

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA**

**JOÃO PEDRO SPADÃO**

**Projeto de Piloto Automático para um VANT de Pequena Escala:**  
**Modelagem e Simulação**

São João da Boa Vista

2022

**João Pedro Spadão**

**Projeto de Piloto Automático para um VANT de Pequena Escala: Modelagem e Simulação**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Wilian Miranda dos Santos

São João da Boa Vista

2022

S732p Spadão, João Pedro  
Projeto de piloto automático para um vant de pequena  
escala : modelagem e simulação / João Pedro Spadão. --  
São João da Boa Vista, 2022  
110 p. : il., tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado -  
Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista  
(Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista  
Orientador: Wilian Miranda dos Santos

1. Engenharia. 2. Drone. 3. Automação. 4. Controle de  
voo. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da  
Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo  
autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA**  
**CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA**  
**GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PROJETO DE PILOTO AUTOMÁTICO PARA UM VANT DE PEQUENA**  
**ESCALA: MODELAGEM E SIMULAÇÃO**

Aluno: João Pedro Spadão

Orientador: Prof. Dr. Wilian Miranda dos Santos

Banca Examinadora:

Wilian Miranda dos Santos (Orientador)

Rui Marcos Grombone de Vasconcellos (Examinador)

Vagner Candido de Sousa (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 052/2021)

São João da Boa Vista, 18 de março de 2022

## **DADOS CURRICULARES**

### **JOÃO PEDRO SPADÃO**

**NASCIMENTO** 27/01/1998 - Presidente Prudente / SP

**FILIAÇÃO** Luiz Antonio Spadão  
Rosely Macedo Spadão

**2012 / 2015** Ensino Médio  
Colégio Bandeirantes

**2016 / 2022** Engenharia Aeronáutica  
UNESP - Campus de São João da Boa  
Vista

A todos que contribuíram e apoiaram para que este trabalho pudesse ser feito. Meus pais e familiares,  
docentes e amigos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente aos meus pais, os quais não mediram esforços para me proporcionar todo o apoio, educação e conhecimento para alcançar meus objetivos. À Sabrina, por todos os anos de parceria e carinho em todas as horas. Aos meus professores, pela amizade e toda sabedoria. Ao Professor Wilian, por todo o apoio e horas dedicadas sem medir esforços para tornar possível o presente trabalho. Ao Professor Randal Beard, por todo o auxílio prestado. Aos meus amigos, pelas horas de companheirismo e alegria que pudemos compartilhar.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:  
Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista - UNESP

*“As invenções são, sobretudo, o resultado de um trabalho teimoso.”  
(Santos Dumont)*

## RESUMO

Veículos aéreos não tripulados (VANTs ou, UAVs do Inglês) têm sido foco de intensa pesquisa há vários anos. Sua aplicabilidade é extremamente ampla e capaz de fornecer avanços significativos em setores importantes como o da agricultura de precisão, georreferenciamento, monitoramento e defesa, dentre outros. Atualmente, é possível alcançar alto nível de confiabilidade e produtividade, aliados à aeronaves cada vez mais versáteis. O desenvolvimento de um UAV é complexo e é composto por várias etapas não triviais. Dentre elas destacam-se a modelagem dinâmica da aeronave, assim como o projeto de um sistema de controle capaz de realizar o voo automático em segurança e, em alguns casos mais complexos, o voo autônomo. No presente trabalho colocou-se foco na modelagem matemática de uma aeronave asa fixa remotamente pilotada e de pequena escala, no desenvolvimento de um sistema de controle automático de voo, e de um ambiente de simulação que permitisse a interconexão e a avaliação dinâmica do projeto. Por meio de análises computacionais e, com o auxílio de desenhos 3D em CAD (*Computer Aided Design*), foi possível obter os dados essenciais da aeronave como momento de inércia, coeficientes de aerodinâmicos e derivadas de estabilidade e controle. Utilizando os softwares MATLAB e Simulink foi possível desenvolver o ambiente de simulação e, na mesma plataforma, por meio do método SLC (*Successive Loop Closure*), propuseram-se as leis de controle e o sistema de piloto automático. Como resultado obteve-se uma modelagem de aeronave, um ambiente de simulação que permitiu análises visuais do comportamento do voo, e um sistema de controle capaz de manter o voo automático em atmosfera instável, mediante entradas como velocidade, altitude e rumo desejadas. Ao final, foi possível adquirir uma visão mais ampla do complexo funcionamento dessas importantes máquinas e propor futuras modificações e continuações ao projeto.

**PALAVRAS-CHAVE:** UAVs. Simulação. Modelagem. Automação. Controle.

## **ABSTRACT**

Unmanned aerial vehicles (UAVs) have been the focus of intense research for several years. Its applicability is extremely wide and capable of providing significant advances in important areas such as precision agriculture, georeferencing, monitoring and defense, among others. Nowadays, it is possible to achieve a high level of reliability and productivity, allied to incredibly versatile aircrafts. The development of a UAV is complex and consists of several non-trivial steps. Among them, it can be cited the dynamic modeling of the aircraft, as well as the design of a control system capable of performing a safe automatic flight and, in some more complex cases, autonomous flight. The present work took focus on the mathematical modeling of a fixed-wing small scale remotely piloted aircraft, on the development of an automatic flight control system, and on a simulation environment that allowed the interconnection and the dynamic evaluation of the project. Through computational analysis and, with the help of 3D drawings in CAD (Computer Aided Design), it was possible to obtain the essential data of the aircraft such as moment of inertia, aerodynamic coefficients and stability-control derivatives. Using MATLAB and Simulink software it was possible to develop the simulation environment and, on the same platform, through the SLC method (Successive Loop Closure), the control laws and the autopilot system were proposed. As a result, an aircraft model was obtained, a simulation environment that allowed visual analysis of flight behavior, and a control system capable of maintaining safe automatic flight in unstable atmosphere, through inputs such as desired speed, altitude and heading. In the end, it was possible to acquire a broader view of the complex functioning of these important machines and propose future modifications and continuations to the project.

**KEYWORDS:** UAVs. Simulation. Modelling. Automation. Control.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Kettering Bug: UAV pioneiro na primeira guerra mundial . . . . .	20
Figura 2	UAV asa rotativa (à esquerda) e UAV asa fixa (à direita) . . . . .	21
Figura 3	Aeronave Real (à esquerda) X Aeronave em CAD (à direita) . . . . .	24
Figura 4	Planta Três Vistas do Albatroz . . . . .	25
Figura 5	Sistema de Coordenadas . . . . .	26
Figura 6	Ilustração da posição do CG em CAD . . . . .	27
Figura 7	Aerofólio ALB-01 (asa) . . . . .	29
Figura 8	Aerofólio ALB-02 (empenagem horizontal e vertical) . . . . .	29
Figura 9	Análises ALB-01 (Re = 490.000) . . . . .	30
Figura 10	Comportamento do escoamento para diferentes Reynolds . . . . .	30
Figura 11	Análises ALB-02 (Re = 250.000) . . . . .	31
Figura 12	Modelo da aeronave em AVL . . . . .	32
Figura 13	Análise $C_L$ x $\alpha$ - Asa Finita . . . . .	33
Figura 14	Análise $C_D$ x $\alpha$ . . . . .	33
Figura 15	Polar de Arrasto da Aeronave . . . . .	34
Figura 16	Análise $C_m$ x $\alpha$ - Aeronave Completa . . . . .	35
Figura 17	Análise $C_L/C_D$ x $\alpha$ . . . . .	35
Figura 18	Análise de Performance para Voo Reto Nivelado . . . . .	36
Figura 19	Influência do CG na curva $C_m$ x $\alpha$ . . . . .	39
Figura 20	Análise de CG . . . . .	40
Figura 21	Margem Estática . . . . .	40
Figura 22	Critério de Estabilidade Direcional . . . . .	41
Figura 23	Critério de Estabilidade Lateral . . . . .	42
Figura 24	Representação da aeronave por pontos . . . . .	43
Figura 25	Aeronave Albatroz no ambiente de simulação . . . . .	44
Figura 26	Aeronave Albatroz translacionada no ambiente de simulação . . . . .	46
Figura 27	Ângulos de Euler . . . . .	47
Figura 28	Sistema de Coordenadas NED . . . . .	49
Figura 29	Orientação no Plano Longitudinal . . . . .	50
Figura 30	Orientação no Plano Longitudinal . . . . .	51
Figura 31	Sentido padrão de deflexão dos comandos . . . . .	56
Figura 32	Curvas $C_L$ e $C_D$ genéricas . . . . .	58
Figura 33	Comparativo das Curvas $C_D$ x $\alpha$ do UAV . . . . .	58
Figura 34	Comparativo das Curvas $C_L$ x $\alpha$ do UAV . . . . .	59
Figura 35	Comparativo das Curvas $C_m$ x $\alpha$ do UAV . . . . .	60
Figura 36	Ficha Técnica do O.S. MAX - 46 AX . . . . .	63
Figura 37	Hélice Master Airscrew 11x6 . . . . .	63

Figura 38	Tração Dinâmica do O.S. 46AX . . . . .	64
Figura 39	Tração Estática Modelada . . . . .	65
Figura 40	Comparativo - Curvas de Tração Dinâmica . . . . .	66
Figura 41	Resposta do Modo Curto Período . . . . .	76
Figura 42	Resposta do Modo Fugóide . . . . .	76
Figura 43	Resposta Esperada do Modo <i>Roll</i> . . . . .	77
Figura 44	Resposta Esperada do Modo <i>Yaw</i> . . . . .	77
Figura 45	Modo Espiral . . . . .	78
Figura 46	Resposta esperada para o <i>Dutch Roll</i> . . . . .	78
Figura 47	Controle de Rolagem . . . . .	80
Figura 48	Controle de Curso . . . . .	81
Figura 49	<i>Yaw Damper</i> . . . . .	82
Figura 50	Controle de Arfagem . . . . .	83
Figura 51	Controle de Altitude . . . . .	84
Figura 52	Controle de Velocidade . . . . .	85
Figura 53	Esquemático Resumo do Projeto . . . . .	88
Figura 54	Resposta do Modo Curto Período . . . . .	89
Figura 55	Resposta do Modo Fugóide . . . . .	90
Figura 56	Resposta do modo <i>Roll</i> . . . . .	91
Figura 57	Resposta do modo <i>Yaw</i> . . . . .	92
Figura 58	Resposta do modo Espiral . . . . .	93
Figura 59	Resposta do modo <i>Dutch Roll</i> . . . . .	94
Figura 60	Planta do Controle Látero-Direcional . . . . .	95
Figura 61	Planta do Controle Longitudinal . . . . .	96
Figura 62	Controle Longitudinal em Funcionamento . . . . .	97
Figura 63	Controle Velocidade sem vento (à esquerda) e com vento (à direita) . . . . .	98
Figura 64	Controle látero-direcional em funcionamento . . . . .	99
Figura 65	<i>Yaw Damper</i> em funcionamento . . . . .	100
Figura 66	Simulação de Missão (aeronave em escala aumentada) . . . . .	101
Figura 67	Linha Sustentadora e Vórtice ferradura . . . . .	107
Figura 68	Discretização de uma asa em VLM . . . . .	108
Figura 69	Vela <i>Glow</i> . . . . .	109
Figura 70	Motor O.S. 46 AX . . . . .	109

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Posição do CG . . . . .	28
Tabela 2 – Valores para o cálculo de Reynolds . . . . .	28
Tabela 3 – Derivadas Aerodinâmicas e Outros Coeficientes . . . . .	37
Tabela 4 – Coeficientes relacionados com a Inércia . . . . .	38
Tabela 5 – Parâmetros para modelagem da atmosfera turbulenta . . . . .	52
Tabela 6 – Descrição dos Comandos . . . . .	56
Tabela 7 – Fatores de Amortecimento . . . . .	75
Tabela 8 – Dados de Sensores para o UAV . . . . .	79
Tabela 9 – Análise do fator de amortecimento . . . . .	88
Tabela 10 – Qualidade de voo para o modo fugóide . . . . .	95
Tabela 11 – Qualidade de voo para o modo curto período . . . . .	95
Tabela 12 – Ganhos para o <i>autopilot</i> longitudinal . . . . .	97
Tabela 13 – Ganhos para o <i>autopilot</i> látero-direcional . . . . .	98
Tabela 14 – Dados Gerais da Aeronave Albatroz . . . . .	105
Tabela 15 – Coeficientes Aerodinâmicos da Aeronave Albatroz . . . . .	106

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UAV	<i>Unmanned Air Vehicle</i>
UAV	Veículo aéreo não tripulado ( <i>Unmanned Air Vehicle</i> )
SLC	<i>Sucessive Loop Closure</i>
LLT	Teoria da Linha Sustentadora ( <i>Lifting Line Theory</i> )
VLM	<i>Vortex Lattice Method</i>
CG	Centro de Gravidade

## LISTA DE SÍMBOLOS

$M$	Massa da aeronave
$S_W$	Área da asa
$g$	Aceleração da gravidade terrestre ( $g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$ )
$b_W$	Envergadura da asa
$c_{rW}$	Corda na raiz da asa
$c_{tW}$	Corda na ponta da asa
$\lambda_W$	Razão de afilamento da asa
$S_W$	Área da asa
$AR_W$	Razão de aspecto da asa
$c$	Corda média aerodinâmica da asa
$b_{EH}$	Envergadura da empenagem horizontal
$c_{rEH}$	Corda na raiz da empenagem horizontal
$c_{tEH}$	Corda na ponta da empenagem horizontal
$\lambda_{EH}$	Razão de afilamento da empenagem horizontal
$S_{EH}$	Área da empenagem horizontal
$AR_{EH}$	Razão de aspecto da empenagem horizontal
$c_{EH}$	Corda média aerodinâmica da empenagem horizontal
$b_{EV}$	Envergadura da empenagem vertical
$c_{rEV}$	Corda na raiz da empenagem vertical
$c_{tEV}$	Corda na ponta da empenagem vertical
$\lambda_{EV}$	Razão de afilamento da empenagem vertical
$S_{EV}$	Área da empenagem vertical
$AR_{EV}$	Razão de aspecto da empenagem vertical
$c_{EV}$	Corda média aerodinâmica da empenagem vertical
$L_{HT}$	Altura do cone de cauda horizontal

$L_{VT}$	Altura do cone de cauda vertical
$V_{HT}$	Coefficiente do volume de cauda horizontal
$V_{VT}$	Coefficiente do volume de cauda vertical
$\tau_{eh}$	Razão de áreas entre $S_{EH}$ e área do profundor
$\tau_{ev}$	Razão de áreas entre $S_{EV}$ e área do leme
$\tau_w$	Razão de áreas entre $S_W$ e área do aileron
$\eta$	Fator de eficiência da empenagem
$\alpha$	Ângulo de ataque
$\beta$	Ângulo de derrapagem ( <i>sideslip</i> )
$\gamma$	Ângulo de Rumo
$\chi$	Ângulo de Curso
$\phi$	Ângulo de rolagem ( <i>roll</i> )
$\theta$	Ângulo de arfagem ( <i>pitch</i> )
$\psi$	ângulo de guinada ( <i>yaw</i> )
$e$	Fator de eficiência de Oswald
$C_L$	Coefficiente de sustentação para a asa finita
$C_D$	Coefficiente de arrasto para a asa finita
$C_m$	Coefficiente de momento de arfagem
$\alpha_0$	Ângulo de ataque onde $C_L = 0$
$C_{L_0}$	Coefficiente de sustentação a $\alpha = 0$
$C_{D_0}$	Coefficiente de arrasto a $\alpha = 0$
$p$	Taxa de rolagem (velocidade angular em torno do eixo $x^c$ )
$q$	Taxa de arfagem (velocidade angular em torno do eixo $y^c$ )
$r$	Taxa de guinada (velocidade angular em torno do eixo $z^c$ )
$f_x$	Força na direção do eixo $x^c$
$f_y$	Força na direção do eixo $y^c$
$f_z$	Força na direção do eixo $z^c$

$l$	Torque no eixo $x^c$
$m$	Torque no eixo $y^c$
$n$	Torque no eixo $z^c$
$C_{D_p}$	Coeficiente de arrasto parasita
$C_{m_0}$	Coeficiente de momento de arfagem para $\alpha = 0$
$C_{L_\alpha}$	Coeficiente de momento de arfagem (coef. angular da curva $C_L$ x $\alpha$ )
$C_{D_\alpha}$	Coeficiente angular da curva $C_D$ x $\alpha$
$C_{m_\alpha}$	Coeficiente angular da curva $C_m$ x $\alpha$
$C_{L_q}$	Coeficiente de sustentação devido à velocidade angular $q$
$C_{D_q}$	Coeficiente de arrasto devido à velocidade angular $q$
$C_{m_q}$	Coeficiente de momento de arfagem com relação à velocidade $q$
$C_{L_{\alpha_{eh}}}$	Coeficiente angular da curva $C_L$ x $\alpha$ do estabilizador horizontal
$\tau_{eh}$	Razão de áreas entre o profundor e o estabilizador horizontal
$\tau_{ev}$	Razão de áreas entre o leme e o estabilizador vertical
$\tau_w$	Razão de áreas entre os ailerons e a asa
$\eta$	Fator de eficiência da empenagem ( $0.8 \leq \eta \leq 1.2$ )
$C_{L_{\delta_e}}$	Coeficiente de sustentação gerado pela EH devido à deflexão do profundor
$C_{m_{\delta_e}}$	Coeficiente de eficiência do profundor para arfagem
$C_{Y_0}$	Coeficiente de força em $y^c$ para $\beta = 0$
$C_{l_0}$	Coeficiente de momento de rolagem para $\alpha = 0$
$C_{n_0}$	Coeficiente de momento de rolagem para $\beta = 0$
$C_{Y_\beta}$	Coeficiente de variação de força em $Y^c$ devido a $\beta$
$C_{l_\beta}$	Coeficiente de momento de rolagem para sideslip (coef. angular da curva $C_l$ x $\beta$ )
$C_{n_\beta}$	Coeficiente de momento de guinada para sideslip (coef. angular da curva $C_n$ x $\beta$ )
$C_{Y_p}$	Coef. de variação de força no eixo $y^c$ devido à velocidade $p$
$C_{l_p}$	Coeficiente de momento de rolagem devido à velocidade angular $p$
$C_{n_p}$	Coef. de momento de guinada com relação à velocidade angular $p$

$C_{Y_r}$	Coeficiente de força no eixo $y^c$ devido à velocidade angular $r$
$C_{l_r}$	Coeficiente de momento de rolagem devido à velocidade angular $r$
$C_{n_r}$	Coeficiente de momento de guinada devido à velocidade angular $r$
$C_{Y_{\delta_a}}$	Coeficiente de força no eixo $y^c$ devido ao aileron
$C_{L_{\alpha_{ev}}}$	Coeficiente angular da curva $C_L$ x $\alpha$ do estab. vertical
$C_{l_{\delta_a}}$	Coeficiente de eficiência do aileron para rolagem
$C_{n_{\delta_a}}$	Coeficiente de eficiência do aileron para guinada
$C_{Y_{\delta_r}}$	Coeficiente de força no eixo $y^c$ devido ao leme
$C_{l_{\delta_r}}$	Coeficiente de eficiência do leme para rolagem
$C_{n_{\delta_r}}$	Coeficiente de eficiência do leme para guinada

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>20</b>
1.1	Motivação	20
1.2	Objetivo	22
1.3	Organização do Texto	22
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>23</b>
2.1	ESTUDO DA AERONAVE ALBATROZ	23
<b>2.1.1</b>	<b>Análises em CAD 3D</b>	<b>24</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Análises Aerodinâmicas 2D</b>	<b>28</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Análises Aerodinâmicas 3D (Aeronave Completa)</b>	<b>31</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Velocidades Importantes</b>	<b>36</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Derivadas Aerodinâmicas</b>	<b>37</b>
<b>2.1.6</b>	<b>Análise de Estabilidade Estática</b>	<b>39</b>
2.1.6.1	Ponto Neutro e Margem Estática	39
2.1.6.2	Caso Longitudinal	41
2.1.6.3	Caso Látero-Direcional	41
2.2	AMBIENTE DE SIMULAÇÃO	42
<b>2.2.1</b>	<b>Representação Gráfica da Aeronave</b>	<b>42</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Rotação e Translação de Matrizes</b>	<b>44</b>
2.2.2.1	Rotação Matricial (3D)	44
2.2.2.2	Translação Matricial (3D)	45
2.2.2.3	Ângulos de Euler	46
<b>2.2.3</b>	<b>Sistemas de Coordenadas</b>	<b>48</b>
2.2.3.1	Sistema de Coordenadas de Corpo Fixo ( $S^c = x^c, y^c, z^c$ )	48
2.2.3.2	Sistema de Coordenadas NED ( $S^i = x^i, y^i, z^i$ )	48
2.2.3.3	Sistema de Coordenadas de Estabilidade ( $S^s = x^s, y^s, z^s$ )	48
2.2.3.4	Sistema de Coordenadas dos Ventos ( $S^v = x^v, y^v, z^v$ )	49
<b>2.2.4</b>	<b>Modelagem da Atmosfera e Ventos</b>	<b>49</b>
2.2.4.1	O Triângulo dos Ventos	49
2.2.4.2	Atmosfera Turbulenta	51
2.2.4.3	Velocidades e suas Relações	52
<b>2.2.5</b>	<b>Modelagem Cinemática e Dinâmica de um Corpo Rígido</b>	<b>53</b>
2.2.5.1	Variáveis de Estado	54
2.2.5.2	Cinemática	54
2.2.5.3	Dinâmica	55
2.3	MODELAGEM AERODINÂMICA	56
<b>2.3.1</b>	<b>Padronização das Superfícies de Controle</b>	<b>56</b>

<b>2.3.2</b>	<b>Reações Aerodinâmicas</b>	<b>57</b>
2.3.2.1	Curvas Modeladas de $C_L$ , $C_D$ e $C_m$	57
2.3.2.2	Aerodinâmica Longitudinal	60
2.3.2.3	Aerodinâmica Lateral	61
2.3.2.4	Forças Finais Atuantes	62
<b>2.3.3</b>	<b>Equacionamento da Gravidade</b>	<b>62</b>
<b>2.3.4</b>	<b>Modelo Propulsivo</b>	<b>63</b>
<b>2.3.5</b>	<b>Equações Finais de Movimento com Aerodinâmica</b>	<b>66</b>
2.4	MODELOS DINÂMICOS LINEARES	67
<b>2.4.1</b>	<b>A Teoria das Pequenas Perturbações</b>	<b>68</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Funções de Transferência - Movimento Látero-Direcional</b>	<b>68</b>
2.4.2.1	Ângulo de Rolagem	68
2.4.2.2	Curso e Proa	69
<b>2.4.3</b>	<b>Funções de Transferência - Movimento Longitudinal</b>	<b>69</b>
2.4.3.1	Ângulo de Arfagem	69
2.4.3.2	Altitude	69
2.4.3.3	Velocidade do Ar	70
<b>2.4.4</b>	<b>Modelos Lineares de Espaços de Estados</b>	<b>70</b>
2.4.4.1	Caso Lateral	70
2.4.4.2	Caso Longitudinal	72
<b>2.4.5</b>	<b>Análise de Estabilidade Dinâmica</b>	<b>74</b>
2.4.5.1	Curto Período e Fugóide	75
2.4.5.2	<i>Roll</i> e <i>Yaw</i> puros	76
2.4.5.3	Espiral	77
2.4.5.4	<i>Dutch Roll</i>	78
2.5	PROJETO DO PILOTO AUTOMÁTICO ( <i>autopilot</i> )	79
<b>2.5.1</b>	<b>O Método SLC</b>	<b>80</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Piloto Automático Látero-Direcional</b>	<b>80</b>
2.5.2.1	Controle de Rolagem	80
2.5.2.2	Controle de Curso	81
2.5.2.3	<i>Yaw Damper</i>	81
<b>2.5.3</b>	<b>Piloto Automático Longitudinal</b>	<b>83</b>
2.5.3.1	Controle de Arfagem	83
2.5.3.2	Controle de Altitude	84
2.5.3.3	Controle de Velocidade por Potência	84
<b>2.5.4</b>	<b>Ajuste de Ganhos</b>	<b>85</b>
2.5.4.1	Ajuste do Controle de <i>Roll</i>	85
2.5.4.2	Ajuste do Controle de Curso	86
2.5.4.3	Ajuste do <i>Yaw Damper</i>	86
2.5.4.4	Ajuste do Controle de Arfagem	86

2.5.4.5	Ajuste do Controle de Altitude . . . . .	86
2.5.4.6	Ajuste do Controle de Velocidade . . . . .	87
<b>3</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>88</b>
3.1	Estabilidade Discutida . . . . .	88
<b>3.1.1</b>	<b>Modos Curto período e Fugóide . . . . .</b>	<b>89</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Modo <i>Roll</i> Puro . . . . .</b>	<b>90</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Modo <i>Yaw</i> Puro . . . . .</b>	<b>91</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Modo Espiral . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>3.1.5</b>	<b>Modo <i>Dutch Roll</i> . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>3.1.6</b>	<b>Características de Voo . . . . .</b>	<b>94</b>
3.2	Piloto Automático Discutido . . . . .	95
<b>3.2.1</b>	<b>Comportamento dos Controladores . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>102</b>
4.1	Propostas para Melhorias Futuras . . . . .	102
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE A – DADOS DA AERONAVE ALBATROZ . . . . .</b>	<b>105</b>
	<b>APÊNDICE B – MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE AERODINÂMICA</b>	<b>107</b>
B.1	O Método LLT . . . . .	107
B.2	O Método VLM . . . . .	108
	<b>APÊNDICE C – OS MOTORES <i>GLOW</i> . . . . .</b>	<b>109</b>

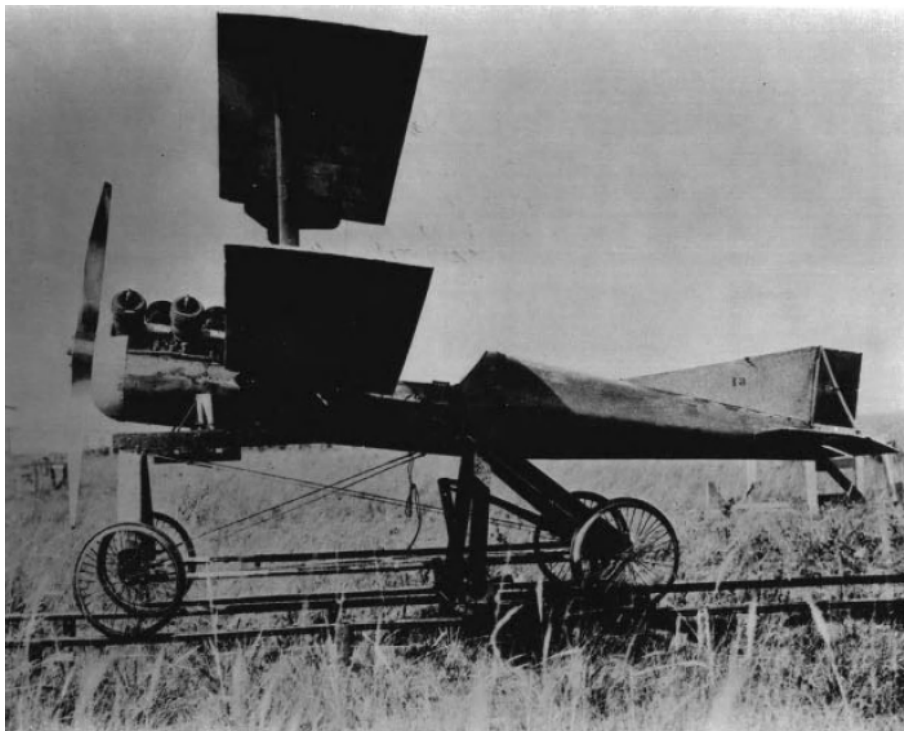
# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

É inegável que a conquista do voo e seu desenvolvimento proporcionaram ao ser humano a capacidade de realizar atividades antes impossíveis de serem feitas em solo. Monitorar dos céus uma vasta área de terras, pulverizar grandes quantidades de plantações em um curto intervalo de tempo, ou uma simples captura de foto em locais inóspitos, como a boca de um vulcão em erupção, por exemplo. Contudo, visando praticidade e também segurança, a ideia de um ser humano não necessariamente embarcado nas aeronaves começou a surgir. Seria possível realizar tal feito?

Os primeiros veículos aéreos não tripulados (VANTs, em português) ou *Unmanned Aerial Vehicles* (UAVs, em inglês) datam do ano de 1887 e eram veículos que, geralmente lançados por sistemas de catapultas, desenvolviam uma trajetória balística sem qualquer tipo de voo guiado (FAHLSTROM; GLEASON, 2012). Foi somente após a primeira guerra mundial que essas aeronaves começaram a ficar conhecidas. A Figura 1 ilustra um dos primeiros UAVs motorizados com controle automático mecânico da história, empregado na primeira guerra mundial.

Figura 1 – Kettering Bug: UAV pioneiro na primeira guerra mundial



fonte: Fahlstrom e Gleason (2012)

Com o avanço da robótica, foi possível adentrar na era do voo automático e autônomo, dando origem a máquinas capazes de alçarem um voo seguro e sem o comando direto de um tripulante humano. Os UAVs vieram para ficar e estão abrangendo cada vez mais áreas de atuação ao redor do mundo. Os desafios globais têm demonstrado que há uma enorme área de atuação dessas aeronaves, desde o âmbito civil (georreferenciamento, poluição, previsão tempo, estudo de furacões, combate

a incêndios, combate ao desmatamento, pulverizações, etc), até o âmbito militar (guerra eletrônica, monitoramento de fronteiras e áreas de conflito, combate ao tráfico, ataques ao solo, reabastecimento aéreo, etc) (BEARD; MCLAIN, 2012).

Os UAVs podem ser divididos em categorias, as quais os distinguem com relação ao seu tipo de voo e com relação à sua massa. Com relação ao tipo de voo, essas aeronaves podem ser do tipo asa fixa, asa rotativa, multirotor e híbridos (asa fixa com multirotor). Para fins de regulamentação brasileira, realizada pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), essas máquinas voadoras dividem-se em três classes com relação à sua massa. A classe 3 abrange aeronaves de massa igual ou inferior a 25 kg, e possui regulamentação mais amena. A classe 2 corresponde às aeronaves com massa entre 25 kg e 150 kg, e possui níveis mais exigentes de regulamentação. Por fim, a classe 1 é atribuída às aeronaves de massa superior a 150 kg e possui o nível mais rígido de regulamentação, assemelhando-se muito, em termos de certificação, às exigências regulamentadoras de uma aeronave tripulada. A Figura 2 ilustra alguns exemplos de aeronaves não tripuladas da atualidade.

Figura 2 – UAV asa rotativa (à esquerda) e UAV asa fixa (à direita)



fonte: Valavanis (2015)

São vários os aspectos que distinguem uma aeronave tripulada de uma não tripulada. Embora ambas apresentem, em geral, comportamentos físicos e dinâmicos semelhantes (forças aerodinâmicas e princípios físicos do voo), a diferença mais expressiva é a necessidade de um sistema embarcado capaz de realizar um voo automático (o chamado *autopilot*) e, em casos mais complexos, ser capaz de tomar decisões e propiciar um voo autônomo. Em um UAV, o *autopilot* gerencia o controle de todas as fases do voo, isto é, decolagem, subida, voo de cruzeiro, voo guiado por *waypoints*, pouso, etc. Em adição, esses sistemas devem ser capazes de controlar a aeronave sob condições atmosféricas adversas, como ventos e rajadas, pois elas estão sempre presentes durante o voo.

Visando ampliar os conhecimentos sobre o mundo dos UAVs, o qual é repleto de tecnologias e técnicas de última geração, procurou-se nesse trabalho abranger algumas etapas de desenvolvimento de uma aeronave não tripulada de pequeno porte e seu sistema de controle automático (*autopilot*). Para tal, partiu-se da modelagem de uma aeronave asa fixa remotamente pilotada de pequeno porte

e, ao final, o trabalho foi concluído com o desenvolvimento de um sistema de controle de voo. Por meio de ferramentas de *computer aided design* (CAD) foi possível representar o formato e a aparência da aeronave em computador, e portanto, obter parâmetros físicos importantes, como os momentos e produtos de inércia. Através de softwares de análise aerodinâmica foi possível obter os principais parâmetros influentes ao voo e com eles realizar a modelagem matemática da aeronave por meio das equações físicas que regem o movimento de um corpo rígido no espaço tridimensional, adicionadas das influências aerodinâmicas.

Por fim, para que fosse possível testar o comportamento da aeronave em voo e do seu *autopilot*, foi desenvolvido um ambiente de simulação tridimensional, o qual permitiu a visualização gráfica do voo e assim, a validação de todo o trabalho.

## 1.2 OBJETIVO

Neste trabalho de conclusão de curso objetivou-se modelar matematicamente uma aeronave asa fixa, de pequeno porte, remotamente controlada; desenvolver e validar um sistema de piloto automático, avaliando seu comportamento dinâmico nas fases de subida, cruzeiro e descida, por meio de um ambiente de simulação.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No **Capítulo 2** são apresentadas as principais metodologias que foram utilizadas para as análises aerodinâmicas e modelagem da aeronave Albatroz (objeto de estudo deste trabalho); o desenvolvimento do ambiente de simulação em MATLAB/Simulink; e o projeto do piloto automático.

No **Capítulo 3** são apresentados os resultados e as discussões da implementação, no ambiente de simulação, do sistema de controle de voo automático.

Por fim, no **Capítulo 4** são apresentadas as conclusões finais do trabalho, e propostas para trabalhos futuros.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 ESTUDO DA AERONAVE ALBATROZ

A aeronave em questão neste trabalho chama-se Albatroz. Trata-se de um aeromodelo radio controlado fabricado pela Incoaer S.A., empresa sediada no interior do estado de São Paulo.

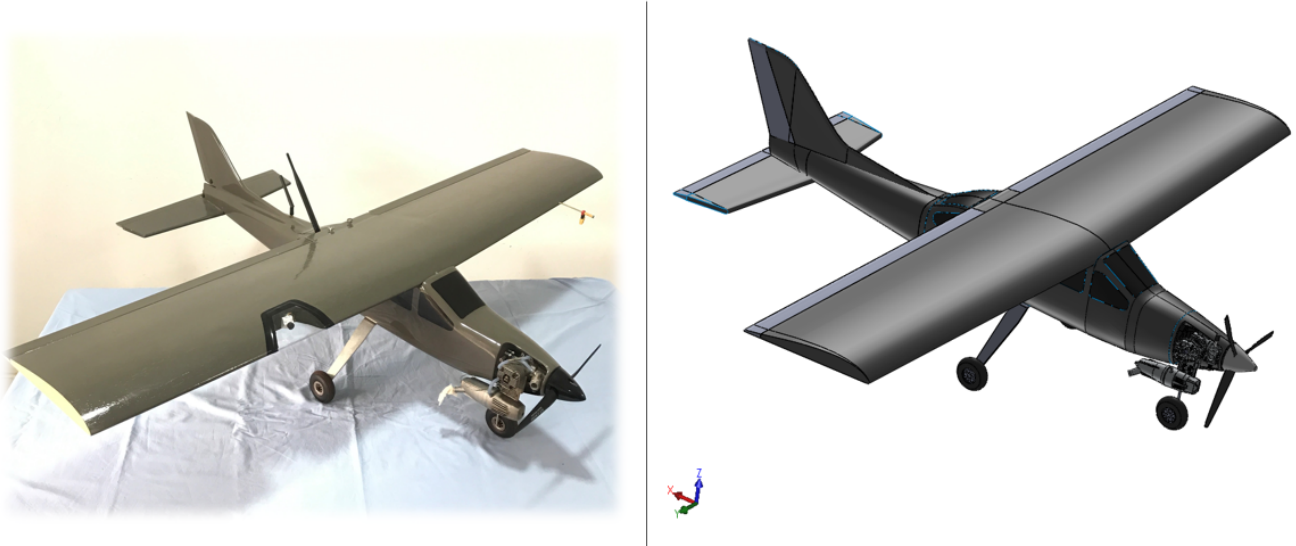
Por meio de fotos e medições reais na aeronave, foi possível reproduzi-la em computador por meio do software SOLIDWORKS CAD 3D. Uma vez que se tinha o modelo físico real, todos os seus componentes (eletrônica, motor, hélice, bateria, etc) foram pesados e seus valores de massa inseridos no desenho 3D, buscando alcançar o máximo de fidelidade do desenho com relação ao modelo real. Tal fidelidade é necessária uma vez que os passos seguintes utilizam dados que necessitam ser os mais precisos possível para que o comportamento dinâmico da aeronave simulada corresponda com o do modelo real. A seguir são listadas as principais características da aeronave.

- Asa alta;
- Asa cantiléver;
- Motorização a combustão tipo *glow* (0.46 in<sup>3</sup>);
- Trem de pouso fixo (triciclo);
- Empenagem convencional.

### 2.1.1 Análises em CAD 3D

Por meio de fotos capturadas de diversos ângulos e importadas no software, foi possível desenhar a aeronave. Na Figura 3 é ilustrada uma comparação do modelo real com o modelo em CAD.

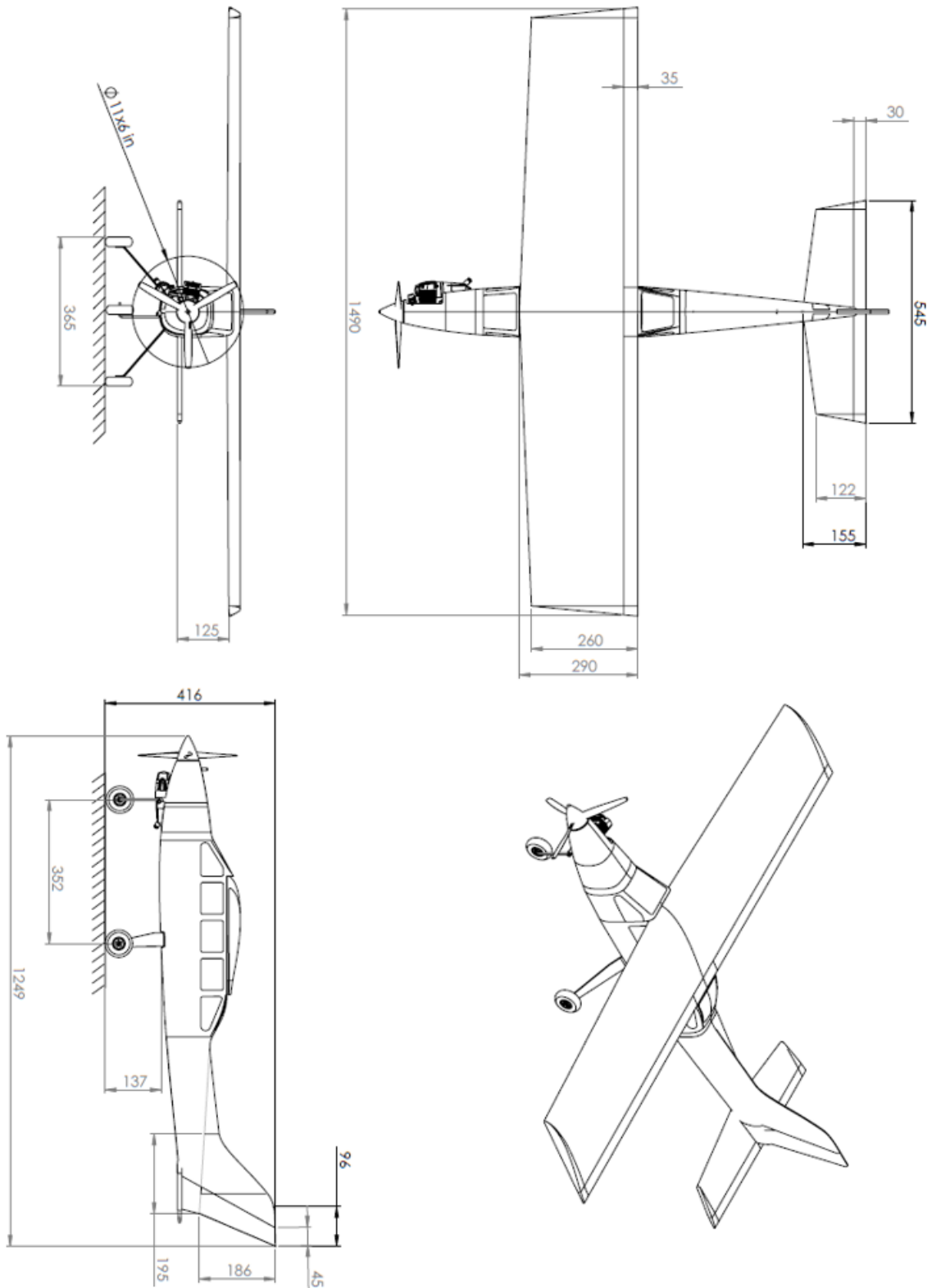
Figura 3 – Aeronave Real (à esquerda) X Aeronave em CAD (à direita)



fonte: Produção do próprio autor.

Uma vez finalizado o desenho em CAD, foi possível obter os dados geométricos, contorno de perfil aerodinâmico e outros parâmetros importantes utilizados nas etapas futuras do projeto. Vale lembrar que os perfis aerodinâmicos empregados na aeronave original foram feitos manualmente pelo fabricante e não têm seus dados computados nos sites de perfis tradicionais. Desta forma fez-se necessário o mapeamento manual de pontos para que fosse possível analisá-los nas ferramentas computacionais de aerodinâmica. Por fim, fez-se um desenho técnico detalhado da aeronave, apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Planta Três Vistas do Albatroz



fonte: Produção do próprio autor.

Uma tabela que resume os dados gerais da aeronave Albatroz é apresentada no Apêndice A.

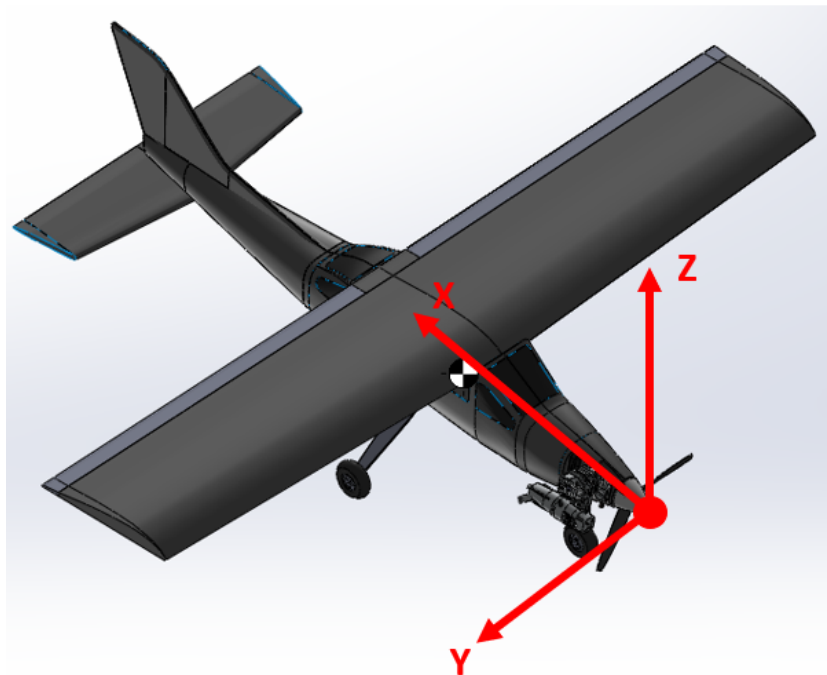
Para fins de análise de estabilidade, utilizando os dados da tabela 14 do Apêndice A, foi possível obter os valores de volume de cauda horizontal (Equação 2.1.1), e volume de cauda vertical (Equação 2.1.2). Gudmundsson (2013) apresenta como valores aceitáveis para uma análise primária coeficientes  $V_{HT}$  entre 0.5 e 1.0 e  $V_{VT}$  entre 0.02 e 0.09.

$$V_{HT} = \frac{L_{HT} * S_{EH}}{CMA_W * S_W} = 0.892 \quad (2.1.1)$$

$$V_{VT} = \frac{L_{VT} * S_{EV}}{b_W * S_W} = 0.037 \quad (2.1.2)$$

Outros parâmetros importantes advindos da análise em CAD são os momentos de inércia. Primeiramente definiu-se o sistema de coordenadas utilizado. Para as análises da aeronave, empregou-se o sistema de coordenadas padrão utilizado nas bibliografias de dinâmica de voo. O eixo X corresponde ao eixo longitudinal, o Y, ao eixo lateral e o Z o eixo vertical. Na Figura 5 é ilustrado o sistema de coordenadas na aeronave. É importante lembrar que a origem do sistema (*datum*) foi considerada na ponta do *spinner*, procedimento padrão adotado no projeto de aeronaves.

Figura 5 – Sistema de Coordenadas

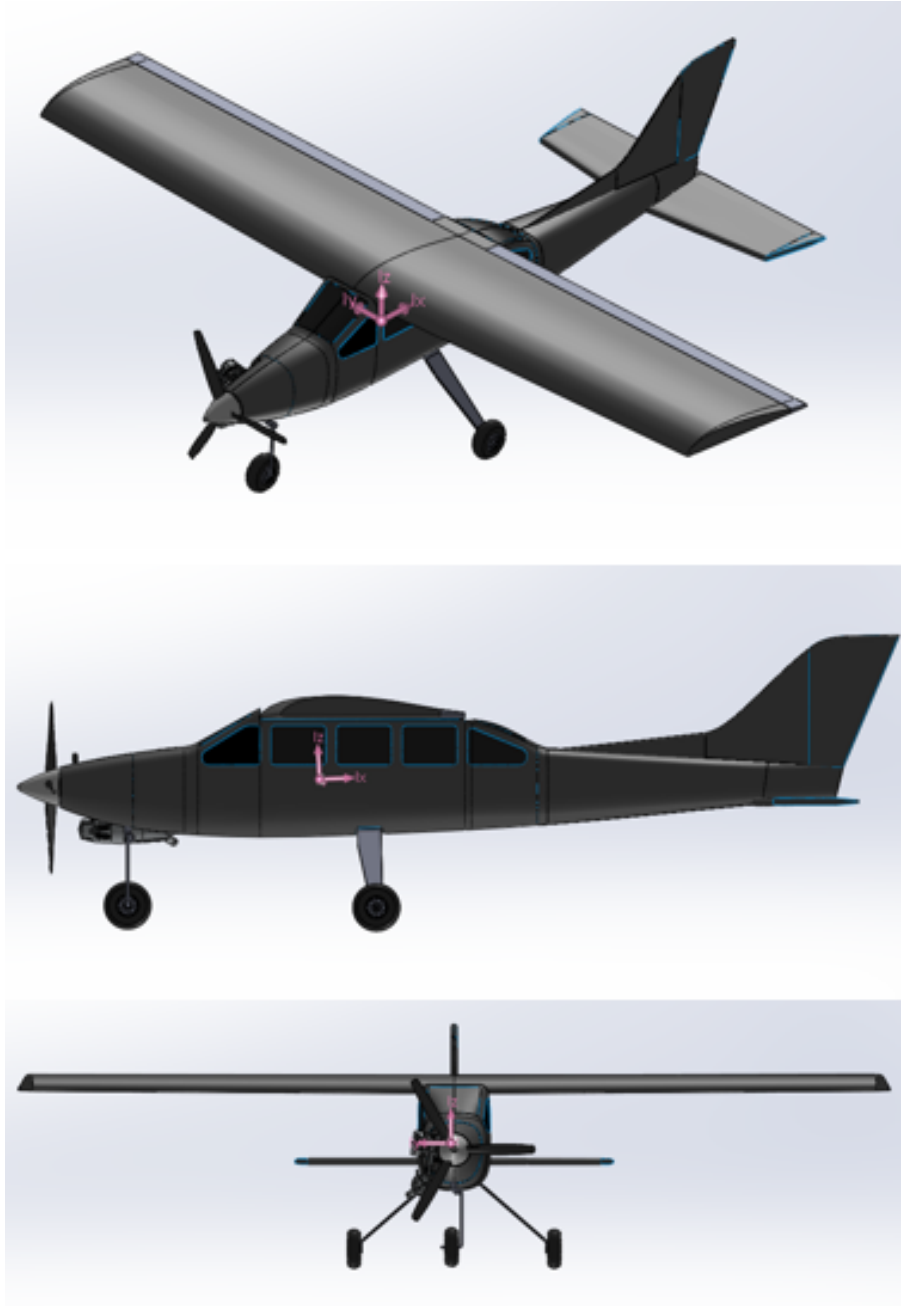


fonte: Produção do próprio autor.

Para a aquisição do momento de inércia, fez-se a distribuição dos componentes no interior da aeronave e a atribuição da massa real de cada um deles. Através do Solidworks obtiveram-se os momentos de inércia, produtos de inércia e posição do centro de massa. Tais parâmetros foram utilizados posteriormente para as modelagens dinâmicas e aerodinâmicas. Na Equação 2.1.3 é descrita a matriz de inércia e na Figura 6 é ilustrada a posição do centro de massa da aeronave e seus eixos principais de inércia .

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1532 & -0.0032 & 0.0116 \\ -0.0032 & 0.2645 & -0.0004 \\ 0.0116 & -0.0004 & 0.3799 \end{bmatrix} [kg * m^2] \quad (2.1.3)$$

Figura 6 – Ilustração da posição do CG em CAD



fonte: Produção do próprio autor.

Por fim, descreve-se a posição do centro de gravidade em relação ao *datum*, definida na tabela 1.

Tabela 1 – Posição do CG

COORDENADAS - CG	POSIÇÃO [mm]
X	+427.6
Y	+5.34
Z	+11.09

fonte: Produção do Próprio Autor.

### 2.1.2 Análises Aerodinâmicas 2D

Uma vez mapeados os contornos dos aerofólios da asa e da empenagem e, após transformá-los em arquivos de pontos, estes foram parâmetros de entrada para o software de análise XFLR5. Por meio deles, foi possível estudar o comportamento dos perfis aerodinâmicos e levantar as suas principais características.

Para as análises, primeiramente foi definido um número de Reynolds específico para a asa e para a empenagem. Uma vez que se trata de um voo de baixa velocidade e baixa altitude, por aproximação e sem prejuízos para o desenvolvimento do trabalho, considerou-se o número de Reynolds constante. A Tabela 2 descreve os parâmetros utilizados para o cálculo.

Para a análise da empenagem foi utilizado o valor da  $c_{EH}$  e, considerando a proximidade do valor da  $c_{EV}$ , o Reynolds resultante foi aplicado para ambas as empenagens vertical e horizontal. Ressalta-se também que foram utilizados os dados atmosféricos de temperatura e pressão da cidade de São João da Boa Vista.

Tabela 2 – Valores para o cálculo de Reynolds

PARÂMETRO	VALOR	UNIDADE [SI]	DESCRIÇÃO
$\rho$	1.100	kg/m <sup>3</sup>	Massa específica do ar
V	30	m/s	Velocidade de voo considerada
c	0.274	m	Corda média aerodinâmica da asa
$c_{EH}$	0.139	m	Corda média aerodinâmica da empenagem horizontal
$\mu$	$1.845 * 10^{-5}$	kg/(m*s)	Viscosidade dinâmica do ar

fonte: Produção do Próprio Autor.

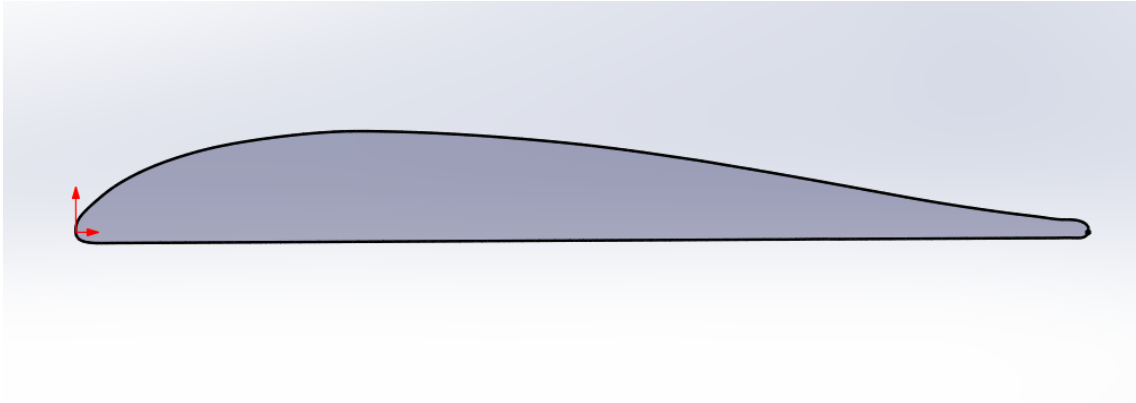
Por meio das equações 2.1.4 e 2.1.5 obteve-se o número de Reynolds da asa e o da empenagem.

$$Re_W = \frac{\rho * V * c}{\mu} = 4.9 * 10^5 \text{ [adim]} \quad (2.1.4)$$

$$Re_E = \frac{\rho * V * c_{EH}}{\mu} = 2.5 * 10^5 \text{ [adim]} \quad (2.1.5)$$

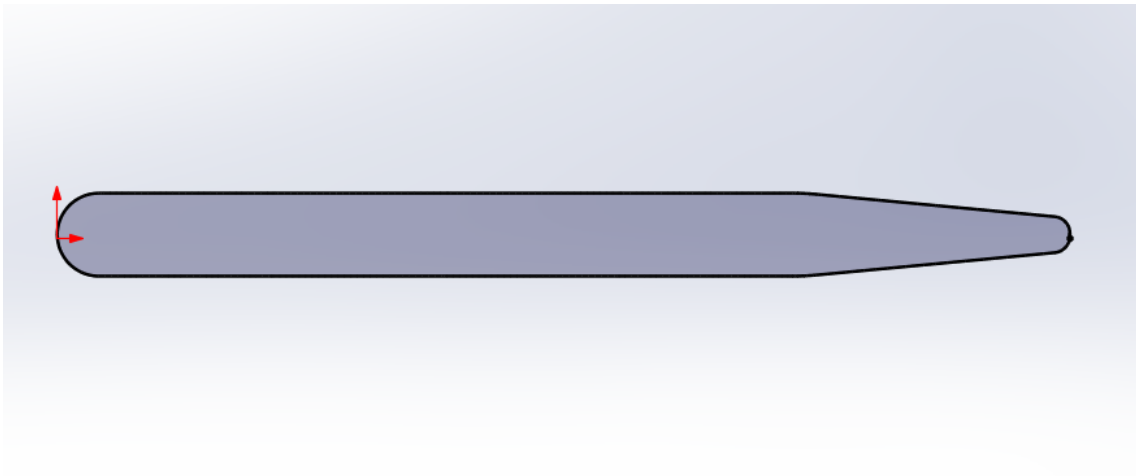
Computados os valores de Reynolds, deu-se início às análises 2D para os perfis aerodinâmicos (aerofólios) da asa, empenagem horizontal e vertical. A Figura 7 e a Figura 8 ilustram as geometrias dos aerofólios, aos quais foi dado o nome de ALB-01 (asa) e ALB-02 (empenagem horizontal e vertical).

Figura 7 – Aerofólio ALB-01 (asa)



fonte: Produção do próprio autor.

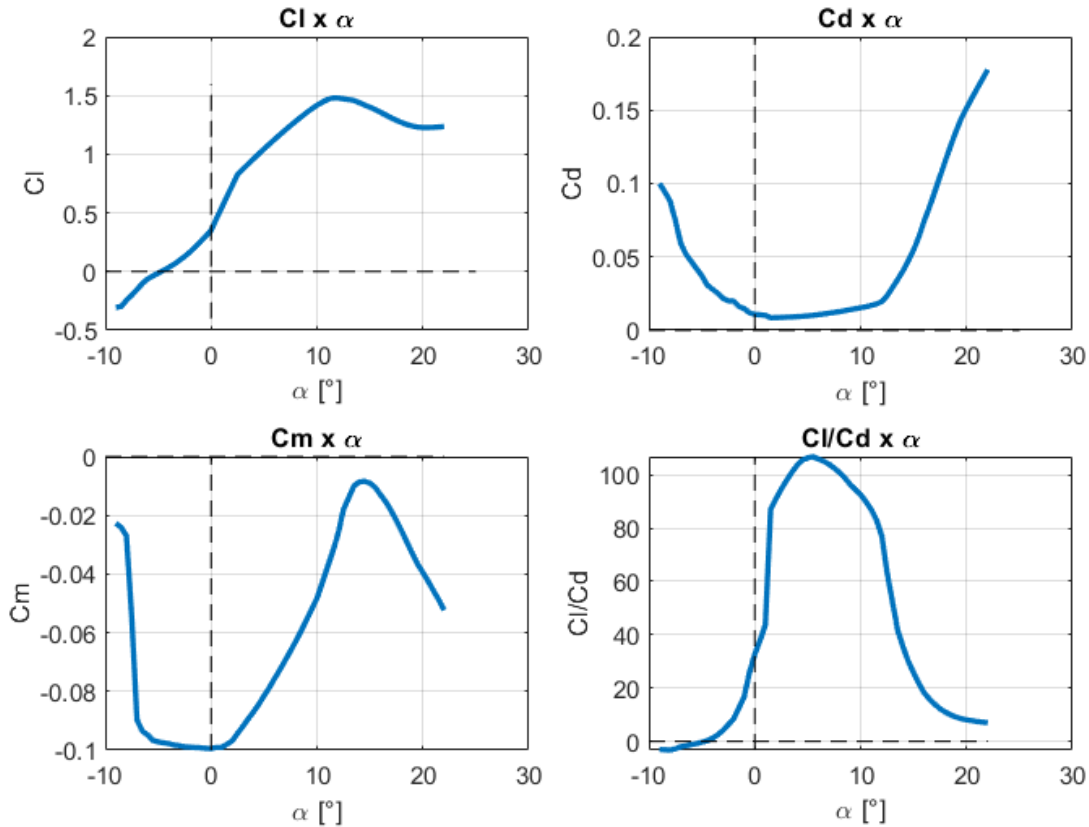
Figura 8 – Aerofólio ALB-02 (empenagem horizontal e vertical)



fonte: Produção do próprio autor.

Analisando os aerofólios ALB-01 e ALB-02, com seus respectivos Reynolds, foi possível obter os gráficos de  $C_l \times \alpha$ ,  $C_d \times \alpha$ ,  $C_m \times \alpha$  e  $C_l/C_d \times \alpha$ .

A Figura 9 ilustra as análises para o aerofólio da asa. É possível verificar um  $C_l$  máximo de 1,5, obtido a um ângulo de ataque de  $12^\circ$ , sendo este o ângulo crítico de estol. Percebe-se que para ângulos de ataque entre dois e dez graus, o coeficiente de arrasto  $C_d$  é mantido nos seus valores mais baixos. Sendo  $12^\circ$  o ângulo crítico e, considerando o intervalo de  $2^\circ$  a  $10^\circ$ , pode-se concluir que o aerofólio tem uma boa eficiência. Isto é, na sua região de maior sustentação (ângulos de ataque de  $2^\circ$  a  $12^\circ$ ), o arrasto é mantido baixo. Tal fato é ilustrado no gráfico  $C_l/C_d \times \alpha$ .

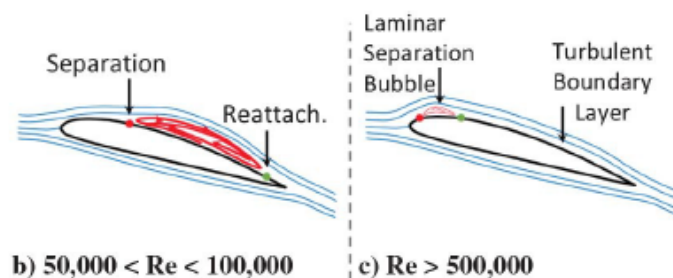
Figura 9 – Análises ALB-01 ( $Re = 490.000$ )

fonte: Produção do próprio autor.

Uma verificação interessante é na região do gráfico  $C_l \times \alpha$  para baixos ângulos de ataque, onde se é esperado um comportamento linear. No caso, há a ocorrência de um certo grau de não linearidade, uma vez que a curva apresenta uma aumento acentuado, seguido de uma suavização na inclinação. Winslow et al. (2018) explica este fenômeno devido ao baixo número de Reynolds ( $Re < 10^6$ ), o qual gera situações de separação precoce da camada limite no extradorso de aerofólios arqueados, como é o caso do ALB-01.

Na Figura 10 é ilustrado o comportamento do escoamento em um aerofólio arqueado. Para o Reynolds considerado ( $Re = 490.000$ ), é possível que esteja ocorrendo o descolamento da camada limite no extradorso do aerofólio, com algum ponto no qual o escoamento recola novamente próximo ao bordo de fuga, gerando um efeito de arqueamento negativo e, por consequência, a região não linear da curva  $C_l \times \alpha$ .

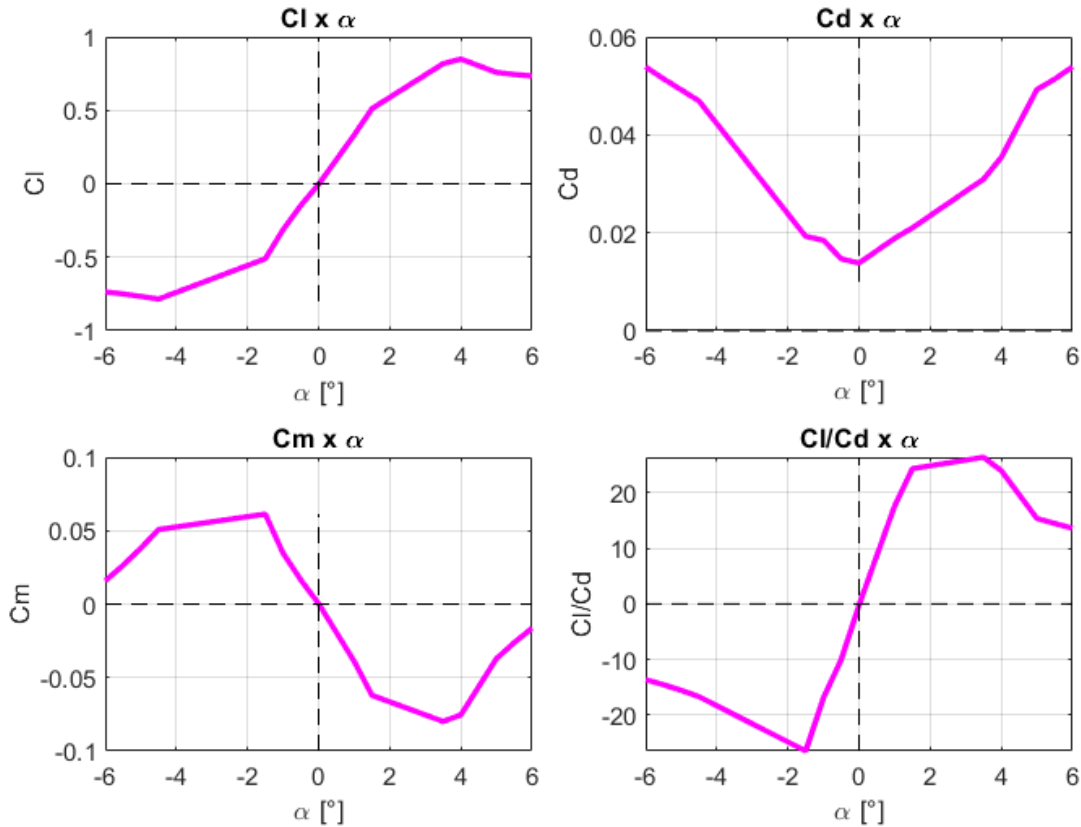
Figura 10 – Comportamento do escoamento para diferentes Reynolds



fonte: Winslow et al. (2018)

Já para a empenagem, na Figura 11, percebe-se um baixo ângulo de ataque crítico ( $\alpha = 4^\circ$ ) e uma baixa eficiência do aerofólio quando comparado ao da asa. Tal fato é devido à sua baixa espessura, com geometria aproximada de uma placa plana.

Figura 11 – Análises ALB-02 ( $Re = 250.000$ )



fonte: Produção do próprio autor.

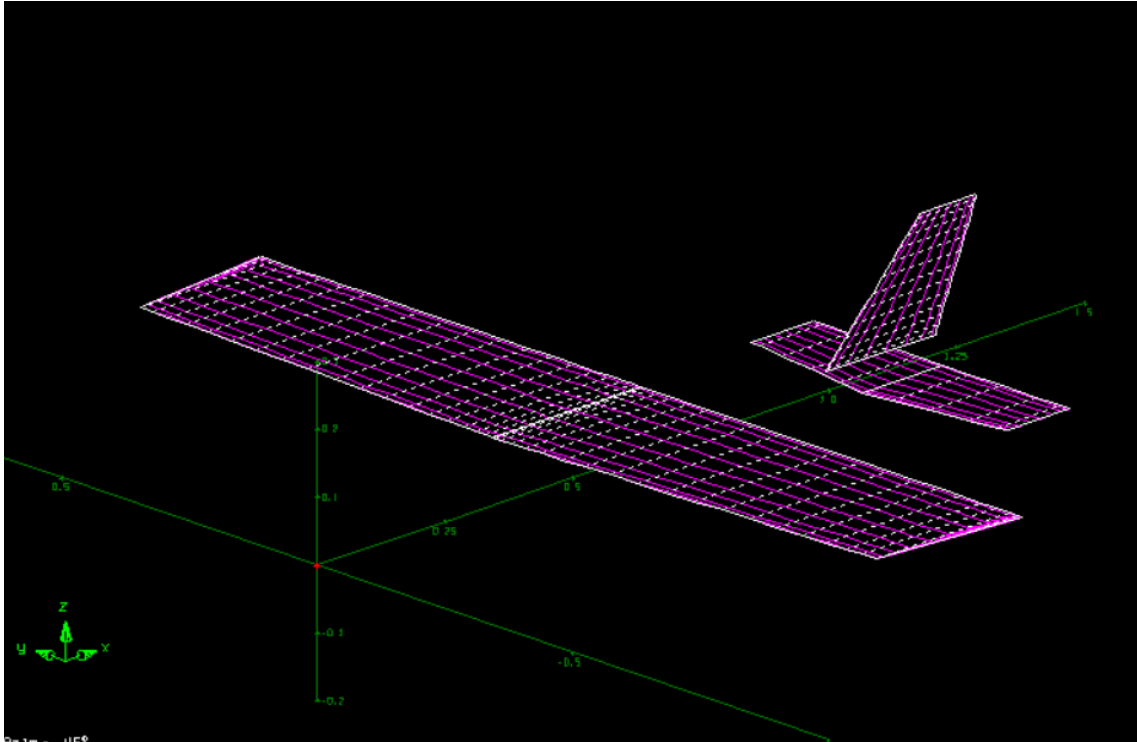
Por fim, deu-se início às análises de asa finita, assunto abordado na seção 2.1.3.

### 2.1.3 Análises Aerodinâmicas 3D (Aeronave Completa)

Os formatos de perfil aerodinâmico, asa e empenagem foram importados no software AVL. Na Figura 12 é representada a aeronave, a qual teve a fuselagem considerada como uma massa pontual. A origem do sistema (*datum*), de igual modo ao modelo em CAD, corresponde à ponta do *spinner*.

O software utiliza o método VLM (*Vortex Lattice Method*), o qual permite estimar os parâmetros aerodinâmicos de asa finita, assim como os de estabilidade estática e dinâmica para a aeronave completa. Explicações mais detalhadas sobre o método VLM estão presentes no Apêndice B.

Figura 12 – Modelo da aeronave em AVL

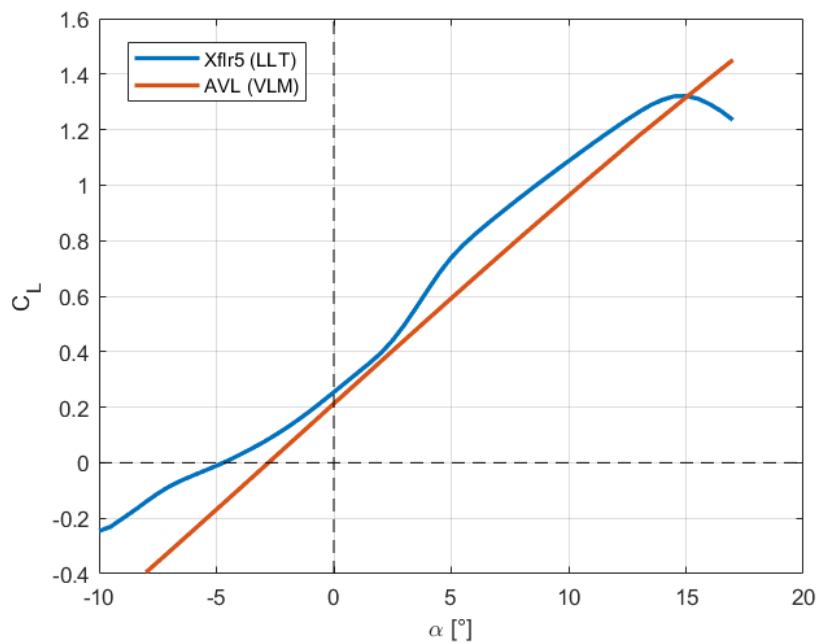


fonte: Produção do próprio autor.

Baseado na operação da aeronave, pode-se dizer que os regimes de voo principais são o voo reto nivelado e a curva coordenada. Tais condições de voo foram as principais levadas em consideração nas análises e, conforme demonstrado nas seções mais a diante, são elas as consideradas para o desenvolvimento das equações dinâmicas de voo e posteriormente do sistema de controle automático.

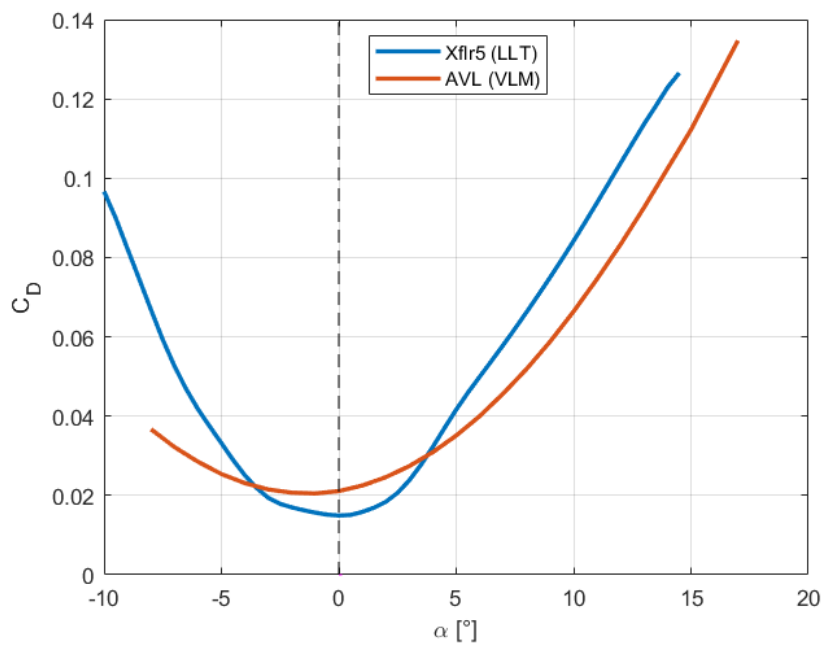
Como fonte adicional de dados, também foi empregado o software Xflr5 para análise detalhada da asa, por meio do método LLT (*Lifting Line Theory*), também elucidado no Apêndice B. O método LLT permite uma análise mais detalhada da curva de coeficiente de sustentação. Porém, ele é limitado apenas à asa, desconsiderando a empenagem da aeronave, o que não ocorre no método VLM.

A Figura 13 ilustra a curva de  $C_L$  x  $\alpha$  obtida pelos métodos VLM e LLT para a asa tridimensional. É possível perceber o comportamento linear do método VLM, enquanto o LLT apresenta não linearidades, principalmente nas regiões de  $\alpha$  de  $0^\circ$  a  $5^\circ$ , e na região do estol.

Figura 13 – Análise  $C_L$  x  $\alpha$  - Asa Finita

fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 14 são apresentadas as curvas de  $C_D$  x  $\alpha$  para a asa (método LLT) e para o conjunto asa - empenagem (método VLM). É importante notar a diferença nas duas curvas causada pela precisão dos métodos e também pela desconsideração do arrasto de empenagem pelo método LLT.

Figura 14 – Análise  $C_D$  x  $\alpha$ 

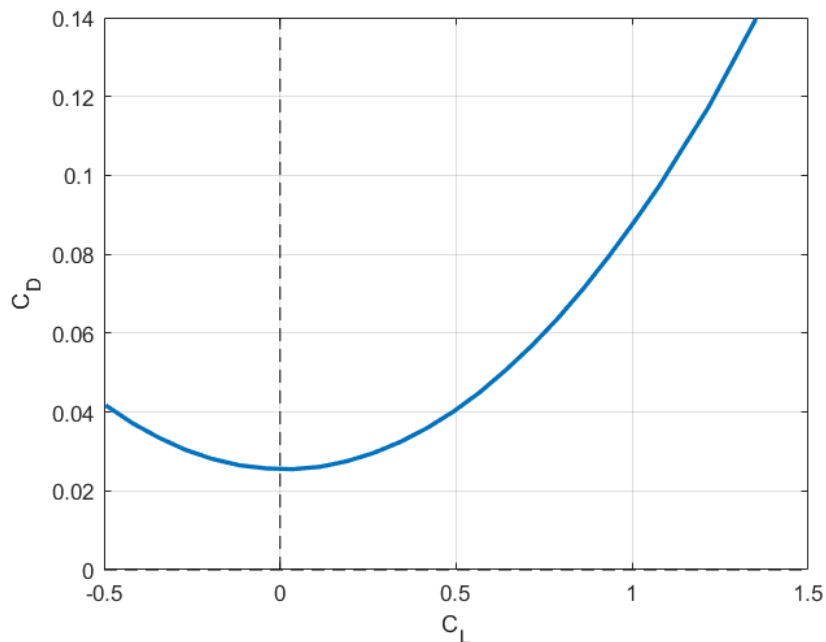
fonte: Produção do próprio autor.

As análises em AVL consideram asa e empenagem apenas. A fuselagem, por ter sido aproximada à uma massa pontual em seu centro de gravidade, não teve arrasto computado. A fuselagem, dentre outras superfícies, é geradora de arrasto parasita, o qual pode ser adicionado manualmente. Junior (2015) propõe uma fórmula de aproximação, dada pela Equação 2.1.6, onde  $r$  é uma constante que pode ser utilizada para aumentar ou diminuir o valor final de  $C_{D,e}$ .

$$C_{D,e} = C_{D_0} + \left( r + \frac{1}{\pi e AR} \right) C_L^2 \quad (2.1.6)$$

Uma vez que o arrasto parasita da asa e empenagem já está contido na análise, utiliza-se  $r$  para computar somente a parcela gerada pela fuselagem. O arrasto parasita total da aeronave é representado pelo coeficiente  $C_{D_p}$ . Por fim, para o arrasto total da aeronave somam-se os arrastos parasita e induzido e é possível obter a polar de arrasto da aeronave completa, apresentada na Figura 15

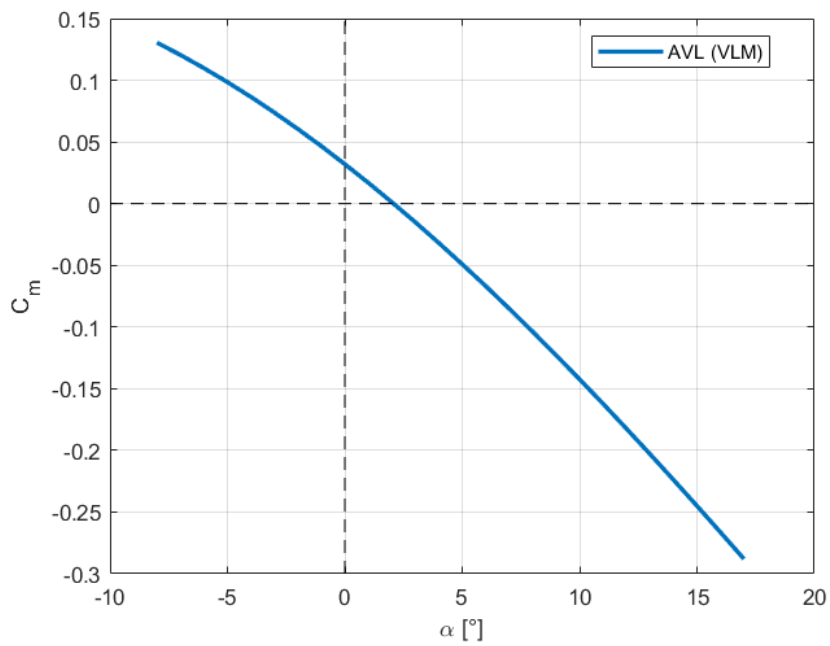
Figura 15 – Polar de Arrasto da Aeronave



fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 16 é apresentada a curva de momento de arfagem para a aeronave completa (método VLM). Neste caso, a contribuição da fuselagem foi desconsiderada, pois para aeronaves de pequeno porte, a influência é pequena e gera geralmente erros de 2 % a 6 % no resultado final (RODRIGUES, 2015). Tal aproximação não gera prejuízos ao projeto.

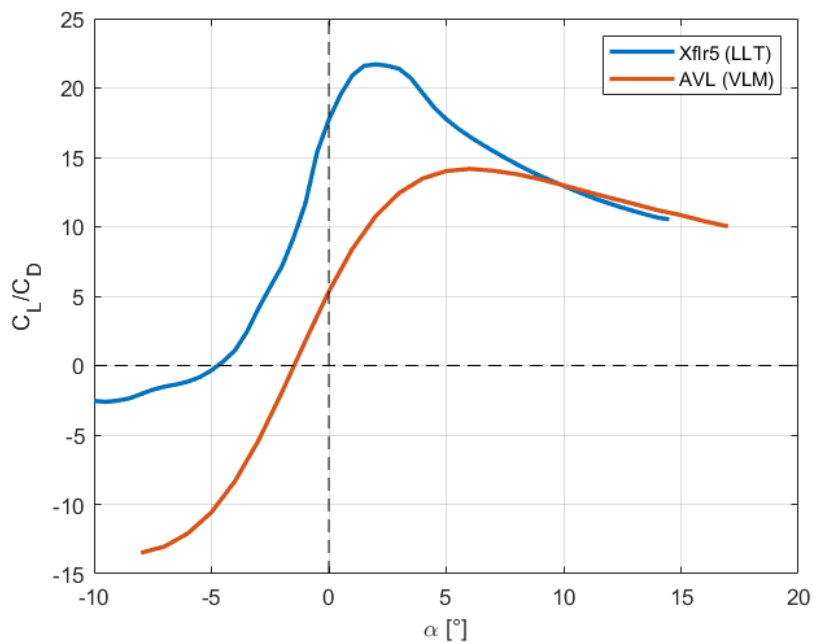
Figura 16 – Análise  $C_m \times \alpha$  - Aeronave Completa



fonte: Produção do próprio autor.

Por fim, tem-se a análise de eficiência da asa (Figura 17), na qual é possível concluir que a região ótima de voo da aeronave é em ângulos de ataque  $\alpha$  entre -1 a 5 graus.

Figura 17 – Análise  $C_L/C_D \times \alpha$

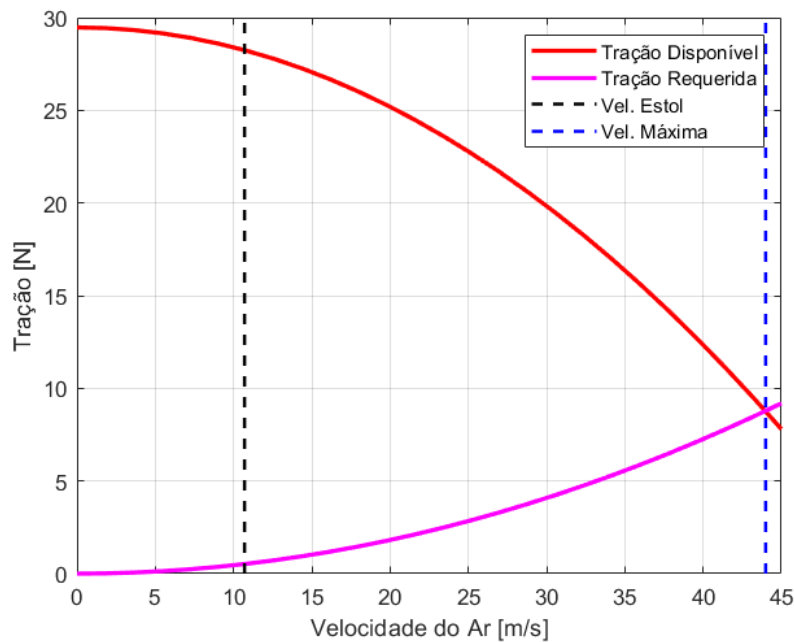


fonte: Produção do próprio autor.

### 2.1.4 Velocidades Importantes

Considera-se o regime de voo da aeronave como sendo de baixa altura, ao redor dos 500 pés ( $\approx 150$  m) como altura máxima. Desta forma, para fins de cálculos de performance, utilizar-se-á a aproximação da densidade do ar constante. É possível, portanto, traçar o gráfico (Figura 18) de performance com relação à velocidade de estol, trações requerida e disponível, e velocidade máxima para o voo reto nivelado. Os dados de tração fornecida pelo grupo motopropulsor estão detalhados na Seção 2.3.4.

Figura 18 – Análise de Performance para Voo Reto Nivelado



fonte: Produção do próprio autor.

Utilizando a Equação 2.1.7, proposta por Junior (2015), é possível encontrar a velocidade de estol da aeronave:

$$V_{estol} = \sqrt{\frac{2Mg}{\rho S_W C_{L_{max}}}} \approx 11 \text{ [m/s]}, \quad (2.1.7)$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar e  $C_{L_{max}}$  é o coeficiente de sustentação máxima da aeronave obtido do gráfico da Figura 13.

A velocidade máxima para voo reto nivelado é obtida quando as curvas de tração requerida (devido ao arrasto) e a de tração disponível interceptam-se. Desta forma, pela Equação 2.1.8,

$$V_{max} \approx 44 \text{ [m/s]}. \quad (2.1.8)$$

Considerando medições de velocidade em testes reais de voo da aeronave, assim como o gráfico da Figura 18, adotou-se como velocidade de cruzeiro o valor de 30 [m/s]. Portanto, pela Equação 2.1.9,

$$V_{cruise} = 30 \text{ [m/s]}. \quad (2.1.9)$$

### 2.1.5 Derivadas Aerodinâmicas

Na Tabela 3 são descritas as principais derivadas aerodinâmicas importantes para as análises de dinâmica de voo da aeronave. Esses coeficientes em sua maioria podem ser extraídos das análises por AVL e Xflr5. Porém, para alguns, a aproximação analítica também é apresentada e pode ser encontrada em detalhes em Nelson (1989).

Tabela 3 – Derivadas Aerodinâmicas e Outros Coeficientes

COEFICIENTE	MÉTODO DE OBTENÇÃO
$C_{L_0}$	Xflr5
$C_{D_0}$	Xflr5
$C_{D_p}$	Xflr5
$C_{m_0}$	AVL
$C_{L_\alpha}$	AVL
$C_{D_\alpha}$	AVL
$C_{m_\alpha}$	AVL
$C_{L_q}$	AVL
$C_{D_q}$	AVL
$C_{m_q}$	$-2C_{L_{\alpha_{eh}}} \eta V_{ht} \frac{L_{ht}}{c_{ma}}$ (ou AVL)
$C_{L_{\alpha_{eh}}}$	AVL
$C_{L_{\delta_e}}$	$\frac{S_{ht}}{S_w} \eta \tau C_{L_{\alpha_{eh}}}$ (ou AVL)
$C_{m_{\delta_e}}$	$\frac{dC_m}{d\delta_e} = -V_{ht} \eta \tau_{eh} C_{L_{\alpha_{eh}}}$ (ou AVL)
$C_{Y_0}$	AVL
$C_{l_0}$	AVL
$C_{n_0}$	AVL
$C_{Y_\beta}$	$-\eta \frac{S_{ev}}{S_w} C_{\alpha_{ev}} (1 + \frac{d\sigma}{d\beta})$ (ou AVL)
$C_{l_\beta}$	AVL
$C_{n_\beta}$	AVL
$C_{Y_p}$	$C_{L_\alpha} [ \frac{AR + \cos(\Lambda)}{AR + 4\cos(\Lambda)} ] \tan(\Lambda)$ (ou AVL)
$C_{l_p}$	$-\frac{C_{L_\alpha}}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda}$ (ou AVL)
$C_{n_p}$	$-\frac{C_{L_{\alpha_w}}}{8}$ (ou AVL)
$C_{Y_r}$	$-2(\frac{L_{vt}}{b}) C_{Y_\beta}$ (ou AVL)
$C_{l_r}$	$\frac{C_{L_\alpha}}{4} - 2\frac{L_{vt}z_v}{b^2} C_{Y_\beta}$ (ou AVL)
$C_{n_r}$	$-2\eta V_{vt} \frac{L_{ev}}{b} C_{L_{\alpha_{ev}}}$ (ou AVL)
$C_{Y_{\delta_a}}$	AVL
$C_{L_{\alpha_{ev}}}$	AVL
$C_{l_{\delta_a}}$	$\frac{dC_L}{d\delta_a} = \frac{2C_{L_{\alpha_w}} \tau S_{aile}}{S_w b}$ (ou AVL)
$C_{n_{\delta_a}}$	AVL
$C_{Y_{\delta_r}}$	$\frac{S_{ev}}{S_w} \tau C_{L_{\alpha_{ev}}}$ (ou AVL)
$C_{l_{\delta_r}}$	$\frac{S_{ev}}{S_w} (\frac{z_v}{b}) \tau_{ev} C_{L_{\alpha_{ev}}}$ (ou AVL)
$C_{n_{\delta_r}}$	$\frac{dC_L}{d\delta_r} = -\eta V_{vt} \tau C_{L_{\alpha_{ev}}}$ (ou AVL)

Fonte: Produção do Próprio Autor.

Para a aplicação das derivadas com relação às velocidades angulares  $p$  e  $r$  no equacionamento aerodinâmico, é comum expressá-las em conjunto com os termos de inércia da aeronave. Como aproximação, considera-se simetria no plano  $x^c z^c$ , desta forma,  $I_{xy} = I_{yx} \approx 0$ . Isso permite escrever relações menos complexas para os coeficientes. Beard e McLain (2012) as define como funções

Gamma ( $\Gamma$ ). (Esses parâmetros são utilizados na Seção 2.4.4.1). Os coeficientes das velocidades  $p$  e  $r$  relacionados com a inércia da aeronave são definidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Coeficientes relacionados com a Inércia

COEFICIENTE	DEFINIÇÃO
$C_{p0}$	$\Gamma_3 C_{l_0} + \Gamma_4 C_{n_0}$
$C_{p\beta}$	$\Gamma_3 C_{l_\beta} + \Gamma_4 C_{n_\beta}$
$C_{pp}$	$\Gamma_3 C_{l_p} + \Gamma_4 C_{n_p}$
$C_{pr}$	$\Gamma_3 C_{l_r} + \Gamma_4 C_{n_r}$
$C_{p\delta_a}$	$\Gamma_3 C_{l_{\delta_a}} + \Gamma_4 C_{n_{\delta_a}}$
$C_{p\delta_r}$	$\Gamma_3 C_{l_{\delta_r}} + \Gamma_4 C_{n_{\delta_r}}$
$C_{r0}$	$\Gamma_4 C_{l_0} + \Gamma_8 C_{n_0}$
$C_{r\beta}$	$\Gamma_4 C_{l_\beta} + \Gamma_8 C_{n_\beta}$
$C_{rp}$	$\Gamma_4 C_{l_p} + \Gamma_8 C_{n_p}$
$C_{rr}$	$\Gamma_4 C_{l_r} + \Gamma_8 C_{n_r}$
$C_{r\delta_a}$	$\Gamma_4 C_{l_{\delta_a}} + \Gamma_8 C_{n_{\delta_a}}$
$C_{r\delta_r}$	$\Gamma_4 C_{l_{\delta_r}} + \Gamma_8 C_{n_{\delta_r}}$

Fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012).

As funções  $\Gamma$  de inércia são definidas nas Equações 2.1.10 a 2.1.17.

$$\Gamma_1 = \frac{I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.10)$$

$$\Gamma_2 = \frac{I_{zz}(I_{zz} - I_{yy}) + I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.11)$$

$$\Gamma_3 = \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.12)$$

$$\Gamma_4 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.13)$$

$$\Gamma_5 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \quad (2.1.14)$$

$$\Gamma_6 = \frac{I_{xz}}{I_{yy}} \quad (2.1.15)$$

$$\Gamma_7 = \frac{(I_{xx} - I_{yy})I_{xz} + I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.16)$$

$$\Gamma_8 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.1.17)$$

Todos os coeficientes aerodinâmicos calculados para a aeronave Albatroz estão apresentados na Tabela 15, no Apêndice A.

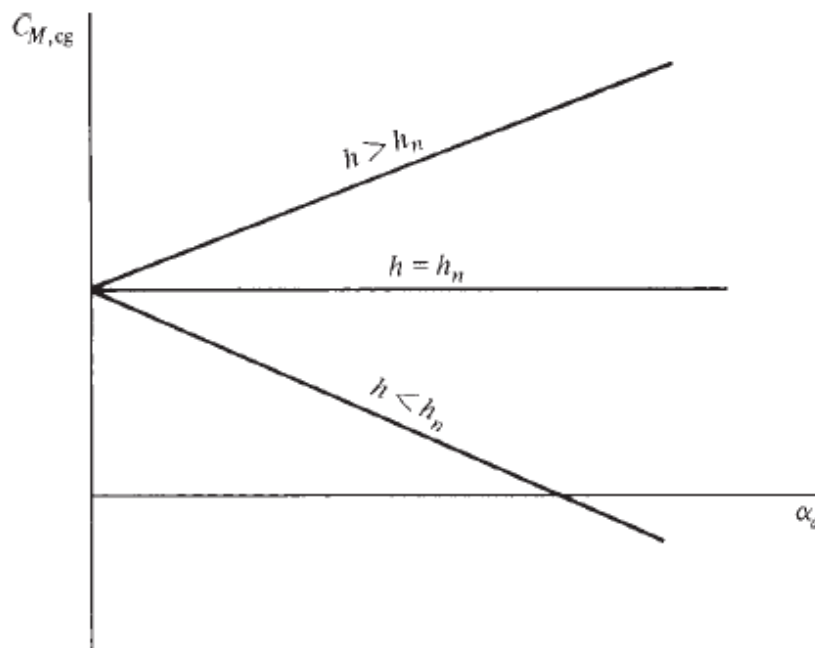
## 2.1.6 Análise de Estabilidade Estática

Para estabilidade estática, analisa-se a capacidade de retorno ao ponto de equilíbrio após uma perturbação. Divide-se a análise em estabilidade longitudinal e látero-direcional.

### 2.1.6.1 Ponto Neutro e Margem Estática

Sabe-se que a curva do coeficiente de momento de arfagem ( $C_m \times \alpha$ ) é diretamente influenciada pela posição do centro de gravidade ( $h_{CG}$ ). Segundo Junior (2015), existe uma posição do CG em porcentagem de corda da asa que faz com que o coeficiente angular da curva de  $C_m$  seja zero. Este ponto é chamado de ponto neutro ( $h_{PN}$ ). Portanto, quando o CG é posicionado sobre o ponto neutro, o momento de arfagem gerado é zero para qualquer ângulo de ataque, conforme Figura 19. É possível observar também que para  $h_{CG}$  maiores que  $h_{PN}$ , a curva de momento fica com coeficiente angular positivo, critério para instabilidade longitudinal.

Figura 19 – Influência do CG na curva  $C_m \times \alpha$



fonte: Junior (2015).

O ponto neutro pode ser equacionado ou obtido diretamente pela análise em AVL. Optando pela segunda opção, obteve-se o valor de  $h_{PN}$ , conforme Equação 2.1.18.

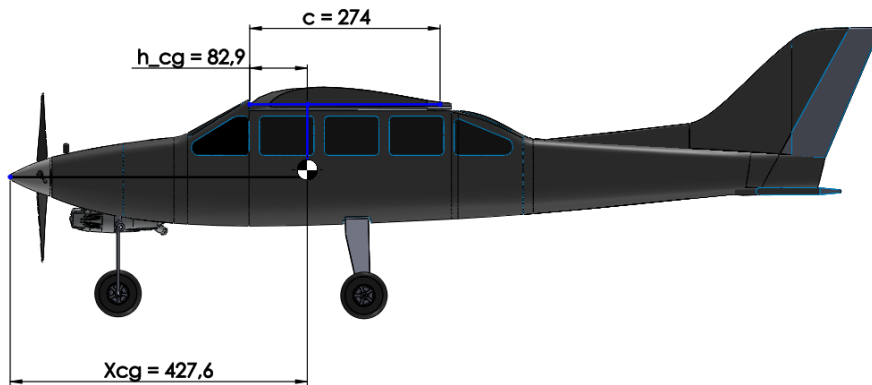
$$h_{PN} = 0.481 \quad (2.1.18)$$

Com o ponto neutro conhecido, é possível analisar a margem estática da aeronave. Junior (2015) a define como a diferença entre o ponto neutro e a posição do CG (Equação 2.1.19).

$$ME = h_{PN} - h_{CG} \quad (2.1.19)$$

Na Figura 20, são mostradas as posições do CG em relação ao *datum* e em relação à corda média aerodinâmica.

Figura 20 – Análise de CG



fonte: Produção do próprio autor.

Portanto, com relação à porcentagem da corda média aerodinâmica, pode-se obter a posição do CG, dada por

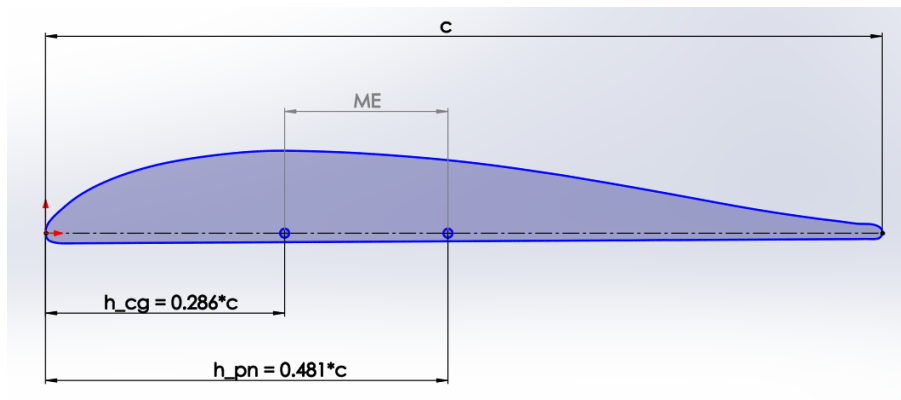
$$h_{CG} = 0.286. \quad (2.1.20)$$

Em outras palavras, o CG está posicionado a 28.6 % da corda média aerodinâmica e com esse valor, é possível calcular a margem estática, Equação 2.1.21.

$$ME = c * (h_{PN} - h_{CG}) = 274 * (0.481 - 0.286) = 53.4 \text{ [mm]} \quad (2.1.21)$$

A Figura 21 ilustra a margem estática para o Albatroz, e seus valores são utilizados para as análises de estabilidade estática, discutidas a seguir.

Figura 21 – Margem Estática



fonte: Produção do próprio autor.

### 2.1.6.2 Caso Longitudinal

Os critérios de estabilidade longitudinal, segundo Junior (2015) são:

- (1) Margem estática positiva;
- (2) Coeficiente angular da curva  $C_m \times \alpha$  negativo;
- (3)  $C_{m_0}$  positivo.

Recorrendo ao gráfico da Figura 16, verifica-se que os itens (2) e (3) são atendidos. De igual modo, comprova-se o cumprimento do item (1) por meio da equação 2.1.21. Portanto, a aeronave é estaticamente estável longitudinalmente.

Vale lembrar que como há consumo de combustível, é esperada uma leve variação no CG durante o voo e em consequência, variação na margem estática. Porém, essa variação não é significativa a ponto de levar a aeronave a um caso de instabilidade, como margem estática negativa. Não há, portanto, prejuízos ao voo.

### 2.1.6.3 Caso Látero-Direcional

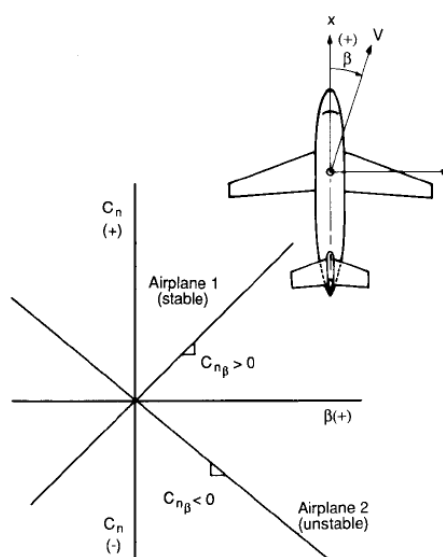
Para a estabilidade estática lateral, a aeronave deve desenvolver um momento contrário para uma perturbação no ângulo de rolagem ( $\phi$ ). Já para a estabilidade direcional, deve haver um momento contrário à uma perturbação no ângulo de guinada ( $\psi$ ).

Segundo Nelson (1989), para apresentar estabilidade direcional, o critério a seguir deve ser obedecido:

- $C_{n_\beta}$  positivo.

A Figura 22 ilustra o critério direcional.

Figura 22 – Critério de Estabilidade Direcional



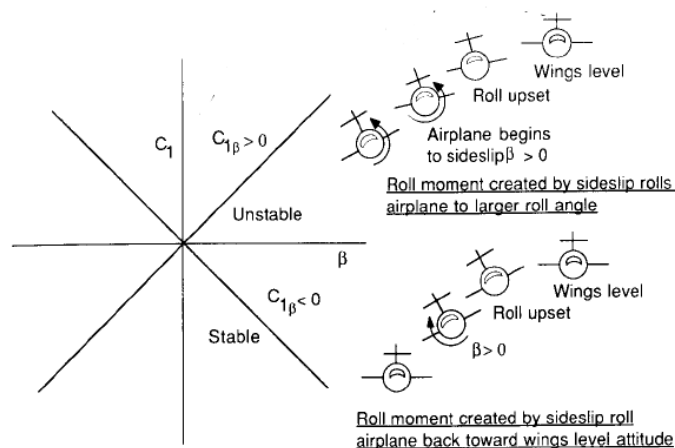
fonte: Nelson (1989).

Já, para apresentar estabilidade lateral, é necessário atender o seguinte critério:

- $C_{l\beta}$  negativo.

A Figura 23 ilustra o critério lateral.

Figura 23 – Critério de Estabilidade Lateral



fonte: Nelson (1989).

Outros fatores como diedro positivo e configuração asa alta são influenciadores positivos para a estabilidade estática lateral. Embora a aeronave em questão não possua diedro, ela é de configuração asa alta, o que contribui para sua estabilidade lateral. Recorrendo à Tabela 15 do Apêndice A tem-se:

- $C_{n\beta} = 0.057$
- $C_{l\beta} = -0.021$

Satisfazem-se, portanto, os requisitos de estabilidade e a aeronave é considerada látero direcionalmente estável. É importante notar que ser estaticamente estável não necessariamente resulta em uma aeronave dinamicamente estável. Portanto análises de estabilidade dinâmica também devem ser feitas e serão abordadas nas Seções 2.4.5 e 3.1.

## 2.2 AMBIENTE DE SIMULAÇÃO

Com o intuito de permitir a verificação gráfica e animada do projeto, foi desenvolvido um ambiente de simulação tridimensional em Simulink que contém uma representação simplificada da aeronave. Inserindo os dados da aeronave nas equações, foi possível simular e observar o comportamento dinâmico do voo. Adicionando controle automático ao sistema, foi possível testar e observar a atuação do controlador de voo. O desenvolvimento será descrito nas Seções que seguem.

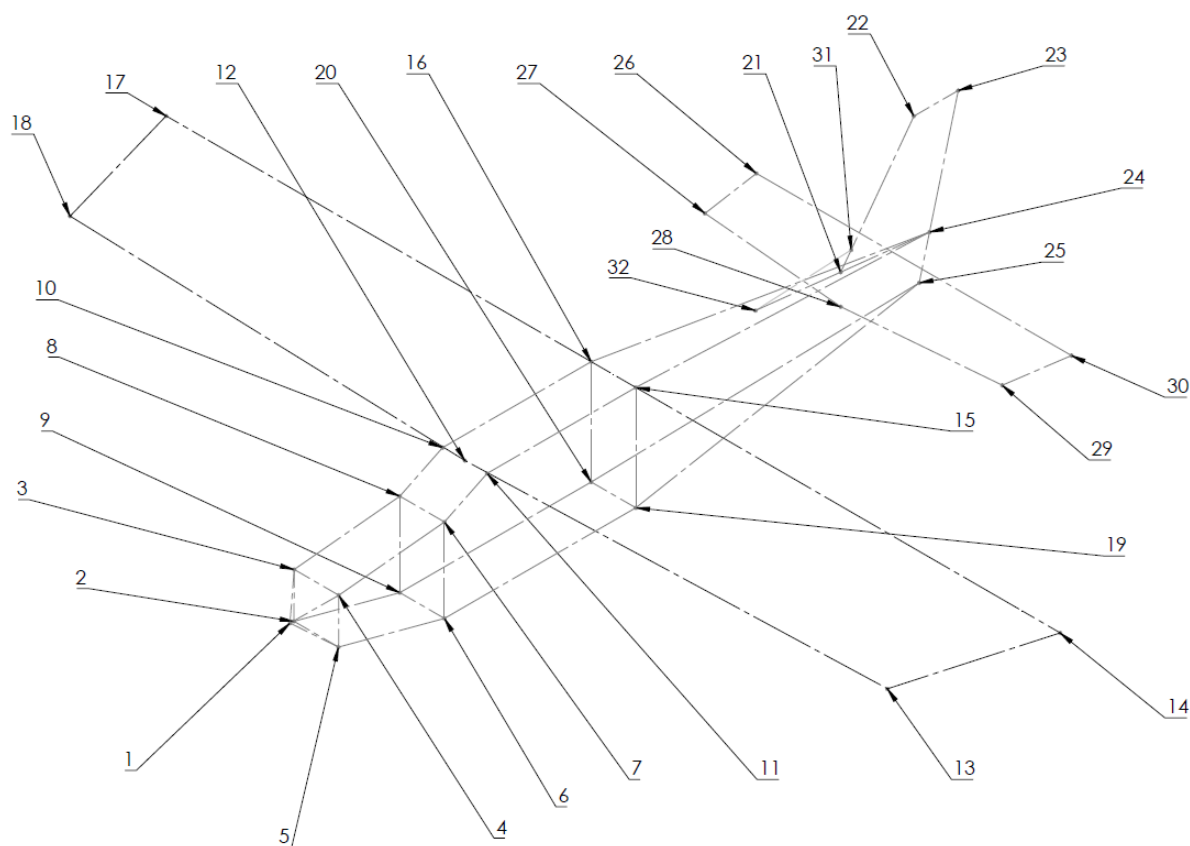
### 2.2.1 Representação Gráfica da Aeronave

A modelagem do sistema aerodinâmico que rege o movimento da aeronave no ar considera que todas as forças e momentos internos e externos são atuantes no centro de gravidade do corpo. Desta

forma, uma vez definido o CG e as inércias, a representação do formato do corpo não é relevante para o equacionamento. Em outras palavras, para o ambiente de simulação, uma representação realística da aeronave ou um simples desenho de linhas sofrerão o mesmo efeito das forças e momentos resultantes, aplicados no seu centro de gravidade. Portanto, visando otimizar o uso da memória computacional, optou-se por utilizar uma representação simplificada da aeronave.

No presente trabalho foi empregado o método do mapeamento de pontos. Essa técnica consiste em alocar estrategicamente pontos no sistema cartesiano tridimensional, de modo que 3 pontos ou mais, quando devidamente especificados, definem uma face plana. Com a união de um conjunto de faces planas é possível representar a aeronave. A Figura 24 ilustra o processo.

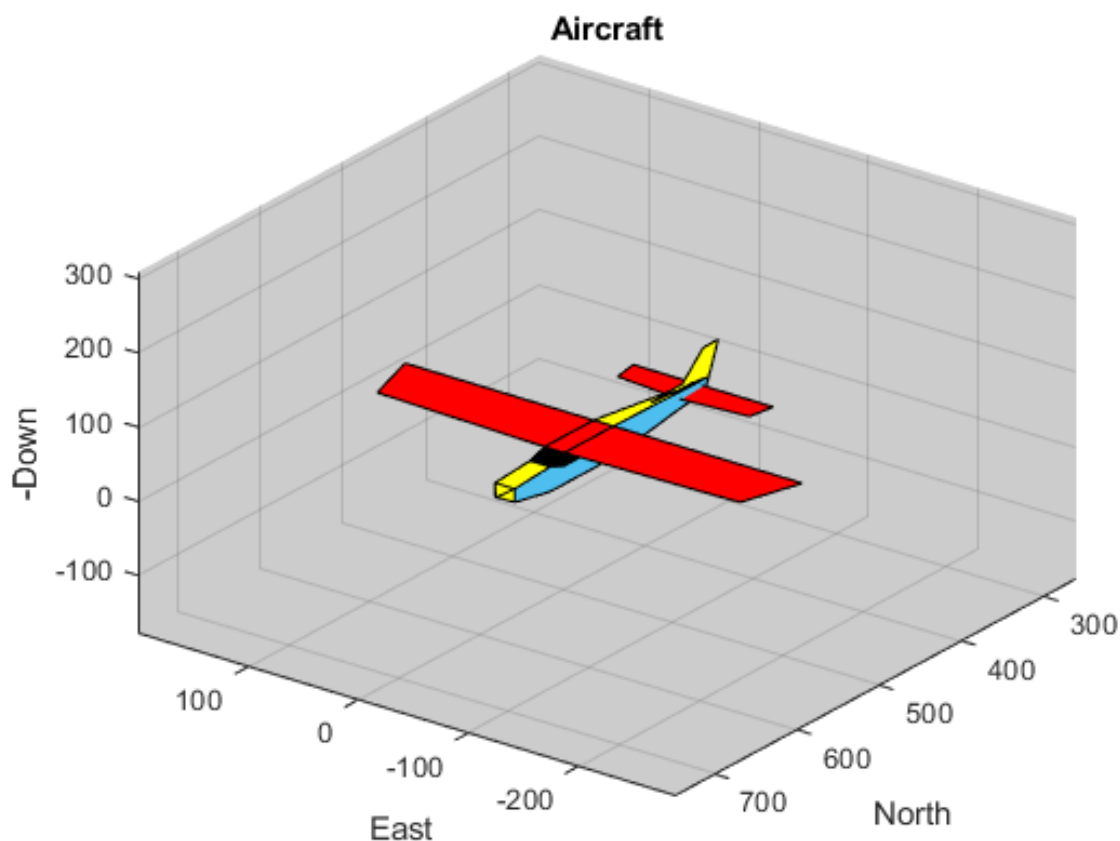
Figura 24 – Representação da aeronave por pontos



fonte: Produção do próprio autor.

Através de uma indicação de coordenadas de pontos para formar faces, tem-se o avião representado graficamente. A cada face também é possível adicionar uma cor desejada. Para o modelo em questão, o resultado final da aeronave Albatroz já no ambiente de simulação é ilustrado na Figura 25.

Figura 25 – Aeronave Albatroz no ambiente de simulação



fonte: Produção do próprio autor.

É importante ressaltar que as coordenadas dos pontos são obtidas em relação a uma origem definida no centro de gravidade. Desta forma, todas as forças e momentos que causem translação e/ou rotação, os farão sobre o CG. Em consequência, todos os pontos definidos sofrerão o mesmo efeito de rotação e/ou translação. Em nível de simulação, o conjunto de faces definido acompanhará o movimento do centro de gravidade, representando o movimento da aeronave. Em adição, uma vez definidos os pontos e faces, é possível aplicar um fator de escala para representar a aeronave em diferentes tamanhos, em caso de necessidade.

Para fins de facilidade de notação, a partir deste ponto, chamar-se-á a aeronave Albatroz de **UAV**.

### 2.2.2 Rotação e Translação de Matrizes

Nesta seção são explanados os métodos de rotação e translação utilizados na modelagem do UAV, seguidos da definição e utilização dos ângulos de Euler.

#### 2.2.2.1 Rotação Matricial (3D)

Para representar a rotação do UAV no plano tridimensional são utilizadas as matrizes DCM (Matrizes de Cossenos Diretores) no  $R_3$ . Cada matriz representa uma rotação em torno de um eixo de coordenadas. A multiplicação ordenada de três matrizes DCM nos três eixos compõe, portanto, uma rotação tridimensional do corpo. A ordem padrão considerada é rotação em Z-Y-X, porém, qualquer

ordem pode ser empregada, bastando alterar a sequência da multiplicação. As Equações 2.2.1 a 2.2.3 definem as matrizes de rotação, sendo  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , ângulos aleatórios.

$$zR_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

$$yR_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

$$xR_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) \\ 0 & -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

A exemplo, na Equação 2.2.1, lê-se rotação de " $\alpha$ " graus em torno do eixo Z, do estado inicial 0 ao estado final 1.

#### 2.2.2.2 Translação Matricial (3D)

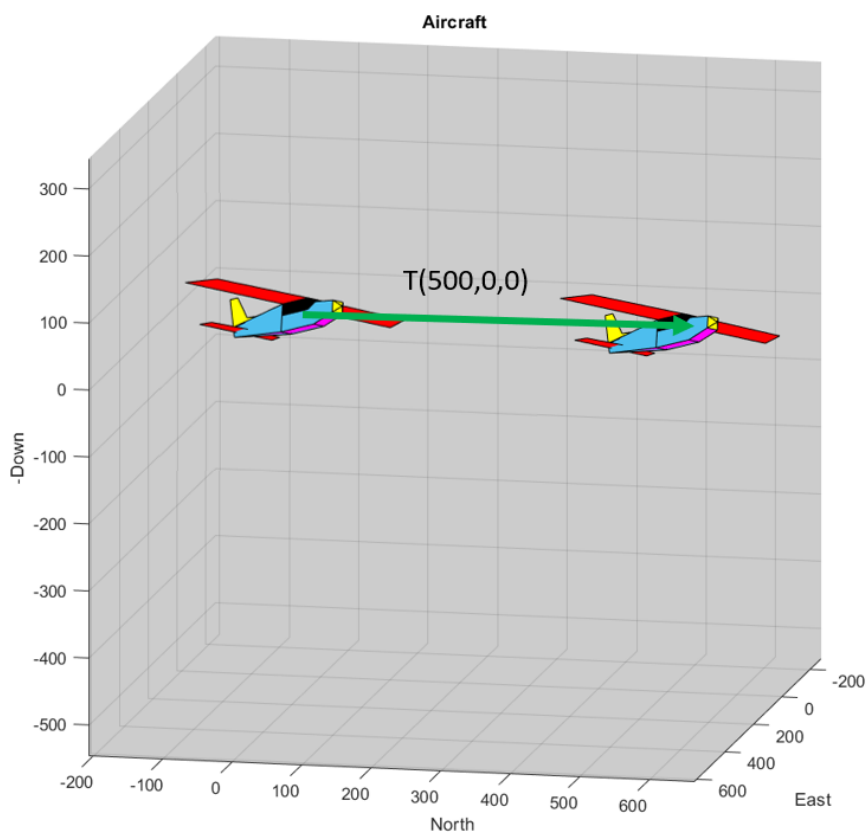
Para a translação, o UAV é movimentado no espaço tridimensional adicionando offsets à cada uma de suas direções cartesianas. Equacionando tem-se:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + t_x \\ y_1 = y_0 + t_y \\ z_1 = z_0 + t_z \end{cases}, \quad (2.2.4)$$

onde o sobrescrito "0" indica a coordenada inicial, "1" indica a coordenada transladada, e "t" é a translação adicionada.

Aplicando a Equação 2.2.4 a um ponto ou, no caso do UAV, à matriz que corresponde a todos os pontos que o descrevem, é possível transladá-lo no plano cartesiano tridimensional. Na Figura 26, é representado o UAV (em escala aumentada) translacionado em 500 metros na direção norte.

Figura 26 – Aeronave Albatroz translacionada no ambiente de simulação



fonte: Produção do próprio autor.

### 2.2.2.3 Ângulos de Euler

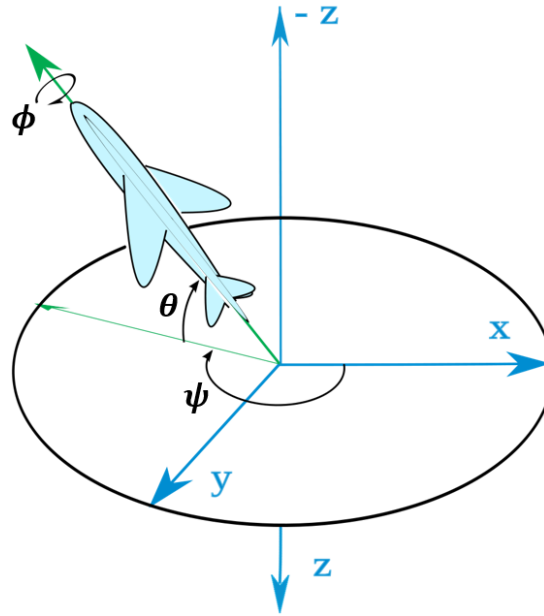
Uma forma tradicional e fisicamente fácil de compreender as rotações tridimensionais é aplicar o método descrito na Seção 2.2.2.1 para rotacionar o UAV em torno dos seus ângulos de atitude. Os chamados ângulos de Euler.

A atitude de uma aeronave em ângulos de Euler é definida por:

- $\phi$  = ângulo de rolagem (*roll*)
- $\theta$  = ângulo de arfagem (*pitch*)
- $\psi$  = ângulo de guinada (*yaw*)

A figura Figura 27 ilustra os ângulos de Euler.

Figura 27 – Ângulos de Euler



fonte:

KISSPNG-EULER-ANGLES-YAW-AIRCRAFT-PRINCIPAL-AXES-ORIENTATI-TRAVEL-ROLL-UP  
(2022)

Utilizando as Equações 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3, para  $\psi$ ,  $\theta$  e  $\phi$ , respectivamente, tem-se a matriz de rotação para os ângulos de Euler (Equação 2.2.5), na qual  $s$  e  $c$  são a abreviação de seno e cosseno, respectivamente.

$$R_0^1 = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

Apesar da vantagem da simplicidade e facilidade do entendimento da física da rotação dos ângulos de Euler, eles apresentam algumas limitações que para certos casos, tornam o seu emprego ineficiente. Por utilizarem equações trigonométricas, não são computacionalmente eficientes e, para o caso da aplicação em UAVs, a principal limitação é que para um ângulo de arfagem ( $\theta$ ) igual a  $90^\circ$ , é impossível distinguir o ângulo de arfagem ( $\theta$ ) do ângulo de guinada ( $\psi$ ). Este fenômeno é chamado de *Gimball Lock* e pode, por exemplo, levar o sistema de controle automático ao erro e até mesmo ao colapso. Apesar do problema, para as aplicações do presente projeto, altos ângulos de pitch serão pouco frequentes, o que justifica o emprego deste método rotacional.

Em caso de aplicação em condições de voo com elevados ângulos de atitude (acrobacia, por exemplo) uma maneira possível de contornar o problema seria a utilização da representação por quatérnios, ao invés dos ângulos de Euler. Mais informações sobre esse método podem ser encontradas em Phillips (2004).

### 2.2.3 Sistemas de Coordenadas

Para início da modelagem do sistema aerodinâmico, é necessário definir sistemas de coordenadas específicos. Faz-se o uso de diferentes sistemas de coordenadas pois as equações de movimento são modeladas com relação a um referencial inercial (Modelagem Newtoniana); as reações aerodinâmicas atuantes no UAV são descritas em relação ao seu referencial (referencial não inercial fixo no corpo); as missões de um UAV (voos guiados, por exemplo) utilizam recursos que se baseiam em um referencial inercial (GPS, por exemplo). A cinemática de um sistema de coordenadas é o que conecta os estados do UAV e relaciona as suas forças e momentos atuantes em diferentes sistemas de coordenadas (VALAVANIS, 2015).

A seguir, serão definidos os sistemas rotacionais e os principais sistemas de coordenadas utilizados no projeto.

#### 2.2.3.1 Sistema de Coordenadas de Corpo Fixo ( $S^c = x^c, y^c, z^c$ )

Possui origem no centro de massa do UAV. O eixo  $x^c$  aponta na direção do nariz da fuselagem, paralelo ao eixo longitudinal. O eixo  $y^c$  aponta para a asa direita. Por fim, o eixo  $z^c$  aponta para baixo, saindo da parte ventral da fuselagem. O sistema é fixo no corpo do UAV, e portanto, rotaciona e translada juntamente com o centro de massa.

É importante não confundi-lo com o sistema de coordenadas definido na Seção 2.1.1. Apesar de diferentes, ambos são facilmente relacionáveis, bastando uma rotação de  $180^\circ$  em torno do eixo Y para intercambiar de um sistema ao outro.

#### 2.2.3.2 Sistema de Coordenadas NED ( $S^i = x^i, y^i, z^i$ )

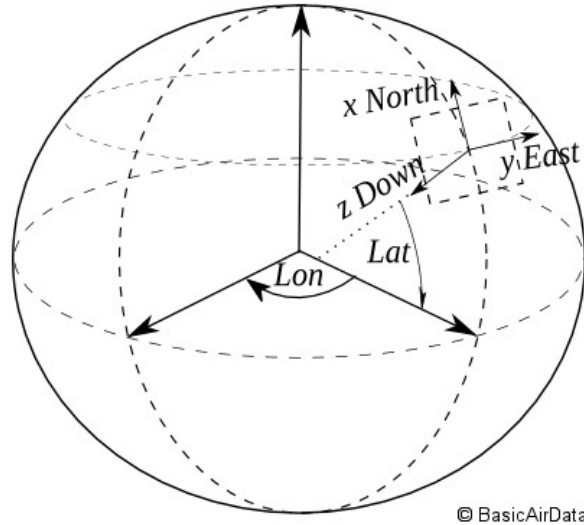
Trata-se do sistema inercial de coordenadas (justificando o sobrescrito "i"). É utilizado na maioria das aplicações de UAVs. A sigla *NED* provém de *North - East - Down*, o que define as indicações dos eixos. Desta forma, tem sua origem num ponto fixo na superfície da Terra. Por este ponto, é definido um plano contemplando os eixos  $x^i$  e  $y^i$ . O eixo  $x^i$  aponta para o norte geográfico da Terra, o eixo  $y^i$  aponta para o leste e, por fim, completando a regra da mão direita, tem-se o eixo  $z^i$  apontando para o centro da Terra, conforme Figura 28.

#### 2.2.3.3 Sistema de Coordenadas de Estabilidade ( $S^s = x^s, y^s, z^s$ )

Nelson (1989) define este sistema de coordenadas para interconectar as relações do UAV com as interações aerodinâmicas. Neste sistema há a inserção do ângulo de ataque ( $\alpha$ ), uma vez que as forças geradas no UAV (exemplo sustentação e arrasto) são dependentes, dentre outros fatores, da velocidade do ar ( $V_a$ ) e do ângulo  $\alpha$ . Transforma-se, portanto, o sistema do corpo fixo para o sistema de estabilidade aplicando a relação de rotação para o ângulo de ataque, conforme Equação 2.2.6.

$$T_b^s(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.2.6)$$

Figura 28 – Sistema de Coordenadas NED



© BasicAirData

fonte: BasicAirData (2022)

#### 2.2.3.4 Sistema de Coordenadas dos Ventos ( $S^v = x^v, y^v, z^v$ )

Aqui faz-se uso do ângulo de ataque ( $\alpha$ ) e do ângulo de derrapagem ( $\beta$ ). Obtém-se este sistema de coordenadas rotacionando em  $\beta$  graus o sistema de coordenadas de estabilidade em torno do eixo  $z^s$ . Desta forma, o eixo  $x^v$  aponta na direção do vetor da velocidade do ar, o eixo  $z^v$  permanece colinear ao eixo  $z^s$ , e por fim, o eixo  $y^v$  também é angulado  $\beta$  graus o eixo  $y^s$ .

É importante definir a transformação do referencial dos ventos para o referencial do corpo fixo, a qual leva em consideração os ângulos de ataque ( $\alpha$ ) e de derrapagem ( $\beta$ ), e é descrita na Equação 2.2.7.

$$T_v^c = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\alpha) & -\sin(\beta)\cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & -\sin(\beta)\sin(\alpha) \\ \cos(\beta)\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

### 2.2.4 Modelagem da Atmosfera e Ventos

Uma vez que o UAV desenvolve velocidades relativamente baixas, a influência do vento faz-se constantemente presente e, levá-la em consideração é de grande importância.

Devido aos diferentes referenciais utilizados, estão presentes diferentes velocidades, como a velocidade do ar, a velocidade solo e a velocidade do vento. A velocidade do ar ( $\vec{V}_a$ ) corresponde à velocidade da massa de ar que é atravessada pelo UAV e está diretamente relacionada às reações aerodinâmicas nele geradas. A velocidade solo ( $\vec{V}_s$ ) é medida em relação a um referencial fixo no solo. Geralmente é obtida por meio de GPS. A velocidade do vento ( $\vec{V}_v$ ) é a velocidade da massa de ar em deslocamento no local onde se encontra presente o UAV.

#### 2.2.4.1 O Triângulo dos Ventos

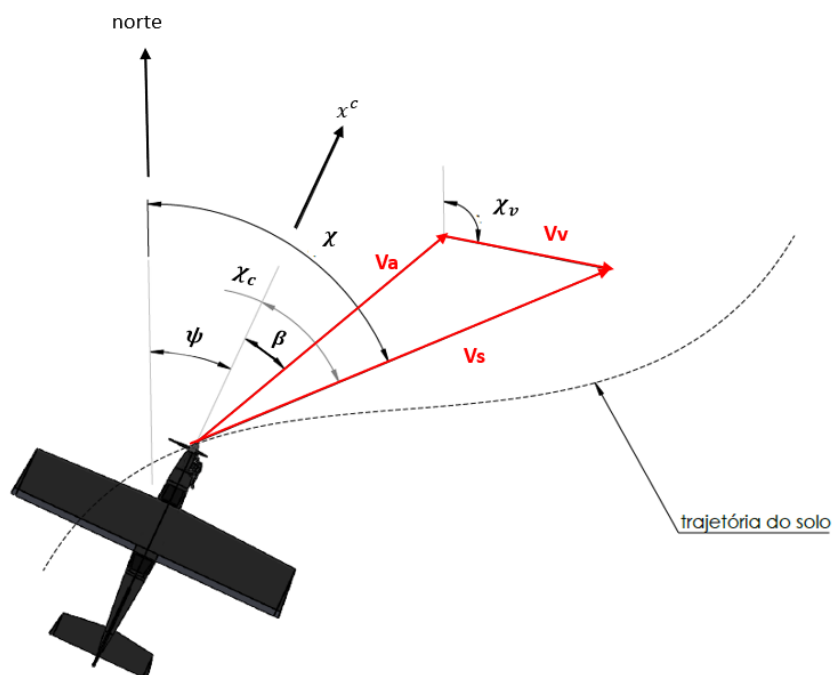
A alta influência dos ventos no UAV faz com que se gerem várias variáveis de referência do corpo em relação à sua atitude e em relação ao seu posicionamento. Essas variáveis são definidas a seguir e

ilustradas na Figura 29.

No plano longitudinal ( $x^c y^c$ ) tem-se:

- $\beta$  = ângulo de derrapagem
- $\psi$  = ângulo de guinada
- $\chi$  = ângulo de curso
- $\chi_c$  = ângulo de *crab* (ou "caranguejada")
- $\chi_v$  = ângulo de curso em relação ao vento

Figura 29 – Orientação no Plano Longitudinal

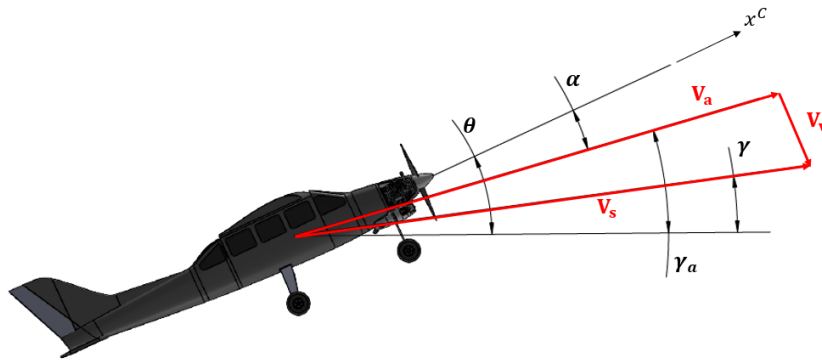


fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

No plano lateral ( $x^c z^c$ ) têm-se as variáveis listadas a seguir e ilustradas na Figura 30

- $\theta$  = ângulo de arfagem
- $\alpha$  = ângulo de ataque
- $\gamma_a$  = ângulo de trajetória em relação ao ar
- $\gamma$  = ângulo de trajetória em relação ao solo

Figura 30 – Orientação no Plano Longitudinal



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

#### 2.2.4.2 Atmosfera Turbulenta

Considerando que os ventos que atingem o UAV quase sempre são instáveis e não uniformes, é importante levar em consideração as instabilidades atmosféricas, como a presença de mudanças repentinas na direção dos ventos e a presença de rajadas.

Para a modelagem, consira-se, portanto, o vetor velocidade do vento como a soma da parcela de vento calmo  $\vec{V}_{v_c}$  com a parcela das rajadas  $\vec{V}_{v_r}$ . Portanto, de acordo com Beard e McLain (2012), tem-se:

$$\vec{V}_v = \vec{V}_{v_c} + \vec{V}_{v_r}. \quad (2.2.8)$$

O vento calmo é definido em relação ao referencial NED. Portanto:

$$\vec{V}_{v_c} = \begin{bmatrix} v_{n_c} \\ v_{e_c} \\ v_{d_c} \end{bmatrix}. \quad (2.2.9)$$

Já as rajadas são definidas no referencial do corpo fixo. Desta forma, tem-se:

$$\vec{V}_{v_r} = \begin{bmatrix} u_{v_r} \\ v_{v_r} \\ w_{v_r} \end{bmatrix}. \quad (2.2.10)$$

Beard e McLain (2012) propõe a modelagem das rajadas por meio da passagem de ruído branco por um filtro linear invariante no tempo, dado pelo espectro de turbulência de Von Karmen, definido em Stengel (2015).

Beard e McLain (2012) também propõe que o modelo de Von Karman pode ser aproximado pelas funções de transferência de Dryden conforme exposto a seguir, no domínio de Laplace.

$$H_x = \sigma_x \sqrt{\frac{2V_a}{L_x}} \frac{1}{s + \frac{V_a}{L_x}} \quad (2.2.11)$$

$$H_y = \sigma_y \sqrt{\frac{3V_a}{L_y}} \frac{(s + \frac{V_a}{1.73L_y})}{(s + \frac{V_a}{L_y})^2} \quad (2.2.12)$$

$$H_z = \sigma_z \sqrt{\frac{3V_a}{L_z}} \frac{(s + \frac{V_a}{1.73L_z})}{(s + \frac{V_a}{L_z})^2} \quad (2.2.13)$$

Os parâmetros para os modelos de rajada de Dryden estão definidos em Moorgouse e Woodcock (1982). Os utilizados na modelagem estão descritos na Tabela 5 e consideram voo a baixa altitude e turbulência leve. Dos parâmetros,  $\sigma$  é a intensidade da turbulência nos eixos do referencial do corpo fixo do UAV e  $L$  é definida como um comprimento de onda espacial.

Tabela 5 – Parâmetros para modelagem da atmosfera turbulenta

PARÂMETRO	VALOR	UNIDADE
$L_x$	200	[m]
$L_y$	200	[m]
$L_z$	50	[m]
$\sigma_x$	1.06	[m/s]
$\sigma_y$	1.06	[m/s]
$\sigma_z$	0.7	[m/s]

Fonte: Produção do próprio autor

É conveniente expressar o vetor do vento  $\vec{V}_v$  no referencial do corpo fixo. Portanto, considerando todos os componentes de vento (calmo e rajadas), tem-se:

$$\vec{V}_v^c = \begin{bmatrix} u_v \\ v_v \\ w_v \end{bmatrix} = T_v^c \begin{bmatrix} v_{nc} \\ v_{ec} \\ v_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{vr} \\ v_{vr} \\ w_{vr} \end{bmatrix}, \quad (2.2.14)$$

onde  $T_v^c$  é dado pela Equação 2.2.7.

#### 2.2.4.3 Velocidades e suas Relações

Um ponto importante é o fato de as equações de movimento do UAV considerarem forças inerciais, as quais são dependentes de acelerações e velocidades relativas ao sistema de coordenadas de corpo fixo. Em contrapartida, as reações aerodinâmicas dependem da velocidade do ar do UAV (referencial não inercial). Em outras palavras, é necessário relacionar a velocidade do vento ( $V_v$ ) com a velocidade do ar ( $V_a$ ) e com a velocidade em relação ao solo ( $V_s$ ), conforme equação 2.2.15, a qual considera a direção do Vetor  $\vec{V}_v$  como na mesma direção do vetor  $\vec{V}_a$ , isto é, vento de cauda.

$$\vec{V}_s = \vec{V}_a + \vec{V}_v \quad (2.2.15)$$

Em termos de  $\vec{V}_a$ , tem-se:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_s - \vec{V}_v. \quad (2.2.16)$$

Considerando  $u$ ,  $v$  e  $w$  como as componentes em  $x$ ,  $y$  e  $z$  da velocidade solo e  $u_v$ ,  $v_v$ ,  $w_v$ , as componentes da velocidade do vento, é possível definir a o vetor velocidade do ar em relção ao referencial do corpo fixo (Equação 2.2.17).

$$\vec{V}_a^c = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - u_v \\ v - v_v \\ w - w_v \end{bmatrix} \quad (2.2.17)$$

O vetor  $\vec{V}_a^v$  pode ser definido como a velocidade do UAV em relação ao referencial do vento, portanto, tem-se:

$$\vec{V}_a^v = \begin{bmatrix} V_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.2.18)$$

Transformando a equação 2.2.18 do referencial do vento para o referencial do corpo (por meio da Equação 2.2.7), é possível igualá-la à Equação 2.2.17 e obter a relação que expressa a velocidade do ar definida no referencial do corpo em termos dos ângulos de ataque e de derrapagem, dada pela Equação 2.2.19. Dela é possível obter o escalar da velocidade do ar e os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  (Equações 2.2.20 a 2.2.22).

$$\vec{V}_a^c = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{bmatrix} = V_a \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.2.19)$$

$$V_a = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2} \quad (2.2.20)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w_a}{u_a}\right) \quad (2.2.21)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v_a}{V_a}\right) \quad (2.2.22)$$

### 2.2.5 Modelagem Cinemática e Dinâmica de um Corpo Rígido

A cinemática engloba as relações de posição e velocidade, enquanto a dinâmica aborda as relações de forças e momentos. Para a modelagem consideraram-se algumas condições, conforme exposto a seguir. Assumiu-se que:

- UAV é um corpo rígido
- Espaço Inercial
- Modelagem Newtoniana

Serão aplicadas as leis de Newton para modelar as equações cinemáticas e dinâmicas. Desta forma, embora existam referenciais não inerciais, é necessário que o referencial utilizado como principal seja inercial (base da modelagem newtoniana).

Neste ponto, o UAV ainda não será modelado como aeronave. Isto é, ainda será considerado um corpo rígido sujeito a forças e momentos resultantes, mas desconsiderando qualquer influência aerodinâmica. Faz-se isso para facilitar a modelagem.

Uma vez finalizadas as equações cinemáticas e dinâmicas, estas serão acopladas às influências aerodinâmicas.

#### 2.2.5.1 Variáveis de Estado

A seguir são descritas as variáveis de estado que regem o movimento do UAV. A Equação 2.2.23 define o vetor de posição inercial (NED).

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_n \\ r_e \\ r_d \end{bmatrix} \quad (2.2.23)$$

O vetor de velocidades definido no referencial do corpo fixo é dado pela Equação 2.2.24.

$$\vec{V}_c = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.2.24)$$

A Equação 2.2.25 define o vetor dos ângulos de Euler em relação ao referencial inercial.

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

Por fim, o vetor das velocidades angulares, ou taxas de rolagem, arfagem e guinada, definidas no referencial do corpo fixo é dado pela Equação 2.2.26.

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

Portanto, têm-se as 12 variáveis de estado que descrevem o movimento do UAV.

#### 2.2.5.2 Cinemática

A seguir, são descritas as equações cinemáticas para o corpo rígido, utilizadas na modelagem.

Primeiramente escreve-se a relação da derivada da posição, desconsiderando forças e acelerações, dada pela Equação 2.2.27.

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_n \\ \dot{r}_e \\ \dot{r}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.2.27)$$

A última relação cinemática expressa a derivada das posições em termos dos ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  e das velocidades angulares  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , Equação 2.2.28.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\psi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2.28)$$

Em especial, na Equação 2.2.28 é possível evidenciar matematicamente o problema do *gimball lock*. Para  $|\theta| = 90^\circ$ ,  $\sec(\theta) = \infty$ , o que gera uma singularidade e pode ocasionar problemas no controlador de voo.

### 2.2.5.3 Dinâmica

De início, utilizando-se da segunda lei de Newton para translação, define-se a expressão da taxa de variação das velocidades lineares, Equação 2.2.29.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r * v - q * w \\ p * w - r * u \\ q * u - p * v \end{bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (2.2.29)$$

Em seguida, define-se a equação para as rotações, aplicando a segunda lei de Newton para rotação. Faz-se necessário, portanto, a utilização dos momentos e produtos de inércia do UAV.

Sendo  $I_{uav}$  a matriz de inércia da UAV definida na Equação 2.1.3, tem-se a relação:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = I_{uav}^{-1} \begin{bmatrix} (I_{yy} - I_{zz}) * q * r + I_{xz} * p * q + l \\ I_{xz} * (p^2 + r^2) + p * r * (I_{zz} - I_{xx}) + m \\ (I_{xx} - I_{yy}) * p * q - q * r * I_{xz} + n \end{bmatrix}, \quad (2.2.30)$$

a qual completa o conjunto de equações de seis graus de liberdade, de doze estados, para a cinemática e dinâmica do UAV. É importante enfatizar que as forças e momentos externos ainda não foram contabilizadas.

Na próxima seção são definidas as forças da gravidade, aerodinâmicas e propulsão, as quais serão devidamente inseridas nas Equações 2.2.27 a 2.2.30.

## 2.3 MODELAGEM AERODINÂMICA

Nesta seção serão adicionados às equações de movimento do UAV as forças e momentos externos nele influentes. Segundo Beard e McLain (2012), as forças e momentos são originadas de três fontes:

- Reações aerodinâmicas;
- Força propulsora;
- Força da gravidade.

### 2.3.1 Padronização das Superfícies de Controle

O UAV Albatroz possui o esquema tradicional de comandos. Isto é, vem equipado com um profundor, um leme de direção, aileron direito e aileron esquerdo. A aeronave não possui flaps, slats, spoiler ou qualquer outro dispositivo aerodinâmico extra. A Tabela 6 define os comandos principais.

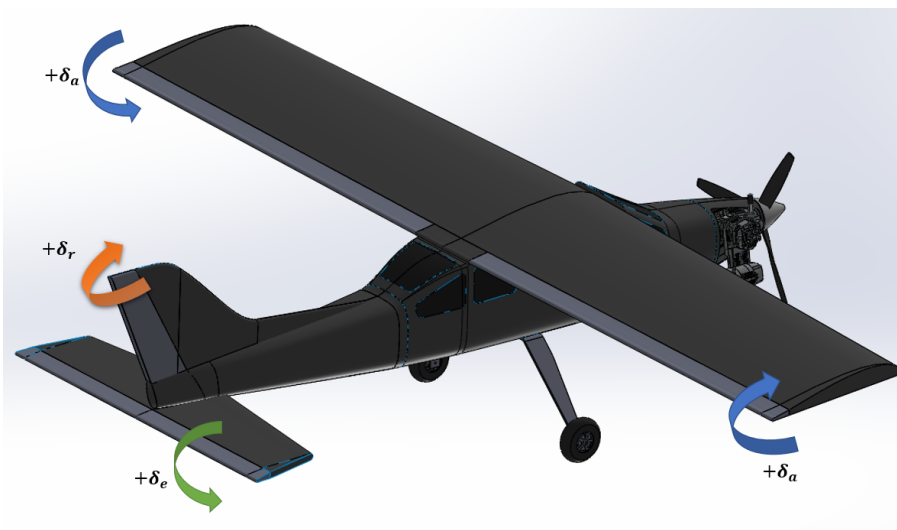
Tabela 6 – Descrição dos Comandos

COMANDO	DEFINIÇÃO
$\delta_e$	deflexão do profundor
$\delta_a$	deflexão do aileron
$\delta_r$	deflexão do leme
$\delta_t$	variação da potência

fonte: Produção do Próprio Autor.

Na Figura 31 é ilustrado o sentido padrão de de deflexão de cada comando.

Figura 31 – Sentido padrão de deflexão dos comandos



fonte: Produção do próprio autor

### 2.3.2 Reações Aerodinâmicas

A base da modelagem aerodinâmica e da dinâmica de voo será a teoria das pequenas perturbações, proposta por Ashley e Landahl em 1985. Por meio dela é possível obter relações linearizadas das influências aerodinâmicas no UAV. (Detalha-se a Teoria das Pequenas Perturbações na Seção 2.4.1).

Os principais *inputs* para os cálculos são os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , as velocidades angulares ( $p, q, r$ ), as deflexões das superfícies de comando ( $\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t$ ), dados físicos da aeronave em geral, bem como seus dados de derivadas aerodinâmicas.

#### 2.3.2.1 Curvas Modeladas de $C_L$ , $C_D$ e $C_m$

A força de sustentação gerada pelas asas está diretamente ligada à curva  $C_L$  x  $\alpha$ . Desta forma é necessário modelar matematicamente esta curva para inseri-la no equacionamento aerodinâmico do UAV. O procedimento, portanto, foi utilizar o equacionamento da curva  $C_L$  x  $\alpha$  proposto por Beard e McLain (2012) e, por meio de adaptação dos coeficientes da equação, fazer a curva modelada corresponder ao máximo possível à curva obtida pelas análises em Xflr5 e AVL. O mesmo procedimento foi adotado para as curvas de arrasto e momento de arfagem. Utilizou-se uma relação linear combinada com a equação do  $C_L$  de uma placa plana (Equação 2.3.1), definida em Stengel (2015).

$$C_{LPP} = 2 * \sin^2(\alpha) * \cos(\alpha) \quad (2.3.1)$$

A modelagem utiliza o conceito da placa plana pois ele apresenta boa representação física do estol em altos ângulos de ataque. Combinando-a com uma relação linear, chega-se em uma curva genérica que se aproxima do comportamento de uma curva de  $C_L$  de um aerofólio. A Equação 2.3.2, definida por Beard e McLain (2012), representa a curva  $C_L$  x  $\alpha$  de um aerofólio genérico e permite a inserção de parâmetros como  $C_{L0}$  e  $C_{L\alpha}$  para maior aproximação com a curva real de um aerofólio desejado. Tem-se:

$$C_L(\alpha) = [1 - \sigma(\alpha)] * (C_{L0} + C_{L\alpha} * \alpha) + \sigma(\alpha) * C_{LPP}, \quad (2.3.2)$$

onde  $\sigma(\alpha)$  é uma função sigmoide dada por:

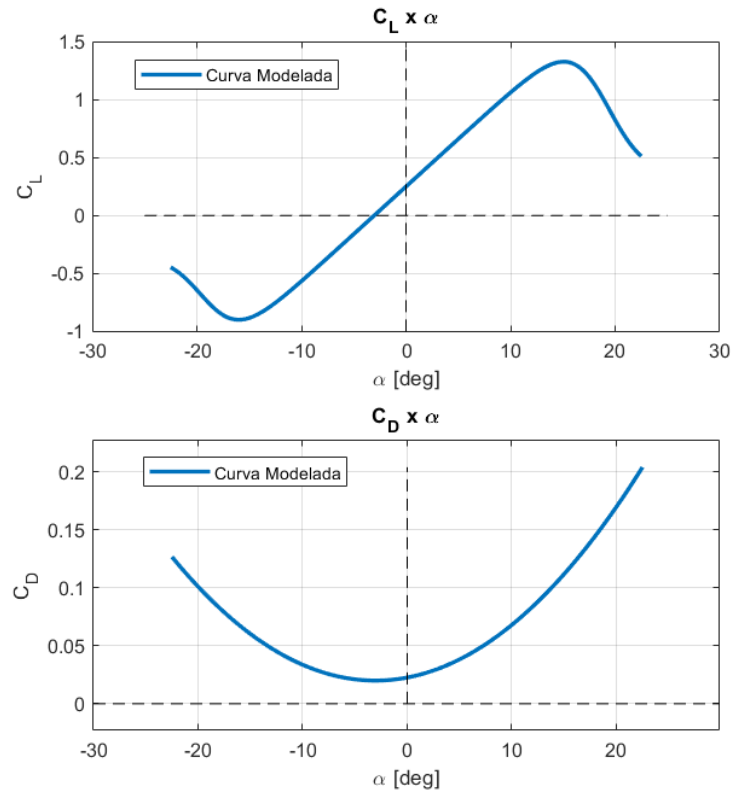
$$\sigma(\alpha) = \frac{1 + e^{-R(\alpha-\alpha_0)} + e^{R(\alpha+\alpha_0)}}{(1 + e^{-R(\alpha-\alpha_0)}) * (1 + e^{R(\alpha+\alpha_0)})}, \quad (2.3.3)$$

onde "R" e " $\alpha_0$ " são parâmetros ajustáveis para alterar o formato da curva.

Para o coeficiente de arrasto  $C_D$ , o equacionamento leva em conta o coeficiente de arrasto induzido e o arrasto parasita ( $C_{Dp}$ ). A relação do arrasto é dada pela Equação 2.3.4, na qual  $e$  é o fator de eficiência de Oswald.

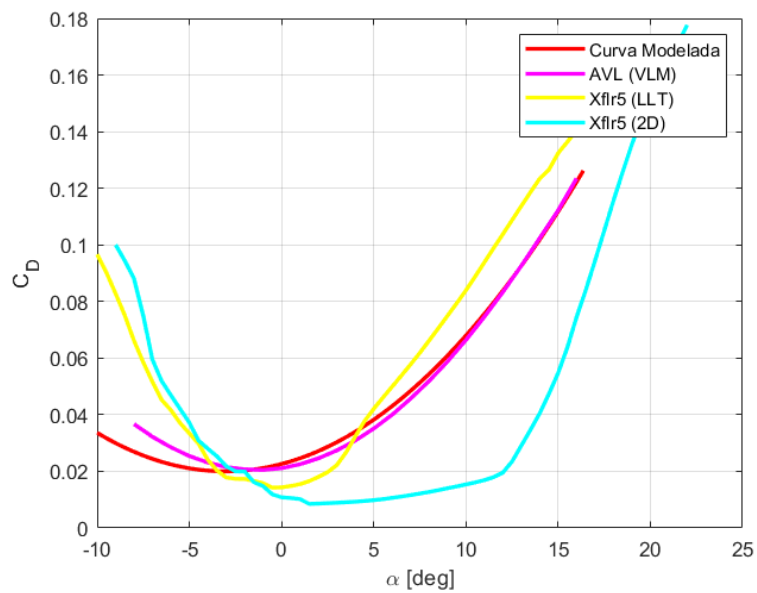
$$C_D(\alpha) = C_{Dp} + \frac{(C_{L0} + C_{L\alpha} * \alpha)^2}{\pi * e * AR} \quad (2.3.4)$$

A Figura 32 ilustra as curvas de  $C_L$  e  $C_D$  genéricas.

Figura 32 – Curvas  $C_L$  e  $C_D$  genéricas

fonte: Produção do próprio autor

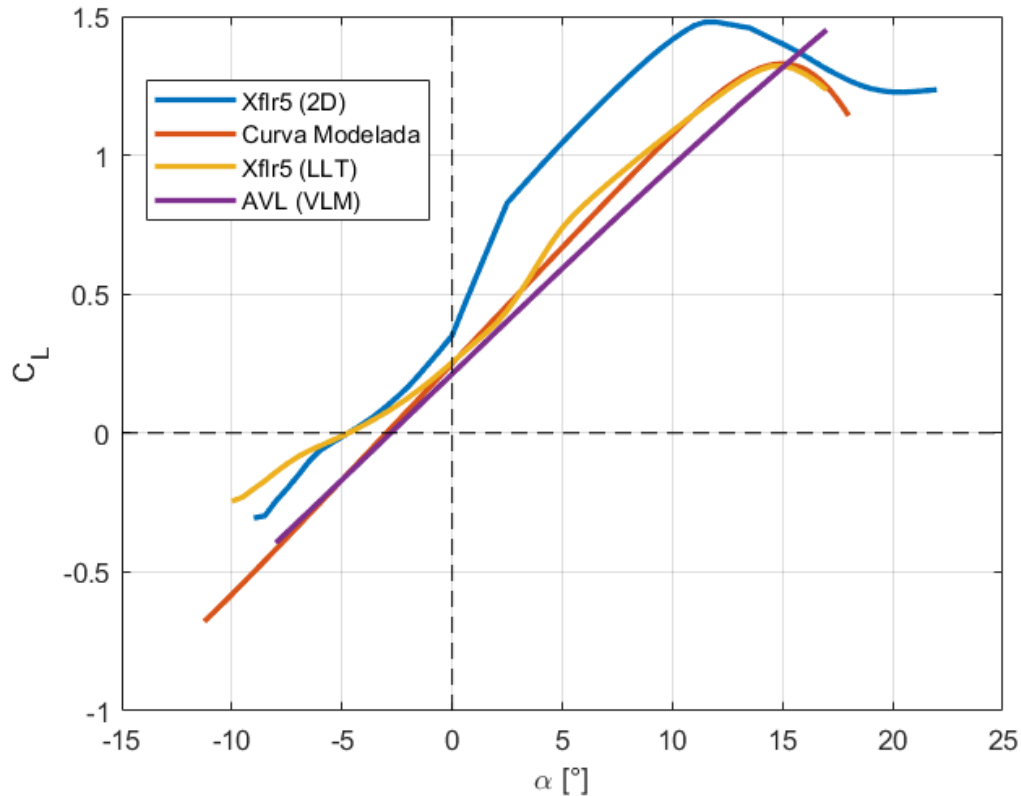
Por fim, ajustando os valores  $R$ ,  $\alpha_0$  e, inserindo os dados dos coeficientes  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{L0}$ ,  $C_{Dp}$  e outros dados da aeronave, é possível forçar as curvas de  $C_L$  e  $C_D$  equacionadas para corresponderem às curvas obtidas pelas análises de Xflr5 e AVL. Na Figura 33 tem-se a comparação das curvas  $C_D \times \alpha$  para a o UAV.

Figura 33 – Comparativo das Curvas  $C_D \times \alpha$  do UAV

fonte: Produção do próprio autor

Na figura Figura 34, estão ilustradas as curvas de  $C_L$  obtidas pelos métodos LLT e VLM de análise tridimensional, a curva da análise bidimensional, e a curva modelada pela Equação 2.3.2.

Figura 34 – Comparativo das Curvas  $C_L$  x  $\alpha$  do UAV



fonte: Produção do próprio autor

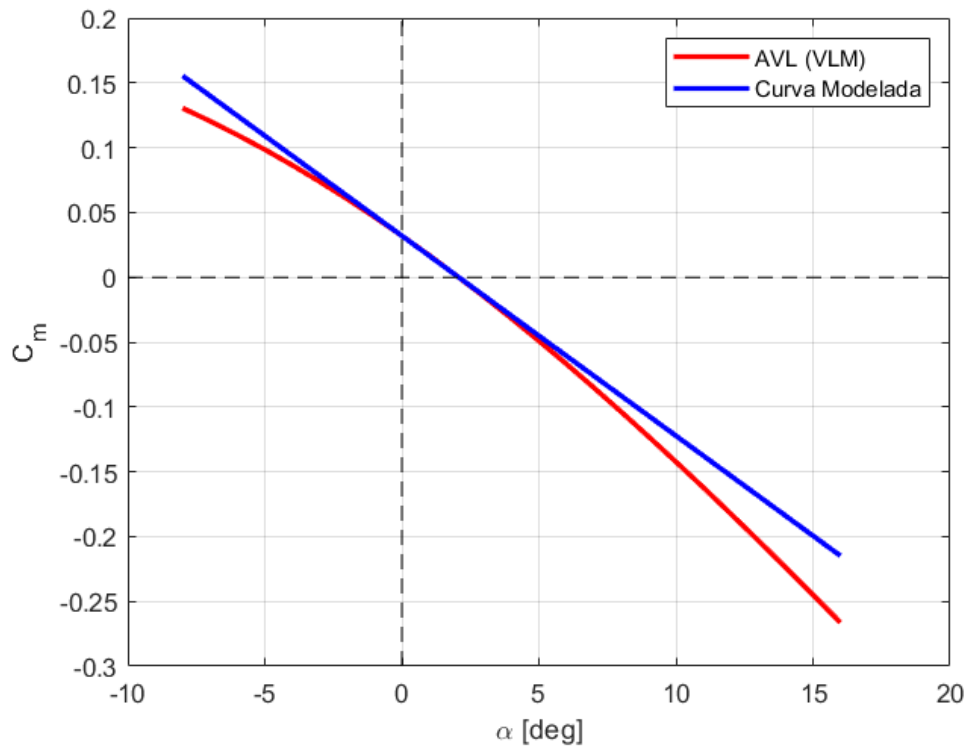
Para as curvas de  $C_L$ , percebe-se que para a análise 2D, o ângulo de estol ( $12^\circ$ ) é ligeiramente menor que o da análise 3D ( $15^\circ$ ), ao passo que o  $C_L$  máximo tridimensional (1.3) é menor que o bidimensional (1.5). Tal ocorrência é explicada pelo fator de influência da razão de aspecto ( $AR$ ), conforme exposto em Junior (2015).

Outro ponto importante a se considerar é que nas análises 3D para elevados ângulos de ataque, o método VLM negligencia a ocorrência do estol UserPrimer (2022). Por esse motivo, analisa-se também por LLT para a asa.

Por fim, é modelada a curva  $C_m$  x  $\alpha$ , de modo que ela se aproxime ao máximo da curva de  $C_M$  da aeronave (Figura 16). Utiliza-se a aproximação linear descrita na Equação 2.3.5.

$$C_m(\alpha) = C_{m_0} + C_{m_\alpha} * \alpha \quad (2.3.5)$$

A Figura 35 compara a curva de  $C_m$  do UAV com a curva modelada pela equação 2.3.5. É possível notar que para ângulos de ataque baixos, há correspondência próxima entre as curvas. Para o regime de voo da aeronave, portanto, pode-se dizer que a aproximação é aceitável.

Figura 35 – Comparativo das Curvas  $C_m$  x  $\alpha$  do UAV

fonte: Produção do próprio autor

### 2.3.2.2 Aerodinâmica Longitudinal

A aerodinâmica longitudinal considera as forças e momentos atuantes no plano  $x^c z^c$  do UAV. Elas podem ser resumidas em três reações:

- Sustentação ( $L$ )
- Arrasto ( $D$ )
- Momento de Arfagem ( $m$ )

Novamente fazendo uso da consideração para pequenos ângulos de ataque, é possível escrever as equações lineares para as reações no plano longitudinal, definidas no sistemas de coordenadas de estabilidade. Equações 2.3.6 e 2.3.7.

$$L = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W * [C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{L_{\delta_e}} \delta_e] \quad (2.3.6)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W * [C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{D_{\delta_e}} \delta_e] \quad (2.3.7)$$

A equação de momento é definida no referencial do corpo, desta forma, será escrita em conjunto com as equações de sustentação e arrasto após suas transformações. Como mencionado, é necessário transformar as equações de força para o sistema de coordenadas do corpo. Faz-se isso aplicando a matriz inversa da transformação definida pela equação 2.2.7, para  $x$  e  $z$ . Obtém-se, portanto, as reações

no eixo  $x^c$  e  $z^c$ , definidas pelas Equações 2.3.8 e 2.3.9, em conjunto com a expressão para o momento  $m$  (Equação 2.3.10).

$$f_x = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_X + C_{X_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{X_{\delta_e}} \delta_e] \quad (2.3.8)$$

$$f_z = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_Z + C_{Z_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e] \quad (2.3.9)$$

$$m = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W c * [C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{m_{\delta_e}} \delta_e] \quad (2.3.10)$$

É importante notar que após a transformação, os coeficientes de arrasto e sustentação (e seus correlatos) também têm seu referencial alterado. Portanto, são definidos nas Equações 2.3.11 a 2.3.16.

$$C_X = -C_D * \cos(\alpha) + C_L * \sin(\alpha) \quad (2.3.11)$$

$$C_{X_q} = -C_{D_q} * \cos(\alpha) + C_{L_q} * \sin(\alpha) \quad (2.3.12)$$

$$C_{X_{\delta_e}} = -C_{D_{\delta_e}} * \cos(\alpha) + C_{L_{\delta_e}} * \sin(\alpha) \quad (2.3.13)$$

$$C_Z = -C_D * \sin(\alpha) - C_L * \cos(\alpha) \quad (2.3.14)$$

$$C_{Z_q} = -C_{D_q} * \sin(\alpha) - C_{L_q} * \cos(\alpha) \quad (2.3.15)$$

$$C_{Z_{\delta_e}} = -C_{D_{\delta_e}} * \sin(\alpha) - C_{L_{\delta_e}} * \cos(\alpha) \quad (2.3.16)$$

### 2.3.2.3 Aerodinâmica Lateral

A aerodinâmica lateral abrange forças e momentos que causam movimento na direção lateral do UAV (eixo  $y^c$ ), assim como mudanças no seu rumo de voo. Aqui há a influência das variáveis  $\beta$  (ângulo de derrapagem),  $p$  (taxa de rolagem),  $r$  (taxa de guinada),  $\delta_a$  e  $\delta_r$  (deflexões de aileron e leme, respectivamente).

Fazendo novamente uso da aproximação para pequenos ângulos de ataque, é possível equacionar as relações de força e momento, descritas pelas Equações 2.3.17 a 2.3.19, já referenciadas no sistema de coordenadas do corpo fixo.

$$f_y = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta + \frac{b}{2V_a} p + C_{Y_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r] \quad (2.3.17)$$

$$l = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b * [C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta + C_{l_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{l_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r] \quad (2.3.18)$$

$$n = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b * [C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{b}{2V_a}p + C_{n_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r] \quad (2.3.19)$$

Os coeficientes das Equações 2.3.17 a 2.3.19 estão definidos na seção 2.1.5 e, específicos para o UAV, estão apresentados na Tabela 15 do Apêndice A.

#### 2.3.2.4 Forças Finais Atuantes

Resumem-se aqui as relações de força e momento definidas para o UAV (Equações 2.3.20 e 2.3.21).  $f_x$ ,  $f_y$  e  $f_z$  correspondem às forças que geram translação na direção dos eixos  $x^c$ ,  $y^c$  e  $z^c$ , respectivamente. Já  $l$ ,  $m$  e  $n$  correspondem aos torques que geram rotação em torno dos eixos  $x^c$ ,  $y^c$  e  $z^c$ , respectivamente.

$$\begin{cases} f_x = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_X + C_{X_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{X_{\delta_e}}\delta_e] \\ f_y = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_{Y_0} + C_{Y_\beta}\beta + \frac{b}{2V_a}p + C_{Y_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r] \\ f_z = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W * [C_Z + C_{Z_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] \end{cases} \quad (2.3.20)$$

$$\begin{cases} l = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b * [C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\frac{b}{2V_a}p + C_{l_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r] \\ m = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W c * [C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] \\ n = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b * [C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{b}{2V_a}p + C_{n_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r] \end{cases} \quad (2.3.21)$$

Os sistemas de Equações 2.3.20 e 2.3.21, contudo, ainda não estão completos. Resta adicionar a influência da força da gravidade, assim como o sistema propulsivo.

### 2.3.3 Equacionamento da Gravidade

A força da gravidade, definida no sistema do corpo fixo é descrita na Equação 2.3.22. É importante também notar que não há momentos resultantes da força da gravidade, uma vez que ela atua no centro de gravidade do UAV.

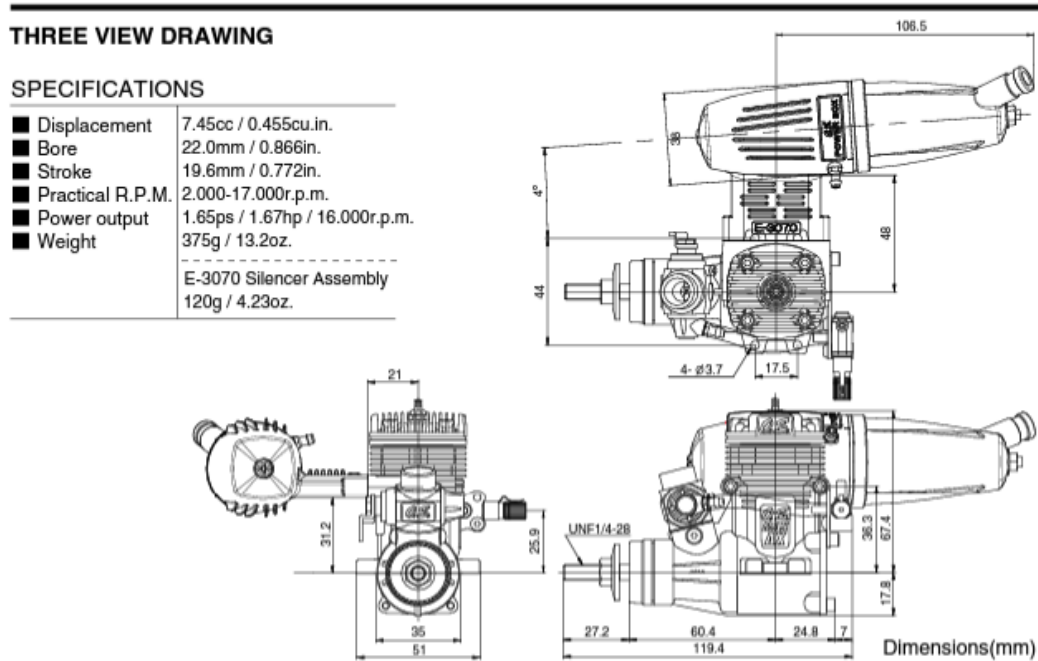
$$\vec{f}_g^c = \begin{bmatrix} -M * g * \sin(\theta) \\ M * g * \cos(\theta) * \sin(\phi) \\ M * g * \cos(\theta) * \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.3.22)$$

Uma vez que o UAV em questão possui motor à combustão, durante o decorrer do seu voo, há consumo de combustível e, portanto, variação de sua massa. Porém, para fins de facilitar os cálculos, considerou-se a massa do UAV constante. Uma vez que a massa de combustível compõe pouca parcela da massa total, tal aproximação não gera prejuízos ou erros consideráveis no comportamento do voo e na resposta do piloto automático.

### 2.3.4 Modelo Propulsivo

A aeronave Albatroz é equipada com um motor do tipo *glow* de modelo O.S MAX-46 AX. A sua ficha técnica é ilustrada na Figura 36, retirada do manual de instruções do motor.

Figura 36 – Ficha Técnica do O.S. MAX - 46 AX



fonte: O.S-Engines (2022)

Para é utilizada uma hélice modelo *Master - GF Series 11x6* (lê-se 11 polegadas de diâmetro por 6 polegadas de passo teórico), Figura 37.

Figura 37 – Hélice Master Airscrew 11x6

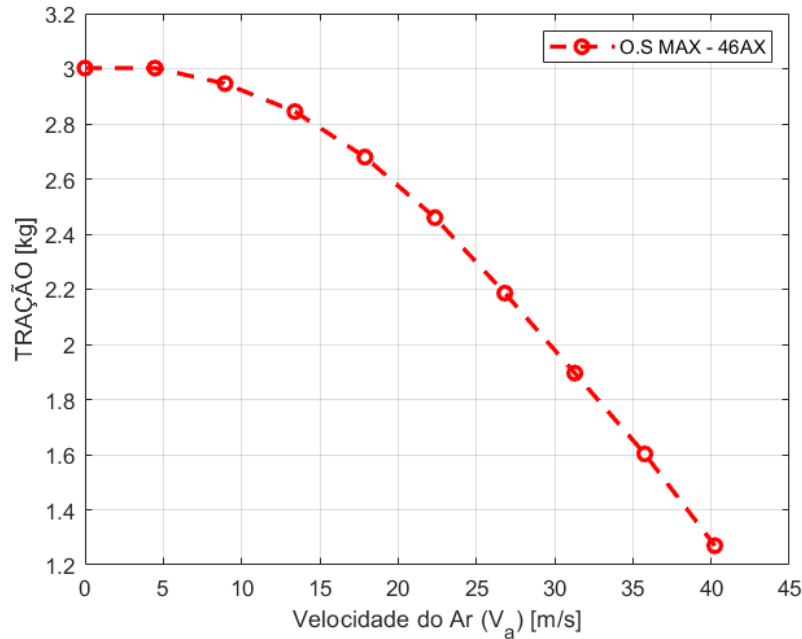


fonte: airscrew (2022)

Apesar do fabricante informar a tração máxima fornecida pela hélice, é necessário analisar a tração fornecida pelo conjunto motor e hélice, uma vez que o desempenho do motor também influencia na tração final.

Johnson (2019) realizou experimentos práticos com o mesmo motor e hélice de diâmetro e passo semelhantes, obtendo a tração máxima dinâmica e o seu decaimento em função da velocidade do ar (Figura 38).

Figura 38 – Tração Dinâmica do O.S. 46AX



fonte: Adaptado de Johnson (2019)

Para fazer a simulação corresponder aproximadamente à física real do grupo motopropulsor, foi utilizado o modelo propulsivo proposto por Beard e McLain (2012). Nele, a tração gerada é modelada através da equação de Bernoulli, por meio da qual é possível calcular a diferença de pressão entre a parte anterior e parte posterior do disco da hélice. Têm-se, portanto:

$$P_{anterior} = P_0 + \frac{1}{2} * \rho * V_{in}^2 \quad (2.3.23)$$

$$P_{posterior} = P_0 + \frac{1}{2} * \rho * V_{out}^2, \quad (2.3.24)$$

onde 2.3.23 e 2.3.24,  $V_{in}$  e  $V_{out}$  são, respectivamente, as velocidades de entrada e de saída do escoamento no disco da hélice.

Considerando a área do disco da hélice, e que o motor está alinhado com o eixo  $x^c$  do UAV, a tração gerada é dada pela Equação 2.3.25, na qual  $\rho$  é a densidade do ar,  $C_{prop}$  é um coeficiente aerodinâmico,  $k_{motor}$  é um fator de eficiência do motor,  $S_{prop}$  é a área do disco da hélice e  $C_R$  é o fator de ajuste da curva de tração dinâmica.

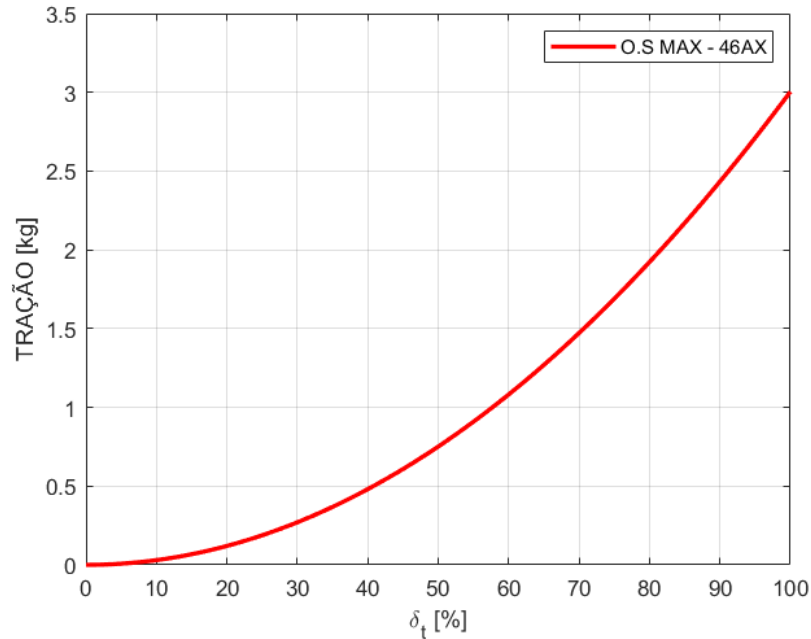
$$T_g = \frac{1}{2} * \rho * S_{prop} * C_{prop} * (k_{motor} * \delta_t)^2 - C_R * V_a^2 \quad (2.3.25)$$

Este modelo considera que a hélice é ideal, isto é, o passo teórico é igual ao passo efetivo. Portanto, resultados superestimados de tração são esperados. Porém, adicionando o fator de correção  $C_R$ , é possível forçar o comportamento da curva modelada aproximar ao comportamento da curva real.

Embora esteja presente, conforme já constatado em testes de voo da aeronave Albatroz, o torque gerado pelo grupo motopropulsor tem pouca influência no voo, sendo facilmente contra balanceado por meio de uma leve aplicação de ailerons. Portanto, devido à ausência de dados confiáveis de torque real gerado pelo conjunto em questão, o torque foi desconsiderado na simulação.

Da Equação 2.3.25, fazendo  $V_a = 0$  e variando  $\delta_t$  e 0 a 1, é possível obter a curva de tração estática modelada (Figura 39), para valores de zero a plena potência.

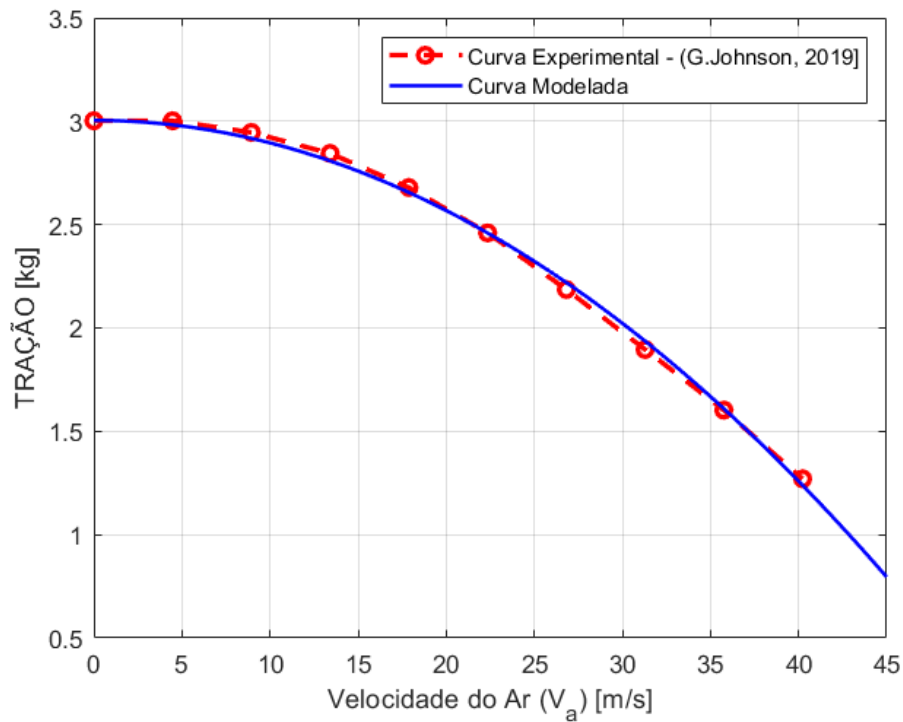
Figura 39 – Tração Estática Modelada



fonte: Produção do próprio autor

Por fim, fazendo  $\delta_t = 1$  e variando  $V_a$  de 0 a 45 [m/s], tem-se a curva de tração dinâmica modelada para a potência máxima. Ajustando os parâmetros como  $C_R$ , é possível fazê-la corresponder ao máximo com a curva real de tração, conforme ilustrado na Figura 40. Nela, a curva em azul ilustra o comportamento da tração modelada para o grupo motopropulsor na simulação, a qual tem aproximação razoável com relação à curva real. Note que a faixa de velocidades de 0 a 45 [m/s] foi escolhida por questões de ilustração do gráfico, por ser 45 [m/s] uma velocidade ligeiramente acima da velocidade máxima do UAV em voo reto nivelado.

Figura 40 – Comparativo - Curvas de Tração Dinâmica



fonte: Produção do próprio autor

Ressalta-se que por análise dimensional, os valores de tração são originalmente dados em [N]. Porém, optou-se por dividir a força pela aceleração da gravidade e expressar os valores em [kg], por questões de conveniência.

### 2.3.5 Equações Finais de Movimento com Aerodinâmica

Finalmente resumem-se aqui as relações de movimento acrescidas das influências da gravidade, reações aerodinâmicas, e da força de tração do grupo motopropulsor, dadas pelas Equações 2.3.26 e 2.3.27.

$$\begin{cases} f_x = [-Mg \sin(\theta)] + \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W [C_X + C_{X_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{X_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{1}{2} \rho S_{prop} C_{prop} [(k_{motor} \delta_t)^2 - C_R V_a^2] \\ f_y = [Mg \cos(\theta) \sin(\phi)] + \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W [C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta + \frac{b}{2V_a} p + C_{Y_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r] \\ f_z = [Mg \cos(\theta) \cos(\phi)] + \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W [C_Z + C_{Z_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e] \end{cases} \quad (2.3.26)$$

$$\begin{cases} l = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W b [C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta + C_{l_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{l_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r] \\ m = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W c [C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{m_{\delta_e}} \delta_e] \\ n = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W b [C_{n_0} + C_{n_\beta} \beta + C_{n_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{n_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r] \end{cases} \quad (2.3.27)$$

Como *inputs* principais, além dos parâmetros da aeronave, estão os 12 estados que definem o

movimento do UAV, acrescidos do tempo  $t$ , discutidos na Seção 2.2.5. O vetor de estados é dado por:

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} r_n \\ r_e \\ r_d \\ u \\ v \\ w \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ t \end{bmatrix}. \quad (2.3.28)$$

A simulação utiliza valores de condições iniciais para o vetor  $\vec{x}$  inserindo-os nas equações 2.3.26 e 2.3.27, as quais resultarão em forças e momentos como *output*. Estes, por sua vez são valores de *input* para as equações diferenciais 2.2.27 a 2.2.30 (cinemática e dinâmica rotacional e translacional). Resolvendo-as para um instante de tempo  $t + t_s$ , em que  $t_s$  é a parcela de amostragem de tempo, resulta-se novamente em valores atualizados das variáveis de estado do UAV e se repete o ciclo.

Para a resolução das equações diferenciais, foi utilizada a ferramenta do software Simulink chamada *S-function*.

## 2.4 MODELOS DINÂMICOS LINEARES

As equações de movimento até agora discutidas são equações diferenciais de primeira ordem acopladas, não lineares, e de 12 estados. Trabalhar com essas equações para o desenvolvimento do controlador é complexo. Com o intuito facilitar e possibilitar o projeto do controle automático, é necessário realizar manipulações que as tornem mais simples. Portanto, são propostas linearizações dessas equações de forma que elas possam ser desacopladas e resultar em funções de transferência de baixa ordem, bem como modelos de espaços de estados.

As equações serão desacopladas de modo a descreverem isoladamente o movimento longitudinal e o movimento lateral do UAV. Trabalhar-se-á com condições de voo trimado para o desenvolvimento das equações e modelos, isto é, voo reto nivelado, curva coordenada, subida ou descida com razão de *climb* constante.

Uma vez que as medições diretas do ângulo de derrapagem  $\beta$  são difíceis de serem obtidas em uma aeronave de pequena escala como o UAV em questão, o ângulo de derrapagem não foi diretamente utilizado. Em contrapartida, para suprir os problemas de derrapagem, foi inserido um *Yaw Damper*, que controla as taxas de guinada com a ação do leme e corrige supostas derrapagens.

### 2.4.1 A Teoria das Pequenas Perturbações

Essa teoria pode ser utilizada para linearizar as equações de movimento do UAV. Assume-se que a aeronave está em condição de equilíbrio (*trim*) e que ela está sujeita a perturbações que causam pequenas alterações com relação à condição inicial. Todas as variáveis das equações de movimento são substituídas por um valor inicial, adicionadas de uma perturbação (NELSON, 1989). Por exemplo:

$$X = X_0 + \Delta X. \quad (2.4.1)$$

Assume-se também que a condição de voo é simétrica e forças propulsivas são constantes. Desta forma, par um voo reto nivelado, pode-se dizer das condições iniciais que:

$$v_0 = w_0 = p_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0. \quad (2.4.2)$$

Aplica-se expansão em série de Taylor em termos das variáveis de pequenas perturbações e desprezando os termos de ordem superior. Por exemplo, para a perturbação no eixo  $x$ , tem-se a relação:

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_t} \Delta \delta_t, \quad (2.4.3)$$

na qual, as derivadas parciais são as derivadas de estabilidade avaliadas na condição de voo considerada. Para todas as equações de movimento linearizadas, têm-se as derivadas de estabilidade para o UAV definidas na tabela 3 do Apêndice A.

### 2.4.2 Funções de Transferência - Movimento Látero-Direcional

Para as funções de transferência látero-direcionais, foi utilizado o método detalhado em Blakelock (1991) e adaptado por Beard e McLain (2012).

#### 2.4.2.1 Ângulo de Rolagem

Trata-se da função de transferência dos comandos de aileron ao ângulo de rolagem, baseada na Equação 2.2.28 para  $\phi$ .

Dada no domínio de Laplace, a função de transferência de malha aberta é definida por:

$$\phi(s) = \frac{a_{\phi_2}}{s(s + a_{\phi_1})} \left[ \delta_a(s) + \frac{d_{\phi_2}(s)}{a_{\phi_2}} \right], \quad (2.4.4)$$

onde:

$$a_{\phi_1} = -\frac{1}{4} \rho V_a^2 S_W C_{p_p} \frac{b^2}{V_a} \quad (2.4.5)$$

$$a_{\phi_2} = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_a}} \quad (2.4.6)$$

O termo  $d_{\phi_2}$  é o distúrbio associado aos termos dinâmicos que foram desprezados no processo de linearização. É possível eliminá-lo posteriormente nas estratégias de controle.

### 2.4.2.2 Curso e Proa

Esta função relaciona o ângulo de rolagem  $\phi$  com o ângulo de curso  $\chi$ . Considera-se a situação de equilíbrio de curva coordenada. Desta forma, no domínio de Laplace tem-se:

$$\chi(s) = \frac{g/V_a}{s} [\phi(s) + d_\chi(s)] \quad (2.4.7)$$

onde,  $d_\chi$  é o distúrbio associado.

### 2.4.3 Funções de Transferência - Movimento Longitudinal

De igual modo à Seção 2.4.2 as funções de transferência longitudinais propostas utilizam o método detalhado em Blakelock (1991) e adaptado por Beard e McLain (2012).

#### 2.4.3.1 Ângulo de Arfagem

É descrita na Equação 2.4.8 a função de transferência de relação do profundor  $\delta_e$  com o ângulo de arfagem  $\theta$ . No domínio de Laplace, tem-se:

$$\theta(s) = \left[ \frac{a_{\theta_3}}{s^2 + a_{\theta_1}s + a_{\theta_2}} \right] \left[ \delta_e(s) + \frac{d_{\theta_2}(s)}{a_{\theta_3}} \right] \quad (2.4.8)$$

onde:

$$a_{\theta_1} = -\frac{\rho V_a^2 c^2 S_W C_{m_q}}{4V_a I_{yy}}, \quad (2.4.9)$$

$$a_{\theta_2} = -\frac{\rho V_a^2 c S_W C_{m_\alpha}}{2I_{yy}}, \quad (2.4.10)$$

$$a_{\theta_3} = \frac{\rho V_a^2 c S_W C_{m_{\delta_e}}}{2I_{yy}} \quad (2.4.11)$$

e  $d_{\theta_2}$  é o distúrbio associado.

#### 2.4.3.2 Altitude

Descreve-se na Equação 2.4.12 a função de transferência do ângulo de arfagem no controle da altitude. É de relevância lembrar que mantida a velocidade do ar  $V_a$  constante, o ângulo de arfagem influencia diretamente na taxa de subida ou descida e, por sua vez, na variação da altitude.

No domínio de Laplace, tem-se:

$$h(s) = \frac{V_a}{s} \left[ \theta + \frac{d_h}{V_a} \right] \quad (2.4.12)$$

onde:

$$d_h = [u * \sin(\theta) - V_a * \theta] - v * \sin(\phi) \cos(\theta) - w * \cos(\phi) \cos(\theta). \quad (2.4.13)$$

### 2.4.3.3 Velocidade do Ar

Por fim, descreve-se a função de transferência do ângulo de arfagem e da potência do motor para a velocidade do ar.

Em uma aeronave é possível regular a sua velocidade  $V_a$  através do ângulo de arfagem, ou através da variação da potência do motor ou, mesclando ambas as situações anteriores, o que se dá o nome de coordenação atitude potência. Desta forma, a função de transferência é dada de modo que seja possível escolher qual estratégia de controle de velocidade adotar no projeto do controlador.

Nesta função de transferência (Equação 2.4.14), é trabalhada a variação dos parâmetros em torno do valor de equilíbrio (*trim*). No domínio de Laplace, tem-se:

$$\bar{V}_a(s) = \frac{1}{s + a_{V_1}} [a_{V_2} \bar{\delta}_t(s) - a_{V_3} \bar{\theta}(s) + d_V(s)]. \quad (2.4.14)$$

Portanto,  $\bar{V}_a$  é a variação da velocidade em relação à velocidade de equilíbrio,  $\bar{\theta}$  é a variação do ângulo de aragem em torno do ângulo de equilíbrio e,  $\bar{\delta}_t$  é a variação da potência do motor em relação à potência de equilíbrio. Em adição, tem-se que:

$$a_{V_1} = \frac{\rho V_a S_W}{M} [C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{\rho S_{prop} C_{prop} V_a}{M}, \quad (2.4.15)$$

$$a_{V_2} = \frac{\rho S_{prop} C_{prop} k_{motor}^2 \delta_t}{M}, \quad (2.4.16)$$

$$a_{V_3} = g * \cos(\theta - \chi). \quad (2.4.17)$$

Finalmente,  $d_V$  é a perturbação associada.

## 2.4.4 Modelos Lineares de Espaços de Estados

Nesta seção são discutidas as matrizes de estados linearizadas para o movimento longitudinal e lateral. Considera-se um sistema não linear de equações:

$$\dot{\vec{x}} = f(x, u) = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}\vec{u} \quad (2.4.18)$$

onde  $\vec{x}$  é o vetor de estado,  $\vec{u}$  é o vetor de controle,  $\mathbf{A}$  é a matriz de estados e  $\mathbf{B}$  é a matriz de controle. Diz-se que o sistema está em equilíbrio quando  $\dot{\vec{x}} = 0$  para um valor específico de  $x$  e  $u$  (valor de *trim*).

A técnica de linearização utilizada foi a expansão em série de Taylor do termo  $\bar{x} = x - x_{eq}$ , onde  $x_{eq}$  é o estado em condição trimada (equilíbrio), e desprezando os termos de ordem superior.

### 2.4.4.1 Caso Lateral

Conforme a definição clássica da dinâmica de voo e, de acordo com Beard e McLain (2012), o vetor de estados para o caso lateral é dado por:

$$\vec{x}_{lat} = \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}. \quad (2.4.19)$$

Como *inputs* considera-se a deflexão de aileron  $\delta_a$  e a deflexão de leme  $\delta_r$ .

Expressando as equações 2.2.27, a 2.2.30, 2.3.26 e 2.3.27 em termos do vetor  $\vec{x}_{lat}$  e aplicando jacobianos para  $x$  e  $u$ , tem-se a matriz de estados  $\mathbf{A}_{lat}$  e de controle  $\mathbf{B}_{lat}$ , dadas pelas Equações 2.4.20 e 2.4.21. Observa-se que os ângulos de Euler  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  são os ângulos de trimagem.

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r & g * \cos(\theta)\cos(\phi) & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cos(\phi)\tan(\theta) & q * \cos(\phi)\tan(\theta) - r * \sin(\phi)\tan(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\phi)\sec(\theta) & p * \cos(\phi)\sec(\theta) - r * \sin(\phi)\sec(\theta) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.20)$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.21)$$

Em adição, os coeficientes dessas matrizes são obtidos por meio das Equações 2.4.22 a 2.4.37, as quais são padrão na dinâmica de voo e estão definidas em Cook (2012), Nelson (1989), Etkin e Reid (1959). No caso deste projeto, elas foram acrescidas de termos para receber o modelo propulsivo, conforme proposto por Beard e McLain (2012). Os termos de momento angular foram substituídos por equações com os coeficientes de momento contribuintes.

$$Y_v = \frac{\rho S_W b v}{4m V_a} [C_{Y_p} p + C_{Y_r} r] + \frac{\rho S_W v}{M} [C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r] + \frac{\rho S_W C_{Y_\beta}}{2M} \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.4.22)$$

$$Y_p = w + \frac{\rho V_a S_W b C_{Y_p}}{4m} \quad (2.4.23)$$

$$Y_r = -u + \frac{\rho V_a S_W b C_{Y_r}}{4m} \quad (2.4.24)$$

$$Y_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Y_{\delta_a}}}{2M} \quad (2.4.25)$$

$$Y_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Y_{\delta_r}}}{2M} \quad (2.4.26)$$

$$L_v = \frac{\rho S_W b^2 v}{4V_a} [C_{p_p} p + C_{p_r} r] + \rho S_W b v [C_{p_0} + C_{p_\beta} \beta + C_{p_{\delta_a}} \delta_a + C_{p_{\delta_r}} \delta_r] + \frac{\rho S_W b C_{p_\beta}}{2} \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.4.27)$$

$$L_p = \Gamma_1 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{p_p}}{4} \quad (2.4.28)$$

$$L_r = -\Gamma_2 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{p_r}}{4} \quad (2.4.29)$$

$$L_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_a}}}{2} \quad (2.4.30)$$

$$L_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_r}}}{2} \quad (2.4.31)$$

$$N_v = \frac{\rho S_W b^2 v}{4V_a} [C_{r_p} p + C_{r_r} r] + \rho S_W b v [C_{r_0} + C_{r_\beta} \beta + C_{r_{\delta_a}} \delta_a + C_{r_{\delta_r}} \delta_r] + \frac{\rho S_W b C_{r_\beta}}{2} \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.4.32)$$

$$N_p = \Gamma_7 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{r_p}}{4} \quad (2.4.33)$$

$$N_r = -\Gamma_7 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{r_r}}{4} \quad (2.4.34)$$

$$N_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{r_{\delta_a}}}{2} \quad (2.4.35)$$

$$N_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{r_{\delta_r}}}{2} \quad (2.4.36)$$

$$N_\beta = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{n_\beta}}{2J_{zz}} \quad (2.4.37)$$

#### 2.4.4.2 Caso Longitudinal

Para o caso longitudinal, segue-se o mesmo procedimento do caso lateral. O vetor de estados longitudinais é dado pela Equação 2.4.38.

$$\vec{x}_{lon} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} \quad (2.4.38)$$

Como *inputs* considera-se o comando de profundor  $\delta_e$  e o comando de potência do motor  $\delta_t$ . (Nota-se que  $h$  é a altura e é definida como  $h = -r_d$ ).

Aplicando os Jacobianos para  $\vec{x}_{lon}$ , tem-se a matriz de estados  $A_{lon}$  e a matriz de controle  $B_{lon}$ , definidas nas Equações 2.4.39 e 2.4.40.

$$A_{lon} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & -g * \cos(\theta) & 0 \\ Z_u & Z_w & Z_q & -g * \sin(\theta) & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0 & u * \cos(\theta) + w * \sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.39)$$

$$B_{lon} = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_t} \\ Z_{\delta_e} & 0 \\ M_{\delta_e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.40)$$

Os coeficientes para essas matrizes são definidos nas Equações 2.4.41 a 2.4.53, relações padrão da dinâmica de voo. De igual modo ao caso lateral, elas foram acrescidas de termos para receber o modelo propulsivo e os termos de momento angular foram substituídos por equações com os coeficientes de momento contribuintes.

$$X_u = \frac{u\rho S_W}{M} [C_{X_0} + C_{X_\alpha} \alpha + C_{X_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S_W w C_{X_\alpha}}{2M} + \frac{\rho S_W c C_{X_q} u q}{4mV_a} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{M} \quad (2.4.41)$$

$$X_w = -q + \frac{w\rho S_W}{M} [C_{X_0} + C_{X_\alpha} \alpha + C_{X_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S_W c C_{X_q} w q}{4MV_a} + \frac{\rho S_W c C_{X_\alpha} u}{2M} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{M} \quad (2.4.42)$$

$$X_q = -w + \frac{\rho V_a S_W C_{X_q} c}{4M} \quad (2.4.43)$$

$$X_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{X_{\delta_e}}}{2M} \quad (2.4.44)$$

$$X_{\delta_t} = \frac{\rho S_{prop} C_{prop} K_{motor}^2 \delta_t}{M} \quad (2.4.45)$$

$$Z_u = q + \frac{u\rho S_W}{M}[C_{Z_0} + C_{Z_\alpha}\alpha + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W w C_{Z_\alpha}}{2M} + \frac{\rho S_W c C_{z_q} u q}{4mV_a} \quad (2.4.46)$$

$$Z_w = \frac{w\rho S_W}{M}[C_{Z_0} + C_{Z_\alpha}\alpha + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] + \frac{\rho S_W C_{Z_\alpha} u}{2M} + \frac{\rho w S_W c C_{z_q} q}{4mV_a} \quad (2.4.47)$$

$$Z_q = u + \frac{\rho V_a S_W C_{z_q} c}{4M} \quad (2.4.48)$$

$$Z_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Z_{\delta_e}}}{2M} \quad (2.4.49)$$

$$M_u = \frac{u\rho S_W c}{I_{yy}}[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W c w C_{m_\alpha}}{2I_{yy}} + \frac{\rho S_W c^2 C_{m_q} u q}{4I_{yy}V_a} \quad (2.4.50)$$

$$M_w = \frac{w\rho S_W c}{I_{yy}}[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] + \frac{\rho S_W c C_{m_\alpha} u}{2J_y} + \frac{\rho S_W c^2 C_{m_q} w q}{4I_{yy}V_a} \quad (2.4.51)$$

$$M_q = \frac{\rho V_a S_W c^2 C_{m_q} c}{4I_{yy}} \quad (2.4.52)$$

$$M_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W c C_{m_{\delta_e}}}{2I_{yy}} \quad (2.4.53)$$

Um outro modo de se obter as matrizes de estados e de controle é por meio da ferramenta *Linmode* do Simulink.

### 2.4.5 Análise de Estabilidade Dinâmica

Uma vez obtidas as derivadas aerodinâmicas na Seção 2.1.5 e, com as matrizes lineizadas de estados, é possível analisar o comportamento do UAV com relação a perturbações externas, como rajadas, por exemplo.

Tomando a equação característica para a equação diferencial padrão de segunda ordem com coeficientes constantes, tem-se:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0. \quad (2.4.54)$$

Suas raízes são portanto:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \eta + j\omega \\ \lambda_2 = \eta - j\omega \end{cases}, \quad (2.4.55)$$

onde  $\eta = -\zeta\omega_n$  é a parte real da raiz e rege o amortecimento da resposta do sistema. Já  $\omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$  é a parte imaginária e a frequência natural amortecida.  $\omega_n$  é a distância radial da raiz no plano complexo e é chamada de frequência natural não amortecida. Por fim,  $\zeta$  é o fator de amortecimento e é definido pelo cosseno do ângulo entre a raiz e o eixo real do plano complexo.

Nelson (1989) diz que é possível analisar o fator de amortecimento do sistema mantendo  $\omega_n$  constante e variando  $\zeta$  de  $-\infty$  a  $+\infty$ , conforme exposto na Tabela 7.

Tabela 7 – Fatores de Amortecimento

FATOR AMORTECIMENTO	RAÍZ	RESPOSTA TEMPORAL
$\zeta < -1$	Duas raízes reais distintas	Exponencialmente crescente
$0 > \zeta > -1$	Raízes complexas com parte real positiva	Exponencialmente crescente (sinusoidal)
$\zeta = 0$	Raízes complexas com parte real nula	Movimento puramente harmônico
$0 < \zeta < 1$	Raízes complexas com parte real negativa	Subamortecido (decaimento sinusoidal)
$\zeta = 1$	Duas raízes reais iguais negativas	Criticamente amortecido (decaimento exponencial)
$\zeta > 1$	Duas raízes reais negativas distintas	Superamortecido (decaimento exponencial)

fonte: Adaptado de Nelson (1989).

É possível aplicar esta análise para as equações linearizadas dos movimentos principais da aeronave. Isto é, arfagem, rolagem e guinada.

Nelson (1989) e outras literaturas clássicas definem modos dinâmicos de resposta às diferentes oscilações. São eles:

- Curto Período
- Fugóide
- *Roll* puro
- *Yaw* puro
- Espiral
- Roll Holandês (ou *Dutch Roll*)

Calculando as raízes da equação característica desses modos para o UAV é possível analisar o seu comportamento com relação à estabilidade dinâmica. As discussões sobre a resposta dinâmica do UAV estão presentes na Seção 3 - Resultados e Discussões.

#### 2.4.5.1 Curto Período e Fugóide

Tratam-se de modos longitudinais. Por meio de uma excitação do tipo *step* no profundor, há como resposta um modo rapidamente amortecido, acompanhado de um segundo mais lentamente amortecido. O primeiro recebe o nome de curto período e tem como característica a rápida variação no ângulo de ataque e de arfagem. Já o segundo é chamado de fugóide e é caracterizado por uma variação longa na altitude e na velocidade da aeronave.

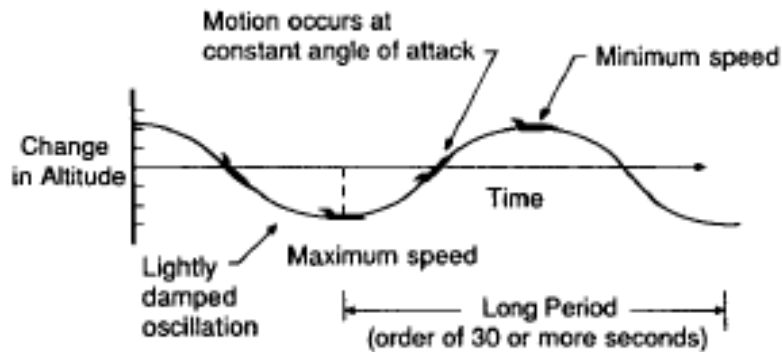
As respostas esperadas para o modo de curto período e para o fugóide são ilustradas na Figura 41 e na Figura 42.

Figura 41 – Resposta do Modo Curto Período



fonte: Nelson (1989)

Figura 42 – Resposta do Modo Fugóide



fonte: Nelson (1989)

As raízes da equação característica para o modo curto período são dadas por:

$$\lambda_{cp} = \frac{Z_w + M_q}{2} \pm \sqrt{\frac{(Z_w + M_q)^2}{4} - M_q Z_w + M_w Z_q} \quad (2.4.56)$$

Por fim, a Equação 2.4.57 descreve as raízes para o modo fugóide.

$$\lambda_{fug} = -\frac{Z_u X_q - X_u Z_q}{2Z_q} \pm \sqrt{\frac{(Z_u X_q + X_u Z_q)^2}{4Z_q^2} + \frac{gZ_u}{Z_q}} \quad (2.4.57)$$

#### 2.4.5.2 Roll e Yaw puros

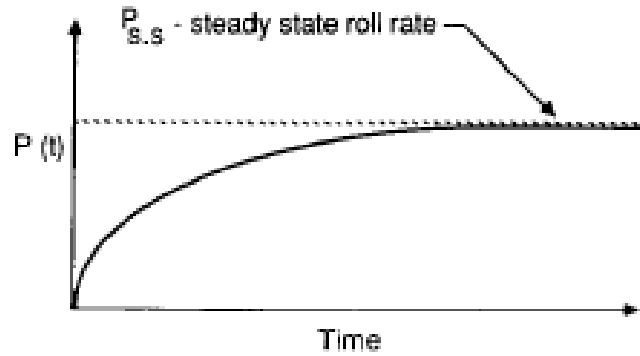
São dois modos simples de seis graus de liberdade, sendo o *roll* um modo lateral puro e o *yaw*, um direcional puro. Aplicando uma excitação *step* no aileron tem-se o modo de *roll*. Já o modo de *yaw* é obtido por uma excitação *step* no leme. Como raiz para o modo de *roll* puro, tem-se:

$$\lambda_{roll} = L_p \quad (2.4.58)$$

Já para o modo de *yaw* puro, tem-se:

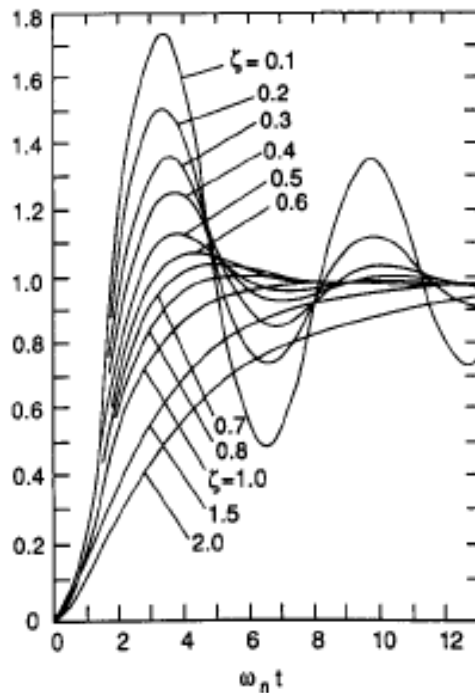
$$\lambda_{yaw} = \frac{N_r}{2} \pm \frac{\sqrt{N_r^2 - 4N_\beta}}{2} \quad (2.4.59)$$

A resposta esperada para o modo *roll* é a diminuição na taxa de rolagem até que se atinja um ângulo  $\phi$  constante, conforme Figura 43.

Figura 43 – Resposta Esperada do Modo *Roll*

fonte: Nelson (1989)

Para o modo *Yaw* puro, a resposta esperada são oscilações amortecidas no ângulo de derrapagem  $\beta$ , ilustrado na Figura 57.

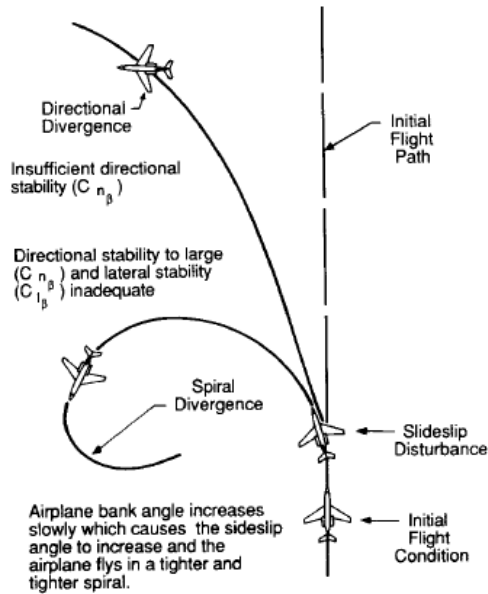
Figura 44 – Resposta Esperada do Modo *Yaw*

fonte: Nelson (1989)

### 2.4.5.3 Espiral

Trata-se de um modo látero-direcional acoplado geralmente instável. É caracterizado por mudanças no ângulo de rolagem e no ângulo de curso após uma perturbação no ângulo de derrapagem  $\beta$ . A figura Figura 45 ilustra o modo espiral.

Figura 45 – Modo Espiral



fonte: Nelson (1989)

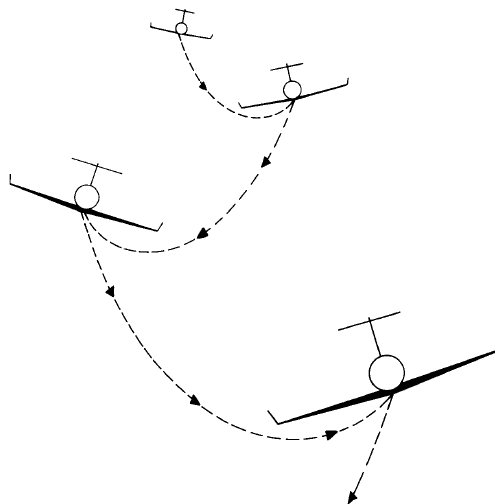
Da equação característica, pode-se obter a raiz definida na Equação 2.4.60.

$$\lambda_{spiral} = \frac{N_r L_v - N_v L_r}{L_v} \quad (2.4.60)$$

#### 2.4.5.4 Dutch Roll

Trata-se de um modo que acopla os três graus de liberdade do movimento de atitude ( $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ ). Porém, para seu equacionamento, costuma-se negligenciar as oscilações de rolagem. O modo de *dutch roll* é assim chamado pois se assemelha ao movimento ondulatório de um esquiador (NELSON, 1989). Espera-se como resposta um movimento acoplado levemente amortecido, ou não amortecido, dependendo das características de estabilidade da aeronave. A Figura 46 ilustra o modo.

Figura 46 – Resposta esperada para o Dutch Roll



fonte: Nelson (1989)

Por fim, são descritas na Equação 2.4.61 as raízes da equação característica para o *Dutch Roll*.

$$\lambda_{dutch} = \frac{Y_v + N_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Y_v + N_r}{2}\right)^2 - Y_v N_r + N_v Y_r} \quad (2.4.61)$$

Apresentam-se os resultados de todas as análises dinâmicas na Seção 3 - Resultados e Discussões.

## 2.5 PROJETO DO PILOTO AUTOMÁTICO (*AUTOPILOT*)

O piloto automático aplicado a um UAV deve ser projetado com atenção, uma vez que é ele quem rege todo o controle e gerenciamento do voo da aeronave. Ele está presente desde a decolagem até o pouso. Em adição, devido à alta influência dos ventos, o sistema deve ser capaz de proporcionar um voo seguro mesmo sob ação de instabilidades atmosféricas.

O funcionamento bem sucedido de um *autopilot* depende também do emprego de sensoriamento adequado, bem como a fusão correta de seus dados. A Tabela 8 detalha medições possíveis de serem obtidas diretamente dos sensores e seus dados resultantes.

Tabela 8 – Dados de Sensores para o UAV

PARÂMETRO	SENSOR	DADO FINAL
$p, q, r$ [rad/s]	Giroscópio	$\phi, \theta, \psi$
$a_x, a_y, a_z$ [m/s <sup>2</sup> ]	Acelerômetro	$\phi, \theta, \psi$
RPM	Óptico/ Hall	RPM
$r_x, r_y, r_z$ [m]	GPS	$r_n, r_e, -r_d$
$V_s$ [m/s]	GPS	$V_s$
press <sub>D</sub> [Pa]	Pressão diferencial	$V_a$
press <sub>A</sub> [Pa]	Pressão absoluta	$-r_d$
tempo [s]	GPS/Clock	t

Fonte: Produção do próprio autor

Os dados de ângulos de Euler são frequentemente obtidos realizando a fusão dos dados do acelerômetro e do giroscópio. A altitude ( $-r_d$ ) pode ser obtida de dois meios diferentes (GPS e sensor de pressão) e, para valores mais precisos, é realizada a fusão dos dados dos dois sensores. Um exemplo de método de fusão amplamente utilizado é o Filtro de Kalman. Mais informações sobre essa técnica podem ser encontradas em Brown (1983).

Para o desenvolvimento do *autopilot* e sua posterior simulação, foi realizada a realimentação de todos os estados do UAV. O sistema, porém, foi projetado utilizando somente os dados que são possíveis de serem fornecidos como realimentação por meio de sensores, como os da Tabela 8.

As estratégias de controle existentes para um piloto automático atualmente são diversas. Pode-se citar o método TECS (*Total Energy Control System*), o método LQR (*Linear Quadratic Regulator*) e o método SLC (*Successive Loop Closure*).

O método escolhido para o *autopilot* deste projeto foi o SLC. Mais informações sobre o método LQR podem ser encontradas em Ogata e Severo (1998) e, sobre o método TECS, em Lamp e Luckner (2013).

### 2.5.1 O Método SLC

Trata-se de um método simples, mas eficiente de controlador. A ideia geral é realizar diversos *loops* de realimentação internos a um *loop* geral externo. Como regra para seu funcionamento correto, o *loop* mais interno deve conter a mais alta largura de banda, com os *loops* mais externos contendo larguras de banda menores a medida que se chega ao mais externo. Em termos de grandeza, em geral, cada *loop* sucessivo externo deve conter a sua largura de banda 5 a 10 vezes menor em relação ao seu interno (BEARD; MCLAIN, 2012).

O sistema foi dividido em dois subsistemas que atuam desacoplados: Lateral e Longitudinal. Neles, são utilizadas as funções de transferência adaptadas das seções 2.4.2 e 2.4.3. O controle é feito utilizando PID (proporcionais integrais derivativos).

### 2.5.2 Piloto Automático Látero-Direcional

Basicamente, este *autopilot* controla o ângulo de curso ( $\chi$ ) desejado. Distúrbios de vento que possam desestabilizar a aeronave em termos de ângulo de rolagem ( $\phi$ ) e ângulo de guinada ( $\psi$ ) também são considerados e corrigidos. Portanto, o *loop* externo controla o curso da aeronave, sendo seu *input* e *output* o ângulo de curso atual ( $\chi$ ) e o comandado ( $\chi^C$ ), respectivamente. Os *loops* internos controlam a atitude da aeronave em termos de rolagem ( $\phi$ ).

#### 2.5.2.1 Controle de Rolagem

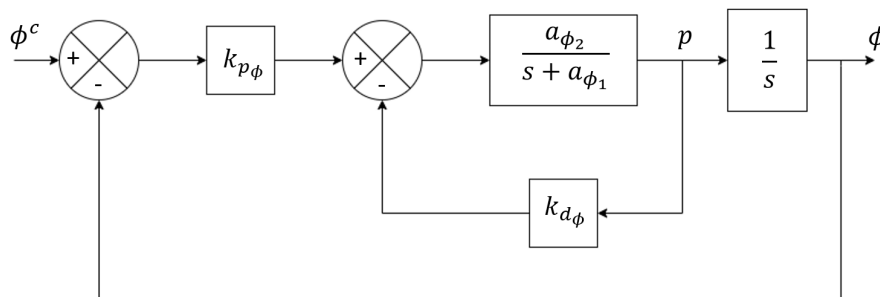
No domínio de Laplace, tem-se a função de transferência de malha fechada para o ângulo de rolagem, dada por:

$$\frac{\phi}{\phi^C}(s) = \frac{k_{p\phi} a_{\phi_2}}{s^2 + (a_{\phi_1} + a_{\phi_2} k_{d\phi})s + k_{p\phi} a_{\phi_2}}, \quad (2.5.1)$$

onde  $k_{p\phi}$  e  $k_{d\phi}$  são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente.

Em diagrama de blocos, tem-se na Figura 47:

Figura 47 – Controle de Rolagem



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

Por fim, a equação de saída para rolagem utiliza os comandos de aileron e é descrita pela Equação 2.5.2, onde é possível verificar o uso do controle PD.

$$\delta_a = k_{p\phi}(\phi^C - \phi) - k_{d\phi} * p \quad (2.5.2)$$

A ausência do Integrador é uma decisão de projeto, uma vez que integradores agregam atrasos, algo não desejado para *loops* internos.

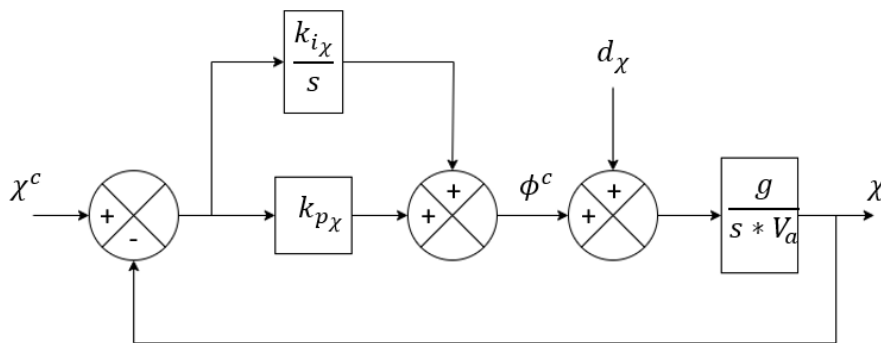
### 2.5.2.2 Controle de Curso

No domínio de Laplace, tem-se a função de transferência de malha fechada para o controle de curso, dada pela Equação 2.5.3, onde  $k_{p\chi}$  e  $k_{i\chi}$  são os ganhos proporcional e integral, respectivamente.

$$\chi = \frac{\frac{g}{V_a s}}{s^2 + \frac{k_{p\chi} g}{V_a s} + \frac{k_{i\chi} g}{V_a}} d_\chi + \frac{\frac{g}{V_a} \left( \frac{k_{p\chi}}{s} + k_{i\chi} \right)}{s^2 + \frac{k_{p\chi} g}{V_a s} + \frac{k_{i\chi} g}{V_a}} \chi^C \quad (2.5.3)$$

Verifica-se o uso do controle PI, sendo a ausência do termo derivativo também decisão de projeto. Em diagrama de blocos, na Figura 48 tem-se:

Figura 48 – Controle de Curso



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

É importante lembrar que a alteração no curso pode ser dada através do leme, induzindo uma guinada ( $\Delta\psi$ ), ou por meio dos ailerons, induzindo uma rolagem ( $\Delta\phi$ ), que por sua vez tem como reação acoplada a mudança de curso do UAV. Uma vez que o *loop* interno deu-se por meio dos ailerons, o comando de curso será, portanto, por atuação dos ailerons e, em consequência, por meio do ângulo de rolagem  $\phi$ . A equação de saída, dada em termos de  $\phi$  é dada por:

$$\phi^C = k_{p\chi}(\chi^C - \chi) + \frac{k_{i\chi}}{s}(\chi^C - \chi) \quad (2.5.4)$$

### 2.5.2.3 Yaw Damper

Como descrito anteriormente, o curso ( $\chi$ ) é controlado por meio do ângulo de rolagem ( $\phi$ ) e, portanto, por meio dos ailerons ( $\delta_a$ ). Sabe-se da dinâmica de voo que uma rolagem induz uma guinada em sentido oposto, a chamada guinada adversa, a qual leva a aeronave a derrapar. O movimento característico resultante desse efeito é o *dutch roll*, descrito na subseção 2.4.5.4. Em algumas aeronaves

esse efeito é tão imperceptível que pode ser desprezado. Já em outras, torna o voo impraticável necessitando de artifícios que o corrijam.

Um dos meios de correção seria adicionar um controlador que mantivesse nulo o ângulo de derrapagem ( $\beta = 0$ ). Método este não é muito prático para uso no UAV, uma vez que o ângulo de derrapagem não é facilmente medível em aeronaves pequenas.

Outro meio de correção é adicionar um artifício que amortee a taxa de guinada ( $r$ ) para altos valores, diminuindo para quase zero a guinada adversa. Vale lembrar que não é desejável eliminar a taxa de guinada, uma vez que ela está presente e é importante em uma curva, por exemplo. Deseja-se somente garantir que ela esteja dentro de valores adequados de modo a não causar o efeito indesejável comentado. O mecanismo que possibilita tal ação é chamado de *Yaw Damper* e atua no leme ( $\delta_r$ ) para proporcionar o amortecimento desejado.

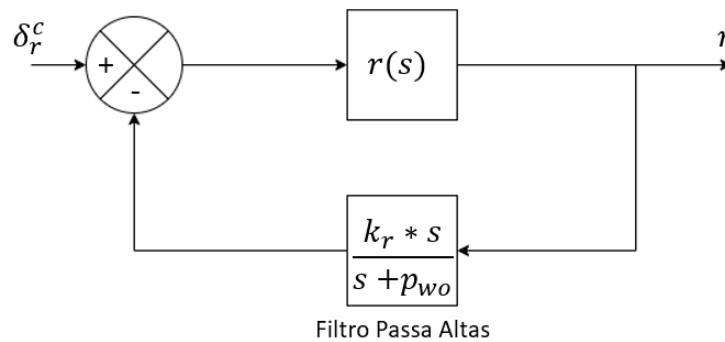
Na Equação 2.5.5 é descrita a função de transferência de malha aberta do leme para a taxa de guinada, no domínio de Laplace.

$$r(s) = \left[ \frac{N_{\delta_r}s + (Y_{\delta_r}N_v - N_{\delta_r}Y_v)}{s^2 - (Y_v + N_r)s + (Y_vN_r - Y_rN_v)} \right] \delta_r \quad (2.5.5)$$

Beard e McLain (2012) propõe a adição de um filtro passa altas em uma realimentação direta dessa função de transferência, de modo que para altas taxas de guinada, haja a atuação do leme em comando contrário, minimizando o movimento.

Em termos de diagrama de blocos, tem-se na Figura 49:

Figura 49 – *Yaw Damper*



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

Portanto, com o *yaw Damper* ativo, a equação de saída para o leme, no domínio de Laplace, é dada por:

$$\delta_r(s) = k_r \left( \frac{s}{s + p_{wo}} \right) r(s), \quad (2.5.6)$$

onde os termos  $k_r$  e  $p_{wo}$  são o ganho proporcional do controlador e o polo do filtro passa altas, respectivamente.

### 2.5.3 Piloto Automático Longitudinal

Para o caso longitudinal, propõe-se um sistema que controle a aeronave em todos os regimes de voo. Isto é, Subida, cruzeiro e descida. Como *input* para o controlador utiliza-se a altitude comandada ( $h^C$ ). Desta forma, independente da posição, o UAV buscará a altitude desejada, controlando o ângulo de arfagem ( $\theta$ ) e a potência ( $\delta_t$ ).

Um dos pontos cruciais no *autopilot* longitudinal é manter a aeronave longe da velocidade de estol. Pode-se fazer isso controlando a velocidade do ar  $V_a$  por meio da potência ( $\delta_t$ ), por meio do ângulo de arfagem ( $\theta$ ), ou mesclando o comando de ambos. Para este controlador, escolheu-se a primeira opção. A justificativa é a praticidade. O UAV em questão tem uma boa relação peso-potência, o que permite o controle da velocidade pelo motor mesmo em elevados ângulos de arfagem. Em adição, controlar a velocidade pelo ângulo de arfagem (opção 2) pode levar a situações perigosas, principalmente em baixa altura, uma vez que para ganhar velocidade a aeronave tenderia a baixar o nariz, levando ao risco de colisão com o solo.

A seguir são descritas as leis de controle para o caso longitudinal, propostas por Beard e McLain (2012). O *loop* mais externo controla a altitude, sendo os *loops* internos responsáveis por comandar o ângulo de arfagem, aceleração e, por consequência, a velocidade do ar.

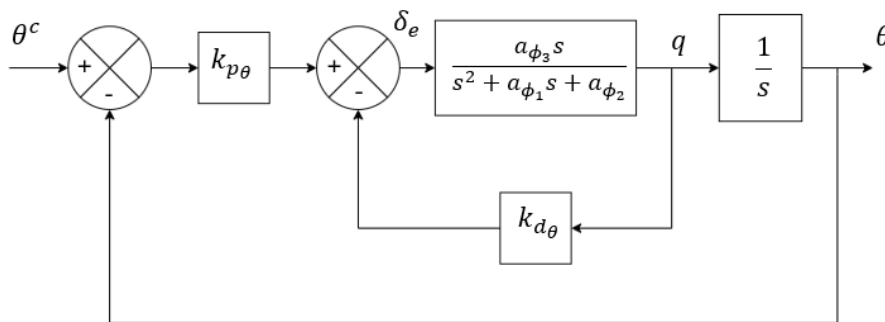
#### 2.5.3.1 Controle de Arfagem

No domínio de Laplace, a Equação 2.5.7 descreve a função de transferência de malha fechada para o ângulo de arfagem  $\theta$ , onde  $k_{p\theta}$  e  $k_{d\theta}$  são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente.

$$\frac{\theta}{\theta^C}(s) = \frac{k_{p\theta} a_{\theta_3}}{s^2 + (a_{\theta_1} + k_{d\theta} a_{\theta_3})s + a_{\theta_2} + k_{p\theta} a_{\theta_3}} \quad (2.5.7)$$

Em diagrama de blocos, tem-se na Figura 50:

Figura 50 – Controle de Arfagem



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

O comando de arfagem dá-se por meio da deflexão do profundor. Desta forma, a equação de saída é dada por:

$$\delta_e = k_{p\theta}(\theta^C - \theta) - k_{d\theta} * q. \quad (2.5.8)$$

### 2.5.3.2 Controle de Altitude

Este *loop* é o externo ao de controle de arfagem. No domínio de Laplace descreve-se a função de transferência de malha fechada para a altitude, dada por:

$$h(s) = \frac{K_{\theta DC} V_a k_{p_h} (s + \frac{k_{i_h}}{k_{p_h}}) h^C(s) + s d_h(s)}{s^2 + K_{\theta DC} V_a k_{p_h} s + K_{\theta DC} V_a k_{i_h}}, \quad (2.5.9)$$

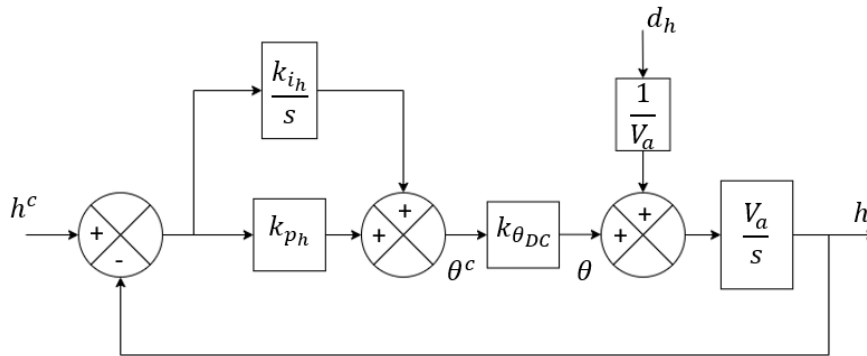
onde  $K_{\theta DC}$  é um ganho que considera que o *loop* interno (controle de arfagem) está devidamente sintonizado e pode ser por ele substituído. É dado por:

$$K_{\theta DC} = \frac{k_{p_\theta} a_{\theta_3}}{a_{\theta_2} + k_{p_\theta} a_{\theta_3}}. \quad (2.5.10)$$

Já  $k_{p_h}$  e  $k_{i_h}$  são os ganhos proporcional e integral para a altitude.

Em diagrama de blocos, tem-se na Figura 51:

Figura 51 – Controle de Altitude



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

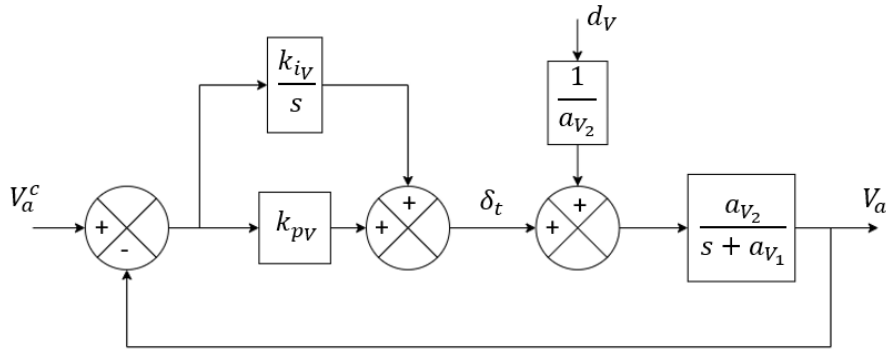
### 2.5.3.3 Controle de Velocidade por Potência

Para este controlador, utilizam-se os valores da velocidade e potência de trimagem ( $V_a^t$  e  $\delta_t^t$ , respectivamente) e analisa-se o erro comparado com a velocidade e potência do instante de tempo considerado. A Equação 2.5.11 descreve, no domínio de Laplace, a função de transferência de malha fechada para o controle de velocidade. Nela,  $k_{p_V}$  e  $k_{i_V}$  são os ganhos proporcional e integral, respectivamente.

$$V_a = \frac{a_{V_2} (k_{p_V} s + k_{i_V}) V_a^C + d_V}{s^2 + (a_{V_1} + a_{V_2} k_{p_V}) s + a_{V_2} k_{i_V}} \quad (2.5.11)$$

Em diagrama de blocos tem-se a Figura 52:

Figura 52 – Controle de Velocidade



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

Por fim, a equação de saída em função da potência é dada por:

$$\delta_t = \delta_t^t + k_{pV}(V_a^C - V_a) + \frac{k_{iV}}{s}(V_a^C - V_a). \quad (2.5.12)$$

#### 2.5.4 Ajuste de Ganhos

Para a sintonia dos ganhos do *autopilot*, foi utilizada uma metodologia empírica, a qual consiste em fixar determinados estados nas posições de *trim* e isolar cada controlador. Desta forma, do *loop* mais interno para o mais externo, sintonizam-se os ganhos de cada controlador.

É importante levar em consideração as exigências de comando impostas, uma vez que é necessário realizar um balanço para a resposta a entradas de pequenas amplitudes e de grandes amplitudes. Em outras palavras, um controlador bem sintonizado para entradas pequenas pode não ter um bom comportamento para entradas grandes e vice versa. Desta forma é importante sintonizá-lo para que responda de maneira satisfatória em ambos os casos. O procedimento também deve ser feito respeitando a largura de banda dos *loops*, evitando a saturação.

Todos os valores de ganhos sintonizados e as respostas geradas às perturbações estão mostradas na Seção 3 - Resultados e Discussão.

##### 2.5.4.1 Ajuste do Controle de *Roll*

É esperado o voo sob condição de grande influência dos ventos. Portanto, pequenas oscilações no ângulo de *roll* são previstas, as quais gerarão comandos de pequena amplitude para o controlador. Desta forma, é de grande valia um ajuste que permita correções rápidas para ângulos  $\phi$  pequenos, evitando um oscilar excessivo das asas. Em contrapartida, mudanças consideráveis no curso da aeronave também são frequentes, o que exigirá respostas rápidas de rolagem para altos ângulos. A estratégia então é encontrar uma sintonização que satisfaça bem ambas as situações.

Os ganhos a serem sintonizados são  $k_{p\phi}$  e  $k_{d\phi}$ . Com a aeronave nas condições de trimagem em voo reto nivelado, é ativado o controle de rolagem. Inicia-se o ajuste de  $k_{d\phi}$  aumentando-o até atingir a instabilidade. Após isso, retorna-se 20 % do valor. (BEARD; MCLAIN, 2012). Uma vez fixado o valor, aumenta-se  $k_{p\phi}$  até que se encontre uma resposta satisfatória para a entrada (*step*). Em geral, valores

baixos correspondem à uma resposta superamortecida, porém com tempo longo de resposta, ao passo que valores mais altos correspondem a um tempo de resposta menor e um movimento subamortecido, com *overshoot*.

#### 2.5.4.2 Ajuste do Controle de Curso

Com o controle de *roll* ligado, é ativado o controle de curso (*loop* externo), e mantém-se a aeronave longitudinalmente trimada.

No quesito ângulo de curso  $\chi$ , são esperadas pequenas correções de proa para o caso da presença de ventos, assim como grandes mudanças na trajetória de voo. Portanto é válido um ajuste de ganhos que reaja bem à pequenas variações de  $\chi$ , assim como para casos de exigência de variações de maior amplitude.

Os ganhos a serem ajustados são  $k_{p\chi}$  e  $k_{i\chi}$ . Inicia-se aumentando  $k_{p\chi}$  para se obter uma resposta adequada para uma entrada *step*. Testa-se para o caso de grande e pequena amplitude. Por fim, ajusta-se  $k_{i\chi}$  para remover o erro de estado estacionário. Isto é, erro entre a posição atual e a comandada.

#### 2.5.4.3 Ajuste do Yaw Damper

Deseja-se sintonizar  $p_{wo}$  e  $k_r$  de modo que a taxa de guinada seja amortecida, mas não extinguida. Com a aeronave longitudinalmente trimada e todos os controladores látero direcionais ativos, inicia-se o ajuste aumentando o valor de  $p_{wo}$  para se obter uma resposta adequada à uma entrada *step* no aileron, a qual induzirá uma guinada adversa e derrapagem. Por fim, ajusta-se  $k_r$  para eliminar o erro de estado estacionário.

#### 2.5.4.4 Ajuste do Controle de Arfagem

Longitudinalmente o UAV também sofre grande influência dos ventos. Portanto são esperadas pequenas variações no ângulo de arfagem e o controlador deve estar ajustado para rapidamente responder a essas mudanças de pequenas amplitudes, evitando um oscilar demasiado em relação ao plano longitudinal. Ao mesmo tempo, é o ângulo de arfagem neste *autopilot* que comanda diretamente a variação de altitude. Conforme etapas da missão de voo, altos ângulos podem ser solicitados, como por exemplo um comando de subida ou descida. A estratégia é sintonizar os ganhos para que o sistema também se comporte bem nesta situação.

Os ganhos a serem sintonizados são  $k_{d\theta}$  e  $k_{p\theta}$ . Inicia-se elevando o valor de  $k_{d\theta}$  até atingir a instabilidade e então diminuindo o valor em 20 % (BEARD; MCLAIN, 2012). Em seguida, ajusta-se  $k_{p\theta}$  para se obter uma resposta adequada à entrada *step*. Baixos valores de  $k_{p\theta}$  geralmente correspondem a uma resposta superamortecida, com tempo de resposta maior. Valores altos resultam em uma resposta mais rápida, porém subamortecida.

#### 2.5.4.5 Ajuste do Controle de Altitude

Este controle terá influência direta no comando de arfagem (Seção 2.5.4.4), pois a altitude é alterada por meio do ângulo  $\theta$ . Para este caso, não é necessária uma resposta rápida para demandas de

arfagem de elevada amplitude, uma vez que acarretaria esforços exagerados sobre a estrutura do UAV, principalmente nas asas e empenagem. Portanto, respostas superamortecidas com tempo de resposta maior são desejáveis. Os ganhos a serem sintonizados são  $k_{p_h}$  e  $k_{i_h}$ . Ajusta-se  $k_{p_h}$  para uma resposta adequada à entrada *step* e posteriormente  $k_{i_h}$  para eliminar o erro de estado estacionário.

#### 2.5.4.6 Ajuste do Controle de Velocidade

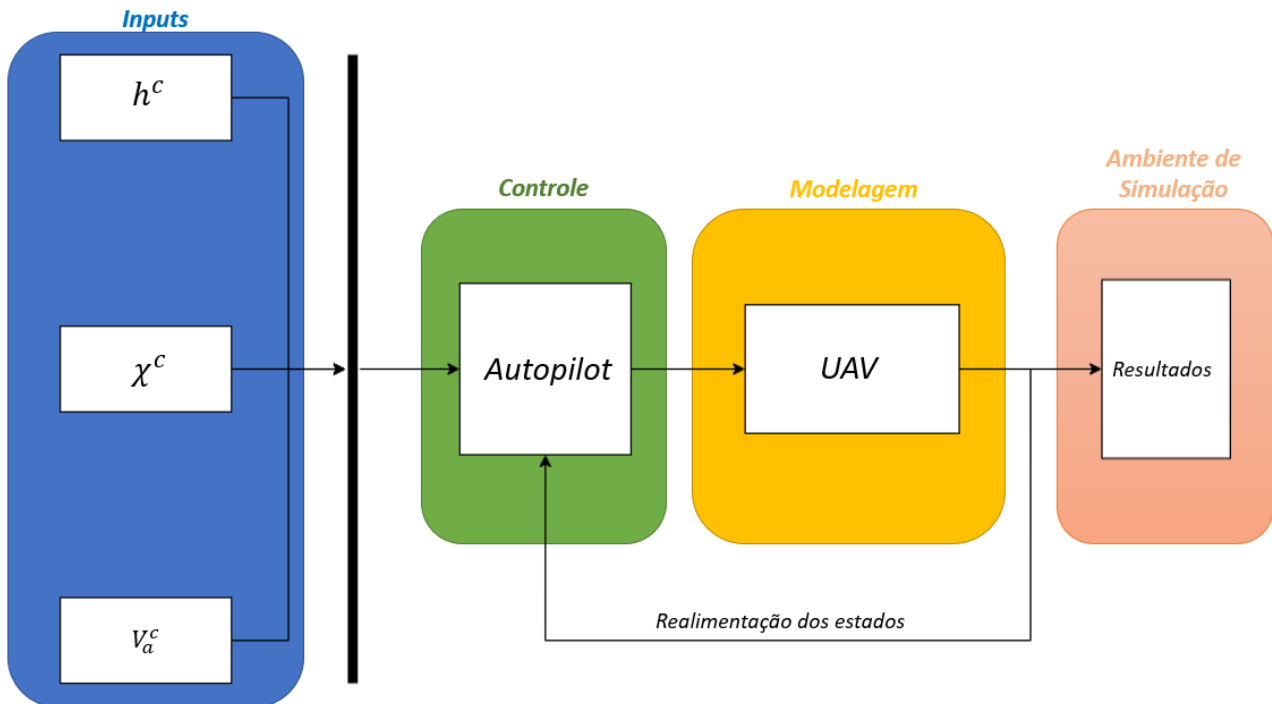
Para o controle de velocidade por meio da potência  $\delta_t$ , os ganhos a serem sintonizados são  $k_{p_v}$  e  $k_{i_v}$ . Ajusta-se  $k_{p_v}$  para uma resposta adequada à entrada *step* e em seguida  $k_{i_v}$  para eliminar o erro de estado estacionário.

Em geral, uma resposta mais suave do motor às entradas é mais desejada, pois evita variações muito altas e rápidas na aceleração, o que para alguns motores *glow* não é recomendado.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 53 apresenta um esquemático geral que resume o sistema projetado. Tem-se a região de desenvolvimento gráfico e *plot* de resultados, a região de modelagem da aeronve, a região do sistema de *autopilot* e região de simulação. Uma vez que não se fez a medição dos parâmetros por meio de sensores, os dados (ou estados) são realimentados no sistema.

Figura 53 – Esquemático Resumo do Projeto



fonte: Produção do próprio autor

#### 3.1 ESTABILIDADE DISCUTIDA

São apresentados na Tabela 9 os valores dos coeficientes de amortecimentos calculados para todos os modos de movimento laterais, direcionais e longitudinais.

Tabela 9 – Análise do fator de amortecimento

MODO	COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO	$\omega_N$ [rad/s]	RESPOSTA
Curto Período	$\zeta_{cp} = 0.564$	15.469	Subamortecida
Fugóide	$\zeta_{fug} = 0.336$	0.398	Subamortecida
Roll Puro	$\zeta_{roll} = 1.000$	17.186	Criticamente Amortecida
Yaw Puro	$\zeta_{yaw} = 0.855$	6.672	Subamortecida
Espiral	$\zeta_{esp} = -1.000$	0.110	Exponencialmente crescente
Dutch Roll	$\zeta_{dutch} = 0.869$	7.273	Subamortecida

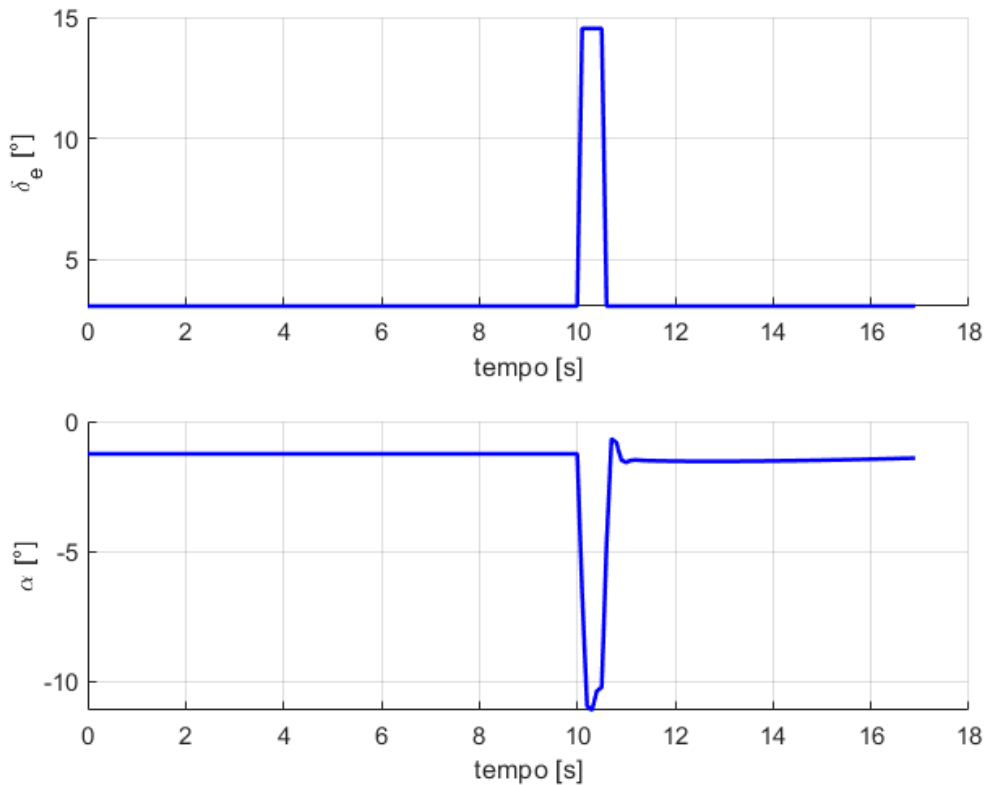
fonte: Produção do Próprio Autor.

Considerando voo reto nivelado, aplica-se uma perturbação específica e verifica-se o comportamento dinâmico do UAV. O comportamento de cada modo está discutido a seguir.

### 3.1.1 Modos Curto período e Fugóide

Apresenta-se na Figura 54 a resposta do UAV para o curto período, após uma perturbação *step* no profundor.

Figura 54 – Resposta do Modo Curto Período

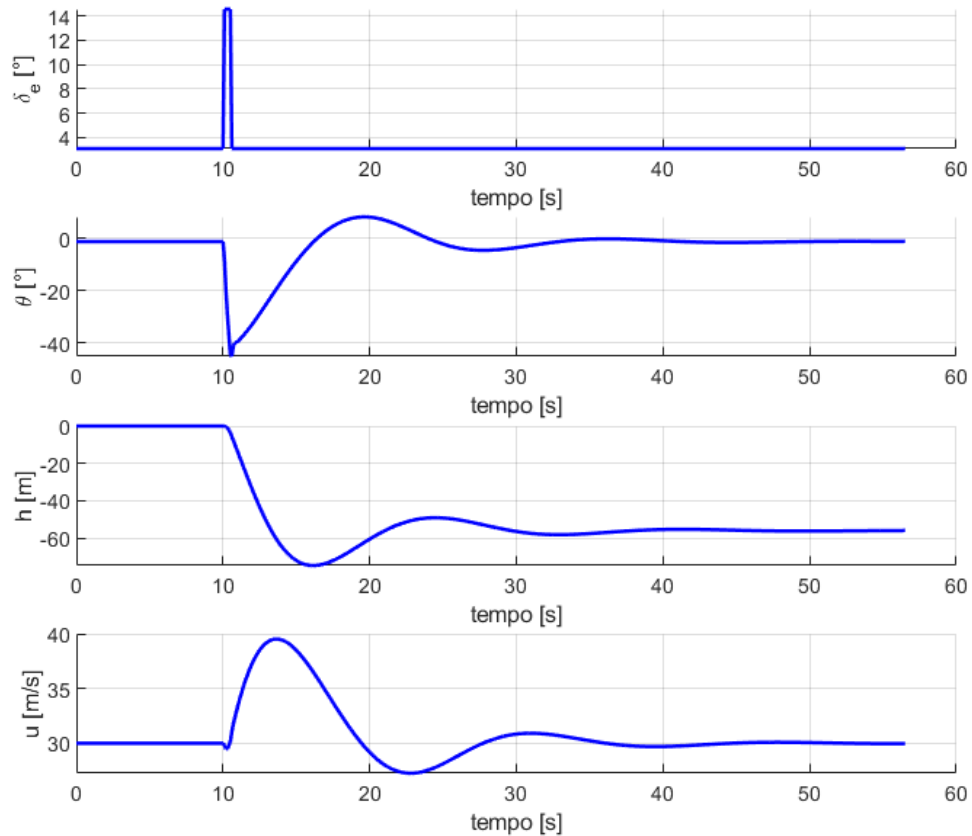


fonte: Produção do próprio autor

Considerando o coeficiente de amortecimento  $\zeta_{cp}$ , que indica um movimento subamortecido, é possível verificar uma resposta compatível com o esperado. O UAV apresenta uma variação no seu ângulo de ataque, a qual é rapidamente amortecida e retornada ao equilíbrio.

Ilustra-se na Figura 55 a resposta do modo fugóide para o UAV, após uma perturbação *step* no profundor.

Figura 55 – Resposta do Modo Fugóide



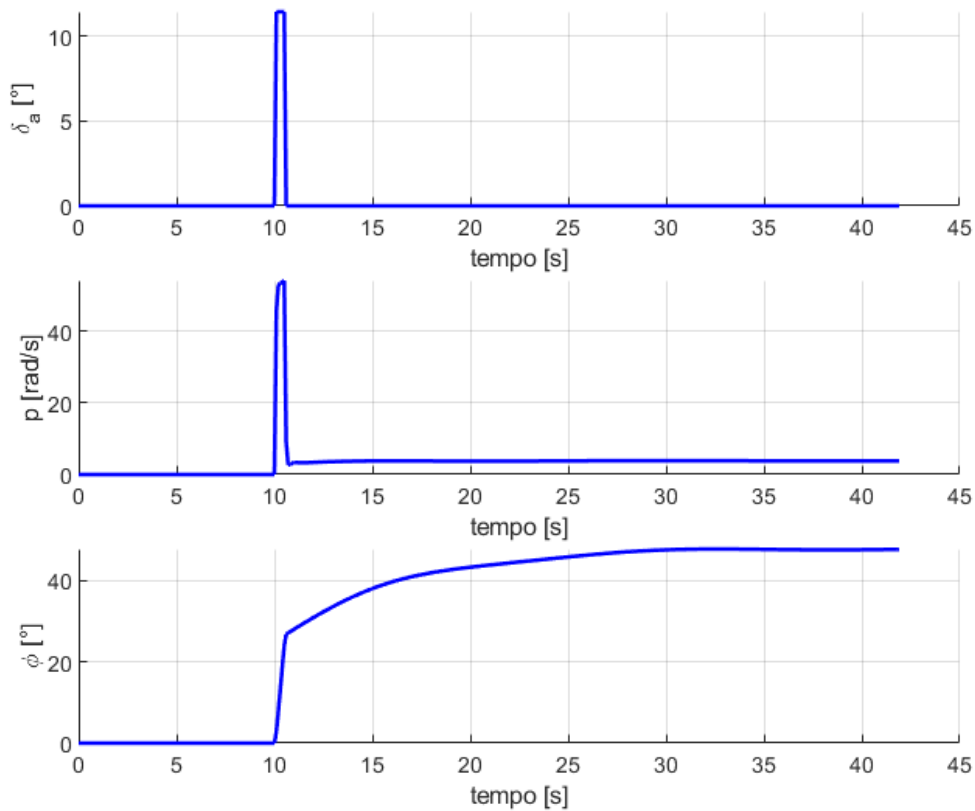
fonte: Produção do próprio autor

Considerando o coeficiente de amortecimento  $\zeta_{fug}$ , a resposta é conforme esperado. Em adição, no instante  $t \approx 10.5$  s, é possível verificar uma leve oscilação no ângulo de arfagem  $\theta$  e na velocidade  $u$ , evidenciando também a ocorrência do modo curto período.

### 3.1.2 Modo *Roll Puro*

A resposta do UAV para uma excitação *step* no aileron é apresentada na Figura 43. Considerando o coeficiente de amortecimento  $\zeta_{roll}$ , que sugere um movimento subamortecido, é possível verificar correspondência da resposta com o esperado.

Verifica-se que o UAV após o equilíbrio atinge um ângulo constante de rolagem diferente de zero, o que indica um estado de curva.

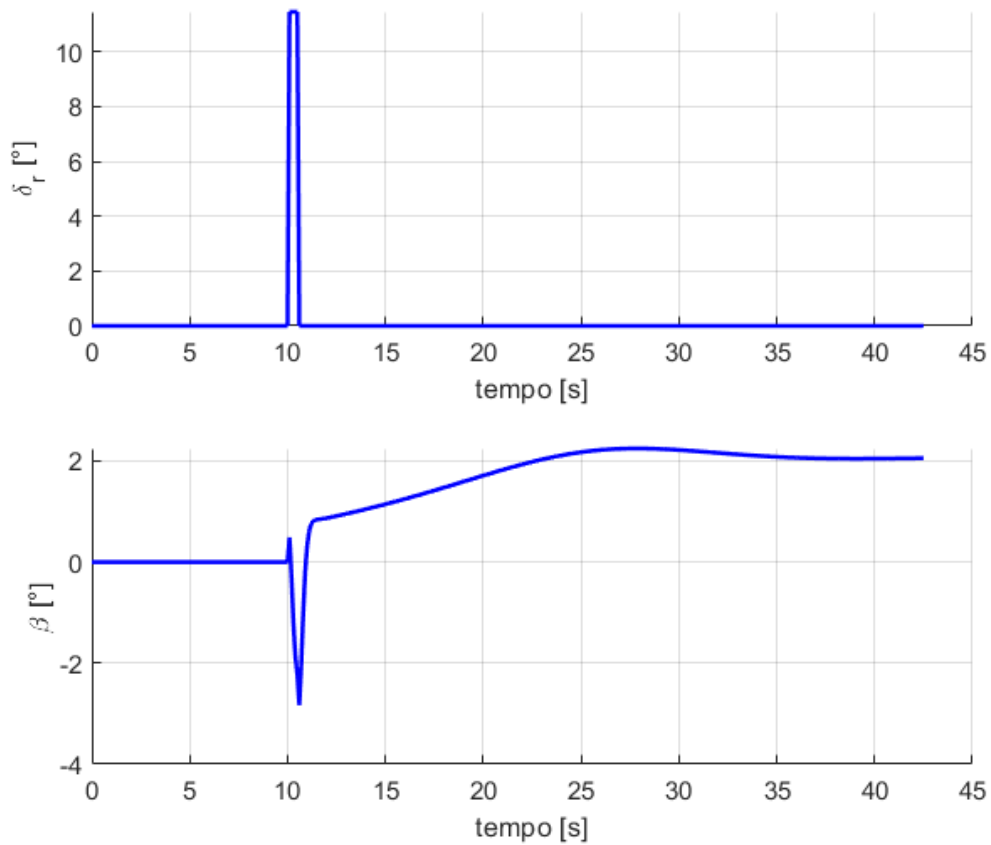
Figura 56 – Resposta do modo *Roll*

fonte: Produção do próprio autor

### 3.1.3 Modo *Yaw* Puro

A Figura 57 ilustra a resposta do modo *yaw* para uma perturbação *step* no leme. para o valor do coeficiente de amortecimento  $\zeta_{yaw}$  que sugere um movimento subamortecido, é possível concluir que o UAV apresenta comportamento coerente com o esperado.

Percebe-se também que o ângulo de derrapagem mantém se em um valor constante diferente de zero após o equilíbrio, o que indica a atitude de curva com derrapagem, após o equilíbrio ser atingido também pelo modo de *roll*.

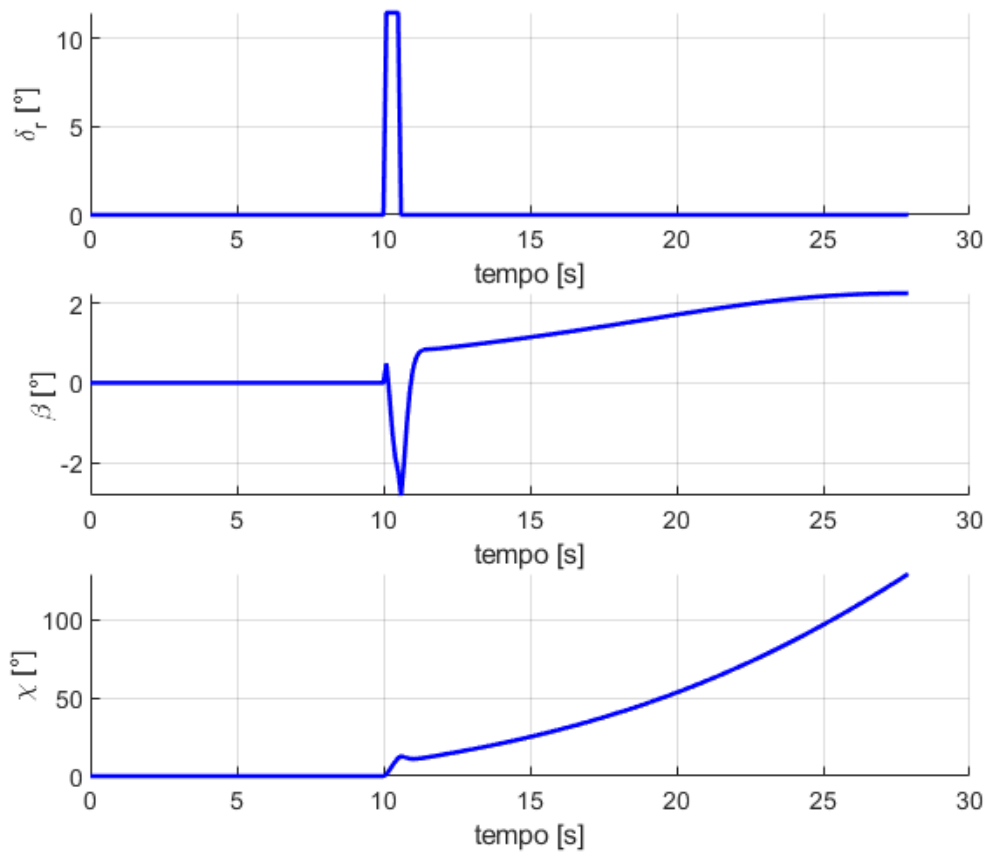
Figura 57 – Resposta do modo *Yaw*

fonte: Produção do próprio autor

### 3.1.4 Modo Espiral

Na Figura 58 é ilustrada a resposta para o modo espiral, após uma perturbação no ângulo de derrapagem originada por uma entrada *step* no leme. É possível verificar a instabilidade do modo, com o UAV saindo do seu ângulo de curso de trimagem e entrando em um movimento espiral exponencialmente crescente. Tal comportamento condiz com o esperado, uma vez que o valor negativo do coeficiente de amortecimento  $\zeta_{spiral}$  indica um movimento instável crescente.

Figura 58 – Resposta do modo Espiral



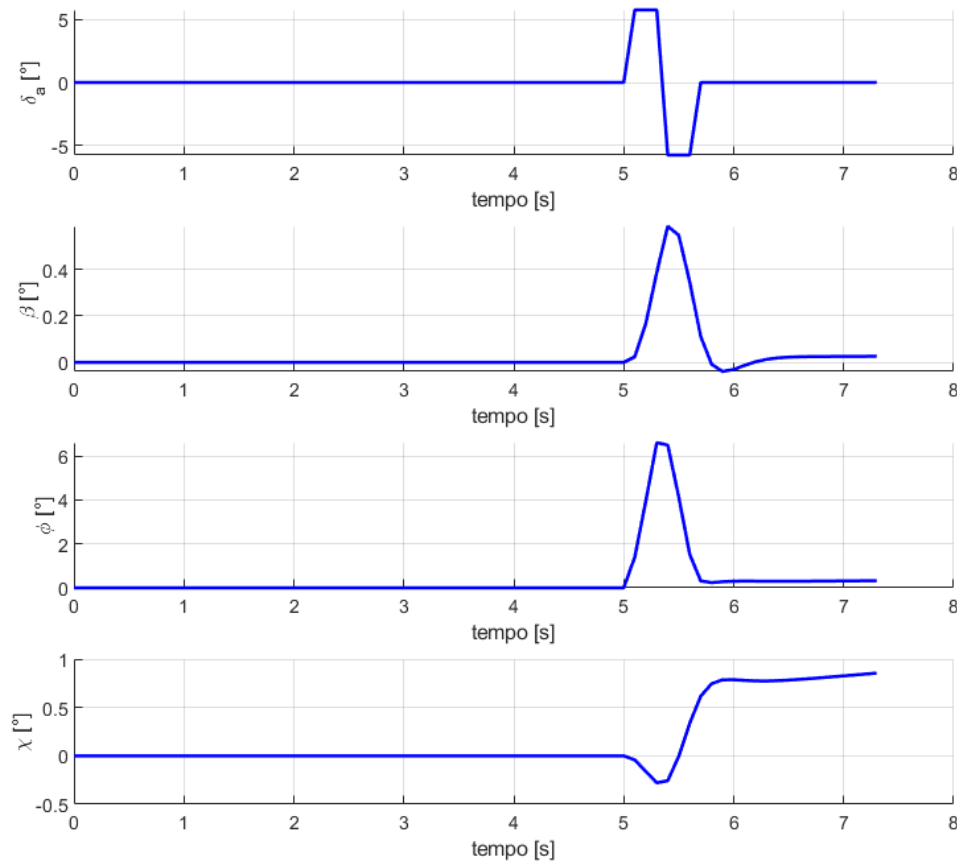
fonte: Produção do próprio autor

### 3.1.5 Modo Dutch Roll

A Figura 59 apresenta a resposta para o modo *dutch roll*. É possível perceber que desta vez, aplicou-se um *step* para ambos os lados no aileron. Este movimento permite visualizar mais facilmente a ocorrência do *dutch roll*, uma vez que em algumas aeronaves, este modo é muito sutil.

No instante de tempo 5 s tem-se início o movimento de rolagem para a direita, acoplado de uma guinada para a esquerda em conjunto com uma derrapagem. Quando o comando de aileron se inverte, os movimentos também se invertem apresentando o mesmo efeito. Nestes instantes de tempo entre os movimentos de aileron é evidenciado o *dutch roll*.

O coeficiente de amortecimento  $\zeta_{dutch}$  sugere um movimento rápido e subamortecido. Portanto, de acordo com o gráfico, a resposta está coerente com a esperada.

Figura 59 – Resposta do modo *Dutch Roll*

fonte: Produção do próprio autor

### 3.1.6 Características de Voo

Nelson (1989) descreve uma classificação das aeronaves quanto à sua qualidade de voo e com relação à estabilidade longitudinal. Essa classificação leva em consideração o tamanho da aeronave, bem como as suas características de voo durante todas as fases de sua missão.

Baseado nas respostas às perturbações classifica-se o UAV como *Level 1, Class 1*, o que corresponde a uma aeronave leve e pequena, com características dóceis de voo e que apresenta qualidade adequada para todo o regime de voo. Para todos os modos látero-direcionais, exceto o espiral, o UAV é dinamicamente estável.

Para o caso longitudinal, as Tabelas 10 e 11 classificam a aeronave de acordo com o coeficiente de amortecimento para os modos fugóide e curto período, respectivamente. Desta forma, retomando os valores da Tabela 9, pode-se concluir que, o UAV é classificado como *Level 1* para os modos curto período e fugóide. Por fim, conclui-se que o UAV é dinamicamente estável longitudinalmente.

Tabela 10 – Qualidade de voo para o modo fugóide

MODO FUGÓIDE	
Level 1	$\zeta_{fug} > 0.04$
Level 2	$\zeta_{fug} > 0$
Level 3	$T_2 > 55s$

fonte: Adaptado de Nelson (1989)

Tabela 11 – Qualidade de voo para o modo curto período

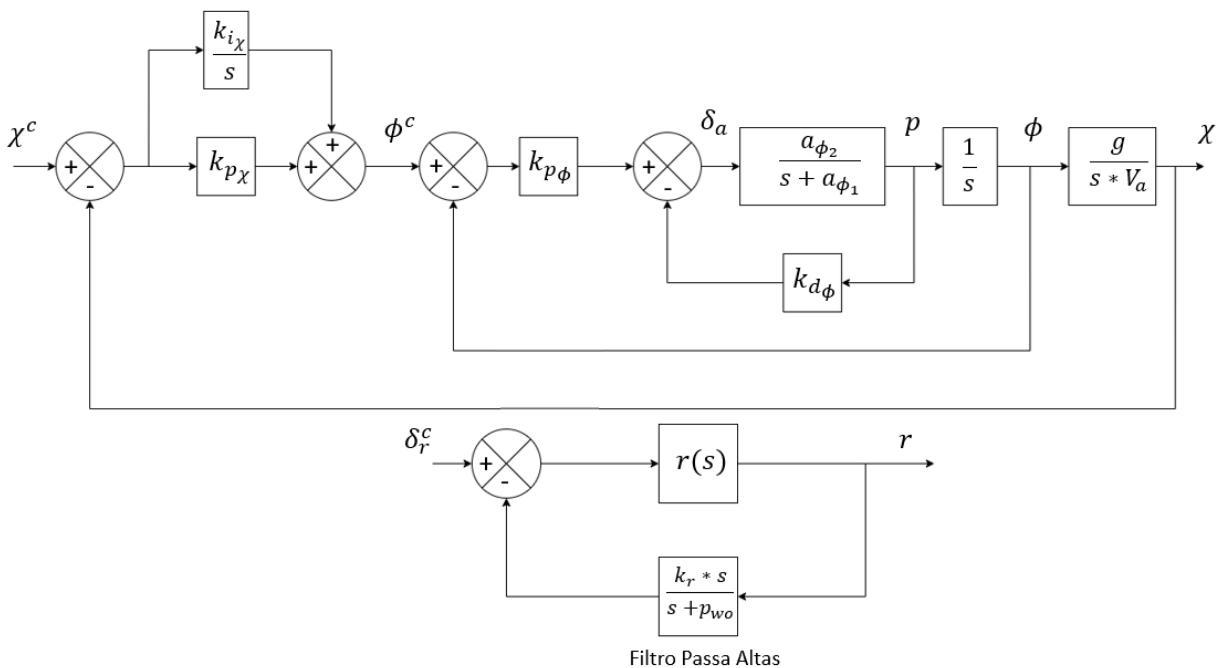
MODO CURTO PERÍODO				
	Categorias A e C		Categoria B	
	$\zeta_{cp}$	$\zeta_{cp}$	$\zeta_{cp}$	$\zeta_{cp}$
Level	min	max	min	max
1	0.35	1.30	0.3	2.0
2	0.25	2.00	0.2	2.0
3	0.15	-	0.15	-

fonte: Adaptado de Nelson (1989)

### 3.2 PILOTO AUTOMÁTICO DISCUTIDO

Na Figura 60 é apresentada a planta geral para o *autopilot* Látero-Direcional. O *input* principal é o ângulo de curso comandado  $\chi^c$ , sendo o *output*, o angulo de curso atual  $\chi$ . Desta forma o controlador buscará aproximar ao máximo possível  $\chi^c$  de  $\chi$ , por meio do comando de rolagem que induzirá uma alteração no ângulo de curso do UAV.

Figura 60 – Planta do Controle Látero-Direcional

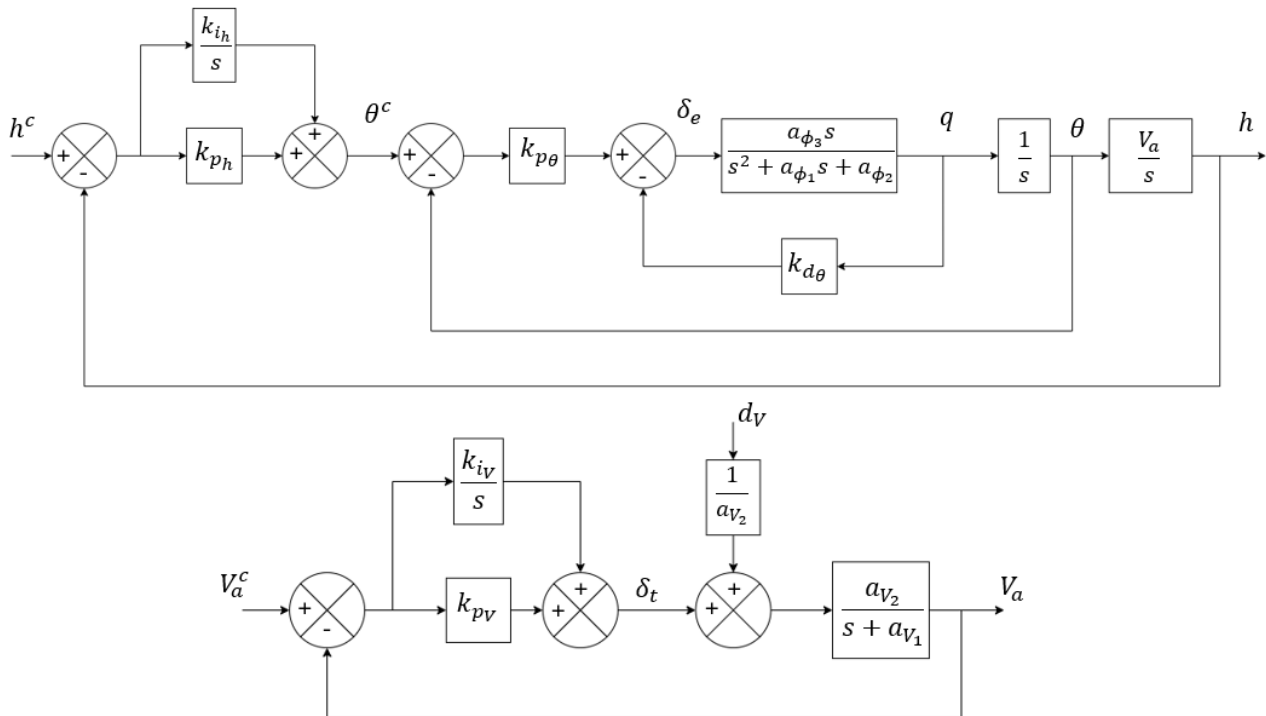


fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

Note que o *yaw Damper* é um artifício extra. Isto é, a planta principal não necessariamente depende dele para operar corretamente. A atuação em conjunto, porém, resulta em melhores condições de voo.

Na Figura 61 é ilustrada a planta final para o *autopilot* longitudinal. Os *inputs* principais são a altitude comandada  $h^c$  e a velocidade comandada  $V_a^c$ , sendo os *outputs* a altitude  $h$  e a velocidade  $V_a$  atuais. De igual modo ao *autopilot* Látero-Direcional, o controlador tentará aproximar ao máximo  $V_a^c$  de  $V_a$  e  $h^c$  de  $h$ . Para o primeiro caso, é utilizada a variação na potência do motor  $\delta_t$ . Já para o segundo, o movimento é obtido por meio da variação do ângulo de arfagem  $\theta$ .

Figura 61 – Planta do Controle Longitudinal



fonte: Adaptado de Beard e McLain (2012)

Uma vez que o controle de velocidade é somente feito pelo motor, para velocidades menores e em condição de descida acentuada, é possível que o controlador zere a potência do motor e ainda assim, ocorra um leve aumento da velocidade. Apesar de não significar um problema, corrige-se facilmente este efeito limitando o ângulo de arfagem para um valor que impeça a aeronave de acelerar em movimento descendente e motor em marcha lenta.

### 3.2.1 Comportamento dos Controladores

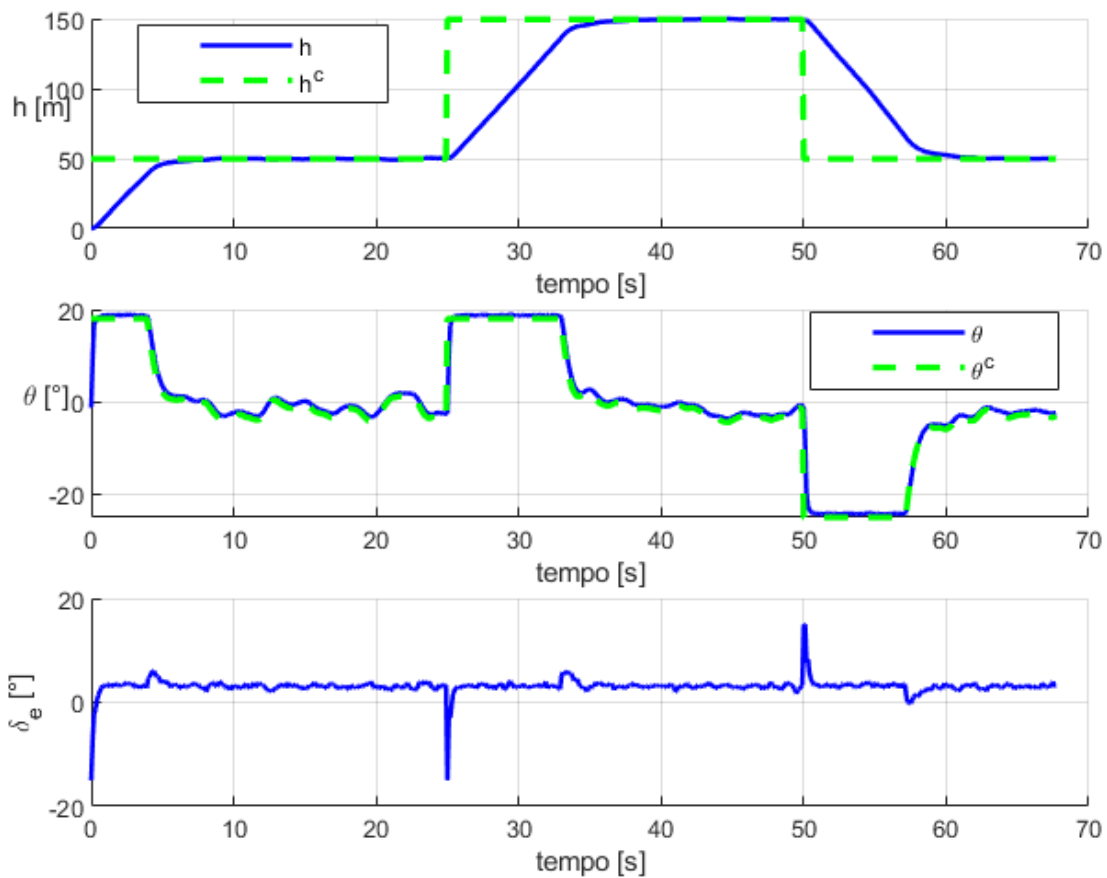
Após os ajustes dos ganhos para o caso longitudinal, chegou-se nos valores apresentados na Tabela 12. Com eles foi possível avaliar o comportamento do *autopilot* para solicitações de mudanças de altitude, conforme Figura 62.

Tabela 12 – Ganhos para o *autopilot* longitudinal

GANHO	VALOR
$k_{p\theta}$	4.2000
$k_{d\theta}$	0.2000
$k_{i_h}$	0.0304
$k_{p_h}$	0.0677
$k_{i_V}$	0.0200
$k_{p_V}$	0.3000

fonte: Produção do próprio autor

Figura 62 – Controle Longitudinal em Funcionamento



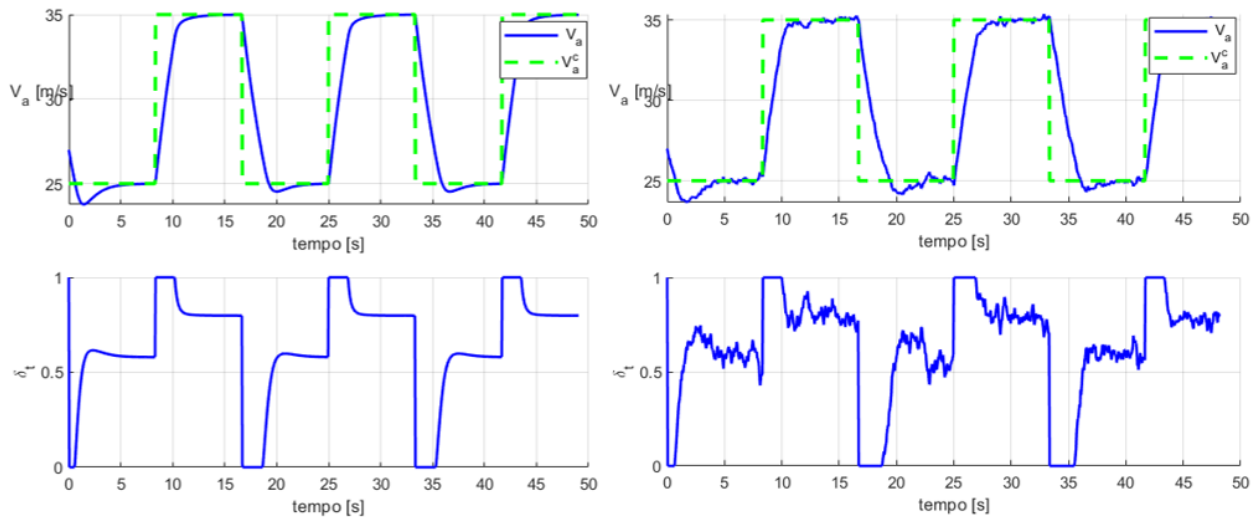
fonte: Produção do próprio autor

É importante notar a presença do vento como grande influência no movimento do UAV e na atuação do controle. Verificam-se variações de pequena amplitude na deflexão do profundor, as quais são correções do *autopilot* frente aos distúrbios causados pelo vento. Evidencia-se também esse efeito no ângulo de arfagem durante o voo reto nivelado, o que corresponde a pequenas correções para manter a altitude comandada.

Percebe-se também uma boa atuação do controlador em alcançar o ângulo de arfagem comandado e nota-se que há suavidade na transição para comandos de ângulos de maior amplitude.

Para o controlador de velocidade, a Figura 64 ilustra a sua atuação para uma demanda de aumento e diminuição de 5 m/s ao redor da velocidade de cruzeiro. Uma vez que este estado é um dos mais afetados pela influência do vento, para fins comparativos é apresentada a situação de atmosfera ideal e a de atmosfera turbulenta.

Figura 63 – Controle Velocidade sem vento (à esquerda) e com vento (à direita)



fonte: Produção do próprio autor

É possível verificar a atuação do controlador na tentativa de eliminar o erro de velocidade oriundo rajadas de vento, por meio de variações rápidas de aceleração  $\delta_t$ , mas de amplitude baixa, principalmente quando a velocidade comandada é atingida. O controlador apresenta atuação rápida, com a leve ocorrência de sobre sinal, principalmente nas fases de desaceleração para uma velocidade mais baixa.

Por fim, julga-se que o *autopilot* longitudinal está adequado para todos os regimes de voo do UAV isto é, comporta-se bem em subidas, voo reto nivelado e descidas, mesmo sob a forte influência dos ventos.

Para o caso látero-direcional, os ganhos obtidos para o UAV são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 – Ganhos para o *autopilot* látero-direcional

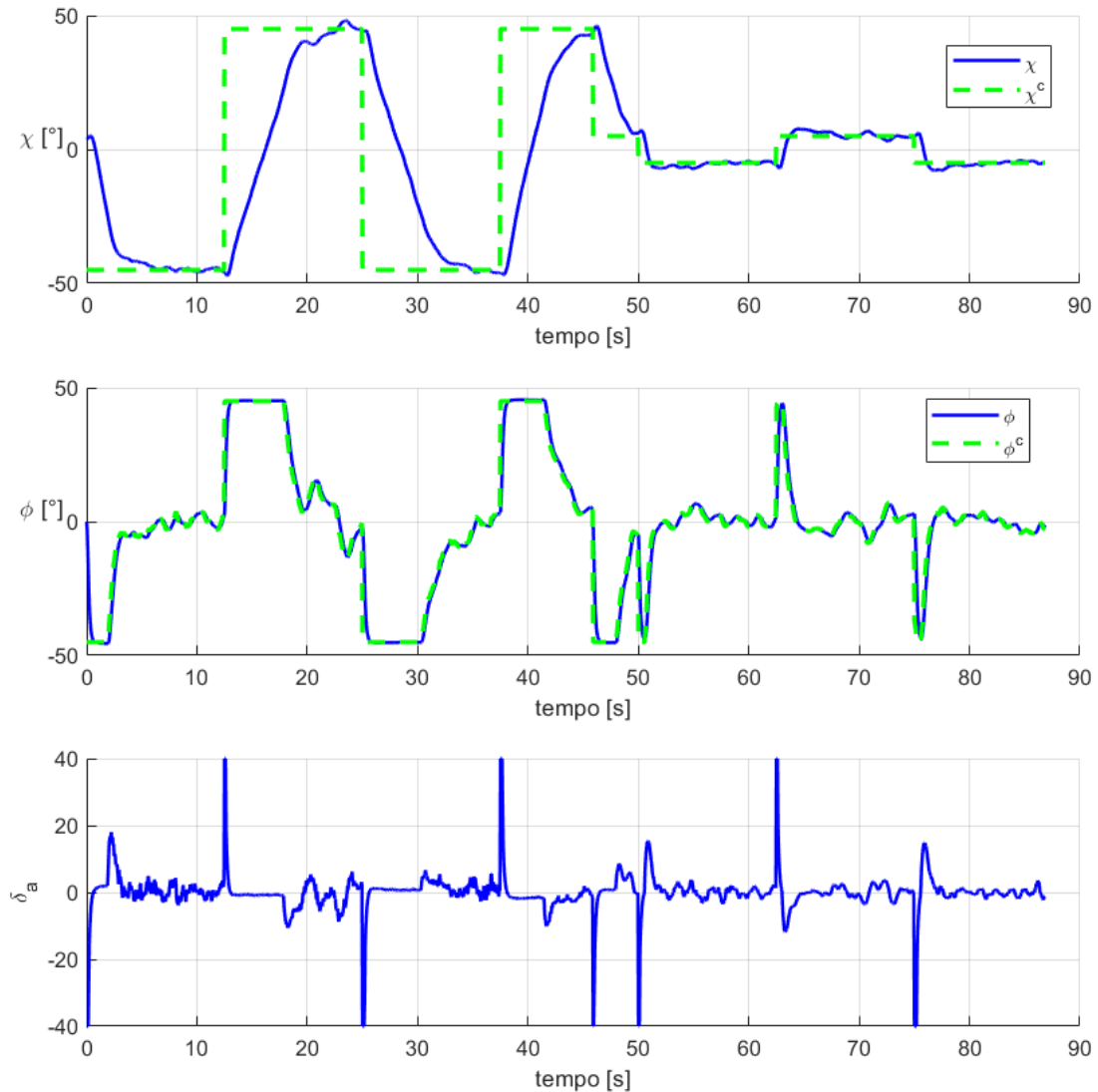
GANHO	VALOR
$k_{p\phi}$	4.2000
$k_{d\phi}$	0.2000
$k_{p\chi}$	0.0304
$k_{i\chi}$	0.0677
$k_r$	0.1960
$p_{wo}$	0.4320

fonte: Produção do próprio autor

Para ilustrar o funcionamento do *autopilot* látero-direcional, é ilustrado na figura o seu comportamento para entradas de curso comandado de pequena e grande amplitude.

É notável novamente a influência do vento, principalmente para as fases de voo reto nivelado. O sistema responde rapidamente para as demandas de pequena amplitude e comporta-se bem para

Figura 64 – Controle látero-direcional em funcionamento

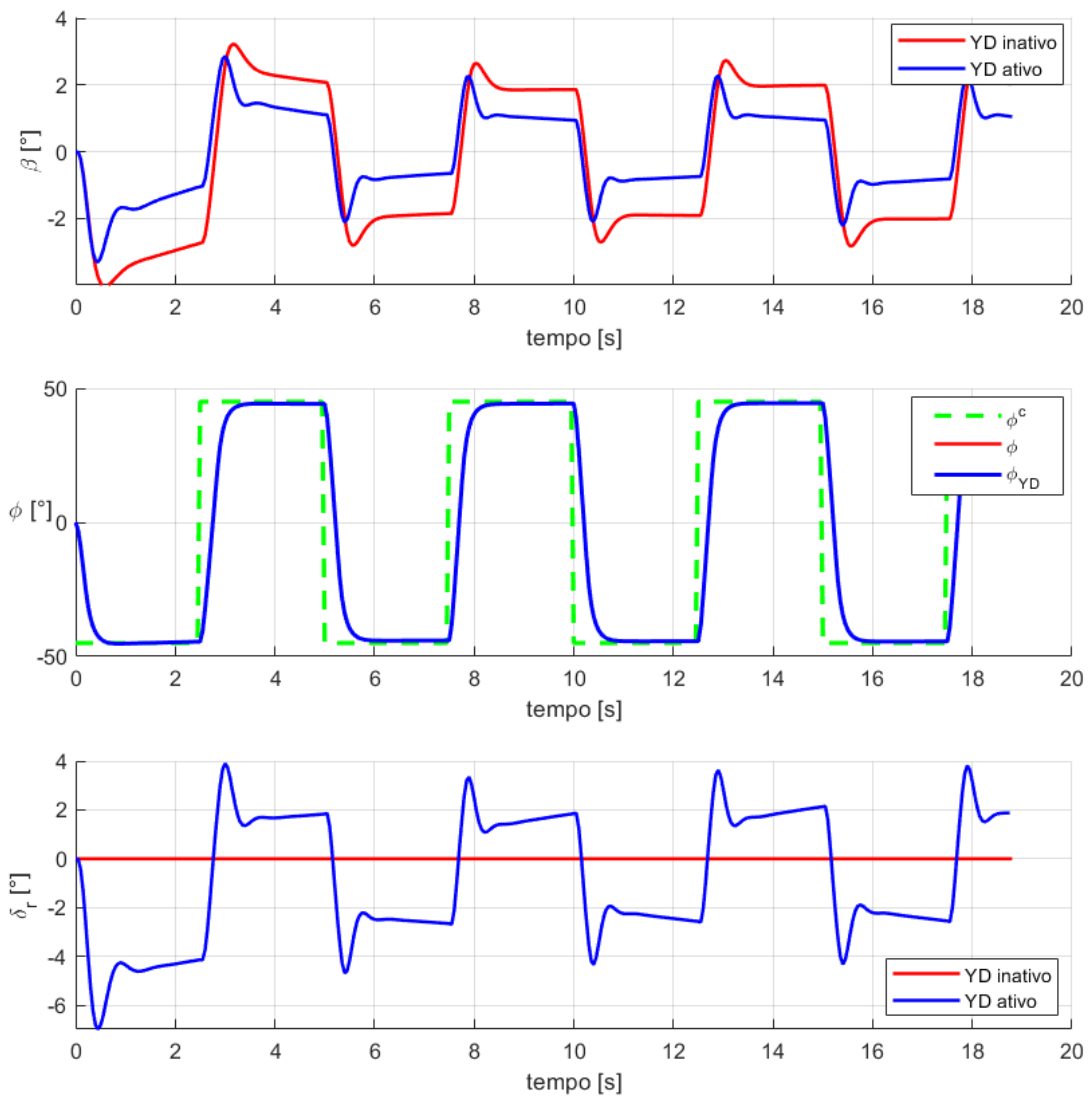


fonte: Produção do próprio autor

solicitações de grande amplitude. Por exemplo, o UAV leva 15 segundos para realizar uma curva de  $90^\circ$  de curso, tempo considerado aceitável. Para oscilações de pequena amplitude, o erro entre  $\phi$  e  $\phi^c$  é em média de  $1^\circ$  a  $2^\circ$ . Já para o curso, este valor é em média de  $3^\circ$  e  $5^\circ$ , sempre convergindo novamente para o ângulo de curso comandado.

Na Figura 65 é ilustrada a atuação do *yaw damper* na correção do ângulo de derrapagem, em comparação com a situação para este artifício desligado, para um movimento oscilatório de rolagem. É possível perceber que apesar de o UAV apresentar um modo *dutch roll* quase imperceptível e ângulos de derrapagem baixos, ainda assim a atuação deste controle reduz em quase 50 % as amplitudes de derrapagem.

Figura 65 – Yaw Damper em funcionamento

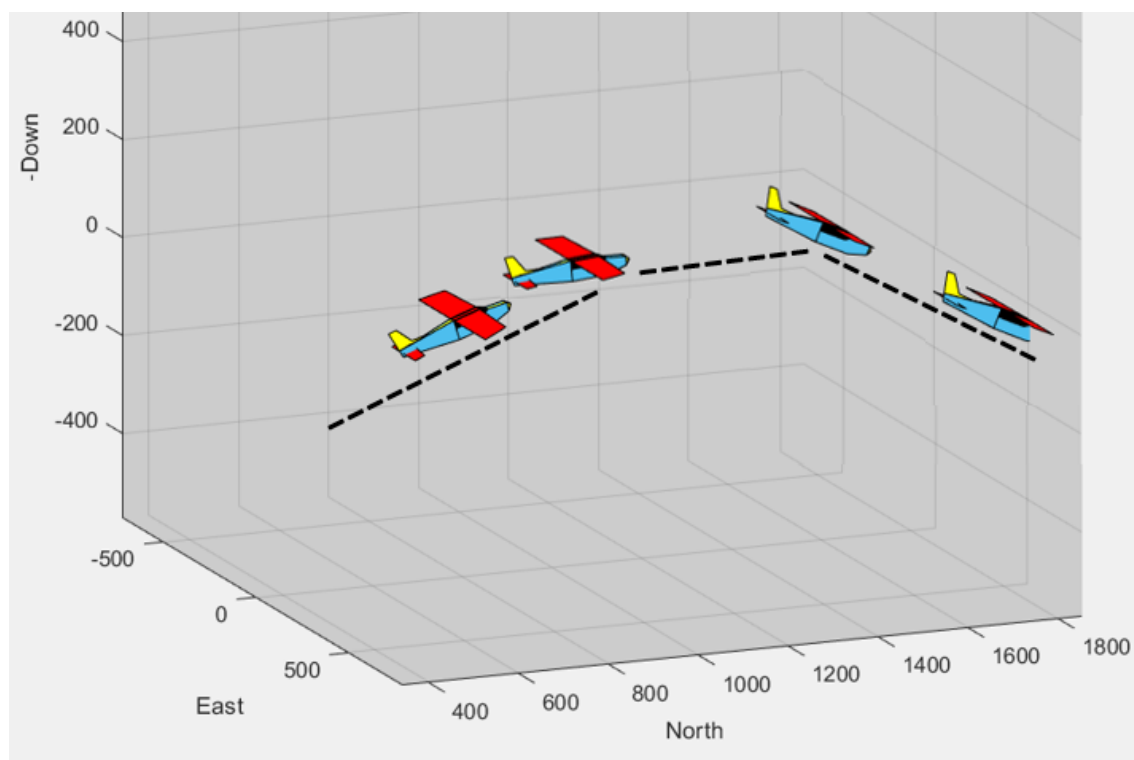


fonte: Produção do próprio autor

Por fim, julga-se que o sistema látero-direcional apresenta comportamento adequado para todas as fases do voo, mesmo sob a influência de rajadas de vento.

Ilustra-se na Figura 66 a simulação do UAV executando a missão de subida, voo de cruzeiro e descida, também apresentada na Figura 62.

Figura 66 – Simulação de Missão (aeronave em escala aumentada)



fonte: Produção do próprio autor

## 4 CONCLUSÃO

Três frentes compuseram este trabalho: a modelagem da aeronave Albatroz, a qual incluiu seu desenho 3D e seu equacionamento aerodinâmico; o desenvolvimento de um piloto automático longitudinal e látero direcional; e por fim, um ambiente de simulação para validação do projeto. Para a primeira parte, foi possível obter uma representação aceitável da aeronave e um comportamento dinâmico condizente com a realidade. Dificuldades foram encontradas nas análises aerodinâmicas, como por exemplo, conseguir atingir a região de estol e adquirir dados confiáveis nas análises de asa 3D. Contornou-se estes problemas utilizando diferentes métodos para a análise (VLM e LLT). Para a segunda frente, obteve-se um sistema de piloto automático com respostas aceitáveis em todas as fases do voo e resistente às influências do vento. Foram encontradas dificuldades em realizar o ajuste de ganho do controlador para que este se comportasse de modo adequado frente a todas as exigências de comandos impostas sobre o sistema. Em adição, para diferentes velocidades, as forças e reações aerodinâmicas são alteradas, mudando a dinâmica de voo do UAV. Portanto, seria de grande interesse implementar um controlador com ganhos ajustáveis para cada caso de velocidade. Na terceira frente foi possível simular todo o projeto da aeronave e controlador. Dificuldades de ajuste de escala foram encontradas, uma vez que era necessário ajustá-la diversas vezes para proporcionar uma melhor visualização da simulação.

Por fim, conclui-se que os objetivos foram atingidos, tanto no âmbito da modelagem, quanto no *autopilot* e na simulação. O simulador servirá para análises e outras aplicações futuras, uma vez que é possível utilizar como *input* dados de outras aeronaves para simulá-las e analisá-las.

### 4.1 PROPOSTAS PARA MELHORIAS FUTURAS

Listam-se a seguir melhorias e continuidades para o presente trabalho.

- Utilização de quaternos em substituição aos ângulos de Euler;
- Aprimorar os métodos de obtenção de derivadas aerodinâmicas por Datcom;
- Utilizar softwares gráficos para representar a aeronave e melhorar a qualidade gráfica do ambiente de simulação;
- Avaliar empregar novos e mais precisos métodos de controle, como o LQR, TECS e controle robusto;
- Avaliar novos métodos de sintonização dos ganhos do *autopilot*;
- Realizar a prototipagem do *hardware* para teste real do sistema desenvolvido neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- AEROMODELISMO-BRASIL. **Aeromodelismo Brasil**. 2022. Disponível em: <<https://aeromodelobrasil.com/aeromodelos/glow/>>.
- AIRSCREW, M. **Master airscrew**. 2022. Disponível em: <<https://www.masterairscrew.com/>>.
- BASICAIRDATA. **Cordinate system - Basic Air Data**. 2022. Disponível em: <<https://www.basicairdata.eu/knowledge-center/background-topics/coordinate-system/>>.
- BEARD, R. W.; MCLAIN, T. W. **Small unmanned aircraft: theory and practice**. Princeton: Princetown University Press, 2012.
- BLAKELOCK, J. H. **Automatic control of aircraft and missiles**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1991.
- BROWN, R. G. **Introduction to random signal analysis and kalman filtering**. [S.l.]: John Wiley Sons, 1983.
- COOK, M. V. **Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control**. New York: Butterworth-Heinemann, 2012.
- DF-BOLHAS. **DF Bolhas Modelismo**. 2022. Disponível em: <<https://dfbolhas.blogspot.com/2016/08/velas-voce-sabe-qual-usar.html>>.
- ETKIN, B.; REID, L. D. **Dynamics of flight**. New York: Wiley New York, 1959.
- FAHLSTROM, P.; GLEASON, T. **Introduction to UAV systems**. Chichester: John Wiley & Sons, 2012.
- GUDMUNDSSON, S. **General aviation aircraft design: applied methods and procedures**. Waltham: Butterworth-Heinemann, 2013.
- HOUGHTON, E. L.; CARPENTER. **Aerodynamics for engineering students**. London: Elsevier, 2003.
- JOHNSON, G. **Making performance estimates for model aircraft**. [S.l.], 2019.
- JUNIOR, J. D. A. **Fundamentals of aerodynamics**. New York: McGraw-Hill, 1984.
- JUNIOR, J. D. A. **Fundamentos de engenharia aeronáutica**. Porto Alegre: AMGH, 2015.
- KISSPNG-EULER-ANGLES-YAW-AIRCRAFT-PRINCIPAL-AXES-ORIENTATI-TRAVEL-ROLL-UP. **Clean PNG**. 2022. Disponível em: <<https://www.cleanpng.com/png-euler-angles-yaw-aircraft-principal-axes-orientati-1269226/>>.
- LAMP, M.; LUCKNER, R. The total energy control concept for a motor glider. In: **Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control**. Amsterdam: Springer, 2013. p. 483–502.
- MOORGOUSE, D.; WOODCOCK, R. Background information and user guide for mil-f-8785c: military specification-flying qualities of piloted airplanes [r]. **ADA119421, Flight Dynamic Laboratory**, 1982.
- NELSON, R. C. **Flight stability and sutomatic control**. New York: McGraw-Hill, 1989.
- OGATA, K.; SEVERO, B. **Engenharia de controle moderno**. São Paulo, Brasil: Pearson Education do Brasil, 1998.

O.S-ENGINES. **O.S.** 2022. Disponível em: <<https://www.os-engines.co.jp/>>.

PHILLIPS, W. F. **Mechanics of flight**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.

RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica**. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

STENGEL, R. F. **Flight dynamics**. Princeton: Princeton University Press, 2015.

USERPRIMER, A. **AVL**. 2022. Disponível em: <<https://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>>.

VALAVANIS, G. J. V. K. P. **Handbook of unmanned aerial vehicles**. New York: Springer Reference, 2015.

WINSLOW, J. et al. Basic understanding of airfoil characteristics at low Reynolds numbers (10<sup>4</sup>–10<sup>5</sup>). **Journal of Aircraft**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 55, n. 3, p. 1050–1061, 2018.

## APÊNDICE A – DADOS DA AERONAVE ALBATROZ

Tabela 14 – Dados Gerais da Aeronave Albatroz

PARÂMETRO	VALOR	UNIDADE [SI]
$M$	3.360	kg
$b_W$	0.149	m
$c_{rW}$	0.290	m
$c_{tW}$	0.260	m
$\lambda_W$	0.897	adim
$S_W$	0.402	m <sup>2</sup>
$AR_W$	5.515	adim
$c$	0.274	m
$b_{EH}$	0.545	m
$c_{rEH}$	0.155	m
$c_{tEH}$	0.122	m
$\lambda_{EH}$	0.787	adim
$S_{EH}$	0.149	m <sup>2</sup>
$AR_{EH}$	1.993	adim
$c_{EV}$	0.139	m
$b_{EV}$	0.227	m
$c_{rEV}$	0.216	m
$c_{tEV}$	0.100	m
$\lambda_{EV}$	0.463	adim
$S_{EV}$	0.033	m <sup>2</sup>
$AR_{EV}$	1.560	adim
$c_{EV}$	0.165	m
$L_{HT}$	0.659	m
$L_{VT}$	0.659	m
$V_{HT}$	0.892	m
$V_{VT}$	0.037	m
$\tau_{eh}$	0.220	adim
$\tau_{ev}$	0.282	adim
$\tau_w$	0.127	adim
$\eta$	1.100	adim
$\alpha_0$	-0.087	rad

---

fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela 15 – Coeficientes Aerodinâmicos da Aeronave Albatroz

COEFICIENTE	VALOR
$C_{L_0}$	0.250
$C_{D_0}$	0.0211
$C_{D_p}$	0.0225
$C_{m_0}$	0.032
$C_{L_\alpha}$	4.800
$C_{D_\alpha}$	1.834
$C_{m_\alpha}$	-0.850
$C_{L_q}$	7.255
$C_{D_q}$	0.000
$C_{m_q}$	-8.426
$C_{L_{\alpha_{eh}}}$	7.639
$C_{L_{\delta_e}}$	0.378
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.940
$C_{Y_0}$	0.000
$C_{l_0}$	0.000
$C_{n_0}$	0.000
$C_{Y_\beta}$	-0.143
$C_{l_\beta}$	-0.021
$C_{n_\beta}$	0.057
$C_{Y_p}$	0.017
$C_{l_p}$	-0.373
$C_{n_p}$	-0.003
$C_{Y_r}$	0.130
$C_{l_r}$	0.377
$C_{n_r}$	-0.615
$C_{Y_{\delta_a}}$	-0.005
$C_{L_{\alpha_{ev}}}$	7.243
$C_{l_{\delta_a}}$	0.0464
$C_{n_{\delta_a}}$	-0.005
$C_{Y_{\delta_r}}$	0.796
$C_{l_{\delta_r}}$	-0.005
$C_{n_{\delta_r}}$	0.041

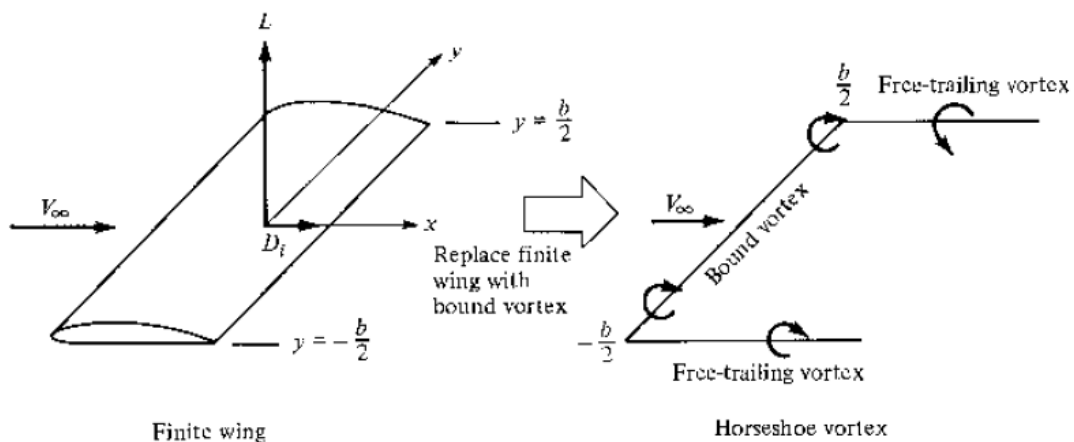
Fonte: Produção do Próprio Autor.

## APÊNDICE B – MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE AERODINÂMICA

### B.1 O MÉTODO LLT

Conhecido como Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl, é um método que modela a asa finita como uma linha ou filamento de vórtices ao longo da sua envergadura. Nas pontas das semi asas esse filamento se estende paralelamente ao eixo longitudinal da aeronave até o infinito pois, de acordo com o Teorema de Helmholtz, um filamento de vórtices não pode terminar no fluido. Tem-se então o formato de uma ferradura, o que origina o nome Vórtice Ferradura (Figura 67).

Figura 67 – Linha Sustentadora e Vórtice ferradura



fonte: Junior (1984)

Por fim, para uma distribuição contínua de vários vórtices é possível equacionar a sustentação na asa, dada pela Equação B.1.1:

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy, \quad (\text{B.1.1})$$

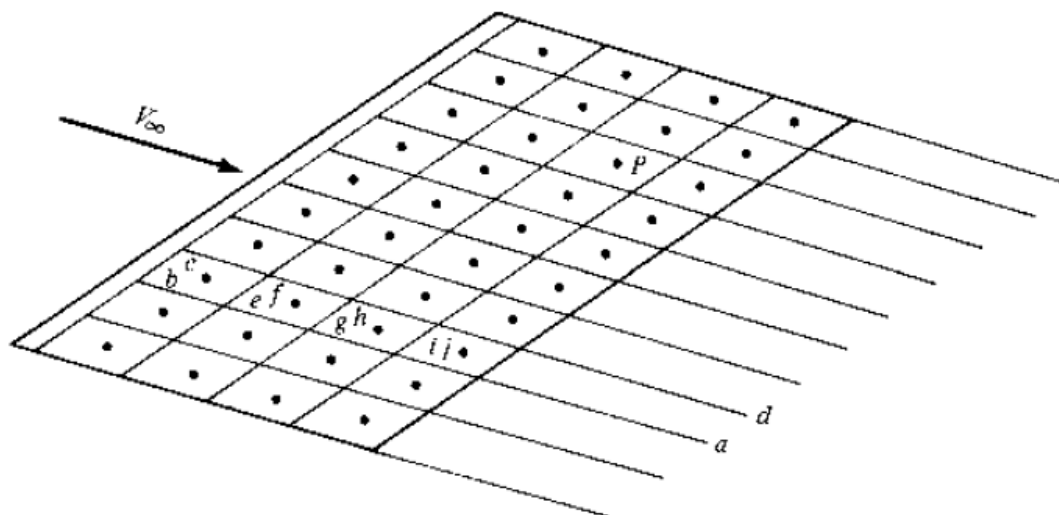
onde  $\Gamma(y)$  é a distribuição de vórtices.

Mais informações sobre o método LLT estão disponíveis em Junior (1984) e em Houghton e Carpenter (2003).

## B.2 O MÉTODO VLM

Trata-se de um método numérico que modela a superfície de uma asa como uma folha fina composta por infinitos vórtices discretizados (Figura 68), sobre cada qual é gerada uma força de sustentação e arrasto. Não é considerada a espessura do aerofólio e nem a viscosidade.

Figura 68 – Discretização de uma asa em VLM



fonte: Junior (1984)

Portanto, solucionando para cada um dos vórtices discretos, é possível obter parâmetros relevantes para análise aerodinâmica e também para análises de estabilidade.

Mais informações sobre o método VLM estão disponíveis em Junior (1984) e em Houghton e Carpenter (2003)

## APÊNDICE C – OS MOTORES *GLOW*

Recebem o nome de motores Glow as máquinas térmicas de combustão interna que utilizam como método de ignição uma vela de filamento incandescente (Figura 69).

Figura 69 – Vela *Glow*



fonte: DF-Bolhas (2022)

Ao contrário de uma vela por centelha que funciona com uma faísca, uma vela *glow* necessita que seu filamento, no momento da partida do motor, seja percorrido por corrente elétrica para que se incandesça por efeito Joule e promova a ignição da mistura ar-combustível. Uma vez iniciada a combustão, o filamento é mantido incandescente pelo próprio calor gerado na reação. Em geral, o combustível utilizado é uma mistura de metanol, óleo sintético, nitrometano e outros aditivos.

Encontrados nas configurações 2 e 4 tempos, são muito utilizados no aeromodelismo devido à sua simplicidade mecânica, robustez e autonomia. O realismo também é um fator positivo, pois o som produzido por esses motores é mais parecido com o de um motor de avião, quando comparado com motores elétricos, por exemplo. A Figura 70 ilustra o motor *glow* utilizado na aeronave Albatroz do presente projeto.

Figura 70 – Motor O.S. 46 AX



fonte: O.S-Engines (2022)

Mais informações sobre esses motores podem ser obtidas em [AEROMODELISMO-BRASIL](#) (2022).