
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

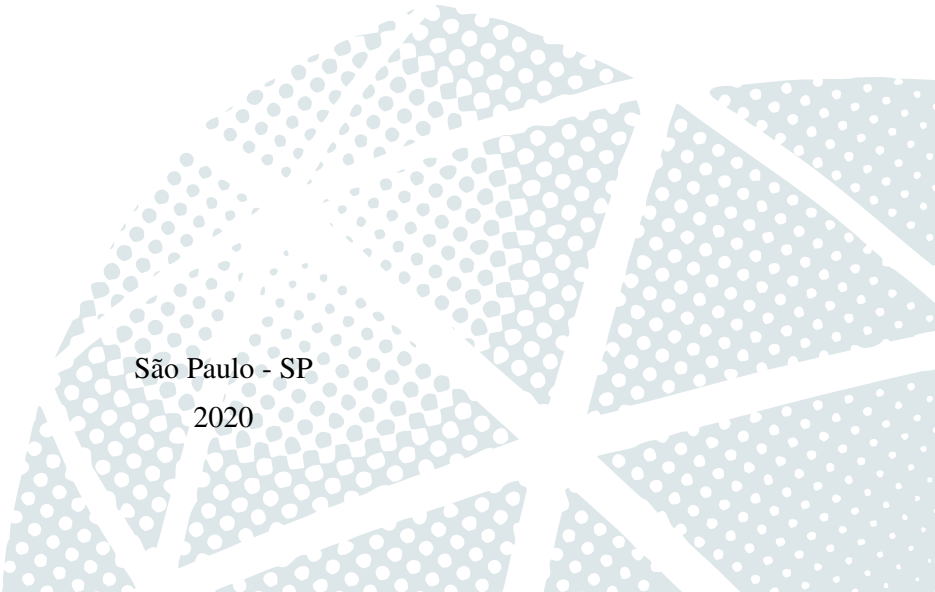
IFT.D.006/20

O Modelo 331 Mínimo e a Fenomenologia dos Vetores de Dupla Carga

Mario Alberto Werle Barela

Orientador
Vicente Pleitez

São Paulo - SP
2020



B248m Barela, Mario Alberto Werle
O modelo 331 mínimo e a fenomenologia dos vetores de dupla carga /
Mario Alberto Werle Barela. – São Paulo, 2020
81 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Física Teórica (IFT), São Paulo
Orientador: Vicente Pleitez

1. Aceleradores de partículas. 2. Teoria quântica de campos. 3. Física
matemática. I. Título

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca
do Instituto de Física Teórica (IFT), São Paulo. Dados fornecidos pelo
autor(a).

Agradecimentos

À minha família, por ser fortaleza, pelos sacrifícios, pelo amor incondicional. Por ser incomparável.

Ao meu orientador, Professor Vicente Pleitez, pela rara dedicação sincera e bem-intencionada. Por me ensinar.

A Rodolfo Capdevilla, por me iniciar nas artes computacionais da fenomenologia, com paciência e boa vontade.

Aos meus amigos, por contarem piadas enquanto compartilham de minha pragmática, simplória e nada filosófica postura na vida.

E ao CNPq, pelo suporte financeiro.

Resumo

O chamado Modelo Padrão foi a primeira – e única, até o momento – teoria geral de partículas elementares e interações fundamentais a se estabelecer como vigente por, dentre outras coisas, passar satisfatoriamente por uma variedade de testes de precisão de complexidade inédita. A evolução natural do campo de estudo, do entendimento da teoria, e o surgimento constante de novos dados experimentais evidenciou, porém, que esse modelo é incompleto. A construção de modelos que acomodem as previsões acertadas do modelo padrão enquanto se propõem a consertar os seus problemas se tornou um esforço justificado e necessário. Um exemplo desse tipo de teoria – extensão do Modelo Padrão – é o muito bem motivado modelo 331. Em sua versão mais simples, dita mínima, é capaz de motivar soluções para os problemas do número de famílias e da massa dos neutrinos e, nas versões mais intrincadas, acomoda propostas de solução para os problemas mais complexos do Modelo Padrão, como a matéria escura e a bariogênese. Além disso, o 331 se destaca também por ser uma dentre poucas extensões simples (ou, talvez, a única) que contém partículas vetoriais de dupla carga elétrica e duplo número leptônico. É uma previsão teórica que, com força dependente de parâmetros livres do modelo, essas partículas mediem processos que violam a conservação de sabor leptônico. Neste trabalho, contextualizado em toda a sua extensão por fatos acerca da construção de modelos, faremos uma abordagem simples do modelo padrão; descreveremos o modelo 331 mínimo e como vincular alguns de seus parâmetros de modo a conter o Modelo Padrão como um limite apropriado; depois, passando para a fenomenologia, descreveremos um método teórico independente de modelo para, com hipóteses razoáveis, impor limites de exclusão em certo domínio de parâmetros do modelo através do processo $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$, observável no LHC, e, por fim, apresentaremos os resultados do estudo.

Palavras-chaves: Extensões do Modelo Padrão; Modelo 331; Violação de sabor leptônico; Bósons de dupla carga.

Áreas do conhecimento: Física de partículas; Física de altas energias; Fenomenologia do LHC.

Abstract

The so-called Standard Model was the first – and, to the moment, only – general theory of elementary particles and fundamental interactions to establish itself as the current one by, among other things, satisfactorily pass a variety of precision tests of unprecedented complexity. The natural evolution of the field of study, of the understanding of the theory, and the constant appearance of new experimental data showed, however, that this model is incomplete. The construction of models that accommodate the right predictions of the Standard Model while aiming to fix its problems has become a justified and necessary effort. An example of this kind of theory – extension of the Standard Model – is the very well motivated 331 model. In its simplest version, called minimal, it is capable to motivate solutions to the problems of the number of families and of the neutrino masses and, within the more complex versions, accommodate proposals of solution to the most complicated problems of the Standard Model, for instance, the baryogenesis and dark matter issues. Besides that, the 331 stands out also by being one among very few simple extensions (or, perhaps, the only one) to contain vector particles of double electric charge and double lepton number. It is a theoretical prediction that, with strength dependent on free parameters of the model, these particles mediate processes which violate lepton flavor conservation. In this work, always contextualized by model building theory facts, we will make a simple assessment of the standard model; describe the minimal 331 model and show a way of constraining some of its parameters in order to have the Standard Model as an appropriate limit; then, moving on to phenomenology, we will describe a model independent theoretical method to, with reasonable hypothesis, impose exclusion limits on certain domain of parameters of the model through the process $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$, observable at the LHC, and, finally, present the results of our study.

Key-words: Physics Beyond the Standard Model; 331 Model; Lepton flavor violation; Doubly-charged boson.

Branches of knowledge: Particle physics; High energy physics; LHC phenomenology.

Sumário

Sumário	iv
Lista de Figuras	vi
1 Introdução	1
2 O modelo padrão: uma breve revisão	4
2.1 O estudo das interações fundamentais e a teoria de gauge	4
2.2 A simetria de gauge e o conteúdo de representação	7
2.3 O setor escalar e a quebra espontânea de simetria	13
2.4 O mixing e os autoestados de massa	17
2.5 A necessidade de nova física	21
2.6 Anomalias	26
3 O modelo 331	31
3.1 O conteúdo de representação fermiônico	31
3.2 O setor escalar, a quebra espontânea de simetria e os bósons de gauge	33
3.3 A interação de Yukawa e a massa dos férmions	38
3.3.1 Léptons sem neutrinos de mão direita	38
3.3.2 Léptons com neutrinos de mão direita	41
3.3.3 Quarks	42
3.4 Cancelamento de anomalias	43
4 Uma solução não-trivial do fechamento ao Modelo Padrão	47
4.1 Definindo a solução	47
4.2 Verificando e consequências da solução: parâmetros de corrente neutra . . .	49
5 Fenomenologia do modelo mínimo	55

5.1	Literatura existente	55
5.2	Nosso processo de interesse: $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$	58
5.3	O método	62
6	Buscas por bósons vetoriais duplamente carregados no LHC	67
6.1	Os parâmetros e a simulação	67
6.2	Estatística	70
6.3	Resultados: região de exclusão no LHC	73
7	Conclusões e perspectivas	75
	Referências	79

Lista de Figuras

1	Correções radioativas mais importantes à massa do Higgs.	22
2	Representativo dos diagramas que contribuem para o background. Os outros diagramas são permutações da direção das flechas de corrente apresentada e q representa qualquer quark do MP.	59
3	Diagramas do tipo Drell-Yan que representam as contribuições do bilépton vetor para o processo considerado, independentemente de modelo.	60
4	Diagramas com troca de quarks exóticos por canal t desconsiderados que também contribuem para o processo se o modelo completo considerado for o 331 mínimo. Canais de decaimento do bilépton vetor de dupla carga que envolvem quarks envolvem, necessariamente, quarks exóticos.	60
5	Número de eventos em função da massa do vetor duplamente carregado para um ponto exemplo. Nessa figura, as bins foram geradas com uma largura de ~ 30 GeV, e podemos verificar que considerar que todos os eventos se acumulam na mesma bin é uma aproximação satisfatória.	70
6	Contornos de exclusão – ocorrência de três eventos – no plano $M_{U^{\pm\pm}} \times (V_U)_{e\mu}$ para os quatro valores de $(V_U)_{ee}$ considerados. A região à esquerda do respectivo contorno pode ser excluída em um experimento no LHC atual com um nível de confiança de 95%.	74
7	Amostra mais detalhada do comportamento do número de eventos com a variação dos parâmetros.	75

1 Introdução

Durante o século passado, o entendimento físico acumulado do universo aprofundou-se inacreditavelmente – em especial quando à luz do desenvolvimento científico do resto da história. Como consequência, passou-se a teorizar acerca de coisas tão complexas quanto uma própria teoria completa das interações e componentes fundamentais da matéria. Mais que isso, um método sistemático de fazê-lo surgiu e foi testado até mostrar-se um guia competente.

Esse método de construção de modelos que acontece no framework da nova teoria quântica de campos, faz uso de álgebra abstrata como teoria de grupos e álgebras de Lie, e é centralizado na ideia de impor a certa teoria física de primeiros princípios uma simetria local. Com o grupo de simetria escolhido, surge automaticamente um número de bósons vectoriais igual à dimensão da simetria. Os férmions e bósons escalares são introduzidos à mão como conteúdo de representação do grupo de gauge – que tem grande arbitrariedade, a menos da motivação física de descrever fenomenologia. Algumas interações surgem elegantemente como consequência da invariância de gauge (pelo acoplamento mínimo) e do conteúdo de representação, e as que não aparecem dessa maneira são resultado dos potenciais de interação postulados. Por primeiros princípios, esses são escolhidos como os mais gerais potenciais que respeitem os vínculos – como simetrias – propostos pelo modelo e que não contenham como termos produtos de campos cuja dimensão total seja tão grande que não seja renormalizável: em quatro dimensões, a dimensão de cada termo precisa ser menor ou igual a 4. As únicas partículas não massivas da natureza são os fótons e gluons, e para conferir massa de maneira consistente à todas as outras, recorremos à quebra espontânea de simetria e ao mecanismo de Higgs, peça final da teoria de construção de modelos eletrofracos. Por fim, outro resultado da teoria de renormalização é a de que uma simetria de gauge de um modelo físico não pode ser anômala, o que impõe vínculos sobre o quasi-arbitrário conteúdo de matéria.

Em síntese, um modelo está definido quando propriamente contém: invariância relativística (i.e., simetria pelo grupo de Poincaré); simetrias globais e de gauge; conteúdo de

representação; e potenciais renormalizáveis.

Dentre todas as teorias propostas e averiguadas durante o surgimento dessas técnicas, uma se destacou pelo grande sucesso em fitar fenômenos complexos já exploráveis. Assim, o Modelo Padrão tornou-se a teoria vigente das partículas elementares. Entretanto, a essa altura sabemos que ele é certamente incompleto enquanto uma teoria de tudo (mesmo que a gravidade seja ignorada). Com vários problemas que variam de incômodas deselegâncias ou preconceitos teóricos (como a arbitrariedade do número de famílias ou a não-naturalidade no problema da hierarquia) à falhas cruciais que deixam fenômenos centrais sem possibilidade de compreensão (como a massa dos neutrinos ou a matéria escura), ele, não obstante, contém os ingredientes desejados na escala dos GeV para ser uma base a partir da qual desenvolver teorias mais adequadas em escalas mais altas que eventualmente resolvam os problemas mencionados. Equivale dizer que se constrói modelos para que possuam, sempre, o Modelo Padrão como um estágio da quebra de simetria – com possíveis partículas exóticas parecendo estéreis (para as interações conhecidas e experimentalmente observáveis) devido à grandes massas ou outros efeitos.

Essas extensões que são invariantes por grupos maiores que contém o grupo do modelo padrão, $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, como subgrupo, podem ter dimensões muito grandes. De fato, a classe mais elegante de extensões é formada pelo que chamamos de Grand Unification Theories (GUT). Elas são modelos cujo grupo de simetria é um grupo simples e, como tal, não é escrito como um produto direto de grupos. Isso implica, dentre outras coisas, em uma única constante de acoplamento ou, de um modo mais dramático, na existência de uma única força fundamental de fato. Essa qualidade imensamente desejável, entretanto, é negativamente compensada pelas altas escalas típicas desse tipo de teoria, o que as torna em grande parte das vezes mais distantes de poderem ser propriamente testadas. Em especial, essas teorias tendem a prever partículas exóticas muito massivas, de modo que não poderiam ser identificadas como ressonâncias no LHC. Entretanto, a GUT mais elegante (e compacta) de todas, que descende ao modelo padrão em um único passo, já foi refutada em sua forma

mais simples: a teoria mínima de grupo $SU(5)$, que foi refutada pelas medidas de precisão do ângulo eletrofraco (e pela grande meia-vida não contrariada do próton)[1].

Com o gigantesco desenvolvimento da física e tecnologia de aceleradores das últimas décadas, teorias com escalas características mais baixas, próximas ou condizentes com as escalas atingíveis por experimentos e, dessa forma, falseáveis imediatamente, rapidamente se tornaram mais atraentes e tomaram o palco para si. Esses modelos possuem grupos de gauge não-simples, que não unificam todas as forças mas que, evidentemente, ainda possuem o Modelo Padrão como um estágio intermediário da quebra.

Esse trabalho é devotado, primeiro, a fazer uma síntese de um exemplo muito conhecido desse tipo de extensão, o 331 mínimo, dissertando em detalhes sobre muito de sua teoria e apresentando expressões ainda não bem catalogadas. E, por fim, a apresentar resultados fenomenológicos novos focados numa partícula exótica de grande interesse contida no 331: um bóson vetorial de dupla carga elétrica e duplo número leptônico.

Esse texto se organiza da seguinte forma. No capítulo 2, começaremos com uma breve discussão acerca de teorias de gauge como uma ferramenta na construção de modelos fundamentais, após o que abordaremos o Modelo Padrão, focando nos fatos que possuem análogo ou fornecem lições para a compreensão de nosso modelo de interesse. No capítulo 3, descreveremos o 331 mínimo, focando, dessa vez, nos fatos necessários à fenomenologia que desenvolveremos. No capítulo 4, falaremos, de maneira resumida, sobre uma maneira de impor um vínculo ao 331 mínimo de modo que, no limite apropriado, ele reproduza as previsões do Modelo Padrão. No capítulo 5, começaremos fazendo uma síntese de trabalhos publicados similares por também tratarem da fenomenologia (na maior parte hadrônica) de bósons vetoriais de dupla carga, específicos ao 331 ou não. Depois, explicaremos o método teórico que usaremos para desenvolver fenomenologia. No capítulo 6, terminaremos de descrever os detalhes operacionais, falando sobre os parâmetros que consideraremos, o experimento relevante e a estatística. Apresentaremos, por fim, os resultados. As conclusões são apresentadas no capítulo 7.

2 O modelo padrão: uma breve revisão

Este capítulo é devotado ao estudo do Modelo Padrão, teoria vigente das partículas e interações fundamentais, cujo entendimento teórico (especialmente sobre o aspecto de sua construção) é essencial para nosso trabalho: tanto como motivação e objeto de comparação quanto como um pré-requisito operacional da análise fenomenológica. Contudo, antes de mergulharmos no Modelo Padrão em si (mas também durante a sua descrição, por contextualização), discorreremos sobre a invariância de gauge – e sua evolução no tempo –, conceito chave no estudo das interações fundamentais e ideia que revolucionou a física teórica de modo geral. A discussão não tem como objetivo e não fornecerá um sumário histórico preciso (para, inclusive, evitar injustiças), mas será temporalmente contextualizada em algumas ocasiões.

2.1 O estudo das interações fundamentais e a teoria de gauge

Ao final do século 19, acreditava-se que a física era capaz de descrever (ao menos) teoricamente a natureza de maneira completa através das já bem conhecidas teorias da termodinâmica, mecânica clássica e eletromagnetismo maxwelliano, e que os avanços ainda possíveis estavam relacionados apenas à precisão de realizações e medidas¹. Não obstante, ainda naquele contexto havia problemas conhecidos sem explicação satisfatória, dentre os quais destacavam-se, por exemplo, a radiação do corpo negro e o experimento de Michaelson-Morley. Em pouco tempo, porém, uma quantidade de fenômenos imensamente longe de serem corretamente esclarecidos pela física disponível começaram a ser observados, agravando a conjuntura científica e evidenciando profundamente enganada a noção de que o entendimento físico do universo àquele tempo era absoluto.

Com os avanços da mecânica estatística no início do século seguinte – tratando-se notavelmente, por exemplo, das contribuições de Einstein para a compreensão do movimento Browniano e os modelos da radiação do corpo negro –, além da revolução mais óbvia causada

¹ “*An eminent physicist remarked that the future truths of physical science are to be looked for in the sixth place of decimals.*” Albert Michaelson, 1894 [2].

pela mecânica quântica nos paradigmas físicos, a formalização de ideias (filosoficamente antigas) relacionadas à existência e características de ‘blocos fundamentais’ – partículas – da matéria e energia passaram a ganhar força e a se tornarem alvo de mais focada consideração.

No decorrer daquele século, ideias surpreendentes e rompantes com a física clássica surgiram e se demonstraram imperativas, por mais estranhas e indesejáveis que parecessem a princípio, para a descrição dos mais sutis, complexos e profundos fenômenos da natureza. Dentre os exemplos mais distintos lembramos (fora de ordem cronológica) da necessidade da introdução de campos para manter resultados e postulados formais bem sucedidos, como interpretações probabilísticas e energias limitadas por baixo; Da violação da paridade que, fato absolutamente extraordinário observado experimentalmente, precisou ser incorporado consistentemente às teorias e descrições; E, finalmente, da popularização de um tipo de construção que viria a ser base para os mais exitosos modelos de interações fundamentais e assunto de muito o que se faz, hoje, em física teórica de modo geral: invariância de gauge como princípio dinâmico.

A eletrodinâmica clássica foi a dica fundamental para as subsequentes bem-sucedidas tentativas de aplicar tal princípio à construção de modelos de teorias quânticas de campos elementares. Nela, percebeu-se que o quadritor potencial eletromagnético tem certa liberdade de descrição – *calibre* – que pode ser ajustada arbitrariamente enquanto mantendo intocadas as previsões físicas, relacionadas apenas aos campos elétrico e magnético. No caso quântico, ao acoplar-se férmions governados pela equação de Dirac ao eletromagnetismo, percebeu-se que o potencial eletromagnético é o campo que ‘cumpre a função’ de evoluir a local a simetria por transformações do grupo abeliano $U(1)$ presente na teoria de Dirac. Mais especificamente: a teoria de Dirac, que governa a dinâmica de férmions de spin $1/2$, é invariante por transformações da forma $\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi$, e a introdução da interação eletromagnética à teoria faz com que ela passe a ser invariante não somente para θ constante, mas também para $\theta = \theta(x)$, desde que o potencial se transforme de acordo com a representação adjunta do grupo, que, no caso de $U(1)$, é como $A_\mu \rightarrow A_\mu - \partial_\mu\theta(x)$, que reproduz exatamente a forma

da arbitrariedade apresentada por esse campo na eletrodinâmica clássica.

O próximo passo foi natural: ao construir uma boa teoria física, isto é, postular uma hamiltoniana que satisfizesse a requerimentos básicos como ter um espectro energético aceitável, que seja invariante sob o grupo de Lorentz e que implique a relação de Einstein, $E^2 = m^2 + |\mathbf{p}|^2$, para os graus de liberdade físicos, postula-se também uma simetria local e observa-se que resultados físicos surgem do acoplamento natural do conjunto de campos de gauge da simetria – que se transforma na representação adjunta do grupo – à matéria, cujo conteúdo se transforma em certa representação escolhida, com relação à qual os resultados dependem. Aliás, fato comumente ignorado acerca da construção de modelos é o de que, além do grupo de gauge escolhido, o conteúdo de representação é parte crucial e determinante da estrutura. Em outras palavras, para um grupo fixo e mesmo para mesmas representações selecionadas, existem inúmeras maneiras diferentes de dispor os campos correspondentes às supostas partículas em multipletos que se transformam como elementos de um espaço vetorial no qual os elementos do grupo, na representação correspondente, agem.

No fundo, a simetria de gauge é a manifestação de que em uma teoria efetiva – em uma hamiltoniana que é construída à mão para prever resultados reproduzidos em experimentos prévios – que apresenta invariância de Lorentz manifesta, nem todos os graus de liberdade são verdadeiramente independentes. A beleza e utilidade da invariância de gauge segue do fato de que a natureza parece ser simpática ao padrão de interações que surge de acoplamentos mínimos, como sugere a teoria de Yang-Mills – formalização metódica de teorias de gauge. Sem teoria de gauge, a forma dessas interações para os férmions e os bósons vetoriais precisaria ser depreendida ‘por tentativa’. Uma sutileza é que a invariância de gauge não manifesta mesma utilidade fixando lagrangianas para escalares autointeragentes, uma vez que o potencial relevante não contém derivadas e, portanto, não distingue entre simetrias globais e locais.

À medida que a capacidade experimental aumentava (o que acontecia intensamente) e os experimentos se refinavam, novos fenômenos – e partículas – eram descobertos e precisados,

e mais a construção de teorias com invariância de gauge se apresentava competente como um guia na construção de modelos para as interações fundamentais. Esse aparecimento massivo de partículas e teorias subjacentes culminou com sucesso na espécie de unificação a que se chamou Modelo Padrão.

O Modelo Padrão de partículas e interações fundamentais é uma teoria de gauge e, argumentavelmente, a teoria física mais profunda e completa (a nível de primeiro princípios – que não se trata de uma teoria efetiva que viole postulados fundamentais em alguma aproximação ou simplificação – apesar de ser, de fato, uma teoria efetiva, assim como qualquer teoria física) que possuímos e mostra-se extremamente bem-sucedida quando posta à prova por uma gama enorme de testes experimentais de grave complexidade. Nas próximas seções, pretendemos revisar o modelo padrão e nos prepararmos para mergulhar no nosso modelo de interesse, tendo entendido as razões pelas quais, afinal de conta, carregamos este tipo de extensão.

2.2 A simetria de gauge e o conteúdo de representação

O Modelo Padrão (MP) contempla todas as interações observadas até agora no universo, com exceção da gravidade. O problema da ‘unificação da relatividade geral com a mecânica quântica’ é argumentavelmente o maior problema em aberto da física teórica e não entraremos em mais detalhes acerca dele. Enfatizamos novamente, porém, que a interação gravitacional não está descrita no MP ou mesmo na extensão que trataremos aqui.

A primeira interação a ser firmada como uma boa teoria quântica de campos foi a eletromagnética. Depois de ter sido propriamente formulada como uma teoria de gauge a nível quântico, um problema ainda restava: os infinitos que brotavam de todos os cantos nos cálculos diretos da teoria. Este problema, que viria a ser um dos maiores empecilhos e objeções ao triunfo da teoria quântica de campos – e continua sendo razão de ceticismo nas vertentes mais formais – foi, no caso da Eletrodinâmica Quântica (QED), eventualmente resolvido por Feynman, Schwinger e Tomonaga com o programa de renormalização.

A QED, porém, não dava conta de descrever alguns processos (como o decaimento beta) e, após a formalização de teorias de gauge por Cheng Yang Ning e Robert Mills e também da teoria efetiva de Enrico Fermi para o que viria a ser chamada de teoria Eletrofraca, Sheldon Glashow, Abdus Salam, e John Clive Ward unificaram a interação fraca e a QED em uma teoria de gauge não-abeliana de grupo $SU(2) \times U(1)$. A teoria GWS, como era chamada, todavia, sofria de um problema: uma teoria de gauge ‘pura’ não admite termos de massa para os férmions ou mesmo para os bósons carregadores de força, isto é, aos graus de liberdade físicos associados aos campos de gauge.

A solução genérica desse problema surgiu como um dos grandes triunfos da física teórica de que se tem notícia: o mecanismo de Higgs. Através da inter-cooperação dos trabalhos de Yoichiro Nambu, Jeffrey Goldstone e Peter Higgs (que, por esse trabalho, viria a ser agraciado com o Prêmio Nobel em Física de 2013), esse problema foi superado ao perceber-se que, acoplando um setor escalar aos campos de matéria (através de uma interação de Yukawa) cujo multipletto possui um valor esperado no vácuo diferente de zero e que não é invariante pelo grupo de transformações a respeito do qual a lagrangiana original é, termos de massa para os campos que se queira, desde que o conteúdo de representações tenha sido cuidadosamente engendrado, surgem após a quebra de simetria – após os escalares adquirirem um valor esperado no vácuo e os campos serem expandidos em torno dele. Além disso, bósons vetoriais também tornam-se massivos ao final da condensação, o que é imprescindível em vista do fato de que o fóton é o único vetor sem massa que participa das interações eletrofracas. A aplicação do mecanismo de Higgs como resolução do problema das massas no que viria a ser o MP rendeu um prêmio Nobel a Steven Weinberg.

Além das interações eletrofracas, há outro tipo de força fundamental que carece de descrição: a interação responsável por manter as partículas subatômicas unidas no núcleo apesar da repulsão eletromagnética entre os prótons (tendo em vista que, nas escalas energéticas relevantes, a atração gravitacional é desprezível frente à essa repulsão): a força forte. Após aplicar a teoria de Yang-Mills para hádrons, partículas não-elementares que vinham sendo

descobertas aos montes, Murray Gell-Mann e George Zweig propuseram a teoria com uma invariância não-abeliana, o grupo $SU(3)$, que viria a ser a Cromodinâmica Quântica (QCD).

Finalmente, passemos à descrição efetiva do conteúdo de representação do MP.

(i) *Léptons:*

Começaremos falando sobre a estrutura leptônica de sabor. Nela, léptons de mão esquerda são tratados assimetricamente daqueles de mão direita, consequência da qualidade quiral dessa interação. Os léptons de mão esquerda são agrupados em dubletos – isto é, vetores que se transformam sob a representação fundamental de $SU(2)$ – de uma partícula carregada associada ao neutrino correspondente, cada uma dessas componentes possuindo um valor diferente de I_3 , o terceiro gerador do grupo. Além disso, cada dubleto também precisa de um número quântico Y , a hipercarga fraca, relacionado a $U(1)$, para ser completamente descrito como vetor alvo de $SU(2) \times U(1)$. Temos, então, para o elétron:

$$L \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{2}, -1), \quad e_R \in (\mathbf{1}, -2), \quad (2.1)$$

onde o primeiro símbolo entre parênteses diz respeito à representação de $SU(2)$ e o segundo à de $U(1)$. Os neutrinos, sendo partículas não massivas na descrição do MP (com uma massa normalmente adicionada à mão por um termo de Majorana), são completamente descritos apenas por uma componente quiral e, desta forma, não possuem conteúdo de mão direita. Os valores de I_3 (que é 0 para os campos de mão direita e $-1/2$ ou $1/2$ para os de mão esquerda), da hipercarga fraca Y e da carga elétrica das partículas estão relacionados através da fórmula de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y. \quad (2.2)$$

Levando em conta o fato experimental da existência de três famílias leptônicas – a do elétron, a do muon e a do tau –, temos, por fim:

$$L_\ell \equiv \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{2}, -1), \quad \ell_R \in (\mathbf{1}, -2), \quad \ell = e, \mu, \tau. \quad (2.3)$$

(ii) Quarks:

A primeira sugestão de que algumas das novas partículas do ‘zoo’ que vinha sendo experimentalmente desbravado eram não fundamentais mas, ao invés, compostas foi radical, e sugerida por Fermi e Yang quando aventam a hipótese de que o pión – suposto nas primeiras teorias hadronicas de Gell-Mann como sendo o intermediador da força forte – fosse, com efeito, construído por uma estrutura núcleon-antinúcleon. Na verdade, mésons como o pión são o estado ligado de um quark e um anti-quark, enquanto hádrons, como os núcleons, são formados por três quarks.

Essas partículas que são ‘família a família’ mais pesadas que os léptons, interagem, além de eletrofracamente, também através da força forte, sendo a carga conservada correspondente (já que, como veremos, o $SU(3)$ permanece intacto pós quebra espontânea de simetria) chamada cor. Explicitamente, os multipletos se organizam como

- Por sabor:

$$L_q \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \in \left(\mathbf{2}, \frac{1}{3}\right), \quad u_R \in \left(\mathbf{1}, \frac{4}{3}\right), \quad d_R \in \left(\mathbf{1}, -\frac{2}{3}\right). \quad (2.4)$$

- Por cor:

A QCD é uma teoria quântica de campos com invariância de gauge pelo grupo não-abeliano $SU(3)$. Do ponto de vista da construção de modelos, é argumentavelmente mais simples do que a interação eletrofraca uma vez que não participa da quebra de simetria. Todavia, a QCD tem outros problemas de imensa complexidade, perturbativos ou não, que formam, por si só, uma área de pesquisa contida e sobre os quais não trataremos aqui. Com relação à cor, cada quark forma um triplete:

$$\begin{pmatrix} q_R \\ q_G \\ q_B \end{pmatrix} \in \mathbf{3}, \quad (2.5)$$

onde R , G e B estão para ‘red’, ‘green’ e ‘blue’, rótulos convencionais das componentes de cor.

Na verdade, na primeira teoria de quarks cogitada por Gell-Mann e Zweig, apenas três partículas eram hipotetizadas: up, down (as duas que aparecem em (2.4)) e strange. Duas razões, todavia, tornaram atraente a conjectura da existência do quark charm: a primeira e mais óbvia seria uma analogia com o setor leptônico onde ocorrem pares e, mais que isso, pertencentes ao qual eram apenas quatro constituintes na época – o τ e o neutrino do τ apenas viriam a ser descobertos mais tarde. A segunda e mais significativa razão era a de que na teoria com apenas as três partículas iniciais haviam correntes neutras que não conservavam estranheza, número quântico cunhado anteriormente que era conservado em todos os processos observados. A supressão dessas correntes indesejáveis através da introdução de um quarto campo foi desvendado em um paper clássico por Sheldon Lee Glashow, John Iliopoulos e Luciano Maiani: o chamado mecanismo GIM.

Sabemos, hoje, que os quarks se compõem em 3 famílias cujas componentes do tipo up, partículas de carga elétrica $+2/3$, são: up, charm e top; e as do tipo down, que têm carga $-1/3$, são, respectivamente: down, strange e bottom.

Lembrando que os léptons não interagem fortemente – e, portanto, estão na representação trivial de $SU(3)$ – e deixando de representar explicitamente as componentes de cor para os quarks, reunimos o conteúdo de representação dos campos de matéria abaixo

$$L_q \equiv \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L \in \left(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{3} \right), \quad (q_u)_R \in \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{4}{3} \right), \quad (q_d)_R \in \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3} \right),$$

$$q_u = u, c, t, \quad q_d = d, s, b. \quad (2.6)$$

$$L_\ell \equiv \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1), \quad \ell_R \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -2), \quad \ell = e, \mu, \tau.$$

onde, $(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, Z)$, notação ordenada como em $(SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y)$, é representação irreduzível de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, o celebrado grupo do MP.

Conhecendo exatamente o conteúdo de matéria, estamos prontos para escrever as lagrangianas livres deste setor. Elas são dadas genericamente pela lagrangiana covariante cinética de Dirac:

$$\mathcal{L}_{\text{Léptons}} = \sum_{\ell} \bar{L}_\ell \not{D} L_\ell + \sum_{\ell} \ell_R \not{D} \ell_R,$$

$$\mathcal{L}_{\text{Quarks}} = \sum_q \bar{L}_q \not{D} L_q + \sum_q q_R \not{D} q_R, \quad (2.7)$$

onde D_μ é a derivada covariante, cuja expressão exata varia de acordo com o campo no qual atua. No caso de um grupo de gauge que seja produto dos grupos simples e grupos abelianos $G^{(i)}$, de geradores $J_j^{(i)}$ e campos de gauge $A_\mu^{(i)j}$, ela escreve-se

$$D_\mu = \partial_\mu - i \sum_i \left(g_i \sum_j J_j^{(i)} A_\mu^{(i)j} \right) \quad (2.8)$$

Por completude e referência futura, façamos expandir explicitamente essas expressões para as nossas lagrangianas:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Léptons}} &= \sum_{\ell} \bar{L}_{\ell} \gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} - i \frac{g}{2} \mathbf{b}_{\mu} \cdot \boldsymbol{\sigma} - i \frac{g'}{2} \mathcal{A}_{\mu} Y \right) L_{\ell} + \sum_{\ell} \ell_R \gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} - i \frac{g'}{2} \mathcal{A}_{\mu} Y \right) \ell_R, \\
\mathcal{L}_{\text{Quarks}} &= \sum_q \bar{L}_q \gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} - i g_C \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \cdot \mathcal{B}_{\mu} - i \frac{g}{2} \mathbf{b}_{\mu} \cdot \boldsymbol{\sigma} - i \frac{g'}{2} \mathcal{A}_{\mu} Y \right) L_q + \\
&\quad + \sum_q q_R \gamma^{\mu} \left(\partial_{\mu} - i g_C \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \cdot \mathcal{B}_{\mu} - i \frac{g'}{2} \mathcal{A}_{\mu} Y \right) q_R,
\end{aligned} \tag{2.9}$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ são as matrizes de Pauli, que geram $SU(2)$, e $\boldsymbol{\lambda}$ são as matrizes de Gell-Mann, que geram $SU(3)$ ². Os geradores aparecem multiplicados pelos campos de gauge enquanto ‘autoestados de simetria’. Como fica intacto na extensão da qual trataremos, por vezes ignoraremos o setor forte nas expressões ou discussões.

Agora, para que os campos de gauge também sejam dinâmicos, precisamos adicionar os respectivos termos cinéticos. Estes são os termos quadráticos nas derivadas que são invariantes de Lorentz e gauge. O termo cinético correspondente ao multipletto A_{μ} , de um grupo com constante de acoplamento g e constante de estrutura f_{abc} , é

$$\mathcal{L}_{\text{kin}}^A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a - i g f_{abc} A_{\mu}^b A_{\nu}^c. \tag{2.10}$$

Isso dá conta da parte puramente de matéria e de radiação do MP. Na próxima seção discutiremos sobre o setor escalar, o potencial de Yukawa e a quebra espontânea de simetria, responsável por conferir massa aos campos, até agora não-massivos.

2.3 O setor escalar e a quebra espontânea de simetria

Como mencionado, as massas das partículas que se transformam de acordo com alguma representação irredutível de um grupo de gauge não podem ser adicionadas à mão, consequência da não-invariância por gauge dos termos necessários. Em vez disso, elas surgem como consequência do mecanismo de quebra espontânea de simetria em aliança com a invariância

²Os geradores, na verdade, são definidos por $\boldsymbol{\sigma}/2$ e $\boldsymbol{\lambda}/2$, respectivamente.

de gauge: ao que chamamos de mecanismo de Higgs. No setor eletrofraco do MP, tudo isso se dá como se segue.

Adicionamos ao conteúdo do modelo um dubleto escalar (que não interage fortemente)

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \in (\mathbf{2}, +1), \quad (2.11)$$

onde os super-índices expressam a carga elétrica dos campos, escolhidas de maneira que satisfaçam à relação de Gell-Mann-Nishijima e a devolverem os resultados que se espera (recordando-nos, novamente, da máxima de que parte imprescindivelmente importante da construção de um modelo é o conteúdo de representação). A lagrangiana necessária lê-se

$$\mathcal{L}_{\text{Scalar}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi). \quad (2.12)$$

Postulamos que esses campos auto-interagem através de um potencial que, por primeiros princípios, pode ser o potencial renormalizável invariante de gauge mais geral que dependa apenas de ϕ :

$$V_{\text{scalar}} = -\mu^2(\phi^\dagger \phi) + |\lambda|(\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.13)$$

Classicamente, definimos por ‘vácuo’ o ponto ϕ_0 no espaço vetorial complexo $\mathcal{H}$ ao qual ϕ pertence tal que $V(\phi = \phi_0) = \min \{V(\mathcal{H})\}$. No caso do potencial de (2.13), há duas ocasiões possíveis – o caso $\mu^2 < 0$ não é muito interessante: nesse caso, o vácuo é simplesmente a origem $\phi_0 = 0$ e não há quebra de simetria uma vez que ele é invariante.

A situação que queremos resulta de $\mu^2 > 0$. Nesse caso, o vácuo é degenerado: qualquer ponto da variedade

$$\phi_0 \in \left\{ \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \in \mathcal{H}, \quad |\phi^+|^2 + |\phi^0|^2 = \frac{\mu^2}{2|\lambda|} \right\}, \quad (2.14)$$

serve como um vácuo legítimo, e nenhum é um ponto fixo por transformações de gauge.

O próximo passo no formalismo, então, é escolher um desses pontos para em torno do qual expandir os campos, de forma que o valor esperado do potencial no vácuo corresponde ao ponto no qual os campos se anulam. Isso é um requerimento do formalismo de LSZ – que assume a normalização $\langle 0|\phi|0\rangle = 0$ –, que dá os elementos de matriz de processos em termos das funções de Green da teoria. Outra sutileza que precisa atenção é a de que não queremos um vácuo carregado: precisamos atribuir um valor esperado no vácuo apenas para componentes neutras. Desta forma, nos restaria duas possibilidades para um vácuo aceitável e escolhemos favorecer o positivo:

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{\mu^2/|\lambda|}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Precisamos, agora, reconhecer qual subgrupo de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ continua preservado como uma simetria da teoria. Com esse objetivo, basta observarmos qual subconjunto de transformações mantém o vácuo invariante e, para tanto, é suficiente verificarmos quais geradores aniquilam o vácuo: $\mathcal{U}(g(\boldsymbol{\alpha}))|0\rangle = e^{i\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{T}}|0\rangle = (1 + \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{T} + \mathcal{O}(\alpha^2))|0\rangle \stackrel{!}{=} |0\rangle \rightarrow \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{T}|0\rangle = 0$, onde $\mathbf{T}$ contém também o gerador abeliano. Pode-se verificar que todos os quatro geradores do grupo original *não o fazem*, mas há uma combinação linear deles que satisfaz esse requerimento:

$$Q\phi_0 \equiv \frac{1}{2}(\sigma_3 + Y)\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} = 0. \quad (2.16)$$

Em síntese: a carga elétrica, combinação linear dos geradores originais (como contabilizada pela relação de Gell-Mann-Nishijima, lembrando que $I_3 = \frac{1}{2}\sigma_3$), permanece gerando uma simetria da teoria.

Como basta um único gerador para caracterizar o grupo final, vemos que o padrão de quebra do modelo padrão é $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{EM}}$.

De acordo com o teorema de Goldstone, para cada gerador quebrado emerge um escalar sem massa. Os escalares sem massa acabam sendo, como se costuma dizer, ‘engolidos’ e tornam-se componente de polarização longitudinal dos bósons de gauge que, portanto, tornam-se massivos (este é o mecanismo de Higgs). Estes resultados poderiam ser observados expandindo ϕ em torno de ϕ_0 , usando de forma esperta a invariância de gauge – rotacionando para o que se chama de ‘gauge unitário’ – e desenvolvendo as derivadas covariantes. Observando a forma dos termos de massa que surgem como resultado desse processo, inferimos como novos autoestados massivos:

$$W_\mu^\pm = \frac{b_\mu^1 \mp ib_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad Z_\mu = \frac{-g'\mathcal{A}_\mu + gb_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.17)$$

onde $b_\mu^i, \mathcal{A}$ estão definidos na Eq. (2.9). As novas massas obedecem a

$$M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g} M_W = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2}. \quad (2.18)$$

Isto é, o resultado, como esperado de uma teoria com três geradores espontaneamente quebrados, é o surgimento de três bosons massivos. Mas, além disso, temos um quarto que permanece sem massa: o fóton, definido em termos dos autoestados de simetria como

$$A_\mu = \frac{g\mathcal{A}_\mu + g'b_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.19)$$

Temos, agora, tudo de que precisamos para derivar os vértices que não envolvem escalares, e se expandirmos $L_{\text{Léptons}}$ da Eq. (2.9), por comparação direta com a QED, podemos obter a relação entre a carga do elétron (definido como a força da interação entre um par de léptons carregados e o fóton) e as constantes de acoplamento de $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.20)$$

Introduzimos, também, uma parametrização útil para as relações, induzidas pela quebra

de simetria, entre essas constantes:

$$g' \equiv g \tan \theta_W \Rightarrow \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W, \quad (2.21)$$

onde θ_W é o ângulo eletrofraco.

A última peça do quebra-cabeça é a massa dos férmions. Até agora não-massivos, precisamos adicionar uma interação entre eles e os escalares de modo que um termo de massa surja após a aquisição de um valor esperado no vácuo pela componente neutra. O potencial de Yukawa cumpre tal função:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^Y = & - \sum_{\ell} \zeta_{\ell} [\bar{R}_{\ell}(\phi^{\dagger} L_{\ell}) + (\bar{L}_{\ell} \phi) R_{\ell}] - \sum_u \zeta_u [(\bar{Q}_L^u \bar{\phi}) u_R + \bar{u}_R (\bar{\phi}^{\dagger} Q_L^u)] + \\ & - \sum_d \zeta_d [(\bar{Q}_L^d \bar{\phi}) d_R + \bar{d}_R (\bar{\phi}^{\dagger} Q_L^d)], \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde a notação implica em $Q_L^{u(d)}$ e L_{ℓ} sendo, respectivamente, os dubletos que contém o quark do tipo up u (do tipo down d) e o lépton ℓ ³. As massas que resultam têm a forma

$$m_f = \frac{\zeta_f}{\sqrt{2}} v. \quad (2.23)$$

Por fim, recordamos que o setor forte permanece intacto após a quebra de simetria e, portanto, o MP contém ainda outros oito bósons vetoriais sem massa: os glúons.

2.4 O mixing e os autoestados de massa

Neste ponto, precisamos reconhecer que na discussão até agora deixamos uma sutileza teórica importante ignorada. Não há razão alguma para que os campos definidos no conteúdo de representação do modelo sejam, de fato, as partículas fisicamente observadas como estados

³Essa notação permite usar apenas o nome dos campos ($u, d, \dots$) como rótulo e evita a introdução de um índice de família e, apesar de convolucionada, deixa mais evidente a estrutura desses termos sem mixing. Todavia, ela logo será substituída.

assintóticos em experimentos factíveis. Na verdade, os autoestados de massa (que são tais partículas físicas) para os quarks são combinações lineares destes campos, aos quais nos referimos por autoestados de simetria. Podemos desenvolver essa ideia fazendo com que os acoplamentos de Yukawa deixem de ser diagonais, de modo que cada termo acople famílias diferentes (de autoestados de simetria):

$$\mathcal{L}_q^Y = - \sum_u \zeta_{ij}^u (\overline{Q'_{iL}} \bar{\phi}) u'_{jR} - \sum_d \zeta_{ij}^d (\overline{Q'_{iL}} \phi) d'_{jR} + \text{h.c.}, \quad (2.24)$$

onde i, j são índices de geração e a linha indica que os campos ainda não tem massa definida, isto é, são autoestados de simetria.

Sejam as seguintes matrizes que transformam da base de autoestados de simetria para a base de autoestados de massa

$$f'_{L,R} = V_{L,R}^{f\dagger} f_{L,R}, \quad (2.25)$$

onde $f = U, D$ e

$$U \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad D \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

– de modo que, de acordo com a Eq. (2.24), a matriz de Yukawa é diagonalizada pela transformação biunitária

$$\mathcal{M}^f = V_L^f \zeta^f V_R^{f\dagger} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (2.27)$$

onde $\mathcal{M}^f$ possui as massas dos quarks do tipo f na diagonal.

O último fato relacionado ao mixing que devemos frisar é o seu efeito nas correntes – que é, na prática, o único efeito observável. A corrente carregada da interação entre quarks que,

a princípio, pertenceriam à mesma família se o mixing não fosse levado em consideração, é

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu W_\mu^+ V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.28)$$

onde $V_{\text{CKM}} \equiv V_L^u V_L^{d\dagger}$ é a matriz de Cabibo-Kobayashi-Maskawa que, sendo não-diagonal, induz interação entre quarks do tipo up e down de famílias diferentes – na prática, a mistura entre a terceira família (composta por top e bottom) e as duas primeiras é desprezível para todos os efeitos. Como essa é a única combinação das matrizes da transformação biunitária que ‘sobrevive’ em qualquer lugar da lagrangiana, podemos considerar os Yukawa diagonais e levar em conta completamente o efeito do mixing definindo

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (2.29)$$

e $U' \equiv U$.

A matriz de CKM é uma matriz unitária 3×3 . Uma matriz genérica desse tipo poderia ser parametrizada por três ângulos (semelhante aos ângulos de Euler de uma rotação em três dimensões) e seis fases complexas. Cinco dessas fases podem, sem consequências físicas, serem absorvidas por redefinições dos campos de quarks [3]. A matriz CKM é, então, parametrizada por três números reais e uma fase complexa. Esta última é a responsável pela violação de CP no setor eletrofraco, uma característica interessante do MP.

É importante ressaltar que mixing acontece também no setor leptônico. De descoberta e estudo mais recente, sabe-se há mixing entre os 3 sabores de neutrinos, pelo qual a matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata é responsável. Não aprofundaremos esse assunto.

Isso esgota a construção do MP para nossos propósitos, e por completude – e satisfação – registramos que o Modelo Padrão (pré-renormalização) é completamente descrito pela

lagrangiana

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{\text{Léptons}} + \mathcal{L}_{\text{Quarks}} + \mathcal{L}_{\text{kin}}^A + \mathcal{L}_{\text{Escalar}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}. \quad (2.30)$$

Recordemos do que se trata cada termo. $\mathcal{L}_{\text{Léptons}}$ e $\mathcal{L}_{\text{Quarks}}$ se tratam dos termos cinéticos invariantes de gauge dos léptons e quarks, de onde saem as interações entre férmions e bósons vetoriais. $\mathcal{L}_{\text{kin}}^A$ se refere à lagrangiana cinética dos vetores, que garante que os bósons de gauge sejam dinâmicos e de onde saem as interações puras entre eles (como dois vértices que escreveremos abaixo). $\mathcal{L}_{\text{Escalar}}$ é a lagrangiana pura completa dos escalares, contendo termos cinéticos e potencial, de onde surgem a massa dos escalares após a quebra espontânea de simetria e as interações puras entre eles. E, por fim, $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ contém as interações de Yukawa, responsáveis por conferir massa aos férmions pelo mecanismo de Higgs e a gerar interações entre eles e os escalares.

Escrevemos também alguns dos vértices do modelo para referência futura – eles poderiam ser obtidos mecanicamente expandindo as lagrangianas para o nosso conteúdo de representação e resultados da quebra espontânea de simetria. Primeiro, temos os seguintes vértices trípticos de gauge:

$$\begin{array}{c}
 W_\mu^+ \\
 \diagup \\
 Z_\alpha \sim \text{wavy line} \\
 \diagdown \\
 W_\nu^-
 \end{array}
 = ig_{CW} [g_{\mu\nu}(p^+ - p^-)_\alpha + g_{\alpha\mu}(p - p^+)_\nu + g_{\nu\alpha}(p^- - p)_\mu], \quad (2.31)$$

$$\begin{array}{c}
 W_\mu^+ \\
 \diagup \\
 A_\alpha \sim \text{wavy line} \\
 \diagdown \\
 W_\nu^-
 \end{array}
 = ig_{SW} [g_{\mu\nu}(p^+ - p^-)_\alpha + g_{\alpha\mu}(p - p^+)_\nu + g_{\nu\alpha}(p^- - p)_\mu], \quad (2.32)$$

onde os momentos são definidos, todos, entrando.

Temos, ainda, as correntes neutras

$$\begin{array}{c} \bar{q} \\ \nearrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} A_\mu = -iQ_q \gamma_\mu, \\ \nwarrow \\ q \end{array} \quad (2.33)$$

$$\begin{array}{c} \bar{q} \\ \nearrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} Z_\mu = -i\frac{g}{4}\frac{M_Z}{M_W}\gamma_\mu[L_q(1-\gamma_5) + R_q(1+\gamma_5)], \\ \nwarrow \\ q \end{array} \quad (2.34)$$

com $L_q = I_3 - 2Q_q \sin^2 \theta_W$, $R_q = -2Q_q \sin^2 \theta_W$, e onde $I_3 = \sigma/2$.

2.5 A necessidade de nova física

Apesar de ser bem sucedido na explicação de uma grande sorte de fenômenos, respaldado pelos testes de precisão da teoria eletrofraca e de ser uma impressionante primeira grande tentativa de modelo unificado, o MP tem importantes problemas, alguns dos quais são faltas diretas de descrição enquanto outros são fatos incômodos que atacam a robustez do modelo que, como candidato a uma teoria de ‘tudo o que há’, em algum ponto se conecta a muitos dos problemas mais fundamentais da natureza e precisa, ao menos, *possibilitar* resolução a eles.

Faremos uma descrição muito sucinta dos principais problemas neste capítulo.

O problema de hierarquia

:

Uma das lições práticas que adquirimos da teoria quântica de campos é o fato de que toda teoria é, no máximo, efetiva. Isto é, cada teoria é uma boa descrição do fenômeno que pretende

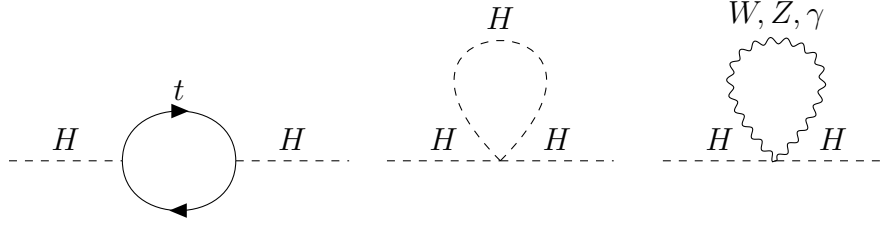


Figura 1: Correções radioativas mais importantes à massa do Higgs.

descrever em apenas certa escala energética e deixa de ser precisa assim que ultrapassamos os limites de tal escala. O problema de hierarquia é sintetizado pela pergunta ‘*por que a escala na qual o MP deixa de ser adequado é tão maior do que a sua escala natural?*’. Se assumirmos que o MP cataloga com sucesso todas as forças e partículas elementares, esperamos que a escala de nova física seja aquela na qual a gravidade passe a ser importante: $\Lambda = M_{\text{Planck}} = 10^{18} \text{ GeV}$ (em ordem de grandeza), que é desconfortavelmente maior do que a única escala natural disponível ao MP: a massa do Higgs – ou, equivalentemente, o valor esperado do vácuo – $\Lambda = M_H = 10^2 \text{ GeV}$.

Um jeito exatamente equivalente de propor o problema de hierarquia é o seguinte: o quadrado da massa do Higgs recebe as correções radioativas da figura 1, proporcionais ao quadrado da escala de nova física, se o MP for visto como uma teoria efetiva:

$$M_H^2 = M_{\text{Bare}}^2 - \Delta M^2(\Lambda^2) = M_{\text{Bare}}^2 - 10^{38} \text{ GeV}^2. \quad (2.35)$$

Como consequência, para que sua massa física seja tão pequena, da ordem de 100 GeV , deve haver um ajuste fino entre os parâmetros M_H e M_{Bare} que é dito *não-natural*. O mesmo não acontece no caso da massa dos férmions e bósons de gauge porque estas estão protegidas por uma simetria: quando a sua massa é posta à zero, uma simetria adicional acontece na teoria – uma simetria quiral no caso dos férmions e, no caso dos bósons de gauge, a simetria quebrada é recuperada. Essas simetrias fazem com que as correções radioativas correspondentes sejam proporcionais à massa inicial de forma que a uma massa pequena contribuem correções pequenas.

O problema de hierarquia é uma forte sugestão de que há muita física desconhecida entre a escala do MP e a escala de Planck.

A massa do neutrino

:

No MP mínimo, os neutrinos são campos sem massa. Mas experiências com oscilações de neutrinos mostraram que há diferença entre o quadrado das massas dos diferentes sabores, de modo que, hoje, que os neutrinos são partículas massivas é um fato sólido.

Existem algumas maneiras, no contexto do MP, pelas quais esse problema é geralmente lidado. Por exemplo, com o conteúdo de representação mínimo, pode-se garantir ao neutrino uma massa de Majorana com a interação abaixo

$$\mathcal{L}_5 = \frac{1}{\Lambda_{\text{Nova}}} \overline{L^c} L H H. \quad (2.36)$$

Esse termo, porém, é um operador efetivo de dimensão 5 e, como tal, é não-renormalizável. Para conferir massa aos neutrinos minimamente, é necessário adicionar à teoria neutrinos de mão direita ou, por exemplo, um tripleto escalar. No primeiro caso, pode-se adicionar uma massa de Dirac simples mas, assim, não há explicação satisfatória para a disparidade de massas entre os neutrinos e o elétron, que é maior do que a região de massa varrida por todos os outros férmions (a diferença $m_t - m_e$). O segundo caso, por outro lado, é um desvio grande do modelo padrão e adiciona novas partículas (goldstones) à teoria, que não tem evidência experimental para serem motivados independentemente.

A melhor maneira para se adicionar massa aos neutrinos no MP, todavia, é também contida na possibilidade da adição de neutrinos de mão direita, e trata-se de uma conspiração entre massas de Dirac e Majorana: o mecanismo Seesaw. Essa construção naturalmente prevê um neutrino muito mais leve do que a escala definida (que trataria-se do neutrino de mão esquerda que conhecemos) e um neutrino pesado, que trataria-se de uma partícula de mão direita pesada estéril – e, por isso, difícil de observar. Esse mecanismo foi primeiro proposto

por Murray Gell-Mann, Pierre Ramond, and Richard Slansky.

Matéria escura

:

Há muitas evidências pelas quais se postula a existência de ‘um tipo misterioso’ de matéria, às quais chamamos matéria escura. Dentre elas, por exemplo, está a velocidade de rotação demasiada de galáxias. Calcula-se que a maior parte da matéria e energia do universo sejam dessa espécie exótica. O modelo padrão não fornece hipótese ou propicia mecanismo para a explicação da matéria escura. Modelos mais complexos com escalares leves e estéreis devido a alguma simetria residual são geralmente propostos como candidatos à solução desse que é um dos maiores problemas da física contemporânea. No MP, existem propostas simples acomodadas em extensões por grupos discretos. Para uma realização em versões ‘flipadas’ e mais complexas do 331, veja [4].

Número de famílias

:

O MP não dá conta de explicar, ou sequer motivar, o fato experimental da existência de três famílias. Apesar de argumentavelmente ter menor crucialidade do que as outras questões, seria interessante que essa arbitrariedade aparente fosse removida por alguma nova proposta.

Assimetria matéria-antimatéria

:

Outra das perguntas chave da física atual pode ser informalmente enunciada como ‘*por que existe uma quantidade tão maior de matéria com relação a antimatéria?*’ – ou, em um tom mais dramático: ‘*por que as coisas existem?*’.

Uma boa Teoria de Tudo deve ser capaz de explicar o processo dinâmico que, no universo

primordial, foi responsável pela bariogênese. Uma teoria capaz de acomodar a bariogênese deve conter três propriedades[5]:

1. Violação de B ;
2. Violação de C e CP ;
3. Fim do equilíbrio térmico.

A primeira condição é óbvia: se a teoria não prevê violação de número bariônico, não existe sequer processo individual que possa induzir uma assimetria entre bárions e antibárions; A segunda é mais sutil: se C for uma simetria da teoria, então as taxas de ocorrência da reação que viola B , $X \rightarrow Y \mathcal{B}$, onde $\mathcal{B}$ é a única partícula que carrega número bariônico, são iguais às da reação conjugada por carga, de modo que

$$\frac{dB}{dt} \propto \Gamma(X \rightarrow Y \mathcal{B}) - \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{Y} \bar{\mathcal{B}}) = 0; \quad (2.37)$$

e o número de bárions no universo permanece constante. Mas a violação de C não é suficiente: pela existência de férmions de Dirac, se a teoria respeitar CP e considerando um processo como $X \rightarrow q_R q_R$, teríamos

$$\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) + \Gamma(X \rightarrow q_R q_R) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L) + \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R), \quad (2.38)$$

de modo que se iniciamos com o mesmo número de X e $\bar{X}$, terminamos ainda sem assimetria bariônica (podemos ter, no máximo, um diferente número de férmions de mão direita e mão esquerda, o que não é o que queremos); Por último, a quebra do equilíbrio térmico é necessária para possibilitar que $\Gamma(X \rightarrow Y \mathcal{B}) \neq \Gamma(Y \mathcal{B} \rightarrow X)$. De outro modo, o inverso de qualquer processo que induza assimetria o compensaria exatamente.

No MP, a conservação de B é uma simetria perturbativa exata. Todavia, sabe-se que a anomalia eletrofaca destrói essa simetria através de efeitos não-perturbativos que são uma espécie de instantons generalizados: os sphalerons. Esses estados violam número bariônico

e número leptônico pelo mesmo número de unidades. Todavia, à temperaturas de $\sim 0\text{ K}$, o tunelamento entre vácuos que induziria a violação tem uma amplitude da ordem de 10^{-173} , o tornando impossível na prática em uma idade do universo. Entretanto, mostrou-se que à temperaturas razoáveis para o universo primordial, da ordem de $\gtrsim 100\text{ GeV}$, esses estados se tornam muito prováveis, de modo que o primeiro item é satisfeito. O segundo item também é satisfeito no MP: a fase da matriz de CKM é responsável pela violação de CP . Nesse caso, porém, a violação é muito fraca e a condição 2. não é satisfatoriamente cumprida. A insuficiência na realização desse requisito já torna atraente (se não necessária) nova física prevista por alguma extensão. O último dos três itens é, provavelmente, o mais complicado teoricamente, e também não é facilmente acomodado pelo MP sem mecanismos teóricos que tendem a introduzir artefatos indesejáveis.

Em conclusão, poderia até ser factível implementar, no MP, os três requerimentos de Sakharov para a bariogênese, mas há muitas indicações de que a assimetria entre bárions e antibárions induzida não seria suficiente para explicar a que existe no universo de hoje. Esse assunto, mesmo no MP, ainda não está terminado. Para uma análise da possibilidade de uma transição eletrofraca suficiente para bariogênese em uma realização do 331 com um setor escalar mais simples e léptons exóticos, ver [6].

2.6 Anomalias

Dentre as sutilezas presentes no processo de quantização, uma das mais proeminentes é a existência de simetrias clássicas que ‘se quebram’ na teoria quantizada correspondente. Quando esse é o caso, a simetria é dita *anômala*.

No formalismo canônico, isso pode ser visto como uma consequência do fato de que, quando há anomalia, não existe regulador que, concomitantemente, seja invariante de Lorentz e respeite a simetria clássica *completa*. No formalismo funcional, pode-se rastrear a origem da anomalia à medida da integral de caminho, que, de certa forma, é responsável pelos efeitos quânticos.

Um modelo físico necessariamente *não deve possuir simetrias de gauge anômalas*, e a razão disso é renormalizabilidade. É uma obviedade que teorias físicas devem fornecer previsões finitas, mas isso não é garantido por qualquer teoria quântica de campos. Em geral, apenas teorias renormalizáveis – teorias que precisam de apenas um número finito de parâmetros a serem definidos em dada escala – fazem sentido físico. Acontece que a simetria de gauge é fundamental para garantir a renormalizabilidade de teorias com férmions e bósons (exceto pela quebra espontânea de simetria, que não arruina a renormalizabilidade).

Para quantificar o efeito da anomalia, costuma-se observar de que maneira ela altera as identidades de Ward (identidades de Slavnov-Taylor, mais genericamente), que são manifestações da simetria, para alguma função de Green. Para obter a condição geral que queremos, basta observarmos a função de três pontos – de modo que bastaria calcularmos o gráfico do triângulo sem esquecer de que não podemos mudar limites de integração de integrais divergentes sem tomar conta de termos de superfície (na prática, existem vários jeitos de fazer essa conta). O resultado é que o termo anômalo da conservação de corrente é proporcional ao invariante de grupo que denotaremos (com alguns abusos de notação que serão explicados a seguir) por

$$\text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] , \quad (2.39)$$

onde γ^5 registra o fato de que a anomalia resulta da quiralidade da interação – e contribui apenas com sinais opostos, digamos, positivo para os férmions de mão direita e negativo para os de mão esquerda, nas somatórias que surgem – e os t são os geradores dos grupos correspondentes aos bósons saindo de cada vértice. O anticomutador resulta do possível reordenamento dos vértices ou, equivalentemente, inversão do sentido do momento.

No modelo padrão, há bósons vetoriais que correspondem a $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ ou $U(1)_Y$, e nossa tarefa é verificar se há anomalia considerando a combinatória relevante a eles. Façamos isso:

$$1) [U(1)_Y]^3:$$

Nesse caso, a anomalia total – soma das anomalias para todos os férmions circulando no loop – é proporcional a (lembrando que a soma também é sobre quiralidade e que quarks recebem um fator três devido à cor)

$$\begin{aligned} \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{Férmions}} Y^3 = \\ &= (-1)^3 - 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \left[2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.40)$$

2) $[SU(2)_L]^3$:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{M.E.}} \text{tr} [\gamma^5 \sigma^a \{\sigma^b, \sigma^c\}] = \\ &= \sum_{\text{M.E.}} \text{tr} [\gamma^5 \sigma^a 2\delta^{bc}] = 0, \end{aligned} \quad (2.41)$$

pois $\text{tr}(\sigma^a) = 0$.

3) $[SU(3)_C]^3$:

A QCD acopla simetricamente férmions carregados de mão direita e mão esquerda, de modo que a anomalia nesse caso é identicamente zero uma vez que cada quiralidade contribui com sinal oposto.

4) $SU(2)_L GH$:⁴

A anomalia, nessa situação, é proporcional a $\text{tr}(\sigma^a) = 0$, onde σ^a são as matrizes de Pauli.

5) $SU(3)_C GH$:⁵

⁴Aqui $G, H = SU(3)_C, U(1)_Y$.

⁵E aqui $G, H = SU(2)_L, U(1)_Y$.

Analogamente ao caso anterior, aqui a anomalia é proporcional a $\text{tr}(\lambda^a) = 0$, onde λ^a são as matrizes de Gell-Mann.

6) $[SU(3)_C]^2 U(1)_Y$:

Consideramos, nesse caso:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 Y \{\lambda^b, \lambda^c\}] = \\ &= \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 Y \delta^{bc}] = \delta^{bc} \sum_{\text{Férmions}} Y = \delta^{bc} \left(-2\frac{1}{6} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.42)$$

para cada família, onde usamos $\text{tr} [\{\lambda^b, \lambda^c\}] = 2\text{tr} [\lambda^b \lambda^c] = \delta^{bc}$.

7) $[SU(2)_L]^2 U(1)_Y$:

Por fim, temos uma anomalia proporcional a:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{M.E.}} \text{tr} [\gamma^5 Y \{\sigma^b, \sigma^c\}] = \\ &= \sum_{\text{M.E.}} \text{tr} [\gamma^5 Y \delta^{bc}] = \delta^{bc} \sum_{\text{M.E.}} Y = \delta^{bc} \left[-\left(-\frac{1}{2}\right) - 3\frac{1}{6} \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.43)$$

também para cada família e onde M.E. indica a soma apenas sobre os campos de mão-esquerda, que são os acoplados pelos bósons de $SU(2)$.

Daremos, ainda, uma explicação simples para nos convenceremos de que basta que analisemos a função de três pontos. A rigor, o diagrama da caixa e o do pentágono também devem ser levados em consideração ao avaliar o efeito da anomalia sobre a conservação de corrente. Todavia, têm-se que a contribuição da caixa é proporcional a (isso não é trivial ou um análogo. A conta precisa ser carregada por completo)

$$\text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, [t^c, t^d]\}] = if_{cdz} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^z\}], \quad (2.44)$$

que é, então, proporcional à contribuição do triângulo. O mesmo ocorre com o pentágono.

A conclusão é: no MP, há cancelamento de anomalias (mais que isso, ela ocorre família-a-família), de modo que ele se trata de uma teoria de gauge não abeliana com quebra espontânea de simetria e sem anomalia, e é, portanto, renormalizável.

3 O modelo 331

Motivados (principalmente) por curar a não-unitariedade de processos com correntes de mão-direita e novos bósons carregados por um mecanismo semelhante ao do modelo padrão (em que a existência do Z é necessária para garantir a unitariedade de árvore do processo $W^+W^- \rightarrow e^+e^-$ ou $W^+W^- \rightarrow \bar{\nu}\nu$), Felice Pisano e Vicente Pleitez [7], e por construir uma teoria quiral com vetores bileptônicos, Paul Frampton [8], propõem uma nova extensão do MP – de grupo de gauge $SU(3) \otimes SU(3) \otimes U(1)$, de onde o nome obviamente deriva – que viria a se mostrar de grande interesse e robustez. Nesse capítulo, esclareceremos o modelo, cuja fenomenologia pode ser vista como nosso objeto direto de estudo, com certo detalhe.

3.1 O conteúdo de representação fermiônico

Como já expressado, o novo modelo estende a simetria do modelo padrão de $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ para $SU(3) \otimes SU(3) \otimes U(1)$. O novo grupo tem uma dimensão maior do que a do MP por 5 unidades, de modo que, sem falar de conteúdo de matéria, podemos antecipar cinco novos bósons e uma capacidade mais robusta de acomodar dados experimentais em consequência da estrutura de parâmetros mais complicada. Essa proposta não foi a primeira baseada em um grupo 3-3-1, mas é especialmente interessante em vista do seu conteúdo de representação de $SU(3)_L \otimes U(1)_X$, que descreveremos agora.

Começemos pelos

(i) Léptons:

A diferença imediata é que os graus de liberdade associados aos campos carregados, introduzidos como componentes de Weyl de mão esquerda e mão direita no MP, aqui são escritos como o spinor de Dirac e seu conjugado de carga e são agrupados no mesmo tripleto (representação fundamental de $SU(3)$). Não há léptons exóticos no modelo mínimo. Explicitamente, como representações de $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, definimos completamente o conteúdo leptônico por

$$L_\ell = \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \\ \ell^c \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0), \quad \ell = e, \mu, \tau, \quad (3.1)$$

onde ℓ^c é o conjugado de carga de ℓ .

Adicionar, além disso, neutrinos de mão direita também é uma possibilidade bem motivada. Eles são

$$\nu_{\ell R} \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0), \quad \ell = e, \mu, \tau. \quad (3.2)$$

(ii) Quarks:

No setor de quarks se destaca a introdução de três quarks exóticos, supostamente pesados, que são característica essencial do modelo e a terceira componente dos tripletos de mão esquerda. Os tripletos são:

$$Q_{iL} \equiv \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ j_i \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{3}, \bar{\mathbf{3}}, -1/3), \quad Q_{3L} \equiv \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ J \end{pmatrix}_L \in (\mathbf{3}, \mathbf{3}, 2/3), \quad i = 1, 2. \quad (3.3)$$

Enquanto as componentes de mão direita dos férmions conhecidos formam as seguintes representações:

$$u_{\alpha R} \in (\mathbf{3}, \mathbf{1}, 2/3), \quad d_{\alpha R} \in (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3), \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (3.4)$$

E, por fim, para os férmions exóticos:

$$J_R \in (\mathbf{3}, \mathbf{1}, 5/3), \quad j_{iR} \in (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -4/3), \quad i = 1, 2. \quad (3.5)$$

Característica interessante desse conteúdo é que não é democrático: a terceira família é tratada diferentemente das duas primeiras. Essa propriedade acaba restringindo o número

de famílias para que o cancelamento de anomalias aconteça. Isso ficará claro no final deste capítulo.

Conhecido o conteúdo de representação, sabemos como a derivada covariante age em cada campo de matéria. De maneira geral, ela escreve-se (omitindo o termo relacionado a $SU(3)_C$)

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\lambda^i}{2} W^i - ig_X X B_\mu, \quad (3.6)$$

onde, como antes, as matrizes de Gell-Mann divididas por 2 geram $SU(3)_L$. Denotamos os bósons (autoestados de simetria) de $SU(3)_L$ por W_μ^i e o de $U(1)_X$ por B_μ .

O operador de carga é definido como a seguinte combinação dos geradores diagonais

$$\frac{Q}{e} = \lambda_3 - \beta \lambda_8 + X, \quad (3.7)$$

onde β é um parâmetro que define a versão específica do 331 ao que se refere. Nosso estudo se refere à versão *mínima* do modelo, para a qual $\beta = \sqrt{3}$. As cargas dos férmions exóticos podem, então, ser verificadas como $Q(j_i) = -4/3$ e $Q(J) = 5/3$ (é claro que isso não é simples consequência: o conteúdo de representação é definido de forma a isso ser assim).

3.2 O setor escalar, a quebra espontânea de simetria e os bósons de gauge

O setor escalar do 331 mínimo, construído como o conteúdo mais compacto potente o suficiente para, em princípio, formar interações de Yukawa capazes de gerar massas realistas aos férmions, é muito mais rico do que o do MP. O conteúdo é composto por três tripletos:

$$\eta \equiv \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta^+ \end{pmatrix} \in (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0), \quad \rho \equiv \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \in (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 1), \quad \chi \equiv \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \in (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1), \quad (3.8)$$

e um sexteto:

$$S \equiv \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} & H_1^{++} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} & H_1^{--} \end{pmatrix} \in (\mathbf{1}, \bar{\mathbf{6}}, 0). \quad (3.9)$$

Um modelo mais simples sem o sexteto foi (e, por vezes, continua sendo) considerado. A introdução do sexteto, todavia, é imperativa para que todas as massas leptônicas sejam reproduzidas com interações renormalizáveis. Isso ficará mais exposto na próxima seção.

Os valores esperados no vácuo que induzem a quebra são denotados por $\langle \eta^0 \rangle = \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}$, $\langle \rho^0 \rangle = \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}$, $\langle \chi^0 \rangle = \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}$ e $\langle \sigma_2^0 \rangle = \frac{v_{s2}}{\sqrt{2}}$. A componente neutra com valor esperado $\langle \sigma_1^0 \rangle = \frac{v_s}{\sqrt{2}}$, se considerada não-nula, é responsável por conferir uma massa de Majorana de mão esquerda aos neutrinos, como veremos, também, na próxima seção. A quebra, em si, ocorre em duas etapas: (i) Primeiro, a componente neutra de χ adquire um valor esperado no vácuo e o grupo desce para o do modelo padrão: $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X \xrightarrow{\langle \chi \rangle} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$; (ii) Depois, é a vez dos outros dois tripletos condensarem, após o que ficamos com a simetria conservada relacionada aos bósons não massivos (glúons e fótons): $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \eta \rangle, \langle \rho \rangle} SU(3)_C \times U(1)_{\text{EM}}$.

O potencial escalar é escolhido como a mais geral função dos campos invariante de gauge e Lorentz e renormalizável:

$$\begin{aligned}
V_1(\eta, \rho, \chi, S) = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 \\
& + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_4 (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_5 (\eta^\dagger \eta) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) \\
& + \lambda_7 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \lambda_8 (\eta^\dagger \chi) (\chi^\dagger \eta) + \lambda_9 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) \\
& + f_1 (\eta \rho \chi + \text{H.C.}) \\
& + \mu_4^2 \text{Tr}(S^\dagger S) + \lambda_{10} [\text{Tr}(S^\dagger S)]^2 + \lambda_{11} \text{Tr}[(S^\dagger S)^2] \\
& + [\lambda_{12} (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{13} (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{13} (\chi^\dagger \chi)] \text{Tr}(S^\dagger S) \\
& + f_2 (\rho \chi S + \text{H.C.}).
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Nessa expressão, produtos como $\eta \rho \chi$ representam, na verdade, as contrações apropriadas de modo que o termo seja invariante – por exemplo $\eta \rho \chi \rightarrow \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k$, uma vez que $\epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j$ é a parte anti-simétrica do produto $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \bar{\mathbf{3}}_A \oplus \mathbf{6}_S$, que é ‘contraída anti-simetricamente’ com χ para resultar no singlete, que é parte simétrica de $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{1}_S \oplus \mathbf{8}_A$. Para a apresentação de possibilidades ainda mais gerais para o potencial escalar com, por exemplo, violação de número leptônico, ver [9].

Como é previsível, a complexidade do conteúdo de representação e do potencial faz com que autoestados de massa e autovalores correspondentes não possam ser derivados analiticamente por completo – ao menos sem hipóteses adicionais. Para derivarmos os resultados pertinentes, como antes, seguiríamos a receita de diagonalizar as matrizes de massa que surgem expandindo o potencial em torno do vácuo e, como resultado, obteríamos os valores das massas e relações entre autoestados de simetria e escalares físicos. Não nos aprofundaremos quanto ao conteúdo escalar do modelo uma vez que não trabalharemos com ele e trata-se de um assunto por si só, mas para abordagens específicas apontamos as referências [10, 11].

Os bósons vetoriais físicos carregados, autoestados de massa, são definidos em termos dos autoestados de simetria como

$$\begin{aligned}
W_\mu^\pm &= (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}, \\
V_\mu^\pm &= (W_\mu^4 \pm iW_\mu^5)/\sqrt{2}, \\
U_\mu^{\pm\pm} &= (W_\mu^6 \pm iW_\mu^7)/\sqrt{2}.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Esses bósons são massivos, correspondentes aos geradores quebrados, e para encontrar suas massas – e também dos bósons neutros, bastaria novamente expandir os termos cinéticos dos escalares. Para melhor visualização e referência futura, com a equação acima, agora podemos desenvolver o termo não-diagonal da derivada covariante (3.6) em termos dos bósons carregados físicos

$$\begin{aligned}
& -ig \frac{\lambda^i}{2} W_\mu^i - ig_X X B_\mu \equiv -ig\mathcal{M} = \\
& = -i\frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXB_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}V_\mu^- \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXB_\mu & \sqrt{2}U_\mu^{--} \\ \sqrt{2}V_\mu^+ & \sqrt{2}U_\mu^{++} & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXB_\mu \end{pmatrix}, \tag{3.12}
\end{aligned}$$

onde $t \equiv g_X/g$. Para uma abordagem sistemática da atribuição de cargas (em todos os setores) ver [12]. O resultado, após a condensação dos valores esperados, é o de que as massas dependem deles como

$$\begin{aligned}
M_W^2 &= \frac{1}{4}g^2v_W^2, \\
M_V^2 &= \frac{1}{4}g^2(v_\eta^2 + 2v_s^2 + v_\chi^2), \\
M_U^2 &= \frac{1}{4}g^2(v_\rho^2 + 2v_s^2 + v_\chi^2).
\end{aligned} \tag{3.13}$$

onde vale que

$$v_W^2 \equiv v_\eta^2 + v_\rho^2 + 2v_s^2 \approx (246 \text{ GeV})^2 \quad (3.14)$$

é o VEV do Higgs – essa relação pode ser obtida comparando a segunda etapa da quebra no nosso caso com a quebra do MP.

Para expressar as massas dos dois bósons neutros massivos, definimos as grandezas

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} [3t^2 (\bar{v}_\rho^2 + 1) + \bar{v}_W^2 + 1], \\ R &= \left\{ 1 - \frac{1}{3A^2} (4t^2 + 1) [\bar{v}_W^2 (\bar{v}_\rho^2 + 1) - \bar{v}_\rho^4] \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

a partir das quais as massas escrevem-se (definindo implicitamente, também, fatores m_1 e m_2):

$$\begin{aligned} M_{Z_1}^2 &= \frac{g^2 v_\chi^2}{2} A(1 - R) \equiv \frac{g^2 v_\chi^2}{2} m_1^2, \\ M_{Z_2}^2 &= \frac{g^2 v_\chi^2}{2} A(1 + R) \equiv \frac{g^2 v_\chi^2}{2} m_2^2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

A relação entre os autoestados de simetria e de massa dos bósons neutros em termos das definições acima, por sua vez, é complicadíssima:

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= \frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}} A_\mu - N_1 (3m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - 2\bar{v}_W^2) Z_{1\mu} - N_2 (3m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - 2\bar{v}_W^2) Z_{2\mu}, \\ \frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} &= -\frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}} A_\mu - N_1 \left(m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} \right) Z_{1\mu} - N_2 \left(m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} \right) Z_{2\mu}, \\ B_\mu &= \frac{1}{\sqrt{4t^2 + 1}} A_\mu + 2t (1 - \bar{v}_\rho^2) N_1 Z_{1\mu} + 2t (1 - \bar{v}_\rho^2) N_2 Z_{2\mu}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde a barra indica a razão por v_χ : $\bar{v}_\alpha \equiv \frac{v_\alpha}{v_\chi}$, e são definidos os fatores de normalização:

$$\begin{aligned}
N_1^{-2} &= 3 \left(2m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right) + (\bar{v}_\rho^2 - 1)^2(4t^2 + 1), \\
N_2^{-2} &= 3 \left(2m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right) + (\bar{v}_\rho^2 - 1)^2(4t^2 + 1).
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

3.3 A interação de Yukawa e a massa dos férmions

Termos de massa são quaisquer bilineares nos campos, de quiralidade oposta, invariantes de Lorentz. Para construir a lagrangiana de Yukawa, então, basta construirmos todos os termos possíveis que acoplam dois multipletos fermiônicos e um escalar de modo a construir um invariante de gauge e que, após a quebra espontânea de simetria e expandindo em componentes, descendem a esses bilineares para cada um dos campos massivos. Uma análise semelhante à que faremos é feita no artigo clássico [13], com a diferença de que, nessa referência, o autor foca em termos a nível de loop enquanto nós o faremos sistematicamente abaixo à nível de árvore.

3.3.1 Léptons sem neutrinos de mão direita

Para os léptons carregados, apenas uma massa de Dirac é possível:

$$\overline{\ell_{aR}}\ell_{bL} + \text{H.c.} \tag{3.19}$$

Esse termo pode surgir contraindo de maneira apropriada os índices de gauge i, j do produto

$$\overline{(L_{ai})^c}L_{bj} \tag{3.20}$$

Esse bilinear, por sua vez, pertence à representação $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \bar{\mathbf{3}}_A \oplus \mathbf{6}_S$, a partir do que deduzimos duas maneiras de contrair todos os índices com algum escalar de modo a obter um singleto – um para cada termo do lado direito da equação. Para tanto, usaremos a generalidade $\mathbf{N} \otimes \bar{\mathbf{N}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{A}$, onde $\mathbf{A}$ é a adjunta de $SU(N)$ (para teoria de grupos em

construção de modelos e identidades de produtos, veja [14]. A primeira delas é acoplando anti-simetricamente esse bilinear a um tripleto e, como o tripleto leptônico possui $X = 0$, apenas o acoplamento com o η é possível de modo a construir um termo invariante. Expandindo explicitamente no vácuo:

$$\begin{aligned}
G_{ab}^\eta \overline{(L_{ai})^c} L_{bj} \epsilon^{ijk} \eta_k &= G_{ab}^\eta \begin{pmatrix} \overline{\nu_a^c} & \overline{\ell_a^c} & \overline{\ell_a^c} \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\nu_b} \\ \overline{\ell_b} \\ \overline{\ell_b^c} \end{pmatrix}_L \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \\
&= G_{ab}^\eta \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} [(\overline{\ell_a^c})_R (\ell_b^c)_L - \overline{\ell_{aR}} \ell_{bL}],
\end{aligned} \tag{3.21}$$

onde, novamente, i, j são índices de gauge e a, b rotulam a família (e usamos $(\Psi_L)^c = (\Psi^c)_R$). A estrutura dos índices na primeira linha (lembrando da propriedade de anticomutação fermiônica) implica em um G_{ab}^η anti-simétrico.

Para enxergarmos claramente que isso trata-se de um termo de massa de Dirac como escrita na forma tradicional, bastaríamos usar da identidade $(\overline{\ell_a^c})_R (\ell_b^c)_L = \overline{\ell_{bR}} \ell_{aL}$ e da anti-simetria de G_{ab}^η para comutar e renomear os índices. Com essas manipulações, a expressão acima leria-se $-G_{ab}^\eta \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} 2 \overline{\ell_{aR}} \ell_{bL}$, de modo que basta simetrizarmos a lagrangiana inicial por conjugação hermitiana (como faremos em breve) para que a massa de Dirac, $\overline{\ell_{aR}} \ell_{bL} + \overline{\ell_{aL}} \ell_{bR}$, como mais conhecida fique evidente.

A segunda maneira é acoplando simetricamente o produto da Eq. (3.20) a um anti-sexteto. Expandimos no vácuo o termo possível abaixo:

$$\begin{aligned}
G_{ab}^S \overline{(L_{ai})^c} L_{bj} S^{ij} &= G_{ab}^S \begin{pmatrix} \overline{\nu_a^c} & \overline{\ell_a^c} & \overline{\ell_a^c} \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} \frac{v_s}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_{s2}}{2} \\ 0 & \frac{v_{s2}}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\nu_b} \\ \overline{\ell_b} \\ \overline{\ell_b^c} \end{pmatrix}_L \\
&= G_{ab}^S \frac{v_{s2}}{2} [(\overline{\ell_a^c})_R (\ell_b^c)_L + \overline{\ell_{aR}} \ell_{bL}] + G_{ab}^S \frac{v_s}{\sqrt{2}} \overline{(\nu_a^c)_R} \nu_{bL},
\end{aligned} \tag{3.22}$$

onde, dessa vez, G_{ab}^S é simétrica. Obteríamos claramente os termos de massa de Dirac seguindo o mesmo procedimento do caso anterior, agora usando da simetria da matriz de Yukawa.

Simetrizando por conjugação hermitiana, obtemos, dos resultados acima, a lagrangiana leptônica de Yukawa:

$$\mathcal{L}_\ell^Y = \frac{1}{2} G_{ab}^\eta \overline{(L_{ai})^c} L_{bj} \epsilon^{ijk} \eta_k + \frac{1}{2} G_{ab}^S \overline{(L_{ai})^c} L_{bj} S^{ij} + \text{H.c.} \quad (3.23)$$

Apesar de termos partido buscando termos invariantes que resultassem nas possibilidades de termos de massa dos léptons carregados (Eq. (3.19)), a lagrangiana resultante automaticamente também gera o termo de massa possível para os neutrinos, como vemos na Eq. (3.22).

A matriz de massa dos léptons carregados lê-se facilmente com ajuda das 3 equações acima:

$$M_\ell = G_{ab}^\eta \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} + G_{ab}^S \frac{v_{s2}}{2}. \quad (3.24)$$

Percebe-se por essa expressão que, não fosse introduzido o sexteto, a matriz de massa dos léptons seria anti-simétrica e possuiria um espectro do tipo $\{0, m, m\}$, o que resultaria, a nível de árvore, em dois léptons carregados de mesma massa e um não-massivo. A introdução do sexteto é absolutamente necessária ao realismo do modelo, então, a menos que um estudo detalhado demonstre que correções radioativas são suficientes para reproduzir as massas dos léptons. Uma matriz de massa de Dirac dessa estrutura é, no caso mais geral, diagonalizada por uma transformação da forma

$$\text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau) = V_R^{\ell\dagger} M_\ell V_L^\ell, \quad (3.25)$$

onde $V_{L(R)}^\ell$ relaciona autoestados de simetria e massa como

$$\ell'_{L(R)} = V_{L(R)} \ell_{L(R)}. \quad (3.26)$$

A matriz de massa dos neutrinos lê-se:

$$M_\nu = G_{ab}^S \frac{v_s}{\sqrt{2}}. \quad (3.27)$$

Por outro lado, aqui identifica-se que se não introduzíssemos o tripleto com $X = 0$ ou fizéssemos, ao invés, $v_\eta = 0$, então as duas matrizes de massa seriam proporcionais, $M_\ell \propto M_\nu$, o que faria com que ambas fossem diagonalizadas pelas mesmas transformações unitárias, o que, por sua vez, causaria uma matriz PMNS que é a unidade: $V_{\text{PMNS}} = V_L^{\ell\dagger} V_L^\nu = 1$, descartando a possibilidade.

3.3.2 Léptons com neutrinos de mão direita

Novas possibilidades surgem quando adicionamos neutrinos de mão direita $\nu_{aR} \in (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$ à teoria. Nesse caso, os possíveis novos bilineares nos campos que são invariantes de Lorentz têm as duas formas possíveis abaixo

$$\overline{\nu_{aL}}\nu_{bR} + \overline{(\nu_{aR})^c}\nu_{bR} + \text{H.c.} \quad (3.28)$$

O primeiro termo acima é uma massa de Dirac e surge do seguinte produto

$$\overline{L_{ai}}\nu_{bR}, \quad (3.29)$$

que é um antitripleto ($\overline{\mathbf{3}} \otimes \mathbf{1} = \overline{\mathbf{3}}$) e, assim, constrói um invariante sendo apropriadamente contraído com um tripleto. Escrevamos a lagrangiana:

$$G_{ab}^\nu \overline{L_{ai}}\nu_{bR}\eta_i. \quad (3.30)$$

Já o segundo termo, trivialmente um singlete, é uma massa de Majorana de mão direita⁶.

A lagrangiana adicional decorrente dos novos neutrinos é, então:

⁶Como esse termo já é um singlete, pode ser adicionado à lagrangiana diretamente, como faremos abaixo, mas também poderia ser acoplado a um sigleto escalar neutro que, ao condensar, gera o termo de massa da forma do segundo termo da equação (3.28).

$$\mathcal{L}_{\nu_R}^Y = \frac{1}{2} G_{ab}^\nu \overline{L_{ai}} \nu_{bR} \eta_i + \frac{1}{2} m_{ab}^{\nu_R} \overline{(\nu_{aR})^c} \nu_{bR} + \text{H.c.} \quad (3.31)$$

Usando todos os resultados anteriores, a matriz de massa dos neutrinos no caso com singletos de mão direita é dada por

$$(M_\nu)_{ab} = \begin{pmatrix} G_{ab}^S \frac{v_s}{\sqrt{2}} & G_{ab}^\nu \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \\ G_{ab}^\nu \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} & m_{ab}^{\nu_R} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

3.3.3 Quarks

Todos os quarks possuem carga elétrica diferente de zero, de modo que apenas termos de massa de Dirac são possíveis. Após a quebra, esses são termos do tipo

$$\overline{q_L} q_R + \text{H.c.} \quad (3.33)$$

Para encontrar as lagrangianas basta, novamente, encontrarmos acoplamentos com escalares que resultam em invariantes sob $SU(3)_L \otimes U(1)_X$. Esse caso é mais simples e o resultado final é

$$\mathcal{L}_q^Y = \overline{Q'_{mL}} [G_{m\alpha}^u U'_{\alpha R} \rho^* + G_{m\alpha}^d D'_{\alpha R} \eta^*] + \overline{Q'_{3L}} [F_{3\alpha}^u U'_{\alpha R} \rho + F_{3\alpha}^d D'_{\alpha R} \eta]; \quad (3.34)$$

aqui $G^{u(d)}$ é uma matriz 2×3 e $F^{u(d)}$ uma matriz 1×3 . Expandindo como fizemos com o setor leptônico, obteríamos a seguinte matriz de massa (a conta é direta e mecânica), na base $\{-u_1, -u_2, u_3\}$, para os quarks conhecidos do tipo up:

$$M_u = \begin{pmatrix} rG_{11}^u & rG_{12}^u & rG_{13}^u \\ rG_{21}^u & rG_{22}^u & rG_{23}^u \\ F_{31}^u & F_{32}^u & F_{33}^u \end{pmatrix} |v_\eta|; \quad (3.35)$$

e, na base $\{d_1, d_2, d_3\}$, para os quarks conhecidos do tipo down:

$$M_d = \begin{pmatrix} r^{-1}G_{11}^d & r^{-1}G_{12}^d & r^{-1}G_{13}^d \\ r^{-1}G_{21}^d & r^{-1}G_{22}^d & r^{-1}G_{23}^d \\ F_{31}^d & F_{32}^d & F_{33}^d \end{pmatrix} |v_\rho|; \quad (3.36)$$

onde definimos $r \equiv |v_\rho|/|v_\eta|$.

Todas essas expressões são exatas, o que significa que a dependência das massas dos férmions sobre os acoplamentos de Yukawa é perfeitamente conhecida. O problema de definir os Yukawa de modo a reproduzir todas as massas dos férmions conhecidos e *ao mesmo tempo* a matriz PMNS ainda não foi compreendido por completo. Aparentemente, para que todas as massas sejam acomodadas a nível de árvore, neutrinos de mão direita são imprescindíveis. Todavia, ainda é possível que as correções radioativas do modelo mínimo (sem neutrinos de mão direita) sejam suficientes para fixar as massas corretamente.

3.4 Cancelamento de anomalias

Um modelo completo, com grupo de gauge, padrão de quebra de simetria e conteúdo de representação, não deixa de ser apenas candidato até que verifiquemos que é livre de anomalias, como já expressamos. Agora, analogamente ao que mostramos para o modelo padrão na seção 2.6, vamos estudar como se comporta o fator de anomalia no 331 caso a caso.

1) $[U(1)_X]^3$:

Repetindo o procedimento para $U(1)_Y$ do MP, temos

$$\begin{aligned} \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{Férmions}} X^3 = \\ &= 3 \times 2 \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \\ &\quad - 3 \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 2 \left(\frac{4}{3}\right)^3 - \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = 0. \end{aligned} \quad (3.37)$$

2) $[SU(3)_L]^3$:

Primeiro percebemos que para partículas que são componentes de anti-triplete, com geradores $\bar{t}^a = -(t^a)^T$, vale que

$$\begin{aligned} \text{tr} [\gamma^5 \bar{t}^a \{\bar{t}^b, \bar{t}^c\}] &= -\text{tr} [\gamma^5 (t^a)^T \{(t^b)^T, (t^c)^T\}] = -\text{tr} [\gamma^5 (\{t^c, t^b\} t^a)^T] = \\ &= -\text{tr} [\gamma^5 \{t^c, t^b\} t^a] = -\text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}]. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Conclui-se imediatamente desse resultado que, no 331, a anomalia se cancela devido à existência do mesmo número de tripletos e anti-tripletos na teoria: 3 tripletos dentre os léptons e, dentre os quarks, 3 tripletos e 6 anti-tripletos.

3) $[SU(3)_C]^3$:

Exatamente como no MP, o caráter vetorial de $SU(3)_C$ faz com que esse caso seja identicamente nulo.

4) $SU(3)_L GH / SU(3)_C GH$

De maneira novamente análoga ao MP, esse caso é zero pois o traço das matrizes de Gell-Mann também o é – a diferença é que aqui os grupos são iguais, mas, sendo parte de um produto direto, não compartilham índices, de modo que o resultado é independente disso.

5) $[SU(3)_C]^2 U(1)_X$:

Consideramos, nesse caso:

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 X \{\lambda^b, \lambda^c\}] = \\
&= \sum_{\text{Quarks}} \text{tr} [\gamma^5 X \delta^{bc}] = 2\delta^{bc} \sum_{\text{Quarks}} X = \\
&\delta^{bc} \left[2 \times 3 \left(-\frac{1}{3} \right) + 3 \times \frac{2}{3} - 3 \times \frac{2}{3} - 3 \times \left(-\frac{1}{3} \right) - \frac{5}{3} - 2 \times \left(-\frac{4}{3} \right) \right] = 0,
\end{aligned} \tag{3.39}$$

para cada família, onde usamos que os geradores são normalizados $\text{tr} [\{\lambda^b, \lambda^c\}] = 2\text{tr} [\lambda^b \lambda^c] = \delta^{bc}$.

6) $[SU(3)_L]^2 U(1)_X$:

Aqui, temos

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 t^a \{t^b, t^c\}] &= \sum_{\text{Férmions}} \text{tr} [\gamma^5 X \{\lambda^b, \lambda^c\}] = \\
&= \sum_{\text{M.E.}} \text{tr} [\gamma^5 X \delta^{bc}] = \delta^{bc} \sum_{\text{M.E.}} X = \delta^{bc} \left[2 \times 3 \left(-\frac{1}{3} \right) + 3 \times \frac{2}{3} \right] = 0,
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Vimos que no MP as anomalias para cada triângulo se anulam família a família, o que torna seu número de replicações arbitrário. Por outro lado, no 331, a combinatória de 3 vetores de $SU(3)_L$, caso **2**), acontece graças ao balanço de 2 anti-tripletos para cada tripleto dentre os quarks (assumidas 3 cores), e essa estrutura (sendo absurda a existência de um número não inteiro de famílias) implica na existência de um número de famílias que é múltiplo de 3. Mas, além disso, se a liberdade assintótica dever ser válida em energias suficientemente altas (mais altas do que as massas de todos os quarks), então o número de sabores de quarks deve ser igual ou menor a 16. No 331 mínimo, temos 9 sabores, e o próximo número de gerações que é múltiplo de 3 implicaria em 18 sabores, de modo a já não ser uma possibilidade.

Temos, então, que o cancelamento de anomalias no modelo fixa o número de famílias a 3.

4 Uma solução não-trivial do fechamento ao Modelo Padrão

Para merecer o nome de *extensão do modelo padrão*, não é suficiente que a teoria tenha o MP como um estágio intermediário da quebra de simetria. Também é necessário que as previsões acertadas, com certa precisão e em certa escala de energia, do MP continuem reproduzidas pelo novo modelo. Uma maneira de conseguir isso é garantir que cada partícula do MP tenha uma única equivalente no novo modelo e garantir que os vértices entre as partículas conhecidas permaneçam intocados no mesmo limite experimental – o que implica relações a serem obedecidas pelo conjunto de parâmetros da extensão. Seguiremos, com esse objetivo, a Ref. [15].

4.1 Definindo a solução

De início, impomos igualdade entre as constantes de acoplamento do $SU(2)_L$ do MP e do $SU(3)_L$ do 331 (que estamos chamando de g). Essa condição não é parte da solução propriamente dita, mas é uma simplificação que ignora o running independente entre as duas constantes e resume sua relação a uma escala na qual as duas são necessariamente iguais – por exemplo, no polo do Z , onde a fenomenologia é conhecida com precisão – para que, dentre outras coisas, o vértice entre o $W^\pm$ e os férmions sejam os mesmos. Então, impomos a igualdade

$$g_{SU(2)} = g_{SU(3)} \equiv g, \tag{4.1}$$

em todas as escalas de energia. Além disso, a partir do termo cinético não-diagonal dos léptons, $g\bar{\ell}_a\mathcal{M}\ell_a$, com $\mathcal{M}$ dado por (3.12), podemos derivar a interação entre fóton e léptons carregados, que é

$$g \frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}} \bar{\ell}_a \gamma^\mu \ell_a A_\mu, \quad (4.2)$$

a partir da qual conseguimos outra relação identificando a carga elétrica:

$$g \frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}} \stackrel{!}{=} e \equiv g s_W, \quad (4.3)$$

de onde segue

$$t^2 \equiv \tan^2 \theta_W \equiv \frac{g_X^2}{g^2} = \frac{s_W^2}{1 - 4s_W^2}. \quad (4.4)$$

A condição explícita que define a solução e garante, como verificaremos, que o 331 seja uma extensão do modelo padrão se dá exigindo que o bóson neutro mais leve do 331, Z_1 , seja identificado ao Z do MP. Para tanto, basta exigirmos que suas massas sejam idênticas (e, como veremos, os vértices coincidirão automaticamente), o que se configura pela condição

$$\rho_1 \equiv \frac{c_W^2 M_{Z_1}^2}{M_W^2} \stackrel{!}{=} 1, \quad (4.5)$$

por analogia ao resultado do MP consequente de (2.18): $M_Z^2 c_W^2 / M_W^2 = 1$.

Tendo definido a solução (a menos em uma primeira tentativa a se mostrar apropriada), buscamos isolar que resultado ela implica sobre os parâmetros do modelo. Para tal, basta avaliarmos a razão acima a partir de (3.13) e (3.16), substituindo, evidentemente, os fatores (3.15). O resultado é que há, então, duas soluções para a condição (4.5): a primeira e menos interessante é a solução que chamamos *trivial* e trata-se de fazermos $v_\chi \rightarrow \infty$ (na prática, um valor grande o suficiente para que sua variação a partir dele mantenha os valores numéricos influenciados constantes para consequências observáveis). A segunda é a que chamamos de *uma solução não-trivial de fechamento ao modelo padrão*, e é caracterizada pela identidade surpreendentemente simples

$$v_\rho^2 = \frac{1 - 4s_W^2}{2c_W^2} v_W^2, \quad (4.6)$$

Nos resultados fenomenológicos que demonstraremos, a solução é assumida, isto é, os resultados estão simplificados pela expressão acima.

Agora, também podemos definir a solução numericamente avaliando a equação acima que é definida por todas quantidades conhecidas:

$$v_\rho^2 = \frac{1 - 4 \times 0.2223}{2 \times 0.7777} (246 \text{ GeV})^2 \approx (54 \text{ GeV})^2. \quad (4.7)$$

Podemos, ainda, fixar mais valores esperados forçando a relação (3.14). Os fixamos de tal forma que a soma é quase saturada somente por v_η (além de v_ρ):

$$\begin{aligned} v_\eta &= 240 \text{ GeV}, \\ v_s &= 2 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Um v_s dessa ordem deve ser suficiente para fixar corretamente ao menos as massas dos léptons carregados.

4.2 Verificando e consequências da solução: parâmetros de corrente neutra

Não é trivial que restringir o Z do 331 a corresponder ao Z do modelo padrão na escala apropriada seja suficiente para garantir o fechamento entre as teorias. Para que os modelos sejam identificados na escala de energia do MP (na qual efeitos das partículas mais pesadas e interações mais fracas do modelo mais alto são inobserváveis) todos os vértices equivalentes também precisam ser numericamente idênticos a nível de árvore.

Nos tranquilizaremos quanto a isso conferindo os acoplamentos de corrente neutra, isto é, os vértices fermiônicos que envolvem o Z e o Z' . Os coeficientes a serem comparados

são definidos implicitamente a partir da seguinte parametrização da lagrangiana de interação correspondente:

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{g}{2c_W} \sum_i \bar{\Psi}_i \gamma^\mu [(g_V^i - g_A^i \gamma_5) Z_{1\mu} + (f_V^i - f_A^i \gamma_5) Z_{2\mu}] \Psi_i, \quad (4.9)$$

onde a soma é sobre todos os férmions i , $g_{V(A)}$ trata-se do acoplamento vetorial (axial) do Z do MP – e podem, portanto, ser comparados com os fatos conhecidos – e $f_{V(A)}$ se refere ao acoplamento vetorial (axial) do Z' , sem análogo no MP.

Para obter as expressões e comparar com a definição acima, expandimos a parte que envolve os elementos diagonais de $\mathcal{M}$ (definido em (3.12)), que contém combinações dos bósons neutros, do segundo termo das porções cinéticas dos férmions $i \bar{\Psi} \not{D} \Psi = i \bar{\Psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - ig \mathcal{M}_\mu) \Psi$. A conta é simples e tediosa: precisamos escrever os bósons em termo dos autoestados físicos; considerar as partes de mão direita e mão esquerda e eliminar as projeções e ; eliminar a conjugação de carga. Vamos apresentar todos os valores, calculados independentemente (alguns não reproduzem os valores calculados por [15]). Os valores resultantes são

$$g_V^\nu = g_A^\nu = c_W N_1 \left(2m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3} \bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right), \quad f_V^\nu = f_A^\nu = c_W N_2 \left(2m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3} \bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right), \quad (4.10)$$

$$g_V^\ell = -c_W N_1 (1 - \bar{v}_\rho^2), \quad g_A^\ell = -c_W N_1 \left(2m_2^2 - \frac{4}{3} \bar{v}_W^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{1}{3} \right), \quad (4.11)$$

$$g_V^{u_m} = c_W N_1 \left[m_2^2 - \frac{2}{3} \bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} t^2 (1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^{u_m} = c_W N_1 \left[m_2^2 - \frac{2}{3} \bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} + \frac{6}{3} t^2 (1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad (4.12)$$

$$g_V^{d_m} = c_W N_1 \left[-2m_2^2 + \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \bar{v}_\rho^2 + \frac{1}{3} + \frac{4}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^{d_m} = c_W N_1 \left[-2m_2^2 + \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \bar{v}_\rho^2 + \frac{1}{3} \right], \quad (4.13)$$

$$g_V^{j_m} = c_W N_1 \left[m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} + \frac{10}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^{j_m} = c_W N_1 \left[m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} - \frac{6}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad (4.14)$$

$$g_V^{u_3} = -c_W N_1 \left[-2m_2^2 - \bar{v}_\rho^2 + \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^{u_3} = -c_W N_1 \left[-2m_2^2 - \bar{v}_\rho^2 + \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} \right], \quad (4.15)$$

$$g_V^{d_3} = -c_W N_1 \left[m_2^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^{d_3} = -c_W N_1 \left[m_2^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 + \frac{1}{3} + \frac{6}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad (4.16)$$

$$g_V^J = -c_W N_1 \left[m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} + \frac{14}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad g_A^J = -c_W N_1 \left[m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3} - \frac{6}{3}t^2(1 - \bar{v}_\rho^2) \right], \quad (4.17)$$

onde os valores para os coeficientes $f_{V(A)}$ podem ser obtidos substituindo, nas expressões para $g_{V(A)}$, N_1 por N_2 e m_2 por m_1 , definidos nas equações (3.16) a (3.18).

Esses valores são analíticos e exatos: representam a dependência dos acoplamentos de corrente neutra nos parâmetros do modelo, em dada parametrização. O próximo passo óbvio é verificar que efeito tem neles a solução. Abaixo reescrevemos os mesmos parâmetros com, agora, v_ρ dado pela equação (4.6):

$$g_V^\nu = \frac{1}{2}, \quad f_V^\nu = -\frac{1}{2} \frac{h(s_W^2)}{\sqrt{3}}, \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned}
g_V^\ell &= -\frac{1}{2} + 2s_W^2, & g_A^\ell &= -\frac{1}{2}, \\
f_V^\ell &= -\frac{1}{2}\sqrt{3}h(s_W^2), & f_A^\ell &= \frac{1}{2}\frac{h(s_W^2)}{\sqrt{3}},
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{u_m} &= \frac{1}{6}(3 - 8s_W^2), & g_A^{u_m} &= \frac{1}{2}, \\
f_V^{u_m} &= \frac{1 - 6s_W^2}{2\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^{u_m} &= \frac{1 + 2s_W^2}{2\sqrt{3}h(s_W^2)},
\end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{d_m} &= \frac{1}{6}(-3 + 4s_W^2), & g_A^{d_m} &= -\frac{1}{2}, \\
f_V^{d_m} &= \frac{1}{2\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^{d_m} &= \frac{1}{2}\frac{h(s_W^2)}{\sqrt{3}},
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{j_m} &= \frac{8s_W^2}{3}, & g_A^{j_m} &= 0, \\
f_V^{j_m} &= \frac{-1 + 9s_W^2}{\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^{j_m} &= \frac{-1 + s_W^2}{\sqrt{3}h(s_W^2)},
\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{u_3} &= \frac{1}{6}(3 - 8s_W^2), & g_A^{u_3} &= \frac{1}{2}, \\
f_V^{u_3} &= \frac{-1 - 4s_W^2}{2\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^{u_3} &= -\frac{1}{2}\frac{h(s_W^2)}{\sqrt{3}},
\end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\begin{aligned}
g_V^{d_3} &= \frac{1}{6}(-3 + 4s_W^2), & g_A^{d_3} &= -\frac{1}{2}, \\
f_V^{d_3} &= \frac{-1 + 2s_W^2}{2\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^{d_3} &= -\frac{1 + 2s_W^2}{2\sqrt{3}h(s_W^2)},
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
g_V^J &= -\frac{10s_W^2}{3}, & g_A^J &= 0, \\
f_V^J &= \frac{1 - 11s_W^2}{\sqrt{3}h(s_W^2)}, & f_A^J &= \frac{1 - s_W^2}{\sqrt{3}h(s_W^2)},
\end{aligned} \tag{4.25}$$

onde $h(s_W^2) \equiv \sqrt{1 - 4s_W^2}$. Além de muito simples, essas expressões reproduzem os acoplamentos de corrente neutra dos férmions conhecidos ao Z do MP a nível de árvore, garantindo a credibilidade que buscávamos para a solução.

Por fim, aproveitemos para catalogar outros fatos, agora restringidos por ela. Começamos por reescrever a relação ortogonal entre autoestados de massa e simetria dos vetores neutros, apresentada na forma geral em (3.17), que fica bastante mais aprazível:

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_\mu^3 - \sqrt{3} s_W W_\mu^8 + h(s_W^2) B_\mu, \\ Z_\mu &= -c_W W_\mu^3 - \sqrt{3} s_W t_W W_\mu^8 + h(s_W^2) t_W B_\mu, \\ Z'_\mu &= \frac{h(s_W^2)}{c_W} W_\mu^8 + \sqrt{3} t_W B_\mu. \end{aligned} \tag{4.26}$$

As massas, por sua vez, ficam

$$\begin{aligned} m_{Z_1}^2 &= \frac{g^2}{4c_W^2} v_W^2 \equiv m_Z^2, \\ m_{Z_2}^2 &= \frac{g^2 (1 - s_W^2)(4 + v_W^2) + s_W^4(4 - v_W^4)}{2 \cdot 6c_W^2(1 - 4s_W^2)} v_\chi^2 \equiv m_{Z'}^2. \end{aligned} \tag{4.27}$$

Importantíssimos para nosso trabalho são dois vértices tríplexes entre bósons de gauge, que podem ser derivados expandindo o termo cinético dos vetores (2.10) usando os fatos sobre o grupo de gauge e, em nosso caso, a solução. O resultado analítico obtido computacionalmente é

$$\begin{array}{c} U_\mu^{++} \\ \diagup \\ Z_\alpha \sim \text{wavy line} \\ \diagdown \\ U_\nu^{--} \end{array} = i \frac{g}{2} \frac{(4s_W^2 - 1)}{c_W} [g_{\mu\nu}(p^{++} - p^{--})_\alpha + g_{\alpha\mu}(p - p^{++})_\nu + g_{\nu\alpha}(p^{--} - p)_\mu], \tag{4.28}$$

$$\begin{array}{c}
U_{\mu}^{++} \\
\diagup \\
A_{\alpha} \text{ --- wavy line --- } \\
\diagdown \\
U_{\nu}^{--}
\end{array}
= 2igs_W [g_{\mu\nu}(p^{++} - p^{--})_{\alpha} + g_{\alpha\mu}(p - p^{++})_{\nu} + g_{\nu\alpha}(p^{--} - p)_{\mu}]. \quad (4.29)$$

Esses vértices podem ser comparados com os das equações (2.31) e (2.32), do MP, de onde confirmamos que, interessante, o vértice $U_{\mu}^{++}U_{\nu}^{--}A_{\alpha}$ é idêntico ao $W_{\mu}^{+}W_{\nu}^{-}A_{\alpha}$, mas com um fator de 2 que registra a carga do $U^{\pm\pm}$. Esse é um fato geral sobre o qual comentaremos na seção 5.3.

5 Fenomenologia do modelo mínimo

Neste capítulo, faremos uma síntese da fenomenologia atual relacionada ao nosso estudo através de uma pesquisa sobre alguns artigos selecionados como os mais pertinentes. O exercício de descrever com certo esmero o objetivo e decisões para método e parâmetros considerados por esses trabalhos é de grande valia comparativa e traz lições de intuição importantes. Após isso, descreveremos pontualmente o que consideraremos por nossa vez e detalharemos um modo apropriado para fazê-lo.

5.1 Literatura existente

Existem resultados publicados com objetivos sobrepostos aos dos que pretendemos derivar, mas com diferenças importantes. Dentre elas notamos, principalmente, *(i)* o fato de que uma inescapável matrix de mixing, que denotaremos por V_U , (quase) nunca foi levada em consideração; e também que *(ii)* esses trabalhos escolhem um ou alguns pontos de teste arbitrários no espaço de parâmetros e explicitam resultados para eles, apenas. É de grande valia, contudo, que revisemos as lições geradas por estes trabalhos. Faremos uma descrição concisa dessas referências nos parágrafos seguintes.

Começemos pela Ref. [16]. Nesse trabalho, estuda-se a produção de bósons duplamente carregados específicos ao 331 através do processo $u + g \rightarrow U^{++} + j_1$, que ocorre via canal s com troca de um u ou via canal t com troca de um quark exótico j_1 , enquanto considerando $m_J, m_{j_2} \gg m_{j_1}$. Subsequentemente, nos casos em que $m_{j_1} > m_{U^{++}}$, aconteceriam os decaimentos $U^{++} \rightarrow l^+ l^+$ e $j_1 \rightarrow u U^{--} \rightarrow u l^- l^-$ – o caso complementar $m_{j_1} < m_{U^{++}}$ também é considerado, mas fornece resultados menos positivos. A fenomenologia é feita para uma run de $\mathcal{L} = 100 \text{ fb}^{-1}$, a uma energia do centro de massa de $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$. Os autores calculam analiticamente a seção de choque diferencial para cinco valores diferentes de m_{j_1} e $m_{U^{++}}$ e concluem que, observando o sinal com quatro léptons carregados no estado final (para $m_{j_1} > m_{U^{++}}$), massas de até $m_{j_1}, m_{U^{++}} \lesssim 1.5 \text{ TeV}$ podem ser eliminadas no LHC,

usando como critério uma ocorrência mínima de 100 eventos.

Por sua vez, a referência [17] estuda uma variedade de processos envolvendo partículas bileptonicas considerando, sempre que possível, uma análise independente de modelo mas evocando o 331 quando um se faz necessário. As massas dos três quarks exóticos são fixadas a 600 GeV, e o estudo considera uma Run no LHC a $\sqrt{s} = 14$ TeV e $\mathcal{L} = 10 \text{ fb}^{-1}$ (runs no Tetravon, com resultados menos desejáveis, também são consideradas). Os dois processos averiguados que se entrelaçam com a nossa análise são $q\bar{q} \rightarrow U^{++}U^{--}$ e $q\bar{q} \rightarrow U^{++}\ell^-\ell^-$, cuja diferença, em evidência que o estado final detectado no experimento seria quatro léptons em ambos os casos, encontra-se no fato de que no primeiro ambos os bósons são reais, enquanto no segundo caso, mais energeticamente favorável, um dos bósons é virtual. Os resultados são calculados analiticamente, ignorando a relação entre $m_{U^{\pm\pm}}$ e $m_{Z'}$ em vista à independência de modelo, e os resultados para alguns conjuntos dessas duas massas são apresentados, de onde, usando como critério de descobrimento uma ocorrência mínima de 25 eventos, os autores concluem que bósons duplamente carregados – à moda independente de modelo – com massas de até $m_{U^{++}} \lesssim 1$ TeV podem ser exploradas.

Usando os pacotes **CompHEP** e **MadGraph** para geração de eventos e análise dos dados, a referência [18] estuda a busca pelos biléptons de única e dupla carga, $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$ em processos com estados finais de, respectivamente, dois e quatro léptons carregados – consideraremos a parte referente ao vetor duplamente carregado. Respeitando a relação analítica entre a massa dos biléptons e do Z' do 331, os autores mostram a distribuição relativa à massa invariante dos léptons de mesmo sinal e do momento transversal para massas de $m_{U^{\pm\pm}} = 300, 500$ e 700 GeV, com as massas dos quarks exóticos fixadas a $m_Q = 1$ TeV ($Q = j_i, J$), o que evita decaimento do bilépton em jatos hadronicos. Também apresenta-se uma figura que expressa qual a luminosidade necessária para descobrimento com uma certeza de 5σ em função da massa considerada, para as energias $\sqrt{s} = 7, 8$ e 14 TeV. A conclusão, a partir do gráfico citado, é a de que a uma energia de $\sqrt{s} = 14$ TeV, biléptons com massas de até $m_{U^{++}} \lesssim 700$ GeV podem ser excluídos a uma luminosidade de $\mathcal{L} \sim 1 \text{ fb}^{-1}$.

Agora, a Ref. [19] leva tanto resultados teóricos como os resultados experimentais da Run I do LHC em consideração para o estudo do processo $pp \rightarrow U^{++}U^{--} \rightarrow \mu^+\mu^+\mu^-\mu^-X$. A abordagem computacional tomada é a seguinte: **CalcHEP** é usado para o cálculo de seções de choque e geração de eventos; os eventos são processados pelo pacote **Pythia 8** para hadronização e decaimentos; e, por fim, uma análise de detector rápido é adicionada através do pacote **Delphes**. Atentemos para os resultados correspondentes à análise teórica da Run II, mais comparável ao nossos resultados, parametrizada por $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$. A massa do Z' é fixada a 3 TeV e a massa do $U^{\pm\pm}$ é considerada entre 200 e 1000 GeV em passos de 100 GeV. A análise considera quarks exóticos com massas de 400, 600 e 800 GeV de onde, a partir de um gráfico da luminosidade integrada como função da maior massa que é capaz de excluir, conclui-se que bileptons com massas em torno de 700, 850 e 1000 GeV podem ser explorados a $\mathcal{L} = 100 \text{ fb}^{-1}$ de luminosidade integrada.

A referência [20] é distinta: ela leva em consideração o efeito de V_U na análise fenomenológica – todavia, é dissonante do nosso cenário pelo fato de tratar de processos puramente leptônicos. Primeiramente, considerando limites experimentais sobre as escalas de massa de relevância dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ e $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ (obtidas pela colaboração OPAL no LEP), os autores obtêm analiticamente três relações de grandeza entre a massa, $m_{U^{\pm\pm}}$, e os elementos de matriz $(V_U)_{ee}$, $(V_U)_{e\mu}$ e $(V_U)_{e\tau}$, para as quais propõem uma solução aos quatro parâmetros. Os autores notam, depois, que essas restrições podem ser melhoradas levando em conta, também, limites experimentais sobre as conversões violadores de sabor $\mu^- \rightarrow e^+e^-e^-$ e $\tau \rightarrow \ell_1^+\ell_2^-\ell_3^-$, onde $\ell_i = \mu, \tau$. Considerando, pela primeira vez, matrizes de mixing não-diagonais, eles calculam o limite inferior resultante de dois casos: um que considera V_U diagonal e outro que considera, ao invés, mixing *máximo* entre e e μ , isto é, uma matrix da forma

$$|V_U| \simeq \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

O resultado mais conservador é o associado ao caso da interação diagonal em sabor e é de que massas $m_{U^{++}} \lesssim 740 \text{ GeV}$ são eliminadas por aqueles experimentos.

Por fim, consideremos a Ref. [21]. O processo examinado é $pp \rightarrow e^- e^- \mu^+ \mu^+ X$ e a configuração de parâmetros varrida trata-se de combinações entre $m_{Z'} = 1 \text{ TeV}$, $m_Q = 400, 600, 800 \text{ GeV}$ e $m_{U^{\pm\pm}} = 400, 600, 800, 1000 \text{ GeV}$. Analisando várias distribuições e considerando um desvio de 5σ (que os autores afirmam equivaler à exigência de um mínimo de 5 eventos) para descobrimento, a conclusão é de que as massas possivelmente excluídas são de 483, 566, 566 GeV, para cada massa dos quarks exóticos considerada.

5.2 Nosso processo de interesse: $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$

A complexidade de um dado modelo, encompassada pela estrutura de gauge, número de partículas e quantidade de parâmetros livres que acomoda, de maneira geral o torna robusto e resiliente à refutação direta por dados experimentais. Todavia, mais do que ser capaz de ‘fitar’ dados isolados, a prova de fogo à uma teoria é o desafio de fitar vários fenômenos simultaneamente, o que é imensamente mais difícil e essencial à credibilidade do modelo. Além disso, é claro que mesmo que uma refutação dura não ocorra, o modelo tende a se tornar desinteressante se for reduzido a ser uma possibilidade apenas em uma pequena e possivelmente não natural região em um espaço de parâmetros. O objetivo desse trabalho é construir uma fenomenologia que seja capaz de fixar qual região em um certo subespaço dos parâmetros livres do modelo continua possível se um experimento direcionado for realizado nas máquinas atuais.

Uma das características mais atraentes do modelo aqui considerado é a existência de bósons vetoriais de dupla carga elétrica, $U^{\pm\pm}$. Isso porque *(i)* as correntes carregadas que

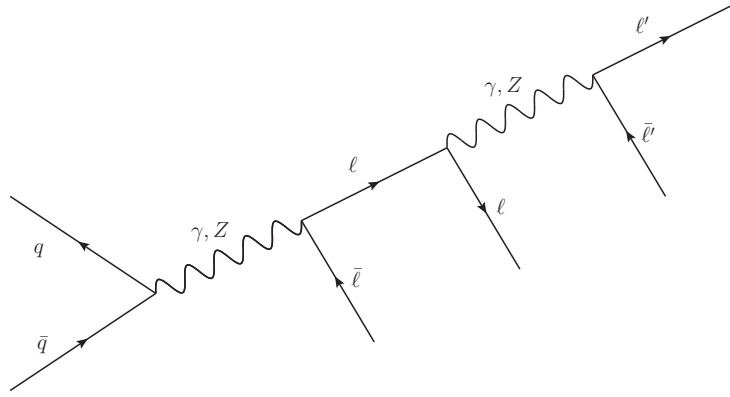


Figura 2: Representativo dos diagramas que contribuem para o background. Os outros diagramas são permutações da direção das flechas de corrente apresentada e q representa qualquer quark do MP.

acoplam esse bóson às partículas conhecidas o fazem com força semelhante à do $W^\pm$ e *(ii)* esse tipo de partícula é extremamente raro em extensões do MP. Ao passo que a existência de escalares duplamente carregados é atributo frequente nesse tipo de extensão, só temos notícia de bósons vetoriais de dupla carga, além de no 331, em uma teoria de Grand Unification com grupo $SU(15)$ [22]. Por isso, resolvemos focar o estudo fenomenológico sobre o bilépton vetorial duplamente carregado.

O Grande Colisor de Hádrons (LHC) vem seguindo um caminho de crescente capacidade de coleção de dados. Mas além da luminosidade integrada, a energia do centro de massa acessível à ele também aumenta, de modo que novas escalas se tornam exploráveis e, com isso, extensões simples do MP se tornam continuamente mais diretamente testáveis. Por essa excitante perspectiva de o LHC tornar-se uma máquina de precisão decidimos escolher um processo observável por ele.

Sabemos, então, que queremos analisar um processo observável ao LHC para o qual o bilépton duplamente carregado tenha contribuição importante. A possibilidade mais óbvia é a de um estado final com 4 léptons $pp \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ \ell_3^- \ell_4^- X$, onde X pode ser, por exemplo, jatos gluônicos energéticos. Essas partículas extra, todavia, não apresentam razões diretas para serem permitidas e podem lançar sombra sobre a análise em si (ao menos em termos cinemáticos e experimentais mas possivelmente em termos teóricos, já que implicam mais

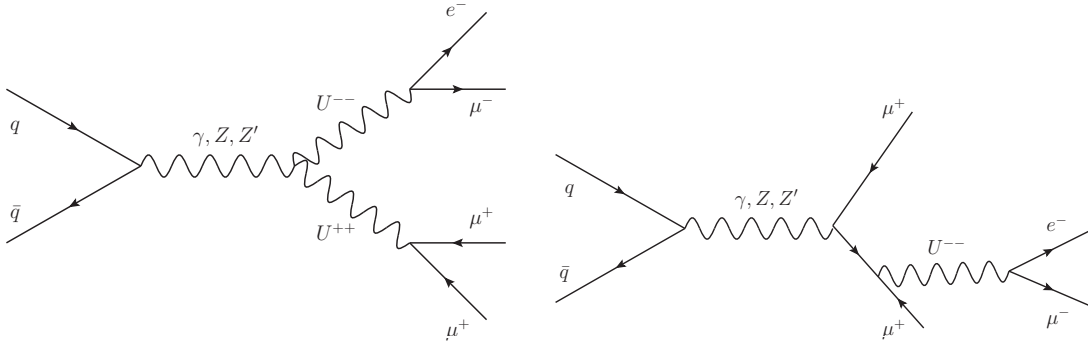


Figura 3: Diagramas do tipo Drell-Yan que representam as contribuições do bilépton vetor para o processo considerado, independentemente de modelo.

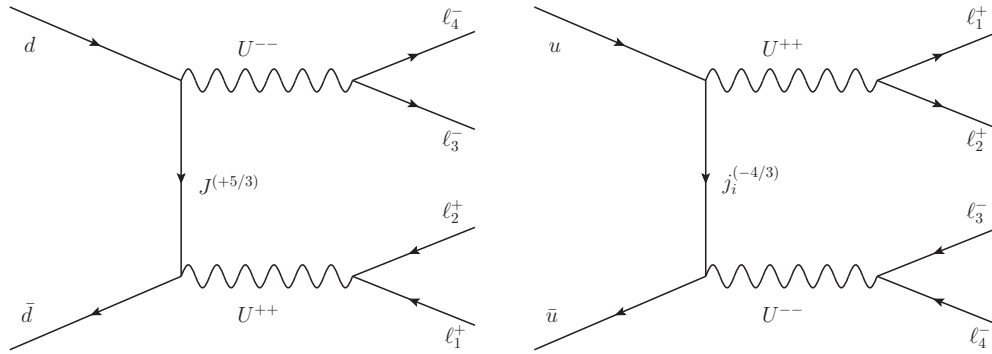


Figura 4: Diagramas com troca de quarks exóticos por canal t desconsiderados que também contribuem para o processo se o modelo completo considerado for o 331 mínimo. Canais de decaimento do bilépton vetor de dupla carga que envolvem quarks envolvem, necessariamente, quarks exóticos.

vértices necessários), de modo que resolvemos focar em um processo do tipo $pp \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ \ell_3^- \ell_4^-$.

O resultado físico observado do fenômeno que se tenta descrever é formado por duas partes: a primeira corresponde ao background. Essa contribuição é dada pelas subamplitudes já contidas na descrição vigente do experimento, isto é, no MP – a hipótese nula. Além do background, há o sinal. O sinal é aquilo pelo que procuramos: trata-se da influência no observável dos diagramas que contém vértices e/ou partículas novas, estranhas ao MP. Para um processo como $pp \rightarrow \ell^+ \ell'^+ \ell^- \ell'^-$ o background está mostrado na figura 2.

Uma realização de espalhamento em aceleradores de partículas, sendo um processo quântico, é de natureza probabilística e precisa, dessa forma, ser analisado estatisticamente. Falaremos sobre como isso pode ser feito na seção 6.2. O fato é que essa característica do

experimento faz com que a existência de background seja, de maneira geral, algo indesejável posto que, para uma confiabilidade de exclusão fixa, um número maior de eventos de sinal é necessário se o número de eventos de background aumenta. Apesar de não termos, até agora, observado processos sem contribuições do MP, não há motivos para que a possibilidade desses eventos sejam descartados em altas energias ou em canais ainda não procurados. Por tudo isso decidimos analisar o processo $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$.

Esse processo evidentemente viola sabor, cuja conservação é exata em todas as ordens de perturbação no MP e, portanto, não possui background teórico – experimentalmente, a análise é complicada e muitos tipos de estado final poderiam gerar gatilho confundível com o estado final buscado. Mais precisamente, esse processo não possui *background irreduzível*, que trata-se de contribuições que não podem ser distinguidas do sinal por aprimoramento experimental ou estatístico algum: são diagramas contidos na hipótese nula com estado final idêntico aos de sinal. Outro tipo de background é o *reduzível*, que, complementarmente, poderia ser distinguido do sinal por melhora da resolução experimental ou sofisticação do método estatístico. Um exemplo de background reduzível de nosso processo poderia ser, por exemplo, $pp \rightarrow \tau^- \mu^- \tau^+ \mu^+ \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+ \nu \bar{\nu} \nu \bar{\nu}$, onde é possível, em princípio, que os neutrinos escapem dos gatilhos de detecção (normalmente definidos sobre a missing energy dos férmions mais pesados nesse caso).⁷ O diagrama correspondente, entretanto, envolve quatro potências extras da constante de acoplamento e pode ser, então, seguramente ignorado. De qualquer maneira, ao nível de nossa análise não consideraremos background reduzíveis.

As contribuições mais importantes envolvendo vetores duplamente carregados a nosso processo, em qualquer modelo que possa os conter, são do tipo Drell-Yan, com um canal s de troca de bóson neutro do MP e aparecem na figura 3. A versão desses diagramas que é mediada pelo Z' decaindo no par de biléptons não será considerada.

Se especializarmos a análise ao 331 mínimo (m331) há muitas outras contribuições a nível de árvore. Começando pela versão dos há pouco citados diagramas da figura 3, que

⁷Por chamar atenção à terminologia formal e significância dos tipos de background, agradeço ao Professor Rogério Rosenfeld.

ocorrem com a troca de um Z' decaindo no par de biléptons, ou mesmo qualquer um dos vários escalares neutros físicos da teoria. Além disso, temos ainda diagramas com troca de um quark exótico via canal t mostrados na figura 4. Há no m331, ainda, muitas novas contribuições que não envolvem os biléptons vetores: por exemplo, com escalares de dupla carga no seu lugar nos diagramas do sinal considerados aqui. O trabalho publicado em [23] e descrito na sequência foi o primeiro passo de um projeto que busca, eventualmente, considerar ceticamente o maior número possível dessas contribuições.

5.3 O método

Em síntese, queremos compreender qual o comportamento isolado da contribuição do vetor duplamente carregado ao processo com um estado final trimuônico. Nas configurações paramétricas em que essa contribuição é forte o suficiente para descobrimento, apenas uma interferência destrutiva predominante devida ao resultado integral no modelo completo específico pode alterar essa perspectiva. Na maioria dos casos, isso implicaria em um ajuste fino indesejado entre parâmetros desconhecidos do modelo. No m331, é razoável supormos que o Z' e os quarks exóticos são pesados o suficiente para que suas contribuições adicionais sejam muito menos importantes do que as que consideramos aqui. Quanto aos escalares, sem uma análise detalhada dos acoplamentos, poderíamos esperar como tendência que as contribuições da forma $SS \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$ fossem menos importantes que as vetoriais, pela existência de menos combinações permitidas no espaço de spin para o processo, como a referência [24] verifica explicitamente para processos com jatos no estado final e em um benchmark arbitrário no domínio de parâmetros. Essas observações provavelmente não permanecem verdadeiras em uma região arbitrária no espaço de parâmetros (fato cuja confirmação também precisa ser objeto de estudo) e, em última instância, queremos simplesmente isolar a contribuição do $U^{\pm\pm}$.

Para efetuar esse estudo, implementaremos um modelo simplificado que trata-se do MP com apenas as partículas e interações necessárias adicionadas. Precisamos implementar duas

interações tríplices de gauge: a primeira corresponde à interação UUZ , escrita de maneira independente de modelo como

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{UUZ} &= i\frac{g}{2}f(g,v)\{U_\mu^{++}[U_\alpha^{--}(\partial_\mu Z_\alpha) - Z_\alpha(\partial_\mu U_\alpha^{--})] \\
&+ U_\nu^{--}[Z_\alpha(\partial_\nu U_\alpha^{++}) - U_\alpha^{++}(\partial_\nu Z_\alpha)] \\
&+ Z_\alpha[U_\mu^{++}(\partial_\alpha U_\mu^{--}) - U_\mu^{--}(\partial_\alpha U_\mu^{++})]\}; \tag{5.2}
\end{aligned}$$

onde $f(g,v)$ é uma função adimensional dos valores esperados no vácuo e constantes de acoplamento de dado modelo. Evidentemente, um benchmark para essa função é fenomenologicamente necessário. Dois valores de distinto interesse são *i)* $f(g,v) = 2c_W$, o que reproduz o vértice WWZ existente no MP. Essa escolha é interessante pois uma analogia com o MP é geralmente escolhida quando um benchmark faz-se necessário nas gerações de pseudo-experimentos no LHC. Outra possibilidade é *ii)* fazer uso do vértice do m331, única extensão simples do MP que contém vetores de dupla carga que conhecemos. Na solução não trivial de fechamento ao limite do MP, de acordo com (4.28), temos $f(g,v) = (4s_W^2 - 1)/c_W$, o que mostra que nessa configuração o bilépton é Z -fóbico, já que $s_W \approx 0.2223$.

A segunda interação necessária é a entre os biléptons e o fóton, dada por

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{UUA} &= i2Q_e(g)\{U_\mu^{++}[U_\alpha^{--}(\partial_\mu A_\alpha) - A_\alpha(\partial_\mu U_\alpha^{--})] \\
&+ U_\nu^{--}[A_\alpha(\partial_\nu U_\alpha^{++}) - U_\alpha^{++}(\partial_\nu A_\alpha)] \\
&+ A_\alpha[U_\mu^{++}(\partial_\mu U_\mu^{--}) - U_\mu^{--}(\partial_\alpha U_\mu^{++})]\}; \tag{5.3}
\end{aligned}$$

onde $Q_e(g)$ é a carga do elétron escrita, em geral, em termos das constantes de acoplamento no referido modelo. Diferentemente da interação anterior, a força dessa interação é verdadeiramente independente das particularidades da teoria (exceto pelo valor da carga elétrica

fundamental), desde que seja uma extensão do MP: correspondendo a uma carga conservada, a interação eletromagnética pura é sempre análoga às conhecidas do MP, dependendo apenas da carga das partículas acopladas ao fóton (e da natureza por Lorentz delas, obviamente). No caso do m331 na solução, a carga elétrica do elétron coincide com a do MP a nível de árvore, isto é, $Q_e(g) = g_{SW}$ (o vértice correspondente aparece na equação (4.29)).

Genericamente, os vetores também poderiam acoplar ao Higgs do MP. Tomando o m331 como um benchmark, precisaríamos conhecer a transformação ortogonal U que relaciona os bósons físicos h_i^0 (invariantes por CP) aos autoestados de simetria x_i^0 do modelo: $\text{Re } x_i^0 = U_{ij} h_j^0$. Além disso, precisaríamos ainda sermos capazes de identificar um dos h_i^0 ao Higgs do MP. Como um teste, consideramos apenas por simplicidade que a parte real de um dos escalares neutros do m331 não mistura e corresponde exatamente ao Higgs. Se queremos que o Higgs acople aos biléptons de dupla carga, esse escalar não pode ser o η^0 : o acoplamento UUH vem do seguinte termo resultante do termo cinético dos escalares (mostrando apenas as partículas relevantes na conta)

$$(-ig\mathcal{M}_\mu\eta)^\dagger(-ig\mathcal{M}_\mu\eta) \propto \begin{pmatrix} & \sqrt{2}U_\mu^{--} \\ \sqrt{2}U_\mu^{++} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{v_\eta + \text{Re } \eta^0 + \text{Im } \eta^0}{\sqrt{2}} \\ \end{pmatrix} = 0. \quad (5.4)$$

De modo que, ignorando o sexteto por simplicidade, para o Higgs, precisamos escolher dentre a parte real de χ^0 e ρ^0 . Por esperar que a escala de quebra do χ seja maior que a do ρ , fazemos, por fim, $H = \rho^0$. Com essa identificação, o vértice cubico $HU^{++}U^{--}$ resultante fica

$$\mathcal{L}_{UUH} = i\frac{g^2}{2}v_\rho HU_\mu^* U^\mu. \quad (5.5)$$

Usando a equação (4.7), $v_\rho \approx 54 \text{ GeV}$, observamos que o canal $H \rightarrow U^{++}U^{--}$ é mais de 8 ordens menos provável que $\gamma \rightarrow U^{++}U^{--}$, de modo que, no fim das contas, a contribuição dessa interação aos processos do tipo Drell-Yan da figura 3 pode seguramente ser ignorado.

É claro que no caso mais realista, com uma rotação geral entre os autoestados de simetria e os escalares físicos, essa contribuição poderia ser mais relevante; essa análise, todavia, seria muito complexa pelo número de parâmetros livres considerando que nosso objeto específico de estudo é outro.

Por fim, precisamos das correntes carregadas que dão a interação entre o bilépton e os férmions. Como estamos desconsiderando os quarks exóticos do m331 – ou quaisquer férmions exóticos com cargas apropriadas para serem canais de decaimento da partícula –, basta escrevermos uma lagrangiana para a corrente $U^{\pm\pm}\ell^\mp\ell^\mp$. Uma parametrização independente de modelo para interações vetoriais e axiais é

$$\mathcal{L}_{U\ell\ell} = -i\frac{g}{4\sqrt{2}}\bar{\ell}_a^c\gamma^\mu(A - \gamma_5 B)_{ab}\ell_b U_\mu^{--} + \text{H.c.}, \quad (5.6)$$

onde a, b são índices de geração. O 331 é um exemplo de uma grande classe de possíveis modelos (na qual focaremos) na qual a matriz de massa é diagonalizada por uma transformação biunitária dada por $\hat{M}^\ell = V_L^{\ell\dagger} M^\ell V_R^\ell$, definindo $\ell'_{L,R} = V_{L,R}^\ell \ell_{L,R}$ e $\hat{M}^\ell = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$, onde, novamente, os férmions com linha são autoestados de simetria e os sem linha autoestados de massa. Nesse cenário, A é uma matriz antissimétrica dada por $A = V_U - V_U^T$, enquanto B é simétrica e obedece $B = V_U + V_U^T$, onde $V_U = (V_R^\ell)^T V_L^\ell$. Essa matriz, frequentemente ignorada pela literatura, será nosso foco de estudo.

É preciso, finalmente, adicionar a partícula exótica, o bilépton vetor, ao MP. A lagrangiana livre de um vetor carregado (como resta no final da quebra) é

$$\mathcal{L}_{U^{\pm\pm}} = -\frac{1}{2}U_{\mu\nu}^* U^{\mu\nu} + m_{U^{\pm\pm}}^2 U_\mu^* U^\mu. \quad (5.7)$$

O modelo mínimo que implementamos e com relação ao qual nossa fenomenologia é exata, então, é o seguinte:

$$\mathcal{L}_{\text{Ph}} = \mathcal{L}_{MP} + \mathcal{L}_{U^{\pm\pm}} + \mathcal{L}_{U\ell\ell} + \mathcal{L}_{UUA} + \mathcal{L}_{UUZ} + \mathcal{L}_{UUH}. \quad (5.8)$$

Enfatizamos que esse modelo não é unitário e deve estar contido em alguma teoria com completude ultravioleta. O 331 mínimo, no qual nos especializamos até agora, é um exemplo raro desse tipo de teoria.

6 Buscas por bósons vetoriais duplamente carregados no LHC

Neste capítulo descreveremos a parte menos teórica e mais operacional do método que empregamos para o estudo fenomenológico. Após isso, faremos um desvio para falar sobre a estatística utilizada na análise e, por fim, apresentaremos os resultados.

6.1 Os parâmetros e a simulação

Recordemos qual o objetivo do nosso estudo. O que queremos é definir regiões de exclusão no espaço de parâmetros de teorias subjacentes que contenham um vetor bileptônico com dupla carga elétrica, $U^{\pm\pm}$, com relação a uma run no LHC a uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ e uma luminosidade de $\mathcal{L} = 140 \text{ fb}^{-1}$. Para isso, analisaremos o processo $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$, que é um exemplo de violação de sabor e não tem background no MP. Os parâmetros livres que aparecem na lagrangiana $\mathcal{L}_{\text{Ph}}$ da equação (5.8), a partir da qual derivaremos resultados fenomenológicos numéricos, são *i)* a massa do $U^{\pm\pm}$ e *ii)* os elementos da matriz V_U , que aparece implicitamente na equação 5.6 através das definições feitas abaixo. A influência desta matriz nunca foi especificamente considerada pela literatura fenomenológica até agora.

Em detalhes, os parâmetros que temos são a massa e os 3 ângulos e as fases que parametrizam uma matriz unitária física do tipo de V_U . Se queremos fazer fenomenologia sem fixar valores em pontos arbitrários, precisamos eliminar alguns desses graus de liberdade de um jeito razoável. A primeira opção é por tratar de uma matriz real, eliminando assim as fases e nos contentando com uma matriz ortogonal 3×3 . Para eliminar mais elementos de matriz, precisamos de um ansatz sobre V_U .

Consideremos a estrutura dos graus de liberdade de uma matriz ortogonal *simétrica*. Primeiro, a ortogonalidade garante quatro possíveis assinaturas de autovalores: *(i)* $\{1, 1, 1\}$: nesse caso, a matriz é a identidade e não há nenhum grau de liberdade. Esse caso não é

interessante; *(ii)* $\{1, 1, -1\}$: aqui, temos dois autoespaços diferentes (esse é o caso que trataremos); os casos *(iii)* $\{1, -1, -1\}$ e *(iv)* $\{-1, -1, -1\}$ são análogos aos casos *(ii)* e *(i)*, respectivamente. Agora, a simetria garante diagonalização ortogonal, o que força os autoespaços correspondentes a $+1$ e -1 no caso *(ii)* a serem ortogonais, de modo que, definindo um dos autoespaços, o segundo também fica automaticamente bem definido. A conclusão é a de que uma matriz ortogonal simétrica 3×3 possui 2 graus de liberdade, que são as coordenadas de um vetor na esfera unitária – e define a base do autoespaço unidimensional.

Só agora nosso objetivo está operacionalmente definido por completo: o que estudaremos é um modelo simplificado de fenomenologia contendo um bóson carregado de dupla carga considerando uma matriz V_U , que parametriza a corrente carregada que acopla o bóson e os léptons conhecidos, simétrica. Temos três parâmetros livres: a massa, $m_{U\pm\pm}$, e os dois números reais que são os graus de liberdade de uma matriz simétrica ortogonal de dimensão 3. Escolheremos arbitrariamente dois dos elementos da matriz, $(V_U)_{ee}$ e $(V_U)_{e\mu}$ para manter livres. Todos os outros elementos de matriz ficam definidos para cada par $\{(V_U)_{ee}, (V_U)_{e\mu}\}$ como uma solução numérica do sistema simples abaixo, implicado pela ortogonalidade de V_U e por $V_U = V_U^T$:

$$\begin{aligned}
V_{ee}^2 + V_{e\mu}^2 + V_{e\tau}^2 &= 1, \\
V_{ee}V_{e\mu} + V_{e\mu}V_{\mu\mu} + V_{e\tau}V_{\mu\tau} &= 0, \\
V_{ee}V_{e\tau} + V_{e\mu}V_{\mu\tau} + V_{e\tau}V_{\tau\tau} &= 0, \\
V_{e\mu}^2 + V_{\mu\mu}^2 + V_{\mu\tau}^2 &= 1, \\
V_{e\mu}V_{e\tau} + V_{\mu\mu}V_{\mu\tau} + V_{\mu\tau}V_{\tau\tau} &= 0, \\
V_{e\tau}^2 + V_{\mu\tau}^2 + V_{\tau\tau}^2 &= 1.
\end{aligned} \tag{6.1}$$

A abordagem é computacional, já que, sendo um processo hadrônico, tem distribuições que precisam ser convolucionadas com Funções de Distribuição Partônicas. Para implementar

o modelo, utilizamos o pacote **FeynRules**, para o aplicativo **Mathematica**, que a partir de um dito arquivo-modelo com informações mínimas sobre a teoria como grupo de gauge e padrão de quebra de simetria, é capaz de gerar as regras de Feynman correspondentes no espaço de momento. O **FeynRules** também é capaz de gerar um arquivo UFO, *Universal FeynRules Output*, que pode ser usado como base para distribuições por pacotes geradores de eventos, por exemplo, por um método de Monte Carlo.

Usando o **FeynRules**, geramos um arquivo UFO com a teoria efetiva descrita na seção 5.3 e alimentamos ao **Madgraph**, um gerador de Monte-Carlo. Nele, com os seguintes cortes cinemáticos

$$1500 \text{ GeV} > p_{T_\ell} > 30 \text{ GeV}, \quad |\eta_\ell| < 2.5, \quad \Delta R_{\ell\ell} > 0.4, \quad (6.2)$$

– onde p_{T_ℓ} é o momento transversal de qualquer um dos léptons do estado final, η_ℓ é a rapidez e $\Delta R_{\ell\ell}$ a abertura angular de jato entre quaisquer dois léptons – performarmos um scan bidimensional no espaço de parâmetros, sobre a massa do $U^{\pm\pm}$ e o elemento de matriz $(V_U)_{e\mu}$ para 4 valores diferentes de $(V_U)_{ee} = 0.001, 0.01, 0.1, 0.9$. Com relação à massa, o scan vai de $M_{U^{\pm\pm}} = 100 \text{ GeV}$ a 1200 GeV , em passos de 50 GeV e, com relação ao elemento de matriz, vai de $(V_U)_{e\mu} = 0.001$ a 0.9 – com exceção do scan para $(V_U)_{ee} = 0.9$, em que $(V_U)_{e\mu}$ vai no máximo a 0.4 – através de 12 pontos estrategicamente escolhidos.

Para cada um dos 1035 pontos de prova no espaço de parâmetros, geramos 10 mil eventos obedecendo a (6.2). Para efetuar a análise, escolheríamos um observável com relação ao qual gerar distribuições e as usaríamos para fixar contornos de nível de confiança fixo no espaço de parâmetros. O observável usado para comparar sinal e background pode ser escolhido convenientemente como o que oferece melhor resolução. Dentre as escolhas possíveis, estariam, por exemplo, o número de eventos como uma distribuição da rapidez ou do momento transversal de alguma das partículas do estado final, ou da abertura angular de jato de qualquer par. Faria sentido, em nosso caso, escolhermos a massa invariante dos pares de léptons de mesma carga. Com essa opção, espera-se que a distribuição seja um pico jacobiano, ditado por uma

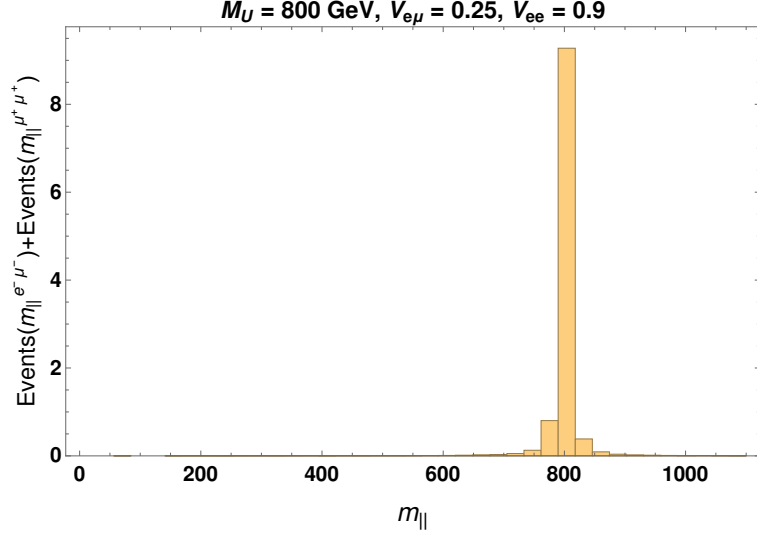


Figura 5: Número de eventos em função da massa do vetor duplamente carregado para um ponto exemplo. Nessa figura, as bins foram geradas com uma largura de ~ 30 GeV, e podemos verificar que considerar que todos os eventos se acumulam na mesma bin é uma aproximação satisfatória.

distribuição de Breit-Wigner, próprio à ressonâncias do tipo do $U^{\pm\pm}$ – localizado exatamente em sua massa, o que nos permitiria considerar que todos os eventos acumulam-se em uma única bin sem graves perdas estatísticas (isso vai ficar claro na próxima seção), economizando tempo computacional. Nosso processo, porém, é livre de background, de modo que qualquer escolha é tão obsoleta quanto desnecessária.

O número total de eventos em cada ponto de prova é

$$N = \sigma_T \times L_{\text{Int}}; \quad (6.3)$$

onde σ_T é seção de choque total e L_{Int} é a luminosidade integrada.

6.2 Estatística

A maneira mais simplória para obter o nível de confiança seria calcular o número de desvios padrão, N_σ , entre as hipóteses da nova física e aquela somente com o background,

$$N_\sigma = \frac{s}{\sqrt{b}}, \quad (6.4)$$

e obter o resultado a partir de

$$\text{Nível de confiança} \equiv \beta = \text{erf}\left(\frac{N_\sigma}{\sqrt{2}}\right), \quad (6.5)$$

onde erf,

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad (6.6)$$

é a função erro. Esse ansatz é gaussiano.

Todavia, para um número pequeno de eventos – como é o caso na borda entre as regiões de exclusão e não exclusão – uma abordagem baseada em uma distribuição de Poisson é mais pontual. Nela, para um fenômeno com um número médio de eventos μ em certo espaço amostral, a probabilidade relacionada à ocorrência de n eventos é dada por

$$P(n; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!}. \quad (6.7)$$

No nosso contexto, a probabilidade de que o número total de eventos, sinal mais background, resultasse em *no máximo* n_0 é de

$$\sum_{n=0}^{n_0} P(n; \mu_B + \mu_S) = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{e^{-(\mu_B + \mu_S)} (\mu_B + \mu_S)^n}{n!}. \quad (6.8)$$

Ainda, a probabilidade de que o número total de eventos, sinal mais background, resultasse em *no máximo* n_0 e de que *nem todos* os eventos sejam de background é de

$$\frac{\sum_{n=0}^{n_0} P(n; \mu_B + \mu_S)}{\sum_{n=0}^{n_0} P(n; \mu_B)} = \frac{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{e^{-(\mu_B + \mu_S)} (\mu_B + \mu_S)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{e^{-\mu_B} \mu_B^n}{n!}} = \frac{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{e^{-\mu_S} (\mu_B + \mu_S)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{\mu_B^n}{n!}}. \quad (6.9)$$

De modo que, se a hipótese de nova física é bem sucedida, seríamos contemplados com *mais*

de n_0 eventos com uma probabilidade – ou nível de confiança – de

$$\beta = 1 - \frac{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{e^{-\mu_S} (\mu_B + \mu_S)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{n_0} \frac{\mu_B^n}{n!}}. \quad (6.10)$$

Precisamos tornar essa expressão inerente ao nosso problema, concentrando-nos nos números disponíveis ao nosso cenário teórico. Explicitamente, aproximamos ambas as médias pelos respectivos números de eventos simulados de sinal e background. Além disso, identificamos a quantidade limite n_0 , que separa as hipóteses de nova e velha física, também pelo número de eventos de background. Isto é:

$$\mu_B = b, \quad \mu_S = s, \quad n_0 = b. \quad (6.11)$$

A sutileza final está relacionada ao fato de que na análise alocamos o resultado da distribuição discretamente: escolhemos intervalos de massa invariante nos quais dispor os eventos. Tais intervalos (as larguras das barras do histograma) podem ser tão curtos, tornando a análise tão fina, quanto se queira, mas, por limitações óbvias do cálculo prático, nunca em um contínuo de fato. Um exemplo desse tipo de distribuição para o nosso caso sem background é mostrado na figura 5. Assim, assumimos que o número de eventos contido em cada bin é uma variável aleatória obedecendo a uma distribuição de Poisson, de modo que a equação (6.9) deve ser aprimorada a um produtório sobre bins (isso deve ser feito nesse estágio pois essa consideração deve ser levada em conta antes do complementar ser tomado, como na equação (6.10)).

Temos, por fim, a equação que usamos para derivar o nível de confiança de cada um dos pontos no espaço paramétrico:

$$\beta = 1 - \prod_k \left[\frac{e^{-s_k} \sum_{n=0}^{b_k} \frac{(s_k + b_k)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{b_k} \frac{b_k^n}{n!}} \right]. \quad (6.12)$$

A expressão claramente está mal definida considerando as bins nas quais $b_k = 0$. Essa sutileza é resolvida definindo identicamente, nesses casos, b_k como um valor muito pequeno que é arbitrário a menos do fato de que a contribuição daquela bin para o nível de confiança deixe de variar com uma variação deste valor no ponto em que foi fixado. Fazemos, por exemplo, $b_k = 0.0001$.

Na prática, como pode-se ver na figura 5, todos os eventos de sinal estão alocados quase que em uma única bin. Um pico estreito dessa espécie era previsível já que o $U^{\pm\pm}$ é uma ressonância pesada e, caso houvesse background e precisássemos avaliar a estatística em cada ponto, bastaria que considerássemos uma única bin, escapando do produtório.

Para um processo que não contém background, um nível de confiança de 95% corresponde a 3 eventos.⁸ Fixaremos, por isso, como condição de descobrimento a ocorrência de um mínimo de três eventos.

6.3 Resultados: região de exclusão no LHC

Apresentamos os resultados do estudo na figura 6. O lugar geométrico das curvas contém as combinações de pontos nos quais ocorrem três eventos. O lugar geométrico à esquerda dos contornos representa, em cada caso, a região de exclusão em uma run de 140 fb^{-1} no LHC atual a um nível de confiança de 95%.

Interessantemente, observamos que os contornos para cada um dos elementos $(V_U)_{ee}$ é quase idêntico. Isso ocorre pelo seguinte. Na ressonância, as amplitudes da figura 3 são proporcionais a

$$\frac{(V_U)_{\mu\mu}(V_U)_{e\mu}}{\Gamma_{U^{\pm\pm}}}. \quad (6.13)$$

A largura de decaimento do $U^{\pm\pm}$, no nosso trabalho, (ao menos nos casos suficientemente massivos) é proporcional a

⁸Evidentemente, isso não leva em consideração incertezas sistemáticas.

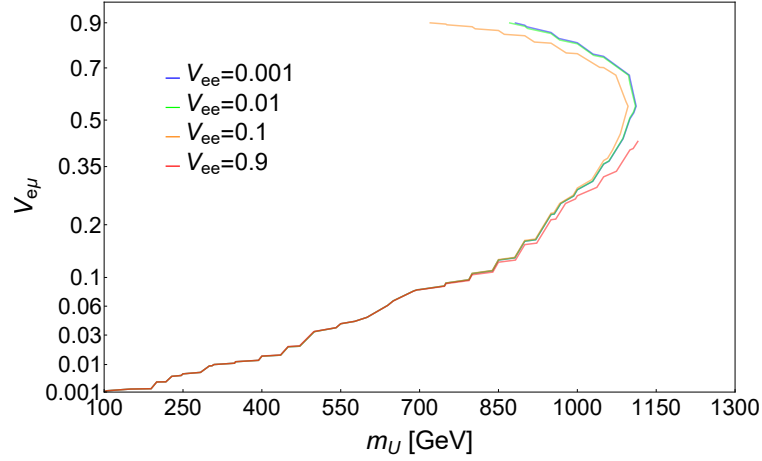


Figura 6: Contornos de exclusão – ocorrência de três eventos – no plano $M_{U^{\pm\pm}} \times (V_U)_{e\mu}$ para os quatro valores de $(V_U)_{ee}$ considerados. A região à esquerda do respectivo contorno pode ser excluída em um experimento no LHC atual com um nível de confiança de 95%.

$$\Gamma_{U^{\pm\pm}} \propto [(V_U)_{ee} + (V_U)_{\mu\mu} + (V_U)_{\tau\tau} + (V_U)_{e\mu} + (V_U)_{e\tau} + (V_U)_{\mu\tau}]^2. \quad (6.14)$$

O número de eventos (e, especialmente a seção de choque) são, então, resistentes à mudança decorrente da variação de $(V_U)_{ee}$ por uma conspiração entre o efeito dos elementos de matriz que aparecem no numerador e o da largura, levando em conta os vínculos da equação (6.1).

Também percebemos que o processo ocorre com maior probabilidade, para massa fixa, em torno de $(V_U)_{e\mu} \sim 0.52$. A maior massa que pode ser explorada no LHC ocorre, evidentemente, para esse elemento de matriz e é em torno de ~ 1100 GeV.

Para elementos de matriz suficientemente pequenos, mesmo massas muito pequenas, em torno de 150 GeV, não podem ser exploradas. É claro, esses elementos serem, de fato, tão pequenos implicaria simplesmente na contribuição pura do $U^{\pm\pm}$ para fenômenos com violação de sabor serem fortemente suprimidos no modelo completo ou, equivalentemente, na matriz de mixing relevante ser hierárquica, semelhantemente ao MP. Nesse caso, os processos $pp \rightarrow e^-e^-e^+e^+$ e $pp \rightarrow \mu^-\mu^-\mu^+\mu^+$ são muito mais prováveis e devem ser complementarmente analisados através do mesmo ou de método compatível ao nosso.

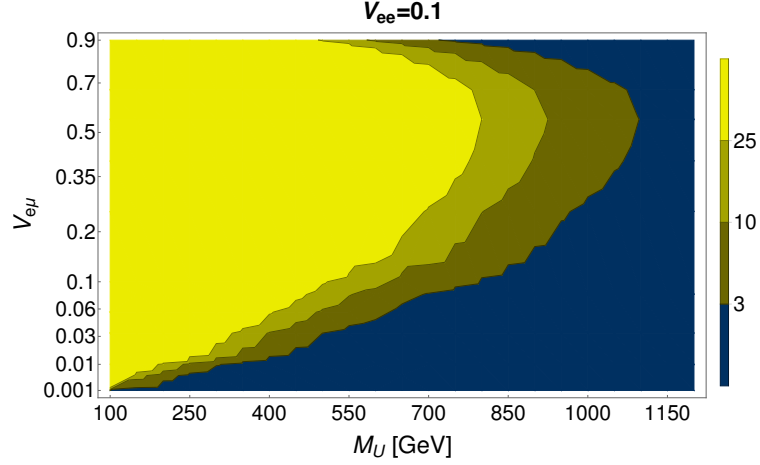


Figura 7: Amostra mais detalhada do comportamento do número de eventos com a variação dos parâmetros.

7 Conclusões e perspectivas

O 331 mínimo é uma conhecida extensão do modelo padrão. O conteúdo de representação definido para o grupo de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ acomoda 5 novos bósons vetoriais, $U^{\pm\pm}, V^{\pm}, Z'$, 3 quarks exóticos $j_1^{-4/3}, j_2^{-4/3}, J^{+5/3}$, e muitos escalares físicos: 5 escalares neutros CP -pares (dos quais um é o bóson de Higgs do MP), 3 escalares neutros CP -ímpares, 4 escalares simplesmente carregados (de cada carga) e 3 escalares duplamente carregados (de cada carga). Novos graus de liberdade ainda podem existir, se neutrinos de mão direita forem introduzidos. Tantos graus de liberdade adicionais implicam em parâmetros que não existem no MP e que são, a princípio, livres. A menos de vínculos teóricos que surgem por se evitar regimes que inutilizem a teoria por, por exemplo, trivialidade ou não-perturbatividade, o espaço disponível a esses parâmetros só pode ser reduzido por fenomenologia.

Dentre as novas partículas hipotetizadas pelo modelo, o bóson vetorial de dupla carga e duplo número leptônico, $U^{\pm\pm}$, se destaca, principalmente por vetores com carga não unitária serem difíceis de se encontrar nesse tipo de extensão. Por essa razão, esse trabalho foi focado na fenomenologia dessa partícula. Mesmo que não tenhamos notícia de outra extensão simples que contenha partícula análoga, nossos resultados podem ser vistos como independentes de modelo, exceto quando da necessidade de se fixar o vértice UUZ , quando o 331 mínimo foi

usado com um benchmark.

Escolhendo como fenômeno o processo $pp \rightarrow e^- \mu^- \mu^+ \mu^+$, observável, em tese, no LHC atual, nosso estudo isolou três parâmetros desconhecidos do 331 (ou outro modelo com completude ultravioleta que contenha partículas como $U^{\pm\pm}$): a massa do bóson e dois elementos de matriz $(V_U)_{e\mu}$ e $(V_U)_{ee}$, sendo V_U uma matrix que induz violação de sabor necessária à construção mais geral desse tipo de corrente carregada. Consideramos como critério de descobrimento a ocorrência de três eventos, correspondente a um nível de confiança de 95% para um processo sem background. Os resultados, apresentados em figuras de contornos de exclusão para quatro valores diferentes de $(V_U)_{ee}$ no espaço $M_{U^{\pm\pm}} \times (V_U)_{e\mu}$, apontam que para os elementos de matriz mais favoráveis (que tornam ocorrência de eventos mais provável) massas da ordem de 1 TeV podem ser exploradas com a luminosidade e energia do centro de massa atuais. Além disso, reiteramos o óbvio de que seja o modelo que corretamente descreve a natureza na escala de nossa fenomenologia um no qual correntes violadoras de sabor leptônico sejam suprimidas, então o processo considerado é de pouca utilidade, sendo incapaz de eliminar mesmo massas muito pequenas para os biléptons.

É importante manter em mente que algumas simplificações fortes foram impostas para que os resultados pudessem ser derivados. Primeiro, desconsideramos todas as contribuições ao nosso processo de outras partículas de um modelo completo que contenha o bilépton. Essas contribuições poderiam gerar interferências destrutivas que piorassem a perspectiva de descobrimento que desenvolvemos – todavia, elas poderiam, também, piorar as perspectivas de descobrimento de processos concorrentes, de modo que seu efeito precisa ser compreendido comparativamente; Outra simplificação foi a de fazermos a matrix de mixing real, ignorando as fases complexas que não possam ser redefinidas ‘para fora’ dessa matrix; Por fim, e talvez mais importantemente, nos focamos no caso de uma V_U simétrica. Com relação às simplificações, dois caminhos interessantes precisam ser seguidos: o caminho óbvio é encontrar maneiras céticas de reduzir a força dessas hipóteses e considerar um modelo de prova mais geral, para o que provavelmente será necessário especificar de fato um modelo específico como

benchmark; o segundo caminho é estudar mais processos observáveis no mesmo cenário experimental, com o mesmo modelo de prova e mesmo método computacional, para observar qual região no espaço de parâmetros todos os processos em conjunto podem eliminar.

Outra condição que impomos que não possui razão além de simplicidade para ser considerada é a igualdade entre as constantes de acoplamento: $g_{SU(2)_L} = g_{SU(3)_L}$. Como expressamos, essa igualdade deve valer apenas em alguma escala nas quais os dois modelos, 331 e MP, apresentem previsões equivalentes. Em princípio, a constante do $SU(3)_L$ é arbitrária e deve ser determinada independentemente da constante conhecida do MP. O estudo teórico e fenomenológico desse parâmetro também precisa, ainda, ser efetuado em detalhe.

É preciso dizer que existem, possivelmente, processos que podem impor vínculos mais fortes no mesmo espaço de parâmetros de que tratamos. Um exemplo que conhecemos é um decaimento leptônico que também é um exemplo de violação de sabor: trata-se da conversão $\mu \rightarrow e\bar{e}e$. Usamos a contribuição específica, sem interferências, dos diagramas mediados pelo $U^{\pm\pm}$ derivados pela referência [25] e verificamos analiticamente que os vínculos experimentais de baixas energias no branching ratio do processo excluem massas de até em torno de 5 TeV. Para definir numericamente matrizes que são diferentes combinações entre as matrizes de Yukawa e as transformações diagonalizadoras dos férmions, os autores simulam a influência do sexteto construindo um operador efetivo de dimensão 5 (não-renormalizável) através dos tripletos escalares. Se essas matrizes forem mantidas livres, considerando um sexteto ativo possivelmente a baixas energias (e não focando em uma única solução) – leve –, porém, interferências destrutivas entre as inúmeras contribuições podem relaxar muito esse resultado.

Concluimos que o processo hadronico com um estado final trimuônico pode ser adequado para a exploração de uma seção interessante do espaço de parâmetros relacionados a um bilépton vetor duplamente carregado. O modelo 331 mínimo é um exemplo muito bem motivado de modelo unitário renormalizável que contém tais partículas e merece estudos fenomenológicos direcionados específicos que, eventualmente, considerem de maneira cética o maior número possível de contribuições implicadas pela teoria. No final das contas, apenas

resultados experimentais conclusivos podem, de fato, fixar parâmetros em alguma realização do modelo.

Referências

- [1] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” Phys. Rev. D **98**, no. 3, 030001 (2018). doi:10.1103/PhysRevD.98.030001
- [2] I.B. Cohen, Belknap Press of Harvard University Press, (1985), “Revolution in Science”
- [3] J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, “Dynamics of the standard model,” Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **2**, 1 (1992) [Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **35** (2014)]. doi:10.1017/CBO9780511524370
- [4] D. T. Huong, D. N. Dinh, L. D. Thien and P. Van Dong, “Dark matter and flavor changing in the flipped 3-3-1 model,” JHEP **1908**, 051 (2019) doi:10.1007/JHEP08(2019)051 [arXiv:1906.05240 [hep-ph]].
- [5] A. D. Sakharov, “Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe,” Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5**, 32 (1967) [JETP Lett. **5**, 24 (1967)] [Sov. Phys. Usp. **34**, no. 5, 392 (1991)] [Usp. Fiz. Nauk **161**, no. 5, 61 (1991)]. doi:10.1070/PU1991v034n05ABEH002497
- [6] V. Q. Phong, H. N. Long, V. T. Van and L. H. Minh, “Electroweak phase transition in the economical 3-3-1 model,” Eur. Phys. J. C **75**, no. 7, 342 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3550-2 [arXiv:1409.0750 [hep-ph]].
- [7] F. Pisano and V. Pleitez, “An SU(3) x U(1) model for electroweak interactions,” Phys. Rev. D **46**, 410 (1992) doi:10.1103/PhysRevD.46.410 [hep-ph/9206242].
- [8] P. H. Frampton, “Chiral dilepton model and the flavor question,” Phys. Rev. Lett. **69**, 2889 (1992). doi:10.1103/PhysRevLett.69.2889
- [9] G. De Conto, A. C. B. Machado and V. Pleitez, “Minimal 3-3-1 model with a spectator sextet,” Phys. Rev. D **92**, no. 7, 075031 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.075031 [arXiv:1505.01343 [hep-ph]].

- [10] M. B. Tully and G. C. Joshi, “The Scalar sector in 331 models,” *Int. J. Mod. Phys. A* **18**, 1573 (2003) doi:10.1142/S0217751X03013995 [hep-ph/9810282].
- [11] W. A. Ponce, Y. Giraldo and L. A. Sanchez, “Minimal scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges,” *Phys. Rev. D* **67**, 075001 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.67.075001 [hep-ph/0210026].
- [12] E. Castillo-Ruiz, V. Pleitez and O. P. Ravinez, “Electric charge assignment in quantum field theories,” arXiv:2001.03104 [hep-ph].
- [13] T. P. Cheng and L. F. Li, “Neutrino Masses, Mixings and Oscillations in $SU(2) \times U(1)$ Models of Electroweak Interactions,” *Phys. Rev. D* **22**, 2860 (1980). doi:10.1103/PhysRevD.22.2860
- [14] R. Slansky, “Group Theory for Unified Model Building,” *Phys. Rept.* **79**, 1 (1981). doi:10.1016/0370-1573(81)90092-2
- [15] A. G. Dias, J. C. Montero and V. Pleitez, “Closing the $SU(3)(L) \times U(1)(X)$ symmetry at electroweak scale,” *Phys. Rev. D* **73**, 113004 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.73.113004 [hep-ph/0605051].
- [16] B. Dutta and S. Nandi, “Search for dilepton gauge bosons in hadron colliders,” *Phys. Lett. B* **340**, 86 (1994). doi:10.1016/0370-2693(94)91302-1
- [17] B. Dion, T. Gregoire, D. London, L. Marleau and H. Nadeau, “Bilepton production at hadron colliders,” *Phys. Rev. D* **59**, 075006 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.59.075006 [hep-ph/9810534].
- [18] E. Ramirez Barreto, Y. A. Coutinho and J. S. Borges, “Vector-bilepton Contribution to Four Lepton Production at the LHC,” *Phys. Rev. D* **88**, 035016 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.035016 [arXiv:1307.4683 [hep-ph]].

- [19] A. Nepomuceno, B. Meirose and F. Eccard, “First results on bilepton production based on LHC collision data and predictions for run II,” *Phys. Rev. D* **94**, no. 5, 055020 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.055020 [arXiv:1604.07471 [hep-ph]].
- [20] M. B. Tully and G. C. Joshi, “Mass bounds for flavor mixing bileptons,” *Phys. Lett. B* **466**, 333 (1999) doi:10.1016/S0370-2693(99)01161-2 [hep-ph/9905552].
- [21] B. Meirose and A. A. Nepomuceno, “Searching for doubly-charged vector bileptons in the Golden Channel at the LHC,” *Phys. Rev. D* **84**, 055002 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.84.055002 [arXiv:1105.6299 [hep-ph]].
- [22] P. H. Frampton and B. H. Lee, SU(15) Grand Unification, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 619 (1990).
- [23] M. W. Barela and V. Pleitez, “Trimuon production at the LHC,” *Phys. Rev. D* **101**, no. 1, 015024 (2020) doi:10.1103/PhysRevD.101.015024 [arXiv:1912.05900 [hep-ph]].
- [24] G. Corcella, C. Corianò, A. Costantini and P. H. Frampton, “Exploring Scalar and Vector Bileptons at the LHC in a 331 Model,” *Phys. Lett. B* **785**, 73 (2018) doi:10.1016/j.physletb.2018.08.015 [arXiv:1806.04536 [hep-ph]].
- [25] A. C. B. Machado, J. Montaña and V. Pleitez, “Lepton flavor violating processes in the minimal 3-3-1 model with sterile neutrinos,” *J. Phys. G* **46**, no. 11, 115005 (2019) doi:10.1088/1361-6471/ab2bac [arXiv:1604.08539 [hep-ph]].
- [26] C. Quigg, “Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions : Second Edition,”