Stela Adami Vayego

Comparações Múltiplas de Médias: Procedimentos «Step - Down» e «Step - Up»

1910000796

Comparações múltiplas de médias: procedimentos "step-down" e "step-up"

Stela Adami Vayego

Dissertação de Mestrado
Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional
MAC-015

unesp

Comparações múltiplas de médias: procedimentos *"step-down"* e *"step-up"*

Stela Adami Vayego

Orientador Prof. Dr. Luiz Carlos Baida

Dissertação apresentada ao Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP, para a obtenção do grau de Mestre em Ciências Matemática, Área de Concentração: Matemática Aplicada e Computacional.

Letras e Ciências Exatas - UNESP
BLIOTECA
S. J. Rio Preto
796/98

- São José do Rio Preto, 19 de novembro de 1997 -

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Luiz Carlos Baida pela orientação prestada nesse trabalho.

Agradeço aos docentes, funcionários e colegas do Departamento de Ciências da Computação e Estatística (DCCE) do Instituto de Biocências, Letras e Ciências Exatas da UNESP - São José do Rio Preto.

Agradeço ao Prof. Dr. Sebastião Martins, chefe do DCCE e, ao Prof. Dr. Manoel Borges, coordenador do curso de pós graduação em Matemática Aplicada e Computacional, pela ajuda fornecida durante o curso de pós graduação.

Agradeço aos docentes e colegas do Departamento de Estatística da Universidade Federal do Paraná - Curitiba, em particular ao Prof. Dr. Luiz Gonzaga Caleffe, chefe do Departamento de Estatística, pela ajuda e compreensão.

Agradeço a CAPES pela bolsa de mestrado, sem a qual esse trabalho não teria sido realizado.

Agradeço ao meus pais Maria Teresinha e Walter *(in memorian)*, pela oportunidade de estar aqui.

Agradeço em especial ao meu marido Ivan, pelo apoio, compreensão, e principalmente pelo seu companheirismo nos momentos mais difíceis, sem o qual o término desse trabalho seria impossível.

E finalmente, agradeço a Deus que, incomparável e inconfundível na sua infinita bondade, compreendeu meus anseios e me deu a força necessária para atingir meu objetivo.

Stela Adami Vayego

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Índice

Capítulo 1 **1**

1.1. Introdução 1

1.2. Considerações Gerais 3

1.3. Apresentação dos capítulos 13

Capítulo 2 - Procedimentos *"step-down"* para comparações entre todos os tratamentos **15**

2.1. Introdução 15

2.2. Procedimentos *"step-down"* - *F* 18

2.3. Procedimentos *"step-down"* de amplitude 29

2.3.1. Procedimentos *"step-down"* de amplitude para planejamentos balanceados com um fator 30

2.3.2. Procedimentos *"step-down"* de amplitude para planejamentos não balanceados com um fator 38

2.3.2.1. O Procedimento de Kramer (1957) 39

2.3.2.2. O Procedimento de Duncan (1957) 46

Capítulo 3 - Procedimentos *"step-down"* para comparações entre tratamentos e um controle **53**

3.1. Introdução 53

3.2. Planejamentos parcialmente não balanceados com um fator 58

3.3. Caso de não balanceamento completo dos dados 62

Capítulo 4 - Procedimentos *"step-up"* para comparações entre todos os tratamentos **70**

4.1. Introdução 70

4.2. Procedimentos *"step-up"* para planejamentos balanceados com um fator 71

4.3. Procedimentos *"step-up"* para planejamentos não balanceados com um fator 79

4.4. Derivações possíveis para estudos futuros 87

Conclusão **91**

Apêndice **97**

1. Regras de interpolação 97

2. Tabelas..... 97

- Tabelas da Amplitude Estudentizada 98

- Tabelas da t k-variada equicorrelacionada 101

- Tabelas da F 107

Referências Bibliográficas **110**

Capítulo 1

1.1. Introdução

Considere o seguinte problema: que existam K populações normais cujas médias são desconhecidas, e através de um experimento deseja-se obter conclusões(inferências) a respeito destas médias. Naturalmente, o experimento consiste na obtenção das k amostras dessas populações, onde n_i é o tamanho da i-ésima amostra cuja população tem distribuição normal com parâmetros (β_i,σ_i^2), para i=1,2, ..., k.

Supondo-se que após o experimento, através de uma análise de variância ou um outro método qualquer, o experimentador possa concluir que as médias obtidas são significantemente diferentes entre si. O que após, ele, estará interessado em detectar, por meio de métodos de comparações múltiplas entre as médias, onde estão tais diferenças. Essas comparações, geralmente são feitas através de contrastes de

interesse entre as médias. Os contrastes mais usuais e mais simples são os que comparam duas médias, os quais serão aqui abordados.

Procedimentos de comparações múltiplas podem ser subdivididos em duas classes distintas: procedimentos *"single-step"* e procedimentos *"step-wise"* (ou *"multistage"* ou *"multistep"* ou *"sequential"*). O procedimento *"single-step"* ou *"passo único"*, como o próprio nome diz, trata-se de comparar médias em um único passo (ou etapa), enquanto que os *"step-wise"* ou *"passo a passo"*, compara um conjunto de médias em etapas, cuja aplicação do passo seguinte depende dos resultados do passo anterior. Este último é o principal objetivo deste trabalho, onde as comparações em cada etapa serão feitas para duas médias, ou seja, infere-se sobre as diferenças pareadas ("pairwise") num determinado conjunto de médias.

Um dos primeiros procedimentos *"step-wise"* citado na literatura é o procedimento LSD(*"protected least significant difference"*), também conhecido como o primeiro procedimento de Fisher. Neste procedimento, a hipótese nula H_0 é testada, em um primeiro passo, por um teste-F a um nível de significância α. Se o teste for não significante, então o procedimento termina sem mais inferir sobre as diferenças pareadas; caso contrário, cada diferença pareada é testada por um teste-t ao nível de significância α.

Os procedimentos *"step-wise"* são classificados em duas categorias: procedimentos *"step-down"* e *"step-up"*. Não conhecemos ainda a tradução das expressões *"step-down"* e *"step-up"* e, não pretendendo abusar da linguagem, até propomos traduzi-las por *"passo abaixo"* e *"passo acima"*, respectivamente. Na maioria das vezes, neste trabalho, ainda nos reportamos aos termos *"step-down"* e *"step-up"* .

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Procedimentos *"step-down"* são procedimentos de comparações múltiplas de médias, duas a duas, iniciando-se por testar um conjunto maximal de médias e segue passo abaixo até o momento de parada, enquanto que *"step-up"* inicia-se por testar um conjunto minimal de médias, seguindo passo acima até o momento de parada. Em qualquer um dos procedimentos, após a parada obtém-se os subconjuntos de médias estatisticamente homogêneos.

Existem vários métodos de comparações múltiplas de médias para experimentos balanceados e para experimentos não balanceados, os quais se encontram em livros de planejamento de experimentos. Alguns deles seguem a estrutura de um teste, *"step-down"*, como os conhecidos procedimentos de Newman-Keuls e Duncan; outros menos conhecidos seguem a estrutura de um teste *"step-up"* , esta segunda estrutura de teste ainda não foi muito explorada na literatura de comparações múltiplas.

Nesse trabalho pretende-se apresentar os principais procedimentos de testes *"step-down"* e *"step-up"* segundo vários níveis nominais de significância, aplicá-los e compará-los nos vários exemplos explorados, para os casos de balanceamento e não balanceamento dos tamanhos amostrais.

1.2. Considerações gerais

Seja θ_i a média do i-ésimo tratamento, ou i-ésima amostra aleatória para i=1,2,...,k, independentes entre si. Muito comum é um teste para verificar a homogeneidade dessas médias, isto é, $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \ldots = \theta_k$ (por exemplo o teste F numa análise de variância),

em seguida, após concluir a significância de H_0, é de interesse detectar os grupos de médias considerados estatisticamente homogêneos, ou seja, onde estão tais diferenças. Temos então $\binom{k}{2} = \frac{k(k-1)}{2}$ comparações pareadas dessas médias. Muitas vezes utiliza-se um teste " t " para comparar essas médias duas a duas ao nível α ($0 < \alpha < 1$), mesmo sem a aplicação de um teste para H_0 acima, quando as comparações são pré - especificadas antes de se obter as amostras. Assim, basta que uma única diferença entre duas médias quaisquer seja significante, para que H_0 seja rejeitada. Considerando que temos $\binom{k}{2}$ testes " t " a serem verificados, isso gera o chamado efeito de multiplicidade, mascarando o valor pretendido de α. Afim de se controlar esse efeito de multiplicidade é que se recorre aos chamados Procedimentos de Comparações Múltiplas (PCM), objeto desse trabalho.

Além de na maioria das vezes os PCM's tornarem menos trabalhosa a aplicação de testes de comparações de médias duas a duas, quanto ao número de testes, eles se preocupam com as probabilidades dos tipos de erros cometidos nas inferências, chamadas muitas vezes de "taxa de erro".

Welsch (1977) distingue três tipos de erros, que são:

Erro Tipo I : que ocorre quando duas médias populacionais são declaradas significantemente diferentes quando elas são de fato iguais.

Erro Tipo II : ocorre quando duas médias populacionais não são declaradas significantemente diferentes quando elas de fato o são.

Erro Tipo III : ocorre quando duas médias populacionais são declaradas significantemente diferentes, quando elas são de fato diferentes, mas no sentido oposto.

Desta forma, ao aplicar-se testes para c contrastes independentes do tipo $H_0 : \theta_i = \theta_j$ ($i \neq j = 1, 2, ..., k$), cada um ao nível α de significância, tem-se que a Pr(pelo menos um erro tipo I)= $1-(1-\alpha)^c$. Essa probabilidade é aproximadamente $c.\alpha$ para pequenos valores de α, crescendo com c, a probabilidade de se obter falsos níveis de significância para o conjunto de testes (por exemplo para α=0,05 e c = 3, 5 e 10 tem-se $1-(1-0,05)^c$ = 0,14 , 0,23 e 0,40 respectivamente).

Os PCM's controlam esse problema utilizando-se vários níveis nominais de significância para os testes das hipóteses em questão, propostos por vários autores os quais serão aqui tratados. A aplicação desses níveis nominais permitem controlar o nível de significância ou taxa de erro das diferentes unidades conceituais de interesse os contrastes individuais (ou hipóteses individuais), família de contrastes (ou família de hipóteses) e experimento. De acordo com essas unidades conceituais, as taxas de erros são definidas como segue:

- **Taxa de erro por contraste (α_{PC})** : é a probabilidade de que um contraste (ou hipótese) seja falsamente declarado significante (rejeitar quando é verdade); isto na verdade é visto como uma proporção do número de contrastes falsamente declarados significantes em relação ao número de contrates testados, supondo que o número de contrastes testados seja suficientemente grande.

$$\alpha_{PC} = \frac{\text{numero de contrastes falsamente declarados significantes}}{\text{numero de contrastes}}$$

Quando utilizamos um teste " t " para testar um conjunto de contrastes ortogonais *à priori* , cada um ao nível α de significância, a unidade conceitual é o contraste e a probabilidade de se cometer pelo menos um erro tipo I cresce com o número de testes. Afim de se controlar essas probabilidades adota-se o experimento como a unidade conceitual e tem-se a:

- **Taxa de erro por experimento (α_{PE}) e experimental (α_{EX})**, definidas por:

$$\alpha_{PE} = \frac{\text{numero de contrastes falsamente declarados significantes}}{\text{numero de experimentos}}$$

$$\alpha_{EX} = \frac{\text{numero de experimentos com pelo menos um contraste falsamente declarados significantes}}{\text{numero de experimentos}}$$

Enquanto α_{EX} é uma probabilidade, α_{PE} não é probabilidade e sim o número esperado de erros por experimento. A idéia de se

controlar a taxa de erro experimental é que "cometer-se um único erro na conclusão das hipóteses de um experimento é tão sério quanto se cometer, por exemplo, cinco erros".

A relação entre essas taxas de erros é a seguinte:

$\alpha_{EX} \leq \alpha_{PE}$

$\alpha_{EX} = 1-(1-\alpha_{PC})^c$ para c contrastes ortogonais

$\alpha_{EX} \leq 1-(1-\alpha_{PC})^c$ para c contrastes não ortogonais

Quando utiliza-se o teste F na análise de variância para testar $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \ldots = \theta_k$ ao nível α de significância, então a unidade conceitual é o experimento, e se H_0 é rejeitada, muitas vezes deseja-se testar as diferenças das médias duas a duas, ao mesmo nível α (conjunto) utilizado no teste F, daí controlar-se a taxa de erro experimental.

Tem-se ainda as **Taxas de erros por família (α_{PF})** e **familiar (α_{FX})**, as quais são definidas por:

$$\alpha_{PF} = \frac{\text{numero de contrastes falsamente declarados significantes}}{\text{numero de familias}}$$

$$\alpha_{FX} = \frac{\text{numero de experimentos com pelo menos um contraste falsamente declarados significantes}}{\text{numero de familias}}$$

Numa análise de variância aplicada em um planejamento com vários fatores, busca-se um teste F para testar a homogeneidade das médias ao nível α, para cada fator e ou interações. Neste caso, uma unidade conceitual é o fator ou interação entre dois ou mais fatores,

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

isto é, uma família é o conjunto de contrastes adivindos das médias de um determinado fator ou interações entre fatores. Um experimento fatorial, por exemplo, contém 3 famílias de contrastes.

Portanto observa-se que para um planejamento experimental com um único fator tem-se:

$$\alpha_{PE} \equiv \alpha_{PF} \text{ e } \alpha_{EX} \equiv \alpha_{FX}$$

Muitas vezes, refere-se a um fator como um tratamento, quando isso não gerar dúvidas, há uma certa preferência pela palavra "tratamento".

As denominações aqui atribuídas aos diversos tipos de taxas de erros, é por nossa conta e não tem qualquer pretensão de suplantar outras denominações até então para nós desconhecidas.

Neste trabalho, se dará ênfase à taxa de erro por família e ou familiar (α_{PF} e α_{FX}), uma vez que os planejamentos são unifatoriais, em geral. Para leituras mais completas desse assunto, veja Hochberg e Tamhane (1987), Kirk (1982) e Welsch (1977).

Famílias Hierárquicas

Dadas as K populações onde K={1, 2, ..., k} é o conjunto de índices e $P=\{i_1, i_2, ..., i_p\} \subseteq K$ é um subconjunto de K, com $2 \leq p \leq k$, representando as médias populacionais da hipótese $H_P : \theta_{i_1} = \theta_{i_2} = \cdots = \theta_{i_p}$. A hipótese H_0 poderá ser expressada por $\gamma_p = \mathbf{0}$ onde γ_p é um vetor de contrastes linearmente independentes dos θ_i's, $i \in P$ e **0** é um vetor nulo. Costuma-se dizer que H_P, para todo $P \subseteq K$,

forma uma família de subconjuntos de hipóteses de homogeneidade. Nesta família uma hipótese H_Q *implica* a hipótese H_P se $P \subset Q \subseteq K$. Esta relação de *implicação* defini uma hierarquia entre H_P e H_Q, e diz-se que esta família é *Hierárquica*. Se H_Q implica H_P então existe uma matriz $\mathbf{A}_{PQ}$ de ordem (p-1)x(q-1) tal que $\gamma_P = \mathbf{A}_{PQ}\, \gamma_Q$.

Se uma hipótese H_Q implica H_P, então diz-se que H_P é um componente de H_Q. Uma hipótese sem componente é chamada *minimal*, caso contrário é chamada *não minimal*, por exemplo, para um conjunto $\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k\}$ de médias populacionais, as hipóteses $H_P : \theta_i = \theta_j$, $1 \leq i < j \leq k$, são ditas minimais, enquanto que outras são não minimais. Todo subconjunto de hipóteses são implicadas pela hipótese geral (global) $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = ... = \theta_k$, e são seus componentes. Mais detalhes, veja Hochberg e Tamhane (1987) apêndice 1.

Coerência

Os procedimentos de Comparações Múltiplas para famílias de hipóteses $\{ H_i, i \in K \}$, requerem uma propriedade de consistência lógica, ou seja:

"Se H_Q implica H_P e se H_Q é declarada não significante (não rejeitada) então H_P também o será."

Essa propriedade, chamada de coerência, evita a inconsistência de se rejeitar uma hipótese sem rejeitar todas as hipóteses implicadas por ela.

Neste trabalho, as hipóteses consideradas pertencem à famílias Hierárquicas e os testes em questão são coerentes.

Marcus et alli (1976) definem o chamado **método do fechamento**, que mais é um princípio para a maioria dos testes utilizados em comparações múltiplas de médias (principalmente para planejamentos com um fator), o qual é dado por:

"Considera-se um **fechamento** ao conjunto de todas as intersecções não vazias $H_P = \bigcap_{i \in P} H_i$, $P \subseteq \{1, 2, 3, ..., m\}$, da família de hipóteses $\{ H_i , i=1, 2, ..., m\}$."

Se um teste ao nível α para cada hipótese H_P é aplicado, então o procedimento de teste fechado rejeita qualquer hipótese H_P se e somente se toda hipótese H_Q é rejeitada ao mesmo nível α para todo $Q \supseteq P$. Os autores mostram ainda que este procedimento controla a taxa de erro familiar Tipo I, ao nível α pretendido, isto é, $\alpha_{PF} \leq \alpha$.

Neste trabalho, considera-se as populações normais com $\hat{\theta} \sim N_k(\theta, \sigma^2 \mathbf{V})$, onde $\mathbf{V}$ é a matriz de variâncias e covariâncias conhecida. Seja Z_P a estatística teste para a hipótese $H_P : \theta_i = \theta_j$ para todo $i, j \in P$, a qual sob H_0 não depende dos parâmetros desconhecidos θ e σ^2. Grandes valores de Z_P levam à heterogeneidade do subconjunto de hipóteses P, e o ponto crítico para efeito de comparação é denotado por ξ_p.

Seja $H_{\mathbf{P}} = \bigcap_{i=1}^{r} H_{P_i}$ onde $\mathbf{P} = (P_1, P_2, ..., P_r)$ é uma "quase partição" de $K = \{1, 2, ..., k\}$, isto é, os P_i's são disjuntos com cardinalidade maior ou igual a 2 e $\sum_{i=1}^{r} p_i \leq k$ e $1 \leq r \leq \frac{k}{2}$ é o número de subconjuntos homogêneos. Assim, a família $\{ H_{\mathbf{P}} , \forall \mathbf{P}\}$ formam um fechamento da

família { H_P , $\forall$ P } e a aplicação dos procedimentos de comparações múltiplas controlam a taxa de erro familiar, para escolhas adequadas dos níveis nominais de significância.

Níveis de significância

Quando se propõe um nível de significância para as comparações de médias de uma família, pretende-se que as conclusões sejam simultaneamente a um nível α. Essa é uma das principais preocupações dos procedimentos de comparações múltiplas e para garantir que esse nível não seja ultrapassado é que vários autores propõem diferentes níveis nominais de significância. Tem-se então, três níveis em questão: o nível pretendido α; o nível nominal, o qual é dado por α_p, para a hipótese H_P ou seja, $\alpha_p = Pr_{H_p}(Z_P > \xi_P)$, $P \subset K$ e para a família $H_{\mathbf{P}} = \bigcap_{i=1}^{r} H_{P_i}$ tem-se $\alpha_{\mathbf{p}} \leq \alpha$ e, por último, tem-se o verdadeiro nível de significância, o qual é, na maioria das vezes, difícil de calcular, por exemplo, para um procedimento "*step-down*" o verdadeiro nível α'_p é dado por:

$$\alpha'_p = \sup_{H_P}\left\{Pr_{H_P}\left[\bigcap_{Q \supseteq P}(Z_Q > \xi_Q)\right]\right\}.$$

Não nos preocuparemos aqui, com o verdadeiro nível α'_p e sim com o fato de que $\alpha_{PF} \leq \alpha$ ou seja, $\alpha_p \leq \alpha$, garantindo o controle dos erros tipo I para as famílias.

Os níveis nominais aqui utilizados foram propostos por Hochberg e Tamhane (1987) e são dados por:

- Níveis de Newman-Keuls (NK) :

$$\alpha_p = 1-(1-\alpha)^{\frac{1}{\left[\frac{k}{2}\right]}} \quad \text{para todo p, onde } \left[\frac{k}{2}\right] \text{ é o maior inteiro} \leq \frac{k}{2}$$

- Níveis originais de Newman-Keuls :

$$\alpha_p = \alpha \text{ para todo p}$$

- Níveis de Tukey-Welsch (TW) :

$$\alpha_p = 1-(1-\alpha)^{\frac{p}{k}} \qquad \text{para } 2 \leq p \leq k-2$$
$$\alpha_{k-1} = \alpha_k = \alpha$$

- Níveis de Duncan :

$$\alpha_p = 1-(1-\alpha)^{\frac{(p-1)}{(k-1)}} \qquad \text{para } 2 \leq p \leq k .$$

- Níveis originais de Duncan :

$$\alpha_p = 1-(1-\alpha)^{p-1} \qquad \text{para } 2 \leq p \leq k .$$

Para leitura mais completa veja Hochberg e Tamhane (1987)-cap. 2.

1.3. Apresentação dos capítulos.

Este trabalho encontra-se dividido em quatro capítulos. No capítulo 1, apresenta-se alguns conceitos e definições importantes para o entendimento de todo o trabalho. No capítulo 2, após apresentar um esquema geral de teste aplicado à procedimentos *"step-down"* para comparações entre todos os tratamentos, é estudado dois tipos de procedimentos *"step-down"*. O primeiro deles tem como base o uso da estatística - F nos sucessivos passos do teste e o segundo, tem como base o uso da estatística da amplitude estudentizada nos sucessivos passos do teste. Ambos foram aplicados em planejamentos balanceados e não - balanceados, utilizando-se os níveis nominais de Newman-Keuls, os de Tukey-Welsch e os de Duncan e, exemplos numéricos são apresentados. No capítulo 3, é apresentado um esquema de teste *"step-down"* para situações onde deseja-se comparar médias de tratamentos com um controle (tratamento padrão), o qual tem como base o uso da estatística - t nos sucessivos passos do teste. Este procedimento pode ser aplicado para casos com dados completamente balanceados, dados parcialmente não balanceados ou com dados completamente não balanceados. Apresentando-se exemplos numéricos somente para os casos de balanceamento completo e não balanceamento completo. No capítulo 4, apresenta-se um esquema de teste *"step-up"* para comparações entre todos os tratamentos, o qual tem como base o uso da estatística da amplitude estudentizada nos sucessivos passos do testes. Este procedimento foi aplicado em planejamentos balanceados e não - balanceados, utilizando os níveis nominais de Newman-Keuls, os de Tukey-Welsch e os de Duncan e, exemplos numéricos são apresentados. Finalizando o capítulo 4, apresenta-se um esquema de

unesp

teste *"step-up"* para situações onde deseja-se comparar médias de tratamentos com um controle (tratamento padrão), o qual tem como base o uso da estatística - t nos sucessivos passos do teste. Este procedimento pode ser aplicado para casos com dados completamente balanceados, dados parcialmente não balanceados ou com dados completamente não balanceados. Apresenta-se um exemplo numérico para os casos de não balanceamento completo. E finalmente, apresenta-se algumas conclusões.

unesp

Capítulo 2

Procedimentos *"step-down"* para comparações entre todos os tratamentos

2.1. Introdução

Um procedimento *"step-down"* se inicia testando a hipótese de intersecção global e segue, passos abaixo, em direção às hipóteses minimais, através da hierarquia das hipóteses implicadas. Se qualquer das hipótese é retida, todas as hipóteses implicadas são retidas sem mais testes; consequentemente, uma hipótese é testada se e somente se, as hipóteses antecedente na hierarquia, foram rejeitadas.

Este procedimento tem como principal característica o uso de uma seqüência não crescente de constantes críticas para os sucessivos passos do teste.

Segundo Hochberg e Tamhane (1987), procedimentos desse tipo são, em geral, mais poderosos que os correspondentes procedimentos *"single-step"*, contudo existem algumas desvantagens quando associados ao *"single-step"*.

A primeira desvantagem é que, na maioria dos casos, sua aplicação é limitada à problemas de testes de hipóteses e não para intervalos de confiança. A segunda é que, não se sabe se este procedimento controla a α_{FX} (taxa de erro familiar) tipos I e III se decisões direcionais são feitas da maneira usual sobre os sinais de todas as diferenças pareadas que são estabelecidas significantes. E a terceira é que, estes procedimentos apenas podem ser usados para famílias finitas de hipóteses e as inferências não podem ser estendidas para famílias maiores que as inicialmente especificadas. Limitações desse tipo não aparecem para procedimentos *"single-step"*.

Apresentam-se aqui, dois dos principais tipos de procedimentos *"step-down"*, um utilizando a estatística da Amplitude Estudentizada e outro a Estatística -F para testar a hipótese de homogeneidade de um determinado subconjunto de médias, P. Esses procedimentos compartilham de um esquema de teste comum proposto por Einot e Gabriel (1975), o qual garante a existência de um teste coerente baseado no conceito de coerência introduzido por Gabriel (1969).

Para que se tenha um procedimento de teste coerente é necessário que, um dado subconjunto de hipóteses H_P seja rejeitado se e somente se todo subconjunto de hipóteses H_Q são rejeitados para $Q \supseteq P$. Isto será satisfeito se o procedimento de teste for realizado de acordo com o esquema de teste proposto por Einot e Gabriel (1975).

Passos do Esquema de Teste:

Considere k parâmetros $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k$ e $K=\{1, 2, ..., k\}$ o conjunto dos índices, Z_m o valor obtido dos dados experimentais para a estatística de teste e ξ_m seu correspondente valor crítico a ser comparado, para $m = 2, 3, ..., k$.

Passo 1: Testa-se a hipótese nula total, ou seja,

$$H_K: \theta_1 = \theta_2 = ... = \theta_k$$

(a) Se $Z_k \leq \xi_k$, mantém-se todos os subconjuntos de hipóteses H_P para $P \subseteq K$, e finaliza-se o teste, ou

(b) Se $Z_K > \xi_K$, rejeita-se H_K e o teste prossegue ao Passo 2.

Passo 2: Testa-se os subconjuntos de hipóteses H_P , para todo subconjunto P de K, com tamanho k-1.

(a) Se $Z_P \leq \xi_P$, mantém-se todas as hipóteses H_Q's com $Q \subseteq P$, para o subconjunto P de tamanho k-1, e finaliza-se o teste, ou

(b) Se $Z_P > \xi_P$, rejeita-se a hipótese H_P . Se a hipótese H_P é rejeitada para algum subconjunto P, então o teste prossegue para o Passo 3.

Passo 3: Em geral, se a hipótese H_P é rejeitada para um subconjunto P de tamanho $p \geq 3$, testa-se todos os subconjuntos de tamanho p-1 , exceto aqueles que já foram rejeitados por implicação em um Passo anterior. Se a hipótese H_P é mantida, mantém-se também, a hipótese H_Q para todo subconjunto $Q \subseteq P$ finalizando o teste.

O teste prossegue até não haver mais subconjuntos de hipóteses a serem testados.

Objetiva-se neste capítulo, após apresentar algumas técnicas mais usuais de procedimentos para planejamentos balanceados e não balanceados com um fator, fazer algumas comparações entre os procedimentos através de aplicações à problemas práticos. Para atingir esse objetivo, utilizam-se os procedimentos de Newman-Keuls, Tukey-Welsch e Duncan (1955) para os casos de balanceamento dos dados, e os procedimentos de Duncan (1957) e Kramer (1957) para os casos de desbalanceamento dos dados.

2.2. Procedimento *"step-down"* - *F*

Apresenta-se aqui, um procedimento *"step-down"* que segue o esquema de teste proposto por Einot e Gabriel (1975) o qual utiliza a estatística - *F* para testar a hipótese de homogeneidade H_P, de um subconjunto de médias P . Este procedimento é pouco utilizado devido ao trabalho computacional no cálculo da estatística - *F* empregada e, é pouco citado na literatura sobre comparações múltiplas.

Objetiva-se, além de mostrar a dificuldade no cálculo da estatística-*F*, apresentar algumas técnicas desse procedimento para planejamentos balanceados e não balanceados com um fator, e compará-las de acordo com o nível de significância usado. Para atingir esse objetivo, utilizam-se os níveis nominais (α_p's) de Tukey-Welsch(TW), de Newman-Keuls (NK) e os de Duncan apresentados por Hochberg e Tamhane (1987).

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Considere um experimento com um fator qualitativo fixo e $k \geq 2$ níveis (ou tratamentos), cujo modelo segue a estrutura convencional de Gauss-Markov dado por:

$$Y_{ij} = \theta_i + e_{ij} \quad \text{para} \quad 1 \leq i \leq k \text{ e } 1 \leq j \leq n_i \qquad \textbf{(2.1)}$$

onde Y_{ij} é a j-ésima observação do i-ésimo tratamento;

θ_i é o efeito do i-ésimo tratamento, incluindo a média global;

n_i é o número de observações para o i-ésimo tratamento;

e_{ij} é erro aleatório da j-ésima observação do i-ésimo tratamento;

$e_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$ e independentes para todo (i,j);

$\hat{\theta}_i = \overline{Y}_i$ é o estimador de mínimos quadrados de θ_i .

Assim, $Y_{ij} \sim N(\theta_i, \sigma^2)$ e $\hat{\theta}_i = \overline{Y}_i \sim N\left(\theta_i, \frac{\sigma^2}{n_i}\right)$ e independentes para i=1, 2, ..., k.

Na forma matricial tem-se:

${}_N Y_1 = {}_N X_k \theta_1 + {}_N \varepsilon_1$ com $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$ onde ${}_N Y_1$, ${}_k \theta_1$ e ${}_N \varepsilon_1$ são vetores correspondentes às componentes definidas no modelo acima e ${}_N X_k$ é a matriz de planejamento de "zeros' e "uns", com ${}_N \varepsilon_1 \sim N(\phi, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ e assim, ${}_k \hat{\theta}_1 \sim N({}_k \theta_1, \sigma^2 \mathbf{V})$ com $\sigma^2 \mathbf{V} = \sigma^2 \mathbf{D}\left(\frac{1}{n_1}, \frac{1}{n_2}, \ldots, \frac{1}{n_k}\right)$ sendo sua matriz de variâncias e covariâncias.

O estimador de σ^2 é dado por $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2}{N}$ onde $\dfrac{\upsilon S^2}{\sigma^2}$ tem distribuição de quiquadrado com $\upsilon = N - k$ graus de liberdade, ou seja, $\dfrac{\upsilon S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_\upsilon$.

Deseja-se comparar as diferenças duas a duas (pairwise) das médias dos efeitos de tratamentos. Tem-se

$$\mathrm{var}\left(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j\right) = \sigma^2\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right) \quad \text{, para todo} \quad i \neq j \quad \text{com} \qquad \textbf{(2.2)}$$

$\mathrm{var}\left(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j\right) = 2\sigma^2\dfrac{1}{n}$ se o planejamento é balanceado e

$\mathrm{var}\left(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j\right) = \sigma^2\left(\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_j}\right)$ se o planejamento não é balanceado,

pois, $n_1 = n_2 = \cdots = n_k = n$ no caso de balanceamento.

A aplicação de um procedimento *"step-down" - F*, para testar a hipótese de homogeneidade H_P: $\theta_i = \theta_j$, para todo $i, j \in P \subseteq K = \{1, 2, \ldots, k\}$, de um subconjunto de médias P, utiliza, para esse modelo, a estatística-*F* com p-1 e υ graus de liberdade dada por:

$$F_P = \frac{\sum_{i\in P} n_i \overline{Y}_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i\in P} n_i \overline{Y}_i\right)^2}{N}}{(p-1)S^2} \overset{\text{sob } H_P}{\sim} F_{p-1,\upsilon}$$, onde p é a cardinalidade de P.

O valor dessa estatística será comparado aos quantis das constantes críticas $\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$, sob H_P, tanto para planejamentos balanceados como não balanceados.

Apresenta-se a seguir, um exemplo numérico deste procedimento aos níveis nominais (α_p's) de TW, NK e Duncan, os quais controlam α_{FX} (taxa de erro familiar) tipo I, com relação ao nível de significância pretendido α.

Exemplo 2.1. Dados obtidos de Duncan-1955

O experimento foi conduzido com o objetivo de comparar sete variedades de cevadas (tratamentos),ditas, A, B, C, D, E, F e G; com seis repetições em blocos casualizados. Supondo que as produções dessas variedades tenham distribuições normais com médias θ_i e variâncias σ^2, para i = 1, 2, ..., 7, tal comparação será feita através de um procedimento *"step-down" – F* , utilizando os níveis de TW.

Considere-se os estimadores:

$$\hat{\theta}_i = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{ij} = \overline{Y}_i \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}^2 = S^2, \text{ onde } \frac{\upsilon S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_\upsilon \quad \text{com} \quad \upsilon = 30 \quad \text{e} \quad \hat{\theta}_i \sim N(\theta_i, \frac{\sigma^2}{6})$$

para i = 1,2,...,7; e a tabela 2.1., onde encontram-se: (a) as médias ordenadas das variedades e (b) a análise de variância desse experimento.

Tab. 2.1. Médias Ordenadas e Análise de Variância dos dados das 7 variedades de cevada

(a) Produções médias ordenadas (variedades)

Variedades	A	F	G	D	C	B	E
$\overline{Y}_i$	49,6	58,1	61,0	61,5	67,8	71,2	71,3
n_i	6	6	6	6	6	6	6

(b) Análise de variância

fonte de variação	**g.l.**	**Q.M**	**F**
variedades	6	366,97	4,61*
blocos	5	141,95	
resíduos	30	79,64	

*significante ao nível 0,05

Na tabela 2.2., encontram-se os valores críticos $\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$, utilizando os níveis nominais de TW para α=0,05.

Tab. 2.2. Valores críticos para os níveis nominais de TW com α=0,05.

p	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
α_p	0,014	0,022	0,029	0,036	0,050	0,050
$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	6,850	4,380	3,460	2,960	2,530	2,420

A seguir, apresenta-se os Passos do teste:

Passo 1: Inicia-se testando a hipótese H_k com k=7, ou seja,

$$H_7: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = \theta_E = \theta_F = \theta_G$$

Calcula-se $F_7 = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} n_i \overline{Y}_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{7} n_i \overline{Y}_i\right)^2}{42}}{6 \cdot 79{,}64} = 4{,}608$, o qual é

comparado com o valor crítico $\xi_7 = F_{6,30}^{0,05} = 2{,}420$.

Como $F_7 = 4{,}608 > \xi_7 = 2{,}420$, rejeita-se a hipótese H_7 e o teste segue para o Passo seguinte.

Passo 2: Agora testa-se os subconjuntos de hipóteses H_P, para todo subconjunto de médias P, com tamanho 6, ou seja, testa-se as hipóteses:

$$H_{p_1}: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = \theta_E = \theta_F$$
$$H_{p_2}: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = \theta_E = \theta_G$$
$$H_{p_3}: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = \theta_F = \theta_G$$
$$H_{p_4}: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_F = \theta_G$$
$$H_{p_5}: \theta_A = \theta_B = \theta_D = \theta_E = \theta_F = \theta_G$$
$$H_{p_6}: \theta_A = \theta_C = \theta_D = \theta_E = \theta_F = \theta_G$$
$$H_{p_7}: \theta_B = \theta_C = \theta_D = \theta_E = \theta_F = \theta_G$$

O valor da estatística-F para cada subconjunto de médias P_i, i=1, 2,...,7, é dado a seguir:

$F_{P_1} = 5{,}466 > \xi_6 = 2{,}530$, $F_{P_2} = 5{,}125 > \xi_6 = 2{,}530$,

$F_{P_3} = 4{,}290 > \xi_6 = 2{,}530$, $F_{P_4} = 5{,}496 > \xi_6 = 2{,}530$, $F_{P_5} = 5{,}142 > \xi_6 = 2{,}530$

$F_{P_6} = 4{,}319 > \xi_6 = 2{,}530$ e $F_{P_7} = 2{,}421 < \xi_6 = 2{,}530$.

Como $F_{P_7} = 2{,}421 < \xi_6 = 2{,}530$ a hipótese H_{P_7} é mantida e o subconjunto das médias correspondentes aos tratamentos (B, C, D, E, F, G), é dito não significante, ou seja, estatisticamente

homogêneo. Consequentemente, todas as hipóteses H_Q com $Q \subseteq P_7$ são mantidas e os subconjuntos de médias $Q \subseteq P_7$ são declarados Não Significantes por Implicação(NSI).

Como houve subconjuntos declarados significantes, o teste segue ao próximo Passo, a partir desses subconjuntos significantes, onde serão testados todos os subconjuntos de hipóteses H_P, para todo subconjunto de médias P de tamanho 5.

O teste prossegue até não haver mais subconjuntos de hipóteses a serem testados.

Após finalizado o teste, encontram-se os seguintes subconjuntos homogêneos: (B, C, D, E, F, G) e (A, D, F, G). Qualquer par de tratamentos que não pertença ao mesmo subconjunto é classificado como sendo significantemente diferentes.

Aplicou-se o mesmo teste utilizando os níveis de NK e Duncan. Os resultados obtidos encontram-se na tabela 2.3. a seguir.

Tab. 2.3. Significância estatística do teste para os subconjuntos das variedades de cevada, segundo os níveis considerados.

Subcj. P	F_P	α_p's de NK		α_p's de TW		α_p's de Duncan	
		$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão
ABCDEFG	4,608	3,12	S	2,42	S	2,42	S
ABCDEF	5,466	3,32	S	2,53	S	2,66	S
ABCDEG	5,125		S		S		S
ABCDFG	4,290		S		S		S
ABCEFG	5,496		S		S		S
ABDEFG	5,142		S		S		S
ACDEFG	4,319		S		S		S
BCDEFG	2,421		NS		NS		NS

Subcj. P	F_P	α_p's de NK		α_p's de TW		α_p's de Duncan	
		$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão
ABCDE	6,242	3,58	S	2,96	S	3,01	S
ABCDF	5,357		S		S		S
ABCEF	6,767		S		S		S
ABDEF	6,399		S		S		S
ACDEF	5,393		S		S		S
BCDEF	2,643		NSI		NSI		NSI
ABCDG	5,101		S		S		S
ABCEG	6,297		S		S		S
ABDEG	6,063		S		S		S
ACDEG	5,135		S		S		S
BCDEG	1,913		NSI		NSI		NSI
ABCFG	5,363		S		S		S
ABDFG	4,522		S		S		S
ACDFG	3,236		S		S		S
BCDFG	2,162		NSI		NSI		NSI
ABEFG	6,419		S		S		S
ACEFG	5,399		S		S		S
BCEFG	2,730		NSI		NSI		NSI
ADEFG	4,563		S		S		S
BDEFG	2,887		NSI		NSI		NSI
CDEFG	2,189		NSI		NSI		NSI
ABCD	6,758	3,99	S	3,46	S	3,59	S
ABCE	8,087		S		S		S
ABDE	7,968		S		S		S
BCDE	1,594		NSI		NSI		NSI
ABCF	7,142		S		S		S
ABDF	6,012		S		S		S
ACDF	4,244		S		S		S
BCDF	2,622		NSI		NSI		NSI
ABEF	8,510		S		S		S
ACEF	7,191		S		S		S
BCEF	2,905		NSI		NSI		NSI
ADEF	6,065		S		S		S
BDEF	3,438		NSI		NSI		NSI
CDEF	2,656		NSI		NSI		NSI
ABCG	6,787		S		S		S
ABDG	5,879		S		S		S



Subcj. P	F_P	α_p's de NK		α_p's de TW		α_p's de Duncan	
		$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão
ACDG	4,248	3,99	S	3,46	S	3,59	S
BCDG	1,834		NSI		NSI		NSI
ABEG	8,021		S		S		S
ACEG	6,832		S		S		S
BCEG	1,760		NSI		NSI		NSI
ADEG	5,932		S		S		S
BDEG	2,514		NSI		NSI		NSI
ABFG	5,982		S		S		S
ACFG	4,196		S		S		S
BCFG	2,705		NSI		NSI		NSI
ADFG	2,285		NS		NS		NS
BDFG	2,448		NSI		NSI		NSI
CDFG	1,201		NSI		NSI		NSI
AEFG	6,039		S		S		S
BEFG	3,543		NSI		NSI		NSI
CEFG	2,739		NSI		NSI		NSI
DEFG	2,499		NSI		NSI		NSI
ABC	10,089	4,71	S	4,38	S	4,71	S
ABD	8,829		S		S		S
ACD	6,344		S		S		S
ABE	11,771		S		S		S
ACE	10,153		S		S		S
ADE	8,897		S		S		S
ABF	8,920		S		S		S
ACF	6,109		S		S		S
AEF	9,008		S		S		S
BEF	4,343		NSI		NSI		NSI
ABG	8,796		S		S		S
ACG	6,241		S		S		S
AEG	8,877		S		S		S
ADF	2,830		NSI		NSI		NSI
ADG	3,413		NSI		NSI		NSI
AFG	2,645		NSI		NSI		NSI
DFG	0,234		NSI		NSI		NSI
BCD	1,811		NSI		NSI		NSI
BCG	2,016		NSI		NSI		NSI
BDG	2,491		NSI		NSI		NSI

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Subcj. P	F_P	α_p's de NK		α_p's de TW		α_p's de Duncan	
		$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão	$\xi_p = F^{\alpha_p}_{p-1,\upsilon}$	Decisão
CDG	1,017	4,71	NSI	4,38	NSI	4,71	NSI
BEG	2,639		NSI		NSI		NSI
CEG	2,051		NSI		NSI		NSI
BDE	2,387		NSI		NSI		NSI
DEG	2,541		NSI		NSI		NSI
BCF	3,451		NSI		NSI		NSI
BFG	3,567		NSI		NSI		NSI
CFG	1,786		NSI		NSI		NSI
BDF	3,481		NSI		NSI		NSI
CDF	1,746		NSI		NSI		NSI
BEF	4,343		NSI		NSI		NSI
BFG	3,567		NSI		NSI		NSI
EFG	3,625		NSI		NSI		NSI
CEF	3,493		NSI		NSI		NSI
DEF	3,539		NSI		NSI		NSI
AB	17,575	6,44	S	6,85	S	8,71	S
AC	12,205		S		S		S
AD	5,334		NSI		NSI		NSI
AE	17,738		S		S		S
AF	2,722		NSI		NSI		NSI
AG	4,895		NSI		NSI		NSI
BC	0,488		NSI		NSI		NSI
BD	3,544		NSI		NSI		NSI
BE	0,0004		NSI		NSI		NSI
BF	6,464		NSI		NSI		NSI
BG	3,919		NSI		NSI		NSI
CD	1,402		NSI		NSI		NSI
CE	0,516		NSI		NSI		NSI
CF	3,399		NSI		NSI		NSI
CG	1,641		NSI		NSI		NSI
DE	3,618		NSI		NSI		NSI
DF	0,435		NSI		NSI		NSI
DG	0,009		NSI		NSI		NSI
EF	6,563		NSI		NSI		NSI
EG	3,996		NSI		NSI		NSI
FG	0,317		NSI		NSI		NSI

NSI: Não Significante por Implicação
NS : Não Significante
S : Significante

Na tabela acima, encontram-se o valor da estatística-F para cada subconjunto de médias P, os valores críticos calculados com base nos níveis nominais de TW, NK e de Duncan; e a decisão tomada após a comparação do valor F_P com os respectivos valores críticos ξ_P, por exemplo: para o subconjunto de médias **ADEFG**, tem-se o valor da estatística -F dado por F_5=4,563 o qual deve ser comparado com o valor crítico ξ_5 = 3,58, utilizando os níveis de NK, ou com o valor crítico ξ_5 = 2,96, utilizando os níveis de TW ou com o valor crítico ξ_5 = 3,01 utilizando os níveis de Duncan. Nos três casos, tem-se que F_5 = 4,563 é maior que os valores críticos considerados, logo, o subconjunto de médias **ADEFG** é considerado significante. Desta maneira, pode-se observar que os subconjuntos considerados homogêneos através dos níveis nominais de TW, NK e Duncan são: (B, C, D, E, F, G) e (A, D, F, G).

Na tabela 2.4 , pode-se verificar os tratamentos declarados significantemente diferentes de acordo com os níveis nominais envolvidos.

Tab. 2.4. Tratamentos significantemente diferentes, segundo os níveis de Duncan, NK e TW, obtidos através de um procedimento *"step-down" -F.*

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
A	--						
B	#	--					
C	#		--				
D				--			
E	#				--		
F						--	
G							--

#: significantes aos níveis de NK, TW e Duncan.

Observação 2.1.

1) Os subconjuntos declarados estatisticamente homogêneos, de acordo com os níveis nominais de TW, NK e Duncan, não são, necessariamente os mesmos, embora aqui tenham sido.
2) Ao trabalhar com o procedimento *"step-down"* - *F*, não é necessária a realização prévia de uma análise de variância ou de um teste-*F*, pois o teste para verificar a igualdade de todas as médias é realizado no primeiro passo do procedimento.

2.3. Procedimento *"step-down"* de amplitude.

Nessa seção, tratar-se-á de procedimentos *"step-down"*, que usam a Estatística da Amplitude Estudentizada para testar a hipótese de homogeneidade de um subconjunto de médias P, segundo o esquema geral de teste de Einot e Gabriel (1975),

Um procedimento como descrito, é chamado de **procedimento *"step-down"* de amplitude**, também conhecido na literatura como **procedimentos múltiplos de amplitude**.

Objetiva-se, apresentar procedimentos *"step-down"* de amplitude para planejamentos balanceados e não balanceados com um fator, e compará-los segundo os níveis de significância usados. Para atingir esse objetivo, utilizam-se os níveis nominais de NK, TW e Duncan.

Visto que a estrutura dos testes, no caso de balanceamento dos dados é a mesma, Hochberg e Tamhane (1987) atribuíram a nomenclatura dos procedimentos conforme os níveis nominais usados,

por exemplo, um procedimento *"step-down"* de amplitude que utiliza os níveis nominais de Newman-Keuls é chamado de procedimento de Newman-Keuls.

No caso de não balanceamento dos dados, em se tratando do procedimento de Duncan, ocorre uma ligeira mudança na estatística utilizada no teste, tal procedimento será estudado segundo os níveis nominais de NK, TW e de Duncan.

2.3.1. Procedimento *"step-down"* de amplitude para planejamentos balanceados com um fator.

Considerando o experimento descrito na seção 2.2., o qual satisfaz a condição de balanceamento proposta por Hochberg (1974) dada em (2.2). Um procedimento *"step-down"* de amplitude para testar a hipótese de homogeneidade H_P: $\theta_i = \theta_j$, para todo i e j $\in$ P, de um subconjunto de médias P, utiliza a estatística

$$R_P = \frac{\sqrt{n}}{S}(\max_{i \in P} \hat{\theta}_i - \min_{i \in P} \hat{\theta}_i),\ P \subseteq K$$

onde K é o conjunto de todos os tratamentos, com distribuição de Amplitude Estudentizada $Q_{p,\upsilon}$ onde p e υ são seus parâmetros com p sendo a cardinalidade de P e υ os graus de liberdade de $\frac{\upsilon S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_\upsilon$.

O valor de R_P será comparado com os valores críticos $\xi_p = Q^{\alpha}_{p,\upsilon}$, pois sob H_P , $R_P \sim Q_{p,\upsilon}$.

Sob essas considerações, descrevem-se a seguir, a estrutura de teste para procedimentos *"step-down"* de amplitude em planejamentos balanceados.

Seja P o conjunto ordenado das médias observadas, as quais serão indicadas por $\overline{Y}_i$. Para um dado índice i tem-se $\overline{Y}_{(i)} \leq \overline{Y}_{(i+1)}$, para i=1, 2, ..., k-1.

Se a hipótese H_P para um determinado subconjunto P de médias populacionais correspondentes às respectivas médias amostrais $\{\overline{Y}_{(i)}, \overline{Y}_{(i+1)}, \ldots, \overline{Y}_{(j-1)}, \overline{Y}_{(j)}\}$ com $p = j - i + 1 \geq 3$ é rejeitada, também rejeita-se todos os subconjuntos de hipóteses H_Q contendo as médias populacionais extremas correspondentes às respectivas médias amostrais $\overline{Y}_{(i)}$ e $\overline{Y}_{(j)}$ e $Q \subseteq P$.

Se a hipótese H_P não é rejeitada, o subconjunto de médias P é considerado estatisticamente homogêneo, caso contrário, passa-se ao próximo Passo, analisando os subconjuntos de médias P_1 e P_2 correspondentes a $\{\overline{Y}_{(i+1)}, \ldots, \overline{Y}_{(j-1)}, \overline{Y}_{(j)}\}$ e $\{\overline{Y}_{(i)}, \overline{Y}_{(i+1)}, \ldots, \overline{Y}_{(j-1)}\}$, respectivamente, a menos que esses subconjuntos tenham sido declarados estatisticamente homogêneos por implicação do passo anterior, e testa-se H_{P_1} e H_{P_2} com p_1 e p_2 sendo as cardinalidades de P_1 e P_2, respectivamente.

Para testar H_{P_1} usa-se $R_{P_1} = \frac{\sqrt{n}}{S}\left(\overline{Y}_{(j)} - \overline{Y}_{(i+1)}\right)$ e para H_{P_2} usa-se $R_{P_2} = \frac{\sqrt{n}}{S}\left(\overline{Y}_{(j-1)} - \overline{Y}_{(i)}\right)$, ambos comparados com $Q^{\alpha}_{j-i,\upsilon}$.

Se H_{P_1} é estatisticamente não significante, entende-se como não significante qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_i$ (i=1,2).

Segundo Lehman e Shaffer (1977), quando uma hipótese H_P é rejeitada através de um procedimento *"step-down"* , que segue os

passos do esquema geral de teste, toda hipótese H_Q implicada por H_P, tal que Q contenha os dois tratamentos correspondendo ao $\max_{i\in P}\hat{\theta}_i$ e ao $\min_{i\in P}\hat{\theta}_i$, também será rejeitada se os valores críticos ξ_p's satisfizerem a seguinte condição de monotonicidade $\xi_2 \leq \xi_3 \leq \cdots \leq \xi_k$. Deste modo, os dois tratamentos correspondendo ao $\max_{i\in P}\hat{\theta}_i$ e ao $\min_{i\in P}\hat{\theta}_i$ podem ser declarados significantemente diferentes um do outro, quando H_P for rejeitada. Isto possibilita a realização do procedimento *"step-down"* de amplitude de acordo com a estrutura apresentada acima.

A seguir, apresenta-se exemplos numéricos de procedimento *"step-down"* de amplitude, utilizando os níveis nominais de Duncan, NK e TW.

Exemplo 2.2. Procedimento de Newman-Keuls

Utilizando os dados do exemplo 2.1., aplicou-se um procedimento *"step-down"* de amplitude utilizando os níveis nominais de Newman-Keuls, propostos por Hochberg e Tamhane (1987).

Na tabela 2.5., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$ calculados com base nos níveis nominais (α_p's) de Newman-Keuls para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.5. Valores críticos ξ_p's para os níveis de NK com α=0,05.

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
$\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$	3,56	4,13	4,49	4,74	4,94	5,09

Após a ordenação das médias dos tratamentos, ou seja, $\overline{Y}_A \le \overline{Y}_F \le \overline{Y}_G \le \overline{Y}_D \le \overline{Y}_C \le \overline{Y}_B \le \overline{Y}_E$, o teste segue com os seguintes passos:

Passo 1 : Em primeiro lugar testa-se a hipótese H_k , com k=7, isto é:

$$H_7 : \theta_A = \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B = \theta_E$$

Calcula-se $R_7 = \frac{1}{S}\sqrt{n}\left(\overline{Y}_E - \overline{Y}_A\right) = \frac{1}{8{,}924}\sqrt{6}\left(71{,}3 - 49{,}6\right) = 5{,}956$, o qual é comparado com o valor da estatística da amplitude estudentizada $\xi_7 = Q_{7,30}^{0.017} = 5{,}09$.

Como $R_7 = 5{,}956 > \xi_7 = Q_{7,30}^{0.017} = 5{,}09$, rejeita-se a hipótese H_7 e todo subconjunto de hipóteses H_Q que contenha as médias θ_E e θ_A e $Q \subset K$, uma vez que θ_E e θ_A diferem significantemente. Tendo rejeitado H_7 , o teste prossegue.

Passo 2 : Agora testa-se os subconjuntos de hipóteses H_{P_1} e H_{P_2} onde P_1 contém todas as médias menos a primeira e P_2 contém todas as médias menos a última, isto é, $P_1=\{\theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C, \theta_B, \theta_E\}$ e $P_2=\{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C, \theta_B\}$. Portanto tem-se as hipóteses: $H_{P_1}: \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B = \theta_E$ e $H_{P_2}: \theta_A = \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B$.

Assim, valores obtidos para a estatística são $R_{P_1} = 3{,}623$ e $R_{P_2} = 5{,}929$, que são comparados com o valor crítico $\xi_6 = Q_{6,30}^{0,017} = 4{,}94$.

Como $R_{P_1} = 3,623 < \xi_6 = Q_{6,30}^{0,017} = 4,94$, mantém-se a hipótese H_{P_1} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_1$, ou seja, o subconjunto $\{\theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C, \theta_B, \theta_E\}$ é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como $R_{P_2} = 5,929 > \xi_6 = Q_{6,30}^{0,017} = 4,94$, rejeita-se a hipótese H_{P_2} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_2$ que contenha θ_B e θ_A, uma vez que θ_B e θ_A diferem significantemente.

Como H_{P_2} foi rejeitada, tem-se ainda subconjuntos a serem testados, portanto, o teste prossegue executando novamente o Passo 2 para o subconjunto $\{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C, \theta_B\}$.

Passo 3 : Agora, testa-se os subconjuntos de hipóteses H_{P_3} e H_{P_4} onde $P_3 = \{\theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C, \theta_B\}$ e $P_4 = \{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C\}$.

Como o subconjunto P_3 é Não Significante por Implicação do Passo 2, pois H_{P_1} não foi rejeitada, resta apenas aplicar o teste no subconjunto P_4.

Assim, o valor da estatística obtido é $R_{P_4} = 4,995$, o qual é comparado com o valor crítico $\xi_5 = Q_{5,30}^{0.017} = 4,74$.

Como $R_{P_4} = 4,995 > \xi_5 = Q_{5,30}^{0.017} = 4,74$, rejeita-se a hipótese H_{P_4} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_4$ que contenha θ_C e θ_A , uma vez que θ_C e θ_A diferem significantemente.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Como H_{P_4} foi rejeitada, tem-se ainda subconjuntos a serem testados, portanto, o teste prossegue executando novamente o Passo 2 para o subconjunto $\{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C\}$.

Passo 4 : Agora, testa-se os subconjuntos de hipóteses H_{P_5} e H_{P_6} onde $P_5 = \{\theta_F, \theta_G, \theta_D, \theta_C\}$ e $P_6 = \{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D\}$.

Como o subconjunto P_5 é Não Significante por Implicação do Passo 2, resta aplicar o teste ao subconjunto P_6.

Assim, o valor da estatística obtido é $R_{P_6} = 3{,}266$, o qual é comparado com o valor crítico $\xi_4 = Q_{4,30}^{0.017} = 4{,}49$.

Como $R_{P_6} = 3{,}266 < \xi_4 = Q_{4,30}^{0.017} = 4{,}49$, mantém-se a hipótese H_{P_6} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_6$, ou seja, o subconjunto $\{\theta_A, \theta_F, \theta_G, \theta_D\}$ é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como não há mais subconjuntos a serem testados, o teste é finalizado obtendo os seguintes subconjuntos estatisticamente homogêneos: (F, G, D, C, B, E) e (A, F, G, D) , os quais podem ser denotados utilizando o método do sublinhamento de Duncan(1955), ou seja, A F G D C B E , onde quaisquer dois tratamentos sublinhados pela mesma reta são ditos não significantes (ou estatisticamente homogêneos), caso contrário, são significantes.

Observação 2.2.

Para a realização de um procedimento *"step-down"* de amplitude, não se faz necessário aplicar anteriormente um teste-F para testar a igualdade de todas as médias θ_i's, mas, se o teste-F foi aplicado e um resultado significante foi obtido, o procedimento *"step-down"* de amplitude é um dos testes de comparações múltiplas aconselhado.

Exemplo 2.3. Procedimento de Tukey-Welsch

Utilizando os dados do exemplo 2.1., aplicou-se um procedimento *"step-down"* de amplitude utilizando os níveis nominais de Tukey-Welsch.

Na tabela 2.6., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$ calculados com base nos níveis nominais (α_p's) de Tukey-Welsch para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.6. Valores críticos ξ_p's para os níveis de TW com α=0,05.

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,014	0,022	0,029	0,036	0,050	0,050
$\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$	3,68	3,98	4,17	4,29	4,30	4,46

Após aplicar a estrutura de teste, já apresentada no exemplo 2.2, e utilizando os valores críticos da tabela 2.6, encontram-se os seguintes subconjuntos estatisticamente homogêneos: (F, G, D, C, B, E) e (A, F, G, D), ou representando através do método do sublinhamento A F G D C B E.

Observação 2.3.

1) Nem sempre utilizando os níveis nominais de TW, os valores críticos ξ_p satisfazem a condição de monotonicidade imposta por Hochberg e Tamhane(1987), isto é, $\xi_2 \leq \xi_3 \leq \cdots \leq \xi_k$. Quando isso acontece, ou seja, $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} < Q_{p-1,\upsilon}^{\alpha_{p-1}}$, essa condição é imposta assumindo $\xi_p = Q_{p-1,\upsilon}^{\alpha_{p-1}}$ para $(3 \leq p \leq k)$.

2) Pode-se observar que os resultados obtidos utilizando os níveis nominais de NK e os de TW são os mesmos. Nada foi encontrado na literatura que explicasse esse fato.

Exemplo 2.4. Procedimento de Duncan.

Utilizando os dados do exemplo 2.1., aplicou-se um procedimento *"step-down"* de amplitude para os níveis nominais de Duncan, propostos por Einot e Gabriel (1975).

Na tabela 2.7., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$ calculados com base nos níveis nominais (α_p's) de Duncan para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.7. Valores críticos ξ_p's para os níveis de Duncan com α=0,05.

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,008	0,017	0,025	0,034	0,042	0,05
$\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$	4,03	4,13	4,26	4,33	4,41	4,46

Após aplicar a estrutura de teste, já apresentada no exemplo 2.2, e utilizando os valores críticos da tabela 2.7, encontram-se os

seguintes subconjuntos homogêneos:(F, G, D, C, B, E) e (A, F, G, D); ou representando através do método do sublinhamento A F G D C B E .

Na tabela 2.8., encontra-se os tratamentos classificados como sendo significantemente diferentes, após aplicar um procedimento *"step-down"* de amplitude, segundo os níveis nominais de Duncan, NK e TW.

Tab. 2.8. Tratamentos significantemente diferentes, segundo os níveis de Duncan, NK e TW, obtidos através de um procedimento *"step-down"* de amplitude.

	A	B	C	D	E	F	G
A	--						
B	*	--					
C	*		--				
D				--			
E	*				--		
F						--	
G							--

*: significantes aos níveis de Duncan, NK e TW.

2.3.2. Procedimentos *"step-down"* de amplitude para planejamentos não balanceados com um fator.

Kramer (1956) apresentou um método simples de comparação de médias ordenadas com tamanhos amostrais diferentes. Em Kramer (1957) e Duncan (1957), dois procedimentos *"step-down"* de amplitude, para planejamentos não balanceados com um fator, foram

desenvolvidos usando os níveis nominais de Duncan. Hochberg e Tamhane (1987) desenvolveram esses dois procedimentos utilizando os níveis nominais de Tukey-Welsch e Newman-Keuls. Pretende-se aqui, apresentar os procedimentos citados e compará-los quanto à significância dos tratamentos envolvidos e quanto a sua dificuldade no cálculo.

2.3.2.1. O procedimento de Kramer (1957).

Considere um experimento como descrito na seção 2.2., com um fator fixo, no qual a condição de balanceamento proposta por Hochberg (1974), descrita em (2.2), não é satisfeita, ou seja,

$$\text{var}\left(\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j\right) = \sigma^2\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right) \quad \text{para todo } i \neq j$$

Este procedimento segue a mesma estrutura dos procedimentos *"step-down"* de amplitude apresentado em 2.3.1. para testar a significância de um conjunto de médias com amplitude-p, $\theta_{(j)} - \theta_{(i)}$.

A diferença entre este procedimento e os anteriormente apresentados é que, antes comparava-se as amplitudes $\theta_{(j)} - \theta_{(i)}$ com o valor $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}\frac{S}{\sqrt{n}}$ e agora, compara-se com o valor $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$ para $(1 \leq i \leq k-p+1; 2 \leq p \leq k$.

Deve-se observar que isto é equivalente a definição de estatística da amplitude estudentizada para qualquer subconjunto $P=\{\theta_{(i)},\theta_{(i+1)},\ldots,\theta_{(j-1)},\theta_{(j)}\}$ tal que $\overline{Y}_{(i)} \leq \overline{Y}_{(i+1)} \leq \ldots \leq \overline{Y}_{(j-1)} \leq \overline{Y}_{(j)}$ dada por :

$^{(*)}R_p^{(k)} = \dfrac{\overline{Y}_{(j)} - \overline{Y}_{(i)}}{S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}}$, a qual será comparada com o valor crítico $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$.

Os tratamentos correspondentes a $\theta_{(j)}$ e $\theta_{(i)}$ serão declarados estatisticamente diferentes, assim como o subconjunto que os contém, se

$$R_p^{(k)} = \frac{\overline{Y}_{(j)} - \overline{Y}_{(i)}}{S\sqrt{\frac{d_{ij}}{2}}} > \xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$$

ou simplesmente,

$$\overline{Y}_{(j)} - \overline{Y}_{(i)} > Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

Em caso contrário, o subconjunto P em questão e qualquer subconjunto Q tal que $Q \subseteq P$ será considerado homogêneo.

A seguir, apresenta-se exemplos numéricos deste procedimento *"step-down"* de amplitude utilizando os níveis nominais de NK, de Duncan, e de TW.

(*) A letra K entre parênteses indica que a estatística usada é proposta por Kramer.

Exemplo 2.5. Dados obtidos de Duncan - 1955 (caso não balanceado)

O experimento foi conduzido com o objetivo de comparar sete variedades de cevadas (tratamentos), ditas, A, B, C, D, E, F e G; com diferentes números de repetições em blocos casualizados. Supondo que as produções dessas variedades tenham distribuições normais com médias θ_i e variâncias σ^2, para i=1, 2, ..., 7, tal comparação será feita através de um procedimento *"step-down"* de amplitude, devido à Kramer, e utilizará os níveis nominais modificados de NK.

Considerando os estimadores equivalentes àqueles dados no exemplo 2.1., ou seja:

$$\hat{\theta}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} = \overline{Y}_i \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}^2 = S^2, \quad \text{onde} \quad \frac{\upsilon S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{\upsilon} \quad \text{com} \quad \upsilon = 16 \quad \text{e}$$

$$\hat{\theta}_i \sim N\left(\theta_i, \frac{\sigma^2}{n_i}\right)$$

para i = 1,2,...,7 ; e a tabela 2.9. onde encontram-se: (a) as médias ordenadas das variedades e (b) a análise de variância desse experimento.

Tab. 2.9. Médias Ordenadas e Análise de Variância dos dados das 7 variedades de cevada

(a) Produções médias ordenadas (variedades)							
Variedades	D	F	A	B	C	E	G
$\overline{Y}_i$	680	734	743	851	873	902	945
n_i	3	2	5	5	3	2	3

(b) Análise de variância			
fonte de variação	**g.l.**	**Q.M**	**S=$\sqrt{QM}$**
variedades	6		
resíduos	16	5394,6	73,45

Na tabela 2.10., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$, utilizando os níveis nominais (α_p's) de Newman-Keuls para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.10. Valores críticos ξ_p's para os níveis de NK com α=0,05.

p	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
α_p	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
$\xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$	3,76	4,41	4,82	5,11	5,34	5,53

Com base nos valores críticos apresentados, aplica-se a estrutura de teste conhecida para procedimentos *"step-down"* de

amplitude, utilizando a estatística da amplitude estudentizada de Kramer.

Após a ordenação das médias dos tratamentos, $\overline{Y}_D \leq \overline{Y}_F \leq \overline{Y}_A \leq \overline{Y}_B \leq \overline{Y}_C \leq \overline{Y}_E \leq \overline{Y}_G$, aplica-se os passos do teste:

Passo 1 : Em primeiro lugar testa-se a hipótese H_k , com k = 7, isto é:

$$H_7 : \theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G ,$$

Calcula-se $R_7^{(k)} = \dfrac{\overline{Y}_G - \overline{Y}_D}{S\sqrt{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n_G} + \dfrac{1}{n_D}\right)}} = 6{,}25$, o qual é comparado com o valor crítico $\xi_7 = Q_{7,16}^{0,017} = 5{,}53$.

Como $R_7^{(k)} = 6{,}25 > \xi_7 = Q_{7,16}^{0,017} = 5{,}53$, rejeita-se a hipótese H_7 e todo subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset K$ que contenham as médias θ_D e θ_G , uma vez que estas diferem significantemente. Tendo rejeitado H_7, o teste prossegue.

Passo 2 : Agora testa-se os subconjuntos de hipóteses H_{P_1} e H_{P_2} onde P_1 contém todas as médias menos a primeira e P_2 contém todas as médias menos a última, isto é, $P_1=\{\theta_F,\theta_A,\theta_B,\theta_C,\theta_E,\theta_G\}$ e $P_2=\{\theta_D,\theta_F,\theta_A,\theta_B,\theta_C,\theta_E\}$. Portanto tem-se as hipóteses:

$$H_{P_1} : \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G \text{ e } H_{P_2} : \theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E .$$

Assim, os valores obtidos da estatística de Kramer são: $R_{P_1}^{(k)} = 4{,}45$ e $R_{P_2}^{(k)} = 4{,}68$, que são comparados com o valor crítico $\xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5{,}34$.

Como $R_{P_1}^{(k)} = 4{,}45 < \xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5{,}34$, mantém-se a hipótese H_{P_1} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_1$, ou

seja, o subconjunto $\{\theta_F,\theta_A,\theta_B,\theta_C,\theta_E,\theta_G\}$ é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como $R_{P_2}^{(k)} = 4,68 < \xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5,34$, mantém-se a hipótese H_{P_2} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_2$, ou seja, o subconjunto $\{\theta_D,\theta_F,\theta_A,\theta_B,\theta_C,\theta_E\}$ é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como não há mais subconjuntos a serem testados, o teste é finalizado obtendo-se os seguintes subconjuntos estatisticamente homogêneos: (F, A, B, C, E, G) e (D, F, A, B, C, E), ou ainda, D F A B C E G

Exemplo 2.6.

Utilizando os dados do exemplo 2.5., aplicou-se o procedimento de Kramer utilizando os níveis nominais de Tukey-Welsch.

Na tabela 2.11., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$, utilizando os níveis nominais (α_p's) de Tukey-Welsch para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.11. Valores críticos ξ_p's para os níveis de TW com α=0,05.

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,015	0,022	0,029	0,036	0,05	0,05
$\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$	3,89	4,23	4,44	4,57	4,57*	4,74

* para p=6, o valor crítico encontrado foi $\xi_6 = Q_{6,16}^{0.05} = 4,56$ mas, segundo Hochberg e Tamhane(1987), deve-se usar o valor crítico de p=5, ou seja, assumir que $\xi_6 = Q_{6,16}^{0.05} = 4,57$. Veja observação 2.3.

Após aplicar a estrutura de teste, já apresentada no exemplo 2.5, e utilizando os valores críticos da tabela 2.11, encontram-se os seguintes subconjuntos considerados estatisticamente homogêneos: (F, A, B, C, E, G) e (D, F, A, B, C), ou ainda, D F A B C E G .

Exemplo 2.7.

Utilizando os dados do exemplo 2.5, aplicou-se o procedimento de Kramer utilizando os níveis nominais de Duncan.

Na tabela 2.12., encontram-se os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$, utilizando os níveis nominais (α_p's) de Duncan para α=0,05; os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 2.12. Valores críticos ξ_p's para os níveis de Duncan com α=0,05.

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,008	0,017	0,025	0,034	0,042	0,05
$\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$	4,29	4,41	4,54	4,61	4,69	4,74

Após aplicar a estrutura de teste, já apresentada no exemplo 2.5, e utilizando os valores críticos da tabela 2.12, encontram-se os seguintes subconjuntos considerados estatisticamente homogêneos: (F, A, B, C, E, G), (D, F, A, B, C, E) , ou ainda, D F A B C E G .

Na tabela 2.13., encontra-se os tratamentos classificados como sendo estatisticamente significantes, após a aplicação do procedimento de Kramer, de acordo com os níveis nominais utilizados.

Tab. 2.13. Tratamentos estatisticamente diferentes, segundo os níveis de Duncan, NK e TW, obtidos através de um procedimento *"step-down"* de amplitude devido a Kramer

	A	B	C	D	E	F	G
A	--						
B		--					
C			--				
D				--			#
E				*	--		
F						--	
G				*			--

: significantes aos níveis de Duncan e NK;

* : significantes aos níveis de TW.

Observação 2.4.

Segundo Hochberg e Tamhane (1987), com a utilização dos níveis nominais de Newman-Keuls, este procedimento pode ser considerado uma extensão do procedimento de Newman-Keuls nos casos de não balanceamento dos dados; e, utilizando os níveis nominais de Duncan, este procedimento pode ser considerado uma extensão do procedimento de Duncan.

2.3.2.2. O procedimento de Duncan (1957).

Considera-se um experimento como descrito na seção 2.2. com um fator fixo, para o qual a condição de balanceamento para diferenças duas a duas (*"pairwise"*), descrita em (2.2), não é satisfeita.

Este procedimento segue a estrutura dos procedimentos *"step-down"* de amplitude apresentada em 2.3.1. e utiliza a Estatística da

Amplitude Estudentizada de Duncan (1957), para testar a significância de qualquer subconjunto de hipóteses H_P com $p \geq 2$, dada por:

$$^{(*)}R_P^{(D)} = \max_{i,j \in P} \left\{ \frac{\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j}{S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}} \right\},$$

que será comparada com o valor crítico $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$.

Um determinado subconjunto de hipóteses H_P será considerado estatisticamente homogêneo se a maior diferença entre duas médias (tratamentos) quaisquer nesse conjunto, não excede o valor $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$.

Este procedimento difere do procedimento de Kramer, pois em Kramer, um subconjunto P é considerado estatisticamente homogêneo se a diferença entre a maior e a menor média do subconjunto em questão não excede o valor $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$ enquanto que, no procedimento de Duncan, para um subconjunto P ser considerado estatisticamente homogêneo, deve-se verificar se o máximo das diferenças entre duas médias (tratamentos) do subconjunto em questão, não excede o valor $Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p} S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$.

(*) A letra D entre parênteses indica que a estatística usada foi proposta por Duncan.

Pela própria definição das estatísticas $R_p^{(K)}$ e $R_p^{(D)}$, tem-se que $R_p^{(K)} \leq R_p^{(D)}$, para qualquer subconjunto P. Conseqüentemente, se um subconjunto P é significante pelo procedimento de Kramer, ele também o será pelo procedimento de Duncan. Mas, um subconjunto P considerado não significante pelo procedimento de Kramer poderá ser significante pelo procedimento de Duncan.

Portanto, pode-se aplicar previamente o procedimento de Kramer, anotando os subconjuntos não significantes, antes da realização do procedimento de Duncan.

Esses subconjuntos serão testados segundo Duncan para verificar se existe algum par de médias tal que sua diferença "estudentizada" exceda o valor crítico determinado. Se tal par não existir, então o subconjunto P em questão e todos os seus subconjuntos serão considerados não significantes; mas, se no mínimo um par existir, então o subconjunto P em questão será considerado significante e os tratamentos correspondentes às médias $\theta_{(i)}$ e $\theta_{(j)}$ serão declarados significantemente diferentes.

No caso de um subconjunto P ser declarado não homogêneo, a homogeneidade de seus subconjuntos deverá ser testada. Para isso, realiza-se novamente o Passo 2 partindo-se do subconjunto P declarado não homogêneo, onde $P_1=P-\{\theta_{(i)}\}$ e $P_2=P-\{\theta_{(j)}\}$, ambos com cardinalidade p-1 e respectivas estatísticas, $R_{P_1}^{(D)}$ e $R_{P_2}^{(D)}$, as quais serão comparadas com o valor crítico $\xi_p = Q_{p-1,\upsilon}^{\alpha_{p-1}}$.

O teste prossegue até não haver mais subconjuntos a serem testados.

Mas, se o número de tratamentos a serem testados não é muito grande, as estatísticas $R_P^{(D)}$ podem ser obtidas através do cálculo de todas as estatísticas $\sqrt{2}|T_{ij}|$ *"pairwise"*, onde $T_{ij} = \dfrac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_j}{S\sqrt{\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_j}}}$, e neste caso, não é necessário aplicar-se antes o procedimento de Kramer.

A seguir, apresenta-se um exemplo numérico deste procedimento *"step-down"* de amplitude.

Exemplo 2.8.

Utilizando os dados do exemplo 2.5., aplicou-se o procedimento de Duncan descrito acima, utilizando-se os valores críticos da tabela 2.10..

Como o número de tratamentos é razoavelmente pequeno, calcula-se todos os valores das estatísticas "pairwise" $\sqrt{2}|T_{ij}|$, para todos os pares de tratamentos possíveis, construindo-se assim, a tabela 2.14, a qual será usada em todos os passos do teste.

Tab. 2.14. Valores das estatísticas $\sqrt{2}|T_{ij}|$

	D	F	A	B	C	E
F	1,139	---	---	---	---	---
A	1,661	0,209	---	---	---	---
B	4,508	2,693	3,288	---	---	---
C	4,551	2,932	3,427	0,580	---	---
E	4,682	3,234	3,659	1,174	0,612	---
G	6,249	4,460	5,326	2,478	1,698	0,907

Feito isso, inicia-se o teste.

Passo 1: Inicia-se testando a hipótese H_K, com K={D, F, A, B, C, E, G}, ou seja, $H_K : \theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G$.

Calcula-se $R_k^{(D)} = \max_{i,j \in k} \left\{ \frac{|\overline{Y}_i - \overline{Y}_j|\sqrt{2}}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \right\}$, ou seja, calcula-se todas as estatísticas $\sqrt{2}|T_{ij}|$ e toma-se a maior delas para comparar com o valor crítico $\xi_7 = Q_{7,16}^{0,017} = 5,53$

Utilizando-se a tabela 2.14., obtém-se $R_K^{(D)} = 6,249$, que corresponde aos tratamentos D e G. Esse valor será comparado com o valor crítico $\xi_7 = Q_{7,16}^{0,017} = 5,53$.

Como $R_K^{(D)} = 6,249 > \xi_7 = Q_{7,16}^{0,017} = 5,53$, rejeita-se a hipótese H_K e todo subconjunto de hipótese H_Q para $Q \subset K$ que contenham as médias θ_D e θ_G, uma vez que estas diferem significantemente. Como H_K foi rejeitada, segue-se ao Passo 2.

Passo 2: Agora testa-se as hipóteses H_{P_1} e H_{P_2}, com P_1={ $\theta_F, \theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_E, \theta_G$} e P_2= { $\theta_D, \theta_F, \theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_E$}, que são os subconjuntos declarados homogêneos por Kramer. Assim tem-se:

$$H_{P_1} : \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G \text{ e } H_{P_2} : \theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E.$$

Utilizando-se a tabela 2.14., obtém-se

$$R_{P_1}^{(D)} = \max_{i,j \in P_1} \left\{ \frac{|\overline{Y}_i - \overline{Y}_j|\sqrt{2}}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \right\} = 5{,}326,$$ que corresponde aos tratamentos A e G,

$$R_{P_2}^{(D)} = \max_{i,j \in P_2} \left\{ \frac{|\overline{Y}_i - \overline{Y}_j|\sqrt{2}}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \right\} = 4{,}682,$$ que corresponde aos tratamentos D e E.

Ambos os valores serão comparados com o valor crítico $\xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5{,}34$.

Como $R_{P_1}^{(D)} = 5{,}326 < \xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5{,}34$, mantém-se a hipótese H_{P_1} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_1$, ou seja, o subconjunto de médias {F, A, B, C, E, G} é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como $R_{P_2}^{(D)} = 4{,}682 < \xi_6 = Q_{6,16}^{0,017} = 5{,}34$, mantém-se a hipótese H_{P_2} assim como qualquer subconjunto de hipóteses H_Q para $Q \subset P_2$, ou seja, o subconjunto de médias {D,F, A, B, C, E} é dito não significante (ou estatisticamente homogêneo).

Como não há mais subconjuntos de médias a serem testados, o teste é finalizado obtendo-se os seguintes subconjuntos estatisticamente homogêneos: (F, A, B, C, E, G) e (D,F, A, B, C, E).

Se em vez de utilizar os níveis nominais de NK usar-se os níveis nominais de TW, os subconjuntos de médias considerados estatisticamente homogêneos são: (F, B, C, E, G), (F, A, B, C, E) e (D, F, A, B, C), o mesmo ocorre para os níveis de Duncan.

Duncan em 1957, realizando o teste acima com os níveis nominais de Duncan originais, sem nenhuma modificação, obteve os seguintes subconjuntos considerados estatisticamente homogêneos: (D, F, A), (F, B, C) e (B, C, E, G).

Na tabela 2.15. encontra-se os tratamentos significantemente diferentes conforme os níveis nominais de NK, TW e Duncan.

Tab. 2.15. Tratamentos estatisticamente diferentes, segundo os níveis de Duncan, TW e NK, obtidos através de um procedimento *"step-down"* de amplitude devido a Duncan.

	A	B	C	D	E	F	G
A	--						
B		--					
C			--				
D				--			#
E				*	--		
F						--	
G	*			*			--

: significantes aos níveis de NK ;

* : significantes aos níveis de TW e Duncan.

Capítulo 3

Procedimentos *"step-down"* para comparações entre tratamentos e um controle.

3.1. Introdução

Em muitos estudos, comparações entre tratamentos e um tratamento especificado, pode ser de interesse determinar quais tratamentos são diferentes de um tratamento especificado e/ou estimar as diferenças para o tratamento especificado. Por exemplo, o tratamento especificado pode ser um controle "placebo" (pseudo-tratamento) ou uma terapia padrão aceita em um ensaio clínico com a qual uma ou mais terapias alternativas serão comparadas. Um outro exemplo é o ensaio (teste) de drogas (remédios), onde uma nova droga é comparada com uma ou mais drogas padrões.

A finalidade desses estudos, geralmente, é testar as diferenças entre vários tratamentos e o tratamento especificado com relação a

unesp

certas variáveis respostas, as quais são fundamentais para determinar a eficácia ou segurança dos tratamentos. Em geral, os novos tratamentos são de interesse somente se eles são "melhores" que o controle.

Alguns testes de significância são executados sobre as diferenças de tratamentos *versus* controle com relação a uma particular variável reposta para testar se elas excedem ou diferem de um valor especificado δ, o qual pode ser zero ou diferente de zero.

Se o interesse é de apenas identificar os grupos de tratamentos que são "melhores" que o controle, usa-se um teste unilateral.

Se o interesse é identificar os grupos de tratamentos que são "melhores" que o controle e os que são "piores" que o controle, usa-se um teste bilateral com decisões direcionais.

Quando os estudos contém mais que um tratamento teste para ser comparado com o controle, o experimentador pode necessitar que testes múltiplos sejam executados a fim de fornecer evidência suficientemente convincente de que uma particular diferença observada é indicativa de um efeito real.

Um grande número de autores têm se interessado com a metodologia de comparações múltiplas entre vários tratamentos e um único tratamento especificado.

Roessler (1946) foi um dos primeiros a reconhecer a necessidade de admitir testes múltiplos como testes de significância de diferenças entre tratamentos e um controle. Ele propôs que os testes t-student fossem executados ao nível $1-(1-\alpha)^{\frac{1}{k}}$, onde k é o número de comparações de tratamentos *versus* controle. Este mesmo ajuste do

nível de significância foi proposto por Sidak (1967) para situações mais gerais de comparações múltiplas.

Dunnett (1955), desenvolveu um método exato baseado na distribuição t-multivariada. Este método foi descrito para intervalos de confiança, mas, se apenas um procedimento de teste de significância for desejado, este método pode ser executado de uma maneira *"step-down"* semelhante ao conhecido procedimento de Newman-Keuls para comparações *pairwise* dos tratamentos, acarretando um aumento no poder do teste devido ao uso de uma seqüência não decrescente de valores críticos.

Miller (1966), foi o primeiro a chamar a atenção para este fato e Naik (1975) propôs o mesmo procedimento de teste num contexto diferente.

Marcus, Peritz e Gabriel (1976), propuseram um método geral para construir um procedimento *"step-down"*. Este método é conhecido como **Método do Fechamento** e, o procedimento de teste resultante, como **procedimento de teste fechado**. Assim, o procedimento *"step-down"* resultante ficou sendo, **procedimento *"step-down"* fechado**.

Hochberg e Tamhane (1987), apresentaram uma versão simplificada deste procedimento *"step-down"* fechado, o qual foi proposto por Holm (1979), que o rotulou de **procedimento *"sequentially rejective"*.**

Embora Marcus, Peritz e Gabrie (1976), tenham considerado um planejamento com um fator balanceado, o procedimento pode ser estendido e aplicado quando os tratamentos testes possuem tamanhos amostrais iguais mas diferente do tamanho amostral do controle (dito parcialmente não balanceado), visto que neste caso, as

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

distribuições t-multivariadas são equicorrelacionadas e os valores críticos são disponíveis em tabelas.

Os autores também mostraram que, este procedimento pode ser usado em casos de planejamentos com um fator não balanceado (ou completamente não balanceado), embora sua aplicação, neste caso, torna-se complicada quanto ao cálculo exato dos valores críticos para cada passo do teste, pois esses valores requerem o uso da distribuição t-multivariada com correlações diferentes.

Nesse caso, Holm (1979), forneceu um procedimento para amenizar esse problema, o qual utiliza os limites superiores de Bonferroni sobre os exatos valores críticos t-multivariados. Esse limites são baseados na distribuição t-univariada.

Mas Dunnett e Tamhane (1991), mostraram, usando o programa computacional de Dunnett (1989), como essa aproximação de Bonferroni pode ser dispensada e, uma exata aplicação do procedimento *"step-down"* em planejamentos com um fator completamente não balanceados torna-se possível.

Assim, considerando o problema de se fazer comparações unilaterais com um controle, denote por 0, 1, 2, ..., k o conjunto dos tratamentos envolvidos, onde 0 representa o tratamento controle, ou qualquer outro tratamento especificado e, 1, 2, ..., k os $k \geq 2$ tratamentos testes.

Considere um planejamento com um fator, o qual apresenta o seguinte modelo linear:

$$Y_{ij} = \theta_i + \varepsilon_{ij} \quad \left(0 \leq i \leq k; 1 \leq j \leq n_i\right)$$

com ε_{ij} independentes e

$$\varepsilon_{ij} \sim N\left(0;\ \sigma^2\right)$$

e

$$\hat{\theta}_i = \overline{Y}_i \sim N\left(\theta_i; \frac{\sigma^2}{n_i}\right)$$

e independentes de S^2 onde

$$\frac{\upsilon}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2_\upsilon \quad \text{com} \quad \upsilon = N - (k+1) \quad \text{e} \quad N = \sum_0^k n_i \quad .$$

Assumindo que o experimentador esteja interessado em testar

$$H_i: \theta_i - \theta_0 \leq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_i - \theta_0 > 0 \quad (1 \leq i \leq k),$$

a estatística teste utilizada é dada por:

$$t_i = \frac{\left(\overline{Y}_i - \overline{Y}_0\right) - \left(\theta_i - \theta_0\right)}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_0}}} \quad (1 \leq i \leq k) \qquad \textbf{(3.1)}$$

onde os t_i's possuem distribuição t-student com υ graus de liberdade.

Dado que os t_i's não são independentes, o coeficiente de correlação entre t_i e t_j ($i \neq j$), é dado por:

$$\rho_{ij} = \lambda_i \lambda_j \quad \text{onde} \quad \lambda_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{n_0}{n_i}}} \quad (1 \leq i \neq j \leq k) \qquad \textbf{(3.2)}$$

O objetivo desse capítulo é apresentar um procedimento *"step-down"* fechado para planejamentos com um fator parcialmente não balanceados e completamente não balanceados.

3.2. Planejamentos parcialmente não balanceados com um fator.

Considere o problema de se fazer comparações com um controle, ou seja, testar

$$H_i: \theta_i - \theta_0 \leq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_i - \theta_0 > 0 \quad (1 \leq i \leq k),$$

onde os θ_i's são as médias dos tratamentos testes e θ_0 a média do tratamento controle.

Assumindo que $n_1 = n_2 = \cdots = n_k = n$ e $\rho_{ij} = \dfrac{n}{n + n_0}$ onde os n_i's são os tamanhos amostrais dos tratamentos testes e n_0 o tamanho amostral do controle, a versão simplificada do procedimento *"step-down"* fechado, proposta por Hochberg e Tamhane (1987), é apresentada a seguir:

Passo 1: Calcule as estatísticas

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}{S\sqrt{\dfrac{1}{n_0} + \dfrac{1}{n_i}}} \quad (1 \leq i \leq k),$$

e ordene-as, $t_{(1)} \leq t_{(2)} \leq \ldots \leq t_{(k)}$, e seja $H_{(1)}, H_{(2)}, \ldots, H_{(k)}$ as hipóteses correspondentes.

Note que não se trata de estatística de ordem e sim de um conjunto ordenado de estatísticas t_i .

Passo 2: Rejeita-se $H_{(k)}$ se $t_{(k)} > t^{\alpha}_{k,\upsilon,\rho}$, caso contrário, aceita-se todas as hipóteses sem mais testes.

Passo 3: Em geral, rejeita-se $H_{(j)}$ se $t_{(i)} > t^{\alpha}_{i,\upsilon,\rho}$ para $i = k, k-1, k-2, ..., j$.

Se $H_{(j)}$ é aceita, aceita-se $H_{(j-1)}, ..., H_{(1)}$, sem mais testes.

O teste prossegue até não haver mais hipóteses a serem testadas.

A seguir, apresenta-se um exemplo numérico deste procedimento *"step-down"*, para o caso de balanceamento completo dos dados.

Exemplo 3.1. Dados obtidos de Steel e Torrie – 1980

A tabela 3.1. fornece alguns dados sobre o peso uterino de ratos (esta variável é usada como uma medida da atividade estrogênica) obtidos em um ensaio de estrogênio de uma solução controle e 6 soluções testes (tratamentos) que foram submetidos a uma técnica de ativação *in vitro*. Cada grupo de tratamento consiste de 4 ratos.

Tab. 3.1 Peso uterino de ratos segundo os tratamentos (soluções) e o controle.

Peso uterino dos ratos (em mg)							
tratamentos							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**controle**
	84,4	64,4	75,2	88,4	56,4	65,6	89,8
	116,0	79,8	62,4	90,2	83,2	79,4	93,8
	84,0	88,0	62,4	73,2	90,4	65,6	88,4
	68,6	69,4	73,8	87,8	85,6	70,2	112,6
$\overline{Y}_i$	88,25	75,40	68,45	84,90	78,90	70,20	96,15
n_i	4	4	4	4	4	4	4

Deseja-se identificar aqueles tratamentos que possuem atividade estrogênica significantemente mais baixa quando comparado com o controle. Com essa finalidade, aplica-se um procedimento *"step-down"*. Para os dados da tabela 3.1., tem-se, $S^2 = 145,84$ com $\upsilon = 21$ graus de liberdade e $\rho = 0,5$; pois $n_0=n_1=...=n_k$.

Neste caso, a hipótese a ser testada é:

$$H_i : \theta_0 - \theta_i \geq 0 \quad \text{vs} \quad A_i : \theta_0 - \theta_i < 0 \qquad (1 \leq i \leq k).$$

Na tabela 3.2., encontram-se os valores críticos $\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\rho}$, para $\alpha = 0,10$.

Tab. 3.2. Valores críticos $\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\rho}$ para $\alpha = 0,10$.

p	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
α	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
$\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\rho}$	1,32	1,64	1,81	1,92	2,01	2,08

A seguir, calcula-se as estatísticas

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}{S\sqrt{\frac{1}{n_0} + \frac{1}{n_i}}} \quad (1 \leq i \leq k),$$

cujos valores se encontram na tabela 3.3.

Tab. 3.3. Valores das estatísticas-t para as diferenças das médias entre controle e tratamentos.

	tratamentos					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
t_i	0,925	2,430	3,243	1,317	2,020	3,029

Antes de dar início ao teste, ordena-se as estatísticas t_i's, ou seja, $t_{(1)} = t_1 \leq t_{(2)} = t_4 \leq t_{(3)} = t_5 \leq t_{(4)} = t_2 \leq t_{(5)} = t_6 \leq t_{(6)} = t_3$, sendo $H_{(1)} = H_1$, $H_{(2)} = H_4$, $H_{(3)} = H_5$, $H_{(4)} = H_2$, $H_{(5)} = H_6$ e $H_{(6)} = H_3$, suas hipóteses correspondentes.

Feita a ordenação, aplica-se o esquema de teste apresentado neste capítulo.

Passo 1: Inicia-se o teste testando a hipótese $H_{(6)}$, para isso, a estatística $t_{(6)}$ correspondente a hipótese $H_{(6)}$ é comparada com o valor crítico ξ_6.

Como $t_{(6)} = 3,243 > \xi_6 = 2,08$, a hipótese $H_{(6)}$ é rejeitada, o que indica que a atividade estrogênica do tratamento 3 é mais baixa que a do controle. Como $H_{(6)}$ foi rejeitada, o teste prossegue para o próximo Passo até não haver mais hipóteses a serem testadas.

Após realizado todos os Passos do teste, obtém-se as seguintes hipóteses rejeitadas: $H_{(6)}$, $H_{(5)}$, $H_{(4)}$ e $H_{(3)}$, a hipótese $H_{(2)}$ foi aceita e, consequentemente a hipótese $H_{(1)}$ foi aceita por implicação do Passo anterior. Isso significa que os tratamentos 2, 3, 5 e 6 são "inferiores" quando comparados com o controle, ou seja, possuem atividade estrogênica mais baixa que a do controle.

3.3. Caso de não balanceamento completo dos dados.

Considere o problema de se fazer comparações com um controle, ou seja, testar

$$H_i: \theta_i - \theta_0 \leq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_i - \theta_0 \geq 0 \quad (1 \leq i \leq k),$$

ou

$$H_i: \theta_0 - \theta_i \geq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_0 - \theta_i < 0 \quad (1 \leq i \leq k).$$

onde os θ_i's são as médias dos tratamentos testes e θ_0 a média do tratamento controle.

Assumindo um caso de desbalanceamento completo, onde os tamanhos amostrais dos tratamentos são diferentes entre si e diferentes do tamanho amostral do controle, ou seja, n_i's são diferentes, a estatística teste usada é dada por:

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_0}}} \quad (1 \leq i \leq k),$$

com coeficiente de correlação dado por:

$$\rho_{ij} = \lambda_i \lambda_j \qquad \text{onde} \qquad \lambda_i = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{n_0}{n_i}\right)}} \qquad (1 \leq i \neq j \leq k).$$

Como trata-se de um caso de desbalanceamento completo, tem-se que a distribuição t - multivariada não é equicorrelacionada, isto é, os ρ_{ij} são diferentes.

Neste caso, o procedimento *"step-down"* pode ser executado como segue:

Passo 1: Calcule as estatísticas

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_o}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_0}}} \quad (1 \leq i \leq k),$$

e ordene-as, $t_{(1)} \leq t_{(2)} \leq \ldots \leq t_{(k)}$, e seja $H_{(1)}, H_{(2)}, \ldots, H_{(k)}$ as hipóteses correspondentes.

Passo 2: Rejeita-se $H_{(k)}$ se $t_{(k)} > t^{\alpha}_{k,\upsilon,\rho}$, caso contrário, aceita-se todas as hipóteses sem mais testes.

Passo 3: Em geral, rejeita-se $H_{(j)}$ se $t_{(i)} > t^{\alpha}_{i,\upsilon,\rho}$ para i = k, k-1, k-2, ..., j.

Se $H_{(j)}$ é aceita, aceita-se $H_{(j-1)}, \ldots, H_{(1)}$, sem mais testes.

O teste prossegue até não haver mais hipóteses a serem testadas.

Pode-se notar que existirá uma grande dificuldade no cálculo dos valores críticos, pois estes requerem o uso da distribuição t - multivariada com correlações diferentes, para a qual, não existe tabelas disponíveis.

Para solucionar esse problema, Schervish (1984) e Dunnett (1989) apresentaram algoritmos que calculam com exatidão os valores críticos desejados, sendo o algoritmo de Dunnett baseado nos P - valores.

Caso o experimentador prefira não depender de programas computacionais, Dunnett (1984) apresentou uma aproximação que possibilita o uso das tabelas disponíveis, essa aproximação é como segue.

Primeiro calcula-se os $\frac{k(k-1)}{2}$ coeficientes de correlação, ρ_{ij}, dados em (3.2). Denote por $\bar{\rho}$ sua média aritmética. Substitua os elementos fora da diagonal principal da matriz de correlação, por $\bar{\rho}$. Assim, os requeridos valores críticos podem ser aproximados pelos seus correspondentes valores críticos de um distribuição t - multivariada equicorrelacionada, para a qual existe tabelas disponíveis. Estudos numéricos feitos por Dunnett, indicaram que este método é bastante aproximado.

A seguir, apresenta-se um exemplo numérico dessa aproximação.

Exemplo 3.2. Dados obtidos de Bedotto et alli - 1989

O experimento foi realizado com ratos, com a finalidade de esclarecer se o hormônio tireoidal produz hipertrofia cardíaca. Para isso, o experimentador tratou grupos de animais com esse hormônio e uma combinação de outras drogas estimulantes, e observou em quais casos houve alteração na razão peso ventricular direito/peso do corpo, provocando assim, hipertrofia cardíaca. Foram usados 10 grupos de

tratamentos; os tratamentos ativos (drogas estimulantes) são captopril, hydralazine, propanolol e uma combinação de captopril com propanolol, cada um com e sem o hormônio tireoidal (T4) e, além disso, usou-se um grupo tratado apenas com hormônio tireoidal (T4) e um grupo controle. A variável cardiovascular considerada, para avaliar os efeitos dos tratamentos sobre cada animal foi a razão peso ventricular direito/peso do corpo, denotada por LV/peso do corpo.

Os dados foram observados em dois conjuntos (ou famílias):

1) O grupo tratado com apenas T4 e cada um dos grupos tratados com as drogas estimulantes sem T4 foram comparados com o grupo controle;
2) Os vários grupos tratados com as drogas estimulantes acrescidas de T4 foram comparados com o grupo que recebeu apenas T4.

Aplicar-se-á um procedimento "step-down" fechado para a primeira família de tratamentos.

Na tabela 3.4., encontram se os tamanhos amostrais, as médias dos tratamentos e os desvios padrões de cada tratamento com relação a variável resposta (peso ventricular direito/peso do corpo medidos em mg/g).

Tab. 3.4. Tamanhos amostrais, médias e os desvios padrões para LV/peso do corpo (em mg/g)

Tratamentos	n_i	$\overline{Y}_i$	s_i
Controle	11	2,21	0,137
T4	10	2,52	0,175
Captopril	10	2,03	0,203
Propanolol	12	2,32	0,162
Hydralazine	10	2,10	0,099
Propanolol + Captopril	9	2,04	0,155
T4 + Captopril	9	2,49	0,090
T4 + Propanolol	12	2,60	0,152
T4 + Hydralazine	10	2,54	0,158
T4 + Propanolol + Captopril	10	2,56	0,167

Observe que este é um exemplo em que os tratamentos apresentam variâncias heterogêneas e para aplicar-se a estrutura de teste apresentada, é necessário que se tenha homogeneidade das variâncias. Assim, usaremos uma variância estimada ponderada $S^2 = 0,02366$ com $\upsilon=93$, assumindo com isso que, os diferentes tratamentos no experimento afetam somente os valores médios da resposta e, não têm efeito sobre as variâncias. Isso é possível pois, Dunnett e Tamhane (1991) aplicaram o teste de Bartlett no problema em questão e identificaram que as variâncias amostrais não diferem significantemente umas das outras, podendo assim usar a variância estimada ponderada.

Nota: A aplicação do teste de Bartlett para a suposição de homogeneidade das variâncias é necessária pois, se, de fato, as variâncias forem diferentes dentre os grupos de tratamentos, e se isso for ignorado e uma variância estimada polida é usada, isso acarreta uma distorção nos valores individuais das estatísticas-t, e também a taxa de erro verdadeira pode ser totalmente diferente do valor nominal.

Assim, com o objetivo de verificar se o hormônio tireoidal produz hipertrofia cardíaca, a hipótese a ser testada pelo experimentador é:

$$H_i: \theta_i - \theta_0 \leq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_i - \theta_0 > 0 \quad (1 \leq i \leq 5),$$

A seguir, calcula-se as estatísticas

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_0}}} \quad (1 \leq i \leq 5),$$

cujos valores ordenados de acordo com sua magnitude, se encontram na tabela 3.5.

Tab. 3.5. Valores das estatísticas-t para as diferenças das médias entre controle e tratamentos.

	tratamentos				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
$\lvert t_i \rvert$	1,64	1,72	2,46	2,68	4,61

Os coeficientes de correlação, ρ_{ij} , são dados por:

$\rho_{ij} = \lambda_i \lambda_j$ onde $\lambda_i = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{n_0}{n_i}}}$ $\left(1 \le i \ne j \le 5\right)$, os quais se encontram na tabela 3.6..

Tab. 3.6. Coeficientes de correlação, ρ_{ij}, para as diferentes comparações entre controle e tratamentos.

	1	2	3	4	5
1	---	0,4984	0,4629	0,4762	0,4762
2		---	0,4845	0,4984	0,4984
3			---	0,4629	0,4629
4				---	0,4762
5					---

Na tabela 3.7., encontram-se os valores $\bar{\rho}_p$ e os valores críticos $\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\bar{\rho}_p}$, com α = 0,05, os quais foram calculados mediante uma interpolação linear em $\dfrac{1}{1-\bar{\rho}}$ e $\dfrac{1}{\upsilon}$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 3.7. Valores $\bar{\rho}_p$ e os valores críticos $\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\bar{\rho}_p}$, para α = 0,05.

p	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
α	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$\bar{\rho}_p$	---	0,4984	0,4820	0,4806	0,4797
$\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\bar{\rho}_p}$	1,986	2,246	2,391	2,489	2,563

- Por exemplo: $\bar{\rho}_4 = \dfrac{1}{6}\left(\rho_{12} + \rho_{13} + \rho_{14} + \rho_{23} + \rho_{24} + \rho_{34}\right) = 0,4806$

Antes de dar início ao teste, ordena-se as estatísticas t_i's, ou seja, $t_{(1)} = t_1 \leq t_{(2)} = t_2 \leq t_{(3)} = t_3 \leq t_{(4)} = t_4 \leq t_{(5)} = t_5$, sendo $H_{(1)} = H_1$, $H_{(2)} = H_2$, $H_{(3)} = H_3$, $H_{(4)} = H_4$ e $H_{(5)} = H_5$, suas hipóteses correspondentes.

Após calculados os valores das estatísticas-t e os valores críticos $\xi_p = t^{\alpha}_{p,\upsilon,\bar{\rho}_p}$, inicia-se os passos do teste.

Passo 1: Inicia-se o teste testando a hipótese $H_{(5)}$, para isso, a estatística $t_{(5)}$ correspondente a hipótese $H_{(5)}$ é comparada com o valor crítico ξ_5.

Como $t_{(5)} = 4{,}61 > \xi_5 = 2{,}563$, a hipótese $H_{(5)}$ é rejeitada, o que indica que o hormônio tireoidal possui efeitos significantes sobre a razão LV/peso do corpo quando comparado com os resultados obtidos nos animais do grupo controle. Como $H_{(5)}$ foi rejeitada, o teste prossegue para o próximo Passo até não haver mais hipóteses a serem testadas.

Após realizado todos os Passos do teste, obtém-se as seguintes hipóteses rejeitadas: $H_{(5)}$, $H_{(4)}$ e $H_{(3)}$, a hipótese $H_{(2)}$ foi aceita e, consequentemente a hipótese $H_{(1)}$ foi aceita por implicação do Passo anterior. Isso significa que o hormônio T4, a droga estimulantes captopril e a combinação das drogas estimulantes captopril + propanolol têm demonstrado efeitos significantes sobre a razão LV/peso do corpo em relação aos resultados obtidos nos animais do grupo controle. Para as outras drogas, propanolol e hydralazine, os efeitos não foram significantes.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Capítulo 4

Procedimentos *"step-up"* para comparações entre todos os tratamentos.

4.1. Introdução

Uma teoria análoga dos procedimentos *"step-down"* não é disponível para procedimentos *"step-up"*. Este procedimento é relativamente novo na literatura, um dos primeiros autores a fundamentá-lo foi Welsch (1977), para uma família de subconjuntos de hipóteses, nos planejamentos balanceados com um fator.

Um procedimento *"step-up"* caracteriza-se por iniciar-se testando todas as hipóteses minimais e segue, passo acima, através da hierarquia das hipóteses implicadas. Se qualquer hipótese é rejeitada, todas as hipóteses implicadas são rejeitadas sem mais testes;

conseqüentemente, uma hipótese é testada se e somente se todas as hipóteses implicadas pela hierarquia foram aceitas. Este procedimento tem como característica o uso de uma seqüência não decrescente de constantes críticas $(\xi_2 \leq \xi_3 \leq \cdots \leq \xi_k)$, para os sucessivos passos do teste, enquanto o procedimento *"step-down"* utiliza uma seqüência não crescente.

Nesse capítulo apresenta-se uma técnica desse procedimento, para planejamentos balanceados e não balanceados com um fator.

4.2. Procedimentos *"step-up"* para planejamentos balanceados com um fator.

O procedimento *"step-up"*, para testar a hipótese de homogeneidade de um subconjunto de médias P, foi proposto por Welsch (1977) e, tem como base, o uso da Estatística da Amplitude Estudentizada.

Esquema de teste:

Passo 1:

Ordene as médias dos tratamento, $\overline{Y}_{(1)} \leq \overline{Y}_{(2)} \leq \cdots \leq \overline{Y}_{(k)}$. Inicie por testar todos os intervalos de tratamentos de amplitude-2, ou seja, $(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)})$ com (1 ≤ i ≤ k-1), utilizando a estatística $R_2 = \dfrac{\left(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)}\right).\sqrt{n}}{S}$, que será comparada com o valor crítico $\xi_2 = Q_{2,\upsilon}^{\alpha_2}$.

Se $R_2 = \frac{\left(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)}\right).\sqrt{n}}{S} > \xi_2 = Q^{\alpha_2}_{2,\upsilon}$, declare aquele intervalo como significante e o correspondente par de tratamentos como significantemente diferentes. Também declare todos os subconjuntos de tratamentos contendo aquele par, como estatisticamente heterogêneos e aos correspondentes subconjuntos de amplitude-p contendo aquele intervalo, como significante por implicação, sem mais testes.

O teste prossegue para o `Passo 2` se, no mínimo um intervalo é declarado não significante.

Passo 2:

Em geral, testa-se uma amplitude-p, com $(1 \le i \le k - p + 1; 2 \le p \le k)$, usando o valor crítico $\xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$, se aquela amplitude-p é declarada não significante por implicação de um `Passo` anterior.

Se $R_p = \frac{(\overline{Y}_{(p+i-1)} - \overline{Y}_{(i)}).\sqrt{n}}{S} > \xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$, então declare aquela amplitude-p como significante e o par de tratamentos correspondendo a $\theta_{(p+i-1)}$ e $\theta_{(i)}$ como significantemente diferentes. Também declare todos os subconjuntos de tratamentos contendo aquele subconjunto de amplitude-p como heterogêneo e os correspondentes subconjuntos de amplitude-q contendo aqueles de amplitude-p, para todo q>p, como Significante por Implicação sem mais testes.

O teste prossegue até não haver mais subconjuntos, de qualquer amplitude, a serem testados.

Segundo Hochberg e Tamhane (1987), o procedimento que segue o esquema de teste descrito acima, satisfaz a condição de

coerência para qualquer procedimento de comparações múltiplas, proposta por Gabriel (1969), a qual foi citada no Capítulo 1. Além disso, pretende-se possuir melhor propriedade de poder, desde que um procedimento *"step-up"* concluí significância por implicação, contrário ao procedimento *"step-down"*, o qual conclui não significância por implicação.

Como se trata de um procedimento de comparações múltiplas, é intuitivo querer-se controlar a α_{FX} (taxa de erro familiar) tipo I, já definida como sendo a Pr(um ou mais erros tipo I). Welsch(1977), garante que se os valores críticos forem escolhidos segundo os níveis de TW e se satisfazerem a condição de monotonicidade ($\xi_2 \leq \xi_3 \leq \cdots \leq \xi_k$), a α_{FX} se mantém controlada a um nível α. Hochberg e Tamhane (1987) garantem que se os níveis forem escolhidos segundo TW, NK e Duncan descritos no capítulo 1, essa condição será mantida.

Segundo Hochberg e Tamhane(1987), esse procedimento de teste pode ser usado em planejamentos balanceados em geral, desde que satisfaçam a condição de balanço para as diferenças duas a duas (*"pairwise"*) em (2.2), e , neste caso, para testar uma amplitude-p ($\theta_{(p+i-1)} - \theta_{(i)}$), o valor crítico usado poderá ser modificado para $\xi_p . S\sqrt{\frac{1}{n}}$.

Apresenta-se a seguir, exemplos numéricos de um procedimento *"step-up"* , utilizando os níveis de TW, NK e de Duncan.

Exemplo 4.1. Utilizando os dados do exemplo 2.1., aplicou-se um procedimento *"step-up"* , utilizando os níveis de TW, isto é,

$$\begin{cases} \alpha_p = 1-(1-\alpha)^{\frac{p}{k}} & \text{para } (2 \le p \le k-2) \\ \alpha_{k-1} = \alpha_k = \alpha \end{cases}, \text{ para } \alpha=0.05.$$

Para esses dados tem-se S^2= 79,64 com υ=30 graus de liberdade. Os valores $\xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$, calculados com base nos níveis nominais α_p's de TW para α=0,05, encontram-se na tabela 4.1.. Esses valores foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 4.1. Valores críticos para os níveis nominais de TW com α=0,05

p	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
α_p	0,014	0,022	0,029	0,036	0,05	0,05
$\xi_p = Q^{\alpha_p}_{p,\upsilon}$	3,680	3,979	4,171	4,293	4,293*	4,46
$\frac{\xi_p S}{\sqrt{n}}$	13,410	14,498	15,197	15,643	15,643	16,248

* : ver observação 2.3.

Após ordenar as médias dos tratamentos, ou seja,

tratamentos	A	F	G	D	C	B	E
$\bar{Y}_i$	49,6	58,1	61,0	61,5	67,6	71,2	73,3
$\mathbf{n_i}$	6	6	6	6	6	6	6

inicia-se os sucessivos passos do teste.

Passo 1 : Inicia-se o teste, testando todas as amplitudes (intervalos) de tamanho 2, das médias ordenadas, ou seja;

$H_1: \theta_A = \theta_F$, $H_2: \theta_F = \theta_G$, $H_3: \theta_G = \theta_D$, $H_4: \theta_D = \theta_C$, $H_5: \theta_C = \theta_B$ e $H_6: \theta_B = \theta_E$;

utilizando a estatística da amplitude estudentizada, $R_2 = \dfrac{\left(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(1)}\right)\sqrt{n}}{S}$

com $1 \leq i \leq 6$, cujo valor será comparado com o valor crítico $\xi_2 = Q^{\alpha_2}_{2,30} = 3{,}680$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de amplitude-2 é dado por, $R_2 = \dfrac{\left(\overline{Y}_F - \overline{Y}_A\right)\sqrt{6}}{8{,}924} = 2{,}33$.

Como $R_2 = 2{,}33 < \xi_2 = 3{,}680$, os tratamentos A e F são declarados homogêneos, consequentemente, os tratamentos F e G, G e D, D e C, C e B, e, B e E, também são declarados estatisticamente homogêneos. Desta forma, o teste prossegue para o Passo 2.

Passo 2: Testa-se, agora, todos os intervalos de amplitude-3, ou seja, testa-se todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 3.

$H_1: \theta_A = \theta_F = \theta_G$, $H_2: \theta_F = \theta_G = \theta_D$, $H_3: \theta_G = \theta_D = \theta_C$, $H_4: \theta_D = \theta_C = \theta_B$ e $H_5: \theta_C = \theta_B = \theta_E$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de tamanho 3 é dado por, $R_3 = \dfrac{\left(\overline{Y}_G - \overline{Y}_A\right)\sqrt{6}}{8{,}924} = 3{,}13$.

Como $R_3 = 3,13 < \xi_3 = 3,979$, o subconjunto (A, F, G) é declarado estatisticamente homogêneo, consequentemente, os subconjuntos (F, G, D), (G, D, C), (D,C,B) e (C,B,E) , também são declarados estatisticamente homogêneos. Desta maneira, o teste prossegue para o Passo 3.

Passo 3: Agora, testam-se todos os intervalos de amplitude-4, ou seja, testa-se todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 4.

$H_1: \theta_A = \theta_F = \theta_G = \theta_D$, $H_2: \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C$, $H_3: \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B$ e $H_4: \theta_D = \theta_C = \theta_B = \theta_E$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de tamanho 4 é dado por, $R_4 = \dfrac{(\overline{Y}_D - \overline{Y}_A)\sqrt{6}}{8,924} = 3,26$.

Como $R_4 = 3,26 < \xi_4 = 4,175$, o subconjunto (A, F, G, D) é declarado estatisticamente homogêneo, consequentemente, os subconjuntos (F, G, D, C), (G, D, C, B) e (D, C, B, E), também são declarados estatisticamente homogêneos. Desta maneira, o teste prossegue para o Passo 4.

Passo 4: Testa-se, agora, todos os intervalos de amplitude-5, ou seja, todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 5.

$H_1: \theta_A = \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C$, $H_2: \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B$ e $H_3: \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_B = \theta_E$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de tamanho 5 é dado por, $R_5 = \frac{(\overline{Y}_C - \overline{Y}_A)\sqrt{6}}{8{,}924} = 4{,}94$.

Como $R_5 = 4{,}94 > \xi_5 = 4{,}293$, o intervalo contendo o subconjunto de médias (A, F, G, D, C) é declarado significante, e, os tratamentos A e C são considerados significantemente diferentes, assim como, todos os subconjuntos de tratamentos contendo A e C e demais intervalos de amplitude-p (p>5), contendo o subconjunto (A, F, G, D, C), são ditos Significante por Implicação(SI). Assim, os subconjuntos (A, F, G, D, C, B) e (A, F, G, D, C, B, E) são declarados significante por implicação e os tratamentos A e B, e, A e E, são significantemente diferentes.

Agora verifica-se que, o segundo maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de tamanho 5 é dado por, $R_5 = \frac{(\overline{Y}_E - \overline{Y}_G)\sqrt{6}}{8{,}924} = 3{,}62$, o qual é menor que o valor crítico $\xi_5 = 4{,}293$. Assim, os tratamentos de cada um dos subconjuntos (F, G, D, C, B) e (G, D, C, B, E) são declarados estatisticamente homogêneos. Portanto, como ainda existe subconjuntos a serem testados, o teste prossegue para o Passo 5.

Passo 5: Neste momento, testa-se todos os subconjuntos de amplitude-6. Como o subconjunto (A, F, G, D, C, B) foi declarado significante por implicação do Passo anterior, resta apenas um subconjunto de médias a ser testado, ou seja, $H_1: \theta_F = \theta_G = \theta_D = \theta_C = \theta_E$.

Como o valor da estatística da amplitude estudentizada, $R_6 = 3,62$ é menor que o valor crítico $\xi_6 = 4,293$, o subconjunto (F, G, D, C, B, E) é declarado estatisticamente homogêneo. Assim sendo, o teste prossegue para o Passo 6.

Passo 6: Neste momento, testa-se o único subconjunto de amplitude - 7 que existe, ou seja, (A, F, G, D, C, B, E).

Este subconjunto já foi declarado significante por implicação do Passo 4. Assim, como não existe mais subconjuntos a serem testados, encerra-se o teste aqui. Os conjuntos declarados estatisticamente homogêneos são: (A, F, G, D) e (F, G, D, C, B, E).

Utilizando a notação de Duncan para representar os subconjuntos homogêneos, tem-se:

A	F	G	D	C	B	E

Se em vez de utilizar-se os níveis nominais de TW usar-se os níveis nominais de NK ou os de Duncan, os subconjuntos de médias declarados estatisticamente homogêneos são os mesmos, ou seja: (A, F, G, D) e (F, G, D, C, B, E).

Na tabela 4.2. encontram-se os tratamentos significantemente diferentes conforme os níveis nominais usados.

Tab. 4.2. Tratamentos estatisticamente diferentes, segundo os níveis nominais de Duncan, NK e TW, obtidos através de um procedimento *"step-up"*

	A	B	C	D	E	F	G
A	--						
B	*	--					
C	*		--				
D				--			
E	*				--		
F		*			*	--	
G							--

* : significantes aos níveis de Duncan, TW e NK.

4.3. Procedimentos *"step-up"* para planejamentos não balanceados com um fator.

Segundo Hochberg e Tamhane (1987), pode-se estender o procedimento *"step-up"* de Welsch, apresentado na sessão anterior, para planejamentos não balanceados em geral, isto é, planejamentos que não satisfazem a condição de balanço para as diferenças duas a duas (*"pairwise"*) em (2.2). Para este caso, o teste é dado como segue:

Passo 1: Ordene as médias dos tratamentos, $\overline{Y}_{(1)} \leq \overline{Y}_{(2)} \leq \cdots \leq \overline{Y}_{(k)}$. Inicie por testar todos os intervalos de tratamentos de amplitude-2, ou seja, $(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)})$ com ($1 \leq i \leq k-1$), utilizando a estatística

$$R_2 = \frac{\left(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)}\right)}{S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_{(i+1)}} + \frac{1}{n_{(i)}}\right)}}$$, cujo valor será comparado com o valor crítico $\xi_2 = Q_{2,\upsilon}^{\alpha_2}$. Logicamente, ξ_2 depende do grau de liberdade υ, do número de tratamentos k e do nível α.

Se $R_2 = \frac{\left(\overline{Y}_{(i+1)} - \overline{Y}_{(i)}\right)}{S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_{(i+1)}} + \frac{1}{n_{(i)}}\right)}} > \xi_2 = Q_{2,\upsilon}^{\alpha_2}$, declare aquele intervalo como significante e o correspondente par de tratamentos como significantemente diferentes. Também declare todos os subconjuntos de tratamentos contendo aquele par, como estatisticamente heterogêneos e aos correspondentes subconjuntos de amplitude-p contendo aquele intervalo, como significante por implicação, sem mais testes.

O teste prossegue para o `Passo 2` se, no mínimo um intervalo é declarado não significante.

Passo 2:

Em geral, testa-se uma amplitude-p, com $(1 \le i \le k - p + 1; 2 \le p \le k)$, usando o valor crítico $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$, se aquela amplitude-p é declarada não significante por implicação de um `Passo` anterior.

Se $R_p = \frac{(\overline{Y}_{(p+i-1)} - \overline{Y}_{(i)})}{S\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_{(p+i-1)}} + \frac{1}{n_{(i)}}\right)}} > \xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$, então declare aquela amplitude-p como significante e o par de tratamentos

correspondendo a $\theta_{(p+i-1)}$ e $\theta_{(i)}$ como significantemente diferentes. Também declare todos os subconjuntos de tratamentos contendo aquele subconjunto de amplitude-p como heterogêneo e os correspondentes subconjuntos de amplitude-q contendo aqueles de amplitude-p, para todo q>p, como Significante por Implicação sem mais testes.

O teste prossegue até não haver mais subconjuntos, de qualquer amplitude, a serem testados.

Exemplo 4.2. Utilizando os dados do exemplo 2.5, aplicou-se um procedimento *"step-up"* , usando os níveis de TW para α=0,05.

Para esses dados tem-se S^2 = 5394,9025 com υ=16 graus de liberdade. Os valores críticos $\xi_p = Q_{p,\upsilon}^{\alpha_p}$, calculados com base nos níveis de TW para α=0,05, encontram-se na tabela 4.3. Esses valores foram calculados mediante uma interpolação linear em $\log_e \alpha$ nas tabelas do apêndice.

Tab. 4.3. Valores críticos para os níveis nominais de TW com α=0,05

p	2	3	4	5	6	7
α_p	0,014	0,022	0,029	0,036	0,05	0,05
ξ_p	3,89	4,23	4,44	4,57	4,57*	4,74

* : ver observação 2.3.

Após ter ordenado as médias dos tratamentos,

tratamentos	D	F	A	B	C	E	G
$\overline{Y}_i$	680	734	743	851	873	902	945
n_i	3	2	5	5	3	2	3

inicia-se os sucessivos passos do teste.

Passo 1: Inicia-se o teste, testando todos os intervalos de amplitude-2, ou seja, todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 2,

$$H_1: \theta_D = \theta_F,\ H_2: \theta_F = \theta_A,\ H_3: \theta_A = \theta_B,\ H_4: \theta_B = \theta_C,\ H_5: \theta_C = \theta_E \text{ e}$$
$$H_6: \theta_E = \theta_G;$$

utilizando a estatística da amplitude estudentizada, $R_r = \dfrac{\left(\overline{Y}_i - \overline{Y}_j\right)}{S\sqrt{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_j}\right)}}$ com $i - j = r > 0$, $i = 2,3,\ldots,k$ e $j = 1,2,\ldots,i-1$, cujo valor será comparado com o valor crítico $\xi_2 = Q_{2,16}^{\alpha_2} = 3{,}89$, pois nesse caso i - j = r = 2.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de amplitude-2 é dado por, $R_2 = \dfrac{\left(\overline{Y}_B - \overline{Y}_A\right)}{73{,}45\sqrt{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5}\right)}} = 3{,}29$.

Como $R_2 = 3{,}29 < \xi_2 = 3{,}89$, os tratamentos A e B são declarados estatisticamente homogêneos, consequentemente, os tratamentos D e F, F e A, B e C, C e E, e, E e G, também são

declarados estatisticamente homogêneos. Assim, o teste prossegue para o Passo 2.

Passo 2: Testa-se todos os intervalos de amplitude-3, ou seja, todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 3.

H_1: $\theta_D = \theta_F = \theta_A$, H_2: $\theta_F = \theta_A = \theta_B$, H_3: $\theta_A = \theta_B = \theta_C$, H_4: $\theta_B = \theta_C = \theta_E$ e H_5: $\theta_C = \theta_E = \theta_G$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalos de amplitude 3 é dado por $R_3 = \dfrac{(\overline{Y}_C - \overline{Y}_A)}{73{,}45\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)}} = 3{,}43$.

Como $R_3 = 3{,}43 < \xi_3 = 4{,}23$, o subconjunto de médias (A, B, C) é declarado estatisticamente homogêneo e, conseqüentemente, os subconjuntos de médias (D, F, A), (F, A, B), (B, C, E) e (C, E, G) também são declarados estatisticamente homogêneos. Assim, o teste prossegue para o Passo3.

Passo 3: Agora, testa-se todos os intervalos de amplitude-4, ou seja, todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 4.

H_1: $\theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B$, H_2: $\theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C$, H_3: $\theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E$ e H_4: $\theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G$.

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalo de amplitude 4, é dado por $R_4 = \frac{\left(\overline{Y}_B - \overline{Y}_D\right)}{73{,}45\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)}} = 4{,}51$.

Como $R_4 = 4{,}51 > \xi_4 = 4{,}44$, o intervalo envolvendo o subconjunto de médias (D, F, A, B) é declarado significante, e, os tratamentos D e B são considerados significantemente diferentes, assim como todos os subconjuntos de médias de tratamentos contendo D e B e demais intervalos de amplitude-p (p>4), contendo o subconjunto (D, F, A, B), são ditos Significante por Implicação(SI). Assim, os subconjuntos (D, F, A, B, C), (D, F, A, B, C, E) e (D, F, A, B, C, E, G) são declarados Significante por Implicação e os tratamentos D e C, D e E, e, D e G, são significantemente diferentes.

Agora verifica-se que, o segundo maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalo de amplitude 4 é dado por $R_4 = \frac{\left(\overline{Y}_E - \overline{Y}_A\right)}{73{,}45\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)}} = 3{,}66$, o qual é menor que o valor crítico $\xi_4 = 4{,}44$, os subconjuntos (A, B, C, E), (F, A, B, C) e (B, C, E, G) são declarados homogêneos. Portanto, como ainda existem subconjuntos a serem testados, o teste prossegue para o `Passo 4`.

Passo 4: Agora, testa-se todos os intervalos de amplitude-5, ou seja , todos os subconjuntos de médias de tratamentos de tamanho 5.

$H_1: \theta_D = \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C$, $H_2: \theta_F = \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E$ e

$H_3: \theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_E = \theta_G$

Como o subconjunto (D, F, A, B, C) foi declarado significante por implicação do Passo anterior, resta apenas testar os subconjuntos (F, A, B, C, E) e (A, B, C, E, G).

O maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalo de amplitude 5 é dado por $R_5 = \frac{(\overline{Y}_G - \overline{Y}_A)}{73{,}45\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)}} = 5{,}32$.

Como R_5=5,32 > ξ_5=4,57, o intervalo envolvendo o subconjunto de médias (A, B, C, E, G) é declarado significante, e, os tratamentos A e G são considerados significantemente diferentes, assim como, todos os subconjuntos de médias contendo A e G e demais intervalos de amplitude-p (p>5) contendo o subconjunto (A, B, C, E, G), são ditos Significante por Implicação(SI). Assim, os subconjuntos (F, A, B, C, E, G) e (D, F, A, B, C, E, G) são declarados Significante por Implicação e os tratamentos F e G, e, D e G são significantemente diferentes.

Como o segundo maior valor da estatística da amplitude estudentizada para intervalo de amplitude 5 é fornecida pelo subconjunto (D, F, A, B, C) e este foi declarado significante por implicação de um Passo anterior , resta apenas testar o subconjunto (F, A, B, C, E), para o qual o valor da estatística da amplitude estudentizada é dado por R_5 = 3,23, o qual é menoR que o valor crítico ξ_5 = 4,57; portanto, o subconjunto (F, A, B, C, E) é declarado estatisticamente homogêneo. Como não há mais subconjuntos de médias a serem testados, encerra-se o teste aqui.. os subconjunto declarados estatisticamente homogêneos são : (D, F, A), (B, C, E, G) e (F, A, B, C, E).

Utilizando a notação de Duncan para representar os subconjuntos estatisticamente homogêneos, tem-se:

D F A B C E G

Se em vez de utilizar os níveis nominais de TW usar-se os níveis nominais de NK ou os de Duncan, tem-se os seguintes subconjuntos estatisticamente homogêneos: (B, C, E, G) e (D, F, A, B, C, E).

Na tabela 4.4., encontram-se os tratamentos significantemente diferentes conforme os níveis nominais usados.

Tab. 4.4. Tratamentos estatisticamente diferentes, segundo os níveis nominais de NK, TW e Duncan, obtidos através de um procedimento *"step-up"*

	A	B	C	D	E	F	G
A	--						#
B		--					
C			--				
D		*	*	--			#
E				*	--		
F						--	#
G	*			*		*	--

: significantes aos níveis de Duncan e NK;
* : significantes aos níveis de TW.

4.4. Derivações possíveis para estudos futuros.

Uma teoria *"step-up"* para comparar vários tratamentos com um controle ainda se encontra em estudo. O artigo de Dunnett e Tamhane (1992) foi um dos primeiros a tratar desse assunto.

Considerando o modelo descrito no capitulo 3, Dunnett (1994) apresentou a seguinte estrutura de teste *"step-up"* para comparar tratamentos com um controle:

Esquema de teste:

Após ter-se ordenado as estatísticas - t, inicia-se testando a hipótese H_1, depois a hipótese H_2 e, assim por diante. O teste prossegue enquanto $t_m < c_m$, indicando que a hipótese H_m é aceita, parando na primeira vez que ocorrer $t_m \geq c_m$, e neste caso, H_m, H_{m+1}, ..., H_k são rejeitadas. Consequentemente, para uma hipótese H_m ser rejeitada em um procedimento *"step-up"*, é necessário que $t_i \geq c_i$ para i=1, 2, ..., m.

Assim como no procedimento *"step-down"* para comparações entre tratamentos e um controle, as estatísticas -t são correlacionadas, dificultando ainda mais o cálculo das constantes críticas ,c_m, no caso de desbalanceamento completo dos dados. Para nós, o entendimento do cálculo das constantes críticas em um procedimento *"step-up"*, para comparações de tratamentos com um controle, ainda é motivo de estudos. Nós vamos apenas, ilustrar esse tipo de procedimento através de um exemplo numérico proposto por Dunnett e Tamhane (1995). Este mesmo exemplo foi proposto por Dunnett e Tamhane (1991) para exemplificar um procedimento *"step-down"* para comparações de tratamentos e um controle, e foi utilizado no capítulo 3.



Exemplo 4.3. Dados obtidos de Dunnett e Tamhane - 1995

Dunnett e Tamhane em 1991 usaram um conjunto de dados farmacológicos de Bedotta et alli (1989), envolvendo comparações entre vários grupos de ratos tratados e um grupo de ratos não tratados (controle).

Um dos grupos recebeu hormônio tireoidal (T4), enquanto os outros receberam algumas drogas estimulantes (captopril, hydralazine, propanolol ou uma combinação de captropil e propanolol), cada um com e sem T4, formando assim duas famílias de tratamentos:

1) O grupo tratado com apenas T4 e cada um dos grupos tratados com as drogas estimulantes sem T4 foram comparados com o grupo controle;
2) Os vários grupos tratados com as drogas estimulantes acrescidas de T4 foram comparados com o grupo que recebeu apenas T4.

Esse experimento teve como finalidade determinar se T4 sozinho ou vários outros tratamentos sem T4 afetam o desenvolvimento cardiovascular, provocando hipertrofia cardíaca. Foi estudado uma variável cardiovascular, a qual é dada pela razão peso ventricular direito/peso do corpo. Assim, aplicou-se um procedimento *"step-up"* para os grupos da primeira família de tratamentos.

Na tabela 4.5., encontram-se os tamanhos amostrais, as estatísticas-t ordenadas de acordo com sua magnitude, e as constantes críticas, onde as estatísticas - t são dadas por :

$$t_i = \frac{\overline{Y}_i - \overline{Y}_0}{S\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_0}}} \quad (1 \le i \le 5).$$

Tab. 4.5. Tamanhos amostrais, estatísticas-t e constantes críticas com α=0,05.

tratamentos					
Controle	Hydralazine	Propanolol	(Propanolol + Captopril)	Captopril	T4
0	1	2	3	4	5
n_i	11	10	12	9	10	10
t_i	---	1,62	1,74	2,52	2,75	4,57
c_m	---	1,986	2,260	2,400	2,493	2,565

Assim, com o objetivo de verificar se o hormônio tireoidal produz hipertrofia cardíaca, a hipótese a ser testada pelo experimentador é:

$$H_i: \theta_i - \theta_0 \leq 0 \quad \text{vs} \quad A_i: \theta_i - \theta_0 > 0 \quad (1 \leq i \leq 5)$$

Antes de dar início ao teste, ordena-se as estatísticas t_i's, ou seja, $t_{(1)} = t_1 \leq t_{(2)} = t_2 \leq t_{(3)} = t_3 \leq t_{(4)} = t_4 \leq t_{(5)} = t_5$, sendo $H_{(1)} = H_1$, $H_{(2)} = H_2$, $H_{(3)} = H_3$, $H_{(4)} = H_4$ e $H_{(5)} = H_5$, suas hipóteses correspondentes.

Calculados os valores das estatísticas - t e as constantes críticas c_m , para m=1, 2, ..., 5, inicia-se os passos do teste.

Passo 1: Inicia-se o teste testando a hipótese $H_{(1)}$, para isso, a estatística $t_{(1)}$ correspondente a hipótese $H_{(1)}$ é comparada com a constante crítica c_1 = 1,986.

Como $t_{(1)} = 1,62 < c_1 = 1,986$, a hipótese $H_{(1)}$ é aceita, o que indica que a substância estimulante hifralazine não possui efeitos significantes sobre a razão LV/peso do corpo quando comparado com os resultados obtidos nos animais do grupo controle. Como $H_{(1)}$ foi aceita, o teste prossegue para o próximo Passo até não haver mais hipóteses a serem testadas.

Após realizado todos os Passos do teste, obtém-se as seguintes hipóteses rejeitadas: $H_{(3)}$, $H_{(4)}$ e $H_{(5)}$, onde $H_{(3)}$ foi rejeitada no Passo 3 causando a rejeição por implicação das hipóteses $H_{(4)}$ e $H_{(5)}$. Isso significa que o hormônio T4, a droga estimulantes captopril e a combinação das drogas estimulantes captopril + propanolol têm demonstrado efeitos significantes sobre a razão LV/peso do corpo em relação aos resultados obtidos nos animais do grupo controle. Pode-se observar que não houve mudança nos resultados quando aplicado um procedimento *"step-down"*.

Como foi dito desde o início, este ainda é um procedimento em estudo.

Conclusões

Neste trabalho, estudou-se procedimentos *"step-down"* e *"step-up"*, os quais pertencem à categoria "step-wise" de Procedimentos de Comparações Múltiplas.

Os critérios de comparação utilizados foram a praticidade de uso, a fácil interpretação dos resultados e a sensibilidade de significância dos procedimentos.

As comparações foram feitas através de exemplos numéricos, tanto para os casos de planejamentos balanceados como para os casos de planejamentos não balanceados. Na tabela abaixo temos os resultados obtidos após aplicação dos procedimentos estudados.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Resultados obtidos após a aplicação dos procedimentos *"step-down"* e *"step-up"* para o caso balanceado e não balanceado

Caso balanceado					
Step - down (de amplitude ou F)			Step - up (de amplitude ou F)		
TW	NK	Duncan	TW	NK	Duncan
A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E

Caso não balanceado								
Step - down						Step - up		
Kramer(57)			Duncan(57)					
TW	NK	Duncan	TW	NK	Duncan	TW	NK	Duncan
D ≠ E D ≠ G	D ≠ G	D ≠ G	D ≠ E D ≠ G A ≠ G	D ≠ G	D ≠ E D ≠ G A ≠ G	D ≠ B D ≠ C D ≠ E D ≠ G F ≠ G A ≠ G	D ≠ G F ≠ G A ≠ G	D ≠ G F ≠ G A ≠ G

Analisando a tabela acima pode-se observar que, no caso de planejamentos balanceados, no exemplo em questão, os resultados obtidos através de um procedimento *"step-down"* - F, de um procedimento *"step-down"* de amplitude e de um procedimento *"step-up"* , não foram diferentes, fato que nos leva a descartar de imediato a aplicação de um procedimento *"step-down"* - F, uma vez que sua execução mostrou-se muito trabalhosa. Observa-se também que, a utilização dos diferentes níveis nominais (NK, TW e os de Duncan, os quais controlam a taxa de erro familiar tipo I), nos três procedimentos em estudo, não forneceu nenhuma alteração nos resultados.

No caso de planejamentos não balanceados, comparou-se apenas os procedimentos *"step-down"* de amplitude e os procedimentos *"step-up"*, pois o procedimento *"step-down"* - F, em casos balanceados, já havia se mostrado muito trabalhoso e sem nenhuma acréscimo nos resultados.

Após aplicação dos procedimentos *"step-down"* de amplitude e o *"step-up"* , ambos aos níveis nominais de NK, TW e Duncan, pode-se observar um considerável aumento de sensibilidade à significância nos resultados obtidos através do procedimento *"step-up"*, principalmente aos níveis de TW. Os resultados obtidos através do procedimento *"step-up"* aos níveis de NK e Duncan foram os mesmos mas, se comparados aos resultados obtidos através do procedimento *"step-down"* de amplitude devido a Kramer ou devido a Duncan, ambos aplicados aos níveis nominais de NK, TW e Duncan, pode-se observar um pequeno aumento de sensibilidade à significância nos resultados, fato que nos leva a supor que procedimentos *"step-down"* são mais conservadores que procedimentos *"step-up"*. Uma vez que o trabalho no cálculo das estatísticas testes e dos valores críticos é o mesmo e, a interpretação dos resultados é fácil em ambos os procedimentos, optamos pela aplicação, do procedimento *"step-up"* à qualquer um dos níveis nominais considerados quando se deseja um teste mais sensível à significância e, no caso de se desejar um teste mais conservador, o procedimento *"step-down"* .

Apesar do procedimento *"step-up"* declarar significância por implicação, enquanto que o procedimento *"step-down"* declara não significância por implicação, no exemplo em estudo, o procedimento *"step-down"* de amplitude mostrou-se mais conservador nos casos não balanceados.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Na tabela seguinte, temos os resultados obtidos após aplicação de um procedimento *"step-down"* de amplitude utilizando-se os níveis originais de NK e os de Duncan.

Caso balanceado	
step -down de amplitude	
NK - Original	Duncan - Original
A ≠ B A ≠ C A ≠ E	A ≠ B A ≠ C A ≠ E A ≠ G A ≠ D F ≠ B F ≠ E

Caso não balanceado			
Kramer(57)		Duncan(57)	
NK - Original	Duncan - Original	NK - Original	Duncan - Original
D ≠ E D ≠ G D ≠ C D ≠ B	D ≠ B D ≠ C D ≠ E D ≠ G F ≠ G A ≠ G	A ≠ G D ≠ B D ≠ C D ≠ E D ≠ G F ≠ G	D ≠ B D ≠ E D ≠ C D ≠ G F ≠ E F ≠ G A ≠ B A ≠ C A ≠ E A ≠ G

Analisando a tabela acima pode-se observar que, tanto no caso balanceado como no caso não balanceado, após a realização de um procedimento *"step-down"* de amplitude utilizando-se os níveis originais de Duncan, obtém-se um considerável aumento de sensibilidade nos resultados, quando comparados com os resultados

obtidos após aplicação de um procedimento *"step-down"* de amplitude aos níveis nominais de Duncan. Mas, lembremos que, os níveis originais de Duncan não controlam a Pr(de cometer 1 ou mais erros tipo I), ou seja, declarar falsa significância e, os níveis nominais de Duncan controlam essa probabilidade. Dessa maneira, podemos concluir que um procedimento *"step-down"* de amplitude aos níveis nominais de Duncan fornecem maior segurança de acerto na declaração de significância, o que nos leva supor que este seja um procedimento mais poderoso que o procedimento *"step-down"* de amplitude aos níveis originais de Duncan.

Como foi mencionado durante o trabalho, procedimentos *"step-up"* ainda estão sendo explorados, fato que limita um pouco nosso estudo, não possibilitando uma análise semelhante feita para procedimentos *"step-down"*.

Com relação a comparações de tratamentos com um controle, os resultados obtidos através de um procedimento *"step-down"* e de um procedimento *"step-up"* foram os mesmos para o exemplo considerado (caso completamente não balanceado). Lembramos que, o cálculo dos valores críticos para este procedimento *"step-up"* ainda é motivo de estudo para nós, assim como se a utilização dos níveis nominais considerados até então, também controlam nestes casos, a taxa de erro familiar tipo I, motivo pelo qual nos levou a aplicar ambos os procedimentos ao mesmo nível de significância $\alpha = 0,05$.

Com respeito ao poder dos testes, Hochberg e Tamhane (1987) afirmam que, em geral, procedimentos *"step-down"* e *"step-up"* são menos poderosos quando comparados com procedimentos "single-step" e, que a utilização destes procedimentos são adequadas à situações em que se deseja apenas aplicar testes de hipóteses. Como o objetivo deste

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

trabalho não era o estudo de poder de teste, nos limitamos as declarações de Hochberg e Tamhane (1987). Para mais informações sobre poder desses testes, veja Hochberg e Tamhane (1987)- capítulo 4.

Gostaríamos de ressaltar que, as conclusões feitas aqui são para um caso particular. Para conclusões mais gerais, poderíamos fazer um estudo de simulação de dados, o que deverá ser uma continuidade deste trabalho.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

Apêndice

1. Regras de interpolação

As seguintes regras de interpolação foram recomendadas por Hochberg e Tamhane (1987).

(i) para os graus de liberdade υ, usou-se uma interpolação linear em $\frac{1}{\upsilon}$.

(ii) para os níveis de significância α, usou-se uma interpolação linear em $\log_e \alpha$.

(iii) para os coeficientes de correlação ρ, usou-se uma interpolação linear em $\frac{1}{1-\rho}$.

2. Tabelas

A seguir, apresenta-se algumas tabelas usadas neste trabalho. Essas tabelas foram fornecidas por Hochberg e Tamhane (1987).

Tabela 1. Amplitude Estudentizada "$Q_{k,\upsilon}^{(\alpha)}$", valores críticos ao nível de significância $\alpha = 0{,}10$.

ν \ k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	24	28	32	36	40
1	13.4	16.4	18.5	20.2	21.5	22.6	23.6	24.5	25.2	25.9	26.5	27.1	27.6	28.1	29.7	31.0	32.0	32.9	33.7	34.4
2	5.73	6.77	7.54	8.14	8.63	9.05	9.41	9.73	10.0	10.3	10.5	10.7	10.9	11.1	11.7	12.2	12.6	12.9	13.2	13.4
3	4.47	5.20	5.74	6.16	6.51	6.81	7.06	7.29	7.49	7.67	7.83	7.98	8.12	8.25	8.68	9.03	9.31	9.56	9.77	9.95
4	3.98	4.59	5.04	5.39	5.68	5.93	6.14	6.33	6.50	6.65	6.78	6.91	7.03	7.13	7.50	7.79	8.03	8.23	8.41	8.57
5	3.72	4.26	4.66	4.98	5.24	5.46	5.65	5.82	5.97	6.10	6.22	6.34	6.44	6.54	6.86	7.12	7.34	7.52	7.68	7.83
6	3.56	4.07	4.44	4.73	4.97	5.17	5.34	5.50	5.64	5.76	5.88	5.98	6.08	6.16	6.47	6.71	6.91	7.08	7.23	7.36
7	3.45	3.93	4.28	4.56	4.78	4.97	5.14	5.28	5.41	5.53	5.64	5.74	5.83	5.91	6.20	6.42	6.61	6.77	6.91	7.04
8	3.37	3.83	4.17	4.43	4.65	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.56	5.64	5.72	6.00	6.21	6.40	6.55	6.68	6.80
9	3.32	3.76	4.08	4.34	4.55	4.72	4.87	5.01	5.13	5.23	5.33	5.42	5.51	5.58	5.85	6.06	6.23	6.38	6.51	6.62
10	3.27	3.70	4.02	4.26	4.47	4.64	4.78	4.91	5.03	5.13	5.23	5.32	5.40	5.47	5.73	5.93	6.10	6.24	6.37	6.48
11	3.23	3.66	3.97	4.21	4.40	4.57	4.71	4.84	4.95	5.05	5.15	5.23	5.31	5.38	5.63	5.83	5.99	6.13	6.26	6.36
12	3.20	3.62	3.92	4.16	4.35	4.51	4.65	4.78	4.89	4.99	5.08	5.16	5.24	5.31	5.55	5.74	5.90	6.04	6.16	6.27
13	3.18	3.59	3.89	4.12	4.31	4.46	4.60	4.72	4.83	4.93	5.02	5.10	5.18	5.25	5.48	5.67	5.83	5.97	6.08	6.19
14	3.16	3.56	3.85	4.08	4.27	4.42	4.56	4.68	4.79	4.88	4.97	5.05	5.12	5.19	5.43	5.61	5.77	5.90	6.01	6.12
15	3.14	3.54	3.83	4.05	4.24	4.39	4.52	4.64	4.75	4.84	4.93	5.01	5.08	5.15	5.38	5.56	5.71	5.84	5.96	6.06
16	3.12	3.52	3.80	4.03	4.21	4.36	4.49	4.61	4.71	4.81	4.89	4.97	5.04	5.11	5.33	5.52	5.67	5.79	5.91	6.00
17	3.11	3.50	3.78	4.00	4.19	4.33	4.46	4.58	4.68	4.77	4.86	4.94	5.01	5.07	5.30	5.47	5.62	5.75	5.86	5.96
18	3.10	3.49	3.77	3.98	4.17	4.31	4.44	4.55	4.66	4.75	4.83	4.91	4.98	5.04	5.26	5.44	5.59	5.71	5.82	5.92
19	3.09	3.47	3.75	3.97	4.15	4.29	4.42	4.53	4.63	4.72	4.80	4.88	4.95	5.01	5.23	5.41	5.55	5.68	5.78	5.88
20	3.08	3.46	3.74	3.95	4.13	4.27	4.40	4.51	4.61	4.70	4.78	4.86	4.92	4.99	5.21	5.38	5.52	5.65	5.75	5.85
24	3.05	3.42	3.69	3.90	4.07	4.21	4.34	4.45	4.54	4.63	4.71	4.78	4.85	4.91	5.12	5.29	5.43	5.55	5.65	5.74
30	3.02	3.39	3.65	3.85	4.02	4.16	4.28	4.38	4.47	4.56	4.64	4.71	4.77	4.83	5.03	5.20	5.33	5.45	5.55	5.64
40	2.99	3.35	3.61	3.80	3.97	4.10	4.22	4.32	4.41	4.49	4.56	4.63	4.70	4.75	4.95	5.11	5.24	5.35	5.44	5.53
60	2.96	3.31	3.56	3.76	3.92	4.04	4.16	4.25	4.34	4.42	4.49	4.56	4.62	4.68	4.86	5.02	5.14	5.25	5.34	5.42
120	2.93	3.28	3.52	3.71	3.86	3.99	4.10	4.19	4.28	4.35	4.42	4.49	4.54	4.60	4.78	4.92	5.04	5.15	5.24	5.31
∞	2.90	3.24	3.48	3.66	3.81	3.93	4.04	4.13	4.21	4.29	4.35	4.41	4.47	4.52	4.69	4.83	4.95	5.04	5.13	5.20

Tabela 2. Amplitude Estudentizada "$Q_{k,\upsilon}^{(\alpha)}$", valores críticos ao nível de significância $\alpha = 0,05$.

υ \ k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	24	28	32	36	40
1	27.0	32.8	37.1	40.4	43.1	45.4	47.4	49.1	50.6	52.0	53.2	54.3	55.4	56.3	59.6	62.1	64.2	66.[illegible]	67.6	68.9
2	8.33	9.80	10.9	11.7	12.4	13.0	13.5	14.0	14.4	14.8	15.1	15.4	15.7	15.9	16.8	17.5	18.0	18.5	18.9	19.3
3	5.91	6.83	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.2	10.4	10.5	10.7	11.2	11.7	12.1	12.4	12.6	12.9
4	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.53	8.66	8.79	9.23	9.58	9.88	10.1	10.3	10.5
5	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	7.00	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	8.21	8.51	8.76	8.98	9.17	9.33
6	4.34	4.90	5.31	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.59	7.86	8.09	8.28	8.45	8.60
7	4.17	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	7.17	7.42	7.63	7.81	7.97	8.11
8	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.87	7.11	7.31	7.48	7.63	7.76
9	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.64	6.87	7.06	7.22	7.36	7.49
10	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.31	5.46	5.60	5.72	5.83	5.94	6.03	6.11	6.19	6.47	6.69	6.87	7.02	7.16	7.28
11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.33	6.54	6.71	6.86	6.99	7.11
12	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40	5.51	5.62	5.71	5.80	5.88	5.95	6.21	6.41	6.59	6.73	6.86	6.97
13	3.74	4.15	4.45	4.69	4.89	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	6.11	6.31	6.48	6.62	6.74	6.85
14	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	6.03	6.22	6.39	6.53	6.65	6.75
15	3.67	4.08	4.37	4.60	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.96	6.15	6.31	6.45	6.56	6.67
16	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.90	6.08	6.24	6.37	6.49	6.59
17	3.63	4.02	4.30	4.52	4.71	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.84	6.03	6.18	6.31	6.43	6.53
18	3.61	4.00	4.28	4.50	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.79	5.98	6.13	6.26	6.37	6.47
19	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.32	5.39	5.46	5.53	5.75	5.93	6.08	6.21	6.32	6.42
20	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.71	5.89	6.04	6.17	6.28	6.37
24	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.59	5.76	5.91	6.03	6.13	6.23
30	3.49	3.85	4.10	4.30	(4.46)	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.48	5.64	5.77	5.89	5.99	6.08
40	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.64	4.74	4.82	4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.36	5.51	5.64	5.75	5.85	5.93
60	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.24	5.39	5.51	5.62	5.71	5.79
120	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.13	5.27	5.38	5.48	5.57	5.64
∞	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.69	4.74	4.80	4.85	5.01	5.14	5.25	5.35	5.43	5.50

796/98

Tabela 3. Amplitude Estudentizada "$Q_{k,\upsilon}^{(\alpha)}$", valores críticos ao nível de significância α = 0,01.

ν \ k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	24	28	32	36	40
1	135	164	186	202	216	227	237	246	253	260	266	272	277	282	298	311	321	330	338	345
2	19.0	22.3	24.7	26.6	28.2	29.5	30.7	31.7	32.6	33.4	34.1	34.9	35.4	36.0	38.0	39.5	40.8	41.8	42.8	43.6
3	10.6	12.2	13.3	14.2	15.0	15.6	16.2	16.7	17.1	17.5	17.9	18.3	18.5	18.8	19.8	20.6	21.2	21.7	22.2	22.6
4	8.12	9.17	9.96	10.6	11.1	11.6	11.9	12.3	12.6	12.8	13.1	13.4	13.5	13.7	14.4	15.0	15.4	15.8	16.1	16.4
5	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.2	10.5	10.7	10.9	11.1	11.2	11.4	11.9	12.4	12.7	13.0	13.3	13.5
6	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30	9.49	9.65	9.81	9.95	10.1	10.5	11.0	11.2	11.5	11.7	11.9
7	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55	8.71	8.86	9.00	9.12	9.24	9.65	9.97	10.2	10.5	10.7	10.9
8	5.64	6.20	6.63	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03	8.18	8.31	8.44	8.55	8.66	9.03	9.33	9.57	9.78	9.96	10.1
9	5.43	5.96	6.35	6.66	6.92	7.13	7.33	7.50	7.65	7.78	7.91	8.03	8.13	8.23	8.57	8.85	9.08	9.27	9.44	9.59
10	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.88	7.06	7.21	7.36	7.49	7.60	7.72	7.81	7.91	8.23	8.49	8.70	8.88	9.04	9.19
11	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99	7.13	7.25	7.36	7.47	7.56	7.65	7.95	8.20	8.40	8.58	8.73	8.86
12	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81	6.94	7.06	7.17	7.27	7.36	7.44	7.73	7.97	8.16	8.33	8.47	8.60
13	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67	6.79	6.90	7.01	7.11	7.19	7.27	7.55	7.78	7.96	8.12	8.26	8.39
14	4.90	5.32	5.63	5.88	6.09	6.26	6.41	6.54	6.66	6.77	6.87	6.97	7.05	7.13	7.40	7.62	7.79	7.95	8.08	8.20
15	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44	6.56	6.66	6.76	6.85	6.93	7.00	7.26	7.48	7.65	7.80	7.93	8.05
16	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35	6.46	6.56	6.66	6.75	6.82	6.90	7.15	7.36	7.53	7.67	7.80	7.92
17	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27	6.38	6.48	6.57	6.66	6.73	6.81	7.05	7.26	7.42	7.56	7.69	7.80
18	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20	6.31	6.41	6.50	6.58	6.66	6.73	6.97	7.17	7.33	7.47	7.59	7.70
19	4.67	5.05	5.33	5.55	5.74	5.89	6.02	6.14	6.25	6.34	6.43	6.51	6.59	6.65	6.89	7.09	7.24	7.38	7.50	7.61
20	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09	6.19	6.29	6.37	6.45	6.52	6.59	6.82	7.02	7.17	7.30	7.42	7.52
24	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92	6.02	6.11	6.19	6.27	6.33	6.39	6.61	6.79	6.94	7.06	7.17	7.27
30	4.46	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76	5.85	5.93	6.01	6.08	6.14	6.20	6.41	6.58	6.71	6.83	6.93	7.02
40	4.37	4.70	4.93	5.11	5.27	5.39	5.50	5.60	5.69	5.76	5.84	5.90	5.96	6.02	6.21	6.37	6.49	6.60	6.70	6.78
60	4.28	4.60	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45	5.53	5.60	5.67	5.73	5.79	5.84	6.02	6.16	6.28	6.38	6.47	6.55
120	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30	5.38	5.44	5.51	5.57	5.61	5.66	5.83	5.96	6.07	6.16	6.24	6.32
∞	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16	5.23	5.29	5.35	5.40	5.45	5.49	5.65	5.77	5.87	5.95	6.03	6.09

UNESP - S.J.Rio Preto - Inst. de Biociências, Letras e Ciências Exatas - BIBLIOTECA

Tabela 4. Distribuição - t k-variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0{,}10$.

υ	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
2	.01	9.56	10.9	12.1	13.0	13.0	14.4	15.0	15.4	15.9	16.6	17.2	17.7	18.2	18.6
	.05	4.83	4.75	5.26	5.70	6.04	6.32	6.57	6.79	6.98	7.31	7.58	7.82	8.02	8.20
	.10	2.71	3.23	3.61	3.91	4.15	4.36	4.53	4.69	4.82	5.06	5.25	5.42	5.56	5.69
	.20	1.71	2.18	2.38	2.59	2.77	2.92	3.04	3.15	3.25	3.42	3.55	3.67	3.77	3.86
3	.01	5.68	6.40	6.93	7.35	7.69	7.98	8.23	8.46	8.65	9.00	9.28	9.53	9.75	9.94
	.05	3.97	3.51	3.83	4.06	4.29	4.46	4.61	4.74	4.86	5.06	5.23	5.37	5.50	5.61
	.10	2.24	2.61	2.87	3.08	3.24	3.38	3.50	3.61	3.70	3.87	4.00	4.12	4.22	4.31
	.20	1.52	1.84	2.06	2.23	2.36	2.48	2.57	2.66	2.74	2.86	2.97	3.06	3.14	3.21
4	.01	4.53	5.01	5.36	5.64	5.87	6.06	6.23	6.38	6.51	6.74	6.93	7.10	7.25	7.38
	.05	2.71	3.05	3.30	3.49	3.65	3.79	3.91	4.00	4.09	4.25	4.38	4.49	4.59	4.68
	.10	2.06	2.36	2.58	2.75	2.89	3.00	3.10	3.19	3.27	3.43	3.51	3.61	3.69	3.76
	.20	1.44	1.72	1.92	2.07	2.19	2.29	2.38	2.45	2.52	2.63	2.73	2.81	2.88	2.94
5	.01	3.99	4.36	4.64	4.85	5.03	5.18	5.31	5.43	5.53	5.71	5.86	5.99	6.10	6.20
	.05	2.52	2.82	3.03	3.20	3.33	3.45	3.54	3.63	3.71	3.86	3.98	4.05	4.13	4.21
	.10	1.96	2.23	2.43	2.58	2.70	2.80	2.89	2.97	3.03	3.15	3.25	3.34	3.41	3.47
	.20	1.40	1.66	1.84	1.98	2.09	2.19	2.27	2.34	2.40	2.50	2.59	2.67	2.73	2.79
6	.01	3.68	4.00	4.23	4.41	4.56	4.68	4.79	4.89	4.98	5.13	5.25	5.36	5.46	5.54
	.05	2.41	2.68	2.87	3.02	3.14	3.24	3.33	3.41	3.47	3.59	3.69	3.78	3.85	3.92
	.10	1.89	2.15	2.33	2.47	2.58	2.68	2.76	2.83	2.89	3.00	3.09	3.17	3.24	3.30
	.20	1.37	1.62	1.80	1.93	2.03	2.12	2.20	2.26	2.32	2.42	2.50	2.58	2.64	2.69
7	.01	3.48	3.76	3.97	4.13	4.26	4.37	4.46	4.55	4.62	4.76	4.87	4.96	5.05	5.12
	.05	2.33	2.58	2.76	2.90	3.01	3.10	3.19	3.26	3.32	3.43	3.52	3.60	3.67	3.73
	.10	1.85	2.10	2.27	2.40	2.50	2.59	2.67	2.74	2.80	2.91	2.98	3.06	3.12	3.18
	.20	1.35	1.59	1.76	1.89	1.99	2.08	2.15	2.21	2.27	2.37	2.44	2.51	2.57	2.62
8	.01	3.34	3.60	3.78	3.93	4.05	4.15	4.24	4.31	4.38	4.50	4.60	4.69	4.76	4.83
	.05	2.28	2.52	2.68	2.81	2.92	3.01	3.08	3.15	3.21	3.31	3.40	3.47	3.54	3.60
	.10	1.82	2.06	2.22	2.35	2.45	2.53	2.61	2.67	2.73	2.82	2.90	2.97	3.03	3.09
	.20	1.33	1.57	1.74	1.86	1.96	2.05	2.12	2.18	2.23	2.32	2.40	2.47	2.52	2.58
9	.01	3.23	3.48	3.65	3.79	3.90	3.99	4.07	4.14	4.20	4.31	4.41	4.49	4.56	4.63
	.05	2.24	2.47	2.63	2.75	2.85	2.93	3.01	3.07	3.13	3.23	3.31	3.38	3.44	3.49
	.10	1.80	2.03	2.19	2.31	2.40	2.49	2.56	2.62	2.67	2.77	2.84	2.91	2.97	3.02
	.20	1.32	1.56	1.72	1.84	1.94	2.02	2.09	2.15	2.20	2.29	2.37	2.43	2.49	2.54
10	.01	3.16	3.39	3.55	3.68	3.78	3.87	3.94	4.01	4.07	4.17	4.26	4.33	4.40	4.46
	.05	2.20	2.43	2.58	2.70	2.80	2.88	2.95	3.01	3.06	3.16	3.24	3.30	3.36	3.42
	.10	1.78	2.00	2.16	2.28	2.37	2.45	2.52	2.58	2.63	2.72	2.80	2.86	2.92	2.97
	.20	1.31	1.55	1.71	1.83	1.92	2.00	2.07	2.13	2.18	2.27	2.34	2.40	2.46	2.51

Tabela 4.1. Distribuição - t k - variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0{,}10$.

υ	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
12	.01	3.04	3.26	3.40	3.52	3.61	3.69	3.76	3.82	3.88	3.97	4.05	4.12	4.18	4.23
	.05	2.16	2.37	2.52	2.63	2.72	2.80	2.86	2.92	2.97	3.06	3.13	3.20	3.25	3.30
	.10	1.75	1.97	2.12	2.23	2.32	2.40	2.46	2.52	2.57	2.66	2.73	2.79	2.85	2.89
	.20	1.30	1.53	1.69	1.80	1.89	1.97	2.04	2.09	2.15	2.23	2.30	2.36	2.42	2.46
16	.01	2.91	3.10	3.24	3.36	3.42	3.49	3.55	3.61	3.65	3.74	3.80	3.86	3.92	3.96
	.05	2.10	2.30	2.44	2.54	2.63	2.70	2.76	2.81	2.86	2.94	3.01	3.07	3.12	3.16
	.10	1.72	1.93	2.07	2.18	2.26	2.33	2.40	2.45	2.50	2.58	2.65	2.71	2.76	2.80
	.20	1.28	1.51	1.66	1.77	1.86	1.94	2.00	2.05	2.10	2.19	2.26	2.31	2.36	2.41
20	.01	2.84	3.02	3.14	3.24	3.31	3.38	3.44	3.48	3.53	3.60	3.67	3.72	3.77	3.81
	.05	2.07	2.26	2.39	2.49	2.58	2.64	2.70	2.75	2.80	2.87	2.94	2.99	3.04	3.08
	.10	1.70	1.90	2.04	2.16	2.23	2.30	2.36	2.41	2.45	2.53	2.60	2.65	2.70	2.75
	.20	1.28	1.50	1.64	1.75	1.84	1.92	1.98	2.03	2.08	2.16	2.23	2.28	2.33	2.38
24	.01	2.79	2.96	3.08	3.17	3.25	3.31	3.36	3.41	3.45	3.52	3.58	3.63	3.68	3.72
	.05	2.05	2.24	2.37	2.46	2.54	2.61	2.66	2.71	2.75	2.83	2.89	2.94	2.99	3.03
	.10	1.69	1.89	2.02	2.12	2.21	2.27	2.33	2.38	2.43	2.50	2.57	2.62	2.67	2.71
	.20	1.27	1.49	1.63	1.74	1.83	1.90	1.96	2.02	2.06	2.14	2.21	2.26	2.31	2.36
30	.01	2.75	2.91	3.02	3.11	3.18	3.24	3.29	3.33	3.37	3.44	3.50	3.54	3.59	3.63
	.05	2.03	2.21	2.34	2.43	2.51	2.57	2.62	2.67	2.71	2.79	2.85	2.90	2.94	2.98
	.10	1.67	1.87	2.00	2.10	2.18	2.25	2.31	2.36	2.40	2.47	2.54	2.59	2.64	2.68
	.20	1.26	1.48	1.62	1.73	1.82	1.89	1.95	2.00	2.05	2.13	2.19	2.25	2.29	2.34
40	.01	2.70	2.86	2.96	3.05	3.11	3.17	3.22	3.26	3.30	3.36	3.41	3.46	3.50	3.54
	.05	2.01	2.19	2.31	2.40	2.47	2.54	2.59	2.63	2.67	2.74	2.80	2.85	2.89	2.93
	.10	1.66	1.85	1.98	2.08	2.16	2.23	2.28	2.33	2.37	2.44	2.51	2.56	2.60	2.64
	.20	1.26	1.47	1.61	1.72	1.81	1.88	1.93	1.98	2.03	2.11	2.17	2.23	2.27	2.31
60	.01	2.66	2.81	2.91	2.99	3.05	3.10	3.15	3.19	3.22	3.28	3.33	3.38	3.42	3.45
	.05	1.99	2.16	2.28	2.37	2.44	2.50	2.55	2.60	2.63	2.70	2.76	2.80	2.85	2.89
	.10	1.65	1.84	1.97	2.06	2.14	2.20	2.26	2.30	2.35	2.42	2.47	2.52	2.57	2.61
	.20	1.25	1.46	1.60	1.71	1.79	1.86	1.92	1.97	2.02	2.09	2.15	2.21	2.25	2.29
120	.01	2.62	2.76	2.86	2.93	2.99	3.04	3.08	3.12	3.15	3.21	3.26	3.30	3.34	3.37
	.05	1.97	2.14	2.25	2.34	2.41	2.47	2.52	2.56	2.60	2.66	2.71	2.76	2.80	2.84
	.10	1.64	1.82	1.95	2.04	2.12	2.18	2.23	2.28	2.32	2.39	2.44	2.49	2.54	2.57
	.20	1.25	1.45	1.59	1.70	1.78	1.85	1.91	1.96	2.00	2.07	2.14	2.19	2.23	2.27
∞	.01	2.57	2.71	2.80	2.87	2.93	2.98	3.02	3.06	3.09	3.14	3.18	3.22	3.26	3.29
	.05	1.95	2.12	2.23	2.31	2.38	2.43	2.48	2.52	2.56	2.62	2.67	2.72	2.75	2.79
	.10	1.63	1.81	1.93	2.02	2.10	2.16	2.21	2.25	2.29	2.36	2.41	2.46	2.50	2.54
	.20	1.24	1.45	1.59	1.69	1.77	1.84	1.89	1.94	1.98	2.06	2.12	2.17	2.21	2.25

Tabela 5. Distribuição - t k - variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0,3$.

ν	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
2	.01	9.15	10.5	11.5	12.3	13.0	13.5	14.0	14.4	14.7	15.4	15.9	16.3	16.7	17.1
	.05	3.93	4.56	5.02	5.37	5.66	5.91	6.12	6.30	6.46	6.74	6.97	7.17	7.35	7.50
	.10	2.63	3.04	3.42	3.68	3.98	4.06	4.21	4.34	4.45	4.65	4.81	4.95	5.08	5.19
	.20	1.64	1.99	2.23	2.41	2.56	2.69	2.80	2.89	2.97	3.11	3.23	3.33	3.42	3.49
3	.01	5.60	6.24	6.71	7.05	7.35	7.61	7.84	8.04	8.21	8.50	8.74	8.95	9.14	9.30
	.05	3.01	3.41	3.69	3.91	4.09	4.24	4.37	4.48	4.59	4.75	4.90	5.02	5.13	5.22
	.10	2.20	2.52	2.75	2.93	3.08	3.20	3.30	3.39	3.47	3.61	3.73	3.82	3.91	3.99
	.20	1.47	1.75	1.95	2.09	2.21	2.31	2.40	2.47	2.53	2.64	2.74	2.82	2.88	2.94
4	.01	4.48	4.92	5.24	5.48	5.69	5.86	6.00	6.13	6.25	6.45	6.61	6.75	6.88	6.99
	.05	2.67	2.98	3.20	3.38	3.51	3.63	3.73	3.82	3.90	4.03	4.15	4.24	4.33	4.41
	.10	2.02	2.30	2.49	2.64	2.76	2.86	2.95	3.02	3.09	3.20	3.30	3.38	3.45	3.52
	.20	1.40	1.65	1.83	1.96	2.06	2.15	2.23	2.29	2.35	2.45	2.53	2.60	2.66	2.71
5	.01	3.95	4.30	4.55	4.75	4.91	5.04	5.15	5.26	5.35	5.50	5.63	5.75	5.84	5.93
	.05	2.49	2.76	2.95	3.10	3.22	3.32	3.41	3.49	3.55	3.67	3.77	3.85	3.92	3.98
	.10	1.92	2.17	2.35	2.48	2.59	2.68	2.76	2.83	2.89	2.99	3.07	3.15	3.21	3.27
	.20	1.36	1.60	1.76	1.88	1.98	2.06	2.13	2.19	2.25	2.34	2.41	2.48	2.54	2.54
6	.01	3.65	3.95	4.16	4.33	4.46	4.58	4.67	4.76	4.84	4.97	5.08	5.18	5.26	5.33
	.05	2.38	2.63	2.80	2.94	3.05	3.14	3.22	3.28	3.34	3.45	3.54	3.61	3.68	3.73
	.10	1.87	2.10	2.26	2.39	2.49	2.57	2.64	2.71	2.76	2.86	2.93	3.00	3.06	3.11
	.20	1.33	1.56	1.72	1.83	1.93	2.01	2.07	2.13	2.18	2.27	2.34	2.40	2.46	2.50
7	.01	3.45	3.72	3.91	4.06	4.18	4.28	4.37	4.44	4.51	4.63	4.73	4.81	4.89	4.95
	.05	2.31	2.54	2.70	2.83	2.93	3.01	3.09	3.15	3.21	3.30	3.38	3.45	3.51	3.57
	.10	1.82	2.05	2.20	2.32	2.42	2.50	2.56	2.62	2.68	2.77	2.84	2.90	2.96	3.01
	.20	1.31	1.54	1.69	1.80	1.89	1.97	2.03	2.09	2.14	2.22	2.29	2.35	2.40	2.45
8	.01	3.32	3.56	3.74	3.87	3.98	4.07	4.15	4.22	4.28	4.39	4.48	4.56	4.63	4.69
	.05	2.25	2.48	2.63	2.75	2.85	2.93	2.99	3.05	3.11	3.20	3.27	3.34	3.40	3.45
	.10	1.79	2.01	2.16	2.27	2.37	2.44	2.51	2.56	2.61	2.71	2.77	2.83	2.89	2.93
	.20	1.30	1.52	1.67	1.78	1.87	1.94	2.00	2.06	2.11	2.19	2.26	2.31	2.36	2.41
9	.01	3.22	3.45	3.61	3.74	3.84	3.92	4.00	4.06	4.12	4.22	4.30	4.37	4.44	4.49
	.05	2.21	2.43	2.58	2.69	2.78	2.86	2.93	2.98	3.03	3.12	3.19	3.26	3.31	3.36
	.10	1.77	1.98	2.13	2.24	2.33	2.40	2.46	2.52	2.57	2.65	2.72	2.78	2.83	2.88
	.20	1.29	1.50	1.65	1.76	1.85	1.92	1.98	2.03	2.08	2.16	2.23	2.28	2.33	2.38
10	.01	3.14	3.36	3.51	3.63	3.73	3.81	3.88	3.94	3.99	4.09	4.17	4.23	4.29	4.35
	.05	2.18	2.39	2.54	2.65	2.73	2.81	2.87	2.93	2.98	3.06	3.13	3.19	3.24	3.29
	.10	1.75	1.96	2.10	2.21	2.30	2.37	2.43	2.48	2.53	2.61	2.68	2.74	2.79	2.83
	.20	1.28	1.49	1.64	1.75	1.83	1.90	1.96	2.02	2.06	2.14	2.21	2.26	2.31	2.35
12	.01	3.03	3.23	3.37	3.48	3.57	3.65	3.71	3.77	3.82	3.90	3.97	4.03	4.09	4.14
	.05	2.14	2.34	2.48	2.58	2.66	2.73	2.79	2.85	2.89	2.97	3.04	3.10	3.15	3.19
	.10	1.73	1.93	2.07	2.17	2.25	2.32	2.38	2.43	2.48	2.56	2.62	2.68	2.73	2.77
	.20	1.27	1.48	1.62	1.72	1.81	1.88	1.94	1.99	2.03	2.11	2.17	2.23	2.27	2.32

Tabela 5.1. Distribuição - t k - variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0,3$.

ν	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
16	.01	2.30	3.09	3.21	3.31	3.39	3.46	3.51	3.56	3.61	3.68	3.75	3.80	3.85	3.89
	.05	2.09	2.27	2.40	2.50	2.58	2.64	2.70	2.75	2.79	2.87	2.93	2.98	3.03	3.07
	.10	1.89	1.99	2.02	2.12	2.20	2.27	2.32	2.37	2.42	2.49	2.55	2.60	2.65	2.69
	.20	1.25	1.46	1.60	1.70	1.78	1.85	1.91	1.95	2.00	2.07	2.13	2.19	2.23	2.27
20	.01	2.83	3.00	3.12	3.21	3.29	3.35	3.40	3.45	3.49	3.56	3.62	3.67	3.72	3.76
	.05	2.05	2.24	2.36	2.45	2.53	2.59	2.65	2.69	2.74	2.81	2.87	2.92	2.96	3.00
	.10	1.88	1.97	2.00	2.09	2.17	2.23	2.29	2.34	2.38	2.45	2.51	2.56	2.60	2.64
	.20	1.24	1.45	1.58	1.68	1.76	1.83	1.89	1.94	1.98	2.05	2.11	2.16	2.21	2.25
24	.01	2.78	2.95	3.06	3.15	3.22	3.28	3.33	3.37	3.41	3.48	3.54	3.59	3.63	3.67
	.05	2.03	2.21	2.33	2.43	2.50	2.56	2.61	2.66	2.70	2.77	2.82	2.87	2.92	2.95
	.10	1.66	1.85	1.98	2.07	2.15	2.21	2.27	2.31	2.35	2.42	2.48	2.53	2.57	2.61
	.20	1.24	1.44	1.57	1.67	1.75	1.82	1.87	1.92	1.96	2.04	2.10	2.15	2.19	2.23
30	.01	2.74	2.90	3.01	3.09	3.16	3.21	3.26	3.30	3.34	3.41	3.46	3.51	3.55	3.58
	.05	2.01	2.19	2.31	2.40	2.47	2.53	2.58	2.62	2.66	2.73	2.78	2.83	2.87	2.91
	.10	1.65	1.84	1.96	2.05	2.13	2.19	2.24	2.29	2.33	2.40	2.45	2.50	2.55	2.58
	.20	1.23	1.43	1.56	1.66	1.74	1.81	1.86	1.91	1.95	2.02	2.08	2.13	2.17	2.21
40	.01	2.69	2.85	2.95	3.03	3.09	3.15	3.19	3.23	3.27	3.33	3.38	3.43	3.47	3.50
	.05	1.99	2.16	2.28	2.37	2.44	2.49	2.54	2.59	2.63	2.69	2.74	2.79	2.83	2.87
	.10	1.64	1.82	1.94	2.04	2.11	2.17	2.22	2.27	2.31	2.37	2.43	2.48	2.52	2.55
	.20	1.23	1.42	1.56	1.65	1.73	1.80	1.85	1.90	1.94	2.01	2.07	2.12	2.16	2.20
60	.01	2.65	2.80	2.90	2.97	3.03	3.09	3.13	3.17	3.20	3.26	3.31	3.35	3.39	3.42
	.05	1.99	2.14	2.25	2.34	2.41	2.46	2.51	2.55	2.59	2.65	2.71	2.75	2.79	2.82
	.10	1.63	1.81	1.93	2.02	2.09	2.15	2.20	2.24	2.28	2.35	2.40	2.45	2.49	2.52
	.20	1.22	1.42	1.55	1.64	1.72	1.78	1.84	1.88	1.92	1.99	2.05	2.10	2.14	2.18
120	.01	2.61	2.75	2.85	2.92	2.98	3.03	3.07	3.10	3.14	3.19	3.24	3.28	3.31	3.34
	.05	1.96	2.12	2.23	2.31	2.38	2.43	2.48	2.52	2.56	2.62	2.67	2.71	2.75	2.78
	.10	1.62	1.79	1.91	2.00	2.07	2.13	2.18	2.22	2.26	2.32	2.38	2.42	2.46	2.50
	.20	1.22	1.41	1.54	1.63	1.71	1.77	1.83	1.87	1.91	1.98	2.04	2.08	2.13	2.16
∞	.01	2.57	2.70	2.80	2.86	2.92	2.97	3.01	3.04	3.07	3.12	3.17	3.20	3.24	3.27
	.05	1.94	2.10	2.20	2.28	2.35	2.40	2.45	2.49	2.52	2.58	2.63	2.67	2.71	2.74
	.10	1.61	1.78	1.90	1.98	2.05	2.11	2.16	2.20	2.24	2.30	2.35	2.40	2.43	2.47
	.20	1.21	1.40	1.53	1.63	1.70	1.76	1.81	1.86	1.90	1.97	2.02	2.07	2.11	2.15

Tabela 6. Distribuição - t k - variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0,5$.

ν	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
2	.01	8.88	10.0	10.9	11.5	12.0	12.5	12.9	13.2	13.5	14.0	14.4	14.7	15.1	15.3
	.05	3.80	4.34	4.71	5.08	5.24	5.43	5.60	5.75	5.88	6.11	6.29	6.45	6.59	6.72
	.10	2.54	2.92	3.20	3.43	3.57	3.71	3.83	3.94	4.03	4.19	4.32	4.44	4.54	4.62
	.20	1.57	1.85	2.05	2.21	2.33	2.43	2.52	2.59	2.66	2.77	2.87	2.95	3.02	3.08
3	.01	5.46	6.04	6.44	6.74	6.99	7.20	7.38	7.53	7.57	7.91	8.11	8.28	8.43	8.56
	.05	2.94	3.28	3.52	3.70	3.85	3.97	4.08	4.17	4.25	4.39	4.51	4.61	4.70	4.78
	.10	2.13	2.41	2.61	2.76	2.87	2.97	3.06	3.13	3.20	3.31	3.41	3.49	3.56	3.62
	.20	1.41	1.65	1.81	1.94	2.03	2.12	2.19	2.25	2.30	2.39	2.47	2.53	2.59	2.64
4	.01	4.41	4.80	5.07	5.28	5.45	5.59	5.72	5.82	5.92	6.08	6.22	6.34	6.44	6.53
	.05	2.61	2.86	3.08	3.22	3.34	3.44	3.52	3.59	3.66	3.77	3.86	3.94	4.01	4.07
	.10	1.96	2.20	2.37	2.50	2.60	2.68	2.75	2.82	2.87	2.97	3.05	3.11	3.17	3.22
	.20	1.34	1.56	1.71	1.82	1.91	1.98	2.04	2.10	2.15	2.23	2.30	2.35	2.40	2.45
5	.01	3.90	4.21	4.43	4.60	4.73	4.85	4.94	5.03	5.11	5.24	5.34	5.44	5.52	5.59
	.05	2.44	2.68	2.85	2.98	3.08	3.16	3.24	3.30	3.36	3.45	3.53	3.60	3.66	3.71
	.10	1.87	2.09	2.24	2.36	2.45	2.53	2.59	2.65	2.70	2.78	2.86	2.92	2.97	3.02
	.20	1.30	1.51	1.65	1.76	1.84	1.91	1.97	2.02	2.06	2.14	2.20	2.26	2.30	2.34
6	.01	3.61	3.88	4.06	4.21	4.32	4.42	4.51	4.58	4.64	4.76	4.85	4.93	5.00	5.06
	.05	2.34	2.56	2.71	2.83	2.92	3.00	3.06	3.12	3.17	3.26	3.33	3.40	3.45	3.50
	.10	1.82	2.02	2.17	2.27	2.36	2.43	2.49	2.54	2.59	2.67	2.74	2.79	2.84	2.89
	.20	1.28	1.48	1.61	1.71	1.79	1.86	1.92	1.97	2.01	2.08	2.14	2.19	2.24	2.28
7	.01	3.42	3.66	3.83	3.96	4.06	4.15	4.22	4.29	4.35	4.45	4.53	4.60	4.67	4.72
	.05	2.27	2.48	2.62	2.73	2.81	2.89	2.95	3.00	3.05	3.13	3.20	3.26	3.31	3.36
	.10	1.78	1.98	2.11	2.22	2.30	2.37	2.42	2.47	2.52	2.59	2.66	2.71	2.76	2.80
	.20	1.26	1.46	1.59	1.69	1.76	1.83	1.88	1.93	1.97	2.04	2.10	2.15	2.19	2.23
8	.01	3.29	3.51	3.66	3.78	3.88	3.96	4.03	4.09	4.14	4.23	4.31	4.38	4.43	4.49
	.05	2.22	2.42	2.55	2.66	2.74	2.81	2.87	2.92	2.96	3.04	3.11	3.16	3.21	3.25
	.10	1.75	1.94	2.08	2.17	2.25	2.32	2.38	2.42	2.47	2.54	2.60	2.65	2.70	2.74
	.20	1.25	1.44	1.57	1.67	1.74	1.81	1.86	1.90	1.95	2.01	2.07	2.12	2.16	2.20
9	.01	3.19	3.40	3.54	3.66	3.75	3.82	3.89	3.94	3.99	4.08	4.15	4.21	4.26	4.31
	.05	2.18	2.37	2.50	2.60	2.68	2.75	2.81	2.86	2.90	2.97	3.04	3.09	3.14	3.18
	.10	1.73	1.92	2.05	2.14	2.22	2.28	2.34	2.39	2.43	2.50	2.56	2.61	2.65	2.69
	.20	1.24	1.43	1.56	1.65	1.73	1.79	1.84	1.89	1.93	1.99	2.05	2.10	2.14	2.17
10	.01	3.11	3.31	3.45	3.56	3.64	3.72	3.78	3.83	3.88	3.96	4.03	4.08	4.14	4.18
	.05	2.15	2.34	2.47	2.55	2.64	2.70	2.76	2.81	2.85	2.92	2.98	3.03	3.08	3.12
	.10	1.71	1.90	2.02	2.12	2.19	2.26	2.31	2.35	2.40	2.46	2.52	2.57	2.61	2.65
	.20	1.23	1.42	1.55	1.64	1.71	1.77	1.83	1.87	1.91	1.98	2.03	2.08	2.12	2.15
12	.01	3.01	3.19	3.32	3.42	3.50	3.56	3.62	3.67	3.71	3.79	3.85	3.91	3.95	3.99
	.05	2.11	2.29	2.41	2.50	2.58	2.64	2.69	2.74	2.78	2.84	2.90	2.95	2.99	3.03
	.10	1.69	1.87	1.99	2.08	2.16	2.22	2.27	2.31	2.35	2.42	2.47	2.52	2.56	2.60
	.20	1.22	1.41	1.53	1.62	1.69	1.75	1.80	1.85	1.89	1.95	2.01	2.05	2.09	2.13

Tabela 6.1. Distribuição - t k - variada equicorrelacionada "$T^{(\alpha)}_{k,\upsilon,\rho}$", valores críticos com coeficiente de correlação $\rho = 0,5$.

υ	α \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
16	.01	2.88	3.05	3.17	3.26	3.33	3.39	3.44	3.48	3.52	3.59	3.65	3.70	3.74	3.78
	.05	2.06	2.23	2.34	2.43	2.50	2.56	2.61	2.65	2.69	2.75	2.81	2.85	2.89	2.93
	.10	1.66	1.83	1.95	2.04	2.11	2.17	2.22	2.26	2.30	2.36	2.41	2.46	2.50	2.53
	.20	1.21	1.39	1.51	1.60	1.67	1.73	1.78	1.82	1.86	1.92	1.97	2.02	2.06	2.09
20	.01	2.81	2.97	3.08	3.17	3.23	3.29	3.34	3.38	3.42	3.48	3.53	3.58	3.62	3.65
	.05	2.03	2.19	2.30	2.39	2.46	2.51	2.56	2.60	2.64	2.70	2.75	2.80	2.83	2.87
	.10	1.64	1.81	1.93	2.01	2.08	2.14	2.19	2.23	2.26	2.33	2.38	2.42	2.46	2.49
	.20	1.20	1.38	1.50	1.59	1.65	1.71	1.76	1.80	1.84	1.90	1.95	2.00	2.04	2.07
24	.01	2.77	2.92	3.03	3.11	3.17	3.22	3.27	3.31	3.35	3.41	3.46	3.50	3.54	3.57
	.05	2.01	2.17	2.28	2.36	2.43	2.48	2.53	2.57	2.60	2.66	2.72	2.76	2.80	2.83
	.10	1.63	1.80	1.91	2.00	2.06	2.12	2.17	2.21	2.24	2.30	2.35	2.40	2.43	2.47
	.20	1.19	1.37	1.49	1.58	1.65	1.70	1.75	1.79	1.83	1.89	1.94	1.99	2.02	2.06
30	.01	2.72	2.87	2.97	3.05	3.11	3.16	3.21	3.25	3.28	3.34	3.39	3.43	3.46	3.50
	.05	1.99	2.15	2.25	2.34	2.40	2.45	2.50	2.54	2.57	2.63	2.68	2.72	2.76	2.79
	.10	1.62	1.79	1.90	1.98	2.05	2.10	2.15	2.19	2.22	2.28	2.33	2.37	2.41	2.44
	.20	1.19	1.36	1.48	1.57	1.64	1.69	1.74	1.78	1.82	1.88	1.93	1.97	2.01	2.04
40	.01	2.68	2.82	2.92	2.99	3.05	3.10	3.14	3.18	3.21	3.27	3.32	3.36	3.39	3.42
	.05	1.97	2.13	2.23	2.31	2.37	2.42	2.47	2.51	2.54	2.60	2.65	2.69	2.72	2.75
	.10	1.61	1.77	1.88	1.96	2.03	2.08	2.13	2.17	2.20	2.26	2.31	2.35	2.39	2.42
	.20	1.18	1.36	1.47	1.56	1.63	1.68	1.73	1.77	1.81	1.87	1.92	1.96	2.00	2.03
60	.01	2.64	2.78	2.87	2.94	3.00	3.04	3.08	3.12	3.15	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35
	.05	1.95	2.10	2.21	2.28	2.34	2.40	2.44	2.48	2.51	2.57	2.61	2.65	2.69	2.72
	.10	1.60	1.76	1.87	1.95	2.01	2.06	2.11	2.15	2.18	2.24	2.29	2.33	2.36	2.39
	.20	1.18	1.35	1.47	1.55	1.62	1.67	1.72	1.76	1.80	1.86	1.91	1.95	1.98	2.02
120	.01	2.60	2.73	2.82	2.89	2.94	2.99	3.02	3.06	3.09	3.14	3.18	3.22	3.25	3.28
	.05	1.93	2.08	2.18	2.26	2.32	2.37	2.41	2.45	2.48	2.53	2.58	2.62	2.65	2.68
	.10	1.59	1.75	1.85	1.93	1.99	2.05	2.09	2.13	2.16	2.22	2.27	2.31	2.34	2.37
	.20	1.17	1.35	1.46	1.54	1.61	1.66	1.71	1.75	1.79	1.84	1.89	1.93	1.97	2.00
∞	.01	2.56	2.68	2.77	2.84	2.89	2.93	2.97	3.00	3.03	3.08	3.12	3.15	3.18	3.21
	.05	1.92	2.06	2.16	2.23	2.29	2.34	2.38	2.42	2.45	2.50	2.55	2.58	2.62	2.64
	.10	1.58	1.73	1.84	1.92	1.98	2.03	2.07	2.11	2.14	2.20	2.24	2.28	2.32	2.35
	.20	1.17	1.34	1.45	1.54	1.60	1.65	1.70	1.74	1.77	1.83	1.88	1.92	1.96	1.99

Tabela 7. Distribuição F de Snedecor $F^{(\alpha)}_{\upsilon_1,\upsilon_2}$, valores críticos ao nível de significância $\alpha = 0{,}01$.

ν_1 / ν_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6234	6366
2	98.49	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.42	99.46	99.50
3	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.49	27.05	26.60	26.12
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.80	14.37	13.93	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.29	9.89	9.47	9.02
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.10	7.72	7.31	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.84	6.47	6.07	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.03	5.67	5.28	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.47	5.11	4.73	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.06	4.71	4.33	3.91
11	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.74	4.40	4.02	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.50	4.16	3.78	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.30	3.96	3.59	3.16
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.14	3.80	3.43	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.00	3.67	3.29	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	3.89	3.55	3.18	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.79	3.45	3.08	2.65
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.71	3.37	3.00	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.63	3.30	2.92	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.56	3.23	2.86	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.51	3.17	2.80	2.36
22	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.45	3.12	2.75	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.41	3.07	2.70	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.36	3.03	2.66	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.32	2.99	2.62	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.29	2.96	2.58	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.26	2.93	2.55	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.23	2.90	2.52	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.20	2.87	2.49	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.17	2.84	2.47	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	2.99	2.66	2.29	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.82	2.50	2.12	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.66	2.34	1.95	1.38
∞	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.51	2.18	1.79	1.00

Tabela 7.1. Distribuição F de Snedecor $F^{(\alpha)}_{\upsilon_1,\upsilon_2}$, valores críticos ao nível de significância $\alpha = 0{,}05$.

ν_1 / ν_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	243.9	249.0	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.04	3.84	3.77
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.40
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.50	2.30
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.42	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.73
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.71
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.83	1.61	1.25
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.52	1.00

Tabela 7.2. Distribuição F de Snedecor $F^{(\alpha)}_{\nu_1,\nu_2}$, valores críticos ao nível de significância $\alpha = 0{,}1$.

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	59.44	60.70	62.00	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.37	9.41	9.45	9.49
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.25	5.22	5.18	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.95	3.90	3.83	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.34	3.27	3.19	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	2.98	2.90	2.82	2.72
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.75	2.67	2.58	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.59	2.50	2.40	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.47	2.38	2.28	2.16
10	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.38	2.28	2.18	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.30	2.21	2.10	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.24	2.15	2.04	1.90
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.20	2.10	1.98	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.15	2.05	1.94	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.12	2.02	1.90	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.09	1.99	1.87	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.06	1.96	1.84	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.04	1.93	1.81	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.02	1.91	1.79	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.00	1.89	1.77	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	1.98	1.88	1.75	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	1.97	1.86	1.73	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.95	1.84	1.72	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.94	1.83	1.70	1.53
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.93	1.82	1.69	1.52
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.92	1.81	1.68	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.91	1.80	1.67	1.49
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.90	1.79	1.66	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.89	1.78	1.65	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.88	1.77	1.64	1.46
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.83	1.71	1.57	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.77	1.66	1.51	1.29
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.72	1.60	1.45	1.19
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.67	1.55	1.38	1.00

Referências Bibliográficas

BEDOTTO, J.E., GAY, R.G., GRAHAM, S.D., MORKIN,E. e GOLDMAN, S. (1989), *"Cardiac hypertrophy induced by thyroid hormone is independent of loading conditions and beta adrenaceptor"*, Journal of Pharmacology and Experimental Therapeutics, **248**, 632-636.

DUNCAN, D.B. (1955), *"Multiple range and multiple F tests"*, Biometrics, **11**, 1-42.

DUNCAN, D.B. (1957), *"Multiple range tests for correlated and heteroscedastic means"*, Biometrics, **13**, 164-176.

DUNNETT, C.W. (1955), *"A multiple comparison procedure for comparing several treatments with a control"*, J. Amer. Statist. Assoc., **50**, 1096-1121.

DUNNETT, C.W. (1984), *"Probability integral of multivariate t"*, Unpublished manuscript.

DUNNETT, C.W. (1989), *"Multivariate normal probability integrals with product correlation struture, Algorithm AS*

251", Applied Statistics, **38**, 564-579.Correction note. Applied Statistics, **42**, 709.

DUNNETT, C.W. (1994), *"Recent results in multiple testing: several treatments vs. A specified treatment"*, Linear Statistical Inference, **93**, 35-46.

DUNNETT, C.W. e TAMHANE, A.C. (1991), *"Step-down multiple tests for comparing treatments with a control in unbalanced one-way layouts"*, Statistics in Medicine, **10**, 939-947.

DUNNETT, C.W. e TAMHANE, A . C. (1992), *"A step-up-multiple test procedure"*, J. Amer. Statist. Assoc., **87**, 162-170.

DUNNETT, C.W. e TAMHANE, A . C. (1995), *"Step- up multiple testing of parameters with unequally correlated estimates"*, Biometrics, **51**, 217-227.

EINOT, I. e GABRIEL, K.R. (1975), *"A study of the powers of several methods in multiple comparisons"*, J. Amer. Statist. Assoc., **70**, 574-583.

GABRIEL, K.R. (1969), *"Simultaneous test procedure-Some theory of multiple comparisons"*, Ann. Math. Statist., **40**, 224-250.

HOCHBERG, Y. (1974), *"The distribution of the range in general unbalanced models"*, Amer. Statist., **28**, 137-138.

HOCHBERG, Y. e TAMHANE, A.C. (1987), *Multiple Comparison Procedures,* Wiley, New York.

HOLM, S. (1979), *"A simple sequentially rejective multiple test procedure"*, Scand. J. Statist., **6**, 65-70.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

KRAMER, C.Y. (1956), *"Extension of multiple range test to group means with unequal numbers of replications"*, Biometrics, **12**, 307-310.

KRAMER, C.Y. (1957), *"Extension of multiple range tests to group correlated adjusted means"*, Biometrics, **13**, 13-18.

LEHMANN, E.L. e SHAFFER, J.P. (1977), *"On a fundamental theorem in multiple comparisons"*, J. Amer. Statist. Assoc., **72**, 576-578.

MARCUS, R., PERITZ, E. e GABRIEL, K.R. (1976), *"On closed testing procedures with special reference to ordered analysis of variance"*, Biometrics, **63**, 655-660.

MILLER, R.G., Jr. (1966), *Simultaneous Statistical Inference,* McGraw Hill, New York.

NAIK, U.D. (1975), *"Some selection rules for comparing p processes with a standard"*, Commun. Statist., Ser. A, **4**, 519-535.

ROESSLER, E.B. (1946), *"Testing the significance of observations compared with a control",* Proceedings of the American Society for Horticultural Science, **47**, 249-251.

ROY, S.N. (1953), *"On a heristic method of test construction and its use in multivariate analysis"*, Ann. Math. Statist., **24**, 220-238.

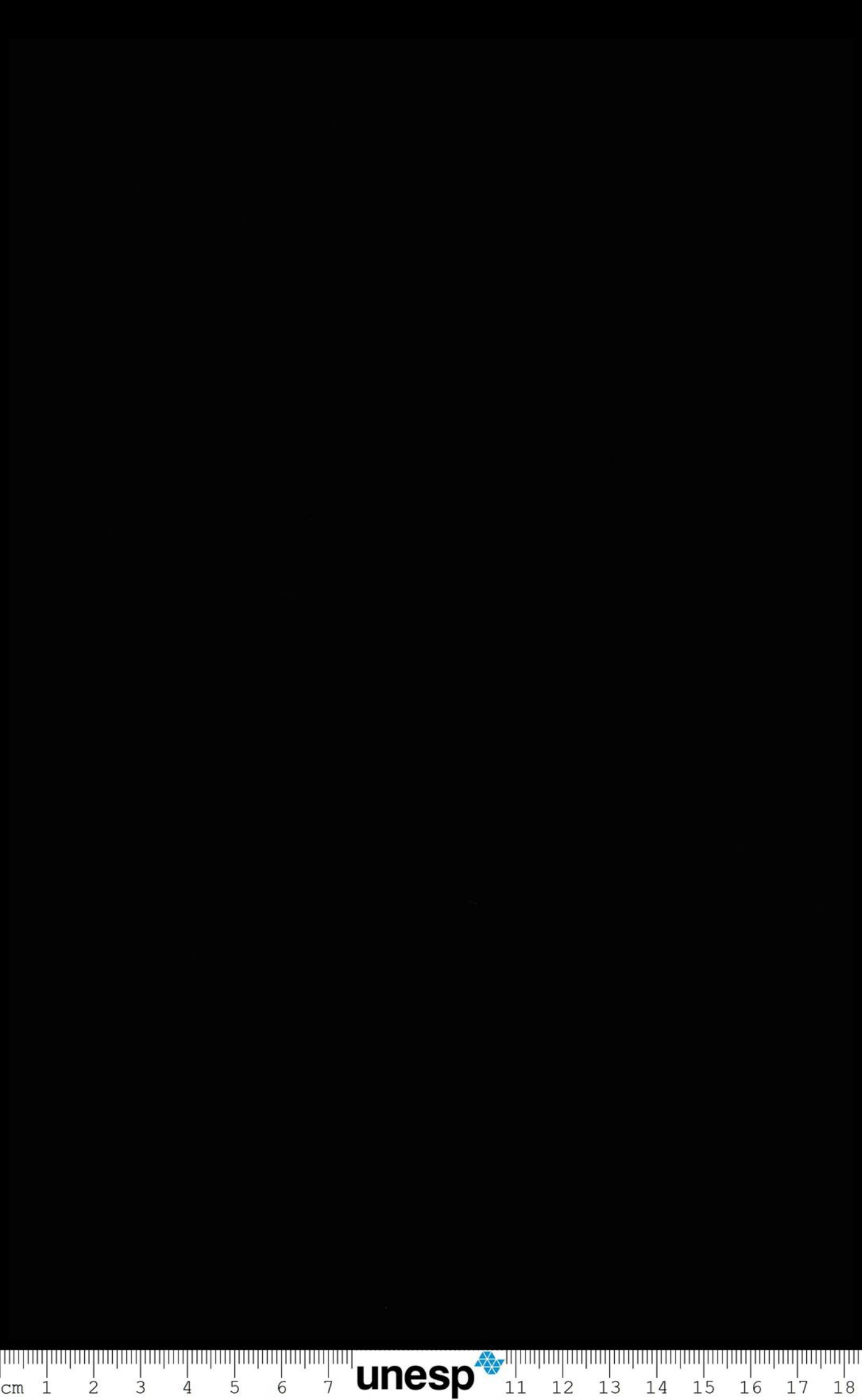
SCHERVISH, M. (1984), *"Multiple normal probabilities with error bound"*, Applied Statistics, **33**, 81-94.

SIDÁK, Z. (1967), *"Rectangular confidence regions for the means of multivariate normal distributions"*, J. Amer. Statist. Assoc., **62**, 626-633.

cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18

STEEL, R.G.D. e TORRIE, J.H. (1980), *Principles and Procedure of Statistics: A Biometrical Approach*, McGraw Hill, New York.

WELSCH, R.E. (1977), *"Stepwise multiple comparison procedure"*, J. Amer. Statist. Assoc., **72**, 566-575.


cm 1 2 3 4 5 6 7 unesp 11 12 13 14 15 16 17 18