



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA - FEIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA – DEE
LABORATÓRIO DE ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS –
LETEL

RAFAEL CUERDA MONZANI

ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS UTILIZANDO
MATRIZES DE TRANSFORMAÇÃO REAIS – SISTEMAS TRIFÁSICOS
COM A PRESENÇA DE CABOS PÁRA-RAIOS

Ilha Solteira

2013

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS
UTILIZANDO MATRIZES DE TRANSFORMAÇÃO REAIS –
SISTEMAS TRIFÁSICOS COM A PRESENÇA DE CABOS
PÁRA-RAIOS**

RAFAEL CUERDA MONZANI

Prof. Dr. Afonso José do Prado
Orientador

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia – UNESP – Campus Ilha
Solteira, para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira – SP

2013



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Análise de transitórios eletromagnéticos utilizando matrizes de transformação reais - sistemas trifásicos com a presença de cabos pára-raios.

AUTOR: RAFAEL CUERDA MONZANI

ORIENTADOR: Prof. Dr. AFONSO JOSÉ DO PRADO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. AFONSO JOSÉ DO PRADO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. LUIZ FERNANDO BOVOLATO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS DA COSTA CAMPOS

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Vicosa

Data da realização: 22 de fevereiro de 2013.

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- M816a Monzani, Rafael Cuerda.
Análise de transitórios eletromagnéticos utilizando matrizes de transformação reais – sistemas trifásicos com a presença de cabos pára-raios / Rafael Cuerda Monzani. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
135 f. : il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013
- Orientador: Afonso José do Prado
Co-orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia
1. Linhas de transmissão. 2. Cabos pára-raios. 3. Autovalores. 4. Autovetores. 5. Matriz de transformação. 6. Rotina numérica.

DEDICO

Aos meus pais, Rosana Cuerda Monzani e Sidnei de Jesus Monzani, que sempre me incentivaram a corroboraram para minha formação e educação, meus exemplos de honestidade e dignidade.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à Deus, pois sem Ele, nada seria possível realizar em minha vida. Agradeço o dom da vida, a sabedoria concedida e a plena certeza de ter escolhido o caminho certo para trilhar ao longo de minha carreira profissional.

Agradeço aos meus pais, Rosana e Sidnei, pelo apoio e incentivo ao longo de todos esses anos, e em especial, pelo brilho nos olhos ao admirar as conquistas que obtive. Pois isso sim é o melhor presente que eu poderia ter.

Agradeço ao meu orientador e amigo, Afonso José do Prado, primeiramente pelo companheirismo desde o tempo da graduação, que foi o grande incentivador ao me mostrar as qualidades da carreira acadêmica. E, também, pelo apoio concedido às diversas vezes com as quais precisei de socorro.

Agradeço ao professor e coordenador da pós-graduação, Prof. Rubén Augusto Romero Lázaro, pela gentileza de ter me concedido tanto aprimoramento nas disciplinas ministradas por ele bem como no estágio que realizei sob sua coordenação.

Agradeço ao meu amigo e companheiro de grupo de pesquisa, Leonardo da Silva Lessa, pelas horas e horas nas quais conversamos e discutimos diversos assuntos.

Agradeço aos meus companheiros de pós-graduação, Celso, Gisele, Júlio, Caio, Érica, Fernando, e tantos outros, pela amizade e trabalho em equipe.

Agradeço também aos outros professores responsáveis pelo LETEL (Laboratório de Estudos de Transitórios Eletromagnéticos), Prof. Dr. Luiz Fernando Bovolato e Prof. Dr. Sérgio Kurokawa. O LETEL foi o espaço adequado no qual pude desenvolver a minha pesquisa.

Agradeço também às minhas irmãs, Caroline e Jaqueline, pelos conselhos.

ÓRGÃOS FINANCIADORES

Este trabalho teve os seguintes apoios financeiros:

- CAPES/CNPq (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e Conselho Nacional de Pesquisa) - bolsa de Mestrado – 1º semestre de 2011;
- FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) – bolsa de Mestrado – 2º a 4º semestre e passagem aérea para participação em congresso internacional.
- PPGEE (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) e a Pró-Reitoria de Pós-Graduação – passagens e diárias para participações em congressos nacionais e internacionais, e, também, a publicação de capítulo de livro.

RESUMO

Este trabalho apresenta um método para determinação de matrizes reais de transformação em sistemas trifásicos considerando a presença de cabos pára-raios. Assim, para as matrizes Z e Y que representam a linha de transmissão, considera-se que os cabos pára-raios não estão implícitos nos valores das fases. Como proposta, usa-se uma matriz de transformação real por toda faixa de frequência de análise. Essa matriz de transformação é uma aproximação da matriz de transformação exata. Para os elementos relacionados com a fase do sistema considerado, a matriz de transformação é composta a partir dos elementos da matriz de Clarke. Nas partes relacionadas com os cabos pára-raios, os elementos da matriz de transformação devem estabelecer uma relação com os elementos das fases considerando o estabelecimento de uma referência homopolar única no domínio dos modos. No caso de linhas de transmissão trifásicas com a presença de dois cabos pára-raios, não é possível obter a diagonalização completa das matrizes Z e Y no domínio dos modos. Isso leva a aplicação de uma matriz média-antimédia com o objetivo de minimizar os erros da composição da matriz de transformação obtida a partir da primeira matriz proposta. Uma segunda proposta de matriz de transformação ainda é aplicada. Os resultados obtidos são analisados por meio de gráficos e condensados em tabelas. Por fim, é aplicada uma rotina de correção com o objetivo de minimização dos erros obtidos para os autovalores e os valores relativos fora da diagonal principal.

Palavras-chave: Linhas de transmissão, Cabos pára-raios, Autovalores, Autovetores, Matriz de transformação, Rotina numérica.

ABSTRACT

This paper presents a method for determining real transformation matrices in three-phase systems considering the presence of ground wires. Thus, for the matrices Z and Y represent the transmission line, it is considered that the ground wires are not implied in the phases values. As a proposal, it uses a transformation matrix throughout the frequency range for analysis. This transformation matrix is an approximation of the exact transformation matrix. For items related to the phase of the considered system, the transformation matrix is composed by elements from Clarke's matrix. In parts related to ground wires, the elements of the transformation matrix must establish a relationship with the elements of the phases considering the establishment of a unique homopolar reference in mode domain. In the case of three phase transmission lines in the presence of ground wires, it is not possible to obtain complete diagonalization of the Z and Y matrices in the mode domain. This leads to the application of a media-antimedia matrix in order to minimize errors in the composition of the transformation matrix obtained from the first proposal. A second proposal of transformation matrix is still applied. The results are analyzed by using graphs and condensed tables. Finally, it is applied a correction routine with the goal of minimizing errors obtained for the eigenvalues and relative values outside the main diagonal.

Key-words: Transmission line, Ground wires, Eigenvalues, Eigenvectors, Transformation matrix, Numeric routine.

SUMÁRIO

<u>1</u>	<u>INTRODUÇÃO</u>	<u>16</u>
<u>2</u>	<u>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</u>	<u>20</u>
2.1	<i>Parâmetros de Linhas de Transmissão</i>	20
2.1.1	<i>Impedância Longitudinal</i>	22
2.1.1.1	<i>Impedância Externa</i>	23
2.1.1.2	<i>Impedância Interna</i>	24
2.1.1.3	<i>Impedância devido ao Efeito do Solo</i>	27
2.1.1.4	<i>Impedância Longitudinal</i>	30
2.1.2	<i>Admitância Transversal da Linha</i>	30
2.2	<i>Altura corrigida dos condutores</i>	31
2.3	<i>Redução de Kron</i>	32
2.4	<i>Altura e Distância Média Geométrica</i>	33
2.5	<i>Linhas Polifásicas</i>	35
2.6	<i>Representação da linha no domínio modal</i>	35
2.7	<i>Impedâncias e Admitâncias dos modos da linha</i>	36
<u>3</u>	<u>MODELOS COMPUTACIONAIS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO</u>	<u>38</u>
3.1	<i>Introdução</i>	38
3.2	<i>Equações de Propagação de Linhas Monofásicas</i>	38
3.2.1	<i>Solução das equações de propagação de uma linha sem perdas</i>	39
3.2.2	<i>Soluções das equações diferenciais para o caso de linhas com perdas</i>	40
3.3	<i>Modelos Computacionais de Linhas – Parâmetros Distribuídos</i>	42
3.3.1	<i>Modelo desenvolvido no domínio da frequência</i>	42
3.3.2	<i>Modelo desenvolvido diretamente no domínio do Tempo</i>	43
3.3.2.1	<i>Movimento Progressivo e Movimento Retrógrado</i>	44
3.3.2.2	<i>Exemplo de Energização de uma Linha Aberta</i>	47
3.4	<i>Modelos Computacionais de Linhas – Parâmetros Concentrados</i>	48
<u>4</u>	<u>LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM DOIS CABOS PÁRA-RAIOS</u>	<u>52</u>
4.1	<i>Caso Não Transposto</i>	52
4.2	<i>Caso Transposto</i>	57
<u>5</u>	<u>MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO</u>	<u>59</u>
<u>6</u>	<u>ANÁLISES DE ERROS</u>	<u>67</u>
6.1	<i>Primeira Hipótese</i>	68

6.1.1	<i>Aplicação para T_I</i>	68
6.1.2	<i>Aplicação para T_V</i>	77
6.2	<i>Segunda Hipótese</i>	86
6.2.1	<i>Aplicação para T_I</i>	86
6.2.2	<i>Aplicação para T_V</i>	97
<u>7</u>	<u>ROTINA DE CORREÇÃO</u>	<u>109</u>
7.1	<i>Desenvolvimento da Rotina de Correção</i>	109
7.2	<i>Aplicação da Rotina de Correção</i>	110
	<u>CONCLUSÃO</u>	<u>126</u>
	<u>REFERÊNCIAS</u>	<u>128</u>

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de dois condutores.	20
Figura 2 – Representação circuital de uma linha de transmissão.	20
Figura 3 – Arranjo de N condutores suspensos.	22
Figura 4 – Esquema de distância entre dois condutores.	23
Figura 5 – Distâncias entre subcondutores.	24
Figura 6 – Impedância interna de um condutor (a) Resistência; (b) Indutância.	26
Figura 7 – Comportamento dos parâmetros, próprios e mútuos, devido ao efeito solo.	29
Figura 8 – Sistema de N condutores.	30
Figura 9 – Altura de fixação do cabo na torre de transmissão e da catenária.	32
Figura 10 – Distâncias entre o condutor 1 e os demais cabos condutores e os cabos pára-raios.	34
Figura 11 – Representação circuital do segmento de linha monofásica de comprimento infinitesimal.	38
Figura 12 – Representação da Linha de Transmissão.	40
Figura 13 – Linha de transmissão de comprimento d	41
Figura 14 – Impedância conectada no terminal da linha.	42
Figura 15 – Propagação nas linhas de transmissão: movimento progressivo.	45
Figura 16 – Propagação nas linhas de transmissão: movimento retrógrado.	45
Figura 17 – Circuito que modela o comportamento do sistema de propagação de ondas.	46
Figura 18 – Representação da linha de transmissão aberta.	47
Figura 19 – Representação da linha (a) Esquemático; (b) Tensão de Entrada.	47
Figura 20 – Gráficos (a) Tensão no terminal de saída (b) Corrente no terminal de entrada.	48
Figura 21 – Representação da linha de transmissão por circuito π	48
Figura 22 – Representação da linha de transmissão com N circuitos π	49
Figura 23 – Representação de uma linha de transmissão por apenas um circuito π	50
Figura 24 – Torre de linha trifásica com dois cabos pára-raios.	52
Figura 25 – Indutância externa relacionada à fase 1.	53
Figura 26 – Impedância Interna: (a) Resistência; (b) Indutância.	54

Figura 27 – Impedância devido ao efeito do solo da Fase 1: (a) Resistência; (b) Indutância.....	55
Figura 28 – Impedância Longitudinal: (a) Resistência Própria; (b) Indutância Própria; (c) Resistência Mútua; (d) Indutância Mútua.	56
Figura 29 – Capacitâncias relacionadas à fase 1 da linha em estudo.....	57
Figura 30 – Impedâncias mútuas para uma linha de transmissão trifásica com dois cabos pára-raios para casos transpostos.....	58
Figura 31 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos α , β , 0 e δ , $\lambda_{SR_{5T_1}}$	68
Figura 32 – Diferença relativa entre o modo exato e o quase-modo γ , $\lambda_{SR_{5T_1}}$	69
Figura 33 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α , 0 e γ	69
Figura 34 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α , 0 e γ	69
Figura 35 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ	70
Figura 36 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α	70
Figura 37 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ	71
Figura 38 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α	71
Figura 39 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.....	71
Figura 40 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	72
Figura 41 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_{5T_{MA}}}$	73
Figura 42 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos 0 e γ , $\lambda_{SR_{5I_1}}$	74
Figura 43 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.....	74
Figura 44 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ	75

Figura 45 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ	75
Figura 46 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α	75
Figura 47 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ	76
Figura 48 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α	76
Figura 49 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.....	76
Figura 50 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	77
Figura 51 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_{5T_1}}$ (a) Modos α , β , 0 e δ ; (b) Modo γ	78
Figura 52 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.....	79
Figura 53 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ	79
Figura 54 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ	80
Figura 55 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α	80
Figura 56 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ	80
Figura 57 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α	81
Figura 58 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.....	81
Figura 59 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	81
Figura 60 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_{5I_1}}$ (a) Modos α , β e δ (b) Modos 0 e γ	82

Figura 61 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0 .	83
Figura 62 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .	83
Figura 63 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .	84
Figura 64 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .	84
Figura 65 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .	84
Figura 66 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .	85
Figura 67 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0 .	85
Figura 68 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .	85
Figura 69 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_5T_2}$.	87
Figura 70 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_5I_2}$.	87
Figura 71 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0 .	88
Figura 72 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .	88
Figura 73 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e γ .	88
Figura 74 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .	89
Figura 75 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .	89
Figura 76 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .	89
Figura 77 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .	90

Figura 78 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .	90
Figura 79 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.	90
Figura 80 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .	91
Figura 81 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .	91
Figura 82 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e γ .	91
Figura 83 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e β .	92
Figura 84 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.	93
Figura 85 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .	93
Figura 86 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .	93
Figura 87 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .	94
Figura 88 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e β .	94
Figura 89 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .	94
Figura 90 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .	95
Figura 91 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .	95
Figura 92 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.	95
Figura 93 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .	96

Figura 94 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	96
Figura 95 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos $\lambda_{SR_5T_2}$	97
Figura 96 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos α , β e $\delta - \lambda_{SR_5I_2}$	98
Figura 97 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos 0 e $\gamma - \lambda_{SR_5I_2}$	98
Figura 98 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.....	99
Figura 99 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ	99
Figura 100 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e γ	100
Figura 101 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ	100
Figura 102 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α	100
Figura 103 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ	101
Figura 104 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α	101
Figura 105 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β	101
Figura 106 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.....	102
Figura 107 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ	102
Figura 108 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	102
Figura 109 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e γ	103
Figura 110 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e β	103

Figura 111 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.	104
Figura 112 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ	104
Figura 113 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ	104
Figura 114 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α	105
Figura 115 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e β	105
Figura 116 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ	105
Figura 117 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α	106
Figura 118 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β	106
Figura 119 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.	106
Figura 120 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ	107
Figura 121 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β	107
Figura 122 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_5T_1}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	111
Figura 123 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_5T_1}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	112
Figura 124 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_5T_1}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	112
Figura 125 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_5T_1}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	113
Figura 126 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_5T_1}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	114

Figura 127 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_{5T_1}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	114
Figura 128 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5T_{MA}}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	116
Figura 129 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5T_{MA}}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	116
Figura 130 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	117
Figura 131 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	118
Figura 132 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	118
Figura 133 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	119
Figura 134 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	120
Figura 135 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_{5I_1}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	120
Figura 136 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	121
Figura 137 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	122
Figura 138 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.	122
Figura 139 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	123
Figura 140 – Diferença relativa entre os modos α e β $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	124
Figura 141 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ $\lambda_{SR_{5I_2}}$, T_V após a aplicação da rotina de correção.	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5T_1}}, T_I$	72
Tabela 2 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5I_1}}, T_I$	77
Tabela 3 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5T_1}}, T_V$	82
Tabela 4 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5I_1}}, T_V$	86
Tabela 5 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5T_2}}, T_I$	92
Tabela 6 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5I_2}}, T_I$	96
Tabela 7 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5T_2}}, T_V$	103
Tabela 8 – Diferenças relativas e relações de dependência, $\lambda_{SR_{5I_2}}, T_V$	107
Tabela 9 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_I aplicada junto à matriz transposta.....	111
Tabela 10 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_V aplicada junto à matriz transposta.	113
Tabela 11 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_I aplicada junto à matriz transposta e matriz média-antimédia.....	115
Tabela 12 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_V aplicada junto à matriz transposta e matriz média-antimédia.....	115
Tabela 13 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_I aplicada junto à matriz inversa.....	117
Tabela 14 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_V aplicada junto à matriz inversa.	119
Tabela 15 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – segunda hipótese matriz T_I aplicada junto à matriz inversa.	121
Tabela 16 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – segunda hipótese matriz T_V aplicada junto à matriz inversa.....	123

1 INTRODUÇÃO

Diferentes métodos podem ser aplicados para realizar análises de fenômenos transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão. Muitas ferramentas matemáticas podem ser usadas. As principais ferramentas são: análise de circuitos com o uso da transformada de Laplace ou da transformada de Fourier, variáveis de estado e, também, equações diferenciais. Essas ferramentas podem ser incluídas em uma rotina numérica com o objetivo de se obter os valores de tensão e corrente na simulação de transitórios eletromagnéticos para qualquer ponto do circuito.

A sigla EMTP (*ElectroMagnetic Transient Program* - Programa de Transitórios Eletromagnéticos) identifica um tipo de programa, considerando suas diversas versões, que realiza simulações de transitórios em redes elétricas [1]. O protótipo foi desenvolvido na década de 60 por profissionais da área de sistemas de potência liderados pelo Dr. Hermann Dommel (*University of British Columbia*, em Vancouver, B.C., Canada), e o Dr. Scott Meyer (*Bonneville Power Administration* em Portland, Oregon, EUA). Atualmente, o EMTP é a base das simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Com programas do tipo EMTP, as seguintes análises podem ser realizadas: simulação de comutação e surtos por descargas atmosféricas, sobretensões transitórias e temporárias, transitórios em máquinas elétricas, fenômenos de ressonância, harmônicos, qualidade de energia e aplicações em eletrônica de potência. Os programas do tipo EMTP mais conhecidos são:

- a) *MicroTran Power Systems Analysis* desenvolvido na *University of British Columbia*, Vancouver, Canada, em 1987 pelos pesquisadores Hermann W. Dommel, Jose R. Marti (*University of British Columbia*), e Luis Marti (*University of Western Ontario, Hydro One Networks Inc.*).
- b) PSCAD®, também conhecido como PSCAD®/EMTDC™ desenvolvido pela *Manitoba HVDC Research Centre*. Comercialmente disponível desde 1993, PSCAD® é o resultado de pesquisas contínuas e desenvolvido desde 1988.
- c) ATP tem sido continuamente desenvolvido por intermédio de contribuições internacionais pelos pesquisadores Dr. W. Scott Meyer e Dr. Tsu-huei Liu, o

co-presidente do grupo Americano/Canadense *EMTP User Group*. Foi criado em 1984 e é um programa livre, com algumas regras para uso.

A área de Sistemas de Potência abrange várias sub-áreas. Entre elas, há a sub-área de Transmissão de Energia Elétrica. De forma mais específica ainda, pode-se mencionar os estudos de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão, que é o tema base desta dissertação.

Em análise de sistemas de transmissão, existem simuladores que representam diferentes tipos de sistemas, desde a geração, transmissão e até a distribuição de energia elétrica.

Devido a ser praticamente impossível realizar a simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão reais, as simulações por modelos digitais se tornam ferramentas úteis. Entretanto, tais ferramentas não apresentam desempenho satisfatório no que diz respeito à correta representação dos parâmetros elétricos de linha, pois esses são dependentes da frequência.

No domínio modal, é possível representar a linha de transmissão usando circuitos simples e introduzindo facilmente a dependência da frequência dos parâmetros longitudinais.

No geral, um sistema composto por n fases pode ser transformado em n modos independentes usando uma matriz de transformação real e única, se a transposição se aplica a todas as fases para a faixa de frequência usada (transposição ideal). Se o sistema analisado é não transposto, um modo é obtido para cada fase usando a matriz de transformação fase-modo dependente da frequência. Aplicando matrizes de transformação reais e únicas, para o caso de uma linha não transposta, resultados aproximados podem ser obtidos.

No domínio modal, tem-se uma representação aproximada da dependência da frequência usando uma matriz de transformação fase-modo real [2]-[3]. Uma possível simplificação é considerar a matriz de transformação independente da frequência, podendo obter erros insignificantes relacionados aos autovalores que representam a linha. Usando a simplificação mencionada, a rotina numérica obtida pode ser mais rápida porque evita o método de convolução [4]-[28].

O objetivo deste trabalho é analisar a aplicação de uma matriz de transformação real que é independente da frequência em linhas trifásicas considerando a presença de dois cabos pára-raios. São apresentados os limites

dessa aproximação e os possíveis erros em relação aos valores exatos obtidos a partir das matrizes de autovalores.

O modelo proposto é baseado em uma transformação modal aproximada, realizada por meio de uma matriz de transformação fase-modo real, única e independente da frequência. Essa matriz é obtida pela combinação linear dos elementos da matriz de Clarke. Com a aplicação da matriz de transformação independente da frequência, obtêm-se matrizes diagonais para o caso de linhas trifásicas transpostas. Para o caso de uma linha de transmissão trifásica não transposta, a matriz dos parâmetros de linha não consegue ser diagonalizada, com a aplicação da matriz de transformação fase-modo real e única mencionada. Para esses casos, a proposta é analisar os erros relativos obtidos pelo estabelecimento de circunstâncias para o uso de uma matriz de transformação independente da frequência.

Para o método proposto neste trabalho, a base matemática similar usada é a hipótese de uma única referência homopolar para todas as fases do sistema independentemente da distribuição geométrica e organização do circuito trifásico. Assim, o desenvolvimento é baseado na análise de autovetores e autovalores, usando a combinação linear dos elementos da matriz de Clarke e assumindo uma referência homopolar única.

Este trabalho apresenta duas diferentes propostas para matrizes reais e independentes da frequência, utilizadas para substituir as matrizes de transformação modal de uma linha de transmissão trifásica típica com a presença de dois cabos pára-raios. São analisados os erros das aproximações mencionadas.

A divisão deste trabalho é feita da seguinte forma, o primeiro capítulo apresenta o tema que será discutido. O capítulo 2 apresenta o embasamento teórico relevante para o levantamento dos parâmetros de linhas de transmissão. O capítulo 3 apresenta a modelagem computacional para realizar simulações considerando parâmetros de linha distribuídos e concentrados. O capítulo 4 apresenta as técnicas expostas no capítulo 2 levando em consideração um sistema trifásico com a presença de dois cabos pára-raios. Nesse capítulo será apresentado o comportamento dos parâmetros de linha longitudinal e transversal para o caso não transposto. O capítulo 5 apresenta as propostas de matriz de transformação aplicadas e discute o uso dessa ferramenta em linhas de transmissão trifásicas considerando os cabos pára-raios não implícitos nos valores de fase. O capítulo 6

apresenta e discute os resultados obtidos a partir da aplicação das propostas de matriz de transformação para os autovalores modais próprios e mútuos. O capítulo 7 aplica uma rotina de correção com o objetivo de reduzir a diferença relativa entre os autovalores obtidos e os autovalores exatos. Por fim, o capítulo 8 apresenta a conclusão referente ao tema abordado.

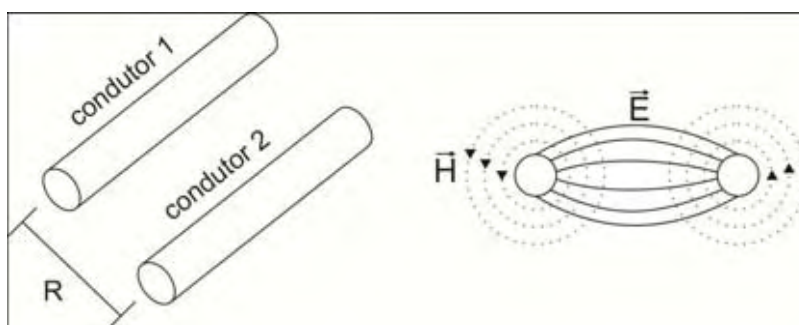
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Parâmetros de Linhas de Transmissão

Uma linha de transmissão pode ser definida como um sistema de condutores no qual é propagado um sinal elétrico entre dois ou mais terminais por meio dos campos elétricos ($\vec{E}$) e magnéticos ($\vec{H}$) presentes no circuito.

A Figura 1 mostra um sistema de dois condutores e a distribuição dos campos no mesmo.

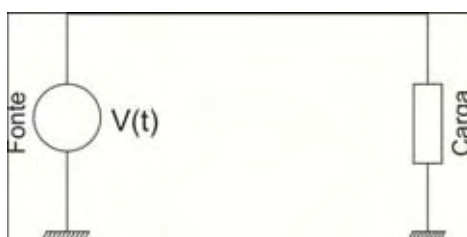
Figura 1 – Sistema de dois condutores.



Fonte: BOVOLATO (2000).

A Figura 2 mostra uma fonte $V(t)$ alimentando uma carga por meio de uma linha de transmissão.

Figura 2 – Representação circuital de uma linha de transmissão.



Fonte: BOVOLATO (2000).

O termo linha de transmissão aplica-se tanto a sistemas de transmissão de sinais (com potências na ordem de 10^{-3} Watts) quanto a sistemas de energia elétrica (com potências na ordem de 10^6 Watts). Nesses casos, a modelagem como linha de transmissão está relacionada à relação entre frequência característica das ondas propagadas e dimensões dos elementos utilizados, ou seja, para pequenas dimensões, as ondas propagadas têm frequências altíssimas da ordem de gigahertz. Considerando frequências de regime permanente, os circuitos devem ter grandes extensões, em torno de algumas centenas de quilômetros, para serem tratados como linhas de transmissão.

No caso deste trabalho, serão estudadas linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, que são componentes que interligam os centros geradores e consumidores de energia elétrica.

São consideradas linhas aéreas as que operam com as tensões mais elevadas do sistema tendo como função principal o transporte da energia entre centros de produção e centros de consumo, como também a interligação de centros de produção e mesmo sistemas independentes. Em geral, são terminadas em subestações abaixadoras regionais [28].

Uma vez que a linha de transmissão interliga centros geradores e consumidores, qualquer distúrbio que tenha origem na mesma (por exemplo, curto circuito ou uma descarga atmosférica) ou nas subestações, (por exemplo, operações de manobra), resulta em sobretensões que se propagam por todo o sistema elétrico.

Para garantir que as sobretensões originadas nas linhas não danifiquem os diversos componentes do sistema elétrico, é necessário conhecer as características dessas sobretensões. Desse modo, é possível dimensionar os componentes de maneira que os mesmos não sejam danificados e que operem corretamente. As sobretensões são representadas por modelos matemáticos que são implementados por computadores.

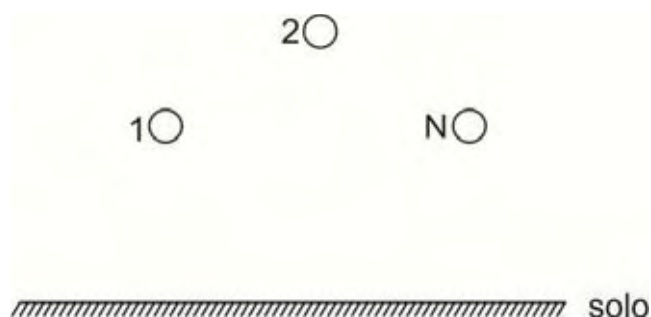
Uma linha de transmissão é um elemento de geometria relativamente simples, e que, como todo componente elétrico, pode ser representado por elementos R , L , G e C . No entanto, a linha possui algumas características específicas que são:

- a) Os parâmetros R , L , G e C são distribuídos ao longo do comprimento da linha;
- b) Os parâmetros R e L são variáveis em relação à frequência;

- c) A influência da frequência sobre C e G é desprezível em uma ampla faixa de frequência;
- d) O valor de G é desprezível e pode ser desconsiderado.

Considere um arranjo de N condutores suspensos, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Arranjo de N condutores suspensos.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Para os condutores mostrados na Figura 3 é possível determinar a matriz de impedância longitudinal Z e a matriz de admitância transversal Y .

2.1.1 Impedância Longitudinal

A matriz de impedância longitudinal Z é constituída pelo enlace de fluxo interno e externo ao condutor, somado a impedância devido ao efeito do solo. Nesse contexto, o enlace de fluxo interno e externo ao condutor será representado pelo termo, indutância interna e indutância externa, respectivamente, no enlace de fluxo interno ao condutor também está presente a parte resistiva advinda da característica própria do material usado como condutor.

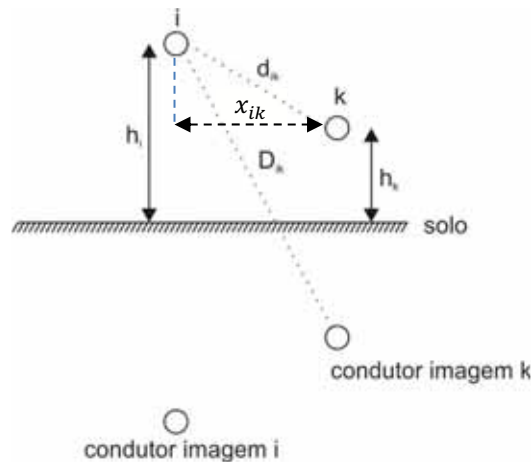
Os valores das indutâncias das linhas de transmissão dependem de sua configuração física e do meio no qual se encontram os condutores.

Os cabos condutores podem ser formados por diversos fios ou filamentos de cobre, alumínio ou ainda alumínio com alma de aço, agrupados em coroas superpostas. Portanto, define-se o conceito de raio médio geométrico, ao fazer o uso de condutores múltiplos e singelos.

2.1.1.1 Impedância Externa

Esta impedância é devido ao enlace de fluxo magnético produzido pela corrente que percorre os condutores no ar. Considere dois condutores i e k mostrados na Figura 4.

Figura 4 – Esquema de distância entre dois condutores.



Fonte: BOVOLATO (2000).

As equações (1) e (2) apresentam a relação matemática das impedâncias externas próprias dos condutores i e k , respectivamente.

$$Z_{ext_{ii}} = j\omega \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (1)$$

$$Z_{ext_{kk}} = j\omega \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (2)$$

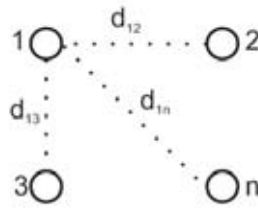
onde, r é o raio, h , a altura da linha de transmissão, μ_0 , a permeabilidade magnética do vácuo, f é a frequência e $j = \sqrt{-1}$ é o operador complexo. Nesse caso, ω é calculado por $\omega = 2\pi f$.

Para condutores múltiplos, o raio médio geométrico do condutor é definido como sendo a relação entre as distâncias dos subcondutores que compõem o condutor múltiplo. A equação (3) mostra o equacionamento do raio médio geométrico apresentado na Figura 5.

$$RMG = \sqrt[n]{d_{11} \cdot d_{12} \cdot \dots \cdot d_{1n}} \quad (3)$$

onde, d_{11} é o raio médio geométrico do subcondutor.

Figura 5 – Distâncias entre subcondutores.



Fonte: BOVOLATO (2000).

A equação (4) apresenta a relação matemática da impedância externa mútua entre os condutores i e k .

$$Z_{ext_{ik}} = j\omega \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (4)$$

onde, D_{ik} é a distância entre o condutor i e a imagem k , e d_{ik} é a distância entre o condutor i e o condutor k .

Sendo assim, pode-se dizer que a matriz de impedâncias externas para um grupo de n condutores é dada por:

$$Z_{ext} = \begin{bmatrix} Z_{ext_{11}} & Z_{ext_{12}} & \dots & Z_{ext_{1N}} \\ Z_{ext_{21}} & Z_{ext_{22}} & \dots & Z_{ext_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{ext_{N1}} & Z_{ext_{N2}} & \dots & Z_{ext_{NN}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Conclui-se que as impedâncias externas são reatâncias indutivas próprias e mútuas, cujas indutâncias apresentam valores constantes e são escritas em função somente da geometria da linha.

2.1.1.2 Impedância Interna

Esta impedância é resultante do efeito do enlace de fluxo presente no interior do condutor, considerando a reatância do enlace de fluxo será adotado o nome indutância interna. A impedância interna é uma impedância própria e consiste de uma resistência e indutância variáveis em relação à frequência.

Em um condutor cilíndrico percorrido longitudinalmente por uma corrente alternada, a densidade de corrente varia em função da distância radial com relação ao seu eixo longitudinal, sendo máxima junto à superfície. Esse fenômeno é conhecido como efeito pelicular (*skin effect*). Como consequência, tem-se um

aumento na resistência do condutor à corrente alternada e uma diminuição em sua reatância indutiva interna.

A determinação rigorosa das consequências desse fenômeno envolve equacionamento com funções de Bessel [29], segundo a expressão apresentada abaixo:

$$\frac{r_{ca}}{r_{cc}} = \frac{mr}{2} \cdot \frac{ber(mr)bei'(mr) - bei(mr)ber'(mr)}{[(bei'(mr))^2 + (ber'(mr))^2]} \quad (6)$$

O argumento mr que aparece na equação (6) é definido de acordo com as equações abaixo.

$$m = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\rho}} \quad (7)$$

onde

$$\begin{cases} \mu = \mu_0\mu_r \\ \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{H}{m} \\ \omega = 2\pi f \\ \rho = \frac{r_{cc}\pi r^2}{l} \end{cases} \quad (8)$$

Tomando ρ por unidade de comprimento, resulta em $\rho = r_{cc}\pi r^2$. Levando todas estas igualdades na equação (7) e (8), tem-se:

$$mr = k \sqrt{\frac{f\mu_r}{r_{cc}}} \quad (9)$$

onde f é a frequência; r_{cc} é a resistência à corrente contínua na temperatura desejada, μ_r é a permeabilidade magnética relativa que é aproximadamente 1 para os principais materiais utilizados como condutores.

Portanto, a equação (9) reduz-se a:

$$mr = k \sqrt{\frac{f}{r_{cc}}} \quad (10)$$

As funções de Bessel podem ser obtidas por:

$$ber(mr) = 1 - \frac{\left(\frac{mr}{2}\right)^4}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{mr}{2}\right)^8}{(4!)^2} - \dots \quad (11)$$

$$bei(mr) = \left(\frac{mr}{2}\right)^2 - \frac{\left(\frac{mr}{2}\right)^6}{(3!)^2} + \frac{\left(\frac{mr}{2}\right)^{10}}{(5!)^2} - \dots \quad (12)$$

onde $ber(mr)$ é a função de Bessel real e $bei(mr)$ é a função de Bessel imaginária.

Os termos $ber'(mr)$ e $bei'(mr)$ são obtidos dividindo-se por m as derivadas em relação à x de $ber(mx)$ e $bei(mx)$, fazendo $x = r$, sendo r o raio externo do condutor.

A indutância interna de um condutor também é alterada em consequência desse fenômeno, e como no caso da resistência pode ser determinada por meio da expressão definida a seguir.

$$\frac{L_i}{L_t} = \frac{4}{mr} \frac{bei(mr)bei'(mr) + ber(mr)ber'(mr)}{[(bei'(mr))^2 + (ber'(mr))^2]} \quad (13)$$

onde, L_i é a indutância interna de um condutor admitindo distribuição uniforme de corrente.

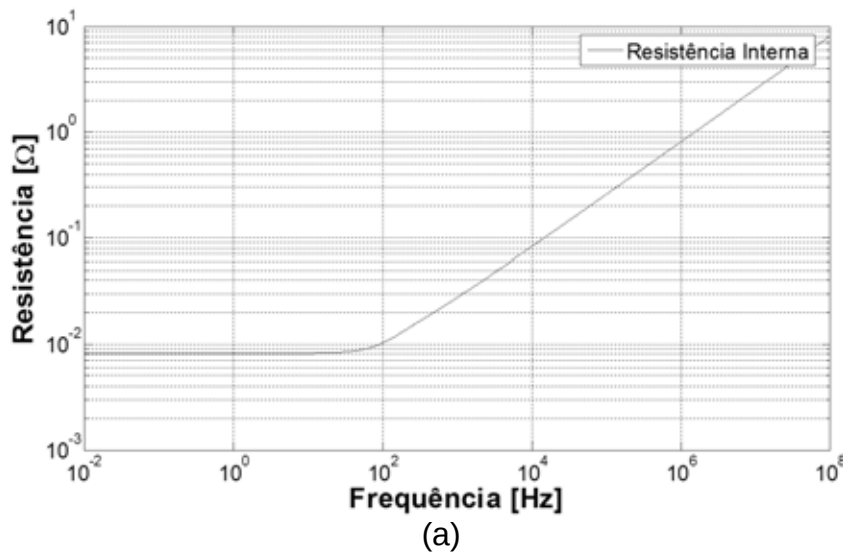
A Figura 6 mostra o comportamento da resistência e da indutância interna, em função da frequência de um condutor genérico.

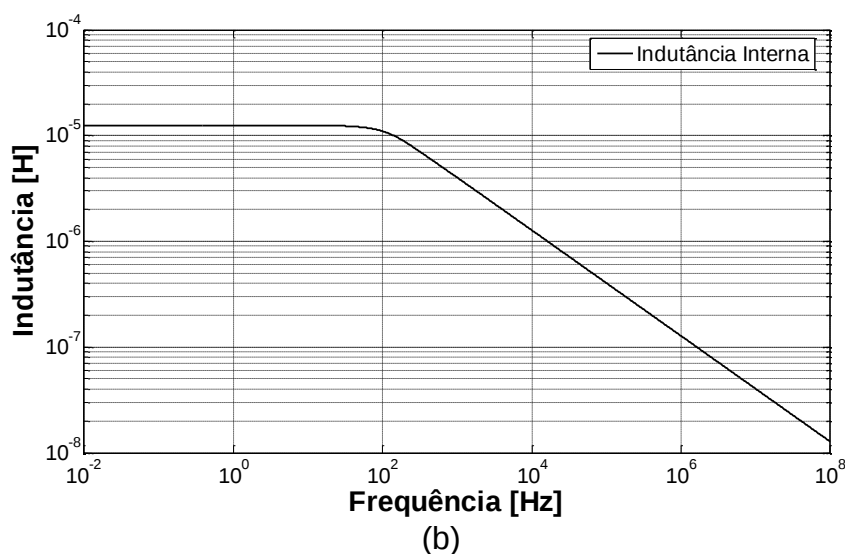
A impedância interna, devido ao efeito pelicular, é escrita como sendo:

$$Z_{int} = \begin{bmatrix} Z_{int_{11}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{int_{22}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{int_{NN}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Conclui-se, então que, os elementos da matriz Z_{int} são obtidos por meio das Fórmulas de Bessel e que a matriz de impedâncias internas possui somente impedâncias próprias constituídas por resistências e indutâncias variáveis em relação à frequência.

Figura 6 – Impedância interna de um condutor (a) Resistência; (b) Indutância.





Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.1.1.3 Impedância devido ao Efeito do Solo

Esta impedância resulta do fato de que o solo sobre o qual os condutores estão dispostos não é ideal. Desse modo, a interação do campo magnético, devido à corrente nos condutores, com o solo é representada por impedâncias próprias e mútuas. Essas impedâncias são constituídas por resistências e indutâncias variáveis em relação à frequência.

Uma vez que o percurso da corrente através do solo não pode ser estabelecido, pode-se admitir um condutor equivalente em seu lugar, esse condutor, por ora considerado ideal, é considerado paralelo ao condutor da linha, e encontra-se em uma profundidade da superfície do solo de mesma altura de tal condutor, esse condutor, recebe o nome de condutor-imagem [28].

De modo que os sistemas desequilibrados possam ser analisados é necessário obter-se também as reatâncias de sequência nula ou zero.

As componentes de sequência nula das correntes, em sistemas trifásicos, são iguais em módulo e fase, fluindo pelos condutores das fases e retornando pelo solo, condutor neutro, pára-raios ou uma combinação desses percursos. Como, em geral, o solo é envolvido, sua resistividade deve ser considerada, bem como a distribuição das correntes no mesmo.

Para analisar tal efeito será apresentado a seguir o Método Exato de Carson [28], usado para se obter a impedância devido ao efeito do solo. No desenvolvimento do método, os condutores foram considerados paralelos ao solo que tem resistividade uniforme em todas as direções e extensão infinita.

O método considera que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo, considerado real, são iguais às impedâncias para um circuito envolvendo solo ideal corrigida por um fator definido por $(\Delta R + j\Delta X_L)$.

Com base nos elementos da Figura 4, (sistema com 2 condutores e as distâncias entre os mesmos, Carson definiu as impedâncias próprias e mútuas para circuitos com retorno pelo solo.

$$z_{ii} = r_{ii} + j4\pi 10^{-4} f \ln\left(\frac{2h_i}{rmg_i}\right) + 8\pi 10^{-4} f (\Delta R + j\Delta X_L) [\Omega/km] \quad (15)$$

$$z_{ik} = j4\pi 10^{-4} f \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) + 8\pi 10^{-4} f (\Delta R + j\Delta X_L) [\Omega/km] \quad (16)$$

O fator de correção $(\Delta R + j\Delta X_L)$ é função de duas variáveis.

Para impedâncias próprias:

$$\begin{cases} \theta_{ii} = 0 \\ p_{ii} = 5,620 \cdot 10^{-3} h_i \sqrt{\frac{f}{\rho}} \end{cases} \quad (17)$$

Para impedâncias mútuas:

$$\begin{cases} \theta_{ik} = \arctg\left[\frac{-x_{ik}}{h_i + h_k}\right] \\ p_{ik} = 28,1004 \cdot 10^{-4} D_{ik} \sqrt{\frac{f}{\rho}} \end{cases} \quad (18)$$

Sendo as componentes ΔR e ΔX_L definidas por:

$$\begin{cases} \Delta R = \frac{\pi}{8} - \frac{p}{3\sqrt{2}} \cos\theta + \frac{p^2}{16} \cos 2\theta \left(0,6728 + \ln\left(\frac{2}{p}\right)\right) + \frac{p^2}{16} \theta \sin 2\theta \\ \quad + \frac{p^3 \cos 3\theta}{45\sqrt{2}} - \frac{\pi p^3 \cos 4\theta}{1536} \\ \Delta X_L = \frac{-0,03861}{2} \ln\left(\frac{2}{p}\right) + \frac{1}{3\sqrt{2}} p \cos\theta - \frac{\pi p^2}{64} \cos 2\theta + \frac{p^3 \cos 3\theta}{45\sqrt{2}} \\ \quad - \frac{p^4}{384} \theta \sin 4\theta + \frac{p^4 \cos\theta}{384} \left(\ln\left(\frac{2}{p}\right) + 1,0895\right) \end{cases} [\Omega/km] \quad (19)$$

Para os condutores i e k , mostrados na Figura 4, pode-se escrever as impedâncias próprias e mútuas devido ao efeito do solo, respectivamente, como sendo:

$$Z_{solo_{ii}} = R_{solo_{ii}}(\omega) + j\omega L_{solo_{ii}}(\omega) \quad (20)$$

$$Z_{solo_{kk}} = R_{solo_{kk}}(\omega) + j\omega L_{solo_{kk}}(\omega) \quad (21)$$

$$Z_{solo_{ik}} = R_{solo_{ik}}(\omega) + j\omega L_{solo_{ik}}(\omega) \quad (22)$$

onde, $Z_{solo_{ii}}$, $R_{solo_{ii}}$, $L_{solo_{ii}}$, é a impedância, resistência e indutância próprias do condutor i , respectivamente devido ao efeito do solo, e $Z_{solo_{ik}}$, $R_{solo_{ik}}$, $L_{solo_{ik}}$, é a impedância, resistência e indutância mútuas, respectivamente, entre os condutores i e k , devido ao efeito do solo.

Assim, a matriz de impedâncias corrigida por meio da metodologia de Carson, considerando o solo um condutor real, será dada por:

$$Z_{corr}^{a,b,c} = r + \xi \Delta R + j(X_L + \xi \Delta X_L) \quad (23)$$

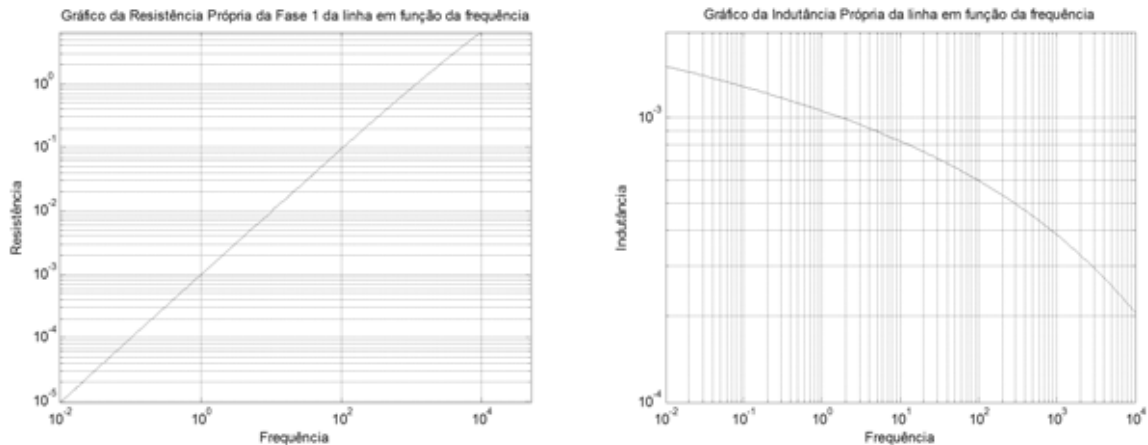
onde $\xi = 8\pi 10^{-4} f$.

A matriz r é diagonal e as demais são cheias. A ordem da matriz $Z_{corr}^{a,b,c}$ depende do número de circuitos e do número de pára-raios. Caso os pára-raios estejam aterrados, essa matriz pode ser reduzida à ordem representativa de uma linha equivalente à quantidade de fases, sem os cabos pára-raios.

A matriz de impedâncias devido ao efeito do solo é escrita como sendo:

$$Z_{solo} = \begin{bmatrix} Z_{solo_{11}} & Z_{solo_{12}} & \dots & Z_{solo_{1N}} \\ Z_{solo_{21}} & Z_{solo_{22}} & \dots & Z_{solo_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{solo_{N1}} & Z_{solo_{N2}} & \dots & Z_{solo_{NN}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Figura 7 – Comportamento dos parâmetros, próprios e mútuos, devido ao efeito solo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 7 mostra o comportamento dos parâmetros, próprios e mútuos, devido ao efeito solo.

2.1.1.4 Impedância Longitudinal

A matriz de impedância longitudinal Z do sistema de n condutores mostrado na Figura 3 é dada por:

$$Z = Z_{ext} + Z_{int} + Z_{solo} \quad (25)$$

onde:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Na equação (26) a impedância longitudinal do condutor i é dada por:

$$Z_{ii} = R_{ii}(\omega) + j\omega L_{ii}(\omega) \quad (27)$$

Ainda na equação (26) a impedância longitudinal mútua entre os condutores i e k é dada por:

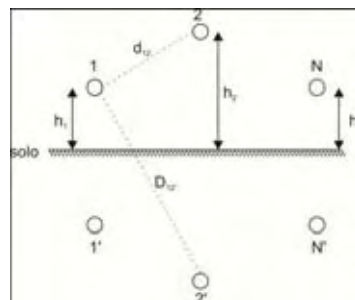
$$Z_{ik} = R_{ik}(\omega) + j\omega L_{ik}(\omega) \quad (28)$$

onde R_{ii} é a resistência longitudinal própria do condutor i , L_{ii} é a indutância longitudinal própria do condutor i , R_{ik} é a resistência mútua longitudinal entre os condutores i e k e L_{ik} é a impedância mútua longitudinal entre os condutores i e k .

2.1.2 Admitância Transversal da Linha

Considere um sistema de n condutores, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 – Sistema de N condutores.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Sabe-se que a diferença de potencial V_1 do condutor 1 em relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \left[q_1 \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) + q_2 \ln\left(\frac{D_{12'}}{d_{12}}\right) + \dots + q_n \ln\left(\frac{D_{1N'}}{d_{1N}}\right) \right] \quad (29)$$

onde, $q_1, q_2, \dots, q_n$ são as cargas elétricas nos condutores $1, 2, \dots, N$; $r_1, r_2, \dots, r_n$ são os raios dos condutores e ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo.

Analogamente, na forma matricial, a equação (29) torna-se:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) & q_2 \ln\left(\frac{D_{12'}}{d_{12}}\right) & \dots & q_n \ln\left(\frac{D_{1N'}}{d_{1N}}\right) \\ q_1 \ln\left(\frac{D_{12'}}{d_{12}}\right) & q_2 \ln\left(\frac{2h_2}{r_2}\right) & \dots & q_n \ln\left(\frac{D_{2N'}}{d_{2N}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_1 \ln\left(\frac{D_{1N'}}{d_{1N}}\right) & q_2 \ln\left(\frac{D_{2N'}}{d_{2N}}\right) & \dots & q_n \ln\left(\frac{2h_N}{r_N}\right) \end{bmatrix} \quad (30)$$

De forma reduzida a equação (30) torna-se:

$$V = P \cdot Q \quad (31)$$

onde V é o vetor com o potencial elétrico de cada condutor em relação ao solo, P é a matriz com os coeficientes de potencial elétrico, ou coeficientes de campo elétrico.

Define-se a matriz de capacitâncias como sendo:

$$Q = C \cdot V \quad (32)$$

Comparando a equação (32) com (31), obtém-se:

$$C = P^{-1} \quad (33)$$

Na equação (33), C é a matriz de capacitâncias parciais da linha e é do tipo:

$$C = \begin{bmatrix} C_{AS} + C_{AB} + \dots + C_{AN} & -C_{AB} & \dots & -C_{AN} \\ -C_{BA} & C_{BS} + C_{AB} + \dots + C_{BN} & \dots & -C_{BN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{NA} & -C_{NB} & \dots & C_{NS} + C_{AN} + \dots + C_{(N-1)N} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Na equação (34) os termos C_{NS} estão relacionados à capacitância entre a linha e o solo. Uma vez obtida a matriz C é possível obter a matriz de admitâncias transversais Y da linha que é apresentada na equação (35):

$$Y = j\omega C \quad (35)$$

2.2 Altura corrigida dos condutores

As linhas de transmissão apresentam uma altura para fixação do condutor em suas torres. Entretanto, por motivos mecânicos de construção da linha, levando em consideração os efeitos da força do vento, o cabo não fica totalmente esticado,

deixando uma folga para que o mesmo não fique sob tensão mecânica elevada e, sendo assim, não se rompa.

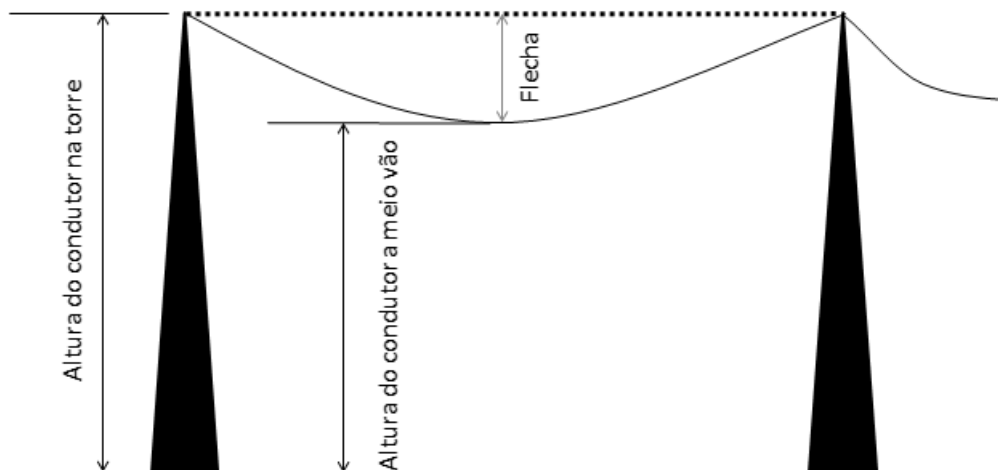
Os condutores, portanto, tomam a forma aproximada de catenárias e sua altura em relação à superfície do solo será variável. As equações desenvolvidas nas seções anteriores devem ser corrigidas, levando em consideração a catenária ou altura do condutor a meio vão. A equação (36) apresenta essa correção.

$$h = H - 0,7 \cdot f \quad (36)$$

onde, h é a altura da linha corrigida que deverá ser empregada nas equações das seções anteriores, H é a altura de fixação do cabo condutor na torre de transmissão e f é flecha.

A Figura 9 ilustra a relação entre a altura de fixação do cabo condutor na torre de transmissão e a altura da catenária.

Figura 9 – Altura de fixação do cabo na torre de transmissão e da catenária.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.3 Redução de Kron

Considerando um sistema trifásico com um cabo pára-raio, a matriz de impedâncias é de ordem 4 e é apresentada abaixo:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} & Z_{AP} \\ Z_{AB} & Z_{BB} & Z_{BC} & Z_{BP} \\ Z_{AC} & Z_{BC} & Z_{CC} & Z_{CP} \\ Z_{AP} & Z_{BP} & Z_{CP} & Z_{PP} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Considerando o cabo pára-raio aterrado, o mesmo estará ao mesmo potencial do solo, isto é, nulo. Assim, é possível transformar a matriz de ordem 4×4 em uma matriz de ordem 3×3 utilizando a Redução de Kron [30]. Ou seja:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{AB} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{AC} & Z_{BC} & Z_{CC} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{AP} \\ Z_{BP} \\ Z_{CP} \end{bmatrix} Z_{PP}^{-1} [Z_{AP} \quad Z_{BP} \quad Z_{CP}] \quad (38)$$

De um modo geral, desde que o potencial nos cabos pára-raios seja considerado nulo, a Redução de Kron é aplicável para uma matriz quadrada de qualquer dimensão. Seja a matriz genérica abaixo:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_p \end{bmatrix} \quad (39)$$

A Redução de Kron fica:

$$V_{abc} = (Z_1 - Z_2 \cdot Z_4^{-1} \cdot Z_3) I_{abc} \quad (40)$$

2.4 Altura e Distância Média Geométrica

Considerando linhas transpostas, o conceito de altura e distância média geométrica dos condutores aparece no equacionamento e deve ser levado em conta [28]. Será demonstrada a aplicação no caso de sistemas trifásicos. Para esse caso, considerando o sistema com 3 condutores, tem-se que a altura média geométrica é definida por:

$$hmg = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3} \quad (41)$$

A distância média geométrica entre os condutores pode ser calculada pela relação abaixo.

$$dmg = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{23}} \quad (42)$$

A distância média geométrica entre os condutores e os condutores-imagem, considerando uma linha de transmissão trifásica, é dada pela relação abaixo.

$$DMG = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}} \quad (43)$$

A mesma metodologia deve ser empregada para o cálculo dos cabos pára-raios. No caso da altura, o valor a ser empregado será a própria altura do cabo, visto que ambos estão fixados à mesma distância em relação ao solo.

A distância média geométrica empregada, considerando a presença de dois cabos pára-raios, será dada pela equação seguinte.

$$dmgr = \sqrt[2]{d_{p1,p2} \cdot d_{p2,p1}} = d_{p1,p2} \quad (44)$$

A distância média geométrica entre os cabos condutores e os cabos pára-raios também deve ser calculada, de acordo com a equação abaixo:

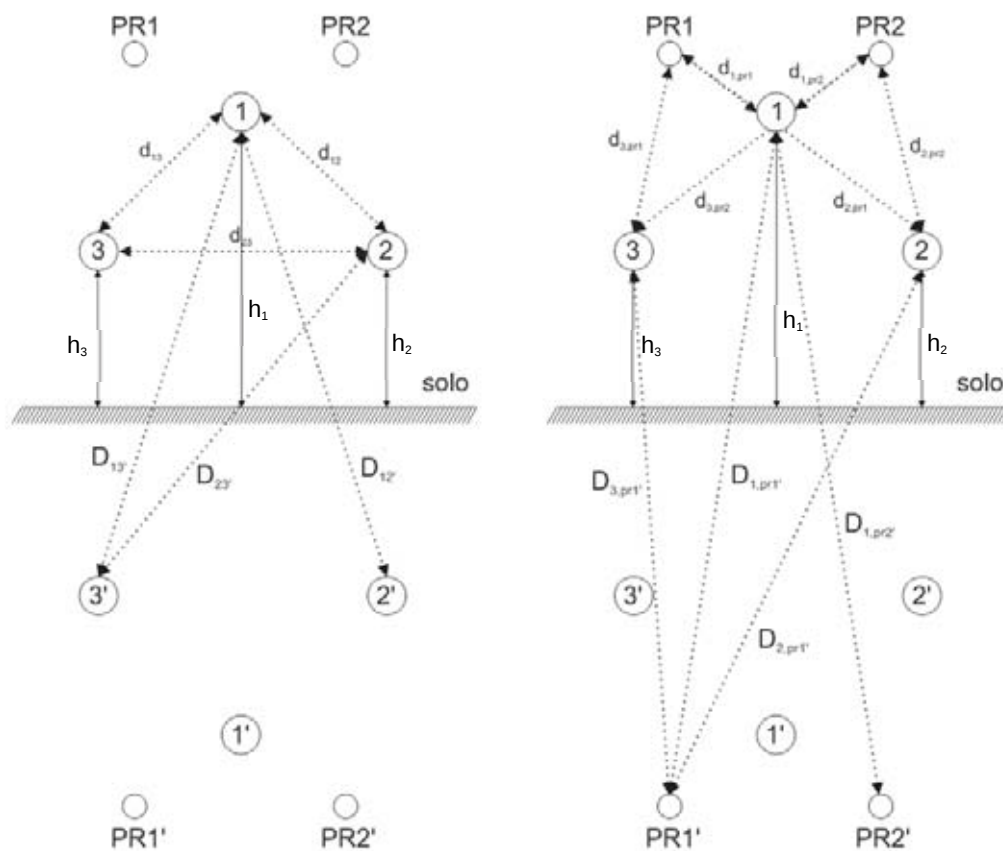
$$dmgr_c = \sqrt[6]{d_{1,p1} \cdot d_{2,p1} \cdot d_{3,p1} \cdot d_{1,p2} \cdot d_{2,p2} \cdot d_{3,p2}} \quad (45)$$

A distância média geométrica entre os cabos condutores e o condutor-imagem dos cabos pára-raios é dada pela equação abaixo.

$$DMG_{rc} = \sqrt[6]{D_{1,p1} \cdot D_{2,p1} \cdot D_{3,p1} \cdot D_{1,p2} \cdot D_{2,p2} \cdot D_{3,p2}} \quad (46)$$

Portanto, quando for considerado o caso de linha de transmissão transposta, as devidas correções, na altura e na distância entre os condutores, e entre os condutores e os condutores-imagem, deverão ser adotadas.

A Figura 10 ilustra as distâncias e alturas para o caso de uma linha de transmissão trifásica considerando a presença de dois cabos pára-raios.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.5 Linhas Polifásicas

As equações diferenciais de tensão e de corrente para a linha mostrada na Figura 3 são:

$$\frac{-\partial V}{\partial x} = Z \cdot I \quad (47)$$

$$\frac{-\partial I}{\partial x} = Y \cdot V \quad (48)$$

Sendo V o vetor com as tensões de fase e I o vetor com as correntes de fase. Derivando as equações (47) e (48) em relação à x , têm-se:

$$\frac{-\partial^2 V}{\partial x^2} = Z \frac{\partial I}{\partial x} \quad (49)$$

$$\frac{-\partial^2 I}{\partial x^2} = Y \frac{\partial V}{\partial x} \quad (50)$$

Substituindo as equações (47) e (48) nas equações (49) e (50), respectivamente, têm-se:

$$\frac{-\partial^2 V}{\partial x^2} = Z \cdot Y \cdot V \quad (51)$$

$$\frac{-\partial^2 I}{\partial x^2} = Y \cdot Z \cdot I \quad (52)$$

Nas equações (51) e (52) os produtos ZY e YZ , geralmente, são diferentes e esse fato dificulta a obtenção das soluções de tais equações.

2.6 Representação da linha no domínio modal

Os autovalores das matrizes ZY e YZ são iguais. Portanto, pode-se escrever:

$$\lambda = T_V^{-1} \cdot ZY \cdot T_V \quad (53)$$

$$\lambda = T_I^{-1} \cdot YZ \cdot T_I \quad (54)$$

A matriz λ é uma matriz do tipo diagonal.

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (55)$$

T_V é a matriz cujas colunas são autovetores associados ao produto ZY .

T_I é a matriz cujas colunas são autovetores associados ao produto YZ .

Das equações (53) e (54), têm-se:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = T_V \lambda T_V^{-1} V \quad (56)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = T_I \lambda T_I^{-1} I \quad (57)$$

Manipulando as equações (56) e (57), têm-se:

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} = \lambda V_m \quad (58)$$

$$\frac{\partial^2 I_m}{\partial x^2} = \lambda I_m \quad (59)$$

Os vetores V_m e I_m são, respectivamente, as tensões e correntes modais da linha e são escritos como sendo:

$$V_m = T_V^{-1} V \quad (60)$$

$$I_m = T_I^{-1} I \quad (61)$$

Desenvolvendo as equações (58) e (59), têm-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ \vdots \\ V_{mN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ \vdots \\ V_{mN} \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mN} \end{bmatrix} \quad (63)$$

Os pares de equações mostradas anteriormente descrevem os N modos de propagação de uma linha de N fases, sendo que cada um dos modos de propagação comportam-se como uma linha monofásica.

2.7 Impedâncias e Admitâncias dos modos da linha

As correntes e tensões de fase se relacionam com as correntes e tensões dos modos por meio das seguintes relações:

$$\begin{cases} V_m = T_V^{-1} V_F \\ V_F = T_V V_m \end{cases} \quad (64)$$

$$\begin{cases} I_m = T_I^{-1} I_F \\ I_F = T_I I_m \end{cases} \quad (65)$$

Substituindo as equações (64) e (65) em (62) e (63), respectivamente, têm-se:

$$\frac{-\partial V_m}{\partial x} = T_V^{-1} Z T_I I_m \quad (66)$$

$$\frac{-\partial I_m}{\partial x} = T_I^{-1} Y T_V V_m \quad (67)$$

As matrizes Z_m e Y_m são as matrizes diagonais de impedância e admitância modal, respectivamente. Essas matrizes podem ser obtidas a partir das equações abaixo:

$$Z_m = T_V^{-1} Z T_I \quad (68)$$

$$Y_m = T_I^{-1} Y T_V \quad (69)$$

Portanto, o k -ésimo modo da linha terá uma impedância longitudinal Z_{mk} e uma admitância transversal Y_{mk} , sendo:

$$Z_{mk} = R_{mk} + j\omega L_{mk} \quad (70)$$

$$Y_{mk} = G_{mk} + j\omega C_{mk} \quad (71)$$

A função de propagação γ_{mk} e a impedância característica Z_{mk} do k -ésimo modo são:

$$\gamma_{mk} = \sqrt{Z_{mk} \cdot Y_{mk}} \quad (72)$$

$$Z_{mk} = \sqrt{\frac{Z_{mk}}{Y_{mk}}} \quad (73)$$

Tais equações podem ser usadas para analisar e simular fenômenos considerando cada modo independente dos outros, após a aplicação da matriz de transformação.

3 MODELOS COMPUTACIONAIS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

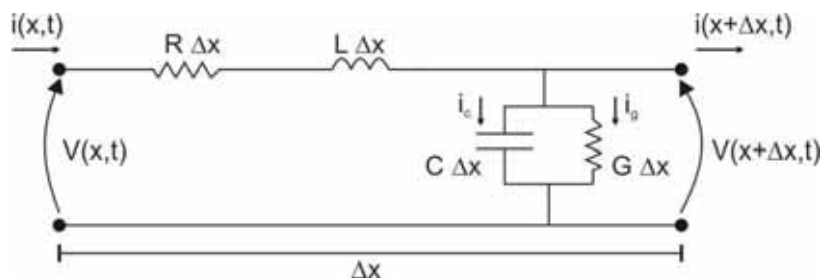
3.1 Introdução

Uma linha de transmissão pode ser representada por meio de resistência, indutância, capacitância e condutância (elementos R , L , C e G). No entanto, deve-se levar em consideração que esses parâmetros estão distribuídos ao longo do comprimento da linha. Usando tais parâmetros é possível desenvolver modelos matemáticos para analisar o comportamento da propagação de ondas em uma linha de transmissão. Esses modelos são analisados pela implementação de rotinas numéricas em um *software* matemático.

3.2 Equações de Propagação de Linhas Monofásicas

Considere um segmento de linha, de comprimento infinitesimal, representado pela Figura 11.

Figura 11 – Representação circuital do segmento de linha monofásica de comprimento infinitesimal.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Na Figura 11, R , L , G e C são os parâmetros de linha por unidade de comprimento. A partir do circuito mostrado na Figura 11 pode-se escrever:

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = i_g + i_c \quad (74)$$

$$i_g = G \cdot \Delta x \cdot V(x + \Delta x, t) \quad (75)$$

$$i_c = C \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial V(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (76)$$

As equações anteriores podem ser escritas como sendo:

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = -G \cdot \Delta x \cdot V(x + \Delta x, t) - C \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial V(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (77)$$

De tal forma a se obter:

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -G \cdot V(x, t) - C \cdot \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \quad (78)$$

Analogamente, para a tensão têm-se:

$$V(x, t) - R \cdot \Delta x i(x, t) - L \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} - V(x + \Delta x, t) = 0 \quad (79)$$

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (80)$$

As equações (78) e (80) são as equações de propagação de uma linha monofásica. A solução analítica das equações (78) e (80) somente é conhecida para o caso de linhas sem perdas [28].

3.2.1 Solução das equações de propagação de uma linha sem perdas

Denomina-se linha sem perdas à linha cujas resistências e condutâncias são nulas. Sob essas condições, as equações (78) e (80) tornam-se:

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -C \cdot \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \quad (81)$$

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (82)$$

Derivando a equação (81) em relação à x , tem-se:

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = -C \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \right] = -C \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \right] \quad (83)$$

Substituindo a equação (82) em (83):

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = L \cdot C \cdot \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial t^2} \quad (84)$$

Derivando a equação (82) em relação à x , tem-se:

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = -L \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \right] \quad (85)$$

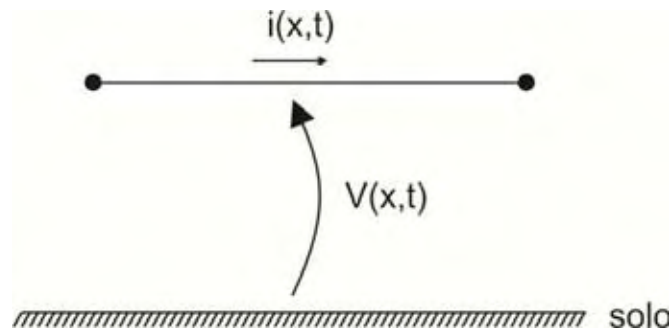
Substituindo a equação (81) em (85):

$$\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} = L \cdot C \cdot \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial t^2} \quad (86)$$

3.2.2 Soluções das equações diferenciais para o caso de linhas com perdas

Considere a representação da linha de transmissão mostrada na Figura 12.

Figura 12 – Representação da Linha de Transmissão.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Sabe-se que a corrente e a tensão em uma posição x ao longo da linha em um instante t pode ser obtida a partir das seguintes equações diferenciais.

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -G \cdot V(x,t) - C \cdot \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} \quad (87)$$

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = -R \cdot i(x,t) - L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (88)$$

As soluções das equações (92) e (93) não são obtidas facilmente no domínio do tempo. No entanto, pode-se encontrar a solução para tais equações no domínio da frequência. Aplicando a transformada de Laplace nas equações (87) e (88), têm-se:

$$\frac{\partial V(x,s)}{\partial x} = -R \cdot I(x,s) - sL \cdot I(x,s) \quad (89)$$

$$\frac{\partial I(x,s)}{\partial x} = -G \cdot V(x,s) - sC \cdot V(x,s) \quad (90)$$

Fazendo $s = j\omega$, as equações anteriores tornam-se:

$$\frac{\partial V(x,s)}{\partial x} = -Z \cdot I(x,s) \quad (91)$$

$$\frac{\partial I(x,s)}{\partial x} = -Y \cdot V(x,s) \quad (92)$$

onde, $Z = R + j\omega L$ é a impedância longitudinal e $Y = G + j\omega C$ é a admitância transversal.

Derivando a equação (91) em relação à x , tem-se:

$$\frac{\partial^2 V(x,s)}{\partial x^2} = -Z \cdot \frac{\partial I(x,s)}{\partial x} \quad (93)$$

Substituindo a equação (92) em (93):

$$\frac{\partial^2 V(x, s)}{\partial x^2} = Z \cdot Y \cdot V(x, s) \quad (94)$$

Derivando a equação (92) em relação à x , tem-se:

$$\frac{\partial^2 I(x, s)}{\partial x^2} = -Y \cdot \frac{\partial V(x, s)}{\partial x} \quad (95)$$

Substituindo a equação (91) em (95):

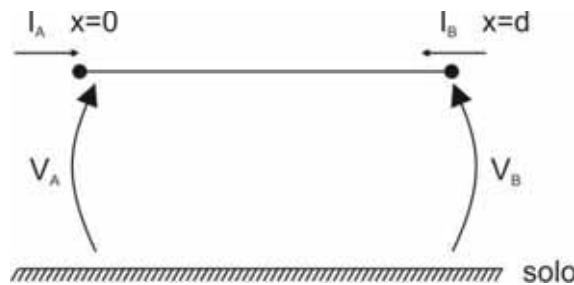
$$\frac{\partial I^2(x, s)}{\partial x^2} = Y \cdot Z \cdot I(x, s) \quad (96)$$

Considerando o sistema monofásico, para a equação (96), tem-se:

$$\frac{\partial I^2(x, s)}{\partial x^2} = Z \cdot Y \cdot I(x, s) \quad (97)$$

As soluções para as equações (96) e (97) são conhecidas, considerando uma linha de comprimento d , conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 – Linha de transmissão de comprimento d .



Fonte: BOVOLATO (2000).

Na Figura 13, V_A e I_A , são, respectivamente, a tensão e a corrente no terminal A da linha, no domínio da frequência. Enquanto, V_B e I_B são a tensão e a corrente no terminal B.

É possível obter, a partir das equações (95) e (97), as seguintes relações entre as tensões e correntes nos terminais A e B da linha:

$$V_A = V_B \cdot \cosh(\gamma \cdot d) - Z_c \cdot I_B \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \quad (98)$$

$$I_A = -I_B \cdot \cosh(\gamma \cdot d) - \frac{1}{Z_c} \cdot V_B \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \quad (99)$$

Consequentemente, tais equações podem ser empregadas para identificar a tensão e a corrente de cada modo. A seguir será demonstrado como implementar, computacionalmente, rotinas numéricas considerando parâmetros distribuídos e concentrados de linhas.

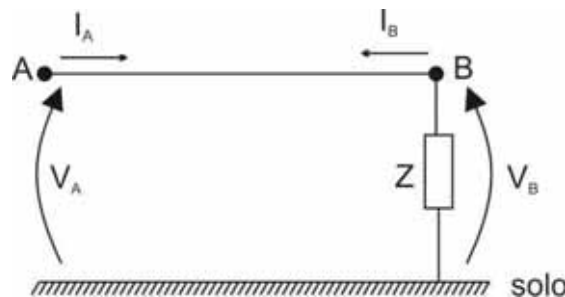
3.3 Modelos Computacionais de Linhas – Parâmetros Distribuídos

Os modelos de linha podem ser desenvolvidos no domínio do tempo ou da frequência. Os modelos desenvolvidos no domínio do tempo fornecem a resposta diretamente, enquanto que os modelos desenvolvidos no domínio da frequência fornecem uma resposta na frequência que após a aplicação da transformada inversa de Laplace ou Fourier é convertida para o domínio do tempo. Ambos os domínios provêm resultados que podem servir como base para analisar os transitórios eletromagnéticos, entretanto, tem-se por costume apresentar os resultados obtidos para tensão e corrente no domínio do tempo.

3.3.1 Modelo desenvolvido no domínio da frequência

As equações a seguir serão desenvolvidas considerando uma carga conectada ao terminal B da linha, conforme mostra a Figura 14.

Figura 14 – Impedância conectada no terminal da linha.



Fonte: BOVOLATO (2000).

As equações que regem o comportamento das correntes I_A e I_B estão dispostas abaixo:

$$I_A = V_A \cdot \frac{\cosh(\gamma \cdot d) - \frac{Z}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot d)}{Z \cdot \cosh(\gamma \cdot d) + Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d)} \quad (100)$$

$$I_B = -V_A \cdot \frac{1}{Z \cdot \cosh(\gamma \cdot d) + Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d)} \quad (101)$$

Se o terminal B está em aberto, a impedância Z tende ao infinito. Caso o terminal esteja em curto, Z é nula.

Desse modo, é possível obter as correntes nos terminais da linha, se conhecendo a carga (impedância Z) e a tensão V_A .

Uma vez obtidos V_B, I_A, I_B , no domínio da frequência, é possível converter essas grandezas para o domínio do tempo.

Utilizando a transformada inversa de Laplace, têm-se:

$$i_a(t) = -j \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} I_A \cdot e^{st} \cdot ds \quad (102)$$

$$i_b(t) = -j \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} I_B \cdot e^{st} \cdot ds \quad (103)$$

$$V_b(t) = -j \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} V_B \cdot e^{st} \cdot ds \quad (104)$$

Nas equações (102) e (103), $i_a(t)$ e $i_b(t)$ são as correntes no domínio do tempo nos terminais da linha, e, portanto, $V_b(t)$ é a tensão no domínio do tempo no terminal B.

As equações (103) e (104) podem ser resolvidas por meio de métodos numéricos.

Observa-se que a linha é facilmente representada no domínio da frequência. No entanto, o sistema elétrico no qual a linha está inserida possui elementos não lineares, o que dificulta a representação no domínio da frequência.

3.3.2 Modelo desenvolvido diretamente no domínio do Tempo

Um dos primeiros modelos computacionais, para linhas de transmissão, desenvolvido diretamente no domínio do tempo foi proposto por H. W. Dommel [14].

Esse modelo foi baseado nas combinações de métodos das características (ou método Bergeron) e métodos de integração numérica.

O método de Dommel foi inicialmente desenvolvido para linhas sem perdas ($R = 0; G = 0$), mas, pode, com algumas alterações, ser utilizado para representar linhas com perdas [14].

As correntes e tensões ao longo de uma linha de transmissão sem perdas estão dispostas abaixo:

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (105)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \cdot \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \quad (106)$$

As soluções para as equações (105) e (106) são:

$$i(x,t) = f_1(x - c_0 t) + f_2(x + c_0 t) \quad (107)$$

$$v(x,t) = Z_c \cdot f_1(x - c_0 t) - Z_c \cdot f_2(x + c_0 t) \quad (108)$$

onde, Z_c é a impedância característica da linha e c_0 é a velocidade da luz.

Multiplicando a equação (107) por Z_c , tem-se:

$$Z_c \cdot i(x,t) = Z_c \cdot f_1(x - c_0 t) + Z_c \cdot f_2(x + c_0 t) \quad (109)$$

Somando a equação (109) a (108), tem-se:

$$v(x,t) + Z_c \cdot i(x,t) = 2 \cdot Z_c \cdot f_1(x - c_0 t) \quad (110)$$

Subtraindo a equação (109) de (108), tem-se:

$$v(x,t) - Z_c \cdot i(x,t) = -2 \cdot Z_c \cdot f_2(x + c_0 t) \quad (111)$$

3.3.2.1 Movimento Progressivo e Movimento Retrógrado

A seguir será realizada a análise dos termos $(x - c_0 t)$ e $(x + c_0 t)$.

Considere um movimento retilíneo uniforme progressivo:

$$x = x_0 + c_0 t; x_0 = 0 \rightarrow x = c_0 t \rightarrow x - c_0 t = 0 \quad (112)$$

Considere um movimento retilíneo uniforme retrógrado:

$$x = x_0 + c_0 t; x_0 = d \rightarrow x = d - c_0 t \rightarrow x + c_0 t = d \quad (113)$$

Com base nas equações (112) e (113), verifica-se que a equação (110) descreve uma onda progressiva e que a equação (111) descreve uma onda retrógrada.

As equações $f_1(x - c_0 t)$ e $f_2(x + c_0 t)$ podem ser escritas como sendo:

$$f_1(x - c_0 t) = f_1(0) \quad (114)$$

$$f_2(x + c_0 t) = f_2(d) \quad (115)$$

Portanto, as equações (114) e (115) são constantes, assim, pode-se reescrever as equações (110) e (111):

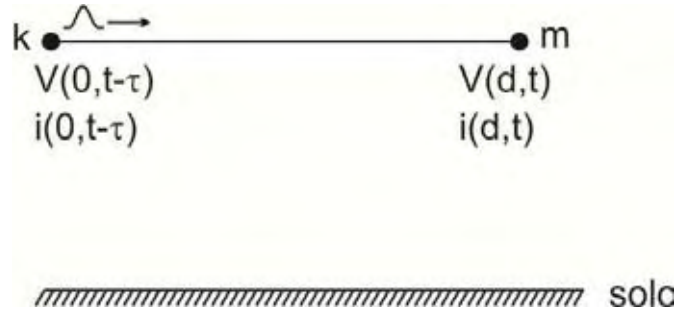
$$v(x,t) + Z_c \cdot i(x,t) = 2 \cdot Z_c \cdot f_1(0) \quad (116)$$

$$v(x,t) - Z_c \cdot i(x,t) = -2 \cdot Z_c \cdot f_2(d) \quad (117)$$

Considerando as ondas progressivas de tensão e corrente, que no instante $(t - \tau)$ estão no terminal k , e que, após o intervalo de tempo τ , propagam-se até o terminal m , conforme mostra a Figura 15.

$$\begin{cases} V_k(t - \tau) = V(0, t - \tau) \\ i_{km}(t - \tau) = i(0, t - \tau) \\ V_m(t) = V(d, t) \\ i_{mk}(t) = i(d, t) \end{cases} \quad (118)$$

Figura 15 – Propagação nas linhas de transmissão: movimento progressivo.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Com base na equação (116), pode-se escrever:

No terminal k :

$$V_k(t - \tau) + Z_c \cdot i_{km}(t - \tau) = 2 \cdot Z_c \cdot f_1(0) \quad (119)$$

No terminal m :

$$V_m(t) + Z_c \cdot (-i_{mk}(t - \tau)) = 2 \cdot Z_c \cdot f_1(0) \quad (120)$$

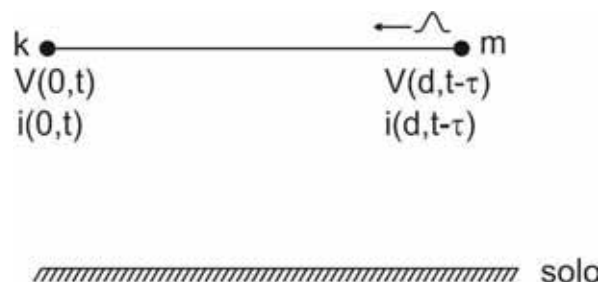
A partir da equação (119) e (120), obtêm-se:

$$V_k(t - \tau) + Z_c \cdot i_{km}(t - \tau) = V_m(t) - Z_c \cdot i_{mk}(t) \quad (121)$$

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_c} \cdot (V_m(t) - V_k(t - \tau) - Z_c \cdot i_{km}(t - \tau)) \quad (122)$$

Considere agora que no instante $(t - \tau)$ as ondas retrógradas de tensão e de corrente estão no terminal m , e que, após um intervalo de tempo τ , as mesmas estão no terminal k da linha, conforme mostra a Figura 16.

Figura 16 – Propagação nas linhas de transmissão: movimento retrógrado.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Tomando como base a Figura 16, pode-se observar as seguintes equações:

$$\begin{cases} V_k(t) = V(0, t) \\ i_{km}(t) = i(0, t) \\ V_m(t - \tau) = V(d, t - \tau) \\ i_{mk}(t - \tau) = i(d, t - \tau) \end{cases} \quad (123)$$

A partir da equação (123), pode-se obter as seguintes relações para a linha mostrada na Figura 16.

No terminal m :

$$V_m(t - \tau) + Z_c \cdot i_{mk}(t - \tau) = -2 \cdot Z_c \cdot f_2(d) \quad (124)$$

No terminal k :

$$V_k(t) + Z_c \cdot i_{km}(t) = -2 \cdot Z_c \cdot f_2(d) \quad (125)$$

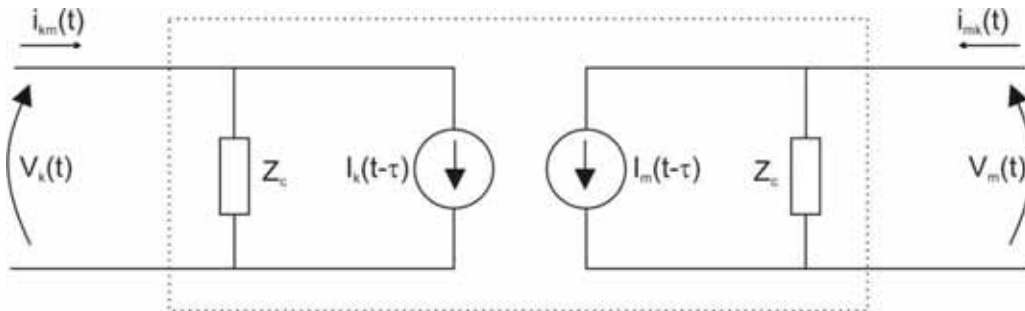
A partir da equação (124) e (125), obtêm-se:

$$V_m(t - \tau) - Z_c \cdot i_{mk}(t - \tau) = V_k(t) - Z_c \cdot i_{km}(t) \quad (126)$$

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_c} \cdot (V_k(t) - V_m(t - \tau) - Z_c \cdot i_{mk}(t - \tau)) \quad (127)$$

A Figura 17 mostra o circuito cujas correntes e tensões são descritas pelas equações (121) a (122) e (126) a (127).

Figura 17 – Circuito que modela o comportamento do sistema de propagação de ondas.



Fonte: BOVOLATO (2000).

Para o circuito mostrado na Figura 17, pode-se escrever:

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_c} + I_m(t - \tau) \quad (128)$$

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_c} \cdot V_k(t) + I_k(t - \tau) \quad (129)$$

Comparando as equações (121) a (122) com a equação (128) e as equações (126) a (127) com a equação (129), têm-se:

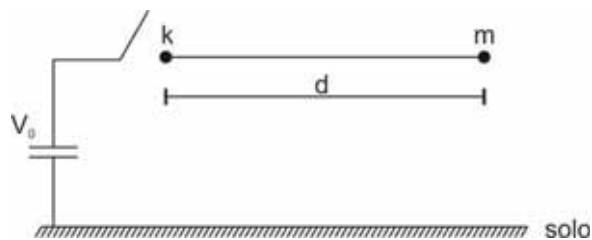
$$I_m(t - \tau) = \frac{-1}{Z_c} \cdot V_k(t - \tau) - i_{km}(t - \tau) \quad (130)$$

$$I_k(t - \tau) = \frac{-1}{Z_c} \cdot V_m(t - \tau) - i_{mk}(t - \tau) \quad (131)$$

3.3.2.2 Exemplo de Energização de uma Linha Aberta

O exemplo a seguir considera a representação de uma linha aberta, conforme apresentado pela Figura 18. Tal linha é composta por uma tensão de entrada V_0 , uma chave no ponto k , que é fechada no instante inicial, e, também possui uma determinada distância d .

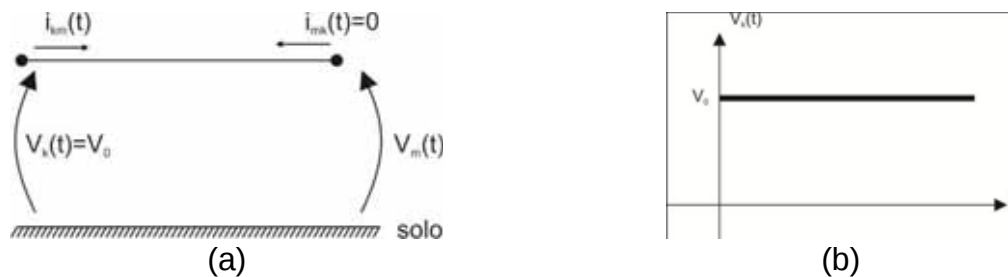
Figura 18 – Representação da linha de transmissão aberta.



Fonte: BOVOLATO (2000).

O objetivo é determinar a tensão $V_m(t)$ e a corrente $i_{km}(t)$, considerando o passo de cálculo igual a τ . $\left(\tau = \frac{d}{c_0}\right)$. A Figura 19 apresenta a representação da linha de transmissão e a tensão de entrada.

Figura 19 – Representação da linha (a) Esquemático; (b) Tensão de Entrada.

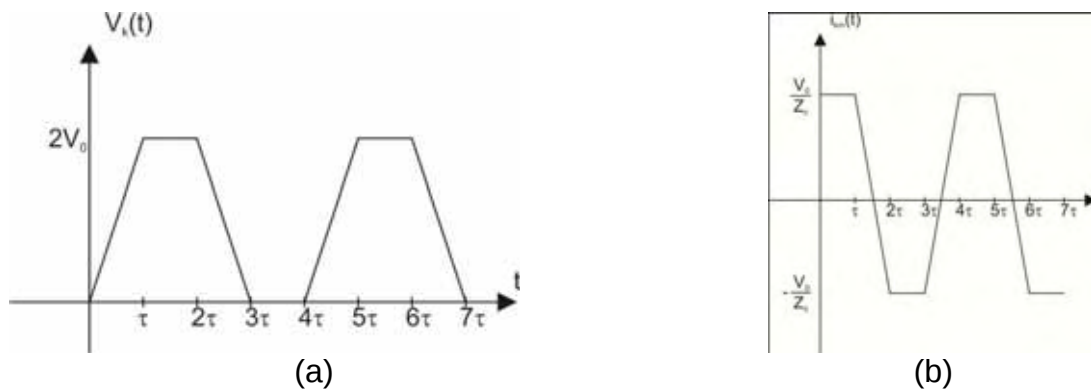


Fonte: BOVOLATO (2000).

A partir do conjunto de equações abaixo é possível especificar o valor da variável independente t de tal forma a obter o comportamento da tensão no terminal de saída e da corrente no terminal de entrada, como apresentados na Figura 20.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{mk}(t) = \frac{V_m(t)}{Z_c} - \frac{V_k(t-\tau)}{Z_c} - i_{km}(t-\tau) \\ 0 = \frac{V_m(t)}{Z_c} - \frac{V_k(t-\tau)}{Z_c} - i_{km}(t-\tau) \\ V_m(t) = V_k(t-\tau) + Z_c \cdot i_{km}(t-\tau) \\ i_{km}(t) = \frac{1}{Z_c} \cdot V_k(t) - \frac{1}{Z_c} \cdot V_m(t-\tau) - i_{mk}(t-\tau) \end{array} \right. \quad (132)$$

Figura 20 – Gráficos (a) Tensão no terminal de saída (b) Corrente no terminal de entrada.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

3.4 Modelos Computacionais de Linhas – Parâmetros Concentrados

Um pequeno segmento de linha pode ser representado pelo circuito mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Representação da linha de transmissão por circuito π .



Fonte: BOVOLATO (2000).

Os parâmetros de linha apresentados acima podem ser encontrados de acordo com o conjunto de equações abaixo:

$$\begin{cases} R = R' \cdot d \\ L = L' \cdot d \\ C = C' \cdot d \\ G = G' \cdot d \end{cases} \quad (133)$$

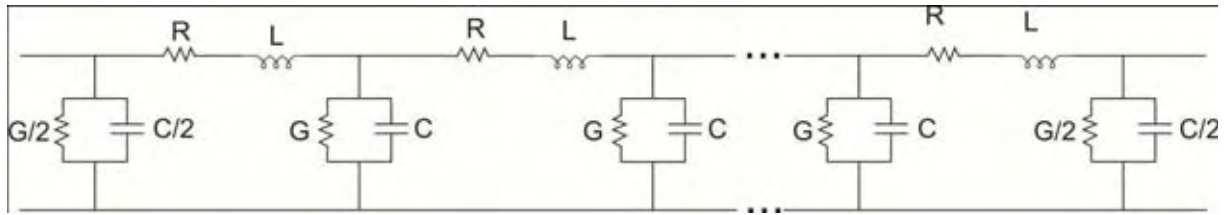
onde R', L', C' e G' são os parâmetros de linha por unidade de comprimento.

A condição para que o modelo mostrado na Figura 21 seja válido é que o produto $\gamma \cdot d$ (onde $\gamma = \sqrt{Z \cdot Y}$) seja suficientemente pequeno. Essa condição ocorre em situações em que a linha é bastante pequena.

Em situações em que a linha não é suficientemente curta, pode-se dividi-la em N segmentos de linha e representando cada um dos segmentos por meio de um circuito π .

A Figura 22 mostra uma linha de comprimento d representada por N circuitos π .

Figura 22 – Representação da linha de transmissão com N circuitos π .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

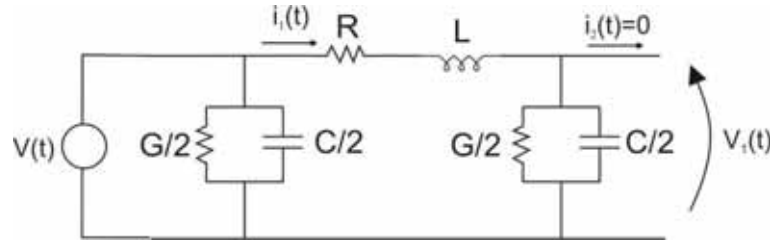
O conjunto de equações apresentados a seguir descrevem o comportamento dos parâmetros no caso de uma linha de transmissão considerando N circuitos π .

$$\begin{cases} R = R' \cdot \frac{d}{N} \\ L = L' \cdot \frac{d}{N} \\ C = C' \cdot \frac{d}{N} \\ G = G' \cdot \frac{d}{N} \end{cases} \quad (134)$$

Considerando a linha de comprimento d , mostrada na Figura 21, é possível descrever as correntes e tensões ao longo da linha, considerando que a mesma é representada por uma cascata de N circuitos π .

Ao considerar inicialmente que a linha é representada por um único circuito π , têm-se:

Figura 23 – Representação de uma linha de transmissão por apenas um circuito π .



Fonte: BOVOLATO (2000).

De tal forma a obter a equação (135) ao fazer a análise nodal e a equação (136) ao fazer a análise de malha.

$$\begin{cases} V(t) - Ri_1(t) - L \frac{di_1(t)}{dt} - V_1(t) = 0 \\ \frac{di_1(t)}{dt} = \frac{-R}{L} i_1(t) - \frac{1}{L} V_1(t) + \frac{1}{L} V(t) \end{cases} \quad (135)$$

$$\begin{cases} i_1(t) = \frac{G}{2} V_1(t) + \frac{C}{2} \frac{dV_1(t)}{dt} \\ \frac{dV_1(t)}{dt} = \frac{2}{C} i_1(t) - \frac{G}{C} V_1(t) \end{cases} \quad (136)$$

Na forma matricial, as equações anteriores são escritas como sendo:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1(t)}{dt} \\ \frac{dV_1(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{2}{C} & \frac{-G}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ V_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V(t) \quad (137)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu(t)$$

Analogamente, a linha pode ser representada por N circuitos π . E de forma geral a matriz A apresentada na equação (137) é montada de acordo com a quantidade de circuitos π , como demonstra a equação (138). A matriz B é composta pelos bipolos que estão relacionados às fontes de entrada do sistema dispostas no vetor de entradas $u(t)$.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & -\frac{2}{C} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{C} & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{G}{C} & -\frac{1}{L} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{C} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{2}{C} & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \quad (138)$$

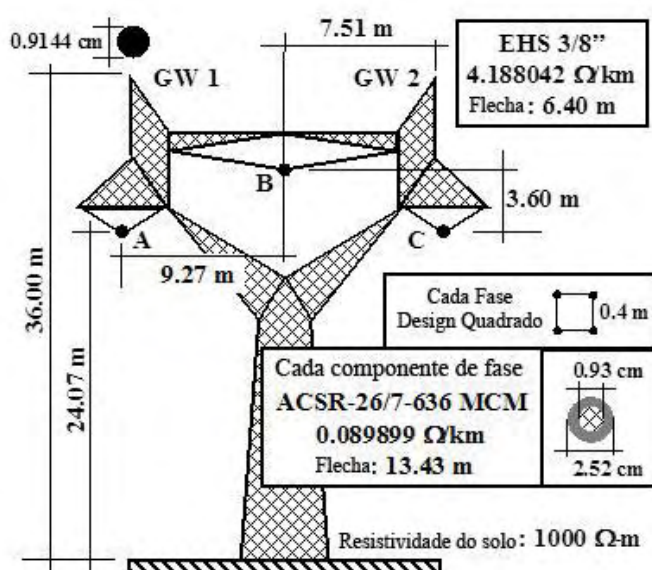
Fazendo uso desse modelo matemático é possível analisar o comportamento da linha de transmissão em qualquer ponto do circuito, considerando a distância, o tempo de análise e o passo de tempo adotado para a rotina numérica, obtendo assim, as tensões e correntes advindas de tal simulação.

4 LINHA DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA COM DOIS CABOS PÁRA-RAIOS

Baseado nas equações apresentadas no capítulo 2, os cálculos necessários para se obter os valores de impedância e admitância em relação à análise de uma linha de transmissão trifásica considerando dois cabos pára-raios não implícitos, foram realizados para o caso não transposto.

A torre que suporta o circuito da linha de transmissão trifásica tem a altura de 36 m e é usada neste trabalho, conforme a Figura 24. É uma linha de 400 km de comprimento que opera em 440 kV. É um sistema no qual os condutores estão dispostos de tal forma que existe uma simetria vertical [32].

Figura 24 – Torre de linha trifásica com dois cabos pára-raios.



Fonte: CAMPOS (2008).

4.1 Caso Não Transposto

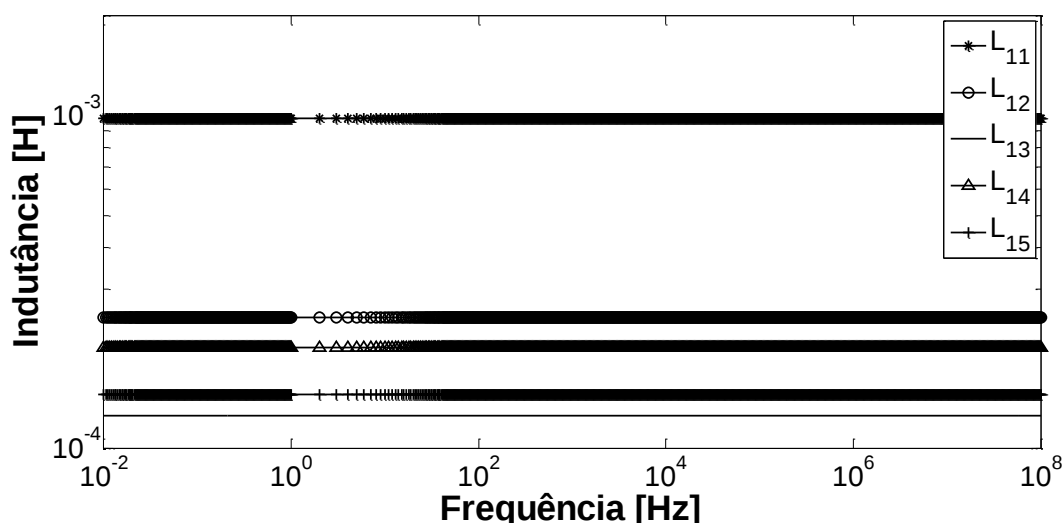
A seguir serão apresentados os resultados, por intermédio de gráficos, dos cálculos realizados para as impedâncias e as admitâncias considerando uma faixa de frequência de 0,01 a 100 MHz para uma linha não transposta.

Como as impedâncias externas são formadas apenas por reatâncias devido ao efeito do campo magnético presente no meio, serão apresentados apenas os valores de indutâncias para as mesmas. Para esse caso considera-se a equação abaixo.

$$L_{ext} = \text{imag} \left(\frac{Z_{ext}}{2\pi f} \right) = \frac{X_{L_{ext}}}{2\pi f} \quad (139)$$

A Figura 25 mostra os valores associados à indutância externa própria e mútua relacionadas à fase 1. Os valores de indutância das outras fases são semelhantes.

Figura 25 – Indutância externa relacionada à fase 1.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

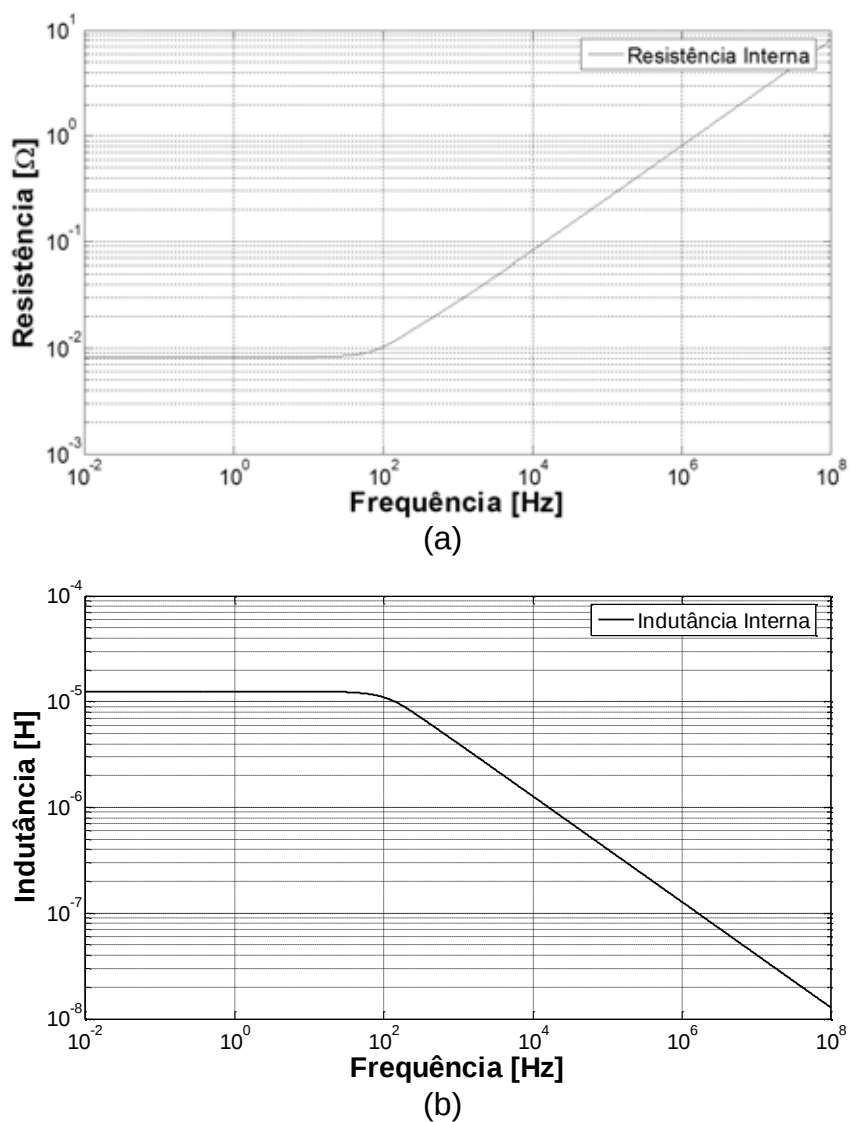
A impedância interna obtida é devido à característica própria do material usado no cabo da linha de transmissão. Tal impedância advém do efeito pelicular, sendo formada por um componente resistivo e uma reatância indutiva.

Observa-se, a partir da Figura 26, que o valor da resistência e da indutância permanece relativamente constante até o faixa de frequência de 100 Hz, onde, existe um ponto de flexão, em que o valor da resistência aumenta e o da indutância diminui.

As impedâncias devido ao efeito do solo foram obtidas a partir do método exato de Carson e estão demonstradas graficamente para os valores próprio e mútuos da fase 1. Seguindo a mesma base mostrada anteriormente, será

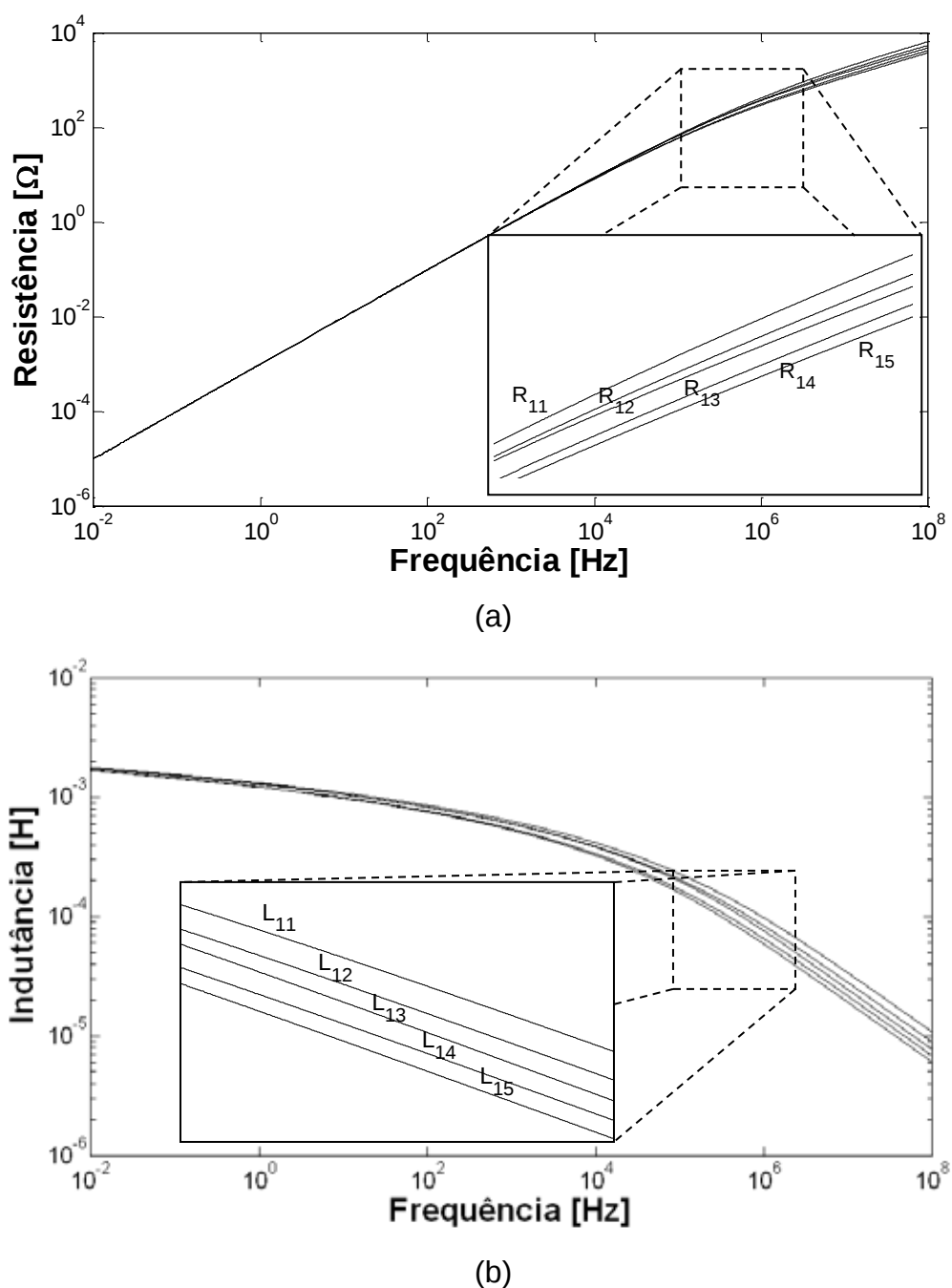
apresentado o valor de resistência e também o valor da indutância devido ao efeito do solo por toda a faixa de frequência analisada.

Figura 26 – Impedância Interna: (a) Resistência; (b) Indutância.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 27 – Impedância devido ao efeito do solo da Fase 1: (a) Resistência; (b) Indutância.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

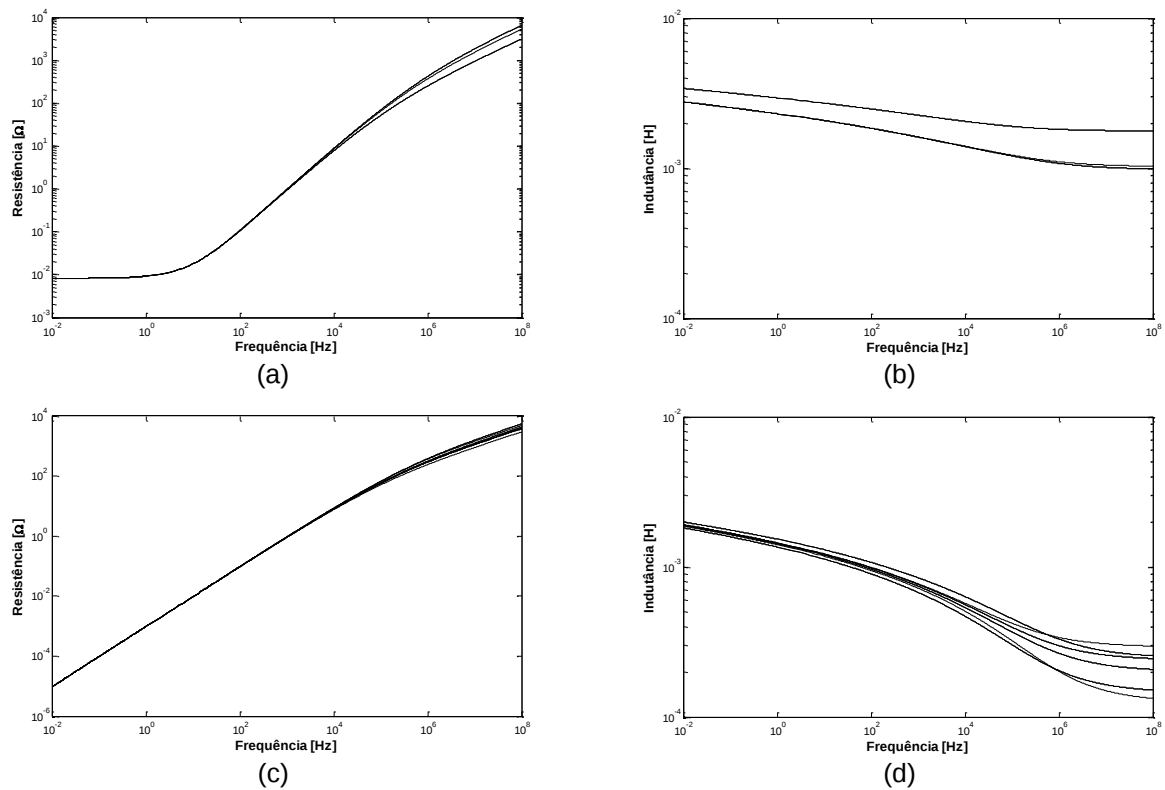
Observa-se a partir dos resultados obtidos que o valor da impedância própria e mútua são relativamente muito próximos, portanto, o objetivo dos gráficos foi demonstrar de forma qualitativa o comportamento da curva no caso da resistência e indutância devido ao efeito do solo. Para as outras fases o comportamento da curva é análogo.

A impedância longitudinal própria é obtida a partir da soma das parcelas da impedância externa, impedância interna e impedância devido ao efeito do solo.

A impedância longitudinal mútua é obtida a partir da soma das parcelas da impedância externa e da impedância devido ao efeito do solo.

A Figura 28 apresenta de forma qualitativa o comportamento da resistência e indutância, próprias e mútuas, de todas as fases.

Figura 28 – Impedância Longitudinal: (a) Resistência Própria; (b) Indutância Própria; (c) Resistência Mútua; (d) Indutância Mútua.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

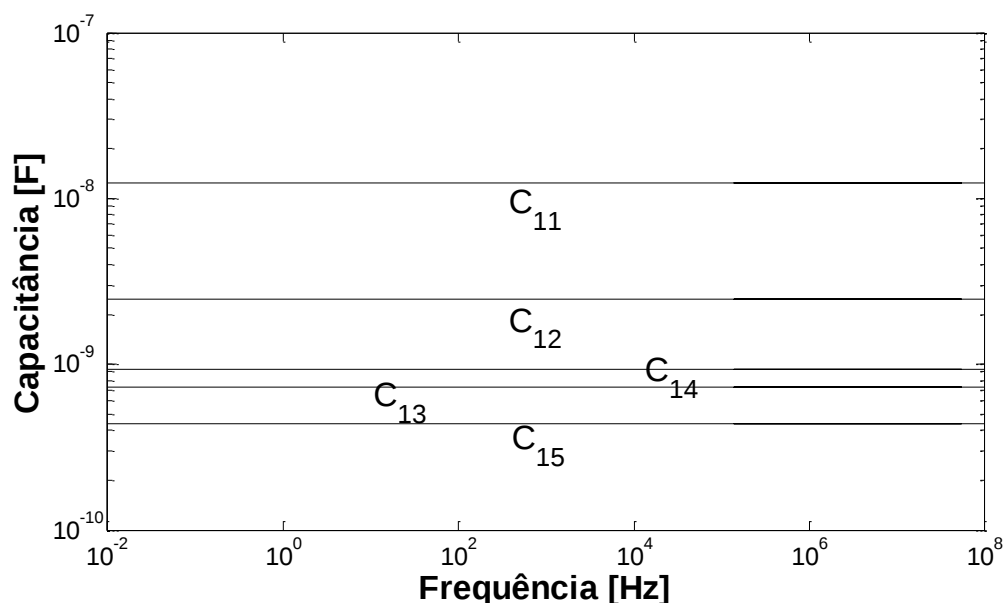
A seguir, serão apresentados os resultados obtidos para as admitâncias transversais. Foi considerado apenas a susceptância da linha. O valor das condutâncias foi desprezado, como segue na equação abaixo.

$$C = \text{imag} \left(\frac{Y}{2\pi f} \right) = \frac{B_C}{2\pi f} \quad (140)$$

Os resultados obtidos foram apresentados por intermédio da

Figura 29 considerando apenas a fase 1, as outras fases apresentam comportamento análogo. Observa-se que o efeito capacitivo é praticamente constante para toda a faixa de frequência.

Figura 29 – Capacitâncias relacionadas à fase 1 da linha em estudo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

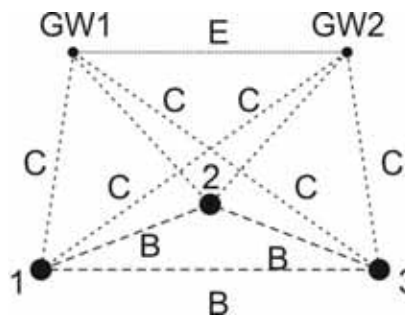
4.2 Caso transposto

Considerando que a linha de transmissão trifásica com a presença de dois cabos pára-raios analisada, idealmente sofre a transposição dos cabos condutores entre estes, e que também, os cabos pára-raios realizam a transposição entre eles ao longo de seu percurso, as impedâncias externas, devidas ao efeito do solo e longitudinais devem ser recalculadas, bem como as admitâncias transversais, pois são dependentes da geometria ou posição relativa dos condutores na estrutura. O valor da impedância interna permanecerá o mesmo, pois, seu valor é devido à característica do material utilizado.

Neste trabalho, para determinação das estruturas sugeridas para as matrizes de transformação reais foi considerada a transposição dos cabos

condutores independente da transposição dos cabos pára-raios. Dessa forma, no caso de um sistema trifásico transposto com a presença de dois cabos pára-raios cria-se apenas uma impedância mútua entre os cabos condutores, uma impedância mútua entre os cabos pára-raios, bem como, uma impedância mútua entre os cabos condutores e os cabos pára-raios. O valor médio da impedância própria dos condutores de fase é representado por A , o valor médio da impedância mútua entre os condutores de fase é representado por B e entre os cabos condutores e os cabos pára-raios por C . O valor médio da impedância própria dos cabos pára-raios é representada por D e o valor médio da impedância mútua entre os cabos pára-raios representado por E . Conforme demonstra a Figura 30.

Figura 30 – Impedâncias mútuas para uma linha de transmissão trifásica com dois cabos pára-raios para casos transpostos.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Utilizando os valores adotados e o esquema da Figura 30, obtém-se:

$$Z_5 = \begin{bmatrix} A & B & B & C & C \\ B & A & B & C & C \\ B & B & A & C & C \\ C & C & C & D & E \\ C & C & C & E & D \end{bmatrix} \quad (141)$$

5 MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO

Utilizando os parâmetros elétricos (impedância longitudinal e admitância transversal) no domínio das fases, a relação entre a tensão transversal u_F e a corrente longitudinal i_F pode ser expressa pelas seguintes equações, onde Z é a matriz de impedância longitudinal por unidade de comprimento e Y é a matriz de admitância transversal por unidade de comprimento.

$$\begin{cases} \frac{-du_F}{dx} = Z \cdot i_F \\ \frac{-di_F}{dx} = Y \cdot u_F \end{cases} \quad (142)$$

Aplicando a análise relacionada ao produto das matrizes YZ e ZY , a matriz diagonal de autovalores λ e as matrizes de autovetores são determinadas. As matrizes de autovetores, T_V e T_I , correspondem à relação matemática de tensão e de corrente, respectivamente. As matrizes T_V e T_I estão relacionadas com λ baseadas na seguinte equação:

$$\lambda = T_V \cdot Z \cdot Y \cdot T_V^{-1} = T_I \cdot Y \cdot Z \cdot T_I^{-1} \quad (143)$$

Se as matrizes de transformação T_V e T_I são usadas, os autovalores podem ser obtidos no domínio dos modos usando a equação (142). A matriz de impedância longitudinal por unidade de comprimento Z_{MD} e a matriz de admitância transversal por unidade de comprimento Y_{MD} são:

$$\begin{cases} Z_{MD} = T_V \cdot Z \cdot T_V^{-1} \\ Y_{MD} = T_I \cdot Y \cdot T_I^{-1} \end{cases} \quad (144)$$

Em geral, essas matrizes de transformação dependentes da frequência são diferentes e tem elementos complexos. Usando a metodologia proposta, as matrizes de transformação são substituídas por uma matriz de transformação real e única. A matriz T_{SRn} , onde n é o número de circuitos que compõem o sistema. Ela é determinada a partir da combinação linear dos elementos da matriz de Clarke [4]-[7]. No caso deste trabalho, duas estruturas de matriz de transformação serão testadas. A determinação dos autovalores aproximados é feita pela seguinte equação:

$$\begin{cases} \lambda_{SRnT} = T_{SRn} \cdot Z \cdot Y \cdot T_{SRn}^t \\ \lambda_{SRnT} = T_{SRn} \cdot Y \cdot Z \cdot T_{SRn}^t \end{cases} \quad (145)$$

No caso de programas do tipo EMTP, as matrizes de transformação são reais, se o sistema é idealmente transposto. Para isso, existe apenas um valor de

impedância própria para todas as fases. Aplicando programas do tipo EMTP, o sistema analisado é tomado como um caso não transposto, se o circuito trifásico é considerado independentemente transposto dos cabos pára-raios.

Usando uma referência de modo homopolar única, a matriz λ_{SRnT} é igual à matriz de autovalores λ [8], bem como T_V e T_I são iguais a matriz de transformação real e única para linhas trifásicas transpostas estudadas anteriormente [9]-[11]. Assim, com uma referência do modo homopolar única, existe uma ligação entre o circuito trifásico e os cabos pára-raios do sistema. Com essa técnica, a matriz de transformação T_{SRn} apresenta características interessantes: real, única, independente da frequência, parâmetros independentes e idênticos para tensão e corrente. Com essas características, a transformação fase-modo pode ser realizada usando somente uma multiplicação entre matrizes. A referência ao modo homopolar único será aplicada a sistemas trifásicos considerando a presença de cabos pára-raios.

De acordo com o Teorema de Fortescue [12], fasores desbalanceados podem ser expressos em termos de seus componentes simétricos [13]. Ou Seja:

$$\begin{cases} V_A = V_{a+} + V_{a-} + V_{a0} \\ V_B = V_{b+} + V_{b-} + V_{b0} \\ V_C = V_{c+} + V_{c-} + V_{c0} \end{cases} \quad (146)$$

Conhecendo o arranjo da sequência dos componentes, os fasores de tensão desbalanceados podem ser sintetizados graficamente ou analiticamente usando a equação (146). Os componentes de sequência zero ou homopolar (V_{a0} , V_{b0} e V_{c0}) são iguais e constituem a única referência do modo homopolar para o sistema de três fasores. Usando o conceito de fasor de referência ou modo homopolar, a aplicação de uma referência única à matriz de transformação fase-modo real e única é proposta. Assim, o modo homopolar é usado como a única referência para o sistema de linha de transmissão analisado. Para compor a matriz T_{SRn} , cada modo deve ter um módulo unitário. Por causa disso, o valor de cada elemento do modo homopolar depende do número de condutores. Se esse número é identificado por n , os elementos do modo homopolar são descritos pela equação (147).

$$t_{SRn} = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (147)$$

Assim, para um sistema trifásico, tem-se:

$$t_{SR3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (148)$$

Para um sistema hexafásico ou duplo trifásico:

$$t_{SR6} = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad (149)$$

Para o sistema estudado, trifásico com dois cabos pára-raios, tem-se:

$$t_{SR5} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (150)$$

Considerando uma linha de transmissão trifásica, com cabos pára-raios implícitos, é possível obter, a partir do teorema de Fortescue, a matriz de transformação real e única associada a esse sistema. Tal matriz é a matriz de Clarke.

$$T_{CL} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (151)$$

Considerando dois cabos pára-raios em um sistema de linhas trifásicas, as matrizes de transformação geradas são de ordem 5. Portanto, a primeira proposta de matriz de transformação real e única, sugerida neste trabalho, tem a estrutura apresentada na equação (152), quando se utiliza uma única referência homopolar.

$$T_{SR5_1} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (152)$$

Utilizando a matriz proposta, a partir da equação (145), têm-se:

$$\begin{cases} \lambda_{SR5T_1} = T_{SR5_1} \cdot Z \cdot Y \cdot T_{SR5_1}^t \\ \lambda_{SR5T_1} = T_{SR5_1} \cdot Y \cdot Z \cdot T_{SR5_1}^t \end{cases} \quad (153)$$

Dessa forma, é introduzido o conceito de referência homopolar única. O modo homopolar conecta todos os condutores de fase e os cabos pára-raios, criando uma matriz aproximada de autovalores. Mesmo para o caso em que os

condutores de fase são idealmente transpostos, não se obtém uma matriz diagonal. Há acoplamento entre dois modos como mostrado a seguir.

$$\lambda_{SR5T_1} = \begin{bmatrix} A-B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A-B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5T_1-3} & \lambda_{SR5T_1-34} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5T_1-34} & \lambda_{SR5T_1-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D-E \end{bmatrix} \quad (154)$$

Os elementos não identificados na matriz anterior são os seguintes:

$$\begin{cases} \lambda_{SR5T_1-3} = \frac{3A + 6B + 12C + 2D + 2E}{5} \\ \lambda_{SR5T_1-4} = \frac{3A + 6B - 12C + 2D + 2E}{5} \\ \lambda_{SR5T_1-34} = \frac{3A + 6B - 2D - 2E}{5} \end{cases} \quad (155)$$

Como não foi possível a diagonalização exata da matriz λ_{SR5T} , foi usado o artifício de multiplicação de uma matriz média-antimédia com o objetivo de se obter novos autovalores aproximados, onde os valores fora da diagonal principal fossem reduzidos ou nulos. Essa matriz é apresentada abaixo:

$$T_{MA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (156)$$

Tal matriz tem como objetivo reduzir os valores fora da diagonal principal e deve ser aplicada da seguinte forma.

$$\lambda_{SR5T_1MA} = T_{MA} \cdot \lambda_{SR5T_1} \cdot T_{MA}^t \quad (157)$$

Os resultados obtidos a partir dessa nova hipótese são:

$$\lambda_{SR5T_1MA} = \begin{bmatrix} A-B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A-B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5T_1MA-3} & \lambda_{SR5T_1MA-34} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5T_1MA-34} & \lambda_{SR5T_1MA-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D-E \end{bmatrix} \quad (158)$$

Os elementos não identificados na matriz anterior são os seguintes:

$$\begin{cases} \lambda_{SR5T_1MA-3} = \frac{6A + 12B}{5} \\ \lambda_{SR5T_1MA-4} = \frac{4D + 4E}{5} \\ \lambda_{SR5T_1MA-34} = \frac{12C}{5} \end{cases} \quad (159)$$

Observa-se que a aplicação da nova matriz acarretou na redução dos termos que compõem o elemento $\lambda_{SR5TMA34}$ na equação (159) em relação ao termo $\lambda_{SR5T-34}$ da equação (155).

Outra proposta é analisar a matriz T_{SR5} com a aplicação de sua inversa da seguinte forma:

$$\begin{cases} \lambda_{SR5I_1} = T_{SR5_1} \cdot Z \cdot Y \cdot T_{SR5_1}^{-1} \\ \lambda_{SR5I_1} = T_{SR5_1} \cdot Y \cdot Z \cdot T_{SR5_1}^{-1} \end{cases} \quad (160)$$

Nesse caso, a inversa da matriz aproximada de transformação tem a seguinte estrutura:

$$T_{SR5_1}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (161)$$

Aplicando a matriz de transformação inversa, a matriz λ_{SR5} é obtida:

$$\lambda_{SR5I_1} = \begin{bmatrix} A - B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A - B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5I_1-3} & \lambda_{SR5I_1-34} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5I_1-43} & \lambda_{SR5I_1-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D - E \end{bmatrix} \quad (162)$$

Os elementos não identificados na matriz λ_{SR5I_1} são os seguintes:

$$\begin{cases} \lambda_{SR5I_1-3} = \frac{A + 2B + 5C + D + E}{2} \\ \lambda_{SR5I_1-4} = \frac{A + 2B - 5C + D + E}{2} \\ \lambda_{SR5I_1-34} = \frac{A + 2B - C - D - E}{2} \\ \lambda_{SR5I_1-43} = \frac{A + 2B + C - D - E}{2} \end{cases} \quad (163)$$

A segunda hipótese considera a matriz de transformação apresentada abaixo, observa-se que a nova matriz leva em consideração a mudança de sinal em apenas duas fases, e não em três, pois senão, seria uma combinação linear da matriz de transformação apresentada anteriormente:

$$T_{SR5_2} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (164)$$

A aplicação da matriz anterior, junto à sua matriz transposta, leva a:

$$\lambda_{SR5T_2} = \begin{bmatrix} A - B & 0 & 0 & \lambda_{SR5T_2-14} & 0 \\ 0 & A - B & 0 & \lambda_{SR5T_2-24} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{SR5T_2-3} & \lambda_{SR5T_2-34} & 0 \\ \lambda_{SR5T_2-14} & \lambda_{SR5T_2-24} & \lambda_{SR5T_2-43} & \lambda_{SR5T_2-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D - E \end{bmatrix} \quad (165)$$

Os elementos não identificados na matriz anterior são os seguintes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{SR5T_2-3} = \frac{3A + 6B + 12C + 2D + 2E}{5} \\ \lambda_{SR5T_2-4} = \frac{3A - 2B - 4C + 2D + 2E}{5} \\ \lambda_{SR5T_2-14} = \frac{-2A + 2B}{\sqrt{30}} \\ \lambda_{SR5T_2-24} = \frac{-2A + 2B}{\sqrt{10}} \\ \lambda_{SR5T_2-34} = \frac{-A - 2B + C + 2D + 2E}{5} \\ \lambda_{SR5T_2-43} = \frac{-A - 2B + 4C + 2D + 2E}{5} \end{array} \right. \quad (166)$$

Apesar dessa hipótese apresentar mais termos fora da diagonal, serão discutidas na análise de resultados as diferenças relativas entre os valores exatos e os valores obtidos a partir de tais considerações.

A equação (167) apresenta a inversa da matriz de transformação considerada na segunda hipótese. Os valores obtidos a partir da aplicação da matriz de transformação juntamente com sua inversa, estão dispostos na equação (173).

$$T_{SR5_2}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{6}}\right) & \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) & 0 \\ \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) & \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) & 0 \\ \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{6}}\right) & \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) & \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) & 0 \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (167)$$

Aplicando a matriz de transformação inversa, a matriz λ_{SR5I_2} é obtida:

$$\lambda_{SR5I_2} = \begin{bmatrix} A - B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A - B & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{SR5I_2-31} & \lambda_{SR5I_2-32} & \lambda_{SR5I_2-3} & \lambda_{SR5I_2-34} & 0 \\ \lambda_{SR5I_2-41} & \lambda_{SR5I_2-42} & \lambda_{SR5I_2-43} & \lambda_{SR5I_2-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D - E \end{bmatrix} \quad (168)$$

Os elementos não identificados na matriz λ_{SR5I_2} são os seguintes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{SR5I_2-3} = \frac{3}{4} \cdot (A + 2B + 3C) + \frac{1}{4} \cdot (D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-4} = \frac{1}{4} \cdot (A + 2B - 9C + 3D + 3E) \\ \lambda_{SR5I_2-31} = \frac{3}{2\sqrt{30}} \cdot (-A - 2B + C + D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-32} = \frac{3}{2\sqrt{10}} \cdot (-A - 2B + C + D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-34} = \frac{3}{4} \cdot (-A - 2B + C + D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-41} = \frac{3}{2\sqrt{30}} \cdot (-A + 2B - 3C + D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-42} = \frac{3}{2\sqrt{10}} \cdot (-A + 2B - 3C + D + E) \\ \lambda_{SR5I_2-43} = \frac{1}{4} \cdot (-A - 2B + 5C + D + E) \end{array} \right. \quad (169)$$

Tanto a aplicação da matriz T_{SR5} , para ambas as hipóteses, em conjunto com sua transposta, com a inserção de uma matriz de média-antimédia, bem como, com sua inversa não levaram a uma matriz diagonal, pois a matriz de autovetores não apresenta ortonormalidade. Por causa dessa não diagonalização da matriz aproximada de autovalores, no próximo capítulo será realizada a análise de erros, comparando os valores aproximados com os valores exatos. O uso da matriz de transformação transposta de T_{SR5} é baseado em casos transpostos de linhas

trifásicas onde é aplicada a matriz de Clarke e sua transposta. No caso da matriz de Clarke, a matriz transposta e a matriz inversa são idênticas.

6 ANÁLISES DE ERROS

A análise dos resultados neste capítulo será apresentada de acordo com as hipóteses de matriz de transformação apresentadas no capítulo anterior, considerando a linha de transmissão em estudo no caso não transposto. Será levado em consideração para cada uma das hipóteses os resultados obtidos a partir do equacionamento YZ e também para ZY .

A análise de erros será baseada na equação (170) para os elementos da diagonal principal, e, a equação (171) para os elementos fora da diagonal principal.

$$\varepsilon(j) = \frac{\lambda_{SR}(j) - \lambda(j)}{\lambda(j)} \cdot 100 \Big|_{j=1,\dots,5} \quad (170)$$

Nesse caso, $\lambda_{SR}(j)$ representa os elementos da diagonal principal da matriz λ_{SR5T} , λ_{SR5TMA} ou da matriz λ_{SR5I} . O elemento $\lambda(j)$ representa os autovalores exatos. Dessa forma, as aproximações sugeridas neste trabalho são comparadas aos correspondentes autovalores.

A equação (171) demonstra a relação entre os valores próprios e os valores mútuos relacionados.

$$\varepsilon(j) = \frac{\lambda_{i,j}}{\lambda_{ex}} \cdot 100 \Big|_{\substack{i=1,\dots,5 \\ j=2,\dots,4}} \quad (171)$$

onde $\lambda_{i,j}$ é o elemento fora da diagonal principal, considerando a matriz de autovalores aproximada, e λ_{ex} são os elementos da diagonal principal, considerando a matriz de autovalores exata.

Para o estudo das relações de dependência entre os elementos mútuos da matriz λ_{SR5T} , os seguintes nomes serão adotados, o modo 1 será chamado de modo α , o modo 2 de β , o modo 3 de θ , o modo 4 de γ e o modo 5 de δ .

A análise será realizada apenas para o caso não transposto.

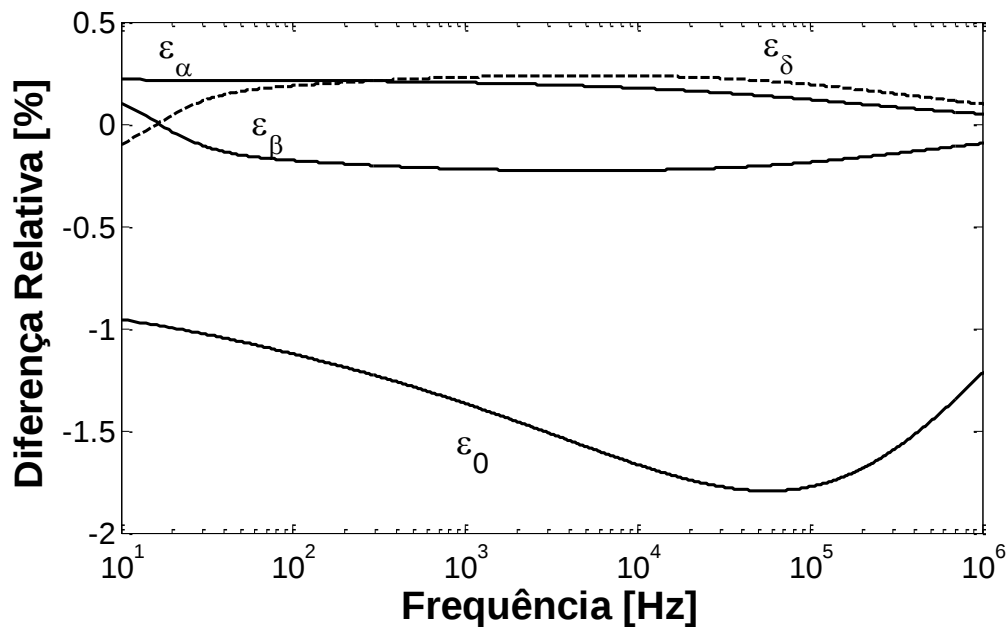
6.1 Primeira Hipótese

A primeira hipótese leva em consideração a matriz de transformação apresentada na equação (152).

6.1.1 Aplicação para T_I

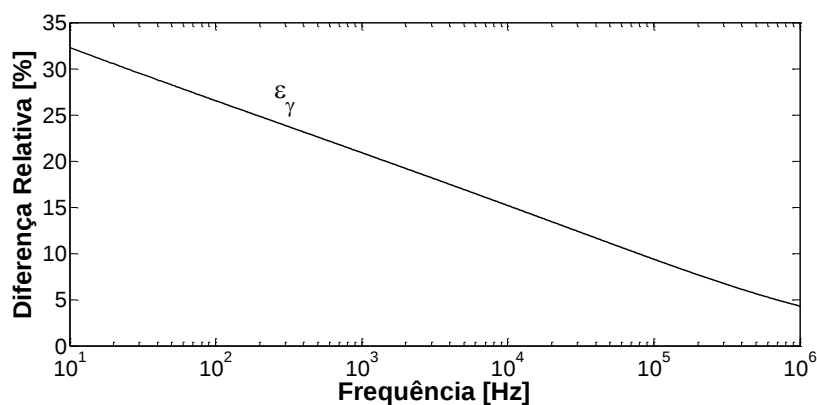
A diferença relativa entre os modos α , β , 0 e δ é relativamente baixa, como demonstra a Figura 31, considerando a comparação de λ_{SR5T_1} . A Figura 32 apresenta a diferença relativa do modo γ , que é muito alta em comparação com os outros modos. O uso da matriz T_{SR5T_1} em conjunto com sua transposta não leva a uma boa aproximação em relação aos autovalores exatos, para o caso em estudo.

Figura 31 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos α , β , 0 e δ , λ_{SR5T_1} .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

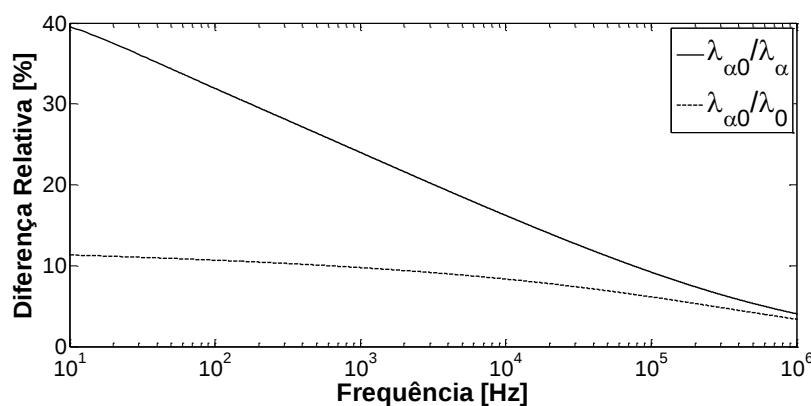
Figura 32 – Diferença relativa entre o modo exato e o quase-modo γ , λ_{SR5T_1} .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

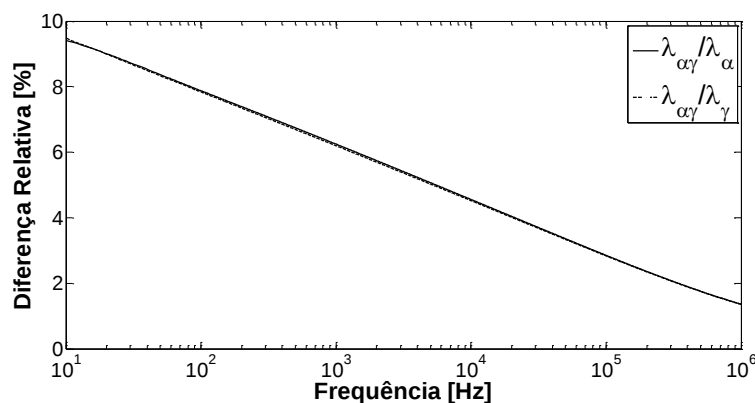
A seguir serão apresentados os resultados obtidos em relação ao modo α .

Figura 33 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 34 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .

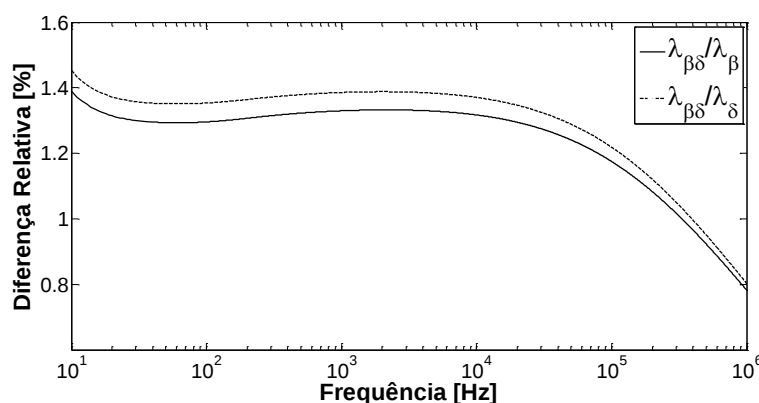


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As Figuras 33 e 34 apresentam a relação de dependência entre os elementos mútuos da primeira linha da matriz λ_{SR5T_1} relacionados ao modo α . O modo β e o δ apresentam valores na ordem de 10^{-14} . Estes valores serão considerados como sendo nulos para as próximas análises, e não serão apresentados graficamente. O modo 0 apresentou um valor significativo na relação de dependência ao modo α , sendo próximo à 40% para frequências baixas e decaindo conforme a frequência aumentou. O modo γ também apresentou um valor não nulo, entretanto, menor do que o apresentado pelo modo 0.

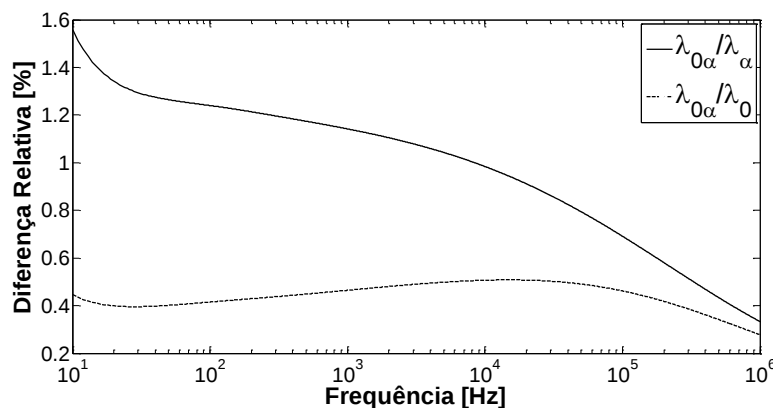
A seguir serão apresentadas as relações de dependência referentes aos outros modos.

Figura 35 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



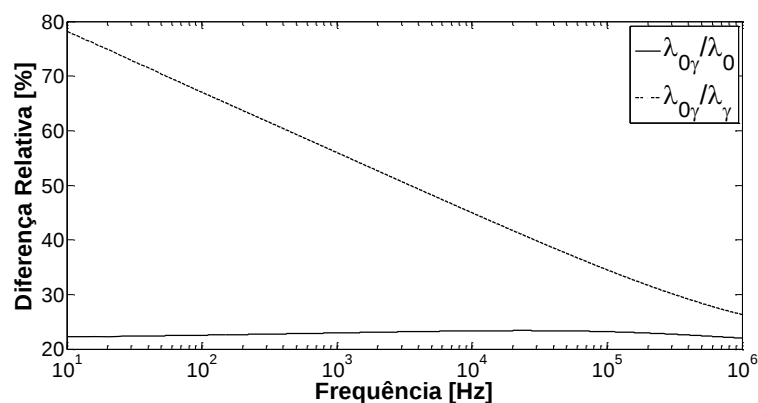
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 36 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



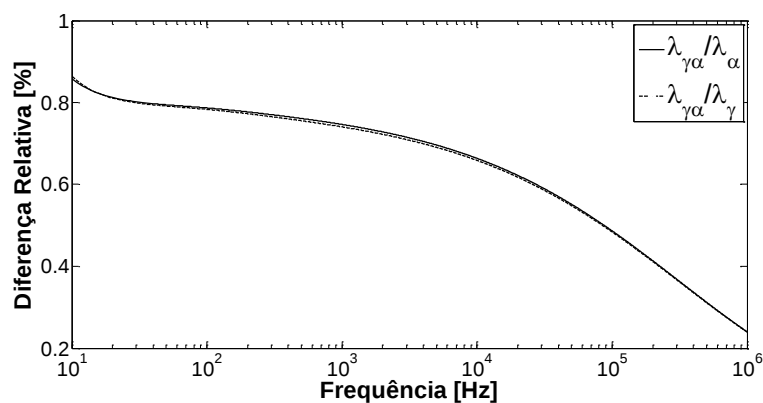
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 37 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



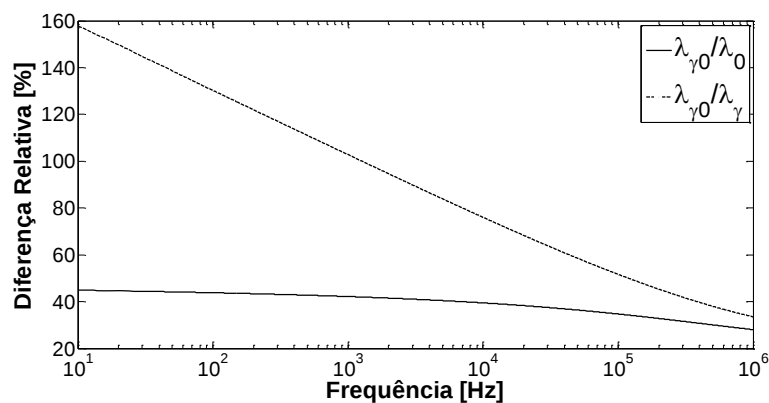
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 38 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



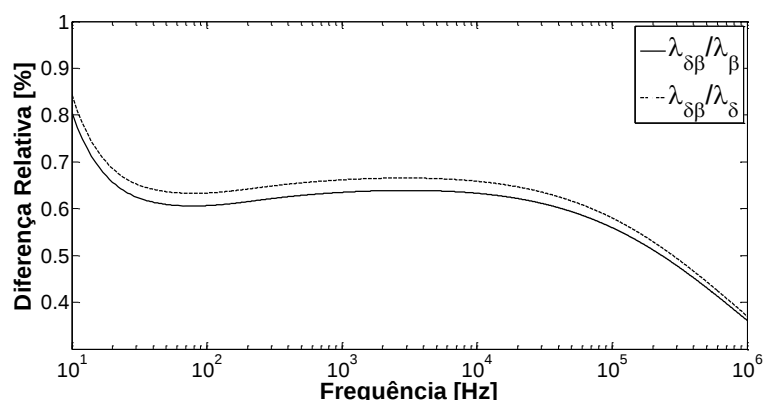
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 39 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 40 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os resultados obtidos a partir dos gráficos serão apresentados, de forma condensada, a partir de tabelas. Os valores serão apresentados em porcentagem.

A Tabela 1 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a primeira hipótese de matriz de transformação semelhante à T_I aplicada junto a sua matriz transposta. Para todos os resultados apresentados nas tabelas a seguir será considerada a faixa de 10 a 1 [MHz].

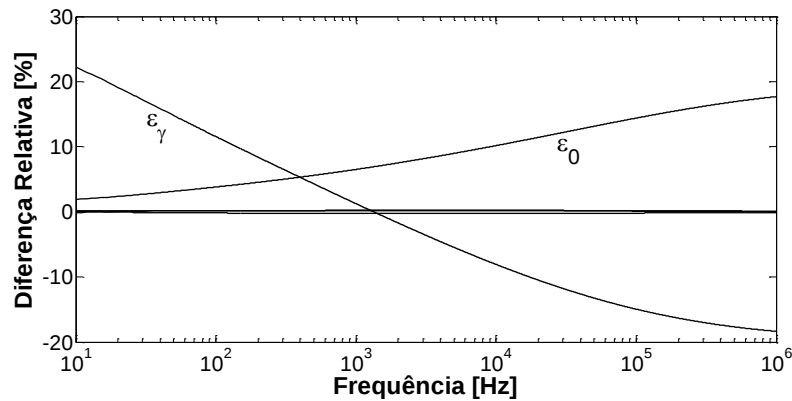
Tabela 1 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5T_1} , T_I .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	39,56	9,48	0
β	0	0,23	0	0	1,45
0	1,56	0	1,80	78,17	0
γ	0,86	0	157,82	32,25	0
δ	0	0,84	0	0	0,24

Fonte: Gráficos apresentados no trabalho.

Após a aplicação da multiplicação da matriz de transformação, é aplicada a matriz média-antimédia. A Figura 41 apresenta os resultados obtidos.

Figura 41 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5TMA} .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Observa-se a partir dos resultados apresentados na Figura 41 que a diferença relativa entre os modos α , β e δ continuou a mesma apresentada na Figura 31, como era de se esperar, pois estes modos não foram influenciados a partir da matriz média-antimédia. Entretanto, o valor do modo 0 e do modo γ exibiram um aumento significativo, portanto, os modos apresentaram um resultado pior do que o demonstrado a partir da Figura 32.

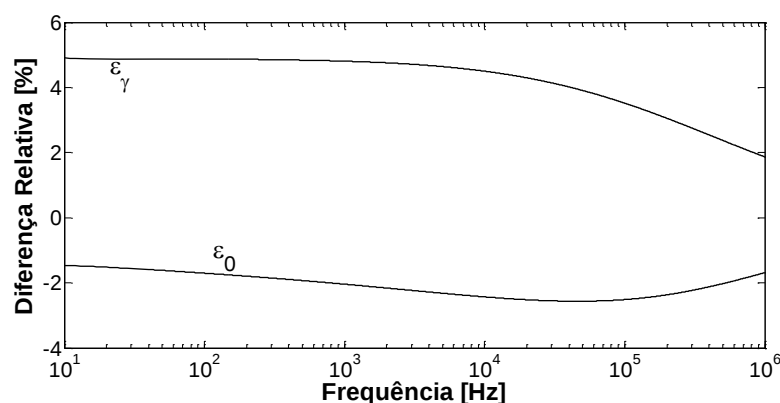
O estudo referente à relação de dependência entre os elementos mútuos com os elementos próprios da matriz de autovalores não foi considerada para esse caso, pelo fato da aplicação da matriz média-antimédia não ter melhorado os erros relativos para os modos 0 e γ .

Outra proposta a ser analisada são os resultados referentes a manipulação da matriz de transformação, real, única e independente da frequência, considerando a primeira hipótese apresentada pela matriz da equação (152), aplicada juntamente com a sua inversa, como demonstrou a equação (160).

Com a aplicação de T_{SR5_1} e $T_{SR5_1}^{-1}$, a diferença relativa entre os modos α , β e δ é a mesma diferença apresentada na Figura 31, considerando a aplicação da matriz de transformação junto à sua matriz transposta. O modo 0 continuou apresentando uma diferença relativa reduzida, e o modo γ apresentou uma redução significativa ao se usar a matriz de transformação considerando a aplicação de sua inversa. De forma geral, os resultados obtidos estão dentro de uma faixa de erro relativamente mais estreita do que aquela apresentada na Figura 32.

A Figura 42 apresenta os resultados obtidos para as diferenças relativas entre os modos 0 e γ . Mesmo com essa faixa mais estreita de erros, o modo γ continuou a apresentar o maior erro relativo.

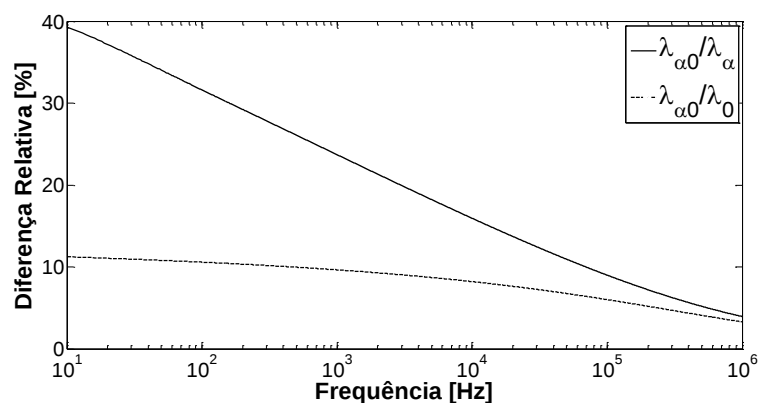
Figura 42 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos 0 e γ , λ_{SR5I_1} .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

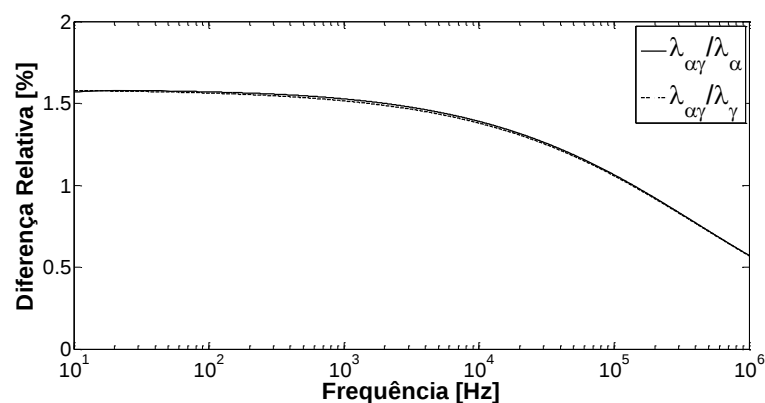
As figuras abaixo demonstram a relação de dependência entre os elementos mútuos e próprios da matriz de autovalores λ_{SR5I_1} , considerando a comparação da matriz de transformação T_{SR5_1} junto à sua inversa.

Figura 43 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



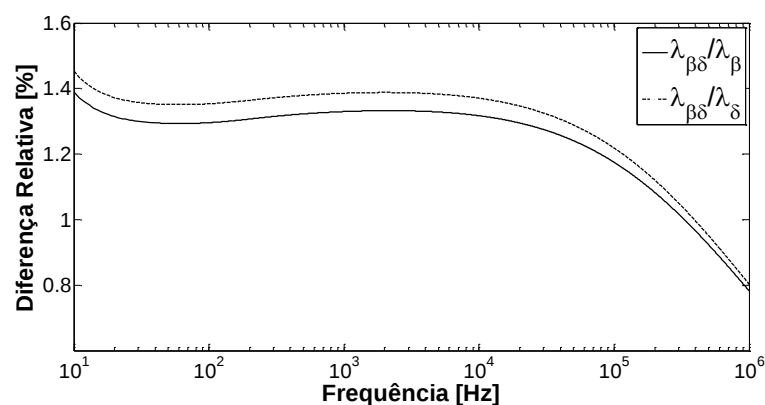
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 44 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



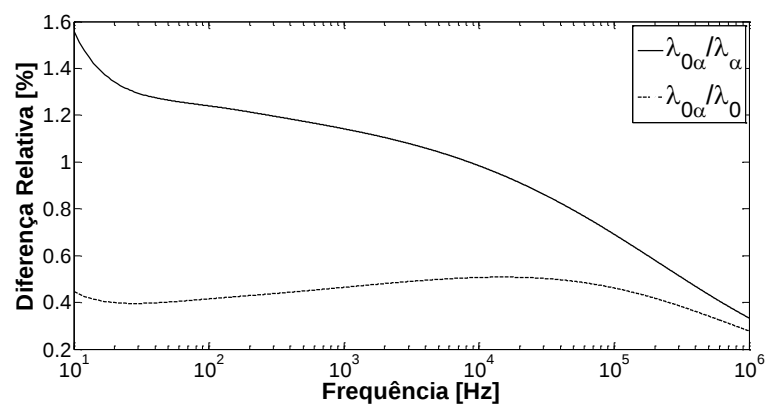
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 45 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



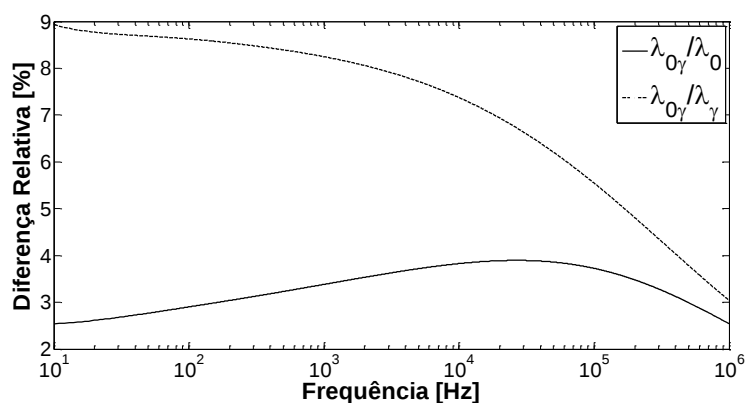
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 46 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



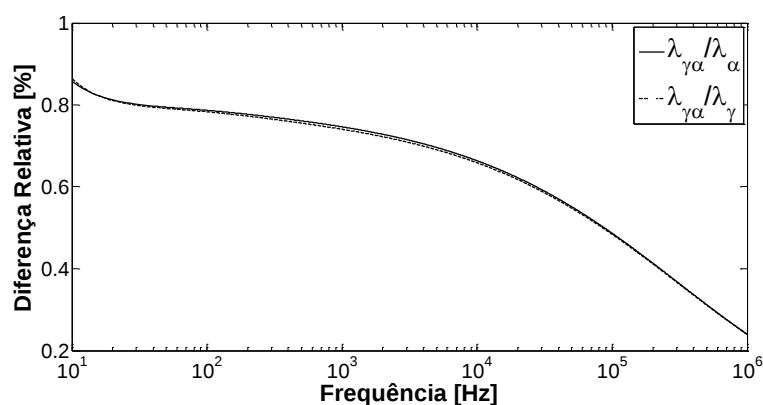
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 47 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



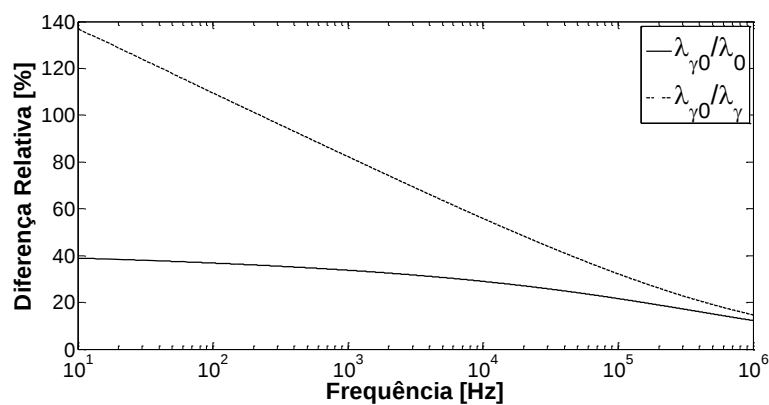
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 48 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



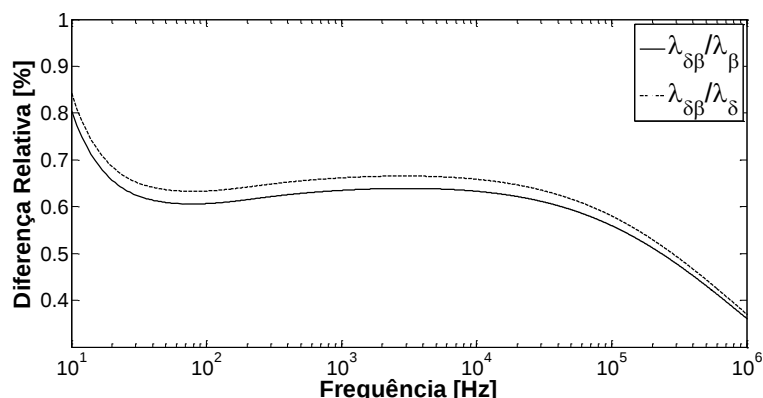
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 49 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 50 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 2 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos, obtidos para a primeira hipótese de matriz de transformação T_{SR5_1} junto a aplicação de sua matriz inversa.

Tabela 2 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5I_1} , T_I .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	39,24	1,58	0
β	0	0,23	0	0	1,45
0	1,56	0	2,56	8,94	0
γ	0,86	0	136,86	4,90	0
δ	0	0,84	0	0	0,24

Analisando a primeira hipótese, observa-se a redução significativa em relação ao uso da matriz de transformação junto à aplicação da matriz transposta comparado à aplicação da matriz de transformação junto à sua inversa. Entretanto, verifica-se que o elemento $\lambda_{\gamma 0}$ continuou a apresentar um valor muito elevado.

6.1.2 Aplicação para T_V

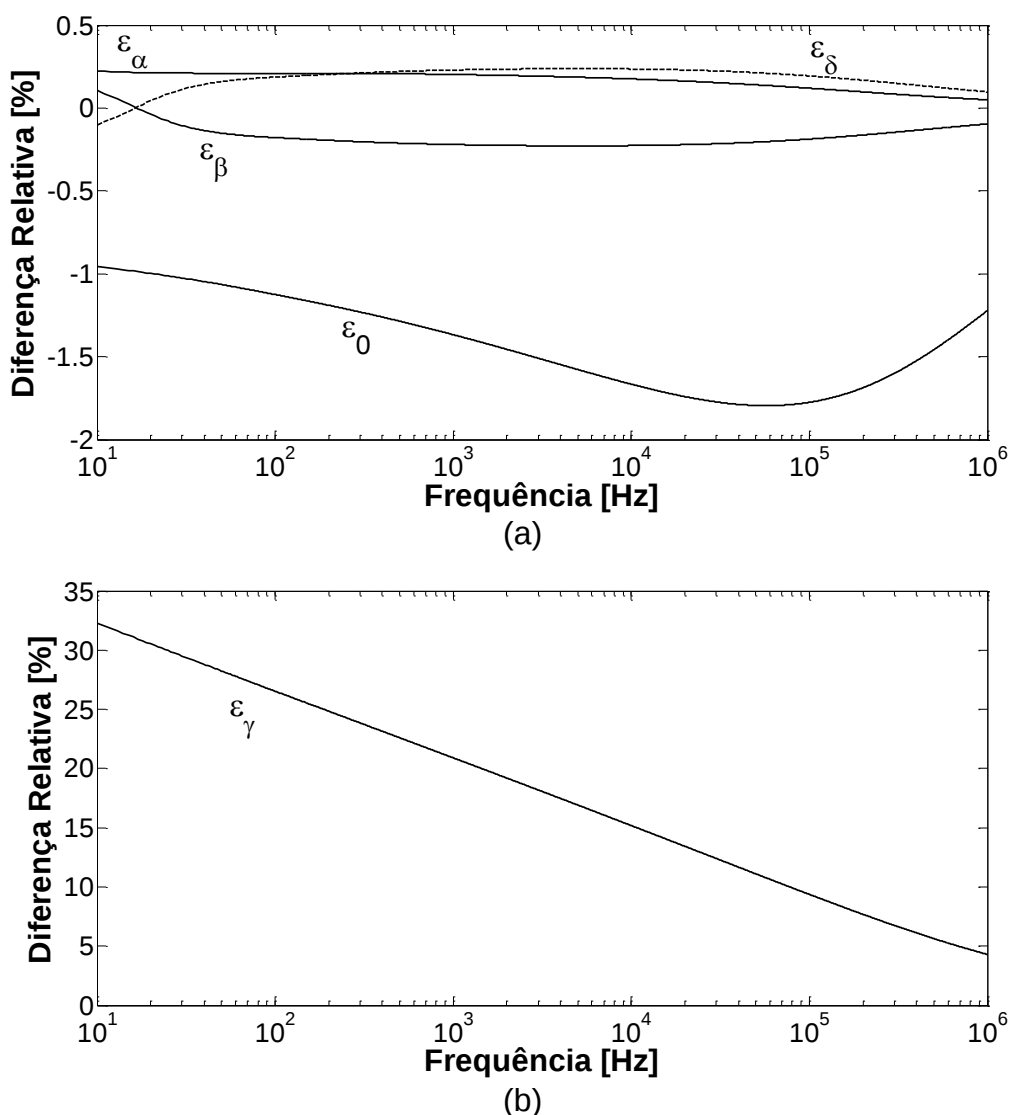
A seguir serão apresentados os resultados obtidos a partir da primeira hipótese da matriz de transformação descrita na equação (152), considerando sua

aplicação junto à matriz transposta e à matriz inversa. Nessa seção será considerada a aplicação de T_{SR5_1} .

Nesse caso, não foi considerada a aplicação da matriz média-antimédia após a aplicação da matriz de transformação junto à sua transposta, pois como visto anteriormente, ela aumentou significativamente as diferenças relativas dos modos 0 e γ .

A Figura 51 apresenta os valores obtidos para as diferenças relativas levando em consideração a aplicação da matriz de transformação junto a sua transposta.

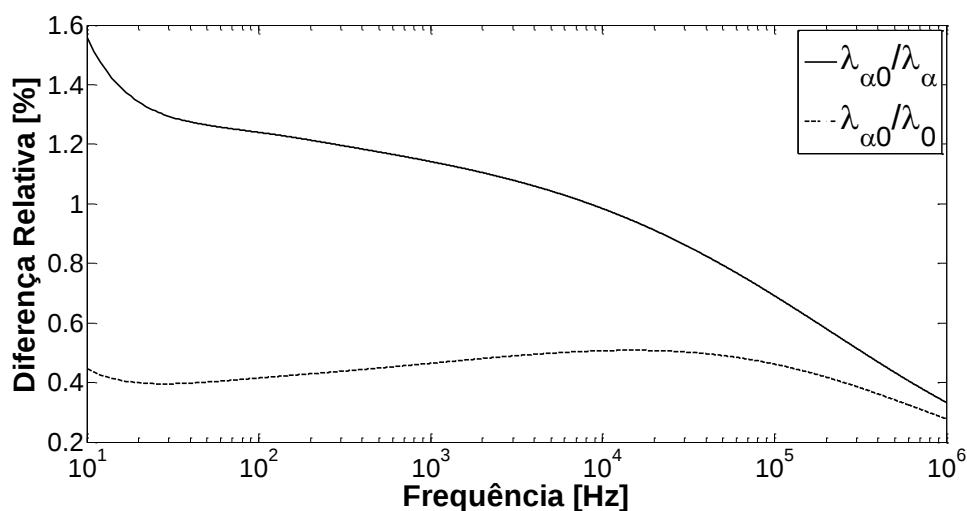
Figura 51 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5T_1} (a) Modos α , β , 0 e δ ; (b) Modo γ



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

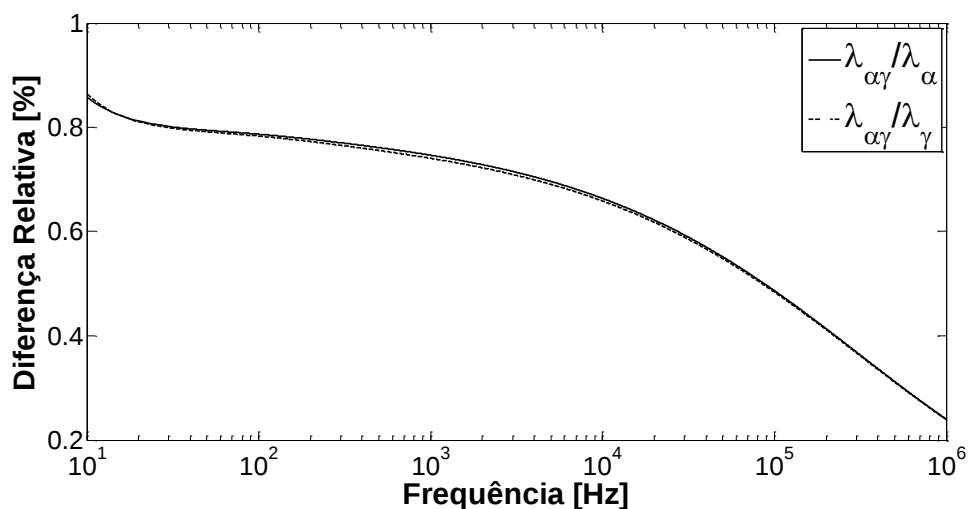
Observa-se a partir da Figura 51, que para o caso com a aplicação da matriz de transformação T_{SR5_1} junto à sua transposta, obteve-se os mesmos resultados apresentados nas Figuras 31 e 32. Serão apresentados, a seguir, os resultados obtidos para a relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos elementos próprios.

Figura 52 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



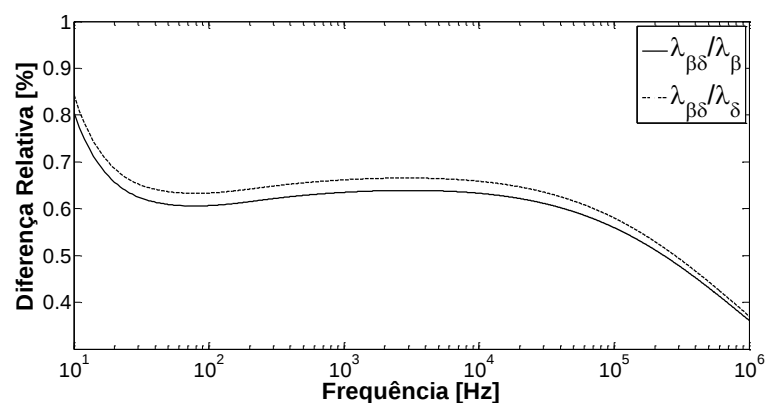
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 53 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



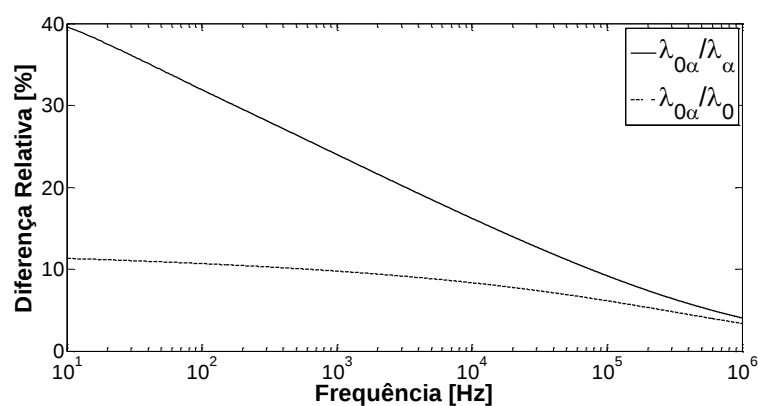
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 54 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



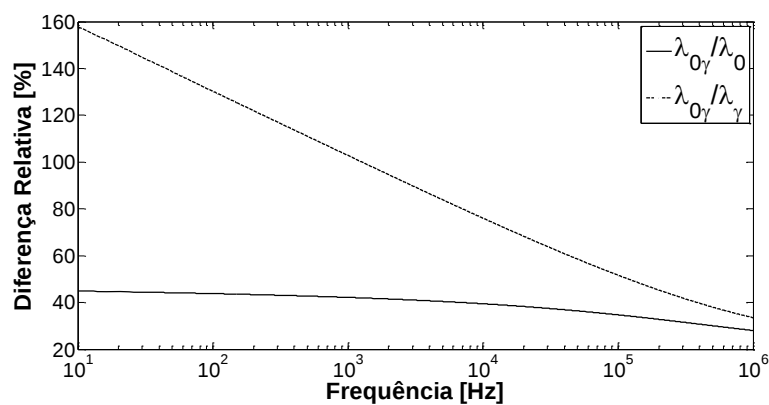
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 55 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



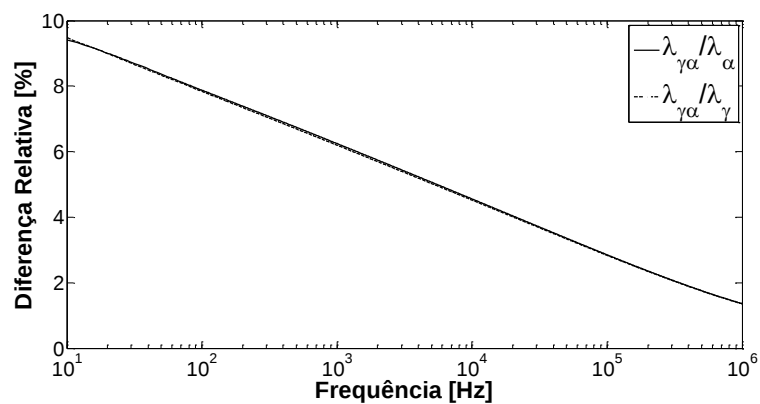
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 56 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



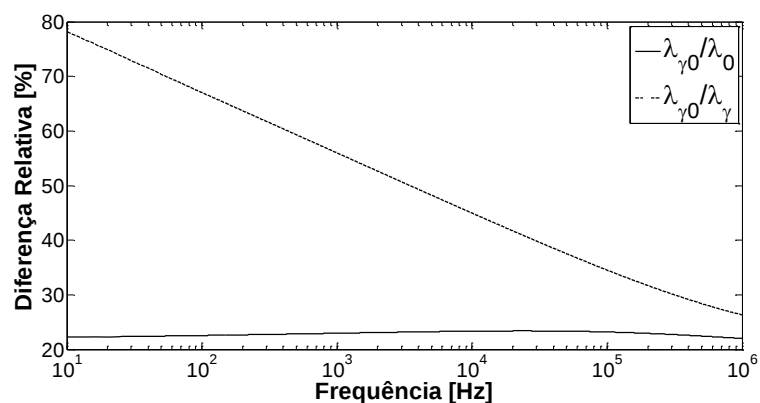
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 57 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



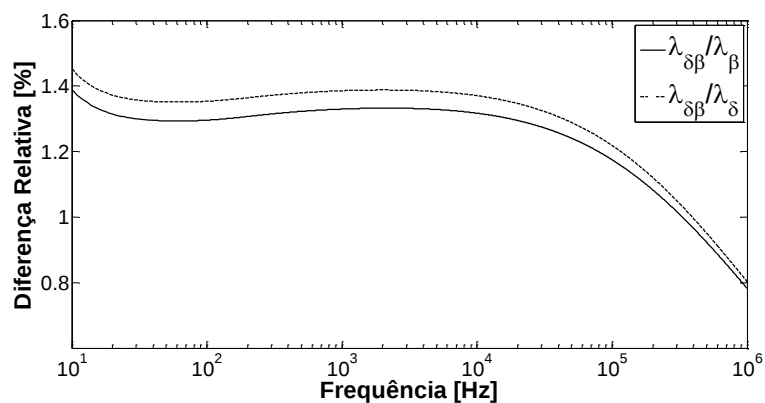
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 58 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 59 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

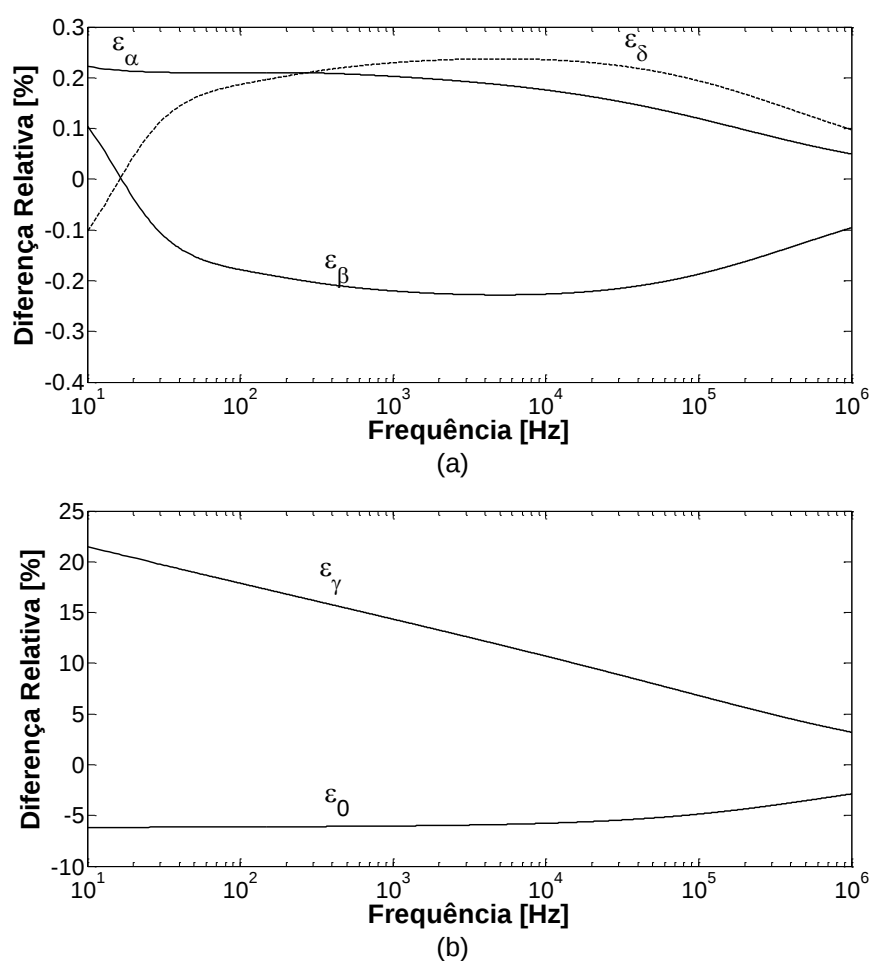
A Tabela 3 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a primeira hipótese de matriz de transformação T_{SR5_1} aplicada junto à sua transposta.

Tabela 3 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5T_1} , T_V .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	1,56	0,86	0
β	0	0,23	0	0	0,84
0	39,56	0	1,80	157,82	0
γ	9,48	0	78,17	32,25	0
δ	0	1,45	0	0	0,24

A Figura 60 apresenta os resultados obtidos levando em consideração a aplicação da matriz de transformação junto à sua inversa.

Figura 60 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5I_1} (a) Modos α, β e δ (b) Modos 0 e γ .

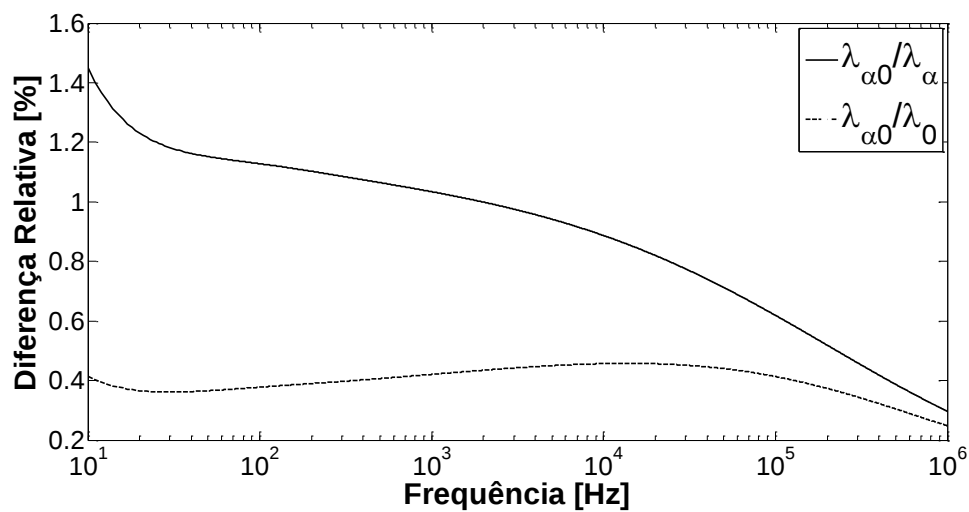


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para esse caso, os modos α , β e δ continuaram apresentando o mesmo valor, entretanto, os modos 0 e γ apresentaram um aumento significativo, em especial, o modo γ .

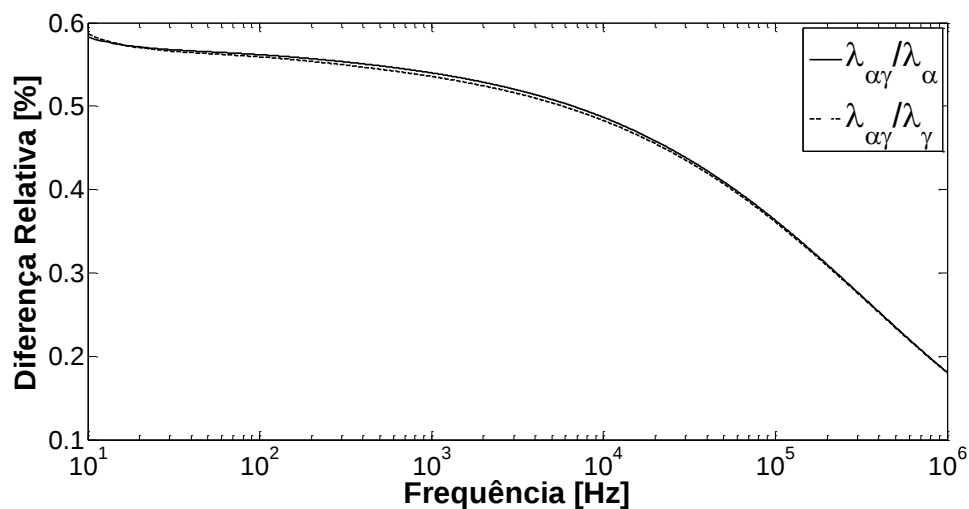
Serão apresentados os resultados obtidos para a relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos elementos próprios levando em consideração a matriz T_{SR51} , para o caso da matriz inversa.

Figura 61 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



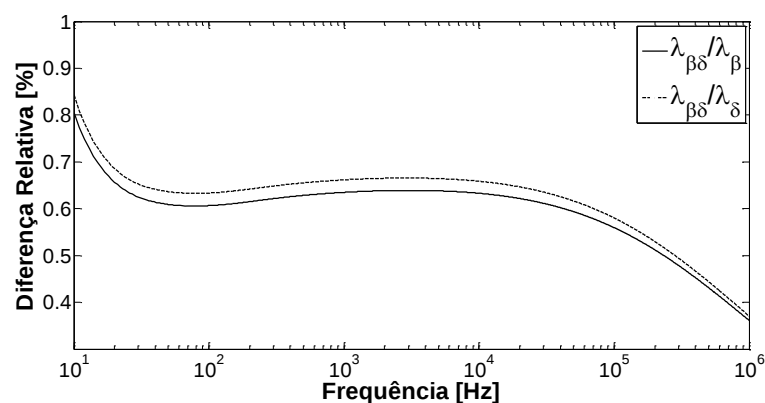
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 62 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



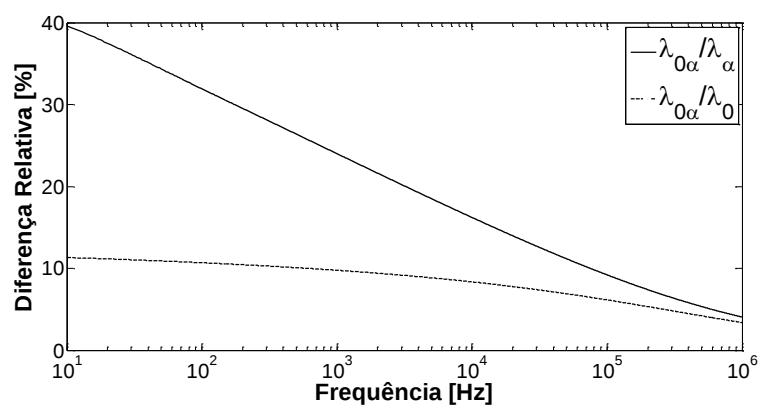
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 63 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



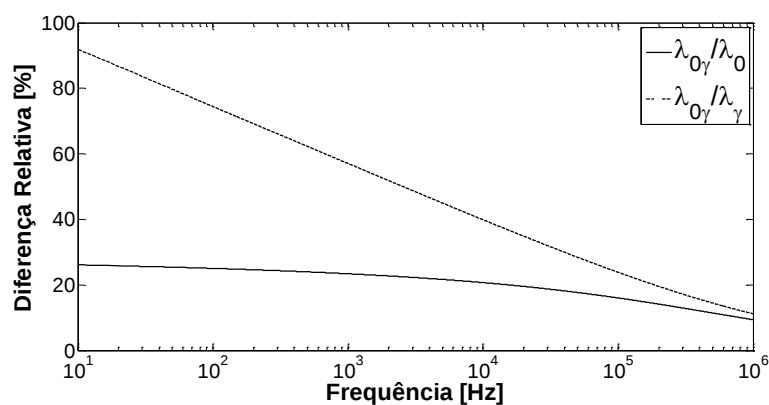
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 64 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



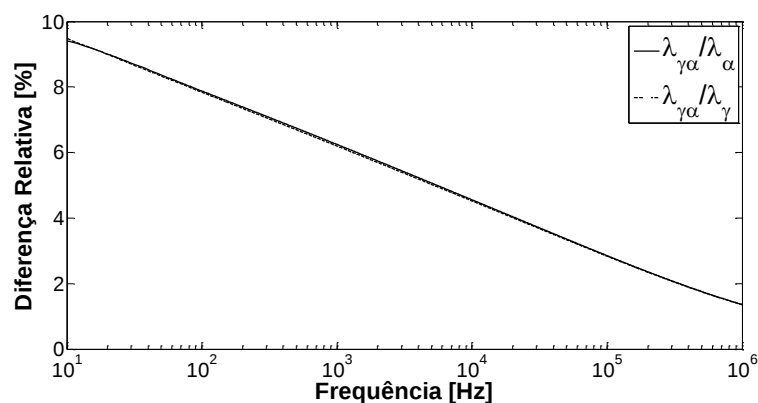
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 65 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



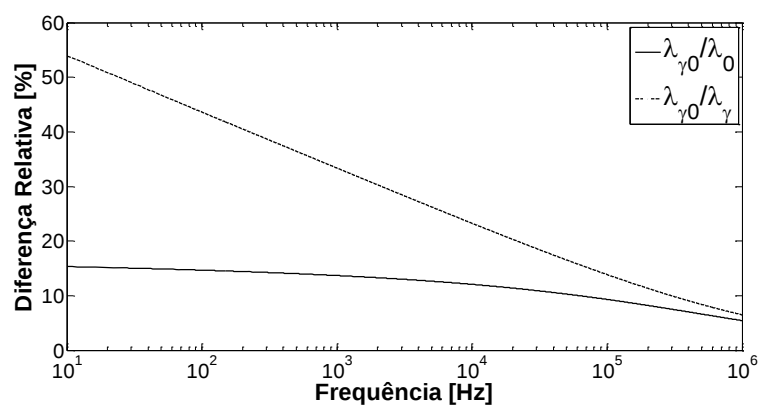
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 66 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



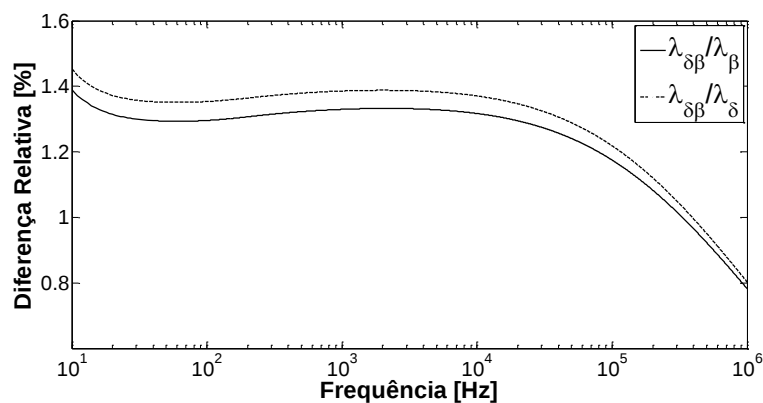
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 67 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0 .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 68 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 4 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a primeira hipótese de matriz de transformação T_{SR5_1} aplicado junto à sua matriz inversa.

Tabela 4 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5I_1} , T_V .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	1,45	0,59	0
β	0	0,23	0	0	0,84
0	39,56	0	6,18	91,88	0
γ	9,48	0	53,89	21,48	0
δ	0	1,45	0	0	0,24

No segundo caso, observa-se que ocorre uma inversão entre os valores fora da diagonal, em relação ao primeiro caso, ou seja, os elementos λ_{ij} passam para λ_{ji} . Observa-se ainda que no caso da utilização da matriz de transformação junto à aplicação com sua matriz transposta houve um aumento, em especial, no modo γ .

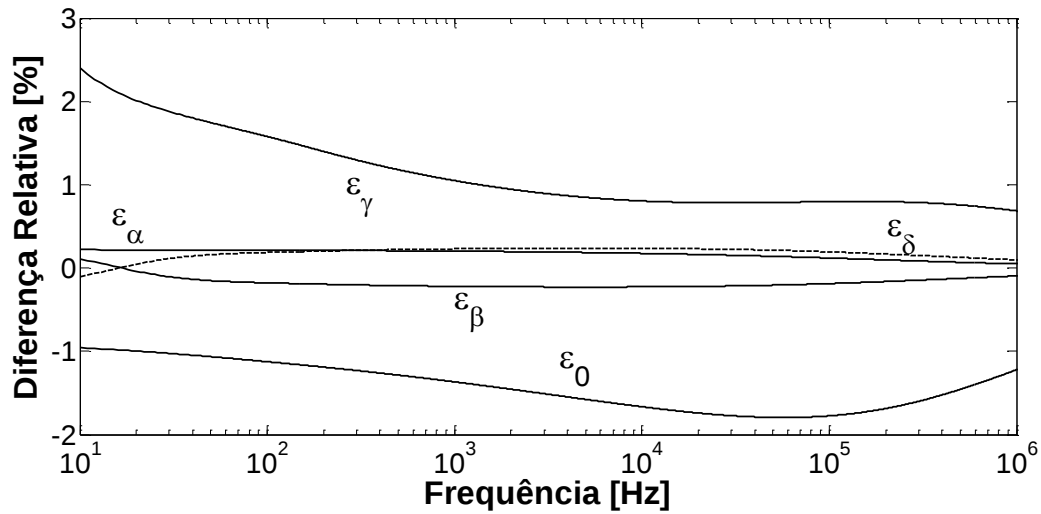
6.2 Segunda Hipótese

A segunda hipótese leva em consideração a matriz de transformação apresentada na equação (164).

6.2.1 Aplicação para T_I

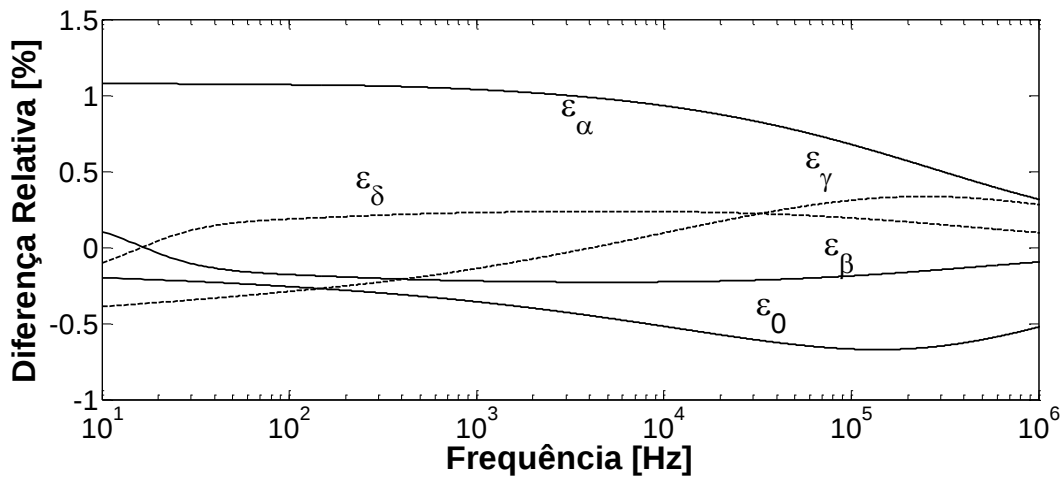
Os resultados apresentados nas figuras abaixo demonstram a análise relacionada à aplicação da matriz de transformação T_I junto à aplicação dos casos de matriz transposta (Figura 69) e matriz inversa (Figura 70). Também, como anteriormente, serão apresentados os resultados obtidos a partir da relação de dependência entre os valores mútuos e os valores próprios para cada um dos casos.

Figura 69 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5T_2} .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 70 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5I_2} .

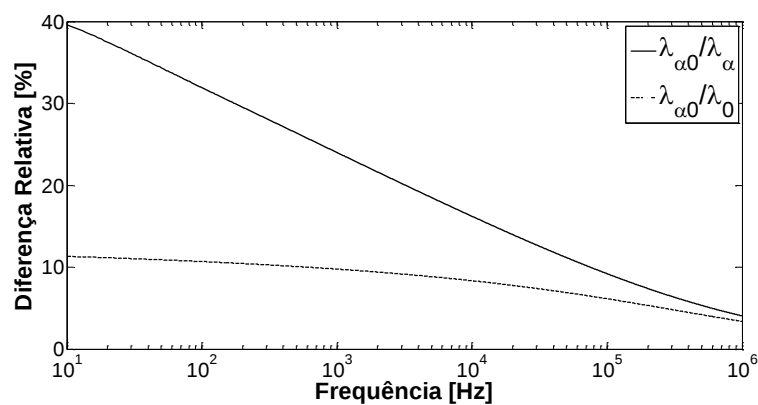


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os resultados mostrados nas Figuras 69 e 70 demonstram que os valores obtidos para a diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos teve uma redução significativa em relação à primeira hipótese. A seguir, será analisado a relação de dependência entre os valores mútuos e próprios.

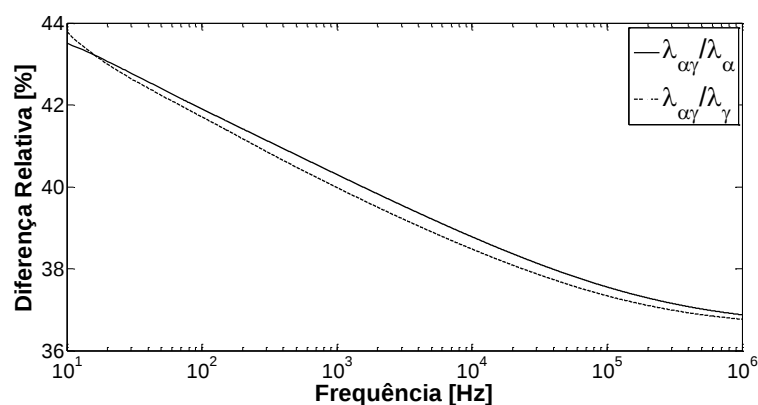
Primeiramente serão apresentados os resultados para o caso da aplicação da matriz de transformação aproximada junto com sua transposta.

Figura 71 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



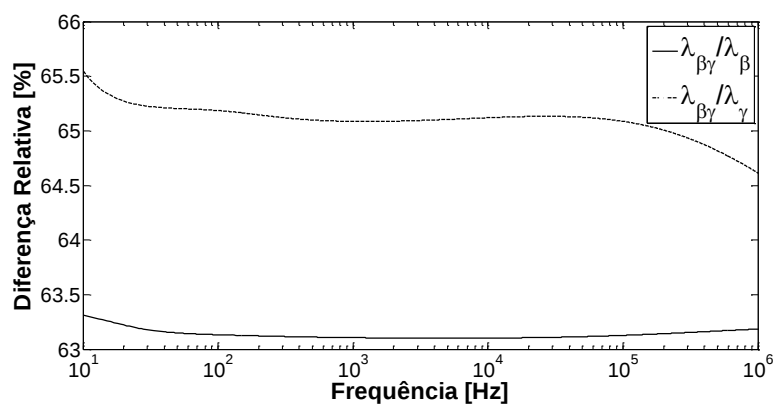
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 72 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



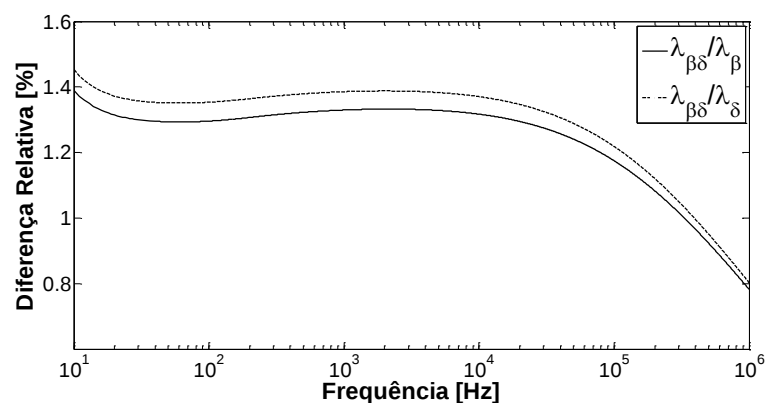
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 73 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e γ .



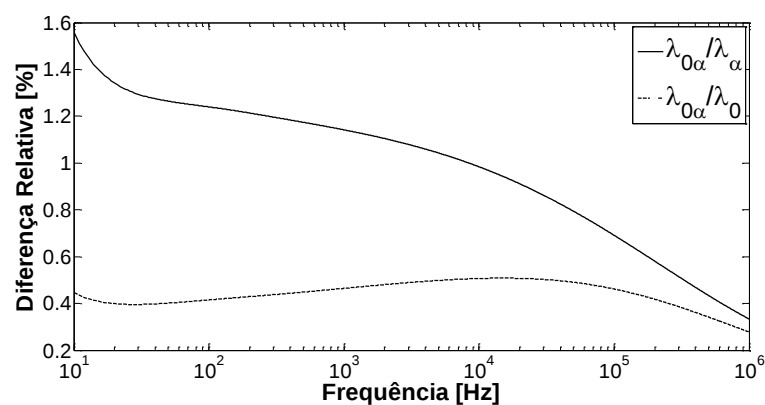
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 74 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



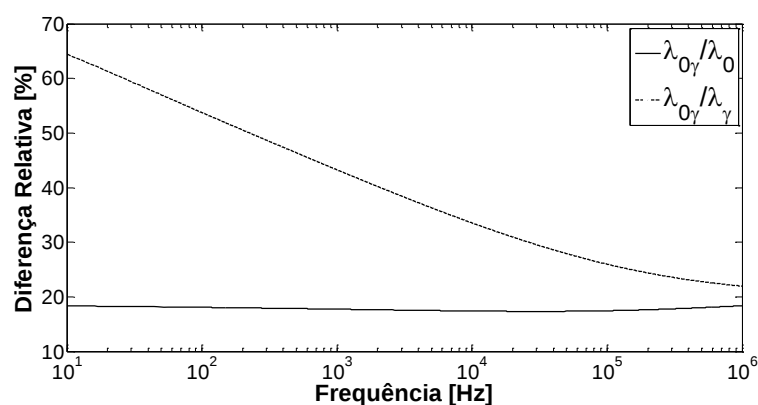
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 75 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



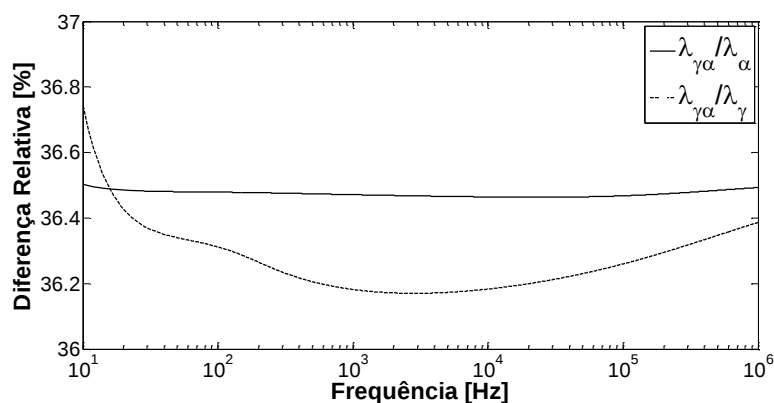
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 76 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



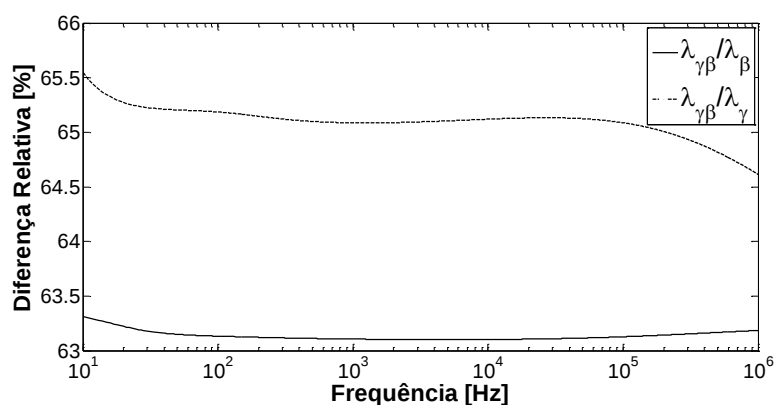
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 77 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



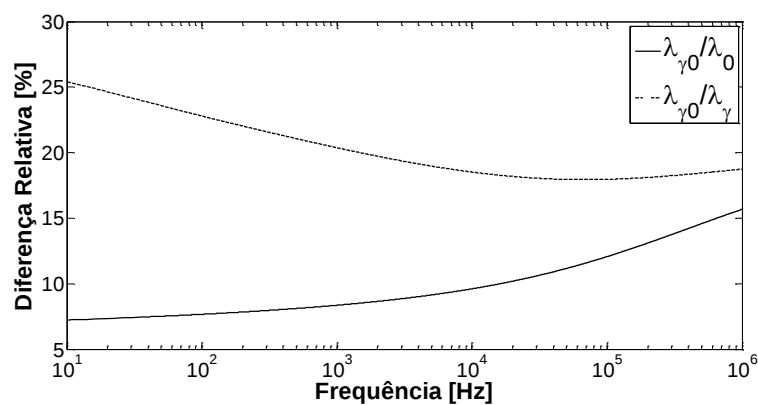
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 78 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .



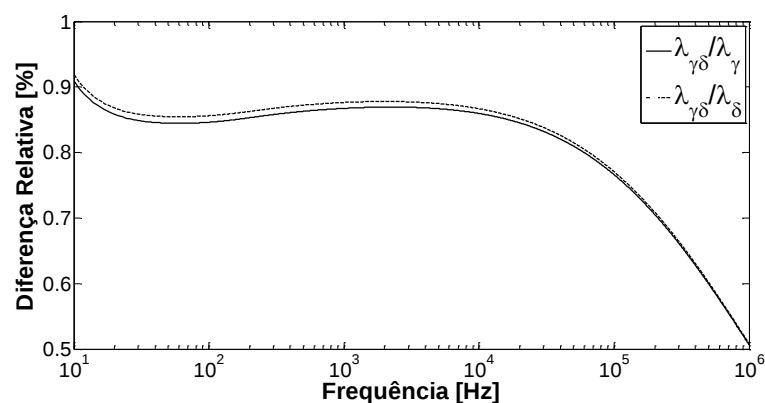
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 79 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



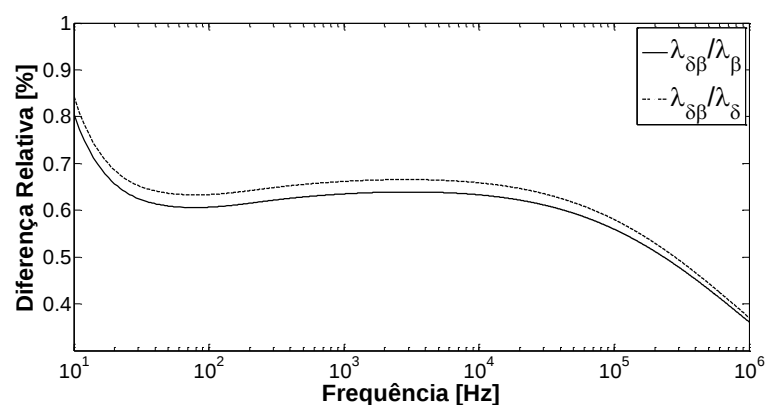
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 80 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .



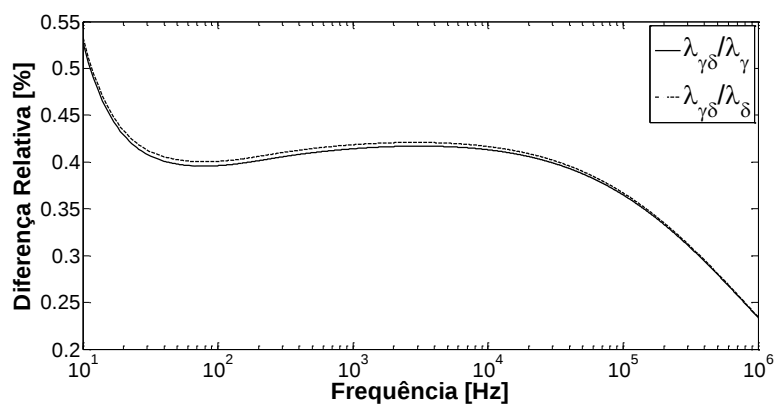
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 81 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 82 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e γ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

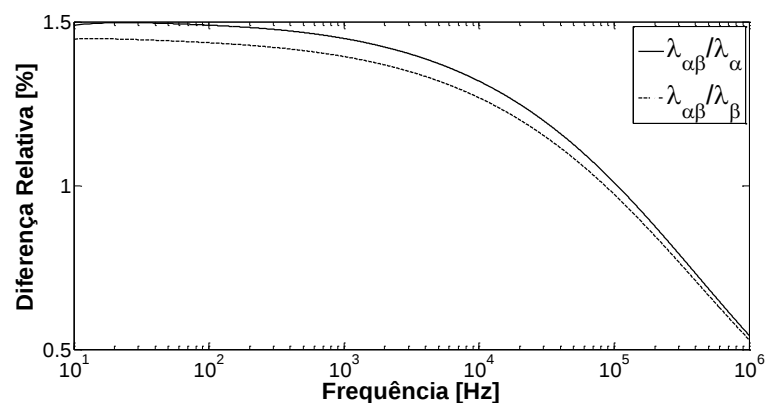
A Tabela 5 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a segunda hipótese de matriz de transformação T_{SR5_2} junto à aplicação com sua matriz transposta.

Tabela 5 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5T_2} , T_I .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	39,55	43,79	0
β	0	0,23	0	65,55	1,45
0	1,56	0	1,80	64,44	0
γ	36,74	65,55	25,40	2,40	0,92
δ	0	0,84	0	0	0,24

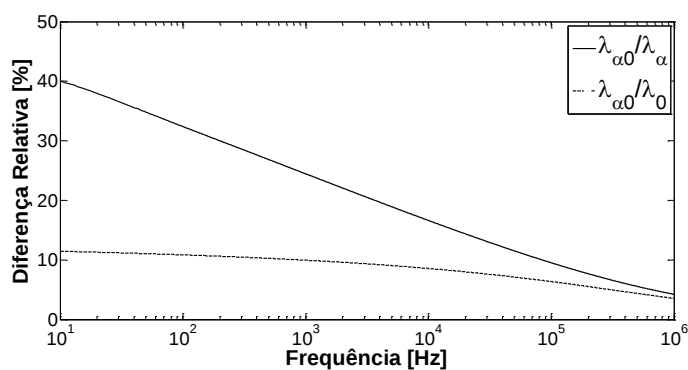
A seguir, serão apresentados os resultados para o caso da aplicação da matriz inversa.

Figura 83 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e β .



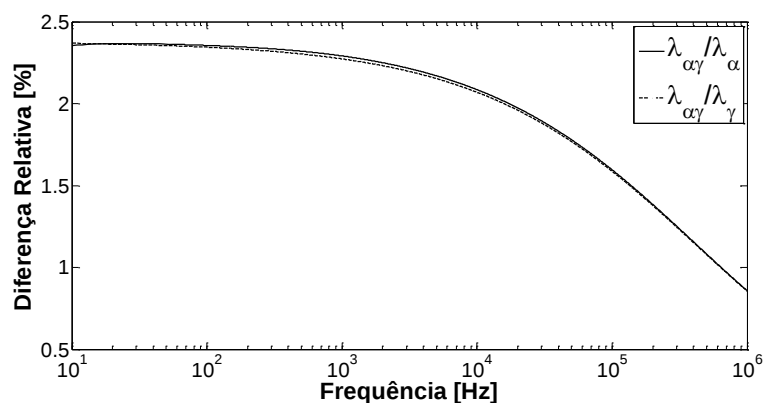
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 84 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



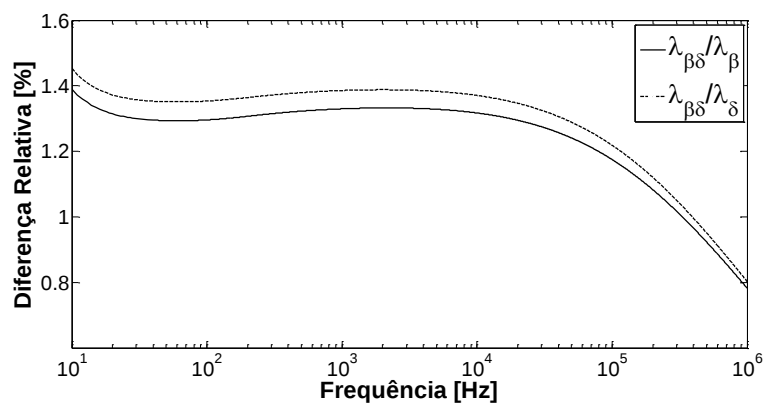
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 85 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



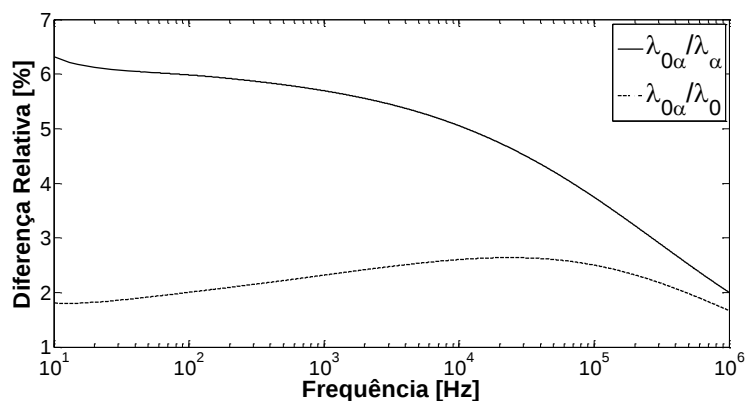
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 86 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



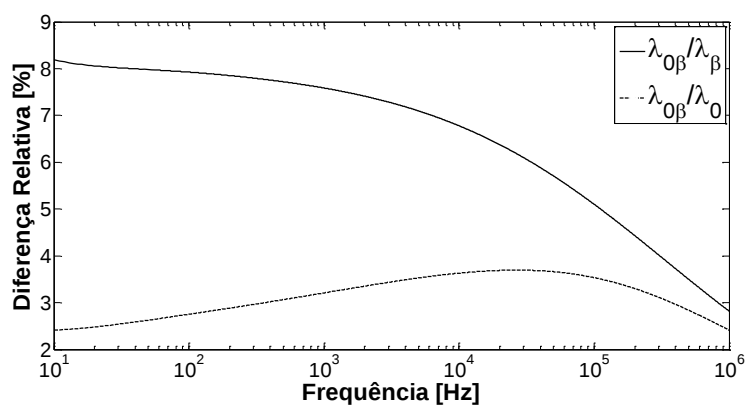
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 87 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



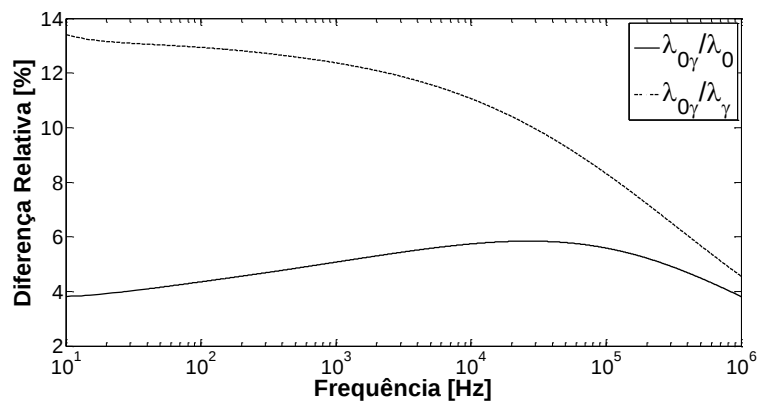
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 88 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e β .



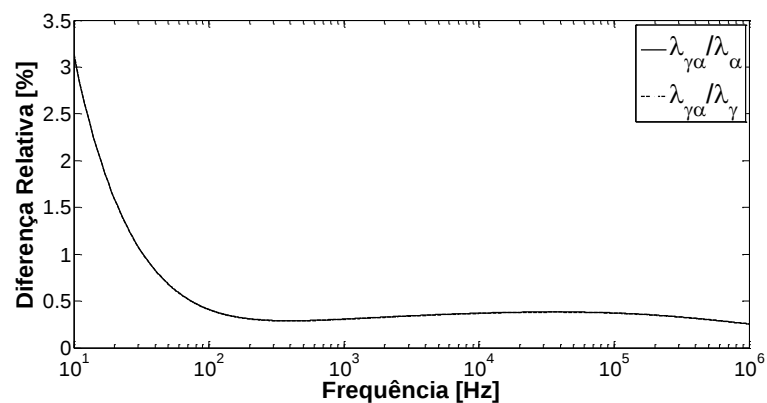
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 89 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



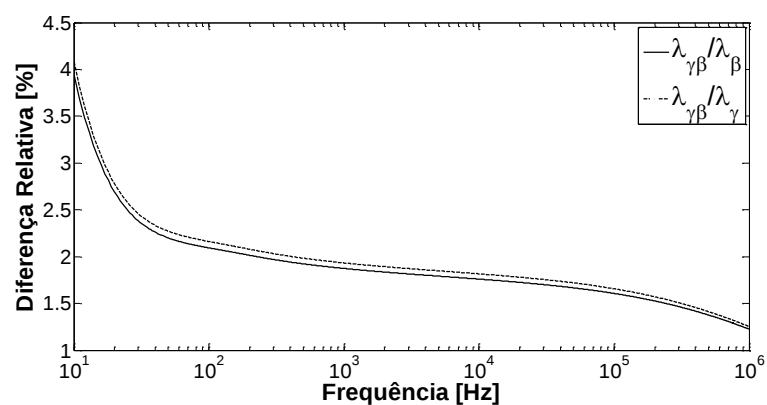
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 90 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



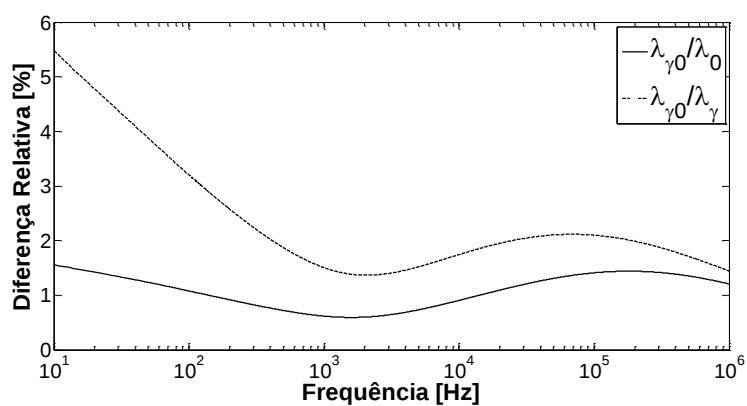
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 91 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .



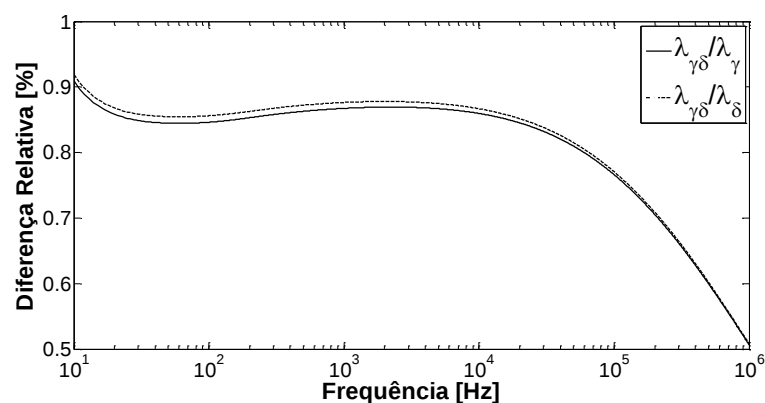
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 92 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



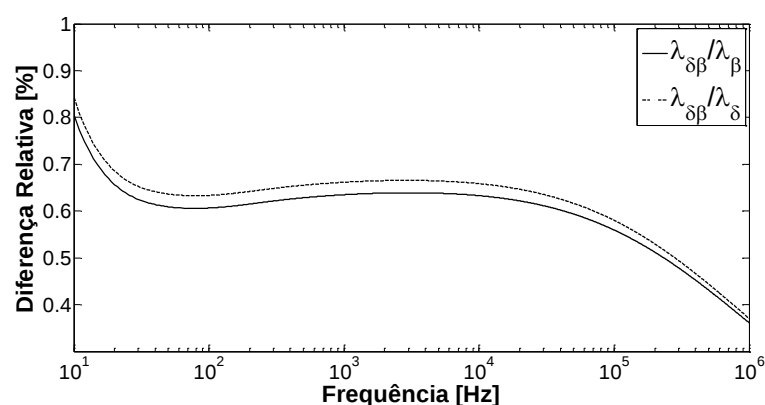
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 93 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 94 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 6 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a segunda hipótese de matriz de transformação T_{SR5_2} aplicado junto à sua inversa.

Tabela 6 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5I_2} , T_I .

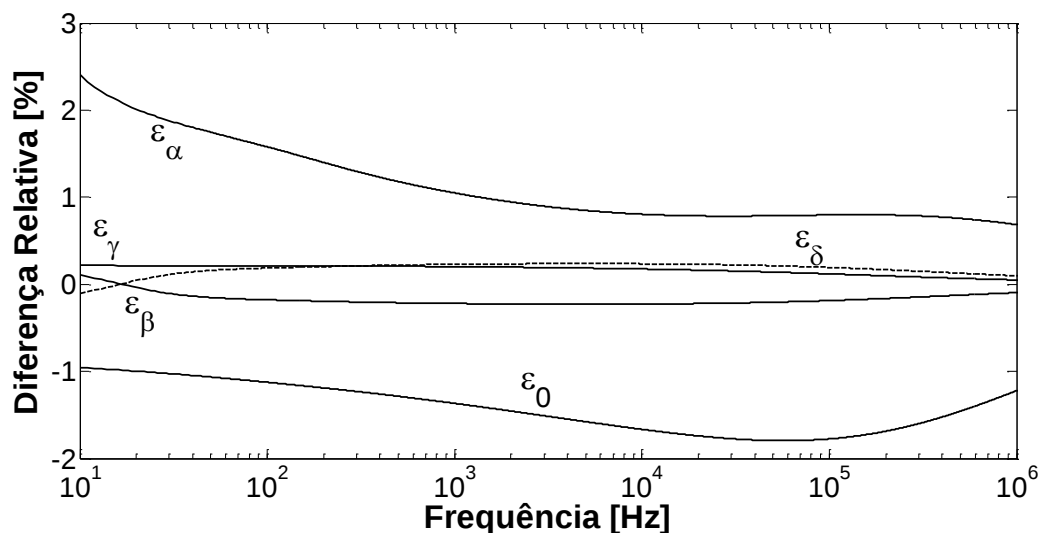
	α	β	0	γ	δ
α	1,08	1,50	40,03	2,37	0
β	0	0,23	0	0	1,45
0	6,32	8,19	0,67	13,41	0
γ	3,13	4,08	5,48	0,39	0,92
δ	0	0,84	0	0	0,24

Nesse caso, observa-se que para a consideração da matriz de transformação aproximada junto à matriz transposta, os valores obtidos fora da diagonal principal aumentaram significativamente em relação à primeira hipótese. Entretanto, a aplicação da matriz de transformação aproximada junto à matriz inversa, nesse caso, apesar de ter mais valores fora da diagonal do que a Tabela 2, apresentou valores reduzidos drasticamente por todo o conjunto, apenas o elemento λ_{13} exibiu um valor elevado.

6.2.2 Aplicação para T_V

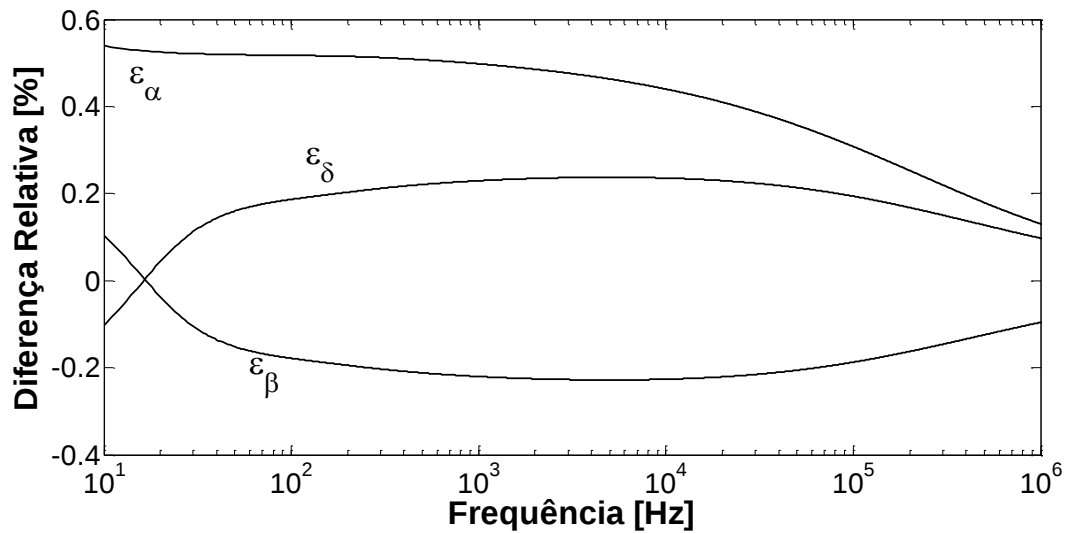
Os resultados, a seguir, serão apresentados levando em consideração a segunda hipótese junto a matriz de transformação T_{SR5_2} . A Figura 95 mostra os resultados obtidos após a aplicação com a matriz transposta e as Figuras 96 e 97 mostram os resultados obtidos após a aplicação com a matriz inversa. A dependência mútua entre os valores fora da diagonal principal com os autovalores exatos será apresentada em seguida para ambos os casos.

Figura 95 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos λ_{SR5T_2} .



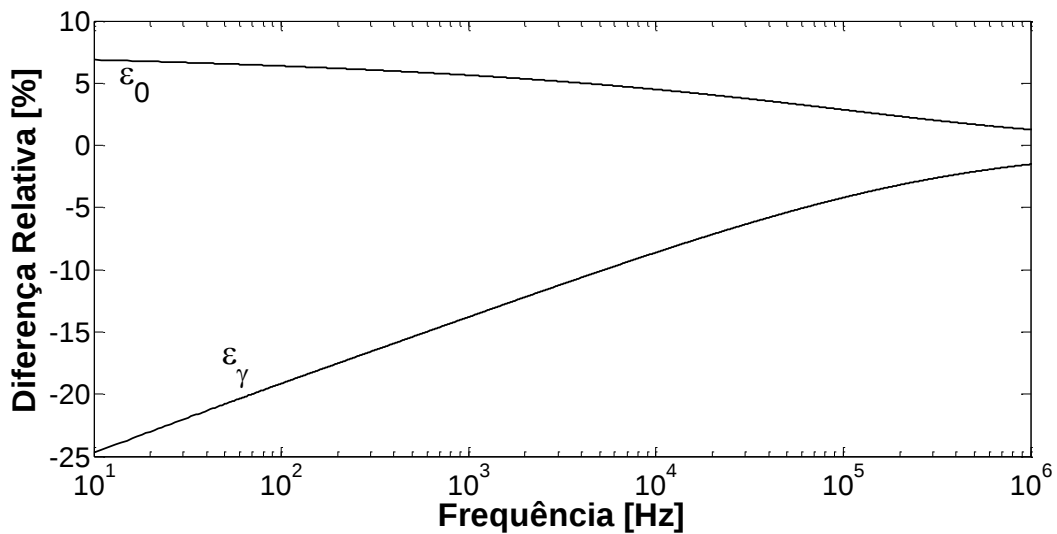
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 96 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos α , β e $\delta - \lambda_{SR5I_2}$.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 97 – Diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos 0 e $\gamma - \lambda_{SR5I_2}$.

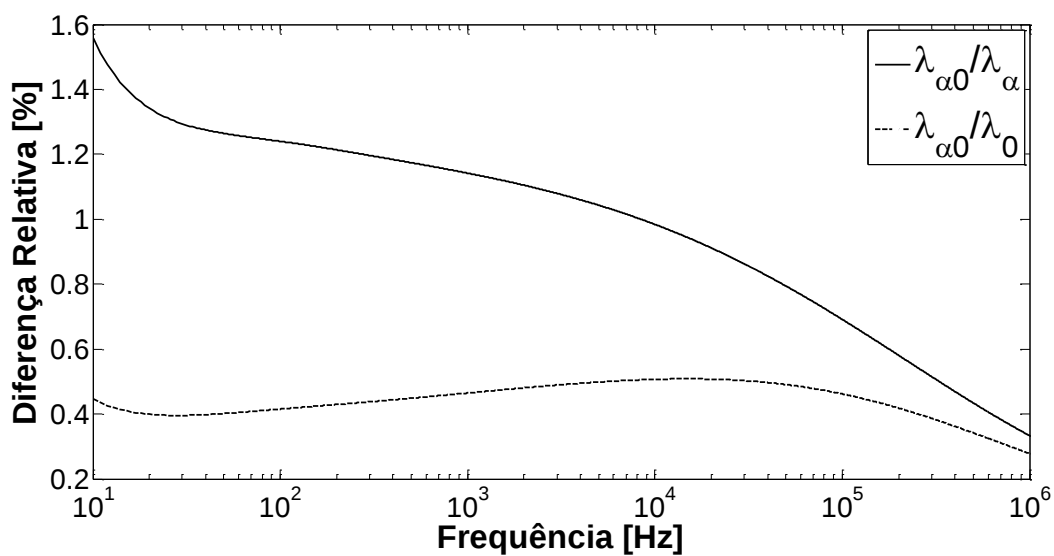


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Observa-se a partir da Figura 95 que, para o caso transposto, a diferença relativa entre os modos exatos e os quase-modos permaneceu a mesma. Entretanto, a figura 6.66 apresenta um aumento significativo nos modos 0 e γ .

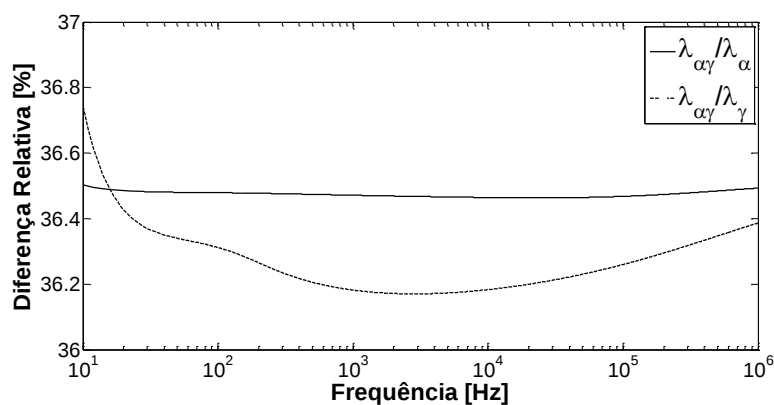
Primeiramente serão apresentados os resultados para o caso de aplicação junto à matriz transposta.

Figura 98 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



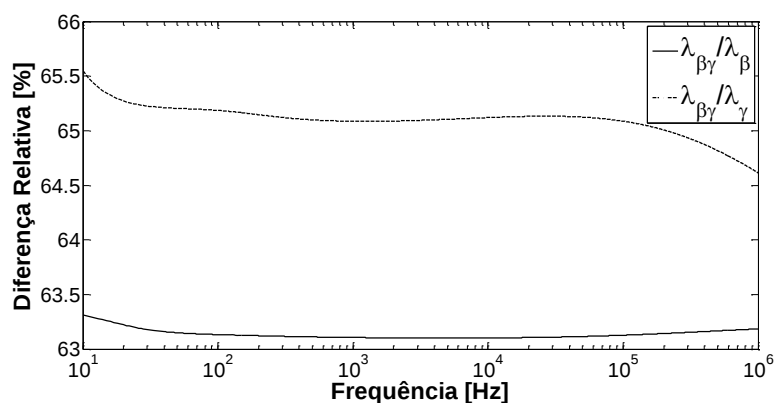
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 99 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



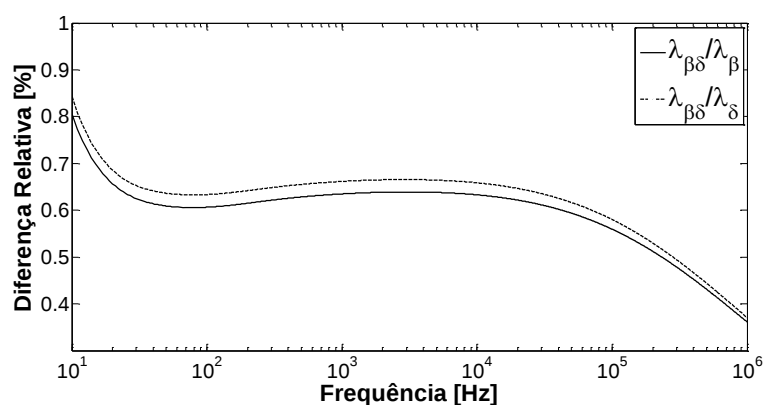
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 100 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e γ .



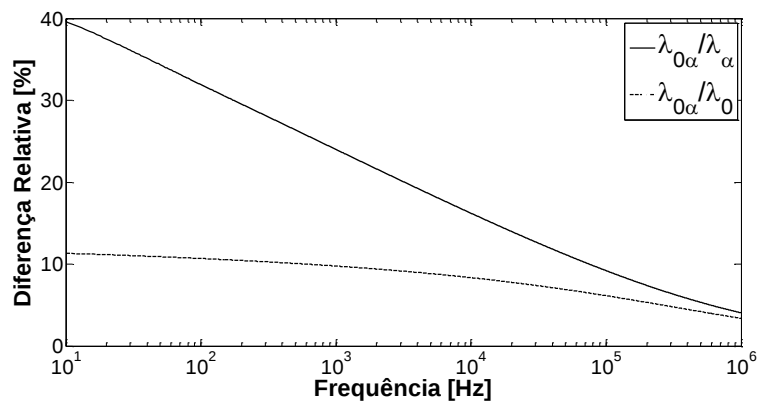
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 101 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



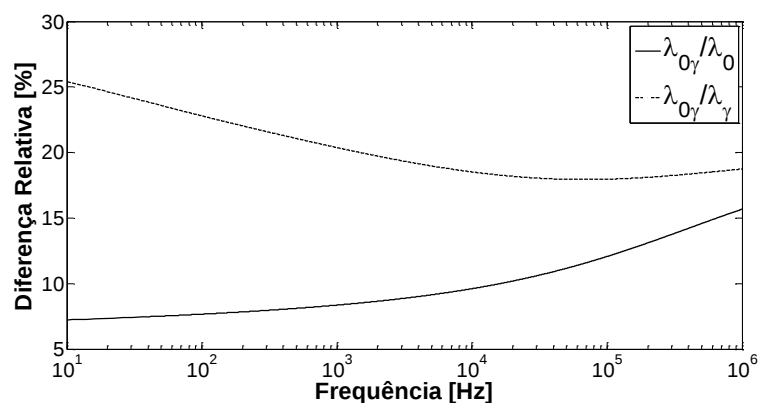
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 102 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



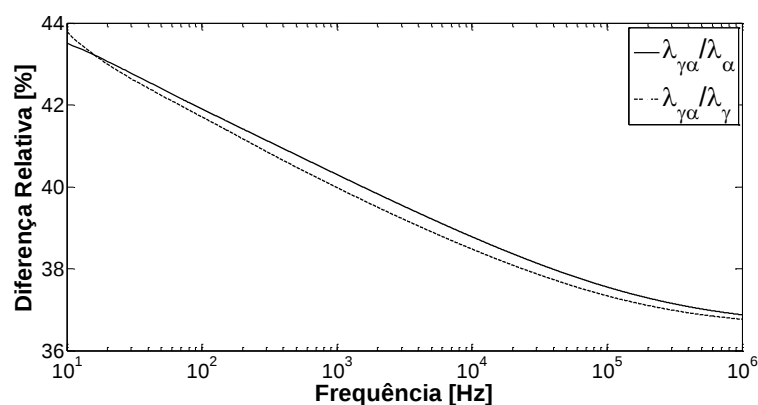
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 103 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



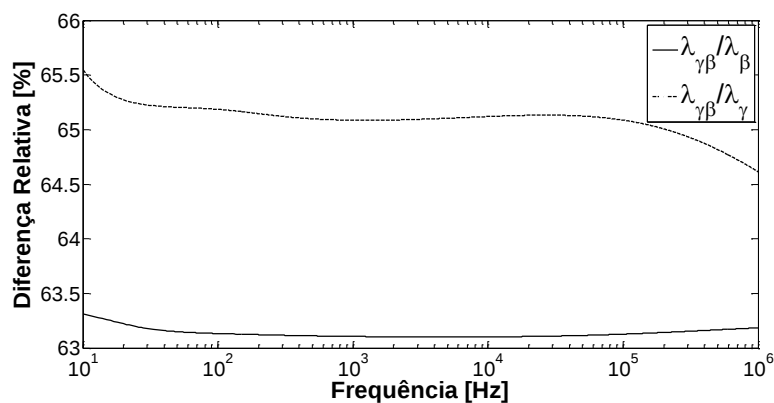
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 104 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



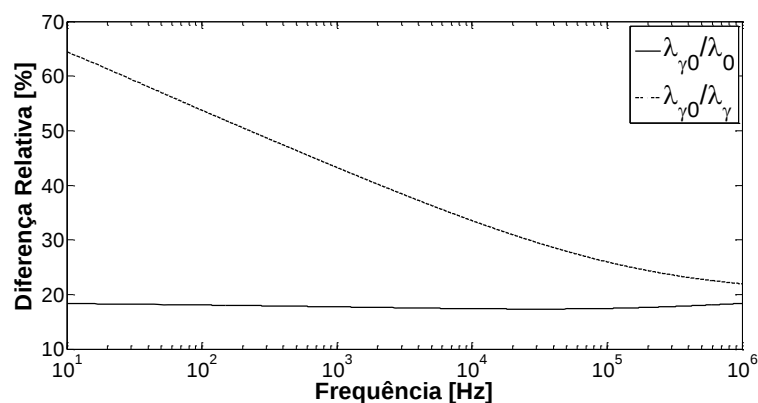
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 105 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .



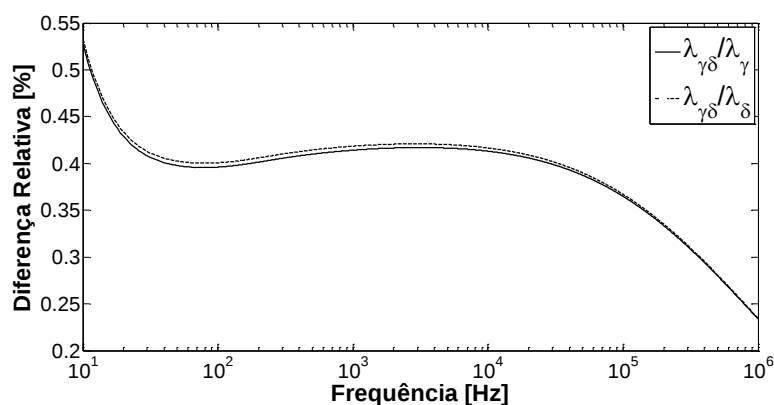
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 106 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



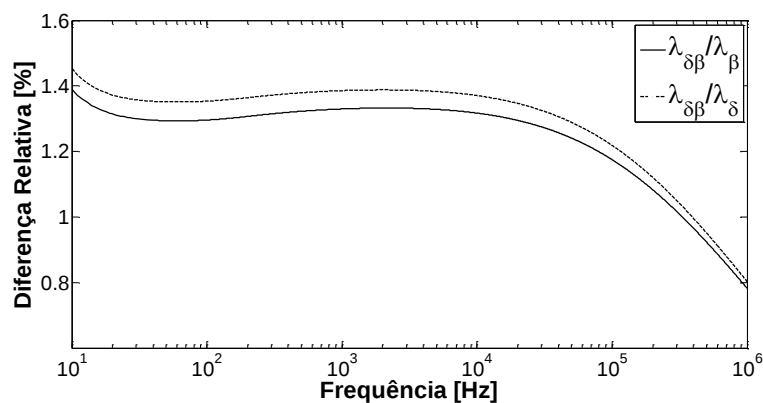
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 107 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .



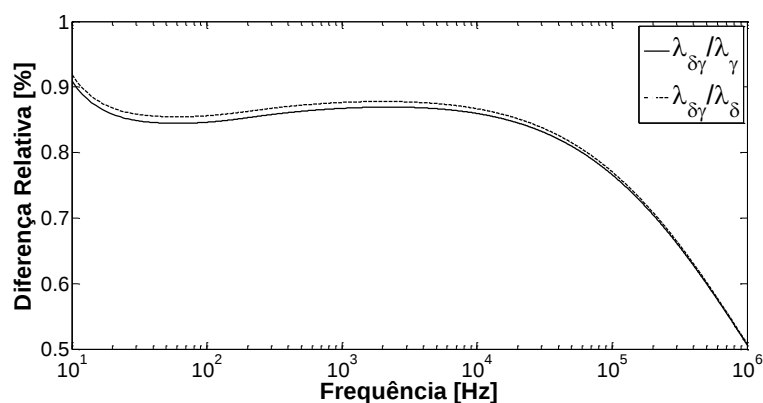
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 108 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 109 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e γ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

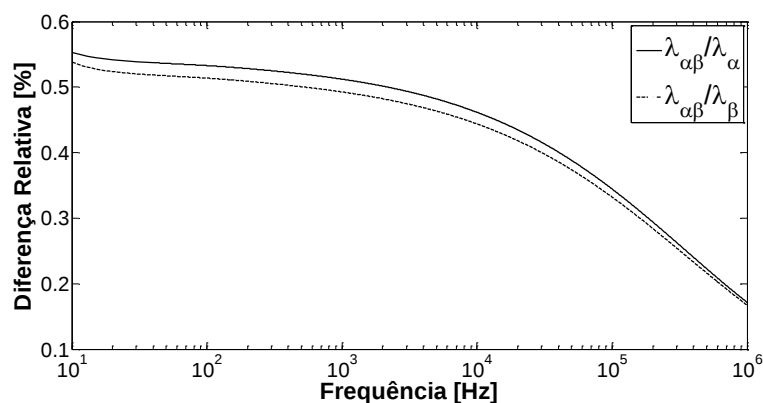
A Tabela 7 apresenta os valores máximos, das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a segunda hipótese de matriz de transformação T_{SR5_2} aplicada junto à sua transposta.

Tabela 7 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5T_2} , T_V .

	α	β	0	γ	δ
α	0,22	0	1,56	36,74	0
β	0	0,23	0	0	0,84
0	39,56	0	1,80	25,40	0
γ	43,79	65,55	64,44	2,40	0,53
δ	0	1,45	0	0,92	0,24

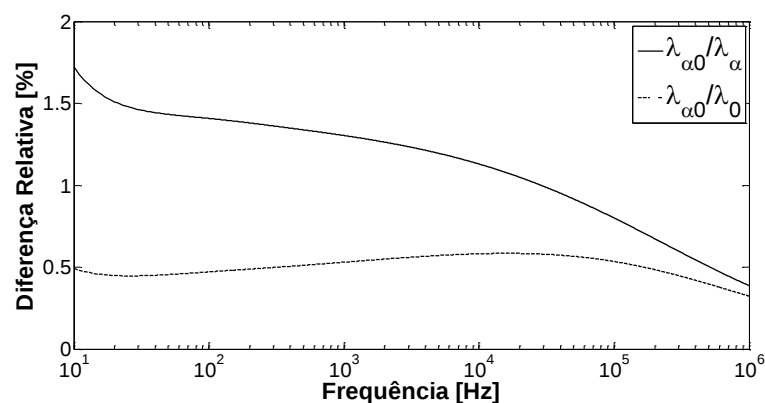
Serão apresentados a seguir, os resultados para o caso da matriz inversa.

Figura 110 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e β .



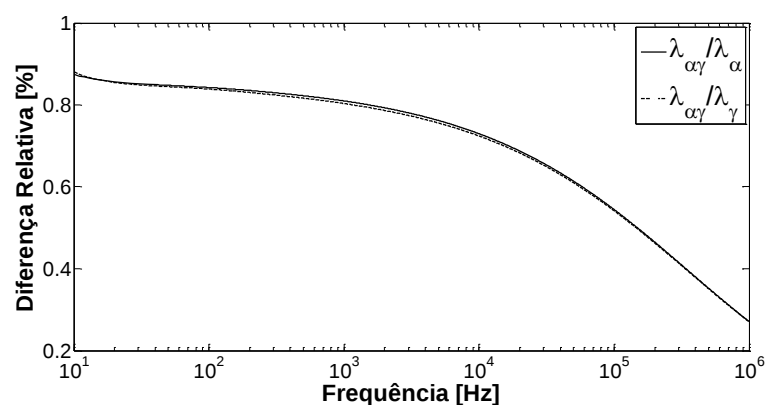
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 111 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e 0.



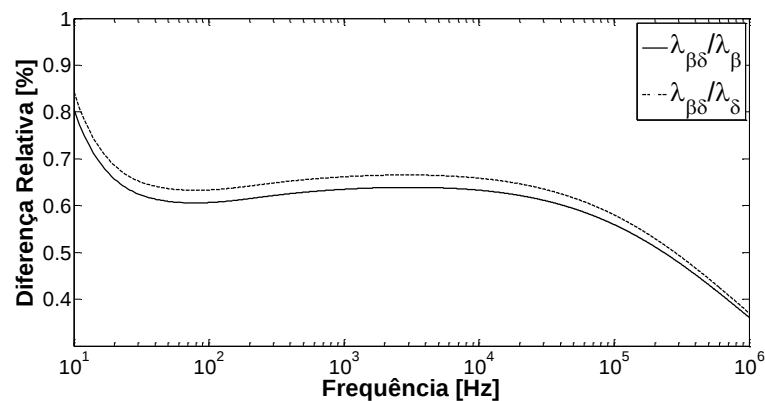
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 112 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos α e γ .



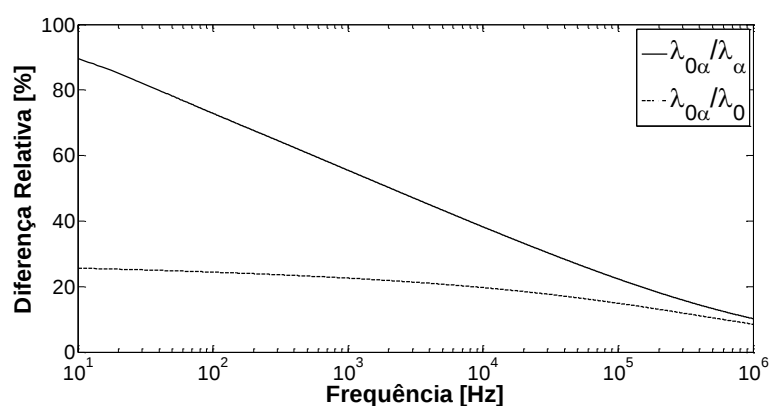
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 113 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos β e δ .



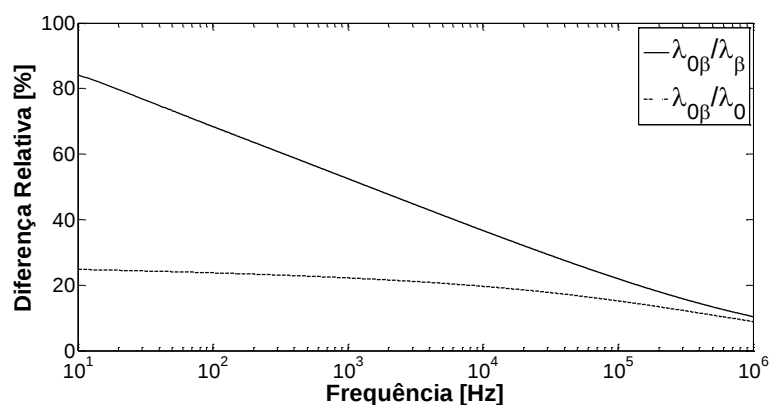
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 114 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e α .



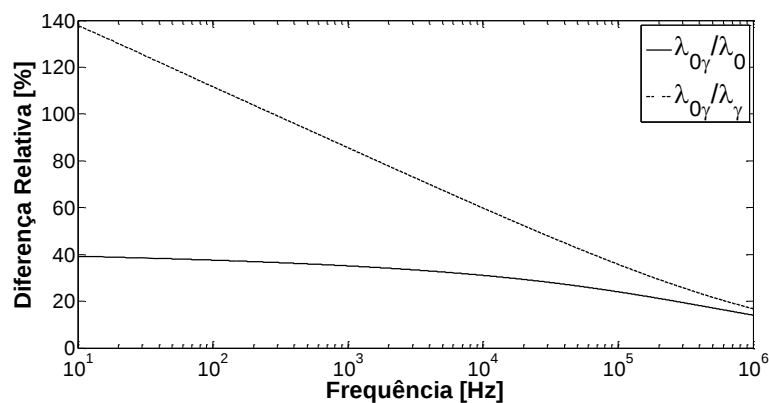
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 115 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e β .



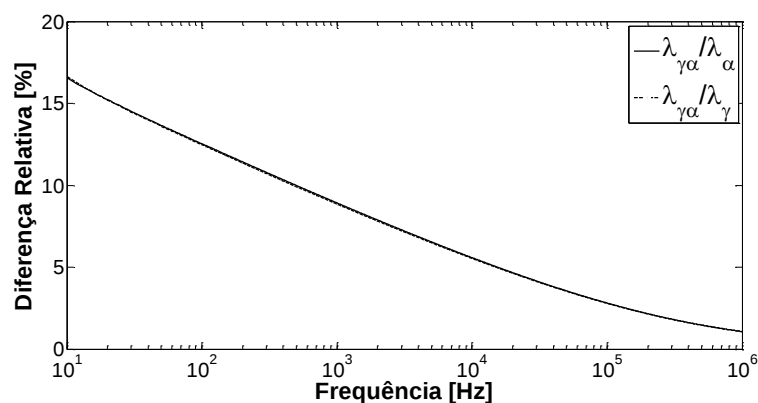
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 116 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos 0 e γ .



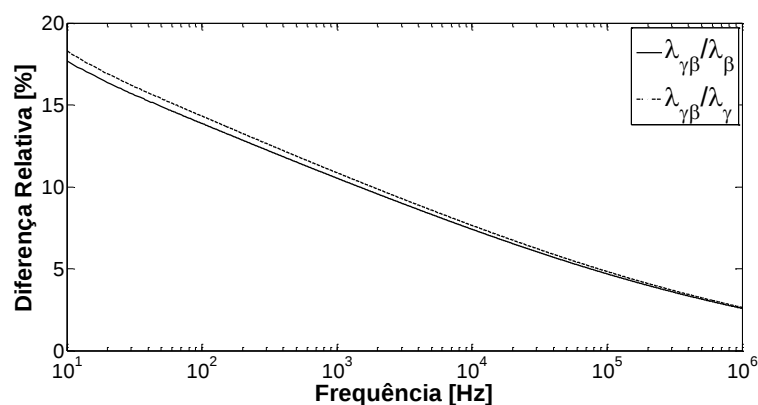
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 117 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e α .



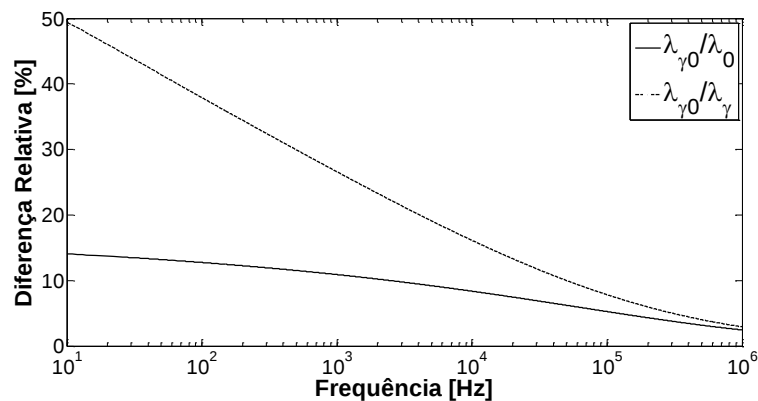
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 118 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e β .



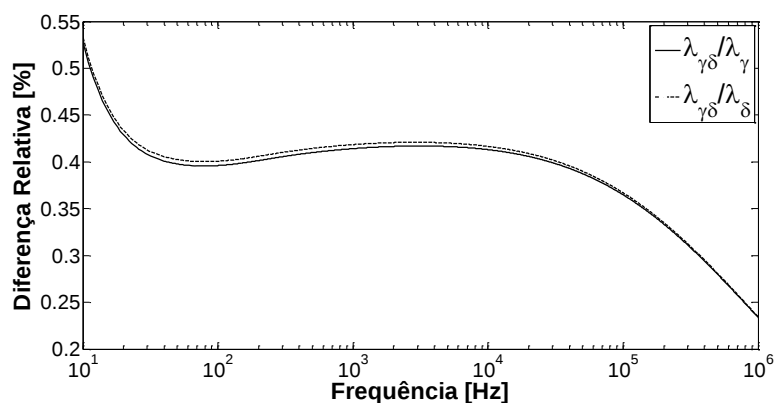
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 119 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e 0.



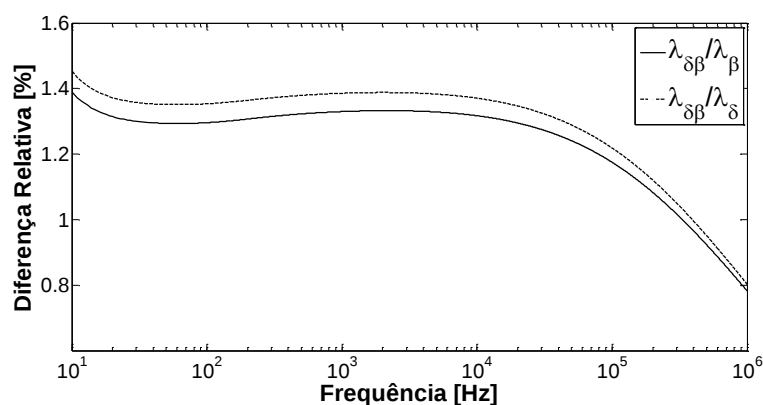
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 120 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos γ e δ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 121 – Relação de dependência dos elementos mútuos em relação aos modos δ e β .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 8 apresenta os valores máximos das diferenças relativas dos autovalores e das relações de dependência dos valores mútuos obtidos para a segunda hipótese de matriz de transformação T_{SR5_2} junto à aplicação de sua inversa.

Tabela 8 – Diferenças relativas e relações de dependência, λ_{SR5I_2} , T_V .

	α	β	0	γ	δ
α	0,54	0,55	1,72	0,88	0
β	0	0,23	0	0	0,84
0	89,55	84,18	6,88	137,81	0
γ	16,65	18,30	49,40	24,69	0,53
δ	0	1,45	0	0	0,24

Nesse caso, observa-se uma piora significativa em ambos os resultados apresentados.

Para minimizar os erros apresentados em cada caso, em especial, para o modo γ , uma rotina de correção será usada considerando a matriz T_{SR5} [33]-[37]. A aplicação da rotina de correção será realizada para todos os casos apresentados anteriormente. A rotina de correção será apresentada no capítulo 7.

7 ROTINA DE CORREÇÃO

7.1 Desenvolvimento da Rotina de Correção

A rotina de correção utilizada é baseada em uma aproximação de primeira ordem [37]. Para a aplicação dessa rotina de correção, a matriz aproximada de autovalores é subdividida da seguinte forma:

$$\lambda_{SR5} = \begin{bmatrix} \lambda_A & \lambda_{\alpha 0} & \lambda_B \\ \lambda_{\alpha 0} & \lambda_{\beta 0} & \lambda_{\gamma 0} & \lambda_{\delta 0} \\ \lambda_C & \lambda_{\gamma 0} & \lambda_D \end{bmatrix} \quad (172)$$

Nesse caso, as submatrizes são

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha} & \lambda_{\alpha\beta} \\ \lambda_{\alpha\beta} & \lambda_{\beta} \end{bmatrix} \\ \lambda_B &= \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha\gamma} & \lambda_{\alpha\delta} \\ \lambda_{\beta\gamma} & \lambda_{\beta\delta} \end{bmatrix} \\ \lambda_C &= \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha\gamma} & \lambda_{\beta\gamma} \\ \lambda_{\alpha\delta} & \lambda_{\beta\delta} \end{bmatrix} \\ \lambda_D &= \begin{bmatrix} \lambda_{\gamma} & \lambda_{\gamma\delta} \\ \lambda_{\gamma\delta} & \lambda_{\delta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (173)$$

A matriz de transformação corrigida é:

$$T_{SR5CORR} = W^{-1} \cdot T_{SR5} \quad (174)$$

A matriz W é calculada da seguinte forma:

$$W = N \cdot (I + Q_{cor}) \quad (175)$$

A matriz N tem a seguinte estrutura:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & n_{\alpha\beta} & 0 & n_{\alpha\gamma} & 1 \\ n_{\beta\alpha} & 1 & 0 & 1 & n_{\beta\delta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ n_{\gamma\alpha} & 1 & 0 & 1 & n_{\gamma\delta} \\ 1 & n_{\delta\beta} & 0 & n_{\delta\gamma} & 1 \end{bmatrix} \quad (176)$$

Para obtenção dos elementos indeterminados da matriz N , é necessário calcular os seguintes elementos:

$$\begin{aligned}
a_\alpha &= \frac{\text{traço}(\lambda_A) + \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_A) - 4 \cdot \det(\lambda_A)}}{2} & \text{e} & \quad a_\beta = \frac{\text{traço}(\lambda_A) - \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_A) - 4 \cdot \det(\lambda_A)}}{2} \\
a_{\alpha\gamma} &= \frac{\text{traço}(\lambda_B) + \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_B) - 4 \cdot \det(\lambda_B)}}{2} & \text{e} & \quad a_{\beta\delta} = \frac{\text{traço}(\lambda_B) - \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_B) - 4 \cdot \det(\lambda_B)}}{2} \\
a_{\gamma\alpha} &= \frac{\text{traço}(\lambda_C) + \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_C) - 4 \cdot \det(\lambda_C)}}{2} & \text{e} & \quad a_{\delta\beta} = \frac{\text{traço}(\lambda_C) - \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_C) - 4 \cdot \det(\lambda_C)}}{2} \\
a_\gamma &= \frac{\text{traço}(\lambda_D) + \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_D) - 4 \cdot \det(\lambda_D)}}{2} & \text{e} & \quad a_\delta = \frac{\text{traço}(\lambda_D) - \sqrt{\text{traço}^2(\lambda_D) - 4 \cdot \det(\lambda_D)}}{2}
\end{aligned} \tag{177}$$

Os elementos da matriz N são calculados utilizando os elementos das matrizes λ_A , λ_B , λ_C e λ_D :

$$\begin{aligned}
n_{\alpha\beta} &= \frac{a_\beta - \lambda_\beta}{\lambda_{\beta\alpha}} & \text{e} & \quad n_{\alpha\beta} = \frac{a_\alpha - \lambda_\beta}{\lambda_{\beta\alpha}} \\
n_{\alpha\gamma} &= \frac{a_{\gamma\alpha} - \lambda_\gamma}{\lambda_{\gamma\alpha}} & \text{e} & \quad n_{\gamma\alpha} = \frac{a_{\alpha\gamma} - \lambda_\alpha}{\lambda_{\alpha\gamma}} \\
n_{\beta\delta} &= \frac{a_{\delta\beta} - \lambda_\delta}{\lambda_{\delta\beta}} & \text{e} & \quad n_{\delta\beta} = \frac{a_\beta - \lambda_\beta}{\lambda_{\beta\delta}} \\
n_{\gamma\delta} &= \frac{a_\delta - \lambda_\delta}{\lambda_{\delta\gamma}} & \text{e} & \quad n_{\alpha\beta} = \frac{a_\gamma - \lambda_\gamma}{\lambda_{\gamma\delta}}
\end{aligned} \tag{178}$$

A matriz A_{CORR} é determinada por:

$$A_{CORR} = N^{-1} \cdot T_{SR5} \cdot Z \cdot Y \cdot T_{SR5}^T \cdot N = \begin{bmatrix} a_\alpha & 0 & a_{\alpha 0} & 0 & 0 \\ 0 & a_\beta & a_{\beta 0} & 0 & 0 \\ a_{0\alpha} & a_{0\beta} & a_0 & a_{0\gamma} & a_{0\delta} \\ 0 & 0 & a_{\gamma 0} & a_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & a_{\delta 0} & 0 & a_\delta \end{bmatrix} \tag{179}$$

Essa última é usada na determinação da matriz Q_{CORR} , utilizando um processo iterativo baseado na seguinte equação matricial:

$$\lambda = A_{CORR} + (\lambda_{SR5} \cdot Q_{CORR} - Q_{CORR} \cdot \lambda_{SR5}) \tag{180}$$

Utilizando as matrizes N e Q_{CORR} , a matriz W é determinada e, com isso, a matriz de transformação corrigida ($T_{SR5CORR}$) é obtida.

7.2 Aplicação da Rotina de Correção

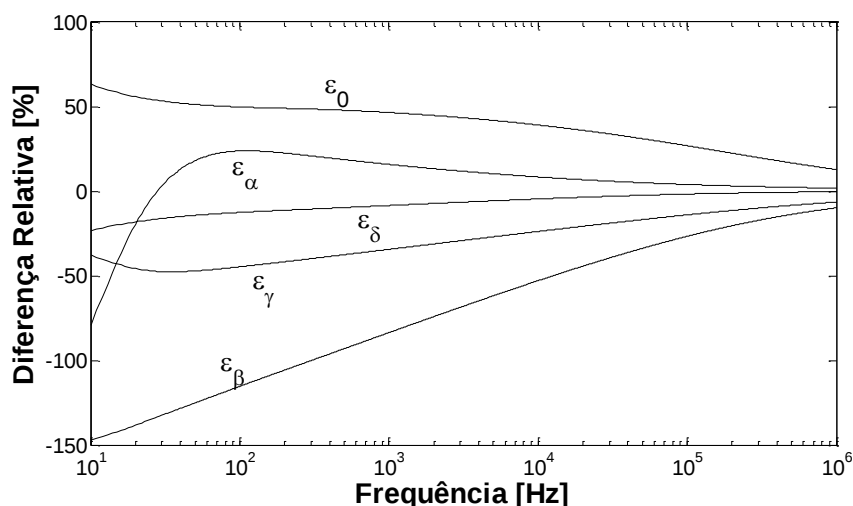
Para a primeira proposta de matriz de transformação, os resultados obtidos com os valores de máximo e mínimo, considerando a aplicação da matriz de transformação T_{SR5} junto à sua transposta, são comparados com os resultados obtidos a partir da rotina de correção conforme apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_1} aplicada junto à matriz transposta

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	0,22 ↔ 32,25	-300 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 450
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 40	0 ↔ 300
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0,4 ↔ 1,8	0 ↔ 43
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 44
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 600
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 73
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 55
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 37	0 ↔ 38
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 40
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 200

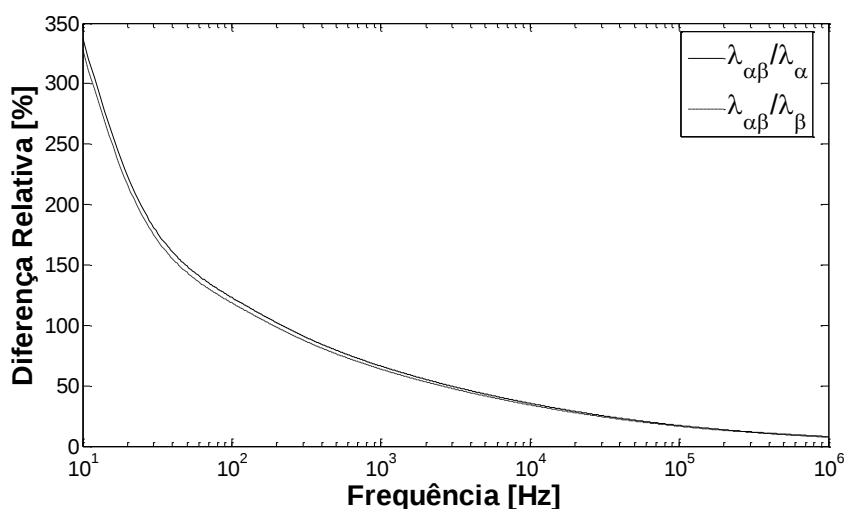
A Figura 122 apresenta os resultados obtidos para os autovalores após a aplicação da rotina de correção. As Figuras 123 e 124 apresentam os resultados obtidos para dois valores mútuos, escolhidos aleatoriamente, apenas como forma de exemplificar os resultados apresentados na Tabela 9.

Figura 122 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5T_1} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



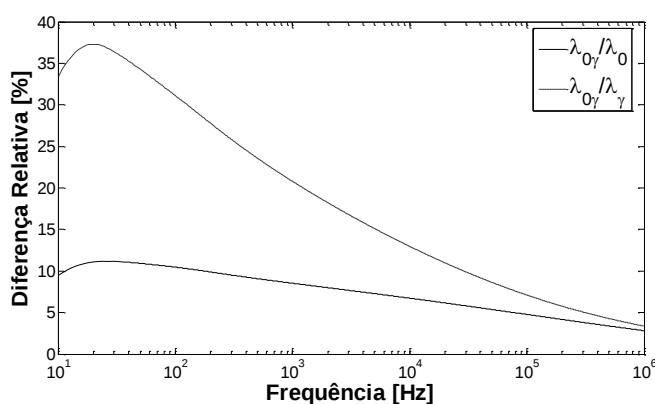
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 123 – Diferença relativa entre os modos α e β λ_{SR5T_1} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 124 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ λ_{SR5T_1} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

É possível observar a partir dos resultados obtidos acima, que após a aplicação da rotina de correção, obteve-se um resultado não esperado, pois, os valores relativos, ao invés de serem reduzidos com o uso da rotina, foram aumentados significativamente.

Serão apresentadas a seguir, todas as comparações entre os valores relativos para os casos considerados no capítulo 6.

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos a partir da comparação entre os valores relativos antes e após a aplicação da rotina de correção levando em

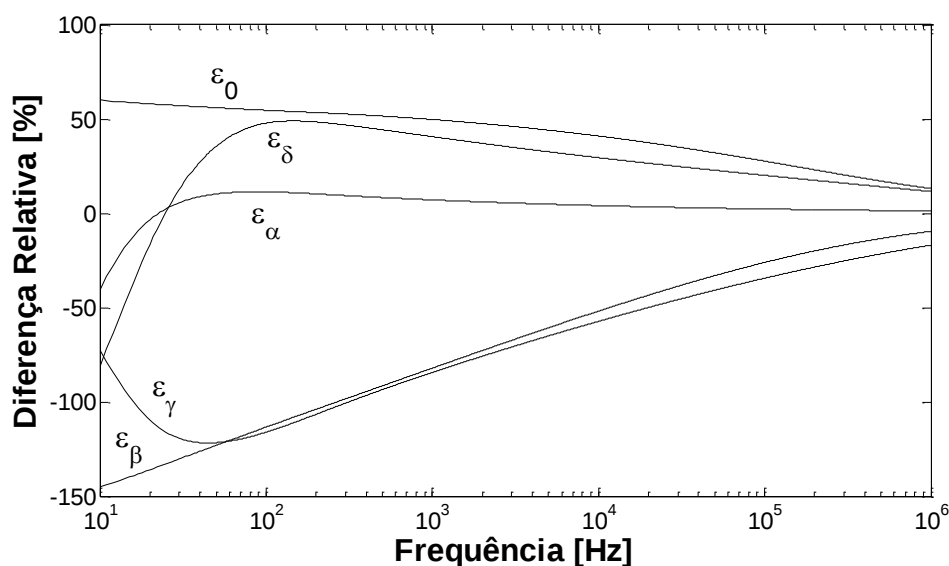
consideração a aplicação da matriz de transformação T_{SR5_1} junto à sua transposta.

Tabela 10 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_1} aplicada junto à matriz transposta.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-25 ↔ 10	-150 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 650
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 17	0 ↔ 130
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0 ↔ 1,7	0 ↔ 130
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 170
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 38
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 70
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 40
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 98	0 ↔ 120
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 160
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 170

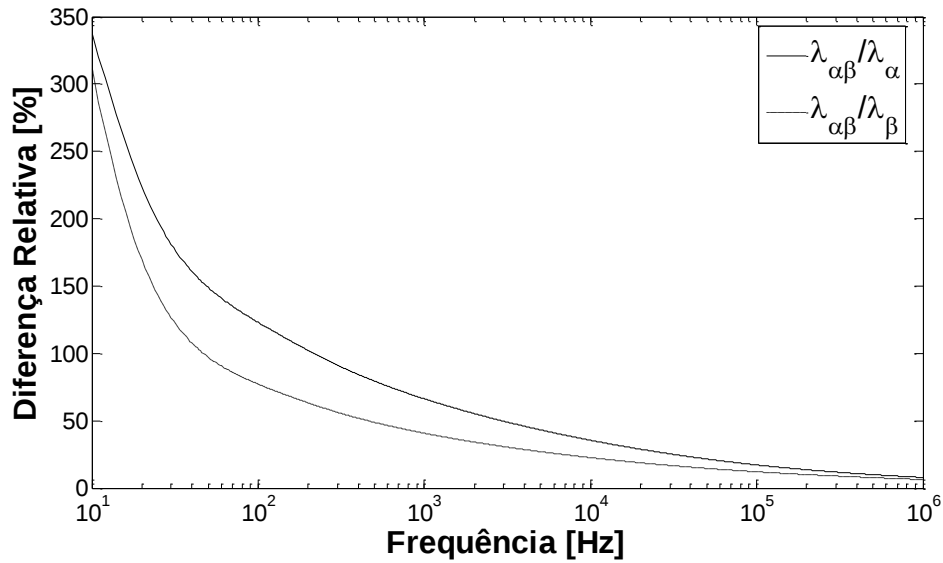
A Figura 125 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos apresentados na Tabela 10. As Figuras 126 e 127 ilustram a representação dos valores mútuos corrigidos.

Figura 125 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5T_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



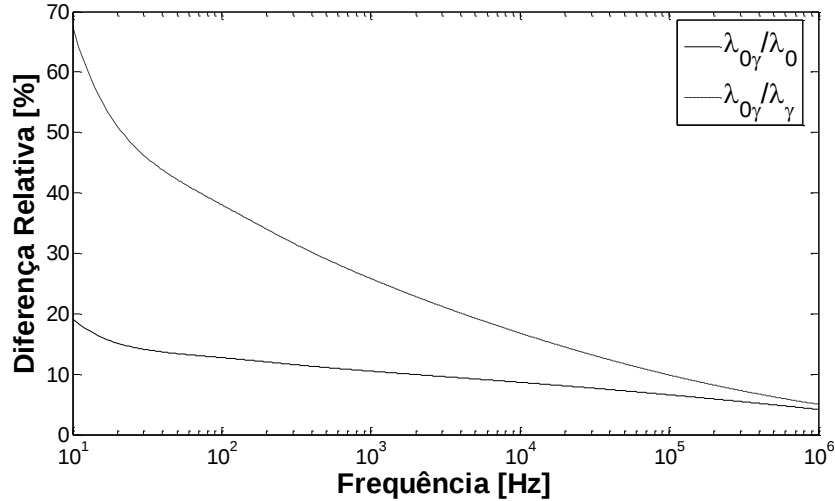
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 126 – Diferença relativa entre os modos α e β λ_{SR5T_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 127 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ λ_{SR5T_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos a partir da comparação entre os valores relativos antes e após a aplicação da rotina de correção levando em consideração a aplicação da matriz de transformação T_{SR5_1} junto à sua transposta e após a aplicação da matriz média-antimédia também aplicada junto à sua transposta, conforme descrita na equação (156).

Tabela 11 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_1} aplicada junto à matriz transposta e matriz média-antimédia.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-120 ↔ 60	-350 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 400
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 38	0 ↔ 370
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0 ↔ 23	0 ↔ 200
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 250
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 650
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 150
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 85
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 160	0 ↔ 180
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 200
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 270

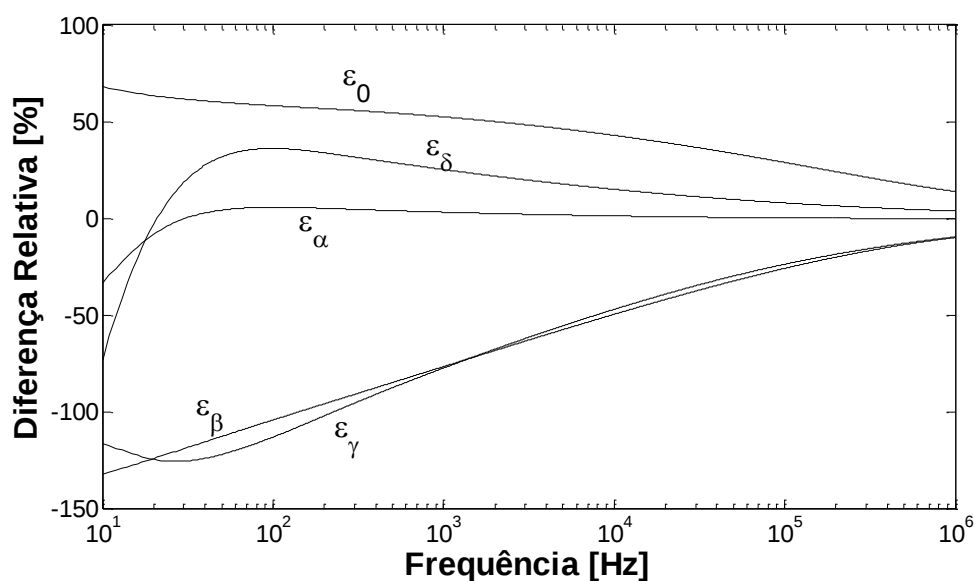
A Tabela 12 faz a mesma consideração da Tabela 11, apresentando os valores obtidos, considerando a aplicação de T_{SR5_1} .

Tabela 12 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_1} aplicada junto à matriz transposta e matriz média-antimédia.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-120 ↔ 60	-200 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 650
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 17	0 ↔ 75
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0 ↔ 4,5	0 ↔ 150
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 190
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 55
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 70
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 45
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 75	0 ↔ 150
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 180
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 180

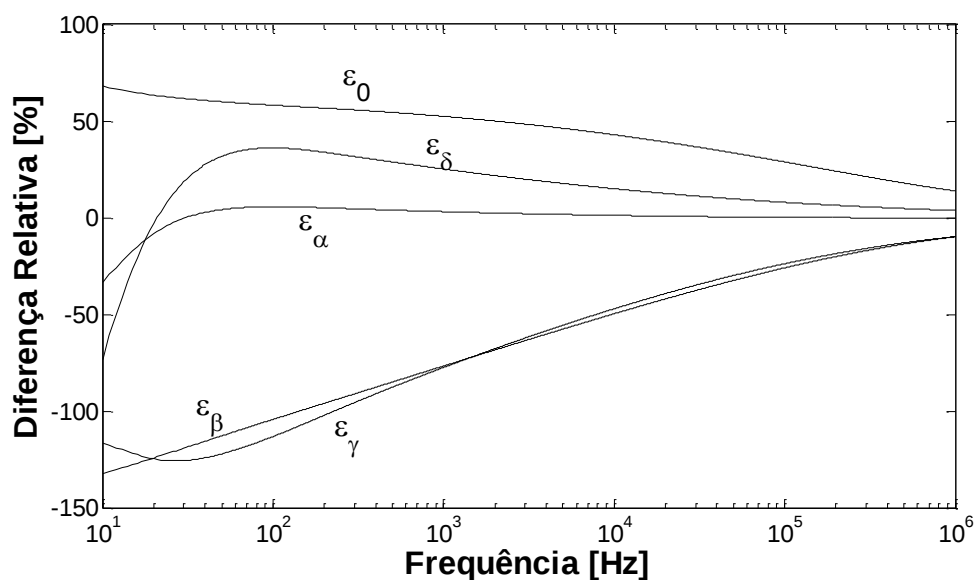
A Figura 128 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos (Tabela 11) e a Figura 129 os autovalores corrigidos (Tabela 12).

Figura 128 – Diferença relativa dos autovalores $\lambda_{SR5T_{MA}}$, T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 129 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5T_1MA} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 13 apresenta os resultados obtidos a partir da comparação entre os valores relativos antes e após a aplicação da rotina de correção levando em consideração a aplicação da primeira hipótese de matriz de transformação junto à

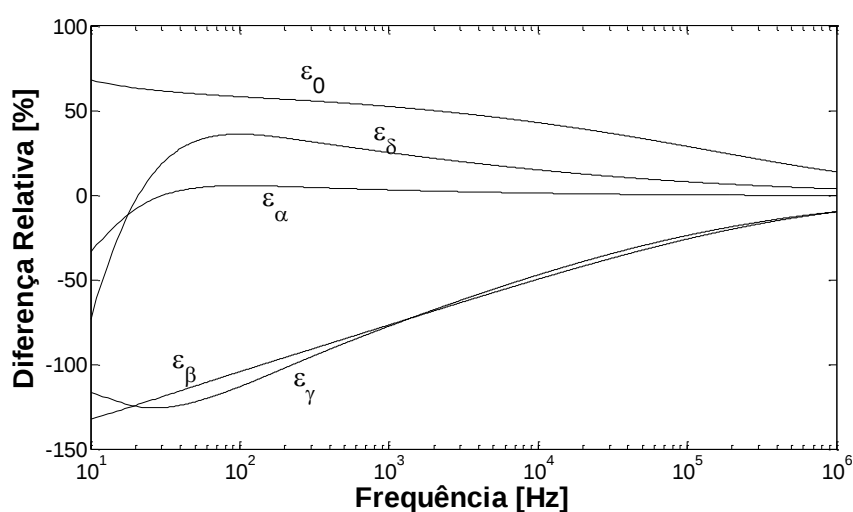
sua inversa, conforme descrita na equação (161). Para esse caso foi usada a matriz de transformação T_{SR5_2} .

Tabela 13 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_2} aplicada junto à matriz inversa.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-10 ↔ 4	-300 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 450
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 45	0 ↔ 300
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0,4 ↔ 1,8	0 ↔ 45
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 45
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 550
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 75
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 55
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 37	0 ↔ 40
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 40
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 200

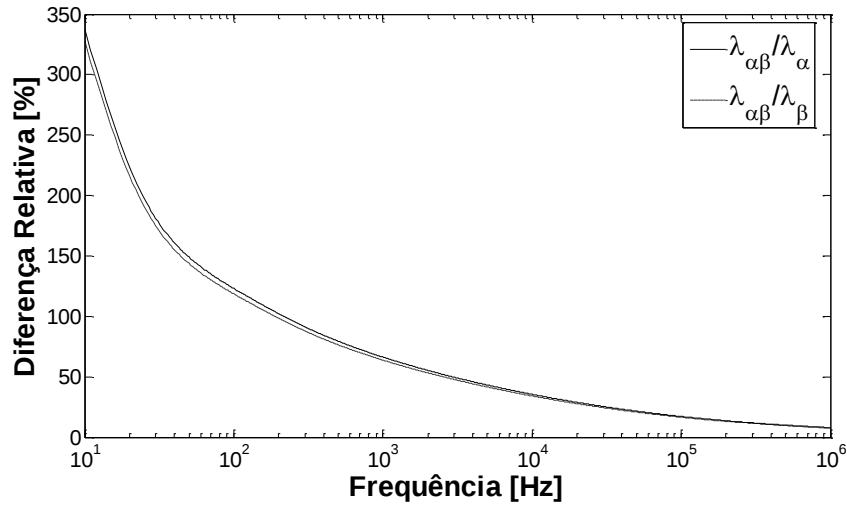
A Figura 130 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos apresentados na Tabela 13. As Figuras 131 e 132 ilustram a representação dos valores mútuos corrigidos.

Figura 130 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5I_1} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



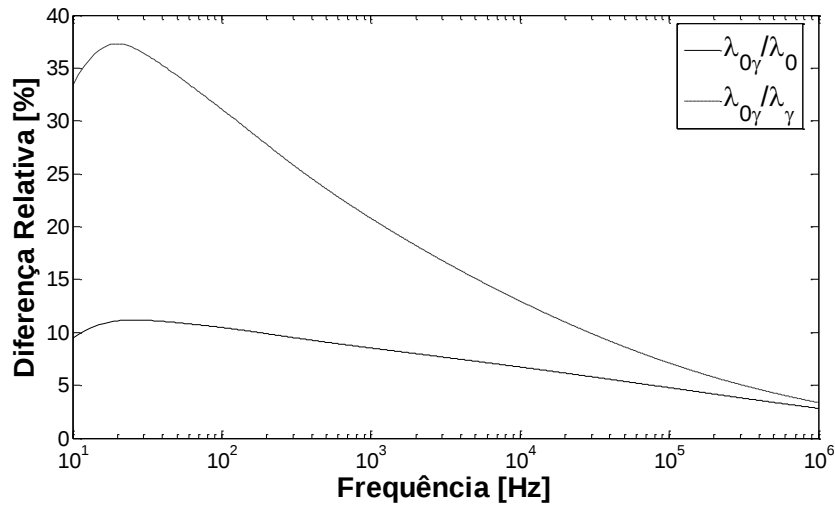
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 131 – Diferença relativa entre os modos α e β λ_{SR5I_1} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 132 – Diferença relativa entre os modos 0 e γ λ_{SR5I} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

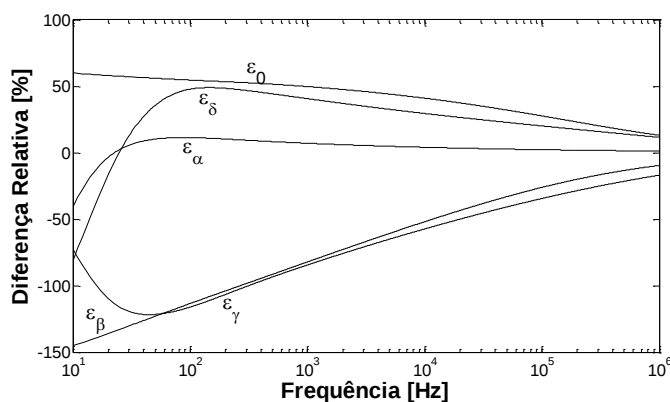
A Tabela 14 faz a mesma consideração descrita para a Tabela 13, apresentando os valores obtidos considerando a aplicação da matriz de transformação T_{SR5_2} .

Tabela 14 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – primeira hipótese matriz T_{SR5_2} aplicada junto à matriz inversa.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-25 ↔ 10	-160 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	Nulo	0 ↔ 650
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 17	0 ↔ 130
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0 ↔ 1,7	0 ↔ 130
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	0 ↔ 170
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	0 ↔ 40
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	0 ↔ 65
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	0 ↔ 40
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 100	0 ↔ 130
Valores relativos de 0δ	Nulo	0 ↔ 150
Valores relativos de $\gamma\delta$	Nulo	0 ↔ 170

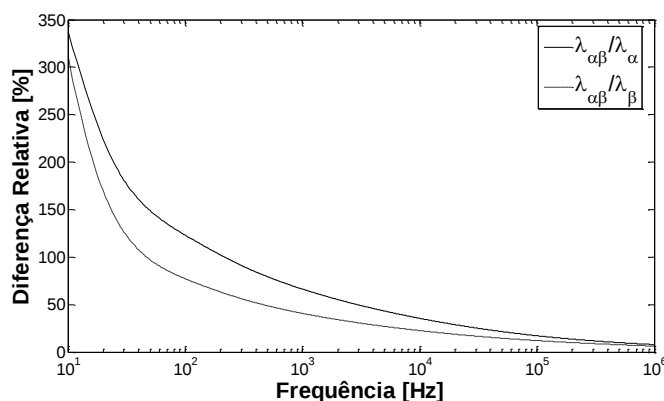
A Figura 133 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos apresentados na Tabela 14. As Figuras 134 e 135 ilustram a representação dos valores mútuos corrigidos.

Figura 133 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5I_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



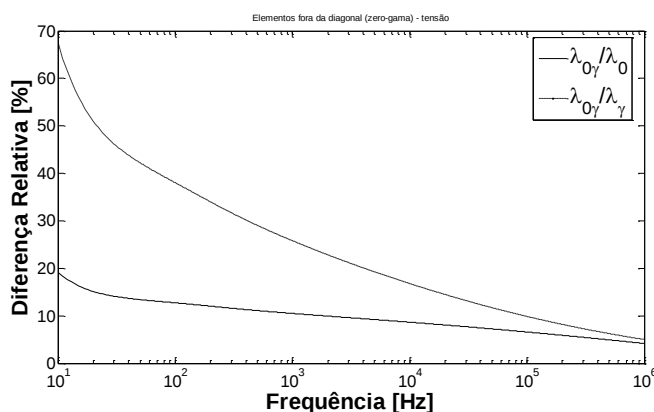
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 134 – Diferença relativa entre os modos $\alpha\beta$ λ_{SR5I_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 135 – Diferença relativa entre os modos 0γ λ_{SR5I_1} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para todos os casos apresentados acima, os valores relativos, considerando a aplicação da primeira hipótese de matriz de transformação, tanto junto à aplicação com a matriz transposta, média-antimédia e a matriz inversa, após a aplicação da rotina de correção proposta nesse trabalho, aumentaram significativamente. A seguir, serão apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da segunda proposta de matriz de transformação, equação (164), tanto para a aplicação da matriz T_{SR5_2} junto à sua inversa.

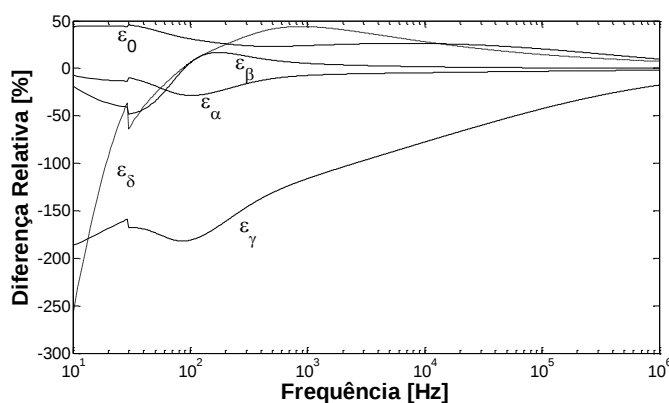
A Tabela 15 apresenta os resultados obtidos a partir da comparação entre os valores relativos antes e após a aplicação da rotina de correção levando em consideração a aplicação da segunda hipótese de matriz de transformação junto à sua inversa. Para esse caso foi usada a matriz de transformação T_{SR5_2} .

Tabela 15 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – segunda hipótese matriz T_{SR5_2} aplicada junto à matriz inversa.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-30 ↔ 15	-600 ↔ 100
Valores relativos de $\alpha\beta$	0,5 ↔ 1,5	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 45	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0,8 ↔ 2,6	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 55	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de 0δ	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\gamma\delta$	0,5 ↔ 4,5	Inapropriados (ordem de 10^4)

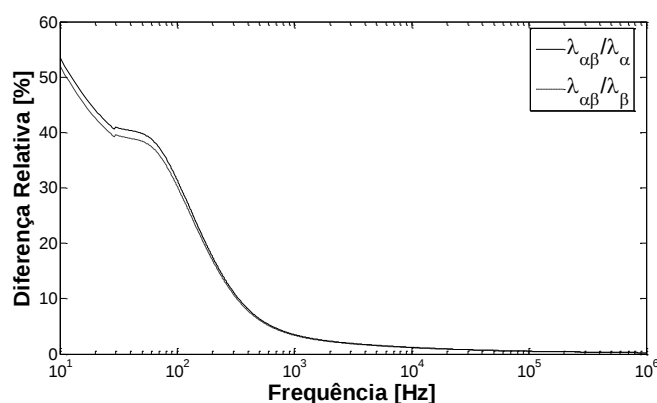
A Figura 136 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos apresentados na Tabela 15. As Figuras 137 e 138 ilustram a representação dos valores mútuos corrigidos.

Figura 136 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5I_2} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



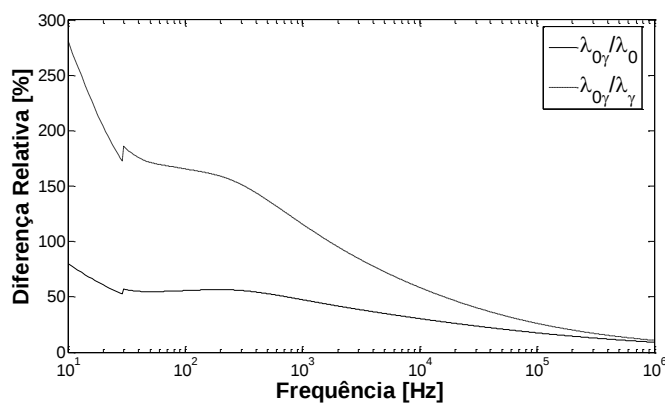
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 137 – Diferença relativa entre os modos $\alpha\beta$ λ_{SR5I_2} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 138 – Diferença relativa entre os modos 0γ λ_{SR5I_2} , T_I após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

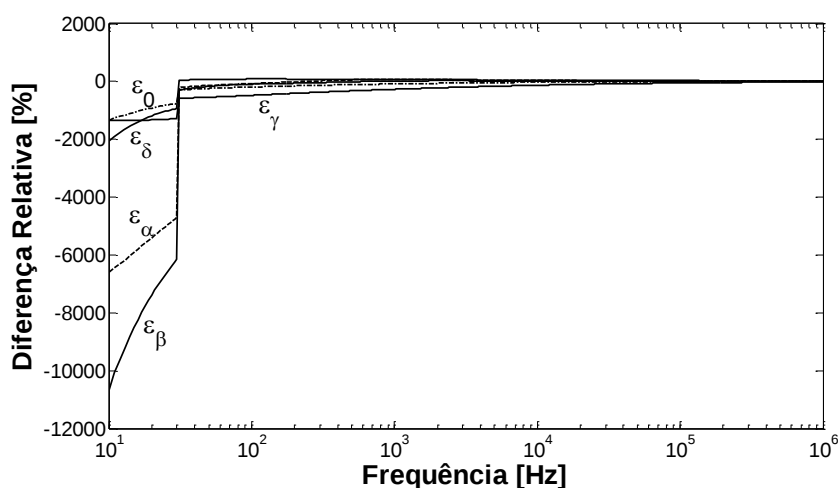
A Tabela 16 faz a mesma consideração descrita para a Tabela 15, apresentando os valores obtidos considerando a aplicação da matriz de transformação T_{SR5_2} .

Tabela 16 – Comparação entre os resultados obtidos antes e após a rotina de correção – segunda hipótese matriz T_{SR5_2} aplicada junto à matriz inversa.

	Matriz proposta (%)	Após rotina de correção (%)
Erros autovalores	-30 ↔ 30	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha\beta$	0 ↔ 1,5	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha 0$	0 ↔ 18	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha\gamma$	0 ↔ 2,5	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\alpha\delta$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta 0$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta\gamma$	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\beta\delta$	0 ↔ 6,5	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de 0γ	0 ↔ 150	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de 0δ	Nulo	Inapropriados (ordem de 10^4)
Valores relativos de $\gamma\delta$	0 ↔ 4,5	Inapropriados (ordem de 10^4)

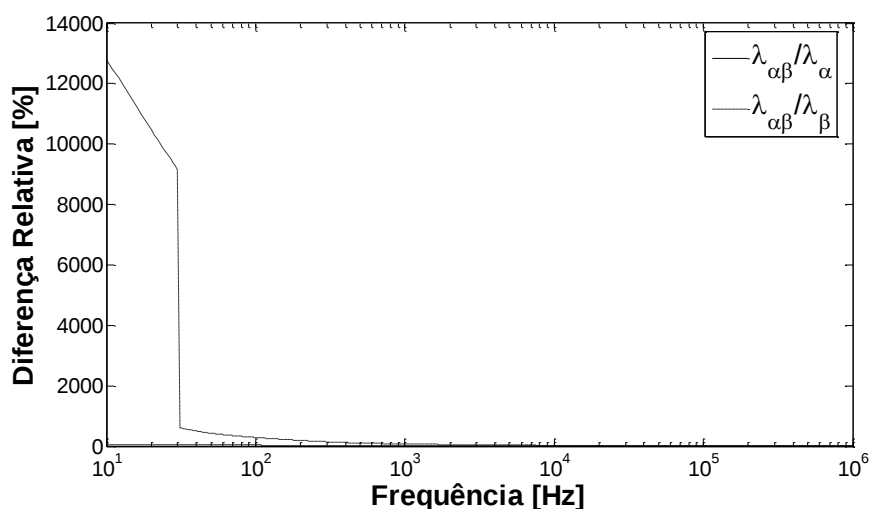
A Figura 139 apresenta a diferença relativa entre os autovalores corrigidos apresentados na Tabela 16. As Figuras 140 e 141 ilustram a representação dos valores mútuos corrigidos.

Figura 139 – Diferença relativa dos autovalores λ_{SR5I_2} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



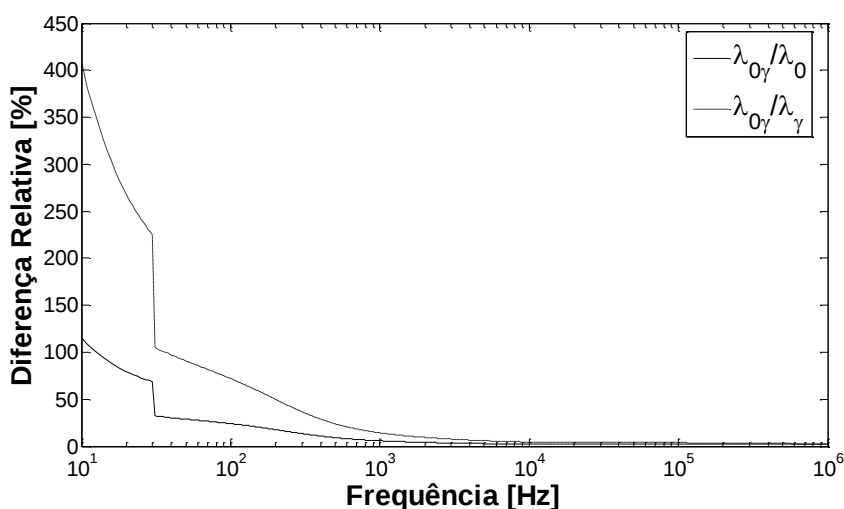
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 140 – Diferença relativa entre os modos $\alpha\beta$ λ_{SR5I_2} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 141 – Diferença relativa entre os modos 0γ λ_{SR5I_2} , T_V após a aplicação da rotina de correção.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Após a aplicação da rotina de correção em todos os resultados apresentados acima, observou-se que os valores relativos aumentaram significativamente. Para a primeira hipótese de matriz de transformação, apesar do aumento significativo, os valores relativos obtidos, eram baixos, quando comparados com a aplicação da segunda matriz de transformação.

O método aplicado para a rotina de correção, como descrito no início desse capítulo, funciona corretamente para a aplicação em qualquer tipo de linha de transmissão trifásica considerando os cabos pára-raios implícitos [37]. Entretanto, ao aplicá-lo para o modelo proposto neste trabalho, o método não convergiu de tal forma a minimizar os valores relativos obtidos para os autovalores e a para os valores fora da diagonal principal. Possivelmente, a não convergência do método está relacionada com o valor inicial atribuído para a rotina de correção, visto que o método de Newton pode ou não convergir dependendo do ponto inicial adotado.

CONCLUSÃO

Este trabalho teve por finalidade demonstrar o desenvolvimento de uma ferramenta computacional usando transformação modal aplicada na análise de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão trifásicas considerando a presença de cabos pára-raios. Foi apresentado um método para substituir as matrizes de transformação fase-modo complexas e dependentes da frequência usando matrizes de transformação real. Para as hipóteses apresentadas nesse trabalho usa-se uma matriz de transformação real por toda a faixa de frequência considerada em aplicações de transitórios em linhas de transmissão. Para os elementos relacionados às fases do sistema considerado, a matriz de transformação é composta pelos elementos da matriz de Clarke. Na parte relacionada aos cabos pára-raios, os elementos da matriz de transformação devem estabelecer uma relação com os elementos de fase considerando o uso de uma única referência ao modo homopolar no domínio dos modos.

Assim, o modelo proposto usa uma matriz de transformação modal aproximada, que se baseia em uma matriz de transformação independente da frequência. Após a aplicação da matriz de transformação mencionada, não se obtém uma matriz de quase-modos diagonal, portanto, a proposta é analisar a diferença relativa entre os autovalores exatos e aproximados.

São apresentadas duas propostas diferentes de composição de matriz de transformação fase-modo. Entretanto, verifica-se que após a aplicação de ambas as hipóteses de matriz de transformação, bem como usando as proposta de aplicação em conjunto com a matriz transposta ou a inversa não levam a uma diagonalização exata da matriz aproximada de autovalores, pois as matrizes de transformação propostas nesse trabalho não são ortonormais.

Os limites desse modelo foram analisados considerando a diferença relativa entre os autovalores aproximados obtidos e os exatos, bem como a relação de dependência dos elementos mútuos da matriz de autovalores obtidas em comparação com os elementos da diagonal principal dos autovalores exatos.

Os resultados obtidos com o uso da matriz de transformação foram aplicados a uma rotina de correção que foi reformulada a partir do desenvolvimento

realizado para linhas de transmissão trifásicas considerando os cabos pára-raios implícitos. Após a aplicação da rotina de correção os resultados obtidos não foram satisfatórios para o caso proposto neste trabalho levando a um aumento na diferença relativa dos autovalores.

Acredita-se que o motivo de tal discrepância em relação aos resultados corrigidos seja devido ao valor inicial da matriz de transformação adotado, pois, a rotina de correção usa o método de Newton, onde a ordem de convergência é no mínimo quadrática, desde que o ponto inicial esteja próximo do mínimo.

Uma possível solução para esse problema é adotar o método de Newton modificado, que emprega inicialmente o método do gradiente ótimo, responsável por apontar uma direção de melhoria, conseguindo, assim, atingir um valor inicial próximo à solução, para que posteriormente o método de Newton leve ao ponto de mínimo da função. Dessa forma, será encontrada a matriz de transformação que corrige os resultados obtidos. Ou seja, após um número pequeno de iterações a partir do método do gradiente ótimo, tem-se um valor adequado para se aplicar o método de Newton.

Por fim, verifica-se a partir dos resultados obtidos que a proposta de correção dos resultados deverá levar em consideração a aplicação do método de Newton modificado para uma possível melhoria na correção dos autovalores e valores fora da diagonal principal.

A principal sugestão para trabalhos futuros é aprimorar ou desenvolver uma nova rotina de correção de tal forma que seja possível a minimização dos valores relativos obtidos após a aplicação da matriz de transformação para qualquer tipo de linha de transmissão considerando os cabos pára-raios não implícitos nos valores de fase.

REFERÊNCIAS

1MICROTRAN POWER SYSTEM ANALYSIS CORPORATION. **Transients analysis program reference manual**. Vancouver: MPSAC, 1994.

2SEMLYEN, A.; DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pas-94**, New York, v. 94, n. 2, p. 561-571, 1975.

3MARTI, J. R. Accurate modeling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transients simulations. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, New York**, v. 101, n. 1, p. 147 – 155, 1982. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4111151> >. Acesso em: 15 ago. 2012.

4TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Mode domain multiphase transmission line model-use in transient studies. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 14, p. 1533-1544, 1999.

5TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Quasi-modes three-phase transmission line model-transformation matrix equations. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 23, n. 4, p. 325-334, 2001.

6KUROKAWA, S.; TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Applying a new methodology to verify transmission line model performance – the equivalent impedance test. in: POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2001, 3, Montreal. **Conference of the...** Montreal: IEEE, 2001. p. 1766 - 1771. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=970343> >. Acesso em: 15 set. 2011.

7MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculations of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 14, n. 3, 1999, p. 1032-1035. Disponível em: < http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=772350 >. Acesso em: 15 ago. 2012.

8NGUYEN, H. V.; DOMMEL, H. W.; MARTI, J. R. Direct phase-domain modeling of frequency-dependent overhead transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 12, n. 3, p. 1335-1344, 1997. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=00637012> >. Acesso em: 20 jun. 2012.

9NODA, T.; GAGAOKA, N.; AMETANI, A. Phase domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an ARMA model. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 11, n. 1, p. 401-411, 1996. Disponível em:

< <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=484040> >. Acesso em: 25 jun. 2012.

10TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Six-Phase transmission line-propagation characteristics and new three-phase representation. **IEEE Transactions on Power**, New York, v. 8, n. 3, p. 1470 - 1483, 1993. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=252674> >. Acesso em: 20 abr. 2012.

11SEMLYEN, M. H.; ABDEL-RAHMAN, M. H. State equation modeling of untransposed three phase lines. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems Pas**, New York, v. 103, n. 11, p. 3402-3405, 1984. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5526528> >. Acesso em: 15 out. 2012.

12BHATT, N. B.; VENKATA, S. S. Venkata; GUYKER, W. C.; BOOTH, W. H., Six-phase (multi-phase) power transmission systems: fault analysis, **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems Pas**, Morgantown, v. 96, n. 3, p. 758-765, 1977. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1601991> >. Acesso em: 23 set. 2012.

13RYAN, H. M. **High voltage engineering and testing**. London: Peter Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1994. 447 p.

14DOMMEL, H. W. **Electromagnetic transients program**. Oregon: Rule Book, 1984.

15BRANDÃO, J. A.; FARIA, J. Overhead three-phase transmission lines – non-diagonalizable situations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 3, n. 4, p. 1348 – 1355, 1988. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=00193930> >. Acesso em: 25 jun. 2011.

16BRANDÃO, J. A. F.; BRICEÑO MENDEZ, J. H. Modal analysis of untransposed bilateral three-phase lines – a perturbation approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 12, n. 1, p. 497 – 504, 1997. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=568277> >. Acesso em: 20 abr. 2012.

17BRANDÃO, J. A. F.; BRICEÑO MENDEZ, J. H. On the modal analysis of asymmetrical three-phase transmission lines using standard transformation matrices. **IEEE Transaction on Power Delivery**, New York, v. 12, n. 4, p. 1760 – 1765, 1997. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=634202> >. Acesso em: 20 set. 2012.

18CLARKE, E. **Circuit analysis of A-C power systems**. New York: J. Wiley, 1950. v.1.

19PRADO, A. J.; PISSOLATO FILHO, J.; KUOKAWA, S.; BOVOLATO, L. F. Eigenvalue analyses of two parallel lines using a single real transformation matrix, in: IEEE/POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. **Conference of the...** San Francisco: IEEE, 2005. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=01489450> >. Acesso em: 20 out. 2012.

20PRADO, A. J.; PISSOLATO FILHO, J.; KUOKAWA, S.; BOVOLATO, L. F. Non-transposed three-phase line analyses with a single real transformation matrix. in: IEEE/POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. **Conference of the...** San Francisco: IEEE, 2005. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=01489451> >. Acesso em: 20 out. 2012.

21WEDEPOHL, L. M.; NGUYEN, H. V.; IRWIN, G. D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems, New York**, v. 11, n. 3, p. 1538-1546, 1996. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=535695> >. Acesso em: 15 set. 2012.

22NGUYEN, T. T.; CHAN, H. Y. Evaluation of modal transformation matrices for overhead transmission lines and underground cables by optimization method. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 17, n. 1, p. 200-209, 2002. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=974208> >. Acesso em: 12 set. 2011.

23NOBRE, D. M.; BOAVENTURA, W. C.; NEVES, W. L. A. Phase-domain network equivalents for electromagnetic transient studies. in: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. **Conference of the...** San Francisco: IEEE, 2005. Disponível em: < http://www.researchgate.net/publication/228563686_Phase-domain_network_equivalents_for_electromagnetic_transient_studies >. Acesso em: 20 jun. 2012.

24BUDNER, A. Introduction of frequency dependent transmission line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS**, New York, v. 89, p. 88 - 97, 1970. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4074018> >. Acesso em: 20 jun. 2011.

25CARNEIRO JR., S.; MARTÍ, J. R.; DOMMEL, H. W.; BARROS, H. M. Na Efficient procedure for the implementation of corona models in electromagnetic transients programs. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 9, n. 2, p. 849 - 855, 1994. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=00296266> >. Acesso em: 25 jun. 2012.

26MARTINS, T. F. R. D.; LIMA, A. C. S.; CARNEIRO Jr., S. Effect of impedance approximate formulae on frequency dependence realization. In: IEEE POWER

ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. **Conference of the...** San Francisco: IEEE, 2005. Disponível em:
< http://www.ipst.org/TechPapers/2005/IPST05_Paper208.pdf >. Acesso em: 15 dez. 2011.

27WEDEPOHL, L. M.; WILCOX, D. J. Transient analysis of underground power transmission system – system model and wave propagation characteristics. in: **Proceedings of Institution Electrical Engineers**, Michigan, v. 120, n. 2, p. 253-260, 1973. Disponível em:
< <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5251166> >. Acesso em: 20 dez. 2012.

28FUCHS, R. D.; ALMEIDA, M. T. **Projetos mecânicos das linhas aéreas de transmissão**. São Paulo: Edgard Blücher, 1984. 360 p.

29STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1977.

30GRAINGER, J.J.; STEVENSON, W.D. **Power System Analysis**. New York, p. 271 - 274, 1994.

31BOVOLATO, L. F. **Material de consulta de aula**. Ilha Solteira: DEE, 2000. (Material não publicado)

32CAMPOS, J. C. C.; PISSOLATO FILHO, J.; PRADO, A. J.; KUOKAWA, S. Single real transformation matrices applied to double three-phase transmission lines. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 78, n. 10, p. 1719-1725, 2008. Disponível em:
< <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1432397> >. Acesso em: 12 out. 2012.

33PRADO, A. J.; PISSOLATO FILHO, J.; KUOKAWA, S.; BOVOLATO, L. F. Modal transformation analyses for Double three-phase transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 22, n. 3, p.1926 – 1936, 2007. Disponível em: < <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=04265715> >. Acesso em: 20 jan. 2011.

34PRADO, A. J.; PISSOLATO FILHO, J.; KUOKAWA, S.; BOVOLATO, L. F. Correction procedure applied to a single real transformation matrix - untransposed three-phase transmission line cases. In: IEEE/PES TRANSMISSION & DISTRIBUTION LATIN AMERICA, 2006, Caracas. **Proceedings of the...** Caracas: IEEE, 2006. Disponível em:
< <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4104644> >. Acesso em: 15 dez. 2011.

35PRADO, A. J.; KUOKAWA, S.; PISSOLATO FILHO, J.; BOVOLATO, L. F. Step by step analyses of Clarke's matrix correction procedure for untransposed three-phase transmission line cases. In: IEEE/PES GENERAL MEETING, 2010, Minneapolis. **Proceedings of the...** Minneapolis: IEEE, 2010. Disponível em:

< <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=05589922> >. Acesso em: 15 dez. 2012.

36PRADO, A. J.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO FILHO, J.; BOVOLATO, L. F. Voltage and current mode vector analyses of correction procedure application to Clarke's matrix - symmetrical three-phase cases. **Journal of Electromagnetic Analysis and Applications**, v. 2, n. 1, p. 7-17, 2010. Disponível em: < http://www.researchgate.net/publication/229000035_Voltage_and_Current_Mode_Vector_Analyses_of_Correction_Procedure_Application_to_Clarke%27s_MatrixSymmetrical_Three-Phase_Cases >. Acesso em: 20 dez. 2011.

37PRADO, A. J.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO FILHO, J.; BOVOLATO, L. F.; COSTA, E. C. M. **Phase-mode transformation matrix application for transmission line and electromagnetic transient analyses**. New York: New Science Publishers, 2011. 102 p.