



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**Compreensões sobre a resolução de problemas com
tecnologias digitais na construção de padrões dinâmicos no
Scratch por estudantes do Ensino Fundamental**

RITA DE CÁSSIA IDEM

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

**RIO CLARO - SP
2022**

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas Câmpus de Rio Claro

RITA DE CÁSSIA IDEM

COMPREENSÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM TECNOLOGIAS
DIGITAIS NA CONSTRUÇÃO DE PADRÕES DINÂMICOS NO SCRATCH POR
ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Scucuglia
Rodrigues da Silva

Rio Claro – SP

2022

- I19c Idem, Rita de Cássia
- Compreensões sobre a resolução de problemas com tecnologias digitais na construção de padrões dinâmicos no Scratch por estudantes do Ensino Fundamental / Rita de Cássia Idem. -- Rio Claro, 2022
229 f. : il., tabs.
- Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva
1. Anos Finais do Ensino Fundamental. 2. Experimento de Ensino.
3. Pensamento Computacional. 4. Tomada de Decisão. 5.
Seres-humanos-com-mídias. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

RITA DE CÁSSIA IDEM

COMPREENSÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM TECNOLOGIAS
DIGITAIS NA CONSTRUÇÃO DE PADRÕES DINÂMICOS NO SCRATCH POR
ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

COMISSÃO EXAMINADORA

TITULARES:

01. Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva (IBILCE/UNESP/São José do Rio Preto-SP) – orientador
02. Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo (FEG/UNESP/Guaratinguetá-SP)
03. Profa. Dra. Deise Aparecida Peralta (FEIS/UNESP/Ilha Solteira-SP)
04. Profa. Dra. Maria Elisabette Brisola Brito Prado (Universidade Anhanguera de São Paulo-UNIAN/São Paulo-SP)
05. Profa. Dra. Ana Lucia Braz Dias (Central Michigan University/ College of Science and Technology/Department of Mathematics/Mount Pleasant-Estados Unidos)

SUPLENTES:

06. Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempo (IGCE/UNESP/Rio Claro-SP)
07. Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira (IFM/UFPel/Pelotas-RS)
08. Prof. Dr. Inocêncio Fernandes Balieiro Filho (FEIS/UNESP/Ilha Solteira-SP)

Resultado: APROVADA.

Rio Claro-SP, 27 de abril de 2022.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a constituição deste estudo. Primeiramente, à minha família, que sempre me apoiou incondicionalmente nos meus estudos. Obrigada pelo suporte e paciência durante a realização do doutorado. Agradeço, em particular, ao meu irmão, Fabiano Donizeti Idem, por me auxiliar muito, seja em questões materiais ou em psicológicas, em muitos momentos do doutorado.

Agradeço ao Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva por me orientar na realização desta pesquisa e, mais do que isso, por me proporcionar diferentes oportunidades de aprendizagem e crescimento profissional. Agradeço ainda sua compreensão, suporte e paciência nos momentos difíceis.

Agradeço à Profa. Dra. Ana Lúcia Braz Dias, Profa. Dra. Deise Aparecida Peralta, Profa. Dra. Maria Elisabette Brisola Brito Prado e Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo pelas imensas contribuições ao trabalho no Exame de Qualificação e na Defesa. Sua leitura cuidadosa e seus apontamentos foram extremamente pertinentes para a construção da tese e me nortearam na finalização do estudo.

Agradeço ao GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática Outras Mídias e Educação Matemática). Esse espaço formativo foi extremamente importante. Eu aprendi muito durante esses anos do doutorado, não apenas durante as reuniões, mas também pela diversidade de oportunidades formativas que perpassaram, dentre outros, a orientação da Iniciação Científica (IC), o auxílio à organização de eventos e a avaliação de vídeos do Festival de Vídeos e Educação Matemática. Agradeço, em particular, ao Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba pelas conversas sobre meu estudo durante os encontros da IC.

Agradeço ao PPGEM (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) por me oferecer um contexto de formação ímpar, no qual pude participar de disciplinas, assistir palestras e interagir com pessoas incríveis que proporcionaram um crescimento pessoal e profissional.

Agradeço ao Prof. Dr. George Gadanidis por disponibilizar os aplicativos e as atividades para uso neste estudo.

Agradeço à Secretaria de Educação e Cultura, às diretoras das escolas, aos pais e responsáveis e, principalmente, aos estudantes que participaram do estudo piloto e do estudo que constituiu a tese.

Agradeço à CAPES pelo financiamento. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

A pesquisa, de abordagem qualitativa, buscou responder à seguinte questão: *“Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?”*. Com base nessa pergunta, o estudo objetivou: a) compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e b) identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo. O cenário de produção de dados se deu por meio de Experimento de Ensino, ocorrido, em média, em três encontros, realizado com doze estudantes de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental. Nos encontros, os participantes trabalharam em duplas utilizando simulações construídas no Scratch. Essas simulações possibilitavam a construção de diferentes padrões de repetição de formas, cores e sons, que possuíam movimento, conferindo-os a qualidade de dinâmicos. Nos encontros, os participantes utilizavam as simulações para resolver diferentes problemas visuais e construir seus próprios padrões, atividade considerada uma proposição de problemas. Essa situação educacional almejou o incentivo ao pensamento matemático, ao pensamento computacional e ao pensamento sensível. Os dados foram produzidos por meio de gravações em vídeo e áudio dos encontros, pela elaboração de diário de campo e coleta da produção escrita dos participantes. A pesquisa teve como aporte teórico as noções referentes à tomada de decisão de Alan Schoenfeld e ao construto seres-humanos-com-mídias de Marcelo Borba e Mónica Villarreal. Os dados foram analisados com base em procedimentos analíticos qualitativos e em procedimentos de análise de vídeos. Por meio da análise se constituíram quatorze temas analíticos, os quais, por sua vez, foram compostos de diferentes eventos críticos, episódios que se sobressaíram nos dados e auxiliaram no entendimento da pergunta de pesquisa. Os resultados evidenciaram que o processo de resolução de problemas para construir padrões dinâmicos se iniciou por meio da interpretação do problema visual, englobando aspectos subjetivos e do pensamento com a simulação. Por meio dessa interpretação, se estabeleceu um objetivo geral de construção, que foi decomposto em subobjetivos, estes alcançados por meio de diferentes modos como a contagem, a estimativa, o uso do cursor do mouse, a experimentação, o compartilhamento de conhecimentos matemáticos, uso de regularidades, e o exercício das preferências. Os subobjetivos foram avaliados por meio do uso de analogias, da utilização de pontos de referência e da noção de simetria. Essa avaliação originou novos subobjetivos. Quando os objetivos não eram alcançados, os participantes, por meio da autorregulação, optavam por desistir de suas construções ou reorganizar seu pensamento e moldar as simulações em função daquilo que sabiam e dos objetivos. Esse processo se mostrou bastante complexo, não linear e dinâmico, e ainda possibilitou a mobilização de concepções matemáticas, principalmente relacionadas ao número zero e ao sinal negativo, e crenças, englobando visões de si, da escola e da Matemática Escolar.

Palavras-chave: Anos Finais do Ensino Fundamental. Experimento de Ensino. Pensamento Computacional. Tomada de Decisão. Seres-humanos-com-mídias. Educação Matemática.

ABSTRACT

The research, with a qualitative approach, sought to answer the following question: *“How do eighth and ninth grade students solve problems to build dynamic patterns in Scratch?”*. Based on this question, the study aimed to: a) understand the process of building dynamic patterns in Scratch; and b) identify and explain what students mobilized in this process. The data production scenario occurred through a Teaching Experiment, which took place, on average, in three meetings, carried out with twelve students from the eighth and ninth grades of Elementary School. In the meetings, the participants worked in pairs using simulations built in Scratch. These simulations enabled the construction of different patterns of repetition of shapes, colors and sounds, which had movement, giving them the quality of dynamics. In the meetings, participants used simulations to solve different visual problems and build their own patterns, an activity considered a proposition of problems. This educational situation aimed to encourage mathematical thinking, computational thinking and sensitive thinking. Data were produced through video and audio recordings of the meetings, the preparation of a field diary and collection of written production from the participants. The research had as theoretical support the notions related to decision-making by Alan Schoenfeld and the construct human-with-media by Marcelo Borba and Mónica Villarreal. Data were analyzed based on qualitative analytical procedures and video analysis procedures. Fourteen analytical themes were created through the analysis, which, in turn, were composed of different critical events, episodes that stood out in the data and helped to understand the research question. The results showed that the problem-solving process to build dynamic patterns started through the interpretation of the visual problem, encompassing subjective aspects and thinking with the simulation. Through this interpretation, a general construction objective was established, which was decomposed into sub-goals, which were achieved through different ways such as counting, estimating, using the mouse cursor, experimentation, sharing mathematical knowledge, use of regularities, and the exercise of preferences. The subgoals were evaluated through the use of analogies, the use of reference points and the notion of symmetry. This assessment gave rise to new subgoals. When the goals were not achieved, the participants, through self-regulation, chose to give up their constructions or reorganize their thinking and shape the simulations according to what they knew and the goals. This process proved to be quite complex, non-linear and dynamic, and also enabled the mobilization of mathematical conceptions, mainly related to the number zero and the negative sign, and beliefs, encompassing views of oneself, the school and School Mathematics.

Keywords: Grades 6-9. Teaching Experiment. Decision-making. Computational Thinking. Humans-with-media. Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Imagens de fractais.....	17
Figura 2 – Padrão e código de acesso.....	21
Figura 3 – Exemplos de padrões visuais	45
Figura 4 – Exemplos de padrões sonoro e de movimento	46
Figura 5 – Árvore	49
Figura 6 – Exemplo de padrão de repetição figurativo	51
Figura 7 – Exemplo de padrão figurativo de crescimento.....	52
Figura 8 – Padrão figurativo de crescimento.....	52
Figura 9 – Padrão figurativo de repetição	53
Figura 10 – Padrão figurativo de crescimento.....	53
Figura 11 – Padrão figurativo de decrescimento	53
Figura 12 – Exemplos de atividades.....	59
Figura 13 – Padrão de repetição e o programa de construção	97
Figura 14 – Plataforma do Scratch 2	98
Figura 15 – O ambiente da simulação	99
Figura 16 – Padrões de repetição.....	100
Figura 17 – Padrão linear introdutório (Atividade 1).....	103
Figura 18 – Exploração de blocos (Simulação 1).....	103
Figura 19 – Problemas de construção da Atividade 1	104
Figura 20 – Padrão introdutório (Atividade 2).....	105
Figura 21 – Problemas de construção da Atividade 2	105
Figura 22 – Padrão introdutório (Atividade 3).....	106
Figura 23 – Problemas de construção da Atividade 3	106
Figura 24 – Ambiente dos encontros na escola A	110
Figura 25 – Ambiente dos encontros na escola B	110
Figura 26 – 48 em “gire ◡ [] graus” no Padrão 3	120
Figura 27 – 50 em “gire ◡ [] graus” em todos os Padrões.....	120
Figura 28 – Resultados representados em forma de rede	122
Figura 29 – Início da construção	123
Figura 30 – Início da construção	124
Figura 31 – Problema 4, Atividade 2.....	124
Figura 32 – Problema 5, Atividade 3.....	125
Figura 33 – 56 em “repita [] vezes”.....	128
Figura 34 – Registro da contagem.....	129
Figura 35 – Dois blocos “repita [] vezes”.....	129
Figura 36 – Um bloco “repita [] vezes”.....	129
Figura 37 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1	130
Figura 38 – 66 em “repita [] vezes”	130
Figura 39 – 68 em “repita [] vezes”.....	131
Figura 40 – Registro da contagem.....	132
Figura 41 – Sete programas (padrões).....	133
Figura 42 – Seis linhas e oito colunas	133

Figura 43 – Três <i>nested loops</i>	134
Figura 44 – 50 em “repita [] vezes” (Padrão 1).....	135
Figura 45 – 50 em “repita [] vezes”	136
Figura 46 – 80 em “repita [] vezes”	136
Figura 47 – 65 em “repita [] vezes”	136
Figura 48 – -45 em “mude y para []”	137
Figura 49 – 130 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 5	138
Figura 50 – Cursor na coordenada (-143, -117)	139
Figura 51 – -143 em “mude x para []” e -117 em “muda y para []”	139
Figura 52 – Cursor na coordenada (22, 13).....	140
Figura 53 – 20 em “mude x para []” e 10 em “mude y para []”	140
Figura 54 – Cursor na coordenada (-4, 6).....	140
Figura 55 – -166 em “mude x para []” e -121 em “mude y para []”	141
Figura 56 – Cursor na coordenada (129, -85).....	142
Figura 57 – 166 em “mude x para []”	142
Figura 58 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 2	142
Figura 59 – Cursor nas coordenadas (-89, -100), (-71, -100) e (-59, -100).....	143
Figura 60 – -160 em “mude x para []” no Padrão 3	143
Figura 61 – Etapa da Construção do Problema 2, Atividade 2.....	145
Figura 62 – -20 em “mude x para []” (Padrão 1).....	145
Figura 63 – 23 em “mude x para []” (Padrão 1)	145
Figura 64 – 26 em “mude x para []” (Padrão 1)	145
Figura 65 – Etapa da construção do Problema 1, Atividade 1	146
Figura 66 – -133 em “mude y para []”	146
Figura 67 – -130 em “mude y para []”	146
Figura 68 – -125 em “mude y para []”	146
Figura 69 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1	147
Figura 70 – 20 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	147
Figura 71 – 55 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	148
Figura 72 – 60 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	148
Figura 73 – 57 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	148
Figura 74 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 1	149
Figura 75 – 23 em “mude Distância para []”	149
Figura 76 – 4 em “mude Tamanho para []” e 22 em “mude Distância para []”	149
Figura 77 – 24 em “mude Distância para []”	149
Figura 78 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 3	151
Figura 79 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”	151
Figura 80 – Alteração de cores	151
Figura 81 – Alteração de posição de blocos “Forma [] cor []”	151
Figura 82 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”	151
Figura 83 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”	151
Figura 84 – 70 em repita [] vezes	155
Figura 85 – 69 em repita [] vezes	155
Figura 86 – Problema 3, Atividade 1.....	155

Figura 87 – 66 em “repita [] vezes” (Padrão 3).....	157
Figura 88 – 65 em “repita [] vezes” (Padrão 2).....	157
Figura 89 – 64 em “repita [] vezes” (Padrão 1) e execução de todos os padrões.....	157
Figura 90 – 120 em gire graus Padrão 5 (execução de Padrão 5)	158
Figura 91 – 150 em gire graus Padrão 6 (execução de todos os padrões).....	158
Figura 92 – Escolha de instrumento de sua preferência (Lúcio e Rafaela)	160
Figura 93 – Problema 1, Atividade 2 construído por Ariane e Adriana.....	161
Figura 94 – Etapa da construção do Problema 3, Atividade 2	162
Figura 95 – 0 “gire $\curvearrowright$ [] graus”	163
Figura 96 – 360 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	163
Figura 97 – Etapa da construção do Problema 1, Atividade 2	165
Figura 98 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 2	165
Figura 99 – Círculos se cruzando	166
Figura 100 – Construção em que se identificou um retângulo	167
Figura 101 – Problema 3, Atividade 2.....	167
Figura 102 – Etapa da Construção do Problema 3, Atividade 2.....	167
Figura 103 – Problema 4, Atividade 2 construído pela dupla	169
Figura 104 – Construção Livre, Atividade 2 (Ariane e Adriana).....	169
Figura 105 – Construção Livre, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)	169
Figura 106 – Código de acesso ao som	170
Figura 107 – Etapa da construção do Problema 1, Atividade 1	171
Figura 108 – 135 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	172
Figura 109 – 45 em “aponte para a direção [] graus”	173
Figura 110 – -45 em “aponte para a direção [] graus”.....	173
Figura 111 – 135 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	173
Figura 112 – -135 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”	173
Figura 113 – Padrão 2.....	174
Figura 114 – -100 em “mude x para []” e 100 “mude y para []” em Padrão 1	174
Figura 115 – Padrão 1 (sequência vertical)	175
Figura 116 – -40 em “mude x para []” e 140 em “mude y para” em Padrão 3.....	175
Figura 117 – Etapa da Construção Livre, Atividade 3	178
Figura 118 – Etapa da Construção Livre, Atividade 1	178
Figura 119 – Etapa da Construção Livre, Atividade 1	179
Figura 120 – Imagem identificada como “dois losangos”	179
Figura 121 – Início da construção do Problema 2, Atividade 2 (Alice e Bárbara)	180
Figura 122 – Início da construção do Problema 2, Atividade 2 (Lúcio e Rafaela)	181
Figura 123 – Etapa da Construção do Problema 2, Atividade 3.....	181
Figura 124 – Inclusão de três blocos “mude x para []” no laço.....	182
Figura 125 – Diferentes valores nos blocos “mude x para []” no laço	182
Figura 126 – Vários laços “repita [] vezes” na solução.....	182
Figura 127 – Solução do Problema 3, Atividade 3 (Yuri e Caíque).....	183
Figura 128 – 0 em “mude x para []” e 0 em “mude y para []”	184
Figura 129 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 3	185
Figura 130 – Etapa da construção do Problema 5, Atividade 4	186

Figura 131 – -0 em “mude y para []”	186
Figura 132 – -0 em “mude y para []”	186
Figura 133 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 3	188
Figura 134 – -130 em “mude x para []” interno ao laço	188
Figura 135 – -140 em “mude x para []” interno ao laço	188
Figura 136 – -120 em “mude x para []” interno ao laço	188
Figura 137 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1	189
Figura 138 – -140 em “mude y para []”	189
Figura 139 – -90 em “mude y para []”	189
Figura 140 – -100 em “mude y para []”	189
Figura 141 – -90 em “mude y para []”	189
Figura 142 – 150 em “mude y para []”	190
Figura 143 – -30 em “adicione [] a y”	191
Figura 144 – -100 em y	193

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Características do pensamento matemático	28
Quadro 2 – Definições de pensamento computacional	32
Quadro 3 – Habilidades do pensamento computacional	33
Quadro 4 – Conceitos, práticas e perspectivas do pensamento computacional.....	36
Quadro 5 – Exemplos de descrições de padrões de crescimento (ou decrescimento).....	52
Quadro 6 – Exemplos de padrões de repetição, de crescimento, de decrescimento, numérico e figurativo	53
Quadro 7 – Estudos da categoria “Articulações com a Álgebra”	58
Quadro 8 – Estudos da categoria “Articulações Plurais”	63
Quadro 9 – Estudos selecionados	83
Quadro 10 – Blocos das simulações	100
Quadro 11 – Caracterização da escola A	108
Quadro 12 – Caracterização da escola B	109
Quadro 13 – Participantes	109
Quadro 14 – Encontros do Experimento de Ensino	111
Quadro 15 – Exemplo do processo de descrição	116
Quadro 16 – Exemplos de unidades de descrição	118
Quadro 17 – Exemplo de evento crítico e codificação	119
Quadro 18 – Exemplo de evento crítico da forma como se apresenta nos resultados.....	120
Quadro 19 – Interpretação do Problema 4, Atividade 1 (Bianca e Bruna).....	123
Quadro 20 – Interpretação do Problema 4, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)	124
Quadro 21 – Interpretação do Problema 4, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)	124
Quadro 22 – Interpretação do Problema 5, Atividade 3 (Amanda e Vinícius)	125
Quadro 23 – Contagem no Problema 3, Atividade 1 (Ariane e Adriana)	128
Quadro 24 – Contagem no Problema 3, Atividade 1 (Alice e Bárbara).....	129
Quadro 25 – Contagem no Problema 4, Atividade 1 (Amanda e Vinícius)	130
Quadro 26 – Contagem no Problema 2, Atividade 2.....	131
Quadro 27 – Contagem na determinação de diferentes aspectos	133
Quadro 28 – Estimativa na construção do Problema 3, Atividade 2 (Bianca e Bruna).....	135
Quadro 29 – Estimativa na construção do Problema 3, Atividade 2 (Caíque e Yuri).....	136
Quadro 30 – Estimativa e delimitação de intervalo.....	137
Quadro 31 – Uso do cursor na construção do Problema 1, Atividade 1 (Alice e Bárbara)....	139
Quadro 32 – Uso do cursor na construção do Problema 2, Atividade 2 (Vinícius e Amanda)	140
Quadro 33 – Uso do cursor para verificação de sinal e variação horizontal	141
Quadro 34 – Experimentação na construção do Problema 2, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)	144
Quadro 35 – Experimentação na construção do Problema 1, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)	146
Quadro 36 – Experimentação na construção do Problema 4, Atividade 1 (Bianca e Bruna).	147
Quadro 37 – Experimentação na construção do Problema 2, Atividade 1 (Alice e Bárbara)	149
Quadro 38 – Experimentação na construção do Problema 4, Atividade 3 (Lúcio e Rafaela)	150
Quadro 39 – Regularidade na construção do Problema 3, Atividade 1.....	154

Quadro 40 – Regularidade na construção dos Problemas 3 e 4, Atividade 2.....	156
Quadro 41 – Escolhas baseadas na preferência	160
Quadro 42 – Influência de aspectos estéticos	162
Quadro 43 – Compartilhamento de conhecimentos matemáticos	163
Quadro 44 – Ponto de referência na resolução do Problema 1, Atividade 2 (Caíque e Yuri).....	164
Quadro 45 – Ponto de referência na resolução do Problema 2, Atividade 2 (Alice e Bárbara)	165
Quadro 46 – Ponto de referência na resolução do Problema 4, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)	166
Quadro 47 – Analogia na resolução do Problema 3, Atividade 2	167
Quadro 48 – Analogia no planejamento de Construções Livres	168
Quadro 49 – Analogia nas Construções Livres da Atividade 2.....	168
Quadro 50 – Simetria na resolução do Problema 1, Atividade 1 (Amanda e Vinícius).....	171
Quadro 51 – Simetria na resolução dos Problemas 1 e 2, Atividade 1.....	172
Quadro 52 – Simetria na resolução dos Problemas 1 e 2, Atividade 2.....	174
Quadro 53 – Desistência em Construções Livres	177
Quadro 54 – Mudança de objetivo geral	178
Quadro 55 – Início da construção do Problema 2, Atividade 3 (Alice e Bárbara).....	180
Quadro 56 – Construção do Problema 2, Atividade 3 (Lúcio e Rafaela).....	181
Quadro 57 – Construção do Problema 3, Atividade 3 (Yuri e Caíque).....	183
Quadro 58 – Zero como lugar nenhum.....	184
Quadro 59 – Zero como nulo (Alice e Bárbara).....	184
Quadro 60 – Zero negativo.....	185
Quadro 61 – Variação de números inteiros negativos.....	187
Quadro 62 – Sinal negativo com sentido de operação.....	190
Quadro 63 – Visão de si	192
Quadro 64 – Visão de Matemática Escolar	193

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Panorama da Atividade 1 (Alice e Bárbara).....	117
Gráfico 2 – Problema 1, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela).....	117
Gráfico 3 – Problema 3, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela).....	127
Gráfico 4 – Problema 1, Atividade 2 (Bianca e Bruna)	154
Gráfico 5 – Panorama da Atividade 1 (Ariane e Adriana)	177

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Pensamentos matemático, computacional e sensível	21
1.1.1 <i>Pensamento matemático.....</i>	<i>23</i>
1.1.2 <i>Pensamento computacional.....</i>	<i>29</i>
1.1.3 <i>Pensamento sensível.....</i>	<i>37</i>
1.2 Organização da tese	41
2 PADRÕES	44
2.1 Padrão	44
2.2 Padrão e Matemática	47
2.3 Padrão no ensino e na aprendizagem de Matemática	54
2.4 Revisão Sistemática de Literatura.....	56
2.4.1 <i>Articulações com a Álgebra</i>	<i>57</i>
2.4.2 <i>Articulações Plurais.....</i>	<i>63</i>
2.4.3 <i>Considerações sobre a Revisão Sistemática de Literatura</i>	<i>67</i>
3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM TECNOLOGIAS DIGITAIS.....	69
3.1 Problema, resolução de problemas e tomada de decisão	69
3.2 Seres-humanos-com-mídias	75
3.3 Tomada de decisão e seres-humanos-com-mídias.....	77
3.4 Revisão Sistemática de Literatura.....	83
3.4.1 <i>Considerações sobre a Revisão Sistemática de Literatura</i>	<i>89</i>
4 METODOLOGIA.....	90
4.1 A pesquisa qualitativa	90
4.1.1 <i>Histórico do estudo</i>	<i>92</i>
4.2 Experimento de Ensino	94
4.3 As simulações.....	97
4.3.1 <i>As atividades</i>	<i>102</i>
4.3.1.1 <i>Atividade 1</i>	<i>103</i>
4.3.1.2 <i>Atividade 2</i>	<i>104</i>
4.3.1.3 <i>Atividade 3</i>	<i>106</i>
4.4 O cenário da produção de dados	107
4.5 Produção de dados	111
4.5.1 <i>Gravações.....</i>	<i>111</i>

4.5.2 Registros escritos	113
4.6 A análise de dados qualitativos	113
4.6.1 O processo de análise de dados	116
4.6.2 Forma de apresentação dos resultados	119
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	122
5.1 Interpretação	123
5.2 Contagem	128
5.3 Estimativa	135
5.4 Cursor	139
5.5 Experimentação	144
5.6 Regularidade	154
5.7 Preferência	160
5.8 Compartilhamento de conhecimentos matemáticos	162
5.9 Ponto de referência	164
5.10 Analogia	166
5.11 Simetria	171
5.12 Desistência e reorganização	177
5.13 Concepções matemáticas	183
5.14 Crenças	192
5.15 Síntese dos resultados	194
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	198
REFERÊNCIAS	203
APÊNDICES	219
Apêndice A – Roteiro de Atividades	219
Apêndice B – Autorizações	226

1 INTRODUÇÃO

A aversão e o medo são sentimentos definidores da relação de muitos com a Matemática (THOMAZ, 1999; SILVEIRA, 2000; GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010; GODOY, 2010; BRAGA; CARNEIRO, 2019). Sentir aversão é ter repulsa em relação a algo (FERREIRA, A., 2006). Ainda em minha formação inicial, pude experienciar a aversão à Matemática expressa por um discente do Ensino Fundamental. Nessa etapa de formação, dentre outras atividades de docência, fui monitora de Matemática do Centro de Divulgação Científica e Cultural (CDCC) da Universidade de São Paulo (USP), câmpus de São Carlos. Essa monitoria era uma espécie de auxílio às pessoas que tinham dificuldade em Matemática. Ela era aberta ao público, ou seja, qualquer pessoa, de qualquer idade e para qualquer finalidade, poderia comparecer à monitoria sem agendamento ou aviso prévio. A maioria das pessoas atendidas era estudantes da Educação Básica, mas estudantes do Ensino Superior e pessoas se preparando para concursos também frequentavam.

Os estudantes da Educação Básica compareciam à monitoria com maior frequência no dia anterior às avaliações escolares. Mas alguns alunos frequentavam semanalmente. Nesses casos, muitas vezes, os pais levavam os filhos sempre dizendo da dificuldade deles em relação à Matemática. Um desses estudantes me levou a observar uma manifestação de aversão em relação a essa área e me fez questionar sobre o modo como ela é apresentada e imposta aos estudantes. Vou chamá-lo de Pedro. Ele tinha doze anos. E um dia foi levado pela avó à monitoria. Ela me disse que ele era péssimo aluno em Matemática e que a mãe dele não sabia mais o que fazer. Ele estava prestes a ser reprovado e se isso ocorresse, ele seria retirado da escola particular.

Pelo que pude perceber, o estudante, que estava no sétimo ano, não tinha dificuldade em aprender. Na verdade, ele não queria aprender porque, para ele, a Matemática não fazia sentido. Toda vez que ele comparecia à monitoria, obrigado pela mãe, perguntava: *“Mas por que eu preciso aprender Matemática?”*, ou *“Onde eu vou usar Matemática?”*, ou simplesmente dizia: *“Matemática é muito inútil!”*, sempre em um tom de revolta. Antes desse momento, nunca tinha parado para pensar nessas questões. Na minha perspectiva ilusória, a Matemática não precisava ser questionada. Seria mais fácil se ele tivesse dúvidas sobre o conteúdo. Mas aquelas perguntas eu não sabia a resposta. Eu inventava respostas para convencê-lo de que a Matemática era importante. Certa vez eu disse que o raciocínio e a forma de pensar empregados na Matemática eram úteis para seu desenvolvimento cognitivo. Outra vez, disse que se ele aprendesse os conteúdos do sétimo ano, quando chegasse no Ensino Médio, ele entenderia

melhor os conteúdos daquela etapa. Uma outra vez, disse que os conteúdos eram cobrados no vestibular. Sem paciência, em outra ocasião, disse que ele precisava aprender para passar na prova de Matemática e não se reprovado na escola.

Pedro se recusava a estudar durante a monitoria. Eu tentava convencê-lo, sempre sem sucesso. Semana após semana, tínhamos a mesma discussão. Embora o estudante tivesse aversão à Matemática, ele mostrava interesse por outras áreas. Ele gostava de conversar sobre Geografia e Arte. Certa vez, inclusive, me mostrou suas ilustrações e um livro de instrução de desenho Mangá¹. Ao ver o livro, eu vi Matemática. As instruções e os desenhos continham ideias de proporção, de perspectiva e formas geométricas. Eu comentei com ele que aquilo que ele gostava tinha Matemática, que a Arte e a Matemática tinham muitas proximidades. Para ilustrar, pesquisei imagens de fractais da Internet e mostrei para ele. Ele se encantou com as imagens e queria saber mais daquilo. Pela primeira vez ele quis aprender Matemática. Embora para mim a Matemática sempre tenha sido interessante, para Pedro o interesse nela surgiu quando relacionada a algo que ele gostava, a Arte. Na Figura 1, a seguir, apresento algumas imagens de fractais disponíveis na Internet. Foram imagens semelhantes a estas que despertaram o interesse do estudante.

Figura 1 – Imagens de fractais



Fonte: <https://pixabay.com/illustrations/search/fractal/?order=latest>. Acesso em: 1 jul. 2020.

Assim como a aversão, pude observar a manifestação do sentimento de medo em relação à Matemática no trabalho docente. Sentir medo de algo é sentir pavor, é sentir-se inquieto diante de uma noção de perigo ou ameaça (FERREIRA, A., 2006). Eu pude presenciar esse sentimento em relação à Matemática quando fui professora da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Essa modalidade de ensino apresenta especificidades, as quais vivenciei na prática. As salas de aula

¹ Estilo de desenho japonês utilizado em histórias em quadrinhos ou desenhos animados (Anime).

eram multisseriadas e como atuava nos Anos Finais do Ensino Fundamental, havia duas turmas: uma de sexto e sétimo anos, e uma de oitavo e nono anos. As salas eram nomeadas dessa maneira, contudo, com a constante ameaça de fechamento das turmas por falta de alunos, quando uma já tinha o número mínimo de alunos, dada a ordem da matrícula, a outra recebia os alunos, independentemente do nível em que deveriam estar.

Não existia material didático, nem currículo próprio para os alunos da EJA. A direção e a coordenação da escola exigiam que fossem seguidos os materiais destinados ao ensino regular. E o público era diverso: pessoas que retomaram os estudos depois de muito tempo longe da escola; pessoas que precisavam de um diploma por conta do trabalho; pessoas já aposentadas que queriam aprender por prazer; estudantes “problemáticos” que não conseguiam acompanhar o ritmo das salas regulares, os quais eram matriculados na EJA imediatamente após completarem quinze anos de idade; pessoas com “problemas” legais, que eram obrigadas a frequentar a escola por determinação da justiça.

Diante de todas as particularidades, ensinar Matemática era um desafio. Não apenas pelas características supracitadas, mas também pelo medo sentido pelos estudantes. Eu pude perceber que os estudantes tinham pavor da Matemática. A cada novo assunto tratado, a dificuldade residia em incentivá-los a interagirem e convencê-los de que eles eram capazes de aprender. Eu enxergava a feição de medo dos estudantes, para eles a Matemática era um monstro.

O monstro causa medo pelo fato de ele ser desconhecido, como aponta Lins (2004, p. 102, grifo do autor): “O monstro me paralisa exatamente porque não sei como ele funciona, como devo agir com relação a ele, **não sei o que posso dizer dele**, isto é, **o único significado que consigo produzir para ele é exatamente este, ‘não sei o que dizer’**.”. O autor considera que os sentimentos negativos em relação à Matemática têm como causa a distância entre o que se trata na sala de aula e o cotidiano das pessoas. Ele argumenta que a escola rejeita a Matemática do cotidiano, ao mesmo tempo, que a vida fora da escola não abre espaço para a Matemática formal. Segundo Lins (2004, p. 93-94), “[...] há um considerável estranhamento entre a Matemática acadêmica (oficial, da escola, formal, do matemático) e a Matemática da rua, e o problema não é apenas que a academia ignore ou desautorize a rua, mas também que a rua ignora e desautoriza a Matemática acadêmica [...]”.

Lins (2004) considera que a Matemática do matemático é **internalista**, ou seja, a importância dos objetos matemáticos é visível dentro da própria Matemática. Além disso, ela tem natureza **simbólica**, pois se preocupa mais com as propriedades dos objetos do que com o

que os objetos são. Essas características originam o estranhamento entre a rua e a escola, como aponta o autor:

O internalismo coloca o matemático na posição de um deus. [...] A Matemática do matemático **não depende [...] de nada que exista no mundo físico**, e, portanto, esta Matemática do matemático não tem como ser natural para os cidadãos ordinários [...], tornando-se, assim – a Matemática dos matemáticos –, muito hábil em engendrar seres estranhos. [...] E objetos simbólicos são igualmente bizarros: faz sentido ordinário falar de um objeto, dizendo que se jogado ao chão ele se quebra, sem antes ter passado por dizer que ele é, por exemplo, de vidro? Na vida ordinária, não: primeiro dizemos o que uma coisa **é, depois** falamos dela. (LINS, 2004, p. 100, grifo do autor).

Além das características apontadas, outra possível causa dos sentimentos negativos em relação à Matemática é o modo como ela é ensinada. Segundo Medeiros e Muniz (2018), o ensino se dá de modo mecânico e os conteúdos são apresentados sem significado. Os autores complementam que essa forma de ensino não possibilita o incentivo à criatividade e à produção. Segundo eles:

A tônica pedagógica é da **reprodução mecânica** de procedimentos algorítmicos com pouca chance de desenvolvimento de **pensamento crítico, estético e criativo** por parte daquele que se engaja no processo do aprender matemática. Afinal, aprender matemática, para maioria, é seguir regras rígidas, imutáveis, muitas vezes **desprovidas de significados**, cabendo à aprendizagem a assimilação de ritos metodológicos e linguísticos de pouca contribuição para a formação de um cidadão crítico e criativo. É nesse contexto que surgem as dificuldades de aprendizagem matemática, em uma escola que **incentiva a reprodução e não a produção**. (MEDEIROS; MUNIZ, 2018, p. 3, grifo nosso).

Os sentimentos negativos – que ilustrei pelo medo e pela aversão – não são apenas efeitos da dificuldade de aprender, eles podem se tornar obstáculos para a aprendizagem. Segundo Papert (1980, p. 8, tradução nossa, grifo nosso), “A endêmica **matefobia** na cultura contemporânea bloqueia muitas pessoas de aprender qualquer coisa que reconhecem como ‘Matemática’ [...]”². O autor aponta que a matefobia se inicia com o medo ou aversão à Matemática e se transforma em uma concepção de “incapacidade de aprender” que o sujeito tem sobre si mesmo. A matefobia, assim, pode ser considerada o medo ou aversão de aprender. Ela é construída pela maneira como a escola se organiza, focando em conteúdos tradicionais (PAPERT, 1980; FRAGOSO, 2001) e na transmissão de conhecimentos sem significado (PAPERT, 1980; LINS, 2004; MEDEIROS, MUNIZ, 2018) de forma desconexa.

Papert (1980), assim, considera que a aprendizagem, em particular da Matemática, deve ser algo espontâneo, da mesma forma como aprendemos a falar. Ele aponta que o computador pode possibilitar contextos em que a Matemática é aprendida espontaneamente, ou seja, o

² The *mathophobia* endemic in contemporary culture blocks many people from learning anything they recognize as “math” [...]

computador possibilita o desenvolvimento de uma **Matelândia**³. Esse ambiente proporciona um contexto em que as culturas científica e matemática seriam integradas à cultura humanística⁴, como aponta Papert (1980, p. 39, tradução nossa): a Matelândia “[...] – onde a Matemática se tornaria um vocabulário natural – [...] [se relaciona à] ideia de que o computador poderia aproximar as culturas humanística e matemática/científica.”⁵. Nesse ambiente a aprendizagem não ocorre separada de outras atividades (PAPERT, 1980).

Eu considero que ambientes em que a aprendizagem ocorre espontaneamente – como no caso da Matelândia – podem superar as características do ensino da Matemática que a tornam assustadora, aversiva e desconexa. Considero, também, que as tecnologias digitais podem proporcionar formas inovadoras de construção do conhecimento, quando comparadas ao contexto tradicional do ensino (PAPERT, 1980, 1993; KENSKI, 2003; BORBA; VILLARREAL, 2005; IDEM, 2017). Assim, para a realização deste estudo, foi utilizado um ambiente digital em que ideias matemáticas podiam ser testadas, construídas, exploradas, por meio do uso da linguagem de programação visual do Scratch. Nesse ambiente, além de características matemáticas e computacionais, houve a possibilidade de exploração de aspectos artísticos, como formas, cores, notas e instrumentos musicais, valorizando a produção e a criação.

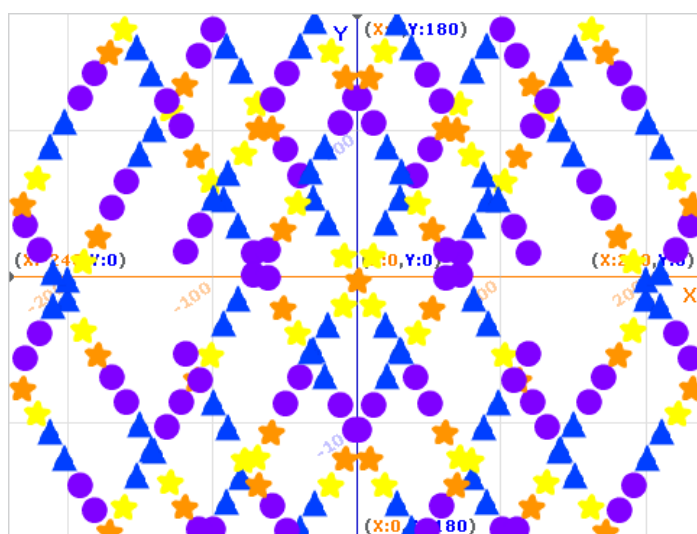
Nesse contexto, estudantes de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental exploraram e utilizaram simulações construídas no Scratch, adaptadas de Gadanidis e Yiu (2017). Essas simulações possibilitavam a construção de padrões dinâmicos, sequências (lineares ou bidimensionais) que possuíam regularidade cíclica (padrão de repetição) e cujos elementos eram constituídos por formas, cores e sons. Os padrões são dinâmicos, pois, a execução da simulação ocorre com a construção de cada elemento na tela do Scratch conforme os parâmetros determinados previamente (posição inicial, direção, distância, velocidade, tamanho, inclinação, instrumento, formas, cores e quantidade de elementos), ou seja, é possível observar e ouvir a “aparição” elemento a elemento, conferindo movimento à construção. Na Figura 2, a seguir, apresento um padrão construído por meio de uma das simulações, há também um código de acesso a um vídeo que possibilita observar e ouvir a construção. O vídeo pode também ser acessado por meio deste endereço: <https://youtu.be/b99bRdkNAcY>.

³ Um ambiente imaginário em que a aprendizagem da Matemática ocorre naturalmente, é como aprender francês na França (PAPERT, 1980).

⁴ A aproximação dessas culturas é no sentido de entender a Matemática como produção humana e buscar relacioná-la às áreas consideradas humanas ou à própria vida cotidiana.

⁵ [...] – where mathematics would become a natural vocabulary – [...] [relates to the] idea that the computer could bring the humanistic and mathematical/scientific cultures together.

Figura 2 – Padrão e código de acesso



Fonte: A autora.



Fonte: QR Code Fácil
(<https://www.qrcodefacil.com/>).

Nas atividades desenvolvidas, que ocorreram por meio de Experimento de Ensino no qual atuei como professora, os participantes investigaram os diferentes parâmetros das simulações. Resolveram problemas visuais por meio da construção de padrões propostos, utilizando as simulações. Além de utilizá-las para produzir padrões que desejassem, numa espécie de proposição de problemas.

Considerando esse cenário, este estudo buscou responder à seguinte pergunta: “*Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?*”. Guiado por essa pergunta, este estudo objetivou: a) compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e b) identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo.

O cenário investigado possuía características particulares em relação ao seu aspecto educativo. Ele era interdisciplinar por buscar integrar Matemática, Ciência da Computação e Arte e incentivar os pensamentos matemático, computacional e sensível. Nas subseções seguintes, discorro sobre esses aspectos do contexto investigado.

1.1 Pensamentos matemático, computacional e sensível

O que é pensar? O que é pensamento? Esses termos têm vários significados dependendo da concepção que se assume. Pensar pode significar estar consciente de algo e pensamento pode ser aquilo que se passa em nossas mentes. Pensar pode significar imaginar, ou seja, pensamos sobre aquilo que não está na nossa presença, que não é percebido (não é visto, tocado, ouvido, cheirado ou provado). Pensamento pode ser sinônimo de decisão, de preocupação, de dúvida, de concentração. (CHAUÍ, 2000; DEWEY, 1910).

De acordo com Dewey (1910, p. 8-9, tradução nossa)⁶ pensar é uma “[...] operação na qual os fatos presentes sugerem outros fatos (ou verdades) de modo a induzir o entendimento destes últimos com base ou garantia dos primeiros.”. Já Boal (2009) pontua que pensamento é dinâmico e imaterial, é a própria transformação do conhecimento; segundo o autor “Pensar é organizar o conhecimento e transformá-lo em ação, que pode ser fala ou ato, sendo que fala é ato. Pensamento é ação que transforma o pensador, o interlocutor e a relação entre os dois. Que podem ser a mesma pessoa.” (BOAL, 2009, p. 29). Chauí (2000), por sua vez, aponta que é por meio do pensamento que suspendemos o julgamento, pesamos, avaliamos, examinamos, equilibramos o que já sabemos em função do que se apresenta. Segundo a autora, o pensamento é

[...] a consciência ou a inteligência saindo de si (“passeando”) para ir colhendo, reunindo, recolhendo os dados oferecidos pela experiência, pela percepção, pela imaginação, pela memória, pela linguagem, e voltando a si, para considerá-los atentamente, colocá-los diante de si, observá-los intelectualmente, pesá-los, avaliá-los, retirando deles conclusões, formulando com eles idéias, conceitos, juízos, raciocínios, valores. (CHAUÍ, 2000, p. 194)

O pensamento não é um processo espontâneo. Ele se inicia por meio de alguma incitação e sua consumação ocorre como forma de restabelecer o equilíbrio, como aponta Dewey (1910, p. 12, tradução nossa)⁷

[...] a origem do pensamento é alguma perplexidade, confusão ou dúvida. Pensar não é um caso de combustão espontânea; não ocorre apenas em “princípios gerais”. Há algo específico que o ocasiona e o evoca. [...] Dada uma dificuldade, o próximo passo é a sugestão de alguma saída – a formação de algum plano ou projeto provisório, o desenvolvimento de alguma teoria que dará conta das peculiaridades em questão [...]

O pensamento, portanto, ocorre por meio de um impulso que desafia a mente e do que é mobilizado para subjugar o desafio. Nesse sentido, Tiensuu (2012) aponta que pensar envolve disposições ou atitudes, conhecimentos e operações mentais (cognitivas e metacognitivas). Assim, incentivar o pensamento matemático, computacional ou sensível envolve possibilitar contextos nos quais se desafia o sujeito com o intuito de potencializar disposições, conhecimentos e operações mentais específicas.

Na literatura acerca dessas formas de pensamento ocorre menção a aspectos ou habilidades gerais que os autores entendem como sendo evidências de sua ocorrência. Eu entendo que esses aspectos explicitam disposições, conhecimentos e operações mentais que podem ser desenvolvidos mediante um contexto que os incentive. A seguir, eu apresento

⁶ [...] operation in which present facts suggest other facts (or truths) in such a way as to induce belief in the latter upon the ground or warrant of the former.

⁷ [...] the origin of thinking is some perplexity, confusion, or doubt. Thinking is not a case of spontaneous combustion; it does not occur just on “general principles.” There is something specific which occasions and evokes it. [...] Given a difficulty, the next step is suggestion of some way out — the formation of some tentative plan or project, the entertaining of some theory which will account for the peculiarities in question [...]

algumas considerações acerca do que a literatura traz como sendo o pensamento matemático, o pensamento computacional e o pensamento sensível. Ao final, esclareço como o contexto investigado, adaptado de Gadanidis e Yiu (2017), buscou incentivar essas formas de pensamento.

1.1.1 *Pensamento matemático*

Para Schoenfeld (1992), o entendimento do pensamento matemático é consequência do entendimento da Matemática. O autor considera que a Matemática é uma ciência e que o conhecimento matemático é produzido por meio de um trabalho empírico. Embora os resultados matemáticos sejam apresentados desvinculados de seu processo de produção, Schoenfeld (1994) argumenta que o empiricismo é característica primordial dessa atividade, segundo ele: “[...] a matemática é um empreendimento ‘prático’, baseado em dados [...]. Fazer matemática é fazer ciência [...]. Ela possui um componente empírico significativo [...]” (SCHOENFELD, 1994, p. 58, tradução nossa)⁸. Além de ciência empírica, a Matemática tem um caráter social:

A matemática é uma atividade inerentemente social, na qual uma comunidade de profissionais treinados (cientistas matemáticos) se envolve na ciência de tentativas sistemáticas de padrões, com base em observação, estudo e experimentação, para determinar a natureza ou os princípios das regularidades em sistemas definidos axiomáticamente ou teoricamente (“matemática pura”) ou modelos de sistemas abstraídos de objetos do mundo real (“matemática aplicada”). As ferramentas da matemática são abstração, representação simbólica e manipulação simbólica. (SCHOENFELD, 1994, p. 60, tradução nossa)⁹.

Segundo essa concepção, aprender a pensar matematicamente envolve avaliação e escolha de processos matemáticos, além da utilização de recursos matemáticos. Segundo Schoenfeld (1994, p. 60, tradução nossa)¹⁰

Aprender a pensar matematicamente significa (a) desenvolver um ponto de vista matemático – avaliar os processos de matematização e abstração e ter a predileção de aplicá-los; e (b) desenvolver competência com as ferramentas matemáticas e usar essas ferramentas a serviço do objetivo de entender a estrutura do sentido matemático.

O pensamento matemático, para Schoenfeld (1992, 1994), engloba os processos cognitivos empregados na produção do conhecimento matemático. Essa produção ocorre num

⁸ [...] mathematics is a ‘hands-on,’ data-based enterprise [...]. Doing mathematics is doing science [...]. It has a significant empirical component [...]

⁹ Mathematics is an inherently social activity, in which a community of trained practitioners (mathematical scientists) engages in the science of patterns-systematic attempts, based on observation, study, and experimentation, to determine the nature or principles of regularities in systems defined axiomatically or theoretically (“pure math”) or models of systems abstracted from real-world objects (“applied math”). The tools of mathematics are abstraction, symbolic representation, and symbolic manipulation.

¹⁰ Learning to think mathematically means (a) developing a mathematical point of view-valuing the processes of mathematization and abstraction and having the predilection to apply them, and (b) developing competence with the tools of the trade and using those tools in the service of the goal of understanding structure mathematical sense-making.

contexto social por meio de procedimentos empíricos utilizando recursos matemáticos, como a abstração, a representação e a manipulação simbólicas.

De forma similar, Dreyfus e Eisenberg (1996), consideram que o pensamento matemático é o processo mental no “fazer Matemática” e isso inclui a resolução de problemas matemáticos. Segundo os autores, pensar matematicamente envolve o desenvolvimento de um pensamento flexível, que engloba as seguintes particularidades: estética, autoconfiança, raciocínio por analogia, estrutura, representação, raciocínio visual e inversão de pensamento.

A característica **estética** considera que o pensamento matemático é muito mais que aprender conceitos matemáticos ou resolver problemas, é também avaliar a elegância da produção matemática (DREYFUS; EISENBERG, 1996). Além disso, a estética é ainda uma característica importante na condução da atividade matemática, que é também influenciada por julgamento estético e resposta emocional às ações e conceitos (SILVER; METZGER, 1989).

Sinclair (2006) cita três papéis da estética na produção matemática: avaliação, geração e motivação. A função avaliativa “[...] diz respeito ao valor estético de produtos matemáticos, como resultados ou provas e, mais especificamente, os julgamentos feitos sobre quais produtos são mais significativos.” (SINCLAIR, 2006, p. 42, tradução nossa)¹¹. A função geradora engloba “[...] modos estéticos de raciocínio usados na resolução de problemas, em oposição aos lógicos ou mesmo intuitivos. [...] é descrito pelos matemáticos como sendo responsável por gerar novas ideias e *insights* [...]” (SINCLAIR, 2006, p. 42-43, tradução nossa, grifo nosso)¹² que não são frutos do raciocínio lógico. A função motivadora “[...] diz respeito ao papel da estética em atrair matemáticos para certos campos e, por sua vez, estimulá-los a trabalhar em certos problemas.” (SINCLAIR, 2006, p. 43, tradução nossa)¹³.

A **autoconfiança** é outro elemento envolvido no pensamento matemático que diz respeito à percepção individual do sujeito em relação a sua capacidade em Matemática (DREYFUS; EISENBERG, 1996). A percepção individual é determinante no processo de produção matemática, como aponta Eisenberg (1991, p. 154, tradução nossa)¹⁴, os

[...] matemáticos trabalham com problemas difíceis que geralmente levam anos para serem resolvidos, mas eles trabalham porque acreditam que têm a chance de resolvê-

¹¹ [...] it concerns the aesthetic worth of mathematical products such as results or proofs and, more specifically, the judgments made about which products are most significant.

¹² [...] modes of reasoning used in solving problems, as opposed to logical or even intuitive ones. [...] it is described by mathematicians as being responsible for generating new ideas and insights [...]

¹³ [...] relates to the role of the aesthetic in attracting mathematicians to certain fields and, in turn, in stimulating them to work on certain problems.

¹⁴ [...] mathematicians work on hard problems which often take years to get a handle on, but they work on them because they believe that they have a chance to crack them. Their perception of their own ability is an extremely important factor in the mathematics they do. A low self-opinion of one's ability in school mathematics can be devastating.

los. Sua percepção de sua própria capacidade é um fator extremamente importante na matemática que eles fazem. Uma baixa autoconfiança da capacidade de alguém em matemática escolar pode ser devastadora.

Outra característica do pensamento matemático é o **raciocínio por analogia**. Dreyfus e Eisenberg (1996, p. 260, tradução nossa)¹⁵ apontam que “Um elemento extremamente importante no desenvolvimento da habilidade do pensamento matemático é treinar-se para procurar por analogias.”. A generalização e a simplificação são aspectos da analogia e auxiliam o desenvolvimento do pensamento flexível:

Uma compreensão profunda dessas analogias é adequada para ajudar os alunos a fazer transições em qualquer direção: do caso mais geral para o mais simples, por exemplo, quando são necessárias suposições simplificadoras em uma situação de solução de problemas ou do caso específico para o geral para obter um resultado mais abrangente. Nos dois casos, o uso de analogias adiciona flexibilidade aos processos de pensamento dos alunos. (DREYFUS; EISENBERG, 1996, p. 264, tradução nossa)¹⁶.

A **estrutura** é uma característica tanto da Matemática quanto do pensamento matemático. Dreyfus e Eisenberg (1996) argumentam que os fatos não são tão importantes na Matemática, mas a estrutura sim: a relação entre fatos e entre relações. As estruturas auxiliam a memória, elas se originam

[...] dos conceitos e, portanto, naturalmente se impõe a qualquer problema ou situação que envolva uma instância desse conceito. A estrutura informa a quais ações alguém pode ou não realizar. A estrutura desenvolve a apreciação de alguém, sentindo o que poderia ser feito para resolver um problema. Reconhecendo a estrutura em um determinado problema, impondo estrutura a uma situação, e explorar essa estrutura aumenta enormemente o poder e a flexibilidade matemática. (DREYFUS; EISENBERG, 1996, p. 264, tradução nossa)¹⁷.

A **representação** é necessária para expressar o pensamento matemático. Essa representação pode ser formal ou informal, visual ou verbal, explícita ou implícita. Na produção matemática ou na resolução de problemas, diferentes formas de representações podem ser utilizadas. A utilização de diversas representações também proporciona a flexibilidade de pensamento necessária para o desenvolvimento do pensamento matemático. (DREYFUS; EISENBERG, 1996).

As representações podem ser internas ou externas (JANVIER; GIRARDON; MORAND, 1993; PAPE; TCHOSHANOV, 2001). As representações externas consistem em

¹⁵ An extremely important key in developing mathematical thinking ability is to train oneself to look for analogies.

¹⁶ A deep understanding of these analogies is apt help students make transitions in either direction: from the more general case to the simpler one, for example, when simplifying assumptions are needed in a problem-solving situation, or from the specific case to the general one in order to get a more encompassing result. In both cases, the use of analogies adds flexibility to the students' thinking processes.

¹⁷ [...] from the concepts and thus naturally imposes itself on any problem or situation that concerns an instance of this concept. The structure tells one what actions one may or may not carry out. The structure develops one's appreciation, feeling for what could be done to solve a problem. Recognizing structure in a given problem, imposing structure on a situation, and exploiting this structure enormously increases one's mathematical power and flexibility.

maneiras de apresentar os conceitos, como gráficos, tabelas, imagens. As representações internas, por sua vez, constituem modelos mentais desses conceitos. Como apontam Janvier, Girardon e Morand (1993, p. 81, tradução nossa, grifo dos autores)¹⁸

As representações **externas** agem como estímulos aos sentidos e incluem quadros, tabelas, gráficos, diagramas, modelos, gráficos computacionais e sistemas formais de símbolos. Elas são frequentemente vistas como personificações de ideias ou conceitos. A natureza das representações **internas** é mais ilusória, porque elas não podem ser observadas diretamente. [...] Elas são consideradas modelos cognitivos ou mentais. Elas também são chamadas de esquemas, conceitos, concepções e objetos mentais.

O **raciocínio visual** é uma importante característica do pensamento matemático e se relaciona intrinsecamente ao papel da representação. Esse aspecto é primordial na produção do conhecimento matemático, mas, muitas vezes, é desvalorizado na apresentação dos resultados (DREYFUS; EISENBERG, 1996; NATSHEH; KARSENTY, 2013). Visualização e raciocínio visual podem ser entendidos como sinônimo no contexto da produção matemática (NATSHEH; KARSENTY, 2013). Baseado em Zimmermann e Cunningham (1991) e em Hershkowitz *et al.* (1989), Arcavi (2003, p. 217, tradução nossa)¹⁹ define visualização como

[...] a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com o objetivo de descrever e comunicar informações, pensar e desenvolver ideias previamente desconhecidas e entendimentos avançados.

Outra característica do pensamento matemático é a **inversão de pensamento**. Esse aspecto se relaciona à capacidade de um indivíduo de antecipar o resultado de um problema e vislumbrar diferentes possibilidades de se alcançar o resultado (DREYFUS; EISENBERG, 1996). Essa habilidade é observada em competentes resolvidores de problemas:

Os bons solucionadores de problemas parecem ter a capacidade de ver caminhos de desenvolvimento de problemas específicos em contextos maiores, o que geralmente fornece a eles um “espaço de trabalho abstrato” para raciocinar a partir do resultado, até a fonte ou fontes que causam o resultado. Os solucionadores de problemas menos eficientes parecem coletar em suas mentes apenas os resultados, e não os caminhos e a superestrutura que os abrange. Eles têm menos problemas para ver essas superestruturas uma vez apontadas, mas raramente são capazes de construí-las. Portanto, as ideias associadas às noções em torno do padrão de uma linha de pensamento parecem desconectadas daquelas associadas ao seu fim. (DREYFUS; EISENBERG, 1996, p. 276, tradução nossa)²⁰.

¹⁸ **External** representations act as stimuli on the senses and include charts, tables, graphs, diagrams, models, computer graphics, and formal symbol systems. They are often regarded as embodiments of ideas or concepts. The nature of **internal** representations is more illusive, because they cannot be directly observed. [...] They are regarded as cognitive or mental models. They are also referred to as schemas, concepts, conceptions, and mental objects.

¹⁹ [...] the ability, the process and the product of creation, interpretation, use of and reflection upon pictures, images, diagrams, in our minds, on paper or with technological tools, with the purpose of depicting and communicating information, thinking about and developing previously unknown ideas and advancing understandings.

²⁰ Good problem solvers seem to have the ability of seeing paths of development of particular issues in larger contexts, which often provides for them an “abstract working space” to reason from the result, to the source or sources causing the result. Poorer problem solvers seem to collect in their minds only the results, rather than the

As características do pensamento matemático apontadas por Schoenfeld (1992, 1994) e Dreyfus e Eisenberg (1996) englobam um **modelo matemático** de entendimento desse pensamento, de acordo com Sternberg (1996). O autor considera que as perspectivas integrantes desse modelo buscam expressar características do pensamento no fazer Matemática. Ele aponta que existem diversas interpretações do que é pensamento e do que é pensamento matemático, compondo diversos modelos de entendimento. Além do modelo matemático, Sternberg (1996) ainda cita os modelos psicométrico, de abordagem computacional, antropológico e pedagógico.

O **modelo psicométrico** compreende a mente como “[...] um mapa com várias regiões variando em tamanho e localização. Algumas dessas regiões podem ser mais centrais (isto é, características do modelo), outras mais periféricas.” (STERNBERG, 1996, p. 305, tradução nossa)²¹. Nesse modelo existem, em nível mais geral, habilidades gerais que podem ser comuns a diferentes tipos de pensamento. De forma mais específica, o modelo psicométrico atribui as seguintes habilidades ao pensamento matemático:

[...] inteligência fluida, [...] qualidade do raciocínio sequencial e velocidade de raciocínio; inteligência cristalizada, que envolve conhecimento e pode compreender habilidades de linguagem, incluindo compreensão de leitura; capacidade geral de memória; percepção visual geral, incluindo visualização, relações espaciais, conhecimento mecânico, velocidade perceptiva, velocidade de fechamento e flexibilidade de fechamento; e velocidade do processamento de informações. (STERNBERG, 1996, p. 305, tradução nossa)²².

Outro modelo de entendimento do pensamento matemático é relativo à **abordagem computacional**. Segundo esse modelo, são atribuídas várias bases de processamento de informações ao pensamento matemático. O **raciocínio quantitativo** é uma delas, o qual implica numa estratégia de tradução direta de resolução de problemas – o sujeito, ao se deparar com problema, busca identificar números e computá-los para depois tentar entender seu significado. Outra base de processamento é o **raciocínio qualitativo**, uma forma de modelar a solução de problemas – nesse tipo de raciocínio, o sujeito busca primeiramente construir uma representação interna do problema, almejando seu entendimento, e depois realiza os cálculos. (STERNBERG, 1996).

paths and superstructure encompassing them. They have less trouble seeing these superstructures once they are pointed out, but seldom are they able to build them. Therefore, ideas associated with notions around the stan of a line of thought appear unconnected to those associated with its end.

²¹ [...] a map with multiple regions varying in size and location. Some of these regions may be more central (i.e., characteristic of the prototype), others more peripheral.

²² [...] fluid intelligence [...], quality of sequential reasoning as well as speed of reasoning; crystallized intelligence, which involves knowledge and may comprise language skills, including reading comprehension; general memory ability; general visual perception, including visualization, spatial relations, mechanical knowledge, perceptual speed, closure speed, and closure flexibility; and speed of information processing

O **pensamento analógico** também é uma base de processamento da abordagem computacional. Esse tipo de pensamento, “[...] envolve ver pontos de desanalogia e analogia – como o problema atual é diferente e semelhante aos problemas passados.” (STERNBERG, 1996, p. 307, tradução nossa)²³. O **pensamento esquemático** também integra a abordagem. Essa forma de pensar relaciona a ideia de que o conhecimento matemático é representado por meio de esquemas mentais. (STERNBERG, 1996).

Na abordagem computacional, a habilidade em Matemática vai além da capacidade de raciocínio e resolução de problemas. Essa abordagem considera também a capacidade do sujeito de usar informações corretas no processo de resolução de problemas, como aponta Sternberg (1996, p. 307, tradução nossa): “A capacidade matemática, nesta visão, envolve não apenas processos de raciocínio desenvolvidos para resolver problemas, mas também processos de inferir ou gerar premissas corretas para se basear na solução de problemas.”. (STERNBERG, 1996).

O **modelo antropológico** de entendimento do pensamento matemático considera esse pensamento uma construção cultural. E que, portanto, a natureza da produção matemática e do pensamento matemático varia de acordo com o tempo e com o local. Consequentemente, são influenciados pelas tecnologias disponíveis e também pelo objetivo da atividade em que a Matemática está envolvida. (STERNBERG, 1996).

O **modelo pedagógico** busca entender os processos mentais tendo como finalidade desenvolver o pensamento matemático no contexto da aprendizagem. Nesse modelo, questões cognitivas, de atitude, de relacionamento e sociais são consideradas e o desenvolvimento do pensamento matemático é necessário para a aprendizagem da Matemática. (STERNBERG, 1996).

No Quadro 1, a seguir, apresento as características do pensamento matemático destacadas pelos diferentes modelos.

Quadro 1 – Características do pensamento matemático

Modelos	Características
Matemático	Abstração; Autoconfiança; Contexto social; Empiricismo; Estética; Estrutura; Inversão de pensamento; Investigação de padrões; Manipulação simbólica; Pensamento flexível; Raciocínio por analogia; Raciocínio visual; Representação
Psicométrico	Capacidade geral de memória; Conhecimento mecânico; Habilidades de linguagem; Inteligência cristalizada; Inteligência fluida; Percepção visual; Raciocínio sequencial; Relações espaciais; Velocidade de fechamento e flexibilidade de fechamento; Velocidade de raciocínio; Velocidade do processamento de informações; Velocidade perceptiva; Visualização

²³ [...] involves seeing points of disanalogy as well as of analogy-how the present problem is different from as well as similar to past problems.

Computacional	Inferências; Pensamento analógico; Pensamento esquemático; Raciocínio qualitativo; Raciocínio quantitativo; Resolução de problemas
Antropológico	Construção cultural; Influência de tecnologias; Influência de tempo e local; Influência do objetivo
Pedagógico	Cognição; Foco no ensino e na aprendizagem; Relação social

Fonte: Elaborado pela autora.

Esses diferentes modelos buscam explicitar disposições, como a autoconfiança, conhecimentos, como a estrutura matemática, e operações mentais, como a velocidade de processamento de informações. Eu entendo que para desenvolver o pensamento matemático ações que desafiam o sujeito, predispondo-o, são necessárias. Logo, na pesquisa, assumimos que o pensamento matemático foi incentivado por meio de ações que levaram os participantes à exploração empírica de conceitos matemáticos, ao uso de diferentes representações e à visualização.

1.1.2 *Pensamento computacional*²⁴

O pensamento computacional tem sido um tema em destaque no contexto do ensino na Educação Básica desde a publicação do artigo de Wing (2006), o qual defendia que essa forma de pensamento é tão importante quanto as habilidades de leitura, de escrita e de cálculos matemáticos. A partir desse artigo, houve um crescente interesse em desenvolver esse pensamento em diferentes níveis educacionais, o que incentivou a realização de pesquisas sobre o tema, além da inserção da temática em orientações curriculares ao redor do mundo.

Particularmente no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) incluiu esse tema nas orientações para o ensino de Matemática. Segundo o documento, “A área de Matemática [...] centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos.” (BRASIL, 2018, p. 471). Não há clareza sobre o que o documento considera como pensamento computacional, nem como esse pensamento pode ser desenvolvido no contexto do ensino, mas ele o relaciona à noção de resolução de problemas e ao desenvolvimento de algoritmos. Segundo a BNCC, o pensamento computacional envolve “[...] as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e

²⁴ O pensamento computacional tem sido um tema bastante popular no contexto internacional e nacional. Eu entendo que precisamos sempre considerar essa e outras temáticas relacionadas ao ensino de modo crítico. Por que estamos discutindo o pensamento computacional? Qual a finalidade dessa temática? A quem interessa que esse tema seja difundido? Aqui apresento uma discussão baseada no que a literatura traz sobre o tema. Não se trata de compactuar ou não com a agenda do pensamento computacional. Mas considero que não podemos ignorá-la. É preciso buscar entender esse pensamento e desenvolver pesquisas sobre ele. Isso se torna ainda mais importante pelo fato de o pensamento computacional estar presente nas prescrições curriculares brasileiras para a Educação Básica e de os professores de Matemática serem esperados de abordá-lo em suas práticas sem nenhuma formação ou orientação específica.

automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos [...]” (BRASIL, 2018, p. 473).

Papert (1980) foi o precursor do termo “pensamento computacional”. As iniciativas educacionais estimuladas por suas ideias se assemelham às abordagens recentes que buscam desenvolver o pensamento computacional na Educação Básica. O autor discutia a possibilidade de os computadores transformarem o ensino e a aprendizagem. Ele considerava que a utilização da linguagem da programação na Educação Básica poderia incentivar o desenvolvimento do estudante. Segundo ele “[...] certos usos de tecnologias e ideias computacionais muito poderosas podem dar às crianças possibilidades de aprender, pensar e se desenvolver emocional e cognitivamente também.” (PAPERT, 1980, p. 17-18, tradução nossa)²⁵.

Seymour Papert defendia o uso do computador na educação por meio da perspectiva do Construcionismo. Essa ideia considera que a aprendizagem ocorre quando os sujeitos se engajam em atividades de seu interesse, que envolvem “construção”. O autor afirma que a construção de algo no mundo alimenta a construção do conhecimento na mente. Segundo Papert (1993, p. 142, tradução nossa)²⁶

Uma de minhas crenças matemáticas centrais é que a construção que ocorre “na mente” com frequência ocorre especialmente e felizmente quando é apoiada pela construção de tipo mais público “no mundo” – um castelo de areia ou um bolo, uma casa de Lego ou uma corporação, um programa de computador, um poema, ou uma teoria do universo. Parte do que eu quero dizer por “no mundo” é que um produto pode se mostrado, discutido, examinado, provado e admirado. Está lá fora.

O pensamento computacional, embora tenha sido destacado apenas recentemente, não é novo. Essa forma de pensar está intrinsecamente ligada às ideias de **computação** e de **computador**. Computações são conjuntos de cálculos numéricos complexos e manipulações simbólicas. Os computadores são agentes que executam as computações ao seguir instruções sobre operações aritméticas e lógicas. Esses agentes podem ser seres humanos ou máquinas. (DENNING; TEDRE, 2019).

A computação é uma prática humana antiga. No passado, por exemplo, os resultados matemáticos eram reformulados de tal maneira que uma pessoa sem muitos conhecimentos matemáticos podia realizar cálculos de forma correta. Também eram desenvolvidas máquinas que buscavam automatizar os procedimentos necessários para a realização desses cálculos. Nesse sentido, o pensamento computacional era necessário para o desenvolvimento de

²⁵ [...] certain uses of very powerful computational technologies and computational ideas can give children possibilities to learn, think, and develop emotionally and cognitively also.

²⁶ One of my central mathetic tenets is that the construction takes place “in the head” often happens specially felicitously when it is supported by construction of a more public sort “in the world” – a sand castle or a cake, a Lego house or a corporation, a computer program, a poem, or a theory of the universe. Part of what I mean by “in the world” is that the product can be shown, discussed, examined, probed, and admired. It is out there.

computações, o qual ocorria por meio da formulação de procedimentos e da criação de máquinas para automatizá-los. (DENNING; TEDRE, 2019).

Historicamente, portanto, a computação tem relação com a Matemática. Denning e Tedre (2019, p. 31, tradução nossa)²⁷ apontam que “Os métodos computacionais que evoluíram na história da matemática destinavam-se a ajudar construtores, engenheiros, comerciantes e cientistas a calcular números.”. Dentre os diversos métodos computacionais, é possível citar o algoritmo de Euclides, o Cálculo de Leibniz, a lógica de Boole, a máquina de Turing e o computador eletrônico. Nesse contexto, a computação mecânica não humana surgiu como forma de processar as computações para diminuir os erros humanos e torná-las mais objetivas.

A computação mecânica não humana e eletrônica, por sua vez, deu origem a uma nova forma de ciência, a Ciência da Computação. Essa área do conhecimento se iniciou com foco no estudo das ideias relacionadas aos computadores eletrônicos. Com o passar dos anos, a evolução dessa área tem alterado a própria noção de computação. Entre os anos de 1950 e 1970, a computação passou a ser entendida como os processos de informação gerados por algoritmos. Já na década de 1970, houve uma diferenciação do que se entendia por algoritmo e por computação: o primeiro era considerado uma descrição estática, a segunda, uma sequência dinâmica de ações realizadas por uma máquina com base no algoritmo. Nos anos de 1980, a computação foi considerada uma nova forma de se fazer ciência, ou seja, deixou de ser exclusivamente a atividade das máquinas e passou a configurar em modos de produzir conhecimento e de pensar. Desde o início dos anos 1990 a computação tem sido entendida como processos de informação difusos, isto é, “[...] um paradigma no qual os processos informacionais são distribuídos nos componentes do ambiente, aproximando os processos do contexto informacional.” (GOUIN-VALLERAND *et al.*, 2008, p. 673, tradução nossa)²⁸. (DENNING, 2010; DENNING; TEDRE, 2019).

A Ciência da Computação, portanto, tem alterado a noção de computação e, conseqüentemente, influencia o entendimento de pensamento computacional. Desse modo, compreendo o crescente interesse pelo pensamento computacional como uma consequência da crescente importância da Ciência da Computação. Essa área do conhecimento tem característica transversal e interdisciplinar uma vez que, mesmo sendo uma ciência independente, cada vez mais tem influenciado outras áreas e alterado os modos pelos quais ocorre a produção de

²⁷ The computational methods that evolved in the history of mathematics were intended to help builders, engineers, merchants, and scientists to calculate numbers.

²⁸ [...] a paradigm where the information processes are distributed in the environment components, bringing processes more closer to the information context.

conhecimento nelas. Sendo assim, não quero dizer que o pensamento computacional é restrito à Ciência da Computação ou que é o mesmo que “pensamento do cientista da computação”. Eu entendo que o pensamento computacional é uma forma de pensar que leva em consideração o processo de computação que, como supracitado, existia muito antes do nascimento da Ciência da Computação. Contudo, essa ciência tem influenciado a noção de computação e os modos de produção de computações. Assim, ela influencia a noção de pensamento computacional. A esse respeito, Denning e Tedre (2019), apontam que o pensamento computacional é uma característica de diversas áreas, mas que os cientistas da computação têm aperfeiçoado essa noção. Segundo eles:

Os cientistas da computação herdaram e aperfeiçoaram o pensamento computacional [(PC)] de uma longa linha de matemáticos, filósofos naturais, cientistas e engenheiros, todos interessados em realizar grandes cálculos e inferências complexas sem erros. PC é uma característica de muitos campos [...] (DENNING; TEDRE, 2019, p. 41, tradução nossa)²⁹.

Para discutir o sentido do termo pensamento computacional, apresento algumas definições desse pensamento no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2 – Definições de pensamento computacional

Autores	Definições
Wing (2017, p. 8, tradução nossa) ³⁰	O pensamento computacional é o processo de pensamento envolvido na formulação de um problema e na expressão de sua(s) solução(ões) de forma que um computador – humano ou máquina – possa efetivamente executar.
Aho (2012, p. 832, tradução nossa) ³¹	Consideramos o pensamento computacional os processos de pensamento envolvidos na formulação de problemas, de forma que suas soluções possam ser representadas como etapas e algoritmos computacionais.
Denning, Tedre (2019, p.17, grifo dos autores, tradução nossa) ³²	O pensamento computacional são as habilidades mentais e práticas para • projetar computações que façam com que os computadores façam trabalhos para nós, e • explicar e interpretar o mundo como um complexo de processos de informação.
Nardelli (2019, p. 34, grifo do autor, tradução nossa) ³³	O pensamento computacional é o processo de pensamento envolvido na modelagem de uma situação e na especificação das maneiras pelas quais um agente de processamento de informações pode operar efetivamente dentro dele para alcançar um (conjunto de) objetivos especificados externamente .
Bers (2017)	O pensamento computacional pode ser entendido de modo amplo, sendo descrito “[...] não apenas como um processo de resolução de problemas, mas como um processo expressivo ; um conjunto de habilidades que permite novas maneiras de se comunicar,

²⁹ Computer scientists inherited and then perfected computational thinking [(CT)] from a long line of mathematicians, natural philosophers, scientists, and engineers all interested in performing large calculations and complex inferences without error. CT is a feature of many fields [...]

³⁰ Computational thinking is the thought processes involved in formulating a problem and expressing its solution(s) in such a way that a computer – human or machine – can effectively carry out.

³¹ We consider computational thinking to be the thought processes involved in formulating problems so their solutions can be represented as computational steps and algorithms.

³² Computational thinking is the mental skills and practices for

- *designing* computations that get computers to do jobs for us, and
- *explaining* and interpreting the world as a complex of information processes.

³³ Computational thinking is the thought processes involved in modeling a **situation** and specifying the ways an information-processing agent can effectively operate within it to reach an **externally** specified (set of) goal(s).

	contar histórias e transmitir ideias.” (SULLIVAN; BERS; MIHM, 2017, p. 111, grifo dos autores, tradução nossa) ³⁴ .
--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

Com base nessas definições, entendo que o pensamento computacional engloba os processos de pensamento necessários para formular problemas, modelar situações ou projetar computações de modo que um computador ou outro agente de processamento de informações possa executar e produzir resultados com base nos objetivos estabelecidos. Além disso, também envolve interpretar situações em termos de processamento de informações. Ou seja, se relaciona ao papel dos agentes de processamento de informações no pensamento. A esse respeito, Papert (1996, p. 230, tradução nossa)³⁵ aponta que “[...] a presença do computador pode contribuir para os processos mentais não apenas instrumentalmente, mas de maneiras mais essenciais e conceituais, influenciando como as pessoas pensam mesmo quando estão longe do contato físico com um computador [...]”.

Em termos práticos, o pensamento computacional tem sido analisado, desenvolvido e avaliado com base em seus aspectos, habilidades ou competências que pesquisadores e educadores buscam enfatizar. Esses elementos integram modelos desenvolvidos com diversas intenções. A seguir, discutirei três deles. O primeiro apresenta habilidades para o desenvolvimento do pensamento computacional no currículo da Educação Básica. O segundo apresenta diferentes dimensões do pensamento computacional e o relaciona à atividade de programação. O terceiro, por sua vez, apresenta diferentes práticas para o desenvolvimento do pensamento computacional em disciplinas de Ciências e Matemática na Educação Básica.

O primeiro modelo foi desenvolvido pela Associação de Professores de Ciência da Computação³⁶ (CSTA) e pela Sociedade Internacional pela Tecnologia na Educação³⁷ (ISTE). Em 2010, essas associações organizaram um comitê com o intuito de discutir e compartilhar estratégias de introdução do pensamento computacional no currículo da Educação Básica. Para facilitar essa introdução, elas desenvolveram um modelo com habilidades do pensamento computacional, as quais são apresentadas no Quadro 3, a seguir.

Quadro 3 – Habilidades do pensamento computacional

Habilidade	Definição
Coleta de Dados	O processo de reunir a informação apropriada.
Análise de Dados	Fazer sentido dos dados, encontrando padrões e tirar conclusões.

³⁴ [...] not only as a problem solving process, but as an expressive process; a skillset that allows for new ways to communicate, to tell stories and convey ideas.

³⁵ [...] computer presence could contribute to mental processes not only instrumentally but in more essential, conceptual ways, influencing how people think even when they are far removed from physical contact with a computer [...]

³⁶ Computer Science Teachers Association

³⁷ International Society for Technology in Education

Representação de Dados	Representar e organizar os dados em gráficos, quadros, tabelas, expressões ou imagens apropriadas.
Decomposição de Problema	Desmembrar tarefas em partes menores e administráveis.
Abstração	Reduzir a complexidade para definir a ideia principal.
Algoritmos e Procedimentos	Série de passos ordenados realizados para resolver um problema ou alcançar um objetivo.
Automação	Utilizar computadores ou máquinas para realizar tarefas repetitivas ou tediosas.
Simulação	Representar ou modelar um processo. A simulação também envolve a realização de experimentos utilizando modelos.
Paralelização	Organizar os recursos para realizar tarefas simultaneamente para atingir um objetivo comum.

Fonte: Adaptado de ISTE e CSTA (2011, p. 8-9).

O segundo modelo foi formulado por Brennan e Resnick (2012). Eles apontam diferentes dimensões do pensamento computacional, atrelando-as à atividade de programação de computadores. Segundo esses autores, o pensamento computacional envolve três dimensões-chave:

[...] **conceitos computacionais** (os conceitos com os quais os desenvolvedores se envolvem enquanto programam, como iteração, paralelismo etc.), **práticas computacionais** (as práticas que os desenvolvedores seguem à medida que se envolvem com os conceitos, como depurar projetos ou remixar o trabalho de outras pessoas), e **perspectivas computacionais** (as perspectivas que os desenvolvedores formam sobre o mundo ao seu redor e sobre si mesmos). (BRENNAN; RESNICK, 2012, grifo dos autores, tradução nossa)³⁸.

No contexto da programação do Scratch, programa utilizado neste estudo, os conceitos computacionais envolvidos são: **sequências** – uma série de etapas ou instruções; **loops** – mecanismo para realizar a mesma sequência múltiplas vezes; **eventos** – mecanismo que dispara a realização de determinada ação; **paralelismo** – instruções que ocorrem simultaneamente; **condicionais** – mecanismo que usa determinadas condições para a realização de determinado resultado; **operadores** – estrutura que permite a utilização de relações matemáticas e lógicas; **dados** – processos de armazenamento, recuperação e atualização de valores.

As práticas computacionais se relacionam aos processos de construção no contexto da computação. A programação alimenta diferentes práticas: **ser incremental e iterativo** – o processo de programação é adaptável, o plano inicial traçado sofre constantes modificações baseadas em novas ideias e na experiência, e essa construção ocorre em etapas iterativas; **testar e depurar** – essa prática está relacionada à maneira como os sujeitos lidam com os problemas, englobando as estratégias que utilizam no processo de depurar e testar, como tentativa e erro, transferência de outras atividades e suporte de outras pessoas; **reutilizar e remixar** – essa prática envolve questões relacionadas à utilização de códigos de programação de outros, à

³⁸ [...] **computational concepts** (the concepts designers engage with as they program, such as iteration, parallelism, etc.), **computational practices** (the practices designers develop as they engage with the concepts, such as debugging projects or remixing others' work), and **computational perspectives** (the perspectives designers form about the world around them and about themselves).

leitura de códigos e às questões éticas envolvidas; **abstrair e modularizar** – essa prática implica a construção de algo complexo utilizando a construção de partes menores.

As perspectivas do pensamento computacional se relacionam às mudanças de atitudes dos sujeitos no processo de programação. Brennan e Resnick (2012) apontam as seguintes perspectivas: **expressão** – os sujeitos passam a enxergar na tecnologia digital oportunidade para criação, eles não são meros consumidores de tecnologia, eles são produtores; **conexão** – essa perspectiva releva o aspecto social do pensamento computacional, a programação do Scratch proporciona interações entre sujeitos, tanto na criação **com** outros indivíduos (o que envolve colaboração, comunicação e uso de códigos de terceiros), quanto na criação **para** outros indivíduos (o que envolve uma produção que objetiva, dentre outros, o entretenimento, o engajamento e a educação de outros); **questionamento** – essa perspectiva se relaciona à capacidade do sujeito de se sentir conectado às tecnologias digitais ao seu redor, se relaciona à busca pelo entendimento do funcionamento dessas tecnologias e consequente uso da programação como parte dessa compreensão.

O terceiro modelo foi desenvolvido por Weintrop *et al.* (2015). Esse modelo busca evidenciar práticas relacionadas ao pensamento computacional para as áreas de Ciências e Matemática na Educação Básica. Os autores argumentam que enfatizam práticas porque entendem que esse termo engloba conhecimentos e habilidades necessárias para o contexto científico e matemático. As práticas evidenciadas pelos autores são classificadas em quatro conjuntos: a) práticas de dados, b) práticas de modelagem e simulação, c) práticas de resolução de problemas computacionais, e d) práticas de sistemas.

Weintrop *et al.* (2015) argumentam que os dados são centrais nas investigações científicas e matemáticas. Os autores indicam que as práticas de dados relacionadas ao pensamento computacional são: coletar, produzir, manipular, analisar e visualizar dados. Essas práticas, segundo os autores, têm se transformado por conta dos avanços das tecnologias computacionais e estas, consequentemente, têm transformado os modos pelos quais os dados são tratados no contexto das Ciências e da Matemática.

As práticas relacionadas à modelagem e simulação envolvem o uso e o desenvolvimento de modelos computacionais, entendidos como representações de situações que podem ser simuladas pelo computador. Weintrop *et al.* (2015) apontam que esses modelos possibilitam a investigação, o teste de hipóteses e o pensamento crítico acerca das possibilidades e limitações desses modelos. As práticas de modelagem e simulação apontadas são: uso de modelos computacionais para entender uma situação e para encontrar e testar soluções; e avaliação, planejamento e construção de modelos computacionais.

Com relação às práticas de resolução de problemas computacionais, Weintrop *et al.* (2015) apontam que resolver problemas é uma atividade central da investigação matemática e científica, e que no desenvolvimento do pensamento computacional integrado ao ensino dessas áreas, essas práticas focam nos problemas que podem ser explorados por meio de métodos computacionais. As práticas apontadas pelos autores são: preparação de problemas para a solução computacional, programação, escolha de ferramentas computacionais efetivas, avaliação das diferentes soluções e abordagens de um problema, desenvolvimento de soluções computacionais modulares, criação de abstrações computacionais, tratamento de erros e depuração. Os autores apontam que essas práticas auxiliam os aprendizes a compreender os contextos matemáticos e científicos.

O pensamento computacional pode ser desenvolvido com base em práticas de sistemas, focando em sua análise e como suas partes interagem e se relacionam entre si. Essa forma de raciocínio tem se tornado essencial para a investigação científica com a necessidade de processar e armazenar grandes conjuntos de dados (*big data*). As práticas apontadas por Weintrop *et al.* (2015) são: investigação de um sistema complexo como um todo, entendimento de relações em um sistema, pensamento em níveis, comunicações de informação sobre um sistema, definição de sistemas e administração da complexidade.

Os três modelos apresentados, embora tenham suas particularidades, convergem em muitos aspectos e, em alguns sentidos, se complementam. No primeiro modelo, são evidenciados aspectos genéricos dessa forma de pensar. No segundo modelo, os aspectos apresentados estão relacionados a essa forma de pensar quando o agente de processamento de informações é o computador e quando se realiza a atividade de programação. O terceiro modelo aponta aspectos dessa forma de pensar que contribuem com o ensino e a aprendizagem de Ciências e Matemática.

Como forma de apontar as relações entre os três modelos apresento uma associação dos aspectos discutidos. Nela, utilizo as dimensões apresentadas por Brennan e Resnick (2012) – conceitos, práticas e perspectivas – e acrescento aos aspectos evidenciados por eles, outros baseados naqueles discutidos por ISTE e CSTA e por Weintrop *et al.* (2015). Essa associação é apresentada no Quadro 4, a seguir.

Quadro 4 – Conceitos, práticas e perspectivas do pensamento computacional

Conceitos	Abstração; Algoritmo; Automação; Condicionais; Dados; Eventos; <i>Loops</i> ; Modelo; Operadores; Paralelismo; Problema; Sequência; Simulação; Sistema
Práticas	Abstrair e modularizar; Analisar dados; Automatizar; Avaliar diferentes abordagens e soluções para um problema; Avaliar modelos computacionais; Coletar dados; Comunicar informações sobre um sistema; Construir modelos computacionais; Criar abstrações computacionais; Definir sistemas e administrar complexidade; Desenvolver Algoritmos;

	Desenvolver soluções computacionais modulares; Entender as relações dentro de um sistema; Escolher ferramentas computacionais efetivas; Investigar um sistema complexo como um todo; Manipular dados; Pensar em níveis; Planejar modelos computacionais; Preparar problemas para soluções computacionais; Produzir dados; Programar; Representar dados; Reutilizar e remixar; Tratamento de erros, testar e depurar; Usar modelos computacionais para encontrar e testar soluções; Usar modelos computacionais para entender um conceito; Utilizar e desenvolver simulações; Utilizar paralelismo; Visualizar dados
Perspectivas	Expressão; Conexão; Questionamento

Fonte: Elaborado pela autora.

Esses aspectos evidenciados são compreendidos por mim como disposições, conhecimentos e operações mentais que devem ser incentivadas num contexto em que se busca desenvolver o pensamento computacional. No contexto investigado, o pensamento computacional foi incentivado por meio da utilização de modelos computacionais, exploração de conceitos computacionais relacionados ao Scratch, análise, coleta, manipulação e visualização de dados, tratamento de erros, além de expressão e conexão.

1.1.3 *Pensamento sensível*

A estética se faz presente em todas as dimensões da vida (DEWEY, 1934) e pode ser entendida como “[...] a ciência da comunicação sensorial e da sensibilidade.” (BOAL, 2009, p. 31). Corroborando isso, Duarte Júnior (2003, p. 8) aponta que a “[...] estética é a parcela da filosofia (e também, mais modernamente, da psicologia) dedicada a buscar sentidos e significados àquela dimensão da vida na qual o homem experiencia a beleza. Estética é a ‘ciência’ da beleza.” (DUARTE JÚNIOR, 2003, p.8). A estética, portanto, se relaciona à percepção do belo que ocorre na relação do sujeito com o mundo, sendo fundamental para a organização sensorial da realidade e provocando sentimentos de prazer (BOAL, 2009; DUARTE JÚNIOR, 2003).

Boal (2009) aponta que existem duas formas de pensamento complementares, o pensamento sensível, que é estético, e o pensamento simbólico, que é noético. De acordo com o autor, o pensamento sensível é responsável pelas emoções e sentimentos e o pensamento simbólico é responsável pela comunicação racional com uso de símbolos. Essas duas formas de pensamento são necessárias para a plena compreensão da realidade. Segundo Boal (2009, p. 82), “Estética e Noética são formas que têm todos os seres humanos de se relacionar com o mundo. [...] Nenhuma das duas formas de pensar pode proporcionar, sozinha, a mais completa percepção do mundo, da qual só seremos capazes se formos capazes de conjugá-las.” (BOAL, 2009, p. 82).

O pensamento simbólico possibilita a ação de “[...] pensar em espaços ausentes [...] e também retomar o passado ou planejar o que fará no futuro [...]”. A consciência reflexiva humana

dá-se através de símbolos, que ordenam, classificam e representam o mundo.” (DUARTE JÚNIOR, 2003, p. 18). O pensamento sensível, por sua vez, é uma forma de pensar não-verbal, “[...] articulada e resolutiva, que orienta o contínuo ato de conhecer e comanda a estruturação dinâmica do *Conhecimento* sensível.” (BOAL, 2009, p. 27, grifo do autor) ele “[...] não é *língua*: é *linguagem*. Com ela, o sujeito expressa ideias e revela sentimentos, para si e para outros, decide ações e age sem usar palavras nem gestos simbólicos [...]” (BOAL, 2009, p. 40, grifo do autor).

Cada uma dessas formas de pensar possibilitam perspectivas distintas do mundo. E conjugadas, elas permitem uma perspectiva mais ampla e completa. Como aponta Boal (2009, p. 93)

O Pensamento Sensível penetra unicidades ao sentir, gustar, cheirar, ver e ouvir, enquanto o Pensamento Simbólico inventa conjuntos ao fabricar palavras: mar, mal, amor, sal, açúcar, vinagre, política, esquerda, direita... Unidos, oferecem a mais completa e profunda compreensão do mundo. Separados, um se perde nas abstrações esvoaçantes que o outro não alcança. Um não desce à terra; o outro, dela pouco se eleva.

No contexto investigado, houve um incentivo do pensamento sensível pelo uso de elementos artísticos, como as formas e cores dos elementos dos padrões, das sequências e dos blocos do Scratch, os sons – notas musicais – emitidos na construção de cada elemento do padrão e os movimentos das construções dos padrões. Mas, além desses aspectos, o próprio contexto de ensino foi desenvolvido com o intuito de possibilitar uma experiência (matemática) estética.

Segundo Parrish (2009), o oposto de uma experiência estética é uma experiência antiestética ou anestésica em que o sujeito se sente entediado e executa uma atividade imposta ou dispersa que não faz sentido. Na experiência estética, em contraste,

[...] sentimos (às vezes subconscientemente) uma consumação iminente por meio de significado revelado ou resultado frutífero. A experiência estética é marcada por uma antecipação emocionalmente carregada, um envolvimento profundo e uma vontade de seguir até o fim. (PARRISH, 2009, p. 514, tradução nossa)³⁹.

Corroborando isso, Sinclair (2006, p. 41, tradução nossa)⁴⁰ considera que a experiência estética “[...] denota a qualidade do encontro de alguém com seu ambiente, que é integrador e cumulativo, e que transforma eventos e momentos díspares em experiências memoráveis,

³⁹ [...] we sense (at times subconsciously) an impending consummation through revealed meaning or fruitful outcome. Aesthetic experience is marked by emotionally charged anticipation, deep engagement, and willingness to follow through to completion. Because these are optimal conditions for learning, we want learners to have aesthetic experience in the instructional situations we create.

⁴⁰ [...] denote the quality of someone's encounter with his or her environment, one that is integrating and cumulative, and that turns disparate events and moments into memorable, satisfying, coherent *experiences*.

satisfatórias e coerentes.”. Essa experiência, portanto, é intensa, memorável, satisfatória, completa e impacta o sujeito.

A experiência estética, desse modo, pode favorecer a aprendizagem. Sendo assim, o contexto educativo se beneficia ao criar condições de ocorrência da experiência estética conjuntamente à experiência de aprendizagem, entendida como um evento não passivo, no qual ocorre uma relação ativa com determinado contexto cujo resultado é a aprendizagem (PARRISH, 2009).

Parrish (2009) aponta cinco princípios para o desenvolvimento de contextos de ensino que favoreçam a experiência estética. Esses princípios consideram aspectos relativos à organização e ao contexto das atividades, ao papel dos aprendizes e dos professores e ao tema das atividades e sua relação com o currículo. Corroborando isso, Gadanidis *et al.* (2016) e Gadanidis, Clements e Yiu (2018) também apontam princípios para o incentivo de experiências matemáticas estéticas, que levam em consideração aspectos estéticos e matemáticos no desenvolvimento de contextos de aprendizagem. Scucuglia (2020), por sua vez, aponta que a integração de aspectos artísticos e de tecnologias digitais ao contexto de aprendizagem de Matemática possibilita a ocorrência de experiências matemáticas estéticas. Esses princípios nortearam a constituição do contexto investigado.

O primeiro princípio considera que “As experiências de aprendizagem têm início, meio e fim” (PARRISH, 2009, p. 526, tradução nossa)⁴¹, ou seja, devem possuir trama. O início dessas experiências deve ocorrer por meio de uma tensão, como a proposição de um problema ou de uma informação conflitante. Deve haver também uma antecipação do que se almeja alcançar, ou seja, o estudante deve compreender desde o início o que é esperado no final da atividade, contudo o processo para seu alcance não deve ser trivial. O engajamento do estudante ocorre por meio dessa expectativa do resultado, que também é sustentada pelo aumento da complicação, do desafio da realização da atividade ou mesmo da ocorrência de surpresas. O final da atividade requer integrar tudo o que ocorreu, deve ser o ponto de consumação de todas as atividades. (IDEM; BARBOSA; NESPOLI, 2021; PARRISH, 2009).

No contexto investigado, as atividades ocorreram por meio da proposição de problemas de construção. Já no início, os participantes sabiam o que era esperado da construção e os problemas, embora fossem de fácil entendimento, não eram triviais, além de aumentarem a dificuldade ao longo das atividades. Essas características também se relacionam ao princípio apontado por Gadanidis *et al.* (2016) e Gadanidis, Clements e Yiu (2018) nomeado de acesso.

⁴¹ Learning experiences have beginnings, middles, and endings

Esse princípio aponta que é necessário possibilitar aos estudantes o engajamento matemático de conceitos complexos, com pré-requisitos mínimos.

O segundo princípio aponta que “Os aprendizes são os protagonistas das próprias experiências de aprendizagem” (PARRISH, 2009, p. 526, tradução nossa)⁴². Os estudantes são o centro do processo educativo e devem ser permitidos de expressarem suas individualidades. O diálogo também é um aspecto importante da educação e deve ser favorecido nessas experiências, pois é por meio dele que os sujeitos revelam seus valores, crenças e conhecimentos. Nesse contexto, é ainda favorável o encorajamento de sua mudança em prol da aprendizagem. (IDEM; BARBOSA; NESPOLI, 2021; PARRISH, 2009).

Os participantes do estudo realizaram as atividades em duplas, para facilitar o diálogo. Além disso, embora parte dos problemas fossem previamente propostos, eles eram autônomos em relação aos caminhos de solução. A autonomia era ainda mais evidente durante as construções dos próprios padrões, nos quais os estudantes atuavam como propositores de problemas. Esse aspecto do contexto investigado também se relaciona ao princípio de poder de ação, apontado por Gadaniadis *et al.* (2016) e Gadaniadis, Clements e Yiu (2018). De acordo com esse princípio, os aprendizes devem ser ativos no processo de aprendizagem.

De acordo com o terceiro princípio, “A atividade de aprendizagem, não a disciplina, estabelece o tema do ensino” (PARRISH, 2009, p. 526, tradução nossa)⁴³. Os conteúdos curriculares devem nortear as atividades, contudo, elas devem ser mais amplas. As atividades devem desenvolver contextos em que esses conteúdos façam sentido. (IDEM; BARBOSA; NESPOLI, 2021; PARRISH, 2009).

O tema das atividades foi “padrões”. Esse tema é particularmente importante para a Matemática, mas também se conecta a diferentes áreas do conhecimento. Naquele contexto, os padrões puderam auxiliar na conexão entre Matemática, Ciência da Computação e Arte. Além disso, o aspecto dinâmico e intuitivo do contexto auxiliou no engajamento. Naquele contexto foi também possível abordar diferentes conteúdos matemáticos de forma intuitiva, como ângulos, operações com números inteiros, representação no plano cartesiano, identificação de regularidades em sequências, entendimento da reta numérica e noções introdutórias de função (SÃO PAULO, 2019).

O quarto princípio diz que “O contexto contribui para a imersão na situação de ensino” (PARRISH, 2009, p. 526, tradução nossa)⁴⁴. Deve-se criar um contexto de aprendizagem que

⁴² Learners are the protagonists of their own learning experiences

⁴³ Learning activity, not subject matter, establishes the theme of instruction

⁴⁴ Context contributes to immersion in the instructional situation

conecta os estudantes ao tema, como fazer uso de imagens, materiais manipulativos e tecnologias digitais (IDEM; BARBOSA; NESPOLI, 2021; PARRISH, 2009). No cenário investigado, os padrões eram construídos por meio de simulações. Sua dinamicidade proporcionou um contexto de ensino que possibilitou o uso de diferentes sentidos e a exploração de diferentes representações, favorecendo o engajamento.

Esse contexto também se relacionou aos princípios de surpresa e sensações viscerais. De acordo com Gadanidis *et al.* (2016) e Gadanidis, Clements e Yiu (2018), as experiências matemáticas estéticas devem possibilitar que os estudantes experienciem a surpresa matemática e o *insight* conceitual, além de experienciar a beleza ou estética da Matemática. Naquele ambiente, os participantes puderam explorar diferentes padrões e, por meio da dinamicidade da simulação, visualizar suas construções e testar suas ideias, possibilitando a surpresa, o *insight*, além do caráter estético proporcionado pelos padrões.

Por fim, o quinto princípio aponta que “Professores e desenvolvedores são autores, personagens coadjuvantes e protagonistas [...]” (PARRISH, 2009, p. 526, tradução nossa)⁴⁵. O professor é um personagem importante desse contexto e assume diversos papéis. Ele constrói a atividade, guia a experiência e também participa ativamente dela como um aprendiz mais experiente (IDEM; BARBOSA; NESPOLI, 2021; PARRISH, 2009). Naquele ambiente investigado, assumi esses diferentes papeis, além do papel de pesquisadora.

1.2 Organização da tese

Ao discutir pensamento matemático, pensamento computacional e pensamento sensível almejei explicitar as particularidades envolvidas no contexto investigado. As atividades propostas aos participantes do estudo eram singulares. Elas buscaram estimular uma exploração empírica de conceitos matemáticos, utilizando diferentes representações e favorecendo a visualização, além de incentivar a utilização de conceitos computacionais e desenvolver práticas e perspectivas do pensamento computacional. Ainda buscou possibilitar o incentivo do pensamento sensível por meio da abordagem de elementos artísticos e de um contexto que possibilitava experiências estéticas.

Na investigação desse contexto, este estudo foi norteado por este questionamento: “*Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?*”. E objetivou: a) compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e b) identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse

⁴⁵ Instructors and instructional designers are authors, supporting characters, and [...] protagonists

processo. Ou seja, este estudo foca naquilo que é produzido pelo estudante nesse contexto diverso, constituído com base no incentivo ao pensamento matemático, computacional e sensível. Nas seções seguintes, busco apresentar noções que são importantes para o entendimento do objeto pesquisado.

Os padrões, neste estudo, são elementos centrais do cenário investigado. Na Seção 2, discuto a noção de padrão, especificando como ela é essencial para a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Ainda apresento uma Revisão Sistemática de Literatura, com o objetivo de situar este estudo perante os outros que também abordaram esse tema no contexto da Educação Matemática na Educação Básica.

Para fazer sentido do que foi observado nos dados, a pesquisa teve como aporte teórico as noções referentes à tomada de decisão de Schoenfeld (2011) e ao construto seres-humanos-com-mídias de Borba e Villarreal (2005). Na Seção 3 apresento esses referenciais, discutindo suas particularidades e apresentando meu entendimento de como essas ideias se relacionam. Ainda nessa seção apresento outra Revisão Sistemática de Literatura cujo objetivo foi situar este estudo perante os outros que também investigaram a produção de estudantes no âmbito da Educação Matemática com tecnologias digitais, particularmente o Scratch, no contexto da Educação Básica.

Na Seção 4 apresento a metodologia da pesquisa. Traço considerações sobre a pesquisa qualitativa e o histórico deste estudo. Além disso, discuto aspectos dos procedimentos metodológicos de produção de dados, como o Experimento de Ensino, as simulações e atividades utilizadas. Além de esclarecer os modos de constituição dos dados. Ainda traço considerações sobre a forma como ocorreu a análise. Discuto aspectos teóricos da análise de dados qualitativos e, em particular, da análise de filmagens. Exemplifico as etapas realizadas na análise dos dados do estudo. Ainda discorro sobre a forma de apresentação dos resultados.

Na Seção 5 apresento e discuto os resultados do estudo. Esses resultados são apresentados em temas de análise e em eventos ou episódios críticos que buscam explicitar dimensões de como se deu o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch e do que os estudantes mobilizaram nesse processo. Os temas discutidos são: Interpretação, Contagem, Estimativa, Cursor, Experimentação, Regularidade, Preferência, Compartilhamento de conhecimentos matemáticos, Ponto de referência, Analogia, Simetria, Desistência e reorganização, Concepções matemáticas e Crenças. Ao final, discuto como esses temas se conectam e proporcionam a resposta à pergunta diretriz e o alcance dos objetivos do estudo.

Na Seção 6 teço as considerações finais do estudo. Busco destacar os diferentes objetivos envolvidos, aqueles relacionados ao ensino, que fomentaram o contexto investigado,

aqueles relacionados à pesquisa, que foram alcançados por meio do estudo, e aqueles relacionados à Educação Matemática, ou seja, aquilo que espero que este estudo possa alcançar no campo de pesquisa e no ensino, abordando perspectivas futuras.

2 PADRÕES

No Experimento de Ensino, os participantes do estudo resolveram problemas para a construção de padrões dinâmicos no Scratch. Desse modo, a noção de padrão permeou o contexto investigado. Nesta seção, apresento algumas ideias que buscam conceituar essa noção. Também discorro sobre o que o padrão representa no contexto da Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Ainda, apresento uma Revisão Sistemática da Literatura com a intenção de descrever a produção acadêmica em Educação Matemática cujo contexto de investigação também envolveu uma abordagem com padrões, buscando situar este estudo perante os outros já realizados.

2.1 Padrão

Conceituar o que é padrão não é uma tarefa simples. Essa noção é utilizada em diferentes áreas do conhecimento, com sentidos e aplicações diversas (GRANADER; MILLER, 2007; TOUSSAINT; TOUSSAINT, 2014). A produção acerca dessa noção é vasta, entretanto, o sentido do termo nem sempre é explicitado (TOUSSAINT; TOUSSAINT, 2014). Até nas aplicações cotidianas, a palavra padrão pode possuir significados diferentes como gabarito, nível, marco, paradigma, parâmetro, norma, tipo, modelo ou desenho estampado (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2008). Nem mesmo recorrer à etimologia da palavra lança luz sobre o sentido desse termo, uma vez que a palavra padrão deriva do termo em latim *patronus* (NASCENTES, 1966), que significa protetor.

Desenvolver uma definição sobre um termo, qualquer que seja, apresenta diversas limitações. Essa definição deve ser generalista o suficiente para englobar todas as dimensões e utilizações do termo. Nesse sentido, Liljedahl (2004) aponta que para determinados conceitos não é possível uma definição. Em sua explicação, ele recorre às ideias de conceito primário e conceito secundário. Um conceito primário pode ser explicado por meio de exemplos, como a explicação do que é a cor vermelho. Um conceito secundário, todavia, necessita de uma expressão que a explique, uma definição.

Abordando padrão como conceito primário é possível apontar diversos exemplos de padrões no dia a dia e em diversas áreas do conhecimento. No cotidiano, podemos classificar como padrões as estações, o dia e a noite, os dias da semana, os meses do ano e o próprio ano (HANKE, 2008; VAN DE WALLE; KARP; BAY-WILLIAMS, 2020). Essas marcações temporais que se repetem foram construídas com base no reconhecimento de características

acerca das modificações do clima, dos movimentos de rotação e de translação da Terra, das fases da lua e do ciclo lunar.

No cotidiano e na natureza, é possível ver diversos padrões, os quais se caracterizam pela simetria, pela regularidade e pela ordem. A folha de uma samambaia (Figura 3a), a estrela do mar (Figura 3b), as escadarias do metrô (Figura 3c) e a toalha de crochê (Figura 3d), por exemplo, apresentam padrão visual. Na Figura 2, a seguir, apresento esses exemplos.

Figura 3 – Exemplos de padrões visuais

a) Folha de samambaia



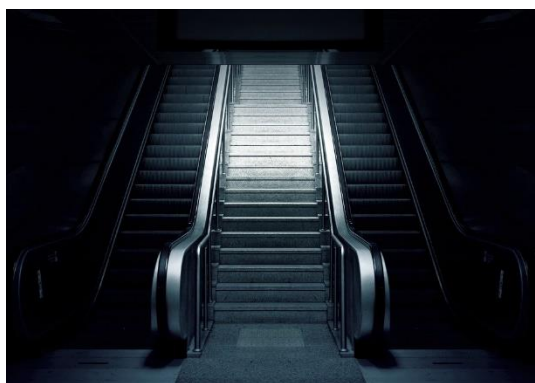
Disponível em: <https://pixabay.com/photos/green-fern-leaves-foliage-natural-715535/>. Acesso em: 13 out. 2021.

b) Estrela do mar



Disponível em: <https://pixabay.com/photos/starfish-sea-animal-aquarium-604234/>. Acesso em: 13 out. 2021.

c) Escadaria de metrô



Disponível em: <https://pixabay.com/photos/escalator-stairs-metro-subway-769790/>. Acesso em: 13 out. 2021.

d) Toalha de crochê

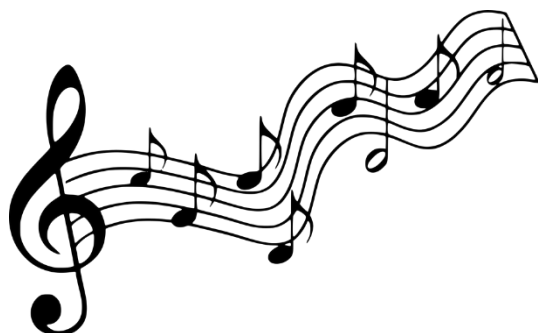


Disponível em: <https://pixabay.com/photos/cotton-cloth-tale-home-style-1133744/>. Acesso em: 13 out. 2021.

As notas musicais (Figura 4a), quando agrupadas seguindo regularidades, produzem música, um padrão sonoro (HANKE, 2008). Ainda no contexto musical, as músicas possuem batidas repetitivas, o padrão de ritmo, outro padrão sonoro (KNAUS; FEATHERSTONE, 2014). A dança (Figura 4b) e o nado sincronizado podem ser citados como exemplos de padrões de movimento. Na Figura 4, a seguir, apresento exemplos desses padrões.

Figura 4 – Exemplos de padrões sonoro e de movimento

a) Notas musicais



Disponível em:

<https://pixabay.com/vectors/silhouette-musical-note-clef-bass-3275055/>. Acesso em: 13 out. 2021.

b) Dança



Disponível em:

<https://pixabay.com/photos/ballerinas-dance-ballet-dancers-1376250/>. Acesso em: 13 out. 2021.

Esses exemplos ilustram alguns tipos de padrões. Mas essa noção é tão amplamente utilizada que apresentar exemplos para todos os tipos de usos dessa noção não seria possível, desse modo, é preciso explicá-la além de um conceito primário, ou seja, por meio de um conceito secundário, buscando uma definição.

Diversos autores consideram que o padrão pode ser entendido como regularidade (BURTON, 1982; FERREIRA; PALHARES; SILVA, 2008; SAWYER, 1955). Segundo Sawyer (1955, p. 12, tradução nossa)⁴⁶, um padrão é “[...] qualquer tipo de regularidade que pode ser reconhecida pela mente.”. Knaus e Featherstone (2015) também consideram essa característica em sua definição. Elas apontam que padrão é um arranjo que segue critérios e regras específicas, possuindo estrutura ordenada e previsível.

Para Ball (2009, p. 18, tradução nossa)⁴⁷ “[...] um padrão é uma forma na qual características particulares se repetem reconhecidamente e regularmente, se não, de forma idêntica ou simétrica.”. Corroborando isso, Toussaint e Toussaint (2014) apontam que para ser considerada padrão, uma determinada entidade deve possuir algo que é repetido de forma exata ou seguindo alguma transformação que possa ser reconhecida. Já Orton, A. (2005) argumenta que a palavra padrão pode ser usada para descrever a relação de formas, cores ou sons sem regularidade aparente que, às vezes, pode ser reconhecível por representação ou imagem. Outras vezes, o padrão pode possuir regularidade, por meio de simetria ou repetição (ORTON, A., 2005).

Considerando as definições ou conceituações apresentadas, se sobressaem os termos regularidade, reconhecimento, repetição, ordem e simetria. Eu entendo que o padrão é uma

⁴⁶ [...] any kind of regularity that can be recognized by the mind.

⁴⁷ [...] a pattern is a form in which particular features recur recognizably and regularly, if not identically or symmetrically.

noção que busca destacar aspectos comuns de diferentes entidades. Essa característica comum é considerada uma regularidade, que pode ocorrer na forma de repetição, de ordem, de simetria, ou de combinações entre elas. Essas características são reconhecidas pelos diversos sentidos humanos e pela mente. E o reconhecimento é a consciência da regularidade.

Mesmo havendo uma polissemia de significados para a palavra padrão⁴⁸, os padrões são familiares em nosso cotidiano (ORTON, J., 1993; VALE, BARBOSA, A., 2009). Eles fazem parte da maneira como nos relacionamos com o mundo (VALE, 2009, 2013). Buscar regularidade no caos é uma ação inerente da prática do ser humano (VALE *et al.*, 2007), como Vale (2013, p. 65) discute: “Em todos os aspectos da vida somos atraídos para as regularidades e muitas vezes tentamos interpretar situações procurando, ou mesmo impondo, padrões.”. Corroborando isso, Samson (2007) cita que procurar padrões é uma atividade rotineira da mente, que é entendida por Liljedahl (2004) como um modo estético de cognição. Vale e Barbosa (2009, p. 5) exemplificam a presença de padrões em diversos campos e etapas de desenvolvimento:

Os padrões fazem parte de nossa vida. Sempre que olhamos à nossa volta, encontramos padrões. Quando as crianças organizam blocos por cores, elas seguem um padrão. Quando uma criança aprende a contar, ela segue um padrão. Quando uma criança observa que múltiplos de cinco terminam em cinco ou zero está a seguir um padrão. Quando faz uma pavimentação, descobriu outro tipo de padrão. Quando um adolescente estuda funções, da álgebra ao cálculo, está a trabalhar o conceito de padrão, analisando como um número se transforma noutro. Quando um estudante universitário aprende como a simetria numa molécula afecta o seu espectro infravermelho, está a usar padrões. Quando designers criam belas composições, seja um padrão numa parede de uma sala ou num vestido ou quando um cientista segue a propagação de um vírus numa população, estão a identificar padrões.

Na Matemática, os padrões fazem parte de todas as suas áreas (VAN DE WALLE; KARP; BAY-WILLIAMS, 2020). Os padrões são tão importantes para essa área do conhecimento que ela “[...] tem sido frequentemente referida como o estudo de padrões, e alguns matemáticos se referem a toda a matemática como ‘a ciência e a linguagem dos padrões’.” (KNAUS; FEATHERSTONE, 2014, p. 24, tradução nossa)⁴⁹. A seguir, esclareço o que os padrões representam na Matemática e qual seu sentido nessa área de conhecimento.

2.2 Padrão e Matemática

Nesta subseção eu apresento uma versão bem resumida da história da Matemática para ilustrar como os diferentes padrões estudados deram origem a diferentes ramos da Matemática.

⁴⁸ Existe uma área de estudo que busca definir matematicamente o que é um padrão, essa área se chama “Teoria de Padrão” (GRANADER; MILLER, 2007).

⁴⁹ [...] has often been referred to as the study of patterns, and some mathematicians refer to the whole of mathematics as ‘the science and language of patterns’.

Essa discussão se concentra na Matemática formal, ou do matemático (LINS, 2004), e acaba se voltando para o contexto ocidental. É preciso destacar que essa visão de Matemática e de sua história se apoiam no pensamento dominante originário da civilização ocidental (NOBRE, 2014). Esse pensamento acaba distorcendo os fatos históricos e ocultando a contribuição de pessoas e civilizações na construção do conhecimento matemático, uma vez que a história tende a ser contada pelos “mais poderosos” (NOBRE, 2014). Eu entendo que existem muitas Matemáticas, determinadas ou construídas por grupos étnico-sociais em diferentes períodos. A Matemática que apresento aqui é uma delas. Eu apresento essa Matemática em detrimento de outras porque ela tem determinado o que a Matemática da escola aborda. Ainda é preciso muito avanço para que possamos contar as histórias das Matemáticas e ensiná-las nas escolas.

De modo geral, as pessoas podem identificar que a Matemática é o estudo dos números ou a ciência dos números (DEVLIN, 1998, 2012), ou mesmo que ela é a ciência da quantidade e da forma e que lida com o simbolismo relacionado a esses aspectos (DAVIS; HERSH, 1981). Entretanto, ela engloba assuntos mais amplos do que esses. O sentido da Matemática tem se alterado ao longo de sua história (DEVLIN, 1998, 2012). Segundo Davis e Hersh (1981, p. 8, tradução nossa)⁵⁰: “A definição de Matemática muda. Cada geração e cada matemático pensativo dentro de uma geração formula uma definição de acordo com suas luzes.”.

No período das Matemáticas Egípcia e Babilônica, de 3200 a.C. até cerca de 500 a.C., a Matemática era o estudo do **número**, pois ela se concentrava na Aritmética. No período da Matemática Grega, de 500 a.C. a 300 d.C., a Matemática era focada na Geometria. Para os gregos antigos, a Matemática era o estudo do **número** e da **forma**. (DEVLIN, 1998, 2012).

O sentido da Matemática também se modificou com o desenvolvimento do Cálculo por Newton e Leibniz na metade do século XVII. De forma geral, o Cálculo teve foco no estudo do movimento e da mudança (DEVLIN, 1998, 2012). Nesse período, a Matemática passou a ser o estudo do **número**, da **forma**, do **movimento**, da **mudança** e do **espaço**. De acordo com Devlin (1998, p. 2, tradução nossa)⁵¹

Com a introdução de técnicas para lidar com movimento e mudança, os matemáticos puderam estudar o movimento dos planetas e dos corpos que caem na Terra, o funcionamento de máquinas, o fluxo de líquidos, a expansão de gases, forças físicas como magnetismo e eletricidade, voo, crescimento de plantas e animais, propagação de epidemias, flutuação de lucros e assim por diante.

⁵⁰ The definition of mathematics changes. Each generation and each thoughtful mathematician within a generation formulates a definition according to his lights.

⁵¹ With the introduction of techniques to handle motion and change, mathematicians were able to study the motion of the planets and of falling bodies on earth, the workings of machinery, the flow of liquids, the expansion of gases, physical forces such as magnetism and electricity, flight, the growth of plants and animals, the spread of epidemics, the fluctuation of profits, and so on.

A partir da metade do século XVII, houve grande interesse no próprio estudo da Matemática. Nesse período, a tradição grega lógico-dedutiva tornou-se ainda mais importante com o crescimento da Matemática Pura. Até o final do século XIX, a Matemática passou a ser o estudo do **número**, da **forma**, do **movimento**, da **mudança**, do **espaço** e das **ferramentas matemáticas** utilizadas em seu estudo. (DEVLIN, 1998, 2012).

No século XX houve um enorme crescimento da produção de conhecimento matemático (SAWYER, 1955), com divisões de áreas e subáreas com diferentes interesses de estudo. Davis e Hersh (1981), nesse sentido, descrevem a Matemática como uma árvore⁵², como a apresentada na Figura 5.

Figura 5 – Árvore



Disponível em: <https://pixabay.com/photos/tree-root-forest-impressive-nature-3385957/>. Acesso em: 29 jun. 2020.

A árvore matemática possui raízes, tronco, galhos e ramos, que crescem com o tempo. Essas ramificações representam as diferentes áreas e subáreas da Matemática que foram sendo construídas ao longo de sua história, como apontam Davis e Hersh (1981, p. 18, tradução nossa)⁵³:

A Matemática se baseia em si mesma; é agregativa. A Álgebra baseia-se na Aritmética. A Geometria baseia-se na Aritmética e na Álgebra. O Cálculo baseia-se nos três. A Topologia é uma ramificação da Geometria, Teoria dos Conjuntos e Álgebra. As Equações Diferenciais são baseadas em Cálculo, Topologia e Álgebra. A Matemática é frequentemente descrita como uma árvore poderosa, com suas raízes,

⁵² Essa metáfora relaciona-se à Árvore do Conhecimento, utilizada por Descartes para descrever a Filosofia (ARIEW, 1992).

⁵³ Mathematics builds on itself; it is aggregative. Algebra builds on arithmetic. Geometry builds on arithmetic and on algebra. Calculus builds on all three. Topology is an offshoot of geometry, set theory, and algebra. Differential equations builds on calculus, topology, and algebra. Mathematics is often depicted as a mighty tree with its roots, trunk, branches, and twigs labelled according to certain subdisciplines. It is a tree that grows in time.

tronco, galhos e ramos de acordo com certas subdisciplinas. É uma árvore que cresce com o tempo.

Mesmo com tanta diversidade, é possível compreender o sentido da Matemática considerando um aspecto unificador. Nesse contexto, um modo de entender a Matemática pode ser pela forma como ela aborda os diferentes objetos de estudo. Nessa linha de entendimento a Matemática pode ser considerada a “Ciência dos Padrões” (DEVLIN, 1998, 2012; RESNIK, 1981, 1982, 2000; SAWYER, 1955). Devlin (1998, p. 3, tradução nossa)⁵⁴ argumenta que o trabalho do matemático é examinar padrões abstratos, por exemplo

[...] padrões numéricos, padrões de forma, padrões de movimento, padrões de comportamento, padrões de votação em uma população, padrões de repetição de eventos aleatórios e assim por diante. Esses padrões podem ser reais ou imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou de pouco mais que interesse recreativo. Eles podem surgir do mundo ao nosso redor, das profundezas do espaço e do tempo, ou do funcionamento interno da mente humana. Diferentes tipos de padrões dão origem a diferentes ramos da matemática.

Corroborando a ideia de Devlin (1998), Steen (1988, p. 616, tradução nossa)⁵⁵ aponta que “O matemático busca padrões em número, no espaço, na ciência, nos computadores e na imaginação.”. Nesse sentido, a Aritmética pode ser entendida como o estudo de padrões de números e de contagem; a Geometria é o estudo de padrões de forma; o Cálculo é o estudo de padrões de movimento; a Lógica é o estudo de padrões de raciocínio; a Probabilidade é o estudo dos padrões de oportunidade; a Topologia estuda os padrões de proximidade e posição; a Geometria Fractal estuda os padrões da autossimilaridade que se encontra no mundo natural (DEVLIN, 1998, 2012).

Frobisher e Threlfall (2005) enfatizam que o sentido da Matemática é construído por meio do entendimento de sua estrutura, organização e relações internas e que os padrões são elementos que expressam tais condições em todos os conceitos matemáticos. Davis e Hersh (1981), por sua vez, destacam o sentido de ordem que emerge dos padrões, entendendo que a Matemática objetiva pôr ordem no caos. De acordo com Samson (2007, p. 4, tradução nossa)⁵⁶ os padrões fazem parte de todos os conceitos matemáticos. Ele aponta que “A conexão entre matemática e a noção de padrão é predominante em todos os níveis do empreendimento matemático.”.

⁵⁴ [...] numerical patterns, patterns of shape, patterns of motion, patterns of behavior, voting patterns in a population, patterns of repeating chance events, and so on. Those patterns can be either real or imagined, visual or mental, static or dynamic, qualitative or quantitative, purely utilitarian or of little more than recreational interest. They can arise from the world around us, from the depths of space and time, or from the inner workings of the human mind. Different kinds of patterns give rise to different branches of mathematics.

⁵⁵ The mathematician seeks patterns in number, in space, in science, in computers, and in imagination.

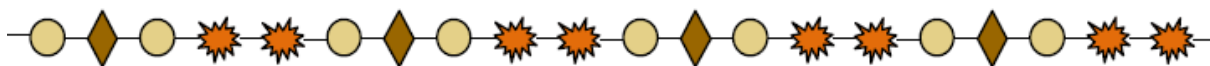
⁵⁶ The connection between mathematics and the notion of pattern is prevalent at all levels of mathematical endeavour.

Dentre os diferentes padrões estudados pela Matemática, vou me concentrar nos padrões de repetição, de crescimento ou decrescimento, numéricos e figurativos, pois esses tipos estão ligados ao contexto investigado. Para Orton, A. (2009), um padrão numérico é uma sequência em que os elementos são números e um padrão de repetição é “Uma sequência que se repete a uma determinada quantidade de termos; essa quantidade é denominada ‘período do padrão’.” (ORTON, A., 2009, p. 19, tradução nossa)⁵⁷.

Para Liljedahl (2004), um padrão de repetição é um tipo de padrão em que se é capaz de discernir uma unidade de repetição, “Ou seja, o padrão possui uma estrutura cíclica que pode ser gerada pela aplicação repetida de uma porção menor do padrão.” (LILJEDAHN, 2004, p. 26, tradução nossa)⁵⁸. A unidade de repetição é o menor subconjunto de elementos que podem ser replicados sucessivamente para se gerar o padrão.

A estrutura da unidade de repetição cria um isomorfismo entre os padrões dessa classe (LILJEDAHN, 2004). Por exemplo, o padrão ABAB é isomorfo ao padrão *%*%. Na Figura 6, a seguir, apresento um exemplo de padrão de repetição cuja unidade de repetição é isomorfa ao seguinte padrão: -A-B-A-C-C. O padrão é constituído por formas e cores, ou seja, é um padrão figurativo.

Figura 6 – Exemplo de padrão de repetição figurativo



Fonte: Vale e Pimentel (2011, p. 3).

Contrariando a ideia de Orton, A. (2009), Liljedahl (2004) considera que os padrões numéricos não são apenas padrões constituídos por números, mas aqueles em que o valor numérico dos elementos é importante na construção do padrão. O padrão numérico não pode ser transferido para um padrão não numérico sem perda de sentido. Por exemplo, o padrão 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1 não é numérico, pois pode ser transferido para a, b, a, a, b, a, a, b, a. Mas o padrão 2, 4, 8, 16, 32 é numérico de acordo com Liljedahl (2004), pois os valores dos elementos são significativos na constituição do padrão.

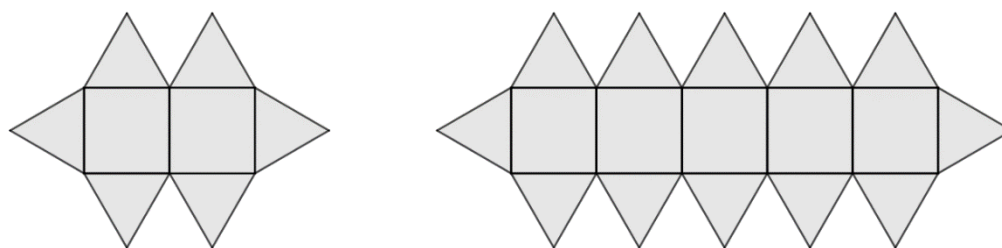
Em um padrão numérico, de acordo com Liljedahl (2004), o valor do elemento depende de sua posição ou do valor do elemento anterior. Esse tipo de padrão é denominado padrão de crescimento (ou decrescimento) por alguns pesquisadores (THEODOROVSKI, 2014; VALE; PIMENTEL, 2011; VAN DE WALLE; KARP; BAY-WILLIAMS, 2020; WARREN;

⁵⁷ A sequence that repeats itself every given number of terms; the given number is called the ‘period of the pattern’.

⁵⁸ That is to say, the pattern has a cyclic structure that can be generated by the repeated application of a smaller portion of the pattern.

COOPER, 2006, 2008). Essa denominação considera que o valor é elemento fundamental do padrão, que pode ser representado por números ou mesmo figuras, como no caso de padrões figurativos. Na Figura 7, apresento o segundo e o quinto elementos, respectivamente, de um padrão de crescimento figurativo que pode ser construído com palitos. Nos padrões figurativos, além da quantidade, a disposição dos elementos também é importante no processo de interpretação do padrão.

Figura 7 – Exemplo de padrão figurativo de crescimento



Fonte: Adaptado de Samson (2007, p. 4).

O estudo de padrões de crescimento (ou decrescimento) pode ser feito por meio da recursão, da covariação ou do estabelecimento de relações explícitas ou de correspondência (THEODOROVSKI, 2014; VAN DE WALLE; KARP; BAY-WILLIANS, 2020). Segundo Van de Walle, Karp e Bay-Willians (2020, p. 349, tradução nossa)⁵⁹, a recursão é uma “[...] descrição que diz como um padrão muda de um passo para o seguinte [...]”. Na covariação, se descreve o padrão por meio da explicação de como duas quantidades variam em relação a elas mesmas. Já no estabelecimento de relações de correspondência, o padrão é descrito por meio da correlação de duas quantidades representada por uma função. No Quadro 5, a seguir, apresento exemplos de como essas relações podem ocorrer no estudo de padrões de crescimento (ou decrescimento).

Quadro 5 – Exemplos de descrições de padrões de crescimento (ou decrescimento)

Padrão	Figura 8 – Padrão figurativo de crescimento		
	PASSO 1	PASSO 2	PASSO 3
	Fonte: Adaptado de Van de Walle, Karp e Bay-Willians (2020, p. 348).		

⁵⁹ [...] description that tells how a pattern changes from step to step [...]

Recursão	O número de triângulos aumenta em três a cada passo.
Covariação	Quando o número do passo aumenta em um, o número de triângulos aumenta em três.
Correspondência	$y = 3x$, onde y é a quantidade de triângulos em cada passo e x é o número do passo.

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste estudo, os padrões são classificados de acordo com sua representação e as características de seus elementos. Com relação à representação, considero que os padrões podem ser numéricos ou figurativos. Padrões numéricos são formados por números, padrões figurativos são formados por elementos que possuem formas e/ou cores.

Com relação à característica dos elementos, considero que os padrões podem ser de repetição ou de crescimento (ou decrescimento). O padrão de repetição tem característica cíclica, sendo formado pela repetição de um núcleo ou unidade. O padrão de crescimento (ou decrescimento), por sua vez, possui elementos cujo valor é função de sua posição ou do elemento anterior. Padrões de repetição e de crescimento (ou decrescimento) podem ser representados de forma numérica ou figurativa. No Quadro 6, a seguir, apresento exemplos desses padrões.

Quadro 6 – Exemplos de padrões de repetição, de crescimento, de decrescimento, numérico e figurativo

Padrão	Numérico	Figurativo
Repetição	1, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2	Figura 9 – Padrão figurativo de repetição  Fonte: A autora.
Crescimento	1, 4, 9, 16, 25	Figura 10 – Padrão figurativo de crescimento  Fonte: A autora.
Decrescimento	1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16	Figura 11 – Padrão figurativo de decrescimento  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Embora eu tenha dado destaque para esses tipos específicos de padrões, no contexto da produção de dados, os participantes lidavam com diversos padrões: padrões de cores, de formas, de sons, de movimento, de posição. Além disso, na utilização e no entendimento da simulação, os participantes exploravam padrões numéricos relacionados aos vários parâmetros, como posição, inclinação, velocidade, distância e quantidade de elementos. Uma explicação mais detalhada de como essas configurações se relacionaram na construção de padrões será trazida

na Seção 4. A seguir, discuto as implicações do uso de padrões no ensino e na aprendizagem de Matemática.

2.3 Padrão no ensino e na aprendizagem de Matemática

De acordo com Liljedahl (2004), os padrões são importantes na compreensão da Matemática pois eles auxiliam no desenvolvimento da capacidade de generalizar e de abstrair. O autor aponta que a detecção de regularidade é uma das habilidades básicas da Matemática. Também discute que, por meio dos padrões, os estudantes conseguem entender teoremas e provas, além de explorar novas ideias. A competência ao lidar com padrões é necessária no desenvolvimento das habilidades de:

[...] resolver problemas; desenvolver entendimentos de conceitos e relacionamentos importantes; investigar os relacionamentos entre quantidades (variáveis) em um padrão; generalizar padrões usando palavras ou variáveis; estender e conectar padrões; construir entendimento de função. (LILJEDAHL, 2004, p. 28, tradução nossa)⁶⁰.

O uso de padrões de forma explícita⁶¹ no ensino da Matemática pode ocorrer como forma de dar sentido aos conceitos e de engajar os estudantes (ORTON, A., 2005). Os padrões oferecem contextos significativos para o desenvolvimento de conceitos matemáticos (VALE *et al.*, 2007, p. 198). Vale *et al.* (2008, p. 478) discutem que a exploração de padrões aliada a resolução de problemas oferece oportunidade para que os alunos “[...] possam experimentar a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos [...]”.

Borralho e Barbosa (2009) enfatizam a capacidade dos padrões em conectar diferentes conteúdos matemáticos. Os autores também citam que o estudo de padrões pode melhorar a imagem que estudantes têm da Matemática. Corroborando essa ideia, Vale e Pimentel (2009, p. 8) apontam que

Os padrões permitem que os estudantes construam uma imagem mais positiva da Matemática porque apelam fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas, promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas, desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação e compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem.

Além disso, há um caráter sensível ligado à exploração de padrões. Vale *et al.* (2007, p. 207) apontam que “[...] existe a sensação de entusiasmo na descoberta de uma ordem, de uma

⁶⁰ [...] solve problems; develop understandings of important concepts and relationships; investigate the relationships among quantities (variables) in a pattern; generalize patterns using words or variables; extend and connect patterns; construct understanding of function.

⁶¹ Como já foi discutido, os padrões são parte essencial da Matemática, portanto, implicitamente, fazem parte da Matemática Escolar. Contudo, me refiro ao estudo de padrões, quando estes são apresentados de forma explícita, ou seja, quando são objetos de estudo.

previsão, da relação funcional que antes estava escondida.”, no trabalho com padrões, enfatizando o aspecto emocional dessa atividade no contexto da aprendizagem de Matemática. Sawyer (1955) também destaca o sentimento de prazer na atividade relacionada à identificação de padrões.

Diversos pesquisadores enfatizam a possibilidade do estudo de padrões no desenvolvimento da Álgebra (VALE, 2013; VALE *et al.*, 2007; LANNIN, 2005; ORTON, J., 1997). A atividade relacionada à generalização de padrões pode auxiliar na transição do estudante da Aritmética para a Álgebra (VALE, 2013; BORRALHO, 2009; HARGREAVES *et al.*, 2005). Nessa transição, o estudante precisa desenvolver o pensamento algébrico (VALE, 2013). Essa forma de pensamento está relacionada à “[...] percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

O estudo de padrões também pode seguir uma abordagem visual. Por meio da visualização, por exemplo, o estudante ao explorar características pode envolver-se no processo de busca de generalização (VALE, 2013). Os padrões figurativos apresentam diferentes possibilidades, combinando a visualização à manipulação numérica (SAMSON, 2007).

Os padrões também são importantes no processo de resolução de problemas (SAMSON, 2007; LILJEDAHN, 2004). Vale *et al.* (2007) argumentam que reconhecer padrões é uma estratégia de resolução de problemas importante.

Nas prescrições curriculares brasileiras, os padrões são apontados como essenciais para a aprendizagem de Álgebra (BRASIL, 1998, 2000, 2018; SÃO PAULO, 2019). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) apontam que a aprendizagem de Álgebra se dá por meio da generalização de padrões, do estabelecimento de relação entre grandezas e da resolução de problemas aritméticos. Ainda citam que o ensino de Álgebra a partir da generalização de padrões auxilia na compreensão dos conceitos de variável e de função.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que objetivo do ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é o desenvolvimento do pensamento algébrico e, para que isso aconteça, “[...] é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas [...]” (BRASIL, 2018, p. 270). Já, nos Anos Finais deve ocorrer um avanço no tratamento da Álgebra, desenvolvendo-se habilidades por meio da generalização de propriedades e investigação de regularidades em sequências numéricas (BRASIL, 2018). O Currículo Paulista corrobora essas ideias e recomenda que as habilidades desenvolvidas nos Anos Iniciais deverão ser reforçadas nos Anos Finais e focadas em atividades

como “[...] estabelecer uma generalização de uma propriedade; investigar a regularidade de uma sequência numérica [...]” (SÃO PAULO, 2019, p. 320).

A BNCC também relaciona a linguagem algébrica à linguagem algorítmica da computação e aponta que o estudo de padrões também favorece o desenvolvimento do pensamento computacional. De acordo com o documento, uma “[...] habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos.” (BRASIL, 2018, p. 271).

Nas recomendações dos PCN para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), os padrões são apresentados como elementos relacionados à capacidade de pensar matematicamente. O documento aponta que o desenvolvimento dessa capacidade envolve, dentre outros, resolver problemas matemáticos que estimulem a busca por regularidades e a generalização de padrões. Nas recomendações da BNCC para o mesmo nível de ensino, os padrões são relacionados à competência referente à investigação e formulação de conjecturas. Segundo o documento, nessa etapa de ensino, o estudante deve explorar conceitos matemáticos, utilizando diferentes estratégias, como a observação de padrões (BRASIL, 2018).

2.4 Revisão Sistemática de Literatura

Com o intuito de situar este estudo perante os outros, “[...] mostrando que ele é original [...] [e] como ele se diferencia dos trabalhos já desenvolvidos.” (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 75), cujos contextos investigativos também envolveram padrões, realizei uma Revisão Sistemática de Literatura. Esse procedimento se configura numa “[...] revisão planejada da literatura científica, que usa métodos sistemáticos para identificar, selecionar e avaliar criticamente estudos relevantes sobre uma questão claramente formulada.” (SOUZA; RIBEIRO, 2009, p. 241).

A primeira etapa desse procedimento de revisão é a formulação de uma pergunta científica considerando o tema de interesse (SAMPAIO; MANCINI, 2007). Na condução dessa Revisão Sistemática de Literatura, estabeleci como questão norteadora: *“Como o estudo de padrões é abordado na Educação Matemática na Educação Básica, com foco nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio⁶²?”*.

Após o estabelecimento da pergunta, é necessário selecionar bases de dados e definir as

⁶² Esse foco foi estabelecido considerando a etapa de ensino dos participantes do estudo. Eles eram estudantes de oitavo e nono anos, um período de “transição” do Ensino Fundamental para o Ensino Médio.

palavras-chave (SAMPAIO; MANCINI, 2007). Nessa etapa, foi escolhida a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁶³, que incorpora teses e dissertações de todo o território brasileiro e integra os sistemas de informação das instituições de ensino e pesquisa do país. Na busca, foram utilizadas as palavras padrão, padrões, matemática e educação, mais especificamente, a expressão “*padrão*” OR “*padrões*” AND “*matemática*” AND “*educação*”. A busca ocorreu considerando o período desde a criação da base de dados até março de 2020, quando essa busca foi realizada.

A próxima etapa da Revisão Sistemática de Literatura é o estabelecimento de critérios de seleção dos trabalhos (SAMPAIO; MANCINI, 2007). Utilizando a expressão supracitada na BDTD, obtive 166 resultados. Como critério de inclusão, determinei que seriam consideradas pesquisas acadêmicas com foco no estudo de padrões envolvendo estudantes da Educação Básica, especificamente, dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Como critério de exclusão, estabeleci que seriam desconsideradas as pesquisas em que o estudo de padrões não faz parte do objeto de investigação, por exemplo, sendo citado como resultado. Utilizando esses critérios foram selecionadas dezesseis pesquisas.

Após a seleção, os trabalhos devem ser analisados criticamente e devem ser desenvolvidas sínteses críticas dos estudos (SAMPAIO; MANCINI, 2007), os quais podem ser agrupados considerando semelhanças (ROTHER, 2007). Assim, depois da seleção dos dezesseis trabalhos, eles foram analisados seguindo as seguintes etapas: leitura, elaboração de resumos críticos, sistematização de informações (objetivos, público-alvo, procedimentos metodológicos, campo de estudo, padrões abordados, resultados), codificação e categorização.

Após esse processo analítico os estudos foram agrupados em duas categorias: a) Articulações com a Álgebra; e b) Articulações Plurais. Na primeira categoria foram reunidos os estudos que buscaram abordar padrões por meio da exploração de sequências de padrões de repetição ou de crescimento cujo intuito foi observar ou promover aspectos da aprendizagem da Álgebra. Na segunda categoria foram reunidos os estudos que buscaram, por meio do estudo dos padrões, abordar aspectos da intradisciplinaridade, com o estudo da Geometria Fractal, ou aspectos da interdisciplinaridade, como conexões entre Matemática e Computação ou entre Arte, Geometria e Etnomatemática.

2.4.1 Articulações com a Álgebra

Dez estudos compõem essa categoria. Nesses trabalhos, os padrões são apontados como

⁶³ <http://bdtd.ibict.br/vufind/>

essenciais para a Matemática e principalmente para a Álgebra. Alguns estudos ainda apontam que atividades relacionadas ao estudo de padrões como reconhecimento ou identificação, abstração e generalização possibilitam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Outros, por sua vez, consideram que essas ações são indícios do desenvolvimento desse pensamento. Os estudos dessa categoria são apresentados no Quadro 7, a seguir.

Quadro 7 – Estudos da categoria “Articulações com a Álgebra”

Autor	Título
Andrezzo (2005)	Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual
Barbosa, T. (2013)	A calculadora como “alavanca” para a generalização de expressões algébricas relativas às progressões geométricas
Carvalho (2008)	O aluno do Ensino Médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da Progressão Aritmética
Ferreira, C. (2009)	Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões: Observação, Realização e Compreensão
Modanez (2003)	Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico
Oliveira (2018)	Generalização de padrões e tecnologias digitais: estratégias didáticas para a aprendizagem
Perez (2006)	Alunos do Ensino Médio e a Generalização de Padrão
Silva Junior (2016)	O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos: uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas
Trevisani (2012)	Estratégias de generalização de padrões matemáticos
Vieira, L. (2011)	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da Álgebra

Fonte: Elaborado pela autora.

As pesquisas de Barbosa, T. (2013), Carvalho (2008), Ferreira, C. (2009), Perez (2006) e Silva Junior (2016) abordaram padrões numéricos e figurativos, de crescimento e de repetição em atividades didáticas que destacavam a exploração de seqüências. Andrezzo (2005), Modanez (2003) e Trevisani (2012) também apresentaram atividades com foco na exploração de seqüências, contudo, essas abordagens focaram unicamente em padrões figurativos. As atividades envolveram a identificação de padrões, a determinação de termos da seqüência e a generalização por meio da determinação de uma regra de formação. Na Figura 12, a seguir, apresento duas atividades desses estudos como exemplo. Dentre esses estudos se destacam as abordagens de Trevisani (2012), que envolveu a construção de padrões por meio da utilização de um *software*, o MiGen; e de Andrezzo (2005), que desenvolveu material manipulativo para a construção de padrões figurativos para auxiliar a exploração desses padrões por estudantes sem acuidade visual.

Figura 12 – Exemplos de atividades

a) Atividade sobre padrão numérico de repetição

Um aluno ao observar a seguinte seqüência:

1, 6, 1, 6, 1, 6, 1, 6, 1,...

diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. Como você responderia as seguintes questões:

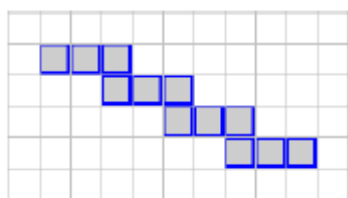
a) Qual o próximo termo da seqüência?

b) Qual é o 127º termo da seqüência?

Fonte: Perez (2006, p. 126)

b) Atividade sobre padrão figurativo de crescimento

Uma escada é construída da seguinte forma:



Na figura acima, ela possui 4 degraus, com 12 quadrados no total.

1. Desenhe uma escada com 2 degraus.

Quantos quadrados são necessários para construir essa escada?

Justifique sua resposta.

2. Quantos quadrados são necessários para construir uma escada com 8 degraus?

Justifique sua resposta.

Fonte: Trevisani (2012, p. 26)

Os estudos de Vieira, L. (2011) e Oliveira (2018) abordaram o estudo de padrões de formas diferenciadas. Vieira, L. (2011) desenvolveu e utilizou atividades lúdicas com o uso de jogos e da História da Matemática. Já Oliveira (2018) utilizou o GeoGebra no desenvolvimento de atividades que envolveram explorações geométricas no GeoGebra com o intuito de possibilitar o entendimento de noções relacionadas às funções.

Os estudos de Andrezzo (2005) e Viera, L. (2011) focaram especificamente na aprendizagem de Álgebra. A pesquisa de Andrezzo (2005) buscou identificar os fatores que auxiliam a compreensão de estruturas algébricas por alunos sem acuidade visual. Participaram do estudo, cinco estudantes do Ensino Médio de uma escola pública, que se envolveram na realização das atividades no período contraturno das aulas. Vieira, L. (2011), por sua vez, analisou as implicações pedagógicas de atividades lúdicas para o ensino e a aprendizagem de

Álgebra no Ensino Médio. A pesquisadora utilizou a metodologia de experimento didático. O experimento foi realizado em oito aulas com trinta e um estudantes de uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública.

Andrezza (2005) verificou que os alunos apresentaram dificuldades. Eles atribuíam valores às variáveis representadas por letras para realizar os cálculos; eles não conseguiam atribuir como resultado uma expressão, buscando ao máximo a simplificação; eles confundiam a multiplicação com a adição algébrica; confundiam o sentido das letras seja como incógnita, como variável ou como fruto da generalização. O processo de generalização verificado pela pesquisadora ocorreu da seguinte forma: os estudantes “[...] partiram da representação de termos específicos e suas justificativas; em seguida, foram construídas as expressões numéricas e algébricas (incluindo as expressões que representavam outras regularidades – expressões equivalentes); e por fim, a validação das mesmas.” (ANDREZZO, 2005, p. 181). No início das atividades os estudantes expressavam a generalização por meio da linguagem natural e posteriormente com a linguagem no sistema Braille. Em outros momentos a generalização não era linear. A pesquisadora concluiu que a utilização do material manipulativo contribuiu para a percepção dos padrões das sequências e que na construção da regra de formação, os estudantes procuravam relacionar os termos aos anteriores e posteriores e depois generalizaram por meio de expressões algébricas. Outro fator que facilitou a generalização foi a construção de expressões numéricas anteriormente à construção das expressões algébricas.

Vieira, L. (2011) citou que, inicialmente, os estudantes apresentaram dificuldades na expressão oral e escrita, mas houve avanços nesse sentido. A autora apontou que os alunos estavam motivados nas discussões e que foi verificado que foram capazes de fazer conjecturas e argumentações no processo de generalização. Com a análise dos resultados, a pesquisadora verificou que as atividades propostas podem favorecer a aprendizagem de Álgebra. Ainda se verificou que houve indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os trabalhos de Modanez (2003) e Silva Junior (2016) tinham como foco o pensamento algébrico. Modanez (2003) investigou se uma sequência de ensino baseada no estudo de padrões geométricos auxilia no desenvolvimento do pensamento algébrico. O estudo foi realizado com aplicação de uma sequência de atividades em uma turma de sexta série do Ensino Fundamental. Participaram da pesquisa os trinta alunos da turma e sua professora de Matemática. E Silva Junior (2016) investigou as possibilidades do uso de padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico utilizando a Teoria das Situações Didáticas na Matemática Escolar. A produção de dados ocorreu com uma turma de nono ano do Ensino Fundamental por meio do desenvolvimento de atividades com o uso de padrões. O pesquisador

atuou como professor no desenvolvimento das atividades.

Como resultado, Modanez (2003) pontuou que os alunos estavam engajados no processo de investigação de padrões e que puderam construir noções algébricas por meio da observação e generalização de regularidades. Com base nesses resultados a pesquisadora concluiu que os estudantes puderam desenvolver aspectos do pensamento algébrico, além de desenvolver autonomia em relação à exploração matemática, com o levantamento de hipóteses e com a construção de justificativas e conclusões para o que era observado. Silva Junior (2006) também concluiu que houve desenvolvimento de processos que possibilitam o pensamento algébrico por parte dos estudantes, pois eles foram capazes de realizar generalizações, representações algébricas e funcionais.

Os estudos de Barbosa, T. (2013), Carvalho (2008), Ferreira, C. (2009), Oliveira (2018), Perez (2006) e Trevisani (2012) focaram na generalização de padrões. Barbosa, T. (2013), Carvalho (2008), Ferreira, C. (2009) e Perez (2006) investigaram aspectos relativos à generalização de progressões aritméticas ou geométricas. Oliveira (2018) e Trevisani (2012) buscaram compreender o processo de generalização no contexto do uso de tecnologias digitais.

Barbosa, T. (2013) investigou como os estudantes do Ensino Médio realizam os processos de observação de regularidades e generalização de progressões aritméticas, com o uso de calculadora. Participaram da pesquisa dezesseis alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Esses estudantes realizaram atividades matemáticas, em três encontros, nos quais trabalharam em duplas. Carvalho (2008) investigou o processo de generalização de progressões aritméticas. Participaram da pesquisa estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. A produção de dados ocorreu em horário regular na aula de Matemática de uma escola pública, com acompanhamento do professor e do pesquisador. Ferreira, C. (2009) investigou os processos de observação, realização e compreensão de estudantes sobre atividades de estudo de padrões. E Perez (2006) investigou como e se os alunos do Ensino Médio resolvem problemas sobre generalização de padrões. Participaram da pesquisa nove estudantes das três séries do Ensino Médio de uma escola pública estadual paulista.

Barbosa, T. (2013) concluiu que a calculadora auxiliou na manipulação dos dados, na percepção dos padrões, no estabelecimento de relações, na generalização dos padrões e no processo de expressão em linguagem algébrica, isso porque ela possibilitou que estudantes não focassem nos cálculos e sim no raciocínio. Já Carvalho (2008) apontou que os estudantes foram capazes de determinar o termo seguinte das sequências apresentadas, assim como puderam elencar as diferenças entre os diferentes tipos de sequências trabalhadas, sem, contudo, destacarem as características das progressões aritméticas. Os alunos também puderam calcular

a soma dos termos das progressões, sem generalizar o processo. Eles foram capazes de generalizar os termos dos padrões, porém não construíram uma expressão algébrica que representasse a generalização. Mesmo com as dificuldades evidenciadas, o autor apontou que os participantes desenvolveram consciência de generalidade.

Como resultados, Ferreira, C. (2009) apontou que os estudantes foram capazes de observar as regularidades na determinação do próximo termo das sequências, também puderam generalizar padrões, mas não conseguiram caracterizar as sequências como progressões aritméticas ou geométricas. A autora concluiu que os estudantes “[...] observaram [...] [padrões] e suas representações; interpretaram as informações expressas; [...] estabeleceram diferenciações entre os termos; constataram diferenças e semelhanças, e representaram o padrão encontrado através de estratégias pessoais [...]” (FERREIRA, C., 2009, p. 138). Ela também apontou que os estudantes puderam classificar, ordenar, e organizar as representações dos padrões. Entretanto, os estudantes não foram capazes de aplicar conhecimentos prévios sobre sequências e realizar generalizações.

Perez (2006), por sua vez, verificou que os estudantes empregaram diferentes estratégias: percepção da regularidade; emprego de propriedades de números ímpares e pares; desenho de elementos no completamento de sequências; utilização da relação entre o elemento e sua posição; percepção de crescimento; completamento de sequência de crescimento; definição de regra de formação, utilizando Aritmética; tratamento apenas numérico em determinados padrões figurativos; pensamento recursivo; propriedades de progressões aritméticas; e regra de três. A pesquisadora concluiu observando que os alunos passaram a ter uma imagem mais positiva da Matemática, relacionaram diversos conceitos matemáticos na exploração dos padrões e foram oportunizados de ter um entendimento do sentido da Álgebra.

Oliveira (2018) investigou como a articulação entre as tecnologias digitais e atividades de generalização de padrões podem potencializar o aprendizado de Álgebra. Participaram da pesquisa oito estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola particular. E Trevisani (2012) investigou as estratégias que alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental utilizaram ao generalizar padrões utilizando o *software* MiGen. Participaram da pesquisa oito alunos de uma escola pública.

No estudo de Oliveira (2018), a exploração das atividades ocorreu por meio de experimentações. Com a análise dos dados, o pesquisador verificou que os estudantes apresentaram dificuldades para realizar generalização e síntese. E Trevisani (2012) verificou que a estratégia mais utilizada pelos participantes foi a estratégia explícita – a qual se configura em “[...] construir uma regra que permita calcular de imediato qualquer valor de qualquer termo

da sequência [...]” (TREVISANI, 2012, p. 24). Outras estratégias utilizadas em menor grau foram a termo unidade, na qual “[...] uma figura da sequência é fixada e múltiplos do total de elementos dessa figura são utilizados para se calcular o que é pedido.” (TREVISANI, 2012, p. 24), e contagem, que se caracteriza pela ação de “[...] contar o número de elementos de um padrão, obtendo assim o termo da sequência solicitado [...]” (TREVISANI, 2012, p. 24). O pesquisador não verificou a utilização da estratégia diferença, na qual o sujeito “[...] visa utilizar múltiplos da diferença entre o número de elementos de termos consecutivos [...]” (TREVISANI, 2012, p. 24), nem da estratégia tentativa e erro, na qual o estudante encontra a regra geral do padrão por meio de teste de conjecturas. O autor considerou que o emprego das estratégias verificadas foi influenciado pelo *software* utilizado, que possui característica dinâmica e auxilia no processo de visualização.

2.4.2 Articulações Plurais

Seis trabalhos compõem essa categoria. Esses trabalhos abordaram os padrões de formas diversas, as quais envolveram a exploração da Geometria Fractal de forma intradisciplinar, a articulação entre Arte, Geometria e Etnomatemática, e exploração de padrões nos contextos matemáticos e computacionais. Esses estudos estão apresentados no Quadro 8, a seguir.

Quadro 8 – Estudos da categoria “Articulações Plurais”

Autor	Título
Conceição (2012)	A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo Mathsticks
Faria (2012)	Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos
França (2017)	Estudo da simetria a partir de padrões geométricos das panarias: Pesquisa e intervenções etnomatemáticas para sala de aula
Mineli (2012)	Fractais: generalização de padrões no ensino fundamental
Santos, L. (2016)	Padrões na aprendizagem matemática: uma possibilidade a partir do uso de <i>software</i> de computação gráfica
Santos, M. (2012)	Geometria e simetria nas rendas de bilro: contribuições para a Matemática escolar

Fonte: Elaborado pela autora.

Faria (2012) e Mineli (2012) abordaram o estudo de padrões por meio da exploração da Geometria Fractal. Faria (2012) investigou as contribuições da exploração de padrões fractais com a utilização do GeoGebra para a generalização de conteúdos matemáticos. E Mineli (2012) investigou as dificuldades dos estudantes em relação às habilidades de generalização de padrões, também buscou construir situações que auxiliassem o desenvolvimento dessas habilidades.

Para o desenvolvimento do estudo, Faria (2012) realizou um curso, que ocorreu em três

encontros. Neles, os participantes exploraram diferentes padrões fractais, como a árvore pitagórica, triângulo de Sierpinski, curva de Koch, tetra-círculo, Lunda-*design* e hexagonal tipo Dürer. Participaram da pesquisa dezessete estudantes do primeiro ano do Ensino Médio do Instituto Federal Fluminense, que trabalharam em duplas durante o curso. Para produção de dados, a pesquisadora se utilizou de entrevistas, questionários, e gravações em vídeo e áudio das interações e das construções no computador. A autora justificou a caracterização dos fractais como padrões por terem autossimilaridade e complexidade infinita. Ela afirmou que essas características dos fractais e o fato de eles serem capazes de conectar diversos conteúdos matemáticos contribuem para o processo de generalização, uma vez que proporcionam a exploração concomitante de propriedades numéricas, geométricas e algébricas. Ela destacou ainda que o processo foi facilitado pela possibilidade de manipulação dinâmica e visualização proporcionadas pelo GeoGebra.

A produção de dados do estudo de Mineli (2012) ocorreu em sete sessões de ensino com vinte e oito alunos de uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola particular. O pesquisador era o professor de Matemática da turma. Inicialmente, o pesquisador aplicou um questionário diagnóstico e posteriormente realizou uma sequência didática com atividades sobre fractais. Os dados foram produzidos por meio de registros escritos dos estudantes e de gravação em vídeo do desenvolvimento das sessões. O questionário abordou a congruência e classificação de triângulos. As atividades da sequência didática propunham a construção de fractais, a identificação de padrões de autossimilaridade, a generalização de padrões e a utilização de linguagem algébrica. As construções ocorreram com o uso de régua, compasso e GeoGebra.

Com a análise dos dados, Mineli (2012) concluiu que os estudantes apresentaram dificuldade de compreensão na leitura de problema matemático, na realização de cálculos com números racionais e algoritmos e na transformação da linguagem numérica para a algébrica. Com a aplicação da sequência didática, o autor concluiu que a característica visual dos fractais possibilitou o reconhecimento de padrões, o qual favorece o processo de generalização. Além disso, ele verificou que a utilização de figuras geométricas auxiliou o processo de resolução de problemas e que a generalização pode facilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, assim como os processos de observação, levantamento de conjecturas, formulação de conclusões e elaboração de justificativas.

Os estudos de França (2017) e Santos, M. (2012) abordaram o estudo de padrões por meio de uma perspectiva interdisciplinar envolvendo Arte, Geometria e Etnomatemática. França (2017) estudou as potencialidades do trabalho com padrões de panarias cabo-verdianas

para a aprendizagem de simetria ortogonal. E Santos, M. (2012) objetivou descrever e analisar os padrões de rendas bilro e apontar relações entre esses padrões e a Matemática Escolar.

A pesquisa de França (2017) envolveu quatro etapas: a primeira etapa foi o estudo da cultura de Cabo Verde; a segunda ocorreu por meio de entrevistas com artesãos e uma professora de Cabo Verde que desenvolve o ensino de Matemática por meio da Arte; na terceira etapa, a pesquisadora desenvolveu uma sequência de ensino, articulando a cultura caboverdiana ao ensino de Matemática; a quarta fase foi a aplicação das atividades construídas. A produção de dados se deu em uma sala de aula de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal paulista. Participaram do estudo dez estudantes que realizaram a sequência didática, a pesquisadora era a professora da turma. Nessa sequência “[...] foram trabalhados [...] padrões geométricos, que envolvem figuras geométricas que representam triângulos, quadrados, retângulos, retas paralelas, círculos e as divisões na métrica do papel quadriculado.” (FRANÇA, 2017, p. 143). No estudo, destacou-se a abordagem do aspecto artístico e matemático dos padrões por meio da Etnomatemática.

Como resultado, França (2017) apontou que a utilização das panarias e da exploração da cultura africana é um caminho possível no ensino de Matemática. A autora ainda apontou que os estudantes foram capazes de compreender ideias referentes ao eixo de simetria e que, por meio da construção de figuras simétricas, puderam construir conhecimento referente à geometria, como triângulos e quadriláteros regulares.

Inicialmente, Santos, M. (2012) investigou questões sobre a renda de bilro, por meio de visitas ao Museu do Ceará e ao Centro das Rendeiras. Posteriormente, desenvolveu atividades didáticas, com base na exploração de padrões de criação de renda de bilro. Essas atividades abrangeram, principalmente, conceitos geométricos, como simetria, isometria, área e perímetro, assim como proporcionaram uma abordagem cultural, artística e etnomatemática. Em conclusão, a autora apontou que as conexões apresentadas “[...] entre a Matemática e a criação de rendas de bilro [...] possibilitou construir um pensamento matemático imaginativo, contemplativo e mais complexo, capaz de perceber as matemáticas ‘escondidas’ em outras práticas socioculturais.” (SANTOS, M., 2012, p. 179).

As pesquisas de Conceição (2012) e Santos, L. (2016) abordaram os padrões por meio de uma perspectiva interdisciplinar envolvendo Matemática e Computação. Conceição (2012) desenvolveu uma abordagem de ensino que focou na representação de padrões de crescimento de modo figurado e utilizando uma linguagem de programação. A pesquisadora buscou compreender o processo de aprendizagem de Matemática de estudantes surdos, assim como investigar as interações desses estudantes em situação de aprendizagem. Já Santos, L. (2016)

abordou padrões matemáticos e computacionais proporcionados pela Computação Gráfica. Ela buscou identificar as aprendizagens matemáticas e computacionais de estudantes ao resolverem atividades envolvendo padrões matemáticos e computação gráfica, e analisar as estratégias utilizadas por eles.

O estudo de Conceição (2012) se deu por meio de *Design Experiments*, realizado em três sessões, nos quais os estudantes exploraram atividades diversas e algumas utilizando micromundo Mathsticks. Esse micromundo possibilita a construção de sequências de padrões figurativos por meio de programação. Os participantes da pesquisa foram seis estudantes de nono ano do Ensino Fundamental com idade entre 18 e 31 anos. Os dados foram produzidos por meio de filmagens dos encontros e coleta de material escrito dos estudantes. Durante os encontros, os alunos trabalharam em duplas. Inicialmente, os participantes exploraram atividades escritas sobre padrões de repetição, que envolveram a determinação de termos, o completamento de sequências e a generalização da regra de formação, também houve a realização de atividades sobre padrões de crescimento. Posteriormente, os estudantes desenvolveram atividades envolvendo o Mathsticks: familiarização com o ambiente digital, por meio da construção de padrões figurativos; observação de diferentes elementos de padrões construídos com o programa e desenvolvimento de algoritmos que representassem as construções desses padrões; com base nos algoritmos de construção de padrões, os participantes desenharam determinados elementos de diferentes padrões; também observaram alguns elementos de padrões, construíram seus algoritmos de construção e desenharam outros elementos pertencentes a esses padrões.

Como resultado, Conceição (2012) apontou que o trabalho envolvendo a programação motivou os estudantes a desenvolver generalizações algébricas, e auxiliou os estudantes a se expressarem matematicamente por meio de formas visuais-espaciais, usando a língua de sinais e o programa Mathsticks. Em relação ao programa, o autor apontou que ele possibilitou aos estudantes testarem ideias e incentivou a representação e a discussão de noções algébricas. O autor discutiu que “O micromundo permitiu diversas estratégias por parte dos alunos. As representações figurais das sequências, sua facilidade de construção e a dinâmica que as figuras podiam ser feitas ou desfeitas no micromundo, agilizaram as tentativas, consequentemente os erros e acertos.” (CONCEIÇÃO, 2012, p. 102).

Participaram do estudo de Santos, L. (2016) dez estudantes, quatro de oitavo ano e seis de nono ano, que participaram de um Projeto de Iniciação Científica Júnior (PIBIC Jr.). A duração da produção de dados foi de oito meses. Nesse período, foram realizados encontros com os estudantes nos quais foram propostas diferentes atividades como completamento de

sequência, determinação de diferentes termos e generalização no estudo de padrões figurativos de repetição e crescimento, sem o uso do computador. Após o trabalho com os padrões, os estudantes realizaram atividades no contexto da computação gráfica: representaram sua casa utilizando os programas Sweet Home e AutoCAD, identificando os padrões e conceitos matemáticos utilizados na construção. Para a produção de dados, a pesquisadora se utilizou de questionários, da gravação em vídeo e áudio dos encontros com os estudantes, além de diários de campo da pesquisadora e dos estudantes participantes.

Como resultado, Santos, L. (2016) observou que, para lidar com padrões matemáticos, os estudantes utilizaram diversas estratégias, como uso de tentativas numéricas para encontrar o termo seguinte de uma sequência, uso de desenho, uso de registro verbal e escrito, discussão com colegas. Além disso, verificou que a determinação do termo geral não ocorreu espontaneamente. Sendo assim, ela concluiu que “Esses estudantes têm a dificuldade de chegar à generalização de uma sequência de padrões na forma algébrica, mas conseguem representar essa generalização na linguagem de escrita retórica.” (SANTOS, L., 2016, p. 119). Com relação aos padrões computacionais, foi observado que estudantes exploravam os programas por meio de tentativa e erro. Em outros momentos, se observou que eles buscavam planejar suas ações no diário de bordo, com a intenção de estudar os padrões matemáticos para posteriormente representá-los computacionalmente. Ainda em relação a isso, a pesquisadora concluiu que “Em relação a identificação de padrões nas tarefas computacionais os alunos reconheceram elementos visuais e conteúdos matemáticos que percebiam conter padrões matemáticos.” (SANTOS, L., 2016, p. 120).

2.4.3 Considerações sobre a Revisão Sistemática de Literatura

Considerando os tipos de padrões abordados, este estudo se assemelha aqueles que compõem a categoria “Articulações com a Álgebra”, uma vez que também proponho atividades que envolvem padrões figurativos, numéricos, de repetição e de crescimento. Contudo, a forma de abordagem desses padrões ocorre de modo menos direcionada. Nos trabalhos analisados que compõem essa categoria, ocorreu o uso de tarefas “fechadas” e muito semelhantes, inclusive, exatamente as mesmas atividades em alguns estudos.

Esse direcionamento no tratamento dos padrões talvez seja efeito do foco em aspectos da aprendizagem de Álgebra. Nesse sentido, este estudo se diferencia desses por não ter um foco em uma área específica da Matemática. Mas entendo que esses estudos contribuem para esta pesquisa por trazer considerações acerca da resolução de problemas envolvendo padrões, como as estratégias e as dificuldades. Além disso, os trabalhos de Oliveira (2018) e Trevisani

(2012) também apresentam considerações acerca do estudo de padrões no contexto das tecnologias digitais.

Considerando a categoria “Articulações Plurais”, entendo que esses estudos se assemelham a este por apresentarem aspectos intra e interdisciplinares. Em relação à intradisciplinaridade, no contexto da construção de padrões dinâmicos, neste estudo, os conceitos matemáticos vão além da abordagem com sequências, uma vez que se considera, dentre outros, o plano cartesiano, ângulos, e aspectos geométricos.

Em relação à questão interdisciplinar, este trabalho propôs um contexto de estudo de padrões que envolveu aspectos da Matemática, das Artes e da Ciência da Computação. E, embora as Artes e a Ciência da Computação tenham sido apontadas na segunda categoria, não houve menção a essa articulação. Contudo, os trabalhos dessa categoria contribuem para este. Os estudos de França (2017) e Santos, M. (2012) contribuem para este em relação à discussão de aspectos da interdisciplinaridade entre Matemática e Arte no contexto do estudo de padrões e o trabalho de Conceição (2012) contribui para este por discutir elementos da representação de padrões por meio da linguagem de programação.

Estudiosos consideram a Matemática como a “Ciência dos Padrões”, contudo, a Revisão Sistemática de Literatura apontou que a maioria dos estudos focou apenas na Álgebra ao propor atividades com padrões. Mesmo que alguns estudos tenham articulações com outras áreas do conhecimento, eles ainda focaram nessa subárea da Matemática (CONCEIÇÃO, 2012; FARIA, 2012; MINELI, 2012; SANTOS, L., 2016). Assim, concluo que este estudo pode contribuir para essa área por apontar outros caminhos de uso de padrões no contexto da Educação Básica.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

Nesta seção estão reunidas noções que auxiliaram na interpretação do objeto de estudo. Inicialmente discorro sobre o sentido de problema e de resolução de problemas assumido, também discuto sobre um modelo de entendimento da tomada de decisão na realização de atividades orientadas por objetivos, como a resolução de problemas. Depois faço apontamentos sobre o construto teórico seres-humanos-com-mídias, que busca traçar entendimentos sobre o papel das tecnologias na produção de conhecimento. Ainda discuto sobre a complementaridade dessas ideias. Ao final, apresento uma Revisão Sistemática de Literatura, cujo objetivo foi mapear a produção acadêmica em relação ao uso do Scratch na pesquisa em Educação Matemática com foco na Educação Básica e situar este estudo.

3.1 Problema, resolução de problemas e tomada de decisão

Problema e resolução de problemas são termos amplamente utilizados no contexto do ensino de Matemática. Muitas vezes, “problema” tem sentido de exercício, um artifício utilizado para se aplicar conceitos matemáticos; e “resolução de problemas” tem sentido de atividade mecânica, na qual é necessário o uso de regras ou algoritmos previamente “aprendidos”. Esses exercícios são “[...] organizados para fornecer prática sobre uma técnica matemática específica que, normalmente, acaba de ser demonstrada ao aluno.” (SCHOENFELD, 1992, p. 337, tradução nossa)⁶⁴.

Um sentido de problema, mais fundamental, todavia, tem um aspecto subjetivo. O problema é uma situação difícil para o sujeito que a enfrenta, uma situação que o sujeito não sabe como resolver a priori. Além de ser difícil, a situação deve ser de interesse para o sujeito. Onuchic (1999, p. 125) aponta que problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver.”. Corroborando essa ideia, Zuffi e Onuchic (2007, p. 83) definem como problema “[...] qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que lhe seja desafiadora e não trivial.”. Resolver problemas, nesse âmbito, é o processo em que o sujeito usa seus conhecimentos e habilidades para entender e buscar soluções para a situação desafiadora (KRULIK; RUDNIK, 1980). Este estudo, portanto, assume como problema uma situação difícil e de interesse para o sujeito e como resolução de problemas o processo que ocorre desde o entendimento do problema até sua solução final.

Schoenfeld (1985) buscou explicar o processo de resolução de problemas. O

⁶⁴ [...] organized to provide practice on a particular mathematical technique that, typically, has just been demonstrated to the student.

pesquisador, ao analisar a produção matemática de professores e estudantes universitários, desenvolveu um modelo explicativo desse processo⁶⁵ que considera os diferentes aspectos envolvidos. Segundo o modelo, a resolução de problemas é influenciada pelos **recursos** disponíveis, pelas **estratégias heurísticas** aplicadas, pelo **controle** na utilização dos recursos e estratégias, e pelas **crenças** dos sujeitos que resolvem os problemas.

Os **recursos** se referem aos conhecimentos dos sujeitos. Eles podem ser entendidos como “[...] um inventário de todos os fatos, procedimentos e habilidades – em resumo, o conhecimento matemático – que o indivíduo é capaz de trazer para um determinado problema.” (SCHOENFELD, 1985, p. 17, tradução nossa)⁶⁶. Esse conhecimento é próprio do sujeito, podendo estar certo ou não de acordo com parâmetros científicos, por exemplo. Nesse sentido, para entender o processo de resolução de problemas é necessário “[...] ter um inventário do que a pessoa sabe, acredita ou suspeita ser verdadeira. Precisamos saber como essas informações são organizadas, armazenadas e acessadas.”. (SCHOENFELD, 1985, p. 17, tradução nossa)⁶⁷.

As **estratégias heurísticas** se referem à forma como os sujeitos lidam com o problema. As heurísticas podem ser entendidas como “[...] técnicas usadas pelos solucionadores de problemas quando enfrentam dificuldades. Elas são regras práticas para entender e progredir em situações difíceis.” (SCHOENFELD, 1985, p. 74, tradução nossa)⁶⁸ durante o processo de resolução de problemas. As heurísticas foram evidenciadas no ensino de Matemática após o trabalho de Polya (1945), entretanto, aprender estratégias gerais de resolução não garante a eficácia da resolução de problemas, como aponta Schoenfeld (1985, p. 73, tradução nossa)⁶⁹: “Aprender a usar estratégias heurísticas, por si só, não é suficiente para garantir um desempenho competente na resolução de problemas.”. Dentre as estratégias heurísticas, se incluem a elaboração de um esquema representativo do problema e a exemplificação do problema – uma forma de buscar um caso especial e a partir dele generalizar.

O **controle** se relaciona ao processo de regulamento e autocontrole ou metacognição. Esse aspecto leva em consideração como os indivíduos planejam e agem no processo de resolução de problemas (SCHOENFELD, 2015). E ainda regula como os conhecimentos e

⁶⁵ Embora o foco estivesse na exploração de problemas matemáticos, o autor considera que o modelo explicativo pode ser empregado em outros campos do conhecimento.

⁶⁶ [...] an inventory of all the facts, procedures, and skills – in short, the mathematical knowledge- that the individual is capable of bringing to bear on a particular problem.

⁶⁷ [...] to have an inventory of what the individual knows, believes, or suspects to be true. We need to know how that information is organized, stored, and accessed.

⁶⁸ [...] techniques used by problem solvers when they run into difficulty. They are rules of thumb for making sense of, and progress on, difficult problems.

⁶⁹ Learning to use heuristic strategies, in and of themselves, is not sufficient to ensure competent problem-solving performance.

estratégias são utilizados. Na psicologia, as ideias relacionadas ao controle são tratadas com o termo **metacognição**, que pode ser entendida como um conhecimento sobre a cognição ou como uma maneira de regular a cognição.

Como conhecimento sobre cognição, a metacognição se relaciona aos

[...] aspectos do conhecimento que construímos sobre como nós percebemos, recordamos, pensamos e agimos. Uma capacidade de saber sobre o que sabemos. Um pensamento sobre o pensamento, uma cognição sobre a cognição ou um atributo cognitivo ou conhecimento sobre o fenômeno cognitivo. (PEIXOTO; BRANDÃO; SANTOS, 2007, p. 69-70).

A metacognição como regulação da cognição se refere ao monitoramento e ao controle do processo cognitivo, o que inclui as maneiras em que os indivíduos se empenham para “[...] monitorar, testar, ordenar e controlar suas habilidades cognitivas [...]” (PEIXOTO; BRANDÃO; SANTOS, 2007, p. 70). No processo de resolução de problemas, essa forma de metacognição se relaciona, dentre outros, aos seguintes procedimentos: “[...] planejar atividades antes de iniciar um problema [...], monitorar atividades durante o aprendizado [...] e verificar resultados [...]” (BROWN *et al.*, 1983, p. 107, tradução nossa)⁷⁰.

A atividade intelectual é também influenciada pelas perspectivas do sujeito – sistema de **crenças** – em relação a essa atividade, mesmo que ele não esteja consciente disso. As crenças dos estudantes sobre eles mesmos ou sobre a Matemática (visão matemática de mundo), que tem origem em suas experiências, influenciam a forma como eles abordam e resolvem problemas (SCHOENFELD, 2015). Segundo Schoenfeld (1985, p. 184, tradução nossa)⁷¹

[...] a crença das pessoas sobre a natureza da matemática ajuda a determinar se invocam ou não a matemática formal para resolver problemas do “mundo real”; crenças moldam como as pessoas tentam aprender matemática [...]; elas determinam quanto tempo as pessoas estão dispostas a trabalhar em problemas matemáticos, e assim por diante.

Segundo o modelo proposto por Schoenfeld (1985) é possível interpretar a performance de um indivíduo no processo de resolução de problemas, considerando recursos, heurísticas, controle e crenças. Esse modelo, embora aplicável a contextos não relacionados à Matemática, foi desenvolvido com a intenção de entender processos de resolução de problemas eficientes e ineficientes e buscar auxiliar os indivíduos a melhorar suas performances. Schoenfeld (2011) argumenta que o modelo explicativo é funcional no entendimento do sucesso e do fracasso na resolução de problemas, mas ele apresenta limitações não podendo explicar como os aspectos da resolução de problemas se relacionam e se influenciam. Nesse sentido, ele propõe uma teoria

⁷⁰ [...] planning activities prior to undertaking a problem [...], monitoring activities during learning [...], and checking outcomes [...]

⁷¹ [...] people's belief about the nature of mathematics help to determine whether or not they invoke formal mathematics to solve “real-world” problems; beliefs shape how people try to learn mathematics [...]; they shape how long people are willing to work on mathematical problems, and so on.

(ou modelo teórico) sobre a tomada de decisões. Ele explica que “Um modelo informa o que observar e qual pode ser o seu impacto. Uma teoria diz como as coisas se encaixam.” (SCHOENFELD, 2011, p. 4, tradução nossa)⁷².

Essa teoria auxilia no entendimento das ações em diferentes atividades que são guiadas por objetivos, como o ato de ensinar, de cozinhar ou de resolver problemas. Segundo ela, a ação de um sujeito pode ser explicada e modelada considerando os seguintes aspectos: **recursos, objetivos, orientações e aspectos metacognitivos**. Esses elementos podem ser utilizados no entendimento de diversas atividades, como atividades rotineiras ou incomuns, de curto ou de longo prazos. (SCHOENFELD, 2006, 2011, 2015).

O modelo teórico busca explicar as ações tomadas na realização de alguma atividade orientada por objetivo e também tornar mais clara a relação entre a cognição e a ação. O processo da tomada de decisão pode ser explicado da seguinte maneira: a) o sujeito inicia a sua participação em um contexto, carregando consigo determinados recursos, objetivos e orientações; b) ele interpreta e se orienta na situação, ao passo que informações e conhecimentos se tornam notáveis e são ativados; c) ocorre o estabelecimento ou reforço de objetivos; d) o sujeito toma decisões de forma coerente aos objetivos predeterminados, de forma consciente ou inconsciente, dependendo do contexto em que se encontra (familiar ou não); e) o sujeito inicia a implementação das ações; f) Ocorre o monitoramento das ações e resultados; g) o processo é iterativo, ocorrendo em diversos níveis com estabelecimento de subobjetivos. (SCHOENFELD, 2011, 2015).

Assim como no modelo proposto por Schoenfeld (1985), os **recursos** evidenciados na teoria de Schoenfeld (2011) são referentes aos conhecimentos do sujeito. O conhecimento do indivíduo engloba “[...] as informações que ele ou ela tem potencialmente disponível para utilizar, a fim de resolver problemas, alcançar objetivos ou executar outras tarefas.” (SCHOENFELD, 2011, p. 26, tradução nossa)⁷³. O conhecimento engloba informação sobre fatos, conhecimento procedural, conhecimento conceitual e estratégias heurísticas.

Os tipos de conhecimento não se aplicam apenas à Matemática. Schoenfeld (2011, p. 28, tradução nossa)⁷⁴ aponta que “A ideia geral é que os vários tipos de conhecimento, como

⁷² A framework tells you what to look at and what its impact might be. A theory tells you how things fit together.

⁷³ [...] the information that he or she has potentially available to bring to bear in order to solve problems, achieve goals, or perform other such tasks.

⁷⁴ The general idea is that the various kinds of knowledge such as factual, procedural, conceptual, and heuristic problem-solving knowledge are universal, in that they are part of the knowledge base in every domain of human activity.

conhecimento factual, processual, conceitual e heurístico, são universais, pois fazem parte da base de conhecimento em todos os domínios da atividade humana.”.

Segundo Schoenfeld (1985) algumas classes de conhecimento são particularmente importantes no processo de resolução de problemas matemáticos. Dentre eles, destacam-se o conhecimento informal e intuitivo; o conhecimento sobre fatos e definições; o conhecimento sobre procedimentos algorítmicos ou de rotina; e o conhecimento sobre regras do discurso matemático.

O conhecimento informal “[...] é o conhecimento espontâneo, que se dá nas relações sociais do dia a dia.” (VARGAS; DORNELES, 2013, p. 414), esse tipo de conhecimento é construído na experiência com o mundo real. Já o conhecimento intuitivo está relacionado a um conhecimento imediato na relação com o objeto, é um conhecimento empírico (MENEGETTI; BICUDO, 2003) e também sensorial (FISCHBEIN, 1987).

Os conhecimentos sobre fatos, definições e procedimentos algorítmicos são recursos muito evidenciados no ensino de Matemática, até mesmo por meio da mecanicidade e memorização. O procedimento de rotina é uma técnica – não algorítmica – de resolução de problemas que foi dominada pelo sujeito, sendo aplicável a diferentes situações. O conhecimento sobre as regras do discurso matemático, por sua vez, se relaciona a maneira como o sujeito entende e utiliza a linguagem matemática e também como o sujeito interpreta as “regras” da Matemática.

Os recursos, entendidos como conhecimentos e estratégias utilizados pelo sujeito, são influenciadores da tomada de decisão. A utilização de recursos, de acordo com o contexto da tomada de decisão, depende dos objetivos estabelecidos. Um **objetivo** é “[...] algo que um indivíduo deseja alcançar, mesmo que simplesmente a serviço de outros objetivos.” (SCHOENFELD, 2011, p. 21, tradução nossa)⁷⁵. Os objetivos podem ser combinados a favor da produtividade, ou podem se contradizerem. Esses objetivos também não necessitam ser fruto da consciência. Muitas vezes, o sujeito simplesmente age, sem se dar conta das razões da ação.

Mesmo um procedimento mecânico em Matemática pode ser considerado uma atividade orientada por objetivo. Assim como outras atividades, como aponta Schoenfeld (2011, p. 23, tradução nossa)⁷⁶ “[...] a maioria dos comportamentos pode ser modelada explicitamente por uma estrutura orientada a objetivos, não que os indivíduos conscientemente estabeleçam e sigam uma árvore de objetivos ou outra estrutura analítica semelhante.”.

⁷⁵ [...] something that an individual wants to achieve, even if simply in the service of other goals.

⁷⁶ [...] most behavior can be modeled explicitly by a goal-oriented structure, not that individuals consciously establish and follow a goal tree or other similar analytic structure.

No caso de atividades que não se caracterizam como problemas, ou seja, atividades que não apresentam dificuldades no processo de realização, “[...] o estabelecimento de metas, a propagação de subobjetivos e a implementação dos procedimentos relevantes são todos diretos.” (SCHOENFELD, 2011, p. 23, tradução nossa)⁷⁷. Com o aumento da dificuldade das atividades, o estabelecimento de objetivos e subobjetivos passa a ocorrer de forma complexa.

As ações são frutos dos objetivos estabelecidos e dos recursos dos sujeitos. Mas a maneira de agir, de utilizar recursos e estabelecer objetivos é influenciada pela visão de mundo do sujeito, a qual é denominada orientação. As **orientações** estão relacionadas a disposições, crenças, valores, preconceitos, gostos e preferências. Essas orientações influenciam a maneira como os seres humanos interpretam e reagem às diferentes situações, como aponta Schoenfeld (2011, p. 31, tradução nossa)⁷⁸

O modo como as pessoas veem as coisas (suas “visões de mundo” e suas atitudes e crenças sobre pessoas e objetos com os quais interagem) molda a maneira como as interpretam e reagem a elas. Em termos de mecanismos sociocognitivos, as orientações das pessoas influenciam o que elas percebem em várias situações e como as enquadram. Elas moldam a priorização dos objetivos estabelecidos para lidar com essas situações e a priorização do conhecimento que é usado a serviço desses objetivos.

As orientações são construídas com base na experiência e têm origem subjetiva. Além dos recursos, objetivos e orientações, a tomada de decisão ocorre com base em **aspectos metacognitivos**. O monitoramento e a autorregulação são aspectos da metacognição e podem ser entendidos como uma forma consciente de regular o processo de tomada de decisão. Esses aspectos são

[...] o meio pelo qual os solucionadores de problemas conscientemente fazem um balanço do estado de suas soluções de problemas e ajustam suas ações de acordo. (Ou seja, se as coisas parecem estar razoavelmente bem, eles decidem continuar trabalhando na mesma direção; se as coisas parecem problemáticas, consideram outras opções.). (SCHOENFELD, 2011, p. 37, tradução nossa)⁷⁹.

Nesse sentido, o monitoramento pode ser entendido como a capacidade do sujeito de avaliar as ações que ocorrem em função dos objetivos traçados. A autorregulação é a capacidade do sujeito de balancear suas ações, modificá-las ou continuar a realizá-las com base na avaliação realizada.

⁷⁷ [...] the establishment of goals, the propagation of subgoals, and the implementation of the relevant procedures are all straightforward.

⁷⁸ How people see things (their “worldviews” and their attitudes and beliefs about people and objects they interact with) shapes the very way they interpret and react to them. In terms of socio-cognitive mechanisms, people’s orientations influence what they perceive in various situations and how they frame those situations for themselves. They shape the prioritization of the goals that are established for dealing with those situations and the prioritization of the knowledge that is used in the service of those goals.

⁷⁹ [...] the means by which problem solvers self-consciously take stock of the state of their problem solutions and adjust their actions accordingly. (That is, if things seem to be going reasonably well, they decide to continue working in the same direction; if things seem to be problematic, they consider other options.)

Além dos aspectos apontados por Schoenfeld (1985, 2011), este estudo considera que as tecnologias, inclusive as digitais, são parte integrante da maneira como pensamos, produzimos e utilizamos conhecimento, conseqüentemente, integram o modo como tomamos decisões. Assim, entendo que a produção do conhecimento se dá por meio de um coletivo de seres humanos e mídias. Essa ideia se baseia no construto teórico seres-humanos-com-mídias de Borba e Villarreal (2005), o qual é apresentado a seguir.

3.2 Seres-humanos-com-mídias

Borba e Villarreal (2005) desenvolveram a noção de seres-humanos-com-mídias utilizando as ideias do pensamento coletivo e tecnologias da inteligência (LÉVY, 1993, 2001) e a ideia de reorganização do pensamento (TIKHOMIROV, 1981).

Lévy (1993, 2001) aponta que a cognição humana é fruto da relação e interação de fatores humanos, biológicos e técnicos. O autor explica que o “O pensamento se dá em uma rede na qual neurônios, módulos cognitivos, humanos, instituições de ensino, línguas, sistemas de escrita, livros e computadores se interconectam, transformam e traduzem as representações.” (LÉVY, 1993, p. 135).

A tecnologia digital (ou informática), assim como a oralidade e a escrita, se constitui numa tecnologia da inteligência. Esse tipo de tecnologia é imaterial e funciona como linguagem, influenciando a maneira como pensamos e construímos conhecimento (LÉVY, 1993, 2001; KENSKI, 2003, 2015). Segundo Kenski (2003, p. 21) as tecnologias da inteligência “[...] são construções internalizadas nos espaços da memória das pessoas e que foram criadas pelos homens para avançar no conhecimento e aprender mais.” Lévy (1993) aponta que essas tecnologias, embora pertencentes ao mundo exterior, são essenciais no processo cognitivo, segundo o autor

As tecnologias intelectuais, ainda que pertençam ao mundo sensível “exterior”, também participam de forma fundamental no processo cognitivo. Encarnam uma das dimensões objetais da subjetividade cognoscente. Os processos intelectuais não envolvem apenas a mente, colocam em jogo coisas e objetos técnicos complexos de função representativa e os automatismos operatórios que o acompanham. (LÉVY, 1993, p. 160).

Lévy (1993, 2001) enfatiza o caráter social da cognição. Ele afirma que a consciência é individual, mas que o pensamento é coletivo, “[...] no qual misturam-se homens e coisas. Pois os artefatos têm o seu papel nos coletivos pensantes.” (LÉVY, 1993, p. 169). A consciência é por ele entendida como a interface entre o organismo do sujeito, o ambiente e seu sistema cognitivo. Quem pensa é o sujeito, mas isso ocorre “[...] porque uma megarede cosmopolita pensa dentro [...] [dele], cidades e neurônios, escola pública e neurotransmissores, sistemas de

signos e reflexos.” (LÉVY, 1993, p. 173). Nesse processo, as tecnologias da inteligência se encontram fora dos sujeitos – como artefatos materiais –, entre os sujeitos – como os signos compartilhados –, e nos sujeitos – por meio da imaginação e da aprendizagem.

Outro aspecto do construto seres-humanos-com-mídias é baseado nas ideias de Tikhomirov (1981). O autor aponta que o computador não pode ser visto como um substituto do ser humano, pois a maneira como os seres humanos resolvem problemas é diferente do processo de resolução dos computadores. Mesmo se considerarmos que o computador possa encontrar a solução de um problema, a mesma solução encontrada por um ser humano em processo diferente, essa atividade não será a substituição (BORBA; VILLARREAL, 2005). Para que o computador consiga resolver o problema, é preciso que um ser humano desenvolva um código que possibilite ao computador realizar essa atividade. Nesse caso, isso se configura em uma nova atividade humana.

Tikhomirov (1981) ainda considera que os computadores não suplementam os seres humanos, pois essa perspectiva considera que o computador aumentaria a quantidade de informação processada pelo ser humano. Além disso, os valores, a política e o contexto também influenciam o pensamento, portanto o computador não tem capacidade de levar em consideração questões subjetivas ao suplementar o pensamento humano.

O computador, na realidade, reorganiza a forma como o ser humano pensa. Tikhomirov (1981, p. 276, tradução nossa)⁸⁰ aponta que “[...] somos confrontados [...] com a reorganização da atividade humana e o surgimento de novas formas de mediação nas quais o computador como ferramenta de atividade mental transforma essa mesma atividade.”.

Considerando as ideias de Lévy (1993) e Tikhomirov (1981), o construto teórico seres-humanos-com-mídias engloba a noção de moldagem recíproca (BORBA, 1999), segundo a qual se considera que a tecnologia tem um componente social e humano. E, nesse contexto, ao mesmo tempo que a tecnologia reorganiza o pensamento humano, o ser humano modifica e desenvolve a tecnologia. Borba e Villarreal (2005, p.15-16, tradução nossa)⁸¹ apontam que “A noção de moldagem recíproca pretende expressar um equilíbrio entre a moldagem do conhecedor pelo meio socialmente histórico disponível e a moldagem desse meio pelo conhecedor.”.

Assim, de acordo com o construto seres-humanos-com-mídias

⁸⁰ [...] we are confronted [...] with the reorganization of human activity and the appearance of new forms of mediation in which the computer as a tool of mental activity transforms this very activity.

⁸¹ The notion of intershaping relationship intends to express a balance between the shaping of the knower by the socially historical medium available and the shaping of this medium by the knower.

Os seres humanos, ao interagirem com as mídias, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que elas oferecem. A presença ou a ausência delas influencia o tipo de conhecimento produzido, e o uso ou o surgimento de uma determinada mídia não invalida ou extingue outra, embora a coloque, muitas vezes em uma posição distinta da que ocupava em momento anterior. (SOUTO; BORBA, 2016, p. 6).

Em relação ao ensino de Matemática, esse construto considera que a Matemática e os problemas matemáticos desenvolvidos com as mídias lápis e papel são qualitativamente diferentes dos desenvolvidos com a mídia computador e GeoGebra, por exemplo. E que, a simples utilização de um problema sem considerar as especificidades das tecnologias utilizadas é um tipo de domesticação (BORBA; PENTEADO, 2001).

Portanto, o construto teórico considera que a cognição é coletiva, integrando à produção do conhecimento ferramentas, artefatos, dispositivos e mídias (VILLARREAL; BORBA, 2010). As mídias são parte constituinte da cognição, sendo capazes de modificar, redefinir e reorganizar as atividades humanas. A noção de seres-humanos-com-mídias, dessa maneira, contribui com o modelo teórico de Schoenfeld (2011), acrescentando considerações acerca do papel das mídias na cognição e, conseqüentemente, na atividade humana. Assim, entendo que as tecnologias que o sujeito tem à disposição são condicionantes da maneira como ocorre a tomada de decisão. Elas condicionam a maneira como ocorre a aquisição, o acesso e a utilização de recursos, alteram a maneira como ocorre o estabelecimento de objetivos, influenciam as orientações dos sujeitos, ainda atuam no modo como os indivíduos monitoram suas atividades e se autorregulam. A seguir, portanto, discuto o papel das tecnologias nos elementos da tomada de decisão.

3.3 Tomada de decisão e seres-humanos-com-mídias

O acesso e a utilização de **recursos** têm estreita relação com as tecnologias. Considerando as tecnologias da inteligência, oralidade, escrita e digital (informática), cada uma delas apresenta maneiras de o ser humano se relacionar com o conhecimento⁸². Essas tecnologias influenciam no modo como ocorre o pensamento, atuam como auxiliares à memória e possibilitam que o conhecimento seja representado por diferentes meios. Corroborando isso, Lévy (2001, p. 91-92) aponta:

As tecnologias intelectuais ocupam o lugar de auxiliares cognitivos dos processos controlados, aqueles que envolvem a atenção consciente e dispõem de tão poucos recursos no sistema cognitivo humano. Desta forma, as tecnologias intelectuais servem como paliativo para certas fraquezas dos processos automáticos como as

⁸² A expressão “relação com o conhecimento” e suas variações sugere os modos pelos quais o sujeito produz, adquire, armazena e mobiliza o conhecimento.

heurísticas de raciocínio e os mecanismos esquematizantes da memória de longo prazo.

A forma oral se configura a “[...] mais antiga e a mais utilizada pelos homens em todos os tempos para a apreensão e uso dos conhecimentos.” (KENSKI, 2015, p. 34). Nesse contexto, a oralidade não é apenas um modo de comunicação e expressão, mas uma forma de memória social (LÉVY, 2001). Nas sociedades orais (primitivas), seus membros possuem “[...] apenas os recursos de sua memória de longo prazo para reter e transmitir as representações que lhes parecem dignas de perdurar [...]” (LÉVY, 2001, p. 82). Por essa razão, nesses cenários, o conhecimento é apreendido e representado com uso de narrativas ou ritos, memorizados por meio da repetição. Mesmo que outras linguagens estejam presentes na sociedade atual, ainda ocorre o uso da oralidade como forma de memória, uma vez que “[...] as representações e as maneiras de ser continuam a transmitir-se independentemente dos circuitos da escrita e dos meios de comunicação eletrônicos.” (LÉVY, 2001, p. 84).

Com o desenvolvimento da escrita, o conhecimento se tornou “independente” do sujeito. Isso ocorreu porque a transmissão das informações deixou de ser dependente de ritos e narrativas. Desse modo, as informações são conservadas intactas, não sofrendo deformações ou distorções causadas pelas “falhas” de memória dos sujeitos. Nesse contexto, a escrita funciona como uma memória de curto prazo. Ela se torna uma extensão da memória humana, como explica Lévy (2001, p. 94):

É um pouco como se a tabuinha de argila, o papiro, o pergaminho ou a fita magnética repetissem incansavelmente, mecanicamente, aquilo que confiamos a eles; sem tentar compreendê-lo, sem conectá-lo a outros elementos de informação, sem interpretá-lo. A escrita é uma forma de estender indefinidamente a memória de trabalho biológica.

Além disso, a escrita afeta o pensamento, uma vez que ela possibilita uma relação específica com o tempo e o espaço, por conta do seu processamento sequencial e ordenado (KENSKI, 2015; KERCKHOVE, 1997). Nesse sentido, Lévy (2001) aponta que a escrita conduz a uma forma de pensamento por categorias. Ele também considera que o desenvolvimento do pensamento lógico e do pensamento racional ou crítico está ligado ao alfabeto e à alfabetização escolar.

O desenvolvimento da imprensa, por sua vez, também tornou possível novas formas de cognição. Ela possibilitou a utilização de representações por meio de mapas, gráficos, tabelas e, com isso, a demonstração visual e a visualização tornam-se parte da relação do ser humano com o conhecimento. (LÉVY, 2001).

Segundo Lévy (2001, p. 113), a tecnologia digital é formada por um conjunto de interfaces que engloba “[...] televisão, cinema, imprensa escrita, informática e telecomunicações [...]”, sendo marcada pela “[...] mestiçagem e [...] metamorfose das interfaces

em um mesmo território cosmopolita.”. De acordo com Kenski (2015, p. 38), essa rede digital “[...] rompe com a narrativa contínua e sequenciada dos textos escritos e se apresenta como fenômeno descontínuo.”, possibilitando uma forma revolucionária “[...] na maneira humana de pensar e de compreender.”. Os conhecimentos, no contexto digital, sofrem transformações radicais e constantes, os quais “[...] podem ser separados das pessoas e coletividades que os haviam secretado, depois recompostos, modularizados, multiplicados, difundidos, modificados, mobilizados à vontade.” (LÉVY, 2001, p. 110). A tecnologia digital, desse modo, possibilita a velocidade e pontualidade do conhecimento. Além disso, a memória, nesse cenário, é marcada pela separação do ser humano e por sua externalização em dispositivos automáticos.

Com a tecnologia digital, ainda houve o advento de modelos digitais, os quais, diferentemente de textos escritos, não possibilitam a construção do conhecimento por meio da interpretação. O conhecimento proveniente desses modelos é produzido por meio da exploração e da interação do sujeito. A atividade intelectual, desse modo, ocorre por meio “[d]a imaginação, [d]a bricolagem mental, [d]as tentativas e erros.” (LÉVY, 2001, p. 124). A tecnologia digital, nesse contexto, possibilita o desenvolvimento de uma nova forma de conhecimento, como aponta Lévy (2001, p. 122, grifo do autor)

A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um **conhecimento por simulação** do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral.

A relação do ser humano com as tecnologias da inteligência evidencia como as diferentes tecnologias possibilitam diferentes formas de se representar, construir e mobilizar o conhecimento. Eu compreendo essas tecnologias como mídias, mas essa relação também se estende para outros tipos de tecnologias, como ferramentas e artefatos, justamente porque o pensamento se dá conjuntamente a entidades físicas ou não (LÉVY, 1993, 2001). Nesse sentido, Villarreal e Borba (2010, p. 51, tradução nossa)⁸³ apontam que “[...] os dispositivos de materiais específicos permitem o desenvolvimento de determinadas atividades e a produção de ideias, o que não seria possível se os dispositivos não estivessem presentes.”.

As possibilidades de cognição de cada tecnologia, também influenciam os **objetivos** da atividade humana. Na sociedade oral, por exemplo, essa atividade se baseava estritamente na sobrevivência. Com o desenvolvimento da escrita, e consequente, “separação” entre o conhecimento e o sujeito, esse pôde se ocupar com outras atividades, como o desenvolvimento

⁸³ [...] specific material devices enable the development of certain activities and the production of ideas, which would not be possible if the devices were not present.

da ciência. Na sociedade digital, com a crescente automatização de procedimentos, o ser humano pode, ainda mais, diversificar suas atividades. Portanto, a evolução das tecnologias também implica – ou deveria implicar – na evolução e diversificação de objetivos.

Pea (1987) explica que o uso de diferentes tecnologias altera o relacionamento do ser humano com o trabalho, entendido como uma forma de relação entre o sujeito e a natureza. Ele aponta que as ações necessárias para cumprir uma tarefa, que entendo como atingir um objetivo, são modificadas com o uso de diferentes tecnologias. Além de alterarem o meio, elas também alteram os próprios objetivos, uma vez que alguns objetivos deixam de ser relevantes, ao passo que possibilitam o estabelecimento de novos objetivos.

No contexto da Matemática e da Educação Matemática essa relação tecnologia-objetivo também pode ser evidenciada. Ao considerar diferentes tecnologias nesse contexto, como o giz e a lousa, o lápis e o papel, o computador e o sistema de símbolos matemáticos, “Cada um transformou a forma como a matemática pode ser feita e como a educação matemática pode ser realizada.” (PEA, 1987, tradução nossa)⁸⁴. Pea (1987) aponta que utilizando lápis e papel e o sistema de símbolos, por exemplo, é possível realizar a divisão de números grandes, algo que na Antiguidade Grega era um desafio. Já com o advento da calculadora, a realização manual da divisão de números grandes passou a ser desnecessária. A esse respeito, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 41) citam que “[...] um problema baseado no uso de lápis e papel [...] pode vir a ‘perder seu sentido’, tornar-se trivial ou obsoleto ao ser resolvido [...]” com o uso de tecnologias digitais.

Com o computador, além da irrelevância de objetivos, outros objetivos puderam ser estabelecidos, uma vez que a Matemática produzida com o computador é diferente daquela produzida com outras tecnologias, como o lápis e papel (DEVLIN, 1997). As tecnologias digitais, nesse sentido, contribuem para o surgimento de novos problemas dentro da Matemática (BORBA; VILLARREAL, 2005). De forma mais abrangente, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 40) apontam que “O surgimento de uma nova tecnologia permite que novos tipos de problemas matemáticos sejam explorados [...]”, que compreendo como o estabelecimento de novos objetivos.

A existência humana é permeada de tecnologias. Desse modo, também é possível salientar o papel delas nas **orientações** do ser humano, na sua visão de mundo. Assim, como em outros aspectos da vida, as tecnologias têm poder de ação, sendo capazes de influenciar e, ao mesmo tempo, estarem sujeita a preconceitos, valores, gostos e preferências. De Mul (1999)

⁸⁴ Each has transformed how mathematics can be done and how mathematics education can be accomplished.

argumenta que o advento de uma nova tecnologia influencia nas concepções que o ser humano tem sobre si e sobre o mundo. Em relação à tecnologia digital, ele afirma que “[...] nossa visão de mundo tem sido transformada pela tecnologia da informação.” (DE MUL, 1999, p. 72, tradução nossa)⁸⁵. Corroborando isso, Krainyukov (2019) discute que essas tecnologias modificam a vida das pessoas e, conseqüentemente, sua visão de mundo e a visão de si. O autor aponta diversas formas pelas quais as visões de mundo têm sido influenciadas por essas tecnologias. Ele cita, por exemplo, que o uso das redes sociais pode provocar uma atitude de egocentrismo e narcisismo e, ainda, que o uso da internet faz com que as pessoas tenham um senso de que é possível conseguir soluções rápidas e fáceis para problemas complexos, uma vez que, ao pesquisar, se consegue uma resposta imediata.

No campo educacional a relação entre orientações e tecnologias tem influenciado a integração das tecnologias digitais à prática docente. Na literatura o que compreendo como “orientação” é tratado, muitas vezes, como “concepção”. Thompson (1992) considera que as concepções dos docentes influenciam sua prática pedagógica. A noção de concepção para essa autora é definida como uma “[...] estrutura mental geral, abrangendo crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e assim por diante.” (THOMPSON, 1992, p. 130, tradução nossa)⁸⁶, portanto, se aproxima da ideia de orientação de Schoenfeld (2011). Estudos em Educação Matemática buscam investigar as concepções sobre tecnologias digitais de professores e sua relação à integração dessas tecnologias na prática pedagógica. Souza (2010), por exemplo, aponta que os professores investigados utilizam as tecnologias digitais de acordo com um paradigma transmissivo de ensino, ou seja, eles não compreendem essas tecnologias como agentes de ação, que possibilitam a transformação dos modos de se fazer Matemática, em consequência, suas práticas pedagógicas refletem essa visão.

Por fim, dada as possibilidades cognitivas e de memória das tecnologias, pode-se inferir que elas apresentam particularidades nos modos do sujeito monitorar suas ações e de se autorregular. Esses **aspectos da metacognição** podem ser considerados modos pelos quais o sujeito organiza sua própria cognição. As diferentes tecnologias intelectuais possibilitam formas diferentes de organização da cognição, uma vez que elas possibilitam diferentes formas de representação.

A oralidade – ou linguagem – é primordial no desenvolvimento do pensamento, ao mesmo tempo que reflete a consciência humana (VYGOTSKY, 1991). O ato de externalizar o

⁸⁵ [...] our view of the world has been transformed by information technology.

⁸⁶ [...] general mental structure, encompassing beliefs, meanings, concepts, propositions, rules, mental images, preferences, and the like.

pensamento por meio da fala durante a realização de uma atividade pode auxiliar essa ação, desse modo, a oralidade potencializa a metacognição, como discutem Peixoto, Brandão e Santos (2007, p. 71) “Solicitar ao estudante que descreva e explique suas ações durante a execução (pensar alto) pode auxiliá-lo a achar uma solução.”.

A escrita, por sua vez, possibilita também a externalização do pensamento, modificando a maneira como ocorre a metacognição. Por meio da escrita, é possível registrar de modo concreto o pensamento, as etapas realizadas, os planos traçados, modificando qualitativamente os modos pelos quais os sujeitos podem se monitorar e se autorregular. Corroborando isso Pugalee (2001) aponta que a escrita possibilita o desenvolvimento de habilidades metacognitivas, inclusive no processo de resolução de problemas matemáticos.

A linguagem digital e suas possibilidades podem auxiliar no desenvolvimento da metacognição. Gurbin (2015) aponta que a tecnologia digital proporciona diversas maneiras pelas quais os sujeitos podem administrar e registrar informações. O autor cita que, por exemplo, é possível organizar o pensamento de modo visual, o que auxilia no desenvolvimento da autorregulação. Em relação às possibilidades para a Matemática, Pea (1987) aponta que existem programas que registram os passos dos estudantes no processo de resolução de problemas, isso permite que o estudante reviva a experiência. O pesquisador argumenta que “Os registros de solução de problemas que os estudantes deixam para trás podem servir como materiais explícitos para **estudar**, **monitorar** e **avaliar** soluções parciais para um problema à medida que surgem.” (PEA, 1987, p. 111, grifo do autor, tradução nossa)⁸⁷, ou seja, facilitam a ocorrência de aspectos da metacognição.

Papert (1980) também corrobora a esse respeito quando argumenta que a linguagem computacional possibilita que o aprendiz realize a ação de pensar sobre o pensar. Eu entendo que essa ação é justamente a metacognição. A atividade de programação favorece a metacognição pois faz com que o sujeito seja estimulado a se comunicar com o computador, registrar seu pensamento e corrigir os erros que surgem nesse processo. Nesse contexto, a aprendizagem se torna mais potente, pois “Nós podemos aprender mais, e mais rápido, ao tomar controle consciente do processo de aprendizagem, articulando e analisando nosso comportamento” (PAPERT, 1980, p. 113, tradução nossa)⁸⁸.

⁸⁷ The problem-solving tracks that students leave behind can serve as explicit materials for *studying*, *monitoring*, and *assessing* partial solutions to a problem as they emerge.

⁸⁸ We can learn more, and more quickly, by taking conscious control of the learning process, articulating and analyzing our behavior.

O construto seres-humanos-com-mídias, portanto, corrobora este estudo por explicitar o papel de agente da ação das tecnologias nos processos cognitivos. Já as ideias relativas à tomada de decisão trazem contribuições ao esclarecer os elementos em voga na realização de atividades. Ambas as ideias evidenciam aspectos da cognição e do pensamento humanos. Schoenfeld (2011) foca no indivíduo e Borba e Villarreal (2005), por sua vez, no coletivo. Assim, entendo que essas ideias são complementares e constituem um quadro teórico que auxilia na compreensão do processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch e na identificação e explicação daquilo que os estudantes mobilizam nesse processo.

3.4 Revisão Sistemática de Literatura

As tecnologias digitais têm sido utilizadas na Educação Matemática brasileira desde meados dos anos 1980 (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Este estudo contribui com esse campo de inquérito ao investigar aspectos da resolução de problemas por estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental utilizando o Scratch para a construção de padrões dinâmicos, num contexto de ensino que buscou incentivar os pensamentos matemático, computacional e sensível. Assim, compreendo que é necessário situar este estudo perante os outros que também utilizaram essa tecnologia digital no contexto da Educação Matemática na Educação Básica. Para isso, conduzi uma Revisão Sistemática de Literatura (SAMPAIO; MANCINI, 2007).

A questão norteadora da revisão foi: *“Quais os contextos da utilização do Scratch na pesquisa em Educação Matemática na Educação Básica, com foco nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio?”*. A base de dados utilizada foi a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o termo de busca foi: *“scratch” AND “educação” AND “matemática”*. Por meio dessa busca, foram encontrados 29 trabalhos. A busca ocorreu considerando o período desde a criação da base de dados até outubro de 2021, quando essa busca foi realizada. Como critérios de seleção dos trabalhos, determinei que seriam considerados estudos, disponibilizados *online*, realizados no contexto da Educação Matemática, que envolveram estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio e que utilizaram o Scratch no contexto de ensino. Após a aplicação dos critérios, foram obtidos oito resultados, que são apresentados no Quadro 9, a seguir.

Quadro 9 – Estudos selecionados

Autor	Título
Azevedo (2017)	Construção de Conhecimento Matemático a Partir da Produção de Jogos Digitais em um Ambiente Construcionista de Aprendizagem: Possibilidades e Desafios

Carvalho (2018)	Introdução à programação de computadores por meio de uma tarefa de modelagem matemática na Educação Matemática
Castro (2019)	O ensino de frações para crianças em situação de vulnerabilidade
Rampanelli (2019)	A programação de jogos no Scratch como situação para estudo de invariantes conceituais na Matemática.
Santos, G. (2018)	Educação e Tecnologia no Interior da Amazônia: o Pensamento Computacional e as Tecnologias da Informação e Comunicação como Auxílio em Processos de Ensino-Aprendizagem
Silva, E. (2018)	Pensamento computacional e a formação de conceitos matemáticos nos anos finais do ensino fundamental: uma possibilidade com kits de robótica
Silva, S. (2016)	O uso da lógica de programação para a Educação Matemática no Ensino Médio: Experiências com o Scratch
Ventorini (2015)	Construção de relações funcionais através do <i>software</i> Scratch

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudos foram analisados mediante a leitura, elaboração de resumos críticos, sistematização de informações como objetivos, procedimentos e resultados. Após essa análise foram verificados diferentes contextos em relação ao uso do Scratch. Eles se referiram ao uso de programação no Scratch (VENTORINI, 2015) e de objetos de aprendizagem (CASTRO, 2019) para a abordagem de conceitos matemáticos específicos. Além desses, foram verificados contextos de abordagem do Scratch em estudos relacionados à produção de jogos pelos estudantes (AZEVEDO, 2017; RAMPANELLI, 2019), ao desenvolvimento do pensamento computacional (SANTOS, G., 2018; SILVA, E. 2018), à Modelagem Matemática (CARVALHO, 2018) e à resolução de problemas (SILVA, S. 2016).

Os trabalhos de Castro (2019) e de Ventorini (2015) estiveram focados na abordagem de conceitos relacionados a frações e a funções, respectivamente. Castro (2019) investigou as contribuições do uso de jogos digitais e materiais concretos para a aprendizagem de frações por estudantes residentes em uma casa de acolhida, e Ventorini (2015) investigou as possibilidades do Scratch para a construção de relações funcionais.

Participaram do estudo de Castro (2019), oito estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental em situação de vulnerabilidade. A produção de dados foi constituída num contexto educativo extracurricular, no qual a pesquisadora atuou como professora. Esse contexto se deu por meio de seis encontros nos quais houve a realização de atividades sobre fração utilizando jogos construídos no Scratch e materiais manipulativos. Nessa intervenção também houve a realização de pré e pós testes. Os dados foram produzidos por meio de questionários, entrevistas e observação da realização das atividades, que foram gravadas em vídeo.

Já o estudo de Ventorini (2015) teve como contexto de produção de dados aulas de Matemática nas quais o pesquisador atuou como professor. Essas aulas ocorreram ao longo do ano letivo de 2014, com três turmas de primeiro ano do Ensino Médio, com trinta estudantes

cada, em média. Os dados foram produzidos por meio do desenvolvimento de diário de bordo e de gravação. As ações da pesquisa ocorreram em duas fases. Na primeira, os estudantes exploraram o Scratch, de modo a aprender a programar naquele ambiente. Nessa fase os estudantes realizaram atividades orientadas de programação, além de construir projetos de seu interesse e socializar com os colegas. Na segunda fase da intervenção, os estudantes utilizaram o Scratch com o intuito de explorar conceitos relacionados a funções como domínio, imagem, função inversa, ponto e par ordenado.

Castro (2019) relatou que as estudantes foram afetadas negativamente em relação ao seu aprendizado por questões relacionadas à desestruturação familiar e ao aspecto tradicional do ensino de Matemática. Como resultados a autora apontou que os jogos possibilitaram motivação em relação ao aprendizado de Matemática. Além disso, ela verificou que o uso de jogos e de materiais manipulativos auxiliou na compreensão dos conteúdos. Ventorini (2015) também apontou resultados positivos. Segundo o autor, o Scratch se mostrou benéfico para a construção de relações funcionais, uma vez que os estudantes conseguiram compreender os conceitos e teoremas ao explorar o programa. Ele facilitou a exploração de conceitos que foram formalizados e abstraídos posteriormente.

Em relação ao uso do Scratch, Venturini (2015) observou que o *software* possibilitou que os estudantes compreendessem as situações por meio de suas reconstruções com a linguagem de programação e a modificação de “[...] seus esquemas de pensamentos a partir do erro sem precisarem recomeçar a programação desde o seu início; permitiu que os alunos tomassem diferentes decisões sobre como abordar um mesmo problema.” (VENTORINI, 2015, 141). O ambiente de programação possibilitou processos de dedução, antecipação e controle de resultados e conclusão. O autor ainda apontou que os estudantes apresentaram interesse na programação e que a mediação do professor-pesquisador foi fundamental para o andamento das atividades.

Os trabalhos de Azevedo (2017) e Rampanelli (2019) abordaram o Scratch no contexto da produção de jogos. Azevedo (2017) buscou compreender a construção do conhecimento matemático que ocorre na elaboração de jogos digitais por estudantes do Ensino Fundamental. E Rampanelli (2019) investigou as invariantes conceituais matemáticas nas situações de criação de jogos com uso do Scratch.

O estudo de Azevedo (2017) ocorreu por meio do desenvolvimento de um projeto extracurricular realizado no contraturno das aulas para a criação de jogos no Scratch. Dezesseis estudantes do sexto ano participaram do projeto que ocorreu ao longo do segundo semestre de 2015. As atividades do projeto envolveram situações exploratório-investigativas de

Matemática, além da produção de jogos pelos estudantes. Os dados foram constituídos por meio de diário de campo, caderno de memória dos estudantes, filmagem dos encontros e produção digital dos estudantes.

Participaram do estudo de Rampanelli (2019) seis estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O cenário da pesquisa foi constituído por oficinas de programação, realizadas no contraturno das aulas, nas quais os estudantes trabalharam em duplas. No contexto do estudo ocorreram em doze oficinas, nas quais os estudantes aprenderam a programar no Scratch e produziram jogos. Os dados foram produzidos por meio de observação, gravação em vídeo e áudio e coleta da produção digital e escrita e elaboração de diário de campo.

Como resultado, Azevedo (2017) observou que o conhecimento matemático foi construído por meio de discussão, argumentação e participação e que o processo de construção não é linear. Ele concluiu que o Scratch contribuiu para o ensino e a aprendizagem de Matemática e que a ação educativa do projeto possibilitou aos estudantes

[...] a) aprender a pensar não só no conceito de programação como também na sua estrutura do seu funcionamento; (b) trabalhar conjunto e coletivamente; (c) persistir em solucionar problemas (de cunho matemático e de programação); (d) reduzir a desistência e o desânimo; (e) Impulsionar o espírito investigativo e criativo; (f) participação ativa. (AZEVEDO, 2017, p. 180).

Rampanelli (2019), por sua vez, apontou que os estudantes puderam explorar conceitos relacionados à Geometria Plana, à Geometria Espacial, ao plano cartesiano e aos números inteiros. Segundo a autora, as atividades realizadas pelos estudantes “[...] possibilitaram o estudo de conteúdos matemáticos de forma contextualizada e que levaram os estudantes a se interessar pela construção do saber, pois os conceitos abordados foram surgindo como necessidade [...]” (RAMPANELLI, 2019, p. 141).

Os trabalhos de Santos, G. (2018) e Silva, E. (2018) se relacionaram ao uso do Scratch para o desenvolvimento do pensamento computacional no contexto da Educação Matemática. Santos, G. (2018) investigou a aplicação do pensamento computacional e das tecnologias digitais no ensino de Matemática na Educação Básica. Silva, E. (2018), por sua vez, investigou as contribuições do pensamento computacional para a formação de conceitos matemáticos.

Participaram do estudo de Santos, G. (2018) uma turma de sexto ano e seu professor de Matemática. O estudo ocorreu por meio de uma intervenção na qual houve a realização de oficinas que envolveram conteúdos matemáticos e uso de simulações interativas do PhET, da planilha eletrônica OpenOffice e do Scratch. Essa intervenção se deu em dez encontros nos quais os participantes conheceram a planilha eletrônica e a utilizaram para realizar cálculos, exploraram simulações do PhET com foco em conceitos sobre frações, conheceram o Scratch, exploraram seus operadores lógicos, criaram animações, resolveram desafios e desenvolveram

projetos que envolveram Matemática. Os dados foram produzidos por meio de questionários, entrevistas, relatório-avaliação elaborado pelos estudantes, diário de campo e gravações em vídeo.

No processo de investigação, Silva, E. (2018) realizou observação participante em quatro turmas de nonos anos do Ensino Fundamental de uma escola pública de ensino integral, na disciplina de Práticas de Matemática. O pesquisador acompanhou as turmas por seis meses e conduziu atividades para o desenvolvimento do pensamento computacional utilizando a robótica e a programação no Scratch, além de abordar o significado do resto da divisão euclidiana e a congruência entre números inteiros. Para a produção de dados, o pesquisador realizou gravações em vídeo e áudio das aulas, anotações em caderno de campo, e entrevistas com os estudantes e a professora da turma.

Como resultado, Santos, G. (2018) apontou que as tecnologias utilizadas possibilitaram a abordagem de frações, aritmética, funções, equações e lógica de programação. Ainda pontuou que os estudantes se sentiram motivados em aprender. O pesquisador concluiu que o pensamento computacional contribuiu para o ensino de Matemática. De forma similar, Silva, E. (2018) verificou que houve o desenvolvimento do pensamento computacional e que isso facilitou a mobilização de conceitos matemáticos. O pesquisador concluiu que foi possível verificar que os estudantes reconheceram padrões, realizaram a decomposição por meio de algoritmos e da exploração da divisão, realizaram a abstração no processo de resignificação, e construíram algoritmos por meio da programação, na apresentação de raciocínios e na sistematização do conceito matemático.

Os estudos de Carvalho (2018) e Silva, S. (2016) utilizaram o Scratch para a realização de atividades matemáticas relacionadas à Modelagem e à resolução de problemas, respectivamente. Carvalho (2018) investigou as possibilidades e desafios da Modelagem Matemática desenvolvida por estudantes da Educação Básica em um ambiente de programação de computadores. Já Silva, S. (2016) buscou compreender se uma abordagem metodológica baseada na resolução de problemas mediada pelo uso de programação potencializa a aprendizagem de Matemática.

O estudo de Carvalho (2018) ocorreu por meio de um minicurso oferecido a doze estudantes do Ensino Médio. Esse minicurso se deu em cinco encontros na escola, no período contraturno das aulas, no qual os estudantes realizaram tarefas de modelagem com uso de linguagem de programação por blocos. No primeiro encontro foi proposta uma tarefa que envolvia a determinação do tempo necessário para a travessia de pedestres em um semáforo. Essa atividade envolveu pesquisas na Internet e discussões. Além disso, os estudantes jogaram

Blockly Games como forma de introdução à lógica de programação. No segundo encontro houve a introdução ao Scratch, com a proposição de desafios de construção. No terceiro e no quarto encontros, os estudantes construíram um programa para simular um semáforo. No último encontro, os estudantes apresentaram seus projetos.

Participaram do estudo de Silva, S. (2016) 29 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. A pesquisa ocorreu por meio de um estudo de caso, no qual a pesquisadora realizou uma intervenção pedagógica, com duração de sete encontros, com os estudantes, acompanhada da professora da turma. A produção de dados se deu por meio de questionários (um anterior à intervenção e outro posteriormente), avaliação escrita com problemas matemáticos, e produção digital dos estudantes na resolução de problemas utilizando o Scratch. Os questionários abordaram as concepções dos estudantes em relação à Matemática, à resolução de problemas, à programação e ao seu aprendizado. Os problemas matemáticos da avaliação envolveram diversas operações relacionadas a noções de função, porcentagem e ângulo. Após a ambientação com o Scratch, que ocorreu por meio de experimento com diferentes projetos, os estudantes foram convidados a resolverem problemas, alguns dos quais já haviam resolvido na avaliação, por meio da construção de projetos no *software*.

Como resultados, Carvalho (2018) apontou quatro categorias. A primeira apresentou discussões e interações entre alunos e entre eles e os professores. Nessa categoria se destacou o papel essencial do professor como mediador no ambiente, a cooperação entre os estudantes, os debates e discussões, o entendimento da tarefa e sua relação com o cotidiano e o uso de diferentes estratégias. A segunda categoria destacou as ações dos estudantes no contexto da programação, como as experimentações no ambiente de programação, as dificuldades na manipulação do programa, a falta de comunicação e a dispersão dos estudantes. A terceira apontou a Matemática envolvida na resolução da tarefa de Modelagem. Nessa categoria se destacou a aplicação de conhecimentos sobre ângulos, plano cartesiano, operações básicas e média aritmética. A quarta, por sua vez, destacou as visões dos estudantes em relação à tarefa. Nessa categoria se pontuou que os estudantes viram positivamente a atividade de programação, mas apontaram que deveriam ter se familiarizado melhor com o Scratch antes da construção do projeto, além do interesse na continuação da programação. Como conclusão, o autor destacou que “[...] a sinergia ocorrida entre Modelagem e programação de computadores, visto que se retroalimentaram e potencializaram o trabalho conjunto, oportunizando um ambiente mais colaborativo, rico em discussões e debates.” (CARVALHO, 2018, p. 114).

Já Silva, S. (2016) apontou que os estudantes apresentaram dificuldades na aplicação dos conceitos matemáticos, na comunicação e na representação matemática. Também

apresentaram dificuldades ao lidar com complexidade, trabalhar com problemas difíceis, com problemas abertos e com ambiguidade. Embora tenha havido dificuldades, a pesquisadora apontou que os estudantes demonstraram maior motivação em relação ao aprendizado no contexto da programação e que os participantes reconheceram as potencialidades do Scratch para a resolução de problemas matemáticos. Além disso, a autora destacou que a programação possibilitou a estruturação do pensamento dos estudantes.

3.4.1 Considerações sobre a Revisão Sistemática de Literatura

Os trabalhos apresentados corroboram este estudo por apresentar diferentes dimensões dos aspectos envolvidos na interação dos estudantes com o Scratch. Eles ainda elucidam conhecimentos matemáticos mobilizados, como ângulo, plano cartesiano e números inteiros, as interações entre os participantes e as atitudes de motivação ou dificuldade.

Em comparação, este estudo apresenta características particulares em relação ao uso do programa, mas que articulam ideias apresentadas nos trabalhos analisados. O uso do programa ocorreu por meio da utilização de simulações, como foi verificada no trabalho de Santos, M. (2018) e que podem ser entendidas como objetos de aprendizagem, como utilizados por Castro (2019). Contudo essas simulações buscavam a construção de padrões dinâmicos por meio da exploração de blocos do Scratch, se assemelhando à atividade de programação, como apresentada nos demais trabalhos.

Em relação ao contexto de ensino, o pensamento computacional foi apontado também por Santos, G. (2018) e por Silva, E. (2018). Embora não tenha havido uma menção clara em relação ao pensamento matemático, entendo que os trabalhos de Ventorini (2015) e Silva, S. (2016) apresentam aspectos dessa forma de pensamento no uso de tecnologias digitais. E não houve menção ao pensamento sensível, mas aspectos da criatividade e motivação foram destacados nos textos, os quais compreendo como sendo ligados a essa forma de pensamento e às experiências estéticas.

Um estudo particularmente alinhado com este é o de Silva, E. (2016) que também apresenta aspectos da resolução de problemas com o Scratch. Contudo, a visão de problema apresentada é aquela que se relaciona a um enunciado escrito. Nesse sentido, entendo que este estudo se destaca por buscar entender o processo de resolução de problemas que envolviam não apenas conceitos matemáticos, mas também computacionais e sensíveis e numa dimensão que envolve aspectos da tomada de decisão (recursos, objetivos, orientações e aspectos metacognitivos) e do papel das tecnologias digitais na produção do conhecimento.

4 METODOLOGIA

Nesta seção, apresento a metodologia e os procedimentos metodológicos adotados na condução deste estudo, o qual buscou responder à seguinte pergunta diretriz: *“Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?”*. Inicialmente discorro sobre a pesquisa qualitativa e sua contextualização neste estudo. Em seguida, discuto o Experimento de Ensino, procedimento metodológico adotado na produção de dados. Ainda apresento o programa utilizado, as simulações desenvolvidas nele e as atividades propostas aos participantes da pesquisa. Também caracterizo o cenário da produção de dados, apresentando as escolas onde essa produção ocorreu, bem como os estudantes participantes. Em seguida, discorro sobre os métodos de produção de dados – gravações e relatos escritos. Também discorro sobre a análise de dados qualitativos. Apresento os procedimentos realizados na análise de dados deste estudo. Ainda descrevo e explico a forma de apresentação dos resultados.

4.1 A pesquisa qualitativa

Esta pesquisa se caracteriza como qualitativa. Pesquisar é aplicar processos sistemáticos, críticos e empíricos na busca por saberes e compreensões referentes a um objeto, um fenômeno, um problema ou uma pergunta de interesse do pesquisador (BICUDO, 1993; FIORENTINI; LORENZATO, 2006; HERNÁNDEZ SAMPIERI; COLLADO FERNÁNDEZ; BAPTISTA LUCIO, 2013). Nesse sentido, a característica qualitativa da pesquisa diz do modo como esses processos ocorrem, desde o planejamento até a finalização do estudo, condicionando o papel do pesquisador, o objeto de seu interesse ou dos modos como os dados são produzidos ou coletados e analisados.

O delineamento da pesquisa qualitativa é flexível e intuitivo (MAXWELL, 2013). Isso significa que a realização do estudo não ocorre de maneira estrita em relação ao planejamento inicial. Mas sim, que as atividades realizadas durante o estudo podem ser ajustadas de acordo com o entendimento do pesquisador.

Na pesquisa qualitativa, o pesquisador é considerado o meio pelo qual a pesquisa é conduzida (ROSSMAN; RALLIS, 2017), ou seja, ele é o agente da pesquisa, o construtor do conhecimento. Além disso, um dos elementos essenciais desse estudo é a auto reflexibilidade (TRACY, 2020). Essa característica se refere à concepção de não neutralidade do pesquisador. Desse modo, nos estudos qualitativos se considera que as experiências e os valores do pesquisador influenciam o modo como ele interage com o contexto pesquisado e na sua interpretação dele.

Os focos da pesquisa qualitativa podem ser o significado, o contexto ou o processo (MAXWELL, 2013). Ao focar no significado, o estudo qualitativo busca compreender o sentido (cognição, afeto, intenção) que sujeitos atribuem a eventos, situações, experiências e ações, ou seja, almeja compreender a perspectiva dos participantes em relação a esses elementos. Ao focar no contexto, a pesquisa qualitativa busca entender o cenário em que os sujeitos se inserem, além de como ele influencia os participantes. Ao focar no processo, esse tipo de estudo tenta explicar o modo como os eventos e as ações ocorrem.

Para atingir esses objetivos, busca-se captar momentos (DENZIN; LINCOLN, 2018) ou experiências (SALDAÑA, 2011) da vida dos sujeitos, como ações ou relatos, por meio de “[...] uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa [...]” (CHIZZOTTI, 2006, p. 28). Esses momentos ou experiências são documentados por meio de “[...] materiais textuais, como transcrições de entrevistas, notas de campo e documentos, e/ou materiais visuais, como artefatos, fotografias, gravações de vídeo e sites da Internet [...]” (SALDAÑA, 2011, p. 3-4, tradução nossa, grifo nosso)⁸⁹, que constituem os dados da pesquisa qualitativa.

Definir o que é pesquisa qualitativa não é algo trivial, uma vez que esse tipo de estudo engloba uma diversidade de estudos com características próprias. Contudo, entendo que os elementos elencados estão em consonância com este estudo, o qual buscou responder à seguinte pergunta: *“Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?”*. Ele objetivou: a) compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e b) identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo. Nesse sentido, o estudo teve como foco a resolução de problemas, em específico, o processo dessa atividade e os significados mobilizados na realização dela.

Nessa busca pela resposta à pergunta, foi realizado um Experimento de Ensino (STEFFE, THOMPSON, 2000) com doze estudantes de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas. Esse experimento foi conduzido por mim. Assim, assumi o papel de professora e pesquisadora. Considerando essa imersão no contexto pesquisado, é preciso destacar que minhas vivências, experiências e valores influenciaram não somente no planejamento e análise, mas também na produção dos dados. E esse envolvimento em todas as etapas da pesquisa e nas direções que ela tomou também evidencia o papel de agente da pesquisa, de construtora do conhecimento.

⁸⁹ [...] textual materials such as interview transcripts, field notes, and documents, and/or visual materials such as artifacts, photographs, video recordings, and Internet sites [...]

O Experimento de Ensino ocorreu em três encontros, em média, nos quais os estudantes, em duplas, realizavam diversas atividades utilizando simulações desenvolvidas no Scratch. Nesse contexto, os dados foram produzidos⁹⁰ por meio de gravações em vídeo e áudio, coleta da produção escrita dos estudantes e desenvolvimento de diário de campo. Esses procedimentos foram utilizados para captar os momentos e as experiências dos participantes ao realizar as atividades.

Dada a característica flexível e intuitiva do desenvolvimento da pesquisa qualitativa, a questão de pesquisa, o foco e os procedimentos metodológicos foram modificados algumas vezes no decorrer deste estudo. A seguir, apresento esse histórico da pesquisa, com ênfase nas transformações ocorridas na pergunta diretriz do estudo.

4.1.1 Histórico do estudo

A pesquisa é geralmente direcionada por um questionamento. Ao realizar uma pesquisa, o pesquisador persegue “[...] uma interrogação de modo rigoroso, sistemático, sempre andando em torno dela, buscando todas as suas dimensões [...]” (BICUDO, 1993, p. 19). Esse questionamento ou interrogação, no contexto da pesquisa qualitativa, pode ser definida a priori, mas muitas vezes se (re)formula no caminhar da pesquisa.

A primeira questão norteadora deste estudo foi: *“Como as sensibilidades estéticas matemáticas dos alunos da Educação Básica se manifestam no desenvolvimento de atividades pedagógicas que utilizam as tecnologias digitais e que se construíram por meio do trabalho colaborativo?”*. Nesse primeiro momento, minha inquietação como pesquisadora se concentrava em realizar um trabalho colaborativo com o professor da Educação Básica, desenvolvendo atividades com foco na valorização da estética no ensino da Matemática e utilizando tecnologias digitais. Buscava também descrever a manifestação das sensibilidades estéticas dos estudantes ao realizar essas atividades. Por questões de exequibilidade⁹¹, houve a necessidade de simplificação do cenário de estudo.

⁹⁰ Neste estudo, me refiro ao processo de aquisição de dados como produção ao invés de coleta. Eu entendo que os dados não são “entregues” ao pesquisador, mas sim são adquiridos por meio do uso de diversos procedimentos, como entrevistas e elaboração de diário de campo. Nesse sentido, os dados são produzidos: são as perguntas feitas pelo pesquisador que incitam as falas dos participantes do estudo, são essas falas e anotações no diário que irão constituir os dados. Além disso, esse termo – produção – se enquadra melhor nas noções de auto reflexibilidade e do pesquisador como agente da pesquisa, uma vez que atribui subjetividade e reponsabilidade a esse processo de obtenção dos dados.

⁹¹ Para desenvolver um trabalho colaborativo, seria necessário um acompanhamento das atividades da escola e um trabalho prolongado junto ao professor. Infelizmente, o fato de não ser contemplada com a bolsa de estudos no início do doutorado e a necessidade de trabalhar fizeram com que o orientador e eu optássemos pela simplificação.

Assim, optamos por desenvolver um Experimento de Ensino com alunos da Educação Básica, utilizando um aplicativo⁹² de exploração de padrões de repetição construído no Blockly⁹³ e desenvolvido por George Gadanidis⁹⁴ e seus colaboradores da Universidade de Western⁹⁵. A questão norteadora passou a ser: “*Qual o papel da estética na investigação de padrões em um ambiente computacional?*”. Naquele momento, considerava que a noção de estética seria o foco do estudo. Utilizando o aplicativo do Blockly, realizei um piloto da produção de dados. Convidei estudantes de oitavo e nono anos de uma escola pública municipal de uma cidade do interior de São Paulo, que será identificada ao longo da tese por escola A, para participar do Experimento de Ensino no período contraturno das aulas. Obtive um retorno positivo em relação à participação na pesquisa, com dezoito estudantes manifestando interesse. Entretanto, na realização das atividades houve desistência com apenas uma dupla de alunos concluindo todas as atividades propostas. Identifiquei que o problema estava, principalmente, na quantidade de encontros (cinco – que pareceu muito para o contexto) e na dificuldade em manipular o aplicativo que estava na língua inglesa.

Na experiência inicial com o objeto de estudo, pude perceber que a estética não seria o foco da pesquisa. Houve indícios de que a estética influenciava a interação dos sujeitos com o aplicativo, mas que outros elementos também influenciavam o processo. Minha inquietação se expandiu e a questão norteadora passou a ser: “*Como alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental investigam padrões em um ambiente digital?*”. Além disso, com as devidas autorizações, reconstruí o aplicativo utilizando o Scratch, o que possibilitou o aplicativo estar em língua portuguesa⁹⁶. Ainda, diminuí a quantidade de encontros do Experimento de Ensino para três. Além de convidar alunos da escola A, convidei alunos de outra escola pública municipal, que será identificada por escola B, a qual se situa na mesma cidade da escola A, tendo como participantes duas estudantes daquela escola e dez estudantes desta, todos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental.

Após a produção de dados e durante o processo analítico, senti a necessidade de nova mudança na questão diretriz. Essa mudança foi fruto da reflexão sobre as ações realizadas pelos

⁹² <http://mathsurprise.ca/apps/patterns/v2/>

⁹³ <https://developers.google.com/blockly>

⁹⁴ Durante o mestrado, fui colaboradora do projeto “*Aesthetics Experiences for Young Mathematicians and their Teachers*”, coordenado pelo Prof. Dr. George Gadanidis e desenvolvido concomitantemente no Canadá e no Brasil. Nessa experiência, entrei em contato com a literatura referente à Estética da Matemática e conheci os materiais digitais desenvolvidos no contexto do projeto, um dos quais utilizei neste estudo.

⁹⁵ <https://www.uwo.ca/>

⁹⁶ Essa não foi a única mudança e não foi apenas uma tradução. A reconstrução possibilitou que as ações que eram realizadas no Blockly fossem realizadas no Scratch, mas considerando todas as particularidades deste programa. Além disso, a reconstrução foi fruto de minha interpretação de como os aplicativos funcionavam e da maneira como programei as simulações no Scratch.

participantes da pesquisa na produção de dados. A expressão “investigação de padrões” da pergunta anterior podia conotar a ideia de “busca por padrões”, o que não correspondeu às atividades realizadas pelos estudantes. Os participantes não buscavam padrões, mas se empenhavam em resolver – o que chamei de – desafios de construção de padrões utilizando a simulação do Scratch. Assim, a pergunta diretriz se tornou: *“Como ocorre a resolução de desafios de construção de padrões por estudantes de oitavo e nono anos em um ambiente digital?”*. Nesse momento, também senti a necessidade de renomear o procedimento metodológico “Experimento de Ensino” para “Sessão de Investigação”, por entender que a palavra experimento poderia conotar a utilização de um paradigma positivista, além de que algumas características do Experimento de Ensino não foram contempladas, como uso de testemunha nos encontros e estes ocorrerem em um longo período de tempo.

Com a realização do Exame de Qualificação, de um aprofundamento analítico e com as reflexões proporcionadas por esses momentos, ocorreram novas modificações. Primeiramente deixei de me referir às atividades propostas como desafios e passei a utilizar a palavra problema, por entender que essa palavra caracteriza melhor essas atividades. Também deixei de utilizar a expressão “como ocorre”, uma vez que ela poderia conotar um interesse apenas superficial ou mecânico do processo. Assim, a pergunta foi transformada para: *“Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?”*. Além disso, retornei a me referir aos encontros realizados com os estudantes por “Experimento de Ensino”, o qual explico a seguir, enfatizando as particularidades desse procedimento no contexto deste estudo.

4.2 Experimento de Ensino

O Experimento de Ensino é um procedimento metodológico que busca aproximar o pesquisador do raciocínio e da aprendizagem dos conceitos matemáticos experienciados pelo estudante (STEFFE, 1983; STEFFE; THOMPSON, 2000). Esse procedimento considera que a realidade matemática dos estudantes é diferente da realidade matemática do pesquisador. Assim, ele propõe atividades ao estudante e busca compreender sua perspectiva, seu entendimento em relação à Matemática e os conhecimentos mobilizados ao desenvolver essas atividades.

Steffe e Thompson (2000, p. 268, tradução nossa)⁹⁷ apontam que “A matemática dos alunos é indicada pelo que eles dizem e fazem quando se envolvem em atividades matemáticas

⁹⁷ Students’ mathematics is indicated by what they say and do as they engage in mathematical activity, and a basic goal of the researchers in a teaching experiment is to construct models of students’ mathematics.

e um objetivo básico dos pesquisadores em um experimento de ensino é construir modelos das matemáticas dos estudantes.”. Os pesquisadores, portanto, procuram observar e analisar as ações e palavras dos sujeitos e construir um modelo explicativo da “matemática do estudante”, como esclarece Steffe (1983, p. 470, tradução nossa)⁹⁸

As explicações que formulamos em nossa pesquisa constituem modelos. Deve-se entender que esses modelos são formulados no contexto de observação intensiva de objetos matemáticos pelas crianças. Mas, embora sejam baseadas no comportamento humano real, também são baseadas em nossa interpretação do significado que as crianças atribuem ao seu comportamento ou, em outras palavras, porque elas exibem o comportamento observado.

O Experimento de Ensino se originou da Entrevista Clínica de Piaget (1994). Nesse tipo de entrevista, o pesquisador objetiva entender padrões nas concepções dos entrevistados, sem buscar alterá-los (ENGELHARDT *et al.*, 2004). Além de entender essas preconcepções em relação à Matemática, no Experimento de Ensino, o pesquisador busca compreender o progresso dos estudantes em um longo período de tempo (STEFFE; THOMPSON, 2000).

O procedimento de Experimento de Ensino é conduzido por meio de Episódios de Ensino. Nesses episódios, existe um pesquisador que conduz o ensino – assumindo o papel de professor –, uma testemunha que observa o desenvolvimento do experimento, um ou mais estudantes e um dispositivo de gravação em vídeo ou áudio. De acordo com Engelhardt *et al.* (2004), a testemunha ajuda o pesquisador a entender mais objetivamente os acontecimentos dos episódios e auxilia na elaboração deles.

As gravações são analisadas posteriormente à realização de cada episódio de ensino e auxiliam na preparação do episódio seguinte. Na realização dos episódios, as hipóteses da pesquisa são testadas e durante e entre os episódios, novas hipóteses são formuladas e testadas o que dá sentido ao termo **experimento** do procedimento.

Na condução do Experimento de Ensino, o professor-pesquisador se engaja em interações responsivas e intuitivas, ou seja, em interações que não são pré planejadas e que buscam a imersão na forma como o estudante pensa e raciocina. Assim, o professor-pesquisador assume o papel de agente de ação, como explicam Steffe e Thompson (2000, p. 79, tradução nossa)⁹⁹

Como agentes de ação, buscamos nos harmonizar com os alunos com quem

⁹⁸ The explanations we formulate in our research constitute models. It must be understood that these models are formulated in the context of intensive observation of children's construction of mathematical objects. But while they are based on actual human behavior, they also are based on our interpretation of the meaning that the children attribute to their behavior or, in other words, why they exhibit the observed behavior.

⁹⁹ As agents of action, we strive to harmonize ourselves with the students with whom we are working to the extent that we “lose” ourselves in our interactions. We make no intentional distinctions between our knowledge and the students’ knowledge, and, for us, experientially, everything is the students’ knowledge as we strive to feel at one with them.

trabalhamos, na medida em que nos “perdemos” em nossas interações. Não fazemos distinções intencionais entre nosso conhecimento e o conhecimento dos estudantes e, para nós, experimentalmente, tudo é conhecimento dos estudantes, enquanto nos esforçamos para nos sentirmos como eles.

Esse método não se concentra apenas em entender o conhecimento matemático do estudante, uma vez que o objetivo de **ensino** na metodologia é transformar as concepções dos alunos. Segundo Steffe e Thompson (2000, p. 285, tradução nossa), “Em suas tentativas de aprender a matemática dos alunos, os pesquisadores criam situações e maneiras de interagir com os alunos que incentivam os alunos a modificar seu pensamento atual.”¹⁰⁰.

Algumas características do Experimento de Ensino não foram concretizadas neste estudo. Primeiramente não houve a utilização de testemunhas, uma vez que considero que o pesquisador tem papel primordial na condução do estudo e que, na concepção de pesquisa qualitativa adotada, a subjetividade é intrínseca. Também não houve a formulação e o teste de hipóteses pois não se tratava de afirmar ou refutar ideias, mas sim de documentar o que ocorria nos encontros.

Além disso, os encontros ocorreram em um curto período por questões de exequibilidade. Determinar a realização do Experimento de Ensino em três encontros auxiliou no engajamento dos estudantes na participação na pesquisa, como explicado na subseção anterior, além de possibilitar a realização de produção de dados e do processo analítico em tempo hábil, considerando a duração do doutorado.

Nos encontros, os participantes trabalharam em duplas. Essa opção se justifica pois, “[...] ao trabalhar em conjunto, produzem-se diálogos entre os alunos que mostram os processos seguidos ao resolver um problema de modo mais espontâneo.” (VILLARREAL, 1999, p. 52). Além disso, o trabalho coletivo é consoante com a posição epistemológica adotada neste estudo, que considera que o conhecimento é produzido pelo coletivo de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Neste estudo, se buscou compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo. Para isso, durante os encontros, foram observadas e registradas as ações e as falas dos participantes. Nesse contexto, assumi o papel de professora e pesquisadora, buscando me conectar com o pensamento e o raciocínio dos estudantes e, ao mesmo tempo, incentivá-los a se questionar e a pensar (BULGRAEN, 2010).

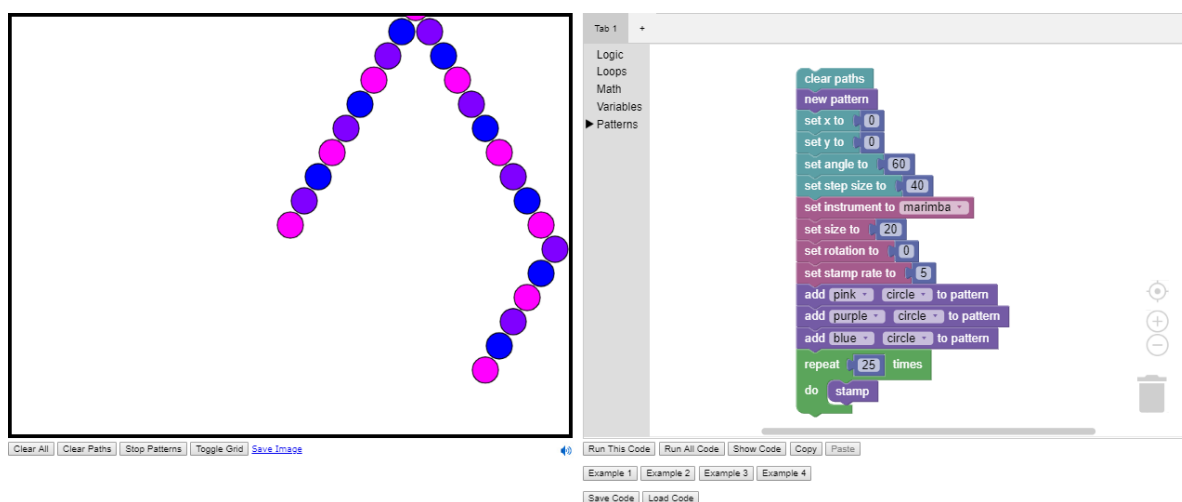
¹⁰⁰ In their attempts to learn students' mathematics, the researchers create situations and ways of interacting with students that encourage the students to modify their current thinking.

Nos encontros do Experimento de Ensino, os participantes utilizaram simulações desenvolvidas no Scratch para construir padrões. A seguir, apresento essas simulações, o Scratch e as atividades propostas aos participantes.

4.3 As simulações

As atividades propostas para os estudantes no Experimento de Ensino foram realizadas por meio da utilização de simulações construídas no Scratch. Essas simulações são adaptações de aplicativo desenvolvido por George Gadanidis e Chris Yiu (2017). O aplicativo, construído no Blockly e que foi utilizado na produção de dados piloto, consiste em quatro programas, que podem ser explorados isoladamente ou em conjunto e que constroem diferentes tipos de padrões de repetição. Esse aplicativo necessita de acesso à Internet para ser utilizado. Na Figura 13, a seguir, apresento o ambiente de exploração do aplicativo.

Figura 13 – Padrão de repetição e o programa de construção



Fonte: <http://mathsurprise.ca/apps/patterns/v2/>. Acesso em: 23 out. 2019.

No lado esquerdo da Figura 13 é representado o padrão de repetição que é produzido pelo programa que está no lado direito da figura. No desenvolvimento da produção de dados piloto, utilizei esses programas, conjuntamente com atividades propostas por Gadanidis (2017). Embora os programas tivessem uma forma intuitiva de utilização, os participantes sentiam dificuldade em entender as funcionalidades dos blocos por estarem na língua inglesa, o que os fez ficar dependentes da tradução constante da professora-pesquisadora.

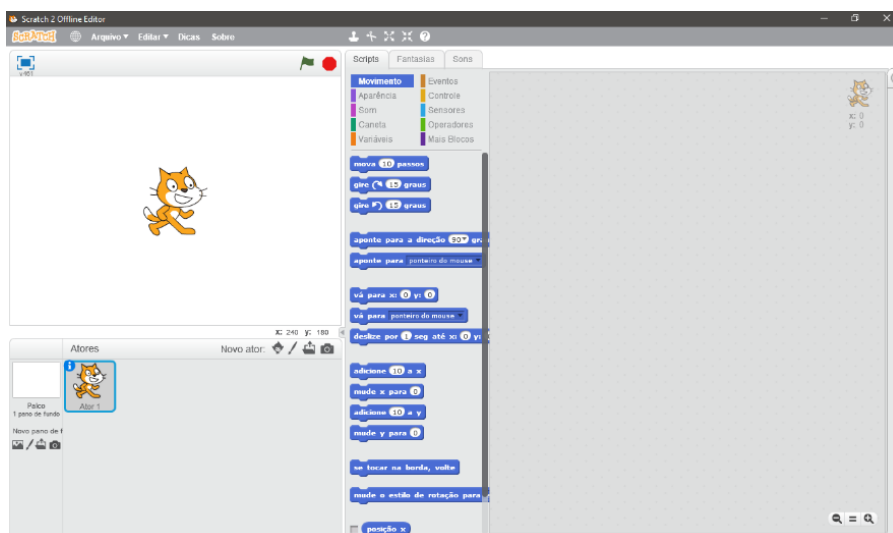
Como solução, senti a necessidade de tornar o ambiente de exploração mais claro, reconstruindo de forma adaptada o aplicativo no Scratch (RESNICK *et al.*, 2009). O Scratch foi desenvolvido para tornar a programação mais acessível para pessoas de diferentes idades e interesses. Nesse ambiente, é possível programar projetos diversos, como histórias, animações,

jogos e simulações, e compartilhá-los. O Scratch, assim como o Blockly¹⁰¹, possui uma Linguagem de Programação Visual, na qual

[...] os aprendizes podem montar programas funcionais usando apenas um *mouse*, juntando instruções e recebendo *feedback* visual [...] informando ao usuário se a construção é válida. Cada bloco fornece dicas visuais para o usuário sobre como e onde o bloco pode ser usado através da forma do bloco, sua cor (que é associada a categorias de blocos semelhantes) e o uso do rótulo de linguagem natural no bloco para comunicar sua função. Juntamente com a informação visual representada por cada bloco, o espaço de construção em que os blocos são usados também fornece várias formas de suportes, incluindo o agrupamento de blocos semelhantes, tornando possível navegar facilmente pelo conjunto disponível de blocos por categoria, e o espaço visual de execução em que os programas criados são executados. (WEINTROP; WILENSKY, 2015, p. 200, tradução nossa, grifo nosso)¹⁰².

O Scratch possui blocos de programação, com formatos que auxiliam as conexões entre os blocos e cores características em relação à sua funcionalidade. Na Figura 14, a seguir, é apresentada a plataforma do Scratch 2, a versão do programa que pode ser baixada no computador e utilizada de modo *offline*. No lado esquerdo da figura é a área de execução dos programas, na área central, estão ordenados os diferentes tipos de blocos, que podem ser selecionados e arrastados para a área de programação, no lado direito.

Figura 14 – Plataforma do Scratch 2



Fonte: Scratch 2.

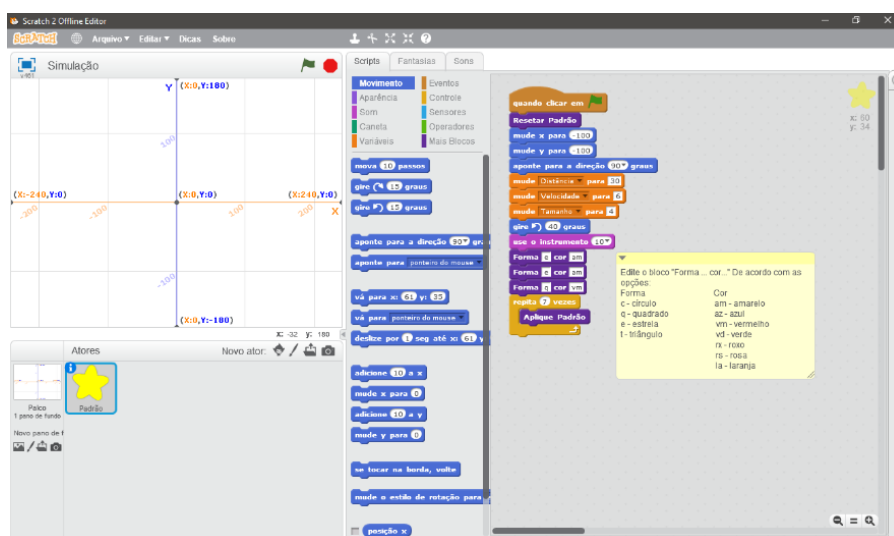
¹⁰¹ Embora o Blockly possibilite uma Linguagem de Programação Visual, ele não permite a utilização dessa programação para a criação de novos blocos, sendo necessária outras linguagens de programação para isso. O Scratch, nesse sentido, além de ser mais acessível possibilitou a recriação dos aplicativos inteiramente com sua linguagem por blocos.

¹⁰² [...] learners can assemble functioning programs using only a mouse by snapping together instructions and receiving visual [...] feedback informing the user if a given construction is valid. Each block provides visual cues to the user on how and where the block can be used through the block's shape, its color (which is associated with categories of similar blocks), and the use of natural language label on the block to communicate its function. Along with the visual information depicted by each block, the construction space in which the blocks are used also provides various forms of scaffoldings including the grouping of similar blocks together, making it possible to easily browse the available set of blocks by category, and often providing a visual execution space in which the authored programs are enacted.

Eu entendo que esses programas reconstruídos no Scratch são simulações de construção de padrões. Uma simulação “[...] é um modelo digital que permite a experimentação e a análise de fenômenos reais ou imaginários.” (IDEM; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2020, p. 2). Nesse caso, o modelo desenvolvido permite a experimentação e a análise de ideias matemáticas e computacionais e de elementos estéticos envolvidos na construção de padrões de repetição.

Na Figura 15, a seguir, é exibido o ambiente digital que possibilita essa construção. No lado esquerdo se encontra o ambiente de execução, no qual existe uma imagem do plano cartesiano, indicando a variação de x e y. No ambiente de execução, diferentes padrões de repetição podem ser construídos. O programa possibilita a construção de padrões com elementos de diferentes formas, cores, tamanhos, espaçamentos entre os elementos e angulações. Na execução do programa, é possível observar a construção de elemento por elemento e também ouvi-la, pois a cada elemento é atribuída uma nota musical. Além disso, é possível determinar a velocidade em que essa construção ocorre e o instrumento no qual o som será emitido. No lado direito da figura está o programa da simulação, a partir do qual é possível realizar modificações em relação às entradas, incluir ou excluir blocos, conforme a necessidade.

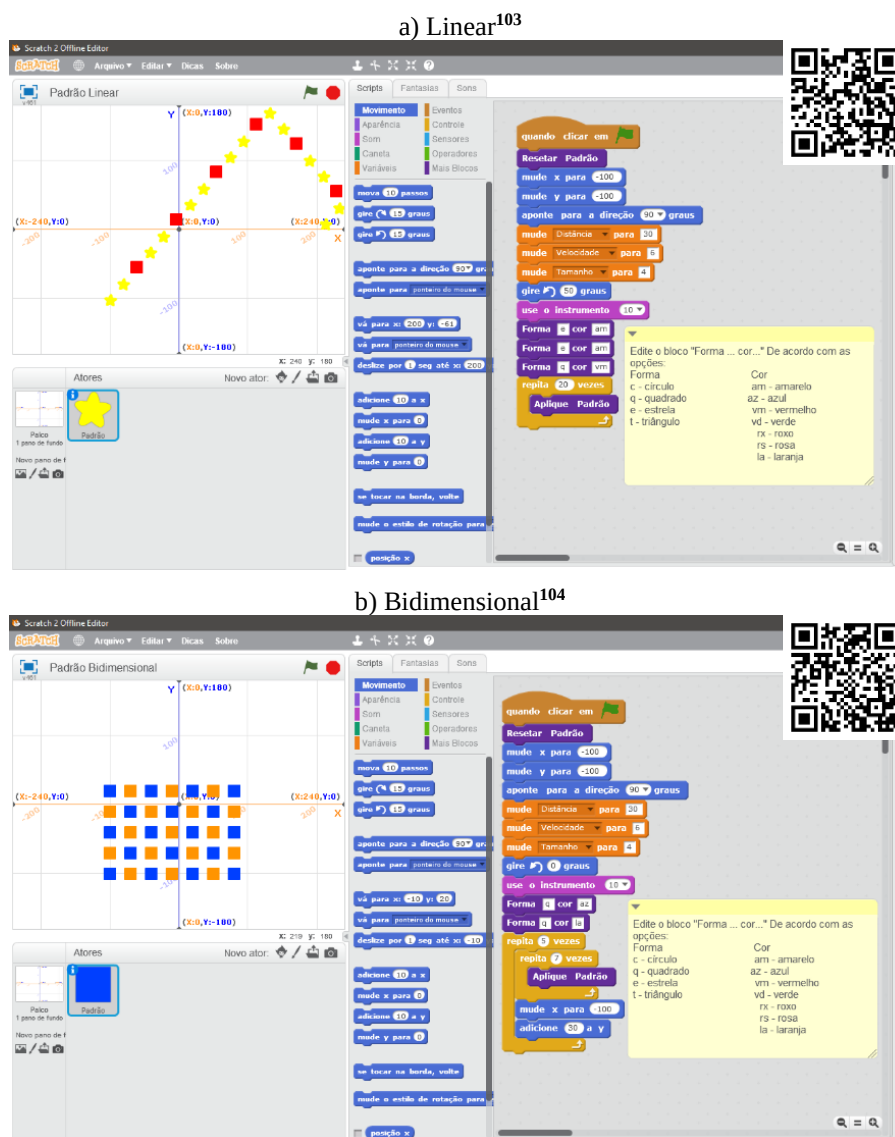
Figura 15 – O ambiente da simulação



Fonte: A autora.

Foram desenvolvidas duas simulações adaptadas de Gadanidis e Yiu (2017). A Simulação 1, permite a criação de padrões lineares (Figura 16a) e a Simulação 2, permite a construção de padrões bidimensionais (Figura 16b), ambos padrões de repetição visuais e sonoros (BARBOSA, A., 2009). Na Figura 16, a seguir, é possível observar os padrões e os programas de ambas as simulações. Nessas figuras são apresentados dois QR codes, para a observação da construção dos padrões por meio de vídeos.

Figura 16 – Padrões de repetição



Fonte: A autora.

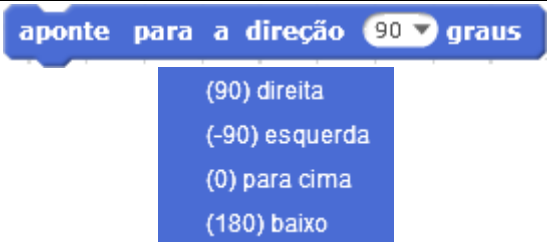
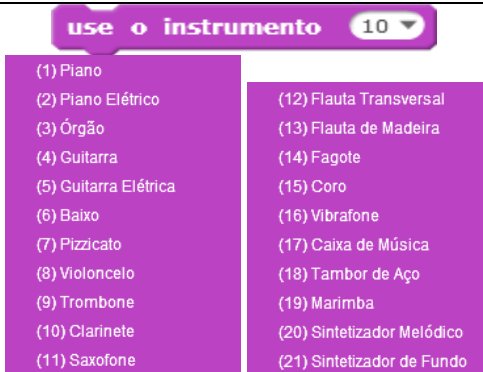
Como se observa na Figura 16, os programas de construção de padrões lineares e bidimensionais são similares. No Quadro 10, a seguir, apresento os diferentes blocos existentes nesses programas e suas funcionalidades.

Quadro 10 – Blocos das simulações

Bloco	Função
	Bloco pertencente à categoria Eventos. É responsável pelo início da execução do programa quando a bandeira verde  no campo de execução é clicada. Quando o símbolo vermelho  no campo de execução é acionado, a execução do programa é interrompida.

¹⁰³ Link de acesso ao vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=26ELQr1PKjI>

¹⁰⁴ Link de acesso ao vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=faYYTM4933Q>

	Bloco pertencente à categoria Mais Blocos, que permite a criação de diferentes blocos. Esse bloco é responsável por apagar a construção anterior da tela de execução.
	Bloco pertencente à categoria Movimento. Ele determina a posição em x, no qual o padrão iniciará a execução. O bloco tem uma entrada numérica, que permite a escrita de diferentes valores. No texto, esse bloco será indicado por “mude x para []”. No campo de execução, os valores de x variam de -240 a 240.
	Bloco similar ao anterior. Ele determina a posição em y, no qual o padrão iniciará a execução. No texto, esse bloco será indicado por “mude y para []”. No campo de execução, os valores de y variam de -180 a 180.
	Bloco pertencente à categoria Movimento. Ele determina a direção dos elementos do padrão, em relação ao seu eixo. Esse bloco tem entrada numérica, permitindo a escrita de diferentes valores. Também possui uma indicação pré-definida de direções (apresentadas ao lado), que podem ser selecionadas. No texto, esse bloco será indicado por “aponte para a direção [] graus”.
	Bloco pertencente à categoria Variáveis. Possui entrada numérica. A variável Distância permite a determinação da distância entre os elementos do padrão. No texto, esse bloco será indicado por “mude Distância para []”.
	Bloco semelhante ao anterior. Essa variável permite a determinação da velocidade de construção do padrão. No texto, esse bloco será indicado por “mude Velocidade para []”.
	Essa variável permite a determinação do tamanho dos elementos do padrão. No texto, esse bloco será indicado por “mude Tamanho para []”.
	Bloco pertencente à categoria Movimento, com entrada numérica. Ele determina a angulação, em sentido anti-horário, a partir da direção, com que os elementos do padrão serão construídos. No texto, esse bloco será indicado por “gire [] graus”.
	Bloco pertencente à categoria Som. Ele determina o instrumento que emitirá o som de cada elemento do padrão. O bloco possui entrada numérica, porém o instrumento deve ser escolhido de acordo com 21 opções (abaixo). No texto, esse bloco será indicado por “use o instrumento []”.
	Esse bloco tem duas entradas nominais que determinam a forma e a cor dos elementos do padrão. As formas e cores devem ser escolhidas conforme códigos pré-determinados (abaixo). No texto, esse bloco será indicado por “Forma [] cor []”.

Edite o bloco "Forma ... cor..." De acordo com as opções: <table border="0"> <tr> <td>Forma</td> <td>Cor</td> </tr> <tr> <td>c - círculo</td> <td>am - amarelo</td> </tr> <tr> <td>q - quadrado</td> <td>az - azul</td> </tr> <tr> <td>e - estrela</td> <td>vm - vermelho</td> </tr> <tr> <td>t - triângulo</td> <td>vd - verde</td> </tr> <tr> <td></td> <td>rx - roxo</td> </tr> <tr> <td></td> <td>rs - rosa</td> </tr> <tr> <td></td> <td>la - laranja</td> </tr> </table>	Forma	Cor	c - círculo	am - amarelo	q - quadrado	az - azul	e - estrela	vm - vermelho	t - triângulo	vd - verde		rx - roxo		rs - rosa		la - laranja	
Forma	Cor																
c - círculo	am - amarelo																
q - quadrado	az - azul																
e - estrela	vm - vermelho																
t - triângulo	vd - verde																
	rx - roxo																
	rs - rosa																
	la - laranja																
	Esse bloco “repita [] vezes” é um laço (<i>loop</i>) que pertence à categoria Controle. Ele possui entrada numérica e repete determinada atividade o número de vezes estabelecido. O bloco “Aplique Padrão” constrói o elemento do padrão conforme as características determinadas pelos outros blocos. Assim, esse conjunto de blocos possibilita a construção do padrão com o número de elementos determinado pela entrada do bloco repita. No texto, esse bloco/laço será indicado por “repita [] vezes”.																
	Esse conjunto de blocos é um laço aninhado (<i>nested loop</i>). O bloco “repita [] vezes” externo determina a quantidade de linhas do padrão bidimensional. O bloco “repita [] vezes” interno determina a quantidade de elementos em cada linha. O bloco “mude x para []”, determina o local em x onde as linhas serão iniciadas, da segunda linha em diante. O bloco “adicione [] a y”, determina a distância entre as linhas, ou seja, o quanto deve ser adicionado (ou subtraído) a y para construir as linhas, da segunda linha em diante. No texto, esses blocos do <i>nested loop</i> serão indicados por: “repita [] vezes” externo, “repita [] vezes” interno ao laço. “mude x para []” interno ao laço e “adicione [] a y” interno ao laço.																

Fonte: Elaborado pela autora.

Com base nas simulações apresentadas, foram desenvolvidas e propostas diferentes atividades, que são apresentadas na subseção seguinte.

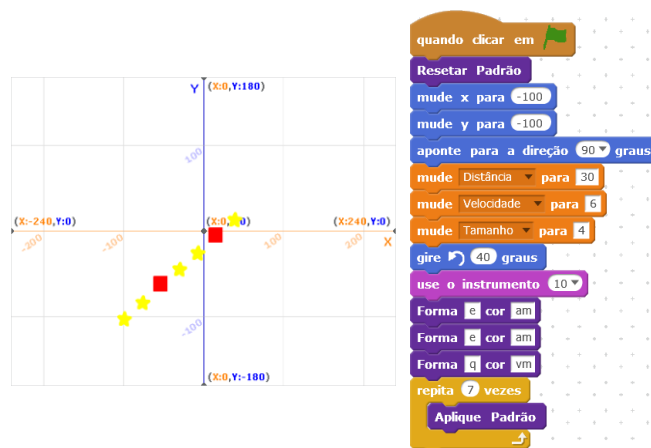
4.3.1 As atividades

As atividades utilizadas na produção de dados foram adaptadas de Gadanidis (2017), que apresenta um tutorial de utilização do aplicativo de Gadanidis e Yiu (2017) para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Além das atividades com o aplicativo, o tutorial também sugere atividades relacionadas à pintura, à dança e à música. Para os propósitos da pesquisa, apenas foram adaptadas as atividades de exploração dos programas. Foram desenvolvidas três atividades para a utilização das simulações supracitadas. No desenvolvimento do Experimento de Ensino, os participantes acompanhavam um roteiro de exploração no qual eram indicadas as tarefas, bem como apresentava um espaço para o registro escrito do desenvolvimento das atividades – o roteiro se encontra no Apêndice A. A seguir, apresento as diferentes atividades.

4.3.1.1 Atividade 1

A Atividade 1 objetivava a familiarização do participante com a Simulação 1. Após a introdução do programa Scratch, os participantes observaram e ouviram a construção de um padrão linear. O padrão linear introdutório e seu programa de geração são apresentados na Figura 17.

Figura 17 – Padrão linear introdutório (Atividade 1)



Fonte: A autora.

Em seguida, para cada bloco com entradas nominais ou numéricas, os estudantes deveriam fazer uma previsão de seu efeito na construção do padrão e, após testar diferentes entradas, deveriam sistematizar a funcionalidade do bloco. Na Figura 18, a seguir, apresento um excerto da apresentação dessa atividade no roteiro.

Figura 18 – Exploração de blocos (Simulação 1)

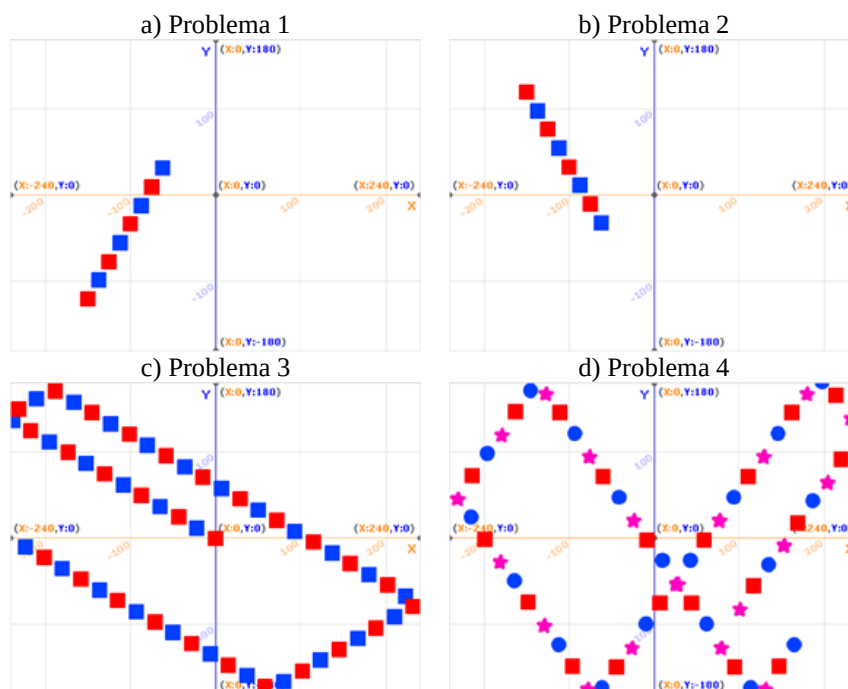
Para cada parte do código a seguir, faça primeiramente uma previsão do que vai acontecer, depois, modifique os códigos, execute novamente o programa e confira as mudanças ocorridas.	
Previsão – Escreva, antes de modificar o código: O que você acha que esse código interfere na execução do programa?	
Resultado – Escreva, após modificar o código: Sua previsão estava correta? Caso não esteja, o que a mudança desse código afeta a execução do programa?	
a)	b)
Previsão:	Previsão:
Resultado:	Resultado:

Fonte: A autora.

Após a familiarização com a simulação, foram propostos aos participantes alguns problemas de construção. Com base em imagens de diferentes padrões, os participantes foram incentivados a modificar os blocos do programa para reproduzir esses padrões. Nesse contexto, havia diferentes possibilidades de construção, o que permitia o uso da interpretação e da criatividade. Após a construção, foi solicitado aos estudantes sistematizar suas ideias na solução

da construção de forma escrita. Na Figura 19, a seguir, apresento os problemas de construção da Atividade 1.

Figura 19 – Problemas de construção da Atividade 1



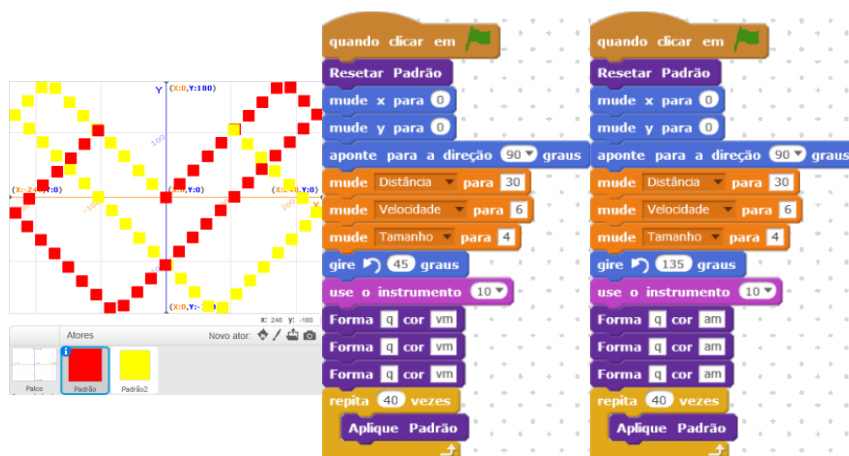
Fonte: A autora.

Ainda na Atividade 1, os participantes foram convidados a construir seus próprios padrões utilizando a Simulação 1. Esse tipo de tarefa objetivou o protagonismo do participante na proposição de problemas, sua autonomia e também no exercício da criatividade (SILVER, 1997).

4.3.1.2 Atividade 2

Essa atividade também utilizou a Simulação 1, de padrões lineares. Ela foi iniciada com uma atividade introdutória que mostrou a construção de um padrão utilizando a execução de dois programas simultaneamente. Nessa introdução, os participantes aprenderam a duplicar o programa, que significa construir um novo programa a partir de um programa existente, modificaram os parâmetros de dois programas de acordo com indicações e observaram a construção do padrão formado por eles. Na Figura 20 apresento esse padrão introdutório e seus programas de construção.

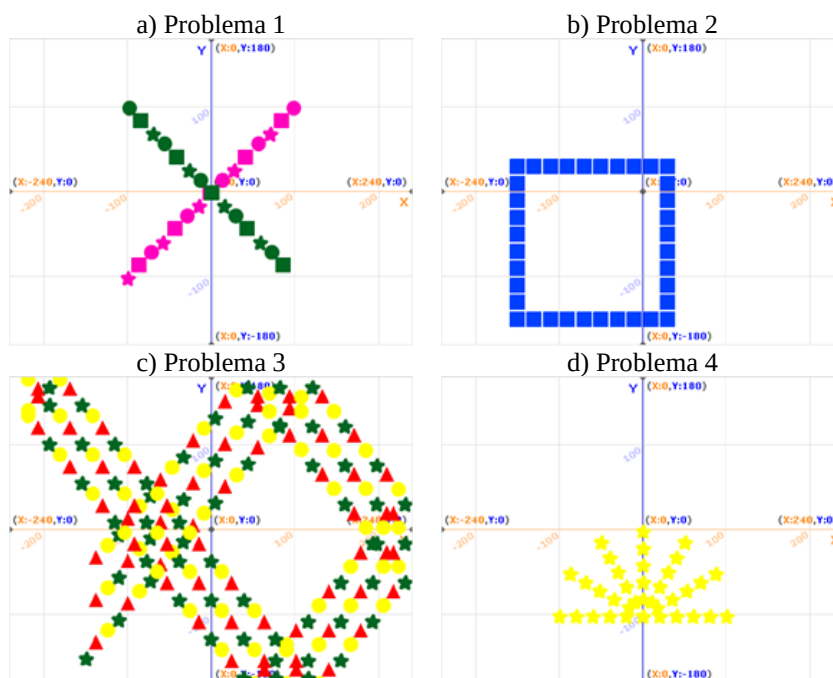
Figura 20 – Padrão introdutório (Atividade 2)



Fonte: A autora.

Na figura anterior, o primeiro programa é responsável pela execução do primeiro padrão, indicado por “Padrão” na figura e formado por quadrados de cor vermelha. O segundo programa é responsável pela execução do segundo padrão, indicado por “Padrão2” na figura e formado por quadrados de cor amarela. Com base na ideia de duplicação e execução de padrões múltiplos, foram propostos alguns problemas de construção aos participantes. Na Figura 21, a seguir, são apresentados os problemas de construção da Atividade 2.

Figura 21 – Problemas de construção da Atividade 2



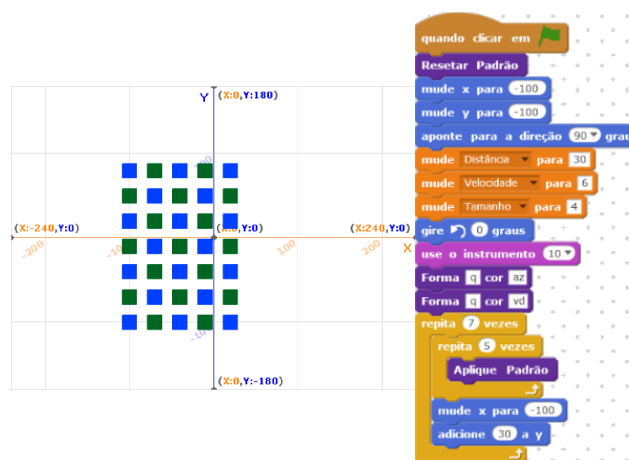
Fonte: A autora.

Após a construção dos problemas, novamente, os participantes foram convidados a construir seus próprios padrões, utilizando programas múltiplos.

4.3.1.3 Atividade 3

Na Atividade 3 foi explorado o programa de construção de padrões bidimensionais (Simulação 2). Assim, inicialmente, os participantes observaram a execução de um padrão introdutório e exploraram os blocos da nova parte do programa: “repita [] vezes {repita [] vezes {Aplique Padrão}; mude x para []; adicione [] a y}”. Em seguida, traçaram conclusões acerca da funcionalidade desse conjunto de blocos para a execução dos padrões. Na Figura 22, a seguir, apresento o padrão introdutório e seu programa de formação.

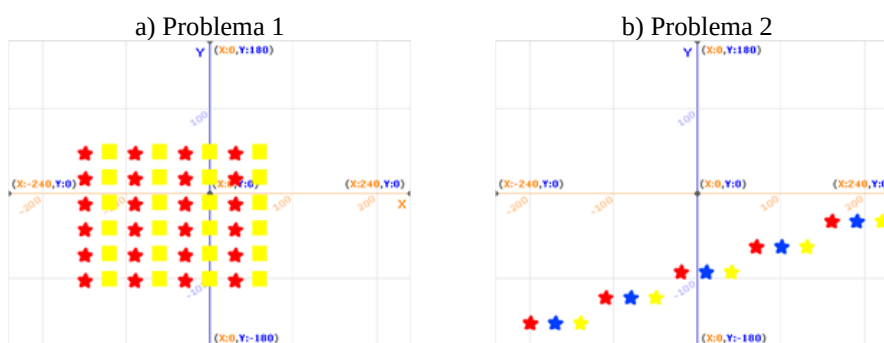
Figura 22 – Padrão introdutório (Atividade 3)

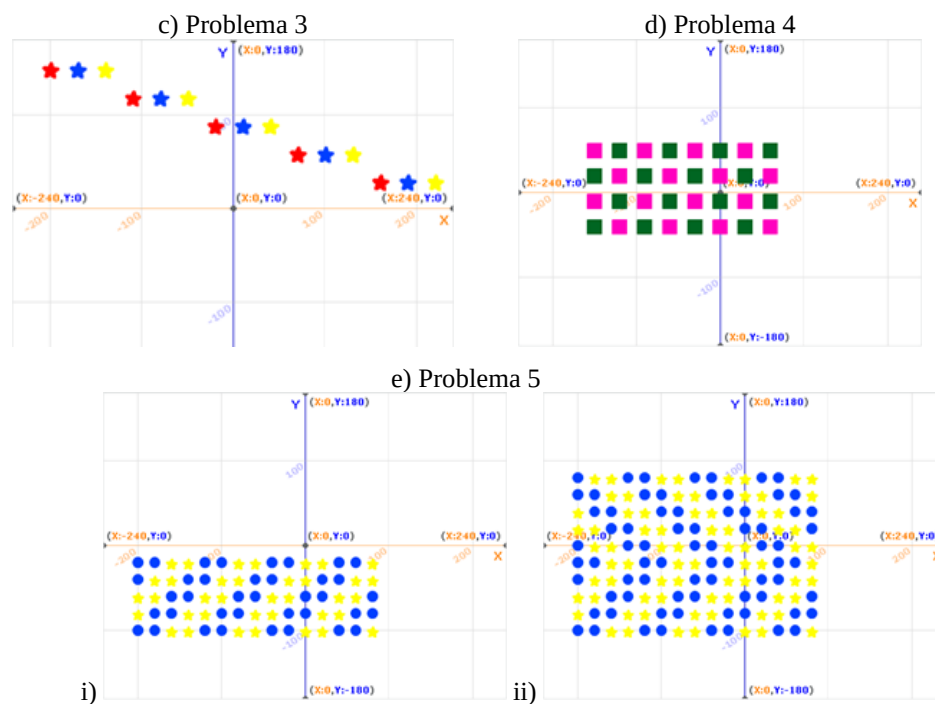


Fonte: A autora.

Após a exploração, foram propostos problemas de construção. Os Problemas 1, 2, 3 e 4 deveriam ser realizados utilizando apenas um programa. Na construção do Problema 5, inicialmente, foi solicitado aos participantes que executassem um programa e observassem o padrão construído (Figura 23ei); em seguida, eles deveriam duplicar aquele programa e modificar o novo programa para resolverem o problema (Figura 23eii). Na Figura 23, a seguir, apresento os problemas de construção da atividade.

Figura 23 – Problemas de construção da Atividade 3





Fonte: A autora.

Ao final da atividade, os participantes foram convidados a construir seus próprios padrões utilizando a Simulação 2. Após a finalização das construções, como forma de concluir o Experimento de Ensino, foi solicitado aos participantes que selecionassem sua atividade favorita. Além disso, os participantes foram questionados sobre o que eles aprenderam ao realizar as atividades. As respostas, além da discussão com a professora-pesquisadora, eram expressas de modo escrito no roteiro.

Nesta subseção apresentei as atividades utilizadas na condução do Experimento de Ensino. A seguir, apresento mais detalhadamente o cenário em que ocorreu a produção de dados deste estudo.

4.4 O cenário da produção de dados

A produção de dados ocorreu com o desenvolvimento de Experimento de Ensino com doze alunos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas municipais de uma cidade da região central do estado de São Paulo que possui 30 mil habitantes (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE, 2019). Para a realização das sessões, foi concedida autorização da Secretaria de Educação e Cultura do município, das diretoras das escolas, dos responsáveis dos alunos e dos próprios alunos. Os modelos das autorizações se encontram no Apêndice B.

Em setembro de 2018, contatei a Secretaria de Educação e Cultura e propus a realização da produção de dados da pesquisa em escolas públicas do município, obtendo sua autorização.

Como a produção de dados ocorreria no contraturno das aulas, foi-me indicada a escola A, com a justificativa de que os alunos moravam nas redondezas da escola e normalmente já frequentavam o contraturno para realizar atividades de recreação. A partir da indicação dessa escola, contatei a diretora, que me autorizou a realização da pesquisa. Por indicação dela, convidei de forma geral os alunos de oitavo e nono anos para a participação na pesquisa. Nessa escola realizei a produção de dados piloto – entre outubro e novembro de 2018 – e, após a reformulação, realizei as atividades com duas alunas da escola – entre fevereiro e março de 2019.

A escola A se localiza na região periférica do município em que ocorreu a produção de dados. Ela oferece as modalidades Creche, Anos Iniciais do Ensino Fundamental e Anos Finais do Ensino Fundamental. A escola funciona nos períodos matutino e vespertino, as aulas dos Anos Finais do Ensino Fundamental ocorrem apenas no período matutino. Durante a produção de dados, a escola possuía duas turmas de oitavos anos e duas turmas de nonos anos, em média 100 alunos dessas etapas de ensino. No Quadro 11, a seguir, apresento uma caracterização da escola.

Quadro 11 – Caracterização da escola A

Aspecto	Característica
Matrículas	488
Turmas	24
Salas de aula	17
Docentes	31
Total de funcionários	67
Indicador de Nível Socioeconômico ¹⁰⁵	Grupo 4
Modalidades/ Etapas oferecidas	Creche; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Anos Finais do Ensino Fundamental

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP (2017).

Devido à baixa adesão na escola A, contatei a escola B para a realização da produção de dados. A diretora dessa escola me autorizou a realizar o estudo e preferiu selecionar os alunos, ao invés de convidá-los de modo geral, como ocorreu na escola A. Nessa escola houve a participação de dez alunos de oitavo e nono anos. A produção de dados ocorreu entre março e abril de 2019.

A escola B se localiza na região central do município em que ocorreu a produção de dados. Ela funciona nos períodos matutino e vespertino, na etapa dos Anos Finais do Ensino Fundamental. No período da produção de dados, a escola possuía três turmas de oitavos anos e

¹⁰⁵ “O indicador de nível socioeconômico das escolas tem por objetivo situar o conjunto dos alunos em estratos socioeconômico, definidos pela posse de bens domésticos, renda e contratação de serviços pela família dos alunos e pelo nível de escolaridade de seus pais. No indicador, as escolas são classificadas em grupos variando de 1 a 6, sendo que nas escolas classificadas no ‘Grupo 1’ predominam alunos com baixo nível socioeconômico e, no ‘Grupo 6’, alunos com alto nível socioeconômico [...]” (INEP, 2017, *online*).

três turmas de nonos anos, em média 150 alunos dessa etapa de ensino. Duas turmas de oitavos anos e duas turmas de nonos anos frequentavam as aulas no período da manhã e uma turma de oitavo ano e uma turma de nono ano frequentavam as aulas no período da tarde. No Quadro 12, a seguir, apresento uma caracterização da escola.

Quadro 12 – Caracterização da escola B

Aspecto	Característica
Matrículas	307
Turmas	11
Salas de aula	11
Docentes	21
Total de funcionários	29
Indicador de Nível Socioeconômico	Grupo 4
Modalidades/ Etapas oferecidas	Anos Finais do Ensino Fundamental

Fonte: INEP (2017).

A produção de dados, portanto, ocorreu entre fevereiro e abril de 2019 com a participação de doze estudantes das duas escolas supracitadas. Os alunos tinham idade entre 13 e 14 anos. Eles trabalharam em duplas. As duplas não se reuniam ao mesmo tempo, havia uma dupla por encontro. Houve a realização de três ou quatro encontros com cada dupla, com duração média de duas horas. No Quadro 13, a seguir, apresento os participantes e detalhes sobre os encontros. Os nomes apresentados são fictícios, para preservar a identidade dos estudantes.

Quadro 13 – Participantes

Nome	Idade	Etapa de ensino	Escola	Período ¹⁰⁶
Adriana	14 anos	9º ano	A	tarde
Alice	13 anos	8º ano	B	manhã
Amanda	13 anos	8º ano	B	tarde
Ariane	13 anos	9º ano	A	tarde
Bárbara	13 anos	8º ano	B	tarde
Bianca	14 anos	9º ano	B	manhã
Bruna	14 anos	9º ano	B	manhã
Caíque	14 anos	9º ano	B	manhã
Lúcio	13 anos	8º ano	B	tarde
Rafaela	13 anos	8º ano	B	tarde
Vinicius	13 anos	8º ano	B	tarde
Yuri	14 anos	9º ano	B	manhã

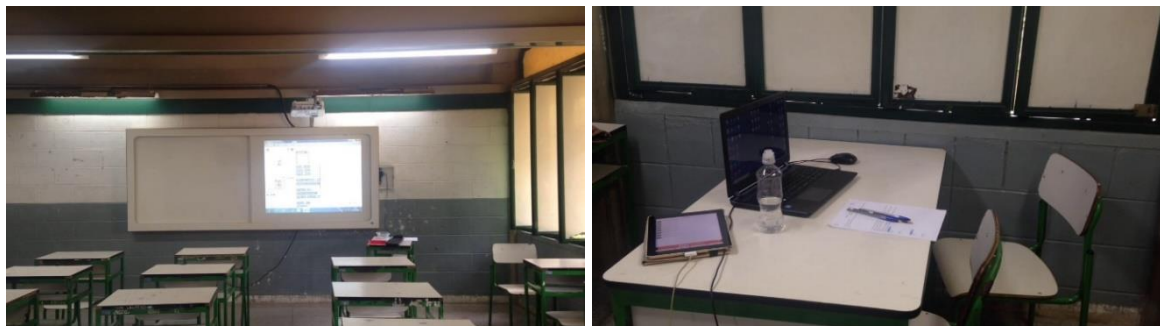
Fonte: Elaborado pela autora.

Na escola A foi me cedida uma sala de aula vaga para a realização do Experimento de Ensino. As atividades foram realizadas no meu computador pessoal. A sala possuía uma lousa digital, que foi utilizada para a introdução do programa utilizado no desenvolvimento das atividades. Na Figura 24, a seguir, apresento o ambiente em que ocorreram os encontros na

¹⁰⁶ Referente ao período em que os estudantes participaram do Experimento de Ensino.

escola A. No lado esquerdo da figura, pode-se observar a lousa digital; no lado direito encontra-se o local onde as participantes realizavam as atividades.

Figura 24 – Ambiente dos encontros na escola A



Fonte: A autora.

Embora tenha utilizado meu equipamento próprio para a realização das atividades, na escola B me cederam o Laboratório de Informática para a realização dos encontros. Não utilizei os computadores da escola, pois necessitava de programas específicos para a produção de dados. Na Figura 25, a seguir, apresento o ambiente em que os encontros ocorreram na escola B. No lado esquerdo da figura, pode-se observar os computadores do laboratório; no lado direito é possível observar o local em que os participantes realizavam a investigação no computador e ao fundo o computador utilizado para introduzir o Scratch aos participantes.

Figura 25 – Ambiente dos encontros na escola B



Fonte: A autora.

O planejamento inicial era a realização de três encontros com cada dupla de uma hora e meia cada, mas a duração e a quantidade foram variáveis. No primeiro encontro com todas as duplas, busquei um diálogo sobre os propósitos da pesquisa, as experiências prévias dos estudantes em relação à Matemática, ao uso de tecnologias digitais e à programação de computadores. No primeiro encontro houve a realização de atividade introdutória ao Scratch, na qual as ideias da programação por blocos foram apresentadas, bem como as possibilidades do programa utilizado. Ainda no primeiro encontro, os participantes realizaram a Atividade 1. No segundo encontro, os participantes realizaram a Atividade 2. No terceiro encontro, os participantes realizaram a Atividade 3. Além da realização das atividades, discussões sobre as

atitudes e as dificuldades dos participantes ocorreram durante o desenvolvimento de todos os encontros com todas as duplas. No Quadro 14, a seguir, apresento as duplas, as datas dos encontros e as atividades realizadas em cada encontro.

Quadro 14 – Encontros do Experimento de Ensino

Dupla	Data	Atividade	Dupla	Data	Atividade
Adriana Ariane	1 de março de 2019	1	Bianca Bruna	27 de março de 2019	1
	8 de março de 2019	2		10 de abril de 2019	2
	18 de março de 2019	3		17 de abril de 2019	3
Caíque Yuri	26 de março de 2019	1	Rafaela Lúcio	27 de março de 2019	1
	2 de abril de 2019	1 e 2		3 de abril de 2019	2
	9 de abril de 2019	3		10 de abril de 2019	3
	16 de abril de 2019	3	Alice Bárbara	1 de abril de 2019	1
Amanda Vinícius	26 de março de 2019	1		8 de abril de 2019	2
	2 de abril de 2019	2		15 de abril de 2019	3
	23 de abril de 2019	3		23 de abril de 2019	3

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesta subseção apresentei o cenário da produção de dados, mais especificamente, as escolas em que os dados foram produzidos e os participantes da pesquisa. Na subseção seguinte, apresento os procedimentos de produção dos dados.

4.5 Produção de dados

No desenvolvimento do Experimento de Ensino, os dados foram produzidos por meio de captação da tela do computador simultaneamente ao áudio, filmagem global do ambiente dos encontros, gravação em áudio, coleta da produção escrita dos participantes e desenvolvimento de diário de campo. Esses dados buscaram captar os momentos e experiências dos participantes ao desenvolverem as atividades. Assim, as ações, as falas, as expressões e os gestos foram registrados nesses diferentes modos com o intuito de, por meio de sua análise e interpretação, compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo.

4.5.1 Gravações

Os dados de pesquisas qualitativas podem ter como natureza a imagem e o som. Essas mídias apresentam “[...] registro restrito mas poderoso das ações temporais e dos acontecimentos reais – concretos, materiais.” (LOIZOS, 2008, p. 137). Além disso, são valorizadas no contexto social e temporal em que vivemos pela influência dos meios de comunicação.

Com a crescente facilidade de acesso e de produção de vídeos, essas mídias também são cada vez mais utilizadas na produção de dados de pesquisas qualitativas. Loizos (2008, p. 149) aponta que “O vídeo tem uma função óbvia de registro de dados sempre que algum conjunto de

ações humanas é complexo e difícil de ser descrito compreensivamente por um único observador, enquanto ele se desenrola.”. Corroborando essa ideia, Garcez, Duarte e Eisenberg (2011, p. 251-252) apontam que

[...] o uso adequado da imagem em movimento, aliada ao áudio, permite capturar aspectos difíceis de serem captados com outros recursos, tais como expressões corporais, faciais e verbais utilizadas em situações cotidianas (no caso de uma observação sistemática, por exemplo); reações de diferentes sujeitos em face de uma atividade ou questão proposta pelo pesquisador – como visualização e interpretação de filme e/ou imagem fixa (fotografia, gravura, símbolo, ícone etc.); audição de música; reação à leitura em voz alta de um texto; leitura individual de texto; participação em grupo focal; realização de tarefas e/ou atividades em grupos operativos ou individualmente etc.

A utilização de vídeos na produção de dados tem trazido novas possibilidades para as pesquisas qualitativas, como a facilidade de se reexaminar os dados, a potencialização da observação e o acesso a comportamentos não-verbais. Sob uma mesma filmagem, inclusive, é possível se interpretar com múltiplos pontos de vista. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

As filmagens – captura de tela e filmagem global – foram utilizadas para tentar compreender o movimento de construção da forma como foi experienciado pelos participantes. Dificilmente com outro recurso, poderia observar o objeto de estudo com tanta riqueza de detalhes.

Na realização das atividades, os participantes utilizaram meu computador pessoal. A captura de tela ocorreu com a utilização do programa gratuito FlashBack Express¹⁰⁷, que permitiu a captura da tela do computador no desenvolvimento das atividades pelas duplas, assim como gravou simultaneamente o áudio.

Para as filmagens globais, utilizei o iPhone e o aplicativo iVCam Webcam¹⁰⁸, que possibilita a gravação em vídeo por meio de um *smartphone* e armazena simultaneamente a filmagem no computador. Assim, necessitei utilizar um segundo computador na produção de dados.

Como forma de precaução, também realizei a gravação de áudio com um dispositivo próprio. Essa gravação não configurou o centro de análise. Além de precaução, a gravação em áudio permitiu ouvir as discussões, quando estavam inaudíveis nos outros dispositivos. Para a gravação do áudio utilizei um iPad e o aplicativo Voice Recorder¹⁰⁹.

¹⁰⁷ <https://www.flashbackrecorder.com/express/>

¹⁰⁸ <https://www.e2esoft.com/ivcam/>

¹⁰⁹ <https://apps.apple.com/us/app/voice-recorder-free/id685310398>

4.5.2 Registros escritos

Além das gravações, no desenvolvimento do Experimento de Ensino, os participantes eram estimulados a escreverem em um roteiro. Essa produção escrita constituiu-se, também em dados de análise da pesquisa, tornando-se documento. Gonsalves (2005, p. 32) aponta que o “[...] documento corresponde a uma informação organizada sistematicamente, comunicada de diferentes maneiras (oral, escrita, visual ou gestualmente) e registrada em material durável.”.

Na produção de dados, além da coleta da produção escrita dos participantes, foi desenvolvido um diário de campo que é um registro escrito “[...] do que o pesquisador ouve, vê, experiencia e pensa no decorrer da coleta e reflexão dos dados em um estudo qualitativo.” (BOGDAN; BIKLEN, 2007, p. 118-119, tradução nossa)¹¹⁰.

O diário de campo auxilia o pesquisador a entender o objeto pesquisado ao dar visibilidade para certos acontecimentos, permitindo ajuste do foco da análise, como observa Vieira, J. (2001, p. 93)

A escrita diária de anotações e de comentários críticos permite ao(a) pesquisador(a) recuperar com precisão acontecimentos passados [...] que, de outro modo, passariam despercebidos. Assim, a leitura dos diários enseja novos aspectos a serem observados e, ao mesmo tempo, conduz ao reajustamento do foco de análises qualitativas. Com o diário, ficam visíveis pontos investigados que carecem de maior esclarecimento ou de aprofundamento.

As gravações e os registros escritos constituíram nos dados de análise desta pesquisa. Na subseção seguinte, discorro sobre a análise de dados qualitativos e sobre o processo desempenhado para a análise desses dados.

4.6 A análise de dados qualitativos

A análise é um processo de transformação, que envolve a manipulação e a interpretação dos dados (GIBBS, 2009). Bogdan e Biklen (2007, p. 159, tradução nossa)¹¹¹ entendem que a análise de dados se relaciona à manipulação dos dados, envolvendo “[...] trabalhar com os dados, organizá-los, dividi-los em unidades gerenciáveis, codificá-los, sintetizá-los e procurar padrões.”. Corroborando essa ideia, Creswell (2007) considera que a análise é um processo de organização e preparação dos dados, redução dos dados em temas e apresentação dos dados por meio de figuras, quadros ou discussão. Já a interpretação dos dados, nesse contexto, “[...] refere-se ao desenvolvimento de ideias sobre as descobertas e à sua relação com a literatura e com

¹¹⁰ [...] of what the researcher hears, sees, experiences, and thinks in the course of collecting and reflecting on the data in a qualitative study.

¹¹¹ [...] working with the data, organizing them, breaking them into manageable units, coding them, synthesizing them, and searching for patterns.

preocupações e conceitos mais amplos.” (BOGDAN; BIKLEN, 2007, p. 159, tradução nossa)¹¹².

A análise dos dados se inicia concomitantemente à produção. A vivência do contexto de produção de dados gera reflexões e incitam interpretações do objeto pesquisado. Contudo, a manipulação dos dados se inicia após a produção. A primeira etapa é a organização dos dados. Seguida de conversão desses dados em forma textual, se os dados já não forem dessa natureza. Depois o pesquisador precisa conhecer seus dados. Para isso, é preciso observar ou ler repetidas vezes os dados convertidos em texto. (CRESWELL, 2007).

Ao se familiarizar com os dados e desenvolver ações de descrição, classificação e interpretação, o pesquisador constrói códigos ou categorias de análise. A codificação dos dados significa a redução dos dados em segmentos significativos e na nomeação desses segmentos. Os códigos podem ser determinados a priori ou podem ser determinados com base nos dados. Quando se baseiam nos dados, podem ser palavras utilizadas pelos participantes ou palavras que o pesquisador entende como as que melhor descrevem as informações. Os códigos podem representar informações que o pesquisador buscava encontrar, informações surpreendentes ou conceitualmente interessantes. (CRESWELL, 2007).

Após desenvolver a codificação, o pesquisador terá uma lista de códigos. Os códigos são, então, combinados em categorias ou temas amplos. A combinação de códigos ocorre por meio da identificação de padrões. Cada categoria é uma família de códigos. O pesquisador necessita justificar as diferentes famílias pelo seu sentido, discutindo as razões pelo agrupamento dos códigos nessa categoria. (CRESWELL, 2007; BODGAN; BIKLEN, 2007).

Por fim, é necessário apresentar e discutir os dados. Os dados podem ser apresentados por meio desses temas em formato de gráficos, tabelas, quadros ou discussões. Nessa etapa o pesquisador procura “[...] acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado. Para isso ele terá que fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e relações que possibilitem a proposição de novas explicações e interpretações.” (LÜDKE; ANDRÉ, 2014, p. 58), ou seja, busca ir além da simples descrição dos dados e sua organização em categorias.

Neste estudo, os dados foram constituídos por gravações em vídeo e áudio do Experimento de Ensino, pelos registros escritos dos participantes e pelo diário de campo produzido. A principal fonte de dados foi as filmagens da tela do computador, que registraram as ações no Scratch e as conversas dos estudantes nos momentos de construção. As filmagens

¹¹² [...] refers to developing ideas about your findings and relating them to the literature and to broader concerns and concepts

globais dos encontros, as gravações em áudio, os registros escritos e o diário de campo foram fontes secundárias, utilizadas para complementar as informações provenientes das filmagens da tela do computador. Assim, a análise de dados ocorreu com base em processo analítico próprio para registros audiovisuais e teve como inspiração o método de análise de vídeos de Powell, Francisco e Maher (2004).

A primeira fase desse método consiste na **observação das filmagens**, nessa fase o pesquisador assiste ao conteúdo dos vídeos com o intuito de se familiarizar com ele. Na segunda fase, o pesquisador **descreve as filmagens**, anotando em intervalos de tempo o que se passou nas filmagens, de forma a mapear o conteúdo dos vídeos de forma objetiva. A terceira fase ocorre por meio da **identificação de eventos críticos**, nela o pesquisador assiste novamente às filmagens se atentando para momentos significativos; segundo Powell, Francisco e Maher (2004, p. 22) esses momentos “[...] podem ser eventos que confirmam ou contradizem hipóteses de pesquisa; [...] ser instâncias de vitórias cognitivas, esquemas conflitantes ou generalizações ingênuas; [...] ser qualquer evento que seja de alguma forma significativo para a agenda de uma pesquisa.”.

Na quarta fase ocorre a **transcrição**. Nessa etapa o pesquisador transcreve os momentos críticos, ou momentos anteriores a eles, como forma de entender e analisar o que levou ao evento crítico; também podem ser transcritas porções da filmagem diretamente relacionadas à questão diretriz da pesquisa. A quinta fase é a **codificação**. Nesse momento da análise o pesquisador procura identificar temas que caracterizam os dados ou que podem ser relacionados aos referenciais teóricos, com foco nos eventos críticos. Na sexta fase ocorre a **construção do enredo**. Nessa etapa o pesquisador busca relacionar os eventos críticos aos códigos, buscando compor uma redação interpretativa dos objetos de estudo. A sétima e última fase é a **composição da narrativa**, que pode ser entendida como a redação final da análise. Nessa fase o pesquisador disserta sobre a interpretação do objeto de estudo, utilizando os dados como suporte e dialogando com o referencial teórico.

As etapas propostas por Powell, Francisco e Maher (2004) para a análise de vídeos estão em consonância com o processo de análise de dados qualitativos descrito anteriormente. Observar, descrever e transcrever as filmagens se relacionam à ideia de transformar os dados para formas textuais. Identificar eventos críticos e codificar têm estreita relação com os processos de codificação e categorização dos códigos. Construir o enredo e a narrativa tem relação com o processo de apresentação, discussão dos dados e conexão dos resultados com a literatura ou referencial teórico.

Considero que a análise de dados é um processo amplo e complexo, envolvendo ações

de manipulação de dados, como transcrição, redução, codificação e categorização, que ocorre simultaneamente à interpretação. Assim, na subseção seguinte descrevo o processo de análise de dados que foi empregado neste estudo, com foco nos procedimentos de manipulação dos dados, que não foram isentos de interpretação.

4.6.1 O processo de análise de dados

A primeira etapa da manipulação dos dados foi a organização. Nessa etapa busquei organizar os dados em formato digital. Cada encontro teve como produto dois arquivos de filmagem, um proveniente da gravação da tela do computador e outro proveniente da gravação geral do ambiente (câmera); um arquivo em áudio; e dois registros escritos, o roteiro de investigação dos participantes e as anotações no diário de campo, que foram digitalizados posteriormente. A organização dos produtos ocorreu por meio do agrupamento dessas fontes de acordo com as duplas de participantes.

Como supracitado, as filmagens da tela do computador constituíram a principal fonte de dados. Assim, o processo de manipulação esteve centrado nesses dados, utilizando os dados provenientes de outras fontes, como complementação. Após a organização, houve as ações de observação e a descrição das filmagens da tela do computador. Nessa etapa, eu assisti diversas vezes as filmagens, com o intuito de me familiarizar com elas.

Em seguida, realizei o processo de descrição (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004), no qual busquei descrever as ações dos estudantes na interação com o Scratch. Além de descrever ações, descrevi falas e, em alguns momentos, busquei transcrevê-las. A descrição ocorreu em intervalos de tempo de um a três minutos. No Quadro 15, a seguir, apresento um exemplo desse processo. Neste recorte estão descritas as ações ocorridas e as falas da dupla Amanda e Vinícius no processo de exploração.

Quadro 15 – Exemplo do processo de descrição

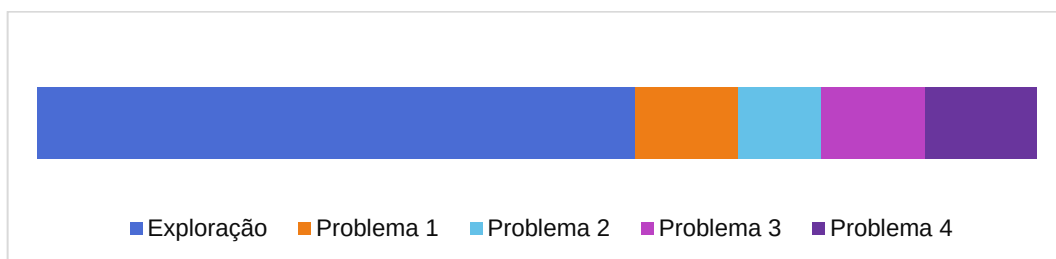
Intervalo	Descrição
16:54 18:12	Vinícius: “Ah é a abertura aqui. (move o cursor sobre os lados do “quadrado”)”. Amanda sugere que observem os valores de x e y dos elementos extremos do padrão. Vinícius: “Eu acho que é a distância entre eles. Deve ser de 90. Tipo assim, aqui (valores de x e y do elemento) é 60 e 45, no outro vai ser 190 e algum outro valor lá. É que aqui abaixa.”. Vinícius observa todos os valores de x e y dos elementos do padrão. Executam. 20 em distância. Executam.

Fonte: Elaborado pela autora.

Depois da descrição, foram identificados os momentos iniciais e finais dos diferentes desafios e atividades, com a intenção de traçar um panorama da exploração dos participantes, considerando o tempo gasto em cada problema de cada atividade; esses dados foram utilizados para a construção de gráficos como o Gráfico 1 apresentado. Em seguida, foram determinadas as modificações ocorridas no Scratch para a construção de cada problema. Com essas

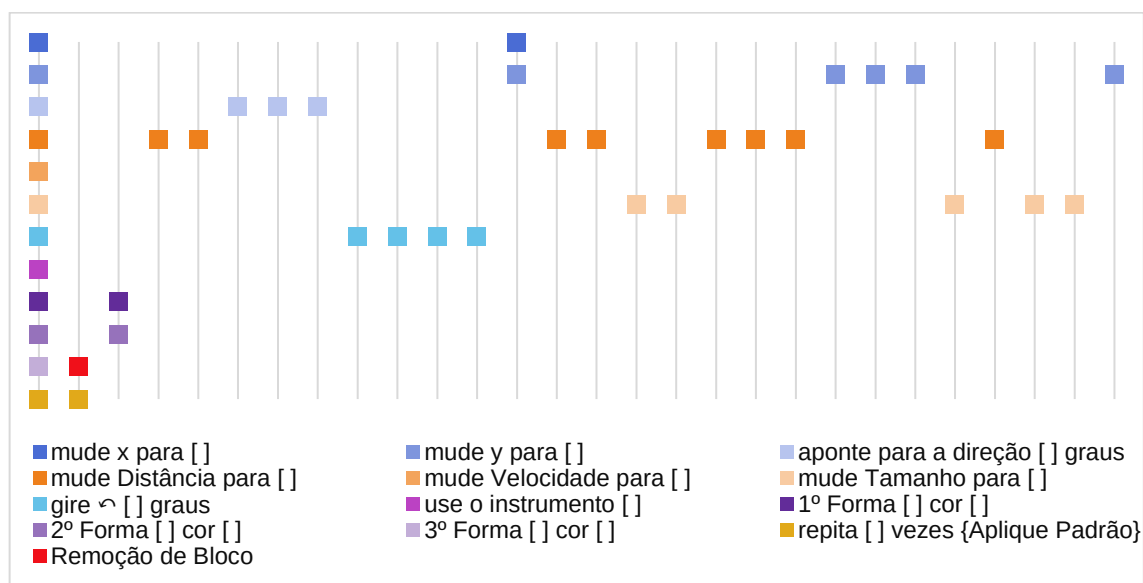
informações, foram construídos gráficos representantes dessas modificações, como o Gráfico 2. Junto às informações gráficas, foram acrescentadas informações visuais representantes das construções realizadas pelos participantes. Esse panorama dos dados auxiliou na organização e no entendimento do movimento de construção como um todo. Nos Gráficos 1 e 2, a seguir, apresento como exemplo o panorama de exploração da Atividade 1 pela dupla Alice e Bárbara (Gráfico 1) e a exploração do Problema 1 da mesma atividade pela dupla Lúcio e Rafaela (Gráfico 2).

Gráfico 1 – Panorama da Atividade 1 (Alice e Bárbara)



Fonte: Elaborado pela autora.

Gráfico 2 – Problema 1, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)



Fonte: Elaborado pela autora.

O panorama apresentado no Gráfico 1 tem como função sintetizar o movimento de exploração de todos os problemas propostos dentro da atividade e ilustrar o tempo gasto na realização de cada problema em relação ao tempo total. Nesse exemplo, pode-se perceber que, dentre as atividades realizadas, o Problema 2 foi o que levou menos tempo para conclusão.

O Gráfico 2 apresenta as modificações realizadas na construção do Problema 1 da mesma atividade, pela dupla Lúcio e Rafaela. A linha vertical esquerda representa, por meio de cores, os blocos disponíveis para modificação, que estão descritos na legenda. E, no sentido

esquerda-direita, as modificações realizadas nos blocos em cada execução. Nesse caso, os participantes iniciaram removendo o terceiro bloco “Forma [] cor []” do programa e modificando o bloco “repita [] vezes {Aplique padrão}”. Após a execução modificaram o primeiro e o segundo blocos “Forma [] cor []” e executaram o programa novamente. E assim por diante. Gráficos de panorama e de exploração foram construídos para representar o processo de construção de todas as duplas para todas as atividades e problemas e são parte da discussão dos dados.

Após esse entendimento geral, as descrições foram separadas em diferentes arquivos de acordo com os problemas de construção e com as duplas. Após leitura e entendimento, a interpretação das ações ocorreu utilizando as ideias de Schoenfeld (2011) acerca dos elementos influenciadores do processo de tomada de decisões, nomeadamente objetivos, recursos, orientação e aspectos metacognitivos. Assim, em cada arquivo, as descrições foram separadas em unidades menores considerando as ações realizadas no intuito de atingir um objetivo comum. Determinado esse objetivo, cada parte da descrição foi interpretada em termos dos recursos utilizados pelos participantes, das orientações dos mesmos e da forma como o monitoramento e a avaliação ocorria. No Quadro 16, a seguir, apresento como exemplo uma unidade de descrição.

Quadro 16 – Exemplos de unidades de descrição

Código	Nº	Unidade de descrição	Interpretação
A1P4 AliBar	10	Bárbara: “A estrela tinha que estar um pouco para cima... A distância...”. Alice: “Tamanho.”. 3 em tamanho. Execução. Bárbara: “Coloca 29.”. 28 em distância. Execução. Bárbara: “Agora ficou muito pequeno, deixa 29.”. 4 em tamanho. 29 em distância. Execução. Alice: “Foi!”	Objetivo: Ajustar a posição da estrela. Recurso: Scratch. Número. Teste. Orientação: visual, matemática. Metacognição: monitoramento visual, de valor.

Fonte: Elaborado pela autora.

Na primeira coluna do quadro se encontra um código utilizado para identificar o problema e a dupla a que essa descrição pertence. Nesse caso, o código A1P4 significa que as descrições são referentes ao Problema 4 da Atividade 1 e o código AliBar significa que são referentes à dupla Alice e Bárbara. As unidades em que a descrição de cada problema foi separada, foram enumeradas, assim o número da segunda coluna do quadro corresponde à essa enumeração no contexto geral da descrição do problema. A terceira coluna corresponde à descrição da filmagem. A quarta coluna é interpretação das ações em termos dos objetivos, recursos, orientação e monitoramento/avaliação observados.

Durante e após o processo de interpretação das unidades de descrição, comentários analíticos foram acrescentados e contribuíram para a determinação de eventos críticos (POWELL; FRANSCISCO; MAHER, 2004) ou episódios significativos. Os eventos críticos foram selecionados considerando sua relevância para o entendimento da questão de pesquisa e do alcance dos objetivos do estudo.

Ocorreram diversos momentos de seleção dos eventos críticos. Num primeiro momento, essa seleção ocorreu por meio da leitura das unidades de descrição e da observação das filmagens, com foco naquilo que se destacava nos dados. Esses eventos críticos foram codificados, com base nas ações e nas falas dos estudantes. A codificação, portanto, buscou descrever o sentido principal daquele evento crítico. No Quadro 17, a seguir, apresento um exemplo de evento crítico codificado.

Quadro 17 – Exemplo de evento crítico e codificação

Código	Nº	Unidade de descrição	Interpretação	Comentário	Codificação
A2P4 BiaBru	1	Bianca: “Como a gente vai fazer isso aqui?”. Bruna conta sete. Duplica padrão 3 construindo padrão 4. Duplica padrão 4, construindo padrão 5, padrão 6 e padrão 7. Bruna conta novamente. Apagam padrão 7.	Objetivo: Ajustar quantidade de programas. Recurso: Scratch. Número. Contagem. Orientação: visual, matemática. Metacognição: monitoramento visual, de valor, de programa.	O modo como a participante disse que eram 6 programas e depois 7, mostra que ela interpretou o problema de duas formas.	Interpretação. Problema. Contagem.

Fonte: Elaborado pela autora.

Depois desse primeiro momento de codificação, esses eventos críticos foram comparados e, com base em suas semelhanças, eles foram agrupados. Esse agrupamento deu origem a temas. Nesse sentido, entende-se tema como um agrupamento de semelhantes, ou seja, com base nos padrões identificados nos dados. Essa semelhança ocorreu em relação a falas, ações e abordagens observadas nos dados. O movimento de desenvolvimento de temas, portanto, buscou evidenciar relações de similaridade (MAXWELL; MILLER, 2008).

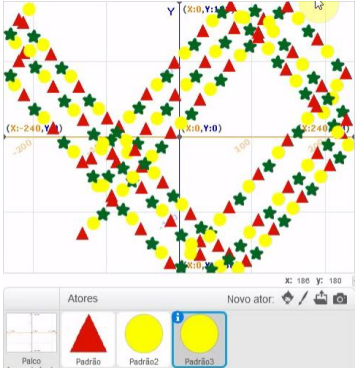
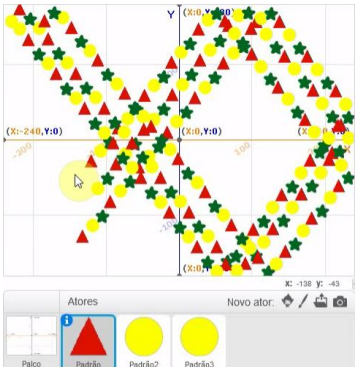
Após a constituição dos temas, houve nova seleção de eventos críticos, a fim de buscar aqueles que melhor representassem o agrupamento. Depois, para cada tema foi desenvolvida uma discussão, conectando os eventos críticos a uma interpretação analítica, com base no referencial teórico e outras ideias presentes na literatura.

4.6.2 Forma de apresentação dos resultados

Os resultados são apresentados por meio de temas analíticos. Esses temas buscam elucidar aspectos da construção de padrões dinâmicos e daquilo que os estudantes mobilizaram nessa construção. Em cada tema são apresentados diferentes eventos críticos. Esses eventos

críticos são fragmentos dos dados que incorporam as falas dos estudantes e/ou modificações realizadas na simulação. Falas, ações e imagens são apresentadas em quadros, seguindo uma ordem cronológica. De forma a esclarecer como esses eventos críticos devem ser lidos, apresento um exemplo, a seguir.

Quadro 18 – Exemplo de evento crítico da forma como se apresenta nos resultados

Lúcio e Rafaela Problema 3, Atividade 2	
Discussão e modificações	
48 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 3. Execução de todos os Padrões (Figura 26). <i>Rafaela: Eu acho que tem que mudar aqui [no bloco “gire $\curvearrowright$ [] graus”]. Tenta colocar 50 em todos.</i> 50 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 3. Execução do Padrão 3. Execução de todos os Padrões. 50 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 2. 50 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 1. Execução de todos os Padrões (Figura 27).	
Tela do Scratch	
Figura 26 – 48 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no Padrão 3   Fonte: A autora. Figura 27 – 50 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” em todos os Padrões   Fonte: A autora.	

Fonte: Elaborado pela autora.

A primeira linha do Quadro 18 identifica o problema e a dupla em que se deu esse evento crítico. Na coluna “Discussão e modificações” é apresentado, de modo cronológico, o que aconteceu no evento. Os participantes, nessa construção, utilizaram três programas que no

contexto da simulação eram nomeados de Padrões, como se observa abaixo do campo de execução. Nesse evento, primeiro os participantes modificaram a entrada do bloco “gire ◡ [] graus” para 48 no Padrão 3. Houve a execução de todos os programas (Padrões), assim, na coluna “Tela do Scratch” se apresentam algumas imagens do que os participantes viam. Nesse caso, a Figura 48 apresenta o código do Padrão 3 modificado e o resultado da execução de todos os programas após essa modificação. Após a execução, Rafaela fala “*Eu acho que tem que mudar aqui [no bloco “gire ◡ [] graus”]. Tenta colocar 50 em todos.*”. Depois dessa fala, eles modificam o bloco “gire ◡ [] graus” para 50 no Padrão 3, executam apenas esse programa e depois todos os programas. Em seguida, modificam o bloco “gire ◡ [] graus” para 50 no Padrão 2 e 1, respectivamente, e executam todos os programas. O resultado dessa execução e código do Padrão 1¹¹³ são apresentados na Figura 27.

Os temas são apresentados de forma segmentada, seguindo uma ordem que acredito que ajude a compreender os resultados. Contudo, esses temas possuem relações de contiguidade (MAXWELL; MILLER, 2008). Esse tipo de relação envolve “[...] justaposição no tempo e no espaço, a influência de uma coisa sobre a outra, ou relações entre partes de um texto; sua identificação envolve ver conexões reais entre as coisas [...]” (MAXWELL; MILLER, 2008, p. 462, tradução nossa)¹¹⁴. Desse modo, considerando o contexto em que se deu a realização das atividades, alguns temas são causa ou efeito de outros de modo que um evento crítico pode representar diferentes temas.

¹¹³ No Scratch só é exibido o código de um Padrão de cada vez. Na Figura 27, é apresentado o código do Padrão 1 e isso pode ser verificado pois está “selecionado” esse padrão abaixo do campo de execução, como se observa pela borda azul na indicação desse padrão.

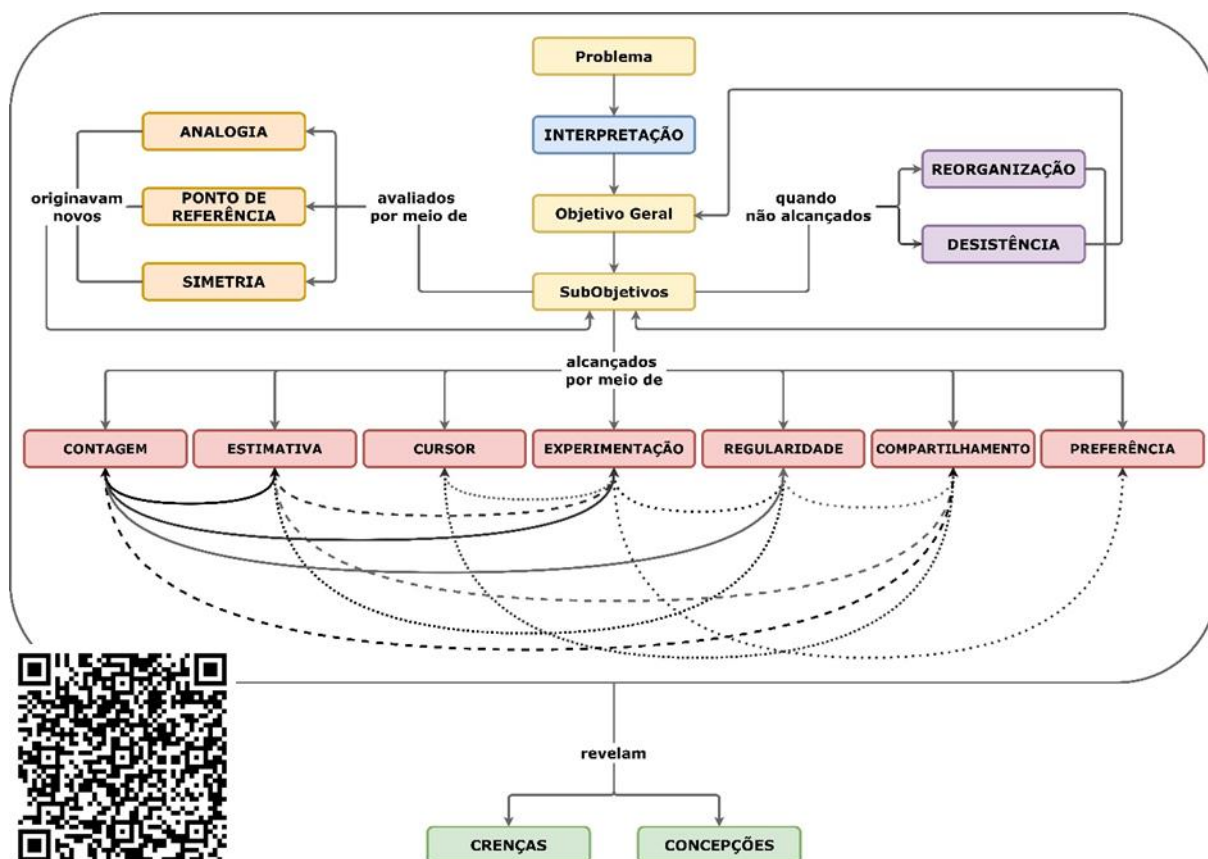
¹¹⁴ [...] juxtaposition in time and space, the influence of one thing on another, or relations among parts of a text; their identification involves seeing actual connections between things [...]

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção apresento e discuto os resultados do estudo, que estão organizados em quatorze temas de análise: Interpretação, Contagem, Estimativa, Cursor, Experimentação, Regularidade, Preferência, Compartilhamento de conhecimentos matemáticos, Ponto de referência, Analogia, Simetria, Desistência e reorganização, Concepções matemáticas e Crenças. Os temas são discutidos mediante a apresentação dos dados em forma de eventos ou episódios críticos e buscam elucidar diferentes dimensões do processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch e daquilo que foi mobilizado pelos estudantes nessa construção.

É importante destacar que esses temas, embora segmentados na apresentação dos resultados, se relacionaram e se influenciaram em diversos níveis, no contexto dos dados. O processo como um todo foi bastante dinâmico e muitos eventos críticos não se relacionaram a apenas um tema. Nesse sentido, foi bastante desafiador representar linearmente aquilo que não foi linear. Para ilustrar os resultados do estudo de maneira a representar essa não linearidade, apresento, na Figura 28 a seguir, uma rede, que pode ser acessada em melhor resolução pelo Qr Code da figura (ou pelo endereço: <https://abre.ai/d5BR>). Em seguida, discorro sobre cada tema de análise e, ao final, sintetizo os resultados.

Figura 28 – Resultados representados em forma de rede

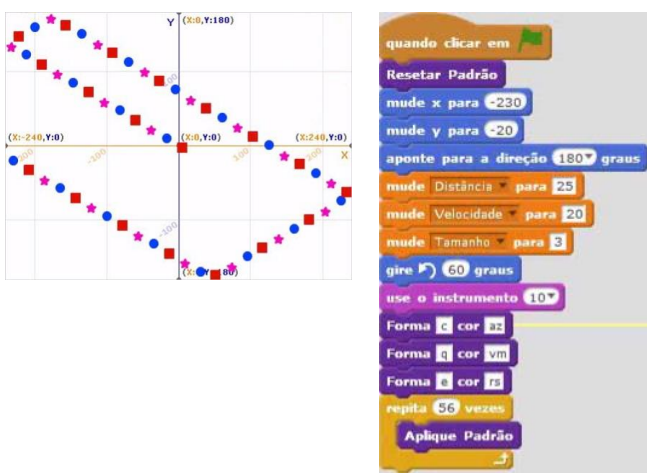


Fonte: Elaborado pela autora.

5.1 Interpretação

As maneiras como os estudantes interpretaram os problemas propostos foram essenciais para determinar os modos de realização das construções. Neste tema, apresento quatro eventos críticos que elucidam essas interpretações. No Quadro 19, a seguir, apresento a discussão e as modificações realizadas pela dupla Bianca e Bruna no início da construção do Problema 4 da Atividade 1.

Quadro 19 – Interpretação do Problema 4, Atividade 1 (Bianca e Bruna)

Discussão e modificações	Tela do Scratch
<i>Bianca: Ai! É o pior esse!</i> <i>Bruna: Ai, meu pai eterno!</i> <i>Bianca: Vamos rezar o pai nosso antes?</i> <i>Bruna: Olha, círculo. Agora tem o terceiro!</i> Incluem terceiro bloco “Forma [] cor []” no programa. Alteram as formas e cores do núcleo para: círculo azul, quadrado vermelho e estrela rosa. <i>Bruna: Os graus agora é para baixo.</i> Execução (Figura 29).	Figura 29 – Início da construção  The image shows the Scratch interface. On the left, a coordinate plane with x and y axes. A sine wave is plotted, starting at (0,0) and going up. The wave is composed of three different shapes: blue circles, red squares, and pink stars. The script on the right is as follows: <pre> quando clicar em [bandeira] Resetar Padrão mude x para -230 mude y para -20 aponte para a direção 180 graus mude Distância para 25 mude Velocidade para 20 mude Tamanho para 3 gire 60 graus use o instrumento 10 Forma [] cor [azul] Forma [] cor [vermelho] Forma [] cor [rosa] repita 56 vezes Aplique Padrão </pre> Fonte: A autora.

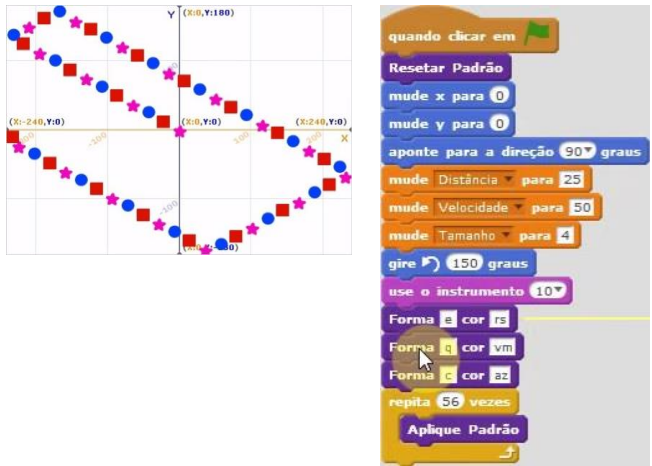
Fonte: Elaborado pela autora.

Pelas falas das participantes é possível entender que elas consideraram a construção um problema, uma vez que elas expressaram que essa construção não seria trivial. Contudo, isso não as impediu de iniciar a construção. Nesse evento crítico, fica evidente o modo como as participantes entenderam que a construção deveria ocorrer, ou seja, sua interpretação do problema. Essa interpretação foi externalizada por falas e ações que demonstraram o pensamento com a simulação, pois a imagem interpretada foi representada por meio de modificações a serem realizadas – como a inclusão de um terceiro bloco “Forma [] cor []” e a determinação de que os “graus” (expressão de blocos da simulação) eram para baixo.

As participantes não planejaram a construção como um todo, mas o modo como elas interpretaram o problema já condicionou como essa construção deveria ser feita. Nesse caso, elas reconheceram o padrão de repetição como sendo “círculo azul, quadrado vermelho e estrela rosa”. Esse entendimento já direcionou como a construção podia ser realizada, ou seja, determinou o objetivo da construção, a qual, dentre outras, teria “os graus” para baixo como aponta Bruna.

Resolvendo o mesmo problema, Lúcio e Rafaela optaram por outra forma de iniciar a construção, o que revela uma outra interpretação do problema. No Quadro 20, a seguir, apresento a discussão e as modificações realizadas pela dupla no início da construção.

Quadro 20 – Interpretação do Problema 4, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)

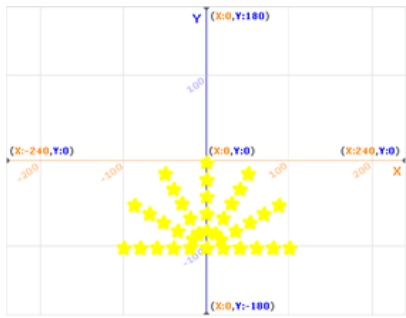
Discussão e modificações	Tela do Scratch
<i>Rafaela: Coloca lá, mais uma forma.</i> <i>Lúcio: Mais uma forma?</i> Incluem terceiro bloco “Forma [] cor []” no programa. <i>Rafaela: Coloca uma estrela. Estrela vermelha.</i> <i>Lúcio: Começa na estrela. A estrela é rosa. O quadrado que é vermelho.</i> Alteram as formas e cores do núcleo para: estrela rosa, quadrado vermelho e círculo azul. Execução (Figura 30).	Figura 30 – Início da construção  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Novamente, a interpretação foi representada por meio de modificações, revelando esse pensamento com a simulação. Diferente de Bianca e Bruna, Lúcio e Rafaela reconheceram o padrão de repetição como sendo “estrela rosa, quadrado vermelho e círculo azul”. Essa diferença de interpretação levou ao estabelecimento de diferentes objetivos, mesmo que o problema de construção apresentado tenha sido o mesmo.

Essa diferença de interpretação foi verificada também entre os participantes de uma mesma dupla. No Quadro 21, a seguir, apresento a discussão da dupla Amanda e Vinícius no início da construção do Problema 4, da Atividade 2.

Quadro 21 – Interpretação do Problema 4, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)

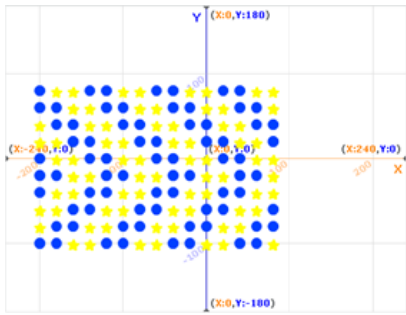
Discussão	Padrão a ser construído
<i>Amanda: Esse aqui é fácil (Figura 31), ó.</i> <i>Vinícius: Tem um, dois, três...</i> <i>Amanda: Como que a gente vai fazer o torto?</i> <i>Vinícius: Assim, a gente vai ter vários [inclinados] aqui.</i> <i>Amanda: Eu achei que era um torto.</i>	Figura 31 – Problema 4, Atividade 2  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Pela fala de Amanda é possível constatar que ela interpretou o problema como um conjunto de “semicircunferências”. Essa forma de enxergar o problema seria representada por meio de uma resolução diferente daquela apontada por Vinícius, a construção de fileiras inclinadas. Na fala de Amanda ainda se verifica que ela não saberia como proceder para construir o padrão utilizando “semicircunferências”. Construir fileiras inclinadas, por sua vez, já era familiar aos participantes e foi desse modo que procederam na resolução.

Um mesmo participante também conseguiu identificar diferentes formas de se construir um padrão. Eu entendo que isso caracteriza a presença de diferentes interpretações. Para elucidar, no Quadro 22, a seguir, apresento uma fala de Vinícius durante a construção do Problema 5 da Atividade 3.

Quadro 22 – Interpretação do Problema 5, Atividade 3 (Amanda e Vinícius)

Discussão	Padrão a ser construído
Questionados sobre como fariam a construção da Figura 32. <i>Vinicius: Pode ser de vários jeitos. Pode ser daqui e vai subindo igual ele¹¹⁵. Mas também pode ser descendo. Dependendo do que a gente quiser.</i> <i>Rita: Qual que vocês querem tentar?</i> <i>Vinicius: Debaixo para cima. Tem que mudar o y.</i>	Figura 32 – Problema 5, Atividade 3  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, o participante conseguiu interpretar o problema de diversas maneiras. A fala, inclusive, revela que ele saberia como proceder para construir o padrão de diferentes formas. Ou seja, essa interpretação seria representada no modo de conceber a construção – subindo ou descendo. Dentre os dois modos enxergados, a dupla optou por realizar a construção “debaixo para cima”.

Schoenfeld (2011) explica que, ao adentrar uma situação que necessita de tomada de decisão, o sujeito a assimila e se orienta diante dela, fazendo com que informações e conhecimentos sejam ativados. Considero que as ações de absorver, orientar e tornar salientes informações e conhecimentos é a interpretação da situação. Essa interpretação determina os objetivos, que são os propósitos que os sujeitos desejam atingir conscientemente ou não no enfrentamento da situação. Considerando a agência da simulação, essa interpretação se

¹¹⁵ Construção inferior da sequência, a partir da qual deveriam se basear para construir a parte superior.

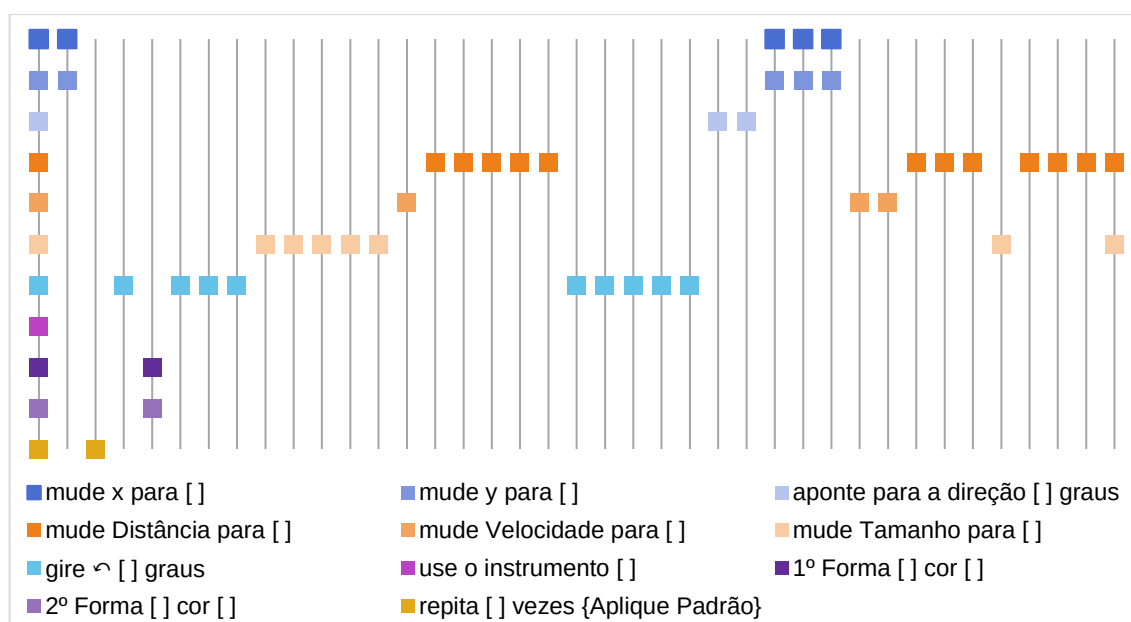
manifestava (ou se externalizava) pela representação daquilo que era visto em função daquilo que a simulação permitia que fosse realizado.

Os problemas propostos foram os mesmos para todas as duplas. Entretanto, os objetivos não eram os mesmos, pois cada participante ou cada dupla interpretava o problema a sua maneira. A interpretação, portanto, é de natureza subjetiva, ou seja, se relaciona com a maneira particular em que os participantes assimilaram e se orientaram nas situações propostas e salientaram informações e conhecimentos diante delas.

Frente a um problema de construção, os participantes o interpretaram e determinaram um objetivo geral, construir o padrão que fora proposto, com formas, cores, espaçamento entre elementos, quantidade de elementos, inclinação e posição inicial da maneira como interpretaram. Esse objetivo geral foi uma forma de planejamento, uma vez que funcionou como condicionador dos subobjetivos da construção. De forma espontânea, esse objetivo geral foi dividido em objetivos menores ou subobjetivos no processo de resolução.

Na busca por alcançar o objetivo geral, à medida que a construção ocorria, diferentes subobjetivos eram estabelecidos e alcançados. Nos dois primeiros eventos críticos apresentados, após a interpretação, os participantes agiram com o intuito de satisfazer o subobjetivo referente à determinação do núcleo do padrão. Assim, houve o reconhecimento do padrão de repetição. Para Bianca e Bruna esse padrão era “círculo azul, quadrado vermelho e estrela rosa” e para Lúcio e Rafaela esse padrão era “estrela rosa, quadrado vermelho e círculo azul”. No terceiro evento crítico, após a interpretação, Vinícius já inicia a contagem, que nesse caso foi utilizada para identificar a quantidade de fileiras necessárias para construir o padrão. No quarto evento, ao decidir que construção realizar, o participante já estabelece como subobjetivo a modificação da coordenada y.

Para ilustrar o processo de decomposição do objetivo geral em objetivos menores, ou subobjetivos, apresento no Gráfico 3, a seguir, o movimento de resolução da dupla Lúcio e Rafaela na realização do Problema 3 da Atividade 1.

Gráfico 3 – Problema 3, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)¹¹⁶

Fonte: Elaborado pela autora.

Por meio desse gráfico, que representa todas as modificações ocorridas, é possível ver que os participantes realizaram modificações nos blocos de forma independente. Ou seja, à medida que observavam a execução do programa, determinavam subobjetivos e realizavam modificações pontuais como forma de atingir tais objetivos. Nesse caso, inicialmente os participantes determinaram a posição (coordenada) do primeiro elemento do padrão (blocos “mude x para []” e “mude y para []”), após a atingir esse objetivo, determinaram a quantidade de elementos (bloco “repita [] vezes”), depois a inclinação (bloco “gire ^ [] graus”) e assim por diante.

As ações de determinação de objetivos e subobjetivos, no decorrer da resolução, estiveram presentes na construção de todos os padrões por todas as duplas. Assim, é possível considerar que os problemas de construção em conjunto com as simulações do Scratch auxiliaram no processo de decomposição de problemas. Decompor problemas consiste na divisão de tarefas em tarefas menores e gerenciáveis (ZANETTI; BORGES; RICARTE, 2016). A ideia de decomposição de problemas se relaciona à característica incremental e iterativa da prática computacional (BRENNAN; RESNICK, 2012). Essa característica é definida pela possibilidade de desenvolver soluções para os problemas enfrentados gradualmente em atividades computacionais (MOON; CHEON; KWON, 2019), como a programação por blocos no Scratch.

¹¹⁶ A linha tracejada no gráfico foi acrescentada para representar que as participantes desistiram de construir esse desafio naquele momento, voltando a resolver esse desafio depois de construir outros desafios.

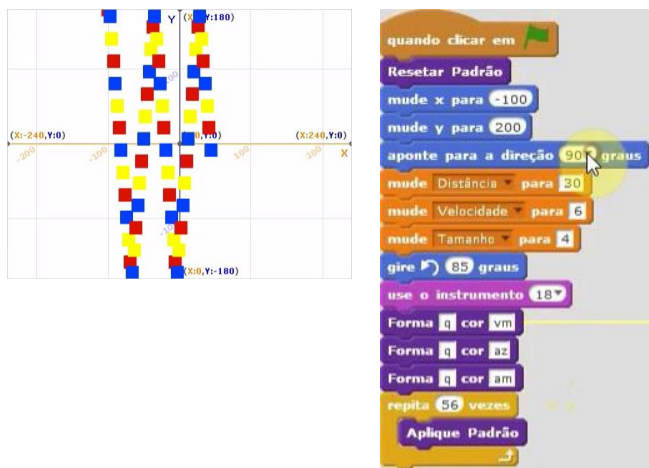
É preciso destacar que a decomposição de problemas verificada se deu no modo de pensar do coletivo participantes-com-simulação (BORBA; VILLARREAL, 2005), ou seja, foi um aspecto que não surgiu apenas dos participantes, mas deles conjuntamente à tecnologia digital utilizada, a simulação de construção de padrões no Scratch. A programação por blocos proporcionou a modificação de parâmetros individualmente e a dinamicidade da simulação fez com que fosse possível avaliar cada execução e, a partir dessa avaliação, realizar análise da nova situação, a determinação de novo objetivo e nova modificação.

Com base nas possibilidades da simulação do Scratch, os participantes reorganizaram sua forma de pensar (SOUTO; BORBA, 2016), o que culminou na abordagem de decomposição de problemas, com o estabelecimento de um objetivo geral e subobjetivos que surgiram no processo de resolução.

5.2 Contagem

A contagem (STACEY, 1989; BISHOP, 2000; VALE, 2013; TREVISANI, 2012) foi uma estratégia utilizada pelos estudantes no alcance de subobjetivos estabelecidos. Nesta seção apresento sete eventos críticos que ilustram os diferentes usos da contagem pelos participantes no estudo. No Quadro 23, a seguir, apresento discussões e modificações relacionadas à contagem durante a realização do Problema 3 da Atividade 1, pela dupla Ariane e Adriana.

Quadro 23 – Contagem no Problema 3, Atividade 1 (Ariane e Adriana)

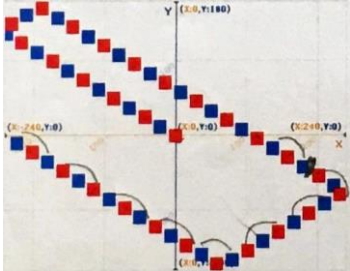
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Adriana: Vamos tentar esse. Tem que colocar número grande. Ariane: Não precisa contar. Adriana conta. Adriana: 56. 56 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 33).	Figura 33 – 56 em “repita [] vezes”  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Adriana observou que a construção desse problema deveria ocorrer com a determinação de um “número grande” na quantidade de elementos. Ariane considerou que não seria necessário contar. Mas, mesmo assim, Adriana por meio da contagem determinou a quantidade

de elementos do padrão como sendo 56. Na resolução do mesmo problema Alice e Bárbara também optaram pela contagem, mesmo que fosse um “número grande”. No Quadro 24, a seguir, apresento as discussões e modificações realizadas pela dupla.

Quadro 24 – Contagem no Problema 3, Atividade 1 (Alice e Bárbara)

Discussão e modificações	Registro no roteiro
Alice: Nossa! Quantos quadradinhos tem aí? Bárbara conta (Figura 34). Bárbara: Três, seis, nove, doze, quinze, dezoito, vinte e um, vinte e quatro... Alice: 24 está bom, a gente duplica o negócio aqui. 24 em “repita [] vezes”. Duplica o laço “repita [] vezes” e adiciona no código. Bárbara conta 32 restantes. 32 no segundo laço “repita [] vezes” (Figura 35). Bárbara: 56. Alice: Vamo assim que é mais fácil. Retiram segundo laço “repita [] vezes” do código. 56 em “repita [] vezes” (Figura 36). Alice: Qual que é a diferença? Bárbara: Não sei!	Figura 34 – Registro da contagem  Fonte: A autora.
Tela do Scratch	
Figura 35 – Dois blocos “repita [] vezes”  Fonte: A autora.	Figura 36 – Um bloco “repita [] vezes”  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

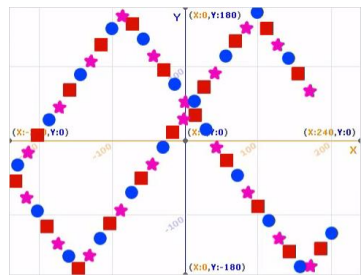
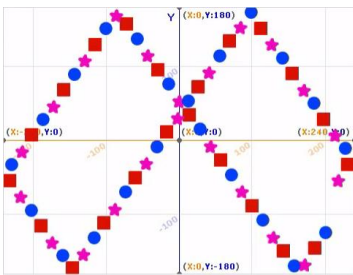
Nesse evento crítico, Bárbara contou até 24, de três em três. Enquanto contava, separou os elementos do padrão em grupos de três, como se observa no registro da atividade. Esse modo de contagem evidencia a mobilização de conhecimentos matemáticos acerca dos múltiplos de três, o que configura em uma aplicação de padrão de crescimento no processo da contagem. Esse tipo de contagem “mais eficaz” é também descrito por Vale (2013), que observa que explorar diferentes modos de contar elementos em configurações figuradas possibilita o reconhecimento de padrões.

Além desse modo de contagem, as participantes demonstraram que houve uma decomposição do padrão, uma separação de elementos, a fim de facilitar a contagem. Esse

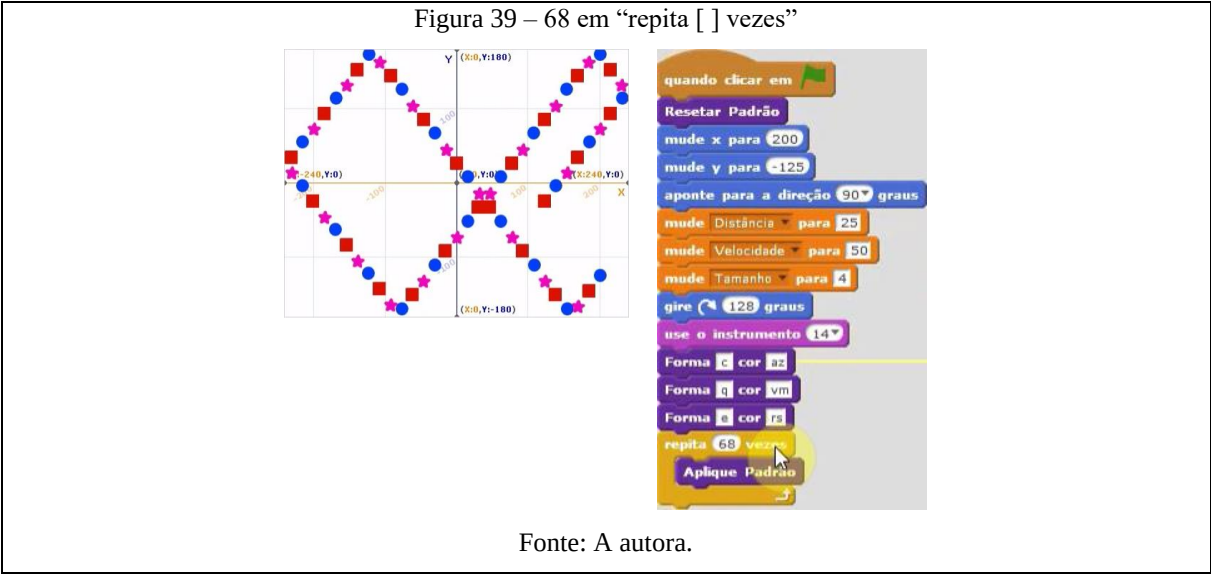
modo de pensar a contagem ocorreu com a simulação, pois a participante já demonstrou a intenção de representar a decomposição na simulação. Esse fato evidencia que houve uma moldagem da mídia (BORBA; VILLARREAL, 2005), pois Alice modificou aquele código para que expressasse a separação. Além disso, Alice considerou que aquela representação resultaria na construção de todos os elementos, ou seja, ela entendeu que a simulação realizaria a adição. Contudo, Bárbara optou por realizar a operação de soma e utilizar apenas um bloco.

Mesmo tendo definido a quantidade de elementos por meio da contagem, à medida que eles exploravam outros parâmetros, os participantes reavaliavam esse aspecto dos padrões construídos. A seguir, no Quadro 25, apresento discussões e modificações ocorridas durante a realização do Problema 4 da Atividade 1.

Quadro 25 – Contagem no Problema 4, Atividade 1 (Amanda e Vinícius)

Discussão e modificações	Tela do Scratch
Ao observar a construção da Figura 37. Vinícius: <i>Tem que bater do outro lado, e se a gente aumentar aqui?</i> Amanda: <i>Mas são 60, não pode mudar isso.</i> 66 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 38). Amanda: <i>Põe 60, porque a gente tem que achar com 60, e tem que mudar...</i> 60 em “repita [] vezes”. Execução. [...] ¹¹⁷ Vinícius: <i>Eu acho que eu contei errado os números. Não dá 60.</i> [...] Amanda: 68. 68 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 39). Amanda: <i>Eu acho que você contou errado, porque eu acabei de acertar!</i>	Figura 37 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1  Fonte: A autora.
Tela do Scratch	
Figura 38 – 66 em “repita [] vezes”   Fonte: A autora.	

¹¹⁷ Esse tipo de notação é usado para representar que houve outras modificações entre essas falas, contudo, elas não são importantes no contexto desse evento crítico e do que ele representa.



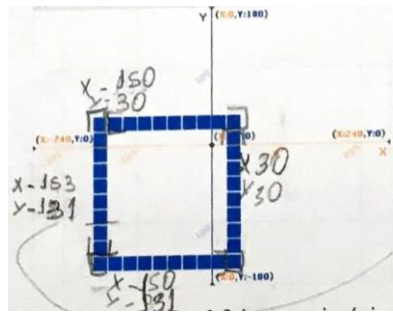
Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse evento crítico, os participantes observaram que o padrão precisava “bater do outro lado”. Vinícius sugeriu que aumentassem a quantidade de elementos. Eles até realizaram essa ação, mas acabaram retornando ao valor 60, que era o produto da contagem. Amanda, inclusive, apontou que a resolução deveria ser realizada utilizando esse valor. Após modificarem outros parâmetros e não alcançarem o objetivo geral traçado, os participantes questionaram a contagem, sugerindo que ela ocorreu de maneira equivocada. Amanda, então, sugeriu o valor 68. A utilização desse valor fez com que os estudantes alcançassem seu objetivo. Embora tenha havido uma espécie de teste para a determinação da quantidade de elementos, os participantes consideraram que a contagem estava incorreta, em uma forma de justificativa para o uso do teste na determinação da quantidade de elementos. Nesse caso, a configuração visual foi mais relevante para os participantes do que a numérica. Mas, na perspectiva deles, eles satisfizeram as duas configurações.

A determinação de elementos do Problema 2 da Atividade 2 se mostrou mais dificultosa para os participantes. No Quadro 26, a seguir, apresento as discussões das duplas Amanda e Vinícius e Alice e Bárbara na resolução desse problema e que envolveram a contagem.

Quadro 26 – Contagem no Problema 2, Atividade 2

Amanda e Vinícius	
Discussão	
Amanda conta. Amanda: 10. Vinícius: É 9, porque aí começa a outra. Amanda: Mas aí a gente faz 10 e 9. Vinícius: Faz 10, 9, 10 e 9. Amanda: Mas será que é isso mesmo? Vinícius: Conta quantos têm tudo. [...] Amanda: 36 em tudo. Acho que contei errado.	

Vinícius: É 9 de cada um, porque 4 vezes 9 é 36. [...] Amanda: Mas, então, eu tinha contado errado... 10 com 10 é 20. Mais 9, é 29, com mais 9 são 28. Vinícius: 38. Amanda: É. Não, 37. Vinícius: São 36, porque tem um dois, três, quatro, cinco seis, sete, oito, nove... Dez! Acho que pra ser um quadrado perfeito tem que ter todos os valores iguais.	
Alice e Bárbara	
Discussão	Registro no roteiro
Alice: Como a gente vai fazer isso? Bárbara: Teria que ser quatro padrões. [...] Bárbara conta. Bárbara: Os dois de cima vai ser 9 e os outros vão ser 8. Não. Bárbara conta (Figura 40). Bárbara: Pronto, tudo 9!	Figura 40 – Registro da contagem  Fonte: A autora.

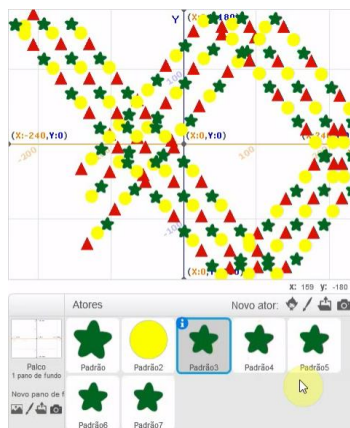
Fonte: Elaborado pela autora.

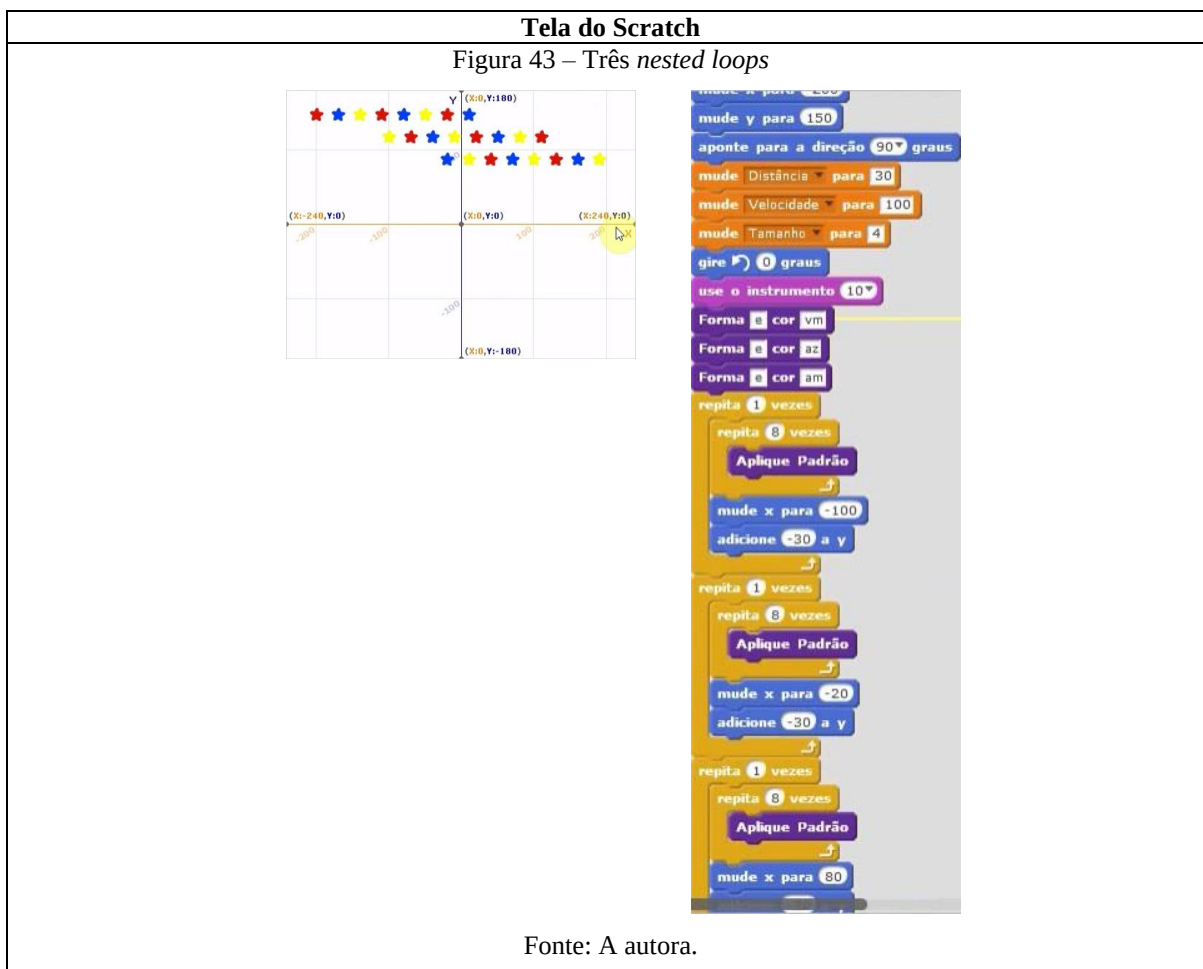
Amanda e Vinícius demonstraram certa dificuldade em determinar a quantidade de elementos de cada padrão, visto que eles entenderam que o Problema 2 deveria ser resolvido utilizando quatro programas. Amanda contou a quantidade de um “lado” e determinou que o valor deveria ser dez. Apenas pela contagem do “lado” eles não conseguiram entrar em um consenso. Decidiram contar todos os elementos e depois dividir. Mas Amanda ainda acreditava que a melhor maneira seria dois “lados” com dez elementos e os outros dois com nove. Ela realizou a soma de elementos e verificou que o total seria 38. Vinícius reiterou que a quantidade total deveria ser 36, mas, pela contagem determinou que a quantidade de elementos do “lado” era dez e generalizou esse valor, com base na noção de que o quadrado tem os lados iguais. Nesse episódio, os participantes mobilizaram conhecimentos matemáticos relacionados, não apenas com contagem, mas com soma, divisão e propriedades do quadrado.

No evento crítico referente à dupla Alice e Bárbara, também houve uma dificuldade na separação dos elementos a fim de determinar a entrada de “repita [] vezes” de cada um dos quatro programas. Pelo registro da atividade, percebe-se que Bárbara não contou a quantidade no “lado”, o que havia causado maior dificuldade em Amanda e Vinícius, mas separou os elementos que corresponderiam a cada padrão.

Além da determinação de quantidade de elementos, houve uso da contagem na determinação de quantidade de programas, e de linhas e colunas nos padrões bidimensionais. No Quadro 27, a seguir, apresento discussões e modificações que ocorreram na determinação desses valores.

Quadro 27 – Contagem na determinação de diferentes aspectos

Bianca e Bruna Problema 4, Atividade 2	
Discussão e modificações <i>Bianca: Como a gente vai fazer isso aqui?</i> Bruna conta. <i>Bruna: Sete.</i> Duplica Padrão 3 construindo Padrão 4. Duplica Padrão 4, construindo Padrão 5, Padrão 6 e Padrão 7 (Figura 41). Bruna conta novamente. <i>Bruna: Seis.</i> Apagam Padrão 7.	Tela do Scratch Figura 41 – Sete programas (padrões)  Fonte: A autora.
Caíque e Yuri Problema 1, Atividade 3	
Modificações 6 no laço “repita [] vezes” externo. 8 no laço “repita [] vezes” interno. Alteram as formas e cores do núcleo para: estrela vermelha e quadrado amarelo, respectivamente. Execução (Figura 42).	Tela do Scratch Figura 42 – Seis linhas e oito colunas  Fonte: A autora.
Rafaela e Lúcio Problema 3, Atividade 4	
Discussão e modificações <i>Rafaela: São quatro. E tem um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.</i> Utilizam três laços “repita [] vezes” externo com valor um. Interno a cada um desses laços, um laço “repita [] vezes” com valor oito. Execução (Figura 43). <i>Rafaela: Faltou um.</i>	



Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses eventos críticos se destacam os diferentes modos pelos quais a contagem e, por consequência, o número natural foram utilizados. Nesses casos, se sobressai, não a utilização propriamente, mas a representação do valor. No caso do evento destacado da dupla Bianca e Bruna, a contagem determinou a quantidade de programas que foi, então, representada no Scratch, por meio da duplicação dos Padrões (abaixo do campo de execução). No evento crítico relativo à dupla Caíque e Yuri, a contagem determinou a quantidade de linhas e colunas, que foi representada na simulação por meio das entradas dos blocos “repita [] vezes” externo e interno, respectivamente. Já no caso da dupla Lúcio e Rafaela, o resultado da contagem de linhas e colunas foi representada por meio da quantidade de laços “repita [] vezes” externo e no valores das entradas dos blocos “repita [] vezes” interno.

A contagem é resultado de um processo de classificação e seriação (RANGEL, 1992; NOGUEIRA, 2011). Esse processo envolve: a separação dos objetos a serem contados; a ordenação desses objetos; a ordenação dos nomes utilizados na enumeração; o estabelecimento de uma relação biunívoca entre o nome e o objeto e a síntese do processo, que corresponde no estabelecimento de um nome para expressar a quantidade total. Assim, em alguns casos esse

nome – o número – foi utilizado na determinação de parâmetros na simulação. Em outros casos o nome foi transformado novamente em objetos na simulação.

5.3 Estimativa

A estimativa foi também uma estratégia utilizada na determinação de diferentes parâmetros, como a quantidade de elementos, a inclinação e a posição inicial dos padrões. Nesta subseção apresento cinco eventos críticos que elucidam o uso da estimativa no contexto dos dados. No Quadro 28, a seguir, apresento uma discussão e as modificações realizadas pela dupla Bianca e Bruna na determinação da quantidade de elementos de um padrão do Problema 3 da Atividade 2.

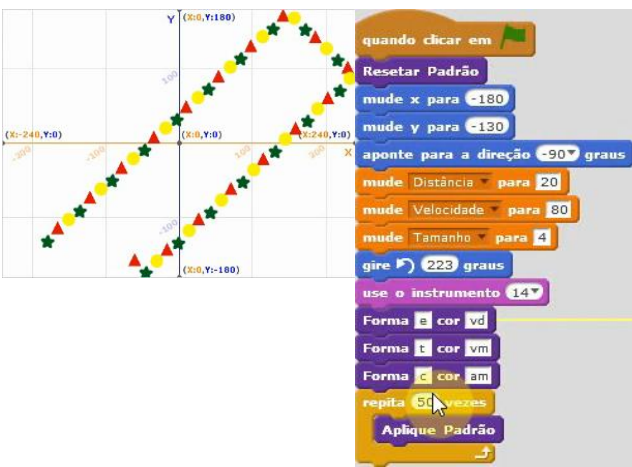
Quadro 28 – Estimativa na construção do Problema 3, Atividade 2 (Bianca e Bruna)

Discussão e modificações	
<i>Bianca: Vai ter que aumentar o número de vezes.</i> <i>Bruna: E como que a gente faz para contar tudo isso agora?</i> <i>Bianca: Não dá pra ver.</i> <i>Bruna: Vamos fazer do nosso jeito. Em vezes, eu vou colocar 50.</i> 50 em “repita [] vezes” no Padrão 1. Nesse mesmo Padrão, alteram as formas e cores do núcleo para: triângulo vermelho, círculo amarelo e estrela verde. Execução do Padrão 1 (Figura 44).	
Tela do Scratch	
Figura 44 – 50 em “repita [] vezes” (Padrão 1)  Fonte: A autora.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Na determinação da quantidade de elementos desse padrão, as participantes constataram que a contagem não seria viável, porque elas não conseguiam ver claramente todos os elementos. Assim, elas optaram por estimar esse valor. Essa estimativa foi identificada por Bruna como “fazer do jeito delas”. Na resolução do mesmo problema, Caíque e Yuri também recorreram à estimativa. No Quadro 29, a seguir, apresento as falas e modificações que elucidam a utilização dessa estratégia.

Quadro 29 – Estimativa na construção do Problema 3, Atividade 2 (Caíque e Yuri)

Discussão e modificações	Tela do Scratch
Yuri: Repetição agora. Mas para eu contar isso aqui vai ficar difícil. Vamos estipular uns 50. Vamos ver o que acontece. 50 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 45). [...] Caíque: Ele fez isso, agora tem que fazer três milhões de vezes. Tem que mudar a repetição, porque ele tem que bater aqui [na borda lateral esquerda]. 80 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 46). Yuri: Acho que foi muito. Caíque: Está vendo que ele voltou para cá? Yuri: Não era para voltar. Então diminui a repetição. Caíque: Antes estava 50, vamos colocar 65. 65 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 47).	Figura 45 – 50 em “repita [] vezes”  Fonte: A autora.
Tela do Scratch	
Figura 46 – 80 em “repita [] vezes”  Fonte: A autora.	Figura 47 – 65 em “repita [] vezes”  Fonte: A autora.

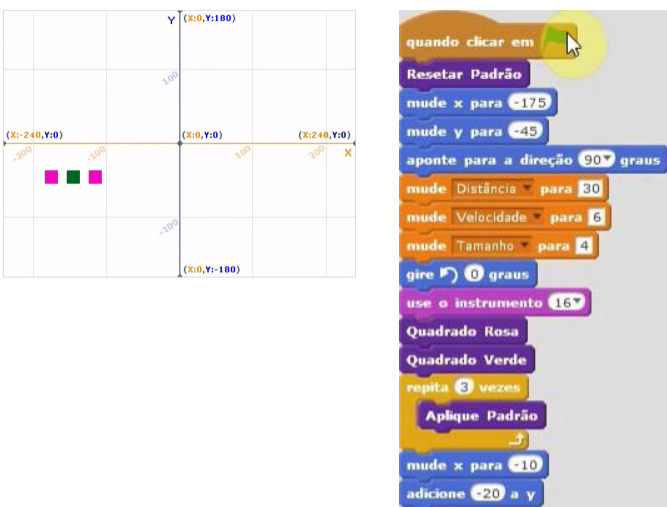
Fonte: Elaborado pela autora.

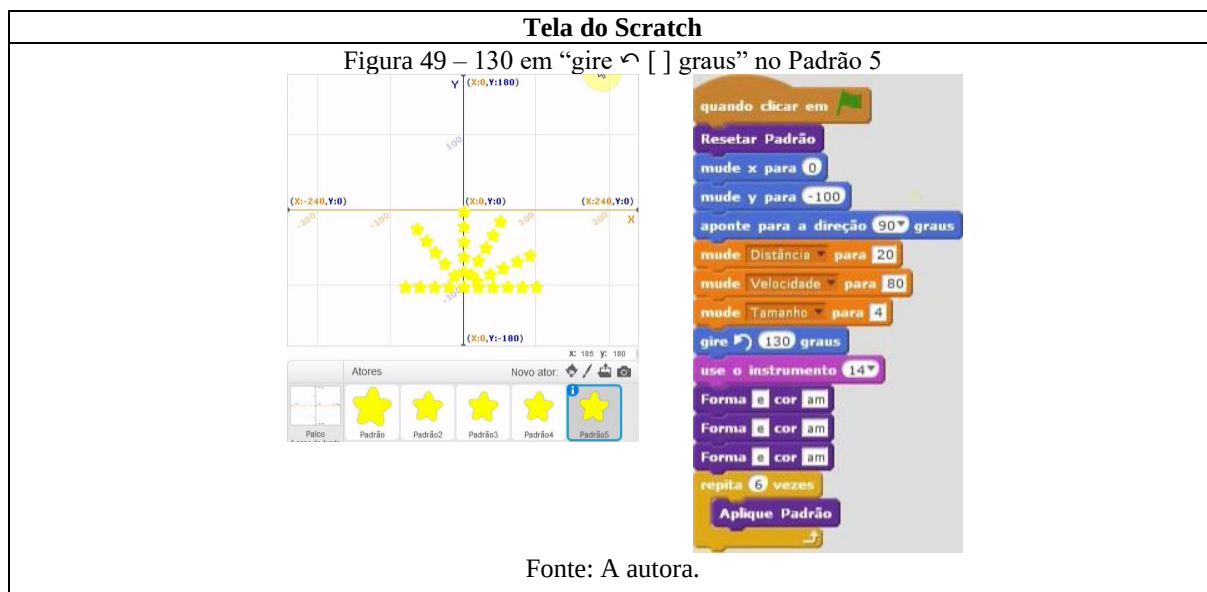
Nesse episódio, verifica-se diversos momentos em que os participantes recorreram à estimativa a fim de determinar a quantidade de elementos do padrão. A estimativa inicial foi consciente, o participante escolheu essa estratégia, que ele chamou de “estipular”. Mas além de simplesmente estimar o valor, essa ação foi acompanhada de uma consciência acerca da dinamicidade da mídia, um pensamento com a simulação, uma vez que a determinação do valor

foi para “ver o que acontece”. Ao ajustar outros parâmetros, os participantes entenderam que o valor inicial estimado não era suficiente e que era preciso aumentar. Isso foi constatado até por um exagero na fala de Caíque – “fazer três milhões de vezes” – com o objetivo de que o padrão “batesse na borda lateral esquerda”. Assim, nova estimativa aconteceu, mas o novo valor determinado ainda não se mostrou adequado para os objetivos, uma vez que avaliaram que o padrão “não era para voltar”. Nesse caso, o participante Caíque, para estimar o próximo valor, comparou o valor mínimo (50) – que fez “faltar” elementos – ao valor máximo (80) – que fez “sobrar” elementos, escolhendo o “meio termo” (65).

Nessa última estimativa, o participante delimitou um intervalo de valores. No caso de outros parâmetros, como ângulo e posição, também houve a delimitação de intervalo. No Quadro 30, a seguir, apresento dois eventos críticos que elucidam esse outro modo de proceder com a estimativa.

Quadro 30 – Estimativa e delimitação de intervalo

Amanda e Vinícius Problema 4, Atividade 3	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Vinícius: E o y? Amanda: É -175. Vinícius: Não, é entre -100 e zero. É mais ou menos aqui. Amanda: -45. Vinícius: Vamos ver. -45 em “mude y para []”. Execução (Figura 48). Amanda: Acertei? Acertei! Eu sou demais, hein?	Figura 48 – -45 em “mude y para []”  Fonte: A autora.
Caíque e Yuri Problema 4, Atividade 2	
Discussão e modificações	
Yuri: Como tem que ir pra lá [esquerda], tem que ser entre 90 e 180. 130 em “gire [] graus” no Padrão 5. Execução de todos os Padrões (Figura 49).	



Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses dois eventos críticos, os participantes optaram por utilizar um intervalo de valores como forma de auxiliar a estimativa. No primeiro caso, os participantes entenderam que o valor de y deveria estar entre -100 e zero, estimando o valor de -45. Essa determinação de intervalo foi facilitada pelas linhas de orientação do plano de fundo do campo de execução. No segundo caso, os participantes mobilizaram conhecimentos acerca da disposição de ângulos no círculo trigonométrico, determinando que o valor de angulação deveria se encontrar entre 90° e 180°, definindo o valor 130°.

A estimativa não é um valor aleatório, mas o resultado de observação e raciocínio, como aponta Smoothey (1998, p. 7)

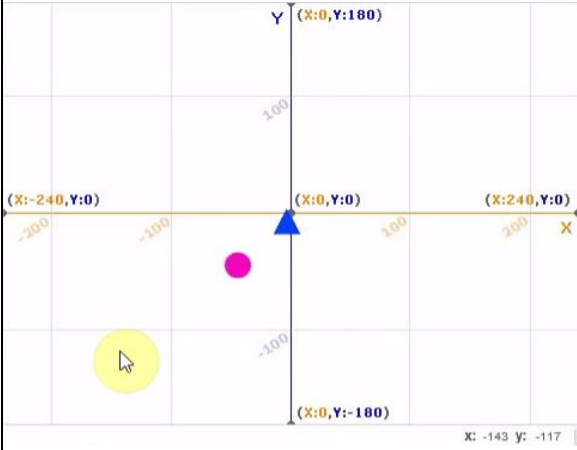
Uma estimativa é um palpite inteligente. Não é um número qualquer, escolhido a esmo, mas um número baseado na observação e no raciocínio. Também não se trata de um erro ou de uma mentira. Algumas vezes você só precisa de uma boa estimativa, não de uma resposta exata. Uma boa palavra para estimativa é aproximação. Quando você topa expressões como “cerca de”, “aproximadamente”, “mais do que”, “quase”, ou o clássico “mais ou menos”, está sendo feita uma estimativa.

A ação de estimar valores e resultados de operações é construída “[...] juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões.” (BRASIL, 1997, p. 77). No contexto das atividades, essa estratégia foi mobilizada pelos estudantes para lidar com diferentes sentidos numéricos, sejam aqueles relacionados à quantidade, à posição e à inclinação, os quais foram fomentados pela visualização e pela determinação de intervalos.

5.4 Cursor

A determinação de valores de posição ocorreu, além da estimativa, pelo uso de uma possibilidade do Scratch: ao movimentar o cursor do *mouse* no campo de execução, é possível observar a coordenada de sua posição na parte inferior direita desse campo. Além da determinação de valores de posição, essa característica do *software* foi explorada na determinação do sinal e da variação desses valores. Nesta subseção, apresento e discuto quatro eventos críticos que ilustram esse modo de proceder dos estudantes. No Quadro 31, a seguir, apresento uma discussão e modificações realizadas pela dupla Alice e Bárbara na resolução do Problema 1 da Atividade 1.

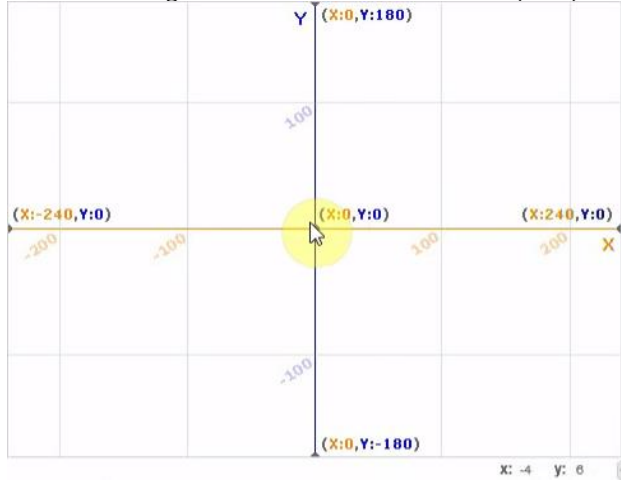
Quadro 31 – Uso do cursor na construção do Problema 1, Atividade 1 (Alice e Bárbara)

Discussão e modificações	
Alice: Vem com o mouse aqui (Figura 50). -143 em “mude x para []”. -117 em “muda y para []”. Execução (Figura 51).	
Tela do Scratch	
Figura 50 – Cursor na coordenada (-143, -117)	Figura 51 – -143 em “mude x para []” e -117 em “muda y para []”.
	
Fonte: A autora.	Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse episódio, as participantes usaram uma ferramenta do Scratch para determinar a posição inicial do padrão como interpretaram. Nesse caso, elas optaram por usar exatamente o valor exibido nas entradas dos blocos correspondentes. Em outros casos, essa ferramenta foi uma forma de diretriz, possibilitando aos participantes uma noção de valores de posição. No Quadro 32, a seguir, apresento um evento crítico que ilustra essa utilização do cursor.

Quadro 32 – Uso do cursor na construção do Problema 2, Atividade 2 (Vinícius e Amanda)

Discussão e modificações	Tela do Scratch
Vinícius: Onde que vai começar cada um? [...] Escolhe um para começar. Uma ponta! Amanda: Começa dessa aqui ó, que é mais perto. É em cima desse zero. Põe o mouse aí (Figura 52). Vinícius: O y é 13 e o x é 20. Amanda: É 22. 20 em “mude x para []”. Amanda: 22. Vinícius: É que o mouse está errado. 10 em “mude y para []” (Figura 53). Amanda: Por que está errado? Vinícius: Porque o mouse está errado. Aqui era para ser zero (Figura 54), olha aí. Amanda: Ah é. Execução.	Figura 52 – Cursor na coordenada (22, 13)  Fonte: A autora.
Tela do Scratch	
Figura 53 – 20 em “mude x para []” e 10 em “mude y para []”  Fonte: A autora.	Figura 54 – Cursor na coordenada (-4, 6)  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Assim como Alice e Bárbara, na determinação da coordenada que corresponderia à posição de início do padrão, os participantes utilizaram o valor exibido pelo Scratch quando o cursor se encontrava sobre a coordenada, que nesse caso era (22, 13). Contudo, Vinícius preferiu arredondar esse valor, utilizando a coordenada (20, 10) na simulação. Amanda inicialmente não concordou com esse arredondamento. Para convencer a colega, Vinícius apontou que o *mouse* estava errado, inclusive, exemplificou movendo o cursor para o centro do plano cartesiano e mostrando que o valor exibido deveria ser (0, 0) mas é (-4, 6).

O cursor não estava errado, ao contrário do que apontou Vinícius. O campo de execução do Scratch possui 480 *pixels*¹¹⁸ de largura e 360 *pixels* de comprimento, por isso os valores de x variam de -240 a 240 nesse campo e os valores de y, de -180 a 180. Ou seja, a área total possui 172800 *pixels*. Desse modo, determinar um ponto específico utilizando o cursor requer bastante precisão desse posicionamento. Por meio de suas observações, Vinícius assimilou essa dificuldade em determinar a coordenada exata utilizando o cursor. Ou seja, essa característica esteve presente no seu modo de pensar com o Scratch, mais especificamente, essa constatação integrou sua visão do programa, sua orientação (SCHOENFELD, 2011). Ao observar a coordenada exibida no Scratch, o participante optou, assim, por arredondar.

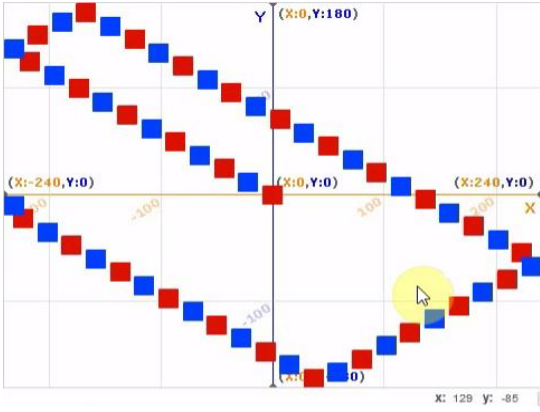
Além da determinação da coordenada da posição inicial, os participantes utilizaram o cursor para apoiar a determinação do sinal de números e o entendimento da variação de números em deslocamentos verticais ou horizontais. No Quadro 33, a seguir, apresento dois eventos críticos que elucidam esses momentos.

Quadro 33 – Uso do cursor para verificação de sinal e variação horizontal

Alice e Bárbara Problema 4, Atividade 1
Discussão e modificações
-166 em “mude x para []” e -121 em “mude y para []” (Figura 55). Cursor no quarto quadrante (Figura 56). <i>Bárbara: X não é menos não.</i> <i>Alice: Eu percebi agora.</i> 166 em “mude x para []” (Figura 57).
Tela do Scratch
Figura 55 – -166 em “mude x para []” e -121 em “mude y para []”  Fonte: A autora.

¹¹⁸ Um *pixel* pode ser considerado a menor unidade de uma imagem digital ou da tela de um dispositivo digital (LYON, 2006).

Figura 56 – Cursor na coordenada (129, -85)



Fonte: A autora.

Figura 57 – 166 em “mude x para []”



Fonte: A autora.

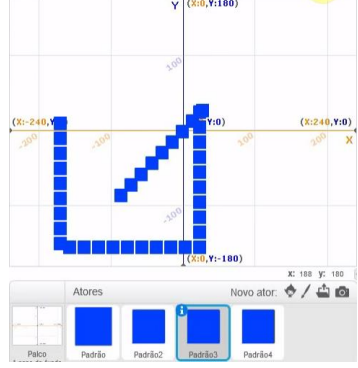
Lúcio e Rafaela
Problema 2, Atividade 2

Discussão e modificações

Ao observar a construção e o código da Figura 58.
Rafaela: Pra cá [direita] é diminuir ou aumentar?
Observa a variação de valores (Figura 59).
Rafaela: Diminuir... Coloca 160.
-160 em “mude x para []” no Padrão 3. Execução de todos os Padrões (Figura 60).

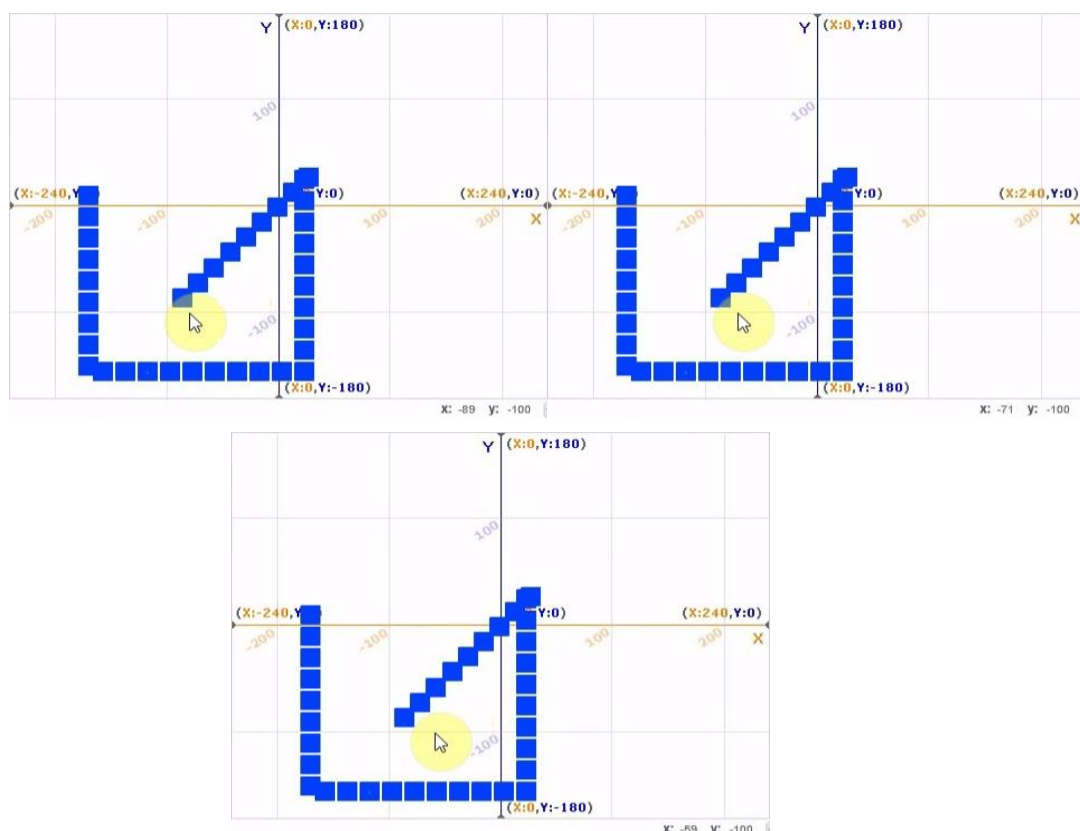
Tela do Scratch

Figura 58 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 2



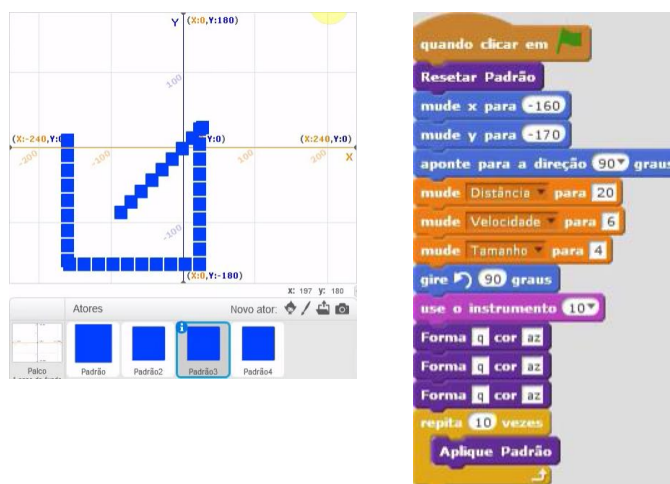
Fonte: A autora.

Figura 59 – Cursor nas coordenadas (-89, -100), (-71, -100) e (-59, -100)



Fonte: A autora.

Figura 60 – -160 em “mude x para []” no Padrão 3



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses eventos críticos, o cursor serviu de apoio em relação a determinação de aspectos dos valores, que envolviam conhecimentos matemáticos. No primeiro caso, as participantes entenderam que a posição inicial do padrão deveria ser no quarto quadrante, mas essa constatação não implicou de imediato na determinação de um valor positivo para a coordenada

em x. As participantes tiveram que utilizar o cursor para verificar que o valor de x naquela posição não era negativo.

No segundo caso, os participantes tiveram dificuldade em realizar o deslocamento horizontal da posição no terceiro quadrante, ou seja, quando os valores de x eram negativos. Numa tentativa de sanar essa dificuldade, os participantes observaram a variação de valores no movimento do cursor, para decidir se aumentariam ou diminuiriam o valor de x inicial. De forma matematicamente equivocada, os participantes determinaram que para deslocar para a direita era necessário diminuir o valor de x, assim modificaram a entrada do bloco de -170 para -160. Essa alteração é, na realidade, um aumento. Mas os participantes, na sua forma de pensar, não consideraram o sinal negativo. Tanto que, em sua fala, Rafaela apontou que o valor a ser utilizado no bloco era 160, embora eles tenham utilizado -160. Posteriormente, irei discutir sobre essa e outras concepções matemáticas que foram manifestadas no decorrer das construções.

Nesses eventos críticos se destaca como as possibilidades e restrições do Scratch foram incorporadas à tomada de decisão dos estudantes. Desse modo, eu entendo que eles pensaram com a mídia. Mas essa incorporação ainda esteve sujeita, ou foi condicionada, às suas orientações e conhecimentos. Ainda se destaca como o uso dessa mídia esteve atrelado à compreensão do plano cartesiano, fato que é também apontado por e Dobgenski *et al.* (2021).

5.5 Experimentação

Como forma de alcançar os subobjetivos estabelecidos, os participantes realizaram um processo de experimentação. No contexto do estudo, essa experimentação se deu pelo teste e refinamento de ideias, principalmente, envolvendo blocos de entrada numérica. Mas, em determinadas situações, houve experimentação com outros blocos. Nesta subseção, apresento eventos críticos característicos desse processo.

No Quadro 34, a seguir, apresento a experimentação realizada pela dupla Amanda e Vinícius na determinação da coordenada em x de um dos padrões utilizados na construção do Problema 2 da Atividade 2.

Quadro 34 – Experimentação na construção do Problema 2, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)

Discussão e modificações
Ao observar a construção da Figura 61. <i>Vinícius: Agora a gente só tem que arrastar ele para cá [para a direita].</i> <i>Amanda: E subir. Não, arrastar não é tanto. Arrastar é pouco, mais é subir.</i> <i>Vinícius: Vamos pôr ele [Padrão 1 – sequência vertical direita] sozinho.</i> Execução do Padrão 1. <i>Vinícius: Vir para cá é x.</i> -20 em “mude x para []” no Padrão 1. Execução do Padrão 1 (Figura 62).

Vinícius: Era mais.

20 em “mude x para []” no Padrão 1. Execução do Padrão 1.

Amanda: Já estava. Então é 23.

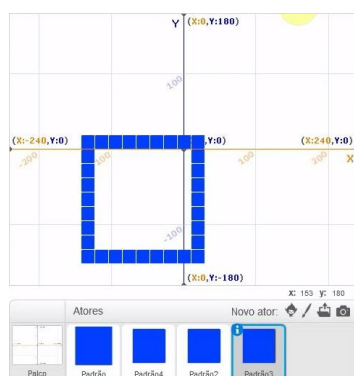
23 em “mude x para []” no Padrão 1. Execução do Padrão 1 (Figura 63).

Amanda: 24.

26 em “mude x para []” no Padrão 1. Execução do Padrão 1 (Figura 64).

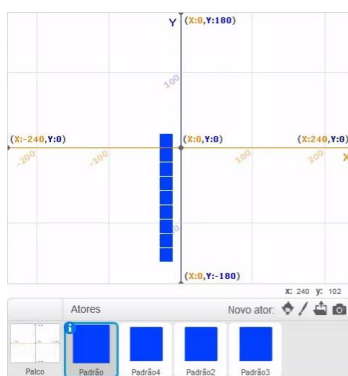
Tela do Scratch

Figura 61 – Etapa da Construção do Problema 2, Atividade 2



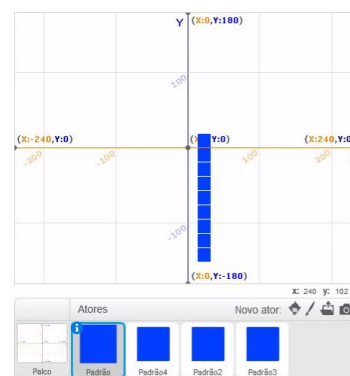
Fonte: A autora.

Figura 62 – -20 em “mude x para []” (Padrão 1)



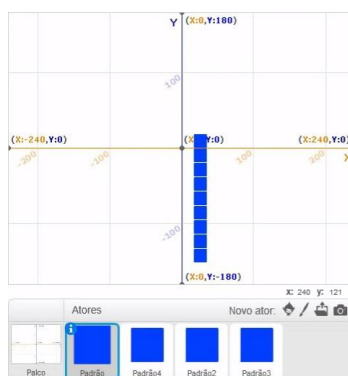
Fonte: A autora.

Figura 63 – 23 em “mude x para []” (Padrão 1)



Fonte: A autora.

Figura 64 – 26 em “mude x para []” (Padrão 1)



Fonte: A autora.

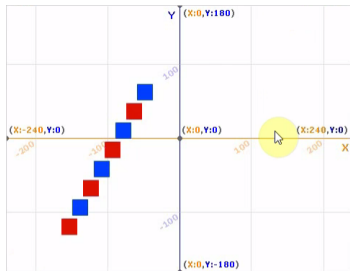
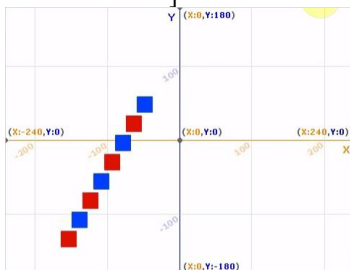
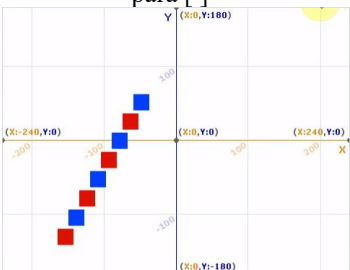
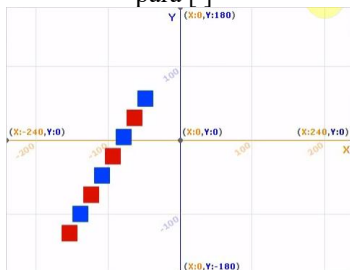
Fonte: Elaborado pela autora.

Esse evento crítico se iniciou com a observação do participante de que a construção deveria ser deslocada para a direita, avaliação essa baseada na interpretação e no objetivo geral da construção traçada pelos participantes subjetivamente. Para realizar esse deslocamento, o

participante entendeu que deveriam alterar o valor de x. Para atingir esse subobjetivo, eles utilizaram primeiramente o valor -20. Com base na observação do resultado da execução, verificaram que deveriam utilizar um valor positivo. Amanda sugeriu 23. Eles utilizaram esse valor, mas ainda não alcançaram o objetivo, entendendo que deveriam ainda aumentar o valor. Amanda sugeriu 24, mas utilizaram o valor 26. A experimentação de valores nesse parâmetro, então, cessou porque eles atingiram o objetivo de deslocamento horizontal almejado.

No Quadro 35, a seguir, destaco outro evento crítico em que houve a experimentação de valores. Nesse caso, esse processo ocorreu para a determinação da coordenada em y durante a realização do Problema 1 da Atividade 1 pela dupla Lúcio e Rafaela.

Quadro 35 – Experimentação na construção do Problema 1, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)

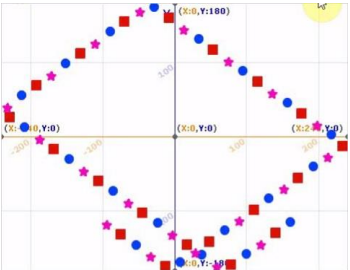
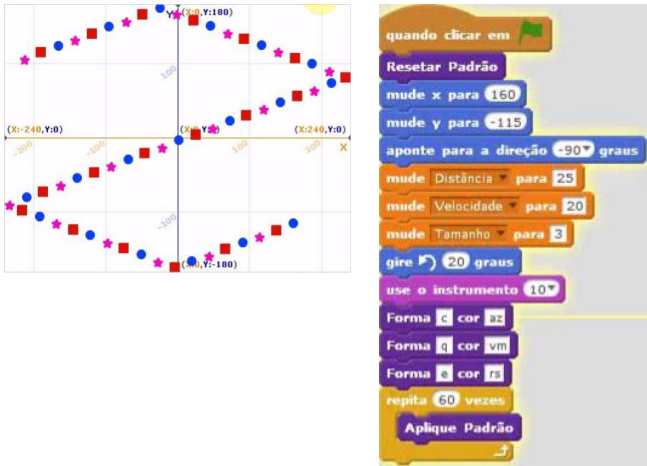
Discussão e modificações	Tela do Scratch	
Ao observar a construção da Figura 65. Rafaela: De distância parece que está legal. Eu acho que eles estão muito... Eu acho que é mais pra baixo. Lúcio: Também acho. Rafaela: De cima pra baixo, muda o y. Então coloca... -133 em “mude y para []”. Execução (Figura 66). Rafaela: Agora um pouquinho mais pra cima. Lúcio: Quantos? Rafaela: Coloca 130. -130 em “mude y para []”. Execução (Figura 67). Rafaela: É mais pra cima ainda... 138, não 125. -125 em “mude y para []”. Execução (Figura 68).	Figura 65 – Etapa da construção do Problema 1, Atividade 1  Fonte: A autora.	
Tela do Scratch		
Figura 66 – -133 em “mude y para []”   Fonte: A autora.	Figura 67 – -130 em “mude y para []”   Fonte: A autora.	Figura 68 – -125 em “mude y para []”   Fonte: A autora.

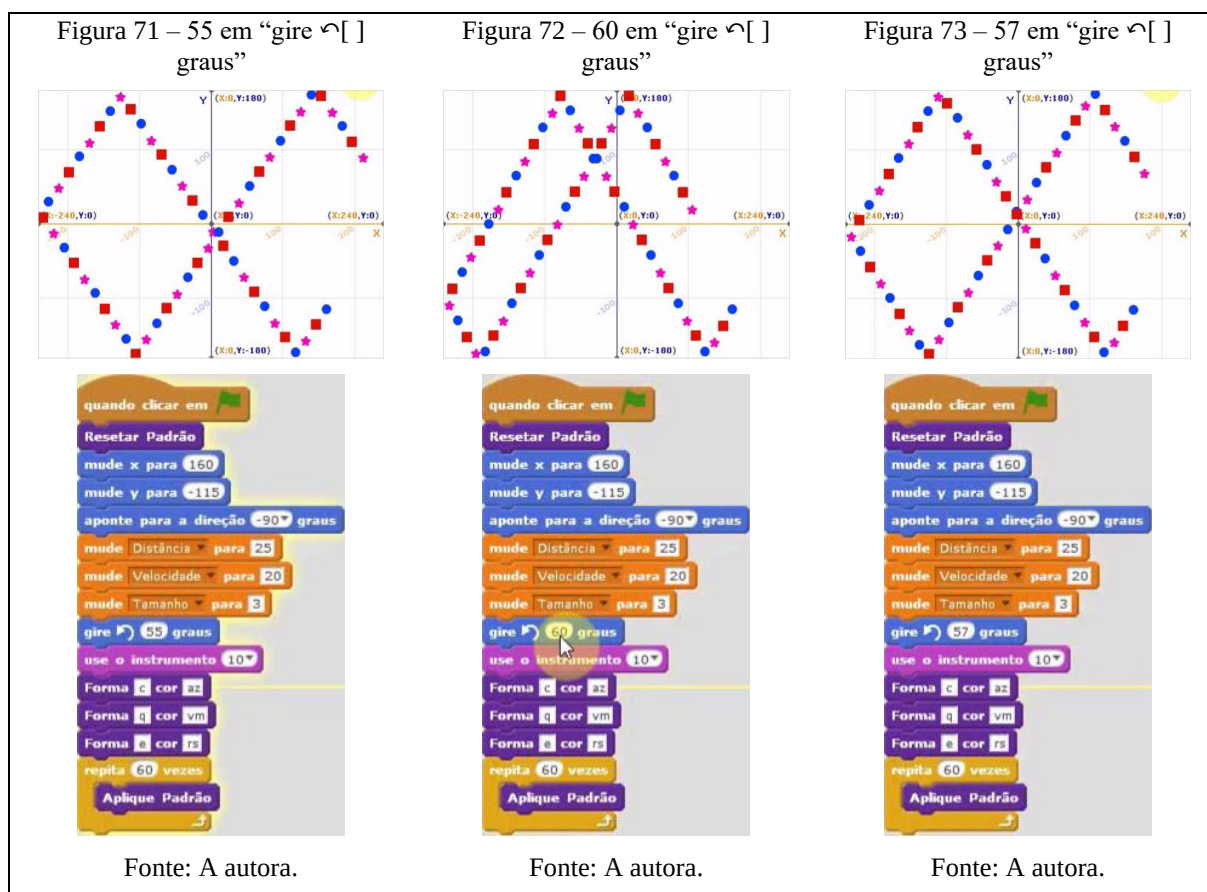
Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse evento crítico, a experimentação ocorreu para a determinação da coordenada y do primeiro elemento do padrão. Os participantes avaliaram a construção e determinaram que ela deveria ser deslocada para baixo. Eles compreenderam que esse deslocamento deveria ser realizado por meio da alteração do valor de y. Após a utilização do valor -133, o padrão foi deslocado para baixo. Mediante nova avaliação, os participantes concluíram que o padrão deveria ser deslocado para cima e utilizaram o valor -130. Nessa determinação de valor, se destacou também o fato de a participante Rafaela não mencionar o sinal negativo. Depois dessa modificação, nova avaliação ocorreu e os participantes entenderam que a construção deveria ser deslocada para cima novamente. Rafaela inicialmente sugeriu o valor 138, mas corrigiu e sugeriu o valor 125. Eles então, executaram o programa com o valor -125 e avaliaram que o objetivo foi satisfeito.

No Quadro 36, a seguir, apresento um momento da realização do Problema 4 da Atividade 1 pela dupla Bianca e Bruna no qual houve a experimentação de valores de ângulo.

Quadro 36 – Experimentação na construção do Problema 4, Atividade 1 (Bianca e Bruna)

Discussão e modificações	Tela do Scratch
Ao observar a construção da Figura 69. <i>Bianca: Tem que ir mais pra baixo.</i> 20 em “gire [] graus”. Execução (Figura 70). <i>Bianca: Não, pra cima.</i> 55 em “gire [] graus”. Execução (Figura 71). <i>Bruna: Quase, quase. Ai!</i> <i>Bianca: Calma.</i> <i>Bruna: Tô calma, agora eu estou feliz.</i> 60 em “gire [] graus”. Execução (Figura 72). <i>Bruna: Você colocou 60.... 57.</i> 57 em “gire [] graus”. Execução (Figura 73).	Figura 69 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1  Fonte: A autora.
Tela do Scratch	
Figura 70 – 20 em “gire [] graus”  Fonte: A autora.	

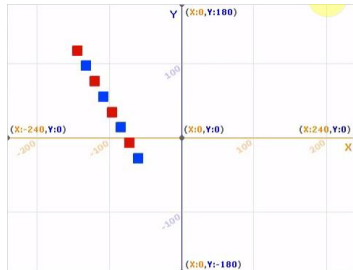
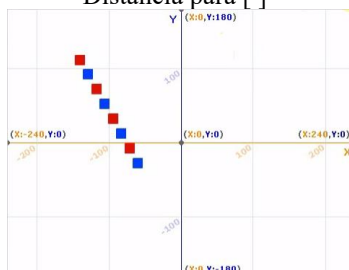
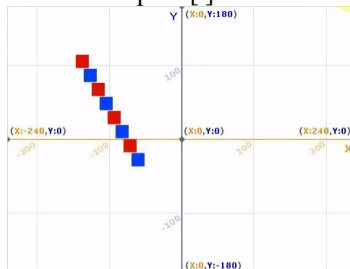


Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, inicialmente, as participantes entenderam que a inclinação deveria ser “mais para baixo” e realizaram o uso de valor que fizesse com que a construção fosse rotacionada no sentido horário. Como isso foi oposto ao que esperavam, Bianca sugeriu que o valor fosse “mais para cima”, o que deslocou a construção em sentido anti-horário. Nesse momento, Bruna avaliou que a construção estava próxima de atingir o objetivo que elas haviam traçado. Elas então continuaram a aumentar o valor da inclinação e utilizaram o valor 60. Ocorreu nova avaliação e Bruna sugeriu o valor 57.

Esse processo de experimentação foi bastante dinâmico porque os participantes monitoraram constantemente o que acontecia em termos dos valores utilizados e das modificações visuais, estabelecendo sempre comparações entre as execuções e tendo em vista o objetivo geral traçado. Nos episódios apresentados, se experimentou considerando apenas um bloco. A seguir, no Quadro 37, apresento um evento crítico em que se combinou a experimentação com os blocos referentes à distância entre os padrões e ao tamanho dos elementos.

Quadro 37 – Experimentação na construção do Problema 2, Atividade 1 (Alice e Bárbara)

Discussão e modificações	Tela do Scratch	
Ao observar a construção da Figura 74. <i>Bárbara: É, só que a distância está grande. Tem que ser menor.</i> 23 em “mude Distância para []”. Execução (Figura 75). <i>Alice: Foi!</i> <i>Bárbara: Não foi, a distância tem que ser menor, coloca 20.</i> <i>Alice: Mas aí não vai dar certo [...]. Vamo pôr no 4 e vamo pôr 22.</i> <i>Bárbara: Coloca 22, se der errado, a gente coloca 24.</i> 4 em “mude Tamanho para []”. 22 em “mude Distância para []”. Execução (Figura 76). <i>Alice: Deu errado [...].</i> 24 em “mude Distância para []”. Execução (Figura 77).	Figura 74 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 1  Fonte: A autora.	
Tela do Scratch		
Figura 75 – 23 em “mude Distância para []”   Fonte: A autora.	Figura 76 – 4 em “mude Tamanho para []” e 22 em “mude Distância para []”   Fonte: A autora.	Figura 77 – 24 em “mude Distância para []”   Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse episódio, primeiro avaliou-se que a distância entre os elementos estava grande. Ocorreu a utilização do valor 23. Nessa etapa, enquanto Alice considerou que esse aspecto estava satisfeito, Bárbara pontuou que deveria ser ainda menor. Alice observou que a sugestão da colega não satisfaria o objetivo geral traçado. Assim, ela sugeriu duas modificações – na distância e no tamanho. Bárbara, então, demonstrou estar consciente desse processo de experimentação, uma vez que apontou que “se der errado, a gente coloca” outro valor. E, ao avaliar a execução ocorrida, fizeram nova modificação.

Esses eventos críticos ilustram a tomada de decisão em relação a diferentes aspectos da simulação. Nas experimentações destacadas, e no contexto da realização das atividades, como um todo, os participantes tiveram que lidar com diferentes sentidos numéricos. Na maioria das vezes, eles se utilizavam de números inteiros positivos e negativos para realizar as experimentações. Contudo, para cada bloco aquele valor tinha um sentido específico. E os participantes, por meio da experimentação, conseguiam diferenciar o que aconteceria na variação de cada um deles, ou seja, cada uma das sugestões para diminuir ou aumentar os valores era fruto de um pensamento que englobava conhecimentos matemáticos e o que eles representavam na simulação. Francis e Davis (2018) também documentam a multiplicidade de sentidos numéricos que ocorre no contexto da programação por blocos, em específico da robótica. Os autores consideram esses sentidos como “metáforas” que expressam, dentre outros, quantidade de objetos, distância (medição) e posição. Para eles, essa diversidade possibilita um contexto de aprendizagem para estudantes e professores, especialmente em relação à Aritmética.

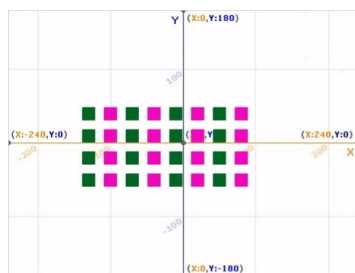
No Quadro 38, a seguir, apresento um evento crítico cuja experimentação não envolveu sentidos numéricos e ocorreu por meio da modificação do código do programa. Nesse caso, a experimentação foi mais um teste de ideias, mas que não culminou no alcance de objetivos. Esse evento ocorreu na construção do Problema 4 da Atividade 3 pela dupla Lúcio e Rafaela.

Quadro 38 – Experimentação na construção do Problema 4, Atividade 3 (Lúcio e Rafaela)

Discussão e modificações
Ao observar a construção da Figura 78. <i>Rafaela: Olha aqui, não fica alinhado certinho, fica aleatório. Aleatório não, ao contrário. E se a gente colocar isso daqui, aqui. Pra ele ficar ao contrário. Porque aqui, o primeiro está certo. Só que aí tem que mudar o... Copia esses dois aqui [blocos “Forma [] cor []”].</i> Incluem dois blocos “Forma [] cor []” após o primeiro laço de repetição. Execução (Figura 79). <i>Rafaela: Muda a cor ao contrário, agora.</i> Alteram as cores para rosa e verde, respectivamente, nos novos blocos “Forma [] cor []”. Execução (Figura 80). <i>Rafaela: Mudou só aqui. Será que tem que colocar aqui dentro?</i> Modificam a posição dos blocos “Forma [] cor []” para dentro do laço de repetição. Execução (Figura 81). <i>Rafaela: Tenta colocar isso aqui, aqui, só pra ver se muda alguma coisa.</i> Incluem dois blocos “Forma [] cor []” dentro do segundo laço de repetição. Execução (Figura 82). <i>Rafaela: Coloca isso daí em tudo, pra ver.</i> Incluem dois blocos “Forma [] cor []” dentro dos laços de repetição restantes. Execução (Figura 83). <i>Rafaela: A primeira e a última estão certas.</i>

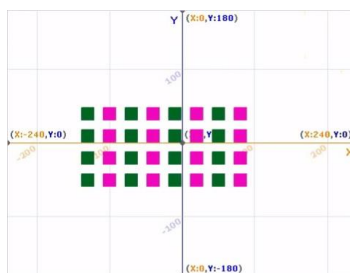
Tela do Scratch

Figura 78 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 3



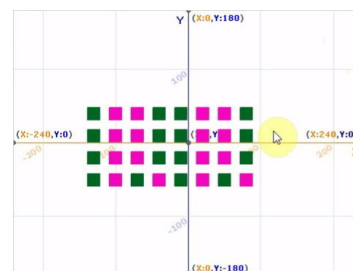
Fonte: A autora.

Figura 79 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”



Fonte: A autora.

Figura 80 – Alteração de cores



Fonte: A autora.

Figura 81 – Alteração de posição de blocos “Forma [] cor []”

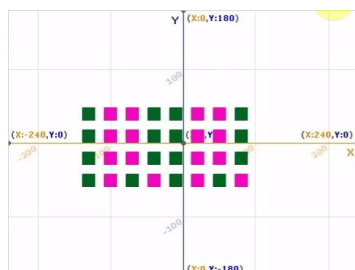


Figura 82 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”

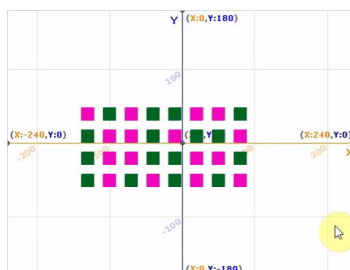
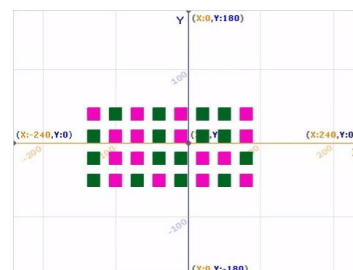
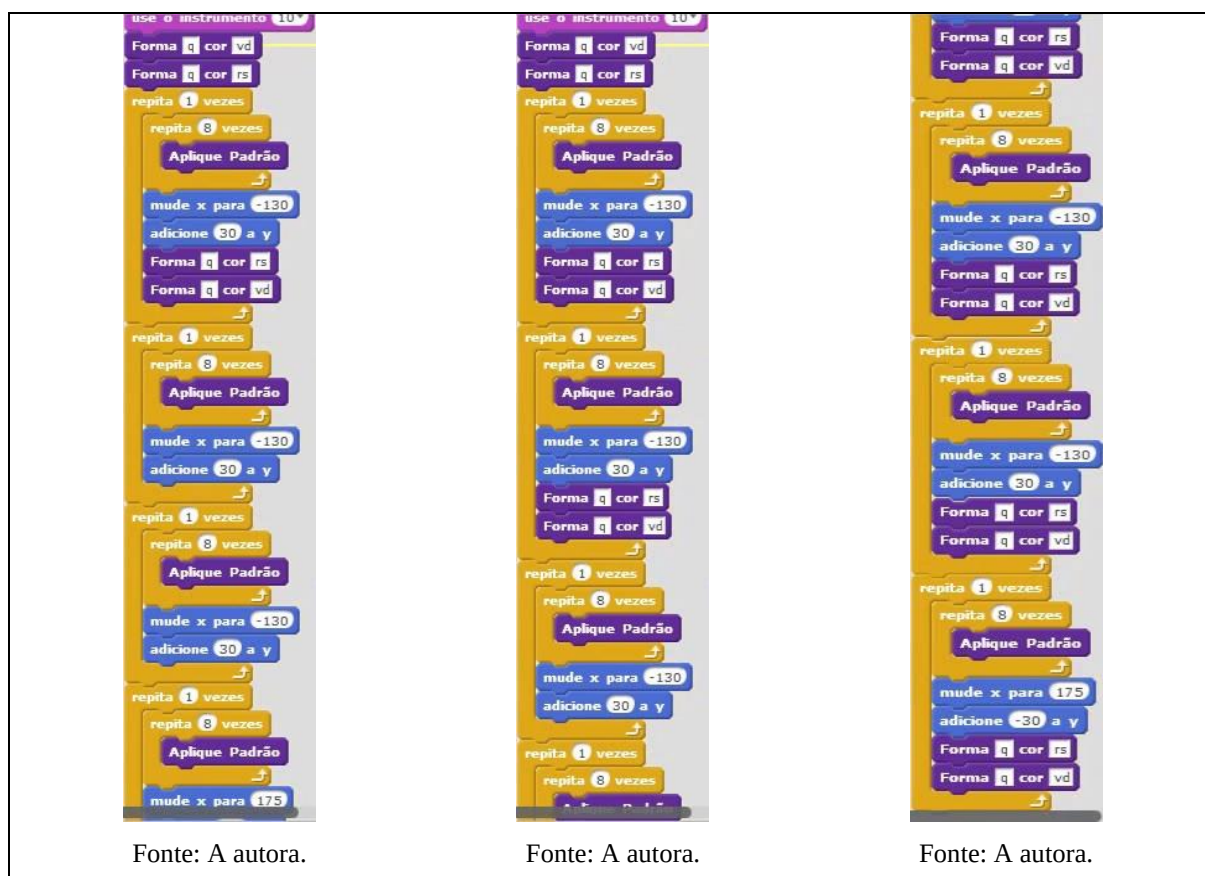


Figura 83 – Inclusão de blocos “Forma [] cor []”





Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse episódio, ao observar que as cores do padrão bidimensional não estavam alternadas, os participantes partiram para uma experimentação que envolveu incluir blocos do tipo “Forma [] cor []” e testar diferentes posições desses blocos. A ideia dos participantes foi determinar as formas e cores do núcleo para cada uma das linhas. Pela lógica dos estudantes, seguindo o código da Figura 82, a simulação determinaria o núcleo sendo “quadrado verde e quadrado rosa” e construiria uma linha de oito elementos com esse núcleo; depois determinaria o núcleo como sendo “quadrado rosa e quadrado verde” e construiria um padrão com esse núcleo, tendo oito elementos, e assim por diante. Contudo, no modo como foi incluído novos padrões, o programa entendia que na primeira linha o núcleo era “quadrado rosa e quadrado verde”; na segunda fileira, “quadrado rosa, quadrado verde, quadrado verde e quadrado rosa”; na terceira fileira, “quadrado rosa, quadrado verde, quadrado verde, quadrado rosa, quadrado rosa, quadrado verde”, e assim por diante.

Nesse caso, a experimentação não possibilitou o alcance dos objetivos traçados. E os participantes tiveram que explorar novas ideias para atingi-los. Para isso, os participantes precisaram reorganizar seu pensamento, buscando novas abordagens, e essa atitude ocorreu por conta da autorregulação nesses momentos mais difíceis. Esse tipo de acontecimento será discutido com mais detalhes em um tema específico. Esse evento crítico está incluso nessa

categoria para elucidar uma outra característica do processo de experimentação, sem uso de números e que não culminou no alcance dos objetivos.

De Villiers (2003) aponta que a experimentação é um método não dedutivo, incluindo formas de raciocínio intuitivo, indutivo e analógico. Esse método ocorre por meio de construção de conjecturas, verificação de conjecturas, refutação de ideias, e entendimento da situação que se enfrenta, utilizando procedimentos numéricos ou visuais.

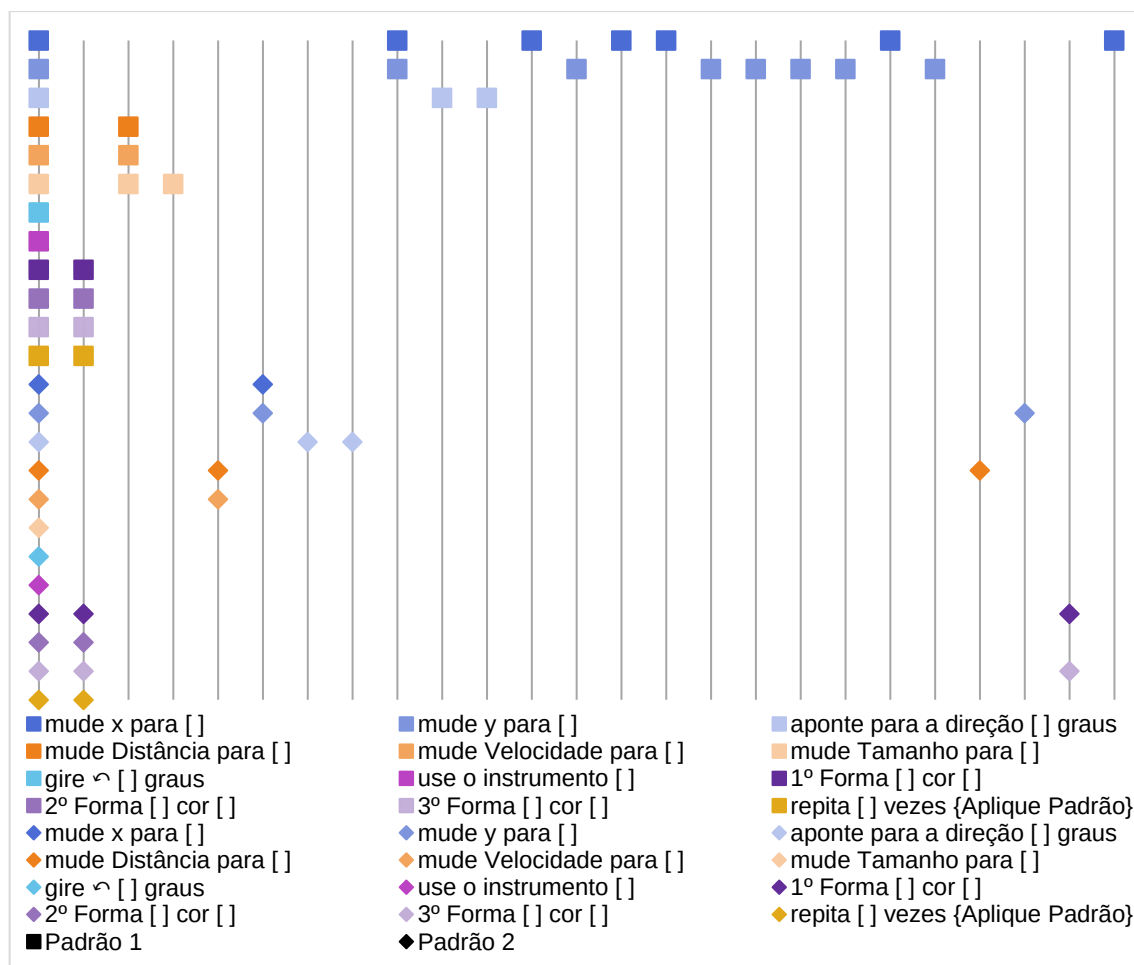
A experimentação no contexto deste estudo se aproximou da noção de experimentação-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005). Essa noção é uma nova forma de “tentativa e erro”, que engloba a formulação de conjecturas em um ambiente digital, em que os sujeitos precisam lidar com múltiplas representações e provas matemáticas. Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 49-50), a experimentação-com-tecnologias possibilita

[...] geração de conjecturas matemáticas; [...] realização de testes de conjecturas usando um grande número de exemplos [...]; convencimento sobre a veracidade de conjecturas; [...] exploração de caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos; [...] envolvimento com um novo tipo de linguagem (informática) na comunicação matemática, além da escrita [...]

A estratégia de experimentação empregada pelos participantes do estudo teve consonâncias com a ideia de experimentação-com-tecnologias, contudo as etapas de geração de conjecturas e provas matemáticas não ocorreram. Essa estratégia esteve focada no teste de ideias, de modo dinâmico, na avaliação visual do resultado do teste e refinamento das ideias. Assim, se aproximou da prática computacional de teste e depuração (BRENNAN; RESNICK, 2012). Essa prática consiste em experimentar ideias e corrigir erros (SOUSA; LENCASTRE, 2014) no contexto da programação.

Por meio da experimentação, os participantes ajustavam os valores e entradas nos blocos, assim como os próprios blocos, de modo a realizar os problemas de construção. Ao observar o movimento de construção dos problemas, é possível compreender como essa experimentação ocorreu. Como exemplo, apresento o Gráfico 4, a seguir, que representa a construção do Problema 1 da Atividade 2 pelas participantes Bianca e Bruna. Na construção desse padrão, as participantes utilizaram dois programas. Por meio do gráfico pode-se observar que, principalmente, a determinação da posição (blocos “mude x para []” e “mude y para []”) no Padrão 1 ocorreu por meio da experimentação.

Gráfico 4 – Problema 1, Atividade 2 (Bianca e Bruna)



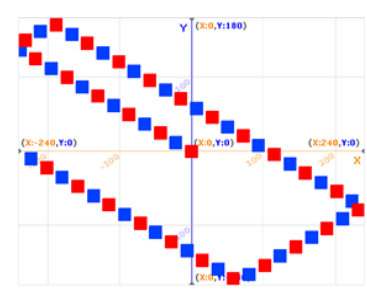
Fonte: Elaborado pela autora.

5.6 Regularidade

Na determinação de diferentes parâmetros, os participantes consideraram regularidades. Para elucidar como esses processos foram empregados durante a construção de padrões, apresento quatro eventos críticos. No Quadro 39, a seguir, apresento as discussões e modificações realizadas pelas duplas Caíque e Yuri e, Amanda e Vinícius na construção do padrão do Problema 3 da Atividade 1.

Quadro 39 – Regularidade na construção do Problema 3, Atividade 1

Caíque e Yuri
Discussão e modificações
70 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 84). Yuri: Tenta 69. Caíque: Não pode 69, tem que ser número par ou vai terminar em azul.
69 em “repita [] vezes”. Execução (Figura 85). Yuri: Tem que ser 70.
70 em “repita [] vezes”. Execução.

Tela do Scratch	
Figura 84 – 70 em repita [] vezes 	Figura 85 – 69 em repita [] vezes 
Fonte: A autora.	Fonte: A autora.
Amanda e Vinícius	
Discussão e modificações	Padrão a ser construído
Ao observar o Problema 3 da Atividade 1 (Figura 86). Vinícius: Ai, tem muito. Amanda: Quer que eu conto? Vinícius: Só põe que começa com azul. Ah, já está. E também vermelho. Também está. Vinicius conta. Amanda: 37, vai. Vinícius: 56. Amanda: Não pode. Vinícius: Por quê? Amanda: Tem que terminar em ímpar, porque senão daria a mesma cor, não é? Vinícius: Não, começa azul e termina vermelho. Azul, vermelho, azul. Ímpar que pode ser na mesma cor. Amanda: Ah tá! Verdade. Vinícius: Então tem que ser par. 56 em “repita [] vezes”. Execução.	Figura 86 – Problema 3, Atividade 1  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

No primeiro evento crítico, os participantes ajustavam o valor correspondente à quantidade de elementos do padrão. Nesse processo de experimentação, Yuri sugeriu o valor 69, eles até testaram esse valor. Contudo, optaram por utilizar o número par que já haviam testado. Essa decisão ocorreu com base naquilo que interpretaram do problema, ou seja, terminar em vermelho era uma característica importante para os estudantes do objetivo geral que fora traçado. Mas, além disso, essa determinação de valor se baseou na observação da regularidade do padrão, que possuía dois elementos no núcleo, e da relação entre a quantidade

total e a posição de elementos. Caíque expressou esse entendimento ao dizer “tem que ser número par”. Desse modo, ele generalizou, por meio da fala, os números que possibilitavam, nessa configuração, que o padrão “não terminasse em azul”.

No segundo evento crítico, essa observação foi também realizada pelos participantes, mas em outras condições. Nesse caso, os participantes estavam iniciando a construção. Na determinação da quantidade de elementos, Amanda estimou um valor e Vinícius contou. O valor que Amanda estimou – 37 – levou em consideração o que ela entendia da relação entre o núcleo do padrão e a quantidade de elementos, pois, quando Vinícius determinou o valor 56, ela pontuou que deveriam utilizar um número ímpar, para que o padrão não terminasse na mesma cor que se iniciou. Vinícius, então, explicou para a colega porque o raciocínio dela estava incorreto, exemplificando a ordem de um padrão com três elementos – azul, vermelho, azul. Depois, generalizou dizendo que o número ímpar implicaria o padrão se iniciar e terminar no mesmo elemento.

Por meio desses eventos críticos, se destaca que os participantes observaram as regularidades do padrão de repetição e, além disso, eles consideraram essas regularidades na tomada de decisão. Com base naquilo que para eles era importante do problema proposto – “não terminar em azul” e “não terminar na mesma cor que começou” – os participantes mobilizaram e compartilharam conhecimentos matemáticos, estabelecendo relações entre a quantidade de elementos do padrão de repetição e seu núcleo.

Além de regularidades cíclicas, os participantes também lidaram com regularidades de crescimento. No Quadro 40, a seguir, apresento discussões e modificações realizadas em dois eventos críticos em que essas regularidades foram observadas. O primeiro evento ocorreu durante a realização do Problema 3 da Atividade 2 pela dupla Lúcio e Rafaela e o segundo ocorreu durante a realização do Problema 4 da mesma atividade pela dupla Amanda e Vinícius.

Quadro 40 – Regularidade na construção dos Problemas 3 e 4, Atividade 2

Lúcio e Rafaela Problema 3, Atividade 2
Discussão e modificações
<i>Rafaela: Se eu tiver contado certo, é 66.</i> 66 em “repita [] vezes” do Padrão 3 (Figura 87). Rafaela conta. <i>Rafaela: 65.</i> 65 em “repita [] vezes do Padrão 2 (Figura 88). <i>Rafaela: Quanto eu tinha contado no outro?</i> <i>Lúcio: 66.</i> <i>Rafaela: Então esse é 64.</i> 64 em “repita [] vezes do Padrão 1. Execução de todos os programas (Figura 89).

Tela do Scratch

Figura 87 – 66 em “repita [] vezes” (Padrão 3)



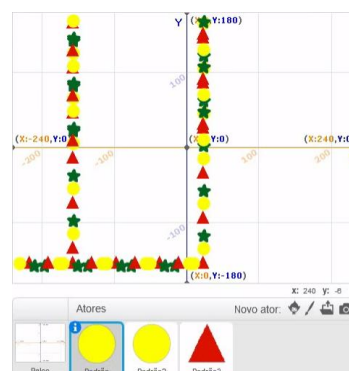
Fonte: A autora.

Figura 88 – 65 em “repita [] vezes” (Padrão 2)



Fonte: A autora.

Figura 89 – 64 em “repita [] vezes” (Padrão 1) e execução de todos os padrões



Fonte: A autora.

Amanda e Vinícius
Problema 4, Atividade 2

Discussão e modificações

Amanda: Se o [Padrão 3] é 30, então esse [Padrão 5] é 120.
120 em “gire [] graus” do Padrão 5. Execução do Padrão 5 (Figura 90).

Amanda: Ah, mentira que eu acertei.

Execução de todos os padrões.

Amanda: Nossa! Mas como que eu fiz isso?

Vinícius: Mas, que sorte a sua.

Amanda: Nossa senhora! Eu sou inteligente...

Duplicam Padrão 5, construindo Padrão 6.

Vinícius: Chuta aí [o valor do ângulo].

Amanda: Chuta aí.

Rita: Vamos pensar, por que você chutou 120 e você acertou?

Amanda: Porque era 30, então eu contei...

Vinícius: O contrário é 120.

Rita: Vamos ver o que aconteceu. Vocês colocaram zero, certo? [...] E seguindo a ordem?

Amanda: 30.

Rita: 30, e o próximo?

Ambos: 60.

Rita: O próximo?

Ambos: 90.

Rita: O próximo?

Ambos: 120.

Rita: E o próximo?

Ambos: 150.

Vinícius: Não falei?

Amanda: Eu ia chutar esse número.
150 em “gire [] graus”. Execução do Padrão 6. Execução de todos os padrões (Figura 91).

Tela do Scratch

Figura 90 – 120 em gire graus Padrão 5
(execução de Padrão 5)



Fonte: A autora.

Figura 91 – 150 em gire graus Padrão 6
(execução de todos os padrões)



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

No primeiro evento crítico do quadro anterior, os participantes, principalmente Rafaela, impuseram uma regularidade de crescimento na determinação da quantidade de elementos dos padrões. Para o Padrão 3 e o Padrão 2, a participante contou e encontrou os valores 66 e 65. Por meio dessa constatação, a participante observou um padrão numérico: “se o Padrão 3 foi 66, o Padrão 2, 65, o Padrão 1 só podia ser 64”. Nesse caso, pela perspectiva da participante, havia regularidade e isso facilitou a construção, uma vez que ela não precisou realizar uma terceira contagem. Na realidade, não havia essa regularidade na quantidade de elementos dos padrões que compunham o Problema 3 da Atividade 2, por isso, não foi exatamente uma observação de regularidade, mas uma imposição. Entretanto, isso revela uma forma de tomada de decisão nesse contexto: para não precisar contar ou estimar, observa-se (impõe-se) um padrão. Isso remete ao que foi destacado por Vale (2013), que aponta que para fazer sentido de certas situações, acabamos por procurar ou impor padrões.

No segundo evento crítico do quadro anterior, os participantes haviam determinado valores de inclinação para cinco dos seis padrões construídos. Embora houvesse regularidade

nesses valores, os participantes ainda não haviam reconhecido. Inclusive, quando Amanda “chutou” o valor 120, os participantes acharam que foi sorte. A própria participante não conseguia entender por que o valor supriu o objetivo almejado. Então, eu entendi, naquele momento da produção de dados, que era necessária uma mediação. Assim, eu destaquei os valores de inclinação que eles haviam determinado e perguntei o valor do próximo. Nesse momento, os participantes reconheceram a regularidade de crescimento da inclinação dos padrões, que variava em 30°.

Como a experimentação se destacou entre os modos de proceder dos participantes, eles focavam nessa estratégia sem refletir muito sobre os valores, na maioria dos casos. Por meio desse evento, ficou evidente que os participantes tinham a capacidade de reconhecer regularidades de crescimento, contudo, foi necessário dar destaque a esse aspecto¹¹⁹.

Burton (1982) aponta que a identificação de padrões é a base do desenvolvimento de habilidades de abstrações e generalizações. O aprendizado e a inteligência envolvem o uso de padrões, uma vez que “Atingir qualquer conceito requer análise e reflexão, observando semelhanças e diferenças e conscientizando-se das distinções entre características essenciais e não essenciais entre os membros da classe apresentada.” (BURTON, 1982, p. 39, tradução nossa)¹²⁰.

A realização de atividades de reconhecimento de regularidades pode possibilitar maior sucesso na vida escolar, assim como nas interações com ambientes físicos e sociais. Reconhecer padrões é atividade necessária no desenvolvimento de diversas áreas do conhecimento, como aponta Burton (1982, p. 42, tradução nossa)¹²¹

A capacidade de reconhecer semelhanças e diferenças e de gerar outras instâncias de uma determinada classe, no entanto, é básica para o sucesso em matemática e ciências. Ainda mais surpreendente, aprender a reconhecer ocorrências previsíveis é uma habilidade que transcende os limites desses assuntos e é essencial para aprender em muitas outras áreas curriculares, incluindo os estudos sociais e as artes criativas.

Esse tema destaca que o reconhecimento de regularidades foi além da identificação de formas e cores a serem utilizadas na simulação. Esse reconhecimento perpassou a relação entre

¹¹⁹ E isso ocorreu porque naquele momento agi mais como professora do que pesquisadora. Eu não sei se o meu modo de agir foi correto ou não. Meu instinto pedagógico falou mais alto naquela situação e me senti na obrigação de apontar ideias que acho que contribuíram, de alguma forma, com os estudantes. Durante as atividades eu agi como professora, como pesquisadora e até como aprendiz. Em algumas situações, ideias eram apontadas que eu também não sabia o que aconteceria e acabava me engajando nesse processo de construção, principalmente, incentivando os participantes a testarem suas ideias.

¹²⁰ Attaining any concept requires analyzing and reflecting, noticing similarities and differences, and becoming aware of the distinctions between essential and non-essential features among members of the presented class.

¹²¹ The ability to recognize similarities and differences, and to generate other instances of a given class, however, is basic to success in mathematics and science. Even more amazing, learning to recognize predictable occurrences is an ability which transcends the boundaries of these subjects and is essential to learning in many other curriculum areas including the social studies and the creative arts.

a regularidade cíclica e a quantidade de elementos do padrão, assim como a identificação e uso de regularidades de crescimento.

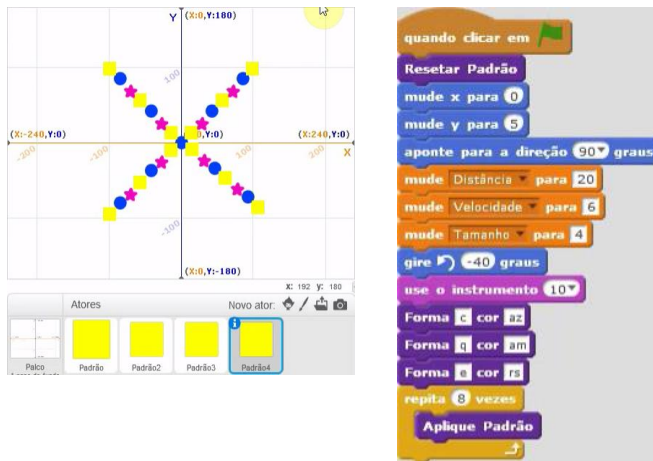
5.7 Preferência

O sentido de preferência utilizado aqui é o de predileção, de estimar mais ou escolher uma coisa em detrimento da outra, de manifestar distinção ou atenção a determinados elementos (DPLP, 2011). Em diversas situações, os participantes realizavam modificações a fim de satisfazer suas predileções em relação a cores, formas e sons. As preferências são parte integrante da orientação dos indivíduos (SCHOENFELD, 2011).

Nesta subseção, apresento eventos críticos que elucidam essa característica observada nos dados. No Quadro 41, a seguir, apresento dois episódios que exemplificam essas atitudes.

Quadro 41 – Escolhas baseadas na preferência

Lúcio e Rafaela Problema 3, Atividade 2	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
<i>Lúcio: Tem como tirar esse som?</i> <i>Rafaela: Coloca piano.</i> Modificam a entrada do bloco “use o instrumento []” de (10) Clarinete para (1) Piano (Figura 92). Execução.	Figura 92 – Escolha de instrumento de sua preferência (Lúcio e Rafaela)  Fonte: A autora.

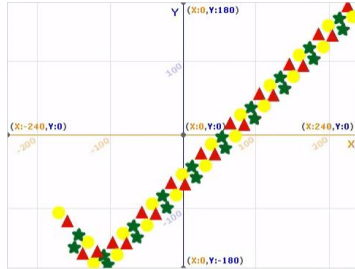
Ariane e Adriana Problema 1, Atividade 2	
Formas e cores utilizadas	Tela do Scratch
Na construção do Problema 1, Atividade 2, as participantes utilizam como núcleo dos padrões as seguintes formas e cores: círculo azul, quadrado amarelo e estrela azul (Figura 93).	Figura 93 – Problema 1, Atividade 2 construído por Ariane e Adriana  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

No primeiro evento crítico, os participantes, com base no som que preferiam ouvir, escolheram o piano como instrumento que emitiria o som. No segundo episódio crítico, as participantes construíram uma imagem com algumas características diferentes daquelas propostas no problema. Isso revela o papel da interpretação, pois as participantes traçaram como objetivo de construção a preservação de determinadas características e a imposição daquilo que era visualmente mais agradável para elas. Elas preservaram a disposição dos elementos (em forma de “X”) e o padrão de repetição de formas (círculo, quadrado e estrela) e impuseram características de sua preferência – a simetria e o padrão de cores (azul, amarelo e rosa). Em relação especificamente à regularidade, isso não significa que Adriana e Ariane não reconheceram os padrões, mas que, mesmo ao reconhecer esses elementos, elas sentiram liberdade para expressar suas preferências.

Eu entendo, desse modo, que ao realizar as construções, os participantes buscaram um contexto que era esteticamente agradável para eles, seja em relação ao som que ouviam ou à imagem que viam. Essa tendência revela que naquele ambiente foi possível a exploração e contentamento da orientação dos sujeitos em relação às questões estéticas. Isso não se manifestou apenas na escolha desses determinados parâmetros, como se observa no evento crítico presente no Quadro 42, a seguir.

Quadro 42 – Influência de aspectos estéticos

Amanda e Vinícius Problema 2, Atividade 3	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Ao observar a construção da Figura 94. Amanda: [...] Vamos fazer com poucos, primeiro, porque senão vai ficar [muitos elementos] toda vez. 5 em “repita [] vezes”. Vinícius: Mas eu quero ouvir a música. Amanda: Mas você vai ouvir a música. Execução.	Figura 94 – Etapa da construção do Problema 3, Atividade 2  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

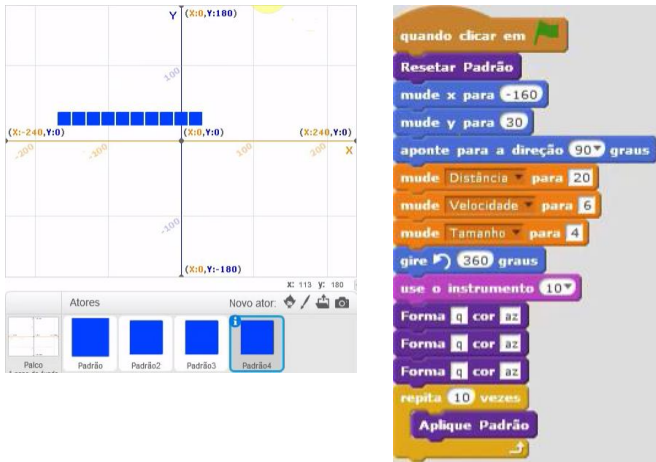
Nesse episódio, os participantes estavam construindo um padrão com muitos elementos. Como forma de facilitar a determinação de parâmetros que não eram influenciados por essa característica, Amanda sugeriu que eles utilizassem apenas cinco elementos até o alcance dos objetivos referentes a tais parâmetros. Vinícius foi contrário a essa sugestão, com a justificativa de que ele queria ouvir a música. Esse não era um elemento essencial na construção do padrão, mas para o estudante ouvir a música era importante. Aquele som era esteticamente agradável para ele.

Em outras situações, também houve manifestação de aspectos estéticos, verificada pelas reações dos estudantes aos sons e imagens. Falas como “*Legal*”, de Vinícius, ou “*Que da hora esse desenho!*”, de Ariane, ocorridas durante as construções, ilustram que, naquele contexto, os estudantes puderam experienciar situações em que ouviam sons ou viam imagens que eram agradáveis para eles. Eu entendo que, de certo modo, essas ocorrências revelam que, naquele ambiente, ocorreram experiências estéticas, entendidas como experiências significativas que impactam os sujeitos de forma imediata (DEWEY, 1980; SINCLAIR, 2006; PARRISH, 2009) e se relacionam à percepção do belo que ocorre na relação do sujeito com o mundo (BOAL, 2009).

5.8 Compartilhamento de conhecimentos matemáticos

Nem sempre, a experimentação ou a estimativa, por exemplo, eram utilizadas na determinação dos diferentes parâmetros dos padrões. Em algumas situações os participantes mobilizavam e compartilhavam conhecimentos matemáticos com essa finalidade. No Quadro 43, a seguir, apresento três eventos críticos que ilustram como esse compartilhamento ocorreu.

Quadro 43 – Compartilhamento de conhecimentos matemáticos

Amanda e Vinicius Problema 4, Atividade 2	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Vinicius: E agora tem que ver os graus. Amanda: Os graus é zero. Tem que ficar reto. 0 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”. Execução (Figura 95). Vinicius: Nossa, é zero graus! Amanda: É óbvio.	Figura 95 – 0 “gire $\curvearrowright$ [] graus”  Fonte: A autora.
Lúcio e Rafaela Problema 2, Atividade 2	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Rafaela: Coloca 180 aqui já. Lúcio: 180 é pra lá [esquerda]. 360 em “gire $\curvearrowright$ [] graus” no código do Padrão 4. Execução de todos os Padrões. Execução do Padrão 4 (Figura 96).	Figura 96 – 360 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”  Fonte: A autora.
Yuri e Caíque Problema 4, Atividade 1	
Discussão	
Yuri: Y é 100. Caíque: -100! Yuri: Não! Eu estou no primeiro quadrante. Caíque: O x é positivo. No y, o de cima [primeiro quadrante] é positivo, o de baixo [quarto quadrante] é negativo. A modificação na simulação não ocorreu porque os participantes precisaram sair mais cedo neste dia. Fonte: Elaborado pela autora.	

No primeiro evento crítico, a dupla Vinicius e Amanda buscou determinar a inclinação de um padrão que compunha a construção do Problema 4 da Atividade 2. Amanda mobilizou conhecimentos matemáticos em relação ao ângulo zero e compartilhou esse fato com o colega que, após a execução, até se surpreendeu com o resultado. No segundo evento, os participantes

também buscavam determinar a inclinação de um padrão. Nesse caso, esse padrão compunha a construção do Problema 2 da mesma atividade. Mediante a sugestão do valor 180° , Lúcio observou que utilizar esse valor não produziria o efeito esperado e utilizou o valor 360° . No terceiro evento, os participantes discordaram acerca do sinal do valor da coordenada em y. Caíque, então mobilizou conhecimentos sobre o plano cartesiano, explicando ao colega o sinal das coordenadas em y no primeiro e no quarto quadrantes.

Nesses episódios se verifica essa mobilização de conhecimentos com o intuito de possibilitar a tomada de decisão. Mas esse compartilhamento, não é simplesmente a exposição de um fato matemático, ocorre também uma argumentação para sustentar esse conhecimento. No primeiro evento, Amanda justifica porque a inclinação deve ser zero – porque “tem que ficar reto”; Lúcio justifica porque o valor de 180° não é adequado – porque “é pra direita”; Caíque justifica porque é -100 – porque “o y está no quarto quadrante”.

Esses momentos foram possíveis pela configuração coletiva em que as construções ocorreram. Naquele contexto, os participantes tinham que se comunicar, não apenas “aplicar” o conhecimento matemático, pois a tomada de decisão dependia do acordo comum dos participantes.

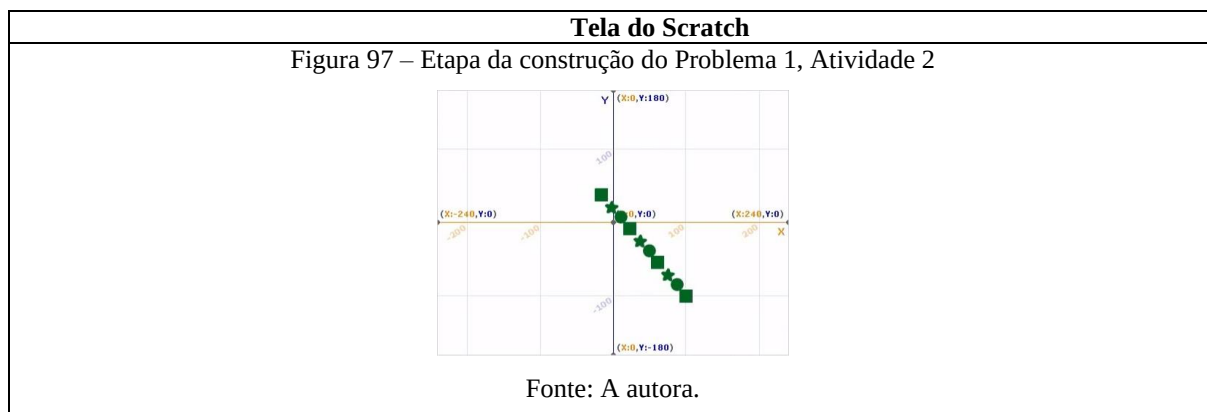
5.9 Ponto de referência

No processo de construção, os participantes utilizaram pontos de referência para avaliar suas construções e estabelecer objetivos. Esses pontos de referência eram parâmetros concebidos com base em características visuais do plano cartesiano (plano de fundo do campo de execução) ou dos próprios padrões a serem construídos.

Nesta subseção, apresento três eventos críticos que ilustram esse modo de proceder dos estudantes. No Quadro 44, a seguir, apresento uma discussão da dupla Caíque e Yuri durante a resolução do Problema 1 da Atividade 2 em que compreendo que houve a utilização de ponto de referência.

Quadro 44 – Ponto de referência na resolução do Problema 1, Atividade 2 (Caíque e Yuri)

Discussão
Ao observar a construção da Figura 97. Caíque: <i>Eu acho que tá certo.</i> Yuri: <i>Não, porque o quadrado [quarto elemento no sentido esquerda-direita] tem que pegar no meio [no centro do campo de execução].</i>



Fonte: Elaborado pela autora.

No processo de construção do padrão, a dupla utilizou um ponto de referência para, ao mesmo tempo, avaliar a construção e estabelecer um objetivo. Nesse evento crítico, Caíque entendia que a construção estava concluída. E Yuri avaliou que a construção não estava concluída porque “o quadrado tinha que pegar no meio”, utilizando como ponto de referência a origem do plano cartesiano no plano de fundo do campo de execução. Desse modo, também estabeleceu que esse era o objetivo que deveria ser alcançado, isto é, que eles deveriam realizar ações para que esse aspecto se concretizasse.

Esse tipo de ocorrência também foi verificado no evento crítico seguinte, apresentado no Quadro 45. Esse evento aconteceu durante a realização do Problema 2 da Atividade 2 pela dupla Alice e Bárbara.

Quadro 45 – Ponto de referência na resolução do Problema 2, Atividade 2 (Alice e Bárbara)

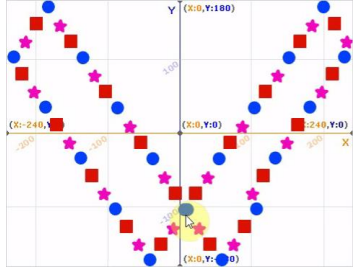
Discussão	Tela do Scratch
Ao observar a construção da Figura 98. Alice: Espera... Tá errado. Bárbara: Por quê? Alice: Esse segundo quadrado [no sentido de cima para baixo] tem que estar acima da linha [do eixo da abscissa].	Figura 98 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 2 Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Novamente, um ponto de referência, nesse caso, o eixo da abscissa do plano de fundo, foi utilizado para avaliar a construção e estabelecer objetivo. Para Alice a construção estava incorreta porque o segundo quadrado não estava acima do eixo da abscissa. Esse passou a ser o objetivo de construção, fazendo com que as participantes agissem para sua concretização.

Além do plano de fundo, características do próprio padrão a ser construído foram utilizadas como ponto de referência. No Quadro 46, a seguir, apresento uma fala do participante Lúcio sobre ponto de referência ocorrida na realização do Problema 4 da Atividade 1.

Quadro 46 – Ponto de referência na resolução do Problema 4, Atividade 1 (Lúcio e Rafaela)

Discussão	Tela do Scratch
<i>Lúcio: Se cruza a estrelinha, só que aqui cruzou a bolinha.</i> (Indicado pelo cursor na Figura 99).	Figura 99 – Círculos se cruzando  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, Lúcio avaliou que a construção não estava correta porque eles fizeram o cruzamento de dois círculos azuis e o participante entendia que deveriam se cruzar duas estrelas rosas. As ações da dupla, portanto, passaram a ocorrer com esse fim.

A avaliação foi uma das funções do ponto de referência. Ela pode ser entendida como o aspecto metacognitivo denominado por Schoenfeld (2011) de monitoramento, que significa analisar as ações tomadas considerando o objetivo estabelecido. No caso dos eventos desse tema, os participantes avaliavam a construção e expressavam o que entendiam não estar correto utilizando pontos de referência. E corrigir e suprir características que levavam em consideração esses pontos de referência se tornavam os objetivos da construção.

Além dessas funções, o ponto de referência também foi a maneira pela qual os sujeitos se expressavam verbalmente. Utilizar essas referências era uma maneira dos participantes descrever oralmente aquilo que entendiam e que observavam. Era, portanto, um modo de comunicação, entendida como “[...] um processo social [...] [no qual] os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente.” (MARTINHO; PONTE, 2005, p. 2). Logo, essa característica é fruto desse contexto coletivo em que ocorreu a realização das atividades.

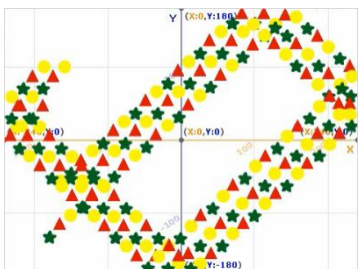
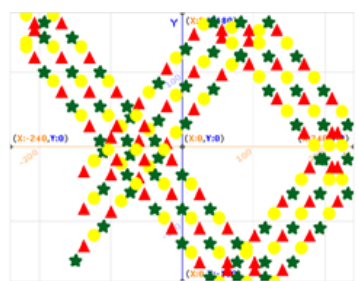
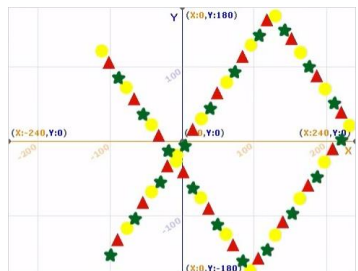
5.10 Analogia

O uso de analogias também ocorreu no processo de construção dos padrões. As analogias são modos de estabelecer relações de semelhança. No contexto dos dados, os participantes identificavam analogias daquilo que viam ou ouviam em entidades visuais e

auditivas que conheciam previamente. Essas analogias tinham como finalidade a avaliação, o estabelecimento de objetivos e a descrição.

Nesta subseção, apresento eventos críticos que ilustram as diferentes formas de analogias estabelecidas pelos participantes. No Quadro 47, a seguir, apresento momentos da resolução do Problema 3 da Atividade 2 das duplas Caíque e Yuri e, Amanda e Vinícius nos quais ocorre o uso de analogia.

Quadro 47 – Analogia na resolução do Problema 3, Atividade 2

Caíque e Yuri	
Discussão	
Yuri: Não é para fazer isso. Não é para ter um retângulo dentro (Figura 100), é para ter um losango (Figura 101).	
Tela do Scratch	Padrão a ser construído
Figura 100 – Construção em que se identificou um retângulo  Fonte: A autora.	Figura 101 – Problema 3, Atividade 2  Fonte: A autora.
Amanda e Vinícius	
Discussão	Tela do Scratch
Amanda: Calma aí, eu nem lembro que desenho que é. Ah, é um peixe (Figura 101). Estava quase lá (Figura 102). Só que um peixe com o rabo cortado.	Figura 102 – Etapa da Construção do Problema 3, Atividade 2  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses eventos críticos apresentados, é possível observar que os participantes buscaram relacionar as imagens que observavam a algo que eles reconheciam, eu considero essa disposição como o exercício da analogia. Nesses casos, essa imagem reconhecida se transformava em objetivo de construção. Para Yuri, a construção deveria formar um losango e, para Amanda, a construção – que originaria o mesmo padrão – deveria ser o desenho de um peixe com o rabo cortado.

A analogia também auxiliou na avaliação da construção. Yuri observou que sua construção tinha formado um retângulo e por isso não estava correta, uma vez que entendia que deveria formar um losango. Já Amanda avaliou que sua construção seguia pelo caminho correto porque “estava quase lá” na construção do peixe com o rabo cortado.

No processo de construção de padrões nas Construções Livres, também houve a utilização da analogia para o estabelecimento dos objetivos de construção. No Quadro 48, a seguir, apresento discussões das duplas Ariane e Adriana e, Alice e Bárbara no planejamento de suas construções.

Quadro 48 – Analogia no planejamento de Construções Livres

Ariane e Adriana Construção Livre, Atividade 1	Alice e Bárbara Construção Livre, Atividade 3
Discussão	Discussão
<i>Adriana: Vamos tentar fazer um coração?</i> <i>Ariane: Não! Meu Deus, Adriana! Pelo amor de Deus!</i> <i>Rita: Como eu tenho que mudar para fazer um coração? Vocês podem fazer um desenho antes. [...]</i> <i>Adriana: Vamos tentar fazer um triângulo, então?</i> <i>Ariane: Ah eu não sei! Acho que não dá.</i> <i>Adriana: Vamos fazer um quadrado?</i>	<i>Bárbara: Vamos construir um coração?</i> <i>Alice: Não, dá trabalho.</i> <i>Bárbara: Vamos tentar fazer um pé?</i> <i>Alice: Um pé?</i> <i>Bárbara: Vamos tentar fazer uma seta, tipo assim. Não, vamos tentar fazer um quadrado.</i> <i>Alice: Tipo, pintar o quadrado inteiro? Será que dá?</i> <i>Bárbara: Só se você pôr uns quinhentos negócios.</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

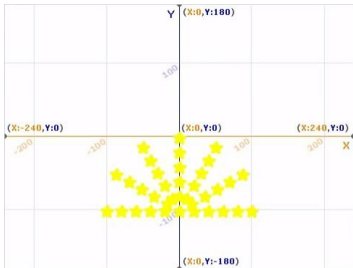
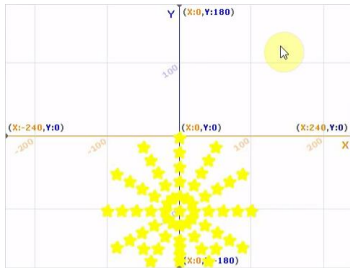
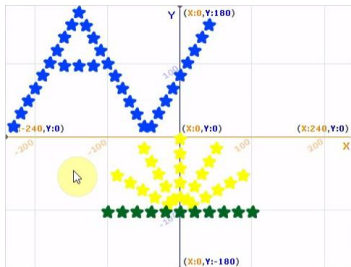
Nesses eventos críticos, as participantes Adriana e Bárbara, em suas respectivas duplas, sugeriram diversas construções, sempre, buscando relacionar a algo que elas conheciam, ou seja, uma imagem análoga a algo de sua vivência. Por coincidência, elas até sugeriram as mesmas imagens, como coração e quadrado.

Em ambas as situações, essas ideias de construção não foram perseguidas. Isso, em parte, ocorre pela falta de incentivo da colega da dupla. Ariane respondeu negativamente às sugestões de Adriana e elas optaram por não realizar construção alguma. Alice, inicialmente, também não apoiou a construção, mas a dupla acabou perseguindo diversas ideias que foram surgindo na discussão.

No Quadro 49, a seguir, apresento outros momentos de Construções Livres. Nesses casos os participantes estabelecem objetivos com base na analogia e finalizam suas construções.

Quadro 49 – Analogia nas Construções Livres da Atividade 2

Adriana e Ariane
Discussão
<i>Adriana: Você quer fazer algum desenho? [...]</i> <i>Ariane: Não tenho ideia...</i> <i>Adriana: Vamos completar esse sol (Figura 103)!</i> <i>[...]</i> Ao observar a construção da Figura 104. <i>Ariane: É uma pizza, isso daí...</i>

Adriana: Ah, é um sol.	
Tela do Scratch	
Figura 103 – Problema 4, Atividade 2 construído pela dupla  Fonte: A autora.	Figura 104 – Construção Livre, Atividade 2 (Ariane e Adriana)  Fonte: A autora.
Amanda e Vinícius	
Discussão	Tela do Scratch
Amanda: Isso aqui [Problema 4, Atividade 2] é o desenho do pôr do sol. Aqui grama. Aqui o sol e os raios solares. Eu sou demais! Vinícius: A gente tem que pôr um laranjinha. [...] Amarelo, laranja e vermelho. Amanda: Já sei. A letra V e a letra A. Vinícius: Não tem como pôr duas cores no negócio, ele não sabe qual que ele vai pôr. Você tá querendo pôr duas cores na mesma fileira, não vai ter como. Amanda: Não, aqui a gente põe a letra V. E saindo faz a letra... Não, calma aí. Faz a letra A e saindo faz a letra V aqui. Que fica A e V. Vinícius: Não, mais fácil fazer assim ó... É só a gente fazer um negócio assim, ó. Amanda: Como se fosse um N... É! É um risco aqui. [...] Ao final da construção (Figura 105). Amanda: É, tá lindo! Olha que lindo! Fizemos a nossa logo.	Figura 105 – Construção Livre, Atividade 2 (Amanda e Vinícius)  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses casos, as duplas utilizaram a analogia para estabelecer os objetivos de construção que são concluídos. Ariane e Adriana se basearam na construção anterior (Problema 4) para construir o que foi identificado como um sol. Amanda e Vinícius também utilizaram a construção anterior (Problema 4) e ainda construíram as iniciais de seus nomes; a construção como um todo foi identificada como sua logomarca.

Além do uso da analogia, nesses eventos críticos, os participantes realizam o que pode ser identificada como a prática computacional de reutilizar e remixar (BRENNAN; RESNICK, 2012), uma vez que eles optam por construir algo novo com base naquilo que já está construído.

A analogia, além de estabelecer objetivos, foi utilizada para descrever aquilo que era observado. Ariane apontou que a construção é a imagem de uma pizza. E Amanda observou na construção do Problema 4, o pôr do sol, grama, sol e raios solares. O uso de analogia na descrição não se restringiu a aspectos visuais. Ao ouvir o som que pode ser acessado por meio

deste endereço: <https://url.gratis/4o8PXj> ou do QR Code na Figura 106, Bianca disse “*Parece um telefoninho.*”.

Figura 106 – Código de acesso ao som



Fonte: QR Code Fácil (<https://www.qrcodefacil.com/>).

Segundo Morin (2007, p. 152, tradução nossa)¹²², “O conhecimento por analogia é um conhecimento do semelhante pelo semelhante que detecta, usa, produz similitudes de tal maneira que identifica os objetos ou fenômenos que percebe ou concebe.”. Ou seja, por meio desse conhecimento o sujeito identifica, utiliza e produz similitudes (TENÓRIO, 1998) no estabelecimento de relação entre diferentes entidades. No processo cognitivo, o cérebro detecta, utiliza, produz e combina os distintos tipos de analogia (TENÓRIO, 1998; MORIN, 2007).

Além disso, a analogia é uma figura de linguagem. De acordo com Machado (1991, p. 80), é por meio da analogia e das relações de semelhança que são construídas metáforas, que consistem na ação de “[...] dar a uma coisa o nome de outra coisa, produzindo-se como uma transferência de significado [...]”.

Seja como forma de estabelecer objetivos, avaliar ou descrever, o uso da analogia foi a forma dos participantes darem sentido àquilo que faziam. De acordo com Paterlini e Salvador (2018, p. 1) “As experiências prévias e conhecimentos anteriores ajudam-nos na adaptação a novas situações e na tomada de decisões, traçando paralelos entre problemas e situações que possuam estruturas similares.”. Machado (1991) aponta que a analogia, em especial, a metáfora, auxilia no processo de aprendizagem e no desenvolvimento do raciocínio. Segundo o autor, “[...] é precisamente no estabelecimento de pontes entre contextos, na iluminação de relações estruturais que subjazem [...] que a Metáfora afigura-se como instrumento fundamental.” (MACHADO, 1991, p. 81).

Corroborando isso, Abdounur (2006) destaca que as analogias são fundamentais na expansão de processos cognitivos e afetivos. Segundo o autor, as analogias ocorrem por meio da conexão de conceitos e situações familiares àqueles desconhecidos, possibilitando a exploração de cenários inéditos. No contexto deste estudo, a analogia foi justamente o meio

¹²² El conocimiento por analogía es un conocimiento de lo semejante por lo semejante que detecta, utiliza, produce similitudes de tal suerte que identifica los objetos o fenómenos que percebe o concibe.

encontrado pelos participantes para relacionar aquilo que conheciam ao contexto da construção de padrões no Scratch, que era novidade para eles.

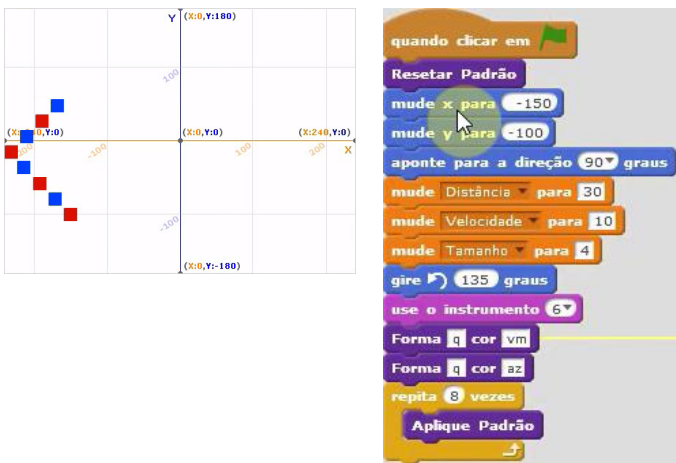
O fato de os participantes identificarem ou buscarem construir determinadas imagens – até mesmo sons – também evidencia o caráter subjetivo das analogias, como discute Abdounur (2006). Para o autor, o uso de analogias corrobora a união de sentimentos e pensamentos, possibilitando a relação entre os domínios cognitivos e afetivos ou sensíveis.

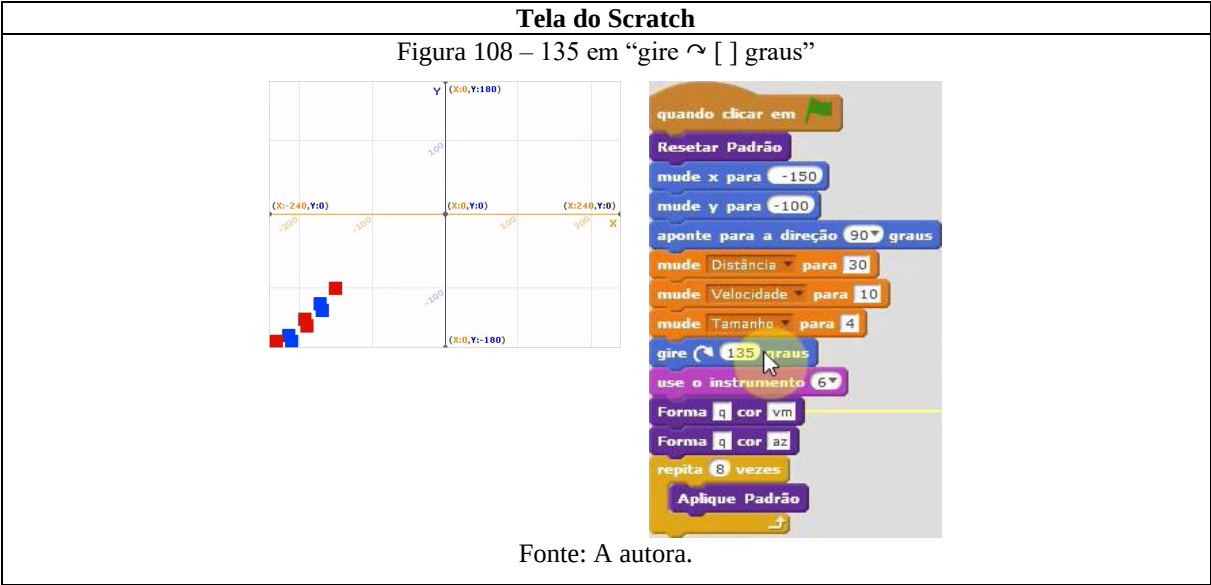
5.11 Simetria

Durante a realização das atividades, os participantes, em determinados contextos, por meio da avaliação de suas construções, observavam que a solução dependia de diferentes transformações isométricas, entendidas como transformações no plano (REZENDE; QUEIROZ, 2008) que produzem simetria. A partir dessa constatação, os participantes, para alcançar os objetivos determinados, realizavam diferentes modificações na simulação com base em conhecimentos matemáticos. Na maioria dos casos os objetivos não eram alcançados, pois havia incongruência em relação àquilo que os estudantes almejavam realizar e suas ações e conhecimentos matemáticos empregados.

Nesta subseção apresento cinco eventos críticos que buscam elucidar os diferentes contextos em que esse modo de proceder ocorreu. O primeiro evento crítico é exibido no Quadro 50, a seguir. Ele ocorreu durante a realização do Problema 1 da Atividade 1 pela dupla Amanda e Vinícius.

Quadro 50 – Simetria na resolução do Problema 1, Atividade 1 (Amanda e Vinícius)

Discussão	Tela do Scratch
Ao observar a construção e o código da Figura 107. Vinícius: <i>E esse grau aqui? Não sei se a gente mexe ou não mexe. Eu vou anotar.</i> Amanda: <i>Mas, 135 é pra cá [esquerda]. Tem que ser pra lá [direita].</i> Vinícius: <i>É porque eu acho que tá invertida essa seta, tem que ser pra lá. [...] Essa seta tá girando para cá.</i> Com auxílio da mediação substituem o bloco “gire $\curvearrowright$ [] graus” pelo bloco “gire $\curvearrowleft$ [] graus”. [...] 135 em “gire $\curvearrowright$ [] graus”. Vinícius: <i>Se for isso, vou ficar muito feliz.</i> Execução (Figura 108).	Figura 107 – Etapa da construção do Problema 1, Atividade 1  Fonte: A autora.



Fonte: Elaborado pela autora.

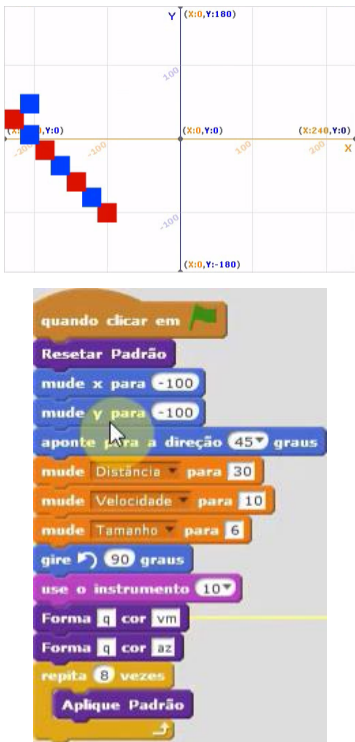
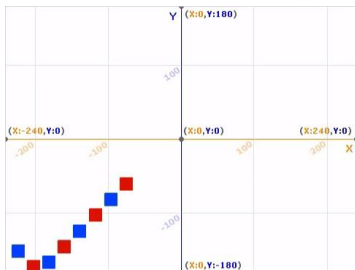
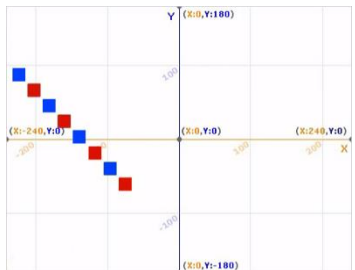
Nesse episódio, os participantes observaram que a inclinação do padrão deveria ser para o outro lado, o lado direito. E, nessa tentativa de refletir verticalmente¹²³ a construção, os participantes consideraram que o sentido da construção deveria ser alterado do sentido anti-horário (bloco “gire ∩ [] graus”) para o sentido horário (bloco “gire ∪ [] graus”). Essa tentativa de solução evidencia que não se tinha familiaridade com simetrias de rotação. Observou-se uma incongruência em relação àquilo que o participante objetivava e a modificação realizada. No processo de depuração, os participantes utilizaram a experimentação.

Nesse caso, a tentativa de reflexão ocorreu por meio da alteração de blocos. Em outras situações, os participantes alteraram o sinal do valor do ângulo a fim de refletir a construção. Para ilustrar essas situações, apresento, no Quadro 51, a seguir, dois eventos críticos.

Quadro 51 – Simetria na resolução dos Problemas 1 e 2, Atividade 1

Lúcio e Rafaela Problema 1, Atividade 1
Discussão e modificações
<i>Rafaela: Tem que deixar ele mais na diagonal.</i> 45 em “aponte para a direção [] graus”. Execução (Figura 109) <i>Lúcio: Foi ao contrário.</i> <i>Rafaela: Coloca -45, então.</i> -45 em “aponte para a direção [] graus”. Execução (Figura 110). <i>Lúcio: Não, foi pra baixo.</i>

¹²³ Essa reflexão seria por um eixo vertical perpendicular ao eixo da abscissa interseccionando o primeiro elemento do padrão, a coordenada (-150, -100).

Tela do Scratch	
Figura 109 – 45 em “aponte para a direção [] graus” 	Figura 110 – -45 em “aponte para a direção [] graus” 
Fonte: A autora.	Fonte: A autora.
Amanda e Vinícius Problema 2, Atividade 1	
Discussão e modificações	
Vinícius: Agora precisa mudar que ele é meio mais para cima. 135 em “gire ~ [] graus”. Execução (Figura 111). Vinícius: Acho que se a gente pôr -135 vai ao contrário. -135 em “gire ~ [] graus”. Execução (Figura 112).	
Tela do Scratch	
Figura 111 – 135 em “gire ~ [] graus” 	Figura 112 – -135 em “gire ~ [] graus” 



Fonte: A autora.



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesses casos, a tentativa de refletir verticalmente a construção ocorreu por meio da utilização do sinal oposto no valor do ângulo. Isso também revela concepções sobre o número negativo, além de que não era de seu conhecimento o que os ângulos negativos representam no ciclo trigonométrico.

Além da tentativa de realizar a reflexão da construção, a simetria foi observada em relação a padrões diferentes. Nesses casos, os participantes, ao verificarem que o ponto de início de um padrão era simétrico em relação ao ponto de início de outro, decidem alterar o sinal da coordenada do ponto inicial. No Quadro 52, a seguir, apresento dois casos desse procedimento.

Quadro 52 – Simetria na resolução dos Problemas 1 e 2, Atividade 2

Amanda e Vinícius Problema 1, Atividade 2	
Discussão e modificações	
Amanda: É o contrário. Se aqui (Figura 113) foi -100, é +100. Vinícius: Aqui é +100 e aqui é -100. Amanda: Então vai ser -100 e +100. -100 em “mude x para []” e 100 “mude y para []” do Padrão 1. Execução do Padrão 1 (Figura 114).	
Tela do Scratch	
Figura 113 – Padrão 2	Figura 114 – -100 em “mude x para []” e 100 “mude y para []” em Padrão 1



Fonte: A autora.



Fonte: A autora.

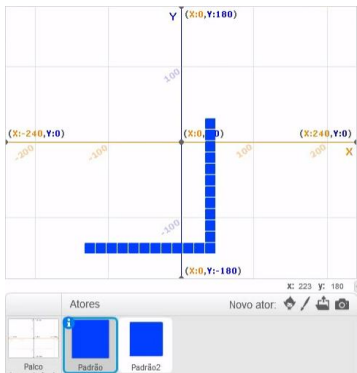
Caíque e Yuri
Problema 2, Atividade 2

Discussão e modificações

Caíque: Aí (Figura 115) tá 40 e -140. E se a gente por ao contrário? -40 e 140?
-40 em “mude x para []” e 140 em “mude y para” no Padrão 3. Execução de todos os programas (Figura 116).

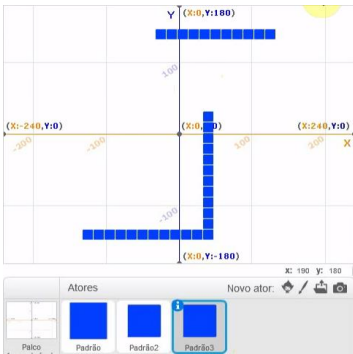
Tela do Scratch

Figura 115 – Padrão 1 (sequência vertical)



Fonte: A autora.

Figura 116 – -40 em “mude x para []” e 140 em “mude y para” em Padrão 3



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Esses episódios revelam que os participantes, no processo de avaliação e no estabelecimento de objetivos, consideraram aquela imagem ou situação simétrica. Isso

ocasionou uma tomada de decisão com intuito de realizar transformações isométricas. Essa tomada de decisão ocorreu por meio da busca de um ângulo simétrico, seja por meio da inversão de sentido da construção, seja por meio do uso de sinal oposto no valor do ângulo; ou buscando uma posição simétrica, nesse caso, utilizando o sinal oposto nos valores das coordenadas. Isso revela também os diferentes significados do sinal negativo para os participantes. Nesses casos, as ideias referentes à transformação não produziram o resultado esperado. No processo de depuração houve experimentação.

A identificação de simetria é uma atividade inerente à maneira como os seres humanos interpretam o mundo. Confirmando essa ideia, Stewart (2013, p. 22, tradução nossa)¹²⁴ aponta que “Um fascínio por formas simétricas parece ser uma característica inata da percepção humana [...]”. A simetria é um tipo de transformação, como aponta Stewart (2007, p. ix, tradução nossa, grifo do autor)¹²⁵: “Simetria não é um número ou uma forma, mas um tipo especial de **transformação** – uma maneira de mover um objeto. Se o objeto parece o mesmo após ser transformado, a transformação em questão é uma simetria.”. confirmando essa ideia, Rohde (1997) considera que a simetria é uma operação que mantém a forma constante. O autor aponta que o termo simetria “[...] expressa a propriedade pela qual um ente, objeto ou forma exhibe partes correspondentes (ou congruentes) quando submetida a uma operação específica, denominada operação de **simetria**. **A simetria é uma operação que mantém uma forma invariante.**” (ROHDE, 1997, p. 9, grifo do autor).

No contexto da resolução, os participantes comparavam diferentes padrões interpretando relações de simetria entre eles. Na tentativa de transformar suas construções, em algumas situações, eles recorreram a conhecimentos referentes às operações com números inteiros. Nesses casos, a solução para o problema de transformação ocorreu por meio da utilização de números opostos, ideia relacionada à adição de números inteiros¹²⁶, e à reta numérica. Desse modo, como eles entendiam que a imagem pretendida deveria ser “oposta”, eles decidiam que deveriam utilizar o número oposto, logo se era positivo deveria ser transformado em negativo, e vice e versa.

¹²⁴ A fascination with symmetric forms seems to be an innate feature of human perception [...]

¹²⁵ Symmetry is not a number or a shape, but a special kind of *transformation* – a way to move an object. If the object looks the same after being transformed, then the transformation concerned is a symmetry.

¹²⁶ Os números inteiros compõem o conjunto $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Considerando m e n , elementos quaisquer de $\mathbb{Z}$, a operação de adição é definida por $m + n$. Essa operação possui as seguintes propriedades: a) associativa: $(m + n) + r = m + (n + r)$, $\forall m, n, r \in \mathbb{Z}$; b) comutativa: $m + n = n + m$, $\forall m, n \in \mathbb{Z}$; c) elemento neutro: $m + 0 = m$, $\forall m \in \mathbb{Z}$; d) elemento oposto ou simétrico: para todo $m \in \mathbb{Z}$, existe $n \in \mathbb{Z}$ de modo que $m + n = 0$, o elemento n é único e é chamado oposto de m e é indicado por $-m$ (IEZZI; MURAKAMI, 1977; DOMINGUES, 1991).

5.12 Desistência e reorganização

Em algumas situações, os objetivos dos participantes não eram alcançados. Nesses casos, foram observadas duas atitudes: a desistência ou a reorganização. Neste tema, apresento algumas situações em que essas formas de proceder foram observadas. Para ilustrar um contexto em que houve desistência, apresento o Gráfico 5 que representa o panorama da realização da Atividade 1 pela dupla Ariane e Adriana.

Gráfico 5 – Panorama da Atividade 1 (Ariane e Adriana)



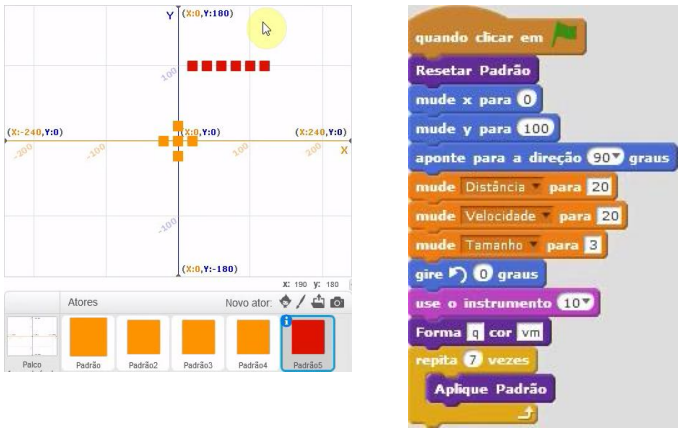
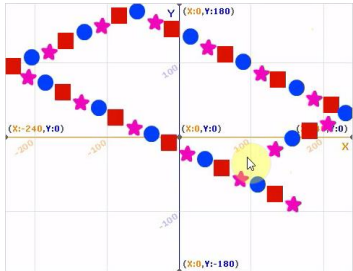
Fonte: Elaborado pela autora.

Na realização dos problemas propostos, só foi verificada situação de desistência na realização da Atividade 1 pela dupla Ariane e Adriana. Na realização dessa atividade, existia um não entendimento dos blocos no início das construções e, ao não conseguir atingir os objetivos estabelecidos, as participantes optaram por tentar construir o problema seguinte. Eu entendo que isso ocorreu por ser uma situação não familiar para as estudantes. Nessa situação, foi necessária a mediação como incentivo às construções.

Os outros casos de desistência foram verificados nas Construções Livres. No Quadro 53, a seguir, apresento dois eventos críticos em que isso ocorreu.

Quadro 53 – Desistência em Construções Livres

Amanda e Vinícius Construção Livre, Atividade 3
Discussão
<i>Amanda: A gente pode fazer o escudo do Capitão [América], mas que é um quadrado.</i> [...] Ao observar a construção e o código da Figura 117. <i>Amanda: O jeito é a gente desistir, porque não vai sair.</i>

Tela do Scratch	
Figura 117 – Etapa da Construção Livre, Atividade 3	
	
Fonte: A autora.	
Lúcio e Rafaela Construção Livre, Atividade 1	
Discussão	Tela do Scratch
Ao observar a construção da Figura 118. <i>Lúcio: Eu tô tentando fazer essa estrela encontrar aqui</i> (Indicado pelo cursor na Figura 118). <i>Rafaela: E se a gente fazer uma linha reta?</i>	Figura 118 – Etapa da Construção Livre, Atividade 1 
Fonte: A autora.	

Fonte: Elaborado pela autora.

No primeiro caso, Amanda e Vinícius estabeleceram como objetivo a construção do “escudo do Capitão América”, objetivo esse baseado na analogia de algo de sua vivência. Como seus subobjetivos não estavam se concretizando, no processo de monitoramento e autorregulação, os participantes entenderam que era necessário desistir da construção. O mesmo ocorre no segundo caso. Lúcio explicou que queria fazer com que determinados elementos se encontrassem, como suas modificações não produziam o efeito esperado, eles abandonaram a construção dessa configuração. E Rafaela já apontou outra opção de construção.

Nesses casos, a dificuldade fez com que os participantes desistissem e buscassem outras formas de proceder, outros objetivos gerais. No evento do Quadro 54, a seguir, ocorre também uma mudança de objetivo geral, mas não pela dificuldade de alcançar esse objetivo.

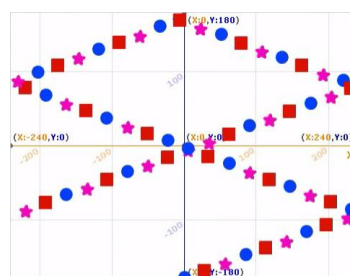
Quadro 54 – Mudança de objetivo geral

Amanda e Vinícius Construção Livre, Atividade 1
Discussão
<i>Vinícius: Como chama esse negócio aqui?</i> <i>Amanda: Um losango.</i>

Vinícius: Isso, [vamos construir] um losango.
 [...] Ao observar a construção da Figura 119.
 Ambos: Hum!
 Vinícius: Você pensou a mesma coisa que eu.
 56 em “repita [] vezes”. Execução. 70 “repita [] vezes”. Execução (Figura 120).
 Amanda: Olha, ficou dois losangos.

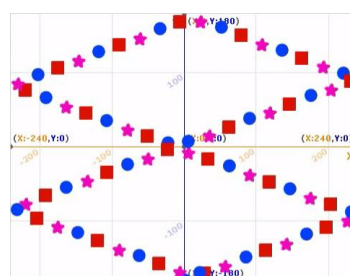
Tela do Scratch

Figura 119 – Etapa da Construção Livre, Atividade 1



Fonte: A autora.

Figura 120 – Imagem identificada como “dois losangos”



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, os participantes estabeleceram como objetivo a construção de um losango. No processo de construção, em determinada etapa, eles modificaram essa ideia. Inclusive, eles até concomitantemente modificaram esse objetivo inicial. E passaram a buscar construir o que identificaram como dois losangos, agindo para aumentar a quantidade de elementos, por meio da experimentação. Isso não foi exatamente uma desistência por dificuldade, mas porque as condições que encontraram no processo de construção facilitaram a mudança de objetivo. Ainda se destacou a analogia por buscar a construção de uma imagem reconhecível.

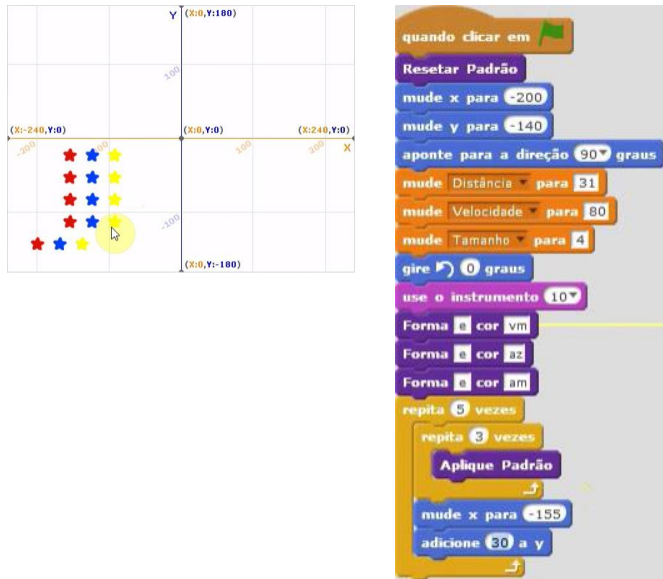
O monitoramento e a autorregulação são aspectos da metacognição. Por meio deles, os sujeitos se tornam conscientes do seu progresso na solução dos problemas e ajustam suas ações em função disso. De acordo com Schoenfeld (2011, p. 58, tradução nossa), por meio do monitoramento e da autorregulação, “[...] se as coisas parecem estar razoavelmente bem, eles decidem continuar trabalhando na mesma direção; se as coisas parecem problemáticas, eles consideram outras opções.”¹²⁷. Monitorar, nesse contexto, significa avaliar as ações tomadas

¹²⁷ [...] if things seem to be going reasonably well, they decide to continue working in the same direction; if things seem to be problematic, they consider other options.

em função da solução do problema ou do estabelecimento do objetivo. A autorregulação é o processo pelo qual o sujeito entende que ele deve ou não continuar a seguir o mesmo caminho de solução. O monitoramento e a autorregulação estão presentes em todas as atividades intelectuais (SCHOENFELD, 1992). Nos casos apresentados, por meio do monitoramento e autorregulação, os participantes entenderam que era necessário interromper suas ações pois os objetivos não estavam sendo atingidos.

Em algumas situações desafiadoras, os objetivos estabelecidos também não eram atingidos. Nesses casos, ao invés de optar pela desistência, houve a reorganização de seu pensamento com a simulação. Uma situação que foi particularmente desafiadora para os participantes, foi a construção do Problema 2 da Atividade 3, que envolvia *nested loops*. No Quadro 55, a seguir, apresento a primeira execução ocorrida na realização desse problema pela dupla Alice e Bárbara.

Quadro 55 – Início da construção do Problema 2, Atividade 3 (Alice e Bárbara)

Discussão	Tela do Scratch
Alice: <i>Esse aqui é fácil.</i> 5 em “repita [] vezes” externo. 3 em “repita [] vezes” interno. Inserem terceiro bloco “Forma [] cor []”. Determinam as formas e cores: estrela vermelha, estrela azul e estrela amarela. -200 em “mude x para []” no início do código. Execução (Figura 121).	Figura 121 – Início da construção do Problema 2, Atividade 2 (Alice e Bárbara)  The image shows the Scratch interface. On the left is the stage with a coordinate grid. A pattern of stars is being drawn: a central yellow star, surrounded by three rows of three stars each (blue, red, and yellow from top to bottom). The stars are positioned at coordinates (0,0), (0,100), (0,-100), (100,0), (-100,0), (100,100), (-100,100), (100,-100), and (-100,-100). On the right is the script area with the following code blocks: 'quando clicar em' (when clicked), 'Resetar Padrão' (Reset Pattern), 'mude x para -200' (set x to -200), 'mude y para -140' (set y to -140), 'aponte para a direção 90 graus' (point in direction 90 degrees), 'mude Distância para 31' (set distance to 31), 'mude Velocidade para 80' (set speed to 80), 'mude Tamanho para 4' (set size to 4), 'gire 0 graus' (turn 0 degrees), 'use o instrumento 10' (use instrument 10), 'Forma [] cor []' (shape and color blocks for red, blue, and yellow stars), 'repita 5 vezes' (repeat 5 times), 'repita 3 vezes' (repeat 3 times), 'Aplique Padrão' (Apply Pattern), 'mude x para -155' (set x to -155), and 'adicione 30 a y' (add 30 to y). Fonte: A autora.

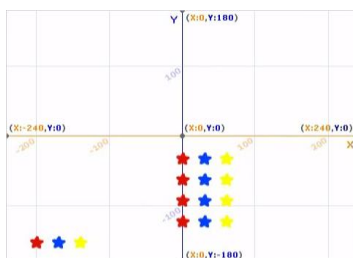
Fonte: Elaborado pela autora.

A participante Alice, no início da construção, apontou que esse processo seria fácil. Ela contou a quantidade de linhas do padrão e quantidade de elementos em cada linha realizando a modificação nas entradas dos blocos correspondentes. Contudo, havia uma incongruência em relação ao que ela esperava que o programa realizasse e o que o programa realizou. O mesmo ocorreu com a dupla Rafaela e Lúcio, que apresento no Quadro 56, a seguir.

Quadro 56 – Construção do Problema 2, Atividade 3 (Lúcio e Rafaela)

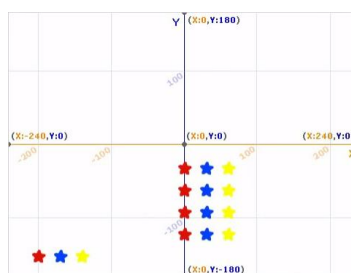
Discussão	
Rafaela: Coloca 3 aqui embaixo. 5 em cima. Tem que vim bem aqui. 3 em “repita [] vezes” interno. 5 em “repita [] vezes” externo. -200 em “mude x para []” no início do código. Execução (Figura 122). [...] Ao observar a construção da Figura 123. Rafaela: E agora para aumentar os outros? Eu acho que tem que adicionar mais desses [“mude x para []”]. Inserem três blocos “mude x para []” no laço externo antes do bloco “adicione [] a y”. Execução (Figura 124). Rafaela: Coloca 100 aqui no primeiro. -100 no primeiro bloco “mude x para []” interno ao laço de repetição. Execução. Lúcio: Eu acho que tem que colocar vários desses daqui [laço “repita [] vezes” externo (nested loop)]. Porque aqui está fazendo os cinco juntos. Rafaela: Mas aí tem que colocar outros números aqui. Coloca outros números para ver. -150 no segundo bloco “mude x para []” interno ao laço de repetição. -130 no terceiro bloco “mude x para []” interno ao laço de repetição. Execução (Figura 125). Rafaela: Como você acha que teria que fazer? Lúcio: Colocar mais desse daqui [laço “repita [] vezes” externo] e só colocar um. Rafaela: Tá, tenta então. [...] Perseguem o modo de resolução sugerido por Lúcio. Após várias modificações, constroem um padrão utilizando vários laços do tipo “repita [] vezes”, como se observa na Figura 126.	
Tela do Scratch	
Figura 122 – Início da construção do Problema 2, Atividade 2 (Lúcio e Rafaela) Fonte: A autora.	Figura 123 – Etapa da Construção do Problema 2, Atividade 3 Fonte: A autora.

Figura 124 – Inclusão de três blocos “mude x para []” no laço



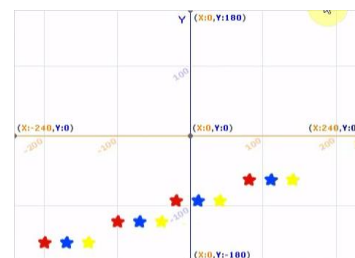
Fonte: A autora.

Figura 125 – Diferentes valores nos blocos “mude x para []” no laço



Fonte: A autora.

Figura 126 – Vários laços “repita [] vezes” na solução [] vezes” na solução



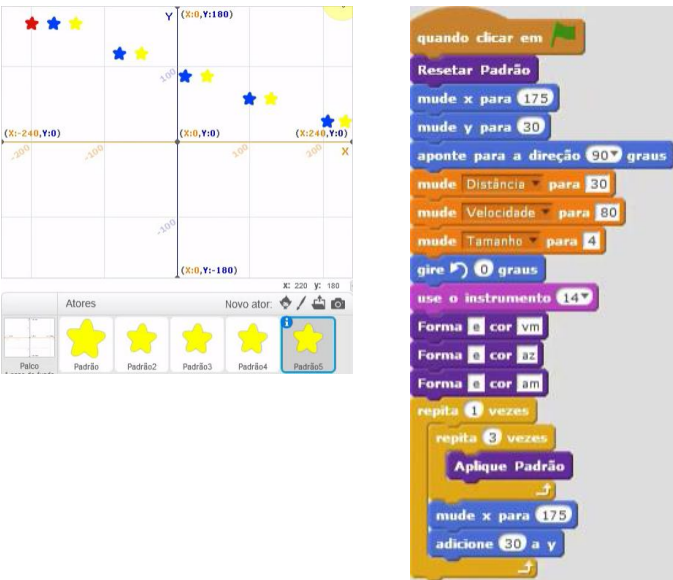
Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, inicialmente, os participantes também compreenderam que o modo de proceder na solução seria apenas em relação à quantidade de elementos nos laços de repetição. Como observaram que as fileiras estavam sendo construídas umas sobre as outras a partir da segunda, Rafaela sugeriu incluir no laço de repetição diferentes blocos “mude x para []”, para que, a cada uma dessas linhas fosse atribuído um valor de x. Essa ideia não ocasionou o efeito esperado e as fileiras ainda foram construídas umas sobre as outras. Eu entendo que isso mostra que a noção de *nested loop* não foi totalmente compreendida pelos estudantes. E, como forma de alcançar o objetivo, os participantes “desmembraram” o *nested loop*, num processo de moldagem da mídia de acordo com seu entendimento. A ideia apontada por Lúcio também se relaciona a atribuir um valor de x para cada linha, mas ele entendeu que era preciso determinar um comando de construção (“repita [] vezes {Aplique Padrão}”) a cada linha. Uma outra forma

de solução para um problema parecido também envolveu esse desmembramento, mas com a utilização de vários programas, como está apontado no Quadro 57, a seguir.

Quadro 57 – Construção do Problema 3, Atividade 3 (Yuri e Caíque)

Discussão	Tela do Scratch
Yuri: Acho que só serve quando o programa... ele é reto, não quando tá caindo tipo... isso serve quando ele é reto assim. [...] Participantes optam por solução utilizando cinco programas (Figura 127).	Figura 127 – Solução do Problema 3, Atividade 3 (Yuri e Caíque)  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Na impossibilidade de utilizar o *nested loop* na construção do padrão e após várias tentativas, Yuri justificou dizendo que esse código só “servia quando o programa é reto”. Rafaela e Lúcio atribuíram uma linha para cada *nested loop* utilizando um programa, similarmente, Yuri e Caíque atribuíram um programa para cada linha. Embora a ideia de *nested loop* não tenha sido totalmente assimilada pelos estudantes, se percebe que eles conseguiam depurar e traçar caminhos de resolução reorganizando seu pensamento, a fim de que as possibilidades e limitações da mídia, que povoavam sua ecologia cognitiva (LÉVY, 2001), fossem consideradas.

5.13 Concepções matemáticas

No contexto das atividades, diferentes concepções matemáticas foram mobilizadas. A concepção se relaciona ao conhecimento, indicando diferenças e semelhanças entre o conceito matemático construído pelo sujeito e o seu sentido na Matemática (CAVALCANTI, 2008; KALDRIMIDOU; TZEKAKI, 2005). Esse termo é utilizado significando o modo particular com que os sujeitos entendem e aplicam conceitos matemáticos. Neste estudo se destacaram concepções matemáticas relacionadas ao número zero e ao sinal negativo. Uma dessas concepções está indicada no Quadro 58, a seguir.

Quadro 58 – Zero como lugar nenhum

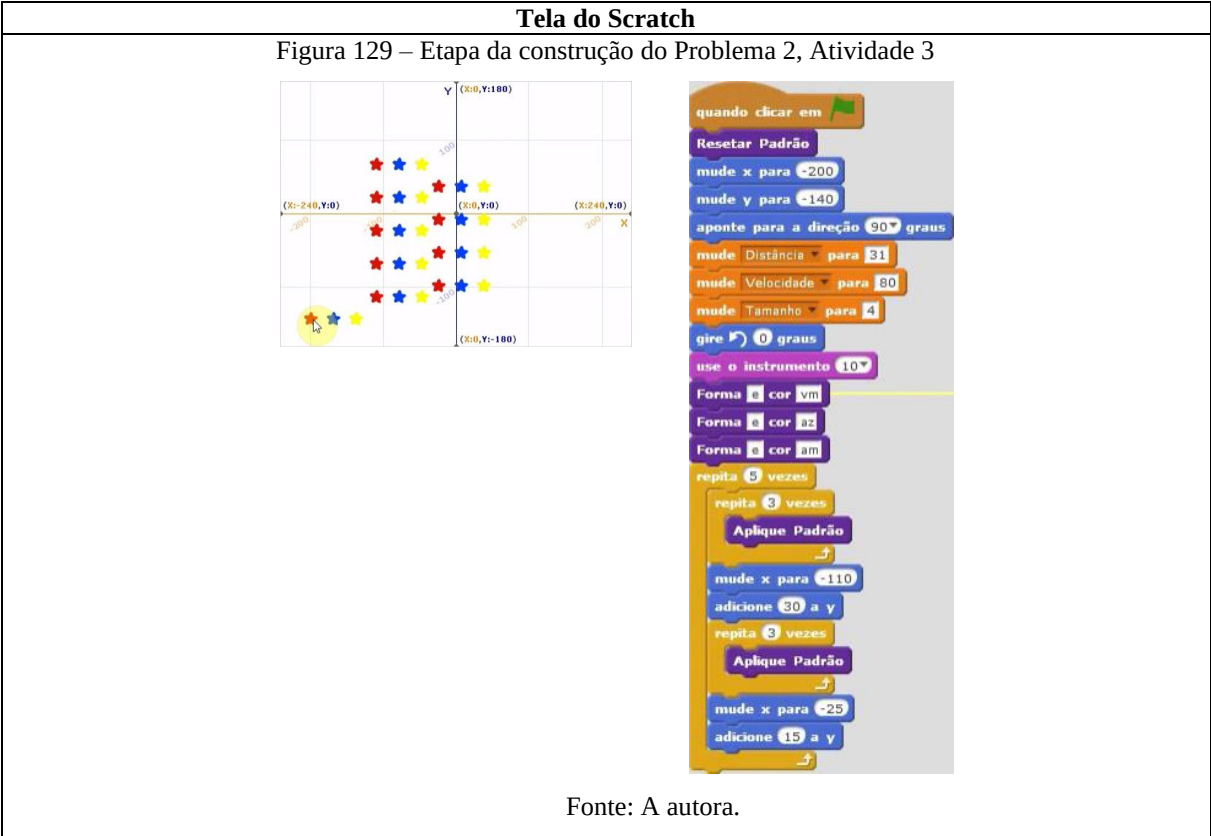
Alice e Bárbara Construção Livre, Atividade 3	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
0 em “mude x para []” e 0 em “mude y para []” (Figura 128). <i>Bárbara: Vai sair de lugar nenhum para lugar nenhum.</i>	Figura 128 – 0 em “mude x para []” e 0 em “mude y para []”  Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse caso, Alice utilizou a coordenada (0, 0) significando uma posição no plano cartesiano, mas para a colega, o zero era “nada”. Bárbara até usou uma expressão que indica o zero como local, mas ainda era “nada”, pois entendeu que o (0, 0) levaria o padrão de “lugar nenhum para lugar nenhum”. No Quadro 59, a seguir, apresento um evento crítico em que o zero foi utilizado como forma de “anular”.

Quadro 59 – Zero como nulo (Alice e Bárbara)

Alice e Bárbara Problema 2, Atividade 3	
Discussão	
Alice e Bárbara estavam confusas com o código e sua execução (Figura 129). <i>Rita: Isso daqui [laço “repita [] vezes” externo] está dizendo que vai repetir quantas vezes?</i> <i>Alice: Cinco.</i> <i>Rita: Então ele vem. Constrói esse e constrói esse. Então, ele está construindo duas vezes. Então, não é cinco que vocês estão vendo. Vocês estão vendo quantos?</i> <i>Bárbara: E se colocar zero aqui [no laço “repita [] vezes” externo]?</i>	

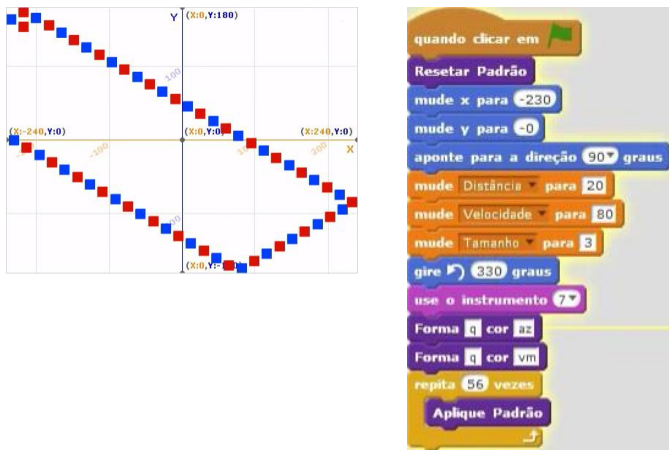


Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse momento em que houve mediação, a discussão girava em torno do porquê as participantes haviam construído o dobro de linhas que necessitavam. Elas não conseguiram entender o *nested loop*. Nesse processo em que agi como professora, busquei apontar como o *nested loop* funcionava e pelos acontecimentos, compreendo que Bárbara entendeu que a entrada no bloco externo não poderia ser cinco, pois isso que fazia a construção múltiplas vezes. Contudo, ao invés de sugerir “um”, ela sugeriu “zero”. Nesse caso, compreendo que a aluna não considera o zero como um, mas ela gostaria que o laço externo não influenciasse na construção. Zero então, significava, o nulo ou o neutro. Uma outra concepção de zero que foi verificada foi de “zero negativo”. No Quadro 60, a seguir, apresento eventos críticos que exemplificam a mobilização dessa concepção.

Quadro 60 – Zero negativo

Adriana e Ariane Problema 5, Atividade 3
Discussão e modificações
Ao observar a construção da Figura 130. Adriana: Como que eu faço para ele descer aqui? Eu quero que ele desça aqui. Rita: Lembra que para descer eu tenho que diminuir o...? Adriana: y. Vou colocar zero. Ariane: Nossa! Adriana: Eu sou exagerada! 0 em “mude y para []” no Padrão 2. Execução. Adriana: Mas não tem como diminuir menos que zero! Ele tem que grudar! Rita: E o número negativo? O número negativo não é menos que zero?

-0 em “mude y para []”. Execução (Figura 131).	
Tela do Scratch	
Figura 130 – Etapa da construção do Problema 5, Atividade 4	Figura 131 – -0 em “mude y para []”
	
Fonte: A autora.	Fonte: A autora.
Caíque e Yuri Problema 3, Atividade 1	
Discussão e modificações	Tela do Scratch
Caíque: Aqui tem que ser menos zero e não zero! -0 em “mude y para []”. Execução (Figura 132).	
	Fonte: A autora.
Fonte: Elaborado pela autora.	

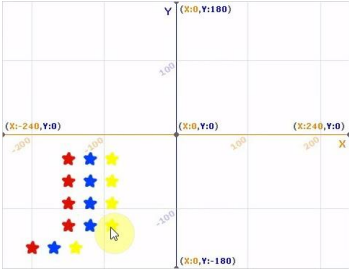
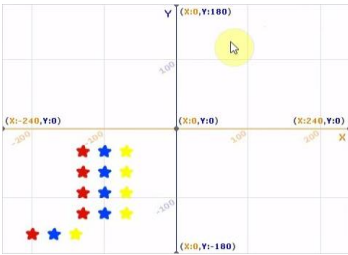
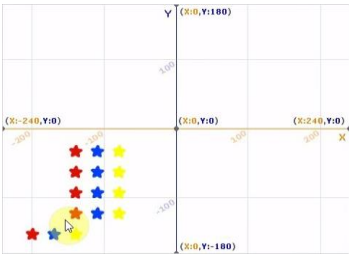
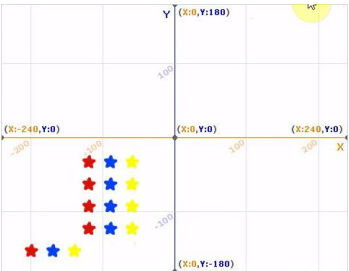
Nesses episódios, se destaca a concepção de zero negativo. Nesses casos, os participantes lidavam com o número com sentido de posição. Muitas vezes, eles invertiam o sinal de determinado número como forma de experimentação. Assim, para eles, mudar o sinal do zero era uma forma de conseguir uma outra posição. Matematicamente, isso não faz sentido, apenas reforça, como para os estudantes, o sinal negativo era um “adereço” do número, uma coisa que poderia tirar e pôr e não precisava ser considerado nos raciocínios para variações, nem nas falas.

O zero possui diferentes significados na Matemática (SALVADOR; NACARATO, 2003; GUIMARÃES, 2008; TRANCANELLA, 2016). Historicamente, o zero possui sentido de: elemento de contagem, valor posicional, dado operatório, e origem (SALVADOR; NACARATO, 2003). Como elemento de contagem, ao zero é atribuída uma noção de “quantidade”, nesse caso, “O zero representa [...] ‘a falta de valor’ e a ‘neutralidade’. Ele é a representação e não o fato em si.” (VERGANI, 1991, p.38). Como valor posicional, o zero tem sentido de algarismo, representado as ordens vazias, como no caso em que “A cada zero acrescentado [à direita de] [...] um número natural temos um número 10 vezes maior.” (GUIMARÃES, 2008). Como dado operatório, o zero apresenta propriedades específicas no contexto das operações, como ser o elemento neutro da adição ou como ser número capaz de anular o produto da multiplicação. O zero como origem ou centro, considera o zero como posição na reta numérica no campo dos reais ou mesmo o ponto inicial de uma régua graduada (SALVADOR; NACARATO, 2003; GUIMARÃES, 2008). No contexto da produção de dados, os participantes tiveram que lidar com os diferentes significados do zero e, em alguns casos, houve confusão no sentido atribuído a ele.

Outra concepção matemática que esteve presente nos dados foi a de sinal negativo, como já mencionado. Os participantes tiveram que lidar com diferentes significados desse sinal e, em alguns casos, apresentavam dificuldades em seu entendimento. Para exemplificar a dificuldade no entendimento do significado do número negativo, no Quadro 61, a seguir, apresento dois casos em que os participantes lidaram com variações nos campos negativos do plano cartesiano.

Quadro 61 – Variação de números inteiros negativos

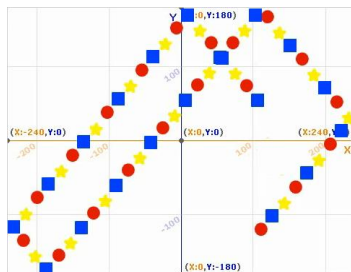
Lúcio e Rafaela Problema 2, Atividade 3
Discussão e modificações
Ao observar a construção da Figura 133. <i>Rafaela: Tem que vim mais pra cá ó [direita], o x.</i> -130 em “mude x para []” interno ao laço. Execução (Figura 134). <i>Rafaela: Não, tem que ser mais pra lá [direita] ainda.</i> -140 em “mude x para []” interno ao laço. Execução (Figura 135). <i>Rafaela: Diminuir.</i> <i>Lúcio: Ah tá, eu aumentei.</i>

-120 em “mude x para []” interno ao laço. Execução (Figura 136).		
Tela do Scratch		
Figura 133 – Etapa da construção do Problema 2, Atividade 3		
		
Fonte: A autora.		
Figura 134 – -130 em “mude x para []” interno ao laço	Figura 135 – -140 em “mude x para []” interno ao laço	Figura 136 – -120 em “mude x para []” interno ao laço
		
		
Fonte: A autora.	Fonte: A autora.	Fonte: A autora.
Adriana e Ariane Problema 4, Atividade 1		
Discussão e modificações		
Ao observar a construção da Figura 137.		
Adriana: Vamos pôr 140.		
-140 em “mude y para []”. Execução (Figura 138).		
Adriana: A gente tem que diminuir.		
Ariane: Sim, diminuir. Coloca 90.		
-90 em “mude y para []”. Execução (Figura 139).		
Adriana: Agora vai.		
Ariane: Quase. Porque da linha até a bolinha tem que ter quatro.		
Adriana: Vou colocar 100. Qualquer coisa a gente abaixa.		
-100 em “mude y para []”. Execução (Figura 140).		

Adriana: Tem que abaixar.
-80 em “mude y para []”. Execução (Figura 141).

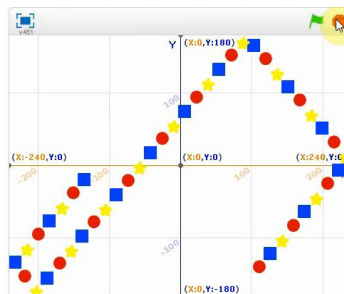
Tela do Scratch

Figura 137 – Etapa da construção do Problema 4, Atividade 1



Fonte: A autora.

Figura 138 – -140 em “mude y para []”



Fonte: A autora.

Figura 139 – -90 em “mude y para []”

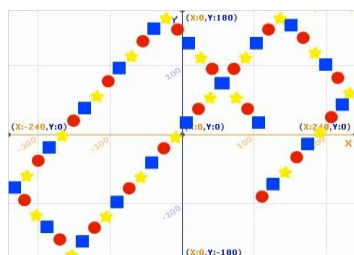


Figura 140 – -100 em “mude y para []”

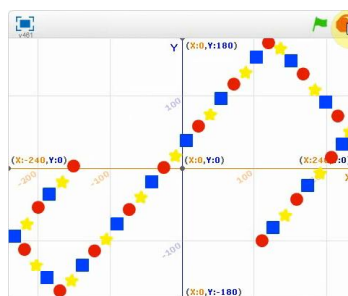


Figura 141 – -90 em “mude y para []”



Fonte: A autora.



Fonte: A autora.



Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

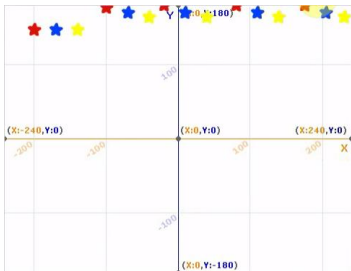
Uma concepção de número inteiro negativo foi mobilizada nos momentos em que os participantes realizavam variações de valor nos campos negativos do plano cartesiano. Na maioria das vezes, como se observa nos eventos críticos apresentados, eles ignoravam o sinal e

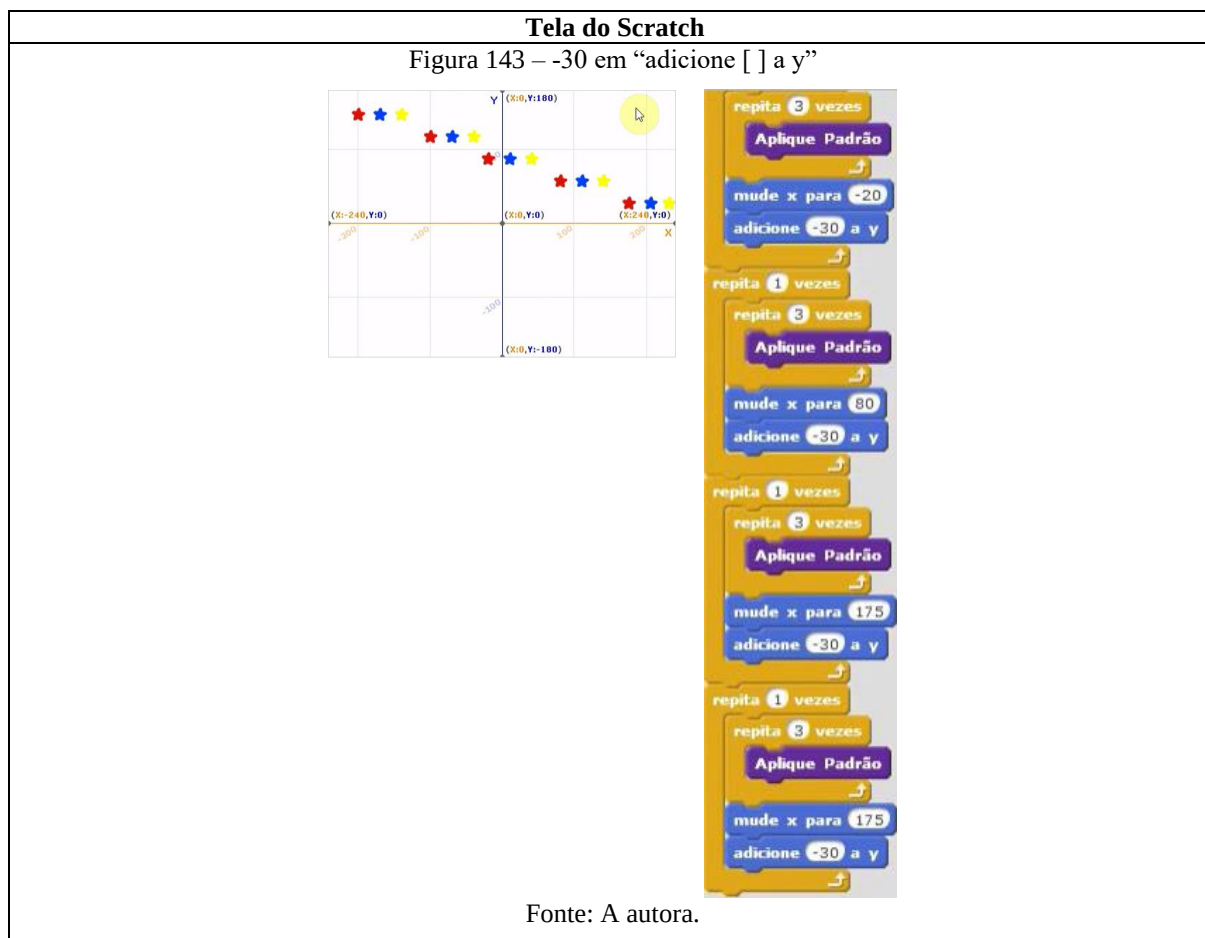
raciocinavam como se os números fossem naturais, inserindo o sinal apenas ao alterar os blocos no programa.

Nesses casos, essa concepção matematicamente errada ocorreu quando os participantes lidavam com o número com significado de posição. As ações de variar “para cima” ou “para baixo”, no campo negativo, requeria dos estudantes um raciocínio que envolvesse a soma ou subtração de números inteiros negativos. Contudo, eles não procederam dessa forma, optando por ignorar o sinal e, por meio da experimentação, decidir se aumentariam ou diminuiriam o valor “em módulo”.

O sentido de sinal negativo foi utilizado adequadamente, quando indicava uma operação de subtração. A seguir, no Quadro 62, apresento um caso que envolveu o bloco “adicione [] a y”.

Quadro 62 – Sinal negativo com sentido de operação

Lúcio e Rafaela Problema 3, Atividade 3	Tela do Scratch
Discussão e modificações	Tela do Scratch
<i>Lúcio: Tem que mudar esse y aqui [bloco “adicione [] a y”]? Rafaela: Acho que é, coloca o mouse aqui em cima. Lúcio: 152. Rafaela: Coloca 150. 150 em “mude y para []”. Execução (Figura 142). Lúcio: Eu acho que ele [“adicione [] a y”] pega o y daqui [“mude y para []”] e adiciona 30. Rafaela: Então tem que... Coloca -30 em tudo. -30 no primeiro bloco “adicione [] a y”. -30 no segundo bloco “adicione [] a y”. -30 no terceiro bloco “adicione [] a y”. -30 no quarto bloco “adicione [] a y”. -30 no quinto bloco “adicione [] a y”. Execução (Figura 143).</i>	Figura 142 – 150 em “mude y para []”   Fonte: A autora.



Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse evento crítico, os participantes conseguiram tomar uma decisão em relação à construção utilizando um número inteiro negativo. Nessa situação, como o bloco explorado indicava uma operação – adicionar – os participantes não tiveram dificuldade em decidir que necessitariam de um número inteiro negativo, uma vez que o sinal, nesse caso, indicou a subtração.

O sinal de menos tem duas funções (KILHAMN, 2011). A primeira função é binária, simbolizando a operação de subtração. A outra função é unária, simbolizando o número negativo ou o elemento oposto (ou simétrico) de um número natural. Essa dupla função do sinal acarreta dificuldades na aprendizagem de números negativos. Altıparmak e Özdoğan (2008) apontam como barreira ao aprendizado o sentido do sistema numérico, das operações aritméticas e do sinal de menos. Ao lidar com números negativos que indicavam posições no plano cartesiano, ou seja, com a função unária do sinal de menos, os participantes ignoravam o sinal e lidavam apenas com o número natural ou inteiro positivo.

5.14 Crenças

Além dessas concepções matemáticas, ao longo das atividades os participantes revelavam orientações em relação a si, à escola e à Matemática Escolar. Eu entendo essas orientações como crenças, visões particulares desses sujeitos, são premissas pessoais que os indivíduos consideram sobre as ações que realizam (KLOOSTERMAN; RAYMOND; EMENAKER, 1996). Assim, esse tema de análise inclui aspectos evidenciados dessas premissas. No Quadro 63, a seguir, apresento duas situações em que os participantes mobilizaram visões de si.

Quadro 63 – Visão de si

Lúcio e Rafaela Construção Livre, Atividade 1	Amanda e Vinicius Conclusão da Atividade 2
Discussão	Discussão
<i>Rafaela: O que você quer fazer?</i> <i>Lúcio: Eu não tenho criatividade pra essas coisas.</i> <i>Rafaela: Eu também não.</i>	Quando questionado sobre a dificuldade das atividades: <i>Vinicius: Eu me achei um pouquinho mais burro do que eu era antes. Eu percebi que eu não sou tão inteligente assim.</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

No primeiro caso, os participantes iniciavam a construção livre. Na possibilidade de construir aquilo que desejavam, os participantes se sentiram incapazes. Eles apontaram que não possuíam criatividade. No segundo caso, quando questionado sobre a dificuldade das atividades, Vinicius apontou que se sentiu “burro”. Desse modo, entendo que, para Vinicius, inteligente é a pessoa que sabe as respostas de imediato, ou seja, alguém que é capaz de “guardar” regras e repeti-las com sucesso, sem necessitar de esforço, como no caso do levantamento de hipóteses, da argumentação e da experimentação.

Vinicius demonstrou ter uma visão estática da inteligência. Esse tipo de visão “[...] funda-se na crença de que a inteligência é um traço fixo e estável, um conjunto de competências que o indivíduo dificilmente pode alterar ou controlar.” (FARIA; PEPI; ALESI, 2004, p. 748). Nesse contexto, o objetivo do indivíduo é centrado no resultado em detrimento do processo, ou seja, sua meta é não fracassar. Faria, Pepi e Alesi (2004) apontam que numa visão de inteligência dinâmica o sujeito entende a inteligência como algo flexível, que depende do esforço. Nesse caso, o objetivo é centrado na aprendizagem.

Aqui se revelam visões de si que me levam a refletir sobre a escola também. Como dois estudantes de treze anos de idade se entendem sem criatividade? Como um estudante se sente “burro” por que algo foi difícil? Será que a escola está oportunizando a esses estudantes o exercício da criatividade e a praticarem atividades não triviais que requerem esforço? Esses

eventos críticos reforçam a influência do contexto tradicional de ensino nas orientações desses sujeitos. De acordo com Lima (2015, p. 21)

O ensino tradicional dá ênfase à linearidade, à doutrinação e à homogeneização. Ele se baseia em verdades inquestionáveis e tem por hábito penalizar e estigmatizar o erro, embora este seja parte integral do processo de aprendizagem. [...] subestimamos a importância da imaginação e da criatividade, que podem encorajar as pessoas a questionar o valor e as limitações do que está sendo ensinado.

Em outras situações, se revelava, também a visão de Matemática Escolar desses estudantes. No evento crítico apresentado no Quadro 64, a seguir, os participantes questionaram determinados valores no processo de experimentação. Esse questionamento evidencia que os participantes almejavam não apenas a construção dos padrões, mas encontrarem a resposta correta. Essa busca mobilizou crenças sobre problemas matemáticos e o que é esperado dos estudantes ao resolvê-los.

Quadro 64 – Visão de Matemática Escolar

Caique e Yuri Problema 1, Atividade 1
Discussão e modificações
-100 em “mude y para []”. Execução (Figura 144). Caique: Agora foi. Yuri: Não, mais pra baixo. Caique: 98, será? Yuri: Nossa, mas dá número tão quebrado? Caique: Não sei.
Tela do Scratch
Figura 144 – -100 em y 
Fonte: A autora.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os participantes se surpreenderam com os valores que consideraram “números quebrados”. Primeiramente, percebe-se que, ao construir os padrões, os participantes se preocuparam com a resposta correta. Em sua visão, o problema proposto não teria um “número quebrado” como resposta e, ao verificar esses números em sua resolução, compreenderam como um erro.

No contexto do ensino tradicional da Matemática, o erro é visto como fracasso (PACHECO; MEDEIROS, 2009). Ele é algo que deve ser apontado e corrigido. Na resolução de problemas, o erro parece não ser tolerado, uma vez que o resultado é mais importante do que o processo. Spinilo *et al.* (2014, p. 3) apontam que “Para muitos, os erros devem ser eliminados, pois são comportamentos que sinalizam o fracasso e indicam a ausência de conhecimento matemático.”. A vivência dos participantes com esse contexto matemático, os fizeram desenvolver a crença de que, ao resolver um problema Matemático, eu devo encontrar a resposta correta, que é única (SCHOENFELD, 1992).

Um outro aspecto da crença dos participantes é em relação ao que entenderam como “*número quebrado*”, que nesse caso, foram números naturais não divisíveis por cinco, e sua presença em exercícios matemáticos. Muitas vezes, como forma de tornar aprendizagem de Matemática mais acessível, os exercícios e problemas matemáticos propostos aos estudantes apresentam valores numéricos palatáveis. Dessa forma, os estudantes, ao resolver um exercício ou problema matemático, lida com esses valores e esperam da resposta um valor similar. A experiência com esse contexto levou os estudantes a esperar um “número palatável” como resposta.

Schoenfeld (1985) discute como a visão matemática de mundo do sujeito influencia o modo como ele lida com seus conhecimentos matemáticos no processo de resolução de problemas. O autor aponta que as crenças que os sujeitos têm sobre si mesmos, sobre o ambiente que estão inseridos e sobre a Matemática influenciam na maneira como determinam objetivos, utilizam recursos e monitoram as ações. Quando os estudantes se envolvem com problemas matemáticos, não é simplesmente o conhecimento matemático que é usado do processo de resolução, como aponta Schoenfeld (1985, p. 14, tradução nossa)¹²⁸ “[...] o desempenho dos alunos na resolução de problemas não é simplesmente o produto do que os alunos sabem; é também uma função de suas percepções desse conhecimento, derivadas de suas experiências com a matemática.”.

5.15 Síntese dos resultados

Nesta seção, os resultados do estudo foram apresentados em diferentes temas que buscaram elucidar etapas do processo de construção de padrões dinâmicos, bem como, o que foi mobilizado pelos estudantes em termos de conhecimentos, estratégias, usos das simulações,

¹²⁸ [...] students problem-solving performance is not simply the product of what the students know; it is also a function of their perceptions of that knowledge, derived from their experiences with mathematics.

entendimentos, crenças e concepções. Esses temas revelam os diferentes aspectos da tomada de decisão com as simulações e o que influenciava essa ação.

Eu entendo que os resultados apontados respondem à pergunta de pesquisa – “*Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?*” – uma vez que esses temas evidenciam como foi realizada a resolução de problemas para essa construção. Mais especificamente, eles atingem o objetivo da pesquisa estabelecido como “compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch”. Esse processo foi descrito e explicado nas diferentes etapas em que ocorreu, por exemplo como ele se iniciou, como as ações foram implementadas e o que ocorreu nos casos em que não foi possível atingir os objetivos estabelecidos.

Os resultados ainda atingem o objetivo de “identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo.”. Na discussão desses resultados ou em temas específicos, foram destacados conhecimentos, estratégias, modos de uso das simulações, aspectos subjetivos, crenças e concepções que foram estimulados e estiveram presentes nos modos de agir dos estudantes. Os resultados são sintetizados nos parágrafos seguintes.

Mediante a proposição de um problema de construção de um padrão ocorria a **interpretação**, a ação cognitiva de se orientar diante daquela situação que requeria tomada de decisão. Isso revelou a mobilização de subjetividades, uma vez que, embora o problema fosse o mesmo para todos, os participantes compreendiam aquela imagem de diferentes modos. A interpretação se manifestava ou se externalizava em falas e ações que revelavam o pensamento com a simulação, uma vez que os diferentes aspectos do padrão observados eram representados por meio de aspectos específicos da mídia. Essa interpretação dava origem a um objetivo geral, que era alcançado mediante o estabelecimento e alcance de objetivos menores.

Os procedimentos para alcance desses objetivos envolveram diversas estratégias. Ao lidarem com o sentido numérico de quantidade, os participantes mobilizaram a estratégia matemática da **contagem**, a qual envolveu também o reconhecimento de regularidades e diferentes modos de representação. Ainda em relação a esse sentido numérico, os participantes se utilizaram da **estimativa**, que foi usada para determinar uma aproximação de valor e englobou, em algumas situações, o uso de intervalos. Esses intervalos foram utilizados também para a determinação de valores com sentido de posição e de ângulo.

Uma estratégia não matemática envolveu o uso do **cursor** do mouse para a determinação de coordenadas. Nessa situação, os participantes se apropriaram dessa ferramenta do Scratch seja para determinar uma posição exata, uma aproximação dessa posição, para determinar o

sinal (positivo ou negativo) dos valores da coordenada ou ainda para verificar a variação vertical ou horizontal nos diferentes campos do plano cartesiano.

A estratégia de maior destaque foi a **experimentação**. Ela ocorria por meio da determinação de um valor ou ideia inicial que, com base em testes, eram refinados para atingir os objetivos específicos estabelecidos. Em algumas situações, o produto da contagem, da estimativa ou do uso do cursor fomentavam esse procedimento, seja como o início do processo ou com a avaliação.

Além dessas estratégias, outros elementos atuavam no processo de construção. A observação ou imposição de **regularidades** foi um aspecto mobilizado pelos participantes, seja para justificar determinadas modificações ou para fomentar a realização delas. Outro aspecto foi o **compartilhamento de conhecimentos matemáticos**; nesses casos as modificações foram fomentadas pela troca de ideias e argumentação a fim de justificar essas modificações. A mobilização de **preferências** também foi atuante nesse processo; nessa situação os participantes buscavam produzir configurações visuais ou sonoras esteticamente agradáveis para eles.

Nesse contexto, os participantes também mobilizaram formas de avaliação de suas construções e estabelecimentos de novos objetivos. Um desses meios foi o uso de **analogia**, no qual os participantes reconheciam determinadas imagens seja nos padrões propostos ou naqueles que construía. Essa técnica foi também utilizada como modo de planejar as construções livres ou mesmo descrever aquilo que observavam ou ouviam durante a construção.

Outro meio de avaliação foi o uso de **ponto de referência**. Nessa situação os participantes se baseavam em determinadas conjunturas como referência para avaliar suas construções e estabelecer objetivos. Essa característica foi também indício do processo comunicativo que ocorreu, uma vez que os estudantes precisavam descrever verbalmente aquilo que entendiam e observavam das construções.

Um outro aspecto avaliativo foi o uso da ideia de **simetria**. Nesses casos, os participantes, num processo de comparação daquilo que construía e daquilo que almejavam construir, identificavam imagens refletidas e agiam a fim de transformar geometricamente aquelas construções por meio da alteração de sentido do ângulo ou da alteração de sinal das coordenadas.

Em algumas situações esses procedimentos não eram suficientes para o alcance de objetivos, nesses casos, foram observadas atitudes de **desistência e reorganização**. No primeiro caso, os participantes optavam por desistir de suas construções. Já no segundo, eles reorganizavam suas ideias para, num processo de depuração, moldar a simulação em função de seus objetivos e conhecimentos.

No processo de construção foram reveladas ou mobilizadas **concepções matemáticas** que envolveram o sentido do número zero e o sentido do sinal de negativo. Os participantes, por meio de falas e ações, não eram capazes de diferenciar o significado do número zero em diversas situações. Esse equívoco matemático também ocorreu em relação ao sinal de negativo, quando números inteiros negativos eram utilizados para realizar variação de posições no plano cartesiano. Nesses casos, os participantes ignoravam o sinal negativo e raciocinavam acerca da variação como se fossem números naturais. Em contraposição, quando esse sinal significava subtração, os participantes não tinham dificuldade de lidar com eles.

Também foram mobilizadas **crenças**, que evidenciam aspectos da visão de si, da escola e da Matemática Escolar. Naquele contexto, estudantes se identificaram como incapazes de serem criativos, como pouco inteligentes, considerando a possibilidade de exercício da criatividade e a não trivialidade das atividades. Ainda revelaram pontos de vista acerca da Matemática Escolar, em situações em que os participantes esperavam encontrar a resposta correta e duvidavam de suas construções porque os valores eram “quebrados”.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desenvolver pesquisa sobre ensino, ou sobre educação de modo geral, é um grande desafio e algo que eu considero que é mais desafiador nesse contexto e que influencia o modo como se conduz a pesquisa e se apresenta os resultados, tem a ver com o objetivo. Nesse tipo de estudo, diferentes objetivos estão em jogo. Quando se pensa em uma ação educativa a ser desenvolvida no contexto da pesquisa, existem aqueles objetivos de ensino, que englobam as metas educacionais dessa ação. Depois, tem os objetivos da pesquisa, ou seja, aqueles objetivos que devem ser alcançados por meio desse estudo acadêmico-científico. Ainda, tem os objetivos para além do estudo, considerando o campo ou linha de pesquisa, aquilo que o pesquisador almeja que o estudo contribua. Por último, tem os objetivos relacionados ao ensino e à educação, aqueles que englobam os impactos educacionais almejados pelo pesquisador. Todos esses objetivos, no início deste estudo estavam indefinidos para mim. Uns se confundiam com os outros. E foi mediante o caminhar da pesquisa, com muitas idas e vindas, que passei a compreender quais eram esses diferentes objetivos.

Pensando no objetivo educacional, na ação educativa que configurou o cenário deste estudo, o objetivo era proporcionar aos estudantes um contexto em que os pensamentos matemático, computacional e sensível fossem incentivados. Isso levou em consideração a ideia de que o pensamento não é algo espontâneo, mas que necessita de um desafio à mente. Considerando esses tipos específicos de pensamento, a ação educativa os incentivou mediante um contexto que possibilitava o desenvolvimento de disposições, conhecimentos e operações mentais característicos.

Em relação ao pensamento matemático, isso foi possível pela exploração de conceitos matemáticos empiricamente, utilização de diferentes representações e favorecimento da visualização. O pensamento computacional foi incentivado por meio do uso de modelos computacionais que englobavam conceitos relacionados à programação no Scratch, práticas computacionais de resolução de problemas e perspectivas de expressão e questionamento. O pensamento sensível, por sua vez, foi incentivado por meio do uso de aspectos artísticos como formas, cores, sons e movimento, que buscavam possibilitar o uso de diferentes sentidos, aliado ao uso de tecnologias digitais, além da própria atividade educacional que foi desenvolvida com base em princípios do incentivo à experiência estética e à experiência matemática estética.

Esses objetivos educacionais se confundiram com os objetivos da pesquisa em muitos momentos. Tanto que em algumas etapas do estudo, como no Exame de Qualificação, identificar aspectos desses pensamentos estavam elencados como objetivo de pesquisa. Isso se

clarificou por meio da análise dos dados e de reflexões sobre qual era, de fato, o objetivo do estudo. E esse também foi construído ao longo da pesquisa, nesse movimento bastante flexível e intuitivo da pesquisa qualitativa, com base naquilo que era meu interesse em estudar e nos dados.

Depois de modificações, entendi que o estudo respondia à questão: “*Como estudantes de oitavo e nono anos resolvem problemas para construir padrões dinâmicos no Scratch?*”. É importante destacar que essa pergunta foi construída com o estudo, ela foi se modificando conforme o caminhar da pesquisa, como eu discuto na Seção 4. Considerando essa pergunta, os objetivos do estudo foram a) compreender o processo de construção de padrões dinâmicos no Scratch; e b) identificar e explicar o que os estudantes mobilizaram nesse processo. Essa pergunta e esses objetivos não estão totalmente dissociados do objetivo educacional, uma vez que, com base naquele contexto interdisciplinar e “inovador”, se buscou observar os aspectos da resolução de problemas e, em específico, da tomada de decisão, com o Scratch. Eu compreendo que essa pergunta foi respondida e esses objetivos foram alcançados como eu discuto na seção anterior (Seção 5).

É “inovador” e não *inovador* porque esse termo é bastante complexo de se definir. O que seria algo novo? Existe algo novo? Eu acho que tudo é construído com base em algo precedente. E, principalmente no contexto educacional, a todo momento são discutidos inovações, novas teorias, novos métodos... E muitos são as mesmas ideias e mesmos métodos com nomes diferentes. Aquele contexto era ainda uma adaptação de um contexto desenvolvido por George Gadanidis e seus colaboradores. Talvez um termo mais descritivo seja *diferenciado*, pois considero que aquele era um contexto diferente do que comumente se observa nas situações da sala de aula de Matemática. E mesmo em situações de ensino de pesquisa em Educação Matemática, como eu pontuei nas subseções sobre Revisão Sistemática de Literatura, as quais consideraram os estudos sobre padrões e Matemática e sobre Scratch e Educação Matemática, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Pensando agora nos objetivos relacionados ao campo de estudo, entendo que este estudo buscou apresentar compreensões sobre a resolução de problemas com o Scratch em um contexto que se consideraram aspectos matemáticos, computacionais e sensíveis. Em relação a isso, acho que este estudo trouxe contribuições em relação ao aporte teórico utilizado. A combinação das ideias de Schoenfeld (2011) e de Borba e Villarreal (2005) foi essencial para dar conta de olhar para aquele contexto considerando diferentes dimensões, que perpassou os conhecimentos, os objetivos, as visões de mundo, a metacognição e o papel da mídia.

Considerando especificamente os resultados apresentados, entendo que este estudo possibilita a formulação de vários questionamentos. Muitos aspectos evidenciados são um terreno fértil para a realização de novas pesquisas. Primeiramente, este estudo apontou aspectos da subjetividade em relação à interpretação de problemas, que eram visuais. E os problemas matemáticos? Como essas subjetividades em relação ao entendimento do problema são manifestadas? Elas são manifestadas? Elas são consideradas no processo educativo?

Outra questão que se mostrou particularmente relevante, foi o quanto se mobilizou um aspecto criativo naquele contexto. Eu discuti isso por meio de considerações acerca da analogia. Foi algo que partiu dos estudantes e permeou os modos de se ver o problema proposto, de se analisar as construções, de se estabelecer objetivos de construção ou mesmo de se descrever a experiência. Assim, questiono qual o papel dessa forma criativa de interpretação para o ensino e para a aprendizagem? Como isso partiu dos estudantes, será que não devemos criar mais contextos educativos para estimular essa criatividade?

Um resultado também frutífero para outros estudos é em relação às concepções matemáticas dos estudantes. Os participantes do estudo lidaram com o número zero e com o número negativo de modo bastante particular e até matematicamente equivocado. Será que isso foi por conta do contexto da tecnologia digital? Será que nas situações de sala de aula, essas concepções também estão evidentes? Como podemos estudar mais profundamente essas concepções dos estudantes? E como podemos modificá-las?

Pensando agora nos objetivos relacionados à área de ensino e de educação, este estudo buscou apontar possibilidades e restrições de uma ação educativa que envolveu concepções matemáticas, computacionais e sensíveis na resolução de problemas com o Scratch. Considerando as possibilidades educacionais, fica evidente como esse contexto se mostrou bastante rico para o ensino e para a aprendizagem. Especificamente em relação ao ensino, em diversos momentos das interações ocorriam situações que possibilitavam o ensino de diversos conceitos matemáticos, como plano cartesiano, ângulo, operações com números inteiros negativos. E esse ensino é diferente do contexto da sala de aula, em que os conceitos são definidos por um currículo. Nesse caso, esses conceitos surgiam da necessidade no momento e na ação¹²⁹. Também possibilitou a aprendizagem ou mobilização de modos de se resolver problemas, como a decomposição, a experimentação e a estimativa.

Pensando nas restrições, embora tenha sido um contexto bastante rico, considerando o contexto da sala de aula, no qual se tem um currículo a ser cumprido e se apresentam limitações

¹²⁹ Alguns desses momentos eu apresento nos resultados. Os momentos que agi mais como professora do que pesquisadora.

tecnológicas, utilizar essa ação educativa é bastante desafiador. Além disso, como já dito, essa ação educativa é adaptada daquela desenvolvida por George Gadanidis e seus colaboradores, os quais desenvolveram a atividade para outro cenário e outro currículo. Assim, entendo que haja uma limitação do que pode essa ação no contexto brasileiro. Para mim, as possibilidades são inegáveis, mas penso que é necessário investir no desenvolvimento de ações educativas como essa, considerando o currículo e as necessidades dos professores e estudantes brasileiros.

Considerando a área de ensino de modo geral, as crenças que foram mobilizadas naquele contexto foram bastante relevantes. Naquele cenário diferenciado, alguns estudantes se sentiram incapazes de serem criativos, não se consideraram inteligentes e questionaram as próprias ações com base na sua visão de Matemática Escolar. Assim, acredito que esses resultados apontam para a necessidade de uma mudança na organização da escola e em como se ensina Matemática. Isso é algo que se tem apontado em inúmeras pesquisas. Nós sabemos que o ensino de Matemática, muitas vezes, preza pelo resultado em detrimento do processo, não considera o aspecto pedagógico do erro, tem como centro do processo o professor, cria situações de aprendizagem descontextualizadas... Enfim, a lista é bem grande.

Com esses apontamentos, não quero generalizar e dizer que todas as aulas de Matemática são assim e também não quero julgar a escola, essa instituição que precisa, mais do que nunca, ser valorizada. O que quero é destacar como esse modo de organização da escola afeta as orientações dos estudantes, suas visões de si, da escola e da Matemática. E que por isso, pensando no desenvolvimento desses estudantes, precisamos trabalhar conjuntamente para essa mudança. E acredito que a Educação Matemática trabalha nesse sentido. São diversas tendências, teorias, métodos, metodologias que são estudadas e abordadas com a finalidade de proporcionar essa mudança. Então, acho que precisamos encontrar maneiras, cada vez mais, de transformar essas pesquisas em iniciativas educacionais que possam ser compreendidas pelos professores e utilizadas na sala de aula.

Pontuados esses diferentes objetivos, não posso concluir a tese sem considerar o momento em que ela foi desenvolvida, nem sua finalidade. Esse momento foi bastante instável tanto pessoalmente, quanto num contexto social. Primeiramente, uma crise política assolou o Brasil, com ataques à educação, ao professor, à ciência. Concomitantemente, o mundo vivenciou uma crise sanitária por conta da pandemia da COVID-19.

Essas situações, inegavelmente, influenciaram o desenvolvimento da tese. Esses constantes ataques criaram um sentimento de desvalorização, por exemplo, com a disseminação da ideia de que os professores “doutrinavam” seus alunos, ou mesmo de instabilidade, com os constantes cortes de investimento na pesquisa e de bolsas.

A pandemia também teve agência neste estudo. A tese foi desenvolvida, na maior parte do tempo, com um sentimento de angústia causadas pelas incertezas, pelo medo da doença, pela ineficiência do combate a ela, pelo crescimento do número de vítimas, algumas das quais foram pessoas próximas, pelo isolamento social, pelas constantes tentativas de realização do Doutorado Sanduíche no Exterior, que acabou não se concretizando.

Considerando toda essa instabilidade, não consigo ver claramente o que faria diferente. Entendo que todos esses fatores externos e internos, e muitos outros não pontuados, estiveram presentes e agentes na constituição deste estudo. Mas, para não quebrar esse protocolo das considerações finais dos estudos, acredito que gostaria de ter realizado a produção de dados na sala de aula, com base no trabalho colaborativo com o professor de Matemática, como era minha intenção original, a qual descrevi na Seção 4. O fato de isso não ter acontecido, me faz me autocriticar. Como já pontuei, entendo que deveria haver maior conexão da Educação Matemática, enquanto área de pesquisa, com a prática na sala de aula. Infelizmente, não foi possível desenvolver o trabalho com o professor. Eu até sugeri algum espaço de formação na escola B, não como parte da pesquisa, mas como meio de retribuir de alguma forma com a escola, entretanto não houve retorno.

Por fim, sobre a finalidade da tese, ela é um dos requisitos para o título de doutoramento. O que está pontuado aqui é a construção escrita, de modo científico e objetivo, de um estudo acadêmico. Mas, a tese não é o doutorado. Nesses muitos meses de doutorado, houve diferentes momentos que fizeram parte da minha formação enquanto doutora, que abrangeu momentos em que lecionei Inglês para crianças, jovens, adolescentes, adultos e idosos, fui professora de Ciências e Matemática na Educação de Jovens e Adultos, reconstruí do zero uma simulação no Scratch, participei de disciplinas sobre materiais didáticos, pensamento computacional e Análise, coordenei um grupo de estudos sobre pensamento computacional e artes, lecionei disciplinas sobre tecnologias digitais na educação para licenciandos em Matemática e Biologia, auxiliei a orientação de Iniciação Científica, auxiliei na organização de um livro, participei do GPIMEM e, participei, realizei apresentações e auxiliei na organização de eventos. Esses momentos e outros foram de grande aprendizado sobre pesquisa, sobre educação, sobre Matemática, sobre Filosofia, sobre ensino, sobre aprendizagem e sobre escrita acadêmica. E se tornar doutora em Educação Matemática não diz apenas da construção de conhecimento sobre esses aspectos, envolve também entender que é preciso lutar pela escola, pela educação e pela ciência, e, principalmente, que é preciso se questionar constantemente, pois a dúvida mobiliza mais do que a certeza.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música: o pensamento analógico na construção de significados**. 4. ed. São Paulo: Escrituras, 2006.
- AHO, A. V. Computation and Computational Thinking. **The Computer Journal**, Cambridge, v. 55, n. 7, p. 832-835, 2012. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8130248/>. Acesso em: 9 fev. 2021.
- ALTIPARMAK, K.; ÖZDOĞAN, E. A study on the teaching of the concept of negative numbers. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Abingdon-on-Thames, v. 41, n. 1, 15 jan. 2010, p. 31–47. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/00207390903189179>. Acesso em: 30 mai. 2020.
- ANDREZZO, K. L. **Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 52, n. 3, p. 215–241, 2003. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1024312321077>. Acesso em: 30 jan. 2020.
- ARIEW, R. Descartes and the tree of knowledge. **Synthese**, [s. l.], v. 92, n. 1, p. 100-116, 1992. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00413744>. Acesso em: 9 nov. 2021.
- AZEVEDO, G. T. **Construção de Conhecimento Matemático a Partir da Produção de Jogos Digitais em um Ambiente Construcionista de Aprendizagem: Possibilidades e Desafios**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade federal de Goiás, Goiânia, 2017.
- BALL, P. **Nature's Patterns: A Tapestry in Three Parts**. New York: Oxford University, 2009.
- BARBOSA, A. N. C. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico**. 2009. Dissertação (Doutorado em Estudos da Criança) – Universidade do Minho, Braga, 2009.
- BARBOSA, T. A. **A calculadora como “alavanca” para a generalização de expressões algébricas relativas às progressões geométricas**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.
- BERS, M. U. **Coding as a Playground: Programming and Computational Thinking in the Early Childhood Classroom**. 2. ed. New York: Routledge, 2017.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, mar. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379>. Acesso em: 7 out. 2019.
- BISHOP, J. Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. **Mathematics Education Research Journal**, Reston, v.12, n. 2, p.107–126, 2000. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217079>. Acesso em: 1 abr. 2020.
- BOAL, A. **A estética do oprimido**. Rio de Janeiro: Garamond, 2009.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods**. 5. ed. Boston: Pearson, 2007.

- BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 285-295.
- BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes de uma investigação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática na Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization, and experimentation**. New York: Springer Science, 2005.
- BORRALHO, A. Exploração de Padrões e Pensamento Algébrico. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (org.). **Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo - Projecto Padrões, 2009. p. 59-68.
- BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Pensamento Algébrico e exploração de Padrões. In: PROFMAT 2009, 24., 2009, Viana do Castelo. **Actas [...]**. Viana do Castelo: APM, 2009. p. 1-13. Disponível em: http://www.apm.pt/files/_Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf. Acesso em: 6 fev. 2020.
- BRAGA, J. M. CARNEIRO, R. F. O que dizem as narrativas de estudantes de pedagogia sobre sua formação matemática? **Revista Brasileira de Pesquisa (Auto)Biográfica**, Salvador, v. 4, n. 10, p. 230-249, jan./abr. 2019. Disponível em: <http://www.revistas.uneb.br/index.php/rbpab/article/view/5727>. Acesso em: 18 jun. 2020.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1997.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 2000.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BRENNAN, K.; RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 70., 2012, Vancouver. **Proceedings [...]**. Vancouver: AERA, 2012. p. 1-25.
- BROWN, A. L.; BRANSFORD, J.; FERRERA, R.; CAMPIONE, J. Learning, remembering, and understanding. In: FLAVELL, J. H.; MARKMAN, E. M. (ed.). **Handbook of Child Psychology**. 4. ed. New York: Wiley, 1983. p. 77-166.
- BULGRAEN, V. C. O papel do professor e sua mediação nos processos de elaboração do conhecimento. **Revista Conteúdo**, Capivari, v. 1, n. 4, p. 30-38, 2010. Disponível em:

<http://www.conteudo.org.br/index.php/conteudo/article/viewFile/46/39>. Acesso em: 15 out. 2019.

BURTON, G. Patterning: Powerful Play. **School Science and Mathematics**, Chicago, v. 82, n. 1, p. 39-44, 1982. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1982.tb17161.x>. Acesso em 10 fev. 2020.

CARVALHO, C. A. S. **O aluno do Ensino Médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da Progressão Aritmética**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

CASTRO, F. L. **O ensino de frações para crianças em situação de vulnerabilidade**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2019.

CAVALCANTI, J. D. B. **Concepções de alunos do 3º ano do ensino médio sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

CHAUÍ, M. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis: Vozes, 2006.

CONCEIÇÃO, K. E. **A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do micromundo Mathsticks**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante, São Paulo, 2012.

CRESWELL, J. W. **Qualitative Inquiry & Research Design: Choosing Among Five Approaches**. 2. ed. Lincoln: SAGE, 2007.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **The Mathematical Experience**. Boston: Houghton Mifflin Company, 1981.

DE MUL, J. The informatization of the worldview. **Information, Communication & Society**, London, v. 2, n. 1, p. 69-94, Spring 1999. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/136911899359763?journalCode=rics20>. Acesso em: 6 maio 2021.

DENNING, P. J. What is computation? **Ubiquity**, New York, v. 2010, p. 2-11, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/1880066.1880067>. Acesso em: 3 fev. 2021.

DENNING, P. J.; TEDRE, M. **Computational Thinking**. Cambridge: The MIT Press, 2019.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **The SAGE Handbook of Qualitative Research**. 5. ed. Los Angeles: SAGE, 2018. p. 29-43.

DEVLIN, K. The Logical Structure of Computer-Aided Mathematical Reasoning. **The American Mathematical Monthly**, Washington, v. 104, n. 7, p. 632-646, 1997. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00029890.1997.11990692?journalCode=uamm20>. Acesso em: 6 maio 2021.

DEVLIN, K. **The Language of Mathematics**. New York: W. H. Freeman and Company, 1998.

DEVLIN, K. **Introduction to Mathematical Thinking**. Palo Alto: Keith Devlin, 2012.

DEWEY, J. **How we think**. Boston: D. C. Heath and Company, 1910.

- DEWEY, J. **Art as experience**. New York: Penguin Publishing Group, 1934.
- DOMINGUES, H. H. **Fundamentos de Aritmética**. São Paulo: Atual, 1991.
- DOBGENSKI, J. *et al.* O currículo na prática: um estudo sobre o pensamento computacional por meio da programação em Scratch. *In: CHALLENGES 2021, DESAFIOS DO DIGITAL*, Braga, 2021. **Atas [...]**. Braga: Universidade do Minho, 2021. p. 469-477.
- DPLP – **Dicionário Priberam da Língua Portuguesa**. [S. l.]: Priberam Informática, 2011.
- DREYFUS, T.; EISENBERG, T. On Different Facets of Mathematical Thinking. *In: STERNBERG, R. J.; BEN-ZEEV, T. (ed.). The Nature of Mathematical Thinking*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. p. 253-284.
- DUARTE JÚNIOR, J. **O que é beleza**: (experiência estética). 3. ed. 2. reimpr. São Paulo: Brasiliense, 2003.
- EISENBERG, T. On Building Self-Confidence in Mathematics. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 10, n. 4, p. 154-157, 1991. Disponível em: <https://academic.oup.com/teamat/article-abstract/10/4/154/1700511?redirectedFrom=PDF>. Acesso em: 29 jan. 2020.
- ENGELHARDT, P. V. *et al.* The teaching experiment- what it is and what it isn't. **AIP Conference Proceedings**, Madison, v. 720, n. 1, p. 157-160, 2004. Disponível em: <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1807278>. Acesso em: 2 out. 2019.
- FARIA, L.; PEPI, A. M.; ALESI, M. Concepções pessoais de inteligência e auto-estima: Que diferenças entre estudantes portugueses e italianos? **Análise Psicológica**, [s. l.], v. 4, n. 22, p. 747-764, 2004. Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/6928/2/82904.pdf>. Acesso em: 15 out. 2021.
- FARIA, R. W. S. **Padrões fractais**: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.
- FERREIRA, A. B. H. **Míni Aurélio**: o dicionário da Língua Portuguesa. 6. ed. rev. atualiz. 7. imp. Curitiba: Positivo, 2006.
- FERREIRA, C. R. M. **Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões**: Observação, Realização e Compreensão. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.
- FERREIRA, D.; PALHARES, P.; SILVA, J. N. Padrões e jogos matemáticos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 3, p. 30-40, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p30>. Aceso em: 6 fev. 2020.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica, **Pro-posições**, Campinas, v. 4, n. 10, p. 78-91, mar.1993. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf. Acesso em: 9 nov. 2021.
- FISCHBEIN, E. **Intuition in Science and Mathematics**: An Educational Approach. Berlin: Springer Science & Business Media, 1987.

FRAGOSO, W. C. O medo da Matemática. **Educação**, Campo Grande, v. 26, n. 2, p. 95-109, 2001. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3686>. Acesso em: 2 jul. 2020.

FRANÇA, M. C. S. **Estudo da simetria a partir de padrões geométricos das panarias**: Pesquisa e intervenções etnomatemáticas para sala de aula. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2017.

FRANCIS, K.; DAVIS, B. Coding Robots as a Source of Instantiations for Arithmetic. **Digital Experiences in Mathematics Education**, [s. l.], v. 4, n. 71, p. 71-86. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0042-7>. Acesso em: 13 out. 2021.

FROBISHER, L.; THRELFALL, J. Teaching and Assessing Patterns in Numbers in the Primary Years. In: ORTON, A. (ed.). **Pattern in the teaching and learning of Mathematics**. 2. ed. London: Continuum, 2005. p. 84-103.

GADANIDIS, G. **Repeating Patterns**. 2017. Disponível em: <http://mathsurprise.ca/apps/patterns/index.html>. Acesso em: 12 set. 2018.

GADANIDIS, G.; CLEMENTS, E.; YIU, C. Group Theory, Computational Thinking, and Young Mathematicians. **Mathematical Thinking and Learning**, [s. l.], v. 20, n. 1, p. 32-53, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1403542>. Acesso em: 27 jan. 2021.

GADANIDIS, G. *et al.* Designing aesthetic experiences for young mathematicians: A model for mathematics education reform. **International Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 225-244, 2016. Disponível em: <https://researchideas.ca/wmt/docs/AME-gadanidis-borba-hughes-lacerda-2016.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2021.

GADANIDIS, G.; SCUCUGLIA, R. Windows into Elementary Mathematics: Alternate public images of mathematics and mathematicians. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 12, n. 1, p. 8-32, jan./jun. 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2/1>. Acesso em: 19 jul. 2020.

GADANIDIS, G.; YIU, C. Repeating Patterns + Code + Art **Math Surprise**: Conceptual, Emotional, Engaging, London, 2017. Disponível em: <https://mathsurprise.ca/apps/patterns/v2/>. Acesso em: 20 out. 2019.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de vídeogravações em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 37, n.2, p. 249-262, mai./ago. 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1517-97022011000200003>. Acesso em: 12 jun. 2019.

GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GODOY, E. As representações dos internautas em relação à matemática, quando eles não gostam dela. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, n. 34, p. 305-330, jul./dez. 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v18i34.8646687>. Acesso em: 18 jun. 2020.

GONSALVES, E. P. **Iniciação à pesquisa científica**. 4. ed. Campinas: Alínea, 2005.

GOUIN-VALLERAND, C. *et al.* Toward Autonomic Pervasive Computing. In: INFORMATION INTEGRATION AND WEB-BASED APPLICATIONS & SERVICES, 2008, Linz. **Proceedings** [....]. New York: Association for Computing Machinery, 2008. p. 673-676.

GRANADER, U.; MILLER, M. **Pattern Theory**: From Representation to Inference. New York: Oxford University, 2007.

GUIMARÃES, F. **O sentido do zero**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2008.

GURBIN, T. **Metacognition and Technology Adoption**: Exploring Influences. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, [s. l.], n. 191, p. 1576-1582, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.608>. Acesso em: 12 maio 2021.

HANKE, T. A. F. **Padrões de regularidades**: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Belo Horizonte, 2008.

HARGREAVES, M. *et al.* Children's Strategies with Linear and Quadratic Sequences. *In*: ORTON, A. (ed.). **Pattern in the teaching and learning of Mathematics**. 2. ed. London: Continuum, 2005. p. 67-83.

HERNÁNDEZ SAMPIERI, R.; COLLADO FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA LUCIO, M. P. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

HERSHKOWITZ, R. *et al.* Psychological aspects of learning geometry. *In*: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (ed.) **Mathematics and Cognition**. Cambridge: University Press, 1989.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S.; FRANCO, F. M. M. **Dicionário Houaiss: sinônimos e antônimos**. 2. ed. São Paulo: Publifolha, 2008.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo Demográfico**, 2019. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br>. Acesso em: 17 out. 2019.

IDEM, R. C. **Construcionismo, conhecimentos docentes e GeoGebra**: uma experiência envolvendo licenciandos em Matemática e professores. Orientador: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva. 2017. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

IDEM, R. C.; BARBOSA, L. M.; NESPOLI, T. S. Aspectos do Pensamento Computacional e Princípios Estéticos em Atividades Matemáticas. *In*: SCUCUGLIA, R.; IDEM, R. C. (org.). **Experiências Estéticas em Educação Matemática**. Porto Alegre: Fi, 2021.

IDEM, R. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. Aspectos matemáticos emergentes na interação com simulações construídas no Scratch. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO E PROCESSOS FORMATIVOS, 5., 2020, São José do Rio Preto. **Anais [...]**. São José do Rio Preto: UNESP/IBILCE, 2020. p. 1-11.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar 1**: Conjuntos e Funções. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Prova Brasil**: Avaliação do Rendimento Escolar, 2017. Disponível em: <http://sistemasprovaBrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/>. Acesso em: 17 out. 2019.

ISTE; CSTA. **Computational thinking**: Teacher resources. 2. ed. [S. l.]: Computer Science Teachers Association (CSTA), International Society for Technology in Education (ISTE), 2011. Disponível em: https://id.iste.org/docs/ct-documents/ct-teacher-resources_2ed-pdf.pdf?sfvrsn=2. Acesso em: 28 set. 2018.

JANVIER, C.; GIRARDON, C.; MORAND, J. Mathematical symbols and representations. *In*: WILSON, P. S. (ed.). **Research ideas for the classroom**: High school mathematics. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1993. p. 79-102.

- KALDRIMIDOU, M.; TZEKAKI, M. Theoretical issues in research of mathematics education: some considerations. *In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION*, 4., 2005, Sant Feliu de Guíxols. **Proceedings** [...]. Sant Feliu de Guíxols: European Research in Mathematics Education, 2005. p. 17-21.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Papirus, 2003.
- KENSKI, V. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2015.
- KERCKHOVE, D. **A pele da cultura: uma investigação sobre a nova realidade eletrônica**. Lisboa: Relógio D'Água, 1997.
- KILHAMN, C. **Making Sense of Negative Numbers**. 2011. Tese (Doutorado em Didática) – Universidade de Gotemburgo, Gotemburgo, 2011.
- KLOOSTERMAN, P.; RAYMOND, A. M.; EMENAKER, C. Students' Beliefs about Mathematics: A Three-Year Study. **The Elementary School Journal**, Chicago. v. 97, n. 1, 1996, p. 39–56. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/pdfplus/10.1086/461848>. Acesso em: 31 mai. 2020.
- KNAUS, M.; FEATHERSTONE, S. **Math is all around you: developing math concepts in early years**. London: Bloomsbury, 2014.
- KRAINYUKOV, S.V. Influence of modern information technologies on the worldview. **Social Psychology and Society**, Moscow, v. 10, n. 4, p. 23-41, 2019. Disponível em: https://psyjournals.ru/en/social_psy/2019/n4/Krainyukov.shtml. Acesso em: 5 maio 2021.
- KRULIK, S.; RUDNICK, J. A. **Problem Solving: A handbook for teachers**. 2. ed. Boston: Allyn and Bacon, 1987.
- LANNIN, J. K. Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. **Mathematical Thinking and Learning**, New Jersey, v. 7, n. 3, p. 231-258, 2005. Disponível em: https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3. Acesso em: 7 fev. 2020.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O Futuro do Pensamento na Era da Informática**. Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: 34, 1993.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O Futuro do Pensamento na Era da Informática**. 10. Reimp. Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: 34, 2001.
- LILJEDAHN, P. Repeating Pattern or Number Pattern: the Distinction is Blurred. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, Framingham, v. 26, n.3, p. 24-42, 2004. Disponível em: <http://www.peterliljedahl.com/wp-content/uploads/JA-FLPM-2004.pdf>. Acesso em: 6 fev. 2020.
- LIMA, J. A criatividade como ferramenta de ensino. **Ei! Ensino Interativo**, São Paulo, v. 2, p. 17-21, 2015. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/ei/article/view/57901>. Acesso em: 15 out. 2021.
- LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. *In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.
- LOIZOS, P. Vídeo, Filme e Fotografias como Documentos de Pesquisa. *In: BAUER, M. W.; GASKELL, G. (ed.). Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático*. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 137-155.

- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. Rio de Janeiro: E.P.U., 2014.
- LYON, R. F. A Brief History of 'Pixel'. *In: ELECTRONIC IMAGING*, 2006, San Jose. **Proceedings** [...]. San Jose: SPIE – The international society for optics and photonics, 2006. p. 1-16.
- MACHADO, N. J. A Alegoria em Matemática. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 5, n. 13, 1991, pp. 79-100. Disponível em <https://www.scielo.br/pdf/ea/v5n13/v5n13a05.pdf>. Acesso em: 13 set. 2021.
- MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. *In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 16. Évora. **Actas** [...]. Setubal: APM, 2005.
- MAXWELL, J. A. **Qualitative Research Design: An Interactive Approach**. 3. ed. Los Angeles: SAGE, 2013.
- MAXWELL, J. A. MILLER, B. A. Categorizing and Connecting Strategies in Qualitative Data Analysis. *In: HESSE-BIBER, S. N.; LEAVY, P. (ed.). Handbook of Emergent Methods*. New York: The Guilford Press, 2008. p. 461-477.
- MEDEIROS, A. M. A.; MUNIZ, C. A. Dificuldade de Aprendizagem Matemática Escolar: uma produção Subjetiva. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais** [...]. Foz do Iguaçu: [s. l.], 2018. p. 1-12.
- MENEGHETTI, R. C. G.; BICUDO, I. Uma Discussão sobre a Constituição do Saber Matemático e seus Reflexos na Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 16, n. 19, mai. 2003. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10555>. Acesso em: 21 jan. 2020.
- MINELI, J. P. **Fractais: generalização de padrões no ensino fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.
- MODANEZ, L. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.
- MOON, H.; CHEON, J.; KWON, K. Exploring Patterns and Challenges of Computational Thinking Practices. *In: ASSOCIATION FOR EDUCATIONAL COMMUNICATIONS AND TECHNOLOGY CONVENTION*, 42., 2019, Las Vegas. **Proceedings** [...]. v.1. Las Vegas: AECT, 2019. p. 156-161.
- MORIN, E. **El Método III: El Conocimiento del Conocimiento**. Madrid: Ediciones Cátedra, 2006.
- NARDELLI, E. Do We Really Need Computational Thinking? **Communications of the ACM**, New York, v. 62, n. 2, fev. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/3231587>. Acesso em: 21 jan. 2021.
- NASCENTES, A. **Dicionário Etimológico Resumido**. Brasília: Instituto Nacional do Livro, Ministério da Educação e Cultura, 1966.
- NATSHEH, I.; KARSENTY, R. Exploring the potential role of visual reasoning tasks among inexperienced solvers, **ZDM Mathematics Education**, Karlsruhe, n. 46, p. 109-122, 2013.

Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0551-1>. Acesso em: 30 jan. 2020.

NOBRE, S. Leitura crítica da História: reflexões sobre a História da Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/pLt9PMQ6zdWJw6ktXsX4zz/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 9 nov. 2021.

NOGUEIRA, C. M. I. Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget? **Educar em Revista**, Curitiba, n. Especial 1/2011, p. 109-124, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/er/nse1/08.pdf>. Acesso em: 2 mai. 2020.

OLIVEIRA, M. L. **Generalização de padrões e tecnologias digitais**: estratégias didáticas para a aprendizagem. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2018.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-220.

ORTON, A. Preface. In: ORTON, A. (ed.). **Pattern in the teaching and learning of Mathematics**. 2. ed. London: Continuum, 2005. p. vii-viii.

ORTON, A. Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In: VALE, I.; BARBOSA, A. **Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática | Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009. p. 15-28.

ORTON, J. What is Pattern? **Mathematics in School**, Washington, v. 22, n. 1, p. 8-10, jan. 1993. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/30214958>. Acesso em: 6 fev. 2020.

ORTON, J. Matchsticks, pattern and generalisation. **Education 3-13**, [s. l.], v. 25, n. 1, p. 62-65, 1997. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03004279785200131>. Acesso em: 6 fev. 2020.

PACHECO, A. B.; MEDEIROS, C. F. Uma investigação sobre as dificuldades no uso de estratégias para a resolução de problemas verbais no campo da análise combinatória. In: MARANHÃO, C. (org.) **Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio: pesquisa e perspectivas**. São Paulo: Musa Editora, 2009, p. 76-98.

PAPE, S. J.; TCHOSHANOV, M. A. The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. **Theory into Practice**, Columbus, v. 40, n. 2, p. 118-127, 2001. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/249901059_The_Role_of_Representations_in_Developing_Mathematical_Understanding. Acesso em: 30 jan. 2020.

PAPERT, S. **Mindstorms**: children, computers and powerful ideas. New York: Basic Books, 1980.

PAPERT, S. **The children's machine**: rethinking school in the age of the computer. New York: BasicBooks, 1993.

PAPERT, S. An exploration in the space of mathematics educations. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, [s. l.], v. 1, p. 95-123, 1996. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00191473#citeas>. Acesso em: 20 abr. 2021.

- PARRISH, P. Aesthetic principles for instructional design. **Educational Technology Research and Development**, Washington, v. 57, p. 511–528, 2009. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11423-007-9060-7>. Acesso em: 1 mar. 2021.
- PATERLINI, N. C. R.; SALVADOR, J. A. Analogias no Ensino de Matemática. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, [s. l.], v. 6, n. 1, 2018. Disponível em: <https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/1980/1998>. Acesso em: 13 set. 2021.
- PEA, R. D. Cognitive technologies for Mathematics Education. In: SCHOENFELD, A. H. (ed.). **Cognitive Science and Mathematics Education**. New York: Routledge, 1987. p. 89-122.
- PEIXOTO, M. A. P.; BRANDÃO, M. A. G.; SANTOS, G. Metacognição e Tecnologia Educacional Simbólica. **Revista Brasileira de Educação Médica**, Brasília, v. 31, n. 1, p. 67-80, 2007. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0100-55022007000100010&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 27 jan. 2020.
- PEREZ, E. P. Z. **Alunos do Ensino Médio e a Generalização de Padrão**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.
- PIAGET, J. **O juízo moral na criança**. 4. ed. São Paulo: Summus, 1994.
- POLYA, G. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. Princeton: Princeton University Press, 1945.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Idéias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 21, p. 1-47, mai. 2004.
- PUGALEE, D. K. Writing, Mathematics, and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving. **School Science and Mathematics**, New Jersey, v. 101, n. 5, 2001, p. 236-245. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x>. Acesso em: 12 maio 2021.
- RAMPANELLI, M. **A programação de jogos no Scratch como situação para estudo de invariantes conceituais na Matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.
- RANGEL, A. C. S. **Educação Matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- RESNICK, M. *et al.* Scratch: Programming for all. **Communication of the ACM**, New York, v. 52, n. 11, p. 60-67, 2009.
- RESNIK, M. D. Mathematics as a Science of Patterns: Ontology and Reference. **Noûs**, New York, v. 15, n. 4, p. 529-550, 1981. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2214851>. Acesso em: 2 mar. 2020.
- RESNIK, M. D. Mathematics as a Science of Patterns: Epistemology. **Noûs**, New York, v. 16, n. 1, p. 95-105, mar. 1982. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2215419>. Acesso em 2 mar. 2020.
- RESNIK, M. D. **Mathematics as a Science of Patterns**. Oxford: University Press, 2000.
- REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2008.

- ROHDE, G. M. **Simetria: rigor e imaginação**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1997.
- ROSSMAN, G. B.; RALLIS, S. F. **An Introduction to Qualitative Research: Learning in the Field**. 4. ed. Los Angeles: SAGE, 2017.
- ROTHER, E. T. Revisão sistemática X revisão narrativa. **Acta Paulista de Enfermagem**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. v-vi, abr./jun. 2007. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/3070/307026613004.pdf>. Acesso em: 2 ago. 2018.
- SALDAÑA, J. **Fundamentals of Qualitative Research: Understanding Qualitative Research**. New York: Oxford University Press, 2011.
- SALVADOR, C. M. A.; NACARATO, A. M. Sentidos atribuídos ao zero por alunos da 6ª série. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 26., 2003, Poços de Caldas. **Anais [...]** Poços de Caldas: ANPED, 2003. p. 1-18.
- SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. Estudos de Revisão Sistemática: um guia para a síntese criteriosa da evidência científica. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan/fev. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf>. Acesso em: 2 ago. 2018.
- SAMSON, D. Patterns of Visualisation. **Learning and Teaching Mathematics**, Johannesburg, n. 5, p. 4-9, 2007. Disponível em: <https://journals.co.za/content/amesal/2007/5/EJC20775>. Acesso em: 6 fev. 2020.
- SANTOS, G. P. **Educação e Tecnologia no Interior da Amazônia: o Pensamento Computacional e as Tecnologias da Informação e Comunicação como Auxílio em Processos de Ensino-Aprendizagem**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade federal do Oeste do Pará, Santarém, 2018.
- SANTOS, L. G. **Padrões na Aprendizagem Matemática: uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.
- SANTOS, M. J. C. **Geometria e simetria nas rendas de bilro: contribuições para a Matemática escolar**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.
- SÃO PAULO. **Currículo Paulista**. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2019.
- SAWYER, W. W. **Prelude to Mathematics**. Harmondsworth: Penguin Books, 1955.
- SCHENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving**. Orlando: Academic Press, 1985.
- SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In: GROUWS, D. (ed.). **Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan, 1992. p. 334-370.
- SCHOENFELD, A. H. Reflections on doing and teaching mathematics. In: SCHOENFELD, A. H. (ed.). **Mathematical Thinking and Problem Solving**. New York: Routledge, 1994. p. 53-69.
- SCHOENFELD, A. H. Problem Solving from Cradle to Grave. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 11, p. 41-73, 2006. Disponível em: [https://www.uned.ac.cr/ecen/encuentros/2008/conferencias_magistrales/Ponencia%20del%20Dr.%20Allan%20Schoenfeld%20\(va%20en%20Conferencias%20Magistrales\).pdf](https://www.uned.ac.cr/ecen/encuentros/2008/conferencias_magistrales/Ponencia%20del%20Dr.%20Allan%20Schoenfeld%20(va%20en%20Conferencias%20Magistrales).pdf). Acesso em: 6 jan. 2020.

SCHOENFELD, A. H. **How we think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications**. New York: Routledge, 2011.

SCHOENFELD, A. H. How we think: a theory of human decision-making, with a focus on teaching. In: CHO, S. J. (ed.). **The Proceeding of the 12th International Congress on Mathematical Education**. New York: Springer, 2015. p. 229-243.

SCUCUGLIA, R. On music production in mathematics teacher education as an aesthetic experience. **ZDM**, Berlim, v. 52, p. 973-987, 2020. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-019-01107-y>. Acesso em: 25 fev. 2021.

SILVA JUNIOR, L. M. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos: uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVA, E. C. **Pensamento computacional e a formação de conceitos matemáticos nos anos finais do ensino fundamental: uma possibilidade com kits de robótica**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

SILVA, S. P. **O uso da lógica de programação para a Educação Matemática no Ensino Médio: Experiências com o Scratch**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2016.

SILVEIRA, R. A. A interpretação da Matemática na escola, no dizer dos alunos: ressonâncias do sentido de “dificuldade”. **Liberato**, Novo Hamburgo, v. 1, n.1, p. 1-11, 2000. Disponível em: http://revista.liberato.com.br/ojs_lib/index.php/revista/article/view/10. Acesso em: 18 jun. 2020.

SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **ZDM**, [s. l.], v. 29, n. 3, p. 75-80, 1997.

SILVER, E. A.; METZGER, W. Aesthetic Influences on Expert Mathematical Problem Solving. In: MCLEOD, B. B.; ADAMS, V. M. (ed.). **Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective**. New York: Springer-Verlag, 1989. p. 49-58.

SINCLAIR, N. **Mathematics and Beauty: Aesthetic Approaches to Teaching Children**. New York: Teachers College, 2006.

SMOOTHEY, M. **Atividades e jogos com estimativas**. São Paulo: Scipione, 1998.

SOUSA, R. M.; LENCASTRE, J. A. Scratch: uma opção válida para desenvolver o pensamento computacional e a competência de resolução de problemas. In: ENCONTRO SOBRE JOGOS E MOBILE LEARNING, 2. 2014, Braga. **Atas [...]** Braga: CIED, 2014. p. 256-267.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 19, n. 2, p. 1-26, 2016. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/souto_borba/seres_humanos_com_internet.pdf. Acesso em: 2 fev. 2020.

SOUZA, M. F. **O uso das TIC no processo de ensino e aprendizagem da matemática: das práticas às concepções docentes**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2010.

- SOUZA, M. R.; RIBEIRO, A. L. Revisão Sistemática e Meta-análise de Estudos de Diagnóstico e Prognóstico: um Tutorial. **Arquivos Brasileiros de Cardiologia**, São Paulo, v. 92, n. 3, p. 241-251, mar. 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/abc/v92n3/13.pdf>. Acesso em: 2 ago. 2018.
- SPINILLO, A. *et al.* O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: Errar é preciso? **Boletim GEPEM**, Seropédica, n. 64, p. 57-70, jan./jun. 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/277642631_O_erro_no_processo_de_ensino-aprendizagem_da_matematica_Errar_e_preciso. Acesso em: 30 mai. 2020.
- STACEY, K. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00579460>. Acesso em: 1 abr. 2020.
- STEEN, L. A. The Science of Patterns. **Science**, New York, v. 240, n. 4852, p. 611-616, abr. 1988. Disponível em: <https://science.sciencemag.org/content/240/4852/611.long>. Acesso em: 27 fev. 2020.
- STEFFE, L. P. The Teaching Experiment Methodology in a Constructivist Research Program. In: ZWENG, M. *et al.* (ed). **Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education**. Birkhäuser: Boston, 1983. p. 469-471.
- STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In: LESH, R.; KELLY, A. E. (ed.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale: Erlbaum, 2000. p. 267-307.
- STERNBERG, R. J. What is Mathematical Thinking? In: STERNBERG, R. J.; BEN-ZEEV, T. (ed.). **The Nature of Mathematical Thinking**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. p. 303-318.
- STEWART, I. **Why Beauty is Truth: The History of Symmetry**. New York: Basic Books, 2007.
- STEWART, I. **Symmetry: A Very Short Introduction**. Oxford: University Press, 2013.
- SULLIVAN, A. A.; BERS, M. U.; MIHM, C. Using Robotics to Foster Computational Thinking in Young Children. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL THINKING EDUCATION, 2017, Hong Kong. **Proceedings [...]**. Hong Kong: The Education University of Hong Kong, 2017. p. 110-115.
- TENÓRIO, R. M. **Cérebros e Computadores: a complementaridade analógico-digital na informática e na educação**. São Paulo: Escrituras, 1998.
- THEODOROVSKI, R. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014.
- THOMAZ, T. C. Não gostar de matemática: que fenômeno é este? **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 12, n.18, p. 187-209, jan./jul. 1999. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/download/6589/4560>. Acesso em: 4 jun. 2020.
- THOMPSON, A. G. **Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research**. In: GROUWS, D. A. (ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1992. p. 127–146.

- TIENSUU, A. **Computational Thinking in Regard to Thinking and Problem Solving**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – University of Tampere, Tampere, 2012.
- TIKHOMIROV, O. K., 1981, The psychological consequences of computerization. *In*: WERTSCH, J. V. (ed.). **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. New York: M.E. Sharpe. p. 256-278.
- TOUSSAINT, E. R.; TOUSSAINT, G. T. What is a Pattern? *In*: BRIDGES: MATHEMATICS, MUSIC, ART, ARCHITECTURE, CULTURE, 2014, Seoul. **Proceedings** [...]. Seoul: Bridges, 2014. p. 293-300.
- TRACY, J. **Qualitative Research Methods: Collecting Evidence, Crafting Analysis, Communicating Impact**. 2. ed. Hoboken: Wiley Blackwell, 2020.
- TRANCANELLA, A. T. Uma breve contextualização histórica e os sentidos do número zero. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20., 2016. Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: UFPR, 2016. p. 1-12.
- TREVISANI, F. M. **Estratégias de generalização de padrões matemáticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.
- VALE, I. Mathematics and patterns in elementary schools: perspectives and classroom experiences of students and teachers. *In*: VALE, I.; BARBOSA, A. **Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática | Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009. p. 7-14.
- VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 08, n. 2, p. 64-81, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n2p64/26020>. Acesso em: 7 jan. 2019.
- VALE, I. *et al.* Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. *In*: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (org.). **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2007. p. 193-211.
- VALE, I. *et al.* Padrões no Currículo de Matemática: Presente e Futuro. *In*: LUENGO, R.; ALFONSO, B.; CAMAHO, M.; NIETO, B. (ed.). **Investgación em Educación Matemática**. Badajoz: SEEM e SEIEM, 2008. p. 477-493.
- VALE, I.; BARBOSA, A. Nota de abertura. *In*: VALE, I.; BARBOSA, A. **Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática | Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões, 2009. p. 5.
- VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática** – Propostas Curriculares para o Ensino Básico. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009.
- VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. **Educação e Matemática**, Lisboa, v. 110, p. 33-38, 2011. Disponível em: http://www.academia.edu/download/33146926/Padroes_conexoes_.pdf. Acesso em: 6 fev. 2020.

VAN DE WALLE, J. A.; KARP, K. S.; BAY-WILLIAMS, J. M. **Elementary and Middle School Mathematics**: Teaching Development. 10. ed. New York: Pearson, 2020.

VARGAS, R.; DORNELES, B. Uma Intervenção em Contagem com Duas Crianças Surdas. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 33, n. 91, p. 411-427, set.-dez. 2013. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-32622013000300007. Acesso em: 21 jan. 2020.

VENTORINI, A. E. **Construção de relações funcionais através do software Scratch**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

VERGANI, T. **O zero e os infinitos**. Portugal: Minerva, 1991.

VIEIRA, J. A. O uso do diário em pesquisa qualitativa. **Cadernos de Linguagem e Sociedade**, Brasília, n. 5, p. 93-104, 2001. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/33540178.pdf>. Acesso em: 28 out. 2019.

VIEIRA, L. B. **Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da Álgebra**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2011.

VIGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas**. 402 f. 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

VILLARREAL, M. E.; BORBA, M. C. Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and... notebooks throughout 100 years of ICMI. **ZDM Mathematics Education**, Karlsruhe, n. 42, p. 49-62, 2010. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-009-0207-3>. Acesso em: 16 jul. 2020.

WARREN, E.; COOPER, T. Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking, **Australian Primary Mathematics Classroom**, Adelaide, v.11, n.1, p. 9-14, 2006. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ793907>. Acesso em: 27 fev. 2020.

WARREN, E.; COOPER, T. Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 67, p.171-185, 2008. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-007-9092-2>. Acesso em: 27 fev. 2020.

WEINTROP, D. *et al.* Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. **Journal of Science Education and Technology**, New York, v. 25, p. 127–147, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>. Acesso em: 9 fev. 2021.

WEINTROP, D.; WILENSKY, U. To block or not to block, that is the question: students' perceptions of blocks-based programming. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTERACTION DESIGN AND CHILDREN*, 14., 2015, Boston. **Proceedings [...]**. New York: ACM, 2015. p. 199-208.

WING, J. M. Computational thinking. **Communications of the ACM**, New York, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006. Disponível em: <https://saintmaryschool.net/documents/2017/5/Wing%20on%20what%20computational%20thinking%20is%20and%20is%20not.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2020.

WING, J. M. Computational thinking's influence on research and education for all. **Italian Journal of Educational Technology**, [s. l.], v. 25, n. 2, p. 7-14, 2017. Disponível em: <https://ijet.itd.cnr.it/article/view/922>. Acesso em: 20 abr. 2021.

ZANETTI, H. A. P.; BORGES, M. A. F.; RICARTE, I. L. M. Pensamento Computacional no Ensino de Programação: Uma Revisão Sistemática da Literatura Brasileira. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 5., SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 27., 2016, Uberlândia. **Anais [...]**. Uberlândia: SBC, 2016. p. 21-30.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? In: ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. (ed.). **Visualization in Teaching and Learning Mathematics**. Washington: The Mathematics Association of America, 1991. p. 1-7.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [s. l.], n. 11, p. 79-97, 2007. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/Union_011_009.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

APÊNDICES

Apêndice A – Roteiro de Atividades

Roteiro – Experimento de Ensino

Atividade Introdutória

Objetivos: conhecer o Scratch, principalmente os elementos Palco, Ator, Scripts e Blocos; explorar a programação por blocos; investigar diferentes comandos de forma intuitiva.

- 1) Os alunos escolhem um palco e um ator de seu interesse.
- 2) De forma coletiva testam e verificam os diferentes comandos por blocos.

Atividade 1

Objetivos: construir padrões por meio da programação; investigar a ideia de *loop*; aprender os comandos da construção de padrões; e, de forma lúdica, investigar conceitos como plano cartesiano, coordenadas e ângulo.

- Abra o arquivo “Atividade 1”.
- Execute o programa e observe o que ocorre, você deverá ver a imagem abaixo. Você consegue também ouvir?



- Para cada parte do código a seguir, faça primeiramente uma previsão do que vai acontecer, depois, modifique os códigos, execute novamente o programa e confira as mudanças ocorridas.

Previsão: Escreva, antes de modificar o código: O que você acha que esse código interfere na execução do programa?

Resultado: Escreva, após modificar o código: Sua previsão estava correta? Caso não esteja, o que a mudança desse código afeta a execução do programa?

a) 

Previsão:

Resultado:

b) 

Previsão:

Resultado:

c)

Previsão:

Resultado:

d)

Previsão:

Resultado:

f)

Previsão:

Resultado:

d)

Previsão:

Resultado:

e)

Previsão:

Resultado:

g)

Previsão:

Resultado:

h)

Edite o bloco "Forma ... cor..." De acordo com as opções:

Forma	Cor
c - círculo	am - amarelo
q - quadrado	az - azul
e - estrela	vm - vermelho
t - triângulo	vd - verde
	rx - roxo
	rs - rosa
	la - laranja

Previsão:

Resultado:

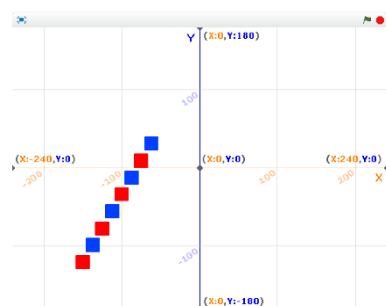
i)

Previsão:

Resultado:

- Utilize o código e faça modificações nele para criar os seguintes padrões.

1)



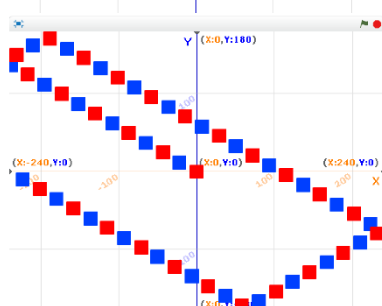
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

2)



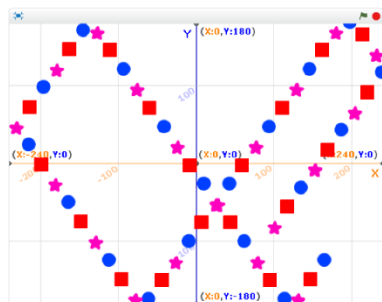
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

3)



O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

4)



O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

- Construa seus próprios padrões. Explique sua ideia inicial e que mudanças foram realizadas para a construção.

Atividade 2

Objetivos: construir padrões por meio da programação; explorar a execução simultânea de mais de um código; e, de forma lúdica, investigar conceitos como plano cartesiano, coordenadas e ângulo.

- Abra o arquivo “Atividade 2”.
- Modifique o programa de acordo com a imagem seguinte.



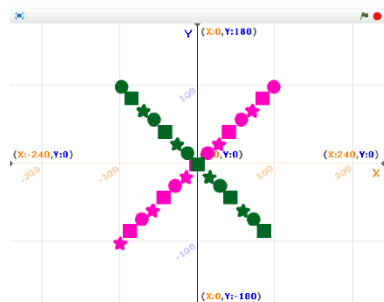
É possível combinar dois ou mais padrões. Clique com o botão direito do mouse sobre o ator “Padrão”, em seguida, selecione “duplicar”.

Isso fará com que o Scratch crie um novo ator, o “Padrão2”, idêntico ao duplicado, com um programa igual. Modifique o programa do ator “Padrão2” e acordo com a imagem seguinte.



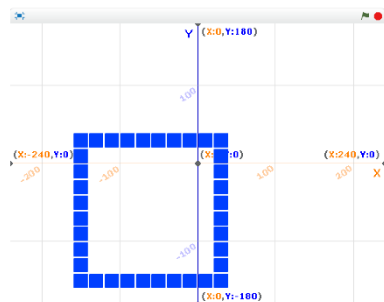
- Execute os programas e observe o resultado.
- Faça as modificações necessárias nos códigos e crie os seguintes padrões.

1)



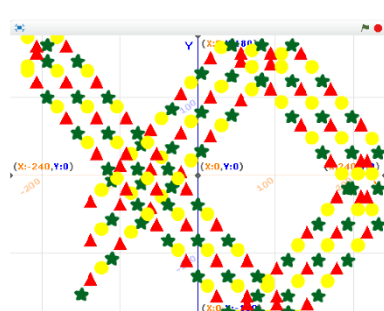
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

2)



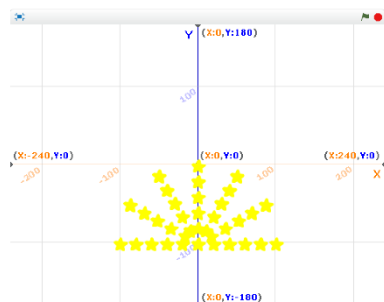
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

3)



O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

4)



O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

- Construa seus próprios padrões. Explique sua ideia inicial e que mudanças foram realizadas para a construção.

Atividade 3

Objetivos: compreender a ideia de *nested loop* na programação; utilizar tal ideia na construção de diferentes padrões e explorar execução simultânea de mais de um código; explorar conceitos de plano cartesiano, soma e subtração de números inteiros.

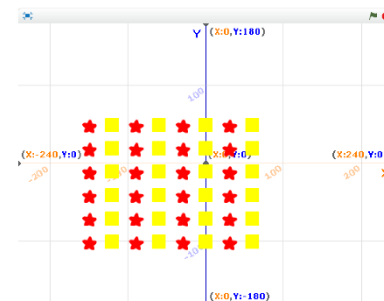
- Abra o arquivo “Atividade 3”.
- Execute o programa e observe.
- Faça mudanças no programa e explique qual a função deste código.



Qual a função dessa parte do código?

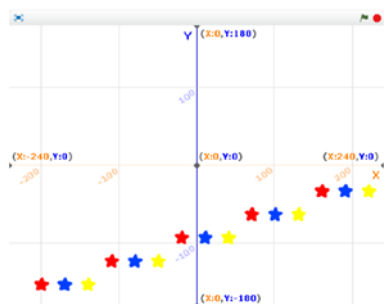
- Edite o programa e para criar os padrões a seguir.

1)



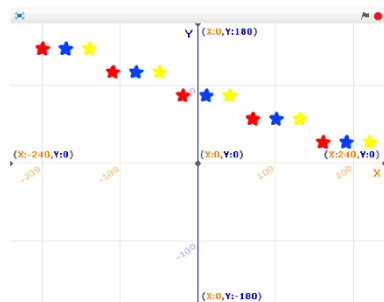
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

2)



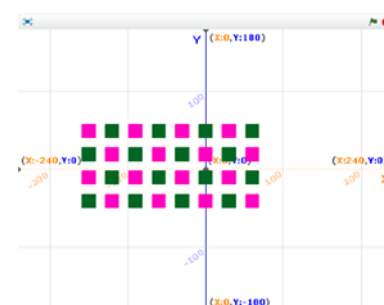
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

3)



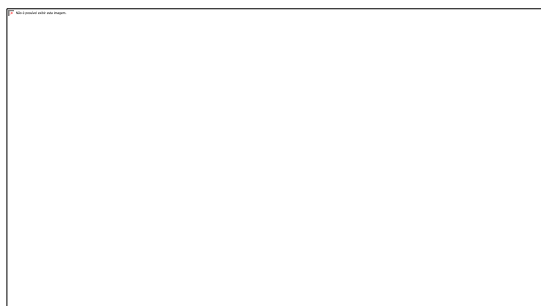
O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança?

4)

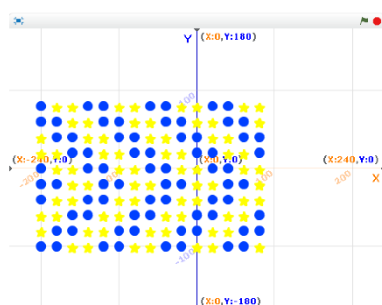


O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança no código?

5) Abra o arquivo “Desafio 5”, execute o código, observando o padrão a seguir.



Duplicate o ator Padrão. Modifique o código do novo ator de modo a conseguir a exibição do seguinte padrão.



O que foi modificado para construir esse padrão? Qual foi seu raciocínio para a mudança no código?

- Construa seus próprios padrões. Explique sua ideia inicial e que mudanças foram realizadas para a construção.
- Responda às perguntas:
 - a) Qual foi sua atividade favorita?
 - b) O que você aprendeu?

Apêndice B – Autorizações

Carta apresentada à Secretaria de Educação e Cultura.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e
Educação Matemática



Prezado Senhor,

Por meio desta, venho solicitar autorização para realização da produção de dados da pesquisa de doutorado da Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (RG: XXXXXXXXXXX-XX; CPF: XXXXXXXXXXX-XX), orientada pelo Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva**, tendo como título preliminar “**Investigando a Estética na Exploração Matemática de Padrões com o uso de Tecnologias Digitais**” (Projeto em Anexo A).

A produção de dados será feita por meio da realização de **Experimentos de Ensino** (Roteiro em Anexo B) a serem desenvolvidos na unidade escolar com alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, em período entre outubro de 2018 e julho de 2019.

A pesquisa é realizada junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista – Câmpus de Rio Claro.

XXXXXX, ____ de _____ de 2018.

Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (Solicitante)
(e-mail: XXXXXXXX; celular: XXXXXXXX)

Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva** (Orientador)
(e-mail: XXXXXXXX)

Ilmo. Sr.
XXXXXXXXXXXX
Secretário da Educação e Cultura
Município de XXXXXXX

Carta apresentada à direção da escola B.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e
Educação Matemática



Prezada Senhora,

Por meio desta, venho solicitar autorização para realização da produção de dados da pesquisa de doutorado da Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (RG: XXXXXXXX-X; CPF: XXXXXXXX-XX), orientada pelo Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva**, tendo como título preliminar “**Investigando a Estética na Exploração Matemática de Padrões com o uso de Tecnologias Digitais**” (Projeto em Anexo A).

A produção de dados será feita por meio da realização de **Experimentos de Ensino** (Roteiro em Anexo B) a serem desenvolvidos em unidade escolar com alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, em período entre setembro de 2018 e julho de 2019.

A pesquisa é realizada junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista – Câmpus de Rio Claro.

XXXXXX, ____ de _____ de 2018.

Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (Solicitante)
(e-mail: XXXXXXXX; telefone: XXXXXXXX)

Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva** (Orientador)
(e-mail: XXXXXXXX)

Ilma. Sra.

XXXXXXXXXX

Diretora da Escola Municipal de Ensino Fundamental XXXXXXXX

Secretaria da Educação e Cultura

Município de XXXXXXXX

Carta apresentada à direção da escola B



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e
Educação Matemática



Prezada Senhora,

Por meio desta, venho solicitar autorização para realização da produção de dados da pesquisa de doutorado da Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (RG: XXXXXXXXXXX-XX; CPF: XXXXXXXXXXX-XX), orientada pelo Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva**, tendo como título preliminar **“Investigando a Estética na Exploração Matemática de Padrões com o uso de Tecnologias Digitais”** (Projeto em Anexo A).

A produção de dados será feita por meio da realização de **Experimentos de Ensino** (Roteiro em Anexo B) a serem desenvolvidos na unidade escolar com alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, em período entre fevereiro e julho de 2019.

A pesquisa é realizada junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista – Câmpus de Rio Claro.

XXXXXX, ____ de _____ de 2019.

Profa. Ma. **Rita de Cássia Idem** (Solicitante)
(e-mail: XXXXXXXX; celular: XXXXXXXX)

Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva** (Orientador)
(e-mail: XXXXXXXX)

Ilma. Sra.

XXXXXXXXXXXX

Diretora da Escola Municipal de Ensino Fundamental XXXXXXXX

Secretaria da Educação e Cultura

Município de XXXXXXXX

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido apresentado aos participantes da pesquisa e aos seus responsáveis.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e
Educação Matemática



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(a) Sr(a) está sendo convidado(a) para participar de uma pesquisa de **doutorado** intitulada “**Investigando a Estética na Exploração Matemática de Padrões com o uso de Tecnologias Digitais**” que será desenvolvida por **Rita de Cássia Idem**, responsável pela pesquisa (RG: XXXXXXXXXX-XX; CPF: XXXXXXXXXX-XX, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP), sob a orientação do Prof. Dr. **Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva**. O objetivo da referida pesquisa é investigar o papel da estética na exploração de padrões com o uso das tecnologias digitais.

Caso o(a) Sr(a) aceite fazer parte desta pesquisa deverá participar de três sessões de Experimento de Ensino, de uma hora cada, realizadas no contraturno de suas aulas. Na realização dos Experimentos de Ensino, serão desenvolvidas atividades em dupla com o uso do computador. As seções serão filmadas e as filmagens serão utilizadas apenas para fins do estudo. A participação não requer custo algum.

A participação nas seções de Experimento de Ensino não gera nenhum tipo de risco. A qualquer momento, antes, durante ou após sua participação coloque-me à disposição para esclarecimentos sobre eventuais dúvidas que possam surgir com a pesquisa. A participação é voluntária e sua recusa em participar não lhe provocará nenhum dano ou punição. Você poderá se recusar a participar, ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. Será garantido o sigilo e a privacidade de sua participação. Os dados coletados são confidenciais e serão utilizados unicamente para fins de pesquisa. Para participar não terá nenhuma despesa, bem como, não terá qualquer tipo de remuneração.

Se o(a) senhor(a) se sentir esclarecido sobre a pesquisa, seus objetivos, eventuais riscos e benefícios, convido-(a) a assinar este Termo, elaborado em duas vias, sendo que uma ficará com o senhor(a) e a outra com a pesquisadora.

XXXXXX, ____ de ____ de ____.

Rita de Cássia Idem

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (UNESP-Rio Claro)
Responsável pela Pesquisa (e-mail: XXXXXXXX; celular: XXXXXXXX)

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva – Orientador (e-mail: XXXXXXXX)

Nome: (Aluno(a) Participante)

Nome: (Pai/Responsável do(a) Aluno(a))