



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

***UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS  
NA METODOLOGIA DOS OBSERVADORES  
DE ESTADO PARA DETECÇÃO DE  
TRINCAS EM SISTEMAS CONTÍNUOS***



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

*UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS NA  
METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE  
ESTADO PARA DETECÇÃO DE TRINCAS EM  
SISTEMAS CONTÍNUOS*

***Marco Anderson da Cruz Araujo***

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

**Orientador: PROF. DR. GILBERTO PECHOTO DE MELO**

Ilha Solteira, março de 2005.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: UTILIZAÇÃO DE MODELOS DE FALHAS NA METODOLOGIA DOS OBSERVADORES  
DE ESTADO PARA DETECÇÃO DE TRINCAS EM SISTEMAS CONTÍNUOS

AUTOR: MARCO ANDERSON DA CRUZ ARAUJO

ORIENTADOR: Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO


Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em  
ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

  
Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

  
Dr. APARECIDO CARLOS GONCALVES

  
Dr. JORGE NEI BRITO

Data da realização: 18 de março de 2005

  
\_\_\_\_\_  
Presidente da Comissão Examinadora  
Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

**À Deus, aos meus pais José Melo de Araujo e  
Elena da Cruz Araujo, e a minha esposa Juliana  
Alves Lacerda Cunha.**

## AGRADECIMENTOS

---

Ao Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo, pelo apoio, incentivo, amizade e pela indispensável orientação;

Ao Prof. Dr. Amarildo Tabone, pelas idéias construtivas;

A Juliana Alves Lacerda Cunha, pelo grande apoio e incentivo;

Ao engenheiro Gilson Ferreira Lemos, pelo grande apoio e orientação;

Aos técnicos e secretárias do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM/FEIS);

Aos colegas de pós-graduação, a instituição UNESP/FEIS e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica PPGEM;

E em especial ao CNPq, pelo apoio financeiro.

## SUMÁRIO

---

1	INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA.....	1
1.1	INTRODUÇÃO .....	1
1.2	REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA .....	2
1.3	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO .....	13
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	15
2.1	SISTEMAS DE CONTROLE .....	17
2.2	CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE (Lemos, 2004) .....	19
2.3	REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADO (Lemos, 2004).....	23
2.4	METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO.....	25
2.4.1	Conceito de Observador de Estado (Lemos, 2004).....	26
2.4.2	Observador Trivial (Lemos, 2004) .....	27
2.4.3	Observadores do tipo Identidade (Lemos, 2004).....	27
2.4.4	Observadores de Estado de Ordem Reduzida (Lemos, 2004) .....	29
2.4.5	Observadores de Estado Global e Robusto.....	32
2.5	PROJETO DOS OBSERVADORES DE ESTADO .....	35
2.6	VIGAS CONTÍNUAS .....	38
2.6.1	Matriz Rigidez .....	39
2.6.2	Matriz de Massa.....	44
2.6.3	Matriz de Amortecimento.....	44
2.6.4	Equação do Movimento .....	46
3	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS.....	47
3.1	APLICAÇÃO I – Sistema massa-mola-amortecedor – 3 GDL.....	48

Caso 1 – Condições Iniciais .....	48
Caso 2 – Excitação Harmônica .....	55
3.2 APLICAÇÃO II – Modelo de falha.....	63
Caso 1 – Viga engastada com uma trinca .....	63
3.2.1 Condição Inicial .....	65
3.2.2 Sistema Excitado .....	73
Caso 2 – Viga engastada com duas trincas simultâneas .....	81
3.2.3 Condição Inicial .....	82
3.2.4 Sistema Excitado .....	90
4 ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS.....	99
4.1 SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE SINAIS.....	100
4.1.1 Materiais Utilizados .....	100
4.1.2 Equipamentos Utilizados .....	100
4.2 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA MECÂNICO MONTADO .....	102
4.3 ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO IMPULSIVA .....	103
4.3.1 Resultados Experimentais.....	103
4.3.2 Tabela de Tendência para outros percentuais de falha. ....	111
4.4 ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA.....	112
4.4.1 Resultados Experimentais.....	112
4.4.2 Tabela de Tendência para outros percentuais de falha. ....	119
5 DISCUSSÃO E CONCLUSÃO.....	121
PROPOSTAS PARA FUTUROS TRABALHOS.....	124
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	125

## LISTA DE FIGURAS E TABELAS

---

<b>Figura 2.1</b> - Sistema de controle a malha fechada com retroação .....	<b>18</b>
<b>Figura 2.2</b> - Sistema de controle a malha aberta.....	<b>19</b>
<b>Figura 2.3</b> - Divisões possíveis de um sistema.....	<b>22</b>
<b>Figura 2.4</b> - Definição do Observador de Estado.....	<b>26</b>
<b>Figura 2.5</b> – Sistema de Observação, Marano (2002).....	<b>37</b>
<b>Figura 2.6</b> – Coeficiente de avaliação da matriz de rigidez modelado para a condição de trinca aberta. Sendo $r$ é a razão entre a altura e comprimento do elemento trincado ( $r=h/l$ ).....	<b>43</b>
<b>Figura 3.1</b> – Sistema massa-mola-amortecedor com 3 graus de liberdade.....	<b>48</b>
<b>Figura 3.2</b> – Fluxograma da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas.....	<b>50</b>
<b>Figura 3.3</b> - Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).	<b>51</b>
<b>Figura 3.4</b> - Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).....	<b>51</b>
<b>Figura 3.5</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $k_1$ (condições iniciais).....	<b>52</b>
<b>Figura 3.6</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $k_2$ (condições iniciais).....	<b>53</b>
<b>Figura 3.7</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $k_3$ (condições iniciais).....	<b>53</b>
<b>Figura 3.8</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $C_1$ (condições iniciais).....	<b>54</b>

<b>Figura 3.9</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $C_1$ (condições iniciais).....	<b>54</b>
<b>Figura 3.10</b> - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de $C_3$ (condições iniciais).....	<b>55</b>
<b>Figura 3.11</b> - Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).....	<b>56</b>
<b>Figura 3.12</b> – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).	<b>57</b>
<b>Figura 3.13</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $k_1$ (excitação harmônica).....	<b>57</b>
<b>Figura 3.14</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $k_2$ (excitação harmônica).....	<b>58</b>
<b>Figura 3.15</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $k_3$ (excitação harmônica).....	<b>58</b>
<b>Figura 3.16</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $k_c$ (excitação harmônica).....	<b>59</b>
<b>Figura 3.17</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $C_1$ (excitação harmônica).....	<b>59</b>
<b>Figura 3.18</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0% $C_2$ (excitação harmônica).....	<b>60</b>
<b>Figura 3.19</b> – Viga engastada para aplicação numérica ( <i>a</i> ), discretização dos elementos ( <i>b</i> ).....	<b>63</b>

<b>Figura 3.20</b> – Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).....	<b>66</b>
<b>Figura 3.21</b> – Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).....	<b>67</b>
<b>Figura 3.22</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>68</b>
<b>Figura 3.23</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>68</b>
<b>Figura 3.24</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>69</b>
<b>Figura 3.25</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>69</b>
<b>Figura 3.26</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>70</b>
<b>Figura 3.27</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>70</b>
<b>Figura 3.28</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>71</b>
<b>Figura 3.29</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>71</b>
<b>Figura 3.30</b> – Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).....	<b>74</b>
<b>Figura 3.31</b> – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).	<b>75</b>

<b>Figura 3.32</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>76</b>
<b>Figura 3.33</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>76</b>
<b>Figura 3.34</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>77</b>
<b>Figura 3.35</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>77</b>
<b>Figura 3.36</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>78</b>
<b>Figura 3.37</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>78</b>
<b>Figura 3.38</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>79</b>
<b>Figura 3.39</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>79</b>
<b>Figura 3.40</b> – Viga engastada para aplicação numérica ( <i>a</i> ), discretização dos elementos ( <i>b</i> ).....	<b>82</b>
<b>Figura 3.41</b> – Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).....	<b>83</b>
<b>Figura 3.42</b> – Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).....	<b>84</b>

<b>Figura 3.43</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>85</b>
<b>Figura 3.44</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>85</b>
<b>Figura 3.45</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>86</b>
<b>Figura 3.46</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>86</b>
<b>Figura 3.47</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>87</b>
<b>Figura 3.48</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>87</b>
<b>Figura 3.49</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>88</b>
<b>Figura 3.50</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>88</b>
<b>Figura 3.51</b> – Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).....	<b>91</b>
<b>Figura 3.52</b> – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).	<b>92</b>
<b>Figura 3.53</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>92</b>
<b>Figura 3.54</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>93</b>

<b>Figura 3.55</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>93</b>
<b>Figura 3.56</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>94</b>
<b>Figura 3.57</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>94</b>
<b>Figura 3.58</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>95</b>
<b>Figura 3.59</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>95</b>
<b>Figura 3.60</b> – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>96</b>
<b>Figura 4.1</b> – Bancada de Testes.....	<b>99</b>
<b>Figura 4.2</b> – Fluxograma para a aquisição de sinais e análise de frequência.....	<b>102</b>
<b>Figura 4.3</b> – Esquema do sistema mecânico montado.....	<b>103</b>
<b>Figura 4.4</b> – Viga engastada discretizada.....	<b>104</b>
<b>Figura 4.5</b> – Sistema Mecânico Completo com acelerômetro instalado no nó 4.....	<b>104</b>
<b>Figura 4.6</b> – Sistema real sem falha x Observador global (condições iniciais).....	<b>105</b>
<b>Figura 4.7</b> – Sistema real falho x Observador global (condições iniciais).....	<b>106</b>
<b>Figura 4.8</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>107</b>
<b>Figura 4.9</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>107</b>

<b>Figura 4.10</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>108</b>
<b>Figura 4.11</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>108</b>
<b>Figura 4.12</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>109</b>
<b>Figura 4.13</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>109</b>
<b>Figura 4.14</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>110</b>
<b>Figura 4.15</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).....	<b>110</b>
<b>Figura 4.16</b> – Sistema Mecânico montado para Excitação Harmônica.....	<b>113</b>
<b>Figura 4.17</b> – Sistema real sem falha x Observador global (excitação harmônica).....	<b>114</b>
<b>Figura 4.18</b> – Sistema real falho x Observador global (excitação harmônica).....	<b>115</b>
<b>Figura 4.19</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>115</b>
<b>Figura 4.20</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>116</b>
<b>Figura 4.21</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>116</b>

<b>Figura 4.22</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>117</b>
<b>Figura 4.23</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>117</b>
<b>Figura 4.24</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>118</b>
<b>Figura 4.25</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>118</b>
<b>Figura 4.26</b> – Sistema real falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).....	<b>119</b>
<b>Tabela 3.1</b> - Diferença dos Valores RMS de $x_3(t)$ - Falhas em $k_1$ , $k_2$ e $k_B$ - Regime Permanente .....	<b>61</b>
<b>Tabela 3.2</b> – Diferença dos Valores RMS de $x_3(t)$ - Falhas em $k_C$ , $C_1$ e $C_2$ - Regime Permanente .....	<b>61</b>
<b>Tabela 3.3</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.05h$ até $a=0.20h$ .....	<b>72</b>
<b>Tabela 3.4</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.25h$ até $a=0.40h$ .....	<b>72</b>
<b>Tabela 3.5</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.05h$ até $a=0.20h$ .....	<b>80</b>
<b>Tabela 3.6</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.25h$ até $a=0.40h$ .....	<b>81</b>
<b>Tabela 3.7</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.05h$ até $a=0.20h$ .....	<b>89</b>
<b>Tabela 3.8</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.25h$ até $a=0.40h$ .....	<b>89</b>
<b>Tabela 3.9</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.05h$ até $a=0.20h$ .....	<b>97</b>

<b>Tabela 3.10</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.25h$ até $a=0.40h$ ....	<b>97</b>
<b>Tabela 4.1</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.10h$ até $a=0.40h$ .....	<b>112</b>
<b>Tabela 4.2</b> – Diferença RMS dos valores de $x_{17}(t)$ – Falhas de $a=0.10h$ até $a=0.40h$ .....	<b>120</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

- [A]            *Matriz dinâmica do sistema*
- [B]            *Matriz de entradas*
- [M]            *Matriz de massa*
- [M]<sub>e</sub>           *Matriz de massa do elemento*
- [K<sub>u</sub> - ??K]   *Matriz de rigidez no modelo de trincas*
- [K<sub>u</sub>]           *Matriz de rigidez do elemento sem trinca*
- [K<sub>c</sub>]           *Matriz de rigidez do elemento trincado*
- [C]            *Matriz de amortecimento*
- [I]            *Matriz identidade*
- [D]            *Matriz de transmissão direta*
- [O]            *Matriz observabilidade*

$[W_0]$	<i>Matriz Graminiano de observabilidade</i>
$[C_{me}]$	<i>Matriz de medidas</i>
$[L]$	<i>Matriz do observador</i>
$[?]$	<i>Matriz de transição de estado do sistema</i>
$n$	<i>Ordem do sistema</i>
$a$	<i>Coefficiente de avaliação da matriz de rigidez para condição de trinca aberta.</i>
$K_I$	<i>Fator de intensidade de deformação devido à flexão</i>
$K_{II}$	<i>Fator de intensidade de deformação devido à cortante</i>
$K_{III}$	<i>Fator de intensidade de deformação devido à torção</i>
$\{x(t)\}$	<i>Vetor de estado do sistema</i>
$\{y(t)\}$	<i>Vetor de saída</i>
$\{u(t)\}$	<i>Vetor de entrada</i>

$\{\hat{x}(t)\}$       *Vetor de estado do observador de estado*

$\{\hat{y}(t)\}$       *Vetor de saída do observador*

$\{f(t)\}$       *Vetor força de excitação*

$(?RMS)$       *Diferença dos valores RMS*

$?$       *Frequência de excitação (rad/s)*

**Araujo, M.A.C.**, *“Utilização de Modelos de Falhas na Metodologia dos Observadores de Estado para Detecção de Trincas em Sistemas Contínuos.”*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (FEIS/UNESP/DEM), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil.

## **RESUMO**

Hoje em dia um dos fatores de interesse das indústrias no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas é a preocupação com a segurança de seus sistemas, tendo-se a necessidade de supervisão e monitoramento de modo que a falha seja detectada e corrigida o mais rápido possível.

Verifica-se na prática que determinados parâmetros dos sistemas podem variar durante o processo, devido a características específicas ou o desgaste natural de seus componentes. Sabe-se também que, mesmo nos sistemas bem projetados, a ocorrência de trincas em alguns componentes pode provocar perdas econômicas ou conduzir a situações perigosas. Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos do sistema, desde que o mesmo seja observável, tornando possível, desta forma, estimar as medidas nos pontos de difícil acesso. A técnica dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a estimativa da saída com a saída medida, a diferença entre os dois sinais presentes resulta em um resíduo que é utilizado para análise.

Neste trabalho foi montado um banco de observadores associado a um modelo de trinca de modo a acompanhar o progresso da mesma. Os resultados obtidos através de simulações computacionais em uma viga engastada discretizada pela técnica dos elementos finitos e as análises experimentais realizadas foram bastante satisfatórios, validando a metodologia desenvolvida.

---

**PALAVRAS-CHAVE:** Observadores de estado, modelo de falha, detecção e localização de falhas, trincas, sistemas contínuos.

**Araujo, M.A.C.**, *“Using Fault Models in State Observers Methodology for Crack Detection in Continuous Systems”*, Master Dissertation, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira –Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (FEIS/UNESP/DEM), Ilha Solteira, São Paulo, Brazil.

## **ABSTRACT**

Nowadays a main factor of interest in industries in the development of new techniques for detection and localization of faults it is the concern with the security of its systems. The need for supervising and monitoring is to detect and correct the fault as fastest as possible.

It is verified, practically, that some determined parameters of the systems can vary during the process, due the specific characteristics or the natural wearing of its components. It is known that even in well-designed systems the occurrence of cracks in some components can provoke economic losses or lead to dangerous situations. The state observers methodology can reconstruct the unmeasured states of the system, since that it is observable, becoming possible in this way to esteem the measures for points of difficult access. The technique of state observers consists of developing a model for the system under analysis and to compare the estimate of exit with the measured exit, the difference between these two signals results in a residue that is used for analysis.

In this work was assembled a bank of observers associated to a model of crack in order to follow its progress. The results gotten through computational simulations in a cantilever beam discretized by using the technique of finite elements and carried through experimental analysis had been sufficiently satisfactory, validating the developed methodology.

---

**KEYWORDS:** State observers, fault model, faults detection and location, crack, continuous systems.

# CAPÍTULO 1

?

?

?

## 1 INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA

### 1.1 INTRODUÇÃO

O crescente avanço tecnológico verificado nas últimas décadas exige das máquinas e estruturas mecânicas, cada vez mais, maiores capacidades de trabalho e velocidade de operação. Além disso, atualmente, uma das maiores preocupações da indústria é a de manter seus equipamentos em funcionamento sem que ocorram paradas repentinas.

Devido a essa preocupação constante, observa-se nos últimos tempos o desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos.

Com a finalidade de garantir o funcionamento dos sistemas mecânicos com segurança, os mesmos devem ser supervisionados e monitorados para que as falhas sejam identificadas. Assim, pode-se acompanhar o progresso das mesmas e programar uma manutenção corretiva programada, executando-a no momento mais apropriado. Dessa forma, evita-se distúrbios inerentes à operação destes sistemas, o que poderia levá-los a uma deterioração de seu desempenho.

Um observador de estado estima as variáveis de estado com base nas medições das variáveis de saída e de controle. Esta técnica consiste em um método capaz de reconstruir os estados em que sua medição torna-se difícil ou até mesmo impossível.

Deste modo, pode-se detectar falhas nestes pontos sem o conhecimento de suas medidas. Pode-se também monitorá-las através das reconstruções de seus estados.

Esta técnica consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada pelo observador com a saída do sistema.

## 1.2 REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA

O foco principal da revisão bibliográfica foi à metodologia de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos. Levou-se em consideração as teorias que envolvem o uso dos observadores de estado e a modelagem de trincas em estruturas mecânicas.

A revisão é apresentada em ordem cronológica, relatando-se os trabalhos mais significativos.

**Luenberger (1964).** Segundo Marano (2002) Luenberger afirma que a maior parte da teoria de projeto de controle moderno está baseada na suposição de que o vetor de estado do sistema a ser controlado está disponível por medição direta. Mas em muitas situações práticas, somente poucas quantidades de saída estão disponíveis. O autor demonstra como as entradas e saídas disponíveis de um sistema podem ser usadas para construir uma estimativa do vetor de

estado do sistema, no qual o dispositivo responsável por essa reconstrução do vetor de estado é chamado de *observador de Luenberger*, ou somente, *observador*. Este trabalho deu início a teoria dos observadores de estado.

**Luenberger (1966).** Demonstrou que se um sistema é linear, seu vetor de estado pode ser aproximadamente reconstruído através do projeto de um observador.

O vetor de estado de ordem “n” e com “m” saídas independentes pode ser reconstruído com um observador de ordem “n-m”, reconstruindo o restante dos estados a partir de equações diferenciais.

Mostrou também que o projeto de um observador para um sistema com “m” saídas pode ser reduzido a um projeto de “m” observadores como se fossem subsistemas com saídas simples, reduzindo sua complexidade.

**Luenberger (1971).** Segundo Marano (2002) Luenberger discutiu os elementos básicos do projeto de observador e apresentou de forma introdutória uma metodologia desenvolvida para a reconstrução de estados através de observadores. Este trabalho traz ainda tópicos a respeito: do observador identidade, observador de ordem reduzida e das propriedades de estabilidade.

**Clark (1978).** Segundo Marano (2002) Luenberger introduziu o esquema de observadores dedicados para a detecção de falhas em instrumentos por redundância funcional aplicando-o na simulação de um sistema de controle de eixos laterais de um barco hidrofólio.

O termo redundância funcional, redundância interna e redundância analítica são usados para descrever os métodos de detecção de avaria de instrumento que usam técnicas de processamento de dados *on-line* para gerar sinais redundantes a partir de um único conjunto de instrumentos.

Estes esquemas são pretendidos a ser superior aos métodos redundantes convencionais (*hardware*), que requerem múltiplos conjuntos de instrumentos para gerar sinais redundantes.

**Watanabe e Himmelblau (1982).** Segundo Marano (2002) os autores apresentaram um método para detectar falha de instrumentos em processos não lineares variando no tempo, incluindo incertezas tais como erro de modelagem, ambigüidade de parâmetros e ruídos na entrada e saída.

O principal objetivo do trabalho foi o desenvolvimento de filtros de estimação de estado com sensibilidade mínima para as incertezas e sensibilidade máxima para falhas do instrumento, como aquelas correspondentes a deteriorações leves ou alterações graduais, ao invés de falhas catastróficas ou abruptas.

Os autores utilizaram o conceito de *observador robusto*, apresentado inicialmente por Clark (1978), ao projetar filtros estimadores de estado para a detecção de falhas de instrumentos, tal que sejam robustos às incertezas do sistema. A estratégia usada para o projeto destes filtros foi baseada na separação dos efeitos ocasionados por falhas de instrumentos e dos efeitos de incertezas do sistema.

O filtro projetado é um filtro linear e invariante no tempo, mas que pode, de acordo com o autor, ser aplicado em sistemas não-lineares e variáveis no tempo. Com a finalidade de ilustrar e comprovar a estratégia de projeto do filtro estimador de estado aplicou-se o método em um reator químico com troca de calor, na qual as condições de operação e as falhas de instrumentos foram simuladas e os resultados apresentados se mostraram satisfatórios para a detecção de falhas de instrumentos.

Apesar de a atenção ter sido voltada para o problema de detecção de falhas de instrumentos e não para o problema de detecção de falhas do sistema de um modo geral, os autores afirmam que o filtro discutido neste trabalho está inerentemente relacionado com a estrutura do sistema e, portanto, pode ser aplicado efetivamente na detecção de falhas de sistemas.

**Yuen, M. M. F. (1985).** Considerou uma viga engastada danificada onde as dimensões da área danificada não são conhecidas. O modelamento da mudança de rigidez do elemento foi aproximado por uma redução no módulo de elasticidade da seção. Deste modo o grau dos danos pode ser relacionado à extensão da redução.

O estudo foi conduzido com uma redução de 50 por cento no módulo de elasticidade imposto por sua vez a todos os 15 elementos. Isto simularia os casos dos danos situados em cada uma das seções. Para cada uma das atribuições de posição dos danos, foram calculados os autovalores e autovetores dos 5 primeiros modos. Um estudo mais aprofundado foi conduzido para o caso em que os são prescritos no elemento 5. A intensidade dos danos foi estimada variando o módulo de elasticidade de 0,1 a 0,9 com acréscimo de 0,1 para cada etapa. Isto representa o caso de uma variação do grau do dano em uma posição particular.

**Wang, Kuo e Hsu (1987).** Segundo Marano (2002) os autores apresentam uma técnica de projeto para a síntese de observadores robustos para sistemas dinâmicos lineares com parâmetros incertos. Uma aproximação foi desenvolvida para formular o problema do projeto de um observador ótimo, onde as condições necessárias e suficientes para este projeto ótimo foram apresentadas a fim de estabelecer a estabilidade do observador, sendo que o critério ótimo introduzido neste trabalho é a minimização do tamanho do erro de estimação.

Um algoritmo de busca através do gradiente foi proposto a fim de se encontrar uma solução ótima para o caso, quando um parâmetro livre é incluído no procedimento de otimização. Apesar dos resultados mostrados serem para um caso particular, os autores presumem que o observador ótimo irá também se comportar melhor do que o observador não-ótimo quando os parâmetros do sistema observado estiverem sujeitos a pequenas variações.

**Ge e Fang (1987).** Segundo Marano (2002) Ge e Fang propuseram uma nova idéia de isolamento de defeito via observação robusta, por meio do qual uma lei de diagnose de defeito é encontrada de forma a monitorar os componentes de um sistema e um sistema de diagnose é projetado por um procedimento sistemático.

O problema considerado neste trabalho é o seguinte: dado o modelo matemático de um sistema (identificado ou teoricamente deduzido) consistindo de  $n$  componentes, os quais podem ser acoplados por estados não disponíveis, projeta-se um sistema de diagnose para monitorar o funcionamento desses componentes e detectar componentes defeituosos, enquanto nenhum conhecimento anterior em possíveis defeitos está disponível. Sendo assim, os autores encontraram uma estrutura geral de observadores de detecção a partir de uma estrutura do

observador de Luenberger, e em seguida propuseram a idéia de isolamento de defeitos via observação robusta, seguida por lógica de diagnose de falhas de defeito.

Os resultados das aplicações desta técnica em uma planta piloto mostraram que o uso da aproximação robusta para componentes defeituosos, os quais estão acoplados por estados não disponíveis, podem ser detectadas efetivamente.

**Ge, W. e Fang, C.-Z., (1988).** Os autores descreveram uma nova concepção para a detecção de componentes sujeitos a falhas via Observação Robusta. Dado um modelo matemático consistindo de “n” componentes no qual podem ser acoplados pelos estados não estimados, determinam o projeto de sistemas para monitorar a operação destes “n” componentes e detecção de falhas. Para um sistema observável, alguns componentes de primeira ordem ou ordem superior podem ser monitorados para diagnose sem informação sobre possíveis modos de falhas. Devido à robustez dos observadores, os autores analisam alguns fatores como erros de linearização, erros de medida, presença de ruídos, erros numéricos, etc.

**Qian (1990).** Estabeleceu a matriz de rigidez do elemento e a equação de movimento de uma viga trincada. De acordo com o princípio de Saint Venant o campo de tensão é afetado somente numa região adjacente à trinca. A matriz de rigidez dos elementos, exceto o elemento trincado, permanece inalterada obedecendo a certa limitação do tamanho do elemento. O cálculo da energia da tensão adicional de uma trinca é obtido da teoria da mecânica da fratura e o coeficiente de flexibilidade expressado por um fator de intensidade da tensão derivado por meio do teorema de Castigliano, no campo linear-elástico.

**Frank e Seliger (1991).** Segundo Marano (2002) os autores apresentaram duas aproximações para detecção e isolamento de falhas em processos mecânicos:

- a) Aproximação por redundância física (ou *Hardware*) que fornece informação sobre o tempo de ocorrência, na qual a localização de falhas de instrumentos é dada por meio de sensores redundantes;
- b) Aproximação por redundância analítica (ou *Software*) usada para descrever métodos de detecção de avaria de instrumento usando técnicas de processamento de dados *on-line* para gerar sinais redundantes a partir de um único conjunto de instrumentos. Aqui, as capacidades da tecnologia moderna de computação não são somente utilizadas para controlar um processo, mas também para diagnose de falhas.

Porém, o trabalho dá maior ênfase na aproximação por redundância analítica para a detecção e isolamento de falhas em processos automáticos, onde os autores descrevem brevemente várias técnicas utilizadas e realizam algumas simulações, mostrando que os desenvolvimentos destas técnicas atingiram um estágio na qual aplicações práticas devem ser realizadas a fim de que sejam aceitas na indústria.

**Choy et al. (1995).** Apresenta uma metodologia baseada na teoria de vibração que pode ser usada para detecção de falhas em sistemas modelados por elementos finitos utilizando elementos de viga suportados por uma fundação elástica. A identificação e localização de uma falha na viga são feitas através de uma alteração do módulo de Young do elemento de viga em particular. Assumindo que para o sistema original o módulo de Young seja conhecido, calcula-se

numericamente através de um modelo matemático as frequências naturais do sistema, isto pode ser validado experimentalmente.

Quando uma falha ocorre em certo elemento de viga, implica em uma alteração das frequências naturais do sistema, considerando que haja apenas um elemento com falha, o procedimento inicia-se supondo que a falha esteja no primeiro elemento. O módulo de Young correspondente do elemento é ajustado até que a primeira frequência natural do sistema coincida com o medido. O processo é repetido para cada elemento.

Em seguida repete-se o processo igualando a segunda e posteriormente à terceira frequência natural do sistema com as medidas. O local e a magnitude da falha podem ser identificados através da intersecção das curvas de rigidez (EI) versus elemento com falha.

**Chen, J. e Patton, R. J., (1996).** Estuda um filtro otimizado e robusto para problemas de diagnose de falhas em sistemas randômicos com distúrbios desconhecidos. É apresentado um tipo de observador, o qual pode produzir variância mínima em sistemas com ruídos e distúrbios desconhecidos. Um teste estatístico é aplicado para examinar o resíduo na diagnose de falhas.

**Wang, H. e Daley, S., (1996).** Apresenta uma aproximação moderna para detecção de falhas em atuadores, em sistemas dinâmicos determinísticos conhecidos, usando uma técnica ajustada de observadores. São considerados sistemas com incertezas nos modelos e sistemas com perturbações aleatórias. Um algoritmo de diagnose ajustado é desenvolvido para a detecção das falhas.

**Yu, D. e Shields, D. N., (1996).** É proposto um observador para detecção de falhas em sistemas bidimensionais com entradas desconhecidas. O vetor residual no projeto do observador está relacionado com as entradas desconhecidas e sob certas condições, torna-se sensível a todas as falhas. Uma aplicação a um sistema de direção hidráulica é mostrada.

**Hou, M. e Patton, R. J., (1998).** O trabalho discute os problemas de observabilidade e reconstrução das entradas do sistema, sendo este linear e invariante no tempo. Uma aproximação simples para o projeto de reconstrução das entradas é apresentada.

**Melo, G. P. de, (1998).** Desenvolve uma metodologia para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos utilizando observadores de estado de ordem reduzida. Mostra como se pode realizar a reconstrução de estados não medidos. Através de observadores de estado robustos proporciona a localização de falhas, com um banco de vários observadores de estado robustos para cada parâmetro do sistema, prova que é possível quantificar a falha no sistema. Apresenta simulações computacionais e experiências laboratoriais para a validação das teorias apresentadas.

**Shen, L.-C. e Hsu, P.-L., (1998).** O projeto de diagnose robusta tem-se destacado em aplicações reais. Além disso, o não conhecimento das entradas na detecção de falhas por observadores robustos (UIFDO) é de grande interesse. Apresentam uma experiência real realizada em um motor automotivo.

**Gounaris et al. (2001).** O critério de falha seguro é aplicado em estruturas “*ship-like*” flutuantes movidas por ondas frontais. O modelo proposto utiliza as estruturas “*thick-walled*” de vigas de Timoshenko excitadas por ondas. A resposta à excitação da onda é avaliada

numericamente, incluindo o amortecimento hidrodinâmico e estrutural. Os termos de massa e amortecimento adicional aparecem em ambos os lados das equações globais que descrevem as vibrações excitadas por ondas.

Um método direto acoplado foi adotado para a avaliação dos termos correspondentes. A tensão nominal perto da trinca, necessita como entrada à equação de Paris para a avaliação dos ciclos requeridos à falha, é calculada assumindo que os valores do fator da intensidade de tensão são conhecidos. O diagrama resultante da falha segura indicam o efeito de vários parâmetros do problema.

**Saavedra, P. N., Cuitiño, L. A., (2001).** Apresentaram um procedimento dinâmico teórico e experimental de diferentes sistemas de vigas contendo trincas transversais. A flexibilidade adicional gerada pela trinca na vizinhança é avaliada usando a função densidade da energia de deformação extraída da teoria da mecânica da fratura linear. Baseado nesta flexibilidade, uma nova matriz de rigidez do elemento finito trincado é deduzida, que pode ser usada subsequentemente na análise do modelo de elementos finitos do sistema com trinca.

**Cacciola, P., Muscolino, G. (2002).** Utilizaram uma viga engastada discretizada por elementos finitos para um modelo de fechamento de trinca, com trinca totalmente aberta ou totalmente fechada, a fim de descrever o elemento danificado.

Uma vez definido o modelo matemático da viga, a resposta dinâmica é avaliada aplicando um procedimento numérico baseado na filosofia de sistemas estruturais com modificação dinâmica. No caso estocástico o método da perturbação melhorado é modificado a fim de resolver eficientemente as equações diferenciais estocásticas não lineares.

**Chiesa et al. (2002).** Desenvolveram superfícies de campo unívocas que contenham uma informação mais exata sobre o comportamento geral de espécimes de trincas de bordas simples (SEC – *Simple edge cracking*) rasas como também profundas. Estas superfícies de campo são comparadas com a forma aproximada quadrática de Rice e com as superfícies de rendimento derivadas linha de campo de deslizamento.

Uma das funções de campo propostas é, além disso, implementada na linha de mola inelástica, a fim melhorar a exatidão da solução finita do elemento da linha de mola para trincas rasas. A implementação do esquema inverso da integração de Euler na integração inelástica por pontos do elemento da linha de mola é apresentada, e o desempenho do algoritmo é avaliado por meio dos mapas de iso-erro.

**Marano (2002).** Utilizando observadores de estado como ferramenta, Marano desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas discretos com variações de parâmetros.

**Muscolino G. et al. (2003).** Utilizaram a análise vibracional de uma viga trincada por meio da análise estocástica para detectar a presença e a posição dos danos estruturais. Um modelo de trinca obtida por elementos finitos foi usado para aplicar o método de Monte Carlo a fim de avaliar no domínio do tempo a elevada ordem estatística das não-linearidades.

**Lemos (2004).** Apresentou a metodologia dos observadores de estado para a detecção e localização de falhas em sistemas de rotativos considerando-se as fundações dos mesmos. Segundo Lemos a metodologia dos observadores de estado pode reconstruir os estados não medidos ou estimar valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Desta forma,

falhas nestes pontos podem ser detectadas sem que haja a necessidade da realização de medidas diretas.

### **1.3 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO**

Segundo Marano (2002) desde que a teoria do observador de estado foi introduzida por Luenberger (1964), observa-se a partir da revisão levantada neste trabalho que muitas metodologias foram propostas para o monitoramento de máquinas utilizando a técnica dos observadores de estado (Ge e Fang, 1987). Porém, a maioria das metodologias utilizando observadores de estado é destinada a resolver problemas de controle e detecção de possíveis falhas em sensores e instrumentos (Clark, 1978; Watanabe e Himmelblau, 1982). Além disso, muitos trabalhos são teóricos, sem nenhuma comprovação experimental das metodologias desenvolvidas (Frank e Seliger, 1991).

Devido à grande necessidade das indústrias em manter seus equipamentos em funcionamento sem paradas abruptas, nota-se, ultimamente, uma evolução no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos.

Para garantir este funcionamento com segurança, os sistemas mecânicos devem ser supervisionados, caso contrário, alguns distúrbios de operação podem levar a uma deterioração do desempenho do sistema ou até mesmo a situações perigosas.

Embora as ferramentas para análise teórica dos sistemas dinâmicos atuais sejam sofisticadas, existe uma grande dificuldade na predição do comportamento dinâmico de certos componentes estruturais e na diagnose de falhas, seja pela inexatidão do modelo teórico ou mesmo pela dificuldade de medição de algumas variáveis de estado.

A técnica de detecção de falhas utilizando observadores de estado pode reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Neste caso, pode-se detectar falhas nestes pontos sem o conhecimento de suas medidas, podendo monitorá-los através da reconstrução de seus estados. Esta técnica consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada com a saída medida.

A idéia é utilizar o modelo de uma trinca para construir um banco de observadores capaz de supervisionar o processo na qual cada observador é dedicado a um determinado percentual de profundidade da trinca. Na prática, a viga trincada quando submetida a esforço alternado ou a uma condição inicial, provoca aberturas e fechamentos alternados. Porém, quando a trinca permanece fechada, a rigidez não sofre alteração. Neste trabalho considerou-se, para diagnose de falha, apenas o caso em que a trinca está em processo de abertura.

## CAPÍTULO 2

?

?

### 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para se estudar os observadores de estado é necessário um conhecimento prévio da teoria dos sistemas de controle. Neste primeiro momento será feito um breve levantamento histórico desta teoria, enfatizando os principais conceitos envolvidos.

Segundo Ogata (1998), o primeiro trabalho significativo em controle automático foi o de James Watt. Ele construiu, no séc. XVIII, um controlador centrífugo para o controle de velocidade de uma máquina a vapor. Outros trabalhos importantes nos primeiros estágios de desenvolvimento da teoria do controle se devem a Minorsky, Hazen e Nyquist, dentre outros.

Segundo Ogata (1998) em 1922, Minorsky trabalhou em controladores automáticos para pilotar navios e mostrou como poderia determinar sua estabilidade a partir da representação do sistema através de equações diferenciais.

Durante a década de 1940, os métodos de respostas em frequência tornaram possível aos engenheiros projetar sistema de controles utilizando malhas fechadas, satisfazendo requisitos de desempenho.

Do final desta mesma década até o início dos anos 50, desenvolveu-se completamente o método do posicionamento das raízes graças a Evans, fortalecendo a análise de controladores quanto aos possíveis ganhos e estabilidade dos mesmos.

A teoria de controle desenvolvida até o final dos anos 50 era classificada como teoria de controle convencional ou clássica. Tratava-se somente de sistemas com única entrada e uma única saída. Esta teoria tornou-se insuficiente para lidar com sistemas de entradas e saídas múltiplas.

Portanto, a partir de 1960, com a disponibilidade dos computadores digitais, tornou-se possível a análise de sistemas complexos e de multivariáveis. Era o início do desenvolvimento da moderna teoria de controle baseada nas técnicas de análise e síntese através de variáveis de estado. Esta teoria foi desenvolvida com o objetivo de tratar com a complexidade crescente dos sistemas modernos e atender às rigorosas exigências quanto a peso, exatidão e custos de projetos relativos às aplicações militares, espaciais e industriais.

De acordo com Meirovitch (1990), o controle moderno é essencialmente uma aproximação no domínio do tempo, baseada na descrição de espaço de estados do comportamento dos sistemas dinâmicos.

A teoria de controle moderno difere das teorias convencionais. A primeira é aplicável a sistemas com entradas e saídas múltiplas, lineares ou não lineares, variantes ou invariantes no tempo. A última é aplicável apenas aos sistemas mono-variáveis (uma única entrada e uma única saída), lineares e invariantes no tempo.

## 2.1 SISTEMAS DE CONTROLE

O problema de controle de sistemas dinâmicos representa, atualmente, uma área bastante interessante e atrativa para pesquisa. Durante as duas últimas décadas, avanços importantes têm sido feitos nesta área.

O objetivo fundamental em um projeto de controle consiste em determinar uma lei para o sinal de entrada a um sistema dinâmico (planta) que permita que este se comporte da maneira desejada guardando certas propriedades tais como estabilidade, desempenho e robustez.

**Estabilidade** se refere à propriedade pela qual um sistema tem uma resposta limitada quando excitado. Em algumas ocasiões esta propriedade já é própria do sistema sem controle. Neste caso, a missão do controle é melhorar o desempenho.

Um bom **desempenho** para um sistema de controle significa que o sistema tem uma boa velocidade de resposta, baixo erro entre a resposta desejada e a resposta obtida e é também controlado facilmente (com baixo sinal de controle). Esses dois objetivos são os mais comumente procurados num projeto de controle e muitas vezes é esquecido um terceiro, mas que é fundamental: a robustez.

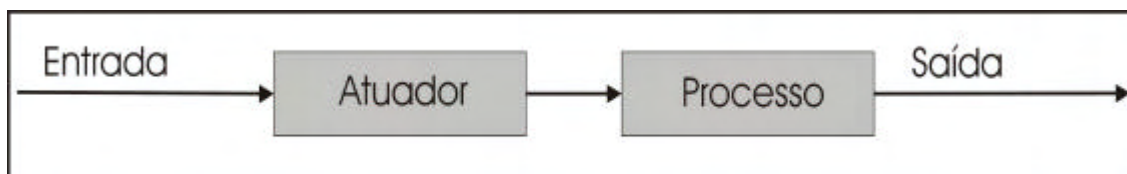
**Robustez** refere-se à capacidade de um sistema de manter suas propriedades (estabilidade e desempenho) frente a incertezas que podem ser dos seguintes tipos: erros no modelo, distúrbios (entradas desconhecidas) e ruídos no sensor.

Os sistemas em estudo neste trabalho são dinâmicos, isto é, evoluem com o tempo. Em terminologia de análise de sistemas, os sistemas são comumente referidos como plantas ou processos. A excitação é conhecida como sinal de entrada ou simplesmente entrada. A resposta é conhecida como sinal de saída ou simplesmente saída.

Em muitas aplicações é necessário assegurar que o sistema tenha um desempenho desejado. Neste caso, é preciso que se faça o projeto de um sistema de controle. Assim, em sistemas controlados o objetivo é conseguir uma resposta satisfatória através do uso de um controlador cuja saída, chamada de sinal de controle, atua como entrada para o sistema a controlar.

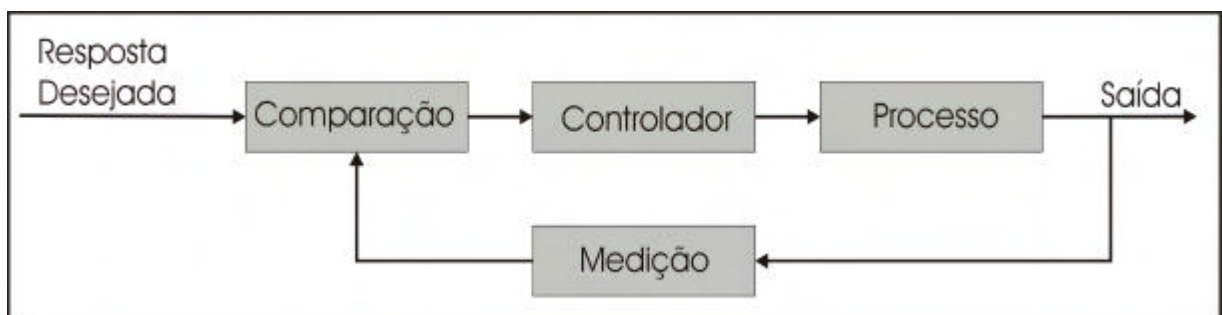
Se o modelo matemático do sistema é conhecido completamente, o projetista pode saber qual é a saída que uma entrada determinada provocará no sistema. Desta forma poderá achar a entrada, ou sinal de controle, que produzirá uma saída desejada.

Segundo este esquema a entrada do sistema não depende da resposta que ela provoca. Portanto, qualquer perturbação não esperada conduzirá a resultados inesperados. Este tipo de controle é chamado de controle em malha aberta (figura 2.1).



**Figura 2.1** – Sistema de controle com malha aberta.

Uma forma muito mais efetiva de controlar um sistema dinâmico é através do chamado controle por realimentação ou controle em malha fechada. Neste caso, o sinal de controle depende do erro entre a resposta real do sistema e a resposta desejada. Este erro serve como um fator de correção no sistema de controle. Na figura 2.2 tem-se um esquema básico para um sistema de controle por realimentação.



**Figura 2.2** – Sistema de controle com malha fechada e retroação.

## 2.2 CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE (Lemos, 2004)

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são muito importantes no estudo de controle e na estimação de sistemas dinâmicos. O conceito de controlabilidade está relacionado à existência de uma possível lei de controle. Isto porque nem sempre é possível encontrar uma lei em que o sistema em malha fechada seja estável com relação a uma desejada trajetória. De maneira similar, o conceito de observabilidade está relacionado à existência de um algoritmo possível para estimar as variáveis de estado a partir das variáveis disponíveis.

Um sistema é dito controlável no instante  $t_0$  se é possível por meio de uma entrada  $\{u(t)\}$  não restrita, transferir o sistema do estado inicial  $\{x(t_0)\}$  a qualquer outro estado  $\{x(t_f)\}$  num tempo finito  $t_f > t_0$ . Além disso, se o sistema é controlável para qualquer instante  $t_0$  e estado inicial  $\{x(t_0)\}$ , então o sistema é dito completamente controlável (Meirovitch, 1990).

Um vetor de excitação de controle é dito não restrito quando não há limitações quanto a sua amplitude. Assim, pode-se concluir que  $\{u(t)\}$  é capaz de influenciar cada uma das variáveis de estado na equação (2.1), onde  $\Phi(t, t_0)$  é a matriz de transição de estado do sistema e  $T$  é o período.

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)B u(\tau) d\tau \tag{2.1}$$

Isto requer que:

$$\text{posto } M = \text{posto de } \begin{bmatrix} B \\ AB \\ \dots \\ A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \tag{2.2}$$

Da equação (2.2) tem-se que  $[A]$  é a matriz dinâmica do sistema,  $[B]$  é a matriz de entradas do sistema e  $n$  é a ordem do sistema.

Um sistema é dito observável no instante  $t_0$  se e somente se é possível determinar o estado inicial  $\{x(t_0)\}$  a partir da resposta  $\{y(t)\}$  do sistema durante um intervalo de tempo  $t_0 < t < t_f$  (Meirovitch, 1990).

Isto implica que todas as variáveis de  $\{x(t)\}$  influenciam a resposta  $\{y(t)\}$ , equação (2.3) onde  $[C_{me}]$  é a matriz de medidas e o estado inicial  $\{x(t_0)\}$  é o resultado das excitações de controle aplicadas antes de  $t_0$ .

$$y(t) = C_{me} x(t) + C_{me} \int_{t_0}^t \dot{x}(\tau) d\tau + C_{me} x(t_0) + \int_{t_0}^t B u(\tau) d\tau \quad (2.3)$$

Existem diferentes critérios para determinar se um sistema é controlável e observável, tais como, os testes do posto de Popov, Belevitch e Hautus (Testes PBH) que avaliam a controlabilidade e observabilidade modal do sistema (Valer, 1999).

Um sistema é completamente observável se pelo menos uma das seguintes condições são satisfeitas:

### 1. Matriz de observabilidade

Um sistema linear com  $r$  saídas é completamente observável se e somente se a matriz observabilidade, equação (2.4), tem rank  $n$ .

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## 2. A Matriz Graminiano de observabilidade $W_0$

Para sistemas com dimensões pequenas, o teste citado anteriormente funciona adequadamente. Para sistemas com ordens mais elevadas, o primeiro teste não funciona. Assim, recorre-se à formulação em termos de graminianos de observabilidade, (Gawronski, 1998), equação (2.5), sendo definido positiva para todo  $t > 0$ .

$$W_0 = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt \tag{2.5}$$

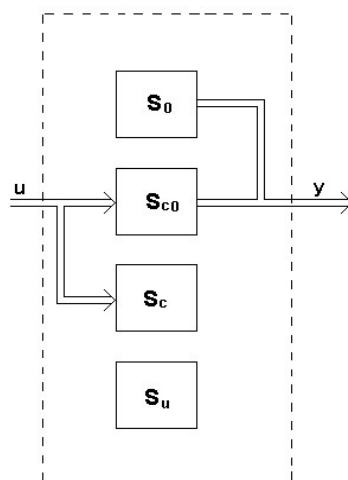
Os conceitos de observabilidade e controlabilidade podem ser mostrados pela figura 2.3, onde:

$S_{co}$  = Subsistema completamente controlável e observável;

$S_o$  = Subsistema completamente observável e não controlável;

$S_c$  = Subsistema completamente controlável e não-observável;

$S_u$  = Subsistema não-controlável e não-observável.



**Figura 2.3** – Divisões possíveis de um sistema

### 2.3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADO (Lemos, 2004)

O estado de um sistema, utilizado nos projetos de um sistema de controle no domínio do tempo, é um conjunto de variáveis tais que o conhecimento dos valores destas variáveis e das funções de entrada, com as equações que descrevem a dinâmica, fornece os estados futuros e a saída futura do sistema (Dorf and Bishop, 1980).

O estado de um sistema num instante  $t$  é descrito em termos de um conjunto de valores das variáveis de estado  $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$  de um sistema.

O estado de um sistema é descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem escrita em função das variáveis de estado, equação (2.6), onde  $\dot{x}(t)$  é dado por (2.7)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \dots + a_{1n}x_n(t) + b_{11}u_1(t) + \dots + b_{1m}u_m(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \dots + a_{2n}x_n(t) + b_{21}u_1(t) + \dots + b_{2m}u_m(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \dots + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}u_1(t) + \dots + b_{nm}u_m(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} \quad (2.7)$$

Este sistema de equações diferenciais pode ser apresentado na forma matricial de acordo com a equação (2.8), onde o vetor de estado  $\{x(t)\}$  é dado por (2.9) e  $\{u(t)\}$  é o vetor dos sinais de entrada.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Na qual

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \mathbf{x}(t) \quad (2.9)$$

Desta forma, a equação de estado pode ser representada de acordo com a equação (2.10), onde [A] é uma matriz quadrada  $n \times n$  chamada de matriz de estado ou matriz dinâmica e [B] é uma matriz  $n \times m$ , chamada de matriz de entradas.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \quad (2.10)$$

As saídas de um sistema linear podem ser relacionadas com as variáveis de estado e com os sinais de entrada pela equação de saída equação (2.11), onde {y(t)} é o conjunto dos sinais de saída, [C] é a matriz de saída e [D] é a matriz de transmissão direta.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (2.11)$$

Neste estudo será considerado [D] = 0 devido às características do sistema.

## 2.4 METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO

Do ponto de vista do projeto sistematizado, os métodos modernos para o projeto de controle de sistemas dinâmicos desenvolvidos no domínio do tempo (espaço de estados) reúnem características que os fazem superiores aos métodos no domínio da frequência. Exemplificando o projeto de sistemas de controle com multivariável (MIMO) pode ser realizado com a mesma facilidade que para sistemas com entrada e saída simples (SISO). Além disso, usando-se um critério de otimização (LQR) pode-se garantir a estabilidade, robustez e bom desempenho do sistema de controle.

Contudo, uma característica comum destes métodos é a suposição de que o vetor de estado completo é disponível para propósitos de realimentação. Isto é factível apenas quando a dinâmica do sistema a controlar é descrita por um pequeno número de equações diferenciais. Neste caso, todas as variáveis de estado devem ser medidas em tempo real e implementadas na lei de controle.

Porém, quando o número de variáveis de estado é grande a quantidade de sensores também é grande, inviabilizando a sua implementação.

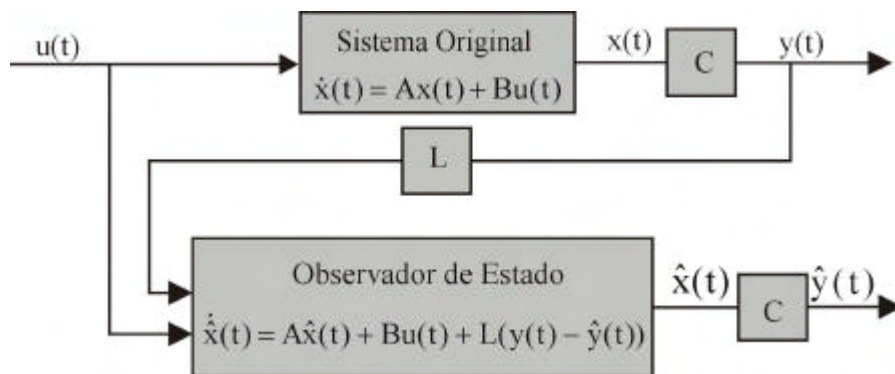
Na prática, muitas vezes é disponível apenas um pequeno número de variáveis. Neste sentido, o *observador* provê uma interessante e prática solução a este problema de obter-se o vetor de estado completo a partir das componentes disponíveis.

A finalidade do observador é a construção de um vetor de estado a partir das variáveis disponíveis do sistema o qual se aproxima assintoticamente do inacessível vetor de estado real.

Assim, o algoritmo de controle é dividido em duas partes. A primeira baseia-se na suposição de que todas as variáveis de estado podem ser medidas. A outra é o projeto do observador de estado. A propriedade de poder separar o projeto de controle por realimentação em duas partes é conhecida como Princípio da Separação. Este princípio tem rigorosa validade para sistemas lineares e para uma classe limitada de sistemas não lineares.

### 2.4.1 Conceito de Observador de Estado (Lemos, 2004)

Um observador de estado para um sistema dinâmico original com estado  $\{x(t)\}$ , saída  $\{y(t)\}$  e entrada  $\{u(t)\}$  é um sistema dinâmico auxiliar. Ou seja, uma cópia do sistema original que possui a mesma entrada deste sistema e que tem a capacidade de estimar os estados desconhecidos do sistema a partir de estados conhecidos. Na figura (2.4) tem-se esta definição, onde  $[L]$  é a matriz do Observador de Estado.



**Figura 2.4** – Definição de Observador de Estado

A construção deste observador só é possível se o sistema original é observável ou pelo menos detectável. Diferente do sistema  $\bar{x}(t)$ , que é em geral algo físico, o sistema  $\hat{x}(t)$  é abstrato e é implementado por um programa de computador.

### 2.4.2 Observador Trivial (Lemos, 2004)

Uma solução trivial para o problema de estimação de estado de um sistema é construir uma cópia do sistema original. Por exemplo, se o sistema original é dado por (2.12), o observador deveria ser dado por (2.13).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.12)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) \quad (2.13)$$

Se  $x(0) = \hat{x}(0)$ , o modelo seguirá exatamente o sistema original. O problema com esta técnica é que o erro não reduz rapidamente, equação (2.14).

$$\dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t) = A(\hat{x}(t) - x(t)) \quad (2.14)$$

Através da equação (2.14), verifica-se que o erro somente tende a zero se o sistema original é assintoticamente estável e na velocidade determinada pelos autovalores do sistema original, limitando seriamente a metodologia empregada (Melo, 1998).

### 2.4.3 Observadores do tipo Identidade (Lemos, 2004)

Para descrição do observador identidade, considera-se o sistema linear e invariante no tempo apresentado pela equação (2.12).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A \hat{x}(t) + B u(t) \\ e \\ \hat{y}(t) &= C_{me} \hat{x}(t) \end{aligned} \tag{2.15}$$

Na equação (2.15),  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$  e  $C_{me} \in \mathbb{R}^{k \times n}$ , sendo  $n$  a ordem do sistema,  $p$  o número de entradas  $u(t)$  e  $k$  o número de saídas de  $y(t)$ .

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B u(t) + L (y(t) - \hat{y}(t)) \tag{2.16}$$

$$\hat{y}(t) = C_{me} \hat{x}(t) \tag{2.17}$$

Para um sistema assumido como totalmente observável, seu observador é dado pelas equações (2.16) e (2.17), onde  $[L]$  é a matriz do observador de estado.

O erro de estimação de estado é dado pela equação (2.18) e o erro de estimação na saída (resíduo) é dado pela equação (2.19).

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) \tag{2.18}$$

$$r(t) = \hat{y}(t) - y(t) \tag{2.19}$$

Substituindo as equações (2.12), (2.15), (2.16), e (2.17) em (2.18) e (2.19) tem-se as equações (2.20) e (2.21), onde  $\dot{e}(t) = d^2e(t)/dt$  representa a evolução do erro do observador.

$$\dot{e}(t) = A e(t) - L C_{me} e(t) \tag{2.20}$$

$$\dot{e}(t) = -L C_m e(t) \quad (2.21)$$

Os autovalores da matriz do observador  $-L C_m$  são usualmente escolhidos à esquerda dos autovalores da matriz dinâmica  $A$ . Isto garante a estabilidade do sistema e sua rápida convergência.

#### 2.4.4 Observadores de Estado de Ordem Reduzida (Lemos, 2004)

O observador do tipo identidade, descrito anteriormente, tem a mesma ordem da planta  $n$  com a finalidade de reconstruir todas as variáveis de estado do sistema.

No entanto, esta ordem pode ser reduzida já que as variáveis de saída provêm  $m$  relações lineares independentes entre as variáveis de estado. Daqui é preciso apenas observar  $(n-m)$  variáveis e determinar as restantes destas relações lineares.

Esta redução de ordem não é muito significativa, quando é observada apenas uma variável. Para sistemas com mais de uma variável de saída, uma redução mais substancial pode ser obtida.

É importante notar que se as variáveis de saídas envolvem ruídos significantes, então o uso de um observador de ordem plena pode ser uma melhor escolha.

Partindo novamente da suposição de que o sistema seja totalmente observável, das equações (2.12) e (2.15):

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \\ e \\ \{y(t)\} &= [C_{me}]\{x(t)\} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Considera-se que a matriz de medidas  $[C_{me}]$  de ordem  $(k \times n)$  tem posto  $k$ , e que as medidas  $(k)$  são linearmente independentes, tem-se a equação (2.22), onde  $[V]$  uma matriz de ordem  $\{(n - k) \times (n)\}$ , onde  $k$  é a dimensão de  $\{y(t)\}$  e

$$[PT] = \begin{bmatrix} [V] \\ [C_{me}] \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Introduzindo a mudança de variáveis, tem-se a equação (2.23). Este novo vetor de estado  $\{w(t)\}$  pode ser dividido, equação (2.24), onde  $\{w(t)\}$  é de dimensão  $(n - k)$  e  $\{y(t)\}$  é o vetor de saída com dimensão  $(k)$ .

$$\dot{\bar{x}}(t) = [P]\{w(t)\} \tag{2.23}$$

$$\begin{bmatrix} \{w(t)\} \\ \{y(t)\} \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Através de uma transformação de variáveis, o sistema de matrizes pode ser reescrito, equação (2.25).

$$\begin{aligned} \dot{\bar{w}}(t) &= [A_{11}]\{w(t)\} + [B]_1\{u(t)\} \\ \{y(t)\} &= [A_{21}]\{w(t)\} + [B]_2\{u(t)\} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Pode-se extrair da equação (2.25) um subsistema de ordem  $(n - k)$  que tem como entradas as quantidades conhecidas  $\{u(t)\}$  e  $\{y(t)\}$ . Neste caso, pode ser selecionado um subsistema com características polinomiais arbitradas, multiplicando-se a parte inferior da equação (2.25) por uma matriz arbitrária  $[E]$  de ordem  $[(n - k) \times k]$  e subtraindo da parte superior, obtém-se a equação (2.26).

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) - [E] \dot{y}(t) &= [A_{11}] w(t) - [E] [A_{21}] w(t) \\ &+ ([A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

A equação (2.26) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) - [E] \dot{y}(t) &= ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) \{w(t)\} + [E] \{y(t)\} \\ &+ ([A_{11}] [E] - [E] [A_{21}] [E] + [A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Chamando  $\{g(t)\} = \{w(t)\} - [E] \{y(t)\}$ , tem-se a equação (2.28)

$$\begin{aligned} \dot{g}(t) &= ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) \{g(t)\} + ([A_{11}] [E] - [E] [A_{21}] [E] + \\ &+ [A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Na equação (2.28)  $\{g(t)\}$  é desconhecido, enquanto  $\{y(t)\}$  e  $\{u(t)\}$  caracterizam as entradas conhecidas. O observador de estado de dimensão  $(n - k)$  para a equação (2.25) é formado através da equação (2.28), equação (2.29).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= ([A_{11}] - [E][A_{21}])\hat{x}(t) + ([A_{11}][E] - [E][A_{21}][E]) \\ &+ [A_{12}] - [E][A_{22}]\{y(t)\} + ([B_1] - [E][B_2])\{u(t)\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Subtraindo a equação (2.28) de (2.29), obtém-se a equação (2.30), onde o estado  $\{\hat{x}(t)\}$  do Observador tende a  $\{g(t)\}$  na velocidade determinada pelos autovalores da matriz  $[A_{11}] - [E][A_{21}]$ .

$$\dot{\hat{x}}(t) = \{g(t)\} + ([A_{11}] - [E][A_{21}])\{\hat{x}(t)\} - \{g(t)\} \quad (2.30)$$

A partir do vetor de estado  $\{\hat{x}(t)\}$  do observador, o estado original da equação (2.25) é estimado por  $\{\hat{w}(t)\}$  e  $\{\hat{y}(t)\}$ , determinado pelas equações (2.31) e (2.32).

$$\{\hat{w}(t)\} = \{\hat{x}(t)\} + [E]\{y(t)\} \quad (2.31)$$

$$\{\hat{y}(t)\} = \{y(t)\} \quad (2.32)$$

O vetor de estado  $\{\hat{x}(t)\}$ , juntamente com as medidas originais de  $\{y(t)\}$  fornece informações suficientes para construção de uma aproximação para o estado do sistema original.

#### 2.4.5 Observadores de Estado Global e Robusto

Neste trabalho são utilizados dois tipos de observadores de estado de ordem plena do tipo identidade (Luenberger 1971).

O primeiro compara o sistema real em qualquer situação com uma cópia do mesmo sem que tenha sofrido alterações (observador de estado global). O segundo é montado considerando uma falha inserida no sistema e quando comparado com o sistema real pode localizar a falha (observador de estado robusto ao parâmetro sujeito a falha).

A diferença básica entre os dois tipos de observadores está na montagem da matriz dinâmica do sistema. A matriz dinâmica do observador global é uma cópia fiel do sistema original. A matriz dinâmica de cada observador robusto é montada considerando uma possível falha no sistema, como por exemplo, percentuais de perda de rigidez em um elemento de viga devido à presença de uma trinca.

O observador global serve apenas como um sinal de alerta, indicando uma irregularidade no sistema. Os observadores robustos são responsáveis por identificá-la e localizá-la, caso estejam projetados para a falha ocorrida. Para aumentar a eficiência dos observadores robustos é montado um banco de observadores considerando as principais falhas que o sistema está sujeito.

O observador de estado global é um conjunto de equações diferenciais ordinárias. Deste modo, deve-se calcular a matriz dinâmica do sistema, que contém as características do mesmo, ou seja, a matriz de massa, rigidez e amortecimento, equação (2.33).

$$\dot{\mathbf{A}}_{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{n \times n} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A matriz dinâmica  $[A]$  é utilizada para o cálculo do observador global. Na montagem do observador robusto a um determinado parâmetro, utiliza-se a matriz dinâmica que contenha informações a respeito de cada falha para que o sistema esteja sendo projetado. A escolha da matriz de medidas depende do parâmetro que vai ser medido para a reconstrução dos demais. Para um sistema de três graus de liberdade, por exemplo, a matriz fica  $[C_{me}] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , sendo que apenas se mede  $\{x_1(t)\}$  (deslocamento da primeira massa) e o próprio observador reconstruirá as outras medidas,  $\{x_2(t)\}$  e  $\{x_3(t)\}$ .

Uma vez que se tem a matriz de medidas, é necessário verificar se o sistema é observável com as medidas estipuladas. Caso isto não ocorra, será necessário escolher uma nova matriz de medidas onde será medido  $(x_1(t)$  e  $x_2(t))$ . Neste caso, será reconstruído pelo observador apenas o estado  $x_3(t)$ , equação (2.34).

$$C_{me} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

A seguir são calculados os autovalores da matriz dinâmica. Para que se possa garantir a estabilidade e a rápida convergência os autovalores impostos para os cálculos posteriores devem estar à esquerda dos autovalores da matriz dinâmica.

Para isto, assumem-se os valores negativos inteiros em módulo, uma unidade superior ao maior dentre os calculados, pois se os autovalores são impostos aleatoriamente e com valores elevados, podem resultar em problemas de ordem numérica na resolução do sistema de equações diferenciais.

Pelas equações (2.16) e (2.17), verifica-se a necessidade do cálculo da matriz  $[L]$  do observador de estado, que é calculada através da solução das equações de Ricatti.

## 2.5 PROJETO DOS OBSERVADORES DE ESTADO

Em um sistema mecânico, quando um determinado componente começa a falhar, um observador de estado montado para este sistema é capaz de sentir a influência desta falha de forma bastante rápida. Isto ocorre porque o observador é bastante sensível a qualquer irregularidade que começar a surgir no sistema.

O observador de estado é um conjunto de equações diferenciais ordinárias que apresenta a mesma resposta do sistema real, partindo do princípio de que este esteja funcionando de maneira adequada.

A idéia é utilizar este efeito sentido pelo observador de estado para detectar e localizar uma possível falha em um sistema mecânico com variações de parâmetros.

A partir desta idéia, o projeto dos observadores de estado é dividido em duas partes:

- ✍ Montagem do Observador Global;
- ✍ Montagem dos Observadores Robustos aos possíveis parâmetros sujeitos a falhas.

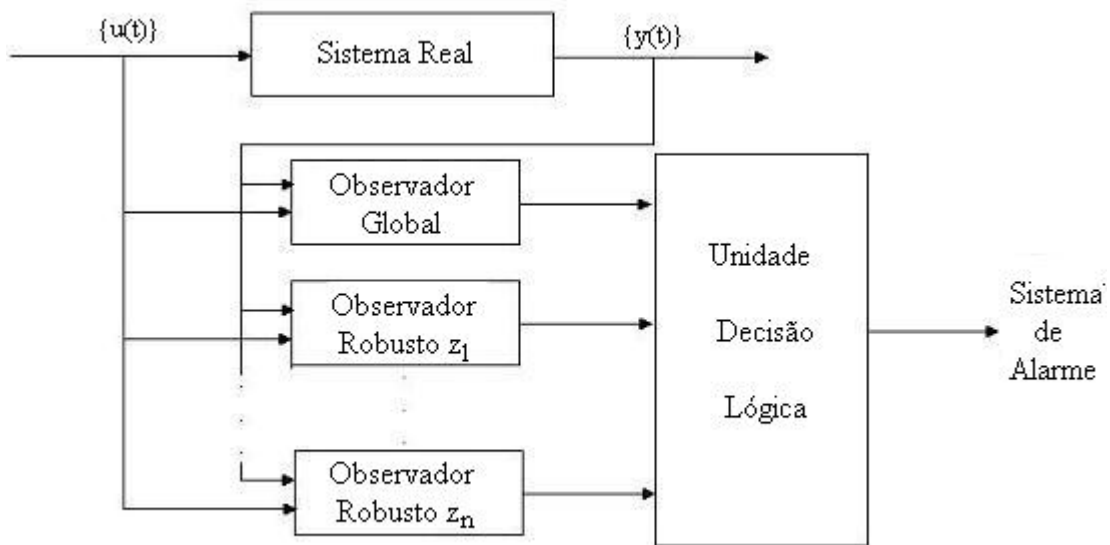
Na primeira etapa, na montagem do observador global, utiliza-se a mesma matriz dinâmica do sistema mecânico em questão. Sendo assim, quando o sistema está funcionando adequadamente sem indícios de falhas, o observador global responderá exatamente como o sistema real. Caso contrário, a resposta do observador não será igual, podendo assim detectar uma possível falha ou irregularidade no sistema.

De acordo com Clark (1978) e Melo (1998), este observador também pode ser utilizado para a verificação de possíveis falhas em sensores, após haver descartado a existência de falhas nos parâmetros físicos do sistema através dos observadores robustos.

Na segunda etapa, antes da montagem dos observadores robustos aos possíveis parâmetros do sistema sujeitos a falhas, é retirado de cada observador robusto o parâmetro sujeito à falha ou uma variação percentual de perda deste parâmetro. Desta forma, a resposta do observador robusto que se aproximar da resposta do sistema com indício de falha será o observador responsável pela localização desta possível falha do sistema.

Existe ainda a possibilidade de um ou mais parâmetros falharem ao mesmo tempo. Neste caso, a solução, de acordo com Melo (1998), seria projetar observadores de estado robustos a todos os parâmetros sujeitos a falhas.

Na figura 2.5, apresenta-se o esquema montado para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos com variações de parâmetros utilizando a técnica dos observadores de estado. Este sistema de observação é composto por um sistema real, um vetor força de excitação  $\{u(t)\}$ , um vetor resposta do sistema  $\{y(t)\}$ , um banco de observadores, uma unidade de decisão lógica e um sistema de alarme.



**Figura 2.5** – Sistema de Observação, Marano (2002).

O banco de observadores é composto pelo observador global e pelos observadores robustos (sujeitos a falhas  $z_1, \dots, z_n$ ). Tanto o observador global quanto os observadores robustos recebem os valores da excitação e da resposta do sistema real.

A unidade de decisão lógica coleta e analisa a diferença entre a resposta do sistema real e dos observadores de estado montados. Seu objetivo é detectar e localizar falhas ou irregularidades no sistema.

Esta unidade analisa também a tendência da progressão de possíveis falhas do sistema, e aciona, quando for necessário, um sistema de alarme. Este sistema de alarme pode estar pronto para ser acionado quando ocorrer uma variação percentual em um determinado parâmetro.

Em 1984, Janssen e Frank basearam-se numa idéia semelhante à apresentada aqui, sendo que eles desenvolveram um banco de observadores composto pelo observador global e pelos observadores locais com o propósito de detectar e isolar sensores defeituosos em um sistema mecânico.

Neste trabalho utiliza-se a técnica dos observadores de estado para identificar e localizar a presença de trincas em estruturas dinâmicas. Na metodologia desenvolvida, o programa detecta e localiza a ocorrência de duas ou mais trincas simultâneas, desde que sejam projetados os observadores de estado adequado a esta finalidade.

## 2.6 VIGAS CONTÍNUAS

Sabe-se que, mesmo em sistemas bem projetados, a ocorrência de trincas em alguns componentes pode levar a paradas não planejadas ocasionando danos financeiros ou até situações perigosas. Mediante a esta situação é necessário identificar a ocorrência de trincas e analisar o comprometimento da estrutura em estudo. A posição da trinca e seu tamanho podem ser detectados por alterações na frequência natural e nos modos de vibrar. Quando uma viga é submetida a situações dinâmicas a trinca abre e fecha alternadamente, dependendo da direção da vibração, causando variações dos parâmetros físicos do sistema tais como a rigidez.

A presença de uma trinca na viga, de acordo com o princípio de Saint Venant, causa uma perturbação na distribuição das tensões na vizinhança da trinca. Esta perturbação é especialmente relevante quando a trinca é aberta e determina uma redução local de rigidez. De acordo com Muscolino (2003) as propriedades estruturais da matriz de rigidez são mais afetadas pela

abertura da trinca. Elementos da viga não danificada foram modelados por Euler usando elementos finitos com dois nós e dois graus de liberdade (deslocamento transversal e rotação) por nó. O elemento trincado poderá ser modelado como elemento sem trinca se a mesma for fechada.

### 2.6.1 Matriz Rigidez

Segundo Qian (1990) de acordo com o princípio de Saint-Venant, o campo de tensão só é afetado na região adjacente à trinca. A matriz de rigidez do elemento, com exceção do elemento trincado, pode ser considerada inalterada debaixo de certa limitação de tamanho do elemento. Por causa da descontinuidade da deformação no elemento trincado é muito difícil encontrar uma função apropriada para expressar, aproximadamente, a energia cinética e energia potencial elástica.

O cálculo da energia da tensão adicional de uma trinca foi estudado profundamente através da teoria da mecânica da fratura. O coeficiente de flexibilidade expressado por um fator de intensidade da tensão pode ser derivado facilmente por meio do teorema de Castigliano, no campo linear-elástico.

A energia de deformação de um elemento sem trinca, levando em consideração a ação da força cortante, é dado pela equação (2.35), onde  $E$  é o módulo de Elasticidade,  $I$  o momento de inércia,  $l$  o comprimento do elemento finito.  $P$  e  $M$  são as ações da força cortante e do momento fletor, respectivamente, sintetizando a presença dos elementos situados à direita do elemento,

quando o comportamento dos elementos situados à esquerda do elemento é considerado de confinamento.

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^l (M + Pz)^2 dz = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dz + \frac{Pl^3}{3} + MP l^2 \quad (2.35)$$

A energia adicional, no exemplo de uma viga retangular de altura  $h$  e de largura  $b$ , devido à trinca é dado pela equação (2.36), onde  $E' = E$  para plano de tensão,  $E' = E/(1 + \nu)$  para o plano de deformação,  $a$  é a profundidade da trinca,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $K_I, K_{II}$  e  $K_{III}$  são fatores de intensidade de deformação da trinca. Estes fatores expressam a atuação da flexão, da cortante e da torção, respectivamente.

$$W^{(1)} = b \int_0^a \frac{K_I^2 + K_{II}^2 + (1 - \nu) K_{III}^2}{E'} da \quad (2.36)$$

Nota-se que da equação 2.36 para 2.37 o fator  $K_{III}$  desaparece. Isto ocorre devido à ausência de torção no modelo utilizado. Fazendo identificação de termos com elemento flexionado a equação (2.36) conduz à (2.37). Os fatores  $K_{IM}, K_{IP}$  e  $K_{IIP}$  são dados pela equação (2.38). Eles são os fatores da intensidade da tensão para as trincas do tipo abertura e escorregamento devido a  $M$  e  $P$ , respectivamente.

$$W^{(1)} = b \int_0^a \frac{(K_{IM} + K_{IP})^2 + K_{IIP}^2}{E'} da \quad (2.37)$$

$$K_{IM} = \frac{6M}{bh^2} \sqrt{pa} F_1(s); \quad K_{IP} = \frac{3Pl}{bh^2} \sqrt{pa} F_1(s); \quad K_{IIP} = \frac{P}{bh} \sqrt{pa} F_{II}(s) \quad (2.38)$$

Os fatores  $F_I(s)$  e  $F_{II}(s)$  são dados pela equação (2.39), onde  $s$  a relação entre a profundidade da trinca e a altura do elemento ( $s=a/h$ ). Os elementos da matriz de flexibilidade  $c_e^{(0)}$  do elemento não trincado são dados pela equação (2.40). Os elementos da matriz adicional de flexibilidade  $c_e^{(1)}$  são dados pela equação (2.41). Finalmente a matriz flexibilidade para o elemento com a trinca aberta é dada pela equação (2.42).

$$F_I(s) = \sqrt{\frac{2}{ps} \operatorname{tg} \frac{ps}{2}} \frac{0.923 + 0.199 \frac{ps}{2} \operatorname{sen} \frac{ps}{2}}{\cos \frac{ps}{2}} \quad (2.39)$$

$$F_{II}(s) = (3s + 2s^2) \frac{1.122 + 0.561s + 0.085s^2 + 0.18s^3}{\sqrt{1 + s}}$$

$$c_{ij}^{(0)} = \frac{W^{(0)}}{P_i P_j}; \quad i, j = 1, 2, \quad P_1 = P, \quad P_2 = M \quad (2.40)$$

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{W^{(1)}}{P_i P_j}; \quad i, j = 1, 2, \quad P_1 = P, \quad P_2 = M \quad (2.41)$$

$$c_e = c_e^{(0)} + c_e^{(1)} \quad (2.42)$$

Das condições de equilíbrio tem-se a equação (2.43), onde  $T$  é dado por (2.44).

$$\begin{bmatrix} P_i & M_i & P_{i21} & M_{i21} \end{bmatrix}^T = T \begin{bmatrix} P_{i21} & M_{i21} \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{2.44}$$

Pelo princípio do trabalho virtual as matrizes do elemento sem trinca ( $k_u$ ) e do elemento trincado ( $k_c$ ) são determinados por (2.45).

$$k_u = T_c^{(0)T} T^T \quad k_c = T_c^{21T} T^T \tag{2.45}$$

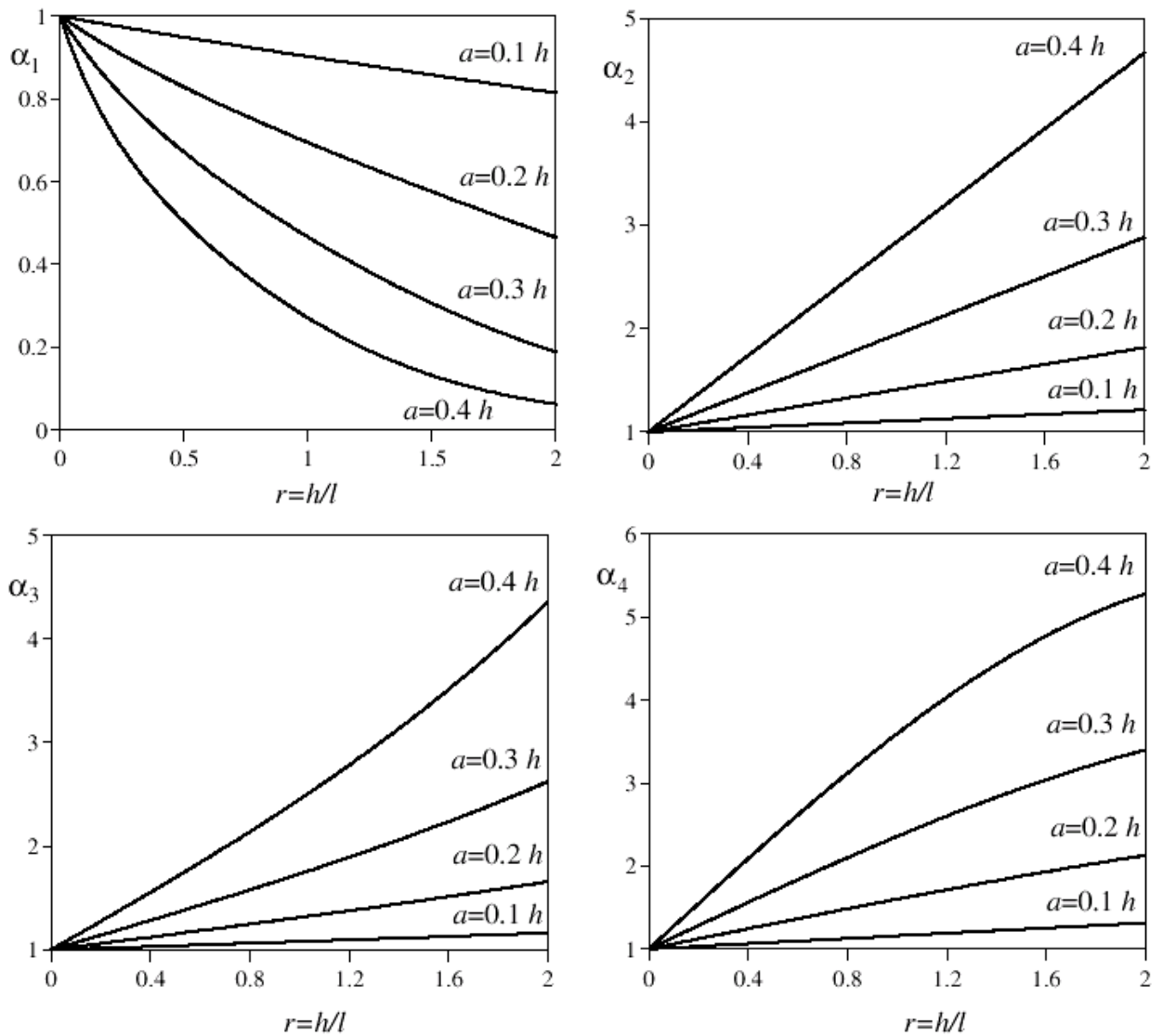
A matriz rigidez do elemento sem trinca ( $k_u$ ) com seção transversal vem da teoria de Euler Bernoulli com função hermitiana, dado por (2.46).

$$k_u = \begin{bmatrix} \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} & \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} \\ \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{3l} & \frac{Ebh^3}{2l^2} & \frac{Ebh^3}{6l} \\ \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} & \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{2l^2} \\ \frac{Ebh^3}{l^3} & \frac{Ebh^3}{6l} & \frac{Ebh^3}{2l^2} & \frac{Ebh^3}{3l} \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

A expressão da matriz do elemento trincado ( $k_u$ ) é uma função explícita de todos os outros parâmetros aqui envolvidos. Entretanto verifica-se que a matriz pode ser escrita por (2.47).

$$k_c = \begin{bmatrix} k_{11} a_2 & k_{12} a_2 & k_{13} a_2 & k_{14} a_2 \\ k_{21} a_3 & k_{22} a_3 & k_{23} a_2 & k_{24} a_4 \\ k_{31} a_2 & k_{33} a_2 & k_{34} a_2 & k_{44} a_3 \\ \text{sim} & & & \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

Segundo Muscolino (2003), o coeficiente de avaliação da matriz de rigidez para condição de trinca aberta (?), é obtido através da figura 2.6, onde se considera uma trinca variando sua profundidade de 0 a 40% da altura ( $a = 0,4h$ ), sendo o incremento de 10%.



**Figura 2.6** – Coeficiente de avaliação da matriz de rigidez modelado para a condição de trinca aberta. Sendo  $r$  é a razão entre a altura e comprimento do elemento trincado ( $r=h/l$ ).

Note que o coeficiente  $\eta$  é função da profundidade da trinca e da relação entre a altura e o comprimento do elemento trincado. O coeficiente  $\eta$  influencia diretamente na matriz de rigidez do elemento trincado.

### 2.6.2 Matriz de Massa

Como descrito anteriormente, a matriz massa sofre alterações desprezíveis na presença de uma trinca, portanto pode ser expressa por (2.48).

$$[M]_e = \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & \eta 13l \\ \eta & 4l^2 & 13l & \eta 3l^2 \\ 420 & & 156 & \eta 22l \\ \eta sim & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

### 2.6.3 Matriz de Amortecimento

O amortecimento será considerado estrutural determinado experimentalmente. O amortecimento estrutural é determinado considerando a viga como um único elemento com um grau de liberdade.

Determina-se o decremento logaritmo ( $\delta$ ) através da equação (2.49), onde  $x_0$  e  $x_n$  são, respectivamente, as alturas do pico inicial e final e  $N$  é o nº de picos entre  $x_0$  e  $x_n$ .

$$\frac{1}{2pN} \ln \frac{x_0}{x_n} = \frac{\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} \quad (2.49)$$



### 2.6.4 Equação do Movimento

A resposta dinâmica da viga nos intervalos de tempo em que a trinca está fechada pode ser considerada, para simplificar, como a de uma viga sem trinca. Isto porque as interfaces de trinca interagem completamente entre si. Debaixo da ação da força de excitação, a abertura e o fechamento da trinca alternarão em função do tempo.

A equação do movimento da viga trincada discretizada para  $Ne$  elementos finitos e submetida a um vetor de excitação externo  $f(t)$  pode ser escrita por (2.54), onde  $M$  é a matriz de massa,  $C$  é a matriz de amortecimento,  $(K_u - \gamma K)$  é a matriz de rigidez,  $\gamma K = K_u - K_c$  e  $\gamma = 1$  quando a trinca está aberta e  $\gamma = 0$  quando a trinca está fechada.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + (K_u - \gamma K)u(t) = f(t) \quad (2.54)$$

$$u(0) = u^0; \dot{u}(0) = \dot{u}^0$$

Considerou-se  $\gamma=1$ , pois durante o período em que a trinca permanece fechada ( $\gamma=0$ ) a matriz rigidez é composta apenas pela parcela em que não se considera a trinca. Portanto, neste momento não há existência de falha.

## CAPÍTULO 3

?

### 3 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS

A simulação computacional é utilizada para prever o comportamento dinâmico de máquinas em serviço, facilitando o desenvolvimento tecnológico e diminuindo os custos das pesquisas, principalmente na redução de protótipos de sistemas mecânicos. Esta ferramenta, além de apresentar resultados bastante satisfatórios, pode ainda ser usada como uma pré-etapa da análise experimental. Através dela, é possível fazer os ajustes que antes só seriam possíveis durante a etapa propriamente dita. Isto reduz o tempo de trabalho e o custo.

Na utilização da simulação computacional é necessário obter um modelo matemático que melhor represente o sistema em estudo. Para isto, são feitas algumas simplificações que reproduzam o sistema real no sistema analítico.

Neste capítulo é apresentada uma série de simulações computacionais realizadas em dois diferentes tipos de estruturas, listadas abaixo.

- ? Sistema discreto de três graus de liberdade, onde será aplicada a metodologia dos observadores de estado, para:
  - o Condições iniciais (exemplo já simulado por Lemos, 2004);
  - o Excitado harmonicamente com Forças Harmônicas.

- ? Sistema contínuo, representado por uma viga engastada. Nela será aplicada a metodologia dos observadores de estado utilizando um modelo de falha para detecção de trincas. Serão analisadas as respostas no transiente, através da excitação com condições iniciais e em regime permanente com excitação harmônica.

### **3.1 APLICAÇÃO I – Sistema massa-mola-amortecedor – 3 GDL**

#### **Caso 1 – Condições Iniciais.**

Para ambos os casos, serão utilizados o esquema do sistema massa-mola-amortecedor de três graus de liberdade, apresentado na figura 3.1.

**Figura 3.1** – Sistema massa-mola-amortecedor com 3 graus de liberdade.

Em (3.1) tem-se as equações de movimento.

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1(t) + C_1 \dot{x}_1(t) + C_2 \dot{x}_2(t) + (k_A + k_1 + k_2)x_1(t) - k_2 x_2(t) &= 0 \\
 m_2 \ddot{x}_2(t) + C_2 \dot{x}_1(t) + (C_2 + C_3)\dot{x}_2(t) + C_3 \dot{x}_3(t) - k_2 x_1(t) + (k_B + k_2 + k_3)x_2(t) - k_3 x_3(t) &= 0 \\
 m_3 \ddot{x}_3(t) - k_3 x_2(t) + C_3 \dot{x}_2(t) + C_3 \dot{x}_3(t) + k_3 x_3(t) - k_c x_3(t) &= 0
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Considera-se os valores numéricos abaixo:

$$m_1 = 3 \text{ Kg}; \quad k_1 = 35877 \text{ N/m}; \quad k_A = 12000 \text{ N/m}; \quad C_1 = 40 \text{ Ns/m};$$

$$m_2 = 2 \text{ Kg}; \quad k_2 = 49711 \text{ N/m}; \quad k_B = 10000 \text{ N/m}; \quad C_2 = 70 \text{ Ns/m};$$

$$m_3 = 1 \text{ Kg}; \quad k_3 = 56628 \text{ N/m}; \quad k_C = 12000 \text{ N/m}; \quad C_3 = 30 \text{ Ns/m}.$$

O sistema foi excitado com condições iniciais de velocidade e de deslocamento sendo:

$$x_1(0) = 0.025 \text{ m}; \quad \dot{x}_1(0) = 3.0 \text{ m/s};$$

$$x_2(0) = 0.000 \text{ m}; \quad \dot{x}_2(0) = 0.0 \text{ m/s};$$

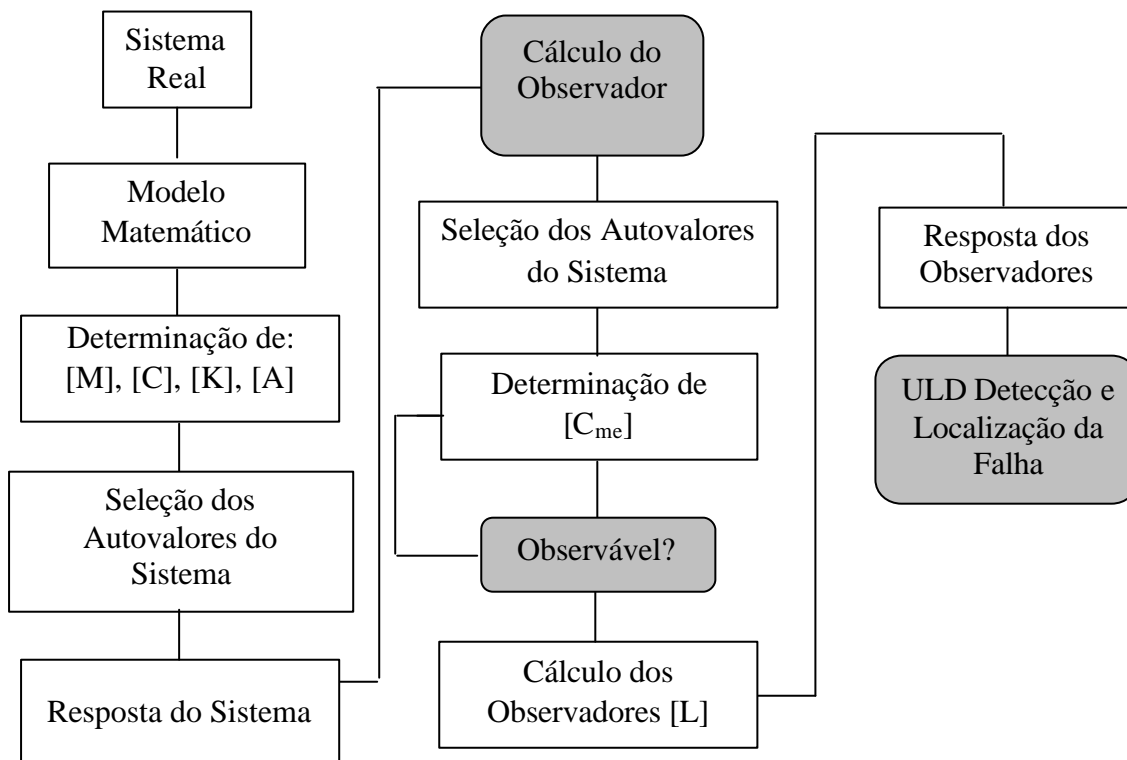
$$x_3(0) = 0.000 \text{ m}; \quad \dot{x}_3(0) = 0.0 \text{ m/s}.$$

O intervalo de tempo usado para a simulação foi de 0 a 0.4 segundos, discretizados em 1024 pontos.

Na figura 3.2 tem-se o fluxograma da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em sistema mecânicos com variações de parâmetros utilizando a técnica dos observadores de estado.

As etapas deste fluxograma vão desde a modelagem matemática de um sistema mecânico até o cálculo dos observadores de estado utilizados para a detecção e localização de falhas.

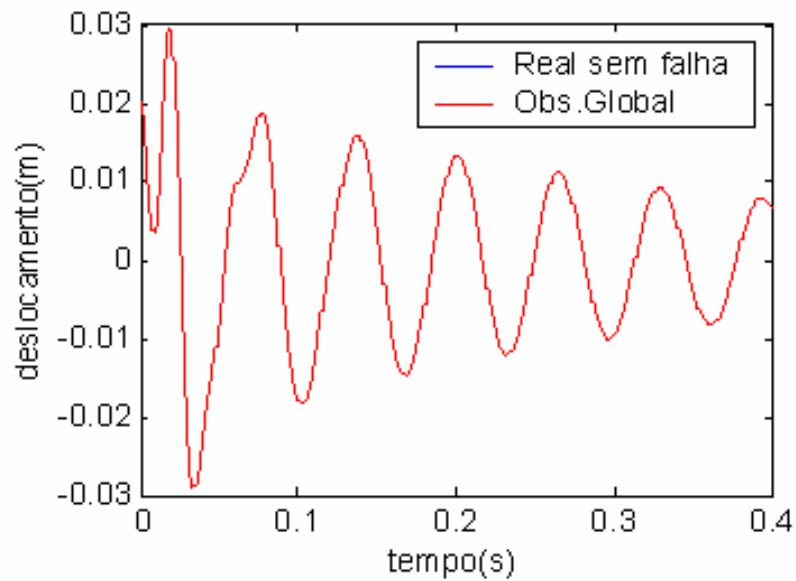
As rotinas computacionais empregadas no desenvolvimento da metodologia apresentada na figura 3.2 foram desenvolvidas utilizando os softwares *Matlab 6.5 for Windows*.



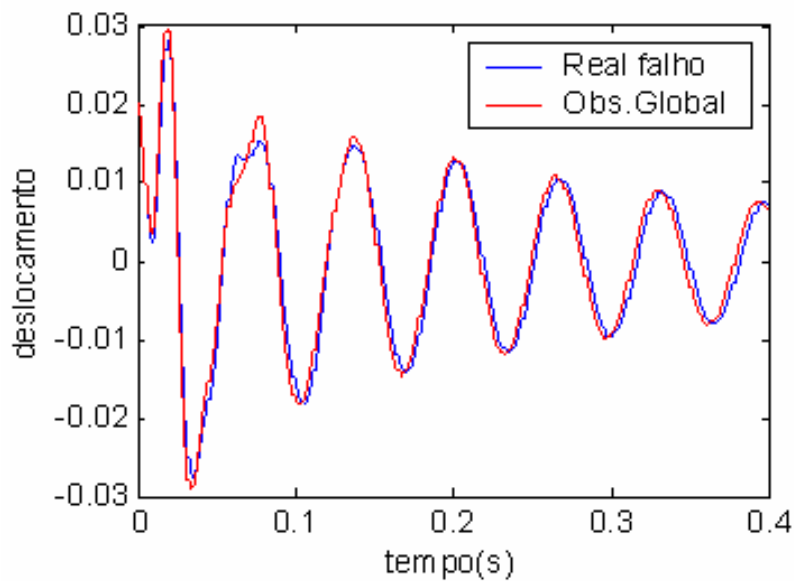
**Figura 3.2** – Fluxograma da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas.

Nas figuras 3.3 a 3.10 são apresentadas as curvas obtidas, sendo que na ordenada têm-se os deslocamentos simulados de  $\{x_3(t)\}$  do sistema e os valores reconstruídos de  $\{x_3(t)\}$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos. É importante ressaltar que apenas  $x_1(t)$  é utilizado da resposta simulada do sistema, sendo  $x_2(t)$  e  $x_3(t)$  reconstruídos através dos observadores de estado.

Os observadores robustos foram construídos considerando falhas em  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ . Uma falha em  $k_2$  foi provocada através de uma diminuição de 10% de sua rigidez, observando os resultados nas figuras 3.3 a 3.10.



**Figura 3.3** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).

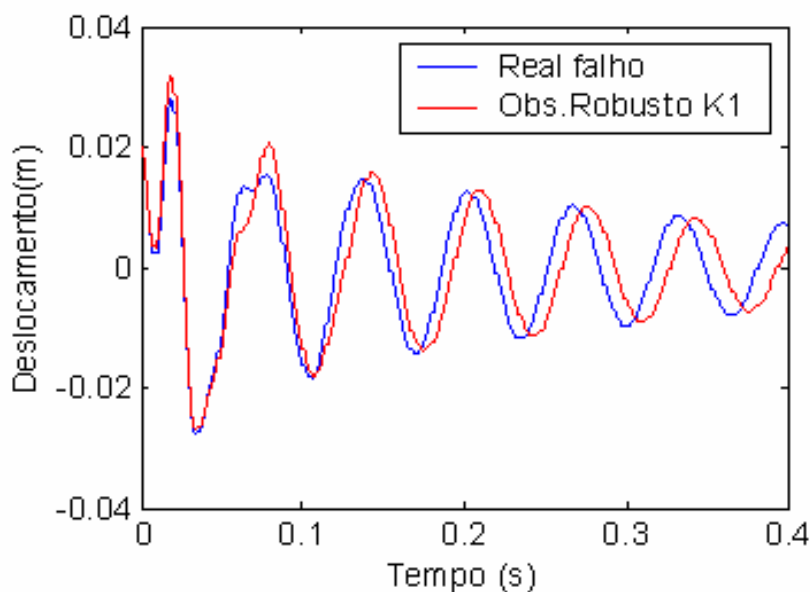


**Figura 3.4** – Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).

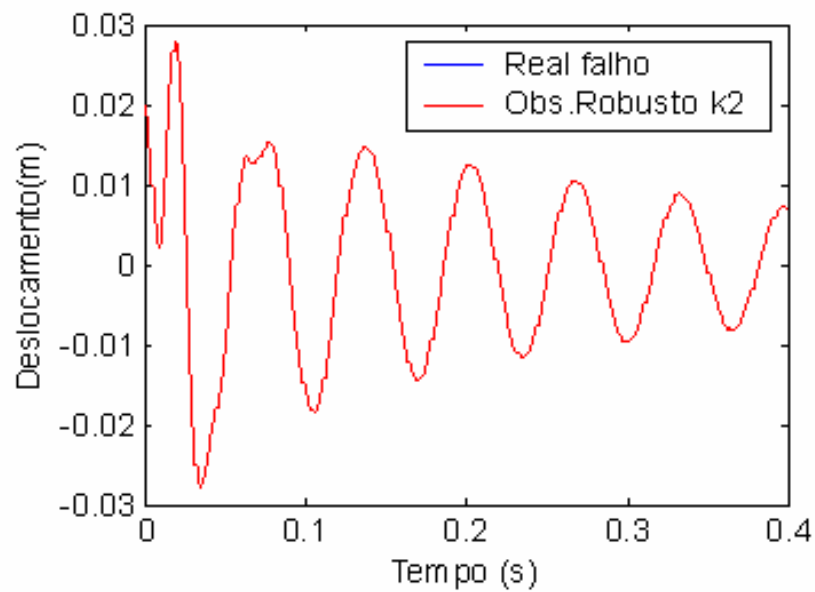
Primeiramente, pode-se observar na figura 3.3, que as curvas são coincidentes. O observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico simulado, uma vez que o mesmo é considerado “sem falha”.

Na figura 3.4 apresentam-se as curvas de resposta do sistema real global, quando 10% da rigidez  $k_2$  é retirada do sistema para simular uma possível falha, e a curva de resposta do observador global. Como as curvas se distanciaram, pode-se detectar uma possível falha, mas sem condições de localizar a mesma.

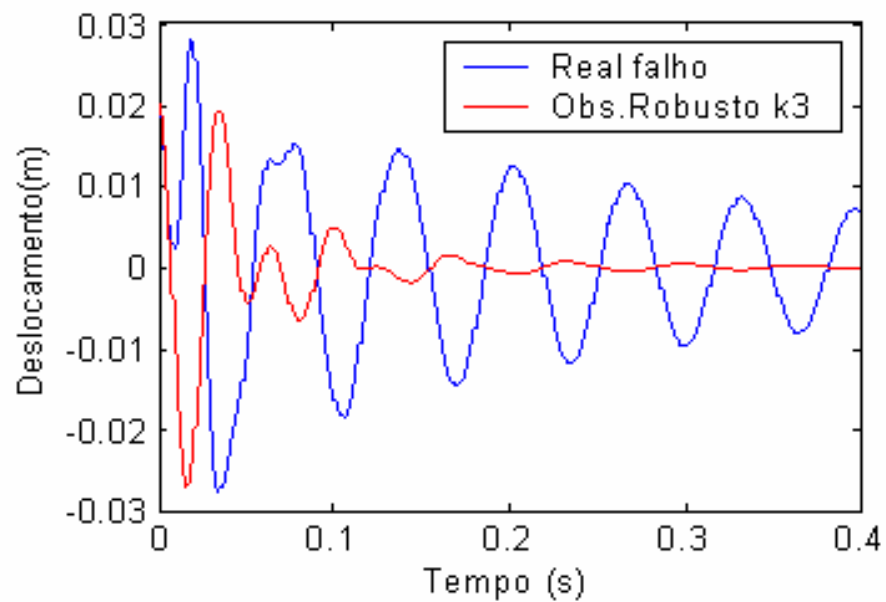
A localização da falha é obtida através da análise das curvas dos observadores robustos, figuras 3.5 a 3.10. Verifica-se que, apenas na figura 3.6, as curvas coincidem. Isto é, o observador robusto montado com falha em  $k_2$  localizou uma falha no sistema simulado.



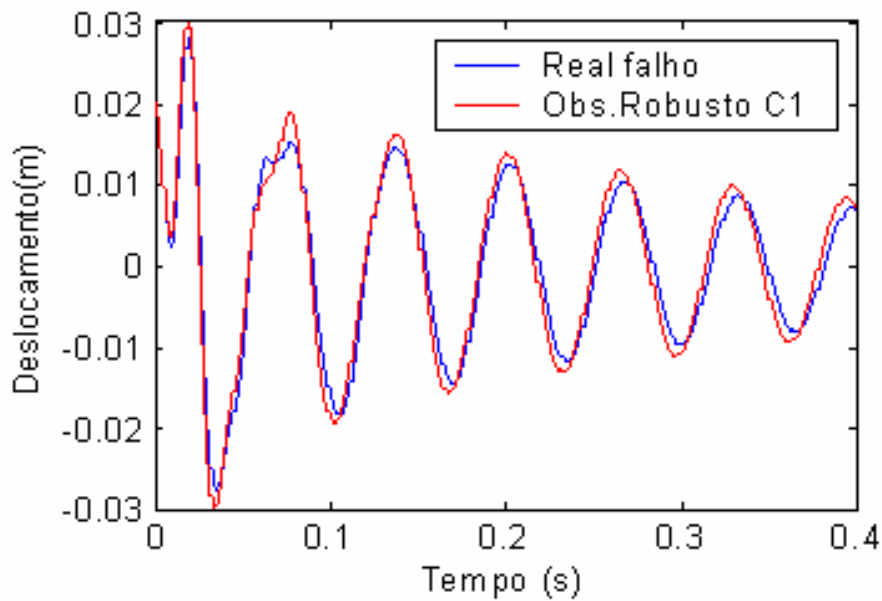
**Figura 3.5** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $k_1$  (condições iniciais).



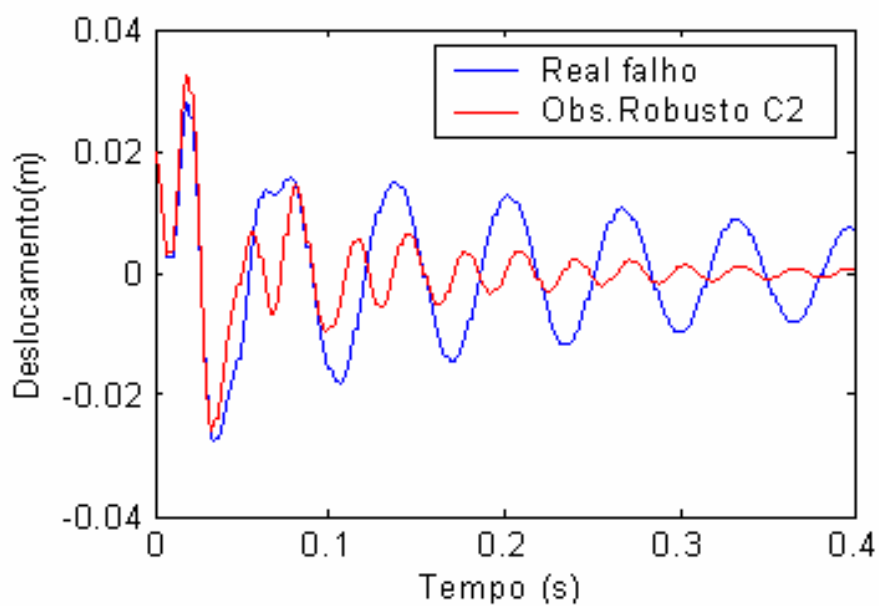
**Figura 3.6** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $k_2$  (condições iniciais).



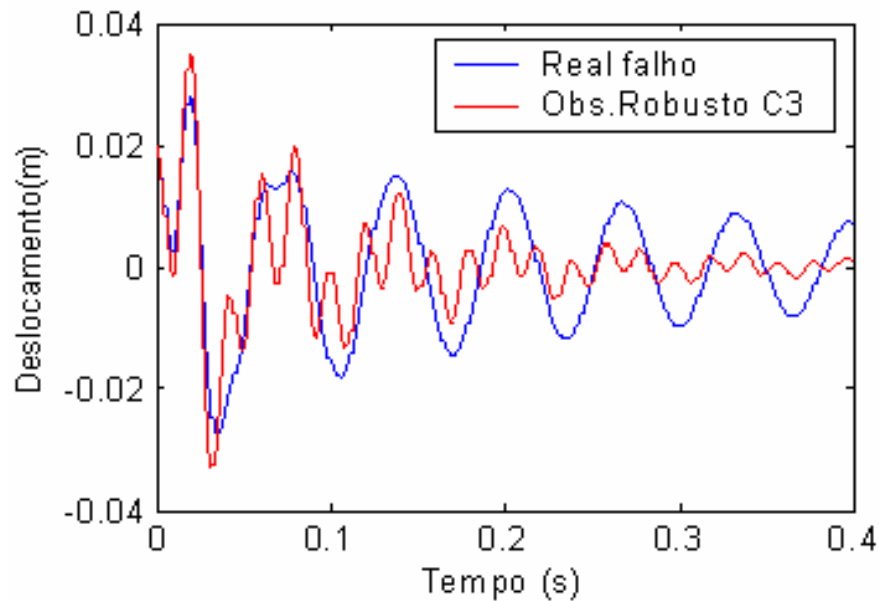
**Figura 3.7** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $k_3$  (condições iniciais).



**Figura 3.8** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $C_1$  (condições iniciais).



**Figura 3.9** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $C_2$  (condições iniciais).



**Figura 3.10** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de  $C_3$  (condições iniciais).

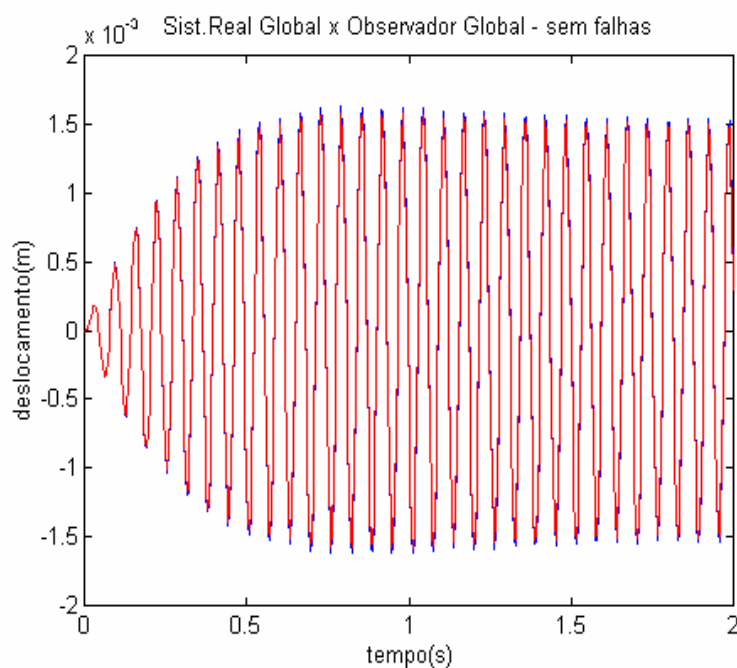
Observe que as figuras 3.7, 3.9 e 3.10 apresentam uma maior discrepância entre as curvas, isto ocorre devido à posição dos parâmetros  $k_3$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , respectivamente, na matriz de rigidez amortecimento. Deste modo, uma vez retirado da matriz aumenta-se o número de zeros modificando fortemente a resposta do sistema.

## Caso 2 – Excitação Harmônica.

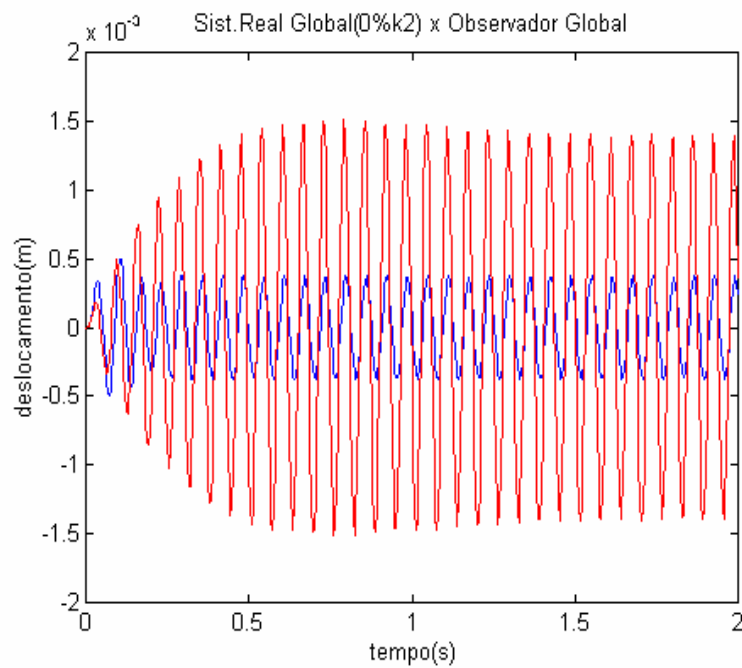
O sistema é agora excitado harmonicamente com uma força de  $F = F_2 \sin(\omega(t))$ , com amplitude de  $F_2 = 5$  N e frequência  $\omega = 100$  rad/s. Foram utilizados 512 pontos amostrados de  $x_3(t)$  e  $F(t)$  em um tempo 0 a 2 segundos. Os parâmetros sujeitos a falhas agora são  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_B$ ,  $k_C$ ,  $C_1$  e  $C_2$ .

Inserindo uma falha no sistema através da diminuição de rigidez do parâmetro  $k_2$  obtêm-se as figuras de 3.11 a 3.18. Os valores das ordenadas das curvas a seguir são de  $x_3(t)$ , sendo  $x_1(t)$  utilizado na simulação e  $x_2$  e  $x_3(t)$  reconstruídos através dos observadores. A cor azul analisa o sistema real e a cor vermelha os observadores global e robusto.

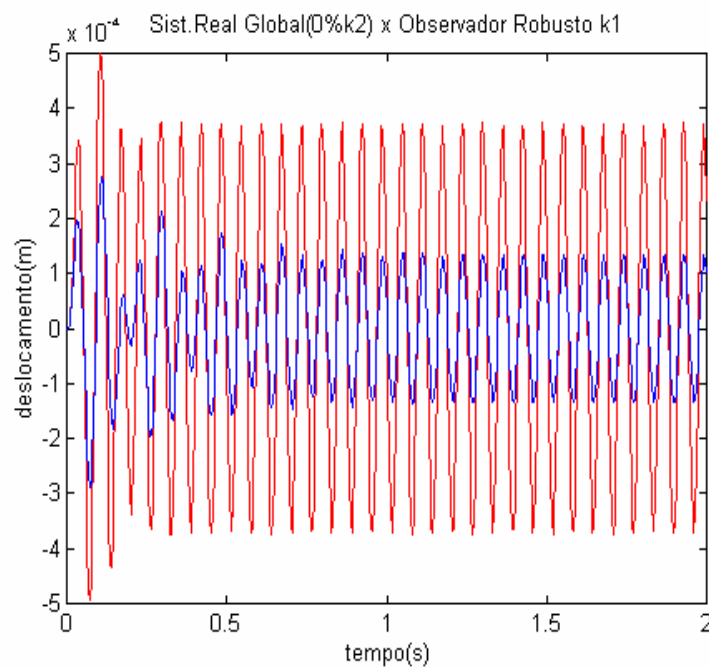
Na figura 3.11 tem-se a curva da resposta do sistema real sem falhas e a curva de resposta do observador global. Neste caso, ambas, são coincidentes comprovando o fato de não haver nenhuma irregularidade com o sistema.



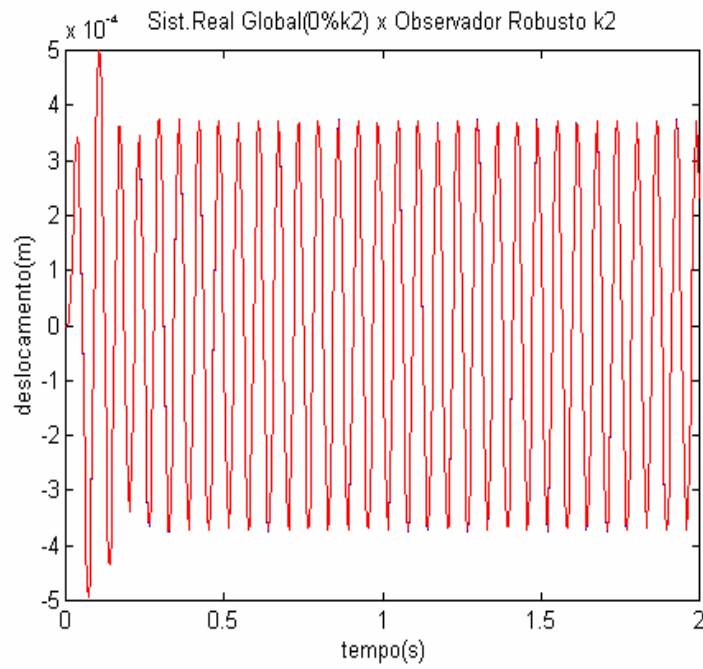
**Figura 3.11** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).



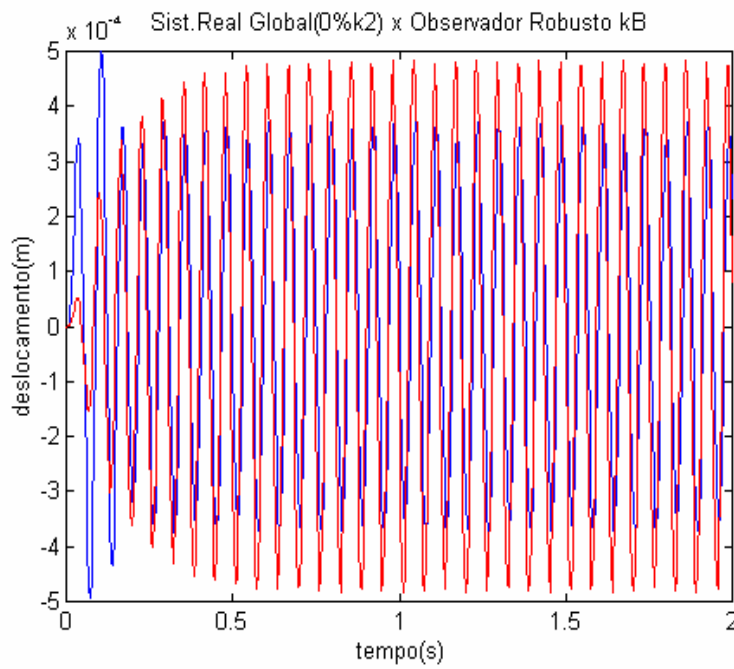
**Figura 3.12** – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).



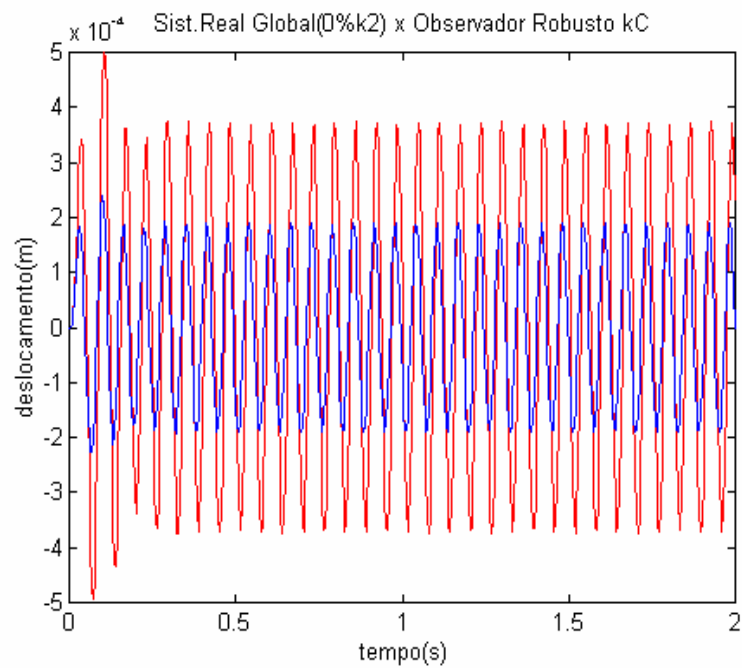
**Figura 3.13** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $k_1$  (excitação harmônica).



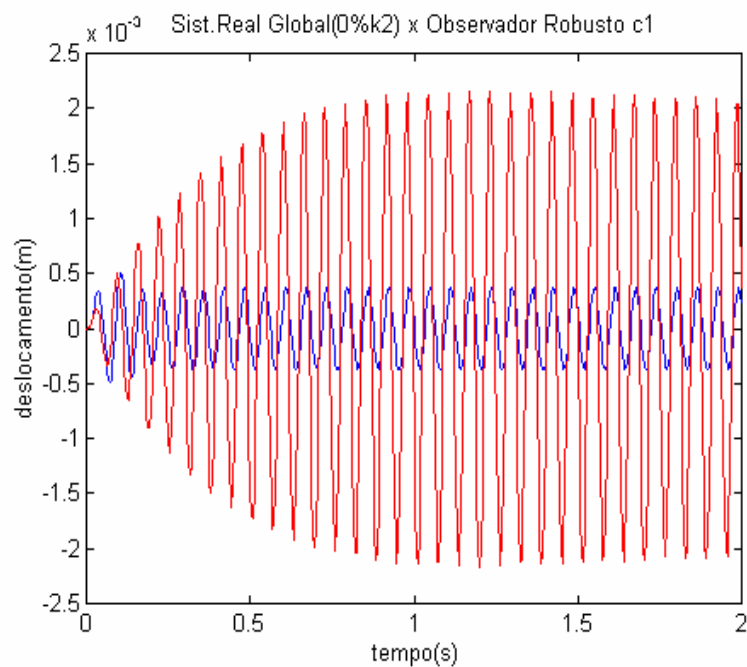
**Figura 3.14** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $k_2$  (excitação harmônica).



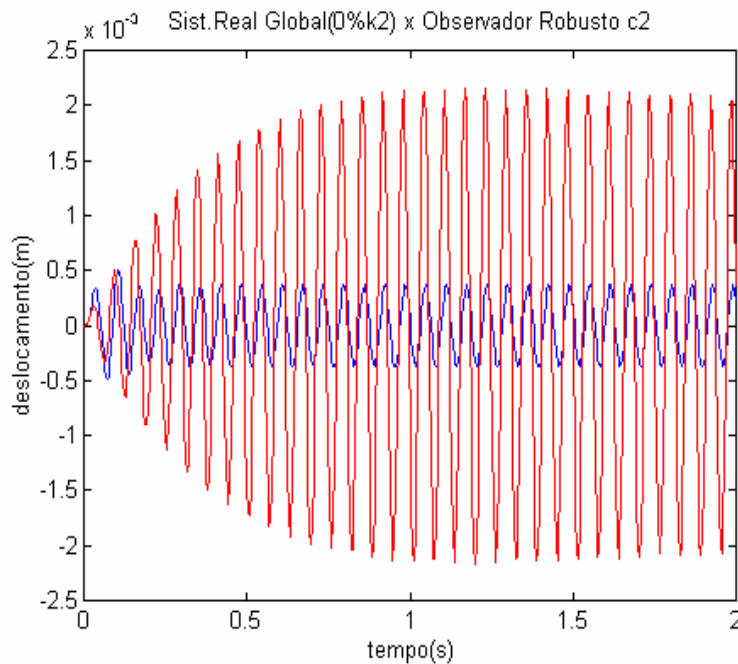
**Figura 3.15** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $k_3$  (excitação harmônica).



**Figura 3.16** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $k_C$  (excitação harmônica).



**Figura 3.17** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $C_1$  (excitação harmônica).



**Figura 3.18** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 0%  $C_2$  (excitação harmônica).

Na figura 3.12 apresentam-se as curvas de resposta do sistema real global quando a rigidez  $k_2$  é retirada do sistema e do observador global. Como as curvas se distanciaram, pode-se detectar uma possível falha no sistema. Para localizar a falha, a análise é feita através das figuras 3.13 a 3.18.

Pode-se verificar que a única figura onde houve coincidência de valores nas curvas foi a 3.14, com observador robusto ao parâmetro  $k_2$ , localizando-se, portanto, a falha. A figura 3.15, que apresenta o observador robusto a  $k_B$ , apresentou uma aproximação relativa das curvas, podendo deixar dúvidas sobre a ocorrência de um princípio de falha neste parâmetro. A análise através dos valores numéricos é mais efetiva e é feita com a utilização do programa automático

de detecção e localização de falha desenvolvida neste trabalho, onde os valores de entrada são a força de excitação e a resposta do sistema.

Provocando sequencialmente falhas nos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_B$ ,  $k_C$ ,  $C_1$  e  $C_2$ , obtêm-se os valores descritos nas tabelas 3.1 e 3.2.

**Tabela 3.1** - Diferença dos Valores RMS de  $x_3(t)$  falhas em  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_B$  - Regime Permanente

	Real sem falhas	Real – 0 % $k_1$	Real – 0 % $k_2$	Real – 0 % $k_B$
Obsv.Global	0.2255547E-08	0.7177798E-04	0.1098268E-04	0.2872242E-04
Obs.Robusto $k_1$	0.2090350E-03	0.3997411E-07	0.2344383E-03	0.2179657E-03
Obs.Robusto $k_2$	0.2926159E-04	0.1767631E-03	0.12700453E-09	0.2694405E-05
Obs.Robusto $k_B$	0.8441733E-05	0.3273860E-03	0.1567256E-05	0.1455192E-08
Obs.Robusto $k_C$	0.2092908E-04	0.2051090E-04	0.1704495E-04	0.2130839E-04
Obs.Robusto $c_1$	0.3738517E-04	0.1009901E-04	0.5591981E-04	0.5951973E-04
Obs.Robusto $c_2$	0.2780340E-05	0.3406529E-03	0.7511040E-05	0.4767244E-04

**Tabela 3.2** - Diferença dos Valores RMS de  $x_3(t)$  falhas em  $k_C$ ,  $C_1$  e  $C_2$  - Regime Permanente

	Real sem falhas	Real – 0 % $k_C$	Real – 0 % $c_1$	Real – 0 % $c_2$
Obsv.Global	0.2255547E-08	0.5056041E-04	0.4333776E-04	0.4816211E-05
Obs.Robusto $k_1$	0.2090350E-03	0.1961128E-03	0.1842376E-03	0.2002775E-03
Obs.Robusto $k_2$	0.2926159E-04	0.4822215E-04	0.3756210E-04	0.2162115E-04
Obs.Robusto $k_B$	0.8441733E-05	0.4704194E-03	0.1139280E-03	0.3546179E-03
Obs.Robusto $k_C$	0.2092908E-04	0.2046546E-08	0.2026747E-04	0.2136038E-04
Obs.Robusto $c_1$	0.3738517E-04	0.3432399E-04	0.7650911E-08	0.2994914E-05
Obs.Robusto $c_2$	0.2780340E-05	0.2278255E-04	0.4500408E-06	0.6560711E-07

A análise é feita com o parâmetro  $k_2$  em falha (3ª coluna da tabela 3.1 - sistema real com 0% de  $k_2$ ). Na 1ª coluna e 1ª linha da tabela 3.1, verifica-se que a diferença dos valores RMS de  $x_3(t)$  entre o observador global e o sistema real sem falhas é da ordem de  $10^{-8}$ , aumentando para  $10^{-4}$  quando provocada falha no parâmetro  $k_2$ . Na 2ª linha da tabela, verifica-se que a diferença dos valores RMS de  $x_3(t)$  entre o observador robusto a  $k_1$  e o sistema real sem falhas é da ordem de  $10^{-3}$ , permanecendo na mesma ordem de grandeza quando comparado com o sistema real com falha em  $k_2$ . Na 3ª linha da tabela 3.1, a diferença dos valores RMS de  $x_3(t)$  entre o observador robusto a  $k_2$  e o sistema real sem falhas é da ordem de  $10^{-4}$ , caindo para  $10^{-9}$  quando comparado com o sistema real com falha em  $k_2$ .

A análise continua da mesma forma até a verificação de todos os parâmetros sujeitos a falhas. No caso específico, foi encontrado o parâmetro  $k_2$  com aproximação mais significativa de curvas, mas o parâmetros  $k_B$  também deve ser analisado por apresentar uma aproximação razoável das curvas.

Nos outros parâmetros as diferenças dos valores RMS entre os observadores robustos a  $k_1$ ,  $k_C$ ,  $C_1$  e  $C_2$  e o sistema real sem falhas permaneceram praticamente inalteradas quando comparados com os valores obtidos no sistema real com falha em  $k_2$ . Desta forma, com a análise numérica restou ainda a dúvida quanto ao parâmetro  $k_B$  estar ou não em um processo de falha.

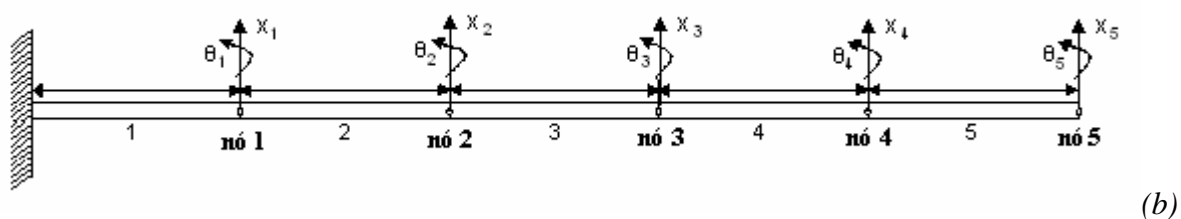
Quando provocada uma falha em  $k_B$ , verificou-se também uma aproximação das curvas entre o observador robusto a  $k_2$  e o sistema real com falha em  $k_B$ . O mesmo processo aconteceu quando foram provocadas falhas nos amortecimentos  $C_1$  e  $C_2$ . Deve-se ressaltar que estes parâmetros estão na mesma posição da matriz dinâmica  $[A]$  e que o sistema está sendo analisado em seu regime permanente.

## 3.2 APLICAÇÃO II – Modelo de falha

### Caso 1 – Viga engastada com uma trinca.

Nesta seção apresenta-se um exemplo numérico baseado na metodologia dos observadores de estado, utilizando um modelo de trinca descrito por Muscolino (2003).

Nesta aplicação considera-se uma viga engastada, modelada pela técnica dos elementos finitos usando elementos de viga, como mostrado na figuras 3.19. Note que  $a$  é a profundidade da trinca localizada no elemento 2. Como descrito anteriormente, será considerado a condição de trinca aberta ( $\gamma = 1$ ).



**Figura 3.19** – Viga engastada para aplicação numérica (a), discretização dos elementos (b).

A matriz de massa (3.2), rigidez (3.3) e amortecimento (3.4), para uma viga sem falha, são descritas abaixo. Porém para o caso onde haja uma trinca, a matriz de rigidez sofre alteração na matriz do elemento sendo que para cada profundidade da trinca os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$

sofrem alterações. Estes coeficientes alteram a matriz de rigidez do elemento trincado. Isto porque  $(k_u \text{ e } k_c)$  é a matriz de rigidez do elemento onde  $(k_u \text{ e } k_c)$  e  $k_c$ , descrito pela equação (2.47) são dependente dos coeficientes.

$$M = \frac{S \cdot I}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & 13l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 22l & 4l^2 & 13l & 3l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 54 & 13l & 312 & 0 & 54 & 13l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13l & 3l^2 & 0 & 8l^2 & 13l & 3l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54 & 13l & 312 & 0 & 54 & 13l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13l & 3l^2 & 0 & 8l^2 & 13l & 3l^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 13l & 312 & 0 & 54 & 13l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13l & 3l^2 & 0 & 8l^2 & 13l & 3l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 13l & 156 & 22l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13l & 3l & 22l & 4l^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$K = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & 12 & 6l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6l & 4l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6l & 24 & 0 & 12 & 6l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 6l & 24 & 0 & 12 & 6l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & 6l & 2l^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 6l & 24 & 0 & 12 & 6l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6l & 2l^2 & 0 & 8l^2 & 6l & 2l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 6l & 12 & 6l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix}
 \rho C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq} & 0 \\
 \rho 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{eq}
 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Nas matrizes de  $M$ ,  $K$  e  $C$ ,  $\rho$  é a densidade do material,  $S$  é a área da seção transversal ( $S=b.h$ ),  $l$  é o comprimento de cada elemento,  $E$  módulo de Elasticidade,  $I$  momento de inércia e  $C_{eq}$  é o amortecimento estrutural determinado pela equação (2.51).

A partir do modelo descrito será feita uma análise computacional para uma condição inicial de movimento e para uma força de excitação aplicada à estrutura.

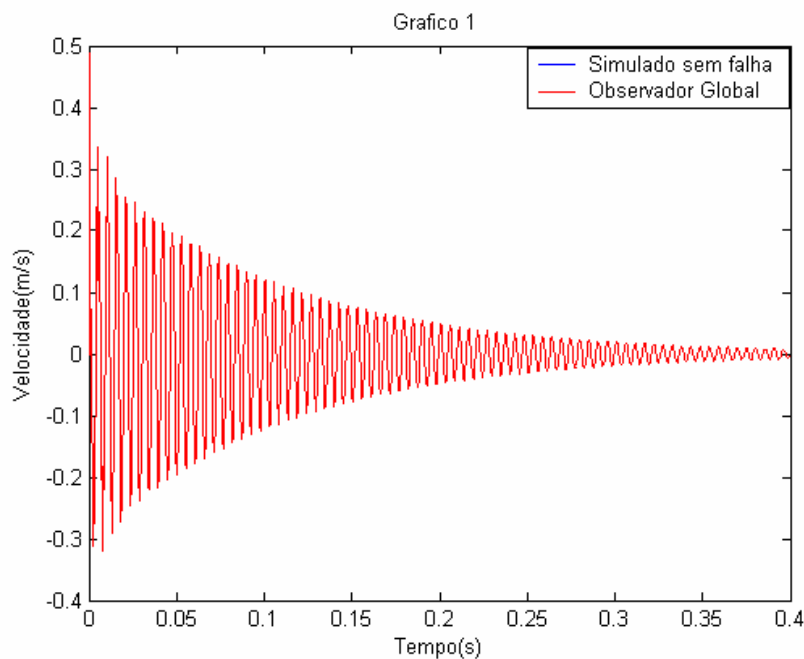
### 3.2.1 Condição Inicial

Para esta simulação, considera-se  $L=2 \times 10^{-1} \text{m}$ ,  $h=12,5 \times 10^{-3} \text{m}$ ,  $b=17,2 \times 10^{-3} \text{m}$ ,  $E=2,07 \times 10^{11} \text{N/m}^2$  e  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ , sendo a condição inicial  $x_{13}(0)=2,5 \text{m/s}$ . Utilizou-se o intervalo de tempo de 0 a 0.4 segundos, discretizados em 1024 pontos. No sistema simulado, considerou-se o amortecimento estrutural, verificado experimentalmente. Inseriu-se uma matriz diagonal com o valor de amortecimento detectado através do método do decremento logarítmico, considerando a viga como um sistema de um grau de liberdade.

Nas figuras 3.20 a 3.29 têm-se os resultados desta simulação. Nas ordenadas são apresentados os valores gerados de  $\dot{x}_{17}(t)$  do sistema (simulado) e os valores reconstruídos de  $\dot{\hat{x}}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Note que  $\dot{x}_{17}(t)$  é a velocidade na direção vertical do nó 4. Escolheu-se esta posição, após realizar alguns testes em outras posições. Foi verificada aqui uma resposta de melhor interpretação, embora isto não signifique que esta é a melhor escolha.

Primeiramente, pode-se observar na figura 3.20, que as curvas são coincidentes. O observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico simulado. Uma vez que o mesmo é considerado “sem falha”.

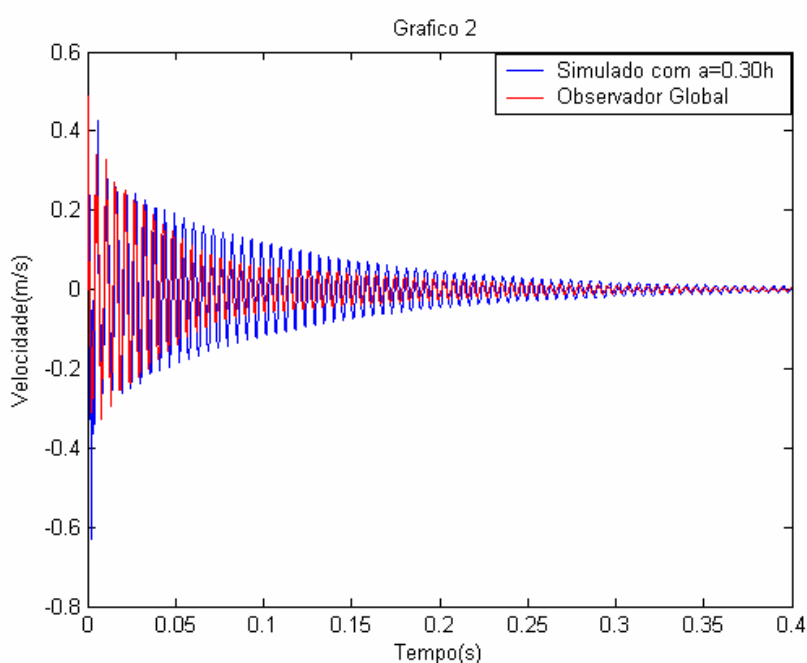


**Figura 3.20** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).

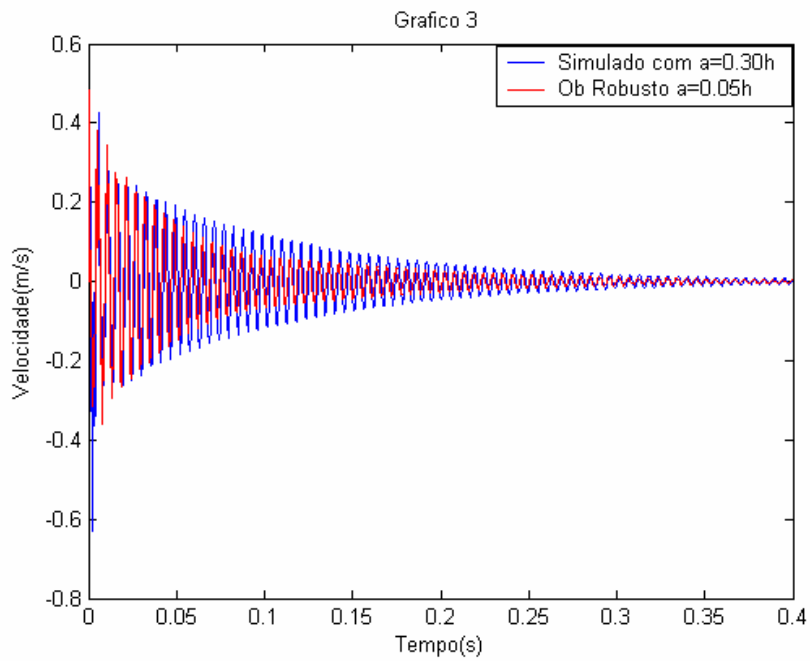
Na seqüência, para simular a falha, será considerado  $a=0.30h$  no elemento 2 do sistema simulado, ou seja, 30% de profundidade da trinca no elemento. Observando-se a figura 3.21 nota-se que as curvas não são coincidentes. O observador global detectou a presença de uma possível falha no sistema.

Uma vez detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isto, montou-se um banco de observadores robustos a possíveis parâmetros do sistema sujeito à falhas. Nas figuras 3.22 a 3.29 têm-se os resultados obtidos de cada observador. Pode-se verificar que apenas na figura 3.27 as curvas coincidem. O observador robusto montado com  $a=0.30h$  localizou uma falha no sistema simulado. Uma seqüência de falhas foi provocada no sistema para serem identificadas.

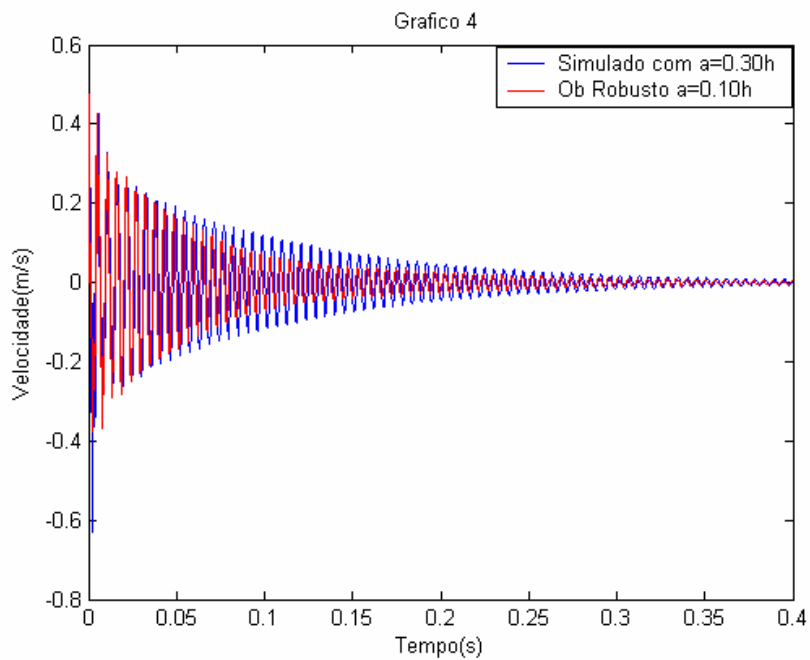
Os valores obtidos são apresentados nas Tabelas 3.3 e 3.4. Nelas são mostradas as diferenças RMS (Root Mean Square) dos valores entre o sistema real e o observador global. Também são mostrados os observadores robustos sujeitos à falhas específicas nos parâmetros.



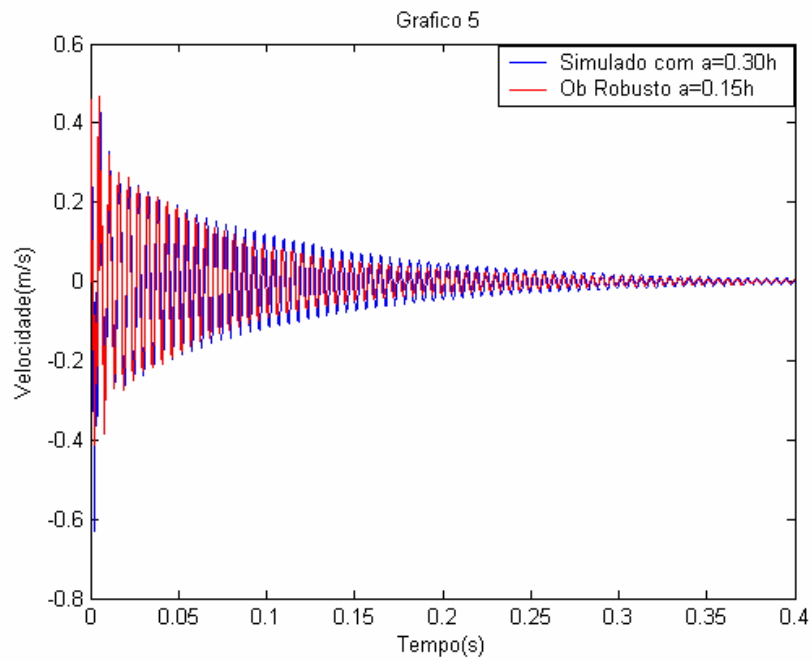
**Figura 3.21** – Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).



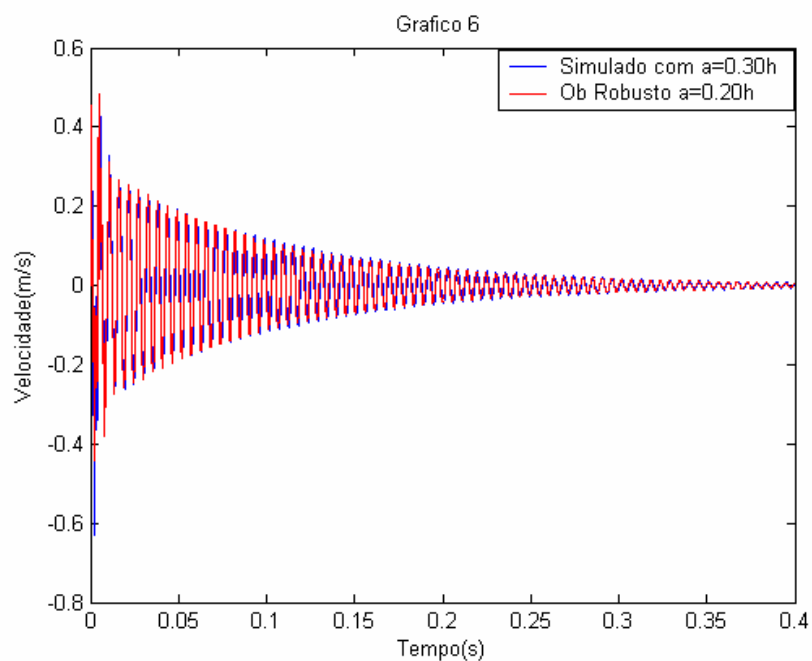
**Figura 3.22** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).



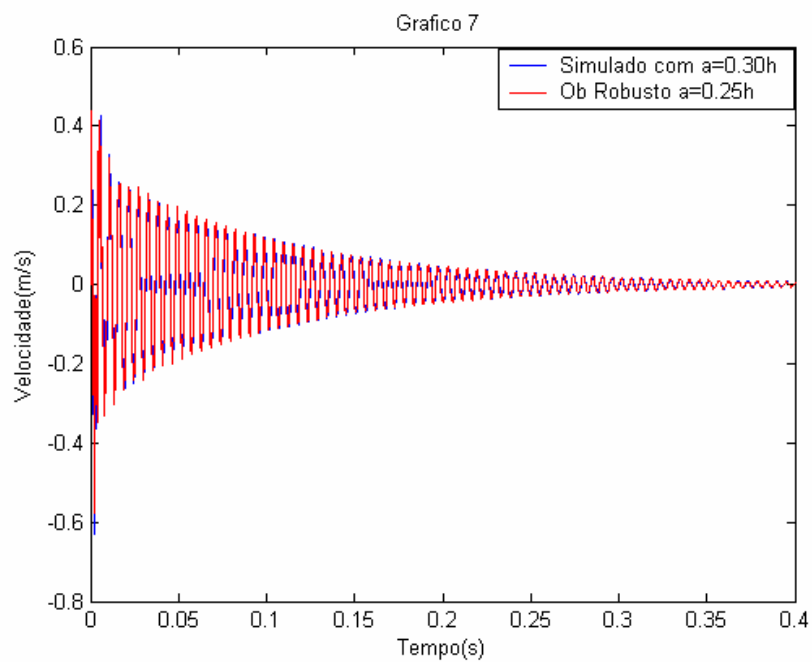
**Figura 3.23** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).



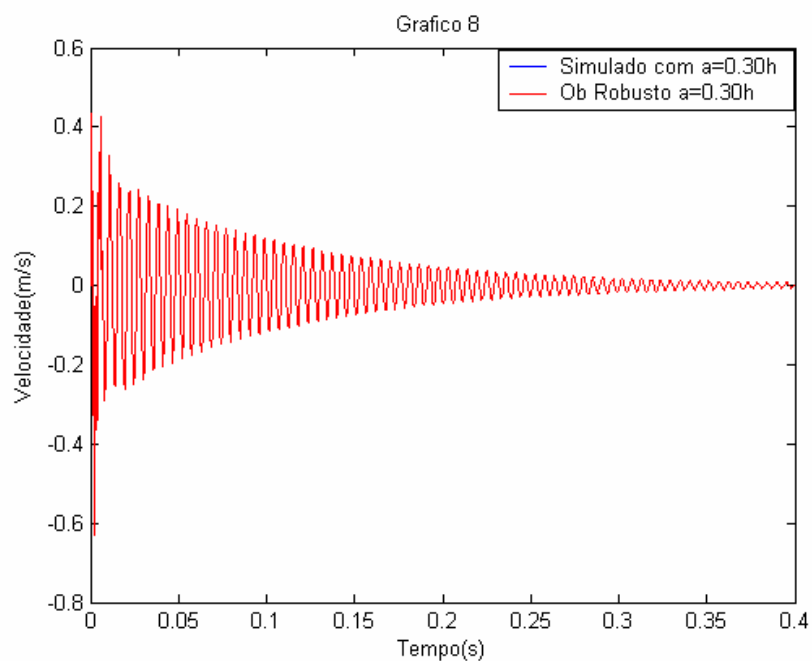
**Figura 3.24** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).



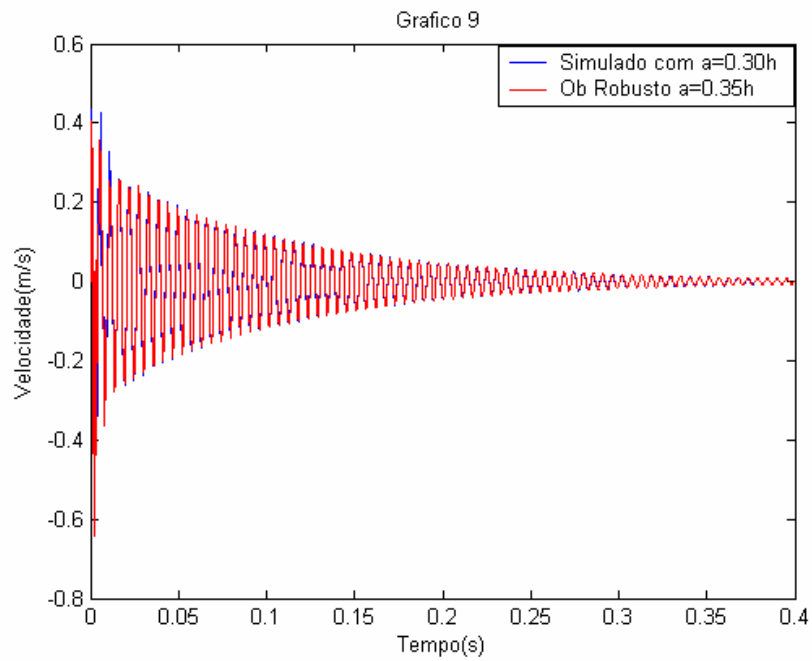
**Figura 3.25** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).



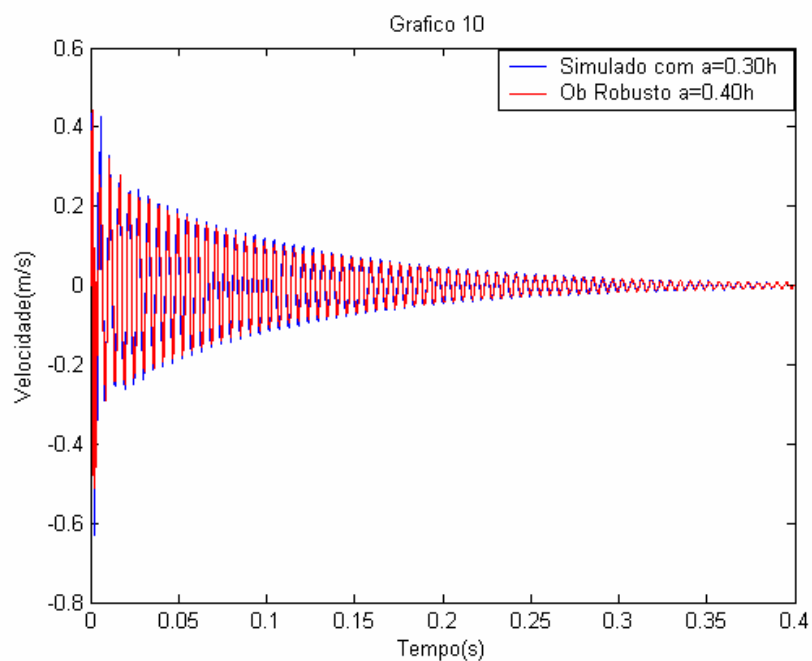
**Figura 3.26** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.27** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.28** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.29** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).

**Tabela 3.3** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.05h$  até  $a=0.20h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.05h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.10h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_3=0.15h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_4=0.20h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	1.4405e-13	2.3675e-05	1.6573e-03	5.7307e-03	1.0192e-02
Obs.Rob. $a_1$	3.2408e-04	7.5831e-13	7.8054e-04	4.1735e-03	8.3451e-03
Obs.Rob. $a_2$	3.3346e-03	1.8893e-03	1.7680e-12	1.4881e-03	5.1345e-03
Obs.Rob. $a_3$	7.4620e-03	5.5952e-03	1.6596e-03	5.5654e-13	1.2722e-03
Obs.Rob. $a_4$	1.1867e-02	1.0082e-02	5.6828e-03	1.9386e-03	5.6696e-13
Obs.Rob. $a_5$	1.3410e-02	1.1765e-02	7.6084e-03	3.6885e-03	8.6634e-04
Obs.Rob. $a_6$	1.2811e-02	1.1423e-02	8.0606e-03	5.0244e-03	2.4052e-03
Obs.Rob. $a_7$	1.3138e-02	1.1792e-02	8.4957e-03	5.4701e-03	2.8345e-03
Obs.Rob. $a_8$	1.6615e-02	1.5475e-02	1.2633e-02	9.8678e-03	7.0009e-03

**Tabela 3.4** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.25h$  até  $a=0.40h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_5=0.25h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_6=0.30h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_7=0.35h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_8=0.40h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	1.4405e-13	1.2666e-02	1.5196e-02	1.6218e-02	1.9495e-02
Obs.Rob. $a_1$	3.2408e-04	1.0811e-02	1.3420e-02	1.4548e-02	1.8106e-02
Obs.Rob. $a_2$	3.3346e-03	7.6880e-03	1.0566e-02	1.1846e-02	1.5758e-02
Obs.Rob. $a_3$	7.4620e-03	3.1139e-03	5.7769e-03	7.1883e-03	1.1775e-02
Obs.Rob. $a_4$	1.1867e-02	1.6575e-05	1.0780e-03	2.0247e-03	6.4898e-03
Obs.Rob. $a_5$	1.3410e-02	3.5044e-13	1.0974e-04	5.8932e-04	4.2937e-03
Obs.Rob. $a_6$	1.2811e-02	1.1047e-03	2.3273e-14	4.2780e-04	1.9136e-04
Obs.Rob. $a_7$	1.3138e-02	1.5472e-03	4.6525e-04	2.3236e-13	7.5025e-04
Obs.Rob. $a_8$	1.6615e-02	5.2139e-03	3.1891e-03	1.9443e-03	9.8038e-13

Nas Tabelas 3.3 e 3.4, pode-se verificar a detecção e localização das falhas comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna da Tabela 3.3 e 3.4). Pode-se notar que a diferença RMS de  $10E-13$  mostra uma coincidência das curvas. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falha, porém não há existência de falha no sistema.

Uma vez inserida a falha, ela é detectada verificando a não coincidência entre as curvas verificadas anteriormente e através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 3.3 pode-se verificar uma detecção de 5% de falha. Ou seja, a trinca atingiu 5% da profundidade total do elemento.

Na seqüência foram inseridas falhas variando de 5 em 5% até atingir 40% da profundidade. Nota-se a eficácia do banco de observadores nas Tabelas 3.3 e 3.4.

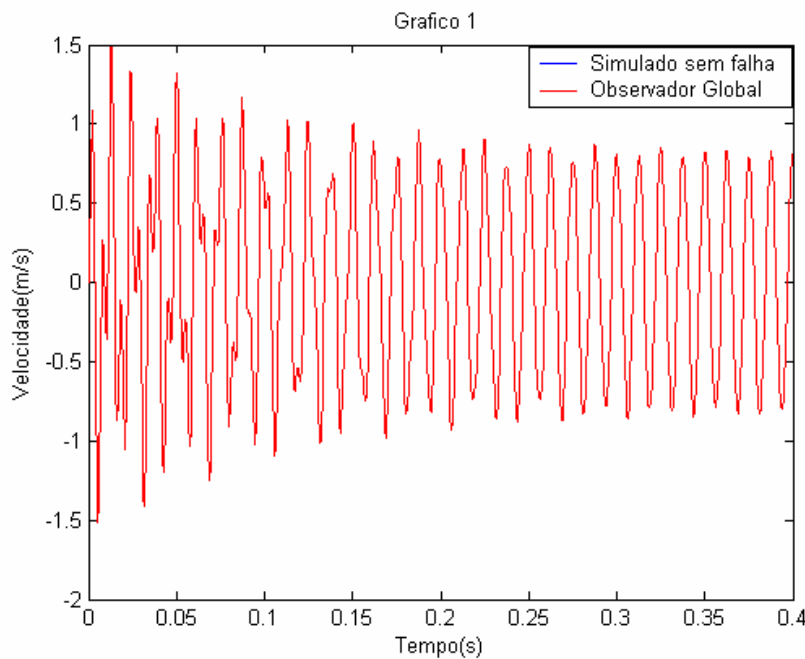
Observe que da figura 2.6 pode-se obter apenas os valores de  $\theta$  para 10%, 20%, 30% e 40% de profundidade de trinca. Os valores intermediários foram obtidos por interpolação simples.

### 3.2.2 Sistema Excitado

Utilizando-se os dados descritos anteriormente, o sistema foi excitado harmonicamente com uma força  $F(t) = A \cdot \sin(\omega(t))$ , amplitude  $A$  de 100 N e frequência  $\omega(t)$  de 80 rad/s, aplicado no nó 5. O intervalo de tempo usado para a simulação foi de 0 a 0,4 segundos, discretizados em 1024 pontos.

Nas figuras 3.30 a 3.39 têm-se os resultados destas simulações. Nas ordenadas são apresentados os valores gerados de  $x_{17}(t)$  do sistema (simulado) e os valores reconstruídos de  $\hat{x}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Primeiramente, pode-se observar na figura 3.30, que as curvas são coincidentes. O observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico simulado, pois o mesmo é considerado “sem falha”.

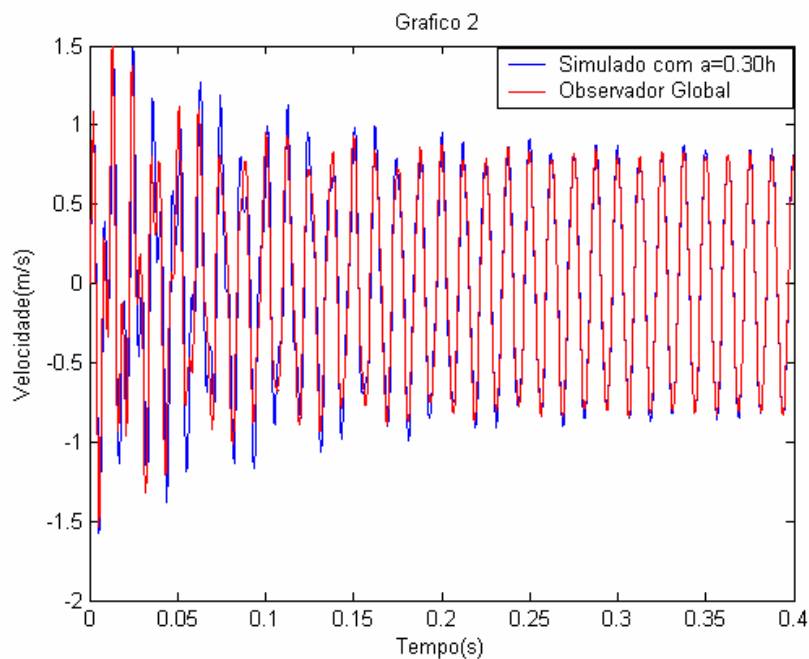


**Figura 3.30** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).

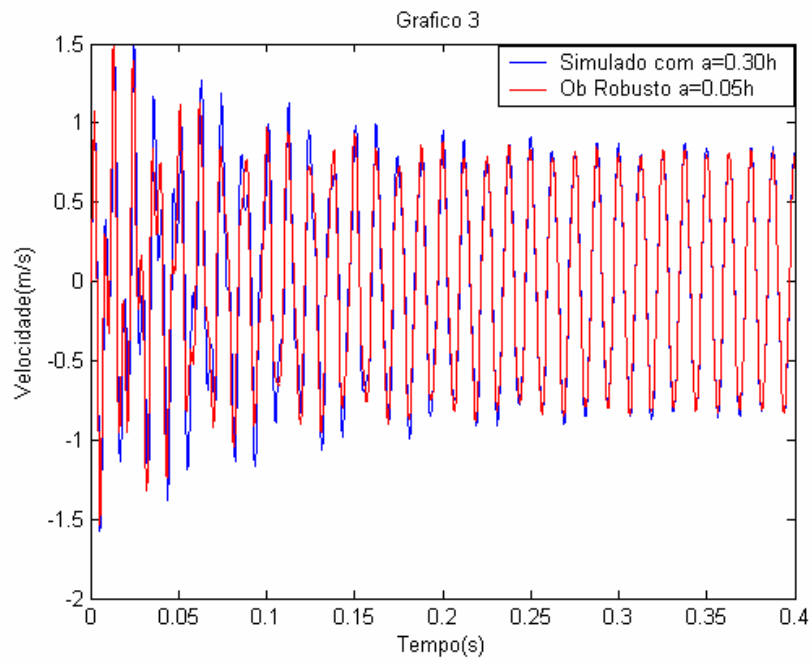
Na sequência, para simular a falha, foi considerado  $a=0.30h$  no elemento 2 do sistema simulado, ou seja, 30% de profundidade da trinca no elemento. Observando-se a figura 3.31 nota-se que as curvas não são coincidentes. O observador global detectou a presença de um possível falha no sistema.

Uma vez detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isto, montou-se um banco de observadores robustos a possíveis parâmetros do sistema sujeito a falhas. Os resultados podem ser vistos nas figuras 3.32 e 3.39.

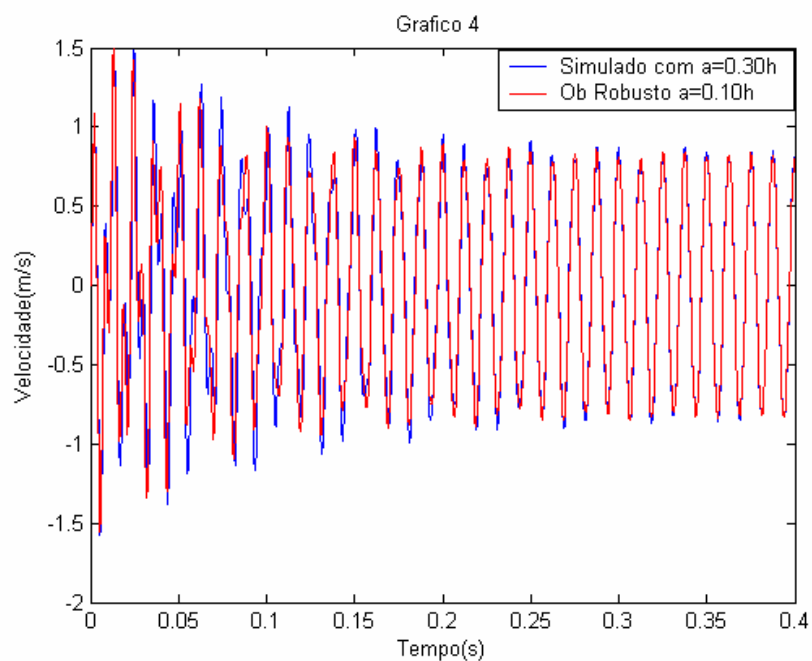
Pode-se verificar que apenas na figura 3.37 as curvas coincidem. O observador robusto montado com  $a=0.30h$  localizou uma falha no sistema simulado. Uma seqüência de falhas foi provocada no sistema para ser identificadas. Os valores obtidos são apresentados nas Tabelas 3.5 e 3.6. Nelas são mostradas as diferenças RMS dos valores entre o sistema real e o observador global e os observadores robustos sujeitos à falhas específicas nos parâmetros.



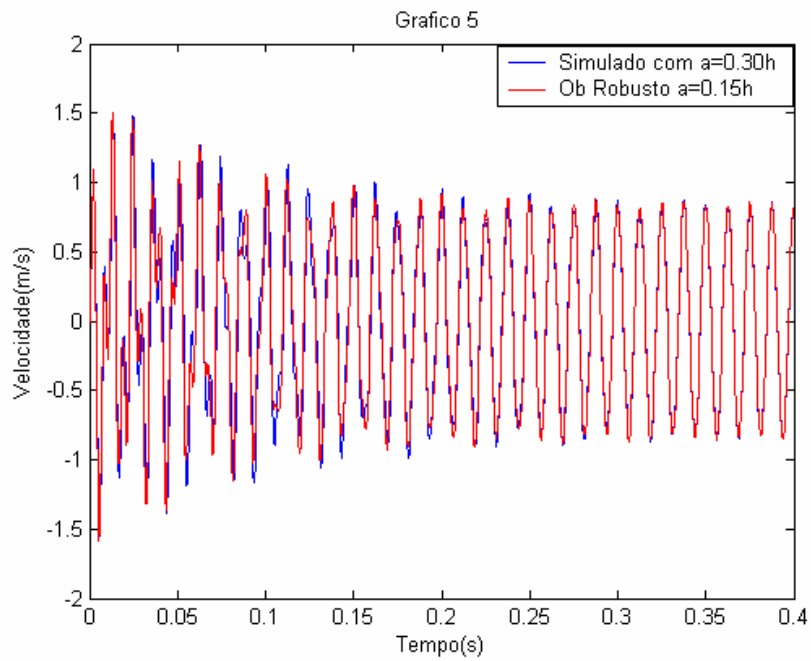
**Figura 3.31** – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).



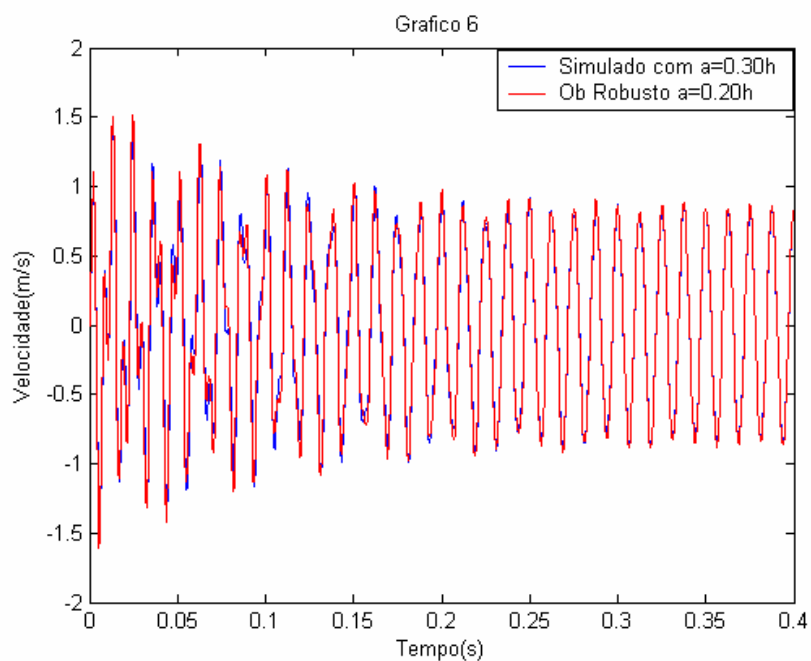
**Figura 3.32** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



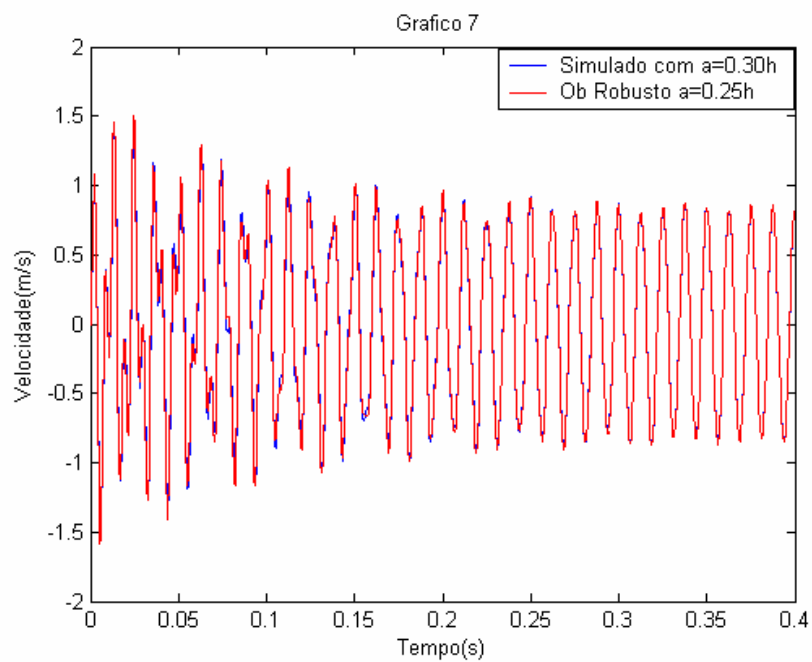
**Figura 3.33** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



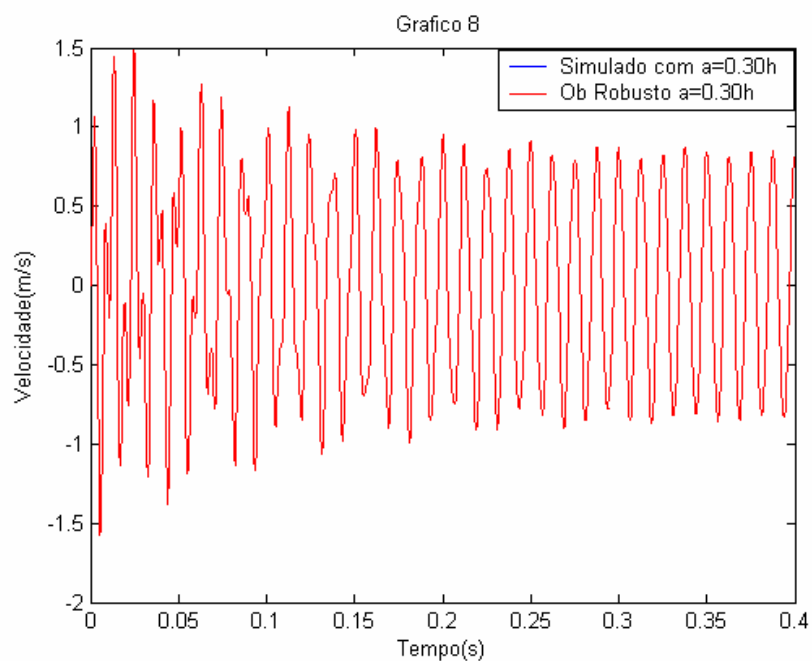
**Figura 3.34** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



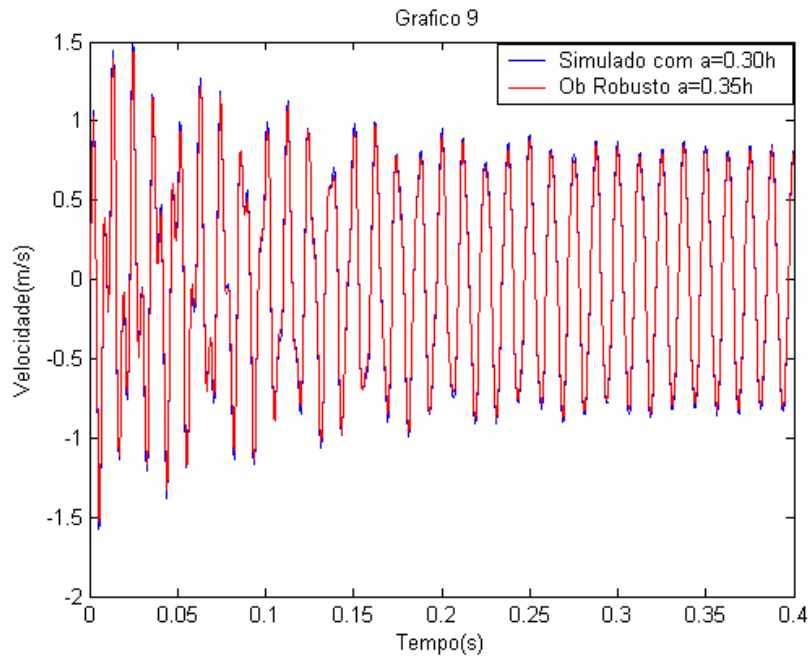
**Figura 3.35** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



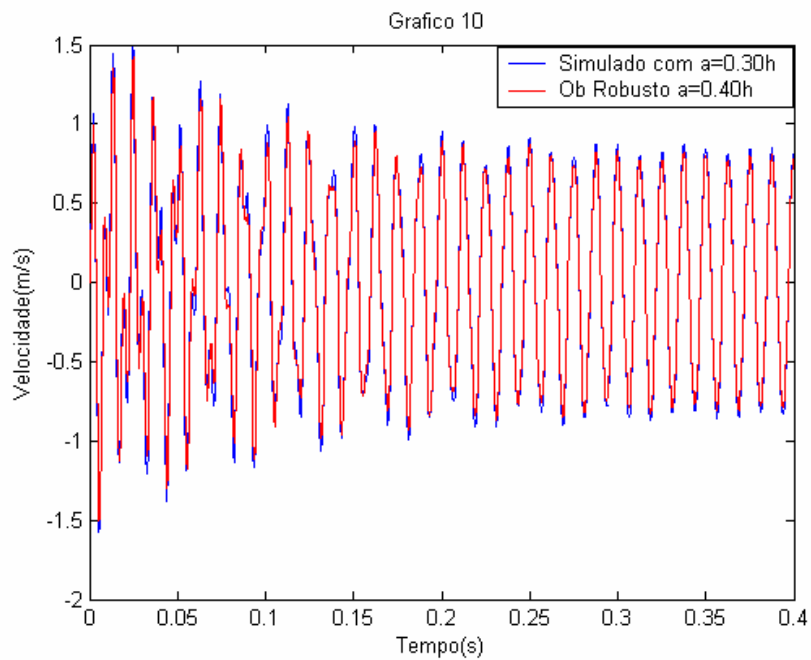
**Figura 3.36** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.37** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.38** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.39** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).

Nas Tabela 3.5 e 3.6, pode-se verificar a detecção e localização das falhas comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna de cada tabela). Nota-se que a diferença RMS de  $10E-12$  mostra uma coincidência das curvas. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falha, porém não há existência de falha no sistema.

Uma vez inserida, a falha é detectada verificando a não coincidência entre as curvas verificadas anteriormente e através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 3.5 pode-se verificar uma detecção de 5% de falha. Ou seja, a trinca atingiu 5% da profundidade total do elemento.

Na seqüência foram inseridas falhas variando de 5 em 5% até atingir 40% da profundidade. A eficácia do banco de observadores pode ser observada através dos resultados inseridos nas Tabelas 3.5 e 3.6.

**Tabela 3.5** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.05h$  até  $a=0.20h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.05h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.10h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_3=0.15h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_4=0.20h</math> (?RMS)</i>
<b>Obs. Gl.</b>	<b>9.0647e-12</b>	<b>2.7507e-04</b>	<b>6.9705e-03</b>	<b>2.1131e-02</b>	<b>3.6371e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_1</math></b>	<b>5.9224e-04</b>	<b>4.0787e-12</b>	<b>6.4142e-03</b>	<b>1.9942e-02</b>	<b>3.4917e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_2</math></b>	<b>2.4327e-03</b>	<b>3.9853e-03</b>	<b>8.8048e-12</b>	<b>1.1874e-02</b>	<b>2.6502e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_3</math></b>	<b>9.3317e-03</b>	<b>1.1184e-02</b>	<b>8.9429e-03</b>	<b>4.0770e-12</b>	<b>1.2282e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_4</math></b>	<b>1.6695e-02</b>	<b>1.8380e-02</b>	<b>1.6273e-02</b>	<b>9.1057e-03</b>	<b>5.0351e-012</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_5</math></b>	<b>5.9080e-03</b>	<b>7.4615e-03</b>	<b>5.0966e-03</b>	<b>1.9438e-03</b>	<b>1.0196e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_6</math></b>	<b>5.6253e-04</b>	<b>1.9370e-03</b>	<b>9.2446e-04</b>	<b>8.5426e-03</b>	<b>1.6771e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_7</math></b>	<b>2.0305e-02</b>	<b>1.8931e-02</b>	<b>2.1741e-02</b>	<b>2.9246e-02</b>	<b>3.7354e-002</b>
<b>Obs.Rob. <math>a_8</math></b>	<b>3.2233e-02</b>	<b>3.1061e-02</b>	<b>3.4362e-02</b>	<b>4.2215e-02</b>	<b>5.0211e-002</b>

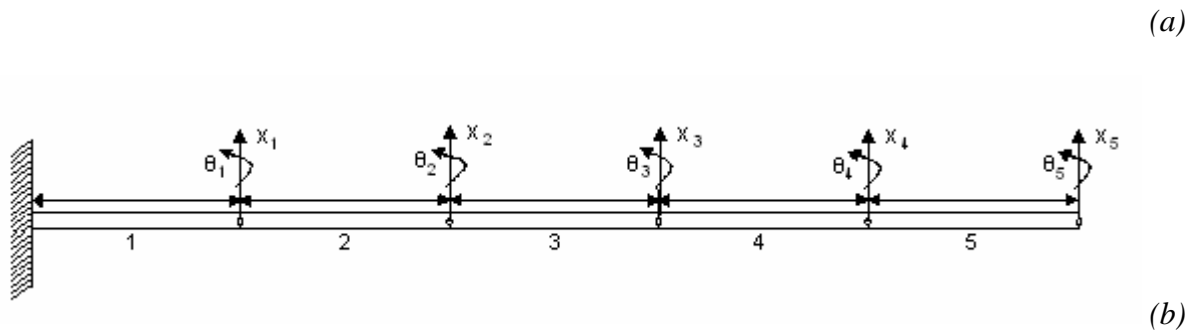
**Tabela 3.6** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.25h$  até  $a=0.40h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_5=0.25h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_6=0.30h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_7=0.35h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_8=0.40h</math> (?RMS)</i>
<b>Obs. Gl.</b>	<b>9.0647e-12</b>	<b>2.9018e-02</b>	<b>2.5975e-02</b>	<b>5.5998e-03</b>	<b>1.1961e-03</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>1</sub></b>	<b>5.9224e-04</b>	<b>2.7658e-02</b>	<b>2.4755e-02</b>	<b>4.5793e-03</b>	<b>1.9063e-03</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>2</sub></b>	<b>2.4327e-03</b>	<b>1.9365e-02</b>	<b>1.6759e-02</b>	<b>3.3358e-03</b>	<b>9.4637e-03</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>3</sub></b>	<b>9.3317e-03</b>	<b>4.6273e-03</b>	<b>1.9711e-03</b>	<b>1.7811e-02</b>	<b>2.3144e-02</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>4</sub></b>	<b>1.6695e-02</b>	<b>9.4116e-03</b>	<b>1.3546e-02</b>	<b>3.3494e-02</b>	<b>3.8663e-02</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>5</sub></b>	<b>5.9080e-03</b>	<b>5.3384e-12</b>	<b>5.1009e-03</b>	<b>2.5347e-02</b>	<b>3.1043e-02</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>6</sub></b>	<b>5.6253e-04</b>	<b>6.2626e-03</b>	<b>5.6005e-12</b>	<b>2.0743e-02</b>	<b>2.9209e-02</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>7</sub></b>	<b>2.0305e-02</b>	<b>2.6843e-02</b>	<b>2.0603e-02</b>	<b>1.0051e-11</b>	<b>8.2149e-03</b>
<b>Obs.Rob. a<sub>8</sub></b>	<b>3.2233e-02</b>	<b>3.9249e-02</b>	<b>3.2095e-02</b>	<b>1.0819e-02</b>	<b>7.5731e-12</b>

**Caso 2** – Viga engastada com duas trincas simultâneas.

O método apresentado pode simular várias trincas simultâneas na estrutura. Porém, para que ele funcione adequadamente um banco de observadores adequado deve ser montado. Nesta seção apresenta-se um caso onde ocorrem duas trincas simultaneamente em elementos diferentes.

Nesta aplicação considera-se uma viga engastada, modelada pela técnica dos elementos finitos usando elementos de viga, como é mostrado na figuras 3.40. Note que  $a$  é a profundidade das trincas localizadas nos elementos 2 e 3. Como descrito anteriormente, será considerado a condição de trinca aberta ( $\gamma = 1$ ).



**Figura 3.40** – Viga engastada para aplicação numérica (a), discretização dos elementos (b).

A matriz de rigidez da viga é montada a partir das matrizes de rigidez de cada elemento. Os elementos 2 e 3 possuem uma trinca, que por sua vez sofrem alterações em suas matrizes, como já foi descrito no caso 1.

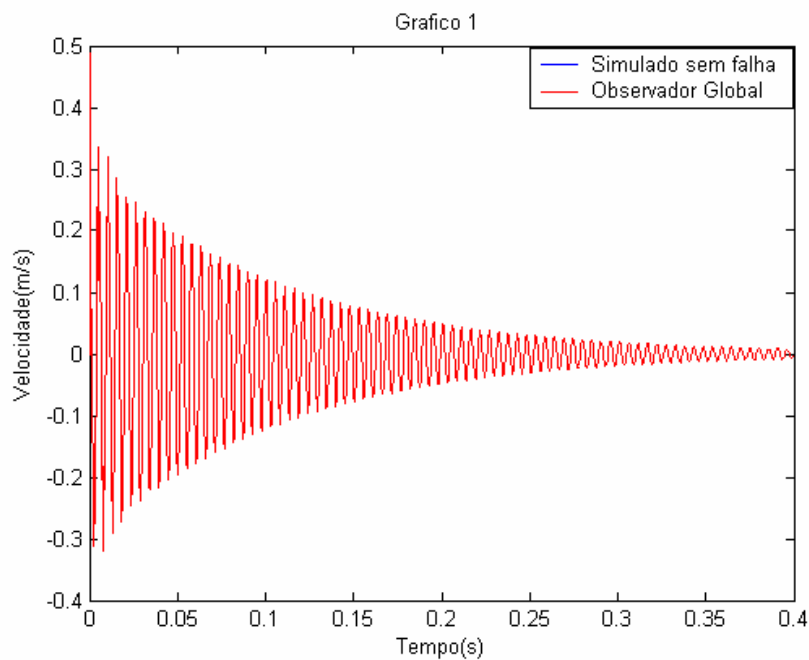
### 3.2.3 Condição Inicial

Para esta simulação, considera-se  $L=2 \times 10^{-1} \text{m}$ ,  $h=12,5 \times 10^{-3} \text{m}$ ,  $b=17,2 \times 10^{-3} \text{m}$ ,  $E=2,07 \times 10^{11} \text{N/m}^2$  e  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ , sendo a condição inicial  $x_{13}(0)=2,5 \text{m/s}$ . Utilizou-se o intervalo de tempo de 0 a 0,4 segundos, discretizados em 1024 pontos. No sistema simulado, considerou-se o amortecimento estrutural, verificado experimentalmente.

Nas figuras 3.41 a 3.50 têm-se os resultados desta simulação. Nas ordenadas apresenta-se os valores gerados de  $x_{17}(t)$  do sistema (simulado) e os valores reconstruídos de  $\hat{x}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Primeiramente, pode-se observar na figura 3.41, que as curvas são coincidentes. O observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico simulado, pois o mesmo é considerado “sem falha”.

Na seqüência para simular a falha, será considerado  $a=0.30h$  nos elementos 2 e 3 do sistema simulado. Ou seja, 30% de profundidade da trinca nos elementos. Observando-se a figura 3.42, nota-se que as curvas não são coincidentes. O observador global detectou a presença de uma possível falha no sistema.

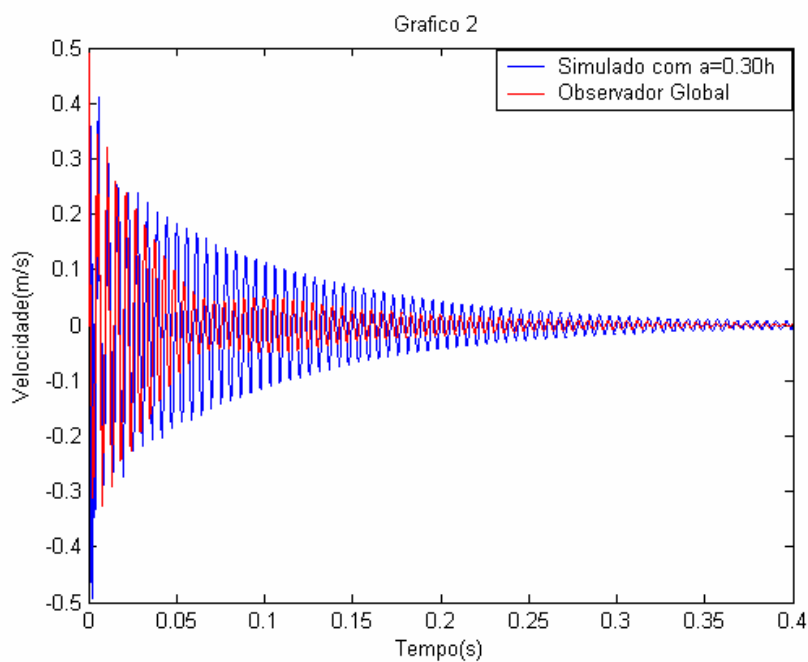


**Figura 3.41** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (condições iniciais).

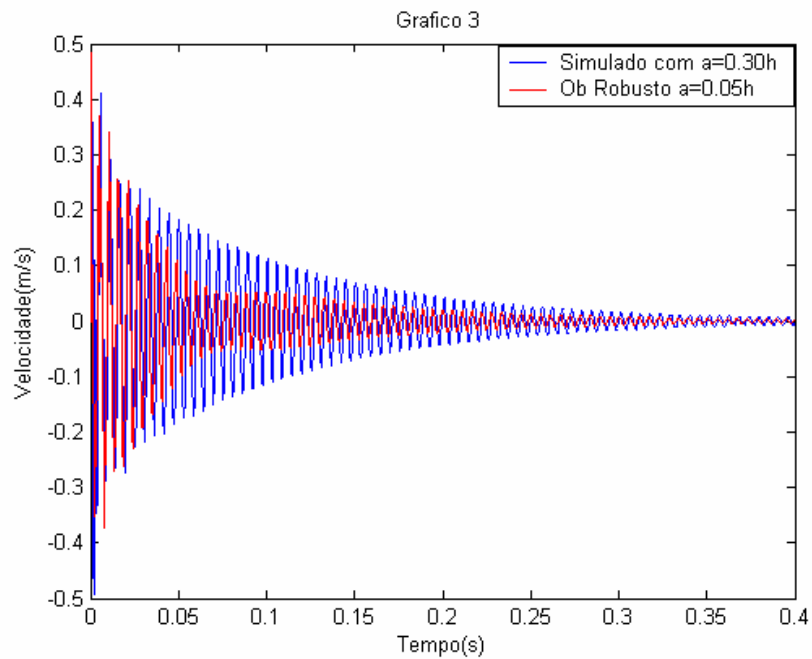
Uma vez detectada a falha, o próximo passo é localizá-la. Para isto, montou-se um banco de observadores robustos a possíveis parâmetros do sistema sujeito à falhas. Nas figuras 3.43 a 3.50 têm-se os resultados obtidos de cada observador.

Pode-se verificar que apenas na figura 3.48 as curvas coincidem. O observador robusto, montado com  $a=0.30h$  nos dois elementos, localizou a falha no sistema simulado. Uma seqüência de falhas foi provocada no sistema para ser identificadas.

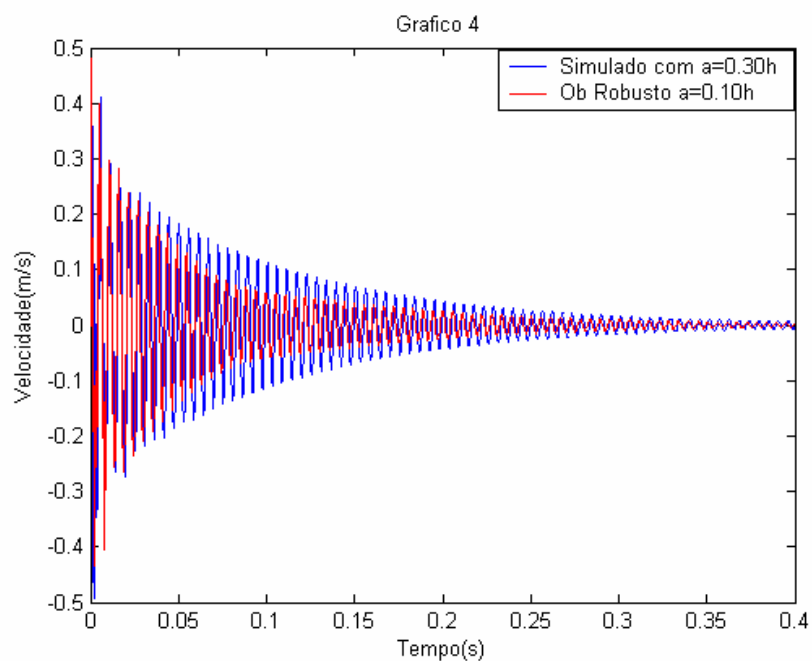
Os valores obtidos são apresentados nas Tabelas 3.7 e 3.8. Nelas têm-se as diferenças RMS (Root Mean Square) dos valores entre o sistema real e o observador global e os observadores robustos sujeitos à falhas específicas nos parâmetros.



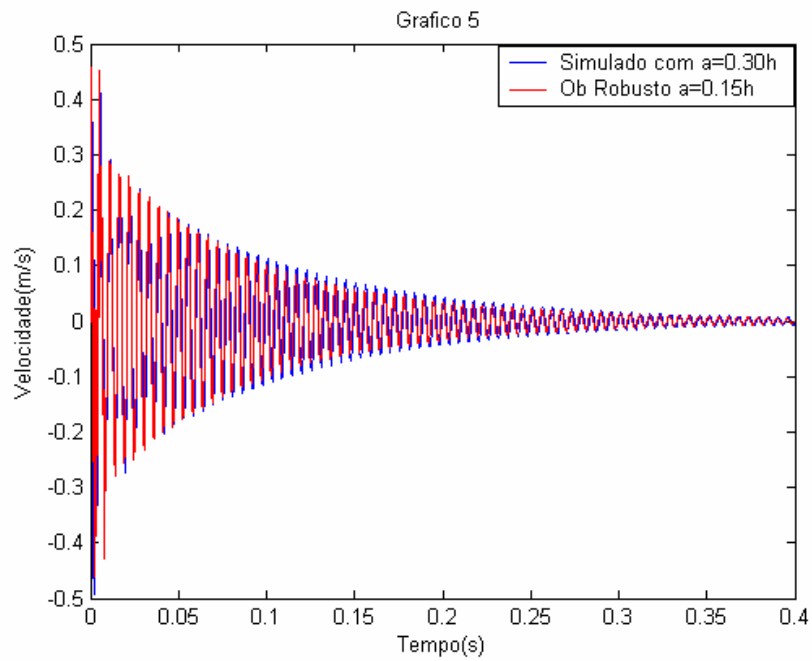
**Figura 3.42** – Sistema real simulado falho x Observador global (condições iniciais).



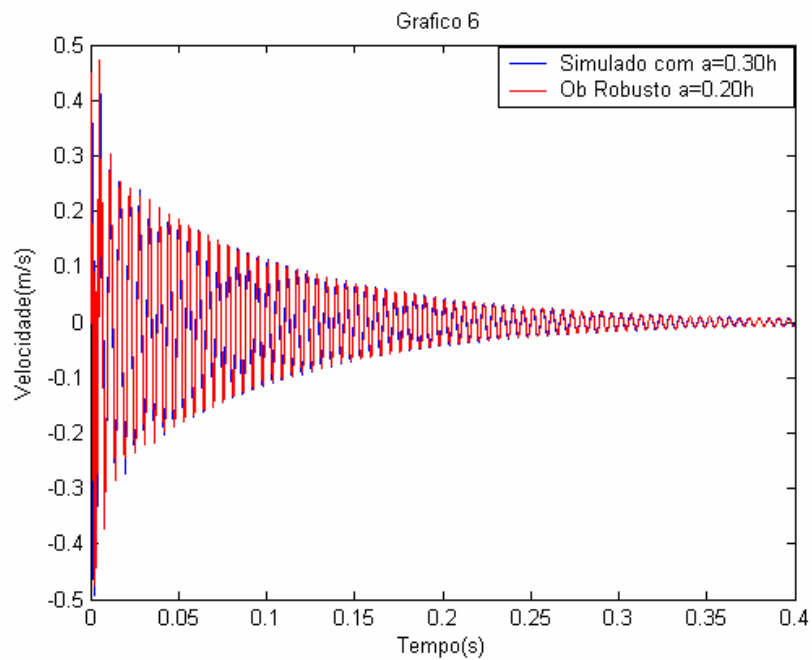
**Figura 3.43** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).



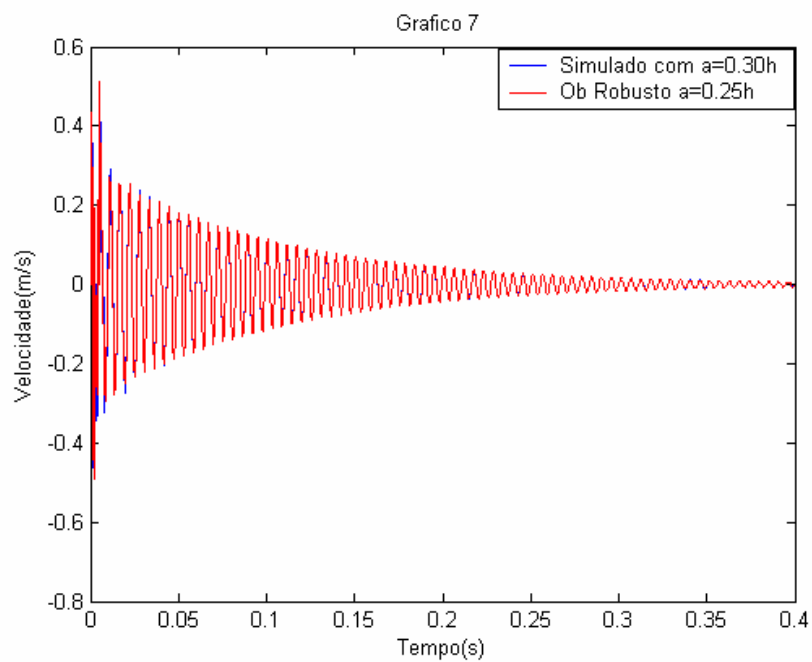
**Figura 3.44** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).



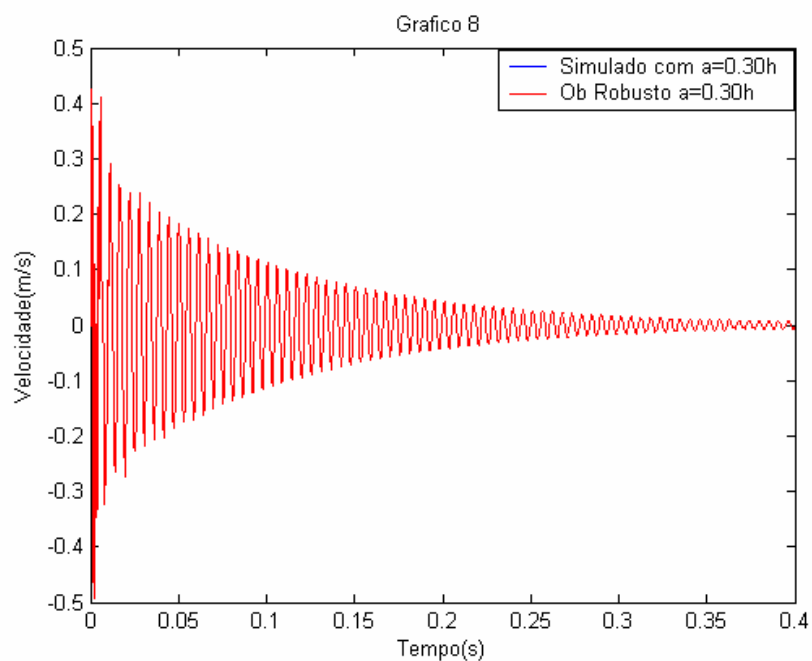
**Figura 3.45** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).



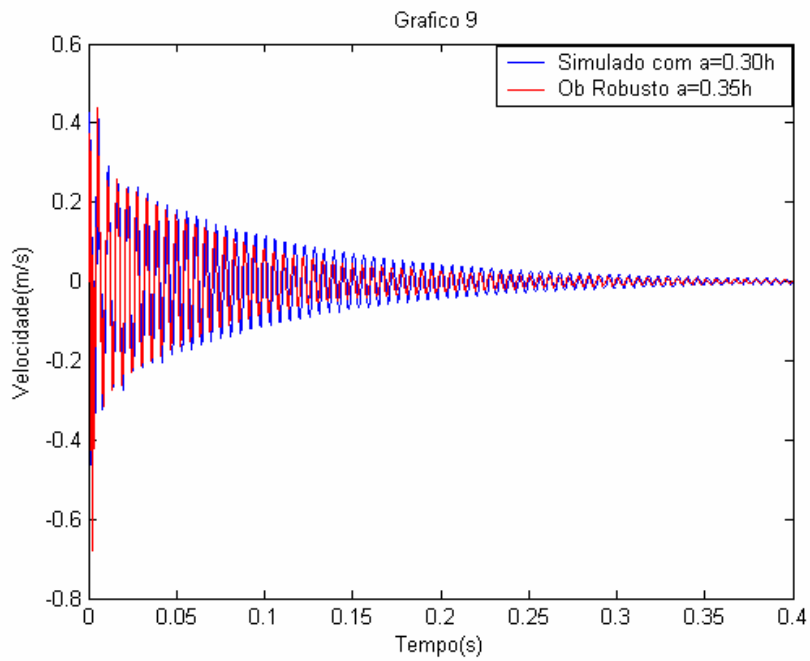
**Figura 3.46** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).



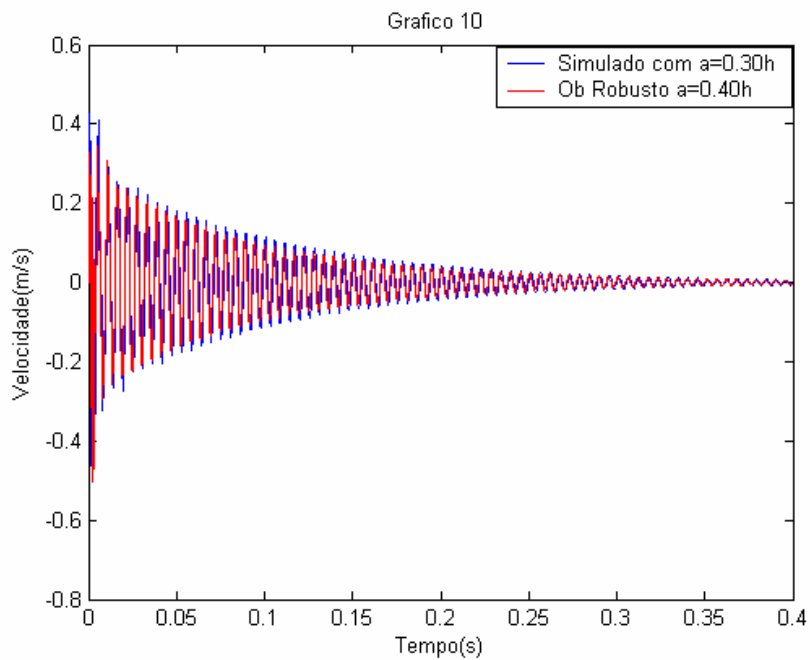
**Figura 3.47** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.48** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.49** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 3.50** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).

**Tabela 3.7** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.05h$  até  $a=0.20h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.05h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.10h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_3=0.15h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_4=0.20h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	1.4405e-13	8.0507e-05	4.1229e-03	1.5645e-02	2.3757e-02
Obs.Rob. $a_1$	4.6358e-04	8.9942e-14	2.5121e-03	1.3484e-02	2.2167e-02
Obs.Rob. $a_2$	6.2693e-03	4.5511e-03	3.4511e-13	6.7755e-03	1.7204e-02
Obs.Rob. $a_3$	1.7590e-02	1.6074e-02	8.0671e-03	4.8857e-13	6.5538e-03
Obs.Rob. $a_4$	2.4007e-02	2.3009e-02	1.7841e-02	8.0420e-03	2.1079e-13
Obs.Rob. $a_5$	2.1762e-02	2.0615e-02	1.4615e-02	4.7469e-03	2.9493e-04
Obs.Rob. $a_6$	2.2439e-02	2.1544e-02	1.6665e-02	6.7125e-03	2.0341e-03
Obs.Rob. $a_7$	1.7015e-02	1.5455e-02	7.5115e-03	3.0537e-03	1.1918e-02
Obs.Rob. $a_8$	1.4385e-02	1.2896e-02	6.6382e-03	4.3341e-03	9.9250e-03

**Tabela 3.8** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.25h$  até  $a=0.40h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_5=0.25h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_6=0.30h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_7=0.35h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_8=0.40h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	1.4405e-13	2.1564e-02	2.0076e-02	9.9607e-03	6.9777e-03
Obs.Rob. $a_1$	4.6358e-04	1.9855e-02	1.8402e-02	7.9532e-03	5.0508e-03
Obs.Rob. $a_2$	6.2693e-03	1.4405e-02	1.2990e-02	1.8136e-03	8.1518e-04
Obs.Rob. $a_3$	1.7590e-02	3.5069e-03	2.1352e-03	1.3213e-03	3.0273e-03
Obs.Rob. $a_4$	2.4007e-02	8.8967e-04	7.0565e-05	8.3309e-03	6.6872e-03
Obs.Rob. $a_5$	2.1762e-02	9.7991e-13	1.0154e-03	4.9715e-03	3.4318e-03
Obs.Rob. $a_6$	2.2439e-02	1.2046e-03	5.0113e-13	6.6921e-03	5.0445e-03
Obs.Rob. $a_7$	1.7015e-02	8.7549e-03	7.2249e-03	1.3656e-12	2.0012e-03
Obs.Rob. $a_8$	1.4385e-02	7.7651e-03	6.4957e-03	1.9886e-03	4.4556e-13

Nas Tabelas 3.7 e 3.8, pode-se verificar a detecção e localização das falhas comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna da

Tabela 3.7 e 3.8). Pode-se notar que a diferença RMS de  $10E-13$  mostra uma coincidência das curvas. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falhas, porém não há existência de falhas no sistema.

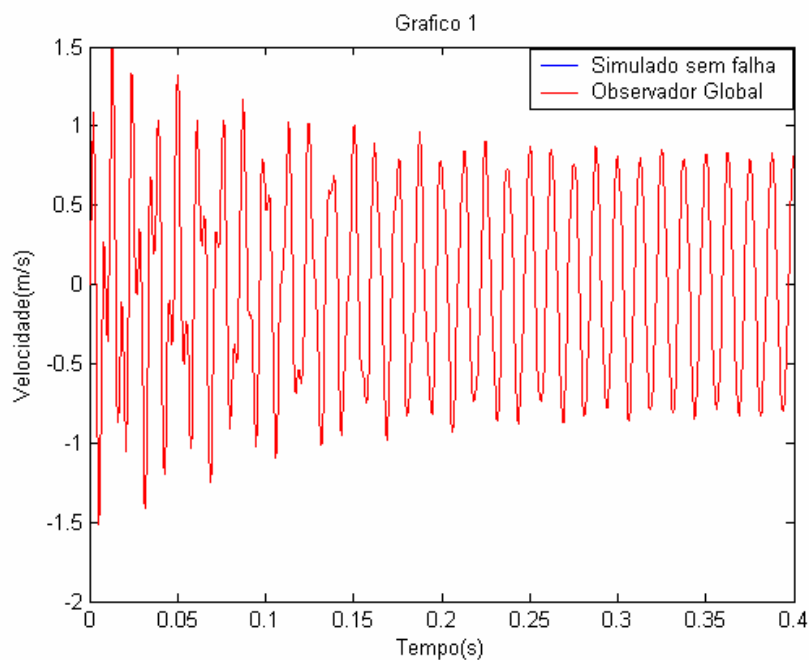
Uma vez inseridas as falhas no sistema, elas são detectadas verificando-se a não coincidência entre as curvas descritas anteriormente e através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 3.7 pode-se verificar uma detecção de 5% de falhas. Ou seja, as trincas atingiram 5% da profundidade total dos elementos. Na seqüência inseriu-se falhas variando de 5 em 5% até atingir 40% da profundidade. Nota-se a eficácia do banco de observadores nas Tabelas 3.7 e 3.8.

### 3.2.4 Sistema Excitado

Para esta simulação excitou-se o sistema harmonicamente com uma força  $F(t) = A \cdot \sin(\omega(t))$ , amplitude  $A$  de 100 N e frequência  $\omega(t)$  de 80 rad/s, aplicado no nó 5. Utilizou-se o intervalo de tempo de 0 a 0,4 segundos, discretizados em 1024 pontos.

Nas figuras 3.51 a 3.60 têm-se os resultados desta simulação. Nas ordenadas apresenta-se os valores gerados de  $x_{17}(t)$  do sistema (simulado) e os valores reconstruídos de  $\hat{x}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Primeiramente, pode-se observar na figura 3.51, que as curvas são coincidentes. O observador global não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico simulado, pois o mesmo é considerado “sem falha”.



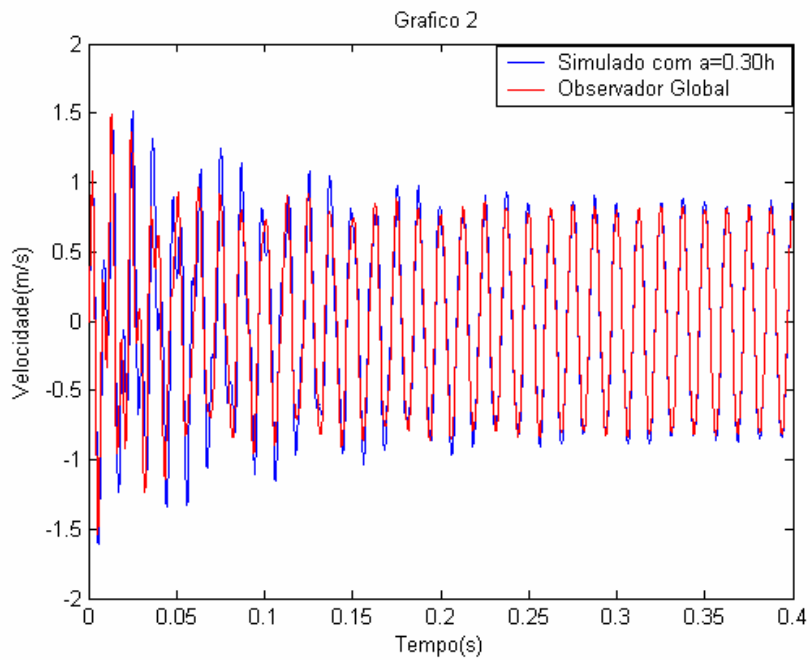
**Figura 3.51** – Sistema real simulado sem falha x Observador global (excitação harmônica).

Na seqüência para simular a falhas, foi considerado  $a=0.30h$  nos elementos 2 e 3 do sistema simulado. Ou seja, 30% de profundidade das trincas nos elementos. Observando-se a figura 3.52 nota-se que as curvas não são coincidentes. O observador global detectou a presença de uma possível falha no sistema.

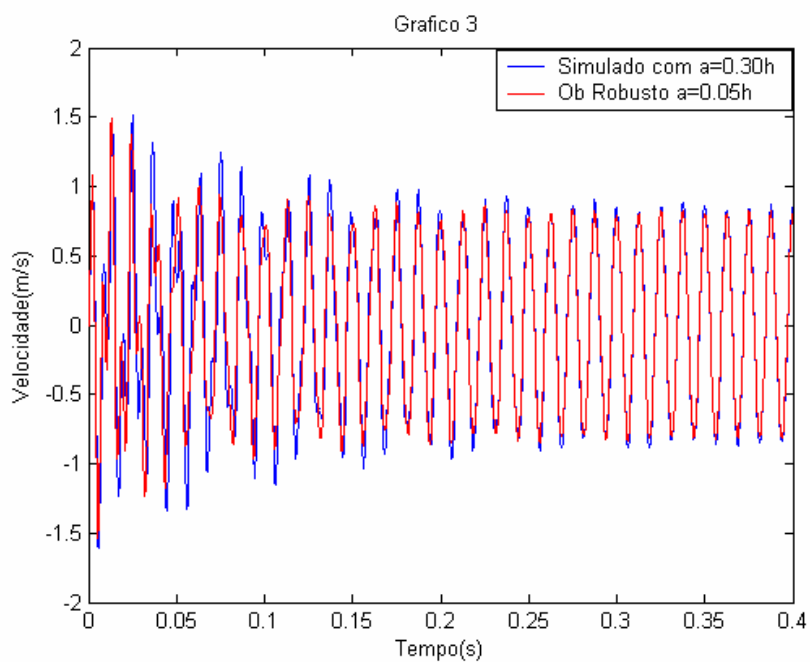
Uma vez detectadas as falhas, o próximo passo é localizá-las. Para isto, montou-se um banco de observadores robustos a possíveis parâmetros do sistema sujeito à falhas. Nas figuras 3.53 a 3.60 têm-se os resultados obtidos de cada observador.

Pode-se verificar que apenas na figura 3.58 as curvas coincidem. O observador robusto, montado com  $a=0.30h$ , localizou a falha no sistema simulado. Uma seqüência de falhas foi provocada no sistema para ser identificadas. Os valores obtidos são apresentados nas Tabelas 3.9

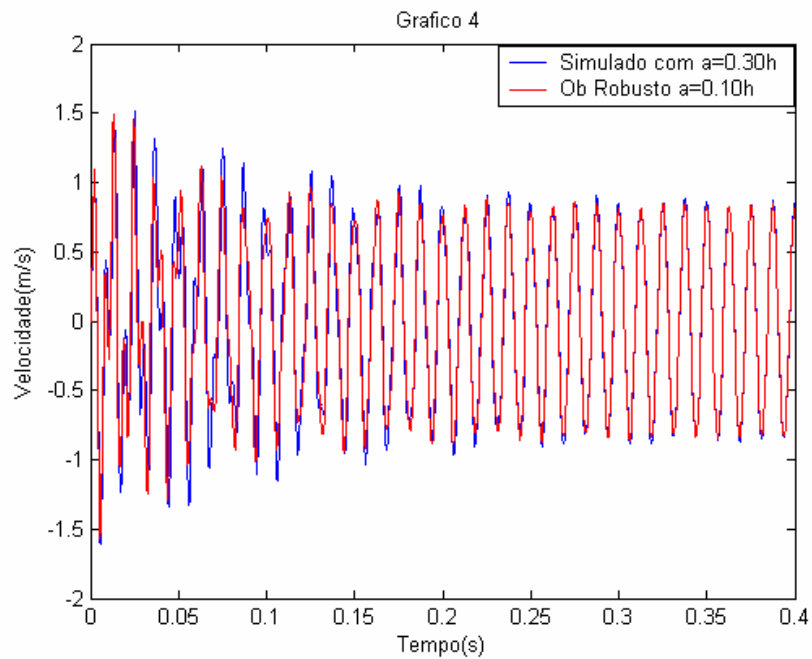
e 3.10. Nelas têm-se as diferenças RMS dos valores entre o sistema real e o observador global e os observadores robustos sujeitos à falhas específicas nos parâmetros.



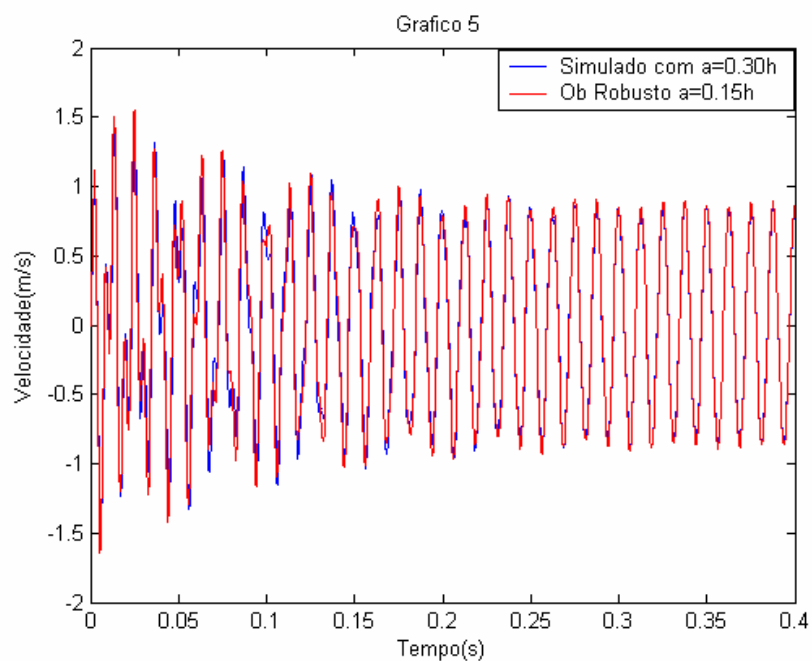
**Figura 3.52** – Sistema real simulado falho x Observador global (excitação harmônica).



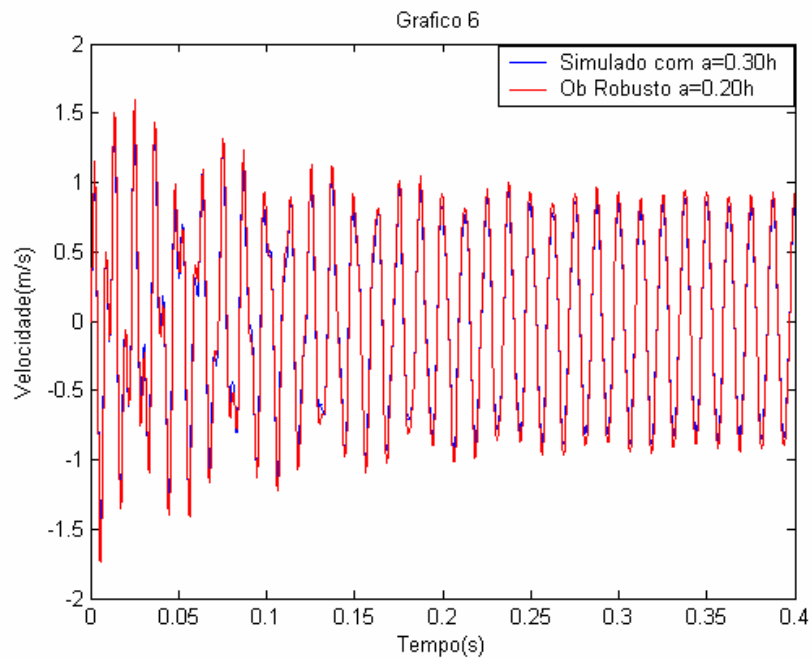
**Figura 3.53** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



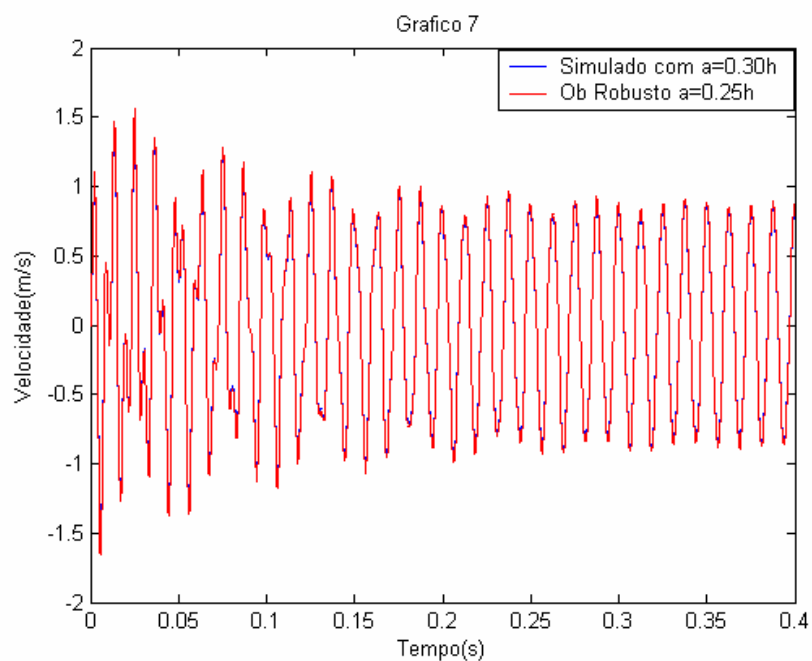
**Figura 3.54** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



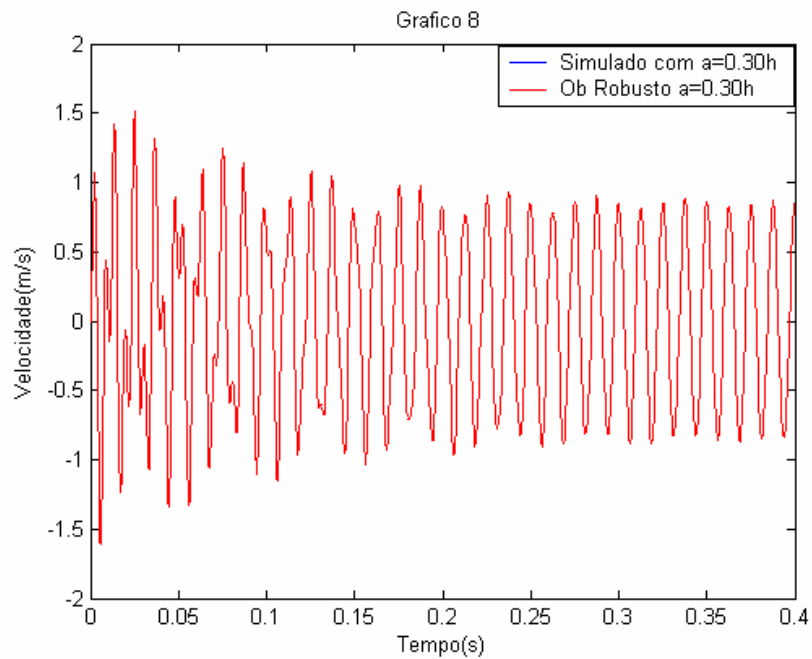
**Figura 3.55** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



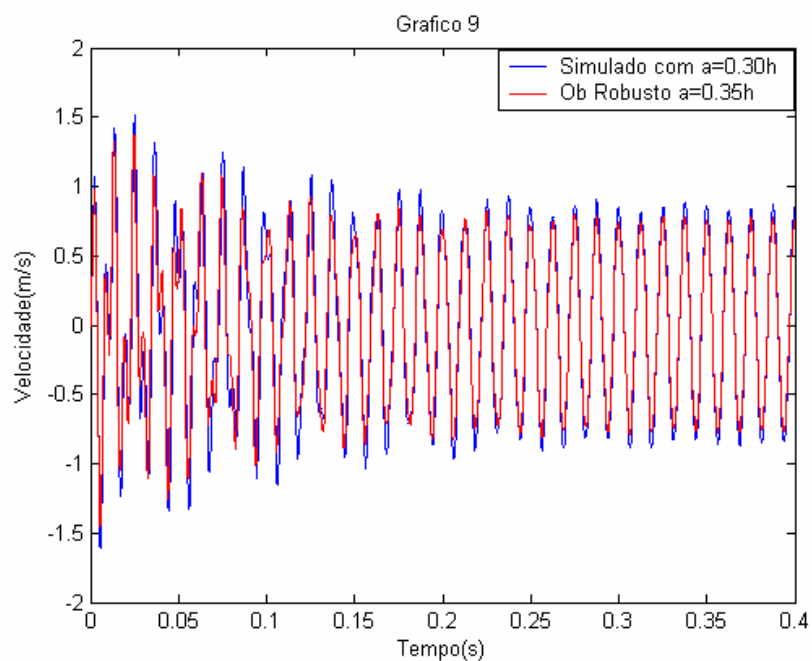
**Figura 3.56** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



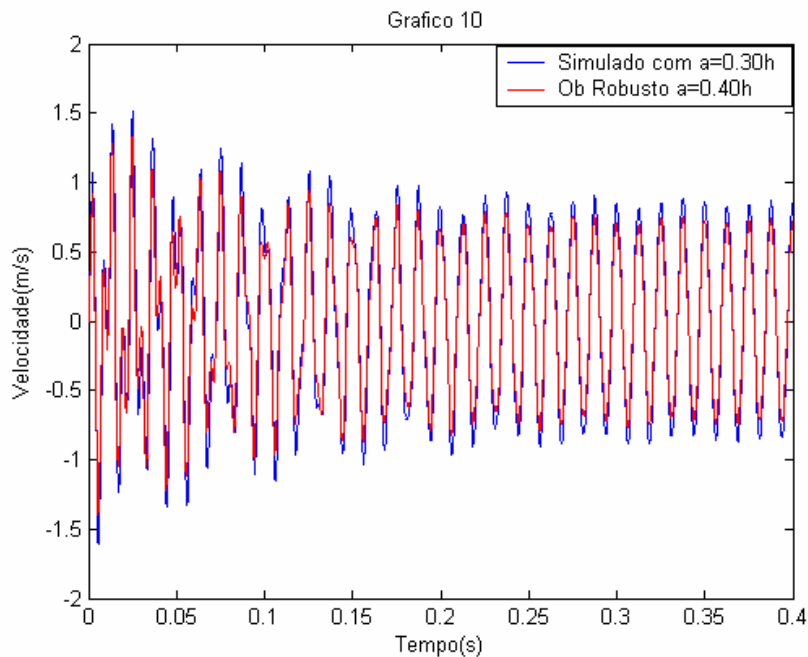
**Figura 3.57** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.58** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.59** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 3.60** – Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).

Nas Tabelas 3.9 e 3.10, pode-se verificar a detecção e localização das falhas comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna de cada tabela). Nota-se que a diferença RMS de  $10E-12$  mostra uma coincidência das curvas. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falha, porém não há existência de falhas no sistema.

Uma vez inseridas as falhas elas são detectadas verificando-se a não coincidência entre as curvas citadas anteriormente e através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos as falhas. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 3.9 pode-se verificar uma detecção de 5% de falha. Ou seja, as trincas atingiram 5% da profundidade total dos elementos. Na sequência, inseriu-se falhas variando de 5 em 5% até atingir 40% da profundidade. A eficácia

do banco de observadores pode ser observada através dos resultados inseridos nas Tabelas 3.9 e 3.10.

**Tabela 3.9** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.05h$  até  $a=0.20h$ .

	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.05h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_1=0.10h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_3=0.15h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_4=0.20h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	9.0647e-12	1.6981e-03	1.5585e-02	5.4116e-02	9.2969e-02
Obs.Rob. $a_1$	2.0342e-03	1.1934e-11	1.5669e-02	5.3738e-02	9.3116e-02
Obs.Rob. $a_2$	6.1713e-03	9.2233e-03	1.0736e-11	3.4128e-02	7.5412e-02
Obs.Rob. $a_3$	2.5082e-02	2.7802e-02	2.0286e-02	8.8463e-13	3.7926e-02
Obs.Rob. $a_4$	5.1826e-02	5.4075e-02	4.3481e-02	2.3017e-02	1.0250e-11
Obs.Rob. $a_5$	2.2000e-02	2.4399e-02	1.4845e-02	4.5139e-03	3.0624e-02
Obs.Rob. $a_6$	4.2893e-03	6.5292e-03	4.0471e-03	2.3842e-02	5.0281e-02
Obs.Rob. $a_7$	5.1012e-02	4.8149e-02	5.5037e-02	7.8422e-02	1.1933e-01
Obs.Rob. $a_8$	7.5153e-02	7.2257e-02	7.9672e-02	1.0398e-01	1.4038e-01

**Tabela 3.10** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  falhas de  $a=0.25h$  até  $a=0.40h$ .

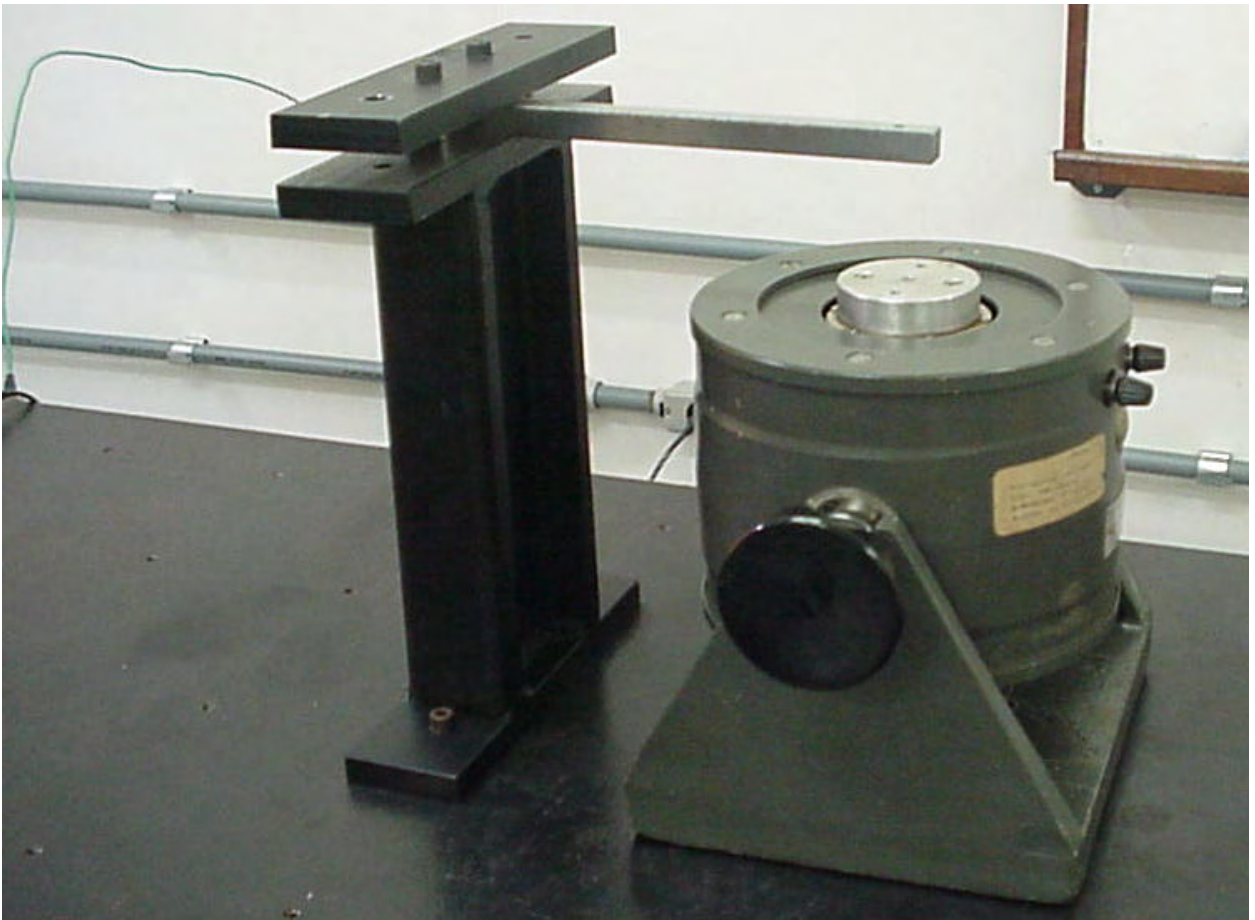
	<i>Simulado Sem Falha (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_5=0.25h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_6=0.30h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_7=0.35h</math> (?RMS)</i>	<i>Simulado <math>a_8=0.40h</math> (?RMS)</i>
Obs. Gl.	9.0647e-12	5.9712e-02	4.0335e-02	2.7665e-02	5.7516e-02
Obs.Rob. $a_1$	2.0342e-03	5.9831e-02	4.0540e-02	2.7627e-02	5.7307e-02
Obs.Rob. $a_2$	6.1713e-03	4.1701e-02	2.2513e-02	4.6293e-02	7.5565e-02
Obs.Rob. $a_3$	2.5082e-02	3.9737e-03	1.5015e-02	7.6905e-02	1.0548e-01
Obs.Rob. $a_4$	5.1826e-02	2.9610e-02	4.8135e-02	9.9803e-02	1.2878e-01
Obs.Rob. $a_5$	2.2000e-02	3.0190e-12	1.8466e-02	7.1406e-02	1.0005e-01
Obs.Rob. $a_6$	4.2893e-03	1.8740e-02	4.5179e-12	5.2931e-02	8.1903e-02
Obs.Rob. $a_7$	5.1012e-02	8.5063e-02	6.5872e-02	2.4258e-13	2.8823e-02
Obs.Rob. $a_8$	7.5153e-02	1.0802e-01	8.9598e-02	2.8103e-02	2.5894e-12

## CAPÍTULO 4

?

### 4 ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS

A fim de verificar a validade da metodologia desenvolvida montou-se, no Laboratório de Vibrações e Instrumentação do Departamento de Engenharia Mecânica (LVI/DEM/FEIS), uma viga engastada, constituído de uma barra de aço carbono e uma base rígida para garantir o engaste, figura 4.1.



**Figura 4.1** – Bancada de Testes.

## 4.1 SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE SINAIS

### 4.1.1 Materiais Utilizados

A bancada de testes montada é constituída dos seguintes materiais:

- ✍ Mesa inercial de sustentação da bancada de testes;
  
- ✍ Barras de aço carbono de dimensões: 0,2 x 0,0172 x 0,0125 m e 0,2 x 0,0155 x 0,0155 m;
  
- ✍ Base de aço carbono;
  
- ✍ Parafusos para acoplagem da base e do engaste;

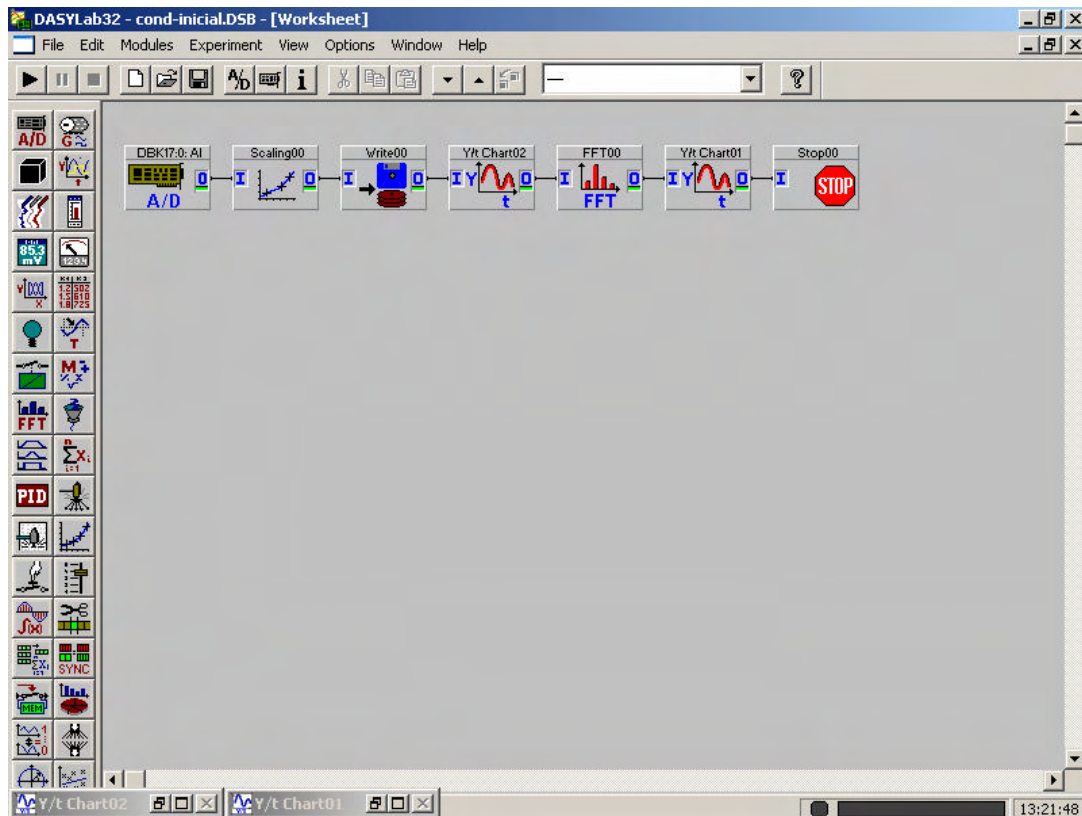
### 4.1.2 Equipamentos Utilizados

Para a aquisição de sinais provenientes do sistema mecânico montado, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- ? Sistema de aquisição de dados *A/D Iotech DaqBook/112* de 12-bit (corrente: 360mA), placa DBK17 com 4 canais de entrada;
  
- ? Software de aquisição e análise de dados *DasyLab 4.0 for Windows*;

- ? Condicionador/Amplificador de sinais *Nexus Conditioning Amplifier Z6 0400* da Bruel ? Kjaer com 4 canais de entrada e 4 de saída;
- ? Acelerômetro *Piezoelétrico da Brüel & Kjaer do tipo 4384V* (sensibilidade 0,979 pC/ms<sup>-2</sup>, range 0,1 – 12600 Hz).
- ? Martelo de impacto para força impulsiva do tipo *PCB 086C04* (range de frequência: 8.0kHz, range do martelo (5V saída): 4400 N, Sensibilidade do martelo:1.2 mV/N), conectado a um condicionador de sinais do tipo *480E09* ( 27 +V, 2(?0.6)mA);
- ? Transdutor de força da Bruel ? Kjaer do tipo 8200 (sensibilidade: 3.93 pC/N, range de força: 1000N, tensão a compressão: 5000 N [ -1000N a +5000N]) ;
- ? Gerador de frequência *Politem PT-9300 ALL-IN-ONE Instrument* (sensibilidade: 1Hz ~ 100MHz e 70MHz ~ 1GHz, impedância: 1M? /100pF, range de frequência: 1Hz ~ 1000MHz, resolução: 0.1, 1, 10, 100 Hz);
- ? Amplificador de sinal MMF-LV103 (100 VA, 3? , 3 Hz, ..., 20kHz) .
- ? Oscilador eletrodinâmico VEB ROBOTRON – MESSELEKTRONIK modelo ESE 211 tipo 11076 (diafragma rígido, viga oscilante, 3 bolachas de fixação e 1 tubo de refrigeração).

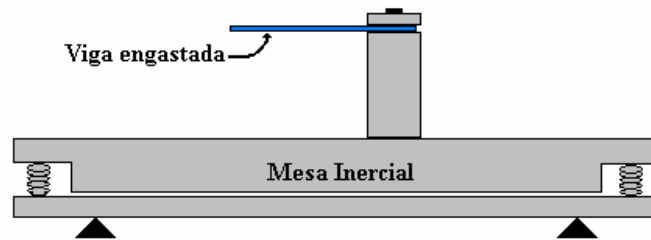
Na figura 4.2 tem-se o diagrama de blocos montado para a aquisição de sinais e análise de frequências para as análises experimentais realizadas.



**Figura 4.2** – Fluxograma para a aquisição de sinais e análise de frequência.

## 4.2 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA MECÂNICO MONTADO

Na figura 4.3 tem-se o esquema do sistema mecânico montado para a realização das análises experimentais.



**Figura 4.3** – Esquema do sistema mecânico montado.

O sistema de equações diferenciais, na forma matricial, que descreve o movimento deste sistema mecânico é dado pela equação 2.46, onde  $M$  é a matriz de massa,  $C$  é a matriz de amortecimento,  $(K_u - \gamma K)$  é a matriz de rigidez,  $\gamma K = K_u - K_c$  e  $\gamma = 1$  quando a trinca está aberta e  $\gamma = 0$  quando a trinca está fechada.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + (K_u - \gamma K)u(t) = f(t) \quad (2.46)$$

$$u(0) = u^0; \dot{u}(0) = \dot{u}^0$$

## 4.3 ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO IMPULSIVA

### 4.3.1 Resultados Experimentais

Na figura 4.4 tem-se a viga engastada discretizada. Na figura 4.5 tem-se o sistema mecânico completo com o acelerômetro instalado no nó 4.

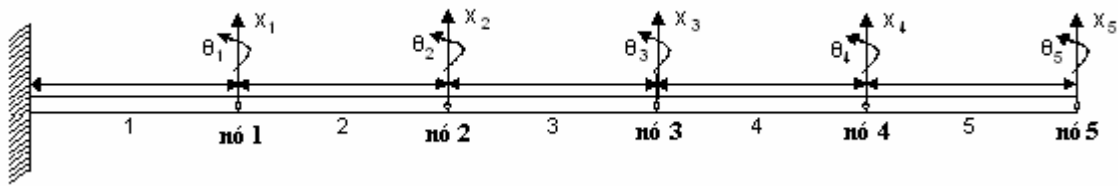


Figura 4.4 – Viga engastada discretizada.

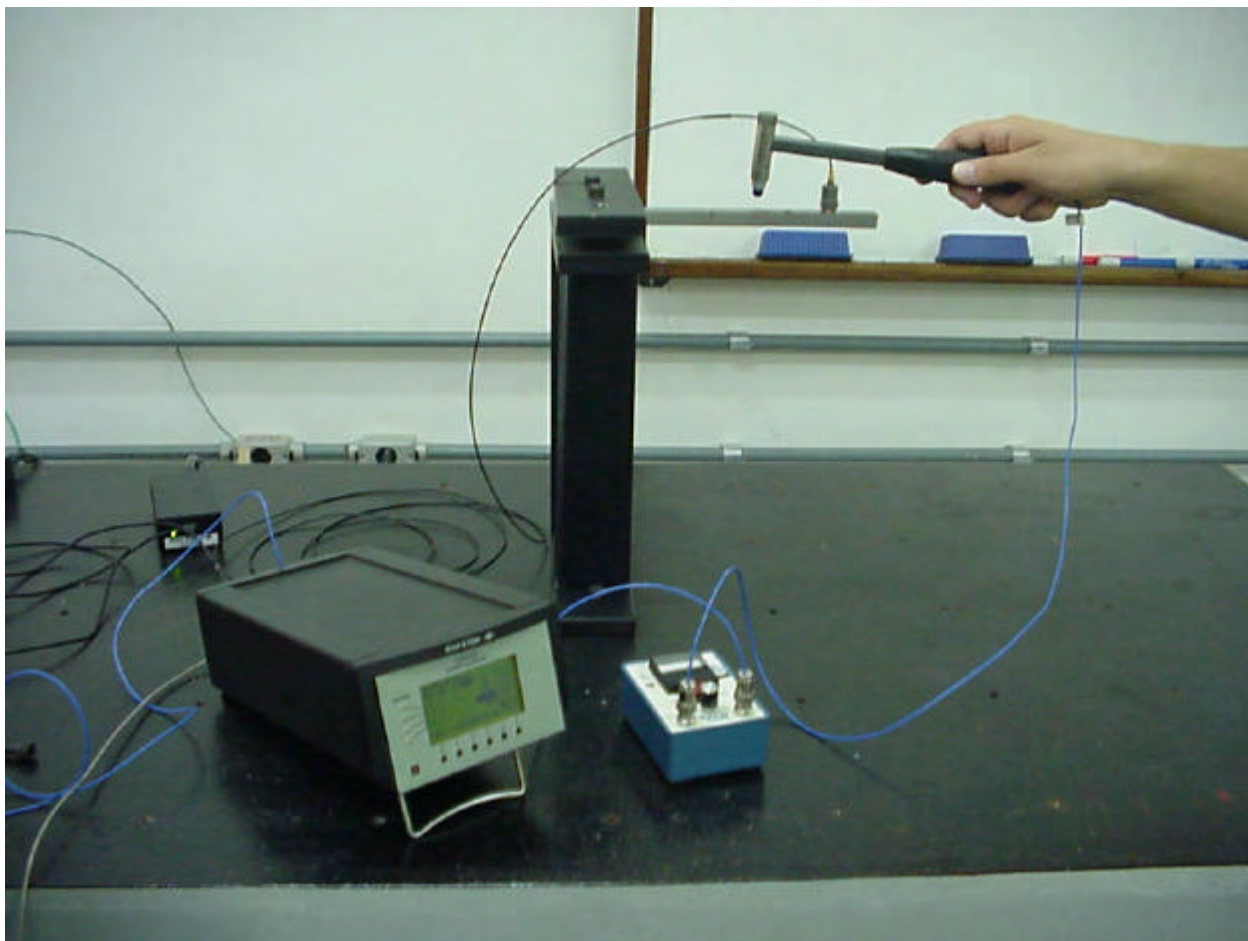


Figura 4.5 – Sistema Mecânico Completo com acelerômetro instalado no nó 4.

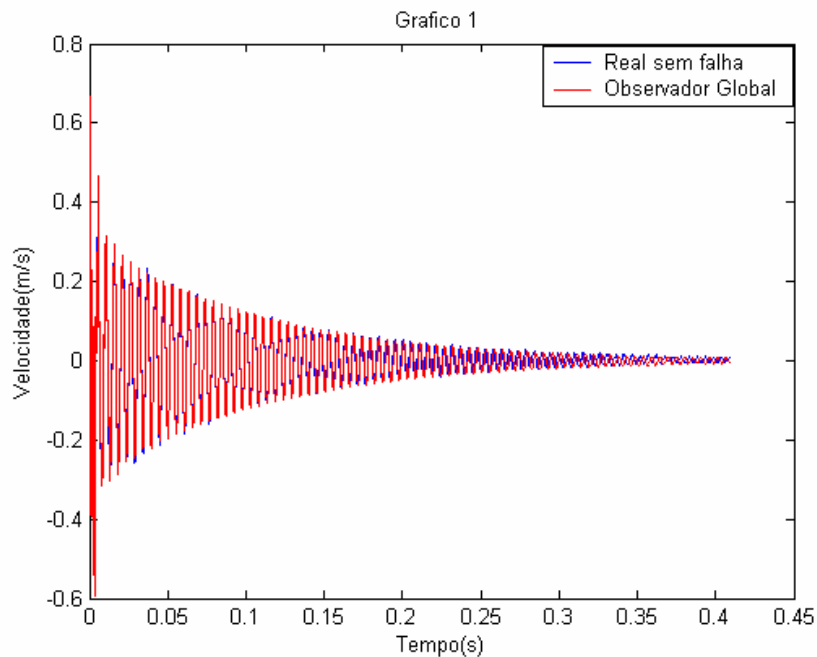
O sistema da figura 4.4 tem  $L=2 \times 10^{-1} \text{ m}$ ,  $b=17,2 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $h=12,5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $E=2,07 \times 10^{11} \text{ m}$  e  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ .

Excitou-se o sistema com uma força impulsiva de velocidade inicial de 2,5 m/s aplicado no nó 2. Determina-se o valor desta velocidade através de uma conversão de unidades, considerando a sensibilidade do martelo de impedância e a duração do impacto.

No sistema simulado, considerou-se o amortecimento estrutural, verificado experimentalmente, como descrito anteriormente.

Adquiriu-se 2048 pontos para os sinais experimentais de velocidade no nó 4 em um intervalo de tempo de 0,4 segundos.

Nas figuras 4.6 a 4.15 têm-se os resultados desta simulação. Nas ordenadas apresenta-se os valores medidos de  $\dot{x}_{17}(t)$  do sistema e os valores reconstruídos de  $\hat{\dot{x}}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

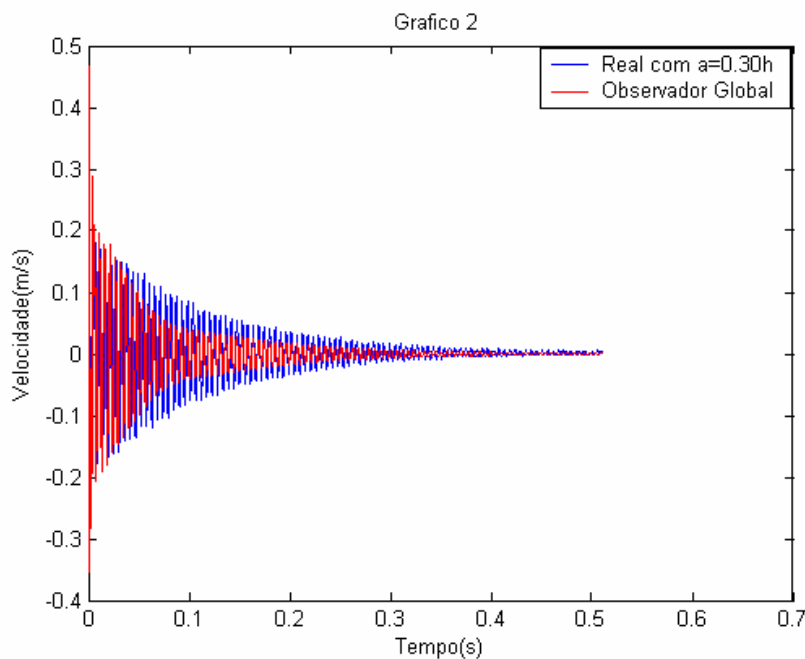


**Figura 4.6** – Sistema real sem falha x Observador global (condições iniciais).

Na figura 4.6 tem-se a curva de resposta do sistema real sem falhas. Adquiriu-se os pontos através de uma aquisição de sinais e a curva de resposta do observador global. A fim de detectar uma possível irregularidade no sistema.

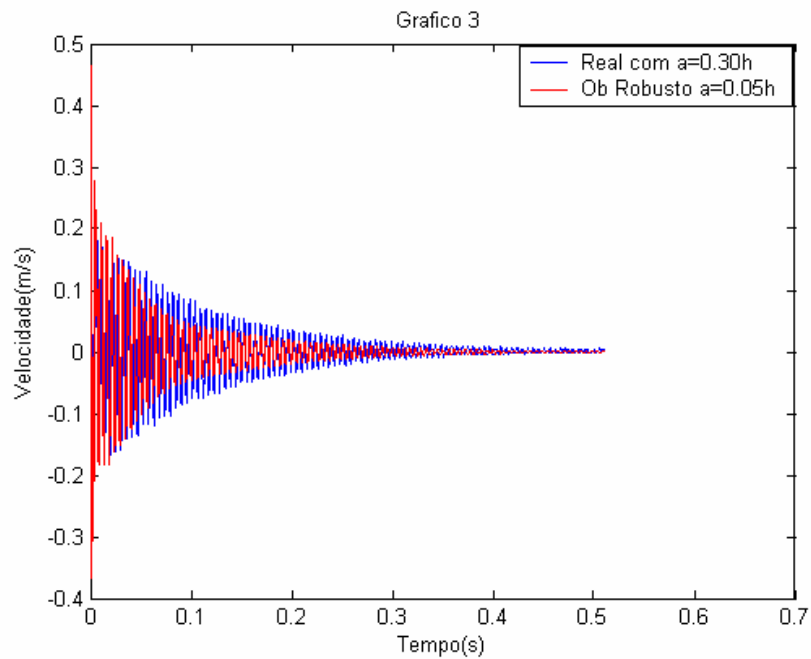
Nota-se que as curvas são praticamente coincidentes, comprovando assim o fato de não haver nenhuma irregularidade com o sistema.

Na seqüência objetivando a simulação de uma falha, fez-se um corte com  $a=0.30h$  no elemento 2, ou seja, 30% de profundidade da trinca no elemento. Na figura 4.7 tem-se a curva da resposta do sistema real trincado (simulando 30% de profundidade da trinca) e a resposta do observador global. Nota-se que as curvas não são coincidentes, ou seja, o observador global conseguiu detectar uma possível falha no sistema.

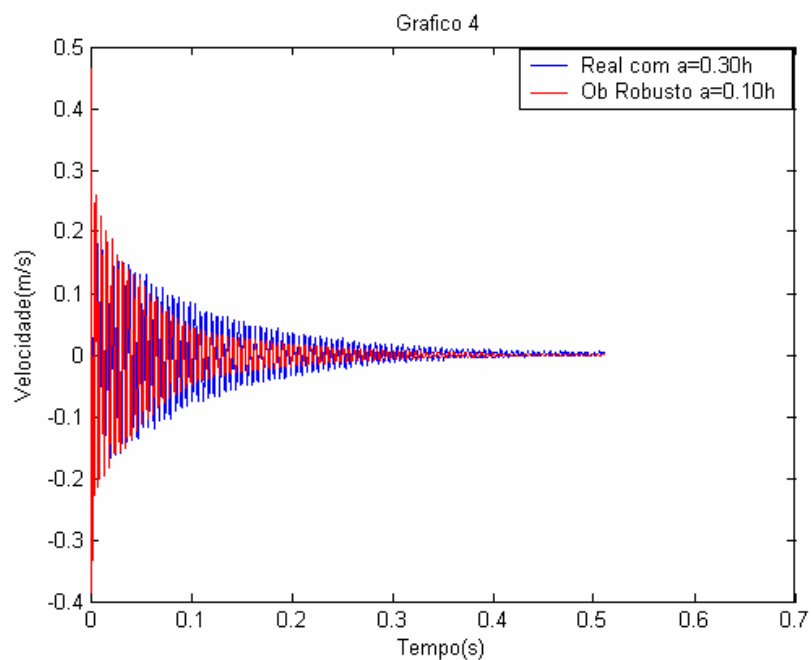


**Figura 4.7** – Sistema real falho x Observador global (condições iniciais).

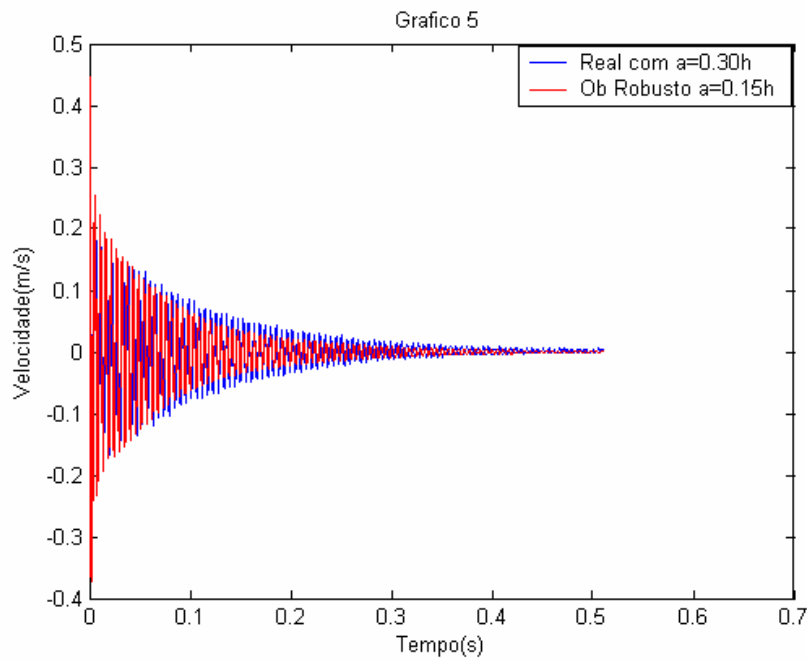
Com o objetivo de localizar tal falha, fez-se uma análise através das figuras 4.8 e 4.15. Estas figuras apresentam as respostas dos observadores robustos com as seguintes perdas:  $a=0.05h$ ,  $a=0.10h$ ,  $a=0.15h$ ,  $a=0.20h$ ,  $a=0.25h$ ,  $a=0.30h$ ,  $a=0.35h$  e  $a=0.40h$ , respectivamente.



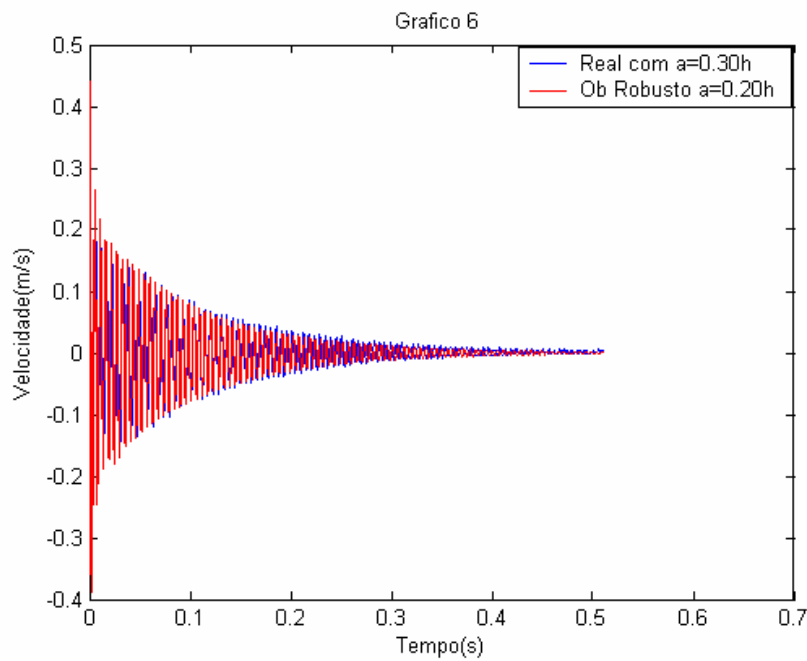
**Figura 4.8** – Sistema real falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (condições iniciais).



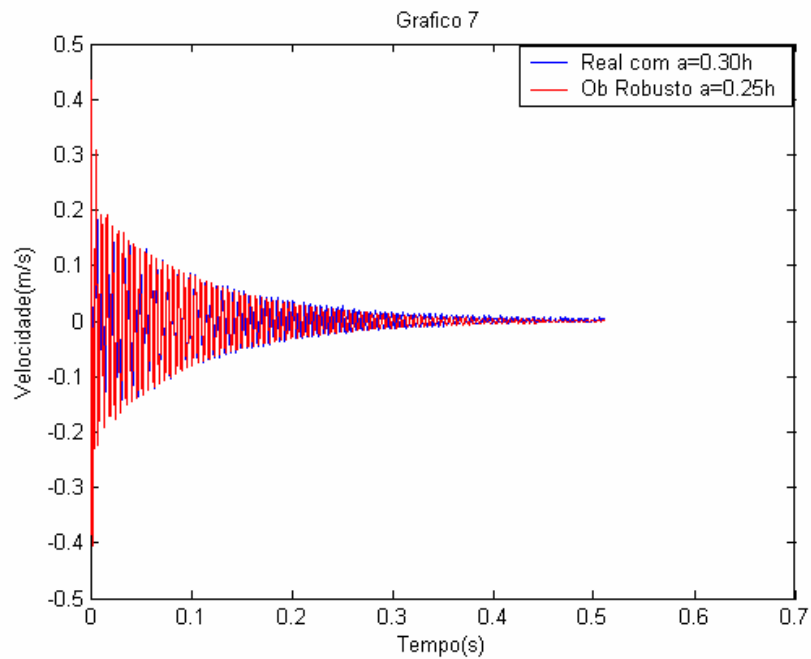
**Figura 4.9** – Sistema real falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (condições iniciais).



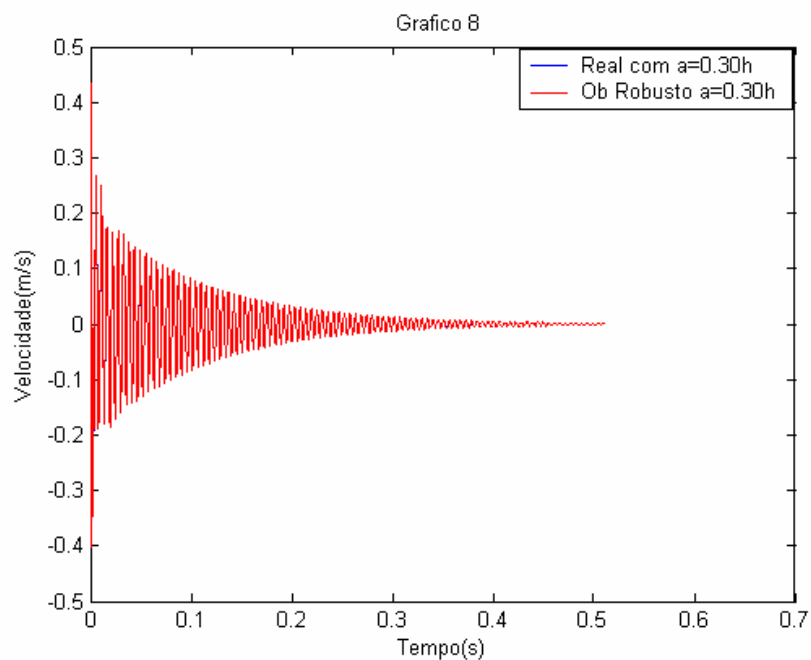
**Figura 4.10** – Sistema real falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (condições iniciais).



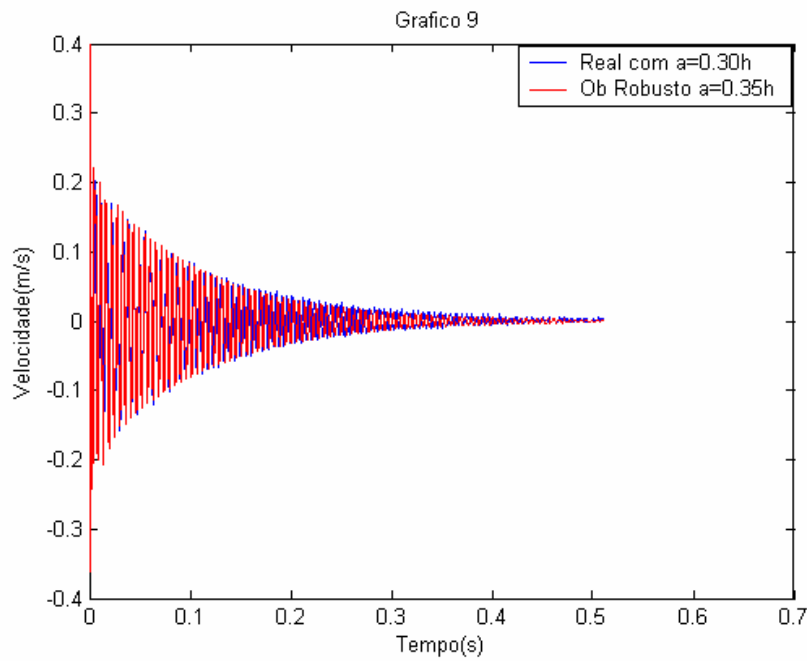
**Figura 4.11** – Sistema real falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (condições iniciais).



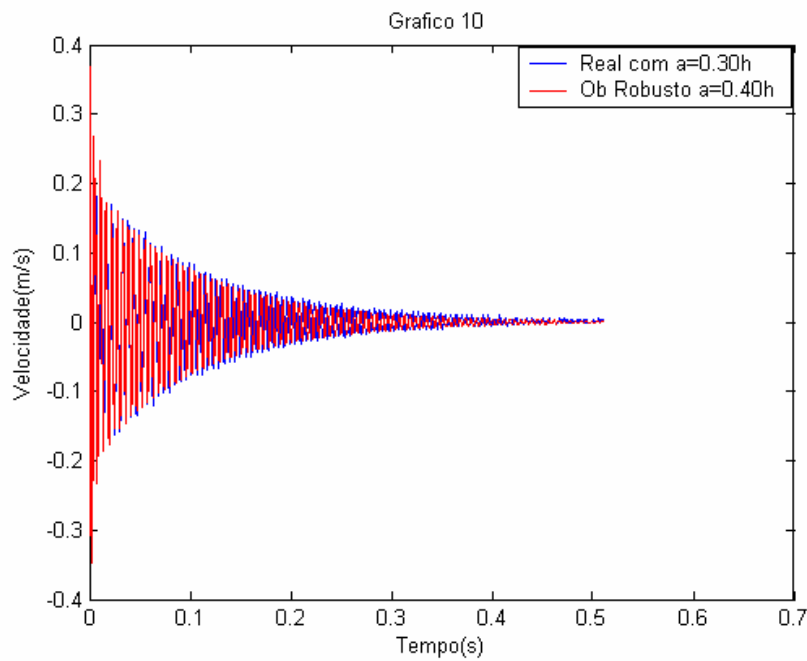
**Figura 4.12** – Sistema real falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 4.13** – Sistema real falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 4.14** – Sistema real falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (condições iniciais).



**Figura 4.15** – Sistema real falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (condições iniciais).

Nota-se que, somente na figura 4.13, houve uma maior coincidência entre as curvas. Ou seja, o observador robusto montado com  $a=30h$  (30% de profundidade de trinca no elemento 2) foi aquele que conseguiu localizar a falha do sistema. Portanto pode-se verificar a validade do método.

#### **4.3.2 Tabela de Tendência para outros percentuais de falha.**

Com o objetivo de ampliar a validade do método, realizou-se o procedimento para outros percentuais de profundidade de trinca.

Na Tabela 4.1 pode-se verificar a detecção e localização das falhas, comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna da Tabela 4.1). Pode-se notar que a diferença RMS de  $10E-5$  mostra que uma das curvas praticamente coincide. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falha. Porém, não há existência de falha no sistema.

Uma vez inserida a falha ela é detectada através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 4.1 verifica-se uma detecção de 10% de falha. Ou seja, a trinca atingiu 10% da profundidade total do elemento. Na seqüência inseriu-se falhas variando de 10 em 10% até atingir 40% da profundidade. Verifica-se a eficácia do banco de observadores através dos dados da Tabela 4.1.

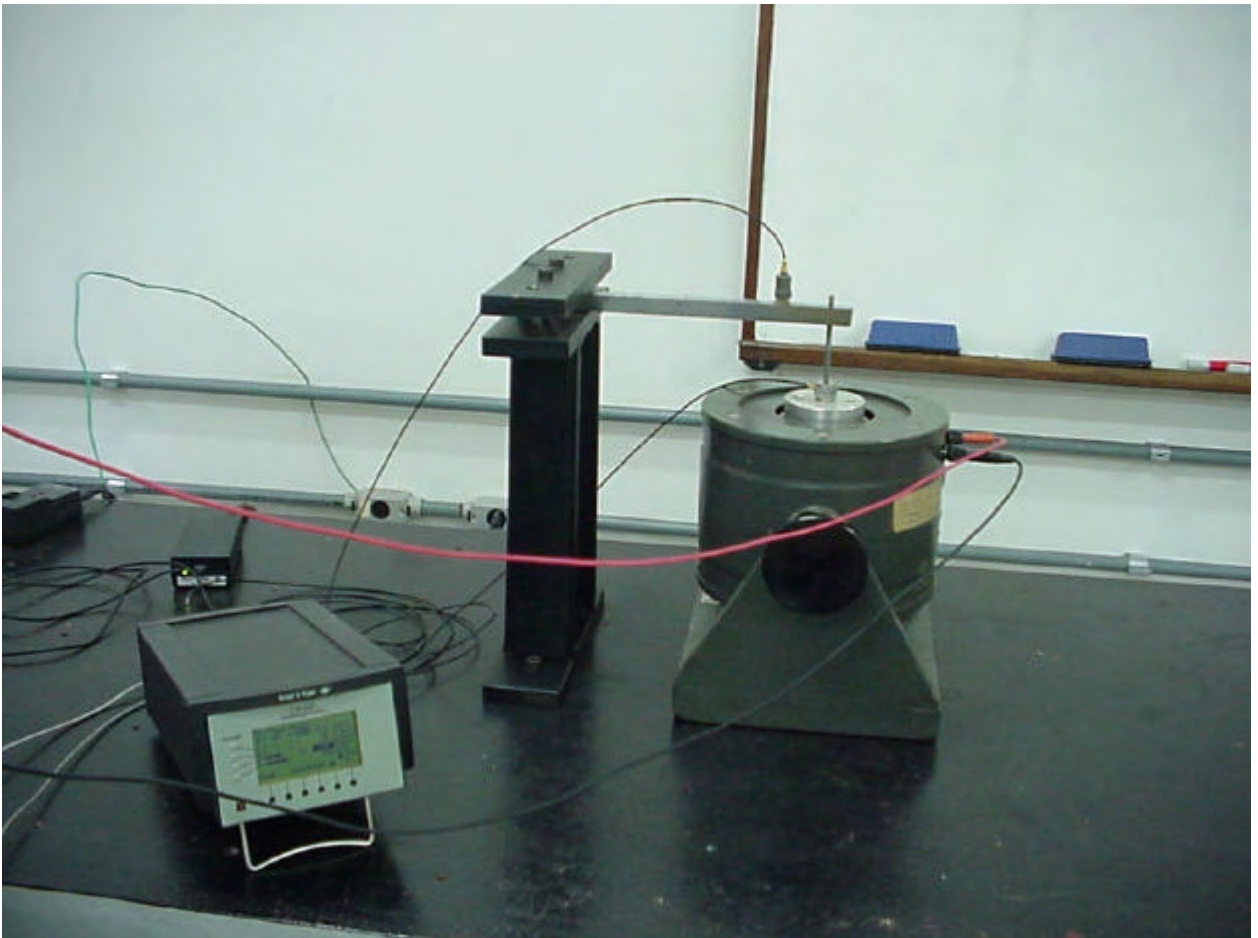
**Tabela 4.1** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  – Falhas de  $a=0.10h$  até  $a=0.40h$ .

	<i>Real sem Falha</i> (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_2=0.10h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_4=0.20h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_6=0.30h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_8=0.40h$ (?RMS)
Obs. Gl.	6.0176e-05	8.8519e-03	1.5354e-02	4.6255e-03	2.8046e-02
Obs.Rob. $a_1$	4.7437e-03	5.7148e-03	8.3510e-03	3.2281e-03	1.0696e-02
Obs.Rob. $a_2$	2.0251e-03	2.3036e-05	1.1542e-02	2.1987e-03	1.9611e-02
Obs.Rob. $a_3$	2.4302e-03	8.9387e-03	1.4613e-02	1.8467e-03	2.3427e-02
Obs.Rob. $a_4$	6.7278e-03	6.6312e-03	6.8883e-05	4.4834e-03	2.2055e-02
Obs.Rob. $a_5$	9.0707e-03	4.2815e-03	1.4004e-02	4.5640e-03	2.2674e-02
Obs.Rob. $a_6$	9.5672e-03	2.4449e-03	1.1638e-02	6.6661e-05	2.2539e-02
Obs.Rob. $a_7$	1.1323e-02	8.2965e-03	1.0064e-02	3.1804e-03	2.2391e-02
Obs.Rob. $a_8$	1.5404e-02	3.0214e-03	5.8309e-03	1.4956e-03	7.7216e-05

#### 4.4 ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA

##### 4.4.1 Resultados Experimentais

Realizou-se a análise experimental, para uma excitação harmônica, em uma viga engastada discretizada conforme mostrado na figura 4.4. Considerou-se o sistema com os seguintes dados:  $L=2 \times 10^{-1}m$ ,  $b=15,5 \times 10^{-3}m$ ,  $h=15,5 \times 10^{-3}m$ ,  $E=2,07 \times 10^{11}m$  e  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ . Excitou-se o sistema através de uma força harmônica  $F(t)=A \cdot \text{sen}(\omega(t))$ , aplicado no nó 5, conforme mostra a figura 4.16.



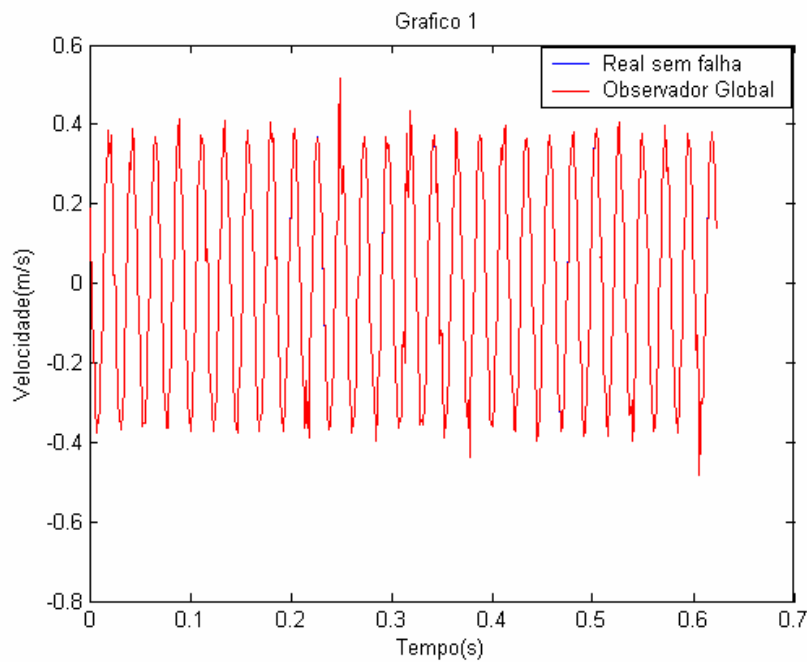
**Figura 4.16** – Sistema Mecânico montado para Excitação Harmônica.

Adquiriu-se 1024 pontos para os sinais experimentais de velocidade no nó 4 em um intervalo de tempo de 0,624 segundos.

Nas figuras 4.17 a 4.26 têm-se os resultados desta simulação. Nas ordenadas apresenta-se os valores medidos de  $\dot{x}_{17}(t)$  do sistema e os valores reconstruídos de  $\hat{\dot{x}}_{17}(t)$  para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Na figura 4.17 tem-se a curva de resposta do sistema real sem falhas. Adquiriu-se os pontos através de uma aquisição de sinais e a curva da resposta do observador global. A fim de detectar uma possível irregularidade no sistema.

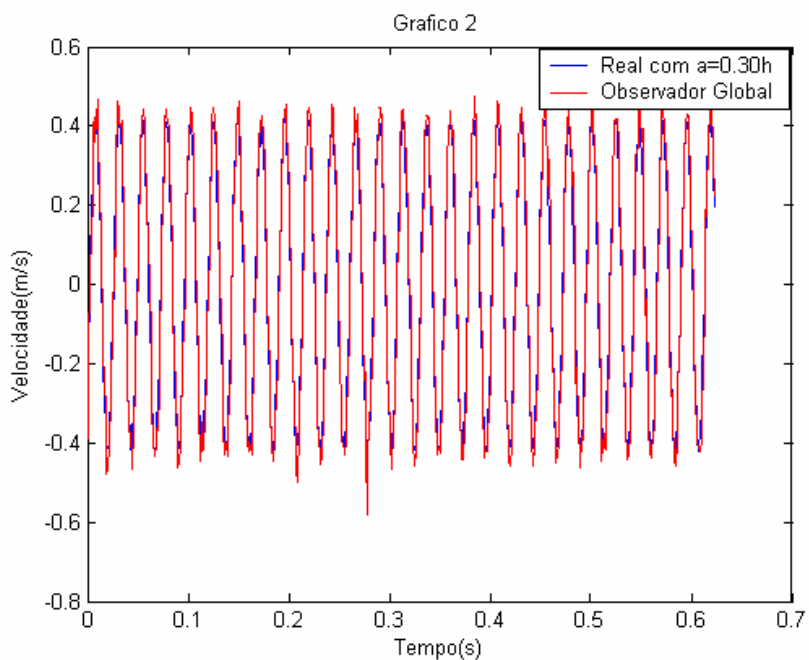
Nota-se que as curvas são praticamente coincidentes, comprovando assim o fato de não haver nenhuma irregularidade com o sistema.



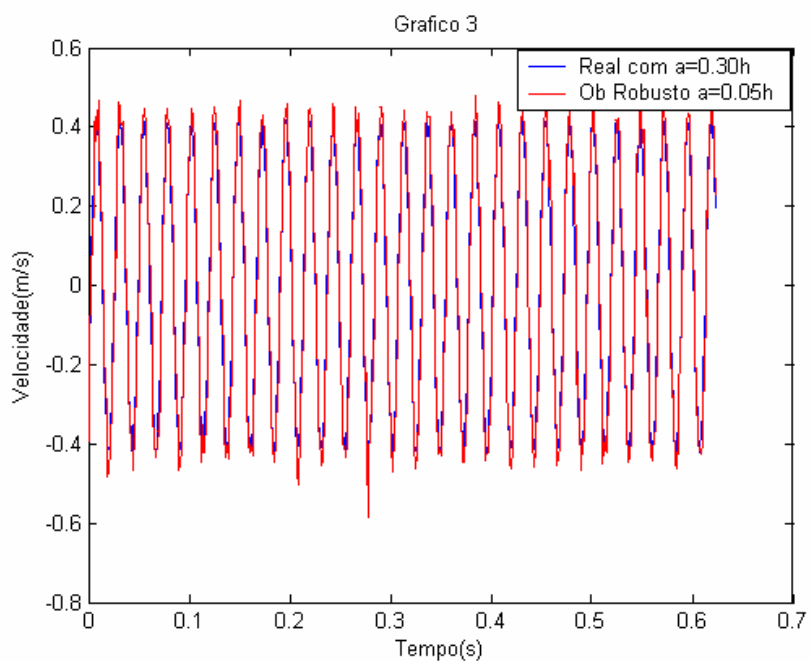
**Figura 4.17** – Sistema real sem falha x Observador global (excitação harmônica).

Na sequência objetivando simular uma falha, fez-se um corte com  $a=0.30h$  no elemento 2, ou seja, 30% de profundidade da trinca no elemento. Na figura 4.18 tem-se a curva da resposta do sistema real trincado (simulando 30% de profundidade da trinca) e a resposta do observador global. Nota-se que as curvas não são coincidentes, ou seja, o observador global conseguiu detectar uma possível falha no sistema.

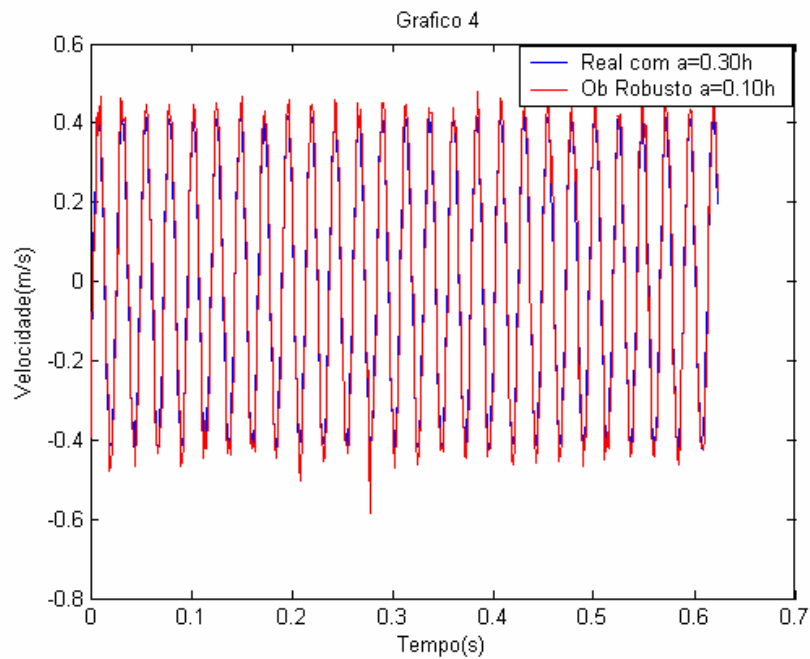
Com o objetivo de localizar tal falha fez-se uma análise através das figuras 4.19 a 4.26. Estas figuras apresentam as respostas dos observadores robustos com as seguintes perdas:  $a=0.05h$ ,  $a=0.10h$ ,  $a=0.15h$ ,  $a=0.20h$ ,  $a=0.25h$ ,  $a=0.30h$ ,  $a=0.35h$  e  $a=0.40h$ , respectivamente.



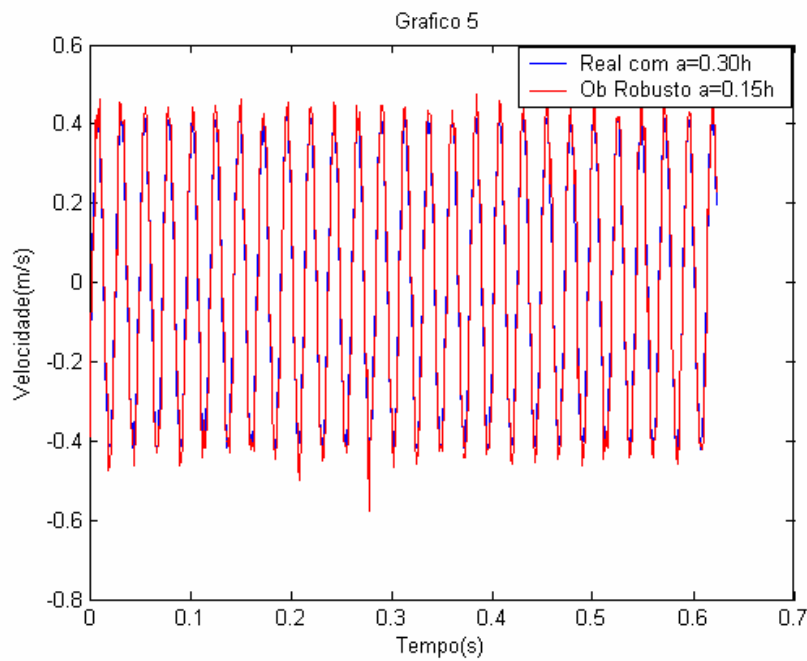
**Figura 4.18** – Sistema real falho x Observador global (excitação harmônica).



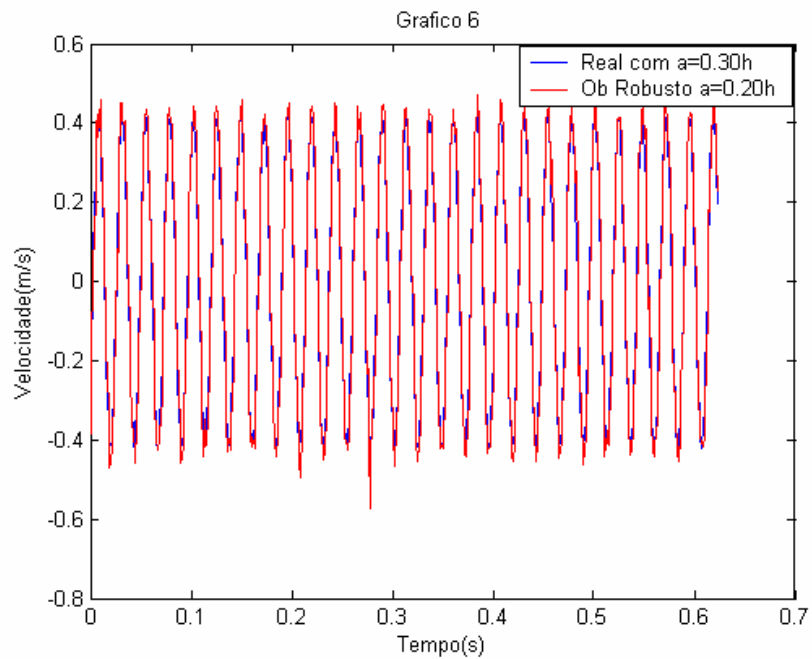
**Figura 4.19** – Sistema real falho x Observador Robusto a 5% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



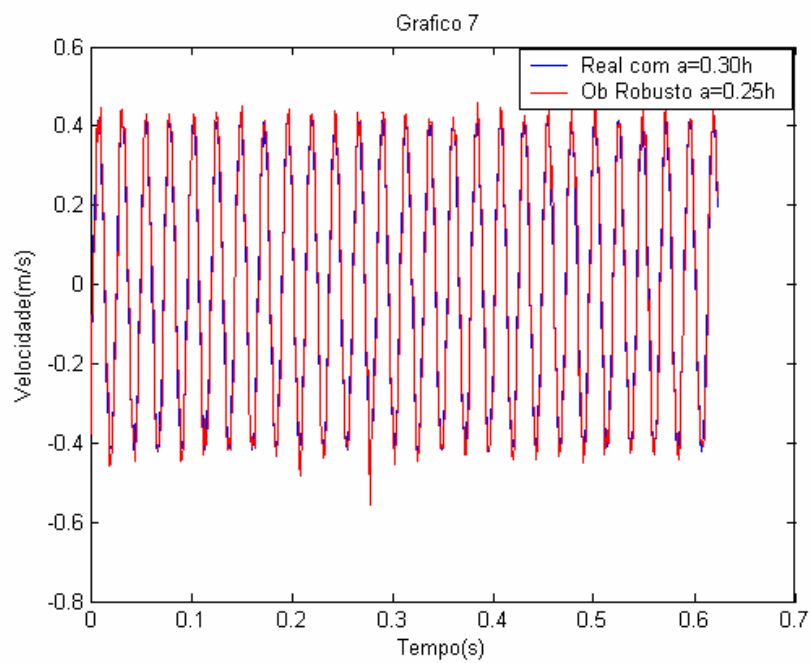
**Figura 4.20** – Sistema real falho x Observador Robusto a 10% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



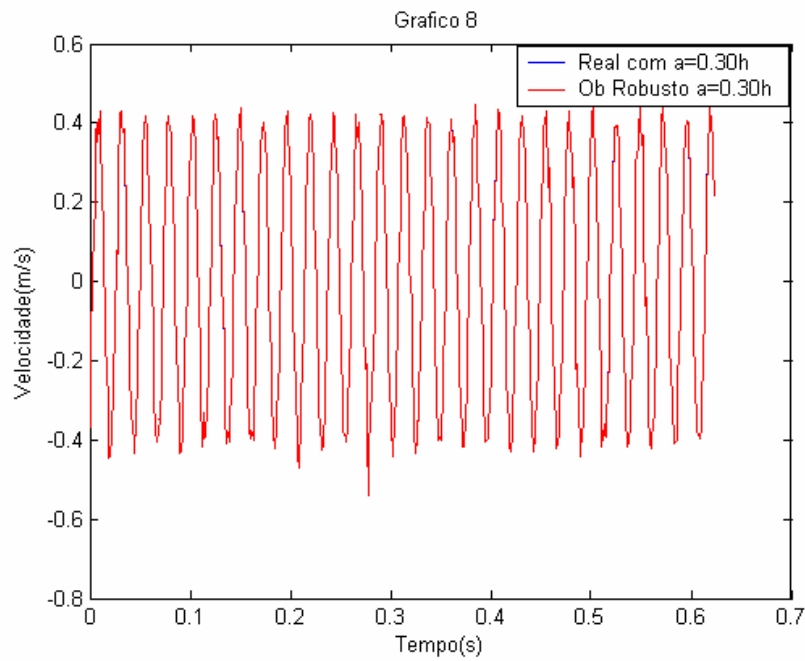
**Figura 4.21** – Sistema real falho x Observador Robusto a 15% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



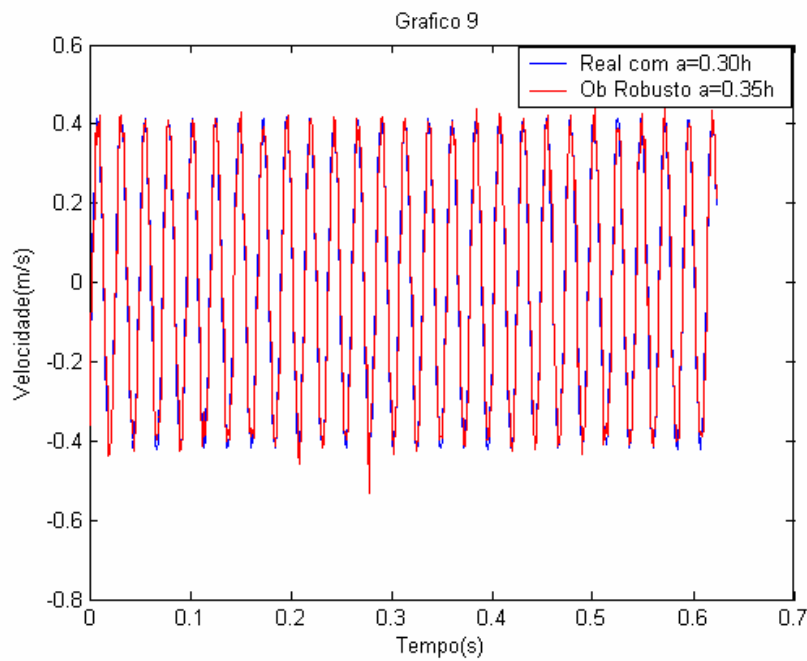
**Figura 4.22** – Sistema real falho x Observador Robusto a 20% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



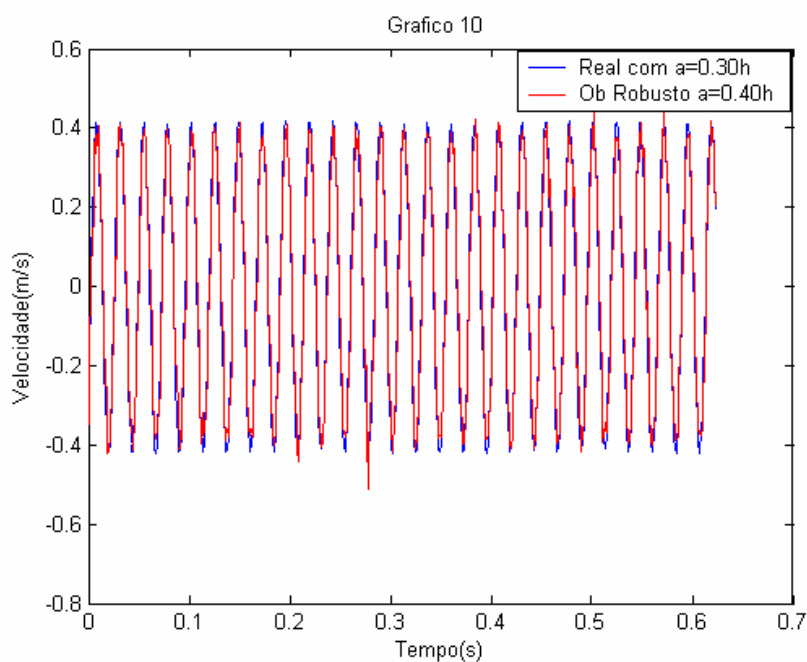
**Figura 4.23** – Sistema real falho x Observador Robusto a 25% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 4.24** – Sistema real falho x Observador Robusto a 30% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 4.25** – Sistema real falho x Observador Robusto a 35% de profundidade de trinca (excitação harmônica).



**Figura 4.26** – Sistema real falho x Observador Robusto a 40% de profundidade de trinca (excitação harmônica).

Nota-se que, somente na figura 4.24 houve uma maior coincidência entre as curvas. Ou seja, o observador robusto montado com  $a=30h$  (30% de profundidade de trinca no elemento 2) foi aquele que conseguiu localizar a falha do sistema. Portanto pode-se verificar a validade do método.

#### 4.4.2 Tabela de Tendência para outros percentuais de falha.

Com o objetivo de ampliar a validade do método, realizou-se o procedimento para outros percentuais de profundidade de trinca.

Na Tabela 4.2 pode-se verificar a detecção e localização das falhas comparando o sistema global sem falha com o observador global (segunda linha com a segunda coluna da Tabela 4.2).

Pode-se notar que a diferença RMS de  $10E-5$  mostra uma que as curvas praticamente coincidem. Isto é, o sistema real permanece praticamente igual ao observador global sem falha, porém não há existência de falha no sistema.

Uma vez inserida a falha ela é detectada através dos observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falha. Exemplificando, na terceira linha e terceira coluna da Tabela 4.2 verifica-se uma detecção de 10% de falha. Ou seja, a trinca atingiu 10% da profundidade total do elemento. Na seqüência inseriu-se falhas variando de 10 em 10% até atingir 40% da profundidade. Verifica-se a eficácia do banco de observadores através dos dados da Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** – Diferença RMS dos valores de  $x_{17}(t)$  – Falhas de  $a=0.10h$  até  $a=0.40h$ .

	<i>Real sem Falha</i> (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_2=0.10h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_4=0.20h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_6=0.30h$ (?RMS)	<i>Real Falho</i> $a_8=0.40h$ (?RMS)
Obs. Gl.	2.5900e-005	9.2063e-003	2.0757e-002	2.0215e-002	-2.5882e-002
Obs.Rob. $a_1$	6.0141e-003	7.3360e-003	1.8858e-002	2.2481e-002	2.8323e-002
Obs.Rob. $a_2$	6.1567e-003	2.5504e-005	1.8998e-002	2.2319e-002	2.8143e-002
Obs.Rob. $a_3$	8.4590e-003	9.7362e-003	2.1322e-002	1.9560e-002	2.5162e-002
Obs.Rob. $a_4$	9.7860e-003	1.1036e-002	9.9233e-005	1.7977e-002	2.3448e-002
Obs.Rob. $a_5$	1.5913e-002	1.7098e-002	2.8849e-002	1.0616e-002	1.5504e-002
Obs.Rob. $a_6$	2.2540e-002	2.3655e-002	3.5545e-002	2.6707e-005	6.9098e-003
Obs.Rob. $a_7$	2.6910e-002	2.7973e-002	3.9959e-002	2.5909e-003	1.2458e-003
Obs.Rob. $a_8$	3.5133e-002	3.6116e-002	4.8269e-002	1.2477e-002	3.2940e-005

## CAPÍTULO 5?

?

### 5 DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O trabalho inicialmente foi dividido em 4 etapas: levantamento bibliográfico; implementação computacional; comprovação experimental; confecção da dissertação e submissão de artigos.

No levantamento bibliográfico, realizou-se uma pesquisa sobre a metodologia dos observadores de estado aplicado à detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos, observando suas diversas aplicações na área de projetos de sistemas de controle com retroalimentação. Ainda nesta etapa, realizou-se um levantamento sobre artigos publicados com a utilização de modelos de trincas. Dentre eles, destacam-se artigos publicados por Muscolino em 2003, onde utilizou-se um modelo de trinca modelado por elementos finitos.

A proposta deste trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas contínuos utilizando modelos de trincas através da teoria dos observadores de estado.

Através desta pesquisa notou-se que nos estudos realizados para sistemas contínuos com falhas, a localização da mesma é obtida com um grande número de medidas realizadas sobre a estrutura. A técnica dos observadores de estado utiliza um número reduzido de medidas com a reconstrução dos estados demais.

No sistema mecânico discreto de três graus de liberdade, com condições iniciais (item 3.1, caso 1), simulado por (Gilson, 2004), a metodologia dos observadores de estado provou ser muito eficiente. Ou seja, mesmo com uma pequena alteração na rigidez de  $k_2$  o método observou as alterações, como pode ser visto na figura 3.6.

Numa segunda etapa (item 3.1, caso 2), utilizou-se o mesmo sistema mecânico para uma excitação harmônica. Neste caso considerou-se uma redução em  $k_2$  de 100%. Na análise gráfica, notou-se que na figura 3.15, que apresenta o observador robusto a  $k_B$ , há uma aproximação relativa das curvas. Isto colocou em dúvida a ocorrência de um princípio de falha neste parâmetro. Após uma análise numérica do caso, a dúvida não pode ser sanada. Com isto, é válido ressaltar que estes parâmetros estão na mesma posição da matriz dinâmica  $[A]$  e que o sistema está sendo analisado em seu regime permanente.

Neste caso, os dois parâmetros devem ser submetidos a vistoria, no caso de uma parada da máquina para manutenção.

Na terceira etapa (item 3.2), a metodologia dos observadores de estado foi desenvolvida para um modelo de falha objetivando a detecção e localização de trincas. Para este sistema, considerou-se a ocorrência de uma trinca (caso 1) e de duas trincas simultâneas (caso 2). Em ambos os casos, simulou-se trincas em diferentes profundidades. No caso 1, considerou-se uma trinca no elemento 2, acompanhando seu progresso a cada 5% de aumento de profundidade.

Para o caso 2 considerou-se duas trincas, sendo uma no elemento 2 e outra no elemento 3. Acompanhou-se o seu progresso a cada 5% de aumento de profundidade, sendo que ambas progrediam simultaneamente, nada impedindo de se fazer uma análise para progressões

independentes. Porém, os observadores robustos devem ser construídos considerando cada uma das possibilidades. É válido ressaltar que o observador global utilizado nesta simulação é capaz de identificar qualquer tipo de irregularidade, mesmo que várias trincas ocorram na estrutura de forma independente.

A opção pelo acréscimo de 5% de profundidade de trinca a cada etapa foi adotado para fase de simulação. Na fase experimental, adotou-se um acréscimo de 10% devido a grande dificuldade da obtenção de pequenos acréscimos de profundidade na viga, uma vez que a mesma possui uma altura relativamente pequena.

Na comprovação experimental, fez-se também uma análise gráfica e uma análise numérica. Após uma análise gráfica foi possível detectar e localizar uma trinca presente no sistema (30% de profundidade de trinca). Esta análise pode ser visualizada nas figuras 4.6 a 4.15 para excitação impulsiva e 4.17 a 4.26 para excitação harmônica. Uma outra análise é mostrada nas tabelas 4.1 para excitação impulsiva e 4.2 para excitação harmônica. Nelas, verifica-se que somente o observador de estado robusto dedicado ao percentual de falha consegue detectar a irregularidade presente.

Portanto, analisando os resultados obtidos através de simulações computacionais e através da análise experimental, pode-se dizer que a metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos contínuos utilizando modelos de falhas obteve resultados bastante satisfatórios, mostrando desta forma a eficácia da metodologia desenvolvida.

## **PROPOSTAS PARA FUTUROS TRABALHOS**

- ✍ Desenvolvimento da metodologia dos observadores de estado em rotores com entradas desconhecidas, considerando-se que a fonte de excitação é somente o desbalanceamento dinâmico.
  
- ✍ Utilização de modelos de falhas em rotores, considerando o efeito giroscópico.
  
- ✍ Utilização de modelos de falhas em sistemas rotativos considerando-se efeitos de fadiga.

## CAPÍTULO 6

?

### 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cacciola, P., Muscolino, G., 2002, “*Dynamic Response of a Rectangular Beam with a Known Non-Propagating Crack of Certain or Uncertain Depth*”, Computers & Structures, Vol. 80, nº 27-30, pp 2387-2396.

Chen, J. and Patton, R. J., 1996, “*Optimal Filtering and Robust Fault Diagnosis of Stochastic Systems with Unknown Disturbances*”, IEE Process and Control: Theory and Application, Vol. 143, No. 1, pp. 31-36.

Chiesa, M., Skallerud, B. and Gross, D., 2002, “*Closed Form Line Spring Yield Surfaces for Deep and Shallow Cracks: Formulation and Numerical Performance*”, Computers & Structures, Vol. 80, pp 553-545.

Choy, F. K., Liang, R., Xu, P., 1995, “*Fault Identification of Beams on Elastic Foundation*”, Computers and Geotechnics, vol. 17, pp. 157-176.

Clark, R. N., 1978, “*Instrument fault detection*”, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-14, nº3, pp.456-465.

Dorf, R.C. & Bishop, R.H., “*Modern Control Systems*” Editora LTC , 493 p, 1980.

Frank, P.M., Seliger, R., 1991, ‘*Fault Detection and Isolation in Automatic Processes*’, Control and Dynamics Systems, Vol.49, pp. 241-287.

Gawronski, W., 1998, ‘*Dynamics and Control of Structures*’, Mechanical Engineering Series, Springer.

Ge, W., Fang, C. Z., 1987, ‘*Detection of faulty components via robust observation*’, Department of Automation, Tsinghua University, Beijing, China, pp.582-599.

Ge, W. & Fang, C. Z., 1988, ‘*Detection of faulty components via robust observation*’, International Journal of Control, vol.47, n.2, pp. 581-599.

Gounaris, G. D., Papazoglou, V. J. and Anifantis, N. K., 2001, ‘*Dynamics of Fractured Timoshenko Beams Moving in Wavy Fluids*’, Computers & Structures, Vol. 79, pp. 431-439.

Hou, M. and Patton, R. J., 1998, ‘*Input Observability and Input Reconstruction*’, Automatica, Vol. 34, No. 6, pp. 789-794.

Janssen, K., Frank, P. M., 1984, ‘*Component Failure Detection via State Estimator*’, Preprints of IFAC 9 th World Congress, vol.1, pp.147-152.

Lemos, G.F., 2004, ‘*Detecção de Falhas via Observadores de Estado em Sistemas Rotativos*’, Ilha Solteira, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista (UNESP), 112p. Dissertação (Mestrado).

Luenberger, D. G. , 1964, *“Observing the State of a Linear System”*, IEEE Military Electronics, Vol MIL-8, pp. 74-80.

Luenberger, D.G., 1966, *“Observers for Multivariable Systems”*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC11, pp. 190-197.

Luenberger, D. G., 1971, *“An Introduction to Observers”*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC16, n°. 6, pp. 596-602.

Marano, J. H., 2002, *“Localização de Falhas Via Observadores de Estado em Sistemas com Variação de Parâmetros”*, Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 130p. (Tese de Mestrado).

MatLab, The language of technical computing, Version 6.5, Copyright 1984-1998, The MathWorks Inc. All right reserved.

Meirovitch, L, 1990, *“Dynamics and Control of Structures”*, Department of Engeneering Science and Mechanics Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Melo, G.P, 1998, *“Detecção e Localização de Falhas via Observadores de Estado de Ordem Reduzida”*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 125p. Tese (Doutorado).

Muscolino, G.; Cacciola, P. & Impollonia, N., 2003, “*Crack detection and location in a damaged beam vibrating under white noise*”, Computers and Structures, vol. 81 (2003) pag 1773-1782.

Ogata, K., 1998, “*Engenharia de Controle Moderno*”, Universidade de Minnessota, Editora Prentice-Hall do Brasil LTDA,813p.

Qian, G.-L., Gu, S.-N and Jiang, J.-S., 1990, “*The Dynamic Behaviour and Crack Detection of a Beam with a Crack*”, Journal of Sound and Vibrating.

Saavedra, P. N., Cuitiño, L. A., 2001, “*Crack Detection and Vibration Behavior of Cracked Beams*”, Computers & Structures, Vol. 79, pp. 1451-1459.

Schwarzenbach, J., Gill, K. F., 1978, “*System Modelling and Control*”, Mechanical Engineering Department University of Leeds.

Shen, L.C., Hsu, P.L., 1998, “*Robust design of fault isolation observers*”, Pergamon, Automatica, Vol. 34, N<sup>o</sup>. 11, pp. 1421-1429.

Valer, C. E. I., “*Uma Introdução ao Controle Robusto com Aplicações a Estruturas Flexíveis*”, Dissertação de Mestrado, PUC-RJ – Depto. de Engenharia Mecânica, 1999.

Wang, S.D., Kuo, T. S., Hsu, C. F., 1987, “*Optimal-observer design for linear dynamical systems with uncertain parameters*”, INT.J.CONTROL, Vol.45, n<sup>o</sup>.2, pp. 701-711.

Wang, H., Daley, S., 1996, “*Actuator fault diagnosis: An Adaptive Observer-based technique*”, IEEE Transactions on automatic control, Vol.41, N°7, pp. 1073-1078.

Watanabe, K., Himmelblau D. M., 1982, “*Instrument Fault Detection in Systems with Uncertainties*”, International Journal of Systems Science, vol.13, n.2, pp.137-158.

Yu, D., Shields, D.N., 1996, “*A bilinear fault detection observer*”, Pergamon, Vol. 32, N° 11, pp.1597-1602.

Yuen, M. M. F., 1985, “*A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever*”, Journal of Sound and Vibration, vol. 103, n. 3, pp. 301-310.

# **ANEXOS**

## PUBLICAÇÕES GERADAS

---

Apresenta-se a seguir os artigos provenientes deste trabalho publicados em congressos e aguardando resposta de revista:

- ✍ “Analysis of Crack in Beams using the Methodology of the State Observers”,  
CILAMCE 2004 - XXV Iberian Latin-American Congress on Computational Method  
in Engineering.
  
- ✍ Submissão do trabalho: “Use of the Reduced-Order State Observers to Detect  
Simultaneous Crack in Continual Beams” para a revista “*International Journal of the  
Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics AIMETA  
(Meccanica)*”.(Aguardando Resposta de Aceitação).
  
- ✍ Submissão do trabalho: “Use of the Reduced-Order State Observers to Detect  
Simultaneous Crack in Continual Beams” para a revista “Computers & Structures”.  
(Aguardando Resposta de Aceitação).
  
- ✍ Submissão do trabalho: “Analyses of crack in beam using the Methodology of the  
State Observers” para a revista “Latin American Journal of Solids and Structures”.  
(Aguardando Resposta de Aceitação).