

UNESP – UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE BAURU
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JONIS JECKS NERVIS

VERIFICAÇÃO E ANÁLISE DOS FATOS ESTILIZADOS NO MERCADO DE
AÇÕES BRASILEIRO

BAURU

2011

JONIS JECKS NERVIS

**VERIFICAÇÃO E ANÁLISE DOS FATOS ESTILIZADOS NO MERCADO DE
AÇÕES BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Faculdade de Engenharia da UNESP, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Bauru, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Métodos Quantitativos.

Orientador:

Prof. Dr. Antonio Fernando Crepaldi.

Bauru

2011

Nervis, Jonis Jecks.

Verificação e Análise dos Fatos Estilizados no Mercado de Ações Brasileiro / Jonis Jecks Nervis, 2011.

68 f. : il

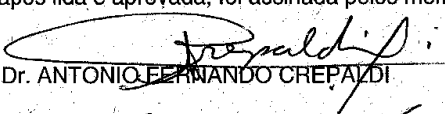
Orientador: Antonio Fernando Crepaldi

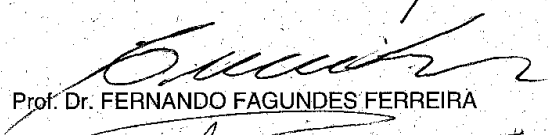
Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2011.

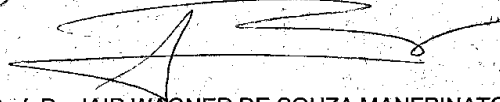
1. Fatos estilizados em mercados financeiros. 2. Dados financeiros de alta frequência. 3. Séries temporais do mercado de ações brasileiro. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JONIS JECKS NERVIS,
DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, DO(A)
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.**

Aos 17 dias do mês de dezembro do ano de 2010, às 14:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. ANTONIO FERNANDO CREPALDI do(a) Departamento de Engenharia de Produção / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. FERNANDO FAGUNDES FERREIRA do(a) Escola de Artes, Ciências e Humanidades / USP - São Paulo, Prof. Dr. JAIR WAGNER DE SOUZA MANFRINATO do(a) Departamento de Engenharia de Produção / Faculdade de Engenharia de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JONIS JECKS NERVIS, intitulado "VERIFICAÇÃO E ANÁLISE DOS FATOS ESTILIZADOS NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO". Após a exposição, o discente foi argüido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: A P R O V A D O. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. ANTONIO FERNANDO CREPALDI


Prof. Dr. FERNANDO FAGUNDES FERREIRA


Prof. Dr. JAIR WAGNER DE SOUZA MANFRINATO

À minha esposa Luciana e família.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Antonio Fernando Crepaldi pela orientação e companheirismo.

Ao meu amigo Prof. Roberto Tamura pela cooperação e grande contribuição nesse trabalho.

À minha esposa, Luciana pela dedicação que lhe furtei.

À Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Faculdade de Engenharia de Bauru, Departamento de Engenharia de Produção e Pós-Graduação.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação.

Aos colegas do curso e todos os que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa.

Resumo

Estudos que proporcionem conhecer de forma mais adequada o mercado de capitais brasileiro são uma necessidade para um país que a cada dia tem a sua importância no cenário internacional acentuada. Compreender a dinâmica das flutuações do mercado de ações é um desafio científico possibilitado, no Brasil, por dois aspectos importantes: disponibilidade de dados de alta frequência sobre os preços praticados no mercado e a utilização de métodos computacionais. O objetivo dessa pesquisa é verificar e analisar os principais fatos estilizados observados em séries temporais financeiras: agrupamento de volatilidade, distribuições de probabilidade com caudas gordas e a presença de memória de longo alcance na série temporal dos retornos absolutos. Para isso, foram utilizadas e analisadas as cotações *intraday* de ações de dez companhias negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros que correspondem juntas a uma participação de 52,1 %, para a data de 01/09/2009, no Índice Bovespa. Verificou-se a existência de vários fatos estilizados em todas as ações da amostra, bem como se procedeu a caracterização desses comportamentos por meio de gráficos e medidas estatísticas.

Palavras-chave: Fatos estilizados em mercados financeiros, dados financeiros de alta frequência e séries temporais do mercado de ações brasileiro.

Abstract

Studies that provide to know in a more suitable way the Brazilian money market are a necessity for a country that has its importance increased in the international scenery every day. Understanding the dynamics of the stock market fluctuation is a scientific challenge possible, in Brazil, because of two important aspects: availability of high frequency data on the prices practiced in the stock market and the use of computing methods. The objective of this survey is to verify and analyze the stylized facts observed in financial seasonal series: gathering of volatility, probability distribution with fat tails and the presence of high reaching memory in the seasonal series of absolute recurrence. For this, it was used and analyzed the intraday quotations over stocks of ten enterprises in the stock exchange, commodities and futures that correspond together to a participation of 52,1% to the date of 09/01/2009, in the Bovespa index. It was verified the existence of several stylized fact in all stock samples and how it was preceded the characterization of this behavior by graphic displays and statistical measures.

Key-words: Stylized facts in financial markets, high frequency data, and seasonal series of the Brazilian stock market.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. REVISÃO TEÓRICA E HISTÓRICA.....	13
3. ESCALAS EM DADOS FINANCEIROS	14
4. FATOS ESTILIZADOS RELACIONADOS ÀS PROPRIEDADES DO RETORNO	17
4.1 AUSÊNCIA DE AUTOCORRELAÇÃO (LINEAR):	17
4.2 CAUDAS GORDAS	18
4.3 ASSIMETRIA GANHO/PERDA	19
4.4 GAUSSIANIDADE AGREGATIVA.....	20
5. FATOS ESTILIZADOS RELACIONADOS COM A VOLATILIDADE	21
5.1 INTERMITÊNCIA	21
5.2 AGRUPAMENTO DE VOLATILIDADE.....	21
5.3 DECAIMENTO LENTO DA AUTOCORRELAÇÃO DA VOLATILIDADE	23
5.4 EFEITO DE ALAVANCAGEM.....	24
5.5 CORRELAÇÃO VOLUME/VOLATILIDADE	25
6. ESTIMATIVAS ESTATÍSTICAS.....	26
7. SAZONALIDADE INTRADIÁRIA	34
8. METODOLOGIA.....	36
9. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
10 CONCLUSÃO.....	57
11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59
ANEXO A.....	64
ANEXO B.....	67

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE EMPÍRICA DO RETORNO DAS AÇÕES DA XEROX NEGOCIADAS NO NEW YORK STOCK (MANTEGNA; STANLEY, p. 62, 2000).....	19
FIGURA 2: FORMAS DE ASSIMETRIA. FONTE: (SPIEGEL, 1970).	20
FIGURA 3: GRÁFICO SUPERIOR: RETORNO DIÁRIO DO ÍNDICE DOW JONES DESDE 1900. GRÁFICO INFERIOR: RETORNO DIÁRIO PARA UM MOVIMENTO BOWNIANO GEOMÉTRICO, MOSTRANDO A AUSÊNCIA DE PADRÃO (BOUCHAUD E POTTERS, p. 108, 2003).	22
FIGURA 4: GRÁFICO SEMI-LOG DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DOS RETORNOS DO ÍNDICE S&P 500 (GOPIKRISHNAN, p.307, 1999).	24
FIGURA 5: FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DAS AÇÕES DA CHEVRON NEGOCIADAS NA BOLSA DE NOVA YORK NO PERÍODO DE 1989 A 1995 (MANTEGNA; STANLEY, p. 60, 2000).	27
FIGURA 6: COMPARAÇÃO ENTRE UMA DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA E A DENSIDADE DOS RETORNOS DA S&P 500 PARA $T = 30$ MINUTOS (CONT, p. 226, 2001).	29
FIGURA 7: FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE EMPÍRICA DO RETORNO Z DO ÍNDICE S&P 500 COMPARADO COM UMA DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA (LINHA PONTILHADA) E COM UMA DISTRIBUIÇÃO DE LÉVY-ESTÁVEL (LINHA CONTÍNUA). FONTE (MANTEGNA; STANLEY, p. 69, 2000).	31
FIGURA 8: FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE PARA RETORNOS REESCALONADOS DE ALTA FREQUÊNCIA DO S&P 500 EM HORIZONTES DE TEMPO $\Delta T = 1,3,10,32,100,316$ E 1000 MINUTOS (MANTEGNA; STANLEY, p 151, 2000).	32
FIGURA 9: NÚMERO MÉDIO DE TRANSAÇÕES COM UM INTERVALO DE 5 MINUTOS DAS AÇÕES DA BNPP DO S&P 500 (CHAKRABORTI ET AL., p. 26, 2009).	34
FIGURA 10: VARIAÇÃO DOS PREÇOS DAS AMOSTRAS DA COTAÇÃO DAS AÇÕES DA PETROBRAS (PETR4).....	39
FIGURA 11: HISTOGRAMA DO RETORNO DAS AÇÕES DA VALE3.	40
FIGURA 12: HISTOGRAMA DAS NOVE EMPRESAS RESTANTES QUE FAZEM PARTE DA AMOSTRA..	41
FIGURA 13: RETORNO DIÁRIO DAS AÇÕES DAS EMPRESAS QUE COMPÕEM A AMOSTRA.....	42
FIGURA 14: COMPARAÇÃO ENTRE O GRÁFICO DOS VALORES REAIS(VALE3 – INÍCIO 2006-07-01. FIM 2008-11-30) E DA AMOSTRA(FILTRADO: INÍCIO 2006-07-01. FIM 2008-11-30).	43
FIGURA 15: GRÁFICO DA AUTOCORRELAÇÃO DAS TRÊS EMPRESAS MAIS SIGNIFICATIVAS DA AMOSTRA.....	47

FIGURA 16: GRÁFICO DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DOS RETORNOS ABSOLUTOS DAS TRÊS EMPRESAS MAIS SIGNIFICATIVAS DA AMOSTRA EM ESCALAS NORMAIS COM ESCALA TEMPORAL DE $\Delta t = 20$ MIN.....	48
FIGURA 17: GRÁFICO LOG-LOG DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DOS RETORNOS ABSOLUTOS DAS TRÊS EMPRESAS MAIS SIGNIFICATIVAS DA AMOSTRA EM UMA ESCALA TEMPORAL DE $\Delta t = 20$ MIN.....	49
FIGURA 18: DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA FITADA SOBRE O HISTOGRAMA DOS RETORNOS DAS AÇÕES DA VALE3.....	50
FIGURA 19: SÉRIE DE HISTOGRAMAS DAS AÇÕES DA PETR4 EM QUE SE VERIFICA A EXISTÊNCIA DA GAUSSIANIDADE AGREGATIVA.	51
FIGURA 20: DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DAS AÇÕES DA PETR4, VALE5 E CSNA3	54
FIGURA 21: MELHOR AJUSTE LOG-NORMAL COM A DISTRIBUIÇÃO DE VOLATILIDADE DAS AÇÕES DA CSNA3, CALCULADO SOBRE UMA JANELA DE TEMPO DE 300 MIN.....	55
FIGURA 22: EFEITO DE ALAVANCAGEM DAS AÇÕES DA PETR4, VALE5 E CSNA3	56

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: AÇÕES CONSIDERADAS NO ESTUDO.....	37
TABELA 2: MÉDIA ARITMÉTICA DOS RETORNOS.	44
TABELA 3: VALOR ENCONTRADO NO TESTE KS:.....	45
TABELA 4: VALORES DE k PARA AS SEGUINTE AÇÕES:.....	45
TABELA 5: VALORES ENCONTRADOS PARA ASSIMETRIA DAS SEGUINTE AÇÕES:	46
TABELA 6: DESVIO PADRÃO DOS RETORNOS.	52

1. Introdução

A realidade é consequência da manifestação de eventos complexos e incertos que ocorrem com o passar do tempo. Porém, pode haver uma linha de continuidade, similaridade e talvez previsibilidade contida nestes eventos. Quando o conhecimento exato das leis que regem um determinado fenômeno é expresso por meio de equações, as quais podem a princípio ser resolvidas, é possível prever o comportamento futuro dos eventos pela aplicação de um modelo matemático. Para problemas determinísticos espera-se que condições iniciais próximas no espaço de fases levem a estados futuros também próximos. Porém, problemas aleatórios pressupõem métodos sofisticados de previsibilidade. Um ponto possível desta deficiência talvez seja a instabilidade dos parâmetros de tais métodos, mas é mais provável que a causa seja a existência de não-linearidade nos modelos de previsão (REFENES, 1993). Inclusive o próprio mercado financeiro pode apresentar comportamento não-linear. Pode-se citar Brooks e Hinich (1998) que analisaram os dez maiores mercados de câmbio e demonstraram que o comportamento desses mercados apresentou perturbações aleatórias em longos períodos com efeitos não-lineares de alta significância.

É possível expressar isso considerando os mercados financeiros organizados de maneira crítica, então oscilações violentas nas bolsas de valores não seriam anomalias, mas eventos ordinários. Quando oferta e demanda se encontram em mercados eficientes, o preço expressa o valor compatível com os fundamentos estruturais da economia. Na ausência de grandes choques de demanda e oferta, é necessário esperar apenas a ocorrência de pequenas flutuações para ajustar excessos de demanda e oferta. Isso implica que grandes variações de preços seriam altamente improváveis em qualquer condição, ou seja, as variações de preço teriam que se comportar de acordo com uma distribuição gaussiana. Porém, não houve nenhum grande choque justificando bruscas alterações nos fundamentos em 19 de Outubro de 1987. Mas este foi o dia de um *crash* financeiro quase duas vezes mais severo do que o colapso de 1929. O índice Dow Jones caiu 22% neste dia, que ficou conhecido como *Black Monday* (GLERIA et al. 2004).

É impensável atribuir ao evento ocorrido em 19 de Outubro de 1987 uma súbita alteração nos fundamentos da economia que levou, em poucas horas, a uma queda de mais de 20% nos retornos das ações. Quando Mandelbrot (1963) descobriu que não havia distribuição gaussiana nem escala típica nas variações do preço do algodão, isto possibilitou encarar grandes flutuações de preço como resultado de um arranjo natural no funcionamento dos mercados. Ou seja, estes podem oscilar fortemente de tempos em tempos mesmo que nada de

excepcional ocorra nos fundamentos da economia (MANDELBROT, 1997; BAK, et al 1993). As funções de distribuição mais adequadas para a análise do problema não podem então decair exponencialmente, como uma gaussiana. Essas funções de distribuição devem decair seguindo uma lei de potência, caracterizando ausência de escala.

Observa-se que as instituições financeiras que compõem o mercado de capitais brasileiro estão inclinadas a possuírem em seu leque de ferramentas administrativas, modelos quantitativos que medem o risco de suas posições. Estes modelos são importantes para um grande número de atividades, tais como a gerência do risco da instituição, a decisão de investimento e seleção de ativos, o estabelecimento de limites de risco e controle das decisões nos diversos níveis hierárquicos das instituições, a avaliação de gerentes e operadores, e o fornecimento de informações aos órgãos reguladores dos mercados de capitais, que controlam o risco destas instituições (COSTA; BAIDYA, 2003).

O mercado de capitais brasileiros vem se desenvolvendo a uma grande velocidade e com um alto grau de profissionalismo. A existência de estudos que permitam conhecer de forma mais adequada esse mercado e suas características é altamente desejável.

O conhecimento da natureza estatística das séries temporais é importante para o mercado de ativos, tanto no que concerne ao cálculo de risco, bem como no mecanismo de formação de preços de derivativos e outros instrumentos financeiros. Um dos principais interesses na área de finanças está no desafio científico de compreender a dinâmica das grandes flutuações em sistemas complexos com um grande número de elementos interagentes (GOPIKRISHNAN, 1999).

A área de Finanças apresentou um grande desenvolvimento nas últimas três décadas, que transformou o estudo deste ramo da Economia em uma ciência eminentemente quantitativa, em que são usadas ferramentas tais como estatística, séries temporais, cálculo, programação dinâmica e, várias outras técnicas familiares à Engenharia de Produção.

Esse desenvolvimento é marcado pela utilização de uma metodologia fortemente orientada pelas evidências empíricas nas quais os pesquisadores debruçam-se para testar os modelos existentes e para comprovar a existência de determinadas características inerentes aos diversos mercados de ações existentes no Mundo. Nesse sentido, a academia brasileira se encontra bastante atrasada, tendo produzido poucas evidências. Os trabalhos nacionais são em geral produzidos supondo a evidência empírica internacional, e até o momento não se dedicaram grandes esforços para a análise dos fatos estilizados nacionais.

Kydland e Prescott (1990) para os Estados Unidos e Christodoulakis et al. (1995) para a Comunidade Européia realizaram estudos empíricos com o objetivo de apresentar fatos

estilizados nesses mercados de ações. A análise desses estudos permitiu a observação de um conjunto de características estatísticas que são comuns a vários tipos de instrumentos, mercados e em diferentes períodos. Essas propriedades ou características receberam o nome de fatos estilizados e são consistentes com a possibilidade da existência de resultados adequados a todos os mercados mundiais (GOPIKRISHNAN, 1999).

Diante do objeto de pesquisa como aqui mencionado, tem-se como problema de pesquisa realizar um estudo qualitativo de verificação de propriedades e comportamentos do mercado financeiro caracterizando, portanto, um problema sem a construção de hipóteses e conseqüentemente de verificação e análise do comportamento de uma variável escolhida. Ou seja, deseja-se concluir que possivelmente o mercado de ações brasileiro apresenta fatos estilizados e a partir disso analisar o comportamento dessas características estatísticas.

Embora as propriedades estatísticas dos preços de ações e mercados indexados tenham sido estudadas usando dados provenientes de vários mercados mundiais durante muitos anos, a disponibilidade atual de dados de alta frequência de séries de preços e a aplicação de métodos computacionais para a análise das propriedades desses dados possibilita novos horizontes para estudos envolvendo os mercados de ações.

Essa nova possibilidade permite conduzir a determinação de algumas velhas disputas relativas à natureza desses dados, mas também geram novos desafios (CONT, 2001). O que é um fato estilizado? É de fácil verificação por meio de revistas financeiras ou jornais especializados a tentativa de explicar, por meio de seus analistas de mercado, de forma racional, o comportamento do mercado diante de um fato político ou econômico anunciado (CUTLER et al. 1989). Conclui-se que diferentes ativos não sofrem influência dos mesmos eventos ou informações (CONT, 2001). Porém, estudos empíricos realizados em mais de meio século têm comprovado a existência de propriedades estatísticas que permeiam as variações, aparentemente fortuitas, de preços nos mercados financeiros que recebem o nome de fatos estilizados empíricos (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

Os principais fatos estilizados observados em séries temporais financeiras são os agrupamentos de volatilidade, as distribuições de probabilidade com caudas gordas e a presença de memória de longo alcance na série temporal dos retornos absolutos (CREPALDI, 2007). Tais observações empíricas confirmam o conceito de que os incrementos de preços não são independentes e, portanto, eles não podem ser apresentados por um modelo do tipo passeio aleatório (CREPALDI; FERREIRA, 2007).

2. Revisão teórica e histórica

A Matemática Financeira tem se beneficiado muito da teoria da probabilidade moderna a partir do desenvolvimento do movimento Browniano e de processos estocásticos do tipo Martingal. Talvez a fonte mais conhecida e de maior importância, com exceção da teoria do movimento Browniano de Einstein, é a obra de Bachelier, matemático Francês que fez uso desse modelo para descrever o preço das flutuações na Bolsa de Paris (HABERMAN, 1995)

Itô, motivado pelas obras de Bachelier, formulou o cálculo atualmente conhecido como Cálculo de Itô (ITÔ; MCKEAN, 1996) e uma variante do chamado movimento browniano geométrico que passou a ser um importante elemento de modelos econômicos (OSBORNE, 2010), e na teoria de precificação de opções (BLACK; SCHOLES, 1973).

Existe uma forte relação entre as finanças estocásticas com processos de difusão e o crescimento exponencial de derivativos (MANTEGNA; STANLEY, 2000). Essa relação culminou com o prêmio Nobel dado a M.S. Scholes e R.C. Merton, em 1997, devido à sua contribuição à teoria da opção de preços e sua famosa “fórmula Black-Scholes”. Todavia, essa teoria está intimamente ligada às hipóteses clássicas da economia e não foi fundamentada com estudos empíricos de séries temporais financeiras.

Para aprofundar os estudos nesse campo do conhecimento, tem-se utilizado as ferramentas da mecânica estatística que permitem conseguir várias propriedades macroscópicas da dinâmica microscópica dos sistemas e que se acredita útil para um sistema econômico, pois embora seja difícil formular equações microscópicas do movimento para um sistema econômico com todas as entidades, em geral, sistemas econômicos podem ser investigados em diversas escalas de tamanho (PATHRIA, 1996).

3. Escalas em Dados Financeiros

No Brasil a negociação de compra e venda de ações é realizada pela Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA), na qual se pode comprar e vender ações de companhias que funcionam como empresas abertas. A BM&FBOVESPA é uma associação civil sem fins lucrativos, com autonomia administrativa, financeira e patrimonial.

O índice composto pelas ações mais representativas negociadas na bolsa de valores brasileira é chamado de IBOVESPA. Implantado em dois de Janeiro de 1968, é hoje o mais importante termômetro do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Ele retrata o comportamento dos principais papéis negociados na BM&FBOVESPA. Para escolher esses papéis, a BM&FBOVESPA considera o número de negócios e o volume movimentado nos últimos 12 meses. O índice é composto por uma carteira teórica de ações que representam cerca de 80% do volume total negociado. Há atualmente 428 companhias abertas listadas na Bolsa, mas nem todas têm suas ações negociadas diariamente. A composição do IBOVESPA (54 ações - referência julho de 2004) é reavaliada a cada quatro meses, nos meses de janeiro, maio e setembro. Isso ocorre devido ao objetivo de manter um índice representativo do mercado.

As transações que acontecem na BM&FBOVESPA sucedem de forma aleatória no tempo e com variação de intensidade configurando uma forma de escala. Ao trabalhar a escala em finanças, deve-se considerar que ela é dada em unidades monetárias que variam no tempo. Existe aleatoriedade no tempo e variação de intensidades nas transações. Portanto, deve-se observar a escala de preços e a escala de tempo (MANTELGNA; STANLEY, 2000).

Ao abordar a escala de preços em relação ao incremento dos preços, essa variável aleatória pode ser apresentada como a variação absoluta dos preços:

$$Z(t) = P(t + \Delta t) - P(t) \quad (1)$$

em que P é o preço e t é o tempo. A escala de preços assim apresentada representa dois problemas: O primeiro é de escala, em que os ativos das empresas têm preços diferenciados provocando variações absolutas de preços desiguais. O segundo diz respeito às variações absolutas de preços que tomadas em escalas longas de tempo tendem a ser proporcionais ao preço (BOUCHAUD; POTTERS, 2003).

Outra forma de analisar a variação absoluta de preços é utilizá-la de forma deflacionada, que segundo Mantegna e Stanley (2000) apresenta-se como:

$$Z_d(t) = [P(t + \Delta t) - P(t)]D(t), \quad (2)$$

onde $D(t)$ é o fator de desconto ou fator de deflação. Esse tipo de variação é linear e possibilita trabalhar em termos de uma moeda sem variação. Porém, surgem dois problemas: o fator de desconto que é difícil de prever em longos períodos e a escolha do fator, que não é único, pois existem vários tipos de índices inflacionários. Ou seja, o problema de escala existente na variação absoluta de preços permanece.

Diante disso, é necessário definir o conceito de variação relativa de preços ou retornos:

$$Z_r(t) = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{P(t)}, \quad (3)$$

Assim, ações de empresas distintas que apresentam variações absolutas de preços muito diferentes em um dia, podem apresentar variações relativas de preços similares. A dificuldade que persiste é que os retornos são sensíveis a mudanças na escala para horizontes longos de tempo (MANTEGNA e STANLEY, 2000).

Existe a possibilidade de tomar o retorno como a diferença sucessiva do logaritmo de preços:

$$r(t) = \ln P(t + \Delta t) - \ln P(t), \quad (4)$$

O valor dessa abordagem está em prescindir de deflatores ou fatores de desconto (desde que seja constante no tempo, o que não pode ser tomado como boa aproximação em escalas longas de tempo) (MANTEGNA e STANLEY, 2000). Caso exista um fator de correção inerente, a própria dinâmica do método irá descontá-la:

$$r(t) = \ln[P(t + \Delta t)(I)] - \ln[P(t)(I)] \quad (5)$$

$$r(t) = \ln P(t + \Delta t) + \ln(I) - \ln[P(t)(I)] - \ln(I) \quad (6)$$

$$r(t) = \ln P(t + \Delta t) - \ln P(t) \quad (7)$$

A dificuldade é que o cálculo do retorno introduz uma transformação não linear que afeta as propriedades estatísticas de um processo estocástico (MANTEGNA e STANLEY, 2000).

Ao considerar regimes de alta frequência, em que o incremento na variação percentual ou relativa dos preços é pequeno, o cálculo que toma a diferença entre o logaritmo dos preços se aproxima do obtido para a variação percentual.

Ao levar em conta a escala temporal podem-se considerar três formas (MANTEGNA e STANLEY, 2000): o tempo físico, o tempo de mercado (período em que determinado mercado de ativo funciona) e o número de transações.

Quanto ao tempo físico, a principal limitação corresponde ao desconhecimento de como modelar o processo estocástico no período em que o mercado não realiza transações, como o período noturno, feriados e finais de semana.

Tal limitação também afeta o tempo de mercado, na medida em que existe um intervalo de tempo muito maior entre o fechamento dos negócios em um dia para a abertura no dia seguinte e os intervalos entre os dados de negócios que ocorrem no mesmo dia. Segundo Bouchaud e Potters (2003), a variância do retorno medido entre o fechamento de um dia e a abertura do dia subsequente representava em termos da variância observada entre abertura e fechamento do mesmo dia: 25% no caso do S&P500, 80% no mercado de câmbio Libra/dólar e 16 % no mercado de taxa de juros de títulos de longo prazo da dívida do governo Alemão. Outro fator a se considerar é que a volatilidade é mais alta nos horários próximos a abertura e ao fechamento (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

Finalmente, é possível indexar o tempo ao número de transações que ocorrem no mercado de certo ativo financeiro. Assim, o que interessa é a ocorrência sucessiva do número de transações. Os dados obtidos dessa forma são conhecidos como *tick-by-tick*. Isso elimina uma fonte de aleatoriedade, o tempo entre duas transações consecutivas, entretanto, a outra fonte de aleatoriedade permanece, o volume de transação (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

4. Fatos Estilizados Relacionados às Propriedades do Retorno

Para que o estudo e a análise dos dados envolvendo retornos e volatilidades se realizem faz-se necessário caracterizar as propriedades estatísticas de uma série de preços. Para tanto é importante que sejam conhecidos os diversos fatos estilizados da série de retornos.

4.1 Ausência de Autocorrelação (linear):

Autocorrelação é uma medida que informa o quanto o valor de uma realização de uma variável aleatória é capaz de influenciar seus vizinhos. Por exemplo, o quanto a existência de um valor mais alto condiciona valores também altos de seus vizinhos.

A função de autocorrelação é dada por:

$$C(\tau) = \text{corr}(r(t, \Delta t), (r(t + \tau, \Delta t))), \quad (8)$$

onde C significa a autocorrelação, r o retorno, τ o incremento temporal, t o tempo, Δt o intervalo de tempo entre dados sucessivos da série e corr a correlação dada por:

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{E[XY] - E[X]E[Y]}{\sigma_X \sigma_Y}, \quad (9)$$

em que $E[\]$ é a esperança matemática e σ o desvio padrão.

A ausência de correlação linear nos incrementos de preços para retornos de mercado tem sido amplamente documentada (FAMA, 1963; CONT, 2001 e MANTEGNA; STANLEY, 2000).

Para os retornos de mercado, a função de autocorrelação apresenta uma tendência rápida para valores próximos de zero (GOPIKRISHNAN, 1999 e MANTEGNA; STANLEY, 2000). Ou seja, verificam-se valores significativos de autocorrelação apenas para escalas de tempo menores que 20 minutos (CONT, 2001).

4.2 Caudas Gordas

Cauda gorda é uma propriedade de algumas distribuições de probabilidade, exibindo curtose extremamente grande comparativamente a distribuição normal. A curtose (k) é uma medida do achatamento de uma distribuição, sendo apresentada por Cont (2001) como:

$$k = \frac{\langle (r(t, \Delta t) - \langle r(t, \Delta t) \rangle)^4 \rangle}{\sigma^4(\Delta t)} - 3. \quad (10)$$

onde $\sigma^2(\Delta t)$ corresponde a variância dos retornos logaritmos $r(t, T) = \ln p(t + T) - \ln p(t)$, onde p é o preço.

Assim definida, a curtose para uma distribuição gaussiana é nula, $k = 0$, e para distribuições que apresentam cauda gorda, $k > 0$.

Para algumas classes de eventos a probabilidade de ocorrência de realizações extremas é relativamente alta. Quando as distribuições cujas caudas são maiores comparativamente à distribuição Gaussiana, se diz que a distribuição de probabilidade possui caudas gordas (CONT, 2001). Quanto maior a frequência dos dados maior é o grau de leptocurtose observado (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

Mantegna e Stanley (2000, p. 62) evidenciam na Figura 1 a função de densidade de probabilidade empírica do retorno S (de alta frequência) das ações da Xerox negociadas no *New York Stock Exchange* durante os anos 1994 e 1995. S é ponderado com o desvio padrão σ . O gráfico semi-log mostra a leptocurtose natural observada nos dados empíricos. Para comparação a distribuição Gaussiana é mostrada em linha contínua o que possibilita mostrar a discrepância entre os dados empíricos e a distribuição Gaussiana.

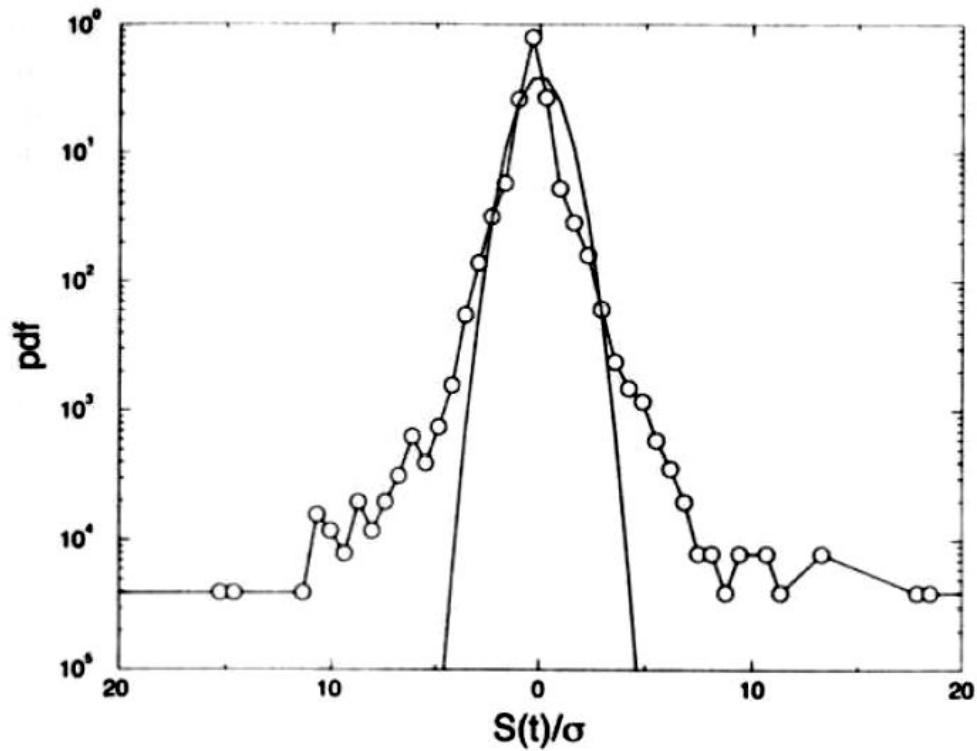


Figura 1: Função densidade de probabilidade empírica do retorno das ações da Xerox negociadas no New York Stock (MANTEGNA; STANLEY, p. 62, 2000)

4.3 Assimetria Ganho/Perda

A medida de assimetria da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória real para $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ dados univariados, segundo Spiegel (1970), é:

$$Assimetria = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - \bar{Y})^3}{\sigma^3} \quad (11)$$

onde $\bar{Y}$ é a média, σ é o desvio padrão, e N é o número de pontos observados. A assimetria de uma distribuição normal é zero. Valores negativos para a assimetria indicam dados que são enviesadas à esquerda e valores positivos para a assimetria indicam dados que são distorcidos à direita. Por enviesada à esquerda, quer-se dizer que a cauda esquerda é mais longa relativa à cauda direita. Da mesma forma, enviesada à direita significa que a cauda direita é mais longa em relação à cauda esquerda. Na Figura 2 a assimetria positiva significa valores concentrados

à direita, conforme (c). Assimetria negativa significa valores concentrados à esquerda, conforme (a). Em (b) a assimetria assume zero como valor.

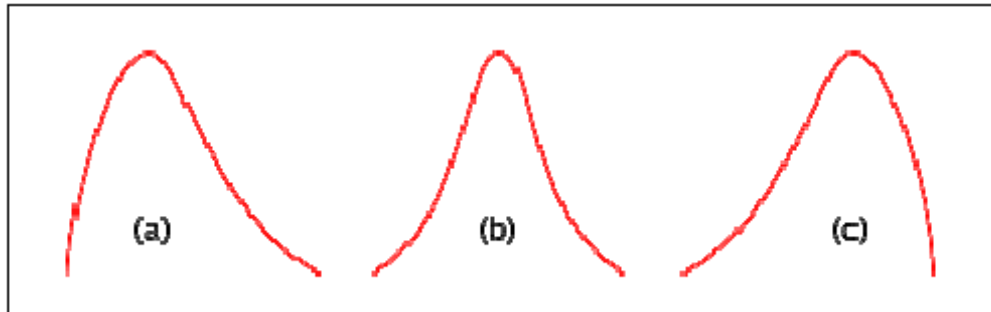


Figura 2: Formas de assimetria. Fonte: (SPIEGEL, 1970).

4.4 Gaussianidade Agregativa

A gaussianidade agregativa, além de descrever uma série de fenômenos físicos e financeiros, possui grande uso na estatística inferencial, é inteiramente descrita por seus parâmetros de média (μ) e desvio padrão (σ). As distribuições Gaussianas são definidas a partir de uma função densidade de probabilidade que se escreve da seguinte forma:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

Onde x é a variável estocástica em questão, $\mu = \langle x \rangle$ é a média da distribuição e $\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ é o desvio padrão.

A convergência para uma Distribuição Gaussiana, que os dados de mercado apresentam quando são tomados intervalos cada vez maiores de tempo, é chamado de Gaussianidade agregativa (CONT, 2001).

5. Fatos Estilizados Relacionados com a Volatilidade

A flutuação média do preço de mercado em dado período de tempo corresponde à volatilidade (CIZEAU et al. 1997), sendo de grande importância na determinação do risco (MANTEGNA; STANLEY, 2000, BOUCHAUD; POTTERS, 2003 e CIZEAU et al. 1997). Além disso, constitui-se em parâmetro chave nos modelos de apreçamento de derivativos (MANTEGNA; STANLEY, 2000, BOUCHAUD; POTTERS, 2003 e CIZEAU et al. 1997).

A volatilidade não é diretamente observável (BOUCHAUD; POTTERS, 2003). Portanto, para avaliá-la é necessário usar alguma forma de aproximação. Dentre as maneiras para se estimar a volatilidade, o cálculo do desvio padrão do retorno em determinado período é freqüentemente utilizado (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

5.1 Intermitência

O comportamento de uma série temporal de retornos de um ativo mostra que a volatilidade é dependente do tempo, apresentando altos níveis em períodos de incerteza e revertendo para baixos valores em períodos de calma (BOUCHAUD; POTTERS, 2003). Tal comportamento de grandes rupturas na intensidade de variação dos retornos, que acontecem irregularmente na série temporal é denominado intermitência (CONT, 2001). Esse termo é usado em analogia a fluxos turbulentos: períodos de relativa tranquilidade são interrompidos por intensos picos de atividades.

5.2 Agrupamento de Volatilidade

É uma variável que mostra a intensidade e a freqüência das oscilações nas cotações de um ativo financeiro, o qual pode ser ação, título, fundo de investimento ou ainda, de índices das bolsas de valores considerado em determinado período de tempo. Esta variável é um dos parâmetros mais freqüentemente utilizados como forma de mensurar o risco de um determinado ativo (MORGAN, 1996).

A volatilidade é a quantidade e intensidade de flutuações e oscilações que ocorrem com uma série de retornos.

Agrupamentos de volatilidade são séries temporais caracterizados por grandes e intermitentes flutuações.

Na Figura 3 Bouchaud e Potters (2003) apresentam uma comparação entre o retorno diário do índice Dow Jones, no qual é visível o comportamento de intermitência, com uma série de retorno diário de um movimento Browniano geométrico.

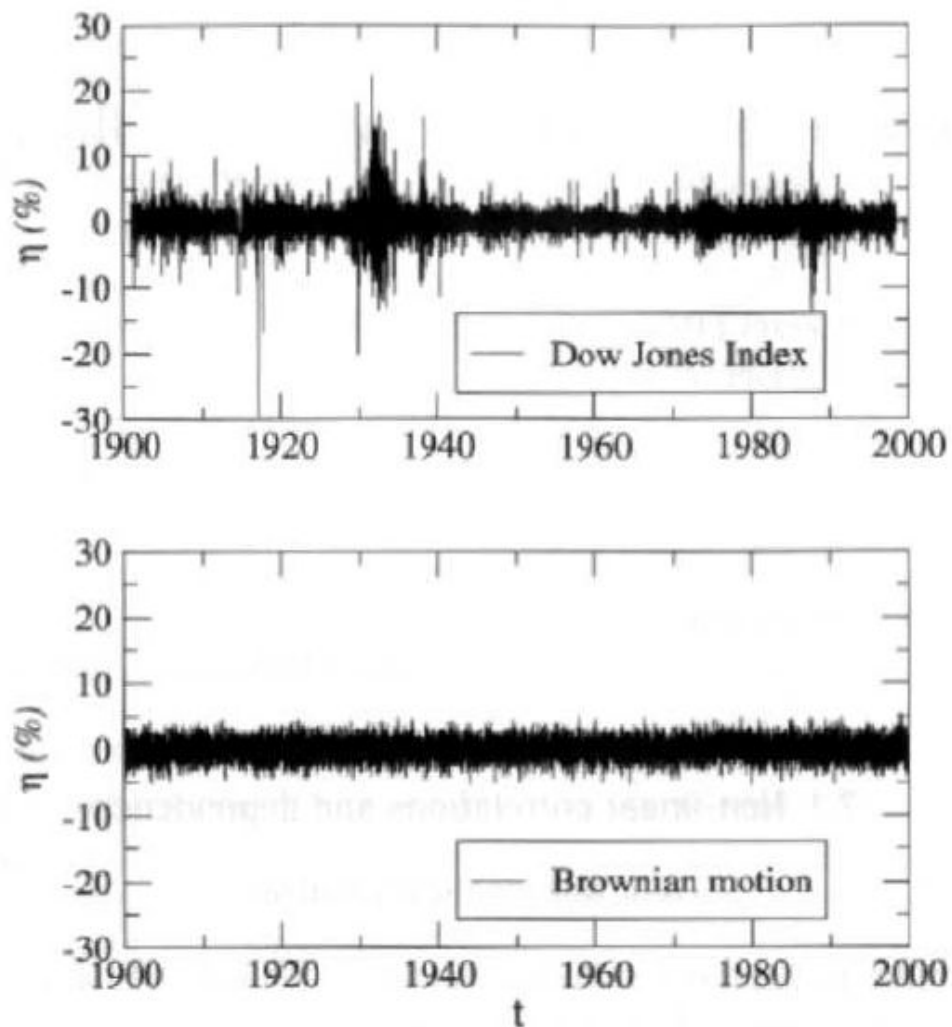


Figura 3: Gráfico superior: retorno diário do índice Dow Jones desde 1900. Gráfico inferior: retorno diário para um movimento Browniano geométrico, mostrando a ausência de padrão (BOUCHAUD e POTTERS, p. 108, 2003).

5.3 Decaimento Lento da Autocorrelação da Volatilidade.

A função de autocorrelação temporal $C(\tau)$ é definida como:

$$C(\tau) = \langle A(0)A(\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T A(t)A(t+\tau)dt, \quad (13)$$

onde T é o tempo total do experimento e o símbolo $\langle \dots \rangle$ representa a média de *ensemble* que corresponde à média temporal. Dividindo em N intervalos discretos de tempo Δt com $t = j\Delta t, \tau = n\Delta t$ e $T = N\Delta t$ com $j = 1, 2, \dots, N$ de tal modo que a propriedade A varie pouco durante um tempo Δt , pode-se aproximar a equação (5) por:

$$C(\tau) = \langle A(0)A(\tau) \rangle \cong \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_j A_{j+n}, \quad (14)$$

Pelas definições (13) e (14) pode-se ver que a função correlação tem valores limites:

$$C(\tau) = \langle A(0)A(0) \rangle = \langle A^2 \rangle \quad (15)$$

$$C(\tau \rightarrow \infty) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle A(0)A(\tau) \rangle = \langle A(0) \rangle \langle A(\tau) \rangle = \langle A \rangle^2 \quad (16)$$

em que na última equação tem-se que a média do produto de duas grandezas independentes é igual ao produto das médias. Espera-se que a função de autocorrelação decaia com τ do seu valor inicial $\langle A^2 \rangle$ até o valor assintótico $\langle A \rangle^2$, com $\langle A^2 \rangle > \langle A \rangle^2$ para qualquer sinal que varie com o tempo.

Na Figura 4 Gopikrishnan (1999, p. 307) apresenta o gráfico semi-log da função de autocorrelação dos retornos do índice S&P 500 em uma escala temporal de minutos. Observa-se que após 20 minutos consideram-se os dados descorrelacionados.

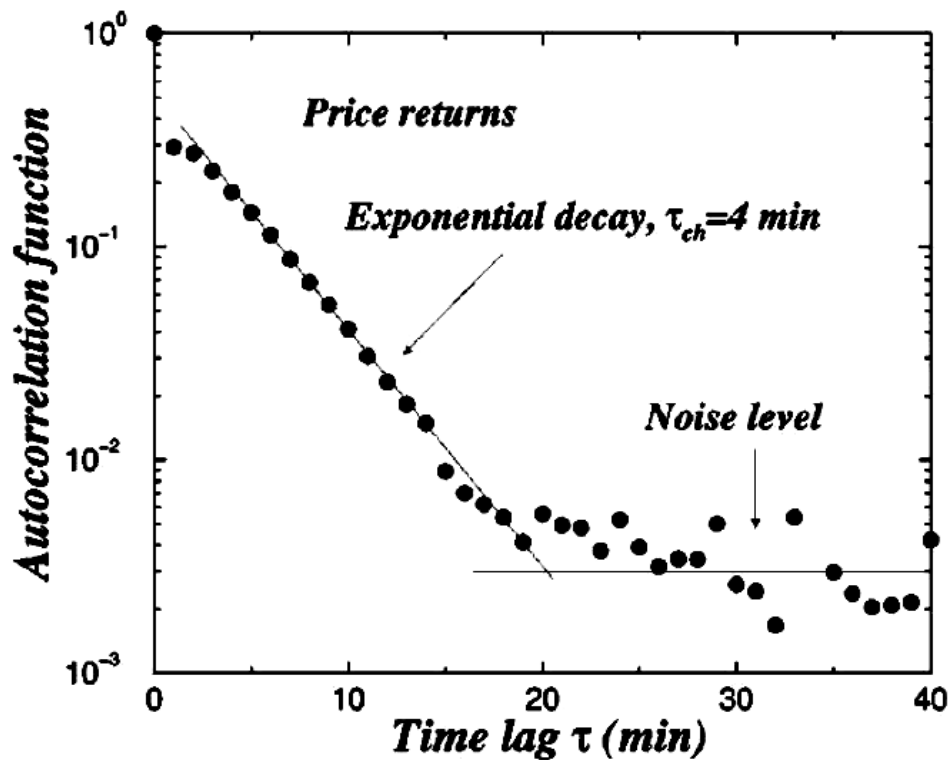


Figura 4: Gráfico semi-log da função de autocorrelação dos retornos do índice S&P 500 em uma escala temporal $\Delta t = 1\text{min}$. (GOPIKRISHNAN, p.307, 1999).

5.4 Efeito de Alavancagem

O efeito de alavancagem explica o retorno de uma empresa de capital em termos de retorno sobre o capital empregado e o custo da dívida. Segundo Black (1976), a maioria das medidas de volatilidade de um ativo é negativamente correlacionada com os seus preços passados. Desta forma, em geral a volatilidade é maior em momentos de baixa de seus papéis, possivelmente devido ao aumento subsequente da alavancagem da companhia (endividamento em relação ao valor do ativo total) nestes períodos.

Essa medida de dependência não linear é definida por Cont (2001) como:

$$L(\tau) = \text{corr}(|r(t + \tau, \Delta t)|^2, r(t, \Delta t)) \quad (17)$$

A correlação dos retornos com seus quadrados têm valor negativo e decaem a zero com o aumento de τ . Isso sugere que retornos negativos levam a um aumento da volatilidade e retornos positivos a diminuem.

Segundo Bouchaud e Potters (2003) a correlação do retorno-volatilidade é de curto alcance e configura-se quanto ao decaimento temporal como: ao redor de 10 dias para índice de ações e aproximadamente de 50 dias para ações individuais. A amplitude da correlação também é diferente nos dois casos, indicando ser maior para índices de ações do que para ações individuais.

Ainda em Bouchaud e Potters (2003) encontra-se o ajuste da função correlação por uma exponencial:

$$L(l) = -Ae^{l/T} \quad (18)$$

em que A é a amplitude, l o incremento temporal e T o período. Verificou-se que o efeito de alavancagem para índices tem maior amplitude ($A = 18; T = 9,3$ dias) e tende a zero mais rapidamente com l , comparativamente ao comportamento de ações individuais ($A = 1,9; T = 69$ dias).

5.5 Correlação Volume/Volatilidade

Plerou et al. (2000) e Silva et al. (2007) mostram que a correlação retorno(r)-volume(v) tem mesmo comportamento que a alavancagem $Corr(r - v) < 0$, significando que quedas no retorno estão associadas a um aumento na atividade de negociação.

Esse comportamento está em conformidade com o apresentado por Gopikrishnan et al. (2009) onde as propriedades estatísticas do número de ações negociadas $Q_{\Delta t}$ para uma dada ação estudada em um intervalo de tempo fixo Δt . O volume de negócios está correlacionado com todas as medidas de volatilidade (CONT, 2001).

6. Estimativas Estatísticas

Uma distribuição incondicional dos retornos diários possui a cauda mais grossa do que uma distribuição normal. Esse excesso de curtose e a assimetria negativa indicam maior probabilidade de retornos negativos do que uma distribuição normal sugere.

À medida que o horizonte temporal do retorno aumenta, a distribuição incondicional do retorno muda e se aproxima de uma distribuição normal.

A distribuição incondicional dos retornos é definida como (CONT, 2001):

$$F_T(u) = P(r(t, T) \leq U), \quad (19)$$

e a função densidade de probabilidade como a derivada $f_T = F'_T$.

Na Figura 5 Mantegna e Stanley (2000) apresentam uma função densidade de probabilidade empírica para o logaritmo das diferenças de preços diários de ações da Chevron, negociadas na Bolsa de Nova York no período de 1989 a 1995. A linha lisa indica uma função densidade de probabilidade (FTP) gaussiana com a mesma variância calculada a partir dos dados, enquanto a linha não lisa representa as observações empíricas das ações.

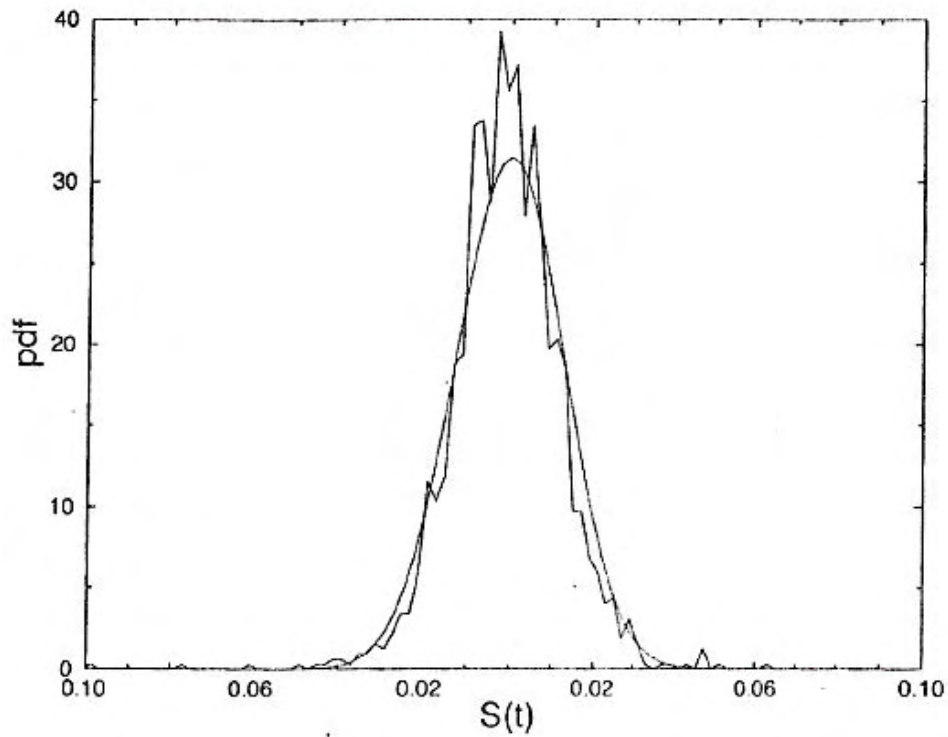


Figura 5: Função densidade de probabilidade das ações da Chevron negociadas na Bolsa de Nova York no período de 1989 a 1995 (MANTEGNA; STANLEY, p. 60, 2000).

Existe o consenso de que a regra na natureza são aplicações da distribuição gaussiana, cuja larga aplicabilidade resulta do teorema central do limite: em qualquer caso onde um número elevado de eventos aleatórios independentes contribui para um determinado resultado, este seguirá a distribuição normal. Ou seja, suponha que nossa variável estocástica, x_i , seja o passeio aleatório (*random walk*) onde x_i pode assumir aleatoriamente os valores $\pm S$. A posição da variável após N passos é dada por

$$S_N = \sum_{i=1}^N x_i. \quad (20)$$

O teorema central do limite fornece a informação que, se os passos x_i são independentes uns dos outros e possui desvio-padrão finito, a função densidade de probabilidade da seguinte variável:

$$\tilde{S}_N = \sum_{i=1}^N x_i / \sigma \sqrt{N} \quad (21)$$

será gaussiana à medida que $N \rightarrow \infty$ (GLERIA et al. 2004), mesmo que cada x_i não obedeça à distribuição normal. Porém, na natureza, não se pode generalizar esta propriedade gaussiana para tudo.

Seguindo essa linha de raciocínio, Mandelbrot (1963) assinalou a incapacidade da distribuição normal para modelar a distribuição marginal dos retornos de ativos e sua característica cauda-gorda. Um modo de quantificar o desvio da distribuição normal é usar a curtose da distribuição F_T , definida em 19. Para $k = 0$ tem-se uma distribuição Gaussiana, um valor positivo de k indica uma cauda gorda, que corresponde a um lento decaimento assintótico da função densidade de probabilidade.

Vários estudos demonstram que a curtose dos preços dos ativos recai em valores distantes do valor de Gauss (CAMPBELL et al. 1997, LUX et al. 2000 e CHAKRABORTI et al. 2009). Isso implica que a distribuição F_T tende a ser não-gaussiana, com acentuado pico e cauda pesada, sendo estas propriedades mais acentuadas no caso de valores intra-diários de T ($T < 1$ dia).

A Figura 6 apresenta uma comparação entre uma distribuição gaussiana e a densidade dos retornos da S&P 500 para $T = 30$ minutos. A linha em vermelho, com pico mais acentuado e base menos larga, corresponde à distribuição da densidade dos retornos e apresenta discrepâncias visíveis em relação à linha em azul que indica uma distribuição gaussiana.

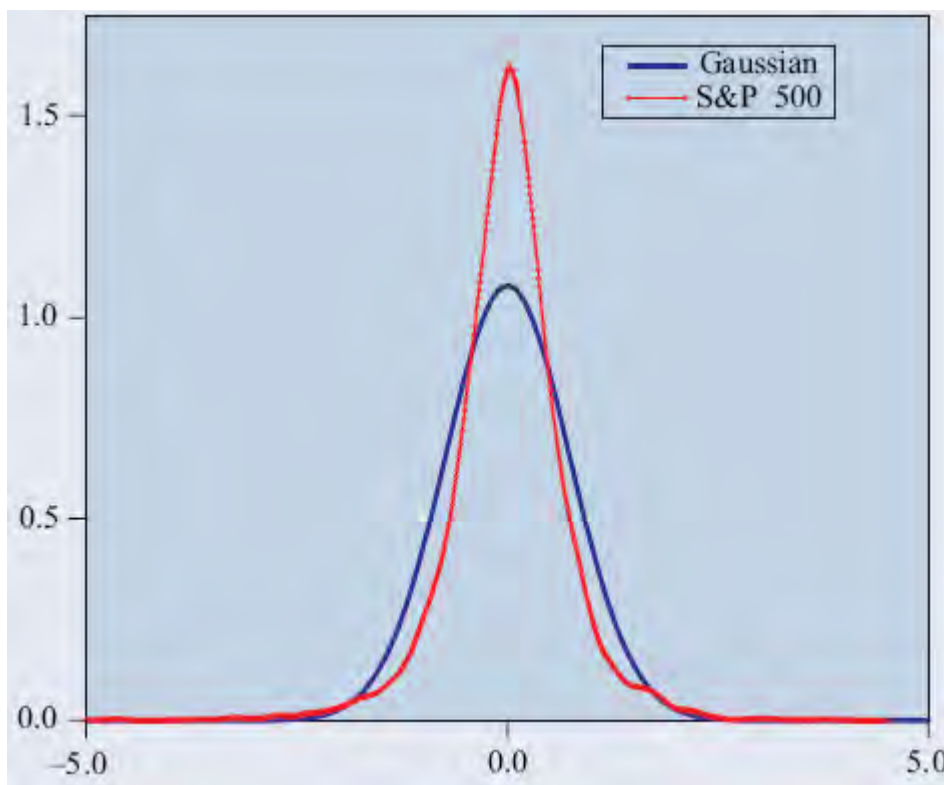


Figura 6: Comparação entre uma distribuição gaussiana e a densidade dos retornos da S&P 500 para $T = 30$ minutos (CONT, p. 226, 2001).

Infere-se que esses recursos não são suficientes para identificar qual a melhor distribuição dos retornos, deixando dúvidas para escolher um modelo para essa distribuição.

Uma explicação aceita para as caudas pesadas das distribuições de retornos é a de mistura de distribuições. Vários autores, como Praetz (1972) e Clark (1973) afirmam que esta mistura é de distribuições normais. A idéia da mistura de normais deu origem a muitos modelos não lineares para as séries de retornos e os mais difundidos nesta linha são os da família GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), introduzida por Engel (1982) e generalizada por Bollerslev (1986), onde fica caracterizada uma dependência não linear entre os retornos, função da dependência serial da variância condicional.

Há várias sugestões para a forma da distribuição: a distribuição *Student*, hiperbólica, normal Gaussiana, exponencial truncada estável, e outros, mas não existe um consenso geral sobre a forma exata (CONT, 2001).

Tendo em vista as características empíricas inerentes ao mercado de capitais, é possível concluir que, para que um modelo paramétrico possa reproduzir com sucesso as

propriedades das distribuições marginais, ele deve possuir ao menos quatro parâmetros: localização, uma escala (de volatilidade) do parâmetro, um parâmetro que descreve a decadência da cauda e, eventualmente, um parâmetro de assimetria que permita que as caudas esquerdas e direitas tenham comportamentos diferentes (CONT, 2001).

O fato das distribuições não corresponderem a uma distribuição gaussiana implica no uso de outras medidas de dispersão além do desvio padrão para que se possa captar a variabilidade dos retornos.

Mandelbrot (1997) observou que a forma funcional da distribuição dos retornos era similar, mesmo alterando o intervalo de tempo Δt de um dia até um mês e propôs que a distribuição dos retornos correspondia a uma distribuição de Lévy-estável (GOPIKRISHNAN, 1999). Mantegna e Stanley (2000) abordaram a dificuldade na aplicação deste modelo devido à distribuição ter segundo momento infinito.

A distribuição de Lévy assume a forma sintética com média zero a partir da função característica (SHLESINGER, 1995):

$$L_{\alpha}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma q^{\alpha}) \cos(qx) dq \quad (22)$$

com um fator de escala positivo γ e parâmetro de Lévy $\alpha (0 < \alpha < 2)$. Quando $\alpha = 2$ tem-se a distribuição Gaussiana.

Ao fazer uso da expansão $|x| \gg 1$ em $L_{\alpha}(x)$, a distribuição apresenta comportamento assintótico. Isso torna possível à distribuição de Lévy ter comportamento em lei de potência quando x assume grandes valores e considerando $\gamma = 1$ e sendo $\Gamma(x)$ a função Gama de Euler (GLERIA et al. 2004):

$$L_{\alpha}(|x|) = -\frac{1}{\pi} \sum_k^n \frac{(-1)^k \Gamma(\alpha k + 1)}{k! |x|^{\alpha k + 1}} \text{sen} \left[\frac{k\pi\alpha}{2} \right] + O(|x|^{-\alpha(n+1)-1}) \quad (23)$$

$$L_{\alpha}(|x|) \approx \frac{1}{|x|^{1+\alpha}} \quad (0 < \alpha < 2) \quad (24)$$

Verifica-se também que o segundo momento:

$$\langle x^2 \rangle = \int x^2 L_\alpha(x) dx \approx \int x^2 x^{-(\alpha+1)} dx \approx \int x^{1-\alpha} dx \quad (25)$$

é divergente para processos com $(0 < \alpha < 2)$.

As distribuições de Lévy também são distribuições limites de processos envolvendo incrementos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.). Segundo o teorema central do limite, uma distribuição com segundo momento divergente com cauda em lei de potência converge para a distribuição de Lévy de mesmo parâmetro α (MANTEGNA; STANLEY, 2000). A Figura 7 apresenta esse comportamento com uma função densidade de probabilidade empírica do retorno Z (de alta frequência, $(\Delta t = 1\text{min})$), ponderado com o desvio padrão σ , do índice S&P 500 comparado com uma distribuição Gaussiana (linha pontilhada) e com uma distribuição de Lévy-estável (linha contínua) de índice $\alpha = 1,40$ e fator de escala $\gamma = 0,00375$ obtido de $P(0)$ medido quando $\Delta t = 1\text{min}$.

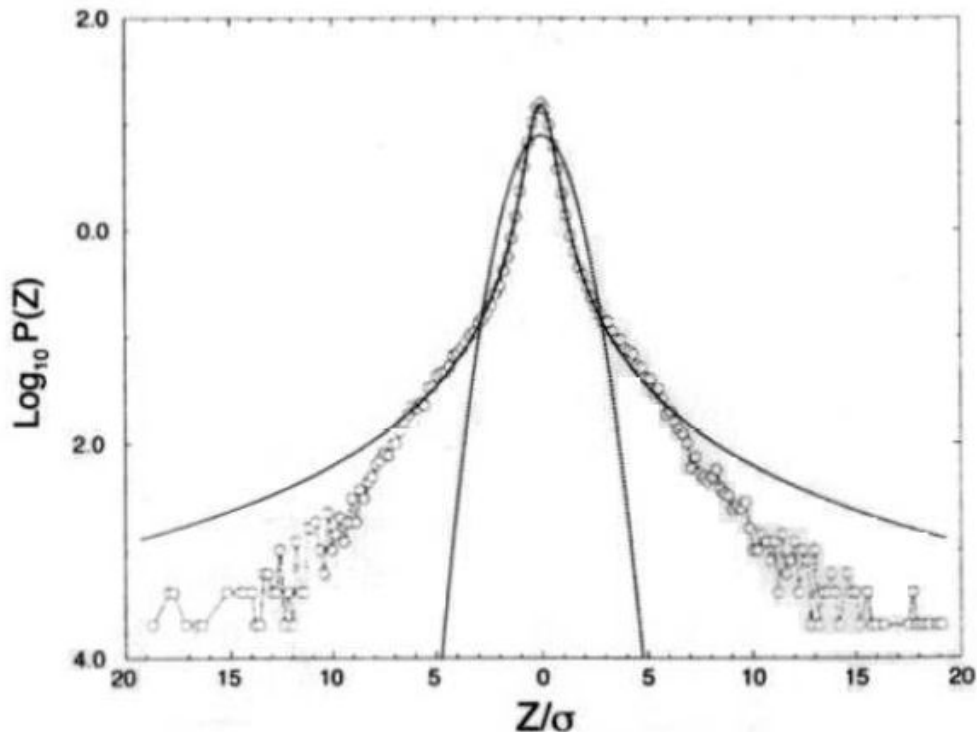


Figura 7: Função de densidade de probabilidade empírica do retorno Z do índice S&P 500 comparado com uma distribuição Gaussiana (linha pontilhada) e com uma distribuição de Lévy-estável (linha contínua). Fonte (MANTEGNA; STANLEY, p. 69, 2000).

Estas distribuições formam também uma classe de distribuições estáveis, invariantes por agregação de variáveis aleatórias. As distribuições de Lévy e Gaussiana são importantes devido à propriedade que ambas possuem de serem invariantes por meio da soma de variáveis aleatórias com dependência fraca.

Em sua análise do mercado americano do algodão, Mandelbrot (1997) mostrou que a distribuição de retorno dos preços tinha mesma forma funcional para diversas escalas de tempo (BOUCHAUD; POTTERS, 2003), isso significa que as distribuições possuem propriedades de invariância por mudança de escala temporal, com caudas apresentando comportamento em lei de potência, mais longas do que as distribuições Gaussianas. A partir dessas duas propriedades, ele sugeriu que as distribuições fossem modeladas pelas distribuições estáveis de Lévy.

Na Figura 8 pode-se verificar que a análise dos dados do S&P 500, com uma função densidade de probabilidade para retornos reescalados de alta frequência do S&P 500 em horizontes de tempo $\Delta t = 1, 3, 10, 32, 100, 316$ e 1000 minutos, mostrou que as distribuições de retorno de alta frequência, quando reescaladas, apresentam comportamento que pode ser modelado por uma distribuição de Lévy (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

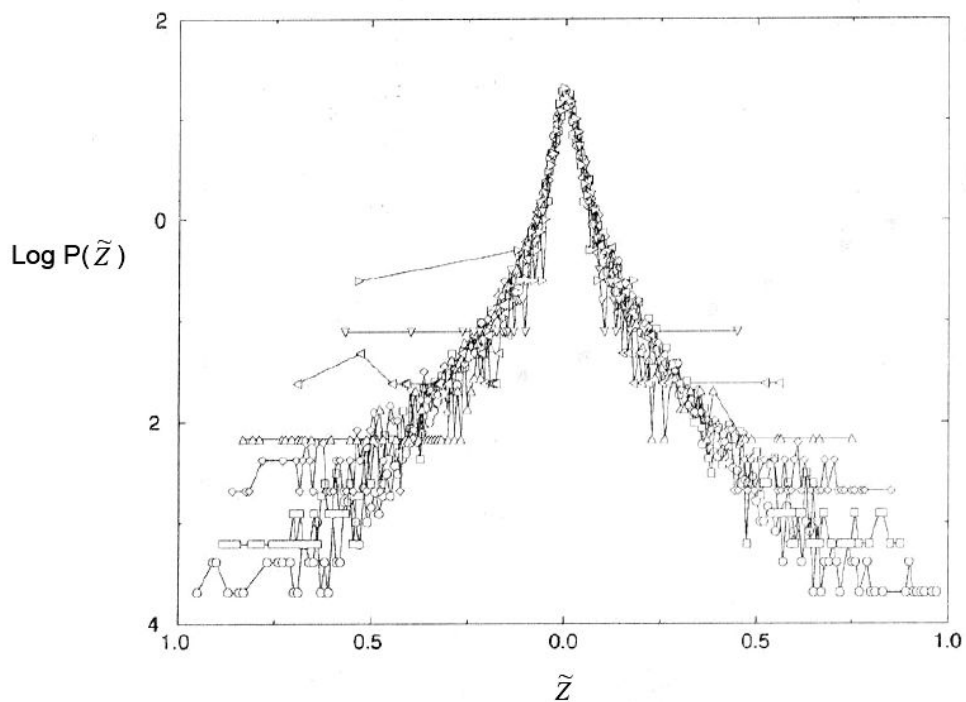


Figura 8: Função densidade de probabilidade para retornos reescalados de alta frequência do S&P 500 em horizontes de tempo $\Delta t = 1, 3, 10, 32, 100, 316$ e 1000 minutos (MANTEGNA; STANLEY, p 151, 2000).

É possível, graças ao teorema central do limite para a soma de n variáveis aleatórias independentes, realizar observações das distribuições do retorno em diversas escalas temporais $\tau = n\Delta t$, sendo Δt uma escala temporal de referência. Deste modo, propriedades de invariância por mudança de escala temporal que são observadas nas distribuições empíricas de retorno sugerem modelagem por distribuições estáveis. Devido ao segundo momento finito das distribuições empíricas, é provável que para longos horizontes temporais as distribuições converjam para distribuições estáveis Gaussianas.

Essa convergência para uma distribuição Gaussiana apresentada pelos dados de mercado, quando são tomados intervalos cada vez maiores de Δt , é chamada de Gaussianidade agregativa (CONT, 2001). Em sentido oposto, quanto menor Δt , mais pronunciadas são as caudas.

Quando os horizontes de tempo forem curtos é possível observar uma invariância de curto prazo da forma funcional dos dados empíricos devido à estabilidade das distribuições de Lévy. Essa observação ocorre devido às caudas longas em lei de potência. No entanto, esta estacionariedade de curto prazo é quebrada, havendo uma transição (“*crossover*”) do regime de Lévy para o regime Gaussiano de longo prazo, devido à finitude dos dados reais (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

O teorema central do limite se baseia na hipótese de dependência fraca das variáveis aleatórias, que no caso do mercado financeiro é violada em escalas de tempo intradiária ultracurtas. A existência de correlação temporal entre dados sucessivos retarda a convergência segundo o teorema central do limite, permitindo ainda a observação de novas formas de distribuições estáveis em horizonte temporal intradiário (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

7. Sazonalidade Intradiária

A atividade dos mercados financeiros não é constante durante todo o dia. A Figura 9 apresenta o número médio de transações com intervalo de cinco minutos das ações da BNPP do S&P 500. O formato em “U” assumido pela volatilidade é devido ao comportamento que se inicia com um pico logo nos primeiros momentos após a abertura do mercado, caindo gradativamente até o horário do almoço para voltar a subir lentamente conforme se aproxima do fechamento (BIAIS, 1995).

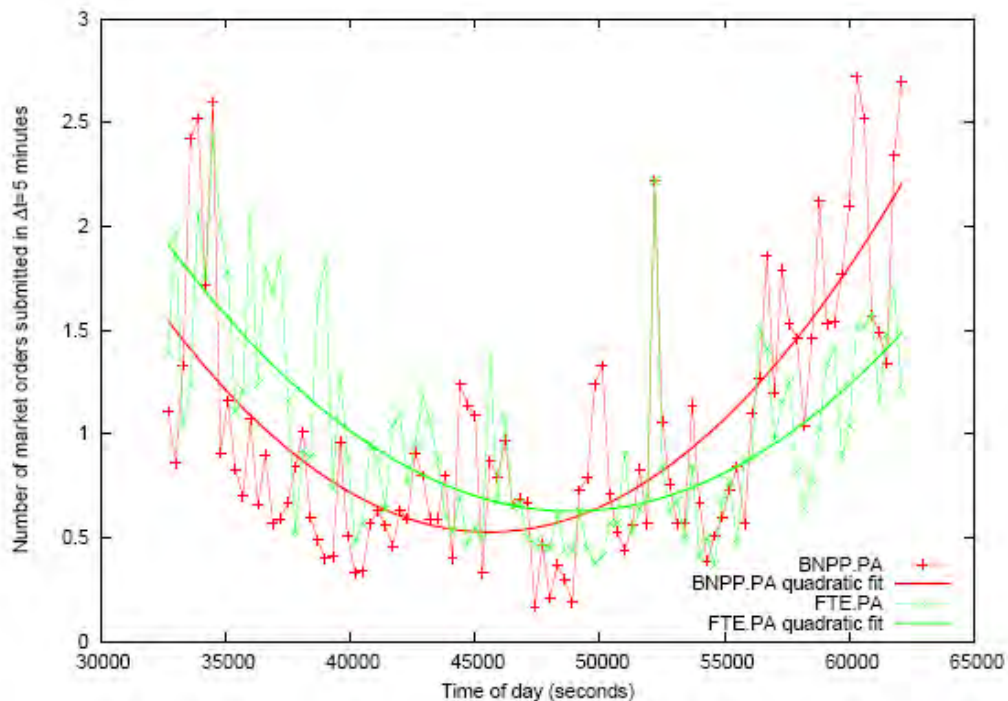


Figura 9: Número médio de transações com um intervalo de 5 minutos das ações da BNPP do S&P 500 (CHAKRABORTI et al., p. 26, 2009).

Estudos evidenciam esse padrão de regularidade para outros mercados internacionais com abertura e fechamento bem definidos e padrões sazonais mais complexos no mercado de câmbio. Tais padrões apresentam ainda idiossincrasias para cada dia da semana. De fato, não somente a volatilidade, como volume, *spread* e frequência entre *trades* exibem este formato.

A não correção dos dados devido a esta sazonalidade intradiária pode acarretar problemas na estimação de modelos para a volatilidade condicional, introduzindo distorções e erros de especificação (BOLLERSLEV; MIKKELSEN, 1996).

8. Metodologia

A pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis capazes de influenciá-lo e definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto (CAMPBELL; STANLEY, 1979). Kerlinger (1980) caracteriza a pesquisa experimental como um estudo no qual uma ou mais variáveis independentes são manipuladas e no qual a influência da maioria das variáveis relevantes não pertinentes ao problema é diminuída ao mínimo. Uma característica importante da pesquisa experimental esta na possibilidade de manipular as variáveis estudadas o que representa um valioso procedimento disponível aos cientistas para testar hipóteses que estabelecem relações de causa e efeito entre as variáveis fornecendo uma compreensão adequada das observações utilizadas.

Esta pesquisa foi construída utilizando cotações intradiárias de ações de 10 companhias negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA). Os dados referentes a essas empresas são dados primários, obtidos diretamente da BM&FBOVESPA. Essas companhias correspondem a uma participação, divulgada para a abertura dos negócios do dia 01/09/2009, de 52,1 % no Índice Bovespa (Ibovespa).

O período de análise das cotações vai de 01/07/2006 até 30/11/2008, ou seja, 29 meses. A escolha das empresas foi de acordo com o critério de maior liquidez que elas apresentam perante o Ibovespa na data de 01/09/2009.

Com base no software MATLAB foram desenvolvidos dois programas: o primeiro (Anexo A) com a função de buscar e coletar as informações relativas ao tempo em que a operação ocorreu e o valor correspondente dessa operação. O segundo programa (Anexo B) teve como objetivo coletar amostras em intervalos de tempo iguais. O intervalo de tempo definido foi de vinte minutos (1200 segundos) para coleta. É a partir dos dados obtidos pelo segundo programa que se baseia o estudo. Na Tabela 1 estão listadas as ações escolhidas e a participação no Ibovespa em 01/09/2009. Na primeira coluna têm-se os códigos que identificam as empresas nas transações de compra e venda. Na segunda coluna é apresentado o nome da empresa. Os tipos de ações ocupam a terceira coluna, sendo ON ações ordinárias, que dão direito a voto nas assembleias. Já as ações PN, são conhecidas como ações preferências e não dão direito a voto ou restringem esse direito de alguma forma. Investidores possuidores de ações PN tem preferência no recebimento de dividendos e/ou outros proventos distribuídos pela empresa. Existe a ação PNA que indica uma ação PN preferencial

nominativa de classe A. A classe A pode indicar que seja uma ação com dividendo mínimo, e classe B com dividendo fixo. Outras letras ou números podem acompanhar o tipo de ação, pois as empresas podem emitir diferentes classes estabelecendo, em seu estatuto, valores diferenciados de dividendos ou proventos especiais para cada classe de ação.

Tabela 1: Ações consideradas no estudo.

Código	Nome da Empresa	Tipo	Partic. %
BBAS3	Banco do Brasil	ON NM	2,124
BBDC4	Bradesco	PN N1	3,864
CSNA3	Sid. Nacional	ON	3,023
GGBR4	Gerdau	PN N1	3,647
ITSA4	Itaú SA	PN EDJ N1	2,455
PETR3	Petrobras	ON	3,336
PETR4	Petrobras	PN	15,012
USIM5	Usiminas	PNA N1	3,1
VALE3	Vale	ON N1	3,468
VALE5	Vale	PNA N1	12,076
TOTAL			52,105

O objetivo da BM&FBOVESPA é desenvolver, organizar e operacionalizar mercados livres e transparentes para negociação de títulos e/ou contratos que possuam como referência ativos financeiros, índices, indicadores, taxas, mercadorias e moedas, nas modalidades à vista e de liquidação futura. Isso se dá por meio do registro, da compensação e da liquidação, física e financeira, das operações realizadas em pregão de viva voz ou em sistema eletrônico (BM&FBOVESPA, 2010).

Para que esses propósitos sejam alcançados, mantém local e sistemas próprios para negociação, registro, compensação e liquidação de operações de compra e de venda. Para divulgação rápida e abrangente das transações realizadas, os sistemas são dotados das facilidades e dos aprimoramentos tecnológicos necessários.

Para o bom funcionamento dessas atividades a BM&FBOVESPA criou mecanismos e normas para o acompanhamento e a regulação de seus mercados e também para assegurar aos participantes o adimplemento das obrigações assumidas naqueles sistemas de negociação, registro, compensação e liquidação.

Segue abaixo alguns conceitos relacionados a BM&FBOVESPA:

- **Futuro:** é um compromisso assumido pelas partes de compra e/ou de venda para liquidação em data futura, contando com o ajuste diário do valor dos contratos. Essa modalidade também possibilita que o compromisso assumido com uma contraparte poderá ser encerrado com outra operação com qualquer contraparte, sem a imposição de vínculo bilateral.
- **Opções sobre disponível:** é a transação em que uma parte adquire de outra o direito de comprar (opção de compra) ou vender (opção de venda) o instrumento-objeto de negociação, até ou em determinada data, por preço previamente estipulado.
- **Opções sobre futuro:** ocorre quando uma parte adquire de outra o direito de comprar (opção de compra) ou vender (opção de venda) contratos futuros de um ativo ou commodity, até ou em determinada data, por preço previamente estipulado.
- **Opções flexíveis:** nessa modalidade são as partes que definem alguns de seus termos, como preço de exercício, vencimento e tamanho do contrato. São negociadas em balcão e registradas na Bolsa via sistema eletrônico.
- **Swaps:** são contratos negociados em balcão e registrados na BM&FBOVESPA via sistema eletrônico. Nesse caso, as partes trocam um índice de rentabilidade por outro, com o intuito de fazer hedge, casar posições ativas com posições passivas, equalizar preços, arbitrar mercados ou até alavancar sua exposição ao risco.
- **Termo:** nesse tipo de negociação é assumido compromisso de compra e/ou venda para liquidação em data futura. No mercado a termo, porém, não há ajuste diário nem intercambialidade de posições, ficando as partes vinculadas uma à outra até a liquidação do contrato.
- **Disponível (à vista ou spot):** modalidade reservada apenas a alguns ativos ou commodities, cujos contratos têm liquidação imediata.
- **Operações estruturadas:** permitem a negociação de estratégias que incluem dois ou mais contratos - futuros e opções - ou uma combinação entre vencimentos destes.
- **Outros derivativos de balcão:** são alternativas em relação aos swaps e às opções flexíveis comuns, dentre as quais opções com barreiras e swaps com marcação a mercado e ajustes financeiros, que podem ser periódicos ou acionados de outra forma, estabelecida entre as partes.

Uma condição necessária ao perfeito funcionamento dos mercados financeiro e de capitais é a garantia aos seus participantes de que seus ganhos serão pagos e que suas operações de compra e venda serão liquidadas. Esse papel é efetuado pelas câmaras de registro, compensação e liquidação (BM&FBOVESPA, 2010).

9. Resultados e Discussão

Todos os resultados foram obtidos a partir do retorno das amostras das empresas escolhidas considerando sua importância na formação do Índice Ibovespa na data de 01/09/2009. A única alteração praticada na amostra foi a retirada de um valor que se considerou *outlier* e provavelmente esta relacionado a uma mudança de escala no preço do ativo. Esse valor pode ser visualizado na Figura 10, onde se tem a variação dos preços das amostras da cotação das ações da Petrobras no período de 01/07/2006 à 30/11/2008. Próximo ao tempo de 1.5×10^7 segundos percebe-se um decaimento acentuado de cinquenta por cento do valor do ativo que caracteriza um provável fracionamento, pois no momento em que ocorreu essa flutuação não se verificou nenhum evento extraordinário no mercado de ativos.

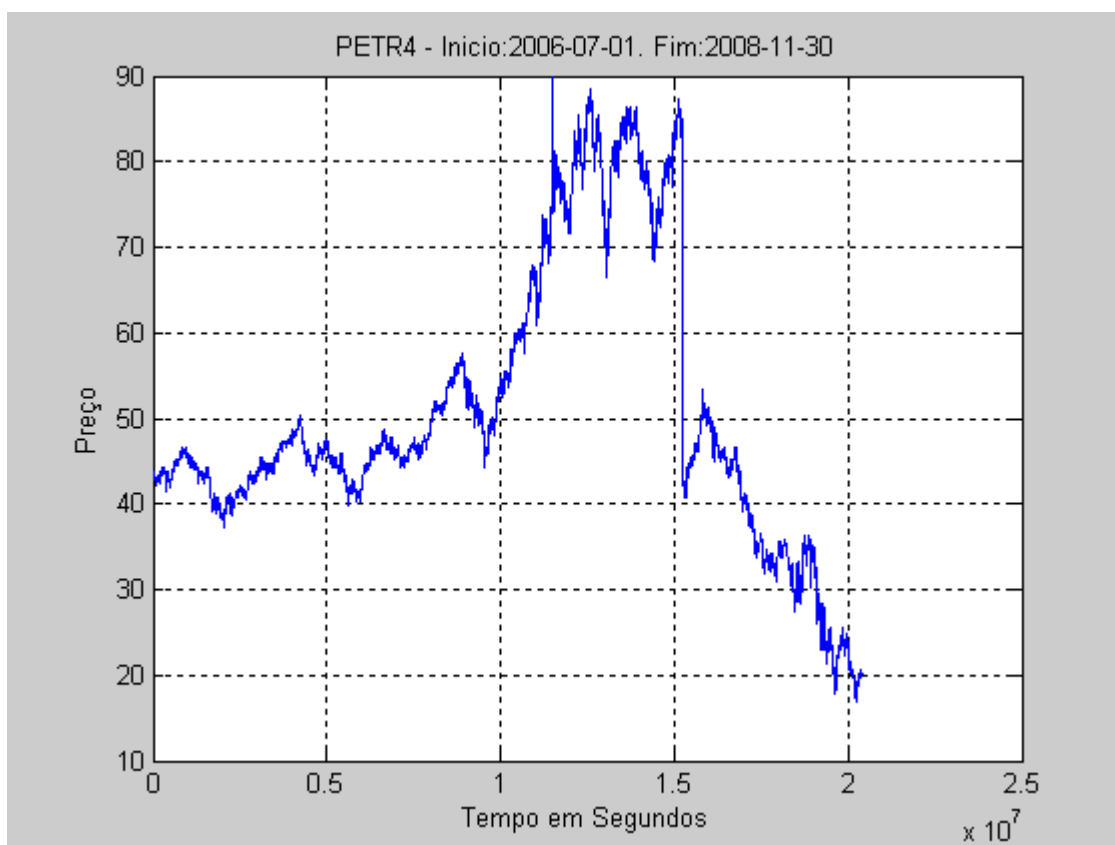


Figura 10: Variação dos preços das amostras da cotação das ações da Petrobras (PETR4).

A Figura 11 apresenta o histograma do retorno das ações da VALE3. É possível verificar, visualizando o histograma, um pico acentuado incompatível com a forma assumida pela distribuição gaussiana.

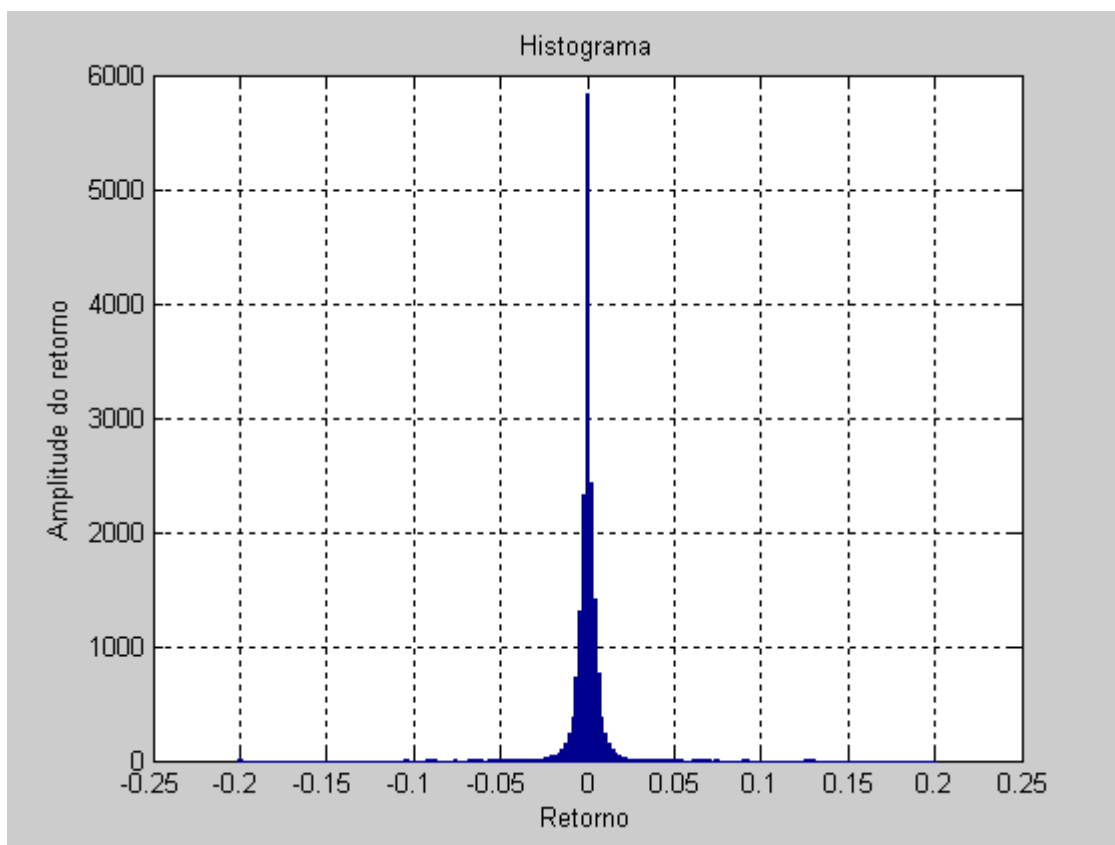


Figura 11: Histograma do retorno das ações da VALE3.

A Figura 12 apresenta os histogramas das nove empresas restantes que compõem a amostra. Em nenhum desses gráficos verifica-se a possibilidade de compatibilidade com a curva gaussiana.

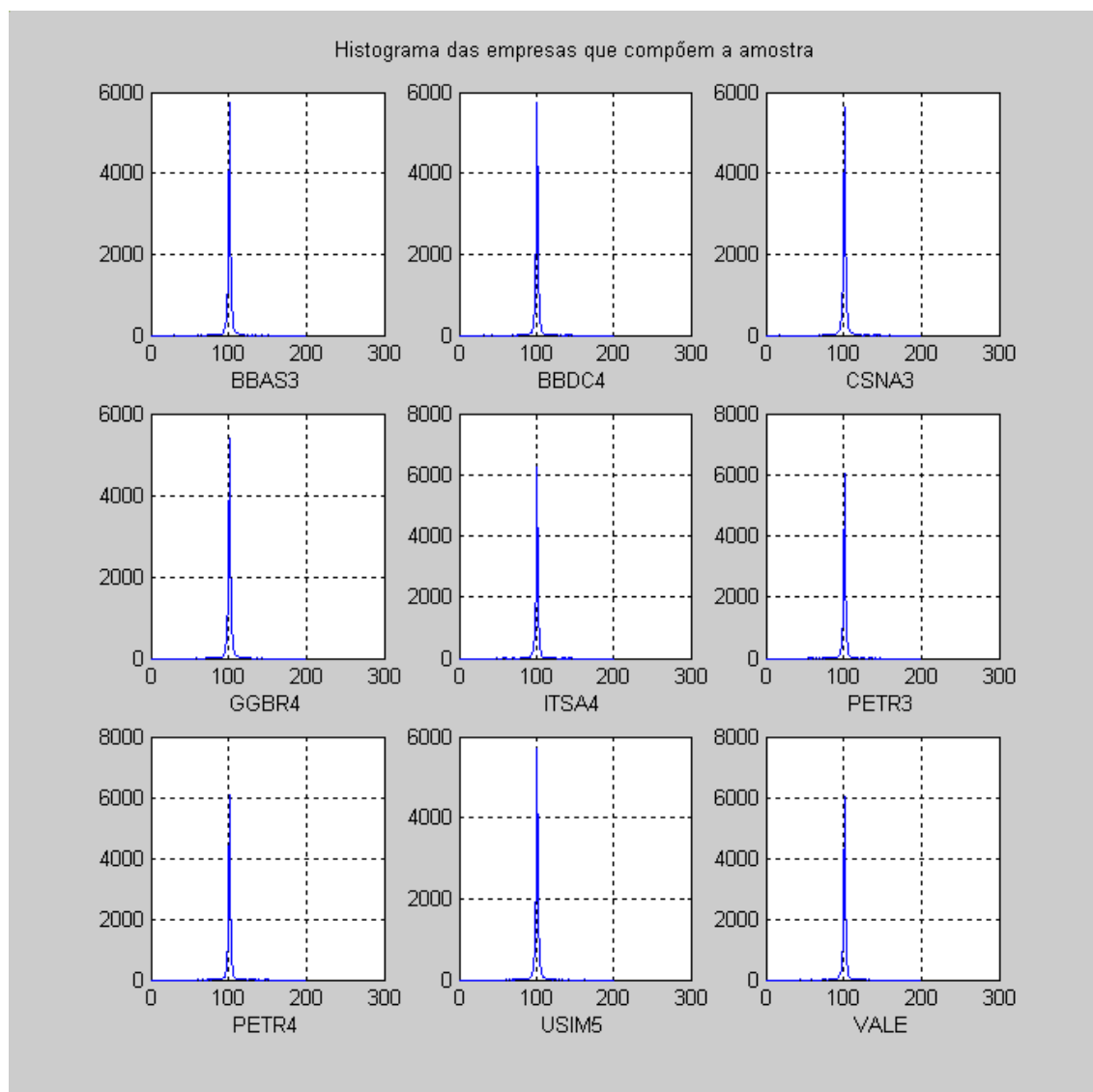


Figura 12: Histograma das nove empresas restantes que fazem parte da amostra.

Ações de empresas distintas apresentam variações absolutas de preços muito discrepantes em um período de tempo, ou seja, o retorno apresenta-se com uma grande variabilidade nesse período de tempo. Na Figura 13 tem-se o retorno das oito empresas com o maior percentual do Ibovespa. Percebe-se no final do período observado uma acentuada variabilidade do retorno.

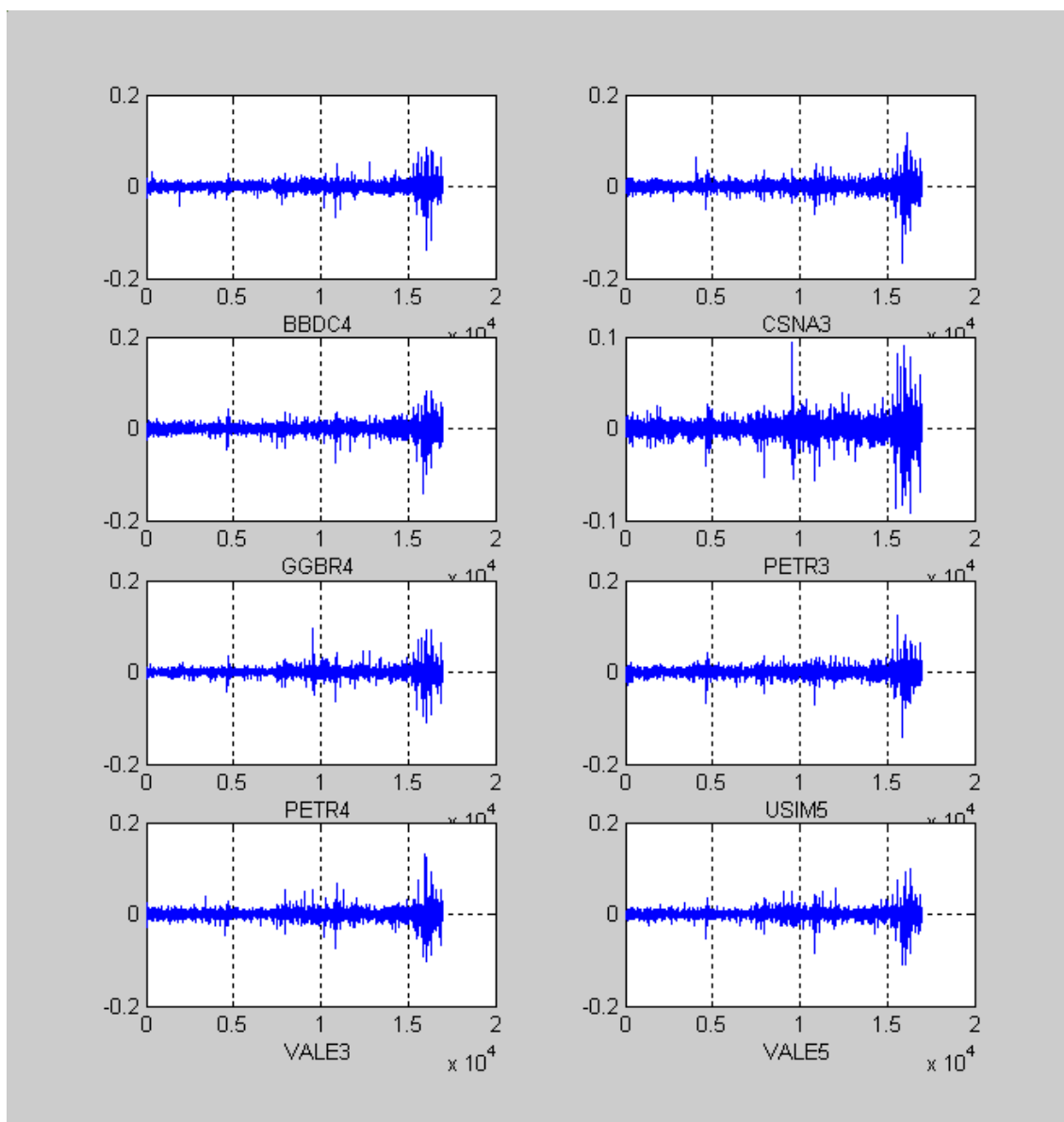


Figura 13: Retorno diário das ações das empresas que compõem a amostra.

Na Figura 14 é possível ver a semelhança na variação dos preços dos dados comparativamente à amostra. No quadro do canto superior esquerdo tem-se a variação real do preço das ações da VALE3 no período de 01/07/2006 até 30/11/2008. Em seguida, no canto superior direito o gráfico da amostra retirada a partir dos programas implementados no MATLAB utilizando um intervalo de tempo de vinte minutos. No canto inferior esquerdo o gráfico dos logaritmos dos preços e finalmente no canto inferior direito o gráfico do retorno em logaritmo neperiano.

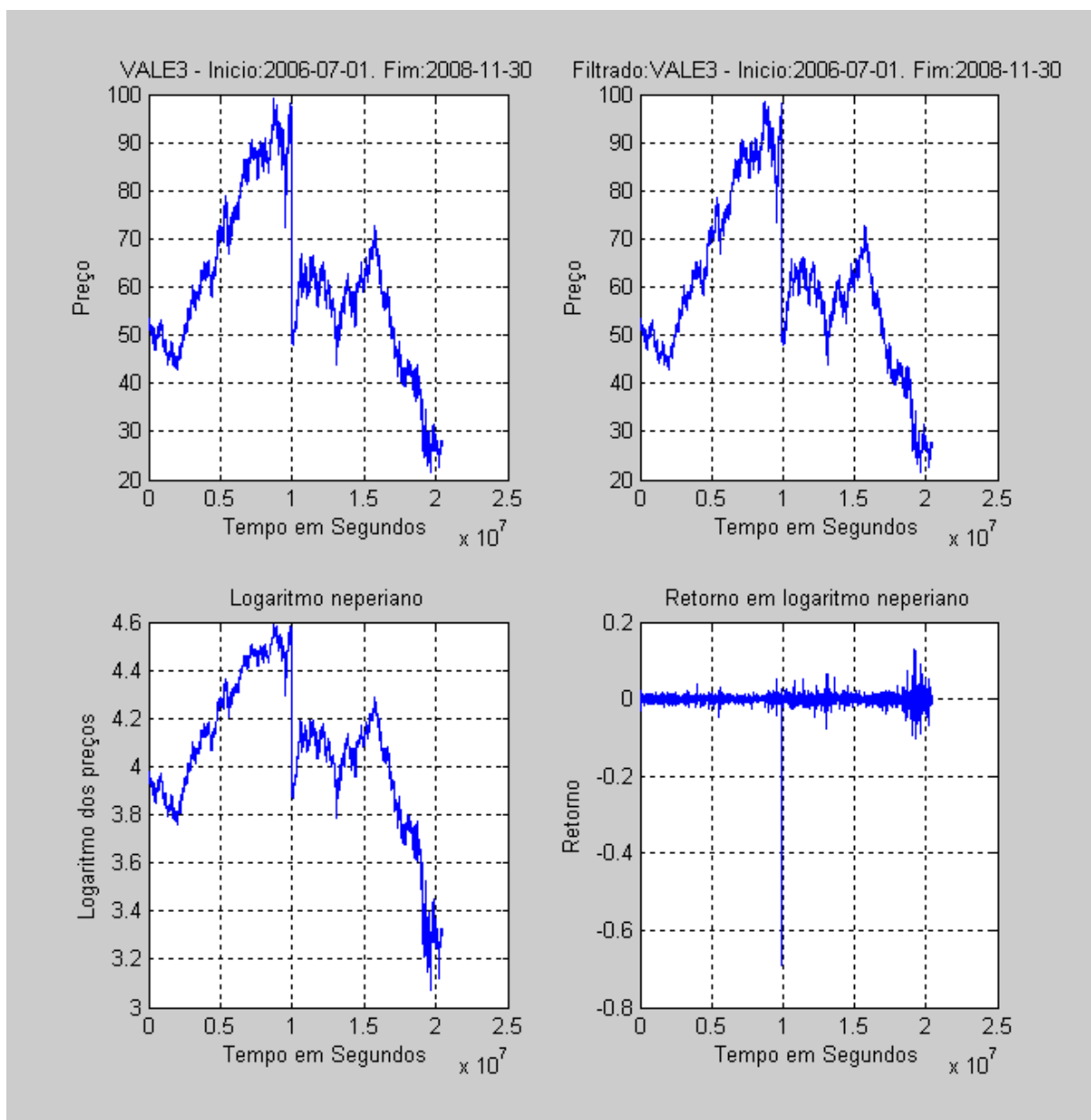


Figura 14: Comparação entre o gráfico dos valores reais(VALE3 – Início 2006-07-01. Fim 2008-11-30) e da amostra(Filtrado: Início 2006-07-01. Fim 2008-11-30).

A Tabela 2 apresenta a média aritmética dos retornos que corresponde à soma de todos os valores dividida pelo número total de observações. Uma das limitações da média aritmética é que ela é afetada por valores extremos o que implica em não fornecer uma boa representação da população.

Tabela 2: Média aritmética dos retornos.

Código	Média (e-006)
BBAS3	-8,9492
BBDC4	3,7923
CSNA3	8,6825
GGBR4	-6,8159
ITSA4	-3,3237
PETR3	-7,3928
PETR4	-4,4665
USIM5	-0,2591
VALE3	3,1345
VALE5	6,2094

Realizou-se o estudo da normalidade das distribuições por meio do teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov (Teste KS). Adotou-se para todos os testes o nível de significância α de cinco por cento de probabilidade para a rejeição da hipótese de normalidade, $H = 0$.

$H = 0 \Rightarrow$ Não rejeitar a hipótese nula ao nível de significância α .

$H = 1 \Rightarrow$ Rejeitar a hipótese nula ao nível de significância α .

O resultado do teste de análise de variância de medidas repetidas, apresentado na Tabela 3, mostrou que não houve significância para as variáveis estudadas com o recurso apresentado nas duas hipóteses. Com isso concluiu-se a não normalidade dos dados estudados.

Tabela 3: Valor encontrado no Teste Ks.

Código	Valor obtido para H
BBAS3	1
BBDC4	1
CSNA3	1
GGBR4	1
ITSA4	1
PETR3	1
PETR4	1
USIM5	1
VALE3	1
VALE5	1

A curtose para uma distribuição gaussiana é nula, e para distribuições que apresentam cauda gorda ela assume valores maiores que zero ($k > 0$). Na Tabela 4 têm-se os valores para a curtose. Como é possível verificar, para todas as empresas o valor da curtose é maior que zero caracterizando uma função densidade de probabilidade leptocúrtica, ou seja, que a distribuição apresenta caudas pesadas.

Tabela 4: Valores de k para as seguintes ações.

Código	Valor obtido para k
BBAS3	53,4257
BBDC4	57,1575
CSNA3	57,3345
GGBR4	38,8004
ITSA4	78,3183
PETR3	35,4884
PETR4	52,0813
USIM5	50,0814
VALE3	51,2916
VALE5	49,1413

Quando uma distribuição é normal a assimetria dessa distribuição assume o valor zero. Porém, se o valor encontrado para a assimetria for negativo significa que se têm dados

enviesados à esquerda e valores positivos para a assimetria indicam dados que são distorcidos à direita. Na Tabela 5 são fornecidos os valores obtidos para a assimetria das empresas que compõem a amostra. É possível verificar assimetria à esquerda para os dados observados.

Tabela 5: Valores encontrados para assimetria das seguintes ações.

Código	Assimetria
BBAS3	-1,0618
BBDC4	-0,6332
CSNA3	-0,4932
GGBR4	-0,7673
ITSA4	-0,1337
PETR3	-0,1001
PETR4	-0,0677
USIM5	-0,4634
VALE3	-0,3540
VALE5	-0,6841

A autocorrelação é uma medida que informa o quão intensamente o valor de uma realização de uma variável aleatória é capaz de influenciar seus vizinhos. Ela permite que se analise o grau de irregularidade de um sinal, apresentando para retornos de mercado uma tendência rápida para valores próximos de zero o que implica ausência de autocorrelação. Na Figura 15 é fácil a verificação desse comportamento, pois todos os valores observados, utilizando um intervalo de tempo $\Delta t = 20$ min, flutuam na vizinhança da reta que representa o zero.

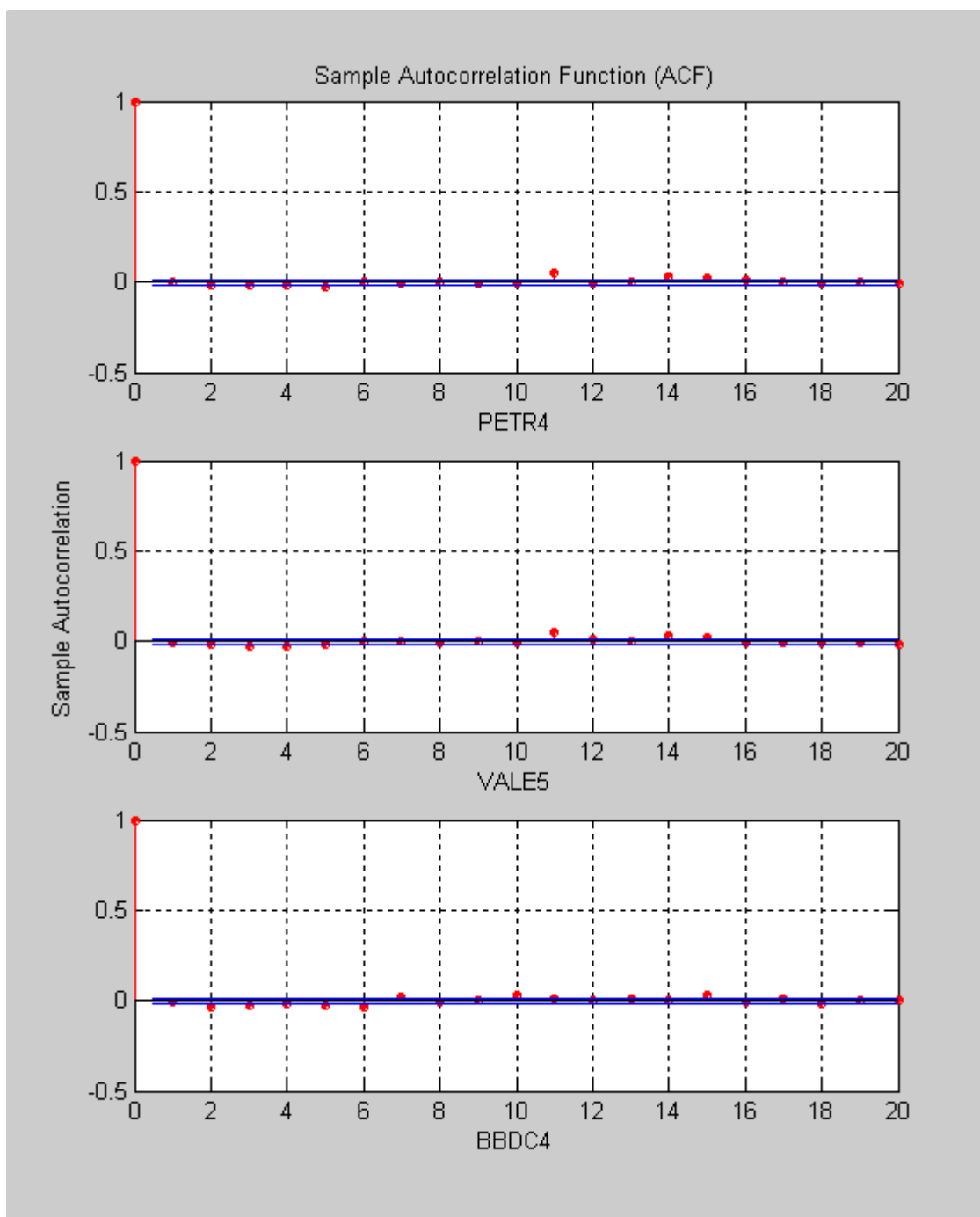


Figura 15: Gráfico da autocorrelação das três empresas mais significativas da amostra.

O lento decaimento da função de autocorrelação é observável no gráfico da Figura 16 que apresenta os dados em escala normal e no gráfico log-log da Figura 17. Em ambos estão representados as três empresas mais significativas da amostra com escala temporal de vinte minutos.

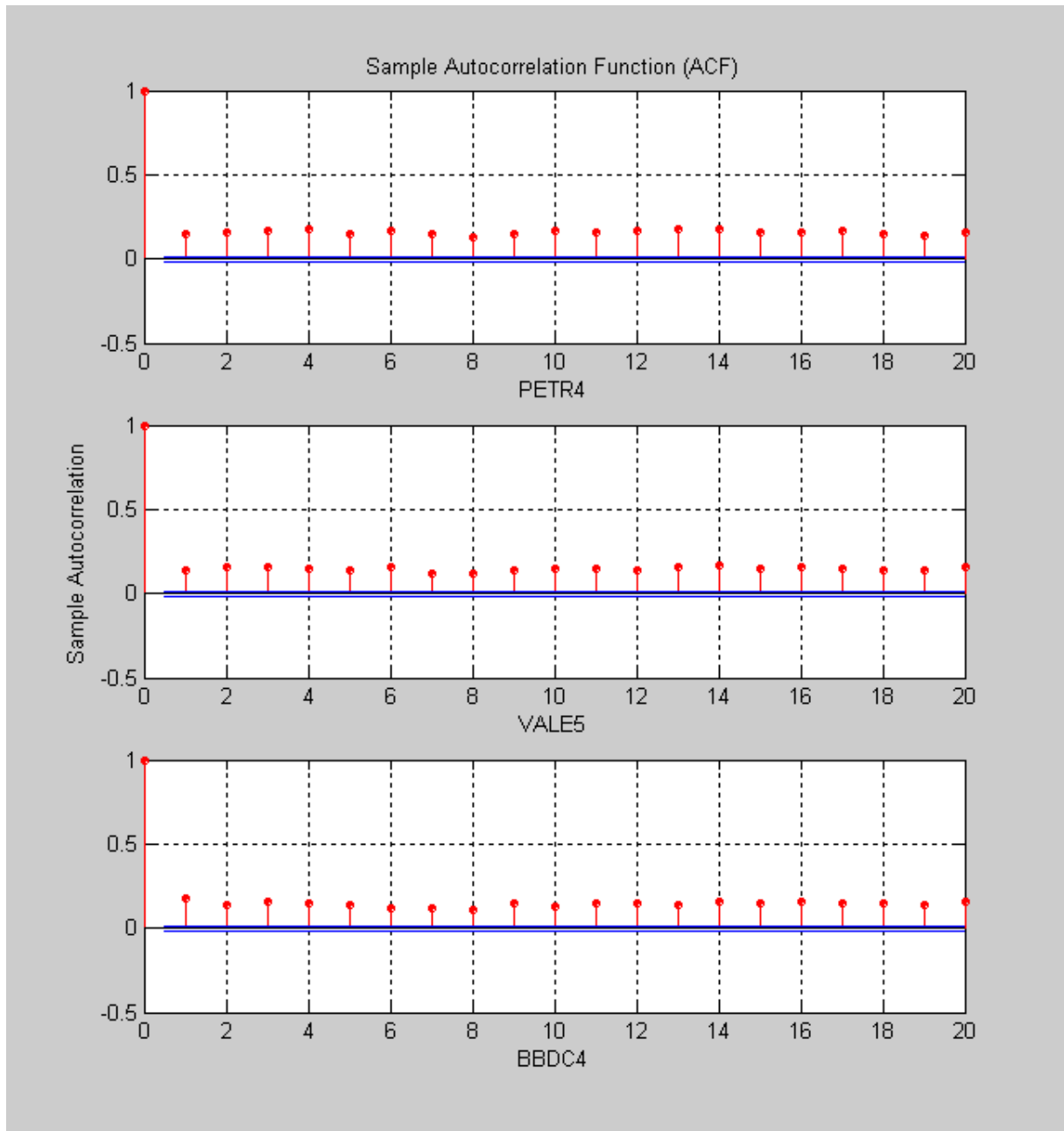


Figura 16: Gráfico da função de autocorrelação dos retornos absolutos das três empresas mais significativas da amostra em escalas normais com escala temporal de $\Delta t = 20$ min.

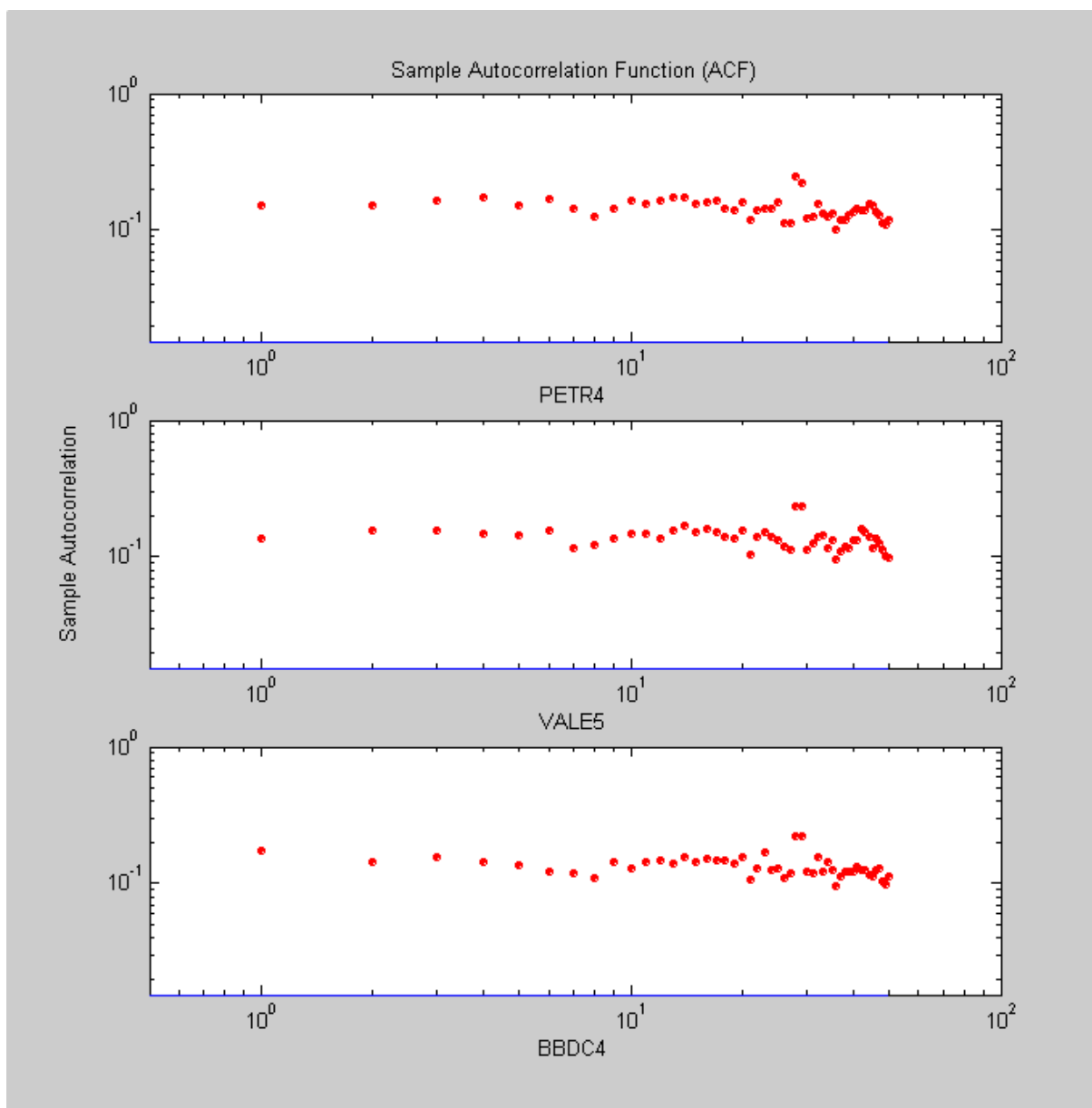


Figura 17: Gráfico log-log da função de autocorrelação dos retornos absolutos das três empresas mais significativas da amostra em uma escala temporal de $\Delta t = 20$ min.

A Figura 18 apresenta o histograma dos retornos das ações VALE3 com a distribuição gaussiana (linha contínua) sobreposta. Visualiza-se um pico acentuado extrapolando os limites da distribuição gaussiana.

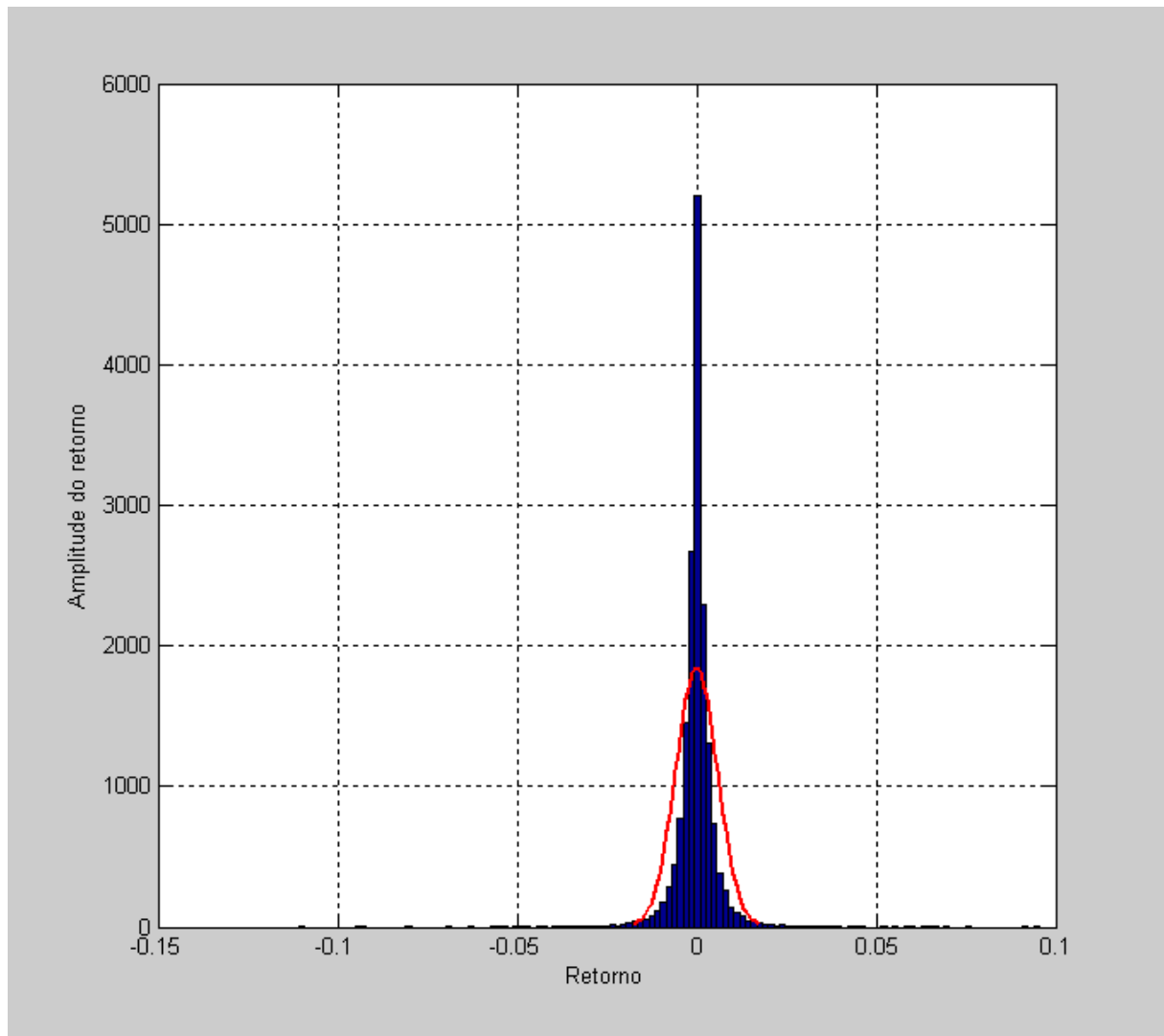


Figura 18: Distribuição gaussiana fitada sobre o histograma dos retornos das ações da VALE3.

A gaussianidade agregativa corresponde a uma aproximação para a distribuição gaussiana quando o intervalo de tempo entre as coletas de dados torna-se maior. A Figura 19 apresenta três gráficos das ações PETR4 começando com amostras coletadas com intervalo de vinte minutos, seguido do gráfico para amostras coletadas com intervalo de três horas e finalizando com o gráfico para amostras coletadas com intervalo de trinta e seis horas. Foi realizado o teste KS para verificar o comportamento desses gráficos quanto à normalidade. Para o primeiro gráfico (vinte minutos) e o segundo gráfico (três horas) obteve-se valor 1 no teste KS. Para o terceiro gráfico (trinta e seis horas) o teste KS forneceu valor 0, ou seja, com o aumento do intervalo de coleta de dados a distribuição tende a uma curva gaussiana.

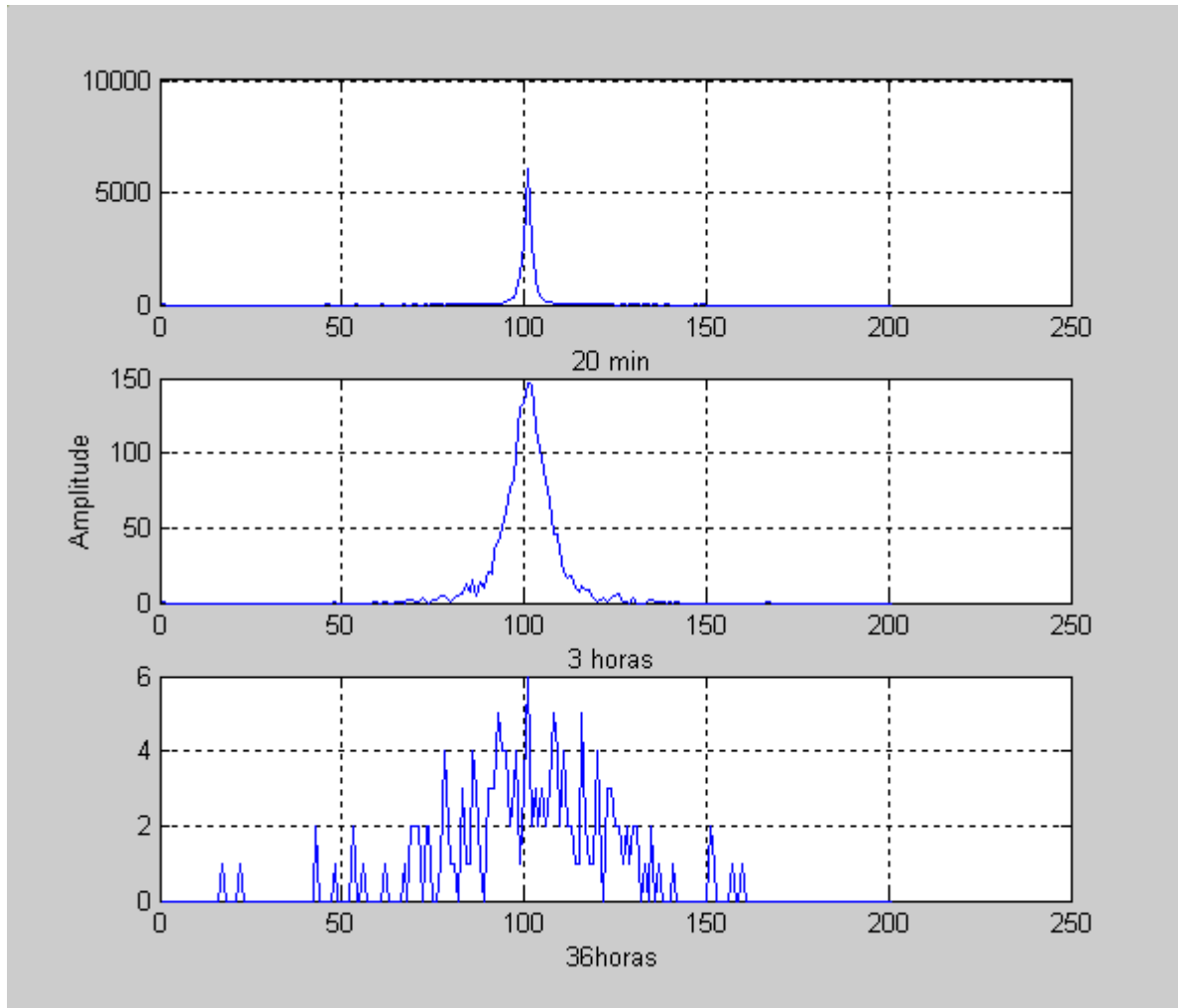


Figura 19: Série de histogramas das ações da PETR4 em que se verifica a existência da gaussianidade agregativa.

Apesar do grande interesse prático, a volatilidade não é diretamente observável (BOUCHAUD; POTTERS, 2003). O que se faz é estimá-la por alguma forma de aproximação. A forma frequentemente utilizada para estimação é o cálculo do desvio padrão do retorno em determinado período (MANTEGNA; STANLEY, 2000).

Na Tabela 6 apresentam-se os valores obtidos para o desvio padrão. Como a volatilidade refere-se às oscilações dos preços num determinado período e quanto maior a variação de preços maior a volatilidade.

Tabela 6: Desvio padrão dos retornos.

Código	Desvio Padrão
BBAS3	0,0063
BBDC4	0,0058
CSNA3	0,0067
GGBR4	0,0064
ITSA4	0,0060
PETR3	0,0061
PETR4	0,0058
USIM5	0,0061
VALE3	0,0064
VALE5	0,0059

Porém, existem outras maneiras de observar a volatilidade: média do valor do retorno, método de máxima verossimilhança em métodos Bayesianos (MANTEGNA; STANLEY, 2000) ou ainda descrevê-la através de uma função log-normal (CIZEAU et al. 1997).

Como no decorrer do dia o mercado mostra um comportamento em forma de “U” devido à alta atividade no início da manhã e no fim da tarde e a baixa atividade durante a tarde é necessário remover a correlação artificial resultante desse padrão de volatilidade *intraday*.

Para tanto é necessário normalizar a função (CIZEAU et al. 1997):

$$g(t) = \frac{G(t)}{A(t)} \quad (26)$$

Onde $A(t)$ é média dos valores de $|G(t)|$, tomados ao mesmo tempo do dia e calculada a média sobre todos os dias do conjunto de dados. Já $G(t)$ é o logaritmo dos incrementos:

$$G(t) = \log_e Z(t + \Delta t) - \log_e Z(t) \quad (27)$$

Em que $Z(t)$ denota o índice de tempo t e Δt é o intervalo de tempo, ou seja, $G(t)$ é a mudança relativa de preço $\frac{\Delta Z}{Z}$ quanto $\Delta t \rightarrow 0$. Nesse estudo $\Delta(t) = 20 \text{ min}$.

Foi obtida a volatilidade em um dado momento através da média de $g(t)$ sobre uma janela de tempo $T = n\Delta t$ com algum valor inteiro para n .

$$v_T(t) = \frac{1}{n} \sum_{t'=t}^{t+n-1} |g(t')| \quad (28)$$

Na Figura 20 tem-se o comportamento da distribuição de volatilidade das ações PETR4, VALE5 e CSNA3. A Figura 21 apresenta o melhor ajuste log-normal com a distribuição de volatilidade das ações da CSNA3, calculado sobre uma janela de tempo de 300 min.

Realizou-se um teste chi-quadrado para a log-normal em relação à volatilidade em todas as ações que compõem a amostra. O teste de hipótese para α igual a dez por cento de probabilidade resultou em $H_1 = 0$, implicando na não rejeição da hipótese nula H_0 .

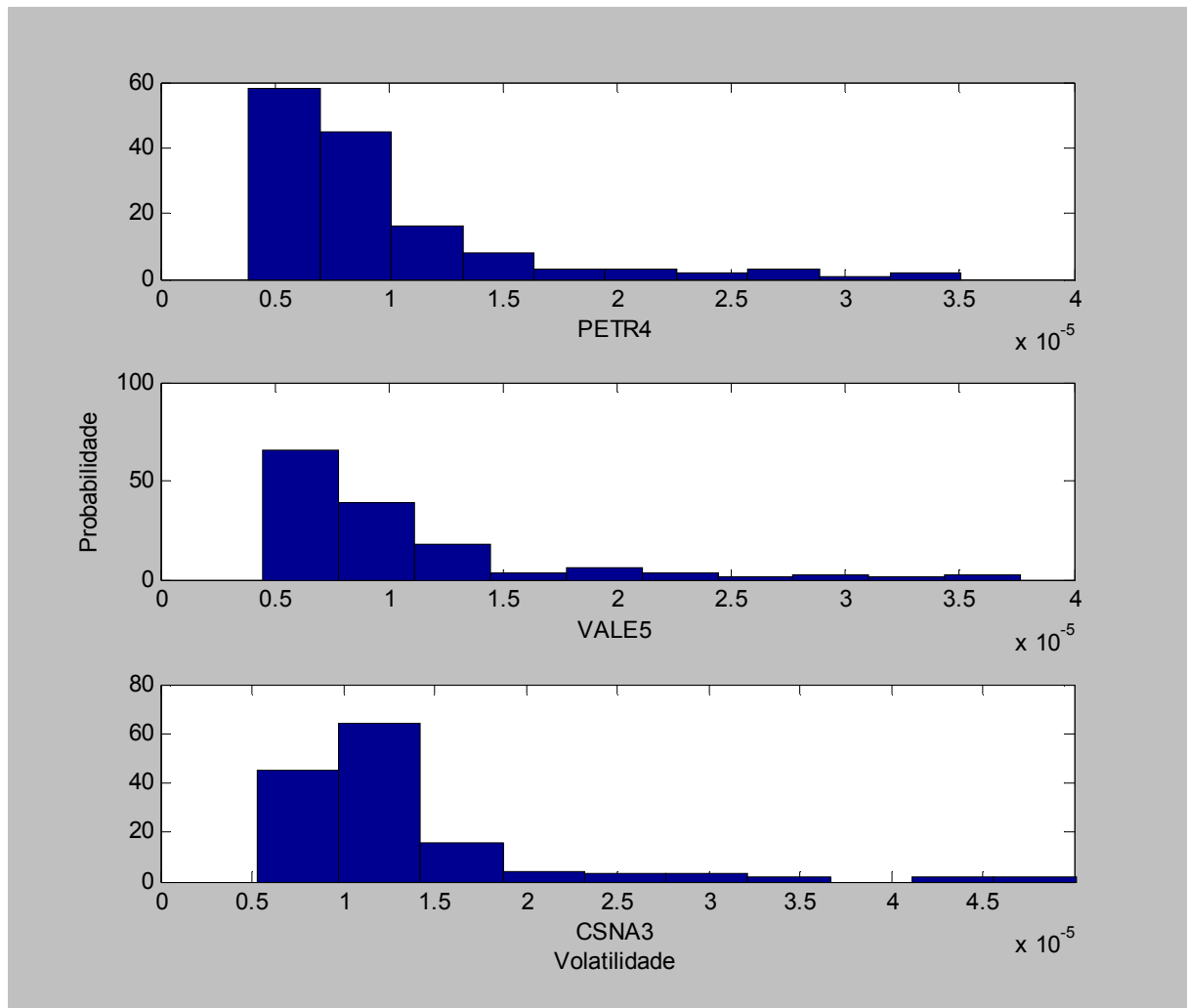


Figura 20: Distribuição de probabilidade das ações da PETR4, VALE5 e CSNA3

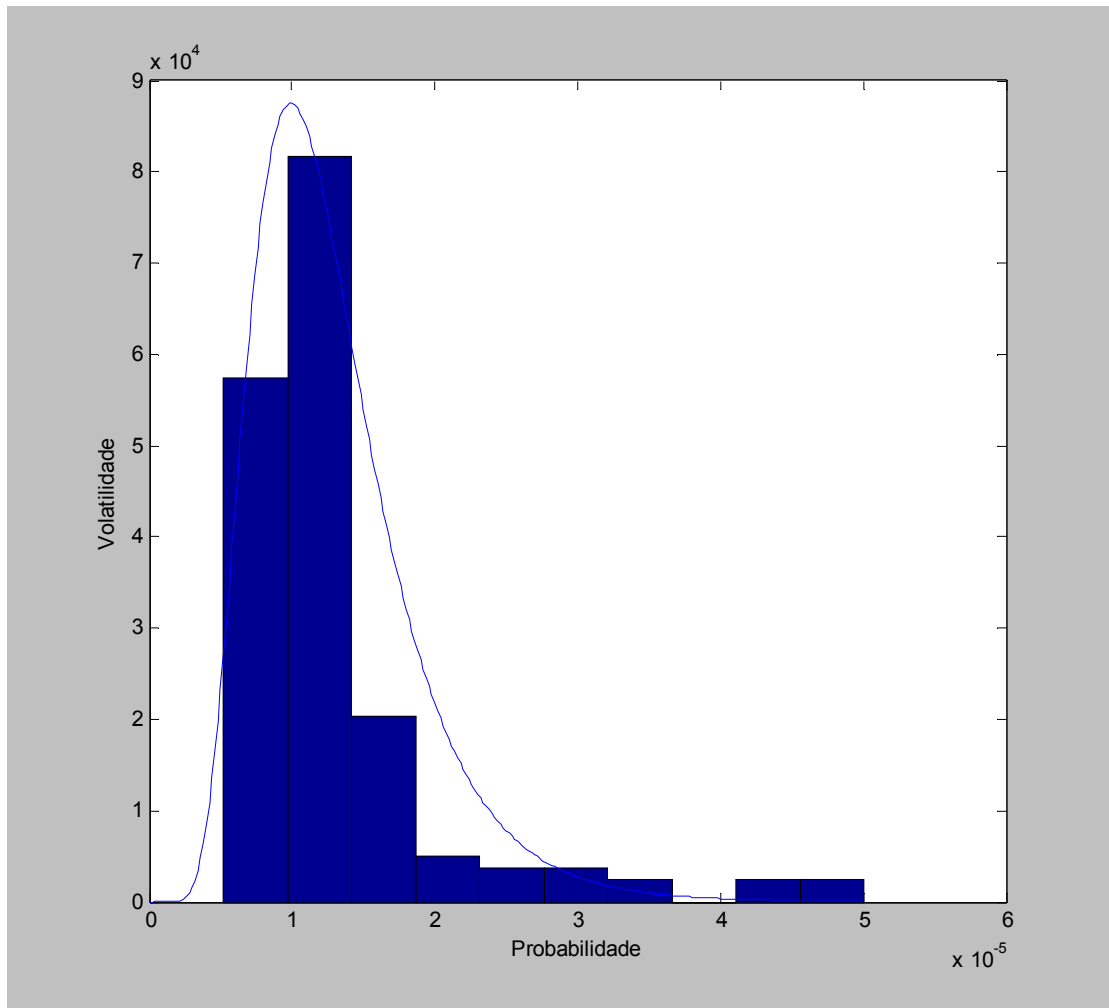


Figura 21: Melhor ajuste log-normal com a distribuição de volatilidade das ações da CSNA3, calculado sobre uma janela de tempo de 300 min.

O retorno de uma empresa de capital em termos de retorno sobre o capital empregado e o custo da dívida é explicado pelo efeito de alavancagem. Para Black (1976), a maioria das medidas de volatilidade de um ativo é negativamente correlacionada com os seus preços passados.

Na Figura 22 verifica-se nas ações da PETR4, VALE5 e CSNA3 que a alavancagem tem valor negativo e decaem a zero com o aumento de τ . Ou seja, a correlação dos retornos com seus quadrados têm valor negativo e decaem a zero com aumento de τ . Isso sugere que retornos negativos levam a um aumento da volatilidade e retornos positivos a diminuam.

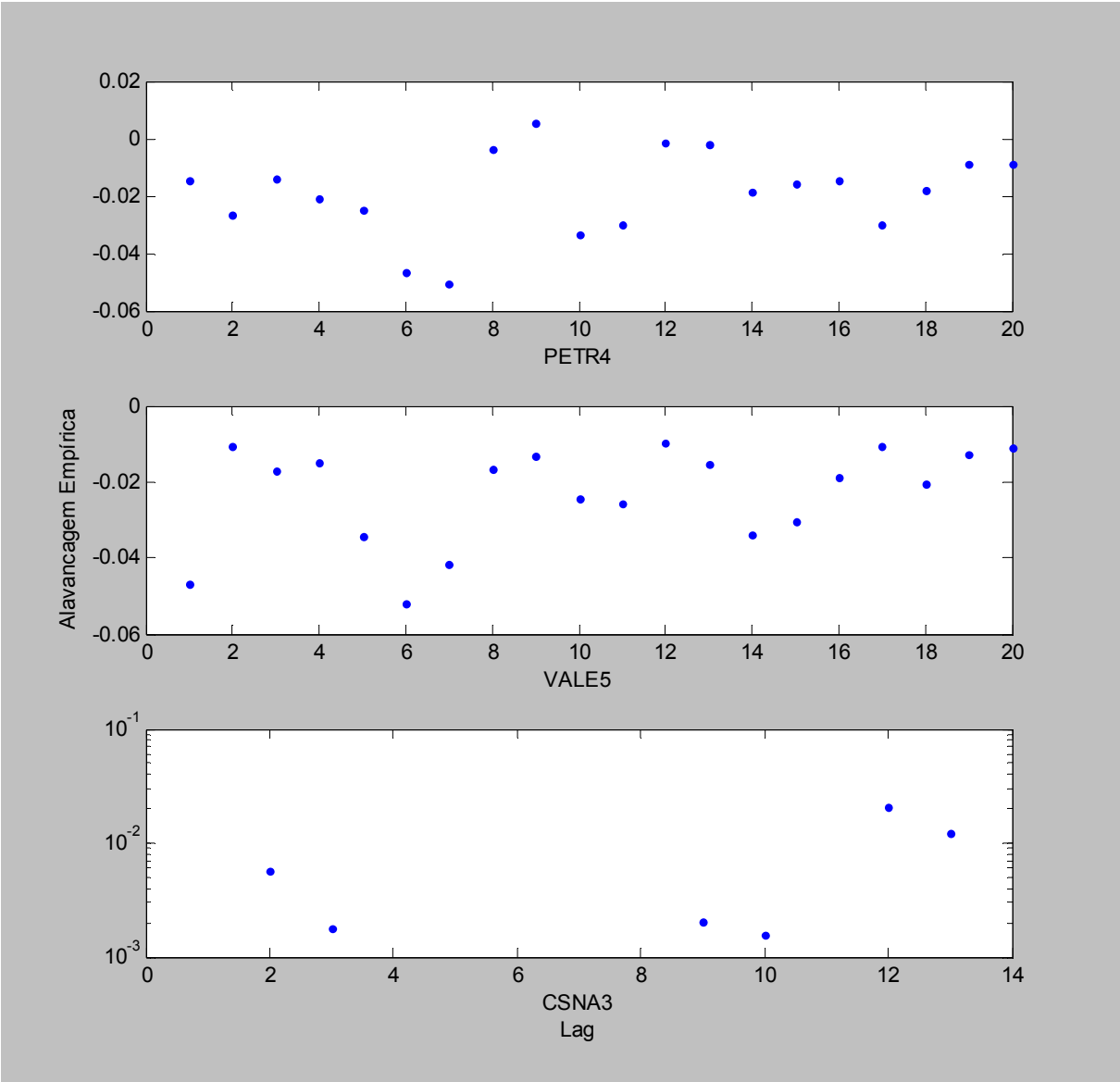


Figura 22: Efeito de alavancagem das ações da PETR4, VALE5 e CSNA3

10 Conclusão

Neste estudo, apresentou-se um conjunto de características estatísticas presente no mercado de ações brasileiro. Essas características emergem do estudo empírico dos retornos de ativos e da volatilidade dos ativos estudados.

As propriedades mencionadas aqui, não resultam de uma hipótese paramétrica sobre o processo de retorno, mas de hipóteses gerais de natureza qualitativa.

Inicialmente o trabalho aborda estudos já realizados na área e que contribuíram para a construção das idéias que norteiam a existência de fatos estilizados. É abordado a estrutura e o funcionamento do mercado financeiro e as ferramentas utilizadas para estudar a dinâmica desses mercados. Em seguida apresentou-se o conceito de retorno e o problema da escala em dados financeiros juntamente com algumas informações sobre o mercado de ações brasileiro. Os fatos estilizados relacionados às propriedades do retorno e os fatos estilizados relacionados com a volatilidade são apresentados separadamente onde se busca caracterizar as propriedades estatísticas que permeiam uma série de preços. Posteriormente mostram-se algumas estimativas estatísticas dentre as quais se destaca a distribuição dos retornos, onde se ressalta que a cauda presente em uma distribuição de retorno financeiro é mais grossa do que as apresentadas em uma distribuição normal. O comportamento em forma de “U” assumido pela volatilidade no decorrer do dia é abordado no capítulo seguinte. Finalmente apresentam-se os resultados e a discussão do trabalho.

Nesse capítulo o histograma dos retornos das empresas envolvidas no estudo é mostrado, juntamente com o estudo da normalidade, realizado por meio do teste KS, ao nível de significância α de cinco por cento de probabilidade. O referido teste apresentou, em todos os casos estudados, a não normalidade da distribuição. A ausência de normalidade também pode ser observada nos histogramas dos retornos das ações da VALE3. As funções de densidade de probabilidade dos retornos, dos diversos papéis analisados, mostraram leptocurtose, com o grupo possuindo curtose média de 53,31. O estudo da assimetria permitiu verificar valores negativos para todas as empresas estudadas, implicando que a distribuição dos retornos é enviesada à esquerda. Quanto à autocorrelação, o estudo permite inferir a existência de ausência de autocorrelação dos retornos. Já a autocorrelação do módulo dos retornos apresentou um lento decaimento temporal, o que evidencia a autocorrelação não-linear dos retornos. Para a comprovação da gaussianidade agregativa realizou-se o teste KS, ao nível de significância de cinco por cento e obteve-se como resultado valor 1 para os dados

apresentados no gráfico de amostragem de 20 minutos e 3 horas. Já para o gráfico correspondente a amostragem de trinta e seis horas obteve-se como resultado zero. Ou seja, é possível concluir que existe gaussianidade agregativa para as ações da PETR4, ao nível de significância de cinco por cento.

Quanto à volatilidade a observação empírica mostra uma longa persistência da função de autocorrelação das volatilidades dos retornos. Após a eliminação dos agrupamentos de volatilidade, a série resultante ainda exhibe caudas gordas, apesar de serem caudas menos pesadas que as apresentadas na distribuição original e apresentar bom ajuste por meio de uma log-normal com a expectativa de convergência lenta para a Gaussiana.

Já a correlação retorno-volatilidade que caracteriza o efeito de alavancagem apresentou valores negativos que decaem a zero com o aumento do intervalo de tempo. Ou seja, existe uma correlação negativa entre o retorno do passado e a volatilidade do futuro.

É possível verificar que os dados gerados pela dinâmica do mercado financeiro apresentam intrigantes regularidades estatísticas. Porém, infelizmente a maioria dos modelos atualmente existentes não reproduz todas estas características estatísticas de uma só vez e de maneira condizente com a realidade.

Mercados financeiros são sistemas extremamente complexos com grande número de unidades interagindo. A natureza dessas interações e especificamente o mecanismo da influência de fatores externos pode variar de mercado para mercado, mas algumas variáveis, geradas por correspondentes processos estocásticos, como valores de índice de mercado, retorno de ações, volume de negociação e número de negociações, mostram comportamento universal.

A complexidade de sistemas financeiros exige o permanente desenvolvimento e avaliação de novos métodos de análise empírica de dados. Tradicionalmente esses métodos foram desenvolvidos em economia e estatística. Recentemente, em econofísica, os métodos de física estatística (incluindo processos estocásticos e dinâmica não-linear) começaram a ser aplicados em estudos de séries temporais financeiras.

Este trabalho abre muitas perspectivas de investigação futura. Dentre elas pode-se citar:

- Saber se uma versão estilizada de um determinado fato empírico é relevante do ponto de vista econômico;
- Esses fatos empíricos são úteis tendo em vista a utilização de um método;
- O conhecimento de um determinado fato estilizado permite utilizar uma estratégia para a medição do risco do mercado financeiro?

11 Referências Bibliográficas

BAK, P.; CHEN, K.; SCHEINKMAN, J. A e WOODFORD, M. Aggregate fluctuations from independent sectoral shocks: self-organized criticality in a model of production and inventory dynamics. **Ricerche Economiche**. v. 47, p. 3-30, 1993.

BIAIS, B.; HILLION, P.; SPATT, C. An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris Bourse, **Journal of Finance**, Paris, p. 1655–1689, 1995.

BLACK, F. Studies of stock price volatility changes. Business and Economic Statistics Section. **Proceedings from the American Statistical Association**, Princeton, v. NJ, p. 177-181, 1976.

BLACK, F; SCHOLES, M. Scholes, The pricing of options and corporate liabilities, **Journal of political economy**, v. 81, n. 3, p. 637, 1973.

BM&FBOVESPA.**Estrutura e Funcionamento**.Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/home.aspx?idioma=pt-br>. Consultado em 08 set. 2010.

BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Modeling and Pricing Long-Memory in Stock Market Volatility, **Journal of Econometrics**. v. 73, p. 151-184, 1996.

BOLLERSLEV, T. Generalized conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-328, 1986.

BOVESPA. Bolsa de Valores de São Paulo: **IBOVESPA**. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/BuscarIndices.aspx?idioma=pt-br>> Consultado em: 17 dez. 2009.

BOUCHAUD, J. P.; POTTERS, M. **Theory of Financial Risk and Derivative Pricing From Statistical Physics to Risk Management**, Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

BROOKS, C.; HINICH, M.J. Bicorrelations and cross-bicorrelations as non-linearity tests and tools for exchange rate forecasting, **Journal of Forecasting**, n. 20, p. 181-196, 2001.

BURROUGH, P. A. **Principles of geographic information systems for land resources assessment**. Oxford: Oxford University Press, 193 p, 1986.

CAMPBELL, D.T.; STANLEY, J.C. **Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa**. São Paulo: EPU/EDUSP, 1979.

CAMPBELL, J.; LO, A. H; MCKINLAY, C. **The Econometrics of Financial Markets**, Princeton: Princeton University Press, 1997.

CHAKRABORTI, A.; TOKE, L. M.; PATRIARCA, M.; ABERGEL, F. **Econophysics: Empirical facts and agent-based models**. [lanl.arXiv.org>q-fin](http://lanl.arXiv.org/q-fin) >arXiv:0909.1974, v1, 2009.

COSTA, T. C. C.; ELPÍDIO, I. F. **Aplicação da geoestatística para seleção de unidades de amostra independentes**. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 2004.

CHRISTODOULAKIS, N., DIMELIS, S., & KOLLINTZAS T. Comparisons of business cycles in the **EC: Idiosyncracies and regularities**. *Economica*, v. 62, p. 1–27, 1995.

CIZEAU, P. et al. Volatility distribution in the S&P500 stock index, **Physica A**, v. 245, p. 441-445, 1997.

CLARK, P. K. A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices. **Econometrica**, v. 41, p. 135-155, 1973.

CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. In the Institute of Physics Publishing. **Quantitative Finance**, v1, p.223-236, 2001.

CONT, R. Volatility Clustering in Financial Markets: Empirical Facts and Agent-Based Models. **In Long Memory in Economics**, Springer Berlin Heidelberg, p. 289-309, 2007.

COSTA, P. H. S.; BAIDYA, T. K. N. Métodos de medição de risco de mercado: um estudo comparativo. **Revista Produção**. n. 3, v. 13, p. 18-33, 2003.

CREPALDI, F. A. **Abordagem de Modelos Baseados em Agentes no Estudo de Séries Temporais Financeiras**: 2007. 118f. Tese (Doutorado em Física). Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista. São Paulo.

CREPALDI, F. A.; FERREIRA, F. F.; Estudo de Fatos Estilizados no Jogo da Minoria. **XXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, Foz do Iguaçu, 2007.

CUTLER, D. M.; PORTEBA, J. M.; SUMMERS, L. What moves stock prices? **J. Portfolio Mangement**, p. 4-12, 1989.

ENGEL, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987-1007, 1982.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **J. Finance**, v. 25, p. 383-417, 1971.

GLERIA, I.; MATSUSHITA, R.; SILVA, S. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 2, p. 99 - 108, 2004

GOODHART, C. E; O'HARA, M. High Frequency Data in Financial Markets: Issues and Applications. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p. 73-114, 1997.

GOPIKRISHNAN, P.; PLEROU, V.; AMARAL, L. A. N.; MEYER, M. e STANLEY, H. E. Scaling of the distribution of financial market indices, **Physical Review E**, v. 60, p. 5305, 1999.

GOPIKRISHNAN, P.; PLEROU, V.; GABAIX, X. e STANLEY, H. E. Statistical properties of share volume traded in financial markets, **Physical Review E**, v. 4, n. 62, 2000. Disponível em: URL<http://link.aps.org/abstract/PRE/v62/pR4493>. Acessado em 01 Fev. 2010.

HABERMAN, T. A. S. S. (Ed.), History of Actuarial Science, Pickering and Chatto, Ch. English translation of: Louis bachelier, Théorie de la sp'eculation, **Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure**, London: Publishers, v. 7, 1995.

ITO, K.; MCKEAN, H. **Diffusion Processes and Their Sample Paths**, Classics in Mathematics, Nova York: Springer, 1996.

KERKINGER, F. N. **Metodologia da pesquisa em ciências sociais: um tratamento conceitual**. São Paulo: EPU, 1980.

KYDLAND, F. E. & PRESCOTT, E. Business cycle: Real facts and monetary myth. Federal Reserve Bank of Minneapolis, **Quarterly Review**, Spring: p. 3-18, 1990.

LUX, T.; MARCHESI, M.; ITALY, G. Volatility clustering in financial markets, **Appl. Finance** 3, p. 675-702, 2000.

MANDELBROT, B. B. **Fractals and Scaling in Finance**, New York: Springer-Verlag, 1997.

MANDELBROT, B. B. The variation of certain speculative prices, **Journal of Business**, v. 36, p. 394-419, 1963.

MANTEGNA, R. N. & STANLEY, H. E. **An Introduction to Econophysics Correlation and Complexity in Finance**, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

MORGAN, J. P. RiskMetrics – **Technical Document**. 4 ed, New York, 1996.

MONTGOMERY, C.D. & RUNGER, G.C. **Estatística Aplicada e Probabilidades para Engenheiros**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editores S.A, 2003.

OSBORNE, M. F. M. Brownian motion in the stock market, **Operations Research** v. 7, n. 2, 1959. Disponível em: URL <http://or.journal.informs.org/cgi/content/abstract/7/2/145>. doi:10.1287/opre.7.2.145, p. 145–173. Acessado em 02 fev. 2010.

PATHRIA, R. K. **Statistical Mechanics**, 2 ed. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1996.

PICTET, O. V.; DACOROGNA, M.; MÜLLER, U. A.; OLSEN, R. B. e WARD, J. R. Statistical study of foreign exchange rates, empirical evidence of a price change scaling law and intraday analysis. **J. Banking Finance**. v. 14, p. 1189–208, 1997.

PLEROU, V.; GOPIKRISHNAN, P.; AMARAL, L. A. N.; STANLEY, H. E.; GABAIX, X. Economic fluctuations and anomalous diffusion, **Phys. Rev. E**, doi:10.1103/PhysRevE.62.R3023, v. 62, n. 3, p. R3023–R3026., 2000.

PRAETZ, P.D. The distribution of share price changes. **Journal of Business**, New York, v. 45, p. 49-55, 1972.

REFENES. A. N.; ALIPPI, C. Currency Exchange Rate Prediction and Neural Network Design Strategies. **Neural Computing and Applications Journal**, London, p. 46 – 58, 1993.

SHLESINGER, M. F.; ZASLAVSKII, G. M.; FRISCH, U. **Lévy Flights and Related Topics in Physics**. New York: Springer-Verlag, 1995.

SILVA, A. C.; YAKOVENKO, V. M.; Stochastic volatility of financial markets as the fluctuating rate of trading: An empirical study. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 382, n. 1, 2007, p. 278 – 285. Disponível em :
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TVGNDMNBH3/2/2db88b37597ea91b42eefcb81a8c48a7>. Acessado em 01 Fev. 2010.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 2 ed. Rio de Janeiro: Macgraw-Hill, 1970.

TAYLOR, S. J. **Asset Price Dynamics, Volatility, and Prediction**. Princeton University. p. 51, 2005.

Anexo A – Programa implementado no MATLAB com o objetivo de selecionar e arquivar em uma única pasta todas as observações referentes a uma única empresa

% Formato Matlab do horario HH:MM:SS convertido para segundos

```
Hora_Abertura = segundos('10:00:00'); % Abertura da bolsa em segundos do Dia;
Hora_Encerramento = segundos('19:30:00'); % Encerrado as operação do dia
```

```
% Sabendo que o MatLab gasta muito tempo alocando Memoria,
% inicialmente definiremos as variaveis
```

```
Erro = false;
```

```
Evento = 0; % Conta a ocorrencia do eventos que sera armazenado no Tab
```

```
Data = 'Tamanho 10';
```

```
Papel = 'Taman ' ; % Tamanho 7. Ex. 'PETR4 '
```

```
Horario = 'Tamanho 15*****';
```

```
Preco = 'Tamanho 19*****';
```

```
Quantidade_Linhas = 5000000; % Fiz essa modificação devido ao erro
```

```
tempo = segundos('00:00:00'); % Esta zerando o contador de tempo em segundos
```

```
primeiro_evento = true; % Primeiro entre todos (all) os arquivos
```

```
Delta_T = 0; % Contem a informação sobre quantos segundos apos o ultimo evento ocorreu o novo evento
```

```
% Matriz onde sera armazenado o tempo que ocorreu o negocio em segundos (Coluna 1) e Preço (Coluna 2)
```

```
Tab = zeros(Quantidade_Linhas,2); %% Criando o Matriz Principal
```

```
disp('Inicialmente Fornecer o nome do PAPEL da Empresa que deseja estudar');
```

```
disp('Este nome e de cinco a sete caracteres'); disp(' ');
```

```
Empresa_Lido = ' ';
```

```
disp('Digite o nome do Papel da empresa S/A a estudar');
```

```
while (Empresa_Lido == ' ') % Apenas uma frescura que nao funciona
```

```
    disp(' ');
```

```
    disp(' Forneça o nome da Empresa');
```

```
    Empresa_Lido = input('Nome do Papel = ','s');
```

```
end; %while
```

```
asc = abs(Empresa_Lido); % Gerando ASC-II
```

```
% Convertendo letras minusculas para maiuscula
```

```
% Procura letras minusculas
```

```
minusculas = find(asc >= 'a' & asc <= 'z');
```

```
% Converte para maiusculas
```

```
Empresa_Lido(minusculas) = setstr(Empresa_Lido(minusculas) - ('a' - 'A'));
```

```
Empresa = Empresa_Lido; % Sera feito um reajuste no nome Empresa
```

```
% Ajustando o nome para sete caracteres
```

```
diferenca = 7 - size(Empresa,2); % Tamanho da coluna. P/ Linha: size(Empresa,1)
```

```
if (diferenca > 0)
```

```
    for i = 1:diferenca
```

```
        Empresa = [Empresa, ' '];
```

```
    end;
```

```
end;
```

```

disp(Empresa); % Informando o Papel na tela
Nome_Arq_Lista = ''; % Usado para armazenar o nome do arquivo contendo lista
% Apenas uma frescura que nao funciona
while (Nome_Arq_Lista == '')
    disp(' Forneça o nome arquivo com LISTA de arquivos Bovespa');
    Nome_Arq_Lista = input('Arquivo = ','s');
end; %while

% Esta parte abre o arquivo com lista de nome dos arquivos Bovespa
Diretorio = pwd;
% Criando o caminho para o arquivo
caminho_lista = strcat(Diretorio, '\', Nome_Arq_Lista, '.txt');
fid = fopen(caminho_lista, 'rb'); % Abrindo o arquivo
arquivo = fgets(fid); % Le primeira linha onde contem nome_arquivo
% Verificando se e ultima linha que deve ser FIM
while ((arquivo(1) ~= 'F') & (arquivo(2) ~= 'T') & (arquivo(3) ~= 'M'))
    % Contador de linhas e reinicializado a cada novo arquivo
    Cont = 0;
    % Sai na Tela o nome do arquivo em estudo
    disp(' '); disp(' ');
    mensagem = [' ***** O nome do Arquivo e = ' arquivo];
    disp(mensagem);
    % Cria o caminho para o arquivo da Bovespa lido do arquivo
    % Direcionando o Arquivo da lista
    nome_arq = strcat(Diretorio, '\', arquivo, '.txt');
    fid2 = fopen(nome_arq, 'rb'); % Abrindo o arquivo da lista
    % Pegando a primeira linha do arquivo da lista
    linha_inicial = fgets(fid2);
    % Recursos do Matlab para montar vetor
    % i = 1:2; RH = linha_inicial(i);
    % i = 4:24; Arquivo = linha_inicial(i);
    i = 25:35; primeiro_dia_mes = linha_inicial(i); % Data no formato AAAA-MM-DD
    i = 36:46; ultimo_dia_mes = linha_inicial(i);
    % Inicializa a leitura do arquivo
    line_aux = fgets(fid2); % Le a linha do arquivo txt
    Fim_Analise = ultimo_dia_mes; % Sera usado no Grafico
    while ((line_aux(1) ~= 'R') & (line_aux(2) ~= 'T'));
        % DE cada linha e extraido a data, papel, preço e horario
        i = 1:10; Data = line_aux(i); % Lendo a Data no formato yyyy-mm-dd
        i = 12:18; Papel = line_aux(i); % Lendo o nome da empresa (Papel)
        i = 33:51; Preco = str2num(line_aux(i));
        % Lendo o preço e convertendo para valor numerico
        i = 72:79; Horario = line_aux(i); % Lendo o horario da negociação no formato hh:mm:ss
        % Caso o Nome da Empresa do arquivo coincidir com nome da empresa a estudar.

        if (Empresa == Papel) % Verificando se ocorreu um evento
            Evento = Evento + 1; % Contando o evento
            % Verificando se nao ocorreu overflow
            if (Evento <= Quantidade_Linhas) % Verificando overflow
                Tab(Evento, 2) = Preco; % Armazenando o Preço na coluna dois
            end
        end
    end
end

```

```

if(primeiro_evento == true)
    Inicio_Analise = primeiro_dia_mes; % Sera usado no Grafico
    Ocorreu_em = segundos(Horario);
    Delta_T = Ocorreu_em - Hora_Abertura; % E necessario para virada do dia ou
mes
    tempo = tempo + Delta_T; % armazena o instante do primeiro evento
    Data_ultimo_evento = Data; % Armazenando a Data do primeiro evento
    Hora_ultimo_evento = Ocorreu_em; % Armazenando instante do primeiro evento
    primeiro_evento = false;
    % if (primeiro_evento == true)
elseif (Data == Data_ultimo_evento) % Verifica se os eventos sao do mesmo dia
    Ocorreu_em = segundos(Horario);
    Delta_T = Ocorreu_em - Hora_ultimo_evento; % Instante do Dia
    tempo = tempo + Delta_T; % Instante do tempo corrido
    Hora_ultimo_evento = Ocorreu_em; % Atualiza o ultimo evento
else
    % Como as datas sao diferentes, ultimo evento ocorreu
    % no dias passadas. Portanto, temos o tempo
    % remanescente deste dia
    Delta_T = (Hora_Encerramento - Hora_ultimo_evento); % Correspondente do
dia anterior
    Ocorreu_em = segundos(Horario); % Atualizando para instante do novo dia
    Delta_T = Delta_T + Ocorreu_em - Hora_Abertura; % Parte de Ontem + Parte de
Hoje
    tempo = tempo + Delta_T;
    Data_ultimo_evento = Data;
    Hora_ultimo_evento = Ocorreu_em;
end; % if (primeiro_evento == true)
Tab(Evento,1) = tempo;

else % if (Evento <= Quantidade_Linhas)
    Erro = true;
    disp('Excedeu o tamanho da matriz: ERRO');
    break;
end; %if (Evento <= Quantidade_Linhas)
end; % if (Empresa == Papel)
% Pegando a Proxima linha do arquivo
line_aux = fgets(fid2);
Cont = Cont + 1; % Conta o numero de linhas do arquivo
% Informacoes da execucao na tela
if ((rem(Cont,50000) == 0) | (Cont == 1))
    beep
    mensagem = ['Contador das linhas do arquivo = ', num2str(Cont)];
    disp(mensagem);
    mensagem = ['Linha da Matriz = ', num2str(Evento)];
    disp(mensagem);
end; % if (rem(Evento,50000) == 0) % Na Tela

end; % while ((line_aux(1) ~= 'R') & (line_aux(2) ~= 'T'));
% Pega o nome do arquivo (linha) seguinte.

```

```

    arquivo = fgets(fid);
end; % while ((arquivo(1) ~= 'F') & (arquivo(2) ~= 'T') & (arquivo(3) ~= 'M'))
disp(' Tamanho da Matriz = '); disp(Evento);
% Eliminando as linhas com zeros
Tab = Tab(1:Evento, :);
% save Tab; Nao vai salvar no formato Tab

Titulo = strcat(Empresa, ' - Inicio: ',Inicio_Analise, ' Fim: ', Fim_Analise)
Nome_Arquivo = strcat(Empresa_Lido,Inicio_Analise, Fim_Analise)
% Salvando a Mat no arquivo 'Empresa'.mat (Depende do papel)
save(Nome_Arquivo);

% Plota Grafico do Tab
plot(Tab(:,1),Tab(:,2),'r');
title(Titulo);
xlabel('Tempo em Segundos');
ylabel('Preço');

%%%%%% Fim

```

Anexo B – Programa implementado no MATLAB com o objetivo de selecionar e arquivar, a partir da pasta gerada pelo programa contido no anexo A, em uma única pasta as observações a partir de um intervalo de tempo determinado fornecendo também o retorno dos dados.

```

disp(' '); disp(' ');
disp('1 - Forneça o nome do arquivo com TABELA');
Arquivo = input('Nome do Arquivo = ','s');
disp(' '); disp(' '); disp(' ');
disp('2 - Forneça o intervalo de tempo para Amostragem');
Temp_Amost = input(' Delta_T = ');
load(Arquivo);
format long
Linha = 1;
Cont_Evento = 1;
Compacto = zeros(Evento, 4);
Compacto(Linha,1) = Tab(Cont_Evento,1); % Primeira linha sao iguais
% Compacto(Linha,1)
Compacto(Linha,2) = Tab(Cont_Evento,2);
Compacto(Linha,3) = log(Tab(Cont_Evento,2));
Tempo = Tab(Cont_Evento,1) + Temp_Amost

while (Cont_Evento < Evento)
    Cont_Evento = Cont_Evento + 1;
    while (Tab(Cont_Evento, 1) >= Tempo)
        Linha = Linha + 1;
        Compacto(Linha, 1) = Tempo;
        Compacto(Linha, 2) = Tab(Cont_Evento, 2); % Preço
        Compacto(Linha, 3) = log(Tab(Cont_Evento, 2)); % Calcura o logaritmo do Preço
    end
end

```

```

        Tempo = Tempo + Temp_Amost;
    end; % (Tab(Cont_Evento, 1) >= Tempo)
end; % while ((fim == false) & (Cont_Evento < Evento))
i=2:Linha; Compacto(i, 4) = Compacto(i,3) - Compacto(i-1,3);
Compacto = Compacto(1:Linha, :); %Elimina linhas com zeros
Fl_Titulo = strcat('Filtrado: ',Empresa, ' - Inicio: ',Inicio_Analise, ' Fim: ', Fim_Analise)
Nome_Arquivo = strcat('Fl_',Empresa_Lido,Inicio_Analise, Fim_Analise);
save(Nome_Arquivo);

%%%%%% Fim

```