

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
1990



1110000177



ESTUDO DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

MAURO PEDRO PERES

ESTA DEDICACÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE MECÂNICA

ESTUDO DE AMORTECEDORES DE
VIBRAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
DE ENERGIA ELÉTRICA

MAURO PEDRO PERES

11

PROF. DR. NAZIM NASRIMENTO



ESTUDO DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

MAURO PEDRO PERES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE "MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

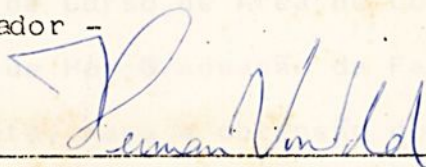
ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM
PROJETOS E MATERIAIS E, APROVADA EM SUA FORMA FINAL
PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. NAZEM NASCIMENTO

- Orientador -

T 621.315-6 (043)
P437e



Prof. Dr. HERMAN JACOBUS CORNELIS VOORWALD

- Coordenador -

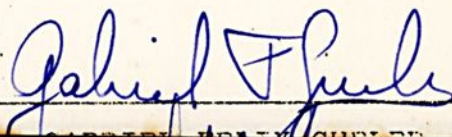
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. NAZEM NASCIMENTO

177

00177



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETA - FACULDADE DE ENGENHARIA
Departamento de Mecânica

ESTUDO DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO
DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

MAURO PEDRO PERES

Trabalho apresentado ao Conselho de Curso de Área de Concentração em Projetos e Materiais do Curso de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Guaratinguetá, março de 1990



AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Nazem Nascimento, pela orientação recebida.

Aos professores Orlando Lima de Silva, Gabriel Felix Burler, José Elias Tomazini e Marco Hugo Mathias pelo apoio e sugestões recebidas.

Aos Técnicos Elder Santos de Castro e Braxtilho Sávio de Silva pela assistência e atenção aos equipamentos.

As Dns. Zilia de Araujo Paduan, Maria Aparecida de Almeida e Ilas Helena Carvalho. Entre outros trabalhos de datilografia.

A LINA Tecnologia R&D Ltda. pelo empréstimo dos softwares utilizados.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a conclusão destes trabalhos.

À Catarina, Vitor e Ramon



AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Nazem Nascimento, pela orientação recebida.

Aos professores Araildo Lima da Silva, Gabriel Felix Gueler, José Elias Tomazini e Mauro Hugo Mathias pelo apoio e sugestões recebidas.

Aos técnicos Elder Santos de Castro e Sebastião Sávio da Silva pela confecção e operação dos equipamentos.

As Sras. Zélia de Araujo Pedran, Maria Aparecida de Almeida e Ilza Helena Carvalho F. Castro pelos trabalhos de datilografia.

A LINX Tecnologia Eletrônica Ltda, pelo empréstimo dos Softwares utilizados.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.



RESUMO

Neste trabalho, apresentam-se os tipos mais comuns de vibrações que ocorrem em linhas de transmissão de energia elétrica, dando mais ênfase para o fenômeno e origem das vibrações eólicas, as conseqüências destas vibrações e formas de combatê-las. São estudados também diversos tipos de amortecedores de vibrações usados para minimizar as vibrações eólicas. É feito um estudo da forma de ação do amortecedor Stockbridge, para verificar se ele é um dissipador ou absorvedor de energia. Por último, estuda-se os amortecedores Stockbridge e Dog-bone e também faz-se uma comparação experimental entre eles. Finalmente são apresentados comentários e conclusões do trabalho.



ABSTRACT

In this work it has studied the types of vibrations that occur in electrical transmission lines emphasizing this phenomenon and the origin of the aeolian vibrations, what these vibrations determine and the ways to minimize them. It has been also studied various types of vibration dampers used to minimize aeolian vibrations. It is been done a study to show the Stockbridge damper action; to analyse whether it is a energy absorber or dissipator at last, it has been studied the Stockbridge e Dog-bone dampers together to make comparisons. Finally it is presented coments an the conclusion for this work.



ÍNDICE

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1	Introdução	1
1.2	Pesquisa bibliográfica	2
1.3	Objetivos do trabalho	6
1.4	Síntese dos capítulos	7

CAPÍTULO 2

CAUSAS, EFEITOS E FORMAS DE COMBATE DAS VIBRAÇÕES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1.	Tipos de vibrações	9
2.1.1.	Galloping (galope)	9
2.1.2.	Oscilações de rotação	11
2.1.3.	Vibrações eólicas	12
2.2.	Estudo do fenômeno e origem das vibrações eólicas	12
2.3.	Conseqüências das vibrações	16
2.3.1.	Rompimento dos cabos condutores	17
2.3.2.	Formas de combate às vibrações	18
2.4.	Considerações energéticas	22
2.4.1.	Potência fornecida pelo vento	22
2.4.2.	Potência dissipada pelo condutor	23
2.4.3.	Tensão mecânica nos condutores	27



CAPÍTULO 3

TIPOS DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

3.1.	Introdução	28
3.2.	Amortecedor tipo Festão	29
3.3.	Amortecedor de Impacto (massa-mola)	30
3.4.	Amortecedor de Braço Oscilante	30
3.5.	Amortecedor Elgra	31
3.6.	Amortecedor Torcional ou Haltere	32
3.7.	Amortecedor Bouche	33
3.8.	Amortecedor Hyball ou Linear	34
3.9.	Amortecedor Pré-formado	35
3.10.	Amortecedor Stockbridge	36
3.11.	Amortecedor Dog-bone	38

CAPÍTULO 4

ESTUDO DA FORMA DE AÇÃO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

4.1.	Introdução	40
4.2.	Transmissibilidade	41
4.2.1.	Deslocamento da base	41
4.2.2.	Deslocamento do sistema	43
4.3.	Absorvedores dinâmicos de vibração	47
4.3.1.	Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido ..	48
4.3.2.	Absorvedor dinâmico de vibração com amorteci- mento	54
4.4.	Balanco de energia de um sistema massa-mola amortecedor	63
4.5.	Amortecedor Stockbridge	68



CAPÍTULO 5

OS AMORTECEDORES STOKBRIDGE E DOG-BONE

5.1.	Introdução	81
5.2.	Modelagem matemática do amortecedor Stockbridge	82
5.2.1.	Vibração livre não amortecida - Determinação das frequências naturais	83
5.2.2.	Vibração forçada com amortecimento	87
5.3.	Modelagem matemática do amortecedor Dog-bone	95
5.3.1.	Vibração forçada não amortecida	97
5.3.2.	Vibração forçada amortecida	104
5.3.3.	Valor numérico das frequências naturais do amortecedor Dog-bone	110

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL DOS AMORTECEDORES STOKBRIDGE E DOG-BONE

6.1.	Objetivo	111
6.2.	Descrição da experiência	111
6.3.	Identificação dos parâmetros dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone	112
6.3.1.	Coefficiente de rigidez do cabo mensageiro	112
6.3.2.	Coefficiente de amortecimento do cabo mensageiro	115
6.3.3.	Frequências naturais	117
6.4.	Cálculo da energia para cada modo de vibração dos amortecedores	123
6.4.1.	Amortecedor Stockbridge	123
6.4.2.	Amortecedor Dog-bone	125



6.4.3. Comparação dos amortecedores Stockbridge e

Dog-bone 129

CAPÍTULO 7

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES..... 130

BIBLIOGRAFIA 133

APÊNDICE 1 137

APÊNDICE 2 139

APÊNDICE 3 142



CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - Introdução

Desde a construção das primeiras linhas de transmissão de energia elétrica, observou-se a ocorrência de rupturas de cabos e fios após alguns anos de serviço, o que teoricamente não deveria ocorrer em linhas bem projetadas, sem quaisquer sobrecargas mecânicas ou elétricas.

No entanto, assim não acontece. Na procura das causas possíveis observou-se que aparecem vibrações nos seus diversos elementos, especialmente nos condutores. Estas vibrações podem, em alguns casos, ser até ouvidas do solo. Estas vibrações também podem ser transmitidas para as torres de sustentação, causando



nestas efeitos danosos. A explicação para o aparecimento deste fenômeno considera que, quando um vento contínuo passa transversalmente por um condutor aéreo tensionado, provoca o aparecimento de vórtices espaçados regularmente, próximos à superfície do cabo, oposta à superfície de incidência do vento, excitando desta forma o condutor.

O problema das vibrações eólicas em condutores, passou a ser considerado com maior atenção, depois que se começou a usar cabos de alumínio em linhas de transmissão. Devido à sua menor resistência à fadiga, quando comparado aos condutores de cobre e ao seu maior diâmetro, o cabo de alumínio é mais vulnerável aos danos causados pelas vibrações mecânicas produzidas pelos ventos.

Os esforços nas pesquisas de laboratório e de pesquisadores, não estão restritos somente para resolver os problemas, mas também para aumentar o conhecimento dos mecanismos de excitação, bem como os meios de atenuá-los.

1.2 - Pesquisa bibliográfica

Foi feito um estudo bibliográfico amplo para poder se familiarizar com o assunto do trabalho, tendo como principais objetivos aumentar o conhecimento a respeito deste tipo de vibração, assim como para se ter uma idéia do que já havia sido feito e também para se saber o que ainda pode se fazer quando se estuda vibrações em linhas de transmissão de energia elétrica. Parte deste trabalho é agora apresentado em ordem cronológica.

- Morgan [M3], estudou como detectar e amortecer



vibrações em um condutor suspenso. Neste trabalho são vistos alguns métodos para se detectar vibrações, tais como, transdutores eletromagnéticos, strain gauges e acelerômetros piezoelétrico. Para atenuar as vibrações, ele mostra alguns amortecedores como o amortecedor pneumático, mola e peso suspenso, amortecedor de impacto e o amortecedor Stockbridge. E ainda como meio de se reduzir as vibrações ele fala sobre as armaduras e os cabos absorvedores.

- Edwards e Livingston [E1], estudaram o auto-amortecimento dos condutores para controlar a vibração e o galope nas linhas de transmissão de energia elétrica.

- Antunes [A2], faz uma análise das vibrações em linhas de transmissão de energia, mostrando as causas e os efeitos destas vibrações, bem como os meios existentes para minimizá-las usando dispositivos amortecedores de vibrações tais como o festão, o amortecedor Elgra, o amortecedor Stockbridge, presilhas de fixação adequadas, armaduras e cabos anti-vibratórios.

- O trabalho de Manso [M1], trata do fenômeno de vibração de condutores em linhas aéreas de transmissão. Ele aborda em seu trabalho algumas considerações de ordem teórica a respeito das vibrações eólicas, suas características e efeitos; faz um breve relato de alguns amortecedores normalmente utilizados e mostra também a prática usual da CEMIG (Centrais Elétricas de Minas Gerais) quanto a solução adotada para minimizar as oscilações em suas linhas de distribuição.

- Ramberg e Griffin [R1], pesquisaram a formação de



vórtices de Karman em cabos flexíveis vibratórios. Eles concluíram que qualquer ponto perto e ao longo da esteira de um cilindro vibrando, pode ser sensivelmente representado perto da esteira de um cilindro vibrando, sob algumas condições de frequência, amplitude e número de Reynolds.

- Arruda [A3], em seu trabalho descreve o fenômeno da vibração eólica e suas implicações com relação às linhas de transmissão de energia. Ele apresenta os dispositivos adotados para reduzir os efeitos danosos das vibrações eólicas, incluindo os amortecedores de vibração de linhas de transmissão de energia elétrica e destaca a tendência de se otimizar o amortecedor Stockbridge.

- Dhotarad, Ganfsan e Rao [D2], estudaram vibrações em linhas de transmissão, bem como as várias formas de se reduzir estas vibrações usando amortecedores de vibrações. Neste estudo foi feita uma análise das vibrações em linhas de transmissão, usando um ou mais amortecedores do tipo Stockbridge perto do final de cada vão, para diferentes comprimentos de cabos. Neste trabalho eles também estudaram o efeito da localização do amortecedor em função da tensão máxima que eles causam na linha; compararam a tensão máxima produzida para várias potências de vento e usaram o método das diferenças finitas para achar a frequência natural do cabo condutor.

- Simmons e Cleary [S1], em seu trabalho, mostram um método para se estimar a amplitude de vibração induzida por vórtices em uma linha de transmissão de energia elétrica; isto é feito, baseado no conhecimento da potência aerodinâmica



transferida para um cilindro circular oscilando em fluxo de corrente.

- O trabalho de Barbosa [B2], fala sobre a avaliação da eficiência do amortecimento das oscilações de sub-vãos em linhas de transmissão; ele mostra que os problemas decorrentes da mobilidade dos condutores utilizados nas linhas de transmissão em EAT (Extra Alta Tensão), provocaram o desenvolvimento de acessórios especiais, entre os quais os dispositivos espaçadores que faz com que os cabos de cada fase fiquem na distância ótima de projeto e melhoram as condições de estabilidade do feixe.

- Em um dos seus trabalhos Ripper Neto [R2], faz um balanço de energia em uma linha de transmissão, ou seja, um balanço sobre a potência fornecida pelo vento ao condutor e a potência dissipada pelo condutor.

- Haydu e Menezes Jr. [H2], fizeram uma análise dos problemas de vibrações em linhas aéreas de transmissão de energia do sistema CHESF (Companhia Hidro Elétrica do São Francisco). Neste trabalho, eles estudaram a influência das características do cabo na frequência do movimento vibratório, a potência fornecida ao cabo pelo vento e a potência dissipada pelo condutor. Eles comentam também a respeito do Know-how adquirido pela CHESF, sobre tensão de esticamento e grampos de fixação dos cabos.

- Oliveira e Mansour [O1], neste trabalho, tratam do problema das vibrações de sub-vão em linhas de transmissão, ressaltando seus aspectos fundamentais.



- Richardson Jr. [R3], fez um estudo de parâmetros de projetos para controlar a aerodinâmica dos condutores que estão sujeitos ao galope.

Além destes trabalhos, ainda existem inúmeros outros trabalhos tais como: técnica para se medir a performance relativa para diferentes tipos de amortecedores, vibrações e forças induzidas por fluxo causadas pela formação de vórtices, efeitos dinâmicos em linhas de transmissão, amortecedor de Vibração reduz o perigo para linhas de transmissão, vibração eólica de tubos ao ar livre e seu auto-amortecimento, e além destes trabalhos, ainda existem outros que aqui não foram citados mas que são de grande valia para quem se dedica ao estudo de vibrações em linhas de transmissão de energia elétrica.

1.3 - Objetivos do trabalho

O trabalho aqui apresentado tem diversos objetivos, dentre os quais, apresentar os vários tipos de amortecedores usados no combate das vibrações causadas pela incidência do vento em linhas de transmissão de energia elétrica. Estudar o amortecedor Stockbridge para verificação da sua forma de funcionamento (dissipador ou absorvedor de energia), fazer um estudo matemático dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone e também compará-los experimentalmente.

É certo que já foram realizadas inúmeras pesquisas a respeito de linhas de transmissão de energia elétrica, sendo que o maior número de pesquisas estão voltadas para os amortecedores



de vibrações e para as vibrações eólicas dos cabos condutores, sendo que estes dois assuntos também são abordados neste trabalho. De uma forma bem geral, este trabalho tenta diferir dos demais, no momento em que é feito um estudo para verificação da forma de funcionamento do amortecedor Stockbridge e uma comparação dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone.

1.4 - Síntese dos capítulos

No capítulo 1 é feita uma introdução sobre o assunto aqui tratado, apresentando-se resumos de trabalhos anteriores sobre o mesmo tema, com o objetivo de se situar com maior propriedade em relação às pesquisas já realizadas e melhor delinear o presente trabalho. São apresentados também os objetivos deste trabalho, assim como uma síntese dos capítulos subsequentes do mesmo.

No capítulo 2, são descritos os tipos comuns de vibrações em linhas de transmissão, bem como suas conseqüências, tais como os prejuízos que elas trazem às ferragens, isoladores e estruturas, e especialmente aos cabos condutores, e também as formas existentes de se combater estes tipos de vibrações como, usar tensões dentro de limites recomendados, usar presilhas de fixação adequadas, utilizar armaduras e também utilizar amortecedores de vibração. Também são feitas algumas considerações energéticas a respeito da potência fornecida pelo vento ao condutor, potência dissipada pelo condutor, assim como considerações sobre a influência da tração mecânica no coeficiente de amortecimento do condutor.



No capítulo 3, explica-se o princípio de funcionamento dos amortecedores de vibração e são apresentados os diversos tipos de amortecedores existentes. Neste capítulo também são apresentados os seguintes amortecedores: Festão, Impacto, Braço Oscilante, Elgra, Torcional ou Haltere, Bouche, Hyball ou Linear, Pré-formado, Stockbridge e o amortecedor Dog-bone.

No capítulo 4, é feito um estudo sobre transmissibilidade de vibrações, absorvedores dinâmicos de vibração, balanço de energia em um sistema massa-mola-amortecedor, para aquisição de subsídios para se fazer a verificação da forma de funcionamento (dissipador ou absorvedor de energia) do amortecedor Stockbridge.

No capítulo 5 é feita uma análise matemática dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone.

No capítulo 6, é feita uma parte experimental, onde é feita uma identificação dos parâmetros dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone, e também é feita uma análise para verificar a eficiência destes dois tipos de amortecedores.

O capítulo 7 é o capítulo final deste trabalho e nele são apresentados os comentários e as conclusões.



CAPÍTULO 2

CAUSAS, EFEITOS E FORMAS DE COMBATE DAS VIBRAÇÕES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 - Tipos de vibrações

Com a observação do comportamento dos cabos condutores nas linhas de transmissão de energia elétrica, foi possível notar a presença de três tipos principais de vibrações: galloping ou galope, oscilações de sub-vão ou de rotação e vibrações eólicas, as quais serão tratadas a seguir.

2.1.1 - Galloping (Galope)

São oscilações com grandes amplitudes quando comparadas com o diâmetro do cabo condutor e de baixas frequências.

O galope é proveniente da deposição de uma camada de



gelo sobre o cabo condutor que o torna aerodinamicamente instável. Tal fenômeno é característico das regiões de clima frio, onde podem ocorrer o depósito de gelo nos cabos condutores, tornando não circulares a seção global sujeita ao escoamento fluido. É sabido que ele ocorre com freqüência no Canadá e no nordeste dos Estados Unidos, quando a temperatura fica abaixo de 0°C e sopram na região ventos muito fortes. Este fenômeno ocorre em geral para ventos de 16 a 64 km/h. As amplitudes de vibração dos condutores podem chegar a 12m, para uma faixa de freqüências que varia de 1 a 2 Hz.

Este tipo de oscilações são tidas como vibrações auto-excitadas causadas pela incidência do vento sobre o condutor, no qual, devido a deposição de gelo, sua seção transversal deixa de ser circular e torna-se como mostra a figura 2.1, que será considerada como uma barra de seção transversal não circular.

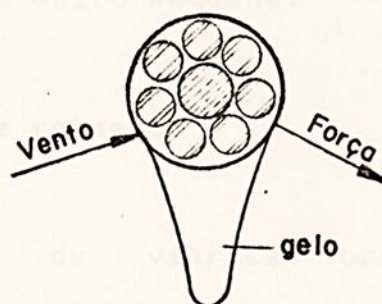


Figura 2.1 - Seção transversal de condutor com deposição de gelo.

Quando o gelo que vai se depositando sobre o condutor adquire uma seção transversal como a mostrada na figura 2.1, tem-se um caso de instabilidade dinâmica. Se por uma razão qualquer o condutor adquirir uma pequena velocidade para cima, a ação do

vento vai empurrá-lo ainda mais para cima, até que a ação da força elástica ou de mola do condutor freie o movimento. Desse modo a força elástica move o condutor para baixo, em cujo processo o vento ajuda novamente, e as pequenas vibrações rapidamente transformam-se em grandes vibrações. A experiência tem mostrado que condutores com mais de 38mm de diâmetro, frequentemente estão mais sujeitos ao galope do que os condutores com diâmetros menores. Isto parece ser devido significativamente a grande rigidez torcional de grandes condutores, na qual, varia com a quarta potência do diâmetro do condutor [E1].

O aumento nas amplitudes de vibrações acarretam grandes prejuízos, pois causam curtos-circuitos, rompem-se os fios condutores, destroem-se ferragens, estruturas, isoladores, etc.

Existem dispositivos atenuadores destes tipos de vibrações e mais especificamente no caso do Galloping, são usados amortecedores de vibrações com massas muito grande, pois a frequência de vibração é muito pequena.

2.1.2 - Oscilações de rotação

Este tipo de vibração ocorre na região de ar rarefeito ou de vácuo parcial, são causadas por ventos de grandes velocidades (ou tufões) nas proximidades da linha de transmissão. Quando a rarefação do ar equivale ao peso do condutor, os esforços que normalmente atuam perdem a componente vertical, ocorrendo conforme a variação do vento, rotações incontroláveis dos condutores. Rotações estas elípticas em anti-



fase, na direção predominantemente horizontal. A faixa de amplitudes é por volta de 50 a 80mm e possui frequências na ordem de 1 a 2 Hz.

Estas oscilações ocorrem geralmente para ventos cujas velocidades variam de 28Km/h a 72Km/h. Este tipo de vibração também é indesejável e trás consigo sérios prejuízos, sendo o principal deles o curto-circuito. O modo de se combater este tipo de vibração é muito difícil, pois exige um estudo específico das condições climáticas por onde a linha de transmissão atravessa.

2.1.3 - Vibrações eólicas

É a que ocorre com maior frequência nas linhas de transmissão. Por ser o objeto de estudo principal deste trabalho este tipo de vibração será tratado com mais profundidade a seguir.

2.2 - Estudo do fenômeno e origem das vibrações eólicas

Considerando uma peça cilíndrica (figura 2.2), exposta à ação de um vento contínuo que atua perpendicularmente ao seu eixo, verifica-se que este vento provoca a formação e o desprendimento de vórtices alternados, espaçados em intervalos regulares, próximos a superfície da peça e do lado oposto ao de incidência do vento.

Em consideração aos estudos efetuados por von Karman,



estes vórtices são usualmente conhecidos por vórtices de Karman [D13].

Particularmente para o caso de um cabo condutor sujeito à ação de um vento contínuo, a formação destes vórtices nos lados superior e inferior do cabo condutor, fazem com que o ar escoe mais rapidamente, primeiro em torno de um lado e depois em torno do outro lado. Isto provoca velocidades distintas na parte superior e inferior do cabo que dão origem a pressões desiguais, encontrando-se a superfície de menor pressão do lado da maior velocidade.

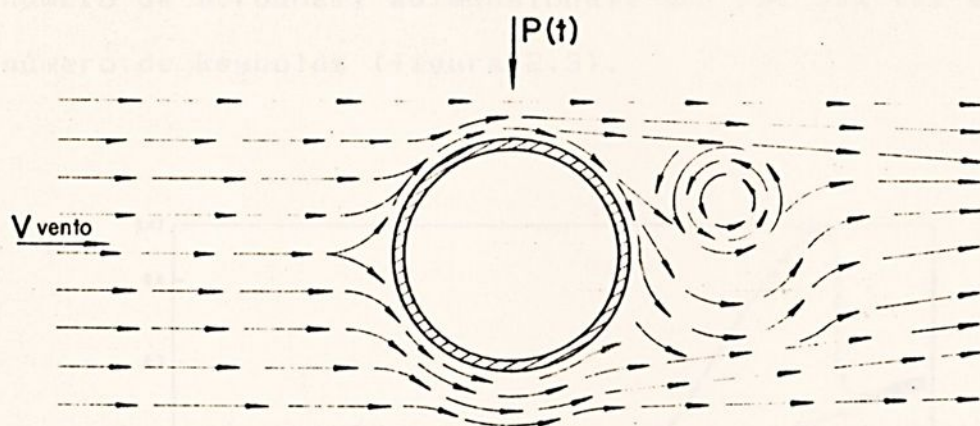


Figura 2.2 - Formação e desprendimento de vórtices.

A variação da pressão causa forças verticais cujo sentido se alternam, fazendo com que o cabo oscile, iniciando assim o movimento vibratório do cabo condutor.

Analisando-se o fenômeno vibratório que é caracterizado pela ação do vento sobre o cabo condutor, tem-se que a frequência das forças alternadas que atuam no cabo condutor, é a mesma com

que os vórtices se formam e está relacionada com a velocidade do vento e com o diâmetro do cabo condutor, de acordo com a seguinte expressão:

$$f = S \frac{V}{D} \quad (2.1)$$

onde,

f = frequência de oscilação [Hz];

V = componente da velocidade do vento, normal ao cabo condutor [m/s];

D = diâmetro do cabo condutor [m];

S = número de Strouhal, adimensional, que por sua vez é função do número de Reynolds (figura 2.3).

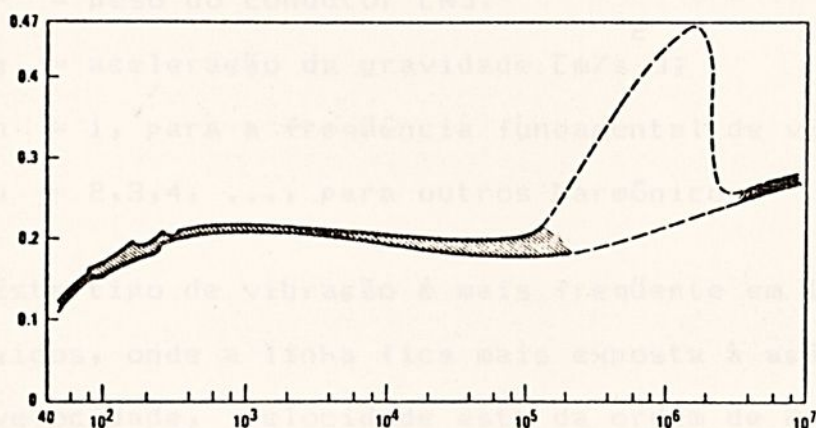


Figura 2.3 - N. de Strouhal x n. de Reynolds.

Em geral para cabos condutores, o valor do coeficiente "S" é tomado como sendo igual a 0,185 para uma faixa do número de Reynolds variando de 500 a 10⁵ [A1].

Se em um determinado vão a frequência da força de

excitação, proveniente da ação do vento, corresponder aproximadamente a uma das freqüências naturais do cabo, este tenderá a vibrar num plano vertical e a amplitude destas vibrações tende a ser bastante considerável.

Desprezando-se o amortecimento nas extremidades do vão e a rigidez própria do cabo condutor, a freqüência de ressonância do mesmo é dada por

$$f_r = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{Tg}{p}} \quad (2.2)$$

onde,

f_r = freqüência de ressonância do condutor [Hz];

L = comprimento do vão [m];

T = tração do condutor [N];

P = peso do condutor [N];

g = aceleração da gravidade [m/s^2];

$n = 1$, para a freqüência fundamental de vibração;

$n = 2, 3, 4, \dots$, para outros harmônicos.

Este tipo de vibração é mais freqüente em locais planos e desprotegidos, onde a linha fica mais exposta à ação dos ventos de baixa velocidade, velocidade esta da ordem de 2 a 40 km/h. Estas vibrações tem freqüência alta que podem variar de 3 a 120 Hz e amplitudes pequenas que variam em torno de um diâmetro do cabo condutor.

Os casos mais críticos de vibrações eólicas de condutores, são devidos a ventos de velocidade relativamente pequena e constante, soprando por um tempo razoavelmente longo. A

relativa ausência de vibrações a altas velocidades de vento pode ser atribuída em parte à sua turbulência que não favorece à formação dos vórtices.

Uma outra forma de se explicar a não vibração dos cabos condutores a altas velocidades de ventos é que de acordo com a equação de Strouhal, altas velocidades causam altas frequências de vibração, e o auto-amortecimento ou dissipação interna de energia do condutor aumenta muito rapidamente com a frequência [A2].

2.3 - Conseqüências das vibrações

As conseqüências das vibrações são as mais diversas possíveis, dentre elas as mais importantes são os prejuízos que trazem às ferragens, isoladores e estruturas, e especialmente aos cabos condutores.

Como resultado das vibrações do condutor, as contínuas deformações internas nos fios que compõem o cabo condutor, acabam por provocar a fadiga e a abrasão, podendo ambos levarem os fios à ruptura.

As maiores deformações ocorrem nos pontos de fixação dos cabos, ou seja, junto aos grampos de fixação; nestes pontos, o condutor está submetido a elevadas solicitações mecânicas causadas pelas amarrações, e é justamente aí que tem sido observadas as falhas do condutor. Estas falhas ocorrem em geral nos fios de alumínio, que tem um limite de resistência a fadiga menor que a do aço.



É certo que quanto maior a tensão mecânica aplicada aos condutores, mais críticos se tornam estes danos. Outro fator também muito importante é a imobilidade do grampo de suspensão e da cadeia de isoladores.

2.3.1 - Rompimento dos cabos condutores

Os cabos condutores podem se romper por fadiga do material e por abrasão, sendo que os dois tipos são progressivos e podem ocorrer juntos. Normalmente, a abrasão que é o desgaste por efeito do atrito contínuo ao longo do tempo, evidênciam-se mais rapidamente.

A boca do grampo de suspensão é o local onde provavelmente se dá o rompimento do condutor, pois, neste ponto do grampo de suspensão uma parte do condutor vibra e a outra é forçada pela ferragem de fixação a ficar rígida, ocorrendo deste modo um ponto fixo de flexão no condutor, onde com certeza vai ocorrer a fadiga do material.

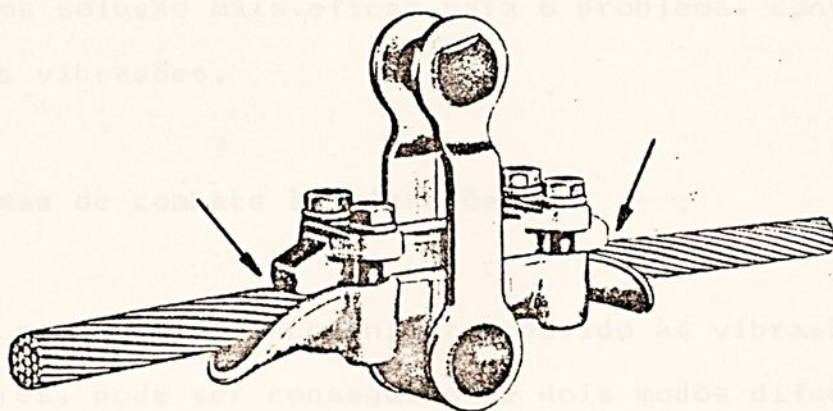


Figura 2.4 - Local onde ocorre a ruptura do condutor.

Apesar das camadas mais internas de fios que compõem o cabo condutor não serem as mais solicitadas pelos esforços produzidos pelo grampo de fixação, normalmente os primeiros rompimentos ocorrem nestas camadas. Desta forma fica difícil se fazer uma manutenção preventiva, pois, os fios rompidos não poderão ser vistos, porque estão encobertos pela camada externa de fios. Através de uma verificação visual, nós só veremos os rompimentos que já atingiram quase que totalmente a seção do cabo condutor.

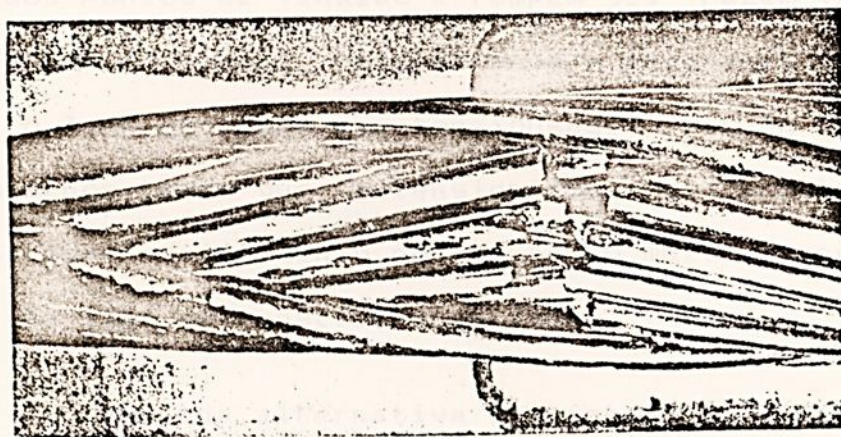


Figura 2.5 - Danos causados ao condutor.

Uma solução mais eficaz para o problema, consiste em se controlar as vibrações.

2.3.2 - Formas de combate às vibrações

O combate aos inconvenientes devido às vibrações eólicas dos condutores, pode ser conseguido de dois modos diferentes:

1 - O que se deve evitar na construção das linhas para não se

ter vibrações excessivas.

2 - O que pode ser feito para minimizar as vibrações e suas conseqüências em linhas já construídas.

A primeira alternativa é conseguida, fazendo-se modificações nas características das linhas, de maneira que elas sejam desfavoráveis as vibrações, tais como; diminuir os comprimentos de alguns vãos, aumentar o número de estruturas de ancoragem e usar tensões dentro de limites recomendados. Condutores muito tensionados vibram com maior intensidade, trazem logo fadiga aos pontos de fixação e rompem-se. Fazem vibrar todas as demais partes da linha, prejudicando a segurança da construção. Por outro lado os cabos não tensionados, também se rompem e as vezes em menos tempo que os tensionados. Isto acontece quando são deixados sem tensionamento por um tempo muito grande, como por exemplo, na fase de construção da linha.

A segunda alternativa consiste no aperfeiçoamento das presilhas de suspensão. O ponto crítico de rompimento dos cabos é na extremidade da peça de fixação. Uma transição brusca, um ângulo vivo em qualquer presilha são pontos que danificarão o condutor. As presilhas de suspensão e de ancoragem devem ter terminais de abertura suave e progressiva.

As presilhas de suspensão devem apresentar uma articulação que acompanha o mais fielmente possível, os movimentos do cabo e reduza as solicitações nas seções próximas à fixação. O corpo das presilhas deve ser longo o suficiente para que as tensões introduzidas em uma extremidade, não se somem com às da outra extremidade e também, para permitir um afrouxamento



progressivo dos cabos nas suas extremidades. As presilhas devem ser curvas, permitindo que o cabo saia o mais tangencialmente possível, reduzindo desta forma a tensão do condutor nos pontos críticos.

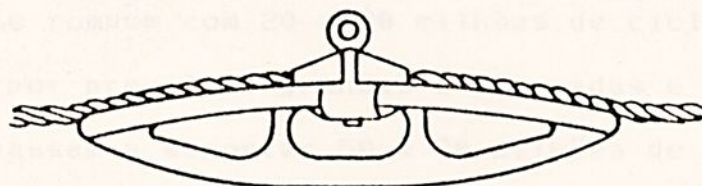


Figura 2.6 - Presilha tipo longo.

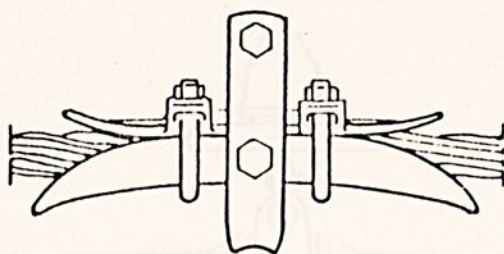


Figura 2.7 - Presilha arredondada.

Fazendo-se uma proteção com tiras de alumínio junto às presilhas de fixação, consegue-se reduzir e distribuir os esforços estático e dinâmico no condutor. Esta proteção faz com que a rigidez do cabo aumente, diminuindo desta forma a amplitude de vibração. Com o aperfeiçoamento da técnica de capear o condutor, surgiram as armaduras, chamadas em inglês de "armorrods".

A função das armaduras é aumentar a área e a rigidez do condutor na seção de fixação, diminuindo o movimento vibratório alternado do cabo na vertical. As armaduras cônicas e as pré-

formadas são as mais utilizadas. É extremamente importante que as armaduras sejam bem ajustadas ao condutor, para que realmente venham a ter efeito. A redução das vibrações quando se emprega armaduras é da ordem de 10 a 20%.

Os cabos ACSR (condutor de alumínio reforçado com alma de aço) que se rompem com 20 a 30 milhões de ciclos [A2], quando são fixados por presilhas grandes e adequadas e protegidas por armaduras, passam a suportar 50 a 80 milhões de ciclos, o que já representa uma grande melhora, embora ainda não sendo o suficiente para que a linha passe a ter uma duração economicamente satisfatória.

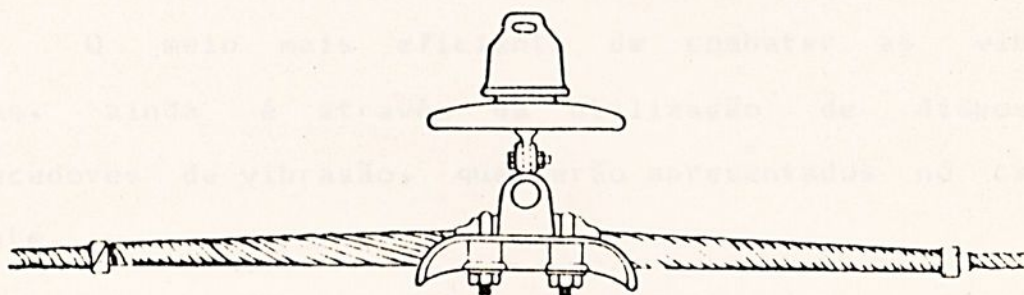


Figura 2.8 - Armadura cônica.

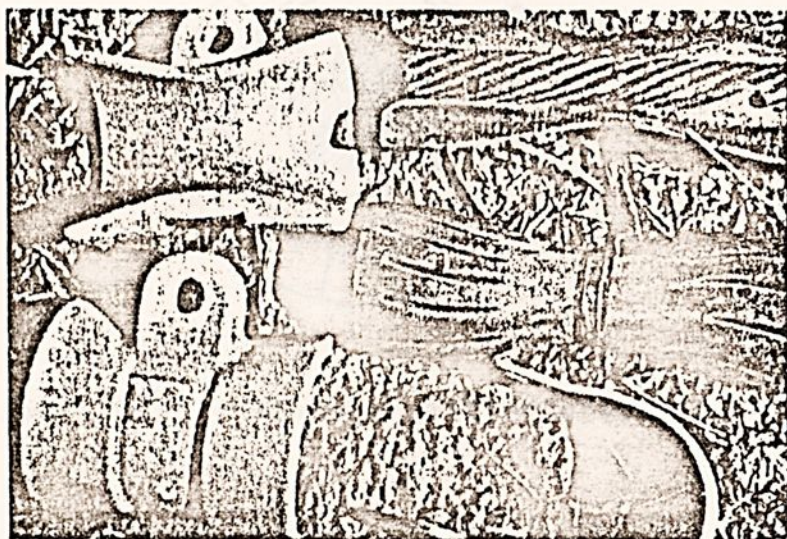


Figura 2.9 - Armadura pré-formada.

Prosseguindo nos métodos de reduzir os efeitos das vibrações, também existem os cabos anti-vibratórios.

Desde alguns anos atrás, vêm-se estudando os cabos anti-vibratórios, e este estudo prossegue sendo realizado pelas fábricas produtoras de cabos de alumínio e aço. Este tipo de cabo é composto por uma alma de aço livre para se movimentar, cujo diâmetro é menor que a cavidade formada pelos fios de alumínio externo. A folga existente entre a alma de aço e a cavidade, varia de 1 a 3mm [A2], e evita que a capa externa vibre junto com a alma de aço e o atrito entre ambos, faz com que a vibração seja reduzida.

O meio mais eficiente de combater as vibrações eólicas, ainda é através da utilização de dispositivos amortecedores de vibração, que serão apresentados no capítulo seguinte.

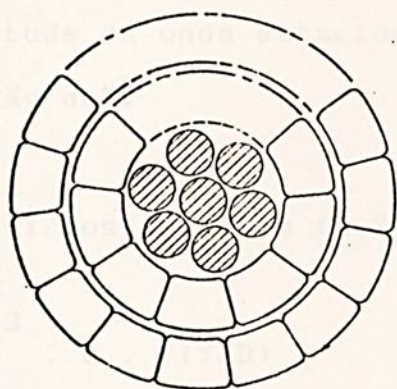


Figura 2.10 - Condutor anti-vibratório.

2.4 - Considerações energéticas

2.4.1 - Potência fornecida pelo vento

A tendência do movimento vibratório do cabo condutor é aumentar até que a taxa de variação da energia fornecida pelo vento se igual à de dissipação de energia no cabo.

As pesquisas experimentais realizadas em laboratório, permitiram concluir que a potência máxima fornecida pelo vento ao cabo condutor, pode ser expressa por:

$$P_v = L \cdot f^3 \cdot D^4 \cdot F(Y/D) \quad (2.3)$$

onde,

P_v = potência fornecida pelo vento [W];

L = comprimento do vão [m];

f = frequência de oscilação [Hz];

D = diâmetro do condutor [m];

Y = amplitude da onda estacionária de vibração [m];

F = "função de".

Se substituirmos (2.1) em (2.3), obtém-se:

$$P_v = S \cdot V^3 \cdot D^3 \cdot F(Y/D) \quad (2.4)$$

2.4.2 - Potência dissipada pelo condutor

A potência fornecida pelo vento ao condutor, é dissipada, perdida ou neutralizada em um vão por diversos meios:



1. transferência à estrutura e seus componentes e até ao solo,
2. transferência do condutor aos vãos adjacentes,
3. dissipação por fricção resultante do movimento relativo entre os fios do cabo condutor, e
4. dissipação por atrito com o ar.

Destes tipos de perdas, a parcela de maior capacidade de atenuação das vibrações é a fricção entre os fios do cabo condutor.

Se dentro de um determinado vão não houver outra fonte de dissipação de energia, como por exemplo, dispositivos amortecedores de vibração, toda potência fornecida pelo vento será dissipada destas formas ditas acima.

A figura 2.11, mostra curvas características da potência fornecida pelo vento ao cabo condutor e da potência dissipada pelo cabo condutor em função da amplitude do movimento do cabo.

Deve ser notado que o ponto de equilíbrio está caracterizado por uma amplitude relativamente grande, sendo conveniente que esta amplitude seja reduzida a um valor mínimo, cujo valor não represente nenhum perigo para o condutor.



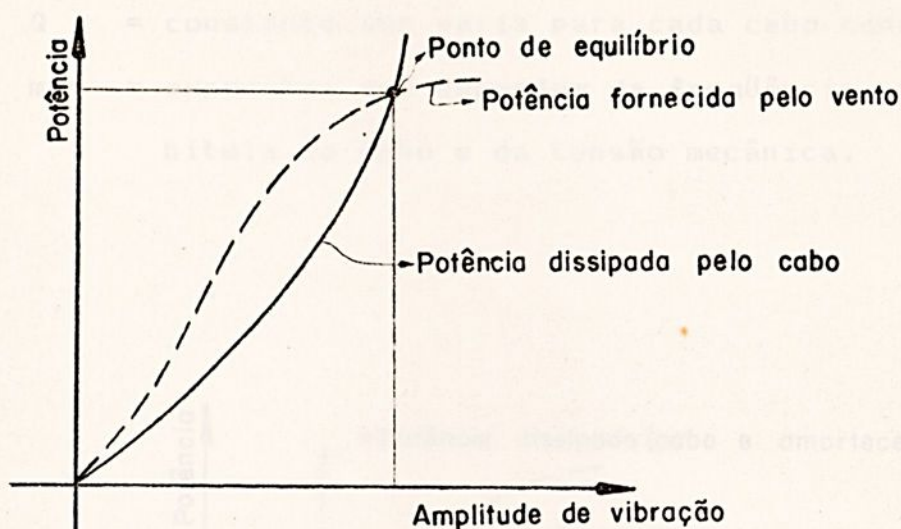


Figura 2.11 - Curvas características da potência fornecida pelo vento e da potência dissipada, em função da amplitude do movimento.

Utilizando-se dispositivos amortecedores de vibração, faz-se com que o equilíbrio de potência ocorra para pequenas amplitudes de vibração, modificando consideravelmente a curva que representa a potência dissipada pelo cabo. A figura 2.12 mostra bem este fato.

Diversos ensaios realizados com a finalidade de se determinar a potência dissipada nos cabos condutores, fornecem a seguinte expressão:

$$P_d = Q \cdot Y^m \cdot f^n \cdot L \quad (2.5)$$



onde, Tensão mecânica nos condutores

P = potência dissipada pelo condutor [W];

d

Q = constante que varia para cada cabo condutor;

m, n = expoentes que dependem da frequência, amplitude, bitola do cabo e da tensão mecânica.

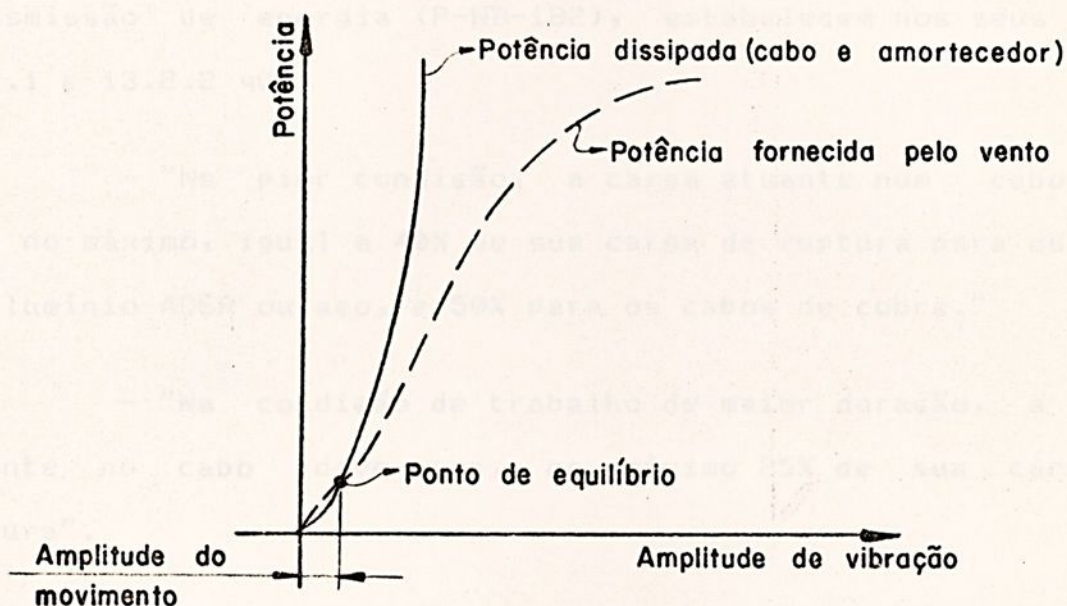


Figura 2.12 - Amplitude do movimento durante a ocorrência do equilíbrio de potência.

A amplitude de vibração de um vão tende a crescer, até que a potência fornecida pelo vento e a dissipada no vão se igualem. A energia contida no vão torna-se constante e uma vibração estacionária é mantida nesta amplitude.

2.4.3 - Tensão mecânica nos condutores

TIPOS DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

O aumento da tensão mecânica causa entre os fios que compõem o cabo condutor uma maior união, diminuindo-se assim o movimento relativo entre eles e, como consequência disso, a capacidade do condutor de auto-dissipação de energia; por este motivo, a tensão deve ser tão baixa quanto economicamente viável.

As normas da ABNT para projetos de linhas aéreas de transmissão de energia (P-NB-182), estabelecem nos seus itens 13.2.1 e 13.2.2 que:

- "Na pior condição, a carga atuante num cabo deve ser, no máximo, igual a 40% de sua carga de ruptura para os cabos de alumínio ACSR ou aço, e 50% para os cabos de cobre."

- "Na condição de trabalho de maior duração, a carga atuante no cabo deve ser, no máximo 25% de sua carga de ruptura".

Esses limites basearam-se no uso de dispositivos especiais para evitar falhas por fadiga e o desgaste do cabo por atrito com os grampos. Quando tais procedimentos não são seguidos, tensões menores devem ser utilizadas.



TIPOS DE AMORTECEDORES DE VIBRAÇÃO

3.1 - Introdução

A função dos amortecedores é minimizar as vibrações causadas pelo vento, próximo do local de fixação do cabo condutor. A minimização destas vibrações faz com que os níveis de esforços dinâmicos e a energia transmitida para torre ou para vãos adjacentes sejam reduzidos.

Com a utilização de amortecedores adequados é possível a redução da ordem de 80 à 90% do seu valor, ficando assim dentro de limites aceitáveis que não são prejudiciais ao cabo condutor.

O princípio de funcionamento dos amortecedores é baseado na dissipação de energia por fricção interna do material ou devido ao movimento relativo de elementos que constituem o



amortecedor.

Os amortecedores quando bem utilizados, garantem a vida do condutor por um tempo muito maior, mas, para tanto, é necessário que tenham dimensões e pesos certos e também que sejam instalados nos pontos corretos da linha, sua instalação pode ser feita com a linha energizada ou não.

3.2 - Amortecedor tipo Festão [A2,F1,M1,M3,P1]

É composto por um cabo de material com características semelhantes às do cabo condutor; normalmente ele é feito com sobras do próprio condutor ou com pedaços de cabos; seu comprimento varia de acordo com o tamanho do vão, sendo de 3 a 5 metros; ele deve ser fixo de cada lado das presilhas de suspensão, formando desta maneira um laço.

Seu princípio de funcionamento é baseado na capacidade de dissipação de energia por fricção que um cabo não tensionado possui.

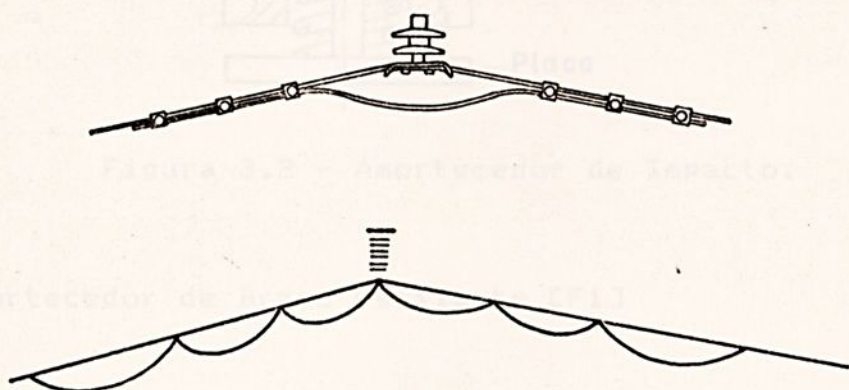


Figura 3.1 - Amortecedor tipo Festão ou Bretelle.

A instalação desse tipo de amortecedor em relação aos outros tipos leva bem mais tempo e ele também não pode ser instalado com a linha energizada.

3.3 - Amortecedor de Impacto (massa mola) [F1,M3]

Ele consiste de uma massa sustentada por uma mola e uma barra presa a uma placa. O amortecimento da vibração do condutor ocorre pela dissipação de energia. Seu funcionamento é da seguinte forma: a barra vibra com o condutor e a massa se desloca alternadamente comprimindo e descomprimindo a mola, o impacto da placa contra a massa provoca a dissipação de energia.

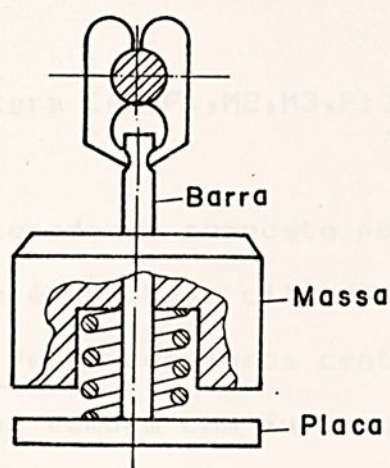


Figura 3.2 - Amortecedor de Impacto.

3.4 - Amortecedor de Braço Oscilante [F1]

Este tipo de amortecedor foi um dos primeiros dispositivos usado na redução das vibrações do condutor causadas

pelo vento. Ele é composto por uma viga que é chamada de braço oscilante e de um anel de impacto, que são fixados ao cabo condutor.

A redução das amplitudes de vibração, ocorre devido ao impacto da extremidade móvel do braço oscilante com o anel de impacto, havendo assim uma dissipação de energia.

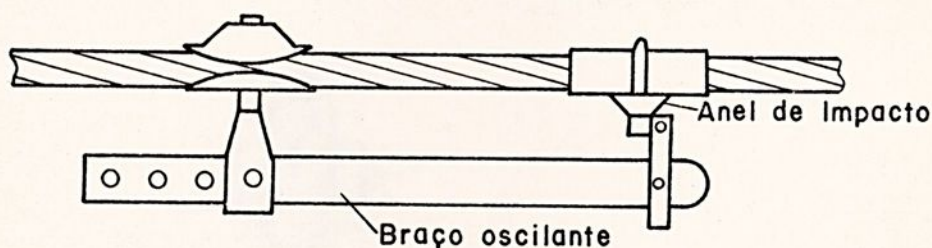


Figura 3.4 - Amortecedor de Braço Oscilante.

3.5 - Amortecedor Elgra [A2,F1,M2,M3,P1]

Este amortecedor é composto por tirante, contrapeso e arruelas. O tirante é uma base cilíndrica articulada, os contrapesos são discos de ferro com furos centrais e as arruelas são de borracha ou neoprene também com furos centrais; tanto os contrapesos como as arruelas são colocados alternadamente sobre a base cilíndrica.

Este dispositivo transforma a energia transferida pelo vento ao condutor em calor pela compressão das arruelas de borracha ou neoprene, na fricção interna destas.

Ele absorve cerca de 90% das vibrações, quando é

utilizado corretamente; seu uso é por tempo ilimitado, pois, não sofre fadiga.

Este amortecedor é de patente sueca, e tem sido bastante utilizado na península Escandinávia. Em nosso país, eles são fabricados sob licença e são usados em linhas de transmissão de grandes extensões, sendo que em algumas, ele já consta ter mais de 10 anos de funcionamento.

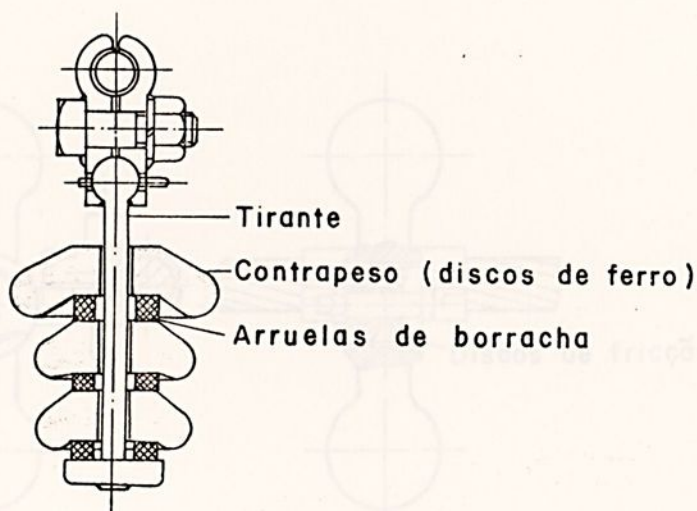


Figura 3.5 - Amortecedor Elgra.

3.6 - Amortecedor Torcional ou Haltere [A2,F1,M3]

É um amortecedor que tem um peso fixado a uma alavanca inclinada que tende a torcionar o condutor e seu movimento é amortecido por discos de fricção; ele é devolvido à posição inicial por mola.

Ele funciona transformando a energia mecânica em calor, devido a fricção dos discos.

Este tipo de amortecedor é bastante difundido, mas grande é o número de rupturas de cabos condutores causadas pela sua falha devido ao desgaste dos discos de fricção.

Ensaio experimentais feitos no Canadá demonstraram que com o uso de dois amortecedores torcionais por vão, consegue-se mais amortecimento do que o necessário, fornecendo assim uma proteção adequada.

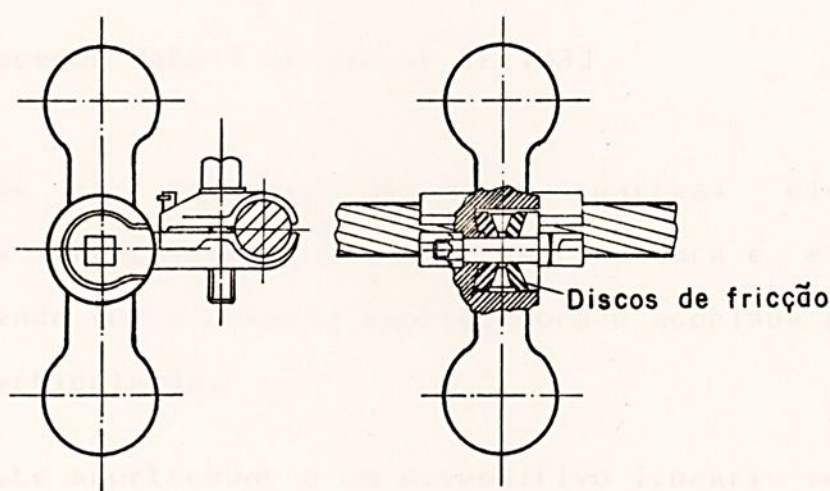


Figura 3.6 - Amortecedor Torcional ou Haltere.

3.7 - Amortecedor Bouche [F1]

Ele é composto de uma massa de concreto e de duas molas helicoidais. Ele transforma a energia fornecida pela vibração do condutor em calor, através do impacto entre a massa de concreto e a placa que também compõe o condutor.

Ele é fabricado pela Vibration Control Co., Pasadena,

Califórnia e este tipo de amortecedor encontra-se em testes em diversos locais nos EUA.

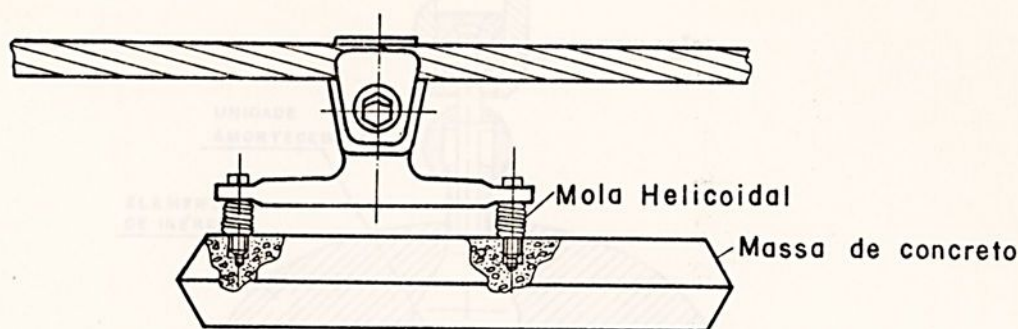


Figura 3.7 - Amortecedor Bouche.

3.8 - Amortecedor Hyball ou Linear [F1,M3]

Ele é composto de quatro partes: elemento de acoplamento, articulação, unidade amortecedora e elemento de inércia, sendo que a unidade amortecedora é acoplada ao condutor através da articulação.

Este amortecedor é um dispositivo linear, semelhante a um amortecedor a pistão, proporcionando desta maneira um amortecimento viscoso.

Sua instalação pode ser feita com a linha energizada, mas para tanto é necessário que se utilize equipamentos especiais de linha viva. A vida média deste amortecedor é de cerca de 30 anos.

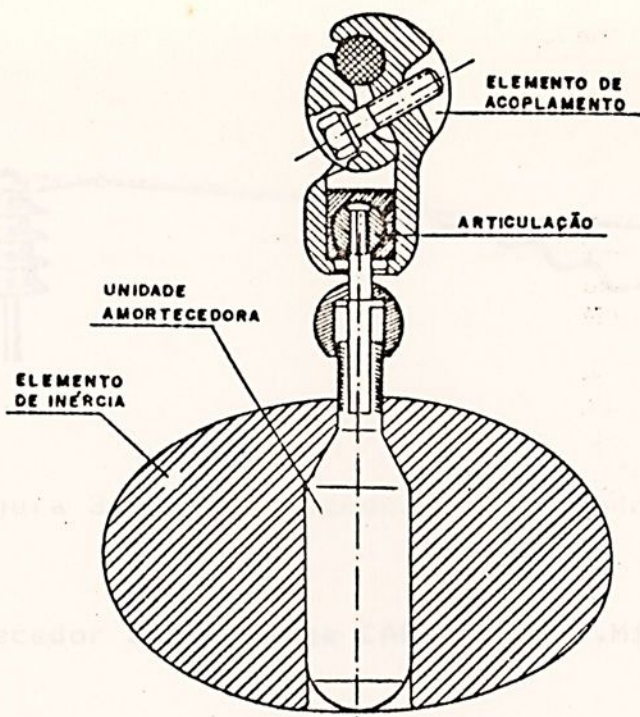


Figura 3.8 - Amortecedor Hyball ou Linear.

3.9 - Amortecedor Pré-formado [M1]

O amortecedor pré-formado é feito de uma peça de plástico com seção circular, moldada em forma helicoidal. O material usado na sua fabricação é o cloreto de polivinila.

Este amortecedor é enrolado no condutor, sendo que mais ou menos $1/5$ do seu comprimento é enrolado mais apertado, o que garante a sua fixação ao condutor, e o restante do seu comprimento, fica livre e devido ao movimento relativo entre o cabo e o amortecedor, é que se dá a redução das vibrações no condutor.

Este amortecedor é de fácil instalação, mesmo em linhas energizadas, pois, a sua forma e seu peso baixo contribuem na sua colocação.

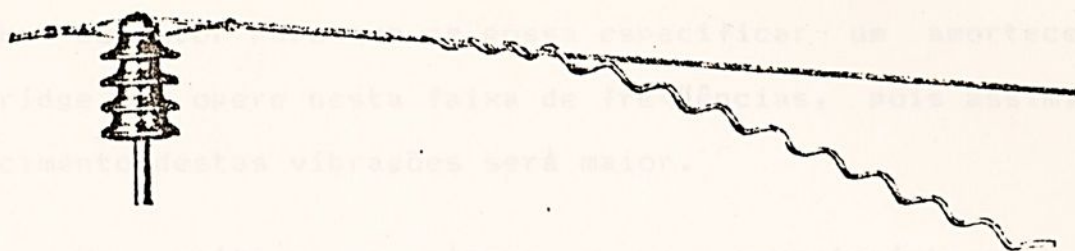


Figura 3.9 - Amortecedor Pré-formado.

3.10 - Amortecedor Stockbridge [A2,C1,E2,F1,M1,M3,P1]

Foi desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, e até os dias de hoje é o amortecedor de maior aceitação mundial. Ele é composto de um cabo mensageiro feito de fios de aço com duas massas fixadas simetricamente em cada extremo do cabo e é preso ao condutor através de uma presilha localizada no centro do amortecedor.

A dissipação de energia, ocorre através do amortecimento histerético e Coulumbiano; o amortecimento histerético é obtido do material que compõe os fios do cabo mensageiro e o Coulumbiano, devido a fricção entre os fios quando as duas massas oscilam. Este amortecedor trabalha em oposição de fase com o condutor e reduz em cerca de 90% as vibrações, tornando-as sem perigo para os condutores.

O amortecedor Stockbridge, possui dois modos de vibrar e conseqüentemente duas frequências naturais, e sua eficiência diminui muito quando ele trabalha fora da região destas duas

freqüências.

É necessário que se conheça as freqüências de vibração do cabo condutor para que se possa especificar um amortecedor Stockbridge que opere nesta faixa de freqüências, pois assim, o amortecimento destas vibrações será maior.

Na prática o número e as características dos amortecedores a serem instalados em uma linha de transmissão são determinados pelo diâmetro do cabo e pelo comprimento do vão.

Os amortecedores têm posição definida [F1] em relação ao grampo de suspensão e podem ser calculados pela seguinte fórmula:

$$S = 0,0013 D \sqrt{C} \quad (3.1)$$

$$C = \frac{T}{P} \quad (3.2)$$

onde:

S = distância entre o amortecedor e o grampo de suspensão, em [m];

D = diâmetro do condutor, em [mm];

C = parâmetro da catenária, em [m];

T = tensão média de serviço, em [N];

P = peso do condutor, em [N].

Diversos amortecedores derivam do amortecedor Stockbridge, sendo alguns deles:

- Amortecedor Vibless



- Amortecedor Dulmison ES-1
- Amortecedor Dulmison ES-2
- Amortecedor Varispond-Dulmison
- Amortecedor Salvi 4-R
- Amortecedor Dog-bone

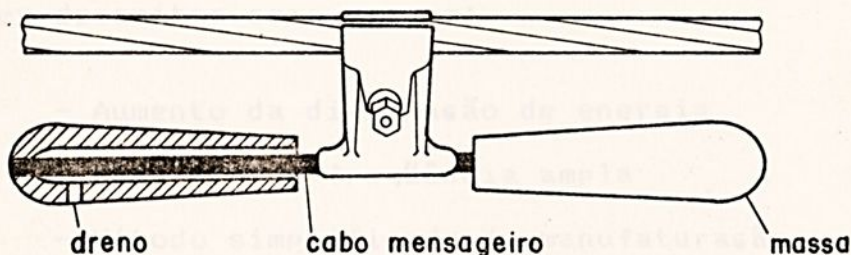


Figura 3.10 - Amortecedor Stockbridge.

3.11 - Amortecedor Dog-bone [H1]

Dentre os amortecedores citados que derivam do amortecedor Stockbridge, vale a pena ressaltar o amortecedor Dog-bone.

O amortecedor Dog-bone é um dispositivo moderno para combater vibrações em linhas de transmissão; ele guarda os dois modos flexionais de vibrar do amortecedor que lhe deu origem, o amortecedor Stockbridge, introduzindo mais um modo torcional de vibração, tendo portanto, um total de três graus de liberdade e, conseqüentemente três frequências naturais. Isto é conseguido através de contra pesos de massas iguais presas nas extremidades do cabo mensageiro. As frequências de ressonância para cada grau de liberdade é fixada pelas características do cabo mensageiro,

cabo mensageiro, seu comprimento livre e distribuição das massas. Até o presente diversos testes de campo foram realizados em várias regiões, e os resultados confirmam a eficiência deste amortecedor.

As vantagens do amortecedor de vibração Dog-bone são maiores do que as dos outros tipos de amortecedores conhecidos e podem ser descritas como seguem:

- Aumento da dissipação de energia
- Resposta de frequência ampla
- Método simplificado de manufaturação

Diversos setores têm confirmado e promovido a utilização, performance atual e vantagens deste tipo de amortecedor.

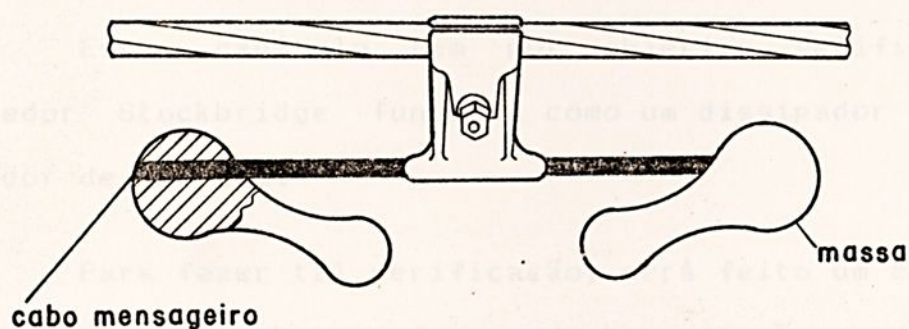


Figura 3.11 - Amortecedor Dog-bone.

4.2.1 ESTUDO DA FORMA DE AÇÃO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

Considere o sistema de figura 4.1.

Em muitos casos o sistema dinâmico é excitado pelo deslocamento da base, dada pela coordenada y . A coordenada x dá o deslocamento da massa M .



4.1 - Introdução

Este capítulo tem por objetivo verificar se o amortecedor Stockbridge funciona como um dissipador ou como um absorvedor de energia.

Para fazer tal verificação, será feito um estudo matemático abrangente sobre as formas de transmissão e de isolação das vibrações. Far-se-á também, um estudo sobre o balanço de energia para um sistema massa-mola-amortecedor, que serve de modelo para o amortecedor aqui estudado.

4.2 - Transmissibilidade

4.2.1 - Deslocamento da base

Considere o sistema da figura 4.1.

Em muitos casos o sistema dinâmico é excitado pelo deslocamento da base, dado pela coordenada y ; a coordenada x dá o deslocamento da massa M .

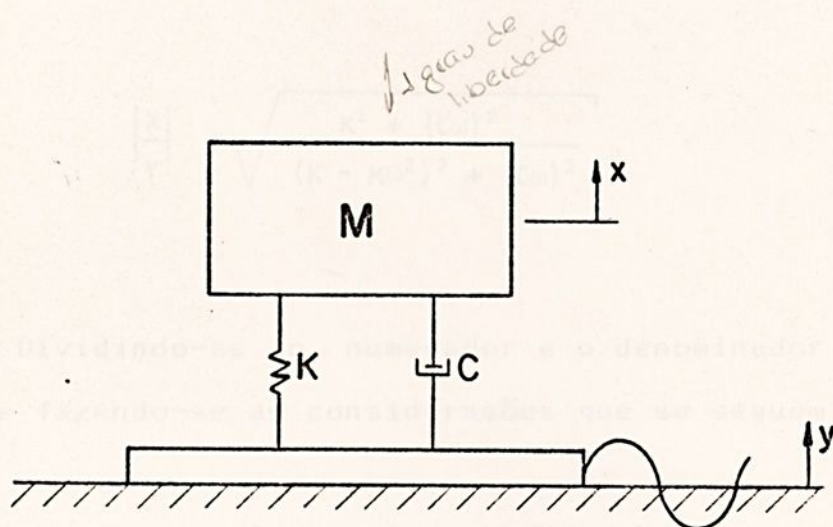


Figura 4.1 - Sistema amortecido com um grau de liberdade com excitação proveniente da base.

Aplicando a 2ª. lei de Newton obtém-se para o movimento da massa do sistema a seguinte equação diferencial:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = C\dot{y} + Ky. \quad (4.1)$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = C \frac{dy}{dt} + Ky$$

A solução desta equação pode ser obtida considerando-se que $y(t)$ e $x(t)$ são da seguinte forma:

$$M\ddot{x} = C(\dot{y} - \dot{x}) + K(x - y) \quad 41$$

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = C\dot{y} + Ky$$

$$y(t) = Y e^{i\omega t},$$

$$x(t) = X e^{i(\omega t + \phi)}.$$

Fazendo-se as devidas derivações e substituindo esses valores na equação 4.1, a amplitude da massa em relação à amplitude da excitação é dada por:

$$\left| \frac{X}{Y} \right| = \sqrt{\frac{K^2 + (C\omega)^2}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}}. \quad (4.2)$$

Dividindo-se o numerador e o denominador da equação 4.2 por K e fazendo-se as considerações que se seguem:

$$\Omega_n^2 = \frac{K}{M} : \text{freqüência natural do sistema,}$$

$$C_c = 2M\Omega_n : \text{amortecimento crítico,}$$

$$\epsilon = \frac{C}{C_c} : \text{fator de amortecimento e}$$

$$\frac{C\omega}{K} = \frac{C}{C_c} \frac{C_c \omega}{K} = 2 \epsilon \frac{\omega}{\Omega_n},$$

tem-se que:

$$\left| \frac{X}{Y} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\varepsilon \frac{\omega}{\Omega_n})^2}{(1 - \frac{\omega}{\Omega_n})^2 + (2\varepsilon \frac{\omega}{\Omega_n})^2}}, \quad (4.3)$$

que dá a razão entre os deslocamentos da massa do sistema e do deslocamento da base em função dos parâmetros que caracterizam o sistema e da frequência de excitação.

4.2.2 - Deslocamento do sistema

Considere o sistema abaixo, excitado por uma força externa $f(t) = F \text{ sen } \omega t$, aplicada diretamente na massa do sistema:

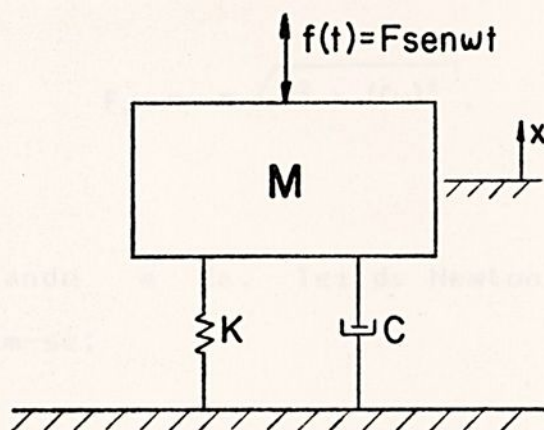


Figura 4.2 - Sistema amortecido com um grau de liberdade, excitado por uma força externa.

A figura 4.3, mostra um diagrama das forças que atuam no sistema da figura 4.2, cuja excitação é decorrente da ação de uma força externa.

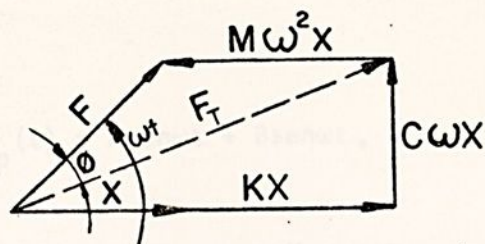


Figura 4.3 - Diagrama vetorial das forças atuantes na massa.

A força transmitida da massa principal à base através da mola e do amortecedor é dada por:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_m + \vec{F}_a, \quad (4.4)$$

$$|F_T| = \sqrt{(Kx)^2 + (C\omega x)^2},$$

$$F_T = x \sqrt{K^2 + (C\omega)^2}. \quad (4.5)$$

Aplicando a 2ª. lei de Newton para o sistema da figura 4.2, obtém-se:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F\sin\omega t. \quad (4.6)$$

A solução desta equação consiste de duas partes:

- a solução da equação homogênea que é do tipo:

$$x(t) = e^{st}, \quad (4.7)$$

e que neste caso representa uma vibração livre amortecida;

- a solução particular da equação devido a excitação, neste caso do tipo:

$$x_p(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t. \quad (4.8)$$

Substituindo-se a equação 4.8 na equação 4.6, obtém-se:

$$A = \frac{F (K - M\omega^2)}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2} \quad (4.9)$$

$$B = \frac{-F C\omega}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}. \quad (4.10)$$

Substituindo os valores de A e B na equação 4.8, ela torna-se:

$$x_p(t) = \frac{F (K - M\omega^2)}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2} \sin \omega t - \frac{F C\omega}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2} \cos \omega t \quad (4.11)$$

ou

$$x_p(t) = \frac{F}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2} \sin (\omega t - \phi). \quad (4.12)$$

Desta forma a equação 4.12 representa a amplitude do movimento permanente.

De (4.12) e (4.5) obtém-se:



$$\left| \frac{F_T}{F} \right| = \sqrt{\frac{K^2 + (C\omega)^2}{(K - M\omega^2)^2 + (C\omega)^2}}, \quad (4.13)$$

a qual, com as mesmas transformações introduzidas na seção 4.2.1, pode ser escrita na forma:

$$\left| \frac{F_T}{F} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\epsilon \frac{\omega}{\Omega_n})^2}{[1 - (\frac{\omega}{\Omega_n})^2]^2 + (2\epsilon \frac{\omega}{\Omega_n})^2}}. \quad (4.14)$$

Comparando-se as equações para $|F_T/F|$ e $|X/Y|$, respectivamente, conclui-se que ambas são idênticas. Cada uma destas razões é definida como sendo a transmissibilidade, denotada normalmente pela letra T . Quando o amortecimento é desprezível, a equação da transmissibilidade fica reduzida a:

$$T = \frac{1}{|1 - (\frac{\omega}{\Omega_n})^2|}. \quad (4.15)$$

A figura 4.4, expressa graficamente a transmissibilidade em função da razão de frequências. Nota-se no gráfico que o amortecimento é vantajoso apenas na região $\omega/\Omega_n < \sqrt{2}$, onde a transmissibilidade diminui; para valores de $\omega/\Omega_n > \sqrt{2}$, a presença do amortecimento faz com que a transmissibilidade aumente.

A presença do amortecimento, será necessária quando o sistema operar na ressonância ou nas suas proximidades, pois nessa região a amplitude da força transmitida torna-se muito grande, dessa forma é sempre desejável que se tenha algum amorte-

cimento para que haja dissipação de energia fazendo com que a amplitude da força transmitida seja reduzida.

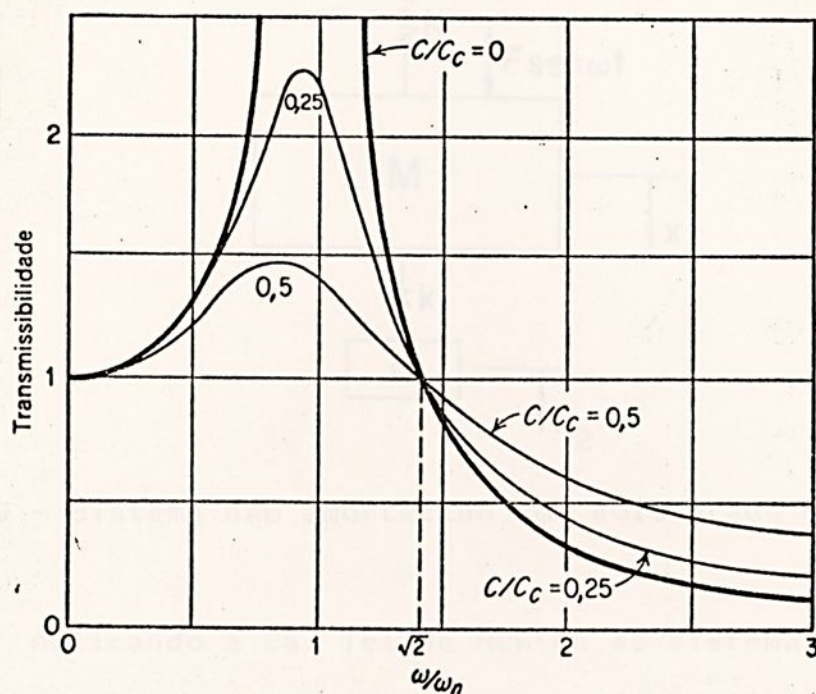


Figura 4.4 - Transmissibilidade em função da razão de frequências.

4.3 - Absorvedores dinâmicos de vibração

A finalidade do absorvedor dinâmico de vibrações é introduzir num sistema vibratório uma força igual e oposta à força excitadora do sistema a todo instante, isto é, defasada sempre de 180° , permitindo com isto que o sistema principal (M) permaneça estacionário, vibrando somente o absorvedor.

4.3.1 Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido

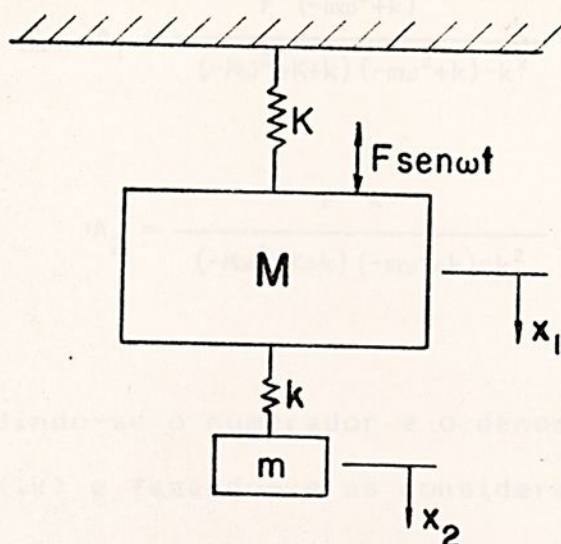


Figura 4.5 - Sistema não amortecido com dois graus de liberdade.

Aplicando a 2a. lei de Newton ao sistema, tem-se que:

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1 + (K+k)x_1 - kx_2 = F \text{ sen} \omega t \\ m\ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

A solução da equação 4.16, é do tipo:

$$\begin{cases} x_1(t) = A_1 \text{ sen} \omega t \\ x_2(t) = A_2 \text{ sen} \omega t \end{cases}, \quad (4.17)$$

as quais substituídas em (4.16) fornece:

$$\begin{cases} A_1(-M\omega^2 + K + k) - A_2 k = F \\ -A_1 k + A_2(-m\omega^2 + k) = 0 \end{cases}, \quad (4.18)$$

de onde se conclue que:

$$A_1 = \frac{F (-m\omega^2+k)}{(-M\omega^2+K+k) (-m\omega^2+k)-k^2} \quad (4.19)$$

e

$$A_2 = \frac{F k}{(-M\omega^2+K+k) (-m\omega^2+k)-k^2} \quad (4.20)$$

Dividindo-se o numerador e o denominador das equações 4.19 e 4.20 por $(K.k)$ e fazendo-se as considerações que se seguem:

$$X_{est} = \frac{F}{K} : \text{deflexão estática do sistema principal,}$$

$$\Omega_a^2 = \frac{k}{m} : \text{freqüência natural do absorvedor,}$$

$$\Omega_n^2 = \frac{K}{M} : \text{freqüência natural do sistema principal e}$$

$$\mu = \frac{m}{M} : \text{relação de massas =}$$

massa do absorvedor/massa de sistema principal

obtem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_1}{X_{est}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \frac{k}{K} - \left(\frac{\omega}{\Omega_n}\right)^2\right] - \frac{k}{K}}, \\ \frac{A_2}{X_{est}} = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \frac{k}{K} - \left(\frac{\omega}{\Omega_n}\right)^2\right] - \frac{k}{K}}. \end{array} \right. \quad (4.21)$$

O objetivo é fazer com que a massa principal permaneça estática, ou seja, a amplitude ideal para A_1 deveria ser igual a zero. Para que a amplitude A_1 da massa principal seja zero, deve-se então fazer com que o numerador de (4.21) seja igual a zero, de onde segue que:

$$\omega = \Omega_a;$$

conclui-se, portanto, que a frequência natural do absorvedor dinâmico deve ser igual à frequência da força de excitação.

Será calculada agora a amplitude de vibração do absorvedor, na situação anteriormente descrita, ou seja, $\omega = \Omega_a$:

$$A_2 = X_{est} \left(\frac{-k}{k} \right)$$

de onde segue, com

$$k = \frac{F}{X_{est}},$$

que

$$A_2 = -\frac{F}{k};$$

Portanto, é como se a força excitadora estivesse atuando diretamente sobre a mola k .

Com o sistema principal estático e a massa do absorvedor com movimento $-F/k \sin \omega t$, a força da mola do absorvedor varia com $-F/k \sin \omega t$, que é igual e oposta a força excitadora, ou seja, há uma defasagem de 180° entre a força excitadora e o deslocamento da massa do absorvedor.



Essas relações valem para qualquer valor da razão ω/Ω_n . Entretanto, vê-se que a adição de um absorvedor só faz sentido se o sistema principal estiver trabalhando na ressonância ou próximo a ela.

Considerando o caso para o qual $\Omega_a = \Omega_n$, tem-se que:

$$\mu = \frac{k}{K} = \frac{m}{M} ;$$

onde μ é a razão de massas anteriormente definida.

Neste caso a equação 4.21, torna-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_1}{X_{est}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \mu - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] - \mu} , \\ \frac{A_2}{X_{est}} = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \mu - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] - \mu} . \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Das equações (4.17) e (4.22), obtém-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X_1}{X_{est}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \mu - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] - \mu} \text{ sen}\omega t , \\ \frac{X_2}{X_{est}} = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] \left[1 + \mu - \left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2\right] - \mu} \text{ sen}\omega t . \end{array} \right. \quad (4.23)$$

Para determinar as freqüências naturais faz-se os denominadores da equação 4.23 iguais a zero. Então:

$$\left(\frac{\omega}{\Omega_a}\right)^2 = \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (4.24)$$

Essa relação pode ser mostrada no gráfico da figura 4.6.

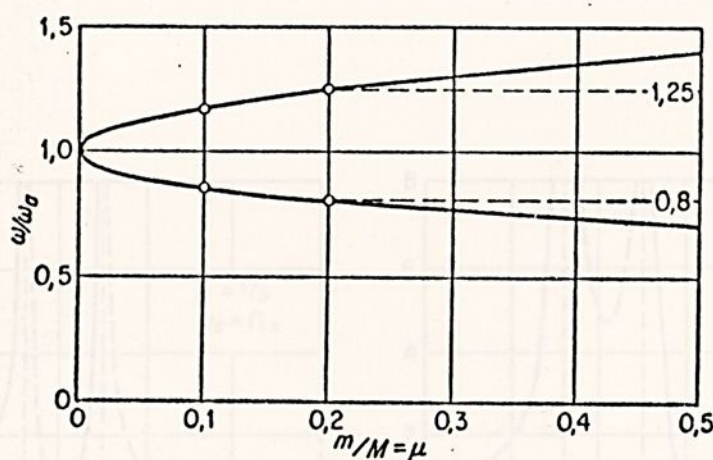


Figura 4.6 - As duas freqüências naturais ou de ressonância como função da razão de massa m/M .

Observando-se a figura 4.7(a), nota-se que $X_1/X_{est} = 1$ para $\omega = 0$, enquanto que para valores maiores do que zero, X_1 é positivo, pois o numerador e o denominador da equação 4.24 são positivos. Na primeira ressonância, o denominador passa por zero, de positivo a negativo, assim X_1/X_{est} fica negativo. Logo após em $\omega = \Omega_n = \Omega_a$, o numerador fica negativo e X_1/X_{est} torna-se outra vez positivo, porque o numerador e o denominador

são negativos. Na segunda ressonância, o denominador muda de sinal uma vez mais, resultando X negativo.

1

Analisando a figura 4.7 (b) verifica - se que passa por mudanças análogas; apenas aqui o numerador permanece positivo o tempo todo, tal que as mudanças em sinal ocorrem apenas nos pontos de ressonância.

A equação 4.23, está representada graficamente na figura 4.7(a) e 4.7(b).

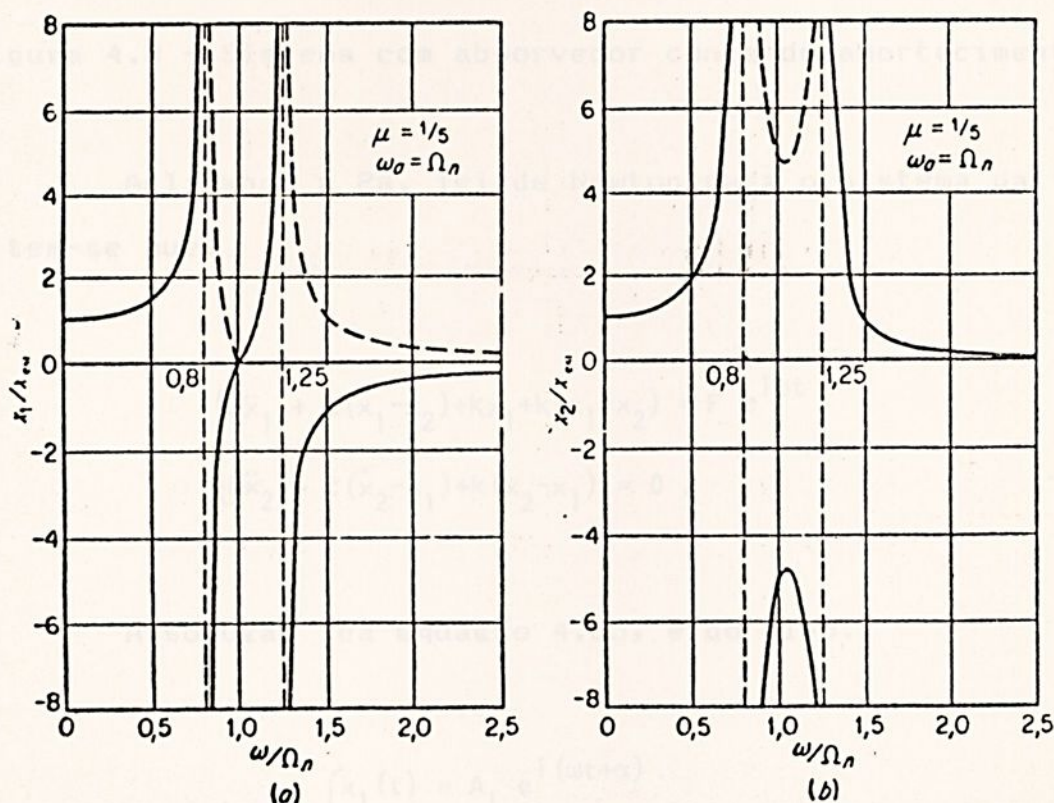


Figura 4.7(a) e (b) - Amplitudes da massa principal (X) e da massa do absorvedor (X).

2



4.3.2 - Absorvedor dinâmico de vibração com amortecimento

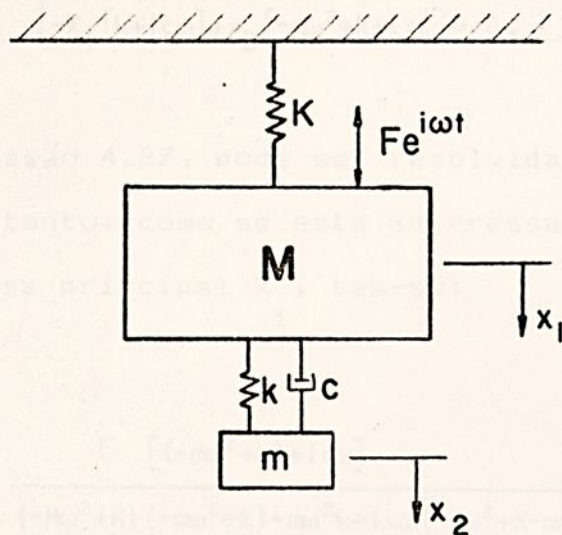


Figura 4.8 - Sistema com absorvedor contendo amortecimento.

Aplicando a 2a. lei de Newton para o sistema da figura 4.8, tem-se que:

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + Kx_1 + k(x_1 - x_2) = F e^{i\omega t} \\ m\ddot{x}_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

A solução da equação 4.25, é do tipo:

$$\begin{cases} x_1(t) = A_1 e^{i(\omega t + \alpha)} \\ x_2(t) = A_2 e^{i(\omega t + \beta)} \end{cases} \quad (4.26)$$

Das equações (4.25) e (4.26) obtém-se que:

$$\begin{cases} X_1 [-M\omega^2 + K + k + ic\omega] - X_2 [k + c\omega] = F \\ -X_1 [k + ic\omega] + X_2 [-m\omega^2 + k + ic\omega] = 0. \end{cases} \quad (4.27)$$

A equação 4.27, pode ser resolvida tanto para X_1 , como para X_2 ; no entanto, como se está interessado principalmente no movimento da massa principal X_1 , tem-se:

$$X_1 = \frac{F [(-m\omega^2 + k) + ic\omega]}{(-M\omega^2 + K) (-m\omega^2 + k) - m\omega^2 k + ic\omega (-M\omega^2 + K - m\omega^2)}. \quad (4.28)$$

A expressão complexa 4.28, pode ser reduzida à forma:

$$\frac{X_1^2}{F^2} = \frac{(-m\omega^2 + k) + (c\omega)^2}{[(-M\omega^2 + K) (M\omega^2 + k) - m\omega^2 k]^2 + [c\omega (-M\omega^2 + K - m\omega^2)]^2}. \quad (4.29)$$

A equação 4.29 expressa a amplitude do movimento da massa principal M .

Na equação 4.29, X_1 é uma função de sete variáveis: F , ω , c , K , k , M e m . Entretanto, o número de variáveis pode ser reduzido, fazendo as considerações que se seguem:

$$f = \frac{\Omega}{\Omega_n} : \text{razão de freqüências naturais,}$$



$g = \frac{\omega}{\Omega_n}$: razão entre a frequência de excitação e a frequência natural do sistema principal,

e empregando também as transformações para a razão de massas, frequência natural do absorvedor, frequência natural do sistema principal, deflexão estática do sistema, amortecimento crítico e fator de amortecimento definidas anteriormente nas seções 4.2.1 e 4.3.1.

Então dividindo-se o numerador e o denominador da equação 4.29 por K , obtém-se que:

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(g^2 - f^2)^2 + (2\epsilon g)^2}{[\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2 + (2\epsilon g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2}} \quad (4.30)$$

Da mesma forma que foi feito para determinar X_1 , faz-se para determinar X_2 .

Então:

$$\frac{X_2}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(f^2)^2 + (2\epsilon g)^2}{[\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2 + (2\epsilon g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2}} \quad (4.31)$$

A figura 4.9, representa graficamente a equação 4.29, onde são mostradas as curvas de $|X_1/X_{est}|$ como função da razão de frequências g para um sistema com $f = 1$, $\mu = 1/20$ e para vários valores de ϵ .

Para $\epsilon = 0$, tem-se o mesmo caso da figura 4.7 (a) cujo

resultado já é conhecido.

Observando o gráfico, verifica-se que quando o amortecimento aumenta, a amplitude de vibração também aumenta.

No entanto, para $c = \infty$, é como se as duas massas estivessem rigidamente ligadas entre si, e então, tem-se um sistema de um grau de liberdade com uma massa de $21/20 M$.

Portanto existe um valor característico c^* de c de forma que: a) para c crescente de 0 a c^* a amplitude de vibração X_1 / X_{est} decresce; b) para c crescente de c^* a ∞ amplitude de vibração X_1 / X_{est} cresce.

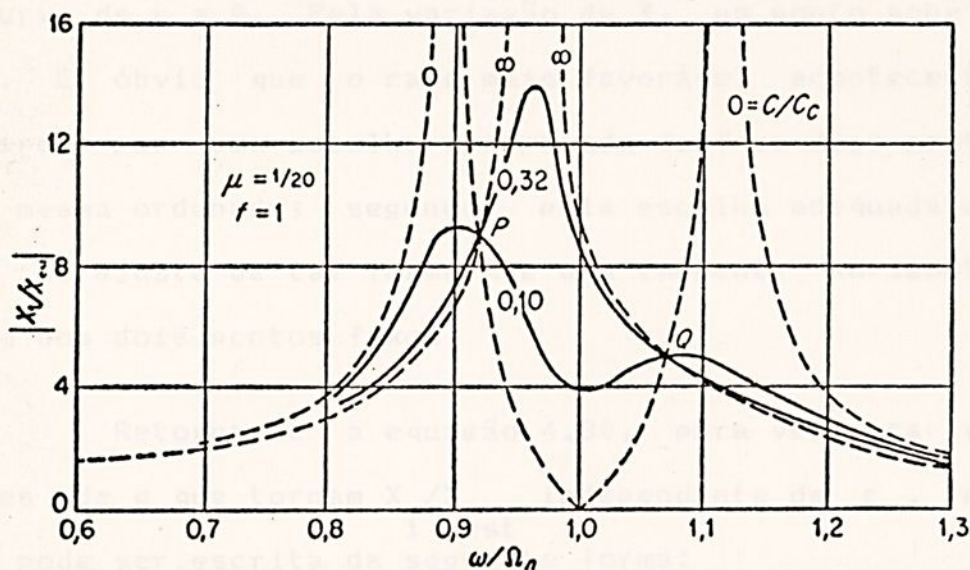


Figura 4.9 - Amplitude da massa principal, para vários valores de amortecimento.

Conecta-se o absorvedor no sistema, de forma a trazer a amplitude do pico de ressonância para o valor mais baixo

possível. Com $c = 0$ e com $c = \infty$, a amplitude é infinita. Sabe-se que a amplitude de ressonância é limitada apenas pelo amortecimento $[D]$; então, haverá algum valor de c entre 0 e ∞ que reduz o ¹ valor da amplitude.

Analisando a figura 4.9, verifica-se que todas as curvas, independentemente do amortecimento, passam pelos pontos P e Q. Então, calculando-se suas posições o problema está praticamente resolvido, pois a curva mais favorável é aquela que passa com uma tangente horizontal pelo mais alto dos dois pontos fixos P ou Q. A melhor "amplitude ressonante" que se pode obter com um "amortecimento ótimo" é a ordenada de um desses pontos.

Pode-se fazer ainda uma variação de f tal que os dois pontos fixos P e Q possam ser deslocados para cima e para baixo da curva de $c = 0$. Pela variação de f , um ponto sobe e outro desce. É óbvio que o caso mais favorável acontecerá quando: primeiro, por uma escolha apropriada de f os dois pontos P e Q tem a mesma ordenada; segundo, pela escolha adequada de c , a curva se ajusta de tal forma que uma tangente horizontal passe por um dos dois pontos fixos.

Retorna-se a equação 4.30, para verificar se existem valores de g que tornam X_1 / X_{est} independente de c . A equação 4.30, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \sqrt{\frac{A(\epsilon)^2 + B}{C(\epsilon)^2 + D}}$$

A equação anterior independe do amortecimento se $A/C = B/D$, então:



$$\left(\frac{1}{g^2 - 1 + \mu g^2} \right)^2 = \left(\frac{g^2 - f^2}{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)} \right)^2;$$

Para o sinal (-) tem-se:

$$f^2 = -g^2 + f^2, \quad (4.32)$$

então; $g = 0$;

com $g = 0$ ou $w = 0$, a amplitude é X_{est} , independentemente do amortecimento, pois o amortecimento é proporcional à velocidade. O conjunto move-se tão lentamente que não há oportunidade da força de amortecimento aparecer.

Para o sinal (+) tem-se:

$$g^4 - 2g^2 \left(\frac{1 + f^2 + \mu f^2}{2 + \mu} \right) + \frac{2f^2}{2 + \mu} = 0. \quad (4.33)$$

A equação 4.33, é uma equação biquadrada em g^2 , dando dois valores, que são os pontos fixos procurados. As duas raízes desta equação são g_1^2 e g_2^2 que são as coordenadas horizontais dos pontos fixos P e Q e estão em função de μ e f .

O objetivo agora é ajustar f , para que as ordenadas X / X_{est} de P e Q sejam iguais.

Para achar os valores de g_1 e g_2 basta lembrar que em P e Q, o valor de X / X_{est} independe do amortecimento. Pode-se



selecionar então um valor de ϵ que reduza a equação 4.30, à sua forma mais simples. Isso vai ocorrer para $c = \infty$, então: aplicando-se limite a equação 4.30 e fazendo-se ϵ tender a infinito, tem-se que:

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \frac{1}{1-g^2(1+\mu)} \quad (4.34)$$

Como esta equação é satisfeita para dois valores de g , g_1 e g_2 , correspondentes às abscissas dos pontos P e Q, que devem apresentar mesma ordenada, tem-se, igualando as duas expressões:

$$\frac{1}{1-g_1^2(1+\mu)} = \frac{1}{1-g_2^2(1+\mu)} \quad (4.35)$$

A expressão 4.35, pode ser escrita como sendo:

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2}{1+\mu} \quad (4.36)$$

A soma das raízes da equação 4.33 é dada por:

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2(1+f^2+\mu f^2)}{2+\mu};$$

que substituída na equação 4.36 resulta que:

$$f = \frac{1}{1+\mu} \quad (4.37)$$

A expressão 4.37, fornece a "modulação" correta para cada tamanho de absorvedor.

Para um absorvedor muito pequeno $\mu \approx 0$, a modulação $f \approx 1$, ou a frequência do absorvedor deve ser a mesma que a frequência do sistema principal.

Já se sabe como modular, mas ainda não se sabe que amplitude X/X_{est} vai se obter, mas para tanto basta substituir 1 est na equação 4.33 na expressão 4.30, cujo resultado é:

$$\frac{X_1}{X_{est}} = 1 \div \frac{2}{\mu} \quad (4.38)$$

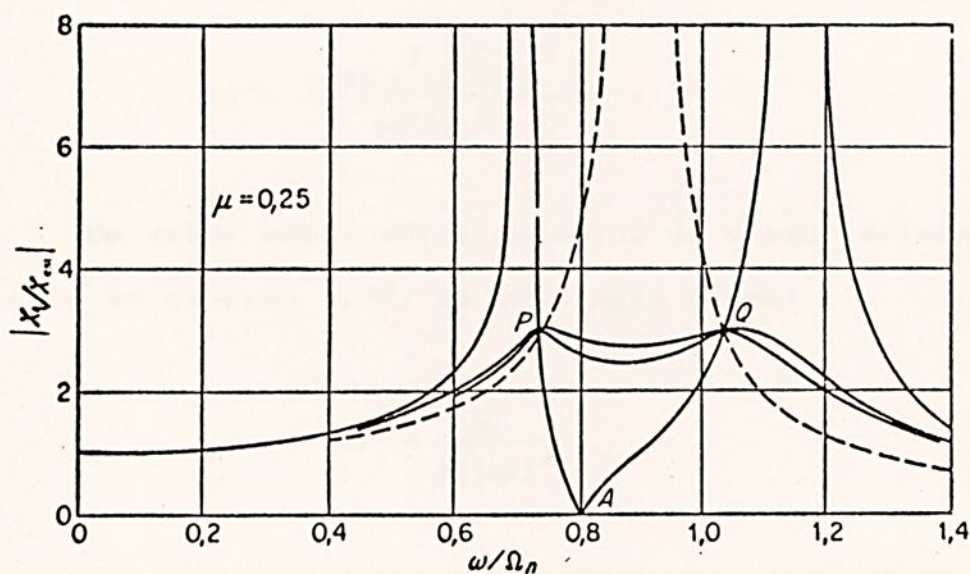


Figura 4.10 - Amplitude de vibração para o movimento da massa principal com absorvedor de vibração, no caso mais favorável.

A amplitude ótima, foi determinada pela afirmativa de que deve haver um valor de amortecimento ϵ para o qual existe uma tangente horizontal à curva que passa pelos pontos P e Q na figura 4.10. Para achar o amortecimento ótimo $\epsilon_{ótimo}$, para o qual isso ocorre, parte-se da equação 4.30, afim de torná-la



aplicável ao caso de "ótima modulação". Deriva-se a equação modificada em relação a g , achando-se sua inclinação e iguala-se esta inclinação a zero para o ponto P; assim, obtém-se:

$$(\epsilon)^2 = \frac{\mu(3 - \sqrt{\mu/(\mu+2)})}{8(1+\mu)^3} .$$

Mas se dx/dg é igual a zero não no ponto P, mas sim no ponto Q, tem-se que:

$$(\epsilon)^2 = \frac{\mu(3 + \sqrt{\mu/(\mu+2)})}{8(1+\mu)^3} .$$

Um valor médio entre os dois, dá o amortecimento ótimo para o caso da equação 4.37, da modulação ótima:

$$(\epsilon)^2 = \frac{3\mu}{8(1+\mu)^3} . \quad (4.39)$$

Neste caso, os pontos máximos das curvas se afastarão dos pontos P e Q.



4.4 - Balanço de energia de um sistema massa-mola-amortecedor

Considere o sistema da figura 4.11.

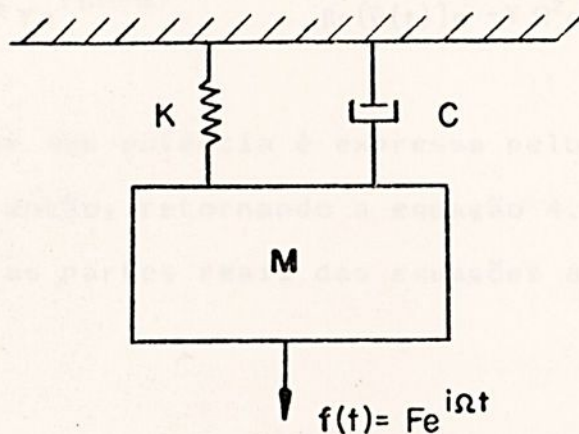


Figura 4.11 - Sistema massa-mola-amortecedor.

A equação do movimento para o sistema da figura 4.11 é:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F e^{i\Omega t} \quad (4.40)$$

Adotando-se como solução da equação 4.40 a expressão:

$$y(t) = Y e^{i\Omega t}$$

obtem-se que:

$$Y = \frac{F \sqrt{(K - M\Omega^2)^2 + (C\Omega)^2}}{(K - M\Omega^2) + (C\Omega)^2} \quad (4.41)$$

Considera-se aqui para cálculos seguintes as expressões:

$$y(t) = \bar{y} e^{i\Omega t} = Y e^{i(\Omega t + \alpha)} ; \operatorname{Re}\{y(t)\} = Y \cos(\Omega t + \alpha)$$

$$\dot{y}(t) = i\Omega Y e^{i(\Omega t + \alpha)} ; \operatorname{Re}\{\dot{y}(t)\} = -Y \Omega \sin(\Omega t + \alpha)$$

$$\ddot{y}(t) = -\Omega^2 Y e^{i(\Omega t + \alpha)} ; \operatorname{Re}\{\ddot{y}(t)\} = -Y \Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) .$$

Sabe-se que potência é expressa pelo produto da força pela velocidade; então, retornando a equação 4.40 e multiplicando seus membros pelas partes reais das equações anteriores, tem-se que:

$$M\ddot{y} \dot{y} + C\dot{y} \dot{y} + Ky \dot{y} = F \cos \Omega t \cdot \dot{y} . \quad (4.42)$$

A potência média em um ciclo completo de vibração é dada por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt ;$$

então, calculando-se a potência média de cada uma das forças em um ciclo completo de vibração, obtém-se que:

1 - Cálculo da potência média para a força de inércia:

$$p_i(t) = \frac{MY^2\Omega^3}{2} \sin(2\Omega t + 2\alpha) ,$$

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T p_i(t) dt = 0 .$$

2 - Cálculo da potência média para a força de mola:

$$p_m(t) = \frac{-KY^2\Omega}{2} \text{sen}(2\Omega t + 2\alpha),$$

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T p_m(t) dt = 0.$$

3 - Cálculo da potência média para a força de amortecimento:

$$p_a(t) = \frac{CY^2\Omega^2}{2} [1 - \cos(2\Omega t + 2\alpha)],$$

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T p_a(t) dt = \frac{CY^2\Omega^2}{2}.$$

4 - Cálculo da potência média para a força de excitação:

$$p_e(t) = \frac{-FY\Omega}{2} [\text{sen}\alpha + \text{sen}(2\Omega t + 2\alpha)],$$

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^T p_e(t) dt = \frac{-FY\Omega}{2} \text{sen}\alpha.$$

Destas relações vê-se que em um ciclo completo de vibração, a potência média da força de mola e da força de inércia se anulam e a potência média da força externa é igual a potência média da força de amortecimento.

Usando essas relações de energia, pode-se calcular a amplitude de ressonância. Então, substituindo-se os valores obtidos para as potências médias na equação 4.42, em módulo,

obtem-se que:

$$Y = \frac{F}{C\Omega} \text{ sen}\alpha. \quad (4.43)$$

A figura 4.12, mostra a energia por ciclo em função da amplitude de deslocamento da massa.

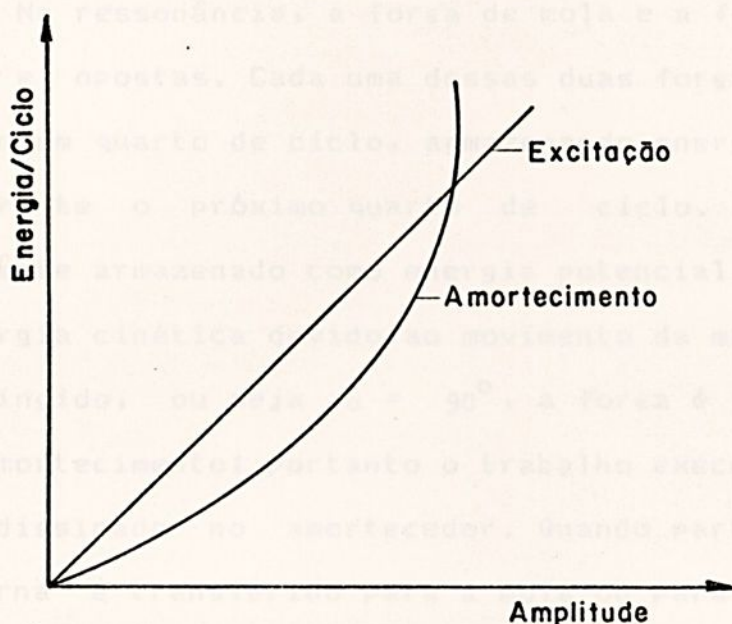


Figura 4.12 - Trabalho por ciclo efetuado por uma força harmônica e por uma força de amortecimento.

Para melhor compreender as relações de energia em um sistema massa-mola-amortecedor é necessário observar os seguintes detalhes: para os movimentos de baixa frequência, ou seja, $\alpha \approx 0^\circ$, nenhum trabalho é realizado em um ciclo completo. Partindo da posição de equilíbrio, a força externa atua no sistema, movendo-o até atingir a posição extrema, realizando portanto trabalho. Porém este trabalho é convertido em energia potencial

elástica armazenada na mola. Em seguida, o movimento é contrário a força externa; dessa forma a mola devolve a sua energia armazenada. Assim, para baixas velocidades, o trabalho da força externa é transformado em energia potencial elástica. Como, nesta situação o sistema se desloca praticamente de forma estática ($V \approx 0$) o trabalho da força de inércia e de amortecimento são desprezíveis.

Na ressonância, a força de mola e a força de inércia são iguais e opostas. Cada uma dessas duas forças executa trabalho durante um quarto de ciclo, armazenando energia a qual é devolvida durante o próximo quarto de ciclo. O trabalho é periodicamente armazenado como energia potencial elástica na mola e como energia cinética devido ao movimento da massa. Quando este ponto é atingido, ou seja $\alpha = 90^\circ$, a força é igual e oposta a força de amortecimento; portanto o trabalho executado pela força externa é dissipado no amortecedor. Quando parte do trabalho da força externa é transferido para a mola ou para a massa, em forma de energias potencial elástica e cinética, o sistema aumenta sua amplitude de vibração, podendo atingir um colapso.

Para velocidades muito altas, $\alpha \approx 180^\circ$, o trabalho realizado pela força de excitação é responsável pela variação da energia cinética da massa, sendo parte do seu trabalho transferido e dissipado no amortecedor. A força de mola praticamente não realiza trabalho, tendo em vista a pequena amplitude de deslocamento do sistema.



4.5 - Amortecedor Stockbridge

O estudo realizado anteriormente neste capítulo teve como intuito o fornecimento de subsídios para que se possa concluir se o amortecedor Stockbridge é um absorvedor ou dissipador de energia. Esta é uma dúvida de diversos pesquisadores, pois, em muitos trabalhos publicados, alguns autores tratam o amortecedor Stockbridge como um absorvedor de energia, enquanto que outros autores o tratam como um dissipador de energia.

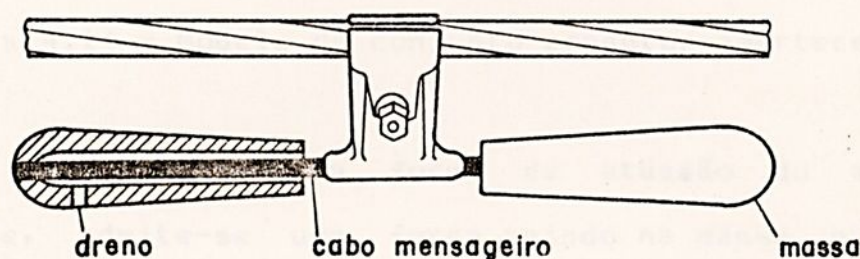


Figura 4.13 - Conjunto condutor-amortecedor.

Pode-se fazer uma analogia entre o conjunto mostrado na figura 4.13 e o sistema mostrado na figura 4.8. O condutor possui massa e rigidez que, no caso da figura 4.8, é representado pela mola K e pela massa M do sistema principal. Despreza-se aqui o amortecimento do sistema principal. O amortecedor Stockbridge tem rigidez, amortecimento e massa o que, na figura 4.8, é representado pela mola k , pelo amortecedor c e pela massa m .

Então, o amortecedor Stockbridge, pode ser representado pelo modelo mostrado na figura 4.14.

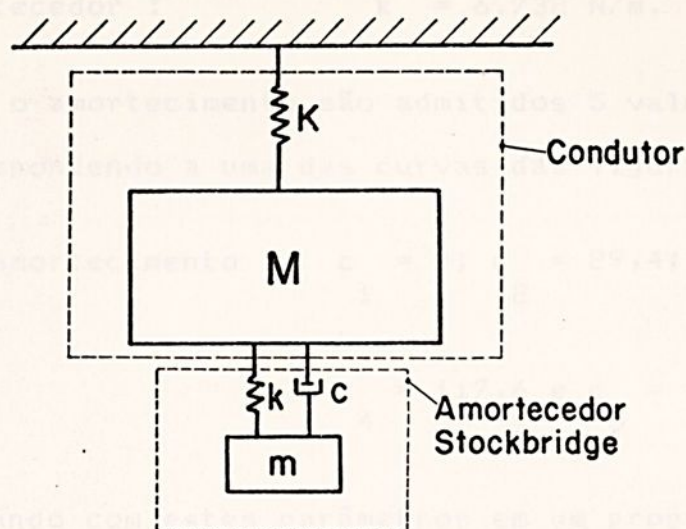


Figura 4.14 - Modelo do conjunto condutor-amortecedor.

Para analisar a forma de atuação do amortecedor Stockbridge, admite-se uma força agindo na massa principal e analisa-se, em consequência, os gráficos da amplitude de deslocamento da massa do Stockbridge e da potência dissipada no mesmo, em função da frequência de excitação.

Admite-se para força de excitação as seguintes características:

Amplitude da força excitadora: $F = 1,0 \text{ N}$,
 Frequência inicial: $f = 2,0 \text{ Hz}$ e
 Frequência final: $f = 30,0 \text{ Hz}$.

Para o modelo proposto na figura 4.14, admite-se um condutor e um amortecedor com as seguintes características:

Massa do condutor : $M = 4 \text{ kg}$,
 Rigidez do condutor : $K = 33.660 \text{ N/m}$,



Massa do amortecedor : $m = 0,8 \text{ kg e}$

Rigidez do amortecedor : $k = 6.732 \text{ N/m.}$

Para o amortecimento são admitidos 5 valores, cada um dos quais correspondendo a uma das curvas das figuras mostradas:

Coeficiente de amortecimento : $c_1 = 0$; $c_2 = 29,4$; $c_3 = 58,8$;

$c_4 = 117,6$ e $c_5 = 147,0 \text{ [N.s/m].}$

Entrando com estes parâmetros em um programa de computador (Apêndice 1), obtém-se curvas de resposta para as amplitudes do condutor e do amortecedor e também da potência dissipada pelo amortecedor em função das freqüências de excitação, como mostram as figuras 4.15, 4.16 e 4.17.

Obsevando-se o gráfico da figura 4.15, verifica-se que para um valor de amortecimento pequeno, a amplitude de vibração do condutor é grande para determinados valores de freqüência próximos aos das freqüências naturais do conjunto condutor-amortecedor. Conforme acrescenta-se amortecimento no sistema até um determinado valor, nota-se que a amplitude de vibração tende a diminuir. Da figura 4.15, pode-se observar também que quando o amortecimento é muito grande, a amplitude de vibração também aumenta. Conclui-se então através deste gráfico que existe um valor de amortecimento para o qual a amplitude de vibração do condutor será mínima. Para valores ou muito pequenos ou muito grandes de amortecimento a amplitude de vibração do condutor é grande. Portanto o aumento do amortecimento não é interessante para o combate às vibrações.



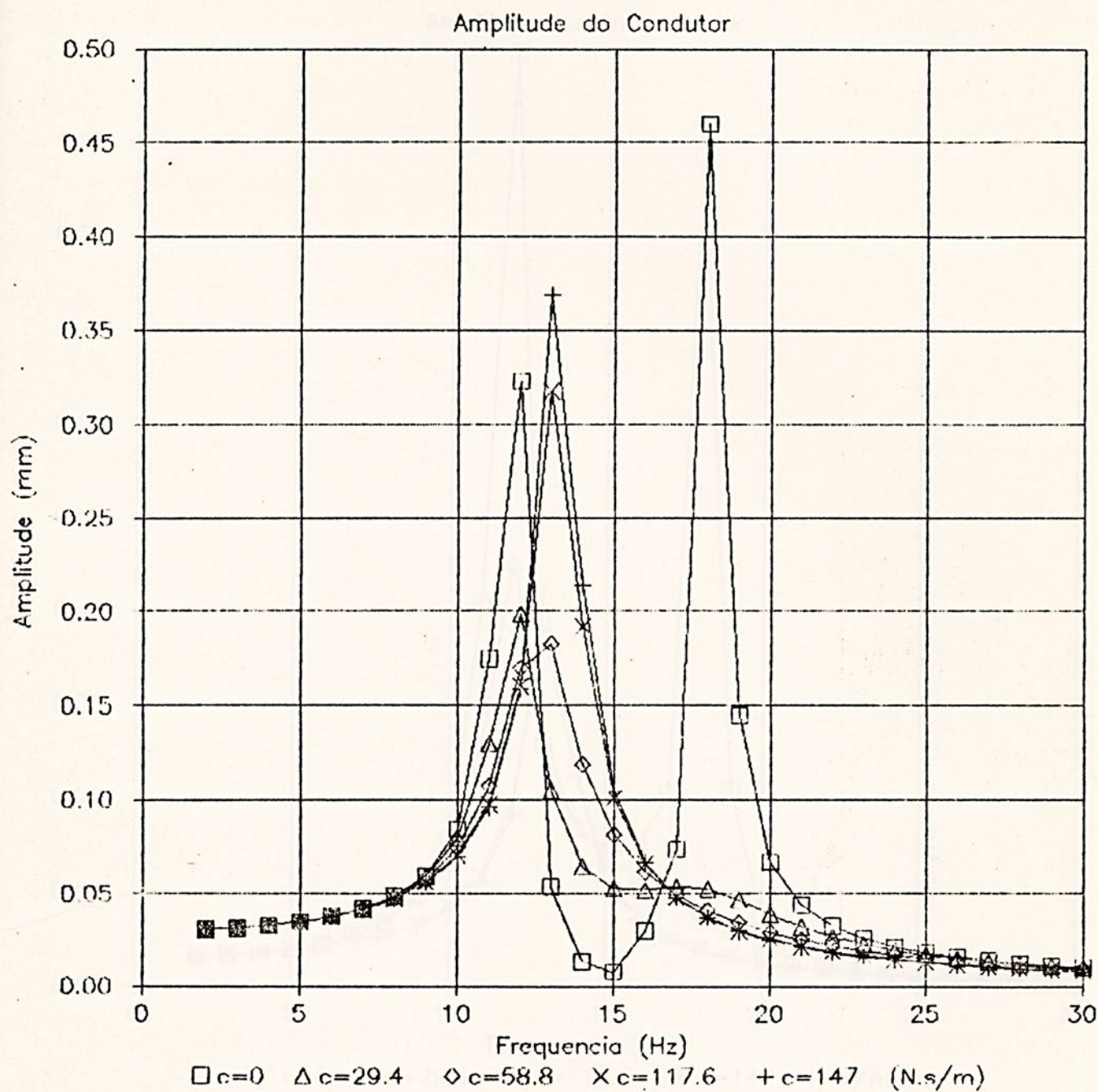


Figura 4.15 - Resposta em freqüência: amplitude do cabo condutor.

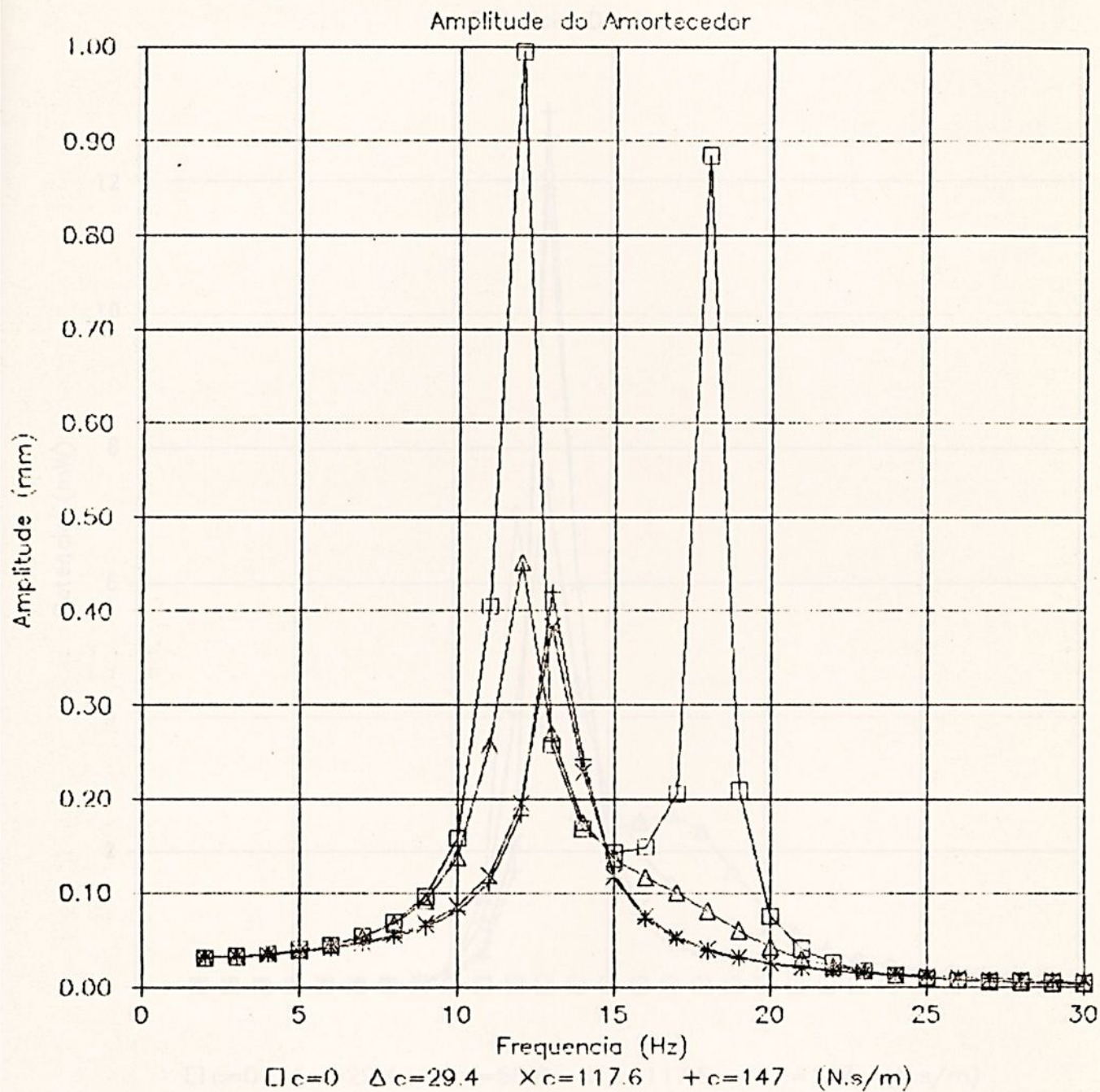


Figura 4.16 - Resposta em freqüência: amplitude do amortecedor.



Potência Dissipada

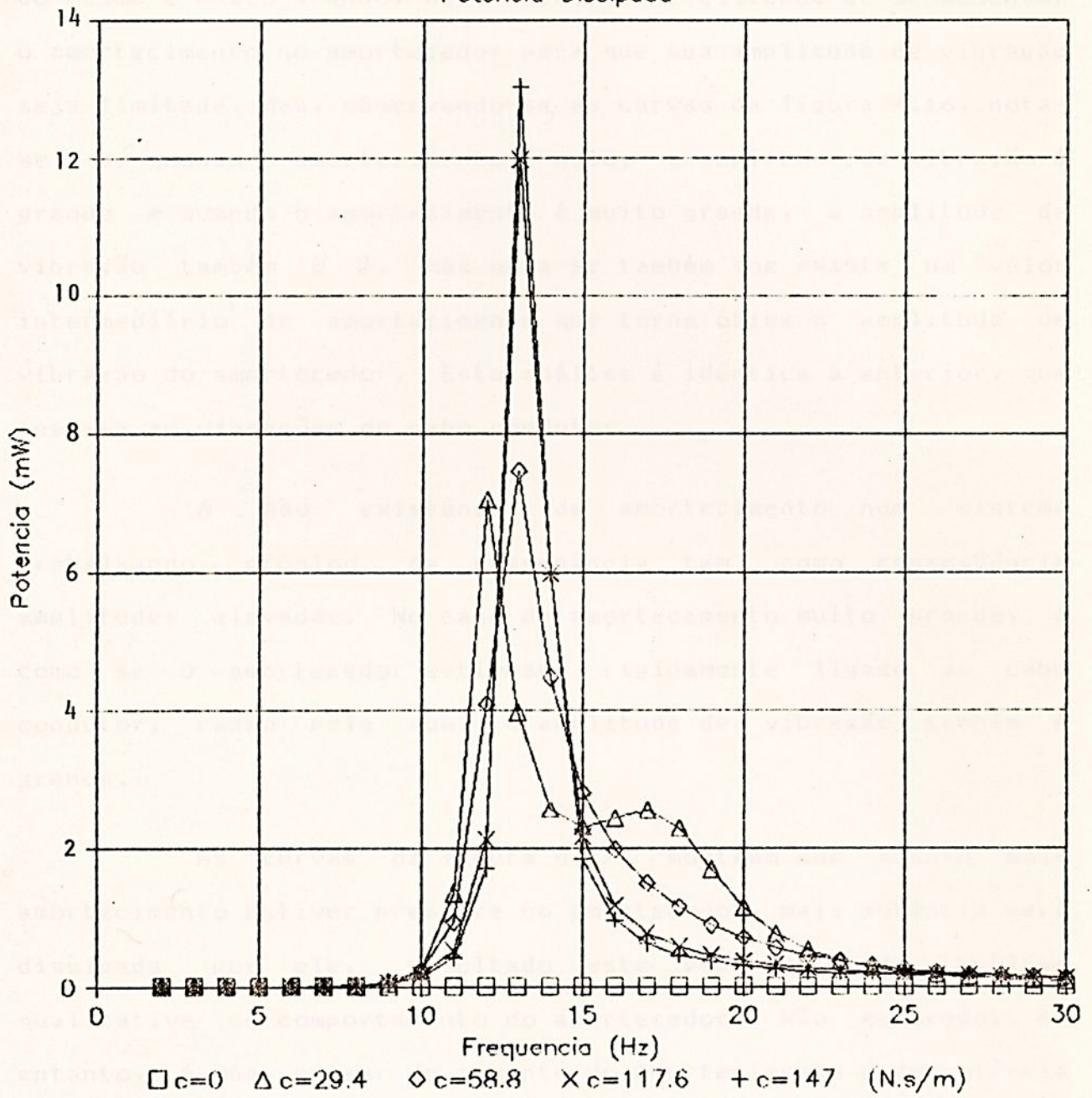


Figura 4.17 - Resposta em frequência: potência dissipada pelo amortecedor.



Sabe-se que a eficiência deste amortecedor é máxima quando ele trabalha na ressonância e analisando o gráfico da figura 4.16, pode-se observar que quando o amortecedor trabalha na ressonância ou próximo a esta região, a amplitude de vibração do mesmo é muito grande. Daí, então, a necessidade de se aumentar o amortecimento no amortecedor para que sua amplitude de vibração seja limitada. Mas, observando-se as curvas da figura 4.16, nota-se que quando o amortecimento é nulo, a amplitude de vibração é grande e quando o amortecimento é muito grande, a amplitude de vibração também o é. Mas nota-se também que existe um valor intermediário de amortecimento que torna ótima a amplitude de vibração do amortecedor. Esta análise é idêntica à anterior, que analisa as vibrações do cabo condutor.

A não existência de amortecimento num sistema trabalhando próximo da ressonância tem como consequência amplitudes elevadas. No caso de amortecimento muito grande, é como se o amortecedor estivesse rigidamente ligado ao cabo condutor, razão pela qual a amplitude de vibração também é grande.

As curvas da figura 4.17, mostram que quanto mais amortecimento estiver presente no amortecedor, mais potência será dissipada por ele, resultado este esperado, da análise qualitativa do comportamento do amortecedor. Não esperado, no entanto, é que, apesar do aumento do amortecimento e da potência dissipada, a amplitude de vibração do condutor e do amortecedor aumente.

Tenta-se mostrar nas figuras 4.15, 4.16 e 4.17, se o



amortecedor Stockbridge é um dissipador ou absorvedor de energia. Para melhor analisar o problema aqui mencionado são apresentadas nas figuras 4.18, 4.19 e 4.20 respostas em amortecimento da amplitude do condutor, amplitude do amortecedor Stockbridge e da potência dissipada pelo amortecedor para frequências específicas de 10, 12, 15 e 18 Hz que são respectivamente as frequências antes da primeira frequência de ressonância, na primeira frequência de ressonância, um valor entre a primeira e a segunda frequência de ressonância, e na segunda frequência de ressonância. As figuras 4.18, 4.19 e 4.20 foram obtidas através de um programa de computador (Apêndice 2).

Na figura 4.18, vê-se que para a frequência de 10Hz, antes da primeira ressonância, o aumento do amortecimento praticamente não influi na amplitude do condutor. Bem próximo da primeira frequência de ressonância existem valores de amortecimento que diminuem a amplitude e acima destes valores a amplitude se conserva. Portanto, o aumento do amortecimento somente apresenta vantagens do ponto de vista de redução de amplitude para valores até 80 Ns/m. Para uma frequência intermediária entre as duas frequências de ressonância o aumento do amortecimento mostrou-se prejudicial para o sistema, aumentando a amplitude de vibração do condutor.

Na segunda frequência de ressonância (18 Hz), o aumento do amortecimento só influencia até um determinado valor; daí para frente não altera a amplitude de vibração do condutor, como na primeira frequência de ressonância.



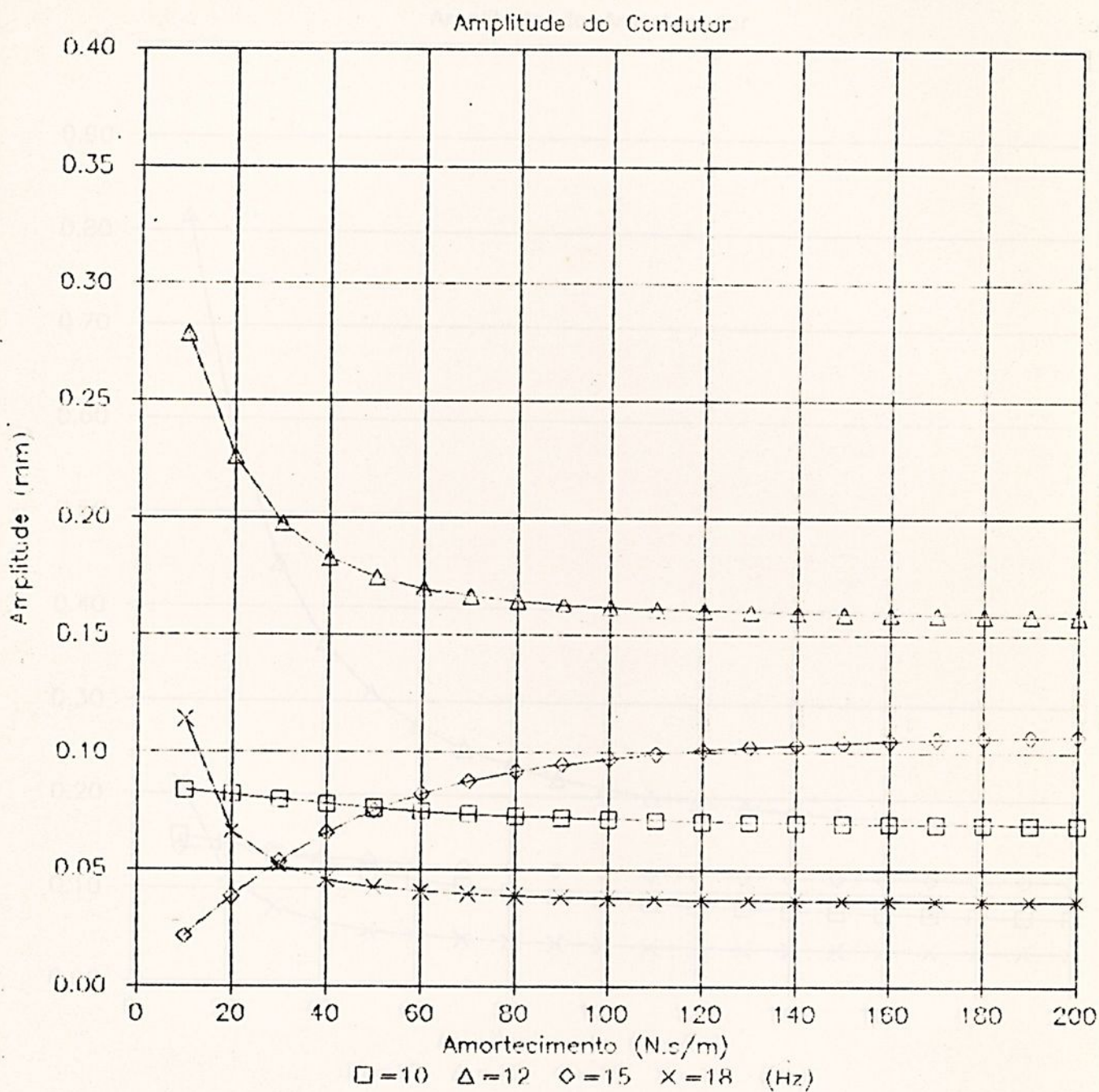


Figura 4.18 - Resposta em amortecimento: amplitude do cabo condutor.



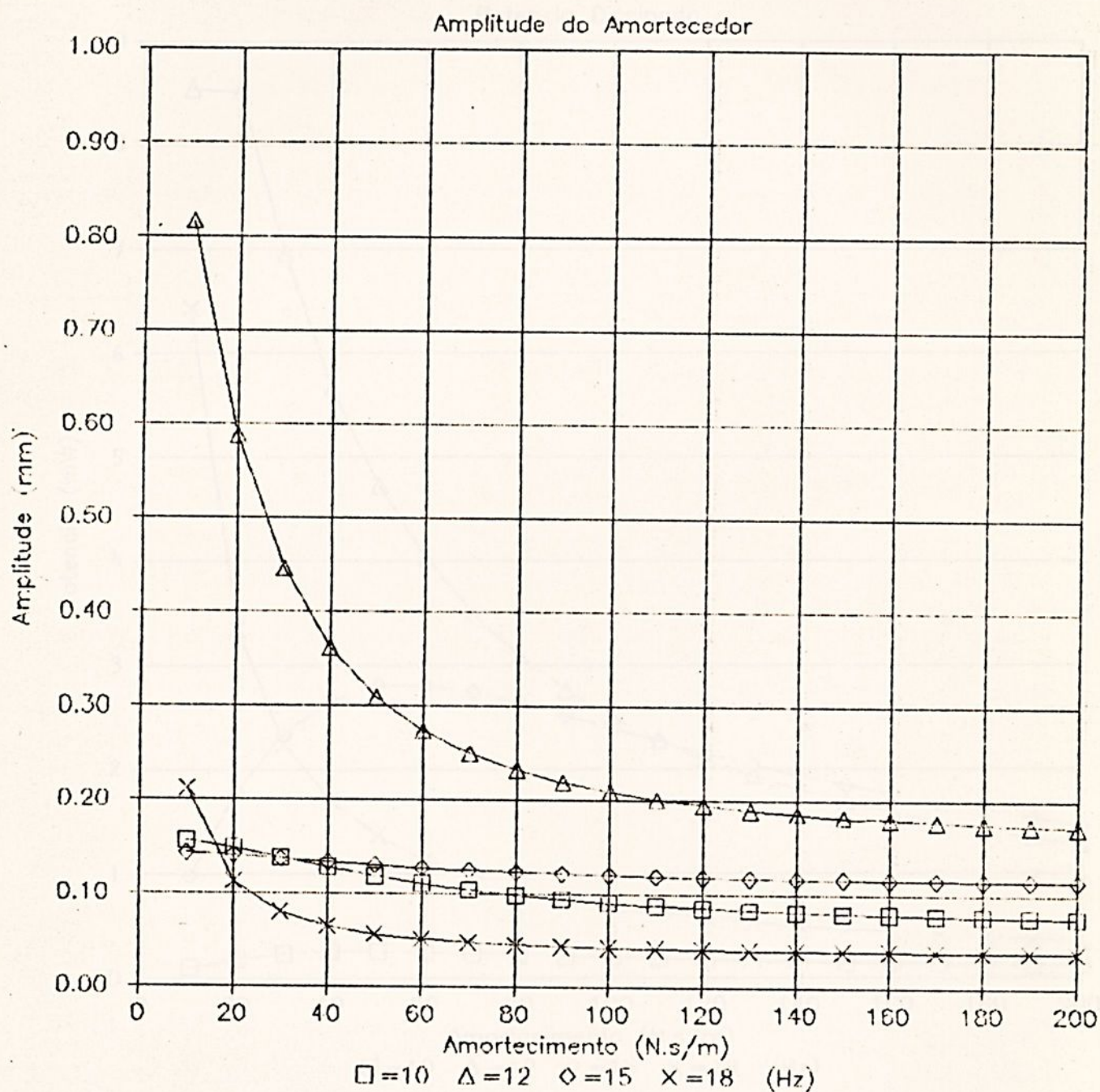


Figura 4.19 - Resposta em amortecimento: amplitude do amortecedor.



Potencia Dissipada

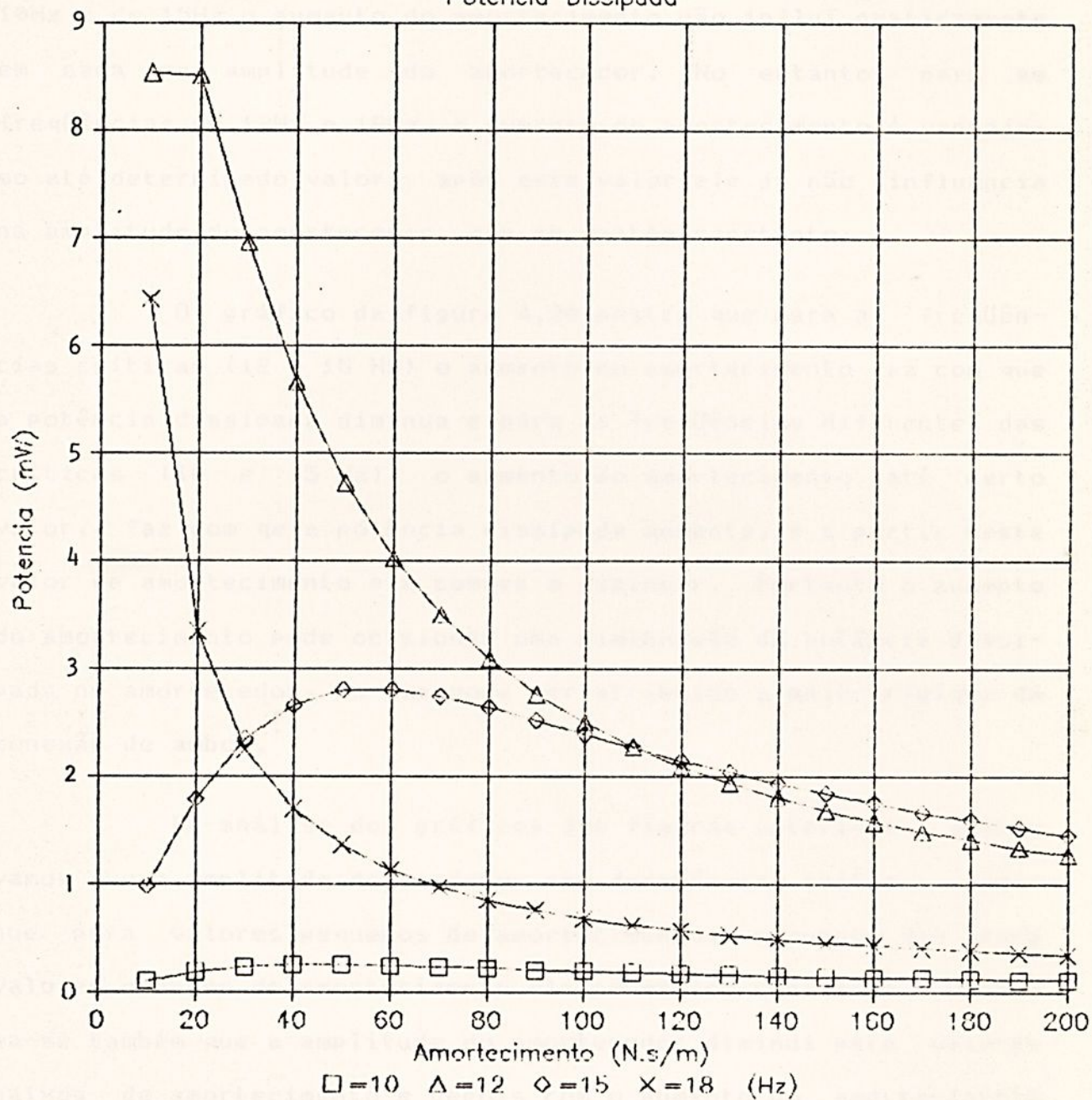


Figura 4.20 - Resposta em amortecimento: potência dissipada pelo amortecedor.



Observando a figura 4.19, que mostra curvas da amplitude do amortecedor como função do amortecimento para frequências específicas, observa-se que para as frequências de 10Hz e de 15Hz o aumento do amortecimento não influi praticamente em nada na amplitude do amortecedor. No entanto, para as frequências de 12Hz e 18Hz, o aumento do amortecimento é vantajoso até determinado valor; após este valor ele já não influencia na amplitude do amortecedor, que se mantém constante.

O gráfico da figura 4.20 mostra que para as frequências críticas (12 e 18 Hz) o aumento do amortecimento faz com que a potência dissipada diminua e para as frequências diferentes das críticas (10 e 15 Hz), o aumento do amortecimento até certo valor, faz com que a potência dissipada aumente, e a partir deste valor de amortecimento ela começa a diminuir. Portanto o aumento do amortecimento pode ocasionar uma diminuição da potência dissipada no amortecedor, o que pode ser atribuído à maior rigidez da conexão de ambos.

Da análise dos gráficos das figuras anteriores, observamos que a amplitude do condutor nas frequências críticas diminui para valores pequenos de amortecimento, enquanto que para valores grandes de amortecimento ela permanece constante. Observa-se também que a amplitude do amortecedor diminui para valores baixos de amortecimento e depois com o aumento do amortecimento ela praticamente não se altera, permanecendo constante, e que a potência dissipada também não aumenta com o aumento do amortecimento.

Como a potência dissipada está relacionada diretamente



com o amortecimento presente no sistema, verifica-se que a partir de determinado valor, o aumento do amortecimento não faz com que a potência dissipada aumente. Pode-se concluir então, que o amortecedor Stockbridge não é um dissipador de energia e sim um absorvedor de energia. Apesar disto, por ser usual, o absorvedor de energia tratado, será referido como amortecedor Stockbridge.

5.1 - Introdução

Este trabalho tem como objetivo principal estudar o comportamento dos amortecedores Stockbridge e analisar os efeitos da sua utilização em sistemas de amortecimento de vibrações em estruturas de concreto armado.

Para isso, foram realizados ensaios de laboratório em modelos de estruturas de concreto armado, com e sem a utilização dos amortecedores Stockbridge, para se analisar o comportamento dinâmico das mesmas sob a ação de vibrações de diferentes frequências e amplitudes.



OS AMORTECEDORES STOCKBRIDGE E DOG-BONE



Figura 5.1 - Modelo do amortecedor Stockbridge com dois graus de liberdade.

O modelo está representado na figura 5.1, onde M_1 representa a massa, k_1 e k_2 são as constantes de mola, x_1 e x_2 são os deslocamentos e \dot{x}_1 e \dot{x}_2 são as velocidades. A equação de movimento do sistema é dada por:

5.1 - Introdução

Neste capítulo serão apresentadas análises matemáticas dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone, em especial o Dog-bone, por se tratar de um amortecedor pouco difundido, praticamente inexistindo análise analítica a respeito.

Devido à modelagem matemática do amortecedor Stockbridge já ser bastante difundida, a mesma não será tratada aqui em detalhes; no entanto, será estudado em detalhes o amortecedor Dog-bone, pois este é um dos objetivos do trabalho.

5.2 - Modelagem Matemática do Amortecedor Stockbridge

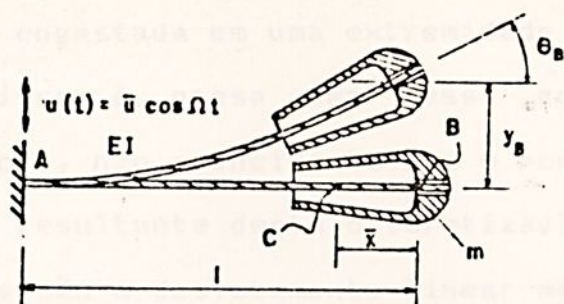


Figura 5.1 - Modelo do amortecedor Stockbridge com dois graus de liberdade.

O modelo ora estudado, está representado na figura 5.1, onde EI representa a rigidez flexional do cabo mensageiro, l o seu comprimento e \bar{x} a posição do centro de massa do contrapeso, medido em relação ao ponto de fixação do mesmo no cabo mensageiro.

O sistema da figura 5.1, possui dois graus de liberdade e, conseqüentemente, duas freqüências naturais. Estas duas freqüências naturais são de grande importância para o projeto do amortecedor, já que nestas freqüências o amortecedor vibra com maior intensidade, sendo este amortecedor mais eficiente quando trabalha nestas freqüências.

A análise feita aqui refere-se ao amortecedor Stockbridge simétrico; desta forma, será analisada apenas a sua metade.

Para o modelo estudado, não será levado em consideração a massa do cabo mensageiro, já que é pequena

comparada com a massa do contrapeso. Desta forma, obtém-se uma viga formada por um cabo de aço com propriedades elásticas e de amortecimento, engastada em uma extremidade e livre na outra. Na extremidade livre é presa uma massa com centro de massa deslocado, isto é, não coincidente com o ponto de fixação. Sabe-se que o modelo resultante desta discretização possui dois graus de liberdade que são o deslocamento linear medido pela coordenada $y(t)$ e o deslocamento angular do contrapeso medido pela coordenada $\theta(t)$. As coordenadas $y(t)$ e $\theta(t)$ representam, respectivamente, o deslocamento do ponto de engaste do contrapeso ao cabo mensageiro e o deslocamento angular do contrapeso em relação ao eixo longitudinal. Considera-se também que o condutor provoca um deslocamento no amortecedor em seu ponto de fixação dado por $u(t) = \tilde{u} \cos \Omega t$.

5.2.1 - Vibração livre não amortecida - Determinação das frequências naturais

Considerando o amortecedor mostrado na figura 5.1, com o deslocamento do ponto A igual a zero, isto é, $u(t) = 0$ e ignorando o amortecimento do cabo mensageiro, pode-se efetuar a análise do movimento livre não amortecido do amortecedor em questão.

Dando um deslocamento qualquer no contrapeso, surgem forças e torques restauradores, os quais provocam movimentos de translação e rotação do mesmo, figura 5.2. Na figura 5.2, F e T representam a reação do cabo mensageiro sobre o contrapeso.



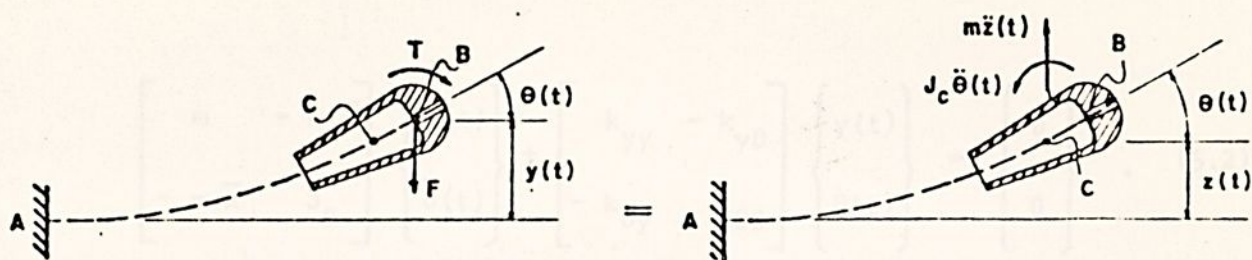


Figura 5.2 - Esforços atuantes no contrapeso.

Considera-se as forças e torques restauradores proporcionais aos deslocamentos linear ou angular, e ainda que estes esforços podem ser obtidos por superposição dos esforços que surgem quando $y(t) = 1$ e $\theta(t) = 0$ com os esforços que surgem quando $y(t) = 0$ e $\theta(t) = 1$, figura 5.3.

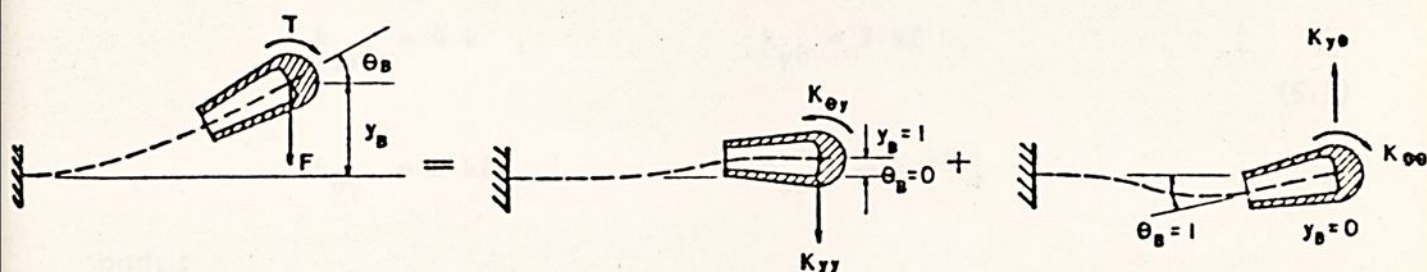


Figura 5.3 - Superposição dos esforços restauradores.

Aplicando a 2a. lei de Newton, obtém-se as equações do movimento livre do amortecedor que são:

$$\begin{cases} m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) - k_{y\theta} \theta(t) = 0 \\ J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) - k_{\theta y} y(t) = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

A expressão 5.1, pode ser escrita na forma matricial, de onde vem que:

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

A equação 5.2, representa a equação matricial diferencial do movimento livre do amortecedor. Nesta equação a matriz de massa é facilmente obtida, enquanto que a matriz de rigidez deve ser obtida experimentalmente.

Ainda que o cabo mensageiro não seja uma barra homogênea, foi verificado experimentalmente por Claren e Diana [C2] que para pequenas deformações do cabo mensageiro, são válidas as seguintes relações para os coeficientes de rigidez:

$$\begin{aligned} k_{yy} &= 4k, & k_{y\theta} &= 2k\ell, \\ k_{\theta y} &= 2k\ell, & k_{\theta\theta} &= \frac{4}{3}k\ell^2, \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde:

$$k = \frac{3EI}{\ell^3}.$$

Na expressão EI, representa uma rigidez flexional fictícia, já que o cabo não é uma barra homogênea e ocorrem movimentos relativos entre os vários fios que compõem o cabo; esta rigidez flexional fictícia deve ser obtida experimentalmente.

A solução da equação 5.2 é do tipo:

$$\begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (5.4)$$

Substituindo as expressões 5.4 e 5.3 na expressão 5.2, obtém-se que:

$$\begin{bmatrix} (4k - m\omega^2) & -(2k\ell - m\bar{x}\omega^2) \\ -(2k\ell - m\bar{x}\omega^2) & \left(\frac{4}{3}k\ell^2 - J_B \omega^2\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

As raízes da expressão 5.5 são dadas por:

$$\omega_{1,2}^2 = (2k) \frac{A \pm \sqrt{A^2 - BC}}{B} \quad (5.6)$$

com:

$$A = \frac{1}{3} \ell^2 m + J_B - \ell m \bar{x},$$

$$B = m J_B - m^2 \bar{x}^2 \text{ e}$$

$$C = \ell^2/3.$$

A raiz quadrada da expressão 5.6, fornece as duas frequências naturais do amortecedor Stockbridge.

5.2.2 - Vibração forçada com amortecimento

Para se obter as expressões matemáticas do movimento forçado do amortecedor ora estudado, será considerado o modelo já descrito anteriormente, levando-se em consideração agora, as propriedades de amortecimento do cabo mensageiro e o movimento do grampo de fixação do amortecedor ao condutor dado por $u(t) = \hat{u} \cos \Omega t$. Com esta análise determina-se os deslocamentos linear e angular da massa do contrapeso.

De acordo com as experiências de Claren e Diana, os coeficientes de amortecimento, guardam as mesmas relações que os coeficientes de rigidez, ou seja:

$$\begin{aligned} h_{yy} &= 4h, & h_{\theta y} &= 2h\ell, \\ h_{y\theta} &= 2h\ell, & h_{\theta\theta} &= \frac{4}{3} h\ell^2. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Então, os coeficientes de rigidez complexa tornam-se:

$$\bar{k}_{yy} = k_{yy} (1 + i \mu) = k_{yy} + i h_{yy},$$

$$\bar{k}_{y\theta} = k_{y\theta} (1 + i \mu) = k_{y\theta} + i h_{y\theta},$$

$$\bar{k}_{\theta y} = k_{\theta y} (1 + i \mu) = k_{\theta y} + i h_{\theta y},$$

$$\bar{k}_{\theta\theta} = k_{\theta\theta} (1 + i \mu) = k_{\theta\theta} + i h_{\theta\theta}.$$

onde μ é o coeficiente de amortecimento adimensional dado por:

$$\mu = \frac{h}{k}.$$



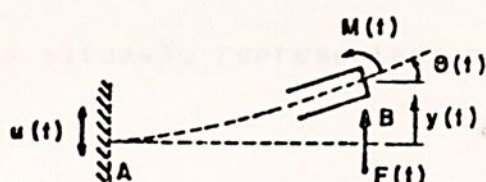
O termo $k(1 + i\mu)$ é conhecido como rigidez complexa e é denotado por \bar{k} , ou seja:

$$\bar{k} = k(1 + i\mu) .$$

Estes conceitos serão utilizados na análise seguinte.

Para determinar os esforços no contrapeso, utiliza-se o princípio da superposição como mostrado na figura 5.3, isto é, os esforços que atuam no contrapeso são obtidos por superposição dos esforços que surgem quando:

- (a) $\theta(t) = 0$, $u(t) = 0$ e $y(t) \neq 0$;
- (b) $y(t) = 0$, $u(t) = 0$ e $\theta(t) \neq 0$ e
- (c) $y(t) = 0$, $\theta(t) = 0$ e $u(t) \neq 0$.



||

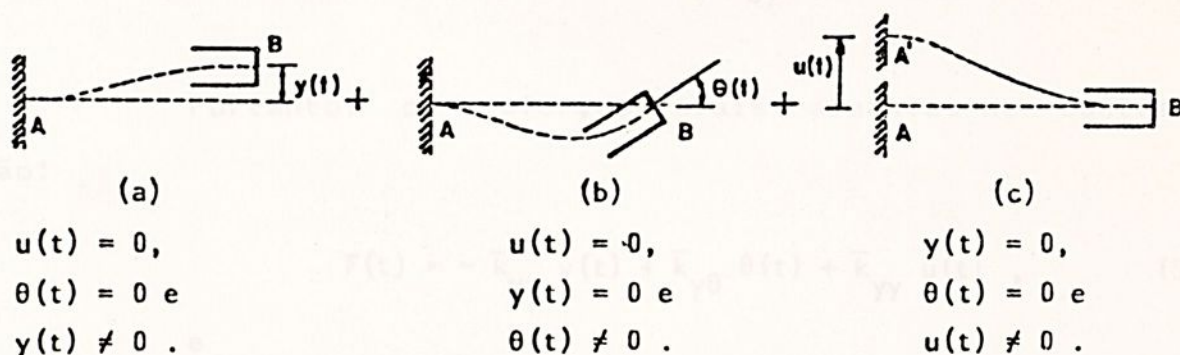
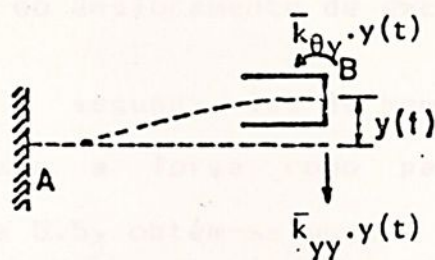
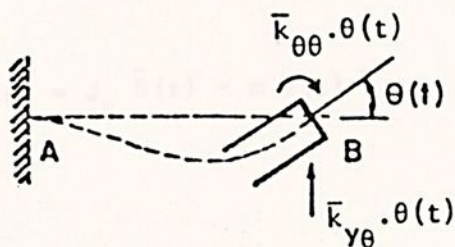


Figura 5.4 - Superposição dos esforços.

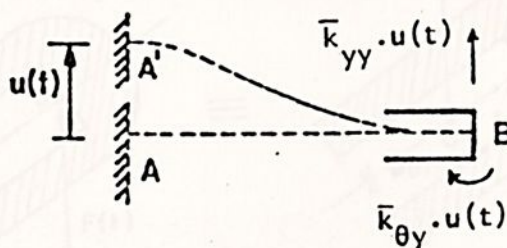
Na situação representada na figura 5.4a os esforços são:



Na situação representada na figura 5.4b os esforços são:



Ainda na situação representada na figura 5.4c, obtém-se:



Portanto, os esforços totais atuantes no contrapeso são:

$$F(t) = -\bar{k}_{yy} y(t) + \bar{k}_{y\theta} \theta(t) + \bar{k}_{yy} u(t) , \quad (5.8)$$

e

$$M(t) = \bar{k}_{\theta y} y(t) - \bar{k}_{\theta\theta} \theta(t) - \bar{k}_{\theta y} u(t) . \quad (5.9)$$



A análise feita é semelhante àquela efetuada no item 5.2.1, diferenciando-se da mesma pela introdução do coeficiente de rigidez complexa e do deslocamento de excitação do grampo.

Aplicando a segunda lei de Newton para a massa do contrapeso, tanto para a força como para o momento, como representado na figura 5.5, obtém-se que:

$$F(t) = m \ddot{z}(t)$$

e

(5.10)

$$M(t) = J_c \ddot{\theta}(t) - m \ddot{z}(t) \bar{x},$$

onde $z(t)$ é o deslocamento do centro de massa C e J_c o momento de inércia do contrapeso em relação a C .

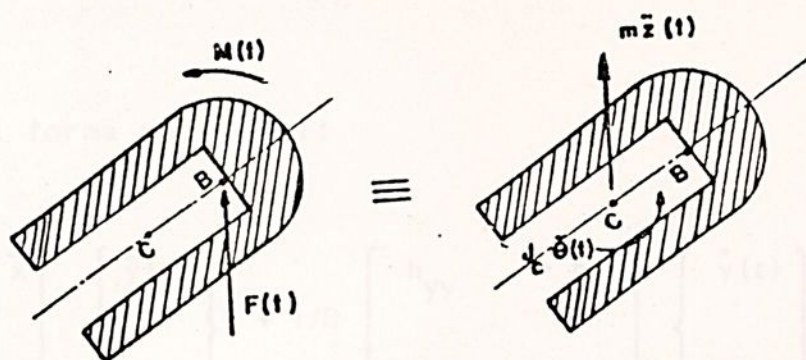


Figura 5.5 - Equivalência dos esforços atuantes no contrapeso e esforços efetivos.

Lembrando que:

$$z(t) = y(t) - \bar{x} \theta(t)$$

e

$$J_c = J_B - m \bar{x}^2,$$

após algumas passagens matemáticas obtém-se:

$$\begin{aligned} m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) + h_{yy}/\Omega \dot{y}(t) - k_{y\theta} \theta(t) - h_{y\theta}/\Omega \dot{\theta}(t) = \\ = k_{yy} u(t) + h_{yy}/\Omega \dot{u}(t) \end{aligned}$$

e (5.11)

$$\begin{aligned} J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) - k_{\theta y} y(t) - h_{\theta y}/\Omega \dot{y}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) + h_{\theta\theta}/\Omega \dot{\theta}(t) = \\ = -k_{\theta y} u(t) - h_{\theta y}/\Omega \dot{u}(t), \end{aligned}$$

ou ainda na forma matricial:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + 1/\Omega \begin{bmatrix} h_{yy} & -h_{y\theta} \\ -h_{\theta y} & h_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{yy} \\ -k_{\theta y} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} h_{yy}/\Omega \\ h_{\theta y}/\Omega \end{bmatrix} \dot{u}(t). \end{aligned} \quad (5.12)$$

A expressão 5.12 é a equação matricial do movimento de vibração forçada do amortecedor Stockbridge.

A solução da equação 5.12 é do tipo:

$$y(t) = \underline{\bar{y}} e^{i\Omega t}$$

e

(5.13)

$$\theta(t) = \underline{\bar{\theta}} e^{i\Omega t},$$

onde

$$\underline{\bar{y}} = \bar{y} e^{i\alpha}$$

e

(5.14)

$$\underline{\bar{\theta}} = \bar{\theta} e^{i\beta},$$

que substituídas na equação 5.12 fornecem:

$$\begin{bmatrix} -m\Omega^2 + k_{yy} + ih_{yy} & m\bar{x}\Omega^2 - k_{y\theta} - ih_{y\theta} \\ m\bar{x}\Omega^2 - k_{\theta y} - ih_{\theta y} & -J_B\Omega^2 + k_{\theta\theta} + ih_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\bar{y}} \\ \underline{\bar{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{yy} + ih_{yy} \\ -k_{\theta y} - ih_{\theta y} \end{bmatrix} \bar{u}. \quad (5.15)$$

Resolvendo o sistema anterior, encontra-se:

$$\underline{\bar{y}} = \frac{2k\bar{u}\bar{x}^2}{\Delta} \left\{ \left[-m\Omega^2(2\{1+\gamma\} - \eta) + 2/3k\eta^2(1-\mu^2) \right] + \right.$$

$$\left. + i \left[-m\Omega^2\mu(2\{1+\gamma\} - \eta) + 4/3k\eta^2\mu \right] \right\}, \quad (5.16)$$

e

$$\underline{\bar{\theta}} = -\frac{2um\bar{x}k\Omega^2}{\Delta} (2 - \eta)(1 + i\mu), \quad (5.17)$$



com

$$\Delta = \frac{4}{3} k \bar{x}^2 \left\{ \left[\frac{3 m^2 \gamma}{4 k} \Omega^4 + m(3\eta - \eta^2 - 3(1 + \gamma)) \Omega^2 + \right. \right. \quad (5.18)$$
$$\left. \left. + k \eta^2 (1 - \mu^2) \right] + i \mu \left[m(3\eta - \eta^2 - 3(1 + \gamma)) \Omega^2 + 2 k \eta^2 \right] \right\},$$

onde, nestas expressões:

$$\gamma = \frac{J_B}{m \bar{x}^2} - 1 \quad (5.19)$$

e

$$\eta = \frac{\ell}{x}. \quad (5.20)$$

Vê-se que as equações 5.16 e 5.17 estão na seguinte forma:

$$\bar{y} = \frac{AR + i AI}{DR + i DI} \quad (5.21)$$

e

$$\bar{\theta} = \frac{BR + i BI}{DR + i DI}, \quad (5.22)$$

e podem ser transformadas em:

$$\bar{y} = \frac{(AR \cdot DR + AI \cdot DI) + i(AI \cdot DR - AR \cdot DI)}{DR^2 + DI^2} \quad (5.23)$$

e

$$\bar{\theta} = \frac{(BR \cdot DR + BI \cdot DI) + i(BI \cdot DR - BR \cdot DI)}{DR^2 + DI^2}, \quad (5.24)$$

ou ainda:

$$\bar{y} = \bar{y} e^{i\alpha}, \quad (5.25)$$

$$\bar{y} = \sqrt{\frac{AR^2 + AI^2}{DR^2 + DI^2}}, \quad (5.26)$$

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{AI \cdot DR - AR \cdot DI}{AR \cdot DR + AI \cdot DI}, \quad (5.27)$$

$$\bar{\theta} = \bar{\theta} e^{i\beta}, \quad (5.28)$$

$$\bar{\theta} = \sqrt{\frac{BR^2 + BI^2}{DR^2 + DI^2}} \quad (5.29)$$

$$\beta = \text{arc tg} \frac{BI \cdot DR - BR \cdot DI}{BR \cdot DR + BI \cdot DI}. \quad (5.30)$$



5.3 - Modelagem matemática do amortecedor Dog-Bone

O amortecedor Dog-bone possui os dois modos de vibrar do amortecedor Stockbridge, e mais um modo, devido a torção do cabo mensageiro. Sendo assim, o amortecedor Dog-bone possui três graus de liberdade, os quais serão descritos pelas coordenadas $y(t)$, $\theta(t)$ e $\phi(t)$ que são, respectivamente, o deslocamento linear, o deslocamento angular e o deslocamento torcional do contrapeso. Como consequência do movimento deste amortecedor ter três graus de liberdade, ele possui três frequências naturais, sendo duas devido ao movimento de flexão do cabo mensageiro e uma devido ao movimento de torção. É de fundamental importância o conhecimento destas frequências naturais, pois, a eficiência deste amortecedor ocorre quando ele trabalha em uma destas frequências. O estudo ora realizado tem por objetivo fornecer uma expressão matemática para o movimento do amortecedor Dog-bone, onde possam estar envolvidos todos os seus parâmetros, possibilitando a análise da influência dos mesmos no comportamento do amortecedor.

O modelo estudado, representado na figura 5.6 terá analisada apenas a metade, devido à simetria do amortecedor aqui estudado; a simetria aqui referida é em relação ao ponto de fixação do amortecedor no condutor (ponto θ). No estudo deste amortecedor, será desprezada a massa do cabo mensageiro, já que a mesma é pequena comparada com a massa do contrapeso. Tem-se assim uma viga formada por um cabo de aço com propriedades elásticas e de amortecimento, engastada em uma extremidade e livre na outra. Na extremidade livre é presa uma massa, com centro de massa



deslocado não coincidente com o ponto de fixação do contrapeso ao cabo mensageiro. O modelo que resulta desta discretização forma um sistema com três graus de liberdade, sendo eles o deslocamento linear, angular e torcional do contrapeso, medidos pelas coordenadas $y(t)$, $\theta(t)$ e $\phi(t)$ respectivamente.

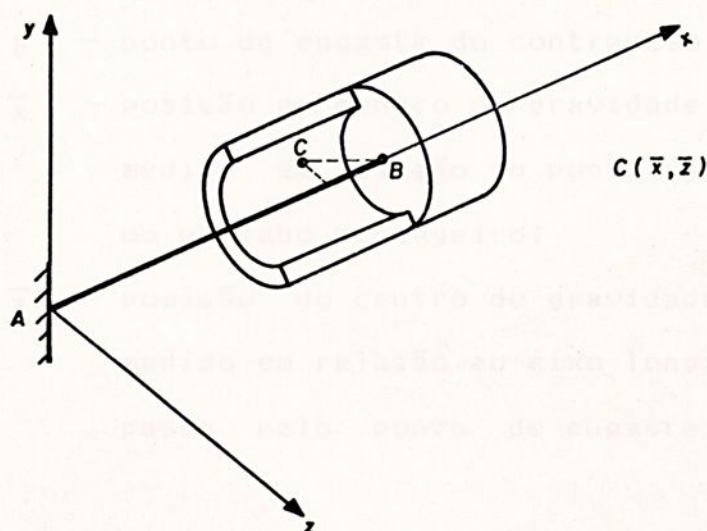


Figura 5.6 - Modelo do amortecedor Dog-bone.

Serão descritos agora os parâmetros, utilizados para se estudar este amortecedor:

$y_B(t)$ - deslocamento linear do ponto de engaste do contrapeso, medido em relação ao eixo longitudinal (x);

$\theta(t)$ - deslocamento angular do contrapeso, medido em relação ao eixo longitudinal (x);

$\phi(t)$ - deslocamento torcional do contrapeso, medido em relação ao eixo transversal (y);

$u(t)$ - deslocamento provocado pelo condutor no amortecedor no ponto de fixação do mesmo (ponto A), dado por $u(t) = \bar{u} \cos \Omega t$;

EI - rigidez flexional do cabo mensageiro;

ℓ - comprimento do cabo mensageiro; é a distância entre o ponto B e o ponto A;

C - centro de gravidade do contrapeso;

B - ponto de engaste do contrapeso;

\bar{x} - posição do centro de gravidade do contrapeso, medido em relação ao ponto de fixação do mesmo no cabo mensageiro;

\bar{z} - posição do centro de gravidade do contrapeso, medido em relação ao eixo longitudinal (x) que passa pelo ponto de engaste do contrapeso.

5.3.1. Vibração forçada não amortecida

Dando um deslocamento qualquer no contrapeso, surgem esforços restauradores (força e momento), os quais provocam movimento de translação rotação e de torção no mesmo (figura 5.7a.). Na figura $F(t)$, $M_x(t)$ e $M_z(t)$ representam a reação do cabo mensageiro sobre o contrapeso. No sistema 2 (figura 5.7b), aparecem as forças efetivas devido a inércia que são:

$$m\ddot{y}(t), \quad I_z^C \ddot{\theta}(t) \quad \text{e} \quad I_x^C \ddot{\phi}(t).$$

Para o estudo do modelo, considera-se que os deslocamentos lineares e angulares são pequenos e que os esforços são proporcionais às deformações.



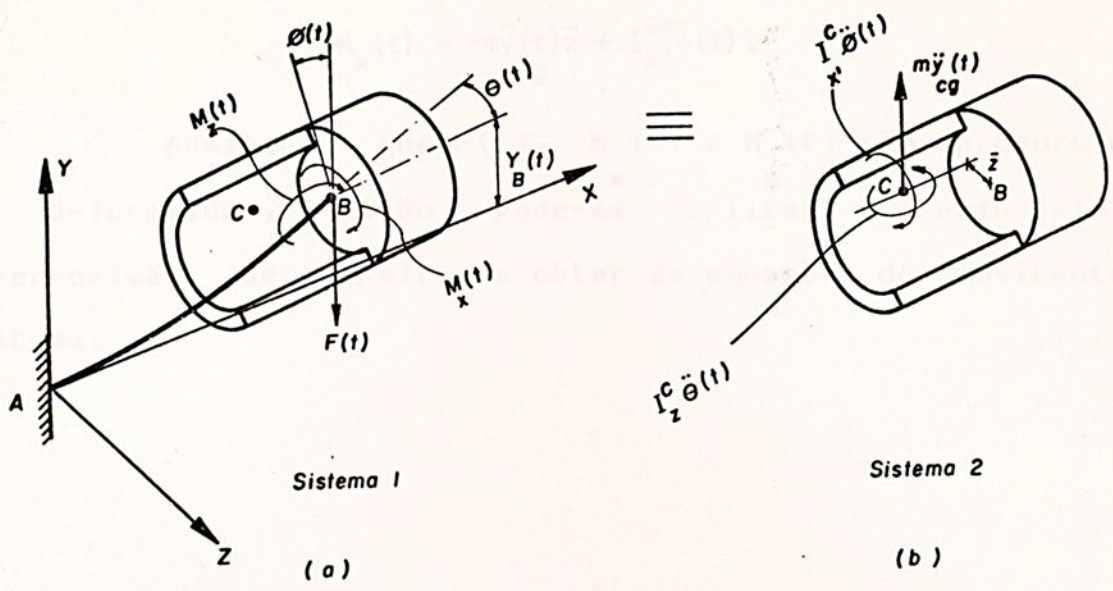


Figura 5.7 - Esforços atuantes no contrapeso.

Da análise do sistema representado na figura 5.7, obtém-se que:

$$(\sum F_y)_{\text{sist.1}} = (\sum F_y)_{\text{sist.2}} \tag{5.31}$$

$$-F(t) = m\ddot{y}_{cg}(t);$$

$$(\sum M_{B_z})_{\text{sist.1}} = (\sum M_{B_z})_{\text{sist.2}} \tag{5.32}$$

$$-M_z(t) = -m\ddot{y}_{cg}(t)\bar{x} + I_z^{cg}\ddot{\theta}(t);$$



$$(\sum M_{B_x})_{\text{sist.1}} = (\sum M_{B_x})_{\text{sist.2}}:$$

(5.33)

$$-M_x(t) = -m\ddot{y}(t)\bar{z} + I_{x_{cg}}^{\text{cg}}\ddot{\phi}(t).$$

Admitindo que $F(t)$, $M_x(t)$ e $M_z(t)$ são proporcionais às deformações, então pode-se aplicar o princípio da superposição, de maneira a obter as equações do movimento do sistema.

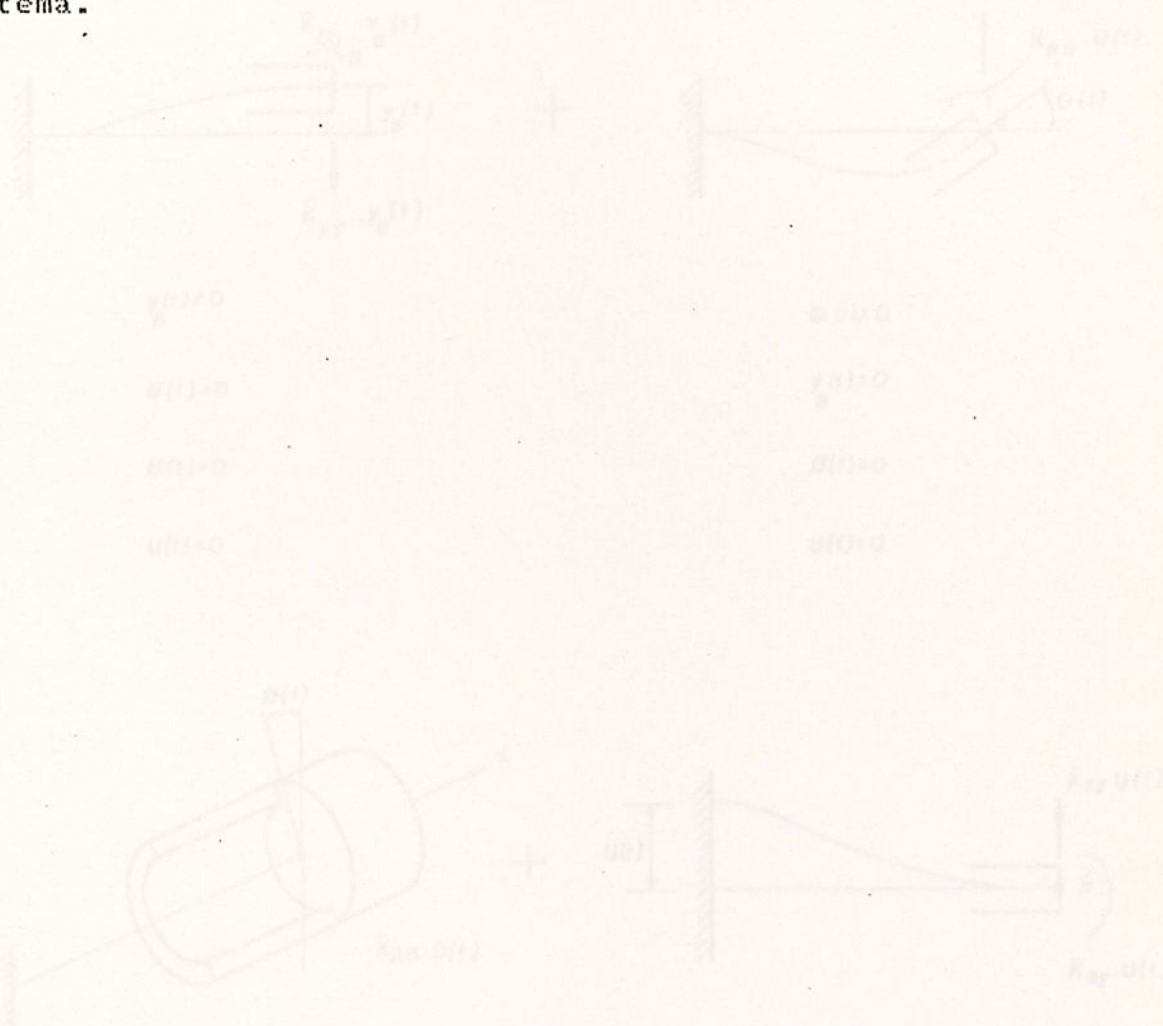


Figura 5.8 - Superposição das deflexões.



A configuração deformada, pode ser obtida de:

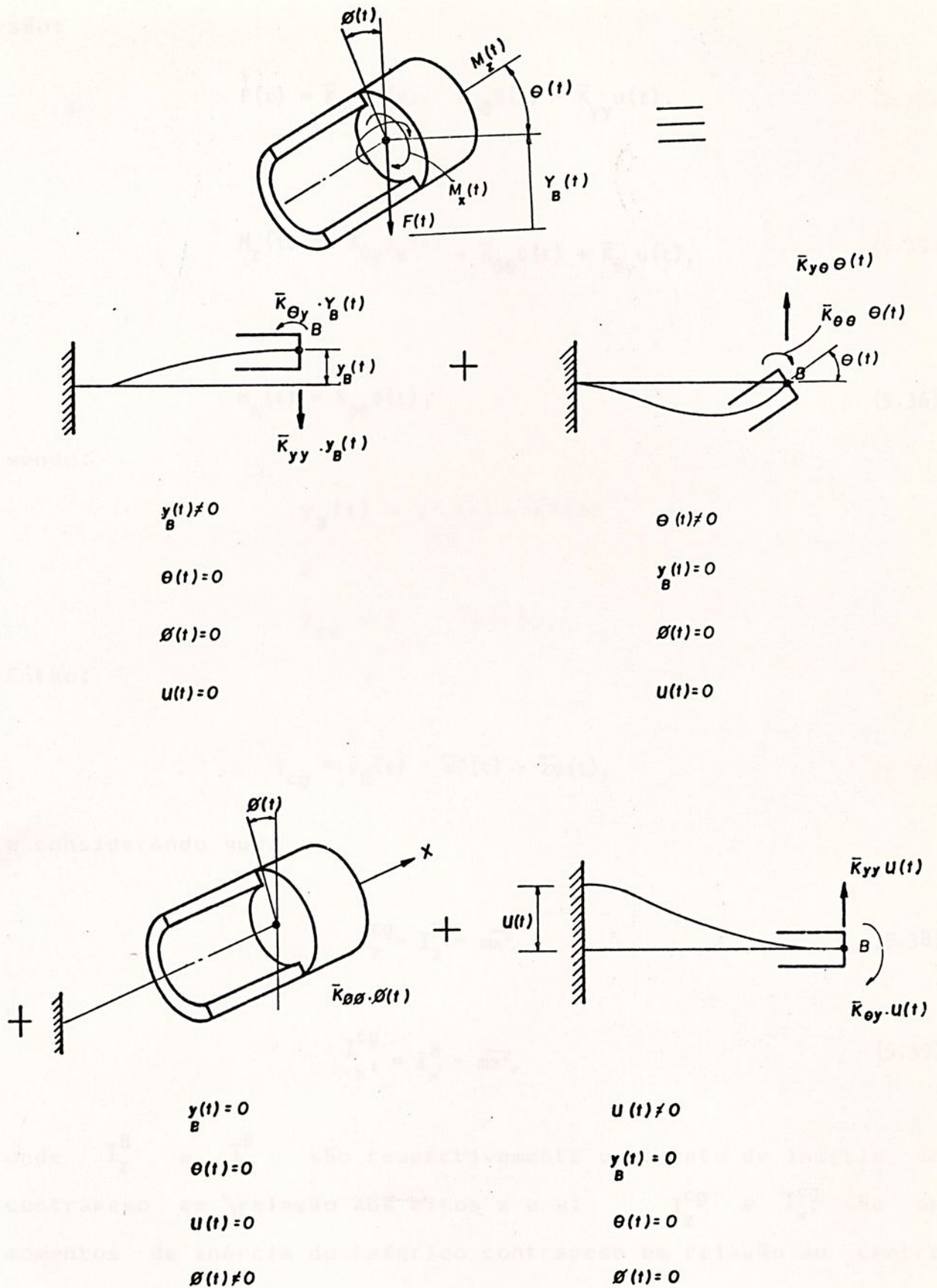


Figura 5.8 - Superposição dos esforços.

Portanto os esforços totais que atuam no contrapeso

são:

$$F(t) = \bar{K}_{yy} y_B(t) - \bar{K}_{y\theta} \theta(t) - \bar{K}_{yy} u(t), \quad (5.34)$$

$$M_z(t) = -\bar{K}_{\theta y} y_B(t) + \bar{K}_{\theta\theta} \theta(t) + \bar{K}_{\theta y} u(t), \quad (5.35)$$

$$M_x(t) = \bar{K}_{\phi\phi} \phi(t), \quad (5.36)$$

sendo:

$$y_B(t) = y'_{cg}(t) + \bar{x}\theta(t)$$

e

$$y_{cg} = y'_{cg} - \bar{z}\phi(t).$$

Então:

$$y_{cg} = y_B(t) - \bar{x}\theta(t) - \bar{z}\phi(t), \quad (5.37)$$

e considerando que:

$$I_z^{cg} = I_z^B - m\bar{x}^2 \quad (5.38)$$

e

$$I_{x'}^{cg} = I_x^B - m\bar{z}^2, \quad (5.39)$$

onde I_z^B e I_x^B são respectivamente o momento de inércia do contrapeso em relação aos eixos z e x ; I_z^{cg} e $I_{x'}^{cg}$ são os momentos de inércia do referido contrapeso em relação ao centro de gravidade C .

Substituindo as expressões 5.34 e 5.37, na equação 5.31 obtém-se que:

$$m\ddot{y}_B(t) - m\bar{x}\ddot{\theta}(t) - m\bar{z}\ddot{\phi}(t) + \bar{K}_{yy}y_B(t) - \bar{K}_{y\theta}\theta(t) = \bar{K}_{yy}u(t), \quad (5.40)$$

que é a primeira equação diferencial do movimento do contrapeso.

Substituindo as expressões 5.33 e 5.37 na equação 5.32 tem-se:

$$I_y^B\ddot{\theta}(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) - m\ddot{y}_B(t)\bar{x} - \bar{K}_{\theta y}y_B(t) + \bar{K}_{\theta\theta}\theta(t) = -\bar{K}_{\theta y}u(t), \quad (5.41)$$

que é a segunda equação diferencial do movimento do contrapeso.

Substituindo as expressões 5.36, 5.37 e 5.39 na equação 5.33 obtém-se que:

$$I_x^B\ddot{\phi}(t) - m\bar{z}y_B(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) + \bar{K}_{\phi\phi}\phi(t) = 0, \quad (5.42)$$

que é a terceira equação diferencial do movimento do contrapeso.

As equações 5.40, 5.41 e 5.42 podem ser escritas na forma matricial como a seguir:

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} & -m\bar{z} \\ -m\bar{x} & (I_z^B + m\bar{x}\bar{z}) & 0 \\ -m\bar{z} & m\bar{x}\bar{z} & I_x^B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_B(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{K}_{yy} & -\bar{K}_{y\theta} & 0 \\ -\bar{K}_{\theta y} & \bar{K}_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_B(t) \\ \theta(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{K}_{yy} \\ -\bar{K}_{\theta y} \\ 0 \end{Bmatrix} u(t) \quad (5.43)$$

A expressão 5.43, representa a equação matricial diferencial do movimento do contrapeso. Nesta expressão a matriz de massa é de fácil obtenção enquanto que a matriz de rigidez normalmente é obtida experimentalmente [C2].

Já foi visto no item 5.21 que Claren e Diana realizaram experiências com o cabo mensageiro e concluíram que são válidas as seguintes relações para os coeficientes de rigidez:

$$\begin{aligned}
 K_{yy} &= 4K, & K_{y\theta} &= 2Kl, \\
 K_{\theta y} &= 2Kl, & K_{\theta\theta} &= 4/3Kl^2,
 \end{aligned}$$

onde

$$K = \frac{3EI}{l^3} .$$

A seguir será calculado o coeficiente de rigidez à torção ($K_{\phi\phi}$).



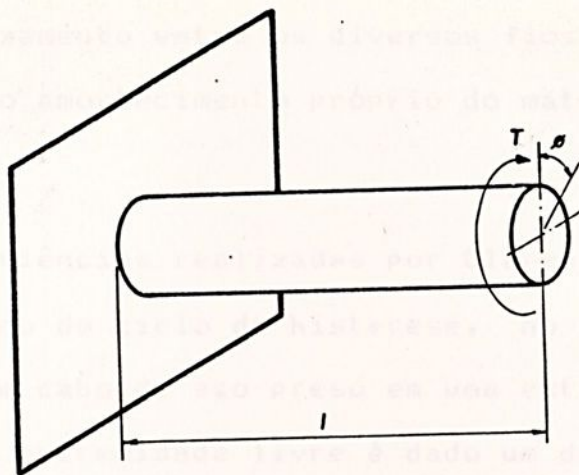


Figura 5.9 - Viga submetida à torção.

Sabe-se da resistência dos materiais que:

$$\phi = \frac{T \cdot l}{G \cdot J};$$

$$\bar{K}_{\phi\phi} = \frac{T}{\phi};$$

$$K = \frac{3EI}{l^3}.$$

Então pode-se escrever que:

$$\bar{K}_{\phi\phi} = G \cdot J \sqrt[3]{\frac{K}{3EI}}. \quad (5.44)$$

5.3.2. Vibração forçada amortecida

Amortecimento de um material é algo bastante complexo e torna-se mais complexo no caso do cabo mensageiro do amortece-

dor, já que o mesmo é resultante da combinação do amortecimento devido ao deslizamento entre os diversos fios que compõem o cabo mensageiro e do amortecimento próprio do material de cada fio do cabo mensageiro.

Experiências realizadas por Claren e Diana [C3], [C4], usando o método do ciclo de histerese, no qual a experiência consistia em um cabo de aço preso em uma extremidade e livre na outra. Onde na extremidade livre é dado um deslocamento conhecido, de baixa amplitude e variando senoidalmente com o tempo. Um sinal proporcional ao deslocamento é conectado ao eixo x de um osciloscópio e um outro sinal proporcional à força necessária para imprimir um deslocamento é conectado ao eixo y do mesmo osciloscópio. Deste modo uma elipse é formada na tela do osciloscópio e a área dentro desta elipse corresponde a energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro.

Um modelo relativo ao amortecimento do cabo mensageiro que se aproxima do escrito anteriormente é aquele onde a força de amortecimento é proporcional à amplitude de deslocamento e em quadratura com o mesmo, isto é, defasada de 90° em relação ao deslocamento [C2]. Esse tipo de amortecimento é conhecido como amortecimento histerético e matematicamente pode ser expresso por:

$$F_a = h |y(t)| \frac{\dot{y}(t)}{|\dot{y}(t)|}, \quad (5.45)$$

onde:

$y(t)$ - deslocamento;

$\dot{y}(t)$ - velocidade;



F_a - força de amortecimento;

h - constante de amortecimento histerético.

Se o movimento é harmônico, ou seja:

$$y(t) = \tilde{y} e^{i\Omega t},$$

$$\dot{y}(t) = i\Omega \tilde{y} e^{i\Omega t} = i\Omega y(t) \Rightarrow y(t) = \frac{\dot{y}(t)}{i\Omega}, \quad (5.46)$$

tem-se:

$$F_a = ihy(t) = \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t). \quad (5.47)$$

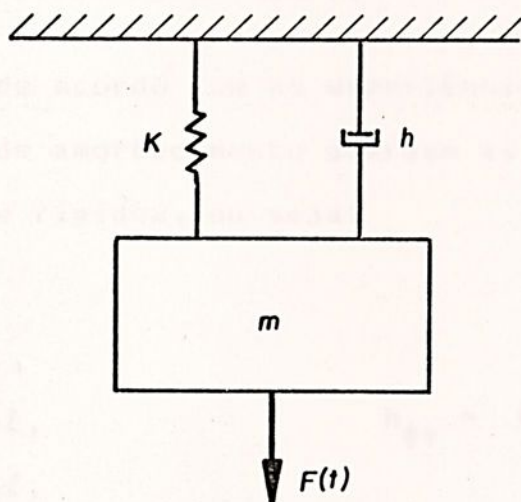


Figura 5.10 - Sistema massa-mola-amortecedor.

Considerando o sistema da figura 5.10, sua equação diferencial do movimento é dada por:

$$m\ddot{y}(t) + ihy(t) + Ky(t) = F(t) ,$$

$$m\ddot{y}(t) + K(1 + i \frac{h}{K}) y(t) = F(t) ,$$

onde:

$$\frac{h}{K} = \mu \text{ - coeficiente adimensional de amortecimento.}$$

Então, obtém-se:

$$m\ddot{y}(t) + K(1 + i\mu) y(t) = F(t) .$$

O termo $K(1 + i\mu)$, é conhecido como rigidez complexa e será denotado por $\bar{K} = K(1 + i\mu)$.

Ainda de acordo com as experiências de Claren e Diana, os coeficientes de amortecimento guardam as mesmas relações que os coeficientes de rigidez, ou seja:

$$h_{yy} = 4h ,$$

$$h_{y\theta} = 2h\ell ,$$

$$h_{\theta y} = 2h\ell ,$$

$$h_{\theta\theta} = 4/3 h\ell^2 ,$$

$$h_{\phi\phi} = G.J \sqrt[3]{\frac{h}{3EI}} .$$

Dessa forma, os coeficientes de rigidez complexa tornam-se:



$$\bar{K}_{yy} = K_{yy} (1 + i\mu) = K_{yy} + ih_{yy},$$

$$\bar{K}_{y\theta} = K_{y\theta} (1 + i\mu) = K_{y\theta} + ih_{y\theta},$$

$$\bar{K}_{\theta y} = K_{\theta y} (1 + i\mu) = K_{\theta y} + ih_{\theta y},$$

$$\bar{K}_{\theta\theta} = K_{\theta\theta} (1 + i\mu) = K_{\theta\theta} + ih_{\theta\theta},$$

$$\bar{K}_{\phi\phi} = K_{\phi\phi} (1 + i\mu) = K_{\phi\phi} + ih_{\phi\phi}.$$

Então usando os coeficientes de rigidez complexa, pode-se escrever as equações 5.40, 5.41 e 5.42 como segue:

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_B(t) - m\bar{x}\ddot{\theta}(t) - m\bar{z}\ddot{\phi}(t) + K_{yy}y_B(t) + ih_{yy}y_B(t) - K_{y\theta}\theta(t) + ih_{y\theta}\theta(t) = \\ = K_{yy}u(t) + ih_{yy}u(t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_z^B\ddot{\theta}(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) - m\ddot{y}_B(t)\bar{x} - K_{\theta y}y_B(t) + ih_{\theta y}y_B(t) + K_{\theta\theta}\theta(t) + ih_{\theta\theta}\theta(t) = \\ = -K_{\theta y}u(t) - ih_{\theta y}u(t), \end{aligned} \quad (5.48)$$

$$I_x^B\ddot{\phi}(t) - m\bar{z}\ddot{y}_B(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) + K_{\phi\phi}\phi(t) + ih_{\phi\phi}\phi(t) = 0.$$

Sabe-se que $\theta(t)$ e $\phi(t)$ podem ser escritos como $y(t)$ (expressão 5.46); então a equação 5.48 pode ser escrita na forma:

$$m\ddot{y}_B(t) - m\bar{x}\ddot{\theta}(t) - m\bar{z}\ddot{\phi}(t) + K_{yy}y_B(t) + \frac{h_{yy}}{\Omega}\dot{y}_B(t) - K_{y\theta}\theta(t) + \frac{h_{y\theta}}{\Omega}\dot{\theta}(t) =$$

$$= K_{yy}u(t) + \frac{h_{yy}}{\Omega}\dot{u}(t);$$

$$I_z^B\ddot{\theta}(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) - m\ddot{y}_B(t)\bar{x} - K_{\theta y}y_B(t) + \frac{h_{\theta y}}{\Omega}\dot{y}_B(t) + K_{\theta\theta}\theta(t) + \frac{h_{\theta\theta}}{\Omega}\dot{\theta}(t) =$$

$$(5.49)$$

$$= -K_{\theta y}u(t) - \frac{h_{\theta y}}{\Omega}\dot{u}(t);$$

$$I_x^B\ddot{\phi}(t) - m\bar{z}\ddot{y}_B(t) + m\bar{x}\bar{z}\ddot{\theta}(t) + K_{\phi\phi}\phi(t) + \frac{h_{\phi\phi}}{\Omega}\dot{\phi}(t) = 0.$$

Na forma matricial a equação 5.49 fica:

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} & -m\bar{z} \\ -m\bar{x} & (I_z^B + m\bar{x}\bar{z}) & 0 \\ -m\bar{z} & m\bar{x}\bar{z} & I_x^B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_B(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\phi}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{yy} & h_{y\theta} & 0 \\ h_{\theta y} & h_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & h_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_B(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} K_{yy} & -K_{y\theta} & 0 \\ -K_{\theta y} & K_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_B(t) \\ \theta(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{yy} \\ -K_{\theta y} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} h_{yy} \\ -h_{\theta y} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{u}(t).$$

$$(5.50)$$

A expressão 5.50, representa a equação matricial do movimento total do amortecedor Dog-bone; ela está representada em função de todos os seus parâmetros. Dessa forma é de fácil obtenção no domínio do tempo qualquer valor que se queira determinar para o amortecedor Dog-bone.



5.3.3. Valor numérico das freqüências naturais do amortecedor

Dog-bone

Já foi visto que as freqüências naturais são obtidas considerando-se somente a vibração livre do amortecedor e que neste movimento estão envolvidas somente as matrizes de massa e rigidez. No Centro de Processamento de Dados da FEG/UNESP, existe um programa de computador que permite o cálculo das freqüências naturais de um sistema, quando se conhece as matrizes de massa e rigidez. Como as matrizes de massa e rigidez do amortecedor Dog-bone são conhecidas (expressão 5.50), foi possível determinar os valores numéricos das freqüências naturais, através da utilização deste programa, e cujos valores obtidos foram:

$$\omega_1 = 4,8 \text{ Hz ;}$$

$$\omega_2 = 10,6 \text{ Hz ;}$$

$$\omega_3 = 15,7 \text{ Hz .}$$



ANÁLISE EXPERIMENTAL DOS AMORTECEDORES STOCKBRIDGE E DOG-BONE

6.1 - Objetivo

O objetivo deste capítulo é apresentar a identificação experimental dos parâmetros dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone e também fazer uma análise da energia absorvida em cada modo de vibrar para verificar a eficiência destes dois tipos de amortecedores.

6.2 - Descrição da experiência

Foram ensaiados os amortecedores Stockbridge e Dog-bone, onde ambos são iguais nos parâmetros e características que dizem respeito a massa, rigidez, amortecimento, comprimento do



cabo mensageiro e momento de inércia (exceção do momento de inércia em relação ao eixo x, vide figura 5.6), cujos valores são dados a seguir:

$$m = 2,8 \text{ Kg};$$

$$l = 0,168 \text{ m};$$

$$\bar{x} = 0,0237 \text{ m};$$

$$\bar{z} = 0,0035 \text{ m};$$

$$I_x^B = 0,0012 \text{ Kg.m}^2;$$

$$I_z^B = 0,0297 \text{ Kg.m}^2 .$$

Esta experiência é composta de três partes, sendo a primeira parte a determinação estática do coeficiente de rigidez do cabo mensageiro (k). A segunda parte é a determinação do coeficiente de amortecimento do cabo mensageiro (h). Na terceira parte foram determinadas as freqüências naturais dos dois tipos de amortecedores.

A descrição dos equipamentos utilizados na parte experimental é apresentada no apêndice 3.

6.3 - Identificação dos parâmetros dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone

6.3.1. Coeficiente de rigidez do cabo mensageiro

Esta experiência foi montada conforme mostra o esquema da figura 6.1, e é descrita a seguir.



Para verificar estaticamente a rigidez do cabo mensageiro, o mesmo foi preso em uma extremidade e ficando livre na outra (figura 6.1).

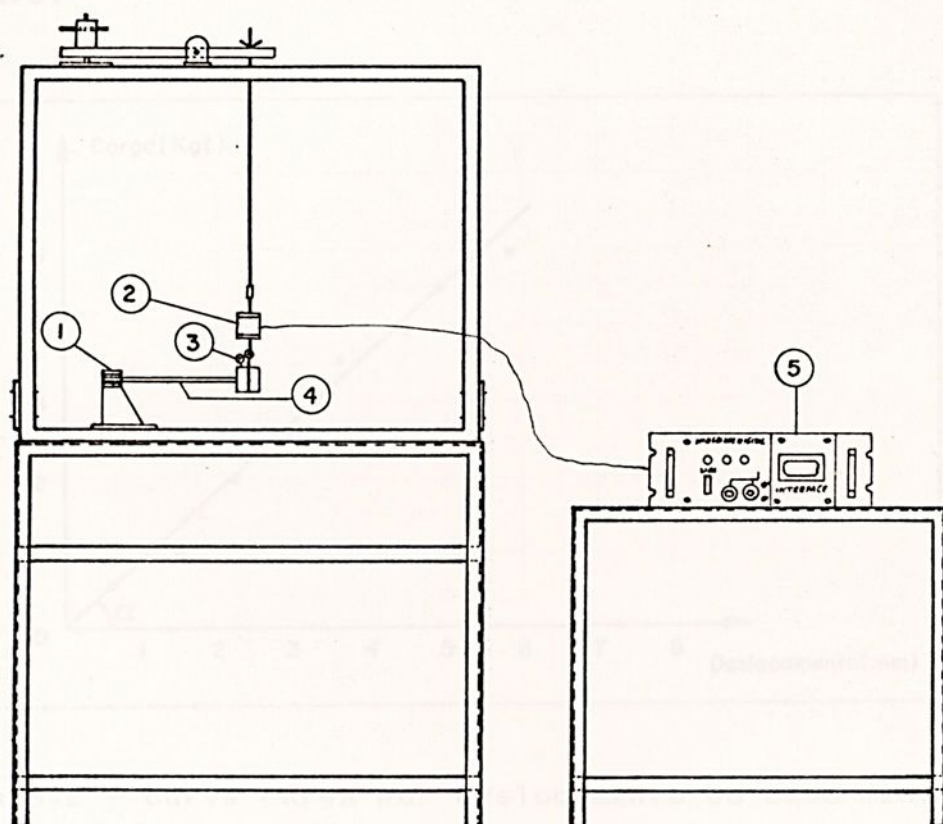


Figura 6.1 - Esquema de montagem da experiência para determinação do coeficiente de rigidez. 1- Local de fixação do cabo mensageiro; 2 - Célula de carga; 3 - Relógio comparador; 4 - Cabo mensageiro com a massa do amortecedor; 5 - Indicador digital.

Na extremidade livre foi colocada uma célula de carga

e um relógio comparador. Conforme a carga era aplicada, seu valor era fornecido por um indicador digital e o deslocamento produzido era medido pelo relógio comparador. Com os dados obtidos traçou-se uma curva de carga por deslocamento, cuja configuração pode ser aproximada por uma reta (figura 6.2). A tangente da inclinação desta curva, fornece o coeficiente de rigidez do cabo messageiro.

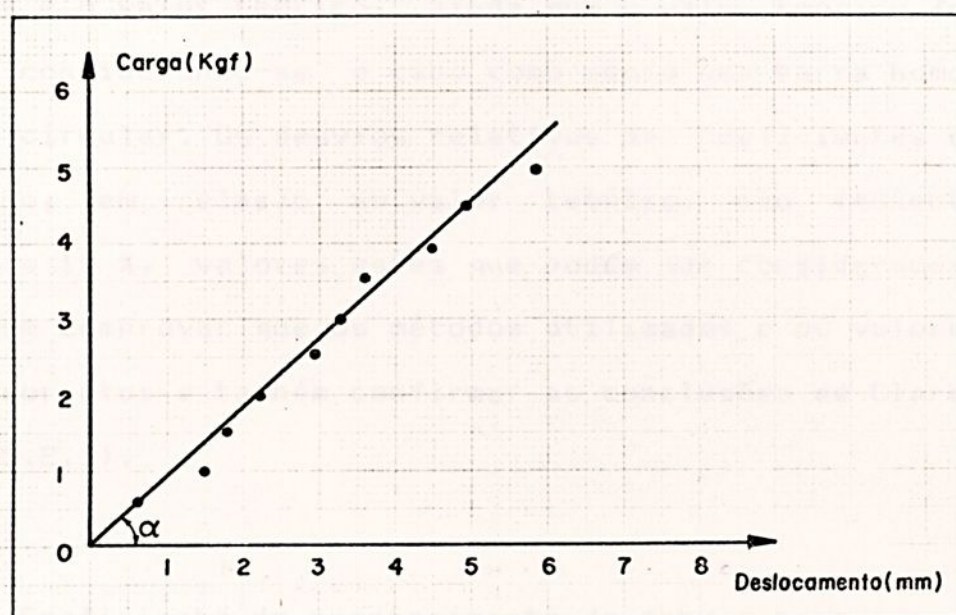


Figura 6.2 - Curva carga por deslocamento do cabo messageiro.

Como $k = \text{tg } \alpha$, então o coeficiente de rigidez estático do cabo messageiro é igual 9009 N/m.

Pode-se fazer aqui uma verificação do coeficiente de rigidez do cabo messageiro, pois conhece-se o valor medido de ω (item 6.3.3) e sabe-se o valor da massa m ; desta forma então, o coeficiente de rigidez dinâmica do cabo messageiro é igual a 9560 N/m. Nota-se que os dois valores para a rigidez do cabo

mensageiro estão bem próximos, sendo o desvio relativo em relação ao valor dinâmico de 5,7 %; isto vem reforçar que os métodos utilizados nas experiências são válidos.

Faz-se agora uma comparação entre os valores medidos dos coeficientes de rigidez determinados estática e dinamicamente com o valor de rigidez determinado teoricamente, cujo valor é 10624 N/m; nota-se que não há muita discrepância entre os valores medidos e o valor teórico, ainda que o valor teórico foi conseguido considerando-se o cabo como sendo uma barra homogênea de seção circular. Os desvios relativos dos coeficientes estático e dinâmico, em relação ao valor teórico, são respectivamente, 15,2 % e 10 %, valores estes que podem ser considerados baixos. Isto vem comprovar que os métodos utilizados e os valores obtidos estão corretos e também confirmar as conclusões de Claren e Diana (item 5.2.1).

6.3.2. Coeficiente de amortecimento do cabo mensageiro

A experiência descrita a seguir, foi montada conforme o esquema da figura 6.3.

Para a determinação do coeficiente de amortecimento, foi usado o método tradicional do decremento logarítmico.



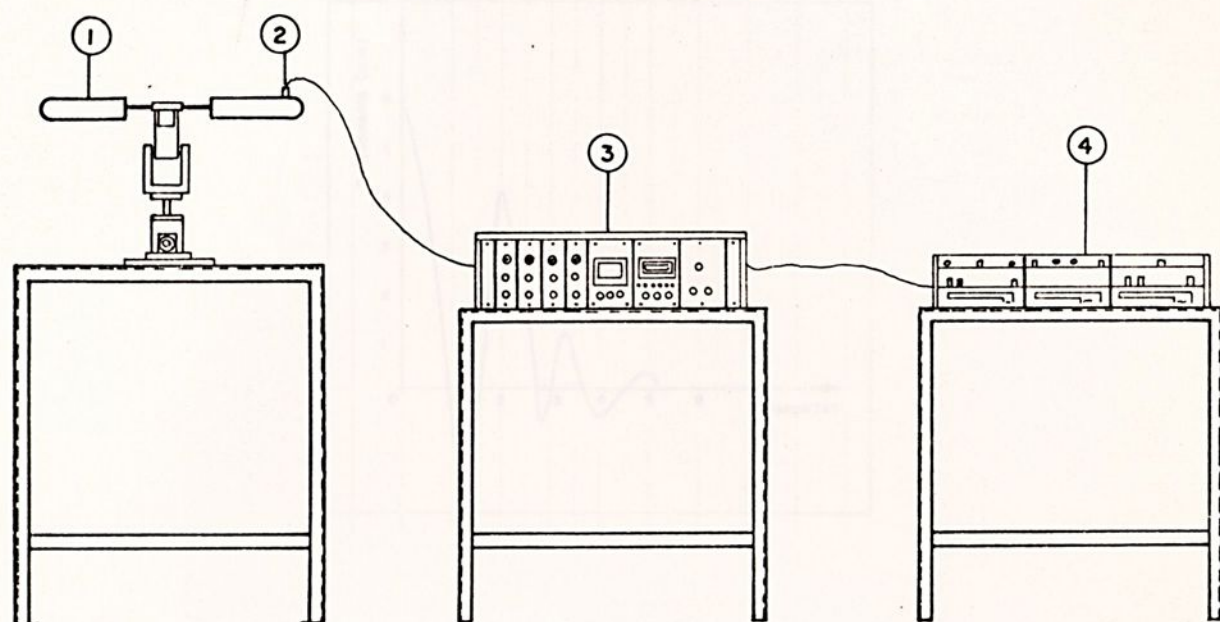


Figura 6.3 - Esquema de montagem da experiência para determinação do coeficiente de amortecimento. 1 - Amortecedor; 2 - Acelerômetro piezoelétrico; 3 - Medidor de vibrações; 4 - Registrador XY.

Para determinar o decaimento logarítmico, deu-se um determinado deslocamento na massa do amortecedor onde foi preso um acelerômetro; depois soltou-a deixando-a vibrar livremente. O sinal captado pelo acelerômetro passou pelo medidor de vibrações onde foi amplificado e filtrado. Após o medidor de vibrações fazer a dupla integração analógica do sinal captado pelo

acelerômetro, este é registrado pelo registrador XY; e a resposta do deslocamento do movimento livre do amortecedor é mostrada na figura 6.4.

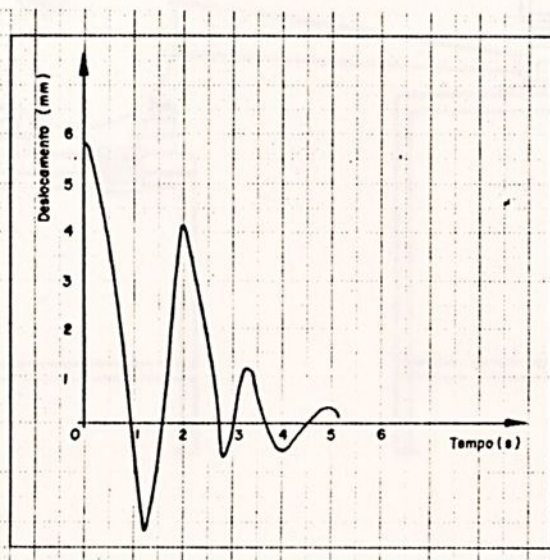


Figura 6.4 - Resposta do movimento do amortecedor.

Usando então o método do decremento logarítmico o valor do fator de amortecimento é $h = 48 \text{ N.s/m}$.

6.3.3. Frequências naturais

Esta experiência foi montada conforme o esquema mostrado na figura 6.5, adotando-se a seqüência descrita a seguir.

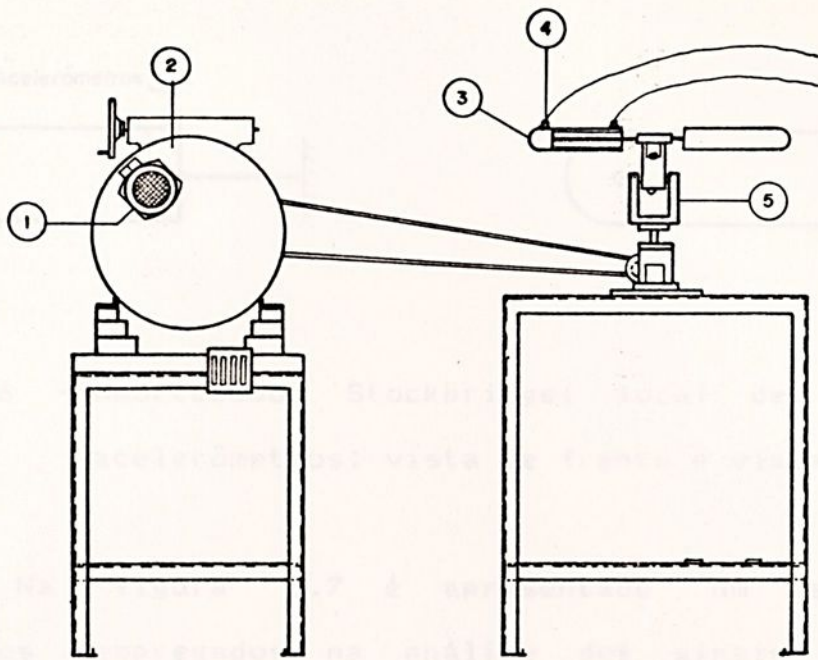


Figura 6.5 - Esquema de montagem da experiência para determinação das frequências naturais. 1 - Motor elétrico; 2 - Variador mecânico de velocidade; 3 - Amortecedor; 4 - Acelerômetro piezoelétrico; 5 - Excitador mecânico.

Primeiramente foi ensaiado o amortecedor Stockbridge; este foi preso a um excitador mecânico com a amplitude de deslocamento constante ($\ddot{u} = 0,7 \text{ mm}$), acoplado a um motor variador de velocidade, que permitia variar a frequência de excitação de 3 a 50 Hz. O amortecedor foi instrumentado com dois acelerômetros piezoelétricos, sendo um fixado na direção do ponto de engaste do contrapeso ao cabo mensageiro e outro na extremidade do contrapeso (figura 6.6), cujos sinais foram processados por filtros

analógicos e analisados digitalmente através de software apropriado.



Figura 6.6 - Amortecedor Stockbridge; local de fixação dos acelerômetros: vista de frente e vista superior.

Na figura 6.7 é apresentado um esquema dos equipamentos empregados na análise dos sinais obtidos dos acelerômetros conectados ao amortecedor.

Na saída do medidor de vibrações foi ligada uma placa conversora analógico-digital (modelo LINX CAD 10/26) usada como interface com um computador compatível com o PC-XT, possibilitando desta forma a gravação e análise dos sinais digitalizados.

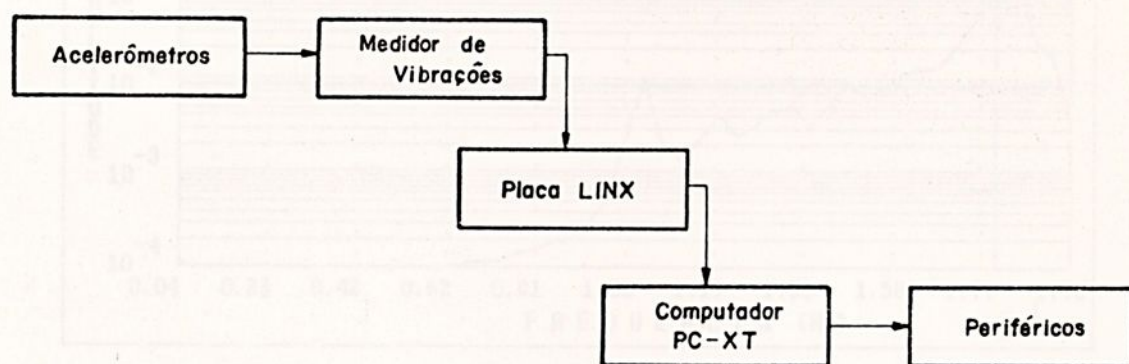


Figura 6.7 - Esquema de montagem da instrumentação.



No amortecedor Dog-bone, foram usados procedimentos semelhantes, com exceção de um acelerômetro a mais que foi fixado na extremidade do contrapeso (figura 6.8).

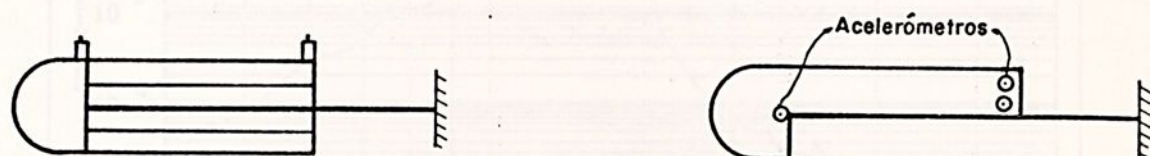


Figura 6.8 - Amortecedor Dog-bone: local de fixação dos acelerômetros: vista de frente e vista superior.

Foi feita uma varredura de freqüências de excitação que possibilitava a passagem pelas freqüências de ressonância dos amortecedores estudados. Após análise dos sinais o computador fornece um gráfico contendo o espectro da freqüência de excitação, figuras 6.9 e 6.10.

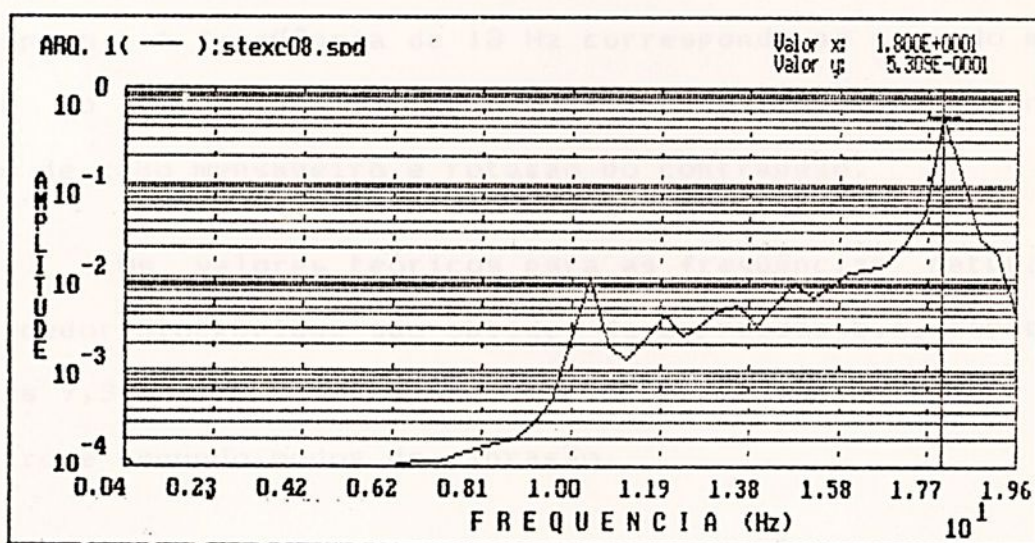


Figura 6.9 - Espectro de freqüência de excitação do amortecedor Stockbridge.

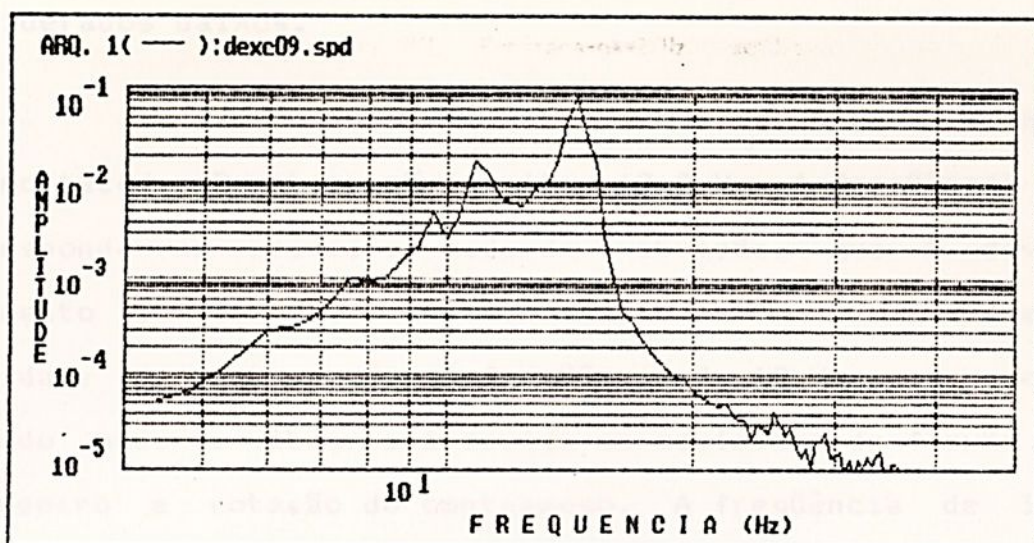


Figura 6.10 - Espectro de frequência de excitação do amortecedor Dog-bone.

Observando a figura 6.9, verifica-se que as frequências naturais do amortecedor Stockbridge são 10,4 e 18 Hz. A frequência de 10,4 Hz corresponde ao primeiro modo de vibrar deste amortecedor que é devido ao movimento de flexão do cabo mensageiro e translação do centro de gravidade do contrapeso. A frequência de 18 Hz corresponde ao segundo modo de vibrar do amortecedor Stockbridge e é devido ao movimento de flexão de cabo mensageiro e rotação do contrapeso.

Os valores teóricos para as frequências naturais do amortecedor Stockbridge são obtidos da expressão 5.6, sendo estes valores 9,3 e 17,5 Hz, que correspondem, respectivamente, ao seu primeiro e segundo modos de vibração.

Os desvios relativos das frequências naturais do primeiro e segundo modos de vibrar em relação ao valor medido, são respectivamente, 10,5 % e 4,4 %, valores estes que podem ser

considerados baixos.

Da figura 6.10 verifica-se que as frequências naturais do amortecedor Dog-bone são 6, 12 e 17,2 Hz. A frequência de 6 Hz corresponde ao primeiro modo de vibração, que é devido ao movimento de flexão do cabo mensageiro e translação do centro de gravidade do contrapeso. A frequência de 12 Hz corresponde ao segundo modo de vibrar e é devido ao movimento de flexão do cabo mensageiro e rotação do contrapeso. A frequência de 17,2 Hz corresponde ao terceiro modo de vibrar e é devido ao movimento de torção do cabo mensageiro e rotação do contrapeso.

Os valores teóricos para as frequências naturais do amortecedor Dog-bone, são obtidos da expressão 5.50 e seus valores são 4,8 , 10,6 e 15,7 Hz, que correspondem, respectivamente, ao primeiro, segundo e terceiro modos de vibração deste amortecedor.

Calculando-se os desvios relativos das frequências naturais do primeiro, segundo e terceiro modos de vibração em relação ao valor medido, obtém-se, respectivamente, 20 %, 11,6 % e 8,7 %, o que podem ser considerados valores baixos, principalmente os valores relativos aos segundo e terceiro modos.

Comparando-se os valores das frequências naturais medidos experimentalmente dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone, com os valores obtidos teoricamente dos mesmos amortecedores, nota-se que eles são bem próximos, servindo para comprovar a validade do modelo matemático adotado.



6.4 - Cálculo da energia para cada modo de vibração dos amortecedores

6.4.1 - Amortecedor Stockbridge

Para determinar a energia absorvida em cada modo de vibração do amortecedor Stockbridge, foi utilizada a expressão abaixo, que já leva em consideração as duas metades do amortecedor.

$$E = m \dot{y}^2 + I_z^B \dot{\theta}^2 .$$

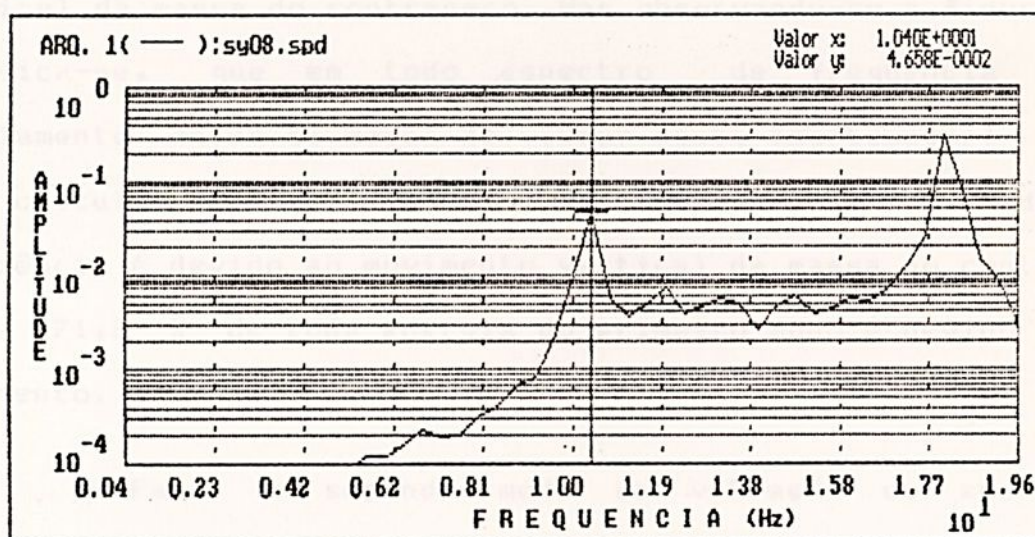


Figura 6.11 - Espectro de aceleração do ponto de engaste do amortecedor Stockbridge.

As curvas de resposta para cada modo de vibração foram obtidas quando o amortecedor vibrava em sintonia com cada uma das

suas frequências naturais.

Para o primeiro modo de vibrar do amortecedor Stockbridge, ou seja, na frequência de 10,4 Hz, a energia absorvida é dada por:

$$E = 0,86 + 0,35 = 1,21 \text{ W/ciclo.}$$

Da energia calculada acima no primeiro modo de vibrar do amortecedor Stockbridge, verifica-se que $E = 1,21 \text{ W/ciclo}$, é devido a duas parcelas, sendo que a maior delas (71,8%) é devido ao movimento vertical da massa do contrapeso e a outra parcela (28,2%) devido ao movimento de rotação da massa do contrapeso. Na modelagem matemática deste amortecedor, considera-se para efeito de cálculo que no primeiro modo de vibrar, há somente movimento vertical da massa do contrapeso. Mas observando-se a figura 6.11, verifica-se, que em todo espectro de frequência há um acoplamento entre os modos de vibrar deste amortecedor; através dos cálculos da energia comprova-se que no primeiro modo, sua eficiência é devido ao movimento vertical da massa do contrapeso, pois, 71,8 % de toda energia do primeiro modo é devido a este movimento.

Para o segundo modo de vibração do amortecedor Stockbridge que ocorre na frequência de 18 Hz, a energia absorvida é:

$$E = 0,65 + 2,43 = 3,08 \text{ W/ciclo.}$$

Da mesma forma que no primeiro modo, a energia no segundo modo é composta por duas parcelas, ou seja, 77,3 % da



energia é devido ao movimento de rotação do contrapeso e 22,7 % desta energia é devido ao movimento vertical do contrapeso. Teoricamente toda energia absorvida no segundo modo deveria ser proveniente somente do movimento de rotação do contrapeso, mas da observação da figura 6.12 verifica-se que esta energia é composta de duas parcelas, apesar de neste modo de vibrar a parcela que contribui eficazmente ser devido à rotação do contrapeso.

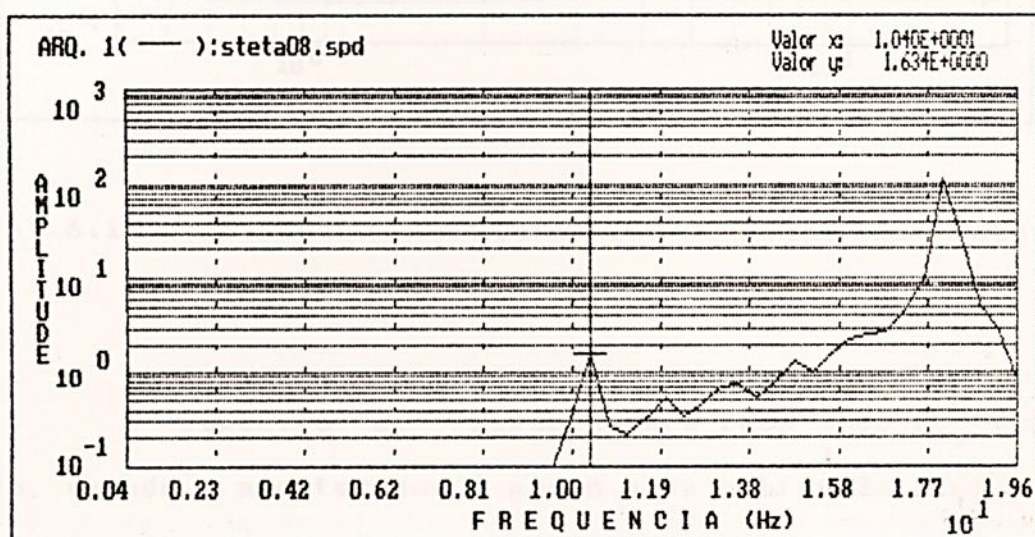


Figura 6.12 - Espectro de aceleração da extremidade do amortecedor Stockbridge.

6.4.2 - Amortecedor Dog-bone

A energia envolvida em cada modo de vibração do amortecedor Dog-bone foi determinada através da expressão abaixo, que já leva em consideração as duas metades do amortecedor:

$$E = m\dot{y}^2 + I_z^B \dot{\theta}^2 + I_x^B \dot{\phi}^2 .$$

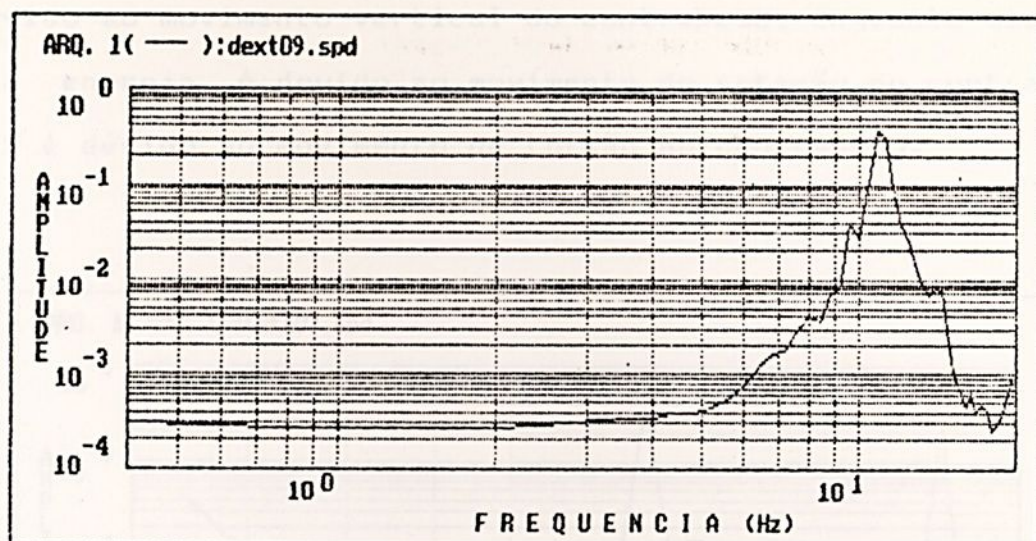


Figura 6.13 - Espectro de aceleração do ponto de engaste do amortecedor Dog-bone.

O espectro de resposta para cada modo de vibrar é obtido quando o amortecedor é posto para vibrar em sintonia com cada uma das suas freqüências naturais.

O primeiro modo de vibrar do amortecedor Dog-bone ocorre na freqüência de 6 Hz e neste modo a energia absorvida é dada por:

$$E = 2,30 + 0,38 + 0,08 = 2,8 \text{ W/ciclo.}$$

Da figura 6.13, nota-se que o primeiro modo de vibrar do amortecedor Dog-bone está acoplado com os outros dois modos de vibrar, nota-se também que o acoplamento é maior entre os dois primeiros modos de vibrar. Isto também está evidenciado no cál-

culo da energia deste primeiro modo. Do cálculo da energia verifica-se que 83,4 % da energia total do primeiro modo de vibração é devido ao movimento vertical do contrapeso, enquanto que 13,7 % desta energia é devido ao movimento de rotação do contrapeso e 2,9 % é devido ao movimento de torção do contrapeso.

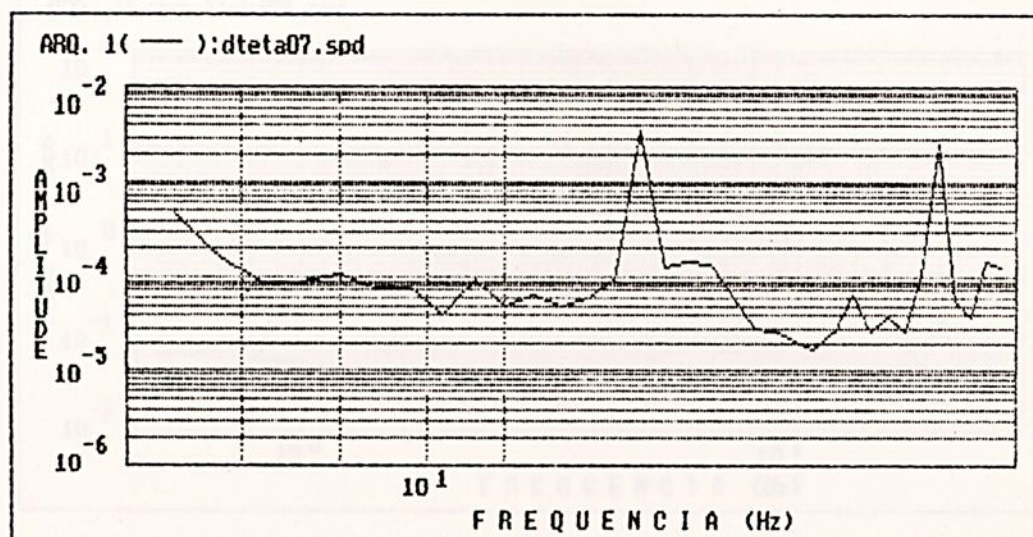


Figura 6.14 - Espectro de aceleração da extremidade livre do contrapeso do amortecedor Dog-bone.

Para o segundo modo de vibrar do amortecedor Dog-bone que ocorre a uma frequência de 12 Hz, a energia absorvida neste segundo modo de vibração é:

$$E = 0,3 + 2,5 + 1,4 = 4,2 \text{ W/ciclo.}$$

Como no caso anterior, o segundo modo também está acoplado com os outros dois modos de vibração, e o acoplamento é mais forte entre o segundo e o terceiro modos de vibração. No segundo modo de vibração, a parcela maior da energia absorvida

(59,8 %) deve-se ao fato do movimento de rotação do contrapeso o que era esperado. Da energia restante, 8,3 % é devido ao movimento vertical do contrapeso e 31,9 % devido ao movimento de torção do contrapeso.

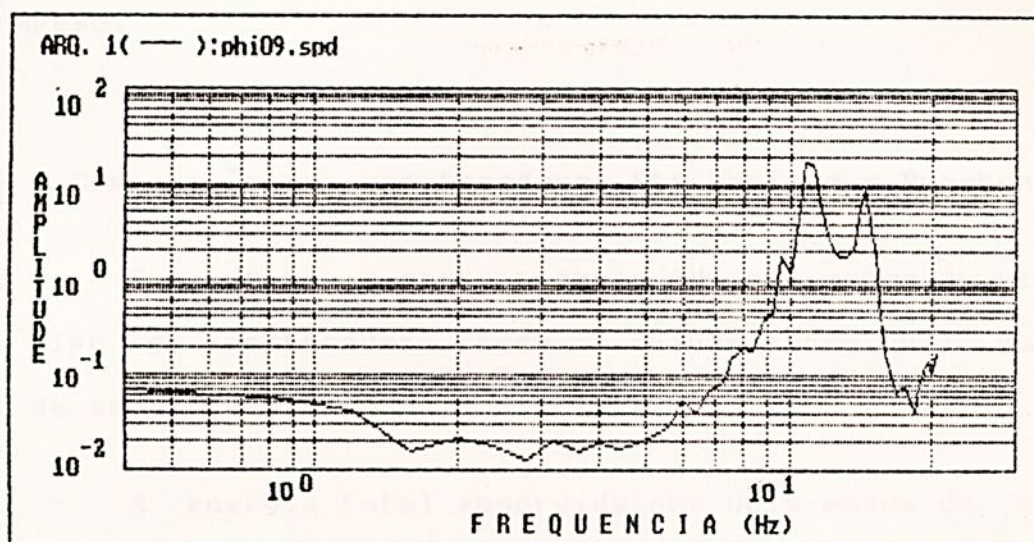


Figura 6.15 - Espectro de aceleração do movimento de torção do amortecedor Dog-bone.

No terceiro e último modo de vibrar do amortecedor Dog-bone que ocorre na frequência de 17,2 Hz a energia absorvida é:

$$E = 0,8 + 1,3 + 3,4 = 5,5 \text{ W/ciclo.}$$

Neste modo de vibrar verifica-se que a parcela que contribui mais para a energia absorvida é devido ao movimento de torção do contrapeso, que é 62,6 % do total da energia absorvida neste modo de vibrar. Aqui também verifica-se que este modo de

vibrar também está acoplado com os modos de vibrar de flexão e de rotação do contrapeso e que os modos de vibrar de rotação e de torção são os modos mais acoplados. Isto também pode ser notado no cálculo da energia absorvida neste terceiro modo de vibrar deste amortecedor, pois, 23,8 % desta energia é devido ao movimento de rotação e 13,6 % devido ao movimento de flexão do contrapeso.

6.4.3 - Comparação dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone

Somando-se a energia absorvida nos modos de vibrar de cada tipo de amortecedor, pode-se opinar sobre qual dos dois tipos de amortecedores é mais eficiente.

A energia total absorvida nos dois modos de vibração do amortecedor Stockbridge é de $E = 4,3$ W/ciclo.

A energia total absorvida nos três modos de vibração do amortecedor Dog-bone é $E = 12,5$ W/ciclo.

Pelo balanço de energia realizado, pode-se dizer que o amortecedor Dog-bone é mais eficiente que o amortecedor Stockbridge por absorver mais energia por ciclo de vibração. Isto explica a razão do crescente uso nas linhas de transmissão de energia elétrica da Austrália, onde seu uso vem sendo cada vez mais difundido; no entanto, em nosso país este tipo de amortecedor ainda é praticamente desconhecido.



CAPÍTULO 7

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Neste trabalho, inicialmente fez-se uma ampla pesquisa bibliográfica e foram apresentados resumos de trabalhos sobre o tema proposto - vibrações em linhas de transmissão de energia elétrica, cujo objetivo foi situar-se com maior propriedade em relação às pesquisas já realizadas, assim como melhor delinear o presente trabalho.

Neste trabalho apresentou-se os tipos mais comuns de vibrações que ocorrem em linhas de transmissão de energia elétrica e suas conseqüências, onde foi dado maior ênfase para vibrações eólicas, que é um dos grandes problemas que ocorrem em linhas de transmissão de energia elétrica no Brasil. Foram apresentadas as diversas formas empregadas para minimizar os efeitos das vibrações eólicas, entre elas o uso de tensões dentro de



limites recomendados, o uso de presilhas de fixação adequadas, a utilização de armaduras, o uso de cabos anti-vibratórios e, principalmente, a utilização de amortecedores de vibração.

No trabalho foi dado ênfase aos diversos tipos de amortecedores usados para minimizar os efeitos das vibrações eólicas e constatou-se que o mais utilizado é o amortecedor Stockbridge.

Foi feito um estudo criterioso sobre a forma de ação do amortecedor Stockbridge para verificar a sua forma básica de funcionamento: absorvedor ou dissipador de energia; para tanto foram estudadas as formas de isolar e de absorver vibrações e foi feito um balanço de energia num sistema massa-mola-amortecedor. Foram traçadas curvas das amplitudes dos deslocamentos do cabo condutor e do amortecedor Stockbridge, assim como potência dissipada pelo amortecedor, todas em função da frequência de excitação. As mesmas curvas foram traçadas também em função do amortecimento do amortecedor Stockbridge. Diante de todo este estudo, foi possível concluir que o amortecedor Stockbridge age principalmente como absorvedor de energia, sendo a absorção e não o amortecimento o efeito responsável pela redução da amplitude do deslocamento do cabo condutor, apesar do nome usual empregado.

Neste trabalho foram apresentadas análises matemáticas dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone, em especial do amortecedor Dog-bone, por se tratar de um amortecedor pouco difundido, praticamente inexistindo uma análise analítica de seu comportamento. Na análise matemática do amortecedor Dog-bone, estudou-se o comportamento de rigidez e de amortecimento devido à



torção do cabo mensageiro, que foram utilizados na obtenção da equação matricial do movimento total do amortecedor Dog-bone, equação esta representada em função de todos os parâmetros do amortecedor.

Ainda neste trabalho foram identificados experimentalmente os coeficientes de rigidez e de amortecimento do cabo mensageiro e também as frequências naturais de ambos amortecedores, Stockbridge e Dog-bone. Verificou-se que o coeficiente de rigidez determinado estática e dinamicamente, quando comparados entre si, e também quando comparados com o valor teórico calculado, estão bem próximos e que seus respectivos desvios relativos podem ser considerados pequenos, o que comprova que os métodos utilizados e os valores obtidos estão coerentes. Comparou-se os valores das frequências naturais medidas experimentalmente dos amortecedores Stockbridge e Dog-bone, com os valores teóricos dos mesmos amortecedores, notando-se que eles estão bem próximos, comprovando assim a validade do modelo matemático adotado. Analisou-se a energia absorvida por ciclo de vibração em cada modo de vibrar dos dois tipos de amortecedores, para se verificar a eficiência de cada um. Desta análise constatou-se que o amortecedor Dog-bone absorve mais energia por ciclo de vibração do que o amortecedor Stockbridge, apresentando portanto uma maior eficiência no combate às vibrações eólicas, o que justifica o crescente uso deste tipo de amortecedor no exterior.



BIBLIOGRAFIA

ADAMI, H.; YKEMA, T. //

- [A1] - Adami, H. e Ykema, Th., Aeolian Vibration of Tubular Busbars in Outdoor Substations and its Damping, Journal of Applied Science and Engineering A, 1(1975/76):259-280.
- [A2] - Antunes, F. A. N., A Vibração nas Linhas de Transmissão, Mundo Elétrico, setembro de 1970.
- [A3] - Arruda, A. C. F., Análise de Amortecedores para linhas de Transmissão de Energia Elétrica - UNICAMP - 1975.
- [A4] - Alt, K., et alii, Dynamic Effects on Transmission Lines, CIGRÉ, 1984.
- [A5] - Silva, A.L., Controle de Vibrações Induzidas por Vórtices em Estruturas Cilíndricas, Tese de Mestrado, EFEI, 1981.
- [B1] - Buchhold, Th. e Happoldt, H., Centrais Y Redes Eléctricas, ^{Local:} Labor, 1966. *p. 120 p.*
- [B2] - Barbosa, M. A. P., Avaliação da Eficiência de Amortecimento de oscilações.
- [C1] - Camargo, C. C. B., Transmissão de Energia Elétrica, ^{Ed.} Florianópolis, Editora da UFSC, 1984.
- [C2] - Claren, R. e Diana, G., Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration, IEEE - Transaction on Power Apparatus and Systems, v.88, n.12, 1969.
- [C3] - Claren, R. e Diana, G., Vibrazioni dei Conduttori - Parte



I: Vibrazioni transversali di un conduttori tesato, L Energia Elettrica, n.10, V. XLIII, 1966.

[C4] - Claren, R. e Diana, G., Vibrazioni dei Conduttori - Parte II: Ammortizzatore di Vibrazioni a due gradi di libert  tipo Stockbridge, L Energia Elettrica, n.11, V.XLIII, 1966.

[D1] - Den Hartog, J. P., Vibra es nos Sistemas Mec nicos, S o Paulo, Edgard Bl cher, 1972.

[D2] - Dhotarad, M. S., Ganfsan, N. e Rao, B. V. A., Transmission Line Vibrations, Journal of Sound and Vibration, 1978 - 60(2), 217-237.

[D3] - Dulhunty, P. W., Simmons, S.M e Hooker, Q. J., A New Vibration Damper for Transmission Lines, Conference on Machinery, Vibration and Noise, Adelaide, 1978.

[E1] - Edwards, A. T. e Livingston, A. E., Self - Damping Conductors For the Control of Vibration and Galloping of Transmission Lines, IEEE, junho de 1968.

[E2] - Eletrobras, Centrais Elétricas Brasileiras S. A., Diretrizes Básicas para Projeto de Linhas de Transmissão, Parte II, v.1, janeiro de 1984.

[F1] - Fuchs, R. D e Almeida, M. T., Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão. São Paulo, Edgard Blücher, 1982.



- [G1] - Griffin, O. M., Vibrations and Flow - Induced Forces Caused by Vortex Shedding, Marine Technology Division, Naval Research Laboratory - Washington, D.C.
- [H1] - Hearnshaw, D., Vibration Damper Reduces Damage to Transmission Lines, Electrical Review International, 8 junho de 1979.
- [H2] - Hajdu, E. M. e Menezes Jr., A.A., Análise dos Problemas de Vibrações em Linhas Aéreas dos Sistema CHESF (Companhia Hidroelétrica do São Francisco) - 1973.
- [L1] - Lugt, H. J., Vortex Flow in Nature and Technology, John Wiley & Sons, 1983.
- [L2] - Meirovitch, L., Elements of Vibration Analysis - Editora McGraw-Hill Kogakusha, 1975.
- [M1] - Manso, P. R., Vibrações de Condutores em Linhas de Distribuição - Manaus, CEMIG, julho de 1973.
- [M2] - Melbye, H. C. A., The Design of the Elgra Damper and Its Way of Operation, Tonsberg Harpunfabrik A/S.
- [M3] - Morgan, V. T., The Detection and Damping of Over Head - Line Conductor Vibration, IEE, junho de 1962.
- [M4] - Mathias, M.H., Análise de Vibrações em Tratores, Tese de Mestrado, UNESP - FEG, 1989.
- [O1] - Oliveira, A.R.E. e Mansour, W.M., Vibrações de Sub-vão em linhas de Transmissão, II Congresso Brasileiro de Energia,



Rio de Janeiro, abril de 1981.

- [P1] - Pereira, E. V. e Monti, S. F., Vibração Eólica em Linhas de Transmissão e Análise de Desempenho dos Amortecedores Utilizados, São Paulo, Cia. Paulista de Força e Luz, 1967.
- [R1] - Ramberg, S. E. e Griffin, D. M., Vortex Formation in the wake of a Vibrating, Flexible Cable, Journal of Fluids Engineering, dezembro de 1974.
- [R2] - Ripper Neto, A. P., Vibrações em Linhas de Transmissão, CEPTEL, maio de 1976.
- [R3] - Richardson Jr., A. S., Design Parameters for Aerodynamic Control of Galloping Conductors, CIGRÉ, 1981.
- [S1] - Simmons, J. M. e Cleary, P. M. G., Measurement of Aerodynamic Power Associated With Vortex-Induced Vibration of Electrical Transmission Lines, IEEE, 1979.
- [T1] - Tomazini, J. E., Análise Dinâmica do Amortecedor Stockbridge, Tese de Mestrado, UNESP-FEG, 1989.
- [W1] - Wagner, H., Ramamurti, V., Sastry, R. V. R. e Hartmann K., Dynamics of Stockbridge Dampers, Journal of Sound and Vibration, 1973 -30(2),207-220.



APÊNDICE 1

PROGRAMA: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

```

*****
PROGRAMA ACCA : AMPLITUDE DO CONDUTOR COM AMORTECEDOR
PROGRAMADOR  : MAURO PEDRO PERES
DATA         : 02.02.89
*****

```

```

DIMENSION W(50),G(50),X1(50),X2(50),WH(50),X1R(50),X1I(50)
DIMENSION X2R(50),X2I(50),ALF(50),BET(50),PC(50)
DIMENSION AA(50),BB(50),CC(50),DD(50),EE(50),XX1(50),XX2(50)
REAL MC,KC,MA,KA,MI

```

LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA

```

WRITE(*,1)
1  FORMAT(///,5X,' MASSA DO CONDUTOR ?' )
   READ(*,*)MC
2  FORMAT(F12.5)
   WRITE(*,3)
3  FORMAT(///,5X,' RIGIDEZ DO CONDUTOR ?' )
   READ(*,*)KC
   WRITE(*,4)
4  FORMAT(///,5X,' FREQUENCIA INICIAL ?' )
   READ(*,*)WI
   WRITE(*,5)
5  FORMAT(///,5X,' FREQUENCIA FINAL ?' )
   READ(*,*)WF
   WRITE(*,6)
6  FORMAT(///,5X,' INCREMENTO DE FREQUENCIA ?' )
   READ(*,*)DW
   WRITE(*,7)
7  FORMAT(///,5X,' AMPLITUDE DA FORÇA EXCITADORA ?' )
   READ(*,*)P
   WRITE(*,8)
8  FORMAT(///,5X,' MASSA DO AMORTECEDOR ?' )
   READ(*,*)MA
   WRITE(*,9)
9  FORMAT(///,5X,' RIGIDEZ DO AMORTECEDOR ?' )
   READ(*,*)KA
   WRITE(*,10)
10 FORMAT(///,5X,' COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO ?' )
   READ(*,*)CA

```

ARQUIVOS EM DISCO

```

*****
OPEN(11,FILE='B:X1W.DAT',STATUS='NEW')
OPEN(12,FILE='B:X2W.DAT',STATUS='NEW')
OPEN(13,FILE='B:PCW.DAT',STATUS='NEW')
*****

```

CALCULOS

```

*****

```



```

PI = 3.141595
WFR = 2. * PI * WF
WC = SQRT(KC/MC)
WA = SQRT(KA/MA)
MI = MA/MC
F = WA/WC
CC1 = 2.*MA*WC
QSI = CA/CC1
I = 1
15 W(I) = 2.*PI*WI
G(I) = W(I)/WC
X1(I) = (P/KC)*SQRT(((G(I)**2 - F**2)**2 + (2.* QSI * G(I))**2)/((
1MI * F**2 * G(I)**2 - (G(I)**2 - 1.)*(G(I)**2 - F**2))**2 + ( 2.*
1QSI * G(I))**2 * (G(I)**2 - 1. + MI * G(I)**2)**2))*1000.
X2(I) = (P/KC)*SQRT((F**4 + (2.*QSI*G(I))**2)/((MI * F**2 * G(I)**2
1- (G(I)**2 - 1.)*(G(I)**2 - F**2))**2 + (2.*QSI * G(I))**2 * (G(
1I)**2 - 1. + MI * G(I)**2)**2))*1000.
XX1(I) = X1(I)/1000
XX2(I) = X2(I)/1000
AA(I) = KA
BB(I) = W(I)*CA
CC(I) = (KC-MC*W(I)**2)*(KA-MA*W(I)**2)-MA*KA*W(I)**2
DD(I) = (KC-MC*W(I)**2-MA*W(I)**2)*W(I)*CA
EE(I) = KA-MA*W(I)**2
X2R(I) = AA(I)*CC(I)+BB(I)*DD(I)
X2I(I) = BB(I)*CC(I)-AA(I)*DD(I)
X1R(I) = EE(I)*CC(I)+BB(I)*DD(I)
X1I(I) = BB(I)*CC(I)-EE(I)*DD(I)
CALL FASE(X1R(I),X1I(I),ALF(I),PI)
CALL FASE(X2R(I),X2I(I),BET(I),PI)
PC(I) = (CA*W(I)**2/2.)*(XX1(I)**2+XX2(I)**2-2.*XX1(I)*XX2(I)*COS(AL
1F(I)-BET(I)))
WH(I) = W(I)/(2.* PI)
WRITE(11,16)WH(I),X1(I)
WRITE(12,16)WH(I),X2(I)
WRITE(13,16)WH(I),PC(I)
16 FORMAT(F10.5,3X,F10.5)
I = I + 1
W(I) = W(I-1) + 2.*PI*DW
IF(W(I) .LE. WFR) GO TO 15
STOP
END
SUBROUTINE FASE(PR,PJ,ANG,PI)
IF((PR.GT.0.).AND.(PJ.GT.0.))GO TO 60
IF((PR.LT.0.).AND.(PJ.GT.0.))GO TO 65
IF((PR.LT.0.).AND.(PJ.LT.0.))GO TO 66
IF((PR.GT.0.).AND.(PJ.LT.0.))GO TO 70
60 ANG = ATAN(PJ/PR)
GO TO 71
65 ANG = PI - ATAN(-PJ/PR)
GO TO 71
66 ANG = PI + ATAN(PJ/PR)
GO TO 71
70 ANG = (3.*PI/2.)+ATAN(-PR/PJ)
71 CONTINUE
RETURN
END

```



APÊNDICE 2

PROGRAMA: RESPOSTA EM AMORTECIMENTO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

```

*****
PROGRAMA ACCA : AMPLITUDE DO CONDUTOR COM AMORTECEDOR
PROGRAMADOR  : MAURO PEDRO PERES
DATA         : 02.02.89
*****

```

```

DIMENSION X1(20),X2(20),X1R(20),X1I(20)
DIMENSION C(20),X2R(20),X2I(20),ALF(20),BET(20)
DIMENSION PC(20),AA(20),BB(20),CC(20),DD(20)
DIMENSION EE(20),XX1(20),XX2(20),QSI(20)
REAL MC,KC,MA,KA,MI

```

LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA

```

WRITE(*,1)
1  FORMAT(///,5X,' MASSA DO CONDUTOR ?' )
   READ(*,*)MC
   WRITE(*,3)
3  FORMAT(///,5X,' RIGIDEZ DO CONDUTOR ?' )
   READ(*,*)KC
   WRITE(*,4)
4  FORMAT(///,5X,' FREQUENCIA ?' )
   READ(*,*)WI
   WRITE(*,7)
7  FORMAT(///,5X,' AMPLITUDE DA FORÇA EXCITADORA ?' )
   READ(*,*)P
   WRITE(*,8)
8  FORMAT(///,5X,' MASSA DO AMORTECEDOR ?' )
   READ(*,*)MA
   WRITE(*,9)
9  FORMAT(///,5X,' RIGIDEZ DO AMORTECEDOR ?' )
   READ(*,*)KA
   WRITE(*,10)
10 FORMAT(///,5X,' COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO INICIAL ?' )
   READ(*,*)CI
   WRITE(*,14)
14 FORMAT(///,5X,' COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO FINAL ?' )
   READ(*,*)CF
   WRITE(*,17)
17 FORMAT(///,5X,' INCREMENTO DE AMORTECIMENTO ?' )
   READ(*,*)DC

```

ARQUIVOS EM DISCO

```

*****
OPEN(11,FILE='B:X1C.DAT',STATUS='NEW')
OPEN(12,FILE='B:X2C.DAT',STATUS='NEW')
OPEN(13,FILE='B:PCC.DAT',STATUS='NEW')

```



CALCULOS

```
PI = 3.141595
WFR = 2. * PI * WF
WC = SQRT(KC/MC)
WA = SQRT(KA/MA)
MI = MA/MC
F = WA/WC
CC1 = 2.*MA*WC
W = 2.*PI*WI
15 G = W/WC
R=(CF-CI)/DC
N=INT(R)+1
C(1)=CI
DO 30 J=1,N,1
QSI(J)=C(J)/CC1
X1(J)=(F/KC)*SQRT(((G**2 - F**2)**2 + (2.* QSI(J) * G)**2)/((MI*
1F**2*G**2-(G**2-1)*(G**2-F**2))**2+(2.*QSI(J) * G)**2 * (G**2 - 1.
1+MI*G**2)**2))*1000.
X2(J)=(F/KC)*SQRT((F**4 + (2.*QSI(J)*G)**2)/((MI * F**2 * G**2- (
1G**2 - 1.) * (G**2 - F **2))**2 +(2.*QSI(J) * G)**2 * (G**2- 1. +
1MI * G**2)**2))*1000.
XX1(J)=X1(J)/1000.
XX2(J)=X2(J)/1000.
AA(J)=KA
BB(J)=W*C(J)
CC(J)=(KC-MC*W**2)*(KA-MA*W**2)-MA*KA*W**2
DD(J)=(KC-MC*W**2-MA*W**2)*W*C(J)
EE(J)=KA-MA*W**2
X2R(J)=AA(J)*CC(J)+BB(J)*DD(J)
X2I(J)=BB(J)*CC(J)-AA(J)*DD(J)
X1R(J)=EE(J)*CC(J)+BB(J)*DD(J)
X1I(J)=BB(J)*CC(J)-EE(J)*DD(J)
CALL FASE(X1R(J),X1I(J),ALF(J),PI)
CALL FASE(X2R(J),X2I(J),BET(J),PI)
PC(J)=(C(J)*W**2/2.)*(XX1(J)**2+XX2(J)**2-2.*XX1(J)*XX2(J)*COS(ALF
1(J)-BET(J)))
WRITE(11,22)C(J),X1(J)
WRITE(12,22)C(J),X2(J)
WRITE(13,22)C(J),PC(J)
22 FORMAT(F10.5,3X,F10.5)
30 C(J+1)=C(J)+DC
STOP
END
```



```

SUBROUTINE FASE(PR,PJ,ANG,PI)
IF((PR.GT.0.).AND.(PJ.GT.0.))GO TO 60
IF((PR.LT.0.).AND.(PJ.GT.0.))GO TO 65
IF((PR.LT.0.).AND.(PJ.LT.0.))GO TO 66
IF((PR.GT.0.).AND.(PJ.LT.0.))GO TO 70
60 ANG = ATAN(PJ/PR)
GO TO 71
65 ANG = PI - ATAN(-PJ/PR)
GO TO 71
66 ANG = PI + ATAN(PJ/PR)
GO TO 71
70 ANG = (3.*PI/2.)+ATAN(-PR/PJ)
71 CONTINUE
RETURN
END

```



APÊNDICE 3

DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA PARTE EXPERIMENTAL

- Amortecedor Stockbridge ST 17, usado comercialmente e cedido pela ELETROPAULO.
- Amortecedor Dog-bone, confeccionado a partir de um amortecedor Stockbridge.
- Medidor de vibrações ROBOTRON, contendo: Amplificador de sinais, filtro, freqüencímetro e osciloscópio, cuja faixa de utilização é de 1 Hz a 10 KHz.
- Acelerômetros piezoelétricos ROBOTRON, cuja faixa de aceleração é de $0,032 \text{ m.s}^{-2}$ até 320 m.s^{-2} .
- Registrador XY ENDIM tipo 622.01, faixa de entrada $0,1 \text{ V/cm}$ e precisão $0,2 \%$.
- Célula de carga INTERFACE, ULC 50.
- Indicador digital para transdutores IM-2 - INTERFACE
- Relógio comparador Mitutoyo, com faixa de utilização de $0,01$ a 20 mm com precisão de $0,01 \text{ mm}$.
- Placa conversora analógica digital, modelo LINX CAD 10/26, cedida pela LINX Tecnologia Eletrônica Ltda.
- Microcomputador tipo PC-XT.



- Programas. AQUADOS e SIMAS-PC (Sistema de manipulação de sinais) ambos cedidos pela empresa LINX Tecnologia Eletrônica Ltda.
- Motor WEG modelo 90 L - 1078, 2 CV, velocidade 1725 rpm.
- Variador de velocidade mecânico RINGCONE modelo NS tipo 1500, faixa de velocidade de 150 a 1500 rpm.





unesp

