unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

**GUILHERME HENRIQUE GONÇALVES MOLLICA**

# Estudo Teórico e Aplicações dos Absorvedores Dinâmicos de vibrações

Guaratinguetá - SP
2017

**Guilherme Henrique Gonçalves Mollica**

# Estudo Teórico e Aplicações dos Absorvedores Dinâmicos de vibrações

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador (a): José Geraldo Trani Brandão

Guaratinguetá - SP
2017

Mollica, Guilherme Henrique Gonçalves
M726e Estudo teórico e aplicações dos absorvedores dinâmicos de vibrações / Guilherme Henrique Gonçalves Mollica – Guaratinguetá, 2017.
125 f : il.
Bibliografia: f. 122-125

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2017.
Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão

1. Vibração. 2. Absorvedores. 3. Dinâmica estrutural. I. Título

CDU 534.1

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

**GUILHERME HENRIQUE GONÇALVES MOLLICA**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "**GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO
Orientador/UNESP-FEG

Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
UNESP-FEG

Prof. Dr. CARLOS ALBERTO CHAVES
UNESP-FEG

Dezembro de 2017

**DADOS CURRICULARES**

**GUILHERME HENRIQUE GONÇALVES MOLLICA**

| | |
|---|---|
| **NASCIMENTO** | 12.01.1992 – Guaratinguetá / SP |
| **FILIAÇÃO** | Marco Antônio Mollica<br>Isabel Cristina Gonçalves |
| **2011/2017** | Curso de Graduação<br>Engenharia Mecânica - Universidade Estadual Paulista<br>"Júlio de Mesquita Filho" - Campus de Guaratinguetá |

dedico este trabalho

de modo especial, à minha família

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela minha vida, minha persistência e minha família,

a minha mãe *Isabel Cristina Gonçalves*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre me apoiou nas minhas decisões e me incentivou a perseguir meus sonhos.

aos meus familiares que sempre me apoiaram nos meus estudos, especialmente minha avó, Antônia Gonçalves, a minha tia, Marcia Gonçalves e meu irmão Gustavo Mollica.

aos meus amigos da Faculdade no Brasil e nos Estados Unidos, que me ajudaram nos estudos e a me manter sempre motivado a continuar, mesmo nas dificuldades.

ao meu orientador, *Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão* que apesar de estar passando por problemas pessoais jamais deixou de me incentivar e me apoiar.

aos professores da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e suporte, especialmente ao professor Marcelo Sampaio Martins, o qual esteve sempre presente, ajudando e incentivando os alunos.

"*Anyone from anywhere can do anything.*"

Tyler Joseph

## RESUMO

Vibrações indesejadas podem levar a problemas como danos em estruturas e até mesmo afetar a saúde humana. Há diversos modos de controle dessas vibrações. Absorvedores dinâmico de vibrações são dispositivos que apresentam uma série de vantagens em relação a outros modos de controle. Eles são fixados na estrutura principal, na qual se deseja neutralizar uma vibração excessiva. ADVs podem ser classificados em passivos, adaptativos e ativos. Os ADVs passivos são o tipo mais simples, barato e prático. Sua utilização ocorrerá quando a frequência de excitação não for variável, já que sua banda de frequência de operação é relativamente estreita. Em ordem de evitar este problema foram introduzidos novos tipos de ADVs, conhecidos como ADVs adaptativos e ativos. Os parâmetros físicos como rigidez, amortecimento e massa dos ADVs adaptativos podem ser variados para que o ADV seja sintonizado na frequência desejada. ADVs ativos constituem de um atuador em paralelo com um elemento resiliente. Esse atuador é controlado por uma lei de controle e exerce uma força na massa principal a fim de atenuar vibrações excessivas. A aplicabilidade de cada tipo de ADV varia de acordo com características externas, como a frequência de excitação, a capacidade do sistema de fornecer energia para o ADV, o custo de implementação e a eficiência desejada. ADVs passivos são muito práticos e apresentam um baixo custo de implementação, contudo só trabalham em uma faixa estreita de frequências. Já os ADVs ativos requerem uma grande quantidade de energia para seu funcionamento, contudo sua gama de frequência de operação é bem mais ampla. Portanto, dependendo das características do sistema que se deseja controlar as vibrações indesejadas, um tipo específico de ADV será recomendado.



**PALAVRAS-CHAVE:** Vibração. Absorvedores. Dinâmica estrutural.

## ABSTRACT

Undesired vibrations can lead to problems as structural damage and even affect human health. There are a great number of ways of controlling these vibrations. Dynamic vibration absorbers are devices that have a series of advantages when compared with other methods of control. They are fixed at the main structure, in which it is desired to neutralize excessive vibrations. DVAs devices can be classified into passive, adaptive and active ones. Passive DVAs are the simplest, cheapest and most practical type. Its utilization will take place when the frequency of excitation is not variable, since its frequency band of operation is relatively narrow. To avoid this problem new types of DVAs were introduced, known as adaptive DVA and active DVA. Physical parameters of adaptive DVAs, like stiffness, damping and mass can be varied so that the DVA can be tuned to a desired frequency. Active DVAs consist of an actuator parallel to a resilient element. This actuator is controlled by a control law. The applicability of each type of DVA varies according to external characteristics, like the frequency of excitation, the capacity of the system to provide energy to the DVA, the cost of implementation and the efficiency required. Passive DVAs are very practical and have a low-cost implementation, however, the range of frequency for which they are effective is very small. On the other hand, active DVAs require a large amount of energy to operate, although its operational range of frequency is very broad. Therefore, depending on the system where the control of the undesired vibrations is needed, a specific type of DVA will be recommended.



**KEYWORDS**: Vibration. Absorbers. Structural dynamics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Variação da pressão interna de um coração de um gato (b) vibração de um diapasão ..... 23
Figura 2 – Ponte de Tacoma durante seu colapso ..... 24
Figura 3 – Tipos de excitações ..... 25
Figura 4 – Sistema com um grau de liberdade idealizado (a) Componentes básicos (b) Diagrama de corpo livre ..... 26
Figura 5 – Embalagem de um instrumento ..... 27
Figura 6 – Um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade ..... 28
Figura 7 – Sistema massa-mola ..... 30
Figura 8 – Efeito do amortecimento em uma função resposta em frequência ..... 31
Figura 9 – Estrutura do polímero e vidro ..... 32
Figura 10 – Variação do módulo de armazenamento e fator de perda com a temperatura, a uma frequência constante ..... 35
Figura 11 – Resposta do material ao aumento de frequência ..... 35
Figura 12 – Variação da parte real do módulo de armazenamento e fator de perda com a amplitude da deformação ..... 36
Figura 13 – Variação da parte real do módulo de armazenamento e fator de perda com o aumento da pré-carga ..... 37
Figura 14 – Prensa de perfurar de alta velocidade montada sobre suportes pneumáticos de borracha ..... 38
Figura 15 – Sistema de isolamento ativo ..... 38
Figura 16 – Representação esquemática da estrutura auxiliar e principal ..... 39
Figura 17 – Curvas dos movimentos oscilatórios ..... 40
Figura 18 – Utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações de acordo com Frahm ..... 40
Figura 19 – Sistema com absorvedor dinâmico não amortecido ..... 41
Figura 20 – Efeito de um ADV sobre a resposta da máquina ..... 44
Figura 21 – Frequências de ressonância do sistema da figura 19 ..... 45
Figura 22 – Sistema com absorvedor dinâmico amortecido ..... 46
Figura 23 – Curva relacionando a amplitude do sistema da Figura 22 com a razão de frequências forçadas ..... 48
Figura 24 – Diagrama de ressonância de um sistema massa-mola ..... 50
Figura 25 – Múltiplos ADVPs fixados em um sistema primário ..... 53

Figura 26 – Impedância de 20 ADVPs a) Parte real b) Parte imaginária ..... 54
Figura 27 – Resposta harmônica do sistema primário ..... 56
Figura 28 – a) Sistema torcional com ADV conectado b) Sistema equivalente ..... 57
Figura 29 – Sistema simples com ADVP viscoelástico ..... 59
Figura 30 – (a) Sistema primário com ADVs fixados (b) absorvedor dinâmico viscoelástico ..... 60
Figura 31 – Sistema equivalente com o absorvedor sobre o sistema primário ..... 61
Figura 32 – Representação dos efeitos piezelétricos ..... 63
Figura 33 – ADV piezelétrico ..... 63
Figura 34 – Configuração de ADV piezelétrico ..... 64
Figura 35 – Configuração do sistema de teste para análise do ADV adaptativo ..... 65
Figura 36 – Função resposta em frequência do ADV piezelétrico ..... 66
Figura 37 – Diagrama deformação x campo elétrico de um material eletrostritivos ..... 66
Figura 38 – Fluido magneto-reológicos antes e depois da aplicação do campo magnético .. 67
Figura 39 – ADV eletro-reológico fixado na estrutura primária ..... 68
Figura 40 – a) ADV com amortecimento variável b) ADV com fluido eletro-reológico ..... 69
Figura 41 – Efeito memória de forma ..... 70
Figura 42 – Diagrama tensão deformação do efeito de memória de forma ..... 71
Figura 43 – Efeito pseudoelástico ..... 71
Figura 44 – Diagrama tensão deformação do efeito pseudoelástico ..... 72
Figura 45 – a) ADV pendular conectado na estrutura primária b) ADV pendular detalhado 73
Figura 46 – a) ADV tipo corda vibrante b) ADV tipo lâmina vibrante ..... 75
Figura 47 – Especificações do ADV tipo corda vibrante/lâmina vibrante ..... 75
Figura 48 – Variação da primeira frequência natural do ADV tipo corda vibrante ..... 76
Figura 49 – Comparação entre a) ADV passivo b) ADV ativo ..... 77
Figura 50 – ADVA montado em uma estrutura primária ..... 78
Figura 51 – ADVA ressonador defasado com realimentação em aceleração ..... 81
Figura 52 – a) ADVP torsional b) ADVA ressonador defasado centrífugo ..... 83
Figura 53 – Máquina elétrica de cortar cabelo com ADVP ..... 84
Figura 54 – ADVs montados no mancal de um turbogerador ..... 85
Figura 55 – ADVP instalado ..... 86
Figura 56 – História no tempo do IS-1894(*Part*-1):2002 com 5% de amortecimento no solo rochoso e aceleração de pico do terreno $PGA = 1g$ ..... 87
Figura 57 – História no tempo do terremoto *El Centro* de 1940, com $PGA = 0{,}313g$ ..... 87

Figura 58 – Estrutura de vários andares com ADVP amortecido ..... 88
Figura 59 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga com história no tempo do IS-1894(*Part*-1):2002 ..... 88
Figura 60 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga do terremoto El Centro (1940) ..... 89
Figura 61 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga senoidal ..... 89
Figura 62 – ADVP amortecido utilizado para controle de vibrações no chão de um prédio . 90
Figura 63 – Prédio *Terrance on the park* – vista geral ..... 90
Figura 64 – Esquema instalação de ADVP no chão do prédio ..... 91
Figura 65 – Amplitude do chão no regime permanente utilizando ADVP com valor de construção inicial ..... 92
Figura 66 – ADVP amortecido montado na base de um gerador a diesel ..... 92
Figura 67 – Espectro de aceleração medido na base do gerador a diesel ..... 93
Figura 68 – ADV em forma de pulseira ..... 94
Figura 69 – Resposta no tempo com ADV 1 e sem ADV ..... 95
Figura 70 – Resposta no tempo com ADV 2 e sem ADV ..... 95
Figura 71 – Fontes de vibrações em um helicóptero ..... 96
Figura 72 – ADVs utilizados na aeronave MD-80 ..... 97
Figura 73 – Resultados dos ADV aplicados na estrutura ..... 97
Figura 74 – Configurações de ADVP múltiplos ..... 98
Figura 75 – Resposta de frequência com carregamento harmônico ..... 99
Figura 76 – ADV torcional de borracha ..... 100
Figura 77 – Gráfico da vibração do ADV protótipo ..... 100
Figura 78 – Porta do carro usada no experimento com pontos de aplicação da excitação e dos ADVs ..... 101
Figura 79 – Comparação da vibração na porta do carro sem ADV versus com ADV ..... 102
Figura 80 – a) ADVV b) Transformador com ADV ..... 103
Figura 81 – FRF em pontos distintos do transformador ..... 103
Figura 82 – Protótipo ADV piezelétrico ..... 104
Figura 83 – a) Estrutura de treliça b) ADV fixado ..... 104
Figura 84 – Sintonização do ADV piezelétrico no primeiro modo da treliça ..... 105
Figura 85 – Representação esquemática do aparato experimental ..... 106
Figura 86 – Aparato experimental utilizado ..... 106
Figura 87 – Deslocamento observado na estrutura primária ..... 107

Figura 88 – Esquemático da configuração de teste do ADV ..... 108
Figura 89 – Aceleração por corrente de entrada -FRF ..... 108
Figura 90 – Representação esquemática do sistema com ADV adaptativo ..... 109
Figura 91 – Corrente X temperatura X rigidez ..... 110
Figura 92 – Amplitude de vibração para as o range de frequência de 21Hz a 27 Hz ..... 110
Figura 93 – ADV em sistema com bomba centrifuga ..... 111
Figura 94 – Redução da amplitude de vibração ..... 111
Figura 95 – Representação esquemática de ADV pendular e configuração experimental .. 112
Figura 96 – Resultados para excitação de 2,2Hz ..... 113
Figura 97 – Modelo de elementos finitos da parte superior do sistema de tubos ..... 114
Figura 98 – Comparação da utilização do ADV ativo e passivo no ponto de aplicação do absorvedor ..... 115
Figura 99 – Instalação do ADVA no sistema ..... 115
Figura 100 – Amplitude da velocidade de vibração região de aplicação do ADV ..... 116
Figura 101 – Modelo de suspensão com ADV ativo ..... 117
Figura 102 – Resposta de frequência em termos de: a) aceleração da massa b) Percurso da suspensão c) Deflexão do Pneu ..... 118
Figura 103 – Comparação entre ADV ativo e suspensão ativa padrão ..... 119

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fatores de amortecimento para diferentes tipos de construção/arranjo ..... 31
Tabela 2 – Fatores de perda ..... 33
Tabela 3 – Comparação entre as propriedades do sistema translacional e torcional ..... 57
Tabela 4 – Parâmetros ambientais e tipos de materiais inteligentes ..... 63
Tabela 5 – Parâmetros do ADVP amortecido utilizado ..... 91
Tabela 6 – Parâmetros do ADV e do braço ..... 94
Tabela 7 – Valores ótimos dos parâmetros do ADVP múltiplo e valor máximo de $R_d$ ..... 99
Tabela 8 – Parâmetros estruturais ..... 105

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| ADV(s) | Absorvedor(es) dinâmico(s) de vibrações |
| ADVA(s) | Absorvedor(es) Dinâmico(s) de Vibrações Ativo(s) |
| ADVAd | Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Adaptativos |
| ADVP(s) | Absorvedor(es) Dinâmico(s) de Vibrações Passivo(s) |
| ADVPMs | Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Passivos Múltiplos |
| ADVT | Absorvedor Dinâmico de Vibrações Torcionais |
| ADVV(s) | Absorvedor(es) Dinâmico(s) de Vibrações Viscoelástico(s) |
| EC | Energia Cinética |
| EP | Energia Potencial |
| FRF | Função de Resposta em Frequência |
| LMF | Ligas de Memória de Forma |
| PGA | *Peak Ground Acceleration* |
| TVA | *Tuned Vibration Damper* |

## LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---|---|
| m | massa |
| K | constante elástica |
| c | coeficiente de amortecimento |
| v(t) | coordenada do sistema de massa m |
| $\vec{F}(t)$ | Vetor força |
| $\ddot{\vec{x}}$ | Vetor aceleração |
| $\vec{M}(t)$ | Vetor momento |
| J | momento de inércia |
| $\ddot{\vec{\theta}}$ | Vetor aceleração angular |
| p(t) | força externa |
| $f_D(t)$ | força de amortecimento |
| $F_I(t)$ | força de inércia |
| $\dot{v}(t)$ | Velocidade do sistema de massa m |
| $\ddot{v}(t)$ | Aceleração do sistema de massa m |
| $x_1(t)$ | coordenada da massa 1 |
| $x_2(t)$ | coordenada da massa 1 |
| $m_1$ | massa 1 |
| $m_2$ | massa 2 |
| $c_1$ | coeficiente de amortecimento 1 |
| $c_2$ | coeficiente de amortecimento 2 |
| $F_1$ | força externa aplicada na massa 1 |
| $F_2$ | força externa aplicada na massa 2 |
| $k_1$ | constante da mola 1 |
| $k_2$ | constante da mola 2 |
| e | excentricidade |
| f | frequência |
| $\omega_n$ | frequência natural de um sistema |
| $F_0$ | força externa |
| $\eta$ | coeficiente de perda |
| E | módulo de Young ou Módulo de armazenamento |
| $X_1$ | amplitude da massa principal |
| $X_2$ | amplitude da massa secundária |
| $\omega_1$ | frequência natural do sistema principal |
| $\omega_2$ | frequência natural do sistema secundário |
| $\delta_{st}$ | deflexão estática do sistema |
| $\omega_{abs}$ | frequência natural do absorvedor dinâmico |
| $\mu$ | razão de massas |
| i | unidade imaginárias |
| f | razão de frequências naturais |
| g | razão de frequências forçadas |
| $c_c$ | constante de amortecimento crítico |
| $\zeta$ | fator de amortecimento |
| $Z(\omega)$ | impedância do ADV |
| $\beta_j(\omega)$ | parâmetro não dimensional de espaçamento das frequências dos ADVPs |
| $p(s)$ | densidade de massa de múltiplos ADVs em relação ao parâmetro normalizado da frequência natural |

## LISTA DE SÍMBOLOS (Continuação)

| | |
|---|---|
| $F_{ADVPs}$ | Força de reação dos ADVPs múltiplos |
| $J_p$ | inércia do sistema torcional principal |
| $kt_P$ | Rigidez do sistema torcional principal |
| $J_a$ | inércia do ADV torcional |
| $k_{Ta}$ | Rigidez do ADV torcional |
| $c_{Ta}$ | Amortecimento do ADV torcional |
| $r_a(\omega)$ | $E_a(\omega)/E_a(\omega_a)$ |
| $X_b(\omega)$ | Deslocamento da base de um sistema de um grau de liberdade, no domínio da frequência |
| $F(\omega)$ | Transformada de Fourier de f(t) |
| $\overline{K}(\omega)$ | Rigidez complexa de um material elastomérico |
| T | Temperatura |
| L | Fator de forma de um elemento. Depende do tipo de excitação e da geometria |
| $\overline{E}(\omega)$ | Módulo de armazenamento complexo de um material viscoelástico |
| $K_a(\omega)$ | Rigidez dinâmica do ADV vista da base |
| $Z_a(\omega)$ | Impedância dinâmica de um neutralizador simples |
| $M_a(\omega)$ | Massa dinâmica de um neutralizador simples |
| $c_e(\omega)$ | Amortecimento equivalente generalizado |
| $m_e(\omega)$ | Massa equivalente generalizada |
| $\underline{D}$ | Vetor deslocamento elétrico |
| $\underline{\underline{\varepsilon}}$ | Matriz dielétrica (permissividade) |
| $\underline{E}$ | Vetor campo elétrico |
| $\underline{\underline{d}}$ | Matriz de coeficiente piezelétricos |
| $\underline{\sigma}$ | Vetor tensorial |
| $\underline{\epsilon}$ | Vetor deformações |
| $\underline{\underline{F}}$ | Matriz de coeficientes elásticos |
| V | Tensão elétrica |
| $m$ | Constante eletrostritiva |
| $E$ | Campo elétrico |
| $l$ | Comprimento da haste de um ADV pendular |
| $d$ | Posição da conexão rígida de um ADV pendular |
| $\theta$ | Ângulo de balanço do pêndulo |
| $m_h$ | Massa da haste |
| $g$ | Aceleração da gravidade |
| $k_{lf}$ | Rigidez da lâmina flexível |
| $T_c$ | Tração em um ADV tipo corda vibrante/lâmina vibrante |
| $u(t)$ | Força de controle do atuador em um ADV ativo |
| $\alpha$ | Ganho de realimentação da aceleração |
| $\beta$ | Ganho de realimentação da velocidade |
| $\gamma$ | Ganho de realimentação do deslocamento |

**SUMÁRIO**


**1 INTRODUÇÃO** ..... 20
1.1 OBJETIVO ..... 22
1.2 JUSTIFICATIVA ..... 22
**2 VIBRAÇÕES MECÂNICAS** ..... 23
2.1 VIBRAÇÕES LIVRES E FORÇADAS ..... 23
2.2 VIBRAÇÕES AMORTECIDAS E NÃO AMORTECIDAS ..... 24
2.3 VIBRAÇÕES LINEARES E NÃO LINEARES ..... 25
2.4 VIBRAÇÕES DETERMINÍSTICAS E ALEATÓRIAS ..... 25
2.5 SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE ..... 25
2.6 SISTEMAS COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE ..... 27
2.7 CONTROLE DE VIBRAÇÕES ..... 28
**2.7.1 Controle de frequências naturais** ..... 29
**2.7.2 Utilização de amortecimento** ..... 30
2.7.2.1 Materiais viscoelásticos ..... 32
***2.7.2.1.1 Efeitos da temperatura*** ..... 34
***2.7.2.1.2 Efeitos da frequência*** ..... 35
***2.7.2.1.3 Efeitos da deformação dinâmica cíclica*** ..... 36
***2.7.2.1.4 Efeitos da pré-carga estática*** ..... 36
**2.7.3 Isolamento da vibração** ..... 37
**2.7.4 Absorvedores dinâmicos de vibrações** ..... 38
2.8 ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES PASSIVOS (ADVPs) ..... 40
**2.8.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos não amortecidos** ..... 40
2.8.1.1 Fundamentação teórica de ADVPs não amortecidos ..... 41
**2.8.2 Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos amortecidos** ..... 46
2.8.2.1 Fundamentação teórica de ADVPs amortecidos ..... 46
**2.8.3 Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos múltiplos (ADVPMs)** ..... 51
**2.8.4 Absorvedores dinâmicos de vibrações torcionais (ADVT)** ..... 56
**2.8.5 Absorvedores dinâmicos de vibrações viscoelástico (ADVV)** ..... 57
2.9 ABSORVEDORES DINÂMICONS DE VIBRAÇÕES ADAPTATIVOS ..... 62
**2.9.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações com materiais inteligentes** ..... 62

2.9.1.1 Materiais Piezelétricos ..... 63
2.9.1.2 Materiais eletrostritivos ..... 66
2.9.1.3 Materiais fluidos eletro/magneto-reológicos ..... 67
2.9.1.4 Materiais magnetostrictivos ..... 69
2.9.1.5 Ligas com memória de forma ..... 70
**2.9.2 Absorvedor dinâmico de vibrações pendular** ..... 72
**2.9.3 Absorvedores dinâmicos de vibrações tipo corda vibrante/lâmina vibrante** 74
2.10 ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS ..... 76
**2.10.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração** ..... 77
**2.10.2 Ressonador defasado com realimentação em aceleração** ..... 81
**2.10.3 Ressonador defasado centrífugo – ADV torsional** ..... 82
**3 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES**... 84
3.1 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES PASSIVOS ..... 84
**3.1.1 ADVs passivos não amortecidos** ..... 84
3.1.1.1 Máquina elétrica de cortar cabelo..... 84
3.1.1.2 Turbogeradores ..... 85
**3.1.2 ADVs passivos amortecidos** ..... 86
3.1.2.1 Estruturas ..... 86
3.1.2.2 Assoalhos de prédios ..... 89
3.1.2.3 Geradores a diesel ..... 92
3.1.2.4 Redução de vibrações nos braços de pessoas com a doença de Parkinson ..... 93
3.1.2.5 Aeronaves ..... 96
**3.1.3 ADVs passivos múltiplos** ..... 97
3.1.3.1 Prédios altos ..... 98
**3.1.4 ADVs torcionais** ..... 99
3.1.4.1 Virabrequim ..... 99
**3.1.5 ADVs viscoelásticos** ..... 101
3.1.5.1 Porta de automóveis ..... 101
3.1.5.2 Transformadores ..... 102
3.2 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ADAPTATIVOS ..... 103
**3.2.1 ADV piezelétrico** ..... 103

3.2.1.1 Estrutura de treliça ..... 103
**3.2.2 ADV com fluido eletro-reológico** ..... 105
3.2.2.1 Estrutura metálica ..... 105
**3.2.3 ADV magnetostrictivos** ..... 107
3.2.3.1 Estrutura de portal ..... 107
**3.2.4 ADV de ligas com memória de forma** ..... 108
3.2.4.1 Viga engastada ..... 108
3.2.4.2 Vibrações em dutos causadas por bombas centrifugas ..... 110
**3.2.5 ADV pendular** ..... 111
3.2.5.1 Estrutura metálica ..... 111
3.3 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS ..... 113
**3.3.1 Sistema de tubulação** ..... 113
**3.3.2 Suspensão automotiva** ..... 116
**4 CONSIDERAÇÕES FINAIS** ..... 120
**5 CONCLUSÕES** ..... 121
**REFERÊNCIAS** ..... 122

# 1 INTRODUÇÃO

Vibrações estão presentes em várias situações industriais e cotidianas, podendo ser tanto benéficas como indesejáveis. Máquinas, equipamentos, meios de transportes, estruturas civis e até mesmo o ser humano estão sujeitos a vibrações que podem levar ao desgaste, a falha e ao desconforto.

Segundo Rao (2008) as principais maneiras encontradas para controle de vibrações excessivas são: redução de vibração na fonte, alterar a frequência natural do sistema, reduzir a transmissão das forças de excitação através do uso de isoladores e utilizando-se de absorvedores dinâmicos de vibrações. Cada uma dessas estratégias de atenuação de vibrações apresenta seus lados negativos e positivos, e a escolha da qual utilizar necessitará de um estudo das suas principais características, seu custo-benefício, sua aplicabilidade e eficiência.

A utilização de ADVs tem sido objeto de interesse nos últimos anos devido a sua grande variedade de aplicações e baixos custos de implementação. O tipo mais simples, barato e prático de ADV foi inventado por Frahm em 1909, e consistia de uma massa auxiliar e um elemento rígido. A principal função do dispositivo patenteado por Frahm (1911) era amortecer vibrações em estruturas como navios. Os ADVs passivos podem utilizar ou não amortecimento. O ADVP não amortecido é utilizado para a neutralização de uma frequência característica da estrutura a qual é fixado. Caso a estrutura principal seja excitada com uma frequência perto de sua frequência de ressonância, o ADVP irá fazer com que a amplitude de vibração seja próxima de zero nesta circunstância. Um dos pontos negativos deste dispositivo é o fato de que com a introdução de ADVP no sistema, duas novas ressonâncias serão introduzidas. Portanto, caso a frequência de excitação se altere para um valor próximo dessas novas frequências de ressonância, o ADVP não desempenhará mais sua função como neutralizador, podendo levar a uma amplitude máxima de vibração. Para que haja uma diminuição nos valores da amplitude nos novos picos de ressonância, e o ADVP possa ser utilizado com uma maior banda de frequências, foi desenvolvido o ADVP amortecido. Este dispositivo pode ser sintonizado, utilizando-se do método de otimização de Den Hartog (1956). Através deste método é possível encontrar o valor ótimo da relação entre a frequência natural do ADV e do sistema principal em função da relação entre as suas massas e o fator de amortecimento ótimo.

Outros tipos de ADVs passivos foram desenvolvidos com o intuito de se obter uma melhor neutralização, em uma faixa de frequências mais ampla. Entre os mais importantes encontram-se:

- ADVP múltiplo, que consiste na utilização de "$n$" ADVs conseguindo assim uma melhor eficiência.
- ADVPs Viscoelásticos, os quais são constituídos de um elemento resiliente viscoelástico e podem ser sintonizados pelo método de otimização de Den Hartog (1956) adaptado por Bavastri (1997).
- ADVP torcional, cuja teoria pode ser baseada nos ADVPs translacionais, fazendo-se a devida equivalência entres os respectivos parâmetros.

Há uma grande utilização de ADVPs em diversas aplicações, tanto em máquinas de baixa complexidade, como um cortador de cabelo, até em equipamentos mais intrincados como aeronaves. Mishra (2011) estudou a utilização de ADVPs amortecidos para neutralização de vibrações em estruturas sujeitas a excitação na base por três cargas distintas. Webster A. C, Vaicaitis R. (2003) realizaram um estudo sobre a aplicação de ADVPs amortecidos para controle de vibrações em um salão de festas de um prédio em Nova-Iorque. Monteiro (2013) desenvolveu um ADVP amortecido para controle de vibrações nas mãos de pacientes com a doença de Parkinson. Lang et al (1992) estudaram a aplicação de ADVPs no controle de vibrações na fuselagem e no motor de uma aeronave. Thimoteo (2000) utilizou um ADVP torcional para controle de vibrações em um motor a diesel. Espíndola, et al. (2009) utilizaram ADVPs viscoelásticos para redução de vibrações em portas de carros e Fillipin et al (2003) utilizaram ADVPs viscoelásticos para atenuar vibrações e ruídos em transformadores elétricos.

Para se obter um melhor controle das vibrações em condições diversas são introduzidas outras duas categorias de ADVs, o ADV adaptativo e o ADV ativo. Neste trabalho foram analisados três tipos de ADVs adaptativos: com materiais inteligentes, pendular e corda vibrante/lâmina vibrante. Os ADVAd têm a capacidade de alterarem parâmetros como a sua frequência natural, rigidez e amortecimento para se conseguir uma sintonização em uma maior banda de frequência. Herold e Mayer (2016) desenvolveram um ADVAd piezeletrico para verificar o seu funcionamneto em uma estrutura de treliça. Truong (2000) realizou testes com um ADVAd eletro-reológico aplicado em uma estrutura metálica. Flatau, Dapino e Calkins (2000) estudaram a utilização de um ADVAd com material magnetostrictivo para controle de vibração em uma estrutura com formato de portal. Mani e Senthilkumar (2013) utilizaram ADVAd com liga de memória de forma para controlar vibrações de uma viga engastada e de um duto. Lourenco, Roffel e Narasimhan (2009) realizaram um experimento para avaliar a eficiência e executabilidade de um ADVAd pendular.

ADVs ativos possuem um elemento atuador capaz de controlar a vibração da estrutura primária. A força de controle dos ADVAs é calculada através de estratégias de controle. Neste

trabalho são apresentadas três estratégias: combinação linear do deslocamento relativo, da velocidade e aceleração, desenvolvido por Marques, Rade e Cunha (2001), ressonador defasado com realimentação em aceleração introduzido por Nwokah e Hurmuzlu (2002) e ressonador defasado centrífugo desenvolvido por Nwokah e Hurmuzlu (2002). ADVAd são mais eficientes que os ADVPs, contudo, sua utilização fica limitada devido ao seu alto custo e a grande energia necessária para seu funcionamento. Engelhardt e Friedmann (2012) estudaram a utilização de ADVAs para controle de vibrações em um sistema de tubulações em uma planta química. Reina e Rose (2016) utilizaram um ADVA para comparar a utilização de ADVs ativos com suspensões ativas em uma suspensão de automóvel.

## 1.1 OBJETIVO

O primeiro objetivo deste trabalho é realizar um levantamento de como os absorvedores dinâmicos de vibrações podem ser classificados e quais tipos podem ser encontrados em cada classificação. Com o avanço tecnológico, novas formas, materiais e métodos utilizados para construção de ADVs surgem a todo o momento, gerando assim uma grande variedade destes dispositivos.

A fim de se entender melhor o uso de ADVs em aplicações práticas, é analisado quais são as principais aplicações de cada tipo levantado anteriormente. Portanto, o segundo objetivo deste trabalho é analisar a resposta da aplicação de ADVs em várias áreas, desde na construção civil até na área de saúde.

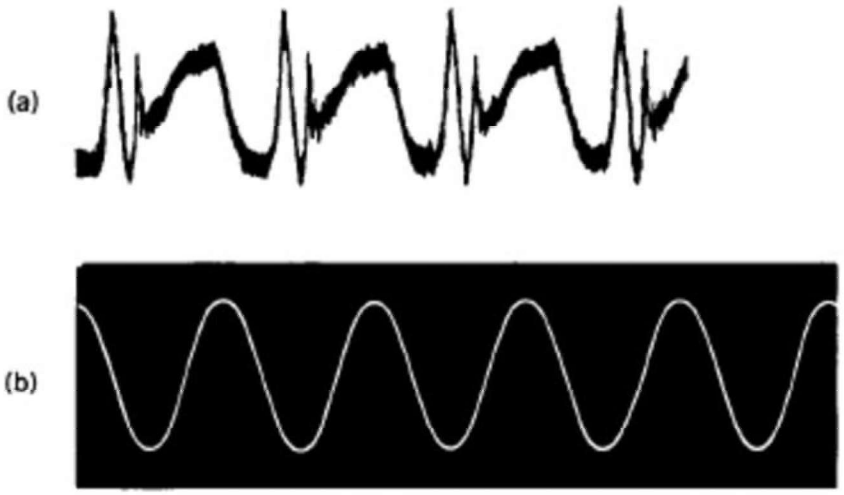
## 1.2 JUSTIFICATIVA

A utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações é uma das muitas maneiras de se obter um controle de vibrações indesejadas, entretanto, a aplicação de ADVs tem se mostrado mais econômica e eficiente do que as outras estratégias de atenuação (MARQUES; 2000). ADVs são largamente utilizados no controle de vibrações devido a sua flexibilidade em poder neutralizar desde frequências estreitas, utilizando-se de ADVs passivos, até uma larga banda de frequências, utilizando-se de ADVs ativos ou adaptativos. Portanto, o conhecimento dos tipos e onde eles podem ser aplicados é de fundamental importância para escolha correta do ADV.

# 2 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

A vibração é um movimento periódico, ou seja, que se repete em um determinado intervalo de tempo (HARTOG,1956). Os modelos de movimento da vibração podem ser tanto complexos como simples, a Figura 1 representa um modelo de cada, onde a curva (a), mostra a variação da pressão interna do coração de um gato e a curva (b) caracteriza a vibração de um diapasão, e é uma curva seno bem mais elementar (FRENCH, 2001).

Figura 1 – (a) Variação da pressão interna de um coração de um gato (b) vibração de um diapasão




Fonte: French (2001)

Segundo Rao (2008) vibrações mecânicas podem ser classificadas de diversas maneiras, mas as mais importantes são: vibrações livres e forçadas, vibrações amortecidas e não amortecidas, vibrações lineares e não lineares, e por último, vibrações determinísticas e aleatórias.

## 2.1 VIBRAÇÕES LIVRES E FORÇADAS

Vibrações livres são aquelas que após uma excitação inicial, o corpo continua vibrando, mesmo sem a presença de qualquer força externa. Um exemplo deste tipo de vibração pode ser visto no movimento de um balanço quando este é puxado e então solto (HARTOG, 1956).

Ao contrário das vibrações livres, as vibrações forçadas são aquelas em que há a presença de uma força ou perturbação constante sendo aplicada. Essa perturbação pode ser periódica, transiente ou aleatória. Um exemplo de vibração forçada é o de uma ponte vibrando devido ao fluxo de pedestres ou carros. Se a frequência desta perturbação externa coincidir com uma das frequências naturais do sistema há o aparecimento de um fenômeno chamado de ressonância, no qual o sistema oscilante atinge uma amplitude máxima que pode levar a falhas e ocorrências catastróficas, como por exemplo o famoso caso da ponte de Tacoma (Figura 2), nos Estados Unidos, que após uma grande rajada de ventos colapsou ao oscilar perto de uma de suas frequências naturais (HARTOG,1956).

Figura 2 – Ponte de Tacoma durante seu colapso

Fonte: Hartog (1956)

## 2.2 VIBRAÇÕES AMORTECIDAS E NÃO AMORTECIDAS

Segundo Rao (2008) as vibrações são ditas não amortecidas quando não há presença de qualquer elemento dissipador, como atrito e forças resistivas. Ou seja, durante a oscilação, toda energia cinética se transforma em energia potencial e vice-versa. Em várias aplicações essa energia perdida é muito pequena e pode ser desconsiderada.

Em vibrações amortecidas, forças dissipativas irão agir, fazendo com que a amplitude do movimento diminua. A consideração de amortecimento se torna muito importante em várias aplicações, principalmente na análise de sistemas vibratórios próximos da ressonância (RAO, 2008).

## 2.3 VIBRAÇÕES LINEARES E NÃO LINEARES

Segundo HARTOG (1956) vibrações lineares são aquelas em que todos os componentes do sistema se comportam linearmente, ou seja, as massas são constantes, as constantes de mola são proporcionais a deflexão e os amortecimentos são proporcionais à velocidade. Quando um desses fatores deixa de ser verdadeiro temos as vibrações não lineares. A resolução do equacionamento de vibrações não lineares é muito mais difícil do que das vibrações lineares, pois, para estes casos, as equações que governam o sistema são equações diferencias não lineares. Neste trabalho as vibrações serão consideradas lineares, a não ser que algo seja especificado.

## 2.4 VIBRAÇÕES DETERMINÍSTICAS E ALEATÓRIAS

As vibrações também podem ser classificadas de acordo com o tipo da força de excitação. Se a força ou perturbação aplicada ao sistema tiver características previsíveis, isto é, for possível conhece-la em determinado instante de tempo, a vibração mecânica será determinística. Já, se a força for aleatória, isto é, o valor da excitação não puder ser previsto, a vibração mecânica será aleatória, como mostra a Figura 3 (HARTOG, 1956).

Figura 3 – Tipos de excitações

Fonte: adaptado de Hartog (1956)

## 2.5 SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

Sistemas com um grau de liberdade são aqueles que podem ser descritos utilizando somente uma coordenada (RAO, 2008).

Na Figura 4(a) pode ser visto um sistema idealizado com um grau de liberdade que apresenta uma massa m, uma mola com rigidez K e um amortecedor c. Cada uma dessas propriedades é considerada como se tivesse concentrada em um único elemento físico. A

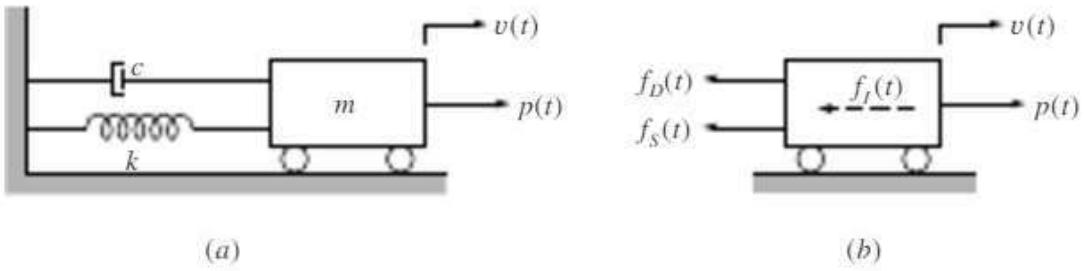
coordenada v(t) define a posição do sistema, que se move apenas na direção de translação, devido aos roletes na massa m (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

É possível obter as equações de movimento da figura 4(a) através do princípio de d'Alembert, em que as equações de movimento são reescritas como:

$$\vec{F}(t) - m\ddot{\vec{x}} = 0 \tag{1}$$

$$\vec{M}(t) - J\ddot{\vec{\theta}} = 0 \tag{2}$$

Figura 4 – Sistema com um grau de liberdade idealizado (a) Componentes básicos (b) Diagrama de corpo livre




Fonte: Clough e Penzien (2003)

Pode ser visto na figura 4(b) que as forças atuantes no sistema são: força externa p(t), a força de amortecimento $f_D(t)$, a força da mola $f_S(t)$ e a força de inércia $F_I(t)$. Portanto,

$$F_S(t) + F_D(t) + F_I(t) = p(t) \tag{3}$$

Na qual cada uma dessas forças é função do deslocamento v(t) ou suas derivadas em função do tempo, como pode ser observado nas equações 4, 5 e 6.

$$F_S = K\, v(t) \tag{4}$$
$$F_D = c\, \dot{v}(t) \tag{5}$$
$$F_I = m\, \ddot{v}(t) \tag{6}$$

Portanto, a equação do movimento do sistema da figura 4(a) pode ser obtida:

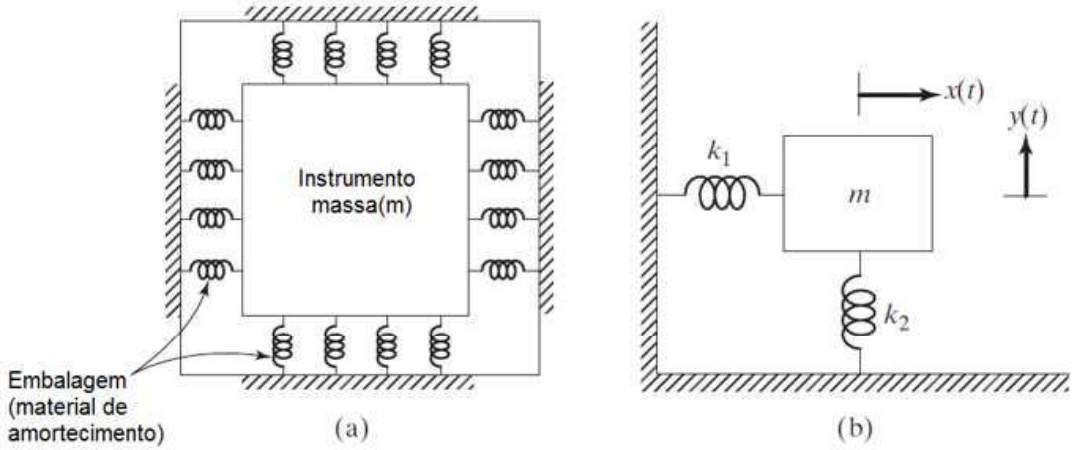
$$K\,v(t) + c\,\dot{v}(t) + m\,\ddot{v}(t) = p(t) \tag{7}$$

## 2.6 SISTEMAS COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Com o desenvolvimento da teoria de sistemas com um grau de liberdade é possível descrever e explicar inúmeros fenômenos, como por exemplo, sistemas de isolamento e a maioria dos instrumentos para medição de vibrações, contudo, para desenvolver a teoria básica dos absorvedores dinâmicos de vibrações é necessário o conhecimento de sistemas com dois graus de liberdade.

Segundo Rao (2008), um sistema com dois graus de liberdade é aquele que requer duas coordenadas independentes para descrever seu movimento. Considere a embalagem de um instrumento da Figura 5, que apresenta uma massa apoiada em duas molas, no plano xy. Este sistema apresenta dois graus de liberdade, pois a massa m pode se movimentar de duas maneiras, translação na direção x e na direção y.

Figura 5 – Embalagem de um instrumento




Fonte: adaptado de Rao (2008)

De uma forma geral é possível determinar o número de graus de liberdade com a equação 8.

$$\begin{pmatrix} Número\ de\ graus\ de\ \ liberdade \\ do\ sistema \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Número\ de\ massas\ no\ sistema \\ X\ Número\ de\ movimentos\ possíveis \\ de\ cada\ massa \end{pmatrix} \tag{8}$$

Considere o sistema massa-mola amortecido da figura 6(a), o movimento é descrito completamente pelas coordenadas $x_1(t)$ e $x_2(t)$, que definem as posições das massas $m_1$ e $m_2$ em qualquer tempo t. Aplicando a segunda lei de Newton a cada uma das massas no digrama de corpo livre da figura 6(b) temos,

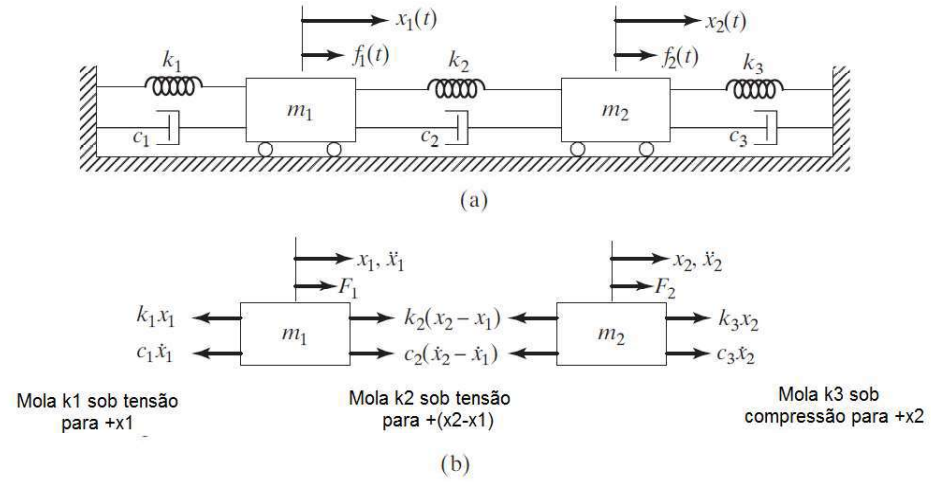
$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = F_1 \quad (9)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + (c_2 + c_3)\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2x_1 = F_2 \quad (10)$$

As equações (9) e (10) podem ser reescritas na forma matricial como na expressão (11).

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F1 \\ F2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Figura 6 – Um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade.




Fonte: adaptado de Rao (2008)

## 2.7 CONTROLE DE VIBRAÇÕES

Vibrações mecânicas são essências em muitas partes de nossas vidas, geralmente em situações no dia a dia que as vezes nem nos damos conta de sua presença, como por exemplo, a vibração de uma máquina de lavar roupas ou as vibrações das nossas cordas vocais e tímpanos, além de diversas outras aplicações. Contudo, nem sempre essas vibrações são benéficas, podendo levar a falha ou ao desconforto.

Um exemplo de desconforto humano causado por vibrações excessivas é o da cabine de um helicóptero, o que também pode ocasionar sérios problemas de saúde nos pilotos e passageiros (YONG et al, 2003). Um exemplo de falha mecânica é a causada por vibrações excessivas em um motor, que podem levar ao desgaste e possível quebra de rolamentos e mancais (BARILLI, 2013).

Existem várias técnicas de controle para eliminar ou reduzir estas vibrações excessivas ou indesejadas. Segundo RAO (2008), o primeiro passo é tentar reduzir a fonte de vibração, contudo isto nem sempre é possível, por ser algo que não pode ser controlado pelo ser humano, como as vibrações causadas por terremotos, estradas irregulares, ventos, entre outras. Uma maneira encontrada para se reduzir as fontes de vibrações seria, por exemplo, produzindo-se um melhor acabamento superficial e melhor precisão das peças do sistema, ou reduzindo-se o desbalanceamento de máquinas rotativas.

Costain e Robichaud (2003) estudaram os métodos mais comuns de controle de vibrações em equipamentos industriais e mostraram a relação entre a força de desbalanceamento e a frequência, que é mostrada na equação 12.

$$F = M.e.\left(\frac{f}{2.\pi}\right)^2 \qquad (12)$$

Na qual, F = força (N), M = massa (kg), e = excentricidade (m), f = frequência (Hz)

Portanto, quanto maior a frequência da máquina mais difícil se torna fazer o balanceamento para uma tolerância especificada e eliminar a fonte da vibração.

Quando não é possível alterar a fonte de excitação os métodos mais importantes utilizados para o controle das vibrações, segundo Rao (2008), são: controle de frequências naturais, evitar resposta excessiva do sistema utilizando amortecimento, reduzir a transmissão das forças utilizando isoladores de vibrações e reduzir a resposta do sistema com a introdução de absorvedores de vibrações ou neutralizadores de massa.

### 2.7.1 Controle de frequências naturais

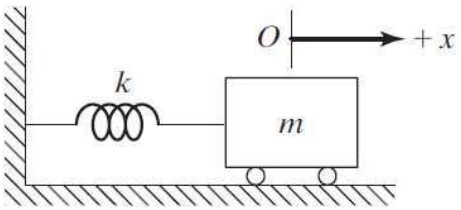
Como dito anteriormente, quando a frequência de excitação de uma força externa é igual ou próxima a frequência natural do sistema ocorre o fenômeno de ressonância, o qual gera uma grande amplitude de deslocamento no mecanismo ou estrutura, podendo levar a falhas e quebras. Uma maneira de impedir que isto aconteça é realizando um controle da frequência

natural do sistema, já que muitas vezes não é possível modificar a frequência da excitação externa. Em um sistema massa-mola simples como o da figura 7, a frequência do sistema é dada pelo valor de $\omega_n$, que é expressa pela equação (13) (RAO, 2008).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13}$$

Portanto, segundo Rao (2008), para mudar a frequência de um sistema é necessário alterar sua massa ou a rigidez. A massa de um sistema, geralmente é algo difícil de ser mudado, por ser um requisito funcional e característico do sistema, por exemplo a massa de um volante em um eixo. Logo, a rigidez do sistema é geralmente modificada. Um modo de se alterar a rigidez de um eixo rotativo, por exemplo, é através da modificação do material do qual é feito ou da quantidade de mancais.

Figura 7 – Sistema massa-mola




Fonte: adaptado de Rao (2008)

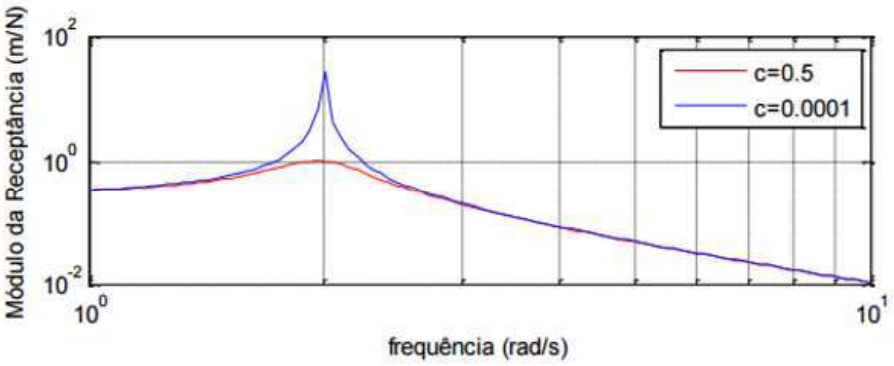
### 2.7.2 Utilização de amortecimento

Outro modo de controle de vibrações é através da introdução de amortecimento no sistema. Embora o amortecimento seja considerado nulo em situações que se deseja uma análise mais simplificada, o seu uso é bastante útil em alguns casos (RAO,2008).

Em situações em que não é possivel modificar características do sistema, como massa e rigidez, ou a força de excitação é variável ou não é conhecida , a utilização de amortecimento, em casos que a frequência excitante seja próxima da frequência natural do sistema, fará com que haja um controle da resposta (RAO,2008). Pode ser observado na figura 8, que apresenta as curvas do deslocamento para dois valores de coeficiente de amortecimento, que a amplitude da vibração diminui consideravelmente com o aumento do coeficiente de amortecimento.

Segundo Voltolini (2013) um dos modos de se introduzir amortecimento em um sistema é através de elementos externos. Juntas parafusadas e rebitadas com alguma folga entre as peças unidas tem um maior amortecimento que juntas soldadas, em que não há a possibilidade de deslizamento e consequentemente uma menor dissipação de energia (RAO, 2008).

Figura 8 – Efeito do amortecimento em uma função resposta em frequência




Fonte: Voltolini (2013)

Outro modo de se introduzir amortecimento em um sistema é com a utilização de materiais com alta capacidade de absorção de energia, como por exemplo, o ferro fundido e materiais viscoelásticos. Os fatores de amortecimento para estes diferentes tipos de arranjos e materiais são indicados na Tabela 1 (RAO, 2008).

Tabela 1 – Fatores de amortecimento para diferentes tipos de construção/arranjo

| Tipos de construção/arranjo | Fator de amortecimento viscoso equivalente (%) |
|---|---|
| Construção soldada | 1 a 4 |
| Contrução aparafusada | 3 a 10 |
| Estrutura de aço | 5 a 6 |
| Camada viscoelástica não restringida sobre viga de aço-concreto | 4 a 5 |
| Camada viscoelástica restringida sobre viga de aço-concreto | 5 a 8 |

Fonte: Adaptado de Rao (2008)

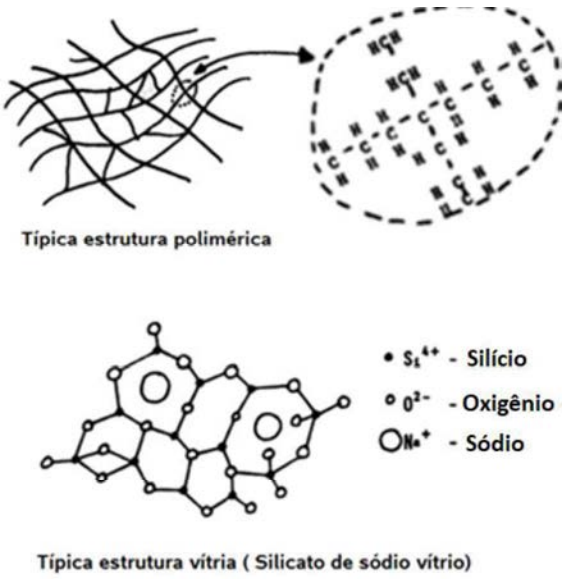
### 2.7.2.1 Materiais viscoelásticos

Materiais viscoelásticos vem encontrando grande utilização nos últimos anos no controle de vibrações, seja em seu uso como um simples amortecedor ou em um absorvedor dinâmico de vibrações viscoelástico.

Amortecimento viscoelástico pode ser encontrando em um variado tipo de materiais poliméricos e vítreos, tendo muita aplicabilidade na indústria. Pode ser observado na Figura 9, materiais poliméricos são formados de longas cadeias moleculares. Dependendo de sua composição e de como é formado, as cadeias podem ser fortemente ou fracamente ligadas. A característica de amortecimento deste tipo de material vem do relaxamento e recuperação da cadeia molecular após ter sido deformado (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Estruturas vítreas como a da Figura 9, ao contrário dos polímeros, não são caracterizadas por longas cadeias moleculares, mas por uma ordem de curta distância e uma desordem de longa distância. Como nos materiais poliméricos, a característica de amortecimento será resultado do processo de relaxação logo após a deformação (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Figura 9 – Estrutura do polímero e vidro.




Fonte: adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

Rao (2008) demonstrou a relação entre a amplitude da vibração e as características de materiais viscoelásticos através da utilização da equação de movimento de um sistema com um

grau de liberdade com amortecimento interno e excitação harmônica como pode ser verificado na equação (14).

$$m\ddot{x} + k(1 + i\eta)x = F_0 e^{i\omega t} \tag{14}$$

Na qual, $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$ é a excitação harmônica e $\eta$ é conhecido como fator de perda ou coeficiente de perda e pode ser obtido pela expressão (15).

$$\eta = \frac{\frac{\Delta W}{2\pi}}{W} = \left( \frac{A\ energia\ dissipada\ durante\ 1\ ciclo\ de\ deslocamento\ harmonico/radiano}{Máxima\ energia\ de\ deformação\ no\ ciclo} \right) \tag{15}$$

A amplitude de resposta do sistema em ressonância ($\omega = \omega_n$) pode ser dada pela equação (16).

$$\frac{F_0}{k\eta} = \frac{F_0}{aE\eta} \tag{16}$$

Na qual, a rigidez é proporcional ao módulo de Young, ou seja, $k = aE$, em que $a$ é uma constante. Pode ser encontrado na Tabela 2, os valores para o fator de perda de diversos materiais. Portanto, como o fator de perda de materiais como poliestireno e borrachas são maiores, o amortecimento interno causado por estes materiais também será maior, e da equação 16 pode ser verificado que a amplitude de vibração será menor, ou seja, haverá um maior controle.

Tabela 2 – Fatores de perda

| Material | Fator de perda (η) |
|---|---|
| Poliestireno | 2,0 |
| Borracha dura | 1,0 |
| Tapetes de fibra com matriz | 0,1 |
| Cortiça | 0,13 a 0,17 |
| Alumínio | $1 \times 10^{-4}$ |
| Ferro e aço | $2 \text{ a } 6 \times 10^{-4}$ |

Fonte: adaptado de Rao (2008)

As propriedades de amortecimento destes materiais podem variar de acordo com características ambientais. A este motivo se deve o grande interesse no uso de materiais viscoelásticos no design de controladores de vibrações. Para Nashif, Jones e Henderson (1985) as principais características que afetam as propriedades de amortecimento dos materiais viscoelásticos são: temperatura, frequência, deformação dinâmica cíclica e pré-carga estática.

#### *2.7.2.1.1 Efeitos da temperatura*

Segundo Nashif, Jones e Henderson (1985) a temperatura é a característica mais importante que afeta as propriedades de amortecimento dos materiais viscoelásticos. A Figura 10 mostra a relação do fator de perda com aumento de temperatura em quatro regiões.

Na região vítrea o módulo de armazenamento E, que é uma medida da elasticidade do material e sua capacidade de armazenar energia, não é tão afetado com aumento da temperatura e tem o seu valor máximo. Já o fator de perda tem um grande aumento e é nesta região que se localiza seu menor valor.

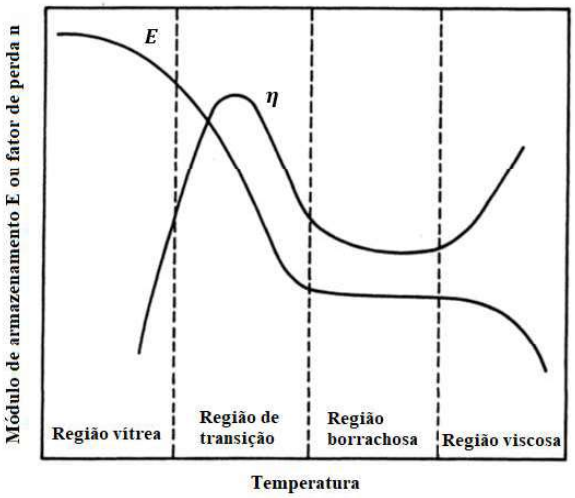
Na região de transição o valor do módulo de armazenamento decresce bastante e o fator de carga atinge seu valor máximo.

Na terceira região, também conhecida como região borrachosa ou do platô elástico, os valores do módulo de armazenamento e fator de perda variam muito pouco.

A última região, conhecida como região viscosa ou terminal, é característica de alguns materiais, como os termoplásticos. Pode ser observado na Figura 10, que com o aumento da temperatura há um decréscimo no valor de E, ou seja, o material continua a amolecer com acréscimo da temperatura, enquanto o fator de perda assume valores elevados. Segundo Nashif, Jones e Henderson (1985) esta região é de pouco uso no *design* de sistemas amortecidos, devido à instabilidade e outras propriedades não desejadas.

Segundo Bavastri (1997), pode-se retirar algumas observações sobre os materiais que se relacionam com a região borrachosa e a região de transição. Os materiais chamados do tipo I, relacionados a região borrachosa possuem elevada resiliência, estabilidade estrutural e um baixo ou médio amortecimento. Por outro lado, os materiais do tipo II, possuem grande rigidez, pouca estabilidade estrutural e elevado amortecimento. Um exemplo de cada tipo de material do tipo I e II é a borracha natural e acetato de polivinila, respectivamente.

Figura 10 – Variação do módulo de armazenamento e fator de perda com a temperatura, a uma frequência constante.

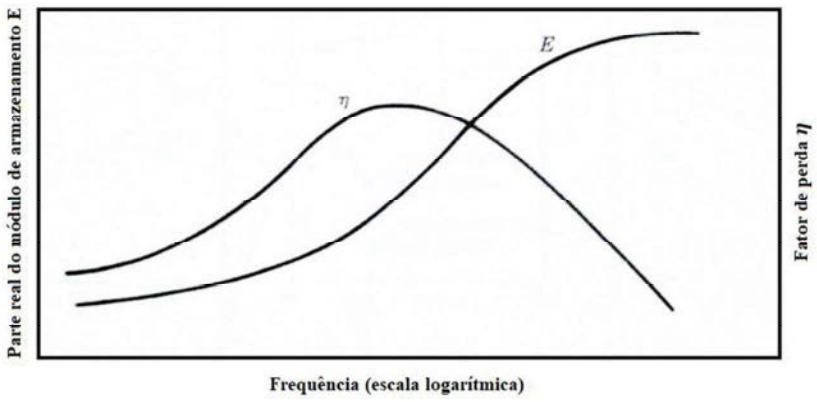



Fonte: adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

#### *2.7.2.1.2 Efeitos da frequência*

Pode ser observado na Figura 11 que com o aumento da frequência, o valor do módulo de armazenamento cresce, esse é um dos mais importantes efeitos da frequência. Contudo, esse crescimento é bem pequeno na região vítrea e do platô elástico, podendo ser considerada constante nestas regiões. Já o fator de perda terá seu maior valor na região de transição e também irá aumentar com o acréscimo da frequência, até atingir a região vítrea, aonde começa a diminuir de valor. Por outro lado, o módulo de amortecimento pode ser considerado proporcional a frequência na região de transição (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Figura 11 – Resposta do material ao aumento de frequência




Fonte: adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

#### *2.7.2.1.3 Efeitos da deformação dinâmica cíclica*

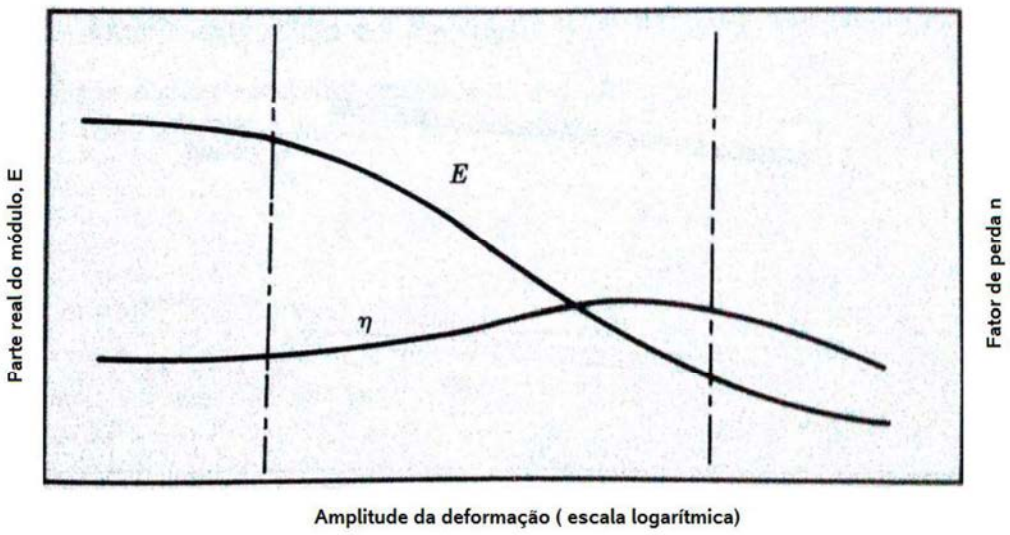
A Figura 12 mostra a variação do fator de carga em relação a amplitude da deformação na região do platô elástico, onde o fator de carga varia muito pouco na temperatura, portanto não interferindo na determinação desta relação.

Nas outras regiões, a temperatura tem grande importância pois, um pequeno aumento ou diminuição irá mudar drasticamente o fator de perda. Como, altas amplitudes de deformação geram um aumento na temperatura devido a dissipação de energia no material, a obtenção da sua relação com o fator de perda é difícil de ser medida. Logo, a maioria dos estudos dos efeitos da deformação dinâmica nas propriedades de amortecimento de materiais viscoelásticos são realizados na região borrachosa (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

#### *2.7.2.1.4 Efeitos da pré-carga estática*

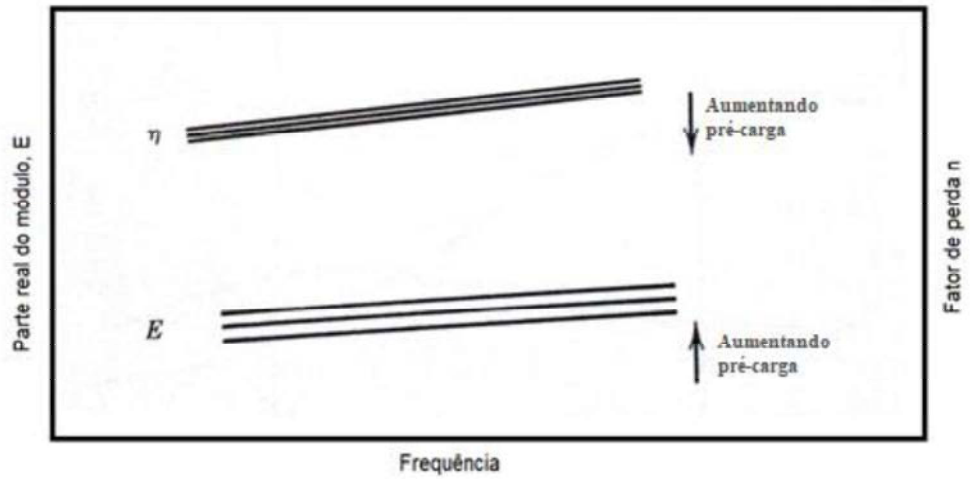
Os efeitos da pré-carga estática nas propriedades dinâmicas dos materiais são mais importantes na região do platô elástico e podem ser observados na Figura 13. Com o aumento da pré-carga estática o fator de perda diminui e o módulo de armazenamento aumenta (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Figura 12 – Variação da parte real do módulo de armazenamento e fator de perda com a amplitude da deformação.




Fonte: adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

Figura 13 – Variação da parte real do módulo de armazenamento e fator de perda com o aumento da pré-carga.




Fonte: adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

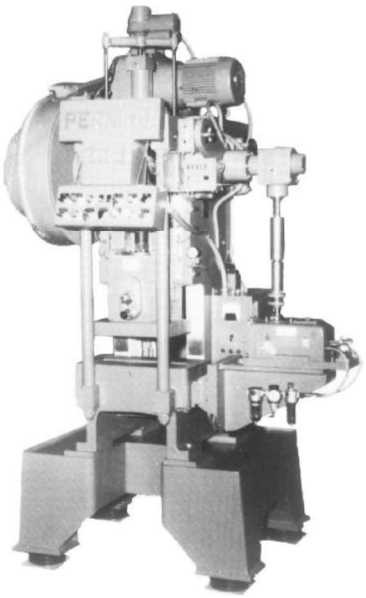
### 2.7.3 Isolamento da vibração

Segundo Nashif, Jones e Henderson (1985, p. 33, tradução nossa) "isolamento de vibração é usado para reduzir a resposta excessiva de um sistema, através da utilização de molas entre a fonte excitadora e a estrutura ou, entre o chão e a estrutura, sendo a mola o elemento mais macio".

Sistemas de isolamento de vibrações podem ser passivos ou ativos, dependendo da necessidade de forças externas para que o isolador cumpra a sua função. Geralmente, isoladores passivos são constituídos de molas, podendo ser dos mais variados materiais, desde metal até borracha. A Figura 14 mostra uma aplicação de isoladores passivos em uma prensa de perfurar. (RAO, 2008).

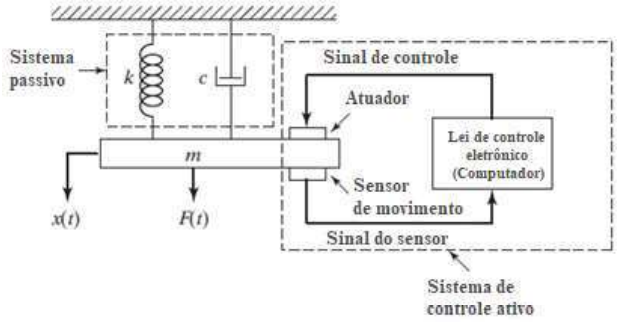
Os isoladores ativos geralmente são constituídos de um sensor, um dispositivo para análise dos dados e um atuador, como pode ser observado na Figura 15. Neste sistema, uma massa vibrante $m$ é controlada a uma distância constante em relação a base através de um sensor. Conforme o deslocamento da massa m, um sinal será enviado e analisado para que um atuador possa desenvolver uma força proporcional ao deslocamento medido pelo sensor (RAO, 2008).

Figura 14 – Prensa de perfurar de alta velocidade montada sobre suportes pneumáticos de borracha.



Fonte: Rao (2008)

Figura 15 – Sistema de isolamento ativo




Fonte: adaptado de Rao (2008)

### 2.7.4 Absorvedores dinâmicos de vibrações

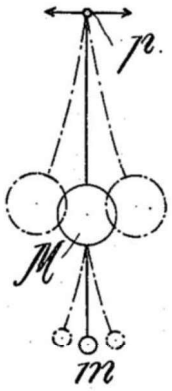
Absorvedores dinâmicos de vibrações, também conhecidos como neutralizadores dinâmicos de vibrações e *tuned mass dampers*, são dispositivos utilizados para o controle de vibrações excessivas, causadas principalmente pela proximidade da frequência de excitação externa com a frequência natural do sistema ou estrutura. Sua utilização irá ocorrer quando não houver a possibilidade de implementação de um dos modos de controle de vibração mencionados anteriormente, ou sua utilização for mais viável economicamente.

O primeiro absorvedor dinâmico de vibrações foi inventado por Hermann Frahm em 1909, e tinha como principal objetivo amortecer as vibrações ressonantes em estruturas como navios, os quais estão sujeitos a forças periódicas vindas do sistema de propulsão e da hélice. De acordo com Frahm (1911) vibrações em estruturas como prédios, navios e aviões podem ser tão intensas que o trabalho em tais locais se torne intolerável ou de difícil execução.

Para se obter um controle da vibração, um corpo auxiliar, com preferencialmente a mesma frequência da força de perturbação, é fixado na estrutura principal. A frequência de ressonância deste dispositivo irá agir anulando as vibrações de ressonância da estrutura principal.

Frahm (1911), explicou o funcionamento do seu dispositivo através da Figura 16, onde pode ser observado uma massa principal M e uma massa auxiliar m. As setas para esquerda e direita (p) representam pulsos periódicos que fazem com que o pêndulo balance.

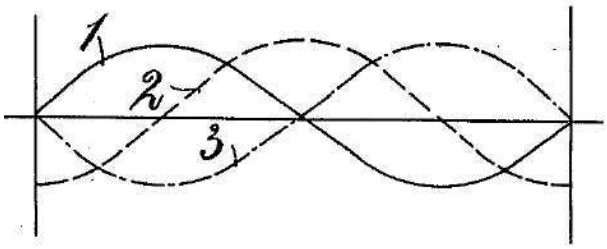
Figura 16 – Representação esquemática da estrutura auxiliar e principal




Fonte: Fraham (1911)

Na Figura 17, a curva 1 representa o movimento oscilatório dos pulsos (p), que irão causar o movimento vibratório do pendulo M, representado pela curva 2, com uma diferença de fase de 90º em relação a força de excitação. A massa auxiliar m é posta a vibrar com uma diferença de fase de 90º em relação ao movimento da massa principal. Portanto, pode ser verificado na Figura, que a excitação da força externa e a vibração do pendulo m estão defasados de 180º, havendo assim um amortecimento ou anulação da força externa.

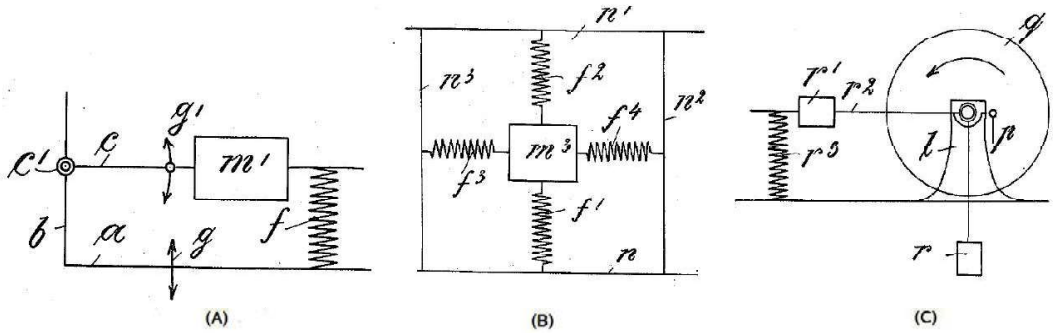
Figura 17– Curvas dos movimentos oscilatórios




Fonte: Fraham (1911)

Em sua patente, Fraham (1911) mostrou mecanismos com variadas aplicações, como por exemplo, um tipo de dispositivo com utilização em navios que neutralizaria somente as vibrações em um plano vertical, Figura 18 (a), outro que neutralizaria as vibrações tanto no plano vertical como no horizontal, Figura 18 (b) e por último uma aplicação do absorvedor dinâmico no amortecimento de vibrações causadas por corpos rotativos, Figura 18 (c).

Figura 18 - Utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações de acordo com Frahm




Fonte: Adaptado de Fraham (1911)

Os absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs) podem ser classificados em 3 categorias: 1) absorvedor dinâmico de vibrações passivo, 2) absorvedor dinâmico de vibrações adaptativo e 3) absorvedor dinâmico de vibrações ativo. Um levantamento sobre cada categoria e os tipos que podem ser encontrados será realizado a seguir.

## 2.8 ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES PASSIVOS (ADVPs)

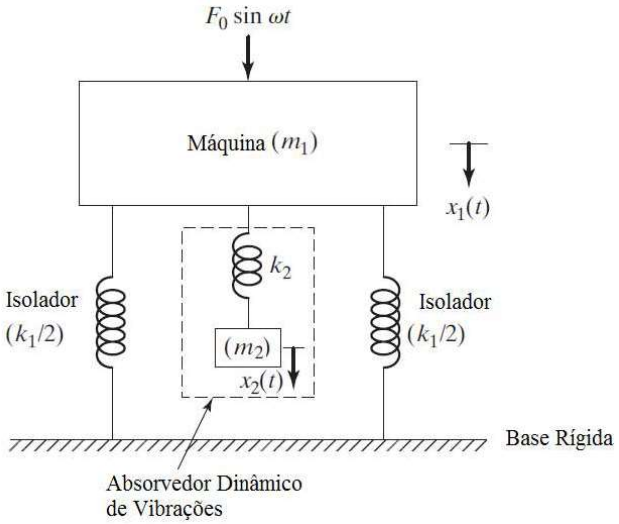
### 2.8.1 **Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos não amortecidos**

Segundo Hartog (1956) absorvedores dinâmicos de vibrações passivos são o tipo mais simples, com o menor custo, além de serem muito práticos e eficazes. ADVs passivos são constituídos de uma massa e um dispositivo de rigidez, como uma mola. São menores que o sistema principal no qual são acoplados e possuem uma frequência natural $\sqrt{k/m}$ igual àquela da força de perturbação $\omega$. Como este dispositivo apresenta parâmetros fixos de massa e rigidez, a sua utilização fica delimitada para uma pequena faixa de frequências. Portanto quando há uma mudança na frequência da força excitadora, os ADVs passivos podem deixar de servir o seu papel de controladores de vibrações e se tornarem causadores de vibrações.

### 2.8.1.1 Fundamentação teórica de ADVPs não amortecidos

Considere o sistema mostrado na Figura 19, em que um absorvedor dinâmico não amortecido com massa $m_2$ é acoplado em uma máquina, sistema principal, com massa $m_1$ (HARTOG, 1956).

Figura 19 – Sistema com absorvedor dinâmico não amortecido




Fonte: adaptado de Rao (2008)

As equações do movimento deste sistema para $m_1$ e $m_2$ são representadas pelas equações (17) e (18), respectivamente.

$$m_1\ddot{x_1} + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) - F_0sen(\omega t) = 0 \quad (17)$$

$$m_2\ddot{x_2} + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (18)$$

Colocando as equações (17) e (18) na forma matricial obtemos a expressão (19).

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x_1} \\ \ddot{x_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 sen(\omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{19}$$

A solução da equação 19 é da forma apresentada nas equações (20) e (21).

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} sen(\omega t) \tag{20}$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x_1} \\ \ddot{x_2} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \left(-\omega^2 sen(\omega t)\right) \tag{21}$$

Portanto, substituindo as equações (20) e (21) na equação (19) e dividindo por $sen(\omega t)$, obtemos o sistema de equações (23).

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} (-\omega^2) + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1\omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Utilizando a regra de Cramer para resolver o sistema de equações (23) e encontrar os valores de $X_1$ *e* $X_2$ :

$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} F_0 & -k_2 \\ 0 & k_2 - m_2\omega^2 \end{vmatrix}}{|D|} \tag{24}$$

$$X_2 = \frac{\begin{vmatrix} k_1 + k_2 - m_1\omega^2 & F_0 \\ -k_2 & 0 \end{vmatrix}}{|D|} \tag{25}$$

$$|D| = (k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - {k_2}^2 \tag{26}$$

Portanto, resolvendo as equações (24) e (25) podemos encontrar os valores das amplitudes das massas do sistema principal e do absorvedor, equações (27) e (28), respectivamente.

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - {k_2}^2} \quad (27)$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - {k_2}^2} \quad (28)$$

O objetivo principal de um absorvedor dinâmico de vibração é reduzir a amplitude do sistema principal. Logo, para que a amplitude da massa $m_1$ seja zero, o valor do numerador de $X_1$ deve ser igualado a zero.

$$(k_2 - m_2\omega^2)F_0 = 0 \quad (29)$$

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (30)$$

Da equação (30) podemos verificar a teoria básica de um ADV passivo. Para que haja a absorção da vibração, caso a estrutura principal funcione perto de sua frequência de ressonância, isto é, $\omega^2 = \frac{k_1}{m_1}$, é necessário que o absorvedor seja projetado para que $\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{k_2}$. Caso isto seja verdadeiro, obtém-se da equação (28):

$$X_2 = -\frac{F_0}{k_2} \quad (31)$$

Portanto, segundo Hartog (1956), a massa secundária $m_2$ terá um movimento igual a $-\frac{F_0}{k_2} sen(\omega t)$. Com a massa principal estacionaria, a força na mola do absorvedor varia com $-F_0 sen(\omega t)$, que é igual e contraria a força de excitação.

Definindo as seguintes relações,

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1}, \omega_1 = \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^{1/2} e\ \omega_2 = \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^{1/2}$$

Onde: $\omega_1 = Frequência\ natural\ do\ sistema\ principal$

$\omega_2 = Frequência\ do\ absorvedor\ dinâmico$

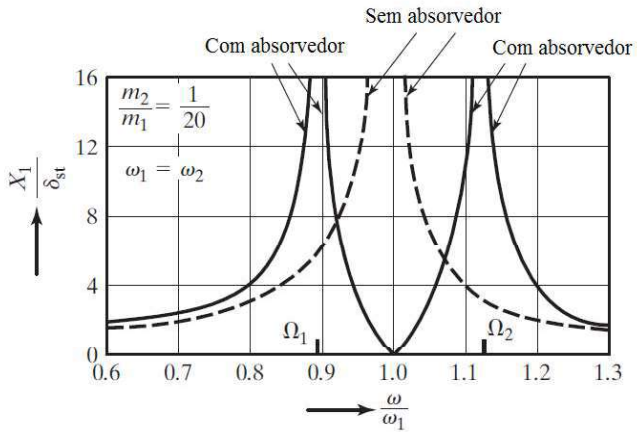
Obtemos, da eq. (27) e (28):

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \tag{32}$$

$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \tag{33}$$

Na Figura 20, fica evidenciado o efeito da utilização do ADV no sistema. Pode ser observado a relação entre a amplitude de vibração do sistema principal ($X_1/\delta_{st}$) e a razão $\omega/\omega_1$. Para este sistema, quando o valor da frequência de excitação for igual a frequência natural do sistema primário, ou seja, $\frac{\omega}{\omega_1} = 1$, o valor de $X_1$ será igual a zero. Contudo, devido a introdução do ADV no sistema, dois novos valores de ressonância irão surgir, nos quais a amplitude será máxima. Portanto é necessário que a frequência de excitação seja mantida afastada destes valores (RAO, 2008).

Figura 20 – Efeito de um ADV sobre a resposta da máquina




Fonte: adaptado de Rao (2008)

Para determinação das novas frequências de ressonância do sistema, isto é, os valores em que as amplitudes $X_1/\delta_{st}$ *e* $X_{2/\delta_{st}}$ são infinitas, igualamos os denominadores das equações (32) e (33) a zero, com $\omega_1 = \omega_2 = \omega_{abs}$.

$$\left[1+\frac{k_2}{k_1}-\left(\frac{\omega}{\omega_{abs}}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{abs}}\right)^2\right]-\frac{k_2}{k_1}=0 \tag{34}$$

Considerando a seguinte relação:

$$\frac{k_2}{k_1}=\frac{k_2}{m_2}\frac{m_2}{m_1}\frac{m_1}{k_1}=\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2=\frac{m_2}{m_1}=\mu \tag{35}$$

Portanto, substituído a relação (35) na equação (34) temos,

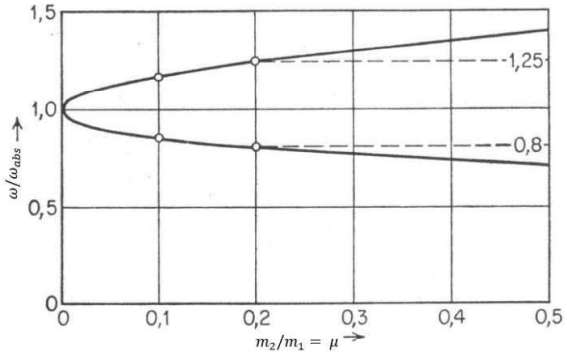
$$\left[1+\mu-\left(\frac{\omega}{\omega_{abs}}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_{abs}}\right)^2\right]-\mu=0 \tag{36}$$

A solução da equação (36) é:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{abs}}\right)=\left(1+\frac{\mu}{2}\right)\pm\left(\sqrt{\mu+\frac{\mu^2}{4}}\right) \tag{37}$$

A Figura 21 mostra a relação entre as razões de massas ($\mu$) e as razões de frequências ( $\omega/\omega_{abs}$), demonstrada na equação (37). Pode ser observado que, com uma razão de 2/10 para massa secundária e principal, respectivamente, os valores das frequências naturais do sistema combinado serão 1,25 e 0,8 vezes a frequência natural do sistema original.

Figura 21 – Frequências de ressonância do sistema da figura 19.




Fonte: Adaptado de Hartog (1956)

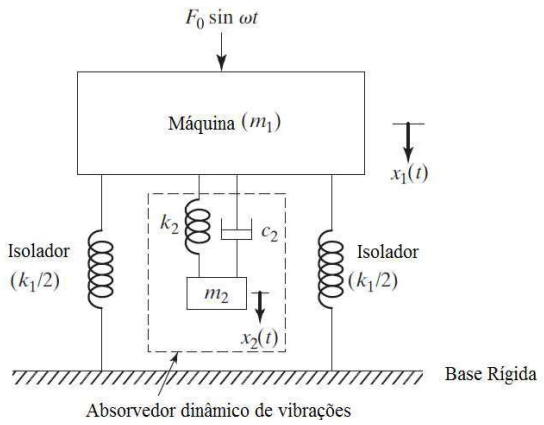
### 2.8.2 **Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos amortecidos**

Absorvedores dinâmicos não amortecidos neutralizam a frequência de ressonância da estrutura principal mas introduzem dois novos valores de frequências de ressonância. A fim de que haja uma diminuição dos valores da amplitude desses picos, os ADVs amortecidos são utilizados. Estes dispositivos também são conhecidos pelo nome *Tuned Vibration Absorber (TVA)*.

#### 2.8.2.1 Fundamentação teórica de ADVPs amortecidos

Considere o sistema da Figura 22, em que agora um amortecedor foi adicionado ao lado da mola $k_2$ no sistema da Figura 19. As equações aqui demostradas serão baseadas no trabalho realizado por Hartog (1956).

Figura 22 - Sistema com absorvedor dinâmico amortecido




Fonte: adaptado de Rao (2008)

As equações de movimento do sistema da Figura 22 podem ser expressas pelas equações (38) e (39).

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - F_0 sen(\omega t) = 0 \quad (38)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (39)$$

Como estamos interessados somente nas soluções para as vibrações forçadas, e não na vibração livre transientes, as amplitudes $x_1$ e $x_2$ que são movimentos harmônicos com

frequência $\omega$ podem ser expressas por vetores complexos, ou seja, considerando que a solução das equações (38) e (39) é $x_j(t) = x_j e^{i\omega t}$ , com $j = 1,2$, obtemos as equações (40) e (41).

$$-m_1\omega^2 x_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) + i\omega c_2(x_1 - x_2) = F_0 sen(\omega t) \quad (40)$$

$$-m_2\omega^2 x_2 + k_2(x_2 - x_1) + i\omega c_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (41)$$

Resolvendo as equações (40) e (41) em função de $x_1$ e tirando o seu módulo, obtemos a amplitude $X_1$:

$$X_1 = F_0 \frac{(k_2 - m_2\omega^2) + i\omega c_2}{\{(-m_1\omega^2 + k_1)(-m_2\omega^2 + k_2) - m_2\omega^2 k_2\} + i\omega c_2(-m_1\omega^2 + k_1 - m_2\omega^2)} \quad (42)$$

A expressão (42) pode ser colocada na forma, $X_1 = F_0(A_1 + iB_1)$, contudo sua forma ainda é $X_1 = F_0(A + iB)/(C + iD)$, que pode ser transformada através da multiplicação pelo denominador complexo inverso. Obtendo-se assim a equação (43).

$$X_1 = F_0 \frac{(AC + BD) + i(CB - AD)}{C^2 + D^2} \quad (43)$$

Obtendo-se o comprimento do vetor expresso na equação (43) e comparando-o com a equação (42), é encontrada a equação (44), que expressa a amplitude do movimento da massa principal, após algumas transformações algébricas. Pode-se observar que a razão $X_1/\delta_{st}$ $(F_0/k_1)$ é função de quatro variáveis, $c_2/c_c$, $g$, $f$ e $\mu$.

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \sqrt{\frac{\left(2\frac{c_2}{c_c}g\right)^2 + (g^2 - f^2)^2}{\left(2\frac{c_2}{c_c}g\right)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (44)$$

Onde:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = massa\ do\ absorvedor/massa\ principal$$

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1} = deflexão\ estática\ do\ sistema$$

$$\omega_a^2 = \frac{k_2}{m_2} = quadrado\ da\ frequência\ natural\ do\ absorvedor$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_1}{m_1} = quadrado\ da\ frequência\ natural\ da\ massa\ principal$$

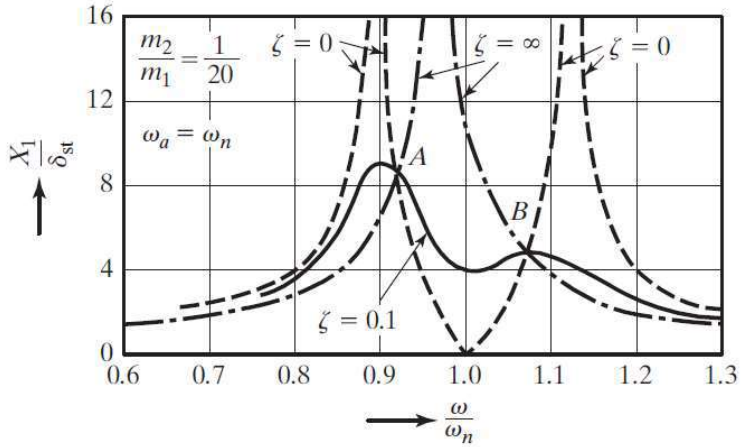
$$f = \frac{\omega_a}{\omega_n} = razões\ de\ frequencias\ naturais$$

$$g = \frac{\omega}{\omega_n} = razão\ de\ frequências\ forçadas$$

$$c_c = 2m_2\omega_n = constante\ de\ amortecimento\ crítico$$

Considere um sistema em que a massa do sistema principal é 20 vezes maior que a massa do absorvedor, tendo as mesmas frequências, isto é, $f = 1$. O comportamento deste sistema, para três valores da razão $\zeta = c_2/c_c$, pode ser verificado na Figura 23.

Figura 23 – Curva relacionando a amplitude do sistema da Figura 22 com a razão de frequências forçadas.




Fonte: adaptado de Rao (2008)

Para $\zeta = 0$ temos a mesma curva da Figura 20, para um sistema com absorvedor dinâmico sem amortecimento, para $\zeta = \infty$ , o sistema se comporta como se as massas $m_1$ e $m_2$ estivessem ligadas, se tornando uma única massa e possuindo apenas um grau de liberdade. Pode ser observado, que para um valor de $\zeta = 0.1$, os picos das amplitudes nas frequências de ressonância são menores que infinito, diferente do que pode ser visto nos casos extremos ($\zeta = 0$ e $\zeta = \infty$). Portanto, existe um valor intermediário de $\zeta$ que torna as amplitudes as menores possíveis. Também pode ser observado da Figura 23 que todas as curvas têm dois pontos em

comum, A e B. Hartog (1956) desenvolveu o cálculo para obter os parâmetros $f$ e $\zeta$ desse "amortecimento ótimo", que levam a uma amplitude mínima, através da utilização destes pontos.

Primeiramente, para se encontrar estes dois pontos, deve ser observado que independentemente dos valores de $\zeta = c_2/c_c$ , a magnitude da amplitude será a mesma em A e B. Retornando à equação (44), e deixando tudo em função de $c_2/c_c$ ,considerando que o restante da equação pode representado por quatro constantes, P, Q, R e S, obtemos a expressão (45).

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \sqrt{\frac{P\left(\frac{c_2}{c_c}\right)^2 + Q}{R\left(\frac{c_2}{c_c}\right)^2 + S}} \tag{45}$$

O valor de $X_1/\delta_{st}$ na equação (45) será independente de $c_2/c_c$ se P/R = Q/S, ou seja:

$$\frac{1}{(g^2 - 1 + \mu g^2)^2} = \frac{(g^2 - f^2)^2}{[\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \tag{46}$$

Desenvolvendo algebricamente a equação (46), chegamos na expressão (47).

$$g^4 - 2g^2 \frac{1 + f^2 + \mu f^2}{2 + \mu} + \frac{2f^2}{2 + \mu} = 0 \tag{47}$$

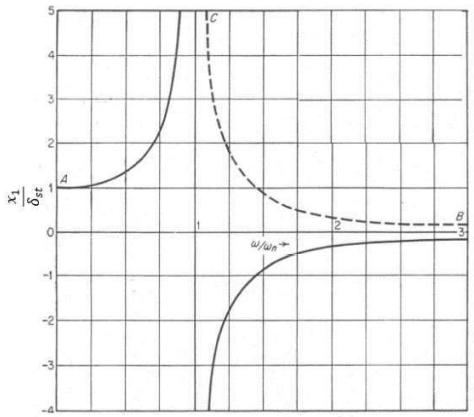
As raízes da equação quadrática (47) são denominadas $g_1^2$ e $g_2^2$ , em que $g_1 e\ g_2$ são as coordenadas horizontais dos pontos A e B. Pode ser observado na equação (47) que $g_1$ e $g_2$ serão uma função de $\mu$ e $f$.

Lembrando que o valor de $X_1/\delta_{st}$ independe do valor de $c_2/c_c$, podemos simplificar a equação (44), considerando $\zeta = c_2/c_c = \infty$.

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - g^2(1 + \mu)} \tag{48}$$

Na realidade, a curva para $\zeta = \infty$ da Figura 23 não descreve corretamente o comportamento da equação (48), pois para valores maiores que $g = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}}$, a amplitude da vibração será "negativa" como mostra a Figura 24.

Figura 24 - Diagrama de ressonância de um sistema massa-mola




Fonte: Hartog (1956)

Portanto, como os valores de A e B se encontram em lados diferentes desse valor $g$, a ordenada do ponto A é positiva e a do ponto B é negativa. Substituindo $g_1$ e $g_2$ na equação 48, com os devidos sinais, temos:

$$\frac{1}{1 - g_1^2(1+\mu)} = -\frac{1}{1 - g_2^2(1+\mu)} \tag{49}$$

$$g_1^2 + g_2^2 = \frac{2}{(1+\mu)} \tag{50}$$

Pode ser recordado que a soma das raízes de uma equação quadrática é igual ao coeficiente do seu termo negativo médio, portanto, da equação (47) obtemos a equação (51).

$$g_1^2 + g_2^2 = 2\frac{1 + f^2 + \mu f^2}{2 + \mu} \tag{51}$$

Igualando-se as equações (50) e (51) temos,

$$f_{ótimo} = \frac{1}{1+\mu} \tag{52}$$

Segundo Rao (2008), um absorvedor dinâmico de vibrações é dito sintonizado se obedecer a equação (52). Contudo ainda não sabemos qual o valor ideal da relação $\zeta = c_2/c_C$ devemos obter. Nos pontos A e B, a curva de reposta $X_1/\delta_{st}$ dever ser a mais plana possível, ou seja, ela deve passar nestes pontos com uma tangente horizontal. Para isso, substituímos a equação (52) na equação (44), para se obter uma equação aplicável no caso de sintonia ótima e em seguida derivamos a equação obtida em relação a $g$, a fim de se conseguir a inclinação da curva $X_1/\delta_{st}$. Como queremos que esta inclinação seja horizontalmente tangente nos pontos A e B igualamos a zero, obtendo assim os valores de $\zeta^2$ nos pontos A e B, expressos pelas equações (53) e (54).

$$\zeta^2 = \frac{\mu\left\{3 - \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}}\right\}}{8(1+\mu)^3} \quad no\ ponto\ A \tag{53}$$

$$\zeta^2 = \frac{\mu\left\{3 + \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}}\right\}}{8(1+\mu)^3} \quad no\ ponto\ B \tag{54}$$

Segundo Rao (2008) um valor ótimo usado em projeto para o valor de $c_2/c_c$ é a média entres estes valores.

$$\zeta^2_{ótimo} = \frac{3\mu}{8(1+\mu)^3} \tag{55}$$

Portanto,

$$\left(\frac{X_1}{\delta_{st}}\right)_{ótimo} = \sqrt{1+\frac{2}{\mu}} \tag{56}$$

### 2.8.3 **Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos múltiplos (ADVPMs)**

Absorvedores dinâmicos de vibrações passivos, como discutido anteriormente, são utilizados para controle de vibrações somente em uma pequena faixa de frequência da força excitadora. Caso os parâmetros da força externa mudem, o ADV passivo não seria mais eficiente, sendo necessário a utilização de um dispositivo capaz de adaptar-se as novas

condições, como os ADVs ativos e adaptativos. Contudo como os ADVs ativos necessitam de um sistema de controle e um atuador, este tipo de absorvedor é geralmente mais caro, fazendo com que sua utilização seja somente quando realmente necessário. ADVs adaptativos necessitam de dispositivos em que os parâmetros se modifiquem de forma ordenada e ágil, o que torna sua aplicação mais limitada (DÍAZ, Y. A. M., 2014). Portanto, a fim de se controlar vibrações em uma larga banda de frequências, Clark (1988) estudou a utilização de múltiplos ADVs passivos, a fim de se controlar a resposta do movimento induzido por vibrações de terremotos em prédios. Clark (1988) desenvolveu seu trabalho baseado no estudo de Den Hartog, estendendo para múltiplos graus de liberdade.

ADVPMs podem ser utilizados no caso em que cada ADVP individual é sintonizado em uma frequência natural diferente da estrutura primária, como também para a situação em que todos ADVPs estejam sintonizados na frequência natural da estrutura primária, para este último cenário Sun et al. (1999) em seu estudo com um grande número de osciladores líquidos fixados na estrutura primária demostrou que a característica dinâmica deste sistema é igual a de um único ADVP com a mesma massa. Igusa e Xu (1994) comprovaram que os ADVPMs podem ser mais eficientes do que um único ADVP na redução de vibrações de larga banda de frequências de entrada.

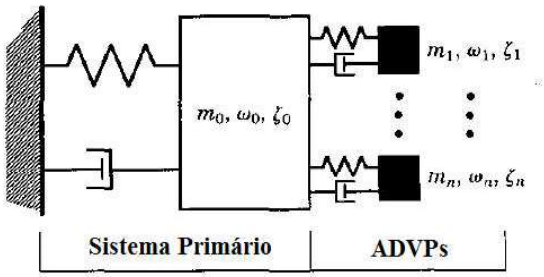
O conjunto da Figura 25, estudado por Igusa e Xu (1994), consiste de um sistema principal com massa $m_0$, frequência natural $\omega_0$ e fator de amortecimento $\zeta_0$, em que $n$ ADVPs são fixados na estrutura primária. Uma excitação de larga banda é aplicada na massa $m_0$. Os ADVPs com massas variando de $m_1$ a $m_n$ possuem frequências naturais que variam de $\omega_1$ até $\omega_n$, onde $\omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_n$.

Utilizando o método do acoplamento de impedâncias, no qual não é necessário conhecer o modelo completo da estrutura, mas somente o ponto de acoplamento, Igusa e Xu (1994) desenvolveram o equacionamento para a impedância de cada ADVP, que é definida como a amplitude da força requerida para produzir uma unidade da velocidade harmônica na base dos ADVPs, e pode ser expressa como:

$$Z_J(\omega) = -\frac{i\omega m_j\left(\omega_j^2 - 2i\omega\omega_j\zeta_j\right)}{\left(\omega_j^2 - \omega^2 - 2i\omega\omega_j\zeta_j\right)} \tag{57}$$

Na qual, i = $\sqrt{-1}$, $j = 0, 1, \ldots, n$ em que 0 corresponde ao sistema primário e 1 até $n$ correspondem aos ADVPs.

Figura 25 – Múltiplos ADVPs fixados em um sistema primário




Fonte: Adaptado de Igusa e Xu (1994)

Pela lei de newton a impedância total dos $n$ ADVPs pode ser obtida como se observa na equação (58).

$$Z(\omega) = \sum_{j=1}^{n} Z_j(\omega) = -i\omega \sum_{j=1}^{n} m_j \frac{\left(\omega_j^2 - 2i\omega\omega_j\zeta_j\right)}{\left(\omega_j^2 - \omega^2 - 2i\omega\omega_j\zeta_j\right)} \tag{58}$$

Definindo um parâmetro não dimensional de espaçamento das frequências dos ADVPs $\beta_j = (\omega_{j+1} - \omega_j)/\omega_j$ . Para que $\beta_n$ esteja bem determinado o valor de $\omega_{j+1}$ para quando $j = n$ é definido como $\omega_{n+1} = \omega_n^2/\omega_{n-1}$ . As funções $p(s)$ que representam a densidade de massa dos múltiplos ADVPs em relação ao parâmetro normalizado da frequência natural e $\zeta(s)$ podem ser definidas no intervalo $\omega_1 \leq s \leq \omega_n$:

$$p(\omega_j) = \frac{m_j}{\beta_j} \quad e \quad \zeta(\omega_j) = \zeta_j \tag{59}$$

Substituindo as funções (59) na equação (58) temos,

$$Z(\omega) = -i\omega \sum_{j=1}^{n} \frac{p(\omega_j)[\omega_j - 2i\omega\zeta(\omega_j)]\Delta\omega_j}{\left(\omega_j^2 - \omega^2 - 2i\omega\omega_j\zeta(\omega_j)\right)} \tag{60}$$

Onde, $\Delta\omega_j = \omega_{j+1} - \omega_j$ para $j = 1, \ldots, n$ . Pode ser mostrado utilizando-se da definição da integral de Riemann que a soma da equação (60) se aproxima de:

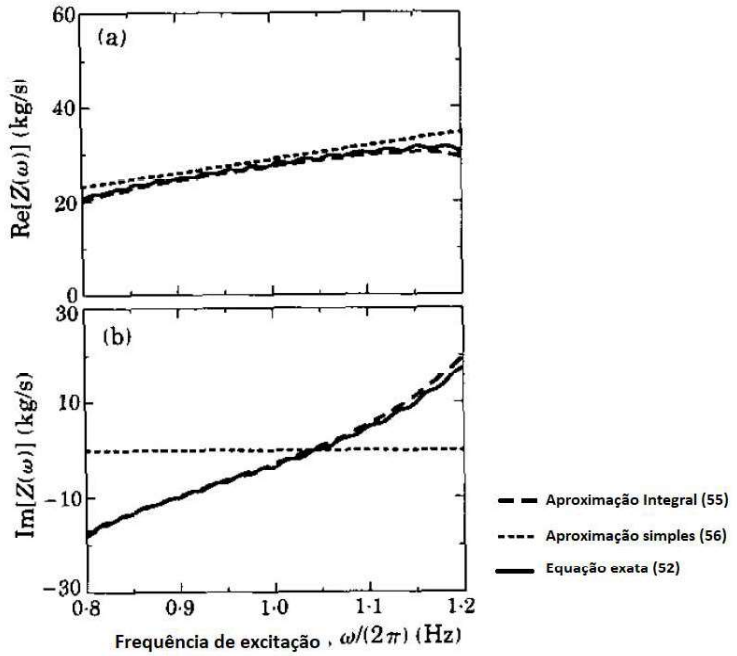
$$Z(\omega) = -i\omega \int_{\omega_1}^{\omega_n} \frac{\left(s - 2i\omega\zeta(s)\right)}{\left(s^2 - \omega^2 - 2i\omega s\zeta(s)\right)} p(s)s\, ds \tag{61}$$

A integral da equação (61) pode ser simplificada usando a técnica de Skudrzyk se as seguintes condições forem satisfeitas: pequeno amortecimento nos ADVPs, variação devagar de p(s) e por fim, $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_n$. A equação (62) é chamada de aproximação integral.

$$Z(\omega) \approx \left(\frac{\pi}{2}\right) \omega p(\omega) \tag{62}$$

Pode ser observado na Figura 26 os valores da impedância total para um exemplo com 20 ADVPs com frequências naturais variando de 0,75 Hz a 1,25 Hz, espaçamento da frequência $\beta_j = 0{,}0273$ e uma massa total de 10 kg. A equação integral aproximada está sempre próxima do valor da equação exata, por outro lado, para a equação aproximada simples somente a parte real é próxima do valor da equação (58), tendo um valor imaginário razoavelmente próximo no meio da faixa de frequências. Contudo a equação integral aproximada pode ser usada no *design* de ADVPMs, pois as frequências de resposta da estrutura principal se encontram em uma faixa estreita perto de sua frequência natural.

Figura 26 – Impedância de 20 ADVPs a) Parte real b) Parte imaginária




Fonte: adaptado de Igusa e Xu (1994)

Considere agora a equação (63), que representa o movimento do sistema da Figura 25, em que $X(t)$ é o deslocamento do sistema primário, $F(t)$ é a força externa e $F_{ADVP}(t)$ é a força de reação dos ADVPs:

$$m_0\ddot{X}(t) + c\dot{X}(t) + kX(t) = F(t) + F_{ADVPs}(t) \tag{63}$$

Como $\zeta_0 = c/2m_0\omega_0$ e $\omega_0 = \sqrt{k/m_0}$ temos,

$$m_0\ddot{X}(t) + 2m_0\omega_o\zeta_0\dot{X}(t) + m_0\omega_0^2X(t) = F(t) + F_{ADVPs}(t) \tag{64}$$

As forças externa e do ADVP podem ser expressas como,

$$F(t) = e^{-i\omega t} \tag{65}$$

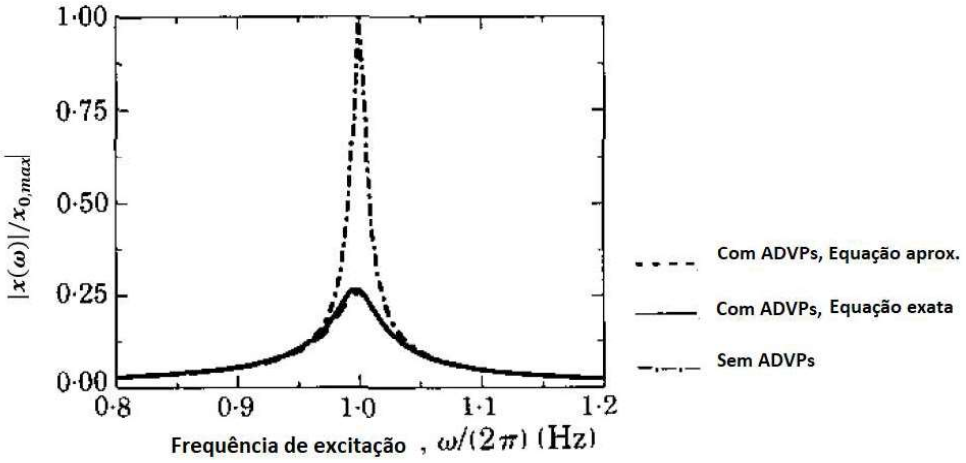
$$F_{ADVPs} = -i\omega x(\omega)Z(\omega)e^{-i\omega t} \tag{66}$$

Como a força externa é uma força harmônica, a resposta em regime permanente é da forma $X(t) = x(\omega)e^{-i\omega t}$ . Portanto, a amplitude $x(\omega)$ pode ser obtida substituindo as equações (65) e (66) na equação (64).

$$x(\omega) = [m_0(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega_0\zeta_0) - i\omega Z(\omega)]^{-1} \tag{67}$$

A razão entre a amplitude $x(\omega)$ e seu valor máximo $x_{0,max}$ foi plotado na Figura 27 para o mesmo caso do exemplo da Figura 26, com a massa do sistema primário $m_0 = 1000kg$, fator de amortecimento $\zeta_0 = 0{,}005$ e frequência natural $\omega_0/2\pi = 1Hz$. Pode ser observado que sem os ADVPs fixados no sistema primário, o valor da amplitude apresenta um pico grande para o caso em que $\omega = \omega_0$. Fixando-se os ADVPs, pode ser visto no gráfico as linhas tracejada e contínua que representam a amplitude levando-se em consideração a equação aproximada e exata, respectivamente. Com uma frequência de excitação igual a frequência natural do sistema primário, a impedância dos 20 ADVPs tem uma parte imaginária próxima de 0 e uma parte real igual a 21 $kg/s$. Portanto, é como se o fator de amortecimento da estrutura principal aumentasse em aproximadamente 0,015, de acordo com a equação (67).

Figura 27 – Resposta harmônica do sistema primário



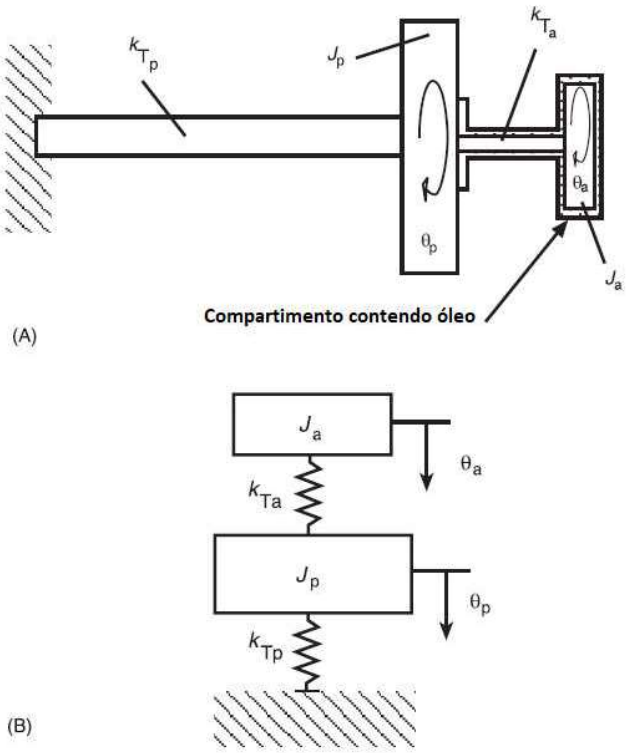

Fonte: adaptado de Igusa e Xu (1994)

### 2.8.4 **Absorvedores dinâmicos de vibrações torcionais (ADVT)**

Um grande número de estruturas rotativas é carregado com forças cíclicas que podem ocasionar vibrações torcionais. Utilizando-se ADVs torcionais, que geralmente são constituídos de uma massa auxiliar conectada elasticamente a estrutura principal, é possível fazer o controle desta vibração indesejada (HOSEK; ELMALI; OLGAC,1997). Até este momento, somente dispositivos de controle de vibrações translacionais foram mencionados, contudo a teoria explicitada anteriormente pode ser prontamente estendida para dispositivos de controle de vibrações torcionais. Pode ser observado na Figura 28(a) um sistema principal com inércia $J_p$ e rigidez $k_{Tp}$, em que, um ADV com inércia $J_a$, rigidez $k_{Ta}$ e amortecimento $c_{Ta}$ é utilizado para absorver as vibrações excessivas. O amortecimento viscoso do ADVT é obtido pelo compartimento de óleo indicado na figura (STEFFEN; RADE,2001).

Um sistema equivalente translacional de dois graus de liberdade é mostrado na Figura 28(b). Como as equações de movimento são iguais para os sistemas translacionais e rotacionais, os procedimentos para otimização dos ADVs, já demonstrados nas seções anteriores, podem ser aplicados pare este caso, levando-se em consideração a equivalência das propriedades e parâmetros para cada sistema, os quais podem ser vistos na Tabela 3 (STEFFEN; RADE,2001).

Figura 28 – a) Sistema torcional com ADVT conectado b) Sistema equivalente.




Fonte: adaptado de Steffen e Rade (2001).

Tabela 3 – Comparação entre as propriedades do sistema translacional e torcional

| | Sistema translacional | Sistema torcional |
|---|---|---|
| Inércia do sistema principal | $m_p$ (kg) | $J_p$ (kg $m^2$) |
| Rigidez do sistema principal | $k_p$ (N $m^{-1}$) | $k_{Tp}$ (N.m $rad^{-1}$) |
| Inércia do ADV | $m_a$ (kg) | $J_a$ (kg $m^2$) |
| Rigidez do ADV | $k_a$ (N $m^{-1}$) | $k_{Ta}$ (N.m $rad^{-1}$) |
| Amortecimento do ADV | $c_a$ (N.s $m^{-1}$) | $c_{Ta}$ (N.m.s $rad^{-1}$) |

Fonte: adaptado de Steffen e Rade (2001).

### 2.8.5 **Absorvedores dinâmicos de vibrações viscoelástico (ADVV)**

Um absorvedor dinâmico viscoelástico é aquele que apresenta um material viscoelástico fixado em uma massa, sendo o conjunto então fixado no sistema principal. Considere o sistema mostrado na Figura 29, Bavastri (1997) desenvolveu o equacionamento para a sintonização

ótima do ADV a partir dos estudos de Den Hartog (1901), obtendo-se assim a equação geral para qualquer elemento resiliente do absorvedor.

$$(2+\mu)g^4 - 2[1+(1+\mu)r_a(\omega)f^2]g^2 + 2r_a(\omega)f^2 = 0 \tag{68}$$

Pode ser observado que esta equação é idêntica a equação (47) para um absorvedor dinâmico de vibrações amortecido, contudo neste caso ainda foi levado em consideração o fator $r_a(\omega)$, que nada mais é do que a relação entre os módulos de armazenamento do absorvedor na frequência de excitação e na frequência natural do absorvedor, ou seja, $r_a(\omega) = E_a(\omega)/E_a(\omega_a)$.

Para o caso de um ADVV composto por material do tipo I temos:

- $r_a(\omega) = 1$
- $\eta_a(\omega) = \eta = cte$

Ou seja, da equação (68) obtemos:

$$(2+\mu)g^4 - 2[1+(1+\mu)f^2]g^2 + 2f^2 \tag{69}$$

Para o caso de um ADVV composto por material do tipo II temos:

- $r_a(\omega) = \omega/\omega_a = g/f$
- $\eta_a(\omega) = \eta = cte$

Ou seja, da equação (68) obtemos:

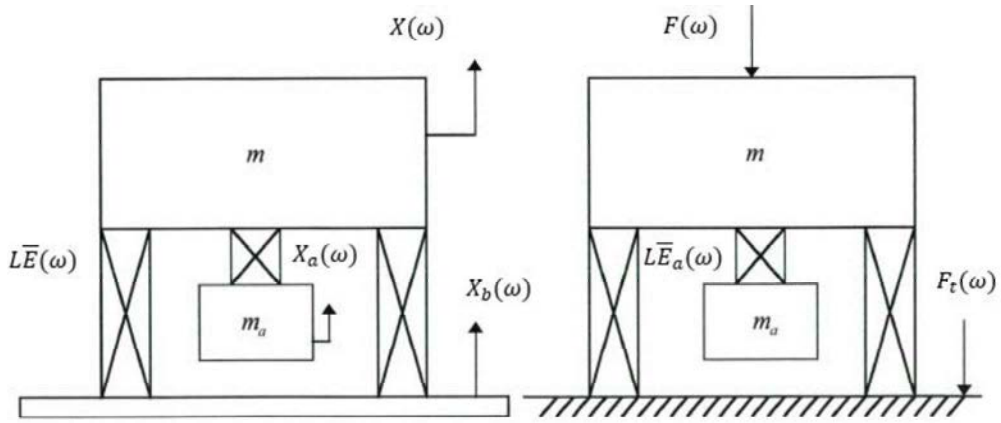
$$(2+\mu)g^4 - 2(1+\mu)fg^2 - 2g - 2f \tag{70}$$

Os parâmetros ótimos $f$ e $X/\delta st$ para o ADVV do tipo I podem ser obtidos das equações (52) e (56) do ADVP amortecido, respectivamente. Por outro lado, para o ADVP do tipo II, BAVASTRI (1997) demostrou que:

$$f = \frac{1}{1+\mu}\left[\frac{2(2+\mu)}{(4+\mu)(1+\mu)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{71}$$

$$\frac{X}{\delta st} = \sqrt{\frac{2+\mu}{[\mu(4+\mu)]^{\frac{1}{2}}}} \tag{72}$$

Figura 29 – Sistema simples com ADVV.




Fonte: adaptado de Bavastri (1997)

Para o caso em que o ADVV seja usado em um sistema com múltiplos graus de liberdade Espíndola e Silva (1992) desenvolveram uma metodologia chamada de parâmetros equivalente generalizados. Pode ser observado na Figura 30(a) a representação esquemática de um sistema primário com uma forma complexa e múltiplos graus de liberdade, em que vários ADVVs foram fixados, a fim de se reduzir a resposta das forças de entrada. A Figura 30 (b) apresenta o ADV isolado, note que a mola do absorvedor é feita de material viscoelástico e é dependente da temperatura e da frequência, já que o módulo elástico do material também é dependente destas grandezas (ESPÍNDOLA et al., 2009).

Na Figura 30(b), $X_b(\omega)$ e $F(\omega)$ são respectivamente, a transformada de Fourier do deslocamento da base e da força aplicada na base, considerada aqui não tendo massa. O elemento resiliente conectado a massa $m_a$ , que pode ser uma mola viscoelástica, possui uma rigidez complexa que pode ser expressa pela equação (73).

$$\overline{K}(T,\omega) = L\overline{E}(T,\omega) = LE(T,\omega)[1 + i\eta(T,\omega)] \tag{73}$$

Em que, $T$ representa a temperatura, $\omega$ é a variável frequência, L é uma constante da peça elastomérica, denominada fator de forma do elemento, $\overline{E}$ é o modulo de armazenamento complexo do material viscoelástico, E é a parte real do módulo de armazenamento e $\eta$ é o fator de perda. A partir deste ponto a notação da dependência da temperatura estará implícita nas equações. Bavastri (1997) desenvolveu o equacionamento do diagrama do corpo livre da estrutura da Figura 30(b) e deduziu a equação (74) para a rigidez dinâmica do absorvedor vista da base.

$$K_a(\omega) = \frac{\overline{K}(\omega) m_a \omega^2}{\omega^2 m_a - \overline{K}(\omega)} \tag{74}$$

Considerando que $K(\omega) = -\omega^2 M(\omega) = i\omega Z(\omega)$, onde $M(\omega)$ e $Z(\omega)$ são a massa e a impedância dinâmica, respectivamente, foi possível chegar nas equações (75) e (76).

$$Z_a(\omega) = -\frac{i\omega m_a L\overline{E}(\omega)}{m_a \omega^2 - L\overline{E}(\omega)} \tag{75}$$

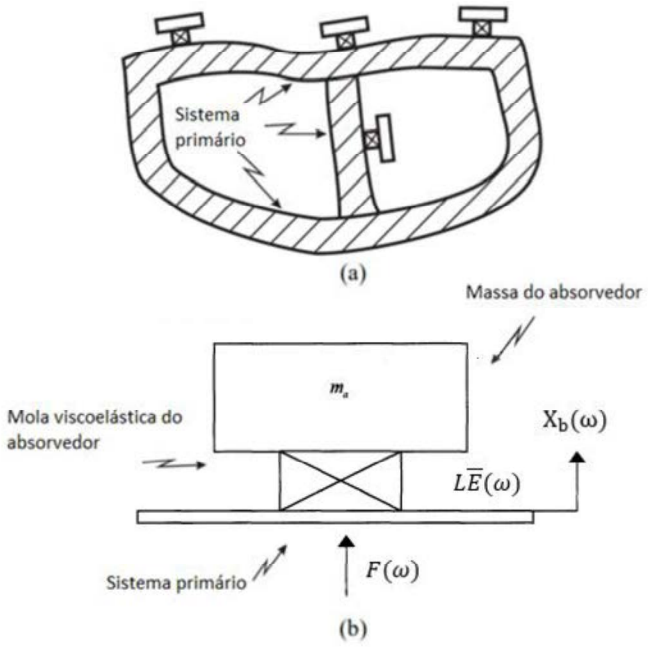
$$M_a(\omega) = -\frac{m_a L\overline{E}(\omega)}{m_a \omega^2 - L\overline{E}(\omega)} \tag{76}$$

Considerando $LE(\omega) = LE(\omega_a) r(\omega)$ e $\varepsilon_a = \omega/\omega_a$, as equações (75) e (76) ficam:

$$Z_a(\omega) = -i\omega m_a \frac{r(\omega)[1 + i\eta(\omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\omega)[1 + i\eta(\omega)]} \tag{77}$$

$$M_a(\omega) = -m_a \frac{r(\omega)[1 + i\eta(\omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\omega)[1 + i\eta(\omega)]} \tag{78}$$

Figura 30 – (a) Sistema primário com ADVs fixados (b) absorvedor dinâmico viscoelástico




Fonte: adaptado Espíndola et al. (2009)

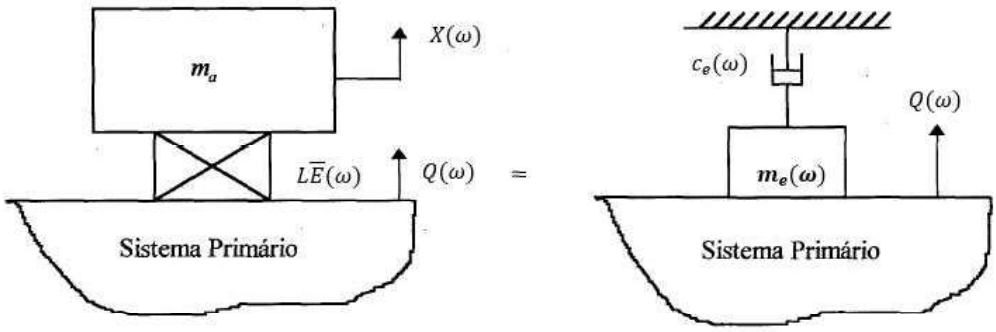
Os parâmetros equivalentes generalizados deste método são o amortecimento viscoso equivalente e a massa generalizada equivalente, eles podem ser definidos como a parte real da impedância dinâmica e parte real da massa dinâmica, respectivamente. Portanto, das equações (77) e (78) obtemos:

$$c_e(\omega) = m_a \omega_a \frac{r(\omega)\eta(\omega)\varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r(\omega)]^2 + [r(\omega)\eta(\omega)]^2} \tag{79}$$

$$m_e(\omega) = -m_a \frac{r(\omega)\{\varepsilon_a^2 - r(\omega)[1 + \eta^2(\omega)]\}}{[\varepsilon_a^2 - r(\omega)]^2 + [r(\omega)\eta(\omega)]^2} \tag{80}$$

Pode ser visto na Figura 31 o sistema equivalente, em que a massa do sistema primário irá ter a "sensação" de se ter uma massa equivalente fixada na coordenada $Q(\omega)$ e um amortecimento viscoso $c_e(\omega)$ ligado à terra. Para Bavastri (1997), a vantagem de se utilizar o método dos parâmetros generalizados, é a possibilidade de equacionamento do sistema utilizando-se as coordenadas da estrutura primária, apesar de apresentar múltiplos graus de liberdade com a adição do absorvedor.

Figura 31 – Sistema equivalente com o absorvedor sobre o sistema primário.




Fonte: adaptado de Bavastri (1997)

Considere um material viscoelástico do tipo II, na região de transição, o módulo de armazenamento $E$ pode ser considerado aproximadamente proporcional a frequência, e o fator de perda $\eta(\omega)$ pode ser considerado constante, com uma pequena margem de erro. Portanto, $r(\omega) = K(\omega)/K(\omega_a) = LE(\omega)/LE(\omega_a) = \text{cte.}\,\omega/\text{cte.}\,\omega_a = \varepsilon_a$ e $\eta(\omega) = \eta$. Logo, os valores para o amortecimento viscoso equivalente e massa generalizada para o caso de material do tipo II são apresentados nas equações (81) e (82), respectivamente.

$$c_e(\omega) = m_a \omega_a \frac{\eta \varepsilon_a^2}{[\varepsilon_a - 1]^2 + [\eta]^2} \tag{81}$$

$$m_e(\omega) = -m_a \frac{\varepsilon_a - [1 + \eta^2]}{[\varepsilon_a - 1]^2 + [\eta]^2} \tag{82}$$

## 2.9 ABSORVEDORES DINÂMICONS DE VIBRAÇÕES ADAPTATIVOS

Absorvedores dinâmicos de vibrações adaptativos (ADVAd) são geralmente utilizados quando houver a necessidade de controle de vibrações em condições de operações variadas, através da modificação de seus parâmetros característicos. No caso do ADVP, sua utilização é restringida, pois mudando qualquer condição de operação, ele pode se tornar mal sintonizado e perder sua efetividade, podendo até causar maiores vibrações no sistema primário. (SUN, J. Q.; JOLLY, M. R.; NORRIS, M. A., 1995).

Nos últimos anos tem-se estudado novas maneiras e materiais que possam ser utilizados a fim de se obter uma sintonização automática do ADV em uma banda de frequência mais ampla. Nos ADVAd, os parâmetros físicos podem ser variados automaticamente, ou com a ajuda de um operador. Para o caso que as alterações sejam feitas por um processo externo, se a taxas forem suficientemente baixas, em cada instante o sistema pode ser considerado como tendo parâmetros fixos passivos (MARQUES,2000). Nas próximas subsecções serão discutidos os principais tipos de ADVAd encontrados na literatura.

### 2.9.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações com materiais inteligentes

Materiais inteligentes têm sido muito utilizado ultimamente no controle de vibrações devido a possibilidade de modificação de suas características e propriedades físicas através de alterações em condições ambientais, tais como temperatura, campo elétrico e tensão. Marques (2000) em seu estudo sobres ADVs ativos e adaptativos analisou os principais materiais inteligentes utilizados, particularmente os materiais piezelétricos, os eletrostritivos e os fluidos eletro-reológicos. É possível encontrar outros tipos de materiais inteligentes, os quais podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros ambientais e tipos de materiais inteligentes

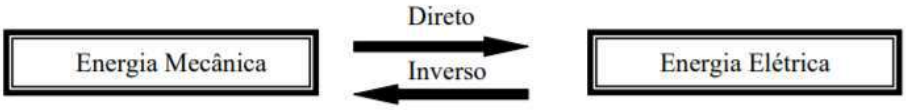
| Parâmetro de entrada | Tipo de atuador/dispositivo |
|---|---|
| Campo elétrico | Piezelétrico<br>Eletrostritivos<br>Eletrostáticos<br>Fluido eletro-reológico |
| Campo magnético | Magnetostritivos<br>Fluido magneto-reológico |
| Químicos | Mecânico-químico |
| Térmicos | Ligas com memória de forma<br>Polímeros com memória de forma |

Fonte: adaptado de Uchino (2003)

### 2.9.1.1 Materiais Piezelétricos

Os materiais piezelétricos foram descobertos em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacque Curie, que ao aplicarem uma força mecânica em uma estrutura cristalina, como o quartzo, comprovaram que uma carga elétrica proporcional a tensão aplicada era obtida (GAUDEZINI, 2009). Outra característica deste tipo de material, comprovada pelos irmãos Curie, é a capacidade de se deformar mecanicamente ao ser aplicado um campo elétrico (MARQUES, 2000). Uma representação esquemática pode ser observada na Figura 32.

Figura 32 – Representação dos efeitos piezelétricos.




Fonte: Eiras [200-?]

Segundo Gaudezini a piezeletricidade e efeito piezelétrico podem ser definidos como:

> Piezeletricidade é conhecida por ocorrer em materiais dielétricos, nos quais os átomos são positivamente ou negativamente carregados. Para apresentar o efeito piezelétrico, o cristal não pode ter um centro de simetria, ou seja, quando considerando uma unidade da célula do cristal, o centro das cargas positivas tem que ser diferente das cargas negativas (GAUDEZINI, 2009, p.5, tradução nossa).

Considerando as classes de cristais encontradas atualmente, somente 21 não possuem centro de simetria, sendo que apenas vinte podem ser piezelétricas. Também foi constatado,

que acima de uma certa temperatura, conhecida como temperatura de Curie, o material começa a perder suas propriedades piezelétricas, devido ao fato de ocorrer a transformação da fase piezelétrica para uma fase mais simétrica não piezelétrica (GAUDEZINI, 2009).

As equações que governam os efeitos piezelétricos direto e inverso foram expostas por Gaudezini (2009) e podem ser expressas pelas equações (83) e (84), respectivamente.

$$\underline{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}\,\underline{E} + \underline{\underline{d}}\,\underline{\sigma} \tag{83}$$

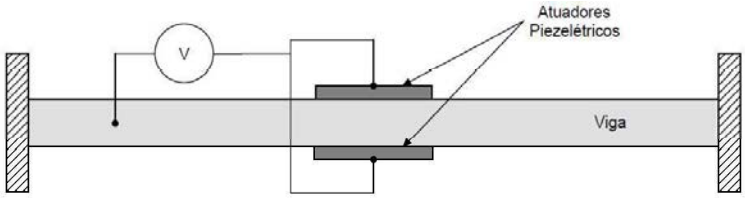
Na qual, $\underline{D}$ é o vetor deslocamento elétrico, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ é a matriz dielétrica (permissividade), $\underline{E}$ é o vetor campo elétrico, $\underline{\underline{d}}$ é a matriz de coeficiente piezelétricos e $\underline{\sigma}$ é o vetor tensorial.

$$\underline{\epsilon} = \underline{\underline{F}}\,\underline{\sigma} + \underline{\underline{d}}^{T} E \tag{84}$$

Na qual, $\underline{\epsilon}$ é o vetor deformações e $\underline{\underline{F}}$ é a matriz de coeficientes elásticos.

Considere o ADV da figura 33, em que dois atuadores piezelétricos são fixados em uma viga bi-engastada. Ao se aplicar uma tensão V nos materiais piezelétricos ocorrerá uma deformação, descrita pelas equações (83) e (84). Como a viga está engastada, ou seja, não há a possibilidade de deslocamento, a deformação do material piezelétrico irá causar uma tensionamento interno da viga metálica. Levando assim, a uma modificação nas frequências naturais do movimento de flexão da viga. Portanto, esta característica pode ser utilizada para um controle mais dinâmico da vibração, podendo ser aumentada a frequência natural, aumentando-se a compressão interna da viga e diminuída a frequência natural, aumentando-se sua tração interna (MARQUES, 2000).

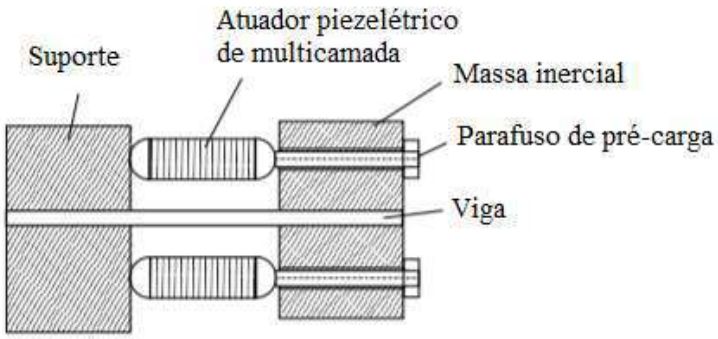
Figura 33 – ADV piezelétrico




Fonte: Marques (2000)

Considere a representação esquemática do ADV piezelétrico da Figura 34 proposto por Herold e Mayer (2016), pode ser observado que dois atuadores piezelétricos são montados em paralelo com a viga, quando houver uma elongação dos atuadores, será aplicado uma tensão normal na viga, causando assim uma alteração da frequência natural do ADV.

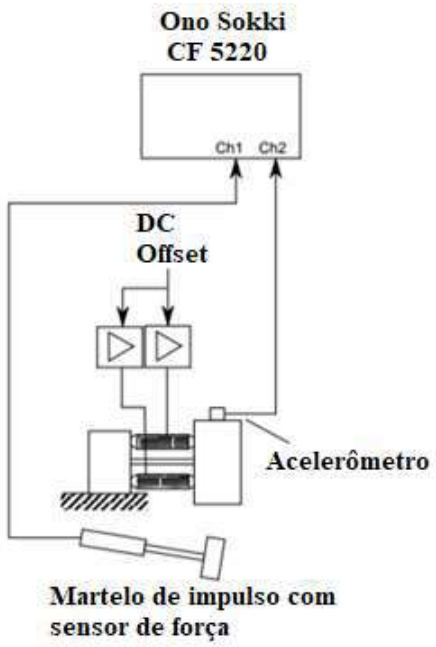
Figura 34 – Configuração de ADV piezelétrico




Fonte: adaptado de Herold e Mayer (2016)

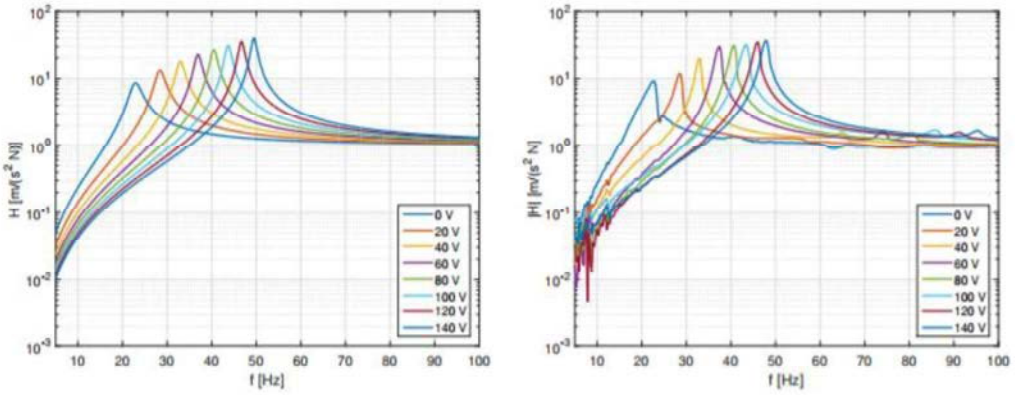
Afim de demonstrarem este comportamento do ADV piezelétrico, Herold e Mayer (2016) desenvolveram um experimento para determinar a capacidade de sintonização do sistema. A Figura 35 apresenta a configuração do sistema utilizado para analisar o comportamento do ADV, pode ser observado que o ADV piezelétrico é montado em uma placa rígida. Um analisador dinâmico de sinais é utilizado para se obter a frequência de resposta do sistema. A frequência de excitação externa foi obtida através da utilização de um martelo de impulso e a aceleração na massa foi medida com o auxílio de um acelerômetro. Tensões DC foram aplicadas nos atuadores piezelétricos, variando de 0 a 140 V. As funções de resposta em frequência, que nada mais são do que uma medida quantitativa da saída de um sistema em resposta a um estímulo, podem ser verificadas na Figura 36, onde o gráfico da esquerda é um modelo analítico da resposta do sistema e o gráfico da direita é o resultado experimental obtido por Herold e Mayer (2016). Observa-se que com o aumento da tensão aplicada, há um aumento da frequência natural do ADV.

Figura 35 - Configuração do sistema de teste para análise do ADV adaptativo




Fonte: adaptado de Herold e Mayer (2016)

Figura 36 – Função resposta em frequência do ADV piezelétrico




Fonte: Herold e Mayer (2016)

### 2.9.1.2 Materiais eletrostritivos

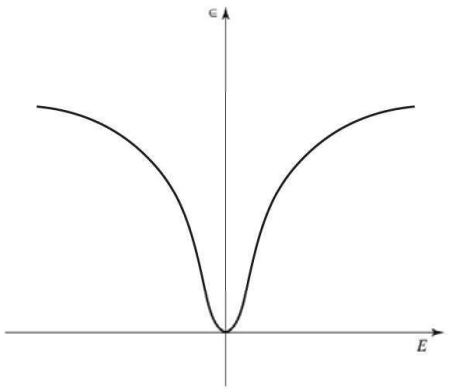
Como dito anteriormente, materiais piezelétricos precisam ser polarizados para apresentar o comportamento característico de gerar uma deformação após aplicação de um campo elétrico. Portanto, para materiais que perdem a polarização, como quando utilizados acima da temperatura de Curie Tc, há o aparecimento de uma outra correlação entra a deformação do material dielétrico e o campo elétrico aplicado, conhecida como eletrostrição (GAUDEZINI,

2009). Entre os materiais eletrostritivos mais utilizados estão o PMN (niobato de magnésio-chumbo) e o PMN-PT (niobato de magnésio-chumbo com 10% de titanato de chumbo) (MARQUES, 2000). A equação (85) caracteriza a relação entre o campo elétrico e a deformação para um material eletrostritivos.

$$\epsilon = mE^2 \tag{85}$$

Na qual $m$ é uma constante eletrostritiva. Esta relação pode ser observada na Figura 37, onde também pode ser verificado que para valores elevados do campo elétrico $E$, há uma saturação da deformação. Por outro lado, para campos elétricos mais baixos, o comportamento desta curva é quadrático. Este comportamento não linear faz com que a utilização destes materiais seja mais limitada, contudo sua aplicação na construção de ADVs adaptativos pode ser do mesmo modo como para o exemplo de construção do ADV piezelétrico. Para valores de tensões negativos, pode ser constatado na Figura 37, que ao contrário de materiais piezelétricos, em que, dependendo da tensão aplicada a deformação pode ser negativa (contração), os materiais eletrostritivos não apresentam o mesmo comportamento. (MARQUES, 2000).

Figura 37 – Diagrama deformação x campo elétrico de um material eletrostritivos




Fonte: Gaudezini (2009)

### 2.9.1.3 Materiais fluidos eletro/magneto-reológicos

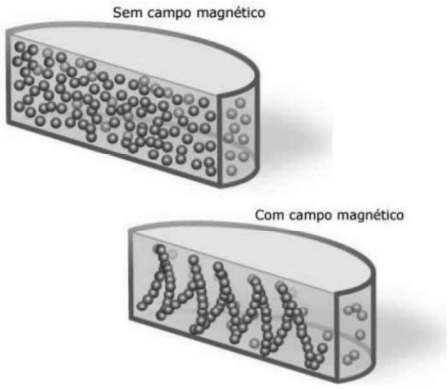
Fluidos eletro/magneto-reológicos são constituídos de partículas sólidas dispersas em uma substancia líquida, geralmente óleo (SAVI; OLIVEIRA, 2013). Quando aplicado uma mudança em um campo elétrico ou magnético as partículas sofrem uma espécie de polarização, causando uma mudança no comportamento reológico mecânico, ou seja, causando uma

alteração no escoamento (MARQUES, 2000). Apesar de os fluidos eletro-reológicos e magneto-reológicos serem tratados aqui como um mesmo fluido devido as suas características semelhantes, é importante lembrar que eles são acionados por campos elétricos e magnéticos, respectivamente.

Na Figura 38 é apresentado uma representação esquemática de um fluido magneto-reológico antes e depois da aplicação de um campo magnético. Pode ser observado que as partículas, que se encontravam em um estado aleatório dentro do fluido, após aplicação do campo apresentam uma estrutura ordenada, alterando assim sua viscosidade aparente (MARQUES, 2000).

O uso destes materiais em ADVs adaptativos é encontrado no *design* de sistemas com amortecimento variável, através da modificação dos campos elétricos e magnéticos.

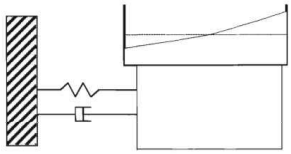
Figura 38 – Fluido magneto-reológicos antes e depois da aplicação do campo magnético




Fonte: Savi e Oliveira (2013).

A Figura 39 apresenta um tipo de ADV eletro-reológico, no qual a dissipação de energia irá aumentar conforme a velocidade do fluido. Neste caso, o fluido eletro-reológico é utilizado para que haja uma variação aparente da viscosidade e consequentemente uma variação da dissipação de energia (TRUONG, 2000).

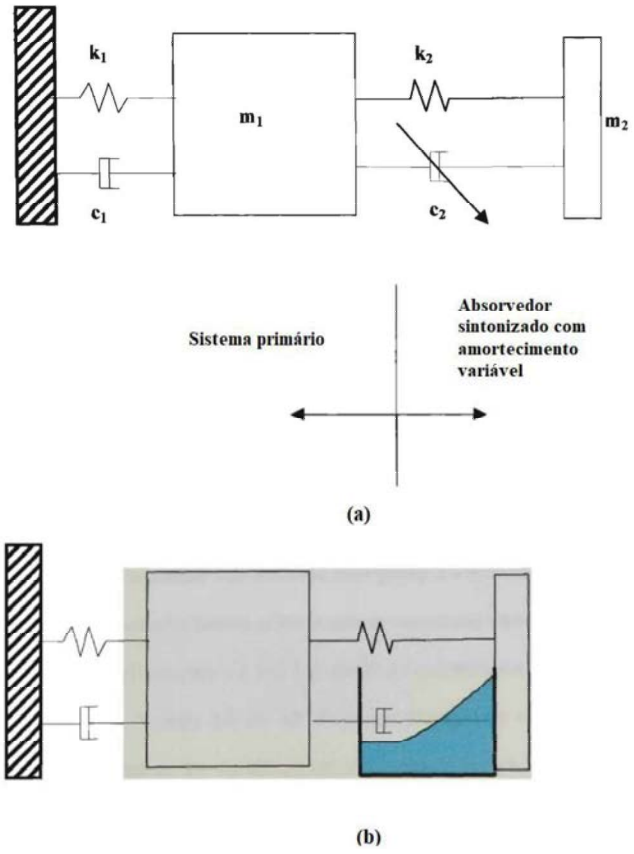
Figura 39 - ADV eletro-reológico fixado na estrutura primária



Fonte: Truong (2000)

Como o fluido eletro-reológico tem a capacidade de alterar sua viscosidade aparente mediante a aplicação de uma carga elétrica, sua utilização para modificação do amortecimento no ADV pode ser feita através da aplicação ou não de uma voltagem. Quando não há uma voltagem aplicada, o fluido é livre para dissipar energia. Por outro lado, quando uma certa voltagem é aplicada há uma modificação de fase do líquido, não sendo mais capaz de dissipar energia. A configuração sugerida é mostrada na Figura 40 (TRUONG, 2000).

Figura 40 - a) ADV com amortecimento variável b) ADV com fluido eletro-reológico




Fonte: adaptado de Truong (2000)

### 2.9.1.4 Materiais magnetostrictivos

Materiais magnetostrictivos possuem um comportamento semelhante aos materiais piezelétricos, a diferença reside no tipo de carga aplicada que irá causar a deformação mecânica. Quando materiais ferromagnéticos estiverem sob aplicação de campos magnéticos, ocorre uma deformação mecânica, este efeito é conhecido como efeito Joule ou efeito magnetostrictivo. O

mecanismo inverso, ou seja, a produção de um campo magnético quando um campo mecânico é aplicado, também é possível, sendo conhecido como efeito Villari (GAUDEZINI, 2009).

May et al. (2003) realizaram um estudo sobre a diminuição de vibrações e ruídos em aeronaves turbopropulsoras, utilizando ADVAd magnetostrictivos, sintonizados através da resposta das forças geradas nos materiais magnetostrictivos.

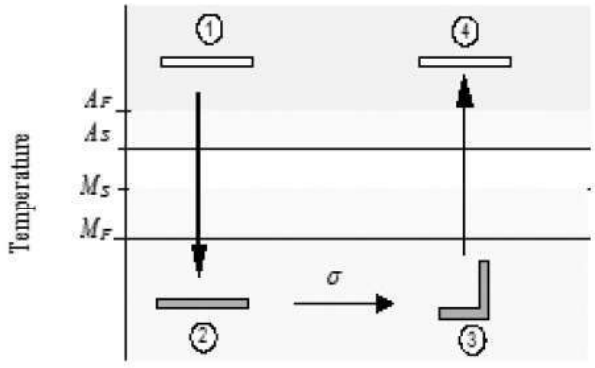
### 2.9.1.5 Ligas com memória de forma

Ligas de memória de forma (LMF) vem sendo largamente estudadas nas últimas décadas, devido ao seu comportamento termomecânico, ou seja, a capacidade de voltar a forma original após a aplicação de cargas mecânicas e térmicas (SAVI; OLIVEIRA, 2013).

Segundo Savi e Oliveira (2013) o efeito de memória de forma nas LMF ocorre devido a transformação de fases após a aplicação das cargas termomecânicas. As fases presentes neste material são, martensita estável em baixa temperatura e austenita estável em alta temperatura.

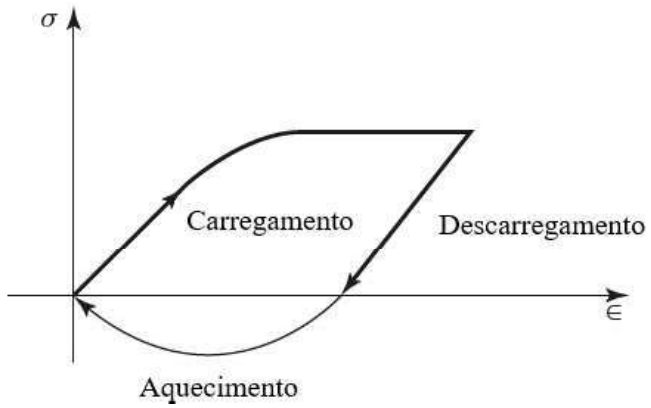
O efeito característico de memória de forma está representado nas Figuras 41 e 42. Considere uma LMF a baixa temperatura possuindo uma fase martensítica, representado pela imagem 2 na Figura 41. Após a aplicação de uma tensão acima do nível plástico, a carga é retirada, fazendo com que o material apresente uma deformação residual, a qual pode ser recuperada mediante a um aumento de temperatura, obtendo-se assim o material com sua forma original. Deformações de até 10% podem ser recuperadas devido a este efeito (Gaudezini, 2009). Pode ser observado na Figura 42 o diagrama de tensão deformação para a transformação comentada.

Figura 41 – Efeito memória de forma




Fonte: Savi e Oliveira (2013).

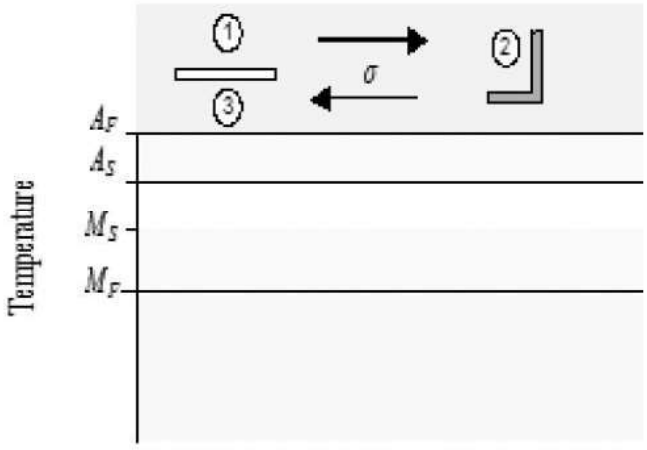
Figura 42 – Diagrama tensão deformação do efeito de memória de forma




Fonte: Gaudezini (2009)

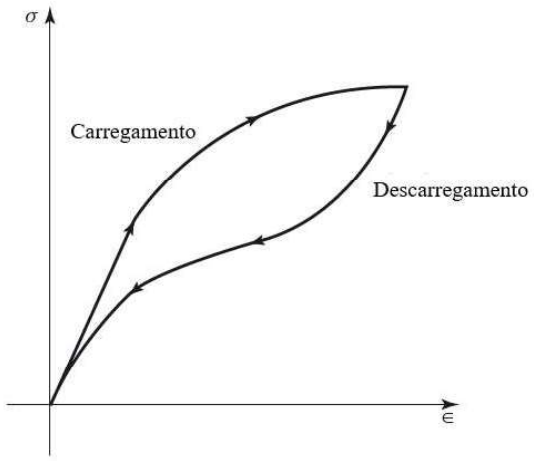
Um segundo efeito, conhecido como efeito pseudoelástico, também pode ser obtido para esse tipo de material. Considere a Figura 43, na qual, uma LMF a uma elevada temperatura possui uma fase austenítica. Após aplicação de uma carga, a deformação obtida é recuperada no descarregamento. Este efeito recebe este nome devido a esta característica ser típica no comportamento elástico. O diagrama de tensão versus deformação para este efeito pode ser verificado na Figura 44. (SAVI; OLIVEIRA, 2013).

Figura 43 – Efeito pseudoelástico.




Fonte: Savi e Oliveira (2013).

Figura 44 – Diagrama tensão deformação do efeito pseudoelástico.




Fonte: Gaudezini (2009)

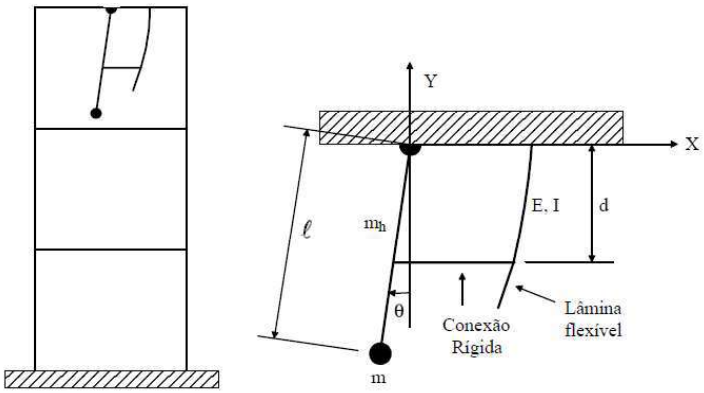
Além das características dos dois efeitos mencionados, que são utilizadas para o *design* de ADVs adaptativos, o módulo de elasticidade das LMF pode se modificar consideravelmente nas transformações de fase, o que leva a uma alteração da rigidez do material e, portanto, sua frequência natural (Williams; Chiu; Bernhard, 2005). Dias e Cunha (2008) desenvolveram um ADVAd com molas de LMF. Com a variação da temperatura, a frequência natural do sistema secundário (ADV) se modificava, sintonizando-se assim com a frequência natural do sistema primário.

### 2.9.2 **Absorvedor dinâmico de vibrações pendular**

ADVs pendulares tem encontrado grande utilização em prédio altos, pontes e torres esbeltas, entre outras aplicações na área civil. A sua aplicabilidade nesta área é devido ao fato de serem de mais fácil construção e aguentarem trabalhos mais pesados (WU, 2009).

Considere o ADV pendular estudado por (Marques, 2000) representado na Figura 45. Para que ele seja um ADV adaptativo, é necessário que algumas de suas propriedades possam variar. Neste caso os parâmetros ajustáveis são: comprimento da haste ($l$) e a posição da conexão rígida (d).

Figura 45 – a) ADV pendular conectado na estrutura primária b) ADV pendular detalhado




Fonte: Marques (2000)

As equações de energia cinética (EC) e energia potencial (EP) para o sistema pendular da Figura 39 podem ser obtidas e descritas nas equações (87) e (89), respectivamente.

$$EC = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \tag{86}$$

$$EC = \frac{1}{2}m\left(l\dot{\theta}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_h l^2}{3}\right)\dot{\theta}^2 \tag{87}$$

$$EP = mgl(1-\cos(\theta)) + \frac{m_h l}{2}(1-\cos(\theta)) + \frac{1}{2}k_{lf}(\theta d)^2 \tag{88}$$

$$EP = \left(m + \frac{m_h}{2}\right)gl(1-\cos(\theta)) + \frac{1}{2}\frac{(3EI)}{d}\theta^2 \tag{89}$$

Onde, $k_{lf} = 3EI/d^3$ é a rigidez da lâmina flexível.

Como a equação de Lagrange para sistemas livres e conservativos é $\frac{d}{dt}\frac{\partial EC}{\partial \dot{qi}} + \frac{\partial EP}{\partial qi} = 0$, temos para coordenada $\theta$:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial EC}{\partial \dot{\theta}} + \frac{\partial EP}{\partial \theta} = 0 \tag{90}$$

Resolvendo a equação (90) com EC e EP expressos nas equações (87) e (89), e considerando que $sen\theta = \theta$ para pequenos ângulos, podemos obter a equação do movimento do pêndulo da Figura 39, equação (93) .

$$\frac{d}{dt}\left[ml^2\dot{\theta} + \frac{m_h l^2}{3}\dot{\theta}\right] + \left(m + \frac{m_h}{2}\right) gl(sen\theta) + \frac{3EI}{d}\theta = 0 \tag{91}$$

$$ml^2\ddot{\theta} + \frac{m_h l^2}{3}\ddot{\theta} + \left(m + \frac{m_h}{2}\right) gl(\theta) + \frac{3EI}{d}\theta = 0 \tag{92}$$

$$\left[m + \frac{m_h}{3}\right] l^2\ddot{\theta} + \left[\left(m + \frac{m_h}{2}\right) gl + \frac{3EI}{d}\right]\theta = 0 \tag{93}$$

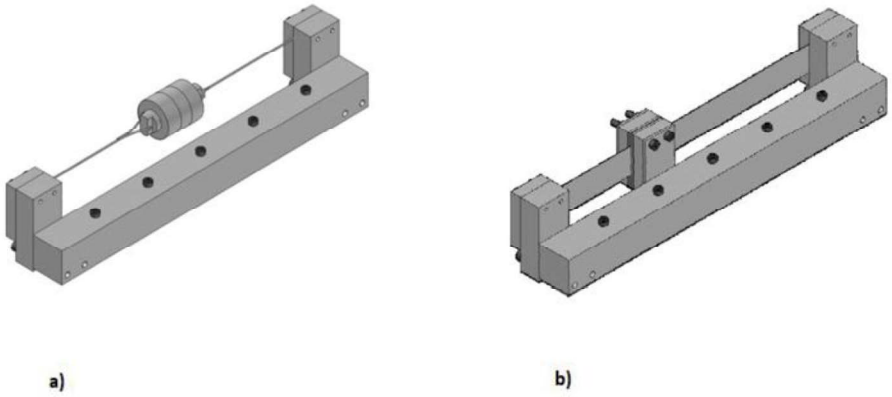
Portanto, a partir da equação (93) é possível obter a equação da frequência natural desse sistema pendular. A equação (94) confirma a dependência da frequência natural em relação aos parâmetros ajustáveis $l$ e $d$. Para se ter um comprimento da haste variável, Marques (2000) sugere uma haste telescópica, acionada por um parafuso sem fim governado por um motor de passo e, um motor independente para obter um valor variável da posição da conexão rígida (d).

$$\omega = \sqrt{\frac{\left[\left(m + \frac{m_h}{2}\right) gl + \frac{3EI}{d}\right]}{\left[m + \frac{m_h}{3}\right] l^2}} \tag{94}$$

### 2.9.3 **Absorvedores dinâmicos de vibrações tipo corda vibrante/lâmina vibrante**

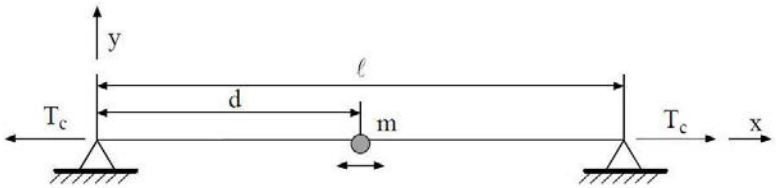
Outros dois tipos de ADVs adaptativos desenvolvidos para neutralizarem uma maior gama de frequências são os ADVs de corda vibrante e lâmina vibrante. Pode ser observado na Figura 46 um exemplo da construção de cada um destes tipos. O ADV tipo corda vibrante é formado por um cabo de aço e uma massa concentrada, além de dois fixadores (KOTINDA, 2005). Os parâmetros ajustáveis para este ADV são a posição $(d)$, a tração $(T_c)$ e a massa$(m)$, os quais podem ser observados na Figura 47 (MARQUES, 2000). Por outro lado, o ADV tipo corda vibrante é formado por uma lâmina de aço e por uma massa concentrada. Os parâmetros ajustáveis para este tipo de ADV segundo Kotinda (2005) são a posição $(d)$, alterada através da movimentação da massa na lâmina, a tração $T_l$ na lâmina e a massa, alterada de acordo com o número de massas padrão.

Figura 46 – a) ADV tipo corda vibrante b) ADV tipo lâmina vibrante.




Fonte: adaptado de Kotinda (2005)

Figura 47 – Especificações do ADV tipo corda vibrante/lâmina vibrante

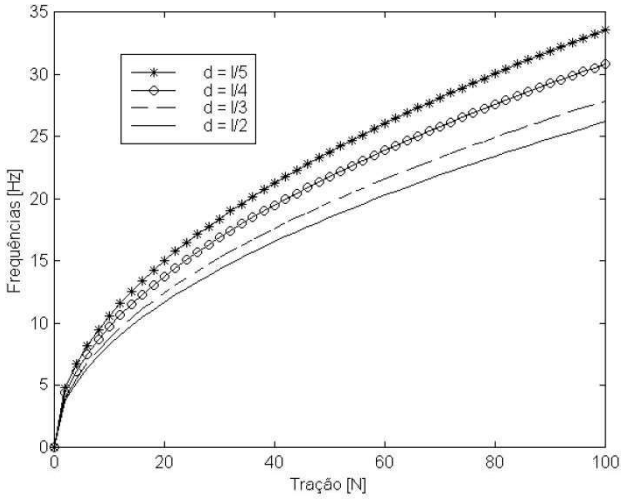



Fonte: Marques (2000)

Para o cálculo das frequências naturais do ADV tipo corda vibrante, Marques (2000) utilizando a técnica de Rayleigh-Ritz, obteve a equação do movimento em função dos parâmetros $d$ e $T_c$. Utilizando-se do software Matlab, Marques (2000) chegou nos valores das frequências naturais para determinado número de modos a serem discretizados. Na Figura 48, as frequências para 4 valores do comprimento $d$ e valores de tensão variando entre 0 e 100 N foram obtidos, com $l = 0{,}30\ m, \rho = 0{,}0245\ kg/m\ , m = 0{,}05\ kg$ e modos na discretização $n = 5$.

Para o cálculo das frequências naturais do ADV tipo lâmina vibrante, Fernandes, Castilho Filho e Pechoto de melo (2008) utilizando-se do método de elementos finitos e o modelo das massas concentradas com o auxílio do software Matlab, e considerando a lâmina como um elemento de viga, chegaram nas matrizes de rigidez, massa e dinâmica, das quais se obtém as frequências naturais do ADV, para determinados valores de $d$ e $T_l$.

Figura 48 – Variação da primeira frequência natural do ADV tipo corda vibrante



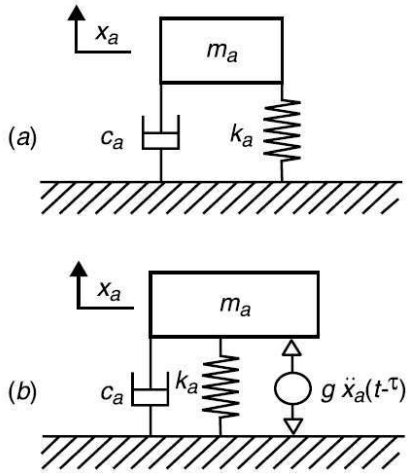

Fonte: Marques (2000)

## 2.10 ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS

A principal diferença entre os ADVs ativos e os passivos é uma maior eficiência, devido ao fato de não ter as restrições que o ADV passivo apresenta. Contudo, a utilização de ADVAs será feita somente quando realmente necessária, devido ao seu alto custo. Ao contrário dos ADVs adaptativos, o controle de vibração de uma maior gama de frequências de excitação se faz sem a mudança dos parâmetros passivos, como rigidez e amortecimento, utilizando-se de atuadores para neutralização da vibração da massa primaria (MARQUES R. F. A.; RADE D. A.; CUNHA S. S., 2001).

O ADVA é constituído de uma massa e um atuador que são conectados na estrutura principal, podendo conter uma mola e amortecimento paralelo ao atuador. O sistema ainda apresenta um sensor e um controlador, que irão registrar as vibrações da estrutura, gerando um sinal processado que será enviado ao atuador. Ao contrário do ADV passivo, nos ADVAs a relação entre as massas do sistema principal e do absorvedor não tem uma correspondência com sua eficiência. No ADVA, o que irá ser decisivo para o seu bom funcionamento é a força do atuador. Uma representação esquemática comparando os dois tipos de ADVs pode ser vista na Figura 49 (OLGAC; HOSEK, 2002).

Figura 49 – Comparação entre a) ADV passivo b) ADVA




Fonte: Olgac e Hosek (2002)

Os principais tipos de ADVAs que serão apresentados nas seções seguintes são:

1. ADVA com a força de controle expressa como uma combinação linear do deslocamento relativo, da velocidade e aceleração, desenvolvido por Marques, Rade e Cunha (2001).
2. Ressonador defasado com realimentação em aceleração introduzido por Olgac e Hosek (2002)
3. Ressonador defasado centrífugo - ADV torsional desenvolvido por Olgac e Hosek (2002)

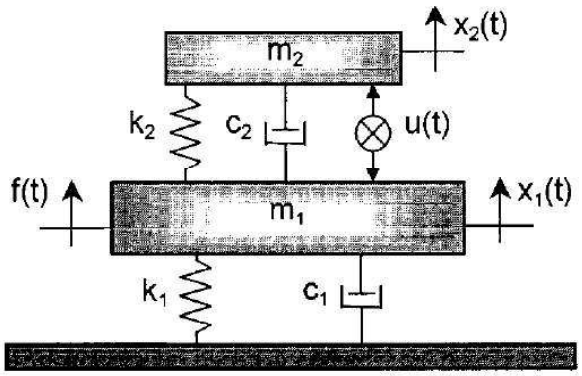
### 2.10.1 **Absorvedores dinâmicos de vibrações com realimentação em deslocamento, velocidade e aceleração**

Considere o sistema da Figura 50, $m_1, c_1\ e\ k_1$ fazem parte da estrutura primária, onde uma força $f(t)$ é aplicada. Por outro lado, $m_2, c_2\ e\ k_2$ fazem parte do ADVA. O atuador, representado na figura por $u(t)$, aplica uma força para controlar a massa do absorvedor que pode ser expressa por:

$$u(t) = -\left[\alpha\left(\ddot{X}_2 - \ddot{X}_1\right) + \beta\left(\dot{X}_2 - \dot{X}_1\right) + \gamma(X_2 - X_1)\right] \tag{95}$$

Na qual, $\alpha, \beta\ e\ \gamma$ são os ganhos de realimentação da aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

Figura 50 – ADVA montado em uma estrutura primária.




Fonte: Marques, Rade e Cunha (2001).

As equações de movimento do sistema apresentado na Figura 50 podem ser escritas na forma matricial como:

$$[m]\ddot{\vec{x}}(t) + [c]\ddot{\vec{x}}(t) + [k]\vec{x}(t) = f(t) \tag{96}$$

Na qual, $[m], [c]\, e [k]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e podem ser expressas por:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 + \alpha & -\alpha \\ -\alpha & m_2 + \alpha \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + \beta & -(c_2 + \beta) \\ -(c_2 + \beta) & (c_2 + \beta) \end{bmatrix}$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + \gamma & -(k_2 + \gamma) \\ -(k_2 + \gamma) & (k_2 + \gamma) \end{bmatrix}$$

e $x(t)\ e\ f(t)$ , que são os vetores deslocamento e força, respectivamente, são dados por:

$$x(t) = \begin{Bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{Bmatrix} \quad f(t) = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pode ser observado nas matrizes de amortecimento e rigidez que os parâmetros $\beta\ e\ \gamma$, respectivamente, funcionam como elementos de variação do amortecimento e da rigidez dos componentes passivos.

Após a transformação das equações de movimento para o domínio de Laplace, o polinômio característico pode ser obtido, e é expresso pela equação (97).

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0 \tag{97}$$

Onde,

$$\begin{cases} a_0 = m_2\alpha + m_1(m_2 + \alpha) \\ a_1 = (m_1 + m_2)(c_2 + \beta) + c_1(m_2 + \alpha) \\ a_2 = k_1(m_2 + \alpha) + c_1(c_2 + \beta) + (k_2 + \gamma)(m_1 + m_2) \\ a_3 = c_1(k_2 + \gamma) + k_1(c_2 + \beta) \\ a_4 = k_1(k_2 + \gamma) \end{cases} \tag{98}$$

A partir do polinômio (98) é possível determinar os valores de $\alpha, \beta \; e \; \gamma$ para que o sistema da Figura 50 seja estável. A primeira condição necessária, mas não suficiente, para estabilidade, é a de que todos os coeficientes da equação (97) sejam positivos. A segunda condição é obtida pelo critério de estabilidade de Routh, que diz que se todos os coeficientes da primeira coluna da tabela de Routh são positivos, o sistema será estável. As inequações (99) e (100) são obtidas deste critério.

$$C_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_0} > 0 \tag{99}$$

$$D_1 = \frac{C_1 a_3 - a_1 a_4}{C_1} > 0 \tag{100}$$

Portanto, destas duas condições e com posse da equação (97) é possível obter os ganhos de realimentação do sistema.

$$\alpha > -\frac{m_1 m_2}{(m1 + m2)} \tag{101}$$

$$\beta > -c_2 \tag{102}$$

$$\gamma > -k_2 \tag{103}$$

A partir das equações de movimento (96) e considerando a excitação harmônica $f(t) = F_0 e^{i\omega t}$ , a expressão para a função de resposta em frequência do sistema primário é obtida pela equação (104).

$$\frac{X_1}{F_0} = \frac{-(m_2 + \alpha)\omega^2 + i\omega(c_2 + \beta) + (k_2 + \gamma)}{a_0\omega^4 - a_1\omega^3 - a_2\omega^2 + a_3\omega + a_4 = 0} \tag{104}$$

Considerando que o ADV seja não amortecido ($c_2 = 0$) e que o ganho de realimentação da velocidade seja nulo ($\beta = 0$), a frequência de anti-ressonância do ADV é expressa por:

$$\omega_a = \omega_2 = \omega = \sqrt{\frac{k_2 + \gamma}{m_2 + \alpha}} \tag{105}$$

Portanto, pode ser observado na equação (105) que para qualquer valor da rigidez e da massa do absorvedor, é possível obter uma frequência que neutralize a vibração da estrutura primária, escolhendo-se valores dos ganhos $\gamma$ e $\alpha$ que satisfaçam a equação (105) e as equações da condição de estabilidade (101), (102) e (103).

Considere agora o caso em que o ADVA seja amortecido e tenha realimentação em velocidade e deslocamento, ou seja, $c_2, \gamma, \beta \neq 0$ e $\alpha = 0$. Portanto, a equação (104) pode ser expressa como:

$$\left(\frac{X_1}{F_0 k_1}\right)^2 = \frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \tag{106}$$

Na qual, $\zeta = \frac{c_2 + \beta}{2 m_2 \omega_n}$ e $f = \frac{\omega_a}{\omega_n} = \frac{1}{\omega_n}\sqrt{\frac{k_2 + \gamma}{m_2}}$

Pode ser observado a semelhança da equação (106) com a equação (44) do ADV passivo amortecido. Portanto, usando a mesma metodologia desenvolvida por Den Hartog (1956), é possível obter os parâmetros ótimos. Lembrando da seção 3.2:

$$f_{ótimo} = \frac{1}{1 + \mu} \tag{107}$$

$$\zeta_{ótimo} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \tag{108}$$

Logo, para se ter um ADV sintonizado, primeiramente calcula-se $f_{ótimo}$ e $\zeta_{ótimo}$ e em seguida obtém-se os valores de $\beta_{ótimo}$ e $\gamma_{ótimo}$.

$$\beta_{ótimo} = 2\sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}}\,\omega_n m_2 - c_2 \tag{109}$$

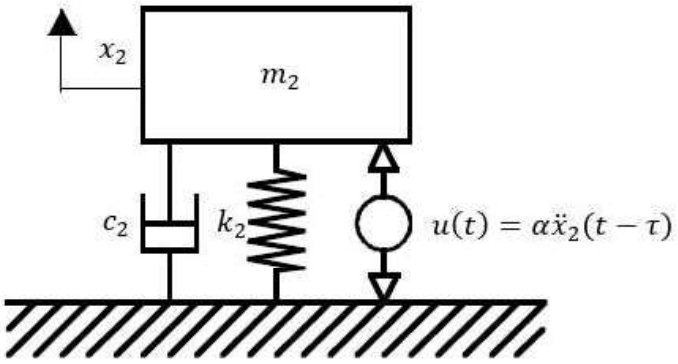
$$\gamma_{ótimo} = \left(\frac{\omega_n}{1 + \mu}\right)^2 m_2 - k_2 \tag{110}$$

### 2.10.2 **Ressonador defasado com realimentação em aceleração**

Ressonador defasados são configurados para que um ADV de um grau de liberdade com massa, amortecimento e mola aja como um ADV passivo sem amortecimento, mas que possua uma frequência natural sintonizável, através da utilização de uma força de controle exercida por um atuador. O que torna este método único é o fato da utilização do tempo defasado. A realimentação pode ser feita em aceleração, velocidade e deslocamento, o que irá determinar é o sensor utilizado para cada aplicação específica. Como o acelerômetro é um sensor que possui boas características, como, ampla faixa de frequência, compacto, não sofre perturbações por campo magnético e alta sensibilidade, sua utilização em controle de vibrações garante uma alta eficiência (OLGAC; HOSEK, 2002)

Considere o ADVA da Figura 51, onde uma força de controle $u(t)$ é adicionado ao sistema passivo para modificar sua configuração. Pode ser observado que $u(t)$ é proporcional a aceleração da massa do absorvedor por um ganho $\alpha$, e defasado de um tempo $\tau$.

Figura 51 – ADVA ressonador defasado com realimentação em aceleração




Fonte: Olgac e Hosek (2002)

A equação de movimento para o ADVA é expressa pela equação (111).

$$m_2\ddot{x}_2(t) + c_2\dot{x}_2(t) + k_2x_2(t) - \alpha\ddot{x}_2(t-\tau) = 0 \tag{111}$$

Transformando a equação (111) do domínio do tempo para o domínio de Laplace, obtemos a equação característica (112).

$$m_2s^2 + c_2s + k_2 - \alpha s^2e^{-\tau s} = 0 \tag{112}$$

Esta equação apresenta infinitas raízes para $\alpha\ e\ \tau > 0$. Variando $\alpha$ de $[-\infty, \infty]$ com $\tau$ constante, as raízes se movem em infinitos ramos no plano complexo. Para que o ressonador defasado possa cumprir seu papel como absorvedor de vibrações, e garantir um comportamento de ressonância pura, duas raízes dominantes da equação característica devem ser colocadas no eixo imaginário com a frequência de ressonância desejada $\omega_c$. Portanto, substituindo $s = \pm i\omega_c$ na equação (112), obtemos os valores dos parâmetros de realimentação.

$$\alpha_c = \frac{1}{\omega_c^2}\sqrt{(c_2\omega_c)^2 + (k_2 - m_2\omega_c^2)^2} \tag{113}$$

$$\tau_c = \frac{arctg\left(\frac{c_2\omega_c}{(m_2\omega_c^2 - k_2)}\right) + 2(j_c - 1)\pi}{\omega_c}\ , j_c = 1,2,3\ldots^* \tag{114}$$

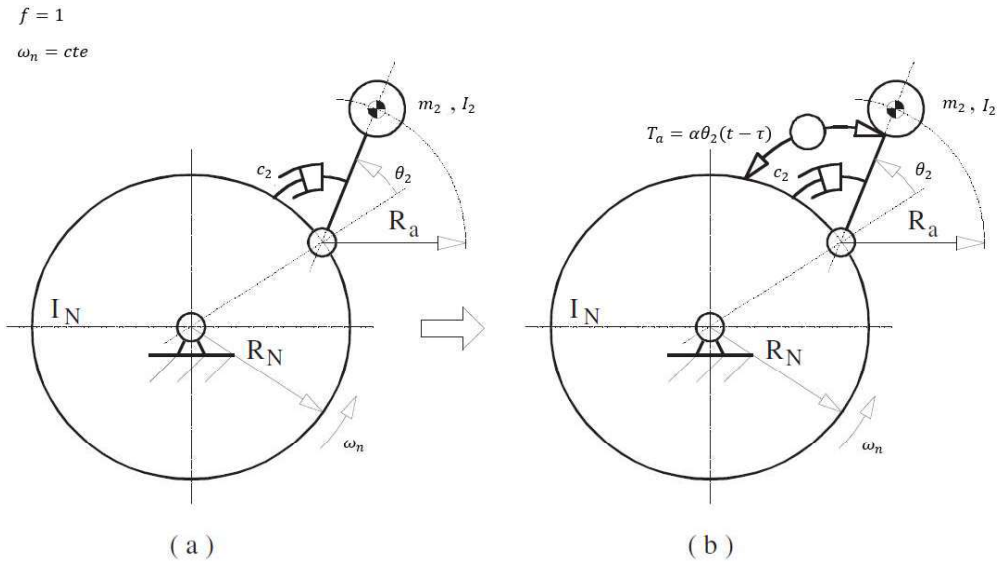
Na qual, $j_c$ é um parâmetro que se refere ao ramo do lugar das raízes. Pode ser observado na equação (113) que o valor do ganho $\alpha_c$ será o mesmo para diferentes ramos, por outro lado, o valor da realimentação de atraso está relacionado com a equação (115).

$$\tau_c, j_{c+1} = \tau_c, j_c + \frac{2\pi}{\omega_c} \tag{115}$$

### 2.10.3 **Ressonador defasado centrífugo – ADV torsional**

Considere os ADVs da Figura 52, como para o caso do ADVA com realimentação em aceleração, o ADVA torsional com RD centrífugo introduz uma realimentação para se tornar um ADV ideal, capaz de sintonizar frequências variadas. Para o caso da Figura 52 a), que mostra um ADVP centrifugo torsional, a eficácia do sistema é mantida somente se a velocidade angular da estrutura primária se manter constante. A utilização do ADVA da Figura 52 b) é recomendada para quando a aplicação não tiver velocidade angular constante ou para aumentar a resiliência a quebra e ao desgaste.

Figura 52 – a) ADVP torsional b) ADVA ressonador defasado centrífugo




Fonte: Olgac e Hosek (2002)

A equação de movimento do sistema com ADVA da Figura 52 b) pode ser expressa como se segue.

$$(I_2 + m_2R_a^2)\ddot{\theta}_2(t) + c_2\dot{\theta}(t) + m_2R_NR_A\omega_n^2\theta_2(t) + \alpha\theta_2(t-\tau) = 0 \tag{116}$$

Transformando a equação (116) para o domínio de Laplace, obtém-se a equação característica (117).

$$(I_2 + m_2R_a^2)s^2 + c_2s + m_2R_NR_A\omega_n^2 + \alpha e^{-\tau s} = 0 \tag{117}$$

Como na seção 2.10.2 é possível obter o valor do ganho de realimentação $\alpha$ e do parâmetro $\tau$ , fazendo com que duas raízes dominantes sejam colocadas no eixo imaginário na frequência desejada, ou seja, $s = \pm i\omega_c$.

$$\alpha_c = \sqrt{(c_2\omega_c)^2 + [(I_2 + m_2R_a^2)\omega_c^2 - m_2R_NR_A\omega_n^2]^2} \tag{118}$$

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c}\left[arctg\left(\frac{c_2\omega_c}{(I_2 + m_2R_a^2)\omega_c^2 - m_2R_NR_A\omega_n^2}\right) + 2(l_c - 1)\pi\right] \tag{119}$$

Onde $l_c$ é um parâmetro similar ao parâmetro $j_c$ , e indica o ramo dos lugares das raízes.

# 3 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES

ADVs tem encontrado uma vasta utilização em várias áreas, desde a engenharia civil até a aeronáutica. No decorrer dos anos muitas configurações de ADVs foram desenvolvidas, gerando uma vasta literatura com aplicações bem variadas. Para os tipos de ADVs discutidos até agora neste trabalho serão apresentadas as principais aplicações.

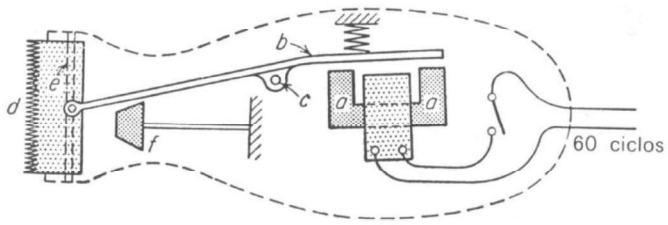
## 3.1 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES PASSIVOS

### 3.1.1 ADVs passivos não amortecidos

#### 3.1.1.1 Máquina elétrica de cortar cabelo

Segundo Timoshenko (1937), "as aplicações de ADVPs não amortecidos está restrito a máquinas com velocidade constante, como por exemplo máquinas elétricas síncronas e de indução". Considere a máquina de cortar cabelo da Figura 53.

Figura 53 – Máquina elétrica de cortar cabelo com ADVP



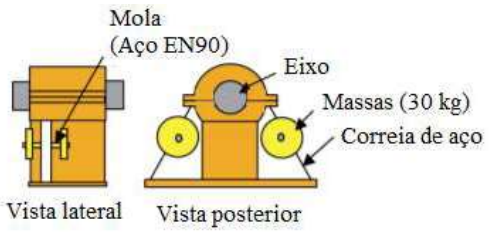

Fonte: Hartog (1956)

Um magneto de corrente alternada, gera um campo magnético que faz com que o sistema b da figura se movimente devido a aplicação de uma força alternada de 120 ciclos, fazendo com que a lâmina do cortador $d$ oscile com uma amplitude que não varie muito, mesmo quando esteja cortando o cabelo. Como as partes $b$ e $d$ da máquina se movimentam, para manter o equilíbrio estático a carcaça da máquina ira se mover na direção oposta. A vibração resultante é muito desagradável para o usuário, e para que haja uma diminuição deste efeito, um absorvedor dinâmico $f$ é instalado. Para uma melhor eficiência de absorção, outro ADV $f$ deverá ser instalado com uma certa distância entres eles, a fim de eliminar completamente a vibração de 120 ciclos em um ponto na carcaça abaixo da massa $f$ (HARTOG, 1956).

### 3.1.1.2 Turbogeradores

Uma segunda aplicação de ADVPs não amortecidos é encontrada na eliminação de vibrações em mancais de turbogeradores como o da Figura 54. Os eixos de aço agem como uma mola, e o seu comprimento é especificado para que haja uma sintonização da frequência de vibração da massa do ADV com a frequência requerida. Timoshenko (1937) mostra o exemplo de um ADV constituído de uma viga de 20 polegadas de comprimento e seção transversal de 7/8" X 5/8" com um peso de 25 lb na sua parte final, o qual leva a uma redução de aproximadamente um terço da amplitude inicial de vibração do mancal de um turbogerador de 30.000 kW.

Figura 54 – ADVs montados no mancal de um turbogerador

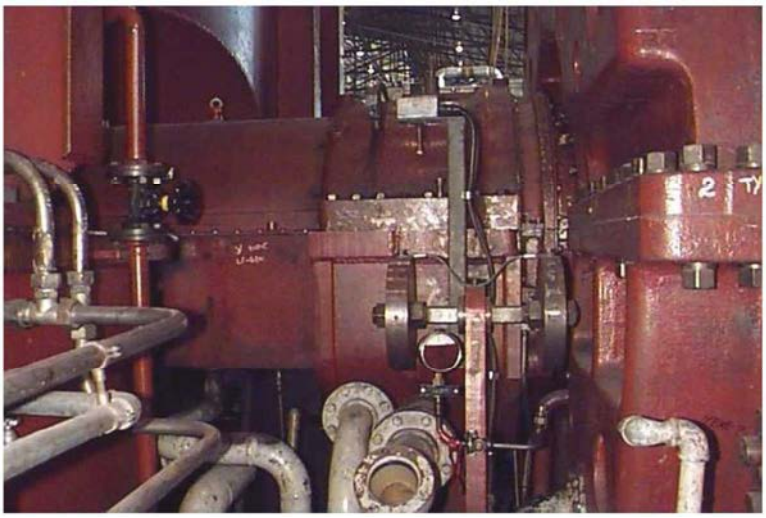



Fonte: Hurricks (200?)

A Figura 54 mostra o ADVP aplicado para redução de vibrações excessivas nos mancais de turbogeradores de 250MW da usina térmica Huntly, localizada na nova Zelândia. Foi investigado e determinado que a ressonância a 100 Hz era causada pela fundação de aço maleável, utilizada para proteção contra terremotos. A utilização de ADVPs foi escolhida devido ao seu baixo custo e devido ao fato de outras soluções não terem funcionado.

Pode ser observado na Figura 55 a montagem do ADVP no pedestal do mancal, o que leva a introdução de duas novas frequências de ressonância no sistema. A frequência de ressonância mais baixa é de 91,5 Hz, com uma velocidade de rotação de 2750 RPM. Apesar de se ter conseguido uma diminuição da vibração horizontal em aproximadamente 5mm/s, a vibração total obtida ainda foi alta, pois ela é a soma da vibração horizontal e da vibração resultante de estar perto da velocidade crítica de 2800 RPM, a qual não pode ser reduzida. HURRICKS (200?)

Figura 55 – ADVP instalado



Fonte: Hurricks (200?)

### 3.1.2 ADVs passivos amortecidos

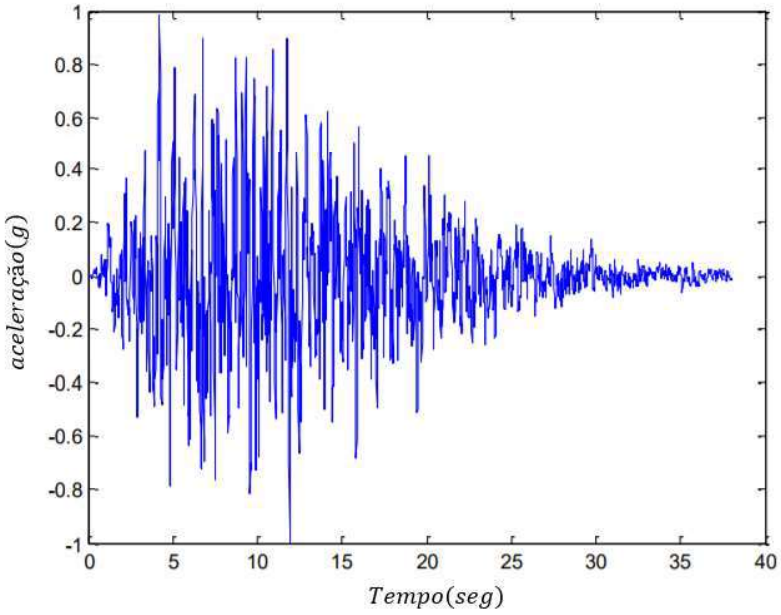
ADVPs amortecidos encontram grande utilização em diversas aplicações devido ao fato de proporcionarem uma redução nos picos da amplitude dos dois novos valores de ressonância introduzidos pelo ADVP e também por serem mais baratos que os ADVs ativos e adaptativos.

#### 3.1.2.1 Estruturas

Mishra (2011) realizou um estudo sobre a eficiência da aplicação de ADVPs amortecidos no controle de vibrações de estruturas. Uma das estruturas investigadas foi uma armação 2D, na qual três cargas foram aplicadas na sua base. A primeira foi uma carga senoidal, a segunda carga foi baseada na história no tempo do IS-1894(*Part*-1):2002 com 5% de amortecimento no solo rochoso e aceleração de pico do terreno $PGA = 1g$ , a qual pode ser observada na Figura 56, que representa o nível de vibração de um espectro em função do tempo, tendo como parâmetro de medição a aceleração. A última carga, que é apresentada na Figura 57, foi obtida da história no tempo do terremoto *El Centro* de 1940, com $PGA = 0{,}313g$.

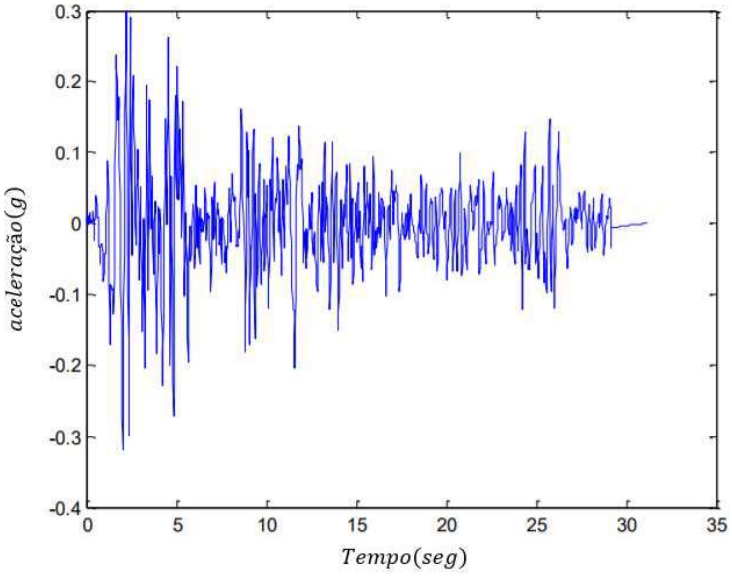
Considere a estrutura da Figura 58, Mishra (2011) calculou a amplitude da vibração no nó direito do último andar quando submetida as três cargas, com $\mu = 0{,}1$. Pode ser observado das Figuras 59, 60 e 61, que expressam o deslocamento da estrutura em função do tempo, que ADVPs amortecidos podem ser efetivamente utilizados no controle de vibrações em estruturas.

Figura 56 - História no tempo do IS-1894(*Part*-1):2002 com 5% de amortecimento no solo rochoso e aceleração de pico do terreno $PGA = 1g$.



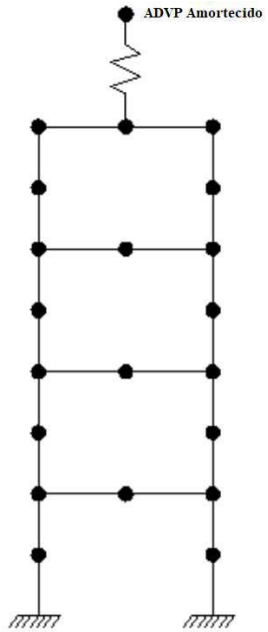

Fonte: Mishra (2011)

Figura 57 - História no tempo do terremoto *El Centro* de 1940, com $PGA = 0{,}313g$.



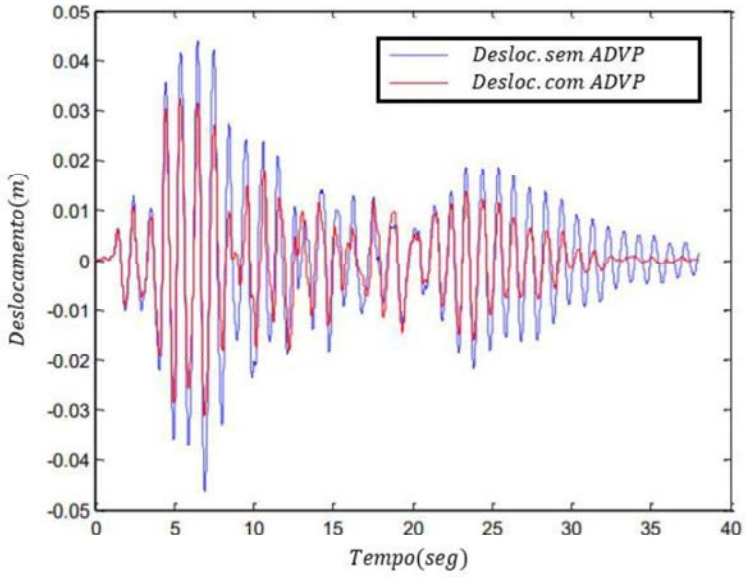

Fonte: Mishra (2011)

Figura 58 – Estrutura de vários andares com ADVP amortecido



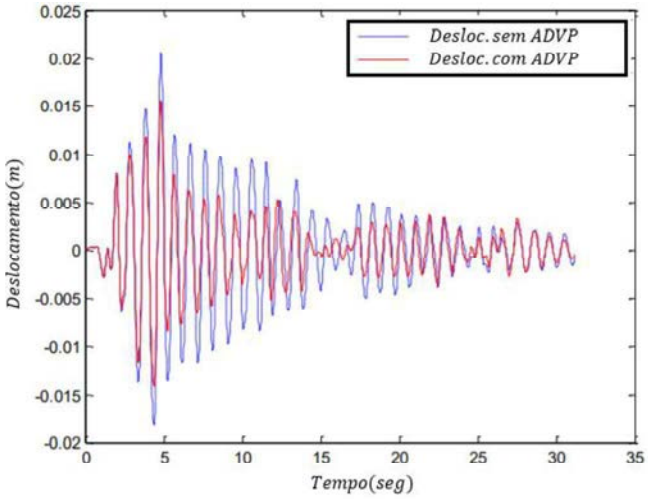

Fonte: Mishra (2011)

Figura 59 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga com história no tempo do IS-1894(*Part*-1):2002



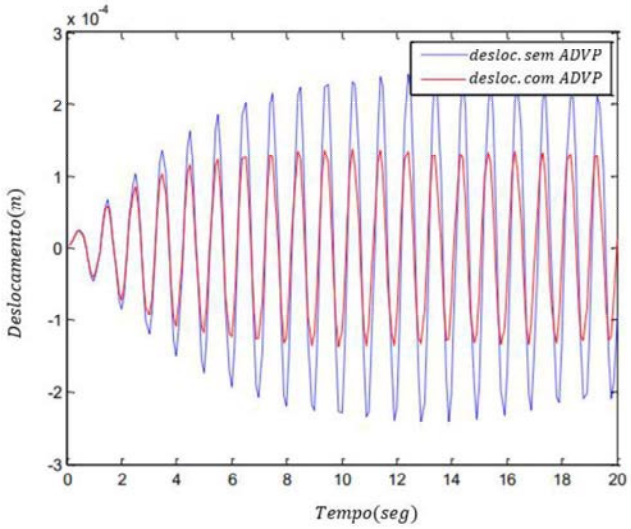

Fonte: Mishra (2011)

Figura 60 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga do terremoto El Centro (1940).




Fonte: Mishra (2011)

Figura 61 – Amplitude da vibração na estrutura quando submetida a carga senoidal.




Fonte: Mishra (2011)

### 3.1.2.2 Assoalhos de prédios

Uma segunda aplicação de ADVP amortecidos é no controle de vibrações nos assoalhos de prédios. Segundo Bhattacharya (2012) essas vibrações podem ser prejudiciais, causando o mal funcionamento de equipamentos sensíveis e até mesmo podem afetar a psicologia humana, caso o nível da aceleração seja maior que $0{,}005g$. Na Figura 62, um modelo de ADVP usado em baixo do chão de um prédio é mostrado.

Figura 62 – ADVP amortecido utilizado para controle de vibrações no chão de um prédio.

Fonte: Bhattacharya (2012)

Webster, Vaicaitis (2003) realizaram um estudo sobre a utilização de ADVPs amortecidos em um prédio localizado em nova Iorque, no qual os convidados reclamavam de vibração excessiva no salão de festas, Figura 63. Testes preliminares comprovaram que a aceleração do solo e deslocamento alcançavam 0,07g e 0,13 polegadas, respectivamente, valores considerados inaceitáveis para salões de festas/restaurantes. Também foi verificado que a frequência natural do piso do salão era de aproximadamente 2,3 Hz, a qual corresponde a frequência de excitação de muitas danças.

Figura 63 – Prédio *Terrance on the park* – vista geral

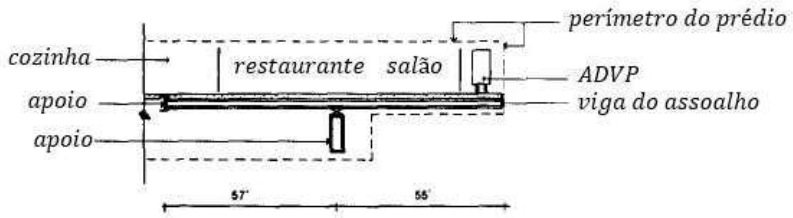
Fonte: Walsh (201?)

Três modos de controle foram considerados por Webster, Vaicaitis (2003), ADVPs amortecido, ADVs ativo e amortecedores passivos. ADVs ativos foram descartados devido ao seu alto custo e a necessidade de uma manutenção constante, e os amortecedores passivos foram rejeitados devido ao fato de não terem objetos estacionários necessários para sua fixação.

Na Figura 64 uma representação esquemática do andar do salão de festas com a fixação do ADVP é mostrada. O ADV foi construído para que pudesse ser sintonizado na frequência e amortecimento após a instalação, através da variação da massa e do amortecimento. Na Tabela 5 é apresentado os valores da massa, amortecimento e rigidez ótimos obtidos das equações dos

parâmetros ótimos desenvolvida por Hartog (1956) e demonstradas na seção 3.2. Os valores iniciais e finais dos parâmetros de construção também estão apresentados nesta tabela.

Figura 64 – Esquema instalação de ADVP no chão do prédio




Fonte: Webster e Vaicaitis (2003)

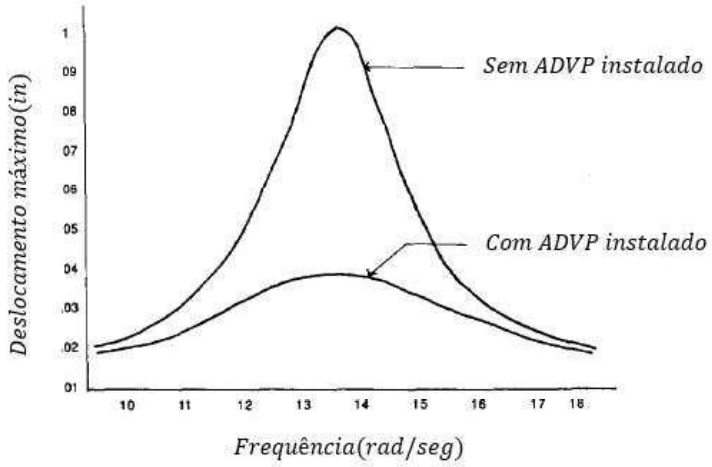
Tabela 5 – Parâmetros do ADVP amortecido utilizado

| Quantidade | Valor ótimo de teste | Valor de construção inicial | Valor final sintonizado |
|---|---|---|---|
| Massa ADV (kips) | 18 (controlado pela capacidade da viga de 20 kips) | 19,0 | 18,4 |
| Amortecimento ADV (kips*s/in) | 0,19 | 0,19 | 0,15 |
| Rigidez da mola ADV (kips/in) | 8.3 | 8,8 | 8,8 (não pode ser ajustado) |

Fonte: Webster e Vaicaitis (2003)

Na Figura 65 é mostrado uma predição do comportamento do solo após a instalação do ADVP com os parâmetros de construção inicial. Pode ser observado, que o ADVP iria diminuir as vibrações induzidas pelos movimentos de dança das pessoas em no máximo 70%.

Figura 65 – Amplitude do chão no regime permanente utilizando ADVP com valor de construção inicial




Fonte: Webster e Vaicaitis (2003)

### 3.1.2.3 Geradores a diesel

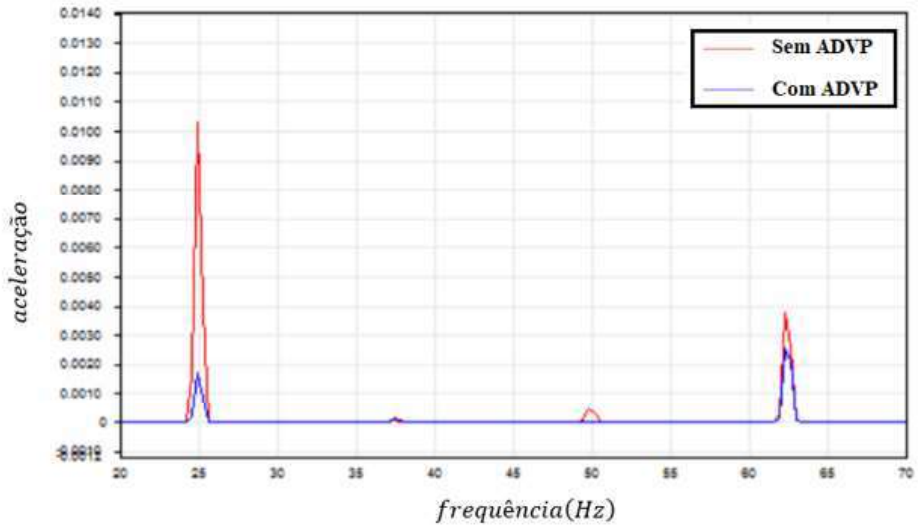
Uma outra aplicação de ADVPs amortecidos é encontrada na redução de vibrações de geradores a diesel. A empresa "*Deicon – Dynamics and control"* realizou um projeto para absorver a vibração de 25 Hz transmitida por três geradores a diesel marítimos em um *yacht*. Quatro ADVPs foram fabricados e instalados na base de cada gerador, como mostra a Figura 66.

Figura 66 – ADVP amortecido montado na base de um gerador a diesel.

Fonte: Deicon(2014)

Antes da instalação do ADVP medições do espectro de aceleração na base foram realizadas para comparar-se com o sistema com o ADVP. Além dessas medições, também foi realizado a verificação das vibrações em outras dependências do *yacht*, inclusive nos quartos. A Figura 67 representa o espectro de aceleração, ou seja, a amplitude do sinal antes e depois da montagem dos ADVPs na base do gerador. Pode ser visualizado que o uso de ADVPs foi efetivo em absorver a vibração alvo de 25 Hz.

Figura 67 – Espectro de aceleração medido na base do gerador a diesel.




Fonte: Deicon (2014)

### 3.1.2.4 Redução de vibrações nos braços de pessoas com a doença de Parkinson

ADVs podem ser utilizados nas mais variadas e diversas aplicações, podendo reduzir vibrações para a segurança de um equipamento ou o bem-estar de uma pessoa.

Monteiro (2013) estudou um dispositivo ADV para mitigação das vibrações ocasionadas pela doença de Parkinson. Os principais sintomas desta doença são: tremores nas mãos com frequência de vibração de cerca de 4Hz, lentidão para se locomover e alteração do equilíbrio. O ADV desenvolvido por Monteiro (2013) tem a forma de uma pulseira para ser colocado no braço do paciente, ele é constituído de molas e uma massa específica, como demonstra a Figura 68.

Considerando parâmetros gerais médios Monteiro (2013) chegou nos valores da massa, rigidez e amortecimento do braço de uma pessoa. A rigidez e amortecimento do ADV foram calculados utilizando-se o modelo de elementos e finitos. Foi testado dois ADVs para verificar

qual apresentaria melhor desempenho. Os dados para cada ADV e para os parâmetros do braço podem ser visualizados na tabela 6. A estimativa da frequência e amplitude médias de excitação da vibração no braço de uma pessoa com Parkinson apresentadas por Monteiro (2013) foram $8\pi\ rad/s$ e $8mm$, respectivamente.

Figura 68 - ADV em forma de pulseira

Fonte: Monteiro (2013)

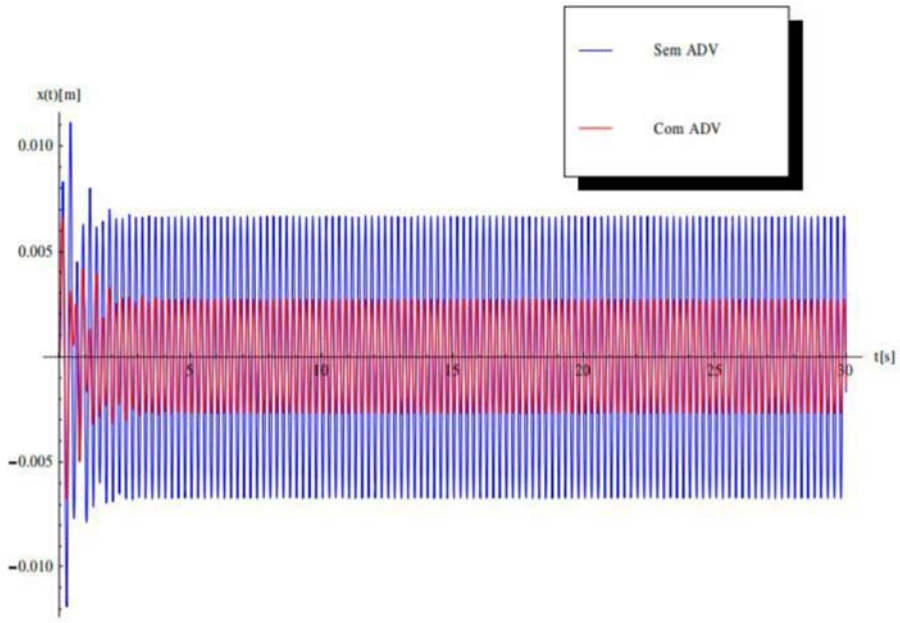
Tabela 6 – Parâmetros do ADV e do braço

| | Massa (kg) | Rigidez (N/m) | Constante de amortecimento (N.s/m) |
|---|---|---|---|
| Braço | 1,4 | 410 | 4,79 |
| ADV 1 | 0,5 | 510 | 3,20 |
| ADV 2 | 0,1 | 1000 | 2,00 |

Fonte: Monteiro (2013)

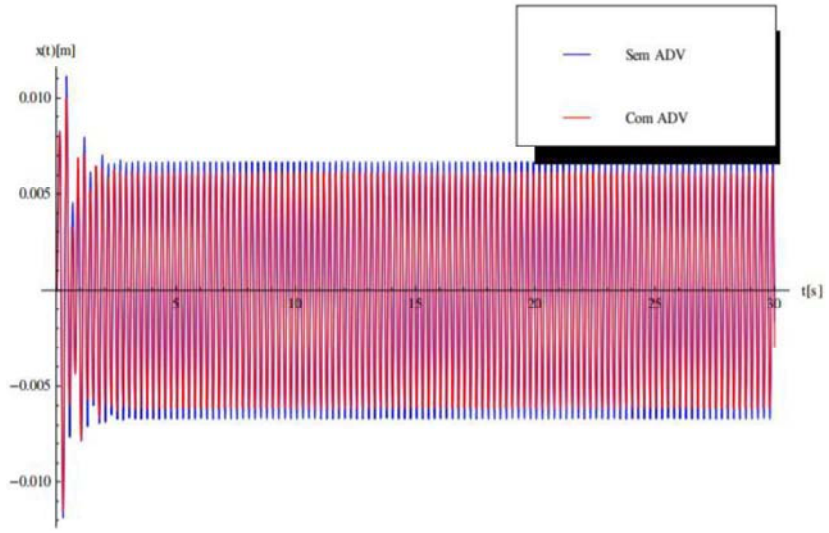
Para os ADVs 1 e 2, Monteiro (2013) simulou a resposta no tempo, Figuras 69 e 70, respectivamente, as quais mostram o deslocamento das mãos de uma pessoa quando excitadas com uma frequência de vibração de 4Hz, para os casos sem ADV e com ADV. Pode ser observado, pela Figura 69, que com uma boa escolha dos parâmetros do ADV é possível obter uma redução significativa da vibração.

Figura 69 – Resposta no tempo com ADV 1 e sem ADV




Fonte: Monteiro (2013)

Figura 70 – Resposta no tempo com ADV 2 e sem ADV



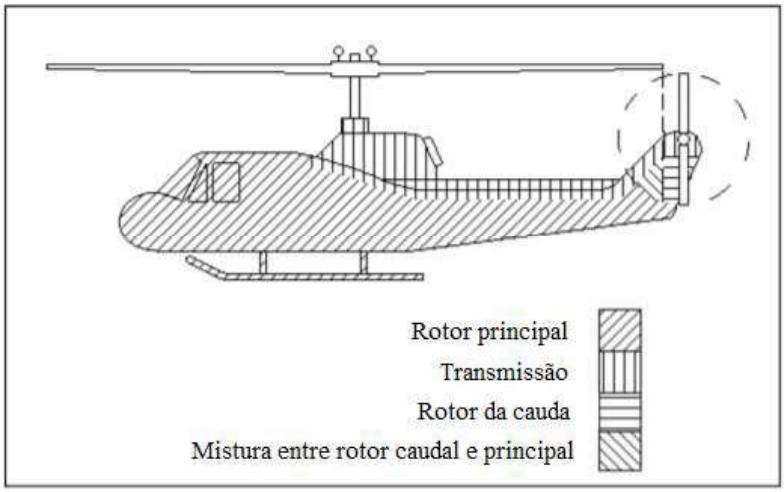

Fonte: Monteiro (2013)

### 3.1.2.5 Aeronaves

Vibrações estruturais são indesejáveis em aeronaves como jatos e helicópteros, podendo levar a fadiga da estrutura, desconforto dos passageiros e pilotos e uma assinatura acústica alta (YONG et al, 2003).

A utilização de ADVs em helicópteros é uma das maneiras encontradas na redução de vibrações, as quais são geralmente cinco vezes maiores do que em aeronaves de asa fixa. As principais fontes de vibrações em um helicóptero podem ser observadas na Figura 71 (KUMAR, J. S, 2016). ADVs podem ser utilizados desde a redução de vibrações nos assentos do piloto até vibrações no rotor.

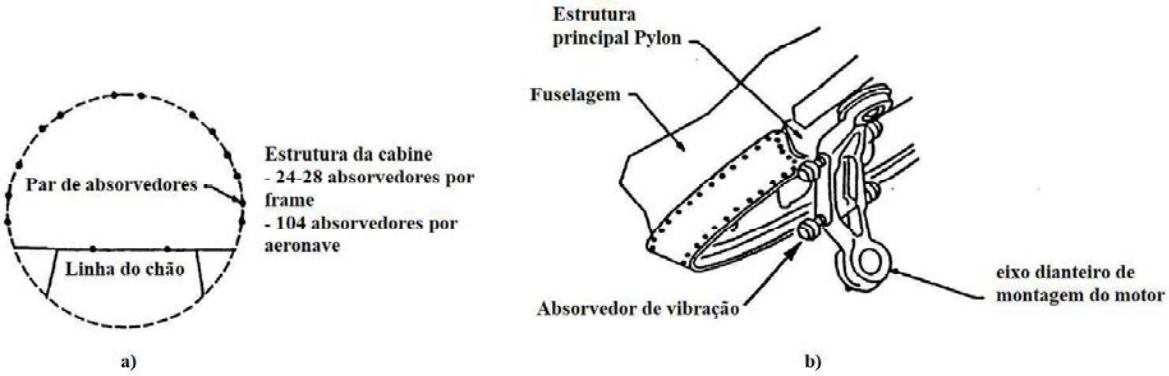
Figura 71 - Fontes de vibrações em um helicóptero




Fonte: Kumar (2016)

Lang et al (1992) estudaram a redução de vibrações na cabine traseira da aeronave MD-80 utilizando-se de ADVs instalados nos motores e na estrutura da cabine. A vibração pode causar desconforto acústico e o projeto realizado por Lang et al (1992) visava obter cabines mais silenciosas. A Figura 72 apresenta os esquemas de montagem dos ADVs na estrutura e no motor da aeronave. O objetivo dos ADV da Figura 72 a) era reduzir as vibrações de ressonância na estrutura e os ADVs da Figura 72 b) tinham como principal função reduzir as vibrações na cabina, ocasionadas pelo motor.

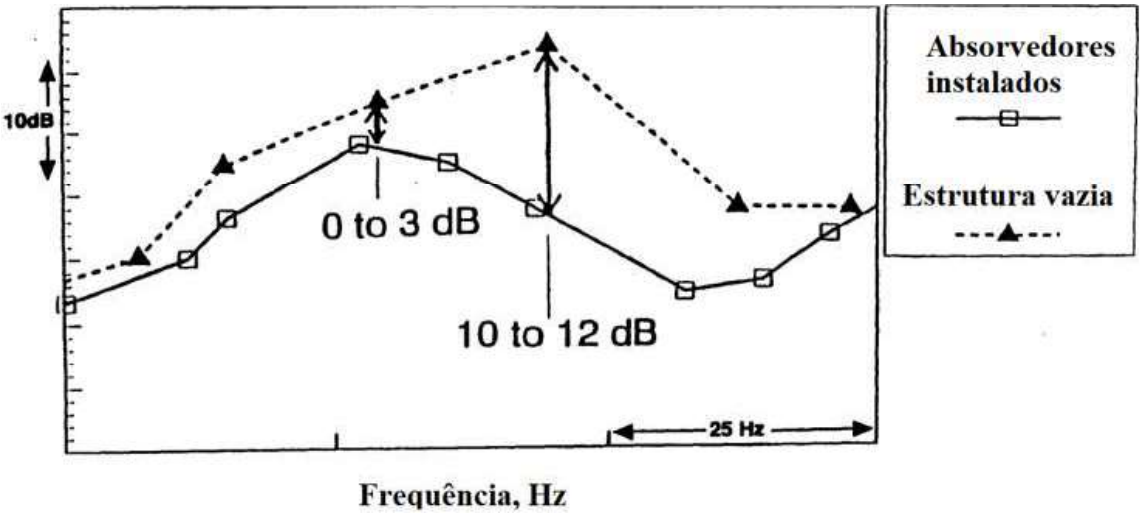
Figura 72 - ADVs utilizados na aeronave MD-80




Fonte: Lang et al (1992)

Lang et al (1992) obtiveram os resultados apresentados na Figura 73 para a seção de uma fuselagem de teste. Com a fuselagem sendo excitada por um agitador de 20 lb, a redução obtida para uma cabine sem mobília foi de 10 dB.

Figura 73 - Resultados dos ADV aplicados na estrutura




Fonte: Lang et al (1992)

### 3.1.3 ADVs passivos múltiplos

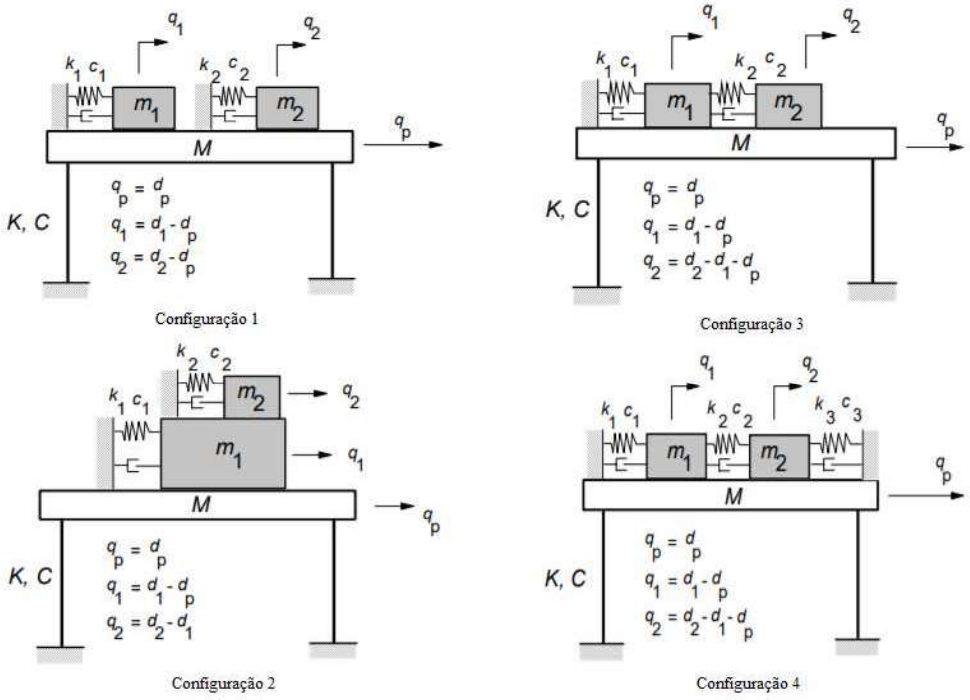
ADVPs múltiplos são aplicados quando se deseja uma efetividade e confiabilidade maior do que a de um único ADVP. Outra vantagem é que o sistema principal não é influenciado por pequenas mudanças ou erros dos parâmetros utilizados no ADVPM, ao contrário do que

acontece com um único ADVP, o qual é muito sensível a estas variações, em particular à frequência natural da estrutura (AVILA, S. M; GONÇALVES, P. B., 2009)

### 3.1.3.1 Prédios altos

Avila e Gonçalves (2009) propuseram quatro configurações de ADVPM para controlar as vibrações em estruturas como prédios altos. A Figura 74 é uma representação dessas configurações. Admitindo-se que $\mu_1 = 0{,}061$ e $\mu_2 = 0{,}042$, Avila e Gonçalves (2009) chegaram na Tabela 7 e Figura 75.

Figura 74 – Configurações de ADVP múltiplos




Fonte: Avila e Gonçalves (2009)

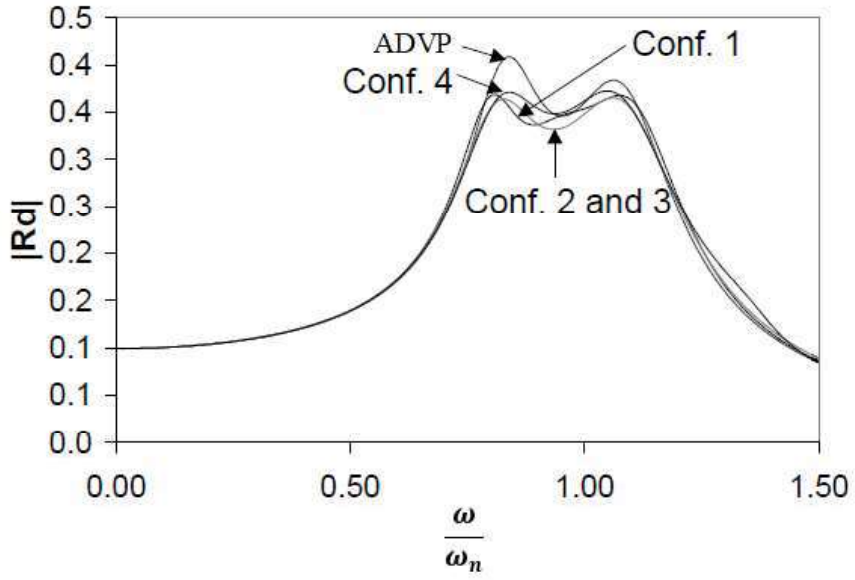
Pode ser observado na Figura 75 que a magnitude do movimento para as configurações com ADVPs múltiplos é menor do que quando um único ADVP é utilizado. As configurações 2 e 3 apresentam o menor pico.

Tabela 7 – Valores ótimos dos parâmetros do ADVP múltiplo e valor máximo de $R_d$

| | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $R_{d\ máx}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Configuração 1 | 0,8500 | 1,000 | 0,1378 | 0,1600 | 0,3680 |
| Configuração 2 | 1,3375 | 0,9625 | 0,0400 | 0,5330 | 0,3650 |
| Configuração 3 | 1,6250 | 1,1750 | 0,0050 | 0,0050 | 0,3650 |
| Configuração 4 | 0,8500 | 0,8750 | 0,3389 | 0,0050 | 0,3720 |
| Único ADVP | | | | | 0,4090 |

Fonte: Avila e Gonçalves (2009)

Figura 75 – Resposta de frequência com carregamento harmônico




Fonte: Avila e Gonçalves (2009)

### 3.1.4 ADVs torcionais

#### 3.1.4.1 Virabrequim

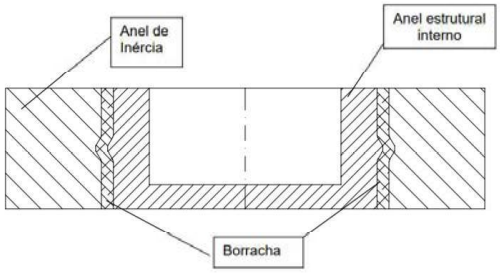
Como ADVs torcionais são utilizados em estruturas rotativas com forças cíclicas, sua grande aplicação é encontrada no controle de vibrações torcionais em virabrequins, as quais são causadas pelo trabalho de combustão (THIMOTEO, 2000).

Thimoteo (2000) considerou 3 dispositivos para o controle de vibrações em um motor a diesel do fabricante M.W.M – Motores diesel: Amortecedor dinâmico de vibrações viscoso, amortecedor dinâmico de vibrações viscoso/eletrônico e um absorvedor dinâmico de borracha, o qual pode ser visto na Figura 76. Levando-se em conta parâmetros como peso, performance,

investimento, custo da matéria-prima, segurança, durabilidade, confiabilidade e aceitação do mercado ele chegou à conclusão que o ADV de borracha seria o mais indicado.

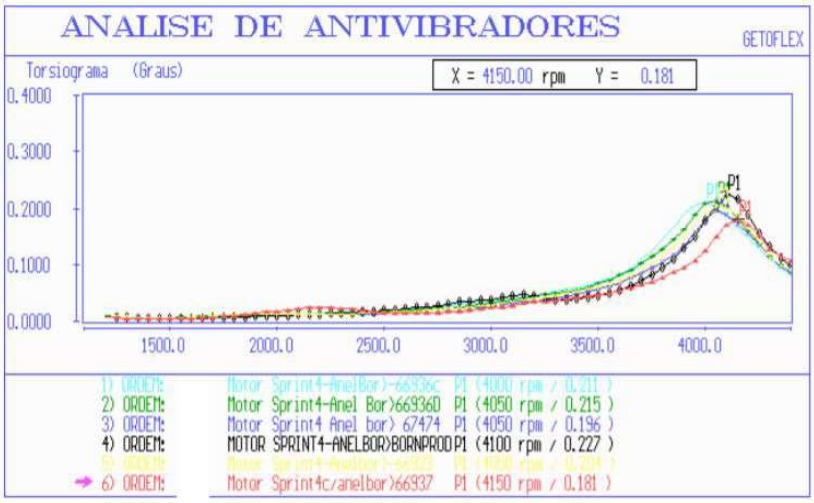
Após um estudo teórico sobre os melhores valores para os parâmetros de rigidez, inércia e amortecimento, Thimoteo (2000) testou um protótipo com características semelhantes ao calculado. Na Figura 77, um torsiograma do motor em função da sua rotação, pode ser observado um gráfico que mostra que o ângulo máximo de vibração entre as inércias do virabrequim alcançado foi de 0,26º, o qual é um valor aceitável pelo fabricante.

Figura 76 – ADV torcional de borracha




Fonte: Thimoteo (2000).

Figura 77 – Gráfico da vibração do ADV protótipo.




Fonte: Thimoteo (2000).

### 3.1.5 ADVs viscoelásticos

#### 3.1.5.1 Porta de automóveis

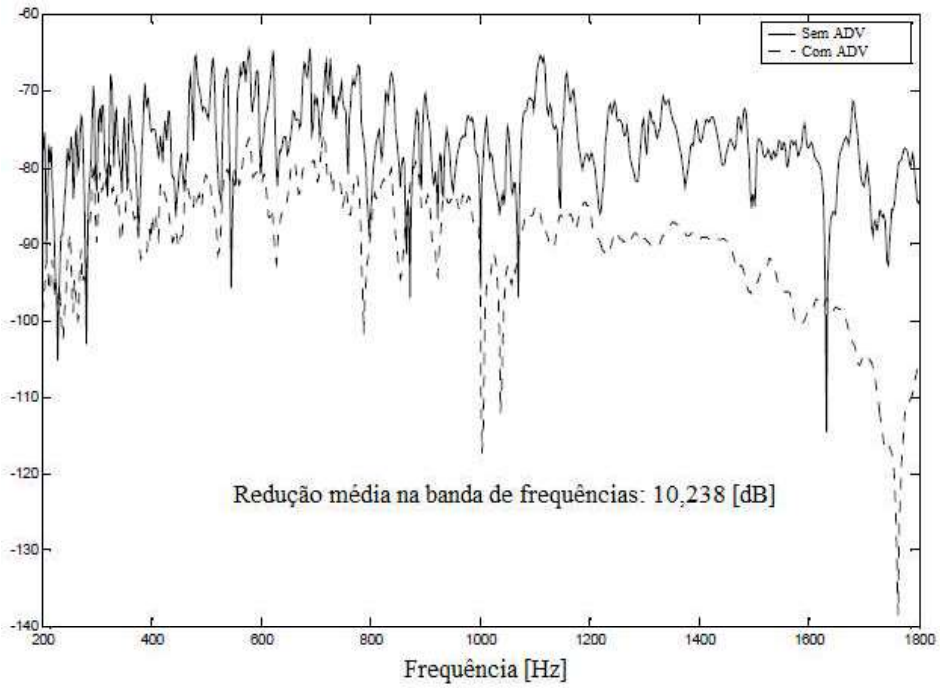
Espíndola, et al. (2009) utilizaram ADVs viscoelásticos para redução de vibrações em portas de carros. Utilizando-se do método de elementos finitos eles foram capazes de determinar os melhores lugares para a fixação dos ADVs na porta, representados na Figura 78 pelos pontos 27, 45, 58 e 65. Na Figura 78 também podem ser observados os pontos de aplicação da excitação, f1, f2 e f3, determinados pelo método de elementos finitos.

Os ADVs utilizados tinham todos as mesmas massas, $m = 0{,}128$ gramas, e a mesma frequência natural $f_a = \ 1239\ Hz$. A Figura 79 apresenta a resposta do sistema, em Db, com uma banda de frequências variando de $200\ Hz$ a $1800\ Hz$. Pode ser observado que com a introdução dos quatro ADVs na porta houve uma redução de aproximadamente 10 dB, o que é considerado um valor elevado. Espíndola, et al. (2009) comparou este resultado com o obtido através da utilização de fitas de amortecimento, dispositivos geralmente utilizados na indústria automobilística, e pode-se verificar que a redução obtida pelos ADV viscoelásticos foi aproximadamente 10 vezes maior.

Figura 78 – Porta do carro usada no experimento com pontos de aplicação da excitação e dos ADVs.

Fonte: Espíndola et al. (2009)

Figura 79 – Comparação da vibração na porta do carro sem ADV versus com ADV.



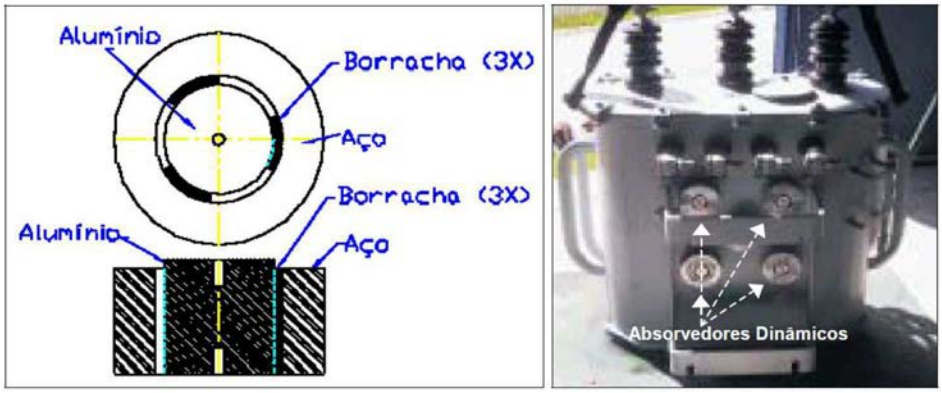

Fonte: Espíndola et al. (2009)

### 3.1.5.2 Transformadores

Fillipin, et al. (2003) estudaram a aplicação de ADVs viscoelásticos para atenuação das vibrações em transformadores, as quais podem comprometer integridade da estrutura e reduzir a sua vida útil. Transformadores produzem um elevado nível de ruído, que pode causar incômodo nos vizinhos da subestação de energia elétrica. As vibrações nestes dispositivos ocorrem na carcaça devido ao efeito eletromagnético no núcleo.

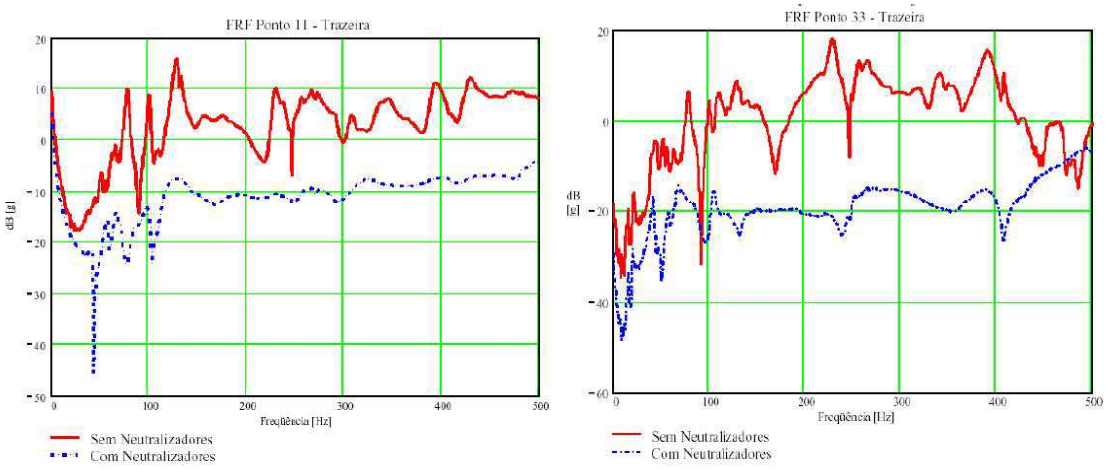
A Figura 80 (a) é uma representação esquemática de um ADVV aplicado no transformador da Figura 80(b). O anel de aço corresponde a massa do ADV e o núcleo de alumínio serve como meio de fixação do ADV na estrutura primaria e para unir o material viscoelástico a massa de sintonização. Os ADVs da Figura foram projetados para neutralizarem as frequências de 120 Hz e 240 Hz de um transformador de 1000 kg. Os gráficos da Figura 81 apresentam a função de resposta em frequência (FRF) de dois pontos no transformador. Pode ser observado que com a introdução do ADV no sistema houve uma diminuição significativa do nível de vibração, e consequentemente, do ruído.

Figura 80 – a) ADVV b) Transformador com ADVV




Fonte: Fillipin et al (2003)

Figura 81 – FRF em pontos distintos do transformador.




Fonte: Fillipin et al (2003)

## 3.2 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ADAPTATIVOS

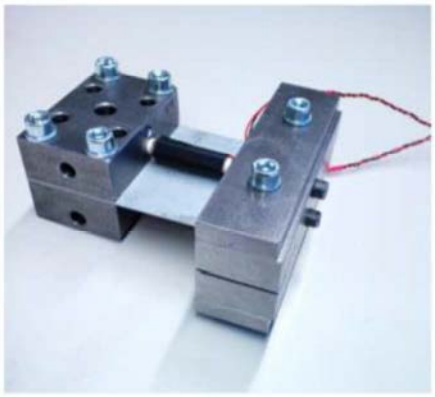
### 3.2.1 ADV piezelétrico

#### 3.2.1.1 Estrutura de treliça

A Figura 82 mostra o prototipo de um ADV piezeletrico desenvolvido por Herold e Mayer (2016). Uma viga fina é colocada entre dois blocos de aço, formando a região que servirá de suporte para montagem na estrutura em que se deseja controlar a vibração. Na outra ponta da

viga, blocos de massas são colocados em ambos os lados, os quais podem ser retirados de acordo com a necessidade do experimento. Na região central são montados os atuadores piezeletricos.

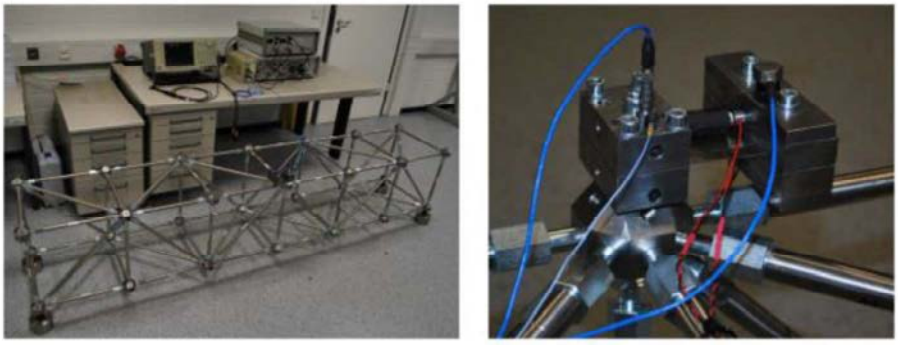
Figura 82 – Protótipo ADV piezelétrico



Fonte: Herold e Mayer (2016)

Para avaliar a performance do ADV piezelétrico em um sistema de controle ativo, Herold e Mayer (2016) utilizaram uma estrutura de treliças como mostra a Figura 83.

Figura 83 – a) Estrutura de treliça b) ADV fixado

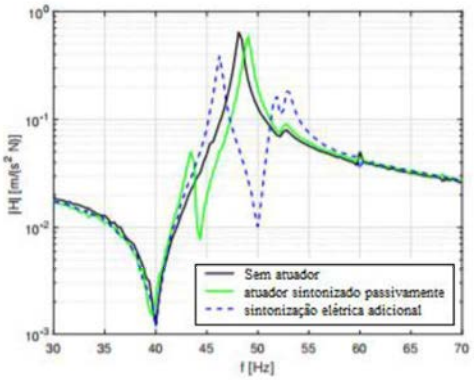


a) b)

Fonte: Herold e Mayer (2016)

Primeiramente, Herold e Mayer (2016) sintonizaram o ADV piezelétrico manualmente na frequência de 43 Hz, aplicando-se uma pré-carga, e em seguida uma tensão de 50 V foi aplicada no atuador piezelétrico, fazendo com que a frequência de absorção se alterasse para 50 Hz. Este comportamento pode ser observado na Figura 84, que foi obtida através do uso de um acelerômetro na base da treliça.

Figura 84 – Sintonização do ADV piezelétrico no primeiro modo da treliça




Fonte: Herold e Mayer (2016)

### 3.2.2 ADV com fluido eletro-reológico

#### 3.2.2.1 Estrutura metálica

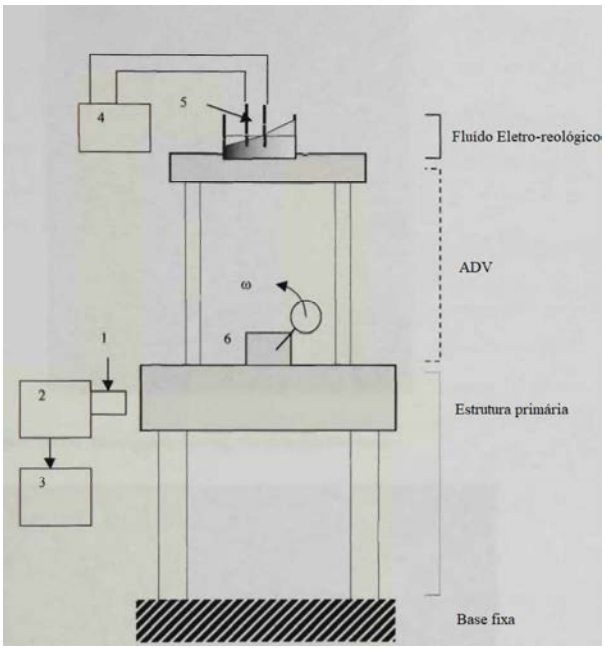
Truong (2000) realizou um teste usando um ADV eletro-reológico para verificar a redução de vibrações em uma estrutura metálica. A Tabela 8 apresenta os parâmetros do sistema utilizados no experimento. A representação esquemática do sistema é mostrada na Figura 85, onde os equipamentos numerados de 1 a 6 são, respectivamente: transdutor a laser, amplificador, computador com aquisição de dados e controlador de velocidade, fonte de tensão, eletrodos de alumínio e um motor elétrico DC com disco desbalanceado. Na Figura 86 o aparato experimental é mostrado. O motor DC foi controlado para gerar uma velocidade que variasse linearmente em 100 segundos. A resposta do sistema foi então medida pelo transdutor a laser, item 1 na Figura 85.

Tabela 8 – Parâmetros estruturais

| | Frequência fundamental (±0,1 Hz) | Massa (±0,01 kg) | Coeficiente de amortecimento viscoso equivalente |
|---|---|---|---|
| Estrutura primária | 3,0 | 4,0 | 0,0075±0,0005 |
| Recipiente do líquido | 2,7 | 0,3 | - |
| ADV com recipiente | 2,7 | 0,4 | 0,020±0,005 (com 0,25 kV/mm)<br>0,20 a 0,05 ± 0,01 (com 0 kV/mm) |

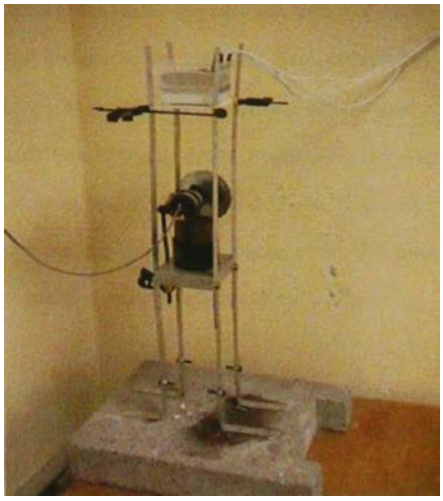
Fonte: Truong (2000)

Figura 85 – Representação esquemática do aparato experimental




Fonte: Truong (2000)

Figura 86 – Aparato experimental utilizado

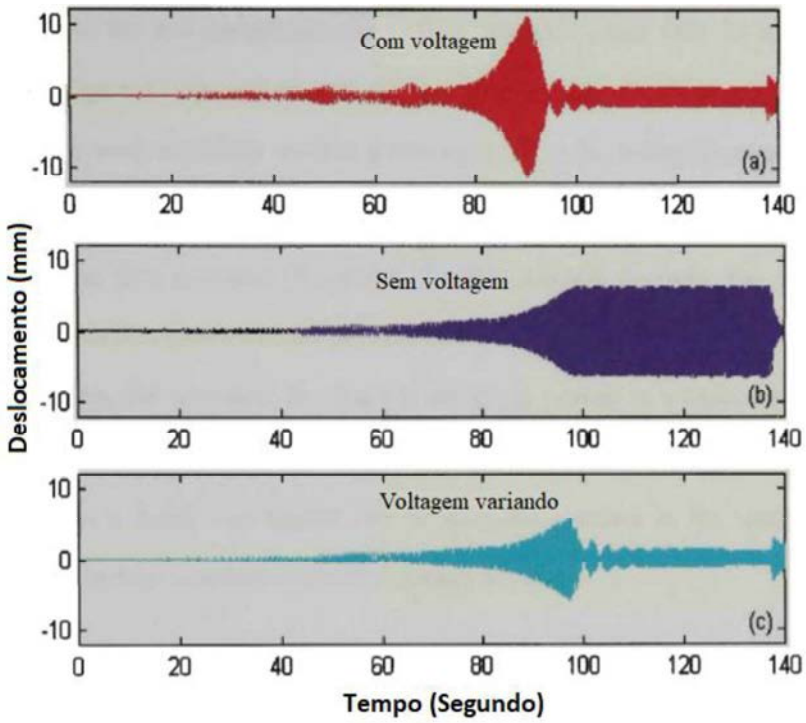


Fonte: Truong (2000)

A resposta do sistema para três situações pode ser observa na Figura 87. Quando a voltagem estiver aplicada no fluido, a ressonância com um pico de resposta de aproximadamente de 11 mm acontece por volta de 90 segundos, alcançando o regime permanente por volta dos 110 segundos. Sem a aplicação da voltagem, há a dissipação de energia pelo fluido e consequentemente a ressonância é praticamente inexistente, contudo o valor do deslocamento no regime permanente alcança 7 mm por volta dos 100 segundos. Para

o terceiro caso, a voltagem é nula até 100 segundos e então aplicada no líquido. Pode ser observado que o deslocamento neste caso é uma combinação dos menores valores para os dois casos anteriores.

Figura 87 – Deslocamento observado na estrutura primária



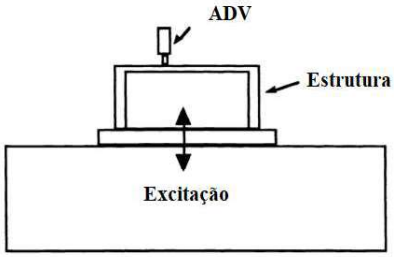

Fonte: Truong (2000)

### 3.2.3 ADV magnetostrictivos

#### 3.2.3.1 Estrutura de portal

Flatau, Dapino e Calkins (2000) estudaram a aplicação de um material magnetostrictivo para controle de vibração em um uma estrutura simples. O ADV utilizado no experimento consistia de um núcleo de Terfenol-D, o qual é um material magnetostrictivo, um solenoide, componentes de circuito magnético, um mecanismo ajustável de pré-esforço e uma massa. O módulo de elasticidade do Terfenol-D varia de acordo com o campo magnético, podendo variar em até 160%. No experimento realizado por Flatau, Dapino e Calkins (2000), a variação do módulo de elasticidade do núcleo foi obtida através da variação da corrente do solenoide. Na Figura 88 está representado um esquema da configuração de teste do ADV magnetostrictivo para controle da vibração em uma estrutura excitada com frequência de banda larga de 0-5 kHz.

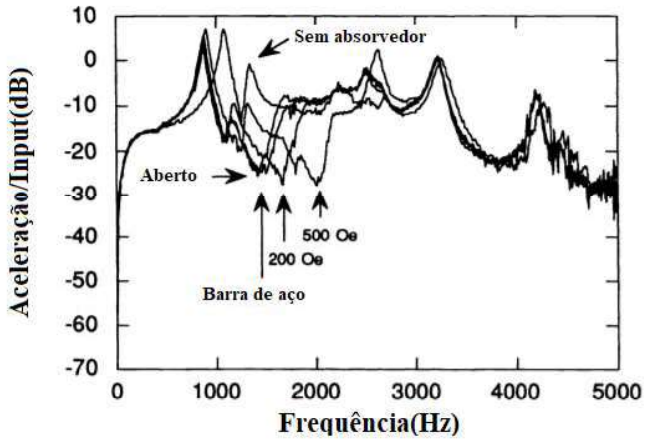
Figura 88 – Esquemático da configuração de teste do ADV




Fonte: Flatau, Dapino e Calkins (2000)

Flatau, Dapino e Calkins (2000) consideraram 4 situações: circuito aberto, campo magnético de 200 Oe e 300 Oe e o caso em que a barra de Terfenol-D foi substituída por uma de aço. Pode ser observado na Figura 89 que a frequência de antirressonância do sistema variou de aproximadamente 1375 Hz até 2010 Hz devido ao efeito da variação do modulo de elasticidade.

Figura 89 – Aceleração por corrente de entrada -FRF




Fonte: Flatau, Dapino e Calkins (2000)

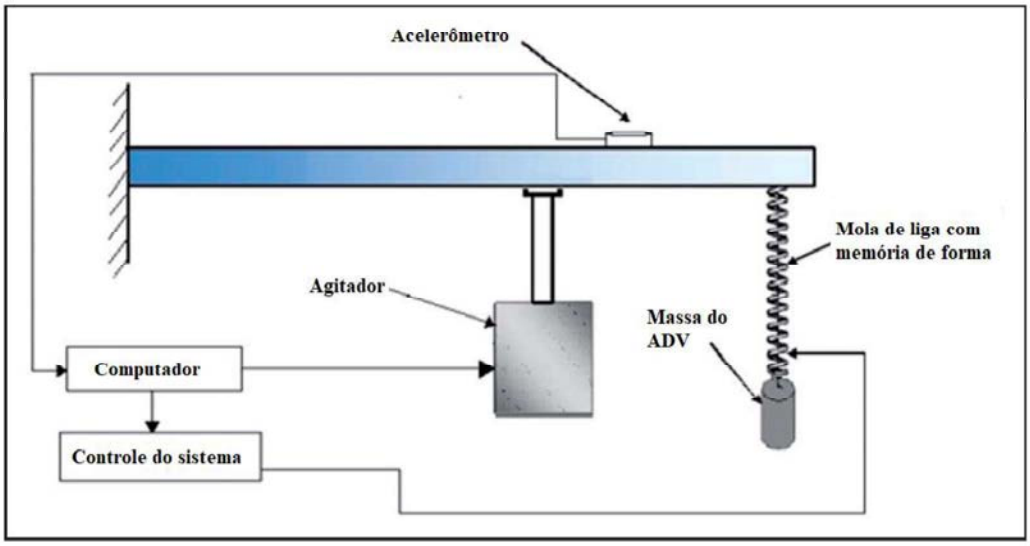
### 3.2.4 ADV de ligas com memória de forma

#### 3.2.4.1 Viga engastada

Mani e Senthilkumar (2013) utilizaram um ADV com liga de memória de forma para atenuar a vibração de uma viga engastada. Na Figura 90 uma representação esquemática do sistema utilizado é mostrada. Um agitador foi usado para gerar uma vibração, a qual foi medida

com o auxílio de um acelerômetro. As molas de liga com memória de forma foram selecionadas para mudarem a sua rigidez de acordo com o fornecimento de corrente.

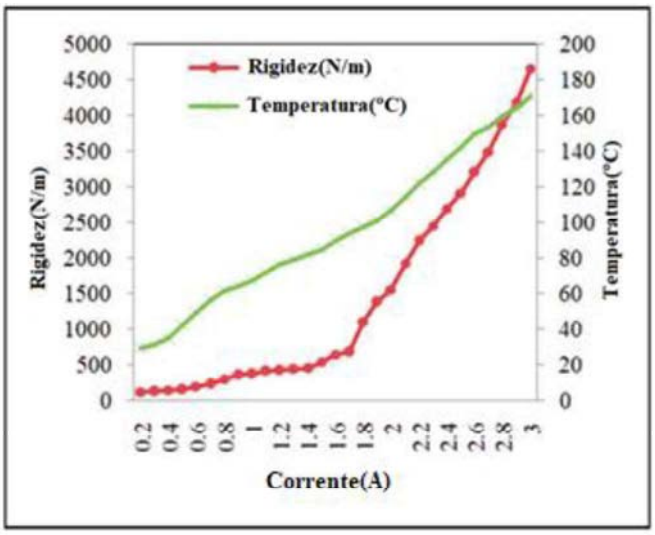
Figura 90 - Representação esquemática do sistema com ADV adaptativo




Fonte: Mani e Senthilkumar (2013)

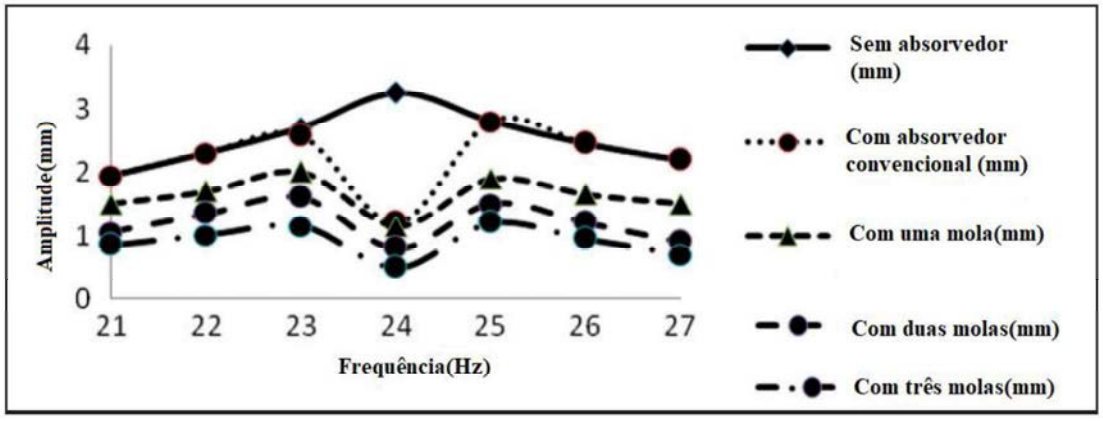
A relação entre a corrente e a temperatura, e consequentemente a rigidez da liga de memória de forma, é mostrada na Figura 91. Pode ser observado que a rigidez varia constantemente até aproximadamente 1,7A, quando sofre uma mudança brusca. No experimento realizado por Mani e Senthilkumar (2013), a viga foi posta a vibrar em uma frequência entre 21Hz e 27 Hz. Com a ajuda do acelerômetro, o controle do sistema variou a corrente na mola, afim de se conseguir a rigidez necessária para a correspondente frequência de excitação. Os resultados obtidos para os casos sem ADV, com ADV comum e com um ADV com uma, duas e três molas de liga com memória de forma são apresentados na Figura 92. Pode ser observado que para um maior número de molas a redução da vibração obtida pelo uso do ADV é maior. Isto se deve ao fato de que a mola necessita de um tempo para realizar a conversão de fases, entre martensita e austenita. Portanto, utilizando-se mais de uma mola é possível fornecer corrente paras as molas alternativas baseando-se na rigidez, temperatura e a corrente aplicada em relação ao tempo.

Figura 91 – Corrente X temperatura X rigidez




Fonte: Mani e Senthilkumar (2013)

Figura 92 – Amplitude de vibração para as o range de frequência de 21Hz a 27 Hz




Fonte: Mani e Senthilkumar (2013)

### 3.2.4.2 Vibrações em dutos causadas por bombas centrifugas

Segundo Mani e Senthilkumar (2013) as vibrações em dutos podem causar problemas e inconveniências, como manutenções excessivas e até mesmo levar a perda de eficiência em sistemas de bombeamento. Para evitar essas vibrações Mani e Senthilkumar (2013) estudaram o uso de ADVs de liga com memória de forma para o caso do sistema de bombeamento da Figura 93.

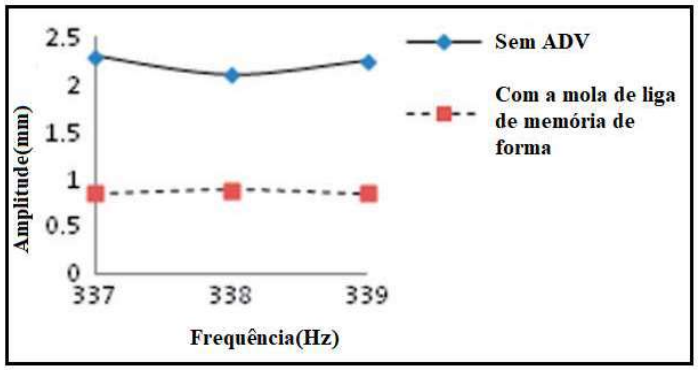
Figura 93 – ADV em sistema com bomba centrífuga

Fonte: Mani e Senthilkumar (2013)

O ADV na Figura 93 foi fixado na região de maior amplitude de vibração, a qual é principalmente ocasionada pela pulsação hidráulica quando o rotor da bomba transmite continuamente pequenas quantidades de agua no duto.

A frequência de excitação (pulsação hidráulica) obtida teoricamente por Mani e Senthilkumar (2013) foi de 336Hz, contudo, através dos resultados experimentais foi descoberto que os picos da frequência variam de 336Hz até 339Hz. Utilizando um sistema de controle é possível variar a corrente aplicada na mola de liga de memória de forma para variar sua rigidez de acordo com frequência de excitação. A Figura 94 apresenta a redução na vibração quando o ADV é utilizado.

Figura 94 – Redução da amplitude de vibração




Fonte: Mani e Senthilkumar (2013)

### 3.2.5 ADV pendular

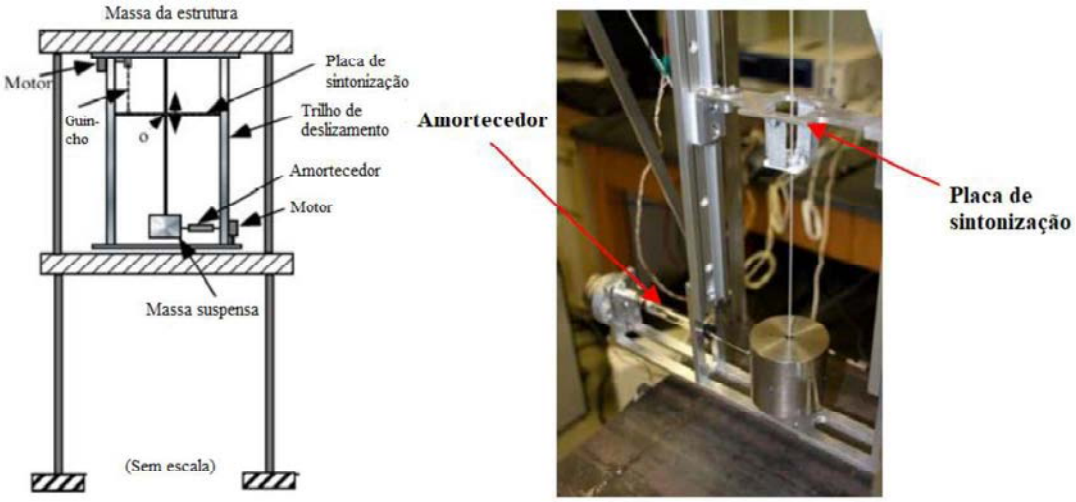
#### 3.2.5.1 Estrutura metálica

Considere o ADV adaptativo pendular desenvolvido por Lourenco, Roffel e Narasimhan (2009), cuja representação esquemática e configuração experimental são mostradas na Figura

95. Pode ser observado que o sistema é constituído de uma massa suspensa, uma placa de sintonização, que pode se movimentar de acordo com a frequência de excitação da estrutura primária que se queira neutralizar, um amortecedor ajustável e a estrutura principal de alumínio, a qual possui frequência fundamental entre 2,1 Hz e 2,3Hz.

A placa de sintonização se movimenta nos trilhos de deslizamento e pode ser levantada ou abaixada, de acordo com a frequência do ADV desejada. Para realizar este movimento, um motor foi instalado na estrutura e conectado a um guincho, a fim de içar a placa de sintonização.

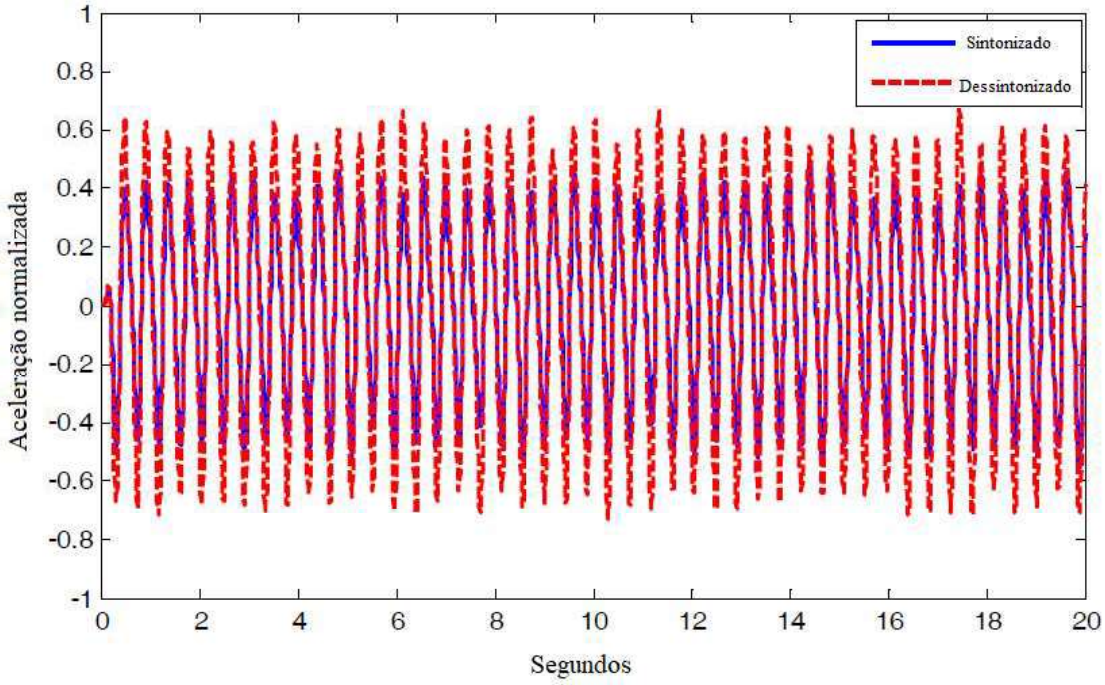
Figura 95 – Representação esquemática de ADV pendular e configuração experimental




Fonte: Lourenco, Roffel e Narasimhan (2009)

Na Figura 96 é apresentado a aceleração normalizada para o caso em que o ADV esteja dessintonizado, seja por variações das condições operacionais e ambientais ou devido a carga imposta, e para o caso em que o ADV é sintonizado através da movimentação da placa de sintonização. Os resultados mostram que o ADV proposto por Lourenco, Roffel e Narasimhan (2009) são ambos eficientes e executável.

Figura 96 – Resultados para excitação de 2,2Hz




Fonte: Lourenco, Roffel e Narasimhan (2009)

## 3.3 APLICAÇÕES DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES ATIVOS

A aplicação de ADVs ativos para controle de vibrações tem-se tornado de grande interesse em diversas áreas nos últimos anos, devido principalmente a possibilidade de absorção de uma faixa mais ampla de frequências e um maior controle. Contudo seu uso ainda é restrito devido ao alto custo e a grande energia necessária para seu funcionamento, em comparação com os ADVs passivos e adaptativos.

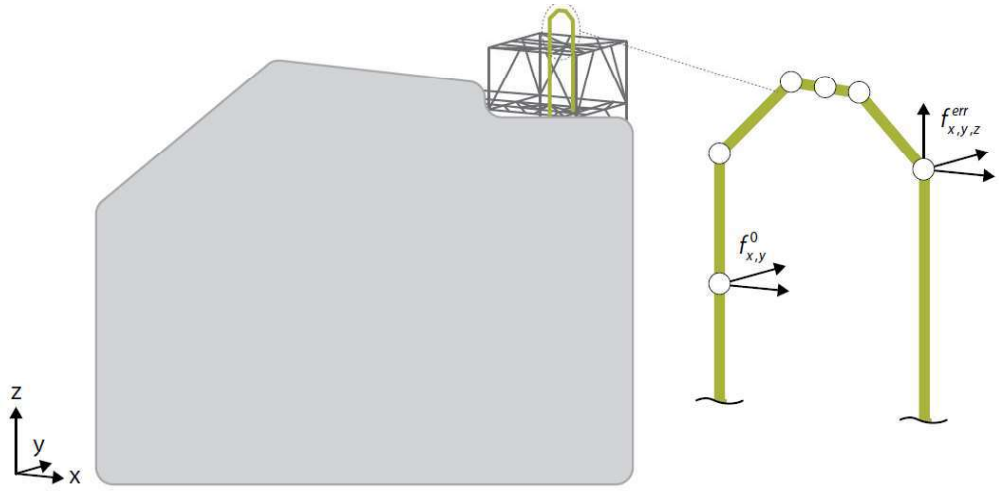
### 3.3.1 Sistema de tubulação

A utilização de ADVs para redução de vibrações em sistemas de tubulações tem encontrado grande aplicação nos últimos 30 anos. Métodos convencionais de redução de vibrações podem se tornar dispendiosos e não levar aos resultados desejados, portanto, a utilização de ADVs ativos se tornou uma alternativa eficiente para o controle destas vibrações (ENGELHARDT, J.; FRIEDMANN, H., 2012).

Engelhardt e Friedmann (2012) estudaram a redução de vibrações em um sistema de tubulações em uma planta química. O ADVA foi desenvolvido, instalado e estudado por um

período de 2 anos. As vibrações nos tubos desta planta estavam ocorrendo devido a reação química entre materiais gasosos e líquidos que entravam em contato. O grande objetivo da instalação do ADV era reduzir as vibrações a fim de evitar danos nos tubos e obter a possibilidade de um aumento da taxa de vazão. Na Figura 97 pode ser observado o modelo de elementos finitos utilizado por Engelhardt e Friedmann (2012). As forças $f_{x,y,z}^{err}$ e $f_{x,y}^{0}$ representam, respectivamente, a excitação do sistema nas três direções do espaço e as forças do ADVA, as quais são introduzidas no ponto de maior nível de vibração.

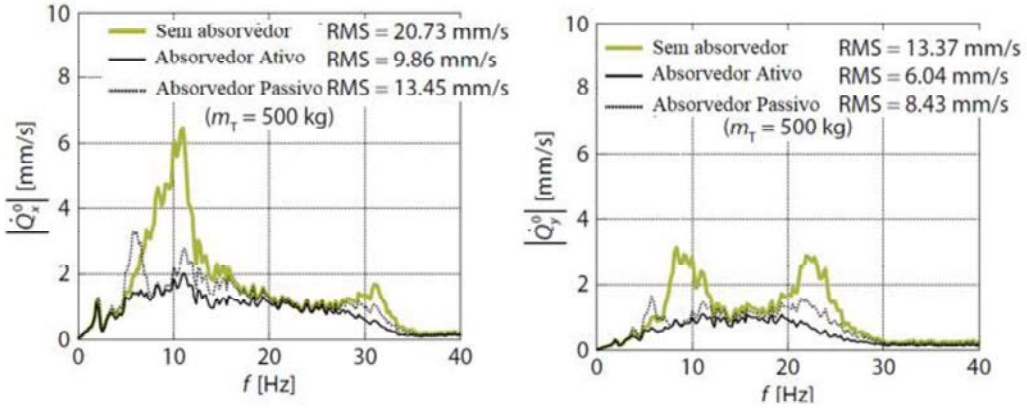
Figura 97 – Modelo de elementos finitos da parte superior do sistema de tubos




Fonte: Engelhardt e Friedmann (2012)

Utilizando-se de dados de vibrações de 2006 quando o sistema operava com carga máxima, Engelhardt e Friedmann (2012) constataram que as frequências das vibrações se encontravam em uma faixa abaixo de 40 Hz, tendo um acumulo de pontos de ressonância na frequência de 10 Hz. Um modelo no estado de espaço foi desenvolvido por Engelhardt e Friedmann (2012) para se determinar o efeito do ADVA e os dados de construção para o atuador do sistema, como a força e o curso do atuador. Na Figura 98 pode ser verificado que a redução das vibrações, nas direções x e y, respectivamente, é mais efetiva utilizando-se ADVAs.

Figura 98 – Comparação da utilização do ADV ativo e passivo no ponto de aplicação do absorvedor (direção x e y).




Fonte: Engelhardt e Friedmann (2012)

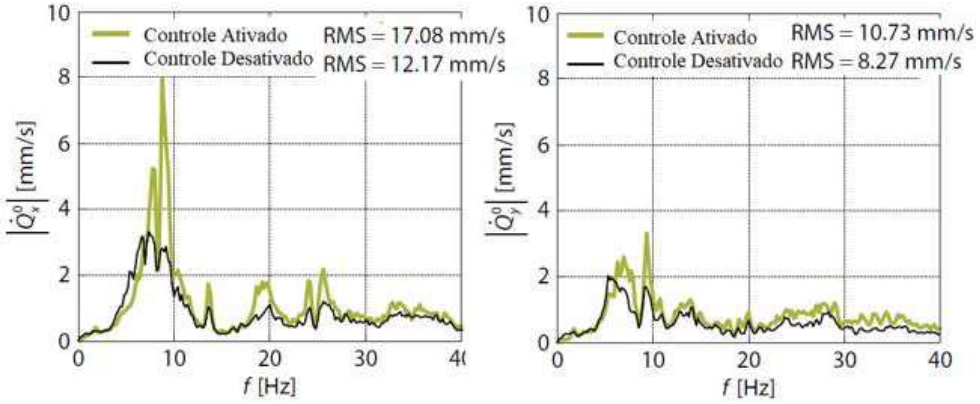
Após obtidos os dados da simulação Engelhardt e Friedmann (2012) construíram o ADVA utilizando-se de quatro atuadores dispostos como apresentado na Figura 99.

Figura 99 – Instalação do ADVA no sistema

Fonte: Engelhardt e Friedmann (2012)

Na Figura 100 é apresentado o resultado da aplicação do ADVA, pode ser observado a redução no valor da amplitude, chegando a 60% na região de 9,2 Hz.

Figura 100 – Amplitude da velocidade de vibração região de aplicação do ADV



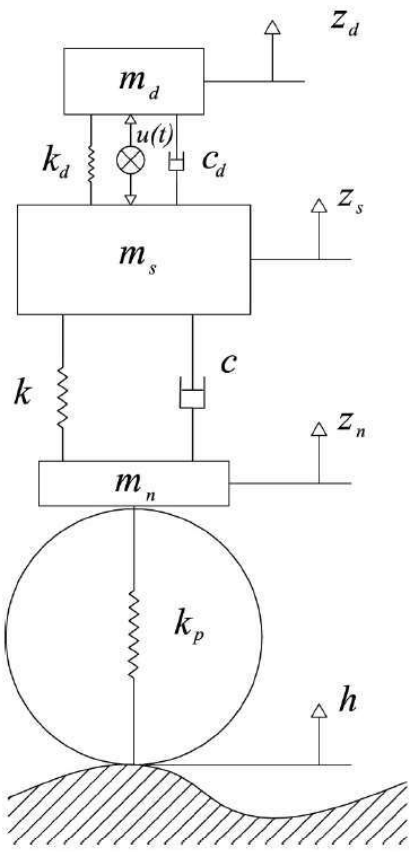

Fonte: Engelhardt e Friedmann (2012)

### 3.3.2 Suspensão automotiva

O conforto do passageiro em um carro é de extrema importância na indústria automobilística. Suspensões convencionais possuem parâmetros de mola e absorvedores de choque fixos, ou seja, não podem serem sintonizados de acordo com a condições operacionais do veículo. Portanto, o estudo da utilização de suspensões ativas e ADVs ativos vem sendo realizado (REINA, G.; ROSE, G. D., 2016).

Reina e Rose (2016) estudaram a utilização de ADVs ativos em um sistema de suspensão, a fim de determinar a sua efetividade e comparar com o ADV passivo e com uma suspensão ativa. Considere o modelo utilizado por Reina e Rose (2016) na Figura 101, onde o subsistema composto por $k_d, m_d \, e \, c_d$ representa o absorvedor dinâmico. As massas suspensa e não suspensa do veículo são representadas por $m_s \, e \, m_n$, respectivamente. A rigidez $k$ e o amortecimento $c$ são os parâmetros da suspensão passiva, onde $k$ é a rigidez da mola de suspensão e $c$ é o coeficiente de amortecimento do absorvedor de choque. O parâmetro $k_p$ representa a rigidez vertical do pneu. A força de controle aplicada pelo atuador é representa por $u(t)$. Quando $u(t) = 0$, temos um ADV passivo.

Figura 101 – Modelo de suspensão com ADV ativo

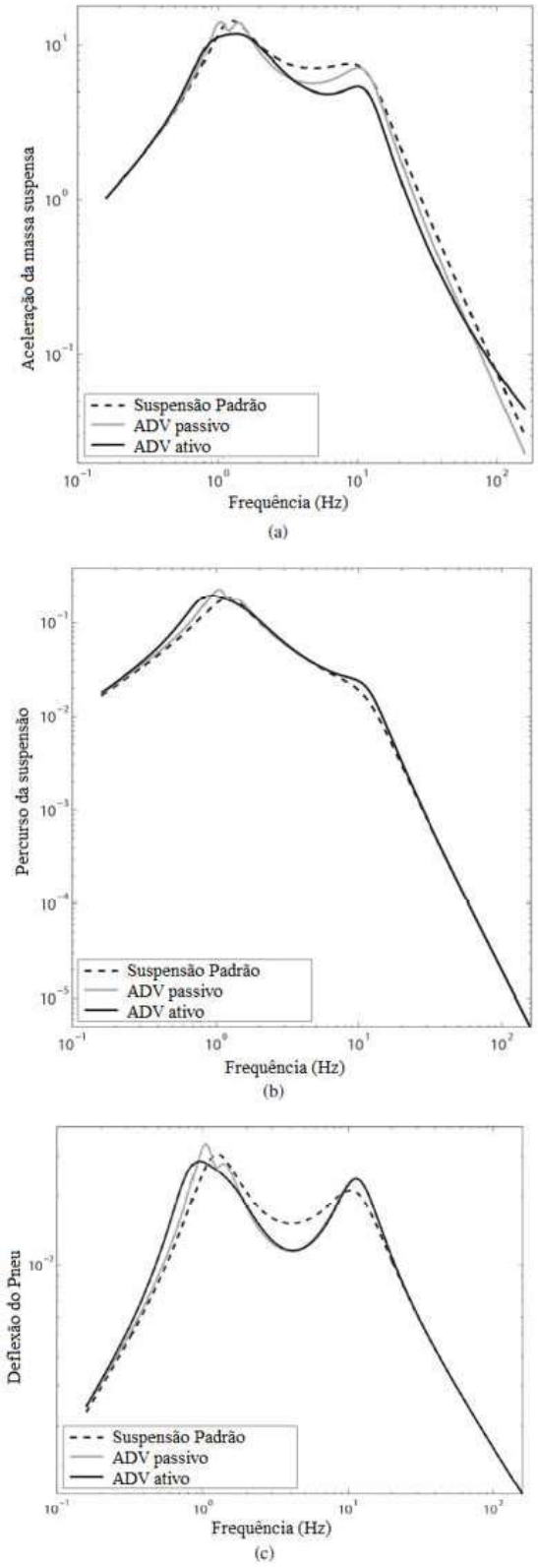



Fonte: Reina e Rose (2016)

A Figura 102 apresenta a resposta de frequência do sistema para três casos: suspensão padrão, ADV passivo e ADV ativo. Pode ser observado que o ADV ativo apresenta uma melhor performance do que o ADV passivo e a suspensão padrão, quando analisados a deflexão da massa suspensa e a deflexão do pneu. Entretanto, quando levado em conta o percurso da suspensão, o ADV ativo apresenta piores características do que a suspensão padrão.

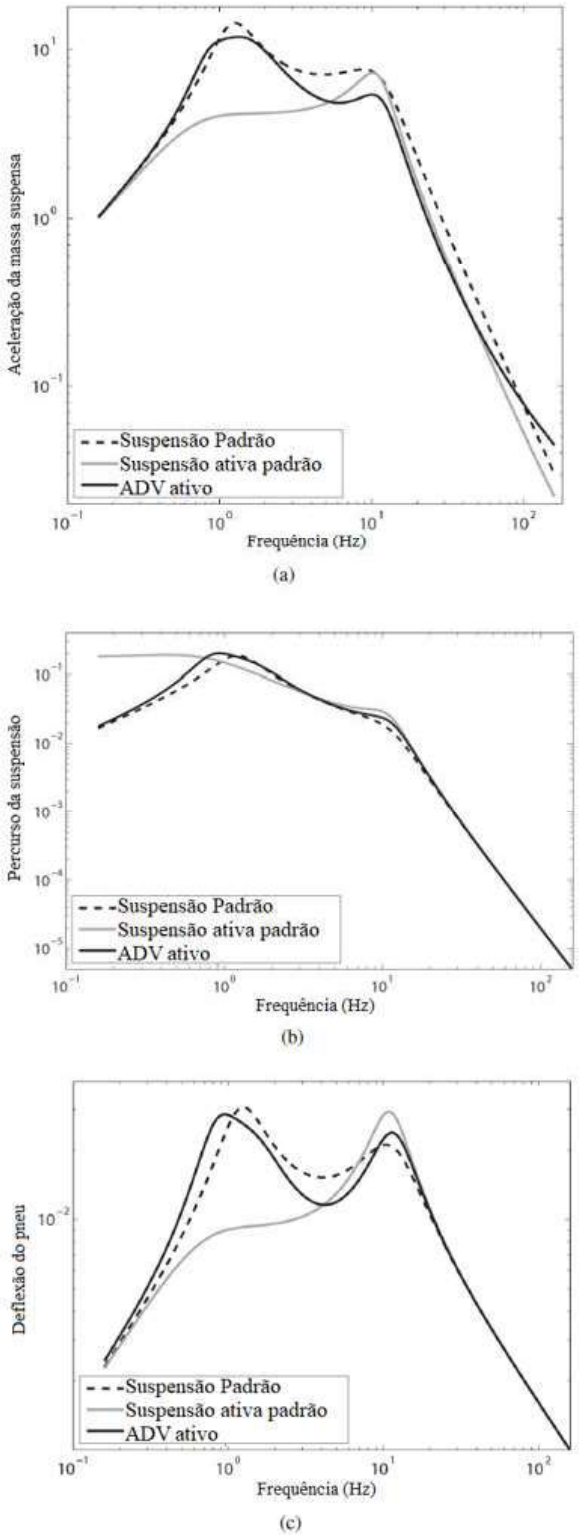
Reina e Rose (2016) também fizeram uma comparação entre o uso de um ADV ativo e de uma suspensão ativa padrão, como mostra a Figura 103. Pode ser visto que na frequência de ressonância da massa suspensa a suspensão ativa padrão apresenta um melhor desempenho na redução na aceleração da massa suspensa e na deflexão do pneu. Por outro lado, o ADV ativo possui um melhor desempenho na frequência de ressonância da massa não suspensa. Uma limitação da suspensão ativa em relação ao ADV ativo é o alto consumo de energia.

Figura 102 – Resposta de frequência em termos de: a) aceleração da massa b) Percurso da suspensão c) Deflexão do Pneu




Fonte: Reina e Rose (2016)

Figura 103 – Comparação entre ADV ativo e suspensão ativa padrão




Fonte: Reina e Rose (2016)

# 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No capítulo 1 foi feito uma introdução aos absorvedores dinâmicos de vibrações e foi explicitado os principais objetivos e a justificativa da realização de trabalho.

No capítulo 2 conceitos básicos de vibrações e controle de vibrações foram introduzidos na revisão bibliográfica, a fim de se entender melhor o funcionamento dos absorvedores dinâmicos de vibrações. Ainda neste capítulo foram explicitados os tipos de ADVs para cada categoria. Pode ser observado que há uma grande variedade destes dispositivos neutralizadores de vibrações e que cada tipo apresenta uma característica distinta, podendo ser a gama de frequência de excitação aceitável, o custo, a praticidade, entre outras propriedades.

No capítulo 3 foi apresentado algumas aplicações para os tipos de ADVs encontrados no capítulo 2. Foi verificado que ADVs podem ser utilizados em um grande número de aplicações, nas mais variadas áreas. ADVs passivos, devido a sua praticidade, baixo custo e eficácia são o tipo mais utilizado, e por este motivo são o que mais apresentam exemplos de aplicações. ADVs adaptativos são dispositivos que são capazes de modificarem algumas de suas características físicas, a fim de se sintonizarem na frequência de excitação, por isso sua utilização é feita quando a condição de operação do sistema for variada. A utilização de ADVs ativos é restringida, apesar de poderem trabalhar em uma larga faixa de frequências. Isto se deve ao fato destes dispositivos serem caros, necessitarem de uma grande quantidade de energia e de manutenção constante. Por este motivo, encontrar aplicações deste tipo de ADVs em estruturas e sistemas simples não é algo comum.

# 5 CONCLUSÃO

Com a realização deste trabalho foi possível conhecer mais sobre este dispositivo que é tão importante na área de controle de vibrações, além de entender a fundo o funcionamento, o equacionamento e as aplicações dos principais tipos. Respondendo, assim, as expectativas dos dois principais objetivos deste trabalho, que eram, classificar os tipos de absorvedores dinâmicos de vibrações em 3 classes distintas, passivo, adaptativo e ativo e verificar as principais aplicações da maioria dos tipos de ADVs encontrados anteriormente

# REFERÊNCIAS


AVILA, S. M.; GONÇALVES, P. B. Optimal Configurations of Composite Multiple Mass Dampers in Tall Buildings. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, v. 31, n. 1, p. 75-82, Jan.-Mar. 2009.

BARILLI, R. J.C. **Análise de Falhas em Mancais de Rolamento Utilizando a Técnica do Envelope.** 2013. 69 F. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Naval e Oceânica) – Escola politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

BAVASTRI, C. A. **Redução de vibrações de banda larga em estruturas complexas por neutralizadores viscoelásticos**. 1997. 167 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica – Vibrações e Ruídos) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 1997.

CLARK, A. J. Multiple passive tuned mass dampers for reducing earthquake induced building motion. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 9, 1988, Kyoto. **Proceedings…** Kyoto: 9WCEE, 1988. p. 779-784.

CLOUGH, R. W; PENZIEN, J. **Dynamic of structures**. 3. ed. Berkeley: Computers & Structures, 2003. 731 p.

COSTAIN, A. K.; ROBICHAUD, J. M. Practical Methods for Vibration Control of Industrial Equipment. **Bretech Engineering Ltd**. 2003.

DEICON. Diesel-generator-tuned-vibration-absorber Disponível em: < www.deicon.com/wp-content/uploads/2014/03/diesel-generator-tuned-vibration-absorber.pdf>. Acesso em: 15 Sept. 2017.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. 4. ed. New York: McGraw-Hill, 1956. 366 p.

DIAS, F. L. G.; CUNHA S. S. Concepção, análise numérica e otimização de um absorvedor de vibrações adaptativo. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 5., 2008, Salvador. **Anais...** Salvador: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2008. p. 1-10.

DÍAZ, Y. A. M. **Um Estudo dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Multimodais**. 2014. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2014.

EIRAS, J. A. Materiais Piezoelétricos. In: ADAMOWSKI, J. C.; NADER, G. **Sensores: Tecnologias e aplicações**. São Paulo: AlphaMidia Assessoria Fonografica, 2004, v. 1, cap. 2, p. 3-34.

ENGELHARDT, J; FRIEDMANN, H. Active Vibration Absorber (AVA) for Vibration Reduction at Piping Systems in Chemical Plants. In: WENZEL, H. **IRIS**. Vienna: VCE Vienna Consulting Engineers ZT GmbH, 2012, cap. 13, p. 279-292.

ESPÍNDOLA, J. J et al. Design of optimum system of viscoelastic vibration absorbers with a Frobenius norm objective function. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, v. 31, n. 3, p. 210-219, July-September 2009.

ESPINDOLA, J. J.; SILVA, H. P. Modal reduction of vibrations by dynamic neutralizers: a generalized approach. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE, 10, 1992, San Diego. **Proceedings...** New York: Society for Experimental Mechanics, INC, 1992. p. 1367-1373.

FERNANDES, V.; CASTILHO FILHO, L. V.; MELO, G. P. Absorvedores dinâmicos de vibrações tipo lâmina vibrante. In: SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 10, 2008, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Faculdade de tecnologia de São Paulo, 2008.

FILIPPIN, C. G. et al. Design of Optimum System of Viscoelastic Vibration Absorbers with a Frobenius Norm Objective Function. In: CONGRESSO DE INOVAÇÃO TECNOLÓGICA EM ENERGIA ELÉTRICA, 2, 2003, Salvador. **Anais do II Citenel...** Brasília: Agência nacional de energia elétrica, 2003. p. 1106-1112.

FLATAU, A. B; DAPINO, M. J.; CALKINS, F. T. On Magnetostrictive Transducer Applications. In: MATERIALS RESEARCH SOCIETY SYMPOSIUM, 3, Boston. **Materials for Smart Systems III...** Warrendale: Materials Research Society, 2000. p. 247-260.

FRENCH, A. P. **Vibrações e ondas**. Brasília: UNB, 2001. 384 p.

GAUDENZI, P. **Smart Structures: Physical Behaviour, Mathematical Modelling and Applications**. Chippenham: John Wiley & Sons, 2009. 173 p.

HEROLD, S.; MAYER, D. Adaptive Piezoelectric Absorber for Active Vibration Control. **Actuators**, vol. 5, n. 1, Feb. 2016.

HOSEK, M; ELMALI, H; OLGAC, N. A tunable torsional Vibration absorber: the centrifugal delayed resonator. **Journal of Sound and Vibration**, v.205, n. 2, Aug. 1997.

HURRICKS, SIMON. Application note: Excessive vibrations on 250-MW turbo-generator bearings due to flexible steel foundations. Publicado por Bruel & Kjaer Vibro. Disponível em: < http://www.bruel.hu/pdf/BAN0006EN11%20CS%20Huntly_Power_Station.pdf>. Acesso em: 15 Sept. 2017.

IGUSA, T; XU, K. Vibration Control Using Multiple Tuned Mass Dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v.175, n. 4, Aug. 1994.

KOTINDA, G. I. **Absorvedor dinâmico de vibração tipo lâmina vibrante**. 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica – Mecânica dos Sólidos e Vibrações) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

KUMAR, J. S. Helicopter vibrations – a perspective. **International Journal of Research in Aeronautical and Mechanical Engineering**. v. 4, n. 6, p. 50-63, June 2016.

LANG, M. A.; LORCH, D. R.; MAY, D. N.; SIMPSON, M. A. MD-8O aft cabin noise control: a case history. In: AIRCRAFT INTERIOR NOISE WORKSHOP (NASA), 4, 1992, Friedrichshafen. **Anais...** Hampton: National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1992. p.13-33.

LOURENCO, R.; ROFFEL, A. J.; NARASIMHAN, S. Shape memory alloy-based adaptive-passive dynamic vibration absorber for vibration control in piping applications. In: CANSMART WORKSHOP, 12, 2009, Montreal. **Proceedings...** Kingston: Cansmart, 2009. p. 17-26.

MANI, Y.; SENTHILKUMAR, M. Shape memory alloy-based adaptive-passive dynamic vibration absorber for vibration control in piping applications. **Journal of Vibration and Control**, v. 21, n. 9, July 2013.

MARQUES R. F. A.; RADE D. A.; CUNHA S. S. Assessment of an active dynamic vibration absorber. **Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering**, Bellingham, v.4359, n. 1, 2001.

MARQUES, R. F. A. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. 2000. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2000.

MAY, C.; KUHNEN, K.; PAGLIARULO, P.; JANOCHA, H.: Magnetostrictive Dynamic Vibration Absorber (DVA) for Passive and Active Damping. In: EUROPEAN CONFERENCE ON NOISE CONTROL, 5, 2003, Naples. **Proceedings...** p. 1-6.

MISHRA, R. **Application of tuned mass damper for vibration control of frame structures under seismic excitations**. 2011. 94 f. Thesis (Master of technology in structural engineering) – Department of Civil Engineering, National Institute of Technology, Rourkela, 2011.

MONTEIRO, V. L. **Uso de absorvedor dinâmico de vibrações para mitigação de dificuldades causadas pela doença de Parkinson**. 2013. 69 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) - Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. Wiley-Interscience, 1985. 480 p.

OLGAC, N.; HOSEK M. Active Vibration Absorption and Delayed Feedback Tuning. In: NWOKAH, O. D. I.; HURMUZLU, Y. **The Mechanical systems design handbook: modeling, measurement, and control**. Boca Raton: CRC Press LLC, 2002. p. 230-271.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 424 p.

REINA, G.; ROSE, G. D. Active vibration absorber for automotive suspensions: a theoretical study. **International Journal of Heavy Vehicle Systems**, v. 23, n. 1, p. 21-39, Feb. 2016.

SAVI, M.; OLIVEIRA, S. A. Os Materiais Inteligentes e suas Aplicações. **Revista marítima Brasileira**. Rio de Janeiro, v. 133, n.10/12, p.39-56, out./dez. 2013.

STEFFEN JR.; RADE, D. A. Absorbers, vibration. In: BRAUN, S. G; EWINS, D. J; RAO, S. S. **Encyclopedia of Vibration**. Elsevier Science & Technology Books, 2001. Cap. 2, p. 9-26.

SUN, J.Q.; JOLLY, M.R.; NORRIS, M. A. Passive, adaptive and active vibration absorbers – a survey. **Journal of Mechanical Design**, v. 117, B, Jun. 1995.

THIMOTEO, T. **Projeto de um absorvedor dinâmico de vibrações torcionais**. 2000. 120 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecatrônica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

TIMOSHENKO, S. **Vibrations problems in engineering**. 2. ed. New York: D. Van Nostrand Company, 1937. 811 p.

TRUONG, T. D. **Engineering applications of electro-rheological fluids**. 2000. 83 f. Thesis (Master of engineering) – School of the Built Environment - Mechanical Engineering, Victoria University of Technology, Melbourne, 2000.

UCHINO, K. Introduction to Micromechatronics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT MATERIALS, 5, 2003, State College. **Proceedings...** Pennsylvania: Pennsylvania state university park, 2003. p. 1-26.

UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE (USA). FRAHM, H. **Device for damping vibrations of bodies**. US 989958 A, 18 April 1911.

VOLTOLINI, D. R. **Controle de Vibrações em Dinâmica de rotores usando mancais de rolamento composto com material viscoelástico**. 2013. 65 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica – Setor de Tecnologia), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

WALSH, KEVIN. Newtown Historical: Corona, Queens. Disponível em: < http://forgotten-ny.com/2012/01/forgottentour-51-corona-queens/>. Acesso em: 20 Sept. 2017.

WEBSTER, A. C.; VAICAITIS, R. Application of tuned mass dampers to control vibrations of composite floor systems. **Engineering Journal of the American Institute of Steel Construction**, v.29, p.116-124, 1992.

WILLIAMS, K. A.; CHIU, G. T. -C.; BERNHARD, R. J. Nonlinear control of a shape memory alloy adaptive. **Journal of Sound and Vibration**, v.288, n. 4 - 5, Dec. 2005.

WU, S. T. Active pendulum vibration absorbers with a spinning support. **Journal of Sound and Vibration**, v.323, n. 1-2, June 2009.

YONG, C.; ZIMCIK, D. G.; WICKRAMASINGHE, V. K.; NITZSCHE, F. Research of an Active Tunable Vibration Absorber for Helicopter Vibration Control. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 16, n. 4, p 203-2011, Nov. 2003.