



ADILSON BERVEGLIERI

**CLASSIFICAÇÃO FUZZY DE VERTENTES POR KRIGAGEM
E TPS COM AGREGAÇÃO DE REGIÕES
VIA DIAGRAMA DE VORONOI**



**Presidente Prudente
2011**

ADILSON BERVEGLIERI

**CLASSIFICAÇÃO FUZZY DE VERTENTES POR
KRIGAGEM E TPS COM AGREGAÇÃO DE
REGIÕES VIA DIAGRAMA DE VORONOI**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Dr. Messias Meneguette Jr

Co-orientador: Prof. Dr. Marco Antônio Piteri

PRESIDENTE PRUDENTE

2011

B464c Berveglieri, Adilson.
Classificação fuzzy de vertentes por krigagem e TPS com
agregação de regiões via diagrama de Voronoi / Adilson Berveglieri. -
Presidente Prudente : [s.n], 2011
130 f. : il.

Orientador: Messias Meneguette Junior
Co-Orientador: Marco Antônio Piteri
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Banca: João Fernando Custodio da Silva, Ricardo Luís Barbosa
Inclui bibliografia

1. Curvatura de vertente. 2. Modelo digital de terreno. 3.
Geoestatística. I. Meneguette Junior, Messias. II. Piteri., Marco
Antônio. III. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e
Tecnologia. IV. Título.

CDD 621.71

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação –
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação - UNESP, Câmpus de Presidente Prudente.

BANCA EXAMINADORA



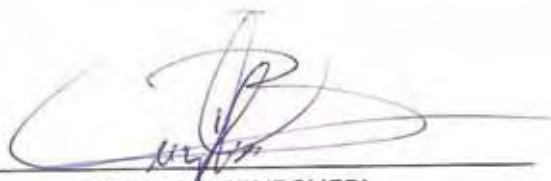
PROF. DR. MESSIAS MENEGUETTE JUNIOR
(ORIENTADOR)



PROF. DR. JOÃO FERNANDO CUSTÓDIO DA SILVA
(FCT/UNESP)



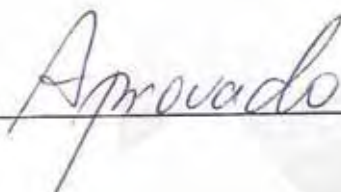
RICARDO LUIS BARBOSA
(USP/SP)



ADILSON BERVEGLIERI

PRESIDENTE PRUDENTE (SP), 16 DE FEVEREIRO DE 2011

RESULTADO:



Agradecimentos

A caminhada para chegar a esse momento é longa, já vem de muito tempo. Foram anos de expectativa e incessante trabalho para que esta ocasião acontecesse.

Assim, agradeço sobretudo a Deus, atuante em minha vida e pela família que tenho, pois me considero uma pessoa iluminada por ter uma família maravilhosa com pais que são exemplos de dignidade, honestidade e caráter a serem seguidos e também por ter irmãs com iguais virtudes. Todos sempre me dando força.

Agradeço profundamente meus orientadores: Prof. Marco Antônio Piteri, pelo apoio e por ter dado o primeiro passo para que eu entrasse no mestrado e o Prof. Messias Meneguette Junior, pela confiança em mim depositada.

Obrigado a todos os docentes do Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas (PPGCC) e do Departamento de Cartografia pelo auxílio técnico, útil em minha formação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo auxílio financeiro destinado a essa pesquisa com a concessão da bolsa de estudo.

Aos amigos que fiz no PPGCC e que foram de fundamental importância no meu desenvolvimento durante o curso.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente em minha formação pessoal e acadêmica.

Resumo

As vertentes, como superfícies inclinadas, consistem em expressões da Geomorfologia moldadas por fatores naturais (endógenos e exógenos) e pelo próprio homem. Suas formas determinam o fluxo ou o acúmulo de água e representam características fundamentais para a prevenção e resolução de problemas associados ao relevo, tais como utilização do solo, construção civil entre outros. A classificação da vertente em côncava, convexa ou retilínea permite a identificação de áreas conforme sua declividade. Assim, por meio de uma grade retangular regular, base do modelo digital de terreno, gera-se uma malha interpolada por funções estimadoras: *thin-plate spline*, que possui características de suavização e krigagem, que além da suavidade também considera a dependência espacial. Logo após, a classificação é feita, obedecendo à inferência *fuzzy* baseada em funções de pertinência que definem classes a partir do cálculo da inclinação e da concavidade ou convexidade do terreno. Entretanto, o resultado dessa classificação está atrelado à resolução da malha, não permitindo fazer qualquer correção pontual. Pois, pequenas áreas de pouca significância podem ser formadas, necessitando eliminá-las. Nesse sentido, para que o resultado seja ajustado, aplica-se o diagrama de Voronoi, caracterizado por sua relação de abrangência e proximidade, como ferramenta para agregar regiões anteriormente classificadas de modo a permitir um ajuste local e tornar o resultado mais condizente com a área em estudo, quando comparada a mapas geomorfológicos correspondentes.

Palavras-Chave: Curvatura de vertente, Modelo digital de terreno, Geoestatística

Abstract

Slopes, such as inclined surfaces, consist in geomorphological expressions shaped by natural factors (endogenous and exogenous) and also by man himself. Their shapes determine the flow or accumulation of water and represent fundamental characteristics for the prevention and resolution of problems associated with relief, as land use, buildings, and others. Classifying slopes in concave, convex or straight allows to identify areas based on declivity. Thus, by regular rectangular grid which represents a digital terrain model, it generates a interpolated mesh by estimator functions: thin-plate spline, which has characteristics of smoothing, and kriging, which besides smoothing also considers spatial dependence. After that, the classification is realized according to fuzzy inference based on membership functions that define classes from the calculation of the slope and concavity or convexity of the ground. However, the classification depends on mesh resolution and it not allows any point correction. Once small areas with little importance can be formed requiring eliminate them. In order to adjust the result, it applies the Voronoi diagram, characterized by its comprisement and close relationship and scope, as a tool to aggregate regions previously classified and allow a local adjustment, that can provides a consistent result in study areas, if it was compared to the corresponding geomorphological maps.

Keywords: Slope curvature, Digital terrain model, Geostatistic

Lista de Figuras

1.1	Curvatura da vertente em perfil com fluxo de água associado.	15
1.2	MDT pela grade regular.	15
2.1	Feições de relevo.	23
2.2	Sistema de vertente.	25
2.3	Inclinação e aspecto.	26
2.4	Principais etapas na geração de um MDT.	27
2.5	Exemplos de amostragem	28
2.6	Exemplo de superfícies com grades regular e irregular	30
2.7	Visualização em projeção planar	31
2.8	MDT em geração de imagens	31
2.9	Análise de Perfil	32
2.10	Esqueletização	35
2.11	Legenda do Mapa geomorfológico de Presidente Prudente-SP	37
3.1	Tendência e estacionaridade local	40
3.2	Estimação do valor esperado.	40
3.3	Gráfico semivariograma	41
3.4	Construção do semivariograma: distribuição regular e direções.	42
3.5	Construção do semivariograma na distribuição irregular.	43
3.6	Anisotropia	46
3.7	Deteção de anisotropia	46
3.8	Modelo esférico.	48
3.9	Modelo exponencial.	49
3.10	Modelo gaussiano.	49
3.11	Modelo combinado.	50
3.12	Modelo potencial.	51
3.13	Chapa fina de metal sob pressão na superfície	51
3.14	TPS pontos de controle e adensamento	54
4.1	Exemplo de função de pertinência para conjunto <i>fuzzy</i>	56

4.2	Diferença de fronteiras entre <i>fuzzy</i> e <i>booleano</i>	56
4.3	Funções de pertinência lineares	57
4.4	Função de pertinência gaussiana.	58
4.5	Função de pertinência sigmoidal.	58
4.6	Operação de união	59
4.7	Operação de interseção	59
4.8	Complemento do subconjunto <i>fuzzy</i> <i>A</i>	60
4.9	Estrutura de um sistema <i>fuzzy</i>	63
4.10	Processo de inferência em um sistema de Mamdani.	66
4.11	Ocorrências na natureza	67
4.12	Construções arquitetônicas	67
4.13	Entidades topológicas	68
4.14	Relações do diagrama de Voronoi	69
4.15	Círculo circunscrito.	70
4.16	Geradores: (a) colineares; (b) não colineares.	71
4.17	Relação de Euler com o diagrama de Voronoi.	71
4.18	Propagação da região de influência entre dois geradores	72
4.19	Processo de formação do diagrama de Voronoi	72
5.1	Relacionamento entre os recursos de softwares.	75
5.2	Procedimentos metodológicos	76
5.3	Cálculo da inclinação sobre a grade	76
5.4	Vertente em perfil classificada	77
5.5	Vertente em perfil reclassificada	77
5.6	Áreas de vertentes	78
5.7	Coleta e preparação dos dados	79
5.8	Procedimentos para a krigagem ordinária.	81
5.9	Disposição espacial e combinação dos pontos amostrados.	81
5.10	Semivariograma omnidirecional.	82
5.11	Semivariogramas direcionais	83
5.12	Ajustes dos semivariogramas direcionais — modelos esféricos.	83
5.13	Semivariogramas direcionais sobrepostos.	84
5.14	Mapa variográfico com as direções convencionais.	85

5.15	Modelo anisotrópico combinado para a área em estudo.	86
5.16	Modelo combinado de semivariogramas visto na forma decomposta.	86
5.17	Mapa variográfico do GS+ com eixo anisotrópico da área	87
5.18	Exemplo de arquivo gerado pela krigagem ordinária.	87
5.19	Associação da grade retangular com os pontos krigados.	88
5.20	Resultado da interpolação.	89
5.21	Grade MDT para cálculo da inclinação e da direção.	89
5.22	Sinal da curvatura em perfil	90
5.23	Variação do espaçamento da malha sobre uma vertente em perfil.	91
5.24	Definição de conjuntos <i>fuzzy</i> e suas funções	92
5.25	Regras de inferência.	93
5.26	Defuzzificação	94
5.27	Malha classificada: isotropia e anisotropia, respectivamente.	95
5.28	Malha classificada via TPS.	96
5.29	Variação da classificação em relação ao espaçamento d da malha.	97
5.30	Procedimentos metodológicos para agregação.	98
5.31	Resultado das operações da morfologia matemática	98
5.32	Decomposição das regiões.	99
5.33	Esqueletizações das regiões decompostas.	99
5.34	Conexões das bifurcações.	100
5.35	Associação da malha ao diagrama de Voronoi e preenchimento das regiões.	100
5.36	Exemplo de reclassificação	102
5.37	Área classificada antes e depois da agregação.	102
6.1	Visualização entre as grades do MDT	104
6.2	Curvas de nível das áreas de teste.	104
6.3	Mapas variográficos das áreas de estudo — detecção de dependência espacial.	105
6.4	Semivariogramas sobrepostos da Área A.	106
6.5	Modelo de anisotropia combinada para a Área A.	106
6.6	Semivariogramas sobrepostos da Área B.	107
6.7	Modelo de anisotropia combinada para a Área B.	107
6.8	Semivariogramas sobrepostos da Área C.	108
6.9	Modelo de anisotropia combinada para a Área C.	109

6.10	Semivariogramas sobrepostos da Área D.	109
6.11	Modelo de anisotropia combinada para a Área D.	110
6.12	Classificação segundo a krigagem anisotrópica	112
6.13	Regiões krigadas antes e após a agregação com o diagrama de Voronoi. . .	113
6.14	Regiões TPS antes e após a agregação com o diagrama de Voronoi. . . .	113
6.15	Agregação pelo diagrama de Voronoi em relação às malhas krigadas. . . .	114
6.16	Agregação pelo diagrama de Voronoi em relação às malhas TPS.	114
6.17	Morfoescultura — planalto ocidental paulista.	116
6.18	Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.	117
6.19	Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.	118
6.20	Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.	118
6.21	Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.	119
6.22	Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área A.	120
6.23	Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área B.	120
6.24	Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área C.	120
6.25	Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área D.	120

Lista de Tabelas

4.1	Algumas correspondências entre lógica <i>fuzzy</i> e <i>booleana</i>	60
5.1	Parâmetros ajustados omnidirecional e quatro direções.	84
5.2	Valores dos intervalos para classificação de vertentes.	94
5.3	EAMs das interpolações em relação às amostras.	96
6.1	Parâmetros modelados para a Área A.	105
6.2	Parâmetros modelados para a Área B.	107
6.3	Parâmetros modelados para a Área C.	108
6.4	Parâmetros modelados para a Área D.	109
6.5	Erro absoluto médio da interpolação da Área A.	111
6.6	Erro absoluto médio da interpolação da Área B.	111
6.7	Erro absoluto médio da interpolação da Área C.	111
6.8	Erro absoluto médio da interpolação da Área D.	111
6.9	Comparação entre a agregação pelo diagrama de Voronoi e a malha krigada.	115
6.10	Comparação entre a agregação pelo diagrama de Voronoi e a malha TPS.	115
6.11	Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.	117
6.12	Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.	118
6.13	Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.	119
6.14	Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.	119
6.15	Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.	120
6.16	Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.	121
6.17	Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.	121
6.18	Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.	121
6.19	Resultado geral das comparações com krigagem.	122
6.20	Resultado geral das comparações com TPS.	122

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Contexto da pesquisa	14
1.2	Importância das vertentes	17
1.3	Objetivos	18
1.3.1	Objetivos Gerais	18
1.3.2	Objetivos Específicos	19
1.4	Justificativa	19
1.5	Estrutura da dissertação	20
2	VERTENTE EM PERFIL, MODELAGEM E REPRESENTAÇÃO	22
2.1	Aspectos geomorfológicos	22
2.1.1	Vertentes	23
2.1.2	Parâmetros morfológicos terrestres	25
2.2	Modelo digital de terreno	27
2.2.1	Amostragem	28
2.2.2	Geração do modelo	29
2.2.3	Aplicação	31
2.3	Processamento morfológico de imagens	32
2.3.1	Morfologia matemática	32
2.4	Cartografia Geomorfológica	36
3	GEOESTATÍSTICA E FUNÇÕES INTERPOLADORAS	38
3.1	Geoestatística	38
3.1.1	Variável regionalizada	38
3.1.2	Krigagem	40
3.1.3	Krigagem ordinária	44
3.1.4	Isotropia e anisotropia	45
3.1.5	Modelos teóricos	47
3.2	Função <i>thin-plate spline</i>	51

4	INFERÊNCIA FUZZY E DIAGRAMA DE VORONOI	55
4.1	Inferência <i>fuzzy</i>	55
4.1.1	Funções de pertinência	56
4.1.2	Operações com conjuntos <i>fuzzy</i>	58
4.1.3	Fundamentos da lógica <i>fuzzy</i>	60
4.1.4	Sistema de inferência <i>fuzzy</i>	63
4.1.5	Sistema de Mamdani	65
4.2	Diagrama de Voronoi	66
4.2.1	Ocorrências do diagrama de Voronoi	66
4.2.2	Caracterização e formalização	68
4.2.3	Propriedades básicas	70
5	DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO	74
5.1	Recursos materiais	74
5.2	Estrutura metodológica	75
5.3	Área de coleta e preparação dos dados topográficos	78
5.4	Geração dos modelos digitais de terreno	79
5.4.1	Interpolação <i>thin-plate spline</i>	79
5.4.2	Interpolação krigagem	80
5.5	Cálculo da curvatura de vertente em perfil	89
5.6	Classificação <i>fuzzy</i> de vertentes em perfil	91
5.7	Classificação sobre o MDT	94
5.7.1	Classificação via krigagem	94
5.7.2	Classificação via TPS	96
5.8	Agregação de regiões via diagrama de Voronoi	96
5.8.1	Variação do espaçamento da malha	97
5.8.2	Aplicação do processamento digital de imagem	97
5.8.3	Reclassificação pelo diagrama de Voronoi	101

6	TESTES, RESULTADOS E ANÁLISE	103
6.1	Comparação entre as grades dos MDTs	103
6.2	Aplicação da krigagem em áreas de teste	104
6.2.1	Comparação entre os resultados isotrópicos e anisotrópicos	110
6.2.2	Classificação <i>fuzzy</i> para o MDT krigado	112
6.3	Ajustes pelo diagrama de Voronoi	112
6.4	Procedimentos para validação	116
6.5	Comparação: MDT krigado e mapas geomorfológicos	117
6.6	Comparação: MDT com TPS e mapas geomorfológicos	119
6.7	Análise dos resultados	122
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	124
7.1	Considerações finais e conclusões	124
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	126
	Referências Bibliográficas	127

1 INTRODUÇÃO

O estudo de diferentes morfologias da superfície terrestre, em particular das vertentes, consideradas pela Geomorfologia como unidades básicas de relevo e fundamentais no desenvolvimento das paisagens, contribui em várias áreas do conhecimento humano como a engenharia, a construção civil e a agricultura, que se interessam pelo manejo do solo de forma consciente, bem como na resolução e prevenção de problemas gerados pelos diferentes tipos de feições, de modo a se obter melhores resultados no seu uso e diminuindo os impactos a ele vinculados (VELOSO, 2002). Nesse sentido, as vertentes com seus efeitos associados são vistas como alvo de pesquisa. A respeito delas são estabelecidos alguns objetivos e justificativas que demonstram sua importância e relevância para estudos.

1.1 Contexto da pesquisa

Na análise dos processos formadores dos diferentes tipos de relevos, em muito realizados por profissionais ligados ao campo da Geomorfologia, existem diversas feições geomorfológicas na natureza, entre elas: topo ou cume, considerado como a parte mais elevada de um morro ou elevação; fundo de vale, compreendido como o setor de menor altitude, onde naturalmente as águas correntes se encontram; e a encosta, também chamada de vertente, sendo definida como um elemento da superfície terrestre inclinado em relação à horizontal (VELOSO, 2002), tendo associado a eles um gradiente que permite orientação no espaço (Figura 1.1).

Conhecer as características topográficas de uma superfície é importante, pois estão relacionadas ao acúmulo de umidade e ao fluxo de água, isto é, ao caráter divergente, convergente ou retilíneo da encosta. No caso específico das vertentes, identificar formas do tipo côncavo, convexo ou retilíneo em um terreno, como na Figura 1.1, contribui, entre tantos aspectos, para o estudo sobre a aceleração ou desaceleração do fluxo de água que age sobre ele, bem como para a compreensão de processos relacionados a movimentos de massa, visto que são áreas muito ocupadas pela ação humana.

Curvatura	Reto	Divergente	Convergente
Retilínea			
Convexa			
Côncava			

Figura 1.1: Curvatura da vertente em perfil com fluxo de água associado.

Uma maneira de representar os diferentes tipos de vertentes é por meio de um **Modelo Digital de Terreno (MDT)**. O MDT, como na Figura 1.2, é uma construção computacional de uma superfície contínua formada por pontos denominados (X,Y,Z) , em que (X,Y) refere-se à localização planimétrica, e a variável Z indica a altitude ou cota. Seu objetivo é expressar fenômenos de comportamento espacial (LI; ZHU; GOLD, 2005).

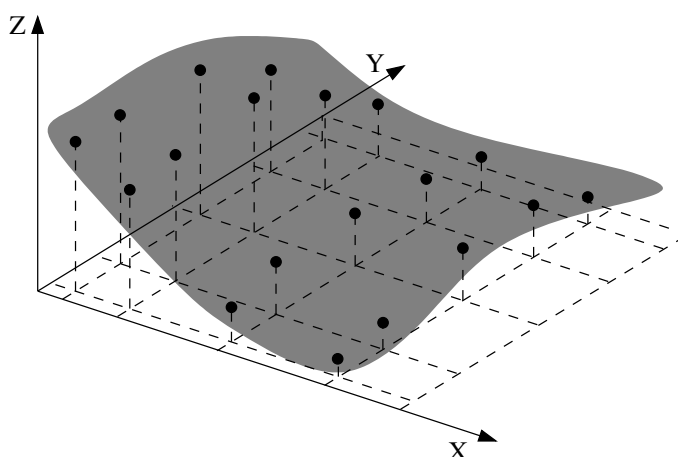


Figura 1.2: MDT pela grade regular.

Dentre alguns de seus usos, pode-se citar (FELGUEIRAS, 2001):

- Armazenamento de dados de altimetria para mapas topográficos;
- Análises de corte-aterro para projeto de estradas e barragens;
- Elaboração de mapas de declividade e exposição para apoio à análise de geomorfologia e erodibilidade;
- Análise de variáveis geofísicas e geoquímicas;
- Apresentação tridimensional (em combinação com outras variáveis).

A partir dos modelos, conseguem-se calcular volumes, áreas, desenhar perfis de declividade e exposição, gerar fatiamentos em intervalos desejados e perspectivas tridimensionais. A geração do MDT é composta de três fases básicas operacionais: aquisição de dados ou amostragem; modelagem ou interpolação e aplicações.

A amostragem compreende a aquisição de um conjunto de amostras representativas dos fenômenos de interesse. Normalmente, são obtidas por isolinhas ou curvas de nível e pontos tridimensionais.

Já a interpolação envolve a criação de estruturas de dados e a definição de superfícies de ajuste, objetivando uma representação contínua do fenômeno a partir das amostras e permitindo uma manipulação conveniente e eficiente dos modelos pelos algoritmos de análise contidos em **Sistema de Informação Geográfica (SIG)**.

Para tanto, faz-se o uso de interpoladores que são funções utilizadas na conversão de amostras de dados pontuais em superfícies contínuas, estimando valores da cota de cada ponto a partir de um conjunto de entrada. A aplicação de um MDT, por sua vez, viabiliza o estudo e a análise de um determinado fenômeno sem a necessidade de se trabalhar no local da área modelada. Essas aplicações podem ser do tipo: visualização de modelos em projeção planar; geração de imagens de níveis de cinza, sombreadas e temáticas; análise de perfis sobre trajetórias pré-determinadas; cálculo de volumes de aterro e corte entre outras de acordo com Felgueiras (2001).

Aqui a fase de maior interesse na construção do MDT é a interpolação. Na qual aplicam-se os interpoladores distintos **Thin-Plate Spline (TPS)** e **Krigagem**, ambos para a mesma área de estudo, apresentando o primeiro interpolador características de suavização, e o outro, o fato de levar em consideração a relação de anisotropia, ou seja, que a variável tem maior continuidade espacial em certa direção do que em outra. O propósito, afinal, dessas aplicações é a possibilidade de representar características relacionadas à curvatura do terreno de maneira que possam ser identificadas e classificadas em classes do tipo convexa, retilínea e côncava, além disso permitir a comparação entre as duas funções estimadoras.

O fato é que, para se obter uma classificação, alguns intervalos de curvatura precisam ser determinados. No entanto, a vertente é de características naturais, o que torna seus limites imprecisos, fazendo com que a transição entre uma classe e outra não seja definida de forma rígida. Assim, a inferência *fuzzy* apresenta-se mais apropriada, pois permite tratar casos de incerteza, isto é, analisando-se o grau de inclinação da vertente juntamente com a convexidade/concavidade por meio de funções de pertinência os grupos são formados. Dependendo do valor de entrada, cada elemento é atribuído a um

determinado grupo.

Toda a classificação está baseada no resultado da interpolação que depende do espaçamento da malha gerada (resolução), em outras palavras, conforme os espaços são alterados, o resultado pode mudar. Dessa forma, mesmo tendo encontrado o espaçamento ideal para a malha, o resultado ainda pode apresentar algumas divergências, necessitando de correções. Para isso, objetivando tornar esse resultado mais preciso, algumas áreas já classificadas, de acordo com critérios pré-estabelecidos, podem ser agrupadas. Uma maneira de realizar tal agrupamento é por intermédio do diagrama de Voronoi.

O diagrama de Voronoi, assim como a triangulação de Delaunay e o fecho convexo, é uma das ferramentas mais importante da Geometria Computacional, quando se trata de subdivisões planares induzidas e está fundamentalmente relacionado a problemas que envolvam proximidade e abrangência (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005). Sua aplicação consiste na associação das regiões de Voronoi com todas as áreas classificadas quanto à curvatura. Daí, analisando-se o tamanho da região associada, o entorno e o tipo de classificação da área com sua vizinhança, verifica-se a necessidade de agregação ou não. Isto é feito para que na ocorrência de áreas muito pequenas, estas possam ser desprezadas, uma vez que a classificação é dependente do espaçamento da malha e não permite realizar ajustes. Desse modo, o diagrama de Voronoi contribui à medida que possibilita uma análise no local e em sua volta.

Terminada a classificação/reclassificação, há a necessidade de validar os resultados alcançados. Com essa finalidade, comparam-se as classificações obtidas pelos interpoladores com mapas geomorfológicos, já que estes constituem uma representação na visão de especialistas.

Enfim, a proposta metodológica visa a classificação de terrenos quanto à curvatura em perfil da vertente por meio de modelos digitais de terrenos, permitindo um trabalho em conjunto com mapas geomorfológicos para qualquer área que possua base digital planoaltimétrica georreferenciada.

1.2 Importância das vertentes

Informações sobre as formas terrestres são necessárias, por exemplo, para desenvolvimento da paisagem, estudos de susceptibilidade, erosão, prevenção de riscos e vários campos de paisagem e planejamento regional ou sistemas de inventários de terra. A forma clássica de incorporar unidades do relevo em uma avaliação da paisagem é delineá-la durante o campo de pesquisa ou usando fotografias aéreas. Esta abordagem é relativamente demorada, e os resultados dependem de decisões subjetivas dos intérpretes e é,

portanto, nem transparente nem reproduzível. A análise do terreno raramente é abordada na pesquisa ecológica de paisagens, mesmo se a topografia é uma variável chave para uma ampla gama de processos ambientais. Ainda assim, essa perspectiva no contexto da paisagem é importante e fundamental para uma variedade de questões ecológicas que exigem o estudo de regiões e para a compreensão do padrão espacial. Por exemplo, padrão de paisagem pode influenciar a propagação de perturbação, o fluxo horizontal de materiais, tais como sedimentos e nutrientes e outros processos ecologicamente importantes do tipo: rede primária de produção; qualidade da água e monitoramento; gerenciamento da qualidade ambiental e da biodiversidade (DRAGUT; BLASCHKE, 2006).

Fenômenos em contexto paisagem também vêm recebendo crescente atenção, como questões de mudanças globais que se tornam cada vez mais proeminentes. Portanto, métodos para analisar e interpretar a heterogeneidade do relevo tendem a ganhar mais importância em estudos ecológicos.

1.3 Objetivos

Em meio ao contexto de paisagem, susceptibilidade do solo, planejamento urbano ou rural e outros já mencionados na seção anterior, as vertentes aparecem como um elemento essencial para o desenvolvimento ambiental, ganhando mais importância principalmente se tiver associada a ela as características de concavidade ou convexidade, responsáveis pelo escoamento ou retenção de água. Nesse sentido, o trabalho propõe objetivos, de modo geral e específico, para identificar computacionalmente regiões de vertentes de acordo com sua curvatura.

1.3.1 Objetivos Gerais

Desenvolver uma metodologia juntamente com implementação computacional para classificar vertentes em perfil de forma semi-automática, representadas por MDTs, a partir de dados topográficos de bases digitais planialtimétrica georreferenciada de quaisquer áreas sob a inferência *fuzzy* aplicada no grau de inclinação e na curvatura. Além disso, introduzir o uso de ferramentas como o diagrama de Voronoi, permitindo que áreas classificadas possam ser agregadas e reclassificadas localmente e, assim, possibilitar um ajuste do resultado em relação aos mapas geomorfológicos de referência.

1.3.2 Objetivos Específicos

De maneira mais específica, pretende-se:

- Fazer a classificação de vertentes por meio de modelos digitais de terrenos;
- Estudar a interpolação pela krigagem, verificando se a relação de dependência espacial contribui significativamente para a classificação final;
- Aplicar a inferência *fuzzy*, analisando o grau de inclinação juntamente com curvatura côncava/convexa;
- Agregar para reclassificar áreas previamente classificadas, conforme o domínio (espaçamento) da malha via diagrama de Voronoi, gerando uma nova aplicação para esta ferramenta matemática;
- Comparar o resultado da interpolação pela krigagem com a *thin-plate spline*;
- Observar a geomorfologia do terreno, via mapas geomorfológicos, com a respectiva classificação resultante;
- Por último, desenvolver módulos de sistema computacional para classificação de vertentes.

1.4 Justificativa

Conforme Anjos (2008), o estudo de vertentes tem grande importância, seu interesse vai além da geomorfologia, atinge também engenheiros, agrônomos e outros profissionais relacionados à agricultura, mineração e atividades similares. Em encostas mais íngremes, percebe-se facilmente que a água da chuva flui com muita rapidez e dá início ao processo de transporte que retira sedimentos de um lugar e os leva para outro local — processo de erosão — o que molda uma nova paisagem e, dependendo da localização, pode provocar danos (VALERIANO, 2008).

Um fator relevante é aproveitar a disponibilidade de dados digitais topográficos aliados ao uso de SIGs, gerando métodos semi-automáticos de classificação de terrenos, o que diminui o trabalho manual, os custos de operacionalização e agiliza o processo de mapeamento.

A pesquisa, também, dá continuidade no estudo sobre classificação da curvatura de vertentes em perfil, iniciado em Anjos (2008), ao passo que testa outro interpolador, krigagem, o qual permite analisar e considerar a continuidade espacial em certa direção, além

da própria localização da amostra. Isto objetiva que os resultados possam ser comparados e analisados em relação ao interpolador inicialmente desenvolvido *thin-plate spline*.

O trabalho propõe, ainda, a aplicação da estrutura — diagrama de Voronoi — que por considerar principalmente a relação de proximidade, pretende-se associá-la à malha interpolada e, com isso, baseando-se nas regiões vizinhas, agregar essas regiões, se necessário, no sentido de tornar a classificação mais precisa em relação aos mapas geomorfológicos correspondentes a mesma área representada pelo MDT.

Em síntese, a pesquisa objetiva contribuir para o desenvolvimento de uma metodologia que integre um conjunto de ferramentas matemáticas voltadas ao tratamento de dados topográficos por meio de MDTs, cujo propósito é facilitar a operacionalização, a análise e a tomada de decisões de forma semi-automática, contribuindo e somando esforços para o desenvolvimento das Ciências Cartográficas e afins.

1.5 Estrutura da dissertação

A dissertação segue uma estrutura de sete capítulos, incluindo esta introdução que expõe o interesse da pesquisa e apresenta o elemento vertente com destaque de sua importância no contexto de fenômenos ambientais.

No Capítulo 2, são tratados: os aspectos geomorfológicos da vertente em termos de caracterização, componentes e processos atuantes; a simbologia no meio cartográfico e os procedimentos de modelagem os quais, visando criar estruturas computacionais, também são apresentados de maneira a entender o percurso de coleta, processamento e aplicação das informações em modelos digitais de terrenos.

O terceiro capítulo discorre sobre uma parte que requer especial atenção, uma vez que determina todo o resultado. São abordados conceitos de geoestatística com foco no interpolador krigagem e suas técnicas de modelagem. Além disso, a função interpoladora *thin-plate spline* também é vista por meio de suas características e equações. Ambos os interpoladores objetivam a implementação em MDTs.

Em relação ao Capítulo 4, o interesse está no que se faz após a geração do modelo interpolado. Ou seja, o foco está sobre a classificação e, nesse sentido, aplica-se a inferência *fuzzy* para tomada de decisão entre as classes determinadas via funções de pertinência. Com a intenção de adequar os resultados, tornando-os mais precisos, o diagrama de Voronoi é apresentado e caracterizado ao lado de suas propriedades.

Por sua vez, o Capítulo 5 explana toda a estruturação metodológica aplicada no trabalho em conjunto com os recursos materiais necessários. Nele é mostrado e exemplificado, com base na aplicação sobre uma área, todas as etapas de desenvolvimento. Em

outras palavras, é mostrado desde a forma de coleta das informações até a classificação final das vertentes juntamente com os ajustes mediados pelo diagrama de Voronoi. É vista a maneira como a implementação é desenvolvida, com equações, cálculo de curvatura, parâmetros de modelagem e inferência *fuzzy*.

Já no Capítulo 6, fazem-se testes da metodologia proposta sobre outras áreas. Seus resultados são expostos e discutidos em termos de representação, comparação entre interpoladores (krigagem e TPS) e entre mapas geomorfológicos dessas áreas.

Por último, no Capítulo 7, são pontuadas considerações a fim de explicar as condições adotadas, dificuldades encontradas, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 VERTENTE EM PERFIL, MODELAGEM E REPRESENTAÇÃO

Neste capítulo, são abordados assuntos desde a definição da vertente, do ponto de vista geomorfológico, passando pelas etapas de modelagem digital de terreno e representação cartográfica até o processamento digital de imagem, realizado sobre o produto do MDT. A vertente é caracterizada em seu contexto ambiental, e as técnicas para aquisição, manipulação e representação dos dados são enunciadas e apresentadas no sentido de gerar uma implementação computacional.

2.1 Aspectos geomorfológicos

A superfície terrestre caracteriza-se por diferentes formas: elevações e depressões que compõem o relevo. No estudo dessas formas, da gênese, composição material e processos atuantes, a Geomorfologia apresenta-se como a ciência de interesse. Nas pesquisas geomorfológicas, a morfodinâmica e a morfologia têm grande destaque quando suas variáveis estão diretamente ligadas ao planejamento e uso do solo.

A morfodinâmica lida com os processos ativos, endógenos e exógenos, atuantes sobre o relevo. Processo endógeno, de origem no interior da Terra e expressado por movimentos sísmicos, vulcanismo, magmatismo intrusivo e tectonismo. Processo exógeno, de ação externa atuante sobre a superfície da Terra, altera elevações, arquiteta formas e preenche depressões. A morfodinâmica também envolve o intemperismo — fenômenos físico, químico e biológico que agem sobre as rochas e, por isso, as modificam (FLORENZANO, 2008).

Já a morfologia implica na descrição qualitativa das formas do relevo (morfografia) e na caracterização de suas variáveis quantitativas (morfometria). Pela morfografia, tem-se a descrição do relevo quanto a sua aparência cujas macro formas são designadas convencionalmente como depressões, planícies, planaltos e montanhas. Interior a essas formas, existem outras feições menores e com características peculiares, como as que estão ligadas a este trabalho, referindo-se a: talvegues, interflúvios, vertentes e vales, descritas a seguir de acordo com Guerra (2001):

- **Talvegue:** corresponde à linha mais profunda no leito fluvial, resultando na intersecção de planos das vertentes com dois sistemas de declives convergentes;
- **Interflúvio:** pequenas ondulações que separam os vales em que, normalmente, as vertentes são de forma convexa, formando pequenas colinas;
- **Vale:** corredor ou depressão de forma alongada, podendo-se ter vários quilômetros de extensão e cujas formas topográficas são constituídas por talvegues e duas vertentes com dois sistemas de declives convergentes. O vale expressa-se pela relação entre as vertentes e os leitos;
- **Vertente:** também conhecida como encosta, representa planos de declives variados que divergem das cristas ou dos interflúvios, enquadrando o vale. As vertentes, por se tratarem de um assunto essencial nesta pesquisa, serão tratadas mais especificamente em seção à parte.

A Figura 2.1 ilustra um esquema com essas feições descritas. São vistos a amplitude de interflúvio, fundos de vales, topo, amplitude altimétrica e a vertente.

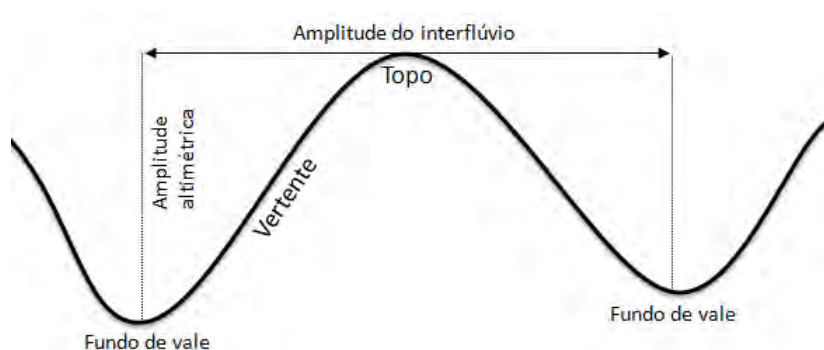


Figura 2.1: Feições de relevo.

Em relação à morfometria, esta constitui os aspectos quantitativos do relevo. Suas variáveis relacionam-se a medidas de altura, comprimento, largura, superfície, volume, declividade, curvatura, orientação, densidade e ocorrência de suas formas. São empregadas não só em estudos geomorfológicos, mas também em geológicos, pedológicos, agrônômicos, geotécnicos e integrados do meio ambiente (FLORENZANO, 2008).

2.1.1 Vertentes

Representam um elemento básico no estudo de processos de erosão e acumulação, ocupando grande parte da superfície terrestre. Indicam a inclinação do terreno em relação ao plano horizontal e têm ligação direta com as ações de escoamento e infiltração da

água no solo. Possuem muitas formas variadas, no entanto, para efeito didático, podem ser agrupadas em: côncava, convexa e retilínea. Sua modelagem é resultante da ação de diversos elementos, sendo a desagregação das rochas e a decomposição química os elementos inicialmente atuantes (GUERRA, 2001).

No entendimento das ações que ocorrem sobre as vertentes, alguns aspectos devem ser considerados, como orientação, curvatura vertical e curvatura horizontal. A orientação de vertentes corresponde a uma medida de ângulo horizontal da direção esperada do escoamento da superfície, normalmente expressa em azimuth. Ou seja, refere-se à direção azimutal do vetor cujo módulo é a declividade (gradiente). Em uma carta, é formada pela direção transversal da isolinha local no sentido descendente.

No caso da curvatura vertical, é uma das variáveis com alto poder de identificação de unidades homogêneas do relevo. Faz referência às formas: côncava, convexa e retilínea do terreno, se considerada em perfil. Silveira, Fiori e Oka-Fiori (2005) descrevem essas formas como:

- **Côncava:** apresenta ângulo de inclinação decrescente da parte superior até a parte inferior da vertente;
- **Convexa:** tem ângulo de inclinação crescente da parte superior até a parte inferior da vertente;
- **Retilínea:** a vertente possui forma de um segmento sem curvatura.

Além do mais, a curvatura vertical relaciona-se com os processos de transporte de sedimentos e acúmulo de umidade, provocados pela ação da gravidade. Associando-se com a orientação de vertente, tem grande importância para a evapotranspiração e, por conseguinte, no balanço hídrico (VALERIANO, 2008).

Em se tratando da curvatura horizontal, esta faz referência às características divergente ou convergente do fluxo da matéria sobre a superfície. Da mesma forma que na curvatura vertical, tem grande importância no balanço hídrico e no equilíbrio entre os processos de pedogênese (processo natural de formação do solo) e morfogênese (origem e desenvolvimento das formas do relevo).

Vale ressaltar que dificilmente encontra-se uma curvatura horizontal ou mesmo vertical completamente nula. Isto consente determinar certa margem de tolerância às áreas planares (e retilíneas). As combinações das curvaturas horizontal e vertical caracterizam formas do relevo que se associam às propriedades hidrológicas e de transporte de sólidos, diretamente, e pedológicas, ecológicas e outros aspectos, indiretamente.

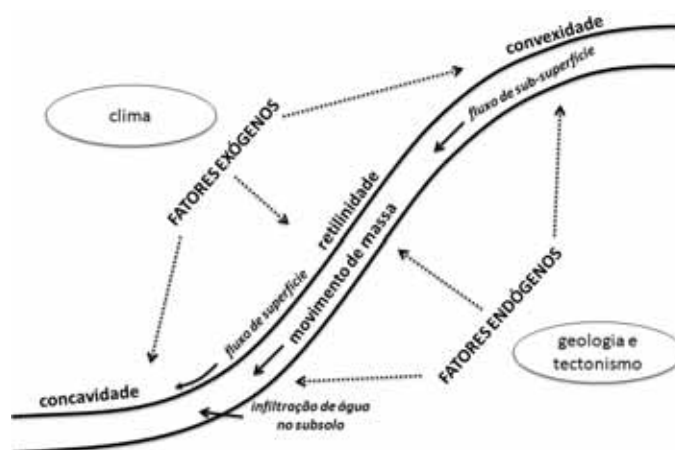


Figura 2.2: Sistema de vertente.
Fonte: Adaptado de Caseti (2005).

Fazendo uma relação da vertente com seus processos atuantes, a Figura 2.2 ilustra os fatores exógenos e endógenos sobre as feições de relevo por meio de um sistema de vertentes. Nela, verifica-se que os processos exógenos são conduzidos pelo clima e os endógenos pelas estruturas geológica e tectônica. Por parte dos processos de intemperismo, tem-se a temperatura e a precipitação associadas às características da superfície, como, por exemplo, a vegetação, as quais permitem mais escoamento ou infiltração (CASSETI, 2005).

2.1.2 Parâmetros morfológicos terrestres

A superfície da Terra pode ser sintetizada pela combinação de elementos da forma terrestre, definidos como unidades de relevo de planos homogêneos e curvaturas em perfil. A **inclinação** (ou declividade), que na literatura geomorfológica é chamada de gradiente, funda-se no cálculo da primeira derivada de uma superfície, contendo os valores de magnitude e direção (ou aspecto). O termo **aspecto** é definido como a direção do vetor de maior inclinação sobre o plano tangente projetado em um plano horizontal, além disso, corresponde como suporte (ou azimuth) (LI; ZHU; GOLD, 2005; HENGL; GRUBER; SHRESTHA, 2003).

A Figura 2.3 fornece uma ilustração sobre a inclinação. Tanto a inclinação quanto o aspecto podem ser encontrados pela derivada parcial de primeira ordem sobre a componente de altitude Z em relação a X e Y . Assim, a inclinação (*slope*) é obtida pela Equação (2.1), e o aspecto (*aspect*) pela Equação (2.2) (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005):

$$slope = \tan \alpha = \frac{\partial z}{\partial xy} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}, \quad (2.1)$$

$$aspect = \tan \beta = \frac{\partial f}{\partial x} / \frac{\partial f}{\partial y}. \quad (2.2)$$

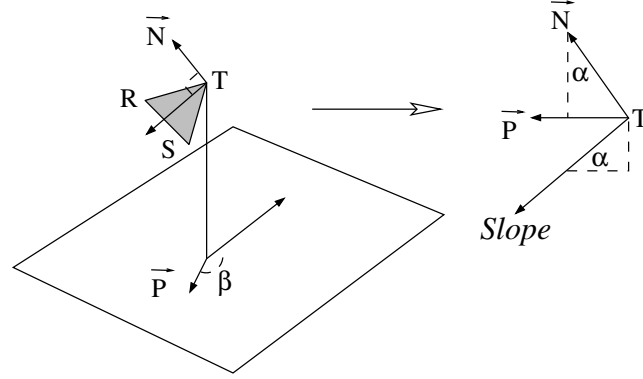


Figura 2.3: Inclinação e aspecto.

Fonte: Li, Zhu e Gold (2005).

Supondo-se que a função da superfície seja dada por (2.3):

$$z = f(x, y), \quad (2.3)$$

outros elementos também podem ser derivados de uma grade do modelo digital de terreno por meio de operações locais. Por exemplo, segundo Li, Zhu e Gold (2005), adotando-se três vértices (R , S e T) de um triângulo no espaço, como na Figura 2.3, o vetor normal ($\vec{N}$) deste triângulo no ponto T pode ser calculado pela Equação (2.4):

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

$$\vec{N} = \vec{i}(y_1 z_2 - y_2 z_1) - \vec{j}(x_1 z_2 - x_2 z_1) + \vec{k}(x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

cujos valores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ são vetores unitários nas direções X , Y e Z .

A projeção de $\vec{N}$ no plano horizontal $\vec{P}$ é dada pela Equação (2.5):

$$\vec{P} = \vec{i}(y_1 z_2 - y_2 z_1) - \vec{j}(x_1 z_2 - x_2 z_1). \quad (2.5)$$

Já o ângulo α do triângulo é dado pela Equação (2.6):

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{N}|}. \quad (2.6)$$

No caso do aspecto na direção β , este é calculado pela Equação (2.7):

$$\tan \beta = \left(-\frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{y_1 z_2 - y_2 z_1} \right). \quad (2.7)$$

A segunda derivada de um MDT descreve a razão de variação do terreno e, com isso, a curvatura deste em termos côncavo, convexo ou retilíneo. As curvaturas são de grande interesse para os geomorfólogos que as usam em análises de concavidade/convexidade do relevo e nos estudos do terreno. O cálculo da curvatura é dado pela Equação (2.8):

$$Curvatura = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)^2}. \quad (2.8)$$

Em um MDT, atributos do tipo inclinação, aspecto e curvatura possibilitam diversas aplicações, tais como: a inclinação, que envolve questões sobre fluxo de escoamento terrestre e erosão; o aspecto, englobando aplicações sobre irradiação solar, evapotranspiração e a curvatura, relacionada à aceleração do fluxo, depósitos e índices de avaliação de solo (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005).

2.2 Modelo digital de terreno

Diversas aplicações que dependem de características topográficas de uma região de estudo usam modelagem de terrenos. A representação do relevo é de fundamental importância no processo cartográfico. Muitos termos e definições aparecem na literatura, mas, no contexto deste trabalho, é considerado o termo “modelo digital de terreno” o qual, segundo El-Sheimy, Valeo e Habib (2005), é uma representação computacional de uma parte da superfície contínua formada por um conjunto de pontos selecionados e definidos pelas coordenadas (x, y, z) .

Normalmente a produção e o uso do MDT envolvem três etapas básicas, ilustradas pela Figura 2.4: amostragem, geração do modelo e aplicação, as quais são explicadas e exemplificadas na sequência.



Figura 2.4: Principais etapas na geração de um MDT.

2.2.1 Amostragem

A amostragem consiste em adquirir um conjunto de dados que represente a variação do fenômeno com comportamento espacial. A definição de uma amostra deve considerar, além da quantidade, o posicionamento dos pontos em relação ao objeto a ser modelado. Assim, por exemplo, uma amostragem de altimetria demasiadamente grande em uma região plana indica redundância de informação, ao passo que uma pequena quantidade de pontos em uma região acidentada resulta em informações insuficientes (FELGUEIRAS, 2001).

Para MDTs, as fontes de amostras mais comuns são:

- Arquivos digitais, oriundos de outros sistemas;
- Bases topográficas com curvas de nível e pontos de máximos e mínimos;
- Levantamentos de campo no formato digital;
- Informações a partir de pares estéreos de imagens de sensoriamento remoto.

Quanto à posição relativa dos pontos observados, pode-se classificar a amostragem em: regular, semi-regular e irregular. No caso regular, as posições (x,y) das amostras apresentam um padrão de distribuição no plano. Se semi-regular, ocorre padrão de distribuição espacial, exclusivamente, em uma única direção X ou Y , como uma amostragem em perfil, por exemplo. Em se tratando de irregular, a distribuição das amostras não reflete nenhum padrão de organização. Este caso é o mais frequente de um fenômeno espacial, ocorrendo quase em sua totalidade.

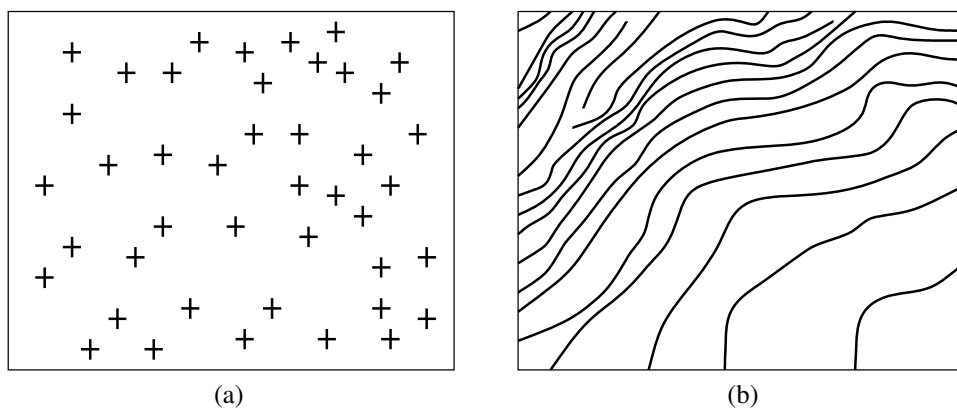


Figura 2.5: Amostragem: (a) irregular; (b) isolinhas.

As formas de aquisição das amostras podem ser: por pontos, com espaços regulares ou irregulares e por mapa de isolinhas, também conhecidas como curvas de nível. A

Figura 2.5(a) fornece um exemplo de amostra irregular, e a Figura 2.5(b) um mapa de isolinhas que retrata a superfície do terreno por meio de curvas de igual valor altimétrico.

Embora os MDTs possam ter diferentes origens, as curvas de nível significam uma importante fonte de dados.

2.2.2 Geração do modelo

A construção do MDT é a base para todas as operações seguintes. Duas tarefas são essenciais: medição e digitalização dos dados amostrados (amostragem) e a formação das relações entre as observações para construir o modelo (interpolação). Na geração do modelo, deve haver o equilíbrio entre a acurácia desejada e o custo envolvido na criação. Pois, poucos dados permitem baixo custo computacional, porém resultam em baixa acurácia. Do contrário, muitos dados melhoram a acurácia, mas perdem em desempenho, aumentando o custo computacional.

A arquitetura de um MDT é produto de modelos de dados aplicados para sua representação. Há várias estruturas de dados que podem ser utilizadas no armazenamento e exibição dos dados pontuais topográficos, sendo as mais comuns: modelo de grade regular e modelo de malha triangular, também conhecido como ***Triangular Irregular Network*** (TIN).

A grade regular é mais comumente utilizada na construção de um MDT devido à simplicidade da estrutura de dados. É composta de uma matriz bidimensional de elevação, amostrada em intervalos iguais em ambos os eixos X e Y do plano, sendo gerada por estimativas de valores altimétricos para cada ponto da grade a partir do conjunto de dados coletado, ou seja, o valor Z é obtido via função. Tem fácil armazenamento, manipulação e integração com outras bases de dados *raster*. E, ainda, apresenta aparência mais próxima às características derivadas do terreno. Alguns problemas também são encontrados, como dificuldade em representar relevos complexos e não capacidade de amostrar os pontos mais altos e mais baixos, quando estes não caem sobre a grade (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005).

O modelo TIN fundamenta-se em uma rede de triângulos conectados com vértices espaçados irregularmente, em outras palavras, pontos com coordenadas X e Y e valor Z . Apresenta vantagem sobre uma matriz de elevação pela habilidade de gerar mais informações em áreas complexas de relevo e evita problemas de agrupamento redundante em áreas de relevo simples. Mas, em muitos casos exige inspeção visual e controle manual sobre a malha.

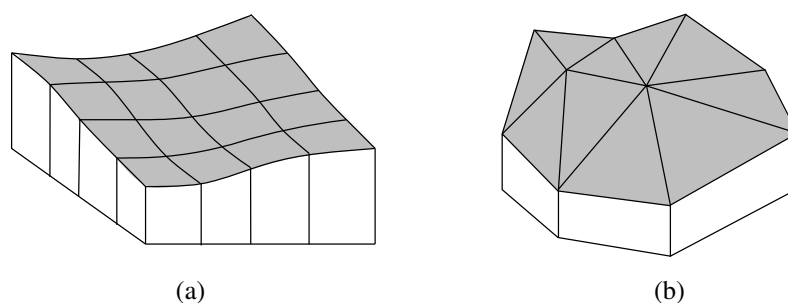


Figura 2.6: Exemplo de superfícies contínuas geradas: (a) grade retangular; (b) TIN.

Como exemplos, a Figura 2.6 mostra uma superfície gerada pelo modelo regular em (a) e uma malha construída com base no modelo triangular em (b). Independentemente da estrutura de dados utilizada, o intuito é sempre ajustar um modelo matemático de superfície ao relevo considerado. Logo, é empregada uma ou mais funções, denominadas interpoladores, para gerar a superfície segundo alguns métodos específicos com base nos conjuntos de pontos amostrados. Ou seja, seu propósito é obter uma função que possa adequar a superfície para toda região de estudo (LI; ZHU; GOLD, 2005).

Em Felgueiras (2001), se forem usadas todas as amostras na definição da função interpoladora para estimar cada ponto da grade, diz-se que a interpolação é global; caso seja usado elementos amostrais dentro de uma região específica, diz-se que a interpolação é local. A interpolação, sobretudo, depende das grades cujas estruturas matriciais armazenam implicitamente relações topológicas entre pontos. A manipulação de matrizes de elevação é simples e, conseqüentemente, os algoritmos aplicados tendem a ser simples também. Em contra partida, a densidade de pontos da grade regular pode não se adaptar à complexidade do relevo, exigindo um número excessivo para representá-lo e para manter o nível de acurácia (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005).

Vale ressaltar que todas as etapas de geração de um MDT são essenciais, entretanto a fase de interpolação exige uma atenção especial, uma vez que dela depende todo o desempenho da modelagem. Existem diversos interpoladores que podem ser aplicados, tais como: inverso da distância ponderada, média móvel, vizinho mais próximo, krigagem, triangulação com interpolação linear, *thin-plate spline* etc. A aplicação de qual interpolador usar depende do objetivo a ser alcançado. No entanto, no caso deste trabalho, a atenção é dada sobre os tipos: krigagem e *thin-plate spline*, a serem vistos no Capítulo 3.

Em síntese, um modelo digital de terreno é caracterizado por: um conjunto de amostras, o qual define a geometria do terreno; uma estrutura de dados, que determina as relações topológicas e um interpolador, responsável pela reconstrução da superfície do terreno.

2.2.3 Aplicação

Os MDTs apresentam várias aplicações em geoprocessamento, permitindo análises tanto qualitativas como quantitativas, além de servirem em casos de simulações e tomadas de decisão. O emprego de um MDT, por sua vez, viabiliza o estudo e a análise de um determinado fenômeno sem a necessidade de se trabalhar no local da área modelada. A maneira de se empregar pode ser por: visualização de modelos em projeção planar; geração de imagens em níveis de cinza, sombreadas e temáticas; análise de perfis sobre trajetórias pré-determinadas entre outras (FELGUEIRAS, 2001).

A Figura 2.7 mostra um exemplo de visualização do modelo em projeção planar com textura em 2.7(a) e outro exemplo sem textura em 2.7(b).

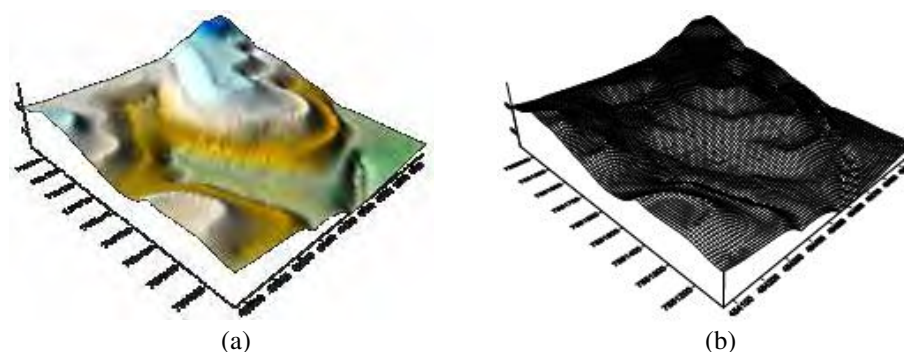


Figura 2.7: Visualização em projeção planar: (a) com textura; (b) sem textura.

No caso do uso do MDT em geração de imagens, tem-se, por exemplo, a Figura 2.8 com imagens em níveis de cinza, em 2.8(a), a mesma área sombreada em 2.8(b) e, ainda, na forma hipsométrica também para a mesma área em (c).

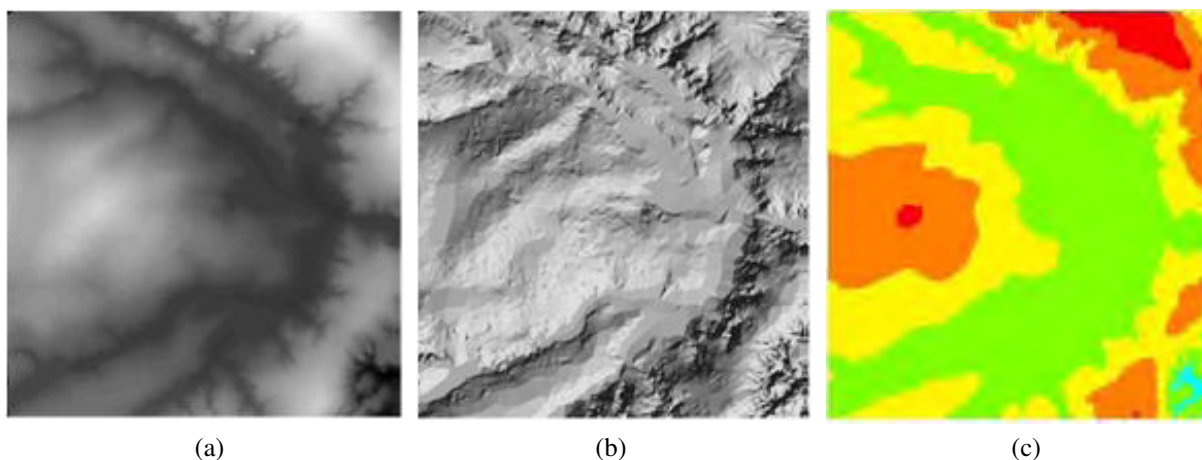


Figura 2.8: Imagens: (a) níveis de cinza; (b) sombreada; (c) hipsométrica.

Fonte: Felgueiras (2001).

Na análise de perfis, é possível gerar gráficos do fenômeno com base em uma trajetória. O gráfico representa a variação do fenômeno em função da distância planar, como aparece na Figura 2.9. Nela, têm-se duas trajetórias, uma sobre um modelo regular, em (a), e a outra sobre um modelo irregular, em (b). Consequentemente, pode-se gerar um mesmo gráfico de perfil para ambas as trajetórias, Figura 2.9(c).

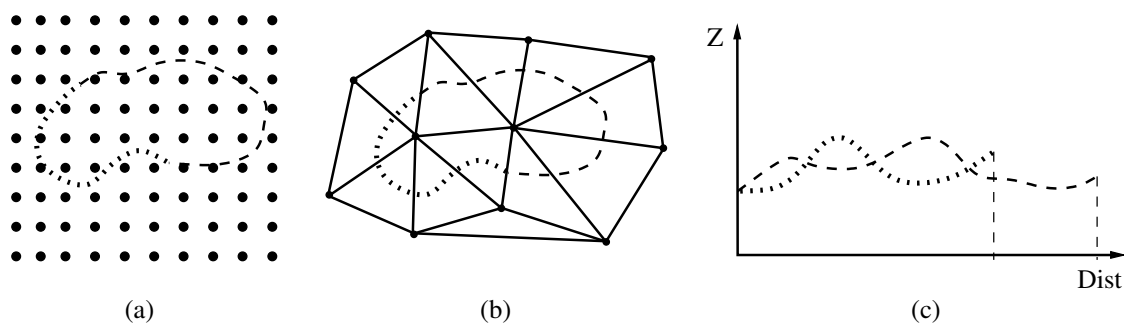


Figura 2.9: Análise de Perfil: (a) modelo regular; (b) modelo irregular; (c) gráfico de perfil.

À medida que ocorrem avanços tecnológicos em termos de equipamentos, teorias espaciais, bases de dados entre outros, os MDTs se desenvolvem no sentido de ampliar suas funcionalidades de modo eficiente e efetivo em vários tipos de aplicações, contemplando diferentes áreas que requerem modelagem de terrenos (EL-SHEIMY; VALEO; HABIB, 2005).

2.3 Processamento morfológico de imagens

Assim como visto na seção anterior, de um MDT pode-se gerar imagens. E uma possibilidade de manipulação sobre imagens é por meio de processamento digital, ou mais precisamente, pela morfologia matemática que é brevemente descrita na sequência segundo os autores Gonzalez e Woods (2008).

2.3.1 Morfologia matemática

A morfologia matemática é uma técnica de processamento de imagem baseada em formas. Várias funções podem ser realizadas sobre as imagens, entre elas: remoção de ruído, preenchimento e esqueletização. O processamento do valor de cada pixel na imagem de saída é baseado na comparação de um pixel correspondente na imagem de entrada com seus vizinhos. Escolhendo um tamanho e uma estrutura para a vizinhança, pode-se construir uma operação morfológica para formas específicas na imagem de entrada.

A erosão e a dilatação são duas operações fundamentais da morfologia (GONZALEZ; WOODS; EDDINS, 2004).

Erosão e dilatação

A erosão remove pixels sobre as fronteiras dos objetos na imagem, enquanto a dilatação adiciona pixels às fronteiras desses objetos. A quantidade de pixels adicionados ou removidos depende do tamanho e da estrutura do elemento usado para processar a imagem.

Formalmente, a erosão é dada como: sejam A e B conjuntos de Z^2 (conjunto de números inteiros, representando um produto cartesiano), a erosão de A por B , representada por $A \ominus B$, é definida como:

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}. \quad (2.9)$$

A Equação (2.9) indica o conjunto de todos os pontos Z de modo que B , transladado por Z , está contido em A , caracterizando B como elemento estruturante. O fato de B estar contido em A indica que B não tem elementos comuns com o fundo, podendo expressar a Equação (2.10):

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \cap A^c = \emptyset\}, \quad (2.10)$$

na qual A^c é o complemento de A , e $\emptyset$, o conjunto vazio.

A dilatação de A por B , simbolizada por $A \oplus B$, é definida como:

$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}. \quad (2.11)$$

Essa Equação (2.11) tem como base a reflexão de B em torno de sua origem, sucedida pela translação dessa reflexão por Z . Consequentemente, a dilatação de A por B é o conjunto de todos os deslocamentos Z de maneira que $\hat{B}$ e A se sobreponham ao menos por um elemento.

Abertura e fechamento

Outras duas operações morfológicas de grande importância são: abertura e fechamento. A abertura normalmente suaviza o contorno de um objeto, rompe “penínsulas” estreitas e elimina saliências finas. O fechamento também tende a suavizar seções de contorno, porém, diferentemente da abertura, elimina pequenos buracos e preenche lacunas no contorno.

A abertura do conjunto A pelo elemento estruturante B , indicado por $A \circ B$, é definida pela Equação (2.12):

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B, \quad (2.12)$$

o que representa a erosão de A por B seguida de uma dilatação do resultado por B .

Já o fechamento do conjunto A pelo elemento B , indicado por $A \bullet B$, é definido pela Equação (2.13):

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B, \quad (2.13)$$

implicando que o fechamento de A por B significa uma dilatação de A por B , seguida pela erosão do resultado por B .

Em resumo, a abertura atende às propriedades:

1. $A \circ B$ é subconjunto de A ;
2. Se C for subconjunto de D , então $C \circ B$ é subconjunto de $D \circ B$;
3. $(A \circ B) \circ B = A \circ B$.

E, semelhantemente, o fechamento atende às propriedades:

1. A é subconjunto de $A \bullet B$;
2. Se C for subconjunto de D , então $C \bullet B$ é subconjunto de $D \bullet B$;
3. $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$.

As terceiras propriedades da abertura e do fechamento mostram que múltiplas operações de um conjunto não apresentam efeito depois do operador ter sido aplicado uma vez.

Esqueletização

Em imagens binárias, uma das principais aplicações da morfologia matemática é a extração de componentes úteis à representação e descrição de formas, como a esqueletização de uma região, a qual é uma maneira de reduzir objetos dessas imagens para um conjunto de traços de modo que a informação mais importante sobre a estrutura dos objetos originais seja preservada (GONZALEZ; WOODS; EDDINS, 2004).

A noção de um esqueleto, $S(A)$, de um conjunto A pode ser ilustrado pela Figura 2.10 e deduzido como:

- Se Z é um ponto de $S(A)$ e $(D)_z$ é o maior disco centrado em z que está contido em A , não se pode encontrar outro disco maior (não necessariamente centrado em Z) contendo $(D)_z$ e contido em A , sendo, portanto, $(D)_z$ o disco máximo;
- O disco $(D)_z$ tangencia a borda de A em dois ou mais lugares distintos.

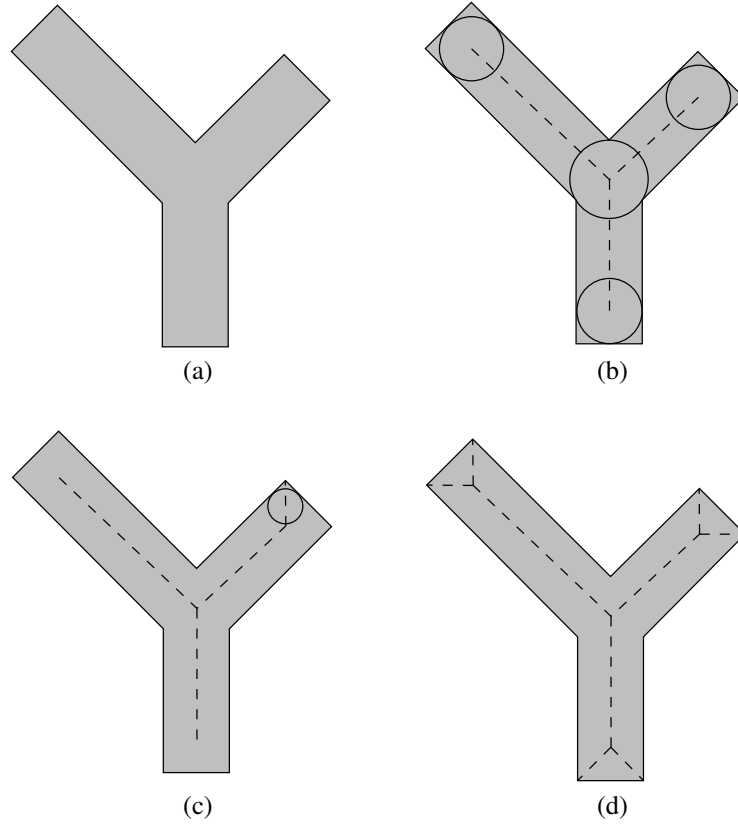


Figura 2.10: Esqueletização: (a) conjunto A ; (b) posições dos discos máximos centrados no esqueleto de A ; (c) outro disco máximo em um segmento diferente do esqueleto de A ; (d) esqueleto completo.

Fonte: Gonzalez e Woods (2008).

Esse esqueleto de A pode ser expresso em termos de erosão e abertura:

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A) \quad (2.14)$$

com

$$S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B \quad (2.15)$$

em que B é um elemento estruturante; $(A \ominus kB)$ representa k erosões sucessivas de A e K é o último passo iterativo antes de A ser erodido e se tornar um conjunto vazio. As Equações (2.14) e (2.15) mostram que $S(A)$ pode ser obtido pela união dos subconjuntos $S_k(A)$ do esqueleto.

Enfim, os conceitos e técnicas apresentados sobre morfologia matemática, cujo suporte está na teoria dos conjuntos, constituem um grupo de recursos para a extração de características de interesse e, por isso, permitem operar sobre as formas dos objetos em uma imagem.

2.4 Cartografia Geomorfológica

A Cartografia Geomorfológica é uma ferramenta muito importante na espacialização de fatos geomorfológicos, representando a gênese do relevo e suas relações com a estrutura e processos atuantes. Existem várias propostas de representação e grande unanimidade quanto ao conteúdo geral dos mapas, não importando a forma gráfica. Um problema percebido é em relação à padronização cartográfica, pois nos estudos das formas não se conseguiu chegar a um consenso dos mapas temáticos (CASSETI, 2005).

Identificar e classificar formas terrestres significa levar em consideração a formação, a idade e os processos morfogenéticos que agem sobre o relevo, tendo a escala como um grau de detalhamento ou de generalização da informação.

Além de indicar as formas de relevo, a Cartografia Geomorfológica também deve interpretá-las com apoio na constituição litológica e seus processos. Os princípios da representação da carta geomorfológica considera inicialmente a necessidade de uma base cartográfica e sua interpretação deve acontecer em relação às próprias formações geológicas. Assim, os dados geológicos de uma carta geomorfológica vão além de uma transcrição do mapa geológico, indicando a interpretação do geomorfólogo sobre as condições de resistência da litologia e a atuação dos processos geomórficos (TRICART, 1966).

As formações são representadas por tramas que ao serem mais espalhadas apontam menor intensidade de resistência. Quanto à legibilidade e à identificação desta intensidade de resistência, elas podem ficar comprometidas no resultado final, ao se sobrepor as curvas de nível a estes dados, para indicar a morfometria da área e os símbolos que identificam a morfografia e os processos geomórficos de influência (CUNHA; MENDES; SANCHEZ, 2003).

O fato é que a Cartografia Geomorfológica não tem uma padronização de seus símbolos na elaboração de mapas, dando liberdade para que cada pesquisador utilize representações próximas à realidade da área de estudo (ANJOS, 2008). Por isso, por não haver uma uniformidade consensual, a legenda adotada aqui está representada pela Figura 2.11. Nela, pede-se atenção principalmente sobre os símbolos compartimento de relevos e feições geomorfológicas, pois constituem símbolos de interesse nos resultados deste estudo, a serem utilizados no Capítulo 6.



Figura 2.11: Legenda do Mapa geomorfológico do perímetro urbano do município de Presidente Prudente-SP, ano 2006.

Fonte: Nunes, Freire e Perez (2006).

3 GEOESTATÍSTICA E FUNÇÕES INTERPOLADORAS

A abordagem aqui está relacionada aos métodos interpoladores. São formalizadas e ilustradas duas funções: krigagem e TPS. A primeira objetiva verificar o método estimador enquanto função tratada sob as regras da Geoestatística, a qual avalia, além da distância entre os pontos, a disposição e a correlação dos dados. A outra função, com base no desenvolvimento em Anjos (2008), também é caracterizada por meio de suas ilustrações e equações. Os dois métodos têm a finalidade de geração da grade do MDT.

3.1 Geoestatística

A Geoestatística, de modo geral, desenvolve e aplica modelos em representações de fenômenos naturais dos quais as propriedades variam de acordo com a localização espacial dos pontos observados. Seu estudo é baseado na análise matemática, na gênese e leis naturais que regem os fenômenos, usando informações e relações a partir de um conjunto discreto de amostras correspondentes a dados medidos, indicados ou inferidos (MONTEIRO, 2003).

A seguir, alguns conceitos básicos de geoestatística são abordados com fins de aplicação, visando a modelagem e a interpolação em MDTs.

3.1.1 Variável regionalizada

Inicialmente definido por Matheron (1971), o termo **Variável Regionalizada** atentava para os aspectos aleatório e estruturado dos fenômenos, os quais pareciam evidentes ao considerar que os valores observados não são totalmente independentes de sua localização. Aleatório, quando os valores medidos variam consideravelmente entre si, e estruturado, quando obedece alguma lei espacial. Em outras palavras, um valor elevado possivelmente terá próximo a ele outro valor elevado ao invés de um valor baixo. Assim, pode-se dizer que há uma correlação entre esses valores, não devendo ser estudados de maneira independente.

A definição de uma variável regionalizada é de modo descritivo, não compreendendo interpretações probabilísticas. Dessa forma, a regionalização representa o caráter estruturado dos fenômenos espaciais, sendo tratado pelas **Funções Aleatórias** cujas variáveis, também ditas aleatórias, podem assumir certos valores de acordo com determinada lei de probabilidade. Para fazer inferências estatísticas, levantam-se algumas hipóteses suplementares sobre as funções aleatórias, denominadas de hipóteses restritivas, objetivando principalmente reduzir os parâmetros dos quais sua regra é dependente (ANDRIOTTI, 2003).

Correlação espacial

Com interesse de aplicar técnicas de krigagem, algumas hipóteses restritivas são assumidas, segundo Isaaks e Srivastava (1989) como:

- **Estacionaridade estrita:** quando sua lei de distribuição de probabilidade não varia por translação em todo o domínio da variável regionalizada, ou seja, os componentes que controlam o comportamento agem da mesma forma em toda área de estudo. Isto corresponde a uma propriedade fundamental para fazer inferência a cada variável aleatória local nos lugares não amostrados. A variável regionalizada é homogênea em suas características estatísticas e as correlações presentes nela permanecem para as mesmas distâncias, levando-se em conta a escala (BETTINI, 2007);
- **Estacionaridade de 2ª ordem:** tem-se a existência de uma Esperança Matemática $E[Z(x)] = m \forall x$, independentemente da posição de x e, ainda, para todo par $\{Z(x), Z(x+h)\}$ existe covariância, dependendo apenas de uma distância h ;
- **Hipótese intrínseca:** existe a esperança $E[Z(x)] = m \forall x$ independente da posição de x , e para todo h , o incremento $\{Z(x), Z(x+h)\}$ tem variância limitada, não importando a posição de x .

A fim de satisfazer as condições de estacionaridade, as tendências são removidas. Decompondo-se os dados tendenciosos e a variação de curto intervalo, adota-se que a tendência seja fixa e que a pequena variação seja aleatória (ANDRIOTTI, 2003). A Figura 3.1(a) ilustra uma variável tendenciosa, crescendo em todo o domínio representado, porém com estacionaridade local, Figura 3.1(b).

Fenômenos que obedecem nível de estacionaridade são chamados de **fenômenos de transição** cuja caracterização é dada pelo variograma ao atingir um valor limite equivalente ao da covariância entre dois pontos, quando sua separação tende a zero (BETTINI, 2007).

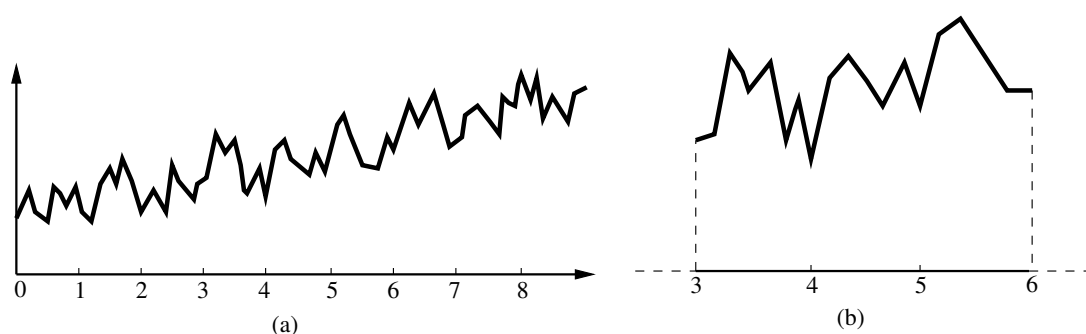


Figura 3.1: Gráfico: (a) Tendência; (b) Estacionaridade local.

Uma função aleatória é chamada **não estacionária** se apresentar uma deriva, ou seja, sua esperança matemática não é constante em todo campo de análise. Em meio às causas de ocorrência, estão a tendência e a alta heterogeneidade da variável regionalizada entre algumas áreas (ANDRIOTTI, 2003).

3.1.2 Krigagem

A krigagem compõe um conjunto de técnicas geoestatísticas de ajuste usadas para aproximar dados pelo princípio que: fixado um ponto no espaço, os pontos no seu entorno são mais relevantes do que os mais afastados. Isto pressupõe a existência de correlação entre os dados, exigindo saber até onde espacialmente esta correlação importa (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989).

Essa técnica de krigagem consiste em estimar valores médios e também uma medida de acuracidade da estimativa. O princípio é semelhante aos métodos tradicionais (polígonos, triângulos, média local e inverso da distância), distinguindo-se pela maneira de calcular os pesos em que as dependências estão: na distância entre a amostra e o ponto estimado; na continuidade espacial e no arranjo geométrico do conjunto (BETTINI, 2007).

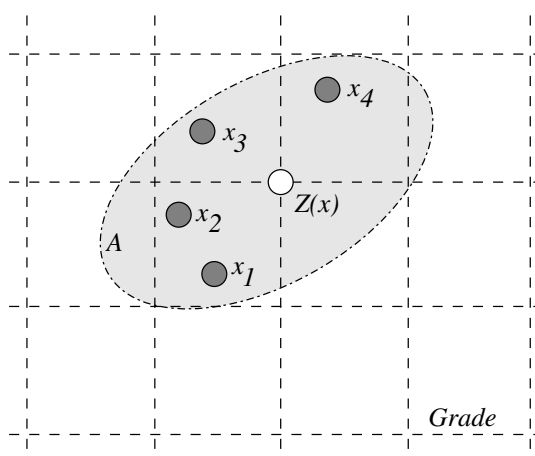


Figura 3.2: Estimação do valor esperado.

A Figura 3.2 exemplifica o princípio básico de estimação do valor esperado de uma variável local no ponto x a partir das amostras x_k , situadas na região delimitada A . Na grade regular, em cada posição de $x \in A \subset \mathbb{R}^2$, estima-se o valor esperado da variável local $Z(x)$ pela média ponderada dos vizinhos cuja forma e tamanho dependem da continuidade espacial do fenômeno.

Um ponto fundamental na determinação dos pesos é a modelagem da continuidade espacial, obtida via variograma. O variograma dá suporte às técnicas de geoestatística, permitindo representar quantitativamente a variação de um fenômeno espacial regionalizado e refletindo sua estrutura. Embora o termo adotado seja “variograma”, na prática, o que se usa é o “semivariograma”, ou seja, metade do valor do variograma (LANDIM, 2004). Seu cálculo pode ser feito experimentalmente com base na Figura 3.3(a), em que: $Z(x)$ denota a posição dos componentes (x_1, y_1) ; $Z(x+h)$, o valor amostrado na posição (x_2, y_2) e h , também chamado de *lag*, o vetor distância entre os pontos (CAMARGO; FUCKS; CÂMARA, 2004).

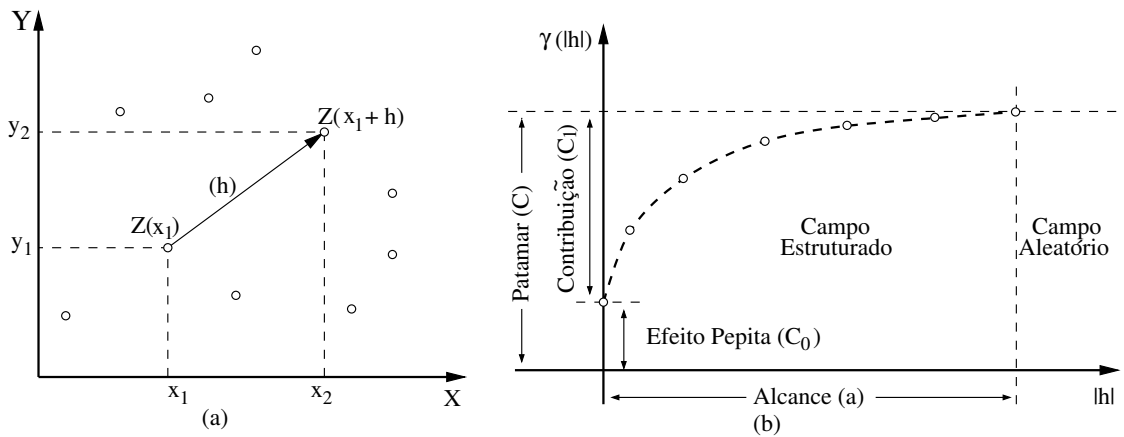


Figura 3.3: Gráfico: (a) Distribuição espacial; (b) Semivariograma com elementos.
Fonte: Camargo, Fucks e Câmara (2004).

Se considerado $N(h)$ pares de observações separados pela distância h , tem-se o semivariograma médio dado pela Equação (3.1), conforme (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989):

$$\gamma(\hat{h}) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (3.1)$$

em que

$\gamma(\hat{h})$ é o semivariograma estimado;

$N(h)$ é o número de pares de observações separados pela distância h .

A Figura 3.3, além de representar graficamente uma distribuição espacial, dá um exemplo de semivariograma. Nesta figura, aparecem os elementos: alcance, efeito pepita, patamar e contribuição.

Segundo Isaaks e Srivastava (1989):

- **Alcance** (a): indica a distância a partir da qual as amostras passam a ser independentes, refletindo o grau de homogeneização, ou seja, quanto maior o alcance, maior será a homogeneidade entre as amostras. Além do mais, separa os pontos correlacionados dos independentes;
- **Efeito pepita** (C_0): é o valor da função variograma na origem, representando o valor da descontinuidade. Seu uso é também devido a erros de amostragem que ocorrem pela variabilidade natural da variável;
- **Patamar** (C): é o valor no qual o semivariograma estabiliza-se no campo aleatório, sendo o ponto a partir do qual as amostras tornam-se independentes por causa da distância que as separam.
- **Contribuição** (C_1): representa a diferença entre o patamar e o efeito pepita, $C_1 = C - C_0$, isto é, as diferenças espaciais entre os valores de uma variável analisada em dois pontos com distâncias sucessivamente maiores.

A construção de um semivariograma muda conforme a disposição dos dados amostrados a qual pode ser na forma regular ou irregular de distribuição. No caso regular, Figura 3.4, considera-se uma direção e é calculado $\gamma(h)$ para todos os intervalos com distância h . O processo é repetido sucessivamente para outras direções, que, por convenção, são 0° , 45° , 90° e 135° .

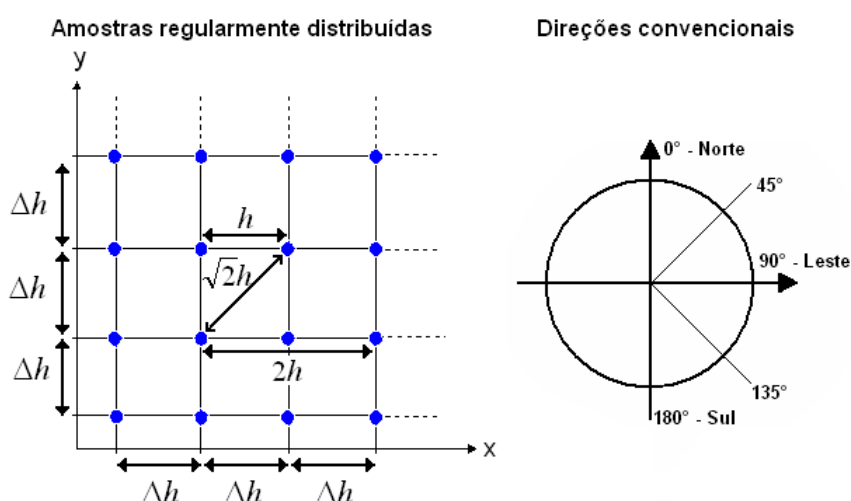


Figura 3.4: Construção do semivariograma: distribuição regular e direções.

Fonte: Camargo (1997).

De maneira geral, tendo definido uma distância h e uma direção D° , todos os pares de pontos que estiverem na direção e espaçamento especificados irão compor o

semivariograma, denotado por $\gamma(D^\circ, h)$. Ao final, repete-se o procedimento para $\gamma(D^\circ, 2h)$ até atingir uma condição de parada.

Em se tratando da disposição dos dados na forma irregular, Figura 3.5, não se consegue encontrar uma quantidade suficiente de pares de amostras com o espaçamento exato de h para o cálculo em certa direção. Por isso, é necessário acrescentar limites que determinem uma distância de tolerância linear Δh para o espaçamento h entre cada par de amostra em um ângulo de tolerância $\Delta\alpha$ na direção α . Isto permite que qualquer par de pontos, ao longo de uma direção α , considerando um intervalo $\alpha \pm \Delta\alpha$, classifique os pares amostrados em classes de distância $h \pm \Delta h$, $2h \pm \Delta h, \dots$ cujo h (ou *lag*) representa a distância elementar (LANDIM, 2003).

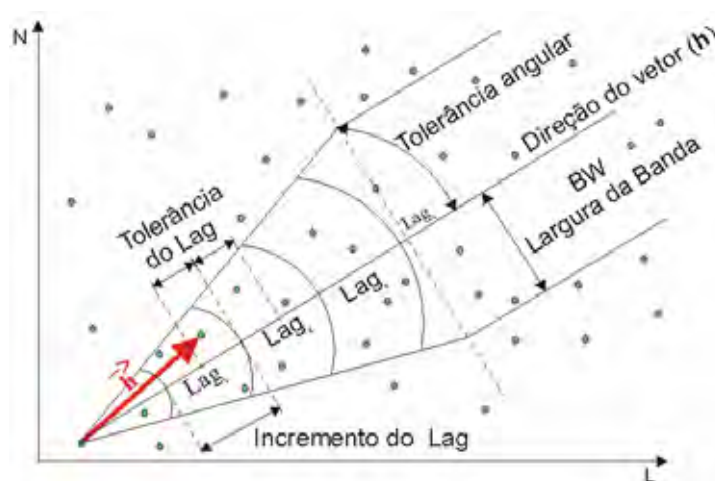


Figura 3.5: Construção do semivariograma na distribuição irregular.

Fonte: Camargo (1997).

Para Andriotti (2003), a tolerância linear visa aumentar as possibilidades de formação de pares de pontos de acordo com uma direção e uma tolerância angular, que forma pares entre os pontos não alinhados. Vale observar que ambas tolerâncias não devem ser muito elevadas, pois podem provocar distorções no modelo. Além disso, há a **largura de banda (BW)** cuja função é limitar o número de pares de observações para a geração do semivariograma, como se vê na Figura 3.5.

A krigagem considera para as amostras: a quantidade de pontos; as posições na área de avaliação e as distâncias até a área a ser estimada, além da continuidade espacial da variável (relação de anisotropia — a distribuição espacial de alguns elementos ocorre mais intensamente em uma direção e menos em outra). Em média, a ponderação das amostras remove os erros excessivos, tornando uma vantagem do uso da krigagem e deixando o ajuste da precisão como algo secundário (ANDRIOTTI, 2003).

Do ponto de vista como interpolador, a krigagem funciona como um filtro “passa-baixa”, gerando estimativas suavizadas da função aleatória Z , se comparada com os valores

reais da variável regionalizada Z . Isto indica haver tendência para subestimar os valores elevados e superestimar os valores baixos. Assim, o conjunto dos erros de estimação se distribui com o valor esperado nulo e com a mínima variância na categoria dos estimadores lineares. Nos pontos observados, a krigagem é exata (BETTINI, 2007).

Várias técnicas geoestatísticas foram desenvolvidas para aproveitar ao máximo as características dos dados ou adequar-se as suas limitações. Alguns tipos muito utilizados de krigagem, segundo Andriotti (2003) e Monteiro (2003), são:

- **krigagem simples:** assume que a variância dos dados seja estacionária e a média conhecida, sendo esta adotada em casos com muitas informações, devendo também calcular a krigagem da média;
- **krigagem ordinária:** considera-se a média como desconhecida e a estacionaridade nos dados. Faz-se estimativas para qualquer lugar, com exceção dos locais amostrados. O erro quadrático médio é eliminado;
- **krigagem universal:** é usada na ocorrência de tendência nos dados, com a média não constante e aplica-se o variograma sobre os resíduos. Em outras palavras, se a variável regionalizada não for estacionária, o trabalho é realizado sobre a estacionaridade residual.

No entanto, dentre as diferentes técnicas de krigagem, para este trabalho, o foco é na krigagem ordinária, discutida na próxima seção.

3.1.3 Krigagem ordinária

Compreende uma técnica de estimação linear para uma variável regionalizada que atende à hipótese intrínseca. Neste caso, a krigagem ordinária não requer o conhecimento prévio da média. Assume-se a hipótese de quase-estacionaridade, também denominada estacionaridade local (LANDIM, 2003).

Aplica-se a krigagem ordinária quando a variável regionalizada é estacionária de primeira ordem. Desse modo, considerando uma área na qual se observa alguma propriedade relativa ao terreno Z , em n pontos distintos, localizados segundo coordenadas do vetor $\vec{x}$, tem-se um conjunto de valores $\{Z(x_i)\}$, tal que $i = 1, \dots, n$, em que x_i corresponde à posição no plano representada pelas coordenadas (x_i, y_i) . Supondo que se queira estimar o valor de Z no ponto c , o valor desconhecido de $Z(x_0)$ pode ser calculado pela combinação

linear dos n valores amostrados, acrescido de um parâmetro λ_0 , Equação (3.2), segundo Camargo, Fucks e Câmara (2004):

$$Z^*(x_0) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i). \quad (3.2)$$

No entanto, o que se pretende é um estimador sem tendência, isto é,

$$E[Z(x_0) - Z^*(x_0)] = 0. \quad (3.3)$$

A relação (3.3) implica que as duas médias sejam iguais, então:

$$E[Z(x_0)] = E[\lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)] \Rightarrow m = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i m. \quad (3.4)$$

Como, neste caso, a média m não precisa ser conhecida, então para que a igualdade da Equação (3.4) seja satisfeita, faz-se $\lambda_0 = 0$ e $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, formando o estimador de krigagem ordinária da Equação (3.5):

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i). \quad (3.5)$$

Para minimizar a variância do erro $Var[Z(x_0) - Z^*(x_0)]$ na circunstância $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, os pesos λ_i são calculados por meio do sistema de Equações (3.6):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(x_i, x_j) - \alpha = C(x_i, x_0) & \text{para } i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

em que

$C(x_i, x_j)$ representa a semivariância entre os pontos x_i e x_j ;

$C(x_i, x_0)$ representa a semivariância entre os pontos x_i e x_0 ;

α é o multiplicador de Lagrange, necessário para diminuir a variância do erro.

A exatidão da krigagem ordinária é considerada quando os valores estimados coincidem com os valores dos pontos observados.

3.1.4 Isotropia e anisotropia

Frequentemente os elementos estudados pelas geociências são anisotrópicos, o que no contexto da Geoestatística significa haver direções privilegiadas que condicionam a gênese do fenômeno. A anisotropia de uma variável regionalizada é percebida nos semivariogramas quando o alcance ou o patamar, ou ambos, variam conforme a direção. Por outro lado, se os semivariogramas apresentarem o mesmo comportamento para qualquer

direção, diz-se tratar de um caso de isotropia. A variação do alcance, mantendo-se o patamar, forma a anisotropia geométrica, Figura 3.6(a). Se apenas o patamar variar com a direção, forma a anisotropia zonal, Figura 3.6(b). Pode, ainda, ocorrer o caso híbrido, dito como anisotropia combinada, Figura 3.6(c) (BETTINI, 2007).

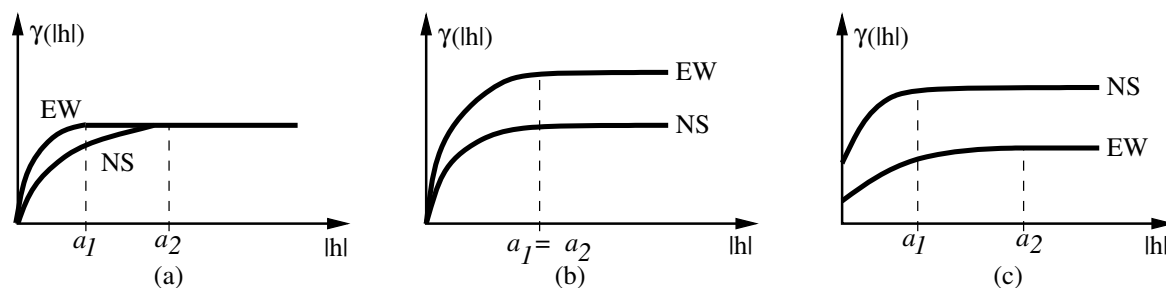


Figura 3.6: Anisotropia: (a) geométrica; (b) zonal; (c) combinada.

A detecção da anisotropia é de maneira experimental, utilizando-se para isso um mapa variográfico ou um conjunto de semivariogramas composto por diferentes direções, normalmente, calculado ao menos para quatro direções separadas pelo ângulo de 45° , Figura 3.7. O mapa expõe o comportamento da variável formado por um gráfico de distância dos valores de h e pelo valor da média da semivariância dos pares. O centro representa a distância zero, e a direção de variabilidade é detectada pelas cores. Já o conjunto de semivariogramas permite comparar o comportamento das quatro direções pela similaridade ou não e, em caso de anisotropia (não similaridade), perceber a partir de onde o efeito ocorre (LANDIM; STURARO; MONTEIRO, 2002).

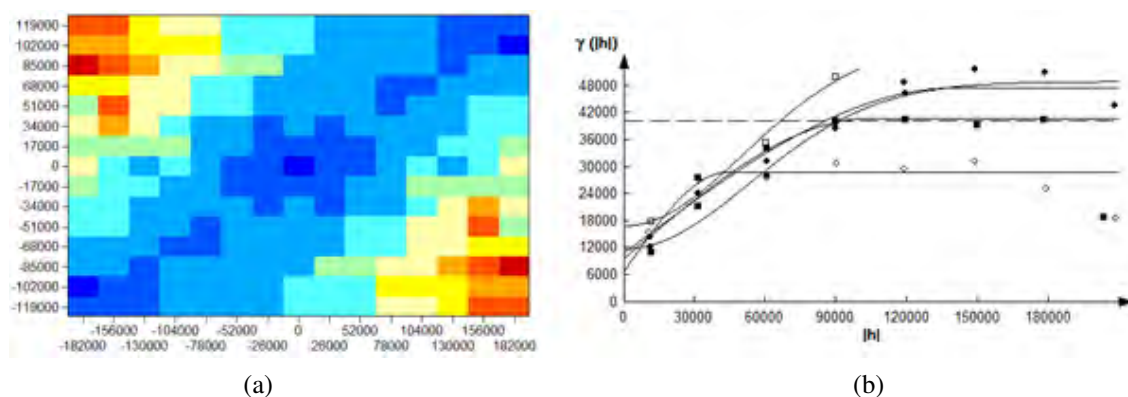


Figura 3.7: Detecção de anisotropia: (a) mapa variográfico; (b) conjunto de semivariogramas.

A modelagem da anisotropia consiste em decompor a semivariância em componentes isotrópicos ou com anisotropia geométrica e, posteriormente, transformar o conjunto em uma soma de modelos isotrópicos de alcance unitário, com exceção do efeito pepita que é representado por uma constante.

O princípio da modelagem versa sobre o uso das estruturas em todas as direções, atribuindo um alcance infinito as que não existem. Primeiramente, encontram-se os eixos anisotrópicos com maior e com menor continuidade espacial da variável em análise. Em seguida, faz-se o cálculo para os semivariogramas direcionais, também com maior e menor variabilidade espacial, a fim de ajustá-los. Definidos os modelos, o próximo passo é combiná-los para que formem apenas um e que este represente todas as direções de modo consistente (CAMARGO; FUCKS; CÂMARA, 2004).

3.1.5 Modelos teóricos

Um semivariograma é obtido experimentalmente, sendo calculado pela Equação (3.1) a qual busca ajustar uma função que represente a tendência $\gamma(h)$ em relação a h , o que torna o resultado da krigagem mais preciso e confiável.

Entretanto, o ajustamento não é feito automaticamente, mas, sim, de maneira interpretativa por meio de manipulações sobre os parâmetros até conseguir uma modelagem adequada à função. Nesse sentido, a literatura dispõe de vários modelos teóricos e, entre tantos, aqueles básicos referenciados na Geoestatística como transitivos: esférico, exponencial e gaussiano. Alguns podem atingir o patamar (C) de maneira assintótica, isto é, quando h tende ao infinito, e o alcance (a) é determinado pela distância correspondente a 95% do patamar. Em uma situação prática, os semivariogramas experimentais têm efeito pepita (C_0) maior que zero e valores de patamar (C) maiores que a unidade (CAMARGO; FUCKS; CÂMARA, 2004).

A seguir, nas próximas subseções, tais modelos teóricos são descritos de acordo com Isaaks e Srivastava (1989).

Modelo esférico

É um dos modelos mais utilizados em geociências. Seu crescimento é rápido na origem, em que apresenta comportamento linear. A expressão geral que descreve o modelo esférico ou modelo de Matheron (1971) é dada pela Equação (3.7):

$$\gamma(|h|) = \begin{cases} 0, & \text{se } |h| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{|h|}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|}{a} \right)^3 \right] = C_0 + C_1 [\gamma(|h|)], & \text{se } 0 < |h| \leq a \\ C_0 + C_1, & \text{se } |h| > a \end{cases} \quad (3.7)$$

em que

C_0 é o efeito pepita;

C_1 é a contribuição;

a é o alcance;

$|h|$ é o módulo de h que na forma normalizada, por exemplo, pode ser

$$\left|\frac{h}{a}\right| = \sqrt{\left(\frac{h_{0^\circ}}{a}\right)^2 + \left(\frac{h_{90^\circ}}{a}\right)^2}.$$

Essa Equação (3.7) está representada graficamente pela Figura 3.8.

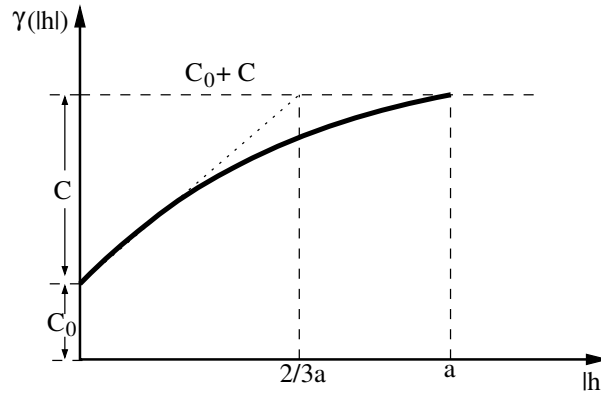


Figura 3.8: Modelo esférico.

Em distâncias h maiores que o alcance a , ($h > a$), não ocorre correlação entre os pares $Z(x)$ e $Z(x+h)$. Além disso, $\gamma(h)$ atinge o patamar ($C_0 + C_1$) em a , o que equivale ao alcance prático, e o alcance teórico limita-se ao espaço em que a linha tangente à origem do semivariograma intercepta o patamar, ou seja, $\frac{2}{3}a$.

Modelo exponencial

Este modelo (ou de Formery) também possui comportamento linear para a origem, sendo sua expressão geral representada pela Equação (3.8):

$$\gamma(|h|) = \begin{cases} 0, & \text{se } |h| = 0 \\ C_0 + C_1[1 - \exp(-\frac{|h|}{a})] = C_0 + C_1[\gamma(|h|)], & \text{se } |h| \neq 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

O alcance, neste caso, é definido analiticamente como a distância em que o valor do modelo é 95% do patamar, sendo assumido como $3a$. A Figura 3.9 ilustra o esquema.

Modelo gaussiano

Apresenta comportamento parabólico nas vizinhanças da origem e tem muita utilização na modelagem de fenômenos extremamente contínuos.

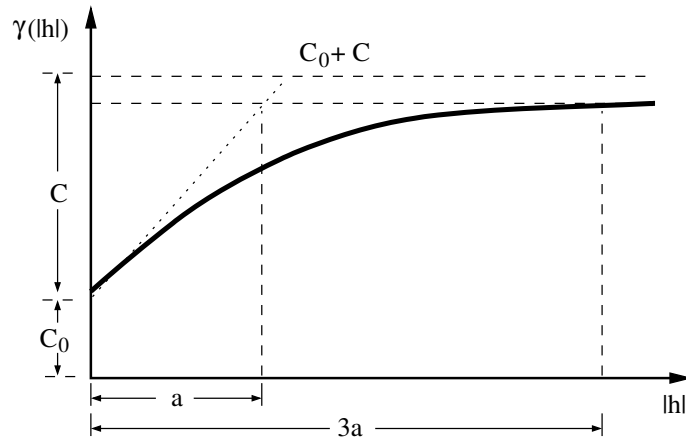


Figura 3.9: Modelo exponencial.

Sua expressão obedece à Equação (3.9):

$$\gamma(|h|) = \begin{cases} 0, & \text{se } |h| = 0 \\ C_0 + C_1[1 - \exp(-\frac{|h|}{a})^2] = C_0 + C_1[\gamma(|h|)], & \text{se } |h| \neq 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Assim como no modelo exponencial, o gaussiano do mesmo modo atinge o patamar assintoticamente, e o alcance é definido pelo valor do modelo com 95% do patamar, ou seja, tem um alcance prático de $a\sqrt{3}$. Além disso, adequa-se a fenômenos suaves pela pouca variabilidade em distâncias curtas (MONTEIRO, 2003). Um esquema para esse modelo é dado pela Figura 3.10.

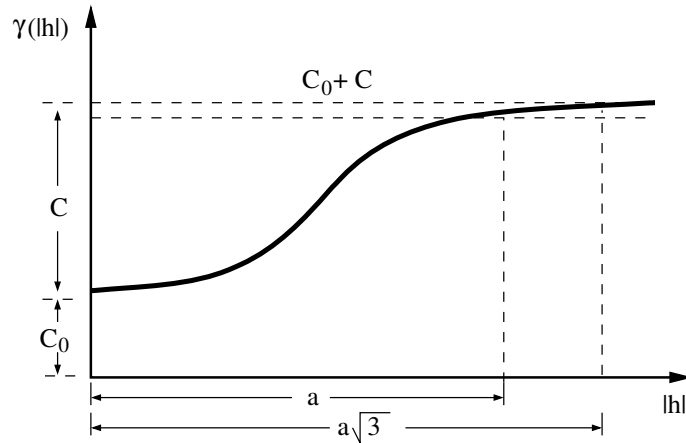


Figura 3.10: Modelo gaussiano.

Modelos combinados

Em algumas situações, ocorrem fenômenos que exigem gráficos de semivariograma mais complexos para representar suas variações espaciais. Baseiam-se em combinações de

modelos simples e também são chamados de “imbricados” (ANDRIOTTI, 2003). Um exemplo é dado pela Equação (3.10) cuja ilustração está na Figura 3.11.

$$\gamma(|h|) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{|h|}{a_1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|}{a_1} \right)^3 \right] = \gamma_1(h), & \text{se } 0 < |h| \leq a_1 \\ C_0 + C_2 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{|h|}{a_2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|}{a_2} \right)^3 \right] = \gamma_2(h), & \text{se } a_1 < |h| \leq a_2 \\ C_0 + C_1 + C_2, & \text{se } |h| > a_2 \\ 0, & \text{se } |h| = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

em que

a_1 e C_1 correspondem, respectivamente, ao alcance e à contribuição do modelo $\gamma_1(h)$;

a_2 e C_2 correspondem, respectivamente, ao alcance e à contribuição do modelo $\gamma_2(h)$.

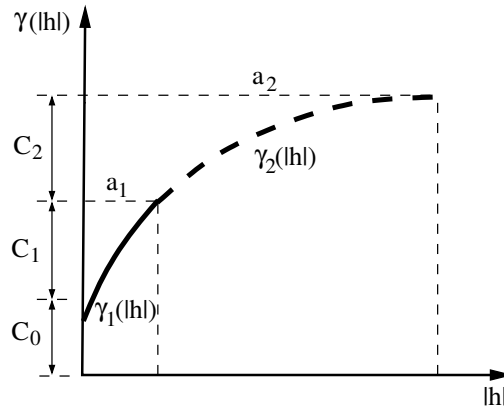


Figura 3.11: Modelo combinado.

Os modelos compostos, objetivando captar a variabilidade espacial, mudam de acordo com o tipo de fenômeno em análise.

Além dos modelos transitivos com patamar, há ainda os sem patamar, cujos dados apresentam variância teórica infinita, não têm função de covariância e expressam um fenômeno não estacionário. Neste caso, cabe a aplicação da hipótese intrínseca. Os modelos sem patamar são todos aqueles expressos pela Equação (3.11) (MONTEIRO, 2003):

$$\gamma(|h|) = p|h|^\alpha \quad (3.11)$$

em que

p é um coeficiente positivo, ($p > 0$), o qual indica a declividade;

α é um expoente com valor entre 0 e 2.

Normalmente são aplicados em modelagem de fenômenos com capacidade infinita de dispersão. Uma representação gráfica é dada pela Figura 3.12.

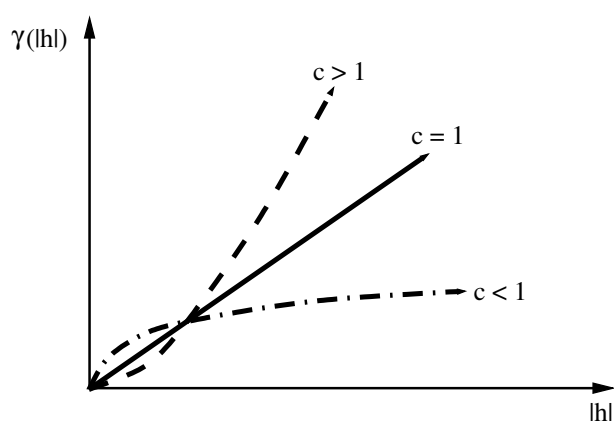


Figura 3.12: Modelo potencial.

Portanto o que se percebe é que há vários modelos matemáticos para ajustamento, e a aplicação de qual modelo depende do tipo de dado e como ele se comporta espacialmente.

A seguir, a próxima seção apresenta outro tipo de interpolador que, embora tenha características diferentes da krigagem, também visa a implementação de um modelo digital de terreno.

3.2 Função *thin-plate spline*

A TPS, segundo Bookstein (1989) e Barbosa et al. (2008), é uma função matemática interpolante também chamada de *spline* com curvatura mínima ou *spline* biarmônica ou, ainda, superfície *spline* que pode ser vista como uma chapa fina de metal que se estende até o infinito e deforma-se pelo deslocamento dos pontos de controle determinados, como o exemplo da Figura 3.13 que ilustra pontos de pressão sobre uma superfície.

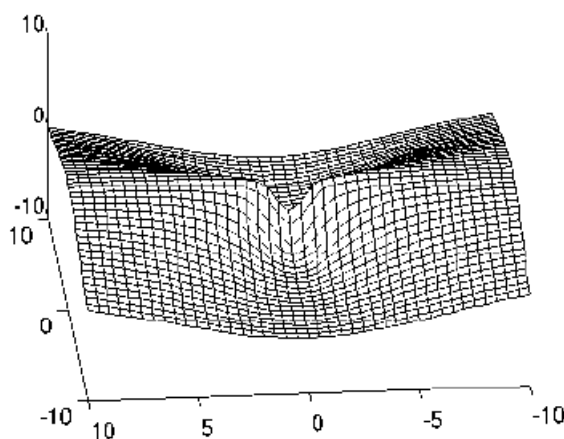


Figura 3.13: Chapa fina de metal com pontos de pressão localizados na superfície e indicados pelos vértices $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$.

Fonte: Castanho e Tozzi (1996).

Inicialmente o conceito TPS foi aplicado como um método alternativo para modelagem matemática de superfícies, podendo representar pontos dispersos sem tratamento dos dados experimentais. Para o caso dessas funções modelarem uma superfície infinita em pontos de carga que provocam deformação, a função TPS dá uma solução de modo a garantir que a superfície interpolada apresente pouca energia de deformação em relação aos pontos de carga, suavizando-a (BARBOSA et al., 2008).

As funções TPS são formadas por meio de combinações lineares de funções radiais $U(r)$, isto é, os valores são obtidos pela diferença entre as coordenadas: do ponto de onde a função deve ser avaliada e as coordenadas dos pontos de referência. Assim, as funções têm um comportamento quase linear à medida que se distanciam dos pontos de carga. Embora essas funções sejam de interpolação global, suas influências de deformações locais tendem a diminuir ao se afastarem do lugar de deformação (CASTANHO e TOZZI, 1996).

A função radial $U(r)$ de referência da TPS é dada, segundo Bookstein (1989), pela Equação (3.12):

$$Z(X, Y) = -U(r) - r^2 \log r^2 \quad (3.12)$$

em que $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$ denota a distância cartesiana até a origem. Suas características definidas pela função U apresentam uma combinação linear de múltiplos termos $U(r)$ correspondente à função descrita pela Equação (3.13):

$$Z(X, Y) = -U(\sqrt{X^2 + (Y-1)^2}) - U(\sqrt{(X+1)^2 + Y^2}) + U(\sqrt{X^2 + (Y+1)^2}) - U(\sqrt{(X-1)^2 + Y^2})$$

$$\sum_{k=1}^4 (-1)^k U(|(X, Y) - D_k|), \quad (3.13)$$

cujo valor D_k representa os vértices $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ e $(0, -1)$, como na Figura 3.13, definindo um quadrado. Um entendimento físico dessa função é vê-la como uma lâmina metálica fina, contendo os quatro vértices citados, pressionando a superfície (BARBOSA et al., 2008).

Considerando os pontos de controle (X_i, Y_i, Z_i) , com $i = 1, 2, \dots, n$, para estimar z e conhecendo-se as coordenadas (X, Y) , a expressão para interpolação TPS, bivariada $Z(X, Y)$, é dada pela Equação (3.14):

$$Z(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y + \sum_{i=1}^n F_i r_i^2 \ln r_i^2 \quad (3.14)$$

com

$$Z(X_k, Y_k) = Z_k, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

em que

$$r_i^2 = (X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2$$

e F_i , a_0 , a_1 e a_2 são os $n + 3$ coeficientes.

Para implementar computacionalmente uma superfície que permita calcular todas as derivadas e se ajuste aos n pontos, o termo $r_i^2 \ln r_i^2$ pode ser substituído por $r_i^2 \ln(r_i^2 + \varepsilon)$, ficando como na Equação (3.15) (YU, 2001):

$$Z(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y + \sum_{k=1}^n F_i r_i^2 \ln(r_i^2 + \varepsilon), \quad (3.15)$$

com o parâmetro ε , normalmente, variando entre 10^{-2} e 10^{-6} , de acordo com o grau de inclinação da curvatura de superfície. No caso dos coeficientes, estes são determinados a partir de pontos conhecidos da amostra (X_k, Y_k, Z_k) , como consta na Equação (3.16):

$$Z_k = a_0 + a_1 X_k + a_2 Y_k + \sum_{k=1}^n F_i r_{ik}^2 \ln(r_{ik}^2 + \varepsilon) \quad (3.16)$$

em que

$$r_{ik}^2 = (X_i - X_k)^2 + (Y_i - Y_k)^2.$$

Na forma matricial, tem-se a Equação (3.17):

$$AX = B, \quad (3.17)$$

sendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & r_{12}^2 \ln(r_{12}^2 + \varepsilon) & \cdots & r_{1n}^2 \ln(r_{1n}^2 + \varepsilon) & 1 & X_1 & Y_1 \\ r_{12}^2 \ln(r_{12}^2 + \varepsilon) & 0 & \cdots & r_{2n}^2 \ln(r_{2n}^2 + \varepsilon) & 1 & X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1n}^2 \ln(r_{1n}^2 + \varepsilon) & r_{2n}^2 \ln(r_{2n}^2 + \varepsilon) & \cdots & 0 & 1 & X_n & Y_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_1 & X_2 & \cdots & X_n & 0 & 0 & 0 \\ Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} .$$

Desse modo, a matriz A , simétrica, inversível e, apesar dos elementos da diagonal principal serem nulos, pode ser utilizada para resolver o sistema e determinar os coeficientes, obtendo consequentemente o valor interpolado em qualquer ponto (X, Y) (ANJOS, 2008).

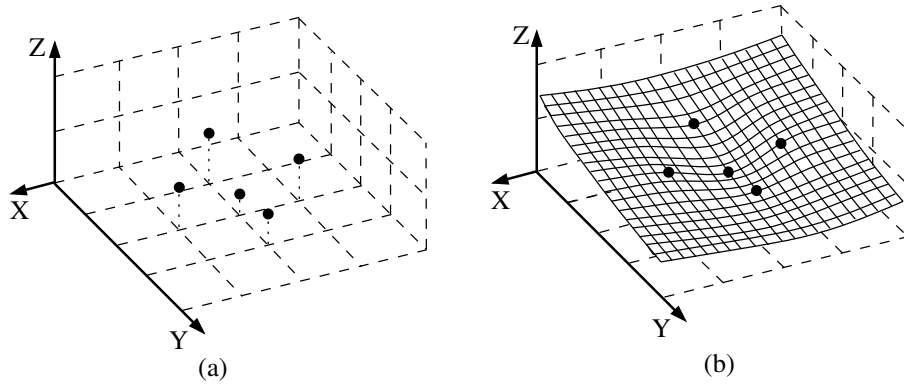


Figura 3.14: TPS: (a) Pontos de controle para a interpolação; (b) Adensamento.
Fonte: Adaptado de Castanho e Tozzi (1996).

Por exemplo, a Figura 3.14(a) mostra uma grade com cinco pontos de controle que, ao ser interpolada com a TPS, fica adensada na forma ilustrada pela Figura 3.14(b).

Assim, os interpoladores, krigagem e TPS, foram descritos para que sejam empregados na geração de modelos digitais de terrenos, visando representar o relevo e, acima de tudo, possibilitar a aplicação da inferência *fuzzy*, a ser vista no próximo capítulo, sobre o resultado para a classificação da vertente, segundo sua curvatura vertical.

4 INFERÊNCIA FUZZY E DIAGRAMA DE VORONOI

Após a geração dos valores de grade do MDT, algumas operações são necessárias para fins de classificação e ajustes dos resultados. Por isso, duas ferramentas matemáticas são utilizadas: a inferência *fuzzy*, que determina grupos de classificação e toma decisão entre as classes e o diagrama de Voronoi, a fim de melhorar a precisão e a definição das áreas finais. Desse modo, os conceitos abordados destinam-se a um tratamento sobre os resultados do MDT, ou seja, estão diretamente ligados à parte visual da implementação. São com base nessas ferramentas que as vertentes têm suas classificações definidas e apresentadas para, posteriormente, serem submetidas aos testes de validação.

4.1 Inferência *fuzzy*

A forma de se lidar com conceitos imprecisos foi proposta por Zadeh (1965), apresentando o conjunto *fuzzy* como uma maneira de caracterizar classes cujos limites não são rígidos. Sua aplicação é indicada para casos de ambiguidades, abstração e ambivalência em modelos matemáticos ou conceituais de fenômenos empíricos (BURROUGH, 1989).

Conforme Zadeh (1965), um conjunto *fuzzy* é caracterizado por uma função de pertinência que mapeia os elementos de um espaço ou domínio X para um número real no intervalo $[0, 1]$, ou formalmente, $A : X \rightarrow [0, 1]$. Logo, o conjunto *fuzzy* apresenta-se como pares ordenados em que o primeiro elemento é $x \in X$, e o segundo, $\mu_A(x)$, é o grau de pertinência ou a função de pertinência de x em A , que mapeia x no intervalo $[0, 1]$, expresso matematicamente como $A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$.

A pertinência de um elemento a um determinado conjunto passa a ser uma questão de gradação, afirma Zadeh (1965). Nos casos extremos, o grau de pertinência é 0, se o elemento não pertence ao conjunto, ou, o grau de pertinência é 1, se o elemento pertence 100% ao conjunto (MUNAKATA, 2008). Portanto, um conjunto *fuzzy* surge a partir da extensão de um conjunto clássico “rígido”, passando a incorporar medidas de incerteza.

Dessa maneira, um conjunto *fuzzy* é caracterizado por uma função de pertinência que atribui a cada elemento um grau, variando entre 0 e 1, como exemplifica a Figura

4.1. Ou seja, a função retorna um valor entre 0 e 1, se o valor do atributo x estiver entre o limiar inferior (x_1) e o limiar superior (x_3). Ainda, segundo Moreira et al. (2004), a região entre (x_2) e (x_3) é denominada de zona de transição. Estes limiares são definidos conforme o fenômeno de interesse a ser modelado.

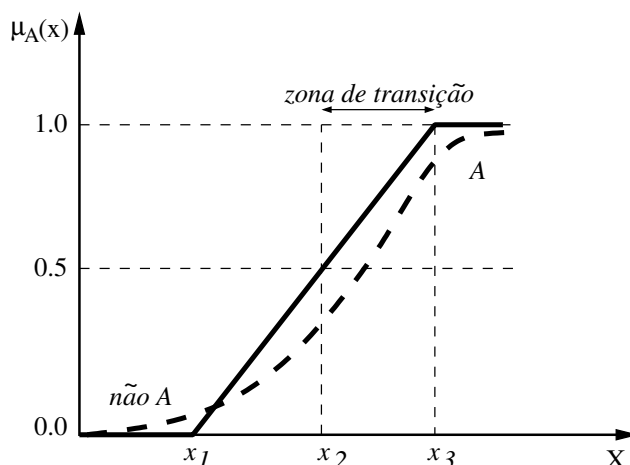


Figura 4.1: Exemplo de função de pertinência para conjunto *fuzzy*.

4.1.1 Funções de pertinência

A principal diferença entre a teoria clássica de conjuntos (lógica *booleana*) e a teoria de conjuntos *fuzzy* está relacionada com as funções de pertinência (WOODCOCK; GOPAL, 2000): a lógica *fuzzy* permite avaliar uma transição gradual, ao invés de impor uma transição abrupta entre as classes (ZADEH, 1965).



Figura 4.2: Diferença de fronteiras: (a) conjunto *fuzzy*; (b) conjunto *booleano*.

A Figura 4.2 ilustra a indefinição de fronteiras ou limiares entre as classes ao considerar um conjunto *fuzzy* em comparação com um conjunto *booleano* (CAMARGO; FUCKS; CÂMARA, 2004).

Embora qualquer função que relacione valores $[0, 1]$ a elementos de um conjunto possa ser considerada uma função de pertinência, a escolha da função tem de considerar o contexto em que as variáveis estão inseridas. Assim, tanto a variável quanto o tipo de função devem ser analisados sob um conhecimento mais especializado.

No momento da aplicação, algumas classes de funções de pertinência são mais comumente utilizadas, tais como: linear por partes (triangular e trapezoidal), gaussiana e sigmoidal, exemplificadas a seguir (BENINI; MENEGUETTE JUNIOR, 2009):

- **Função triangular:** expressa por (4.1) e representada pela Figura 4.3(a).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m] \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{se } x \in [m, b] \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (4.1)$$

em que

a e b : determinam o intervalo em que a função assume valores diferentes de zero;

m : ponto onde o valor da função é máximo.

- **Função trapezoidal:** expressa por (4.2) e representada pela Figura 4.3(b).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{se } x \in [a, m[\\ 1, & \text{se } x \in [m, n] \\ \frac{b-x}{b-n}, & \text{se } x \in]n, b] \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (4.2)$$

Além dos parâmetros a , b e m , definidos na função anterior, o valor de n também está associado ao valor máximo da função trapezoidal, tal como m .

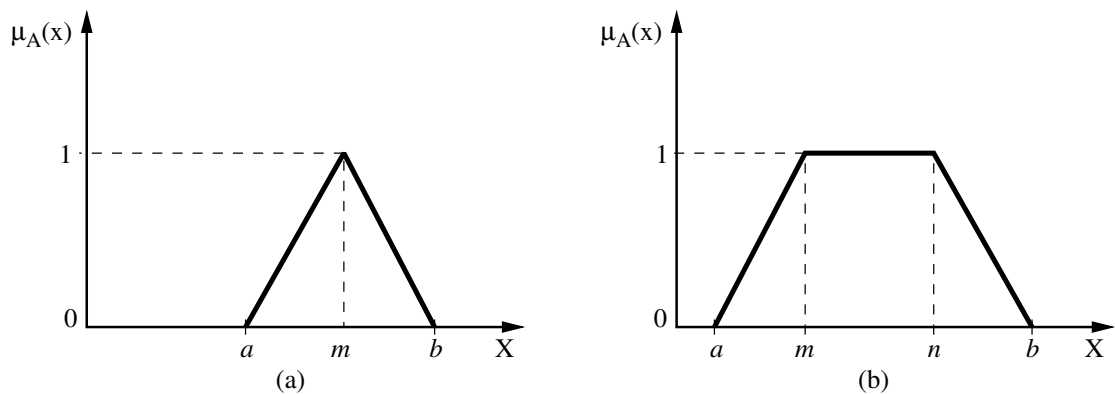


Figura 4.3: Funções de pertinência lineares: (a) triangular; (b) trapezoidal.

- **Função gaussiana:** expressa por (4.3) e representada pela Figura 4.4.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \exp^{-k(x-m)^2}, & \text{para } k > 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

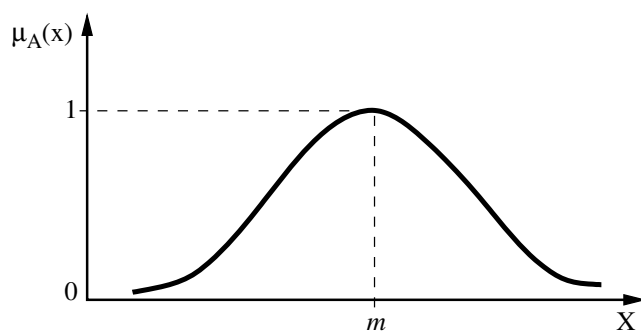


Figura 4.4: Função de pertinência gaussiana.

- **Função sigmoidal:** expressa por (4.4) e representada pela Figura 4.5.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & \text{se } x \in [a, m] \\ 1 - 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & \text{se } x \in]m, b] \\ 1, & \text{se } x > b \end{cases} \quad (4.4)$$

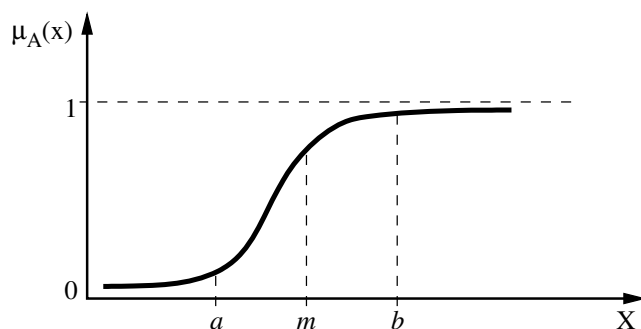


Figura 4.5: Função de pertinência sigmoidal.

em que

$$m = \frac{a+b}{2}.$$

Selecionar um tipo de função de pertinência para aplicação não é algo muito simples, exige domínio sobre o assunto. Entretanto, como meio facilitador, há alguns sistemas *fuzzy* que permitem manipular os parâmetros das funções com base em conhecimento de especialistas e, nesse caso, as funções lineares aparecem com mais frequência, uma vez que tratar pertinências total, média e nula é mais perceptivo do que lidar com valor médio ou de dispersão, o que caracteriza as funções gaussianas (BENINI; MENEGUETTE JUNIOR, 2009).

4.1.2 Operações com conjuntos *fuzzy*

Em sistemas que fazem uso da lógica *fuzzy*, as informações são normalmente processadas por meio de operações sobre os conjuntos. Conforme Benini e MENEGUETTE

JUNIOR (2009), Lodwick, Anile e Spinella (2008), Munakata (2008) e Zadeh (1965), as operações *fuzzy* básicas são: união, interseção e complemento, definidas a seguir:

- **União** ($\cup$): dado dois subconjuntos *fuzzy* A e B em um conjunto universo de discurso U com as respectivas funções de pertinência $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$, sua união é definida como o subconjunto de U , regido pela função (4.5), com todos os seus valores máximos e ilustrada pela Figura 4.6.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad | \quad x \in U . \quad (4.5)$$

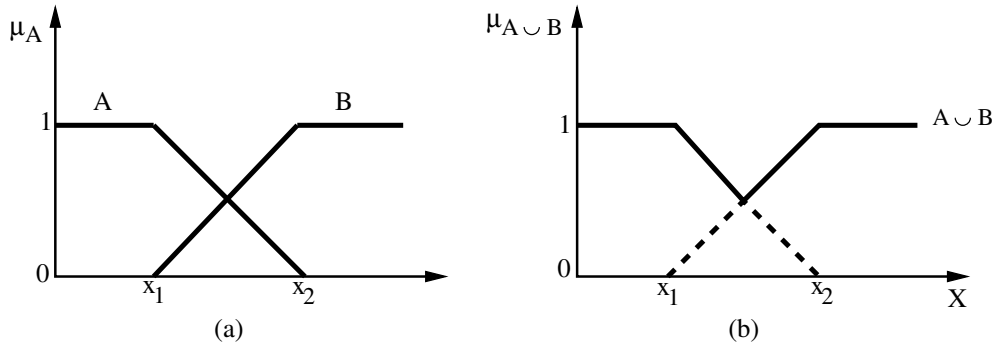


Figura 4.6: União: (a) subconjuntos *fuzzy* A e B ; (b) gráfico da união.

- **Interseção** ($\cap$): do mesmo modo, a interseção dos dois subconjuntos A e B é definida pela função de pertinência (4.6) que forma o subconjunto de U com todos os valores mínimos de $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$ e representada pela Figura 4.7.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad | \quad x \in U . \quad (4.6)$$

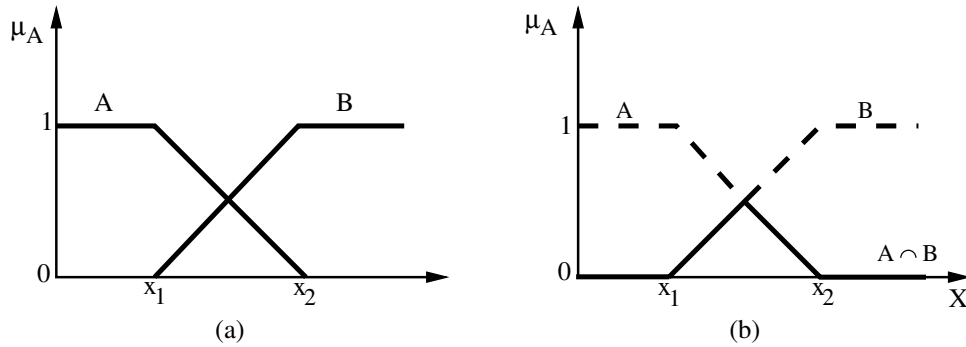


Figura 4.7: Interseção: (a) subconjuntos *fuzzy* A e B ; (b) gráfico da interseção.

- **Complemento**: o complemento do subconjunto *fuzzy* A é definido pela função de pertinência (4.7) a qual representa a subtração de $\mu_A(x)$ do valor unitário 1. Sua

ilustração é mostrada pela Figura 4.8.

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad | \quad x \in U . \quad (4.7)$$

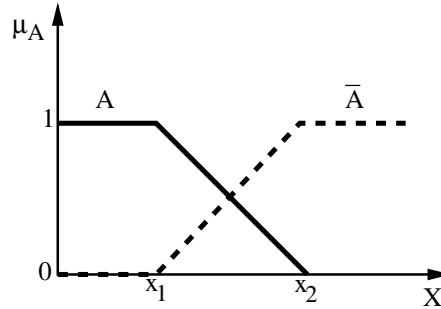


Figura 4.8: Complemento do subconjunto *fuzzy* A .

4.1.3 Fundamentos da lógica *fuzzy*

A lógica *fuzzy* é uma extensão da lógica *booleana*. Assim, Munakata (2008) fornece pela Tabela 4.1 algumas correspondências entre ambas.

Tabela 4.1: Algumas correspondências entre lógica *fuzzy* e *booleana*.

<i>Fuzzy</i>	<i>Booleana</i>
função de pertinência	valor verdade da proposição
$\cap$	AND
$\cup$	OR
complemento	NOT

Implicação *fuzzy*

Na representação $A \Rightarrow B$, que significa “ A implica B ” ou “se A , então B ” na qual A e B consistem em conjuntos *fuzzy*, a implicação é vista como descrição de uma relação entre dois conjuntos. Existem diferentes maneiras de definir uma implicação *fuzzy*, não tendo um padrão, e a escolha depende da aplicação. Uma forma bem usada em controle *fuzzy* é dada por (4.8):

$$A \Rightarrow B = A \times B, \quad (4.8)$$

visto que $A \times B$ indica o produto cartesiano dos conjuntos *fuzzy*. Em outras palavras, se A é um conjunto *fuzzy* de um universo U , e B é um conjunto *fuzzy* de um universo V , então, o produto cartesiano é dado como (4.9):

$$A \Rightarrow B = \{ (u, v) / \min(\mu_A(u), \mu_B(v)) \quad | \quad u \in U, v \in V \}$$

$$= \left\{ \bigcup_{U \times V} \{(u, v) / \min(\mu_A(u), \mu_B(v))\} \right\} \quad (4.9)$$

Composição de regra *fuzzy*

Seja R uma relação *fuzzy* de U em V ; X um subconjunto *fuzzy* de U ; Y um subconjunto *fuzzy* de V e $Y = X \circ R$ a chamada **relação de composição *fuzzy***. Diz-se que Y é induzido por X e R . Neste caso, X e Y podem ser vistos como vetores linha cujos componentes são valores determinados pelas funções de pertinência (4.10).

$$\begin{aligned} X &= \{u / \mu_X(u) \mid u \in U\} \\ Y &= \{v / \mu_Y(v) \mid v \in V\} \end{aligned} \quad (4.10)$$

A expressão $X \circ R$ é o **produto min-max** para a relação matricial entre X e R , formulada pela Equação (4.11).

$$\begin{aligned} X \circ R &= \{v / [\max(\min(\mu_X(u), \mu_R(u, v))) \mid u \in U] \mid v \in V\} \\ &= \bigcup_V \{v / \max_U [\min(\mu_X(u), \mu_R(u, v))]\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

O exemplo a seguir ilustra numericamente essa relação de composição para um caso particular:

$$\begin{array}{ccc} X & R & Y \\ \left[\begin{array}{ccc} 0.3 & 1 & 0.2 \end{array} \right] \circ \left[\begin{array}{ccc} 0.7 & 0.9 & 0.1 \\ 0.6 & 1 & 0.5 \\ 0.4 & 0.7 & 1 \end{array} \right] & = & \left[\begin{array}{ccc} 0.6 & 1 & 0.5 \end{array} \right] \end{array}$$

A maneira de compor pares para essa operação é pela combinação entre as linhas das duas matrizes para formar as colunas. Dessa forma, tem-se, para cada operação de X com R , os pares:

$$\begin{array}{lll} 0.3 \text{ e } 0.7 & 1 \text{ e } 0.6 & 0.2 \text{ e } 0.4 \\ 0.3 \text{ e } 0.9 & 1 \text{ e } 1 & 0.2 \text{ e } 0.7 \\ 0.3 \text{ e } 0.1 & 1 \text{ e } 0.5 & 0.2 \text{ e } 1 \end{array}$$

Desse resultado, entre cada par, pega-se o menor:

$$\begin{array}{lll} 0.3 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 \end{array}$$

Agora, em cada linha, pega-se o maior:

0.6

1

0.5

E, assim, chega-se ao subconjunto *fuzzy* Y .

Variáveis linguísticas

As variáveis linguísticas possibilitam descrever informações de maneira qualitativa, ou seja, seus valores estão relacionados a palavras ou frases, não a números e podem ser associadas aos conjuntos *fuzzy*. Assim sendo, essas variáveis são expressas qualitativamente por termos linguísticos e quantitativamente por funções de pertinência (BENINI; MENEGUETTE JUNIOR, 2009). A variável sempre está ligada a um conjunto que determina quais os valores ela pode assumir. Por exemplo, para a variável “temperatura da água”, seus valores podem ser “frio”, “morna” e “quente”. Em se tratando das operações, as principais são feitas com o uso de conectivos (“e”, “ou” e “não”), formando conexões lógicas entre os termos linguísticos.

Inferência *fuzzy*

A inferência *fuzzy* é fundamentada sobre a implicação e a composição de regras que, por meio de proposições condicionais do tipo “se” e “então” e com base em variáveis linguísticas, chega-se a um resultado que permite tomar decisão. Seu procedimento pode ser descrito como: dado os conjuntos *fuzzy* A e X de um universo U e B e Y de um universo V , supõe-se (MUNAKATA, 2008):

No caso, “se A , então B e $X \rightarrow Y$ ”.

- Implicação: se A , então B ;
- Premissa: X é verdade;
- Conclusão: Y (a ser determinada).

Para realizar a inferência, executam-se os seguintes passos:

1. Computar a implicação *fuzzy* “se A , então B ” como uma relação $R = A \times B$;
2. Induzir Y pela relação $Y = X \circ R$.

Assim, a inferência *fuzzy* é executada, mas o sistema completo para sua realização é apresentado na seção seguinte.

4.1.4 Sistema de inferência fuzzy

Um sistema de inferência fuzzy pode ser esquematizado como na Figura 4.9.

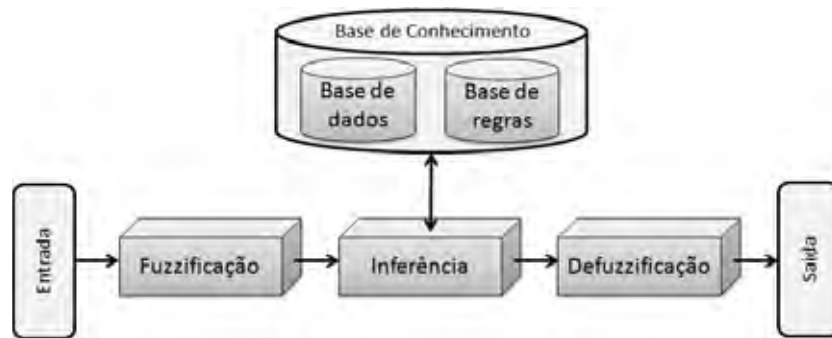


Figura 4.9: Estrutura de um sistema fuzzy.

No esquema, as entradas são oriundas de medições ou observações (conjunto de dados), o que requer um mapeamento dos dados para os conjuntos fuzzy, etapa de **fuzzificação**. Nesta etapa, também são ativadas as regras relevantes para o tipo de situação envolvida.

A base de conhecimento consiste em um conjunto de **regras fuzzy** fornecidas por especialistas a respeito do assunto sob a forma de sentenças linguísticas (“se ..., então”), dando o suporte fundamental ao desempenho de todo o sistema. Além disso, a base de conhecimento também é composta por: uma **base de dados** na qual ficam as variáveis linguísticas; as definições do conjunto universo e o conjunto de funções de pertinência.

Na **inferência**, são realizadas as operações com os conjuntos fuzzy. Os conjuntos fuzzy de entrada referem-se aos antecedentes das regras e, os de saída, aos consequentes, podendo ser determinados previamente ou gerados automaticamente a partir dos dados. Vale dizer que as definições dos conjuntos fuzzy de entrada e saída devem ser feitas com atenção, pois a eficiência do sistema depende do número de conjuntos e de sua forma.

Tendo obtido o conjunto fuzzy de saída por intermédio da inferência, estágio de **defuzzificação**, faz-se a interpretação da informação, traduzindo o estado da variável de saída para um valor numérico, já que em aplicações práticas, saídas precisas são necessárias. Há vários métodos de defuzzificação e dois dos mais empregados são **Center Of Gravity (COG)** e **Mean Of Maximum (MOM)**.

O primeiro, COG, segundo Elamvazuthi, Vasant e Webb (2009), é o mais popular e mais preciso. Baseia-se em um método ponderado pelas áreas sob as funções de produção agregada. A saída é o valor no universo que divide a área sob a curva da função de

pertinência em duas partes iguais. Sua fórmula é dada por (4.12):

$$z^* = \frac{\int \mu_c(z)zdz}{\int \mu_c(z)dz} \quad (4.12)$$

em que $\int \mu_c(z)dz \neq 0, \forall \mu_i$.

No outro método, MOM, a saída é dada pela média entre os dois elementos extremos (maiores valores da função de pertinência) no universo. Sua equação é dada também por (4.12), porém com a função de pertinência definida em (4.13).

$$\mu_c(z) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mu_c(z) = c \max \\ 0, & \text{se caso contrário} \end{cases} \quad (4.13)$$

O relacionamento entre as variáveis de entrada e saída é expresso de maneira geral por “se antecedente, então consequente”. E, conforme a parte consequente (então), existem dois modelos de sistemas de inferência *fuzzy* (BENINI; MENEGUETTE JUNIOR, 2009):

- Sistema de Mamdani — as proposições do antecedente e do consequente são proposições *fuzzy*;
- Sistema de Takagi-Sugeno — o antecedente é uma proposição *fuzzy*, e o consequente é uma expressão funcional das variáveis linguísticas estabelecidas no antecedente.

Tung e Quek (2009) comentam que, normalmente, modelos *fuzzy* Mamdani são mais interpretativos do que modelos Takagi-Sugeno, do ponto de vista humano, permitindo explicar e descrever melhor os comportamentos de um sistema modelado. Os sistemas Takagi-Sugeno, por outro lado, são mais expressivos e podem fornecer modelagem de alta precisão com regras relativamente curtas. Entretanto, suas regras contêm consequências funcionais que não se prestam bem à compreensão humana. As estruturas das regras dos dois modelos, se considerado um único sistema *single-input-single-output* de $y = f(x)$, são descritas como:

- Mamdani: Se x é A , então y é B ;
- Takagi-Sugeno: Se x é A , então $y = g(x)$.

Em que A e B são conjuntos *fuzzy*, e $g(x)$ é uma função polinomial de ordem arbitrária.

Por conseguinte, pela maior facilidade de interpretações sobre as variáveis linguísticas, a atenção agora se volta para o sistema de Mamdani, tratado na próxima subseção.

4.1.5 Sistema de Mamdani

Neste sistema, segundo Mamdani (1977), as saídas são formadas a partir da sobreposição dos consequentes das regras do tipo:

$$R_i: \text{ Se } x \text{ é } A_i, \text{ então } y \text{ é } B_i$$

em que

$$i = 1, 2, 3, \dots, n;$$

n é a quantidade de regras;

x e y são as variáveis linguísticas de entrada e saída, respectivamente;

A_i e B_i são subconjuntos dos respectivos universos U e V .

As regras R_i podem ser expressas como o produto cartesiano dos conjuntos

$$R_i = A_i \times B_i \quad (4.14)$$

sendo, portanto, a relação R_i (4.14) um subconjunto de $U \times V$ regida pela função de pertinência (4.15):

$$\mu_{R_i}(x, y) = \min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)). \quad (4.15)$$

Para agregar conjuntos, aplica-se o operador de união sobre as relações individuais, denotado por R em (4.16):

$$R = \bigcup_{i=1}^n R_i. \quad (4.16)$$

A função de pertinência da relação *fuzzy* R é expressa por (4.17):

$$\mu_R(x, y) = \bigcup_{i=1}^n \mu_{R_i}(x, y) = \max\{\min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y))\} \quad (4.17)$$

em que

$\min$ é o operador de conjunção;

$\max$ é o operador de disjunção.

Assim, a partir de um conjunto *fuzzy* A de entrada e por meio da regra “min-max”, obtém-se um conjunto *fuzzy* $B'(y)$ de saída (4.18):

$$B'(y) = A'(x) \circ R(x, y). \quad (4.18)$$

Pode-se considerar também bases com múltiplas regras *fuzzy* e com múltiplos antecedentes da forma:

R_i : Se x_1 é $A_{1,i}$ e x_2 é $A_{2,i}$ e ... e x_n é $A_{n,i}$, então y é B_i

em que

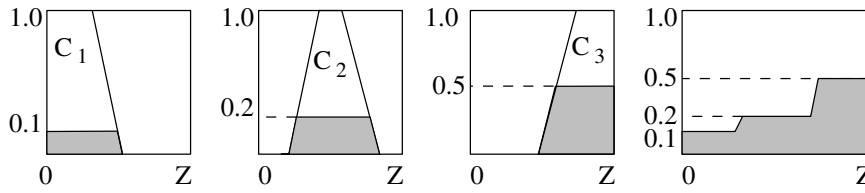
$i = 1, 2, \dots, m$;

m é a quantidade de regras;

$x_1, x_2, \dots, x_n$ são variáveis linguísticas;

$A_{1,i}, A_{2,i}, \dots, A_{n,i}$ são conjuntos *fuzzy* nos respectivos universos discursivos $U_1, U_2, \dots, U_n$;

B_i são subconjuntos de um universo discursivo V de valores de saída.



$$Z = C_1(0.1) \Rightarrow Z = C_2(0.2) \Rightarrow Z = C_3(0.5) \Rightarrow C_1 + C_2 + C_3$$

Figura 4.10: Processo de inferência em um sistema de Mamdani.

Como ilustração, a Figura 4.10 mostra um processo de inferência “min-max” aplicado sobre um modelo *fuzzy* baseado em três diferentes condições para um caso particular. Dependendo do sistema, às vezes não há a necessidade de avaliar todas as combinações de entradas possíveis, pois algumas podem raramente ou nunca ocorrerem. Ao se fazer este tipo de avaliação, normalmente, realizado por um especialista, menos regras tendem a ser examinadas, diminuindo o processamento da lógica e até mesmo melhorando o desempenho do sistema (SIVARAO et al., 2009).

4.2 Diagrama de Voronoi

O diagrama de Voronoi é uma das estruturas mais importantes da Geometria Computacional, tendo relação com a triangulação de Delaunay (dualidade) e o fecho convexo. Sua concepção provém de várias áreas do conhecimento e está associado a problemas que envolvam proximidade ou alguma relação de dominância, podendo ser no plano ou em dimensões superiores.

4.2.1 Ocorrências do diagrama de Voronoi

Seu conceito surgiu natural e independentemente em vários campos da ciência, tais como Biologia, Química, Física, Geografia etc, apresentando denominações diferentes. Os matemáticos Dirichlet e Voronoi foram os primeiros a formalizar tal conceito, resultando na estrutura chamada de tecelagem de Dirichlet ou **diagrama de Voronoi**, sendo este último o nome mais frequentemente utilizado (AURENHAMMER; KLEIN, 2000).

A ocorrência na natureza da estrutura do diagrama de Voronoi exata ou aproximada pode ser observada em algumas circunstâncias pela própria criação natural, Figura 4.11, ou ainda, em construções arquitetônicas moldadas pela competência humana, Figura 4.12.



Figura 4.11: Ocorrências na natureza: padrão da pele das girafas; casco da tartaruga; estrutura da folha e solo árido com ventos direcionais.

Obviamente, a associação aproximada do diagrama de Voronoi aos exemplos dados deve-se à forma de geração, que abrange regiões e às semelhanças estruturais.



Figura 4.12: Construções arquitetônicas: Casa Helios (gas station) em Los Angeles/EUA e Parque aquático Cubo d'Água em Pequim/China.

Além disso, essas estruturas são muito atraentes do ponto de vista teórico e várias pesquisas têm sido dedicadas ao seu estudo, desde que Preparata e Shamos (1985) as introduziram na Geometria Computacional.

4.2.2 Caracterização e formalização

Para familiarização com seus componentes, é apresentada inicialmente uma identificação dos elementos do diagrama de Voronoi. Na ilustração da Figura 4.13, observa-se, em (a), os **pontos geradores** que influenciam a região; em (b), as **arestas de Voronoi** que determinam as linhas de fronteiras; já em (c), os círculos vazios indicam as interseções entre as arestas, representando os **vértices de Voronoi** e, por último, em (d), as áreas sombreadas mostram algumas **regiões de Voronoi**, que podem ser fechadas ou semiabertas.

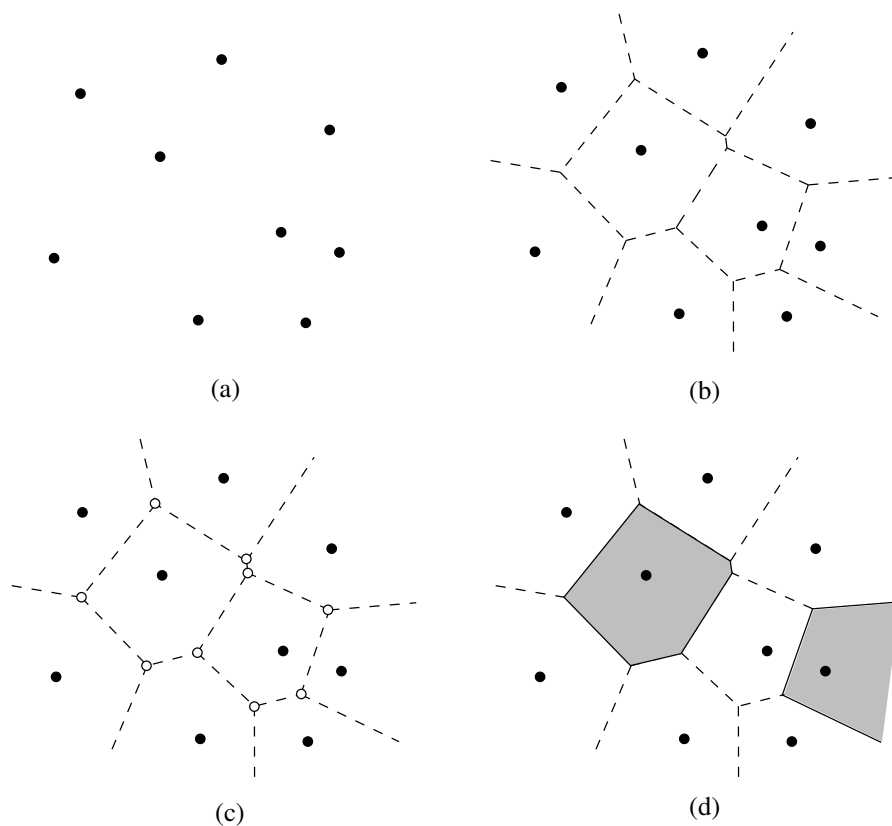


Figura 4.13: Entidades topológicas: (a) pontos geradores; (b) arestas de Voronoi; (c) vértices de Voronoi; (d) regiões de Voronoi.

Formalmente, tem-se um conjunto $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ com n pontos no plano, denominados geradores, pode-se dividir induzidamente esse plano de modo que cada ponto p_i de P esteja associado a uma região $V(p_i)$, satisfazendo a Equação (4.19), conforme Aurenhammer e Klein (2000), Okabe et al. (2000) e Preparata e Shamos (1985):

$$V(p_i) = \{\forall x \in \mathbb{R}^2 | d(p_i, x) \leq d(p_j, x) \forall 1 \leq i \neq j \leq n\}, \quad (4.19)$$

em que $d(p, q)$ obedece à métrica Euclidiana, Equação (4.20), entre dois pontos p e q de

$\mathbb{R}^2$, ou seja, se $p = (p_1, p_2)$ e $q = (q_1, q_2)$, então

$$d(p, q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2}. \quad (4.20)$$

O conjunto de pontos do plano que são igualmente próximos a dois ou mais geradores de P constitui o diagrama de Voronoi, representado pela expressão da Equação (4.21):

$$Vor(P) = \{V(p_1), V(p_2), \dots, V(p_n)\}. \quad (4.21)$$

A relação entre o diagrama de Voronoi e a triangulação de Delaunay é um caso de dualidade. Como se pode ver pela Figura 4.14(a), os pontos geradores de Voronoi correspondem aos vértices da triangulação de Delaunay, e as linhas sólidas representam as arestas de Delaunay. Na Figura 4.14(b), os geradores das regiões semiabertas, se conectados, formam, pelas linhas sólidas, o fecho convexo. Este último formado pelo menor conjunto convexo que contém os pontos exteriores, usado quando se quer um agrupamento em uma região simples.

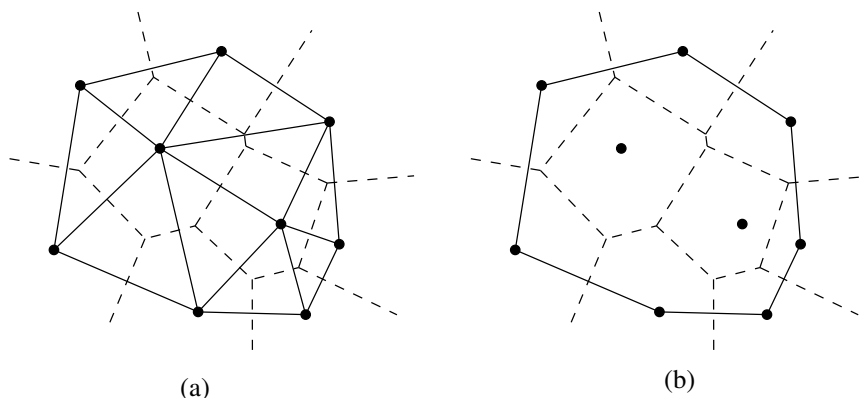


Figura 4.14: Relação do diagrama de Voronoi com: (a) triangulação de Delaunay; (b) fecho convexo.

A triangulação de Delaunay é bastante utilizada quando se trabalha com malhas. Seu critério é a maximização dos ângulos mínimos de cada triângulo, possibilitando gerá-los o mais próximo possível da forma equilátera e evitando a criação de triângulos muito acutângulos, o que melhora a qualidade do resultado e dá estabilidade nos cálculos. Já o fecho convexo, é formado pelo menor conjunto convexo que contém, no caso do diagrama de Voronoi, todos os geradores. Estes estão ou em seu interior ou sobre a linha limitante.

4.2.3 Propriedades básicas

A partir das definições estabelecidas na seção anterior, são enunciadas algumas propriedades geométricas básicas relativas ao diagrama de Voronoi, tais como (OKABE et al., 2000; PREPARATA; SHAMOS, 1985):

- Toda região de Voronoi $V(p_i)$ é convexa;
- Se v é um vértice de Voronoi, então v está na interseção de três arestas de Voronoi;
- **Círculo circunscrito:** para cada círculo centrado no vértice v de Voronoi, $C(v)$, não existe nenhum outro gerador em seu interior, e a fronteira do círculo contém exatamente três geradores, Figura 4.15;

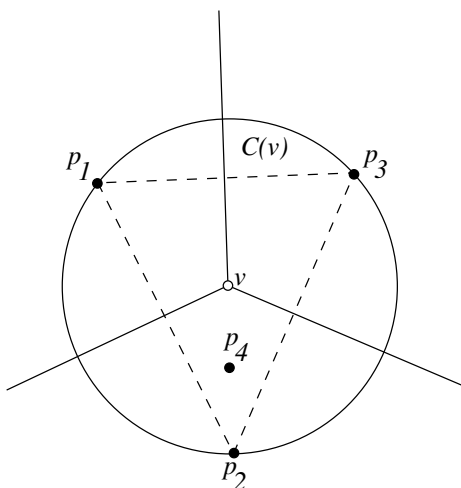


Figura 4.15: Círculo circunscrito.

- **Círculo vazio:** Considerando p_i e p_j como dois geradores de P , as regiões $V(p_i)$ e $V(p_j)$ contêm uma aresta em comum, somente se existir um círculo contendo p_i e p_j de maneira que todos os outros geradores de P sejam exteriores ao círculo;
- A região de Voronoi $V(p_i)$ é fechada, somente se p_i pertence ao interior do fecho convexo de P ;
- Dado o conjunto P , contendo n geradores no plano, se todos os geradores forem colineares, então $Vor(P)$ é formado por $n - 1$ retas paralelas, Figura 4.16(a), caso contrário $Vor(P)$ é conectado e suas arestas formam segmentos e semirretas, Figura 4.16(b);
- Um diagrama de Voronoi com $n > 2$ geradores não tem mais do que $2n - 5$ vértices e $3n - 6$ arestas. Este fato pode ser constatado a partir da “relação de Euler” (4.22) a

qual relaciona combinatoriamente o número de vértices (V), arestas (E) e faces (F) em uma estrutura. No entanto, para que a equação seja aplicada sobre o $Vor(P)$, acrescenta-se ao conjunto de vértices outro vértice (v_{inf}) no infinito, fazendo todas as semiarestas convergirem para ele, Figura 4.17.

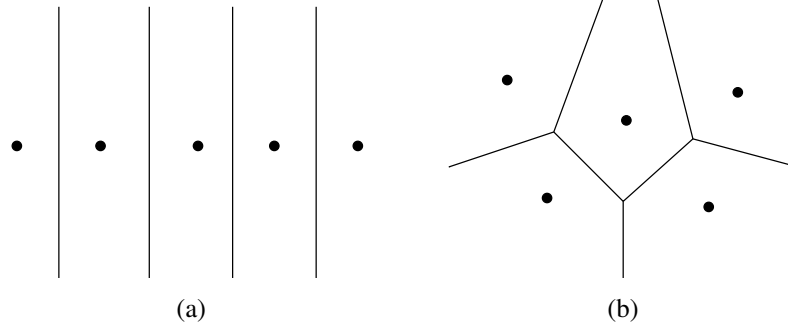


Figura 4.16: Geradores: (a) colineares; (b) não colineares.

$$V - E + F = 2 \quad (4.22)$$

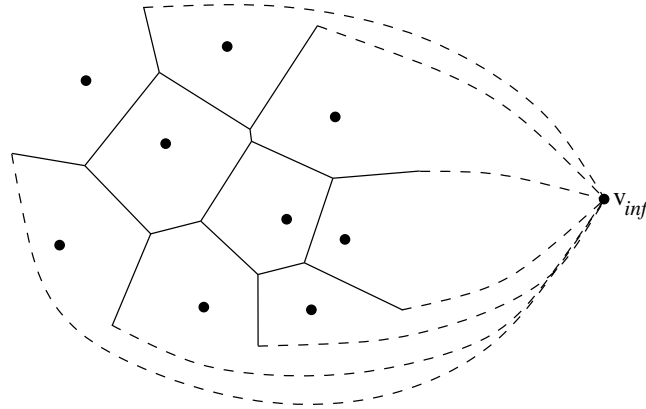


Figura 4.17: Relação de Euler com o diagrama de Voronoi.

Como já mencionado anteriormente, o diagrama de Voronoi envolve o conceito de proximidade, de distância, logo, a maneira como essa distância é calculada dá origem ao formato da representação, que pode ser feita em diferentes métricas. Entretanto, aqui é adotada a métrica Euclidiana.

Compreender a formação da região de abrangência de um ponto é fundamental. Sua realização é feita pela propagação da distância em relação a um ponto central (gerador) e os limites que compõem a área. Exemplificando, na Figura 4.18, existem dois geradores, p_1 e p_2 , cada um deles propaga sua dominância em todas as direções de maneira igual, circularmente. A área de influência segue aumentando até encontrar outra área que paralelamente cresce. A interseção entre elas gera uma linha de fronteira que define a região de abrangência (BERVEGLIERI, 2008).

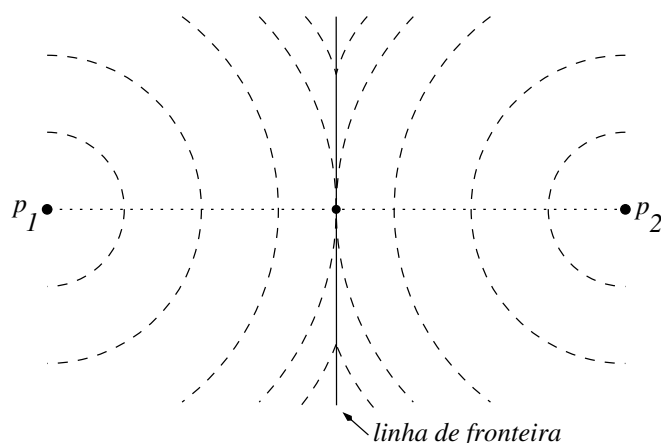


Figura 4.18: Propagação da região de influência entre dois geradores, formando a linha de fronteira.

Para representar a construção de um diagrama de Voronoi induzido pela métrica Euclidiana, tem-se pela Figura 4.19 outro exemplo. Dado um conjunto de pontos geradores dispostos no plano, Figura 4.19(a), cada gerador, ao mesmo tempo, irá formar sua região pela propagação de seu entorno, Figura 4.19(b). O avanço das regiões continua mesmo interceptando outros círculos, Figura 4.19(c), gerando as linhas de fronteira correspondentes às arestas de Voronoi. Após terminado o crescimento, o resultado é o diagrama de Voronoi para todos os geradores considerados no conjunto, Figura 4.19(d).

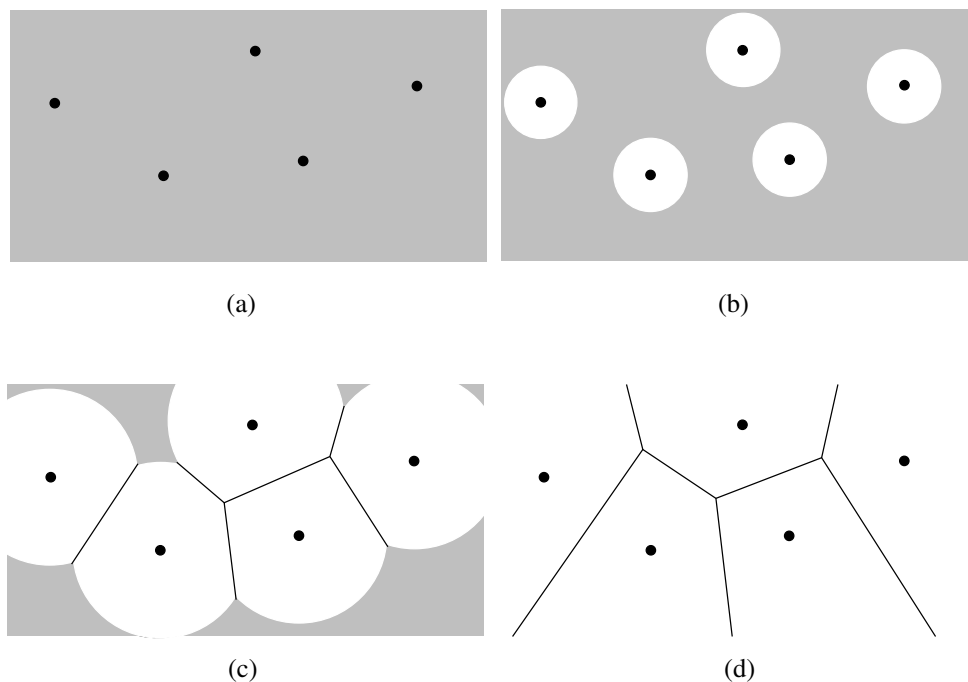


Figura 4.19: Processo de formação do diagrama de Voronoi: (a) pontos geradores arbitrários no plano; (b) avanço do círculo de influência de cada gerador; (c) interseção dos círculos; (d) diagrama de Voronoi resultante.

Fica evidente pela maneira que um diagrama de Voronoi é gerado, a característica de proximidade, intrínseca de sua estrutura. Assim, o diagrama possui muitas aplicações em diversas áreas do conhecimento. Sua contribuição está sempre ligada a problemas que necessitam definir relações de vizinhança e, com elas, permite avaliar localmente as informações das adjacências. Por isso, ocorre, neste trabalho, o interesse por tal característica, isto é, pode-se associar regiões de Voronoi às áreas classificadas conforme a curvatura da vertente e, por meio de análises locais quanto ao tipo de classificação, curvatura do terreno e tamanho da área em relação aos seus arredores, verificar a necessidade das regiões vizinhas serem agrupadas.

5 DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO

Este capítulo discorre sobre os recursos materiais necessários ao emprego da metodologia e os procedimentos para o desenvolvimento. Tais procedimentos são exemplificados mediante aplicação em uma área de estudo cujos dados permitem construir a grade do MDT pelas interpolações TPS e krigagem. Esta última por dois casos (isotrópico e anisotrópico). Posteriormente, os resultados das interpolações são submetidos à classificação *fuzzy* de vertentes e, também, algumas técnicas de morfologia matemática são utilizadas, visando a associação da malha gerada com o diagrama de Voronoi.

5.1 Recursos materiais

No desenvolvimento deste trabalho, os materiais e equipamentos necessários para implementação foram:

- Computador equipado com microprocessador Pentium 4 ou superior;
- Base de dados digital planoaltimétrica da Prefeitura de Presidente Prudente - SP, na escala 1:10.000, em modo vetorial: para coleta de dados na forma de isolinhas;
- Software Microstation: para extração dos dados em formato de arquivo texto;
- Dxf2xyz: na conversão de coordenadas em latitude e longitude para cartesianas;
- Pacote Variowin, segundo as técnicas de Pannatier (1996): para preparação, modelagem e ajuste dos pontos pela krigagem;
- GS+ for Windows: para gerar os pontos krigados;
- Matlab 7: para processamento de imagens, geração do diagrama de Voronoi (baseado no algoritmo Qhull) e inferência *fuzzy*;
- Compilador Borland C++ Builder 6: para a implementação do MDT e geração da malha;

- Mapa geomorfológico do município de Presidente Prudente - SP, datado em 2006, na escala 1:25.000, correspondente às áreas de estudo para validação dos resultados.

Esses materiais citados podem ser encontrados nos laboratórios da FCT/UNESP, e o relacionamento entre os vários recursos de software, juntamente com a transição entre os tipos de arquivos, são mostrados pela Figura 5.1.

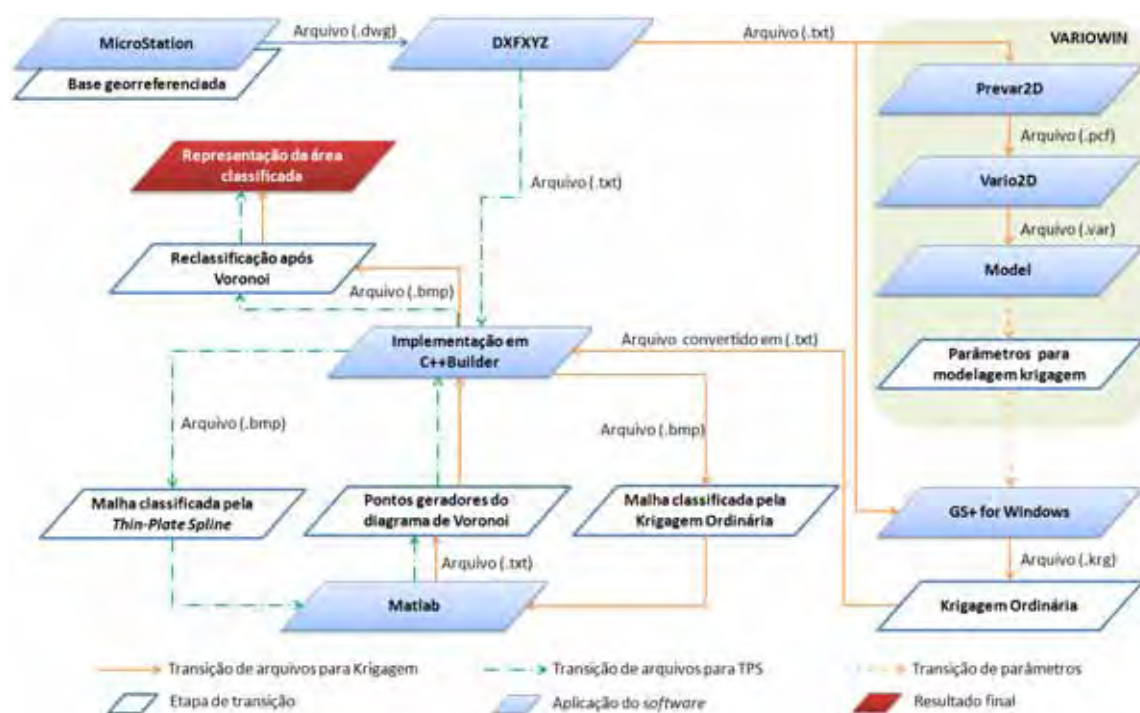


Figura 5.1: Relacionamento entre os recursos de softwares.

5.2 Estrutura metodológica

Os aspectos relativos às aplicações dos assuntos abordados nos capítulos anteriores aparecem estruturados pela Figura 5.2, a qual resume as etapas de implementação.

Os procedimentos são iniciados com base em **dados topográficos**, amostrados por isolinhas no formato digital. Sua obtenção e preparação são feitas pelos softwares “*Microstation*” na geração das bases digitais georreferenciadas e “Dxf2xyz” para exportar os dados em arquivo texto com coordenadas geométricas (X,Y,Z).

O próximo passo é a **geração do MDT** pela grade retangular. Esta geração obedece a dois interpoladores distintos, *thin-plate spline* e krigagem. Cada um deles é calculado separadamente e de modo independente para o mesmo conjunto de amostras.

Em seguida, faz-se o **cálculo da curvatura** a qual é obtida pela relação entre as derivadas de primeira e segunda ordem sobre cada ponto da grade interpoladora, indicados

por i e j , na Figura 5.3, resultando nas inclinações, “incX” e “incY”, em relação aos seus vizinhos.

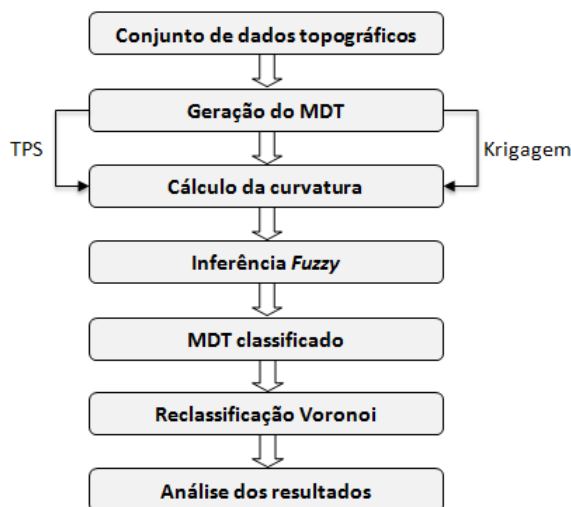


Figura 5.2: Procedimentos metodológicos.

Depois de calculados os valores de curvatura do terreno, é necessário classificá-los. Como o relevo é algo contínuo e os dados interpolados são pontuais, então é preciso uma análise sobre esses dados no sentido de representar toda a mudança de inclinação do relevo e sua curvatura, não devendo ocorrer de maneira abrupta.

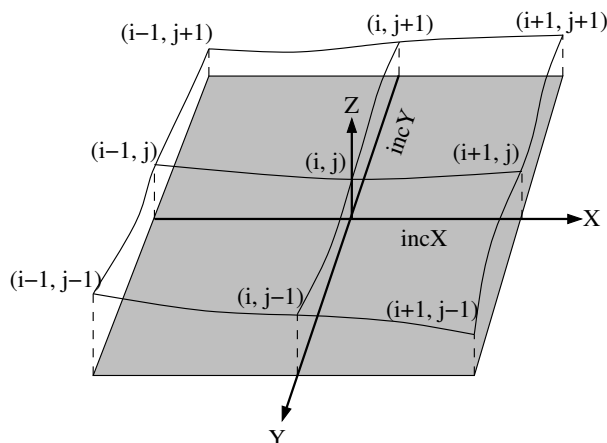


Figura 5.3: Cálculo da inclinação sobre a grade.

Com isso, surge a necessidade de uma ferramenta que possa classificar os dados imprecisos com transição. Logo, emprega-se a **inferência fuzzy**, que, por meio da combinação entre o grau de inclinação e a curvatura do terreno, definem-se classes e, com a aplicação de funções de pertinência, encontra-se qual intervalo cada valor z de entrada pertence. Assim, todos os valores z podem ser agrupados em categorias como: convexa, convexa-retilínea, retilínea, côncava-retilínea e côncava. Consequentemente, o resultado é uma malha gerada de acordo com a inclinação do terreno e classificada pela vertente em perfil, contemplando a etapa **MDT classificado**.

Como a classificação é influenciada pelo espaçamento da malha, isto é, sobre o domínio da malha, então, dependendo do conjunto em análise, uma vertente pode apresentar pequenas ondulações e ser, localmente, côncava ou convexa, porém quando analisada em um espaçamento maior, essas ondulações passariam a ser vistas como retilíneas.

Por exemplo, pela Figura 5.4(a), tem-se inicialmente uma classificação da vertente como retilínea, nas partes superior e inferior, e côncava, no meio, para um determinado espaçamento. Sendo esse espaçamento alterado, neste caso para mais, Figura 5.4(b), a concavidade apresentada pode não ser mais tão significativa, necessitando reclassificá-la.

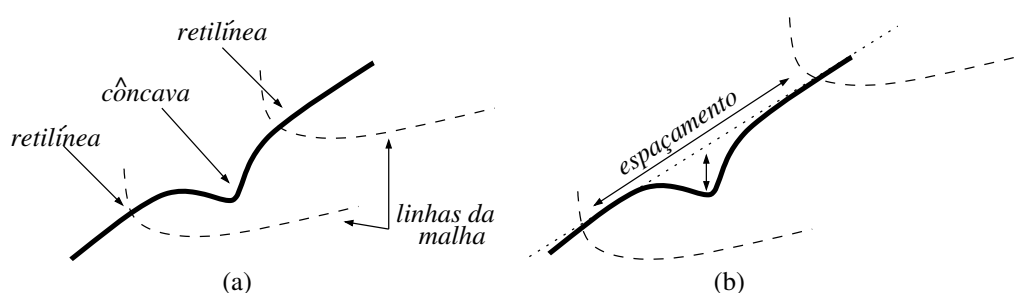


Figura 5.4: Vertente em perfil classificada: (a) um tipo de classificação; (b) variação do domínio da malha.

Desse modo, as partes da vertente, que antes classificadas como retilíneas, podem ser agrupadas, Figura 5.5(a) e, então, a vertente fica classificada apenas como retilínea, Figura 5.5(b). O fato é que a classificação é dependente do espaçamento da malha, e pequenas áreas pouco significantes podem se formar, devendo ser eliminadas. Nesse sentido, para se realizar ajustes locais, utiliza-se a ferramenta matemática diagrama de Voronoi. Este diagrama é gerado e associado a toda malha, e, por um procedimento de varredura, analisa-se cada região quanto ao seu tamanho, curvatura de terreno e tipo de classificação interna em relação à vizinhança. Se satisfeitos os critérios, esta região agrega-se com sua adjacência. Portanto, o artifício é realizado como um reclassificador de regiões, permitindo adequá-las quando comparadas a mapas geomorfológicos correspondentes.

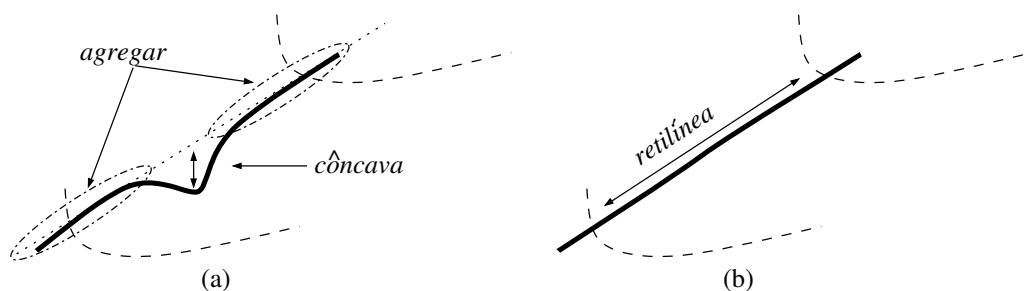


Figura 5.5: Vertente em perfil reclassificada: (a) agregação de partes classificadas; (b) reclassificação para o novo espaçamento da malha.

O processo de **reclassificação** é aplicado tanto para o estimador TPS quanto para o krigagem e, na última etapa, **análise dos resultados**, comparam-se as classificações com as áreas de teste, verificando a precisão de acerto e a qualidade da interpolação para representar a curvatura do terreno.

Enfim, a metodologia objetiva aplicar dois interpoladores, TPS e krigagem, na modelagem de terrenos a fim de representar não somente as características topográficas, mas também o grau de declividade de maneira que possam ser classificadas e reclassificadas via diagrama de Voronoi, possibilitando um maior ajuste quanto ao nível de acerto e agregando informações na análise de áreas.

Com foco na execução da metodologia proposta, as próximas seções exemplificam, mediante aplicação sobre uma área de estudo, todas as etapas do processo.

5.3 Área de coleta e preparação dos dados topográficos

As superfícies tomadas como referência para modelagem de terrenos correspondem a áreas do município de Presidente Prudente - SP, mais precisamente nas zonas leste e oeste do perímetro urbano. Sobre essas áreas, já se sabe por Anjos (2008) que são definidas como regiões de vertentes: retilínea, Figura 5.6(a); côncava, Figura 5.6(b) e convexa, Figura 5.6(c).



Figura 5.6: Áreas de vertentes do município de Presidente Prudente: (a) retilínea (zona oeste); (b) côncava (zona leste); (c) convexa (zona leste).

Fonte: Anjos (2008).

Visando a implementação do MDT, é necessário ter à disposição os dados topográficos. Desse modo, os dados coletados da região citada compõem uma base digital planialtimétrica georreferenciada na escala 1:10.000, tendo as curvas de nível espaçadas em 10 m e originada a partir de um levantamento aerofotogramétrico realizado pela empresa “Base Aerofotogrametria e Projetos S/A”, em setembro de 1995, com fotografias na escala 1:25.000. Assim, inicialmente os dados planimétricos estão na forma de latitude e longitude, sendo acessados pelo programa “Microstation” o qual também permite obter

da base os valores de altimetria mediante curvas de nível. A Figura 5.7 ilustra a sequência de procedimentos para coleta e preparação dos dados topográficos: após definida a área de interesse, em (a); obtém-se as curvas de nível da mesma área, em (b); para facilitar a implementação, as coordenadas devem estar na forma cartesiana, por isso se aplica o *software* “dxf2xyz” que faz a conversão dos dados, em (c); por fim, o resultado é a geração de um arquivo-texto, em (d), com coordenadas (X,Y,Z) pronto para gerar o MDT.

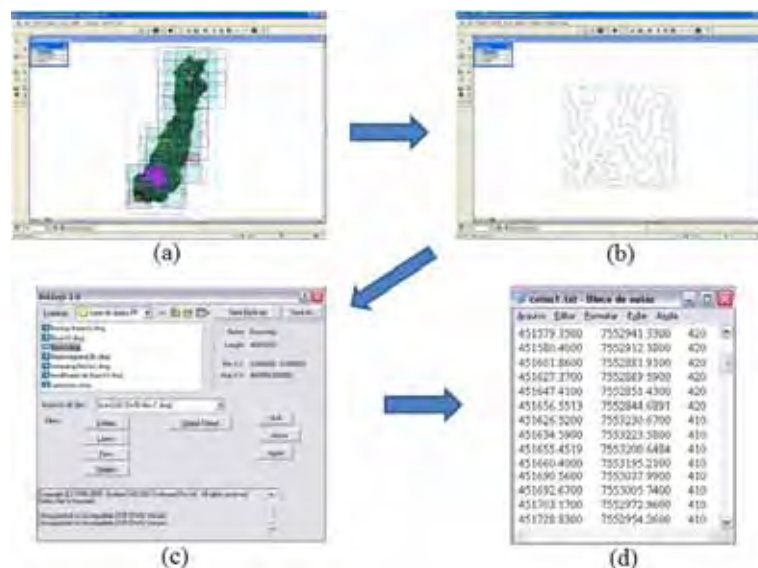


Figura 5.7: Procedimentos: (a) região com dados planimétricos; (b) curvas de nível da região; (c) conversão para coordenadas geométricas; (d) dados nas coordenadas (X,Y,Z) .

5.4 Geração dos modelos digitais de terreno

Gerar modelos digitais de terrenos é o próximo passo, depois da obtenção dos dados. A modelagem é feita pelo uso de alguma estrutura de dados computacional que, neste caso, obedece à grade retangular regular. No entanto, sua construção é baseada na estimação de valores que a preenche, sendo possível somente com funções interpoladoras. Então, a seguir, são apresentados dois estimadores (TPS e krigagem), distintos, usados nas gerações dos modelos.

5.4.1 Interpolação *thin-plate spline*

A aplicação do interpolador TPS, desenvolvida em Anjos (2008), utiliza como distância r entre os pontos a Equação (5.1):

$$r_{i,j} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}. \quad (5.1)$$

Dessa forma, com base em r , é gerada uma matriz A quadrada e de ordem $n+3$ em que n representa a quantidade de pontos amostrados, e os elementos pertencentes à matriz são dados pela Equação (5.2):

$$a_{i,j} = r_{i,j}^2 \ln(r_{i,j}^2 + \varepsilon). \quad (5.2)$$

Aplicando-se a forma matricial $AX = B$ para implementação, seus valores são compostos por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} & 1 & x_1 & y_1 \\ a_{2,1} & 0 & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} & 1 & x_2 & y_2 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & 0 & \cdots & a_{3,n} & 1 & x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & 0 & 1 & x_n & y_n \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Pelo fato da matriz A ser não singular, o que significa possuir determinante diferente de zero, permite que seus coeficientes F_i , a_0 , a_1 e a_2 sejam calculados pela matriz inversa, obtidos por $X = A^{-1}B$ cujo desenvolvimento utilizou o “método de eliminação de Gauss-Jordan”, uma forma variante da eliminação de Gauss.

5.4.2 Interpolação krigagem

O método de interpolação krigagem segue o uso do pacote de *software* “Variowin” (Prevar2D, Vario2D e Model), como descrito por Pannatier (1996) e “GS+” a serem aplicados a partir dos dados topográficos e conforme os procedimentos descritos pela Figura

5.8. Tais dados são combinados aos pares, em todas as possibilidades, para, em seguida, gerar o semivariograma. Como o semivariograma não é automático, seu ajuste é feito manualmente de modo a adequá-lo a algum modelo teórico. Posteriormente o resultado é analisado a fim de identificar a continuidade espacial, caso de isotropia ou anisotropia. E, por último, geram-se os valores estimados com base nos parâmetros de dependência espacial definidos.

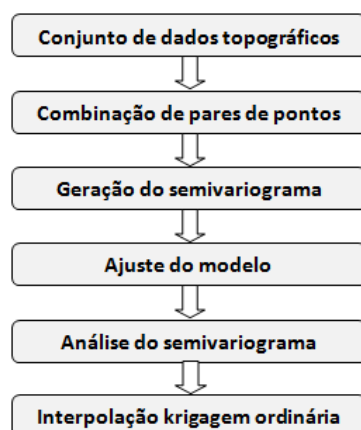


Figura 5.8: Procedimentos para a krigagem ordinária.

Conjunto de dados e combinação de pontos

Para o entendimento do processo de krigagem, será exemplificada uma aplicação sobre uma área com 445 pontos amostrados por isolinhas e expressos em (X,Y,Z) . Assim, usando-se o programa “Prevar2D” são feitas todas as combinações pareadas possíveis desse conjunto, independentemente da distância. Pela Figura 5.9, verifica-se a disposição espacial das amostras e a quantidade de combinações obtidas, igual a 98.790.

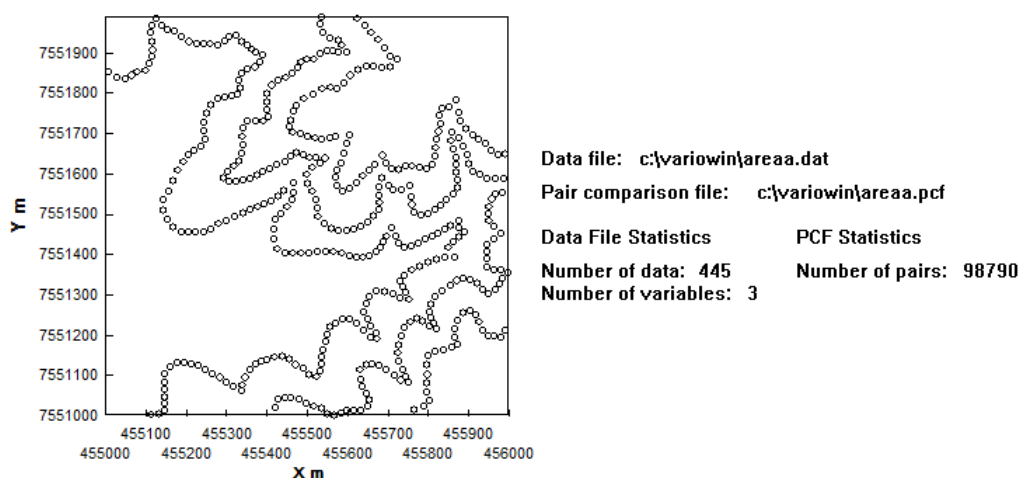


Figura 5.9: Disposição espacial e combinação dos pontos amostrados.

Geração do semivariograma

O semivariograma mede o grau de dependência espacial entre as amostras e define parâmetros para a estimativa de valores em lugares não amostrados, pela krigagem. Como o intuito é aplicar a krigagem ordinária, então não deve haver tendência nos dados. Por isso, é feito inicialmente o semivariograma “omnidirecional” o qual consiste de uma direção 0° com tolerância angular de 90° . Com isso, adotando um espaçamento de $lag = 45$ m, tolerância de $lag = 50$ e número de $lag = 15$, gera-se o semivariograma da Figura 5.10.

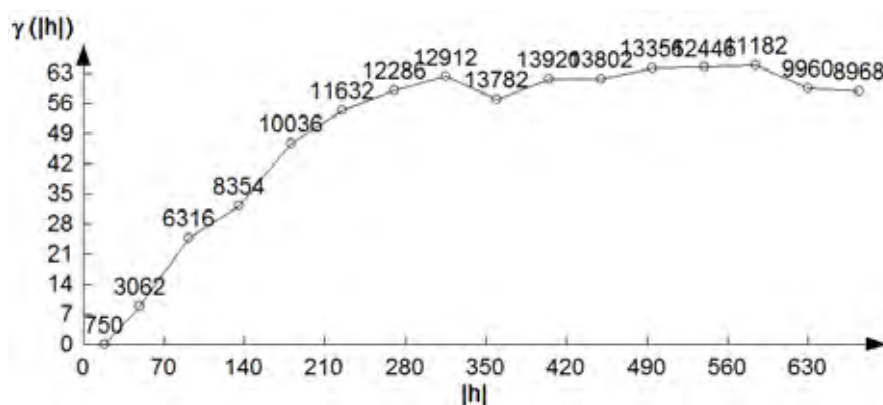


Figura 5.10: Semivariograma omnidirecional.

No semivariograma omnidirecional, percebe-se que, para valores acima de $h = 280$ m, ocorre estabilização ou estacionaridade, descaracterizando o comportamento de tendência, requisito para a aplicação da krigagem ordinária.

A fim de identificar a forma da continuidade espacial e até onde o fenômeno ocorre, fazem-se os semivariogramas para as direções convencionais 0° , 45° , 90° e 135° . Desse modo, foram construídos os quatro gráficos direcionais com espaçamento de $lag = 45$ m, número de $lags = 15$ e tolerância angular = $22,5^\circ$. A tolerância indica o ângulo formado de cada lado em relação à direção de referência. O resultado é apresentado pela Figura 5.11.

Percebe-se pelos semivariogramas que, nas direções 0° e 45° , ocorrem alguns efeitos de tendência, uma vez que seus gráficos não atingem totalmente a estabilidade, mas não impedem a aplicação da krigagem. O resultado da interpolação é verificada para os dois casos, isotropia e anisotropia, a fim de perceber diferenças no resultado.

Ajuste do modelo

Agora tendo gerado todos os semivariogramas necessários, procede-se ao ajuste do melhor modelo.

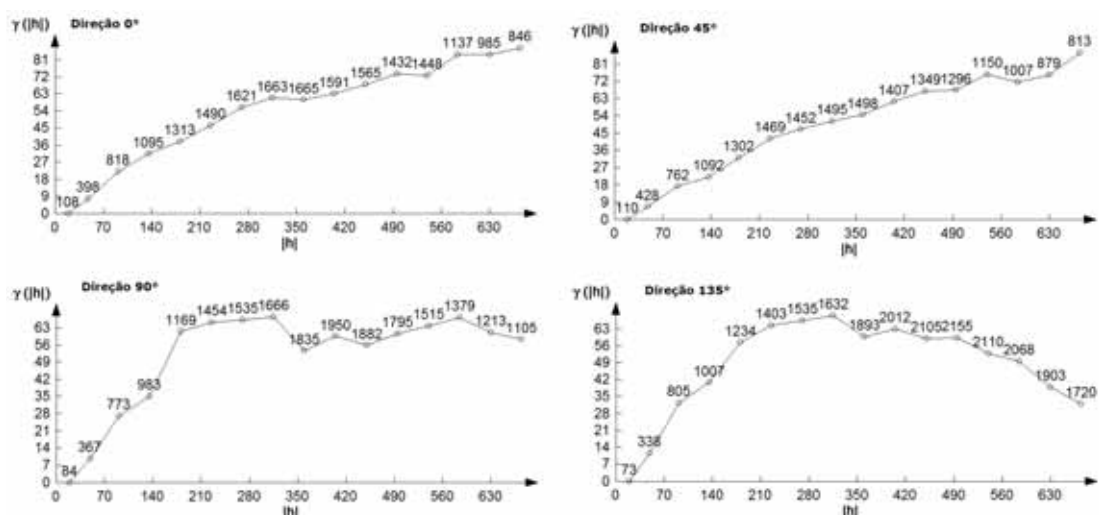


Figura 5.11: Semivariogramas direcionais.

Entretanto, esse processo requer a manipulação direta sobre os parâmetros de maneira que os modelos teóricos, apresentados no Capítulo 3, possam adequar-se com a maior proximidade possível e, conseqüentemente, representar as características dos fenômenos espaciais. Nesse momento, utiliza-se, para tal ajuste, o programa “Model” cujos modelos obtidos foram do tipo esférico, sendo mostrados pela Figura 5.12.

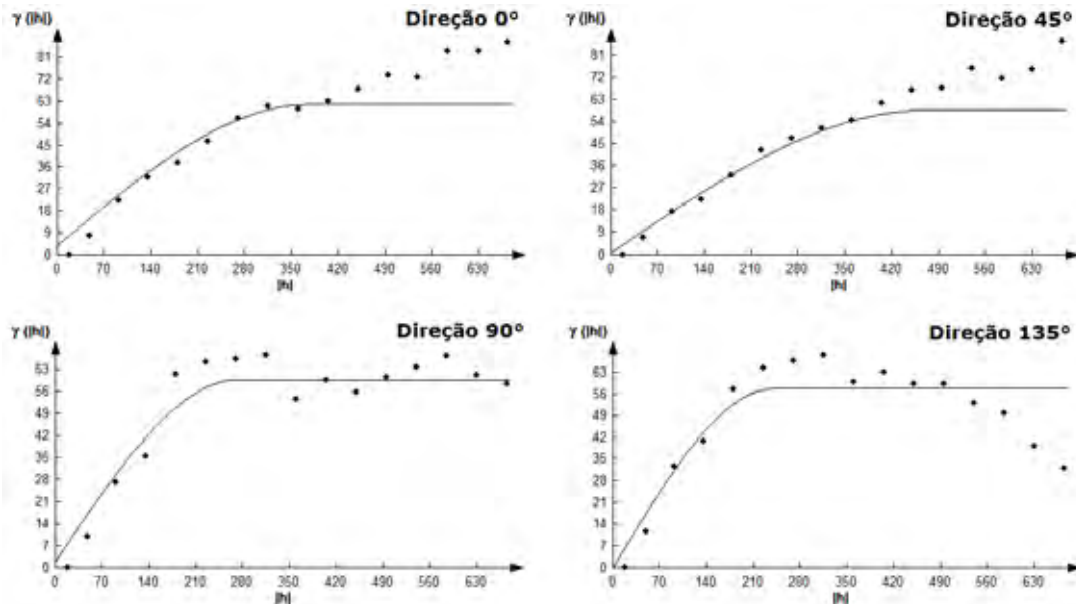


Figura 5.12: Ajustes dos semivariogramas direcionais — modelos esféricos.

Já os valores dos parâmetros ajustados estão indicados na Tabela 5.1 na qual nota-se o modelo esférico como o mais adequado em todas as situações, assim como a contribuição, igual a 58. As direções 45° e 135° aparecem como as de maior e menor alcance, correspondentes a 468 m e 240 m respectivamente, e, ainda, ambas as direções, mantendo-se a mesma ordem, possuem baixo efeito pepita 1 e 0, o que indica mais pro-

ximidade aos valores reais. Em se tratando do caso omnidirecional, percebe-se que seus parâmetros (alcance = 314 m, efeito pepita = 0 e contribuição = 58) se encaixam entre os modelos direcionais, servindo como alternativa para a representação das características do fenômeno.

Tabela 5.1: Parâmetros ajustados omnidirecional e quatro direções.

Direção	Modelo	Alcance (m)	Efeito Pepita	Contribuição
omnidirecional	esférico	314	0	58
0°	esférico	374	4	58
45°	esférico	468	1	58
90°	esférico	272	2	58
135°	esférico	240	0	58

Análise do semivariograma

Com o objetivo de comparação entre os gráficos, os quatro modelos direcionais são sobrepostos, como apresenta a Figura 5.13, na qual percebe-se que, para uma distância de aproximadamente $|h| = 314$ m, os comportamentos dos gráficos têm certa similaridade, podendo tratar o caso pela isotropia, isto é, considerando-se a continuidade espacial dos dados igual em qualquer direção. Por outro lado, também pode-se verificar a ocorrência de anisotropia, ao considerar não haver similaridade entre os gráficos, o que indica ter uma direção com maior continuidade espacial (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989). A linha sólida do segundo gráfico à direita representa a direção omnidirecional e, neste caso, percebe-se o encaixe do modelo entre todas as quatro direções, permitindo representar as características do relevo. Os valores $|h| > 314$ m entram no campo aleatório, não admitindo a modelagem por esse tipo de tratamento.

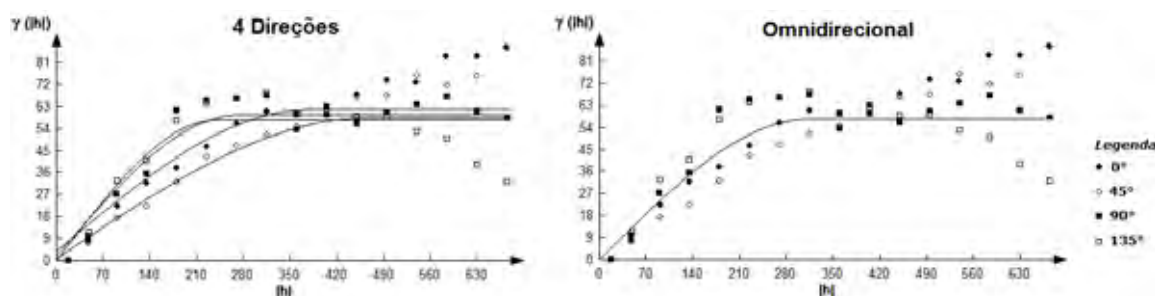


Figura 5.13: Semivariogramas direcionais sobrepostos.

Matematicamente a isotropia desse modelo pode ser expressa pela Equação (5.3):

$$\gamma(h) = 0 + 58 \left[\gamma \left(\frac{h}{314} \right) \right] \quad (5.3)$$

Outra maneira que reforça a constatação de isotropia ou anisotropia é pela análise do mapa variográfico cuja apresentação é na forma de pixels. Considera como ponto inicial a direção leste-oeste, $(L - O) = 0^\circ$, aumentando no sentido anti-horário, isto é, nordeste-sudoeste $(NE - SO) = 45^\circ$, norte-sul $(N - S) = 90^\circ$ e noroeste-sudeste $(NO - SE) = 135^\circ$ (LANDIM, 2004). Pela Figura 5.14, pode-se ver que, para pequenas distâncias, o mapa apresenta concentração de valores, indicando um caso isotrópico e, conforme as distâncias aumentam, apresenta maior variabilidade espacial em certa direção, caso anisotrópico, sendo aqui a direção de maior alcance $(NE - SO)$ e menor alcance $(NO - SE)$.

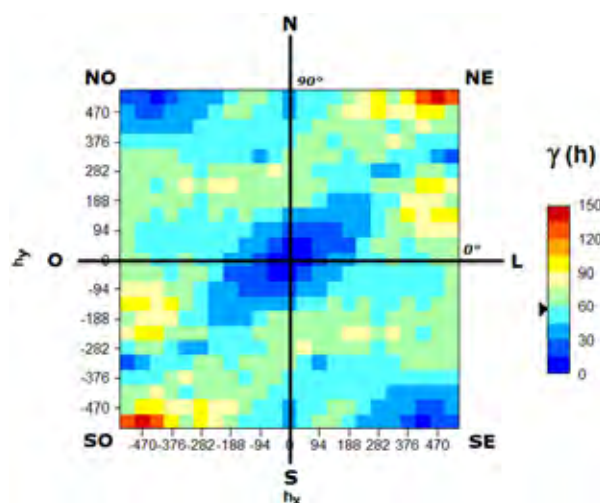


Figura 5.14: Mapa variográfico com as direções convencionais.

Uma vez definidos os parâmetros de melhor ajuste, o próximo passo é a interpolação da krigagem ordinária. Nesse sentido, utiliza-se o programa “GS+” que permite gerar os pontos krigados. Mas o fato é que, além de aplicar a isotropia, também é testado o caso anisotrópico, devendo-se primeiramente compor os modelos direcionais em apenas um, constituído pelos semivariogramas com maior e menor alcances, sendo 45° e 135° , respectivamente.

A composição dos modelos é dada pela Figura 5.15. A ideia é dividir a representação gráfica em faixas de maneira que reste apenas a anisotropia geométrica. Após conseguido estabelecer as faixas, divide-se o gráfico em parcelas, como na Figura 5.16, cuja decomposição $(\gamma(|h|) = \gamma_1(|h|) + \gamma_2(|h|) + \gamma_3(|h|) + \gamma_4(|h|))$ apresenta quatro componentes e permite definir os parâmetros da modelagem.

De modo formal, a Equação (5.4) expressa a composição das parcelas do modelo esférico anisotrópico.

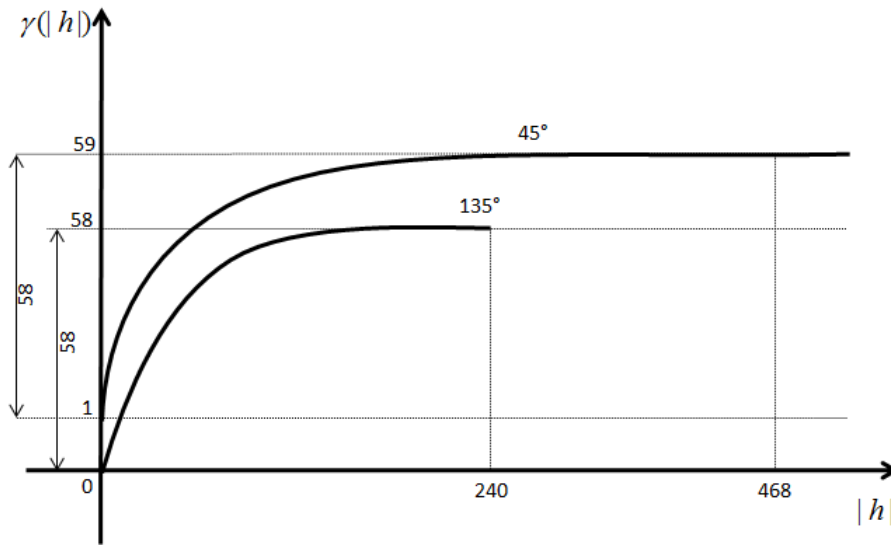


Figura 5.15: Modelo anisotrópico combinado para a área em estudo.

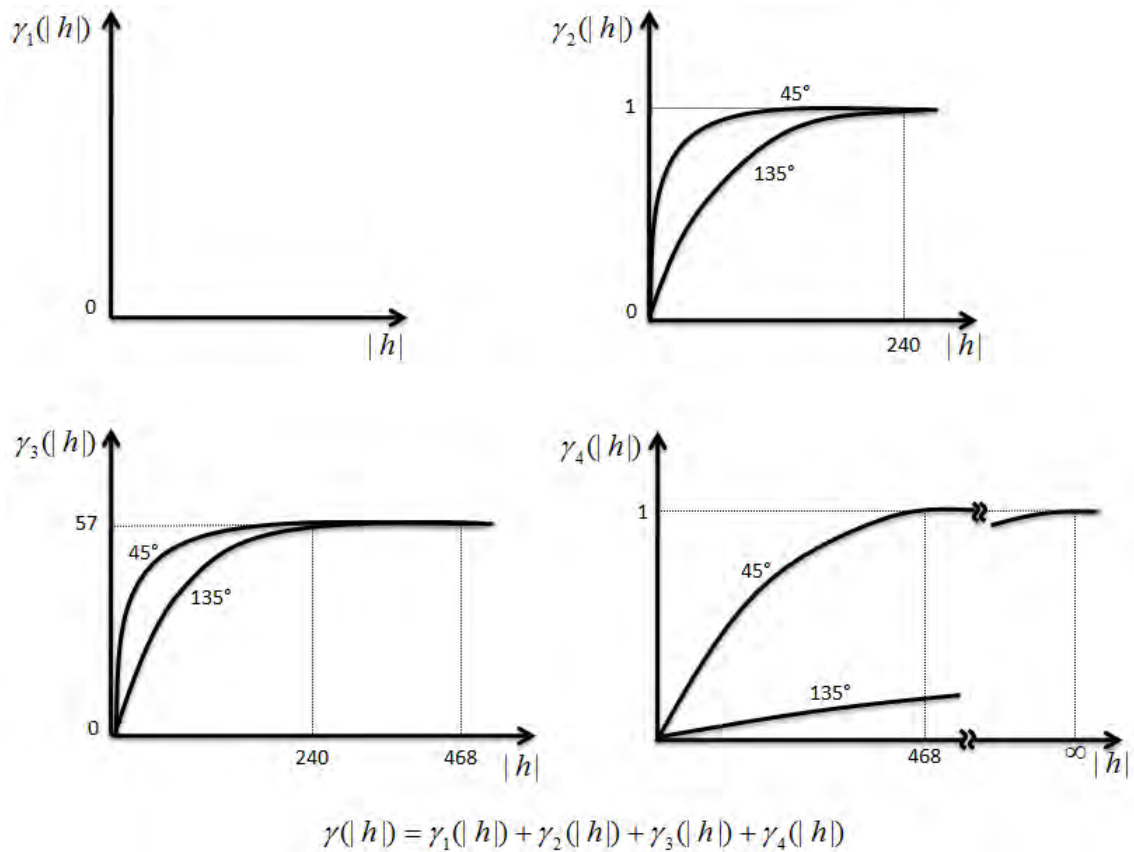


Figura 5.16: Modelo combinado de semivariogramas visto na forma decomposta.

$$\begin{aligned} \gamma(h) = & 0 + 1 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{\epsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{240} \right)^2} \right) \right] + 57 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{468} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{240} \right)^2} \right) \right] + \\ & 1 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{468} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

Posteriormente, os parâmetros são inseridos no programa “GS+” para que sejam processados, observando-se que o ponto de origem das direções convencionais difere do “Variowin”, como mostra a Figura 5.17 em que o eixo de anisotropia encontrado segue outra direção em relação à Figura 5.14. No entanto, a diferença de orientação não afeta a definição dos parâmetros, pois durante o processo de ajuste dos modelos a direção não é requerida.

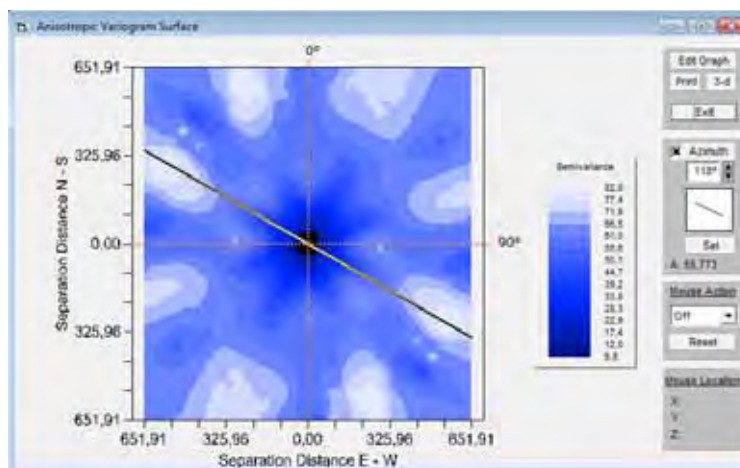


Figura 5.17: Mapa variográfico do GS+ com eixo anisotrópico da área, indicando ângulo de 118°.

Além dos parâmetros da modelagem, também foram estabelecidos: método de krigagem por ponto, vizinhança de busca = 16 (padrão) e raio = 1175 m, o qual abrange toda a área.

O resultado é um conjunto de coordenadas (X,Y,Z) estimadas do tipo exposto pela Figura 5.18.

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
454067.53	7551103.00		414.998	
454067.53	7551118.72		415.002	
454067.53	7551134.45		415.625	
454067.53	7551150.17		415.630	
454067.53	7551165.90		416.253	
454067.53	7551181.62		416.257	
454067.53	7551197.35		416.880	
454067.53	7551213.07		417.503	
454067.53	7551228.80		418.127	
454067.53	7551244.52		418.750	
454067.53	7551260.25		419.375	
454067.53	7551275.97		420.000	
454067.53	7551291.70		420.000	
454067.53	7551307.42		420.000	
454067.53	7551323.15		420.000	
454067.53	7551338.87		420.000	
454067.53	7551354.60		420.000	
454067.53	7551370.32		416.876	
454067.53	7551386.05		415.008	
454067.53	7551401.77		415.005	
454067.53	7551417.50		414.380	
454067.53	7551433.22		413.755	
454067.53	7551448.95		413.751	

Figura 5.18: Exemplo de arquivo gerado pela krigagem ordinária.

Interpolação krigagem ordinária

Depois de gerado o arquivo com os pontos krigados, seus valores devem preencher a grade retangular do MDT. O procedimento consiste em fazer a correspondência dos

pontos do arquivo com a grade. Isto é feito como ilustra a Figura 5.19, ou seja, cada ponto da grade é preenchido, segundo a métrica Euclidiana, com o valor mais próximo de sua posição, já que o total de pontos gerados não é necessariamente igual à quantidade de pontos da grade interpoladora.

Para que os efeitos da variação altimétrica possam ser percebidos, a resolução da grade é calculada da seguinte maneira: pela Equação (5.5), encontra-se a quantidade necessária de pontos no eixo X , denotada por n_x , por meio da diferença entre a maior e a menor coordenada, x_{maior} e x_{menor} , respectivamente. Em seguida, essa diferença é dividida pelo espaçamento d da grade. Da mesma forma, o cálculo é feito para o eixo Y mediante a Equação (5.6) que também encontra a quantidade necessária de pontos, n_y , pela diferença entre a maior e a menor coordenada, y_{maior} e y_{menor} , dividida pela distância d . Este cálculo da resolução impede que a quantidade de pontos interpolados seja superior à quantidade de pontos da grade, evitando a ocorrência de valores replicados.

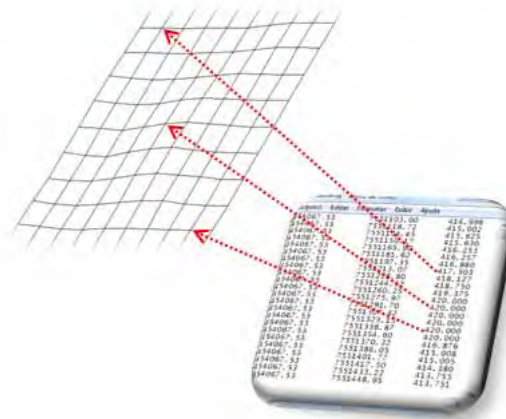


Figura 5.19: Associação da grade retangular com os pontos krigados.

Além disso, determina-se um ângulo de inclinação cuja definição obedece às proporções da área gráfica, a fim de que o produto gerado se ajuste ao espaço de visualização.

$$n_x = \frac{x_{maior} - x_{menor}}{d} \quad (5.5)$$

$$n_y = \frac{y_{maior} - y_{menor}}{d} \quad (5.6)$$

Logo, pelos procedimentos descritos, o resultado da aplicação é mostrado pela Figura 5.20 a qual apresenta uma malha interpolada sensível às variações altimétricas fornecidas pelas curvas de nível amostradas. Neste caso, o espaçamento entre os pontos da grade é $d = 15$ pixels.

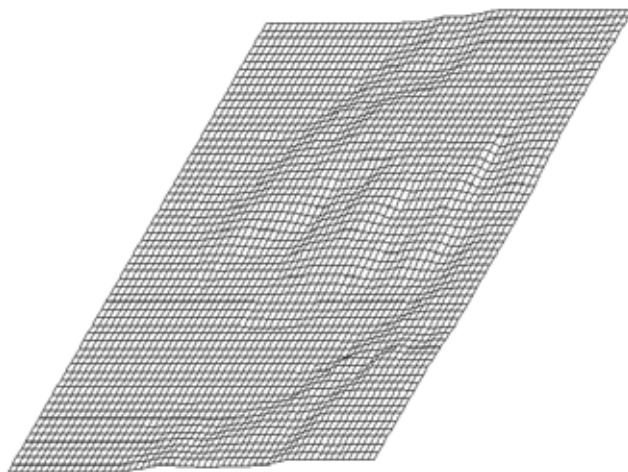


Figura 5.20: Resultado da interpolação.

5.5 Cálculo da curvatura de vertente em perfil

Na abordagem feita no Capítulo 2, sabe-se que a inclinação é encontrada pelo cálculo da primeira derivada, e a variação do terreno pela segunda derivada, ambas sobre o MDT. A relação entre essas duas derivadas permite computar a curvatura da vertente em perfil e, para que esta seja implementada computacionalmente, a seção mostra como trabalhar na grade interpoladora. Assim, com base na Figura 5.21 e no **método de Evens-Young**, os gradientes terrestres são derivados e compõem as Equações de (5.7) a (5.11) (LI; ZHU; GOLD, 2005; ZHOU; LEES; TANG, 2008):

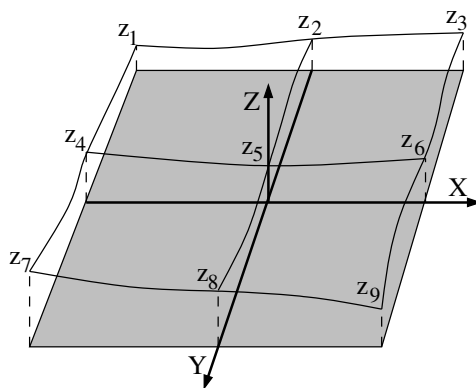


Figura 5.21: Grade MDT para cálculo da inclinação e da direção.

$$G = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{z_3 + z_6 + z_9 - z_1 - z_4 - z_7}{6d} \quad (5.7)$$

$$H = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z_1 + z_2 + z_3 - z_7 - z_8 - z_9}{6d} \quad (5.8)$$

$$D = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{z_1 + z_3 + z_4 + z_6 + z_7 + z_9 - 2(z_2 + z_5 + z_8)}{3d^2} \quad (5.9)$$

$$E = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_7 + z_8 + z_9 - 2(z_4 + z_5 + z_6)}{3d^2} \quad (5.10)$$

$$F = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{z_3 + z_7 - z_1 - z_9}{4d^2} \quad (5.11)$$

em que

G é a primeira derivada na direção x ;

H é a primeira derivada na direção y ;

D é a segunda derivada na direção x ;

E é a segunda derivada na direção y ;

F é a segunda derivada na direção diagonal;

z_5 representa o ponto de referência;

d é o espaçamento entre os pontos da grade interpoladora.

Para computar a curvatura em perfil, C_{perfil} , aplica-se a seguinte Equação (5.12):

$$C_{\text{perfil}} = -\frac{G^2 D + 2GHF + H^2 E}{(G^2 + H^2)(1 + G^2 + H^2)^{1.5}}. \quad (5.12)$$

A interpretação do resultado pode ser ilustrada como na Figura 5.22 em que um valor positivo indica convexidade e, um valor negativo, concavidade. Entretanto, é importante lembrar que, em um caso retilíneo, o valor deve ser zero, mas tal ocorrência na natureza raramente acontece. Por isso, determina-se uma pequena faixa em torno do zero para que a característica retilínea possa ser percebida, visto que a passagem entre convexa e côncava deva ser transitória.

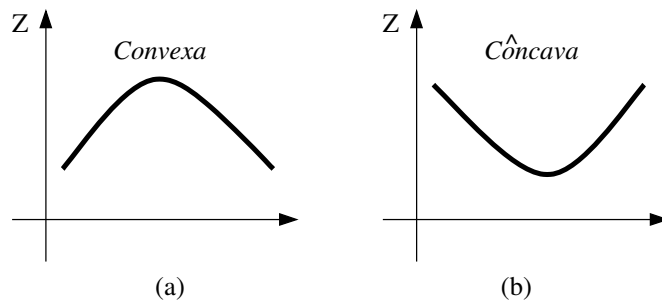


Figura 5.22: Sinal da curvatura em perfil: (a) positivo; (b) negativo.

Ainda em relação ao resultado, uma atenção deve ser dada ao espaçamento d , pois o cálculo da curvatura está estritamente ligado a esse valor. Conforme a distância é alterada, resultados diferentes podem ocorrer. Exemplificando, a Figura 5.23 representa a variação desse espaçamento em uma vertente em perfil. Por ela, vê-se que o valor da

curvatura é dependente da distância que, ao ser mudada, também altera o ângulo de inclinação e, consequentemente, seu valor.

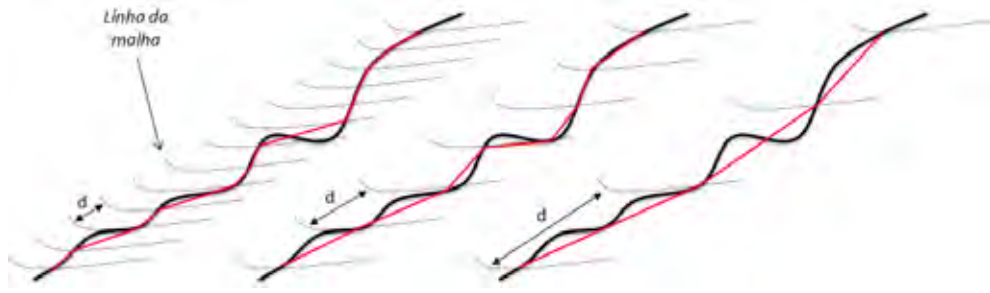


Figura 5.23: Variação do espaçamento da malha sobre uma vertente em perfil.

5.6 Classificação fuzzy de vertentes em perfil

A classificação é feita com suporte da inferência *fuzzy*, viabilizada pelo *toolbox fuzzy Logic* do “Matlab”, cujo foco é encontrar limites para definição entre as classes: convexa, retilínea e côncava. Em outras palavras, o intuito é fazer com que esses limites sejam os mais próximos possíveis em relação às condições do terreno.

Como já apresentado no Capítulo 4, o primeiro conceito é a definição de conjuntos *fuzzy*. É considerado um subconjunto *fuzzy* A de um conjunto universo U , se obedecer à regra (5.13):

$$A = \left\{ (x, \mu_A(x)); x \in U \quad \mu_A(x) \in [0, 1] \right\} \quad (5.13)$$

em que $\mu_A(x)$ é a função de pertinência que calcula o grau de x em A , sendo:

- se $\mu_A(x) = 1$, então x pertence totalmente a A ;
- se $0 < \mu_A(x) < 1$, então x pertence parcialmente a A ;
- se $\mu_A(x) = 0$, então x não pertence a A .

Outra exigência é quanto à caracterização das variáveis linguísticas e às regras entre elas, compondo a base de conhecimento. Isto é determinado a partir do conhecimento subjetivo de especialistas que formulam proposições do tipo “se E_1 e/ou E_2 então S_1 ”, em que E_1 e E_2 simbolizam variáveis de entrada, e S_1 , a variável de saída. A expressão “e/ou” indica operações sobre os subconjuntos *fuzzy*. Em relação à saída, aplica-se um método de defuzzificação que traduz seu resultado para um valor numérico.

Assim, para classificar as vertentes em perfil, com base em conhecimento especializado, definiram-se dois conjuntos de variáveis linguísticas de entrada, sendo o primeiro

relativo ao grau de curvatura, $Grau(x) = \{\text{inexpressivo, baixo, alto}\}$ e, o segundo, ao tipo de curvatura, $Curvatura(y) = \{\text{negativa, nula, positiva}\}$. Ambos os conjuntos foram submetidos ao sistema de Mamdani, que considera tanto a entrada quanto a saída proposições *fuzzy*, diferentemente do sistema Takagi-Sugeno que considera a saída como uma expressão funcional (BENINI; MENEGUETTE JUNIOR, 2009).

A Figura 5.24 mostra a inserção e a definição das variáveis linguísticas no Sistema de Inferência *fuzzy* do Matlab. A primeira tela, Figura 5.24(a), corresponde ao grau de curvatura e, a outra, 5.24(b), refere-se ao tipo de curvatura. Todas as variáveis obedecem à função de pertinência trapezoidal, com exceção do tipo “curvatura nula”, determinado como função triangular.

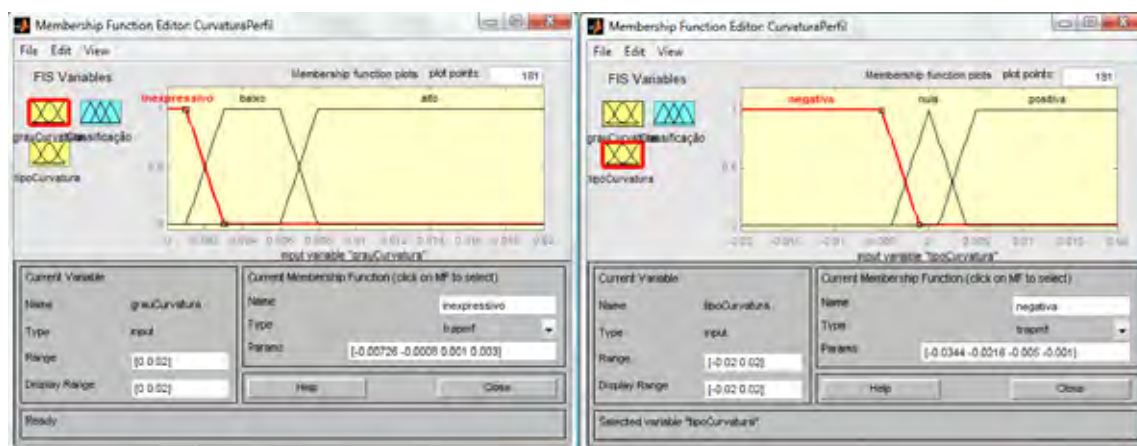


Figura 5.24: Definição dos dois conjuntos *fuzzy* de variáveis linguísticas com suas funções de pertinência associadas.

A fim de realizar a transição entre as classes, determinaram-se cinco classes, ao invés de três, sendo elas: convexa, convexa-retilínea, retilínea, côncava-retilínea e côncava. Com isso, o objetivo é tornar a transição mais suave entre as classes. No entanto, tendo definidas todas as variáveis linguísticas e as funções de pertinência, é necessário operar sobre os conjuntos, o que requer regras de inferência. Desse modo, fazendo o cruzamento entre o grau de curvatura e o tipo de curvatura, foram estabelecidas as regras a seguir, também mostradas pela Figura 5.25:

1. If (grauCurvatura is inexpressivo) and (tipoCurvatura is negativa) then (Classificação is retilínea);
2. If (grauCurvatura is inexpressivo) and (tipoCurvatura is positiva) then (Classificação is retilínea);
3. If (grauCurvatura is inexpressivo) and (tipoCurvatura is nula) then (Classificação is retilínea);

4. If (grauCurvatura is baixo) and (tipoCurvatura is negativa) then (Classificação is côncava/retilínea);
5. If (grauCurvatura is baixo) and (tipoCurvatura is positiva) then (Classificação is convexa/retilínea);
6. If (grauCurvatura is baixo) and (tipoCurvatura is nula) then (Classificação is retilínea);
7. If (grauCurvatura is alto) and (tipoCurvatura is negativa) then (Classificação is côncava);
8. If (grauCurvatura is alto) and (tipoCurvatura is positiva) then (Classificação is convexa);
9. If (grauCurvatura is alto) and (tipoCurvatura is nula) then (Classificação is retilínea).

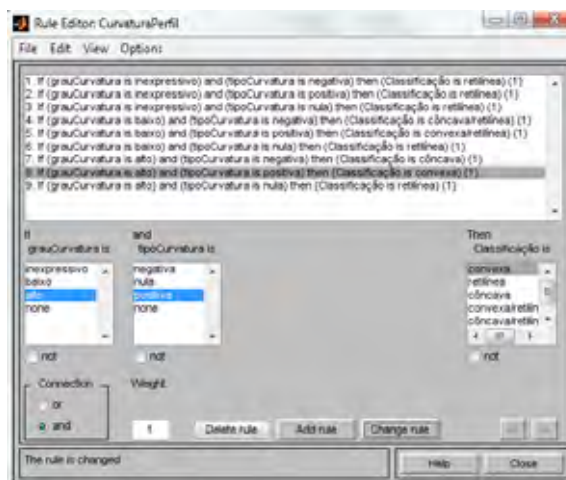


Figura 5.25: Regras de inferência.

Após as inferências, faz-se o processo de defuzzificação para transformar as variáveis linguísticas em valores numéricos, os quais são essenciais à classificação das vertentes, via implementação do MDT. O processo segue o método do centroide, tratado no Capítulo 4, e os resultados são apresentados pela Figura 5.26, sendo que, em (a), tem-se uma superfície que representa as combinações entre o grau e tipo de curvatura e, em (b), a combinação entre as regras definidas para as funções de pertinência.

Baseado nas informações geradas pelo Sistema de Inferência *fuzzy*, consegue-se definir, como mostra a Tabela 5.2, as classes com seus respectivos intervalos de transição para a classificação de vertentes quanto à curvatura em perfil.

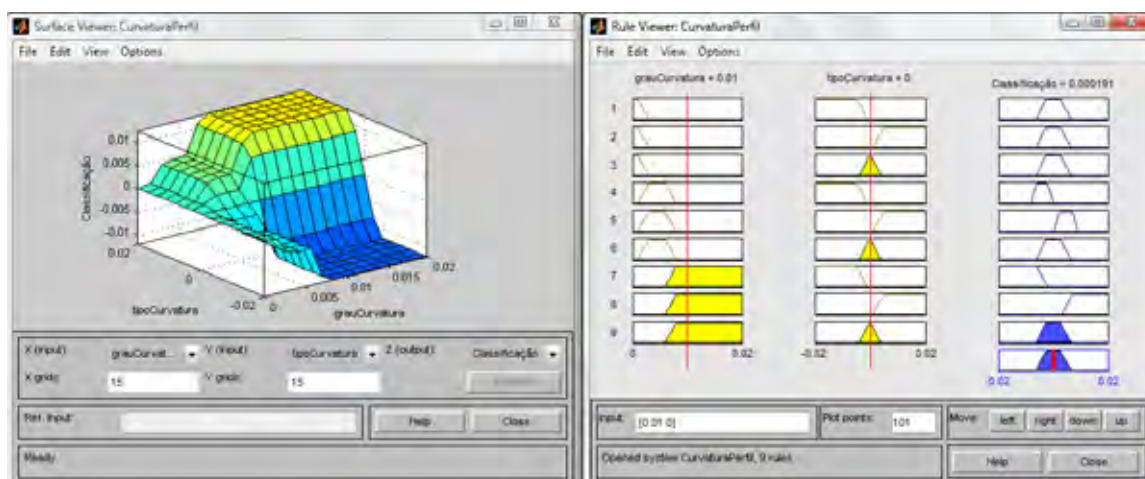


Figura 5.26: Defuzzificação: superfície das combinações e combinação das regras *fuzzy*.

Tabela 5.2: Valores dos intervalos para classificação de vertentes.

Classe	Intervalo
côncava	$] -\infty, -0,01[$
côncava-retilínea	$[-0,01, -0,005]$
retilínea	$] -0,005, 0,005[$
convexa-retilínea	$[0,005, 0,01]$
convexa	$]0,01, +\infty[$

A Tabela 5.2 obedece à determinação da Equação (5.12) que indica curvatura negativa, como côncava, e positiva, como convexa, além disso permite a associação dos valores próximos ao zero, como retilíneo.

5.7 Classificação sobre o MDT

Como o objetivo é comparar os dois casos de interpolação: krigagem e TPS, ambos independentes, esta seção apresenta os resultados da classificação *fuzzy* sobre os valores da grade do MDT, para cada interpolador, conforme os valores definidos pelas funções de pertinência.

5.7.1 Classificação via krigagem

Aplicando os intervalos encontrados da Tabela 5.2 sobre a área em estudo, obtêm-se as classificações da Figura 5.27 para um espaçamento $d = 17$ pixels. Nesta figura, estão os resultados para os dois casos de krigagem, isotrópico e anisotrópico e, nos dois, constata-se a ocorrência das classes especificadas. Uma dessas classes aparecem mais do que outras, naturalmente influenciadas pelas características do relevo.

Com tal qualidade, consegue-se mostrar que tanto o caso isotrópico quanto o anisotrópico permitem aplicações sobre a classificação de vertentes. Todavia, para verificar

qual deles tem maior precisão quanto aos valores gerados pela interpolação, é feita uma comparação entre os pontos da amostra em relação aos valores krigados dos dois modelos, juntamente com a variação do número de vizinhos que o método aplica no cálculo da interpolação.

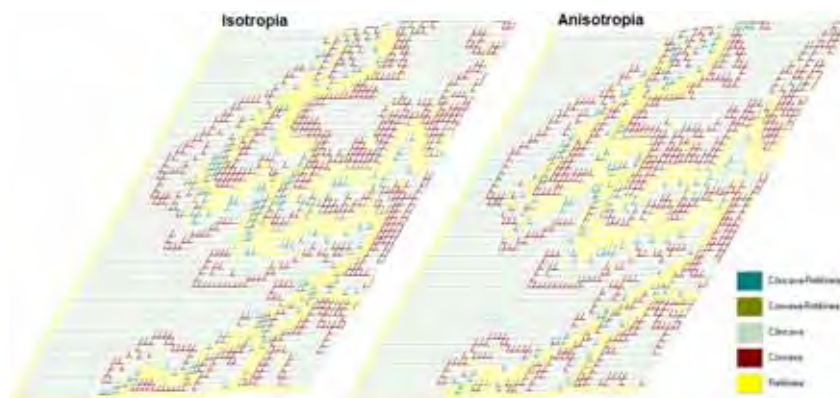


Figura 5.27: Malha classificada: isotropia e anisotropia, respectivamente.

Avaliação entre isotropia e anisotropia

Assim, foram processados os dois casos variando-se também a quantidade de vizinhos em 16 (valor padrão), 20 e 24, com o propósito de verificar se o aumento da vizinhança contribui nas estimativas. Para efeito de comparação, foram buscados os valores mais próximos a cada ponto em relação aos elementos do conjunto de amostra. Em seguida, calculou-se cada *erro* pela diferença entre os pontos observados (z_{obs}) e estimados (z_{est}), conforme a Equação (5.14):

$$erro = z_{obs} - z_{est}. \quad (5.14)$$

Sobre o conjunto dos erros, aplicou-se a Equação (5.15) a qual descreve o Erro Absoluto Médio (EAM) cujo valor n representa o número de pontos:

$$EAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |erro|. \quad (5.15)$$

Dessa forma, obteve-se a Tabela 5.3, composta pelos EAMs e as variações de vizinhanças (16, 20 e 24). Fazendo a diferença em módulo entre ambos os casos ($|anisotropia - isotropia|$), chega-se aos valores 0,0121 m; 0,0113 m e 0,0109 m, correspondentes as três variações. Em termos percentuais e tendo em cada caso como referência a vizinhança 16, tem-se que, na isotropia, os aumentos da variação da vizinhança para o cálculo do EAM resultaram nos percentuais 3,84% e 5,66%. O mesmo acontece para a anisotropia, sendo

os percentuais de variação obtidos iguais a 4,38% e 6,46%. Constata-se que os aumentos das quantidades de elementos vizinhos, independentemente do caso, não melhoram a qualidade das estimativas.

Tabela 5.3: EAMs das interpolações em relação às amostras.

Caso	EAM com variação da vizinhança (m)		
	16	20	24
Isotrópico	0,2493	0,2589	0,2634
Anisotrópico	0,2372	0,2476	0,2525
Diferença entre os casos	0,0121	0,0113	0,0109

Em relação ao EAM, em todas as situações, os resultados indicaram a anisotropia com menor valor de erro, refletindo, portanto, estimativas mais próximas aos dados originais.

5.7.2 Classificação via TPS

Aplicando o interpolador TPS, descrito em Anjos (2008), sobre a área de estudo, com variação apenas do cálculo da curvatura de vertente que aqui se baseia no método de Evens-Young, tem-se o resultado da Figura 5.28. Neste caso, o espaçamento utilizado equivale ao da krigagem, igual a 17 pixels.

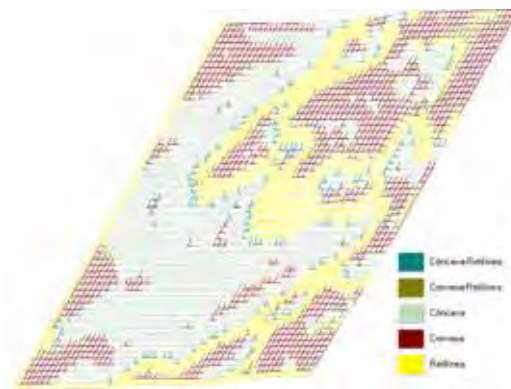


Figura 5.28: Malha classificada via TPS.

Pelo resultado, da mesma maneira que na krigagem, percebe-se a identificação de todas as faixas de classificação.

5.8 Agregação de regiões via diagrama de Voronoi

O produto obtido pelo MDT, como já visto nas seções anteriores, mostra a malha com efeitos de inclinação para que seja percebida a ondulação do terreno. Porém, daqui

para frente essa malha passa a ser apresentada na forma planar, sem aparência de perspectiva. Esta condição é adotada a fim de proceder a geração do diagrama de Voronoi, bidimensionalmente.

5.8.1 Variação do espaçamento da malha

Um fato notável em relação à classificação no MDT é visto pela Figura 5.29. Inicialmente tem-se, para a primeira malha, determinado tipo de classificação. Porém, conforme os espaços vão sendo alterados (20, 25 e 30 pixels), mudanças quanto ao formato das áreas ocorrem. Isto permite dizer que a associação entre as categorias de vertentes está diretamente ligada ao espaçamento da grade.

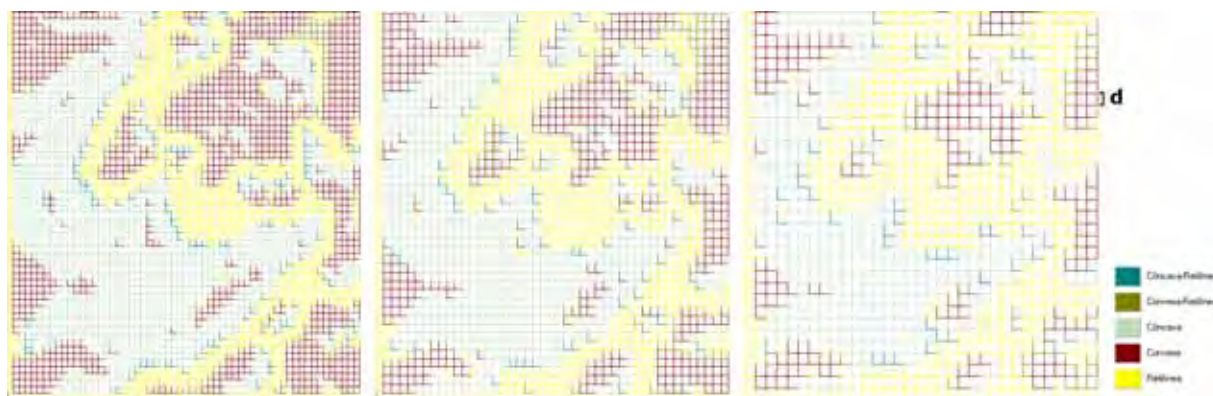


Figura 5.29: Variação da classificação em relação ao espaçamento d da malha.

A importância de tal constatação é devida a questões de ajuste, pois, para que a representação possa adequar-se melhor à área de estudo, algumas correções são necessárias, mas pelo fato da classificação estar condicionada ao espaçamento d da malha, qualquer alteração sobre a grade provoca efeitos em todo o resultado. Assim, surge a necessidade de ajustes apenas locais e uma maneira de contornar o problema é fazer agregação de áreas vizinhas. Este procedimento pode ser visto como uma reclassificação do produto concebido pelo MDT.

5.8.2 Aplicação do processamento digital de imagem

Com o propósito de realizar a reclassificação, pode-se esquematizar os procedimentos metodológicos da maneira descrita pela Figura 5.30. E, para sua implementação, faz-se uso do programa “Matlab”.

Pelo esquema apresentado, inicia-se pela geração de uma malha em níveis de cinza com cinco valores, os quais representam as classes *fuzzy*, Figura 5.31(a).

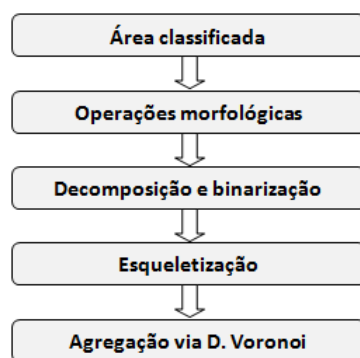


Figura 5.30: Procedimentos metodológicos para agregação.

No intuito de tornar a malha como uma imagem mais densa, faz-se uma interpolação para preencher eventuais espaços em branco. Entretanto, nesse processamento, alguns valores pouco significantes podem aparecer, sendo necessário eliminá-los. Razão pela qual se aplicam operações da morfologia matemática: abertura e fechamento.

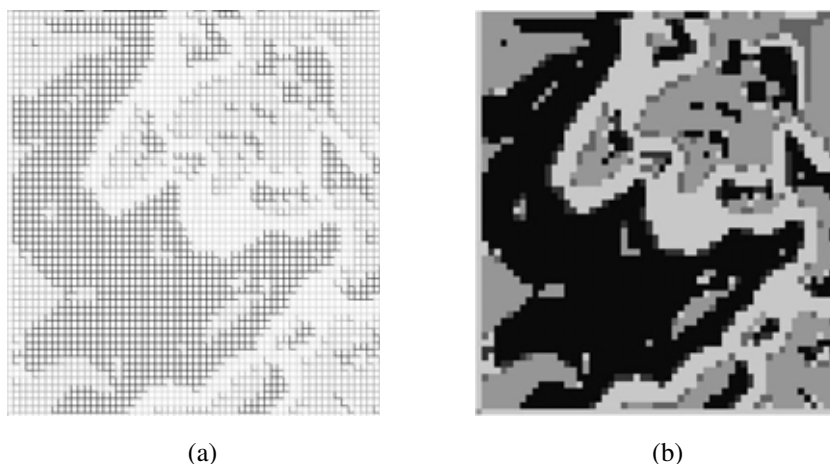


Figura 5.31: Imagem: (a) malha em nível de cinza; (b) resultado das operações da morfologia matemática.

Pela abertura, tem-se a eliminação de algumas saliências finas e, pelo fechamento, o preenchimento de alguns buracos e definição dos contornos. Em ambos os casos, percebe-se a suavização da imagem, como na Figura 5.31(b).

Agora há a necessidade de converter a imagem em binária para processar a esqueletização, porém ela é composta por cinco níveis de cinza. Dessa forma, uma alternativa é fazer a decomposição da figura conforme tais grupos de cinza e binarizar separadamente cada um. O interesse pela esqueletização deve-se à necessidade de encontrar pontos que sejam interiores às regiões e que permitam refletir sua forma.

Logo, sobre cada imagem binarizada, aplica-se o processo de esqueletização até que a estrutura atinja a largura de um pixel. A Figura 5.32 mostra as decomposições das regiões, representadas em branco.

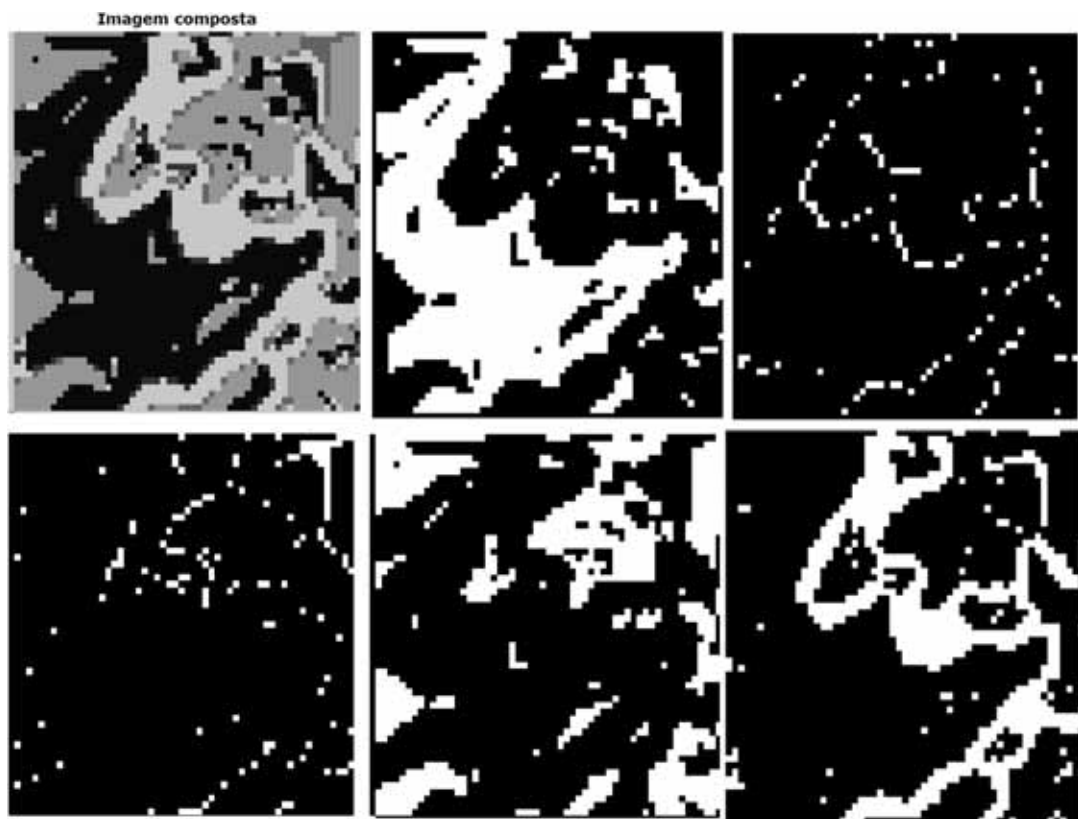


Figura 5.32: Decomposição das regiões.

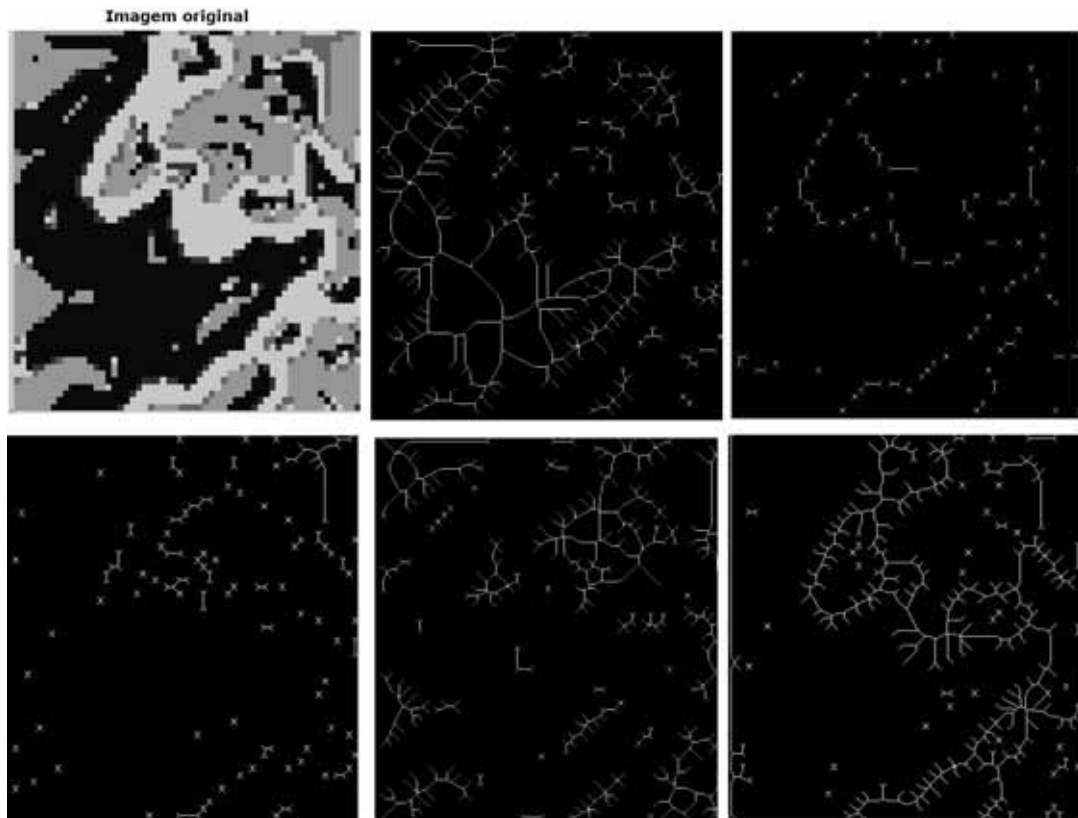


Figura 5.33: Esqueletizações das regiões decompostas.

Por conseguinte, na Figura 5.33, têm-se as respectivas esqueletizações aplicadas individualmente a cada área. Nos resultados obtidos, observa-se que há ocorrências de bifurcações ao longo dos esqueletos, as quais devem ser localizadas e seus pontos (X,Y) armazenados, pois servirão como geradores para o diagrama de Voronoi. Estas bifurcações são localizadas fazendo-se a varredura da imagem e confrontando-as com as estruturas representadas pela Figura 5.34, em que suas conexões de pixels destacam-se em branco. Apesar de existirem outras possibilidades de bifurcações, as apresentadas são aquelas cujos resultados obtiveram maiores sucessos.

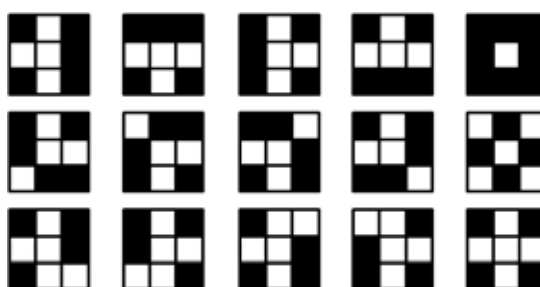


Figura 5.34: Conexões das bifurcações.

Então o diagrama deve ser produzido não individualmente para cada classe de cinza, mas com todas juntas, pois a decomposição é feita apenas para identificar pontos sementes pertencentes às regiões, mantendo-se a estrutura.

Em decorrência, depois de conhecido todos os geradores, é construído o diagrama de Voronoi para a malha previamente classificada, como se vê na Figura 5.35, cujo resultado associa as classes de vertentes com as regiões de Voronoi que posteriormente são preenchidas, segundo a informação armazenada no gerador da área.

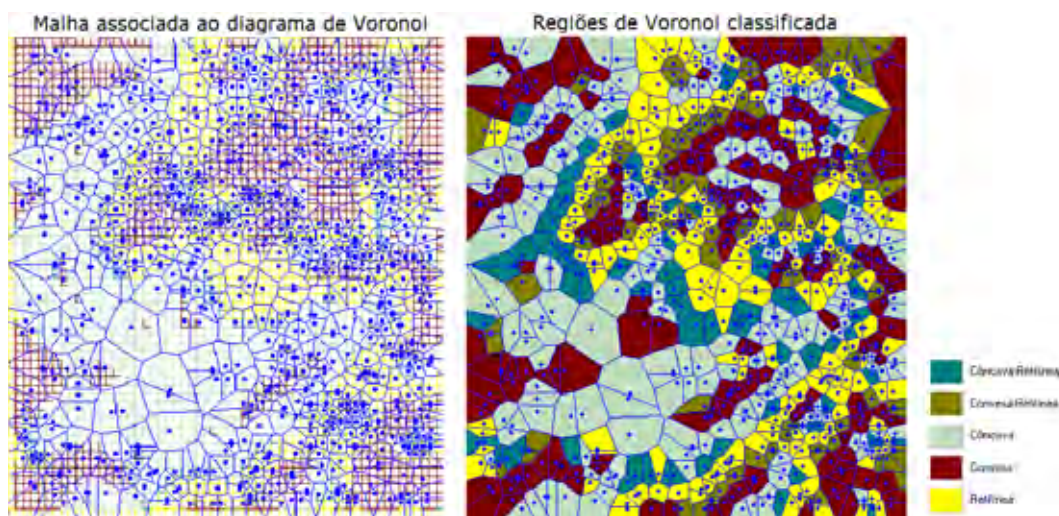


Figura 5.35: Associação da malha ao diagrama de Voronoi e preenchimento das regiões.

Evidentemente a associação entre as áreas classificadas e o diagrama de Voronoi não é ponto a ponto, é com base em aproximação por áreas, ou seja, trata-se de uma proximidade entre o conjunto classificado quanto à curvatura, cujas áreas são naturalmente irregulares, com o diagrama, que embora também seja irregular, é formado por polígonos. Assim, por meio das propriedades de decomposição planar, realizada conforme a métrica Euclidiana, a qual estabelece os limites de abrangência de cada ponto gerador, a subdivisão induzida do plano é feita de modo a manter as características principais de distribuição das formas do relevo e ter suas influências locais propagadas.

Isso é possível porque os limites naturais entre uma área e outra são difusos, o que permite ajustar polígonos e associá-los ao diagrama de Voronoi, cujos conceitos, segundo Aurenhammer e Klein (2000): intuitivo, de distância e abrangência, têm procedência natural, observada em vários campos da ciência ao longo da história.

5.8.3 Reclassificação pelo diagrama de Voronoi

Nesse momento, é factível uma nova análise de cada área em relação as suas imediações. De acordo com as diferentes classificações das regiões adjacentes, a proximidade e a curvatura da vertente no local, verifica-se a necessidade de agregar ou não as regiões. Com isso, áreas pouco expressivas podem ser eliminadas e possibilitam ajustar o resultado da classificação *fuzzy* do MDT com os respectivos mapas geomorfológicos.

O processo consiste em percorrer todas as regiões por meio dos geradores, uma vez que cada área é composta por um ponto semente, verificando as adjacências conforme os critérios determinados. A partir de um gerador de referência, são procurados seus dois vizinhos mais próximos que tenham classificações iguais entre si e diferente do atual cujas proximidades devem estar dentro de um limiar, pois se a distância for grande, significa que a área é expressiva, devendo ser mantida. Além disso, a curvatura do terreno no local, armazenada em MDT, também é verificada, sendo calculada não apenas por um ponto, mas por um conjunto de pontos envolventes, o qual indica a flexão do lugar.

Caso a curvatura da vertente seja pouco convexa ou côncava, próxima do retilíneo, a classificação do local é desprezada e assume-se o valor das áreas vizinhas, resultando desse modo em uma agregação de regiões. Do contrário, a região mantém sua classificação atual, sem haver necessidade da junção.

Para exemplificar, a Figura 5.36 mostra esse processo de reclassificação em uma região. Nela, está indicado em (a) um ponto gerador de referência envolvido por uma circunferência, a qual determina o campo de análise e reflete a expressividade da região em termos de tamanho. Dentro desse círculo, são procuradas as duas regiões adjacentes

mais próximas, de categorias iguais entre si e diferentes a da região examinada. Com esses critérios e com a verificação da curvatura do terreno no local, Figura 5.36(b), que, neste caso, indica um entorno com significativa concavidade, faz-se a reclassificação da região, alterando de retilíneo para côncavo, Figura 5.36(c).



Figura 5.36: Exemplo de reclassificação: (a) região de Voronoi e sua relação de vizinhança com outras áreas; (b) curvatura no MDT; (c) região reclassificada.

Outro exemplo, mais geral, é dado pela Figura 5.37 que exibe uma área, inicialmente, subdividida em grupos de classes *fuzzy* e produto da associação com o diagrama de Voronoi. Aplicando-se as regras determinadas para refinamento, o efeito da agregação aparece ao lado. Por se tratar, neste caso, de uma representação com poucas áreas pequenas, somente alguns locais tiveram mudanças de classificação.

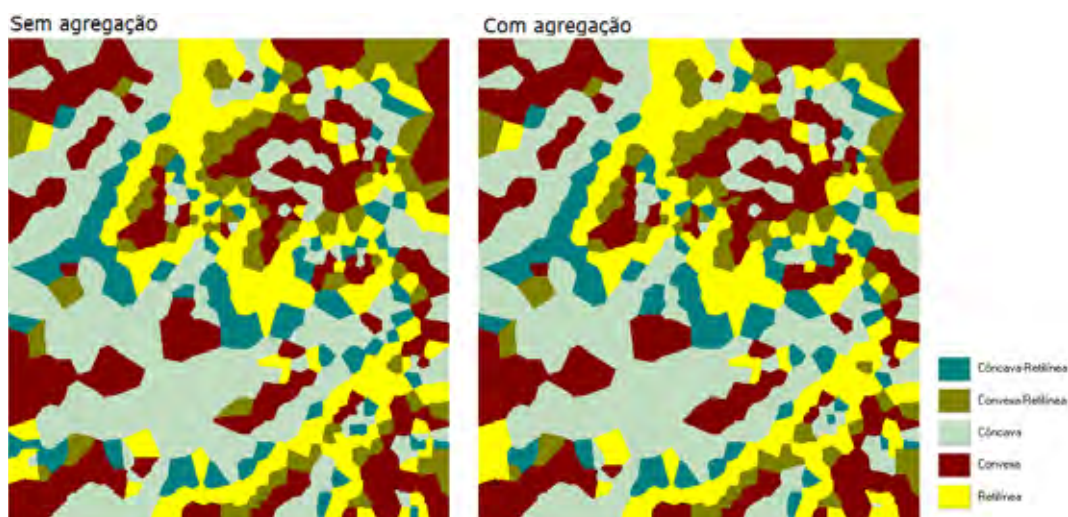


Figura 5.37: Área classificada antes e depois da agregação.

Por fim, o processo pelo diagrama de Voronoi é um artifício de trabalho em conjunto com MDT, usado na associação com áreas e que, por causa de suas características de relações de proximidade, permite analisar localmente regiões e atuar como agregador.

6 TESTES, RESULTADOS E ANÁLISE

A interpolação pela krigagem é dependente de modelos cujos parâmetros variam caso a caso, conforme as características particulares de cada área. Assim, outros testes são realizados no sentido de verificar o comportamento do interpolador quanto à disposição espacial dos dados nas condições de isotropia e anisotropia. Em seguida, os pontos krigados são comparados, entre as duas condições, mediante a análise do erro médio absoluto em relação aos conjuntos de dados amostrados. As mesmas áreas também são submetidas ao interpolador TPS, visando, posteriormente, o confronto entre os dois métodos estimadores. Todos os testes são classificados pela inferência *fuzzy* e refinados no final com ajuda do diagrama de Voronoi.

No entanto, para validar os testes e ainda sob forma de avaliação, os resultados do MDT são comparados com mapas geomorfológicos, verificando a identificação de regiões associadas à curvatura de vertentes. O confronto possibilita contabilizar erros, acertos e imprecisões e, conseqüentemente, aprovar a implementação computacional e o método, como se segue nas próximas seções.

6.1 Comparação entre as grades dos MDTs

Para que fosse possível fazer uma comparação entre as grades geradas pelos MDTs usando os dois métodos de interpolação, TPS e krigagem, definiu-se os mesmos parâmetros de visualização da grade, como o ângulo de projeção, quantidade de pontos e espaçamento da grade, com variação apenas do valor Z estimado, que é consequência de cada estimador. Assim, a Figura 6.1 apresenta o efeito entre os dois modelos: TPS, em (a), e krigagem, em (b), ambos com espaçamento $d = 15$ pixels.

O resultado, visualmente constatado, mostra que nos dois casos ocorre a modelagem do relevo e há suavização nas interpolações, porém a krigagem ainda se apresenta mais sensível em alguns locais, revelando pontos mais abruptos e, por isso, tornando a interpolação TPS mais tênue.

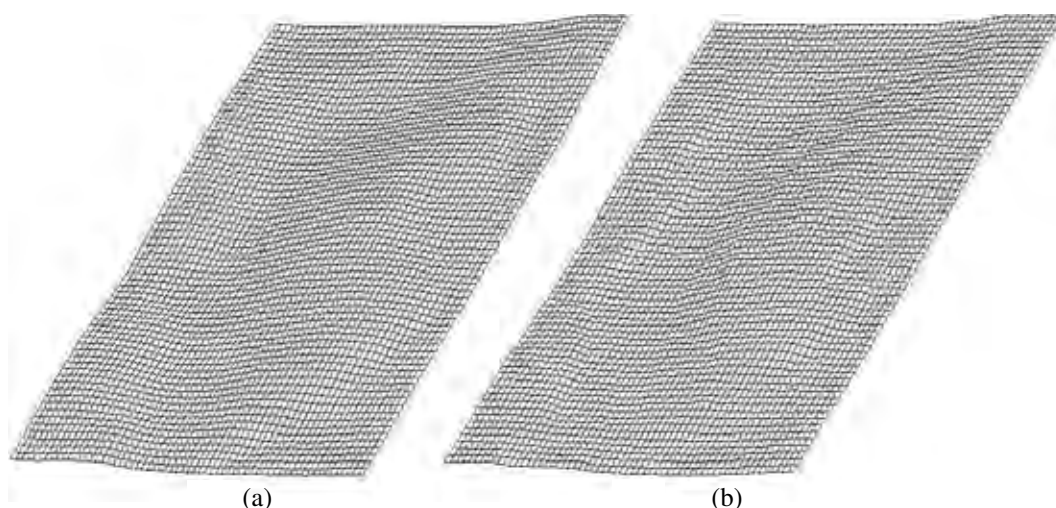


Figura 6.1: Visualização entre as grades do MDT: (a) TPS; (b) krigagem.

6.2 Aplicação da krigagem em áreas de teste

Esta seção descreve a aplicação do método krigagem para quatro áreas de estudo, distintas, denominadas Áreas A, B, C e D, com o objetivo de avaliar se o interpolador geoestatístico consegue representar as características do relevo e, em que condições, isto é possível.

As áreas utilizadas localizam-se na zona leste do perímetro urbano de Presidente Prudente, e a disposição de suas curvas de nível são mostradas pela Figura 6.2.

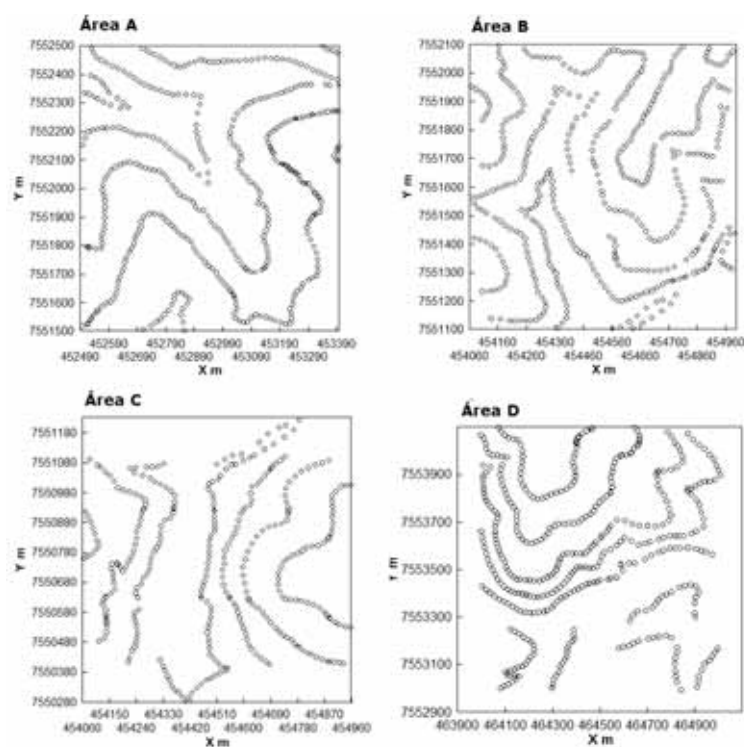


Figura 6.2: Curvas de nível das áreas de teste.

São áreas, como nos mapas variográficos da Figura 6.3, que apresentam dependência espacial, indicada pela concentração de $\gamma(h)$ e também pela direção de maior continuidade cujos valores elevados nas extremidades evidenciam um caráter anisotrópico.

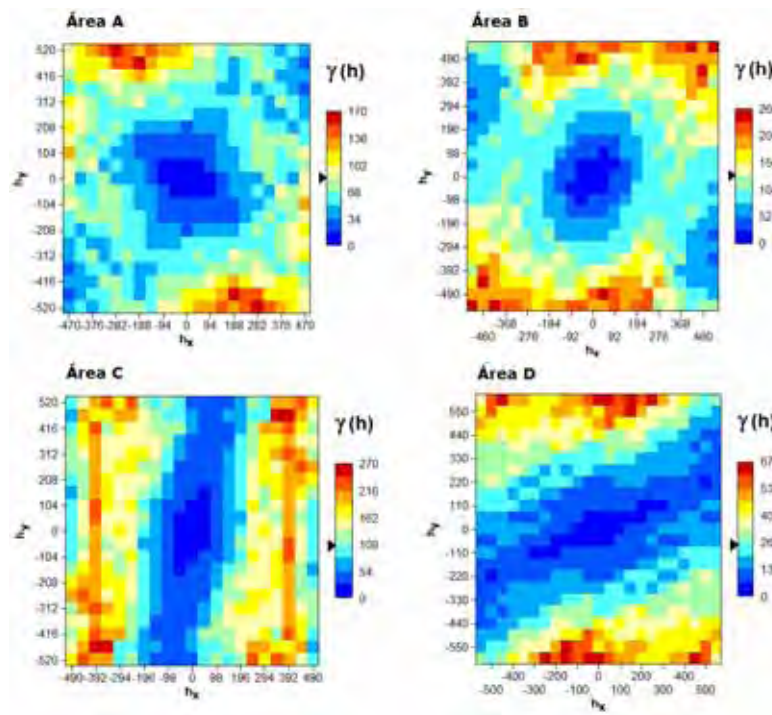


Figura 6.3: Mapas variográficos das áreas de estudo — detecção de dependência espacial.

Ao se considerar as técnicas de krigagem, é fundamental o tratamento da modelagem do fenômeno. Por isso, deve-se proceder o ajuste do modelo adequado e a análise atenciosa sobre os semivariogramas de cada área. A direção omnidirecional presta-se ao propósito da isotropia, e, entre as outras, aquelas com maior e menor alcance, ambas separadas por 90° , servem à anisotropia.

No primeiro caso, Área A, seus valores estão dispostos na Tabela 6.1. Os modelos de ajuste são do tipo esférico, para qualquer direção.

Tabela 6.1: Parâmetros modelados para a Área A.

Direção	Modelo	Alcance (m)	Efeito Pepita	Contribuição
omnidirecional	esférico	570	1	80
0°	esférico	570	0	57
45°	esférico	362	0	85
90°	esférico	560	0	80
135°	esférico	570	1	80

Considerando a direção omnidirecional e para efeito de modelagem, os valores adotados foram: efeito pepita = 1, alcance = 570 m e contribuição = 80, compondo a

Equação (6.1). Estes parâmetros estabelecem uma faixa de valores em que os semivariogramas da Figura 6.4 indicam similaridade de comportamento.

$$\gamma(h)_{AreaA} = 1 + 80 \left[\gamma \left(\frac{h}{570} \right) \right] \quad (6.1)$$

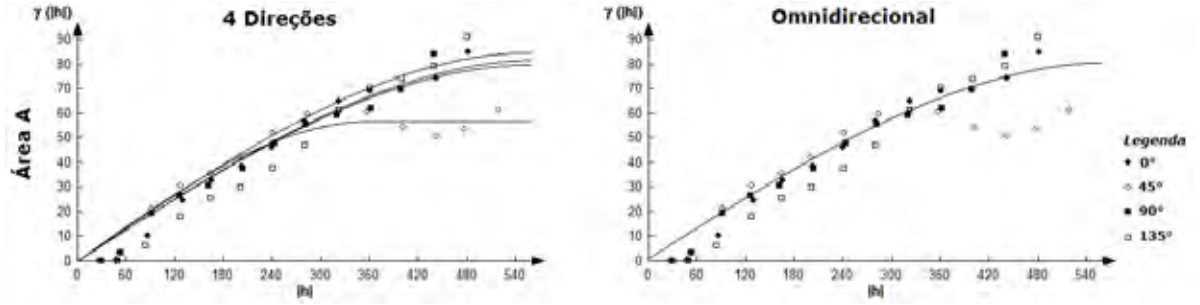


Figura 6.4: Semivariogramas sobrepostos da Área A.

As direções obtidas para modelagem anisotrópica foram 45° e 135° , buscando-se maior e menor continuidade espacial. Da combinação dessas direções, resulta o modelo combinado da Figura 6.5 cuja expressão matemática é dada pela Equação (6.2).

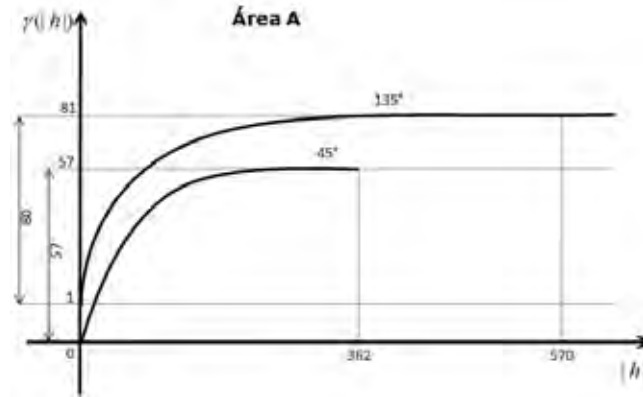


Figura 6.5: Modelo de anisotropia combinada para a Área A.

$$\begin{aligned} \gamma(h)_{AreaA} = & 0 + 1 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{135^\circ}}{\epsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{45^\circ}}{362} \right)^2} \right) \right] + \\ & 56 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{135^\circ}}{570} \right)^2 + \left(\frac{h_{45^\circ}}{362} \right)^2} \right) \right] + 24 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{135^\circ}}{570} \right)^2 + \left(\frac{h_{45^\circ}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.2)$$

A Tabela 6.2 fornece os valores ajustados para a Área B na qual os modelos obtidos são do tipo esférico.

Tabela 6.2: Parâmetros modelados para a Área B.

Direção	Modelo	Alcance (m)	Efeito Pepita	Contribuição
omnidirecional	esférico	613	0	140
0°	esférico	430	0	109
45°	esférico	625	4	140
90°	esférico	602	5	140
135°	esférico	420	0	109

O caso isotrópico, modelado pela direção omnidirecional, obteve como parâmetros: efeito pepita = 0, contribuição = 140 e alcance = 613 m, como na Equação (6.3) e na Figura 6.6.

$$\gamma(h)_{\text{Área B}} = 0 + 140 \left[\gamma \left(\frac{h}{613} \right) \right] \quad (6.3)$$

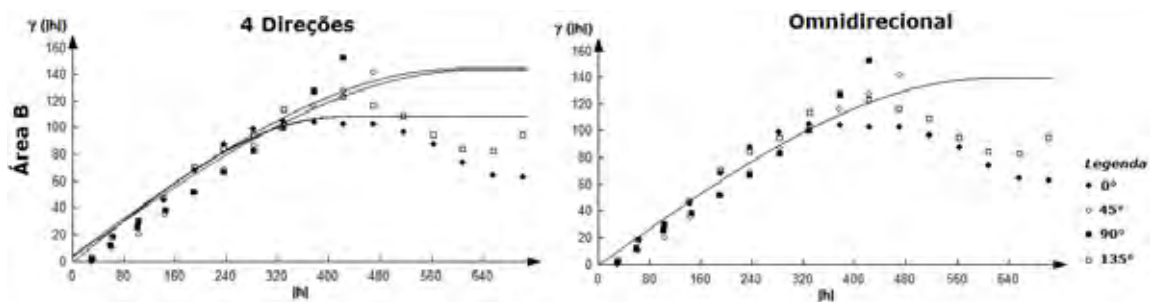


Figura 6.6: Semivariogramas sobrepostos da Área B.

Em se tratando da anisotropia, as direções para modelagem são 45° e 135°. Estas foram combinadas para formar o modelo da Figura 6.7 e, por conseguinte, a Equação (6.4).

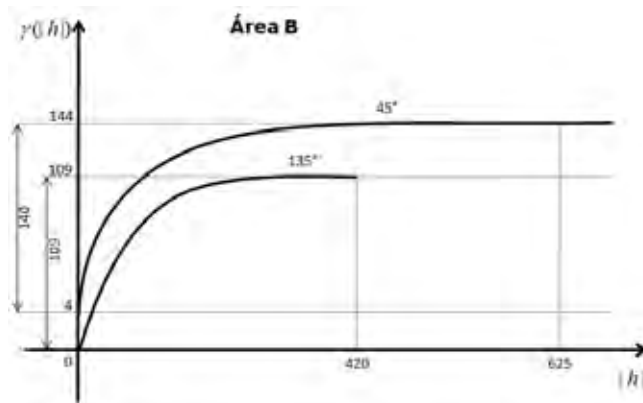


Figura 6.7: Modelo de anisotropia combinada para a Área B.

$$\gamma(h)_{AreaB} = 0 + 4 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{420} \right)^2} \right) \right] + \quad (6.4)$$

$$105 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{625} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{420} \right)^2} \right) \right] + 35 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{625} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{\infty} \right)^2} \right) \right]$$

Quanto à Área C, os valores aparecem na Tabela 6.3 cujos modelos de ajuste também são esféricos.

Tabela 6.3: Parâmetros modelados para a Área C.

Direção	Modelo	Alcance (m)	Efeito Pepita	Contribuição
omnidirecional	esférico	412	0	110
0°	esférico	290	0	110
45°	esférico	448	0	110
90°	esférico	650	0	81
135°	esférico	355	0	110

Os parâmetros omnidirecionais adotados para a isotropia, conforme a Figura 6.8, foram: efeito pepita = 0, contribuição = 110 e alcance = 412 m, Equação (6.5).

$$\gamma(h)_{AreaC} = 0 + 110 \left[\gamma \left(\frac{h}{412} \right) \right] \quad (6.5)$$

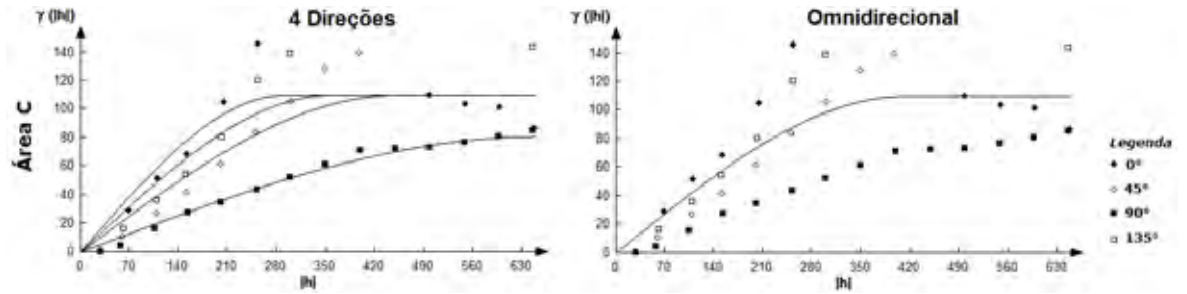


Figura 6.8: Semivariogramas sobrepostos da Área C.

A anisotropia combinada, formada pelas direções 0° e 90°, aparece na Figura 6.9 e compõe a Equação (6.6).

$$\gamma(h)_{AreaC} = 0 + 0 + 81 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{90^\circ}}{650} \right)^2 + \left(\frac{h_{0^\circ}}{290} \right)^2} \right) \right] + 29 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{90^\circ}}{650} \right)^2 + \left(\frac{h_{0^\circ}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \quad (6.6)$$

Em relação à Área D, a Tabela 6.4 expõe seus parâmetros de ajuste em que os modelos, novamente, são esféricos.

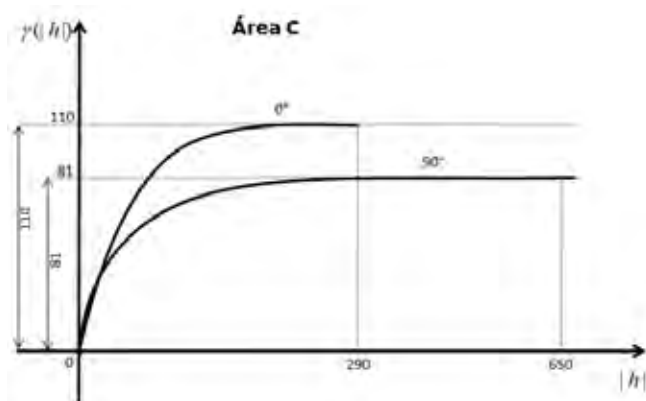


Figura 6.9: Modelo de anisotropia combinada para a Área C.

Tabela 6.4: Parâmetros modelados para a Área D.

Direção	Modelo	Alcance (m)	Efeito Pepita	Contribuição
omnidirecional	esférico	635	0	260
0°	esférico	672	0	185
45°	esférico	800	0	231
90°	esférico	522	16	260
135°	esférico	515	3	260

Para modelagem da isotropia, foram utilizados os valores: efeito pepita = 0, contribuição = 260 e alcance = 635 m, Equação (6.7). A Figura 6.10 demonstra a sobreposição de todas as direções dos semivariogramas e, por ela, vê-se o encaixe do modelo omnidirecional entre as demais direções.

$$\gamma(h)_{\text{Área D}} = 0 + 260 \left[\gamma \left(\frac{h}{635} \right) \right] \quad (6.7)$$

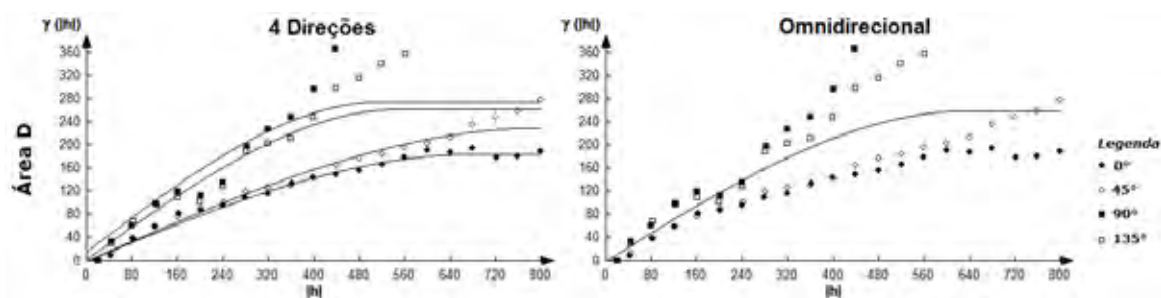


Figura 6.10: Semivariogramas sobrepostos da Área D.

Do ponto de vista anisotrópico, as direções mais significativas são 45° e 135°, as quais compõem o modelo combinado da Figura 6.11 e a Equação (6.8).

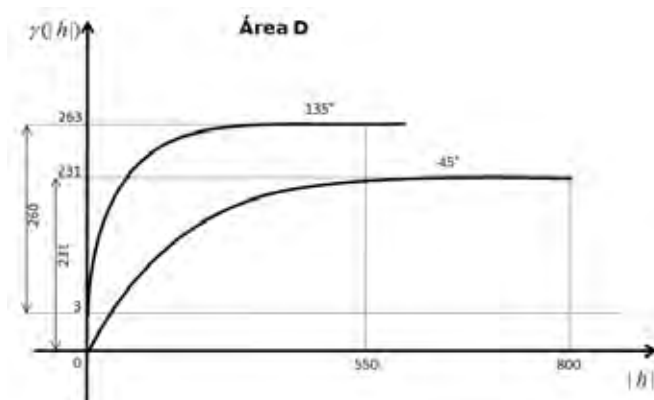


Figura 6.11: Modelo de anisotropia combinada para a Área D.

$$\begin{aligned} \gamma(h)_{AreaD} = & 0 + 3 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{550} \right)^2} \right) \right] + \\ & 228 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{800} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{550} \right)^2} \right) \right] + 32 \left[\gamma \left(\sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{800} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{\infty} \right)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

Em resumo, os valores apresentados estabelecem os parâmetros de modelagem para as condições isotrópicas e anisotrópicas. O objetivo na definição de tais parâmetros foi de captar as características das amostras, a partir do pressuposto da krigagem em que pontos que estão mais próximos são mais semelhantes entre si do que pontos mais afastados, isto é, considerando a correlação espacial, além da própria distância.

6.2.1 Comparação entre os resultados isotrópicos e anisotrópicos

Determinadas as modelagens, os dados das quatro áreas de aplicação foram submetidos ao programa “GS+” para gerar as interpolações de ambos os casos, isotrópico e anisotrópico. E, do mesmo modo realizado no Capítulo 5, foi calculado o erro absoluto médio em cada circunstância, a fim de verificar se a continuidade espacial em determinada direção contribui significativamente como método de interpolação em dados altimétricos.

O procedimento depende do cálculo da diferença entre o valor estimado pela krigagem e seu respectivo ponto amostrado. O número de elementos vizinhos para gerar interpolação também foi testado no intuito de examinar se ocorre algum ganho com o aumento da abrangência da região que, neste caso, considerou os valores 16 (valor padrão), 20 e 24.

Tabela 6.5: Erro absoluto médio da interpolação da Área A.

Caso	EAM com variação da vizinhança (m)		
	16	20	24
Isotrópico	0,1409	0,1741	0,1859
Anisotrópico	0,1353	0,1661	0,1784
Diferença entre os casos	0,0056	0,0080	0,0075

O teste para a Área A, como mostra a Tabela 6.5, obteve valores de EAM menores no caso anisotrópico, nas três variações de vizinhança e, além disso, a expansão da amplitude de pontos vizinhos também provocou aumento do EAM, ao se comparar a vizinhança 16 com as 20 e 24.

Tabela 6.6: Erro absoluto médio da interpolação da Área B.

Caso	EAM com variação da vizinhança (m)		
	16	20	24
Isotrópico	0,2406	0,2517	0,2517
Anisotrópico	0,2286	0,2391	0,2456
Diferença entre os casos	0,0120	0,0126	0,0061

Igualmente para os testes das Áreas B, C e D (Tabelas 6.6 a 6.8), o mesmo comportamento de resultado acontece, erros absolutos médios anisotrópicos menores do que os isotrópicos, bem como nas variações das vizinhanças, acarretando em acréscimos de erros.

Tabela 6.7: Erro absoluto médio da interpolação da Área C.

Caso	EAM com variação da vizinhança (m)		
	16	20	24
Isotrópico	0,2000	0,2221	0,2332
Anisotrópico	0,1858	0,2083	0,2222
Diferença entre os casos	0,0142	0,0138	0,0110

Logo, nos quatro testes realizados para o EAM, todos mostraram que a anisotropia permite estimar valores mais próximos em relação aos pontos observados do que a isotropia, indicando que o fato da continuidade espacial ser maior em certa direção contribui positivamente na interpolação dos pontos.

Tabela 6.8: Erro absoluto médio da interpolação da Área D.

Caso	EAM com variação da vizinhança (m)		
	16	20	24
Isotrópico	0,4166	0,4338	0,4462
Anisotrópico	0,3990	0,4167	0,4274
Diferença entre os casos	0,0176	0,0171	0,0188

6.2.2 Classificação *fuzzy* para o MDT krigado

Após constatado que a anisotropia contribui de forma mais significativa para a interpolação, procede-se as classificações das áreas. Assim sendo, os pontos krigados, anisotropicamente, geraram os MDTs, e os resultados estão expostos na Figura 6.12. Estes resultados obedecem a um espaçamento de malha igual a 20 pixels para a Área A e 17 pixels para as demais áreas.

Independentemente do espaçamento utilizado, as características da declividade foram captadas pelo MDT, bem como agrupadas via inferência *fuzzy*, pelos limites obtidos na aplicação do sistema de Mamdani. Assim, as regiões formadas apresentam as classes de vertentes pré-definidas: convexa, convexa-retilínea, retilínea, côncava-retilínea e côncava.

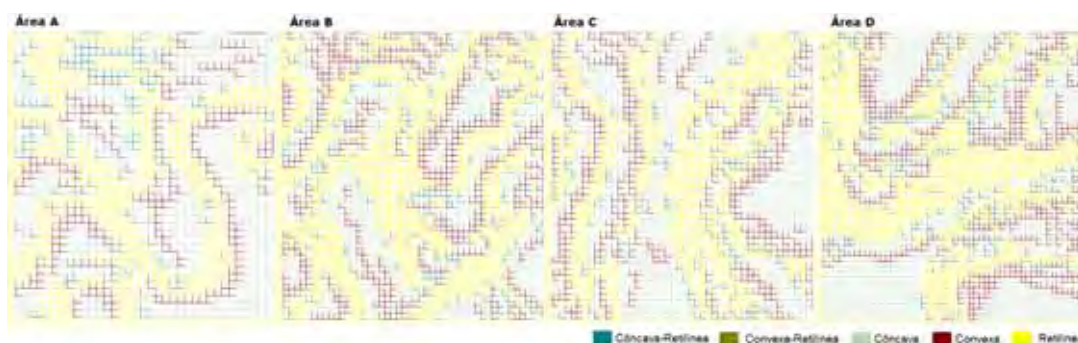


Figura 6.12: Classificação das áreas de estudo, segundo a krigagem anisotrópica com vizinhança 16.

6.3 Ajustes pelo diagrama de Voronoi

Tendo a finalidade de tornar a malha classificada em uma representação mais “limpa”, com eliminação das pequenas áreas pouco significativas para a construção do modelo, a malha foi processada para que suas regiões pudessem ser agregadas, formando áreas mais definidas, mais gerais. O procedimento foi aplicado tanto para a krigagem quanto para a TPS.

A Figura 6.13 mostra as regiões classificadas pela inferência fuzzy e conforme as regras da krigagem. A princípio, percebe-se a formação de diversas áreas pequenas e heterogêneas. Posteriormente, sob os critérios de proximidade, classificação envolvente ao ponto semente e valor local de curvatura, procedeu-se a agregação por meio dos geradores de Voronoi, ocasionando na junção de várias regiões e reduzindo a heterogeneidade.

Em relação ao produto da TPS, Figura 6.14, percebe-se, de início, a formação de área maiores, com mais homogeneidade, porém, mesmo assim, alguns locais sofreram agregação e permitiram desprezar áreas menos significativas.

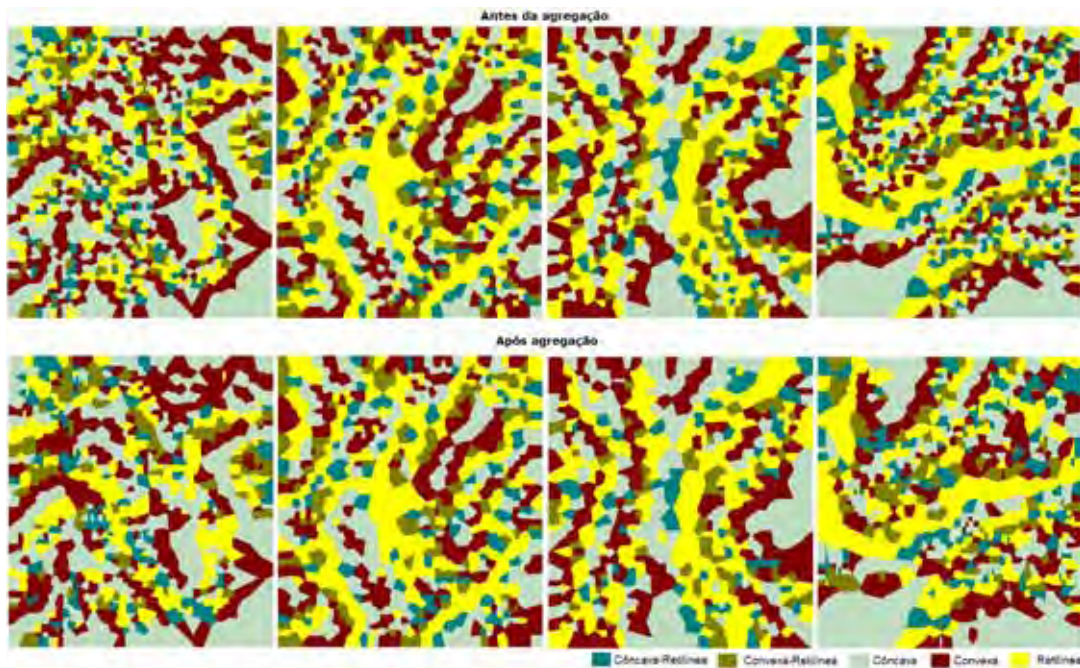


Figura 6.13: Regiões krigadas antes e após a agregação com o diagrama de Voronoi.

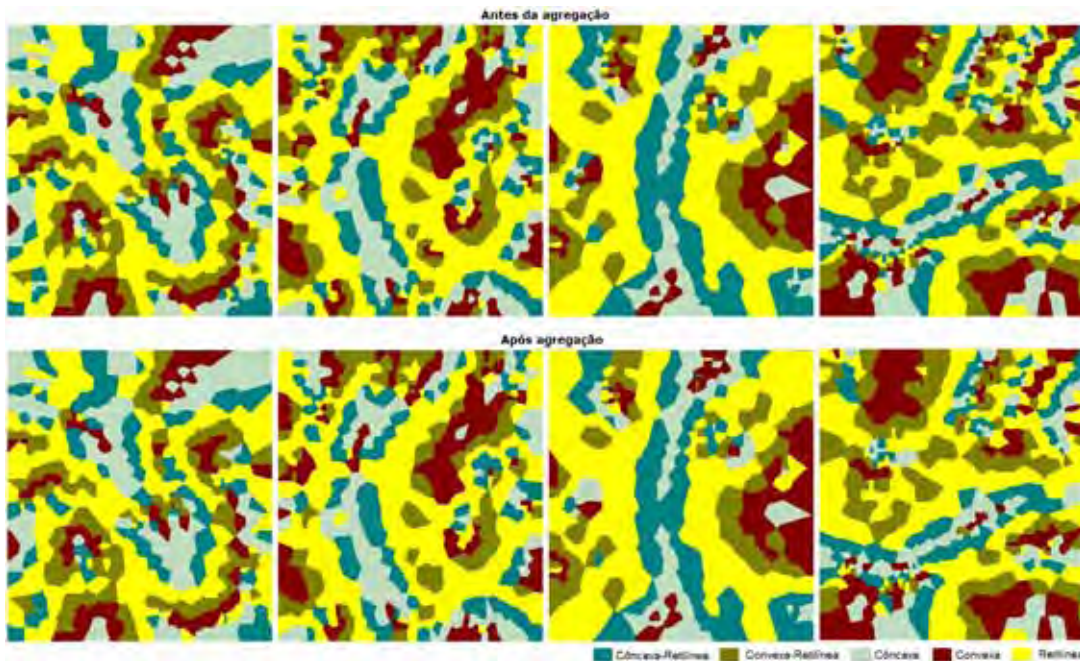


Figura 6.14: Regiões TPS antes e após a agregação com o diagrama de Voronoi.

Vale dizer que o objetivo não é ter duas representações iguais, ou seja, malha e resultado da agregação idênticos, mas uma nova representação com eliminação de detalhes menos importantes, tornando a classificação como algo mais claro, mas com semelhanças à interpolação da malha original.

No sentido de verificar a adequação do diagrama de Voronoi em relação à malha, são fornecidos pelas Figuras 6.15 e 6.16 comparativos entre as representações resultantes da agregação e das malhas interpoladas. E, ainda, a fim de facilitar o cômputo da si-

milaridade, as imagens foram subdivididas em retângulos semelhantes para, em seguida, realizar uma relação direta quadro a quadro e estabelecer a porcentagem de adequação entre o resultado da agregação e a malha gerada.

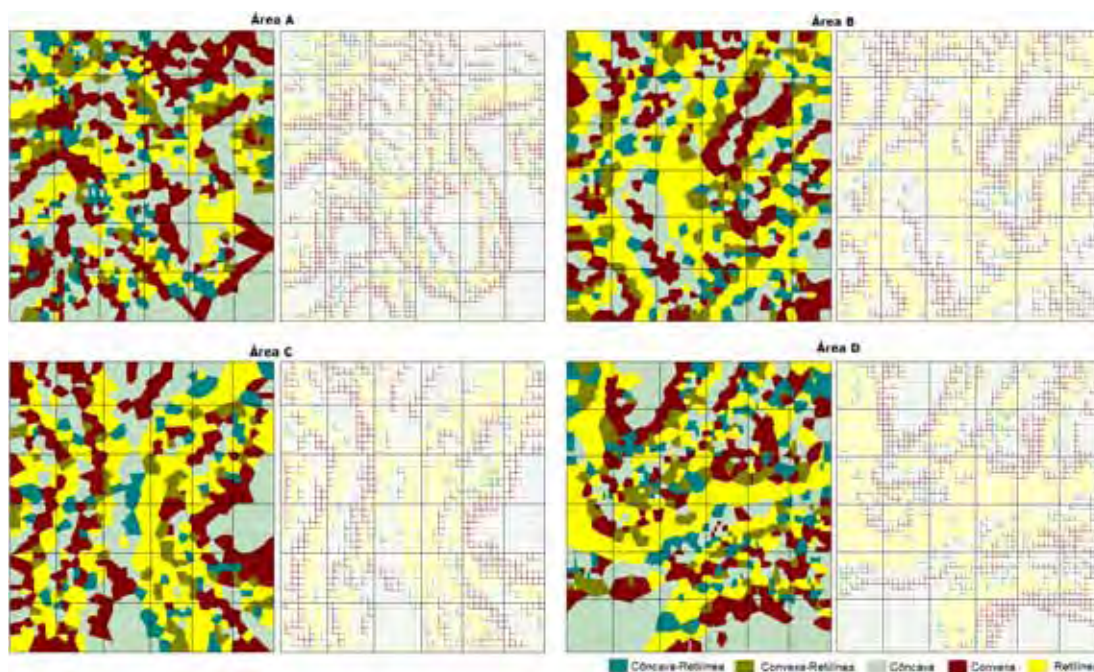


Figura 6.15: Agregação pelo diagrama de Voronoi em relação às malhas krigadas.

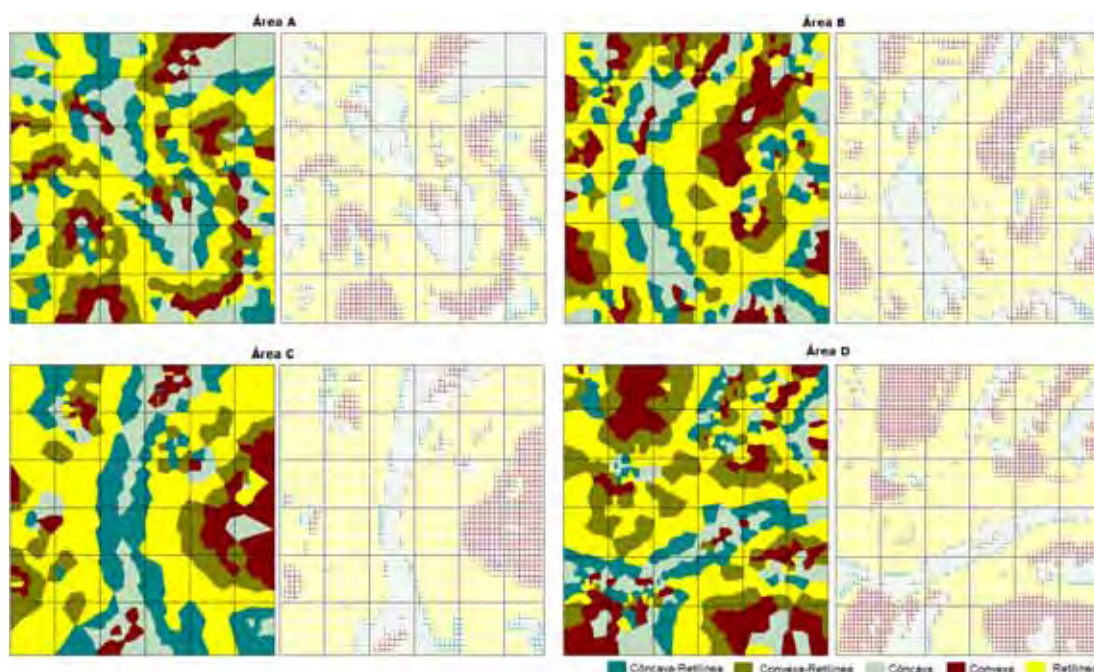


Figura 6.16: Agregação pelo diagrama de Voronoi em relação às malhas TPS.

A contagem foi feita agrupando-se os quadros em três grupos, conforme os seguintes critérios:

- **Similar:** apresenta semelhanças entre as formas principais e predominância das classificações originais;
- **Parcialmente similar:** ocorre predominância da devida classificação, embora as formas sejam pouco ajustadas;
- **Não similar:** classificação e formas totalmente diferentes em relação à malha original.

A partir de uma análise visual, verifica-se que as principais formas são preservadas, sendo outras alteradas senão pela própria propagação do gerador, pelo efeito de borda.

A tabela 6.9 fornece o resultado individual de cada área na krigagem. Nota-se que, em todas, o percentual de similaridade é igual ou superior a 50% e, como saldo geral, o percentual médio de semelhança, 58%; parcialmente semelhante, 28% e não similar, 14%.

Tabela 6.9: Comparação entre a agregação pelo diagrama de Voronoi e a malha krigada.

Áreas	Similar		Parcialmente similar		Não similar	
	Quadros	%	Quadros	%	Quadros	%
A	18	50%	13	36%	5	14%
B	20	56%	11	31%	5	14%
C	18	50%	12	33%	6	17%
D	27	75%	5	14%	4	11%
Total	83	58%	41	28%	20	14%

Repetindo-se o procedimento para a análise da TPS, aparentemente, é notória a relação entre as formas da malha e o diagrama de Voronoi classificado.

Tabela 6.10: Comparação entre a agregação pelo diagrama de Voronoi e a malha TPS.

Áreas	Similar		Parcialmente similar		Não similar	
	Quadros	%	Quadros	%	Quadros	%
A	29	81%	5	14%	2	6%
B	26	72%	9	25%	1	3%
C	23	64%	10	28%	3	8%
D	20	56%	15	42%	1	3%
Total	98	68%	39	27%	7	5%

Percebe-se ainda que regiões mais homogêneas e maiores revelam melhor adequação, o que, em números, confirma-se pela Tabela 6.10 a qual aponta, para as áreas, uma porcentagem individual de acerto na faixa de 56% a 81%, com baixo índice de não similaridade. Logo, de modo geral, o saldo médio resultante de acerto é de 68%; parcialmente similar, igual a 27% e não similar, 5%.

6.4 Procedimentos para validação

Terminado o processo de classificação, surge a necessidade de validar os resultados. Nesse sentido, uma forma é comparar os produtos gerados pela implementação com mapas geomorfológicos das áreas de referência em que apresentam símbolos associados à curvatura da vertente, visto que os mapas geomorfológicos concebem um conhecimento na visão de especialistas.

O procedimento consiste em subdividir o produto do MDT semelhantemente ao mapa, em quadrantes e, daí, fazer a correspondência destes em relação à posição entre as duas representações. Pela associação, localizam-se os símbolos classificatórios das vertentes nos mapas e os confrontam com a respectiva área no MDT. Dessa forma, é possível estabelecer numericamente uma margem de acerto e, por conseguinte, validar os resultados. Os critérios adotados para avaliação do MDT baseiam-se no enquadramento das vertentes associadas aos termos: corretas, imprecisas e incorretas, definidos como:

- **Corretas:** ocorre correspondência quanto à classificação entre os quadrantes do mapa e do MDT, sem qualquer discordância;
- **Imprecisas:** a correspondência entre os quadrantes dá-se pela formação de pequenas áreas não muito bem definidas, mas que se aproximam aos mapas geomorfológicos;
- **Incorretas:** discordância total entre a associação dos quadrantes sem haver qualquer dúvida na comparação.

Compartimentos de relevo	Tipologia da formação do relevo
 Topo suavemente ondulado das colinas convexizadas (430 a 480 m)	Tipos convexos com declividades médias de 2% a 10%
 Domínio das vertentes côncava, convexas e retilíneas (420 a 450 m)	- Vertente côncava com declividade aproximada de 5% a 20% - Vertente convexa com declividade aproximada de 10% a 20% - Vertente retilínea com declividade de 5% a 20%
 Planície aluvial e alvéolos (380 a 420 m)	Fundos de vales com declividade entre 0 e 5%

Figura 6.17: Morfoescultura — planalto ocidental paulista.

Fonte: Adaptado de Nunes, Freire e Perez (2006).

De acordo com Nunes, Freire e Perez (2006), a morfoescultura da região utilizada apresenta um padrão de forma como sendo espigões rebaixados, constituídos por relevos

de colinas côncavo-convexas com predomínio de vales do tipo V e com declividade entre 0 e 20%. Os compartimentos de relevo dos mapas geomorfológicos seguem as classes representadas pela Figura 6.17.

6.5 Comparação: MDT krigado e mapas geomorfológicos

Desse modo, cada área de estudo é comparada com seu respectivo mapa geomorfológico. Em todos os casos, foram usados os parâmetros: vizinhança = 16 para a interpolação da krigagem; Área A com espaçamento = 17 pixels e as outras com 20 pixels no MDT e mapas geomorfológicos com escala 1 : 25.000.

Teste Área A

A primeira comparação, vista na Figura 6.18, é feita para a Área A. A figura fornece o mapa geomorfológico, as amostras de curvas de nível e a representação do MDT.

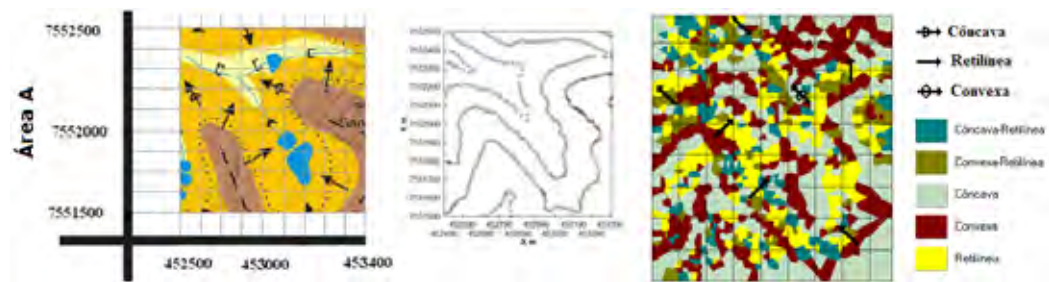


Figura 6.18: Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.

Como resultado da comparação, tem-se a Tabela 6.11 cujos valores expostos indicam a identificação correta de 5 vertentes (4 retilíneas e 1 côncava); um caso de imprecisão (1 retilínea) e uma incorreta (1 retilínea), acarretando, portanto, em um percentual de acerto igual a 71,4%; 14,3% de imprecisões e 14,3% de incorreções.

Tabela 6.11: Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	—
Retilínea	5	4	1	1
Côncava	2	1	—	—
Total	7	5	1	1
Percentual	100%	71,4%	14,3%	14,3%

Teste Área B

Procedendo do mesmo modo, faz-se o teste para a Área B, como aparece na Figura 6.19, e os resultados do confronto estão indicados na Tabela 6.12 a qual expressa a ocorrência de 6 acertos, 4 imprecisões e 1 discordância de classificação, totalizando em um saldo de acerto igual a 54,5%; imprecisões, 36,4% e erros, 9,1%.

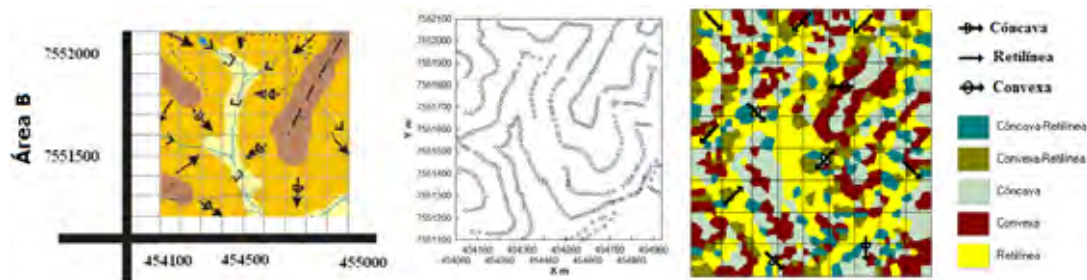


Figura 6.19: Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.

Tabela 6.12: Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	1
Retilínea	6	3	3	—
Côncava	5	3	1	—
Total	11	6	4	1
Percentual	100%	54,5%	36,4%	9,1%

Teste Área C

Igualmente o processo é aplicado para a Área C. Este teste, como mostram a Figura 6.20 e a Tabela 6.13, revela o menor nível de acerto entre as quatro áreas, correspondente a 50% e, ainda, 12,5% de imprecisões e o maior índice de desacordo com o mapa geomorfológico, 37,5%. Mesmo assim, o percentual é, ao menos, mediano.

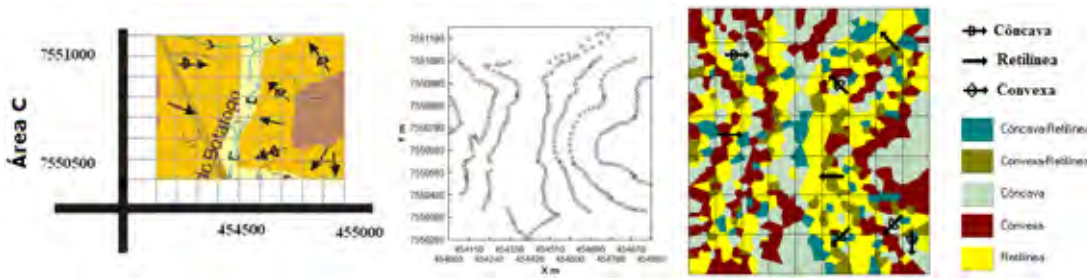


Figura 6.20: Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.

Tabela 6.13: Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	—
Retilínea	4	2	—	1
Côncava	4	2	1	2
Total	8	4	1	3
Percentual	100%	50%	12,5%	37,5%

Teste Área D

Por último, a comparação é feita para a Área D, obtendo-se a Figura 6.21 e, consequentemente, a Tabela 6.14. Neste caso, os resultados apontam o maior percentual de acerto entre as quatro áreas, igual a 75,0%, seguido de 25,0% de imprecisões e não revelando nenhum caso de discordância com os mapas.

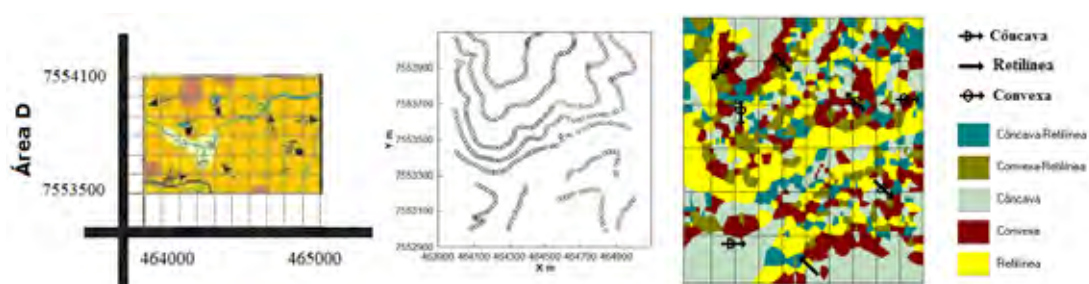


Figura 6.21: Comparação entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.

Tabela 6.14: Comparação krigagem entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	3	2	1	—
Retilínea	1	—	1	—
Côncava	4	4	—	—
Total	8	6	2	—
Percentual	100%	75,0%	25,0%	—

6.6 Comparação: MDT com TPS e mapas geomorfológicos

Analogamente, são gerados os MDTs para as Áreas A, B, C e D com os mesmos parâmetros de grade da krigagem e classificação *fuzzy*, porém agora com o interpolador TPS. Seus resultados também são decompostos em quadrantes e comparados com os mapas geomorfológicos, como mostram as Figuras 6.22, 6.23, 6.24 e 6.25.

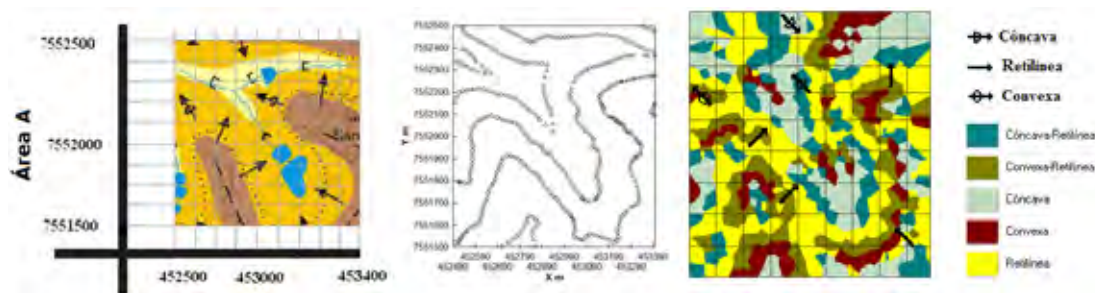


Figura 6.22: Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área A.

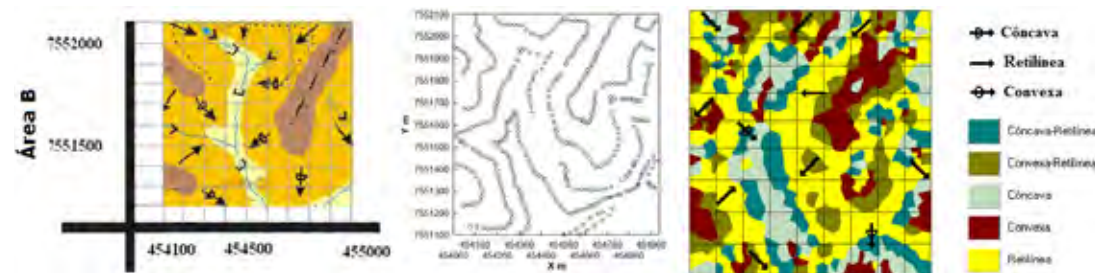


Figura 6.23: Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área B.

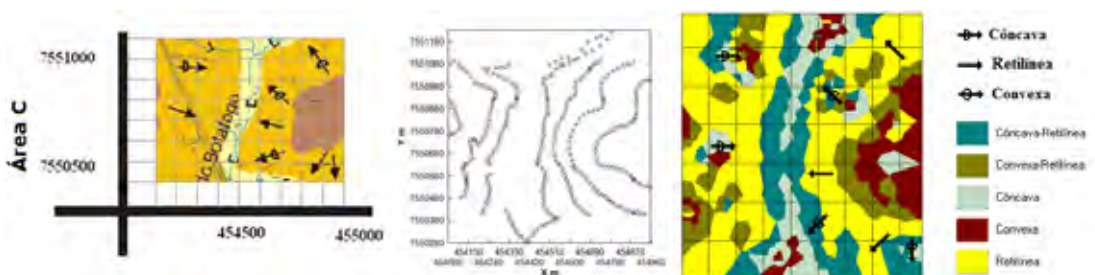


Figura 6.24: Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área C.

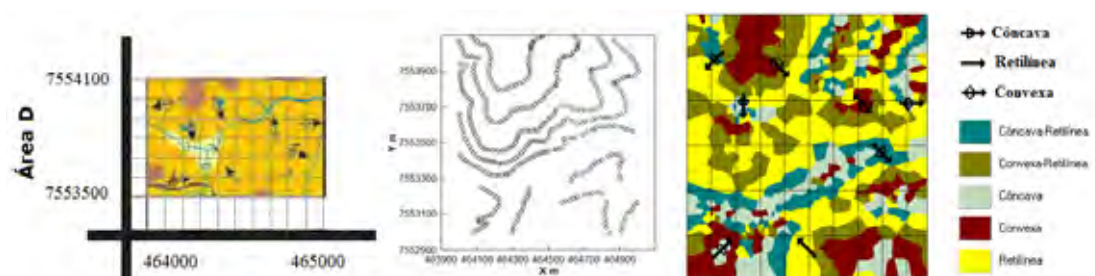


Figura 6.25: Comparação TPS entre mapa geomorfológico e MDT da Área D.

Tabela 6.15: Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área A.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	1
Retilínea	5	3	1	—
Côncava	2	1	—	1
Total	7	4	1	2
Percentual	100%	57,1%	14,3%	28,6%

Os valores da comparação para a Área A estão na Tabela 6.15 em que constam 4 vertentes corretas (3 retilíneas e 1 côncava), o que representa 57,1%; 1 caso de imprecisão (1 retilínea) ou 14,3% e 2 vertentes discordantes (1 convexa e 1 côncava) ou 28,6%.

Para o teste da Área B, a Tabela 6.16 expressa o resultado da seguinte maneira: 6 vertentes corretas (4 retilíneas e 2 côncavas), iguais a 54,5%; 2 vertentes retilíneas imprecisas ou 18,2% e, ainda, 3 casos retilíneos discordantes, correspondentes a 27,3%.

Tabela 6.16: Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área B.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	—
Retilínea	6	4	2	3
Côncava	5	2	—	—
Total	11	6	2	3
Percentual	100%	54,5%	18,2%	27,3%

A Tabela 6.17 apresenta para a Área C: valor de acerto igual a 50,0%; apenas um caso de imprecisão, 12,5% e um índice mais elevado de casos incorretos, 37,5%.

Tabela 6.17: Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área C.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	—	—	—	—
Retilínea	4	2	—	1
Côncava	4	2	1	2
Total	8	4	1	3
Percentual	100%	50,0%	12,5%	37,5%

Já para a Área D, Tabela 6.18, os valores resultantes, no geral, são mais expressivos, correspondem a: 62,5% de vertentes corretas; 12,5% de imprecisas e 25,0% de incorretas.

Tabela 6.18: Comparação TPS entre o mapa geomorfológico e o MDT da Área D.

Classe de Vertente	Mapa Geomorfológico	MDT		
		Corretas	Imprecisas	Incorretas
Convexa	3	1	1	1
Retilínea	1	1	—	—
Côncava	4	3	—	1
Total	8	5	1	2
Percentual	100%	62,5%	12,5%	25,0%

Por fim, dos testes com TPS, resultaram, assim como na krigagem, as Áreas C e D apresentando o menor e o maior índice de concordância aos mapas geomorfológicos, respectivamente.

6.7 Análise dos resultados

Nos testes de classificação das áreas, observa-se que há correspondência entre os mapas e os MDTs. Obviamente tal correspondência não é feita ponto a ponto, mas por aproximações de suas características que foram percebidas e identificadas de acordo com os critérios de vertentes corretas, imprecisas e incorretas para os dois casos de interpolação (krigagem e TPS) e, de modo geral, são comentados na sequência.

No MDT com a krigagem, ao se computar as comparações das quatro áreas, obtiveram-se os valores da Tabela 6.19 a qual indica para um número de acerto igual a 61,8%. Em relação aos casos de imprecisões, que representam regiões pequenas não sendo totalmente definidas, estes equivalem a 23,5%, e quanto às classificações incorretas, cujas vertentes identificadas diferem totalmente do mapa geomorfológico, estas têm um percentual de 14,7%.

Tabela 6.19: Resultado geral das comparações com krigagem.

Classificações	Quantidades examinadas	Percentual
Corretas	21	61,8%
Imprecisas	8	23,5%
Incorretas	5	14,7%
Total	34	100%

Igualmente para o MDT via TPS, o resultado geral das comparações para as mesmas quatro áreas aparecem na Tabela 6.20 que expõe: entre as 34 vertentes dos mapas geomorfológicos, 19 foram identificadas corretamente (55,9%); 5 vertentes com imprecisões (14,7%) e 10 vertentes incorretas (29,4%).

Tabela 6.20: Resultado geral das comparações com TPS.

Classificações	Quantidades examinadas	Percentual
Corretas	19	55,9%
Imprecisas	5	14,7%
Incorretas	10	29,4%
Total	34	100%

De qualquer modo, a aplicação de ambos interpoladores, aliado ao ajuste pelo diagrama de Voronoi, permitiram identificar áreas segundo a curvatura da vertente com margem de acerto superior a 55%. Se for considerado também os casos de imprecisões, esse número cresce pelo menos a 70%. Do ponto de vista por parte dos erros, a krigagem teve índice menor, de 14,7%, enquanto a TPS, 29,4%. Na krigagem, embora o produto final gerado apresente formação de pequenas áreas com certa heterogeneidade, sua aplicação

permitiu captar as características do relevo, bem como na TPS, porém esta com áreas mais homogêneas.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 Considerações finais e conclusões

A metodologia provê a classificação de áreas quanto à curvatura da vertente em perfil cujas classes principais são: convexa, retilínea e côncava. Isto a partir de dados amostrados por curvas de nível e operados sobre modelos digitais de terrenos com interpolação krigagem e TPS, os quais posteriormente são submetidos à inferência *fuzzy*.

Na classificação *fuzzy*, os intervalos utilizados estão baseados em Anjos (2008), sendo as funções de pertinência aplicadas do tipo triangular e trapezoidal. Entretanto, o cálculo da curvatura de vertente aqui usado obedece a outro método, denominado método de Evens-Young (HENGL; GRUBER; SHRESTHA, 2003).

As interpolações por meio da krigagem permitem pontuar alguns aspectos sobre a espacialidade dos dados, como: a disposição das curvas de nível influencia diretamente na definição dos parâmetros de modelagem e, apesar das informações indicarem às vezes alguma direção com tendência, esta foi assumida, com determinada limitação de alcance e, assim, viabilizou a aplicação da krigagem ordinária.

Quanto à dependência espacial, todos os exemplos, por intermédio de seus mapas variográficos, mostraram haver correlação entre as informações de altimetria, além de uma direção com maior continuidade que juntamente pôde ser percebida pela geração dos semivariogramas, evidenciando um caráter anisotrópico. Também foi testado o aumento do parâmetro de vizinhança que, no momento da interpolação, é utilizado para estimar o valor do ponto na grade. Esta gradação revelou não haver melhora nos resultados da krigagem, sendo o melhor caso com tamanho 16.

A respeito do desempenho geral das estimativas krigadas, a análise feita, com base no erro médio absoluto, indicou vantagem da anisotropia sobre a isotropia, visto que seu valor de erro foi menor, o que demonstra mais proximidade em relação aos dados reais observados. Razão pela qual esse tipo de modelagem foi usado para gerar os MDTs das quatro áreas de teste e, por conseguinte, submetidos aos procedimentos de validação.

Segundo critérios de tipos de classificação circundante, proximidade e curvatura do terreno, a agregação de regiões foi executada com aplicação do diagrama de Voronoi

que, ao percorrer seus geradores, possibilitou análises locais e verificou a necessidade de reclassificação ou não da área. Os efeitos de tal aplicação foram percebidos nos dois métodos de interpolação cujas respostas são notadas da seguinte forma:

- Krigagem: adequação geral com as malhas dos MDTs na média de 86%, considerando-se os casos similares e parcialmente similares; formação de áreas menos homogêneas, com extensões menores e que, por isso, registrou visualmente maior atuação do processo de agregação.
- TPS: adequação geral com as malhas dos MDTs na média de 95%, considerando-se os casos similares e parcialmente similares; formação de áreas mais homogêneas, com extensões maiores que, conseqüentemente, resultou em um número menor de agregação.

De qualquer modo, em ambos os casos, o método conseguiu juntar áreas, eliminando algumas partes menores e permitiu fazer a correspondência de total similaridade, no pior caso, com taxa de 50%.

Ainda sobre a aplicação do diagrama de Voronoi, também foi percebido que uma quantidade excessiva de pontos geradores provoca perda da qualidade e da forma principal, a qual define a estrutura da região.

Os testes levaram em conta quatro áreas da região leste do perímetro urbano de Presidente Prudente das quais seus dados de altimetria são expressos na forma de isolinhas e evidenciam relevos de colinas côncavo-convexas, predominando vales em V com declividade entre 0 e 20% (NUNES; FREIRE; PEREZ, 2006).

Na validação dos testes do produto final em comparação com mapas geomorfológicos, as imprecisões representam classificações aproximadas, não corretas em sua totalidade, mas que também não são erradas e, portanto, podem ser adicionadas às margens de acerto. Mesmo porque, as faixas difusas entre uma vertente e outra são características inerentes do relevo. Assim sendo, considerando-se as classificações corretas junto às imprecisas, a krigagem apresentou índice de 85,3%, enquanto a TPS, 70,6%.

Em termos gerais, pode-se concluir que a TPS teve melhor ajuste da malha interpolada com o diagrama de Voronoi, se comparada à krigagem. Por outro lado, no confronto do produto final gerado pela implementação com os mapas geomorfológicos, a krigagem alcançou melhores índices de acerto do que a TPS, mostrando que as relações de espacialidade contribuem como método estimador em MDT para o tratamento de dados altimétricos.

É importante ressaltar que quando se trabalha com interpolação geoestatística, os casos devem ser tratados de modo independente, pois a modelagem está ligada às percepções de quem a manipula. Isto constitui uma das dificuldades encontradas, pois ao se considerar dados oriundos de amostras que, por sua vez, figuram o relevo apenas de maneira aproximada, ajustes devem ser feitos na intenção de moldar algo que seja válido para uma superfície contínua, representando a espacialidade por completo. Mais uma dificuldade é acerca das definições dos intervalos de classificação que tem como base testes experimentais apoiados em funções de pertinências. O principal fato é que tanto as modelagens quanto as definições das funções de pertinências e limites de classes dependem de conhecimento especializado e entendimento sobre as informações de análise.

Outra consideração é em relação à implementação desenvolvida para o MDT, cálculo da curvatura e agregação de regiões que conseguiu atingir seu propósito de gerar uma representação gráfica para o relevo, segundo critérios previamente estabelecidos. Além disso, o objetivo de produzir uma nova aplicação para o diagrama de Voronoi em conjunto com geoformas também foi contemplado, o que amplia as funcionalidades da ferramenta.

Por fim, embora a pesquisa enfoque a curvatura da vertente, expressa nas formas divergente ou convergente, que no contexto ambiental abordado resulta em acúmulo ou escoamento de água, sua aplicação pode ser estendida a diversas áreas que tenham interesse na usabilidade do solo cuja utilização esteja associada à forma, uma vez que os resultados alcançados servem como alternativa na representação da superfície.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Em decorrência da metodologia utilizada, algumas possibilidades de trabalhos futuros são apontadas:

- Testar outras técnicas de krigagem, visto que, neste trabalho, foi aplicada somente a krigagem ordinária e que as condições anisotrópicas contribuem nas estimativas;
- Utilizar a teoria *Neuro-fuzzy* na aquisição de parâmetros das funções de pertinência;
- Buscar métodos alternativos, menos visuais e mais técnicos para comparação com os mapas geomorfológicos;
- Pesquisar o uso de outras variáveis que possam contribuir na definição dos conjuntos *fuzzy*.

Referências Bibliográficas

ANDRIOTTI, J. L. S. *Fundamentos de estatística e geoestatística*. São Leopoldo: Unisinos, 2003. 165 p.

ANJOS, D. S. *Classificação da curvatura de vertentes em perfil via thin plate splines e inferência fuzzy*. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) — Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2008.

AURENHAMMER, F.; KLEIN, R. *Voronoi diagrams*. 5. ed. Amsterdam: North Holland, 2000. 201-290 p.

BARBOSA, R. L.; MENEGUETTE JUNIOR, M.; SILVA, J. F. C.; GALLIS, R. B. A.; ITAME, O. I. Análise estatística da qualidade de um modelo digital de terreno gerado com thin plate spline. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 60, p. 127–132, 2008.

BENINI, L. C.; MENEGUETTE JUNIOR, M. Uma abordagem para modelagem de dados com o uso de sistemas neuro-fuzzy: aplicações geoespaciais. In: BARBELOS, C. A. Z.; ANDRADE, E. X. L.; BOAVENTURA, M. (Ed.). *XXXII CNMAC*. São Carlos: SBMAC, 2009, (Notas em Matemática Aplicada, v. 43). p. 88.

BERVEGLIERI, A. *Diagramas de Voronoi no plano: abordagem algorítmica incremental*. 85 p. Monografia (Graduação em Ciência da Computação) — Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2008.

BETTINI, C. Conceitos básicos de geoestatística. In: MEIRELLES, M. S. P.; CÂMARA, G.; ALMEIDA, C. M. (Ed.). *Geomática: modelos e aplicações ambientais*. Brasília: Embrapa, 2007. cap. 4, p. 193–234.

BOOKSTEIN, F. L. Principal warps: thin-plate splines and the decomposition of deformations. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, v. 11, n. 6, p. 567–585, 1989.

BURROUGH, P. A. Fuzzy mathematical methods for soil survey and land evaluation. *Journal of Soil Science*, v. 40, p. 477–492, 1989.

CAMARGO, E. C. G. *Desenvolvimento, implementação e teste de procedimentos geoestatísticos (krigeagem) no sistema de processamento de informações georreferenciadas (SPRING)*. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1997.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. *Análise espacial de superfícies*. Brasília: Embrapa, 2004.

CASSETI, V. *Geomorfologia*. 2005. Disponível em: <<http://www.funape.org.br/geomorfologia/index.php>>. Acesso em: 01 mar. 2010.

- CASTANHO, J. E. C.; TOZZI, C. L. Obtenção da transformação de corpo rígido em registro de imagens com deformação usando thin plate spline. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE COMPUTAÇÃO GRÁFICA E PROCESSAMENTO DE IMAGENS. *Anais...* Caxambu, 1996.
- CUNHA, C. M. L.; MENDES, I. A.; SANCHEZ, M. C. A cartografia do relevo: uma análise comparativa de técnicas para a gestão ambiental. *Revista Brasileira de Geomorfologia*, v. 1, n. 1, p. 01–09, 2003.
- DRAGUT, L.; BLASCHKE, T. Automated classification of landform elements using object-based image analysis. *Geomorphology*, n. 81, p. 330–334, 2006.
- EL-SHEIMY, N.; VALEO, C.; HABIB, A. *Digital terrain modeling: acquisition, manipulation, and applications*. Boston: Artech House, 2005. 257 p.
- ELAMVAZUTHI, I.; VASANT, P.; WEBB, J. The application of mamdani fuzzy model for auto zoom function of a digital camera. *International Journal of Computer Science and Information Security IJCSIS*, v. 6, n. 6, p. 244–249, 2009.
- FELGUEIRAS, C. A. Modelagem numérica de terrenos. In: CÂMARA, G.; DAVIS, C.; MONTEIRO, A. M. V. (Ed.). *Introdução à ciência da geoinformação*. São José dos Campos: INPE, 2001, (Ciência e Engenharia da Geoinformação). cap. 7, p. 174–211. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro/introd>>. Acesso em: 16 mar. 2010.
- FLORENZANO, T. G. Introdução à geomorfologia. In: FLORENZANO, T. G. (Ed.). *Geomorfologia: conceitos e tecnologias atuais*. São Paulo: Oficina de textos, 2008. cap. 1, p. 11–30.
- GONZALEZ, C. G.; WOODS, R. E. *Digital image processing*. 3. ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008. 954 p.
- GONZALEZ, C. G.; WOODS, R. E.; EDDINS, S. L. *Digital image processing using Matlab*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2004. 609 p.
- GUERRA, A. T. *Novo dicionário geológico-geomorfológico*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001. 648 p.
- HENGL, T.; GRUBER, S.; SHRESTHA, D. P. *Digital terrain analysis in ILWIS: lecture notes and user guide*. Enschede: ITC, 2003. 56 p. Disponível em: <<http://www.itc.nl/personal/shrestha/DTA%20-%20user%20guide.pdf>>. Acesso em: 20 mar. 2010.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. *An introduction to applied geostatistics*. New York: Oxford University Press, 1989. 561 p.
- LANDIM, P. M. B. *Análise estatística de dados geológicos*. 2. ed. São Paulo: Unesp, 2003. 253 p.
- LANDIM, P. M. B. *Introdução à análise variográfica com o variowin: lab. geomatemática*. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2004. 25 p. Texto didático. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/DIDATICOS/LANDIM/Variowin.pdf>>. Acesso em: 16 mar. 2010.

- LANDIM, P. M. B.; STURARO, J. R.; MONTEIRO, R. C. *Krigagem ordinária para situações com tendência regionalizada*. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2002. Texto didático 06. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>. Acesso em: 16 mar. 2010.
- LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. *Digital terrain modeling: principles and methodology*. London: CRC PRESS, 2005. 323 p.
- LODWICK, W. A.; ANILE, M.; SPINELLA, S. *Fuzzy surfaces in GIS and geographical analysis: theory, analytical methods, algorithms, and applications*. Boca Raton: CRC Press, 2008. 163 p.
- MAMDANI, E. H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. *IEEE Transactions on Computers*, v. 26, n. 12, p. 1182–1191, 1977.
- MATHERON, G. *The theory of regionalized variables*. Paris: École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1971. 211 p. (Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, 5).
- MONTEIRO, R. C. *Estimativa espaço-temporal da superfície potenciométrica do sistema aquífero guarani na cidade de Ribeirão Preto (SP), Brasil*. Tese (Doutorado em Geociências) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- MOREIRA, F. R.; BARBOSA, C.; CÂMARA, G.; FILHO, R. A. Inferência geográfica e suporte à decisão. In: CÂMARA, G.; MONTEIRO, A. M.; MEDEIROS, J. S. (Ed.). *Introdução à ciência da geoinformação*. São José dos Campos: INPE, 2004. cap. 9, p. 1–49.
- MUNAKATA, T. *Fundamentals of the new artificial intelligence: neural, evolutionary, fuzzy and more*. 2. ed. London: Springer, 2008. 255 p. (Texts in computer science).
- NUNES, J. O. R.; FREIRE, R.; PEREZ, I. U. Mapeamento geomorfológico do perímetro urbano de Presidente Prudente-sp. *VI Simpósio Nacional de Geomorfologia*, 2006.
- OKABE, A.; BOOTS, B.; SUGIHARA, K.; S, C. N. *Spatial tessellations: concepts and applications of voronoi diagrams*. 2nd. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000. 671 p.
- PANNATIER, Y. *VARIOWIN: Software for spatial data analysis in 2D*. Springer-V, 1996. 91 p. Disponível em: <<http://www-sst.unil.ch/research/variowin/index.html>>. Acesso em: 16 mar. 2010.
- PREPARATA, F. P.; SHAMOS, M. I. *Computational geometry: an introduction*. New York: Springer-Verlag, 1985. 398 p.
- SILVEIRA, C. T.; FIORI, A. P.; OKA-FIORI, C. Estudo das unidades ecodinâmicas de instabilidade potencial na apa de guaratuba: subsídios para o planejamento ambiental. *Boletim Paranaense de Geociências*, n. 57, p. 9–23, 2005.

- SIVARAO; BREVERN, P.; EL-TAYEB, N.; VENGKATESH, V. C. Gui based mamdani fuzzy inference system modeling to predict surface roughness in laser machining. *International Journal of Electrical & Computer Sciences IJECS*, v. 9, n. 9, p. 281–288, 2009.
- TRICART, J. Principes et méthodes de la géomorphologie. *Annales de Géographie*, v. 75, n. 411, p. 598–601, 1966.
- TUNG, W.; QUEK, C. A Mamdani-Takagi-Sugeno based linguistic neural-fuzzy inference system for improved interpretability-accuracy representation. *FUZZ-IEEE 2009*, p. 367–372, 2009.
- VALERIANO, M. M. Dados topográficos. In: FLORENZANO, T. G. (Ed.). *Geomorfologia: conceitos e tecnologias atuais*. São Paulo: Oficina de textos, 2008. cap. 3, p. 72–104.
- VELOSO, A. J. G. Importância do estudo das vertentes. *Geographia*, v. 4, n. 8, p. 79–83, 2002. Disponível em: <<http://www.uff.br/geographia/ojs/index.php/geographia/article/view/89/87>>. Acesso em: 03 mar. 2010.
- WOODCOCK, C. E.; GOPAL, S. Fuzzy set theory and thematic maps: accuracy assessment and area estimation. *International Journal of GIS*, v. 14, n. 2, p. 153–172, 2000.
- YU, Z. W. interpolation from irregularly distributed points using surface splines, with fortran program. *Computers & Geosciences*, n. 27, p. 877–882, 2001.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and control*, v. 8, p. 338–353, 1965.
- ZHOU, Q.; LEES, B.; TANG, G. *Advances in digital terrain analysis*. Berlin: Springer-Verlag, 2008. 463 p.