

Universidade Estadual Paulista - Unesp  
Faculdade de Engenharia - Campus de Ilha Solteira  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**“PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE  
TRANSMISSÃO USANDO TRANSFORMADORES  
DEFASADORES”**

Dissertação submetida à  
Faculdade de Engenharia de Ilha  
Solteira - UNESP - como parte  
dos requisitos para obtenção do  
título de Mestre em Engenharia  
Elétrica.

**Candidato** : Celso Tadao Miasaki  
**Orientador** : Prof. Dr. Francisco Villarreal Alvarado  
**Co-Orientador** : Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lazaro

Ilha Solteira - SP  
Março de 2002

À minha Família

## AGRADECIMENTOS

---

Desejo expressar meus sinceros agradecimentos:

- Aos professores Francisco Villarreal Alvarado e Rubén Augusto Romero Lázaro um agradecimento em especial pela competência, dedicação e estímulo durante a orientação deste trabalho;
- Ao professor José Luiz Resende Pereira e ao professor José Roberto Sanches Mantovani pela grandiosa colaboração na correção do texto e pelas valiosas sugestões;
- A todos os docentes e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica- FEIS/UNESP, que diretamente ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho;
- A secretaria de Pós-Graduação (Arlindo, Fátima, Paulo, Onilda e Adelaide) pelo trabalho desenvolvido;
- Aos técnicos do laboratório de computação Deoclécio e Carlos Alex;
- Aos meus colegas de departamento pela excelente convivência e pela amizade ao longo deste trabalho, em especial Carlos, Cilim, Elizete, Gustavo, Jackson, Marilene, Marco, Márcio, Maira, Mara e Silvio ;
- Aos amigos Paulo, Patrícia e Otony, que mesmo distantes, estiveram próximos o bastante para me incentivar;
- A CAPES pelo apoio financeiro deste trabalho;

# Índice

<b>Lista de Figuras</b> .....	iv
<b>Lista de Tabelas</b> .....	vi
<b>Resumo</b> .....	viii
<b>Abstract</b> .....	ix
<b>Capítulo 1. Introdução</b> .....	<b>01</b>
<b>Capítulo 2. Modelagem Matemática e Técnicas de Solução</b> .....	<b>04</b>
2.1. Modelo de Transportes.....	07
2.1.1 Modelagem Matemática do Modelo de Transportes..	07
2.1.2 Modelagem Matemática do Modelo de Transportes..	
Modificado.....	10
2.2. Modelo DC .....	11
2.2.1 Modelagem Matemática do Modelo DC .....	12
2.2.2 Modelagem Matemática do Modelo DC Modificado..	14

2.3. Modelagem incorporando dispositivos controladores de fluxo de potência ativa .....	15
2.4. Motivação para utilizar a nova modelagem usando transformadores defasadores .....	22
2.5. Comentários sobre as Técnicas de Solução usadas no problema de planejamento.....	27
<b>Capítulo 3. Algoritmo <i>Branch-and-Bound</i> .....</b>	<b>29</b>
3.1. Algoritmo <i>Branch-and-Bound</i> .....	29
3.1.1 Pseudocustos .....	35
3.1.2 Estimativa .....	37
3.1.3 Seleção do subproblema candidato .....	38
3.1.4 Seleção da variável para separação de subproblemas ...	40
3.2. Algoritmo <i>Branch-and-Bound</i> para resolver o problema de Transportes .....	41
3.3. Exemplo Ilustrativo .....	42
<b>Capítulo 4. Técnica de Solução Proposta.....</b>	<b>46</b>
4.1. Justificativa para o Algoritmo de Duas Fases .....	47
4.2. Algoritmo de Duas Fases.....	48
4.3. Exemplos Ilustrativos .....	54
4.3.1 Resolução usando o Modelo DC.....	58
4.3.2 Resolução usando o Modelo Proposto.....	59
<b>Capítulo 5. Testes e Resultados .....</b>	<b>61</b>
5.1 Sistema de 6 barras de Garver .....	63
5.1.1 Sistema de 6 barras de Garver com Reprogramação.....	63

5.1.2 Sistema de 6 barras de Garver sem Reprogramação .....	66
5.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras .....	71
5.2.1.Sistema Sul Brasileiro de 46 barras com Reprogramação .....	71
5.2.2. Sistema Sul Brasileiro de 46 barras sem Reprogramação .....	74
5.3. Comentários sobre os Resultados.....	78
<b>Capítulo 6. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>80</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>83</b>
<b>Dados dos Sistemas Testados.....</b>	<b>87</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1. Configuração inicial do sistema de 3 barras e 5 circuitos

Figura 2.2. Configuração final do sistema de 3 barras e 5 circuitos

Figura 2.3. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de 1 linha

Figura 2.4. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de defasador

Figura 3.1. Árvore de *branch-and-bound*

Figura 3.2. Sistema de 3 barras e 1 circuito na configuração base

Figura 3.3. Árvore de *branch-and-bound* para o sistema de 3 barras

Figura 3.4. Configuração ótima do sistema de 3 barras

Figura 3.5. Configuração ótima alternativa do sistema de 3 barras

Figura 4.1. Diagrama de blocos da 1ª fase

Figura 4.2. Diagrama de blocos da 2ª fase

Figura 4.3. Sistema de 4 barras e 2 circuitos na configuração base

Figura 4.4. Árvore de *branch-and-bound* para o sistema de 4 barras com 2 circuitos na configuração base

Figura 4.5. Sistema de 3 barras e 3 circuitos na configuração base

Figura 4.6. Configuração ótima do modelo DC

Figura 4.7. Sistema de 3 barras e 5 circuitos

Figura 4.8. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de defasadores

Figura 5.1. Configuração ótima para o sistema de 6 barras com reprogramação

Figura 5.2. Configuração ótima para o sistema de 6 barras sem reprogramação

## Lista de Tabelas

- Tabela 5.1. Sistema de 6 barras com reprogramação da geração após a fase I
- Tabela 5.2. Sistema de 6 barras com reprogramação da geração após a fase II
- Tabela 5.3. Tabela de custos para o Sistema de 6 barras com reprogramação
- Tabela 5.4. Sistema de 6 barras sem reprogramação da geração após a fase I
- Tabela 5.5. Sistema de 6 barras sem reprogramação da geração após a fase II
- Tabela 5.6. Tabela de custos para o Sistema de 6 barras sem reprogramação
- Tabela 5.7. Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase I
- Tabela 5.8. Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase II
- Tabela 5.9. Tabela de custos para o Sistema Sul Brasileiro com reprogramação
- Tabela 5.10. Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase I
- Tabela 5.11. Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase II
- Tabela 5.12. Tabela de custos para o Sistema Sul Brasileiro sem reprogramação
- Tabela 5.13. Tabela de fluxo para o sistema de 46 barras com reprogramação

## RESUMO

O trabalho apresenta uma nova formulação matemática para o problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão, em que é considerada a possibilidade de se adicionar transformadores defasadores ao sistema elétrico. Nesta formulação também podem ser considerados dispositivos direcionadores de fluxo de potência ativa como os dispositivos FACTS. Entretanto, esses tipos de dispositivos não são analisados no presente trabalho.

A formulação matemática proposta é resolvida através de um algoritmo heurístico de duas fases. Na primeira fase se encontra a solução ótima do modelo de transportes através da alocação de circuitos na configuração base para resolver o problema de capacidade de transmissão. Na segunda fase, procura-se a localização ótima dos transformadores defasadores. Na primeira fase é usado um algoritmo *Branch-and-Bound* especializado e na segunda fase, um algoritmo de programação linear (PL).

## ABSTRACT

The work has a new mathematical formulation for the transmission system expansion planning, the possibility of adding phase-shifter transformers in the electrical system is considered. In the new formulation directors active power flow devices can be also considered as the devices FACTS. However, those type of devices are not analyzed in the present work.

The mathematical formulation is solved by a two-phase heuristic algorithm. In the first phase the optimal solution of transportation model is determined through the allocation of lines and transformers in the base configuration to solve the transmission capacity problem. In the second phase, the optimal allocation of the phase-shifter transformers is found. The *Branch-and-Bound* specialized algorithm and the linear programming algorithm are used in the 1<sup>st</sup> phase and in the 2<sup>nd</sup> phase, respectively.

# Capítulo 1

## Introdução

---

O planejamento de expansão de redes de transmissão de sistemas de energia elétrica é um problema complexo e de difícil solução, pois envolve a determinação do local para construção de novas linhas de transmissão e/ou instalações de transformadores, de forma que o crescimento da demanda e da geração seja feita de forma otimizada pelo sistema, isto é, procura-se determinar uma solução que minimize os custos de investimentos.

Devido a sua natureza combinatorial e sua importância para o setor elétrico, o planejamento de expansão da rede é considerado um problema clássico de sistemas de energia elétrica, sendo motivo de estudo de vários pesquisadores, que usam as mais variadas técnicas para resolver este modelo matemático, tratado como um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM). Normalmente o problema de planejamento está dividido em estático e dinâmico.

No planejamento estático de sistemas de transmissão tem-se uma configuração inicial e os dados de geração e demanda, os limites de operação, os custos e as restrições de investimentos. Tenta-se melhorar a

capacidade de transmissão, através da escolha e alocação de circuitos em lugares mais atrativos, além de oferecer condições operacionais adequadas.

Portanto, no planejamento estático se busca encontrar uma alternativa de expansão da rede atual para a geração e demanda dentro de um único horizonte especificado. Já no planejamento dinâmico, além de determinar o local e o tipo de dispositivo, deseja-se também determinar quando instalar os novos equipamentos, isto é, o horizonte de planejamento é dividido em vários estágios menores e, deve-se encontrar a proposta ótima de adição de equipamentos em cada estágio do horizonte de planejamento. Este trabalho enfoca o problema de planejamento estático, que é um subproblema do planejamento dinâmico, cujos resultados obtidos poderão ser analisados posteriormente e melhorados através de métodos de análise mais exatos, em caso de implementação prática.

O problema de planejamento de sistemas de transmissão é um problema de otimização matemática, sendo dividido em duas partes bem definidas : a modelagem matemática e a técnica de solução para resolver este modelo matemático.

Neste trabalho se busca resolver o problema de planejamento de expansão da rede utilizando um novo modelo matemático e uma nova estratégia de expansão. Assim, além da possibilidade de adicionar linhas de transmissão e transformadores convencionais, se incorpora na modelagem matemática a possibilidade de adicionar transformadores defasadores no processo de planejamento. Para esse novo modelo matemático, o trabalho sugere uma proposta de solução em duas fases. Esta proposta de solução integral é do tipo heurístico, mas com grande capacidade de encontrar o ótimo global do novo modelo matemático. Adicionalmente, em cada fase (primeira e segunda) são usados algoritmos que podem encontrar o ótimo global do problema.

As motivações para o desenvolvimento deste trabalho são procurar uma solução ótima para o problema de planejamento através da formulação

proposta, utilizar transformadores defasadores na modelagem matemática e apresentar um algoritmo heurístico de duas fases.

No capítulo 2 é apresentado a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão, bem como um breve comentário sobre as técnicas de solução. Na literatura especializada são encontrados vários modelos matemáticos para realizar a formulação matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão. Neste trabalho são apresentados o modelo de Transportes, o modelo DC e a modificação mais comum realizada em ambos. Neste capítulo também é apresentado o modelo matemático proposto, isto é, incorporando o uso de transformadores defasadores. Para complementar é mostrado um exemplo ilustrativo em que são utilizados transformadores defasadores na modelagem matemática.

O capítulo 3 está destinado a apresentação do algoritmo de *branch-and-bound* aplicado ao problema estático do planejamento da transmissão. Neste trabalho utiliza-se um algoritmo de *branch-and-bound* especializado para resolver o problema de capacidade de transmissão quando é utilizado o modelo de Transportes. Mostram-se algumas modificações que foram implementadas por meio do conceito de *pseudocustos* visando melhorar o desempenho do algoritmo através da escolha da variável de separação e da escolha do subproblema candidato.

A seguir, no capítulo 4, é apresentado a técnica de solução proposta para resolver o problema de planejamento da expansão da rede usando a nova formulação matemática e uma técnica de solução que consiste de um algoritmo heurístico de duas fases.

No capítulo 5 são apresentados os resultados dos testes nos quais foram utilizados um sistema de 6 barras e 15 circuitos de Garver e o sistema Sul Brasileiro de 46 barras e 79 circuitos.

As conclusões mais importantes deste estudo são mencionadas no capítulo 6.

No apêndice são mostrados os dados dos sistemas utilizados nos testes.

## Capítulo 2

### Modelagem Matemática e Técnicas de Solução

---

Na maioria das vezes, isto é, salvo algumas exceções, um problema da vida real pode ser representado adequadamente por meio de um modelo matemático que relaciona um conjunto de variáveis de decisão através de um conjunto de relações algébricas.

O problema de Planejamento de Sistema de Transmissão é um problema clássico de sistemas de energia elétrica, um problema de otimização, cuja resolução compreende a execução de duas etapas consecutivas e claramente definidas: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida para resolver o modelo matemático. A modelagem matemática além de representar adequadamente o problema real, deve permitir sua resolução por meio de técnicas de solução disponíveis. Normalmente, à medida que implementam-se melhorias no modelo matemático do problema real, a técnica de solução se torna mais complexa. Assim, deve existir um compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida para que se possa utilizar recursos computacionais aceitáveis, isto é, dentro dos limites da máquina.[ROM99]

Com o desenvolvimento das pesquisas, das técnicas de solução e/ou computadores mais velozes é provável que modelos complexos atualmente se tornem adequados no futuro.

No planejamento de sistemas de transmissão, o problema real é um sistema elétrico com uma topologia corrente, na qual se busca encontrar o plano de expansão ótima (construção de novos circuitos) para um horizonte de planejamento definido, isto é, onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para que o sistema opere adequadamente para um crescimento especificado da demanda. A modelagem matemática ideal para indicar a operação adequada seria a representação do problema através das relações matemáticas de fluxo de carga AC, mas não é usada por vários motivos e os mais importantes são os seguintes:

- 1) Geralmente o sistema apresenta um conjunto de barras isoladas ou ilhadas da parte principal do sistema, isto é, a topologia inicial do sistema elétrico usado em planejamento é um sistema não conexo, e pelo menos no contexto atual, não é possível resolver sistemas deste tipo usando relações matemáticas de fluxo de carga AC e as técnicas de solução conhecidas.[ KUR99,ROC99]
- 2) O problema de planejamento de sistemas de transmissão fornece somente o fluxo de potência ativa no sistema elétrico e o problema de geração de reativos é resolvido posteriormente. Neste último caso, mesmo que o sistema elétrico seja conexo, a convergência do modelo AC seria difícil, ou às vezes impossível, pois o problema freqüentemente não teria solução. Atualmente, não existem técnicas que resolvam simultaneamente os problemas de expansão dos sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores ou planejamento de sistemas de transmissão) e alocação de reativos no sistema elétrico.[ROM99]

Na literatura especializada existem vários modelos matemáticos linearizados para realizar a modelagem do problema de planejamento de sistema de transmissão, dentre os quais se destacam: modelo de fluxo de carga DC (ou modelo DC), modelo de transportes e modelo híbrido. Além destes, são utilizados freqüentemente variantes dos mesmos.

Atualmente, o modelo DC é considerado ideal para representar o problema de planejamento, e os principais motivos são :

- 1) Testes experimentais exaustivos mostraram que os resultados obtidos usando o modelo DC apresentam resultados muito próximos aos resultados obtidos usando o fluxo de carga AC em relação a distribuição dos fluxos de potência ativa;
- 2) Existem várias técnicas de solução (algoritmos) que resolvem de maneira adequada os problemas de planejamento que usam o modelo DC.[ROM99]

O modelo DC utiliza as duas Leis de Kirchhoff para realizar a modelagem matemática do problema de planejamento. Os modelos de transportes e híbrido são versões relaxadas (aproximadas) do modelo DC.

## 2.1. MODELO DE TRANSPORTES

Devido a grande dificuldade na utilização do modelo de fluxo de carga AC, usado no problema de planejamento de sistemas de transmissão, Garver propôs na década de 70, o uso de modelos aproximados que permitam encontrar topologias ou configurações atrativas e que produzam o menor investimento no plano de crescimento do sistema elétrico, além de condições adequadas de operação [GAR70]. Em outras palavras, o sistema deve satisfazer à primeira Lei de Kirchhoff e os circuitos e as usinas de geração devem operar dentro de seus limites especificados.

Este modelo ficou conhecido como modelo de transportes e representou o início de uma nova sistemática de pesquisa nos problemas de planejamento de sistemas de transmissão, a proposta sugere o uso de modelos diferentes para os problemas de operação e de planejamento.

O modelo de transportes foi o primeiro a utilizar programação linear, tendo enorme aceitação. A primeira Lei de Kirchhoff simplesmente especifica que o somatório dos fluxos de potência que entram numa barra do sistema deve ser igual ao somatório do fluxo de potência que saem dessa mesma barra. Uma desvantagem apresentada pelo modelo de transportes é que devido a representação menos adequada do problema real, em relação ao modelo DC, sua solução pode ser menos adequada para o problema real.

### 2.1.1 Modelagem Matemática do Modelo de Transportes

A modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão utilizando o modelo de transportes assume a seguinte forma :

$$\text{Minimizar } v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}$$

s.a

$$S f + g = d$$

$$| f_{ij} | \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \cdot \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (2.1)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito}$$

Sendo :

$v$  : investimento devido a adição de circuitos no sistema;

$c_{ij}$  : custo de um circuito no caminho  $i - j$ ;

$n_{ij}$  : número de circuitos adicionados no caminho  $i - j$ ;

$S$  : matriz de incidência nó-ramo do sistema elétrico;

$f$  : vetor de fluxos;

$g$  : vetor de geração;

$d$  : vetor de demanda;

$f_{ij}$  : representa o fluxo total no caminho  $i - j$ ;

$g_i$  : representa o nível de geração na barra de geração  $i$ ;

$d_i$  : representa a demanda na barra de carga  $i$ ;

$n_{ij}^0$  : representa o número de circuitos na conf. base no caminho  $i - j$ ;

$\bar{f}_{ij}$  : fluxo máximo permitido para um circuito no caminho  $i - j$ ;

$\bar{g}$  : vetor de máxima capacidade de geração nas barras de geração;

$\bar{n}_{ij}$  : vetor de número máximo de adições permitidas no caminho  $i - j$ .

No modelo de transportes, o conjunto de restrições  $S f + g = d$  representa as equações correspondentes à primeira Lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema; as restrições  $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \cdot \bar{f}_{ij}$  representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário pois o fluxo de potência pode fluir nos dois sentidos. As outras restrições são de limite de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato  $i - j$ . As variáveis  $f_{ij}$  são irrestritas em valor e as variáveis  $n_{ij}$  representam a maior fonte de complexidade no problema pois devem ser inteiras.

A grande vantagem do modelo de transportes é que praticamente não existe diferença entre resolver problemas de sistemas conexo ou altamente ilhados, isto ocorre pois a solução deste modelo não depende das reatâncias dos circuitos.[ROM99]

A principal desvantagem é que a solução ótima do modelo de transportes às vezes pode ficar muito distante da solução ótima do modelo DC devido a não necessidade de satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff.

O modelo de transportes, do ponto de vista de pesquisa operacional é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM), cuja resolução é complexa devido a restrição  $n_{ij}$  inteiro, especialmente para sistemas elétricos de grande porte. Se fossem permitidas adições fracionárias de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), isto é, que os  $n_{ij}$  assumam valores reais, então o problema se transformaria num simples problema de programação linear (PL) mesmo para o caso de sistemas de grande porte.[KUR99]

### 2.1.2 Modelagem Matemática do Modelo de Transportes Modificado

Às vezes é mais adequado fazer modificações na modelagem básica com o objetivo de facilitar o uso das técnicas de resolução de determinados tipos de algoritmos utilizados no problema de planejamento de sistemas de transmissão. A modificação empregada habitualmente é a inclusão de geradores artificiais em todas as barras de cargas. Note que estes geradores artificiais do ponto de vista matemático nada mais são que um aumento no número de variáveis no problema original e que na solução final todas as variáveis correspondentes aos geradores artificiais devem ser iguais a zero para que a solução dos problemas (original e modificado) sejam equivalentes.[ROC99] Denominam-se as novas variáveis, isto é, os geradores artificiais de  $r_k$  e o modelo de transportes modificado assume a seguinte forma :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \\
 \text{s.a} & \\
 S f + g + r &= d \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \cdot \bar{f}_{ij} \\
 0 &\leq r \leq d \\
 0 &\leq g \leq \bar{g} \\
 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 n_{ij} &\text{ inteiro} \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Sendo :

$\Gamma$  : representa o conjunto de todas as barras  $k$  em que existe carga;

$r_k$  : representa a geração artificial (ou fictícia) na barra  $k$ ;

$\alpha$  : é um parâmetro de penalidade suficientemente grande, cujos valores são indicados nos testes.

Uma característica interessante é que o modelo modificado sempre possui uma solução factível trivial, não necessariamente ótima, fazendo cada  $r_k = d_k$  e todas as outras variáveis iguais a zero.

## 2.2. MODELO DC

O fluxo de carga DC é um modelo linearizado aproximado que está baseado no acoplamento entre os fluxos de potência ativa e as aberturas angulares, que vem sendo aplicado na análise do planejamento de sistemas de energia elétrica. Para simplificar será chamado simplesmente de modelo DC. Convém ressaltar que o modelo DC não considera as potências reativas, as magnitudes das tensões nodais e os taps dos transformadores.[MON83]

Este modelo é de grande utilidade nas fases preliminares de análise do sistema, pois contém uma característica importante que é fornecer uma solução representativa da atual situação da rede, até mesmo para aqueles nos quais os modelos tradicionais de fluxo de carga não conseguem resolver.

O modelo DC é considerado como sendo adequado para realizar os trabalhos de planejamento de sistemas de transmissão. Neste modelo, todas as barras do sistema elétrico devem satisfazer a primeira Lei de Kirchhoff e todos os laços existentes devem satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff. As configurações encontradas por este modelo apresentam bom desempenho quando comparadas com os modelos tradicionais de operação de sistema de energia elétrica, como o fluxo de carga AC.[ROM99]

### 2.2.1 Modelagem Matemática do Modelo DC

A modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão utilizando o modelo DC assume a seguinte forma :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
 \text{s.a} \quad & \\
 & S.f + g = d \\
 & f_{ij} - g_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \overline{f_{ij}} \\
 & 0 \leq g \leq \overline{g} \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \qquad (2.3) \\
 & n_{ij} \quad \text{inteiro} \\
 & f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
 & \theta_j \quad \text{irrestrito}
 \end{aligned}$$

Sendo:

$g_{ij}$  : é a susceptância de um circuito no caminho i - j

$n_{ij}^0$  : é o número de circuitos existentes no caminho i - j na configuração base;

$n_{ij}$  : é o número de circuitos adicionados no caminho i - j no processo de otimização;

$\theta_j$  : é o ângulo de fase da barra j.

No modelo DC, o conjunto de restrições  $f_{ij} - \mathbf{g}_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) = 0$  representa as restrições correspondentes à segunda Lei de Kirchhoff e o conjunto de restrições  $|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \bar{f}_{ij}$  representa os limites de fluxos.

Pode-se também chegar a uma formulação equivalente após algumas manipulações algébricas, da seguinte forma :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
 \text{s.a} & \\
 B \theta + g &= d \\
 |\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\
 n_{ij} |\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j| &\leq n_{ij} \cdot \bar{\phi}_{ij} \\
 0 &\leq g \leq \bar{g} \\
 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (2.4) \\
 n_{ij} &\text{ inteiro} \\
 \theta_j &\text{ irrestrito}
 \end{aligned}$$

em que :

$$\bar{f}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\mathbf{g}_{ij}}$$

Sendo :

- B : é a matriz de susceptâncias do sistema elétrico;
- $\theta$  : é o vetor de ângulos de tensão de barras do sistema elétrico;
- $\Omega_1$ : conjunto de caminhos em que existe circuito na topologia base;
- $\Omega_2$ : conjunto de caminhos em que não existe circuito na topologia base.

### 2.2.2 Modelagem Matemática do Modelo DC Modificado

O modelo DC modificado é descrito conforme as equações :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \\
 \text{s.a} \\
 Sf + g + r &= d \\
 f_{ij} - \mathbf{g}_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) &= 0 \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \overline{f_{ij}} \\
 0 \leq r &\leq d \\
 0 \leq g &\leq \overline{g} \\
 0 \leq n_{ij} &\leq \overline{n}_{ij} \\
 n_{ij} &\text{ inteiro} \\
 \mathbf{g}_{ij} &\text{ discreto} \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito} \\
 \theta_j &\text{ irrestrito} \quad \forall j \in \Omega_3
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Sendo :

$\Gamma$  : representa o conjunto de todas as barras k em que existe carga;

$r_k$  : representa a geração artificial (ou fictícia) na barra k;

$\alpha$  : é um parâmetro de penalidade suficientemente grande;

$\Omega_3$ : conjunto de barras que estão ligadas ao sistema clássico.

### 2.3. **MODELAGEM INCORPORANDO DISPOSITIVOS CONTROLADORES DE FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA**

Atualmente, devido a vários fatores dentre os quais pode-se destacar a preocupação da sociedade com a produção energética, a preservação do meio ambiente, a legislação ambiental e os problemas de custos para a instalação de novas unidades de geração e linhas de transmissão, fazem com que diversas pesquisas sejam desenvolvidas com o objetivo de melhorar a capacidade de utilização do sistema elétrico existente.

Em um sistema de transmissão, o fluxo de potência dos geradores para as cargas se divide entre os circuitos de acordo com suas impedâncias[MUT00], sendo limitado por uma combinação de fatores como: estabilidade, fluxos de malha ou fluxos paralelos, limites de tensão, limites térmicos de linhas ou equipamentos. Portanto, o fluxo de potência entregue por uma linha, não é necessariamente a potência desejada, devido a impossibilidade de controle de fluxo.[PER00]

No planejamento de expansão da transmissão pelo método tradicional, presume-se uma rede inflexível, operando de modo preventivo. Havendo necessidade de se redirecionar o fluxo de potência, a metodologia mais comum é a mudança do padrão de geração, como por exemplo, aumentar a geração em alguns locais e diminuir em outros. Isso incorre em custos de geração relacionados com a estabilidade. Por outro lado, os dispositivos FACTS desafiam essa abordagem, trazendo uma flexibilidade no controle do fluxo de potência ativa sobre o sistema.[MUT00] Dispositivos FACTS são equipamentos estáticos, controlados eletronicamente, que vêm sendo usados para alterar a impedância série, as amplitudes e os ângulos de defasagem entre as tensões terminais das redes de transmissão.[PER00]

O presente trabalho propõe-se o desenvolvimento de um algoritmo capaz de alocar em locais estratégicos dispositivos direcionadores de fluxo de potência ativa, mais especificamente transformadores defasadores (*Phase-*

*Shifter*), para redirecionar os fluxos de potência ativa do sistema. A proposta pode ser naturalmente estendida para o uso de dispositivos FACTS. As pesquisas sobre dispositivos FACTS tem como objetivos: controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão e aumentar a capacidade de transmissão de potência das redes[WAT98] . Não serão levados em conta neste estudo a tensão, os problemas de estabilidade e as perdas do sistema. Dessa forma, nossa atenção está voltada somente para problemas de fluxo de malha e fluxo paralelo. Assim, para este trabalho os transformadores defasadores serão usados como parâmetro da rede e controle dos fluxos de potência, eliminando os problemas causados por um fluxo de malha ou fluxo paralelo.

Os fluxos de malha são aqueles que se formam entre dois sistemas interconectados por uma malha fechada, circulam mas não são aproveitados, fazendo, portanto com que o sistema seja subutilizado.[WAT98]

Fluxos paralelos são aqueles que, mesmo fazendo parte da transmissão normal de potência entre duas companhias, afetam regiões não desejáveis do sistema interconectado.[WAT98]

Com a adição de transformadores defasadores no sistema as vantagens conseguidas são : menor número de circuitos convencionais que devem ser adicionados no sistema diminuindo os custos de investimento na expansão, o aumento da confiança e da segurança no sistema, a redução da operação, a melhoria da estabilidade do sistema e o aumento da capacidade de transferência.[TAR92]

O modelo matemático que emprega transformadores defasadores tem por objetivo, minimizar os custos de investimento e de operação do sistema e está sujeito a restrições operacionais como equações da rede, limites de fluxos no circuito e limites de geração.

A modelagem do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando transformadores defasadores, pode ser escrita através do conjunto de equações e inequações apresentados a seguir :

$$\text{Minimizar } v = \sum_{(i,j)} [c_{ij}n_{ij} + d_{ij}|j_{ij}|]$$

s.a

$$Sf + g = d$$

$$f_{ij} - g_{ij} \cdot (n_{ij}^0 + n_{ij})(q_{ij} - j_{ij}) = 0$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq n \leq \bar{n} \quad (2.6)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$q_{ij} \quad \text{irrestrito}$$

$$j_{ij} \quad \text{irrestrito} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1$$

Sendo :

$d_{ij}$ : custo relacionado com a abertura angular do transformador defasador caminho  $i - j$ ;

$j_{ij}$ : ângulo do transformador defasador no caminho  $i - j$ .

Na formulação matemática anterior o custo de um defasador depende da abertura angular  $j_{ij}$ . Entretanto, em [OLI98] se menciona que o custo de um defasador depende fundamentalmente da potência da linha ao qual é ligado o defasador. Neste caso a modelagem matemática assume a seguinte forma :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} [c_{ij}n_{ij} + d_{ij}P_{ij}] \\
 \text{s.a} \\
 Sf + g &= d \\
 f_{ij} - \mathbf{g}_{ij} \cdot (n_{ij}^0 + n_{ij})(\mathbf{q}_{ij} - \mathbf{j}_{ij}P_{ij}) &= 0 \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \overline{f_{ij}} \\
 0 \leq n &\leq \overline{n} && (2.6a) \\
 0 \leq g &\leq \overline{g} \\
 P_{ij} &\in \{0,1\} \\
 \mathbf{q}_{ij} &\text{ irrestrito} \\
 \mathbf{j}_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned}$$

A modelagem matemática anterior não é resolvida neste trabalho e deve-se desenvolver uma técnica de otimização, para esse modelo matemático, em futuros trabalhos de pesquisa.

O modelo 2.6 é um problema não linear inteiro misto (PNLIM), e a proposta sugerida é separá-lo em dois subproblemas.

O primeiro subproblema é modelado para resolver o problema de capacidade de transmissão através da adição de circuitos, sendo formulado através do modelo de transportes e sua solução encontrada por um algoritmo *branch-and-bound* especializado.

O modelo matemático da 1ª fase é apresentado da seguinte forma :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
 \text{s.a} \\
 S.f + g &= d \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \cdot \bar{f}_{ij} \\
 0 \leq g &\leq \bar{g} \\
 0 \leq n_{ij} &\leq \bar{n}_{ij} \\
 n_{ij} &\text{ inteiro} \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

O modelo de transportes é um problema PLIM. Após encontrar a solução da primeira etapa, um outro subproblema é modelado utilizando os resultados obtidos na etapa anterior. Nesta nova formulação é utilizado o modelo DC modificado que considera a adição de transformadores defasadores.

A formulação matemática é descrita segundo :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad v &= \mathbf{a} \sum_{k \in \Gamma} r_k + \mathbf{d} \sum_{(i,j)} |j_{ij}| \\
 \text{s.a} \\
 S f + g + r &= d \\
 f_{ij} - \mathbf{g}_{ij} n_{ij}^k (\mathbf{q}_{ij} - \mathbf{j}_{ij}) &= 0 \\
 |f_{ij}| &\leq n_{ij}^k \cdot \bar{f}_{ij} \\
 0 \leq r &\leq d \\
 0 \leq g &\leq \bar{g} \\
 \mathbf{q}_{ij} &\text{ irrestrito} \\
 \mathbf{j}_{ij} &\text{ irrestrito} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

em que:

$n_{ij}^k$  é o número de circuitos adicionados na resolução de (2.7), isto é, a solução obtida na primeira fase.

Sendo :

$\alpha$  : é um parâmetro de penalidade de valor geralmente elevado;  
 $\delta$  : é um parâmetro relacionado com o custo por abertura angular do transformador defasador.

$\alpha$  e  $\delta$  são parâmetros cujos valores devem ser escolhidos.

O problema (2.8) não é um PL devido ao valor absoluto na função objetivo, mas pode ser transformado em um PL.

Neste caso, deve-se resolver um problema de otimização , onde as variáveis  $\varphi_{ij}$  são irrestritas em sinal nas restrições do problema, mas devem possuir valores absolutos na função objetivo.

Devido a esta particularidade, existe a necessidade de se fazer alterações nesta modelagem para obter um PL equivalente.

Todo número real pode ser expresso como a diferença de dois números positivos. Portanto, as variáveis  $\varphi_{ij}$  podem ser expressas como a diferença de dois números positivos, da seguinte forma :

$$\mathbf{j}_{ij} = \mathbf{j}'_{ij} - \mathbf{j}''_{ij} \quad (2.9) \quad \text{com} \quad \mathbf{j}'_{ij} \geq 0 \quad \text{e} \quad \mathbf{j}''_{ij} \geq 0$$

Fazendo as seguinte considerações:

$$\mathbf{j}'_{ij} = 0 \quad \text{se} \quad \mathbf{j}_{ij} \leq 0$$

$$\mathbf{j}'_{ij} = \mathbf{j}_{ij} \quad \text{se} \quad \mathbf{j}_{ij} > 0$$

$$\mathbf{j}''_{ij} = 0 \quad \text{se} \quad \mathbf{j}_{ij} \geq 0$$

$$\mathbf{j}''_{ij} = -\mathbf{j}_{ij} \quad \text{se} \quad \mathbf{j}_{ij} < 0$$

Através destas, pode-se garantir que o produto das duas parcelas envolvidas na diferença da equação (2.9) é igual a zero, então pode-se escrever :

$$\mathbf{j}'_{ij} \mathbf{j}''_{ij} = 0 \quad (2.10)$$

Deduz-se que sempre uma das parcelas  $\mathbf{j}'_{ij}$  ou  $\mathbf{j}''_{ij}$  será zero.

Devido as considerações em (2.10) pode-se dizer que  $\mathbf{j}'_{ij}$  é a parte positiva e que  $\mathbf{j}''_{ij}$  é a parte negativa da variável irrestrita  $\phi_{ij}$ .

Se as relações (2.9) e (2.10) são satisfeitas, claramente deduz-se que :

$$|\mathbf{j}_{ij}| = \mathbf{j}'_{ij} + \mathbf{j}''_{ij} \quad (2.11)$$

Utilizando as igualdade obtidas em (2.9) e (2.11) e substituindo na formulação (2.8) encontra-se a seguinte formulação equivalente :

$$\text{Minimizar } v = \mathbf{a} \sum_{k \in \Gamma} r_k + \mathbf{d} \sum_{(i,j)} (\mathbf{j}'_{ij} + \mathbf{j}''_{ij})$$

s.a

$$S.f + g + r = d$$

$$f_{ij} - \mathbf{g}_{ij} n_{ij}^k [\mathbf{q}_{ij} - (\mathbf{j}'_{ij} - \mathbf{j}''_{ij})] = 0$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij}^k \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq r \leq d \quad (2.12)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$\mathbf{q}_{ij} \text{ irrestrito}$$

$$\mathbf{j}'_{ij} \geq 0$$

$$\mathbf{j}''_{ij} \geq 0$$

## 2.4. MOTIVAÇÃO PARA UTILIZAR A NOVA MODELAGEM USANDO DISPOSITIVOS CONTROLADORES

Para ilustrar a vantagem de se utilizar transformadores defasadores, apresenta-se um sistema resolvido primeiramente sem considerar o uso de transformadores defasadores e posteriormente levando em conta a possibilidade de usar dispositivos controladores de fluxo de potência ativa.

Seja um sistema de 3 barras e 5 circuitos, cuja topologia base é mostrado abaixo :

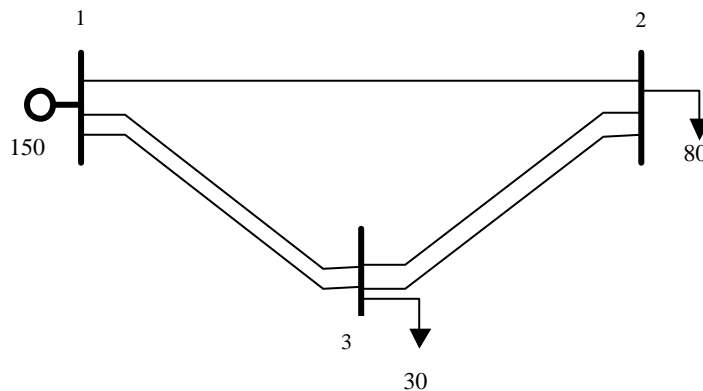


Figura 2.1. Configuração inicial do sistema de 3 barras e 5 circuitos

Os dados deste sistema são os seguintes :

Custos dos circuitos (US\$.10<sup>6</sup>) :

$$c_{12} = 3$$

$$c_{13} = 2$$

$$c_{23} = 2$$

Susceptâncias :

$$\gamma_{12} = 1/3$$

$$\gamma_{13} = 1/2$$

$$\gamma_{23} = 1/2$$

Fluxo máximo por linha :

$$f_{12} = 35 \text{ MW}$$

$$f_{13} = 40 \text{ MW}$$

$$f_{23} = 40 \text{ MW}$$

Carga :

$$d_2 = 80 \text{ MW}$$

$$d_3 = 30 \text{ MW}$$

Geração :

$$g_1 = 150 \text{ MW}$$

Através do modelo DC modificado para a topologia base deste sistema de 3 barras com  $\alpha = 100$ , a modelagem torna-se :

$$\text{Min } v = 100 r_2 + 100 r_3$$

s.a.

$$f_{12} + f_{13} + g_1 = 0$$

$$-f_{12} + f_{23} + r_2 = 80$$

$$-f_{13} - f_{23} + r_3 = 30$$

$$f_{12} - 0,33(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

$$f_{13} - 1(\theta_1 - \theta_3) = 0$$

$$f_{23} - 1(\theta_2 - \theta_3) = 0$$

$$-35 \leq f_{12} \leq 35$$

$$-80 \leq f_{13} \leq 80$$

$$-80 \leq f_{23} \leq 80$$

$$0 \leq g_1 \leq 150$$

$$0 \leq r_2 \leq 80$$

$$0 \leq r_3 \leq 30$$

$$\theta_{12}, \theta_{13} \text{ e } \theta_{23} \text{ irrestritos}$$

O modelo matemático anterior pode ser resolvido usando um algoritmo de PL, encontrando a seguinte solução :

$$\theta_1 = 105$$

$$\theta_2 = 0$$

$$\theta_3 = 37,5$$

$$g_1 = 35 + 67,5 = 102,5$$

$$r_2 = 7,5 \text{ MW}$$

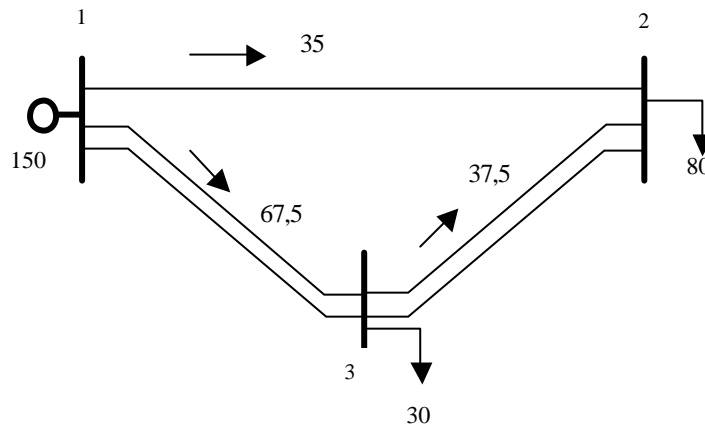


Figura 2.2. Configuração final do sistema de 3 barras e 5 circuitos

Nota-se que existe geração fictícia na barra 2, da ordem de 7,5 MW, o que significa que o sistema não opera adequadamente. Usando a estratégia tradicional deve-se otimizar o sistema adicionando circuitos ao mesmo.

Um algoritmo de otimização encontra um plano de expansão ótima que consiste em adicionar um circuito no caminho 1-3 com um custo de US\$ 2.000.000,00

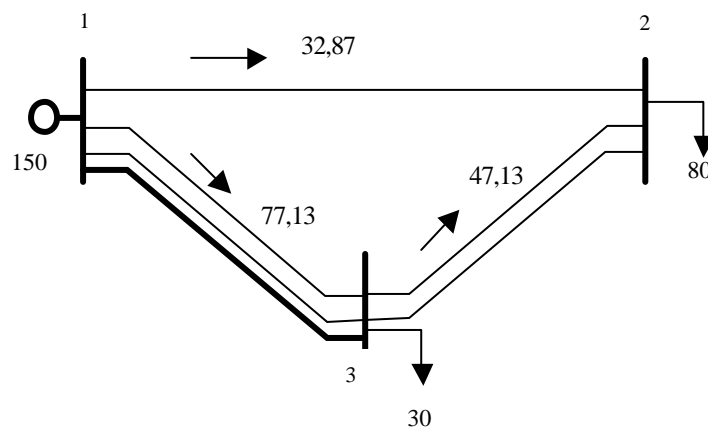


Figura 2.3. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de 1 linha

Entretanto, pode-se observar que na topologia base existe capacidade de transmissão suficiente para transmitir toda a potência gerada para as barras de carga. O corte de carga aparece devido aos laços existentes no sistema. Pode-se observar que a linha 1-2 se encontra no limite da capacidade de transmissão, mas as linhas 1-3 estão subutilizadas. Esse fato é uma consequência da necessidade de satisfazer a 2ª Lei de Kirchhoff. Portanto, uma alternativa de otimizar o sistema é o uso de um transformador defasador para redirecionar o fluxo de potência ativa. Verificando essa hipótese para o exemplo, a formulação matemática aplicando o modelo usando transformadores defasadores, considerando  $\delta = 1$ , é relacionada :

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= 100r_2 + 100r_3 + 1 \cdot (\mathbf{j}'_{12} + \mathbf{j}''_{12} + \mathbf{j}'_{13} + \mathbf{j}''_{13} + \mathbf{j}'_{23} + \mathbf{j}''_{23}) \\ \text{s.a.} & \\ f_{12} + f_{13} & \qquad \qquad \qquad + g_1 & = 0 \\ -f_{12} \quad + f_{23} & \qquad \qquad \qquad + r_2 & = 80 \\ -f_{13} - f_{23} & \qquad \qquad \qquad + r_3 & = 30 \\ f_{12} & \quad -0,33\theta_{12} \quad -0,33\mathbf{j}'_{12} + 0,33\mathbf{j}''_{12} & = 0 \\ f_{13} & \quad -\theta_{13} \quad -\mathbf{j}'_{13} + \mathbf{j}''_{13} & = 0 \\ f_{23} & \quad -\theta_{23} \quad -\mathbf{j}'_{23} + \mathbf{j}''_{23} & = 0 \\ -35 \leq f_{12} \leq 35 & \\ -80 \leq f_{13} \leq 80 & \\ -80 \leq f_{23} \leq 80 & \\ 0 \leq g_1 \leq 150 & \\ 0 \leq r_2 \leq 80 & \\ 0 \leq r_3 \leq 30 & \\ \theta_{12}, \theta_{13} \text{ e } \theta_{23} & \text{ irrestritos} \\ \mathbf{j}'_{12}, \mathbf{j}''_{12}, \mathbf{j}'_{13}, \mathbf{j}''_{13}, \mathbf{j}'_{23}, \mathbf{j}''_{23} & \geq 0 \end{aligned}$$

Usando um algoritmo de PL encontra-se a seguinte solução :

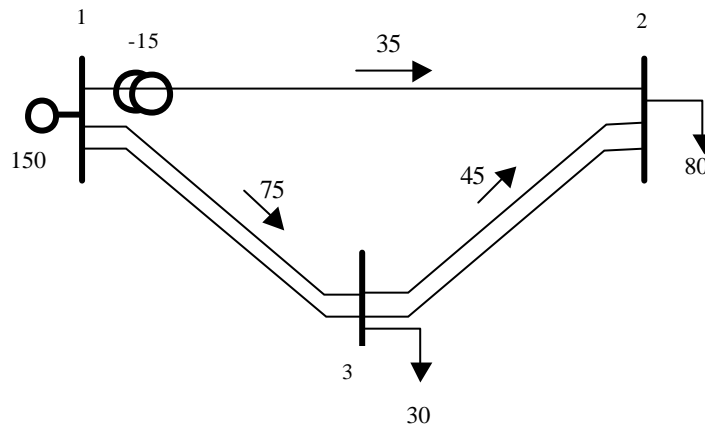


Figura 2.4. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de defasador

$$\theta_1 = 120$$

$$\theta_2 = 0$$

$$\theta_3 = 45$$

$$j_{12} = j'_{12} - j''_{12} = 0 - (15) = -15$$

$$j_{13} = j'_{13} - j''_{13} = 0 - 0 = 0$$

$$j_{23} = j'_{23} - j''_{12} = 0 - 0 = 0$$

$$g_1 = 35 + 75 = 110$$

$$r_2 = r_3 = 0$$

O problema de operação foi contornado com o acréscimo de um transformador defasador no circuito 1 - 2 com ângulo de -15, não há geração fictícia nas barras 2 e 3 e o sistema se encontra em adequadas condições de operação.

## 2.5. COMENTÁRIOS SOBRE AS TÉCNICAS DE SOLUÇÃO USADAS NO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO

Pode-se agrupar as técnicas de solução em três grupos para resolver os modelos matemáticos. São eles: *métodos de otimização clássica*, *métodos de otimização combinatorial* e *métodos aproximados ou heurísticos*.

Os *métodos de otimização clássica*, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, têm a característica de serem muito eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, pois encontram a solução ótima do problema de planejamento, mas para sistemas de grande porte apresentam problemas de convergência e de elevado esforço computacional.[ROM99] Um exemplo é a técnica de decomposição de Benders usada por vários algoritmos que explora a decomposição natural do problema em duas partes: um subproblema de investimento e um subproblema de operação.

Os *métodos de otimização combinatorial* apresentam a característica geral de que convergem para soluções ótimas ou quase ótimas, mas com esforço computacionais proibitivos.

São exemplos deste métodos o “Simulated Anneling”, Algoritmos Genéticos e Busca Tabu, que foram aplicados com muito sucesso para resolver diversos problemas no campo da pesquisa operacional e alguns problemas de engenharia elétrica.[ROM99]

Os *métodos heurísticos (aproximados)* são ainda bastante usados pelas empresas de energia elétrica nos trabalhos de planejamento. Devido a dificuldade ou até impossibilidade de modelar todas as variáveis envolvidas no processo, do grande número de combinações possíveis, além da complexidade do problema, torna-se inviável a utilização de métodos exatos para a resolução do problema de planejamento. Além disso, o tempo de resposta destes métodos são elevados, tornando impraticável a obtenção de soluções ótimas em tempos satisfatórios. Dada a necessidade de se obter uma

solução de boa qualidade, surgiram algoritmos que fornecem soluções de boa qualidade em tempo de processamento computacional satisfatório. Esses algoritmos foram chamados de algoritmos heurísticos e propiciam encontrar soluções que satisfaçam as restrições do problema (factibilidade), embora na maioria das vezes não se consiga obter o ótimo global.

As vantagens de se utilizar métodos heurísticos são:

- maior flexibilização para manejar as variáveis (características) do problema; geralmente apresentam mais de uma solução, ampliando a possibilidade de escolha;
- facilidade de compreensão em relação a métodos matemáticos complexos que são utilizados na maioria dos métodos exatos.

Em poucas palavras pode-se dizer que um algoritmo heurístico é um procedimento passo a passo, baseado no sentido comum ou em relações matemáticas aproximadas, que de maneira sistemática encontra uma boa solução (não necessariamente a ótima) para problemas difíceis, tornando-os mais rápidos, baratos e simples. [DIA96]

A desvantagem é que raramente encontram a solução ótima de sistemas reais e não fornecem nenhuma informação da qualidade da solução obtida, isto é, o quão perto da solução ótima a mesma está. Na grande maioria dos métodos de planejamento de sistema de transmissão o elevado esforço computacional está relacionado com a resolução de um grande número de problemas de PL.

## Capítulo 3

### *Algoritmo Branch-and-Bound*

---

#### 3.1 ALGORITMO BRANCH-AND-BOUND

O planejamento de sistemas de transmissão é um problema de otimização cuja solução necessita de um modelo matemático e de uma técnica para resolver este modelo.

Quando se utiliza o método simplex, um método algébrico da programação linear para resolver um modelo matemático, consegue-se deduzir se uma solução factível, é ótima ou não, pois as condições de otimalidade são fornecidas pelo problema. Em um problema inteiro de otimização não existe essas condições de otimalidade, e não se pode testar se uma dada solução factível é ótima ou não, mas o problema pode ser resolvido através de dois

grandes métodos: planos de cortes e enumeração. No plano de corte deve-se relaxar o problema, isto é, esquecer as restrições inteiras e resolver o novo PL. Isso é feito através da adição de uma ou várias restrições que vão eliminar uma parte da região factível até encontrar um ótimo que seja um número inteiro. Já a enumeração pode ser explícita ou implícita e busca a solução ótima em um conjunto de soluções satisfatórias, em outras palavras, ela vai reduzindo a região factível através da eliminação dos pontos de baixa qualidade.

Na programação inteira ainda não foi encontrado um algoritmo capaz de resolver adequadamente a maioria dos problemas. Desta forma, pode-se dizer que para solucionar um problema inteiro utiliza-se um algoritmo especializado.

Atualmente existem várias técnicas de otimização matemática sendo desenvolvidas para resolver problemas de programação linear inteiro misto (PLIM). As maiores dificuldades dessas técnicas estão na implementação computacional de um algoritmo especializado e no esforço computacional necessário para encontrar a solução do problema.

A princípio, qualquer problema de programação linear inteiro misto (PLIM) pode ser resolvido usando o algoritmo de *branch-and-bound*.

Pode-se dizer que o método *branch-and-bound* é uma ampliação da enumeração implícita “zero-um”. Ambos são utilizados para resolver problemas de programação linear inteira, a diferença é que no algoritmo *branch-and-bound* cada variável pode assumir diversos valores, ao passo que na enumeração implícita “zero-um” cada variável só pode assumir um valor binário. No problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo, as variáveis inteiras candidatas a adição são as linhas, os defasadores e/ou transformadores. Um algoritmo *branch-and-bound* é conceitualmente simples. A idéia básica da metodologia *branch-and-bound* é a estratégia de dividir um problema relaxado sucessivamente em subproblemas relaxados até que eles

sejam completamente resolvidos. A solução do problema original é a melhor solução encontrada dentro de um conjunto de soluções.

Para facilitar a compreensão é apresentado a seguir a metodologia *branch-and-bound* passo a passo.

Como dito anteriormente, o modelo de Transportes do problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo pode ser modelado como um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). Este pode apresentar uma solução através da aplicação do *branch-and-bound*. O *branch-and-bound* não satisfaz diretamente o problema, é resolvido indiretamente através da relaxação de algumas restrições visando torná-lo simples, isto é, exclui a exigência da integralidade das variáveis inteiras do problema original considerando-as contínuas. Este procedimento transforma o problema inteiro misto em um problema linear (PL).

O problema original após a relaxação é conhecido como problema linear correspondente sendo representado por  $P_0$  e resolvido através de um algoritmo de PL.

Após a solução do PL correspondente, caso todas as variáveis encontradas sejam inteiras, o problema está resolvido e o resultado obtido é a solução ótima. Isto ocorre pois o espaço das soluções do problema inteiro é apenas um subconjunto do espaço das soluções contínuas. Portanto, se a solução ótima obtida através de um PL for inteira, então ela também será ótima para o problema original.

Normalmente, não é isto que acontece. Geralmente a solução obtida apresenta variáveis inteiras com valor corrente contínuo. Desta forma deve-se selecionar uma dessas variáveis para separar o PL correspondente, então o problema  $P_0$  é dividido em outros dois subproblemas mais restritos através da escolha de uma variável  $n_{ij}$ , que no PL correspondente assume um valor não

inteiro igual a  $n_{ij}^*$ . Sendo  $[n_{ij}^*]$  o maior inteiro contido em  $n_{ij}^*$ , ao se acrescentar a restrição:  $n_{ij} \leq [n_{ij}^*]$  em  $P_0$  obtêm-se um novo subproblema denominado  $P_1$  e ao se acrescentar a restrição:  $n_{ij} \geq [n_{ij}^*] + 1$  em  $P_0$  obtêm-se um novo subproblema denominado  $P_2$ . Os subproblemas  $P_1$  e  $P_2$  são chamados de descendentes de  $P_0$  e podem gerar, sucessivamente, seus descendentes.

Para melhor compreensão veja o desenho da figura 3.1. abaixo.

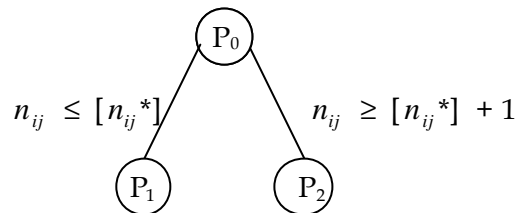


Figura 3.1. Árvore de *branch-and-bound*.

$$\begin{array}{cc}
 \left. \begin{array}{l} P_0 \\ + \\ n_{ij} \leq [n_{ij}^*] \end{array} \right\} P_1 &
 \left. \begin{array}{l} P_0 \\ + \\ n_{ij} \geq [n_{ij}^*] + 1 \end{array} \right\} P_2
 \end{array}$$

Nesta etapa do processo existem dois subproblemas  $P_1$  e  $P_2$ , que também são chamados de candidatos e o próximo passo é a escolha de um deles para resolução, ficando o outro armazenado para uma futura verificação. Entretanto, às vezes, o subproblema é eliminado de futuras avaliações, ou melhor, é considerado sondado, não sendo necessário separá-lo em dois novos subproblemas. As condições para se eliminar um subproblema serão descritas nos testes de sondagem.

Escolhido o subproblema candidato, resolve-se o PL relaxado. Enquanto a solução atual não possuir todas as variáveis inteiras, deve-se separá-lo novamente e seus descendentes gerados são adicionados a uma lista de subproblemas candidatos ainda não sondados. Caso contrário, é encontrada uma nova solução. Para o problema de minimização, o valor da função objetivo dessa nova solução deve ser comparado com a melhor solução obtida até o momento, deve-se atualizar a função objetivo caso a solução atual seja menor que a solução corrente. Denomina-se de incumbente a melhor solução viável, ou seja, todas as variáveis inteiras. O processo se repete, sucessivamente, ora escolhendo a variável de separação, ora escolhendo o subproblema candidato. O algoritmo termina quando todos os descendentes da lista de candidatos forem sondados.

Portanto o algoritmo *branch-and-bound* é um algoritmo enumerativo, cuja método de resolução se baseia na construção de uma árvore onde os nós representam os subproblemas e os ramos representam as novas restrições que serão consideradas.

Conforme dito anteriormente, um subproblema candidato é eliminado de futuras avaliações (sondado), se satisfizer algum dos seguintes testes de sondagem relacionados abaixo:

Teste 1: Se a solução do subproblema candidato relaxado é infactível. Isto implica que o subproblema candidato também é infactível, e por este motivo deve ser eliminado de futuras avaliações. Além disso os seus descendentes serão mais infactíveis que o anterior.

Teste 2: Se a solução do subproblema candidato relaxado for inteira. A solução deste problema passa a ser a nova incumbente, caso seja de melhor qualidade que a incumbente atual.

Teste 3: Se a solução ótima do subproblema candidato relaxado for de pior qualidade que a incumbente atual.

A eficiência do algoritmo *branch-and-bound* está relacionada com os vários tipos de decisões que se deve tomar durante o processo de solução. O esforço computacional necessário para resolver o problema original está diretamente relacionado com a quantidade de subproblemas a serem resolvidos. Obviamente, o algoritmo *branch-and-bound* mais eficiente é aquele que resolve o problema gerando a menor quantidade de subproblemas.

A escolha da variável de separação, a escolha do subproblema candidato e a determinação de uma incumbente inicial são os critérios que vão determinar a eficiência, e portanto a qualidade de qualquer método *branch-and-bound*.

É de grande importância para o algoritmo *branch-and-bound* que seja encontrada rapidamente uma incumbente. Uma boa incumbente inicial diminui o número de subproblemas que precisam ser analisados, pois durante o processo de solução é gerado uma lista contendo as melhores soluções inteiras que serão comparadas com a incumbente inicial, sendo eliminadas da lista aquelas soluções de qualidade inferior à incumbente.

Este trabalho apresenta um método heurístico para a geração da árvore de *branch-and-bound* onde são implementadas algumas modificações visando melhorar o desempenho do algoritmo. Para a escolha do subproblema candidato usa-se a melhor estimativa e para a escolha da variável de separação é utilizado a composição MAX-MIN, ambos baseados no conceito de *pseudocusto*.

Apresenta-se a seguir o conceito de *pseudocusto*.

### 3.1.1 *Pseudocustos*

Os *pseudocustos* de uma variável inteira são calculados para cada nó (problema relaxado) da árvore que possuam variáveis reais, cujo valores variam em função do nó que estão sendo utilizados.

*Pseudocusto* de uma variável inteira é uma medida quantitativa da deteriorização da função objetivo, encontrada em um nó, por unidade de variação desta variável quando é forçada a assumir um valor inteiro.[BEN71]

Para o cálculo dos *pseudocustos* de cada variável não inteira é necessário resolver dois PL's. Portanto, para cada variável contínua do problema relaxado constrói-se dois PL's. O primeiro descendente é formado considerando a variável contínua com um valor inteiro através do arredondamento acima do seu valor atual e o segundo descendente considerando que esta variável foi arredondada abaixo de seu valor corrente. O próximo passo é resolver os dois PL's, para encontrar o valor da função objetivo de ambos, para que juntamente com a função objetivo do nó de origem, se possa determinar seus *pseudocustos*.

Então para cada variável inteira  $n_j$  de um determinado nó  $k$ , existem dois *pseudocustos*, um de redução e outro de aumento, representados por:

$P_j^-$ : *pseudocusto inferior*;

$P_j^+$ : *pseudocusto superior*.

Os *pseudocustos* são calculados através das seguintes fórmulas:

$$P_j^- = \left| \frac{V_{PL}^{k-} - V_{PL}^k}{f_j^k} \right|$$

$$P_j^+ = \left| \frac{V_{PL}^{k+} - V_{PL}^k}{1 - f_j^k} \right|$$

Sendo:

- $V_{PL}^k$  valor da função objetivo do problema relaxado;
- $V_{PL}^{k-}$  valor da função objetivo do problema descendente de  $k$  obtido com a redução da variável  $n_j$ ;
- $V_{PL}^{k+}$  valor da função objetivo do problema descendente de  $k$  obtido com o aumento da variável  $n_j$ ;
- $f_j^k$  parte fracionária de  $n_j^k$ , dada por:  $f_j^k = n_j^k - [n_j^k]$ .  
Sendo  $[n_j^k]$  o maior inteiro contido em  $n_j^k$ .

Neste trabalho os *pseudocustos* das variáveis que apresentam valor inteiro, tem seus *pseudocustos* iguais ao coeficiente de custo da função objetivo.

### 3.1.2 *Estimativa*

Devido a não existência de técnicas sistemáticas, há métodos que utilizam regras empíricas para escolha do subproblema com o objetivo de reduzir o número de problemas a serem examinados. Alguns métodos utilizam estimativa para auxiliar na escolha do subproblema.

Estimativa é um valor aproximado da melhor função objetivo de uma solução inteira que pode ser encontrada dos descendentes de um subproblema, isto é, busca quantificar o valor da melhor solução inteira.[GAU77]

Uma maneira de calcular a estimativa de um subproblema é apresentada por [GAU77] utilizando *pseudocustos*, cuja fórmula para obtê-la é a seguinte:

$$V_{est}^k = V_{inf}^k + \sum_{j \in I} \min [P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)]$$

Sendo:

- $V_{inf}^k$  valor do limite inferior do subproblema candidato;
- $I$  conjunto das variáveis inteiras do problema.

Uma proposta para escolher um subproblema consiste em determinar aquele que possui a melhor estimativa.

### 3.1.3 Seleção do subproblema candidato

Para a escolha do subproblema candidato existe uma estratégia conhecida, a regra LIFO (Last In First On), que determina a seqüência dos subproblemas a serem analisados, produzindo assim uma busca em profundidade. Pela regra LIFO, desde que o subproblema atual não seja sondado, o último subproblema a entrar na lista é o primeiro a ser considerado para futura avaliação.

A principal vantagem da regra LIFO é que o subproblema descendente pode ser resolvido a partir do subproblema anterior, bastando para isso adicionar uma restrição de limite (inferior ou superior) a uma variável não inteira, isto permite um melhor desempenho do algoritmo de PL diminuindo o esforço computacional necessário para armazenar as informações dos subproblemas candidatos.

A desvantagem desta regra é que durante o processo de solução, pode ocorrer que a lista de candidatos contenha um subproblema mais promissor que o último subproblema que foi adicionado.

Uma outra maneira de escolher o subproblema candidato é através da estimativa, calculada empregando *pseudocustos* e o valor das variáveis inteiras do nó.

A vantagem desta regra é que embora exija um maior esforço computacional para armazenar as informações obtidas dos subproblemas

candidatos, ela seleciona dentre todos os candidatos, o subproblema mais promissor.

Perceba que não existem técnicas sistemáticas para se encontrar o melhor subproblema candidato que leve a uma solução rápida, o que existe são regras empíricas.

Como dito anteriormente a fórmula utilizada para calcular a estimativa de um subproblema segundo [GAU77] é:

$$V_{est}^k = V_{inf}^k + \sum_{j \in I} \min [P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)]$$

Através da soma do limite inferior do candidato com o somatório dos menores valores associados às alterações necessárias para tornar as variáveis inteiras encontra-se a melhor estimativa. Para estabelecer o valor da alteração esperada na função objetivo quando uma variável deixa seu valor não inteiro para assumir os valores inteiros vizinhos, são realizados os produtos  $P_j^- \cdot f_j^k$  e  $P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)$ . [HAF00]

Esta regra exige, a cada separação, a resolução de dois PL's, além de armazenar as soluções obtidas e determinar suas estimativas. O passo seguinte é encontrar o subproblema com a melhor estimativa, isto é, escolher na lista de candidatos o elemento com menor estimativa. É com este subproblema escolhido que se prossegue a construção da árvore de *branch-and-bound*. A grande dificuldade da proposta de Gauthier é o armazenamento das informações e a resolução dos PL's.

Uma outra maneira para se calcular a escolha da variável de separação usando estimativa, é que a estimativa dos descendentes seja determinada a partir da solução do PL antecedente.

A partir da solução de um PL obtida de um nó qualquer, as estimativas dos nós descendentes são dadas pelas seguintes expressões:

$$V_{est}^{i+1} = V_{inf}^k + P_j^- \cdot f_j^k + \sum_{\substack{j \in I \\ i \neq j}} \min [P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)]$$

$$V_{est}^{i+2} = V_{inf}^k + P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) + \sum_{\substack{j \in I \\ i \neq j}} \min [P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)]$$

Essas estimativas apresentam qualidade inferior quando comparadas com as obtidas pelo processo de Gauthier, mas são compensadas pela agilidade obtida pela simplificação.[HAF00]

### 3.1.4 Seleção da variável para separação de subproblemas

Para escolha da variável de separação deve-se usar uma ordem de prioridade entre as variáveis inteiras com valor corrente não inteiro. Esta ordem de prioridade está dividida em estática ou dinâmica.

Na ordem de prioridade estática as variáveis são ordenadas segundo critério definido pelo usuário. Por exemplo, pode-se ordenar as variáveis levando-se em conta o valor absoluto dos coeficientes da função objetivo ou

levando-se em conta sua importância devido às características do problema (os valores mais elevados são colocados primeiro).[BEN71]

Na ordem de prioridade dinâmica utiliza-se o conceito de *pseudocustos*.

A idéia básica é escolher aquela variável que produz um melhor incremento da estimativa da função objetivo para permitir a rápida eliminação dos subproblemas gerados.

Para se calcular a variável que proporciona a maior deteriorização no valor da função objetivo existem duas maneiras, a regra MAX MAX ou MAX MIN, cujas fórmulas estão descritas abaixo.

$$\max\{ \max [ P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) ] \}$$

$$\max\{ \min [ P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) ] \}$$

Este trabalho utiliza a regra MAX MIN, para o subproblema candidato do nó k.

### **3.2. ALGORITMO BRANCH-AND-BOUND PARA RESOLVER MODELO DE TRANSPORTES**

No planejamento de sistemas de transmissão quando se utiliza o modelo de transportes, o problema resultante é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). Uma boa metodologia para encontrar a configuração ótima do problema de planejamento de transmissão utilizando o modelo de transportes é sua associação com um algoritmo *branch-and-bound* para a implementação de um programa computacional especializado.

### 3.3. EXEMPLO ILUSTRATIVO

Para uma melhor compreensão do algoritmo de *branch-and-bound*, um exemplo numérico é desenvolvido.

A figura mostra um sistema de 3 barras com 1 circuito na configuração inicial.

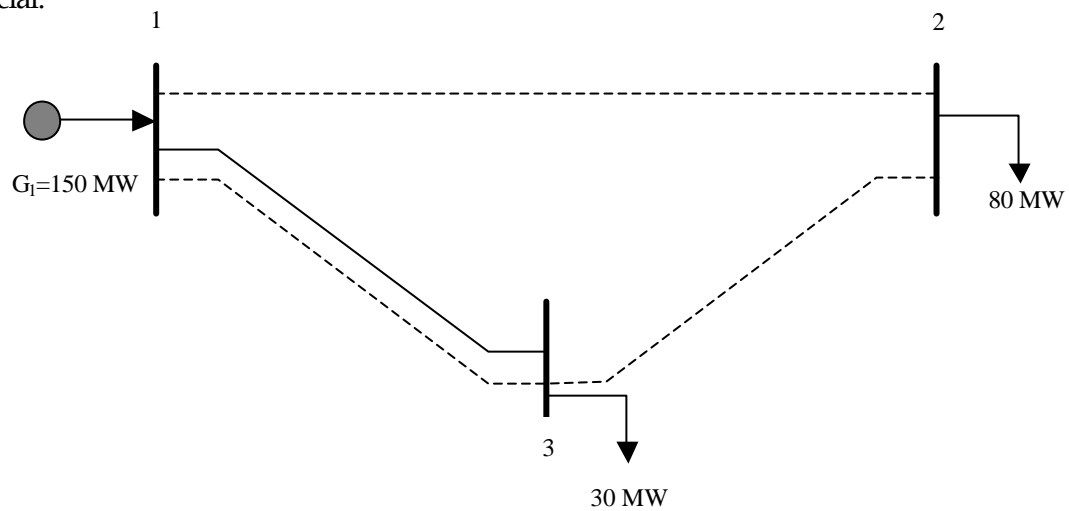


Figura 3.2. Sistema de 3 barras e 1 circuito na configuração base

Os dados deste sistema são os seguintes :

Custos dos circuitos (US\$.10 <sup>6</sup> ) :	$c_{12} = 3$	Susceptâncias :	$\gamma_{12} = 1/3$
	$c_{13} = 2$		$\gamma_{13} = 1/2$
	$c_{23} = 2$		$\gamma_{23} = 1/2$
Fluxo máximo por linha :	$f_{12} = 35 \text{ MW}$	Carga :	$d_2 = 80 \text{ MW}$
	$f_{13} = 40 \text{ MW}$		$d_3 = 30 \text{ MW}$
	$f_{23} = 40 \text{ MW}$		
Geração :	$g_1 = 150 \text{ MW}$		

Utiliza-se o algoritmo *branch-and-bound* proposto para resolver o modelo de Transportes. A árvore resultante assume a seguinte forma :

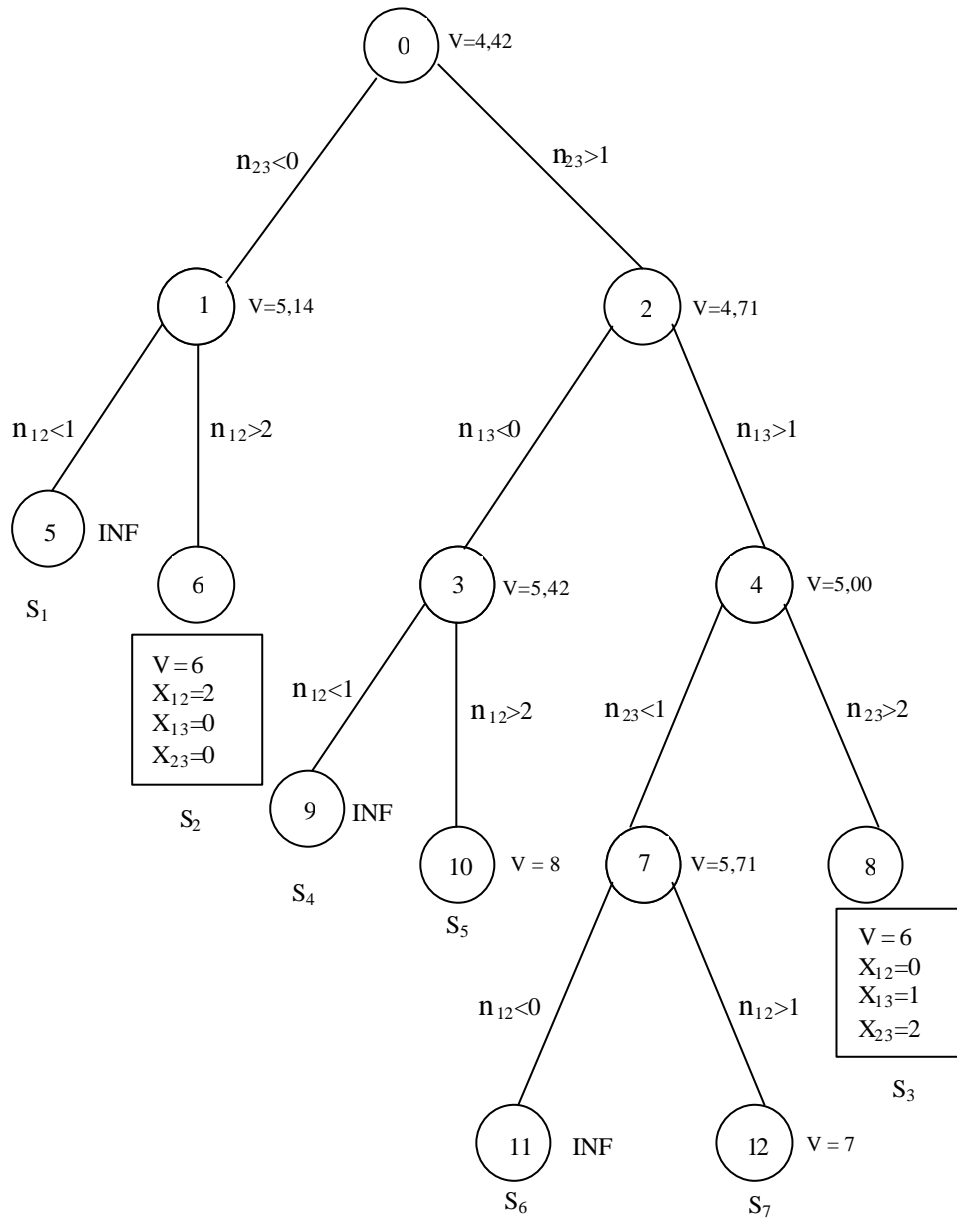


Figura 3.3. Árvore de *branch-and-bound* para o sistema de 3 barras

A árvore de *branch-and-bound* apresenta a seguinte notação neste trabalho, um círculo (nó) com um número que representa a ordem de geração, a direita do círculo encontra-se a solução do PL relaxado, e abaixo é mostrada a ordem de sondagem, no caso de ser satisfeito um dos testes de sondagem, e finalmente as restrições que são adicionadas a cada separação do subproblema sendo colocadas nos ramos da árvore.

Para o exemplo dado, um sistema de 3 barras, o algoritmo de *branch-and-bound* proposto usado para resolver o modelo de transportes gera 12 nós e resolve 6 PL's.

As configurações ótimas alternativas encontradas são relacionadas abaixo e mostradas nas figuras 3.3. e 3.4. .

i)  $n_{12} = 2$  ,  $n_{13} = 0$  e  $n_{23} = 0$  com um investimento  $v = 6$

ii)  $n_{12} = 0$  ,  $n_{13} = 1$  e  $n_{23} = 2$  com um investimento  $v = 6$

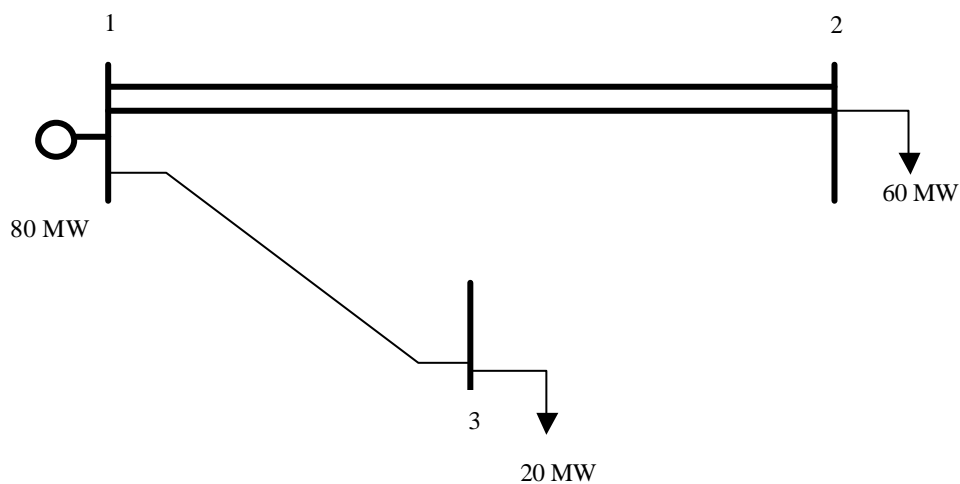


Figura 3.4. Configuração ótima do sistema de 3 barras

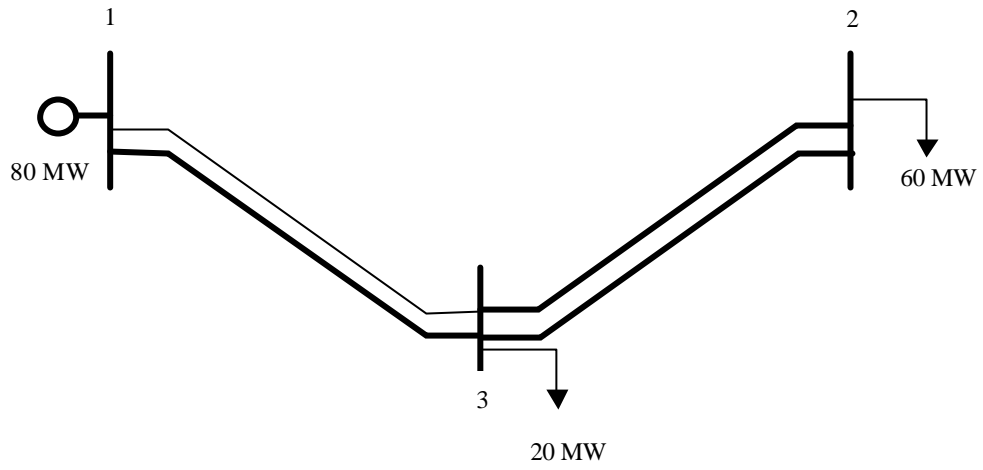


Figura 3.5. Configuração ótima alternativa do sistema de 3 barras

## Capítulo 4

### Técnica de Solução Proposta

---

O planejamento da expansão de sistemas elétricos é um problema complexo, de difícil resolução, pois envolve um conjunto com uma grande quantidade de variáveis e restrições. A dificuldade se deve a natureza combinatorial do problema, gerando um número muito elevado de alternativas, mesmo para sistemas de médio porte.

Para melhor compreensão do problema de planejamento de sistemas de transmissão, é necessário o entendimento do que seja um sistema coerente e problema de coerência.

Um sistema coerente é aquele que opera mais adequadamente à medida que são adicionadas linhas no sistema.

O problema de coerência aparece quando se acrescenta uma linha inadequada que forma um laço, atrapalhando o desempenho do sistema. Portanto adicionar um circuito não necessariamente melhora a operação de um sistema.

A técnica de solução sugerida neste trabalho para resolver o problema de planejamento de sistema de transmissão é a utilização de um algoritmo de duas fases.

A modelagem matemática pode ser resolvida por diferentes tipos de algoritmos como Simulated Annealing, Algoritmos Genéticos, Tabu Search, etc.

Entretanto, no presente trabalho é utilizado um algoritmo heurístico. Os motivos são devido a adição de linhas e de defasadores que podem ser consideradas tarefas um pouco independentes, sendo que a adição de linhas de transmissão e defasadores atende, respectivamente, o problema de capacidade de transmissão e de abertura angular em laços do sistema.

#### **4.1. JUSTIFICATIVA PARA O ALGORITMO DE DUAS FASES**

Utilizou-se o algoritmo de duas fases com o intuito de facilitar a resolução do problema de planejamento de sistemas de transmissão.

Na primeira fase se resolve o problema de capacidade de transmissão através da adição de circuitos na configuração base, isto é feito através da utilização de um algoritmo *branch-and-bound* especializado para o modelo de transportes, equação (2.1). Nesta etapa se resolve o problema de capacidade de

transmissão, isto é, são adicionados circuitos ao sistema em quantidade suficiente de tal forma que existam linhas de transmissão com capacidade suficiente para o transporte de energia dos pontos de geração para os pontos de consumo (carga). As configurações encontradas são utilizadas para a formulação matemática da próxima etapa.

Na segunda fase, deve-se adicionar transformadores defasadores visando a operação do sistema sem corte de carga. Assim, na segunda fase tenta-se resolver o problema de coerência que aparece quando se formula o segundo modelo matemático. Para resolver o problema de coerência o modelo proposto sugere a adição de transformadores defasadores no sistema. Deve-se salientar que isso é feito através da resolução de apenas um PL.

Caso a resposta encontrada na segunda fase indique a presença de geração fictícia, pode-se afirmar que os transformadores defasadores não conseguiram solucionar o problema de planejamento.

## 4.2. ALGORITMO DE DUAS FASES

Na primeira fase do algoritmo tem-se um problema PLIM, em consequência da utilização do modelo de transportes. Em um problema PLIM, não existe as condições de otimalidade, portanto, deve-se procurar métodos de comparação para encontrar a solução ótima. A estratégia proposta nessa etapa é o uso de um algoritmo *branch-and-bound* especializado.

Neste algoritmo são implementados e desenvolvidos o conceito de *pseudocustos*, a composição MÁX-MIN para escolha da variável de separação (branching) e o de estimativa para escolha do subproblema candidato.

Na segunda fase, a partir da solução encontrada na etapa anterior, busca-se resolver o problema de corte de carga.

O algoritmo utilizado na 1ª fase para resolver do problema de planejamento apresenta a seguinte forma :

1. Inicialização:

Fazer  $pl = 0$ . Fazer a incumbente inicial igual a um número muito grande ( $Z_{inc} = Z^* = \infty$ ). Resolver o PL correspondente (PLI original com variáveis contínuas). Através do problema original inicia-se um lista de subproblemas candidatos ainda não sondados.

2. Teste de convergência:

Caso a lista dos subproblemas candidatos seja vazia, então pare, pois a solução atual (incumbente) encontrada é a solução ótima do problema original. Caso contrário, vá para 3

3. Bounding (limitante):

Dentre os subproblemas candidatos ainda não sondados, usando a estratégia da melhor estimativa é escolhido qual será o próximo subproblema a ser examinado. Após ser escolhido, o subproblema é retirado da lista de candidatos. Resolve-se o PL

relativo ao problema relaxado selecionado sendo assumido a solução ótima com limitante inferior para todos os seus descendentes,  $v_{\text{inf}}^k = v^*$

4. Fathoming (Sondagem):

Após resolver o PL, deve-se verificar os testes de sondagem. O subproblema relaxado pode ser sondado (eliminado de futuras considerações) se são satisfeitas uma das seguintes condições:

- a) Quando a solução encontrada pelo PL for infactível.
- b) Quando  $v_{\text{inf}}^k > v^*$ , em que  $v^*$  é o valor da incumbente.
- c) Quando é encontrada uma solução inteira pelo PL. Adicionalmente, se a solução inteira encontrada é de melhor qualidade que uma solução inteira já encontrada durante o processo (incumbente). Então deve-se atualizar a incumbente e aplicar o teste 4(b) para todos os subproblemas candidatos ainda não sondados.

Se o subproblema relaxado foi sondado, então vá para o passo 2.

Caso contrário continue.

## 5. Branching: (Separação ou Divisão)

Dentre as variáveis inteiras cujo valor corrente na solução do PL relaxado não é inteiro, é escolhido uma variável para separação usando a estratégia chamada de composição MÁX-MIN. Para a variável escolhida  $n_j$ , cujo valor corrente é  $n_j^*$ , geram-se dois novos subproblemas descendentes adicionando a cada subproblema as seguintes restrições:

$$(P_{i+1}) : n_{ij} \leq [n_{ij}^*]$$

$$(P_{i+2}) ; n_{ij} \leq [n_{ij}^*] + 1$$

Sendo :

$$[n_{ij}^*] : \text{maior inteiro de } n_{ij}^*.$$

Fazer  $pl = pl + 2$  . retorne ao passo 3.

Um diagrama de blocos é apresentado na figura 4.1., representando o algoritmo proposto na 1ª fase.

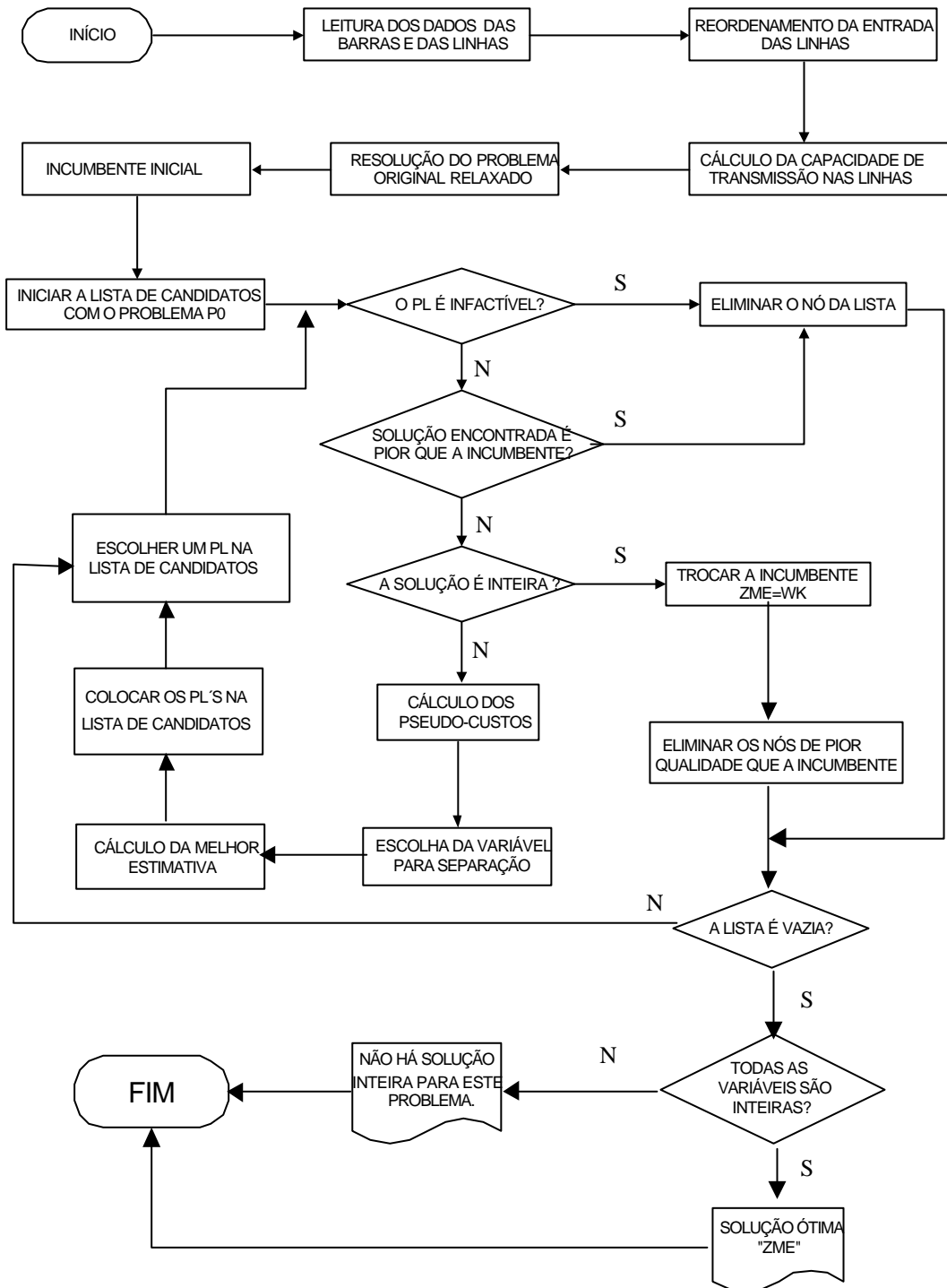


Figura 4.1. Diagrama de blocos da 1ª fase

Ilustra-se na figura 4.2. o algoritmo proposto na 2ª fase, na forma de diagrama de blocos.

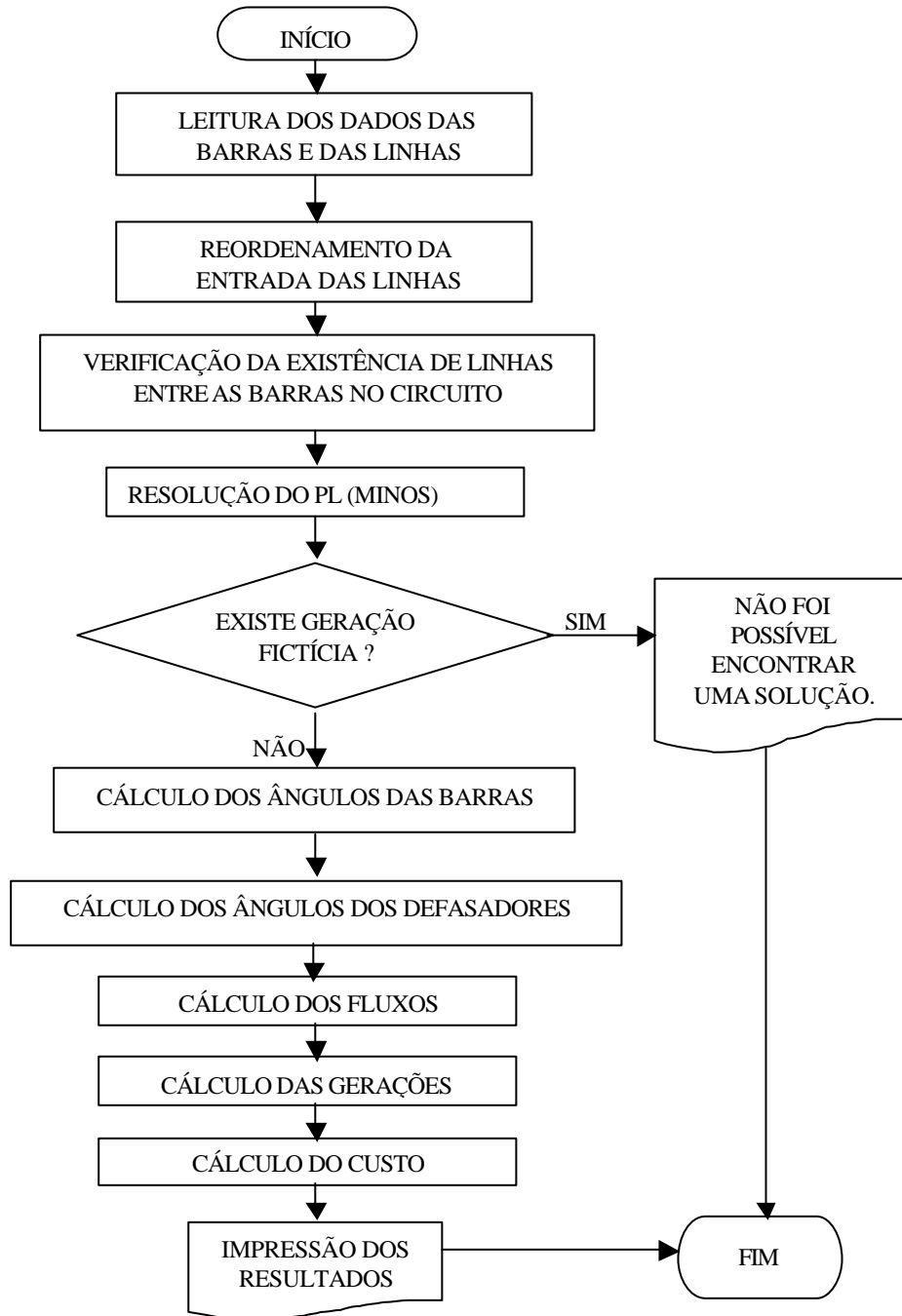


Figura 4.2.. Diagrama de blocos da 2ª fase

### 4.3. EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

Para uma melhor compreensão do algoritmo de duas fases, apresenta-se um exemplo através da figura 4.3. abaixo :

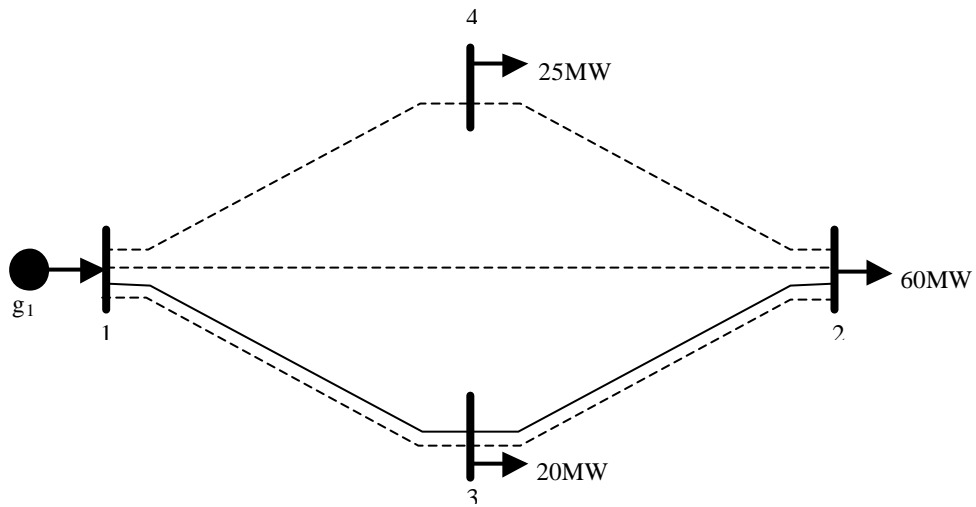


Figura 4.3. Sistema de 4 barras e 2 circuitos na configuração base.

Os dados deste sistema são :

Custos dos circuitos (US\$.10<sup>6</sup>) :

$$c_{12} = 3$$

$$c_{13} = 2$$

$$c_{14} = 2$$

$$c_{23} = 2$$

$$c_{24} = 2$$

Susceptâncias :

$$\gamma_{12} = 1/3$$

$$\gamma_{13} = 1/2$$

$$\gamma_{14} = 1/2$$

$$\gamma_{23} = 1/2$$

$$\gamma_{24} = 1/2$$

Fluxo máximo por linha :

$$f_{12} = 35 \text{ MW}$$

$$f_{13} = 40 \text{ MW}$$

$$f_{14} = 40 \text{ MW}$$

$$f_{23} = 40 \text{ MW}$$

$$f_{24} = 40 \text{ MW}$$

Geração :

$$g_1 = 105 \text{ MW}$$

Carga :

$$d_2 = 60 \text{ MW}$$

$$d_3 = 20 \text{ MW}$$

$$d_4 = 25 \text{ MW}$$

Foram encontrada duas soluções ótimas alternativas do modelo de Transportes usando o algoritmo de branch-and-bound, relacionadas abaixo :

$$1SF1) \quad n_{13}=1 \quad n_{14}=1 \quad n_{23}=1 ;$$

$$2SF1) \quad n_{13}=1 \quad n_{14}=2.$$

Deve-se iniciar a formulação da 2ª fase, baseada na solução da primeira.

Escolhendo a 1ª ou a 2ª solução para ilustrar a 2ª fase, e resolvendo através do algoritmo proposto, os resultados obtidos em ambos indicam a não necessidade de geradores artificiais e dispositivos controladores, sendo encontrada soluções ótimas alternativas. O custo dos investimentos para ambos os casos se referem somente ao custo da primeira fase.

A árvore resultante após o término da 1ª fase assume a seguinte forma :

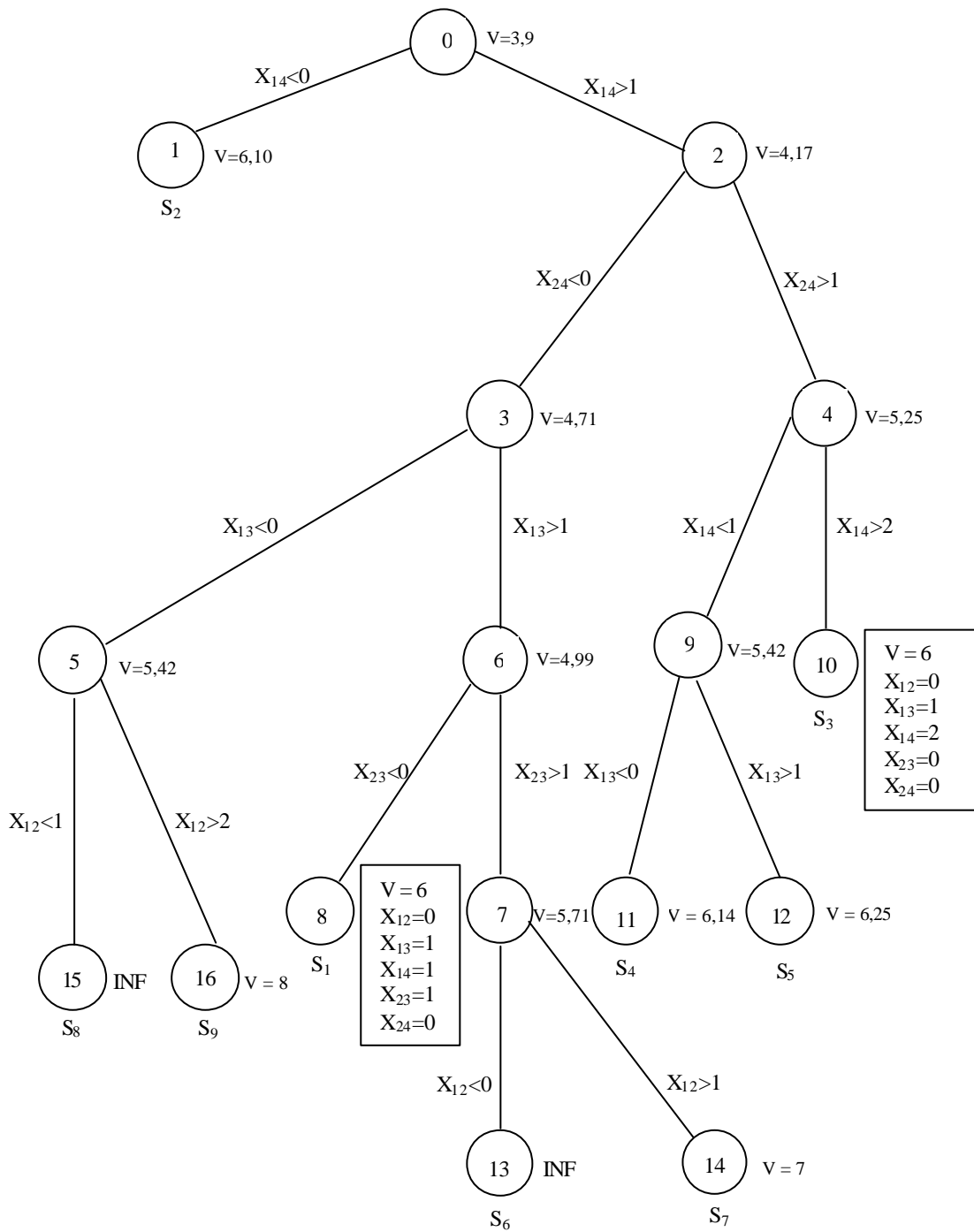


Figura 4.4. Árvore de *branch-and-bound* para o sistema de 4 barras com 2 circuitos na configuração base.

No exemplo apresentado, a solução ótima do modelo de Transportes também é ótima para o modelo DC. Em outras palavras, não existe problemas com a segunda Lei de Kirchhoff para a solução encontrada na fase I. Em sistemas reais, esse tipo de comportamento raramente acontece, geralmente isso ocorre com sistema em que a topologia ótima é radial como acontece no exemplo apresentado.

Para melhor ilustrar a nova formulação matemática, em que são utilizadas ambas as fases, mostra-se um outro exemplo na figura abaixo :

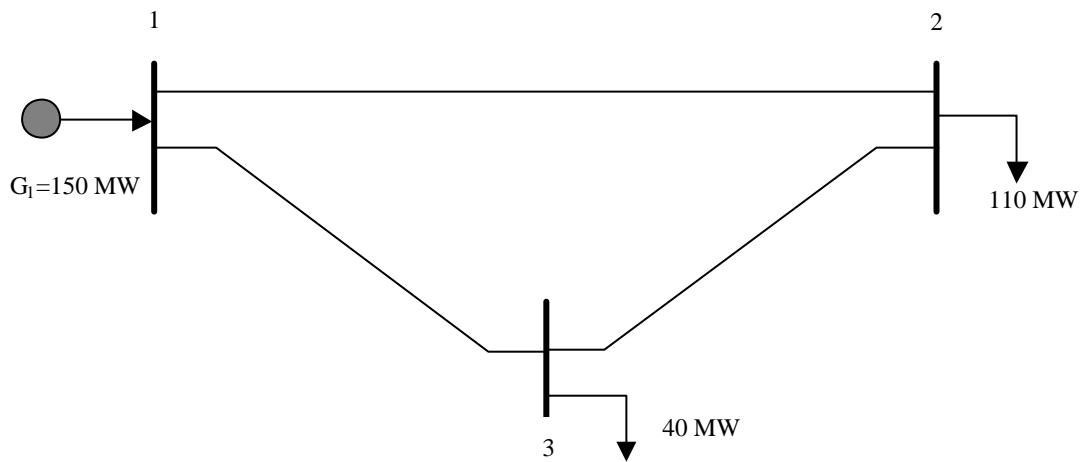


Figura 4.5. Sistema de 3 barras e 3 circuitos na configuração base.

Os dados deste sistema são :

Custos dos circuitos (US\$.10<sup>6</sup>) :

$$c_{12} = 3$$

$$c_{13} = 2$$

$$c_{23} = 2$$

Susceptâncias :

$$\gamma_{12} = 1/3$$

$$\gamma_{13} = 1/2$$

$$\gamma_{23} = 1/2$$

Fluxo máximo por linha :

$$f_{12} = 35 \text{ MW}$$

$$f_{13} = 40 \text{ MW}$$

$$f_{23} = 40 \text{ MW}$$

Geração :

$$g_1 = 150 \text{ MW}$$

Carga :  $d_2 = 110 \text{ MW}$

$$d_3 = 40 \text{ MW}$$

#### 4.3.1 Resolução usando o Modelo DC

Neste exemplo a topologia ótima encontrada usando o modelo DC convencional, indica que devem ser adicionadas 2 linhas de transmissão no caminho de 1-2 e 1 linha no caminho de 1-3 na configuração base, conforme figura 4.6. .

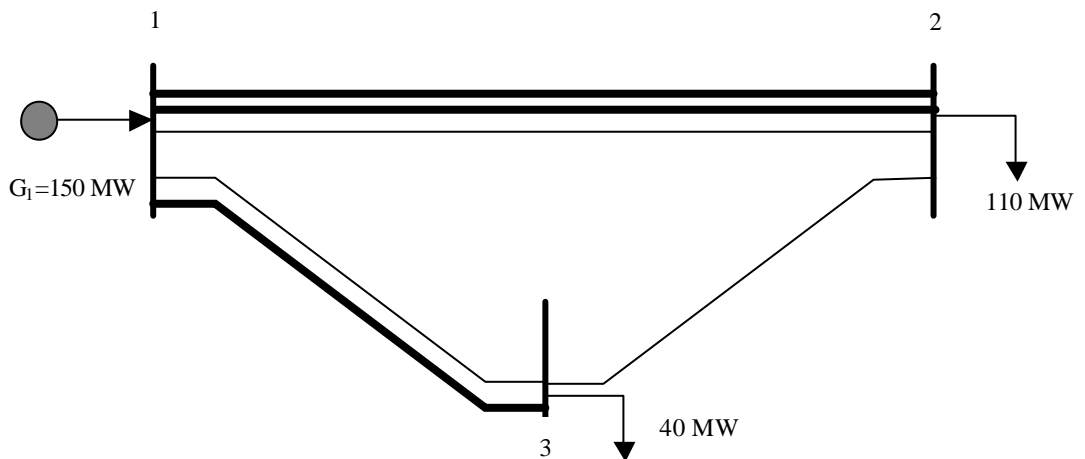


Figura 4.6. Configuração ótima do Modelo DC.

### 4.3.1 Resolução usando o Modelo Proposto

Por outro lado, pela técnica de solução proposta, inicia-se a 1ª fase através do modelo de Transportes, usando um algoritmo de branch-and-bound especializado. Encontra-se a solução mostrada na figura 4.7., indicando que devem ser adicionadas 1 linha no caminho 1-2 e 1 linha no caminho 1-3.

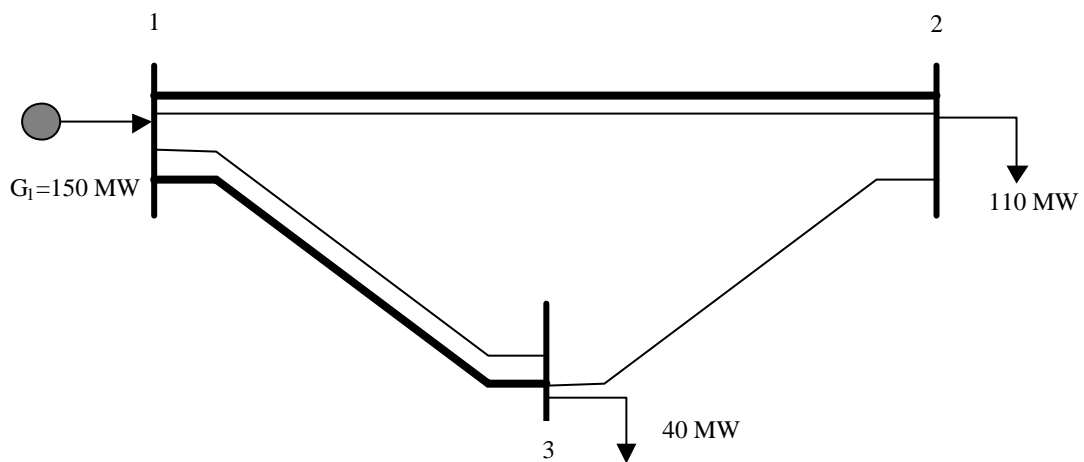


Figura 4.7. Sistema de 3 barras e 5 circuitos.

Baseado na solução da 1ª fase, inicia-se a formulação matemática da 2ª fase.

O resultado obtido na 2ª fase indica que não é preciso utilizar geradores artificiais, porém deve ser colocado dois transformadores defasadores de  $-0,55$  no caminho 1-2. O custo total do investimento é igual ao custo da primeira fase mais o custo dos defasadores.

Neste exemplo apresentado, a solução ótima do modelo de Transportes não é ótima para o modelo DC. Existem problemas com a segunda Lei de Kirchhoff para a solução encontrada na fase I.

Portanto, a solução encontrada através da nova formulação matemática é representada conforme a figura 4.8.

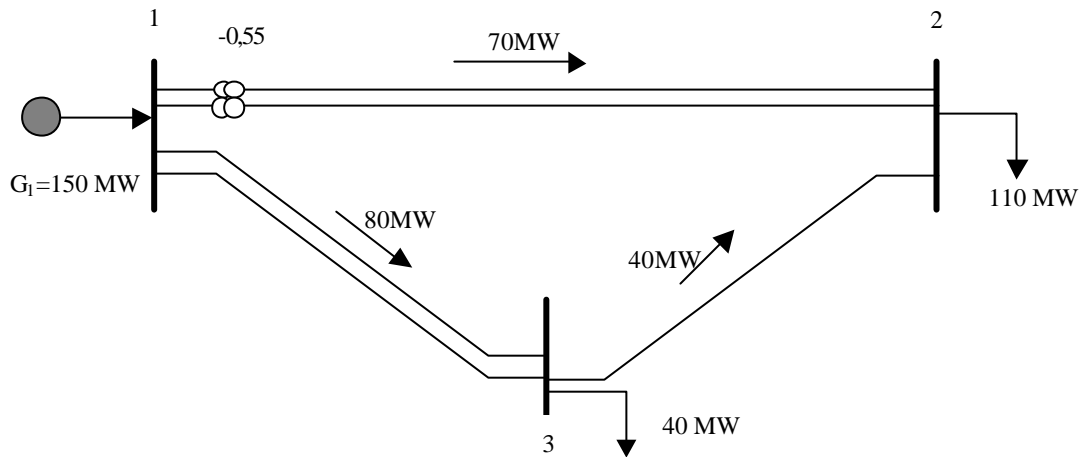


Figura 4.8. Sistema de 3 barras e 5 circuitos com adição de defasadores.

Nota-se que em relação ao modelo DC, a nova proposta deixa de alocar uma linha, e a substitui por 2 transformadores defasadores, isto é, representa outra alternativa de investimentos.

## **Capítulo 5**

### **Testes e Resultados**

A partir da nova formulação matemática proposta no capítulo 2, foi desenvolvido e implementado um programa computacional em linguagem de programação FORTRAN para resolver o problema de planejamento de sistema de transmissão através de um algoritmo de duas fases.

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes realizados em um programa de acordo com o algoritmo proposto, sendo utilizados sistemas bem conhecidos na literatura, um sistema de pequeno porte (sistema de 6 barras - 15 circuitos de Garver) e um sistema de médio porte (sistema Sul-Brasileiro de 46 barras - 79 circuitos). Os dados referentes aos sistemas se encontram no apêndice.

Os testes foram feitos com o objetivo de analisar o desempenho do algoritmo proposto e realizados em um computador Pentium III, 833 MHz com 128Mbytes de memória RAM, plataforma Windows NT.

Todos os subproblemas da 1ª fase e o PL da 2ª fase foram resolvidos com uma subrotina comercial de PL, que faz parte do software conhecido como MINOS (Modular Incore Nonlinear Optimization Systems), desenvolvido pela Universidade de Stanford.

Na 2ª fase, em todos os testes foram feitas as considerações: a barra 2 foi considerada como barra de referência, os custos relacionados com a abertura angular dos defasadores transformadores como sendo  $d_{ij} = 5 \times 10^6$  US\$/ângulo e o custo dos geradores artificiais iguais a 100 vezes o valor de  $d_{ij}$ . A multiplicação por 100 no custo dos geradores artificiais foi feita para tornar mais atrativo a utilização dos transformadores defasadores.

Os valores de  $d_{ij}$  escolhidos não estão baseados em informações reais. Foram escolhidos apenas valores técnicos suficientemente atrativos para tornar interessante a adição de dispositivos defasadores. Se forem usados valores reais de um defasador, esses dispositivos se ornar inadequados, do ponto de vista econômico, para serem adicionados no sistema elétrico.

Os custos das linhas de transmissão são apresentados no apêndice juntamente com os dados dos sistemas elétricos analisados.

## 5.1. SISTEMA DE 6 BARRAS DE GARVER

Foram realizados testes com duas configurações básicas para o sistema de 6 barras de Garver, uma com reprogramação e outra sem reprogramação.

Com reprogramação é quando a geração nas barras de geração pode variar de zero até o valor máximo, sendo os níveis de geração determinados pelo processo de otimização.

Sem reprogramação significa que não é permitido o redespacho da geração, isto é, a soma das gerações nas barras geradoras deve ser igual à soma das demandas do sistema, nas configurações factíveis.

### 5.1.1 Sistema de 6 barras de Garver com Reprogramação

No caso em que é permitida a reprogramação, o algoritmo *branch-and-bound* especializado usado na 1ª fase resolve o problema de capacidade de transmissão e encontra 04 soluções ótimas alternativas. O algoritmo *branch-and-bound* especializado gera 34 nós e resolve 28 PL's, sendo o valor da solução ótima igual a  $v = 110$ . Isto significa um investimento de US\$ 110.000.000,00 para que sejam alocados os circuitos encontrados, utilizando qualquer uma das soluções obtidas.

As soluções ótimas alternativas encontradas indicam que devem ser adicionadas os seguintes circuitos na configuração base :

Tabela 5.1. Sistema de 6 barras com reprogramação da geração após a fase I				
LINHAS ADICIONADAS				
CIRCUITO	1 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	2 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	3 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	4 <sup>a</sup> SOLUÇÃO
n02-06	2	1	3	-
n03-05	1	1	1	1
n04-06	1	2	-	3

A partir das soluções encontradas na 1<sup>a</sup> fase e incorporadas no modelo matemático da 2<sup>a</sup> fase, foram realizados testes com as novas configurações obtidas. Para todos os casos testados, não houve a necessidade do uso de geradores artificiais. Através dessas novas configurações obteve-se aberturas angulares para os transformadores defasadores para as soluções encontradas na 1<sup>a</sup> fase, relacionadas na tabela 5.2. .

Tabela 5.2. Sistema de 6 barras com reprogramação da geração após a fase II				
ÂNGULO DE DEFASAGEM				
CIRCUITO	1 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	2 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	3 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	4 <sup>a</sup> SOLUÇÃO
$\varphi_{02-03}$	-0,0028	-	-	-
$\varphi_{02-06}$	-0,1371	0,0295	-	-
$\varphi_{01-02}$	-	-	-0,0800	-
$\varphi_{01-05}$	-	-	0,0600	-

A tabela 5.2. mostra que para a 4ª solução não existe a necessidade de se colocar transformadores defasadores no sistema, sendo portanto, encontrada a solução ótima global. A configuração ótima deste sistema é mostrada na figura 5.1. .

O valor do investimento necessário para cada solução são mostrados na tabela 5.3. .

Tabela 5.3. Tabela de custos para o Sistema de 6 barras com reprogramação				
INVESTIMENTOS (US\$.10 <sup>6</sup> )				
CUSTO	1ª SOLUÇÃO	2ª SOLUÇÃO	3ª SOLUÇÃO	4ª SOLUÇÃO
FASE I	110,000	110,000	110,000	110,000
FASE II	0,669	0,147	0,700	-
TOTAL	110,669	110,147	110,700	110,000

**5.1.2 Sistema de 6 barras de Garver sem Reprogramação**

Para este sistema de 6 barras de Garver em que a somatória das gerações nas barras deve ser igual a somatória da demanda do sistema, isto é, em que não é permitida a reprogramação, o algoritmo proposto na 1ª fase soluciona o problema de capacidade de transmissão e encontra 05 soluções ótimas alternativas.

O algoritmo *branch-and-bound* especializado gera 90 nós e resolve 90 PL's, sendo o valor do investimento igual a US\$ 200.000.000,00.

As soluções ótimas alternativas encontradas na 1ª fase e mostradas na tabela 5.4. indicam que devem ser adicionadas os seguintes circuitos na configuração base :

Tabela 5.4.		Sistema de 6 barras				
		sem reprogramação da geração após a fase I				
		LINHAS ADICIONADAS				
CIRCUITO	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	
	SOLUÇÃO	SOLUÇÃO	SOLUÇÃO	SOLUÇÃO	SOLUÇÃO	
n02-06	3	4	4	3	5	
n03-05	1	1	-	-	1	
n04-06	3	2	2	3	1	
n01-05	-	-	1	1	-	

Após realizar testes com a formulação matemática da 2ª fase, verifica-se que para todos os casos testados, não existe a necessidade do uso de geradores artificiais. As aberturas angulares dos transformadores defasadores obtidas após a 2ª fase são mostradas na tabela 5.5. .

Percebe-se na tabela 5.5. que para a segunda solução não existe a necessidade de se colocar transformadores defasadores no sistema, o que indica que esta é a solução ótima global.

Tabela 5.5.		Sistema de 6 barras				
		sem reprogramação da geração após a fase II				
		ÂNGULO DE DEFASAGEM				
CIRCUITO	1ª SOLUÇÃO	2ª SOLUÇÃO	3ª SOLUÇÃO	4ª SOLUÇÃO	5ª SOLUÇÃO	
$\varphi_{02-06}$	0,0835	-	-	-	-0,2186	
$\varphi_{01-04}$	-	-	-0,0612	-	-	
$\varphi_{01-05}$	-	-	0,3900	0,3770	-	
$\varphi_{02-04}$	-	-	0,0787	-	-	

Os investimentos são mostrados na tabela 5.6. .

Tabela 5.6. Tabela de custos para o Sistema de 6 barras sem reprogramação					
INVESTIMENTOS (US\$.10 <sup>6</sup> )					
CUSTO	1 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	2 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	3 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	4 <sup>a</sup> SOLUÇÃO	5 <sup>a</sup> SOLUÇÃO
FASE I	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000
FASE II	0,417	-	2,649	1,885	1,093
TOTAL	200,417	200,000	202,649	201,885	201,093

A figura 5.2. mostra a configuração ótima do sistema em questão.

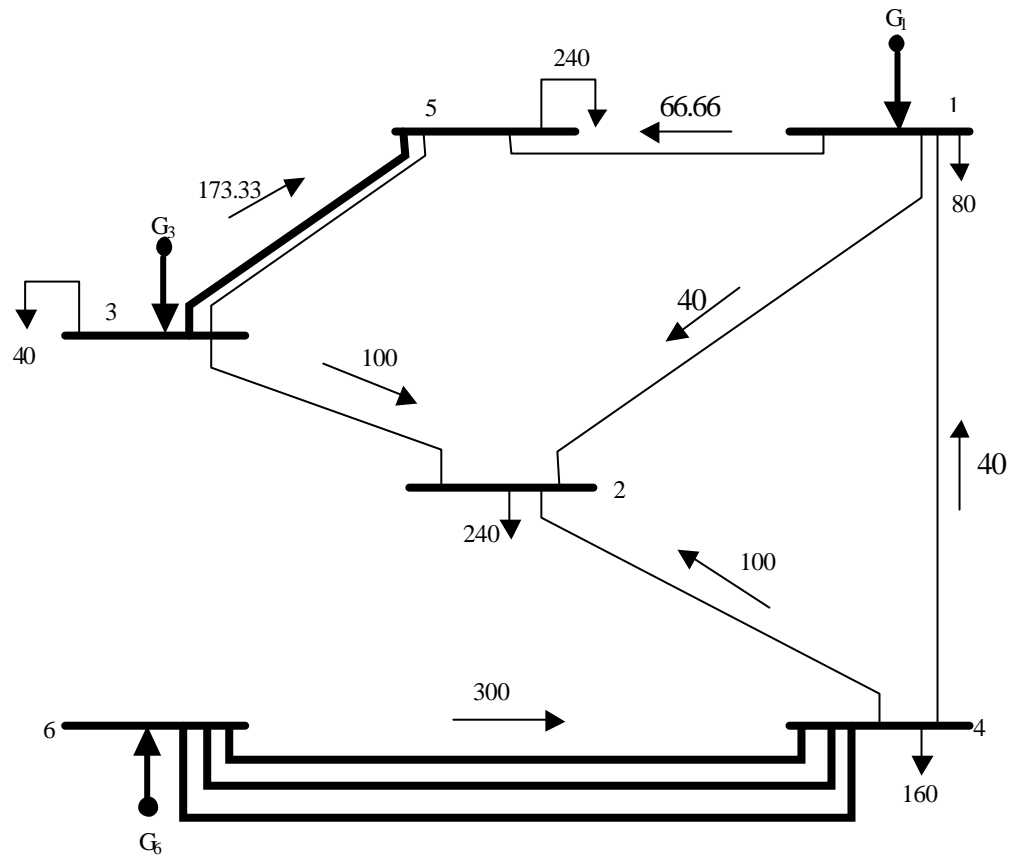


Figura 5.1. Configuração ótima para o sistema de 6 barras com reprogramação

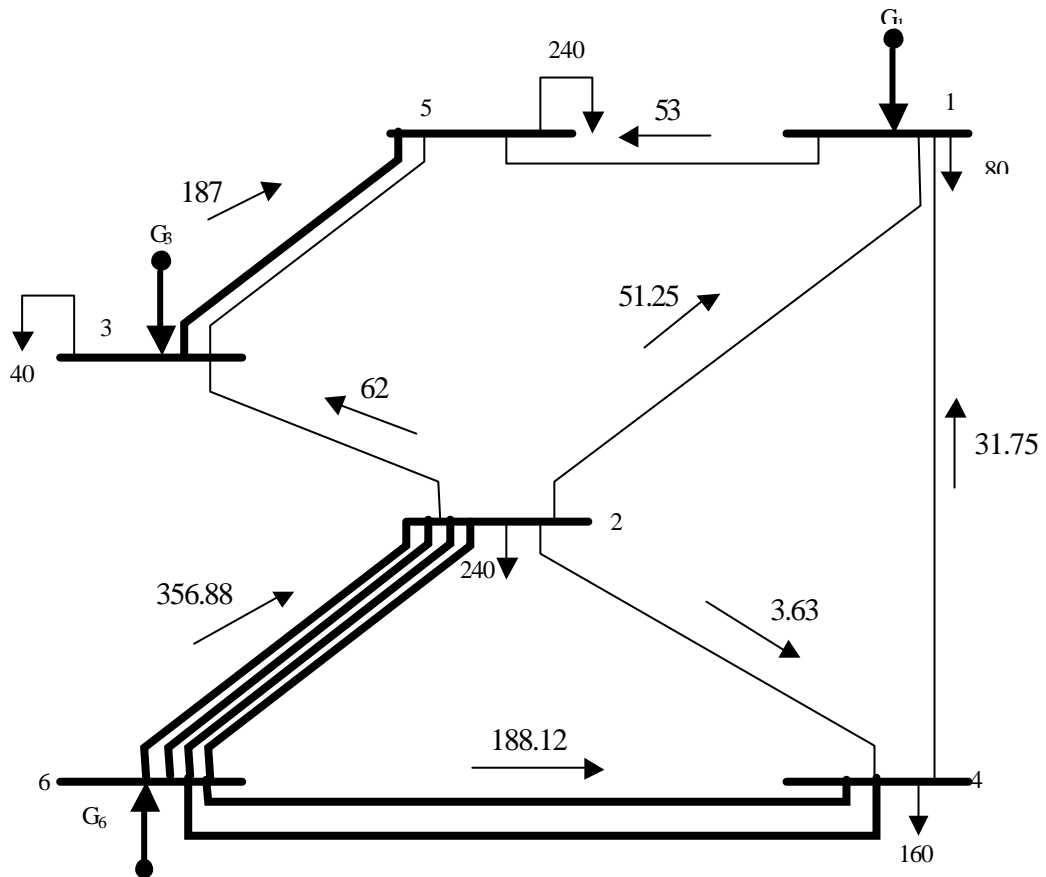


Figura 5.2. Configuração ótima para o sistema de 6 barras sem reprogramação

## 5.2. SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS

Foram realizados testes com duas configurações básicas para o sistema Sul Brasileiro de 46 barras, uma com reprogramação e outra sem reprogramação.

### 5.2.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras com Reprogramação

No caso em que é permitida a reprogramação, o algoritmo *branch-and-bound* especializado proposto na 1ª fase resolve o problema de capacidade de transmissão e encontra 01 solução ótima, mostrada na tabela 5.7.. O algoritmo *branch-and-bound* especializado gera 162 nós e resolve 146 PL's, sendo o valor do investimento igual a US\$ 53.334.000,00.

Tabela 5.7 Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase I	
	LINHAS ADICIONADAS
CIRCUITO	SOLUÇÃO
n <sub>33-34</sub>	1
n <sub>20-21</sub>	2
n <sub>42-43</sub>	1
n <sub>05-11</sub>	2
n <sub>46-11</sub>	1

Após incorporar a solução encontrada na 1ª fase no modelo matemático da 2ª fase, resolve-se um PL. A solução obtida mostra que não existe a necessidade de geradores artificiais.

A tabela a seguir indica os circuitos que devem receber os transformadores defasadores e o ângulo de defasagem dos mesmos, para o sistema de 46 barras com reprogramação da geração.

Tabela 5.8 Sistema Sul Brasileiro com reprogramação da geração após a fase II	
	ÂNGULO DE DEFASAGEM
CIRCUITO	SOLUÇÃO
$\varphi_{08-13}$	-0,0092
$\varphi_{14-18}$	-0,2344
$\varphi_{13-20}$	-0,0450
$\varphi_{19-21}$	-0,0028
$\varphi_{24-33}$	-0,1493
$\varphi_{34-35}$	-0,3556
$\varphi_{05-11}$	0,2008

Para o sistema de 46 barras com reprogramação, o modelo proposto encontrou uma solução sub-ótima.

A solução encontrada para este sistema produz um investimento total da ordem de aproximadamente US\$ 58.319.000,00.

A tabela 5.9. apresenta este dado e o custo de cada fase.

Tabela 5. 9. Tabela de custos para o Sistema Sul Brasileiro com reprogramação	
INVESTIMENTOS (US\$.10 <sup>6</sup> )	
CUSTO	SOLUÇÃO
FASE I	53,334
FASE II	4,985
TOTAL	58,319

Obviamente, se forem considerados os custos reais ou verdadeiros dos defasadores, o processo de otimização não usaria esses dispositivos pelo motivo de serem muito caros.

### 5.2.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras sem Reprogramação

No caso em que não é permitida a reprogramação, o algoritmo *branch-and-bound* especializado usado na 1ª fase resolve o problema de capacidade de transmissão com um significativo esforço computacional, mas encontra duas soluções ótimas alternativas.

As soluções ótimas alternativas encontradas na 1ª fase e mostradas na tabela 5.10, indicam que devem ser adicionadas os seguintes circuitos na configuração base :

Tabela 5.10 Sistema Sul Brasileiro sem reprogramação da geração após a fase I		
CIRCUITO	LINHAS ADICIONADAS	
	1ª SOLUÇÃO	2ª SOLUÇÃO
n <sub>05-11</sub>	2	2
n <sub>46-11</sub>	1	1
n <sub>14-22</sub>	1	1
n <sub>18-19</sub>	-	1
n <sub>20-21</sub>	2	1
n <sub>28-31</sub>	1	1
n <sub>31-32</sub>	1	1
n <sub>24-25</sub>	2	2
n <sub>25-32</sub>	1	1
n <sub>42-43</sub>	2	2

O algoritmo *branch-and-bound* especializado gera 28076 nós e resolve 27607 PL's, sendo o valor da solução ótima igual a  $v = 127.272.000,00$ .

Após incorporar a solução encontrada na 1ª fase no modelo matemático da 2ª fase, resolve-se um PL. A solução obtida para as duas soluções mostra que não existe a necessidade de geradores artificiais. Os transformadores defasadores satisfazem o problema, sendo suas aberturas angulares mostradas na tabela 5.11. e a seguir na tabela 5.12. são apresentados os valores investidos em cada solução.

Tabela 5.11. Sistema Sul Brasileiro sem reprogramação da geração após a fase II		
	ÂNGULO DEFASADOR	
CIRCUITO	1ª SOLUÇÃO	2ª SOLUÇÃO
$\varphi_{14-18}$	-0,2303	-
$\varphi_{19-21}$	0,4082	-
$\varphi_{14-22}$	0,0021	-
$\varphi_{32-43}$	-0,2146	-0,4160
$\varphi_{05-11}$	0,4294	0,6388
$\varphi_{25-32}$	-0,6263	-0,3088
$\varphi_{09-14}$	-	-0,0090
$\varphi_{13-18}$	-	0,1281
$\varphi_{22-26}$	-	0,0060
$\varphi_{34-35}$	-	0,1100
$\varphi_{18-19}$	-	-0,0223

Tabela 5.12. Tabela de custos para o Sistema Sul Brasileiro sem reprogramação		
INVESTIMENTOS (US\$.10 <sup>6</sup> )		
CUSTO	1ª SOLUÇÃO	2ª SOLUÇÃO
FASE I	127,272	127,272
FASE II	9,554	8,195
TOTAL	136,826	135,467

Tabela 5.13.		Tabela de Fluxo (MW)		
para o sistema de 46 barras com reprogramação				
LINHA	Após a Fase I	Após a Fase I usando Modelo DC	Após a Fase II	Ótimo Tradicional do Modelo DC
1 7	-270.000	1.084	-21.301	40.032
1 2	270.000	-1.084	21.301	-40.032
4 9	-270.000	-175.406	-252.612	-25.901
5 9	-141.000	-107.942	-187.387	45.895
5 8	239.200	65.647	19.501	122.890
7 8	-270.000	1.085	-21.301	40.035
4 5	-30.700	-125.295	-48.087	-274.798
2 5	-173.100	-444.184	-421.798	-483.132
8 13	-103.000	-5.469	-74.000	90.725
9 14	-411.000	-283.351	-440.000	19.990
12 14	-511.900	-511.901	-511.900	-511.901
14 18	-180.000	83.399	-124.000	-207.642
13 18	-220.000	-210.086	-220.000	-192.358
13 20	-68.800	18.820	-39.800	97.285
18 20	200.000	200.000	200.000	200.000
19 21	1.500.000	1.377.172	1.471.000	1.484.046
16 17	200.000	-203.118	77.030	1.144.500
17 19	1.250.000	846.876	1.127.030	2.000.000
14 26	220.000	170.164	195.663	120.229
14 22	270.000	208.187	233.436	158.742
22 26	188.100	126.288	151.536	76.843
20 23	540.000	540.000	540.000	690.129
23 24	81.900	193.288	81.900	232.028

26 27	176.200	64.551	115.300	-34.828
24 34	-156.300	-197.899	-220.000	-219.652
24 33	-240.000	-87.015	-176.300	-26.522
33 34	-469.100	-316.114	-405.400	-255.623
27 36	-3.800	39.748	48.759	7.911
27 38	400.000	244.805	286.540	177.263
36 37	-93.900	-50.352	-41.340	-82.189
34 35	122.600	233.988	122.600	272.726
35 38	-93.400	17.988	-93.400	56.726
37 39	60.900	-125.464	-120.694	-142.313
37 40	270.000	239.437	241.504	232.130
37 42	-124.800	135.675	137.849	127.994
39 42	600.000	474.537	479.305	457.688
40 42	7.900	-22.663	-20.595	-29.970
38 42	90.600	46.793	-22.859	17.989
32 43	1.200.000	1.139.357	1.200.000	1.199.998
42 44	165.800	165.799	165.800	165.799
44 45	86.700	86.700	86.700	86.700
19 32	1.200.000	639.354	700.000	798.658
19 46	-1.800.000	173.656	82.030	-275.137
16 46	1.800.000	366.344	457.969	739.855
18 19	-600.000	-326.689	-544.000	-600.000
20 21	-1.500.000	-1.377.172	-1.471.000	-1.484.045
42 43	-1.200.000	-1.139.358	-1.200.000	-1.200.000
6 46				-1.164.719
5 6				-1.164.719
5 11	-540.000	-540.000	-540.000	
11 46	-540.000	-539.999	-540.000	

Na Tabela 5.13 são mostrados os fluxos nos circuitos para as topologias encontradas nos testes. Inicialmente são apresentados os fluxos após a 1ª fase da proposta deste trabalho, esses fluxos também correspondem à topologia ótima encontrada para o modelo de transportes. A topologia encontrada anteriormente foi usada para encontrar os fluxos da segunda coluna, isto é, a partir da solução do modelo de transportes a rede é modelada utilizando o modelo DC. Nesse caso, logicamente aparece corte de carga porque a topologia

ótima do modelo de transportes é infactível para o modelo DC. Finalmente, na última coluna se apresentam os fluxos para a solução ótima do modelo DC com a modelagem tradicional em que somente são adicionados circuitos normais (linhas e transformadores convencionais) e na penúltima coluna os fluxos para a topologia encontrada usando a modelagem que permite adição de circuitos convencionais e defasadores. Pode-se observar que em alguns circuitos os fluxos variam significativamente de uma topologia para outra.

### **5.3. *Comentários sobre os Resultados***

Deve-se observar que a proposta heurística de solução pode encontrar, com frequência a solução ótima global do problema levando em conta que a Fase I resolve o problema de capacidade de transmissão do sistema e a Fase II resolve o problema de conflitos de fluxos no sistema pela necessidade de satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff.

Além disso, deve-se mencionar que os defasadores somente se tornaram atrativos porque foram considerados com custos muito menores que os custos reais, e com a finalidade de analisar o comportamento operacional desse tipo de dispositivos. Na verdade, o custo de um defasador geralmente é maior que o custo de um a linha de transmissão.

Os resultados obtidos em todos os sistemas mostraram-se satisfatórios.

Com relação a 1ª fase do algoritmo proposto, para os quatro sistemas, os resultados obtidos foram iguais aos já conhecidos na literatura. Devido ao uso

das estratégias de melhor estimativa e da composição máx-min, o algoritmo *branch-and-bound* especializado gera uma árvore com uma menor quantidade de nós e de PL's, em relação a outras estratégias.

Quanto a 2ª fase, para os dois sistemas de Garver, o algoritmo encontrou a solução ótima global sem a necessidade de adicionar defasadores porque nesses sistemas o ótimo global para o modelo de transportes também é ótimo global para o modelo DC. Por outro lado, para os 2 sistemas de 46 barras foram adicionados transformadores defasadores para resolver o problema de conflitos de fluxo de potência pela necessidade de satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff.

A próxima fase do trabalho de pesquisa consiste em desenvolver uma técnica de otimização para o modelo matemático mais realista, apresentado em (2.6a). A metodologia proposta neste trabalho não pode ser diretamente implementada para o modelo (2.6a) porque a fase II é um problema de programação não linear binário misto.

## **Capítulo 6**

### **Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros**

Neste capítulo são apresentadas as conclusões e as pretensões futuras deste trabalho. Diante da importância do problema de planejamento de expansão da rede e da dificuldade de solucioná-los, faz-se necessário desenvolver eficientemente um modelo matemático e uma técnica para que possam ser aplicados na sua solução.

Neste trabalho foi implementado o uso de um novo modelo matemático utilizando transformadores defasadores e uma proposta de solução composta de duas fases.

Do trabalho desenvolvido, pode-se mencionar as seguintes conclusões :

- Pode-se generalizar o problema de planejamento considerando a adição de circuitos normais e transformadores defasadores;

- O novo modelo matemático pode ser resolvido eficientemente usando o algoritmo heurístico de duas fases proposto;
- Os transformadores defasadores podem ser usados no planejamento de transmissão, redirecionando os fluxos de potência e, portanto, apresentado uma nova alternativa de investimento;
- O problema de coerência em sistemas de transmissão pode ser resolvido adicionando transformadores defasadores.

Em um futuro breve pretende-se :

- Considerar defasadores com variação discreta e resolver a 2ª fase usando o algoritmo *branch-and-bound*;
- Desenvolver uma técnica de otimização para resolver o modelo matemático apresentado em (2.6a) em que o custo de um defasador depende exclusivamente da potência nominal da linha de transmissão ao qual o defasador deve ser conectado;
- Implementar uma modelagem matemática incorporando dispositivos direcionadores de fluxo de potência ativa tais como os diferentes dispositivos FACTS e resolver o modelo resultante usando uma técnica de solução de fase única usando algoritmos combinatoriais tais como busca tabu e/ou algoritmos evolutivos;
- Estudar e implementar novas melhorias na técnica de solução, tornando-a mais eficiente em termos de resultados e principalmente, com relação ao tempo de processamento;

- Fazer uma análise matemática e técnica de solução quando são incorporados dispositivos direcionadores de fluxo de potência ativa (diferentes dispositivos FACTS).

## Referências Bibliográficas

---

- [BEN71] BÈNICHOU M., Gauthier J. M., Girodet P., Hentges G., Ribière G., e Vicent O. “Experiments in Mixed-Integer Linear Programming” 7th Mathematical Programming Symposium The Hague, The Netherlands, pp76-94, february 1971
- [DIA96] DIAZ A., Glover F., Ghaziri H.M., Gonzalez J.L., Laguna M., Moscato P., Tseng F.T. : “Optimización Heurística y Redes Neuronales”, Editorial Paraninfo S.A., Espanha, 1996
- [GAR70] GARVER L.L. : “Transmission Network Estimation Using Linear Programming”, IEEE Trans. Power App. Syst.,Vol. PAS-89, September-October, pp. 1688-1697, 1970
- [GAU77] GAUTHIER J. M. and Ribière G. “Experiments in Mixed-Integer Linear Programming Using Pseudo-Costs” 12th Mathematical Programming, North-Holland Publishing Company, pp 26-47, 1977

- [HAF00] HAFFNER S. L. : “O Planejamento da expansão dos sistemas elétricos no contexto de um ambiente competitivo”, Tese de doutorado – Unicamp – FEEC, julho de 2000
- [HAF01] HAFFNER S. L., Monticelli A. J., Garcia A., Romero R. : “Specialized Branch and Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning”, IEE Proc. – Gener. Transm. Distrib., Vol.148, nº5, setembro de 2001
- [KUR99] KUROKAWA, R.A. “Algoritmo de Branch and Bound para o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão usando o Modelo de Transportes”, Dissertação de Mestrado, UNESP, dezembro de 1999.
- [LIE97] LIE T. T. AND Deng W. : “Optimal Flexible AC Transmission Systems(FACTS) devices allocation”, Electrical Power & Energy Systems, Vol. 19, nº 2, pp. 125-134, 1997
- [MIL82] MILLER T. J. E. : “Reactive Power Control in Electric Systems”, John Wiley & Sons inc., 1982.
- [MON83] MONTICELLI A. : “Fluxo de carga em redes de Energia Elétrica”, Editora Edgar Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [MUT00] MUTALE J. and Strbac G. : “ Transmission Network Reinforcement Versus FACTS: An Economic Assessment” IEEE Transactions on Power Systems, Vol.15, No. 3, agosto de 2000

- [NEM72] NEMHAUSER G. L. and Garfinkel R. : “ Integer Programming”, John Wiley & Sons inc., 1972.
- [OLI98] OLIVEIRA E. J., Marangon Lima J. W. : “FACTS: localização ótima e impacto no preço da transmissão”, XII Congresso Brasileiro de Automática, vol.III, - September 14-18, Uberlândia, MG, Brazil, pp. 1035-1042, 1998.
- [OLI99] OLIVEIRA E. J., Marangon Lima J. W., Pereira J. L. R. : “Flexible AC transmission system devices: allocation and transmission pricing”, Electrical Power&Energy Systems 21, pp.111-118, 1999.
- [OLI19] OLIVEIRA E. J., Marangon Lima J. W. : “Localização Ótima de Dispositivos FACTS em Sistemas Hidrotérmicos”, XV SNPTEE, Foz do Iguaçu, PR, outubro 1999.
- [PER00] PEREIRA, J.L.R. , “Modelagem de Dispositivos de Controle FACTS em Sistemas de Potência para Análise em Regime Permanente”, Minicurso do XIII Congresso Brasileiro de Automática, Florianópolis, SC, Setembro de 2000
- [ROC99] ROCHA, C.R. , “Algoritmo Heurístico usado no Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão” , Dissertação de Mestrado, UNESP, dezembro de 1999
- [ROM99] ROMERO R.A. : “Planejamento a longo prazo da Expansão de Sistemas de transmissão de Energia Elétrica”, Tese de Livre-Docência, Ilha Solteira, SP, novembro de 1999.

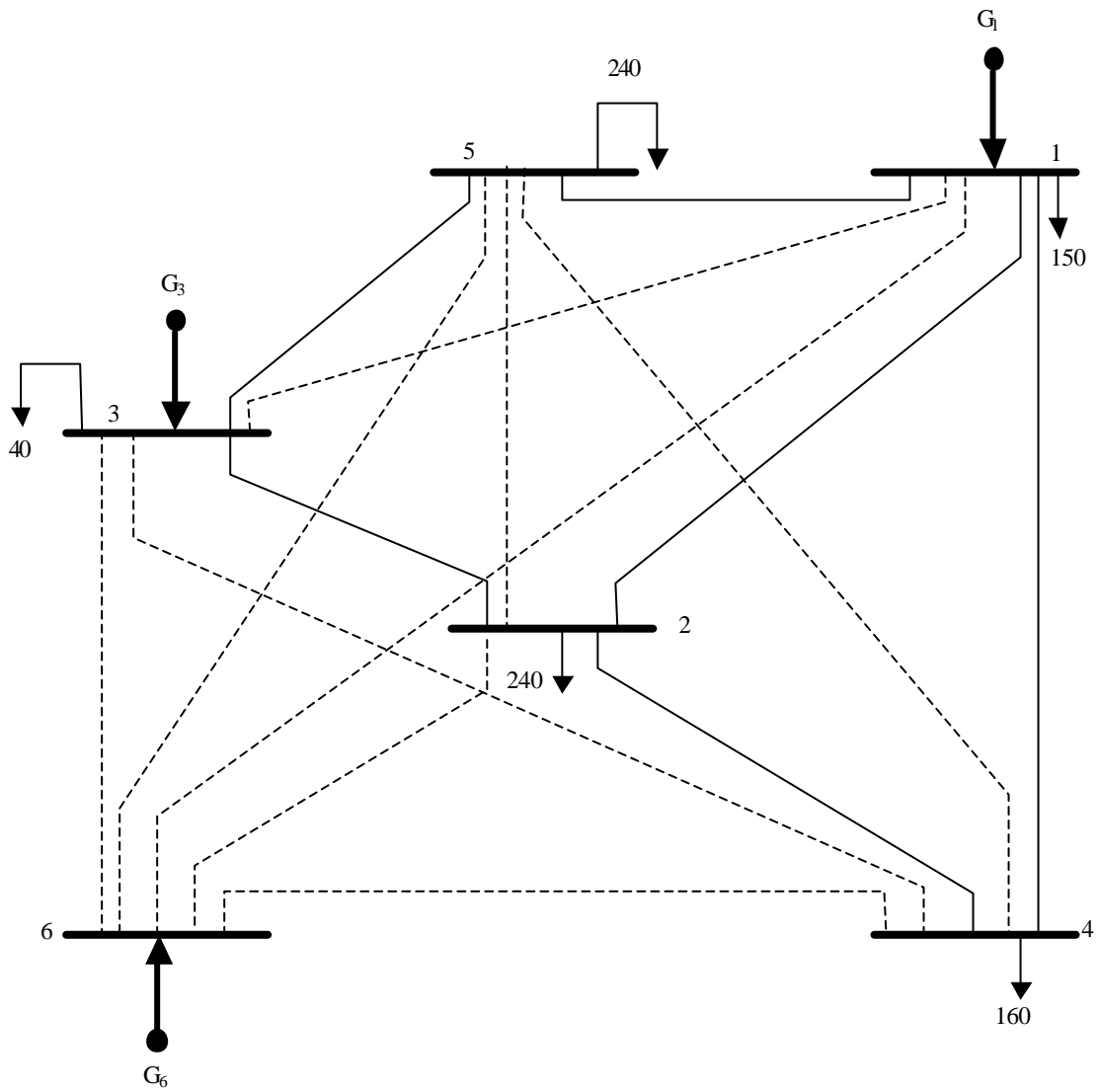
- [TAR92] TARANTO G. N. , Pinto L.M.V.G., and Pereira M.V.F. :  
“Representation of FACTS devices in power system economic  
dispatch.” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No.2, maio  
de 1992.
- [WAT98] WATANABE E. H., Barbosa P. G., Almeida K. C. e Taranto G. N. :  
“Tecnologia FACTS - Tutorial”, SBA Controle & Automação, Vol. 9,  
No 1, abril de 1998

## **Apêndice**

### **Dados dos Sistemas Testados**

---

A.1 Sistema de 6 barras de Garver



SISTEMA DE 6 BARRAS

## A.1.1 Sistema de 06 Barras com reprogramação na geração

## A.1.1.1 Dados das Barras

Número da barra	Geração(MW)	carga(MW)
1	150.0	80.0
2	0.0	240.0
3	360.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	600.0	0.0

## A.1.1.2 Dados das linhas

Número da linha	Barra inicial	Barra Final	Linhas existentes	Reatância	Capacidade de transmissão (MW)	Custo US\$ .10 <sup>3</sup>
1	1	2	1	0.40	100.0	40.0
2	1	3	0	0.38	100.0	38.0
3	1	4	1	0.60	80.0	60.0
4	1	5	1	0.20	100.0	20.0
5	1	6	0	0.68	70.0	68.0
6	2	3	1	0.20	100.0	20.0
7	2	4	1	0.40	100.0	40.0
8	2	5	0	0.31	100.0	31.0
9	2	6	0	0.30	100.0	30.0
10	3	4	0	0.59	82.0	59.0
11	3	5	1	0.20	100.0	20.0
12	3	6	0	0.48	100.0	48.0
13	4	5	0	0.63	75.0	63.0
14	4	6	0	0.30	100.0	30.0
15	5	6	0	0.61	78.0	61.0

## A.1.2 Sistema de 06 Barras sem reprogramação na geração

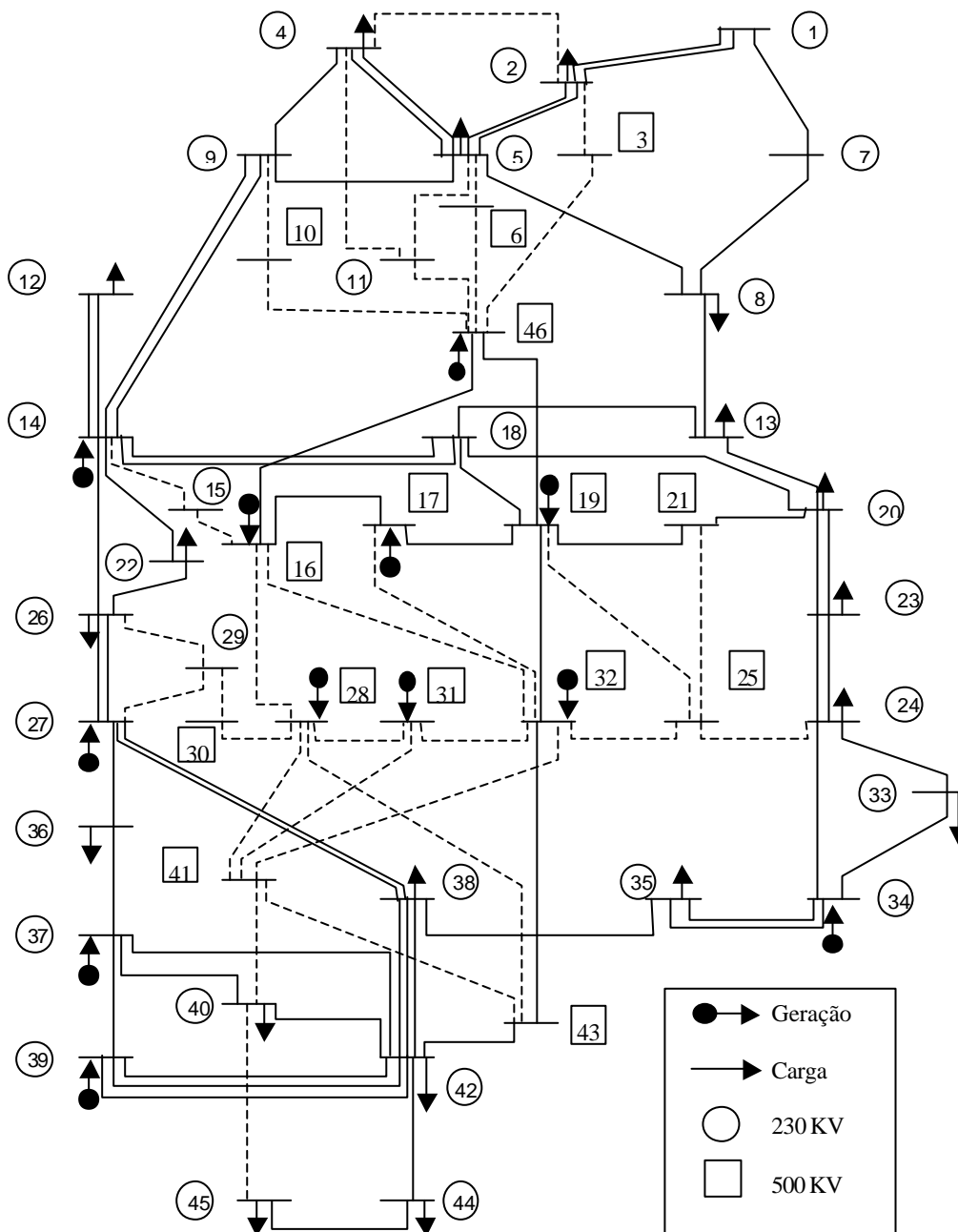
## A.1.2.1 Dados das Barras

Número da barra	Geração(MW)	carga(MW)
1	50.0	80.0
2	0.0	240.0
3	165.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	545.0	0.0

## A.1.2.2 Dados das linhas

Número Da linha	Barra Inicial	Barra Final	Linhas existentes	Reatância	Capacidade de transmissão (MW)	Custo US\$.10 <sup>3</sup>
1	1	2	1	0.40	100.0	40.0
2	1	3	0	0.38	100.0	38.0
3	1	4	1	0.60	80.0	60.0
4	1	5	1	0.20	100.0	20.0
5	1	6	0	0.68	70.0	68.0
6	2	3	1	0.20	100.0	20.0
7	2	4	1	0.40	100.0	40.0
8	2	5	0	0.31	100.0	31.0
9	2	6	0	0.30	100.0	30.0
10	3	4	0	0.59	82.0	59.0
11	3	5	1	0.20	100.0	20.0
12	3	6	0	0.48	100.0	48.0
13	4	5	0	0.63	75.0	63.0
14	4	6	0	0.30	100.0	30.0
15	5	6	0	0.61	78.0	61.0

A.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras



## A.2.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras com reprogramação na geração

## A.2.1.1. Dados das Barras

<b>Número da barra</b>	<b>Geração(MW)</b>	<b>Carga(MW)</b>
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	443.100000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	300.700000
5	0.000000	238.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	72.200000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	511.900000
13	0.000000	185.800000
14	1257.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	2000.000000	0.000000
17	1050.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	1670.000000	0.000000
20	0.000000	1091.200000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	81.900000
23	0.000000	458.100000
24	0.000000	478.200000
25	0.000000	0.000000
26	0.000000	231.900000
27	220.000000	0.000000
28	800.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	700.000000	0.000000
32	500.000000	0.000000

33	0.000000	229.100000
34	748.000000	0.000000
35	0.000000	216.000000
36	0.000000	90.100000
37	300.000000	0.000000
38	0.000000	216.000000
39	600.000000	0.000000
40	0.000000	262.100000
41	0.000000	0.000000
42	0.000000	1607.900000
43	0.000000	0.000000
44	0.000000	79.100000
45	0.000000	86.700000
46	700.000000	0.000000

## A.2.1.2. Dados das linhas

Número da linha	Barra inicial	Barra final	Linhas existentes	Reatância	Capacidade transmissão (MW)	Custo US\$10 <sup>3</sup>
1	1	7	1	0.0616	270.	4349.0
2	1	2	2	0.1065	270.	7076.0
3	4	9	1	0.0924	270.	6217.0
4	5	9	1	0.1173	270.	7732.0
5	5	8	1	0.1132	270.	7480.0
6	7	8	1	0.1023	270.	6823.0
7	4	5	2	0.0566	270.	4046.0
8	2	5	2	0.0324	270.	2581.0
9	8	13	1	0.1348	240.	8793.0
10	9	14	2	0.1756	220.	11267.0
11	12	14	2	0.0740	270.	5106.0
12	14	18	2	0.1514	240.	9803.0
13	13	18	1	0.1805	220.	11570.0
14	13	20	1	0.1073	270.	7126.0
15	18	20	1	0.1997	200.	12732.0
16	19	21	1	0.0278	1500.	32632.0
17	16	17	1	0.0078	2000.	10505.0
18	17	19	1	0.0061	2000.	8715.0

19	14	26	1	0.1614	220.	10409.0
20	14	22	1	0.0840	270.	5712.0
21	22	26	1	0.0790	270.	5409.0
22	20	23	2	0.0932	270.	6268.0
23	23	24	2	0.0774	270.	5308.0
24	26	27	2	0.0832	270.	5662.0
25	24	34	1	0.1647	220.	10611.0
26	24	33	1	0.1448	240.	9399.0
27	33	34	1	0.1265	270.	8288.0
28	27	36	1	0.0915	270.	6167.0
29	27	38	2	0.2080	200.	13237.0
30	36	37	1	0.1057	270.	7025.0
31	34	35	2	0.0491	270.	3591.0
32	35	38	1	0.1980	200.	12631.0
33	37	39	1	0.0283	270.	2329.0
34	37	40	1	0.1281	270.	8389.0
35	37	42	1	0.2105	200.	13388.0
36	39	42	3	0.2030	200.	12934.0
37	40	42	1	0.0932	270.	6268.0
38	38	42	3	0.0907	270.	6116.0
39	32	43	1	0.0309	1400.	35957.0
40	42	44	1	0.1206	270.	7934.0
41	44	45	1	0.1864	200.	11924.0
42	19	32	1	0.0195	1800.	23423.0
43	46	19	1	0.0222	1800.	26365.0
44	46	16	1	0.0203	1800.	24319.0
45	18	19	1	0.0125	600.	8178.0
46	20	21	1	0.0125	600.	8178.0
47	42	43	1	0.0125	600.	8178.0
48	2	4	0	0.0882	270.	5965.0
49	14	15	0	0.0374	270.	2884.0
50	46	10	0	0.0081	2000.	10889.0
51	4	11	0	0.2246	240.	14247.0
52	5	11	0	0.0915	270.	6167.0
53	46	6	0	0.0128	2000.	16005.0
54	46	3	0	0.0203	1800.	24319.0
55	16	28	0	0.0222	1800.	26365.0
56	16	32	0	0.0311	1400.	36213.0
57	17	32	0	0.0232	1700.	27516.0
58	19	25	0	0.0325	1400.	37748.0

59	21	25	0	0.0174	2000.	21121.0
60	25	32	0	0.0319	1400.	37109.0
61	31	32	0	0.0046	2000.	7052.0
62	28	31	0	0.0053	2000.	7819.0
63	28	30	0	0.0058	2000.	8331.0
64	27	29	0	0.0998	270.	6672.0
65	26	29	0	0.0541	270.	3894.0
66	28	41	0	0.0339	1300.	39283.0
67	28	43	0	0.0406	1200.	46701.0
68	31	41	0	0.0278	1500.	32632.0
69	32	41	0	0.0309	1400.	35957.0
70	41	43	0	0.0139	2000.	17284.0
71	40	45	0	0.2205	180.	3994.0
72	15	16	0	0.0125	600.	8178.0
73	46	11	0	0.0125	600.	8178.0
74	24	25	0	0.0125	600.	8178.0
75	29	30	0	0.0125	600.	8178.0
76	40	41	0	0.0125	600.	8178.0
77	2	3	0	0.0125	600.	8178.0
78	5	6	0	0.0125	600.	8178.0
79	9	10	0	0.0125	600.	8178.0

## A.2.2. Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras sem reprogramação na geração

## A.2.2.1 Dados das Barras

<b>Número Da barra</b>	<b>Geração(MW)</b>	<b>Carga(MW)</b>
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	443.100000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	300.700000
5	0.000000	238.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	72.200000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	511.900000
13	0.000000	185.800000
14	944.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	1366.000000	0.000000
17	1000.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	773.000000	0.000000
20	0.000000	1091.200000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	81.900000
23	0.000000	458.100000
24	0.000000	478.200000
25	0.000000	0.000000
26	0.000000	231.900000
27	54.000000	0.000000
28	730.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	310.000000	0.000000
32	450.000000	0.000000
33	0.000000	229.100000
34	221.000000	0.000000

35	0.000000	216.000000
36	0.000000	90.100000
37	212.000000	0.000000
38	0.000000	216.000000
39	221.000000	0.000000
40	0.000000	262.100000
41	0.000000	0.000000
42	0.000000	1607.900000
43	0.000000	0.000000
44	0.000000	79.100000
45	0.000000	86.700000
46	599.000000	0.000000

## A.2.2.2. Dados das linhas

Número da linha	Barra inicial	Barra final	Linhas existentes	Reatância	Capacidade transmissão (MW)	Custo US\$10 <sup>3</sup>
1	1	7	1	0.0616	270.	4349.0
2	1	2	2	0.1065	270.	7076.0
3	4	9	1	0.0924	270.	6217.0
4	5	9	1	0.1173	270.	7732.0
5	5	8	1	0.1132	270.	7480.0
6	7	8	1	0.1023	270.	6823.0
7	4	5	2	0.0566	270.	4046.0
8	2	5	2	0.0324	270.	2581.0
9	8	13	1	0.1348	240.	8793.0
10	9	14	2	0.1756	220.	11267.0
11	12	14	2	0.0740	270.	5106.0
12	14	18	2	0.1514	240.	9803.0
13	13	18	1	0.1805	220.	11570.0
14	13	20	1	0.1073	270.	7126.0
15	18	20	1	0.1997	200.	12732.0
16	19	21	1	0.0278	1500.	32632.0
17	16	17	1	0.0078	2000.	10505.0
18	17	19	1	0.0061	2000.	8715.0
19	14	26	1	0.1614	220.	10409.0
20	14	22	1	0.0840	270.	5712.0

21	22	26	1	0.0790	270.	5409.0
22	20	23	2	0.0932	270.	6268.0
23	23	24	2	0.0774	270.	5308.0
24	26	27	2	0.0832	270.	5662.0
25	24	34	1	0.1647	220.	10611.0
26	24	33	1	0.1448	240.	9399.0
27	33	34	1	0.1265	270.	8288.0
28	27	36	1	0.0915	270.	6167.0
29	27	38	2	0.2080	200.	13237.0
30	36	37	1	0.1057	270.	7025.0
31	34	35	2	0.0491	270.	3591.0
32	35	38	1	0.1980	200.	12631.0
33	37	39	1	0.0283	270.	2329.0
34	37	40	1	0.1281	270.	8389.0
35	37	42	1	0.2105	200.	13388.0
36	39	42	3	0.2030	200.	12934.0
37	40	42	1	0.0932	270.	6268.0
38	38	42	3	0.0907	270.	6116.0
39	32	43	1	0.0309	1400.	35957.0
40	42	44	1	0.1206	270.	7934.0
41	44	45	1	0.1864	200.	11924.0
42	19	32	1	0.0195	1800.	23423.0
43	46	19	1	0.0222	1800.	26365.0
44	46	16	1	0.0203	1800.	24319.0
45	18	19	1	0.0125	600.	8178.0
46	20	21	1	0.0125	600.	8178.0
47	42	43	1	0.0125	600.	8178.0
48	2	4	0	0.0882	270.	5965.0
49	14	15	0	0.0374	270.	2884.0
50	46	10	0	0.0081	2000.	10889.0
51	4	11	0	0.2246	240.	14247.0
52	5	11	0	0.0915	270.	6167.0
53	46	6	0	0.0128	2000.	16005.0
54	46	3	0	0.0203	1800.	24319.0
55	16	28	0	0.0222	1800.	26365.0
56	16	32	0	0.0311	1400.	36213.0
57	17	32	0	0.0232	1700.	27516.0
58	19	25	0	0.0325	1400.	37748.0
59	21	25	0	0.0174	2000.	21121.0
60	25	32	0	0.0319	1400.	37109.0

61	31	32	0	0.0046	2000.	7052.0
62	28	31	0	0.0053	2000.	7819.0
63	28	30	0	0.0058	2000.	8331.0
64	27	29	0	0.0998	270.	6672.0
65	26	29	0	0.0541	270.	3894.0
66	28	41	0	0.0339	1300.	39283.0
67	28	43	0	0.0406	1200.	46701.0
68	31	41	0	0.0278	1500.	32632.0
69	32	41	0	0.0309	1400.	35957.0
70	41	43	0	0.0139	2000.	17284.0
71	40	45	0	0.2205	180.	3994.0
72	15	16	0	0.0125	600.	8178.0
73	46	11	0	0.0125	600.	8178.0
74	24	25	0	0.0125	600.	8178.0
75	29	30	0	0.0125	600.	8178.0
76	40	41	0	0.0125	600.	8178.0
77	2	3	0	0.0125	600.	8178.0
78	5	6	0	0.0125	600.	8178.0
79	9	10	0	0.0125	600.	8178.0