

unesp 

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Análise Crítica de Algoritmos de Fluxo
de Carga Usados em Sistemas de
Distribuição Radial**

Antônio Canuto Brandini

Ilha Solteira - SP

1210001266



66

unesp 

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Análise Crítica de Algoritmos de Fluxo de Carga Usados em Sistemas de Distribuição Radial

Antônio Canuto Brandini

Orientador: Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS-UNESP) como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Ilha Solteira, Dezembro de 2000.

1210001266



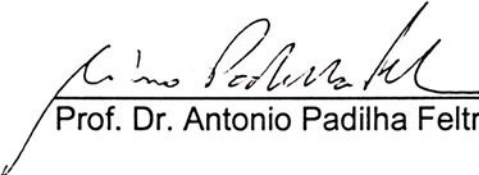
Proc. 071/2002 - NRD 26

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
06.05.02	30.05.02
REGISTRO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1266
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Wesley Antônio 24.10.00	B818a

“Análise Crítica de Algoritmos de Fluxo de Carga Usados em Sistemas de Distribuição Radial”

Antonio Canuto Brandini

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).



Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin – Coordenador

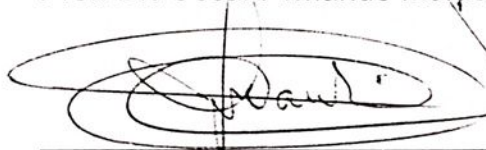
COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro - orientador



Prof. Dr. Oscar Armando Maldonado Astorga



Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani

Ilha Solteira – SP, dezembro de 2000

... À Deus, em primeiro lugar, que permitiu realizar este trabalho, juntamente com todas as pessoas que me ajudaram.

Aos meus queridos pais, Aleixo Brandini e Aparecida C. Brandini, para que me abençoe nesta jornada com êxito de bom filho.

À minha esposa Sirley Alves Ferreira Brandini e aos meus entes queridos: a bióloga recém formada Ellem Cristina F. Brandini e o acadêmico em engenharia elétrica (FEIS-UNESP-SP), Pedro Aleixo F. Brandini, que sempre estiveram ao meu lado, neste grande momento de minha vida; para os quais eu dedico todo o meu esforço, inclusive este trabalho com amor e carinho.



Agradecimentos

Ao meu orientador professor Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, por toda competência, disposição e atenção a mim prestadas em todos os momentos deste trabalho, também por sua amizade e compreensão.

Aos professores Dr. José Roberto Sanches Mantovani, Dr. Carlos Roberto Minussi, Dr. Antônio Padilha Feltrin, Dr. João Toledo da Silva, Dr. Oscar Maldonado Astorga e Dr. José Paulo Fernandes Garcia, pelas vezes que também me auxiliaram em momentos de dúvidas e por suas amizades.

A todos os amigos, companheiros de estudos, com os quais sempre pude contar, em especial aos amigos: professor doutorando Marco Aparecido Queiroz Duarte, professor mestre Wendel Cleber Soares, professor doutorando Edilson Moreira de Oliveira, professora doutoranda Marilene Andreia Mantovani, professor mestrando Paulo Neres Carvalho, professora mestre Janete Bortolaia de Freitas, professor Jacob dos Anjos Amâncio, professora doutoranda Celia Regina Nugoli, professor doutorando Giuliano Pierre Estevam, a doutoranda Mara Lucia M. Lopes, doutoranda Iara Fernanda Ehrenberg Dossi Denis, doutoranda Raquel Araujo Kurokawa e a professora mestre Telma de Souza Garcia, professor diretor da FIPAR Carlos Joaquim. Também faço um agradecimento especial ao supervisor de seção da UNESP de Ilha Solteira, Arlindo Avanzo Urzulin, ao oficial administrativo, Donizete Paulo Da Silva, a assistente administrativa Maria de Fatima Sabino, ao Sr. Nilson Gomes da Silva eletrotécnico da Enersul e o empresário Ademar Vilerá e a todos os funcionários do DEE da FEIS-UNESP, todos os professores e funcionários e meus queridos alunos da UEMS de Cassilândia, em especial à professora Leocádia Aglaé Petry Leme, Reitora da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, que muito me ajudaram e torceram para o sucesso deste trabalho.



Resumo

Neste trabalho é analisado de forma crítica quatro algoritmos de fluxo de carga especializados para sistemas de distribuição radial. Esses algoritmos são muito usados em trabalhos de planejamento e operação de sistemas de distribuição de energia elétrica. O desempenho desses algoritmos são avaliados de forma teórica e experimental. Todos apresentam excelente desempenho em testes realizados para três sistemas, cujos dados se encontram disponíveis na literatura especializada, quando o fluxo de carga é processado para carregamento normal. Assim, foram realizados testes com diferentes níveis de carregamento para analisar o desempenho prático desses algoritmos.



Abstract

This paper discusses four algorithms for specialized load flow for radial distribution systems. These algorithms are largely used in planning and operating energy distribution systems. The performance of such algorithms is evaluated both theoretically and experimentally. All the algorithms present an excellent performance for three systems tested, whose data is available from the literature. The load flow is processed for normal loading. Several tests were implemented for distinct loading levels in order to conclude on the practical behaviour of the analysed algorithms.



Sumário

1	Introdução	1
2	Algoritmo de Fluxo de Carga Radial de Varredura	5
2.1	Introdução	5
2.2	Aspectos Teóricos do Algoritmo	6
2.2.1	Cálculo da Corrente de Carga	6
2.2.2	Cálculo de Tensão de Barra	7
2.2.3	Cálculo das Perdas no Sistema de Distribuição	8
2.3	Algoritmo de Fluxo de Carga Radial de Varredura	9
2.3.1	Exemplo Ilustrativo	9
3	Método de Soma de Potências no Fluxo de Carga Radial	12
3.1	Introdução	12
3.2	Aspectos Teóricos do Algoritmo	13
3.2.1	Cálculo do Módulo de Tensão nas Barras - Operação “Forward”	13
3.2.2	Cálculo das Perdas nas Linhas - Operação “Forward”	16
3.2.3	Cálculo da “Carga Equivalente” nas Barras - Operação “Backward”	16
3.3	Algoritmo B de Fluxo de Carga Radial	17
3.3.1	Exemplo Ilustrativo	17
4	Fluxo de Carga Radial de Goswani-Basu	22
4.1	Introdução	22



4.2	Aspectos Teóricos do Algoritmo	23
4.2.1	Cálculo do Módulo de Tensão nas Barras	23
4.3	Algoritmo C de Fluxo de Carga Radial	26
4.3.1	Exemplo Ilustrativo	28
5	Fluxo de Carga Radial de Baran-Wu	34
5.1	Introdução	34
5.2	Aspectos Teóricos do Algoritmo	35
5.2.1	Encontrando as Relações Fundamentais	35
5.2.2	Método de Newton para Resolver o Problema com um Único Alimentador	38
5.2.3	Algoritmo de Newton para o Problema com um Único Alimentador . . .	39
5.2.4	Determinação do Jacobiano	40
5.3	Exemplo Ilustrativo	43
5.4	Extensão da Proposta de Baran-Wu para r Ramais	47
5.4.1	Propriedades Numéricas do Algoritmo de Baran-Wu	48
5.4.2	Modificações para Melhorar a Eficiência Computacional	49
6	Testes em Sistemas Radiais	51
6.1	Sistema de 10 Barras	51
6.2	Sistema de 34 Barras	52
6.3	Sistema de 70 Barras	52
7	Conclusões	55
A	Dados dos Sistemas Testados	58



Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas foram desenvolvidos vários tipos de algoritmos de fluxo de carga para resolver os problemas de operação e planejamento de sistemas de energia elétrica. O algoritmo de fluxo de carga simplesmente resolve um conjunto de equações não lineares para encontrar o estado de operação de um sistema de energia elétrica, isto é, encontra os valores das chamadas variáveis de estado do problema que, no caso do problema de fluxo de carga básico, são os módulos e/ou ângulos de tensão de algumas barras do sistema. Problemas de fluxo de carga mais sofisticados podem incluir outros tipos de incógnitas e outros tipos de restrições de igualdade ou desigualdade. Entretanto, uma análise detalhada destes aspectos não apresenta interesse para o trabalho apresentado na presente pesquisa.

Na literatura especializada existem vários algoritmos de fluxo de carga tais como os algoritmos de Gauss, Gauss-Seidel, Newton e versões modificadas desses algoritmos [7, 16]. Para problemas de tipo geral, o método de Newton e suas versões desacopladas [7, 9] apresentam, em geral, desempenho superior quando comparados com os outros tipos de algoritmos [16]. Assim, o método de Newton e suas versões desacopladas são intensamente usados na análise de sistemas de energia elétrica. O método de Newton e suas versões desacopladas apresentam um excelente desempenho pelos seguintes motivos: (1) sempre é possível encontrar um excelente ponto inicial de partida (os módulos das tensões em 1,0 pu e os ângulos em zero), próxima da solução final, o que nem sempre é possível em outros problemas de outras áreas do conhecimento, (2) as versões desacopladas permitem desacoplar o problema em dois subproblemas, um subproblema ativo e um subproblema reativo, diminuindo o tamanho do problema e facilitando o processo de resolução, e (3) algumas versões desacopladas usam um Jacobiano constante o que diminui consideravelmente o esforço computacional da resolução iterativa do problema.

A modelagem matemática do problema de fluxo de carga é um sistema de $2n$ equações algébricas não lineares, decorrentes da aplicação das duas leis de Kirchhoff para as barras e as malhas do sistema elétrico. Nesse contexto, o sistema também apresenta $2n$ incógnitas que são do tipo V_k e θ_k , chamadas variáveis de estado, e também incógnitas do tipo P_k e Q_k que são as injeções líquidas de potência ativa e reativa na barra k . Portanto, resolver um problema de fluxo de carga consiste em resolver um sistema algébrico não linear de $2n$ equações. As equações



não lineares de fluxo de carga assumem a seguinte forma [7]:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}] \quad (1.1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}] \quad (1.2)$$

em que $k = 1, 2, \dots, NB$, sendo NB o número de barras do sistema e K é o conjunto de índices das barras vizinhas da barra k , isto é, as barras que estão ligadas à barra k através de uma linha.

No algoritmo de Newton, esse sistema de $2n$ equações não lineares são separados em dois subsistemas: (1) subsistema 1 que está constituído por todas aquelas equações formadas exclusivamente por incógnitas de tipo V_k e θ_k onde essas incógnitas geralmente aparecem de forma implícita, e (2) subsistema 2 que está constituído por aquelas equações que apresentam uma incógnita de tipo P_k ou Q_k em forma explícita (além das incógnitas do tipo V_k e θ_k). Assim, temos que no fluxo de carga básico, a barra tipo $V\theta$ contribui com duas equações não lineares para o subsistema 2, cada barra de tipo PQ contribui com duas equações não lineares para o subsistema 1 e cada barra de tipo PV contribui com uma equação no subsistema 1 e outra equação no subsistema 2.

O subsistema 1 assume a seguinte forma:

$$P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}] = 0 \quad (1.3)$$

$$Q_k - V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}] = 0 \quad (1.4)$$

As relações anteriores na verdade representam uma parcela das equações (1.1) e (1.2), aquelas em que são conhecidos os valores de P_k e Q_k . As equações do sistema 2 também representam uma parcela das equações (1.1) e (1.2). Essas equações são resolvidas trivialmente porque, nesse estágio de resolução, já são conhecidos todos os valores dos θ_k e V_k .

A complexidade na resolução de um problema de fluxo de carga, quando é usado o método de Newton, está determinado pelo tamanho do subsistema 1. Assim, o subsistema 1 possui $2NPQ + NPV$ equações não lineares e igual número de incógnitas de tipo V_k e θ_k sendo NPQ e NPV o número de barras de tipo PQ e PV respectivamente. Essas incógnitas V_k e θ_k são conhecidas como variáveis de estado do problema de fluxo de carga porque se elas são conhecidas, então todas as outras grandezas do sistema elétrico podem ser calculadas de forma trivial, entre elas os P_k e Q_k do subsistema 2. Portanto, o algoritmo de Newton resolve unicamente o subsistema 1 num processo iterativo de resolução de um sistema algébrico não linear de $2NPQ + NPV$ equações e incógnitas. Depois de terminar o processo iterativo, o

subsistema 2 é resolvido trivialmente, encontrando os valores dos P_k e Q_k , substituindo os valores das variáveis de estado já encontradas na resolução do subsistema 1.

Um outro aspecto que deve ser mencionado é o critério de parada do algoritmo de fluxo de carga. Tradicionalmente, no método de Newton, o critério de parada é determinado pelos valores de ΔP_k e ΔQ_k em todas as barras que estão participando do subsistema 1. Em outras palavras, o processo iterativo termina quando a somatória algébrica das potências ativa e reativa em cada barra analisada está suficientemente próxima de zero (idealmente seria quando todos os ΔP_k e ΔQ_k são iguais a zero). Na prática, escolhe-se um ϵ como critério de parada e assim, o processo termina quando em todas as barras analisadas no subsistema 1 é satisfeita a condição $|\Delta P_k| \leq \epsilon$ e $|\Delta Q_k| \leq \epsilon$. Portanto, o processo iterativo de Newton termina quando as equações não lineares do subsistema 1 estão satisfeitas com uma tolerância especificada ou, melhor ainda, quando são satisfeitas as duas leis de Kirchhoff para o sistema elétrico com uma tolerância previamente especificada.

Para resolver problemas de fluxo de carga em sistemas de distribuição é possível usar o método de Newton e suas versões desacopladas. Entretanto, os sistemas de distribuição apresentam duas características muito específicas: (1) os sistemas de distribuição operam em forma radial, isto é, não existem laços ou malhas no sistema elétrico, e (2) certos sistemas de distribuição apresentam uma relação R/X muito elevada quando comparados com valores típicos encontrados em sistemas de sub-transmissão e de transmissão. A primeira característica é uma vantagem porque simplifica consideravelmente a complexidade do problema, entretanto a segunda característica é uma séria desvantagem quando são usadas as versões desacopladas do método de Newton e frequentemente produz divergência do processo de resolução.

Aproveitando a característica particular de configuração radial de um sistema de distribuição e para evitar problemas de convergência das versões desacopladas de Newton em determinados sistemas de distribuição apareceram, nos últimos anos, foram desenvolvidos e apresentados muitos algoritmos de fluxo de carga especializados para resolver o fluxo de carga de um sistema de distribuição radial [1, 2, 3, 8, 10]. Todos estes algoritmos apresentam a vantagem adicional de que são muito mais rápidos que as versões desacopladas de Newton. Entretanto, os problemas de convergência e a qualidade da solução encontrada por esses algoritmos de fluxo de carga especializados quando comparados com versões desacopladas de Newton é uma questão que ainda não está muito clara. Outra característica importante desses algoritmos é que a característica radial do sistema elétrico permite desenvolver algoritmos onde o modelo matemático depende exclusivamente das variáveis V_k , isto é, são eliminadas da formulação matemática as variáveis θ_k . Estes modelos matemáticos onde aparecem como incógnitas somente variáveis do tipo V_k são possíveis devido à configuração radial do sistema elétrico e porque todas as barras são de tipo PQ exceto a barra da referência que é de tipo $V\theta$ (a subestação). Portanto, nas formulações matemáticas de fluxo de carga especializadas para sistemas de distribuição geralmente as incógnitas são somente as variáveis V_k . Entretanto existem formulações mistas e representações equivalentes. Essas formulações alternativas e as formas escolhidas para resolver as diferentes formulações levam a um conjunto de algoritmos de fluxo de carga especializados para sistemas de distribuição radial.

Na presente pesquisa é realizada uma análise teórica, uma análise experimental e uma crítica construtiva de quatro algoritmos de fluxo de carga especializados para sistemas de distribuição radial. São usados como parâmetros na comparação experimental a convergência e o esforço computacional que apresenta o algoritmo para diferentes níveis de fator de carga. A motivação fundamental para realizar esse tipo de pesquisa é dispor de vários algoritmos de fluxo de carga radial com características de convergência e robustez conhecidos para que seja possível usar o melhor algoritmo para cada tipo de problema em sistemas de distribuição. Os principais tipos de aplicação de algoritmos de fluxo de carga radial estão relacionados com a operação em tempo real, planejamento da operação de sistemas de operação tais como na alocação ótima de bancos de capacitores e a reconfiguração da operação de alimentadores, o planejamento da expansão de sistemas de distribuição, etc. Assim, para cada tipo de problema, um dos algoritmos de fluxo de carga pode ser o mais adequado.

No Capítulo 2 é analisado um algoritmo de fluxo de carga radial que pode ser chamado de algoritmo de varredura e apresenta características muito parecidas com o algoritmo apresentado em [8]. No Capítulo 3 é analisado o método de fluxo de carga radial conhecido como método de soma de potências desenvolvido por Cespedes [1]. No Capítulo 4 é analisado o fluxo de carga radial desenvolvido por Goswami-Basu [3] e no Capítulo 5 é analisado o algoritmo de fluxo de carga radial desenvolvido por Baran-Wu [2]. No Capítulo 6 são mostrados os testes comparativos usando três sistemas elétricos muito usados na literatura especializada e cujos dados são apresentados no apêndice. No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões mais relevantes.

Os quatro algoritmos analisados foram projetados para resolver problemas de fluxo de carga em que as cargas são consideradas equilibradas. Algumas dessas versões podem ser estendidos para resolver problemas de fluxo de carga trifásico com cargas desequilibradas. Este tópico não é analisado na presente pesquisa.



Capítulo 2

Algoritmo de Fluxo de Carga Radial de Varredura

2.1 Introdução

Neste capítulo são analisados os aspectos teóricos e práticos relacionados com um algoritmo de fluxo de carga radial conceitualmente simples mas que apresenta desempenho eficiente. O algoritmo também é chamado de varredura porque apresenta um processo iterativo que faz um percurso das barras extremas em direção à subestação e viceversa. Portanto, o algoritmo de fluxo de carga radial que é analisado é um algoritmo conceitualmente simples e que é usado por vários pesquisadores que trabalham com sistemas de distribuição. Este algoritmo de fluxo de carga radial, neste trabalho, será chamado simplesmente de algoritmo A.

No algoritmo A, o processo de resolução é iniciado escolhendo um valor para os módulos de tensão nas barras e tipicamente é escolhida a mesma tensão da subestação, isto é, para cada barra k , assume-se que $V_k = V_{ref} + j0$, onde V_{ref} é o módulo de tensão da subestação. Com as tensões nas barras escolhidas é possível conhecer a corrente de carga em todas as barras e as correntes em todos os ramos do sistema radial. Este processo é implementado iniciando das barras extremas e percorrendo as barras em direção à subestação (processo “backward”). Com as correntes calculadas nos ramos é possível calcular as perdas ativas (e reativas) do sistema. Assim, foi encontrado um valor aproximado das perdas do sistema.

Com as correntes nos ramos calculados no processo “backward” é possível conhecer a corrente que está saindo da subestação. Então, usando os valores de correntes de ramos e iniciando o processo a partir da subestação é possível calcular os novos valores das tensões de todas as barras do sistema. Este processo é realizado a partir da subestação e termina nas barras extremas e geralmente é chamado de processo “forward”. Com os novos valores de tensão das barras é possível encontrar, novamente, as correntes de carga nas barras e as correntes em todos os ramos do sistema. Os novos valores de corrente de ramos permite encontrar novos valores de perdas ativas (e reativas) do sistema. Um processo repetido da estratégia anterior representa a



estratégia básica do algoritmo A. Tipicamente é escolhido como critério de parada a variação das perdas ativas em duas iterações consecutivas. Assim, o processo iterativo do algoritmo A termina quando a variação das perdas ativas de duas iterações consecutivas ΔP_{at} é menor que uma tolerância especificada ϵ , isto é, $\Delta P_{at} \leq \epsilon$.

2.2 Aspectos Teóricos do Algoritmo

Nesta parte são deduzidas as relações matemáticas usadas pelo algoritmo A.

2.2.1 Cálculo da Corrente de Carga

A figura 2.1 apresenta duas barras de um sistema de distribuição radial. Assim, a carga da barra k é representada na forma $S_k = P_k + jQ_k$ e a tensão de barra na forma $V_k = V_{kr} + jV_{ki}$, separando as partes real e imaginária. Pretende-se encontrar relações matemáticas para encontrar a corrente de carga $I_k = I_{kr} + jI_{ki}$.

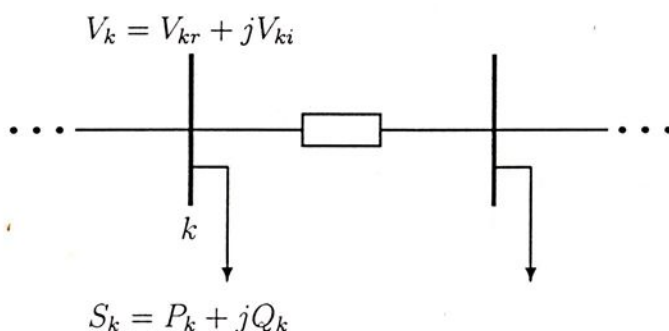


Figura 2.1: Cálculo de corrente de carga

Tem-se o seguinte:

$$S_k = P_k + jQ_k \quad V_k = V_{kr} + jV_{ki} \quad (2.1)$$

Por definição temos:

$$S_k = V_k I_k^* \Rightarrow I_k^* = \frac{P_k + jQ_k}{V_{kr} + jV_{ki}} = \frac{P_k + jQ_k}{V_{kr} + jV_{ki}} \cdot \frac{(V_{kr} - jV_{ki})}{(V_{kr} - jV_{ki})} \quad (2.2)$$

$$I_k = \frac{(P_k + jQ_k)(V_{kr} - jV_{ki})}{(V_{kr}^2 + V_{ki}^2)} = \frac{(P_k V_{kr} + Q_k V_{ki}) - j(P_k V_{ki} - Q_k V_{kr})}{(V_{kr}^2 + V_{ki}^2)} \quad (2.3)$$

Fazendo $I_k = I_{kr} + jI_{ki}$ e igualando com a relação anterior, pode-se encontrar as relações matemáticas para a corrente de carga separando as partes real e imaginária:

$$I_{kr} = \frac{(P_k V_{kr} + Q_k V_{ki})}{(V_{kr}^2 + V_{ki}^2)} \quad (2.4)$$

$$I_{ki} = \frac{(P_k V_{ki} - Q_k V_{kr})}{(V_{kr}^2 + V_{ki}^2)} \quad (2.5)$$

2.2.2 Cálculo de Tensão de Barra

A figura 2.2 apresenta duas barras de um sistema de distribuição radial. Neste caso, são conhecidas a tensão da barra k , $V_k = V_{kr} + jV_{ki}$, e a corrente no ramo km , $I_{km} = I_{kmr} + jI_{kmi}$. Assim, deseja-se encontrar a tensão na barra m , $V_m = V_{mr} + jV_{mi}$.

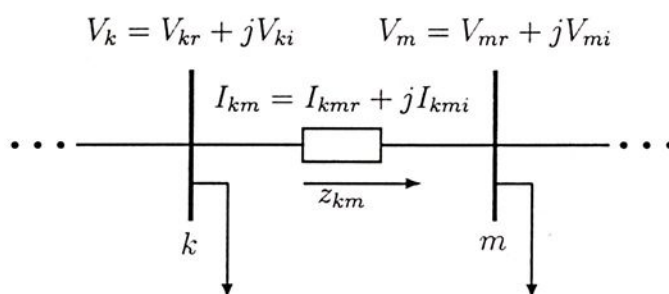


Figura 2.2: Cálculo de tensão de barra

Tem-se o seguinte:

$$I_{km} = I_{kmr} + jI_{kmi} \quad (2.6)$$

Por definição temos:

$$V_k = V_{kr} + jV_{ki} = V_m + (r_{km} + jx_{km})(I_{kmr} + jI_{kmi}) \quad (2.7)$$

$$V_{kr} + jV_{ki} = V_{mr} + jV_{mi} + (r_{km}I_{kmr} - x_{km}I_{kmi}) + j(x_{km}I_{kmr} + r_{km}I_{kmi})$$

Da relação anterior, pode-se deduzir facilmente:

$$V_{mr} = V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi} \quad (2.8)$$

$$V_{mi} = V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr} \quad (2.9)$$

Portanto, assumindo conhecidos os valores de V_k e de I_{km} é possível calcular facilmente o valor de V_m usando as relações (2.8) e (2.9).

2.2.3 Cálculo das Perdas no Sistema de Distribuição

É possível deduzir relações simples para calcular as perdas ativas e reativas do sistema elétrico. As perdas para um ramo como o mostrado na figura 2 assume a seguinte forma:

$$S_{km} = P_{kmp} + jQ_{kmp} = \Delta V_{km} I_{km}^* = (r_{km} + jx_{km}) I_{km} I_{km}^* = (r_{km} + jx_{km}) I_{km}^2$$

Da relação anterior, pode-se encontrar as perdas ativa e reativa no ramo $k - m$:

$$P_{kmp} = r_{km} I_{km}^2 \quad (2.10)$$

$$Q_{kmp} = x_{km} I_{km}^2 \quad (2.11)$$

As relações anteriores podem ser generalizadas para todos os ramos do sistema. Assim, as perdas ativa e reativa totais do sistema elétrico assume a seguinte forma:

$$P_t = \sum_{(k,m) \in \Omega} r_{km} I_{km}^2 \quad (2.12)$$

$$Q_t = \sum_{(k,m) \in \Omega} x_{km} I_{km}^2 \quad (2.13)$$

em que Ω representa o conjunto de todos os ramos do sistema elétrico.

As relações matemáticas encontradas anteriormente são suficientes para montar o algoritmo de fluxo de carga para sistemas de distribuição radial chamado de algoritmo A.

2.3 Algoritmo de Fluxo de Carga Radial de Varredura

O algoritmo A pode ser resumido da seguinte forma:

1. Fixar as tensões nas barras como sendo iguais à tensão da barra de referência (subestação), isto é, fazer $V_k = V_{ref} + j0$ para todas as barras do sistema, onde V_{ref} é o módulo de tensão da barra de referência. Fazer $P_{per1} = 0$. Escolher a tolerância ϵ .
2. Iniciando das barras extremas, calcular a corrente de carga de todas as barras usando (2.4) e (2.5) assim como as correntes I_{km} em todos os ramos do sistema através de somas simples (operação backward).
3. Calcular as perdas ativas do sistema usando (2.12) e as correntes de ramos I_{km} calculados no passo anterior. Fazer $P_{per2} = P_t$.
4. Se $\Delta P_{per} = |P_{per2} - P_{per1}| \leq \epsilon$, sendo ϵ uma tolerância especificada, então pare o processo porque foi atingida a convergência. Em caso contrário, fazer $P_{per2} = P_{per1}$ e passar ao seguinte passo.
5. Com os valores de corrente de ramos I_{km} conhecidos, calcular novos valores dos módulos de tensão das barras do sistema iniciando o processo a partir da subestação (operação forward). Voltar ao passo (2).

2.3.1 Exemplo Ilustrativo

O algoritmo A é ilustrado usando um exemplo simples de 4 barras mostrado na figura 2.3.

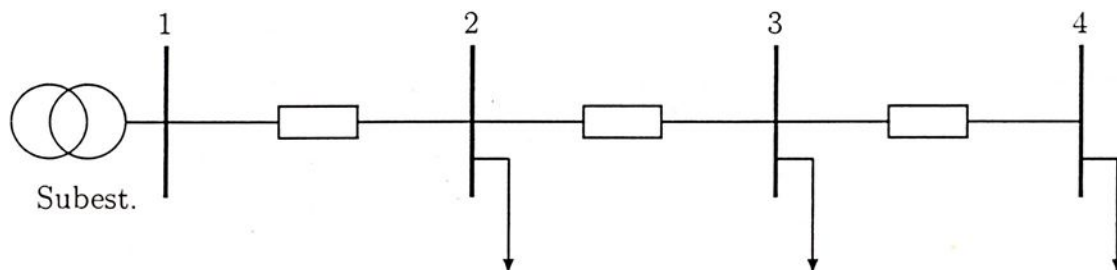


Figura 2.3: Sistema de 4 barras

Os dados, em p.u., são os seguintes:

1. Dados gerais: $V_1 = 1,05 + j0,0$ (referência) e $\epsilon = 0.0010$

2. Dados das cargas:

$$S_2 = 1,28 + j1,28 \quad S_3 = 0,32 + j0,16 \quad S_4 = 1,6 + j0,80$$

3. Dados dos ramos:

$$z_{12} = 0,0236 + j0,0233 \quad z_{23} = 0,0003 + j0,0002 \quad z_{34} = 0,0051 + j0,0005$$

Os resultados obtidos usando o algoritmo A para uma iteração são os seguintes:

Iteração Inicial:

1 Tensão de referência: $V_1 = 1,05 + j0,0$. $P_{per1} = 0,0$ e $\epsilon = 0,0010$. Escolhe-se as tensões iniciais:

$$V_2 = 1,05 + j0,00 \quad V_3 = 1,05 + j0,00 \quad V_4 = 1,05 + j0,00$$

2 Cálculo das correntes de carga usando (2.4) e (2.5):

$$I_{4r} = \frac{1,6(1,05) + 0,8(0,0)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = 1,5238$$

$$I_{4i} = \frac{1,6(0,0) - 0,8(1,05)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = -0,7619$$

$$I_{3r} = \frac{0,32(1,05) + 0,16(0,0)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = 0,3048$$

$$I_{3i} = \frac{0,32(0,0) - 0,16(1,05)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = -0,1524$$

$$I_{2r} = \frac{1,28(1,05) + 1,28(0,0)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = 1,2190$$

$$I_{2i} = \frac{1,28(0,0) - 1,28(1,05)}{(1,05)^2 + (0,0)^2} = -1,2190$$

A partir das relações anteriores, pode-se obter facilmente as correntes nos ramos:

$$I_{34} = 1,5238 - j0,7619 \quad I_{23} = 1,8286 - j0,9143 \quad I_{12} = 3,0476 - j2,1286$$

3 Cálculo das perdas ativas.

Com as correntes de ramos calculadas no passo anterior, pode-se calcular as perdas ativas do sistema usando (2.12):

$$P_t = 0,0236[(3,0476)^2 + (-2,1286)^2] + 0,0003[(1,8286)^2 + (-0,9143)^2] + 0,0051[(1,5238)^2 + (-0,7619)^2]$$

$$P_{per2} = P_t = 0,3261 + 0,0013 + 0,0148 = 0,3422$$

4 Verificação de convergência:

$$\Delta P_{per} = 0,3422 - 0,00 = 0,3422 > \epsilon. \text{ Então: } P_{per1} = 0,3422.$$

5 Cálculo dos novos valores das tensões de barras:

Com os valores de corrente de ramos conhecidos e usando (2.8) e (2.9), pode-se encontrar os novos valores de tensão de barras iniciando o processo da subestação:

$$V_{2r} = 1,05 - 0,0236(3,0476) + (0,0233)(-2,1286) = 0,9285$$

$$V_{2i} = 0,0 - 0,0236(-2,1286) - (0,0233)(3,0476) = -0,0208$$

$$V_{3r} = 0,9285 - 0,0003(1,8286) + (0,0002)(-0,9143) = 0,9278$$

$$V_{3i} = -0,0208 - 0,0003(-0,9143) - (0,0002)(1,8286) = -0,0209$$

$$V_{4r} = 0,9278 - 0,0051(1,5238) + (0,0005)(-0,7619) = 0,9196$$

$$V_{4i} = -0,0209 - 0,0051(-0,7619) - (0,0005)(1,5238) = -0,0178$$

O processo de resolução agora volta ao passo 2. A tabela 2.1 mostra um resumo do processo de resolução mostrando em cada iteração os novos valores de tensões das barras do sistema.

Tabela 2.1: Evolução do algoritmo A.

Iteração	V_2	V_3	V_4
0	1,0500	1,0500	1,0500
1	0,9287	0,9280	0,9198
2	0,9117	0,9109	0,9017
3	0,9090	0,9081	0,8987
4	0,9085	0,9076	0,8981

O processo converge com $\Delta P_{per} = 0,0005$.



Capítulo 3

Método de Soma de Potências no Fluxo de Carga Radial

3.1 Introdução

Neste capítulo são analisados os aspectos relacionados com um algoritmo de fluxo de carga radial conhecido como método de soma de potências e desenvolvido por Renato Céspedes. Este algoritmo também é relativamente simples do ponto de vista conceitual e apresenta um desempenho eficiente na resolução de problemas de fluxo de carga radial. Este algoritmo de fluxo de carga radial simples será chamado, neste trabalho, de algoritmo B.

No algoritmo B, o processo de resolução é iniciado escolhendo valores iniciais para os módulos de tensão nas barras e, na maioria dos casos, é escolhida a mesma tensão da subestação, isto é, para cada barra k , assume-se que $V_k = V_{ref} + j0$, onde V_{ref} é o módulo de tensão da subestação. Com as tensões nas barras escolhidas é possível conhecer a “carga equivalente” de cada barra do sistema. É conhecida como “carga equivalente” em cada barra, um valor de carga que é representado de forma concentrada na barra que está sendo analisada e obtida somando os seguintes componentes: (1) as cargas de todas as barras que estão sendo alimentadas através da barra analisada, isto é, em sistemas radiais são as barras que estão entre a barra analisada e uma barra extrema em sentido oposto à subestação, (2) as perdas nos circuitos que são usadas pelas barras alimentadas pela barra analisada. Este processo realizado para cada barra do sistema é conhecido como um processo “para atrás” (backward) porque o processo é iniciado a partir das barras extremas na direção à subestação.

Conhecida a “carga equivalente” em cada barra é possível encontrar novos valores dos módulos de tensão nas barras do sistema. Este processo é iniciado a partir da subestação cuja tensão é conhecida. Assim, conhecida a tensão da subestação, é possível conhecer a tensão nas barras ligadas à subestação por um único circuito, onde em cada barra está representada a “carga equivalente” de cada barra. Conhecidas as tensões nas barras mencionadas anteriormente então é possível encontrar as tensões nas seguintes barras vizinhas. Este processo, conhecido

como processo “para frente” (forward) é iniciado na subestação e termina nas barras extremas. Simultaneamente, é possível calcular as perdas somando as perdas em cada circuito analisado do sistema. A modelagem matemática usada elimina os ângulos das barras do sistema e são calculados simplesmente os módulos de tensão.

O algoritmo consiste num processo cíclico backward-forward recalculando em cada iteração a “carga equivalente” concentrada em cada barra, os novos valores dos módulos de tensão e as perdas estimadas do sistema. O processo termina quando a variação das perdas em duas iterações consecutivas é menor que uma tolerância especificada.

3.2 Aspectos Teóricos do Algoritmo

Nesta parte são deduzidas as relações matemáticas fundamentais usadas pelo algoritmo B.

3.2.1 Cálculo do Módulo de Tensão nas Barras - Operação “Forward”

A idéia básica de esta parte do algoritmo está baseada no fato de que é possível encontrar a solução analítica para um sistema simples formado por duas barras: uma barra de referência ($V\theta$) e uma barra de carga (PQ). Obviamente a solução analítica é possível para um sistema muito simples como o mencionado anteriormente, isto é, um sistema de duas barras de tipo $V\theta$ e PQ. Sistemas maiores não podem ser resolvidos de forma analítica e, devem-se resolver usando os métodos iterativos (tipo Newton) que são amplamente usados para resolver um conjunto de equações não lineares de um sistema elétrico convencional de tamanho razoável. A idéia básica é desenvolvida usando a figura 3.1. A figura 3.1 apresenta duas barras onde é conhecida a carga da barra m , $S_m = P + jQ$, a impedância da linha $z_{km} = r_{km} + jx_{km}$ e a tensão na barra k , $V_k = V_{kr} + jV_{ki}$. Pretende-se calcular o módulo de tensão da barra m , V_m .

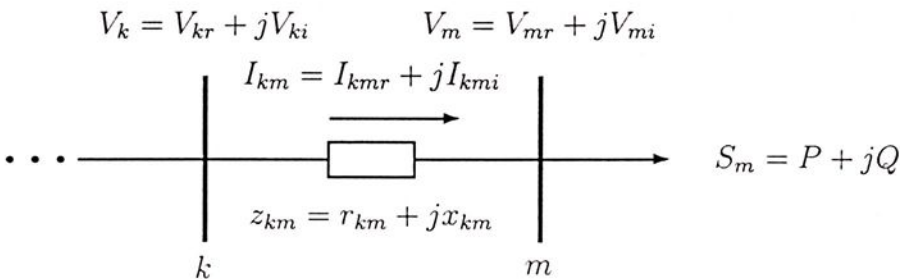


Figura 3.1: Cálculo de V_m

A corrente através da linha é a seguinte:

$$I_{km} = \frac{V_k - V_m}{r_{km} + jx_{km}} = \frac{(V_{kr} - V_{mr}) + j(V_{ki} - V_{mi})}{r_{km} + jx_{km}} \quad (3.1)$$

A corrente elétrica através da linha também assume a seguinte forma:

$$S_m = V_m I_{km}^* \Rightarrow I_{km}^* = \frac{S_m}{V_m} = \frac{P + jQ}{V_{mr} + jV_{mi}} \Rightarrow I_{km}^* = \frac{P - jQ}{V_{mr} - jV_{mi}} \quad (3.2)$$

De (3.1) e (3.2) temos o seguinte:

$$P - jQ = I_{km}(V_{mr} - jV_{mi})$$

$$P - jQ = \frac{[(V_{kr} - V_{mr}) + j(V_{ki} - V_{mi})](V_{mr} - jV_{mi})}{r_{km} + jx_{km}}$$

$$(Pr_{km} + qx_{km}) + j(-Qr_{km} + Px_{km}) = [(V_{kr} + jV_{ki}) - (V_{mr} + jV_{mi})][V_{mr} - jV_{mi}]$$

$$(Pr_{km} + qx_{km}) + j(-Qr_{km} + Px_{km}) = (V_{kr}V_{mr} + V_{ki}V_{mi}) + j(V_{ki}V_{mr} - V_{kr}V_{mi}) - (V_{mr}^2 + V_{mi}^2)$$

e separando as parcelas real e imaginária temos o seguinte:

$$(V_{kr}V_{mr} + V_{ki}V_{mi}) - (V_{mr}^2 + V_{mi}^2) = r_{km}P + x_{km}Q \quad (3.3)$$

$$(V_{ki}V_{mr} - V_{kr}V_{mi}) = -r_{km}Q + x_{km}P \quad (3.4)$$

Levando em conta que $V_m^2 = V_{mr}^2 + V_{mi}^2$ e elevando ao quadrado as duas relações anteriores temos o seguinte:

$$(V_{kr}V_{mr} + V_{ki}V_{mi})^2 = (V_m^2 + r_{km}P + x_{km}Q)^2$$

$$(V_{ki}V_{mr} - V_{kr}V_{mi})^2 = (-r_{km}Q + x_{km}P)^2$$

$$V_{kr}^2 V_{mr}^2 + V_{ki}^2 V_{mi}^2 + 2V_{kr}V_{ki}V_{mr}V_{mi} = V_m^4 + 2V_m^2(r_{km}P + x_{km}Q) + (r_{km}P + x_{km}Q)^2$$

$$V_{kr}^2 V_{mi}^2 + V_{ki}^2 V_{mr}^2 - 2V_{kr}V_{mi}V_{ki}V_{mr} + (-r_{km}Q + x_{km}P)^2$$

Somando as relações anteriores temos o seguinte:

$$V_{kr}^2(V_{mr}^2 + V_{mi}^2) + V_{ki}^2(V_{mr}^2 + V_{mi}^2) = V_m^4 + 2V_m^2(r_{km}P + x_{km}Q) + (r_{km}P + x_{km}Q)^2 + (-r_{km}Q + x_{km}P)^2$$

$$V_m^2(V_{kr}^2 + V_{ki}^2) = V_m^4 + 2V_m^2(r_{km}P + x_{km}Q) + (r_{km}P + x_{km}Q)^2 + (-r_{km}Q + x_{km}P)^2$$

$$V_m^2 V_k^2 = V_m^4 + V_m^2(2r_{km}P + 2x_{km}Q) + r_{km}^2 P^2 + x_{km}^2 Q^2 + 2r_{km}x_{km}PQ + r_{km}^2 Q^2 + x_{km}^2 P^2 - 2r_{km}x_{km}PQ$$

$$V_m^2 V_k^2 = V_m^4 + V_m^2(2r_{km}P + 2x_{km}Q) + P^2(r_{km}^2 + x_{km}^2) + Q^2(r_{km}^2 + x_{km}^2)$$

$$V_m^2 V_k^2 = V_m^4 + V_m^2(2r_{km}P + 2x_{km}Q) + (P^2 + Q^2)(r_{km}^2 + x_{km}^2)$$

$$V_m^4 + [2(r_{km}P + x_{km}Q) - V_k^2]V_m^2 + (P^2 + Q^2)(r_{km}^2 + x_{km}^2) = 0 \quad (3.5)$$

A relação encontrada (3.5) permite verificar as seguintes conclusões importantes:

- É possível encontrar a solução analítica de um sistema simples de duas barras sendo uma das barras de carga tipo PQ e a outra barra a referência $V\theta$. A relação continua sendo válida quando queremos resolver uma parcela de um sistema elétrico onde essa parcela está constituída de duas barras, k e m , onde é conhecida a tensão da barra k e se deseja conhecer a tensão da barra vizinha m que é uma barra extrema. A observação é válida para sistemas radiais.
- A relação (3.5), embora seja de quarta ordem, é muito simples de resolver pois ela é reduzível a uma equação de segunda ordem. Na verdade (3.5) é uma equação de segunda ordem quando fazemos a mudança de variável $y = V_m^2$. Na resolução de (3.5) simplesmente, deve-se considerar a solução positiva em cada um dos passos da resolução. Se as duas soluções são positivas, deve-se considerar a de maior valor. Novos estudos realizados no problema de colapso de tensão mostram que, teoricamente, existem quatro valores de tensão em cada barra representando soluções teoricamente válidas para o sistema elétrico. Entretanto, apenas a solução de maior valor geralmente corresponde ao valor adequado de operação de um sistema elétrico.
- A relação (3.5) é usada como idéia básica fundamental no algoritmo B. A diferença fundamental está no fato de que no algoritmo B se resolve muitos problemas de duas barras mas a carga considerada na barra m não é exata. A carga considerada na barra m é uma "carga equivalente" que representa uma somatória de cargas de barras e perdas em circuitos que estão na frente da barra m .

3.2.2 Cálculo das Perdas nas Linhas - Operação "Forward"

Para o sistema mostrado na figura 3.1, pode-se calcular facilmente as perdas na linha depois que foi encontrada a tensão V_{km} . De (3.2) temos o seguinte:

$$I_{km} = \frac{P - jQ}{V_{mr} - jV_{mi}} \Rightarrow |I_{km}| = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{V_{mr}^2 + V_{mi}^2}} \Rightarrow I_{km}^2 = \frac{P^2 + Q^2}{V_m^2}$$

Portanto as perdas ativas assumem a seguinte forma:

$$P_{kmp} = I_{km}^2 r_{km} = r_{km} \frac{(P^2 + Q^2)}{V_m^2} \quad (3.6)$$

e as perdas reativas assumem a seguinte forma:

$$Q_{kmp} = I_{km}^2 x_{km} = x_{km} \frac{(P^2 + Q^2)}{V_m^2} \quad (3.7)$$

No algoritmo B, sempre que é encontrada a tensão estimada de uma barra m então também são calculadas as perdas ativas e reativas na linha que une as barras k e m . Portanto, uma operação forward consiste em determinar estimados das tensões em todas as barras e as perdas em todos os circuitos do sistema elétrico iniciando o processo a partir da subestação.

3.2.3 Cálculo da "Carga Equivalente" nas Barras - Operação "Backward"

Terminada a operação para frente (forward), onde foram encontrados valores estimados das tensões das barras e as perdas nas linhas, então é possível calcular os novos valores da "carga equivalente" em todas as barras do sistema. Este processo para atrás (backward) simplesmente consiste em concentrar as cargas de todas as barras que são alimentadas pela barra analisada e todas as perdas dos circuitos que estão na frente da barra analisada na barra m que está sendo analisada. Logicamente a chamada "carga equivalente" não é uma representação exata do sistema que se encontra na frente da barra analisada porque não são conhecidas as perdas exatas nas linhas.

As relações matemáticas encontradas anteriormente e a estratégia de representação de "carga equivalente" proposta são suficientes para montar o algoritmo de fluxo de carga para sistemas de distribuição radial chamado de algoritmo B.

3.3 Algoritmo B de Fluxo de Carga Radial

O algoritmo B pode ser resumido da seguinte forma [1]:

1. Ler os dados do sistema assim como os outros parâmetros do sistema como módulo de tensão na subestação e critério de convergência ϵ_p (máxima variação de perdas permitida).
2. Fixar valores estimados das tensões nas barras. De preferência escolher valores iguais à tensão da barra de referência (subestação), isto é, fazer $V_k = V_{ref} + j0$ para todas as barras do sistema, onde V_{ref} é o módulo de tensão da barra de referência. Considerar a somatória das perdas ativas e reativas aproximadas $P_{per1} = 0$.

3. Operação “Backward”:

Iniciando das barras extremas, calcular a “carga equivalente” para cada barra do sistema somando todas as cargas da parte da rede que são alimentadas através da barra e adicionando as perdas. Somente na primeira iteração devem ser calculadas as perdas aproximadas usando (3.6) e (3.7), e nas iterações seguintes devem ser usadas as perdas obtidas no passo 5. Assim está sendo implementada uma iteração “para atrás” a partir das barras extremas e na direção da subestação.

4. Operação “Forward”:

A partir da subestação e usando a relação (3.5), encontrar novos valores de tensão em todas as barras do sistema e, logicamente, usando a representação de “carga equivalente”. Esta é uma iteração para frente (forward) iniciando o processo da subestação e terminando nas barras extremas.

5. Com os novos valores de tensão calcular as perdas ativas e reativas usando as relações (3.6) e (3.7). Calcular as perdas totais como sendo a somatória das perdas ativas e reativas, P_{per2} . Se $|P_{per2} - P_{per1}| \leq \epsilon_p$, isto é, se a variação de perdas de duas iterações consecutivas for menor que uma tolerância especificada então pare o processo pois foi atingida a convergência. Em caso contrário, fazer $P_{per2} = P_{per1}$ e voltar ao passo (3).

3.3.1 Exemplo Ilustrativo

O algoritmo B é ilustrado usando um exemplo simples de 4 barras mostrado na figura 2.3.

Os resultados obtidos usando o algoritmo A para uma iteração são os seguintes:

Primeira Iteração:

- 1 Tensão de referência: $V_1 = 1,05$. $\epsilon = 0,0010$.

- 2 Escolhe-se as tensões iniciais:

$$V_2 = 1,05 \quad V_3 = 1,05 \quad V_4 = 1,05$$



3 Cálculo das “cargas equivalentes”:

Pode-se calcular as perdas aproximadas usando os valores de tensão assumidas e usando as relações (3.6) e (3.7):

- Perdas ativa e reativa na linha 3-4:

$$P_{34p} = \frac{0,0051}{(1,05)^2} [(1,6)^2 + (0,8)^2] = 0,0148$$

$$Q_{34p} = \frac{0,0005}{(1,05)^2} [(1,6)^2 + (0,8)^2] = 0,0015$$

- Perdas ativa e reativa na linha 2-3:

$$P_{23p} = \frac{0,0003}{(1,05)^2} [(1,9348)^2 + (0,9615)^2] = 0,0013$$

$$Q_{23p} = \frac{0,0002}{(1,05)^2} [(1,9348)^2 + (0,9615)^2] = 0,0008$$

- Perdas ativa e reativa na linha 1-2:

$$P_{12p} = \frac{0,0236}{(1,05)^2} [(1,9348)^2 + (0,9615)^2] = 0,3290$$

$$Q_{12p} = \frac{0,0233}{(1,05)^2} [(1,9348)^2 + (0,9615)^2] = 0,3249$$

Com as perdas encontradas, pode-se encontrar as “cargas equivalentes” em cada barra iniciando os cálculos da barra extrema 4:

- “Carga equivalente” na barra 4:

é a própria carga na barra 4: $S_4 = 1,6 + j0,8$.

- “Carga equivalente” na barra 3:

é a somatória das cargas nas barras 3 e 4, e as perdas na linha 3-4:

$$S_3 = (0,32 + j0,16) + (1,6 + j0,8) + (0,0148 + j0,0015) = 1,9348 + j0,9615$$

- “Carga equivalente” na barra 2:

é a somatória das cargas nas barras 2, 3 e 4, e as perdas nas linhas 2-3 e 3-4 ou, de maneira equivalente, a somatória da carga na barra 2, a “carga equivalente” na barra 3 e as perdas na linha 2-3:

$$S_2 = (1,28 + j1,28) + (1,9348 + j0,9615) + (0,0013 + j0,0008) = 3,2161 + j2,2423$$



4 Cálculo dos novos valores de tensão:

Conhecidas as “cargas equivalentes”, pode-se calcular os novos valores de tensão iniciando o processo a partir da subestação e usando a relação (3.5):

– Tensão na barra 2: V_2

$$V_2^4 + \{2[(0,0236)(3,2161) + 0,0233(2,2423)] - (1,05)^2\}V_2^2 + [(3,2161)^2 + (2,2423)^2](0,0236)^2 + (0,0233)^2 = 0$$

$$V_2^4 - 0,8462V_2^2 + 0,0169 = 0$$

$$V_2^2 = 0,8257 \Rightarrow V_2 = 0,9087$$

– Tensão na barra 3: V_3

$$V_3^4 + \{2[(0,0003)(1,9348) + 0,0002(0,9615)] - (0,9087)^2\}V_3^2 + [(1,9348)^2 + (0,9615)^2](0,0003)^2 + (0,0002)^2 = 0$$

$$V_3^4 - 0,8242V_3^2 + 6,068 \times 10^{-7} = 0$$

$$V_3^2 = 0,8242 \Rightarrow V_3 = 0,9079$$

– Tensão na barra 4: V_4

$$V_4^4 + \{2[(0,0051)(1,6) + 0,0005(0,8)] - (0,9079)^2\}V_4^2 + [(1,6)^2 + (0,8)^2](0,0051)^2 + (0,0005)^2 = 0$$

$$V_4^4 - 0,8072V_4^2 + 0,0001 = 0$$

$$V_4^2 = 0,8071 \Rightarrow V_4 = 0,8984$$

5 Cálculo dos novos valores de perdas:

Conhecidos os novos valores de tensão, pode-se calcular os novos valores das perdas ativas e reativas que são necessários para testar o critério de convergência e para recalculá-las a “carga equivalente” no passo 3. As perdas totais ativa P_t e reativa Q_t , obtidas somando os valores encontrados usando as relações (3.6) e (3.7) são os seguintes:

– Perdas ativas: P_t :

$$P_t = \frac{0,0236}{(0,9087)^2}[(3,2161)^2 + (2,2423)^2] + \frac{0,0003}{(0,9079)^2}[(1,9348)^2 + (0,9615)^2] + \frac{0,0051}{(0,8984)^2}[(1,6)^2 + (0,8)^2]$$

$$P_t = 0,4393 + 0,0017 + 0,0202 = 0,4612$$

– Perdas reativas: Q_t :

$$Q_t = \frac{0,0233}{(0,9087)^2}[(3,2161)^2 + (2,2423)^2] + \frac{0,0002}{(0,9079)^2}[(1,9348)^2 + (0,9615)^2] + \frac{0,0005}{(0,8984)^2}[(1,6)^2 + (0,8)^2]$$

$$Q_t = 0,4337 + 0,0011 + 0,0020 = 0,4368$$

Portanto as perdas totais assumem a seguinte forma:

$$P_{per2} = P_t + Q_t = 0,4612 + 0,4368 = 0,8980$$

Como $|P_{per2} - P_{per1}| = 0,8980 > \epsilon_p = 0,005$ então, deve-se voltar ao passo 3.

Segunda Iteração:

3 Cálculo das “cargas equivalentes”:

Com as perdas encontradas no passo 5, pode-se encontrar as “cargas equivalentes” em cada barra iniciando os cálculos da barra extrema 4:

– “Carga equivalente” na barra 4:

é a própria carga na barra 4: $S_4 = 1,6 + j0,8$.

– “Carga equivalente” na barra 3:

é a somatória das cargas nas barras 3 e 4, e as perdas na linha 3-4:

$$S_3 = (0,32 + j0,16) + (1,6 + j0,8) + (0,0202 + j0,0020) = 1,9402 + j0,9620$$



– “Carga equivalente” na barra 2:

é a somatória das cargas nas barras 2, 3 e 4, e as perdas nas linhas 2-3 e 3-4 ou, de maneira equivalente, a somatória da carga na barra 2, a “carga equivalente” na barra 3 e as perdas na linha 2-3:

$$S_2 = (1,28 + j1,28) + (1,9402 + j0,9620) + (0,0017 + j0,0011) = 3,2219 + j2,2431$$

O processo iterativo converge com os valores mostrados na tabela 3.1 onde é apresentado um resumo do processo de resolução mostrando em cada iteração os novos valores de tensões das barras do sistema:

Tabela 3.1: Evolução do algoritmo B.

Iteração	V_2	V_3	V_4
0	1,0500	1,0500	1,0500
1	0,9087	0,9079	0,8984
2	0,9085	0,9076	0,8981

O processo converge com $\Delta P_{per} = 0,0002$. As perdas ativa e reativa são as seguintes:

Perdas ativas: $P_t = 0,4626$.

Perdas reativas: $Q_t = 0,4382$.

Capítulo 4

Fluxo de Carga Radial de Goswani-Basu

4.1 Introdução

Neste capítulo são analisados os aspectos mais importantes relacionados com um algoritmo de fluxo de carga radial desenvolvido por Goswani-Basu [3]. Em [4] este algoritmo foi modificado em aspectos de implementação computacional e expandido para fluxo de carga trifásico. Este algoritmo também é conceitualmente simples, apresenta desempenho interessante e também é de fácil implementação computacional. Este algoritmo de fluxo de carga radial será chamado, neste trabalho, de algoritmo C.

No algoritmo C, o processo de resolução é iniciado a partir da subestação considerando as “cargas equivalentes” da mesma forma que em [1]. Na primeira iteração não são levadas em conta as perdas e, portanto, não é necessário estimar valores iniciais de tensão nas outras barras do sistema. Em relação ao algoritmo apresentado em [1] existem as seguintes diferenças:

- É proposto uma estrutura de dados diferente produzindo pequenas diferenças nos detalhes de implementação computacional que basicamente está relacionado com o tamanho de memória utilizada.
- É usada a mesma estratégia de “carga equivalente” concentrando as cargas que estão na frente da barra m que está sendo analisada e que são alimentadas pela barra m assim como as perdas dos circuitos que unem essas barras. Foi demonstrado em [1] e também, de uma forma alternativa diferente, no capítulo 3 que é possível encontrar a solução analítica de um sistema de duas barras, k e m , conhecendo a tensão na barra k e a carga na barra m , isto é, é possível encontrar analiticamente a tensão da barra m . Entretanto, em [3] o sistema equivalente de duas barras é resolvido de forma iterativa. Os motivos para usar um método iterativo de um sistema que pode ser resolvido analiticamente, não parecem muito consistentes já que, em princípio, uma solução analítica é muito mais rápida.

Iniciando o processo de resolução a partir da subestação e sem levar em conta as perdas na primeira iteração são calculadas as tensões em todas as barras vizinhas com a subestação. Em cada barra vizinha é considerada a carga equivalente na mesma forma que em [1]. Assim, são calculadas as tensões das barras vizinhas, uma por vez, através de um processo iterativo. Nesse processo iterativo, deve-se calcular em cada passo novos valores da corrente elétrica através da linha k-m até que a potência calculada seja suficientemente próxima da potência na barra m . Uma vez terminado o processo iterativo, deve-se calcular a tensão da barra vizinha, V_m . O processo é repetido para todas as barras vizinhas calculando as respectivas tensões. Com os valores de tensão conhecidas, pode-se calcular as perdas na linha k-m. Também esses valores de tensão são usadas para encontrar os valores de tensão das novas barras vizinhas. Este processo termina nas barras extremas após encontrar valores de tensão em todas as barras do sistema e as perdas em todos os circuitos do sistema. A partir da segunda iteração são calculadas as “cargas equivalentes” em todas as barras levando em conta também as perdas encontradas na iteração anterior. O processo iterativo termina quando a variação de perdas entre duas iterações consecutivas é menor que uma tolerância especificada.

Em resumo, a base conceitual do algoritmo é praticamente equivalente ao algoritmo B e as maiores diferenças estão na implementação de partes do algoritmo e na manipulação dos dados.

4.2 Aspectos Teóricos do Algoritmo

Nesta parte são deduzidas as relações matemáticas fundamentais usadas pelo algoritmo C.

4.2.1 Cálculo do Módulo de Tensão nas Barras

A ideia básica desta parte do algoritmo é a mesma usada em [1] mas em contraposição da solução analítica proposta em [1], no algoritmo C apresentado em [3], o sistema reduzido de duas barras é resolvido usando uma técnica iterativa. A ideia básica é desenvolvida usando a figura 4.1. A figura 4.1 apresenta duas barras onde é conhecida a carga da barra m , $S_m = P + jQ$, a impedância da linha $z_{km} = r_{km} + jx_{km}$ e a tensão na barra k , $V_k = V_{kr} + jV_{ki}$. Pretende-se calcular o módulo de tensão da barra m , V_m .

Neste caso, primeiro é determinada a corrente I_{km} de forma iterativa e depois é encontrada a tensão V_m . Assim, encontramos uma relação recursiva para I_{km} .

A corrente elétrica I_{km} assume a seguinte forma:

$$I_{km} = \left(\frac{S_m}{V_m} \right)^* \quad (4.1)$$

A tensão V_m assume a seguinte forma:



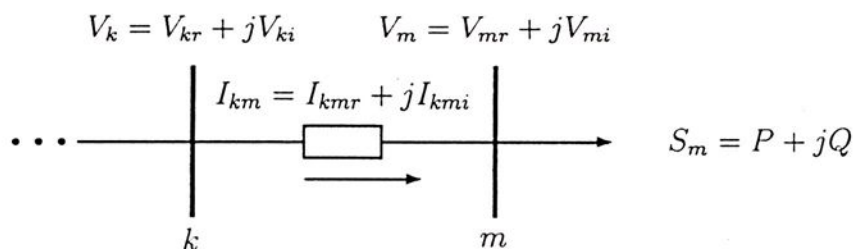


Figura 4.1: Duas barras de um sistema radial.

$$V_m = V_k - z_{km}I_{km} \quad (4.2)$$

Das relações (4.1) e (4.2), pode-se encontrar a seguinte relação:

$$I_{km} = \left(\frac{S_m}{V_k - z_{km}I_{km}} \right)^* \quad (4.3)$$

Levando em conta o seguinte:

$$I_{km} = I_{kmr} + jI_{kmi} \quad z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad s_m = P_m + jQ_m \quad V_k = V_{kr} + jV_{ki}$$

encontramos uma relação para o denominador de (4.3):

$$z_{km}I_{km} = (r_{km} + jx_{km})(I_{kmr} + jI_{kmi})$$

$$z_{km}I_{km} = (r_{km}I_{kmr} - x_{km}I_{kmi}) + j(r_{km}I_{kmi} + x_{km}I_{kmr})$$

$$V_k - z_{km}I_{km} = (V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi}) + j(V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr})$$

$$I_{km}^* = \frac{P_m + jQ_m}{V_k - z_{km}I_{km}} = \frac{P_m + jQ_m}{(V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi}) + j(V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr})}$$

Da relação anterior, multiplicando e dividindo pelo conjugado do denominador e separando as partes real e imaginária de I_{km} encontramos as seguintes relações:

$$I_{kmr} = \frac{P_m(V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi}) + Q_m(V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr})}{[V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi}]^2 + [V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr}]^2} \quad (4.4)$$

$$I_{kmi} = \frac{P_m(V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr}) - Q_m(V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi})}{[V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi}]^2 + [V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr}]^2} \quad (4.5)$$

Usando a transformação de variáveis:

$$\rho_1 = V_{kr} - r_{km}I_{kmr} + x_{km}I_{kmi} \quad (4.6)$$

$$\rho_2 = V_{ki} - r_{km}I_{kmi} - x_{km}I_{kmr} \quad (4.7)$$

Usando as relações (4.5) e (4.6), pode-se encontrar relações mais compactadas para I_{km} em (4.4) e (4.5):

$$I_{kmr} = \frac{\rho_1 P_m + \rho_2 Q_m}{\rho_1^2 + \rho_2^2} \quad (4.8)$$

$$I_{kmi} = \frac{\rho_2 P_m - \rho_1 Q_m}{\rho_1^2 + \rho_2^2} \quad (4.9)$$

As relações para I_{km} mostradas em (4.4) e (4.5) (ou equivalentemente em (4.8) e (4.9)) são relações matemáticas recursivas porque no lado direito dessas relações aparecem as variáveis I_{kmr} e I_{kmi} .

De (4.8) e (4.9), pode-se encontrar facilmente o módulo de I_{km} :

$$|I_{km}|^2 = I_{kmr}^2 + I_{kmi}^2 = \frac{1}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)^2} \{(\rho_1 P_m + \rho_2 Q_m)^2 + (\rho_2 P_m - \rho_1 Q_m)^2\}$$

$$|I_{km}|^2 = \frac{1}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)^2} \{P_m^2(\rho_1^2 + \rho_2^2) + Q_m^2(\rho_1^2 + \rho_2^2)\}$$

$$|I_{km}|^2 = \frac{1}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)^2} \{(P_m^2 + Q_m^2)(\rho_1^2 + \rho_2^2)\} = \frac{(P_m^2 + Q_m^2)}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)}$$

Portanto, o módulo da corrente assume a seguinte forma:



$$|I_{km}| = \sqrt{\frac{(P_m^2 + Q_m^2)}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)}} \quad (4.10)$$

Pode-se verificar facilmente que ρ_1 e ρ_2 são as componentes, real e imaginária, da tensão V_m , isto é,

$$V_m = V_{mr} + jV_{mi} = \rho_1 + j\rho_2 \quad (4.11)$$

relação que se torna mais evidente ao analisar (4.10).

No algoritmo C, o sistema formado por (4.8) e (4.9) (e auxiliado pelas relações (4.6) e (4.7)) se resolve, de maneira iterativa, encontrando novos valores para I_{km} . O processo iterativo termina quando os valores encontrados para a potência na barra m , obtido usando os valores de V_m e I_{km} encontrados no processo iterativo são suficientemente próximos do valor exato de S_m que se assume conhecido. Assim, o critério de parada no cálculo iterativo de I_{km} termina quando o módulo da potência $|S_m| = |V_m||I_{km}|$ está suficientemente próximo do valor conhecido de S_m . Entretanto ainda está faltando o valor inicial de I_{km} para iniciar o processo iterativo. O valor inicial de I_{km} é encontrado assumindo um valor de $V_m = V_k$, isto é, inicialmente é assumido que a tensão da barra V_m é a mesma da barra V_k . Assim temos o seguinte:

$$(I_{km}^{(o)})^* = \frac{S_m}{V_m} = \frac{S_m}{V_k} = \frac{P_m + jQ_m}{V_{kr} + jV_{ki}}$$

Após algumas simplificações simples, pode-se obter as seguintes relações:

$$I_{km}^{(o)} = \frac{(P_m V_{kr} + Q_m V_{ki}) + j(P_m V_{ki} - Q_m V_{kr})}{V_{kr}^2 + V_{ki}^2}$$

e separando as partes real e imaginária temos o seguinte:

$$I_{kmr}^{(o)} = \frac{P_m V_{kr} + Q_m V_{ki}}{V_{kr}^2 + V_{ki}^2} = \frac{P_m V_{kr} + Q_m V_{ki}}{V_k^2} \quad (4.12)$$

$$I_{kmi}^{(o)} = \frac{P_m V_{ki} - Q_m V_{kr}}{V_{kr}^2 + V_{ki}^2} = \frac{P_m V_{ki} - Q_m V_{kr}}{V_k^2} \quad (4.13)$$

Com as relações matemáticas encontradas já é possível montar o algoritmo C.

4.3 Algoritmo C de Fluxo de Carga Radial

O algoritmo C pode ser resumido da seguinte forma [3, 4]:

1. Ler os dados do sistema, assim como os outros parâmetros do sistema como módulo de tensão na subestação e critério de convergência ϵ_p (máxima variação de perdas permitida). Inicializar as perdas em todos os ramos como sendo iguais a zero. Encontrar a “carga equivalente” para cada barra do sistema elétrico.

2. Operação “Forward”:

A partir da subestação encontrar novos valores de tensão em todas as barras do sistema e, logicamente, usando a representação de carga equivalente. Esta é uma iteração para frente (forward) iniciando o processo da subestação e terminando nas barras extremas. Para cada par de barras k e m calcular a tensão V_m da seguinte forma:

- Calcular a corrente inicial $I_{km}^{(o)}$ usando as relações (4.12) e (4.13).
- Recalcular novos valores de I_{km} usando as relações (4.8) e (4.9). Neste passo também é calculado o estimado da tensão V_m usando (4.6) e (4.7) pois eles fazem parte do cálculo de I_{km} .
- Calcular o estimado de $|S_m|$ usando os valores de I_{km} e V_m obtidos no passo anterior e a relação $|S_m^e| = |V_m||I_{km}|$. Se $|S_m - S_m^e| \leq \epsilon_s$ então termina o processo iterativo de cálculo de I_{km} e, deve-se recalcular V_m assim como as perdas no ramo $k - m$ e depois analisar o seguinte par de barras. Em caso contrário voltar ao passo (b).
Outra alternativa é proposta em [4] onde o critério de parada do laço interno é verificar se $|I_{km}^{k+1} - I_{km}^k| \leq \epsilon_I$. Esta última proposta parece mais consistente e também deve ser adotada nos testes experimentais.

3. Após encontrar novos valores de tensão para todas as barras do sistema elétrico e as perdas para todos os ramos do sistema, deve-se calcular as perdas ativas do sistema elétrico, P_{per2} . Se $|P_{per2} - P_{per1}| \leq \epsilon_p$ então termina o processo integral. Em caso contrário, encontrar a “carga equivalente” para cada barra do sistema elétrico levando em conta as perdas encontrados no passo anterior e voltar ao passo 2.

Em [4] e [5] são apresentadas algumas modificações ao algoritmo C. Essas modificações estão relacionadas basicamente com os seguintes aspectos:

- São apresentadas algumas modificações relacionadas com a manipulação dos dados e da estrutura de programação.
- São apresentados critérios de convergência diferentes. Assim, o laço interno de determinação do valor de V_m termina quando a variação da corrente I_{km} é menor que uma tolerância especificada ϵ_i . No algoritmo original o critério de parada é que a diferença entre a potência calculada para a barra m deve estar o suficientemente próximo do valor exato S_m . O critério de convergência do algoritmo está determinado por aquele ramo que apresenta a maior variação de perdas entre duas iterações consecutivas.
- É apresentada uma versão trifásica do algoritmo.



4.3.1 Exemplo Ilustrativo

O algoritmo C é ilustrado usando um exemplo simples de 4 barras mostrado na figura 2.3.

Os resultados obtidos usando o algoritmo C para uma iteração são os seguintes:

Primeira Iteração:

1 Tensão de referência: $V_1 = 1,05$. $\epsilon_I = 0,0050$. $\epsilon_p = 0,0001$

“Carga equivalente” inicial em cada barra:

$$- S_2 = 3,2 + j2,24.$$

$$- S_3 = 1,92 + j0,96.$$

$$- S_4 = 1,6 + j0,80.$$

2 Cálculo dos novos valores de tensão:

1. Cálculo de V_2 :

(a) Cálculo de $I_{12}^{(0)}$:

$$I_{12r}^{(0)} = \frac{3,2(1,05) + 2,24(0)}{(1,05)^2} = 3,0476$$

$$I_{12i}^{(0)} = \frac{3,2(0) - 2,24(1,05)}{(1,05)^2} = -2,1333$$

$$\text{Então: } I_{12}^{(0)} = 3,7201$$

(b) Recalculando o valor de I_{12} :

$$V_{2r} = 1,05 - (0,0236)(3,0476) + (0,0233)(-2,1333) = 0,9284$$

$$V_{2i} = 0,0 - (0,0236)(-2,1333) - (0,0233)(3,0476) = -0,0207$$

$$\text{Então: } V_2 = 0,9286.$$

$$I_{12r}^{(1)} = \frac{(0,9284)(3,2) + (-0,0207)(2,24)}{(0,9286)^2} = 3,3915$$

$$I_{12i}^{(1)} = \frac{(-0,0207)(3,2) - (0,9284)(2,24)}{(0,9286)^2} = -2,4885$$

$$\text{Então: } I_{12}^{(1)} = 4,2066$$

- (c) Verificando a convergência do laço interno:
 Como $|4,2066 - 3,7201| > 0,005$ então não foi atingida a convergência do laço interno.
- (b) Recalculando o valor de I_{12} :

$$V_{2r} = 1,05 - (0,0236)(3,3915) + (0,0233)(-2,4885) = 0,9120$$

$$V_{2i} = 0,0 - (0,0236)(-2,4885) - (0,0233)(3,3915) = -0,0203$$

Então: $V_2 = 0,9122$.

$$I_{12r}^{(2)} = \frac{(0,9120)(3,2) + (-0,0203)(2,24)}{(0,9122)^2} = 3,4526$$

$$I_{12i}^{(2)} = \frac{(-0,0203)(3,2) - (0,9120)(2,24)}{(0,9122)^2} = -2,5331$$

Então: $I_{12}^{(2)} = 4,2822$

- (c) Verificando a convergência do laço interno:
 Como $|4,2822 - 4,2066| > 0,005$ então não foi atingida a convergência do laço interno.
- (b) Recalculando o valor de I_{12} :

$$V_{2r} = 1,05 - (0,0236)(3,4526) + (0,0233)(-2,5331) = 0,9095$$

$$V_{2i} = 0,0 - (0,0236)(-2,5331) - (0,0233)(3,4526) = -0,0207$$

Então: $V_2 = 0,9097$.

$$I_{12r}^{(3)} = \frac{(0,9095)(3,2) + (-0,0207)(2,24)}{(0,9097)^2} = 3,4606$$

$$I_{12i}^{(3)} = \frac{(-0,0207)(3,2) - (0,9095)(2,24)}{(0,9097)^2} = -2,5417$$

Então: $I_{12}^{(3)} = 4,2937$

- (c) Verificando a convergência do laço interno:
 Como $|4,2937 - 4,2822| > 0,005$ então não foi atingida a convergência do laço interno.

(b) Recalculando o valor de I_{12} :

$$V_{2r} = 1,05 - (0,0236)(3,4606) + (0,0233)(-2,5417) = 0,9091$$

$$V_{2i} = 0,0 - (0,0236)(-2,5417) - (0,0233)(3,4606) = -0,0206$$

Então: $V_2 = 0,9093$.

$$I_{12r}^{(4)} = \frac{(0,9091)(3,2) + (-0,0206)(2,24)}{(0,9093)^2} = 3,4623$$

$$I_{12i}^{(4)} = \frac{(-0,0206)(3,2) - (0,9091)(2,24)}{(0,9093)^2} = -2,5424$$

Então: $I_{12}^{(4)} = 4,2955$

(c) Verificando a convergência do laço interno:

Como $|4,2955 - 4,2937| = 0,0018 < 0,0050$ então existe convergência do laço interno.

Recalculando V_2 :

$$V_{2r} = 1,05 - (0,0236)(3,4623) + (0,0233)(-2,5424) = 0,9091$$

$$V_{2i} = 0,0 - (0,0236)(-2,5424) - (0,0233)(3,4623) = -0,0207$$

Então: $V_2 = 0,9093$.

Calculando as perdas do ramo 1-2:

$$P_{e12} = 0,0236(4,2955)^2 = 0,4355$$

2. Cálculo de V_3 :

(a) Cálculo de $I_{23}^{(o)}$:

$$I_{23r}^{(o)} = \frac{1,92(0,9091) + 0,96(-0,0207)}{(0,9093)^2} = 2,0870$$

$$I_{23i}^{(o)} = \frac{1,92(-0,0207) - 0,96(0,9091)}{(0,9093)^2} = -1,1036$$

Então: $I_{23}^{(o)} = 2,3608$.

(b) Recalculando o valor de I_{23} :

$$V_{3r} = 0,9091 - (0,0003)(2,0870) + (0,0002)(-1,1036) = 0,9083$$

$$V_{3i} = -0,0207 - (0,0003)(-1,1036) - (0,0002)(2,0870) = -0,0208$$

Então: $V_2 = 0,9085$.

$$I_{23r}^{(1)} = \frac{(0,9083)(1,92) + (-0,0208)(0,96)}{(0,9085)^2} = 2,0885$$

$$I_{23i}^{(1)} = \frac{(-0,0208)(1,92) - (0,9083)(0,96)}{(0,9085)^2} = -1,1047$$

Então: $I_{23}^{(1)} = 2,3627$

(c) Verificando a convergência do laço interno:

Como $|2,3627 - 2,3608| = 0,0019 < 0,0050$ então foi atingida a convergência do laço interno.

Recalculando V_3 :

$$V_{3r} = 0,9091 - (0,0003)(2,0885) + (0,0002)(-1,1047) = 0,9083$$

$$V_{3i} = -0,0207 - (0,0003)(-1,1047) - (0,0002)(2,0885) = -0,0208$$

Então: $V_3 = 0,9085$.

Calculando as perdas do ramo 2-3:

$$P_{e23} = 0,0003(2,3627)^2 = 0,0017$$

3. Cálculo de V_4 :

(a) Cálculo de $I_{34}^{(o)}$:

$$I_{34r}^{(o)} = \frac{1,6(0,9083) + 0,8(-0,0208)}{(0,9085)^2} = 1,7406$$

$$I_{34i}^{(o)} = \frac{1,6(-0,0208) - 0,8(0,9083)}{(0,9085)^2} = -0,9207$$

Então: $I_{34}^{(o)} = 1,9691$.

(b) Recalculando o valor de I_{34} :

$$V_{4r} = 0,9083 - (0,0051)(1,7406) + (0,0005)(-0,9207) = 0,8990$$

$$V_{4i} = -0,0208 - (0,0051)(-0,9207) - (0,0005)(1,7406) = -0,0170$$

Então: $V_4 = 0,8991$.

$$I_{34r}^{(1)} = \frac{(0,8990)(1,6) + (-0,0170)(0,8)}{(0,8991)^2} = 1,7624$$

$$I_{34i}^{(1)} = \frac{(-0,0170)(1,6) - (0,8990)(0,8)}{(0,8991)^2} = -0,9233$$

Então: $I_{34}^{(1)} = 1,9896$

(c) Verificando a convergência do laço interno:

Como $|1,9896 - 1,9691| = 0,0205 > 0,0050$ então ainda não foi atingida a convergência do laço interno.

(b) Recalculando o valor de I_{34} :

$$V_{4r} = 0,9083 - (0,0051)(1,7624) + (0,0005)(-0,9233) = 0,8989$$

$$V_{4i} = -0,0208 - (0,0051)(-0,9233) - (0,0005)(1,7624) = -0,0170$$

Então: $V_4 = 0,8990$.

$$I_{34r}^{(2)} = \frac{(0,8989)(1,6) + (-0,0170)(0,8)}{(0,8990)^2} = 1,7627$$

$$I_{34i}^{(2)} = \frac{(-0,0170)(1,6) - (0,8989)(0,8)}{(0,8990)^2} = -0,9234$$

Então: $I_{34}^{(2)} = 1,9899$

(c) Verificando a convergência do laço interno:

Como $|1,9899 - 1,9896| = 0,0003 < 0,0050$ então foi atingida a convergência do laço interno.

Recalculando V_4 :

$$V_{4r} = 0,9083 - (0,0051)(1,7627) + (0,0005)(-0,9234) = 0,8988$$

$$V_{4i} = -0,0208 - (0,0051)(-0,9234) - (0,0005)(1,7627) = -0,0170$$

Então: $V_4 = 0,8990$.

Calculando as perdas do ramo 3-4:

$$P_{e34} = 0,0051(1,9899)^2 = 0,0202$$



Portanto foram calculados os novos valores de tensão em todas as barras e também as perdas totais do sistema.

3 Perdas do sistema:

$$P_{per2} = P_e = P_{e12} + P_{e23} + P_{e34} = 0,4355 + 0,0017 + 0,0202 = 0,4573$$

Como $|P_{per2} - P_{per1}| = |0,4573 - 0,0| = 0,4573 > \epsilon_P = 0,0005$ então, deve-se passar para a segunda iteração.

O processo iterativo converge com os valores mostrados na tabela 4.1 onde é apresentado um resumo do processo de resolução mostrando em cada iteração os novos valores de tensões das barras do sistema:

Tabela 4.1: Evolução do algoritmo C.

Iteração	V_2	V_3	V_4
1	0,9093	0,9085	0,8990
2	0,9083	0,9075	0,8979
3	0,9083	0,9075	0,8979

O processo converge com $\Delta P_{per} = 0,0000$. As perdas ativas são iguais a: $P_t = 0,4628$.



Capítulo 5

Fluxo de Carga Radial de Baran-Wu

5.1 Introdução

Neste capítulo são analisados os aspectos relacionados com um algoritmo de fluxo de carga radial desenvolvido por Baran-Wu [2]. Este algoritmo é reconhecido por muitos pesquisadores como sendo muito robusto e rápido [10, 12, 14], sendo um dos algoritmos mais usados em análise de fluxo de carga de sistemas de distribuição radial e também em análise comparativa com novos algoritmos de fluxo de carga que foram publicados posteriormente [10, 17]. Este algoritmo também é conceitualmente interessante e a implementação computacional pode ser realizada de forma eficiente. É possível ainda implementar versões simplificadas do algoritmo que permite melhorar a velocidade de processamento do algoritmo. Este algoritmo de fluxo de carga radial será chamado, neste trabalho, de algoritmo D.

No algoritmo D, o processo de resolução é iniciado a partir da subestação considerando um estimado da potência que está saindo da subestação. A idéia fundamental do algoritmo está baseado no suposto de que se for conhecida de forma exata a potência que está saindo da subestação então é possível calcular facilmente as tensões e outras grandezas em todas as barras do sistema. Em outras palavras, se existe somente um único alimentador (não existe ramificações) então o problema de fluxo de carga radial pode ser considerado como sendo um **problema com somente duas variáveis de estado**: a potência ativa P_o e a potência reativa Q_o que está saindo da subestação.

Entretanto, não é trivial conhecer a potência exata que está saindo da subestação porque não são conhecidas as perdas nos ramos do sistema elétrico. Portanto, a estratégia fundamental consiste em encontrar um valor aproximado da potência que está saindo da subestação e, através de um processo iterativo, encontrar novos valores cada vez melhores para P_o e Q_o . Os novos valores encontrados para P_o e Q_o são encontrados resolvendo um sistema de duas equações com duas incógnitas para o caso de um único alimentador. O processo converge quando a potência ativa e reativa que está saindo da ultima barra (sem considerar a carga nessa barra) é igual a zero (ou próxima de zero).

Quando existem circuitos laterais saindo do alimentador principal, aparecem duas novas variáveis no problema por cada circuito lateral e a complexidade da solução do problema também se incrementa.

5.2 Aspectos Teóricos do Algoritmo

5.2.1 Encontrando as Relações Fundamentais

Um aspecto fundamental do algoritmo D consiste em demonstrar que se em uma barra genérica k são conhecidos o módulo da tensão V_k e a potência ativa e reativa, P_k e Q_k , que estão saindo da barra k então é possível encontrar o módulo de tensão V_{k+1} , assim como a potência ativa e reativa, P_{k+1} e Q_{k+1} , na barra vizinha $k+1$ que está localizada na direção oposta à subestação. Portanto, se são conhecidos V_o , P_o e Q_o na barra da subestação então é possível encontrar a tensão e as potências ativa e reativa saindo de todas as barras do sistema encontradas em um processo para frente a partir da subestação (processo forward). Em princípio esta proposta é válida para um único alimentador e, posteriormente, deve ser estendido este raciocínio para um sistema radial geral. Portanto, deve-se demonstrar a validade das relações mencionadas anteriormente usando a figura 5.1.

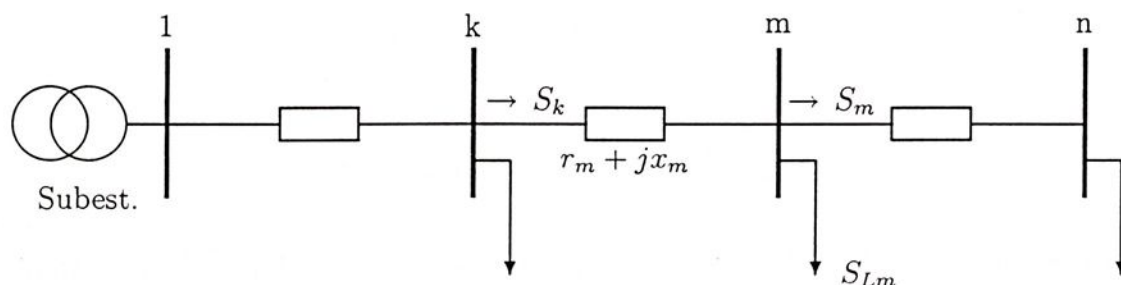


Figura 5.1: Análise das relações básicas

Da figura 5.1 temos o seguinte:

$$S_k = P_k + jQ_k \quad S_m = P_m + jQ_m \quad S_{Lm} = P_{Lm} + jQ_{Lm}$$

As perdas no ramo $k - m$ assumem a seguinte forma:

$$S_{per} = \Delta V_{km} I_{km}^* = z_m I_{km} I_{km}^* = z_m I_{km}^2 = z_m |I_{km}|^2$$

em que $z_m = r_m + jx_m$ é a impedância no ramo $k - m$ e I_{km} é a corrente no ramo $k - m$. O módulo de I_{km} pode ser encontrada da seguinte forma:

$$I_{km}^* = \frac{S_k}{V_k} = \frac{P_k - jQ_k}{V_{kr} - jV_{ki}} \Rightarrow |I_{km}| = \frac{\sqrt{P_k^2 + Q_k^2}}{V_k}$$

$$\Rightarrow I_{km}^2 = \frac{P_k^2 + Q_k^2}{V_k^2} \Rightarrow S_{per} = \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} (r_m + jx_m)$$

O balanço de potência na barra m assume a seguinte forma:

$$S_m = S_k - S_{Lm} - S_{per}$$

$$P_m + jQ_m = P_k + jQ_k - P_{Lm} - jQ_{Lm} - \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} (r_m + jx_m)$$

Separando as partes real e imaginária na relação anterior temos o seguinte:

$$P_m = P_k - r_m \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} - P_{Lm} \quad (5.1)$$

$$Q_m = Q_k - x_m \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} - Q_{Lm} \quad (5.2)$$

A outra relação fundamental deve relacionar as tensões V_k e V_m . Da figura 5.1 temos o seguinte:

$$V_k = V_m + \Delta V_{km} \Rightarrow V_m = V_k - \Delta V_{km}$$

$$V_m = V_{mr} + jV_{mi} \quad V_k = V_{kr} + jV_{ki}$$

$$\Delta V_{km} = z_m I_{km} = z_m \frac{S_k^*}{V_k^*} = z_m \frac{(P_k - jQ_k)}{(V_{kr} - jV_{ki})}$$

Da relação anterior temos o seguinte:

$$\Delta V_{km} = \frac{(r_m + jx_m)(P_k - jQ_k)}{V_{kr} - jV_{ki}} = \frac{(r_m P_k + x_m Q_k) + j(x_m P_k - r_m Q_k)}{(V_{kr} - jV_{ki})}$$

Portanto, a forma matemática de V_m é o seguinte:

$$V_{mr} + jV_{mi} = V_{kr} + jV_{ki} - \frac{[(r_m P_k + x_m Q_k) + j(x_m P_k - r_m Q_k)]}{(V_{kr} - jV_{ki})}$$

$$V_{mr} + jV_{mi} = \frac{[V_k^2 - r_m P_k - x_m Q_k] - j[x_m P_k - r_m Q_k]}{(V_{kr} - jV_{ki})}$$

Na relação anterior, deve-se tomar os módulos e elevar ao quadrado da seguinte maneira:

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \{ [V_k^2 - r_m P_k - x_m Q_k]^2 + [x_m P_k - r_m Q_k]^2 \}$$

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \{ V_k^4 + r_m^2 P_k^2 + x_m^2 Q_k^2 + 2r_m x_m P_k Q_k - 2V_k^2(r_m P_k + x_m Q_k) + x_m^2 P_k^2 + r_m^2 Q_k^2 - 2r_m x_m P_k Q_k \}$$

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \{ V_k^4 - 2V_k^2(r_m P_k + x_m Q_k) + r_m^2(P_k^2 + Q_k^2) + x_m^2(P_k^2 + Q_k^2) \}$$

$$V_m^2 = V_k^2 - 2(r_m P_k + x_m Q_k) + \frac{1}{V_k^2}(r_m^2 + x_m^2)(P_k^2 + Q_k^2) \quad (5.3)$$

As relações (5.1), (5.2) e (5.3) representam o primeiro conjunto de relações fundamentais do algoritmo de Baran-Wu. Essas relações podem ser generalizadas para duas barras consecutivas fazendo $k = i$ e $m = i + 1$ assumindo a seguinte forma:

$$P_{i+1} = P_i - r_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} - P_{L,i+1} \quad (5.4)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - x_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} - Q_{L,i+1} \quad (5.5)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(r_{i+1} P_i + x_{i+1} Q_i) + \frac{1}{V_i^2}(r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2)(P_i^2 + Q_i^2) \quad (5.6)$$

5.2.2 Método de Newton para Resolver o Problema com um Único Alimentador

Quando o sistema de distribuição está constituído por um único alimentador a resolução do problema é rápido e simples. Portanto, inicialmente é analisado este caso simples e depois as relações matemáticas são generalizadas para levar em conta alimentadores com ramos laterais. Neste caso o alimentador principal é chamado de alimentador 0 (zero).

As variáveis associadas a uma barra genérica i são as seguintes:

$$x_{oi} = \begin{bmatrix} P_{oi} \\ Q_{oi} \\ V_{oi}^2 \end{bmatrix}$$

As relações matemáticas fundamentais (5.4), (5.5) e (5.6) podem ser representadas da seguinte forma:

$$x_{o,i+1} = f(x_{o,i})$$

Na subestação, considerada com barra zero, temos as duas variáveis de estado do sistema:

$$z_{oo} = \begin{bmatrix} P_o \\ Q_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{oo} \\ Q_{oo} \end{bmatrix}$$

sendo P_{oo} e Q_{oo} a potência ativa e reativa, respectivamente, saindo da subestação (barra zero e ramal principal). Por outro lado, a potência ativa e reativa que está saindo da barra terminal n devem ser iguais a zero, isto é, deve-se satisfazer o seguinte:

$$P_{on} = 0 \quad (5.7)$$

$$Q_{on} = 0 \quad (5.8)$$

Para o caso de um único alimentador, foi identificado um sistema compatível, formado por duas variáveis de estado (P_{oo} e Q_{oo}) e duas equações, (5.7) e (5.8). Portanto, o problema consiste em encontrar valores de P_{oo} e Q_{oo} para satisfazer as relações (5.7) e (5.8). Assim, deve-se resolver um sistema não linear de duas equações e duas incógnitas e esse tamanho é independente do número de barras do alimentador.

O sistema não linear (5.7)-(5.8) pode ser resolvido usando vários métodos de resolução de equações não lineares. Uma dessas técnicas é o método de Newton em que (5.7)-(5.8) pode ser escrita de forma compacta da seguinte forma:



$$H(z_{oo}) = 0 \quad (5.9)$$

Para resolver o sistema (5.9) existe o problema de que não são conhecidas relações explícitas de P_{on} e Q_{on} em função de P_{oo} e Q_{oo} para determinar o Jacobiano no processo de linearização. Entretanto existe uma forma recursiva para encontrar o Jacobiano. Deve-se observar também que para valores de P_{oo} e Q_{oo} especificados, pode-se verificar a validade das relações (5.9) usando, sucessivamente, as relações fundamentais (5.1), (5.2) e (5.3) iniciando o processo a partir da subestação. Assumindo que é possível calcular o Jacobiano então, pode-se usar o algoritmo de Newton para resolver o problema de fluxo de carga de um único alimentador.

5.2.3 Algoritmo de Newton para o Problema com um Único Alimentador

Para um único alimentador, o algoritmo de Newton assume a seguinte forma:

1. Escolha de valores iniciais para P_{oo} e Q_{oo} :

Escolher valores de P_{oo} e Q_{oo} iniciais. Valores adequados podem ser a somatória de cargas ou com um acréscimo adicional para levar em conta as perdas.

2. Determinação dos valores de P_{on} e Q_{on} :

Usando as relações fundamentais (5.4), (5.5) e (5.6) encontrar os valores correntes de P_{on} e Q_{on} iniciando o processo a partir da subestação.

3. Teste de Convergência:

Se $|P_{on}| \leq \epsilon$ e $|Q_{on}| \leq \epsilon$ então pare o processo porque foi atingida a convergência. Em caso contrário ir ao passo 4.

4. Montagem do Jacobiano:

Montar o Jacobiano J :

$$J = \left[\frac{\partial H(z_{oo})}{\partial z_{oo}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{oo}} \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{oo}} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

5. Resolver o sistema linearizado na iteração k :

$$J_k \Delta z_{oo}^k = -H(z_{oo}^k) \quad (5.11)$$

em que:

$$\Delta z_{oo}^k = \begin{bmatrix} \Delta P_{oo}^k \\ \Delta Q_{oo}^k \end{bmatrix} \quad H(z_{oo}^k) = \begin{bmatrix} P_{on}^k \\ Q_{on}^k \end{bmatrix}$$

Assim temos:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{oo}^k \\ \Delta Q_{oo}^k \end{bmatrix} = -[J_k]^{-1} \begin{bmatrix} P_{on}^k \\ Q_{on}^k \end{bmatrix}$$

6. Atualização dos valores de P_{oo} e Q_{oo} :

$$P_{oo}^{k+1} = P_{oo}^k + \Delta P_{oo}^k$$

$$Q_{oo}^{k+1} = Q_{oo}^k + \Delta Q_{oo}^k$$

Voltar ao passo 2.

5.2.4 Determinação do Jacobiano

O Jacobiano $J(z_{oo})$ é uma matriz 2×2 da seguinte forma:

$$J(z_{oo}) = \left[\frac{\partial H(z_{oo})}{\partial z_{oo}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{oo}} \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{oo}} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

O cálculo do Jacobiano é obtido através de um processo de multiplicação de matrizes de 3×3 . Portanto, deve-se encontrar as relações matemáticas que permitem encontrar esse Jacobiano.

Sejam as variáveis associadas a cada barra do ramal principal os seguintes:

$$x_{oo}, x_{o1}, x_{o2}, \dots, x_{oi}, \dots, x_{on}$$

em que:

$$x_{oi} = \begin{bmatrix} P_{oi} \\ Q_{oi} \\ V_{oi}^2 \end{bmatrix} \quad x_{oo} = \begin{bmatrix} P_{oo} \\ Q_{oo} \\ V_{oo}^2 \end{bmatrix} \quad x_{on} = \begin{bmatrix} P_{on} \\ Q_{on} \\ V_{on}^2 \end{bmatrix}$$

sendo P_{oi} a potência ativa que está saindo da barra i com tensão V_i . Portanto, para a barra final n temos que $P_{on} = Q_{on} = 0$ na convergência porque não está saindo potência da barra terminal n . O Jacobiano $J(z_{oo})$ é uma submatriz da matriz que é obtida ao derivar x_{on} com respeito a x_{oo} . Essa matriz assume a seguinte forma:



$$J_A = \left[\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{oo}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{oo}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial V_{oo}^2} \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{oo}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial V_{oo}^2} \\ \frac{\partial V_{on}^2}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial V_{on}^2}{\partial Q_{oo}} & \frac{\partial V_{on}^2}{\partial V_{oo}^2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Usando a regra da cadeia temos o seguinte:

$$J_A = \left[\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{oo}} \right] = \left[\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{o,n-1}} \right] \left[\frac{\partial x_{o,n-1}}{\partial x_{o,n-2}} \right] \cdots \left[\frac{\partial x_{o,i}}{\partial x_{o,i-1}} \right] \cdots \left[\frac{\partial x_{o1}}{\partial x_{oo}} \right] \quad (5.14)$$

Seja a matriz:

$$J_B = \left[\frac{\partial x_{o,n-1}}{\partial x_{o,n-2}} \right] \cdots \left[\frac{\partial x_{o,i}}{\partial x_{o,i-1}} \right] \cdots \left[\frac{\partial x_{o1}}{\partial x_{oo}} \right] \quad (5.15)$$

Deve-se observar que para encontrar J_A , em princípio, deve-se multiplicar n matrizes 3×3 para um alimentador de $(n+1)$ barras (a barra zero é a subestação). Também, deve-se observar que a matriz Jacobiana J procurada é uma submatriz de J_A formada pelos 2 primeiros elementos das duas primeiras linhas de J_A .

Uma matriz típica de J_B apresenta a seguinte estrutura:

$$J_{oi} = \left[\frac{\partial x_{o,i+1}}{\partial x_{o,i}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{o,i+1}}{\partial P_{o,i}} & \frac{\partial P_{o,i+1}}{\partial Q_{o,i}} & \frac{\partial P_{o,i+1}}{\partial V_{o,i}^2} \\ \frac{\partial Q_{o,i+1}}{\partial P_{o,i}} & \frac{\partial Q_{o,i+1}}{\partial Q_{o,i}} & \frac{\partial Q_{o,i+1}}{\partial V_{o,i}^2} \\ \frac{\partial V_{o,i+1}^2}{\partial P_{o,i}} & \frac{\partial V_{o,i+1}^2}{\partial Q_{o,i}} & \frac{\partial V_{o,i+1}^2}{\partial V_{o,i}^2} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Eliminando temporariamente o índice 0 (zero), que corresponde ao ramal principal, e usando as relações fundamentais (5.4), (5.5) e (5.6) os elementos da matriz J_{oi} assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial P_{i+1}}{\partial P_i} = 1 - 2 \frac{r_{i+1} P_i}{V_i^2} \quad \frac{\partial P_{i+1}}{\partial Q_i} = -2 \frac{r_{i+1} Q_i}{V_i^2} \quad \frac{\partial P_{i+1}}{\partial V_i^2} = r_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^4}$$

$$\frac{\partial Q_{i+1}}{\partial P_i} = -2 \frac{x_{i+1} P_i}{V_i^2} \quad \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial Q_i} = 1 - 2 \frac{x_{i+1} Q_i}{V_i^2} \quad \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial V_i^2} = x_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^4}$$

$$\frac{\partial V_{i+1}^2}{\partial P_i} = -2r_{i+1} + 2P_i \frac{(r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2)}{V_i^2} = -2 \left[r_{i+1} - z_{i+1}^2 \frac{P_i}{V_i^2} \right]$$

$$\frac{\partial V_{i+1}^2}{\partial Q_i} = -2x_{i+1} + 2Q_i \frac{(r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2)}{V_i^2} = -2 \left[x_{i+1} - z_{i+1}^2 \frac{Q_i}{V_i^2} \right]$$

$$\frac{\partial V_{i+1}^2}{\partial V_i^2} = 1 - \frac{1}{V_i^4} (r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2) (P_i^2 + Q_i^2) = 1 - \frac{z_{i+1}^2}{V_i^4} (P_i^2 + Q_i^2)$$

Para montar a matriz J_A ainda, deve-se analisar a primeira matriz da relação:

$$J_A = \left[\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{o,n-1}} \right] J_B$$

em que:

$$\left[\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{o,n-1}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{o,n-1}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{o,n-1}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial V_{o,n-1}^2} \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{o,n-1}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{o,n-1}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial V_{o,n-1}^2} \\ \frac{\partial V_{on}^2}{\partial P_{o,n-1}} & \frac{\partial V_{on}^2}{\partial Q_{o,n-1}} & \frac{\partial V_{on}^2}{\partial V_{o,n-1}^2} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Como o Jacobiano que se pretende calcular, $J(z_{oo})$, está formado somente pela matriz 2×2 superior de J_A então não interessa calcular a última fila da matriz $\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{o,n-1}}$. Assim, seja a matriz J_c formada pelas duas primeiras linhas de $\frac{\partial x_{on}}{\partial x_{o,n-1}}$ da seguinte forma:

$$J_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{o,n-1}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{o,n-1}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial V_{o,n-1}^2} \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{o,n-1}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{o,n-1}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial V_{o,n-1}^2} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

O Jacobiano procurado é uma submatriz da seguinte matriz:

$$J_D = J_c J_B$$

A matriz J_D é de dimensão 2×3 e a submatriz formado pelos dois primeiros elementos das duas linhas da matriz é o Jacobiano procurado. Assim temos o seguinte:

$$J_D = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial P_{on}}{\partial Q_{oo}} & * \\ \frac{\partial Q_{on}}{\partial P_{oo}} & \frac{\partial Q_{on}}{\partial Q_{oo}} & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J(z_{oo}) & * \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

A forma adequada de calcular o Jacobiano, $J(z_{00})$, consiste em calcular a matriz J_B , obtida através da multiplicação de n matrizes de dimensão 3×3 que depois deve ser multiplicada pela matriz J_C , que é uma matriz de 2×3 , pela matriz J_B . Neste último caso, deve-se calcular apenas os 4 elementos que correspondem à matriz $J(z_{00})$. A forma matemática dos elementos de J_C , dispensando o índice 0 (zero), e obtidas usando as relações fundamentais (5.4), (5.5) e (5.6) assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial P_n}{\partial P_{n-1}} = 1 - 2 \frac{r_n P_{n-1}}{V_{n-1}^2} \quad \frac{\partial P_n}{\partial Q_{n-1}} = -2 \frac{r_n Q_{n-1}}{V_{n-1}^2} \quad \frac{\partial P_n}{\partial V_{n-1}^2} = r_n \frac{(P_{n-1}^2 + Q_{n-1}^2)}{V_{n-1}^4}$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial P_{n-1}} = -2 \frac{x_n P_{n-1}}{V_{n-1}^2} \quad \frac{\partial Q_n}{\partial Q_{n-1}} = 1 - 2 \frac{x_n Q_{n-1}}{V_{n-1}^2} \quad \frac{\partial Q_n}{\partial V_{n-1}^2} = x_n \frac{(P_{n-1}^2 + Q_{n-1}^2)}{V_{n-1}^4}$$

Deve-se observar que a forma matemática das relações anteriores é exatamente igual à forma matemática das duas primeiras linhas da matriz J_{oi} .

5.3 Exemplo Ilustrativo

O algoritmo é ilustrado usando um exemplo simples de 4 barras mostrado na figura 5.2.

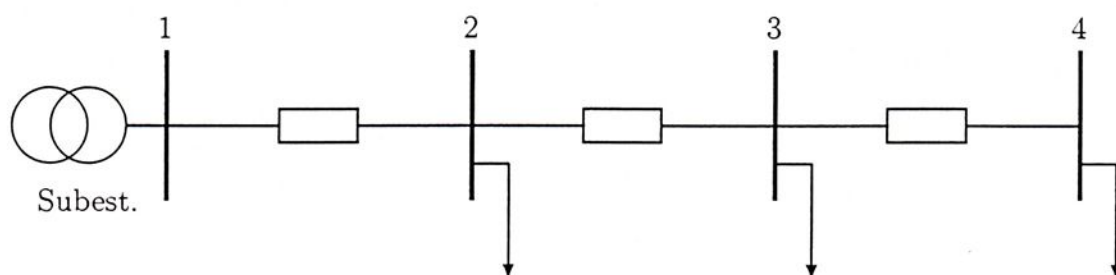


Figura 5.2: Sistema de 4 barras

Os dados, em p.u., são os seguintes:

1. Dados gerais: $V_1 = 1,05 + j0,0$ (referência) e $\epsilon = 0,0010$
2. Dados das cargas:

$$S_2 = 1,28 + j1,28 \quad S_3 = 0,32 + j0,16 \quad S_4 = 1,6 + j0,80$$

3. Dados dos ramos:

$$z_{12} = 0,0236 + j0,0233$$

$$z_{23} = 0,0003 + j0,0002$$

$$z_{34} = 0,0051 + j0,0005$$

Primeira iteração:

1. Passo inicial:

Assumimos que a potência que está saindo da subestação é a somatória de cargas:

$$P_1 = 1,28 + 0,32 + 1,6 \Rightarrow P_1 = 3,20$$

$$Q_1 = 1,28 + 0,16 + 0,8 \Rightarrow Q_1 = 2,24$$

2. Determinação dos valores de P_4 e Q_4 :

Usando as relações fundamentais (5.4), (5.5) e (5.6), deve-se encontrar os valores de P_4 e Q_4 iniciando o processo a partir da subestação.

$$P_2 = 3,2 - (0,0236) \frac{(3,2)^2 + (2,24)^2}{(1,05)^2} - 1,28 = 1,5934$$

$$Q_2 = 2,24 - (0,0233) \frac{(3,2)^2 + (2,24)^2}{(1,05)^2} - 1,28 = 0,6375$$

$$V_2^2 = (1,05)^2 - 2[0,0236(3,2) + 0,0233(2,24)] + [(0,0236)^2 + (0,0233)^2] \frac{(3,2)^2 + (2,24)^2}{(1,05)^2}$$

$$V_2^2 = 0,8623 \Rightarrow V_2 = 0,9286$$

$$P_3 = 1,5934 - (0,0003) \frac{(1,5934)^2 + (0,6375)^2}{0,8623} - 0,32 = 1,2724$$

$$Q_3 = 0,6375 - (0,0002) \frac{(1,5934)^2 + (0,6375)^2}{0,8623} - 0,16 = 0,4768$$

$$V_3^2 = 0,8623 - 2[0,0003(1,5934) + 0,0002(0,6375)] + [(0,0003)^2 + (0,0002)^2] \frac{(1,5934)^2 + (0,6375)^2}{0,8623}$$

$$V_3^2 = 0,8616 \Rightarrow V_3 = 0,9282$$

$$P_4 = 1,2724 - (0,0051) \frac{(1,2724)^2 + (0,4768)^2}{0,8616} - 1,6 = -0,3385$$

$$Q_4 = 0,4768 - (0,0005) \frac{(1,2724)^2 + (0,4768)^2}{0,8616} - 0,8 = -0,3243$$

$$V_4^2 = 0,8616 - 2[0,0051(1,2724) + 0,0005(0,4768)] + [(0,0051)^2 + (0,0005)^2] \frac{(1,2724)^2 + (0,4768)^2}{0,8616}$$

$$V_4^2 = 0,8481 \Rightarrow V_4 = 0,9209$$

3. Teste de Convergência:

Se $|P_4| > \epsilon$ e $|Q_4| > \epsilon$ então, deve-se passar ao passo 4.



4. Montagem do Jacobiano:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2 \frac{(0,0051)(1,2724)}{0,8616} & -2 \frac{(0,0051)(0,4768)}{0,8616} & 0,0051 \frac{[(1,2724)^2 + (0,4768)^2]}{(0,8616)^2} \\ -2 \frac{(0,0005)(1,2724)}{0,8616} & 1 - 2 \frac{(0,0005)(0,4768)}{0,8616} & 0,0005 \frac{[(1,2724)^2 + (0,4768)^2]}{(0,8616)^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9849 & -0,0056 & 0,0127 \\ -0,0015 & 0,9994 & 0,0012 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_3}{\partial x_2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 - 2 \frac{(0,0003)(1,5934)}{0,8623} & -2 \frac{(0,0003)(0,6375)}{0,8623} & 0,0003 \frac{[(1,5934)^2 + (0,6375)^2]}{(0,8623)^2} \\ -2 \frac{(0,0002)(1,5934)}{0,8623} & 1 - 2 \frac{(0,0002)(0,6375)}{0,8623} & 0,0002 \frac{[(1,5934)^2 + (0,6375)^2]}{(0,8623)^2} \\ -2[0,0003 - \frac{(1,3 \cdot 10^{-7})(1,5934)}{0,8623}] & -2[0,0002 - \frac{(1,3 \cdot 10^{-7})(0,6375)}{0,8623}] & 1 - \frac{(1,3 \cdot 10^{-7})[(1,5934)^2 + (0,6375)^2]}{(0,8623)^2} \end{bmatrix}$$

em que $z_{23}^2 = (0,0003)^2 + (0,0002)^2 = 1,3 \times 10^{-7}$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_3}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9994 & -0,0004 & 0,0012 \\ -0,0007 & 0,9997 & 0,0008 \\ -0,0006 & -0,0004 & 1,0000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2 \frac{(0,0236)(3,2)}{(1,05)^2} & -2 \frac{(0,0236)(2,24)}{(1,05)^2} & 0,0236 \frac{[(3,2)^2 + (2,24)^2]}{(1,05)^4} \\ -2 \frac{(0,0233)(3,2)}{(1,05)^2} & 1 - 2 \frac{(0,0233)(2,24)}{(1,05)^2} & 0,0233 \frac{[(3,2)^2 + (2,24)^2]}{(1,05)^4} \\ -2[0,0236 - \frac{(0,0011)(3,2)}{(1,05)^2}] & -2[0,0233 - \frac{(0,0011)(2,24)}{(1,05)^2}] & 1 - \frac{(0,0011)[(3,2)^2 + (2,24)^2]}{(1,05)^4} \end{bmatrix}$$

em que $z_{12}^2 = (0,0236)^2 + (0,0233)^2 = 0,0011$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9315 & -0,0959 & 0,2962 \\ -0,1353 & 0,9053 & 0,2925 \\ -0,0408 & -0,0421 & 0,9862 \end{bmatrix}$$

Portanto temos o seguinte:

$$J_B = \begin{bmatrix} 0,9994 & -0,0004 & 0,0012 \\ -0,0007 & 0,9997 & 0,0008 \\ -0,0006 & -0,0004 & 1,0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,9315 & -0,0959 & 0,2962 \\ -0,1353 & 0,9053 & 0,2925 \\ -0,0408 & -0,0421 & 0,9862 \end{bmatrix}$$

$$J_A = \begin{bmatrix} 0,9849 & -0,0056 & 0,0127 \\ -0,0015 & 0,9994 & 0,0012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,9309 & -0,0963 & 0,2971 \\ -0,1359 & 0,9043 & 0,2930 \\ -0,0413 & -0,0424 & 0,9859 \end{bmatrix}$$

$$J_A = \begin{bmatrix} 0,9171 & -0,1004 & * \\ -0,1373 & 0,9039 & * \end{bmatrix}$$

Assim, o Jacobiano assume a seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} 0,9171 & -0,1004 \\ -0,1373 & 0,9039 \end{bmatrix}$$

5. Resolver o sistema linearizado:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = -J^{-1} \begin{bmatrix} P_4 \\ Q_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0,9171 & -0,1004 \\ -0,1373 & 0,9039 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,3385 \\ -0,3243 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1089 & 0,1232 \\ 0,1684 & 1,1251 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,3385 \\ 0,3243 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4153 \\ 0,4219 \end{bmatrix}$$

6. Atualização dos valores de P_1 e Q_1 :

$$P_1^2 = P_1^1 + \Delta P_1^1 = 3,2 + 0,4153 = 3,6153$$

$$Q_1^2 = Q_1^1 + \Delta Q_1^1 = 2,24 + 0,4219 = 2,6619$$

O processo anterior é repetido até atingir a convergência. Os resultados desse processo iterativo são mostradas na tabela 5.1.

Uma forma alternativa de resolver o problema de fluxo de carga radial usando o algoritmo de Baran-Wu consiste em usar um Jacobiano constante. Esta proposta acelera o processo porque, após a primeira montagem do Jacobiano, cada passo iterativo deve resolver um sistema reduzido. O exemplo anterior foi resolvido novamente usando um Jacobiano constante. O processo iterativo é mostrado na tabela 5.2.

Nas tabelas 5.1 e 5.2 P_4 e Q_4 representam a potência ativa e reativa que estão saindo da barra 4, isto é, teoricamente devem ter um valor igual a zero e, portanto, é usado como teste de convergência.



5.4 Extensão da Proposta de Baran-Wu para r Ramais

A proposta de Baran-Wu deve ser estendida para o caso em que o sistema de distribuição está formado por um alimentador principal e r ramais que estão saindo do alimentador principal.

Tabela 5.1

Resultados obtidos usando o algoritmo de Baran-Wu.

Iteração	V_2	V_3	V_4	P_4	Q_4
1	0,9286	0,9282	0,9209	-0,3385	-0,3243
2	0,9099	0,9091	0,8998	-0,0371	-0,0071
3	0,9086	0,9078	0,8983	-0,0035	0,0000
4	0,9085	0,9077	0,8982	-0,0002	0,0000

Perdas: $P_e = 0,4624\text{p.u.}$ e $Q_e = 0,4382\text{ p.u.}$

Tabela 5.2

Resultados obtidos usando Jacobiano constante.

Iteração	V_2	V_3	V_4	P_4	Q_4
1	0,9286	0,9282	0,9209	-0,3385	-0,3243
2	0,9099	0,9091	0,8998	-0,0371	-0,0071
3	0,9087	0,9078	0,8983	-0,0041	-0,0010
4	0,9085	0,9077	0,8982	-0,0005	-0,0002

Perdas: $P_e = 0,4620\text{ p.u.}$ e $Q_e = 0,4379\text{ p.u.}$

Para cada ramal $k = 1, 2, \dots, r$, deve-se especificar duas novas variáveis de estado P_{ko} e Q_{ko} , isto é, a potência ativa e reativa que estão saindo através no ramal k . Para manter um sistema compatível também, deve-se especificar duas novas equações relacionadas com cada ramal k . Essas novas equações são simplesmente a condição de fronteira do ramal, isto é, $P_{kn} = 0$ e $Q_{kn} = 0$ que indicam simplesmente que as potências ativa e reativa que estão saindo da última barra devem ser iguais a zero. Portanto o novo sistema, que deve ser resolvido usando o método de Newton assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} P_{on}(z_{10}, z_{20}, \dots, z_{k0}, z_{oo}) &= 0 \\ Q_{on}(z_{10}, z_{20}, \dots, z_{k0}, z_{oo}) &= 0 \\ P_{kn}(z_{10}, z_{20}, \dots, z_{k0}, z_{oo}) &= 0; \quad k = 1, 2, \dots, r \\ Q_{kn}(z_{10}, z_{20}, \dots, z_{k0}, z_{oo}) &= 0; \quad k = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \tag{5.20}$$



representando um sistema de $2(r + 1)$ equações não lineares e implícitas.

A mesma estratégia usada para encontrar valores das grandezas associadas a cada barra usada para o alimentador principal pode ser usada para cada ramal k . Assim, pode-se implementar o passo 1 do algoritmo para cada ramal simplesmente conhecendo ou especificando os valores de potência ativa e reativa saindo pelo ramal, P_{ko} e Q_{ko} , assim como a tensão na barra que da origem ao ramal, V_k . Dessa forma, pode-se verificar a convergência do processo para cada ramal. O processo de atualização das variáveis, usando as relações fundamentais é realizado primeiro com o alimentador principal e depois com os ramaís. O processo de atualização de variáveis permite verificar a convergência do processo.

O Jacobiano do sistema é uma matriz de tamanho $2(r + 1) \times (r + 1)$ da seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & & & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & & J_{20} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ J_{r1} & J_{r2} & J_{rr} & J_{r0} \\ J_{01} & J_{02} & J_{0r} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

em que cada matriz J_{ki} assume a seguinte forma:

$$J_{ki} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{kn}}{\partial P_{io}} & \frac{\partial P_{kn}}{\partial Q_{io}} \\ \frac{\partial Q_{kn}}{\partial P_{io}} & \frac{\partial Q_{kn}}{\partial Q_{io}} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Portanto cada matriz J_{ki} é uma matriz 2×2 que pode ser encontrada usando a regra recursiva anteriormente apresentada para o caso de um único alimentador. Na determinação do Jacobiano J estão envolvidos apenas cálculos algébricos que podem ser realizados com esforços computacionais pequenos.

5.4.1 Propriedades Numéricas do Algoritmo de Baran-Wu

A proposta de Baran-Wu é numericamente robusta e o esquema de solução, não depende dos parâmetros do sistema tais como da relação r/x .

Para o caso em que existe um único alimentador, deve-se observar que a estrutura típica de uma matriz J_i montada para encontrar o Jacobiano apresenta a seguinte estrutura:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{oi}}{\partial x_{o,i-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon & \Delta P_i \\ \epsilon & 1 & \Delta Q_i \\ \epsilon & \epsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

A relação anterior é verdadeira levando em conta que a impedância de um ramo z_i é pequeno assim como as perdas ativa e reativa no ramo quando são considerados valores em p.u. Portanto temos que

$$\det [J_i] = 1$$

mostrando uma matriz J_i bem condicionada. Como o Jacobiano é o resultado da multiplicação de matrizes do tipo J_i , pode-se concluir que o Jacobiano J é uma matriz bem condicionada.

Para o caso geral em que existe um alimentador principal e r ramais que partem do alimentador principal, deve-se observar que as matrizes que estão na diagonal do Jacobiano J , isto é, as matrizes J_{kk} apresentam a mesma estrutura da matriz do alimentador principal, J_{00} , mostrando que o Jacobiano do sistema completo é bloco diagonal dominante. Portanto temos o seguinte:

$$\det [J_{kk}] = 1 \quad \gg \quad \det [J_{ki}] \quad \forall i \neq k, \quad k \neq 0 \quad (5.24)$$

Portanto o Jacobiano do sistema, J , é uma matriz bem condicionada, isto é, temos o seguinte

$$\det [J] = 1 \quad (5.25)$$

e esta característica é independente dos parâmetros do sistema (das características dos ramos).

As características anteriormente mostradas são muito importante quando se pretende usar o método de Newton, particularmente é uma vantagem muito importante em relação a formulações convencionais que usam o método de Newton, especialmente no caso em que existem ramos com relação r/x muito grande.

5.4.2 Modificações para Melhorar a Eficiência Computacional

É possível encontrar versões simplificadas do algoritmo de Baran-Wu para melhorar a eficiência computacional. Essas propostas aproveitam as propriedades numéricas e a estrutura especial do Jacobiano J para encontrar um Jacobiano de maneira rápida e aproximada.

Em (5.21), os elementos fora da diagonal J_{ki} , $i \neq k$; $k = 1, 2, \dots, r$ são muito menores que os termos da diagonal J_{kk} ; $k = 1, 2, \dots, r$ e, portanto, os elementos fora da diagonal podem ser eliminados da matriz (5.21). Esta simplificação produz um desacoplamento das equações entre os ramais e um único acoplamento entre as equações do alimentador principal e os ramais determinados pela última fila da matriz em (5.21). Assim, a matriz em (5.21) assume a seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & & & & \\ & J_{22} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & J_{rr} & \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0r} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Usando (5.26), a resolução do sistema linearizado resolve o seguinte sistema:

$$J_{kk}\Delta z_{ko} = H_k(z) \quad k = 1, 2, \dots, r \quad (5.27)$$

$$J_{00}\Delta z_{00} = H_o(z) - d^t p_r \quad (5.28)$$

em que:

$$d = \begin{bmatrix} J_{01} \\ J_{02} \\ \dots \\ J_{0r} \end{bmatrix} \quad p_r = \begin{bmatrix} \Delta z_{10}^t \\ \Delta z_{20}^t \\ \dots \\ \Delta z_{r0}^t \end{bmatrix} \quad H_k = \begin{bmatrix} P_{kn} \\ Q_{kn} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Portanto, o estado das variáveis correspondentes aos r ramais, z_{io} ; $i = 1, 2, \dots, r$, podem ser atualizados primeiro e de forma independente. Finalmente, é atualizado o estado das variáveis do ramal principal, z_{00} .

Uma última modificação consiste em assumir um Jacobiano constante. Esta simplificação acelera de maneira considerável o processo de resolução porque, nessa estratégia, o Jacobiano é montado e invertido uma única vez. O algoritmo de Baran-Wu, considerado robusto e rápido do ponto de vista computacional, é a versão que usa desacoplamento entre o alimentador principal e os ramais, usando a matriz (5.26), assim como o uso de Jacobiano constante.

Capítulo 6

Testes em Sistemas Radiais

Para verificar o desempenho dos quatro algoritmos apresentados foram usados três sistemas conhecidos e usados na literatura especializada. Um sistema de 9 barras usado em [11, 12], um sistema de 34 barras usado em [15] e um sistema de 69 barras usado em [2, 13, 14]. Todos os algoritmos foram implementados em FORTRAN. Nos testes os algoritmos são denominados da seguinte forma:

1. Algoritmo de fluxo de carga radial de varredura - Algoritmo A.
2. Algoritmo de soma de potências de Cespedes - Algoritmo B.
3. Algoritmo de Goswani-Basu - Algoritmo C.
4. Algoritmo de Baran-Wu - Algoritmo D.

6.1 Sistema de 10 Barras

Neste caso são apresentados os resultados de testes feitos para um sistema de 10 barras usado em [11] e cujos dados são apresentados no apêndice.

A tabela 6.1 mostra os resultados encontrados usando os quatro algoritmos para diversos níveis de carregamento. Para carregamento normal todos os algoritmos convergem. Portanto foram incrementados o nível de carregamento multiplicando as cargas por um fator de carregamento, fca , para verificar as características de convergência dos algoritmos. No caso de convergência, na tabela 6.1 são mostrados as iterações para atingir a convergência.

Para condições normais de operação, isto é, considerando um fator de carga $fca = 1$, o sistema apresenta perdas ativas de $P_e = 783,7$ kW.



Tabela 6.1: Testes com o sistema de 10 barras.

Fator de carga	Número de iterações de cada algoritmo			
	A	B	C	D
1,0	6	6	6	9
1,2	8	9	9	10
1,4	9	9	9	13
1,6	11	12	12	17
1,8	14	15	14	24
2,0	26	diverge	diverge	49
2,2	diverge	diverge	diverge	diverge
2,4	diverge	diverge	diverge	diverge
2,6	diverge	diverge	diverge	diverge
2,8	diverge	diverge	diverge	diverge
3,0	diverge	diverge	diverge	diverge

6.2 Sistema de 34 Barras

Neste caso são apresentados os resultados de testes feitos para um sistema de 34 barras usado em [15] e cujos dados são também apresentados no apêndice.

A tabela 6.2 mostra os resultados encontrados usando os quatro algoritmos para diversos níveis de carregamento. Para carregamento normal todos os algoritmos convergem. Portanto foram incrementados o nível de carregamento multiplicando as cargas por um fator de carregamento, fca , para verificar as características de convergência dos algoritmos.

Para condições normais de operação, isto é, com fator de carga $fca = 1$, o sistema apresenta perdas ativas de $P_e = 222,2$ kW.

6.3 Sistema de 70 Barras

Neste caso são apresentados os resultados de testes feitos para um sistema de 70 barras usado em [2, 13] e cujos dados são apresentados no apêndice.

A tabela 6.3 mostra os resultados encontrados usando os quatro algoritmos para diversos níveis de carregamento. Para carregamento normal todos os algoritmos convergem. Portanto foram incrementados o nível de carregamento multiplicando as cargas por um fator de carregamento, fca , para verificar as características de convergência dos algoritmos.

Para condições normais de operação, isto é, considerando um fator de carga $fca = 1$, o sistema apresenta perdas ativas de $P_e = 225,02$ kW.

Tabela 6.2: Testes com o sistema de 34 barras.

Fator de carga	Número de iterações para cada algoritmo			
	A	B	C	D
1,0	3	4	4	6
1,2	4	4	4	6
1,4	4	4	4	6
1,6	4	5	5	7
1,8	5	5	5	7
2,0	5	5	5	7
2,2	5	6	6	7
2,4	5	6	6	8
2,6	6	6	6	8
2,8	6	7	7	9
3,0	6	7	7	9
3,2	7	8	8	11
3,4	7	8	8	11
3,6	8	8	8	13
3,8	8	10	10	13
4,0	9	10	10	14
4,2	10	12	12	14
4,4	11	12	12	16
4,6	12	16	15	16
4,8	14	diverge	diverge	20
5,0	17	diverge	diverge	diverge
5,2	25	diverge	diverge	diverge
5,4	diverge	diverge	diverge	diverge
5,6	diverge	converge	diverge	diverge
5,8	diverge	diverge	diverge	diverge
6,0	diverge	diverge	diverge	diverge

Tabela 6.3: Testes com o sistema de 70 barras.

Fator de carga	Número de iterações de cada algoritmo			
	A	B	C	D
1,0	5	6	6	6
1,2	5	6	6	7
1,4	6	7	7	8
1,6	7	8	8	9
1,8	7	8	8	12
2,0	8	9	9	12
2,2	9	10	10	13
2,4	10	12	12	14
2,6	12	14	13	diverge
2,8	14	diverge	diverge	diverge
3,0	19	diverge	diverge	diverge
3,2	diverge	diverge	diverge	diverge
3,4	diverge	diverge	diverge	diverge
3,6	diverge	diverge	diverge	diverge
3,8	diverge	diverge	diverge	diverge
4,0	diverge	diverge	diverge	diverge

Capítulo 7

Conclusões

Foram analisados teórica e computacionalmente quatro algoritmos de fluxo de carga radial. Os quatro algoritmos são amplamente usados na literatura especializada para resolver problemas de fluxo de carga radial de sistemas equilibrados.

Em relação à pesquisa desenvolvida, pode-se mencionar as seguintes conclusões:

- Os algoritmos apresentam uma estratégia muito parecida aproveitando a topologia radial do sistema elétrico de distribuição.
- Os quatro algoritmos apresentam boas características de convergência. Particularmente, para carga normal, os quatro algoritmos convergem rapidamente para todos os sistemas testados. A divergência para fatores de carga elevada realmente não é um problema da qualidade do algoritmo. Quando a carga é muito elevada, chega-se a certo nível de carregamento para o qual o problema não tem solução porque foi ultrapassado o limite de estabilidade do sistema. Este tipo de problema está sendo amplamente estudado nos últimos anos, sendo conhecido como problema de fluxo de carga paramétrico.
- O algoritmo de Cespedes e de Baran-Wu são conceitualmente muito parecidos com diferenças conceituais insignificantes. Entretanto, nas implementação computacional podem apresentar diferenças de esforço computacional e de convergência.
- O algoritmo de Baran-Wu é conceitualmente mais consistente na formulação teórica assim como no critério de convergência.
- Em aplicações de problemas relacionados com análise de sistemas de distribuição onde os níveis de carregamento não sejam muito elevados, pode-se utilizar os quatro métodos de fluxo de carga analisados. Este fato acontece com todos os problemas relacionados com a operação de sistemas de distribuição.



Referências Bibliográficas

- [1] *R. Cespedes*: "New Method for the Analysis of Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No 1, pp 391-396, January 1990.
- [2] *M.E. Baran, F.F. Wu*: "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No 1, pp 735-743, January 1989.
- [3] *S.K. Goswami, S.K. Basu*: "A New Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No 3, pp 1484-1491, July 1992.
- [4] *M.A. Pereira, C.A.F. Murari, C.A. Castro*: "A Fast On-Line Three Phase Power Flow for Radial Distribution Systems", Proceedings of the Seven Annual Conference of Power & Energy Society IEE Japan, pp. 53-58, Osaka, Japan, 1996.
- [5] *M.A. Pereira*: "Fluxo de Potência em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica", Tese de Mestrado, DSEE-FEEC-UNICAMP, 1993.
- [6] *H.D. Chiang, J.C. Wang, O. Cockings, H.D. Shin*: "Optimal Capacitor Placement in Distribution Systems Part I: A New Formulation and the Overall Problem", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No 2, pp 634-642, April 1990.
- [7] *A. Monticelli*: "Fluxo de carga em redes de energia elétrica", Edgar Blucher, São Paulo, 1983.
- [8] *D.A. Shirmohammadi*: "Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988.
- [9] *B. Stott, O. Alsac*: "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 93, pp 859-869, 1974.
- [10] *A.G. Exposito, E.R. Ramos*: "Reliable Load Flow Technique for Radial Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 3, pp 1063-1068.
- [11] *J.J. Grainger, S.H. Lee*: "Capacite Release by Shunt Capacitor Placement on Distribution Feeders: A New Voltage - Dependent Model", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 101, No. 15, pp 1236-1244, May 1982.



- [12] *S. Sundhararajan, A. Pahwa*: "Optimal Selection of Capacitors for Radial Distribution Systems Using a Genetic Algorithm", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 3, pp 1499-1505, August 1994.
- [13] *M.E. Baran, F.F. Wu*: "Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing ", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 2, pp 1401-1407, April 1989.
- [14] *H.D. Chiang, J.C. Wang, O. Cockings, H.D. Shin*: "Optimal Capacitor Placement in Distribution Systems Part II: Solution Algorithms and Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 2, pp 643-649, April 1990.
- [15] *M. Chis, M.M.A. Salama, S. Jayaram* : "Capacitor Placement in Distribution Systems Using Heuristic Search Strategies", IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution, 144(3), pp. 225-230, May 1997.
- [16] *O.I. Elgerd*: "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica", Editora McGraw Hill do Brasil, 1978.
- [17] *F. Zhang, C.S. Cheng*: "A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 389-396, February 1997.



Apêndice A

Dados dos Sistemas Testados

Sistema de 10 Barras - 23,0 kV

Dados das Barras.

Barra	Potência ativa (kW)	Potência reativa (kVAr)
1	1640	200
2	980	130
3	1150	60
4	780	110
5	1610	600
6	1598	1840
7	1790	446
8	980	340
9	1840	460
10	0	0

A subestação é a barra 10.

Dados das Linhas.

Linha	Barra	Barra	R	X	Capacidade (A)
1	1	2	5.3434	3.0264	130
2	2	3	4.7953	2.7160	80
3	3	4	2.0552	1.1640	65
4	4	5	0.9053	0.7886	65
5	5	6	1.9831	1.7276	65
6	6	7	0.6984	0.6084	65
7	7	8	0.7463	1.2050	130
8	8	9	0.0140	0.6051	65
9	9	10	0.1233	0.4127	65



Sistema de 34 Barras - 11,0 kV

Dados das Barras.

Barra	Potência ativa (kW)	Potência reativa (kVAr)
1	0.0	0.0
2	230.0	142.5
3	0.0	0.0
4	230.0	142.5
5	230.0	142.5
6	0.0	0.0
7	0.0	0.0
8	230.0	142.5
9	230.0	142.5
10	0.0	0.0
11	230.0	142.5
12	137.0	84.0
13	72.0	45.0
14	72.0	45.0
15	72.0	45.0
16	13.5	7.5
17	230.0	142.5
18	230.0	142.5
19	230.0	142.5
20	230.0	142.5
21	230.0	142.5
22	230.0	142.5
23	230.0	142.5
24	230.0	142.5
25	230.0	142.5
26	230.0	142.5
27	137.0	85.0
28	75.0	48.0
29	75.0	48.0
30	75.0	48.0
31	57.0	37.5
32	57.0	37.5
33	57.0	37.5
34	57.0	37.5

A subestação é a barra 1.



Dados das Linhas.

Linha	Barra	Barra	R	X	Capacidade (A)
1	1	2	0.1170	0.0480	100
2	2	3	0.1073	0.0440	100
3	3	4	0.1645	0.0457	100
4	4	5	0.1495	0.0415	100
5	5	6	0.1495	0.0415	100
6	6	7	0.3144	0.0540	100
7	7	8	0.2096	0.0360	100
8	8	9	0.3144	0.0540	100
9	9	10	0.2096	0.0360	100
10	10	11	0.1310	0.0225	100
11	11	12	0.1048	0.0180	65
12	3	13	0.1572	0.0270	80
13	13	14	0.2096	0.0360	65
14	14	15	0.1048	0.0180	65
15	15	16	0.0524	0.0090	130
16	6	17	0.1794	0.0498	130
17	17	18	0.1645	0.0457	130
18	18	19	0.2079	0.0473	65
19	19	20	0.1890	0.0430	80
20	20	21	0.1890	0.0430	65
21	21	22	0.2620	0.0450	65
22	22	23	0.2620	0.0450	130
23	23	24	0.3144	0.0540	130
24	24	25	0.2096	0.0360	65
25	25	26	0.1310	0.0225	80
26	26	27	0.1048	0.0180	65
27	7	28	0.1572	0.0270	65
28	28	29	0.1572	0.0270	130
29	29	30	0.1572	0.0270	130
30	10	31	0.1572	0.0270	65
31	31	32	0.2096	0.0360	65
32	32	33	0.1572	0.0270	130
33	33	34	0.1048	0.0180	130



Sistema de 70 Barras - 12,66 kV

Dados das Barras.

Barra	Potência ativa (kW)	Potência reativa (kVAr)
1	0.0	0.0
2	0.0	0.0
3	0.0	0.0
4	0.0	0.0
5	0.0	0.0
6	0.0	0.0
7	2.6	2.2
8	40.4	30.0
9	75.0	54.0
10	30.0	22.0
11	28.0	19.0
12	145.0	104.0
13	145.0	104.0
14	8.0	5.5
15	8.0	5.5
16	0.0	0.0
17	45.5	30.0
18	60.0	35.0
19	60.0	35.0
20	0.0	0.0
21	1.0	0.6
22	114.0	81.0
23	5.3	3.5
24	0.0	0.0
25	28.0	20.0
26	0.0	0.0
27	14.0	10.0
28	14.0	10.0
29	26.0	18.6
30	26.0	18.6
31	0.0	0.0
32	0.0	0.0
33	0.0	0.0
34	14.0	10.0
35	19.5	14.0



Sistema de 70 Barras - 12,66 kV (continuação).

Dados das Barras.

Barra	Potência ativa (kW)	Potência reativa (kVAr)
36	6.0	4.0
37	26.0	18.55
38	26.0	18.55
39	0.0	0.0
40	24.0	17.0
41	24.0	17.0
42	1.2	1.0
43	0.0	0.0
44	6.0	4.3
45	0.0	0.0
46	39.22	26.3
47	39.22	26.3
48	0.0	0.0
49	79.0	56.4
50	384.7	274.5
51	384.7	274.5
52	40.5	28.3
53	3.6	2.7
54	4.35	3.5
55	26.4	19.0
56	24.0	17.2
57	0.0	0.0
58	0.0	0.0
59	0.0	0.0
60	100.0	72.0
61	0.0	0.0
62	1244.0	888.0
63	32.0	23.0
64	0.0	0.0
65	227.0	162.0
66	59.0	42.0
67	18.0	13.0
68	18.0	13.0
69	28.0	20.0
70	28.0	20.0

A subestação é a barra 1.



Dados das Linhas.

Linha	Barra	Barra	R	X	Capacidade (A)
1	1	2	0.0005	0.0012	130
2	2	3	0.0005	0.0012	80
3	3	4	0.0001	0.0001	65
4	4	5	0.0015	0.0036	65
5	5	6	0.0251	0.0294	65
6	6	7	0.3660	0.1864	65
7	7	8	0.3811	0.1941	130
8	8	9	0.0922	0.0470	65
9	9	10	0.0493	0.0251	65
10	10	11	0.8190	0.2707	130
11	11	12	0.1872	0.0619	65
12	12	13	0.7114	0.2351	80
13	13	14	1.0300	0.3400	65
14	14	15	1.0440	0.3450	65
15	15	16	1.0580	0.3496	130
16	16	17	0.1966	0.0650	130
17	17	18	0.3744	0.1238	130
18	18	19	0.0047	0.0016	65
19	19	20	0.3276	0.1083	80
20	20	21	0.2106	0.0696	65
21	21	22	0.3416	0.1129	65
22	22	23	0.0140	0.0046	130
23	23	24	0.1591	0.0526	130
24	24	25	0.3463	0.1145	65
25	25	26	0.7488	0.2475	80
26	26	27	0.3089	0.1021	65
27	27	28	0.1732	0.0572	65
28	3	29	0.0044	0.0108	130
29	29	30	0.0640	0.1565	130
30	30	31	0.3978	0.1315	65
31	31	32	0.0702	0.0232	65
32	32	33	0.3510	0.1160	130
33	33	34	0.8390	0.2816	130
34	34	35	1.7080	0.5646	65
35	35	36	1.4740	0.4873	65



Dados das Linhas (continuação).

Linha	Barra	Barra	R	X	Capacidade (A)
36	4	37	0.0044	0.0108	130
37	37	38	0.0640	0.1565	130
38	38	39	0.1053	0.1230	130
39	39	40	0.0304	0.0305	80
40	40	41	0.0018	0.0021	65
41	41	42	0.7283	0.8509	65
42	42	43	0.3100	0.3623	65
43	43	44	0.0410	0.0478	65
44	44	45	0.0092	0.0116	130
45	45	46	0.1089	0.1373	65
46	46	47	0.0009	0.0012	65
47	5	48	0.0034	0.0084	130
48	48	49	0.0851	0.2083	65
49	49	50	0.2898	0.7091	80
50	50	51	0.0822	0.2011	65
51	9	52	0.0928	0.0473	65
52	52	53	0.3319	0.1114	130
53	10	54	0.1740	0.0886	130
54	54	55	0.2030	0.1034	130
55	55	56	0.2842	0.1447	65
56	56	57	0.2813	0.1433	80
57	57	58	1.5900	0.5337	65
58	58	59	0.7837	0.2630	65
59	59	60	0.3042	0.1006	130
60	60	61	0.3861	0.1172	130
61	61	62	0.5075	0.2585	65
62	62	63	0.0974	0.0496	80
63	63	64	0.1450	0.0738	65
64	64	65	0.7105	0.3619	65
65	65	66	1.0410	0.5302	130
66	12	67	0.2012	0.0611	130
67	67	68	0.0047	0.0014	65
68	13	69	0.7394	0.2444	65
69	69	70	0.0047	0.0016	130



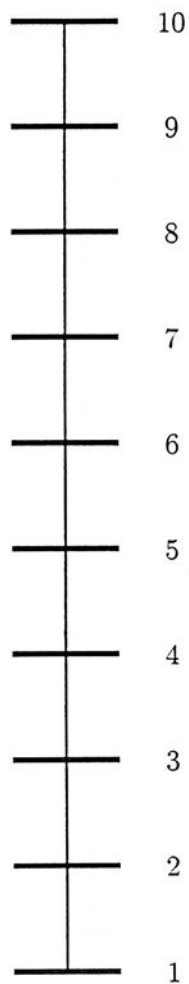


Figura A.1: Sistema de 10 barras.

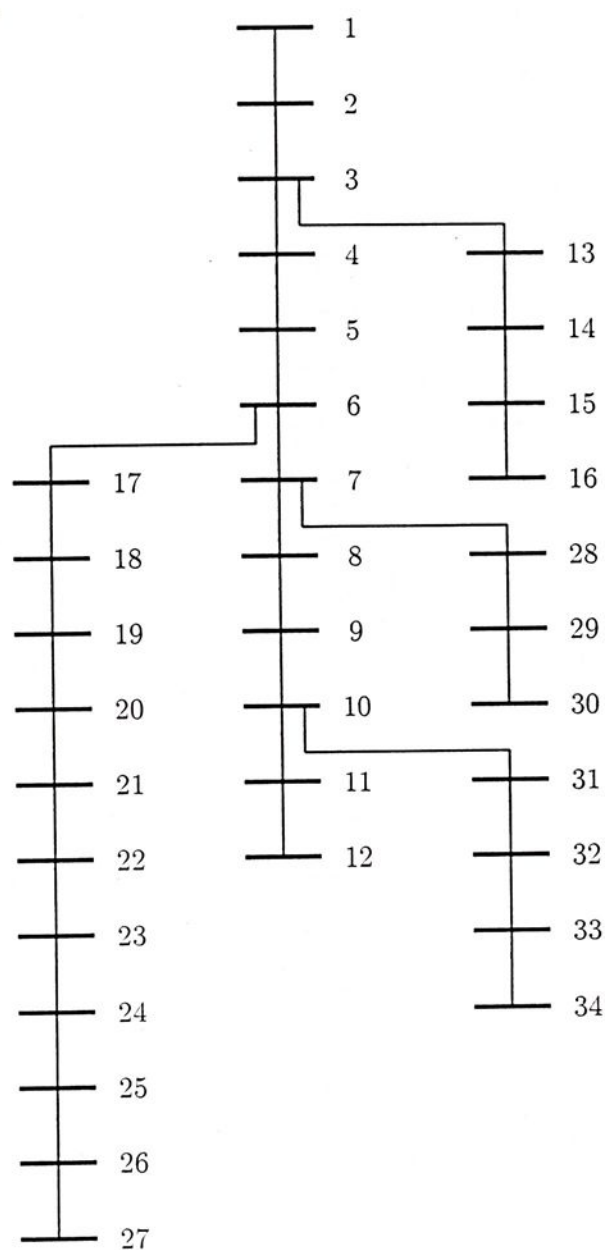


Figura A.2: Sistema de 34 barras.

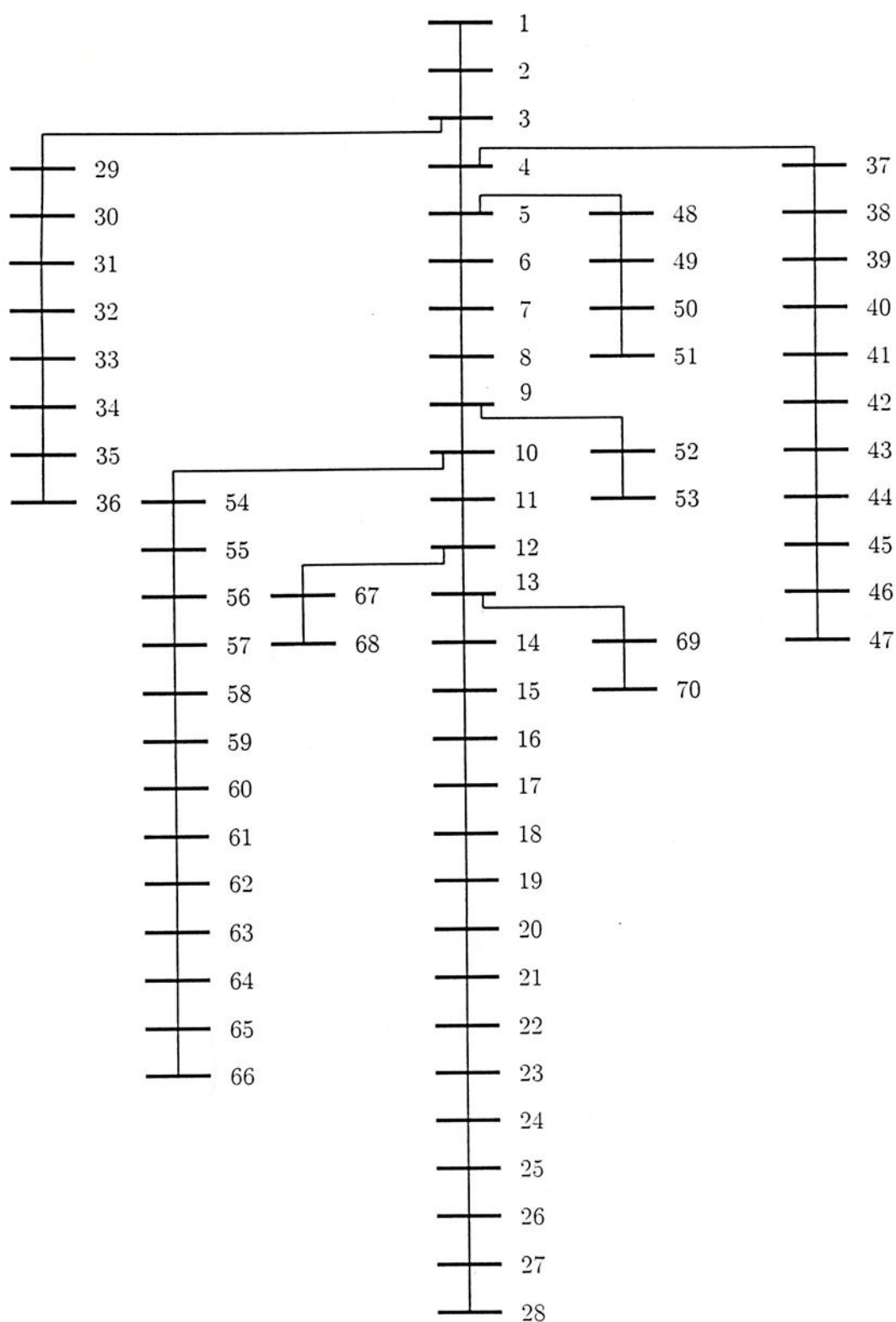


Figura A.3: Sistema de 70 barras.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dee.feis.unesp.br

