



IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.000/98

Consequências Fenomenológicas De Um Propagador De Gluons
Com Massa Dinâmica

Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

Orientador:

Prof. Dr. Adriano A. Natale

São Paulo

— Agosto 1998 —

Legenda

No princípio

Houve treva bastante para o espírito

Mover-se livremente à flor do sol

Oculto em pleno dia.

No princípio

Houve silêncio até para escutar-se

O germinar atroz de uma desgraça

Maquinada no horror do meio dia.

E havia, no princípio,

Tão vegetal quietude, tão severa

Que se entendia a queda de uma lágrima

Das frondes dos heróis de cada dia.

Havia então mais sombra em nossa via.

Menos fragor na farsa da agonia,

Mais êxtase no mito da alegria.

Agora o bandoleiro brada e atira

Jorros de luz na fuga de meu dia –

e mudo sou para contar-te, amigo,

O reino, a lenda, a glória desse dia.

Mário Faustino em *O Homem e sua Hora*.

Em memória do querido Mestre Antônio Rubi.

Agradecimentos

À minha família, parte integrante do que considero ser minha felicidade.

À Cristiane, que além de ser uma das pessoas a quem estimo profundamente, teve a paciência de ler esta tese.

A todos os meus amigos, que compartilharam comigo dos bons e maus momentos durante todos estes anos, e cujos nomes estão grafados em fotografias, bares, cantinas, cinemas, museus, etc...

Ao Prof. Adriano Natale, por quem tive o prazer de ser orientado e a quem honradamente acrescentaria ao item anterior.

Aos professores que participaram, de alguma forma, deste processo de eterno aprendizado.

Aos funcionários do Instituto de Física Teórica, que fazem deste lugar uma instituição ímpar.

À FAPESP, um dos orgulhos de nosso país, pelo suporte financeiro, sem o qual a dedicação a este trabalho seria impensável.

Resumo

São analisadas as consequências de um comportamento finito no infravermelho para certos propagadores de gluons discutidos na literatura. Três problemas distintos são estudados: o cálculo da constante de acoplamento crítico que leva à transição quiral; a comparação entre as fenomenologias do Pomeron e de quebra dinâmica de simetria quiral; e o cálculo do potencial efetivo para operadores compostos na QCD puramente gluônica. Os resultados obtidos mostram como dados fenomenológicos podem auxiliar a mapear o comportamento do propagador do gluon na região infravermelha.

Abstract

The consequences of an infrared finite behavior of some gluon propagators are examined. Three distinct problems are studied: the computation of the critical coupling constant which leads to chiral transition; the confrontation between the Pomeron and dynamical chiral symmetry breaking phenomenologies; and the calculation of the effective potential for composite operators in the purely gluonic QCD. The results show how phenomenological data can aid to trace the gluon propagator behavior in the infrared.

Índice

1	Introdução	9
2	Quebra Dinâmica da Simetria Quiral	13
2.1	Geração de massa dinâmica no modelo de NJL	13
2.1.1	A equação auto-consistente para a massa do nucleon	16
2.2	Quebra dinâmica de simetria quiral na QCD	19
2.2.1	A ESD para o propagador do quark	21
3	Acoplamento Crítico Para QDSQ Com Gluon Massivo	33
3.1	Os propagadores do gluon na região IV	34
3.1.1	O propagador que se anula na origem	35
3.1.2	O propagador de Cornwall	37
3.1.3	O propagador da rede	40
3.2	QDSQ com propagadores do gluon finitos no IV	41
3.2.1	A ESD para o propagador do quark no gauge de Landau	41
3.2.2	O problema linear para o gluon com massa nua	44
3.2.3	O problema não linear para o gluon com massa dinâmica	48
4	Fenomenologia do Pomeron e a quebra de simetria quiral	62
4.1	Espalhamento difrativo e o Pomeron	63
4.1.1	Espalhamento difrativo hadrônico	63
4.1.2	Teoria de Regge e o Pomeron	65
4.2	Espalhamento difrativo e os propagadores do gluon	71

4.3	QDSQ com os propagadores do tipo LN	74
5	Energia Do Vácuo da QCD e o Propagador do Gluon	80
5.1	Potencial efetivo para operadores compostos	81
5.2	O propagador do gluon selecionado pelo vácuo da QCD	85
6	Conclusões	94
A	Notação e fórmulas úteis	100
A.1	Quadrivetores	100
A.2	Matrizes de Dirac em 4 dimensões	101
A.3	Rotação de Wick e a integral em D dimensões	103

Capítulo 1

Introdução

Embora seja quase unânime a aceitação da QCD como a teoria de gauge que descreve as interações fortes, é válido lembrar que na região de baixas energias ($\simeq 1$ GeV) a teoria de perturbação falha, e muito ainda deve ser feito para que se possa ratificar a Cromodinâmica Quântica (QCD) como paradigma das interações fortes. Mais do que isto, a maioria dos fenômenos observados em física hadrônica freqüentemente acabam por se manifestar neste regime não-perturbativo, engrossando a necessidade de se compreender os mecanismos que levam ao confinamento e à quebra dinâmica da simetria quiral (QDSQ), por exemplo. Mesmo que as teorias de gauge viessem a se mostrar como manifestações efetivas de teorias mais sofisticadas, ainda por serem descobertas, não parece haver pistas de qual é o melhor caminho a ser seguido. Assim, procura-se desenvolver métodos de cálculo não-perturbativo dentro dos limites impostos pelas teorias de gauge. Um típico problema nesta categoria é o estudo da QDSQ através das equações de Schwinger-Dyson (ESD) na QCD, onde o propagador do gluon desempenha um papel fundamental.

A quebra dinâmica de simetria é o estudo de como uma teoria pode, através de mecanismos inerentes à própria dinâmica, escolher um espaço de Hilbert físico que não respeite a simetria da lagrangeana original. O con-

ceito de simetria está diretamente relacionado com a invariância da Hamiltoniana (ou Lagrangeana) sob uma determinada transformação. Num nível bastante elementar, sabe-se que quando um determinado operador comuta com a Hamiltoniana de um sistema, há a conservação do ente físico relacionado a este operador. Ou seja, a invariância da Hamiltoniana por uma transformação específica, é vista como uma simetria particular da teoria. No entanto, há dois modos em que uma simetria pode se realizar: o modo de Wigner-Weyl ou o modo de Nambu-Goldstone. No primeiro caso, a simetria está presente apenas na Hamiltoniana e, como consequência, ocorre degenerescência no espectro da Hamiltoniana. No segundo caso, uma simetria da Hamiltoniana para ser uma simetria no modo de Nambu-Goldstone, implica que o gerador da transformação deve manter o vácuo invariante. Expressando isto analiticamente, uma simetria no modo de Wigner-Weyl obedece à seguinte relação,

$$[Q^a, H] = 0, \quad (1.1)$$

onde Q^a é o gerador da transformação. Então, há ainda duas possibilidades, ou

$$Q^a|0\rangle = 0, \quad (1.2)$$

ou

$$Q^a|0\rangle \neq 0. \quad (1.3)$$

Neste último caso, diz-se que a simetria do vácuo (no modo de Nambu-Goldstone) foi quebrada, tendo como consequência o surgimento de um boson sem massa, chamado boson de Goldstone. Em teoria de campos, seguindo o trabalho pioneiro de Nambu e Jona-Lasinio (NJL) [1], se está interessado em estudar o fenômeno correspondente onde o vácuo físico se encontra na fase em que a simetria quiral é quebrada, embora a lagrangeana seja invariante quiral.

A idéia de que os quarks obtêm massa como um resultado de uma QDSQ recebeu bastante atenção nos últimos anos [1, 2, 3]. Um dos métodos mais comuns para se estudar a geração dinâmica de massa dos quarks é olhar para

as soluções da ESD para o propagador fermiônico (uma revisão bastante completa, cobrindo desde a QED até a aplicação das ESD para estados ligados de quarks pode ser encontrada na Ref.[3]). Sabe-se que acima de um certo acoplamento crítico ($\alpha_c \simeq g_s^2/4\pi$) ocorre o que se conhece por “bifurcação” da solução trivial da auto-energia do quark para uma solução de quebra de simetria. Cálculos numéricos deste acoplamento crítico na QCD com três e quatro sabores de quarks fornecem $\alpha_c \sim \mathcal{O}(1)$ [4, 5].

Paralelo ao estudo da QDSQ, muito esforço tem sido feito no sentido de obter o comportamento não-perturbativo do propagador do glunon [6-13] e, talvez, o resultado mais interessante seja aquele onde se argumenta que o glunon pode ter uma massa gerada dinamicamente [8]. A existência de uma escala de massa, ou ausência de um pólo em $k^2 = 0$ é natural se for assumido que os gluons não se propagam até o infinito, *i.e.* estes propagadores descrevem gluons confinados. Do ponto de vista fenomenológico, esta possibilidade pode lançar luz sobre várias reações onde efeitos de QCD de longa distância podem interferir, e ilustrações das conseqüências de gluons massivos podem ser encontradas na literatura, veja, por exemplo, as Refs.[14, 15, 16].

O estudo do comportamento infravermelho (IV) do propagador do glunon foi também realizado numericamente [17], e os últimos cálculos numéricos na rede apresentam fortes evidências de um propagador do glunon finito no IV [18, 19]. Estes resultados parecem excluir um propagador da forma $1/k^4$, determinado em várias análises das ESD, argumentando que este propagador leva ao confinamento [6, 7, 9]. Em particular, os resultados de Bernard *et al.* [18] são consistentes com um propagador IV finito, mas podem ser ajustados tanto pelo propagador massivo de Cornwall [8], quanto pelo de Stingl *et al.* [10]. Estes resultados da rede podem ser criticados devido à dependência de gauge dos cálculos envolvendo o propagador do glunon. No entanto, há também um estudo na rede da função de correlação dos campos de gauge tensoriais “invariantes de gauge” realizados por Di Giacomo *et al.* [20], onde um comprimento de correlação finito para os gluons é encontrado no vácuo da QCD, indicando a presença de uma escala de massa para a propagação

do gluon.

No capítulo 2, expõe-se uma brevíssima introdução histórica do assunto relativo à QDSQ, partindo do trabalho de NJL [1] até o emprego das ESD na QCD, seguindo os trabalhos de Atkinson *et al.* [4, 30]. Em seguida, parte-se para o objetivo desta tese, que é atacar o problema do propagador do gluon não-perturbativo, de tal forma a poder compreender melhor seu verdadeiro comportamento IV. Para isto, foram selecionados alguns dos propagadores motivados pela QCD acima mencionados, a saber, aqueles das Refs.[8, 10, 18]. Três formas diferentes de se abordar este problema serão apresentadas neste trabalho [21, 22, 23]. No capítulo 3 serão utilizadas as soluções numéricas das ESD para o propagador do quark, no contexto do problema de bifurcação, a fim de determinar o acoplamento crítico para cada propagador do gluon estudado [21]. Em seguida, no capítulo 4, será analisada a compatibilidade entre um modelo do Pomeron de Landshoff-Nachtmann [47] (onde o Pomeron é tratado como a troca de dois gluons não-perturbativos, com comprimento de correlação finito) e a QDSQ [22], utilizando os mesmos propagadores do gluon apresentados no capítulo 3. Finalmente, no capítulo 5, estes propagadores serão analisados do ponto de vista do potencial efetivo para operadores compostos [24]. Neste caso, o objetivo é selecionar, estudando a energia do vácuo da QCD em pontos estacionários, o propagador IV do gluon que leva ao mínimo de energia mais profundo [23]. Espera-se, com isto, poder contribuir para o mapeamento do real comportamento do propagador do gluon na região de baixas energias.

Capítulo 2

Quebra Dinâmica da Simetria Quiral

Pretende-se iniciar este capítulo com uma apresentação do mecanismo de quebra dinâmica de simetria quiral (QDSQ) no modelo de Nambu e Jona-Lasinio (NJL). Em seguida, através da introdução das Equações de Schwinger-Dyson, será exposto como isto se dá no contexto da Cromodinâmica Quântica (QCD). Como se trata de uma breve revisão, o leitor que já conhece o problema de QDSQ pode dirigir-se diretamente ao próximo capítulo, recorrendo a este capítulo somente quando necessário. Por sua vez, para o leitor não familiarizado com o assunto, espera-se que o conteúdo deste capítulo possa servir como um breve guia na introdução do problema de QDSQ.

2.1 Geração de massa dinâmica no modelo de NJL

A presença de um termo de massa numa teoria e a invariância pela transformação quiral (transformação cujo gerador é a matriz γ_5) estão intimamente relacionadas. Ao se exigir que uma teoria de gauge (como a QED, por exemplo) seja invariante por uma transformação local (de gauge), é possível definir

uma corrente quiral que não será conservada, a menos que a teoria seja não-massiva. Para esclarecer este ponto, considere a QED com uma massa m para os fermions, cujos campos espinoriais se transformam da seguinte forma sob a ação da transformação quiral local, $\exp(i\theta\gamma_5)$,

$$\psi \rightarrow \exp(i\theta\gamma_5)\psi, \quad \psi^\dagger \rightarrow \psi^\dagger \exp(-i\theta\gamma_5), \quad (2.1)$$

onde $\theta = \theta(x)$ e $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. A ação, sob esta transformação, se escreve como

$$\begin{aligned} S &= \int d^4x \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi \\ &\rightarrow \int d^4x \bar{\psi}e^{(i\theta\gamma_5)}(i\not{D} - m - e_0\not{A})e^{(i\theta\gamma_5)}\psi \\ &= S + \int d^4x \theta(x)[\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi) - 2im\bar{\psi}\gamma_5\psi] + \mathcal{O}(\theta^2), \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde foi utilizada a derivada covariante, $D_\mu = \partial_\mu + ie_0A_\mu$, com A_μ o campo de gauge, e na última passagem foi empregada a integração por partes.

Ora, para que a ação seja invariante pela transformação dada na Eq.(2.1), é necessário que

$$\begin{aligned} \partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi) &= 2im\bar{\psi}\gamma_5\psi \\ &\equiv i\bar{\psi}\{m, \gamma_5\}_+\psi, \end{aligned}$$

onde $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ é definida como corrente quiral e $\{A, B\}_+ = AB + BA$ é a representação usual do anti-comutador entre as matrizes A e B . Portanto, a corrente quiral será conservada somente no caso em que

$$\{m, \gamma_5\}_+ = 0,$$

ou seja, se a massa $m = 0$.

O que será visto a seguir, é uma das primeiras tentativas de se gerar massa para os fermions, partindo de uma teoria onde inicialmente estes não

possuem massa. Esta massa recebe o nome de massa dinâmica, visto que surge unicamente como resultado de uma interação primária entre os fermions (por exemplo, a interação forte da QCD), o que dá origem à chamada quebra dinâmica da simetria quiral (QDSQ). Isto será possível desde que se tenha

$$\{\Sigma, \gamma_5\}_+ \neq 0, \quad (2.3)$$

onde Σ representa a auto-energia do fermion.

Há motivos suficientes que justificam o interesse em buscar soluções de QDSQ. A começar pelo fato da idéia ser uma adaptação de um mecanismo semelhante empregado com sucesso em supercondutividade, a fim de explicar as propriedades deste fenômeno a nível microscópico. Ademais, este mecanismo, quando transportado à física de partículas, pode vir a ser a solução para o enigma das massas das partículas no modelo das interações eletrofracas (por exemplo, pode-se citar os modelos de Technicolor), evitando assim a introdução *ad hoc* de partículas escalares fundamentais na teoria, como é o caso do boson de Higgs (veja reimpressões de artigos importantes sobre o assunto na Ref.[2]). Portanto, é crucial entender como este procedimento pode ser implementado em teorias de gauge, assim como é importante procurar por vínculos através dos parâmetros diretamente relacionados com a quebra de simetria quiral (os parâmetros quirais, tais como a constante de decaimento do pion, o condensado de quarks, etc...).

A fim de discutir a natureza da interação entre os fermions sem massa que resultasse nas partículas de Dirac, tais como são vistas na natureza, NJL consideraram uma interação não linear nos campos dos fermions nus [1], exigindo apenas a invariância da lagrangeana por transformações de quiralidade e do número nucleônico¹.

¹Lembrando que na época a interação forte ainda era vista como interação entre hadrons mediada pela troca de mesons, e no contexto do trabalho de NJL a preocupação era entender a geração de massa dos nucleons através da troca do pion. Assim, para NJL os campos espinoriais, ψ e $\bar{\psi}$, representam os campos dos nucleons.

A lagrangeana assumida no modelo de NJL é dada por²

$$\mathcal{L} = -\bar{\Psi}\gamma_\mu\partial^\mu\Psi + g_0[(\bar{\Psi}\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma_5\Psi)^2] , \quad (2.4)$$

em que o termo de interação, $g_0[(\bar{\Psi}\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma_5\Psi)^2]$, passará a descrever a interação primária (responsável pelo surgimento de um estado fortemente ligado de fermions, que deverá resultar na sua massa dinâmica) para este modelo. Observe que esta lagrangeana é invariante pela transformação quiral, mas não é renormalizável uma vez que o acoplamento g_0 (positivo) tem dimensão de $[\text{massa}]^{-2}$. De acordo com a identidade de Fierz,

$$\delta^{\alpha\beta}\delta^{\lambda\sigma} - \gamma_5^{\alpha\beta}\gamma_5^{\lambda\sigma} = \frac{1}{2}\gamma_\mu^{\alpha\sigma}\gamma^{\mu,\lambda\beta} - \frac{1}{2}(\gamma_\mu\gamma_5)^{\alpha\sigma}(\gamma^\mu\gamma_5)^{\lambda\beta} ,$$

o termo de interação é equivalente a

$$-\frac{1}{2}g_0[(\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_5\Psi)^2] . \quad (2.5)$$

As divergências que advém do termo de interação não-linear, são tratadas colocando-se à mão um corte de integração. Este modelo, tal como se apresenta, não busca dar uma razão para a introdução deste corte, assumindo apenas que se trata de uma teoria efetiva. Isto pode ser interpretado como um tratamento aproximado de um modelo com bosons intermediários possuindo uma massa efetiva da ordem de grandeza do corte. A seguir, será exposto o mecanismo auto-consistente pelo qual um fermion ganha massa através desta interação.

2.1.1 A equação auto-consistente para a massa do nucleon

Seja uma teoria descrita pela seguinte lagrangeana,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I , \quad (2.6)$$

²Apenas nesta seção, será utilizada a mesma notação empregada por NJL, onde ao quadrvetor x é associada uma componente temporal imaginária, tal que $x = (\mathbf{x}, ix_0)$, cuja norma ao quadrado é dada por, $x^2 = x_\mu x^\mu = \mathbf{x}^2 - x_0^2$. Da seção 2.2 em diante, serão seguidas as convenções apresentadas no apêndice.

com

$$\mathcal{L}_0 = -\bar{\Psi}(\gamma_\mu \partial^\mu + m_0)\Psi , \quad (2.7)$$

$$\mathcal{L}_I = g_0[(\bar{\Psi}\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma_5\Psi)^2] , \quad (2.8)$$

onde m_0 é a massa nua do nucleon.

Uma partícula real de Dirac satisfará a seguinte condição,

$$i\not{p} + m_0 + \Sigma(p, m, g, \Lambda) = 0 , \quad (2.9)$$

para $i\not{p} + m = 0$ (com m representando a massa física do nucleon) ou, equivalentemente,

$$m - m_0 = \Sigma(p, m, g, \Lambda)|_{i\not{p}+m=0} . \quad (2.10)$$

O que NJL propõem é achar soluções para esta equação em que $m \neq 0$, mesmo quando $m_0 = 0$. Em outras palavras, ainda que a teoria apresente os fermions nus com massa nula, a auto- interação deverá ocasionar o surgimento de uma massa dinâmica diferente de zero, que será identificada com a massa física da partícula de Dirac. A equação auto-consistente pode ser obtida aplicando o procedimento de renormalização da massa, fazendo-se a seguinte modificação na lagrangeana livre, Eq. (2.7),

$$\mathcal{L}'_0 = -\bar{\Psi}(\gamma_\mu \partial^\mu + m)\Psi , \quad (2.11)$$

onde a massa nua, m_0 , na Eq.(2.7) foi substituída pela massa física da partícula de Dirac, m . E modificando também a lagrangeana de interação, Eq.(2.8),

$$\mathcal{L}'_I = \mathcal{L}_I + \delta m \bar{\Psi}\Psi . \quad (2.12)$$

O termo δm corresponde aos gráficos de auto- energia do fermion, fornecendo

$$\delta m = \Sigma(p, m, g, \Lambda)|_{i\not{p}+m=0} . \quad (2.13)$$

Quando $m_0 = 0$, caso do modelo de NJL, $m = \delta m$ e portanto,

$$m = \Sigma(p, m, g, \Lambda)|_{i\not{p}+m=0} , \quad (2.14)$$

que é a equação auto-consistente para m . Como foi dito inicialmente, um corte finito implica que o lado direito da equação acima é finito. Tomando a expressão para a auto-energia, $\Sigma(p, m, g, \Lambda)$, em termos do propagador do fermion em primeira ordem na expansão em g_0 tem-se (no espaço das coordenadas),

$$m = 2g_0 \{Tr[S_F(0)] - \gamma_5 Tr[\gamma_5 S_F(0)] - \frac{1}{2} \gamma_\mu Tr[\gamma^\mu S_F(0)] + \frac{1}{2} \gamma_\mu \gamma_5 Tr[\gamma^\mu \gamma_5 S_F(0)]\} , \quad (2.15)$$

com

$$S_F(0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{-1}{\not{p} - im} d^4 p . \quad (2.16)$$

De todos os termos na equação auto-consistente, somente o primeiro fornece uma contribuição finita, o segundo e quarto termos dão resultado nulo (basta utilizar as propriedades do traço das matrizes de Dirac), enquanto o terceiro termo se anula por razões de simetria. Obtém-se, portanto,

$$m = -\frac{8g_0 im}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p}{p^2 + m^2} . \quad (2.17)$$

Observe que esta equação integral admite a solução trivial ($m = 0$), no entanto, quando se divide ambos os membros da equação por m , é possível que haja uma solução não-trivial para esta equação ($m \neq 0$), onde a Eq.(2.17) é substituída por,

$$1 = -\frac{8g_0 i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p}{p^2 + m^2} , \quad (2.18)$$

com um corte em $p^2 = \Lambda^2$ finito. Após ter efetuado uma rotação de Wick ($p_0 \rightarrow ip_0$), chega-se ao seguinte resultado

$$\frac{2\pi^2}{g_0 \Lambda^2} = 1 - \frac{m^2}{\Lambda^2} \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} + 1 \right) , \quad (2.19)$$

que implica em

$$0 < \frac{2\pi^2}{g_0 \Lambda^2} < 1 , \quad (2.20)$$

uma vez que o segundo termo do lado direito da Eq. (2.19) é positivo e menor que 1 para Λ/m real. Se esta condição sobre g_0 e Λ é satisfeita, então obtém-se uma solução não-trivial, e por conseguinte, uma massa para o nucleon gerada dinamicamente.

Assim, vê-se que o modelo de NJL implica na QDSQ desde que seja possível uma solução não trivial da equação auto-consistente, o que se estabelece através da relação entre g_0 e Λ . Observe que a simetria quiral da Lagrangeana no modelo de NJL deve ser apenas aproximada, uma vez que o pion (boson de Goldstone do modelo) tem massa diferente de zero. Hoje sabe-se que os nucleons são compostos de quarks, e que o pion não mais deve ser interpretado como um estado ligado de nucleons. Modelos modernos têm procurado utilizar esta idéia para descrever o pion como estado ligado de pares quark-antiquark, ratificando a importância que o modelo de NJL teve para o estudo da física hadrônica, e mesmo para a física de partículas.

Na próxima seção, será visto como se faz um estudo equivalente da QDSQ na QCD utilizando as equações de Schwinger-Dyson (ESD) para o quark.

2.2 Quebra dinâmica de simetria quiral na QCD

Antes de se abordar diretamente o caso da QCD, vale mencionar que logo após o aparecimento do modelo de NJL Schwinger [25] demonstrou que a QED sem massa em duas dimensões tem a simetria quiral quebrada dinamicamente, e o foton adquire uma massa dinâmica. Isto ocorre pois a auto-energia do foton apresenta um pólo em $q^2 = 0$, que neste caso é uma consequência da simetria quiral ser quebrada pelo fato de haver uma anomalia e não pelo surgimento de um boson de Goldstone, mantendo a teoria invariante de gauge. Uma versão diferente do modelo de Schwinger surgiu com o conhecido mecanismo de Higgs [26] que, ao invés de gerar o pólo na auto-energia do boson vetorial através de uma anomalia, o faz por meio da

introdução de bosons escalares que adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero. Isto faz com que a simetria seja quebrada, produzindo o pólo desejado na auto-energia do boson vetorial. No entanto, sabe-se que os campos escalares são indesejados, visto que nenhuma partícula escalar fundamental foi observada na natureza e além disso, quando estas estão presentes, fica mais difícil conseguir obter a liberdade assintótica na teoria.

Partindo do trabalho de NJL, Jackiw e Johnson [27], bem como Cornwall e Norton [28] buscaram uma alternativa ao mecanismo de Higgs para gerar massas aos fermions e bosons vetoriais em teorias de gauge. Para isto, utilizaram a idéia de se quebrar a simetria quiral através de soluções não-triviais das equações integrais para os propagadores, considerando modelos que acoplassem fermions com bosons vetoriais abelianos não-massivos. A partir de então, muitos trabalhos foram dedicados a estudar o mecanismo de QDSQ em teorias de gauge. Embora o mecanismo de Higgs tenha permanecido (apesar de que esta não é ainda uma questão fechada) no contexto do Modelo Padrão, a QDSQ tem ainda um papel importante no que se refere à geração da massa dos quarks leves, tendo como pano de fundo a QCD.

Um modo bastante difundido de se estudar o mecanismo de QDSQ em teorias de gauge refere-se ao problema de bifurcação. Na QED, Fukuda e Kugo [29] se encarregaram de desenvolver este método, que consiste em analisar as soluções das ESD do ponto de vista do acoplamento crítico necessário para que se tenha soluções não-triviais. Ou seja, dadas as funções de Green completas da teoria, estuda-se o valor da constante de acoplamento para o qual ocorre bifurcação da fase simétrica para a fase de quebra de simetria da teoria. Na prática, o que ocorre é que não se conhece a forma das funções de Green completas da teoria e recorre-se a aproximações, utilizando-se as ESD truncadas, que na maioria das vezes consiste em se tomar vértices e propagadores nus, mantendo apenas um dos propagadores vestido. Uma vez que estas aproximações são assumidas, uma maneira de se atacar o problema é transformar a equação integral numa equação diferencial provida de condições de contorno adequadas. Em geral, as equações dificilmente se mostram de

fácil manuseio e não podem ser tratadas analiticamente. De qualquer forma, analítica ou numericamente, a obtenção do ponto de bifurcação permite determinar o valor do acoplamento a partir do qual ocorre a quebra dinâmica da simetria.

Nesta seção será exposto este tipo de abordagem, mas em vez de reproduzir o trabalho de Fukuda e Kugo [29], será feito um apanhado geral dos trabalhos de Atkinson *et al.* [30, 31, 32, 33], onde o estudo do problema da QDSQ na QCD é tal que apresenta vários dos pontos básicos que se pretende discutir nesta tese.

2.2.1 A ESD para o propagador do quark

As ESD são um conjunto infinito de equações integrais envolvendo as funções de Green de n -pontos, as quais envolvem pelo menos uma função de Green de m -pontos com $m > n$. Ou seja, são equações integrais acopladas para as funções de propagadores, vértices, caixa, etc.

Para que um problema seja tratado na prática, deve-se truncar o sistema de equações integrais. Este tipo de abordagem tem sido um empecilho, visto que não há, a princípio, nenhum critério que permita estabelecer qual o esquema de truncamento das equações que leve a resultados (qualitativos ou numéricos) mais confiáveis que outro esquema. Invariavelmente, o estudo de observáveis físicos por meio destas equações exige um empreendimento muito grande do ponto de vista computacional que, felizmente, pode ser levado a cabo hoje em dia graças a computadores cada vez mais velozes.

Entretanto, um esquema de truncamento eficaz não representa tão somente um problema de ordem numérica, e nem é uma tarefa que sempre pode ser traçada seguindo um conjunto sistemático de regras. Este é um ponto que, certamente, poderia diminuir os atrativos das ESD para resolver a Teoria Quântica de Campos. Porém, com o crescente envolvimento e interesse da comunidade, o papel das ESD vem se tornando claro à medida que tem gerado resultados qualitativamente interessantes. Por exemplo, agora

se tem uma idéia mais clara de que truncamentos que preservam simetrias globais de uma teoria [35], como a simetria quiral da QCD, podem ser facilmente definidos e implementados. Embora ainda seja difícil manter simetrias de gauge locais, muito tem sido feito com teorias abelianas [36], que por sua vez lança alguma luz sobre teorias não-abelianas.

O modo mais simples de se truncar as ESD é dado pela expansão de acoplamento fraco³, que contém todos os diagramas de Feynman da teoria de perturbação. Contudo, a característica mais importante das ESD é exatamente o oposto do que se espera de uma expansão de acoplamento fraco, pois sendo intrinsecamente não-perturbativa, contém informações que não estão presentes em teoria de perturbação. Para ilustrar isto tome, por exemplo, o caso de uma teoria fermiônica originalmente sem massa. O procedimento de renormalização impede que as correções advindas da série perturbativa impliquem no surgimento de um termo de massa para o fermion, visto que nenhum contra-termo de massa é necessário na teoria. No entanto, se a série é não perturbativa, as equações integrais resultantes da ESD podem admitir, além da solução trivial, uma solução para a auto-energia do fermion que seja diferente de zero. Isto torna seu emprego bastante útil para o estudo dos problemas de QDSQ e confinamento em QCD, bem como a estrutura de estados ligados hadrônicos e suas propriedades.

A ESD para o propagador do quark é obtida considerando todas as possíveis contribuições para sua auto-energia. De maneira pictórica, estas contribuições estão representadas na figura (2.2.1), onde os círculos preenchidos em negro representam as funções de Green de 2 e 3 pontos completas, enquanto os círculos claros representam as funções de Green próprias 1PI. Na parte a) da figura 2.2.1 está representada a auto-energia do fermion e na

³Com isto pretende-se dizer que está sendo assumido um valor suficientemente pequeno para a constante de acoplamento, tal que seja possível tratar o problema exatamente como se faz no caso perturbativo, ou seja, a soma dos infinitos diagramas de Feynman não deve levar a nenhuma divergência, pois a expansão da série está sendo feita em torno desta constante de acoplamento.

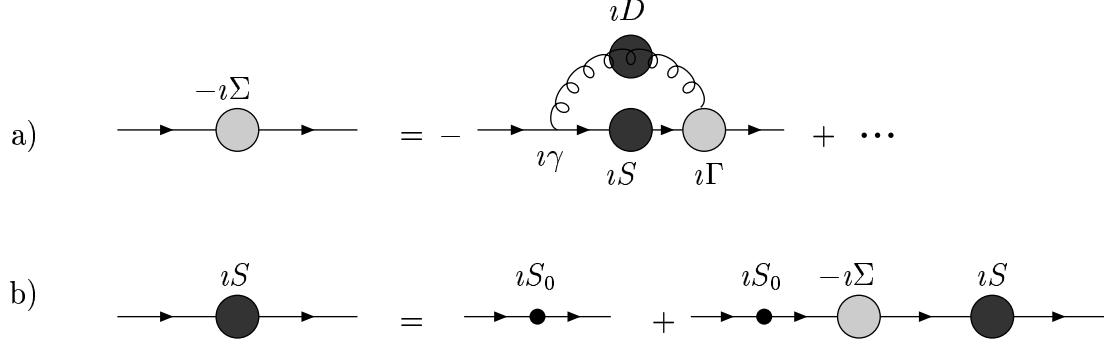


Figura 2.1: ESD para o propagador do quark.

parte b) esta é utilizada para escrever a ESD para o propagador do quark. A aproximação que será assumida é a chamada aproximação de escada, onde o propagador fermiônico vestido é obtido utilizando o vértice da QCD no nível de árvore. Deve-se ainda considerar uma forma aproximada para o propagador do gluon não-perturbativo. A expressão analítica para a ESD (considerando, inicialmente, o propagador do gluon como o propagador perturbativo e a massa nua do quark igual a zero) é dada por [30]

$$S_F^{-1}(p) = \not{p} - \frac{i\lambda}{(2\pi)^4} \int d^4p' \gamma_\mu S_F(p') \gamma_\nu D^{\mu\nu}(p' - p), \quad (2.21)$$

onde λ é a constante de acoplamento forte, S_F é o propagador fermiônico e $D^{\mu\nu}$ o propagador do gluon no gauge de Landau, dados respectivamente por

$$S_F^{-1}(p) = B(p^2) + A(p^2)\not{p}, \quad (2.22)$$

e

$$D^{\mu\nu}(k) = \frac{-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / k^2}{k^2 + i\epsilon}. \quad (2.23)$$

As funções escalares $A(p^2)$ e $B(p^2)$ representam a renormalização da função de onda e o termo de massa dinâmica, respectivamente. Será assumida a

aproximação $A(p^2) = 1$, que permite identificar $B(p^2)$ diretamente com a massa dinâmica que, após efetuar uma rotação de Wick e a integração angular (ver apêndice) se escreve como,

$$B(x) = \frac{3\lambda}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{dy}{x_{\max}} \frac{yB(y)}{y + B^2(y)}, \quad (2.24)$$

onde se fez a substituição $p'^2 \rightarrow y$, e utilizou-se a notação $x_{\max} = \max(x, y)$.

Apesar deste tipo de truncamento da ESD ser o mais simples possível, e ainda que esteja longe de representar a situação de forma realística, os cálculos podem apresentar resultados de grande importância qualitativa. Outras maneiras de se truncar a ESD podem ser escolhidas, tal como considerar uma aproximação para o vértice de forma' que este obedeça às equações de Slavnov-Taylor, embora esta escolha possa estar vinculada à escolha de um gauge específico.

Nas Refs.[30, 31, 32, 33] algumas variações na forma de se truncar a ESD para o quark são analisadas de maneira minuciosa, e o que será feito aqui é uma síntese dos aspectos mais relevantes destes trabalhos.

Bifurcação das soluções da ESD

Como já foi dito, buscar valores da constante de acoplamento para os quais ocorre QDSQ significa buscar soluções não triviais para a equação integral (2.24). O ponto em que a equação passa a ter uma solução diferente de zero é chamado ponto de bifurcação, ou seja, a solução trivial bifurca para uma solução em que há quebra de simetria quiral. O método de bifurcação consiste em simplificar o problema de se trabalhar com uma equação integral não-linear, utilizando a chamada derivada de Frechét. Tal derivada nada mais é que uma diferenciação funcional calculada no ponto de bifurcação, onde $B(p^2) = 0$. Este procedimento baseia-se no teorema de Frechét, o qual estabelece que a solução da equação não-linear é equivalente à solução da equação linearizada próximo ao ponto de bifurcação.

A título de ilustração, será investigada uma solução para a Eq.(2.24), identificando a derivada funcional de $B(p^2)$, calculada no ponto de bifurcação ($B(p^2) = 0$), por

$$\delta B(p^2)|_{B(p^2)=0} \simeq \delta f ,$$

assim tem-se,

$$f(x) = \frac{3\lambda}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{dy}{x_{\max}} f(y) , \quad (2.25)$$

que, como será visto a seguir, possui solução não-trivial. Utilizando-se da fórmula para diferenciação sob sinal de integração,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \int_{\psi(y)}^{\varphi(y)} f(x, y) dx &= \int_{\psi(y)}^{\varphi(y)} \frac{d}{dy} [f(x, y)] dx \\ &+ f[\varphi(y), y] \frac{d}{dy} \varphi(y) - f[\psi(y), y] \frac{d}{dy} \psi(y) . \end{aligned} \quad (2.26)$$

pode-se transformar a Eq.(2.25) na seguinte equação diferencial

$$[x^2 f'(x)]' + \frac{3\lambda}{16\pi^2} f(x) = 0 , \quad (2.27)$$

que tem como solução geral

$$f(x) = Ax^{\gamma_+} + Bx^{\gamma_-} , \quad (2.28)$$

onde

$$\gamma_{\pm} = -\frac{1}{2} \pm \left[\frac{1}{4} - \frac{3\lambda}{16\pi^2} \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (2.29)$$

Observe que a função (2.28) satisfaz a equação integral (2.25), com as constantes A e B arbitrárias, para qualquer $\lambda > 0$ real. Isto significa que as soluções para $\lambda > 0$ são sempre não-triviais, ou seja, não há um ponto crítico $\lambda_c > 0$ abaixo do qual exista somente a solução trivial (não existe $0 < \lambda < \lambda_c$ tal que $f(x) = f(y) = 0$). Assim, este caso não implica na bifurcação de uma

solução trivial para uma em que há QDSQ. Consequentemente, pretendendo-se estudar a possibilidade de QDSQ na QCD, deve-se assumir formas mais realísticas para as aproximações na ESD.

Os trabalhos de Atkinson *et al.* [30, 31, 32, 33] propõem diversas modificações, tanto no truncamento da ESD, como na estrutura da integração, ora impondo cortes no infravermelho (IV), ora no ultravioleta (UV). A seguir serão exibidas algumas destas modificações, a fim de se ter uma idéia das várias dificuldades encontradas para se obter resultados fisicamente plausíveis, considerando as limitações técnicas devidas à complexidade de se resolver a ESD.

Corte Infravermelho

Uma das primeiras tentativas de se modificar o resultado obtido anteriormente, foi a introdução de uma massa efetiva para o gluon [30], evitando a divergência na integral (2.25) quando $x_{\max} \rightarrow 0$. Como será visto, isto não deve resolver o problema, mas constitui uma maneira simples de se impor um corte na região do IV, admitindo que essa massa é gerada pela auto-interação do campo do gluon. Isto pode ser facilmente implementado assumindo que o termo $x_{\max}$ no denominador da Eq.(2.24) possa ser modificado para $x_{\max} + m^2$. Por conseguinte, a derivada funcional desta equação, calculada em $B = 0$ se escreve como,

$$f(x) = \frac{3\lambda}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{dy}{x_{\max} + m^2} f(y) . \quad (2.30)$$

Devido ao corte IV introduzido, a condição de contorno que se obtém ao transformar a Eq.(2.30) numa equação diferencial, implica que os parâmetros A e B , antes independentes, agora estão vinculados, levando à seguinte solução geral para a equação diferencial,

$$f(x) = \gamma_- \left[\frac{x + m^2}{m^2} \right]^{\gamma_+} - \gamma_+ \left[\frac{x + m^2}{m^2} \right]^{\gamma_-} , \quad (2.31)$$

a menos de uma constante de normalização. Apesar da solução ser agora dependente apenas de um parâmetro arbitrário, ela é válida para qualquer $\lambda > 0$, ou seja, não há nenhum ponto de bifurcação para este caso também.

Corte Ultravioleta

A maneira usual de se introduzir um corte na região do ultravioleta se dá por meio da regularização de Pauli-Villars. Isto permite escrever a Eq.(2.24), mantendo a massa efetiva do glun, da seguinte forma

$$B(x) = \frac{3\lambda}{16\pi^2} \int_0^\infty dy \left[\frac{1}{x_{\max} + m^2} - \frac{1}{x_{\max} + \Lambda^2} \right] \frac{yB(y)}{y + B^2(y)}, \quad (2.32)$$

que se transforma na seguinte equação de bifurcação quando se aplica a derivada funcional,

$$f(x) = \frac{3\lambda}{16\pi^2} \int_0^\infty dy \left[\frac{1}{x_{\max} + m^2} - \frac{1}{x_{\max} + \Lambda^2} \right] f(y). \quad (2.33)$$

onde Λ é o corte de Pauli-Villars. Esta é uma equação integral de Fredholm de segunda espécie (homogênea), cujo método de resolução se encontra em diversos livros sobre equações integrais [37]. No entanto, para resolver este tipo de equação, seria necessário limitar-se a soluções de quadrado integrável (L^2), o que restringiria o conjunto de auto-valores possíveis para λ . Atkinson trata o problema encontrando uma função que majora a solução $f(x)$. Para isto, assume apenas que a solução $f(x)$ deve ser limitada no intervalo $(0, \infty)$. Sendo assim, a Eq. (2.33) fornece a seguinte expressão,

$$\begin{aligned} |f(x)| &\leq \frac{3\lambda}{16\pi^2} (\Lambda^2 - m^2) \sup_{0 < y < \infty} |f(y)| \int_0^\infty \frac{dy}{(x_{\max} + m^2)(x_{\max} + \Lambda^2)} \\ &< \frac{C}{(x + m^2)}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

onde C depende de Λ , m e f . Desta expressão fica claro que

$$|f(x)|(x + m^2) < C \quad (2.35)$$

ou seja, é uma função limitada no intervalo $(0, \infty)$. Considere o espaço das funções limitadas e contínuas, $f(x)$, com norma definida por

$$||f|| = \sup_{0 < x < \infty} [|f(x)|(x + m^2)^\beta], \quad (2.36)$$

para um valor fixo de $\beta \in (0, 1)$. As Eq. (2.34) e Eq. (2.35) mostram que a Eq.(2.33) pertence a este espaço. Por conseguinte, pode-se escrever

$$\begin{aligned} |f(x)| &\leq \frac{3\lambda}{16\pi^2} ||f|| \int_0^\infty \frac{dy}{(y + m^2)^\beta} \left[\frac{1}{(x_{\max} + m^2)} - \frac{1}{(x_{\max} + \Lambda^2)} \right] \\ &\leq \frac{3\lambda}{16\pi^2} ||f|| \left[\int_0^x \frac{dy}{(x + m^2)(y + m^2)^\beta} + \int_x^\infty \frac{dy}{(y + m^2)^{1+\beta}} \right], \end{aligned} \quad (2.37)$$

esta última integração pode ser facilmente efetuada. Começando pela primeira integral,

$$\begin{aligned} \int_0^x \frac{dy}{(x + m^2)(y + m^2)^\beta} &= \frac{1}{(x + m^2)} \int_0^x \frac{dy}{(y + m^2)^\beta} \\ &= \frac{(y + m^2)^{-\beta+1}}{(1 - \beta)} \Big|_0^x \frac{1}{(x + m^2)} \\ &= \frac{(x + m^2)^{-\beta+1}}{(x + m^2)(1 - \beta)} - \frac{(m^2)^{-\beta+1}}{(1 - \beta)(x + m^2)}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

A segunda integral fornece,

$$\int_x^\infty \frac{dy}{(y + m^2)^{1+\beta}} = -\frac{(y + m^2)^{-\beta}}{\beta} \Big|_x^\infty = \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{\beta}. \quad (2.39)$$

Somando os resultados, pode-se escrever a seguinte desigualdade

$$\frac{(x + m^2)^{-\beta}}{(1 - \beta)} - \frac{(m^2)^{-\beta+1}}{(1 - \beta)(x + m^2)} + \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{\beta} < \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{(1 - \beta)} + \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{\beta}$$

$$= \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{\beta(1 - \beta)}, \quad (2.40)$$

e portanto,

$$|f(x)| \leq \frac{3\lambda}{16\pi^2} \|f\| \frac{(x + m^2)^{-\beta}}{\beta(1 - \beta)}. \quad (2.41)$$

Utilizando a Eq.(2.36), obtém-se

$$\frac{3\lambda}{16\pi^2} \|f\| \geq \beta(1 - \beta) \|f\|. \quad (2.42)$$

Assim, se $f(x)$ não é identicamente nula, chega-se à seguinte relação,

$$\frac{3\lambda}{16\pi^2} \geq \beta(1 - \beta), \quad (2.43)$$

para qualquer β no intervalo $(0, 1)$. O lado direito da Eq. (2.43) assume seu valor máximo para $\beta = \frac{1}{2}$. Desta forma, pode-se determinar um limite inferior para o acoplamento crítico, dado por

$$\frac{3\lambda}{16\pi^2} \geq \frac{1}{4}. \quad (2.44)$$

Observe que este resultado para o ponto de bifurcação independe do corte de Pauli-Villars introduzido inicialmente. Mesmo no limite $\Lambda \rightarrow \infty$, apesar da constante C na Eq. (2.34) divergir, o resultado acima independe deste corte. Este resultado vale igualmente para a equação não-linear, o que deve-se à seguinte relação,

$$\left| \frac{yB(y)}{y + B^2(y)} \right| \leq |B(y)|, \quad (2.45)$$

que é facilmente verificada tanto para $y \rightarrow 0$ como para $y \rightarrow \infty$.

O procedimento aqui apresentado ilustra bem o método de bifurcação, transformando um problema complexo, que é resolver uma equação integral não-linear, em um problema mais simples envolvendo uma equação integral de Fredholm de segunda espécie (homogênea). No entanto, nem sempre é possível lidar com determinadas equações de maneira tão simples, visto

que alguns Kernels não aparecem numa forma conveniente, ou mesmo as funções que majoram as soluções nem sempre são facilmente encontradas. Frequentemente, a saída é recorrer a métodos numéricos, como será o caso nos capítulos adiante.

Modificação do vértice quark-gluon

Para finalizar este capítulo, vale comentar a observação feita por Atkinson e Johnson [31] relativas à existência ou não da bifurcação das soluções da ESD para o propagador do quark que, dependendo das aproximações assumidas, podem levar a inconsistências, sugerindo que o truncamento das ESD não está sendo considerada de maneira adequada. Por exemplo, a dependência de gauge que foi encontrada por estes autores quando buscavam uma solução não-trivial para a ESD, ou seja, a existência da bifurcação estava dependendo do resultado ser obtido no gauge de Landau ou no gauge de Feynman. Este resultado absurdo foi obtido levando em consideração uma abordagem um pouco mais realística das ESD, introduzindo a dependência da constante de acoplamento com o momento (constante de acoplamento corredora). No entanto, este procedimento acrescenta uma dificuldade adicional, pois a nova equação integral tem uma dependência angular, tal que o kernel da equação não pode ser descrito por funções elementares, dificultando o cálculo analítico. Com a finalidade de tornar o cálculo analítico factível, introduz-se o que se conhece como *aproximação angular*, que se resume em separar as funções dependentes do momento transferido em duas regiões distintas, separadas por uma função teta de Heaviside, evitando a integração angular. Por exemplo, considere uma função ω dependente do momento transferido k^2 ,

$$\omega(k^2) \approx \omega(p^2)\theta(p^2 - p'^2) + \omega(p'^2)\theta(p'^2 - p^2) , \quad (2.46)$$

onde $k^2 = (p' - p)^2$.

Na tentativa de se resolver a inconsistência entre os resultados nos gauges de Feynman e Landau, Atkinson [32] faz um truncamento na ESD para o

propagador do quark, assumindo uma forma modificada para o vértice quark-gluon⁴ que mantém as identidades de Slavnov-Taylor. No gauge de Landau, faz-se isto impondo uma identidade que relaciona a parte longitudinal do vértice quark-gluon com o inverso do propagador do quark,

$$(p' - p)_\nu \Gamma_\nu(p', p) = S_F'^{-1}(p) - S_F'^{-1}(p') . \quad (2.47)$$

Escrevendo o inverso do propagador do quark em termos de funções escalares,

$$S_F'^{-1}(p) = B(p^2) - \not{p}A(p^2) , \quad (2.48)$$

verifica-se que, ao tomar $p \rightarrow \infty$ com p' fixo, $B(p^2)$ é suprimido pelo segundo termo do lado direito da Eq. (2.48) e a Eq.(2.47) implica no comportamento assintótico

$$p_\nu \Gamma_\nu(p', p) \sim \not{p}A(p^2) , \quad (2.49)$$

e, similarmente para $p' \rightarrow \infty$ com p fixo. Este resultado motiva o *ansatz*

$$\Gamma_\nu(p', p) \approx \gamma_\nu A(p_{>}^2) , \quad (2.50)$$

onde $p_{>}^2 = \max(p^2, p'^2)$. Se a aproximação acima (2.50), baseada nas identidades de Slavnov-Taylor, implica que o vértice é melhor descrito na região UV multiplicando-se o vértice nu por $A(p^2)$, espera-se obter um resultado mais confiável no gauge de Feynman utilizando este *ansatz*. Contudo, mesmo impondo estas modificações, Atkinson não foi capaz de obter um resultado consistente que fosse compatível com ambos os gauges. Esta é uma forte indicação de que a maneira de se truncar a ESD para o propagador do quark deve receber maior atenção, a fim de se conseguir resultados bem sucedidos.

No próximo capítulo, será visto como um tal procedimento pode ser levado a cabo com sucesso. Partindo dos avanços no cálculo da integração angular realizado por Roberts e McKellar [5], bem como do *ansatz* que estes

⁴Esta aproximação não leva em consideração a contribuição dos fantasmas que, de acordo com Mandelstam [6], não devem ser relevantes no cálculo de quantidades físicas uma vez que são incluídos na teoria apenas por questões de invariância de gauge.

autores empregam na constante de acoplamento corredora, serão estudados propagadores do gluon não-perturbativos e sua relação com a QDSQ na QCD. Este estudo será empreendido analisando-se a bifurcação das soluções da ESD para o propagador do quark.

Capítulo 3

Acoplamento Crítico Para QDSQ Com Gluon Massivo

Como foi visto no capítulo anterior, a transição entre a fase simétrica e a fase de quebra de simetria na QCD pode ser caracterizada pelo valor da constante de acoplamento no ponto onde ocorre a bifurcação da solução trivial para a solução massiva nas ESD para o propagador do quark. Dos vários aspectos lá apresentados no, vale recordar que as implicações de um propagador do gluon finito no IV, bem como da constante de acoplamento corredera e a modificação do vértice quark-gluon, podem alterar significativamente os resultados obtidos no estudo da QDSQ. Considerando todos estes fatores, será feito a seguir um estudo da QDSQ na QCD através do cálculo numérico das soluções da ESD para o propagador do quark. A intenção é obter o acoplamento crítico para alguns dos propagadores do gluon finitos no IV propostos na literatura [8, 10, 18].

Na primeira seção deste capítulo será feita uma breve exposição destes propagadores, obtidos tanto pela solução da ESD para o propagador do gluon [8, 10], quanto por cálculos numéricos realizados na rede no gauge de Landau [18]. Em seguida, será apresentado um cálculo envolvendo os conceitos elementares para se estudar a equação de bifurcação da massa dinâmica

do quark, baseando-se na revisão feita no capítulo anterior. Neste caso, pretende-se mostrar de modo geral, qual seria o efeito de uma massa no propagador do gluon no estudo da transição da fase quiral para a fase de quebra de simetria, utilizando para isto um propagador do gluon com massa dura (uma massa que pode, de modo grosseiro, simular o efeito da massa dinâmica do gluon a ser introduzida mais adiante).

Para finalizar este capítulo, serão utilizados os propagadores do gluon discutidos na seção 3.1, a fim de obter soluções da ESD para o propagador do quark que levem à geração dinâmica de massa. O objetivo é determinar qual o valor do acoplamento crítico necessário para que ocorra a transição da fase quiral para a fase de quebra de simetria. Isto será feito, primeiramente, para o caso do propagador da forma $1/k^2$, que permitirá verificar o código numérico a ser empregado neste estudo, uma vez que este cálculo já foi realizado por Roberts e McKellar [5]. Com base nos valores obtidos para a constante de acoplamento crítico, bem como a escala de massa do gluon utilizada em cada propagador, seria desejável obter alguma informação a respeito do verdadeiro comportamento IV do propagador do gluon. Nenhuma conclusão definitiva pode ser tirada dos resultados obtidos, embora possa se dizer que há algum fator que deve ser melhor compreendido no estudo das ESD dentro das aproximações aqui assumidas (tal como o confinamento, do qual não se tem nenhuma informação precisa, nem de como isto afetaria os cálculos), ou mesmo se faz algum sentido este tipo de abordagem não-perturbativa das ESD.

3.1 Os propagadores do gluon na região IV

No contexto da QCD, um truncamento da ESD para o quark exige que se empregue alguma forma razoável para o propagador do gluon que, no seu aspecto mais simples, é escolhida como sendo a forma do propagador perturbativo. Considerando, porém, a natureza não-perturbativa intrínseca do problema de QDSQ, é de se esperar que uma maior consistência nas

soluções da ESD seja alcançada quando se considera o comportamento a baixas energias do propagador do gluon. O objetivo desta seção é apresentar alguns dos resultados obtidos para o propagador não-perturbativo do gluon, em particular aqueles que permitem interpretar o surgimento de uma massa dinâmica para este boson vetorial no regime IV.

Obviamente, qualquer estudo mais ousado deveria também incluir uma análise das diversas formas possíveis para o acoplamento quark-gluon. No entanto, por bem da simplicidade nos cálculos que foram desenvolvidos, optou-se por utilizar nesta tese uma única forma para este vértice, apenas um pouco mais elaborada que no caso do vértice nu, e que preserva as identidades de Slavnov-Taylor na ausência de fantasmas.

A seguir, serão expostos os propagadores do gluon finitos no IV que farão parte de todo o trabalho presente nesta tese. A fim de que estes propagadores se apresentem na forma adequada para o cálculo numérico, suas definições serão explicitamente escritas no espaço Euclideano.

3.1.1 O propagador que se anula na origem

Estudando soluções para a ESD do gluon, Stingl e Häbel *et al.* [10] encontraram uma forma para o propagador do gluon que se anula na origem e que está de acordo com outros estudos baseados em considerações a respeito do horizonte de Gribov [12]. Estes autores estudaram a ESD para o propagador do gluon acoplada ao vértice tríplice da QCD, envolvendo propagadores vestidos do gluon e dos fantasmas (foram considerados apenas as contribuições do segundo e quarto diagramas da figura 3.1.1-a neste estudo). Foi assumido um *ansatz* polinomial para a auto-energia do gluon não-perturbativo,

$$-k^2\Pi(k^2) = 2a^2(g, \mu_0) - \frac{b^4(g, \mu_0)}{k^2} + \mathcal{O}(g^2) , \quad (3.1)$$

onde g é a constante de acoplamento, μ_0 o ponto de renormalização e as funções $a(g, \mu_0)$ e $b(g, \mu_0)$ são ajustadas na obtenção das soluções para as ESD em questão. Nesta equação, o termo $\mathcal{O}(g^2)$ significa a inclusão de termos

a)

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1: } i\Pi \text{ (gluon self-energy)} = - \text{Diagram 2: } \text{gluon loop with two quark vertices} - \text{Diagram 3: } \text{gluon loop with two ghost vertices} \\
 & + \frac{1}{2} \text{Diagram 4: } \text{gluon loop with two quark vertices and two gluon vertices} + \frac{1}{6} \text{Diagram 5: } \text{gluon loop with two quark vertices and one gluon vertex} + \frac{1}{2} \text{Diagram 6: } \text{gluon loop with two gluon vertices} + \dots
 \end{aligned}$$

b)

$$\text{Diagram 7: } iD \text{ (gluon propagator)} = \text{Diagram 8: } iD_0 \text{ (free gluon propagator)} + \text{Diagram 9: } iD_0 \text{ (gluon loop)} + \text{Diagram 10: } i\Pi \text{ (gluon self-energy)} + \text{Diagram 11: } iD \text{ (gluon propagator)}$$

Figura 3.1: ESD para o propagador do gluon. A parte a) desta figura representa a ESD para auto-energia do gluon, enquanto a parte b) representa a ESD para o propagador do gluon (ver a figura 2.2.1 da ESD para o propagador do quark).

perturbativos, no sentido de uma série em g^2 envolvendo apenas termos que se comportam logaritmicamente com q^2 .

Esta forma para a auto-energia do gluon surge como uma tentativa de estender o mecanismo de Schwinger, onde a auto-energia do boson vetorial adquire um pólo simples, dando origem à sua massa dinâmica. O passo adiante é dado quando se permite um pólo de segunda ordem na polarização do vácuo do gluon, tal como aparece na Eq. (3.1). Nesta abordagem, os autores se deparam com 11 equações algébricas advindas das ESD acopladas, das quais 9 equações cúbicas para o vértice tríptico e 2 equações lineares para o propagador do gluon. O fato deste sistema de equações estar bem determinado reside na suposição feita sobre a polarização do vácuo, onde se faz $a = 0$. Isto se justifica, visto que é somente nesta aproximação que se pode obter acordo com o comportamento assintótico previsto pela expansão de produtos de operadores (OPE). Baseando-se no fato de que a Eq. (3.1) leva a uma solução consistente destas equações, os autores julgam ser esta uma forma razoável para a polarização do vácuo não-perturbativa para o gluon. Assim, o propagador obtido tem a seguinte forma,

$$D_s(q^2) = \frac{q^2}{q^4 + b^4} , \quad (3.2)$$

que se anula em $q^2 = 0$ e reproduz o comportamento UV esperado. O termo b no denominador faz o papel de uma massa gerada dinamicamente, não determinada na Ref. [10].

3.1.2 O propagador de Cornwall

Partindo da suposição de que o gluon pode ganhar uma massa que vai a zero no regime UV, Cornwall [8] empreendeu uma investigação minuciosa da ESD para o propagador do gluon, a fim de obter esta massa dinâmica numa forma independente de gauge. Em outras palavras, a intenção do autor é obter uma auto-energia para o gluon que represente um pólo diferente de zero no seu propagador, uma massa, e como tal não apresente a indesejada dependência

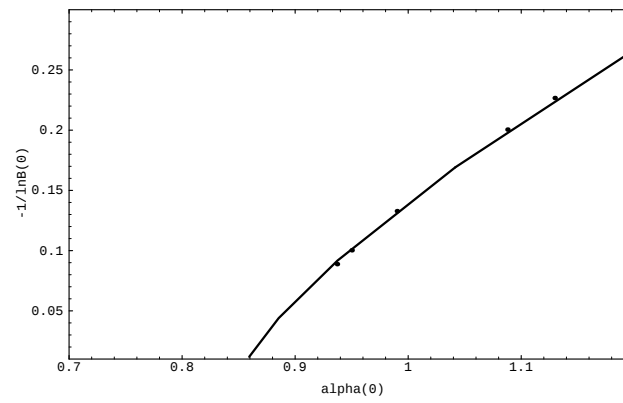
de gauge, sempre presente quando se trunca as ESD. Cornwall mostra que é possível obter uma massa dinâmica para o gluon resolvendo a ESD para seu propagador tal que a dependência de gauge fique restrita somente à parte livre do propagador (dependência de gauge trivial). Mais do que isto, ele obtém uma expressão para esta massa que vai a zero no limite UV, recobrando o comportamento exato do propagador do gluon nesta região. Neste sentido, um tal propagador parece ser o mais interessante, uma vez que resulta das soluções da ESD para o propagador e é obtido num esquema invariante de gauge!

A maneira de tornar isto possível é conhecida hoje como *Pinch Technique*. Resumidamente, pode-se dizer que esta técnica consiste num rearranjo dos diagramas de Feynman, a cada ordem na série perturbativa, gerando um conjunto de diagramas que contribuem para a matriz $\mathbf{S}$ de espalhamento tal que cada conjunto, separadamente, seja invariante de gauge. Ou seja, através de identidades de Ward¹ envolvendo os vértices e propagadores de uma determinada teoria, pode-se gerar alguns cancelamentos de propagadores entre o numerador e denominador dos termos presentes na equação integral de Schwinger-Dyson. Estes cancelamentos irão separar contribuições que têm a forma de correção ao propagador, mas que estavam originalmente escondidas nas contribuições de vértice ou caixa, o mesmo valendo para as outras funções de Green de n -pontos (veja figura 3.1.2).

Não cabe aqui expor todo o formalismo por detrás desta poderosa técnica, limitando-se apenas a exibir o resultado ao qual Cornwall [8] chegou, trabalhando no gauge do cone de luz² ($n_\mu A^\mu = 0$, $n^2 = 0$), bastante conveniente

¹Estas identidades de Ward podem ser obtidas de modo bastante simples através de pequenos truques algébricos com os momentos presentes na teoria. Por exemplo, numa teoria de gauge com fermions, qualquer momento (advindo de um vértice ou propagador) que seja contraído com uma matriz γ^μ do vértice fermiônico, irá produzir uma identidade de Ward do tipo $k_\mu \gamma^\mu = S^{-1}(p_1 - k) - S^{-1}(p_1)$, que pode ser facilmente verificada.

²Note que, uma vez que o resultado é independente de gauge, esta escolha não deverá implicar em qualquer inconsistência no cômputo das soluções da ESD para o propagador do gluon.



pois neste gauge a teoria está livre de fantasmas. A forma para o propagador que serviu como ajuste aos resultados numéricos da solução da ESD obtida por Cornwall é dada por,

$$D_c^{-1}(Q^2) = [Q^2 + m_g^2(Q^2)]bg^2 \ln\left[\frac{Q^2 + 4m_g^2(Q^2)}{\Lambda^2}\right], \quad (3.3)$$

onde a massa dinâmica, $m_g^2(Q^2)$ tem a seguinte forma,

$$m_g^2(Q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{Q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\frac{4m_g^2}{\Lambda^2}} \right]^{-12/11}, \quad (3.4)$$

$b = (33 - 2n_f)/48\pi^2$ é o coeficiente da função β em ordem principal, e a constante de acoplamento forte g que melhor se ajustou aos resultados foi $g^2 \sim 1.5 - 2$. Na Ref.[8], foram estabelecidos limites fenomenológicos (por exemplo, através do valor esperado do condensado de gluons) para a possível escala de massa do gluon, implicando em $m_g \sim 1.5\Lambda - 2\Lambda$, onde Λ é a escala de massa do grupo de renormalização que pode ser identificada com $\Lambda_{QCD} \sim 300\text{MeV}$.

3.1.3 O propagador da rede

Resultados de simulação numérica de QCD na rede têm apontado para um propagador do gluon finito na região IV [18, 19]. É particularmente curioso que o ajuste obtido por Bernard *et al.* [18] pode ser igualmente reproduzido tanto por um propagador do gluon na forma da Eq.(3.2) quanto na forma da Eq.(3.3), os quais se aproximam do propagador perturbativo no limite de massa pequena (ou, equivalentemente, grandes momentos).

Um outro propagador do gluon, suavemente diferente dos propagadores acima apresentados, também obtido por simulações numéricas na rede foi encontrado por Marenzoni *et al.* [18], no gauge de Landau. Seu comportamento no IV pode ser descrito por,

$$D_m^{-1}(Q^2) = m_g^2 + ZQ^2(Q^2/\Lambda^2)^\eta, \quad (3.5)$$

onde as constantes m_g , Z e η são fixadas através do ajuste numérico, com m_g da $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD})$, $Z \simeq 0.4$ e $\eta \simeq 0.5$. Os resultados obtidos por Bernard *et al.* também apresentam um propagador que se comporta como $(Q^2)^\eta$, com um valor menor para η . Um outro ajuste mais recente pode ser visto na Ref.[19].

3.2 QDSQ com propagadores do gluon finitos no IV

Após as sugestões acima para o comportamento do propagador do gluon na região IV, vale a pergunta: Qual o propagador que melhor descreve o real comportamento do gluon a baixas energias?

Foi com a intenção de lançar alguma luz nesta direção que se propôs o estudo a seguir, bem como muito do que será exposto daqui por diante nesta tese. Não há a pretensão neste trabalho de se colocar um ponto final a esta questão. Pelo contrário, pretende-se mesmo não deixar arrefecer a discussão em torno da questão dos métodos não-perturbativos empregados, bem como destacar sua importância potencial em meio a tanta ignorância em QCD a baixas energias. Daqui até o final deste capítulo, se estará estudando as soluções das ESD para o propagador do quark, um dos poucos métodos que ainda se encontra a disposição, a fim de poder comparar os propagadores da seção 3.1 e tirar alguma conclusão a respeito de sua consistência com a QDSQ.

3.2.1 A ESD para o propagador do quark no gauge de Landau

A ESD para o propagador do quark já foi exposta no capítulo anterior (ver Eq. (2.21)). No entanto, aqui ela será escrita de forma um pouco diferente, pois além de incluir a dependência da constante de acoplamento com relação ao momento, será destacado o papel que este acoplamento desempenha em

conjunto com o propagador do gluon³. No espaço de Minkowski tem-se,

$$S^{-1}(p) = \not{p} - i\frac{4}{3} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S(q) \Gamma_\nu(p, q) g^2 D^{\mu\nu}(p - q) , \quad (3.6)$$

onde o propagador do gluon (no gauge de Landau)⁴ é escrito da seguinte forma,

$$g^2 D^{\mu\nu}(q) = \frac{4\pi\alpha(-q^2/\Lambda_{QCD}^2)}{q^2} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right). \quad (3.7)$$

Nas equações acima, $\Gamma_\nu(p, q)$ é a função de vértice quark-gluon, e $\alpha(-q^2/\Lambda_{QCD}^2) \equiv g^2/4\pi$ representa a constante de acoplamento corredora da QCD, com Λ_{QCD} a escala de energia das interações fortes (~ 300 MeV). O comportamento da constante de acoplamento para $-q^2 \gg \Lambda^2$ é conhecido, mas a baixas energias há que se assumir algum *ansatz*, para que se possa lidar com a ESD. Neste caso, optou-se pelo mesmo *ansatz* usado nas referências [4, 5], que engloba o comportamento da constante de acoplamento em toda região de momentos:

$$\alpha \left[-\frac{q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right] = \frac{\lambda\pi}{\ln \left[\tau + \frac{-q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right]}, \quad (3.8)$$

com $\lambda = 12/(33 - 2N_f)$, N_f o número de sabores para os fermions e τ é um parâmetro que dá conta dos problemas de divergência na região IV ($\tau > 1$), tendo como consequência o congelamento da constante de acoplamento nesta região. Esta é uma extensão da fórmula empregada com sucesso para ajustar dados espectroscópicos dos sistemas Ψ e Υ [38], e fornece o perfil esperado na região UV. Cálculos bastante rudimentares na rede também sugerem este congelamento.

Com relação ao vértice quark-gluon, assume-se um *ansatz* (tal como na Ref.[33]), que satisfaz a seguinte identidade de Slavnov-Taylor (desprezando

³Como será visto adiante, é o produto da constante de acoplamento pelo propagador do gluon que se mostra relevante na obtenção da QDSQ, pois sua ação conjunta é que determina o comportamento das soluções possíveis das ESD.

⁴Daqui por diante, todos os cálculos realizados nesta tese estarão sendo considerados no gauge de Landau.

contribuições dos fantasmas),

$$(p - q)_\mu \Gamma^\mu(p, q) = S^{-1}(p) - S^{-1}(q). \quad (3.9)$$

Esta identidade permite vincular a parte longitudinal da função de vértice quark-gluon e, embora sua parte transversal permaneça incógnita, espera-se obter uma melhora nos resultados se comparados com a aproximação de escada (vértice nu). Ao escrever o propagador do fermion, $S^{-1}(p)$, em termos de funções escalares,

$$S^{-1}(p) = A(p) \not{p} - B(p), \quad (3.10)$$

chega-se ao seguinte resultado [39],

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu(p, q) = & A(p^2)\gamma^\mu + \frac{(p - q)^\mu}{(p - q)^2} ([A(p^2) - A(q^2)] \not{p} - [B(p^2) - B(q^2)]) \\ & + \text{parte transversal} , \end{aligned} \quad (3.11)$$

que se estabelece como um avanço se comparado à aproximação de vértice nu. Pode-se dizer isto não apenas baseando-se na forma mais elaborada obtida para a função de vértice, mas pelo fato desta ter se originado através de considerações de simetria da teoria, implícita nas identidades de Slavnov-Taylor.

Assumindo que a parte transversal se anula no gauge de Landau, obtém-se uma forma extremamente simplificada para a ESD do propagador do quark devido à seguinte contração,

$$D^{\mu\nu}(p - q)\Gamma_\nu(q, p) = D^{\mu\nu}(p - q)A(q^2)\gamma_\nu, \quad (3.12)$$

que leva a,

$$[A(p^2) - 1] \not{p} - B(p^2) = i \frac{4}{3} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} g^2 D^{\mu\nu}(p - q) \gamma_\mu \frac{A(q^2)}{A(q^2) \not{q} - B(q^2)} \gamma_\nu . \quad (3.13)$$

Pode-se escrever esta mesma equação no espaço Euclideano, separando-a em duas: uma para a função $A(p^2)$, que se obtém multiplicando a Eq. (3.13) por $\not{p}$ e tomando o traço; outra para $B(p^2)$, obtida quando se toma

diretamente o traço desta mesma equação. Assim, chega-se às seguintes equações,

$$\begin{aligned}
 [A(P^2) - 1]P^2 &= \frac{16\pi}{3} \int \frac{d^4 Q}{(2\pi)^4} \frac{\alpha((P-Q)^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\Phi[(P-Q)^2]} \\
 &\times \left(P \cdot Q + 2 \frac{P \cdot (P-Q)Q \cdot (P-Q)}{(P-Q)^2} \right) \\
 &\times \frac{A^2(Q^2)}{A^2(Q^2)Q^2 + B^2(Q^2)}, \tag{3.14}
 \end{aligned}$$

$$B(P^2) = 16\pi \int \frac{d^4 Q}{(2\pi)^4} \frac{\alpha((P-Q)^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\Phi[(P-Q)^2]} \frac{A(Q^2)B(Q^2)}{A^2(Q^2)Q^2 + B^2(Q^2)}, \tag{3.15}$$

onde $Q^2 = -q^2$ e $P^2 = -p^2$, e foi introduzida a função $\Phi[(P-Q)^2]$ que, no caso do propagador perturbativo, será simplesmente $\Phi[(P-Q)^2] = (P-Q)^2$, para um gluon com massa nua será $\Phi[(P-Q)^2] = (P-Q)^2 + m_g^2$, e assumirá uma forma mais complexa no caso dos propagadores com massa gerada dinamicamente, tal como aqueles discutidos na seção anterior. Na próxima seção, serão empregados os métodos discutidos no capítulo 1 para estudar o acoplamento crítico da QDSQ no caso do propagador do gluon com massa nua, a fim de obter alguma intuição com relação ao efeito dos propagadores finitos no IV discutidos na seção 3.1.

3.2.2 O problema linear para o gluon com massa nua

Com a finalidade de se ter uma idéia do comportamento do acoplamento crítico com a massa do gluon, optou-se por resolver, primeiramente, o problema linearizado para um gluon massivo, uma vez que este é bastante mais simples e fornece uma visão qualitativa do problema completo.

Quando a constante de acoplamento assume valores suficientemente pequenos, as Eqs. (3.14) e (3.15) possuem a solução trivial $A(P^2) = 1$ e $B(P^2) = 0$. O método utilizado consiste em procurar uma solução não-trivial para $B(P^2)$ transformando a equação integral com uma dependência não-linear em $B(P^2)$ numa equação linear via derivada de Frechét (capítulo

2). Isto se resume em tomar a derivada funcional das equações para $A(P^2)$ e $B(P^2)$ calculadas em $B(P^2) = 0$, o que deve linearizar as equações integrais. Como a Eq.(3.14) depende pelo menos quadraticamente de $B(P^2)$ em primeira ordem, enquanto a Eq.(3.15) depende apenas linearmente desta função, pode-se automaticamente colocar $A(P^2) = 1$ no problema de bifurcação. Especificando as condições de contorno, torna-se possível buscar soluções para estas novas equações, que devem ser equivalentes às soluções das equações não-lineares próximo ao ponto de bifurcação (acoplamento crítico) [30, 31]. Procedendo desta maneira, chega-se a uma equação integral de Fredholm com kernel positivo, e exigindo que a derivada funcional de $B(P^2)$ seja L^2 (quadrado integrável), extrai-se um vínculo para o kernel da equação linearizada que permite obter valores (numericamente) para o acoplamento crítico, variando-se a massa do gluon.

Do modo como o método de bifurcação é comumente empregado, é padrão substituir $Q^2 + B^2(Q^2)$ por Q^2 no denominador da Eq.(3.15). Aqui será adotada uma forma para este denominador que se desvia um pouco deste procedimento [34], substituindo o denominador pelo termo $Q^2 + \delta B^2(0)$ e definindo a massa dinâmica do fermion (m_f) através da condição,

$$\delta B(0) = m_f. \quad (3.16)$$

Considerando todos estes fatores, chega-se à seguinte equação de bifurcação linearizada,

$$\begin{aligned} \delta B(P^2) &= \frac{16\pi}{(2\pi)^3} \int dQ^2 \int d\theta \sin^2 \theta \frac{Q^2}{Q^2 + m_f^2} \\ &\times \frac{\alpha[(P-Q)^2/\Lambda^2]}{(P-Q)^2 + m_g^2} \delta B(Q^2), \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde foi assumido um gluon com massa nua.

A Eq.(3.17) é a equação padrão de Fredholm com um kernel positivo. Exigindo que $\delta B(P^2)$ seja de quadrado integrável, L^2 , o espectro de soluções é discreto com o menor valor do acoplamento crítico, α_c , tal que se tenha solução trivial quando $\delta B(P^2) \equiv 0$ se $0 < \alpha < \alpha_c$, e não-trivial se $\alpha \geq \alpha_c$.

Emprega-se a chamada aproximação angular, a fim de separar a integração nos momentos em duas regiões distintas, simplificando o problema de estimar o valor de α_c ,

$$\alpha((P - Q)^2/\Lambda^2) \rightarrow \theta(P^2 - Q^2)\alpha(P^2/\Lambda^2) + \theta(Q^2 - P^2)\alpha(Q^2/\Lambda^2), \quad (3.18)$$

e ainda,

$$\frac{1}{(P - Q)^2 + m_g^2} = \frac{1}{P^2 + m_g^2}\theta(P^2 - Q^2) + \frac{1}{Q^2 + m_g^2}\theta(Q^2 - P^2). \quad (3.19)$$

Na Eq.(3.18) a constante de acoplamento é a mesma da Eq.(3.8). Esta aproximação introduz um erro no cálculo numérico da ordem de 10% [5], e não deve modificar o resultado qualitativo da análise (como poderá ser constatado através dos resultados mais adiante). Definindo as variáveis $x = P^2/m_f^2$, $y = Q^2/m_f^2$, $\ell = \Lambda^2/m_f^2$ (onde Λ é um corte UV a ser introduzido na integração numérica), $\kappa = m_g^2/m_f^2$, e $f(P^2) = \delta B(P^2)/m_f$, obtém-se

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int dy K(x, y) f(y), \quad (3.20)$$

onde

$$K(x, y) = \frac{\alpha(x/\ell)}{x + \kappa} \frac{y}{y + 1} \theta(x - y) + \frac{\alpha(y/\ell)}{y + \kappa} \frac{y}{y + 1} \theta(y - x). \quad (3.21)$$

O kernel K é de quadrado integrável, o que pode ser facilmente visto através de

$$\begin{aligned} \|K\|^2 &= \int_0^\infty dx \int_0^x dy \frac{\alpha^2(x/\ell)y^2}{(x + \kappa)^2(y + 1)^2} \\ &\quad + \int_0^\infty dx \int_x^\infty dy \frac{\alpha^2(y/\ell)y^2}{(y + \kappa)^2(y + 1)^2}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde $\|K\|^2 < \infty$, o que implica numa solução não-trivial L^2 da Eq.(3.20) para α_c num conjunto de pontos (espectro discreto) [37]. O menor valor de α_c , para o qual existe a solução não-trivial, pode ser estabelecido impondo a seguinte condição,

$$\frac{1}{\pi} \|K\| = 1. \quad (3.23)$$

ℓ	κ	α_c
10^4	1	0.6971
10^4	10^2	0.9440
10^4	10^3	1.4853
10^6	1	0.5568
10^6	10^2	0.6607
10^6	10^4	0.9489
10^{10}	10^4	0.6226
10^{10}	10^6	0.7822
10^{10}	10^8	1.2278

Tabela 3.1: constante de acoplamento crítico, (α_c) , como função dos parâmetros $\ell = \Lambda^2/m_f^2$ e $\kappa = m_g^2/m_f^2$ para $N_f = 4$, onde Λ é o corte UV introduzido na integração numérica da Eq.(3.22).

Desta forma, utilizando a Eq.(3.22), pode-se verificar quais conjuntos de parâmetros, $\ell = \Lambda^2/m_f^2$ e $\kappa = m_g^2/m_f^2$, satisfazem a condição acima, determinando o valor do acoplamento crítico para cada um destes conjuntos. Os resultados obtidos⁵ são apresentados na Tabela 3.1 como função de ℓ e κ .

Deve-se ressaltar que, apesar de ter sido utilizado $N_f = 4$ (as duas primeiras gerações de quarks apenas) na obtenção dos resultados apresentados na tabela 3.1, estes não se modificam de maneira apreciável ao variarmos N_f em torno deste valor. Como poderia ter sido antecipado da Eq.(3.22), e pode agora ser verificado através dos resultados na tabela 3.1, à medida que se aumenta a massa do gluon a Eq.(3.23) pode ser satisfeita somente com valores cada vez maiores da constante de acoplamento. Assim, espera-se que no problema não-linear os resultados numéricos levem a este mesmo tipo de

⁵A integração numérica da Eq.(3.22) foi facilmente executada utilizando-se as rotinas de integração do Mathematica.

comportamento. É importante ressaltar que este tratamento do gluon com uma massa nua, um tanto rudimentar do ponto de vista das aproximações assumidas, serve apenas para inferir o possível perfil dos resultados a serem alcançados utilizando os propagadores do gluon que apresentam uma massa gerada dinamicamente.

3.2.3 O problema não linear para o gluon com massa dinâmica

Aqui será feita uma análise das equações de bifurcação, sem as aproximações empregadas na seção 3.2.3, utilizando os propagadores do gluon finitos no IV (seção 3.1). Para isto se fará uso de uma adaptação do código numérico desenvolvido pelos autores da Ref.[40], que calcula as soluções da ESD para o fermion (soluções das equações integrais para $A(P^2)$ e $B(P^2)$, não-lineares) sem a necessidade de fazer a aproximação angular acima descrita. Antes de proceder com este cálculo, será reproduzido o resultado com o propagador perturbativo [5], que servirá para verificar o código numérico e apresentar o acoplamento crítico para este caso.

Acoplamento crítico para o propagador perturbativo

O critério que será empregado no decorrer de todo este trabalho para determinar a constante de acoplamento crítico é o mesmo da Ref.[5]. Abaixo se reproduz o processo para encontrar este acoplamento crítico na QCD com propagador perturbativo do gluon, tal como é feito por Roberts e McKellar [5], que servirá para testar o código numérico, e irá fornecer as soluções numéricas para a ESD do quark.

O truncamento da ESD utilizado por Roberts e McKellar consiste em tomar o propagador do quark vestido, com o propagador do gluon perturbativo no gauge de Landau, Eq.(3.7), onde a constante de acoplamento corre-dora forte é dada pela Eq.(3.8). O *ansatz* para a função de vértice é aquele que

reproduz a identidade de Slavnov-Taylor na ausência de fantasmas, Eq.(3.11). Na Ref.[5] há toda uma discussão em torno da diferença entre tomar a aproximação na integral angular, amplamente utilizada na literatura, e o cálculo exato desta integral. Ao estudar a diferença entre o valor da integral com e sem aproximação angular, os autores verificaram que na região de momentos onde $P \simeq Q$ a aproximação não é muito boa, o que pode ser visto através das figuras 3.2 e 3.3. Nestas figuras está representada a função que mede a diferença entre o kernel das Eqs.(3.14) e (3.15), nos dois modos de integração, com e sem a aproximação angular:

$$f(u, v) = K^{exato}(u, v) - K^{aprox.}(u, v) , \quad (3.24)$$

onde $u = P/\Lambda_{QCD}$ e $v = Q/\Lambda_{QCD}$. O Kernel das funções A e B é dado por,

$$K_A(P^2, Q^2) = \int d\Omega \frac{\alpha((P-Q)^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\Phi[(P-Q)^2]} \times \left[P \cdot Q + 2 \frac{P \cdot (P-Q)Q \cdot (P-Q)}{(P-Q)^2} \right] , \quad (3.25)$$

e

$$K_B(P^2, Q^2) = \int d\Omega \frac{\alpha((P-Q)^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\Phi[(P-Q)^2]} , \quad (3.26)$$

respectivamente, onde $d\Omega$ é o elemento de ângulo sólido no espaço Euclidiano em quatro dimensões (ver apêndice). No caso da referência em questão, o propagador do gluon é o mesmo que no caso perturbativo, ou seja, $\Phi[(P-Q)^2] = (P-Q)^2$.

Os autores fizeram cálculos das soluções das ESD para o propagador do quark em ambas abordagens, obtendo valores para o acoplamento crítico, α_c . Desta forma puderam quantificar o erro numérico cometido quando se faz a aproximação angular, bastando aqui dizer que a diferença nos valores alcançados para α_c é da ordem de 12%.

Com o código numérico utilizado, pôde-se chegar a uma boa concordância com a Ref.[5]. As variáveis envolvidas no cálculo numérico das soluções para as Eqs. (3.14) e (3.15) foram redefinidas da seguinte maneira: $x = P^2$,

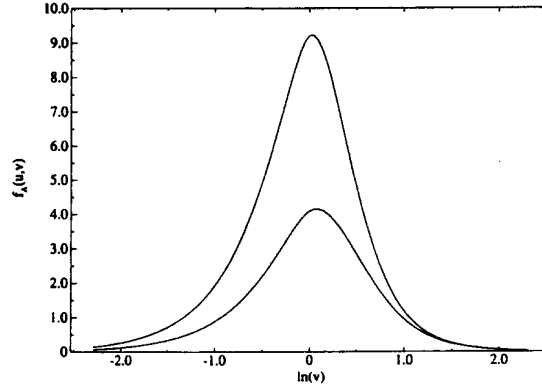


Figura 3.2: A função na Eq.(3.24) é representada graficamente para o kernel da Eq.(3.14) com $u = 1$ e $N_F = 0$. O pico mais alto é obtido com $\tau = 2$ enquanto o outro é o resultado para $\tau = 3$.

$y = Q^2$, $a(x) = A(P^2)$, $b(x) = B(P^2)$, $k_a(x, y) = K_A(P^2, Q^2)$ e $k_b(x, y) = K_B(P^2, Q^2)$. Assim, as ESD são escritas como,

$$a(x) = 1 + \int^{\Lambda^2} dy f(x, y) a(y) k_a(x, y) , \quad (3.27)$$

$$b(x) = \int^{\Lambda^2} dy f(x, y) b(y) k_b(x, y) , \quad (3.28)$$

onde Λ é o corte ultravioleta e

$$\begin{aligned} k_a(x, y) &= \frac{1}{x} \int_0^\pi d\theta \sin^2 \theta \frac{\alpha_s(s)}{s} \left[\sqrt{xy} \cos \theta - \frac{2}{3} \frac{xy}{s} \sin^2 \theta \right] , \\ k_b(x, y) &= \int_0^\pi d\theta \sin^2 \theta \frac{\alpha_s(s)}{s} , \\ f(x, y) &= \frac{2}{\pi^2} \frac{y a(y)}{a^2(y) y + b^2(y)} , \end{aligned} \quad (3.29)$$

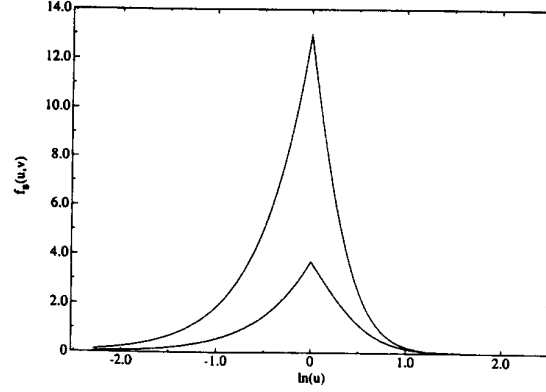


Figura 3.3: Exatamente como na figura 3.2, com a diferença sendo agora calculada para o kernel da Eq.(3.15).

com $s \equiv x + y - 2\sqrt{xy}\cos\theta \geq 0$ e θ é o ângulo entre Q e P no espaço Euclideano. As Eqs. (3.27) e (3.28) foram resolvidas iterativamente a partir de uma aproximação inicial até a convergência. Os resultados se mostraram independentes desta aproximação inicial para $A(P^2)$ e $B(P^2)$, dos cortes ultravioleta e infravermelho, bem como da grade de integração. No programa principal foram empregadas as sub-rotinas de interpolação e integração da rotina IMSL, ICSCCU e DECADRE, respectivamente.

Para o caso em que $N_f = 4$, e limites de integração $x_{IV}/\Lambda_{QCD}^2 = 10^{-10}$ e $x_{UV}/\Lambda_{QCD}^2 = 10^6$, obteve-se o resultado apresentado na figura (3.4), que pode ser comparada com aquela da Ref.[5]. Esta figura mostra uma típica curva de bifurcação. A solução trivial (representada no gráfico por $-1/\ln[B(0)] = 0$) bifurca para um valor diferente de zero no “ponto crítico” (α_c). Este ponto foi obtido utilizando o mesmo procedimento da Ref.[5], ajustando-se os dados obtidos numericamente por uma curva do tipo

$$h(\alpha) = \beta(\alpha - \alpha_c)^\gamma, \quad (3.30)$$

onde β , α_c e γ são os parâmetros a serem determinados pelo ajuste. Este tipo de abordagem é familiar no estudo de transições de fase em mecânica estatística. Obteve-se o valor de $\alpha_c = 0.854$, compatível com os valores obtidos nas Refs. [4] e [5], $\alpha_c = 0.91^6$ e $\alpha_c = 0.884$, respectivamente.

O acoplamento crítico para os propagadores finitos no IV

Tendo verificado a acuidade do código numérico a ser utilizado daqui por diante, passa-se finalmente ao cálculo das soluções da ESD para o quark com os propagadores do gluon exibidos na seção 3.1. O critério para determinar o acoplamento crítico em cada caso será o mesmo já exposto no caso do propagador do gluon perturbativo. Substitui-se $\Phi[(P - Q)^2]$ nas Eqs. (3.14) e (3.15) para os propagadores da seção 3.1.

Para o propagador de Cornwall [8],

$$\Phi(Q^2) = D_c^{-1}(Q^2) = [Q^2 + m_g^2(Q^2)]bg^2 \ln\left[\frac{Q^2 + 4m_g^2(Q^2)}{\Lambda^2}\right], \quad (3.31)$$

onde $m_g^2(Q^2)$ é a massa dinâmica dependente do momento,

$$m_g^2(Q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{Q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\frac{4m_g^2}{\Lambda^2}} \right]^{-12/11}, \quad (3.32)$$

$g^2 \sim 1.5 - 2$ é a constante de acoplamento, fixada quando da obtenção numérica deste propagador através do ajuste a um conjunto de diagramas para a ESD gluônica, e $b = (33 - 2n_f)/48\pi^2$ é o coeficiente da função β da Equação do Grupo de Renormalização na ordem principal.

No caso do propagador de Stingl, Häbel *et al.* [10], tem-se

$$\Phi(Q^2) = D_s^{-1}(Q^2) = Q^2 + \mu^4/Q^2, \quad (3.33)$$

⁶No caso da Ref. [4] o resultado é obtido considerando a aproximação na integral angular, portanto deve-se levar em conta um erro da ordem de $\simeq 10\%$ neste valor.

onde μ é a escala de massa não determinada pela Ref. [10]. Note que estes propagadores tem um comportamento que se aproxima do propagador perturbativo quando $Q^2 \rightarrow \infty$.

O terceiro e último propagador estudado, advém de estudos numéricos na rede no gauge de Landau realizados por Marenzoni *et al.* [18], o qual será chamado de propagador da rede,

$$\Phi(Q^2) = D_m^{-1}(Q^2) = m_g^2 + ZQ^2(Q^2/\Lambda^2)^\eta, \quad (3.34)$$

onde m_g , Z e η são constantes determinadas na simulação numérica. m_g é da ordem de Λ_{QCD} , $Z \simeq 0.4$ e $\eta \simeq 0.5$, levando a um propagador levemente diferente dos dois anteriores. Os resultados de Bernard *et al.* [18] apresentam o mesmo comportamento $(Q^2)^\eta$, com a diferença de que o valor de η é menor que 0.5.

Como antes, procura-se por um acoplamento crítico resolvendo as Eqs. (3.14) e (3.15) iterativamente para $A(P^2)$ e $B(P^2)$, utilizando $N_f = 4$, $\Lambda_{UV}/\Lambda_{QCD} = 10^{10}$ e $\Lambda_{IV}/\Lambda_{QCD} = 10^{-10}$ os limites de integração, com a massa do gluon variando conforme o caso. Novamente, faz-se o ajuste pela função

$$h(\alpha) = \beta(\alpha - \alpha_c)^\gamma, \quad (3.35)$$

a fim de determinar o acoplamento crítico α_c .

Na figura 3.5 apresenta-se $-1/\ln B(0)$ como função da constante de acoplamento para o propagador de Cornwall, Eq.(3.31). As curvas na figura 3.5 foram obtidas para $m_g^2 = 4\Lambda_{QCD}^2$ and $m_g^2 = 4.84\Lambda_{QCD}^2$, e como era esperado, do problema linear para um gluon com massa dura, conforme se aumenta o valor da massa do gluon o valor da constante de acoplamento necessária para a quebra da simetria também cresce. Os valores de m_g utilizados estão de acordo com aqueles determinados fenomenologicamente no último trabalho da Ref. [8]. Os parâmetros da Eq.(3.35), ajustada pelos pontos obtidos no cálculo numérico são,

$$\beta = 1.0785, \quad \gamma = 0.2535, \quad \alpha_c = 0.8692, \quad (m_g^2 = 4.0\Lambda_{QCD}^2); \quad (3.36)$$

$$\beta = 0.8424, \quad \gamma = 0.2682, \quad \alpha_c = 1.4211, \quad (m_g^2 = 4.84\Lambda_{QCD}^2). \quad (3.37)$$

Como poderá ser constatado mais adiante, não somente a escala de massa do gluon é importante para a QDSQ, mas a forma do propagador também irá afetar consideravelmente os valores da constante de acoplamento. Vê-se que para este propagador, quando a massa do gluon é suficientemente pequena, a geração dinâmica de massa do quark ocorre para valores de α_c muito próximos daquele obtido no caso do propagador $1/Q^2$ (ver Eq.(3.36)). Conforme a massa do gluon vai aumentando, α_c vai se desviando cada vez mais deste valor, tal como pode ser visto da Eq.(3.37), onde a constante de acoplamento crítico é quase duas vezes maior que na Eq.(3.36), embora a massa do gluon tenha variado apenas em 10%. Outros autores também estudaram este propagador [41], contudo apresentam resultados diferentes daqueles aqui obtidos. Isto se deve principalmente pelo fato de que na Ref. [41] os autores consideram a constante de acoplamento na ESD do quark como sendo a mesma que aparece no denominador do propagador de Cornwall, Eq.(3.31), resultando num completo cancelamento de g . Assim, a massa dinâmica do quark não depende da constante de acoplamento neste caso. Não está absolutamente claro se isto é válido, pois o valor de g constante no propagador do gluon é resultado de um ajuste, enquanto nos cálculos das ESD para o quark não é óbvio que g deva permanecer constante para toda a escala de energia. Nesta tese optou-se por tomar o acoplamento forte como sendo uma variável dinâmica, enquanto no propagador do gluon de Cornwall g foi mantido constante.

Para o caso do propagador de Stingl, Häbel *et al.* [10], foram obtidas as curvas mostradas na figura 3.6 para $\mu^2 = 0.25\Lambda_{QCD}^2$ e $\mu^2 = 0.30\Lambda_{QCD}^2$, cujos parâmetros da Eq.(3.35) são dados por,

$$\beta = 0.2482, \quad \gamma = 0.4784, \quad \alpha_c = 2.9038, \quad (\mu^2 = 0.25\Lambda_{QCD}^2);, \quad (3.38)$$

$$\beta = 0.2946, \quad \gamma = 0.3362, \quad \alpha_c = 6.4720, \quad (\mu^2 = 0.30\Lambda_{QCD}^2). \quad (3.39)$$

É notório que os valores para a constante de acoplamento obtidas com este propagador sejam elevados. Contudo, apresentam o comportamento esperado, visto que o crescimento contínuo da constante de acoplamento crítico a partir do valor obtido no caso do propagador perturbativo (onde $\mu = 0$) se revela nos resultados dispostos acima, Eqs.(3.38) e (3.39). Acredita-se que, apesar destes valores altos para α_c , as aproximações aqui assumidas no truncamento da ESD devem representar bem o comportamento crítico das soluções de QDSQ, pois como é conhecido de outras teorias com quebra de simetria quiral [42], correções de ordem mais alta não modificam seu comportamento crítico para constantes de acoplamento da $\mathcal{O}(1)$ obtido na aproximação de escada. Comparando a figura 3.5 com a figura 3.6, vê-se que os valores de massa para o gluon, necessários para que ocorra QDSQ, no segundo caso são muito menores que no caso do propagador de Cornwall. Quando se eleva o valor desta massa para a $\mathcal{O}(\sim \Lambda_{QCD})$ observa-se que não há geração dinâmica de massa dentro do critério estabelecido neste trabalho. Ou seja, se há uma massa dinâmica gerada neste caso, esta massa deve ser muito menor que Λ_{QCD} . Estes resultados revelam-se compatíveis com o obtido na Ref.[43], onde um estudo utilizando o mesmo propagador da Eq.(3.33), implica que acima de um certo valor crítico de μ o condensado de quarks (efeito da quebra de simetria quiral) é consistente com zero. Nota-se, no entanto, que de acordo com os trabalhos de Cudell e Nguyen [15], uma descrição correta de fenômeno de espalhamento difrativo utilizando este propagador requer que $\mu \approx \mathcal{O}(3.0\Lambda)$, em completo desacordo com o que foi apresentado acima! Aqui já é possível notar que não apenas a escala massa do gluon é importante para determinar o acoplamento crítico, mas a forma funcional do propagador é também relevante (compare as figuras 3.5 e 3.6, por exemplo).

A figura 3.7 contém a curva de bifurcação para o propagador da rede (Eq.(3.34)) para $m_g^2 = 0.49\Lambda_{QCD}^2$, com os seguintes parâmetros para a curva

ajustada, Eq.(3.35),

$$\beta = 0.4588, \quad \gamma = 0.2870, \quad \alpha_c = 3.9712, \quad (m_g^2 = 0.49\Lambda_{QCD}^2). \quad (3.40)$$

Este é um resultado que mostra-se intermediário entre os outros dois propagadores utilizados até aqui, já que para uma massa do gluon $m_g \approx \Lambda_{QCD}$ a constante de acoplamento está entre aquela na Eq.(3.37) e aquela na Eq.(3.39). Ao aumentar a massa do gluon, verifica-se que a simetria quiral não é mais quebrada, embora isto só ocorra para valores de m_g maiores que aqueles preditos na Ref.[18] ($m_g \approx \Lambda$). Comparando os resultados obtidos neste trabalho, pode-se afirmar que, para massas da mesma ordem, quanto mais suave é o comportamento do propagador do gluon na região IV, maior é o valor da constante de acoplamento crítico para que ocorra QDSQ.

Sabe-se que em teorias não-abelianas a constante de acoplamento crítico depende da representação em que são colocados os fermions [44]. Numa situação como esta, para o propagador do gluon $\sim 1/k^2$, o ponto de bifurcação depende do produto do casimir pela constante de acoplamento. De modo bastante grosseiro, pode-se escrever

$$\frac{g^2 C_f(r)}{4\pi} \geq g_c \implies \frac{g^2}{4\pi} \geq \frac{g_c}{C_f(r)},$$

onde $C_f(r)$ é o autovalor do operador de Casimir na representação r (por exemplo, na representação fundamental de $SU(N)$ $C_f(N) = (N^2 - 1)/2N$) e g_c é o acoplamento crítico obtido no caso da teoria abeliana. No entanto, foi visto acima que uma massa para o gluon desenvolve um papel importante no valor do acoplamento crítico, quanto maior a massa, maior é o valor assumido pelo acoplamento crítico. Desta forma, a obtenção de soluções consistentes das ESD está sujeita ou à existência de massa muito pequena para o gluon, ou a teorias em que a condensação dos fermions ocorra num canal em que os autovalores $C_f(r)$ sejam muito grandes. Assim, é possível que o tratamento aqui considerado não seja adequado a este tipo de estudo e, talvez, tenha que ser levada adiante a possibilidade de que a troca de um único gluon

não corresponda à aproximação mais conveniente a ser feita nesta região não-perturbativa. Quando a massa do gluon é considerável, $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD})$, e os quarks estão na representação fundamental é necessário um valor muito alto da constante de acoplamento a fim de se obter a quebra de simetria quiral, o que pode ser uma indicação de que efeitos de confinamento podem estar sendo erroneamente negligenciados. A impossibilidade de lidar com a questão do confinamento impede conjecturar a respeito do caminho ideal a ser seguido.

Num trabalho correlato, Papavassiliou e Cornwall [45] lidaram com um conjunto de ESD para o vértice tríplice e para o propagador do gluon acopladas. Eles obtiveram que para se conseguir soluções não-singulares da equação de vértice era necessária uma massa muito grande para o gluon, impedindo a QDSQ. Olhando para a Eq.(3.8) aqui adotada para a constante de acoplamento, observa-se que esta é congelada quando na região IV, dependendo do parâmetro τ . Este parâmetro é determinado quando se encontrar o valor da constante de acoplamento crítico, α_c , para cada massa do gluon. Deste modo, pode-se estabelecer uma analogia entre os dois trabalhos se o parâmetro τ for relacionado com a massa do gluon por $\tau \propto m_g^2/\Lambda_{QCD}^2$. Fazendo esta escolha é imediato que à medida que se aumenta a massa do gluon, a constante de acoplamento decresce, podendo nunca levar a um valor suficientemente grande para este acoplamento ao ponto de ocorrer a QDSQ, que é de fato a mesma inconsistência com a qual se depararam os autores da Ref.[45].

Pode-se afirmar que a determinação do acoplamento crítico para QDSQ, e a verificação do congelamento da constante de acoplamento, tal como predito na Ref.[45], são testes cruciais para a existência de uma escala de massa para o gluon, bem como pode representar um bom indicador do verdadeiro comportamento do propagador do gluon na região IV.

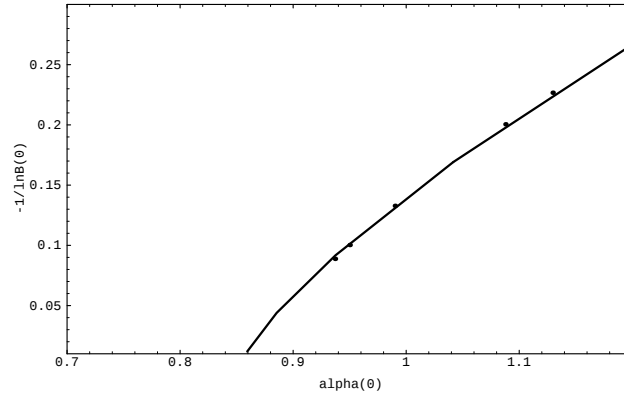


Figura 3.4: Solução numérica exata da ESD, com $N_F = 4$, para o propagador do gluon perturbativo. No eixo das ordenadas estão dispostos os valores para $-\frac{1}{\ln B(0)}$ e no eixo das abscissas os valores para $\alpha(0)$. O ponto onde a ordenada se anula fornece o valor de α_c crítico.

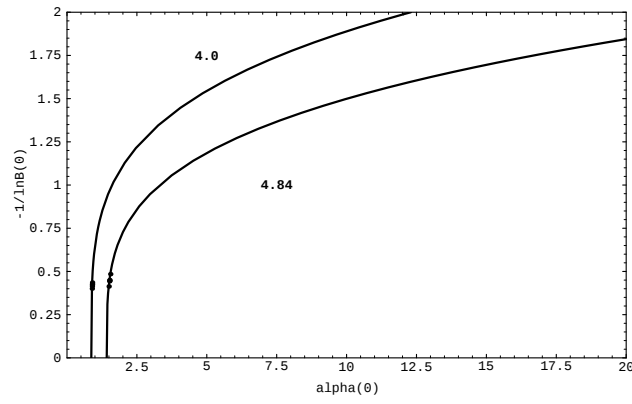


Figura 3.5: Resultados do cálculo da Eq.(3.15) como função da constante de acoplamento com o propagador da Eq.(3.31). São mostrados alguns dos pontos calculados, e a curva é resultado do ajuste dado pela Eq.(3.35). O cálculo foi efetuado para $N_f = 4$, a curva superior corresponde a $m_g^2 = 4.0\Lambda_{QCD}^2$ a inferior para $m_g^2 = 4.84\Lambda_{QCD}^2$.

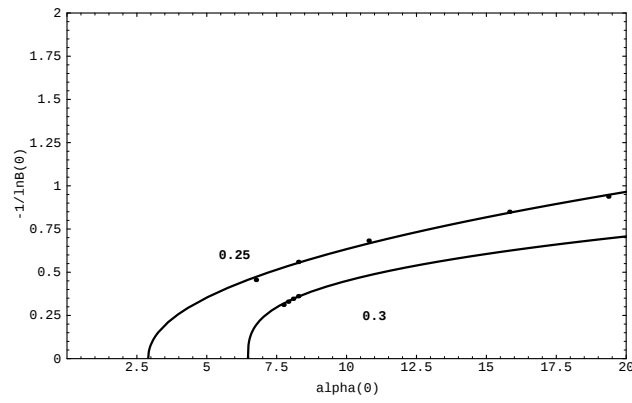


Figura 3.6: O mesmo que na figura 3.5 para o propagador da Eq.(3.33), com $\mu^2 = 0.25\Lambda_{QCD}^2$ (curva superior) e $\mu^2 = 0.30\Lambda_{QCD}^2$ (curva inferior).

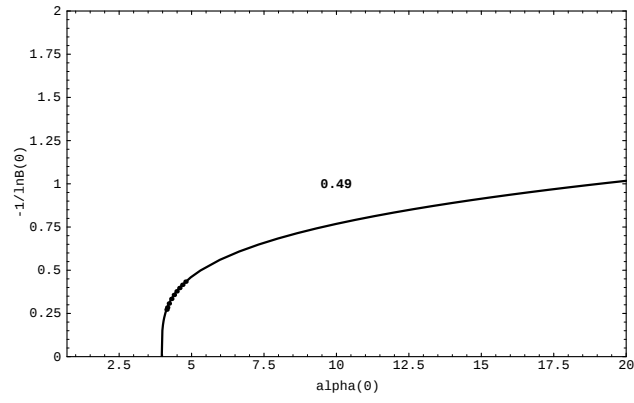


Figura 3.7: O mesmo que na figura 3.5 para o propagador da Eq.(3.34), com $m_g^2 = 0.49\Lambda_{QCD}^2$.

Capítulo 4

Fenomenologia do Pomeron e a quebra de simetria quiral

A interpretação do Pomeron no contexto da QCD não é completamente compreendida, embora espera-se que sua contribuição possa ser explicada através da troca de pelo menos dois gluons [46]¹. No entanto, a troca de gluons perturbativos não pode reproduzir os resultados experimentais de espalhamento difrativo. Para lidar com esta dificuldade, Landshoff e Nachtmann [47] (LN) propuseram um modelo onde o Pomeron é descrito pela troca de dois gluons não-perturbativos, cujas propriedades são determinadas pela estrutura do vácuo da QCD. Estes gluons não deveriam se propagar a longas distâncias, *i.e.* existe um comprimento de correlação finito para o campo do gluon no vácuo, que deveria ser determinado através de primeiros princípios, e que pode ser compreendido em termos do condensado de gluons [47].

O modelo de LN descreve com sucesso os resultados experimentais de fenômenos difrativos, utilizando para isto um *ansatz* bastante simples para o propagador do gluon não perturbativo [48, 49]. Neste capítulo será utilizada

¹O motivo é que o Pomeron está presente em espalhamentos elásticos entre hadrons, devendo corresponder à troca de estados singletos de cor, o que não é possível com menos de dois gluons.

uma versão melhorada do modelo de LN [15], utilizando propagadores do gluon não perturbativo motivados pela QCD (ver seção 3.1), onde o comprimento de correlação introduzido por LN é substituído por uma massa dinâmica para o gluon.

O sucesso notável deste modelo de Pomeron poderia fornecer um entendimento físico das propriedades do propagador do gluon na região IV. É, então, natural especular sobre a capacidade de tal modelo de explicar outros fenômenos em QCD a baixas energias, em particular, a QDSQ. É dentro deste espírito do modelo de LN que pretende-se estudar a compatibilidade entre a fenomenologia do Pomeron e a QDSQ.

A seguir, será visto como relacionar o modelo de LN com os propagadores não-perturbativos do gluon, ajustando o acoplamento quark-Pomeron, bem como a seção de choque total $\pi - p$ (pion-proton), a fim de fixar valores possíveis para a escala de massa do gluon. Finalmente, a partir das soluções numéricas da ESD para o propagador do quark (tal como no capítulo anterior), considerando os vínculos impostos pelo modelo de LN, será analisada a compatibilidade entre a QDSQ e este modelo para o Pomeron. Para isto serão empregados os observáveis quirais $\langle \bar{q}q \rangle$ e f_π , o condensado de quarks e a constante de decaimento do pion, respectivamente.

4.1 Espalhamento difrativo e o Pomeron

Nesta seção pretende-se definir de modo muito breve o significado dos termos “espalhamento difrativo” e “Pomeron”. Embora a exposição seja um tanto parca, deverá ser suficiente como introdução ao assunto central deste capítulo, que é a compatibilidade entre o modelo de Pomeron de LN [47] e a QDSQ.

4.1.1 Espalhamento difrativo hadrônico

Numa colisão entre hadrons pode-se dividir as contribuições para a seção de choque em processos elásticos, onde os hadrons permanecem intactos devido

à troca de uma pequena quantidade de energia, e processos inelásticos, em que a troca de energia é suficiente para quebrar o hadron (produzir novas partículas). A probabilidade de que este último caso ocorra é substancialmente maior a altas energias, o que resulta numa seção de choque inelástica muito maior que a elástica. Assim, os processos inelásticos se caracterizam pela produção de partículas.

Entre os processos inelásticos pode-se distinguir a dissociação difrativa, que leva o hadron a um estado excitado, o qual perderá uma pequena fração de sua energia, produzindo uma quantidade pequena de partículas. Por outro lado, há também processos inelásticos não-difrativos, o hadron perde uma quantidade grande de energia, produzindo um número bem maior de partículas. Neste capítulo serão considerados apenas processos difrativos elásticos.

O que caracteriza um processo difrativo é o fato de se poder tratar o hadron como uma região de absorção. A interferência de amplitudes de espalhamento com diferentes parâmetros de impacto dá origem a um padrão de interferência, análogo ao que ocorre com a luz ao passar por uma abertura de dimensões muito menores que seu comprimento de onda, daí o nome espalhamento difrativo.

Pode-se exemplificar isto utilizando espalhamento entre protons. O espalhamento da luz por uma abertura circular permite escrever a intensidade da luz espalhada como segue,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{[2J_1(x)]^2}{x^2} \cong 1 - \frac{R^2}{4}(\kappa\theta)^2, \quad (4.1)$$

onde κ é o número de onda dos fotons, R o raio da abertura e $x = \kappa R \sin \theta \cong \kappa R \theta$, I_0 é a intensidade do feixe inicial e $J_1(x)$ é a função de Bessel. Da figura 4.1 abaixo [50], observa-se o comportamento exponencial, com o aumento da energia, do pico para frente (momento quadrado transferido $t \simeq 0$) na seção de choque elástica pp, o que permite escrever a seguinte expressão,

$$\frac{\frac{d\sigma}{dt}}{\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}} = e^{bt} \cong 1 - b(p\theta)^2, \quad (4.2)$$

onde p é o momento do proton incidente e b é chamado parâmetro de inclinação . Comparando as expressões acima, pode-se identificar,

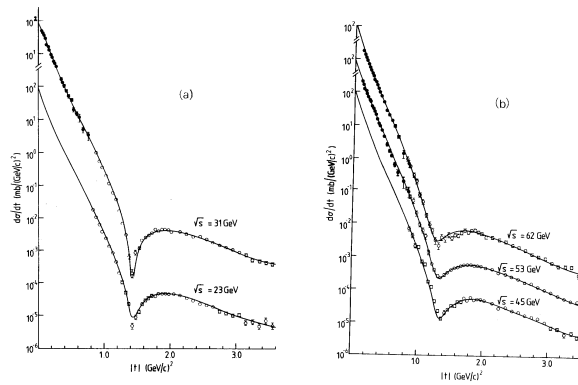


Figura 4.1: Seção de choque diferencial elástica proton-proton versus quadrado do quadri-momento transferido para vários momentos do proton incidente. Quando a energia cresce, um padrão de difração clássica torna-se evidente.

$$\frac{R^2 \kappa^2}{4} = bp^2 . \quad (4.3)$$

Para uma distância típica das interações fortes ($R = \frac{1}{m_\pi}$) Obtém-se uma inclinação $b = 12.5 \left(\frac{\text{GeV}}{c}\right)^{-2}$, que está de acordo com resultados experimentais [51]. Isto significa que, como no caso da difração da luz, o parâmetro de inclinação b , fornece uma estimativa do tamanho do objeto espalhado.

4.1.2 Teoria de Regge e o Pomeron

Na década de 60, era usual explicar o comportamento das seções de choque em espalhamentos hadrônicos difrativos associando às ressonâncias (mesons trocados nas interações fortes) o que se conhece por trajetórias de Regge.

Estas trajetórias seguem da relação que se observa entre o Spin (J) e a massa (M_J) das partículas,

$$J = \alpha_0 + \alpha' M_J^2, \quad (4.4)$$

onde os coeficientes α_0 (intercepto) e α' (inclinação) são constantes para cada trajetória de Regge. Assim, partículas com números quânticos idênticos (número bariônico, isospin, estranheza, etc.) mas diferentes spins, devem estar sobre uma determinada trajetória de Regge. Na figura 4.2, mostra-se um gráfico de $J \times M^2$, onde mesons de isospin $I = 0$ e $I = 1$ com ambas paridades de carga estão representados por pontos. A linha tracejada é uma

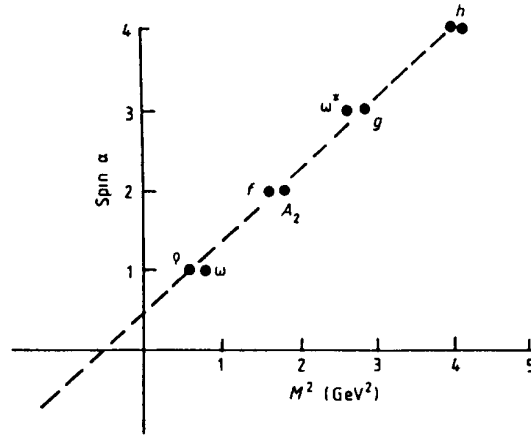


Figura 4.2: Trajetórias de Regge coincidentes para mesons.

trajetória com equação,

$$\alpha(M^2) = 0.44 + 0.93M^2, \quad (4.5)$$

e as trajetórias de Regge para estes mesons devem, muito aproximadamente, coincidir com esta reta.

Acredita-se que a uma particular trajetória de Regge, com os números quânticos do vácuo, deva corresponder uma destas ressonâncias (ou um conjunto de ressonâncias), chamada de Pomeron. No entanto, por não haver indício experimental a respeito de uma partícula associada ao Pomeron, muita controvérsia surge em torno de suas propriedades físicas. Pode-se mostrar [53] que, para grandes valores de s e para t fixo (onde s e t são as variáveis de Mandelstam usuais), a soma de todas as amplitudes (relativas a trocas de partículas numa mesma trajetória de Regge) num espalhamento elástico hadrônico pode ser substituída por uma amplitude tal, como se houvesse a troca de uma única partícula (fictícia) com spin efetivo $J = \alpha(t)$. Neste caso, $J(t)$ não é um número inteiro e, em vez da relação dada pela Eq.(4.5) tem-se,

$$J \equiv \alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t , \quad (4.6)$$

com a amplitude de espalhamento escrita na seguinte forma [53],

$$A = -g^2 \pi e^{-\alpha(t)} \frac{(1 + e^{-i\pi\alpha(t)}) (\alpha' s)^{\alpha(t)}}{\Gamma[1 + \alpha(t)] \sin \pi \alpha(t)} , \quad (4.7)$$

onde o símbolo Γ representa a função gama.

Do teorema óptico, que relaciona a parte imaginária da amplitude de espalhamento para frente ($t = 0$) com a seção de choque total, tem-se

$$Im A_s |_{t=0} = \lambda(s, m^2, m^2) \sigma_{tot} ,$$

onde

$$\lambda(s, m_1^2, m_2^2) = [s^2 + m_1^4 + m_2^4 - 2(sm_1^2 + sm_2^2 + m_1^2 m_2^2)]^{\frac{1}{2}} ,$$

e para $s \gg m_1^2, m_2^2$,

$$\lambda(s, m^2, m^2) \simeq s .$$

Então,

$$Im A_s |_{t=0} = s \sigma_{tot} . \quad (4.8)$$

Da expressão (4.7) tem-se ainda

$$ImA_s = g^2 \pi e^{-\alpha(t)} \frac{(\alpha' s)^{\alpha(t)}}{\Gamma[1 + \alpha(t)]}. \quad (4.9)$$

Agrupando estes resultados, chega-se à relação de proporcionalidade entre a seção de choque total e a energia de centro de massa para as colisões hadrônicas elásticas,

$$\sigma_{tot} \propto s^{\alpha_0-1}. \quad (4.10)$$

Para entender melhor o significado destes resultados, considere um espalhamento elástico onde são trocadas partículas que estejam numa trajetória de Regge, cujos números quânticos são os do vácuo ($I=0$, $B=0$, $S=0$, $C=+1$). A altas energias, tal trajetória parece suficiente para explicar a maioria dos espalhamentos hadrônicos elásticos para t pequeno (da ordem de alguns GeV para baixo). Isto porque a seção de choque total obedece à relação (4.8), que conecta a seção de choque elástica à seção de choque total. Observa-se ainda que σ_{tot} é aproximadamente constante a altas energias. Assim, tal trajetória seria suficientemente boa se tivesse a forma,

$$\alpha(t) = 1 + \epsilon + \alpha' t, \quad (4.11)$$

pois para ϵ pequeno o resultado expresso na relação (4.10) implicaria em $\sigma_{tot} = \text{constante}$.

Na verdade, o aumento da seção de choque total com a energia (a altas energias) é muito lento, e seria necessário que ϵ fosse da ordem de 0.09 [54] a fim de dar conta deste comportamento. Dados experimentais de espalhamento elástico pp e $\bar{p}p$ implicam que a inclinação da trajetória deve ser $\alpha' = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$. Esta trajetória de Regge particular é conhecida como trajetória do Pomeron (em homenagem ao físico soviético Pomeranchuk, quem propôs esta idéia [55]).

Na figura 4.1.2, observa-se que a diferença entre as seções de choque totais para os espalhamentos pp e $\bar{p}p$ deve-se à troca de ρ e ω . A predição para esta

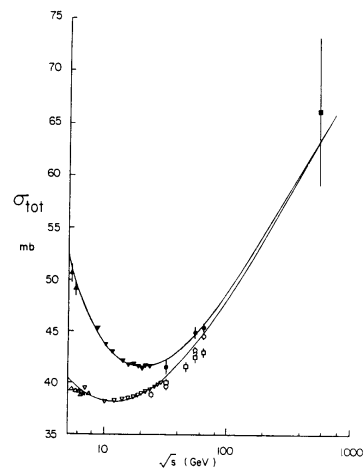


Figura 4.3: Seção de choque elástica total pp e $\bar{p}p$.

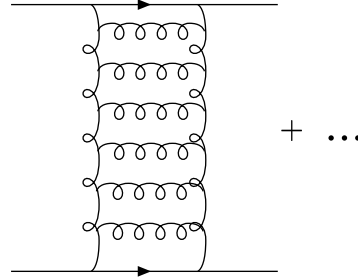


Figura 4.4: ESD para o propagador do quark.

diferença implica numa variação com a energia da forma $s^{-0.56}$ e obtém-se

$$\sigma(\text{pp}) - \sigma(\bar{\text{p}}\text{p}) = 70 s^{-0.56} . \quad (4.12)$$

A média das seções de choque, inicialmente, cai com a energia, devido principalmente à troca de f e A_2 , e também se comporta como $s^{-0.56}$. E, finalmente, o aumento com a energia na seção de choque elástica, bem como seu comportamento a altas energias, é devido à troca do Pomeron, que contribui como $s^{0.08}$:

$$\frac{1}{2}[\sigma(\bar{\text{p}}\text{p}) + \sigma(\text{pp})] = 22.7 s^{0.08} + 105 s^{-0.56} . \quad (4.13)$$

O coeficiente do primeiro termo da expressão (4.13) inclui o efeito da troca de 2 pomerons, mas o resultado desta contribuição é aproximado, uma vez que seu cálculo não é propriamente conhecido. Sabe-se apenas que com o aumento da energia esta contribuição torna-se importante [56], e a contribuição $s^{0.08}$ só poderá ser obtida vestindo-se os gluons na forma de escada (vide figura 4.1.2).

Na próxima seção, estes conceitos serão utilizados a fim de restringir os possíveis valores da massa do gluon nos propagadores não-perturbativos.

4.2 Espalhamento difrativo e os propagadores do gluon

Há várias propriedades experimentais do espalhamento difrativo que podem ser calculadas através do modelo de dois gluons para o Pomeron de LN. Aqui serão escolhidas duas quantidades que podem ser relacionadas às seções de choque totais hadron-hadron, e se mostrará como isto pode impor vínculos aos propagadores do gluon. Uma destas quantidades é o acoplamento quark-Pomeron e a outra é a seção de choque total pion-proton.

A intensidade do acoplamento do Pomeron com os quarks, β_0 , em ordem principal é dado por [47],

$$\beta_0^2 = \frac{1}{36\pi^2} \int d^2K \left[g^2(K^2) D(K^2) \right]^2, \quad (4.14)$$

onde $g^2(K^2)/4\pi$ é a constante de acoplamento corredora, e o valor de $\beta_0^2 = 4 \text{ GeV}^{-2}$ é extraído da seção de choque proton-proton. Observe que se estará empregando sempre neste trabalho os momentos no espaço euclidiano, ($K^2 = -k^2$).

A amplitude do espalhamento meson-nucleon é [59],

$$\begin{aligned} A = & \ i \frac{32}{9} s \int d^2K [\alpha D(K^2)] [\alpha D((2\mathbf{Q} - \mathbf{K})^2)] \\ & \times 2[f_M(Q^2) - f_M((\mathbf{Q} - \mathbf{K})^2)] \\ & \times 3 \left[f_N(Q^2) - f_N \left(Q^2 - \frac{3}{2} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{K} + \frac{3}{4} K^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde s é o quadrado da energia de centro de massa, aos acoplamentos (α) foi associado o mesmo momento que os propagadores que os multiplicam, f_M e f_N são, respectivamente, os fatores de forma do meson e do nucleon. A seção de choque total está relacionada com esta amplitude por,

$$\sigma_T = \frac{\text{Im} A(s, t=0)}{s}, \quad (4.16)$$

e a Eq.(4.15) é calculada com os fatores de forma na aproximação de pólo,

$$f_i(K^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\langle r_i^2 \rangle}{6} K^2\right)} . \quad (4.17)$$

Com isto, pode-se calcular a seção de choque total pion-proton. Na verdade, o modelo de troca de dois gluons não pode descrever completamente o crescimento da seção de choque com a energia ($\propto s^{0.0808}$), que aparece num ajuste recente para a seção de choque total $\pi - p$ [60],

$$\sigma_T^{\pi p} = 13.63s^{0.0808} + 36.02s^{-0.4525} . \quad (4.18)$$

O modelo pode acomodar apenas o valor 13.63 na expressão acima. Foram usados os seguintes raios quadrados para o proton e pion, respectivamente [61]: $\langle r_p^2 \rangle = 0.67 \text{ fm}^2$ e $\langle r_\pi^2 \rangle = 0.44 \text{ fm}^2$. Uma inspeção das Eq.(4.14) e Eq.(4.15) mostra que elas são completamente dependentes da forma do propagador do gluon em $k^2 \rightarrow 0$ e, portanto, bastante adequadas para se estudar seu comportamento na região IV.

Serão considerados propagadores do gluon que satisfaçam algumas das suposições básicas do modelo de LN:

- a) O propagador possui um comprimento de correlação finito (ou, equivalentemente, uma escala de massa para o gluon);
- b) é finito em $k^2 = 0$.

Como no capítulo 3, serão considerados apenas propagadores motivados pela QCD, *i.e.* aqueles obtidos como soluções da ESD para o tensor de polarização do gluon, bem como em simulações na rede. Estes propagadores já foram utilizados no capítulo 3 e estão descritos na seção 3.1, Eq.(3.2), Eq.(3.3) e Eq.(3.5). Como já foi apontado, a massa dinâmica do gluon pode apresentar um decrescimento mais rápido com o momento que a forma apresentada na Eq.(3.4) [62], de acordo com a determinação do comportamento UV do tensor

de polarização do gluon, dado pela Expansão de Produto de Operadores (OPE) [13],

$$\Pi_{UV}(k^2) \sim \frac{34N\pi}{9(N^2 - 1)} \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle}{k^2}, \quad (4.19)$$

onde $\langle \alpha_s G^2 \rangle$ é o condensado de gluons e $N = 3$ para a QCD. Assim, para ser consistente com o propagador massivo de Cornwall, Eq.(3.3), e com a OPE, será também considerada uma auto-energia do gluon que interpole entre o comportamento constante no IV, Eq.(3.4) e o comportamento UV na Eq.(4.19), ou seja,

$$m^2(K^2) = \mu^2 \theta(\mu^2 - K^2) + \frac{\mu^4}{K^2} \theta(K^2 - \mu^2), \quad (4.20)$$

onde se empregou a função θ de Heaviside e a escala μ^2 será limitada pelas Eq.(4.14) e Eq.(4.15). Neste caso, o propagador com a forma da Eq.(3.3), com massa dinâmica dada pela Eq.(4.20), será identificado por “propagador de Cornwall modificado”, e será designado por D_{cm} .

Uma observação adicional a ser feita é que na constante de acoplamento, a mesma dada pela Eq.(3.8), o valor de τ será fixado através da escolha $\tau = m_g^2 / \Lambda_{QCD}^2$. Isto faz com que o congelamento da constante de acoplamento na região IV seja consistente com o estudo do vértice trilinear do gluon, feito por Cornwall e Papavassiliou [63].

No caso do propagador dado pela Eq.(3.5), uma vez que todos os parâmetros estão determinados pelo ajuste da simulação numérica na rede, basta verificar sua consistência com o espalhamento difrativo e a QDSQ. Excetuando este caso, pode-se determinar o valor da massa do gluon através das Eqs.(4.14) e (4.15), para cada propagador e testar sua compatibilidade com as soluções de QDSQ. Efetuando o cálculo das integrais, Eq.(4.14) e Eq.(4.15), para cada caso, obtém-se as curvas para β_0^2 dispostas na figura 4.5, e para a seção de choque total $\pi - p$ dispostas na figura 4.6, como funções da massa do gluon.

Destas figuras e dos valores experimentais de $\beta_0^2 = 4\text{GeV}^{-2}$ e da seção de choque total $\pi - p$, $\sigma_{\pi p} = 13.63\text{mb}$, foi possível estabelecer uma massa efetiva para cada propagador. Os resultados são apresentados na tabela 4.1.

Propagator	β_0	$\sigma_{\pi p}$
D_c	760	779
D_{cm}	513	472
D_s	422	387
D_m	525	388

Tabela 4.1: Massas do gluon (em MeV) obtidas através do ajuste de β_0 e $\sigma_{\pi p}$ para os propagadores discutidos na seção 3.1. Lembrando que D_{cm} é o propagador do gluon dado pela Eq.(3.3) com a massa dinâmica do gluon dada pela Eq.(4.20).

Está claro da tabela 4.1 que quase todas as escalas de massa do gluon que se ajustam ao valor experimental de β_0 , fornecem valores razoáveis (dentro de um erro de 10%) para a seção de choque total $\pi - p$, exceto no caso do propagador da rede, Eq.(3.5), onde o confronto com os valores experimentais produz uma diferença na massa efetiva do gluon de 35% entre os dois casos. É evidente que não somente a escala de massa desenvolve um papel importante nesta fenomenologia, mas também a forma funcional do propagador introduz diferenças nos cálculos, e é por este motivo que o problema se mostra ainda mais interessante, uma vez que isto torna possível especular a respeito do comportamento IV do propagador do gluon. Como será visto na próxima seção, é impossível obter QDSQ com os propagadores aqui estudados utilizando as escalas de massa apresentadas na tabela 4.1.

4.3 QDSQ com os propagadores do tipo LN

A quebra dinâmica de simetria quiral será discutida utilizando a mesma abordagem tradicional [3], já empregada no capítulo 3. Esta consiste em resolver as ESD para o propagador do quark e buscar por um termo gerado

dinamicamente neste propagador. Para isto, utiliza-se as mesmas equações integrais para o propagador do quark apresentadas no capítulo anterior, bem como as aproximações lá especificadas (vide as Eqs.(3.6) a (3.10)). Utiliza-se o mesmo código numérico já mencionado no capítulo 3 [40] para resolver as Eqs.(3.14) e (3.15) no espaço euclideo e, para cada um dos propagadores do gluon finitos no IV, substitui-se: (a) $\Phi(K^2) = D_c^{-1}(K^2)$, (b) $\Phi(K^2) = D_{cm}^{-1}(K^2)$, (c) $\Phi(K^2) = D_s^{-1}(K^2)$ e (d) $\Phi(K^2) = D_m^{-1}(K^2)$. Após obter, para cada caso, as funções $A(p^2)$ e $B(p^2)$, calcula-se o valor do condensado de quarks, que pode ser escrito como,

$$\langle \bar{q}q \rangle = -12i \int^\Lambda \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{Z(p^2)M(p^2)}{p^2 - M^2(p^2)}, \quad (4.21)$$

onde $Z^{-1}(p^2) = A(p^2)$ e $M(p^2) = B(p^2)/A(p^2)$. Será também calculado o valor da constante de decaimento do pion, que em termos das funções A e B das Eq.(3.14) e Eq.(3.15) é dada por,

$$\begin{aligned} f_\pi^2 = & -12i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{AB}{(A^2p^2 - B^2)^2} \left[AB \left(1 + \frac{p^2}{2} \frac{d \ln A}{dp^2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{p^2}{2} \left(B \frac{dA}{dp^2} - A \frac{dB}{dp^2} \right) \left(1 + p^2 \frac{d \ln A}{dp^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Para todos os propagadores aqui discutidos, com as respectivas escalas de massa do gluon dadas na tabela 4.1, verifica-se que não é possível obter geração dinâmica de massa para o quark! Os resultados alcançados para f_π e $\langle \bar{q}q \rangle$ são identicamente nulos (pelo menos dez ordens de magnitude abaixo da escala Λ_{QCD}). As escalas de massa do gluon da tabela 4.1 são demasiado grandes, no sentido de que causam uma blindagem extremamente forte da força necessária para gerar a quebra de simetria. A fim de ilustrar esta incompatibilidade, é apresentada na figura 4.7 a curva da massa do quark gerada dinamicamente ($M(p^2 = 0)$) em função da massa do gluon, no caso do propagador de Cornwall, Eq.(3.3), que leva ao sinal mais significativo de geração de massa que pôde ser obtido dentre os propagadores do gluon empregados. Note que na figura 4.7, para obter massa dinâmica para o quark

da $\mathcal{O}(300\text{MeV})$, seria preciso uma massa do gluon que fosse quase a metade do valor necessário para satisfazer os vínculos de espalhamento difrativo.

A inconsistência entre as fenomenologias do espalhamento difrativo e da QDSQ não é apenas uma questão de ajuste da escala de massa do gluon na região IV, esta escala realmente desenvolve papéis diferentes em ambos os casos. É necessário ter massas do gluon $m_g \gg \Lambda_{QCD}$ a fim de suavizar a singularidade no canal t no espalhamento difrativo, mas massas menores caso não se deseja apagar a geração dinâmica de massa do quark. É óbvio que se tem aqui uma inconsistência, embora esteja longe de estar claro qual a solução. No entanto, esta comparação entre as fenomenologias fornece uma poderosa ferramenta para se vincular o comportamento detalhado do propagador do gluon IV.

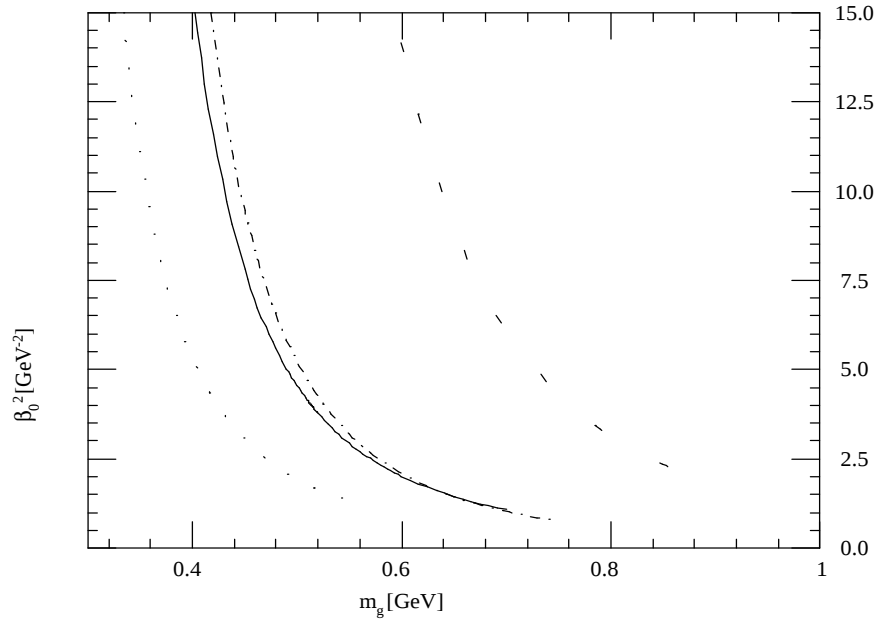


Figura 4.5: Curvas para β_0^2 como função da massa do gluon. O vínculo para obter o valor da massa do gluon é obtido fixando $\beta_0^2 = 4.0 \text{GeV}^{-2}$. Cada um dos propagadores do gluon é representado por: linha tracejada (D_c), linha tracejada-pontilhada (D_m), linha pontilhada (D_s), linha cheia (D_{cm}).

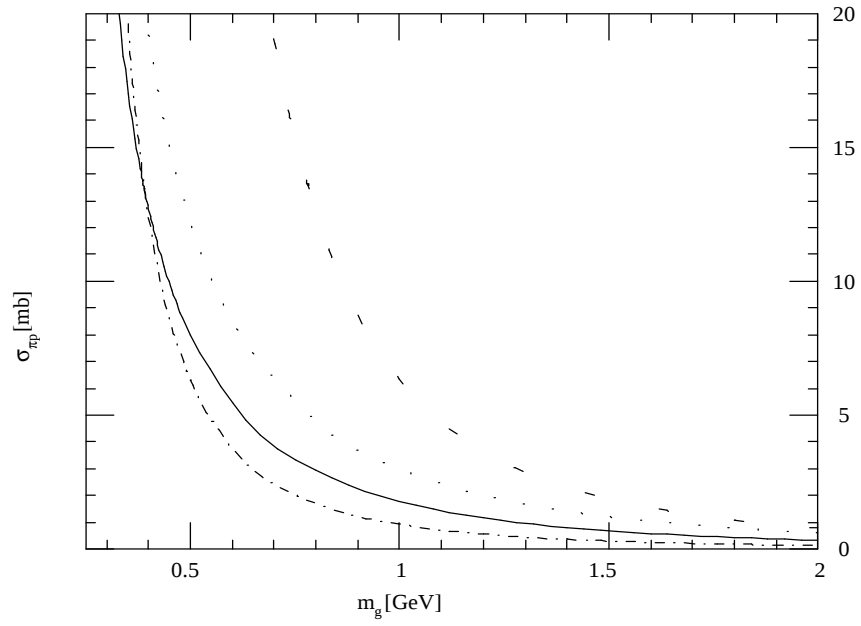


Figura 4.6: Curvas para a seção de choque total $\pi - p$ como função da massa do gluon. O vínculo na massa do gluon é imposto fixando o valor de $\sigma_{\pi p} = 13.63$ mb. Os propagadores do gluon são representados por: linha tracejada (D_c), linha tracejada-pontilhada (D_m), linha pontilhada (D_{cm}), linha cheia (D_s).

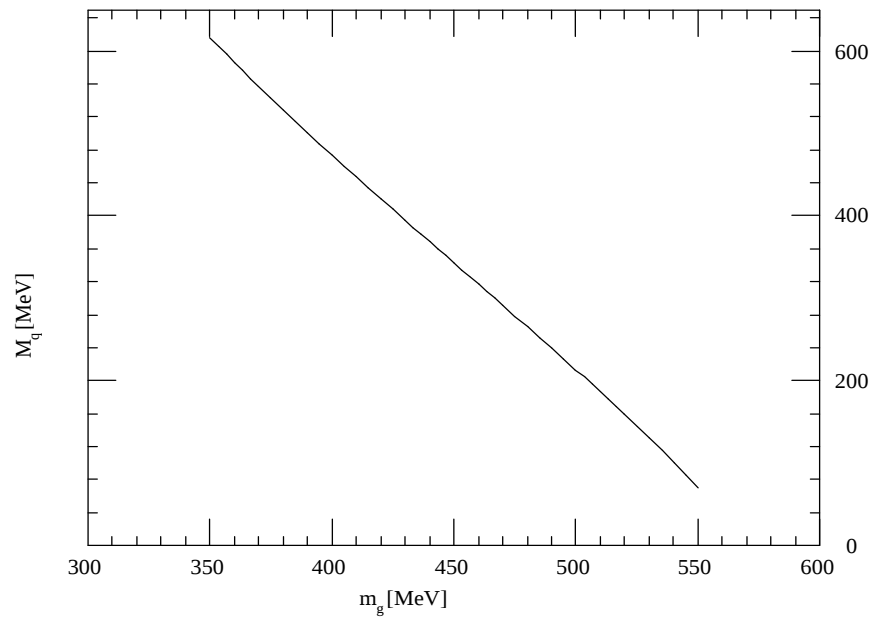


Figura 4.7: Massa do quark gerada dinamicamente para o propagador do glúon de Cornwall como função da massa do glúon.

Capítulo 5

Energia Do Vácuo da QCD e o Propagador do Gluon

Nos capítulos anteriores explorou-se as soluções da ESD para o quark, em particular as soluções que levam à geração de massa dinâmica para o quark, com a finalidade de extrair alguma informação a respeito do comportamento do propagador do gluon na região IV. Uma outra maneira de atacar o problema de QDSQ para se compreender o propagador do gluon não-perturbativo, pode ser obtida através do estudo do potencial efetivo para operadores compostos [24] em pontos estacionários. O método consiste em distinguir as diferentes soluções para o propagador do gluon através de um critério de mínimo para a energia do vácuo. Ou seja, calcula-se a energia do vácuo para algumas soluções das ESD para o propagador do gluon, finitas no IV (os mesmos propagadores que foram estudados até aqui), e o vácuo selecionará a solução que leva ao mínimo de energia mais profundo. Na verdade, este método é uma ferramenta complementar no estudo das soluções das ESD gluônicas, analisadas do ponto de vista dos cálculos do potencial efetivo. Devido à impossibilidade de resolver as ESD sem simplificações, somente serão consideradas aproximações que minimizam a energia do vácuo ao resolver as equações integrais.

A seguir, introduz-se os conceitos básicos para que se possa dar prosseguimento a esta abordagem, por meio do potencial efetivo para operadores compostos aplicado à QCD pura (somente gluons na teoria), para que se possa decidir qual a solução ao propagador do gluon não-perturbativo é privilegiada pelo vácuo.

5.1 Potencial efetivo para operadores compostos

No formalismo das integrais de trajetória de Feynman, escreve-se o funcional que gera os diagramas de Feynman da teoria (chamado funcional gerador) como,

$$\begin{aligned} Z[J] &= e^{\frac{i}{\hbar}W[J]} \\ &= N \int D\phi \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V(\phi) + J\phi \right\} d^4x \right\} , \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde N é um fator de normalização e $D\phi$ é a medida da integração funcional em $\phi(x)$ (até aqui um campo genérico). Pode-se definir a seguinte transformação de Legendre

$$\Gamma[\phi_{cl}] = W[J] - \int d^4x J(x) \phi_{cl}(x) , \quad (5.2)$$

chamada ação efetiva. Aqui, $\phi_{cl}(x) = \langle \phi(x) \rangle$, é o valor esperado no vácuo de $\phi(x)$. O argumento da exponencial sob a integração funcional na Eq.(5.1), pode ser identificado como a ação quando $J = 0$,

$$\begin{aligned} I &= \int d^4x \mathcal{L}(\phi(x)) \\ &= \int \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V(\phi) \right\} d^4x . \end{aligned} \quad (5.3)$$

Da Eq.(5.2), vê-se claramente que

$$\frac{\delta \Gamma[\phi_{cl}]}{\delta \phi_{cl}(x)} = -J(x) , \quad (5.4)$$

e para o caso em que ϕ é um campo escalar, colocando $V(\phi) = 0$, chega-se à seguinte identificação,

$$\Gamma[\phi_{cl}^{(0)}] = \frac{1}{2} \int d^4x [\Gamma[\phi_{cl}] \partial_\mu \phi_{cl}^{(0)} \partial^\mu \phi_{cl}^{(0)} - m^2 \phi_{cl}^{(0)2}] , \quad (5.5)$$

que é exatamente a ação clássica para $V(\phi) = 0$. Daí chamar-se $\Gamma[\phi]$ de ação efetiva. Observe que para se recuperar o conteúdo físico deste procedimento, devemos desligar a fonte J , implicando que a relação dada pela Eq.(5.4) torna-se

$$\frac{\delta \Gamma[\phi_{cl}]}{\delta \phi_{cl}(x)} = 0 . \quad (5.6)$$

Numa teoria com campos bosônicos compostos, o formalismo é modificado quando se inclui uma fonte não local [24], $K(x, y)$,

$$\begin{aligned} Z[J, K] &= e^{\frac{i}{\hbar} W[J, K]} \\ &= \int D\phi \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[I(\phi) + \int d^4x \phi(x) J(x) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \int d^4x d^4y \phi(x) K(x, y) \phi(y) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde $I(\phi)$ é a ação efetiva clássica envolvendo o termo de interação da lagrangeana, e o campo ϕ pode possuir componentes, as quais estão sendo suprimidas. A ação efetiva é obtida por meio de uma dupla transformação de Legendre,

$$\begin{aligned} \Gamma(\phi, G) &= W(J, K) - \int d^4x \phi(x) J(x) \\ &\quad - \frac{1}{2} \int d^4x d^4y \phi(x) K(x, y) \phi(y) \\ &\quad - \frac{1}{2} \hbar \int d^4x d^4y G(x, y) K(x, y) , \end{aligned} \quad (5.8)$$

onde $G(x, y)$ é o valor esperado no vácuo do produto dos campos ordenados temporalmente, $T\phi(x)\phi(y)$. Da Eq.(5.8), verifica-se que

$$\frac{\delta \Gamma[\phi, G]}{\delta \phi(x)} = -J(x) - \int d^4y K(x, y) \phi(y) , \quad (5.9)$$

$$\frac{\delta\Gamma[\phi, G]}{\delta G(x, y)} = -\frac{1}{2}\hbar K(x, y) . \quad (5.10)$$

A condição expressa pela Eq.(5.6) é restabelecida quando as fontes J e K se anulam, o que implica em

$$\frac{\delta\Gamma[\phi, G]}{\delta G(x, y)} = 0 . \quad (5.11)$$

Considerando a invariância translacional, $G(x, y) = G(x - y)$, pode-se definir o potencial efetivo por,

$$V(\phi, G) \int d^4x = -\Gamma(\phi, G)|_{inv.translac.} , \quad (5.12)$$

onde $V(\phi, G)$ inclui todos os termos da expansão em $\hbar$, cujos diagramas sejam irreduzíveis de duas partículas (2PI)¹.

Esta generalização para campos compostos é importante, pois no caso de uma teoria contendo fermions, não pode haver observáveis do tipo $\langle\Psi\rangle \neq 0$, visto que os números quânticos de Ψ são diferentes daqueles que o vácuo carrega. Por outro lado, é bastante legítimo considerar $\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle \neq 0$, caso em que ocorre condensação.

Para uma teoria não-abeliana o potencial efetivo assume, então, a seguinte forma [24],

$$\begin{aligned} V(S, D, G) = & -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} Tr(\ln S_0^{-1}S - S_0^{-1}S + 1) \\ & -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} Tr(\ln G_0^{-1}G - G_0^{-1}G + 1) \\ & + \frac{1}{2}i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} Tr(\ln D_0^{-1}D - D_0^{-1}D + 1) \\ & + V_2(S, D, G), \end{aligned} \quad (5.13)$$

onde S , D e G são os propagadores completos dos fermions, bosons de gauge e fantasmas de Faddeev-Popov, respectivamente; S_0 , D_0 e G_0 são os respectivos propagadores nus. $V_2(S, D, G)$ é a soma de todos os diagramas do vácuo 2PI, apresentados de maneira pictórica na figura 5.1, e as soluções

¹Ou seja, são aqueles que, cortadas duas linhas quaisquer, não se reduzem a outros gráficos já existentes.

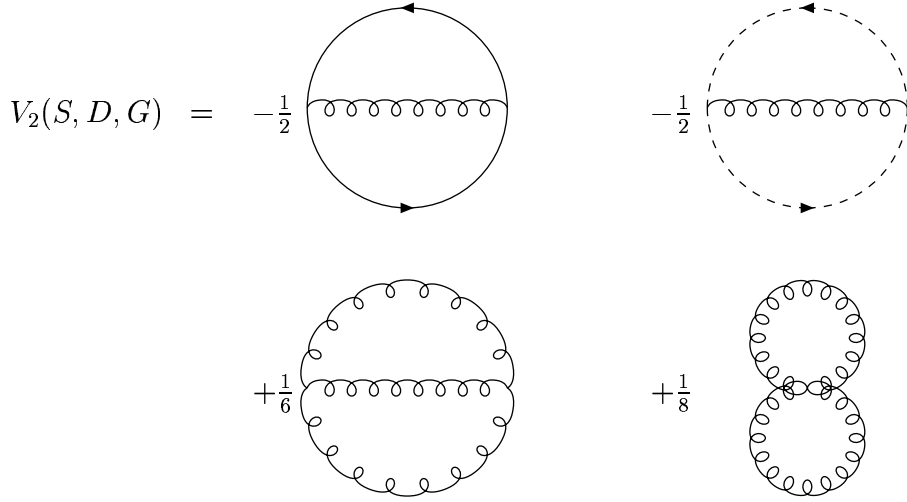


Figura 5.1: Diagramas 2PI do vácuo, ao nível de 2 “loops”, que contribuem para o potencial efetivo da QCD.

das equações,

$$\frac{\delta V}{\delta S} = \frac{\delta V}{\delta D} = \frac{\delta V}{\delta G} = 0, \quad (5.14)$$

forneem as ESD para os propagadores dos fermions, bosons de gauge e fantasmas.

Pode-se representar $V_2(S, D, G)$ analiticamente por,

$$\begin{aligned} iV_2(S, D, G) = & -\frac{1}{2}Tr(\Gamma S \Gamma S D) - \frac{1}{2}Tr(F G F G D) \\ & + \frac{1}{6}Tr(\Gamma^{(3)} D \Gamma^{(3)} D D) + \frac{1}{8}Tr(\Gamma^{(4)} D D), \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde Γ , F , $\Gamma^{(3)}$ e $\Gamma^{(4)}$ são, respectivamente, os vértices próprios dos fermions, fantasmas, acoplamentos tríptico e quártico dos bosons de gauge [64]. Na Eq.(5.15) estão sendo omitidos os índices de Lorentz e de gauge, bem como as integrais no momento.

A Eq.(5.13), com $V_2(S, D, G)$ definido pela Eq.(5.15), representa o potencial efetivo completo para uma teoria não-abeliana. O estudo do potencial

efetivo completo da QCD é bastante complexo, visto que é necessário tratar as várias funções de Green de 2 e 3-pontos para fermions, gluons e fantasmas simultaneamente. Um modo de simplificar o problema é começar pelo estudo particular do potencial efetivo envolvendo apenas gluons (QCD pura). Na próxima seção será feita esta escolha, na tentativa de selecionar o propagador que melhor representa o comportamento do gluon na região IV.

5.2 O propagador do gluon selecionado pelo vácuo da QCD

Nesta seção será empregado um critério de mínimo de energia para o vácuo da QCD a fim de indicar qual dos propagadores finitos no IV melhor corresponde ao verdadeiro propagador do gluon. O ponto central do método a ser utilizado reside em se trabalhar com a energia do vácuo no ponto de mínimo, que é garantido quando se impõe a condição estacionária dada pela Eq.(5.14). Se verá que isto simplifica extremamente o problema, contornando a dificuldade de lidar com as funções de vértice completas da QCD.

O propagador completo do boson de gauge D está relacionado ao propagador livre por,

$$D^{-1} = D_0^{-1} - \Pi, \quad (5.16)$$

onde Π é o tensor de polarização do gluon, obtido da Eq.(5.13) quando se satisfaz a Eq.(5.14), resultando em

$$\Pi = \Gamma S \Gamma S + F G F G - \frac{1}{2} \Gamma^{(3)} D \Gamma^{(3)} D - \frac{1}{2} \Gamma^{(4)} D. \quad (5.17)$$

Os diagramas que contribuem para Π são mostrados na figura 5.2, e esta auto-energia é aquela que foi resolvida de diversas maneiras, levando a uma série de formas para o propagador do gluon na região IV [8, 10, 18]. Como a intenção é calcular o potencial efetivo através de uma abordagem variacional, o melhor *ansatz* para o propagador completo será dado pela solução aproximada de Π .

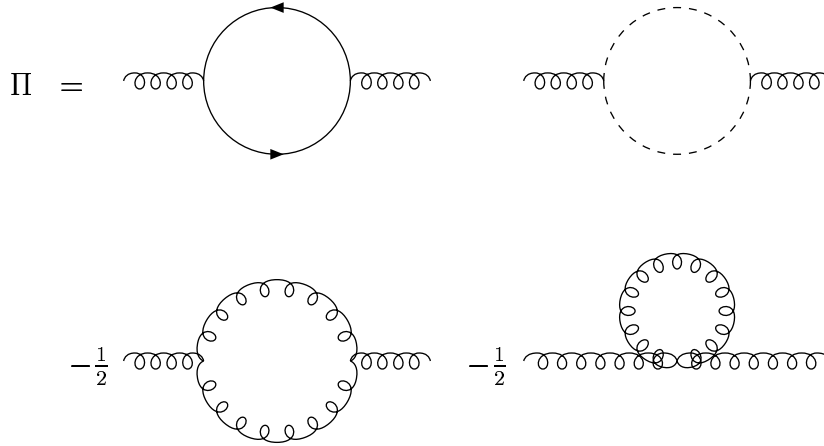


Figura 5.2: Diagramas ao nível de 1 “loop” que contribuem para o tensor de polarização do vácuo do gluon.

A quantidade fisicamente significativa que se necessita calcular é a densidade de energia do vácuo, dada por,

$$\Omega = V(S, D, G) - V(S_p, D_p, G_p), \quad (5.18)$$

onde D_p é o análogo perturbativo de D , e se está subtraindo do potencial a parte perturbativa, que não contribui à geração dinâmica de massa, denotada por $V(S_p, D_p, G_p)$. Como o interesse estará concentrado na teoria puramente gluônica², não serão consideradas as contribuições dos quarks para o potencial efetivo, *i.e.*, será desprezada a contribuição do primeiro diagrama da figura 5.1, equivalentemente, o primeiro termo do lado direito da Eq.(5.15). É oportuno lembrar que para gluons perturbativos Ω está infestada de divergências IV, e somente no caso de propagadores finitos no IV ela pode ser

²Um estudo semelhante ao apresentado neste capítulo foi realizado no caso da QCD envolvendo apenas os “loops” fermiônicos [65]. Os resultados lá obtidos são compatíveis com aqueles apresentados nesta tese.

calculada sem ambigüidades [8].

Antes de começar o cálculo de Ω é conveniente discutir como as soluções de Π são determinadas. Um dos primeiros cálculos do tensor de polarização do gluon deve-se a Mandelstam [6], onde os fantasmas e os diagramas com acoplamentos quárticos são desprezados. Negligenciar os diagramas envolvendo fantasmas mostrou-se correto, visto que sua contribuição é numericamente pequena [6]. Estas aproximações, no gauge de Landau, se mostraram satisfatórias no longo e detalhado trabalho de Brown e Pennington [9]. Com esta aproximação, somente o diagrama com acoplamento trilinear deveria ser considerado na Eq.(5.17), *i.e.*, o tensor de polarização do gluon será dado por,

$$\Pi = -\frac{1}{2}\Gamma^{(3)}D\Gamma^{(3)}D. \quad (5.19)$$

Aproximações mais complexas podem ser utilizadas, mas na prática, somente os diagramas com acoplamento trilinear tem sido considerados na maioria dos trabalhos até agora. Até onde se sabe, poucos artigos foram além destas aproximações, e entre estes se encontra a determinação do propagador de Cornwall [8], através do uso da chamada “*Pinch Technique*”, tal como foi exposto no capítulo 3. Outro exemplo é a manipulação de funções de Green de ordem mais alta feita por Stingl *et al.* [10], embora neste caso os cálculos tenham sido feitos no gauge de Landau (diferentes do resultado invariante de gauge de Cornwall).

A energia do vácuo pode ser calculada utilizando as mesmas aproximações assumidas para obter as soluções da auto-energia do gluon. Contudo, uma aproximação mais adequada para se estudar a estabilidade do vácuo surge quando são consideradas as condições estacionárias, Eq.(5.14) e Eq.(5.16), em Ω , resultando numa expressão para os valores de Ω no seu ponto de mínimo, que será denotado por $\langle\Omega\rangle$. Para ilustrar este procedimento, considere o caso da QCD pura em questão, em que se está assumindo a aproximação de Mandelstam. O diagrama 2PI que contribui para Ω (terceiro diagrama na

figura 5.1) leva à seguinte relação,

$$\Omega_2 = \frac{-i}{6} Tr(\Gamma^{(3)} D \Gamma^{(3)} D D) - (D \rightarrow D_p) . \quad (5.20)$$

Ao aplicar a condição estacionária, Eq.(5.14), obtém-se,

$$\langle \Omega_2 \rangle = \frac{i}{3} Tr(\Pi D) - (D \rightarrow D_p) , \quad (5.21)$$

que reduz o cálculo à integração de “1-loop”. É importante ressaltar que $\langle \Omega \rangle$ é muito menos dependente do *ansatz* usado para calcular a energia do vácuo. Isto já foi enfatizado em cálculos da energia do vácuo para quebra de simetria quiral [66]. Note que $\langle \Omega \rangle$ também não sofre dos possíveis problemas na determinação do potencial efetivo para operadores compostos [67].

A energia do vácuo em pontos estacionários, dentro das aproximações discutidas acima, é dada por

$$\begin{aligned} \langle \Omega \rangle = & \frac{i}{2} Tr[\ln(D_0^{-1} D) - D_0^{-1} D + 1] \\ & - \frac{i}{3} Tr[(D^{-1} - D_0^{-1})(D - D_0)] , \end{aligned} \quad (5.22)$$

onde foi assumido que $D_p = D_0$, ou seja, o propagador perturbativo do gluon está sendo identificado com o propagador livre.

Recobrando a integração nos momentos, utilizando a expressão para o propagador do gluon completo no gauge de Landau,

$$D^{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i}{p^2 - \Pi(p^2)} (g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2}) , \quad (5.23)$$

e calculando o traço, a Eq.(5.22) pode ser colocada na seguinte forma,

$$\langle \Omega \rangle = -\frac{3(N^2 - 1)}{2} \int \frac{d^4 P}{(2\pi)^4} \left[\frac{\Pi}{P^2 + \Pi} - \ln\left(1 + \frac{\Pi}{P^2}\right) + \frac{2}{3} \frac{\Pi^2}{P^2(P^2 + \Pi)} \right] , \quad (5.24)$$

onde todas as quantidades estão no espaço euclidiano ($P^2 = -p^2$), e $N = 3$ para a QCD. Observe que o cálculo da energia do vácuo completa requer o

uso de vértices não-perturbativos que satisfaçam as identidades de Slavnov-Taylor, as quais impõem fortes vínculos entre os diagramas da figura 5.1 [68], e no cálculo de $\langle \Omega \rangle$ aqui exposto, escapou-se desta dificuldade.

Para calcular $\langle \Omega \rangle$ é preciso apenas um *ansatz* razoável para o propagador do gluon ou sua auto-energia Π , que será dado pelas soluções das ESD já apresentadas no capítulo 3 (veja Eq.(3.2), Eq.(3.3) e Eq.(3.5)). Para estes propagadores IV, exceto no caso do propagador de Cornwall, não está claro como conectar estas expressões com sua parte UV, que resulta ser uma complicação adicional, visto que qualquer, *ad hoc*, ponte entre o propagador IV e UV introduzirá uma nova escala de massa. É óbvio que a física não deve depender desta escala particular mas, de alguma forma, deverá introduzir alguma arbitrariedade no problema. Não será, portanto, considerado o comportamento logarítmico UV do propagador completo, esperado pelo grupo de renormalização,

$$D_{UV}^{-1}(P^2) \rightarrow P^2 \ln(P^2) , \quad (5.25)$$

uma vez que deveria ser comum a todos os propagadores (apesar de estar presente somente na Eq.(3.3)). No caso particular do propagador da rede, Eq.(3.5), em que não há nenhuma separação clara entre as regiões IV e UV, sua forma peculiar será simplesmente negligenciada, assumindo que a polarização do vácuo do gluon pode ser formulada como um pólo no propagador perturbativo, fatorizado da Eq.(3.5).

Serão, então, adotados os seguintes *ansatze* para o cálculo de $\langle \Omega \rangle$:

- a) $\Pi(P^2) = m_g^2(P^2)$, onde $m_g^2(P^2)$ é a massa dinâmica no propagador de Cornwall, Eq.(3.4);
- b) Para ser consistente tanto com o propagador de Cornwall quanto com os resultados de OPE [13], será considerada uma auto-energia do gluon que interpola entre o comportamento IV constante da Eq.(3.4) e o UV dado pela Eq.(4.19), ou seja,

$$\Pi(P^2) = \mu^2 \theta(\mu^2 - P^2) + \frac{\mu^4}{P^2} \theta(P^2 - \mu^2) ; \quad (5.26)$$

- c) $\Pi(P^2)$ consistente com o propagador de Stingl *et al.*, Eq.(3.6), porém com a diferença de que aqui será empregada a variação deste propagador³,

$$D_s(P^2) = \frac{1}{P^2 + \frac{\mu_s^4}{(P^2 + c^2)}} , \quad (5.27)$$

onde, em vez do propagador se anular na origem, deverá assumir um valor constante, c^2 , a fim de eliminar a divergência na auto-energia do gluon em $P^2 = 0$. Assumindo isto, e escolhendo $c^2 \equiv \mu_s^2$ como uma escala natural de massa que leva a um tensor de polarização do gluon finito, tem-se:

$$\Pi(P^2) = \frac{\mu_s^4}{P^2 + \mu_s^2} ; \quad (5.28)$$

- d) Tal como foi acima discutido, para o propagador inspirado nas simulações da rede será assumido que $\Pi(P^2)$ tem a seguinte forma,

$$\Pi(P^2) = m_l^2 \theta(\mu^2 - P^2) + \frac{m_l^2}{Z(P^2/\Lambda^2)^\eta} \theta(P^2 - \mu^2) , \quad (5.29)$$

que segue do fato de se estar considerando a massa do gluon gerada dinamicamente como um pólo no propagador perturbativo, fatorizado da Eq.(3.5).

Finalmente, como m_g e μ_s não são determinados pelas soluções das ESD, a energia do vácuo será calculada como função destes parâmetros.

Na figura 5.3 é mostrada a energia do vácuo calculada através dos *ansatze* de a) até d), como função da escala de massa do gluon ($m_g \equiv \mu_s \equiv m_l$). Note que uma vez selecionada uma forma para a auto-energia do gluon, Π , os valores de Ω apresentados na figura 5.3 somente fornecem a energia do vácuo como uma função da escala de massa do gluon (ou m_g/Λ_{QCD}), e não

³Como foi alertado no último trabalho da Ref.[10], o propagador completo, dado pela Eq.(5.27), deveria conter um termo $c \neq 0$, no entanto, devido à complexidade introduzida por tal fator, este caso não foi estudado em detalhe.

se tem um critério para fixar um valor particular deste parâmetro de escala. Pode-se apenas comparar as diferentes curvas da energia do vácuo, correspondentes a diferentes comportamentos da auto-energia do gluon, assumindo um valor comum para a escala de massa do gluon. Dos perfis apresentados nesta figura para a energia do vácuo verifica-se que o propagador de Cornwall, Eq.(3.3), leva a um mínimo de energia mais profundo, enquanto $m_g > 1.6\Lambda_{QCD}$, fazendo crer que esta poderia ser a forma mais favorecida pelo vácuo da QCD para o propagador do gluon, desde que as massas do gluon obedeçam esta relação. Para massas do gluon menores ($m_g < 1.6\Lambda_{QCD}$), o propagador da rede é aquele que melhor representa o verdadeiro propagador do gluon. Está claro que, excetuando o propagador da rede, Eq.(3.5), onde todas as constantes estão determinadas, só se pode comparar os diferentes valores da energia do vácuo se for possível vincular os parâmetros m_g e μ_s . A princípio estes parâmetros deveriam estar relacionados com a escala Λ_{QCD} , no entanto, tal relação ainda está longe de ser alcançada, por isso discute-se a seguir alguns dos vínculos que foram colocados sobre estes parâmetros.

Os vínculos fenomenológicos sobre a massa dinâmica do gluon pode vir de decaimentos de quarkonium em gluons [15, 14], modelos potenciais para glueballs [69], aproximações para a Hamiltoniana da QCD combinada com um método variacional [70], uma possível relação entre o condensado de gluons e a massa do gluon através das regras de soma da QCD [71], a contribuição de troca de dois gluons para o Pomeron [15] e o vácuo funcional da teoria de Yang-Mills $SU(3)$ [72]. As massas do gluon obtidas na maioria destes estudos são da ordem de $2\Lambda_{QCD}$, mas deve-se ter cautela ao considerar este valor pois, com raras exceções, estes cálculos consideram somente uma massa nua para o gluon, e o comportamento específico da massa dinâmica pode modificar os resultados. Em geral, estes cálculos envolvem também muitas aproximações diferentes (e algumas insustentáveis). Portanto, pode-se considerar seguro se for empregada uma massa do gluon que esteja entre Λ_{QCD} e $3\Lambda_{QCD}$ e, de acordo com a figura 5.3, o propagador de Cornwall e aquele obtido em simulações da rede levam a um mínimo de energia mais profundo, e se apro-

ximam do comportamento real do propagador do gluon confinado.

Finalmente, pode-se ainda utilizar uma relação encontrada por Cornwall [8] entre o condensado de gluons e a energia do vácuo,

$$\langle g^2 G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \rangle = -8b^{-1} \langle \Omega \rangle , \quad (5.30)$$

onde b é o coeficiente de mais baixa ordem da função β do grupo de renormalização. Esta relação permite uma determinação alternativa da massa do gluon. Para chegar à Eq.(5.30) foi assumido que a função β do grupo de renormalização é dada por seu comportamento perturbativo ($\beta \simeq -bg^3$). Embora a função β possa diferir desta última, na fase em que ocorre condensação, é possível que esta relação seja a mais confiável na determinação da massa do gluon. O lado esquerdo da Eq.(5.30) foi calculado através das regras de soma da QCD [73] e é igual a 0.47 GeV^4 . Assim, assumindo $\Lambda_{QCD} = 0.3 \text{ GeV}$ obteve-se os seguintes valores para a massa do gluon nos casos discutidos acima: a) 527 MeV, b) 627 MeV, c) 715 MeV e d) 560 MeV. Tendo em mente todas as determinações da massa do gluon na literatura, verifica-se novamente que os propagadores das Ref.[8] e Ref.[18] são aqueles que proporcionam um quadro mais consistente com este tipo de análise.

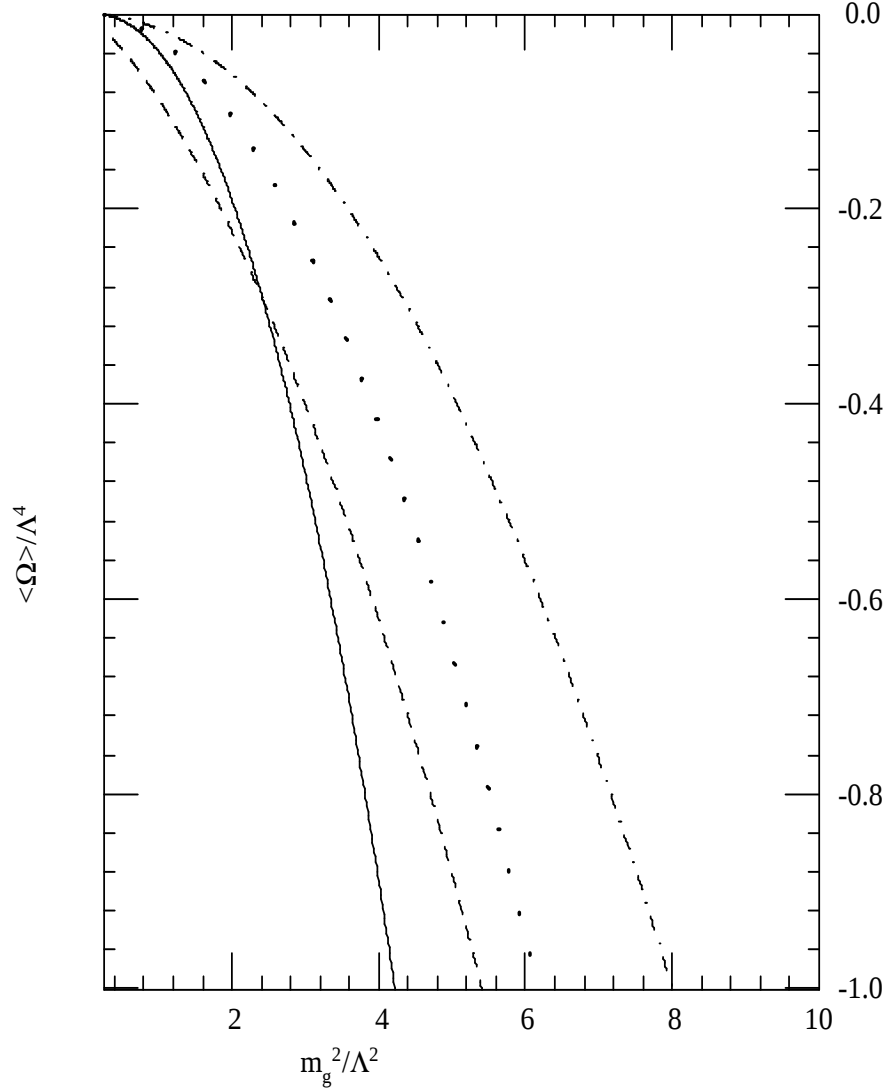


Figura 5.3: Resultados do cálculo da energia do vácuo como uma função da massa do gluon para diferentes *ansatze* para a polarização do vácuo do gluon. As curvas estão relacionadas com os *ansatze* assumidos no texto: a) linha contínua, Eq.(3.4); b) linha pontilhada, Eq.(5.26); c) linha tracejada-pontilhada, Eq.(5.28); d) linha tracejada, Eq.(5.29).

Capítulo 6

Conclusões

No primeiro capítulo desta tese foi exposto, de modo bastante geral, o mecanismo de QDSQ desde Nambu e Jona-Lasinio [1] até os trabalhos em QCD desenvolvidos por Atkinson *et al.*, Refs. [30] a [34]. Tratou-se, portanto, de uma breve revisão sobre este assunto, a fim de possibilitar uma melhor compreensão do estudo do propagador do gluon não-perturbativo através da QDSQ na QCD, que viria em seguida, para os que não estão familiarizados com este problema. Este estudo foi abordado de três maneiras diferentes. No capítulo 3 a finalidade era determinar o valor do acoplamento crítico a partir do qual ocorre a QDSQ na QCD, inicialmente com quarks sem massa, utilizando propagadores do gluon motivados pela QCD e que são finitos no IV [8, 10, 18]. O método empregado consistiu na obtenção numérica de soluções não triviais das ESD para o propagador do quark, utilizando estes propagadores do gluon. O estudo destes propagadores do gluon no capítulo 4 voltou-se para a comparação entre as fenomenologias do Pomeron de Landshoff-Nachtmann [47] e da QDSQ, a fim de estabelecer a compatibilidade entre este modelo de Pomeron e a geração de massa dinâmica para os quarks. No capítulo 5, procurou-se distinguir entre estes propagadores do gluon, através do emprego do potencial efetivo para operadores compostos [24] na QCD puramente gluônica, aquele que leva a um mínimo de ener-

gia mais profundo. Isto serviria de critério para selecionar o propagador do gluon que melhor representa o verdadeiro comportamento a baixas energias. A seguir são apresentadas as conclusões alcançadas em função dos resultados obtidos nestes três trabalhos.

No problema do capítulo 3, foi estudada a constante de acoplamento crítico para a quebra dinâmica da simetria quiral num modelo de cromodinâmica quântica, utilizando propagadores do gluon finitos no infravermelho que são soluções da Equação de Schwinger-Dyson para o gluon, bem como um propagador do gluon determinado em simulações numéricas da rede. O primeiro passo foi calcular as condições de autovalores para a equação de bifurcação linear para a auto-energia do quark. Pôde ser verificado que uma escala de massa nua para o gluon blind a força responsável pela quebra de simetria, e a transição ocorre para uma constante de acoplamento cada vez maior conforme a razão da massa do gluon pela massa do fermion aumenta. Em seguida, a equação integral não-linear para a auto-energia completa do quark foi resolvida numericamente para os propagadores do gluon finitos acima mencionados. O resultado confirmou a aproximação linear feita anteriormente, indicando que, conforme a escala de massa do gluon é aumentada, maior deverá ser a constante de acoplamento crítico. Foi verificado que a forma funcional do propagador do gluon também desempenha um papel importante na caracterização da transição quiral.

Com o propagador de Cornwall, Eq.(3.3), e massas do gluon da ordem daquela esperada fenomenologicamente, foram obtidos valores para a constante de acoplamento crítico que não estão longe daqueles obtidos para o propagador $1/k^2$. Os resultados aqui apresentados para o propagador de Cornwall diferem daqueles na Ref.[41] pelos motivos apontados na seção 3.2.3. Com o propagador de Stingl *et al.*, Eq.(3.6), a transição quiral ocorrerá somente para valores extremamente grandes da constante de acoplamento. Se a escala de massa do gluon for da $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD})$ o acoplamento crítico será uma ordem de magnitude maior que aquele obtido com o propagador perturbativo. Infelizmente, um estudo fenomenológico de espalhamento difrativo com

o propagador de Stingl *et al.* exige massas do gluon da $\mathcal{O}(3\Lambda_{QCD})$, para as quais não há quebra de simetria! Isto significa que este propagador não representa o verdadeiro comportamento infravermelho do propagador do gluon, ou o modelo de espalhamento difrativo da Ref.[15] deve ser modificado. O propagador da rede de Marenzoni *et al.* leva a uma configuração da transição quiral que é consistente fenomenologicamente, porém o valor obtido para a constante de acoplamento crítico é ainda maior que nos outros casos. Em geral, quanto mais suave é o comportamento do propagador no infravermelho, maior será a constante de acoplamento crítico. Como foi discutido no fim da seção 3.2.3, para massas do gluon grandes, é possível que os efeitos de confinamento não possam ser descartados, devido aos valores elevados para as constantes de acoplamento crítico envolvidas nestes casos.

No capítulo 4 foi analisada a compatibilidade entre o modelo de Pomeron de Landshoff-Nachtmann (LN) e a quebra dinâmica de simetria quiral para os propagadores do gluon não-perturbativos estudados no capítulo 3. O modelo de LN para o Pomeron é capaz de explicar uma grande variedade de dados de espalhamento difrativo [15, 49], fazendo uso de um propagador finito no infravermelho. Como foi visto na seção 4.2, é necessário apenas uma única escala de massa do gluon para ajustar o acoplamento quark-Pomeron e a seção de choque total pion-proton. Por outro lado, tem-se uma extensiva e bem sucedida fenomenologia de QDSQ, a qual foi elaborada quase que totalmente com um propagador do gluon “perturbativo” ($1/k^2$). Na seção 4.3 seguiu-se os procedimentos padrões para calcular a massa dinâmica do quark (tal como no capítulo 3, através do cálculo das soluções não-trivias da ESD para o propagador do quark), o condensado de quarks e a constante de decaimento do pion, utilizando os mesmos propagadores não-perturbativos prescritos pelo modelo de LN na seção 4.2. Ambas fenomenologias são inconsistentes. Verificou-se que é necessário ter massas do gluon grandes para o espalhamento difrativo e massas pequenas para gerar os parâmetros de quebra de simetria quiral apropriados!

Há uma diferença clara entre o cálculo de QDSQ aqui realizado e outros

cálculos presentes na literatura. O uso de propagadores “massivos” notoriamente blindam a força necessária para gerar a quebra de simetria quiral (como já foi ressaltado anteriormente), e é provavelmente nesta direção que se deve procurar por problemas. Uma outra possibilidade implicaria que o modelo de LN está incorreto, ou que a fenomenologia de QDSQ não tem nada a ver com um comprimento de correlação finito para os gluons. Discute-se a seguir cada uma destas possibilidades. O primeiro ponto em comum entre as duas fenomenologias é a existência de uma escala de massa para o propagador do gluon, no entanto, há uma outra forma alegada para o propagador do gluon na região IV, a saber, $1/k^4$ (veja Ref.[74] e referências lá citadas). Em vista dos argumentos teóricos das Refs.[8, 10, 12, 13], a respeito das escalas de massa do gluon, e das simulações numéricas na rede [18, 19], se está fortemente compelido a assumir que o campo do gluon, definitivamente, possui um comprimento de correlação finito no vácuo, descartando a solução $1/k^4$.

Sendo o propagador do gluon finito no IV, não há nenhuma comparação com dados experimentais que force o abandono do modelo de LN, resta verificar se a fenomenologia de QDSQ com tal propagador é ainda consistente. Uma outra diferença dos cálculos padrões de QDSQ é o uso da constante de acoplamento corredora da QCD, dada pela Eq.(3.8) com $\tau = m_g^2/\Lambda_{QCD}^2$ que, como foi dito previamente, é consistente com um estudo do vértice trilinear do gluon e incorpora naturalmente o congelamento do acoplamento na escala relevante da massa do gluon [63]. Ambas fenomenologias, espalhamento difrativo e QDSQ, dependem fortemente do comportamento deste acoplamento no IV, contudo, seu efeito atua basicamente na mesma direção, *i.e.*, o aumento da constante de acoplamento no IV faz aumentar os parâmetros do espalhamento difrativo, bem como a massa dinâmica do quark. Portanto, não haverá muito espaço para mudanças nesta direção. Finalmente, assumindo-se que o modelo de LN está correto, o campo do gluon possui um comprimento de correlação finito no vácuo, e a constante de acoplamento sofre o congelamento acima mencionado, forçando a dizer que a massa dinâmica do quark não é gerada por forças devido à troca de um único gluon. Neste caso, o

cálculo usual das massas dinâmicas dos quarks deveria ser modificado quando se considera uma massa para o gluon. De fato, esta visão não é nova, visto que num estudo de QDSQ das ESD para o propagador e vértice da QCD acopladas foi encontrada uma incompatibilidade [45], onde se argumentou que a técnica padrão de usar a troca de um gluon nas ESD não é adequada quando se considera o efeito de gluons com massa. O trabalho apresentado nesta tese, de uma maneira diferente, corrobora este resultado.

O estudo dos propagadores não-perturbativos do gluon, no capítulo 5, deu-se por meio do cálculo do potencial efetivo da QCD puramente gluônica no gauge de Landau. O cálculo da energia do vácuo foi utilizado como critério para determinar qual dentre estas diferentes formas para o propagador do gluon leva ao mínimo de energia mais profundo. Foi verificado que duas expressões são claramente favorecidas em detrimento das outras, a saber aquela de Cornwall dada pela Eq.(3.3) e aquela advinda de simulações numéricas na rede, Eq.(3.5). Consistentemente, quando se compara a energia do vácuo com o condensado de gluons, obtém-se massas do gluon para estes propagadores que estão dentro dos limites de várias determinações desta massa existentes na literatura.

Por fim, observa-se que os resultados destes três métodos para se estudar o comportamento IV do propagador do gluon parecem estar consistentes entre si, visto que nenhuma discrepância foi observada entre os resultados como um todo. Em particular, nota-se uma tendência do propagador proposto por Cornwall, Eq.(3.3), a ser mais coerente com a realidade que os outros, embora isto não possa ser concluído a partir destes trabalhos, haja visto o próprio método ser passível de não conter significado físico, tal como já foi apontado. Aqui pode-se ressaltar a importância do trabalho apresentado no capítulo 3, pois o valor da constante de acoplamento poderia ser usado como ferramenta para estudar o comportamento infravermelho do propagador do gluon e, associado com outros cálculos fenomenológicos, tal como aqueles das Refs.[14, 15, 16], pode fornecer um mapeamento do propagador do gluon para toda escala de momentos. Conhecer o comportamento infravermelho do

propagador do gluon (e dos quarks) ainda é um problema em aberto, sujeito a inúmeras investigações.

Apêndice A

Notação e fórmulas úteis

A notação utilizada é a mesma adotada por Bjorken e Drell [75].

A.1 Quadrivetores

As coordenadas do espaço tempo são denotadas pelo quadrivetor contravariante,

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z) ,$$

e o quadrivetor covariante,

$$x_\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, -x, -y, -z) = g_{\mu\nu} x^\nu ,$$

onde

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.1})$$

A soma sobre índices repetidos está subentendida e o produto escalar é definido como:

$$x^2 = x_\mu x^\mu = t^2 - \mathbf{x}^2 .$$

O quadrimomento é definido por,

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z) ,$$

com produto escalar dado por,

$$p \cdot p = p_\mu p^\mu = E^2 - \mathbf{p}^2 ,$$

onde os termos em **negrito** são vetores no espaço euclidiano.

No espaço de representação o quadrimomento se escreve da seguinte forma,

$$p^\mu = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(i \frac{\partial}{\partial t} , \frac{1}{i} \nabla \right) \equiv i \partial^\mu .$$

A.2 Matrizes de Dirac em 4 dimensões

As matrizes gama de Dirac satisfazem as relações de anticomutação,

$$\{\gamma^\mu \gamma^\nu , \gamma^\nu \gamma^\mu\} = 2g^{\mu\nu} . \quad (\text{A.2})$$

Uma representação usual para estas matrizes é dada por

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \quad \gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{bmatrix} , \quad (\text{A.3})$$

onde $\mathbf{1}$ é a matriz 2×2 identidade e σ representa as três matrizes 2×2 de Pauli, dadas por,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} ; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.4})$$

Define-se a matriz γ^5 da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} \gamma^5 &\equiv i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = -i \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \equiv \gamma_5 \\ &= \left(\frac{i}{4!} \right) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \\ &= \left(\frac{i}{4!} \right) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma , \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde o tensor de Levi-Civita é definido como,

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1, & \text{para permutações pares de } 0\ 1\ 2\ 3 \\ -1, & \text{para permutações ímpares} \\ 0, & \text{de outro modo} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

e $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = -\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$. Tem-se também que,

$$(\gamma^5)^2 = \mathbf{1} , \quad (\text{A.7})$$

e

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 . \quad (\text{A.8})$$

O produto escalar entre um vetor e uma matriz γ é dado por,

$$\gamma \cdot a \equiv \gamma_\mu a^\mu \equiv \not{a} = \gamma^0 a^0 - \gamma \cdot \mathbf{a} .$$

Freqüentemente, algumas propriedades são importantes para o cálculo do traço para as matrizes de Dirac, úteis na obtenção de amplitudes de Feynman. Estas propriedades são:

$$\begin{aligned} tr(I) &= 4 \\ tr(AB) &= tr(BA) \\ tr(\gamma_\mu) &= 0 \\ tr(\text{número ímpar de } \gamma\text{'s}) &= 0 \\ tr(\gamma_\mu \gamma_\nu) &= 4g_{\mu\nu} \\ tr(\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma) &= 4[g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}] \\ tr(\gamma_5) &= 0 \\ tr(\gamma_5 \gamma_\mu) &= 0 \\ tr(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu) &= 0 \\ tr(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho) &= 0 \\ tr(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma) &= 4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} . \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

A.3 Rotação de Wick e a integral em D dimensões

A rotação de Wick consiste em girar a componente temporal do quadrimomento integrado, levando-a do eixo real para o eixo imaginário, enquanto as componentes espaciais permanecem inalteradas:

$$k^0 \rightarrow ik_E^0, \quad \vec{k} = \vec{k}_E, \quad d^D k \rightarrow i d^D k_E.$$

Isto permite trabalhar no espaço euclideano com a seguinte métrica:

$$k^2 = -k_E^2, \quad k_E^2 = (k_E^0)^2 + \dots + (k_E^{D-1})^2.$$

As integrais no espaço dos momentos assumem a forma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d^D k \rightarrow i \int_{-\infty}^{+\infty} d^D k_E$$

Seja a integral de uma função de k_E^2 ,

$$\int d^D k_E f(k_E^2). \quad (\text{A.10})$$

Passando esta integral para coordenadas polares em D dimensões, obtém-se:

$$\int d^D k_E f(k_E^2) = \frac{1}{2} \int d\Omega_D \int_0^\infty dR R^{\frac{D}{2}-1} f(R)$$

onde fez-se a substituição $k_E^2 = R$, e a integral em $d\Omega_D$ é dada por

$$\int d\Omega_D = \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \sin \theta_2 \int_0^\pi d\theta_3 \sin^2 \theta_3 \cdots \int_0^\pi d\theta_{n-2} \sin^{n-3} \theta_{n-2},$$

com $3 \leq n \leq D+1$ (por exemplo, em $D=4$, $3 \leq n \leq 5$, implicando que os ângulos de integração são θ_1 , θ_2 e θ_3).

Bibliografia

- [1] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. rev.* **122** (1961) 345.
- [2] E. Farhi and R. Jackiw, *Dynamical Gauge Symmetry Breaking*, World Scientific Pub. Co., Singapore, 1982; P. Fomin, V. Gusynin, V. Miranskii and Y. Sitenko, *Rev. Nuovo Cimento* **6**, 1 (1983).
- [3] C. D. Roberts and A. G. Williams, *Dyson-Schwinger Equations and their Applications to Hadronic Physics*, Progress in Particle and Nuclear Physics, **33**, 477 (1994).
- [4] D. Atkinson e P. W. Johnson, *Phys. Rev.* **D37** (1988) 2296.
- [5] C. D. Roberts e B. H. J. McKellar, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 672.
- [6] S. Mandelstam, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 3223.
- [7] M. Baker, J. S. Ball, and F. Zachariasen, *Nucl. Phys.* **B186**, 531 (1981).
- [8] J. M. Cornwall, in *Deeper Pathways in High-Energy Physics*, edited by B. Kursunoglu, A. Perlmutter and L. Scott (Plenum, New York, 1977), p.683; *Nucl. Phys.* **B157**, 392 (1979); *Phys. Rev.* **D26**, 1453 (1982).
- [9] N. Brown and M. R. Pennington, *Phys. Rev.* **D38**, 2266 (1988); **D39**, 2723 (1989).
- [10] M. Stingl, *Phys. Rev.* **D34**, 3863 (1986); U. Habel *et al.*, *Z. Phys.* **A336**, 423, 435 (1990).

-
- [11] J. R. Cudell and D. A. Ross, Nucl. Phys. **B359** 247 (1991).
 - [12] V. N. Gribov, Nucl. Phys. **B139**, 19 (1978); D. Zwanziger, Nucl. Phys. **B378**, 525 (1992).
 - [13] M. Lavelle, Phys. Rev. **D44**, (1991) R26.
 - [14] G. Parisi and R. Petronzio, Phys. Lett. **B94**, 51 (1980).
 - [15] F. Halzen, G. Krein and A. A. Natale, Phys. Rev. **D47**, 295 (1993); M. B. Gay Ducati, F. Halzen and A. A. Natale, Phys. Rev. **D48**, 2324 (1993); J. R. Cudell and B. U. Nguyen, Nucl. Phys. **B420**, 669 (1994).
 - [16] J. H. Field, Int. J. Modern Physics **A9**, 3283 (1994).
 - [17] C. Bernard, Phys. Lett. **B108**, 431 (1982); P. A. Amundsen and J. Greensite, Phys. Lett. **B173**, 179 (1986); J. E. Mandula and M. Ogilvie, Phys. Lett. **B185**, 127 (1987); R. Gupta *et al.*, Phys. Rev. **D36**, 2813 (1987).
 - [18] C. Bernard, C. Parrinello and A. Soni, Phys. Rev. **D49**, 1585 (1994); P. Marenzoni, G. Martinelli, N. Stella and M. Testa, Phys. Lett. **B318**, 511 (1993); *ibid.* preprint Southampton - hep-ph 9410355; P. Marenzoni, G. Martinelli and N. Stella, Nucl. Phys. **B455**, 339 (1995).
 - [19] UKQCD Collab., D. B. Leinweber *et al.*, hep-lat/9803015.
 - [20] A. Di Giacomo, E. Meggiolaro and H. Panagopoulos, Nucl. Phys. **B483**, 371 (1997) ; A. Di Ciaccomo and H. Panagopoulos, Phys. Lett. **B285**, 133 (1992).
 - [21] A. A. Natale and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Lett. **B392**, (1997) 444.
 - [22] A. A. Natale and P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Lett. **B390**, (1997) 378.

-
- [23] J. C. Montero, A. A. Natale and P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Lett.* **B406**, (1997) 130.
- [24] J. M. Cornwall, R. Jackiw and E. Tamboullis, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 2428.
- [25] J. Schwinger, *Phys. rev.* **128** (1962) 2325.
- [26] P. W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **12** (1964) 132; *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 508; *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156; F. Englert and R. Brout, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321; G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 585.
- [27] R. Jackiw and K. Johnson, *Phys. rev.* **D8** (1973) 2386.
- [28] J. M. Cornwall and R. Norton, *Phys. rev.* **D8** (1973) 3338.
- [29] R. Fukuda e T. Kugo, *Nucl. Phys.* **B117** (1976) 250.
- [30] D. Atkinson e P. W. Johnson, *Phys. Rev.* **D35** (1987) 1943.
- [31] D. Atkinson e P. W. Johnson, *J. Math. Phys.* **28** (1987) 2488.
- [32] D. Atkinson, *J. Math. Phys.* **28** (1987) 2494.
- [33] D. Atkinson, A. Hulsebos e P. W. Johnson, *J. Math. Phys.* **28** (1987) 2994; *Phys. Rev.* **D37** (1988) 2290; *Phys. Rev.* **D41** (1990) 1661.
- [34] D. Atkinson, V. P. Gusynin e P. Maris, *Phys. Lett.* **B303**, (1993) 157.
- [35] A. Bender, C. D. Roberts e L. v. Smekal, *Phys. Lett.* **B380** (1996) 7.
- [36] A. Bashir, A. Kizilersu e M. R. Pennington, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 1242; e referências lá citadas.
- [37] F. G. Tricomi, em “*Integral equations*”, (Interscience Pub., New York, N. Y.) (1957).

-
- [38] J. L. Richardson, *Phys. Lett.* **82B** (1979) 272.
- [39] G. Krein, P. Tang and A. G. Williams, *Phys. Lett.* **B215**, 145 (1988).
- [40] A. G. Williams, G. Krein and C. D. Roberts, *Ann. Phys. (NY)* **210**, 464 (1991).
- [41] B. Haeri and M. B. Haeri, *Phys. Rev.* **D43**, 3732 (1991).
- [42] U. Mahanta, *Phys. Lett.* **B225**, 181 (1989); B. Holdom, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 997 (1989); U. Mahanta, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2349 (1989).
- [43] F. T. Hawes, C. D. Roberts and A. G. Williams, *Phys. Rev.* **D49**, 4683 (1994).
- [44] M. E. Peskin, in *Recent Advances in Field Theory and Statistical Mechanics*, edited by J.-B. Zuber and R. Stora, Elsevier Science Publishers/B.V., 1984, p.217, (Les Houches, Session XXXIX, 1982); J. Kogut, M. Stone, H. W. Wyld, J. Shigemitsu, S. H. Shenker, and D. K. Sinclair, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1140 (1982).
- [45] J. Papavassiliou and J. M. Cornwall, *Phys. Rev.* **D44**, 1285 (1991).
- [46] F. E. Low, *Phys. Rev.* **D12**, (1975) 163; S. Nussinov, *Phys. Rev. Lett.* **34**, (1975) 1268.
- [47] P. V. Landshoff and O. Nachtmann, *Z. Phys.* **C35**, (1987) 405.
- [48] A. Donnachie and P. V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B185**, (1987) 403; *Nucl. Phys.* **B311**, (1988/89) 509.
- [49] J. R. Cudell, *Nucl. Phys.* **B336**, (1991) 1.
- [50] D. R. O. Morrison, *CERN Preprint D.Ph.II/Phys* **73-46**.

-
- [51] U. Amaldi et al., *Phys. Lett.* **36B** (1971) 400; G. Barbiellini et al., *Phys. Lett.* **39B** (1972) 663; G. G. Beznogikh et al., *Phys. Lett.* **43B** (1973) 85; V. Bartenev et al., *Phys. Rev. Lett.* **31** (1973) 1088; U. Amaldi et al., *Phys. Lett.* **44B** (1973) 116; **66B** (1977) 390; L. Baksay et al., *Nucl. Phys.* **B141** (1978) 1.
- [52] G. Veneziano, *Phys. Lett.* **30B** (1969) 351.
- [53] Cheuk-Yin Wong, “Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions”, World Scientific (1994).
- [54] P. D. B. Collins e F. Gault, *Phys. Lett.* **112B** (1982) 255.
- [55] I. Ya. Pomeranchuk, *Soviet. Phys. JETP* **3**, 306 (1956); *ibid* **7**, 499 (1958);
I. Ya. Pomeranchuk e L. B. Okun, *Soviet. Phys. JETP* **3**, 307 (1956).
- [56] A. Donnachie e P. V. Landshoff, *Nuclear Phys.* **B267** (1985) 690.
- [57] Maurice jacob, “The quark structure of matter”, World Scientific (1992).
- [58] A. Schäfer, O. Nachtmann e R. Schöpf, *Phys. Lett.* **B249** (1990) 331.
- [59] J. F. Gunion and D. E. Soper, *Phys. Rev.* **D15**, (1977) 2617; E. M. Levin and M. G. Ryskin, *Yad. Fiz.* **41**, (1985) 1622 [*Sov. J. Nucl. Phys.* **41**, (1985) 1027]; J. Dolejsi and J. Hufner, *Z. Phys.* **C54**, (1992) 489.
- [60] A. Donnachie and P. V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B296**, (1992) 227.
- [61] B. Povh and J. Hufner, *Phys. Rev. Lett.* **58**, (1987) 1612; *Phys. Lett.* **B245**, (1990) 653.
- [62] J. M. Cornwall and Wei-Shu Hou, *Phys. Rev.* **D34**, (1986) 585.
- [63] J. M. Cornwall and J. Papavassiliou, *Phys. Rev.* **D40**, (1989) 3474.

-
- [64] R. C. Shellard, UCLA doctoral dissertation (1978), (unpublished);
J. M. Cornwall and R. C. Shellard, Phys. Rev. **D18**, 1216 (1978);
A. A. Natale, Nucl. Phys. **B226**, 365 (1983).
- [65] J. C. Montero, A. A. Natale and P. S. Rodrigues da Silva, Progr. of
Theor. Phys. **96**, (1996) 1209.
- [66] P. Castorina and S.-Y. Pi, Phys. Rev. **D31**, 411 (1985); J. C. Montero,
A. A. Natale, V. Pleitez and S. F. Novaes, Phys. Lett. **B161**, 151 (1985).
- [67] T. Banks and S. Raby, Phys. Rev. **D14**, 2182 (1976); R. Casalbuoni,
S. de Curtis, D. Dominici and R. Gatto, Phys. Lett. **B140**, 357 (1984);
R. W. Haymaker, T. Matsuki and F. Cooper, Phys. Rev. **D35**, 2567
(1987); J. C. Montero and V. Pleitez, Z. Phys. **C50**, 149 (1991).
- [68] J. M. Cornwall, Phys. Rev. **D10**, 500 (1974).
- [69] J. M. Cornwall and A. Soni, Phys. Lett. **B120**, 431 (1983).
- [70] A. Szczepaniak, E. S. Swanson, C.-R. Ji and S. R. Cotanch, Phys. Rev.
Lett. **76**, 2011 (1996).
- [71] F. R. Graziani, Z. Phys. **C33**, 397 (1987).
- [72] I. I. Kogan and A. Kovner, Phys. Rev. **D52**, 3719 (1995).
- [73] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147**,
385 (1979); **B147**, 448 (1979).
- [74] K. Buttner and M. R. Pennington, Phys. Rev. **D52**, (1995) 5220; Phys.
Lett. **B356**, (1995) 354.
- [75] J. D. Bjorken e S. D. Drell, in Relativistic Quantum Fields, McGraw-Hill
Book Company (1965) p. 377.