

IZABELI MONEDA ROSA DE OLIVEIRA

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PROBLEMA DE
RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO
DE ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO OPERAÇÃO
MALHADA**

IZABELI MONEDA ROSA DE OLIVEIRA

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PROBLEMA DE
RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO
DE ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO OPERAÇÃO
MALHADA**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista – UNESP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo
Possagnolo
Orientador

Ilha Solteira

2025

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvida pela Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

O48m Oliveira, Izabeli Moneda Rosa de.
Modelos matemáticos para o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando operação malhada / Izabeli Moneda Rosa de Oliveira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2025
144 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2025

Orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Inclui bibliografia

1. Capacidade de curto-circuito. 2. Minimização de perdas. 3. Operação malhada. 4. Paradoxo de Braess. 5. Programação linear inteira mista. 6. Reconfiguração de sistemas de distribuição.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Esta pesquisa gera impacto significativo ao apresentar modelos matemáticos para a reconfiguração de sistemas de distribuição, considerando a operação radial e explorando a operação malhada e suas vantagens. O impacto acadêmico reside no desenvolvimento e análise comparativa de cinco conjuntos para controle de topologia e na integração de restrições de capacidade de curto-circuito ao problema de reconfiguração. Isso garante que a transição para configurações mais eficientes não comprometa a segurança operacional e a atuação do sistema de proteção, um desafio central para a operação malhada. Adicionalmente, a investigação sobre a ocorrência do paradoxo de Braess neste contexto demonstra a complexidade das redes elétricas. Para o setor elétrico, o trabalho oferece uma ferramenta de apoio à decisão quantitativa, cujos resultados podem levar à redução de custos operacionais pela diminuição de perdas técnicas, ao adiamento de investimentos em expansão da rede e à melhoria direta dos indicadores de qualidade do fornecimento de energia.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research generates a significant impact by presenting mathematical models for the reconfiguration of distribution systems, considering radial operation and exploring meshed operation and its advantages. The academic impact lies in the development and comparative analysis of five sets for topology control and in the integration of short-circuit capacity constraints into the reconfiguration problem. This ensures that the transition to more efficient configurations does not compromise operational security and the performance of the protection system, a central challenge for meshed operation. Additionally, the investigation into the occurrence of Braess's paradox in this context demonstrates the complexity of electrical grids. For the energy sector, the work offers a quantitative decision-support tool whose results can lead to a reduction in operational costs through the decrease of technical losses, the deferral of investments in network expansion, and a direct improvement in quality of supply indicators.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO OPERAÇÃO MALHADA

AUTORA: IZABELI MONEDA ROSA DE OLIVEIRA

ORIENTADOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

A handwritten signature in blue ink, reading "Leonardo H. F. M. Possagno".

Prof. Dr. LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia de Energia / Faculdade de Engenharia e Ciências - UNESP

A handwritten signature in black ink, reading "Jonatas Boas Leite".

Prof. Dr. JONATAS BOAS LEITE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

A handwritten signature in blue ink, reading "Mario Andrés Mejía A.".

Dr. MARIO ANDRES MEJIA ALZATE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

A handwritten signature in black ink, reading "Juan Manuel Home Ortiz".

Prof. Dr. JUAN MANUEL HOME ORTIZ (Participação Virtual)
Departamento de Sistemas e Energia / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

Prof. Dr. BENVINDO RODRIGUES PEREIRA JÚNIOR (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos - USP

Ilha Solteira, 08 de agosto de 2025

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Grasieli (em memória), que incentivou cada um dos meus sonhos. Com amor e saudade.

À minha avó, Cecília, e meus irmãos, Camila e Luann, pelo suporte, torcida e compreensão nos momentos de ausência.

Ao meu esposo, Marcelo, agradeço por seu amor, incentivo e por tornar cada passo deste percurso mais leve.

Ao meu orientador, Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo, pela dedicação, paciência e colaboração durante o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores, colegas do LaPSEE e funcionários da UNESP que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 409062/2023-5.

"Everything you want's a dream away"

Coldplay

RESUMO

A busca contínua por maior eficiência nos sistemas de distribuição de energia elétrica impulsiona o estudo de topologias alternativas à tradicional operação radial. Neste contexto, este trabalho se dedica ao problema da reconfiguração de sistemas de energia elétrica, propondo a operação malhada como estratégia para a minimização de perdas elétricas. A metodologia consiste no desenvolvimento de modelos matemáticos de programação linear inteira mista. Para garantir a robustez, os modelos incorporam cinco diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia e, a partir disso, investiga-se a relação entre a adoção da operação malhada e a ocorrência do paradoxo de Braess em sistemas de distribuição. Ainda considerando a operação malhada, é realizada a análise integrada das restrições de capacidade de curto-circuito, de forma que a topologia de perdas mínimas opere dentro dos limites de segurança. A eficácia da abordagem proposta é validada por meio de simulações computacionais em sistemas testes de 14, 33, 84, 136 e 415 barras. A implementação matemática foi realizada em ambiente de programação matemática AMPL e solucionada através do solver comercial CPLEX 22.1.2.0. Os resultados comprovam que a operação malhada reduz significativamente as perdas e validam o modelo proposto como uma ferramenta robusta para a determinação de topologias ótimas que conciliam eficiência e segurança operacional.

Palavras-chave: capacidade de curto-circuito; minimização de perdas; operação malhada; paradoxo de Braess; programação linear inteira mista; reconfiguração de sistemas de distribuição.

ABSTRACT

The continuous search for higher efficiency in electrical power distribution systems drives the study of alternative topologies to the traditional radial operation. In this context, this work addresses the problem of power system reconfiguration, proposing meshed operation as a strategy for the minimization of electrical losses. The methodology consists of the development of mixed-integer linear programming mathematical models. To ensure robustness, the models incorporate five different sets of topology control constraints and, from this, we investigate the relationship between the adoption of meshed operation and the occurrence of Braess's paradox in distribution systems. Still considering the meshed operation, an integrated analysis of short-circuit capacity constraints is performed, ensuring that the minimum-loss topology operates within safety limits. The effectiveness of the proposed approach is validated through computational simulations using the 14, 33, 84, 136, and 415-bus test systems. The mathematical implementation was carried out in the AMPL mathematical programming environment and solved using the CPLEX 22.1.2.0 commercial solver. The results show that meshed operation significantly reduces losses and validate the proposed model as a robust tool for determining optimal topologies that reconcile efficiency and operational security.

Keywords: Braess's paradox; distribution system reconfiguration; meshed operation; mixed-integer linear programming; power loss minimization; short-circuit capacity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação básica do sistema.	36
Figura 2	Representação esquemática de tipos de arranjos possíveis com alimentadores.	39
Figura 3	Correntes de curto-circuito fluindo para a barra de falta.	40
Figura 4	Rede rodoviária.	42
Figura 5	Rede rodoviária - Nova rota.	43
Figura 6	Caso 1 - Sistema de 3 barras.	45
Figura 7	Caso 1 - Sistema de 3 barras: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias. . . .	47
Figura 8	Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas.	48
Figura 9	Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias.	49
Figura 10	Sistemas de 3 barras - 3 linhas: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias. . .	49
Figura 11	Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas - Resistência equivalente.	51
Figura 12	Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas - Reatância equivalente.	51
Figura 13	Caso 3 - Sistema de 3 barras - Topologia radial.	52
Figura 14	Caso 3 - Sistema de 3 barras - Topologia malhada.	53
Figura 15	Caso 3 - Sistema de 3 barras: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias. . . .	54
Figura 16	Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia radial.	56
Figura 17	Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do primeiro circuito.	57
Figura 18	Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do segundo circuito.	57
Figura 19	Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do terceiro circuito.	58
Figura 20	Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do quarto circuito.	58
Figura 21	Modelagem linear por partes da função quadrática.	64
Figura 22	Linearização dos limites de tensão.	65
Figura 23	Representação radial de um sistema de 5 barras – Conjunto I.	76
Figura 24	Representações malhadas de um sistema de 5 barras – Conjunto I. . . .	77
Figura 25	Representação radial de um sistema de 5 barras – Conjunto II.	78
Figura 26	Representações malhadas de um sistema de 5 barras - Conjunto II. . . .	79

Figura 27	Sistema de 14 barras.	88
Figura 28	Resultados - Sistema de 14 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	89
Figura 29	Resultados - Sistema de 14 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.	89
Figura 30	Sistema de 33 barras.	90
Figura 31	Resultados - Sistema de 33 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	91
Figura 32	Resultados - Sistema de 33 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.	92
Figura 33	Sistema de 84 barras.	93
Figura 34	Resultados - Sistema de 84 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	94
Figura 35	Resultados - Sistema de 84 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.	95
Figura 36	Sistema de 136 barras.	96
Figura 37	Resultados - Sistema de 136 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	98
Figura 38	Resultados - Sistema de 136 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.	98
Figura 39	Resultados - Sistema de 415 barras: Gap $\times$ Topologias.	100
Figura 40	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	106
Figura 41	Linearização do limite de corrente de curto-circuito.	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 2	Caso 1 - Dados do sistema de 3 barras.	45
Tabela 3	Caso 2 - Dados do sistema de 3 barras - 3 linhas.	47
Tabela 4	Caso 3 - Dados do sistema de 3 barras.	52
Tabela 5	Caso 4 - Dados do sistema de 5 barras.	56
Tabela 6	Resultados - Sistema de 14 barras – Perdas (kW) $\times$ Topologias.	88
Tabela 7	Resultados - Sistema de 14 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.	88
Tabela 8	Resultados - Sistema de 33 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	91
Tabela 9	Resultados - Sistema de 33 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.	91
Tabela 10	Resultados - Sistema de 84 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	94
Tabela 11	Resultados - Sistema de 84 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.	95
Tabela 12	Resultados - Sistema de 136 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.	97
Tabela 13	Resultados - Sistema de 136 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.	99
Tabela 14	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Conjunto I.	101
Tabela 15	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Conjunto II.	102
Tabela 16	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Conjunto III.	103
Tabela 17	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Conjunto IV.	104
Tabela 18	Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Conjunto V.	105
Tabela 19	Resultados - Sistema de 33 barras - Análise de curto-circuito.	113
Tabela 20	Resultados - Sistema de 84 barras - Análise de curto-circuito.	113
Tabela 21	Resultados - Sistema de 136 barras - Análise de curto-circuito.	114
Tabela 22	Dados do sistema de 14 barras.	121
Tabela 23	Dados do sistema de 33 barras.	122
Tabela 24	Dados do sistema de 33 barras - Curto-Circuito.	123
Tabela 25	Dados do sistema de 84 barras.	124
Tabela 26	Dados do sistema de 84 barras - Curto-Circuito.	126
Tabela 27	Dados do sistema de 136 barras.	128
Tabela 28	Dados do sistema de 136 barras - Curto-Circuito.	131
Tabela 29	Dados do sistema de 415 barras.	135

LISTA DE ABREVIATURAS

AHC	Algoritmo heurístico construtivo
GD	Geração distribuída
PCSOIM	Programação cônica de segunda ordem inteira mista
PLI	Programação linear inteira
PLIM	Programação linear inteira mista
PNLIM	Programação não linear inteira mista
RSDEE	Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

Ω_B	Conjunto de barras
Ω_D	Conjunto de barras de carga que possuem demanda
Ω_S	Conjunto de barras de subestação
$\Omega_{\mathcal{N}}$	Conjunto de barras para cálculos de curto-circuito
Ω_C	Conjunto de cenários de falta
$\Omega_{\mathcal{L}}$	Conjunto de circuitos para cálculos de curto-circuito
Ω_L	Conjunto de linhas reais presentes na rede de distribuição
Ω_{IJ}	Conjunto de ramos direcionados
$\Omega_{\mathbb{O}}$	Subconjunto de corte de Ω_A
$\Omega_{\mathbb{D}}$	Subconjunto de ramos direcionados que conectam barras de Ω_A
$\Omega_{\mathbb{A}}$	Subconjunto de ramos que conectam apenas barras de Ω_A
Ω_A	Subconjunto não vazio de barras

Parâmetros:

$M_{ij,n}^{I+}$	Inclinação do n -ésimo bloco da linearização por partes de $\mathbf{i}_{ij}^{I+} + \mathbf{i}_{ij}^{I-}$
$M_{ij,n}^{R+}$	Inclinação do n -ésimo bloco da linearização por partes de $\mathbf{i}_{ij}^{R+} + \mathbf{i}_{ij}^{R-}$
$\underline{u}_i$	Limite inferior para a variável de nível
$\bar{\mathbf{i}}_{ij}^{cc}$	Limite máximo da magnitude da corrente de curto no circuito ij
$\bar{u}_i$	Limite superior para a variável de nível
$\bar{\Delta}_{ij}^I$	Limite superior para o valor dos blocos $\bar{\Delta}_{ij}^I$
$\bar{\Delta}_{ij}^R$	Limite superior para o valor dos blocos $\bar{\Delta}_{ij}^R$
$\bar{\mathbf{i}}_{ij}$	Magnitude máxima de corrente permitida no ramo ij
N^I	Número de blocos da linearização para a parte imaginária de $\mathbf{i}_{ij}^{I+} + \mathbf{i}_{ij}^{I-}$
N^R	Número de blocos da linearização para a parte real de $\mathbf{i}_{ij}^{R+} + \mathbf{i}_{ij}^{R-}$
K	Parâmetro para controle de topologia para definir o número de circuitos ativos no sistema
$\bar{v}^I$	Parte imaginária da tensão máxima
$\underline{v}^I$	Parte imaginária da tensão mínima
$\bar{v}^R$	Parte real da tensão máxima
$\underline{v}^R$	Parte real da tensão mínima
P_i^D	Potência ativa da carga na barra i
Q_i^D	Potência reativa da carga na barra i
X_{ij}	Reatância no circuito ij

R_{ij}	Resistência no circuito ij
$\hat{X}_{ij}$	Reatância no circuito ij para cálculos de curto-circuito
$\hat{R}_{ij}$	Resistência no circuito ij para cálculos de curto-circuito

Variáveis:

$\hat{i}_{i,c}^{I,S}$	Parte imaginária da corrente injetada pela subestação em um cenário de curto-circuito
$\hat{i}_{ij,c}^I$	Parte imaginária da corrente de curto-circuito
$\hat{i}_{i,c}^{I,F}$	Parte imaginária da corrente de curto-circuito em uma barra de falta em um cenário de curto-circuito
$\hat{i}_i^{I,D}$	Parte imaginária da demanda de corrente de carga na barra i
$\hat{v}_{i,c}^I$	Parte imaginária da tensão em uma barra em cenário de curto-circuito
v_i^I	Parte imaginária da tensão na barra i
$\tilde{v}_i^I$	Parte imaginária da tensão na barra i no ponto de operação estimado
$\hat{i}_{ij}^{I,+}$	Parte imaginária da corrente no circuito ij , com sentido direto
$\hat{i}_{ij}^{I,-}$	Parte imaginária da corrente no circuito ij , com sentido inverso
b_{ij}^I	Parte imaginária da variável auxiliar para o cálculo da queda de tensão no circuito ij
$\hat{i}_i^{I,G}$	Parte imaginária de geração de corrente na barra i
$\hat{i}_i^{R,D}$	Parte real da demanda de corrente de carga na barra i
$\hat{i}_{ji,c}^R$	Parte real da corrente de curto-circuito
$\hat{i}_{i,c}^{R,F}$	Parte real da corrente de curto-circuito em uma barra de falta em um cenário de curto-circuito
$\hat{i}_{i,c}^{R,S}$	Parte real da corrente injetada pela subestação em um cenário de de curto-circuito
$\hat{v}_{i,c}^R$	Parte real da tensão em uma barra em cenário de curto-circuito
v_i^R	Parte real da tensão na barra i
$\tilde{v}_i^R$	Parte real da tensão na barra i no ponto de operação estimado
b_{ij}^R	Parte real da variável auxiliar para o cálculo da queda de tensão no circuito ij
$\hat{i}_i^{R,G}$	Parte real de geração de corrente na barra i
$\hat{i}_{ij}^{R,+}$	Parte real da corrente no circuito ij , com sentido direto
$\hat{i}_{ij}^{R,-}$	Parte real da corrente no circuito ij , com sentido inverso
$\hat{i}_{ij}^{sq}$	Quadrado da magnitude da corrente no circuito ij
$\Delta_{ij,n}^I$	Valor do n -ésimo bloco de $\hat{i}_{ij}^{I,+} + \hat{i}_{ij}^{I,-}$
$\Delta_{ij,n}^R$	Valor do n -ésimo bloco de $\hat{i}_{ij}^{R,+} + \hat{i}_{ij}^{R,-}$
ω_i	Variável auxiliar para a restrição de radialidade
t_i	Variável auxiliar para determinação da variável de nível
β_{ij}	Variável binária auxiliar para a restrição de radialidade
x_{ij}^+	Variável binária de decisão relacionada ao estado de operação de uma chave presente no ramo ij

x_{ij}^-	Variável binária de decisão relacionada ao estado de operação de uma chave presente no ramo ij
$f_{ij,d}$	Variável de fluxo da demanda fictícia destinada à barra d no ramo ij
$\hat{b}_{ij,c}^I$	Variável de folga para a parte imaginária da queda de tensão em um circuito em cenário de curto-circuito
$\hat{b}_{ij,c}^R$	Variável de folga para a parte real da queda de tensão em um circuito em cenário de curto-circuito
u_i	Variável de nível para barra i

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Revisão bibliográfica	21
1.1.1	Trabalhos que consideram análise de curto-circuito	28
1.1.2	Trabalhos que analisam o paradoxo de Braess	30
1.2	Objetivos	31
1.3	Contribuição	31
1.4	Estrutura do trabalho	32
2	O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	33
2.1	Sistema de distribuição de energia elétrica	33
2.2	Modelo de PNLIM para RSDEE	34
2.2.1	Função objetivo	34
2.2.2	Restrições do estado de operação do sistema de distribuição de energia elétrica	34
2.2.3	Restrições de limites operacionais	36
2.2.4	Restrições de controle de topologia	36
2.3	Operação malhada	37
2.3.1	Tipos de arranjos de configurações malhadas	37
2.4	Capacidade de curto-circuito	38
3	O PARADOXO DE BRAESS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	41
3.1	O paradoxo de Braess	41
3.2	O paradoxo de Braess em sistemas de distribuição de energia elétrica com operação malhada	43
3.3	Análise de casos em sistemas de distribuição de energia elétrica	44
3.3.1	Caso 1: Sistema de 3 barras	45
3.3.2	Caso 2: Sistema de 3 barras e 3 linhas	46
3.3.2.1	Análise usando a impedância equivalente	50
3.3.3	Caso 3: Sistema de 3 barras	52
3.3.4	Caso 4: Sistema de 5 barras	55
4	MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO OPERAÇÃO MALHADA	59

4.1	Modelo de programação não linear inteira mista para o problema de reconfiguração	59
4.2	Linearização	62
4.2.1	Linearização das correntes demandadas pelas cargas	62
4.2.2	Linearização da restrição de limites de corrente	63
4.2.3	Linearização da restrição de limites de tensão	65
4.3	Modelo de programação linear inteira mista para o problema de reconfiguração	65
4.4	Conjuntos de restrições para controle de topologia	68
4.4.1	Controle de topologia radial	68
4.4.1.1	<i>Modelo de eliminação de ciclos</i>	68
4.4.1.2	<i>Modelo de conjunto de corte</i>	69
4.4.1.3	<i>Modelo de grafos direcionados</i>	69
4.4.1.4	<i>Modelo de fluxo de mercadoria única</i>	70
4.4.1.5	<i>Modelo de fluxo de múltiplas mercadorias</i>	72
4.4.1.6	<i>Modelo de nível de nó</i>	73
4.4.1.7	<i>Modelo variante de nível de nó</i>	74
4.4.2	Controle de topologia malhada	75
4.4.3	Conjunto I	75
4.4.4	Conjunto II	76
4.4.5	Conjunto III	79
4.4.6	Conjunto IV	81
4.4.7	Conjunto V	83
4.4.8	Determinação dos limites das variáveis de nível	85
4.5	Testes e resultados	86
4.5.1	Sistema de 14 barras	87
4.5.2	Sistema de 33 barras	89
4.5.3	Sistema de 84 barras	91
4.5.4	Sistema de 136 barras	95
4.5.5	Sistema de 415 barras	99
4.6	Conclusões parciais	106
5	MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO OPERAÇÃO MALHADA E RESTRIÇÕES DE CURTO-CIRCUITO	108
5.1	Curto-circuito em sistemas de distribuição de energia elétrica com operação malhada	108

5.2	Restrições de curto-circuito	109
5.3	Linearização da restrição de limite de corrente de curto-circuito nos circuitos	110
5.4	Linearização das restrições de limite de corrente de curto-circuito nas barras de carga e de subestações	111
5.5	Testes e resultados	112
5.5.1	Sistema de 33 barras	112
5.5.2	Sistema de 84 barras	113
5.5.3	Sistema de 136 barras	114
5.6	Conclusões parciais	115
6	CONCLUSÕES	116
	REFERÊNCIAS	117
	ANEXO A - DADOS DOS SISTEMAS TESTES	121
A.1	SISTEMA DE 14 BARRAS	121
A.2	SISTEMA DE 33 BARRAS	122
A.3	SISTEMA DE 84 BARRAS	124
A.4	SISTEMA DE 136 BARRAS	128
A.5	SISTEMA DE 415 BARRAS	135

1 INTRODUÇÃO

O sistema elétrico de potência é um conjunto integrado e complexo de instalações e equipamentos responsáveis pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. A geração é a primeira etapa e consiste no processo de conversão de diferentes formas de energia em energia elétrica. Essa energia elétrica é transportada por meio dos sistemas de transmissão até os sistemas de distribuição. O sistema de distribuição tem como função o transporte de energia desde as subestações de distribuição até as unidades consumidoras, através dos alimentadores da rede.

O setor de distribuição de energia elétrica enfrenta desafios crescentes com o aumento da demanda e a descentralização da geração de energia elétrica, tornando necessária a adoção de soluções que garantam a continuidade do fornecimento de energia. Nesse contexto, a implementação de medidas que visem à redução de perdas elétricas é altamente desejável, devido aos benefícios obtidos em termos de confiabilidade, otimização de recursos e melhoria na qualidade do fornecimento de energia.

Para conferir maior flexibilidade operacional, os sistemas de distribuição são fisicamente construídos em uma estrutura malhada, contendo chaves de interligação (normalmente abertas) entre seus alimentadores. Essa característica permite a alteração da topologia da rede para redistribuir cargas e isolar falhas. Por razões de simplificação e segurança, a operação convencional é predominantemente radial. Nesta configuração de operação, existe um único caminho entre a subestação e cada consumidor, o que apresenta duas vantagens principais:

- Facilitar a coordenação e proteção do sistema, reduzindo custos de operação (Ritter, 2014);
- Reduzir os valores de corrente de curto-circuito (Lavorato *et al.*, 2012).

Apesar de seus benefícios, a operação radial acarreta uma vulnerabilidade: uma falha em qualquer ponto do alimentador pode interromper o fornecimento para todos os consumidores a jusante, comprometendo significativamente os indicadores de confiabilidade do sistema. Uma alternativa à operação radial é a operação malhada, que utiliza o fechamento estratégico de chaves de interligação para criar novos caminhos e redirecionar o fluxo de energia. Para Macedo *et al.* (2022), a operação malhada tem sido considerada devido às suas características do ponto de vista operacional, dentre os quais se destacam:

- Melhoria na confiabilidade, pois o sistema pode redirecionar o fornecimento em caso de falhas;

- Redução de perdas de energia quando comparada a operação radial;
- Aumento da capacidade de hospedagem de fontes de energia renováveis nos sistemas de distribuição.

Entretanto, a transição para uma topologia malhada pode resultar em um aumento significativo das correntes de curto-circuito, que podem exceder a capacidade de interrupção dos equipamentos de proteção existentes e tornar a coordenação inviável.

A capacidade do sistema de distribuição de operar em ambas as configurações é uma característica que o torna apto a atender diferentes contextos operacionais e demandas de consumo. O procedimento de estabelecer novas configurações de operação é chamado de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE).

A seção seguinte apresenta uma revisão da literatura, analisando os principais artigos relacionados ao tema da RSDEE, destacando os métodos de otimização, as diferentes abordagens para garantir a radialidade ou considerar a operação malhada da rede no problema de RSDEE.

1.1 Revisão bibliográfica

A RSDEE é um problema de otimização combinatória e, do ponto de vista da modelagem matemática, é classificado como um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM), no qual as variáveis binárias representam os estados das chaves de interconexão (aberto/fechado) do sistema e as variáveis contínuas modelam o estado operacional da rede, como fluxos de potência e perfis de tensão (Jabr; Singh; Pal, 2012).

O problema de RSDEE consiste na alteração da topologia da rede, por meio de manobras de chaves seccionadoras (abertura de chaves normalmente fechadas e fechamento de chaves normalmente abertas), para encontrar uma configuração ótima que atenda a um determinado objetivo. Embora a redução de perdas de energia seja o objetivo mais clássico, a reconfiguração também pode considerar o balanceamento de cargas, a melhoria do perfil de tensão, a melhoria da confiabilidade ou a restauração do serviço após uma falha.

Este campo de estudo tem sido vastamente abordado na literatura especializada e diversos métodos são propostos para resolver o problema de RSDEE. As estratégias de solução evoluíram significativamente, podendo ser agrupadas em duas grandes vertentes: a primeira, e historicamente mais antiga, é baseada em heurísticas e meta-heurísticas. Nessas abordagens, a garantia de radialidade da rede é tratada de forma implícita, ou seja, a própria estrutura de codificação da solução ou os operadores de busca são idealizados para gerar apenas configurações radiais, evitando a necessidade de restrições matemáticas explícitas. Considerar o controle de topologia de forma implícita data da década de 1970 com o trabalho de Merlin e Back (1975).

A segunda vertente, utiliza a modelagem matemática para formular e resolver o problema de RSDEE de forma exata ou por meio de aproximações convexas utilizando *solvers* para encontrar soluções com garantia de otimalidade. As primeiras formulações de controle de topologia explícitas considerando a radialidade surgiram em 2012 com os trabalhos de Lavorato *et al.* (2012) e Jabr, Singh e Pal (2012). Essas restrições de controle de topologia tornam o modelo matemático mais flexível, permitindo também uma melhor análise em configurações de operação não radiais.

Devido a essa flexibilidade, pesquisas em RSDEE se concentram em encontrar a melhor topologia radial e há trabalhos que consideram intencionalmente a operação malhada dos sistemas de distribuição, destacando seus benefícios em termos de redução de perdas e aumento da confiabilidade. Contudo, a operação malhada pode causar o aumento das correntes de curto-circuito, que pode comprometer a segurança, exceder a capacidade dos equipamentos de proteção e inviabilizar a seletividade da coordenação.

Nesta revisão bibliográfica, inicialmente serão apresentados trabalhos que utilizam o controle de topologia implícito. Em seguida, serão discutidas as abordagens baseadas em controle explícito. Por fim, será conduzida uma análise em trabalhos que abordam na operação malhada, a análise de curto-circuito e o paradoxo de Braess. O objetivo é analisar a evolução das técnicas de RSDEE e, simultaneamente, destacar a necessidade de modelos que equilibrem de forma mais completa os benefícios operacionais da operação malhada, juntamente com os desafios que ela gera para a segurança dos sistemas.

Os primeiros trabalhos na literatura especializada que tratam do problema de RSDEE eram baseados em heurísticas, sendo que alguns são variações do trabalho pioneiro de Merlin e Back (1975), que apresenta duas propostas para obter a configuração de operação radial do sistema de distribuição com o objetivo de reduzir as perdas de energia: o primeiro é um algoritmo heurístico construtivo de abertura sequencial de chaves e o segundo adota um algoritmo de otimização clássica em estrutura *branch and bound*, no qual o limitante inferior é o valor de perdas da configuração malhada do sistema e o limitante superior é o valor de perdas da configuração radial obtida com o primeiro método. Os autores citam que a operação usual dos sistemas de distribuição é em configuração radial e dessa forma, em ambos os métodos, a radialidade é controlada de maneira implícita. Testes são realizados em sistemas de pequeno e médio porte, nos quais verifica-se a obtenção de configurações que reduzem significativamente as perdas de energia dos sistemas.

Shirmohammadi e Hong (1989) propuseram um algoritmo heurístico construtivo para a redução de perdas, similar ao trabalho de Merlin e Back (1975). O método parte de uma rede malhada, em que um cálculo de fluxo de potência especializado é processado e a chave do ramo com menor valor de corrente, que mantém a rede conexa, é aberta. O processo se repete até que uma topologia radial seja obtida. Os autores incluíram restrições de nível de tensão nas barras

e corrente nos ramos. Posteriormente, Goswami e Basu (1992) desenvolveram um algoritmo heurístico construtivo considerando a redução de perdas, visando uma melhoria do trabalho de Shirmohammadi e Hong (1989). Enquanto o trabalho de Shirmohammadi e Hong (1989) parte de uma configuração malhada, a proposta de Goswami e Basu (1992) inicia com uma configuração radial e fecha apenas uma chave por vez, introduzindo uma malha no sistema, que volta para a configuração radial ao abrir uma chave conforme o resultado do padrão de fluxos nos ramos. O procedimento é realizado para todos os laços do sistema e se mostra mais eficaz. Para ambos os trabalhos, a operação radial é tida como operação padrão para os sistemas e, ela é controlada de maneira implícita nos métodos de solução.

Schmidt *et al.* (2005) propuseram um algoritmo heurístico construtivo para solucionar o problema de reconfiguração considerando perdas mínimas nos sistemas. Inicialmente a topologia da rede é malhada, ou seja, todos os ramos estão em um estado fechado. A cada passo é aberto um ramo mantendo o sistema conexo e atendendo ao critério de causar o menor aumento nas perdas totais. O processo se repete até que uma topologia radial seja obtida. Os autores discutem sobre as condições de radialidade disponíveis, sendo condições necessárias, mas não suficientes para garantir a radialidade. Dessa forma, confirmam a necessidade da operação do sistema ser radial e que seu controle é dado de maneira implícita na técnica utilizada. Os autores argumentam que seria altamente desejável que a condição de radialidade pudesse ser expressa de forma analítica para que pudesse ser incorporada no método de forma explícita. Por fim, concluem através de testes, que a técnica heurística apresentada não garante que o mínimo global seja alcançado, mas que o procedimento de busca apresentado é extremamente rápido.

Mendoza *et al.* (2006) propuseram um método para melhoria de algoritmos genéticos aplicado ao problema de reconfiguração, considerando a redução de perdas dos sistemas de distribuição. A grande vantagem do método proposto é que os autores utilizam o conceito de laços fundamentais para gerar uma população inicial factível e aplicar os operadores genéticos especializados. As restrições de radialidade são apropriadamente controladas de forma implícita e o método se demonstra eficaz na redução do espaço de busca para indivíduos factíveis (topologias radiais) e a limitação de indivíduos infactíveis na população.

Carreño, Romero e Padilha-Feltrin (2008) apresentaram um algoritmo genético de Chu-Beasley para resolver o problema de reconfiguração considerando a redução de perdas nos sistemas. Os autores afirmam que a imposição da operação radial no sistema de distribuição torna o modelo matemático mais difícil de representar de forma eficiente e apresenta dificuldades com a codificação quando se utilizam técnicas meta-heurísticas. Desta forma, as principais contribuições deste trabalho são a nova proposta de codificação e a forma de implementar o processo de recombinação, garantindo somente a geração de topologias radiais de maneira implícita durante o processo de busca e solução para o problema de reconfiguração. Deste modo, o espaço de busca é reduzido e o algoritmo apresenta bom desempenho e eficiência computacional.

Até então, as restrições para controle de topologia eram impostas de maneira implícita nos métodos, porém já havia evidências da necessidade de se obter o conjunto de restrições de controle de topologia explícitas. O conjunto explícito permite que o problema de RSDEE seja resolvido através de modelagem matemática e abre um campo de possibilidades para a utilização desta técnica, inclusive com maior possibilidade de se trabalhar com a configuração malhada.

A premissa de operação radial é amplamente reconhecida e adotada em sistemas de distribuição, sendo imposta de forma implícita, isto é, a topologia radial é obtida através de manipulações inerentes de cada método, e também de forma explícita através de um conjunto de restrições incluídas no modelo matemático que descreve o problema. A primeira proposta que apresenta o conjunto de restrições de radialidade na forma explícita, necessária e suficiente para incorporar em modelos matemáticos em problemas de otimização de sistemas de distribuição radial foi apresentada por Lavorato *et al.* (2012). Uma análise da generalização das restrições de radialidade e um modelo matemático para problemas de reconfiguração e planejamento também são explorados no trabalho. Ao propor o conjunto de restrições de radialidade, anteriormente desconhecidas, provam que os problemas de otimização dos sistemas de distribuição podem ser resolvidos utilizando técnicas de programação inteira e utilizando *solvers* de otimização para resolver o problema de programação não linear inteira mista.

Jabr, Singh e Pal (2012) propuseram dois modelos de otimização para o problema de reconfiguração considerando redução de perdas: um modelo convexo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) e um modelo de PLIM. Em ambos os modelos, é adotado um conjunto de restrições de radialidade eficaz e suficiente para controlar a topologia radial dos sistemas de distribuição. Os autores verificam que o modelo convexo de PCSOIM é mais rápido para encontrar uma solução factível, enquanto o modelo de PLIM, apesar do maior tempo computacional, é capaz de encontrar soluções melhores para sistemas de grande porte.

Cruz *et al.* (2018) desenvolveram um modelo de PLIM estocástico, cujo objetivo é minimizar os custos de operação ao considerar a topologia em malha com integração em larga escala de geração distribuída (GD) nos sistemas de distribuição. O método aborda exclusivamente o fechamento de ramos de ligação, ou seja, não executa a reconfiguração propriamente dita na rede. Apesar disso, através de testes em um sistema de médio porte, os autores demonstram a capacidade de ampliar a flexibilidade nos sistemas de distribuição quando se adota a operação em malha, consequentemente promovendo uma utilização mais abrangente e eficaz de GD baseada em fontes de energia renovável nos sistemas de distribuição, em comparação com a operação radial da rede.

Wang *et al.* (2020) apresentam conjuntos de restrições para problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica. Abordam as limitações de um conjunto de restrições de radialidade amplamente utilizado em problemas de reconfiguração e restauração. Os autores

apresentam dois conjuntos de restrições modificados, baseados nos trabalhos de Lavorato *et al.* (2012), Jabr (2013) e Singh *et al.* (2020) que garantem a radialidade de sistemas de distribuição, sendo um deles mais eficiente computacionalmente para o problema de reconfiguração e o outro para o problema de restauração de sistemas de distribuição.

Lei *et al.* (2020) apresentam um conjunto de restrições de radialidade para o problema de reconfiguração, baseado nos conceitos de teoria dos grafos, com o intuito de permitir maior flexibilidade topológica para operação radial nos sistemas de distribuição. Além disso, as restrições de radialidade propostas são aplicadas em um novo modelo de otimização para formação de microrredes, energizadas por GD e outras fontes de energia, de modo a restaurar cargas após perturbações. Os autores apontam que o modelo proposto pode trabalhar com a operação em malha, mas o escopo do trabalho não aborda esse tipo de operação.

Vargas *et al.* (2021) apresentam um modelo matemático de PCSOIM considerando a operação ilhada e também conectada da GD para resolver o problema de restauração de sistemas de distribuição. Para minimizar o corte de carga do sistema restaurado e o número de operações de comutação, é considerada a operação com formação de malhas temporárias na rede. Os resultados demonstram que a formação de malhas temporárias melhora a qualidade das soluções do problema em comparação com soluções obtidas assumindo apenas topologias radiais. Além disso, os autores citam que a partir dos resultados, é possível dimensionar um esquema de proteção da rede para utilizar as malhas mais eficazes na operação, porém essa análise não é realizada no trabalho.

Mahdavi *et al.* (2021) propõem um novo modelo de PCSOIM para resolver o problema de reconfiguração. A formulação é de simples implementação e o modelo considera a redução de perdas em sistemas de distribuição cuja operação é radial. Testes são realizados em sistemas com demanda fixa e variável e os resultados são comparados com outros trabalhos que utilizam outros métodos de resolução. Os resultados mostram que o método proposto encontra a solução global para os sistemas testes, reduzindo as perdas e melhorando o perfil de tensão com esforço computacional reduzido.

Home-Ortiz *et al.* (2021) apresentam um modelo de PCSOIM estocástico para o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição. A formulação proposta considera reduzir simultaneamente o custo de energia advindo das subestações e de GD, as emissões de gases de efeito estufa, perdas de energia da rede e a determinação de qual é a melhor topologia com operação malhada para o sistema. Diferentes casos de estudo em diversos cenários são realizados para um sistema de pequeno porte. Os resultados obtidos apresentam redução de custos operacionais e de perdas e mitigação de emissões de gases de efeito estufa ao considerar a reconfiguração da rede com a operação contendo algumas malhas fechadas, enquanto testes considerando a operação radial e a operação totalmente malhada não apresentam as melhores soluções. Os autores não mencionam consequências desfavoráveis, análises ou alterações na rede devido à operação

malhada.

Macedo *et al.* (2021) propõem um modelo estocástico de PLIM para o problema de reconfiguração considerando o aumento de capacidade de hospedagem de GD nos sistemas de distribuição elétrica trifásicos desequilibrados para mitigar emissões de CO₂. A modelagem utiliza um conjunto de restrições de controle de topologia que considera a operação radial e malhada da rede, e a operação de banco de capacitores. Diferentes testes são realizados em um sistema de pequeno porte e os resultados obtidos indicam maior capacidade de hospedagem de geração fotovoltaica quando a reconfiguração permite a operação malhada simultaneamente com a operação ótima do banco de capacitores. Através dos resultados também se observa que a configuração totalmente malhada não apresenta os melhores resultados, e sim uma topologia com uma quantidade intermediária de malhas fechadas no sistema. Os autores citam que esse fenômeno ocorre devido ao paradoxo de Braess, fenômeno também justificado para operação malhada em sistemas de transmissão no trabalho de Flores, Macedo e Romero (2021).

Um modelo de PCSOIM estocástico é proposto em Home-Ortiz *et al.* (2022) para o problema de reconfiguração considerando o aumento da capacidade de hospedagem de GD para redução de emissões de CO₂ nos sistemas de distribuição. Para tal, a formulação considera controle Volt/VAr através do ajuste ótimo das posições de *tap* dos comutadores em carga das subestações, reguladores de tensão e operação ideal de banco de capacitores nas barras. Além disso, a modelagem proposta considera a operação radial e malhada da rede. Diferentes testes são realizados em sistemas de 33 e 84 barras e os resultados demonstram maior capacidade de hospedagem de GD, consequentemente a mitigação de emissão de CO₂, quando a reconfiguração permite a operação malhada simultaneamente com o controle Volt/VAr. Os resultados evidenciam ainda que os melhores resultados são aqueles em que a operação malhada contém poucas malhas fechadas, pois ao adicionar mais malhas à configuração, a capacidade de hospedagem de GD pode ser reduzida. Um aspecto muito importante deste artigo é que os autores novamente verificam que não necessariamente uma configuração totalmente malhada é a topologia mais eficiente.

Um modelo de PCSOIM é apresentado por Mahdavi *et al.* (2022), sendo que diferentes padrões de consumo variável de energia e suas combinações são utilizadas no problema de reconfiguração considerando a redução de perdas de energia elétrica nos sistemas de distribuição. Testes são realizados em sistemas de pequeno e médio porte considerando padrões de demanda fixo e variável. Resultados indicam que considerar diferentes padrões de consumo influencia significativamente na redução de perdas de energia. Isso evidencia a importância de padrões de consumo nas decisões de reconfiguração considerando a minimização de perdas, pois o valor de perdas se mostra impreciso se o padrão de consumo for negligenciado, influenciando diferentemente na otimização dos sistemas.

Mahdavi *et al.* (2023) realizam uma vasta revisão bibliográfica sobre a modelagem das res-

trições de radialidade para o problema de reconfiguração. Abordam sua importância, diferenças e evoluções, pois afirmam que os conjuntos tem efeito significativo no tempo computacional e na precisão dos modelos de reconfiguração para determinar a melhor topologia radial. Para demonstrar o conceito, os autores apresentam diversas formulações de restrições de radialidade para o problema de reconfiguração considerando a redução de perdas e utilizando métodos analíticos, heurísticos e meta-heurísticos. São realizados testes considerando modelagem matemática e meta-heurísticas, utilizando diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia em sistemas de pequeno e médio porte. Os resultados indicam um conjunto de restrições de radialidade mais adequado, do ponto de vista de processamento, para modelagem matemática e, outro conjunto de restrições de controle de topologia com melhor desempenho para meta-heurísticas.

Sun *et al.* (2023) apresentam uma formulação matemática em que o conjunto de restrições de radialidade é modelado com base nas propriedades de densidade máxima do grafo da rede em termos de números de ramos e nós dos sistemas para resolver o problema de RSDEE. O modelo proposto reduz o número de variáveis e restrições no problema de reconfiguração, acarretando em eficiência computacional. Além disso, os autores discutem que, com algumas modificações, a formulação proposta permite que componentes sejam alocados, como GD.

Alizadeh *et al.* (2025) destacam que a operação radial garante a eficiência de custos, confiabilidade e resiliência em sistemas de distribuição. No entanto, manter essa radialidade é um desafio em sistemas de grande porte, devido à complexidade das redes ao utilizar formulações de PLIM. Este artigo aborda essas limitações ao introduzir um novo conjunto de restrições de radialidade, projetadas para melhorar o desempenho computacional e a exatidão em problemas de reconfiguração de rede e formação de microrredes. O novo conjunto de restrições é baseado nos conceitos de cadeia de suprimentos pai-filho combinada com um modelo de fluxo de mercadoria constante. O modelo proposto permite o uso de programação cônica de segunda ordem para modelagem de fluxo de potência e sua performance é comparada ao modelo linear, tanto em problemas de reconfiguração quanto em problemas de formação de microrredes. A modelagem é aplicada a sistemas de grande porte, demonstrando a redução do tempo computacional necessário em comparação com outros conjuntos de restrições disponíveis na literatura.

Nati *et al.* (2025) abordam o problema da explosão combinatória ao impor restrições de radialidade em sistemas de distribuição de grande porte. Para contornar esse problema, propõem uma abordagem de otimização combinatória baseada em um procedimento de separação ou geração de restrições. O método inicia com um modelo PNLIM relaxado, que ignora a maioria das restrições de radialidade. A cada solução candidata encontrada, um procedimento de separação verifica a violação das restrições omitidas. Apenas as restrições violadas, chamadas de *restrições preguiçosas*, são adicionadas ao modelo e o processo de otimização é então retomado com o modelo mais restrito. Se nenhuma violação é detectada, a solução é certificada como viável. O processo iterativo continua até obter a solução ótima. Os autores apresentam três variantes

de conjuntos de restrições de radialidade. A formulação principal é baseada no conceito de floresta geradora e as duas variantes adicionam, respectivamente, uma restrição sobre o número de arestas da floresta e um conjunto de restrições de árvore geradora. Os resultados, comparados a outros conjuntos de restrições de radialidade disponíveis na literatura, indicam que a abordagem proposta é comparável ou superior, demonstrando vantagens significativas em sistemas de grande porte.

Abdelmaguid (2018) propõe um novo modelo de PLIM para resolver o problema de otimização combinatória de obtenção de uma árvore geradora mínima em grafos. Ainda, são apresentados mais dez modelos de PLI e PLIM disponíveis na literatura e são realizados dois tipos de comparações entre os modelos. No primeiro, eles são comparados em termos de números de variáveis de decisão e de número de restrições. Já no segundo, é considerado o tempo computacional necessário para provar a otimalidade de uma solução gerada. Testes são realizados com grafos gerados aleatoriamente de vários tamanhos. A modelagem proposta garante árvores geradoras mínimas válidas e se mostrou competitivo em relação às demais modelagens, resultando em um modelo com estrutura modificada eficiente para fornecer mais percepções para modelar e resolver problemas maiores nos quais o problema da árvore geradora mínima é um subproblema.

1.1.1 Trabalhos que consideram análise de curto-circuito

Chen *et al.* (2004) apresentam uma análise de viabilidade, impacto e modificações necessárias com o intuito de estudar a alteração de operação de arranjos de alimentadores primários da operação radial para a malhada. O objetivo é aprimorar a confiabilidade no fornecimento de energia elétrica. Três tipos de arranjos são avaliados para implementação em sistemas reais. Verificou-se que na operação em malha, a carga pode ser equilibrada entre os alimentadores, resultando em melhores perfis de tensão e maior confiabilidade no fornecimento de energia. Além disso, dentre os impactos apontados, destacou-se a questão da capacidade de curto-circuito ao interligar dois alimentadores radiais, pois houve aumento do nível de curto-circuito das barras ao longo dos alimentadores, demandando ajustes, como a inclusão de limitadores de corrente e a atualização dos dispositivos de proteção contra sobrecarga.

Celli *et al.* (2004) realizam uma análise do comportamento do sistema de distribuição operando em topologia radial e malhada considerando uma grande quantidade de hospedagem de GD em uma rede real na Itália. Os autores apontam que, devido a forte inserção de GD nos sistemas de distribuição, arranjos mais flexíveis são necessários para acomodar de forma adequada as mudanças na rede. Dessa forma, considerando a alocação de GD, diferentes arranjos malhados são discutidos e comparados ao arranjo radial e, para cada caso, é analisado o perfil de tensão, o nível de curto-circuito, as perdas, o custo e a confiabilidade dos sistemas. Os resultados da análise demonstram que a operação em malha possui maior flexibilidade e, dessa

forma, apresenta maior potencial de acomodar a GD e gera benefícios como um melhor perfil de tensão, redução de perdas e redução de investimentos na rede. Já os desafios da operação malhada incluem o aumento do nível de curto-circuito, a regulação de tensão e a necessidade de modificações na coordenação da proteção dos sistemas. Os resultados obtidos neste trabalho foram realizados através de simulações dinâmicas e de estado estacionário considerando uma parte da rede de distribuição real.

Ritter (2014) desenvolve duas propostas para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição considerando redução de perdas. A primeira considera um modelo de PLIM para o problema de reconfiguração operando com a radialidade relaxada, ou seja, considerando fechamento de malhas nos sistemas. Testes demonstram que ao considerar operação malhada nos sistemas, a redução de perdas é significativa comparada com a operação radial. Já a segunda proposta incorpora uma análise de curto-circuito no primeiro modelo, isto é, no modelo multiobjetivo: minimização de perdas de energia e a minimização do número de elementos de proteção com corrente de curto-circuito máxima ultrapassada e que devem ser reajustados. Segundo a autora, a importância da análise se dá uma vez que, ao trabalhar com fechamento de malhas no sistema, a corrente de curto-circuito nos circuitos pode ultrapassar limites pré-definidos e dessa forma, não se pode mais garantir que a capacidade dos circuitos em relação à corrente de curto-circuito seja satisfeita. Testes são realizados em sistemas considerando circuitos estratégicos com sistemas de proteção e é avaliado, para faltas em determinadas barras, se estes circuitos têm a capacidade de corrente de curto-circuito violada, ou seja, se seria necessário reajustar os elementos de proteção destes circuitos para que o sistema opere com a configuração malhada desejada. Através dos resultados em sistemas teste, constatou-se que sistemas operando com algumas malhas reduzem perdas sem violar em muitos circuitos a corrente de curto-circuito. A configuração totalmente malhada não é a melhor opção quando o objetivo é a redução de perdas. Por fim, apesar de mencionar a necessidade de ajustes nos sistemas de proteção, o trabalho não aborda uma análise detalhada deste tópico.

Macedo *et al.* (2022) apresentam um modelo de PCSOIM para resolução do problema de reconfiguração considerando operação malhada. A formulação estocástica proposta é baseada em cenários nos quais as incertezas estão associadas a demanda, geração renovável e aos preços de energia. Adicionalmente, os autores incorporam restrições de curto-circuito na formulação, devido ao impacto nos níveis de corrente resultantes da operação em malha. Diferentes testes são realizados em um sistema de 84 barras evidenciando que, ao utilizar maiores desvios de correntes de curto-circuito, dentro dos limites aceitáveis, e considerando a formação de malhas na operação, a formulação proposta é capaz de fornecer soluções de alta qualidade para o sistema.

1.1.2 Trabalhos que analisam o paradoxo de Braess

Baillieul, Zhang e Wang (2015) tratam do paradoxo de Braess em microrredes do sistema de distribuição. Em um sistema que contém malhas, congestionamentos podem surgir devido aos circuitos adicionais como consequência das leis de Kirchhoff. Inicialmente, suposições e testes são realizados em um sistema pequeno cujos circuitos são controlados por fontes de tensão. É demonstrado que alterar a topologia do circuito adicionando uma pequena carga pode levar a perdas relativamente grandes no circuito como um todo. O conceito é discutido em fluxos de potência em um sistema de distribuição malhado.

Flores, Macedo e Romero (2021) tratam da otimização do custo de operação de sistemas de transmissão de energia elétrica, ou seja, para minimizar os custos de operação da geração para atender um perfil de demanda especificado. A otimização é realizada por meio de formulações matemáticas do modelo de rede DC para o problema de comutação ótima dos sistemas de transmissão, que consideram reduzir a comutação em excesso de linhas e o ilhamento dos sistemas. Ainda, é discutido o fenômeno que ocorre ao realizar a conexão de uma linha que, ao invés de ocasionar melhora, causa piora no funcionamento dos sistemas. Esse fenômeno é o paradoxo de Braess e, uma explicação apresentada pelos autores, é que ao realizar o desligamento, eliminando malhas do sistema, restrições relacionadas de Kirchhoff para as tensões são eliminadas. Do ponto de vista da otimização, o problema torna-se menos restrito, porém a lei de Kirchhoff para correntes torna-se mais restritiva. Neste contexto, a comutação de transmissão pode levar a um ganho de otimização se o benefício proporcionado pela eliminação de algumas das restrições associadas à lei Kirchhoff para as tensões for maior do que a perda de capacidade causada pela lei Kirchhoff para as correntes.

Zhang e Zou (2024) consideram que a probabilidade de ocorrer o paradoxo de Braess ao adicionar novas linhas aos sistemas de transmissão está relacionada com a similaridade entre os nós do sistema. É proposto um índice de similaridade entre os nós, que considera a distância, potência e entropia para mensurar a diferença entre eles. A pesquisa mostrou que, ao adicionar linhas de transmissão entre nós diferentes, há maior probabilidade de ocorrer o fenômeno do paradoxo de Braess do que ao adicionar linhas de transmissão entre nós semelhantes.

A revisão da literatura evidencia um marco significativo a partir de 2012, com a introdução de restrições explícitas para o controle de topologia nos trabalhos de Jabr, Singh e Pal (2012) e Lavorato *et al.* (2012), que permitiram a modelagem matemática completa do problema de RS-DEE. A partir disto, surgiram estudos mais aprofundados sobre a operação radial e a operação malhada e seus benefícios, como a redução de perdas e o aumento da capacidade de hospedagem de fontes renováveis. Contudo, a transição para topologias malhadas introduziu novos desafios, como o aumento das correntes de curto-circuito, o que levou ao desenvolvimento de modelos de otimização que integram o conceito, como os apresentados de Ritter (2014) e Macedo *et al.* (2022). Nota-se uma lacuna em relação às restrições de curto-circuito, pois os

trabalhos não consideram o curto-circuito nas subestações e nas barras do sistema, apenas nos circuitos. Adicionalmente, estudos sobre operação malhada frequentemente não investigam os fatores limitantes que fazem com que a operação totalmente malhada não seja a melhor solução considerando perdas mínimas.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar uma formulação matemática de PLIM para o problema de RSDEE considerando a minimização das perdas no sistema de distribuição. Utilizando o modelo como base, é explorada sua flexibilidade para incluir diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia e de incorporar limites relacionados à capacidade de curto-circuito no sistema. Para isso, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- Propor um modelo base de PLIM eficiente para o problema de RSDEE;
- Considerar diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia para serem incorporadas ao modelo base de PLIM levando em conta a operação radial e malhada e analisar a eficiência e eficácia de cada conjunto;
- Analisar os resultados obtidos considerando a operação malhada e verificar sua relação com a ocorrência do paradoxo de Braess;
- Incorporar ao modelo base de PLIM as restrições de limites de capacidade curto-circuito nas subestações, nas barras e nos circuitos do sistema. Restrições de controle de topologia não são utilizadas, de modo que a capacidade de curto-circuito dos equipamentos é utilizada como restrição para determinar a topologia de operação.

1.3 Contribuição

As principais contribuições deste trabalho para a área de sistemas de distribuição de energia elétrica são:

- Desenvolvimento de um modelo de PLIM cuja flexibilidade permite incorporar diferentes formulações para o controle de topologia da rede;
- Generalização de restrições de controle de topologia, originalmente propostas para garantir a radialidade, para permitir a análise e a otimização de configurações malhadas;
- Investigação do paradoxo de Braess em sistemas de distribuição através de análises e testes, demonstrando que o fechamento de malhas pode, contraintuitivamente, levar a um aumento das perdas totais do sistema;

- Análise da capacidade de curto-circuito no problema da reconfiguração, considerando restrições de curto-circuito. É desenvolvido um conjunto de restrições que asseguram que a topologia de perdas mínimas opere dentro dos limites de segurança dos equipamentos, um fator relevante para a viabilidade da operação malhada.

1.4 Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos e um anexo:

No Capítulo 1 é apresentada uma introdução ao tema e o levantamento da bibliografia especializada, com foco em trabalhos que tratam do controle de topologia radial e malhada de maneira implícita e explícita nas metodologias, a análise de curto-circuito e o paradoxo de Braess em problemas de RSDEE. Em seguida, são apresentados os objetivos, as contribuições e a estrutura completa deste trabalho.

No Capítulo 2 é apresentada uma visão geral sobre o problema de RSDEE, a modelagem matemática não linear, as operações radial e malhada no sistema e a definição de capacidade de curto-circuito em sistemas de energia.

No Capítulo 3, é discutido o paradoxo de Braess, sua relevância e suas implicações para a operação de sistemas de distribuição em topologia malhada.

No Capítulo 4 é apresentada a primeira parte da abordagem, com o desenvolvimento de um modelo base de PLIM para o problema de RSDEE por meio da linearização das restrições não lineares. São apresentados e comparados diferentes conjuntos de restrições para o controle de topologia. São incorporados ao modelo base de PLIM, diferentes conjuntos que foram desenvolvidos para permitir o controle de topologia radial e malhada dos sistemas. Testes são realizados em sistemas de 14, 33, 84, 136 e 415 barras.

No Capítulo 5 é incorporado ao modelo base de PLIM, um conjunto de restrições de cálculo de correntes de curto-circuito e limites de capacidade de curto-circuito, enquanto as restrições de controle de topologia são desconsideradas. Testes e resultados são apresentados para os sistemas de 33, 84 e 136 barras.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões finais deste trabalho e trabalhos futuros.

No Anexo A, são apresentados os dados completos dos sistemas testes utilizados.

2 O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Neste capítulo, são apresentados conceitos e definições para compreender o problema de RSDEE. Inicialmente, é apresentada uma visão geral sobre o sistema de distribuição e em seguida, é apresentada a formulação matemática para o problema de RSDEE considerando o fluxo de potência modelado por corrente. Este modelo básico serve como ponto de partida para as formulações completas apresentadas posteriormente. Por fim, são discutidos os conceitos abordados neste trabalho, como a operação em topologias radial e malhada e a definição da capacidade de curto-circuito na rede.

2.1 Sistema de distribuição de energia elétrica

O sistema de distribuição de energia elétrica é a parcela do sistema elétrico de potência que transporta a energia desde as subestações até as unidades consumidoras finais, sejam elas residenciais, comerciais ou industriais. Sua estrutura é dividida em dois segmentos principais: a rede primária e a secundária.

A rede primária compreende o trecho entre os transformadores da subestação e os transformadores de distribuição, onde a energia é conduzida por alimentadores, formados por condutores e equipamentos de manobra, proteção e transformação (Garcia, 2005). Esses transformadores de distribuição, geralmente localizados em postes, reduzem os níveis de tensão para o nível secundário. A partir deles, a rede secundária, que opera em baixa tensão e é composta por condutores e medidores, se estende até os pontos de entrega, finalizando o processo de distribuição de energia ao consumidor.

Com o objetivo de otimizar o sistema de distribuição, o problema de RSDEE consiste em modificar a topologia da rede, abrindo e fechando chaves seccionadoras dos circuitos de forma a manter a configuração de operação radial. Trocas adequadas levam a configurações que satisfaçam a um ou mais objetivos. O objetivo comumente utilizado é a minimização das perdas de energia, entretanto, na literatura também é considerada a redução de custos de perdas, aumento da capacidade de hospedagem de geração distribuída, melhoria da confiabilidade, entre outros. Uma das ferramentas clássicas de otimização utilizadas para a resolução do problema de RSDEE é a programação matemática. Dessa forma, o problema de RSDEE pode ser modelado através de um modelo PNLIM que está sujeito a restrições físicas e operacionais do sistema de distribuição. As restrições que compõem esses conjuntos são discutidas a seguir.

2.2 Modelo de PNLIM para RSDEE

O problema de RSDEE é modelado matematicamente como um problema de PNLIM devido à natureza das variáveis e restrições. Compõe o modelo, uma função objetivo para minimização das perdas elétricas totais na rede sujeitas aos conjuntos de restrições:

- i. Restrições físicas: relacionadas com o estado de operação do sistema, o cumprimento das duas leis de Kirchhoff sistematizadas através do fluxo de potência;
- ii. Restrições operacionais: relacionadas com os limites ou capacidades dos elementos contidos no sistema elétrico;
- iii. Restrições topológicas: que exigem que a configuração da rede seja radial ou fracamente malhada.

Uma característica fundamental dos sistemas de distribuição de energia elétrica é a distinção entre a sua construção física e o modo de operação. Enquanto a estrutura física é malhada, interligada por chaves que permitem transferir cargas entre os alimentadores, a operação é, predominantemente, radial. A escolha pela operação radial é justificada por benefícios técnicos como redução das correntes de curto-circuito. Contudo, o principal fator para sua utilização é a simplificação na coordenação dos dispositivos de proteção (Vargas *et al.*, 2021).

2.2.1 Função objetivo

A formulação considera a minimização de perdas ativas no sistema, representada pela função objetivo em (1).

$$\text{minimizar } f = \sum_{ij \in \Omega_L} R_{ij} \cdot [(i_{ij}^R)^2 + (i_{ij}^I)^2] \quad (1)$$

A função objetivo é constituída pela soma das perdas ativas nos circuitos do sistema. A corrente em um circuito ij , pertencente ao conjunto de circuitos do sistema Ω_L , é representada pelas suas partes real e imaginária, i_{ij}^R e i_{ij}^I , respectivamente, e R_{ij} é a resistência do circuito correspondente.

2.2.2 Restrições do estado de operação do sistema de distribuição de energia elétrica

A operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial é modelada assumindo-se que:

- As cargas do sistema são modeladas como demandas de potência constante;
- A operação em regime permanente do sistema é representada em termos de partes real e imaginária da tensão e da corrente;
- O sistema trifásico é considerado simétrico e modelado através de sua rede de sequência positiva.

O cumprimento das leis de Kirchhoff no sistema de distribuição pode ser sistematizada através do fluxo de potência. Neste modelo, a potência demandada pelas cargas é representada na forma de corrente. As restrições operacionais são propostas por Franco *et al.* (2013), conforme (2)–(9):

$$\dot{i}_i^{R,G} + \sum_{ki \in \Omega_L} \dot{i}_{ki}^R - \sum_{ij \in \Omega_L} \dot{i}_{ij}^R = \dot{i}_i^{R,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (2)$$

$$\dot{i}_i^{I,G} + \sum_{ki \in \Omega_L} \dot{i}_{ki}^I - \sum_{ij \in \Omega_L} \dot{i}_{ij}^I = \dot{i}_i^{I,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (3)$$

$$v_i^R - v_j^R + b_{ij}^R = R_{ij} \cdot \dot{i}_{ij}^R - X_{ij} \cdot \dot{i}_{ij}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (4)$$

$$v_i^I - v_j^I + b_{ij}^I = X_{ij} \cdot \dot{i}_{ij}^R + R_{ij} \cdot \dot{i}_{ij}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (5)$$

$$|b_{ij}^R| \leq (\bar{v}^R - \underline{v}^R) \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (6)$$

$$|b_{ij}^I| \leq (\bar{v}^I - \underline{v}^I) \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (7)$$

$$\dot{i}_i^{R,D} = \frac{P_i^D \cdot v_i^R + Q_i^D \cdot v_i^I}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (8)$$

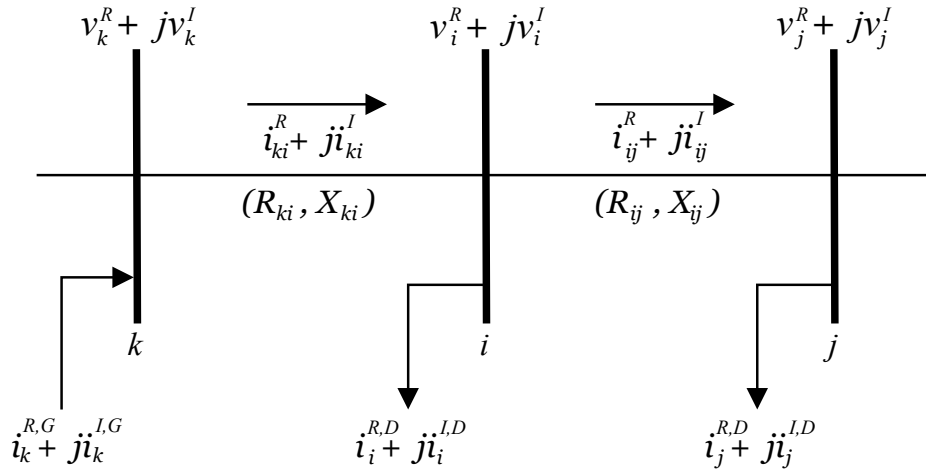
$$\dot{i}_i^{I,D} = \frac{P_i^D \cdot v_i^I - Q_i^D \cdot v_i^R}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (9)$$

As relações (2) e (3) representam o balanço das partes real e imaginária da corrente na barra i , pertencente ao conjunto de barras do sistema Ω_B , e impõem o cumprimento da Lei de Kirchhoff para correntes, como pode ser observado na Figura 1. As variáveis $\dot{i}_i^{R,G}$ e $\dot{i}_i^{I,G}$ representam as partes real e imaginária de injeção de corrente na barra i , enquanto as variáveis $\dot{i}_i^{R,D}$ e $\dot{i}_i^{I,D}$ representam as partes real e imaginária da demanda de corrente pela carga na barra i , respectivamente.

As restrições (4) e (5) representam, respectivamente, as partes real e imaginária da queda de tensão nos circuitos e impõem as condições necessárias para cumprimento da Lei de Kirchhoff para tensões nos laços essenciais do sistema de energia elétrica. As variáveis v_i^R e v_i^I representam a parte real e imaginária da tensão na barra i , enquanto b_{ij}^R e b_{ij}^I são variáveis auxiliares utilizadas para o cálculo da queda de tensão no circuito ij , de acordo com o estado da chave do ramo ij indicado por (6) e (7).

As correntes demandadas pelas cargas são determinadas nas restrições (8) e (9), em que P_i^D e Q_i^D representam a potência ativa e reativa demandadas pela carga na barra i .

Figura 1 - Representação básica do sistema.



Fonte: Adaptado de Franco *et al.* (2013).

2.2.3 Restrições de limites operacionais

$$0 \leq (\bar{i}_i^{R,G})^2 + (\bar{i}_i^{I,G})^2 \leq (\bar{i}_{ij}^G)^2 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (10)$$

$$0 \leq (\bar{i}_{ij}^R)^2 + (\bar{i}_{ij}^I)^2 \leq (\bar{i}_{ij})^2 \cdot x_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (11)$$

$$\underline{v}^2 \leq (v_i^R)^2 + (v_i^I)^2 \leq (\bar{v})^2 \quad \forall i \in \Omega_B \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (13)$$

A restrição (10) indica o limite de capacidade de corrente das subestações. A restrição (11) assegura que o limite de capacidade de corrente dos circuitos não seja excedido e que somente haverá corrente no circuito se ele estiver ativo. A restrição (12) representa os limites de magnitude de tensão na barra i . A natureza binária da variável de decisão dos circuitos ij é dada por (13), indicando se o circuito ij está em operação ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$).

2.2.4 Restrições de controle de topologia

$$\sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} = |\Omega_B| - 1 \quad (14)$$

A radialidade do sistema de distribuição é imposta através de um conjunto de restrições que garantem que o sistema seja radial e conexo (Lavorato *et al.*, 2012). A restrição (14), juntamente com as restrições de balanço de corrente (2) e (3), garante a radialidade do sistema se todos os nós de demanda tiverem carga. A operação radial nos sistemas apresenta vantagens e também

desafios característicos, como por exemplo:

- A operação radial é a pior configuração para operar com perdas mínimas Ritter (2014);
- As interrupções de energia acontecem mais frequentemente, pois quando ocorrem faltas no sistema de distribuição, além das seções diretamente afetadas pela falta serem desenergizadas, as seções a jusante também são (Vargas *et al.*, 2021).

Com o objetivo de superar limitações de segurança operacional e eficiência energética da configuração radial, a operação malhada apresenta-se como uma alternativa viável ao considerar laços na rede para prover caminhos múltiplos ao fluxo de potência.

2.3 Operação malhada

A operação malhada é uma alternativa vantajosa à operação radial, diante de contingências e em termos de perdas elétricas. Ao fechar chaves de interligação e criar múltiplos caminhos para o fluxo de potência, a topologia malhada introduz uma redundância que aumenta a resiliência do sistema. Adicionalmente, a melhor distribuição das correntes pela rede tende a melhorar o perfil de tensão e a reduzir significativamente as perdas, de forma que a operação do sistema seja mais eficiente.

Para que a representação matemática do problema de RSDEE, apresentado na Seção 2.2, considere a operação malhada, é necessário modificar a restrição de controle de topologia (14), como apresentado em (15).

$$\sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} = |\Omega_B| - 1 + K, \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (15)$$

Em (15) o controle de topologia é feito com auxílio do parâmetro K (Ritter, 2014). Para obter uma configuração radial, o parâmetro K assume o valor nulo, conforme a proposta original de Lavorato *et al.* (2012) e, à medida que K assume valores maiores que zero, configurações malhadas são obtidas. A configuração totalmente malhada possui o valor de K igual a $|\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1)$, sendo este o valor máximo de circuitos ativos de um sistema.

2.3.1 Tipos de arranjos de configurações malhadas

Nos sistemas de distribuição, as subestações atendem a demanda em cada nó por meio de alimentadores radiais. Portanto, os alimentadores desempenham um papel essencial, sendo

responsáveis por transportar a energia desde as subestações até os pontos de consumo. Ao considerar a ligação dos alimentadores, podem ser definidos quatro tipos de arranjos de operação. Os arranjos são demonstrados na Figura 2 e são construídos da seguinte forma:

- Arranjo de Tipo I: um alimentador é alimentado por um transformador, o arranjo é radial;
- Arranjo de Tipo II: dois alimentadores radiais são conectados e alimentados pelo mesmo transformador, constituindo um arranjo malhado;
- Arranjo de Tipo III: dois alimentadores radiais são conectados e alimentados por dois transformadores distintos, porém da mesma subestação. Este arranjo é dividido em duas subclasses com base na chave secundária dos transformadores: Tipo III.1 com a chave normalmente aberta e Tipo III.2 com a chave normalmente fechada, ambos constituem arranjos malhados;
- Arranjo de Tipo IV: dois alimentadores radiais são conectados e alimentados por dois transformadores distintos localizados em subestações distintas, constituindo um arranjo malhado.

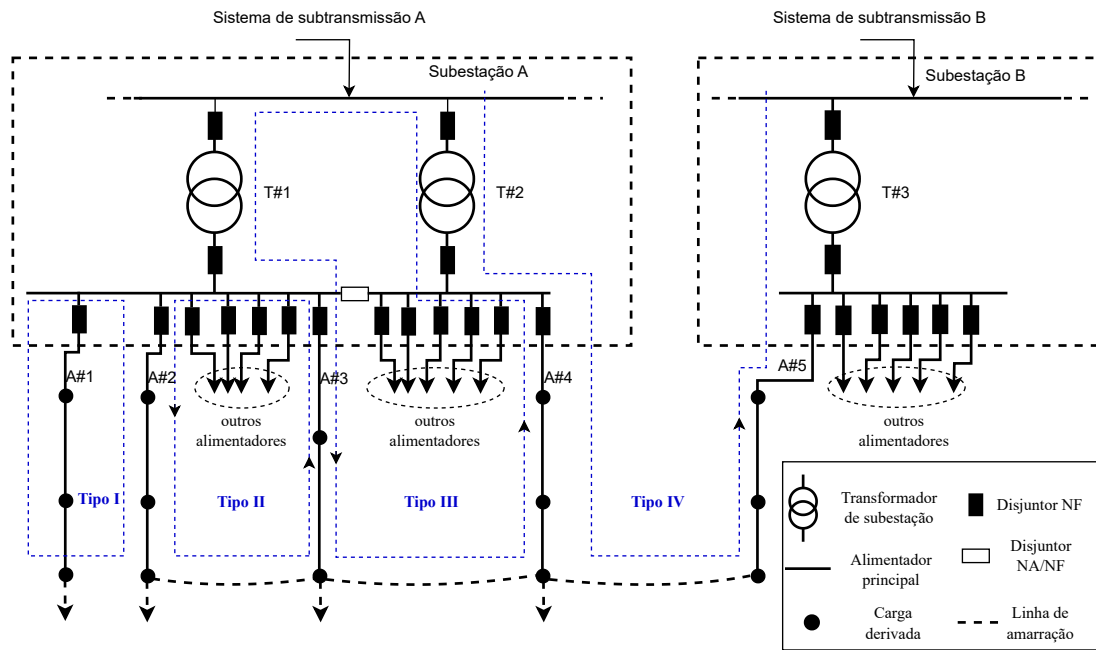
Em Chen *et al.* (2004) realiza-se uma análise de um sistema ilustrativo considerando o fluxo de potência, os perfis de tensão e as capacidades de curto-circuito dos alimentadores para os arranjos em malha, Tipo II, III e IV, sob as seguintes condições operacionais de: radialidade, isto é, antes de conectar os alimentadores; malhada, ao conectar os alimentadores e por fim em condição de falta na operação em malha, em que supõe-se que a falta ocorra na extremidade de alimentação do lado de carga pesada, pois é o caso mais grave de falhas nos alimentadores.

Os autores constatarem que os fatores que afetam o arranjo de Tipo II são: as capacidades dos condutores dos alimentadores, os comprimentos dos alimentadores, os carregamentos dos alimentadores, a distribuição das cargas ao longo dos alimentadores e as características das cargas ao longo dos alimentadores. Para o arranjo de Tipo III, todos os fatores que afetam o arranjo de Tipo II também o afetam, acrescidos de: capacidades e impedâncias dos dois transformadores de subestação e os carregamentos e as características de carga dos dois transformadores de subestação. Já para o arranjo de Tipo IV, considera-se todos os fatores que afetam o arranjo de Tipo III, acrescidos de: capacidades das correntes de curto-circuito e os níveis de tensões das subestações.

2.4 Capacidade de curto-circuito

Como a formação de laços pode impactar os níveis de corrente de falta, as restrições de curto-circuito podem ser consideradas na formulação do problema para maior segurança na

Figura 2 - Representação esquemática de tipos de arranjos possíveis com alimentadores.



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2004).

operação. Dessa forma, se faz necessário compreender o conceito de capacidade de curto-circuito nos sistemas de energia elétrica.

Na ocorrência de um curto-circuito em um ponto do sistema, as tensões nas barras sofrem queda. A magnitude da queda de tensão durante o curto-circuito indica a robustez ou a força da rede elétrica. Uma rede mais forte tem uma menor queda de tensão, enquanto uma rede mais fraca terá uma queda de tensão mais acentuada. É importante medir tanto a força da rede (a capacidade de manter tensões estáveis) quanto a severidade dos curtos-circuitos (o impacto que os curtos-circuitos têm na rede). Ambas as métricas podem ser quantificadas pela grandeza denominada de capacidade de curto-circuito para a barra em questão.

A capacidade de curto-circuito de uma barra no sistema é definida como o produto da tensão anterior à falta (tensão pré-falta) pela corrente após a falta (corrente pós-falta), conforme é expresso na relação (16).

$$scc = v_{pf} \cdot i_{pf} \quad (16)$$

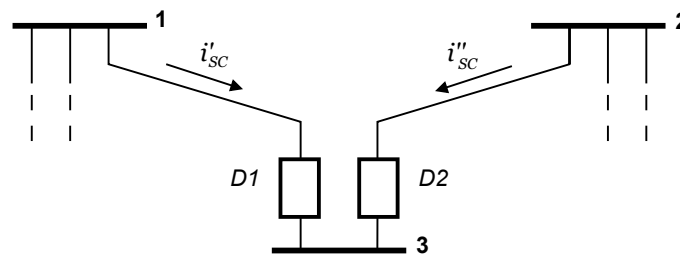
A tensão pré-falta é normalmente igual a 1,0 p.u., de forma que a expressão pode ser simplificada conforme a relação (17).

$$scc \approx i_{pf} \quad (17)$$

Como exemplo, considera-se uma parte de um sistema de transmissão demonstrado na Figura 3. Na barra de carga 3 ocorre um curto-circuito simétrico e a tensão na barra cai instantaneamente a zero. As partes à esquerda e a direita, que supõe-se conter fontes ativas, irão imediatamente começar a alimentar a falta com as correntes i'_{sc} e i''_{sc} , por meio das barras 1 e 2.

Os valores dessas correntes são determinados pela força dessas barras e impedância das linhas. Tais correntes atingem valores superiores às correntes normais das linhas, e então os disjuntores $D1$ e $D2$ recebem o comando para abrir, por intermédio dos sensores, a fim de isolar a barra com falta. Ainda, as tensões nas barras 1 e 2 irão cair. Os valores dessas quedas de tensão são uma indicação de força da rede. Essa força é o que denomina-se de capacidade de curto-circuito.

Figura 3 - Correntes de curto-circuito fluindo para a barra de falta.



Fonte: Adaptado de Elgerd (1982).

3 O PARADOXO DE BRAESS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A otimização de redes, seja de transporte ou de energia, frequentemente assume que a adição de uma nova rota ou circuito resulta em melhorias de desempenho. Este capítulo apresenta essa premissa ao explorar o paradoxo de Braess, que demonstra como tais adições podem, contraintuitivamente, piorar a eficiência do sistema. Inicialmente, o paradoxo é apresentado em seu contexto original de otimização combinatória em redes de transporte. Em seguida, a discussão é direcionada para os sistemas de distribuição de energia elétrica, investigando sua ocorrência e implicações em sistemas que operam com topologia malhada. São realizadas análises em sistemas de distribuição fictícios de pequeno porte, com o propósito de buscar compreender o paradoxo de Braess através de testes e avaliação das equações de fluxo de potência.

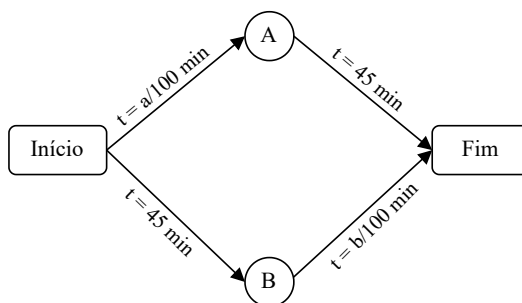
3.1 O paradoxo de Braess

O paradoxo de Braess foi discutido pela primeira vez em Braess (1968) com a análise de um problema de transporte. O estudo consiste em verificar o comportamento de uma rede rodoviária ao se adicionar novas rotas. Neste contexto, tem-se também o conceito de equilíbrio de Nash, da teoria dos jogos. Um sistema atinge um equilíbrio de Nash quando nenhum participante (neste caso, um motorista) pode se beneficiar mudando sua estratégia (sua rota) de forma unilateral, assumindo que todos os outros mantenham suas estratégias inalteradas. Essencialmente, é um estado estável onde cada indivíduo já tomou a melhor decisão possível para si, dadas as decisões dos demais.

Intuitivamente, o resultado da adição de novas rotas causaria melhoria na capacidade das vias, de modo a reduzir o tempo de viagem dos motoristas. No entanto, o paradoxo ocorre quando a adição de rotas leva a uma piora na eficiência do sistema, resultando em congestionamentos e tempos de viagem mais longos. A rede rodoviária exposta na Figura 4 é utilizada para ilustrar a ocorrência do paradoxo baseado no exemplo do trabalho de Braess (1968).

Supõe-se que 4.000 motoristas desejam percorrer o caminho do *Início* para o *Fim* e há dois trajetos possíveis: $Início \rightarrow A \rightarrow Fim$ e $Início \rightarrow B \rightarrow Fim$. Cada trajeto possui dois trechos que são definidos pelo tempo t necessário para percorrer cada um deles: $t = T/100$ (identificando uma via estreita, em que o número de veículos impacta o tempo da viagem) e $t = 45$ minutos (identificando uma via larga, em que o número de veículos não afeta o tempo da viagem), em que T é o número de veículos transitando no trecho.

Figura 4 - Rede rodoviária.



Fonte: Elaborado pela autora.

O tempo necessário para percorrer o trajeto $Início \rightarrow A \rightarrow Fim$ com $T = a$ veículos é de $\frac{a}{100} + 45$ minutos e o tempo necessário para percorrer o trajeto $Início \rightarrow B \rightarrow Fim$ com $T = b$ veículos é de $45 + \frac{b}{100}$ minutos. Inicialmente, considera-se que o sistema está em equilíbrio: $a = b = 2.000$ veículos. Portanto, cada caminho leva $\frac{2.000}{100} + 45 = 65$ minutos para ser percorrido.

Um novo trecho é adicionado entre os pontos A e B, possibilitando uma nova via ao ponto B, como ilustrado na Figura 5, com tempo aproximado de 0 minutos. Dessa forma, para chegar ao ponto B e considerando o sistema em equilíbrio, há duas situações:

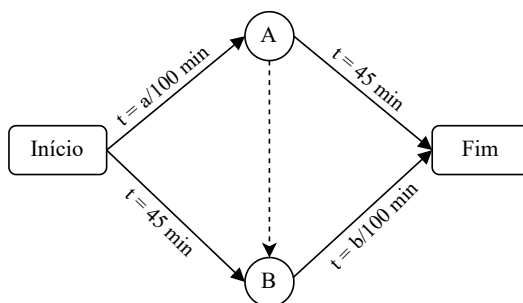
1. Percorrer o trecho $Início \rightarrow A \rightarrow B$, que levará 40 minutos ou;
2. Percorrer o trecho $Início \rightarrow B$, que levará 45 minutos.

Nesta situação, para chegar ao ponto B, todos os motoristas escolheriam o caminho $Início \rightarrow A \rightarrow B$ e seguiriam para o Fim através do único trecho possível que leva mais $t = \frac{b}{100}$ minutos. Se todos tomam essa decisão, o tempo de viagem para os motoristas é alterado para $\frac{4.000}{100} + \frac{4.000}{100} = 80$ minutos, que representa um aumento de 15 minutos quando comparado aos originais 65 quando o atalho $A \rightarrow B$ não existia. Se os motoristas não utilizassem o novo trecho, cada um seria beneficiado em 15 minutos de redução no tempo total de sua viagem.

Nessa nova situação, as rotas originais, $Início \rightarrow A \rightarrow Fim$ e $Início \rightarrow B \rightarrow Fim$, levam agora 85 minutos. Esse fenômeno pode ser explicado pelo equilíbrio de Nash, que determina que em uma situação cujos envolvidos precisam tomar suas decisões, nenhum tem a ganhar mudando sua estratégia unilateralmente. Dessa forma, ninguém será incentivado a mudar de rota, pois as rotas originais levam o mesmo tempo para serem percorridas. Verifica-se que inicialmente a ideia de utilizar o atalho é mais vantajosa, porém ao utilizá-lo de fato, ocorre uma piora no tempo de percurso e então o paradoxo de Braess ocorre.

Agora, considera-se que os motoristas estão na situação inicial de equilíbrio, em que $a = b = 2.000$ e cada caminho leva 65 minutos. Nessa situação, o novo trecho foi adicionado entre os pontos A e B. Supondo que apenas um motorista decide, quando chega ao ponto A, que

Figura 5 - Rede rodoviária - Nova rota.



Fonte: Elaborado pela autora.

irá pelo novo trecho que liga os pontos A e B, pois seu novo tempo total de viagem seria $\frac{1.999}{100} + \frac{2.001}{100} = 40$ minutos. Os motoristas que estão percorrendo o ponto A pensarão da mesma forma. Supõem-se que $a = 2.500$ motoristas decidam pelo novo trecho quando chegam ao ponto A, e dessa forma levam o tempo total de viagem para $\frac{2.500}{100} + \frac{4.000}{100} = 65$ minutos, enquanto os motoristas do que percorrem $Início \rightarrow B \rightarrow Fim$ levam $45 + \frac{4.000}{100} = 85$ minutos, e dessa forma serão incentivados a irem pela rota $Início \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Fim$, levando novamente todos a percorrerem 80 minutos. Essa situação não configura um equilíbrio de Nash, pois os motoristas possuíam um incentivo de trocar sua estratégia para melhorar o tempo ao chegar no ponto A.

Nesta dinâmica, o paradoxo de Braess se manifesta: a introdução de uma nova rota que é melhor do ponto de vista individual, força uma mudança de comportamento coletiva, movendo o sistema de um equilíbrio eficiente para um estado pior.

3.2 O paradoxo de Braess em sistemas de distribuição de energia elétrica com operação malhada

A análise pode ser estendida para buscar compreender o comportamento de sistemas de distribuição ao considerar a operação malhada. Para o problema de RSDEE, é consenso que ao se adicionar novos circuitos ao sistema radial, obtém-se configurações malhadas e as perdas são reduzidas. Isto porque intuitivamente a capacidade do sistema é aumentada, permitindo que a energia flua mais facilmente de um ponto a outro. Considerando essa hipótese, teoricamente a configuração totalmente malhada seria a melhor topologia ao considerar o valor de perdas. No entanto, isso nem sempre é verdade, como demonstra o trabalho de Ritter (2014), em que a reconfiguração considera a operação malhada para reduzir perdas de energia e os resultados mostram que uma configuração intermediária é a melhor solução e não a configuração totalmente malhada. No trabalho de Macedo *et al.* (2021), a reconfiguração considera a operação malhada para maximizar a capacidade de hospedagem fotovoltaica no sistema e os resultados mostram que uma configuração intermediária apresenta melhor desempenho para resolver o problema.

Esses resultados reforçam a ocorrência do paradoxo de Braess ao se considerar o fechamento de laços nos sistemas de distribuição. Algumas hipóteses para explicar esse fenômeno são:

- Adicionar novos circuitos fechados ao sistema aumenta a capacidade do sistema em cumprir a Lei Kirchhoff das correntes;
- Adicionar novos circuitos ao sistema ocasiona a formação de novos laços e a Lei de Kirchhoff para as tensões deve ser satisfeita em todos os laços, tornando o problema mais restrito;
- Se há casos em que a abertura de um circuito resulta em melhoraria na capacidade de transferência de potência quando laços problemáticos são eliminados do sistema (Flores; Macedo; Romero, 2021), conclui-se que fechar circuitos que geram laços problemáticos no sistema, ocasiona piora na capacidade do sistema e consequentemente piora na solução e aumento das perdas.

Dessa forma, ao fechar circuitos e formar laços no sistema, a obrigatoriedade da rede em cumprir a Lei de Kirchhoff para as tensões pode restringir os valores de algumas das variáveis de otimização, tornando o problema mais restrito enquanto a capacidade de cumprir a Lei de Kirchhoff das correntes aumenta. Neste contexto, há um ganho de otimização se o benefício proporcionado pelo aumento da capacidade de cumprir a lei das correntes for maior que o aumento da dificuldade de cumprir a lei das tensões para laços problemáticos. Note que, mesmo que a capacidade de corrente dos circuitos não seja considerada, o fechamento de chaves leva à formação de laços, o que implica a necessidade de atender à Lei de Kirchhoff para as tensões em todos os laços, tornando o problema mais restrito.

3.3 Análise de casos em sistemas de distribuição de energia elétrica

Nesta seção são realizadas análises de casos em sistemas de distribuição ilustrativos de pequeno porte, considerando a minimização de perdas ao resolver um problema de fluxo de potência. Utiliza-se a hipótese de que as restrições associadas à Lei de Kirchhoff para as tensões são as principais responsáveis pelo comportamento aparentemente atípico de aumento de perdas ao adicionar novos circuitos à operação radial, tornando-a malhada. A Lei de Kirchhoff para as tensões garante que a soma algébrica das quedas de tensão ao longo de cada um dos laços deve ser igual a zero.

3.3.1 Caso 1: Sistema de 3 barras

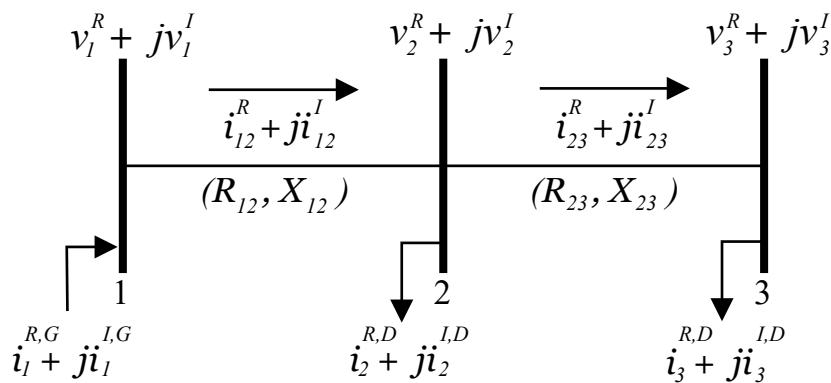
Em um sistema de distribuição de 3 barras, sendo uma barra de subestação, duas barras de carga e contendo duas linhas, deseja-se verificar o comportamento da rede em relação às perdas de energia quando os parâmetros das restrições de Lei de Kirchhoff para as tensões variam. Os dados completos do sistema estão na Tabela 2.

Tabela 2 - Caso 1 - Dados do sistema de 3 barras.

DADOS DE LINHAS					DADOS DE BARRAS		
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
1	1	2	0,125	0,25	1	0,00	0,00
2	2	3	0,125	0,25	2	0,00	0,00
					3	1,00	0,80

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 6 - Caso 1 - Sistema de 3 barras.



Fonte: Elaborado pela autora.

O valor de perdas desse sistema é de 4,15 kW. Conforme a Figura 6, é possível escrever o modelo de operação de forma explícita, considerando as equações referentes a Lei de Kirchhoff para as correntes, a Lei de Kirchhoff para as tensões e os cálculos das demandas de corrente nas barras, conforme (18)–(33).

$$i_{12}^R + i_1^{R,G} = i_1^{R,D} \quad (18)$$

$$i_{12}^R + i_{23}^R + i_2^{R,G} = i_2^{R,D} \quad (19)$$

$$i_{23}^R + i_3^{R,G} = i_3^{R,D} \quad (20)$$

$$i_{12}^I + i_1^{I,G} = i_1^{I,D} \quad (21)$$

$$i_{12}^I + i_{23}^I + i_2^{I,G} = i_2^{I,D} \quad (22)$$

$$i_{23}^I + i_3^{I,G} = i_3^{I,D} \quad (23)$$

$$v_1^R - v_2^R = R_{12} \cdot (i_{12}^R) - X_{12} \cdot (i_{12}^I) \quad (24)$$

$$v_2^R - v_3^R = R_{23} \cdot (i_{23}^R) - X_{23} \cdot (i_{23}^I) \quad (25)$$

$$v_1^I - v_2^I = R_{12} \cdot (i_{12}^I) + X_{12} \cdot (i_{12}^R) \quad (26)$$

$$v_2^I - v_3^I = R_{23} \cdot (i_{23}^I) + X_{23} \cdot (i_{23}^R) \quad (27)$$

$$i_1^{R,D} = 0 \quad (28)$$

$$i_2^{R,D} = 0 \quad (29)$$

$$i_3^{R,D} = \frac{1 \cdot (v_3^R) + 0,8 \cdot (v_3^I)}{(v_3^R)^2 + (v_3^I)^2} \quad (30)$$

$$i_1^{I,D} = 0 \quad (31)$$

$$i_2^{I,D} = 0 \quad (32)$$

$$i_3^{I,D} = \frac{1 \cdot (v_3^I) - 0,8 \cdot (v_3^R)}{(v_3^R)^2 + (v_3^I)^2} \quad (33)$$

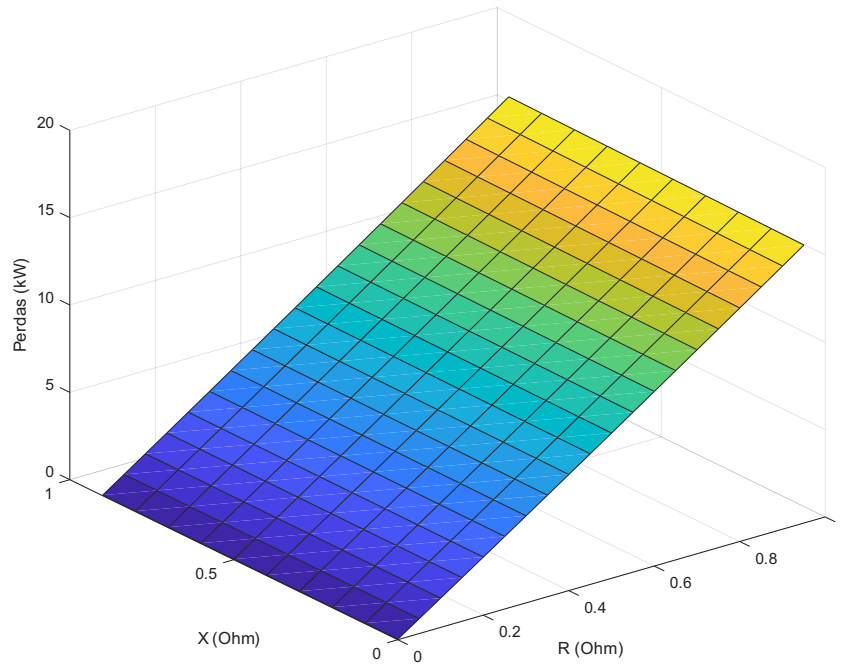
Todas as variáveis e todos os parâmetros do novo modelo já foram definidos anteriormente no Capítulo 2. Nesta análise, considera-se variar os valores da resistência e reatância equivalente das linhas 1 – 2 e 2 – 3, entre 0 Ω e 1 Ω nas restrições de Lei de Kirchhoff para as tensões. O comportamento das perdas frente a essa variação é exposto no gráfico da Figura 7.

Verifica-se que, à medida que o valor de resistência é reduzido nas restrições da Lei de Kirchhoff para as tensões, os valores de perdas do sistema também são reduzidos. Somente a resistência afeta o valor das perdas de forma significativa.

3.3.2 Caso 2: Sistema de 3 barras e 3 linhas

Para o sistema de distribuição de 3 barras da Seção 3.3.1, é adicionada uma nova linha entre as barras 1 – 3. Agora, o objetivo é verificar o comportamento da rede em relação às perdas de energia quando os valores de resistência e reatância apenas da linhas 1 – 3 variam. Os dados completos do sistema estão na Tabela 3.

Figura 7 - Caso 1 - Sistema de 3 barras: Perdas × Resistências × Reatâncias.



Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 3 - Caso 2 - Dados do sistema de 3 barras - 3 linhas.

DADOS DE LINHAS					DADOS DE BARRAS		
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
1	1	2	0,125	0,25	1	0,00	0,00
2	2	3	0,125	0,25	2	0,00	0,00
3	1	3	0,25	0,50	3	1,00	0,80

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme a Figura 8, é possível escrever o modelo de operação de forma explícita, considerando as restrições referentes a Lei de Kirchhoff para as correntes, a Lei de Kirchhoff para as tensões e as expressões de demandas de corrente nas barras, conforme, (34)–(51).

$$i_{12}^R + i_{13}^R + i_1^{R,G} = i_1^{R,D} \quad (34)$$

$$i_{12}^R + i_{23}^R + i_2^{R,G} = i_2^{R,D} \quad (35)$$

$$i_{13}^R + i_{23}^R + i_3^{R,G} = i_3^{R,D} \quad (36)$$

$$i_{12}^I + i_{13}^I + i_1^{I,G} = i_1^{I,D} \quad (37)$$

$$i_{12}^I + i_{23}^I + i_2^{I,G} = i_2^{I,D} \quad (38)$$

$$\dot{i}_{13}^I + \dot{i}_{23}^I + \dot{i}_3^{I,G} = \dot{i}_3^{I,D} \quad (39)$$

$$v_1^R - v_2^R = R_{12} \cdot (\dot{i}_{12}^R) - X_{12} \cdot (\dot{i}_{12}^I) \quad (40)$$

$$v_2^R - v_3^R = R_{23} \cdot (\dot{i}_{23}^R) - X_{23} \cdot (\dot{i}_{23}^I) \quad (41)$$

$$v_1^R - v_3^R = R_{13} \cdot (\dot{i}_{13}^R) - X_{13} \cdot (\dot{i}_{13}^I) \quad (42)$$

$$v_1^I - v_2^I = R_{12} \cdot (\dot{i}_{12}^I) + X_{12} \cdot (\dot{i}_{12}^R) \quad (43)$$

$$v_2^I - v_3^I = R_{23} \cdot (\dot{i}_{23}^I) + X_{23} \cdot (\dot{i}_{23}^R) \quad (44)$$

$$v_1^I - v_3^I = R_{13} \cdot (\dot{i}_{13}^I) + X_{13} \cdot (\dot{i}_{13}^R) \quad (45)$$

$$\dot{i}_1^{R,D} = 0 \quad (46)$$

$$\dot{i}_2^{R,D} = 0 \quad (47)$$

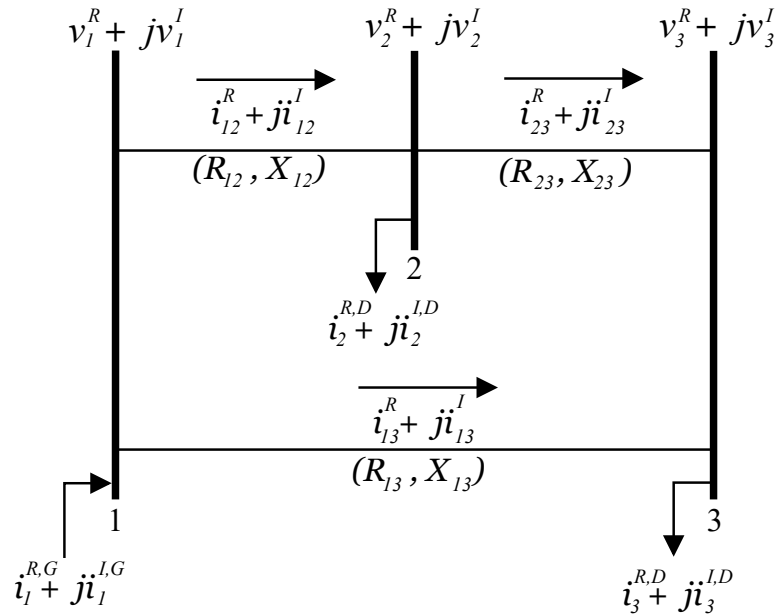
$$\dot{i}_3^{R,D} = \frac{1 \cdot (v_3^R) + 0,8 \cdot (v_3^I)}{(v_3^R)^2 + (v_3^I)^2} \quad (48)$$

$$\dot{i}_1^{I,D} = 0 \quad (49)$$

$$\dot{i}_2^{I,D} = 0 \quad (50)$$

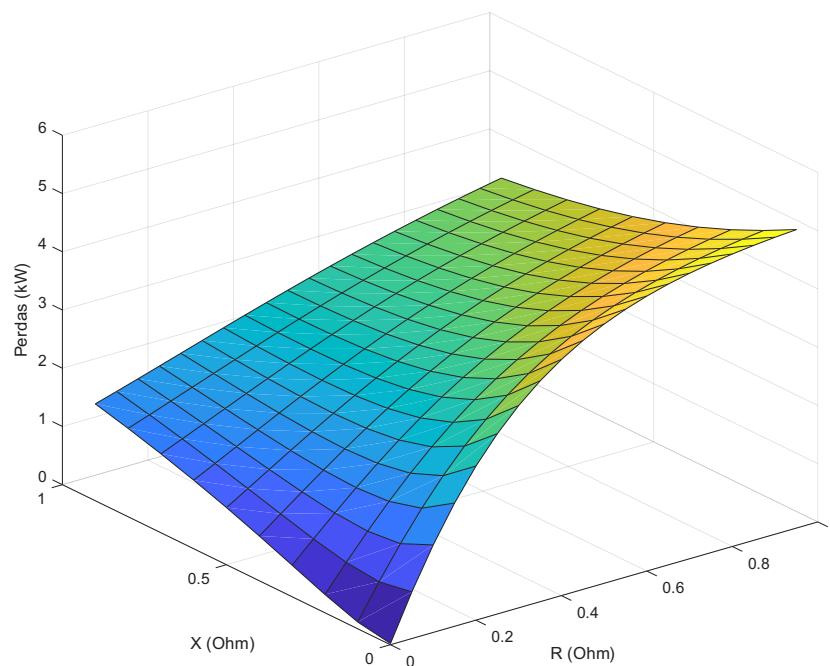
$$\dot{i}_3^{I,D} = \frac{1 \cdot (v_3^I) - 0,8 \cdot (v_3^R)}{(v_3^R)^2 + (v_3^I)^2} \quad (51)$$

Figura 8 - Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas.



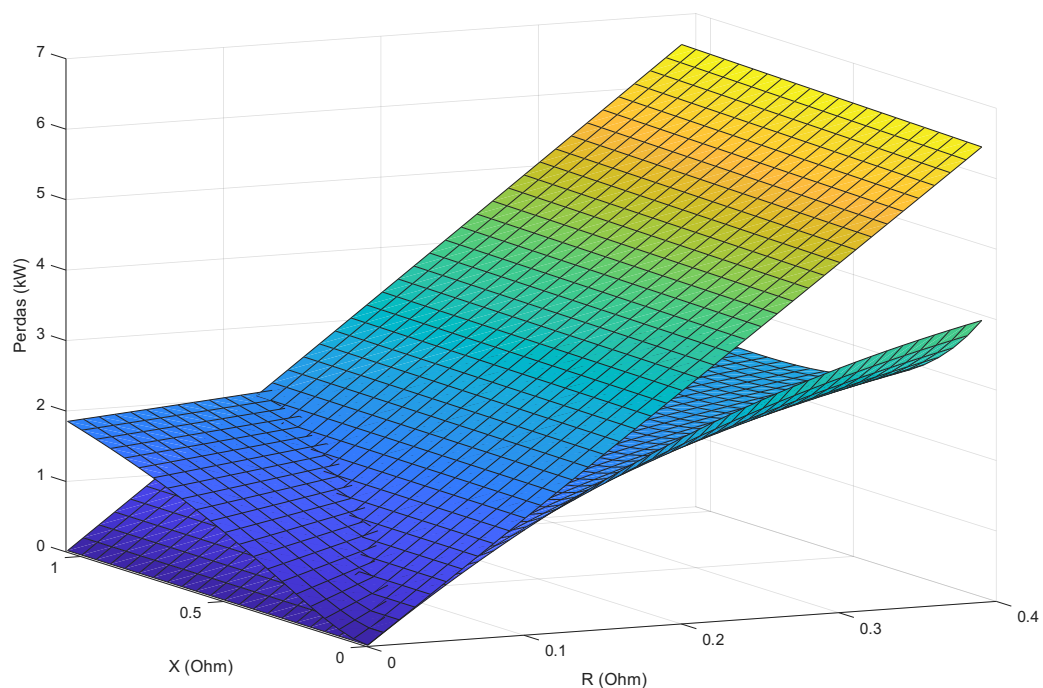
Fonte: Elaborado pela autora.

Todas as variáveis e todos os parâmetros do novo modelo já foram definidos anteriormente no Capítulo 2. Nesta análise considera-se variar os valores da resistência e reatância equivalente das linhas 1 – 3, entre 0 Ω e 1 Ω nas restrições de Lei de Kirchhoff para as tensões. O comportamento das perdas frente a essa variação é exposto no gráfico da Figura 9.

Figura 9 - Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias.

Fonte: Elaborado pela autora.

Verifica-se que, à medida que os valores de resistência e reatância são reduzidos nas restrições de Lei de Kirchhoff para as tensões, os valores de perdas do sistema também são reduzidos. Tanto a resistência quanto a reatância afetam a eficiência e a capacidade do sistema de distribuição de forma pronunciada.

Figura 10 - Sistemas de 3 barras - 3 linhas: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias.

Fonte: Elaborado pela autora.

O gráfico exposto na Figura 10 ilustra as duas curvas obtidas anteriormente para o sistema de 3 barras e para o sistema de 3 barras e 3 linhas, sobrepostas.

A Figura 10 deixa evidente que para alguns valores de R_{13} e X_{13} , os valores das perdas no sistema podem ser maiores que no caso anterior (nos pontos em que a superfície do Caso 2 está acima da superfície do Caso 1). Verifica-se, portanto, que adicionar circuitos ao sistema pode levar a um aumento nos valores das perdas.

3.3.2.1 Análise usando a impedância equivalente

Uma análise alternativa pode ser realizada considerando a impedância equivalente do sistema de 3 barras e 3 linhas.

Considera-se analisar o comportamento da impedância equivalente quando os valores de resistência e reatância das linhas em série, 1 – 2 e 2 – 3, são fixos, enquanto esses parâmetros variam na linha em paralelo, 1 – 3. As equações de impedância para as linhas são representadas pelas relações (52), (53) e (54). A relação (55) representa a impedância equivalente dessas linhas do sistema.

$$Z_{12} = R_{12} + jX_{12} \quad (52)$$

$$Z_{23} = R_{23} + jX_{23} \quad (53)$$

$$Z_{13} = R_{13} + jX_{13} \quad (54)$$

$$Z_{eq} = \frac{(Z_{12} + Z_{23}) \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} \quad (55)$$

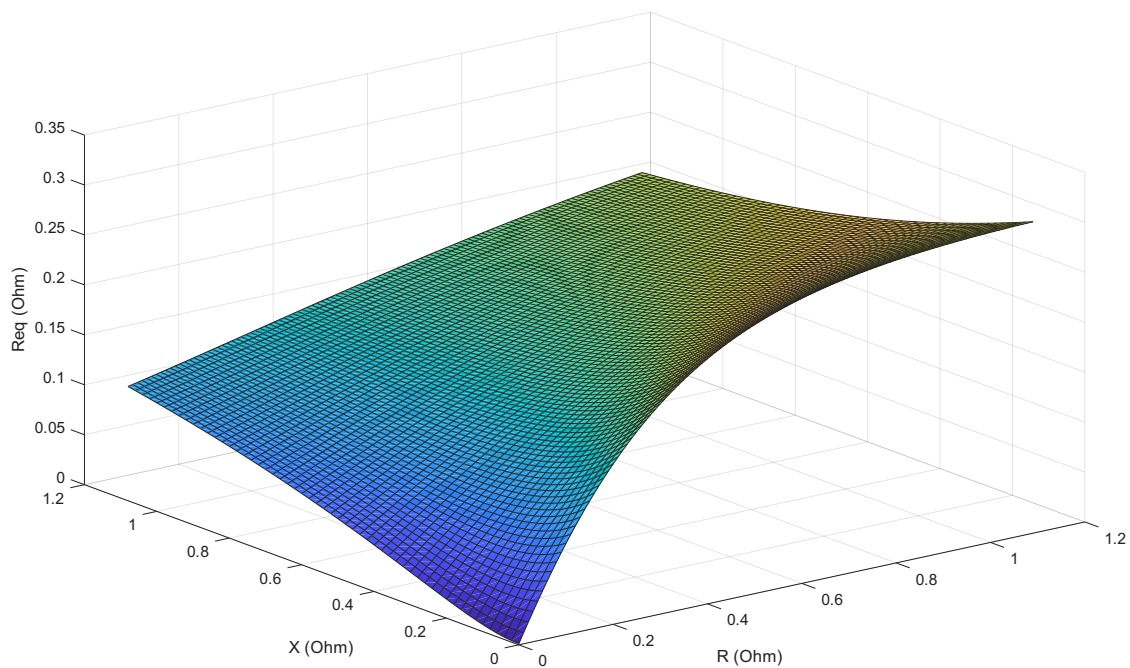
O gráfico da Figura 11 ajuda a compreender o comportamento da resistência equivalente, parte real da impedância equivalente, em função das resistências e reatâncias fixas da primeira linha, enquanto esses parâmetros variam na segunda linha do sistema. À medida que a resistência aumenta, R_{eq} também aumenta de forma não linear. O aumento de R_{eq} é mais rápido para valores baixos de resistência e desacelera conforme a resistência aumenta. A reatância também afeta resistência equivalente. Um aumento mais pronunciado em R_{eq} pode ser verificado para valores mais baixos de reatância.

O gráfico da Figura 12 ajuda a compreender o comportamento da reatância equivalente, parte imaginária da impedância equivalente, em função das resistências e reatâncias fixas nas linhas 1 – 2 e 2 – 3, enquanto esses parâmetros variam na linha 1 – 3 do sistema. À medida que a reatância aumenta, X_{eq} também aumenta de forma não linear. O aumento de X_{eq} é mais rápido para valores baixos de reatância e desacelera conforme a reatância aumenta.

Deve-se observar que as perdas irão depender tanto de R_{eq} quanto de X_{eq} , uma vez que

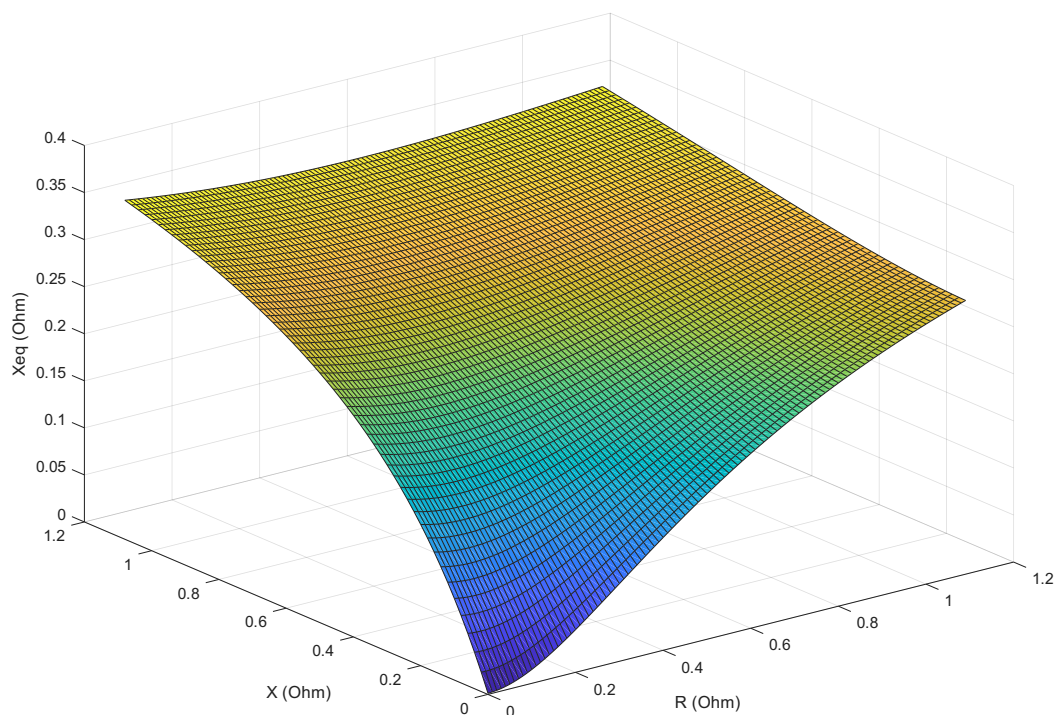
X_{eq} influencia na queda de tensão entre as barras. As curvas dos gráficos novamente deixam evidente que, a depender dos parâmetros das linhas do sistema elétrico em questão, operar o sistema com uma linha única pode levar a valores menores de perdas.

Figura 11 - Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas - Resistência equivalente.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 12 - Caso 2 - Sistema de 3 barras - 3 linhas - Reatância equivalente.



Fonte: Elaborado pela autora.

3.3.3 Caso 3: Sistema de 3 barras

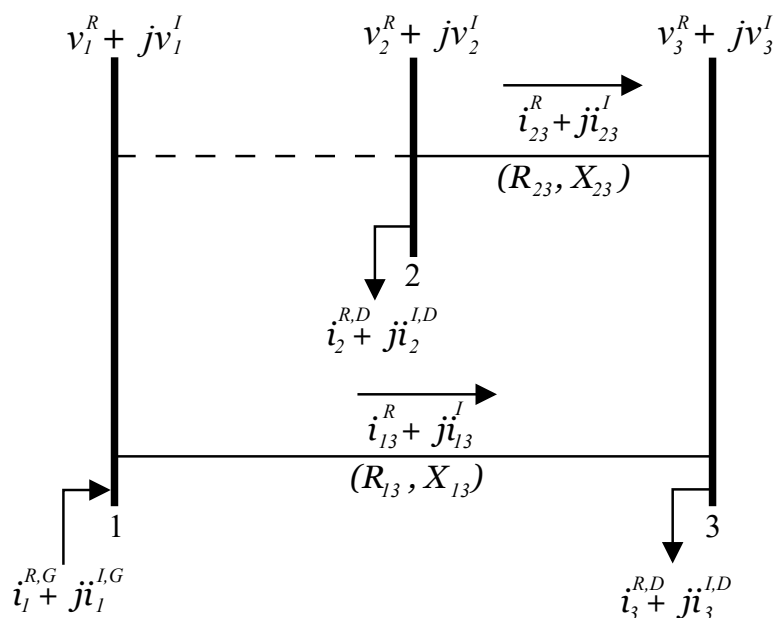
Em um sistema de distribuição de 3 barras, sendo uma barra de subestação, 2 barras de carga e 3 linhas, inicialmente deseja-se obter a melhor configuração radial ao resolver um problema de reconfiguração considerando a minimização de perdas ativas no sistema. Os dados completos do sistema estão na Tabela 4.

Tabela 4 - Caso 3 - Dados do sistema de 3 barras.

DADOS DE LINHAS					DADOS DE BARRAS		
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
1	1	2	0,22	0,25	1	0,00	0,00
2	1	3	0,1	0,50	2	0,60	0,15
3	2	3	0,44	0,66	3	0,80	0,05

Fonte: Elaborado pela autora.

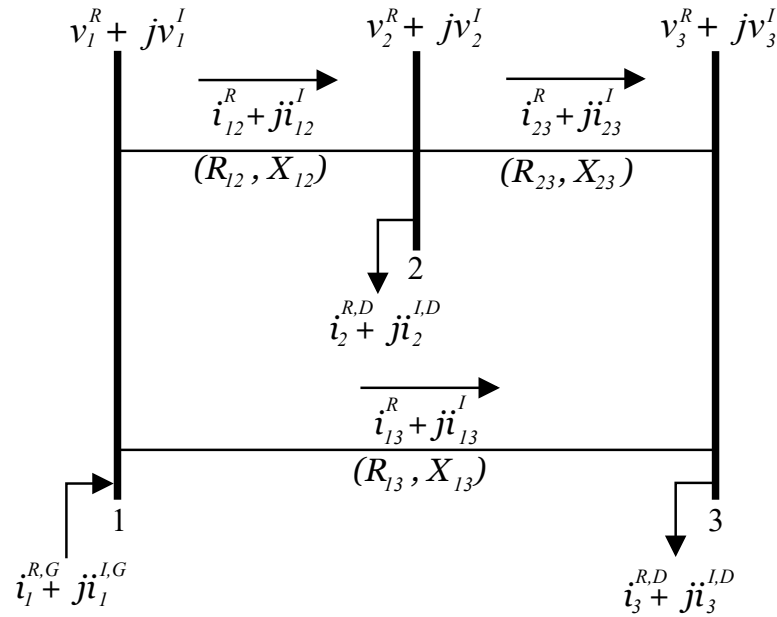
Figura 13 - Caso 3 - Sistema de 3 barras - Topologia radial.



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 13 expõe a topologia radial obtida com os circuitos 1 – 3 e 2 – 3 ativos e produz 3,72 kW de perdas. Deseja-se verificar o comportamento da rede quando o circuito 1 – 2 é conectado ao sistema tornado-o malhado, conforme observado na Figura 14.

Figura 14 - Caso 3 - Sistema de 3 barras - Topologia malhada.



Fonte: Elaborado pela autora.

Intuitivamente, a adição do circuito 1 – 2 causaria melhora na capacidade da rede, porém a nova configuração apresenta 4,61 kW de perdas e representa um aumento no valor de perdas quando comparada a configuração radial ótima. Neste caso, o aumento de perdas é resultante do laço problemático formado ao adicionar o circuito 1 – 2. A obrigatoriedade do sistema em cumprir as restrições referentes a Lei de Kirchhoff para as tensões em cada laço, supera o benefício do aumento da capacidade do sistema em cumprir a Lei de Kirchhoff para as correntes, causando a piora na operação.

Para ilustrar essa observação é possível escrever o modelo de operação de forma explícita para o sistema da Figura 14, considerando a Lei de Kirchhoff para as correntes, a Lei de Kirchhoff para as tensões e as restrições de demandas de corrente nas barras, conforme (56)–(73).

$$i_{12}^R + i_{13}^R + i_1^{R,G} = i_1^{R,D} \quad (56)$$

$$i_{12}^R + i_{23}^R + i_2^{R,G} = i_2^{R,D} \quad (57)$$

$$i_{13}^R + i_{23}^R + i_3^{R,G} = i_3^{R,D} \quad (58)$$

$$i_{12}^I + i_{13}^I + i_1^{I,G} = i_1^{I,D} \quad (59)$$

$$i_{12}^I + i_{23}^I + i_2^{I,G} = i_2^{I,D} \quad (60)$$

$$i_{13}^I + i_{23}^I + i_3^{I,G} = i_3^{I,D} \quad (61)$$

$$v_1^R - v_2^R = R_{12} \cdot (i_{12}^R) - X_{12} \cdot (i_{12}^I) \quad (62)$$

$$v_1^R - v_3^R = R_{13} \cdot (i_{13}^R) - X_{13} \cdot (i_{13}^I) \quad (63)$$

$$v_2^R - v_3^R = R_{23} \cdot (i_{23}^R) - X_{23} \cdot (i_{23}^I) \quad (64)$$

$$v_1^I - v_2^I = R_{12} \cdot (i_{12}^I) + X_{12} \cdot (i_{12}^R) \quad (65)$$

$$v_1^I - v_3^I = R_{13} \cdot (i_{13}^I) + X_{13} \cdot (i_{13}^R) \quad (66)$$

$$v_2^I - v_3^I = R_{23} \cdot (i_{23}^I) + X_{23} \cdot (i_{23}^R) \quad (67)$$

$$i_1^{R,D} = 0 \quad (68)$$

$$i_2^{R,D} = \frac{0,6 \cdot v_2^R + 0,15 \cdot v_2^I}{v_2^{R^2} + v_2^{I^2}} \quad (69)$$

$$i_3^{R,D} = \frac{0,8 \cdot v_3^R + 0,05 \cdot v_3^I}{v_3^{R^2} + v_3^{I^2}} \quad (70)$$

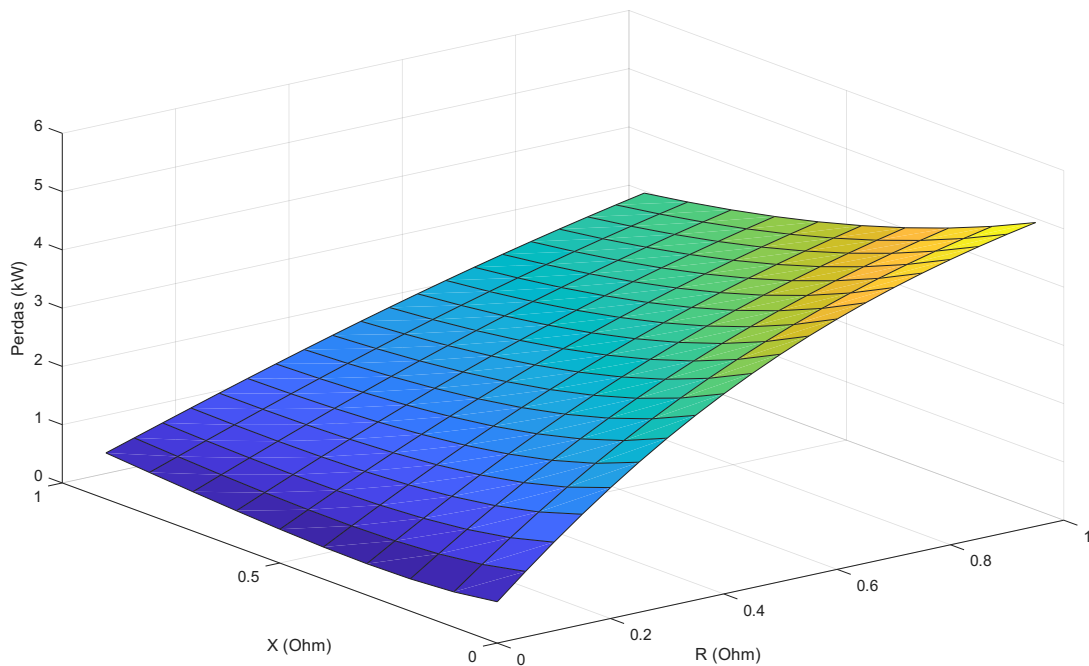
$$i_1^{I,D} = 0 \quad (71)$$

$$i_2^{I,D} = \frac{0,6 \cdot v_2^I - 0,15 \cdot v_2^R}{v_2^{R^2} + v_2^{I^2}} \quad (72)$$

$$i_3^{I,D} = \frac{0,8 \cdot v_3^I - 0,05 \cdot v_3^R}{v_3^{R^2} + v_3^{I^2}} \quad (73)$$

Resolve-se problemas de fluxo de potência variando a resistência e a reatância do circuito 1 – 2 que formou o laço problemático no sistema. Os valores variam entre 0 Ω e 1 Ω , com acréscimos de 0,1 Ω . O gráfico exposto na Figura 15 ilustra o comportamento das perdas em relação a essas variações. Nota-se que a depender dos valores dos parâmetros da linha 1 – 2, as perdas no sistema podem ser maiores que no caso em que essa linha não está operando.

Figura 15 - Caso 3 - Sistema de 3 barras: Perdas $\times$ Resistências $\times$ Reatâncias.



Fonte: Elaborado pela autora.

Adicionalmente, ao trabalhar com o sistema radial da Figura 13, em que o laço problemático não existe, o modelo que possui as relações (74)–(89), apresenta melhor valor de perdas, menor número de restrições e variáveis. Mesmo perdendo, teoricamente, a capacidade de atender a carga com o desligamento da linha, há uma redução no valor das perdas.

$$i_{13}^R + i_1^{R,G} = i_1^{R,D} \quad (74)$$

$$i_{23}^R + i_2^{R,G} = i_2^{R,D} \quad (75)$$

$$i_{13}^R + i_{23}^R + i_3^{R,G} = i_3^{R,D} \quad (76)$$

$$i_{13}^I + i_1^{I,G} = i_1^{I,D} \quad (77)$$

$$i_{23}^I + i_2^{I,G} = i_2^{I,D} \quad (78)$$

$$i_{13}^I + i_{23}^I + i_3^{I,G} = i_3^{I,D} \quad (79)$$

$$v_1^R - v_3^R = R_{13} \cdot (i_{13}^R) - X_{13} \cdot (i_{13}^I) \quad (80)$$

$$v_2^R - v_3^R = R_{23} \cdot (i_{23}^R) - X_{23} \cdot (i_{23}^I) \quad (81)$$

$$v_1^I - v_3^I = R_{13} \cdot (i_{13}^R) + X_{13} \cdot (i_{13}^I) \quad (82)$$

$$v_2^I - v_3^I = R_{23} \cdot (i_{23}^R) + X_{23} \cdot (i_{23}^I) \quad (83)$$

$$i_1^{R,D} = 0 \quad (84)$$

$$i_2^{R,D} = \frac{0,6 \cdot v_2^R + 0,15 \cdot v_2^I}{v_2^{R^2} + v_2^{I^2}} \quad (85)$$

$$i_3^{R,D} = \frac{0,8 \cdot v_3^R + 0,05 \cdot v_3^I}{v_3^{R^2} + v_3^{I^2}} \quad (86)$$

$$i_1^{I,D} = 0 \quad (87)$$

$$i_2^{I,D} = \frac{0,6 \cdot v_2^I - 0,15 \cdot v_2^R}{v_2^{R^2} + v_2^{I^2}} \quad (88)$$

$$i_3^{I,D} = \frac{0,8 \cdot v_3^I - 0,05 \cdot v_3^R}{v_3^{R^2} + v_3^{I^2}} \quad (89)$$

3.3.4 Caso 4: Sistema de 5 barras

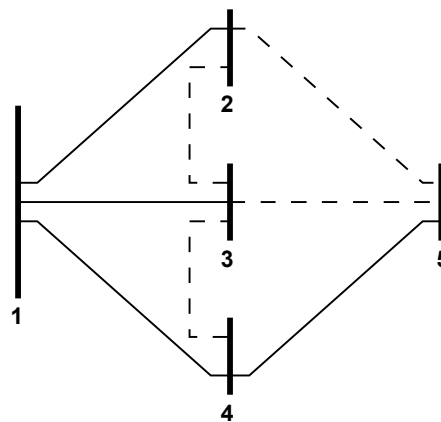
Em um sistema de distribuição de 5 barras, sendo uma barra de subestação, 4 barras de carga e 8 linhas, deseja-se obter a melhor configuração radial ao resolver um problema de reconfiguração considerando a minimização de perdas ativas no sistema. Os dados completos do sistema estão na Tabela 5.

Tabela 5 - Caso 4 - Dados do sistema de 5 barras.

DADOS DE LINHA					DADOS DE BARRAS		
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)
1	1	2	0,21	0,25	1	0,00	0,00
2	1	3	0,44	0,22	2	0,20	0,10
3	1	4	0,15	0,58	3	0,80	0,30
4	2	3	0,15	0,10	4	0,30	0,05
5	2	5	0,33	0,66	5	0,80	0,40
6	3	4	0,55	0,15			
7	3	5	0,30	0,62			
8	4	5	0,22	0,28			

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 16 - Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia radial.

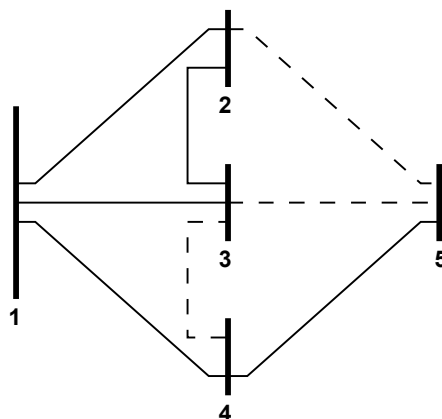


Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 16 expõe a topologia radial obtida com os circuitos 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4 e 4 – 5 ativos e produz 3,21 kW de perdas. Deseja-se verificar o comportamento da rede quando um circuito adicional é conectado, conforme observado na Figura 17. A nova configuração produz 2,65 kW de perdas ao fechar o circuito 2 – 3, uma redução no valor de perdas quando comparado à topologia radial.

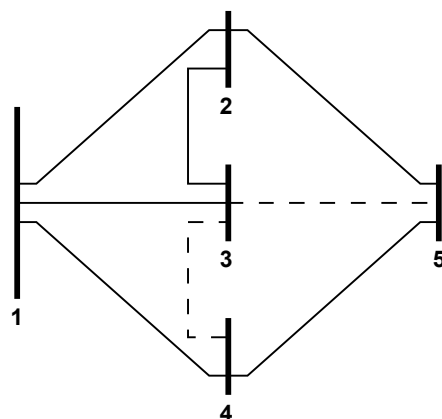
Considera-se conectar outro circuito ao sistema, obtendo-se a configuração exposta na Figura 18. A nova configuração produz 2,50 kW de perdas ao fechar o circuito 2 – 5. Analogamente a configuração obtida anteriormente, ao conectar mais uma linha houve uma redução no valor de perdas.

Figura 17 - Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do primeiro circuito.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 18 - Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do segundo circuito.



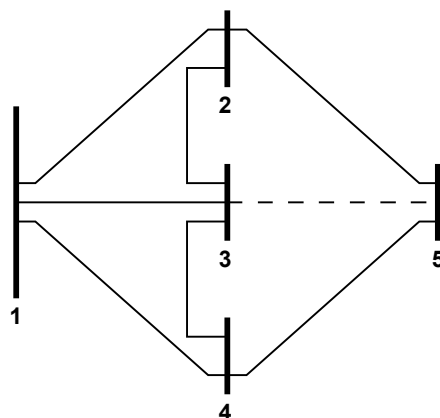
Fonte: Elaborado pela autora.

Ao se conectar um circuito adicional, é obtida a configuração exposta na Figura 19. A nova configuração produz 2,60 kW de perdas ao se fechar o circuito 3 – 4, apresentando aumento no valor de perdas quando comparada a configuração obtida anteriormente.

Ao considerar o sistema com todos os circuitos operando, é obtida a configuração exposta na Figura 20 com 2,68 kW de perdas. A configuração é totalmente malhada e apresenta aumento de perdas quando comparada a configuração obtida anteriormente.

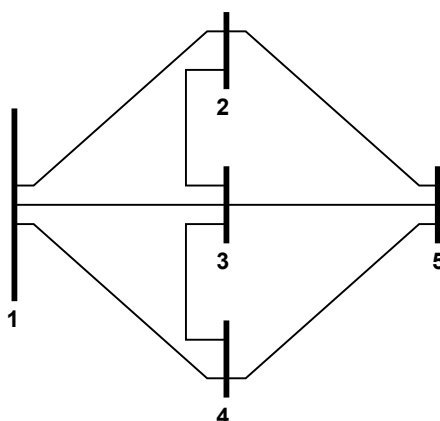
Apesar das configurações que contêm mais circuitos ativos apresentarem aumento no valor de perdas quando comparadas às configurações obtidas anteriormente a elas, ainda apresentam valores de perdas menores que a melhor configuração radial do sistema. Pode-se dizer então que uma configuração intermediária seria a ideal considerando a minimização de perdas no sistema, conforme já foi discutido em Ritter (2014) e Macedo *et al.* (2021).

Figura 19 - Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do terceiro circuito.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 20 - Caso 4 - Sistema de 5 barras - Topologia com fechamento do quarto circuito.



Fonte: Elaborado pela autora.

4 MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO OPERAÇÃO MALHADA

Este capítulo detalha a formulação matemática utilizada para o problema de RSDEE. Inicialmente, apresenta-se um modelo de PNLIM, cujas restrições não lineares são sistematicamente linearizadas para compor o modelo base de PLIM que fundamenta as análises deste trabalho. Em seguida, são apresentados sete conjuntos de restrições de controle de topologia, originalmente propostos para garantir a operação radial das redes. É proposta a modificação de cinco desses conjuntos, adaptando-os para que o modelo possa operar de forma flexível tanto com topologias radiais quanto malhadas. A metodologia de análise consiste em incorporar cada um dos cinco conjuntos de restrições individualmente ao modelo base. Cada um dos modelos resultantes é então submetido a testes em sistemas de 14, 33, 84, 136 e 415 barras. Essa abordagem, além de permitir a análise comparativa de desempenho entre os conjuntos de restrições de controle de topologia, demonstra como o fechamento de novos circuitos pode, contraintuitivamente, impactar a performance do sistema, evidenciando o Paradoxo de Braess em sistemas de distribuição de energia elétrica.

4.1 Modelo de programação não linear inteira mista para o problema de reconfiguração

Neste capítulo, o modelo matemático do problema de RSDEE, apresentado no Capítulo 2, é retomado com o objetivo de aprimorar sua eficiência computacional. Para garantir a clareza das modificações que serão introduzidas, as premissas fundamentais da formulação são aqui reapresentadas. Portanto, para o modelo PNLIM, mantêm-se as seguintes suposições de Franco *et al.* (2013):

- As cargas do sistema são modeladas como demandas de potência constante;
- A operação em regime permanente do sistema é representada em termos de partes reais e imaginárias da tensão e da corrente;
- A operação do sistema trifásico é considerada simétrica e modelado através de sua rede de sequência positiva.

Partindo desta base, as restrições, que incluem as modificações para o aprimoramento do modelo, são formuladas conforme em (90)–(108):

$$\text{minimizar } f = \sum_{ij \in \Omega_L} R_{ij} \cdot [(\bar{i}_{ij}^{R+} + \bar{i}_{ij}^{R-})^2 + (\bar{i}_{ij}^{I+} + \bar{i}_{ij}^{I-})^2] \quad (90)$$

s.a.:

$$\sum_{ki \in \Omega_L} (\bar{i}_{ki}^{R+} - \bar{i}_{ki}^{R-}) - \sum_{ij \in \Omega_L} (\bar{i}_{ij}^{R+} - \bar{i}_{ij}^{R-}) + \bar{i}_i^{R,S} = \bar{i}_i^{R,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (91)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_L} (\bar{i}_{ki}^{I+} - \bar{i}_{ki}^{I-}) - \sum_{ij \in \Omega_L} (\bar{i}_{ij}^{I+} - \bar{i}_{ij}^{I-}) + \bar{i}_i^{I,S} = \bar{i}_i^{I,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (92)$$

$$v_i^R - v_j^R + b_{ij}^R = R_{ij} \cdot (\bar{i}_{ij}^{R+} - \bar{i}_{ij}^{R-}) - X_{ij} \cdot (\bar{i}_{ij}^{I+} - \bar{i}_{ij}^{I-}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (93)$$

$$v_i^I - v_j^I + b_{ij}^I = X_{ij} \cdot (\bar{i}_{ij}^{R+} - \bar{i}_{ij}^{R-}) + R_{ij} \cdot (\bar{i}_{ij}^{I+} - \bar{i}_{ij}^{I-}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (94)$$

$$\bar{i}_i^{R,D} = \frac{P_i^D \cdot v_i^R + Q_i^D \cdot v_i^I}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (95)$$

$$\bar{i}_i^{I,D} = \frac{P_i^D \cdot v_i^I - Q_i^D \cdot v_i^R}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (96)$$

$$(\bar{i}_{ij}^{R+} + \bar{i}_{ij}^{R-})^2 + (\bar{i}_{ij}^{I+} + \bar{i}_{ij}^{I-})^2 \leq (\bar{i}_{ij})^2 \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (97)$$

$$(\bar{v})^2 \leq (v_i^R)^2 + (v_i^I)^2 \leq (\bar{v})^2 \quad \forall i \in \Omega_B \quad (98)$$

$$|b_{ij}^R| \leq (\bar{v}^R - \underline{v}^R) \cdot (1 - (x_{ij}^+ + x_{ij}^-)) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (99)$$

$$|b_{ij}^I| \leq (\bar{v}^I - \underline{v}^I) \cdot (1 - (x_{ij}^+ + x_{ij}^-)) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (100)$$

$$0 \leq \bar{i}_{ij}^{R+} \leq \bar{i}_{ij} \cdot x_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (101)$$

$$0 \leq \bar{i}_{ij}^{R-} \leq \bar{i}_{ij} \cdot x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (102)$$

$$0 \leq \bar{i}_{ij}^{I+} \leq \bar{i}_{ij} \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (103)$$

$$0 \leq \bar{i}_{ij}^{I-} \leq \bar{i}_{ij} \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (104)$$

$$x_{ij}^+ + x_{ij}^- \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (105)$$

$$\bar{i}_{ij}^{I+}, \bar{i}_{ij}^{I-} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (106)$$

$$x_{ij}^+, x_{ij}^- \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (107)$$

$$(\text{Conjunto de restrições de controle de topologia}) \quad (108)$$

Na formulação (90)–(108) são utilizados os conjuntos Ω_L e Ω_B : o primeiro refere-se ao conjunto de linhas e o segundo refere-se ao conjunto de barras do sistema de distribuição.

Em (90) é apresentada a função objetivo para o problema para RSDEE para minimização de perdas de potência ativa do sistema de distribuição. As variáveis $\bar{i}_{ij}^{R+}$ e $\bar{i}_{ij}^{R-}$ representam a parte real da corrente no circuito ij de acordo com a direção da corrente e as variáveis $\bar{i}_{ij}^{I+}$ e $\bar{i}_{ij}^{I-}$ representam a parte imaginária da corrente no circuito ij de acordo com a direção da corrente. Os parâmetros R_{ij} e X_{ij} representam a resistência e a reatância no circuito ij .

As restrições (91) e (92) representam, respectivamente, as partes real e imaginária do ba-

lanço de corrente na barra i e impõem o cumprimento da Lei de Kirchhoff para correntes. As variáveis $i_i^{R,S}$ e $i_i^{I,S}$ representam as partes real e imaginária de injeção de corrente na barra de subestação, enquanto as variáveis $i_i^{R,D}$ e $i_i^{I,D}$ representam as partes real e imaginária da demanda de corrente pela carga na barra i .

As restrições (93) e (94) representam, respectivamente, as partes real e imaginária da queda de tensão nos circuitos e impõem as condições necessárias para cumprimento da Lei de Kirchhoff para tensões do sistema de distribuição. As variáveis v_i^R e v_i^I representam a parte real e imaginária da tensão na barra i e as variáveis b_{ij}^R e b_{ij}^I são variáveis auxiliares utilizadas para o cálculo da queda de tensão no circuito ij .

As correntes demandadas pelas cargas são determinadas nas restrições (95) e (96), em que P_i^D e Q_i^D são as demandas de potência ativa e reativa da carga para a barra i .

A restrição (97) representa o limite de capacidade de corrente em cada circuito ij . As variáveis binárias x_{ij}^+ e x_{ij}^- são as variáveis de decisão do problema e, dessa forma, representam o estado dos circuitos ij . Se x_{ij}^+ ou x_{ij}^- é igual a 1, o circuito ij está em operação. Se x_{ij}^+ e x_{ij}^- forem 0, o circuito ij não está em operação. A aplicação de duas variáveis binárias para representar o estado de operação dos circuitos torna possível limitar a direção do fluxo de corrente no circuito. A variável x_{ij}^+ é associada ao sentido direto e x_{ij}^- é associada ao sentido inverso em relação aos nós inicial e final do circuito ij .

A restrição (98) representa os limites de magnitude de tensão na barra i . As restrições (99) e (100) definem o estado das variáveis auxiliares b_{ij}^R e b_{ij}^I , que valem 0 se o circuito ij está em operação. A diferença dos parâmetros $\bar{v}^R$ e $\underline{v}^R$, $\bar{v}^I$ e $\underline{v}^I$ representam o grau de liberdade para b_{ij}^R e b_{ij}^I com a finalidade de deixar as restrições (93) e (94) folgadas quando o circuito ij está fora de operação.

As restrições (101) e (102) definem a direção da parte real da corrente, enquanto (103) e (104) definem a direção da parte imaginária da corrente, em função das variáveis binárias de decisão x_{ij}^+ e x_{ij}^- . A restrição (105) garante que a duplicação da direção da corrente (no sentido direto e no sentido inverso) não é permitida.

Em (106) é imposta a condição de não-negatividade para as variáveis $i_{ij}^{I,+}$ e $i_{ij}^{I,-}$. A natureza binária das variáveis de decisão do estado dos circuitos ij é dada por (107).

Em (108) a aplicação do conjunto de restrições de controle de topologia é implementada. A definição da topologia operacional do sistema, seja radial ou malhada, permite a escolha do conjunto de restrições conforme a modelagem desejada.

4.2 Linearização

No modelo de PNLIM da seção anterior, a função objetivo (90) é convexa quadrática e as restrições (95)–(98) são não lineares. Do ponto de vista de tempo computacional e da técnica de resolução do problema de otimização, é preferível utilizar um modelo linear. Logo, objetivando um melhor desempenho, as relações são linearizadas para obter um modelo de PLIM para resolução do problema de RSDEE.

4.2.1 Linearização das correntes demandadas pelas cargas

As restrições não lineares referentes às correntes de demanda (95) e (96) podem ser linearizadas por meio de uma aproximação baseada na expansão em série de Taylor, conforme proposto por Franco, Rider e Romero (2015), Lopez *et al.* (2017) e Puerta (2022):

$$g(v_i^R, v_i^I) = \frac{P_i^D \cdot v_i^R + Q_i^D \cdot v_i^I}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (109)$$

$$h(v_i^R, v_i^I) = \frac{P_i^D \cdot v_i^I - Q_i^D \cdot v_i^R}{(v_i^R)^2 + (v_i^I)^2} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (110)$$

$$i_i^{R,D} \approx \tilde{g} + \left. \frac{\partial g}{\partial v_i^R} \right|_* (v_i^R - \tilde{v}_i^R) + \left. \frac{\partial g}{\partial v_i^I} \right|_* (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (111)$$

$$i_i^{I,D} \approx \tilde{h} + \left. \frac{\partial h}{\partial v_i^R} \right|_* (v_i^R - \tilde{v}_i^R) + \left. \frac{\partial h}{\partial v_i^I} \right|_* (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (112)$$

As restrições (109) e (110) apresentam outra forma de escrever a relação entre potência, tensão e corrente para as cargas, em que g e h são funções não lineares das partes real e imaginária da tensão. Como a magnitude da tensão em um sistema de distribuição tem uma faixa de variação relativamente pequena e limitada, (109) e (110) podem ser linearizadas através de uma aproximação baseada na expansão da série de Taylor em torno de um ponto de operação estimado $\tilde{v}_i^R$ e $\tilde{v}_i^I$. As restrições (111) e (112) representam as funções auxiliares obtidas do lado direito de (109) e (110) e são os termos de primeira ordem da expansão. As restrições linearizadas referentes a demanda de corrente real e imaginária das cargas podem ser reescritas como (113) e (114):

$$i_i^{R,D} = \frac{P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R + Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^I}{(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2} + \frac{P_i^D \cdot [(\tilde{v}_i^I)^2 - (\tilde{v}_i^R)^2] - 2Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2]^2} (v_i^R - \tilde{v}_i^R) +$$

$$\frac{Q_i^D \cdot \left[(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2 \right] - 2P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{\left[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2 \right]^2} (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (113)$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_i^{I,D} = & \frac{P_i^D \cdot \tilde{v}_i^I - Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R}{(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2} + \\ & \frac{Q_i^D \left[(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2 \right] - 2P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{\left[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2 \right]^2} (v_i^R - \tilde{v}_i^R) + \\ & \frac{P_i^D \left[(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2 \right] + 2Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{\left[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2 \right]^2} (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (114)$$

A aproximação apresenta um erro relativamente pequeno, pois as magnitudes de tensão em cada barra são limitadas por um intervalo estreito. Os valores estimados $\tilde{v}^R$ e $\tilde{v}^I$, podem ser selecionados por um fluxo de carga inicial, utilizando o histórico de dados ou valores atribuídos pelo operador do sistema.

4.2.2 Linearização da restrição de limites de corrente

As relações não lineares (90) e (97) contém dois termos quadráticos que representam a magnitude das correntes em cada ramo ij . A aproximação dessas relações é dada por Franco *et al.* (2013) e, para que seja realizada, primeiramente atribuí-se os termos quadráticos das partes real e imaginária à uma variável $\dot{i}_{ij}^{sq}$, conforme (115):

$$\dot{i}_{ij}^{sq} = (\dot{i}_{ij}^{R+} + \dot{i}_{ij}^{R-})^2 + (\dot{i}_{ij}^{I+} + \dot{i}_{ij}^{I-})^2 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (115)$$

Os termos quadráticos de (115) são linearizados com (116)–(120), conforme exposto na Figura 21 de Franco *et al.* (2013).

$$\dot{i}_{ij}^{sq} = \sum_{n=1}^{N^R} M_{ij,n}^R \cdot \Delta_{ij,n}^R + \sum_{n=1}^{N^I} M_{ij,n}^I \cdot \Delta_{ij,n}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (116)$$

$$\dot{i}_{ij}^{R+} + \dot{i}_{ij}^{R-} = \sum_{n=1}^{N^R} \Delta_{ij,n}^R \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (117)$$

$$\dot{i}_{ij}^{I+} + \dot{i}_{ij}^{I-} = \sum_{n=1}^{N^I} \Delta_{ij,n}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (118)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,n}^R \leq \bar{\Delta}_{ij}^R, \quad n = 1 \dots N^R, \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (119)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,n}^I \leq \bar{\Delta}_{ij}^I, \quad n = 1 \dots N^I, \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (120)$$

em que os parâmetros são definidos por:

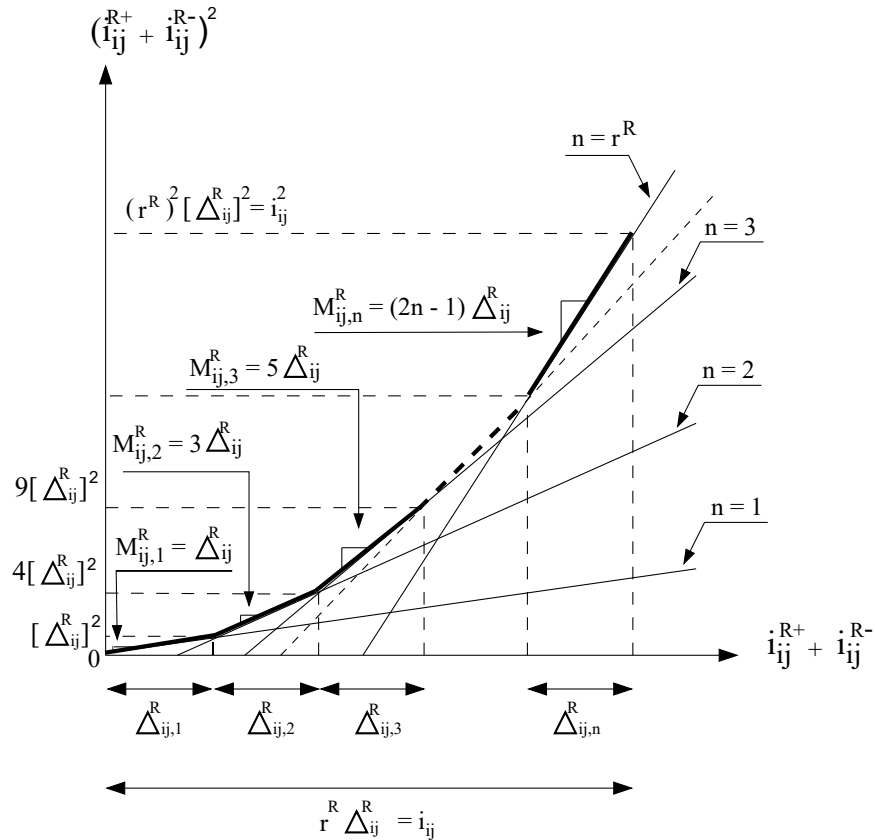
$$M_{ij,n}^{R+} = (2n - 1) \cdot \bar{\Delta}_{ij}^R \quad n = 1 \dots N^R, \quad \forall ij \in \Omega_L$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^R = \frac{\bar{i}^{ij}}{N^R} \quad \forall ij \in \Omega_L$$

$$M_{ij,n}^{I+} = (2n - 1) \cdot \bar{\Delta}_{ij}^I \quad n = 1 \dots N^I, \quad \forall ij \in \Omega_L$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^I = \frac{\bar{i}^{ij}}{N^I} \quad \forall ij \in \Omega_L$$

Figura 21 - Modelagem linear por partes da função quadrática.



Fonte: Adaptado de Franco *et al.* (2013).

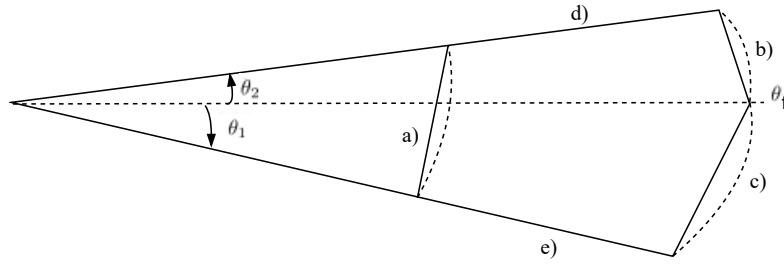
As relações (116)–(120) são as expressões linearizadas de i_{ij}^{sq} . A restrição (116) é a aproxi-

mação linear do quadrado da magnitude de corrente no circuito ij . As restrições (117) e (118) representam a parte real e imaginária da corrente como sendo iguais à soma dos valores em cada bloco de discretização. Já as restrições (119) e (120) impõem os limites da contribuição desses blocos de discretização em que $M_{ij,n}^{R+}$, $M_{ij,n}^{I+}$, $\bar{\Delta}_{ij}^R$ e $\bar{\Delta}_{ij}^I$ são parâmetros e $\Delta_{ij,n}^R$, $\Delta_{ij,n}^I$ são variáveis desses blocos. N^R e N^I são o número de blocos da linearização para a parte real e imaginária da corrente.

4.2.3 Linearização da restrição de limites de tensão

A restrição não linear que representa os limites de magnitude de tensão nas barras (98), pode ser linearizada com base no fato de que a variação do ângulo de fase em torno da tensão de referência tem um intervalo pequeno (Franco; Rider; Romero, 2015). A restrição (98) pode ser representada pelas restrições lineares (121)–(125) e estão relacionadas às linhas a)–e), respectivamente, de acordo com a Figura (22).

Figura 22 - Linearização dos limites de tensão.



Fonte: Adaptado de Franco, Rider e Romero (2015).

$$\underline{v}^R \leq v_i^R \leq \bar{v}^R \quad \forall i \in \Omega_B \quad (121)$$

$$\underline{v}^I \leq v_i^I \leq \bar{v}^I \quad \forall i \in \Omega_B \quad (122)$$

$$v_i^I \leq \frac{\sin(\theta_2) - \sin(-\theta_1)}{\cos(\theta_2) - \cos(-\theta_1)} (v_i^R - \underline{v} \cdot \cos(\theta_2)) + \underline{v} \cdot \sin(\theta_2) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (123)$$

$$v_i^I \leq v_i^R \cdot \tan(\theta_2) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (124)$$

$$v_i^I \geq v_i^R \cdot \tan(-\theta_1) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (125)$$

4.3 Modelo de programação linear inteira mista para o problema de reconfiguração

O modelo de PLIM proposto para a resolução do problema de RSDEE é apresentado nesta seção. As restrições linearizadas na seção anterior são utilizadas para compor o modelo proposto em (126)–(154):

$$\text{minimizar } f = \sum_{ij \in \Omega_L} R_{ij} \cdot i_{ij}^{sq} \quad (126)$$

s.a.:

$$\sum_{ki \in \Omega_L} (i_{ki}^{R+} - i_{ki}^{R-}) - \sum_{ij \in \Omega_L} (i_{ij}^{R+} - i_{ij}^{R-}) + i_i^{R,S} = i_i^{R,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (127)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_L} (i_{ki}^{I+} - i_{ki}^{I-}) - \sum_{ij \in \Omega_L} (i_{ij}^{I+} - i_{ij}^{I-}) + i_i^{I,S} = i_i^{I,D} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (128)$$

$$v_i^R - v_j^R + b_{ij}^R = R_{ij}(i_{ij}^{R+} - i_{ij}^{R-}) - X_{ij}(i_{ij}^{I+} - i_{ij}^{I-}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (129)$$

$$v_i^I - v_j^I + b_{ij}^I = X_{ij}(i_{ij}^{R+} - i_{ij}^{R-}) + R_{ij}(i_{ij}^{I+} - i_{ij}^{I-}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (130)$$

$$\begin{aligned} i_i^{R,D} = & \frac{P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R + Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^I}{(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2} + \\ & \frac{P_i^D \cdot [(\tilde{v}_i^I)^2 - (\tilde{v}_i^R)^2] - 2Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2]^2} (v_i^R - \tilde{v}_i^R) + \\ & \frac{Q_i^D \cdot [(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2] - 2P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2]^2} (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (131)$$

$$\begin{aligned} i_i^{I,D} = & \frac{P_i^D \cdot \tilde{v}_i^I - Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R}{(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2} + \\ & \frac{Q_i^D [(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2] - 2P_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2]^2} (v_i^R - \tilde{v}_i^R) + \\ & \frac{P_i^D [(\tilde{v}_i^R)^2 - (\tilde{v}_i^I)^2] + 2Q_i^D \cdot \tilde{v}_i^R \cdot \tilde{v}_i^I}{[(\tilde{v}_i^R)^2 + (\tilde{v}_i^I)^2]^2} (v_i^I - \tilde{v}_i^I) \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_B \quad (132)$$

$$i_{ij}^{sq} = \sum_{n=1}^{N^R} M_{ij,n}^R \cdot \Delta_{ij,n}^R + \sum_{n=1}^{N^I} M_{ij,n}^I \cdot \Delta_{ij,n}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (133)$$

$$i_{ij}^{R+} + i_{ij}^{R-} = \sum_{n=1}^{N^R} \Delta_{ij,n}^R \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (134)$$

$$i_{ij}^{I+} + i_{ij}^{I-} = \sum_{n=1}^{N^I} \Delta_{ij,n}^I \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (135)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,n}^R \leq \bar{\Delta}_{ij}^R, \quad n = 1 \dots N^R, \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (136)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,n}^I \leq \bar{\Delta}_{ij}^I, \quad n = 1 \dots N^I, \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (137)$$

$$\underline{v}^R \leq v_i^R \leq \bar{v}^R \quad \forall i \in \Omega_B \quad (138)$$

$$\underline{v}^I \leq v_i^I \leq \bar{v}^I \quad \forall i \in \Omega_B \quad (139)$$

$$v_i^I \leq \frac{\sin(\theta_2) - \sin(-\theta_1)}{\cos(\theta_2) - \cos(-\theta_1)} (v_i^R - \underline{v} \cdot \cos(\theta_2)) + \underline{v} \cdot \sin(\theta_2) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (140)$$

$$v_i^I \leq v_i^R \cdot \tan(\theta_2) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (141)$$

$$v_i^I \geq v_i^R \cdot \tan(-\theta_1) \quad \forall i \in \Omega_B \quad (142)$$

$$|b_{ij}^R| \leq (\bar{v}^R - \underline{v}^R) \cdot [1 - (x_{ij}^+ + x_{ij}^-)] \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (143)$$

$$|b_{ij}^I| \leq (\bar{v}^I - \underline{v}^I) \cdot [1 - (x_{ij}^+ + x_{ij}^-)] \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (144)$$

$$\dot{i}_{ij}^{sq} \leq \bar{i}_{ij}^2 \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (145)$$

$$0 \leq \dot{i}_{ij}^{R+} \leq \bar{i}_{ij} \cdot x_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (146)$$

$$0 \leq \dot{i}_{ij}^{R-} \leq \bar{i}_{ij} \cdot x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (147)$$

$$0 \leq \dot{i}_{ij}^{I+} \leq \bar{i}_{ij} \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (148)$$

$$0 \leq \dot{i}_{ij}^{I-} \leq \bar{i}_{ij} \cdot (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (149)$$

$$x_{ij}^+ + x_{ij}^- \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (150)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_L} x_{ji}^+ + \sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij}^- \geq 1 \quad \forall i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S \quad (151)$$

$$\dot{i}_{ij}^{I+}, \dot{i}_{ij}^{I-} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (152)$$

$$x_{ij}^+, x_{ij}^- \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (153)$$

$$(\text{Conjunto de restrições de controle de topologia}) \quad (154)$$

A função objetivo (126) considera a minimização de perdas ativas e substitui a equação (90). As restrições (127) e (128) impõem o cumprimento da Lei de Kirchhoff para correntes e, dessa forma, representam o balanço das partes real e imaginária da corrente na barra i . As restrições (129) e (130) impõem o cumprimento da Lei de Kirchhoff para as tensões em cada malha do sistema e representam a queda de tensão nos circuitos. As correntes demandadas pelas cargas são determinadas pelas restrições (131) e (132), substituindo as restrições (95) e (96).

O conjunto de restrições (133)–(137) impõe o limite de capacidade de corrente nos circuitos, substituindo a restrição (97). As restrições (138)–(142) representam os limites de magnitude de tensão na barra i , substituindo a restrição (98). As relações (143) e (144) definem o estado das variáveis auxiliares b_{ij}^R e b_{ij}^I que atuam para as restrições (129) e (130). O limite de corrente em cada circuito ij é imposto pelo conjunto de restrições (145)–(149) e a restrição (150) impede a duplicação da direção da corrente, ou seja, só é permitida a corrente no sentido direto ou no sentido inverso.

A restrição (152) impõe a condição de não negatividade das variáveis de corrente $\dot{i}_{ij}^{I+}$ e $\dot{i}_{ij}^{I-}$. A natureza binária das variáveis de decisão dos circuitos é dada por (153).

A restrição (151) impõe que toda barra do sistema, com exceção da barra de subestação, seja ligada a pelo menos um circuito. Essa restrição foi adicionada visando diminuir o esforço

computacional necessário para resolver o modelo relaxado (Ritter, 2014).

Em (154), é inserido o conjunto de restrições para o controle de topologia. A seguir, são apresentados sete conjuntos de restrições para o controle de topologia radial. Posteriormente, cinco conjuntos para controle de topologia radial e malhada são formulados.

4.4 Conjuntos de restrições para controle de topologia

Para o problema de RSDEE, o controle de topologia do sistema pode ser imposto de maneira explícita ou implícita. Na abordagem implícita, manipulações são realizadas dentro do método de solução de forma a buscar por soluções radiais ou malhadas e conexas, como é feito nas meta-heurísticas. Explicitamente, um conjunto de restrições é integrado ao modelo matemático, garantindo que a solução seja radial ou malhada e conexa. A abordagem explícita para controlar a topologia do sistema é utilizada neste trabalho e os conjuntos são apresentados a seguir. Inicialmente, são abordados conjuntos de restrições para controle de topologias radiais e, posteriormente, cinco conjuntos são formulados para que contemplem a operação radial e malhada dos sistemas.

4.4.1 Controle de topologia radial

A seguir são abordados os conjuntos de restrições de controle de topologia encontrados na literatura que consideram a operação radial. A operação radial contempla um número mínimo de circuitos ativos no sistema e mantém o sistema conexo.

4.4.1.1 Modelo de eliminação de ciclos

Em Abdelmaguid (2018), um conjunto de restrições denominado modelo de eliminação de ciclos é apresentado conforme (155)–(157):

$$\sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} = |\Omega_B| - 1 \quad (155)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_A(\Omega_A)} x_{ij} \leq |\Omega_A| - 1 \quad \Omega_A \subset \Omega_B, |\Omega_A| > 1 \quad (156)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (157)$$

Nesta formulação, Ω_A é um subconjunto não vazio de barras da rede e que pertence ao conjunto Ω_B e, ramos que conectam apenas barras dentro desse subconjunto estão contidos em $\Omega_A(\Omega_A)$.

A restrição (155) impõe que a configuração final contenha exatamente $|\Omega_B| - 1$ circuitos

ativos e $|\Omega_B|$ representa o número total de barras do sistema.

Para evitar a formação de ciclos, a relação (156) limita o número de circuitos que conectam os nós, em para qualquer grupo de nós Ω_A a, no máximo, $|\Omega_A| - 1$. Por fim, a restrição (157) define as variáveis de decisão como binárias, indicando se um ramo ij será incluído ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$) na solução.

4.4.1.2 Modelo de conjunto de corte

Um modelo baseado no conceito de conjuntos de corte é apresentado em Abdelmaguid (2018). Ele é utilizado para garantir a conectividade da solução, substituindo restrições de eliminação de ciclos do conjunto apresentação na Seção 4.4.1.1 por uma restrição de conectividade, isto é, a restrição (156) é substituída por (158):

$$\sum_{ij \in \Omega_{\mathbb{Q}}(\Omega_A)} x_{ij} \geq 1 \quad \Omega_A \subset \Omega_B, |\Omega_A| > 1 \quad (158)$$

Para esta formulação, o conceito de conjunto de corte é utilizado. Para um dado subconjunto de barras Ω_A , o conjunto de corte associado, denotado por $\Omega_{\mathbb{Q}}(\Omega_A)$, é definido como o subconjunto de ramos que têm uma extremidade em Ω_A e a outra fora. A restrição (158) utiliza este conceito para garantir que pelo menos um ramo do conjunto de corte seja incluído na solução, mantendo assim os nós de Ω_A conectados ao restante do sistema.

4.4.1.3 Modelo de grafos direcionados

Em Jabr, Singh e Pal (2012) um conjunto de restrições de radialidade é apresentado conforme (159)–(162):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (159)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 \quad \forall i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S \quad (160)$$

$$\beta_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (161)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (162)$$

O conjunto Ω_{IJ} é composto por todos os circuitos ij e ji contidos no sistema de distribuição e, complementarmente, β_{ij} e β_{ji} são variáveis auxiliares binárias, conforme a restrição (162), e representam o sentido do fluxo nas linhas.

A relação (159) estabelece que para cada circuito ij fechado, há um fluxo na linha correspondente, independente do sentido do fluxo. Em (160) é imposto que a soma de todos os β_{ij} e β_{ji} associados a uma barra i , exceto a barra de subestação, equivale a 1. A restrição (161) implica que para a barra de subestação, o fluxo sempre possui o sentido da barra de subestação i para uma barra j como sendo $\beta_{ij} = 0$.

Em Abdelmaguid (2018) um conjunto de restrições de radialidade é apresentado, baseado no trabalho de Jabr, Singh e Pal (2012), conforme (163)–(168):

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (163)$$

$$\beta_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (164)$$

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (165)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = |\Omega_B| - 1 \quad (166)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{\mathbb{D}}(\Omega_A)} \beta_{ij} \leq |\Omega_A| - 1 \quad \Omega_A \subset \Omega_B, |\Omega_A| > 1 \quad (167)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 \quad j \notin \Omega_S \quad (168)$$

O conjunto Ω_{IJ} é composto por todos os circuitos ij e ji contidos no sistema de distribuição e, complementarmente, β_{ij} e β_{ji} são variáveis auxiliares binárias, conforme a restrição (163), e representam o sentido do fluxo nas linhas. A restrição (164) implica que a variável de decisão não pode assumir valores negativos.

A relação (165) estabelece que um ramo ij não direcionado é considerado ativo se, e somente se, um de seus dois sentidos direcionados for escolhido. A restrição (166) assegura que a configuração final contenha exatamente $|\Omega_B| - 1$ circuitos ativos em que $|\Omega_B|$ representa o número total de barras do sistema.

Em (167) é assegurada a eliminação de ciclos. Ela implica que, o número de ramos que estão em $\Omega_{\mathbb{D}}(\Omega_A)$, subconjunto de todos os arcos direcionados que conectam os nós dentro de um subconjunto Ω_A , deve ser no máximo $|\Omega_A| - 1$. Se o número de ramos fosse igual ao número de nós, um ciclo seria formado. Em (168) é imposto que a soma de todos os β_{ij} e β_{ji} associados a uma barra i , exceto a barra de subestação, equivale a 1, garantindo que nenhum nó fique isolado.

4.4.1.4 Modelo de fluxo de mercadoria única

Em Lavorato *et al.* (2012) os autores propõem uma formulação que estabelece as condições necessárias para garantir a operação radial do sistema de distribuição de energia elétrica. A

formulação é apresentada em (169):

$$\sum_{ij \in \Omega_L} (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) = |\Omega_B| - 1 \quad (169)$$

A restrição (169) impõe que a configuração deve ter $|\Omega_B| - 1$ circuitos ativos, sendo $|\Omega_B|$ o número total de barras do sistema. As restrições de balanço de potência (127)–(128), juntamente com a restrição (169) impõem as condições necessárias para que a configuração obtida seja radial.

Essa formulação também é apresentada em Abdelmaguid (2018), onde os autores apresentam uma formulação baseada na definição de variáveis de fluxo fictícios através dos circuitos da rede. A ideia é usar um fluxo fictício que sai do nó fonte e deve chegar a todos os outros nós de demanda. Ao forçar que essa demanda seja atendida em todas as barras, o modelo garante que uma topologia conexa e sem ciclos seja formada. A formulação deste modelo para o problema de RSDEE é apresentada em (170)–(175):

$$\sum_{ij \in \Omega_L} (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) = |\Omega_B| - 1 \quad (170)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_L} y_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_L} y_{ij} = 1 \quad i \in \Omega_B \setminus \Omega_S \quad (171)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_L} y_{ij} - \sum_{ji \in \Omega_L} y_{ji} = |\Omega_B| - 1 \quad i \in \Omega_S \quad (172)$$

$$y_{ij} \leq (|\Omega_B| - 1)(x_{ij}^+ + x_{ij}^-) \quad ij \in \Omega_L \quad (173)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad ij \in \Omega_L \quad (174)$$

$$x_{ij}^+, x_{ij}^- \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (175)$$

Nesta formulação, define-se um par de variáveis de decisão não negativas y_{ij} e y_{ji} que representam a quantidade de um fluxo de mercadoria fictício do nó i para o nó j , sob o circuito ij ativo no sistema.

A restrição (170) impõe que a configuração deve ter $|\Omega_B| - 1$ circuitos ativos, sendo $|\Omega_B|$ o número total de barras do sistema.

A restrição (172) implica que a quantidade de fluxo fornecida pelo nó fonte deve ser igual a $|\Omega_B| - 1$, enquanto a restrição (171) implica que nos nós restantes, a demanda é exatamente uma unidade.

A restrição (173) conecta a existência do fluxo à topologia da rede. Elas garantem que o fluxo fictício só pode existir em um ramo se este estiver ativo. A (175) restrição impõe a

natureza binária das variáveis de decisão x_{ij}^+ e x_{ij}^- .

4.4.1.5 Modelo de fluxo de múltiplas mercadorias

Em Abdelmaguid (2018), foi introduzida uma formulação para garantir a radialidade da rede baseada em um fluxo múltiplas mercadorias. A ideia é modelar o envio de uma mercadoria fictícia e única da subestação para cada uma das barras de carga do sistema. Ao forçar que cada uma dessas mercadorias chegue ao seu destino, o modelo garante que um caminho conectado e sem laços seja formado. A adaptação deste modelo para o problema de RSDEE é apresentada em (181)–(183):

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = |\Omega_B| - 1 \quad (176)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_L, i=d} f_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_L, i=d} f_{ij,d} = 1 \quad \forall d \in \Omega_D \quad (177)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_L} f_{ij,d} - \sum_{ji \in \Omega_L} f_{ji,d} = 1 \quad \forall d \in \Omega_D, i \in \Omega_S \quad (178)$$

$$\sum_{iv \in \Omega_L} f_{iv,d} - \sum_{vj \in \Omega_L} f_{vj,d} = 0 \quad \forall d, v \in \Omega_D, d \neq v \quad (179)$$

$$f_{ij,d} \leq \beta_{ij} \quad \forall d \in \Omega_D, ij \in \Omega_{IJ} \quad (180)$$

$$\beta_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (181)$$

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (182)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (183)$$

Neste modelo, restrições de controle de topologia e restrições de balanço de fluxo são combinadas.

O conjunto Ω_D é o conjunto das barras de carga que possuem uma demanda a ser atendida e $f_{ij,d}$ é uma variável contínua que representa o fluxo da demanda fictícia destinada à barra d no ramo ij .

As restrições (181) e (183) garantem que haja fluxo saindo da subestação. A restrição (185) estabelece que um ramo ij não direcionado é considerado ativo se, e somente se, um de seus dois sentidos direcionados for definido como $\beta_{ij} = 1$ ou $\beta_{ji} = 1$.

A restrição (176) garante que a configuração final contenha exatamente $|\Omega_B| - 1$ circuitos ativos e $|\Omega_B|$ representa o número total de barras do sistema.

Para as restrições de balanço de demanda, a restrição (177) impõe que cada demanda seja atendida, forçando que a entrada líquida de fluxo na sua barra de destino d seja exatamente 1. A

restrição (178) garante que a barra de subestação deve suprir a rede com uma unidade de fluxo para cada demanda.

A restrição (179) impõe que para cada barra de demanda, o fluxo que entra em um nó de trânsito v (que não é fonte nem destino), seja igual ao fluxo que sai, ou seja, o fluxo líquido é zero.

A restrição (180) permite que o fluxo de demanda exista no ramo apenas se ele for ativo. Isso força o fluxo a respeitar a configuração radial do sistema.

4.4.1.6 Modelo de nível de nó

Em Abdelmaguid (2018), é apresentada uma formulação cuja abordagem é baseada no trabalho de Miller, Tucker e Zemlin (1960), que consiste em atribuir variáveis de nível ou posição a cada nó dentro da estrutura do sistema. Essa abordagem é utilizada para impor restrições que garantem a ausência de laços na rede, assegurando que a solução obtida corresponda a uma configuração radial. Originalmente, essa abordagem foi introduzida para solucionar o problema do caixeiro viajante. A adaptação deste modelo para o problema de RSDEE é apresentada em (184)–(191):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (184)$$

$$u_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (185)$$

$$u_j \geq u_i + \beta_{ij} - (|\Omega_B| - 2)(1 - \beta_{ij}) + (|\Omega_B| - 3)\beta_{ji} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, j \notin \Omega_S \quad (186)$$

$$u_i \geq 1 \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (187)$$

$$u_j \leq (|\Omega_B| - 1) - (|\Omega_B| - 2)\beta_{ij} \quad \forall i \in \Omega_S, j \notin \Omega_S \quad (188)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 \quad \forall j \notin \Omega_S \quad (189)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (190)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (191)$$

Nesta formulação, u_i é uma variável de estado contínua que representa o nível de cada barra i no sistema, enquanto as variáveis β_{ij} e β_{ji} são variáveis de decisão auxiliares binárias, conforme a restrição (191), e representam o sentido do fluxo nas linhas ativas. O conjunto Ω_{IJ} é composto por todos os arcos direcionados possíveis no sistema.

Conforme (185), a barra da subestação é selecionada como nó raiz e tem seu nível fixado em zero. A restrição (184) estabelece que um ramo ij não direcionado é considerado ativo se, e somente se, um de seus dois sentidos direcionados for definido como $\beta_{ij} = 1$ ou $\beta_{ji} = 1$. Dessa

forma, ao considerar que $\beta_{ik} = 1$, implica-se que o sentido do fluxo flui de i para k e a variável de nível na barra k será mais alta do que a variável de nível da barra i , conforme a restrição (186), impedindo a formação de ciclos.

As restrições (187) e (188) estabelecem os limites inferior e superior para as variáveis de nível. A restrição (189) garante que cada barra, exceto a da subestação, estejam conectadas. Por fim, a restrição (190) garante que pelo menos uma barra esteja conectada à barra de subestação. As restrições (185)–(191) garantem que a configuração seja radial.

4.4.1.7 Modelo variante de nível de nó

Em Abdelmaguid (2018), é apresentada uma abordagem cuja formulação é baseada na analogia entre rios, que possuem múltiplas fontes e um único destino, e árvores, que possuem múltiplos ramos e um único tronco. Nem rios nem árvores possuem ciclos. Ao adaptar este modelo para o problema de RSDEE, o nó da subestação assume a função de nó raiz do sistema. O modelo atribui um nível a cada nó e impõe restrições para que as conexões ocorram de um nó de nível mais alto para um de nível mais baixo, fazendo com que todos os caminhos converjam para a subestação, cujo nível é fixado em zero. Esta abordagem de níveis impede matematicamente a formação de laços, assegurando que a solução obtida corresponda a uma configuração radial. O conjunto de restrições é apresentado em (192)–(199):

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (192)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 0 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (193)$$

$$u_i \geq u_j + \beta_{ij} - |\Omega_B|(1 - \beta_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (194)$$

$$u_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (195)$$

$$u_i \leq |\Omega_B| - 1 \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (196)$$

$$u_i \geq 1 \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (197)$$

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j \notin \Omega_S \quad (198)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} \geq 1 \quad j \in \Omega_S \quad (199)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (200)$$

Nesta formulação, u_i é uma variável contínua que representa o nível de cada barra i do sistema, enquanto as variáveis β_{ij} e β_{ji} são variáveis de decisão binárias, conforme a restrição (200), e representam o sentido do fluxo nas linhas ativas. O conjunto Ω_{IJ} é composto por todos os arcos direcionados possíveis no sistema.

A restrição (192) estabelece que cada barra i que não é uma subestação deve possuir exatamente um arco de saída. Dessa forma, ao considerar que $\beta_{ij} = 1$, implica que o sentido do fluxo flui de i para j , consequentemente, se $\beta_{ji} = 1$, o sentido do fluxo flui de j para i . A restrição (193) implica que não há circuitos saindo do nó de subestação, definindo-a como o destino final. A restrição (194) define a relação das variáveis de decisão e as variáveis de nível, garantindo que se o circuito ij estiver fechado, o nível da barra de origem seja maior que o da barra de destino. A restrição (195) define que o nível do nó da subestação seja zero. Dessa forma, o conjunto de restrições representado por (192)–(200) é suficiente para encontrar uma árvore geradora mínima.

Restrições adicionais são implementadas para limitar as variáveis de decisão. As restrições (196) e (197) são definidas para fornecer limites superiores e inferiores, respectivamente, para as variáveis de decisão de nível. A restrição (198) define que só é permitido o fluxo de corrente no sentido ij ou ji do circuito fechado. Por fim, a restrição (199) indica que deve haver pelo menos um ramo conectado ao último nó da subestação.

4.4.2 Controle de topologia malhada

Nesta seção são apresentados os conjuntos de restrições de controle de topologia adaptados para garantir tanto a operação radial quanto a operação malhada ao resolver o problema de RSDEE. Esses conjuntos serão utilizados para determinar os resultados deste capítulo. A operação radial, caracterizada por um número mínimo de circuitos ativos, assegura a conectividade e a eficiência do sistema. Para contemplar a operação malhada, restrições foram flexibilizadas, permitindo a inclusão de circuitos adicionais e maior redundância, sem comprometer a conectividade do sistema.

4.4.3 Conjunto I

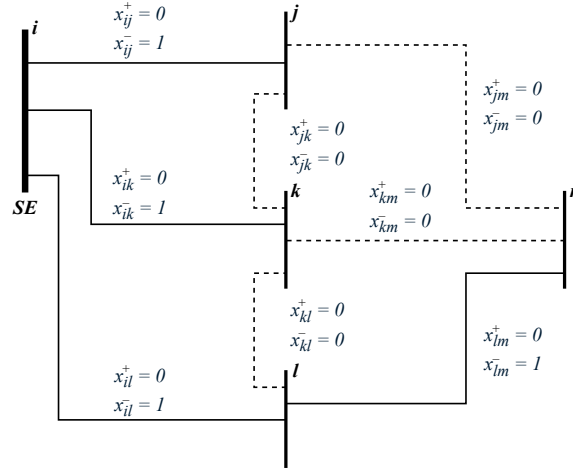
Com base no conjunto de restrições proposto por Lavorato *et al.* (2012) e discutido na Seção 4.4.1.4, Ritter (2014) propõe uma generalização com o objetivo de realizar o controle de topologias malhadas do sistema, conforme apresentado em (201):

$$\sum_{ij \in \Omega_L} (x_{ij}^+ + x_{ij}^-) = |\Omega_B| - 1 + K, \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (201)$$

O controle de topologia é feito com auxílio do parâmetro K . Dessa forma, para obter uma configuração radial, o parâmetro K assume o valor nulo, conforme a proposta original de Lavorato *et al.* (2012), e a medida que K assume valores maiores que zero, configurações malhadas são obtidas. A configuração totalmente malhada possui o valor de K igual a $|\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1)$,

sendo este o valor máximo de circuitos ativos de um sistema. As restrições de balanço de potência (127)–(128), juntamente com a restrição (201) impõem as condições necessárias para que a configuração obtida seja radial.

Figura 23 - Representação radial de um sistema de 5 barras – Conjunto I.



Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 23 apresenta um sistema hipotético composto por 5 barras, sendo 4 barras de carga, uma barra de subestação e 8 circuitos. A configuração é radial, portanto, possui $|\Omega_B| - 1$ circuitos fechados: ij , ik , il e lm .

Ao considerar K igual a 1, o número de circuitos fechados passa a ser 5, como pode ser observado na Figura 24.a). Uma malha fechada é obtida, tornando a topologia malhada.

Com K igual a 2, o número de circuitos fechados passa a ser 6 e a configuração continua malhada, como na Figura 24.b).

Em 24.c) o valor de K é 3, obtendo 7 circuitos fechados para a configuração malhada.

O valor máximo de K é 4, conforme (201), e a configuração passa a ter todos os circuitos ativos, sendo uma configuração totalmente malhada, como em 24.d).

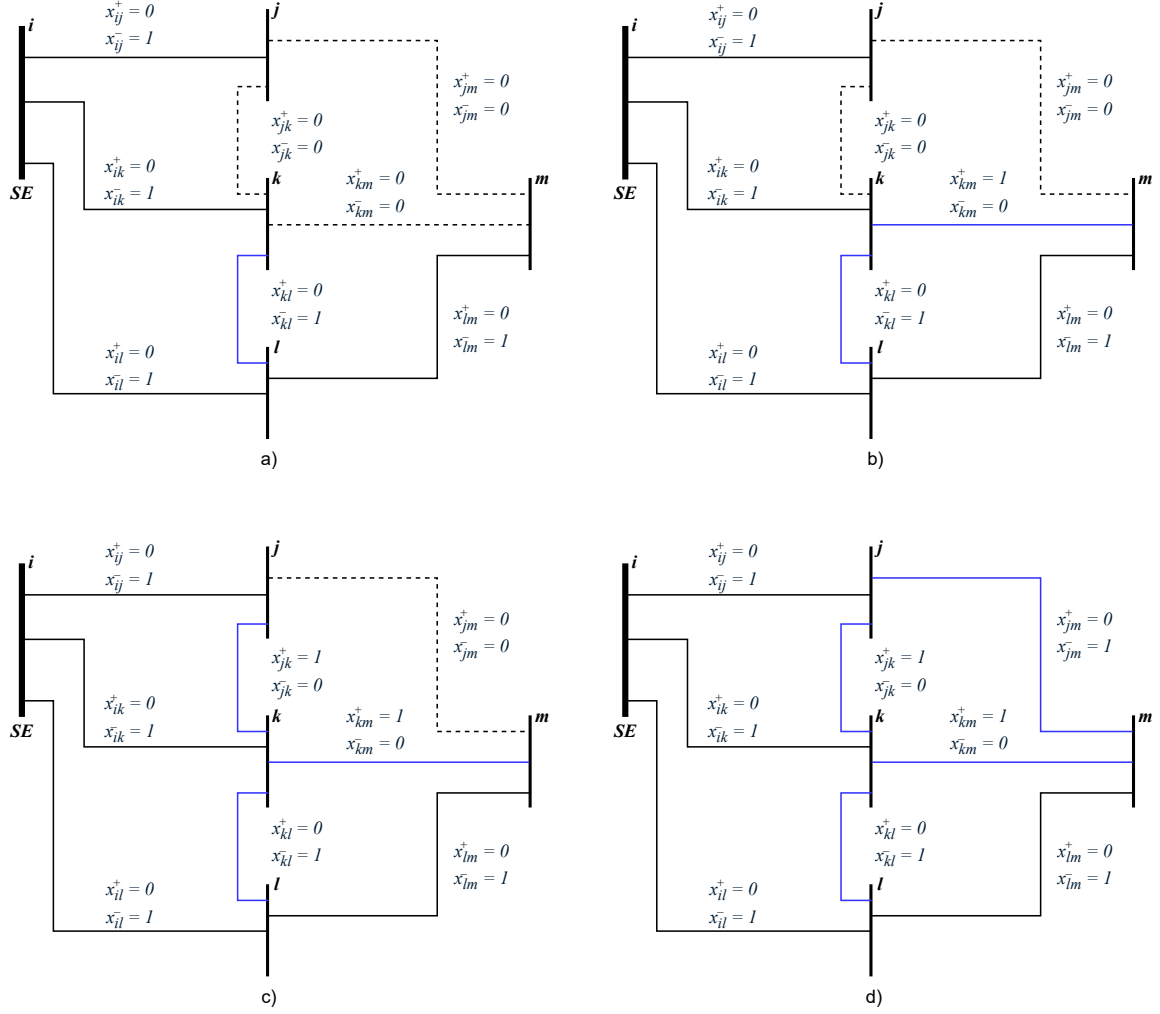
4.4.4 Conjunto II

Com base na proposta de Jabr, Singh e Pal (2012) apresentada na Seção 4.4.1.3, é proposta uma generalização com o objetivo de realizar o controle de topologias malhadas do sistema, conforme apresentado em (202)–(207):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (202)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 + \omega_i \quad \forall i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S \quad (203)$$

Figura 24 - Representações malhadas de um sistema de 5 barras – Conjunto I.



Fonte: Elaborado pela autora.

$$\sum_{i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S} \omega_i = K, \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (204)$$

$$\omega_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S \quad (205)$$

$$\beta_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (206)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (207)$$

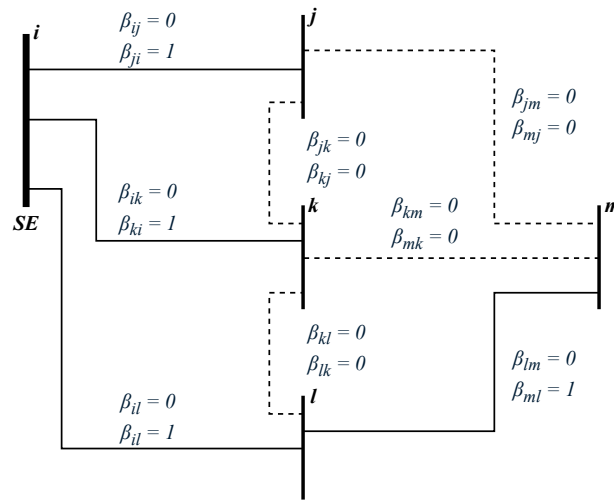
A generalização das restrições visando o controle de topologias radial e malhada, substitui a restrição (160) por (203) e acrescenta as restrições (204) e (205) ao Conjunto II.

Dessa forma, é acrescida a variável binária ω_i , em (205), que representa a formação de malha no sistema. O parâmetro K é um valor inteiro que assume valores desde o valor nulo para a configuração radial, até $|\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1)$ para a configuração totalmente malhada. Assim, a variável binária ω_i é ativa em (203) quando K assume valores maiores que zero, ou seja, quando há fechamento de circuitos no sistema e ocorre a formação de malha. Para K circuitos fechados,

a restrição (204) irá permitir que K barras possuam valores iguais a 1 para ω_i .

Para melhor compreensão, a Figura 25 apresenta um sistema hipotético de 5 barras, sendo 4 barras de carga, 1 barra de subestação e 8 circuitos. A barra i é de subestação e as barras j, k, l e m são de carga. A configuração apresentada é radial e, portanto, o parâmetro K , e consequentemente ω_i é igual a zero em todas as barras. O sistema possui $|\Omega_B| - 1$ circuitos fechados: ij, ik, il e lm . Para essa topologia, a relação (206) implica que β_{ij}, β_{ik} e β_{il} sejam nulos. Os circuitos ij, ik e il estão fechados, então a relação (202) implica que: $\beta_{ij} + \beta_{ji} = 1$, $\beta_{ik} + \beta_{ki} = 1$ e $\beta_{il} + \beta_{li} = 1$, portanto $\beta_{ji} = \beta_{ki} = \beta_{li} = 1$.

Figura 25 - Representação radial de um sistema de 5 barras – Conjunto II.



Fonte: Elaborado pela autora.

A relação (203) implica $\beta_{ji} + \beta_{jk} + \beta_{jm} = 1$ para a barra j , ou seja, $\beta_{jk} = \beta_{jm} = 0$. De forma análoga para as barras k e l , a relação (203) implica que $\beta_{kj} = \beta_{kl} = \beta_{km} = 0$ e $\beta_{lk} = \beta_{lm} = 0$, respectivamente. Sabe-se que o circuito lm está fechado, portanto a equação (202) implica que $\beta_{lm} = \beta_{ml} = 1$, e sabendo que $\beta_{lm} = 0$, temos $\beta_{ml} = 1$. Por consequência, a relação (203) implica $\beta_{mj} + \beta_{mk} + \beta_{ml} = 1$ e, dessa forma, $\beta_{mj} = \beta_{mk} = 0$.

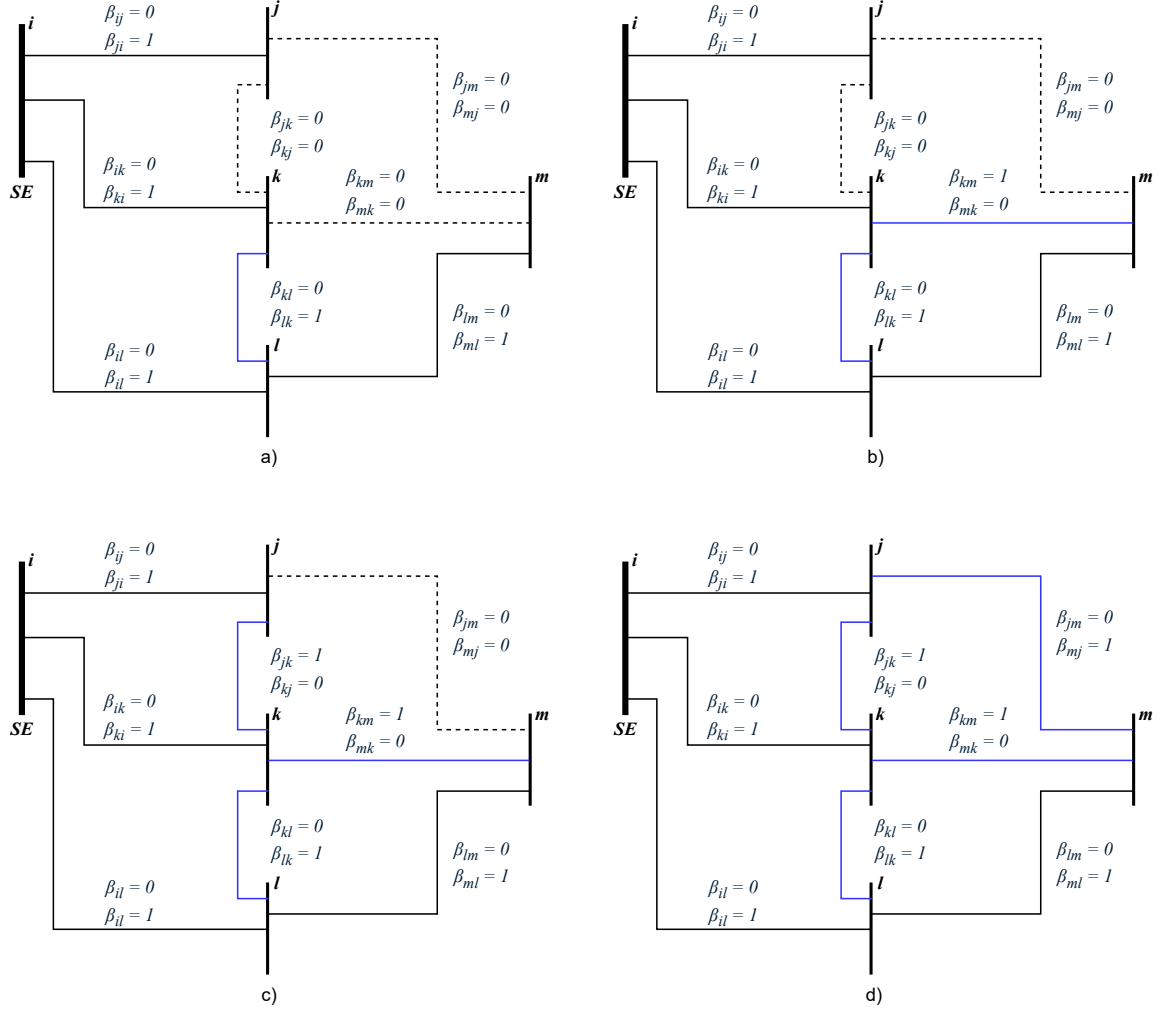
Conforme observado na Figura 26.a), o fechamento do circuito kl implica em $\beta_{kl} + \beta_{lk} = 1$ e o valor de K é igual a 1, implicando que a variável auxiliar ω_i possua valor unitário em (204). A restrição (202) implica que $\beta_{kl} + \beta_{lk} = 1$. A restrição (203) para a barra l implica que $\beta_{li} + \beta_{lk} + \beta_{lm} = 2$, dessa forma $\beta_{lk} = 1$, respeitando também a restrição (202). A configuração é malhada.

Para a Figura 26.b, o fechamento do circuito km implica que $\beta_{km} + \beta_{mk} = 1$, portanto o valor de K é igual a 2, ativando a variável auxiliar ω_k em (204). A restrição (202) implica, por sua vez, que $\beta_{km} + \beta_{mk} = 1$. A restrição (203) para a barra k implica que $\beta_{ki} + \beta_{kl} + \beta_{km} = 2$, dessa forma $\beta_{km} = 1$, respeitando também a restrição (202).

De maneira semelhante para a topologia com o fechamento do circuito jk , implica em

$\beta_{jk} = 1$ e $\beta_{kj} = 0$. Para a topologia totalmente malhada, o circuito jm é fechado, e $\beta_{mj} = 0$ e $\beta_{jm} = 1$.

Figura 26 - Representações malhadas de um sistema de 5 barras - Conjunto II.



Fonte: Elaborado pela autora.

4.4.5 Conjunto III

Com base na proposta de Miller, Tucker e Zemlin (1960) apresentada na Seção 4.4.1.6, é proposta uma generalização com o objetivo de realizar o controle de topologias do sistema, conforme apresentado em (208)–(218):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (208)$$

$$\beta_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, j \in \Omega_S \quad (209)$$

$$u_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (210)$$

$$u_j - u_i - 1 \geq -(\underline{u}_i - \bar{u}_j + 1)(1 - \beta_{ij}) - (\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (211)$$

$$u_j - u_i - 1 \leq (\underline{u}_j - \bar{u}_i - 1)(1 - \beta_{ij}) + (\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (212)$$

$$u_i - u_j - 1 \geq -(\underline{u}_j - \bar{u}_i + 1)(1 - \beta_{ji}) - (\underline{u}_i - \bar{u}_j)\omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (213)$$

$$u_i - u_j - 1 \leq (\underline{u}_i - \bar{u}_j - 1)(1 - \beta_{ji}) + (\underline{u}_i - \bar{u}_j)\omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \in \Omega_S \quad (214)$$

$$\underline{u}_k \leq u_k \leq \bar{u}_k \quad \forall k \notin \Omega_S \quad (215)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 + \omega_j \quad \forall j \notin \Omega_S \quad (216)$$

$$\sum_{i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S} \omega_i = K, \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (217)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (218)$$

Para realizar o controle de topologia, a adaptação introduz a variável de decisão de malha ω_i e o parâmetro de controle de malhas K que define o número exato de malhas desejadas na solução final.

A restrição (186) é substituída pelas restrições (211)–(214). A restrição (186) impõe que se $\beta_{ij} = 1$, então o nível do nó de destino deve ser maior que o do nó de origem, isto é $u_j \geq u_i$. O problema é que essa regra torna impossível a existência de laços no sistema. Para permitir a formação de malhas de forma controlada, foi preciso criar um conjunto de restrições que mantêm a regra $u_j \geq u_i$ para os ramos do sistema radial e inativam essa regra seletivamente para os ramos que fecham uma malha e é exatamente isso que o conjunto (211)–(214) faz. Nesta formulação, um número suficientemente grande é usado para ativar ou desativar uma restrição.

Para as restrições (211) e (212):

1. Se $\beta_{ij} = 0$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_j - u_i - 1 \geq -(\underline{u}_i - \bar{u}_j + 1) - (\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j$
- $u_j - u_i - 1 \leq (\underline{u}_j - \bar{u}_i - 1) + (\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j$

Os termos $(\underline{u}_i - \bar{u}_j + 1)$ e $(\underline{u}_j - \bar{u}_i - 1)$ são os valores de folga, essas inequações não impõem nenhuma relação entre u_j e u_i . A regra está efetivamente inativa, o que está correto, pois o arco não foi escolhido.

2. Se $\beta_{ij} = 1$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_j - u_i - 1 \geq -(\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j$
- $u_j - u_i - 1 \leq (\underline{u}_j - \bar{u}_i)\omega_j$

Agora, o comportamento depende da variável ω_j :

- (a) Se o ramo está em uma configuração radial $\omega_j = 0$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_j - u_i - 1 \geq 0 \Rightarrow u_j \geq u_i + 1$
- $u_j - u_i - 1 \leq 0 \Rightarrow u_j \leq u_i + 1$

Dessa forma, a única maneira de satisfazer ambas é com $u_j = u_i + 1$. A hierarquia de níveis é imposta, garantindo a radialidade.

- (b) Se o ramo está em uma configuração malhada $\omega_j = 1$, as restrições se tornam:

- i. $u_j - u_i - 1 \geq -(\underline{u}_j - \bar{u}_i)$
- ii. $u_j - u_i - 1 \leq (\underline{u}_j - \bar{u}_i)$

Dessa forma, as restrições voltam a ser flexíveis. A regra de nível $u_j = u_i + 1$ é inativa. O modelo ganha a liberdade de conectar o arco ij sem precisar respeitar a hierarquia de níveis, permitindo assim fechar a malha no nó j .

De maneira análoga, a lógica das restrições (213) e (214) se estendem quando $\beta_{ji} = 1$.

As restrições de limite dos níveis (187) e (188) são substituídas por (215) tornando o modelo mais flexível e robusto. A restrição (189) é substituída pela restrição (216), se $\omega_j = 0$, a restrição fica idêntica à original, porém se $\omega_j = 1$, o nó j terá exatamente dois arcos de entrada, a definição de um nó que fecha uma malha.

A restrição (217) é adicionada para compor o conjunto. Esta restrição soma todas as variáveis de permissão de malha ω_i e iguala ao parâmetro K , permitindo a quantidade que se deseja de malhas no sistema.

A restrição (190) foi substituída pela restrição (209). No modelo original, a subestação deve ter pelo menos um arco de saída, enquanto a restrição modificada define a subestação como a raiz absoluta do sistema, um nó que só pode ter saídas e nunca entradas. Essa definição reforça a estrutura hierárquica que o modelo de nível precisa.

4.4.6 Conjunto IV

Nesta seção é proposta uma segunda generalização do conjunto proposto por Miller, Tucker e Zemlin (1960) apresentada na Seção 4.4.1.6. O objetivo é de realizar o controle de topologia do sistema, conforme apresentado em (219)–(230):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (219)$$

$$\beta_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, j \in \Omega_S \quad (220)$$

$$u_k = 0 \quad \forall k \in \Omega_S \quad (221)$$

$$u_j - u_i - \beta_{ij} \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot (1 - \beta_{ij}) + (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \beta_{ji} - (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (222)$$

$$u_j - u_i - \beta_{ij} \leq (\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot (1 - \beta_{ij}) - (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \beta_{ji} + (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (223)$$

$$u_i - u_j - \beta_{ji} \geq -(\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot (1 - \beta_{ji}) + (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \beta_{ij} - (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (224)$$

$$u_i - u_j - \beta_{ji} \leq (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot (1 - \beta_{ji}) - (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \beta_{ij} + (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (225)$$

$$\underline{u}_i \leq u_i \leq \bar{u}_i \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (226)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 + \omega_j \quad \forall j \notin \Omega_S \quad (227)$$

$$\sum_{i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S} \omega_i = K \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (228)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in \Omega_S \quad (229)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (230)$$

A adaptação introduz a variável de decisão de malha ω_i e o parâmetro de controle de malhas K que define o número exato de malhas desejadas na solução final.

A restrição (186) é substituída pelas restrições (222)–(225). A restrição (186) impõe que se $\beta_{ij} = 1$, então o nível do nó de destino deve ser maior que o do nó de origem, isto é $u_j \geq u_i$. O problema é que essa regra torna impossível a existência de laços no sistema. Para permitir a formação de malhas de forma controlada, foi preciso criar um conjunto de restrições que mantém a regra $u_j \geq u_i$ para os ramos do sistema radial e inativam essa regra seletivamente para os ramos que fecham uma malha e é isso que o conjunto (222)–(225) faz.

Para as restrições (222) e (223):

1. Se $\beta_{ij} = 0$, então $\beta_{ji} = 1$ e as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_j - u_i \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j) + (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) - (\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \omega_j$
- $u_j - u_i \leq (\bar{u}_j - \underline{u}_i) - (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) + (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \omega_j$

Os termos $(\bar{u}_i - \underline{u}_j)$ e $(\bar{u}_j - \underline{u}_i)$ são os valores de folga. A regra está efetivamente inativa, o que está correto, pois o arco não foi escolhido.

2. Se $\beta_{ij} = 1$, então $\beta_{ji} = 0$ e as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_j - u_i - 1 \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \cdot \omega_j$

$$\bullet \ u_j - u_i - 1 \leq (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \cdot \omega_j$$

Agora, o comportamento depende da variável ω_j :

(a) Se o ramo está em uma configuração radial $\omega_j = 0$, as restrições tornam-se, respectivamente:

$$\begin{aligned} \bullet \ u_j - u_i - 1 &\geq 0 \Rightarrow u_j \geq u_i + 1 \\ \bullet \ u_j - u_i - 1 &\leq 0 \Rightarrow u_j \leq u_i + 1 \end{aligned}$$

Dessa forma, a única maneira de satisfazer ambas é com $u_j = u_i + 1$. A hierarquia de níveis é perfeitamente imposta, garantindo a radialidade.

(b) Se o ramo está em uma configuração malhada $\omega_j = 1$, as restrições se tornam:

$$\begin{aligned} \text{i. } u_j - u_i - 1 &\geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j - 1) \\ \text{ii. } u_j - u_i - 1 &\leq (\bar{u}_j - \underline{u}_i - 1) \end{aligned}$$

Dessa forma, as restrições voltam a ser flexíveis. A regra de nível $u_j = u_i + 1$ é inativa. O modelo ganha a liberdade de conectar o arco ij sem precisar respeitar a hierarquia de níveis, permitindo assim fechar a malha no nó j .

De maneira análoga, a lógica das restrições (224) e (225) se estendem para o caso em que $\beta_{ji} = 1$.

As restrições de limite dos níveis (187) e (188) são substituídas por (226) tornando o modelo mais flexível e robusto. A restrição (189) é substituída pela restrição (227), se $\omega_j = 0$, a restrição fica idêntica à original e o nó j comporta-se como um nó radial, porém se $\omega_j = 1$, o nó j terá exatamente dois arcos de entrada, a definição exata de um nó que fecha uma malha.

A restrição (228) é adicionada para compor o conjunto. Esta restrição soma todas as variáveis de permissão de malha ω_i e iguala ao parâmetro K , permitindo a quantidade que se deseja de malhas no sistema.

As restrições (220) e (229) são referentes ao nó fonte, a subestação, que deve ter pelo menos um arco de saída e só pode ter saídas, nunca entradas. Essa definição reforça a estrutura hierárquica que o modelo de nível precisa.

4.4.7 Conjunto V

Conforme apresentado na Seção 4.4.1.7, um conjunto de restrições para controle de topologia radial é proposto pelos autores em Abdelmaguid (2018) baseado na proposta de Miller, Tucker e Zemlin (1960). Nesta seção, o conjunto de restrições foi generalizado para considerar o controle de topologias malhadas, conforme apresentado em (231)–(241):

$$\beta_{ij} + \beta_{ji} = x_{ij}^+ + x_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (231)$$

$$u_k = 0 \quad \forall k \in \Omega_S \quad (232)$$

$$u_i - u_j - \beta_{ij} \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot (1 - \beta_{ij}) - (\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot \omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (233)$$

$$u_i - u_j - \beta_{ij} \leq (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot (1 - \beta_{ij}) + (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot \omega_i \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (234)$$

$$u_j - u_i - \beta_{ji} \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot (1 - \beta_{ji}) - (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot \omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (235)$$

$$u_j - u_i - \beta_{ji} \leq (\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot (1 - \beta_{ji}) + (\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot \omega_j \quad \forall ij \in \Omega_{IJ}, i \notin \Omega_S \quad (236)$$

$$\underline{u}_i \leq u_i \leq \bar{u}_i \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (237)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} = 1 + \omega_j \quad \forall i \notin \Omega_S \quad (238)$$

$$\sum_{i \in \Omega_B, i \notin \Omega_S} \omega_i = K, \quad 0 \leq K \leq |\Omega_L| - (|\Omega_B| - 1) \quad (239)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_{IJ}} \beta_{ij} \geq 1 \quad \forall j \in \Omega_S \quad (240)$$

$$\beta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_{IJ} \quad (241)$$

A generalização das restrições visando o controle de topologias radial e malhada, substitui a restrição (194) por (233)–(236). As restrições de limite dos níveis (196) e (197) são substituídas por (237). A restrição (192) é substituída por (238). A restrição (239) é adicionada para compor o conjunto.

Para realizar o controle de topologia, a adaptação introduz a variável de decisão de malha ω_i e o parâmetro de controle de malhas K que define o número exato de malhas desejadas na solução final.

A restrição (194) é substituída pelas restrições (233)–(236). A restrição (194) impõe que se $\beta_{ij} = 1$, então o nível do nó de origem deve ser maior que o do nó de destino, isto é $u_i \geq u_j$. O problema é que essa regra torna impossível a existência de laços no sistema. Para permitir a formação de malhas de forma controlada, foi preciso criar um conjunto de restrições que mantêm a regra $u_j \geq u_i$ para os ramos do sistema radial e inativam essa regra seletivamente para os ramos que fecham uma malha e é exatamente isso que o conjunto (233)–(236) faz. Nesta formulação, um número suficientemente grande é usado para ativar ou desativar uma restrição.

Para as restrições (233) e (234):

1. Se $\beta_{ij} = 0$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_i - u_j \geq -(\bar{u}_i - \underline{u}_j) - (\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot \omega_i$
- $u_i - u_j \leq (\bar{u}_i - \underline{u}_j) + (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot \omega_i$

O termo $(\bar{u}_i - \underline{u}_j)$ é um valor de folga, essas inequações não impõem nenhuma relação entre u_j e u_i . A regra está efetivamente inativa, o que está correto, pois o arco não foi escolhido.

2. Se $\beta_{ij} = 1$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_i - u_j \geq -(\bar{u}_j - \underline{u}_i) \cdot \omega_i$
- $u_i - u_j \leq (\bar{u}_i - \underline{u}_j) \cdot \omega_i$

Agora, o comportamento depende da variável ω_i :

(a) Se o ramo está em uma configuração radial $\omega_i = 0$, as restrições tornam-se, respectivamente:

- $u_i - u_j \geq 0 \Rightarrow u_i \geq u_j$
- $u_i - u_j \leq 0 \Rightarrow u_i \leq u_j$

Dessa forma, a única maneira de satisfazer ambas é com $u_j = u_i$. A hierarquia de níveis é perfeitamente imposta, garantindo a radialidade.

(b) Se o ramo está em uma configuração malhada $\omega_i = 1$, as restrições se tornam:

- i. $u_i - u_j \geq -(\bar{u}_j - \underline{u}_i)$
- ii. $u_i - u_j \leq (\bar{u}_i - \underline{u}_j)$

Dessa forma, as restrições voltam a ser flexíveis. A regra de nível $u_j = u_i$ é inativa. O modelo ganha a liberdade de conectar o arco ij sem precisar respeitar a hierarquia de níveis, permitindo assim fechar a malha no nó i .

De maneira análoga, a lógica das restrições (235) e (236) se estendem quando $\beta_{ji} = 1$.

As restrições de limite dos níveis (196) e (197) são substituídas por (237) tornando o modelo mais flexível e robusto. A restrição (192) é substituída pela restrição (238), se $\omega_j = 0$, a restrição fica idêntica à original e o nó j comporta-se como um nó radial, porém se $\omega_j = 1$, o nó j terá exatamente dois arcos de entrada, a definição exata de um nó que fecha uma malha.

A restrição (239) é adicionada para compor o conjunto. Esta restrição soma todas as variáveis de permissão de malha ω_i e iguala ao parâmetro K , permitindo a quantidade que se deseja de malhas no sistema.

4.4.8 Determinação dos limites das variáveis de nível

Para aumentar a eficiência computacional dos conjuntos que utilizam as variáveis de nível, foi implementada uma etapa de pré-processamento para determinar limites superiores $\bar{u}_i$ e inferiores $\underline{u}_i$ específicos para a variável de nível de cada barra i dos sistemas.

O processo é baseado em um modelo de otimização de distância mínima e máxima para determinar os caminhos mais curtos e mais longos entre um nó de subestação e cada uma das outras barras do sistema. A formulação matemática, definida em (242)–(248), é apresentada a seguir.

$$\text{minimizar } \underline{f} = \sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} \quad (242)$$

$$\text{maximizar } \bar{f} = \sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} \quad (243)$$

s.a.:

$$\sum_{ji \in \Omega_L} x_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} + t_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_B \quad (244)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_B \quad (245)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_L} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_B \quad (246)$$

$$u_j \geq u_i + 1 - |\Omega_B| \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (247)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_L, i < j \quad (248)$$

O processo é executado de forma iterativa para cada barra de carga i . Em cada iteração, a subestação é definida como o nó de origem, $t_s = 1$ e a barra de carga i como o nó de destino, $t_i = -1$, sendo que $t_i = 0$ em todas as outras barras. As funções objetivo (242) e (243) são utilizadas para encontrar o número de circuitos no caminho mais curto e mais longo, respectivamente. A restrição (244) realiza o balanço de fluxo para cada nó. As restrições (245) e (246) garantem que cada nó no caminho tenha no máximo um arco de saída e um de entrada, respectivamente. A eliminação de malhas é garantida pela restrição (247), enquanto a restrição (248) garante que, em cada circuito, o caminho só pode fluir em uma direção.

Ao final, o valor da função objetivo da minimização se torna o limite inferior $\underline{u}_i$ e o da maximização, o limite superior $\bar{u}_i$ para a barra i . Os valores obtidos para cada sistema são apresentados no Anexo A.

4.5 Testes e resultados

Os testes foram realizados usando os sistemas de 14, 33, 84, 136 e 415 barras, utilizando o modelo de PLIM conforme apresentado na Seção 4.3 com 25 blocos de linearização. Para cada caso, são comparados os resultados do modelo linearizado com a solução exata. A avaliação considera todas as configurações possíveis, desde a topologia radial até a totalmente malhada,

aplicando o controle de restrições de topologia com os Conjuntos I, II, III, IV e V.

Para cada sistema teste, a primeira configuração obtida através da reconfiguração é a topologia radial ótima que possui zero laços. Em seguida, as topologias malhadas são geradas pela adição de circuitos fechados que formam novos laços no sistema. Assim, parte-se da topologia radial ótima, e as topologias malhadas são construídas progressivamente até se alcançar a topologia totalmente malhada. O objetivo principal é avaliar o desempenho de cada topologia em termos de perdas de energia. Paralelamente, analisa-se o impacto computacional do processo, investigando se a utilização de diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia afetam o tempo de processamento necessário para obter cada configuração.

A implementação da modelagem matemática foi realizada no ambiente de modelagem matemática AMPL e solucionada através do *solver* comercial CPLEX 22.1.2.0. As soluções foram avaliadas utilizando-se o modelo não linear exato de operação da rede usando o *solver* Knitro 14.2.0. O computador utilizado para as simulações possui um processador de 12ª Geração Intel® Core™ i7-12700 de 2,10 GHz e 16,0 GB de RAM.

4.5.1 Sistema de 14 barras

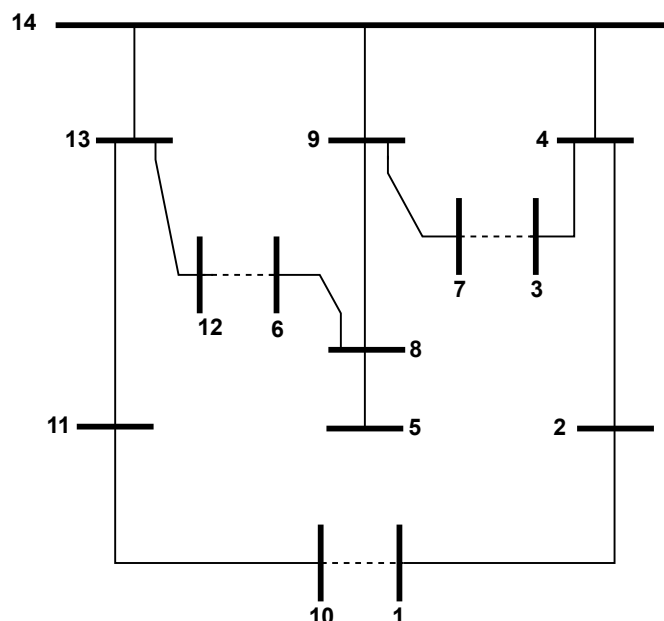
O sistema de 14 barras apresentado por Civanlar *et al.* (1988) possui 14 barras, sendo 13 barras de carga, 1 barra de subestação e 16 circuitos. A tensão na subestação é de 23,00 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. e as demandas totais de potências ativa e reativa são 28.700 kW e 5.900 kVAr, respectivamente. Outros dados deste sistema são apresentados no Anexo A. A topologia inicial do sistema de 14 barras é apresentada na Figura 27.

Para este sistema são realizados quatro testes considerando configurações com 13, 14, 15 e 16 circuitos fechados, as quais correspondem, respectivamente, à topologia radial e às topologias malhadas com 1, 2 e 3 laços. Os resultados obtidos usando o modelo de PLIM, incluindo o número de laços formados, as perdas totais calculadas e os circuitos abertos em cada topologia, são apresentados na Tabela 6.

A topologia radial resulta no maior valor de perdas, 466,13 kW, enquanto a topologia totalmente malhada com 3 laços apresenta a melhor configuração em termos de perdas, com 426,26 kW, uma redução de 8,55%. Na Figura 28 é apresentado o gráfico de linhas com a tendência decrescente dos valores de perdas ao longo das configurações obtidas.

Na Tabela 7 são apresentados os tempos computacionais obtidos com a reconfiguração, considerando os Conjuntos I, II, III, IV e V de restrições de controle de topologia, todos os quais resultaram nas mesmas configurações, mas com tempos computacionais distintos. Na Figura 29 os tempos computacionais são apresentados através de um gráfico de linhas. Para este sistema, o Conjunto V apresenta igual ou menor tempo de processamento quando com-

Figura 27 - Sistema de 14 barras.

Fonte: Civanlar *et al.* (1988).Tabela 6 - Resultados - Sistema de 14 barras – Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
0	466,47	466,13	8-6, 9-7, 10-1
1	430,11	430,03	9-7, 10-1
2	426,56	426,47	10-1
3	426,31	426,26	-

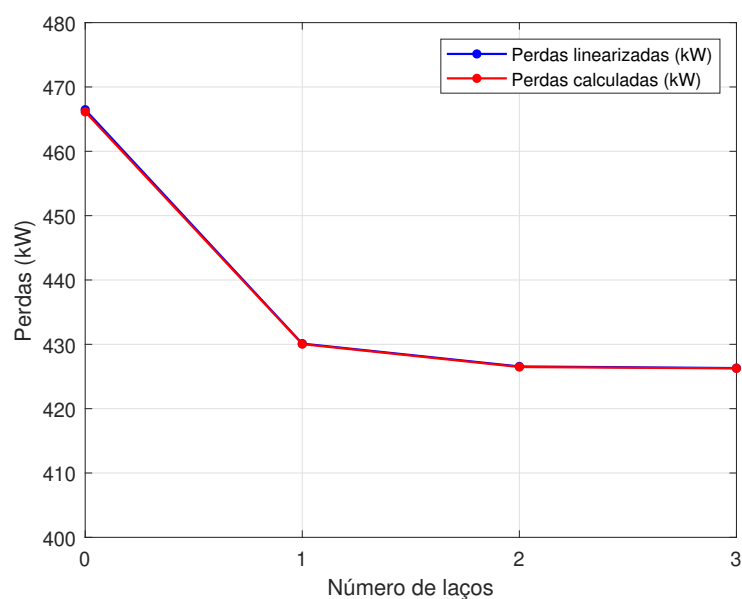
Fonte: Elaborado pela autora.

parado aos Conjuntos II, III e IV. Além disso, o tempo computacional para esses conjuntos é crescente até que se alcance seu pico de tempo na melhor configuração do sistema, que possui 2 laços, posteriormente o tempo decresce para a topologia totalmente malhada com 3 laços. Já o Conjunto I apresenta picos de tempos, maiores e menores quando comparado ao Conjunto V.

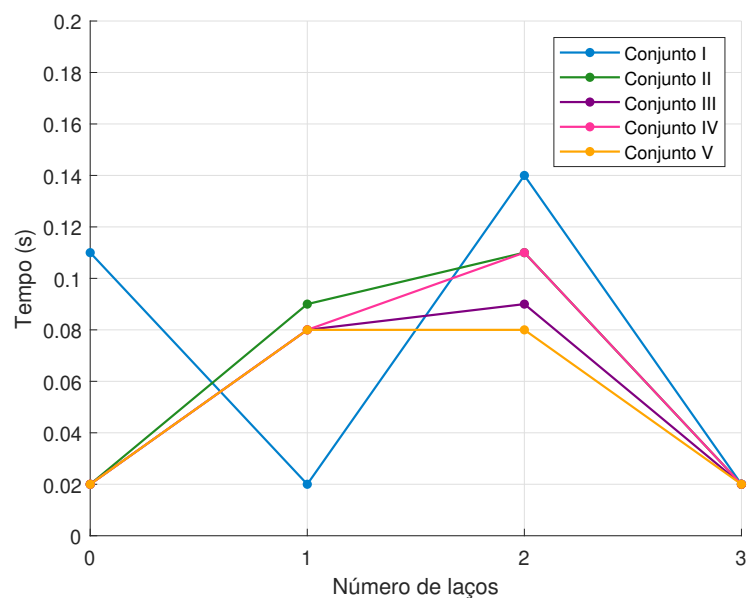
Tabela 7 - Resultados - Sistema de 14 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Conjunto I Tempo (s)	Conjunto II Tempo (s)	Conjunto III Tempo (s)	Conjunto IV Tempo (s)	Conjunto V Tempo (s)
0	0,11	0,02	0,02	0,02	0,02
1	0,02	0,09	0,08	0,08	0,08
2	0,14	0,11	0,09	0,11	0,08
3	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 28 - Resultados - Sistema de 14 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 29 - Resultados - Sistema de 14 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.

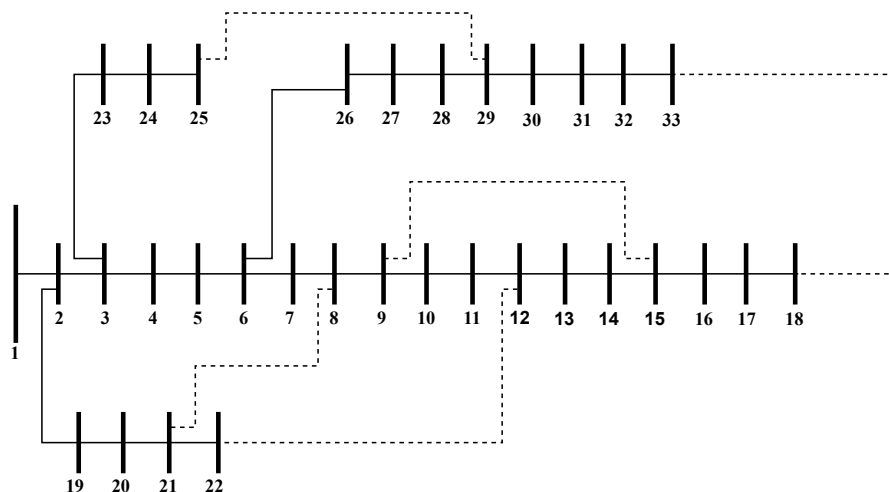
Fonte: Elaborado pela autora.

4.5.2 Sistema de 33 barras

O sistema de 33 barras apresentado por Baran e Wu (1989) possui 33 barras, sendo 32 barras de carga, 1 barra de subestação e 37 circuitos. A tensão na subestação é de 13,66 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. e

as demandas totais de potências ativa e reativa são 3.715 kW e 2.240 kVAr, respectivamente. Outros dados deste sistema são apresentados no Anexo A. A topologia inicial do sistema de 33 barras é apresentada na Figura 30.

Figura 30 - Sistema de 33 barras.



Fonte: Baran e Wu (1989).

Para este sistema são realizados seis testes considerando configurações com 32, 33, 34, 35, 36 e 37 circuitos fechados, as quais correspondem, respectivamente, à topologia radial e às topologias malhadas com 1, 2, 3, 4 e 5 laços. Os resultados obtidos usando o modelo de PLIM, incluindo o número de laços formados, as perdas totais calculadas e os circuitos abertos em cada topologia, são apresentados na Tabela 8.

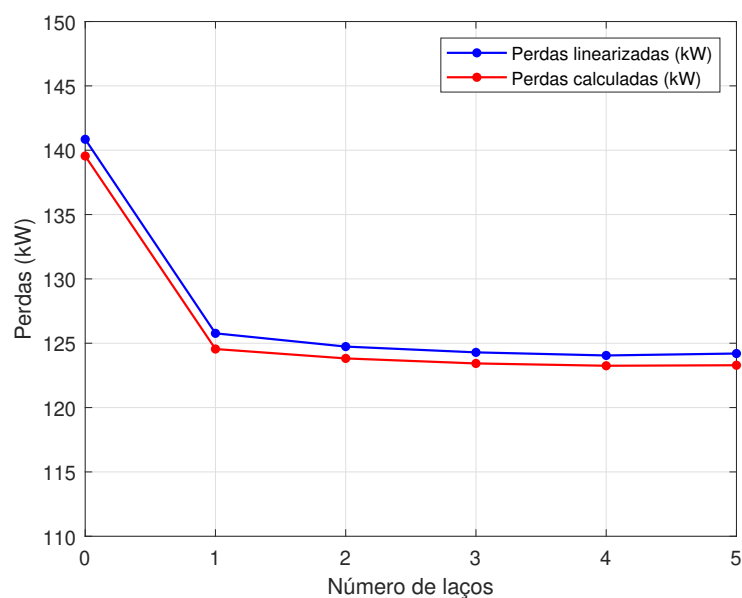
A topologia radial resulta no maior valor de perdas, 139,55 kW, enquanto a topologia malhada com 4 laços apresenta a melhor configuração em termos de perdas, com 123,26 kW, uma redução de 11,67%. A topologia totalmente malhada com 5 laços apresenta aumento no valor de perdas de energia, com 123,29 kW. O paradoxo de Braess explica esse comportamento ao adicionar mais um circuito fechado ao sistema. Na Figura 31 é apresentado o gráfico de linhas com a tendência dos valores de perdas ao longo das configurações obtidas. Nota-se o decaimento do valor de perdas entre a configuração radial até a configuração com menores perdas.

Na Tabela 9 são apresentados os tempos computacionais obtidos com a reconfiguração, considerando os Conjuntos I, II, III, IV e V de restrições de controle de topologia, todos os quais resultaram nas mesmas configurações, mas com tempos computacionais distintos. Na Figura 32 os tempos computacionais são apresentados através de um gráfico de linhas. Para este sistema, o Conjunto I apresenta melhor tempo de processamento para a maioria das topologias, com 1, 2, 3 e 4 laços, quando comparado aos Conjuntos II, III, IV e V. Para topologia radial com zero laços, os Conjuntos II e III apresentam melhores tempos computacionais, enquanto para a topologia totalmente malhada, o Conjunto II apresenta melhor desempenho.

Tabela 8 - Resultados - Sistema de 33 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
0	140,85	139,55	7-8, 9-10, 14-15, 32-33, 25-29
1	125,77	124,55	7-8, 9-10, 14-15, 32-33
2	124,74	123,82	9-10, 14-15, 32-33
3	124,29	123,43	9-10, 14-15
4	124,05	123,25	9-10
5	124,20	123,29	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 31 - Resultados - Sistema de 33 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Fonte: Elaborado pela autora.

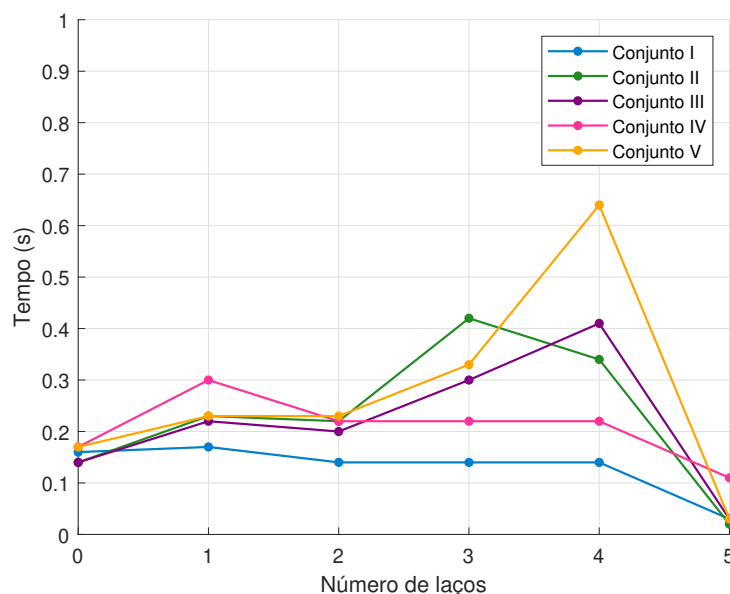
Tabela 9 - Resultados - Sistema de 33 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Conjunto I Tempo (s)	Conjunto II Tempo (s)	Conjunto III Tempo (s)	Conjunto IV Tempo (s)	Conjunto V Tempo (s)
0	0,16	0,14	0,14	0,17	0,17
1	0,17	0,23	0,22	0,30	0,23
2	0,14	0,22	0,20	0,22	0,23
3	0,14	0,42	0,30	0,22	0,33
4	0,14	0,34	0,41	0,22	0,64
5	0,03	0,02	0,03	0,11	0,03

Fonte: Elaborado pela autora.

4.5.3 Sistema de 84 barras

O sistema de 84 barras apresentado por Chiou, Chang e Su (2005) possui 84 barras, sendo 83 barras de carga, 1 barra de subestação e 96 circuitos. A tensão na subestação é de 11,40 kV,

Figura 32 - Resultados - Sistema de 33 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.

Fonte: Elaborado pela autora.

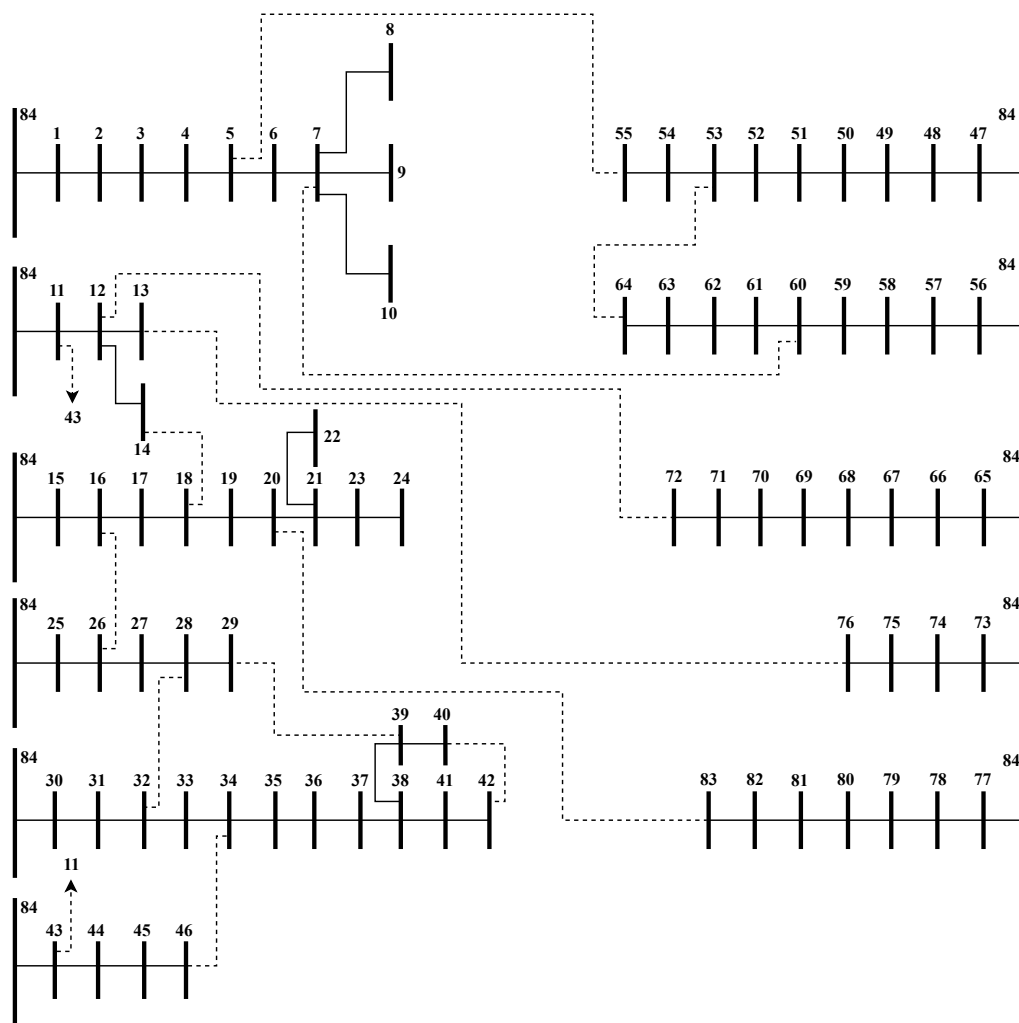
os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. e as demandas totais de potências ativa e reativa são 28.351 kW e 20.700 kVAr, respectivamente. Outros dados deste sistema são apresentados no Anexo A. A topologia inicial do sistema de 84 barras é apresentada na Figura 33.

Para este sistema são realizados 14 testes considerando configurações com 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95 e 96 circuitos fechados, as quais correspondem, respectivamente, à topologia radial e às topologias malhadas com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13 laços. Os resultados obtidos através do modelo de PLIM, incluindo o número de laços formados, as perdas totais calculadas e os circuitos abertos em cada topologia, são apresentados na Tabela 10.

A topologia radial resulta no maior valor de perdas, 469,88 kW, enquanto a topologia malhada com 9 laços apresenta a melhor configuração em termos de perdas, com 459,83 kW, uma redução de 2,14%. A partir do sistema que possui 10 laços, até o sistema totalmente malhado que possui 13 laços, o valor de perdas sofre um aumento, redução e aumento novamente. Na Figura 34 é apresentado o gráfico de linhas com a tendência dos valores de perdas ao longo das configurações obtidas. Nota-se o decaimento do valor de perdas entre a configuração radial até a configuração com menores perdas, seguido de oscilações nos valores de perdas à medida que mais circuitos são adicionados nas próximas configurações. O paradoxo de Braess, novamente explica esse comportamento ao adicionar mais circuitos fechados ao sistema.

Na Tabela 11 são apresentados os tempos computacionais obtidos com a reconfiguração, considerando os Conjuntos I, II, III, IV e V de restrições de controle de topologia, todos os

Figura 33 - Sistema de 84 barras.



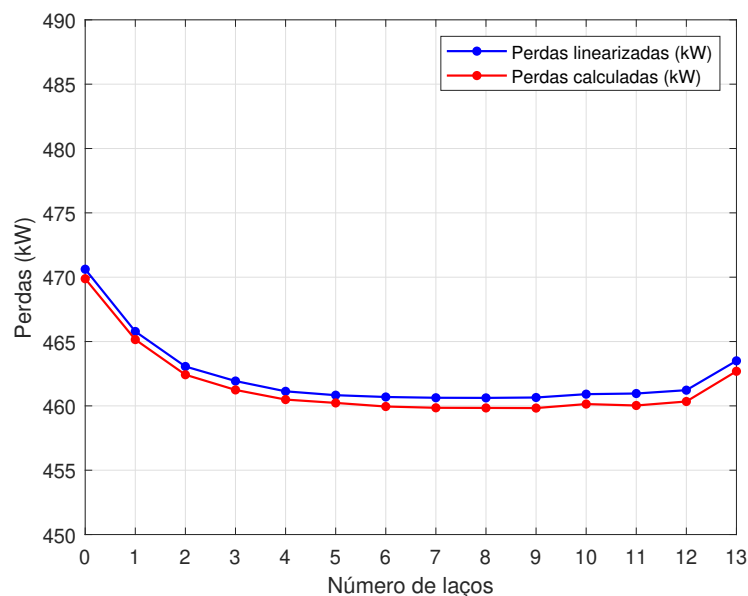
Fonte: Chiou, Chang e Su (2005).

quais resultaram nas mesmas configurações, mas com tempos computacionais distintos. Na Figura 35 os tempos computacionais são apresentados através de um gráfico de linhas. Para este sistema, o Conjunto I apresenta melhor tempo de processamento para a maioria das topologias, com 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12 e 13 laços, quando comparado aos Conjuntos II, III, IV e V. Para a topologia radial, com zero laços, o Conjunto IV apresentou o melhor desempenho entre os avaliados. Na configuração com 2 laços, o Conjunto II obteve o melhor resultado, enquanto que, para a topologia com 10 laços, o Conjunto III apresentou desempenho mais eficiente.

Tabela 10 - Resultados - Sistema de 84 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
0	470,62	469,88	6-7, 12-13, 11-43, 14-18, 16-26, 28-32, 33-34, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 71-72, 82-83
1	465,78	465,15	6-7, 12-13, 11-43, 14-18, 16-26, 28-32, 33-34, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 82-83
2	463,06	462,42	6-7, 12-13, 11-43, 14-18, 28-32, 33-34, 38-39, 40-42, 54-55, 61-62, 82-83
3	461,93	461,24	6-7, 12-13, 11-43, 14-18, 32-33, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 82-83
4	461,13	460,49	5-55, 11-43, 12-13, 14-18, 32-33, 38-39, 41-42, 62-63, 82-83
5	460,83	460,23	5-55, 12-13, 14-18, 33-34, 38-39, 41-42, 62-63, 82-83
6	460,69	459,95	5-55, 12-13, 14-18, 32-33, 41-42, 62-63, 82-83
7	460,63	459,85	5-55, 12-13, 32-33, 41-42, 62-63, 82-83
8	460,62	459,84	5-55, 12-13, 41-42, 62-63, 82-83
9	460,65	459,83	5-55, 12-13, 62-63, 82-83
10	460,91	460,14	5-55, 62-63, 82-83
11	460,96	460,03	12-13, 82-83
12	461,22	460,34	82-83
13	463,50	462,69	-

Fonte: Elaborado pela autora.

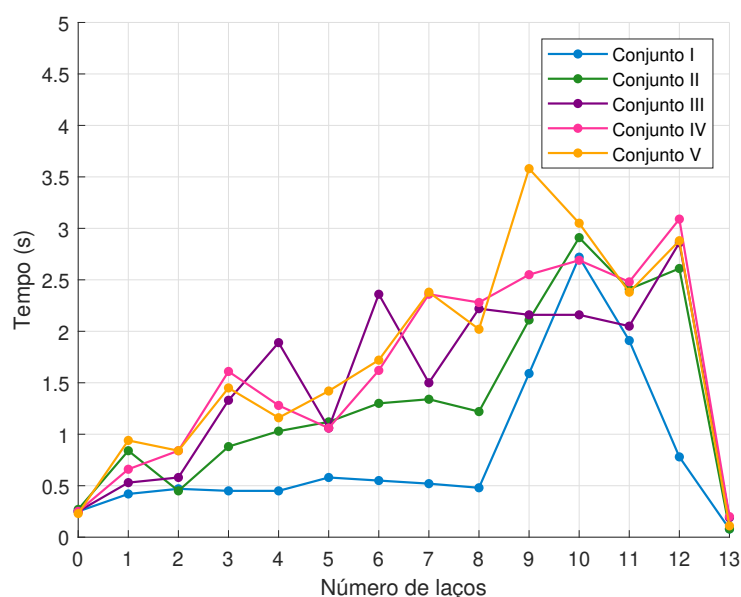
Figura 34 - Resultados - Sistema de 84 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 11 - Resultados - Sistema de 84 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Conjunto I Tempo (s)	Conjunto II Tempo (s)	Conjunto III Tempo (s)	Conjunto IV Tempo (s)	Conjunto V Tempo (s)
0	0,25	0,27	0,25	0,25	0,23
1	0,42	0,84	0,53	0,66	0,94
2	0,47	0,45	0,58	0,84	0,84
3	0,45	0,88	1,33	1,61	1,45
4	0,45	1,03	1,89	1,28	1,16
5	0,58	1,12	1,06	1,06	1,42
6	0,55	1,30	2,36	1,62	1,72
7	0,52	1,34	1,50	2,36	2,38
8	0,48	1,22	2,22	2,28	2,02
9	1,59	2,11	2,16	2,55	3,58
10	2,72	2,91	2,16	2,69	3,05
11	1,91	2,41	2,05	2,48	2,38
12	0,78	2,61	2,86	3,09	2,88
13	0,08	0,08	0,19	0,20	0,11

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 35 - Resultados - Sistema de 84 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.

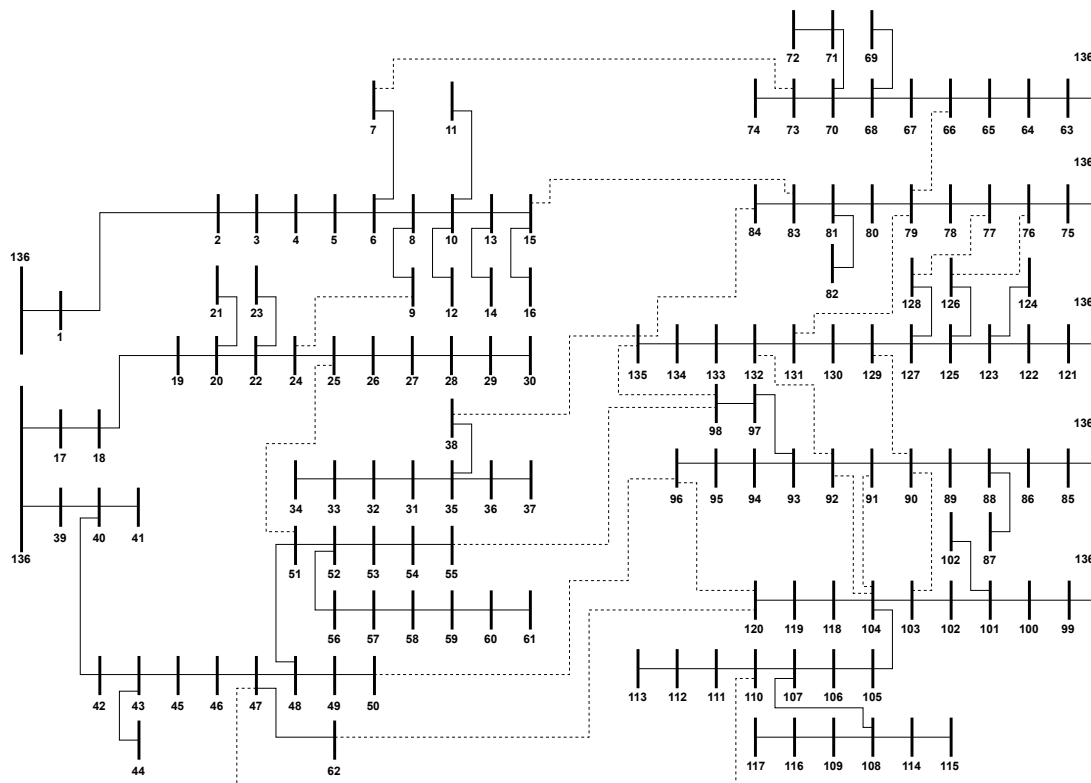
Fonte: Elaborado pela autora.

4.5.4 Sistema de 136 barras

O sistema de 136 barras apresentado por Mantovani, Casari e Romero (2000) possui 136 barras, sendo 135 barras de carga, 1 barra de subestação e 156 circuitos. A tensão na subestação é de 13,80 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. e as demandas totais de potências ativa e reativa são 18.313,81 kW e 7.932,53 kVar, respectivamente. Outros dados deste sistema são apresentados no Anexo A. A topologia inicial

do sistema de 136 barras é apresentada na Figura 36.

Figura 36 - Sistema de 136 barras.



Fonte: Mantovani, Casari e Romero (2000).

Para este sistema são realizados 22 testes considerando configurações com 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155 e 156 circuitos fechados, as quais correspondem, respectivamente, à topologia radial e às topologias malhadas com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21 laços. Os resultados obtidos através do modelo de PLIM, incluindo o número de laços formados, as perdas totais calculadas e os circuitos abertos em cada topologia, são apresentados na Tabela 12.

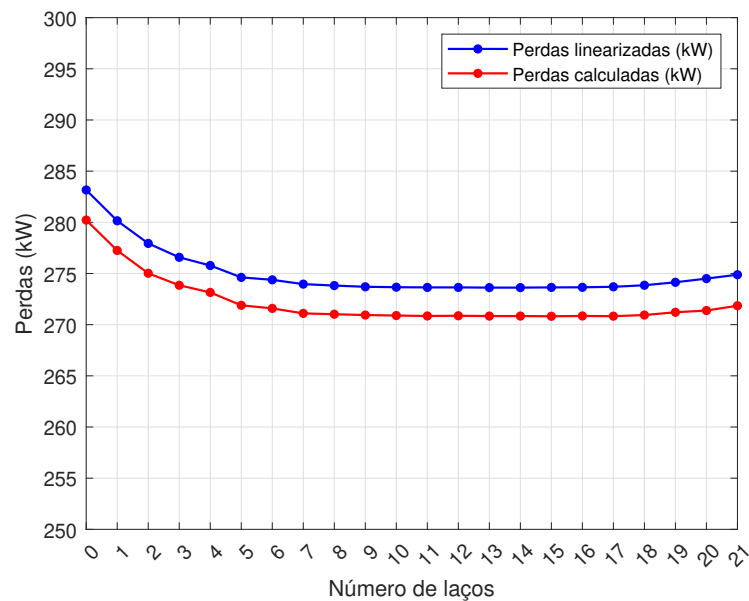
A topologia radial resulta no maior valor de perdas, 280,22 kW, enquanto a topologia malhada com 15 laços apresenta a melhor configuração em termos de perdas, com 270,82 kW, uma redução de 3,35%. A partir do sistema que possui 15 laços, até o sistema totalmente malhado que possui 21 laços, o valor de perdas sofre oscilações de aumentos e reduções. Na Figura 37 é apresentado o gráfico de linhas com a tendência dos valores de perdas ao longo das configurações obtidas. Nota-se o decaimento do valor de perdas entre a configuração radial até a configuração com menores perdas, seguido de oscilações nos valores de perdas à medida que mais circuitos são adicionados nas próximas configurações. O paradoxo de Braess explica esse comportamento ao adicionar mais circuitos fechados ao sistema.

Tabela 12 - Resultados - Sistema de 136 barras: Perdas (kW) × Topologias.

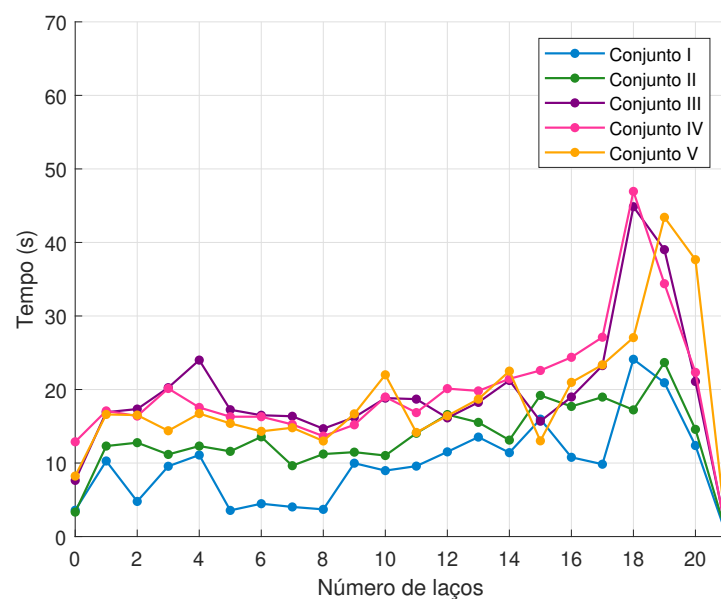
Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
0	283,16	280,22	6-7, 9-24, 15-83, 38-135, 48-51, 50-96, 52-53, 66-79, 79-131, 83-84, 89-90, 90-129, 91-104, 92-104, 92-132, 95-96, 104-118, 105-106, 125-126, 127-128, 135-98
1	280,15	277,25	6-7, 9-24, 15-83, 38-135, 48-51, 50-96, 52-53, 66-79, 79-131, 83-84, 89-90, 90-129, 92-104, 92-132, 94-95, 105-106, 119-120, 125-126, 127-128, 135-98
2	277,94	275,02	6-7, 9-24, 15-83, 31-35, 48-51, 50-96, 55-98, 66-79, 79-131, 84-135, 90-129, 92-104, 92-132, 95-96, 105-106, 118-119, 125-126, 128-77, 134-135
3	276,58	273,85	7-73, 8-9, 15-83, 31-35, 48-51, 50-96, 54-55, 79-131, 84-135, 90-129, 92-104, 92-132, 95-96, 105-106, 118-119, 125-126, 127-128, 134-135
4	275,78	273,15	7-73, 8-9, 15-83, 31-35, 48-51, 50-96, 53-54, 79-131, 84-135, 90-129, 92-104, 95-96, 105-106, 118-119, 125-126, 127-128, 134-135
5	274,62	271,89	7-73, 8-9, 15-83, 31-35, 48-51, 50-96, 53-54, 83-84, 90-129, 92-104, 95-96, 105-106, 119-120, 125-126, 128-77, 134-135
6	274,38	271,59	7-73, 8-9, 15-83, 35-38, 48-49, 53-54, 62-120, 83-84, 90-129, 92-104, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
7	273,96	271,10	7-73, 8-9, 15-83, 50-96, 54-55, 62-120, 83-84, 90-129, 92-104, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
8	273,82	271,02	7-73, 8-9, 15-83, 48-49, 55-98, 62-120, 83-84, 90-129, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
9	273,70	270,94	7-73, 8-9, 15-83, 49-50, 55-98, 62-120, 83-84, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
10	273,66	270,89	7-73, 8-9, 15-83, 49-50, 55-98, 83-84, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
11	273,64	270,85	8-9, 15-83, 48-49, 55-98, 83-84, 95-96, 105-106, 125-126, 128-77, 134-135
12	273,64	270,87	7-73, 8-9, 15-83, 49-50, 55-98, 83-84, 95-96, 105-106, 134-135
13	273,62	270,84	8-9, 15-83, 49-50, 55-98, 83-84, 95-96, 105-106, 134-135
14	273,62	270,84	8-9, 15-83, 48-49, 83-84, 95-96, 105-106, 134-135
15	273,64	270,82	8-9, 15-83, 83-84, 95-96, 105-106, 134-135
16	273,65	270,85	8-9, 15-83, 83-84, 105-106, 134-135
17	273,70	270,83	15-83, 83-84, 105-106, 134-135
18	273,85	270,94	15-83, 83-84, 105-106
19	274,14	271,21	83-84, 105-106
20	274,50	271,38	105-106
21	274,88	271,85	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Tabela 13 são apresentados os tempos computacionais obtidos com a reconfiguração, considerando os Conjuntos I, II, III, IV e V de restrições de controle de topologia, todos os quais resultaram nas mesmas configurações, mas com tempos computacionais distintos. Na Figura 38 os tempos computacionais são apresentados através de um gráfico de linhas. Para este sistema, o Conjunto I apresenta melhor tempo de processamento para a maioria das topologias, com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20 e 21 laços, quando comparado aos

Figura 37 - Resultados - Sistema de 136 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 38 - Resultados - Sistema de 136 barras: Tempo (s) $\times$ Conjuntos de restrições.

Fonte: Elaborado pela autora.

Conjuntos II, III, IV e V. Para as topologias radial e com 18 laços, o Conjunto II apresentou o melhor desempenho entre os avaliados. Na configuração com 15 laços, o Conjunto IV obteve desempenho mais eficiente.

Tabela 13 - Resultados - Sistema de 136 barras: Tempo (s) $\times$ Topologias.

Nº de laços	Conjunto I Tempo (s)	Conjunto II Tempo (s)	Conjunto III Tempo (s)	Conjunto IV Tempo (s)	Conjunto V Tempo (s)
0	3,58	3,33	7,64	12,89	8,23
1	10,28	12,31	16,91	17,09	16,61
2	4,78	12,77	17,34	16,39	16,52
3	9,56	11,17	20,25	20,14	14,39
4	11,09	12,31	24,00	17,56	16,73
5	3,56	11,59	17,25	16,30	15,39
6	4,47	13,56	16,50	16,30	14,31
7	4,03	9,64	16,36	15,25	14,80
8	3,70	11,22	14,67	13,66	13,00
9	9,98	11,48	16,22	15,20	16,69
10	8,97	11,02	18,83	18,98	22,00
11	9,58	14,05	18,69	16,86	14,16
12	11,52	16,59	16,14	20,12	16,42
13	13,53	15,53	18,25	19,81	18,69
14	11,41	13,12	21,23	21,45	22,50
15	15,97	19,20	15,69	22,59	13,02
16	10,78	17,70	18,98	24,38	20,97
17	9,84	18,97	23,25	27,11	23,36
18	24,11	17,23	44,86	46,94	27,06
19	20,92	23,67	39,02	34,39	43,42
20	12,38	14,58	21,09	22,33	37,66
21	0,22	0,36	0,67	0,33	0,61

Fonte: Elaborado pela autora.

4.5.5 Sistema de 415 barras

O sistema de 415 barras apresentado originalmente por Bernal-Agustín (1998) e modificado por Lapsee (2025) possui 415 barras, sendo 414 barras de carga, 1 barra de subestação e 473 circuitos. A tensão na subestação é de 10 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. e as demandas totais de potências ativa e reativa são 27.340,20 kW e 13.241,46 kVAr, respectivamente. Outros dados deste sistema são apresentados no Anexo A.

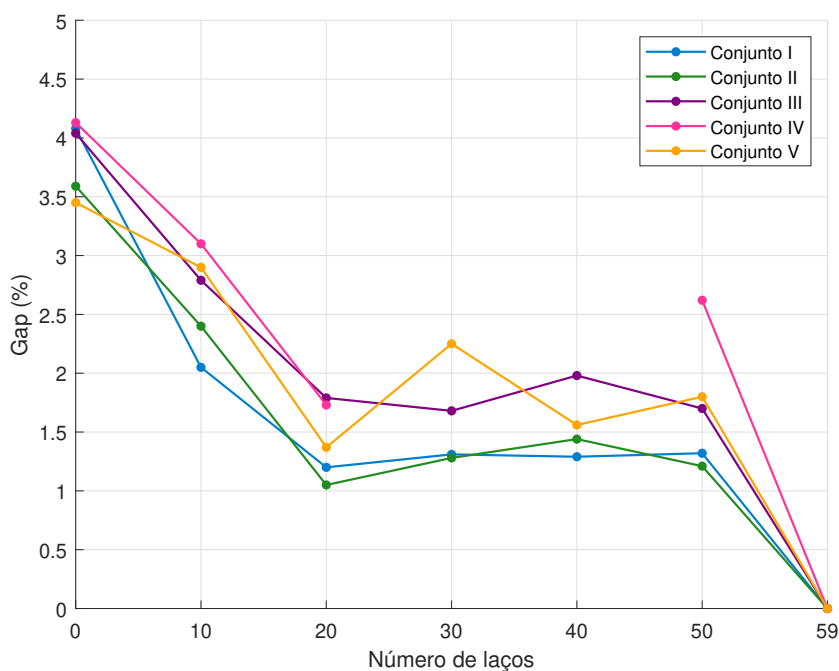
Para este sistema são realizados 7 testes considerando configurações com 414, 424, 434, 444, 454, 464 e 473 circuitos fechados, as quais correspondem, respectivamente, à topologia radial e às topologias malhadas com 10, 20, 30, 40, 50 e 59 laços. Os resultados obtidos através do modelo de PLIM, incluindo o número de laços formados, as perdas totais calculadas, os circuitos abertos em cada topologia e o gap de otimalidade para 18.000 segundos são apresentados nas Tabelas 14, 15, 16, 17 e 18 considerando os Conjuntos de controle de topologia I, II, III, IV e V, respectivamente.

Considerando cada conjunto de restrições de controle de topologia, a configuração radial apresenta menor valor de perdas de 580,80 kW para os Conjuntos II e V e maior valor de perdas de 583,00 kW para o Conjunto IV. Para configuração com 10 laços, os Conjunto I e

III obtiveram o melhor resultado com 507,95 kW e a configuração com maiores perdas de 508,69 kW foi obtida pelo Conjunto V. Para a configuração com 20 laços, os cinco conjuntos obtiveram soluções com 498,77 kW. Para a configuração com 30 laços, os Conjuntos I, II, III e V obtiveram o valor de perdas de 497,70 kW e o Conjunto IV não obteve solução. Ao considerar 40 laços, os Conjuntos I, II e V obtiveram o valor de perdas de 497,67 kW, enquanto o Conjunto III apresentou 497,66 kW e o Conjunto IV não obteve solução. Para 50 laços, os Conjuntos I e II apresentam o menor valor de perdas de 497,60 kW, enquanto o Conjunto III obteve solução com o maior valor de perdas de 497,78 kW. A solução com 59 laços para os cinco conjuntos encontrou o valor de perdas de 498,11 kW. A Figura 40 apresenta os valores de perdas em relação às topologias considerando cada conjunto de restrições. Nota-se que de maneira geral, adicionar circuitos ao sistema, reduz significativamente o valor de perdas em relação a configuração radial. O paradoxo de Braess acontece apenas da configuração com 50 laços para a configuração totalmente malhada com 59 laços, em que há um aumento no valor de perdas.

A Figura 39 relaciona o valor do gap em relação às topologias considerando os conjuntos de restrições, na qual observa-se que os Conjuntos I e II obtiveram melhor rendimento, enquanto os outros três conjuntos variam seus gaps ao longo dos testes. Ao analisar os resultados de perdas mínimas e os gaps dos testes para este sistema, os Conjuntos I e II apresentam melhor desempenho, enquanto o IV demonstrou menor eficácia em comparação com os demais.

Figura 39 - Resultados - Sistema de 415 barras: Gap $\times$ Topologias.



Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 14 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) × Conjunto I.

Nº de laços	Perdas Lin. (kW)	Perdas Calc. (kW)	Circuitos Abertos	gap (%)
0	583,88	582,30	2-9, 6-2, 19-32, 20-48, 20-56, 26-30, 33-46, 38-29, 40-42, 41-36, 57-19, 58-68, 74-80, 76-77, 83-98, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 132-139, 134-144, 138-142, 143-147, 146-141, 148-137, 159-128, 159-179, 159-180, 172-178, 201-415, 220-219, 229-227, 233-232, 250-251, 256-258, 259-323, 264-265, 274-208, 280-234, 280-281, 291-289, 292-235, 295-294, 302-303, 303-305, 304-307, 309-304, 310-303, 313-316, 317-314, 318-317, 322-321, 333-335, 336-337, 358-250, 362-380, 368-369, 381-65, 383-67	4,08
10	509,41	507,95	2-9, 19-32, 20-71, 26-30, 33-46, 38-29, 42-47, 45-49, 48-44, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 67-84, 74-80, 76-58, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 172-178, 201-415, 229-227, 233-232, 274-208, 280-234, 289-288, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369, 381-65	2,05
20	500,10	498,77	2-9, 19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 38-29, 40-42, 45-41, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 201-415, 274-208, 291-289, 292-235, 302-303, 303-305, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250	1,20
30	499,08	497,70	2-9, 19-32, 26-30, 28-33, 35-44, 40-42, 45-41, 56-146, 59-57, 74-80, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 147-56, 201-415, 289-288, 292-235, 302-303, 305-309, 307-315, 313-316, 314-310, 316-318, 317-314, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369	1,31
40	499,09	497,67	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 56-146, 59-57, 74-80, 147-56, 201-415, 289-288, 302-303, 305-309, 307-315, 310-303, 335-336, 358-250, 368-369	1,29
50	499,24	497,60	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 201-415, 289-288, 307-315	1,32
59	500,08	498,11	-	0,00

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 15 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) × Conjunto II.

Nº de laços	Perdas Lin. (kW)	Perdas Calc. (kW)	Circuitos Abertos	gap (%)
0	582,34	580,80	2-9, 6-2, 14-10, 19-32, 20-48, 20-56, 26-30, 33-46, 42-47, 45-41, 48-38, 57-19, 57-61, 65-383, 67-84, 74-80, 76-58, 83-98, 94-111, 104-107, 106-102, 128-345, 132-139, 137-154, 138-142, 143-147, 144-145, 146-141, 159-180, 172-178, 178-159, 201-415, 220-219, 229-227, 233-232, 242-248, 258-260, 259-323, 264-265, 274-208, 280-234, 280-281, 291-289, 292-235, 295-294, 302-303, 303-305, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 333-335, 335-336, 362-380, 381-65, 382-369	3,59
10	509,46	508,02	2-9, 19-32, 20-71, 30-39, 33-46, 38-29, 42-47, 45-41, 48-44, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 67-84, 74-80, 76-58, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 172-178, 201-415, 229-227, 233-232, 274-208, 280-234, 289-288, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369, 381-65	2,40
20	500,10	498,77	2-9, 19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 38-29, 40-42, 45-41, 56-146, 56-148, 60-59, 65-383, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 201-415, 274-208, 291-289, 292-235, 302-303, 304-307, 305-309, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250	1,05
30	499,08	497,70	2-9, 19-32, 26-30, 28-33, 35-44, 40-42, 45-41, 56-146, 60-59, 74-80, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 147-56, 201-415, 289-288, 292-235, 302-303, 305-309, 307-315, 313-316, 314-310, 316-318, 317-314, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369	1,28
40	499,09	497,67	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 56-146, 60-59, 74-80, 147-56, 201-415, 289-288, 302-303, 303-305, 307-315, 314-310, 335-336, 358-250, 368-369	1,44
50	499,24	497,60	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 201-415, 289-288, 304-307	1,21
59	500,08	498,11	-	0,00

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 16 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) × Conjunto III.

Nº de laços	Perdas Lin. (kW)	Perdas Calc. (kW)	Circuitos Abertos	gap (%)
0	583,90	582,13	2-9, 6-2, 19-32, 20-48, 20-56, 26-30, 33-46, 38-29, 40-42, 41-36, 57-19, 58-68, 74-80, 76-77, 83-98, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 132-139, 134-144, 135-131, 136-143, 142-149, 148-137, 159-128, 159-179, 159-180, 172-178, 201-415, 220-219, 229-227, 233-232, 250-251, 256-258, 264-265, 274-208, 280-234, 280-281, 291-289, 292-235, 295-294, 302-303, 304-307, 305-309, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 337-338, 358-250, 362-380, 368-369, 381-65, 383-67	4,04
10	509,41	507,95	2-9, 19-32, 20-71, 26-30, 33-46, 42-47, 45-49, 48-38, 48-44, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 67-84, 74-80, 76-58, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 172-178, 201-415, 229-227, 233-232, 274-208, 280-234, 289-288, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369, 381-65	2,79
20	500,10	498,77	2-9, 19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 45-41, 48-38, 56-146, 56-148, 60-59, 65-383, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 201-415, 274-208, 291-289, 292-235, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250	1,79
30	499,08	497,70	2-9, 19-32, 26-30, 28-33, 35-44, 40-42, 45-41, 56-146, 59-57, 74-80, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 147-56, 201-415, 289-288, 292-235, 302-303, 305-309, 307-315, 313-316, 314-310, 316-318, 317-314, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369	1,68
40	499,09	497,66	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 56-146, 59-57, 94-111, 147-56, 201-415, 289-288, 302-303, 305-309, 307-315, 310-303, 335-336, 358-250, 368-369	1,98
50	499,41	497,78	2-9, 19-32, 35-44, 40-42, 147-56, 201-415, 289-288, 307-315, 335-336	1,70
59	500,08	498,11	-	0,00

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 17 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) × Conjunto IV.

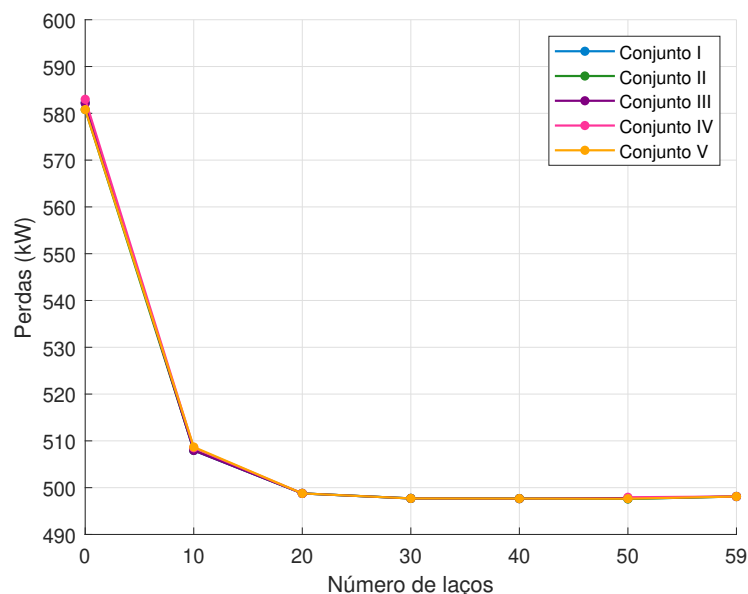
Nº de laços	Perdas Lin. (kW)	Perdas Calc. (kW)	Circuitos Abertos	gap (%)
0	584,41	583,00	2-9, 6-2, 19-32, 20-48, 20-56, 28-33, 30-39, 42-47, 45-41, 48-38, 57-19, 62-60, 65-251, 74-80, 76-58, 83-98, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 132-139, 134-144, 138-142, 143-147, 146-141, 148-137, 159-128, 159-179, 159-180, 172-178, 201-415, 220-219, 229-227, 233-232, 258-260, 259-323, 264-265, 274-208, 280-234, 280-281, 291-289, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 333-335, 336-337, 344-368, 358-250, 362-380, 381-382, 383-67	4,13
10	510,13	508,53	2-9, 6-2, 19-32, 26-30, 29-25, 33-46, 40-42, 45-41, 48-44, 56-146, 56-148, 59-57, 74-80, 83-98, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 172-178, 201-415, 229-227, 233-232, 250-251, 274-208, 280-234, 289-288, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369, 381-65, 383-67	3,10
20	500,10	498,77	2-9, 19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 45-41, 48-38, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 201-415, 274-208, 291-289, 292-235, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 310-303, 313-316, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250	1,73
30	-	-	-	-
40	-	-	-	-
50	499,63	497,95	2-9, 74-80, 201-415, 289-288, 302-303, 305-309, 307-315, 314-310, 335-336	2,62
59	500,08	498,11	-	0,00

Fonte: Elaborado pela autora.

Tabela 18 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) × Conjunto V.

Nº de laços	Perdas Lin. (kW)	Perdas Calc. (kW)	Circuitos Abertos	gap (%)
0	582,34	580,80	2-9, 6-2, 14-10, 19-32, 20-48, 20-56, 26-30, 33-46, 42-47, 45-41, 48-38, 57-19, 57-61, 65-383, 67-84, 74-80, 76-58, 83-98, 94-111, 104-107, 106-102, 128-345, 132-139, 137-154, 138-142, 143-147, 144-145, 146-141, 159-180, 167-175, 178-159, 201-415, 220-219, 229-227, 233-232, 242-248, 256-258, 259-323, 264-265, 274-208, 280-234, 280-281, 291-289, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 333-335, 335-336, 362-380, 381-65, 382-369	3,45
10	510,05	508,69	2-9, 19-32, 20-71, 26-30, 33-46, 38-29, 42-47, 45-49, 48-44, 56-146, 56-148, 60-59, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 172-178, 201-415, 229-227, 233-232, 250-251, 256-258, 274-208, 280-234, 288-287, 292-235, 295-294, 302-303, 305-309, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369, 381-65, 383-67	2,90
20	500,10	498,77	2-9, 19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 45-41, 48-38, 56-146, 56-148, 59-57, 65-383, 74-80, 88-66, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 142-149, 145-148, 147-56, 159-180, 201-415, 274-208, 291-289, 292-235, 302-303, 303-305, 307-315, 309-304, 313-316, 314-310, 317-314, 318-317, 322-321, 323-265, 333-335, 335-336, 358-250	1,37
30	499,08	497,70	2-9, 19-32, 26-30, 28-33, 35-44, 40-42, 45-41, 56-146, 60-59, 74-80, 94-111, 104-107, 106-102, 139-146, 147-56, 201-415, 289-288, 292-235, 302-303, 303-305, 307-315, 310-303, 313-316, 316-318, 317-314, 333-335, 335-336, 358-250, 368-369	2,25
40	499,09	497,67	19-32, 26-30, 33-46, 35-44, 40-42, 41-36, 56-146, 60-59, 74-80, 147-56, 201-415, 289-288, 302-303, 303-305, 307-315, 314-310, 335-336, 358-250, 368-369	1,56
50	499,35	497,64	19-32, 26-30, 33-46, 40-42, 45-41, 201-415, 289-288, 307-315, 314-310	1,80
59	500,08	498,11	-	0,00

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 40 - Resultados - Sistema de 415 barras: Perdas (kW) $\times$ Topologias.

Fonte: Elaborado pela autora.

4.6 Conclusões parciais

Os resultados dos testes realizados nos sistemas de 14, 33, 84, 136 e 415 barras demonstram que a topologia radial apresenta os maiores valores de perdas, enquanto a topologia totalmente malhada nem sempre é a operação de perdas mínimas. Para os sistemas de 33, 84, 136 e 415 barras, à medida que o número de circuitos fechados aumenta, as perdas diminuem até uma configuração de perdas mínimas, após o qual as perdas aumentam ao adicionar novos circuitos, esse fenômeno é atribuído ao Paradoxo de Braess em sistemas de distribuição considerando a operação malhada.

Uma característica recorrente nos resultados dos sistemas de 14, 33, 84 e 136 barras é que a redução mais significativa das perdas de energia ocorre na transição da topologia radial para a primeira topologia em malha, com o acréscimo de um circuito fechado ao sistema. O maior decréscimo de perdas com a formação de um laço, em termos percentuais, foi observado no sistema de 33 barras. A topologia com um laço reduziu as perdas em 10,75% em relação à topologia radial. A redução subsequente, de 1 para 2 laços, foi de apenas 0,59%. Já o menor decréscimo percentual ao adicionar um laço, ocorreu no sistema de 84 barras. A adição de um laço resultou em uma redução de 1,01%, enquanto a transição de 1 para 2 laços reduziu as perdas em 0,59%. Dessa forma, a configuração com apenas um laço apresenta-se como uma boa configuração intermediária para a maioria dos sistemas testados.

Para o sistema de 415 barras, cujos testes consideram configurações com incrementos de 10 laços, a análise dos resultados demonstra que o decréscimo mais acentuado nas perdas de energia ocorre na transição inicial, da topologia radial para a configuração com 10 laços. Com-

parando as reduções obtidas pelos diferentes conjuntos de restrições de controle de topologia, observa-se que as maiores reduções incrementais foram obtidas pelos Conjuntos I e IV, ambos com 12,77%. Já a menor redução foi obtida pelo Conjunto V, com 12,42%.

Apesar da análise comparativa de tempo computacional revelar que nenhum conjunto de restrições é superior em todos os testes, o Conjunto I destacou-se por proporcionar tempos de processamento eficientes para obter as topologias malhadas dos sistemas.

5 MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO OPERAÇÃO MALHADA E RESTRIÇÕES DE CURTO-CIRCUITO

Neste capítulo é formulado um conjunto de restrições necessárias para assegurar o cumprimento da capacidade de curto-circuito nos circuitos, nas barras e nas subestações no sistema de distribuição. É apresentada uma proposta de linearização para as restrições não lineares do conjunto e então as restrições são incorporadas ao modelo de PLIM apresentado no Capítulo 4. O modelo de PLIM apresentado não incorpora conjuntos de restrições de controle de topologia, de forma que as restrições de capacidade de curto-circuito limitam a formação de laços no sistema. Testes são realizados em sistemas de 33, 84 e 136 barras e os resultados obtidos são comparados à solução radial e à melhor solução malhada dos sistemas, obtidos no Capítulo 4.

5.1 Curto-circuito em sistemas de distribuição de energia elétrica com operação malhada

O curto-circuito é uma condição anormal nos sistemas elétricos, caracterizada pela redução abrupta da impedância em um ponto do circuito, provocada por uma falta, resultando em correntes elevadas denominadas de correntes de curto-circuito. As faltas podem ser causadas por diversos fatores e podem ocorrer entre fases, ou entre uma ou mais fases e a terra, permitindo uma variada combinação de tipos de faltas que podem comprometer a estabilidade e a confiabilidade do fornecimento de energia. Em ordem de gravidade, do mais ameno até o mais crítico, os curtos-circuitos podem ser divididos em quatro principais tipos:

1. Curto-circuito monofásico com conexão com a terra;
2. Curto-circuito bifásico;
3. Curto-circuito bifásico com conexão com a terra;
4. Curto-circuito trifásico com conexão com a terra.

A importância de se garantir valores baixos de corrente de curto-circuito em um sistema de distribuição de energia elétrica decorre da necessidade fundamental de preservar a integridade dos equipamentos e a segurança operacional da rede. Correntes de falta elevadas podem danificar componentes e criar condições de risco. Para o problema de RSDEE, considerar a operação malhada altera o perfil de tensão, as correntes nos circuitos e as correntes de curto-circuito em cenários de falta nos sistemas, conforme verificado nos trabalhos de Chen *et al.* (2004) e Celli

et al. (2004). É necessário garantir que, ao resolver o problema de reconfiguração, as topologias malhadas obtidas não tenham as correntes de curto-circuito superiores às capacidades de interrupção dos dispositivos de proteção (Macedo *et al.*, 2022). Assim, realizar o controle desses valores no sistema, assegura que a topologia obtida não viole os limites, mantendo a coordenação da proteção e consequentemente, garantindo a segurança no fornecimento de energia.

5.2 Restrições de curto-circuito

Para análise de curto-circuito, as seguintes considerações são feitas:

- A subestação é modelada como uma fonte de tensão $1\angle 0^\circ$ p.u. em série com uma impedância equivalente do sistema de sub-transmissão;
- As faltas são consideradas como curtos-circuitos trifásicos simétricos e apenas uma falta é considerada em cada cenário de falta;
- As cargas são ignoradas para os cálculos das correntes de curto-circuito.

O conjunto de restrições de curto-circuito é adaptado do trabalho de Macedo *et al.* (2022) e complementado com novas formulações neste estudo, resultando no modelo apresentado em (249)–(257):

$$\sum_{ji \in \Omega_{\mathcal{L}}} \hat{\mathbf{i}}_{ji,c}^R - \sum_{ij \in \Omega_{\mathcal{L}}} \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^R + \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{R,S} = \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{R,F} \quad \forall i \in \Omega_{\mathcal{N}}, c \in \Omega_C \quad (249)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_{\mathcal{L}}} \hat{\mathbf{i}}_{ji,c}^I - \sum_{ij \in \Omega_{\mathcal{L}}} \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^I + \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{I,S} = \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{I,F} \quad \forall i \in \Omega_{\mathcal{N}}, c \in \Omega_C \quad (250)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{i,c}^R - \hat{\mathbf{v}}_{j,c}^R + \hat{\mathbf{b}}_{ij,c}^R = \hat{\mathbf{R}}_{ij} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^R - \hat{\mathbf{X}}_{ij} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^I \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (251)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{i,c}^I - \hat{\mathbf{v}}_{j,c}^I + \hat{\mathbf{b}}_{ij,c}^I = \hat{\mathbf{X}}_{ij} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^R + \hat{\mathbf{R}}_{ij} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^I \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (252)$$

$$|\hat{\mathbf{b}}_{ij,c}^R| \leq 2\bar{v} \left(1 - \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (253)$$

$$|\hat{\mathbf{b}}_{ij,c}^I| \leq 2\bar{v} \left(1 - \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (254)$$

$$\left(\hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^R \right)^2 + \left(\hat{\mathbf{i}}_{ij,c}^I \right)^2 \leq \left(\bar{\mathbf{i}}_{ij,c} \right)^2 \cdot \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (255)$$

$$\left(\hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{R,F} \right)^2 + \left(\hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{I,F} \right)^2 \leq \left(\bar{\mathbf{i}}_{i,c}^F \right)^2 \quad \forall i \in \Omega_{\mathcal{N}} \setminus \Omega_S, c \in \Omega_C \quad (256)$$

$$\left(\hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{R,S} \right)^2 + \left(\hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{I,S} \right)^2 \leq \left(\bar{\mathbf{i}}_{i,c}^S \right)^2 \quad \forall i \in \Omega_S, c \in \Omega_C \quad (257)$$

Para as restrições (249)–(257), o conjunto $\Omega_{\mathcal{L}}$ contém os circuitos de Ω_L , os circuitos com as impedâncias equivalentes das subestações e o conjunto de circuitos para os cálculos de curto-circuito, incluindo as barras de subestações. O conjunto $\Omega_{\mathcal{N}}$ contém as barras para cálculos de

curto-circuito. O conjunto Ω_C contém os cenários de falta. A análise é realizada considerando faltas não simultâneas, ou seja, avaliando a falta em cada uma das barras para cada cenário.

As restrições (249) e (250) referem-se à Lei de Kirchhoff para as correntes. As variáveis $\hat{v}_{ij,c}^R$ e $\hat{v}_{ij,c}^I$ referem-se à parte real e parte imaginária das correntes de curto-circuito nos circuitos. As variáveis $\hat{v}_{i,c}^{R,S}$ e $\hat{v}_{i,c}^{I,S}$ referem-se às partes real e imaginária da corrente injetada pela subestação em um cenário de curto-circuito. Já $\hat{v}_{i,c}^{R,F}$ e $\hat{v}_{i,c}^{I,F}$ referem-se a parte real e imaginária da corrente de curto-circuito em uma barra de falta em um cenário de curto-circuito.

As restrições (251)–(254) referem-se a Lei de Kirchhoff para as tensões nos cenários de falta. As variáveis $\hat{v}_{i,c}^R$ e $\hat{v}_{i,c}^I$ referem-se a parte real e imaginária da tensão em uma barra em cenário de curto-circuito. As variáveis de folga para a parte real e imaginária da queda de tensão em um circuito em cenário de curto-circuito são representadas por $\hat{b}_{ij,c}^R$ e $\hat{b}_{ij,c}^I$. Em cada cenário de falta analisado, impõe-se a condição de tensão nula ao nó sob falta.

A restrição (255) estabelece o limite da corrente de curto-circuito para cada cenário de falta e estado do circuito. A restrição (256) estabelece o limite para a corrente de curto-circuito em uma barra de falta em um cenário de curto-circuito. Por fim, a restrição (257) refere-se ao limite das correntes de curto-circuito nas subestações.

5.3 Linearização da restrição de limite de corrente de curto-circuito nos circuitos

A restrição não linear (255) refere-se ao limite para a corrente de curto-circuito em um circuito de acordo seu estado e com o cenário de falta. A aproximação dessa restrição é apresentada neste trabalho, baseada na proposta de Akbari e Bina (2014) e Puerta (2022). Dessa forma, a restrição (255) pode ser representada usando o conjunto de restrições (258)–(260), de acordo com a Figura 41.

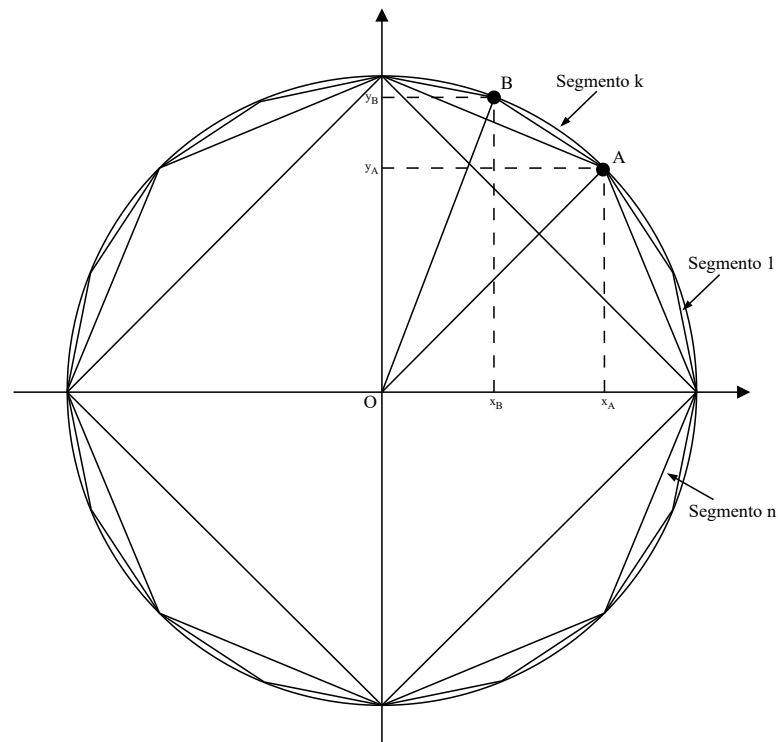
$$\begin{aligned} & \left[\sin\left(\frac{2\pi k}{nl}\right) \right] \cdot \left(\hat{v}_{ij,c}^{R+} + \hat{v}_{ij,c}^{R-} \right) - \\ & \left[\sin\left(\frac{2\pi(k-1)}{nl}\right) \right] \cdot \hat{v}_{ij,c}^I \leq \sin\left(\frac{2\pi}{nl}\right) \cdot \bar{v}_{ij,c} \cdot \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C, k \in \{1, \dots, nl\} \end{aligned} \quad (258)$$

$$\left| \left(\hat{v}_{ij,c}^{R+} + \hat{v}_{ij,c}^{R-} \right) \right| \leq \bar{v}_{ij,c} \cdot \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (259)$$

$$\left| \left(\hat{v}_{ij,c}^{I+} + \hat{v}_{ij,c}^{I-} \right) \right| \leq \bar{v}_{ij,c} \cdot \left(x_{ij}^+ + x_{ij}^- \right) \quad \forall ij \in \Omega_{\mathcal{L}}, c \in \Omega_C \quad (260)$$

Se um circuito estiver ativo, a restrição (258) restringe a corrente máxima no circuito em cenário de falta. Caso contrário, as restrições (259) e (260) forçarão a corrente para zero. A restrição (258) requer a utilização de nl equações lineares para cada circuito. Portanto, conforme

Figura 41 - Linearização do limite de corrente de curto-circuito.



Fonte: Adaptado de Akbari e Bina (2014).

o parâmetro nl for maior, o tamanho do problema também se torna maior.

5.4 Linearização das restrições de limite de corrente de curto-circuito nas barras de carga e de subestações

As restrições não lineares (256) e (257), referem-se aos limites para as correntes de curto-circuito nas barras de carga e nas subestações, respectivamente, de acordo com o cenário de falta. A aproximação dessas restrições é realizada de forma análoga ao caso anterior. Dessa forma, as restrições (256) e (257) podem ser representadas através das restrições (261) e (262), de acordo com a Figura 41.

$$\left[\sin \left(\frac{2\pi k}{nl} \right) \right] \cdot \hat{i}_{i,c}^{R,F} - \left[\sin \left(\frac{2\pi(k-1)}{nl} \right) \right] \cdot \hat{i}_{i,c}^{L,F} \leq \sin \left(\frac{2\pi}{nl} \right) \cdot \bar{i}_{i,c}$$

$$\forall i \in \Omega_{\mathcal{N}} \setminus \Omega_S, c \in \Omega_C,$$

$$k \in \{1, \dots, nl\}$$

(261)

$$\left[\sin \left(\frac{2\pi k}{nl} \right) \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{R,S} - \left[\sin \left(\frac{2\pi(k-1)}{nl} \right) \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_{i,c}^{I,S} \leq \sin \left(\frac{2\pi}{nl} \right) \cdot \bar{\mathbf{i}}_{i,c}^S$$

$$\forall i \in \Omega_S, c \in \Omega_C,$$

$$k \in \{1, \dots, nl\} \quad (262)$$

5.5 Testes e resultados

Testes foram realizados em sistemas de 33, 84 e 136 barras. Utiliza-se o modelo de PLIM, apresentado no Capítulo 4, desconsiderando as restrições de controle de topologia e considerando o conjunto de restrições de capacidade de curto-circuito. A linearização das restrições de curto-circuito considera o número de blocos, nl , igual a 20. A implementação da modelagem matemática foi realizada no ambiente de modelagem matemática AMPL e solucionada usando o *solver* comercial de otimização CPLEX 22.1.2.0. O computador utilizado para as simulações possui um processador de 12ª Geração Intel® Core™ i7-12700 de 2,10 GHz e 16,0 GB de RAM.

Os resultados obtidos considerando a análise de curto-circuito são comparados aos melhores resultados obtidos no Capítulo 4, nos quais a análise de curto-circuito não é considerada e as restrições de controle de topologia estão ativas. Todas as soluções foram avaliadas utilizando-se o modelo não linear exato de operação da rede usando o *solver* Knitro 14.2.0.

5.5.1 Sistema de 33 barras

O sistema de distribuição apresentado em Baran e Wu (1989) possui 33 barras, sendo 32 barras de carga, 1 barra de subestação e 37 circuitos. A tensão na subestação é de 13,66 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. As demandas totais de potências ativa e reativa são, respectivamente, 3.715 kW e 2.240 kVar. Os dados completos deste sistema, incluindo os limites de capacidade de curto-circuito são apresentados no Anexo A.

Na Tabela 19, são apresentados os resultados obtidos para três diferentes casos: R, correspondente à topologia radial desconsiderando a análise de curto-circuito; M, referente à melhor topologia malhada determinada desconsiderando a análise de curto-circuito; e C, associada à topologia obtida ao se incluir a análise de curto-circuito ao modelo base, desconsiderando, contudo, as restrições de controle de topologia. A tabela apresenta as perdas estimadas pelo modelo linearizado, as perdas calculadas pelo modelo não linear e os circuitos abertos de cada configuração.

Ao realizar a reconfiguração considerando a análise de curto-circuito, obteve-se uma topo-

Tabela 19 - Resultados - Sistema de 33 barras - Análise de curto-circuito.

Topologia	Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
R	0	140,85	139,55	7-8, 9-10, 14-15, 32-33, 25-29
M	4	124,05	123,25	9-10
C	2	125,41	123,92	7-8, 9-10, 32-33

Fonte: Elaborado pela autora.

logia malhada com 2 laços, resultando em perdas de 123,92 kW. Em comparação com a melhor topologia malhada em termos de perdas, de 123,26 kW, a solução obtida apresenta um acréscimo de 0,54%. Em relação à topologia radial, com 139,55 kW, observa-se uma redução de 11,18%. Assim, a topologia obtida nesta seção caracteriza-se como uma excelente alternativa de operação, pois mantém desempenho próximo ao da melhor configuração possível, ao mesmo tempo em que respeita os limites de capacidade de curto-circuito dos dispositivos de proteção na operação em regime malhado.

5.5.2 Sistema de 84 barras

O sistema de distribuição apresentado em Chiou, Chang e Su (2005) possui 84 barras, sendo 83 barras de carga, 1 barra de subestação e 96 circuitos. A tensão na subestação é de 11,40 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são, respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. As demandas totais de potências ativa e reativa são, respectivamente, 28.351 kW e 20.700 kVar. Os dados completos deste sistema, incluindo os limites de capacidade de curto-circuito são apresentados no Anexo A.

Na Tabela 20, são apresentados os resultados obtidos para três diferentes casos: R, correspondente à topologia radial desconsiderando a análise de curto-circuito; M, referente à melhor topologia malhada determinada desconsiderando a análise de curto-circuito; e C, associada à topologia obtida ao se incluir a análise de curto-circuito no modelo base, desconsiderando, contudo, as restrições de controle de topologia. A tabela apresenta as perdas estimadas pelo modelo linearizado, as perdas calculadas pelo modelo não linear e os circuitos abertos de cada configuração.

Tabela 20 - Resultados - Sistema de 84 barras - Análise de curto-circuito.

Topologia	Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
R	0	470,62	469,88	6-7, 12-13, 11-43, 14-18, 16-26, 28-32, 33-34, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 71-72, 82-83
M	9	460,65	459,83	5-55, 12-13, 62-63, 82-83
C	5	462,66	461,98	6-7, 12-13, 38-39, 54-55, 61-62, 82-83, 14-18, 28-32, 40-42

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao realizar a reconfiguração considerando a análise de curto-circuito, obteve-se uma topologia malhada com 5 laços, resultando em perdas de 461,98 kW. Em comparação com a melhor topologia malhada em termos de perdas, de 459,83 kW, a solução obtida apresenta um acréscimo de 0,47% nas perdas. Em relação à topologia radial, com 469,88 kW, observa-se uma redução de 1,68%. A topologia obtida configura-se como uma excelente alternativa de operação, pois mantém desempenho próximo ao da melhor configuração possível, respeitando os limites de capacidade do curto-circuito dos dispositivos de proteção em regime malhado.

5.5.3 Sistema de 136 barras

O sistema de distribuição apresentado em Mantovani, Casari e Romero (2000) possui 136 barras, sendo 135 barras de carga, 1 barra de subestação e 156 circuitos. A tensão na subestação é de 13,80 kV, os limites mínimo e máximo de tensão permitidos são respectivamente, 0,93 e 1,00 p.u. As demandas totais de potências ativa e reativa são respectivamente, 18.313,81 kW e 7.932,53 kVAr. Os dados completos deste sistema, incluindo os limites de capacidade de curto-circuito são apresentados no Anexo A.

Na Tabela 21, são apresentados os resultados obtidos para três diferentes casos: R, correspondente à topologia radial desconsiderando a análise de curto-circuito; M, referente à melhor topologia malhada determinada desconsiderando a análise de curto-circuito; e C, associada à topologia obtida ao se incluir a análise de curto-circuito no modelo base, desconsiderando, contudo, as restrições de controle de topologia. A tabela apresenta as perdas estimadas pelo modelo linearizado, as perdas calculadas pelo modelo não linear e os circuitos abertos de cada configuração.

Tabela 21 - Resultados - Sistema de 136 barras - Análise de curto-circuito.

Topologia	Nº de laços	Perdas linearizadas (kW)	Perdas calculadas (kW)	Circuitos abertos
R	0	283,16	280,22	6-7, 9-24, 15-83, 38-135, 48-51, 50-96, 52-53, 66-79, 79-131, 83-84, 89-90, 90-129, 91-104, 92-104, 92-132, 95-96, 104-118, 105-106, 125-126, 127-128, 135-98
M	15	273,64	270,82	8-9, 15-83, 83-84, 95-96, 105-106, 134-135
C	3	274,23	271,58	8-9, 31-35, 48-51, 53-54, 83-84, 95-96, 105-106, 119-120, 15-83, 50-96

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao realizar a reconfiguração considerando a análise de curto-circuito, obteve-se uma topologia malhada com 3 laços, resultando em perdas de 271,58 kW. Em comparação com a melhor topologia malhada em termos de perdas, de 270,82 kW, a solução obtida apresenta um acréscimo de 0,28% nas perdas. Em relação à topologia radial, com 280,22 kW, observa-se uma redução de 3,09%. A topologia obtida caracteriza-se como uma excelente alternativa de

operação, pois mantém desempenho próximo ao da melhor configuração possível, ao mesmo tempo em que respeita os limites de capacidade de curto-circuito dos dispositivos de proteção na operação em regime malhado.

5.6 Conclusões parciais

Os testes realizados nos sistemas de 33, 84 e 136 barras demonstram a eficácia do modelo proposto em obter topologias malhadas que reduzem as perdas de energia e respeitam os limites de capacidade de curto-circuito das barras, circuitos e subestações. A análise comparativa entre a topologia radial, a melhor topologia malhada e a topologia obtida pelo modelo com restrições de capacidade de curto-circuito evidencia que a solução obtida neste último representa uma alternativa de operação segura.

Para o sistema de 33 barras, a topologia obtida que possui 2 laços, reduziu as perdas em 11,18% em relação à configuração radial, com um acréscimo de 0,54% nas perdas em comparação à melhor topologia malhada. No sistema de 84 barras, a topologia obtida que possui 5 laços obteve uma redução de 1,68% em relação ao caso radial e 0,47% superior em perdas em relação a melhor topologia malhada. Para o sistema de 136 barras, a topologia obtida com 3 laços obteve redução de 3,09% nas perdas frente à topologia radial e aumento de 0,28% em relação à solução a melhor topologia malhada.

Uma característica recorrente nos resultados é que o modelo com restrições de curto-circuito obteve soluções com número de laços inferior ao da melhor topologia malhada de perdas mínimas. Isso demonstra que as restrições de capacidade de curto-circuito atuam como limitadores efetivos para o número de laços do sistema, garantindo que a busca por menores perdas resulte em uma topologia operacionalmente viável e de menor complexidade, por demandar um menor número de circuitos em operação.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma modelagem matemática de PLIM para resolver o problema de RSDEE, considerando a minimização de perdas através da operação radial e malhada.

A primeira metodologia consiste em incorporar e comparar cinco conjuntos de restrições de controle de topologia distintos ao modelo de PLIM, permitindo uma análise da flexibilidade operacional da rede. A abordagem demonstrou-se robusta e os resultados obtidos em sistemas teste de 14, 33, 84, 136 e 415 barras confirmam que a operação malhada é uma estratégia eficaz para a redução significativa das perdas de energia em comparação com a topologia radial tradicional. Também foi observado que topologias com poucos laços representam excelentes propostas de operação entre a topologia radial e a topologia de perdas mínimas. A pesquisa evidenciou e explicou a ocorrência do paradoxo de Braess nos sistemas de distribuição, demonstrando que a topologia totalmente malhada não corresponde necessariamente à configuração de perdas mínimas, mas sim a uma configuração intermediária.

Adicionalmente, o modelo de PLIM foi expandido para integrar restrições de capacidade de curto-circuito. Nesta abordagem, os conjuntos de restrições de controle de topologia não são incorporados, de forma que as restrições de capacidade de curto-circuito limitam a formação de laços no sistema. Os resultados obtidos para os sistemas de 33, 84 e 136 demonstram que é possível obter configurações malhadas que conciliam a redução de perdas com a segurança operacional.

Os modelos de PLIM desenvolvidos caracterizam-se como abordagens eficientes para o problema de RSDEE, considerando a operação radial e malhada. A metodologia permite a exploração dos benefícios da operação em malha e alinha a eficiência à segurança operacional.

Sugestões para trabalhos futuros incluem:

- A análise da confiabilidade dos sistemas;
- Definição de conjuntos de restrições considerando a inserção da geração distribuída com operação conexa e ilhada.

REFERÊNCIAS

- ABDELMAGUID, T. F. An efficient mixed integer linear programming model for the minimum spanning tree problem. *Mathematics*, Basel, v. 6, n. 10, p. 183, 2018.
- AKBARI, T.; BINA, M. T. A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach. *Electric Power Systems Research*, Amsterdam, v. 114, p. 93–100, 2014.
- ALIZADEH, A.; ESFAHANI, M.; CAO, B.; KAMWA, I.; XU, M. New tight expression of network radiality constraints using constant commodity flow equipped with the parent–child supply chain. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, Amsterdam, v. 41, p. 101631, 2025.
- BAILLIEUL, J.; ZHANG, B.; WANG, S. The Kirchhoff-Braess paradox and its implications for smart microgrids. *2015 54th IEEE Conference on Decision and Control*, Piscataway, p. 6556–6563, 2015.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, 1989.
- BERNAL-AGUSTÍN, J. *Application of genetic algorithms to the optimal design of power distribution systems*. Tese (Doutorado em Engenharia Industrial) — Universidad de Zaragoza, Zaragoza, Espanha, 1998.
- BRAESS, D. Über ein paradoxon aus der verkehrsplanung. *Unternehmensforschung*, Heidelberg, v. 12, p. 258–268, 1968.
- CARREÑO, E. M.; ROMERO, R.; PADILHA-FELTRIN, A. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 1542–1551, 2008.
- CELLI, G.; PILO, F.; PISANO, G.; CICORIA, R.; IARIA, A. Meshed vs. radial MV distribution network in presence of large amount of DG. *IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, New York, 2004.
- CHEN, T. H.; HUANG, W. T.; GU, J. C.; PU, G.-C.; HSU, Y. F.; GUO, T. Y. Feasibility study of upgrading primary feeders from radial and open-loop to normally closed-loop arrangement. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 3, p. 1308–1316, 2004.
- CHIOU, J. P.; CHANG, C. F.; SU, C. T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 668–674, 2005.
- CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; YIN, H.; LEE, S. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 3, n. 3, p. 1217–1223,

1988.

CRUZ, M.; FITIWI, D.; SANTOS, S.; MARIANO, S.; CATALÃO, J. Prospects of a meshed electrical distribution system featuring large-scale variable renewable power. *Energies*, Basel, v. 11, n. 12, p. 3399, 2018.

ELGERD, O. I. Electric energy systems theory: An introduction. McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.

FLORES, M.; MACEDO, L. H.; ROMERO, R. Alternative mathematical models for the optimal transmission switching problem. *IEEE Systems Journal*, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 1245–1255, 2021.

FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. A mixed-integer LP model for the reconfiguration of radial electric distribution systems considering distributed generation. *Electric Power Systems Research*, Amsterdam, v. 97, p. 51–60, 2013.

FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A mixed-integer linear programming model for the electric vehicle charging coordination problem in unbalanced electrical distribution systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, Piscataway, v. 6, n. 5, p. 2200–2210, 2015.

GARCIA, V. J. *Metaheurísticas multiobjetivo para o problema de restauração do serviço em redes de distribuição de energia elétrica*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, São Paulo, 2005.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, 1992.

HOME-ORTIZ, J. M.; MACEDO, L. H.; MANTOVANI, J. R. S.; ROMERO, R.; VARGAS, R.; CATALÃO, J. P. S. Optimal operation of active distribution systems with voltage control and closed-loop topology. *2021 IEEE Madrid PowerTech*, Piscataway, 2021.

HOME-ORTIZ, J. M.; MACEDO, L. H.; VARGAS, R.; ROMERO, R.; MANTOVANI, J. R. S.; CATALÃO, J. P. S. Increasing RES hosting capacity in distribution networks through closed-loop reconfiguration and volt/var control. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Piscataway, v. 58, n. 4, p. 4424–4435, 2022.

JABR, R. A. Polyhedral formulations and loop elimination constraints for distribution network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 2, p. 1888–1897, 2013.

JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. *IEEE Transactions on Power systems*, Piscataway, v. 27, n. 2, p. 1106–1115, 2012.

LAPSEE. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Ilha Solteira, São Paulo, 2025.

LAVORATO, M.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 27, n. 1, p. 172–180, 2012.

- LEI, S.; CHEN, C.; SONG, Y.; HOU, Y. Radiality constraints for resilient reconfiguration of distribution systems: Formulation and application to microgrid formation. *IEEE Transactions on Smart Grid*, Piscataway, v. 11, n. 5, p. 3944–3956, 2020.
- LOPEZ, J. C.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Optimal restoration/maintenance switching sequence of unbalanced three-phase distribution systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, Piscataway, v. 9, n. 6, p. 6058–6068, 2017.
- MACEDO, L. H.; HOME-ORTIZ, J. M.; VARGAS, R.; MANTOVANI, J. R.; ROMERO, R.; CATALÃO, J. P. Short-circuit constrained distribution network reconfiguration considering closed-loop operation. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, Amsterdam, v. 32, p. 100937, 2022.
- MACEDO, L. H.; VARGAS, R.; HOME-ORTIZ, J. M.; MANTOVANI, J. R. S.; ROMERO, R.; CATALÃO, J. P. Increasing the PV hosting capacity in unbalanced three-phase distribution networks through reconfiguration with closed-loop operation. *2021 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2021 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, Piscataway, 2021.
- MAHDAVI, M.; ALHELOU, H. H.; GOPI, P.; HOSSEINZADEH, N. Importance of radiality constraints formulation in reconfiguration problems. *IEEE Systems Journal*, Piscataway, p. 1–14, 2023.
- MAHDAVI, M.; ALHELOU, H. H.; HATZIARGYRIOU, N. D.; AL-HINAI, A. An efficient mathematical model for distribution system reconfiguration using AMPL. *IEEE Access*, Piscataway, v. 9, p. 79961–79993, 2021.
- MAHDAVI, M.; JAVADI, M. S.; WANG, F.; CATALÃO, J. P. S. An efficient model for accurate evaluation of consumption pattern in distribution system reconfiguration. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Piscataway, v. 58, n. 3, p. 3102–3111, 2022.
- MANTOVANI, J. R.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. *Revista Brasileira de Controle Automação – SBA*, Campinas, v. 11, n. 3, p. 150–159, 2000.
- MENDOZA, J.; LÓPEZ, R.; MORALES, D.; LÓPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 2, p. 948–954, 2006.
- MERLIN, A.; BACK, H. Search for minimum-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system. *Proc. 5th Power System Computation Conference*, Cambridge, 1975.
- MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, New York, v. 7, n. 4, p. 326–329, 1960.
- NATI, L.; BRUNI, R.; MACCIONI, M.; GERI, A. Efficient handling of radiality constraints for large-scaled power distribution networks. *Electric Power Systems Research*, Amsterdam, v. 241, p. 111278, 2025.

PUERTA, G. F. *Restauração de redes de distribuição utilizando algoritmos de busca em vizinhança variável*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, 2022.

RITTER, D. *Análise crítica da operação radial dos sistemas de distribuição de energia elétrica*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, 2014.

SCHMIDT, H.; IDA, N.; KAGAN, N.; GUARALDO, J. Fast reconfiguration of distribution systems considering loss minimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1311–1319, 2005.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Piscataway, v. 4, n. 2, p. 1492–1498, 1989.

SINGH, M. K.; KEKATOS, V.; TAHERI, S.; SCHNEIDER, K. P.; LIU, C.-C. Enforcing radiality constraints for DER-aided power distribution grid reconfiguration. *21st Power Systems Computation Conference (PSCC 2020)*, Porto, Portugal, p. 1–8, 2020.

SUN, S.; LI, G.; CHEN, C.; BIAN, Y.; BIE, Z. A novel formulation of radiality constraints for resilient reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, Piscataway, v. 14, n. 2, p. 1337–1340, 2023.

VARGAS, R.; MACEDO, L. H.; HOME-ORTIZ, J. M.; ROMERO, R. Optimal restoration of distribution systems considering temporary closed-loop operation. *IEEE Systems Journal*, Piscataway, v. 15, n. 4, p. 5483–5494, 2021.

WANG, Y.; XU, Y.; LI, J.; HE, J.; WANG, X. On the radiality constraints for distribution system restoration and reconfiguration problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 35, n. 4, p. 3294–3296, 2020.

ZHANG, S.; ZOU, Y. Study of Braess paradox in a power grid considering node similarity. *Ninth International Conference on Energy Materials and Electrical Engineering (ICEMEE 2023)*, Guilin, v. 12979, p. 1584–1588, 2024.

ANEXO A - DADOS DOS SISTEMAS TESTES

Neste anexo são apresentados os dados completos dos sistemas de distribuição de 14, 33, 84, 136 e 415 barras, testados no trabalho.

A.1 SISTEMA DE 14 BARRAS

Os dados da Tabela 22 são utilizados para os testes do Capítulo 4.

- Barra de referência: 14 (subestação)
- Tensão base do sistema: 23,00 kV
- Potência base: 1.000 kVA

Tabela 22 - Dados do sistema de 14 barras.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVar)	u	$\bar{u}$
1	14	13	0,39675	0,52900	300	1	2.100,00	-800,00	3	11
2	13	12	0,42320	0,58190	200	2	1.000,00	900,00	2	12
3	13	11	0,47610	0,95220	150	3	1.000,00	-1.100,00	2	12
4	11	10	0,21160	0,21160	50	4	1.000,00	900,00	1	10
5	14	9	0,58190	0,58190	400	5	4.500,00	-1.700,00	3	13
6	9	8	0,42320	0,58190	300	6	600,00	-500,00	3	11
7	9	7	0,58190	0,58190	50	7	1.000,00	900,00	2	12
8	8	6	0,58190	0,58190	100	8	5.000,00	1.800,00	2	12
9	8	5	0,42320	0,58190	150	9	4.000,00	2.700,00	1	10
10	14	4	0,58190	0,58190	200	10	1.500,00	1.200,00	3	11
11	4	3	0,47610	0,63480	100	11	2.000,00	-400,00	2	12
12	4	2	0,42320	0,58190	150	12	3.000,00	400,00	2	12
13	2	1	0,21160	0,21160	100	13	2.000,00	1.600,00	1	9
14	12	6	0,21160	0,21160	100	14	0,00	0,00	0	0
15	7	3	0,21160	0,21160	100					
16	10	1	0,47610	0,63480	50					

Fonte: Civanlar *et al.* (1988).

A.2 SISTEMA DE 33 BARRAS

Os dados da Tabela 23 são utilizados para os testes dos Capítulos 4 e 5, enquanto os dados da Tabela 24 são empregados especificamente nos testes do Capítulo 5.

- Barra de referência: 1 (subestação)
- Tensão base do sistema: 12,66 kV
- Potência base: 1.000 kVA

Tabela 23 - Dados do sistema de 33 barras.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	u	$\bar{u}$
1	1	2	0,0922	0,0470	250	1	0	0	0	0
2	2	3	0,4930	0,2511	150	2	100	60	1	1
3	3	4	0,3660	0,1864	100	3	90	40	2	27
4	4	5	0,3811	0,1941	100	4	120	80	3	26
5	5	6	0,8190	0,7070	100	5	60	30	4	26
6	6	7	0,1872	0,6188	50	6	60	20	5	27
7	7	8	0,7114	0,2351	50	7	200	100	6	28
8	8	9	1,0300	0,7400	50	8	200	100	5	27
9	9	10	1,0440	0,7400	50	9	60	20	6	28
10	10	11	0,1966	0,0650	50	10	60	20	7	28
11	11	12	0,3744	0,1238	50	11	45	30	7	29
12	12	13	1,4680	1,1550	50	12	60	35	6	26
13	13	14	0,5416	0,7129	50	13	60	35	7	29
14	14	15	0,5910	0,5260	50	14	120	80	8	28
15	15	16	0,7463	0,5450	50	15	60	10	7	27
16	16	17	1,2890	1,7210	50	16	60	20	8	27
17	17	18	0,7320	0,5740	50	17	60	20	9	26
18	2	19	0,1640	0,1565	100	18	90	40	10	25
19	19	20	1,5042	1,3554	100	19	90	40	2	27
20	20	21	0,4095	0,4784	100	20	90	40	3	26
21	21	22	0,7089	0,9373	50	21	90	40	4	25
22	3	23	0,4512	0,3083	100	22	90	40	5	27
23	23	24	0,8980	0,7091	100	23	90	50	3	28
24	24	25	0,8960	0,7011	50	24	420	200	4	29
25	6	26	0,2030	0,1034	100	25	420	200	5	30
26	26	27	0,2842	0,1447	100	26	60	25	6	28
27	27	28	1,0590	0,9337	100	27	60	25	7	29
28	28	29	0,8042	0,7006	100	28	60	20	7	30
29	29	30	0,5075	0,2585	50	29	120	70	6	22
30	30	31	0,9744	0,9630	50	30	200	600	7	26
31	31	32	0,3105	0,3619	50	31	150	70	8	25
32	32	33	0,3410	0,5302	50	32	210	100	9	24
33	8	21	2,0000	2,0000	50	33	60	40	10	24
34	9	15	2,0000	2,0000	50					
35	12	22	2,0000	2,0000	50					
36	18	33	0,5000	0,5000	50					

continua na próxima página

Tabela 23 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVar)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
37	25	29	0,5000	0,5000	50					

Fonte: Baran e Wu (1989).

Tabela 24 - Dados do sistema de 33 barras - Curto-Circuito.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
1	0	1	0,1000	1,0000	7000	0	7000
2	1	2	0,0922	0,0470	7000	1	7000
3	2	3	0,4930	0,2511	6000	2	7000
4	3	4	0,3660	0,1864	6000	3	6000
5	4	5	0,3811	0,1941	6000	4	5000
6	5	6	0,8190	0,7070	6000	5	4000
7	6	7	0,1872	0,6188	3700	6	4000
8	7	8	0,7114	0,2351	3700	7	3000
9	8	9	1,0300	0,7400	3700	8	1500
10	9	10	1,0440	0,7400	3500	9	3000
11	10	11	0,1966	0,0650	3500	10	2000
12	11	12	0,3744	0,1238	3800	11	2000
13	12	13	1,4680	1,1550	3500	12	2000
14	13	14	0,5416	0,7129	3500	13	2000
15	14	15	0,5910	0,5260	3500	14	2000
16	15	16	0,7463	0,5450	3500	15	1500
17	16	17	1,2890	1,7210	3500	16	2000
18	17	18	0,7320	0,5740	3500	17	2000
19	2	19	0,1640	0,1565	7000	18	2000
20	19	20	1,5042	1,3554	7000	19	6000
21	20	21	0,4095	0,4784	7500	20	3000
22	21	22	0,7089	0,9373	3500	21	3000
23	3	23	0,4512	0,3083	7000	22	3000
24	23	24	0,8980	0,7091	7000	23	4000
25	24	25	0,8960	0,7011	3500	24	3000
26	6	26	0,2030	0,1034	7000	25	3000
27	26	27	0,2842	0,1447	7000	26	3000
28	27	28	1,0590	0,9337	3500	27	3000
29	28	29	0,8042	0,7006	3500	28	3000
30	29	30	0,5075	0,2585	3500	29	3000
31	30	31	0,9744	0,9630	3500	30	3000
32	31	32	0,3105	0,3619	3500	31	2000
33	32	33	0,3410	0,5302	3000	32	2000
34	8	21	2,0000	2,0000	3000	33	2000
35	9	15	2,0000	2,0000	3000		
36	12	22	2,0000	2,0000	3000		
37	18	33	0,5000	0,5000	3500		
38	25	29	0,5000	0,5000	3500		

Fonte: Baran e Wu (1989).

A.3 SISTEMA DE 84 BARRAS

Os dados da Tabela 25 são utilizados para os testes dos Capítulos 4 e 5, enquanto os dados da Tabela 26 são empregados especificamente nos testes do Capítulo 5.

- Barra ou nó de referência: 84 (subestação)
- Tensão base do sistema: 11,40 kV
- Potência base: 1.000 kVA

Tabela 25 - Dados do sistema de 84 barras.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
1	1	84	0,1944	0,6624	150	1	0,00	0,00	1	19
2	1	2	0,2096	0,4304	150	2	100,00	50,00	2	18
3	2	3	0,2358	0,4842	150	3	300,00	200,00	3	17
4	3	4	0,0917	0,1883	150	4	350,00	250,00	4	16
5	4	5	0,2096	0,4304	150	5	220,00	100,00	5	15
6	5	6	0,0393	0,0807	100	6	1100,00	800,00	6	15
7	6	7	0,0405	0,1380	50	7	400,00	320,00	6	15
8	7	8	0,1048	0,2152	50	8	300,00	200,00	7	16
9	7	9	0,2358	0,4842	50	9	300,00	230,00	7	16
10	7	10	0,1048	0,2152	50	10	300,00	260,00	7	16
11	11	84	0,0786	0,1614	200	11	0,90	0,00	1	31
12	11	12	0,3406	0,6944	250	12	1200,00	800,00	2	31
13	12	13	0,0262	0,0538	50	13	800,00	600,00	3	32
14	12	14	0,0786	0,1614	50	14	700,00	500,00	3	32
15	15	84	0,1134	0,3864	300	15	0,00	0,00	1	32
16	15	16	0,0524	0,1076	300	16	300,00	150,00	2	31
17	16	17	0,0524	0,1076	300	17	500,00	350,00	3	32
18	17	18	0,1572	0,3228	250	18	700,00	400,00	4	30
19	18	19	0,0393	0,0807	200	19	1200,00	1000,00	5	31
20	19	20	0,1703	0,3497	150	20	300,00	300,00	6	32
21	20	21	0,2358	0,4842	50	21	400,00	350,00	7	33
22	21	22	0,1572	0,3228	50	22	50,00	20,00	8	34
23	21	23	0,1965	0,4035	50	23	50,00	20,00	8	34
24	23	24	0,1310	0,2690	50	24	50,00	10,00	9	35
25	25	84	0,0567	0,1932	250	25	50,00	30,00	1	31
26	25	26	0,1048	0,2152	250	26	100,00	60,00	2	30
27	26	27	0,2489	0,5111	150	27	100,00	70,00	3	29
28	27	28	0,0486	0,1656	150	28	1800,00	1300,00	4	28
29	28	29	0,1310	0,2690	50	29	200,00	120,00	5	28
30	30	84	0,1965	0,3960	200	30	0,00	0,00	1	31
31	30	31	0,1310	0,2690	200	31	1800,00	1600,00	2	30
32	31	32	0,1310	0,2690	100	32	200,00	150,00	3	29
33	32	33	0,0262	0,0538	50	33	200,00	100,00	4	30
34	33	34	0,1703	0,3497	50	34	800,00	600,00	5	26
35	34	35	0,0524	0,1076	50	35	100,00	60,00	6	30
36	35	36	0,4978	1,0222	50	36	100,00	60,00	7	29

continua na próxima página

Tabela 25 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
37	36	37	0,0393	0,0807	50	37	20,00	10,00	8	28
38	37	38	0,0393	0,0807	50	38	20,00	10,00	7	27
39	38	39	0,0786	0,1614	50	39	20,00	10,00	6	27
40	39	40	0,2096	0,4304	50	40	20,00	10,00	7	27
41	38	41	0,1965	0,4035	50	41	200,00	160,00	8	27
42	41	42	0,2096	0,4304	50	42	50,00	30,00	8	26
43	43	84	0,0486	0,1656	200	43	0,00	0,00	1	30
44	43	44	0,0393	0,0807	200	44	30,00	20,00	2	29
45	44	45	0,1310	0,2690	200	45	800,00	700,00	3	28
46	45	46	0,2358	0,4842	150	46	200,00	150,00	4	27
47	47	84	0,2430	0,8280	250	47	0,00	0,00	1	19
48	47	48	0,0655	0,1345	250	48	0,00	0,00	2	18
49	48	49	0,0655	0,1345	250	49	0,00	0,00	3	17
50	49	50	0,0393	0,0807	250	50	200,00	160,00	4	16
51	50	51	0,0786	0,1614	200	51	800,00	600,00	5	15
52	51	52	0,0393	0,0807	150	52	500,00	300,00	6	14
53	52	53	0,0786	0,1614	150	53	500,00	350,00	7	13
54	53	54	0,0524	0,1076	50	54	500,00	300,00	7	17
55	54	55	0,1310	0,2690	50	55	200,00	80,00	6	16
56	56	84	0,2268	0,7728	150	56	0,00	0,00	1	17
57	56	57	0,5371	1,1029	150	57	30,00	20,00	2	16
58	57	58	0,0524	0,1076	150	58	600,00	420,00	3	15
59	58	59	0,0405	0,1380	100	59	0,00	0,00	4	14
60	59	60	0,0393	0,0807	100	60	20,00	10,00	5	13
61	60	61	0,0262	0,0538	50	61	20,00	10,00	6	15
62	61	62	0,1048	0,2152	50	62	200,00	130,00	7	15
63	62	63	0,2358	0,4842	50	63	300,00	240,00	8	16
64	63	64	0,0243	0,0828	50	64	300,00	200,00	8	17
65	65	84	0,0486	0,1656	200	65	0,00	0,00	1	39
66	65	66	0,1703	0,3497	200	66	50,00	30,00	2	38
67	66	67	0,1215	0,4140	200	67	0,00	0,00	3	37
68	67	68	0,2187	0,7452	200	68	400,00	360,00	4	36
69	68	69	0,0486	0,1656	150	69	0,00	0,00	5	35
70	69	70	0,0729	0,2484	150	70	0,00	0,00	5	34
71	70	71	0,0567	0,1932	150	71	2000,00	1500,00	4	33
72	71	72	0,0262	0,0528	100	72	200,00	150,00	3	32
73	73	84	0,3240	1,1040	200	73	0,00	0,00	1	36
74	73	74	0,0324	0,1104	200	74	0,00	0,00	2	35
75	74	75	0,0567	0,1932	200	75	1200,00	950,00	3	34
76	75	76	0,0486	0,1656	100	76	300,00	180,00	4	33
77	77	84	0,2511	0,8556	250	77	0,00	0,00	1	39
78	77	78	0,1296	0,4416	250	78	400,00	360,00	2	38
79	78	79	0,0486	0,1656	200	79	2000,00	1300,00	3	37
80	79	80	0,1310	0,2640	100	80	200,00	140,00	4	36
81	80	81	0,1310	0,2640	50	81	500,00	360,00	5	35
82	81	82	0,0917	0,1883	50	82	100,00	30,00	6	34
83	82	83	0,3144	0,6456	50	83	400,00	360,00	7	33
84	5	55	0,1310	0,2690	50	84	0,00	0,00	0	0
85	7	60	0,1310	0,2690	100					
86	11	43	0,1310	0,2690	50					
87	12	72	0,3406	0,6994	100					
88	13	76	0,4585	0,9415	100					

continua na próxima página

Tabela 25 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
89	14	18	0,5371	1,0824	50					
90	16	26	0,0917	0,1883	100					
91	20	83	0,0786	0,1614	50					
92	28	32	0,0524	0,1076	50					
93	29	39	0,0786	0,1614	50					
94	34	46	0,0262	0,0538	100					
95	40	42	0,1965	0,4035	50					
96	53	64	0,0393	0,0807	100					

Fonte: Chiou, Chang e Su (2005).

Tabela 26 - Dados do sistema de 84 barras - Curto-Circuito.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
1	0	84	0,1000	1,0000	6500	0	7000
2	1	84	0,1944	0,6624	6500	1	6000
3	1	2	0,2096	0,4304	5000	2	5000
4	2	3	0,2358	0,4842	5000	3	5000
5	3	4	0,0917	0,1883	5000	4	4000
6	4	5	0,2096	0,4304	5000	5	4000
7	5	6	0,0393	0,0807	5500	6	4000
8	6	7	0,0405	0,1380	5500	7	2500
9	7	8	0,1048	0,2152	5500	8	4000
10	7	9	0,2358	0,4842	5500	9	4000
11	7	10	0,1048	0,2152	5500	10	4000
12	11	84	0,0786	0,1614	6500	11	7000
13	11	12	0,3406	0,6944	7000	12	6000
14	12	13	0,0262	0,0538	7000	13	3000
15	12	14	0,0786	0,1614	7000	14	6000
16	15	84	0,1134	0,3864	6500	15	7000
17	15	16	0,0524	0,1076	6000	16	7000
18	16	17	0,0524	0,1076	6000	17	6000
19	17	18	0,1572	0,3228	7000	18	6000
20	18	19	0,0393	0,0807	7000	19	6000
21	19	20	0,1703	0,3497	6500	20	5000
22	20	21	0,2358	0,4842	6500	21	4000
23	21	22	0,1572	0,3228	6500	22	4000
24	21	23	0,1965	0,4035	7000	23	4000
25	23	24	0,1310	0,2690	7000	24	4000
26	25	84	0,0567	0,1932	6500	25	7000
27	25	26	0,1048	0,2152	6000	26	7000
28	26	27	0,2489	0,5111	7000	27	4000
29	27	28	0,0486	0,1656	7000	28	4000
30	28	29	0,1310	0,2690	7000	29	3500
31	30	84	0,1965	0,3960	6500	30	7000
32	30	31	0,1310	0,2690	7000	31	6000

continua na próxima página

Tabela 26 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
33	31	32	0,1310	0,2690	7000	32	6000
34	32	33	0,0262	0,0538	6000	33	6000
35	33	34	0,1703	0,3497	6500	34	6000
36	34	35	0,0524	0,1076	7000	35	6000
37	35	36	0,4978	1,0222	5000	36	5000
38	36	37	0,0393	0,0807	6000	37	5000
39	37	38	0,0393	0,0807	6000	38	5000
40	38	39	0,0786	0,1614	5500	39	5000
41	39	40	0,2096	0,4304	5000	40	5000
42	38	41	0,1965	0,4035	7000	41	4000
43	41	42	0,2096	0,4304	6000	42	4000
44	43	84	0,0486	0,1656	6500	43	7000
45	43	44	0,0393	0,0807	5500	44	7000
46	44	45	0,1310	0,2690	5500	45	6000
47	45	46	0,2358	0,4842	5500	46	6000
48	47	84	0,2430	0,8280	6500	47	5000
49	47	48	0,0655	0,1345	6000	48	5000
50	48	49	0,0655	0,1345	5500	49	5000
51	49	50	0,0393	0,0807	7000	50	4000
52	50	51	0,0786	0,1614	7000	51	4000
53	51	52	0,0393	0,0807	7000	52	4000
54	52	53	0,0786	0,1614	4000	53	4000
55	53	54	0,0524	0,1076	4500	54	4000
56	54	55	0,1310	0,2690	4000	55	4000
57	56	84	0,2268	0,7728	6500	56	5000
58	56	57	0,5371	1,1029	4000	57	4000
59	57	58	0,0524	0,1076	4000	58	4000
60	58	59	0,0405	0,1380	4000	59	4000
61	59	60	0,0393	0,0807	4000	60	4000
62	60	61	0,0262	0,0538	4000	61	4000
63	61	62	0,1048	0,2152	4000	62	4000
64	62	63	0,2358	0,4842	4000	63	4000
65	63	64	0,0243	0,0828	4000	64	4000
66	65	84	0,0486	0,1656	6500	65	7000
67	65	66	0,1703	0,3497	7000	66	6000
68	66	67	0,1215	0,4140	7000	67	5000
69	67	68	0,2187	0,7452	7000	68	5000
70	68	69	0,0486	0,1656	7000	69	5000
71	69	70	0,0729	0,2484	7000	70	5000
72	70	71	0,0567	0,1932	7000	71	5000
73	71	72	0,0262	0,0528	7000	72	5000
74	73	84	0,3240	1,1040	6500	73	5000
75	73	74	0,0324	0,1104	7000	74	4000
76	74	75	0,0567	0,1932	7000	75	4000
77	75	76	0,0486	0,1656	7000	76	4000
78	77	84	0,2511	0,8556	6500	77	5000
79	77	78	0,1296	0,4416	7000	78	4000
80	78	79	0,0486	0,1656	7000	79	4000
81	79	80	0,1310	0,2640	5500	80	4000
82	80	81	0,1310	0,2640	5500	81	4000
83	81	82	0,0917	0,1883	5500	82	3000
84	82	83	0,3144	0,6456	5500	83	5000
85	5	55	0,1310	0,2690	3000	84	7000

continua na próxima página

Tabela 26 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
86	7	60	0,1310	0,2690	3000		
87	11	43	0,1310	0,2690	3000		
88	12	72	0,3406	0,6994	3000		
89	13	76	0,4585	0,9415	3000		
90	14	18	0,5371	1,0824	3000		
91	16	26	0,0917	0,1883	3000		
92	20	83	0,0786	0,1614	3000		
93	28	32	0,0524	0,1076	3000		
94	29	39	0,0786	0,1614	3000		
95	34	46	0,0262	0,0538	3000		
96	40	42	0,1965	0,4035	3000		
97	53	64	0,0393	0,0807	3000		

Fonte: Chiou, Chang e Su (2005).

A.4 SISTEMA DE 136 BARRAS

Os dados da Tabela 27 são utilizados para os testes dos Capítulos 4 e 5, enquanto os dados da Tabela 28 são empregados especificamente nos testes do Capítulo 5.

- Barra ou nó de referência: 136 (subestação)
- Tensão base do sistema: 13,8 kV
- Potência base: 1.000 kVA

Tabela 27 - Dados do sistema de 136 barras.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
1	136	1	0,33205	0,76653	150	1	0,000	0,000	1	68
2	1	2	0,00188	0,00433	150	2	47,780	19,009	2	67
3	2	3	0,22324	0,51535	150	3	42,551	16,929	3	66
4	3	4	0,09943	0,22953	150	4	87,022	34,622	4	65
5	4	5	0,15571	0,35945	150	5	311,310	123,855	5	64
6	5	6	0,16321	0,37677	100	6	148,869	59,228	6	63
7	6	7	0,11444	0,26417	50	7	238,672	94,956	7	62
8	6	8	0,05675	0,05666	100	8	62,299	24,786	7	61
9	8	9	0,52124	0,27418	50	9	124,598	49,571	7	62
10	8	10	0,10877	0,10860	100	10	140,175	55,768	8	63
11	10	11	0,39803	0,20937	50	11	116,813	46,474	9	64
12	10	12	0,91744	0,31469	50	12	249,203	99,145	9	64
13	10	13	0,11823	0,11805	100	13	291,447	115,952	9	62

continua na próxima página

Tabela 27 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
14	13	14	0,50228	0,26421	50	14	303,720	120,835	10	63
15	13	15	0,05675	0,05666	50	15	215,396	85,695	9	61
16	15	16	0,29379	0,15454	50	16	198,586	79,007	10	62
17	136	17	0,33205	0,76653	150	17	0,000	0,000	1	68
18	17	18	0,00188	0,00433	150	18	0,000	0,000	2	67
19	18	19	0,22324	0,51535	150	19	0,000	0,000	3	66
20	19	20	0,10881	0,25118	150	20	30,127	14,729	4	65
21	20	21	0,71078	0,37388	50	21	230,972	112,920	5	66
22	20	22	0,18197	0,42008	150	22	60,256	29,458	5	64
23	22	23	0,30326	0,15952	50	23	230,972	112,920	6	65
24	22	24	0,02439	0,05630	150	24	120,507	58,915	6	63
25	24	25	0,04502	0,10394	150	25	0,000	0,000	7	60
26	25	26	0,01876	0,04331	100	26	56,981	27,857	8	63
27	26	27	0,11823	0,11805	100	27	364,665	178,281	9	62
28	27	28	0,02365	0,02361	100	28	0,000	0,000	10	61
29	28	29	0,18954	0,09970	50	29	124,647	60,939	11	62
30	29	30	0,39803	0,20937	50	30	56,981	27,857	12	63
31	28	31	0,05675	0,05666	100	31	0,000	0,000	11	60
32	31	32	0,09477	0,04985	50	32	85,473	41,787	12	61
33	32	33	0,41699	0,21934	50	33	0,0	0,00	13	62
34	33	34	0,11372	0,05982	50	34	396,735	193,960	14	63
35	31	35	0,07566	0,07555	50	35	0,000	0,000	12	61
36	35	36	0,36960	0,19442	50	36	181,152	88,563	13	62
37	36	37	0,26536	0,13958	50	37	242,172	118,395	14	63
38	35	38	0,05675	0,05666	50	38	75,316	36,821	11	62
39	136	39	0,33205	0,76653	200	39	0,000	0,000	1	66
40	39	40	0,11819	0,27283	200	40	1,254	0,531	2	65
41	40	41	2,96288	1,01628	50	41	6,274	2,660	3	66
42	40	42	0,00188	0,00433	200	42	0,000	0,000	3	64
43	42	43	0,06941	0,16024	200	43	117,880	49,971	4	63
44	43	44	0,81502	0,42872	50	44	62,668	26,566	5	64
45	43	45	0,06378	0,14724	150	45	172,285	73,034	5	62
46	45	46	0,13132	0,30315	150	46	458,556	194,388	6	61
47	46	47	0,06191	0,14291	150	47	262,962	111,473	7	60
48	47	48	0,11444	0,26417	50	48	235,761	99,942	8	62
49	48	49	0,28374	0,28331	50	49	0,000	0,000	9	63
50	49	50	0,28374	0,28331	50	50	109,215	46,298	10	64
51	48	51	0,04502	0,10394	50	51	0,000	0,000	8	62
52	51	52	0,02626	0,06063	50	52	72,809	30,865	9	62
53	52	53	0,06003	0,13858	50	53	258,473	109,570	10	61
54	53	54	0,03002	0,06929	50	54	69,169	29,322	11	60
55	54	55	0,02064	0,04764	50	55	21,843	9,260	10	60
56	52	56	0,10881	0,25118	50	56	0,000	0,000	10	63
57	56	57	0,25588	0,13460	50	57	20,527	8,702	11	64
58	57	58	0,41699	0,21934	50	58	150,548	63,819	12	65
59	58	59	0,50228	0,26421	50	59	220,687	93,552	13	66
60	59	60	0,33170	0,17448	50	60	92,384	39,163	14	67
61	60	61	0,20849	0,10967	50	61	0,000	0,000	15	68
62	47	62	0,13882	0,32047	50	62	226,693	96,098	8	63
63	136	63	0,00750	0,01732	150	63	0,000	0,000	1	65
64	63	64	0,27014	0,62362	150	64	294,016	116,974	2	64
65	64	65	0,38270	0,88346	100	65	83,015	33,028	3	63

continua na próxima página

Tabela 27 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
66	65	66	0,33018	0,76220	100	66	83,015	33,028	4	62
67	66	67	0,32830	0,75787	100	67	103,770	41,285	5	61
68	67	68	0,17072	0,39409	100	68	176,408	70,184	6	60
69	68	69	0,55914	0,29412	50	69	83,015	33,028	7	61
70	68	70	0,05816	0,13425	50	70	217,917	86,698	7	60
71	70	71	0,70130	0,36890	50	71	23,294	9,267	8	61
72	71	72	1,02352	0,53839	50	72	5,075	2,019	9	62
73	70	73	0,06754	0,15591	50	73	72,638	28,899	8	61
74	73	74	1,32352	0,45397	50	74	405,990	161,523	9	62
75	136	75	0,01126	0,02598	100	75	0,000	0,000	1	63
76	75	76	0,72976	1,68464	100	76	100,182	42,468	2	62
77	76	77	0,22512	0,51968	100	77	142,523	60,417	3	62
78	77	78	0,20824	0,48071	100	78	96,042	40,713	4	63
79	78	79	0,04690	0,10827	100	79	300,454	127,366	5	59
80	79	80	0,61950	0,61857	100	80	141,238	59,873	6	63
81	80	81	0,34049	0,33998	50	81	279,847	118,631	7	62
82	81	82	0,56862	0,29911	50	82	87,312	37,013	8	63
83	81	83	0,10877	0,10860	50	83	243,849	103,371	8	61
84	83	84	0,56862	0,29911	50	84	247,750	105,025	9	62
85	136	85	0,01126	0,02598	150	85	0,000	0,000	1	65
86	85	86	0,41835	0,96575	150	86	89,878	38,101	2	64
87	86	87	0,10499	0,13641	100	87	1137,28	482,108	3	65
88	86	88	0,43898	1,01338	100	88	458,339	194,296	3	63
89	88	89	0,07520	0,02579	50	89	385,197	163,290	4	62
90	89	90	0,07692	0,17756	50	90	0,000	0,000	5	61
91	90	91	0,33205	0,76653	100	91	79,608	33,747	6	62
92	91	92	0,08442	0,19488	100	92	87,312	37,013	6	62
93	92	93	0,13320	0,30748	100	93	0,000	0,000	7	62
94	93	94	0,29320	0,29276	50	94	74,001	31,370	8	63
95	94	95	0,21753	0,21721	50	95	232,050	98,369	9	64
96	95	96	0,26482	0,26443	50	96	141,819	60,119	9	60
97	93	97	0,10318	0,23819	50	97	0,000	0,000	8	61
98	97	98	0,13507	0,31181	50	98	76,449	32,408	9	60
99	136	99	0,00938	0,02165	150	99	0,000	0,000	1	65
100	99	100	0,16884	0,38976	150	100	51,322	21,756	2	64
101	100	101	0,11819	0,27283	150	101	59,874	25,381	3	63
102	101	102	2,28608	0,78414	50	102	9,065	3,843	4	64
103	101	103	0,45587	1,05236	150	103	2,092	0,887	4	62
104	103	104	0,69600	1,60669	100	104	16,735	7,094	5	59
105	104	105	0,45774	1,05669	100	105	1506,52	638,634	6	63
106	105	106	0,20298	0,26373	50	106	313,023	132,694	7	62
107	106	107	0,21348	0,27737	50	107	79,831	33,842	8	62
108	107	108	0,54967	0,28914	50	108	51,322	21,756	9	63
109	108	109	0,54019	0,28415	50	109	0,000	0,000	10	64
110	107	110	0,04550	0,05911	50	110	202,435	85,815	8	63
111	110	111	0,47385	0,24926	50	111	60,823	25,784	9	64
112	111	112	0,86241	0,45364	50	112	45,618	19,338	10	65
113	112	113	0,56862	0,29911	50	113	0,000	0,000	11	66
114	108	114	0,77711	0,40878	50	114	157,070	66,584	10	64
115	114	115	1,08038	0,56830	50	115	0,000	0,000	11	65
116	109	116	1,09933	0,57827	50	116	250,148	106,041	11	65
117	116	117	0,47385	0,24926	50	117	0,000	0,000	12	66

continua na próxima página

Tabela 27 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
118	104	118	0,32267	0,74488	50	118	69,809	29,593	6	63
119	118	119	0,14633	0,33779	50	119	32,072	13,596	7	62
120	119	120	0,12382	0,28583	50	120	61,084	25,894	8	62
121	136	121	0,01126	0,02598	150	121	0,000	0,000	1	66
122	121	122	0,64910	1,49842	150	122	94,622	46,260	2	65
123	122	123	0,04502	0,10394	100	123	49,858	24,375	3	64
124	123	124	0,52640	0,18056	50	124	123,164	60,214	4	65
125	123	125	0,02064	0,04764	100	125	78,350	38,304	4	63
126	125	126	0,53071	0,27917	50	126	145,475	71,121	3	62
127	125	127	0,09755	0,22520	100	127	21,369	10,447	5	61
128	127	128	0,11819	0,27283	50	128	74,789	36,564	4	63
129	127	129	0,13882	0,32047	100	129	227,926	111,431	6	58
130	129	130	0,04315	0,09961	100	130	35,614	17,411	7	61
131	130	131	0,09192	0,21220	100	131	249,295	121,877	6	60
132	131	132	0,16134	0,37244	100	132	316,722	154,842	7	59
133	132	133	0,37832	0,37775	50	133	333,817	163,199	8	62
134	133	134	0,39724	0,39664	50	134	249,295	121,877	9	61
135	134	135	0,29320	0,29276	50	135	0,000	0,000	10	60
136	7	73	0,13132	0,30315	50	136	0,000	0,000	0	0
137	9	24	0,26536	0,13958	50					
138	15	83	0,14187	0,14166	50					
139	38	135	0,08512	0,08499	50					
140	25	51	0,04502	0,10394	50					
141	50	96	0,14187	0,14166	50					
142	55	98	0,14187	0,14166	50					
143	62	120	0,03940	0,09094	50					
144	66	79	0,12944	0,29882	50					
145	79	131	0,01688	0,03898	50					
146	84	135	0,33170	0,17448	50					
147	91	104	0,14187	0,14166	100					
148	90	129	0,07692	0,17756	50					
149	90	103	0,07692	0,17756	100					
150	92	104	0,07692	0,17756	50					
151	92	132	0,07692	0,17756	50					
152	96	120	0,26482	0,26443	50					
153	110	47	0,49696	0,64567	100					
154	126	76	0,17059	0,08973	50					
155	128	77	0,05253	0,12126	50					
156	135	98	0,29320	0,29276	50					

Fonte: Mantovani, Casari e Romero (2000).

Tabela 28 - Dados do sistema de 136 barras - Curto-Circuito.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
1	0	136	0,1000	1,0000	9000	0	8000

continua na próxima página

Tabela 28 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
2	136	1	0,33205	0,76653	5000	1	4500
3	1	2	0,00188	0,00433	5000	2	4500
4	2	3	0,22324	0,51535	4000	3	4500
5	3	4	0,09943	0,22953	4000	4	5500
6	4	5	0,15571	0,35945	4000	5	6500
7	5	6	0,16321	0,37677	3000	6	6500
8	6	7	0,11444	0,26417	3000	7	6500
9	6	8	0,05675	0,05666	5000	8	5500
10	8	9	0,52124	0,27418	1000	9	6500
11	8	10	0,10877	0,10860	5000	10	5500
12	10	11	0,39803	0,20937	4000	11	6500
13	10	12	0,91744	0,31469	4000	12	5500
14	10	13	0,11823	0,11805	4000	13	6500
15	13	14	0,50228	0,26421	4000	14	5500
16	13	15	0,05675	0,05666	4000	15	8500
17	15	16	0,29379	0,15454	4000	16	3500
18	136	17	0,33205	0,76653	6000	17	3500
19	17	18	0,00188	0,00433	6000	18	4500
20	18	19	0,22324	0,51535	5000	19	2500
21	19	20	0,10881	0,25118	5000	20	2500
22	20	21	0,71078	0,37388	4000	21	2500
23	20	22	0,18197	0,42008	4000	22	2500
24	22	23	0,30326	0,15952	4000	23	2500
25	22	24	0,02439	0,05630	4000	24	2500
26	24	25	0,04502	0,10394	4000	25	2500
27	25	26	0,01876	0,04331	4000	26	3500
28	26	27	0,11823	0,11805	4000	27	2500
29	27	28	0,02365	0,02361	4000	28	2500
30	28	29	0,18954	0,09970	4000	29	3500
31	29	30	0,39803	0,20937	3000	30	2500
32	28	31	0,05675	0,05666	4000	31	3500
33	31	32	0,09477	0,04985	4000	32	5500
34	32	33	0,41699	0,21934	3000	33	6500
35	33	34	0,11372	0,05982	3000	34	3500
36	31	35	0,07566	0,07555	1000	35	6500
37	35	36	0,36960	0,19442	4000	36	6500
38	36	37	0,26536	0,13958	4000	37	8500
39	35	38	0,05675	0,05666	5000	38	4500
40	136	39	0,33205	0,76653	6000	39	4500
41	39	40	0,11819	0,27283	5000	40	3500
42	40	41	2,96288	1,01628	3000	41	3500
43	40	42	0,00188	0,00433	5000	42	4500
44	42	43	0,06941	0,16024	5000	43	4500
45	43	44	0,81502	0,42872	4000	44	5500
46	43	45	0,06378	0,14724	5000	45	5500
47	45	46	0,13132	0,30315	4000	46	6500
48	46	47	0,06191	0,14291	4000	47	5500
49	47	48	0,11444	0,26417	4000	48	5500
50	48	49	0,28374	0,28331	4000	49	5500
51	49	50	0,28374	0,28331	4000	50	5500
52	48	51	0,04502	0,10394	1000	51	8500
53	51	52	0,02626	0,06063	4000	52	3500
54	52	53	0,06003	0,13858	4000	53	3500

continua na próxima página

Tabela 28 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
55	53	54	0,03002	0,06929	1000	54	3500
56	54	55	0,02064	0,04764	5000	55	3500
57	52	56	0,10881	0,25118	4000	56	4500
58	56	57	0,25588	0,13460	4000	57	6500
59	57	58	0,41699	0,21934	3000	58	5500
60	58	59	0,50228	0,26421	3000	59	5500
61	59	60	0,33170	0,17448	3000	60	5500
62	60	61	0,20849	0,10967	3000	61	8500
63	47	62	0,13882	0,32047	4000	62	3500
64	136	63	0,00750	0,01732	9000	63	4500
65	63	64	0,27014	0,62362	6000	64	3500
66	64	65	0,38270	0,88346	4000	65	3500
67	65	66	0,33018	0,76220	4000	66	4500
68	66	67	0,32830	0,75787	4000	67	3500
69	67	68	0,17072	0,39409	4000	68	4500
70	68	69	0,55914	0,29412	4000	69	4500
71	68	70	0,05816	0,13425	4000	70	5500
72	70	71	0,70130	0,36890	4000	71	5500
73	71	72	1,02352	0,53839	4000	72	6500
74	70	73	0,06754	0,15591	3000	73	8500
75	73	74	1,32352	0,45397	4000	74	3500
76	136	75	0,01126	0,02598	9000	75	2500
77	75	76	0,72976	1,68464	3000	76	2500
78	76	77	0,22512	0,51968	3000	77	2500
79	77	78	0,20824	0,48071	3000	78	2500
80	78	79	0,04690	0,10827	5000	79	3500
81	79	80	0,61950	0,61857	5000	80	3500
82	80	81	0,34049	0,33998	4000	81	4500
83	81	82	0,56862	0,29911	4000	82	4500
84	81	83	0,10877	0,10860	4000	83	3500
85	83	84	0,56862	0,29911	1000	84	3500
86	136	85	0,01126	0,02598	9000	85	3500
87	85	86	0,41835	0,96575	5000	86	3500
88	86	87	0,10499	0,13641	6000	87	3500
89	86	88	0,43898	1,01338	3000	88	3500
90	88	89	0,07520	0,02579	5000	89	3500
91	89	90	0,07692	0,17756	5000	90	3500
92	90	91	0,33205	0,76653	3000	91	4500
93	91	92	0,08442	0,19488	3000	92	3500
94	92	93	0,13320	0,30748	5000	93	4500
95	93	94	0,29320	0,29276	5000	94	4500
96	94	95	0,21753	0,21721	4000	95	2500
97	95	96	0,26482	0,26443	1000	96	4500
98	93	97	0,10318	0,23819	4000	97	5500
99	97	98	0,13507	0,31181	4000	98	4500
100	136	99	0,00938	0,02165	9000	99	3500
101	99	100	0,16884	0,38976	6000	100	3500
102	100	101	0,11819	0,27283	5000	101	4500
103	101	102	2,28608	0,78414	4000	102	2500
104	101	103	0,45587	1,05236	3000	103	2500
105	103	104	0,69600	1,60669	2000	104	3500
106	104	105	0,45774	1,05669	4000	105	3500
107	105	106	0,20298	0,26373	1000	106	2500

continua na próxima página

Tabela 28 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS	
Linha	Barra Inicial	Barra Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente de Curto-Circuito (A)	Barra	Corrente de Curto-Circuito (A)
108	106	107	0,21348	0,27737	3000	107	3500
109	107	108	0,54967	0,28914	3000	108	3500
110	108	109	0,54019	0,28415	3000	109	3500
111	107	110	0,04550	0,05911	4000	110	3000
112	110	111	0,47385	0,24926	3000	111	3500
113	111	112	0,86241	0,45364	3000	112	3500
114	112	113	0,56862	0,29911	3000	113	3500
115	108	114	0,77711	0,40878	3000	114	3500
116	114	115	1,08038	0,56830	3000	115	3500
117	109	116	1,09933	0,57827	3000	116	4500
118	116	117	0,47385	0,24926	3000	117	4500
119	104	118	0,32267	0,74488	5000	118	5500
120	118	119	0,14633	0,33779	4000	119	5500
121	119	120	0,12382	0,28583	1000	120	3500
122	136	121	0,01126	0,02598	9000	121	3500
123	121	122	0,64910	1,49842	3000	122	3500
124	122	123	0,04502	0,10394	5000	123	3500
125	123	124	0,52640	0,18056	6000	124	3500
126	123	125	0,02064	0,04764	5000	125	3500
127	125	126	0,53071	0,27917	4000	126	4500
128	125	127	0,09755	0,22520	4000	127	3500
129	127	128	0,11819	0,27283	4000	128	4500
130	127	129	0,13882	0,32047	4000	129	4500
131	129	130	0,04315	0,09961	5000	130	4500
132	130	131	0,09192	0,21220	3000	131	4500
133	131	132	0,16134	0,37244	4000	132	4500
134	132	133	0,37832	0,37775	5000	133	4500
135	133	134	0,39724	0,39664	4000	134	5500
136	134	135	0,29320	0,29276	3000	135	5500
137	7	73	0,13132	0,30315	3000	136	8000
138	9	24	0,26536	0,13958	4000		
139	15	83	0,14187	0,14166	1000		
140	38	135	0,08512	0,08499	5000		
141	25	51	0,04502	0,10394	4000		
142	50	96	0,14187	0,14166	1000		
143	55	98	0,14187	0,14166	5000		
144	62	120	0,03940	0,09094	4000		
145	66	79	0,12944	0,29882	4000		
146	79	131	0,01688	0,03898	4000		
147	84	135	0,33170	0,17448	4000		
148	91	104	0,14187	0,14166	3000		
149	90	129	0,07692	0,17756	4000		
150	90	103	0,07692	0,17756	5000		
151	92	104	0,07692	0,17756	3000		
152	92	132	0,07692	0,17756	4000		
153	96	120	0,26482	0,26443	4000		
154	110	47	0,49696	0,64567	4000		
155	126	76	0,17059	0,08973	4000		
156	128	77	0,05253	0,12126	4000		
157	135	98	0,29320	0,29276	3000		

Fonte: Mantovani, Casari e Romero (2000).

A.5 SISTEMA DE 415 BARRAS

Os dados da Tabela 29 são utilizados para os testes do Capítulo 4.

- Barra ou nó de referência: 415 (subestação)
- Tensão base do sistema: 10,0 kV
- Potência base: 1.000 kVA

Tabela 29 - Dados do sistema de 415 barras.

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
1	1	12	0,032131	0,027126	300	1	0,0000	0,0000	2	25
2	1	13	0,016448	0,011340	200	2	121,5000	58,8451	8	25
3	1	16	0,087720	0,060480	200	3	0,0000	0,0000	4	25
4	2	9	0,107823	0,074340	200	4	0,0000	0,0000	5	25
5	2	19	0,610385	0,420840	200	5	114,3000	55,3580	6	25
6	3	11	0,067183	0,056718	300	6	51,3000	24,8457	7	25
7	4	5	0,049342	0,034020	200	7	82,8000	40,1019	6	25
8	5	6	0,040205	0,027720	200	8	0,0000	0,0000	7	25
9	6	2	0,051901	0,035784	200	9	121,5000	58,8451	8	25
10	7	8	0,095030	0,065520	200	10	121,5000	58,8451	7	25
11	8	2	0,014620	0,010080	200	11	77,4000	37,4865	5	25
12	9	10	0,046736	0,039456	300	12	0,0000	0,0000	3	25
13	9	87	0,109537	0,092475	300	13	67,5000	32,6917	3	25
14	10	85	0,035052	0,029592	300	14	71,1000	34,4353	6	25
15	11	14	0,105156	0,088776	300	15	0,0000	0,0000	4	25
16	12	3	0,045276	0,038223	300	16	0,0000	0,0000	3	25
17	13	15	0,098685	0,068040	200	17	77,4000	37,4865	4	25
18	14	10	0,132906	0,112203	300	18	29,7000	14,3844	5	25
19	15	18	0,157165	0,108360	200	19	12,6000	6,1025	9	25
20	16	17	0,116960	0,080640	200	20	0,9000	0,4359	12	25
21	17	4	0,122442	0,084420	200	21	194,4000	94,1522	9	25
22	18	7	0,021930	0,015120	200	22	77,4000	37,4865	10	25
23	19	32	0,065790	0,045360	200	23	77,4000	37,4865	12	25
24	19	43	0,014620	0,010080	200	24	77,4000	37,4865	11	25
25	19	50	0,087720	0,060480	200	25	121,5000	58,8451	11	25
26	20	48	0,135235	0,093240	200	26	104,4000	50,5632	13	25
27	20	49	0,036550	0,025200	200	27	0,0000	0,0000	11	25
28	20	56	0,215645	0,148680	200	28	77,4000	37,4865	13	25
29	20	71	0,193715	0,133560	200	29	243,0000	117,6903	12	25
30	21	32	0,043860	0,030240	200	30	77,4000	37,4865	14	25
31	22	27	0,069445	0,047880	200	31	77,4000	37,4865	11	25
32	23	28	0,095030	0,065520	200	32	0,0000	0,0000	8	25
33	24	34	0,127925	0,088200	200	33	120,6000	58,4092	14	25
34	25	52	0,100513	0,069300	200	34	194,4000	94,1522	12	25
35	26	30	0,102340	0,070560	200	35	121,5000	58,8451	12	25
36	27	35	0,091375	0,063000	200	36	77,4000	37,4865	12	25
37	28	33	0,115132	0,079380	200	37	0,0000	0,0000	13	25
38	29	25	0,054825	0,037800	200	38	0,0000	0,0000	13	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
39	30	39	0,105995	0,073080	200	39	96,3000	46,6402	14	25
40	31	43	0,255850	0,176400	200	40	121,5000	58,8451	14	25
41	32	54	0,043860	0,030240	200	41	70,2000	33,9994	13	25
42	33	46	0,173613	0,119700	200	42	57,6000	27,8970	15	25
43	34	37	0,080410	0,055440	200	43	0,0000	0,0000	10	25
44	35	44	0,131580	0,090720	200	44	121,5000	58,8451	13	25
45	36	31	0,105995	0,073080	200	45	121,5000	58,8451	14	25
46	37	40	0,104167	0,071820	200	46	121,5000	58,8451	13	25
47	38	29	0,116960	0,080640	200	47	86,4000	41,8454	14	25
48	39	46	0,091375	0,063000	200	48	77,4000	37,4865	13	25
49	40	42	0,116960	0,080640	200	49	0,0000	0,0000	13	25
50	41	36	0,067617	0,046620	200	50	121,5000	58,8451	10	25
51	42	47	0,080410	0,055440	200	51	121,5000	58,8451	11	25
52	43	24	0,127925	0,088200	200	52	121,5000	58,8451	10	25
53	45	41	0,025585	0,017640	200	53	0,0000	0,0000	11	25
54	45	49	0,036550	0,025200	200	54	42,3000	20,4868	9	25
55	46	20	0,084065	0,057960	200	55	121,5000	58,8451	12	25
56	47	49	0,073100	0,050400	200	56	12,6000	6,1025	11	25
57	48	38	0,087720	0,060480	200	57	77,4000	37,4865	10	25
58	48	44	0,043860	0,030240	200	58	49,5000	23,9739	15	25
59	50	51	0,069445	0,047880	200	59	0,0000	0,0000	11	25
60	50	53	0,054825	0,037800	200	60	60,3000	29,2046	12	25
61	51	55	0,116960	0,080640	200	61	71,1000	34,4353	11	25
62	52	21	0,040205	0,027720	200	62	121,5000	58,8451	13	25
63	53	23	0,073100	0,050400	200	63	77,4000	37,4865	12	25
64	54	22	0,076755	0,052920	200	64	95,4000	46,2043	15	25
65	55	26	0,095030	0,065520	200	65	120,6000	58,4092	12	25
66	56	124	0,091375	0,063000	200	66	77,4000	37,4865	11	25
67	56	146	0,157165	0,108360	200	67	102,6000	49,6914	12	25
68	56	148	0,069445	0,047880	200	68	52,2000	25,2816	16	25
69	57	19	0,592110	0,408240	200	69	56,7000	27,4611	14	25
70	57	61	0,129387	0,089208	200	70	171,0000	82,8191	14	25
71	58	68	0,021199	0,014616	200	71	120,6000	58,4092	13	25
72	58	69	0,053728	0,037044	200	72	38,7000	18,7433	14	25
73	59	57	0,010965	0,007560	200	73	118,8000	57,5375	14	25
74	60	59	0,043860	0,030240	200	74	48,6000	23,5381	15	25
75	61	63	0,060307	0,041580	200	75	0,0000	0,0000	14	25
76	62	60	0,109650	0,075600	200	76	49,5000	23,9739	15	25
77	63	66	0,044957	0,030996	200	77	44,1000	21,3586	16	25
78	64	70	0,071273	0,049140	200	78	81,9000	39,6660	15	25
79	65	251	0,192984	0,133056	200	79	132,3000	64,0758	15	25
80	65	383	0,034723	0,023940	200	80	194,4000	94,1522	15	25
81	66	67	0,086258	0,059472	200	81	0,0000	0,0000	16	25
82	67	84	0,029240	0,020160	200	82	121,5000	58,8451	14	25
83	67	92	0,084065	0,057960	200	83	2,7000	1,3077	7	25
84	68	64	0,031068	0,021420	200	84	52,2000	25,2816	13	25
85	69	381	0,031068	0,021420	200	85	102,6000	49,6914	8	25
86	70	62	0,022661	0,015624	200	86	20,7000	10,0255	2	25
87	71	72	0,098685	0,068040	200	87	20,7000	10,0255	9	25
88	71	73	0,021930	0,015120	200	88	20,7000	10,0255	10	25
89	72	76	0,076755	0,052920	200	89	5,4000	2,6153	13	25
90	72	79	0,073100	0,050400	200	90	0,0000	0,0000	9	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
91	73	74	0,105995	0,073080	200	91	0,0000	0,0000	1	25
92	74	80	0,084065	0,057960	200	92	20,7000	10,0255	13	25
93	75	71	0,054825	0,037800	200	93	18,0000	8,7178	3	25
94	76	58	0,387430	0,267120	200	94	121,5000	58,8451	6	25
95	76	77	0,051170	0,035280	200	95	116,1000	56,2298	8	25
96	77	78	0,021930	0,015120	200	96	7,2000	3,4871	6	25
97	78	82	0,241230	0,166320	200	97	63,9000	30,9482	4	25
98	80	75	0,052998	0,036540	200	98	48,6000	23,5381	8	25
99	81	79	0,073100	0,050400	200	99	16,2000	7,8460	10	25
100	82	89	0,120981	0,083412	200	100	77,4000	37,4865	9	25
101	83	32	0,042033	0,028980	200	101	118,8000	57,5375	9	25
102	83	98	0,131580	0,090720	200	102	71,1000	34,4353	9	25
103	83	103	0,073100	0,050400	200	103	77,4000	37,4865	8	25
104	83	106	0,065790	0,045360	200	104	194,4000	94,1522	9	25
105	83	108	0,047515	0,032760	200	105	121,5000	58,8451	5	25
106	84	243	0,139987	0,096516	200	106	54,9000	26,5893	8	25
107	85	90	0,095030	0,065520	200	107	37,8000	18,3074	9	25
108	87	88	0,080410	0,055440	200	108	21,6000	10,4614	8	25
109	88	66	0,107823	0,074340	200	109	0,0000	0,0000	8	25
110	89	369	0,157896	0,108864	200	110	77,4000	37,4865	4	25
111	91	1	0,341012	0,235116	200	111	121,5000	58,8451	7	25
112	91	86	0,012852	0,010850	300	112	37,8000	18,3074	4	25
113	93	110	0,065790	0,045360	200	113	121,5000	58,8451	5	25
114	93	112	0,032895	0,022680	200	114	27,0000	13,0767	6	25
115	93	118	0,056028	0,066091	500	115	63,9000	30,9482	5	25
116	94	111	0,032895	0,022680	200	116	0,0000	0,0000	7	25
117	95	116	0,078582	0,054180	200	117	0,0000	0,0000	6	25
118	96	115	0,043860	0,030240	200	118	0,0000	0,0000	4	25
119	97	93	0,040205	0,027720	200	119	0,0000	0,0000	2	25
120	98	101	0,051170	0,035280	200	120	79,2000	38,3583	5	25
121	99	100	0,058480	0,040320	200	121	246,6000	119,4338	5	25
122	100	95	0,105995	0,073080	200	122	0,0000	0,0000	1	25
123	101	99	0,054825	0,037800	200	123	0,0000	0,0000	7	25
124	102	109	0,076755	0,052920	200	124	0,0000	0,0000	10	25
125	103	104	0,049657	0,041922	300	125	0,0000	0,0000	8	25
126	104	107	0,065790	0,045360	200	126	0,0000	0,0000	8	25
127	105	94	0,084065	0,057960	200	127	0,0000	0,0000	9	25
128	106	102	0,054825	0,037800	200	128	77,4000	37,4865	9	25
129	108	107	0,049657	0,041922	300	129	121,5000	58,8451	11	25
130	109	83	0,043860	0,030240	200	130	62,1000	30,0764	12	25
131	110	105	0,065790	0,045360	200	131	105,3000	50,9991	12	25
132	112	113	0,076755	0,052920	200	132	121,5000	58,8451	14	25
133	113	114	0,047515	0,032760	200	133	77,4000	37,4865	11	25
134	114	111	0,040205	0,027720	200	134	77,4000	37,4865	12	25
135	115	97	0,062135	0,042840	200	135	0,0000	0,0000	13	25
136	116	96	0,040205	0,027720	200	136	84,6000	40,9737	12	25
137	117	83	0,040205	0,027720	200	137	8,1000	3,9230	12	25
138	118	120	0,010223	0,008631	300	138	121,5000	58,8451	12	25
139	118	121	0,051170	0,035280	200	139	35,1000	16,9997	13	25
140	119	93	0,253828	0,258455	400	140	54,9000	26,5893	10	25
141	119	122	0,294875	0,300250	400	141	153,0000	74,1013	13	25
142	121	117	0,201025	0,138600	200	142	315,9000	152,9974	13	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
143	122	415	0,013524	0,015953	500	143	105,3000	50,9991	13	25
144	123	157	0,102340	0,070560	200	144	19,8000	9,5896	13	25
145	124	127	0,021930	0,015120	200	145	94,5000	45,7684	13	25
146	125	123	0,029240	0,020160	200	146	37,8000	18,3074	12	25
147	126	123	0,029240	0,020160	200	147	82,8000	40,1019	12	25
148	127	126	0,270470	0,186480	200	148	50,4000	24,4098	12	25
149	128	140	0,032131	0,027126	300	149	77,4000	37,4865	13	25
150	128	150	0,032895	0,022680	200	150	121,5000	58,8451	10	25
151	128	153	0,035052	0,029592	300	151	101,7000	49,2556	11	25
152	128	345	0,261698	0,180432	200	152	60,3000	29,2046	11	25
153	129	130	0,054825	0,037800	200	153	77,4000	37,4865	10	25
154	130	156	0,036550	0,025200	200	154	194,4000	94,1522	11	25
155	131	152	0,087720	0,060480	200	155	55,8000	27,0252	11	25
156	132	139	0,105995	0,073080	200	156	121,5000	58,8451	13	25
157	133	138	0,119761	0,101106	300	157	0,0000	0,0000	6	25
158	134	144	0,142545	0,098280	200	158	2,7000	1,3077	2	25
159	134	194	0,009137	0,006300	200	159	0,9000	0,4359	8	25
160	135	131	0,149855	0,103320	200	160	52,2000	25,2816	3	25
161	136	143	0,095030	0,065520	200	161	194,4000	94,1522	5	25
162	137	154	0,105995	0,073080	200	162	9,9000	4,7948	4	25
163	137	193	0,012793	0,008820	200	163	127,8000	61,8964	5	25
164	138	142	0,062135	0,042840	200	164	16,2000	7,8460	6	25
165	139	146	0,153510	0,105840	200	165	36,9000	17,8715	5	25
166	140	129	0,046736	0,039456	300	166	153,9000	74,5372	5	25
167	141	135	0,080410	0,055440	200	167	0,0000	0,0000	6	25
168	142	149	0,098685	0,068040	200	168	0,0000	0,0000	6	25
169	143	147	0,095030	0,065520	200	169	78,3000	37,9224	6	25
170	144	145	0,032895	0,022680	200	170	0,0000	0,0000	5	25
171	145	148	0,054825	0,037800	200	171	27,0000	13,0767	4	25
172	146	141	0,105995	0,073080	200	172	102,6000	49,6914	7	25
173	147	56	0,146200	0,100800	200	173	121,5000	58,8451	7	25
174	148	137	0,127925	0,088200	200	174	72,0000	34,8712	6	25
175	149	147	0,021930	0,015120	200	175	0,0000	0,0000	7	25
176	150	151	0,054825	0,037800	200	176	121,5000	58,8451	9	25
177	151	134	0,076755	0,052920	200	177	194,4000	94,1522	8	25
178	152	140	0,073025	0,061650	300	178	0,0000	0,0000	8	25
179	153	133	0,078867	0,066582	300	179	77,4000	37,4865	8	25
180	153	155	0,032131	0,027126	300	180	81,9000	39,6660	7	25
181	154	150	0,069445	0,047880	200	181	53,1000	25,7175	3	25
182	155	136	0,084065	0,057960	200	182	121,5000	58,8451	4	25
183	156	132	0,113305	0,078120	200	183	63,9000	30,9482	3	25
184	157	199	0,021930	0,015120	200	184	86,4000	41,8454	4	25
185	158	160	0,084065	0,057960	200	185	81,9000	39,6660	4	25
186	158	181	0,054096	0,063812	500	186	0,0000	0,0000	4	25
187	158	183	0,226610	0,156240	200	187	167,4000	81,0755	5	25
188	158	189	0,235900	0,240200	400	188	0,0000	0,0000	2	25
189	158	198	0,270470	0,186480	200	189	0,0000	0,0000	1	25
190	159	128	0,227838	0,192348	300	190	131,4000	63,6399	5	25
191	159	179	0,043860	0,030240	200	191	20,7000	10,0255	4	25
192	159	180	0,091375	0,063000	200	192	20,7000	10,0255	3	25
193	160	171	0,087720	0,060480	200	193	20,7000	10,0255	13	25
194	160	184	0,131580	0,090720	200	194	20,7000	10,0255	13	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
195	161	182	0,084065	0,057960	200	195	0,0000	0,0000	4	25
196	162	183	0,075946	0,064116	300	196	0,0000	0,0000	4	25
197	163	164	0,032895	0,022680	200	197	0,0000	0,0000	3	25
198	164	172	0,138890	0,095760	200	198	0,0000	0,0000	3	25
199	165	169	0,037744	0,038432	400	199	0,0000	0,0000	5	25
200	166	174	0,090551	0,076446	300	200	52,2000	25,2816	6	25
201	167	175	0,113305	0,078120	200	201	201,6000	97,6393	1	25
202	168	161	0,076755	0,052920	200	202	201,6000	97,6393	2	25
203	169	173	0,029210	0,024660	300	203	72,9000	35,3071	3	25
204	170	162	0,064262	0,054252	300	204	81,0000	39,2301	4	25
205	171	187	0,091375	0,063000	200	205	115,2000	55,7939	3	25
206	172	178	0,113305	0,078120	200	206	117,9000	57,1016	4	25
207	173	179	0,063693	0,064854	400	207	317,7000	153,8691	3	25
208	174	180	0,084709	0,071514	300	208	161,1000	78,0243	2	25
209	175	178	0,065790	0,045360	200	209	126,0000	61,0246	3	25
210	178	159	0,069445	0,047880	200	210	59,4000	28,7687	1	25
211	179	176	0,054825	0,037800	200	211	24,3000	11,7690	3	25
212	180	177	0,058480	0,040320	200	212	24,3000	11,7690	4	25
213	181	185	0,048300	0,056975	500	213	4,5000	2,1794	4	25
214	182	181	0,032895	0,022680	200	214	126,0000	61,0246	1	25
215	183	186	0,035052	0,029592	300	215	55,8000	27,0252	2	25
216	184	163	0,091375	0,063000	200	216	62,1000	30,0764	3	25
217	185	165	0,037744	0,038432	400	217	0,0000	0,0000	3	25
218	186	166	0,084709	0,071514	300	218	31,5000	15,2561	4	25
219	187	167	0,091375	0,063000	200	219	158,4000	76,7166	5	25
220	188	192	0,023392	0,016128	200	220	126,0000	61,0246	6	25
221	188	197	0,109650	0,075600	200	221	201,6000	97,6393	7	25
222	189	188	0,073100	0,050400	200	222	40,5000	19,6150	6	25
223	196	190	0,010965	0,007560	200	223	81,0000	39,2301	8	25
224	197	195	0,036550	0,025200	200	224	126,0000	61,0246	9	25
225	198	191	0,014620	0,010080	200	225	201,6000	97,6393	8	25
226	198	196	0,069445	0,047880	200	226	18,0000	8,7178	8	25
227	199	118	0,076755	0,052920	200	227	201,6000	97,6393	5	25
228	199	200	0,007310	0,005040	200	228	106,2000	51,4350	4	25
229	201	415	0,482460	0,332640	200	229	174,6000	84,5626	6	25
230	202	203	0,051118	0,043155	300	230	173,7000	84,1267	7	25
231	202	205	0,103403	0,087296	300	231	113,4000	54,9221	6	25
232	203	204	0,062135	0,042840	200	232	201,6000	97,6393	7	25
233	205	206	0,059881	0,050553	300	233	0,0000	0,0000	6	25
234	207	208	0,038378	0,026460	400	234	201,6000	97,6393	5	25
235	207	235	0,076755	0,052920	400	235	403,2000	195,2787	4	25
236	207	276	0,067252	0,046368	200	236	201,6000	97,6393	7	25
237	208	209	0,116960	0,080640	200	237	126,0000	61,0246	8	25
238	208	210	0,055921	0,038556	400	238	0,0000	0,0000	9	25
239	210	415	0,056287	0,038808	400	239	28,8000	13,9485	10	25
240	214	215	0,105995	0,073080	200	240	9,0000	4,3589	13	25
241	215	216	0,099314	0,083844	300	241	4,5000	2,1794	13	25
242	215	217	0,065790	0,045360	200	242	0,0000	0,0000	10	25
243	217	218	0,002924	0,002016	200	243	18,0000	8,7178	13	25
244	218	219	0,080410	0,055440	200	244	45,0000	21,7945	13	25
245	219	222	0,070980	0,059924	300	245	32,4000	15,6920	11	25
246	220	219	0,084065	0,057960	200	246	61,2000	29,6405	12	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
247	220	343	0,029240	0,020160	200	247	81,0000	39,2301	13	25
248	221	220	0,087720	0,060480	200	248	126,0000	61,0246	11	25
249	222	236	0,081788	0,069048	300	249	22,5000	10,8972	14	25
250	223	221	0,069445	0,047880	200	250	13,5000	6,5383	13	25
251	224	223	0,069445	0,047880	200	251	18,0000	8,7178	13	25
252	225	224	0,027412	0,018900	200	252	126,0000	61,0246	11	25
253	227	370	0,046736	0,039456	300	253	5,4000	2,6153	10	25
254	228	227	0,063094	0,053266	300	254	26,1000	12,6408	11	25
255	229	227	0,026289	0,022194	300	255	18,0000	8,7178	12	25
256	229	230	0,045568	0,038470	300	256	126,0000	61,0246	9	25
257	231	230	0,096857	0,066780	200	257	81,0000	39,2301	10	25
258	231	292	0,074927	0,051660	200	258	0,0000	0,0000	8	25
259	231	348	0,075946	0,064116	300	259	126,0000	61,0246	7	25
260	232	375	0,011684	0,009864	300	260	41,4000	20,0509	7	25
261	233	232	0,027749	0,023427	300	261	0,0000	0,0000	6	25
262	234	233	0,083334	0,057456	200	262	27,9000	13,5126	5	25
263	234	235	0,042033	0,028980	300	263	29,7000	14,3844	4	25
264	236	237	0,062217	0,052526	300	264	81,0000	39,2301	5	25
265	236	371	0,053746	0,045374	300	265	201,6000	97,6393	6	25
266	238	239	0,005842	0,004932	300	266	317,7000	153,8691	5	25
267	238	242	0,083541	0,070528	300	267	176,4000	85,4344	4	25
268	242	245	0,036513	0,030825	300	268	126,0000	61,0246	4	25
269	242	248	0,048781	0,041182	300	269	6,3000	3,0512	5	25
270	242	354	0,005483	0,003780	200	270	30,6000	14,8203	5	25
271	242	355	0,009137	0,006300	200	271	60,3000	29,2046	2	25
272	245	246	0,052632	0,036288	200	272	55,8000	27,0252	1	25
273	246	247	0,072734	0,050148	200	273	126,0000	61,0246	1	25
274	248	357	0,043129	0,029736	200	274	117,9000	57,1016	2	25
275	250	251	0,188232	0,129780	200	275	126,0000	61,0246	3	25
276	250	359	0,098685	0,068040	200	276	201,6000	97,6393	4	25
277	252	253	0,045860	0,038716	300	277	9,9000	4,7948	5	25
278	253	254	0,027412	0,018900	200	278	126,0000	61,0246	5	25
279	253	256	0,078867	0,066582	300	279	201,6000	97,6393	6	25
280	253	360	0,058846	0,040572	200	280	317,7000	153,8691	6	25
281	256	257	0,105995	0,073080	200	281	81,9000	39,6660	7	25
282	256	258	0,068714	0,047376	200	282	126,0000	61,0246	8	25
283	256	282	0,053746	0,045374	300	283	21,6000	10,4614	2	25
284	258	260	0,051118	0,043155	300	284	12,6000	6,1025	2	25
285	259	286	0,035819	0,024696	200	285	71,1000	34,4353	4	25
286	259	323	0,107823	0,074340	200	286	100,8000	48,8197	8	25
287	260	261	0,037973	0,032058	300	287	112,5000	54,4862	4	25
288	261	262	0,063094	0,053266	300	288	126,0000	61,0246	5	25
289	262	263	0,068714	0,047376	200	289	0,0000	0,0000	6	25
290	263	264	0,072369	0,049896	300	290	34,2000	16,5638	7	25
291	264	265	0,107823	0,074340	200	291	82,8000	40,1019	5	25
292	264	366	0,008772	0,006048	200	292	59,4000	28,7687	5	25
293	265	266	0,099416	0,068544	200	293	126,0000	61,0246	6	25
294	266	267	0,156434	0,107856	200	294	144,9000	70,1783	7	25
295	267	268	0,054965	0,055967	400	295	201,6000	97,6393	6	25
296	267	291	0,098685	0,068040	200	296	50,4000	24,4098	5	25
297	267	296	0,050439	0,034776	200	297	41,4000	20,0509	7	25
298	267	326	0,038378	0,026460	200	298	201,6000	97,6393	7	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
299	268	364	0,070770	0,072060	400	299	76,5000	37,0506	3	25
300	273	274	0,083699	0,057708	300	300	161,1000	78,0243	4	25
301	274	208	0,139621	0,096264	200	301	477,0000	231,0216	5	25
302	274	275	0,115863	0,079884	300	302	67,5000	32,6917	6	25
303	275	263	0,115132	0,079380	300	303	13,5000	6,5383	6	25
304	276	277	0,032895	0,022680	200	304	3,6000	1,7436	5	25
305	276	278	0,048246	0,033264	200	305	0,0000	0,0000	7	25
306	278	279	0,034357	0,023688	200	306	65,7000	31,8200	4	25
307	279	280	0,062135	0,042840	200	307	0,0000	0,0000	6	25
308	280	234	0,049342	0,034020	300	308	60,3000	29,2046	5	25
309	280	281	0,053728	0,037044	300	309	94,5000	45,7684	6	25
310	281	233	0,055499	0,046854	300	310	0,0000	0,0000	7	25
311	282	281	0,066307	0,055978	300	311	18,9000	9,1537	5	25
312	287	299	0,186771	0,128772	200	312	66,6000	32,2559	6	25
313	288	287	0,046784	0,032256	200	313	18,0000	8,7178	6	25
314	289	288	0,062866	0,043344	200	314	33,3000	16,1279	7	25
315	289	290	0,005483	0,003780	200	315	20,7000	10,0255	6	25
316	291	289	0,016813	0,011592	200	316	33,3000	16,1279	7	25
317	292	235	0,069445	0,047880	200	317	42,3000	20,4868	7	25
318	293	291	0,091741	0,063252	200	318	52,2000	25,2816	8	25
319	294	293	0,022661	0,015624	200	319	43,2000	20,9227	7	25
320	295	259	0,047880	0,033012	200	320	126,0000	61,0246	8	25
321	295	294	0,074196	0,051156	200	321	107,1000	51,8709	9	25
322	295	297	0,037646	0,025956	200	322	201,6000	97,6393	8	25
323	296	295	0,050439	0,034776	200	323	126,0000	61,0246	7	25
324	298	295	0,038012	0,026208	200	324	24,3000	11,7690	8	25
325	299	284	0,081141	0,055944	200	325	100,8000	48,8197	8	25
326	299	285	0,109650	0,075600	200	326	81,0000	39,2301	5	25
327	299	300	0,093202	0,064260	200	327	154,8000	74,9731	6	25
328	300	301	0,055556	0,038304	200	328	22,5000	10,8972	10	25
329	300	304	0,043860	0,030240	200	329	30,6000	14,8203	11	25
330	301	302	0,045322	0,031248	200	330	126,0000	61,0246	12	25
331	302	303	0,195177	0,134568	200	331	12,6000	6,1025	13	25
332	303	304	0,208335	0,143640	200	332	55,8000	27,0252	11	25
333	303	305	0,069445	0,047880	200	333	119,7000	57,9734	10	25
334	303	377	0,058846	0,040572	200	334	126,0000	61,0246	11	25
335	304	307	0,050439	0,034776	200	335	403,2000	195,2787	9	25
336	305	309	0,126463	0,087192	200	336	81,0000	39,2301	8	25
337	306	299	0,078217	0,053928	200	337	177,3000	85,8703	7	25
338	307	315	0,221858	0,152964	200	338	151,2000	73,2295	6	25
339	308	306	0,098685	0,068040	200	339	9,0000	4,3589	7	25
340	308	312	0,078582	0,054180	200	340	28,8000	13,9485	8	25
341	309	304	0,082603	0,056952	200	341	13,5000	6,5383	9	25
342	309	313	0,072369	0,049896	200	342	22,5000	10,8972	10	25
343	309	314	0,061404	0,042336	200	343	45,0000	21,7945	7	25
344	309	319	0,012793	0,008820	200	344	0,0000	0,0000	10	25
345	310	303	0,105264	0,072576	200	345	36,0000	17,4356	10	25
346	311	306	0,072369	0,049896	200	346	4,5000	2,1794	12	25
347	312	316	0,068349	0,047124	200	347	9,0000	4,3589	13	25
348	313	308	0,069810	0,048132	200	348	80,1000	38,7942	5	25
349	313	316	0,081506	0,056196	200	349	0,0000	0,0000	1	25
350	313	317	0,072369	0,049896	200	350	0,0000	0,0000	1	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
351	314	310	0,083334	0,057456	200	351	0,0000	0,0000	2	25
352	315	311	0,105264	0,072576	200	352	0,0000	0,0000	3	25
353	316	318	0,123539	0,085176	200	353	0,0000	0,0000	12	25
354	317	314	0,069445	0,047880	200	354	0,0000	0,0000	11	25
355	318	317	0,066521	0,045864	200	355	0,0000	0,0000	11	25
356	320	298	0,070176	0,048384	200	356	0,0000	0,0000	12	25
357	321	320	0,095030	0,065520	200	357	0,0000	0,0000	12	25
358	321	328	0,031433	0,021672	200	358	0,0000	0,0000	13	25
359	322	321	0,067617	0,046620	200	359	0,0000	0,0000	12	25
360	323	265	0,103802	0,071568	200	360	0,0000	0,0000	11	25
361	323	322	0,087720	0,060480	200	361	0,0000	0,0000	1	25
362	323	324	0,048246	0,033264	200	362	0,0000	0,0000	2	25
363	323	325	0,005483	0,003780	200	363	0,0000	0,0000	1	25
364	326	327	0,054825	0,037800	200	364	0,0000	0,0000	3	25
365	328	329	0,026682	0,018396	200	365	0,0000	0,0000	4	25
366	328	332	0,058480	0,040320	200	366	0,0000	0,0000	6	25
367	329	330	0,041667	0,028728	200	367	0,0000	0,0000	9	25
368	330	331	0,027412	0,018900	200	368	0,0000	0,0000	11	25
369	332	333	0,041667	0,028728	200	369	0,0000	0,0000	12	25
370	333	334	0,055921	0,038556	200	370	0,0000	0,0000	6	25
371	333	335	0,071273	0,049140	200	371	0,0000	0,0000	8	25
372	335	322	0,054825	0,037800	200	372	0,0000	0,0000	1	25
373	335	336	0,064694	0,044604	200	373	0,0000	0,0000	7	25
374	336	337	0,029240	0,020160	200	374	0,0000	0,0000	1	25
375	337	338	0,042033	0,028980	200	375	0,0000	0,0000	7	25
376	338	264	0,067983	0,046872	200	376	85,5000	41,4095	8	25
377	339	340	0,027412	0,018900	200	377	85,5000	41,4095	7	25
378	340	341	0,113305	0,078120	200	378	0,0000	0,0000	2	25
379	340	367	0,179095	0,123480	200	379	0,0000	0,0000	3	25
380	344	345	0,058480	0,040320	200	380	0,0000	0,0000	3	25
381	344	368	0,052998	0,036540	200	381	0,0000	0,0000	13	25
382	348	206	0,032131	0,027126	300	382	0,0000	0,0000	13	25
383	349	202	0,023392	0,016128	200	383	0,0000	0,0000	11	25
384	350	378	0,023392	0,016128	200	384	67,5000	32,6917	4	25
385	351	211	0,113670	0,078372	200	385	15,3000	7,4101	5	25
386	351	352	0,213817	0,147420	200	386	55,8000	27,0252	6	25
387	351	413	0,070541	0,048636	200	387	11,7000	5,6666	7	25
388	352	212	0,201025	0,138600	200	388	50,4000	24,4098	9	25
389	352	213	0,050073	0,034524	200	389	115,2000	55,7939	10	25
390	353	240	0,073100	0,050400	200	390	13,5000	6,5383	10	25
391	353	241	0,018275	0,012600	200	391	4,5000	2,1794	9	25
392	354	353	0,127925	0,088200	200	392	18,9000	9,1537	11	25
393	355	356	0,051170	0,035280	200	393	34,2000	16,5638	11	25
394	356	243	0,012793	0,008820	200	394	9,9000	4,7948	12	25
395	356	244	0,005483	0,003780	200	395	39,6000	19,1792	14	25
396	357	358	0,005483	0,003780	200	396	27,9000	13,5126	14	25
397	358	249	0,020102	0,013860	200	397	14,4000	6,9742	13	25
398	358	250	0,140717	0,097020	200	398	17,1000	8,2819	13	25
399	359	252	0,049708	0,034272	200	399	41,4000	20,0509	8	25
400	360	255	0,040205	0,027720	200	400	0,0000	0,0000	4	25
401	361	271	0,016448	0,011340	200	401	0,0000	0,0000	5	25
402	361	415	0,024150	0,028487	500	402	0,0000	0,0000	6	25

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
403	362	361	0,018872	0,019216	400	403	0,0000	0,0000	7	25
404	362	380	0,263160	0,181440	200	404	0,0000	0,0000	8	25
405	363	283	0,104167	0,071820	200	405	0,0000	0,0000	9	25
406	363	284	0,058480	0,040320	200	406	0,0000	0,0000	8	25
407	364	362	0,048359	0,049241	400	407	0,0000	0,0000	9	25
408	364	365	0,025585	0,017640	200	408	0,0000	0,0000	10	25
409	365	269	0,100513	0,069300	200	409	0,0000	0,0000	10	25
410	365	270	0,016448	0,011340	200	410	0,0000	0,0000	11	25
411	366	339	0,001097	0,000756	200	411	0,0000	0,0000	12	25
412	367	342	0,009137	0,006300	200	412	0,0000	0,0000	13	25
413	367	344	0,115132	0,079380	200	413	0,0000	0,0000	3	25
414	368	346	0,131580	0,090720	200	414	18,9000	9,1537	11	25
415	368	369	0,208335	0,143640	200	415	0,0000	0,0000	0	25
416	369	347	0,118788	0,081900	200					
417	370	373	0,039434	0,033291	300					
418	371	238	0,026581	0,022441	300					
419	372	351	0,104167	0,071820	200					
420	373	225	0,002337	0,001973	300					
421	373	226	0,003655	0,002520	200					
422	374	201	0,149855	0,103320	200					
423	375	229	0,027749	0,023427	300					
424	377	376	0,111477	0,076860	200					
425	378	379	0,103403	0,087296	300					
426	379	228	0,041186	0,034771	300					
427	380	267	0,309578	0,213444	200					
428	381	65	0,032895	0,022680	200					
429	381	382	0,150221	0,103572	200					
430	382	250	0,010965	0,007560	200					
431	382	369	0,018275	0,012600	200					
432	383	67	0,031068	0,021420	200					
433	383	242	0,227341	0,156744	200					
434	399	403	0,047515	0,032760	200					
435	400	385	0,059211	0,040824	200					
436	400	401	0,070907	0,048888	200					
437	401	386	0,056653	0,039060	200					
438	401	402	0,059576	0,041076	200					
439	402	387	0,083334	0,057456	200					
440	402	403	0,068349	0,047124	200					
441	403	404	0,040205	0,027720	200					
442	403	406	0,083334	0,057456	200					
443	404	388	0,058846	0,040572	200					
444	404	405	0,071638	0,049392	200					
445	405	389	0,045322	0,031248	200					
446	405	390	0,073100	0,050400	200					
447	406	391	0,078582	0,054180	200					
448	406	407	0,048977	0,033768	200					
449	407	408	0,066887	0,046116	200					
450	407	409	0,055191	0,038052	200					
451	408	392	0,073831	0,050904	200					
452	408	393	0,069080	0,047628	200					
453	409	410	0,064328	0,044352	200					
454	409	414	0,065790	0,045360	200					

continua na próxima página

Tabela 29 – continuação da página anterior

DADOS DE LINHAS						DADOS DE BARRAS				
Linha	Barra inicial	Barra final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Corrente máx. (A)	Barra	Demanda ativa (kW)	Demanda reativa (kVAr)	$\underline{u}$	$\bar{u}$
455	410	394	0,059576	0,041076	200					
456	410	411	0,067617	0,046620	200					
457	411	397	0,071638	0,049392	200					
458	411	398	0,056653	0,039060	200					
459	411	412	0,087355	0,060228	200					
460	412	395	0,069445	0,047880	200					
461	412	396	0,070541	0,048636	200					
462	413	384	0,072003	0,049644	200					
463	413	400	0,072734	0,050148	200					
464	415	214	0,347591	0,239652	200					
465	415	349	0,226610	0,156240	200					
466	415	350	0,226610	0,156240	200					
467	415	372	0,027778	0,019152	200					
468	415	272	0,014254	0,009828	200					
469	415	273	0,115498	0,079632	300					
470	415	363	0,285090	0,196560	200					
471	415	374	0,010965	0,007560	200					
472	415	91	0,388892	0,268128	200					
473	415	189	0,141540	0,144120	400					

Fonte: Lapsee (2025).