



IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

92

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.004/94

RPA Relativística para ressonâncias gigantes
iso-escalares

Cláudio de Conti



Orientador

Alfredo Pio Noronha Rodrigues Galeão

Agosto 1994

Agradecimentos

Agradeço a todos que contribuíram para a realização deste trabalho, especialmente aos meus pais, amigos e colegas.

Agradeço ao meu pai, Sr. João, por sua orientação e apoio.

Agradeço ao meu amigo, Sr. Carlos, por sua ajuda e incentivo.

Agradeço ao meu colega, Sr. Roberto, por sua colaboração e amizade.

Agradeço ao Sr. Paulo, por sua contribuição e apoio.

Dedico esse trabalho a meu amado Pai Celestial, Jesus Cristo.

Agradecimentos

Agradeço a todos que contribuíram para a conclusão desse trabalho, em particular Ao Otávio Socolowski Jr., pela sua incrível habilidade e paciência para discutir passagens matemáticas.

Ao Ivan Lautenschleguer, pela sua ilimitada bondade e humildade.

A Andrea, minha amada esposa, que esteve sempre ao meu lado.

Ao professor Galeão pela paciência e dedicação demonstradas ao longo desse trabalho.

Aos meus familiares, por tudo que me ensinaram.

À FAPESP e à CAPES, pelo apoio financeiro, ao longo desse trabalho.

Resumo

A partir da *hadrodinâmica quântica*, nós procuramos desenvolver uma abordagem relativística para obter as equações da *aproximação da fase aleatória* apropriadas para o estudo das *ressonâncias gigantes iso-escalares*. Para isso derivamos a equação de Dyson para o propagador de polarização de bárions através da soma de diagramas de anéis, com cada diagrama desses construído com propagadores de bárions obtidos da *aproximação de Hartree relativística*. Nesse tratamento apenas os mésons iso-escalares σ e ω contribuem para essas ressonâncias, o que nos permite trabalhar no contexto mais simples da *hadrodinâmica quântica*, a *hadrodinâmica quântica I* ou modelo $\sigma\omega$.

Palavras- Chaves : *Ressonâncias Gigantes, Hadrodinâmica Quântica, Aproximação de Hartree Relativística, Aproximação da Fase Aleatória Relativística.*

Área de Conhecimento : 1.05.04.01-0

Abstract

Starting from *quantum hadrodynamics*, we develop a relativistic approach to get the equations of the *random phase approximation* appropriate to the study of *isoscalar giant resonances*. We derive Dyson's equation for the baryon polarization propagator by summing the ring diagrams, where each diagram is constructed with the baryon propagator in the *relativistic Hartree approximation*. In this treatment, only the isoscalar mesons σ and ω are relevant for those resonances, so that we can work in the simplest context of *quantum hadrodynamics*, namely, *quantum hadrodynamics-I* or the $\sigma\omega$ model

Key Words : Giant Resonances, Quantum Hadrodynamics, Relativistic Hartree Approximation, Relativistic Random Phase Approximation.

Índice

1	Introdução	3
2	Ressonâncias Gigantes	5
2.1	Introdução	5
2.2	Características das Ressonâncias Gigantes	5
2.3	Fenomenologia e Sistemática das Ressonâncias Gigantes	7
2.4	Teorias Microscópicas para as Ressonâncias Gigantes	7
3	Hadrodinâmica Quântica e Teoria do Campo Médio	11
3.1	Introdução	11
3.2	Hadrodinâmica Quântica-I e Hadrodinâmica Quântica-II	11
3.3	Teoria do Campo Médio	14
4	Aproximação de Hartree	18
4.1	Introdução	18
4.2	Hadrodinâmica Quântica	18
4.3	Cálculo Aproximado do Propagador Interagente.	24
4.4	Aproximação de Hartree Relativística	29
4.5	Eliminação das Antipartículas na Aproximação de Hartree	37
5	Aproximação da Fase Aleatória	39
5.1	Introdução	39
5.2	Teoria da Resposta Linear a uma Perturbação Externa	39
5.3	Equação de Dyson na Aproximação de Anéis.	43
5.4	Equações da RPA Relativística.	48

6 Conclusão	57
A Conservação da Corrente Bariônica	60
B Teorema de Wick, Propagadores Livres e Propagadores Interagentes	62
B.1 Teorema de Wick	62
B.2 Propagadores Livres	63
B.3 Expansão do Propagador Interagente de Bárions em Propagadores Livres .	69
C Propagador de Polarização	71
C.1 Expansão do Propagador de Polarização	71
C.2 Dependência Explícita no Tempo do Propagador de Polarização	76
C.3 Representação de Lehmann para o Propagador de Polarização na RPA . .	77
C.4 Propagador de Polarização de Hartree	78
C.5 Equação para o Propagador de Polarização na RPA.	80
D Propriedade do Kernel da RPA.	83
Referências Bibliográficas	85

Capítulo 1

Introdução

As *ressonâncias gigantes* são excitações partícula-buraco coletivas que exaurem uma grande parte das regras de soma correspondentes. Assim, a teoria microscópica apropriada para seu estudo é a *aproximação da fase aleatória*, que, como se sabe, conserva as regras de soma. Existem na literatura vários cálculos para *ressonâncias gigantes* baseados na *aproximação da fase aleatória* convencional, isto é, levando em conta apenas os graus de liberdade de prótons e nêutrons como é usual em cálculos de estrutura nuclear.

Descrever as propriedades do estado fundamental de um sistema nuclear é de fundamental importância no estudo da estrutura nuclear. As teorias tradicionais não relativísticas, i.e., teorias que incluem somente graus de liberdade bariônicos, descrevem essas propriedades através da equação de Schrödinger com potenciais efetivos determinados fenomenologicamente. Apesar dos bons resultados alcançados por essas teorias nós nos deparamos ainda com algumas discrepâncias ao compará-los com os dados experimentais. Recentemente, Walecka e colaboradores propuseram um modelo em teoria de campos relativística para a descrição de sistemas nucleares, levando em conta não apenas os graus de liberdade bariônicos, mas também alguns graus de liberdade mesônicos. Tal modelo, a *hadrodinâmica quântica*, pode ser dividido em duas versões. A primeira, a *hadrodinâmica quântica-I*, é baseada nos bárions (n, p) e nos mésons iso-escalares escalar (σ) e vetorial (ω). A segunda versão, *hadrodinâmica quântica-II*, mais realística, contém, além dos campos acima, os campos dos mésons isovetoriais pseudo-escalar (π) e vetorial (ρ). Nesses modelos é observado que, para altas densidades bariônicas, os operadores dos campos mesônicos podem ser substituídos por seus respectivos valores de espera, os quais são, então, vistos como

campos clássicos onde os bárions se movem. Esta aproximação é conhecida como *teoria do campo médio*, e equivale à *aproximação de Hartree relativística*. Embora a *hadrodinâmica quântica* tenha poucos parâmetros livres (massas dos mésons e constantes de acoplamento), ela consegue, na *aproximação do campo médio*, descrever com grande sucesso não só as propriedades da matéria nuclear, mas também propriedades do estado fundamental de núcleos finitos.

Em virtude do sucesso do modelo de Walecka ao descrever as propriedades do estado fundamental de sistemas finitos, é natural estendê-lo para o estudo de estados excitados. Nesta dissertação discutimos como isso pode ser feito através da *aproximação da fase aleatória relativística* para descrever as *ressonâncias gigantes iso-escalares*.

O corpo desta dissertação está dividido em quatro capítulos. No capítulo 2 nós introduzimos as *ressonâncias gigantes*, suas características e propriedades e damos uma motivação para sua descrição quantitativa. Todo o desenvolvimento dessa parte é baseado na Ref. [1]. Algumas referências mais antigas são citadas aí somente por motivos históricos. No capítulo 3 damos uma breve motivação para o estudo da estrutura nuclear através da *hadrodinâmica quântica* baseada na Ref. [2]. Em seguida nós descrevemos essa teoria, tanto na sua versão mais simples, a *hadrodinâmica quântica-I*, como na sua versão mais completa, a *hadrodinâmica quântica-II*. Por último apresentamos a *aproximação do campo médio*, para a versão mais simples, seguindo a Ref. [3]. No capítulo 4, nós introduzimos as *regras de Feynman* para a *hadrodinâmica quântica-I* e, através de expansões diagramáticas do propagador de bárions, derivamos a *aproximação de Hartree relativística*. Para isso nós reproduzimos em detalhe as expressões obtidas nas Refs. [3] e [4]. Na última parte, capítulo 5, nós derivamos as equações da *aproximação da fase aleatória relativística*, seguindo as Refs. [5] e [6]. Finalizando a dissertação nós apresentamos uma breve conclusão com alguns comentários finais.

Capítulo 2

Ressonâncias Gigantes

2.1 Introdução

Nosso objetivo neste capítulo é fazer uma breve introdução às *ressonâncias gigantes*, que nada mais são que certos modos coletivos do núcleo atômico.

Primeiro, nós discutiremos a fenomenologia e as características básicas das *ressonâncias gigantes* seguindo, em parte, a Ref. [1]. Em seguida passaremos a fazer um apanhado das propriedades das *ressonâncias gigantes*. Para finalizar o capítulo, nós daremos uma motivação para a descrição quantitativa dessas ressonâncias através da *aproximação da fase aleatória*.

2.2 Características das Ressonâncias Gigantes

Ao se observar a função de excitação dos núcleos, ao longo de toda tabela periódica, nós notamos certos picos largos centrados em energias da ordem de dezenas de MeVs acima do estado fundamental. A Fig. 2.1 mostra, como um exemplo típico, a ressonância dipolar elétrica do núcleo ^{124}Sn . Esses picos correspondem a certos modos coletivos nucleares que recebem a denominação genérica de "*ressonâncias gigantes*" (GR), já que suas intensidades e larguras são bem maiores do que as dos picos correspondentes a excitações de partícula-única. Essas excitações foram observadas pela primeira vez há mais de quarenta anos atrás por Baldwin e Klaiber (1947,1948) [7, 8] seguindo as indicações de Bothe e Gentner (1937) [9] e previsões teóricas de Migdal (1944) [10]. As GR podem ser excitadas por diversos

tipos de reações : reações fotonucleares, veja Fig. 2.1, espalhamento inelástico de elétrons e íons leves, e reações de troca de carga com íons leves.

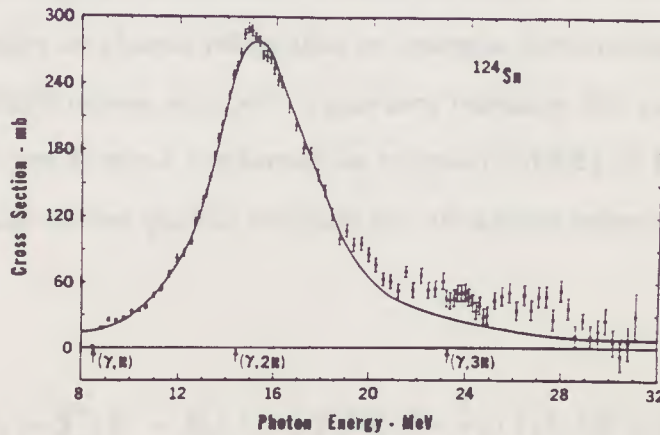


Figura 2.1: Ressonância gigante dipolar elétrica do ^{124}Sn observada numa reação fotonuclear [11].

As GR são caracterizadas pelas seguintes quantidades :

1) *Multipolaridade* : 2^J onde J é o momento angular total transferido ao núcleo no processo de excitação .

2) *Momento angular orbital* L transferido pela excitação .

3) *Spin* S , que é o momento angular de spin transferido na excitação . ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$)

4) *Isospin* T , que é o isospin transferido ao núcleo no processo de excitação .

5) *Seção de choque integrada em energia*, também denominada intensidade.

$$S_0 = \int_{\text{pico}} \sigma(E) dE \quad (2.1)$$

onde $\sigma(E)$ é a seção de choque para energia transferida E , a ordenada na Fig. 2.1

6) *Energia de excitação* E_x , que pode ser calculada como o centróide em energia do pico

7) *Largura* Γ , que é a largura do pico à metade da altura máxima.

Os modos com $S = 0$ são conhecidos como *elétricos* e os modos com $S = 1$ como *magnéticos*. Os modos elétricos são bem mais coletivos que os magnéticos. Os modos

com $T = 0$ são denominados *iso-escalares* e os modos com $T = 1$, *isovetoriais*. Assim, por exemplo, o modo com $T = 1$, $S = 0$ e $L = 1$ é chamado de modo dipolar elétrico isovetorial. É essa a ressonância que aparece na Fig. 2.1.

Existem relações gerais envolvendo valores de espera de certos operadores no estado fundamental e seções de choque integradas em energia, denominadas regras de soma. Uma das mais importantes dessas relações, e que será bastante útil para o que queremos fazer nesta seção, é a *regra de soma ponderada na energia* (EWSR). A EWSR expressa a energia média transferida ao núcleo quando excitado por um agente externo, e pode ser escrita como :

$$S_1 = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 = \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle \quad (2.2)$$

onde H é a Hamiltoniana que descreve o sistema nuclear, $|\nu\rangle$ seus auto-estados e E_{ν} as energias correspondentes. F é o operador de excitação caracterizando o agente externo que provoca as transições no sistema.

2.3 Fenomenologia e Sistemática das Ressonâncias Gigantes

Na seção anterior nós vimos as principais características das GR, agora nós iremos mostrar como essas quantidades variam com o número de massa A . As Figs. 2.2 a 2.4 e a Tabela 2.1 mostram como se dá para as principais ressonâncias iso-escalares, mas esse comportamento é típico, valendo também para as isovetoriais. Nós percebemos que as GR têm as seguintes propriedades :

- 1) *Mudam sua forma, largura e centróide de energia suavemente com o número de massa A do núcleo.*
- 2) *Exaurem uma grande parte da regra de soma ponderada em energia*

2.4 Teorias Microscópicas para as Ressonâncias Gigantes

Nas seções anteriores procuramos descrever o fenômeno nuclear conhecido como GR, bem como suas propriedades, de um forma bastante concisa. Conhecendo essas propriedades, nós

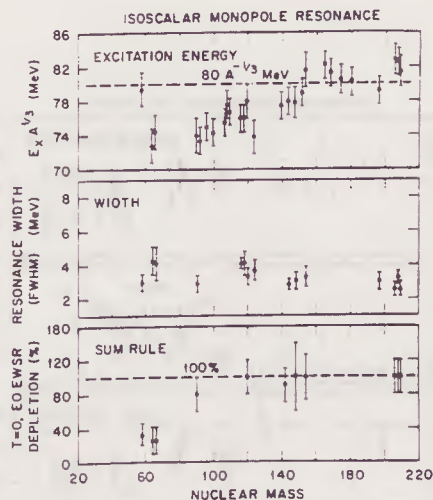


Figura 2.2: Regra de soma, largura e energia de excitação para a ressonância monopolar elétrica iso-escalar [12].

pretendemos, nesta seção, discutir algumas possíveis teorias para a descrição quantitativa desse fenômeno.

Como vimos, as GR são modos altamente coletivos com diversos nucleons se movendo juntos. Assim, uma primeira idéia razoável seria descrever as GR através de modelos coletivos. Esses modelos são teorias empregadas para descrever o núcleo atômico usando apenas poucos graus de liberdade que descrevem os modos coletivos de interesse. Eles são construídos através de analogias com a física macroscópica, como é o caso por exemplo, do "tradicional" modelo da gota líquida. Nós não pretendemos fazer uma abordagem das GR através dessa descrição aqui, mas sim procurar descrevê-las microscopicamente.

Já que as GR exaurem uma grande parte das regras de soma correspondentes, conhecido qualquer modelo para descrevê-las, nós podemos testá-lo através das regras de soma. Em 1961 Thouless [13] mostrou que a EWSR é satisfeita exatamente se o lado esquerdo de (2.1) é calculado com as funções de onda e energias obtidas com a aproximação da fase aleatória e o lado direito com o estado fundamental de Hartree-Fock. Conclui-se que a *aproximação da fase aleatória* é um bom modelo para descrever as GR. Com efeito, a *aproximação da fase aleatória* não relativística tem sido bem sucedida na descrição das GR. Ela descreve as GR através de graus de liberdade de partícula-buraco. Fazer essa aproximação equivale a

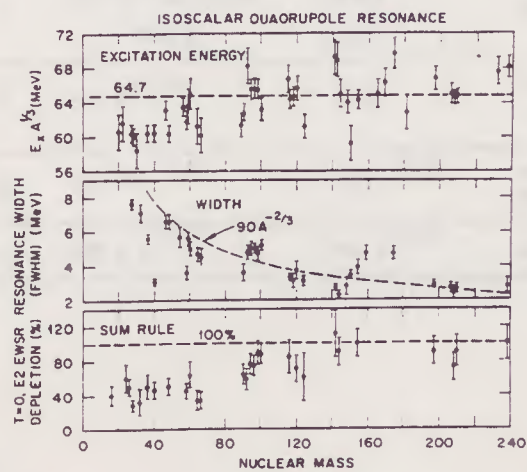


Figura 2.3: Regra de soma, largura e energia de excitação para a ressonância quadrupolar elétrica iso-escalar [12].

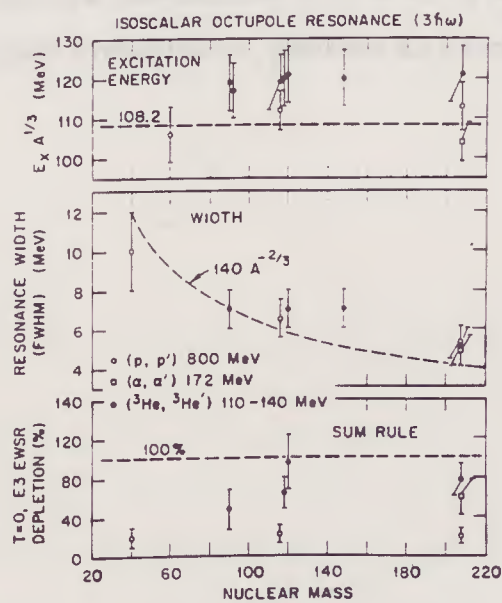


Figura 2.4: Regra de soma, largura e energia de excitação para a ressonância octupolar elétrica iso-escalar [12].

L	S	T	Energy centroid (MeV)	Width (MeV)	Depletion EWSR
0	0	0	$80 A^{-1/3}$	3-4	20- 80% (A<100) 100% (A>100)
2	0	0	$64.7 A^{-1/3}$	$90 A^{-2/3}$	40- 80% (A<100) 80-100% (A>100)
3	0	0	$180.2 A^{-1/3}$	$140 A^{-2/3}$	20-100%

Tabela 2.1: Sistemática das principais ressonâncias iso-escalares [1].

diagonalizar a hamiltoniana nuclear num espaço modelo de estados de 1 partícula-1 buraco , tomando para o estado fundamental o vácuo interangente dessas partículas e buracos, isto é, incluindo correlações partícula-buraco no estado fundamental.

Nos próximos capítulos nós pretendemos derivar as equações da *aproximação da fase aleatória*, agora num contexto relativístico, partindo da hadrodinâmica quântica.

Capítulo 3

Hadrodinâmica Quântica e Teoria do Campo Médio

3.1 Introdução

Nesse capítulo nós pretendemos mostrar como é possível estudar um sistema nuclear de muitos corpos através de uma teoria quântica de campos relativística, a hadrodinâmica quântica (QHD), introduzida por Walecka em 1974 [14].

Nós iniciaremos fazendo uma apresentação bastante resumida da QHD, tanto na sua versão mais simples, QHD-I, como na sua versão mais completa, QHD-II. Em seguida pretendemos introduzir a *aproximação do campo médio*, que deixa as equações de campo da QHD numa forma tratável, e mostrar como resolvê-las no caso mais simples de um sistema homogêneo. Adotamos a notação da referência [3]

3.2 Hadrodinâmica Quântica-I e Hadrodinâmica Quântica-II

Qualquer teoria de muitos corpos para descrever o núcleo atômico deve levar em conta a interação N-N. A partir do trabalho de Yukawa em 1935 [15] estabeleceu-se que uma partícula "sentia" a presença de outra, através da troca de um ou mais quanta de um campo. Isso levou à descrição da interação N-N através da troca de mésons. A motivação para se adotar esse formalismo está no fato de que, através dele, as principais propriedades da interação N-N são reproduzidas diretamente. Dessa forma, parece razoável adotar esse modelo da interação N-N ao se desenvolver uma teoria efetiva de muitos corpos para sistemas nucleares.

Em 1974 Walecka propôs a QHD [14] para descrever tais sistemas, especificamente a matéria nuclear e a matéria de nêutrons. A QHD é uma teoria quântica de campos relativísticos que descreve a interação entre os nucleons através da troca de quanta de campos mesônicos escolhidos fenomenologicamente. A versão mais simples da QHD, proposta por Walecka em 1974 [14], inclui somente dois mésons, o méson escalar σ , responsável pela parte atrativa, e o méson vetorial ω , responsável pela parte repulsiva da interação N-N. Uma versão mais completa, a QHD-II, foi introduzida por Serot em 1979 [16], incluindo além dos mesons σ e ω , os mésons ρ e π .

A densidade de lagrangeana para a QHD-I é :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{(I)} &= \bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_v V^\mu) - (M - g_s\phi)]\psi \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu \\ &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I\end{aligned}\tag{3.1}$$

com

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_0 &= \bar{\psi}[i\gamma_\mu\partial^\mu - M]\psi \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu\end{aligned}\tag{3.2}$$

$$\mathcal{L}_I = g_s\bar{\psi}\psi\phi - g_v\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu\tag{3.3}$$

onde ψ descreve o campo bariônico (n,p) de massa M , ϕ , o campo de um méson fictício escalar (σ) de massa m_s , e V^μ , o campo do méson vetorial (ω) com massa m_v . O tensor de campo $F_{\mu\nu}$ é dado por :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu\tag{3.4}$$

Da densidade de lagrangeana (3.1) nós obtemos as equações para os campos ψ, ϕ, V^μ , através das equações de Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0\tag{3.5}$$

onde q_i é uma coordenada generalizada que pode ser qualquer um dos campos ψ , ϕ e V^μ .

Assim nós temos as equações de campo:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2)\phi = g_s \bar{\psi} \psi \quad (3.6)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 V^\nu = g_v \bar{\psi} \gamma^\nu \psi \quad (3.7)$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_v V_\mu) - (M - g_s \phi)]\psi = 0 \quad (3.8)$$

Uma importante característica da lagrangeana (3.1) é que ela conserva a corrente bariônica,

$$\partial_\mu [\bar{\psi} \gamma^\mu \psi] = 0 \quad (3.9)$$

e por consequência

$$\partial_\mu V^\mu = 0. \quad (3.10)$$

A demonstração desse resultado encontra-se no apêndice A.

Conforme previsto por Yukawa, o méson π é a partícula mais apropriada para ser trocada numa interação entre dois nucleons e, como nós podemos ver, ele não ocorre na QHD-I. Nós iremos justificar essa escolha na próxima seção, que trata de uma aproximação para resolvermos as equações (3.6) a (3.8)

A densidade de lagrangeana mais simples para a QHD-II é :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(II)} = & \mathcal{L}^{(I)} - \frac{1}{4} \vec{B}_{\mu\nu} \cdot \vec{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{b}_\mu \cdot \vec{b}^\mu \\ & - g_\rho \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \vec{b}^\mu \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \vec{\pi} \cdot \vec{\pi}) \\ & - \left(\frac{g_\pi}{2M} \right) \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} \psi \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde $\mathcal{L}^{(I)}$ é a densidade de lagrangeana dada em (3.1), $\vec{b}_\mu$ representa o campo do méson vetorial isovetorial (ρ), com massa m_ρ e $\vec{\pi}$ o campo do méson- π pseudo-escalar, isovetorial, com massa m_π . O tensor de campo $\vec{B}_{\mu\nu}$ é dado por :

$$\vec{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{b}_\nu - \partial_\nu \vec{b}_\mu \quad (3.12)$$

Nessa notação , a seta superior nos campos $\vec{\pi}$ e $\vec{b}_\mu$ se refere ao seu caráter trivetorial no espaço de isospin.

Como nesse trabalho nós pretendemos estudar apenas as GR iso-escalares, assumiremos, por simplicidade, que o núcleo é descrito através da QHD-I, já que essa engloba os mésons iso-escalares. A contribuição adicional vinda dos mésons isovetoriais que aparecem na QHD-II deve ser menos importante para essas ressonâncias e será desprezada no que segue. Com efeito, na *aproximação de Hartree*, que utilizaremos aqui, essa contribuição seria nula.

3.3 Teoria do Campo Médio

Na seção anterior nós vimos que, no contexto de troca de mésons, um sistema nuclear de muitos corpos, pode ser tratado da forma mais simples possível através da QHD-I, dada pela densidade de lagrangeana (3.1). Nós podemos ver, analisando-as melhor, que as equações para os campos ψ, ϕ e V^μ resultantes dessa teoria, são bastante complicadas, pois se trata de equações não lineares, acopladas, envolvendo campos quânticos. Além disso, como as teorias quânticas de campos são usualmente resolvidas através de expansões nas constantes de acoplamento, esse procedimento fica bastante comprometido, desde que as constantes de acoplamento na QHD são grandes. À primeira vista nós podemos concluir que embora tenhamos um modelo para tratar um sistema nuclear de muitos corpos, nós não sabemos resolvê-lo.

Em 1974 Walecka [14] propôs a solução para esse problema, ao estudar as propriedades de estrelas de nêutrons. Nessa abordagem ele estava interessado em obter as soluções das equações (3.6) a (3.8) para um sistema com densidades escalar $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ e bárionica $\langle \psi^\dagger\psi \rangle$ uniformes no caso em que essas densidades eram muito grandes. Nesse caso é razoável

substituir os campos de mésons por seus correspondentes valores de espera, no estado fundamental $|\Psi\rangle$:

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \langle \Psi | \phi | \Psi \rangle = \phi_0 \\ V^\mu &\rightarrow \langle \Psi | V^\mu | \Psi \rangle = \delta^{\mu 0} V_0\end{aligned}\quad (3.13)$$

Na expressão acima nós utilizamos o fato do valor de espera de $\vec{V}$, a parte espacial de V_μ , anular-se devido à invariância rotacional do sistema. Para um sistema uniforme e estático as quantidades ϕ_0 e V_0 na expressão (3.13) independem de x^μ e, tomando o valor de espera de cada membro das equações (3.6) e (3.7) obtém-se :

$$\begin{aligned}\phi_0 &= \frac{g_s}{m_s^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv \frac{g_s}{m_s^2} \rho_s \\ V_0 &= \frac{g_v}{m_v^2} \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \frac{g_v}{m_v^2} \rho_B\end{aligned}\quad (3.14)$$

Substituir os campos de mésons por seus respectivos valores de espera define a *aproximação do campo médio* (MFT).

Podemos nos convencer de que essa aproximação resulta na propagação de fermions sujeitos a um campo externo, se substituirmos (3.14) em (3.8), obtendo a seguinte equação de Dirac para o campo ψ :

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_v \gamma^0 V_0 - (M - g_s \phi_0)]\psi = 0 \quad (3.15)$$

ou seja, denotando $M^* = M - g_s \phi_0$,

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_v \gamma^0 V_0 - M^*]\psi = 0 \quad (3.16)$$

que, como pode ser visto na referência [3], tem a solução geral

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} [A_{\vec{k}\lambda} U(\vec{k}, \lambda) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x} - i\varepsilon^{(+)}(k)t} + B_{\vec{k}\lambda}^\dagger V(\vec{k}, \lambda) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x} - i\varepsilon^{(-)}(k)t}] \quad (3.17)$$

sendo

$$\varepsilon^{(\pm)}(k) = g_v V_0 \pm (\vec{k}^2 + M^{*2})^{1/2} \quad (3.18)$$

e U, V os auto-espinores de (3.16) correspondentes a energias positivas e negativas, respectivamente. Essas equações descrevem, de fato, a propagação de uma partícula de massa M^* sujeita ao campo externo estático V_0

Por outro lado de (3.14) nós temos que ϕ_0 e V_0 estão relacionados com as fontes de bárions. Nós podemos ver que V_0 é proporcional à densidade de bárions $\rho_B = \frac{B}{V}$. Já que a corrente bariônica é conservada, equação (3.9), resulta que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \psi^\dagger \psi d^3x = 0 \quad (3.19)$$

e, portanto, o número de bárions

$$B = \int d^3x \langle \psi^\dagger \psi \rangle, \quad (3.20)$$

assim como a densidade de bárions para um sistema uniforme, é uma constante de movimento. Então, conhecido o número de bárions ou a densidade bariônica para esse sistema, nós imediatamente obtemos V_0 . O campo ϕ_0 pode ser determinado, como mostram as referências[14] e [3], autoconsistentemente ou através de um argumento termodinâmico. Assim nós vemos que um sistema nuclear uniforme e estático, como é o caso da matéria nuclear, pode ser resolvido de forma bem simples usando a MFT.

Nós podemos estender a MFT para a QHD-I ao estudo de núcleos finitos [4] e [3]. Nós veremos isso numa forma mais elaborada no próximo capítulo. Esse procedimento, reproduz satisfatoriamente, com um número mínimo de parâmetros, as principais propriedades dos seus estados fundamentais ¹.

Para finalizar este capítulo, vamos discutir o fato do méson π não ocorrer na QHD-I. Como ressaltamos, nós pretendemos utilizar a MFT para estudar núcleos finitos. Nessa

¹Para isso é necessário incluir na descrição, especialmente para os núcleos mais pesados com $N \neq Z$, o campo eletromagnético e o méson ρ neutro.

aproximação devemos, em analogia a (3.13), fazer a substituição

$$\vec{\pi} \longrightarrow \langle \Psi | \vec{\pi} | \Psi \rangle \tag{3.21}$$

Por outro lado, devido ao caráter pseudo-escalar do pión temos, por conservação da paridade,

$$\langle \Psi | \vec{\pi} | \Psi \rangle = 0 \tag{3.22}$$

e a contribuição do méson $\vec{\pi}$ desaparece na MFT.

Capítulo 4

Aproximação de Hartree

4.1 Introdução

Como nós vimos no capítulo 3, a dificuldade em resolver as equações (3.6) a (3.8) foi contornada através da MFT. Por outro lado, existe um formalismo empregado para descrever sistemas quânticos de muitos corpos não relativísticos, conhecido como método de funções de Green [5], que pode ser estendido para o caso relativístico [3]. Nesse formalismo os observáveis de interesse do sistema são obtidos de uma quantidade, conhecida como função de Green ou propagador das partículas envolvidas no sistema. Além disso, os propagadores interagentes podem ser expandidos em termos dos propagadores não interagentes.

Neste capítulo nós pretendemos estudar a QHD-I através desse formalismo e fazer a aproximação de Hartree nessa abordagem.

4.2 Hadrodinâmica Quântica

Como a QHD é uma teoria com acoplamentos fortes, nós sabemos que ao expandir os propagadores interagentes, os termos de ordem mais baixa não descrevem adequadamente o sistema. Por esse motivo nós necessitamos recorrer a um método sistemático para obter o n -ésimo termo na expansão dos propagadores interagentes.

Expansões diagramáticas dos propagadores da teoria, através das regras de Feynman, que iremos exibir a seguir, permitem fazer o que mencionamos acima. Para iniciarmos a obtenção dessas regras nós iremos antes calcular seus ingredientes básicos, que são os

propagadores livres ou não interagentes de bárions $G_{\alpha\beta}^0(x)$ e mésons escalar, $\Delta^0(x)$, e vetorial $D_{\mu\nu}^0(x)$. Essas expressões são definidas abaixo :

$$\begin{aligned} i\Delta^0(x' - x) &\equiv \langle \Psi_0 | T[\phi(x')\phi(x)] | \Psi_0 \rangle \\ &= i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x'-x)} \Delta^0(k) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) &\equiv \langle \psi_0 | T[\psi_\alpha(x')\bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle \\ &= i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x'-x)} G_{\alpha\beta}^0(k) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} iD_{\mu\nu}^0(x' - x) &\equiv \langle \Psi_0 | T[V_\mu(x')V_\nu(x)] | \Psi_0 \rangle \\ &= i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x'-x)} D_{\mu\nu}^0(k) \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $|\Psi_0\rangle$ denota o estado fundamental não interagente com os estados de nucleons livres ocupados até o nível de Fermi e sem nenhum méson, ϕ , V_μ e ψ_α são os operadores de campo do méson escalar, vetorial e de bárions na descrição de interação, e $T[...]$ denota o produto ordenado no tempo definido abaixo :

$$T[A(t_1)B(t_2)] = \begin{cases} A(t_1)B(t_2) & , \text{para } t_1 > t_2; \\ \pm B(t_2)A(t_1) & , \text{para } t_2 > t_1; \end{cases} \quad (4.4)$$

vigorando o sinal $+$ ou $-$ conforme a troca na ordem dos fatores A e B envolva uma permutação par ou ímpar, respectivamente, de operadores de campo de férmions. Os propagadores livres no espaço dos momentos que ocorrem nas expressões (4.1) a (4.3) são :

$$\Delta^0(k) = \frac{1}{k_\mu^2 - m_s^2 + i\varepsilon} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}^0(k) &= (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{k_\lambda^2 - M^2 + i\varepsilon} \right. \\ &\quad \left. + \frac{i\pi}{E^0(k)} \delta(k^0 - E^0(k)) \theta(k_F - |\vec{k}|) \right] \\ &= G_{F\alpha\beta}^0(k) + G_{D\alpha\beta}^0(k) \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$D_{\mu\nu}^0(k) = \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_v^2} \right] \frac{1}{k_\lambda^2 - m_v^2 + i\varepsilon} \quad (4.7)$$

com $E^0(k) = (\vec{k}^2 + M^2)^{\frac{1}{2}}$. Como já dissemos anteriormente, a densidade de lagrangeana (3.1) conserva a corrente bariônica. Isso implica que o termo $k_\mu k_\nu$ no propagador do méson vetorial não contribui para qualquer quantidade física de interesse. Por esse motivo esse termo será omitido de agora em diante, ou seja, passaremos a usar

$$D_{\mu\nu}^0(k) = \frac{-g_{\mu\nu}}{k_\lambda^2 - m_v^2 + i\varepsilon} \quad (4.8)$$

As expressões (4.1)-(4.7) são calculadas detalhadamente no apêndice B.

Os propagadores interagentes são definidos por relações análogas às expressões (4.1) a (4.3). Assim os propagadores, de bárions $G_{\alpha\beta}(x)$ e mésons escalar $\Delta(x)$ e vetorial $D_{\mu\nu}(x)$ são:

$$iG_{\alpha\beta}(x', x) \equiv \langle \Psi | T[\psi_{\alpha H}(x') \bar{\psi}_{\beta H}(x)] | \Psi \rangle \quad (4.9)$$

$$iD_{\mu\nu}(x', x) \equiv \langle \Psi | T[V_{\mu H}(x') V_{\nu H}(x)] | \Psi \rangle \quad (4.10)$$

$$i\Delta(x', x) \equiv \langle \Psi | T[\phi_H(x') \phi_H(x)] | \Psi \rangle \quad (4.11)$$

onde, agora, $|\Psi\rangle$ denota o estado fundamental interagente e o subíndice H indica que os operadores de campo estão na descrição de Heisenberg.

Definidos os propagadores interagentes dessa teoria, nós podemos escrevê-los na descrição da interação através das séries :

$$\begin{aligned} iG_{\alpha\beta}(x', x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i)^n}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n \\ &\times \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n) \psi_{\alpha I}(x') \bar{\psi}_{\beta I}(x)] | \Psi_0 \rangle \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$i\Delta(x', x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i)^n}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n \times \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n) \phi_I(x') \phi_I(x)] | \Psi_0 \rangle \quad (4.13)$$

$$iD_{\mu\nu}(x', x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i)^n}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n \times \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n) V_{I\mu}(x') V_{I\nu}(x)] | \Psi_0 \rangle \quad (4.14)$$

onde $\mathcal{L}_I$ denota a densidade de lagrangeana de interação (3.3) entre os campos bariônico e de mésons escrita, como todos os operadores de campo nessas equações, na descrição da interação, conforme indica o subíndice I nesses operadores. As séries acima são obtidas do teorema de Gell-Mann e Low, como mostrado no capítulo 3 da Ref. [5]. Através do teorema de Wick, veja apêndice B, nós conseguimos por fim, escrever os propagadores interagentes como uma série nos propagadores não interagentes definidos em (4.1) a (4.3). Como exemplo disso, nós calculamos o termo de segunda ordem na interação para o propagador de bárions, obtendo

$$\begin{aligned} iG_{\alpha\beta}^{(2)}(x' - x) &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \mathcal{L}(x_2) \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle \\ &= \frac{i^2}{2!} \int \left(ig_s^2 \Delta^0(x_1 - x_2) \delta_{\sigma\delta} \delta_{\xi\zeta} + g_v^2 D^{0\mu\nu}(x_1 - x_2) (\gamma_\mu)_{\sigma\delta} (\gamma_\nu)_{\xi\zeta} \right) \\ &\quad \times \left(-iG_{\delta\sigma}^0(x_1 - x_1^+) (-i)G_{\zeta\xi}^0(x_2 - x_2^+) iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) \right. \\ &\quad - (-)iG_{\delta\sigma}^0(x_1 - x_1^+) (-i)G_{\alpha\xi}^0(x' - x_2) iG_{\zeta\beta}^0(x_2 - x) \\ &\quad + (-)iG_{\zeta\sigma}^0(x_2 - x_1) (-i)G_{\delta\xi}^0(x_1 - x_2) iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) \\ &\quad + (-)iG_{\zeta\sigma}^0(x_2 - x_1) (-i)G_{\delta\beta}^0(x_1 - x) (-i)G_{\alpha\xi}^0(x' - x_2) \\ &\quad - (-)iG_{\alpha\sigma}^0(x' - x_1) iG_{\delta\xi}^0(x_1 - x_2) iG_{\zeta\beta}^0(x_2 - x) \\ &\quad \left. - (-)iG_{\alpha\sigma}^0(x' - x_1) iG_{\delta\beta}^0(x_1 - x) (-i)G_{\zeta\xi}^0(x_2 - x_2^+) \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Os detalhes desse cálculo estão no apêndice B. Nós podemos calcular para cada propagador interagente os termos das séries (4.12) a (4.14) ordem a ordem, e, para cada ordem, associar

uma representação diagramática. Dessa representação, nós notamos uma sistemática para esses termos que permite construí-los através das seguintes regras:

1) Os propagadores livres Δ^0 , $G_{\alpha\beta}^0$ e $D_{\mu\nu}^0$ são representados por linhas como mostra a Fig. 4.1

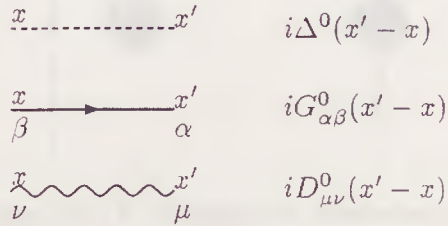


Figura 4.1: Propagadores livres

2) Os vértices ig_s e $-ig_v\gamma_\mu$ são representados na Fig. 4.2

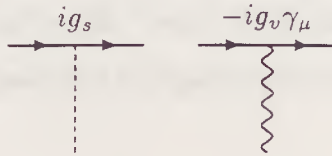


Figura 4.2: Vértices da QHD-I

3) Desenhemos todos diagramas topologicamente distintos com duas linhas externas e n vértices conectados por linhas internas. Como na Fig. 4.3

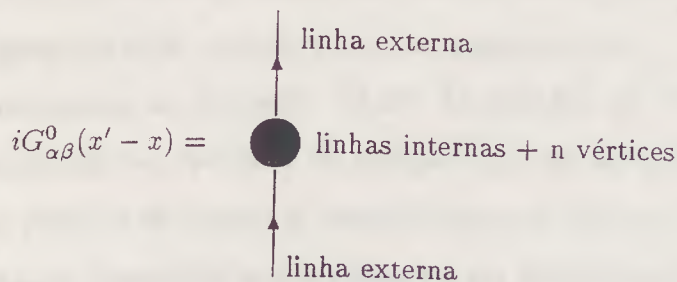


Figura 4.3: Contribuição de n -ésima ordem para o propagador de bárions

4) Nós não incluímos diagramas com partes desconectadas com as linhas externas, como representado na Fig. 4.4

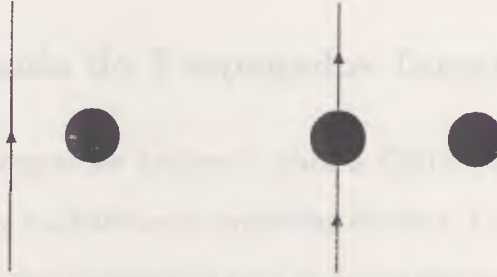


Figura 4.4: Diagramas desconectados

- 5) Somamos sob todos os índices repetidos.
- 6) Cada vértice em (2) é rotulado com uma coordenada x do espaço-tempo.
- 7) Nós integramos sob todas as coordenadas internas do espaço-tempo.
- 8) Incluímos o fator (-1) para cada "loop" de férmions.
- 9) Os propagadores de bárions com tempos iguais, são interpretados como :

$$G_{\alpha\beta}^0(\vec{x}t, \vec{x}t^+). \quad (4.16)$$

onde t^+ indica um instante infinitesimalmente posterior a t .

A última regra aparece devido à forma da densidade de lagrangeana de interação da QHD-I (3.3), pois ao aplicarmos o teorema de Wick para calcular os termos em cada ordem nas séries (4.12) a (4.14), nós nos deparamos com contrações de operadores de campo de bárions com tempos iguais escritos na ordem em que aparecem em $\mathcal{L}_I$, ou seja, $\bar{\psi}(x)\psi(x)$. Isso pode ser visto claramente na expressão (B.40) do apêndice B. Nós levantamos essa indeterminação acrescentando no operador de campo $\bar{\psi}(x)$, na densidade de lagrangeana (3.3), um infinitésimo positivo de tempo η , que no final dos cálculos é tomado no limite $\eta \rightarrow 0^+$. Dessa maneira, as contrações acima passam a ser vistas como:

$$\bar{\psi}(x)^\circ \psi(x)^\circ \longrightarrow \bar{\psi}(x^+)^\circ \psi(x)^\circ \quad (4.17)$$

As regras obtidas acima serão bastante úteis na derivação das equações da aproximação da fase aleatória que iremos obter adiante. Esses diagramas são conhecidos como diagrams

de Feynman, porque a primeira expansão diagramática desse tipo foi desenvolvida por Feynman em seus trabalhos sobre eletrodinâmica quântica.

4.3 Cálculo Aproximado do Propagador Interagente.

Agora que nós conhecemos as regras de Feynman para a QHD-I, nós podemos aplicar as técnicas padrões de expansões perturbativas ao problema nuclear. Como mostrado por [17] e [18], pela primeira vez, os diagramas necessários para se derivarem os resultados obtidos pela MFT, são os diagramas de "tadpoles", veja Fig. 4.5. Por outro lado, no contexto de teoria de muitos corpos, a aproximação que consiste em levar em conta apenas as contribuições dos diagramas de "tadpoles" denomina-se aproximação de Hartree. Portanto, a MFT é equivalente à aproximação de Hartree relativística. Nesse trabalho manteremos apenas os diagramas de "tadpoles" para o propagador de bárions, ou seja, os dois primeiros da Fig. 4.5.

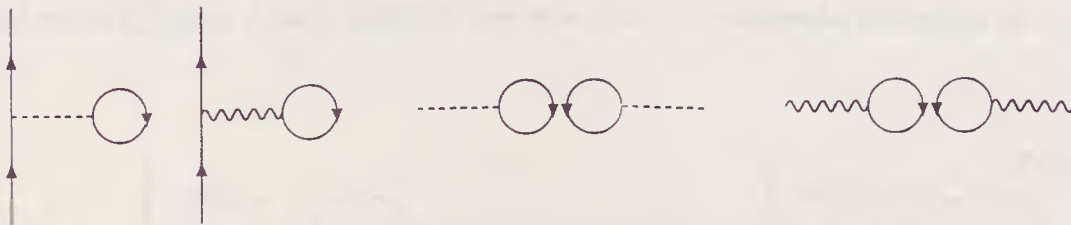


Figura 4.5: Contribuição de "tadpoles" de segunda ordem para os propagadores de bárions e de mésons

Se nós calcularmos o propagador interagente de bárion da teoria a partir de (4.12) nós obteremos, conforme as regras de Feynman, uma série perturbativa envolvendo os propagadores livres. Os diagramas de ordem mais baixa são mostrado na Fig. 4.6.

Usando as regras de Feynman para a QHD-I nós obtemos a seguinte expressão analítica para a contribuição de segunda ordem nos "tadpoles" para o propagador de bárions mostrada na Fig. 4.7 :

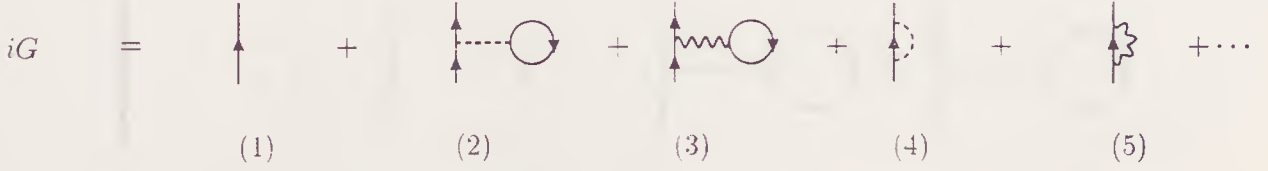


Figura 4.6: Expansão diagramática do propagador de bárion na QHD-I

$$\begin{aligned}
 i\tilde{G}_{\alpha\beta}^{(2)}(x, y) &= - \int d^4 z iG_{\alpha\gamma}^0(x - z) iG_{\gamma\beta}^0(z - y) (ig_s)^2 \\
 &\quad \times \int d^4 z' i\Delta^0(z - z') iG_{\theta\theta}^0(z' - z'^+) \\
 &\quad - \int d^4 z iG_{\alpha\gamma}^0(x - z) \gamma_{\gamma\gamma'}^\mu iG_{\gamma'\beta}^0(z - y) (-ig_v)^2 \\
 &\quad \times \int d^4 z' iD_{\mu\nu}^0(z - z') \gamma_{\theta\theta'}^\nu iG_{\theta'\theta}^0(z' - z'^+) \\
 &= \int d^4 z G_{\alpha\gamma}^0(x - z) \left[g_s^2 \int d^4 z' \Delta^0(z - z') Tr[G^0(z' - z'^+)] \right] \\
 &\quad \times G_{\gamma\beta}^0(z - y) + \int d^4 z G_{\alpha\gamma}^0(x - z) \gamma_{\gamma\gamma'}^\mu \left[g_v^2 \int d^4 z' D_{\mu\nu}^0(z - z') \right. \\
 &\quad \times Tr[\gamma^\nu G^0(z' - z'^+)] \left. \right] G_{\gamma'\beta}^0(z - y) \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

o til em $i\tilde{G}_{\alpha\beta}^{(2)}(x, y)$ é para lembrar que essa não é a expressão completa do propagador

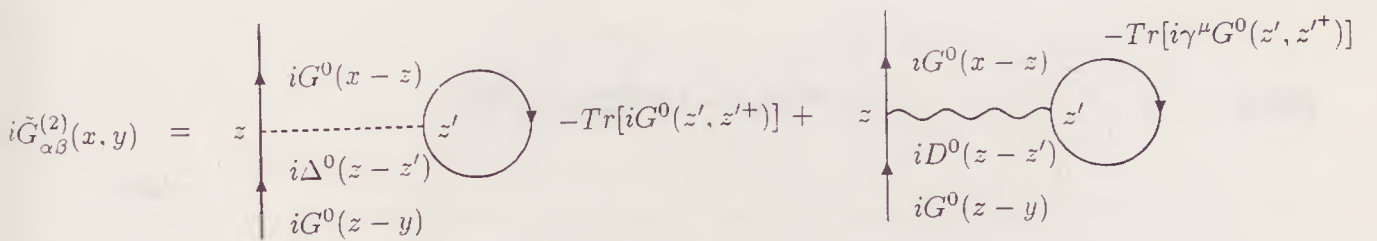


Figura 4.7: Contribuição de segunda ordem nos "tadpoles" para o propagador de bárions

de bárions de segunda ordem, mas sim a parte desse propagador que envolve diagramas de "tadpoles". Da Fig. 4.6 e da expressão (4.18) nós temos a seguinte equação para o propagador de bárions até segunda ordem nos "tadpoles", Fig. 4.8,

$$\begin{aligned}
 \tilde{G}(x, y) &\cong G^0(x - y) + \tilde{G}^{(2)}(x, y) \\
 &= G^0(x - y) + \int d^4 z G^0(x - z) \Sigma^{(2)}(z) G^0(z - y) \quad (4.19)
 \end{aligned}$$



Figura 4.8: Expansão diagramática do propagador de bárions até segunda ordem nos "tadpoles". A linha cheia denota $i\tilde{G}$

com a auto-energia dos nucleons dada nessa ordem por :



Figura 4.9: Auto-energia do nucleon até segunda ordem nos "tadpoles".

$$\Sigma^{(2)}(z) = \Sigma_s^{(2)}(z) - \gamma_\mu \Sigma_v^{(2)\mu}(z) \quad (4.20)$$

onde

$$\Sigma_s^{(2)}(z) = -ig_s^2 \int d^4y \Delta^0(z-y) \text{Tr}[G^0(y, y^+)] \quad (4.21)$$

e

$$\Sigma_v^{(2)\mu}(z) = ig_v^2 \int d^4y D^{0\mu\nu}(z-y) \text{Tr}[\gamma_\nu G^0(y, y^+)] \quad (4.22)$$

são as contribuições dos mésons escalar e vetorial, respectivamente. A aproximação (4.19) pode ser "melhorada" somando-se as contribuições da auto-energia $\Sigma^{(2)}$ para todas as ordens com a equação de Dyson [5]. Veja Fig. 4.10. Obtém-se

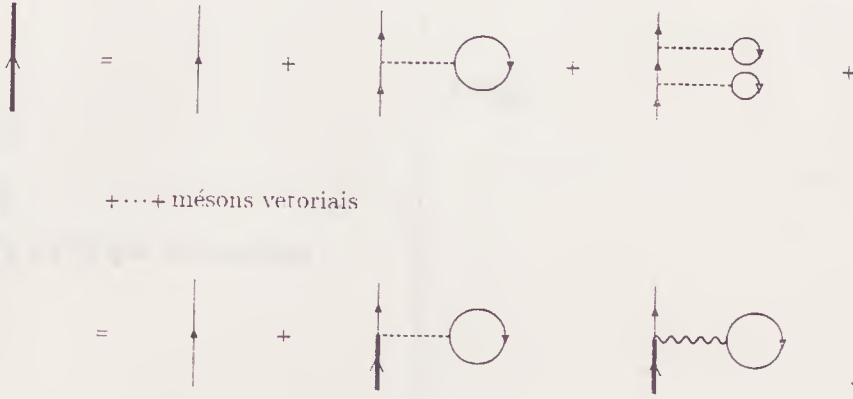


Figura 4.10: Demonstração diagramática da equação de Dyson (4.23).

$$\tilde{G}(x, y) = G^0(x - y) + \int d^4 z G^0(x - z) \Sigma^{(2)}(z) \tilde{G}(z, y) \quad (4.23)$$

Acontece que $\Sigma^{(2)}(z)$ em (4.23) envolve integrais de $G^0(y, y^+)$ e nós iremos mostrar a seguir que essa expressão, dessa forma, diverge. Nos limitaremos ao méson escalar. Se nós substituirmos (4.2) e (4.6) em (4.21), obteremos

$$\begin{aligned} \Sigma_s^{(2)} &= -ig_s^2 \int d^4 y \Delta^0(z - y) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{iq^0 \eta} \text{Tr}[G^0(q)] \\ &= -ig_s^2 \int d^4 y \Delta^0(z - y) \int d^4 q \text{Tr}[G_F^0(q) + G_D^0(q)] e^{iq^0 \eta} \\ &= -ig_s^2 \int d^4 y \Delta^0(z - y) \int d^4 q \frac{\text{Tr}[\gamma^\mu q_\mu + M]}{q_0^2 - (\vec{q}^2 + M^2) + i\epsilon} e^{iq^0 \eta} \\ &\quad - ig_s^2 \int d^4 y \Delta^0(z - y) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[G_D^0(q)] e^{iq^0 \eta} \end{aligned} \quad (4.24)$$

A primeira integral no último ramo da equação acima, corresponde à contribuição de G_F^0 . A integração em q_0 pode ser feita por resíduos e, devido ao fator de fase $e^{iq^0 \eta}$, o contorno deve ser fechado por cima. A Fig. 4.11 mostra, então, que contribuirão para esse termo todos os estados de antinúcleons e apenas eles.

Este termo corresponde, portanto, à contribuição do vácuo. A integração na variável $|\vec{q}|$, em (4.24), por sua vez, mostra que o termo diverge pois, para $|\vec{q}| \rightarrow \infty$, o integrando cresce assintoticamente proporcionalmente a $|\vec{q}|$. É o que, em teoria de campos, denomina-se divergência ultravioleta. Uma maneira de eliminar esses infinitos seria incluir apenas G_D^0 no cálculo de $\Sigma_s^{(2)}$, o que corresponde a ignorar a contribuição do vácuo. Isso

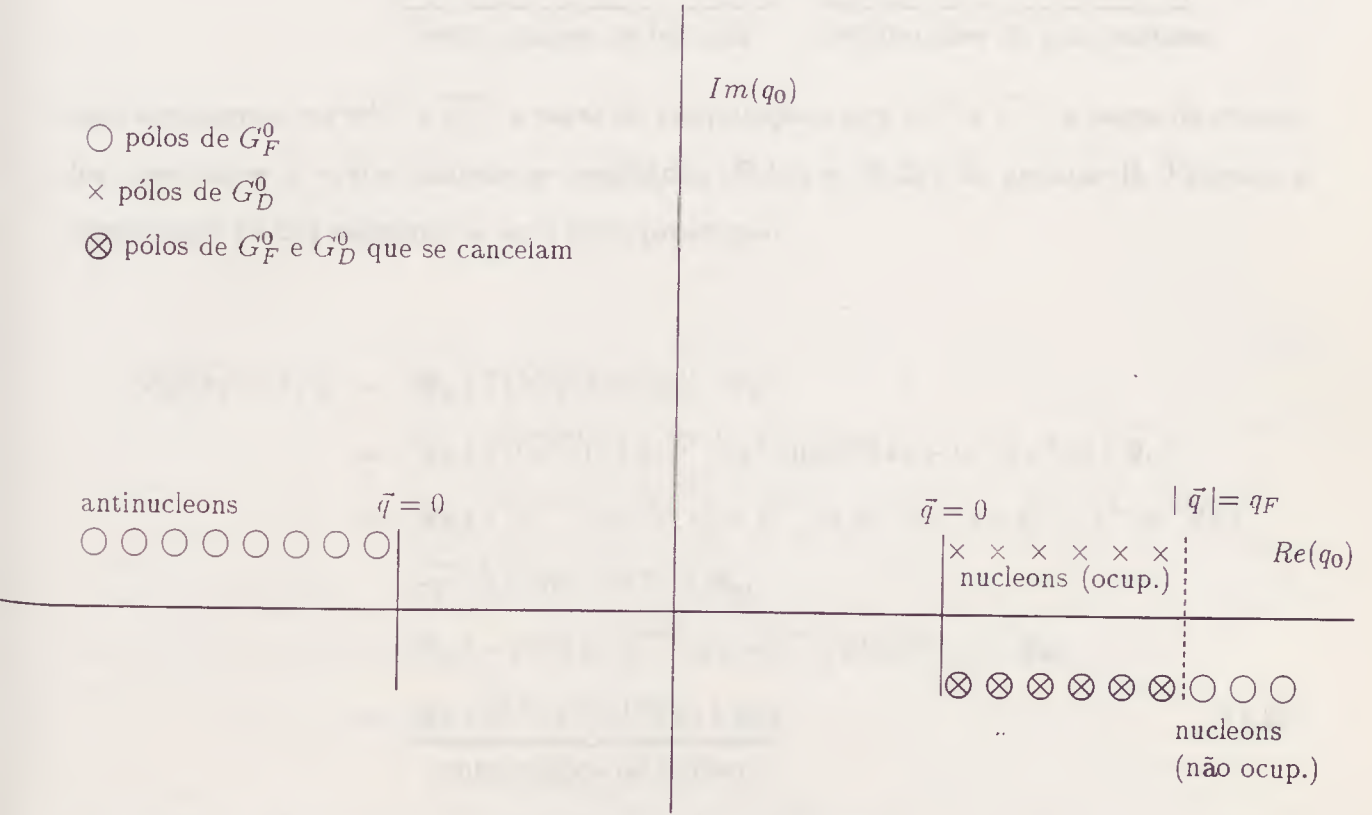


Figura 4.11: Estrutura de polos de $G_F^0(q)$ e $G_D^0(q)$ para vários valores de $\vec{q}$

equivale a ordenar normalmente em relação ao vácuo os produtos de operadores de campo na densidade de lagrangeana (3.3). Em particular para o termo de acoplamento do méson escalar com o nucleon devemos fazer a substituição :

$$g_s \bar{\psi}(x) \psi(x) \phi(x) \rightarrow g_s N_0 [\bar{\psi}(x) \psi(x) \phi(x)] \quad (4.25)$$

onde $N_0[\dots]$ denota o produto normal em relação ao vácuo. Ver apêndice B.

Essa equivalência torna-se evidente, se notarmos que o "loop" onde aparecem os infinitos origina-se da indeterminação nas contrações de operadores de campo de bárions com instantes iguais, discutidas anteriormente. Veja a prescrição (4.16) a (4.17). Com essa prescrição nós tínhamos :

$$\bar{\psi}(x)^\circ \psi(x)^\circ = \langle \Psi_0 | T[\bar{\psi}(x^+) \psi(x)] | \Psi_0 \rangle$$

$$= \underbrace{\langle \Psi_0 | \bar{\psi}^{(-)}(x^+) \psi^{(+)}(x) | \Psi_0 \rangle}_{\text{contribuições de bárions}} + \underbrace{\langle \Psi_0 | \bar{\psi}^{(+)}(x^+) \psi^{(-)}(x) | \Psi_0 \rangle}_{\text{contribuições de anti-bárions}} \quad (4.26)$$

onde denotamos por $\psi^{(+)}$ e $\bar{\psi}^{(+)}$ a parte de aniquilação e por $\psi^{(-)}$ e $\bar{\psi}^{(-)}$ a parte de criação dos operadores ψ e $\bar{\psi}$ e usamos os resultados (B.19) e (B.21) do apêndice B. Fazendo a substituição (4.25) passamos a ter a nova prescrição :

$$\begin{aligned} N[\bar{\psi}(x)^\circ \psi(x)^\circ] &= \langle \Psi_0 | T[N[\bar{\psi}(x)\psi(x)]] | \Psi_0 \rangle \\ &= \langle \Psi_0 | T[(\bar{\psi}^{(+)}(x) + \bar{\psi}^{(-)}(x^+))(\psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x^+))] | \Psi_0 \rangle \\ &= \langle \Psi_0 | T[\bar{\psi}^{(+)}(x)\psi^{(+)}(x) + \bar{\psi}^{(+)}(x)\psi^{(-)}(x^+) + \bar{\psi}^{(-)}(x^+)\psi^{(+)}(x) \\ &\quad + \bar{\psi}^{(-)}(x^+)\psi^{(-)}(x^+)] | \Psi_0 \rangle \\ &= \langle \Psi_0 | -\psi^{(-)}(x^+)\bar{\psi}^{(+)}(x) + \bar{\psi}^{(-)}(x^+)\psi^{(+)}(x) | \Psi_0 \rangle \\ &= \underbrace{\langle \Psi_0 | \bar{\psi}^{(-)}(x^+)\psi^{(+)}(x) | \Psi_0 \rangle}_{\text{contribuições de bárions}} \quad (4.27) \end{aligned}$$

mostrando que desaparecem as contribuições de antibárions.

4.4 Aproximação de Hartree Relativística

Apesar de contornarmos as divergências que aparecem em $\Sigma^{(2)}(z)$ substituindo $G^0 \rightarrow G_D^0$, nós temos que a soma em (4.23) não é auto-consistente, pois $\Sigma^{(2)}(z)$, nessa expressão é calculada a partir de propagadores não interagentes. A autoconsistência pode ser obtida se nós usarmos os propagadores interagentes ao invés dos não interagentes em $\Sigma^{(2)}(z)$. Isso pode ser visto diagramaticamente na Fig. 4.13.



Figura 4.12: Equação de Hartree para o propagador de bárions. A linha dupla representa iG^H

$$-i\Sigma^H = \text{---} \circ + \text{~~~~} \circ$$

Figura 4.13: Auto-energia na aproximação de Hartree

bárions dado por :

$$G^H(x, y) = G^0(x - y) + \int d^4z G^0(x - z) \Sigma^H(z) G^H(z, y) \quad (4.28)$$

onde agora, $\Sigma^H(z)$ é calculado a partir do propagador de Hartree G^H Fig. 4.13, como indicado na Fig. 4.13. A equação 4.28 está mostrada diagramaticamente na Fig. 4.12.

Agora que nós conhecemos a aproximação de Hartree na abordagem de funções de Green, vamos derivar a familiar equação de Hartree para os estados de partícula-única. Da expressão (4.2), que define o propagador de bárions livres, nós podemos escrever :

$$\begin{aligned} i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} iG_{\alpha\beta}^0(x, y) &= \langle \Psi_0 | [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] \bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle \theta(x^0 - y^0) \\ &\quad - \langle \Psi_0 | \bar{\psi}_\beta(y) [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] | \Psi_0 \rangle \theta(y^0 - x^0) \\ &\quad + \langle \Psi_0 | \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \theta(x^0 - y^0) \\ &\quad - \langle \Psi_0 | \bar{\psi}_\beta(y) \psi_\alpha(x) | \Psi_0 \rangle i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \theta(y^0 - x^0) \end{aligned} \quad (4.29)$$

mas

$$\partial_{x^0} \theta(x^0 - y^0) = \delta(x^0 - y^0) \quad (4.30)$$

$$\partial_{x^0} \theta(y^0 - x^0) = -\delta(y^0 - x^0) \quad (4.31)$$

logo

$$\begin{aligned} i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} iG_{\alpha\beta}^0(x, y) &= \langle \Psi_0 | [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] \bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle \theta(x^0 - y^0) \\ &\quad - \langle \Psi_0 | \bar{\psi}_\beta(y) [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] | \Psi_0 \rangle \theta(y^0 - x^0) \\ &\quad + \langle \Psi_0 | [\psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(y) + \bar{\psi}_\beta(y) \psi_\alpha(x)] | \Psi_0 \rangle i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \delta(y^0 - x^0) \\ &= \langle \Psi_0 | [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] \bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle \theta(x^0 - y^0) \\ &\quad - \langle \Psi_0 | \bar{\psi}_\beta(y) [i\gamma_{\alpha'\alpha}^0 \partial_{x^0} \psi_\alpha(x)] | \Psi_0 \rangle \theta(y^0 - x^0) \\ &\quad + i\delta_{\alpha'\beta} \delta^{(4)}(x - y) \end{aligned} \quad (4.32)$$

onde usamos o anticomutador em tempos iguais para o campo bariônico

$$\{\psi_\alpha(\vec{x}, t), \psi_\beta^\dagger(\vec{y}, t)\} = i\delta_{\alpha\beta}\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.33)$$

Por outro lado os operadores diferenciais espaciais não agem nas funções θ em (4.2), logo usando a equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)\psi(x) = 0 \quad (4.34)$$

obtemos :

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)_{\alpha'\alpha}G_{\alpha\beta}^0(x, y) = \delta_{\alpha'\beta}\delta^{(4)}(x - y) \quad (4.35)$$

Em notação matricial, (4.35) se escreve :

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)G^0(x, y) = \delta^{(4)}(x - y) \quad (4.36)$$

Aplicando esse mesmo operador diferencial de Dirac na equação de Dyson para o propagador de Hartree, (4.28), e usando o resultado (4.36), temos :

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu\partial_\mu - M)G^H(x, y) &= \delta^{(4)}(x - y) + \int d^4z \delta^{(4)}(x - z)\Sigma^H(z)G^H(z - y) \\ &= \delta^{(4)}(x - y) + \Sigma^H(x)G^H(x, y) \end{aligned} \quad (4.37)$$

ou seja :

$$[i\gamma^\mu\partial_\mu - \Sigma^H(x) - M]G^H(x, y) = \delta^{(4)}(x - y) \quad (4.38)$$

Por outro lado G^H é a aproximação de Hartree para o propagador interagente o que permite escrevê-lo na forma :

$$iG^H(x, y) = \langle \Psi^H | T[\psi^H(x)\bar{\psi}^H(y)] | \Psi^H \rangle \quad (4.39)$$

onde:

$$|\Psi^H\rangle = \text{aproximação de Hartree para o estado fundamental interagente} \quad (4.40)$$

$$\psi^H(x) = \text{aproximação de Hartree para o operador de campo interagente} \quad (4.41)$$

Um procedimento análogo ao seguido para chegarmos à equação (4.35) permite, então, concluir que a equação (4.38) será satisfeita se $\psi^H(x)$ satisfizer :

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - \Sigma^H(x) - M]\psi^H(x) = 0 \quad (4.42)$$

Voltando à definição da auto energia, conforme a Fig. 4.13,

$$\Sigma_s^H(x) = \Sigma_s^H(x) - \gamma_\mu \Sigma_v^H(x) \quad (4.43)$$

com

$$\Sigma_s^H(x) = -ig_s^2 \int d^4y \Delta^0(z-y) \text{Tr}[G^H(y, y^+)] \quad (4.44)$$

e

$$\Sigma_v^H(x) = ig_v^2 \int d^4y D^{0\mu\nu}(x-y) \text{Tr}[\gamma_\nu G^H(y, y^+)] \quad (4.45)$$

Como nós queremos que o estado $|\Psi^H\rangle$ represente o estado fundamental de um núcleo finito, esse estado deve ser localizado no espaço e estacionário, isto é, homogêneo no tempo. Portanto a expressão $iG_{\gamma\gamma}^H(y, y^+) = \langle \Psi^H | T[\psi_\gamma^H(\vec{y}, y^0) \bar{\psi}_\gamma^H(\vec{y}, y^{0+})] | \Psi^H \rangle$ deve depender de $\vec{y}$ mas não de y^0 . Considerando esse resultado em (4.44) temos para Σ_s^H :

$$\Sigma^H(x) = -ig_s^2 \int d^3y \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dy^0 \Delta^0(x-y) \right\} G_{\gamma\gamma}^H(\vec{y}, \vec{y}^+) \quad (4.46)$$

Pelo simples fato de Δ^0 depender apenas da diferença $x-y$ resulta que, $\int_{-\infty}^{\infty} dy^0 \Delta^0(x-y)$ é independente de x^0 . Um resultado análogo vale obviamente também para Σ_v^H o que permite concluir que

$$\Sigma^H(x) = \Sigma^H(\vec{x}) \text{ é independente de } x^0. \quad (4.47)$$

Introduzindo (4.47) em (4.42) obtém-se a equação de Hartree para o operador de campo:

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - \Sigma^H(\vec{x}) - M]\psi^H(x) = 0 \quad (4.48)$$

Essa equação permite separar a variável temporal e procurar soluções de (4.42) na forma :

$$\psi^H(x) = \sum_r \psi_r^H(\vec{x}) e^{-i\epsilon_r x^0} \quad (4.49)$$

De (4.48) e (4.49) temos :

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \nabla + \beta M + \beta \Sigma^H(\vec{x})]\psi_r^H(\vec{x}) = \epsilon_r \psi_r^H(\vec{x}) \quad (4.50)$$

que tem justamente a forma da equação de Dirac para uma partícula de massa M num campo externo local, estático, $\beta \Sigma^H(\vec{x})$. Isso dá o significado físico da auto-energia na aproximação na de Hartree.

As grandezas $\psi_r^H(\vec{x})$ são operadores de campo, veja (4.49), portanto entre outras propriedades, suas componentes anticomutam. Isso sugere, reescrevê-lo na forma :

$$\psi_r^H(\vec{x})_\alpha = \mathcal{W}_r^H(\vec{x})_\alpha c_r^H \quad (4.51)$$

onde $\mathcal{W}_r^H(\vec{x})_\alpha$ são funções usuais ("c-numbers") e os coeficientes c_r^H operadores que anticomutam. Introduzindo (4.51) em (4.48) vemos que as funções $\mathcal{W}_r^H(\vec{x})_\alpha$ satisfazem :

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M + \beta \Sigma^H(\vec{x})]\mathcal{W}_r^H(\vec{x}) = \epsilon_r \mathcal{W}_r^H(\vec{x}) \quad (4.52)$$

ou ainda :

$$h^H(\vec{x})\mathcal{W}_r^H(\vec{x}) = \epsilon_r \mathcal{W}_r^H(\vec{x}) \quad (4.53)$$

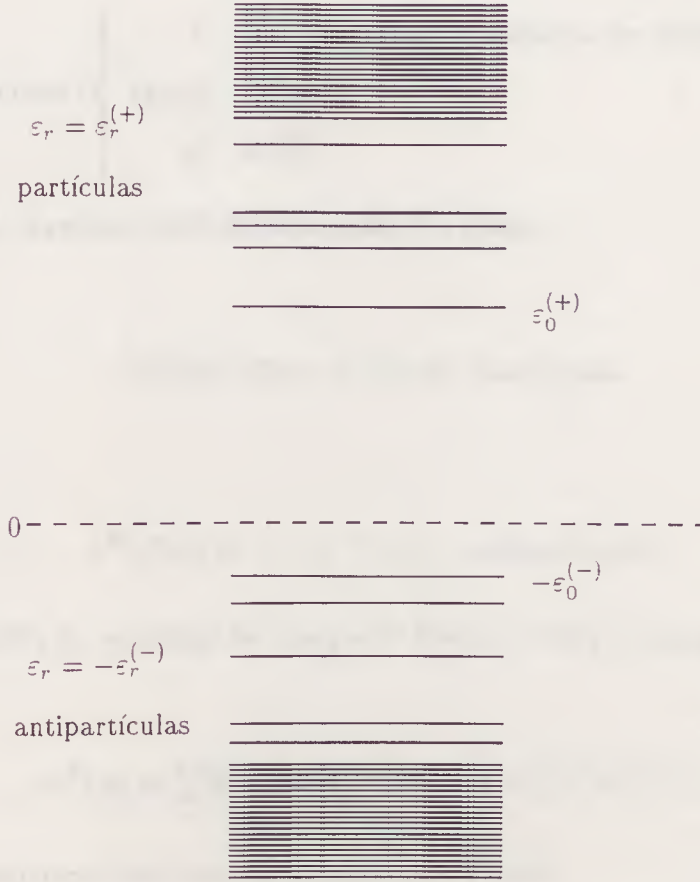


Figura 4.14: Espectro esquemático da Hamiltoniana relativística de Hartree

onde o operador diferencial h^H é denominado hamiltoniana de Hartree.

Temos um problema de autovalores¹ para a hamiltoniana de Hartree que é uma hamiltoniana de Dirac num campo externo. Como para qualquer hamiltoniana relativística, o seu espectro não vai ser limitado por baixo. Em lugar disso esperamos um espectro como indicado esquematicamente na Fig. 4.14. Definimos então as grandezas de partículas e antipartículas na forma usual, a saber,

$$\text{partículas : } \begin{cases} \varepsilon_r = \varepsilon_r^{(+)} (\text{define os estados de partículas}) \\ \mathcal{W}_r(\vec{x}) = \mathcal{U}_r(\vec{x}) \\ c_r^H = a_r^H \end{cases} \quad (4.54)$$

¹Como $\Sigma^H(\vec{x})$ deve ser determinado autoconsistentemente a partir dos próprios $\mathcal{W}^H(\vec{x})$ trata-se, na verdade, de uma sequência iterativa de problemas de autovalores.

$$\text{antipartículas : } \begin{cases} \varepsilon_r = -\varepsilon_r^{(-)} (\text{define os estados de antipartículas}) \\ \mathcal{W}_r(\vec{x}) = \mathcal{V}_r(\vec{x}) \\ c_r^H = b_r^{H\dagger} \end{cases} \quad (4.55)$$

A equação de Hartree (4.53) é então reescrita como :

$$h^H(\vec{x})\mathcal{U}_r(\vec{x}) = \varepsilon_r^{(+)}\mathcal{U}_r(\vec{x}) \quad \text{partículas} \quad (4.56)$$

$$h^H(\vec{x})\mathcal{V}_r(\vec{x}) = -\varepsilon_r^{(-)}\mathcal{V}_r(\vec{x}) \quad \text{antipartículas} \quad (4.57)$$

e a expansão (4.49) do operador de campo de Hartree toma a forma :

$$\psi^H(x) = \sum_r [\mathcal{U}_r(\vec{x})a_r^H e^{-i\varepsilon_r^{(+)}x^0} + \mathcal{V}_r(\vec{x})b_r^{H\dagger} e^{i\varepsilon_r^{(-)}x^0}] \quad (4.58)$$

e as regras de anticomutação para os operadores c_r^H dão :

$$\{a_r^H, a_{r'}^H\} = 0 \quad (4.59)$$

$$\{b_r^{H\dagger}, b_{r'}^{H\dagger}\} = 0 \quad (4.60)$$

$$\{a_r^H, b_{r'}^{H\dagger}\} = 0 \quad (4.61)$$

Por outro lado da hermiticidade de $h^H(\vec{x})$ esperamos as regras de ortonormalidade,

$$\int d^3x \mathcal{U}_r^\dagger(\vec{x})\mathcal{U}_{r'}(\vec{x}) = \delta_{rr'} \quad (4.62)$$

$$\int d^3x \mathcal{V}_r^\dagger(\vec{x})\mathcal{V}_{r'}(\vec{x}) = \delta_{rr'} \quad (4.63)$$

$$\int d^3x \mathcal{V}_r^\dagger(\vec{x}) \mathcal{U}_{r'}(\vec{x}) = 0 \quad (4.64)$$

e de completeza

$$\sum_r [\mathcal{U}_r(\vec{x}) \mathcal{U}_r^\dagger(\vec{x}') + \mathcal{V}_r(\vec{x}) \mathcal{V}_r^\dagger(\vec{x}')] = \mathbf{1} \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}') \quad (4.65)$$

É claro que de (4.58) a (4.61) nós temos :

$$\{\psi_\alpha^H(x), \psi_\beta^H(y)\} = 0 \quad (4.66)$$

e por consequência :

$$\{\psi_\alpha^{H\dagger}(x), \psi_\beta^{H\dagger}(y)\} = 0 \quad (4.67)$$

Se acrescentarmos às regras de anticomutação (4.59) a (4.61), as regras :

$$\{a_r^H, a_{r'}^{H\dagger}\} = \delta_{rr'} \quad (4.68)$$

$$\{b_r^H, b_{r'}^{H\dagger}\} = \delta_{rr'} \quad (4.69)$$

$$\{a_r^H, b_{r'}^H\} = 0 \quad (4.70)$$

e usarmos a relação de completeza (4.65), nós obtemos :

$$\{\psi_\alpha^H(\vec{x}, t), \psi_\beta^{H\dagger}(\vec{y}, t)\} = \delta_{\alpha\beta} \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.71)$$

mostrando que a aproximação de Hartree preserva as regras de anticomutação em tempos iguais para os operadores de campo, como seria desejável.

O estado fundamental de Hartree $|\Psi^H\rangle$ é, agora, definido por

$$\begin{aligned} b_r^H |\Psi^H\rangle &= 0, \text{ para qualquer } r \\ a_r^{H\dagger} |\Psi^H\rangle &= 0, \text{ para } r \leq F \\ a_r^H |\Psi^H\rangle &= 0, \text{ para } r > F \end{aligned} \quad (4.72)$$

onde F denota o estado ocupado de maior energia (conhecido como nível de Fermi).

4.5 Eliminação das Antipartículas na Aproximação de Hartree

Calculando $\Sigma_s^H(x)$ na equação (4.44), usando (4.58) e (4.72), obtemos

$$\begin{aligned} \Sigma_s^H(x) &= -ig_s^2 \int d^4y \Delta^0(x-y) G_{\gamma\gamma}^H(y, y^+) \\ &= -g_s^2 \int d^4y \Delta^0(x-y) \langle \Psi^H | T[\psi_\gamma^H(y) \bar{\psi}_\gamma^H(y^+)] | \Psi^H \rangle \\ &= g_s^2 \int d^4y \Delta^0(x-y) \langle \Psi^H | \bar{\psi}^{H(+)}(y^+) \psi^{(-)}(y) + \bar{\psi}^{H(-)}(y^+) \psi^{(+)}(y) | \Psi^H \rangle \\ &= g_s^2 \int d^4y \Delta^0(x-y) \sum_{rs} \langle \Psi^H | [\bar{U}_r(\vec{y}) \mathcal{U}_s(\vec{y}) e^{i\epsilon_r^{(+)} y^0} e^{-i\epsilon_s^{(+)} y_0} a_r^{H\dagger} a_s^H \\ &\quad + \bar{V}_r(\vec{y}) \mathcal{V}_s(\vec{y}) e^{-i\epsilon_r^{(-)} y^0} e^{i\epsilon_s^{(-)} y_0} b_r^H b_s^{H\dagger}] | \Psi^H \rangle \\ &= g_s^2 \int d^4y \Delta^0(x-y) \sum_r \underbrace{[\bar{U}_r(\vec{y}) \mathcal{U}_r(\vec{y}) e^{i\epsilon_r^{(+)} \eta} \theta(F-r)]}_{\text{contribuição de partículas}} \\ &\quad + \underbrace{\bar{V}_r(\vec{y}) \mathcal{V}_r(\vec{y}) e^{-i\epsilon_r^{(-)} \eta}}_{\text{contribuição de antipartículas}} \end{aligned} \quad (4.73)$$

Nós podemos ver na equação acima que o número de contribuições dos estados de partículas é limitado pelo estado F enquanto o número de contribuições de antipartículas é ilimitado. Portanto, da mesma forma que no caso anterior, feito com o propagador não-interagente na seção 4.2, aqui também esperamos uma contribuição infinita vinda das antipartículas.

Nós contornamos esse problema, como anteriormente, ignorando essas contribuições, o que equivale, agora, a ordenar normalmente a densidade de lagrangeana (3.1) em relação ao *vácuo de Hartree* $|0^H\rangle$, definido por :

$$a_r | 0^H \rangle = b_r | 0^H \rangle = 0 \quad (4.74)$$

Em particular, para a densidade de lagrangeana de interação com o méson escalar devemos fazer a substituição :

$$g_s \bar{\psi}(x) \psi(x) \phi(x) \rightarrow g_s N_0^H [\bar{\psi}(x) \psi(x) \phi(x)] \quad (4.75)$$

onde $N_0^H[\dots]$ está indicando ordenamento normal em relação a $| 0^H \rangle$. Nesse caso, um procedimento análogo a (4.27) dá, em lugar de (4.73),

$$\begin{aligned} \Sigma_s^H(x) &= -ig_s^2 \int d^4 y \Delta^0(x-y) G_{\gamma\gamma}^H(y, y) \\ &= -g_s^2 \int d^4 y \Delta^0(x-y) \langle \Psi^H | \psi^{H(-)}(y^+) \bar{\psi}^{H(+)}(y) - \bar{\psi}^{H(-)}(y^+) \psi^{H(+)}(y) | \Psi^H \rangle \\ &= g_s^2 \int d^4 y \Delta^0(x-y) \underbrace{\langle \Psi^H | \bar{\psi}^{H(-)}(y^+) \psi^{H(+)}(y) | \Psi^H \rangle}_{\text{contribuição de partículas}} \end{aligned} \quad (4.76)$$

e, dessa maneira, as contribuições de antipartículas são eliminadas.

Capítulo 5

Aproximação da Fase Aleatória

5.1 Introdução

Até aqui nós vimos que a *aproximação da fase aleatória* (RPA) é uma boa teoria microscópica para descrever as GR, já que ela, assim como as GR, exaure uma grande parte das regras de soma. Nós comentamos também que uma abordagem baseada na aproximação de Hartree relativística para a QHD-I, proporciona resultados razoáveis, ao descrever o estado fundamental de sistemas nucleares. Baseados nessas afirmações, nós pretendemos nesse capítulo obter as equações da RPA relativística.

Nós dividimos o corpo desse capítulo em três seções. Na primeira, nós estudaremos como um sistema reage ao ser submetido a uma perturbação externa. Em seguida, nós pretendemos derivar a equação de Dyson para o propagador de polarização somando somente diagramas de anéis. Cada anel nessa aproximação é constituído de propagadores de bárions na aproximação de Hartree. Na última seção nós chegaremos às equações da RPA relativística, através dos resultados obtidos nas duas primeiras seções.

5.2 Teoria da Resposta Linear a uma Perturbação Externa

Nesta seção nós iremos estudar a teoria da resposta linear a uma perturbação externa, seguindo a Ref. [5].

Nós sabemos que as GR são excitações coletivas que ocorrem num sistema nuclear ao ser submetido a determinadas perturbações externas. Dessa forma a teoria de resposta

linear torna-se bastante útil na descrição das GR, já que através dela nós podemos definir uma quantidade, o propagador de polarização, que contém todas as informações que necessitamos do sistema nuclear perturbado.

Todo o desenvolvimento dessa seção será feito no formalismo hamiltoniano. Embora no capítulo 3 nós tenhamos enunciado a QHD-I através da densidade de lagrangeana (3.1), é possível obter essa teoria no formalismo hamiltoniano através de técnicas padrões da teoria quântica de campos relativística [19]. Desse modo pode-se obter a hamiltoniana H , independente do tempo, que descreve a evolução temporal intrínseca (isto é: sem perturbação externa) do sistema nuclear no contexto da QHD-I. Nós não iremos nos preocupar em exibir a expressão explícita de H , já que as equações que iremos derivar são gerais.

Dada a hamiltoniana intrínseca H , nós temos que o vetor de estado $|\psi_S(t)\rangle$, na descrição de Schrödinger, do sistema nuclear não perturbado, satisfaz a equação,

$$i \frac{\partial |\psi_S(t)\rangle}{\partial t} = H |\psi_S(t)\rangle \quad (5.1)$$

com solução :

$$|\psi_S(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi_S(0)\rangle \quad (5.2)$$

Agora, suponha que num instante $t = t_0$ o sistema que vinha sendo descrito por $|\psi_S(t)\rangle$ passe a ser submetido a uma perturbação externa. Então, a hamiltoniana que descreve o sistema nuclear perturbado passa a ser H acrescida de uma hamiltoniana externa, dependente do tempo, $H^{ex}(t)$. O novo vetor de estado $|\tilde{\psi}_S(t)\rangle$ satisfaz, para $t > t_0$, a equação

$$i \frac{\partial |\tilde{\psi}_S(t)\rangle}{\partial t} = [H + H_S^{ex}(t)] |\tilde{\psi}_S(t)\rangle \quad (5.3)$$

onde o índice S indica que a hamiltoniana externa deve ser tomada na descrição de Schrödinger. Se nós escrevermos a solução da equação (5.3) na forma,

$$|\tilde{\psi}_S(t)\rangle = e^{-iHt} \Omega(t) |\psi_S(0)\rangle, \quad (5.4)$$

então o operador $\Omega(t)$ deve satisfazer a condição,

$$\Omega(t) = 1 \quad \text{para} \quad t \leq t_0 \quad (5.5)$$

e obdecer a equação de evolução temporal, para $t > t_0$,

$$i \frac{\partial \Omega(t)}{\partial t} = H_H^{ex}(t) \Omega(t) \quad (5.6)$$

onde o subíndice H denota que a hamiltoniana externa está, agora, na descrição de Heisenberg, isto é ¹,

$$H_H^{ex}(t) = e^{iHt} H_S^{ex}(t) e^{-iHt} \quad (5.7)$$

Resolvendo a equação (5.6) com a condição de contorno (5.5), temos para $t > t_0$,

$$\Omega(t) = 1 - i \int_{t_0}^t dt' H_H^{ex}(t') + \dots \quad (5.8)$$

Podemos calcular, agora, o valor de espera no instante $t > t_0$ de qualquer observável no sistema perturbado. Na descrição de Schrödinger ele é dado por,

$$\begin{aligned} \langle O_S(t) \rangle_{ex} &= \langle \tilde{\psi}_S(t) | O_S(t) | \tilde{\psi}_S(t) \rangle \\ &= \langle \psi_S(0) | \Omega^\dagger(t) e^{iHt} O_S(t) e^{-iHt} \Omega(t) | \psi_S(0) \rangle \\ &= \langle \psi_S(0) | [1 + i \int_{t_0}^t dt' H_H^{ex}(t') + \dots] e^{iHt} O_S(t) e^{-iHt} \\ &\quad \times [1 - i \int_{t_0}^t dt' H_H^{ex}(t') + \dots] | \psi_S(0) \rangle \\ &= \langle \psi_H | O_H(t) | \psi_H \rangle + \\ &\quad + i \langle \psi_H | \int_{t_0}^t dt' [H_H^{ex}(t'), O_H(t)] | \psi_H \rangle \end{aligned} \quad (5.9)$$

onde nós usamos os resultados $|\psi_S(0)\rangle = |\psi_H\rangle$, $e^{iHt} O_S(t) e^{-iHt} = O_H(t)$ e truncamos a expansão nos termos lineares em $H_H^{ex}(t')$. Se nós tomarmos para $|\psi_H\rangle$ em (5.9) o estado fundamental do sistema nuclear não perturbado $|\Psi\rangle$, nós definimos a resposta linear para o observável O do sistema no instante t , como :

$$\begin{aligned} R_{O(t)} &= \langle O(t) \rangle_{ex} - \langle O(t) \rangle \\ &= i \int_{t_0}^t dt' \langle \Psi | [H_H^{ex}(t'), O_H(t)] | \Psi \rangle \end{aligned} \quad (5.10)$$

¹Note que: H como subíndice indica a descrição de Heisenberg, enquanto H como superíndice indica a aproximação de Hartree.

Como nós vimos no capítulo 2, as GR são excitadas por determinados tipos de reações nucleares. Suponhamos que o termo de interação correspondente à reação em questão seja representado pela seguinte hamiltoniana externa :

$$\begin{aligned} H_H^{ex}(t') &= \int d^3x' A(x') \Phi^{ex}(x') \\ &= \int d^3x' \bar{\psi}_H(x') \Gamma_A \psi_H(x') \Phi^{ex}(x') \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde $\Phi^{ex}(x')$, $\psi_H(x')$ e Γ_A representam o campo externo que perturba o sistema nuclear, o operador de campo dos bárions e uma determinada matriz 4×4 , respectivamente². Então, de (5.11) e (5.10) nós temos que a resposta linear para o observável ,

$$B(x) = \bar{\psi}(\vec{x}, t) \Gamma_B \psi(\vec{x}, t), \quad (5.12)$$

é, para $t > t_0$,

$$\begin{aligned} R_{B(x)} &= i \int_{t_0}^t dt' \int d^3x' \langle \Psi | [A(x'), B(x)] | \Psi \rangle \Phi^{ex}(x') \\ &= i \int_{t_0}^t dt' \int d^3x' \langle \Psi | [\bar{\psi}_H(x') \Gamma_A \psi_H(x'), \bar{\psi}_H(x) \Gamma_B \psi_H(x)] | \Psi \rangle \\ &\quad \times \Phi^{ex}(x') \end{aligned} \quad (5.13)$$

Por outro lado, definimos o propagador de polarização como³ :

$$i\Pi[B(x), A(x')] = \langle \Psi | T[B(x)A(x')] | \Psi \rangle. \quad (5.14)$$

O elemento de matriz que aparece em (5.13) é justamente o propagador de polarização retardado :

$$i\Pi^R[B(x), A(x')] = \theta(t - t') \langle \Psi | [B(x), A(x')] | \Psi \rangle. \quad (5.15)$$

A nomenclatura utilizada aqui segue as equações (17.14a) e (17.15) da Ref. [5]. Portanto a equação (5.13) fica :

$$\begin{aligned} R_{B(x)} &= -i \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int d^3x \theta(t - t') \langle \Psi | [B(x), A(x')] | \Psi \rangle \Phi^{ex}(x') \\ &= \int d^4x' \Pi^R[B(x), A(x')] \Phi^{ex}(x') \end{aligned} \quad (5.16)$$

²Devido aos graus de liberdade de isospin, Γ_A pode ser, mais geralmente, o produto direto de uma matriz 4×4 por uma matriz 2×2 . As equações a seguir permanecem válidas.

³Nós iremos de agora em diante omitir o subíndice H nos operadores de campo

onde fizemos $t_0 \rightarrow -\infty$.

A expressão (5.16) nos mostra que a resposta linear do sistema a uma perturbação externa é obtida através de uma integral de convolução no espaço-tempo do propagador de polarização retardado vezes o campo externo que perturba o sistema. Disso nós concluímos que toda informação necessária a respeito do sistema perturbado está contida no propagador de polarização. Portanto, para obter o espectro de excitação do sistema nuclear, nós podemos fazê-lo através do propagador de polarização. Com base nesse importante resultado nós pretendemos obter as equações da RPA relativística na próxima seção.

5.3 Equação de Dyson na Aproximação de Anéis.

Existem vários meios de derivarem-se as equações da RPA. Nessa seção nós pretendemos derivá-las através da equação de Dyson para o propagador de polarização definido em (5.14), somando uma classe de diagramas conhecidos por diagramas de "anéis". Essa aproximação é bastante apropriada para o que queremos fazer pois, por meio dela, podemos estudar as excitações do sistema nuclear perturbado através das correlações de partícula-buraco ligadas à troca dos mésons σ e ω na QHD-I. Por simplicidade, nós assumiremos que o estado fundamental não correlacionado seja dado pelo estado fundamental na aproximação de Hartree (veja a Eq.(4.72)).

Nós iniciaremos esse estudo, escrevendo a expressão (5.14) para o propagador de polarização na descrição da interação, com a interação dada por $\mathcal{L}_I$ na expressão (3.3). Em seguida nós substituímos o estado fundamental não correlacionado $|\Psi_0\rangle$ pelo estado fundamental de Hartree $|\Psi^H\rangle$, os operadores de campo $\psi_I(x)$ na descrição de interação por operadores de Hartree $\psi^H(x)$ e fazemos o ordenamento normal na densidade de lagrangeana $\mathcal{L}_I$ em relação ao estado fundamental de Hartree, como feito nas Refs. [20, 6, 21]. É importante observar que no capítulo 4 nós fizemos o ordenamento normal em relação ao vácuo de Hartree e agora nós o fazemos em relação ao *estado fundamental de Hartree*. Isso é feito para evitar dupla contagem dos diagramas de "tadpoles", isto é, para excluir diagramas como os da Fig. 5.1. Portanto nós temos :

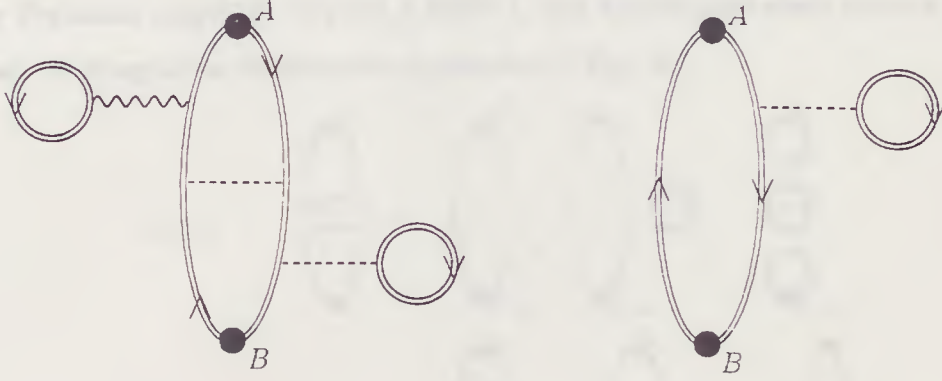


Figura 5.1: Exemplos de diagramas que não devem ser incluídos na expansão do propagador de polarização .

$$\begin{aligned}
 i\Pi[A(x), B(y)] &= \langle \Psi | T[A(x), B(y)] | \Psi \rangle \\
 &= \langle \Psi_0 | T[S_I A_I(x) B_I(y)] | \Psi_0 \rangle_{con} \\
 &\simeq \langle \Psi^H | T[S^H A^H(x) B^H(y)] | \Psi^H \rangle_{con}
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

o subíndice *con.* na expressão (5.17) denota que todos os diagramas desconectados são eliminados nessa expansão. O operador da matriz S é dado na aproximação de Hartree por

$$S^H = \sum_{a=-1}^3 Texp(ig_a \int d^4x N^H[\bar{\psi}^H(x) \Gamma^a \psi^H(x) V_a(x)]) \tag{5.18}$$

com $a = -1, \dots, 3$ e

$$g_a = \begin{cases} g_s \\ -g_v \end{cases}, \Gamma^a = \begin{cases} 1 \\ \gamma^\mu \end{cases}, V_a = \begin{cases} \phi \\ V_\mu \end{cases} \text{ para } \begin{cases} a = -1 \\ a = \mu = 0, \dots, 3 \end{cases} \tag{5.19}$$

Foi introduzida aí uma notação compacta para a densidade de lagrangeana de interação da QHD-I, dada na Eq. (3.3), a saber,

$$\mathcal{L}_I = g_s \bar{\psi} \psi \phi - g_v \bar{\psi} \gamma_\mu \psi V^\mu = \sum_{a=-1}^3 g_a \bar{\psi} \Gamma^a \psi V_a \tag{5.20}$$

No apêndice C nós calculamos os três primeiros termos da série (5.17) e, através das regras de Feynman (capítulo 4) para a QHD-I, nós escrevemos esses termos na forma de diagramas. Os diagramas obtidos são mostrado na Fig. 5.2

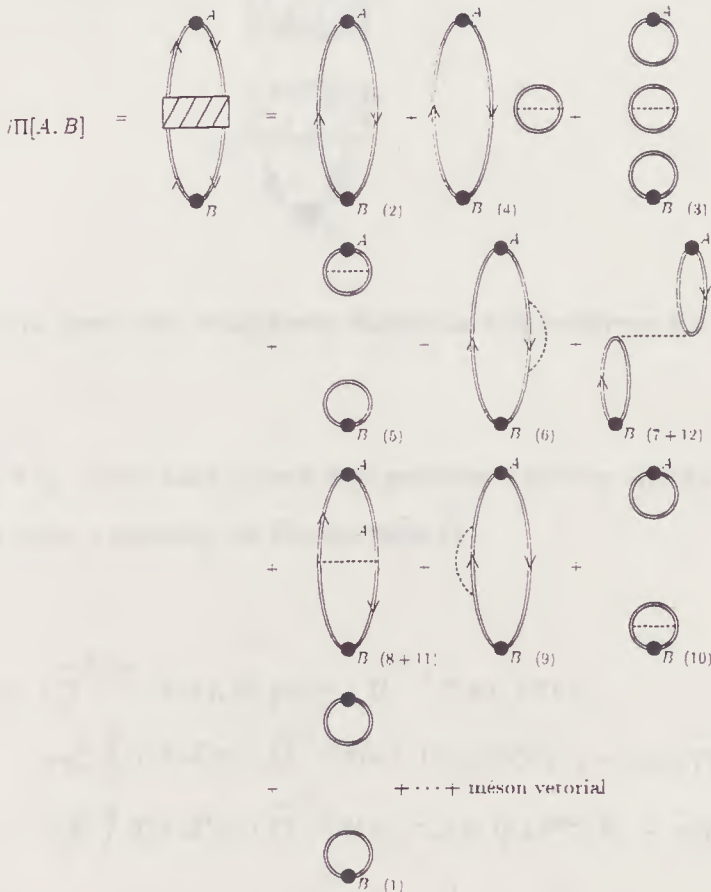


Figura 5.2: Expansão diagramática do propagador de polarização

Como nós podemos ver na Fig. 5.2 a expansão para o propagador de polarização contém alguns diagramas com a estrutura mostrada na Fig. 5.3, que nós chamaremos de diagramas disjuntos. Esse gráficos são independentes de $x_0 - y_0$ e, portanto, suas transformadas de Fourier nessa variável são nulas para frequências diferentes de zero . Desde que nós queremos estudar as excitações do sistema nuclear, nós só estamos interessados nas frequências não nulas e podemos omitir esses gráficos. Enfim, se nós desprezarmos os diagramas disjuntos em Π e denotarmos o resultado obtido por $\widehat{\Pi}$, nós teremos o resultado mostrado na Fig. 5.4

Nós chamamos de diagramas de anéis aqueles com a estrutura mostrada na Fig. 5.5. A RPA, consiste em reter somente os diagramas de anéis na expansão diagramática de



Figura 5.3: Estrutura geral dos diagramas disjuntos que ocorrem na expansão do propagador Π

$\widehat{\Pi}$, como mostra a Fig. 5.6. Essa figura nos permite escrever imediatamente a seguinte expressão analítica para a equação de Dyson para $\widehat{\Pi}$:

$$\begin{aligned}
 i \widehat{\Pi} [A(x), B(y)] &\simeq i \widehat{\Pi}^{RPA} [A(x), B(y)] = i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] \\
 &- g_s^2 \int d^4 x_1 d^4 x_2 i \widehat{\Pi}^H [A(x), 1(x_1)] i \Delta^0(x_1 - x_2) i \widehat{\Pi}^{RPA} [1(x_2), B(y)] \\
 &- g_v^2 \int d^4 x_1 d^4 x_2 i \widehat{\Pi}^H [A(x), \gamma_\mu(x_1)] i D^{0\mu\nu}(x_1 - x_2) i \widehat{\Pi}^{RPA} [\gamma_\nu(x_2), B(y)],
 \end{aligned}
 \tag{5.21}$$

ou seja

$$\begin{aligned}
 i \widehat{\Pi}^{RPA} [A(x), B(y)] &= i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] - \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^4 x_1 d^4 x_2 \\
 &\times i \widehat{\Pi}^H [A(x), \Gamma_a(x_1)] i D^{0ab}(x_1 - x_2) i \widehat{\Pi}^{RPA} [\Gamma_b(x_2), B(y)]
 \end{aligned}
 \tag{5.22}$$

$\widehat{\Pi}^H$ é o propagador de polarização de Hartree, que corresponde ao primeiro termo na Fig. 5.4 e é dado analiticamente por

$$i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] = \langle \Psi^H | T[A^H(x) B^H(y)] | \Psi^H \rangle_A
 \tag{5.23}$$

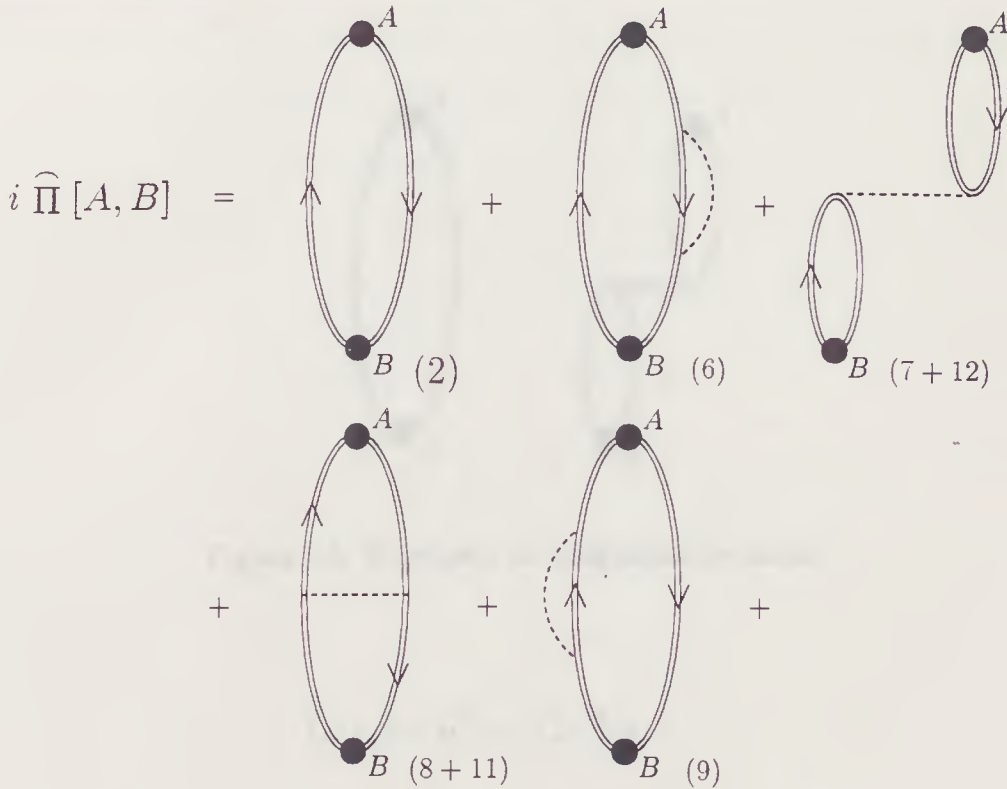


Figura 5.4: Expansão diagramática do propagador de polarização sem os diagramas disjuntos

onde o índice $\mathcal{A}$ no elemento de matriz indica que somente diagramas de anéis devem ser incluídos na sua expansão diagramática. $D^{0ab}(x_1, x_2)$ é a matriz 5×5 :

$$D^{0ab}(x_1 - x_2) = \begin{pmatrix} \Delta^0(x_1 - x_2) & 0 \\ 0 & D^{0\mu\nu}(x_1 - x_2) \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

Devido à simplificação (4.8), essa matriz é, na verdade, diagonal. Usamos, ainda, a seguinte notação :

$$1(x_1) = \overline{\psi}^H(x_1)\psi^H(x_1),$$

$$\gamma_\mu(x_1) = \overline{\psi}^H(x_1)\gamma_\mu\psi^H(x)$$

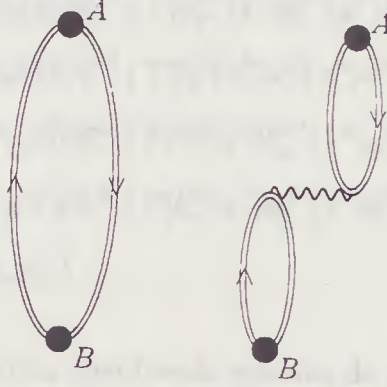


Figura 5.5: Exemplos de diagramas de anéis.

e

$$\Gamma_a(x_1) = \bar{\psi}^H(x_1) \Gamma_a \psi^H(x_1)$$

com $a = -1, \dots, 3$.

5.4 Equações da RPA Relativística.

Para obtermos as equações da RPA na sua forma usual precisamos fazer, na equação de Dyson (5.22), uma transformada de Fourier na variável temporal. Para isso comecemos analisando o propagador de polarização de Hartree, definido em (5.23). Se introduzirmos as expansões (4.58) para os operadores de campo vamos obter

$$\begin{aligned} i \hat{\Pi}^H[A(x), B(y)] &= \langle \Psi^H | T[\bar{\psi}^H(x) \Gamma_A \psi^H(x) \bar{\psi}^H(y) \Gamma_B \psi^H(y)] | \Psi^H \rangle_{\mathcal{A}} \\ &= \sum_{pqtu} \langle \Psi^H | T \left\{ \left[\bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) a_p^{H\dagger} e^{i\varepsilon_p^{(+)} x^0} + \bar{\mathcal{V}}_p(\vec{x}) b_p^H e^{-i\varepsilon_p^{(-)} x^0} \right] \right. \\ &\quad \times \Gamma_A \left[\mathcal{U}_q(\vec{x}) a_q^H e^{-i\varepsilon_q^{(+)} x^0} + \mathcal{V}_q(\vec{x}) b_q^{H\dagger} e^{i\varepsilon_q^{(-)} x^0} \right] \\ &\quad \times \left[\bar{\mathcal{U}}_t(\vec{x}) a_t^{H\dagger} e^{i\varepsilon_t^{(+)} y^0} + \bar{\mathcal{V}}_t(\vec{y}) b_t^H e^{-i\varepsilon_t^{(-)} y^0} \right] \\ &\quad \times \Gamma_B \left[\mathcal{U}_u(\vec{y}) a_u^H e^{-i\varepsilon_u^{(+)} y^0} + \mathcal{V}_u(\vec{y}) b_u^{H\dagger} e^{i\varepsilon_u^{(-)} y^0} \right] \left. \right\} | \Psi^H \rangle \\ &= \sum_{pqtu} \left\{ \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_q(\vec{x}) \langle \Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x^0) a_q^H(x^0) a_t^{H\dagger}(y^0) a_u^H(y^0)] | \Psi^H \rangle_{\mathcal{A}} \right. \\ &\quad \times \bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_u(\vec{y}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{U}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x^0)a_q^H(x^0)b_t^H(y^0)b_u^{H\dagger}(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{V}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{V}_u(\vec{y}) \\
& + \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{V}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x^0)b_q^{H\dagger}(x^0)b_t^H(y^0)a_u^H(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{V}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{U}_u(\vec{y}) \\
& + \bar{\mathcal{V}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{U}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[b_p^H(x^0)a_q^H(x^0)a_t^{H\dagger}(y^0)b_u^{H\dagger}(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{V}_u(\vec{y}) \\
& + \bar{\mathcal{V}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{V}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[b_p^H(x^0)b_q^{H\dagger}(x^0)a_t^{H\dagger}(y^0)a_u^H(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}}\bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{U}_u(\vec{y}) \\
& + \bar{\mathcal{V}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{V}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[b_p^H(x^0)b_q^{H\dagger}(x^0)b_t^H(y^0)b_u^{H\dagger}(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}} \\
& \times \bar{\mathcal{V}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{V}_u(\vec{y})\} \tag{5.25}
\end{aligned}$$

Algumas das contribuições acima envolvendo estados de antipartículas irão dar resultados infinitos [6, 20, 21]. É possível tratar esses infinitos adicionando contratermos à densidade de lagrangeana (3.1) e adotando um procedimento de renormalização [3]. Esse caminho, no entanto, é bastante complicado especialmente para sistemas finitos e não será seguido aqui. É necessário, então, uma prescrição para eliminar os termos problemáticos. Nas Ref. [6, 20, 21] isso é feito notando inicialmente que $\widehat{\Pi}^H$ se escreve em termos de produtos da forma $G^H G^H$ (Ver Eq. C.21). Dividindo-se G^H numa parte de vácuo e numa parte dependente da densidade, analogamente ao que fizemos para o propagador livre em (4.6), isto é, escrevendo $G^H = G_F^H + G_D^H$, verifica-se que os infinitos originam-se das parcelas da forma $G_F^H G_F^H$ [6, 20, 21]. Os autores dessas referências adotam, então, a prescrição de eliminar apenas essas parcelas escrevendo $G^H G^H \simeq G_D^H G_D^H + G_F^H G_D^H + G_D^H G_F^H$. Nós adotaremos aqui a prescrição mais simples de omitir completamente a contribuição dos estados de antipartículas no cálculo dos propagadores de polarização, o que corresponde a adotar o ponto de vista usual da MFT.

Dessa forma escrevemos, em lugar de (4.58),

$$\psi^H(x) \simeq \sum_r \mathcal{U}_r(\vec{x}) a_r^H e^{-i\epsilon_r^{(+)} x^0} \tag{5.26}$$

e o cálculo feito em (5.25) leva, agora, simplesmente a

$$\begin{aligned}
i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] & \simeq \sum_{pqtu} \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x})\Gamma_A\mathcal{U}_q(\vec{x})\langle\Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x^0)a_q^H(x^0)a_t^{H\dagger}(y^0)a_u^H(y^0)] | \Psi^H\rangle_{\mathcal{A}} \\
& \times \bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y})\Gamma_B\mathcal{U}_u(\vec{y}) \tag{5.27}
\end{aligned}$$

Continuando nessa linha, expandimos o operador de campo na aproximação da fase aleatória

numa forma análoga a (5.26), a saber,

$$\psi^{RPA}(x) \simeq \sum_r \mathcal{U}_r(\vec{x}) a_r^{RPA}(x^0) \quad (5.28)$$

resultando para o propagador de polarização na RPA

$$\begin{aligned} i \widehat{\Pi}^{RPA}[A(x), B(y)] &= \langle \Psi^{RPA} | T[\bar{\psi}^{RPA}(x) \Gamma_A \psi^{RPA}(x) \bar{\psi}^{RPA}(y) \Gamma_B \psi^{RPA}(y)] | \Psi^{RPA} \rangle \\ &= \sum_{pqtu} \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_q(\vec{x}) \langle \Psi | T[a_p^\dagger(x^0) a_q(x^0) a_t^\dagger(y^0) a_u(y^0)] | \Psi^H \rangle \\ &\quad \times \bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_u(\vec{y}) \end{aligned} \quad (5.29)$$

No último ramo dessa equação, assim como passaremos a fazer nas subsequentes, deixaremos de escrever os superíndices RPA para simplificar a notação.

Introduzindo (5.27) e (5.29) e expressões similares a essas na equação (5.22), obtemos

$$\begin{aligned} &\sum_{pqtu} [\bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_q(\vec{x})] \{ \langle \Psi | T[a_p^\dagger(x_0) a_q(x_0) a_t^\dagger(y_0) a_u(y_0)] | \Psi \rangle \\ &- \langle \Psi^H | T[a_p^{\dagger H}(x_0) a_q^H(x_0) a_t^{\dagger H}(y_0) a_u^H(y_0)] | \Psi^H \rangle_{\mathcal{A}} \\ &+ \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^4 x' d^4 y' \sum_{psmn} [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')][\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(y')] \\ &\times \langle \Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x_0) a_q^H(x_0) a_r^{H\dagger}(x'_0) a_s^H(x'_0)] | \Psi^H \rangle_{\mathcal{A}} i D_{ab}^0(x' - y') \\ &\times \langle \Psi | T[a_m^\dagger(y'_0) a_n(y'_0) a_t^\dagger(y_0) a_u(y_0)] | \Psi \rangle \} [\bar{\mathcal{U}}_t(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_u(\vec{y})] = 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

É fácil verificar que se fizéssemos, no desenvolvimento da seção anterior, as substituições

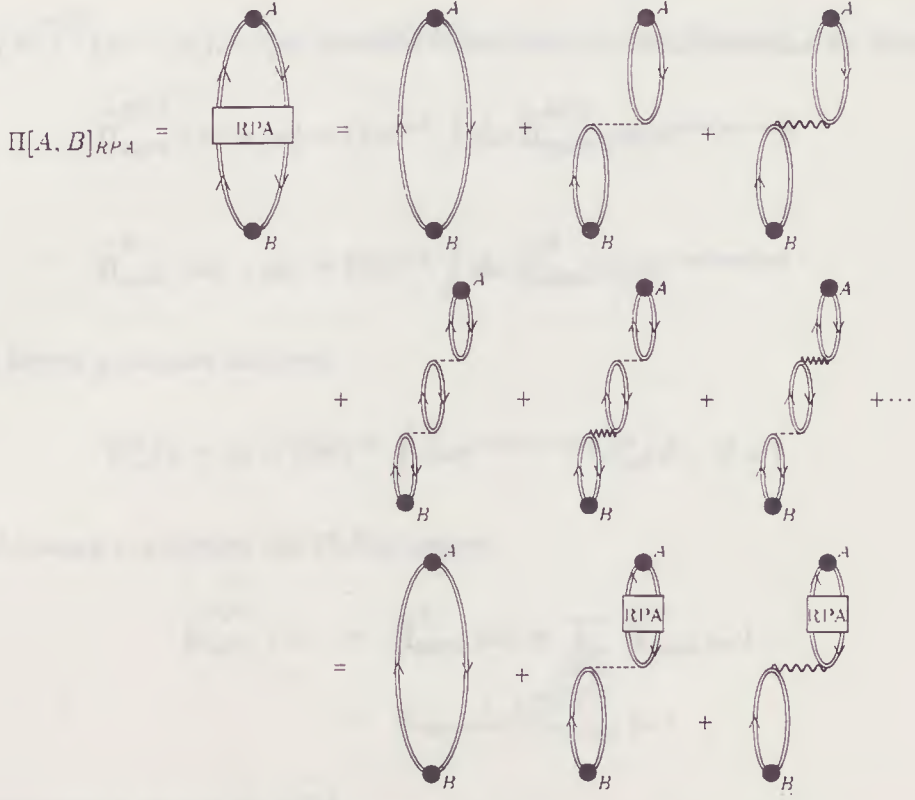
$$A(x) \longrightarrow A(x, x'') = \bar{\psi}(x) \Gamma_A \psi(x'') \text{ com } x^0 = x''^0$$

$$B(y) \longrightarrow B(y, y'') = \bar{\psi}(y) \Gamma_B \psi(y'') \text{ com } y^0 = y''^0$$

obteríamos uma equação idêntica a (5.22), exceto pelas substituições acima. A partir dela, teríamos obtidos aqui, em lugar de (5.30), uma equação análoga exceto pelas substituições

$$\bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_q(\vec{x}) \longrightarrow \bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_q(\vec{x}'')$$

$$\bar{\mathcal{U}}_t(\vec{x}) \Gamma_B \mathcal{U}_u(\vec{x}) \longrightarrow \bar{\mathcal{U}}_t(\vec{x}) \Gamma_B \mathcal{U}_u(\vec{x}'')$$


 Figura 5.6: Expansão em diagramas de anéis e equação de Dyson para $\hat{\Pi}$

Analisando essa última equação e levando em conta que ela vale identicamente em $\vec{x}$, $\vec{x}'$, $\vec{y}$ e $\vec{y}'$ e que as matrizes Γ_A e Γ_B podem ser escolhidas arbitrariamente, concluímos, com a ajuda das relações de ortogonalidade (4.62), que

$$\begin{aligned}
 \hat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(x_0, y_0) &= \hat{\Pi}_{qp;tu}^H(x_0, y_0) + \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^4 x' d^4 y' \\
 &\times \sum_{psmn} \hat{\Pi}_{qp;rs}^H(x_0, x'_0) [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] D_{ab}^0(x' - y') \\
 &\times [\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \hat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(y'_0, y_0)
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

onde nós introduzimos as expressões:

$$i \hat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(x_0, y_0) \equiv \langle \Psi | T[a_p^\dagger(x_0) a_q(x_0) a_t^\dagger(y_0) a_u(y_0)] | \Psi \rangle \tag{5.32}$$

$$i \hat{\Pi}_{qp;tu}^H(x_0, y_0) \equiv \langle \Psi^H | T[a_p^{H\dagger}(x_0) a_q^H(x_0) a_t^{H\dagger}(y_0) a_u^H(y_0)] | \Psi^H \rangle \tag{5.33}$$

No apêndice C nós demonstramos as propriedades $\hat{\Pi}^{RPA}(x_0, y_0) = \hat{\Pi}^{RPA}(x_0 - y_0)$ e

$\widehat{\Pi}^H(x_0, y_0) = \widehat{\Pi}^H(x_0 - y_0)$, o que permite introduzir as transformadas de Fourier

$$\widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(x_0 - y_0) = (2\pi)^{-1} \int d\omega \widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} \quad (5.34)$$

$$\widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(x_0 - y_0) = (2\pi)^{-1} \int d\omega \widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} \quad (5.35)$$

Da mesma forma podemos escrever

$$D_{ab}^0(x - y) = (2\pi)^{-1} \int d\omega e^{-i\omega(x_0 - y_0)} D_{ab}^0(\vec{x} - \vec{y}, \omega) \quad (5.36)$$

Substituindo essas expressões em (5.31) temos:

$$\begin{aligned} \widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) &= \widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) + \sum_{rs mn} \widehat{\Pi}_{qp;rs}^H(\omega) \\ &\times K_{rs;nm}(\omega) \widehat{\Pi}_{nm;ut}^{RPA}(\omega) \end{aligned} \quad (5.37)$$

onde introduzimos o *kernel da RPA*.

$$\begin{aligned} K_{rs;nm}(\omega) &= \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3x' d^3y' [\overline{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega) \\ &\times [\overline{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \end{aligned} \quad (5.38)$$

A demonstração desse resultado é feita no apêndice C.

A equação (5.37) pode ser escrita na forma matricial:

$$\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega) = \widehat{\Pi}^H(\omega) + \widehat{\Pi}^H(\omega) K(\omega) \widehat{\Pi}^{RPA}(\omega) \quad (5.39)$$

Multiplicando essa equação à direita por $[\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]^{-1}$ e à esquerda por $[\widehat{\Pi}^H(\omega)]^{-1}$, obtemos

$$[\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]^{-1} = [\widehat{\Pi}^H(\omega)]^{-1} - K(\omega) \quad (5.40)$$

Conforme mostramos no Apêndice C, $\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)$ tem a seguinte representação de Lehmann:

$$\begin{aligned} i \widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) &= i \sum_n \left[\frac{\langle \Psi | a_p^\dagger a_q | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | a_t^\dagger a_u | \Psi \rangle}{\omega - \omega_n + i\eta} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\langle \Psi | a_t^\dagger a_u | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | a_p^\dagger a_q | \Psi \rangle}{\omega + \omega_n - i\eta} \right] \end{aligned} \quad (5.41)$$

onde nos limitamos ao caso $\omega \neq 0$. Note que o conjunto completo de estados $\{|\Psi_n\rangle\}$ é constituído de auto-estados do problema exato⁴.

Da representação de Lehmann (5.41) vemos que $\Pi_{qp;tu}^{RPA}(\omega)$ terá polos em $\omega = \pm\omega_n$, onde ω_n são as energias de excitação exatas de cada um dos estados $|\Psi_n\rangle$ que podem ser atingidos a partir do estado fundamental exato $|\Psi\rangle$ pelas excitações (+) partícula -buraco (qp^{-1}) e (tu^{-1}) ou pelas desexcitações (−) correspondentes; isto é, tais que os numeradores em (5.41) sejam não-nulos. Para ω real e próximo a um desses polos, ω_n , nós temos que o único termo que prevalece na soma é:

$$\begin{aligned}\widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) &\simeq \frac{\langle\Psi|a_p^\dagger a_q|\Psi_n\rangle\langle\Psi_n|a_t^\dagger a_u|\Psi\rangle}{\omega - \omega_n} \\ &= \left[\frac{\langle\Psi|a_u^\dagger a_t|\Psi_n\rangle\langle\Psi_n|a_q^\dagger a_p|\Psi\rangle}{\omega - \omega_n} \right]^* \\ &= \left(\Pi_{tu;qp}^{RPA}(\omega) \right)^*\end{aligned}\quad (5.42)$$

Portanto $\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)$ é hermitiano para ω real e próximo de um dado polo. Assim, nessa vizinhança, $\widehat{\Pi}^{RPA}$ pode ser diagonalizado através da transformação unitária:

$$U_n^{-1}[\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]U_n = \widehat{\Pi}_n^D(\omega) \quad (5.43)$$

onde $\widehat{\Pi}_n^D(\omega)$ é uma matriz diagonal. Tomando a inversa dessa equação obtemos:

$$U_n^{-1}[\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]^{-1}U_n = [\widehat{\Pi}_n^D(\omega)]^{-1} \quad (5.44)$$

ou seja,

$$[\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]^{-1}U_n = U_n[\widehat{\Pi}_n^D(\omega)]^{-1} \quad (5.45)$$

Acontece que alguns elementos na diagonal de $\widehat{\Pi}_n^D(\omega)$ deverão ter polos justamente na energia de excitação exata $\omega = \omega_n$. Os elementos correspondentes na diagonal de $(\widehat{\Pi}_n^D)^{-1}$

⁴Aqui a palavra "exato" deve ser entendida no contexto de RPA, isto é, trata-se de estados que incluem as correlações de partícula-buraco em contraposição aos estados na aproximação de Hartree. Veja comentário abaixo da Eq. (5.29).

serão nulos nesse ponto. Nós podemos então encontrar essa energia resolvendo a equação de autovalores:

$$\sum_{tu} [\widehat{\Pi}^{RPA}(\omega)]_{qp;tu}^{-1} C_{tu} = 0 \quad (5.46)$$

onde C_{tu} é um vetor-coluna de U_n correspondente a um dos elementos nulos na diagonal de $\Pi^D(\omega)_n^{-1}$ para $\omega = \omega_n$.

Generalizando esse argumento para cada um dos polos $\pm\omega_n$, concluímos que podemos achá-los e, portanto, as energias de excitações do sistema nuclear, encontrando os valores de ω para os quais (5.46) tem solução.

Substituindo a equação (5.40) em (5.46), temos a equação de "autovalores"

$$\sum_{tu} [\widehat{\Pi}^{H^{-1}}(\omega) - K(\omega)]_{qp;tu} C_{tu} = 0 \quad (5.47)$$

que determina as energias de excitação ω do nosso sistema nuclear perturbado. Conforme mostra a Eq. C.27,

$$\begin{aligned} \widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) = & \delta_{qt}\delta_{pu} \left[\frac{\theta(t-F)\theta(F-u)}{\omega - \omega_{tu} + i\eta} \right. \\ & \left. - \frac{\theta(F-t)\theta(u-F)}{\omega + \omega_{ut} - i\eta} \right] \end{aligned} \quad (5.48)$$

Então :

$$\begin{aligned} [\widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega)]^{(-1)} = & \delta_{qt}\delta_{pu} [\theta(t-F)\theta(F-u)(\omega - \omega_{tu}) \\ & - \theta(F-t)\theta(u-F)(\omega + \omega_{ut})] \end{aligned} \quad (5.49)$$

com $\omega_{tu} = \omega_t - \omega_u$. Se nós substituirmos (5.49) em (5.47) nós obteremos:

$$\begin{aligned} \sum_{tu} [\delta_{qt}\delta_{pu} [\theta(t-F)\theta(F-u)(\omega - \omega_{tu}) \\ - \theta(F-t)\theta(u-F)(\omega + \omega_{ut})] - K_{qp;tu}] C_{tu} = 0 \end{aligned} \quad (5.50)$$

que pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
\sum_{t>F} \sum_{u \leq F} \delta_{qt} \delta_{pu} (\omega - \omega_{tu}) C_{tu} &- \sum_{t \leq F} \sum_{u>F} \delta_{qt} \delta_{pu} (\omega + \omega_{ut}) C_{tu} \\
&- \sum_{tu} K_{qp;tu} C_{tu} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{5.51}$$

Da equação (5.48) é fácil ver que os elementos da matriz $\widehat{\Pi}_{qp,tu}^H$ são nulos a menos que

$$q, t > F \quad e \quad p, u \leq F \tag{5.52}$$

ou

$$q, t \leq F \quad e \quad p, u > F \tag{5.53}$$

Analisando-se a Eq.(5.37), vê-se imediatamente que os elementos da matriz $\Pi_{qp,tu}^{RPA}(\omega)$ são nulos a menos que ou $q > F$ e $p \leq F$ ou $q \leq F$ e $p > F$. Esse resultado, juntamente com (5.52) e (5.53), permite, então, concluir que só contribuem em (5.37) os elementos da matriz $K_{qp,tu}(\omega)$ com os índices satisfazendo, independentemente, as seguintes condições :

$$q > F \text{ e } p \leq F \text{ ou } q \leq F \text{ e } p > F \tag{5.54}$$

e

$$t > F \text{ e } u \leq F \text{ ou } t \leq F \text{ e } u > F \tag{5.55}$$

Obviamente as mesmas restrições acima vigoram para os índices da matriz $K_{qp,tu}(\omega)$ aparecendo em (5.51). Podemos, então, reescrever essa equação separando as duas possibilidades, na forma equivalente

$$\begin{aligned}
\sum_{t>F} \sum_{u \leq F} \delta_{qt} \delta_{pu} (\omega - \omega_{tu}) C_{tu} &- \sum_{t>F} \sum_{u \leq F} K_{qp,tu} C_{tu} \\
&- \sum_{t \leq F} \sum_{u>F} K_{qp,tu} C_{tu} \\
&= 0 \text{ para } q > F \text{ e } p \leq F
\end{aligned} \tag{5.56}$$

$$\begin{aligned}
&- \sum_{t \leq F} \sum_{u>F} \delta_{qt} \delta_{pu} (\omega + \omega_{ut}) C_{tu} - \sum_{t>F} \sum_{u \leq F} K_{qp,tu} C_{tu} \\
&- \sum_{t \leq F} \sum_{u>F} K_{qp,tu} C_{tu} = 0 \text{ para } q \leq F \text{ e } p > F
\end{aligned} \tag{5.57}$$

Finalmente, se adotarmos a notação ,

$$p, p' > F \quad ; \quad h, h' \leq F \quad (5.58)$$

obtemos

$$(\omega - \omega_{ph})C_{ph} - \sum_{p'h'} [K_{ph,p'h'}(\omega)C_{p'h'} + K_{ph,h'p'}(\omega)C_{h'p'}] = 0 \quad (5.59)$$

$$-(\omega + \omega_{ph})C_{ph} - \sum_{p'h'} [K_{ph,p'h'}(\omega)C_{p'h'} + K_{ph,h'p'}(\omega)C_{h'p'}] = 0 \quad (5.60)$$

que são as equações da RPA relativística.

Demonstramos no Apêndice D a seguinte propriedade no Kernel da RPA.

$$K_{rs,tu}(\omega)^* = K_{sr,ut}(\omega) \quad (5.61)$$

para a faixa de frequências ω de interesse no estudo das ressonâncias iso-escalares. Com base nela e introduzindo as amplitudes e sub-matrizes

$$X_{ph} = C_{ph} \quad (5.62)$$

$$Y_{ph} = C_{hp} \quad (5.63)$$

$$A_{ph,p'h'}(\omega) = \omega_{ph}\delta_{pp'}\delta_{hh'} + K_{ph,p'h'}(\omega) \quad (5.64)$$

$$B_{ph,p'h'}(\omega) = K_{ph,h'p'}(\omega) \quad (5.65)$$

podemos escrever as equações da RPA na forma matricial

$$\begin{bmatrix} A(\omega) & B(\omega) \\ B^*(\omega) & A^*(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} X \\ -Y \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

Essa forma é bem conhecida do estudo de RPA não relativística, exceto pelo fato de, agora, as submatrizes A e B dependerem da frequência ω . Isso é um reflexo da inclusão dos efeitos de retardamento na interação N-N no tratamento relativístico.

Capítulo 6

Conclusão

Nós vimos nesta dissertação como as equações da RPA podem ser obtidas numa abordagem relativística baseada na QHD-I. Esse tipo de abordagem já foi aplicado por alguns autores para o cálculo de propriedades de ressonâncias gigantes iso-escalares em núcleos leves e intermediários, com relativo sucesso [6, 21]. Nosso objetivo aqui foi exibir em detalhe o procedimento para a obtenção teórica das equações, tanto as da aproximação de Hartree relativística, como aquelas da RPA, usando para isso o método de funções de Green e de expansões diagramáticas.

Da teoria da resposta linear nós vimos que é possível calcular os efeitos de uma excitação externa sobre os observáveis de interesse do sistema nuclear perturbado através do propagador de polarização. Consistentemente com a aproximação de Hartree, nós obtivemos a equação de Dyson para esse propagador omitindo as contribuições de troca nos vértices da interação e nos restringindo à aproximação de anéis. Com a equação de Dyson e a representação de Lehmann do propagador de polarização nós conseguimos, enfim, obter as equações da RPA relativística. Apesar da QHD-I ser uma teoria renormalizável, nós contornamos o problema dos infinitos que ocorrem no cálculo do propagador de bárions ordenando a densidade de lagrangeana da teoria em relação ao vácuo de Hartree. Quanto aos infinitos que ocorrem para o propagador de polarização, nós omitimos completamente as contribuições do vácuo, eliminando do cálculo os estados de antipartículas. Essa prescrição, tendo a vantagem de ser mais simples, difere daquela usualmente adotada, que procura levar em conta parcialmente os efeitos do vácuo [6, 20, 21].

Nesta dissertação escolhemos o modelo de QHD mais simples possível para a descrição de

ressonâncias iso-escalares. Para modos isovetoriais, seria necessária, pelo menos, a inclusão dos mesons π e ρ , o que exigiria levar em conta os termos de troca através da aproximação de Hartree-Fock para o estado fundamental. Mesmo no contexto da aproximação de Hartree, no entanto, seria necessário incluir o méson ρ^0 e a interação eletromagnética para dar conta do excesso de neutrons nos núcleos intermediários e pesados. Não seria difícil fazer a extensão necessária das equações obtidas aqui.

O tipo de tratamento desenvolvido aqui tem um alto grau de autoconsistência, pois tanto as propriedades do estado fundamental como as excitações são descritos a partir da mesma lagrangeana.

Apêndice A

Conservação da Corrente Elétrica

Seja a corrente de conservação I_c a corrente que flui na corrente I_c e a corrente I_c a corrente de conservação.

Apêndices

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.1)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.2)$$

Se a corrente de conservação I_c a corrente que flui na corrente I_c e a corrente I_c a corrente de conservação.

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.3)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.4)$$

Se a corrente de conservação I_c a corrente que flui na corrente I_c e a corrente I_c a corrente de conservação.

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.5)$$

Se a corrente de conservação I_c a corrente que flui na corrente I_c e a corrente I_c a corrente de conservação.

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.6)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.7)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.8)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.9)$$

$$I_c = I_c - I_c = 0 \quad (A.10)$$

Apêndice A

Conservação da Corrente Bariônica

Dada a densidade de lagrangeana (3.1) nós podemos obter as equações para ψ e $\bar{\psi}$ das equações de Euler-Lagrange

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - g_v V_\mu) - (M - g_s \phi)]\psi = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{\psi}[\gamma^\mu(i\overleftarrow{\partial}_\mu + g_v V_\mu) + (M - g_s \phi)] = 0 \quad (\text{A.2})$$

Se nós multiplicarmos o lado esquerdo de (A.1) por $\bar{\psi}$ e o direito de (A.2) por ψ e somarmos as expressões obtidas nós temos

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftarrow{\partial}_\mu + i(\partial_\mu\bar{\psi})\gamma^\mu\psi = 0$$

$$\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) = 0 \quad (\text{A.3})$$

que expressa justamente a conservação da corrente bariônica $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. Por outro lado, aplicando o operador ∂_ν à equação (3.7),

$$\partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2\partial_\nu V^\nu = g_v\partial(\bar{\psi}\gamma\psi) = 0 \quad (\text{A.4})$$

e da anti-simetria de $F^{\mu\nu}$, resulta que :

$$\begin{aligned} \partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(\partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} + \partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu}) \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} + \partial_\mu\partial_\nu F^{\nu\mu}) \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\nu F^{\mu\nu}) \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu} - \partial_\nu\partial_\mu F^{\mu\nu}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo (A.5) em (A.4) nós obtemos o resultado esperado

$$\partial_\nu V^\nu = 0 \quad (\text{A.6})$$

Apêndice B

Teorema de Wick, Propagadores Livres e Propagadores Interagentes

B.1 Teorema de Wick

Antes de nós enunciarmos o teorema de Wick, vamos introduzir algumas definições importantes :

1. *Ordenamento Normal* : Essa expressão indica um tipo particular de ordenamento de um produto de operadores de campo. Nele todos os operadores de campo de aniquilação são colocados à esquerda dos operadores de criação , incluindo um fator -1 para cada troca de operadores de férmions :

$$N(ABCD\dots) = (-1)^P N(CADB\dots) \quad (\text{B.1})$$

2. *Contrações* : A contração entre dois, operadores A , B , é definida como a diferença entre o produto ordenado no tempo e o produto normal desses operadores

$$A^\circ B^\circ = T(AB) - N(AB). \quad (\text{B.2})$$

Note que, podemos definir os operadores de criação e de aniquilação e, portanto, o ordenamento normal em relação a diversos estados. Se nós o definirmos em relação ao estado fundamental não-interagente $|\Psi_0\rangle$ e calcularmos o valor de espera nesse estado da contração do produto de operadores de campo e bárions $\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y)$, temos :

$$\langle \Psi_0 | \psi_\alpha^0(x)\bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle = \langle \Psi_0 | T[\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y)] - N[\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y)] | \Psi_0 \rangle$$

$$\begin{aligned}
 &= \langle \Psi_0 | T[\psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(y) | \Psi_0 \rangle \\
 &= iG_{\alpha\beta}^0(x, y)
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Agora que nós sabemos fazer o ordenamento normal de um produto de operadores e contrações de pares de operadores nós podemos enunciar o teorema de Wick. O teorema de Wick afirma que o ordenamento temporal de um produto de operadores de campo de criação e aniquilação $ABCD \dots$ pode ser expresso como uma soma desses operadores arranjados em ordem normal para todos os possíveis conjuntos de contrações .

$$\begin{aligned}
 T(ABCD \dots EFG) &= N(ABCD \dots EFG) + N(A^\circ B^\circ CD \dots EFG) \\
 &\quad + N(A^\circ BC^\circ D \dots EFG) + \dots + N(A^\circ B^{\circ\circ} C^{\circ\circ\circ} \dots E^\circ F^{\circ\circ} G^{\circ\circ\circ}) \\
 &= N(ABCD \dots EFG) \\
 &\quad + N(\text{Soma sob todos os possíveis conjuntos de contrações})
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

B.2 Propagadores Livres

Aqui nós pretendemos calcular os propagadores livres de bárions, $G_{\alpha\beta}^0$, e mésons escalar, $\Delta^0(x)$, e vetorial, $D_{\mu\nu}^0(x)$, definidos na seção 4.2. Vamos iniciar calculando o propagador do méson escalar. Podemos escrever a solução geral de sua equação de movimento livre

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2)\phi = 0 \tag{B.5}$$

como

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{(2\omega_{\vec{k}})^{\frac{1}{2}}} (d_{\vec{k}} e^{-ikx} + d_{\vec{k}}^\dagger e^{ikx}) \tag{B.6}$$

onde

$$[d_{\vec{k}}, d_{\vec{k}'}^\dagger] = \delta_{\vec{k}, \vec{k}'} \tag{B.7}$$

$$[d_{\vec{k}}, d_{\vec{k}'}] = [d_{\vec{k}}^\dagger, d_{\vec{k}'}^\dagger] = 0 \tag{B.8}$$

$$\omega_{\vec{k}} = k_0 = (\vec{k}^2 + m_s^2)^{\frac{1}{2}} \tag{B.9}$$

e $d_{\vec{k}} | \Psi_0 \rangle = 0$ para todo $\vec{k}$. Então, de acordo com a definição (4.1), temos

$$\begin{aligned} i\Delta^0(x' - x) &= \langle \Psi_0 | \phi(x')\phi(x) | \Psi_0 \rangle \theta(x'^0 - x^0) + \langle \Psi_0 | \phi(x)\phi(x') | \Psi_0 \rangle \theta(x^0 - x'^0) \\ &= f(x' | x) \theta(x'^0 - x^0) + f(x | x') \theta(x^0 - x'^0) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

onde

$$\begin{aligned} f(x' | x) &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{1}{(4\omega_{\vec{k}}\omega_{\vec{k}'})^{\frac{1}{2}}} \langle \Psi_0 | (d_{\vec{k}} e^{-ik'x'} + d_{\vec{k}}^\dagger e^{ik'x'}) (d_{\vec{k}} e^{-ikx} + d_{\vec{k}}^\dagger e^{ikx}) | \Psi_0 \rangle \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{1}{(4\omega_{\vec{k}}\omega_{\vec{k}'})^{\frac{1}{2}}} \langle \Psi_0 | d_{\vec{k}} d_{\vec{k}}^\dagger | \Psi_0 \rangle e^{-ik'x'} e^{ikx} \\ &= \frac{1}{2V} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{(\omega_{\vec{k}})} e^{ik(x-x')} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Levando-se esse resultado em (B.10), obtem-se

$$i\Delta^0(x' - x) = \frac{1}{2V} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{(\omega_{\vec{k}})} [\theta(x'^0 - x^0) e^{ik(x-x')} + \theta(x^0 - x'^0) e^{ik(x'-x)}] \quad (\text{B.12})$$

Mas

$$\frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} \rightarrow \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \quad (\text{B.13})$$

e

$$\theta(x^0 - x'^0) = i \int \frac{d\mu}{2\pi} \frac{e^{-i\mu(x^0 - x'^0)}}{\mu + i\varepsilon} \quad (\text{B.14})$$

logo :

$$\begin{aligned} i\Delta^0(x' - x) &= \frac{1}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\omega_{\vec{k}}} \left[i \int \frac{d\mu}{2\pi} \frac{e^{-i\mu(x'^0 - x^0)} e^{ik(x-x')}}{\mu + i\varepsilon} + i \int \frac{d\mu}{2\pi} \frac{e^{-i\mu(x^0 - x'^0)} e^{ik(x'-x)}}{\mu + i\varepsilon} \right] \\ &= \frac{i}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{(\omega_{\vec{k}})} \int \frac{d\mu}{2\pi} \left[\frac{e^{-i(k_0 + \mu)(x^0 - x'^0)} e^{-i\vec{k}(\vec{x} - \vec{x}')}}{\mu + i\varepsilon} + \frac{e^{i(k_0 + \mu)(x'^0 - x^0)} e^{-i\vec{k}(\vec{x}' - \vec{x})}}{\mu + i\varepsilon} \right] \\ &= \frac{i}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^4} \frac{dk'_0}{\omega_{\vec{k}}} \left[\frac{1}{k'_0 - k_0 + i\varepsilon} + \frac{1}{-k'_0 - k_0 + i\varepsilon} \right] e^{ik'(x-x')} \\ &= i \int \frac{d^4k'}{(2\pi)^4} \frac{1}{2k_0} \left[\frac{2k_0}{k_0'^2 - \vec{k}^2 - m_s^2 + i\varepsilon'} \right] e^{ik'(x-x')} \\ &= i \int \frac{d^4k'}{(2\pi)^4} e^{ik'(x-x')} \Delta^0(k') \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Portanto de (B.15) nós vemos que :

$$i\Delta^0(x' - x) = i \int \frac{d^4 k'}{(2\pi)^4} e^{ik'(x-x')} \Delta^0(k') \quad (\text{B.16})$$

com

$$\Delta^0(k) = \frac{1}{k^2 - m_s^2 + \varepsilon} \quad (\text{B.17})$$

Vamos calcular agora o propagador de bárions livre, partindo de

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi = 0 \quad (\text{B.18})$$

Então

$$\begin{aligned} \psi_\alpha(x) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}s} [a_{\vec{k}s} u_\alpha(\vec{k}, s) e^{-ikx} + b_{\vec{k}s}^\dagger v_\alpha(\vec{k}, s) e^{ikx}] \\ &= \psi_\alpha^{(+)} + \psi_\alpha^{(-)} \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

onde :

$$\{a_{\vec{k}s}, a_{\vec{k}'s'}^\dagger\} = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'}$$

$$\{a_{\vec{k}s}, a_{\vec{k}'s'}\} = \{a_{\vec{k}s}^\dagger, a_{\vec{k}'s'}^\dagger\} = 0$$

$$\{b_{\vec{k}s}, b_{\vec{k}'s'}^\dagger\} = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}$$

$$\{b_{\vec{k}s}, b_{\vec{k}'s'}\} = \{b_{\vec{k}s}^\dagger, b_{\vec{k}'s'}^\dagger\} = 0 \quad (\text{B.20})$$

e o estado fundamental não interagente $|\psi_0\rangle$ é definido por

$$b_{\vec{k}s} |\Psi_0\rangle = 0, \text{ para qualquer } \vec{k}$$

$$\begin{aligned} a_{\vec{k}s}^\dagger | \Psi_0 \rangle &= 0, \text{ para } |\vec{k}| \leq k_F \\ a_{\vec{k}s} | \Psi_0 \rangle &= 0, \text{ para } |\vec{k}| > k_F \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Além disso os espinores livres satisfazem as relações

$$\begin{aligned} \sum_s u_\alpha(\vec{k}, s) \bar{u}_\beta(\vec{k}, s) &= \frac{(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} \\ \sum_s v_\alpha(\vec{k}, s) \bar{v}_\beta(\vec{k}, s) &= \frac{(\gamma_\mu k^\mu - M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

e

$$E^0(k) = (\vec{k}^2 + M^2)^{1/2} \quad (\text{B.23})$$

Então

$$\begin{aligned} iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) &= \langle \psi_0 | T[\psi_\alpha(x') \bar{\Psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}\vec{k}'ss'} \{ \theta(x'_0 - x_0) \langle \Psi_0 | \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x) | \Psi_0 \rangle \\ &\quad - \theta(x_0 - x'_0) \langle \Psi_0 | \bar{\psi}_\beta(x) \psi_\alpha(x') | \Psi_0 \rangle \} \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}\vec{k}'ss'} \{ \theta(x'_0 - x_0) \langle \Psi_0 | [a_{\vec{k}'s'}^\dagger u_\alpha(\vec{k}', s') e^{-ik'x'} + b_{\vec{k}'s'}^\dagger v_\alpha(\vec{k}', s') e^{ik'x'}] \\ &\quad \times [a_{\vec{k}s}^\dagger \bar{u}_\beta(\vec{k}, s) e^{ikx} + b_{\vec{k}s} \bar{v}_\beta(\vec{k}, s) e^{-ikx}] | \Psi_0 \rangle \\ &\quad - \theta(x_0 - x'_0) \langle \Psi_0 | [a_{\vec{k}s}^\dagger \bar{u}_\beta(\vec{k}, s) e^{ikx} + b_{\vec{k}s} \bar{v}_\beta(\vec{k}, s) e^{-ikx}] \\ &\quad \times [a_{\vec{k}'s'}^\dagger u_\alpha(\vec{k}', s') e^{-ik'x'} + b_{\vec{k}'s'}^\dagger v_\alpha(\vec{k}', s') e^{ik'x'}] | \Psi_0 \rangle \} \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}\vec{k}'ss'} \{ \theta(x'_0 - x_0) \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'} \theta(|\vec{k}| - k_F) u_\alpha(\vec{k}', s') \bar{u}_\beta(\vec{k}, s) e^{-ik'x' + ikx} \\ &\quad - \theta(x_0 - x'_0) [\delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'} \theta(k_F - |\vec{k}|) \bar{u}_\beta(\vec{k}, s) u_\alpha(\vec{k}', s') e^{ikx - ik'x'} \\ &\quad + \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'} \bar{v}_\beta(\vec{k}, s) v_\alpha(\vec{k}', s') e^{-ikx + ik'x'}] \} \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} \left\{ \theta(x'_0 - x_0) \theta(|\vec{k}| - k_F) \frac{(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} e^{-ik(x' - x)} - \theta(x_0 - x'_0) \right. \\ &\quad \times \left[\theta(k_F - |\vec{k}|) k \frac{(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} e^{ik(x' - x)} + \frac{(\gamma_\mu k^\mu - M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} e^{-ik(x' - x)} \right] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\frac{e^{-i\omega(x'_0 - x_0)}}{\omega + i\varepsilon} e^{-ik(x' - x)} \theta(|\vec{k}| - k_F) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{e^{i\omega(x'_0 - x_0)}}{\omega + i\varepsilon} e^{ik(x' - x)} \theta(k_F - |\vec{k}|) \right] - \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{2E^0(k)} i \\
 &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{i\omega(x'_0 - x_0)}}{(\omega + i\varepsilon)} e^{ik(x' - x)} \\
 &= i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2E^0(k)} \left\{ (\gamma_\mu K^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{\theta(|\vec{k}| - k_F)}{k_0 - E^0(k) + i\varepsilon} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\theta(k_F - |\vec{k}|)}{k_0 - E^0(k) + i\varepsilon} \right] - (\gamma_\mu \tilde{K}^\mu + M)_{\alpha\beta} \right. \\
 &\quad \left. \times \left[\frac{1}{k_0 + E^0(k) - i\varepsilon} \right] \right\} e^{-ik(x' - x)} \tag{B.24}
 \end{aligned}$$

onde

$$\gamma_\mu K^\mu = \gamma_0 E^0(k) - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \tag{B.25}$$

$$\gamma_\mu \tilde{K}^\mu = -\gamma_0 E^0(k) - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \tag{B.26}$$

Voltando à equação anterior, obtemos depois de algumas manipulações algébricas

$$\begin{aligned}
 iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) &= i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2E^0(k)} \left\{ \frac{2E^0(k)(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{k^2 - M^2 + i\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. + (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{-1}{k_0 - E^0(k) + i\varepsilon} + \frac{1}{k_0 - E^0(k) - i\varepsilon} \right] \theta(k_F - |\vec{k}|) \right\} \\
 &\quad \times e^{-ik(x' - x)} \\
 &= i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2E^0(k)} \left\{ \frac{2E^0(k)(\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta}}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. + (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} [i\pi\delta(k_0 - E^0(k)) + i\pi\delta(k_0 + E^0(k))] \theta(k_F - |\vec{k}|) \right\} e^{-ik(x' - x)} \tag{B.27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{k_\mu^2 - M^2 + i\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{i\pi}{E^0(k)} \delta(k_0 - E^0(k)) \theta(k_F - |\vec{k}|) \right] e^{-ik(x' - x)} \tag{B.28}
 \end{aligned}$$

Da expressão (B.28) nós vemos que

$$iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x'-x)} G_{\alpha\beta}^0(k) \quad (\text{B.29})$$

onde :

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}^0(k) &= (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \right. \\ &\quad \left. + \frac{i\pi}{E^0(k)} \delta(k_0 - E^0(k)) \theta(k_F - |\vec{k}|) \right] \\ &= G_F^0(k)_{\alpha\beta} + G_D^0(k)_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Por último nós iremos calcular o propagador do méson vetorial, partindo de sua equação de movimento

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_v^2) V^\nu = 0 \quad (\text{B.31})$$

cuja solução geral é

$$V_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{[2E(k)]^{\frac{1}{2}}} \sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) [d(\vec{k}, \lambda) e^{-ikx} + d^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{ikx}] \quad (\text{B.32})$$

com os vetores de polarização satisfazendo as relações

$$\varepsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) \varepsilon^\mu(\vec{k}, \lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'} \quad (\text{B.33})$$

$$\varepsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) k^\mu = 0 \quad (\text{B.34})$$

$$\sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) \varepsilon_\nu(\vec{k}, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_v^2} \quad (\text{B.35})$$

Temos, então,

$$\begin{aligned} iD_{\mu\nu}^0(x' - x) &= \theta(x'_0 - x_0) \langle \Psi_0 | V_\mu(x') V_\nu(x) | \Psi_0 \rangle + \theta(x_0 - x'_0) \langle \Psi_0 | V_\nu(x) V_\mu(x') | \Psi_0 \rangle \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{\varepsilon_\mu(\vec{k}', \lambda') \varepsilon_\nu(\vec{k}, \lambda)}{2[E(k)E(k')]^{\frac{1}{2}}} [\langle \Psi_0 | (d(\vec{k}', \lambda') e^{-ik'x'} + d^\dagger(\vec{k}', \lambda') e^{ik'x'}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times (d(\vec{k}, \lambda) e^{-ikx} + d^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{ikx}) | \Psi_0 \rangle \theta(x'_0 - x_0) \\
 & + \langle \Psi_0 | (d(\vec{k}, \lambda) e^{-ikx} + d^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{ikx}) \\
 & \times (d(\vec{k}', \lambda') e^{-ik'x'} + d^\dagger(\vec{k}', \lambda') e^{ik'x'}) | \Psi_0 \rangle \theta(x_0 - x'_0) \} \\
 & = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{2E(k)} \sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) \varepsilon_\nu(\vec{k}, \lambda) \left[e^{ik(x'-x)} \theta(x'_0 - x_0) + e^{ik(x'-x)} \theta(x_0 - x'_0) \right] \\
 & = i \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E(k)} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_v^2} \right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \\
 & \times \left[\frac{e^{-i\omega(x'_0 - x_0)}}{\omega + i\varepsilon} e^{-ik(x'-x)} + \frac{e^{i\omega(x'_0 - x_0)}}{\omega + i\varepsilon} e^{ik(x'-x)} \right] \\
 & = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_v^2} \right] \frac{e^{-ik(x'-x)}}{k^2 - m_v^2 + i\varepsilon} \tag{B.36}
 \end{aligned}$$

De (B.36) vemos que :

$$iD_{\mu\nu}^0(x' - x) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{ik(x'-x)} D_{\mu\nu}^0(k) \tag{B.37}$$

onde

$$D_{\mu\nu}^0(k) = \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_v^2} \right] \frac{1}{k^2 - m_v^2 + i\varepsilon} \tag{B.38}$$

B.3 Expansão do Propagador Interagente de Bárions em Propagadores Livres .

Aqui nós pretendemos escrever a contribuição de segunda ordem para o propagador de bárions através de propagadores livres. Conforme (4.12) temos

$$\begin{aligned}
 iG_{\alpha\beta}^{(2)}(x' - x) &= \frac{i^2}{2!} \int d^4 x_1 d^4 x_2 \\
 &\times \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \mathcal{L}_I(x_2) \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle \tag{B.39}
 \end{aligned}$$

com $\mathcal{L}_I$ dada em (3.3). Então

$$iG_{\alpha\beta}^{(2)}(x' - x) = \frac{i^2}{2!} \int d^4 x_1 d^4 x_2 \langle \Psi_0 | T[\mathcal{L}_I(x_1) \mathcal{L}_I(x_2) \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 \\
 &\quad \times \langle \Psi_0 | T[g_s^2 \bar{\psi}_\sigma(x_1) \psi_\sigma(x_1) \phi(x_1) \bar{\psi}_\xi(x_2) \\
 &\quad \times \psi_\xi(x_2) \phi(x_2) \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] + T[g_v^2 \bar{\psi}_\sigma(x_1) \\
 &\quad \times (\gamma_\mu)_{\sigma\delta} \psi_\delta(x_1) V^\mu(x_1) \bar{\psi}_\xi(x_2) (\gamma_\nu)_{\xi\zeta} \psi_\zeta(x_2) V^\nu(x_2) \\
 &\quad \times \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle \\
 &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 [g_s^2 \phi^\circ(x_1) \phi^\circ(x_2) \delta_{\sigma\delta} \delta_{\xi\zeta} \\
 &\quad + g_v^2 V^{\mu\circ}(x_1) V^{\nu\circ}(x_2) (\gamma_\mu)_{\sigma\delta} (\gamma_\nu)_{\xi\zeta} \\
 &\quad \times \langle \psi_0 | T[\bar{\psi}_\sigma(x_1) \psi_\delta(x_1) \bar{\psi}_\xi(x_2) \psi_\zeta(x_2) \psi_\alpha(x') \bar{\psi}_\beta(x)] | \Psi_0 \rangle \\
 &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 (g_s^2 i \Delta^0(x_1 - x_2) \delta_{\sigma\delta} \delta_{\xi\zeta} \\
 &\quad + g_v^2 D^{0\mu\nu}(x_1 - x_2) (\gamma_\mu)_{\sigma\delta} (\gamma_\nu)_{\xi\zeta} \\
 &\quad (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^\circ(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^{\circ\circ} \psi_\alpha^{\circ\circ\circ}(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ\circ}(x) \\
 &\quad \times (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^\circ(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^{\circ\circ\circ} \psi_\alpha^{\circ\circ}(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ\circ}(x) \\
 &\quad \times (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^{\circ\circ}(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^\circ \psi_\alpha^{\circ\circ\circ}(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ\circ}(x) \\
 &\quad \times (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^{\circ\circ}(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^\circ \psi_\alpha^{\circ\circ\circ}(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ}(x) \\
 &\quad \times (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^{\circ\circ}(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^{\circ\circ\circ} \psi_\alpha^\circ(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ\circ}(x) \\
 &\quad \times (\bar{\psi}_\sigma^\circ(x_1) \psi_\delta^{\circ\circ}(x_1) \bar{\psi}_\xi^{\circ\circ\circ}(x_2) \psi_\zeta(x_2)^{\circ\circ\circ} \psi_\alpha^\circ(x') \bar{\psi}_\beta^{\circ\circ}(x)) \\
 &= \frac{i^2}{2!} \int (ig_s^2 \Delta^0(x_1 - x_2) \delta_{\sigma\delta} \delta_{\xi\zeta} + g_v^2 D^{0\mu\nu}(x_1 - x_2) (\gamma_\mu)_{\sigma\delta} (\gamma_\nu)_{\xi\zeta}) \\
 &\quad \times \left(-iG_{\delta\sigma}^0(x_1 - x_1^+) (-i)G_{\zeta\xi}^0(x_2 - x_2^+) iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) \right. \\
 &\quad - (-)iG_{\delta\sigma}^0(x_1 - x_1^+) (-i)G_{\alpha\xi}^0(x' - x_2) iG_{\zeta\beta}^0(x_2 - x) \\
 &\quad + (-)iG_{\zeta\sigma}^0(x_2 - x_1) (-i)G_{\delta\xi}^0(x_1 - x_2) iG_{\alpha\beta}^0(x' - x) \\
 &\quad + (-)iG_{\zeta\sigma}^0(x_2 - x_1) (-i)G_{\delta\beta}^0(x_1 - x) (-i)G_{\alpha\xi}^0(x' - x_2) \\
 &\quad - (-)iG_{\alpha\sigma}^0(x' - x_1) iG_{\delta\xi}^0(x_1 - x_2) iG_{\zeta\beta}^0(x_2 - x) \\
 &\quad \left. - (-)iG_{\alpha\sigma}^0(x' - x_1) iG_{\delta\beta}^0(x_1 - x) (-i)G_{\zeta\xi}^0(x_2 - x_2^+) \right) \quad (B.40)
 \end{aligned}$$

onde nós definimos as contrações com tempos iguais, conforme a prescrição (4.17).

Apêndice C

Propagador de Polarização

C.1 Expansão do Propagador de Polarização

Usando o teorema de Wick, apêndice B, vamos calcular os três primeiros termos da série :

$$i\Pi[(A(x), B(y))] \simeq \langle \Psi^H | T[S^H A^H(x) B^H(y)] | \Psi^H \rangle_{con.} \quad (C.1)$$

onde :

$$\begin{aligned} A^H(x) &= \bar{\psi}^H(x) \Gamma_A \psi^H(x) \\ B^H(y) &= \bar{\psi}^H(y) \Gamma_B \psi^H(y) \end{aligned} \quad (C.2)$$

e Γ_A e Γ_B são matrizes 4×4 . O operador da matriz S é dado por

$$S^H = Texp \left(ig_a \int d^4x N^H [\bar{\psi}^H(x) \Gamma^a \psi^H(x) V_a(x)] \right) \quad (C.3)$$

com

$$S^H = \sum_{a=-1}^3 Texp(ig_a \int d^4x N^H [\bar{\psi}^H(x) \Gamma^a \psi^H(x) V_a(x)]) \quad (C.4)$$

com $a = -1, \dots, 3$ e

$$g_a = \begin{cases} g_s \\ -g_v \end{cases}, \Gamma^a = \begin{cases} 1 \\ \gamma^\mu \end{cases}, V_a = \begin{cases} \phi \\ V_\mu \end{cases} \quad para \begin{cases} a = -1 \\ a = \mu = 0, \dots, 3 \end{cases} \quad (C.5)$$

$T[\dots]$ denota o produto ordenado no tempo, $N^H([\dots])$ o ordenamento normal em relação ao estado fundamental de Hartree $|\Psi^H\rangle$, e con. que os diagramas desconectados são excluídos da expansão.

O termo de ordem zero fica :

$$\begin{aligned}
 i\Pi^{(0)}[A(x), B(y)] &= \langle \Psi^H | T[\bar{\psi}_\alpha^H(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H\psi_\beta^H(x) \\
 &\quad \times \bar{\psi}_\gamma^H(x)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}^H\psi_\delta^H(y)] | \Psi^H \rangle_{con.} \\
 &= \bar{\psi}_\alpha^{H\circ}(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}\psi_\beta^{H\circ}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H\circ\circ}(y)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}\psi_\delta^{H\circ\circ}(y) \\
 &\quad + \bar{\psi}_\alpha^{H\circ}(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}\psi_\beta^{\circ\circ H}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H\circ\circ}(y)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}\psi_\delta^{H\circ}(y) \\
 &= (\Gamma_A)_{\alpha\beta}(\Gamma_B)_{\gamma\delta} \left[-iG_{\beta\alpha}^H(x, x^{(+)})(-i)G_{\delta\gamma}^H(y, y^{(+)}) \right. \\
 &\quad \left. + (-i)G_{\delta\alpha}^H(y, x)iG_{\beta\gamma}^H(x, y) \right] \\
 &= - \underbrace{(Tr[\Gamma_A G^H(x, x^{(+)})])(Tr[\Gamma_B G^H(y, y^{(+)})])}_{(1)} \\
 &\quad + \underbrace{Tr[\Gamma_A G^H(x, y)\Gamma_B G^H(y, x)]}_{(2)}
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

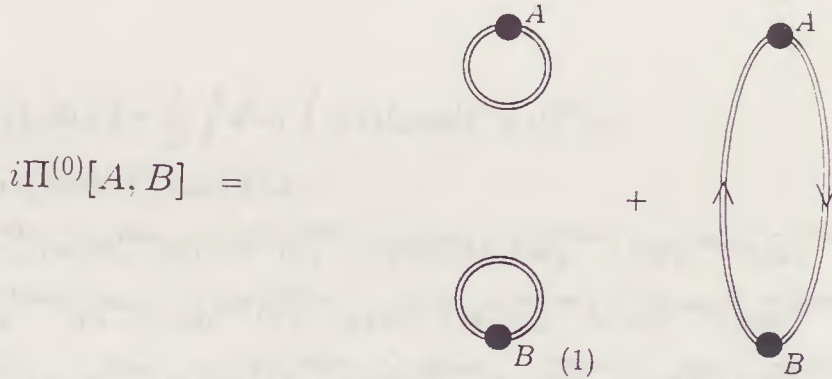


Figura C.1: Diagramas de ordem zero para o propagador de polarização

Da expressão (C.6) é fácil ver que o termo (1), correspondente ao diagrama disjunto de ordem zero, não depende da diferença $x_0 - y_0$. Essa independência pode ser verificada ordem a ordem para todos os diagramas disjuntos.

O termo de ordem um é nulo

$$i\Pi^{(1)}[A(x), B(y)] = 0 \quad (C.7)$$

Enquanto o termo de ordem dois é :

$$\begin{aligned} i\Pi^{(2)}[A(x), B(y)] &= \frac{i}{2!} \int d^4x_1 \int d^4x_2 \\ &\langle \Psi_0^H | T[\mathcal{L}_I(x_1)\mathcal{L}_I(x_2)\bar{\psi}_\alpha^H(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}\psi_\beta^H(x)\bar{\psi}_\gamma^H(y)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}\psi_\delta^H(y)] | \Psi^H \rangle_{con} \\ &= \langle \Psi^H | T[g_a N^H(\bar{\psi}_\alpha^H(x_1)(\Gamma^a)_{\sigma\lambda}\psi_\lambda^H(x_1)V_a(x_1)) \\ &\quad \times g_b N^H(\bar{\psi}_\xi^H(x_2)(\Gamma^b)_{\xi\zeta}\psi_\zeta^H(x_2)V_b(x_2))\bar{\psi}_\alpha^H(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}\psi_\beta^H(x) \\ &\quad \bar{\psi}_\gamma^H(y)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}\psi_\delta^H(y)] | \Psi^H \rangle_{con} \\ &= \frac{i}{2!} \int d^4x_1 \int d^4x_2 (g_a g_b (\Gamma^a)_{\sigma\lambda} (\Gamma^b)_{\xi\zeta} \\ &\quad \times V_a^\circ(x_1)V_b^\circ(x_2)) \langle \Psi^H | N^H(\bar{\psi}_\sigma^H(x_1)\psi_\lambda^H(x_1)) \\ &\quad \times N^H(\bar{\psi}_\xi^H(x_2)\psi_\zeta^H(x_2))\bar{\psi}_\alpha^H(x)(\Gamma_A)_{\alpha\beta}\psi_\beta^H(x)\bar{\psi}_\gamma^H(y)(\Gamma_B)_{\gamma\delta}\psi_\delta^H(y) | \Psi^H \rangle_{con} \end{aligned} \quad (C.8)$$

$$\begin{aligned} i\Pi^{(2)}[A(x), B(y)] &= \frac{i}{2!} \int d^4x_1 \int d^4x_2 (g_a g_b (\Gamma^a)_{\sigma\lambda} (\Gamma^b)_{\xi\zeta} \\ &\quad \times V_a^\circ(x_1)V_b^\circ(x_2)) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} (\Gamma_B)_{\gamma\delta} H \\ &\quad \times [N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^\circ}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ(x_1)}\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^\circ}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^\circ}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ(x_1)}\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^\circ}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ(x_1)}\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^\circ}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^\circ}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^{\circ\circ\circ}}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ(x_1)}\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^\circ}(y) \\ &\quad + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^{\circ\circ}}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^\circ}(y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^\circ}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^\circ}(y) \\
 & + N^H(\bar{\psi}_\sigma^{H^\circ}(x_1)\psi_\lambda^{H^\circ}(x_1))N^H(\bar{\psi}_\xi^{H^{\circ\circ\circ}}(x_2)\psi_\zeta^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x_2))\bar{\psi}_\alpha^{H^{\circ\circ\circ\circ}}(x)\psi_\beta^{H^{\circ\circ\circ}}(x)\bar{\psi}_\gamma^{H^{\circ\circ}}(y)\psi_\delta^{H^\circ}(y)]
 \end{aligned} \tag{C.9}$$

$$\begin{aligned}
 i\Pi^{(2)}[A(x), B(y)] &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 \\
 & \times (g_a g_b (\Gamma^a)_{\sigma\lambda} (\Gamma^b)_{\xi\zeta} V_a^\circ(x_1) V_b^\circ(x_2)) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} (\Gamma_b)_{\gamma\delta} \\
 & \times [(-i)G_{\zeta\sigma}^H(x_2, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (-i)G_{\beta\alpha}^H(x, x^\dagger) (-i)G_{\delta\gamma}^H(y, y^\dagger) \\
 & + (-i)G_{\zeta\sigma}^H(x_2, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (-i)G_{\delta\alpha}^H(y, x) (i)G_{\beta\gamma}^H(x, y) \\
 & + (-i)G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (i)G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) (-i)G_{\delta\gamma}^H(y, y^\dagger) \\
 & - (-i)G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (i)G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) (-i)G_{\delta\alpha}^H(y, x) \\
 & + (-i)G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) iG_{\lambda\alpha}^H(x_1, x) (-i)G_{\delta\xi}^H(y, x_2) (i)G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) \\
 & - (-i)G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) iG_{\lambda\gamma}^H(x_1, y) (-i)G_{\delta\xi}^H(y, x_2) (i)G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) \\
 & + (-i)G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (i)G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) (i)G_{\beta\gamma}^H(x, y) \\
 & + (-i)G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) iG_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (i)G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) (-i)G_{\beta\alpha}^H(x, x^\dagger) \\
 & - (-i)G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) iG_{\lambda\alpha}^H(x_1, x) (-i)G_{\beta\xi}^H(x, x_2) (i)G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) \\
 & + (-i)G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) iG_{\lambda\gamma}^H(x_1, y) (-i)G_{\beta\xi}^H(x, x_2) (i)G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x)]
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}
 i\Pi^{(2)}[A(x); B(y)] &= \frac{i^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 \\
 & \times (ig_s^2 \Delta^0(x_1 - x_2) \delta_{\sigma\lambda} \delta_{\xi\zeta} + ig_v^2 D_{\mu\nu}^0(x_1 - x_2) (\gamma^\mu)_{\sigma\lambda} (\gamma^\nu)_{\xi\zeta}) \\
 & \times \underbrace{[-G_{\zeta\sigma}^H(x_2, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (Tr[\Gamma_A G^H(x, x^\dagger)]) (Tr[\Gamma_B G^H(y, y^\dagger)])]}_{(3)} \\
 & + \underbrace{G_{\zeta\sigma}^H(x_2, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) (Tr[\Gamma_A G^H(x, y)]) (Tr[\Gamma_B G^H(y, x)])}_{(4)} \\
 & + \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) iG_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) (Tr[\Gamma_B G^H(y, y^\dagger)])}_{(5)} \\
 & - \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) (\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\alpha}^H(y, x)}_{(6)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\alpha}^H(x_1, x) (\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\xi}^H(y, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y)}_{(7)} \\
 & - \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\gamma}^H(x_1, y) (\Gamma)_{\gamma\delta} G_{\delta\xi}^H(y, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x)}_{(8)} \\
 & - \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\gamma}^H(x, y)}_{(9)} \\
 & + \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) (\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\alpha}^H(x, x^\dagger)}_{(10)} \\
 & - \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x) (\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\xi}^H(x, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y)}_{(11)} \\
 & + \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, y) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\xi}^H(x, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x)]}_{(12)} \tag{C.11}
 \end{aligned}$$

O que nos dá a seguinte representação gráfica da Fig. C.2

Eliminando o diagrama desconectado, (4), e os "disjuntos", (1), (3), (5), (10), nós obtemos:

$$\begin{aligned}
 i\Pi[A(x), B(y)] &= i\Pi^{(0)}[A(x), B(y)] + i\Pi^{(2)}[A(x), B(y)] + \dots \\
 &= \underbrace{Tr[\Gamma_A G^H(x, y) \Gamma_B G^H(u, x)]}_{(2)} \\
 &+ \frac{i^2}{2!} \int d^4 x_1 d^4 x_2 (ig_s^2 \Delta^0(x_1 - x_2) \delta_{\sigma\lambda} \delta_{\xi\zeta} + ig_v^2 D_{\mu\nu}^0(x_1 - x_2) (\gamma^\mu)_{\sigma\lambda} (\gamma^\nu)_{\xi\zeta} \\
 &\times \underbrace{[(\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y) (\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\alpha}^H(y, x)]}_{(6)} \\
 &+ \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\alpha}^H(x_1, x) (\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\xi}^H(y, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y)}_{(7)} \\
 &- \underbrace{(\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\sigma}^H(x, x_1) G_{\lambda\gamma}^H(x_1, y) (\Gamma)_{\gamma\delta} G_{\delta\xi}^H(y, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x)}_{(8)} \\
 &- \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\gamma}^H(x, y)}_{(9)} \\
 &+ \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, x) (\Gamma_A)_{\alpha\beta}^H G_{\beta\xi}^H(x, x_2) G_{\zeta\gamma}^H(x_2, y)}_{(11)} \\
 &+ \underbrace{(\Gamma_B)_{\gamma\delta} G_{\delta\sigma}^H(y, x_1) G_{\lambda\xi}^H(x_1, y) (\Gamma_A)_{\alpha\beta} G_{\beta\xi}^H(x, x_2) G_{\zeta\alpha}^H(x_2, x)]}_{(12)} \tag{C.12}
 \end{aligned}$$

C.2 Dependência Explícita no Tempo do Propagador de Polarização

Vamos mostrar agora que o propagador de polarização definido por

$$i\Pi[A(x), B(y)] = \langle \Psi | T[A(x), B(y)] | \Psi \rangle \quad (\text{C.13})$$

tem a seguinte dependência no tempo :

$$i\Pi[A(x), B(y)] = i\Pi[A(\vec{x}), B(\vec{y}), x_0 - y_0] \quad (\text{C.14})$$

Nós podemos escrever (C.13) como :

$$\begin{aligned} i\Pi[A(x), B(y)] &= \theta(x_0 - y_0) \langle \Psi | A(x)B(y) | \Psi \rangle \\ &\quad + \theta(y_0 - x_0) \langle \Psi | B(y)A(x) | \Psi \rangle \\ &= \sum_n [\theta(x_0 - y_0) \langle \Psi | A(x) | \Psi_n \rangle \langle \Psi | B(y) | \Psi \rangle \\ &\quad + \theta(y_0 - x_0) \langle \Psi | B(y) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | A(x) | \Psi \rangle] \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Mas $A(x)$ e $B(y)$ estão na descrição de Heisenberg, isto é,

$$\begin{aligned} A(x) &= e^{iHx_0} A_S(\vec{x}) e^{-iHx_0} \\ B(y) &= e^{iHy_0} B_S(\vec{y}) e^{-iHy_0} \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

O subíndice S em (C.16) denotam operadores na descrição de Schrödinger . Substituindo (C.16) em (C.15) temos

$$\begin{aligned} i\Pi[A(x), B(y)] &= \sum_n [\theta(x_0 - y_0) \langle \Psi | e^{iHx_0} A_S(\vec{x}) e^{-iHx_0} | \Psi_n \rangle \\ &\quad \times \langle \Psi_n | e^{iHy_0} B_S(\vec{y}) e^{-iHy_0} | \Psi \rangle + \theta(y_0 - x_0) \langle \Psi | e^{iHy_0} B_S(\vec{y}) e^{-iHy_0} | \Psi_n \rangle \\ &\quad \times \langle \Psi_n | e^{iHx_0} A_S(\vec{x}) e^{-iHx_0} | \Psi \rangle] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_n [\theta(x_0 - y_0) e^{-i(E_n - E_0)(x_0 - y_0)} \langle \Psi | A_S(\vec{x}) | \Psi_n \rangle \\
 &\quad \times \langle \Psi_n | B_S(\vec{y}) | \Psi \rangle + \theta(y_0 - x_0) e^{i(E_n - E_0)(x_0 - y_0)} \langle \Psi | B_S(\vec{y}) | \Psi_n \rangle \\
 &\quad \times \langle \Psi_n | A_S(\vec{x}) | \Psi \rangle]
 \end{aligned} \tag{C.17}$$

A expressão (C.17) nos mostra que Π depende somente de $x_0 - y_0$. Uma demonstração análoga a essa pode ser feita para $\hat{\Pi}^H$ e $\hat{\Pi}^{RPA}$, levando à mesma conclusão sobre sua dependência temporal.

C.3 Representação de Lehmann para o Propagador de Polarização na RPA

Vamos agora expressar o propagador de polarização na representação de Lehmann. Fazendo a transformação de Fourier de $\hat{\Pi}^{RPA}$ em relação a $x_0 - y_0$ e usando a equação correspondente a (C.17) para esse propagador temos:

$$\begin{aligned}
 i \hat{\Pi}^{RPA} [A(\vec{x}), B(\vec{y}), \omega] &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) i \hat{\Pi}^{RPA} [A(\vec{x}), B(\vec{y}), x_0 - y_0] \\
 &\quad \times e^{i\omega(x_0 - y_0)} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) \sum_l [\theta(x_0 - y_0) e^{-i(E_l - E_0 - \omega)(x_0 - y_0)} \\
 &\quad \times \langle \Psi | A_S(\vec{x}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | B_S(\vec{y}) | \Psi \rangle + \theta(y_0 - x_0) \\
 &\quad \times e^{i(E_l - E_0 + \omega)(x_0 - y_0)} \langle \Psi | B_S(\vec{y}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | A_S(\vec{x}) | \Psi \rangle] \\
 &= \sum_l \left[\int_0^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{-i(\omega_l - \omega)(x_0 - y_0)} \langle \Psi | A_S(\vec{x}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | B_S(\vec{y}) | \Psi \rangle \right. \\
 &\quad \left. + \int_{-\infty}^0 d(x_0 - y_0) e^{i(\omega_l + \omega)(x_0 - y_0)} \langle \Psi | B_S(\vec{y}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | A_S(\vec{x}) | \Psi \rangle \right] \\
 &= \sum_l \left[\frac{\langle \Psi | A_S(\vec{x}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | B_S(\vec{y}) | \Psi \rangle}{i(\omega_l - \omega - i\eta)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\langle \Psi | B_S(\vec{y}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | A_S(\vec{x}) | \Psi \rangle}{i(\omega_l + \omega - i\eta)} \right] \\
 &= i \sum_l \left[\frac{\langle \Psi | A_S(\vec{x}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | B_S(\vec{y}) | \Psi \rangle}{\omega_l - \omega + i\eta} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\langle \Psi | B_S(\vec{y}) | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | A_S(\vec{x}) | \Psi \rangle}{\omega_l + \omega - i\eta} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = & i \sum_{lrs mn} \left[\frac{\overline{\mathcal{U}}_s(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_r(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_m(\vec{y}) \langle \Psi | a_s^\dagger a_n | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | a_r^\dagger a_m | \Psi \rangle}{\omega - \omega_l + i\eta} \right. \\
 & \left. - \frac{\overline{\mathcal{U}}_s(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_r(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_m(\vec{y}) \langle \Psi | a_r^\dagger a_m | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | a_s^\dagger a_n | \Psi \rangle}{\omega + \omega_l - i\eta} \right]
 \end{aligned} \tag{C.18}$$

onde $\omega_l = E_l - E_0$, e usamos, em analogia a (C.16),

$$A^{RPA}(x) = e^{iH^{RPA}x^0} A_S(\vec{x}) e^{-iH^{RPA}x^0}$$

$$B^{RPA}(y) = e^{iH^{RPA}y^0} B_S(\vec{y}) e^{-iH^{RPA}y^0}$$

com a notação simplificada que mencionamos abaixo da Eq.(5.29), e os operadores a e $a^\dagger$ sem dependência temporal explícita estão na descrição de Schorödinger. Por outro lado, tem-se também

$$\begin{aligned}
 i \widehat{\Pi}^{RPA} [A(x), B(y), \omega] &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{i\omega(x_0 - y_0)} \langle \Psi | T[A(x), B(y)] | \Psi \rangle \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{i\omega(x_0 - y_0)} \sum_{rs} \sum_{nm} \overline{\mathcal{U}}_s(\vec{x}) \Gamma_A \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_r(\vec{y}) \Gamma_B \mathcal{U}_m(\vec{y}) \\
 &\quad \times \langle \Psi | T[a_s^\dagger(x_0) a_n(x_0) a_r^\dagger(y_0) a_m(y_0)] | \Psi \rangle
 \end{aligned} \tag{C.19}$$

Comparando (C.18) com (C.19) temos

$$\begin{aligned}
 i \widehat{\Pi}_{ns;rm}^{RPA}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{i\omega(x_0 - y_0)} \langle \Psi | T[a_s^\dagger(x_0) a_n(x_0) a_r^\dagger(y_0) a_m(y_0)] | \Psi \rangle \\
 &= i \sum_l \left[\frac{\langle \Psi | a_s^\dagger a_n | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | a_r^\dagger a_m | \Psi \rangle}{\omega - \omega_l + i\eta} - \frac{\langle \Psi | a_r^\dagger a_m | \Psi_l \rangle \langle \Psi_l | a_s^\dagger a_n | \Psi \rangle}{\omega + \omega_l - i\eta} \right]
 \end{aligned} \tag{C.20}$$

C.4 Propagador de Polarização de Hartree

O propagador de polarização de Hartree é definido por (5.23) ou, equivalentemente,

$$i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] = Tr[\Gamma_A G^H(x, y) \Gamma_B G^H(y, x)] \tag{C.21}$$

Nós vimos na seção C.2 que sua dependência temporal é da forma

$$i \widehat{\Pi}^H [A(x), B(y)] = i \Pi^H [A(\vec{x}), B(\vec{y}), x_0 - y_0] \quad (\text{C.22})$$

logo podemos introduzir a transformada de Fourier

$$i \widehat{\Pi}^H [A(\vec{x}), B(\vec{y}), \omega] = \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) i \Pi^H [A(\vec{x}), B(\vec{y}), x_0 - y_0] \times e^{i\omega(x_0 - y_0)} \quad (\text{C.23})$$

Da equação (4.39) e da expansão (4.58) excluindo as antiparúculas, ou seja, de (5.26), nós escrevemos

$$iG^H(x, y) = \sum_n \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_n(\vec{y}) \times [\theta(x_0 - y_0) \theta(\varepsilon_n^{(+)} - \varepsilon_F) - \theta(y_0 - x_0) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_n^{(+)})] e^{-i\varepsilon_n(x_0 - y_0)} \quad (\text{C.24})$$

De (C.21), (C.23) e (C.16) temos :

$$\begin{aligned} i \widehat{\Pi}^H [A(\vec{x}), B(\vec{y}), \omega] &= - \sum_{mn} \text{Tr}[(\Gamma_A) \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_n(\vec{y})] \\ &\quad \times (\Gamma_B) \mathcal{U}_m(\vec{y}) \overline{\mathcal{U}}_m(\vec{x})] \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{-i(\varepsilon_n - \varepsilon_m - \omega)(x_0 - y_0)} \\ &\quad \times (-) [\theta(x_0 - y_0) \theta(\varepsilon_n^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_m^{(+)}) + \theta(y_0 - x_0) \theta(\varepsilon_m^{(+)} - \varepsilon_F) \\ &\quad \times \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_n^{(+)})] \\ &= \text{Tr} \sum_{mn} [\overline{\mathcal{U}}_m(\vec{x}) (\Gamma_A) \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_n(\vec{y}) (\Gamma_B) \mathcal{U}_m(\vec{y})] \\ &\quad \times (+i) \left[\frac{\theta(\varepsilon_n^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_m^{(+)})}{\omega - \omega_{mn} + i\eta} - \frac{\theta(\varepsilon_m^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_n^{(+)})}{\omega + \omega_{mn} - i\eta} \right] \\ &= \sum_{rs} \sum_{mn} [\overline{\mathcal{U}}_s(\vec{x}) (\Gamma_A) \mathcal{U}_n(\vec{x}) \overline{\mathcal{U}}_r(\vec{y}) (\Gamma_B) \mathcal{U}_m(\vec{y})] \\ &\quad \times (+i) \delta_{rn} \delta_{sm} \left[\frac{\theta(\varepsilon_r^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_m^{(+)})}{\omega - \omega_{rm} + i\eta} - \frac{\theta(\varepsilon_m^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_r^{(+)})}{\omega + \omega_{mr} - i\eta} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

onde $\omega_{rm} = \varepsilon_r^{(+)} - \varepsilon_m^{(+)}$

Por outro lado

$$\begin{aligned}
 i \widehat{\Pi}^H [A(\vec{x}), B(\vec{y}), \omega] &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) \langle \Psi^H | T[A^H(x)B(y)^H] | \Psi^H \rangle \\
 &\quad \times e^{i\omega(x_0 - y_0)} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{i\omega(x_0 - y_0)} \sum_{rs} \sum_{mn} \mathcal{U}_s(\vec{x})(\Gamma_A) \mathcal{U}_n(\vec{x}) \\
 &\quad \times \overline{\mathcal{U}}_r(\vec{y})(\Gamma_B) \mathcal{U}_m(\vec{y}) \\
 &\quad \times \langle \Psi^H | T[a_s^{\dagger H}(x_0) a_n^H(x_0) a_r^{\dagger H}(y_0) a_m^H(y_0)] | \Psi^H \rangle \quad (C.26)
 \end{aligned}$$

Comparando (C.25) e (C.26) temos

$$\begin{aligned}
 i \Pi_{ns;rm}^H(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} d(x_0 - y_0) e^{i\omega(x_0 - y_0)} \langle \Psi^H | T[a_s^{\dagger H}(x_0) a_n^H(x_0) a_r^{\dagger H}(y_0) a_m^H(y_0)] | \Psi^H \rangle \\
 &= i \delta_{rn} \delta_{sm} \left[\frac{\theta(\varepsilon_r^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_m^{(+)})}{\omega - \omega_{rm} + i\eta} - \frac{\theta(\varepsilon_m^{(+)} - \varepsilon_F) \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_r^{(+)})}{\omega + \omega_{mr} - i\eta} \right] \quad (C.27)
 \end{aligned}$$

C.5 Equação para o Propagador de Polarização na RPA.

Nessa seção nós iremos mostrar como se obtém a equação (5.37). Partimos de (5.31), ou seja,

$$\begin{aligned}
 \widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(x_0, y_0) &= \widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(x_0, y_0) \\
 &\quad + \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^4 x' d^4 y' \sum_{psmn} \widehat{\Pi}_{qp;rs}^H(x_0, x'_0) \\
 &\quad \times [\overline{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] D_{ab}^0(x' - y') [\overline{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \widehat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(y'_0, y_0) \quad (C.28)
 \end{aligned}$$

Introduzindo nessa equação as transformadas de Fourier (5.34), (5.35) e (5.36)

$$\begin{aligned}
 \int \frac{d\omega}{(2\pi)} \widehat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} &= \int \frac{d\omega}{(2\pi)} \widehat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} \\
 &\quad + \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^4 x' d^4 y' \sum_{psmn} (2\pi)^{-1} \int d\omega_1 \widehat{\Pi}_{qp;rs}^H(\omega_1) \\
 &\quad \times e^{-i\omega_1(x_0 - y_0)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] (2\pi)^{-1} \int d\omega_2 D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) e^{-i\omega_2(x'_0 - y'_0)} \\
 & \times [\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] (2\pi)^{-1} \int d\omega_3 \hat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(y'_0, y_0) e^{-i\omega_3(y'_0 - y_0)} \\
 & = \int \frac{d\omega}{(2\pi)} \hat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} \\
 & + \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b (2\pi)^{-3} \int d^3x' d^3y' d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 (2\pi)^2 \delta(\omega_1 - \omega_2) \\
 & \times \delta(\omega_2 - \omega_3) e^{-ix_0\omega_1} e^{iy_0\omega_3} \times \sum_{rsnm} \hat{\Pi}_{qp;rs}^H(\omega_1) [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] \\
 & \times D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) [\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \hat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(\omega_3) \\
 & = \int \frac{d\omega}{(2\pi)} \hat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) e^{-i\omega(x_0 - y_0)} \\
 & + \sum_{rsnm} \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b (2\pi)^{-1} \int d\omega_2 e^{-i\omega_2(x_0 - y_0)} \hat{\Pi}_{qp;rs}^H(\omega_2) \\
 & \times \left\{ \int d^3x' d^3y' [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) \right. \\
 & \times [\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \hat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(\omega_2) \left. \right\} \quad (C.29)
 \end{aligned}$$

o que nos dá, a equação

$$\begin{aligned}
 \hat{\Pi}_{qp;tu}^{RPA}(\omega) &= \hat{\Pi}_{qp;tu}^H(\omega) \\
 &+ \sum_{rsnm} \hat{\Pi}_{qp;rs}^H(\omega) K_{rs;nm}(\omega) \hat{\Pi}_{nm;tu}^{RPA}(\omega) \quad (C.30)
 \end{aligned}$$

com

$$K_{rs;nm}(\omega) = \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3x' d^3y' [\bar{\mathcal{U}}_r(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_s(\vec{x}')] D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega) [\bar{\mathcal{U}}_m(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_n(\vec{y}')] \quad (C.31)$$

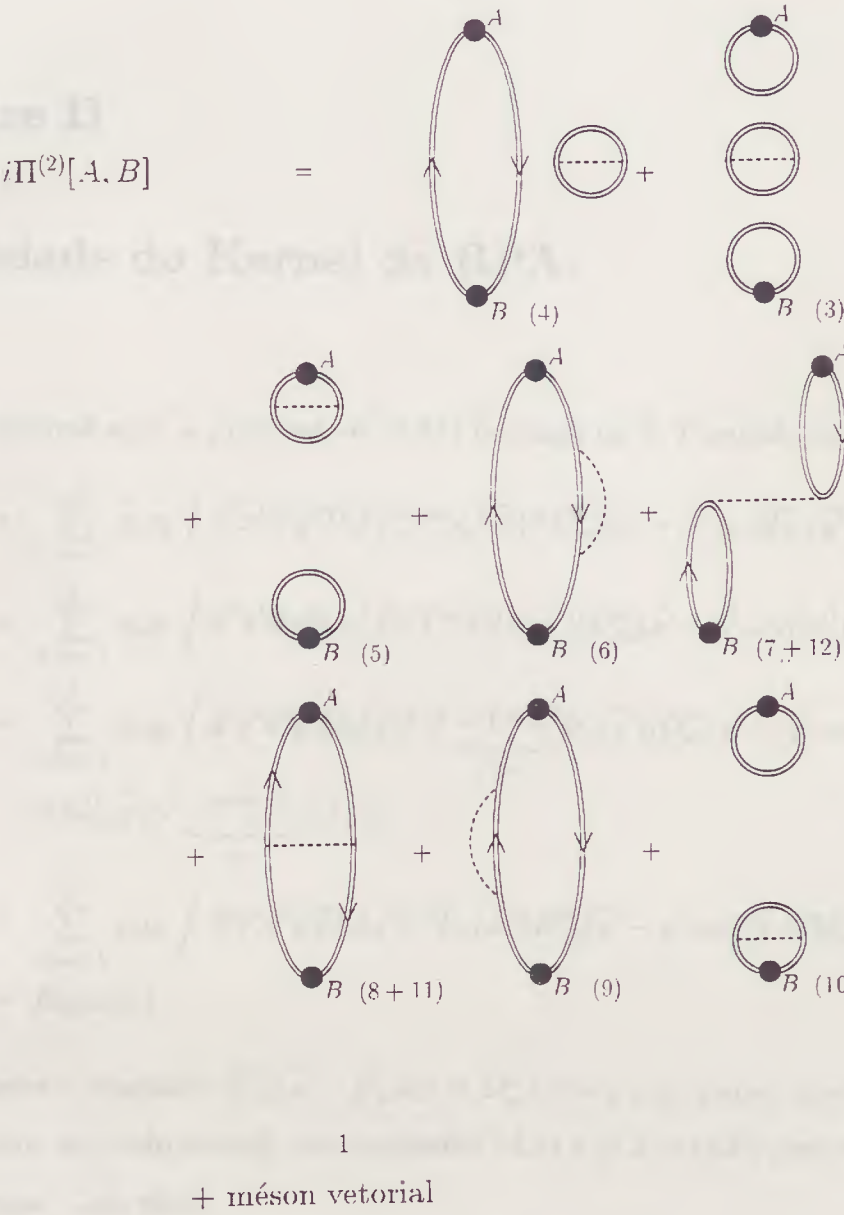


Figura C.2: Diagramas de ordem dois para o propagador de polarização

Apêndice D

Propriedade do Kernel da RPA.

Nós iremos mostrar aqui, a propriedade (5.61) do capítulo 5. Partindo de (5.38) temos

$$\begin{aligned}
 K_{qp,tu}^*(\omega) &= \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3 x' d^3 y' [\bar{\mathcal{U}}_q(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_p(\vec{x}')]^* D_{ab}^{0*}(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) [\bar{\mathcal{U}}_u(\vec{y}') \Gamma^b \mathcal{U}_t(\vec{y}')]^* \\
 &= \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3 x' d^3 y' [\mathcal{U}_p(\vec{x}')^\dagger \Gamma^{a\dagger} \gamma^0 \mathcal{U}_q(\vec{x}')] D_{ab}^{0*}(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) [\mathcal{U}_t^\dagger(\vec{y}') \Gamma^{b\dagger} \gamma^0 \mathcal{U}_u(\vec{y}')] \\
 &= \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3 x' d^3 y' [\mathcal{U}_p(\vec{x}')^\dagger \gamma^0 \underbrace{\gamma^0 \Gamma^{a\dagger} \gamma^0}_{\Gamma^a} \mathcal{U}_q(\vec{x}')] D_{ab}^{0*}(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) \\
 &\quad \times [\mathcal{U}_t^\dagger(\vec{y}') \gamma^0 \underbrace{\gamma^0 \Gamma^{b\dagger} \gamma^0}_{\Gamma^b} \mathcal{U}_u(\vec{y}')] \\
 &= \sum_{a,b=-1}^3 g_a g_b \int d^3 x' d^3 y' [\bar{\mathcal{U}}_p(\vec{x}') \Gamma^a \mathcal{U}_q(\vec{x}')] D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) [\bar{\mathcal{U}}_t \Gamma^b \mathcal{U}_u(\vec{y}')] \\
 &= K_{pq;ut}(\omega)
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

onde nós usamos o resultado $D_{ab}^{0*}(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2) = D_{ab}^0(\vec{x}' - \vec{y}', \omega_2)$ para a matriz definida em (5.24). Isso pode ser visto através das expressões (4.1) e (4.3) e (4.8) para os propagadores livres de mésons. Com efeito

$$\begin{aligned}
 [i\Delta^0(\vec{x} - \vec{y}, \omega)]^* &= \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})}}{\omega^2 - \vec{k}^2 - m_s^2 - i\varepsilon} \\
 &\stackrel{\vec{k} \rightarrow -\vec{k}}{=} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})}}{\omega^2 - \vec{k}^2 - m_s^2 - i\varepsilon} \\
 &= i\Delta^0(\vec{x} - \vec{y}, \omega)
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

A última passagem vale, a menos que, na região de integração $\omega^2 - \vec{k}^2 - m_s^2 = 0$. Mas ω expressa a energia de excitação de uma dada ressonância iso-escalar, não ultrapassando,

portanto, 50 MeVs, como se pode ver nas Figs. 2.2 a 2.4, e m_s e m_v são as massas dos mésons envolvidos na QHD-I, que, como se discute na Ref. [3], são superiores a 500 MeVs. Disso, concluímos que $|\omega| \ll m_s, m_v$, e não há perigo de ocorrerem os denominadores nulos mencionados acima. Portanto para os valores de ω nos quais estamos interessados, é sempre verdadeiro fazer $\Delta^{0*}(\vec{x} - \vec{y}, \omega) = \Delta^0(\vec{x} - \vec{y}, \omega)$. Analogamente, nós obtemos para o propagador do méson vetorial que $D_{\mu\nu}^{0*}(\vec{x} - \vec{y}, \omega) = D_{\mu\nu}^0(\vec{x} - \vec{y}, \omega)$.

Referências Bibliográficas

- [1] T.T.S. Kuo e E. Osnes, in *Collective Phenomena in Atomic Nuclei ; Proceedings da Nordic Winter School on Nuclear Physics, Hemsedal, Noruega* , 1983, editado por T. Engeland, J. Rekstad e J.S. Vaagen. World Scientific, Cingapura, p.79, (1984).
- [2] R. Machleidt, Lectures presented at the Workshop on Relativistic Dynamics and Quark-Nuclear Physics, Los Alamos, (1985).
- [3] B.D. Serot e J.D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*, **16**, 1 (1986).
- [4] C.J. Horowitz e B.D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A386**, 503 (1981).
- [5] A.L. Fetter e J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, McGraw-Hill, N.Y., (1971).
- [6] M. L'Huillier e N. Van Giai, *Phys. Rev.*, **C39**, 2022 (1989).
- [7] G.C. Baldwin, G.S. Klaiber, *Phys. Rev.*, **71**, 3 (1947).
- [8] G.C. Baldwin, G.S. Klaiber, *Phys. Rev.*, **73**, 1156 (1948) .
- [9] W. Bothe e W. Gentner, *Z. Phys.*, **106**, 236 (1937) .
- [10] A.B. Migdal, *J. Phys.*, USSR, **8**, 331 (1944).
- [11] B.L. Berman e S.C. Fultz, *Rev. Mod. Phys.*, **47**, 713 (1975).
- [12] F.E. Bertrand, *Nucl. Phys.*, **A354**, 129c (1981).
- [13] D.J. Thouless, *Nucl. Phys.*, **22**, 78 (1960).
- [14] J.D. Walecka, *Ann. Phys. (N. Y)*, **83**, 491 (1974).

- [15] H.Yukawa, *Proc. Phys. Math. Soc.(Japan)*,**17**, 48 (1935).
- [16] B.D. Serot, *Phys.Lett.*,**86B**,146 (1979).
- [17] S.A. Chin, *Ann.Phys.(N.Y.)*,**108**,301 (1977) .
- [18] S.A. Chin, *Phys.Lett.*,**62B**,263 (1976).
- [19] F. Mandl e G. Shaw, *Quantum Field Theory*, John Wiley & Sons, N. Y. (1984).
- [20] H. Kurasawa e T. Suzuki, *Nucl. Phys.*, **A445**, 685(1985).
- [21] J.R. Shepard, E. Rost e J.A. McNeil, *Phys. Rev.*, **C40**, 2320 (1989).

RPA Relativística para ressonâncias gigantes iso-escalares

Errata

1. Página 8, segundo parágrafo

onde se lê: (2.1)

deve-se ler: (2.2)

2. Página 10, Tabela 2.1

onde se lê: $180.2A^{-1/3}$

deve-se ler: $108.2A^{-1/3}$

3. Página 22, no topo dessa página

onde se lê: para esses termos que permite construí-los

deve-se ler: que permite construir o termo de ordem n

4. Página 22, abaixo da Fig. 4.1

onde se lê: $-ig_\nu\gamma_\mu$

deve-se ler: $-ig_\nu\gamma_\mu$

5. Página 22, Fig. 4.3

onde se lê: $iG_{\alpha\beta}^0(x' - x)$

deve-se ler: iG^0

6. Página 26, abaixo da Fig. 4.8

onde se lê: ordem por:

deve-se ler: ordem por (Fig. 4.9):

7. Página 27, Eq. (4.24)

onde se lê: $\Sigma_s^{(2)}$

deve-se ler: $\Sigma_s^{(2)}(z)$

8. Página 29, Eq. (4.27)

onde se lê: N

deve-se ler: N_0

9. Página 30, abaixo da Fig. 4.13

onde se lê: bárions dado por:

deve-se ler o parágrafo: Esse procedimento define a aproximação de Hartree relativística, com o propagador de bárions dado por:

10. Página 32, Eq. (4.43)

deve-se ler: $\Sigma^H(x) = \Sigma_s^H(x) - \gamma_\mu \Sigma_v^{H\mu}(x)$

11. Página 32, Eq. (4.46)

deve-se ler: $\Sigma_s^H(x) = -ig_s^2 \int d^3y \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} dy^0 \Delta^0(x-y) \right\} G_{\gamma\gamma}^H(\vec{y}, 0; \vec{y}, 0^+)$

12. Página 37, Eq. (4.73)

a última linha dessa equação deve ser lida como:

+ $\underbrace{\bar{\mathcal{V}}_r(\vec{y}) \mathcal{V}_r(\vec{y}) e^{-i\varepsilon_r^{(-)}\eta}}_{\text{contribuição de antipartículas}}$

13. Página 37, abaixo da Eq. (4.73)

onde se lê: seção 4.2

deve-se ler: seção 4.3

14. Página 38, Eq. (4.76)

onde se lê: $\psi^{H(-)}, \bar{\psi}^{H(+)}, \bar{\psi}^{H(-)}$ e $\psi^{H(+)}$

deve-se ler: $\psi_\gamma^{H(-)}, \bar{\psi}_\gamma^{H(+)}, \bar{\psi}_\gamma^{H(-)}$ e $\psi_\gamma^{H(+)}$

15. Página 44, Eq. (5.17)

onde se lê: $\langle \Psi | T[A(x), B(y)] | \Psi \rangle$

deve-se ler: $\langle \Psi | T[A(x)B(y)] | \Psi \rangle$

16. Página 50, Eq. (5.29)

onde se lê: $\langle \Psi |$

deve-se ler: $\langle \Psi^H |$

17. Página 50 e 51, Eq. (5.30) e (5.31)

onde se lê: $\sum_{psmn}$

deve-se ler: $\sum_{rsmn}$

18. Página 51, Eq. (5.33)

onde se lê: $|\Psi^H\rangle$

deve-se ler: $|\Psi^H\rangle_{\mathcal{A}}$

19. Página 52, Eq. (5.37)

onde se lê: $\widehat{\Pi}_{nm,ut}^{RPA}(\omega)$

deve-se ler: $\widehat{\Pi}_{nm,tu}^{RPA}(\omega)$

20. Página 56, Eq. (5.60)

onde se lê: $C_{ph}, K_{ph,p'h'}(\omega)$ e $K_{ph,h'p'}(\omega)$

deve-se ler: $C_{hp}, K_{hp,p'h'}(\omega)$ e $K_{hp,h'p'}(\omega)$

21. Página 60, Eq. (A.4)

onde se lê: $\partial(\bar{\psi}\gamma\psi)$

deve-se ler: $\partial_\nu(\bar{\psi}\gamma^\nu\psi),$

