

IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.002/05

Seções de choque totais hadrônicas e colisões entre partons

Fernando Gonçalves Gardim



26 ABR 2005

Barcode
230000003303

Orientador

Adriano A. Natale

Fevereiro de 2005

Agradecimentos

Agradeço aos melhores pais do mundo, meus pais, por todo amor, compreensão e apoio que me deram e dão para que eu trilhe meus sonhos da forma mais incrível que possa haver.

Agradeço a melhor de todas as irmãs, a minha, pela paciência, pelo quarto, pelos abraços e pela energia que me dá.

A não menos fantástica, Tais, a melhor de todas as namoradas, por seu profundo amor, carinho, auxílio, conforto, companheirismo, ou seja, por todas as coisas fantásticas que me proporciona.

Aos incríveis amigos Flanelas K.O.: Bob, Fê, Gabriel, Rodrigo, Tiago, por toda alegria e farras que compartilhamos.

Aos meus amigos, João e Juliana, Daniela e Tabata, Sheila e Daniel, ao Ricardo por todos os absurdos raciais e motivações que me deu, aos companheiros do IFT, Evandro, Douglas, Celso, Clóvis, Ricardo Farias e Carlos.

Ao meu orientador Adriano Natale, que muito me ensinou nessa jornada que passamos juntos.

Resumo

Discutiremos alguns modelos fenomenológicos baseados na QCD perturbativa que tentam descrever a seção de choque total hadrônica. Falaremos sobre as principais características dos espalhamentos hadrônicos, como o crescimento da seção de choque total com a energia devido ao aumento no número de jatos, e o decrescimento da seção de choque total a baixas energias. Mostraremos a inviabilidade do tratamento perturbativo de QCD para o cálculo da seção de choque total hadrônica. Estudaremos alguns espalhamentos hadrônicos no limite de baixas energias utilizando informações não-perturbativas das propriedades do sistema, tal como o fato do glúon adquirir massa dinâmica nesta região. Averiguando propriedades e modelos que procuram descrever a seção de choque total hadrônica, obteremos idéias suficientes para propor um modelo que descreva a seção de choque total hadrônica real.

Palavras Chaves: seção de choque total hadrônica; jatos; massa dinâmica do glúon.

Áreas do conhecimento: Ciências exatas e da Terra; Física; Física das Partículas Elementares e Campos

Abstract

We discuss some phenomenological models based on perturbative QCD, that try to describe the total hadronic cross section. We comment on peculiarities of hadronic scattering, as the increase of cross section at high energies, as well as its decrease in low energies. Some of the problems of perturbative QCD to deal with the total cross section calculation are discussed. We discuss how non-perturbative QCD properties, as the generation of a dynamical gluon mass, can be introduced in the low energy limit of the total cross section calculation. Finally we propose a phenomenological way to modify the total hadronic cross section calculation with these non-perturbative information.

Key Words: total hadronic cross section; jets; dynamical gluon mass.

Índice

1	Introdução	1
2	Seções de Choque Hadrônicas	6
2.1	Jatos e o Modelo Aditivo	6
2.2	Método Eikonal ou de Parâmetro de Impacto	11
3	Cálculo de Seções de Choque Partônicas	16
3.1	Seção de Choque Diferencial na QCD Perturbativa	16
3.2	Seção de Choque Total na QCD Perturbativa	19
4	Gluons Massivos	25
4.1	Características Não-Perturbativas da QCD	25
4.2	Modelo de Yang-Mills Massivo	30
4.3	Análise da Seção de Choque no MYM	31
4.4	Seção de Choque Diferencial no MYM	37
4.5	Seção de Choque Total no MYM	38
4.6	Uma Curiosidade: MYM modificado	40
5	APT, DPT e Técnica de “Pinch” - Uma Proposta	45
5.1	Alguns conceitos da APT, DPT e Técnica de “Pinch”	45
5.2	Uma Proposta	49
6	Conclusão	52
A	Seção de Choque Diferencial de Rutherford para Partons	55
	Referências	59

Capítulo 1

Introdução

Na Natureza observa-se uma grande variedade de partículas, estáveis e instáveis. Dentre elas existem seis (6) partículas sem estrutura interna observadas até o presente momento, e uma grande quantidade de partículas com estrutura interna. As partículas dotadas de estrutura interna, i.e. constituídas por blocos elementares*, são chamadas de hadrons, que se dividem em dois grupos - barions(férmions) e mesons (bosons) - que interagem através da *interação forte*. Já as partículas desprovidas de estrutura interna e que não interagem fortemente são chamadas de léptons (e^- , ν_e , μ ...). Podemos dizer que hadrons são partículas constituídas por quarks que interagem fortemente através da troca de bosons de gauge (gluons).

Resultados experimentais indicam que a interação forte é pequena a curtas distâncias. Em 1973, Gross e Wilzeck[2] e Politzer[3] mostraram que uma teoria de gauge não-Abeliana apresenta liberdade assintótica, i.e. a altas energias (curtas distâncias) possui carácter livre (a interação torna-se mais fraca). Esta característica de liberdade assintótica pode ser obtida de uma teoria de gauge não-Abeliana em quatro dimensões [4] renormalizável[5]. Tal teoria foi chamada de Cromodinâmica Quântica (QCD - Quantum Chromodynamics) com o intuito de descrever as interações fortes.

Resultados experimentais, como a predição da seção de choque total $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$, $\sigma_{\pi p}/\sigma_{pp} = 2/3$, o decaimento do pion em dois ftons e outros, deram forte

*Tais partículas elementares são chamadas de quarks[1] havendo 6 no total.

suporte aos fundamentos da QCD. Por estas e outras características acredita-se que a QCD deva descrever as interações fortes.

Visto que a QCD é uma teoria não-Abeliana, na qual o boson que media a interação carrega uma carga “forte”, temos que a interação forte deve ser compartilhada entre quarks e quarks, quarks e gluons[†], e gluons e gluons. Sabemos que os partons não estão livres na natureza, ele se apresentam confinados na forma de hadrons.

A liberdade assintótica da QCD assegura que podemos tratar a região de alta energia perturbativamente, tal procedimento leva o nome de QCD perturbativa. O carácter confinante dos partons mostra que não há possibilidade de tratar a região de baixas energias de forma perturbativa (há algumas maneiras de tratar tal região como a QCD na rede e soluções da equação de Schwinger-Dyson). Isto acontece porque a constante de acoplamento da QCD - que se apresenta como parâmetro da expansão perturbativa - é pequena a altas energias e grande a baixas energias.

A QCD apresenta duas regiões distintas, a perturbativa e a não-perturbativa. Acredita-se que entre a região perturbativa e a não-perturbativa, haja um ponto em que os resultados obtidos de qualquer lado da QCD sejam idênticos, i.e. não deve existir uma transição abrupta entre estes dois domínios. Tal transição ainda não é bem conhecida, apesar de ser estudada há muitos anos. O ponto preciso em que devemos parar de calcular quantidades na QCD perturbativa para calcular na QCD não-perturbativa ainda é desconhecido. Além do mais, há evidências fenomenológicas de que não seja um ponto e sim uma região para tal transição.

Como os hadrons são compostos por partons, deve haver uma maneira de descrever os hadrons como função dos partons. Tal método foi proposto por Atarelli e Parisi[7] e é conhecido como formalismo Altarelli-Parisi, capaz de descrever a função de estrutura dos hadrons em função de sua *distribuição de partons*[6] via cálculos perturbativos.

Há ainda, muitos problemas sem solução no contexto das interações fortes. A-

[†]Chamaremos os quarks e os gluons por um único nome, partons.

tualmente existem aceleradores de partículas que, fornecem resultados sobre as seções de choque totais hadrônicas que necessitam ser estudados e explicados. O decrescimento da seção de choque total a baixas energias e o crescimento da mesma com a energia, ainda são problemas que não estão plenamente solucionados teoricamente e ainda é motivo de muitos estudos.

O primeiro modelo que tentou descrever tais fenômenos via QCD perturbativa fenomenológica é conhecido como modelo aditivo, motivado por uma aparente conexão direta entre o crescimento da seção de choque de jatos com a seção de choque total[8, 9, 10, 11]. Tal modelo já se deparava com dificuldades, como os pólos no infravermelho, que seriam contornados por um corte no momento transversal transferido, e o crescimento mais rápido da seção de choque que o permitido pelo limite de Froissart[12], conforme será discutido nos próximos capítulos.

Devido as dificuldades do modelo aditivo foi utilizado o formalismo eikonal, que garante o crescimento da seção de choque hadrônica total inferior ao limite de Froissart, além de realizar uma conexão entre o aumento no número de jatos e o crescimento da seção de choque. Da mesma forma que no modelo aditivo há a necessidade de recorrer a um corte no momento transversal para assegurar a analiticidade da seção de choque. Um dos modelos que utiliza o formalismo eikonal[13] lançou-se mão de alguns parâmetros ajustáveis para descrever os resultados experimentais, dois destes parâmetros m_0 e α_s possuem valores que podem ser descritos e explicados através do formalismo não-perturbativo da QCD.

Existem outros modelos que, eliminam os pólos no infravermelho através da modificação da Lagrangeana de Yang-Mills para uma Lagrangeana onde os gluons possuem uma massa nua[14, 15, 16]. A teoria é conhecida como modelo massivo de Yang-Mills que descreve a seção de choque sem a necessidade de corte no momento transversal, só que apresenta alguns problemas, como a não-renormalização da teoria nem tampouco recobra o resultado da QCD perturbativa no limite da massa gluônica tendendo a zero.

A idéia do trabalho consiste no estudo dos modelos citados a fim de conhecer os *prós* e *contras* destes, para que haja a possibilidade de absorvermos informações suficientes a realizar uma proposta fenomenológica consistente com a natureza da QCD, de forma a descrever a seção de choque total real hadrônica.

Este trabalho está dividido em: No capítulo 2 discutiremos as características da seção de choque total hadrônica, tal como o aumento da produção de jatos (figura 2.1) e o crescimento no número de gluons no hadron a altas energias, que nos conduzirão ao estudo de dois modelos fenomenológicos, o modelo aditivo e o eikonal. Calcularemos a seção de choque total no modelo aditivo e mostraremos que esta viola o limite de Froissart, por supor que a seção de choque total a altas energias é descrita pela seção de choque de jatos da QCD, devido a grande quantidade de gluons no hadron. Mostraremos que tal associação não é correta, o que nos leva a buscar um modelo capaz de absorver a característica do aumento no número de jatos a altas energias, e ao mesmo tempo consiga garantir a analiticidade da seção de choque. O tratamento que proporciona tais exigências é chamado de eikonal. Faremos uma revisão deste modelo e mostraremos que o limite de Froissart é satisfeito.

No capítulo 3 apresentaremos o tratamento perturbativo de QCD para obter a seção de choque diferencial partônica a nível de árvore. A partir de tal expressão calcularemos a seção de choque total, impondo um corte no momento transversal que garante o tratamento perturbativo da mesma.

No capítulo 4 discutiremos brevemente as características não-perturbativas da QCD e alguns resultados desta que podem ser absorvidos pela QCD perturbativa. Apresentaremos o modelo massivo de Yang-Mills que apresenta os gluons , com massa, tal como na região não-perturbativa. Analisaremos em detalhe como a QCD e o modelo massivo de Yang-Mills se diferenciam, além de calcular as seções de choque diferenciais e totais no modelo massivo de Yang-Mills.

O capítulo 5 será caracterizado por um apanhado de idéias referentes a alguns modelos fenomenológicos de QCD, como a teoria Dinâmica de Perturbação , a teoria

Analítica de Perturbação e a técnica de “Pinch”. Baseado nestas idéias e em outras dos capítulos anteriores proporemos um modelo fenomenológico que possibilite o cálculo da seção de choque total hadrônica real. No capítulo 6 apresentaremos nossa conclusão.

Capítulo 2

Seções de Choque Hadrônicas

Neste capítulo faremos algumas considerações a respeito das principais características das seções de choque totais hadrônicas, além dos principais desafios teóricos que existem ao tentar explicar os dados experimentais. Introduziremos dois modelos fenomenológicos, aditivo e eikonal, para tentar descrever a experiência e mostraremos quais são suas qualidades e defeitos.

2.1 Jatos e o Modelo Aditivo

Os resultados experimentais medidos nos aceleradores $S\bar{p}\bar{p}S$, TEVATRON, HERA[17, 18, 19, 20] e LEP[21, 22] nos fornecem informações suficientes sobre as seções de choque totais hadrônicas para um conjunto de processos envolvendo, $p\bar{p}$, pp , γp , $\gamma\gamma$. Assim é viável realizar um estudo completo e profundo destes processos tornando possível o progresso na análise destas colisões e sua descrição através da QCD.

Há três questões que devem ser explicadas teoricamente e que são exibidas pelos resultados experimentais: (i) decrescimento inicial da seção de choque, (ii) aumento da seção de choque total com a energia e (iii) a normalização da seção de choque total. O maior desafio teórico para entender estes resultados está no limite de baixos momentos transversais (p_T) transferidos, visto que existe uma região definida por valores inferiores a um valor mínimo de p_T , onde os cálculos de QCD perturbativa da seção de choque falham. A região de transição entre QCD perturbativa e não-perturbativa não é bem definida. Já foi provado[8] que a teoria de perturbação é

segura no regime cinemático de $p_T \ll \sqrt{s}/2$ com $p_T \gg \Lambda_{QCD}$.

Alguns autores[8, 9, 10, 11] já haviam observado que em colisões $p\bar{p}$ e pp a seção de choque cresce com a energia, podendo ser associado ao aumento no número de jatos na QCD, veja figura 2.1. Os jatos são característicos de todas as colisões hadrônicas a altíssimas energias[23, 24]. Assim foi proposto um simples modelo fenomenológico para resolver este problema

$$\sigma_{tot} \simeq \sigma_{soft} + \sigma_{QCD}, \quad (2.1)$$

onde σ_{soft} é tido como independente da energia no limite de altíssimas energias, e σ_{QCD} é a seção de choque de jatos ($\sigma_{QCD} \equiv \sigma_{jato}$) calculada na QCD perturbativa com um corte em p_T . A seção de choque para jatos é dada por

$$\sigma_{jato} = \int dp_T^2 \int_{x_1 x_2 > 4p_T^2/s} dx_1 dx_2 f(x_1, Q^2) f(x_2, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}(\hat{s})}{dp_T^2} \quad (2.2)$$

onde tem sido mostrado[25] que σ_{jato} reproduz a distribuição de momento transversal observado no $p\bar{p}$ “collider”. As quantidades indicadas com o símbolo “ $\hat{\sigma}$ ” correspondem ao subprocesso de partons, x_i é a fração de quadrimomento carregado pelo parton i e $Q^2 = p_T^2$. A função de estrutura

$$f(x, Q^2) = g(x, Q^2) + \frac{4}{9}q(x, Q^2) \quad (2.3)$$

é obtida através das funções de distribuição de Duke-Owens[26]. A seção de choque de Rutherford para partons, interagindo por troca de gluon é dada por (ver Apêndice A)

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T^2} = \frac{9\pi\alpha_s^2(Q^2)}{4p_T^4}. \quad (2.4)$$

Com as quantidades descritas acima e assumindo que $p_T > 3GeV$ para descrever os dados, pode-se obter a figura [2.1]. Observa-se que σ_{jato} depende sensivelmente do

p_T mínimo que hipoteticamente deve definir a transição entre a QCD perturbativa e a não-perturbativa. O rápido crescimento da seção de choque total com a energia é resultado do aumento do número de gluons dentro do núcleo quando $\sqrt{s}$ aumenta para p_T fixo. Ao realizarmos a integral (2.2) teremos uma expressiva contribuição dos gluons com pequena fração de momento $x(\simeq \frac{2p_T}{\sqrt{s}})$. A tabela 2.1 exhibe valores de σ_{jato} , p_{Tmin} e x do jato para o modelo de jatos na QCD[10].

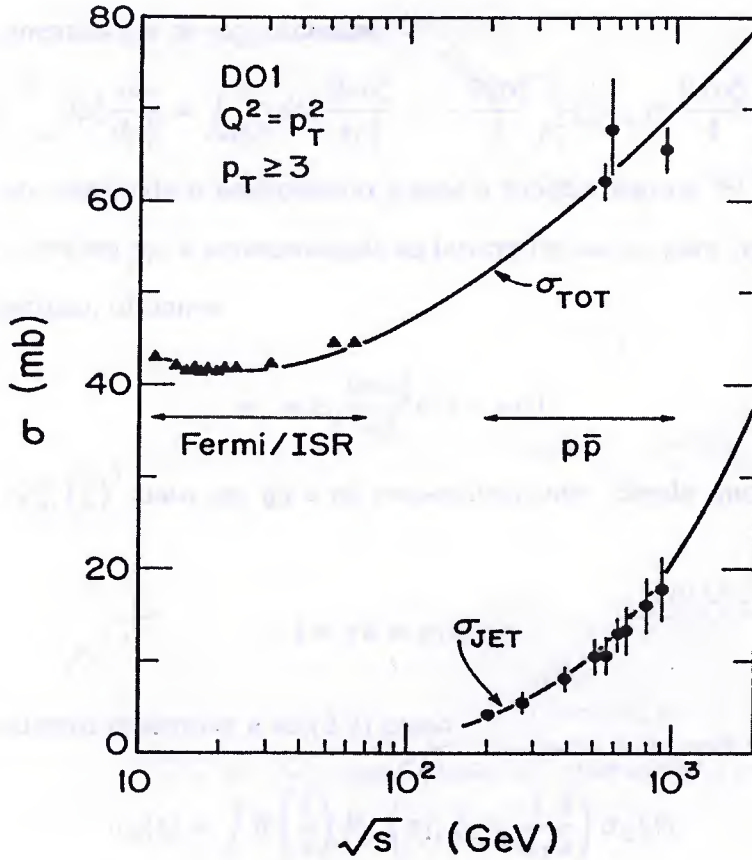


Figura 2.1: Crescimento da seção de choque total junto do rápido crescimento[27] da seção de choque de jato para $p_T > 3\text{GeV}$.

Vamos agora detalhar um pouco mais o cálculo da equação (2.2). Dada a integral para a seção de choque partônica calculada com um corte no limite inferior, $p_{Tmin}^2 = m_0^2/4$ onde m_0 é uma constante arbitrária positiva ajustada conforme os

$\sqrt{s}$ (GeV)	p_{Tmin} (GeV)	σ_{jato} (mb)	$\langle x \rangle_{jato}$
43	1.25	4	0.17
540	2	26	0.07
4330	3.2	63	0.05
43300	6	127	0.05

Tabela 2.1: Propriedades da seção de choque de jatos a diferentes energias

dados experimentais e $s \gg m_0^2$, obtemos:

$$\int_{m_0^2/4}^{\infty} dp_T^2 \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \int_{m_0^2/4}^{\infty} dp_T^2 \frac{9\pi\alpha_s^2}{4p_T^4} = -\frac{9\pi\alpha_s^2}{4} \frac{1}{p_T^2} \Big|_{m_0^2/4}^{\infty} = \frac{9\pi\alpha_s^2}{4} \frac{4}{m_0^2}. \quad (2.5)$$

Utilizando este resultado e adicionando a este a função degrau “ Θ ” para suprir a condição do corte em p_T , e acrescentando os fatores de cor c_{ij} para representar cada reação dos partons, obtemos

$$\sigma_{ij} = c_{ij} \frac{9\pi\alpha_s^2}{m_0^2} \theta(\hat{s} - m_0^2), \quad (2.6)$$

onde c_{ij} é $1, 2\frac{4}{9}, \left(\frac{2}{9}\right)^2$ para gg, qg e $q\bar{q}$ respectivamente. Sendo que há o seguinte vínculo:

$$\hat{s} = \tau s = x_1 x_2 s. \quad (2.7)$$

Assim podemos reescrever a eq.(2.2) como

$$\sigma_{ij}(s) = \int d\left(\frac{\hat{s}}{s}\right) F_{ij}\left(x_1, x_2 = \frac{1}{x_1} \frac{\hat{s}}{s}\right) \sigma_{ij}(\hat{s}), \quad (2.8)$$

com

$$F_{ij} = \int \int dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) \delta(x_1 x_2 - \tau). \quad (2.9)$$

Vamos avaliar qual o comportamento de σ_{jato} a altas energias. Utilizando apenas a contribuição de gluons para o cálculo da seção de choque de jatos, já que em altas energias esta é a contribuição dominante, temos que calcular

$$\int d\tau F_{gg}(\tau) \quad (2.10)$$

para conhecermos a dependência energética da seção de choque .

Note que F_{gg} é o número de gluons colidindo entre os hadrons. Necessitamos da função de estrutura do gluon para calcularmos F_{gg} . A transformação do hadron a baixas energias de quark para, a altas energias de gluon ($\sqrt{s} \sim 1TeV$, $g(x) \gg q(x)$), é caracterizado pela parametrização da função de distribuição do gluon . Sendo que esta, baseado apenas em argumentos fenomenológicos, pode ser dada por

$$g(x) \sim \frac{(1-x)^n}{x^J} \quad (2.11)$$

onde pode ser mostrado que $1.03 < J < 1.3$ [28]. O intervalo de J é consistente com modelos[29] de QCD para o Pomeron com

$$J = 1 + 12 \ln 2 \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{\pi} + \dots$$

Resolvendo a equação (2.9) para a região de altíssima energia ($x_i \ll 1$), com o auxílio de (2.3) e (2.11), temos:

$$\begin{aligned} F_{gg} &= \int \int dx_1 dx_2 \frac{1}{x_1} \delta \left(x_2 - \frac{\tau}{x_1} \right) f_g(x_1) f_g(x_2) = \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} f_g(x_1) f_g \left(\frac{\tau}{x_1} \right) \\ &\simeq \tau^J \int_{\tau}^1 dx_1 \frac{1}{x_1^{2J+1}} = \frac{1}{2J} \left[\frac{1}{\tau^J} - \tau^J \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

A partir das equações (2.10) e (2.12) podemos encontrar o fator que determina a dependência da seção de choque com a energia. Dessa forma obtemos

$$\sigma_{jato} \sim \int_{m_0^2/s} d\tau F_{gg}(\tau) \sim \int_{m_0^2/s} d\tau \frac{1}{\tau^J} \sim \left(\frac{s}{m_0^2} \right)^{J-1}, \quad (2.13)$$

observando que o motivo para a seção de choque crescer com a energia surge pelo grande número de gluons dentro do núcleo com $x \simeq m_0/\sqrt{s}$, como comentado anteriormente.

O crescimento da seção de choque do jato é devido ao rápido aumento de $g(x) \sim x^{-J}$ na região de x pequeno, o que leva a um crescimento da seção de choque na forma $\sim s^{0.3}$ (para $J \simeq 1.3$). Este crescimento é mais rápido do que o permitido pelo limite de Froissart[12], $\sigma_{tot} \leq C \ln^2 s$. Contudo ao identificarmos a seção de choque de jatos como a seção de choque total temos violação da unitariedade das ondas parciais. A origem do problema surge pelo fato que quanto maior a energia, maior a quantidade de gluons dentro do hadron, e se houver um número excessivo de gluons a teoria de perturbação perde sua validade[23]. Para resolver este problema[23, 30, 31, 32] podemos utilizar algumas estratégias, tal como o formalismo óptico ou de parâmetro de impacto ou eikonal.

2.2 Método Eikonal ou de Parâmetro de Impacto

O método eikonal reduz o crescimento da seção de choque e permite que a unitariedade seja satisfeita. Como não há uma conexão direta entre σ_{jato} e σ_{total} utilizaremos do tratamento eikonal para fazer a ligação apresentada na figura [2.1]. Utilizaremos a representação de parâmetro de impacto e ignoraremos a pequena parte real para a amplitude de espalhamento e a contribuição do spin, ambas boas para altas energias[33]. Assim temos:

$$\sigma_{total} = 4\pi \int_0^\infty db [1 - e^{-i\chi(b,s)}] b, \quad (2.14)$$

$$\sigma_{el} = 2\pi \int_0^\infty db [1 - e^{-i\chi(b,s)}]^2 b, \quad (2.15)$$

$$\sigma_{inel} = 2\pi \int_0^\infty db [1 - e^{-i2\chi(b,s)}] b. \quad (2.16)$$

A observação chave para o nosso propósito é que o fator $[1 - e^{-i2\chi(b,s)}]$ na equação (2.16) indica a probabilidade de que ao menos um dos dois hadrons seja quebrado na colisão a uma distância b do centro do outro hadron. Assumindo que o número de partons colidindo ($n(b, s)$) é sempre maior ou igual a um e usando argumentos de distribuição espacial para os partons[30], temos que a probabilidade de não ocorrer

um espalhamento inelástico é:

$$\bar{P}_{QCD}(b, s) = e^{-n(b, s)}.$$

Se há a probabilidade de ocorrer processos inelásticos “soft” $\bar{P}_{soft}$ que não são descritos sobre o ponto de vista de espalhamento parton-parton, podemos escrever que a probabilidade de ocorrer uma reação inelástica é

$$P = 1 - \bar{P}_{soft}\bar{P}_{QCD}.$$

Comparando o termo referente a P na eq. (2.16) e utilizando as expressões acima temos que

$$\chi(b, s) = \chi_{soft}(b, s) + \chi_{QCD}(b, s) \quad (2.17)$$

com

$$i\chi_{QCD}(b, s) = -\frac{1}{2}n(b, s).$$

Esta expressão é válida apenas no limite de altas energias com $\Re\chi \simeq 0$. Dessa maneira podemos reescrever a equação acima como

$$\Im\chi_{QCD}(b, s) = \frac{1}{2}n(b, s). \quad (2.18)$$

A altas energias os partons colididos são em sua maioria gluons, então por simplicidade faremos uma análise apenas para a reação gluon-gluon de parâmetro de impacto b na QCD. Dessa forma temos que a quantidade de partons colididos pode ser aproximada pelo número de gluons colididos, assim

$$n(b, x) \simeq n_{gg}(b, x) = \int d^2b' \int dx_1 \int dx_2 \int dp_T^2 \frac{d\sigma_{gg}(\hat{s})}{dp_T^2} \bar{f}_g(x_1, Q^2, b') \bar{f}_g(x_2, Q^2, |\mathbf{b}-\mathbf{b}'|) \quad (2.19)$$

Assumindo que nestas condições podemos separar

$$\bar{f}_g(x, Q^2, b) \simeq f_g(x, Q^2)\rho(b),$$

onde $f_g(x, Q^2)$ é o fluxo partônico dado por (2.3) e $\rho(b)$ a densidade de probabilidade de achar um gluon numa área d^2b . Assumindo que a distribuição de carga elétrica e partons dentro do hadron são similares[30], definimos que

$$\rho(b) \simeq \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2q G(q^2) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \quad (2.20)$$

com o fator de forma elétrico do proton dado por

$$G(q^2) \simeq \left[\frac{\mu^2}{q^2 + \mu^2} \right]^2. \quad (2.21)$$

Tendo que a área de superposição entre os partons colidindo pode ser escrita como

$$A(b) = \int d^2b' \rho(b') \rho(|\mathbf{b} - \mathbf{b}'|) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2b' e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left[\frac{\mu^2}{q^2 + \mu^2} \right]^4 = \frac{\mu^2}{96\pi} (\mu b)^3 K_3(\mu b), \quad (2.22)$$

onde K_n é a função de Bessel de terceira espécie. Podemos escrever (2.18), a partir das eq. (2.2), (2.19) e (2.22) como

$$\Im m \chi_{QCD}(b, s) = \frac{1}{2} n(b, s) = \frac{1}{2} A(b) \sigma_{jato}(s). \quad (2.23)$$

Contudo, para que possamos tratar o problema perturbativamente o número de gluons dentro do hadron não deve ser muito grande, além de (aproximadamente) um único parton sofrer interação. Utilizando estas condições que validam o tratamento perturbativo da QCD, temos que o número de colisões em um espalhamento $n(b, s)$ a altas energias deve ser da ordem de um, assim:

$$n(b, s) \simeq A(b) \sigma_{jato}(s) \simeq 1. \quad (2.24)$$

Utilizando as eqs. (2.6), (2.13), (2.22) e juntamente com a aproximação da função de Bessel de terceira espécie para μb muito grande $K_n(r) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2r}} e^{-r}$, podemos reescrever a equação acima como:

$$\frac{1}{s_0} s^{J-1} e^{-\mu b_n} \simeq 1, \quad (2.25)$$

e resolvendo esta equação para b_n obtemos

$$b_n \simeq \frac{J-1}{\mu} \ln \frac{s}{s_0}, \quad (2.26)$$

onde s_0 é uma constante. Assim temos que com o grande número de gluons dentro do hadron ele se torna um disco negro de raio b_n . Dessa forma a seção de choque pode ser descrita grosseiramente como a seção de choque para um disco negro

$$\sigma_{tot} = 2\pi b_n^2 = 2\pi \left(\frac{J-1}{\mu} \right)^2 \ln^2 \frac{s}{s_0}. \quad (2.27)$$

Através destes cálculos reproduzimos o limite de Froissart para seção de choque total. Aqui μ controla o tamanho da área ocupada pelo gluon dentro do nucleon.

É necessário conhecer χ_{soft} para sermos capazes de calcular a seção de choque total para o modelo eikonal. Sendo que o mais simples *ansatz* para χ_{soft} é supor que a dependência em b seja idêntica a da QCD[30, 31], podemos escrever que

$$\Im m \chi_{soft} = CA(b), \quad (2.28)$$

onde C é uma constante que é fixada para reproduzir σ_{tot} a baixa energia, onde χ_{QCD} é muito pequena.

Resolvendo a integral (2.14) para as condições estabelecidas posteriormente encontramos uma seção de choque total que cresce com $\sqrt{s}$, mas não tão rápido quanto no modelo aditivo eq. (2.1), e não tão rápido quanto o permitido pelo limite de Froissart. Este modelo não descreve perfeitamente bem a seção de choque total visto que há dependência no corte em p_T . Precisamos de diferentes cortes no momento transversal para reproduzir a seção de choque total em várias escalas de energia[31]. Esse tratamento funciona muito bem localmente[23].

Há um recente estudo que emprega o formalismo eikonal para descrever a seção de choque total [13]. Neste, utiliza-se de 12 parâmetros para reproduzir os dados experimentais, sendo que dentre estes 12 parâmetros existem dois (m_0 e α_s , fixados a 600MeV e $0,5$ respectivamente) que terão atenção especial. Pretendemos explicar qual o motivo para que estas duas constantes possuam valores bem definidos.

A nossa intenção até o final dessa dissertação é mostrar que existe um parâmetro de corte natural dentro da QCD, que servirá de ajuda para substituir os parâmetros arbitrários m_0^2 e α_s .

Capítulo 3

Cálculo de Seções de Choque Partônicas

Neste capítulo serão apresentados as seções de choque diferenciais para três reações, quark-antiquark indo em gluon-gluon, quark-gluon indo em quark-gluon e gluon-gluon indo em gluon-gluon, calculadas a partir das regras de Feynman da QCD perturbativa. Obteremos as seções de choque total após uma discussão sobre os problemas acerca do limite de validade da QCD perturbativa. Mostraremos que é possível obter a seção de choque total na QCD perturbativa impondo um valor mínimo para o momento transversal das partículas espalhadas.

3.1 Seção de Choque Diferencial na QCD Perturbativa

No capítulo anterior apresentamos uma seção de choque total eq. (2.6) calculada tomando os partons como escalares. Sabemos que isso não é verdade. A expressão correta para a seção de choque total é obtida ao adotarmos que os quarks são férmions e os gluons são bósons vetoriais.

Neste capítulo reproduziremos as seções de choque diferenciais conhecidas da literatura a partir do modelo da QCD perturbativa. Os espalhamentos que calcularemos serão quark-antiquark indo em gluon-gluon, quark-gluon indo em quark-gluon e gluon-gluon indo em gluon-gluon. Antes de prosseguir deve-se definir a notação utilizada nas seções de choque. Para reações de $2 \rightarrow 2$ (dois corpos interagindo tendo como produto outros dois corpos) definimos as seguintes quantidades invariantes

$$s = (p_a + p_b)^2 = (p_1 + p_2)^2,$$

$$t = (p_a - p_1)^2 = (p_b - p_2)^2,$$

$$u = (p_a - p_2)^2 = (p_b - p_1)^2,$$

$$s + t + u = \sum m_i^2,$$

onde estas são chamadas de variáveis de Mandelstam, p_a e p_b são os quadrimomentos das partículas iniciais e p_1 e p_2 quadrimomentos das partículas finais.

Como esses cálculos são conhecidos da literatura, serão apresentados numa forma resumida. O primeiro espalhamento que calcularemos será quark-antiquark indo em gluon-gluon ($q\bar{q} \rightarrow gg$). Utilizando as regras de Feynman da QCD nos gauges de Feynman-Landau, com $s \gg m_i^2$ onde m_i é a massa do quark i desprezada nos nossos cálculos, e tendo a contribuição de 3 diagramas apresentados na fig.(3.1), mais um diagrama composto por fantasma, encontramos que a seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{dt}(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{4\pi\alpha_s^2}{3s^2} \left(\frac{4}{9} \frac{u^2 + t^2}{ut} - \frac{u^2 + t^2}{s^2} \right). \quad (3.1)$$

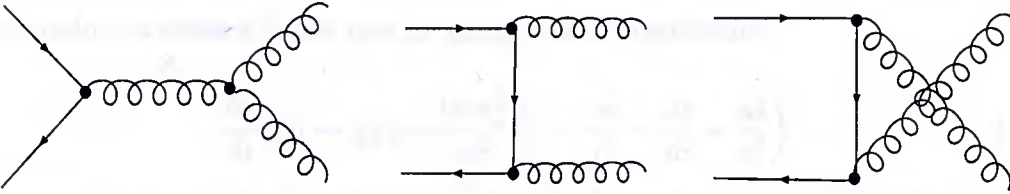


Figura 3.1: Diagramas que contribuem para o espalhamento $q\bar{q} \rightarrow gg$.

Para a reação quark-gluon indo em quark-gluon ($qg \rightarrow qg$) utilizamos a “simetria de cruzamento” sobre $q\bar{q} \rightarrow gg$. Os diagramas possíveis são apresentados na figura (3.2). Dessa forma obteve-se:

$$\frac{d\sigma}{dt}(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \left(\frac{u^2 + s^2}{us} - \frac{4}{9} \frac{u^2 + s^2}{t^2} \right). \quad (3.2)$$

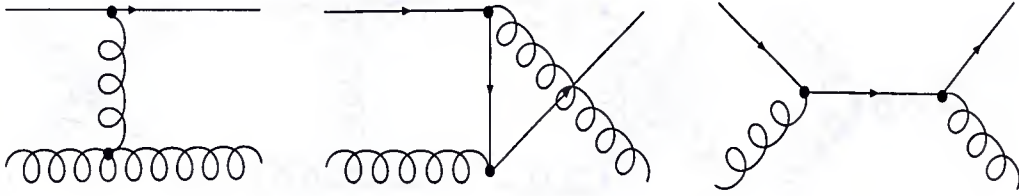


Figura 3.2: Diagramas que contribuem para o espalhamento $gg \rightarrow gg$.

A seção de choque diferencial para o espalhamento gluon - gluon indo em gluon - gluon ($gg \rightarrow gg$) foi obtida de uma maneira não usual. Quando uma reação envolve partículas reais não massivas de spin-1, costuma-se utilizar o gauge axial para os cálculos da seção de choque diferencial. Neste gauge o cálculo do espalhamento $gg \rightarrow gg$ é “livre de fantasmas”, mas um tanto trabalhoso pois a soma sobre todas as possíveis polarizações * possui três termos. No gauge de Feynman esta reação não é livre de fantasmas, mas a soma sobre as possíveis polarizações † possui um único termo. A dificuldade do gauge de Feynman surge da necessidade de conhecer e calcular quais e como são os diagramas de fantasmas. Em nosso trabalho obtivemos o resultado da seção de choque diferencial a partir do gauge de Feynman, com a contribuição de 4 diagramas (ver fig.(3.3)) e 10 diagramas com fantasmas - necessitando de apenas 4 diagramas com fantasmas para obter os outros 6 - tendo encontrado, da mesma forma que no gauge axial o resultado:

$$\frac{d\sigma}{dt}(gg \rightarrow gg) = \frac{9\pi\alpha_s^2}{4s^2} \left(3 - \frac{su}{t^2} - \frac{st}{u^2} - \frac{ut}{s^2} \right) \quad (3.3)$$

Quarks e gluons não são observados livres. Contudo podemos estudá-los a partir de experiências indiretas onde as partículas são introduzidas através do que se chamam funções de estrutura. Daí as variáveis de Mandelstam apresentadas nas seções de choque diferenciais referem-se ao subprocesso partônico. A comparação dos resultados que obtemos com o da experiência só será possível se fixarmos uma escala de energia Q^2 ($\alpha_s \equiv \alpha_s(Q^2)$). Adotando uma precisão em que a aproximação de

No gauge axial temos que $\sum \epsilon_\mu \epsilon_\nu^ = - \left[g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu k_\nu + n_\nu k_\mu}{(n.k)} + \frac{n^2 k_\mu k_\nu}{(n.k)^2} \right]$

†No gauge de Feynman temos que $\sum \epsilon_\mu \epsilon_\nu^* = -g_{\mu\nu}$

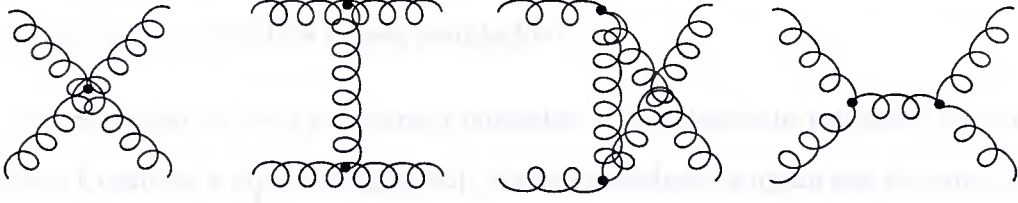


Figura 3.3: Diagramas que contribuem para o espalhamento $gg \rightarrow gg$.

Born seja uma boa aproximação para a seção de choque diferencial, i.e. a expansão em $\alpha_s^3(Q^2)$ é desprezível em relação a $\alpha_s^2(Q^2)$, pode-se então escolher uma escala em que $Q^2 = p_T^2/4$, para p_T grande. Como há uma escolha arbitrária na escala temos como consequência incerteza da ordem de 20% em nosso resultado[34].

Observando a seção de choque diferencial para quark-antiquark indo em gluon - gluon a altas energias eq.(3.1), nota-se que os gluons emitidos são preferencialmente espalhados próximos de π e 0 graus, i.e quando t e u são aproximadamente nulos. Este comportamento é característico quando a energia disponível $\sqrt{s}$ da reação é muito grande e podemos desprezar as massas dos quarks. Para $qg \rightarrow qg$ vemos pela eq.(3.2) que o gluon é espalhado principalmente a ângulos muito baixos, próximos de 0 ($t = 0$). Para gluon - gluon indo em gluon - gluon vemos por (3.3) que saem espalhados principalmente próximos de π e 0 graus.

3.2 Seção de Choque Total na QCD Perturbativa

O método para a obtenção das seções de choque total (σ) de cada reação é muito bem conhecido e relativamente simples: (a) obter a seção de choque diferencial, (b) conhecer os valores máximo e mínimo para a variável t e (c) integrá-la,

$$\sigma = \int_{t_{min}}^{t_{max}} d\sigma \frac{d\sigma}{dt}.$$

Para todas as três reações observa-se claramente que são integráveis. Note que ambos os limites de integração acarretam divergências independentes para a seção

de choque total . Sendo a probabilidade de ocorrer um espalhamento finita, qual o significado físico por detrás desses resultados?

Para a reação $q\bar{q} \rightarrow gg$ podemos entender a singularidade tal como no espalhamento Compton a altas energias [35]. As singularidades surgem nos propagadores dos quarks. Se não desprezarmos a massa destes é possível obter uma expressão para a seção de choque total . Para $qg \rightarrow qg$ este método não é o bastante, visto que um dos pólos ocorre no canal do propagador do gluon (*canal t*). Como o gluon não é massivo temos a singularidade em σ . No espalhamento $gg \rightarrow gg$ é óbvio a inviabilidade desse esquema.

Do espalhamento gluon-gluon indo em gluon-gluon temos duas singularidades. A divergência em t mínimo pode ser explicada pelo fato de que a QCD perturbativa não é válida para interações a baixas energias. Para t máximo não há possibilidade de utilizar o mesmo argumento que em t_{min} . Note que esta reação pode ocorrer nos canais t e u a baixas energias, fig.(3.3). Manipulando as variáveis de Mandelstam com s constante encontramos que u mínimo corresponde ao máximo de t . Portanto nas regiões em que t é mínimo e máximo a QCD não é perturbativa, proibindo o cálculo de seção de choque total via regras de Feynman.

Para garantirmos que a QCD perturbativa possa ser aplicada devemos proibir que haja espalhamento a 0 e π graus, i.e. momentos transferidos baixos. Assim fixamos um valor mínimo para os momentos transversais (p_T) das partícula espalhadas, impondo que p_{Tmin}^2 seja igual a $m_0^2/4$, onde m_0 é uma constante positiva arbitrária da mesma forma que fizemos no capítulo anterior. Note que a escolha para p_T é a mesma usada no capítulo anterior.

Ao limitar que os espalhamentos ocorram numa região de momento transversal superior a p_{Tmin} , podemos utilizar a QCD perturbativa para obter uma primeira aproximação sobre a seção de choque total . Assim vejamos qual o comportamento de σ ao fazer um corte na variável t . Sendo p_T^2 definido como

$$p_T^2 = \frac{ut}{s} = \frac{s}{4} \sin^2 \theta,$$

onde θ é o ângulo entre a direção da partícula que entra e da partícula que sai no sistema de referência de centro de momento. Resolvendo esta equação de segundo grau em t , obtemos seus valores máximos e mínimos

$$t_{max} \rightarrow -\frac{s}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}} \right),$$

$$t_{min} \rightarrow -\frac{s}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}} \right).$$

Com estes valores de t limitamos nossa integração a uma região em que o tratamento perturbativo da QCD é válido, possibilitando encontrar um resultado analítico para a seção de choque total. Portanto retornemos ao cálculo da seção de choque total. Para a reação $q\bar{q} \rightarrow gg$ com corte em $p_T^2 = m_0^2/4$ obtemos como resultado a seguinte expressão :

$$\sigma(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{2\pi\alpha_s^2}{27s} \left[\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}} \left(\frac{3m_0^2}{s} - 28 \right) + 16 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}} \right) \right]. \quad (3.4)$$

Para a reação $qg \rightarrow qg$, utilizando-se o mesmo corte na integral, obtemos a seguinte seção de choque total:

$$\sigma(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{9s} \left[\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}} \left(11 + \frac{72s}{m_0^2} \right) + 14 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}} \right) \right]. \quad (3.5)$$

Na reação $gg \rightarrow gg$ utilizou-se o mesmo método descrito nos outros dois espalhamentos. Assim encontra-se

$$\sigma(gg \rightarrow gg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{4s} \left[\frac{3s}{m_0^2} \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}} \left(12 + \frac{17m_0^2}{4s} - \frac{1m_0^4}{8s^2} \right) - 9 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{s}}} \right) \right]. \quad (3.6)$$

O comportamento dessas três seções de choque pode ser visto com auxílio das figuras (3.4), (3.5) e (3.6).

Vemos na fig.(3.4) que o espalhamento $q\bar{q} \rightarrow gg$ ocorre preferencialmente a baixas energias sendo que há um pico por volta de $5m_0^2$ e cai para altas energias.

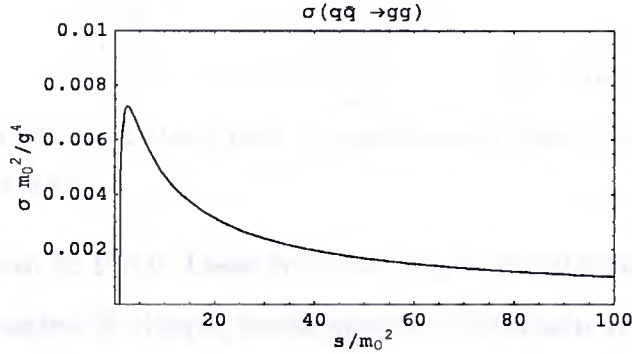


Figura 3.4: Seção de choque total para o espalhamento quark-antiquark indo em quark-antiquark com corte em p_T .

No caso do espalhamento $qg \rightarrow qg$ a fig.(3.5) mostra pouca variação da seção de choque total com a energia.

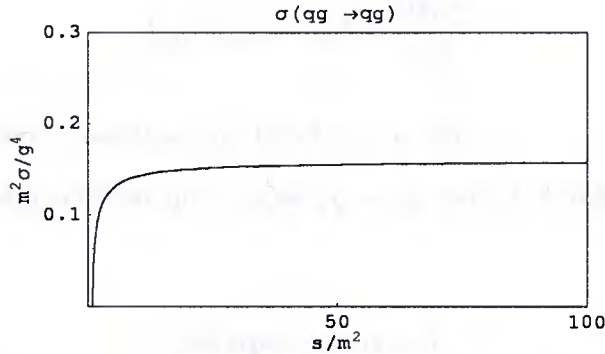


Figura 3.5: Seção de choque total para o espalhamento quark-gluon indo em quark-gluon com corte em p_T .

Para o espalhamento $gg \rightarrow gg$, na fig.(3.6) vemos que a seção de choque cresce lentamente indo para um patamar a altas energias. Isto é condizente com o uso da função $\Theta(x)$ na eq. (2.6)

Podemos comparar estes resultados como o obtido por Block et al.[36] para seção de choque total de hadrons interagindo a altas energias em colisões semi-duras

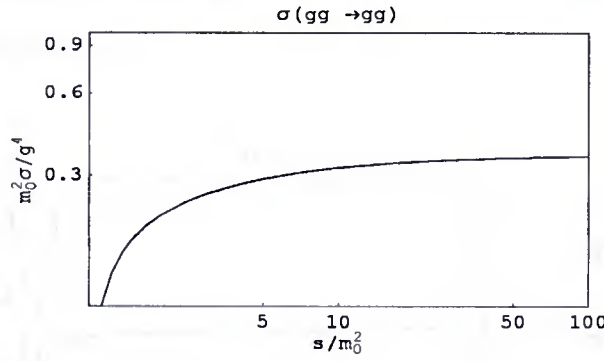


Figura 3.6: Seção de choque total para o espalhamento gluon-gluon indo em gluon-gluon com corte em p_T .

com p_{Tmin} da ordem de 1 GeV. Desse trabalho surge a possibilidade de comparação das duas últimas seções de choque, sendo possível o confronto de resultados apenas quando a seção de choque total torna-se constante. No nosso caso encontramos estas características quando $s \gg m_0^2$, assim obtemos que

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma(qg \rightarrow qg) = \frac{8\pi\alpha_s^2}{m_0^2},$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma(gg \rightarrow gg) = \frac{9\pi\alpha_s^2}{m_0^2},$$

que é consistente com o resultado de Block et. al. [36].

Podemos também verificar que reação $q\bar{q} \rightarrow gg$ para $s \gg m_0^2$ é

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma(q\bar{q} \rightarrow gg) = 0.$$

Por meio destas expressões podemos obter uma primeira aproximação para o comportamento da seção de choque total. Se colocarmos os três gráficos de σ em uma única figura (fig.(3.7)), percebemos que o espalhamento gluon-gluon indo em gluon-gluon domina a seção de choque. Estamos apresentando uma “forma livre” de comparação da seção de choque de partons, visto que num processo físico real a probabilidade de cada reação ocorrer difere entre si. É claro que nos processos

reais estas seção de choque deverão ser multiplicadas pelas funções de distribuição partônicas de cada hadron.

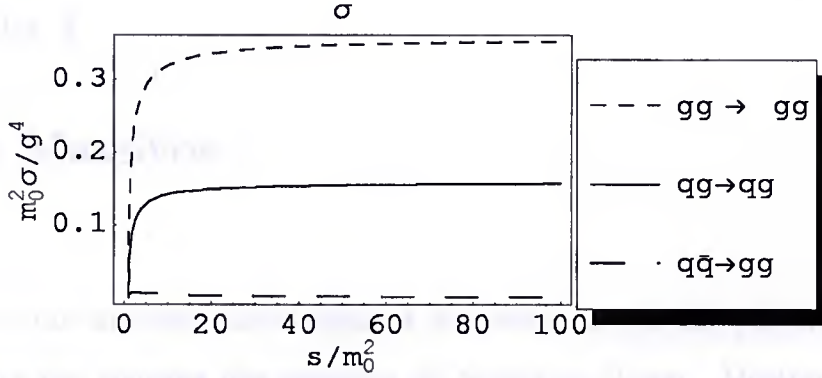


Figura 3.7: Seção de Choque Total para os 3 espalhamentos com corte em p_T .

Note que as seções de choque totais partônicas se aproximam das usadas no capítulo anterior, onde eram descritas como constantes. Nesta parte do trabalho calculamos uma seção de choque total partônica mais precisa, aproximando-se da realidade. Com isso poderíamos encontrar uma seção de choque total mais apurada utilizando as expressões (3.4), (3.5) e (3.6) no método eikonal visto anteriormente.

Capítulo 4

Gluons Massivos

Neste capítulo apresentaremos algumas das características não-perturbativas da QCD através das soluções das equações de Schwinger-Dyson. Mostraremos que algumas dessas características, tal como a massa dinâmica do glúon, permitem uma conexão entre a região perturbativa e não-perturbativa. Assim será introduzido um modelo não Abelianiano capaz de tratar com bósons vetoriais massivos, chamado de modelo de Yang-Mills massivo. A partir deste modelo calcularemos as seções de choque diferenciais e totais para os três espalhamentos previamente estudados. Compararemos estes resultados com a QCD perturbativa.

4.1 Características Não-Perturbativas da QCD

Como já foi dito, acredita-se que a QCD deva descrever a interação forte. Sabe-se que quando os momentos transferidos entre os partons são muito altos podemos fazer previsões sobre o processo, utilizando como ferramenta teórica a QCD perturbativa. Na região do infravermelho é inviável utilizar o método de QCD perturbativa, pois há a necessidade de todas as ordens de teoria de perturbação para descrever o problema. Isto significa que a natureza da interação forte a baixas energias, quando estudada via QCD, é não-perturbativa.

Há duas abordagens principais na qual a QCD não-perturbativa pode ser estudada. A teoria de QCD na rede, baseada na discretização do espaço-tempo, e as equações de Schwinger-Dyson (SDE, abreviação do inglês “Schwinger-Dyson

Equations”), que consiste numa coleção de equações integrais acopladas num espaço-tempo contínuo, contendo todas as informações sobre a teoria.

A região entre estes dois comportamentos, o perturbativo e o não-perturbativo, vem sendo estudada há muitos anos. Ainda não se sabe exatamente até que ponto pode-se ir com os cálculos perturbativos, mas temos algumas evidências fenomenológicas de como deve ser a transição entre ambos os comportamentos. A mudança de uma para outra pode não ser repentina e sim ocorrer de uma maneira suave.

Como foi visto nos capítulos precedentes a seção de choque total depende sensivelmente do corte infravermelho. Infelizmente todo cálculo envolvendo QCD perturbativa vai apresentar um corte desse tipo.

Assim, espera-se que o tratamento no infravermelho pelo método de SDE possa explicar algo sobre a transição entre a a região perturbativa e não-perturbativa, além de obter um valor apropriado para tal corte. A solução para as equações de Schwinger-Dyson são muito complexas e só conhecemos algumas de suas soluções ao realizarmos determinadas simplificações e aproximações, como o truncamento destas equações. Para se ter idéia de quão complicadas são as SDE vejamos um exemplo. Tomemos o caso para o propagador do glun; se negligenciarmos todas as interações fermiônicas podemos escrever o propagador do glun, na forma de diagramas, como mostra a figura [4.1]. Note que a solução é muito complicada, visto que a SDE é não-linear e acoplada a outras SDE.

Existem evidências teóricas de que as interações fortes da QCD geram massas dinâmicas para os gluons. Essas massas dinâmicas devem desaparecer para grandes momentos transferidos[37]. É óbvio que as massas fariam o papel de reguladoras para qualquer singularidade no infravermelho.

A abordagem de SDE para QCD não-perturbativa é uma forma de demonstrar a geração de massa dinâmica para o glun. Como as equações de Schwinger-Dyson são compostas por funções de Green da QCD que são dependentes do gauge, temos diferentes soluções que dependem do gauge e do truncamento feito nas SDE.

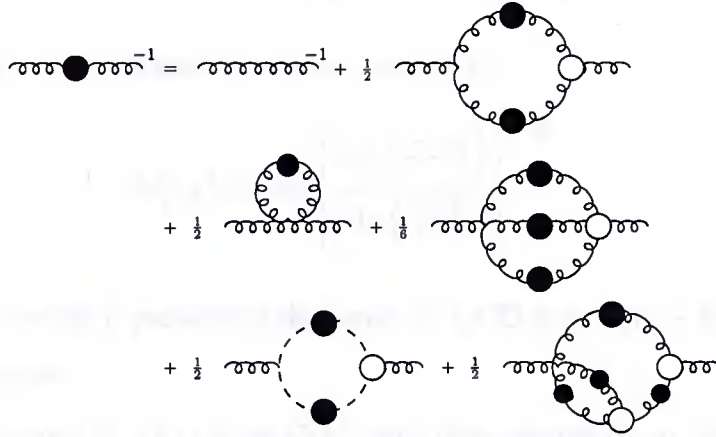


Figura 4.1: Conjunto completo das equações de Schwinger-Dyson para o propagador do glúon sem quarks. As linha espirais correspondem aos glúons e as tracejadas aos fantasmas. Os círculos pretos indicam propagadores completos e os brancos vértices totais.

Vejamos qual o comportamento da constante de acoplamento “running” no infravermelho. Ao resolver as SDE para diversos gauges obtem-se diferentes constantes de acoplamento. Seguindo os resultados obtidos por Alkofer e Cornwall para as constantes de acoplamento temos que: Para o caso de α_s determinado por Fischer e Alkofer tem-se[46]

$$\alpha_{sA}(x) = \frac{\alpha_A(0)}{\ln(e + x^{a_2} a_1 + x^{b_2} b_1)}, \quad (4.1)$$

onde

$$\alpha_A(0), \quad a_1 = 5.292 GeV^{-2a_2}, \quad a_2 = 2.324$$

$$b_1 = 0.034 GeV^{-2b_2}, \quad b_2 = 3.169.$$

No caso de α_s determinado por Cornwall tem-se[44]

$$\alpha_{sC}(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln[(q^2 + 4M_g^2(q^2))/\Lambda^2]}, \quad (4.2)$$

onde $M_g^2(q^2)$ é a massa dinâmica do gluon dada por,

$$M_g^2(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{4m_g^2}{\Lambda^2}\right)} \right]^{-\frac{12}{11}} \quad (4.3)$$

com $\Lambda(\equiv \Lambda_{QCD})$ sendo o parâmetro de escala da QCD e $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, onde n_f é o número de sabores.

O comportamento de (4.1) e de (5.8) para dois valores de m_g pode ser visto através da figura [4.2][45]. Sendo o valor típico da massa do gluon[44, 45] de

$$m_g = 500 \pm 200 MeV.$$

Note que a baixas energias cada $\alpha_s(Q^2)$ possui um valor que varia muito pouco com a energia. Este comportamento de $\alpha_s(Q^2)$ concorda com o já sugerido “congelamento” da constante de acoplamento para um valor finito e moderado[43]. Acredita-se que esta possa ser a razão para uma transição suave entre a região perturbativa e a não-perturbativa da QCD.

Além do comportamento finito de α_s o propagador do gluon também é finito. O comportamento não -perturbativo do propagador do gluon é importante apenas quando há um gluon transferido a baixo momento. O propagador do gluon no gauge de Landau é escrito como

$$D_{\mu\nu}(q^2) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) D(q^2), \quad (4.4)$$

onde a expressão para $D(q^2)$ obtida por Cornwall é

$$D^{-1}(q^2) = (q^2 + M_g^2(q^2))bg^2 \ln \left[\frac{q^2 + 4M_g^2}{\Lambda^2} \right] \quad (4.5)$$

onde $b = \frac{11 \times 3}{48\pi^2}$ é o coeficiente de mais baixa ordem da função $\beta = -bg^3 + \dots$

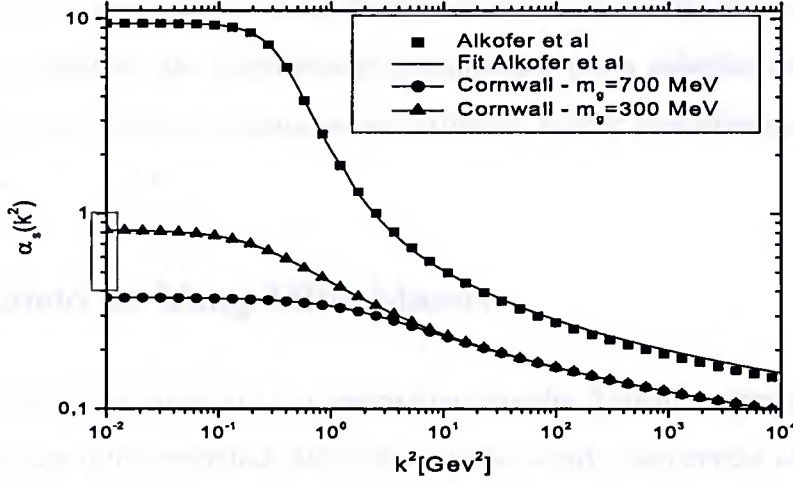


Figura 4.2: Comparação entre as constantes de acoplamentos "running" obtidas de diferentes soluções das equações de Schwinger-Dyson.

Vemos que a SDE fornece um gluon massivo dinâmico, dessa forma a divergência infravermelha é contida pelo carácter massivo do gluon a baixas energias.

Note que a QCD perturbativa nos diz que não há possibilidade de estudarmos as interações fortes a baixas energias perturbativamente. Para a QCD não-perturbativa encontra-se o propagador do gluon e α_s finitos. Assim o estudo não-perturbativo das interações fortes pela QCD viabiliza cálculos perturbativos a baixa energia. É óbvio que abaixo da escala $m_g \approx 2\Lambda$ não esperamos que QCD perturbativa faça sentido, porém é bem provável que a teoria perturbativa possa apresentar um melhor comportamento ao usarmos estes ingredientes não-perturbativos.

Vale a pena dizer que o método de Block et. al. [13] citado no *Capítulo 2* introduz um corte em $m_0 = 0.6\text{GeV}$ e $\alpha_s = 0.5$, ao passo que cálculos de SDE [44, 45] indicam uma massa para os gluons de $0.5 \pm 0.2\text{GeV}$ e $\alpha_s = 0.5$. Dessa forma o trabalho de Block et. al. possui dois valores de parâmetros que são justificáveis via SDE.

Grande parte destas discussões serão tratadas a seguir, onde deverão ser tratadas

as minúcias a respeito de cada item, para que haja a possibilidade de realizarmos cálculos de certas quantidades sem entrarmos no mérito de teorias não-perturbativas. Utilizaremos algumas das propriedades encontradas pelas soluções das SDE para modificar a Cromodinâmica Quântica perturbativa, e fazer previsões razoáveis sobre observáveis.

4.2 Modelo de Yang-Mills Massivo

Utilizar um gluon massivo é a maneira mais simples de contornarmos o problema das divergências infravermelhas, além de estar de acordo com certas idéias de SDE a baixa energia. Toda vez que houver a possibilidade de troca de gluon entre os interagentes existirá esta divergência, já que o propagador gluônico $d(q^2)$ - onde q^2 é o quadrimomento do gluon - diverge para $q^2 = 0$ e o elemento de matriz $|M|$ para este tipo de diagrama é $|M| \propto d(q^2)$.

Atualmente existem evidências de que a dinâmica não -perturbativa da QCD leve a geração de massa para o gluon sem a quebra de invariância local de gauge da teoria[37]. Os trabalhos sobre geração de massa dinâmica na QCD ainda são muito recentes, e não são suficientemente completos para uma discussão formal do problema. Vários aspectos de QCD massiva podem ser aprendidos ao utilizar-se um modelo onde a massa do gluon não é dinâmica (i.e. depende do momento), mas sim com uma massa nua.

Existe um modelo, introduzido independentemente por Kunimasa e Goto[14], Slavnov[15] e Cornwall[16], capaz de acomodar bósons vetoriais massivos sem comprometer a invariância local de gauge e sem utilizar o mecanismo de Higgs[39], este é conhecido como modelo massivo de Yang-Mills (MYM). Tal modelo é construído sobre o de Yang-Mills (YM) adicionando um termo de massa a lagrangeana de YM. Conserva-se a invariância de gauge ao introduzir campos escalares auxiliares. O custo de não haver partículas adicionais é que a teoria torna-se não renormalizável. Sabe-se que podemos recuperar a renormalização da teoria se introduzirmos o bóson

de Higgs a esta[40, 41, 42], mas isto não é realizado pois não se quer quebrar a simetria de cor.

O propagador e a soma sobre as possíveis polarizações do gluon obtido a nível de árvore no gauge de Feynman\Landau é

$$D_{\mu\nu}^{arvore}(k) = \frac{1}{k^2 - m^2} \left(g_{\mu\nu} - \zeta \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \right) \quad (4.6)$$

$$\sum \epsilon_\mu \epsilon_\nu^* = - \left(g_{\mu\nu} - \zeta \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \right) \quad (4.7)$$

onde m é a massa do gluon, com $\zeta = 0$ temos o gauge de Feynman e $\zeta = 1$ temos o gauge de Landau.

Várias propriedades desta teoria tem sido estudadas na literatura e são bem conhecidas. Calcularemos os mesmos espalhamentos a nível de árvore e estudaremos qual o impacto deste modelo sobre as seções de choque. Com relação a Cromodinâmica Quântica usual, as mudanças referentes ao cálculo são: o propagador do gluon eq.(4.6), soma das polarizações dos gluons externos eq.(4.7) e $s + t + u = nm^2$, onde n corresponde ao número de gluons que participam do espalhamento.

4.3 Análise da Seção de Choque no MYM

Ao tomar o limite de massa nula para os gluons temos que as seções de choque não retornam ao resultado obtido pela QCD perturbativa[15]. Este comportamento foi estudado por Forshaw, Papavassiliou e Parrinelo[38], a qual será reproduzido a seguir. Nesta referência foi analisado o espalhamento de quark-antiquark indo em dois gluons, considerando a seguinte quantidade M ,

$$M = \frac{1}{2!} \int d(ef) \langle q\bar{q}|T|gg \rangle \langle gg|T|q\bar{q} \rangle^\dagger, \quad (4.8)$$

onde $\int d(ef)$ é a integral do espaço de fase para duas partículas de mesma massa no estado final.

$$\int d(e f) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^4 p_1 \int d^4 p_2 \delta_+(p_1^2 - m^2) \delta_+(p_2^2 - m^2) \delta^{(4)}(q - p_1 - p_2) \quad (4.9)$$

onde p_1 e p_2 são os quadrimomentos dos gluons - a partir deste ponto usaremos a palavra momento no sentido de quadrimomento - e $\delta_+(p^2 - m^2) \equiv \theta(p^0) \delta(p^2 - m^2)$, onde $\theta(n)$ é a função de Heaviside. O fator $1/2!$ na eq.(4.8) é estatístico e surge por haver duas partículas idênticas no estado final. Analisemos somente o espalhamento a nível de árvore $T \equiv \langle q\bar{q}|T|gg \rangle$; pela fig. [3.1] vemos que existem dois diagramas distintos em T , há dois deles caracterizados por um quark interno (canais u e t - fig[3.1 (b)] e fig[3.1 (c)]), que chamaremos de $T_{q\mu\nu}^{ab}$ e outro com um gluon no propagador (canal s - fig.[3.1 (a)]) denominado por $T_{s\mu\nu}^{ab}$. Por meio dos diagramas somos capazes de escrever as amplitudes correspondentes a $T_{\mu\nu}^{ab} = T_{q\mu\nu}^{ab} + T_{s\mu\nu}^{ab}$, para isto introduzimos as funções :

$$\tilde{Q}_\rho^c(p_a, p_b) \equiv g_s \bar{v}(p_b) T^c \gamma_\rho u(p_a), \quad (4.10)$$

$$Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) \equiv g_s f^{abc} D_0(q) \tilde{Q}_\mu^c(p_a, p_b), \quad (4.11)$$

onde

$$D_0(q) \equiv \frac{1}{q^2 - m^2} \quad (4.12)$$

com p_a e p_b momentos, respectivamente, do quark e antiquark, $q = p_1 + p_2$, g_s a constante de acoplamento da interação forte, m^2 é a massa do gluon, T^a as matrizes de cor de Gell-Mann e f^{abc} a constante de estrutura do grupo $SU(3)$ de cor. Sendo que

$$T_{s\mu\nu}^{ab} = Q_\rho^{ab}(p_a, p_b) \Gamma_{\mu\nu}^\rho(q, -p_1, -p_2), \quad (4.13)$$

onde

$$\Gamma_{\rho\mu\nu}(q, -p_1, -p_2) = (q + p_1)_\nu g_{\rho\mu} + (p_2 - p_1)_\rho g_{\mu\nu} - (q + p_2)_\mu g_{\rho\nu}, \quad (4.14)$$

é o vértice usual de três gluons. Pela conservação da corrente sabemos que qualquer parte longitudinal dos gluons deve ter contribuição nula para a amplitude invariante,

assim vemos que ao aplicar o propagador gluônico em $\tilde{Q}$ notamos que a parte longitudinal deste desaparece quando bate nos spinores do quark e antiquark, restando assim apenas o termo “ $g^{\mu\nu}$ ”. Temos ainda que definir a quantidade $T_{q\mu\nu}^{ab}$ como,

$$T_{q\mu\nu}^{ab} = -ig_s^2 \bar{v}(p_b) \left(T^b \gamma_\nu \frac{\not{p}_a - \not{p}_1}{(p_a - p_1)^2} T^a \gamma_\mu + T^a \gamma_\mu \frac{\not{p}_a - \not{p}_2}{(p_a - p_2)^2} T^b \gamma_\nu \right) u(p_a). \quad (4.15)$$

A identidade de Ward para o vértice triplo de gluons massivos é

$$\begin{aligned} p_1^\mu \Gamma_{\rho\mu\nu}(q, -p_1, -p_2) &= [D_0^{-1}(p_2) - D_0^{-1}(q)]g_{\rho\nu} + [q_\rho q_\nu - p_{2\rho} p_{2\nu}] \\ &= [d_0^{-1}(p_2) - d_0^{-1}(q)]g_{\rho\nu} + [q_\rho q_\nu - p_{2\rho} p_{2\nu}] \end{aligned} \quad (4.16)$$

com $d_0^{-1}(q) \equiv q^2$, sendo portanto idêntico ao caso da teoria não-massiva. Dessa forma podemos escrever a eq.(4.8) como

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \int d(e f) T_{\mu\nu}^{ab} P^{\mu\sigma}(p_1) P^{\nu\lambda}(p_2) T_{\sigma\lambda}^{ab\dagger} \\ &= \frac{1}{2} \int d(e f) [T_{q\mu\nu}^{ab} + T_{s\mu\nu}^{ab}] P^{\mu\sigma}(p_1) P^{\nu\lambda}(p_2) [T_{q\sigma\lambda}^{ab\dagger} + T_{s\sigma\lambda}^{ab\dagger}], \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde $P^{\mu\nu}(p)$ é o tensor de polarização do gluon massivo

$$P^{\mu\nu}(p) \equiv -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m^2} \quad (4.18)$$

sendo que $p_\mu P^{\mu\nu}(p) = 0$ e observando a equação (4.17), somos conduzidos a separar Γ de forma conveniente a aparecer explicitamente termos em p_1 e p_2 capazes de contrair com os tensores de polarização. Tal que:

$$\Gamma_{\rho\mu\nu}(q, -p_1, -p_2) = \Gamma_{\rho\mu\nu}^F(q, -p_1, -p_2) + \Gamma_{\rho\mu\nu}^P(q, -p_1, -p_2), \quad (4.19)$$

onde

$$\begin{aligned} \Gamma_{\rho\mu\nu}^F(q, -p_1, -p_2) &= (p_2 - p_1)_\rho g_{\mu\nu} + 2q_\nu g_{\mu\rho} - 2q_\mu g_{\nu\rho}, \\ \Gamma_{\rho\mu\nu}^P(q, -p_1, -p_2) &= p_{1\mu} g_{\nu\rho} - p_{2\nu} g_{\mu\rho}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

dessa forma o termo Γ^P desaparece e obtem-se

$$M = \frac{1}{2} \int d(e f) [T_{q\mu\nu}^{ab} + T_{s\mu\nu}^{F,ab}] P^{\mu\sigma}(p_1) P^{\nu\lambda}(p_2) [T_{q\sigma\lambda}^{ab\dagger} + T_{s\sigma\lambda}^{F,ab\dagger}], \quad (4.21)$$

onde

$$T_{s\mu\nu}^{F,ab} = Q_\rho^{ab}(p_a, p_b) \Gamma_{\mu\nu}^{F,\rho}(q, -p_1, -p_2). \quad (4.22)$$

Vejamos agora o que obtemos ao aplicar os tensores de polarização em T_s^F e T_q . Primeiro avaliaremos apenas o impacto dos momentos longitudinais vindos de $P^{\mu\sigma}(p_1)$ e $P^{\nu\lambda}(p_2)$ nos elementos de matriz. Tem-se assim

$$p_1^\mu T_{s\mu\nu}^{F,ab} = [(p_1 - p_2)_\lambda p_{2\nu} - m^2 g_{\lambda\nu}] Q^{ab,\lambda} - D_0^{-1}(q) Q_\nu^{ab}, \quad (4.23)$$

$$p_2^\nu T_{s\mu\nu}^{F,ab} = [(p_1 - p_2)_\lambda p_{1\mu} - m^2 g_{\lambda\mu}] Q^{ab,\lambda} + D_0^{-1}(q) Q_\mu^{ab}, \quad (4.24)$$

$$p_1^\mu T_{q\mu\nu}^{ab} = D_0^{-1}(q) Q_\nu^{ab}, \quad (4.25)$$

$$p_2^\nu T_{q\mu\nu}^{ab} = -D_0^{-1}(q) Q_\mu^{ab}. \quad (4.26)$$

Nas eqs. (4.23) e (4.24) há dois termos proporcionais a q^λ , mas estes foram suprimidos já que ao serem aplicados a Q_λ são idênticos a zero ($q^\mu Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) = 0$). As quantidades proporcionais a $D_0^{-1}(q)$ se cancelam ao efetuar a soma entre as duas espécies de amplitudes. Vê-se dessa maneira que

$$\begin{aligned} p_1^\mu [T_{s\mu\nu}^{F,ab} + T_{q\mu\nu}^{ab}] &= [(p_1 - p_2)_\lambda p_{2\nu} - m^2 g_{\lambda\nu}] Q^{ab,\lambda}, \\ p_2^\nu [T_{s\mu\nu}^{F,ab} + T_{q\mu\nu}^{ab}] &= [(p_1 - p_2)_\lambda p_{1\mu} - m^2 g_{\lambda\mu}] Q^{ab,\lambda}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Assim é possível, com o auxílio de (4.18) e (4.27) reescrever M em três partes distintas,

$$M = M_1 + M_2 + M_3 \quad (4.28)$$

com

$$M_1 = \frac{1}{2} \int d(e f) \left[T_s^F T_s^{F\dagger} - Q_\mu \left(\frac{7}{4} (p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu + 2m^2 g^{\mu\nu} \right) Q_\nu^\dagger \right], \quad (4.29)$$

$$M_2 = \frac{1}{2} \int d(e f) (T_s^F T_q^\dagger + T_q T_s^{F\dagger}), \quad (4.30)$$

$$M_3 = \frac{1}{2} \int d(e f) T_q T_q^\dagger. \quad (4.31)$$

Observe que nas três últimas equações os índices estão contraídos. Em M_1 , podemos fazer a seguinte substituição :

$$T_s^F T_s^{F\dagger} = Q_\mu (4(p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu + 8q^2 g^{\mu\nu}) Q_\nu^\dagger. \quad (4.32)$$

Então a eq. (4.29) torna-se

$$M_1 = \int d(e f) Q_\mu \left(\frac{9}{8} (p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu + (4q^2 - m^2) g^{\mu\nu} \right) Q_\nu^\dagger. \quad (4.33)$$

Para integrar (4.33) usamos os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \int d(e f) &= \frac{1}{8\pi} \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) \Delta(q^2), \\ \int d(e f) (p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu &= -\frac{1}{24\pi} \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) q^2 \Delta^3(q^2) g^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

onde

$$\Delta(q^2) \equiv \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q^2}}. \quad (4.35)$$

Assim obtem-se que

$$\begin{aligned} M_1 &= \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) \Delta(q^2) g^{\mu\nu} q^2 \left(\frac{29}{8} + \frac{1}{2} \frac{m^2}{q^2} \right) Q_\nu^{ab\dagger}(p_a, p_b, q) \\ &= \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) \Delta(q^2) g^{\mu\nu} q^2 \left(\frac{11}{3} - \frac{1}{24} + \frac{1}{2} \frac{m^2}{q^2} \right) Q_\nu^{ab\dagger}(p_a, p_b, q) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Podemos comparar esta teoria com QCD sem massa. No caso da QCD perturbativa devemos trocar o tensor de polarização $P_{\mu\nu}$, conveniente à partícula massivas, para o tensor de polarização $\bar{P}_{\mu\nu}$:

$$\bar{P}_{\mu\nu}(k, \eta) = -g_{\mu\nu} + \frac{\eta_\mu k_\nu + \eta_\nu k_\mu}{(\eta \cdot k)} - \eta^2 \frac{k_\mu k_\nu}{(\eta \cdot k)^2}, \quad (4.37)$$

que é apropriado para bósons de gauge não-massivos de spin-1 no gauge axial. Como no caso anterior, a quantidade $k^\mu P_{\mu\nu}(k, \eta)$ é igual a zero para gluons sem massa. Note que é possível utilizar os resultados obtidos no MYM para a QCD se tomarmos o limite de $m^2 \rightarrow 0$. A expressão obtida para a quantidade M_1 da QCD é expressa por:

$$M_1^{QCD} = \frac{1}{2} \int d(e f) \left[T_s^F T_s^{F\dagger} - Q_\mu (2(p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu) Q_\nu^\dagger \right]. \quad (4.38)$$

Fazendo a integração no espaço de fase para gluons sem massa obtemos a equação correspondente a (4.36) na QCD. Assim temos que

$$M_1^{QCD} = \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) \Delta(q^2) g^{\mu\nu} q^2 \frac{11}{3} Q_\nu^{ab\dagger}(p_a, p_b, q). \quad (4.39)$$

Vemos que o limite de m^2 indo a zero em (4.39) não coincide com o valor encontrado para QCD sem massa nos gluons ($M_1(m^2 = 0) \neq M_1^{QCD}$), sendo que há uma diferença entre eles de $\frac{1}{24}$. As outras quantidades M_2 e M_3 , recaem no caso da QCD sem massa quando tomado o limite da massa dos gluons zero [$M_i(m^2 = 0) = M_i^{QCD}$ para $i = 2, 3$]. Vimos que ambas teorias satisfazem o mesmo tipo de identidade de Ward eq.(4.16) a nível de árvore.

A escolha de diferentes gauges vem do propósito de deixar livre de fantasmas as duas teorias. Nestes gauges os elementos obtidos a partir da matriz S não são iguais, e também não se tornam iguais no limite de $m \rightarrow 0$. A razão por detrás disso foi explicada por Slavnov[15]. O modelo MYM no limite de $m \rightarrow 0$ não recupera o resultado do modelo de Yang-Mills pois não há uma maneira contínua de passar de um estado de três polarizações (MYM) para o de duas (YM).

4.4 Seção de Choque Diferencial no MYM

Como foi visto na seção anterior observamos que a seção de choque no MYM não recai na da QCD perturbativa no limite da massa do gluon indo a zero. Mesmo não obtendo os resultados da QCD de YM, é interessante calcularmos a seção de choque no MYM, visto que um tratamento perturbativo adequado a baixas energias é plausível. Assim calculemos as seções de choque diferenciais para os mesmos 3 espalhamentos.

O procedimento para a obtenção destas foi análogo ao da QCD perturbativa. Encontramos assim, para a reação $q\bar{q} \rightarrow gg$ nos gauge de Feynman ($\zeta = 0$) e Landau ($\zeta = 1$), a expressão

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{8\pi\alpha_s^2}{3s^2} & \left[\frac{4}{9} \frac{ut - m^4}{ut} \frac{u^2 + t^2}{ut} - \frac{u^2 + t^2}{(s - m^2)^2} + \frac{1}{2} \frac{ut - m^4}{(s - m^2)^2} + \right. \\ & + m^2 s \left(\frac{4}{(s - m^2)^2} + \frac{(s - 2m^2)(2s + m^2)}{(s - m^2)uts} - \frac{2}{9ut} \right) + \\ & \left. - \frac{1}{2} \frac{\zeta}{m^2} \frac{m^2(ut - m^4)}{(s - m^2)^2} + \frac{1}{4} \frac{\zeta^2}{m^4} \frac{m^4(ut - m^4)}{(s - m^2)^2} \right], \quad (4.40) \end{aligned}$$

e para o espalhamento entre quark e gluon indo em quark e gluon, obtemos a partir da simetria de cruzamento para o espalhamento acima, a seguinte expressão nos gauges de Feynman e Landau

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{(s - m^2)^2} & \left[\frac{u^2 + s^2}{(t - m^2)^2} - \frac{4}{9} \frac{us - m^4}{us} \frac{u^2 + s^2}{us} - \frac{1}{2} \frac{us - m^4}{(t - m^2)^2} + \right. \\ & - m^2 t \left(\frac{4}{(t - m^2)^2} - \frac{(t - 2m^2)(2t + m^2)}{(t - m^2)uts} - \frac{2}{9us} \right) + \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\zeta}{m^2} \frac{(us - m^4)m^2}{(t - m^2)^2} - \frac{1}{4} \frac{\zeta^2}{m^4} \frac{(us - m^4)m^4}{(t - m^2)^2} \right]. \quad (4.41) \end{aligned}$$

Para o espalhamento $gg \rightarrow gg$ o cálculo foi realizado apenas no gauge de Feynman - a justificativa para esta escolha foi apresentada no capítulo precedente -, dessa forma obtemos:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dt}(gg \rightarrow gg) = & \frac{9\pi\alpha_s^2}{2(s-4m^2)s} \left[\frac{27}{8} - \frac{25}{16} \left(\frac{su}{(t-m^2)^2} + \frac{st}{(u-m^2)^2} - \frac{ut}{(s-m^2)^2} \right) + \right. \\
& - \frac{165m^2}{32} \left(\frac{st+su+tu}{(s-m^2)(u-m^2)(t-m^2)} \right) + \frac{137m^2}{16} \left(\frac{s}{(s-m^2)^2} + \frac{u}{(u-m^2)^2} + \right. \\
& \left. \left. \frac{t}{(t-m^2)^2} \right) - \frac{15m^2}{8} \left(\frac{s^2+u^2+t^2}{(s-m^2)(u-m^2)(t-m^2)} \right) + \frac{243m^4}{32} \left(\frac{1}{(s-m^2)^2} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{(u-m^2)^2} + \frac{1}{(t-m^2)^2} \right) + \frac{1365m^6}{32} \left(\frac{1}{(s-m^2)(u-m^2)(t-m^2)} \right) \right] \quad (4.42)
\end{aligned}$$

Observe que as seções de choque diferenciais no MYM não recaem nas equações (3.1), (3.2) e (3.3) calculadas na QCD perturbativa quando tomamos o limite da massa do gluon tendendo a zero[15].

4.5 Seção de Choque Total no MYM

Como feito no capítulo anterior prossigamos o nosso estudo calculando as seções de choque totais para as mesmas reações . Neste modelo temos que nos preocupar com o limiar de produção de cada reação . O limiar de produção é a energia mínima necessária para a criação de partícula em um espalhamento. Assim o limiar de produção de uma reação que tem como produto final duas partícula é a soma da massa dessas duas partícula .

No espalhamento de $q\bar{q} \rightarrow gg$ temos que os valores máximos e mínimos de t respectivamente são $m^2 - \frac{s-\sqrt{s(s-4m^2)}}{2}$ e $m^2 - \frac{s+\sqrt{s(s-4m^2)}}{2}$, com s mínimo suficiente para criar ao menos dois gluons , neste caso isto equivale dizer que s mínimo é igual a $4m^2$, obtendo assim no gauge de Feynman:

$$\begin{aligned}
\sigma_F(q\bar{q} \rightarrow gg) = & \frac{\pi\alpha_s^2}{27s^2(s-m^2)^2(s-2m^2)} \left[\sqrt{s(s-4m^2)}(2m^2-s)(85s^2-356m^2s+ \right. \\
& \left. +136m^4) + 8(s-m^2)(4s^3-4m^2s^2+7m^4s-34m^6) \ln \left(\frac{1-\frac{2m^2}{s}+\sqrt{1-\frac{4m^2}{s}}}{1-\frac{2m^2}{s}-\sqrt{1-\frac{4m^2}{s}}} \right) \right] \quad (4.43)
\end{aligned}$$

e no gauge de Landau obtemos

$$\sigma_L(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{54s^2(s-m^2)^2} \left[\sqrt{s(s-4m^2)}(-173s^2 + 724m^2s - 272m^4) + \right. \\ \left. + 8 \frac{(s-m^2)}{(s-2m^2)}(4s^3 - 4m^2s^2 + 7m^4s - 34m^6) \ln \left(\frac{1 - \frac{2m^2}{s} + \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}}}{1 - \frac{2m^2}{s} - \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}}} \right) \right], (4.44)$$

Estas expressões são um tanto quanto complexas e podemos ver qual seu comportamento a partir da fig. (4.3).

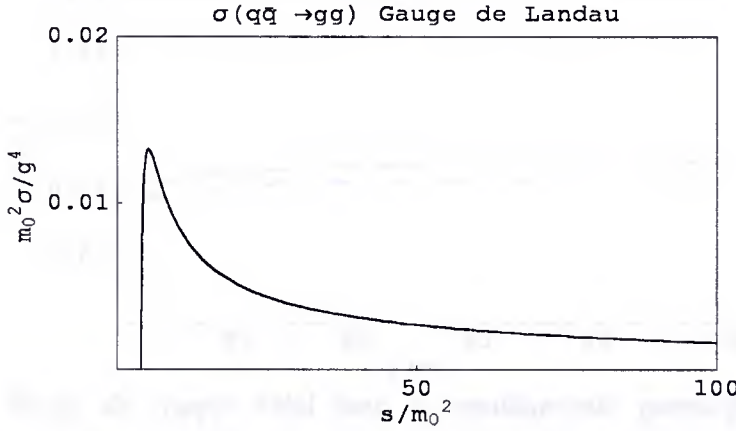


Figura 4.3: Seção de Choque Total para o espalhamento quark-antiquark indo em glúon-glúon no Gauge de Feynman (linha sólida) e Landau (linha tracejada). Note que ambas são praticamente iguais.

Para o caso da reação $qg \rightarrow qg$, impusemos um s mínimo igual a $4m^2$ com t máximo e mínimo respectivamente de 0 e $-\frac{(s-m^2)^2}{s}$, obtendo assim para a seção de choque total no gauge de Feynman

$$\sigma_F(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{18s} \left[\frac{45s^6 - 121m^2s^5 + 11m^4s^4 + 80m^6s^3 + 16m^8s^2 - 36m^{10}s + 8m^{12}}{m^2s^2(s-2m^2)(s^2-sm^2+m^4)} + \right. \\ \left. - \frac{1}{m^2s^2(s-2m^2)(s^2-sm^2+m^4)} + \frac{1}{(s-m^2)^3} (2(4s^3 - 20m^2s^2 + 39m^4s + 4m^6) \right. \\ \left. \times \ln \left(\frac{s}{m^4}(s-2m^2) \right) + 9(5s^3 - 17m^2s^2 + 12m^4s - 6m^6) \ln \left(\frac{s}{m^2} + \frac{m^2}{s} - 1 \right) \right) \right] (4.45)$$

este mesmo cálculo feito no gauge do Landau tem-se:

$$\sigma_L(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{36s} \left[\frac{(81s^6 - 215m^2s^5 - 5m^4s^4 + 178m^6s^3 + 32m^8s^2 - 72m^{10}s}{m^2s^2(s-2m^2)(s^2-sm^2+m^4)} + \right. \\ \left. - \frac{16m^{12}}{m^2s^2(s-2m^2)(s^2-sm^2+m^4)} + \frac{1}{(s-m^2)^3} (4(4s^3 - 20m^2s^2 + 39m^4s + 4m^6) \right. \\ \left. \times \ln\left(\frac{s}{m^4}(s-2m^2)\right) + 27(3s^3 - 11m^2s^2 + 8m^4s - 4m^6) \ln\left(\frac{s}{m^2} + \frac{m^2}{s} - 1\right) \right) \Big] \quad (4.46)$$

A figura (4.4) mostra as características de $\sigma(qg \rightarrow qg)$ em cada gauge.

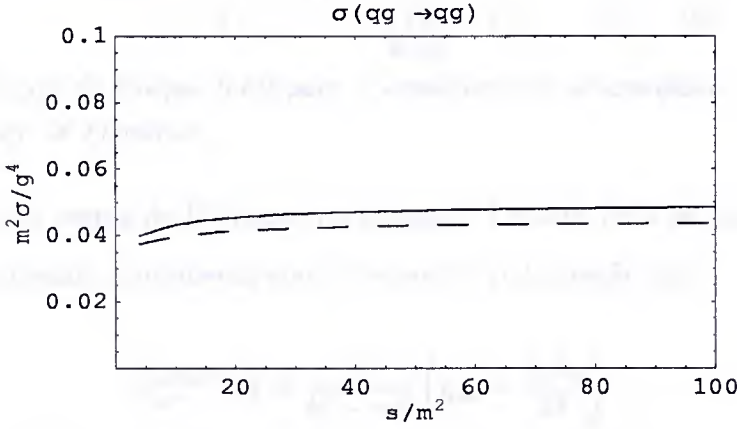


Figura 4.4: Seção de choque total para o espalhamento quark-gluon indo em quark-gluon para o Gauge de Feynman (linha sólida) e Landau (linha tracejada).

O cálculo da σ para $gg \rightarrow gg$, apenas realizado no gauge de Feynman, tem como s mínimo $4m^2$ e os valores para t máximo e mínimo são 0 e $4m^2 - s$ respectivamente. Dessa forma encontramos que

$$\sigma(gg \rightarrow gg) = \frac{3\pi\alpha_s^2}{128s(s-m^2)} \left[\frac{300s^4 - 1201m^2s^3 + 4544m^4s^2 - 7033m^6s + 738m^8}{(s-m^2)(s-3m^2)m^2} + \right. \\ \left. + \frac{3(50s^3 + 79m^2s^2 - 587m^4s + 278m^6)}{(s-2m^2)(s-4m^2)} \ln\left(\frac{s}{m^2} - 3\right) \right] \quad (4.47)$$

a qual está representado na fig. (4.5).

4.6 Uma Curiosidade: MYM modificado

Podemos observar que ao modificar algumas das regras de Feynman para o MYM, encontramos os mesmos resultados do YM tomando o limite da massa do gluon indo

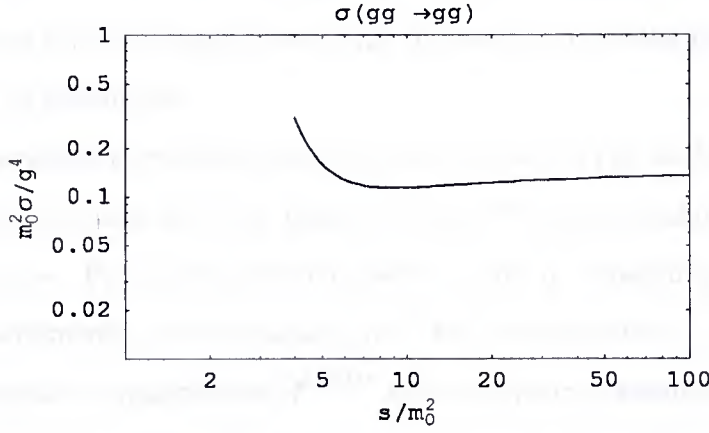


Figura 4.5: *Seção de choque total para o espalhamento gluon-gluon indo em gluon-gluon no gauge de Feynman.*

a zero. As novas regras de Feynman no gauge de Landau para os propagadores do gluon e do fantasma, juntamente com o tensor de polarização são :

$$D_{\mu\nu}^{arvore}(k) = \frac{1}{k^2 - m^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right), \quad (4.48)$$

$$P_{\mu\nu}(k) = \sum \epsilon_\mu \epsilon_\nu^* = \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right), \quad (4.49)$$

$$D_{\mu\nu}^{fantasma}(k) = \frac{1}{k^2 - m^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right). \quad (4.50)$$

Para o vértice de interação , fig.(4.6) entre o gluon e o fantasma temos

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} g_s f^{abc} p^\mu.$$

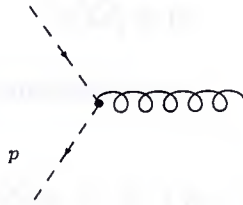


Figura 4.6: *Vértice gluon - fantasma.*

Assim mostremos, para os espalhamentos de quark-antiquark indo em gluon -gluon e quark-gluon indo em quark-gluon , que retomamos o resultado do YM quando utilizamos MYM modificado.

Vamos primeiramente mostrar que há a conexão entre MYM modificado(MYM^*) no limite em que a massa do gluon tende a zero e YM, sem calcular explicitamente a seção de choque. Para exemplificar tomemos, afim de mostrar a validade deste modelo, o espalhamento quark-antiquark indo em gluon-gluon($q\bar{q} \rightarrow gg$).

Para a obtenção da quantidade M^{MYM^*} vamos utilizar os resultados da seção 4.4 e adicionar a estes a amplitude do diagrama referente a contribuição do fantasma. Definindo assim as quantidades:

$$M^{MYM^*} = M - M^{ft}, \quad (4.51)$$

onde M é referente ao modelo de MYM eq.(4.8) e

$$M^{ft} \equiv \frac{1}{2} \int d(e f) T^{ft,ab} T^{ft,ab\dagger}. \quad (4.52)$$

referente ao fantasma, com T^{ft} sendo a amplitude do fantasma. Temos que $T^{ft,ab}$ é, com o auxílio da eq.(4.11) e do vértice gluon - fantasma, constituído por

$$T^{ft,ab} \equiv \frac{g_s}{\sqrt{2}} \bar{Q}_\mu^c(p_a, p_b) f^{abc} D_0(q) p_1^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} Q_\mu^{ab}(p_a, p_b) p_1^\mu. \quad (4.53)$$

Utilizando as equações de Dirac para partícula e antipartícula obtemos diretamente que

$$q^\lambda \bar{Q}_\lambda^c = 0,$$

assim podemos fazer a seguinte manipulação :

$$\bar{Q}_\mu^c(p_a, p_b) p_1^\mu = \frac{1}{2} \bar{Q}_\mu^c 2p_1^\mu = \frac{1}{2} \bar{Q}_\mu^c (p_1 + (p_a + p_b - p_2))^\mu = \frac{1}{2} \bar{Q}_\mu^c (p_1 - p_b)^\mu. \quad (4.54)$$

Substituindo este resultado em (4.52) obtemos

$$M^{ft} = \frac{1}{8} \int d(e f) Q_\mu(p_a, p_b) (p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu Q_\nu^\dagger(p_a, p_b). \quad (4.55)$$

Podemos separar MYM^* da mesma forma que fizemos para MYM, em três termos onde

$$M^{MYM^*} = M_1^{MYM^*} + M_2^{MYM^*} + M_3^{MYM^*}, \quad (4.56)$$

com a única diferença que em $M_1^{MYM^*}$ embutimos o termo referente ao fantasma. Portanto, encontramos a quantidade $M_1^{MYM^*}$ a partir das equações (4.29) e (4.55), sendo possível reescrever a eq. (4.51) na forma

$$\begin{aligned} M_1^{MYM^*} &= \frac{1}{2} \int d(e f) \left[T_s^F T_s^{F\dagger} - Q_\mu \left((p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{4} \right) + 2m^2 g^{\mu\nu} \right) Q_\nu^\dagger \right] \\ &= \frac{1}{2} \int d(e f) \left[T_s^F T_s^{F\dagger} - 2Q_\mu \left((p_1 - p_2)^\mu (p_1 - p_2)^\nu + m^2 g^{\mu\nu} \right) Q_\nu^\dagger \right] \end{aligned} \quad (4.57)$$

Contudo é interessante integrar a eq.(4.57) a fim de compararmos nosso resultado ao dos modelos da QCD e MYM, assim usufruindo dos resultados obtidos na seção 4.4 tal como das equações (4.32) e (4.34), encontramos o seguinte resultado:

$$M_1^{MYM^*} = \theta(q^0) \theta(q^2 - 4m^2) Q_\mu^{ab}(p_a, p_b, q) \Delta(q^2) g^{\mu\nu} q^2 \left(\frac{11}{3} + \frac{1}{2} \frac{m^2}{q^2} \right) Q_\nu^{ab\dagger}(p_a, p_b, q) \quad (4.58)$$

Este resultado nos permite a comparação entre os outros dois modelos. Primeiramente notamos que as quantidades 2 e 3 - M_i - são idênticas para todos os modelos no limite em que a massa do gluon tende a zero [$M_j^{MYM^*} = M_j^{QCD} = M_j$, $j = 2, 3$]. Para o caso da quantidade M_1 sabemos de antemão que MYM^* e MYM são diferentes $M_1 \neq M_1^{MUM^*}$. Ao compararmos a expressão para MYM^* eq.(4.58) no lim $m \rightarrow 0$ com o modelo de Yang-Mills eq.(4.39) encontramos resultados coincidentes $M_1^{QCD} = M_1^{MYM^*}$. Dessa forma entendemos que o Modelo de Yang-Mills massivo modificado conecta um modelo que tenta descrever a interação de quarks e gluons a baixas energias (MYM) com o que descreve estes a altas energias (QCD perturbativa).

Para dar continuidade ao estudo apliquemos este modelo aos dois espalhamentos previamente calculados no gauge de Landau, quark-antiquark indo em gluon-gluon e quark-gluon indo em quark-gluon. Portanto temos que a seção de choque diferencial para $q\bar{q} \rightarrow gg$ no MYM^* no gauge de Landau é:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{MYM^*}}{dt}(q\bar{q} \rightarrow gg) = & \frac{8\pi\alpha_s^2}{3s^2} \left[\frac{4}{9} \frac{ut - m^4}{ut} \frac{u^2 + t^2}{ut} - \frac{u^2 + t^2}{(s - m^2)^2} + \right. \\ & \left. + m^2 s \left(\frac{4}{(s - m^2)^2} + \frac{(s - 2m^2)(2s + m^2)}{(s - m^2)uts} - \frac{2}{9ut} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Agora se calcularmos $qg \rightarrow qg$ no MYM^* usando para este a simetria de cruzamento, exatamente da mesma maneira que QCD e MYM obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{MYM^*}}{dt}(qg \rightarrow qg) = & \frac{\pi\alpha_s^2}{(s - m^2)^2} \left[\frac{u^2 + s^2}{(t - m^2)^2} - \frac{4}{9} \frac{us - m^4}{us} \frac{u^2 + s^2}{us} + \right. \\ & \left. - m^2 t \left(\frac{4}{(t - m^2)^2} - \frac{(t - 2m^2)(2t + m^2)}{(t - m^2)uts} - \frac{2}{9us} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Observamos que ao tomarmos o limite de $m \rightarrow 0$ das expressões (4.59) e (4.60) obtemos os resultados para QCD perturbativa eqs. (3.1) e (3.2). Note que não conhecemos nenhuma razão para modificar o vértice gluon-fantasma como foi feito após a equação (4.55), este é o motivo pelo qual consideramos isto apenas como uma curiosidade.

Capítulo 5

APT, DPT e Técnica de “Pinch” - Uma Proposta

Neste capítulo faremos uma breve discussão sobre três importantes formas de tratar a teoria de perturbação no caso de QCD: a teoria de perturbação analítica, que apresenta uma constante de acoplamento analítica e uma melhor convergência para a QCD; a teoria de perturbação dinâmica que discute como levar em conta cálculos não-perturbativos de QCD ao nível de teoria de perturbação ; e a técnica de “pinch” que re-soma cálculos perturbativos e consegue “transformar” diagramas complexos em diagramas a nível de árvore. Para finalizar utilizaremos alguns elementos destas teorias para sugerir uma nova maneira de calcular as seções de choque diferenciais partônicas.

5.1 Alguns conceitos da APT, DPT e Técnica de “Pinch”

O tratamento não-perturbativo de QCD fornece indicações sobre a existência de uma constante de acoplamento α_s finita a baixos momentos transferidos. Há inúmeras evidências fenomenológicas para o “congelamento” da constante de acoplamento da QCD no infravermelho (IR - do inglês, InfraRed). O modelo usado no cálculo do espectro hadrônico para um potencial estático utiliza uma constante de acoplamento congelada a longas distâncias[47, 48], o decaimento de quarkonium pesado e a seção de choque total hadron-hadron [49] também. Simulações de QCD na rede proporcionam indicações para o comportamento finito de α_s no IR [50].

Devido ao possível congelamento da constante de acoplamento a baixas energias,

Processo	PT			APT		
	1	2	3	1	2	3
GLS r.s	65	24	11	75	22	4
Bjorken r.s	55	26	19	80	19	1
$\tau - \text{decaimento}$	55	26	16	88	11	1
$e^+e^- \rightarrow \text{hadr.}$	96	8	-4	92	7	0.5
$Z_0 \rightarrow \text{hadr.}$	98.6	3.7	-2.3	96.9	3.5	-0.4

Tabela 5.1: Contribuição em porcentagem para 1-, 2- e 3- loops em termos de observáveis.

surge um ponto de vista em que é legítimo o uso de uma expansão com informações não-perturbativas de α_s , e que levariam a um melhor comportamento do cálculo de observáveis da QCD[51].

Recentemente foi criado uma forma de tratar a teoria de perturbação conhecida como “Teoria de Perturbação Analítica” (APT - Analytic Perturbation Theory), introduzido por D. V. Shirkov [52], onde é imposto que o comportamntento da constante de acoplamento deve ser finito no IR, i.e. a constante de acoplamento é finita para baixos momentos transferidos, o que leva a uma melhor convergência da teoria comparada a QCD perturbativa.

As diferenças de convergência entre APT e QCD perturbativa (PT) são ilustradas quantitativamente na Tabela 5.1. Nesta tabela são dados os valores referentes as contribuições relativas ao 1º, 2º e 3º termos da expressão em “loops” que descrevem os observáveis como potências da constante de acoplamento.

Na Tabela 5.1 são expressos os valores para as regras de soma de Gross-Llywellin-Smith[54] e Bjorken[55], o decaimento do τ no canal vetorial[56] e as seções de choque inclusivas para e^+e^- e Z_0 . Nota-se que a contribuição do 1º termo na APT é maior do que para a teoria de perturbação, além do 3º termo ser desprezível em relação aos outros dois termos, o mesmo não acontece para a PT onde o terceiro termo é

importante.

A APT tem aproximações e existem diferentes formas de impor a analiticidade da constante acoplamento[57]. O procedimento correto de como obter constantes de acoplamento analíticas ainda é motivo de muitos estudos, e não há uma resposta única. No entanto este exemplo é muito importante para perceber o quanto ainda pode mudar nosso conhecimento de QCD perturbativa.

Podemos ir um pouco além e perguntar: Como introduzir de forma racional as informações não-perturbativas da QCD? Uma possibilidade foi discutida muitos anos atrás por Pagels e Stokar[58]. A idéia básica é que quantidades com origem não-perturbativa que vão a zero no limite de altas energias (região perturbativa), e que são totalmente não-perturbativas a baixos momentos transferidos devam ser substituídos pela expressão não-perturbativa, um exemplo seria a auto-energia de férmions e bosons de gauge. Tal teoria recebeu o nome de “Teoria de Perturbação Dinâmica” (DPT - Dynamical Perturbation Theory), sendo esta uma generalização da teoria de perturbação .

A DPT fornece um propagador fermiônico para os quarks como

$$S^{-1}(p) = A(p^2) \not{p} - \Sigma(p^2),$$

sendo $\Sigma(p^2)$ a contribuição não-perturbativa para o propagador, denominada de massa dinâmica. Em mais baixa ordem e no gauge de Landau pode-se fazer $A(p^2) = 1$, porém a auto-energia $\Sigma(p^2)$ que não é nula mesmo no limite quiral não pode ser desprezada[58].

Uma interessante característica da DPT é a ausência de divergências a baixas energias na matriz S por conta do massa gerada dinamicamente para os quarks. O mesmo tratamento dado aos quarks faz-se possível para os gluons.

Além deste fato, existe uma forma de organizar séries perturbativas em termos de contribuições para a formulação de diagramas fundamentais, tal expansão recebe o nome de expansão esqueleto[59]. Um diagrama esqueleto é definido de forma

que seus vértices e propagadores fundamentais sejam desprovidos de subestrutura. Podemos exemplificar a expansão esqueleto no caso do diagrama de Feynman e seu correspondente diagrama esqueleto, figura[5.1]. Para detalhes sobre essa discussão vide o trabalho de J. Rathsmann[60].

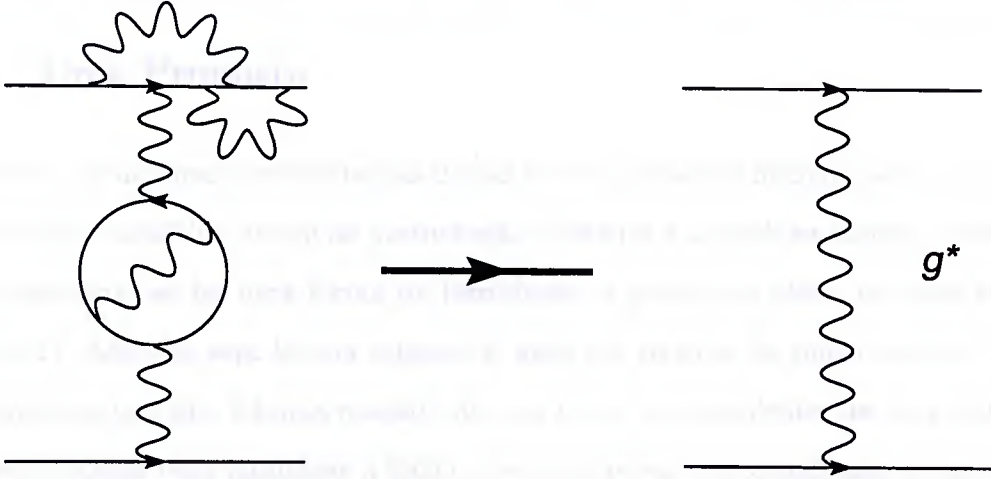


Figura 5.1: Diagrama de Feynman(esquerda) e o correspondente diagrama esqueleto(direita).

A expansão esqueleto em todas as ordens é bem estabelecida para a QED (Quantum Electrodynamics). No caso da QCD não foi provado que seja possível fazer tal expansão em todas as ordens. A dificuldade de tal expansão surge da característica não-Abeliana da QCD. Contudo é razoável assumir que algo similar a expansão esqueleto da QED possa ser construída para a QCD[60].

A conhecida “pinch technique”[44, 61] conduz a uma realização da expansão esqueleto para a QCD ao nível de 1-loop. Um exemplo é dado na figura 5.2, onde um vértice triplo de gluons é dividido em uma parte pinçada (pinch), que contribui para a renormalização do propagador efetivo, e uma parte não pinçada (não-pinch) que leva a renormalização do vértice.

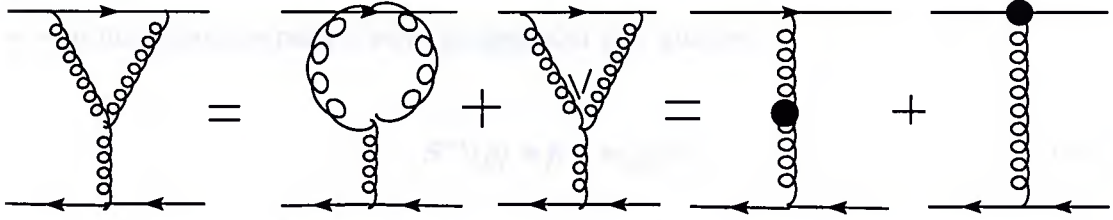


Figura 5.2: Ilustração da técnica de pinch para o caso de um vértice triplo de gluons.

5.2 Uma Proposta

Após ver algumas características destas três importantes formulações, teoria de perturbação analítica, teoria de perturbação dinâmica e a pinch technique, podemos nos questionar se há uma forma de introduzir as principais idéias de cada teoria na QCD. Até que seja levada adiante a idéia da técnica de pinch para a QCD acreditamos que sim, há uma maneira de usar todos os ingredientes de uma maneira fenomenológica para modificar a QCD, e esta proposta será comentada adiante.

A técnica de pinch fornece-nos a idéia de que pode-se reescrever diagramas de Feynman de ordem superior, tal como diagramas de correções radiativas, com loops e etc, simplesmente como diagramas de ordem mais baixa - diagramas a nível de árvore - com propagadores e constante de acoplamento modificados, i.e. propagadores e α_s diferentes da QCD perturbativa.

A teoria de perturbação analítica (APT) reforça a idéia de que há a possibilidade de modificar a constante de acoplamento da QCD perturbativa. Encontra-se na teoria de perturbação dinâmica (DPT) uma razoável evidência para propor a modificação do propagador, apresentado também na técnica de pinch, além da proposta de uma expressão para o propagador.

Como a DPT apresenta uma sugestão para a correção do propagador a baixas energias, sendo tal propagador descrito como o propagador da QCD perturbativa acrescido de um termo não-perturbativo devido a geração de massa dinâmica para as partículas, que tende a zero a altas energias, pode-se associar o novo propagador

a várias contribuições de ordem mais alta de diagramas de Feynman. Daí fazemos a seguinte proposta para o novo propagador dos quarks

$$S^{-1}(p) = \not{p} - m_q(p^2), \quad (5.1)$$

onde m_q é a massa dinâmica dos quarks. O novo propagador para os gluons será

$$D^{-1}(p) = p^2 - m_g^2(p^2), \quad (5.2)$$

com m_g sendo a massa dinâmica dos gluons. Na sequência, por simplicidade, nós iremos assumir que $m_i^2(p^2) \approx m_i^2$. O propagador do fantasma é:

$$D_{fantasma}^{-1}(p) = p^2 \quad (5.3)$$

Como não há nenhuma evidência, seja teórica ou experimental, de que os graus de liberdade da QCD se modificam nas diferentes regiões, perturbativa e não-perturbativa, sugerimos que a soma das polarizações referente ao gluon é expressa por:

$$\sum \epsilon_\mu(p) \epsilon_\nu^*(p) = -g_{\mu\nu} + \zeta \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}, \quad (5.4)$$

onde $\zeta = 0$ gauge de Feynman e $\zeta = 1$ gauge de Landau. Isto quer dizer que todo o cálculo é idêntico ao da QCD perturbativa, porém ao final deveremos reconhecer os termos $1/s$, $1/t$ e $1/u$ provenientes dos propagadores, os quais deverão ser substituídos por $1/(s - m_i^2)$, $1/(t - m_i^2)$ e $1/(u - m_i^2)$, com i sendo quark ou gluon. Caso um termo do tipo $1/x_i$ (onde $x = s, u, t$) resulte de um termo da forma x_i/x_i^2 , o termo $1/x_i$ deverá ser substituído por $x_i/(x_i - m_i^2)^2$. Além disso $\alpha_s(q^2)$ será substituída por $\bar{\alpha}_s(q^2, m_g^2)$.

Utilizando as equações (5.1), (5.2) e (5.4) temos que a seção de choque diferencial para o espalhamento de partons - eq. (3.1), (3.2) e (3.3) - será modificada pelas regras acima e serão escritas na seguinte forma:

$$\frac{d\sigma}{dt}(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{4\pi\bar{\alpha}_s^2}{3s^2} \left(\frac{4}{9} \frac{ut(u^2 + t^2)}{(u - m_q^2)^2(t - m_q^2)^2} - \frac{u^2 + t^2}{(s - m_g^2)^2} \right), \quad (5.5)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\bar{\alpha}_s^2}{s^2} \left(\frac{us(u^2 + s^2)}{(u - m_q^2)^2(s - m_q^2)^2} - \frac{4}{9} \frac{u^2 + s^2}{(t - m_g^2)^2} \right), \quad (5.6)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(gg \rightarrow gg) = \frac{9\pi\bar{\alpha}_s^2}{4s^2} \left(3 - \frac{su}{(t - m_g^2)^2} - \frac{st}{(u - m_g^2)^2} - \frac{ut}{(s - m_g^2)^2} \right), \quad (5.7)$$

Note que esta expressão se reduz a da QCD perturbativa ((3.1), (3.2) e (3.3)) no limite de $m_i \rightarrow 0$. Com $\bar{\alpha}_s$ sendo a nova constante de acoplamento dada por

$$\bar{\alpha}_s(q^2, m_g^2) \simeq \frac{4\pi}{\beta_0 \ln[(q^2 + 4m_g^2(q^2))/\Lambda^2]}. \quad (5.8)$$

Observe que as novas seções de choque diferenciais estão livres de pólos, desde que integremos as seções de choque acima do limiar de produção, tal como o apresentado no modelo massivo de Yang-Mills. Note também que a modificação deve ser feita na seção de choque final, ou seja, no cálculo que é invariante de gauge.

De acordo com as regras que estabelecemos acima, são estas as seções de choque elementares que deverão ser usadas nos cálculos das seções de choque totais de acordo com os modelos que vimos no capítulo 2. Para saber se tal procedimento está correto ou não, só temos duas possibilidades:

(i) Todos os cálculos fenomenológicos onde tal aproximação for utilizada, acabarem sendo compatíveis com os dados experimentais.

(ii) A demonstração que a técnica de “pinch” leva exatamente a este resultado.

Infelizmente não podemos - e não conseguimos - imaginar ou fazer algo melhor do que isso. O que mostra o nosso, ainda grande, desconhecimento da Cromodinâmica Quântica.

Capítulo 6

Conclusão

A QCD é a teoria que deve descrever as interações fortes e usualmente seu estudo é dividido nas seguintes regiões : região perturbativa (altas energias), não-perturbativa (baixas energias) e uma região de transição , a qual não é muito bem conhecida. Evidências experimentais sobre o decrescimento da seção de choque total a baixas energias e o aumento da seção de choque total com a energia podem ser explicados através de alguns modelos. Sendo que o número de jatos cresce com a energia, juntamente com o aumento no número de gluons no hadron, criou-se um modelo fenomenológico que procurava reter estas características no cálculo da seção de choque total hadrônica. O modelo aditivo se apropriou destas propriedades inadequadamente, o que resultou em problemas analíticos (violou o limite de Froissart), além de utilizar um corte no momento transversal das partículas espalhadas para manter válido o tratamento perturbativo. Um momento transversal baixo relaciona-se com uma baixa energia de interação, levando a um tratamento perturbativo da QCD um tanto forçado.

Com o insucesso do modelo aditivo, surgiu uma formulação que propôs a solução do problema da seção de choque violar o limite de Froissart, mas que mantinha a imposição de tal corte, conhecido como tratamento eikonal. A formulação eikonal utiliza relações entre as seções de choque totais partônicas para calcular a seção de choque total hadrônica. Alguns modelos baseados nesta formulação utilizam-se de uma série de parâmetros retirados da experiência, para explicar a seção de choque

total hadrônica. Um destes, o qual consegue descrever os dados experimentais bem, utiliza-se de vários parâmetros. Dentre estes, existem dois parâmetros que podem ser explicados via QCD não-perturbativa, e que estão relacionados com a massa dinâmica dos gluons e o congelamento de α_s a baixas energias.

Nós verificamos que os valores usados na referência [13], para o corte infravermelho e para a constante de acoplamento são 500MeV e 0.5 respectivamente. Estes valores são exatamente os esperados para a massa dinâmica do gluon e para a constante de acoplamento ($\alpha_s(0) \sim 0.5$)[44, 45] obtidos através do tratamento não-perturbativo da QCD, via soluções, aproximadas, das equações de Schwinger-Dyson. Estes são substitutos naturais dos parâmetros utilizados num dado modelo eikonal[13].

Uma maneira, simples, de contornar as divergências infravermelhas, a qual concorda com idéias não-perturbativas de QCD, é fazer o gluon massivo. O modelo massivo de Yang-Mills[14, 15, 16] desempenha esse papel. Utilizando o MYM calculamos os elementos de matriz do espalhamento. Vimos que os resultados obtidos para as seções de choque totais partônicas no MYM não recaem para o caso a QCD perturbativa quando a massa do gluon tende a zero. A discrepância se deve ao fato de que no MYM o gluon apresenta três graus de liberdade e na QCD perturbativa apresenta apenas dois graus de liberdade[15], e não há uma maneira contínua de passar de um regime para o outro.

Passamos por algumas formas interessantes de tratar a QCD perturbativa, como a teoria Analítica de Perturbação, teoria Dinâmica de Perturbação e a técnica de “Pinch”, a fim de encontrar ingredientes concisos que pudessem nos levar ao fortalecimento das idéias obtidas no decorrer deste trabalho, para que houvesse a possibilidade de propor um modelo puramente fenomenológico capaz de descrever a realidade.

O modelo proposto consiste na alteração da constante de acoplamento $\alpha_s(q^2)$ para

$$\bar{\alpha}_s(q^2, m_g^2) \simeq \frac{4\pi}{\beta_0 \ln[(q^2 + 4m_g^2(q^2))/\Lambda^2]},$$

o propagador dos quarks

$$S^{-1}(p) = \not{p} - m_q(p^2),$$

onde m_q é a massa dinâmica dos quarks. O propagador para os gluons é

$$D^{-1}(p) = p^2 - m_g^2(p^2),$$

com m_g sendo a massa dinâmica dos gluons, com $m_i^2(p^2) \approx m_i^2$. A soma das polarizações referente ao gluon é dada por:

$$\sum \epsilon_\mu(p) \epsilon_\nu^*(p) = -g_{\mu\nu} + \zeta \frac{p_\mu p_\nu}{p^2},$$

onde $\zeta = 0$ gauge de Feynman e $\zeta = 1$ gauge de Landau

O passo seguinte, que será tratado no futuro, consiste da introdução desta proposta fenomenológica em calculos realísticos, i.e. utilizar o método eikonal com as seções de choque totais partônicas calculadas neste modelo, utilizando funções de distribuições realísticas para a seção de choque total hadrônica.

Apêndice A

Seção de Choque Diferencial de Rutherford para Partons

Dizemos que uma seção de choque diferencial é de Rutherford quando o espalhamento dá-se entre dois corpos tidos como escalares, o espalhamento é elástico ($ab \rightarrow ab$), interagem através da troca de um bóson vetorial não massivo e a energia de centro de momento é muito maior que a massa das partículas envolvidas. Aproximando os partons como escalares temos apenas um diagrama de Feynman necessário para obtermos a seção de choque diferencial de Rutherford (ver figura A.1), na qual as partículas interagem pela troca de um glúon. Escrevendo a amplitude invariante desta reação a partir das regras de Feynman, encontramos que:

$$iM = C_{ij} i g_s (p_1 + p_3)^\mu \frac{(-i) g_{\mu\nu}}{(p_1 - p_3)^2} i g_s (p_2 + p_4)^\nu = \frac{-(i)^3 C_{ij}}{(p_1 - p_3)^2} (p_1 + p_3) \cdot (p_2 + p_4)$$

onde p_i é o momento do parton i e C_{ij} é o fator de cor que será calculado posteriormente. Por simplicidade vamos adotar o regime de altas energias, onde as massas dos partons escalares são desprezíveis. As variáveis de Mandelstam para esse espalhamento são:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 = 2p_1 \cdot p_2 = 2p_3 \cdot p_4;$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 = -2p_1 \cdot p_3 = -2p_2 \cdot p_4;$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = -2p_1 \cdot p_4 = -2p_2 \cdot p_3;$$

$$s + t + u = 0.$$

onde as variáveis de Mandelstam foram obtidas com $s \gg m_i^2 \sim 0$. Substituindo as variáveis s, t, u na amplitude invariante acima encontramos:

$$M = g_s^2 \frac{(s - u)}{t}.$$

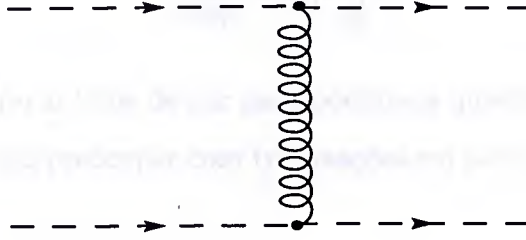


Figura A.1: Diagrama de Feynman para a interação de dois escalares trocando um *gluon*.

A seção de choque diferencial pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2} |\bar{M}|^2,$$

onde $|\bar{M}|^2$ é a amplitude invariante ao quadrado somada sobre todas as possíveis configurações e realizada a média sobre os estados iniciais. A diferença entre $|\bar{M}|^2$ e $|M|^2$ é apenas um fator numérico que será levado em conta no fator de cor C_{ij} .

Definindo a seguinte variável

$$p_T^2 = \frac{ut}{s},$$

temos que

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dp_T^2} \frac{dp_T^2}{dt} = \frac{t - u}{s} \frac{d}{dp_T^2}.$$

Fazendo uma substituição de variáveis de t para p_T^2 e utilizando que no limite de $t \sim 0$ podemos fazer a seguinte simplificação

$$\frac{(s-u)^2}{s^2 t^2} \frac{s}{(t-u)} \simeq \frac{(2s)^2}{s^2 t^2} \frac{s}{-u} \simeq \frac{4}{t^2}.$$

Neste limite temos que $p_t^2 \simeq t$, assim podemos reescrever a seção de choque diferencial de Rutherford na variável p_T^2 como

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} = C_{ij} \frac{4\pi\alpha_s^2}{p_T^4} \quad (\text{A.1})$$

Devemos encontrar o fator de cor para podermos quantificar a seção de choque diferencial. Vamos nos preocupar com três reações em particular: $q\bar{q}$, qg e gg . Para $q\bar{q}$ temos que

$$\begin{aligned} C_{q\bar{q}} &= \frac{1}{3 \times 3} \mathbf{T}_{ij}^a \mathbf{T}_{ji}^b \mathbf{T}_{kl}^a \mathbf{T}_{lk}^b = \frac{1}{9} \text{tr}(\mathbf{T}^a \mathbf{T}^b) \text{tr}(\mathbf{T}^a \mathbf{T}^b) \\ &= \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} \delta_{ab} \right) \left(\frac{1}{2} \delta_{ab} \right) \\ &= \frac{1}{9} \frac{1}{4} \delta_{aa} = \frac{2}{9} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

onde $1/3$ surge por haver três cores para cada (anti)quark inicial. Para o caso qg temos

$$\begin{aligned} C_{qg} &= \frac{1}{3 \times 8} f_{abc} f_{abd} \mathbf{T}_{ij}^c \mathbf{T}_{ji}^d = \frac{1}{24} f_{abc} f_{abd} \text{tr}(\mathbf{T}^c \mathbf{T}^c) \\ &= \frac{1}{24} \frac{1}{2} \delta_{cd} f_{abc} f_{abd} \\ &= \frac{1}{48} 3 \delta_{aa} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

onde $1/8$ é devido ao fato de haver 8 cores para o gluon. Para o caso do gg temos que

$$C_{gg} = \frac{1}{2} \frac{1}{8 \times 8} f_{abc} f_{abd} f_{abc} f_{abd} = \frac{1}{128} (3\delta_{cd})(3\delta_{cd})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{9}{128} \delta_{cc} \\
 &= \frac{9 \times 8}{128} = \frac{9}{16}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

onde $1/2$ é o fator de simetria pois há duas partículas idênticas no estado final. A partir das equações (A.2), (A.3) e (A.4) podemos reescrever a equação A.1 como

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} = A_{ij} \frac{9\pi\alpha_s^2}{4p_T^4} \tag{A.5}$$

onde os novos coeficientes A_{ij} são $2(4/9)^2$, $2(4/9)$ e 1 para $q\bar{q}$, qg e gg respectivamente.

Referências

- [1] M. Gell-Mann, *Phys. Lett.* **8**, 214 (1964); G. Zweig, Preprints CERN-TH 401 (1964).
- [2] D. J. Gross e F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1343 (1973).
- [3] H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1346 (1973).
- [4] S. Coleman e D.J. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 851 (1973).
- [5] G. tHooft, *Nucl. Phys. B* **33**, 173 (1971).
- [6] L. Baulieu e C. Kounnas, *Nucl. Phys. B* **141**, 423 (1978); J. Kodaira, S. Matsuda, T. Muta, T. Uematsu e K. Sasaki, *Phys. Rev. D* **20**, 627 (1979).
- [7] G. Parisi, Proc. 11th Rencontre de Moriond on Weak Interactions and neutrino physics (ed. J. Tran Thanh Van) (1976); G. Altarelli e G. Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** 298 (1977).
- [8] F. Halzen e F. Herzog, *Phys. Rev. D* **30**, 2326 (1984).
- [9] D. Cline, F. Halzen e J. Luthe, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 491 (1973); S. D. Ellis e M. Kislinger, *Phys. Rev. D* **9**, 2027 (1974); F. Halzen, *Nucl. Phys. B* **92**, 404 (1975); N. G. Antoniou, C. Chiou-Lahanas, S. D. P. Vlassopoulos e E. Zevgolatakos, *Phys. Lett.* **93B**, 472 (1980).
- [10] T. K. Gaisser e F. Halzen, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1754 (1985).
- [11] P. L'Heureux, B. Margolis e P. Valin, *Phys. Rev. D* **32**, 1681 (1985).

- [12] M. Froissart, *Phys. Rev.* **123**, 1053 (1961); A. Martin, *Phys. Rev.* **124**, 1432 (1963).
- [13] M. M. Block, E. M. Gregores, F. Halzen e G. Pancheri, *Phys. Rev. D* **60**, 054024 (1999).
- [14] T. Kunimasa e T. Goto, *Prog. Theor. Phys.* **37**, 452 (1967).
- [15] A. A. Slavnov, *Theor. Math. Phys.* **10**, 305 (1972).
- [16] J. M. Cornwall, *Phys. Rev. D* **10**, 500 (1974).
- [17] ZEUS Collaboration, *Phys. Lett B* **293**, 465 (1992); *Zeit. Phys. C* **63**, 391 (1994); *Nucl. Phys. B* **627** (2002) hep-ex/0202034.
- [18] H1 Collaboration, *Zeit. Phys. C* **69**, 27 (1995).
- [19] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et. al., DESY-00-071, e-print Archive: hep-ex/0005018.
- [20] ZEUS Collaboration (C. Ginsburg et. al.), Proc.8th International Workshop on Deep Inelastic Scattering, April 2000, Liverpool, to be published in World Scientific.
- [21] L3 Collaboration, M. Acciarri et. al., *Phys. Lett. B* **408**, 450 (1997); *Phys. Lett. B* **519**, 33 (2001), hep-ex/0102025. L3 Collaboration, A. Csilling, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **B82**, 239 (2000).
- [22] OPAL Collaboration, G. Abbiendi et. al., *Eur. Phys. J. C* **14**, 199 (2000); F. Waeckerle, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **B71**, 381 (1999), *Multiparticle Dynamics 1997*, Eds. G. Capon , V. Khose, G. Panchieri e A. Sansoni; Stefan Söldner-Rembold, hep-ex/9810011, *Vancouver 1998, High energy physics, vol. 1* 914-920 Proceedings of the ICHEP98, Vancouver, July 1998.

- [23] M. Block, R. Fletcher, F. Halzen, B. Margolis e P. Valin, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **12**, 238 (1990).
- [24] S. A. Slavatsky, Proceedings of the International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions, The University of Lodz Publishers, ed. M. Giler, Lodz(1989); L. T. Baradzei et al., Proceedings of the International Symposium on Elementary Particle Physics and Cosmic Rays, p. 136, Tokyo (1983); 19th International Cosmic Ray Conference, HE 1.4-12, La Jolla, CA (1985); S. Yamashita et. al., 20th International Cosmic Ray Conference HE 2.4-9, Moscou (1987); M. Shibata, 19th International Cosmic Ray Conference, vol. 9, 345, La Jolla, CA (1985).
- [25] L. K. Ding, K. Kashara, S. Torii e T. Yuda, Tokio University Cosmic Ray Laboratory Report No. 107-83-1, 1983 (unpublished).
- [26] D. W. Duke e J. F. Owens, Phys. Rev. D **30**, 49 (1984).
- [27] UA1 Collaboration, CERN-EP 88-29 (1988).
- [28] J. Morfin e Wu-Ki Tung, conforme citado na referência [23] .
- [29] J. B. Bronzan e R. L. Sugar, Phys. Rev. D **17**, 585 (1978); E. A. Kuraev, L. N. Lipatov e V. S. Fadin, Phys. Lett. **60B**, 50 (1975).
- [30] L. Durand e H. Pi, Phys. Rev. Lett. **58**, 303 (1987).
- [31] R. M. Godbole, A. Grau, G. Pancheri e Y. N. Srivastava, hep-ph/0408355 v1.
- [32] Y. Afek, C. Leroy, B. Margolis e P. Valin, Phys. Rev. Lett. **45**, 85 (1980).
- [33] Isto pode ser visto em M. Block e R. N. Cahn, Rev. Mod. Phys. **57**, 563 (1985).
- [34] E. Eichten, I. Hinchliffe, K. Lane and C. Quigg, Rev. Mod. Phys. **56**, 4 (1984).
- [35] M. Peskin, D. Schroeder, *An introduction to Quantum Field Theory* **ABP** (1995), pg. 164-167.

- [36] M. Block, R. Fletcher, F. Halzen, B. Margolis, P. Vialin, *Nuclear Physics B (Proc. Suppl.)* **12** (1990), 238.
- [37] J. M. Cornwall, in *Deeper Pathways in High-Energy Physics*, edited by B. Kursunoglu, A. Perlmutter, and L. Scott (Plenum, New York, 1977), p.683; *Nucl. Phys.* **B157**, 392 (1979).
- [38] J. R. Forshaw, J. Papvassiliou, C. Parrinelo, *Physical Review D* **59**, 074008-1 (1999).
- [39] P. W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 132 (1964).
- [40] J. M. Cornwall, D. N. Levin e G. Tiktopoplous, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1268 (1973).
- [41] B. W. Lee, C. Quigg e H. B. Tacker, *Phys. Rev. D* **16**, 1519 (1977).
- [42] C. H. Llewellyn Smith, *Phys. Lett.* **46B**, 233 (1973).
- [43] A. C. Mattingly e P. M. Stevenson, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1320 (1992); *Phys. Rev. D* **49**, 437 (1994); A. C. Aguillar, A. A. Natale e P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 152001 (2003).
- [44] J. M. Cornwall, *Phys. Rev. D* **26**, 1453 (1982).
- [45] A. C. Aguilar, A. Mihara e A. A. Natale, *Phys. Rev. D* **65**, 054011 (2002).
- [46] C. S. Fischer e R. Alkofer, *Phys. Lett. B* **536**, 177 (2002).
- [47] E. Eichten, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 369 (1975); *Phys. Rev. D* **21**, 203 (1980); J. L. Richardson, *Phys. Lett.* **82B**, 272 (1979); T. Barnes, F. E. Close e S. Monaghan, *Nucl. Phys.* **B198**, 380 (1982).
- [48] S. Godfrey e N. Isgur, *Phys. Rev. D* **32**, 189 (1985).

- [49] G. Parisi e R. Petronzio, *Phys. Lett.* **94B**, 51 (1980); M. Anselmino e F. Murgia, *Phys. Rev. D* **53**, 5314 (1996); A. Mihara e A. A. Natale, *Phys. Lett. B* **482**, 378 (2000).
- [50] A. Bode, *et al.*, *Phys. Lett. B* **515**, 49 (2001); P. Boucaud *et al.*, JHEP, 0201 (2002) 046.
- [51] S. J. Brodsky e H. J. Lu, *Phys. Rev. D* **51**, 3652 (1995).
- [52] D. V. Shirkov, hep-ph/0003242; D. V. Shirkov, *Theor. Math. Phys.* **127**, 409 (2001), hep-ph/0012283.
- [53] D. V. Shirkov, hep-ph/0107282.
- [54] K. A. Milton, I. L. Solovtsov e O. P. Slovtsova, *Phys. Rev. D* **60**, 016001 (1999); hep-ph/9809513.
- [55] K. A. Milton, I. L. Solovtsov e O. P. Slovtsova, *Phys. Lett. B* **439**, 421 (1998); hep-ph/9809510.
- [56] K. A. Milton, I. L. Solovtsov e O. P. Slovtsova, *Phys. Rev. D* **64**, 016005 (2001); hep-ph/0102254.
- [57] A.V. Nesterenko e J. Papavassiliou, hep-ph/0410406; Y. Srivastava, S. Pacetti, G. Pancheri e A. Widom, hep-ph/0106005.
- [58] H. Pangels e S. Stokar, *Phys. Rev. D* **20**, 2947 (1979).
- [59] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields* McGraw-Hill (1965).
- [60] J. Rathsman, hep-ph/0101248.
- [61] J. M. Cornwall e J. Papavassiliou, *Phys. Rev. D* **40**, 3474 (1989); J. Papavassiliou, *Phys. Rev. D* **47**, 4728 (1993).

