

RAFAEL OKUMA

O diferencial do origami em sala de aula: uma possibilidade de
ensino para o ensino fundamental

Rafael Okuma

O diferencial do origami em sala de aula: uma possibilidade de
ensino para o ensino fundamental

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Ana Paula Chiaradia

	Okuma, Rafael
O41d	O Diferencial do origami em sala de aula: uma possibilidade de ensino para o ensino fundamental / Rafael Okuma – Guaratinguetá, 2018.
	97 f. : il.
	Bibliografia: f. 82-84
	Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática –
	Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de
	Guaratinguetá, 2018.
	Orientadora: Profª Drª Ana Paula Marins Chiaradia
	1. Origami. 2. Geometria. 3. Ensino fundamental. 4. Trabalhos em
	papel. I. Título.
	CDU 514

RAFAEL OKUMA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

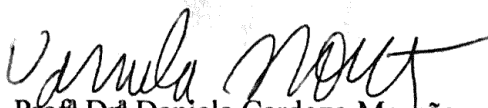


Prof.^a Dr.^a Vivian Martins Gomes
Coordenadora

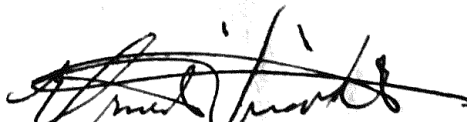
BANCA EXAMINADORA:



Prof.^a Dr.^a ANA PAULA MARINS CHIARADÍA
Orientadora/UNESP-FEG



Prof.^a Dr.^a Daniela Cardozo Mourão
UNESP-FEG



Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
UNESP-FEG

Dezembro de 2018

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar atividades lúdicas que envolvessem o Origami e Educação Matemática, para isto foi feito um estudo exploratório a respeito, pois assim familiarizaria com os dois temas (Origami e Educação Matemática). Além de explorar os temas, foram analisados trabalhos que contêm atividades com a dobradura e Matemática, porém, além de identificar as atividades foram utilizadas as habilidades da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para justificar o uso do Origami para o Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento das atividades, foram estudados os Axiomas da dobradura que são fundamentais para realização de qualquer dobra. Ao final do cruzamento de informações entre as habilidades da BNCC e as atividades com Origami, obteve-se um resultado satisfatório, já que foram abordadas diversas das habilidades com a dobradura.

PALAVRA CHAVE: Origami. Geometria. Ensino fundamental. Base nacional comum curricular.

ABSTRACT

The purpose of this work is to present the activities that involve Origami and Mathematics Education, so that an exploratory study about the subject can be done, because this way it is familiar with the two themes (Origami and Mathematics Education). In addition, the works were published with the help of Mathematics, however, in addition to using the activities as BNCC activities to justify the use of Origami for Elementary School. To the development of activities, they were studied the Axioms of the development which are important to realize to any doubles. The end of the information cross between BNCC and Origami activities has a satisfactory result, since the different abilities with the folding were approached.

KEYWORD: Origami. Geometry. Elementary school. National common curricular base.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Axioma 1.....	19
Figura 2: Axioma 2.....	19
Figura 3: Axioma 3.....	20
Figura 4: Axioma 4.....	20
Figura 5: Axioma 5.....	20
Figura 6: Axioma 6.....	21
Figura 7: Axioma 7.....	21
Figura 8: Paralela e perpendicular - Passo 1.....	26
Figura 9: Paralela e perpendicular - Passo 2.....	27
Figura 10: Paralela e perpendicular	27
Figura 11: Ponto médio e mediatriz - Passo 1	28
Figura 12: Ponto médio e mediatriz	28
Figura 13: Opostos pelo vértice e bissetriz - Passo 1 e 2	29
Figura 14: Opostos pelo vértice e bissetriz.....	29
Figura 15: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 1.....	30
Figura 16: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 2.....	30
Figura 17: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 3.....	31
Figura 18: Triângulo equilátero - Passo 1	32
Figura 19: Triângulo equilátero - Passo 2	32
Figura 20: Triângulo equilátero - Passo 3	33
Figura 21: Triângulo equilátero.....	33
Figura 22: Triângulo isósceles - Passo 1	34
Figura 23: Triângulo isósceles.....	34
Figura 24: Triângulo isósceles.....	35
Figura 25: Quadrado - Passo 1	36
Figura 26: Quadrado - Passo 2	36
Figura 27: Quadrado - Passo 3	36
Figura 28: Quadrado - Passo 4	37
Figura 29: Quadrado.....	37
Figura 30: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 1.....	38
Figura 31: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 2.....	38
Figura 32: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 3.....	39

Figura 33: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 4.....	39
Figura 34: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 5.....	39
Figura 35: Quadrado com a metade de área de outro quadrado	40
Figura 36: Quadratura do retângulo - Passo 1	41
Figura 37: Quadratura do retângulo - Passo 2	41
Figura 38: Quadratura do retângulo - Passo 3	42
Figura 39: Quadratura do retângulo - Passo 4	42
Figura 40: Quadratura do retângulo - Passo 5	43
Figura 41: Quadratura do retângulo - Passo 6	43
Figura 42: Quadratura do retângulo - Passo 7	44
Figura 43: Quadratura do retângulo - Passo 8	44
Figura 44: Quadratura do retângulo - Passo 9	45
Figura 45: Quadratura do retângulo - Passo 10	45
Figura 46: Quadratura do retângulo - Passo 11	46
Figura 47: Quadratura do retângulo - Passo 12	46
Figura 48: Quadratura do retângulo	47
Figura 49: Pentágono regular - Passo 1	47
Figura 50: Pentágono regular - Passo 2	48
Figura 51: Pentágono regular - Passo 3	48
Figura 52: Pentágono regular - Passo 4	49
Figura 53: Pentágono regular - Passo 5	49
Figura 54: Pentágono regular - Passo 6	50
Figura 55: Pentágono regular - Passo 7	50
Figura 56: Pentágono regular - Passo 8	51
Figura 57: Pentágono regular - Passo 9	51
Figura 58: Pentágono regular - Passo 10	52
Figura 59: Pentágono regular - Passo 11	52
Figura 60: Pentágono regular - Passo 12	53
Figura 61: Pentágono regular - Passo 13	53
Figura 62: Pentágono regular	54
Figura 63: Hexágono regular - Passo 1	54
Figura 64: Hexágono regular - Passo 2	55
Figura 65: Hexágono regular - Passo 3	55
Figura 66: Hexágono regular - Passo 4	56

Figura 67: Hexágono regular - Passo 5	56
Figura 68: Hexágono regular - Passo 6	57
Figura 69: Hexágono regular - Passo 7	57
Figura 70: Hexágono regular - Passo 8	58
Figura 71: Hexágono regular - Passo 9	58
Figura 72: Hexágono regular - Passo 10	59
Figura 73: Hexágono regular - Passo 11	59
Figura 74: Hexágono regular.....	59
Figura 75: Octógono regular - Passo 1	60
Figura 76: Octógono regular - Passo 2	61
Figura 77: Octógono regular - Passo 3	61
Figura 78: Octógono regular - Passo 4	62
Figura 79: Octógono regular - Passo 5	62
Figura 80: Octógono regular - Passo 6	63
Figura 81: Octógono regular - Passo 7	63
Figura 82: Octógono regular - Passo 8	64
Figura 83: Octógono regular - Passo 9	64
Figura 84: Octógono regular - Passo 10	65
Figura 85: Octógono regular.....	65
Figura 86: Módulo A - Passo 1.....	66
Figura 87: Módulo A - Passo 2.....	67
Figura 88: Módulo A - Passo 3.....	67
Figura 89: Módulo A - Passo 4.....	68
Figura 90: Módulo A - Passo 5.....	68
Figura 91: Módulo A - Passo 6.....	68
Figura 92: Módulo A - Passo 7.....	69
Figura 93: Módulo A - Passo 8.....	69
Figura 94: Módulo A - Passo 9.....	70
Figura 95: Módulo A - Passo 10.....	70
Figura 96: Módulo A - Passo 11.....	71
Figura 97: Módulo A - Passo 12.....	71
Figura 98: Módulo A - Passo 13.....	72
Figura 99: Módulo A - Passo 14.....	72
Figura 100: Módulo A - Passo 15.....	73

Figura 101: Módulo A - Passo 16.....	73
Figura 102: Módulo A - Passo 17.....	74
Figura 103: Módulo A - Passo 18.....	74
Figura 104: Módulo A - Passo 19.....	75
Figura 105: Módulo A - Passo 20.....	75
Figura 106: Módulo A - Passo 21.....	76
Figura 107: Módulo A	76
Figura 108: Módulo B - Passo 1.....	77
Figura 109: Módulo B - Passo 2.....	77
Figura 110: Módulo B - Passo 3.....	78
Figura 111: Módulo B - Passo 4.....	78
Figura 112: Módulo B - Passo 5.....	79
Figura 113: Módulo B - Passo 6.....	79
Figura 114: Módulo B - Passo 7.....	80
Figura 115: Módulo B - Passo 8.....	80
Figura 116: Módulo B - Passo 9.....	80
Figura 117: Módulo B	81
Figura 118: Módulo A na esquerda e Módulo B na direita	81
Figura 119: Módulo A e B unidos	82
Figura 120: Planificação do tetraedro.....	82
Figura 121: Planificação do tetraedro com os encaixes dos módulos B	83
Figura 122: Tetraedro	83
Figura 123: Planificação do octaedro	84
Figura 124: Planificação do octaedro com os encaixes dos módulos B.....	84
Figura 125: Octaedro.....	84
Figura 126: Planificação do icosaedro.....	85
Figura 127: Planificação do icosaedro com os encaixes dos módulos B	86
Figura 128: Icosaedro	86
Figura 129: Módulo do hexaedro – Passo 1	87
Figura 130: Módulo do hexaedro – Passo 2	87
Figura 131: Módulo do hexaedro – Passo 3	88
Figura 132: Módulo do hexaedro – Passo 4	88
Figura 133: Módulo do hexaedro – Passo 5	89
Figura 134: Módulo do hexaedro – Passo 6	89

Figura 135: Módulo do hexaedro – Passo 7	90
Figura 136: Módulo do hexaedro – Passo 8	90
Figura 137: Módulo do hexaedro – Passo 9	91
Figura 138: Módulo do hexaedro – Passo 10	91
Figura 139: Módulo do hexaedro – Passo 11	92
Figura 140: Módulo do hexaedro – Passo 12	92
Figura 141: Módulo do hexaedro – Passo 13	93
Figura 142: Módulo do hexaedro – Passo 14	93
Figura 143: Módulo do hexaedro – Passo 15	94
Figura 144: Módulo do hexaedro – Passo 16	94
Figura 145: Módulo do hexaedro – Passo 17	94
Figura 146: Módulo do hexaedro – Passo 18	95
Figura 147: Módulo do hexaedro	95
Figura 148: Planificação do hexaedro com as abas que os une.....	96
Figura 149: Planificação do hexaedro	96
Figura 150: Hexaedro	96
Figura 151: Módulo do dodecaedro – Passo 1	97
Figura 152: Módulo do dodecaedro – Passo 2	97
Figura 153: Módulo do dodecaedro – Passo 3	98
Figura 154: Módulo do dodecaedro – Passo 4	98
Figura 155: Módulo do dodecaedro – Passo 5	99
Figura 156: Módulo do dodecaedro – Passo 6	99
Figura 157: Módulo do dodecaedro – Passo 7	100
Figura 158: Módulo do dodecaedro – Passo 8	100
Figura 159: Módulo do dodecaedro – Passo 9	100
Figura 160: Módulo do dodecaedro – Passo 10	101
Figura 161: Módulo do dodecaedro – Passo 11	101
Figura 162: Módulo do dodecaedro – Passo 12	102
Figura 163: Módulo do dodecaedro – Passo 13	102
Figura 164: Módulo do dodecaedro – Passo 14	103
Figura 165: Módulo do dodecaedro – Passo 15	103
Figura 166: Módulo do dodecaedro	104
Figura 167: Planificação do dodecaedro	104
Figura 168: Dodecaedro	105

Figura 169: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 1	106
Figura 170: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 2	106
Figura 171: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 3	107
Figura 172: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 4	107
Figura 173: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 5	108
Figura 174: Dividindo em 3 partes iguais	108
Figura 175: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 1	109
Figura 176: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 2	109
Figura 177: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 3	110
Figura 178: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 4	110
Figura 179: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 5	111
Figura 180: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 6	111
Figura 181: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 7	112
Figura 182: Dividindo em 5 partes iguais	112

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	OBJETIVO	13
1.2	JUSTIFICATIVA	14
1.3	DESCRIÇÃO DO TRABALHO	14
2	METODOLOGIA DE PESQUISA	15
2.1	O QUE SE ENTENDE POR PESQUISA	15
2.2	PESQUISA QUALITATIVA	15
2.3	PESQUISA EXPLORATÓRIA.....	16
2.4	COMO FOI DESENVOLVIDA A PESQUISA.....	16
3	REVISÃO DA LITERATURA.....	17
4	GEOMETRIA DO ORIGAMI	19
5	HABILIDADES DA BNCC	22
6	ATIVIDADES COM ORIGAMI.....	26
6.1	ATIVIDADE ENVOLVENDO RETAS PARALELAS E PERPENDICULARES	26
6.2	ATIVIDADE ENVOLVENDO PONTO MÉDIO E MEDIATRIZ	27
6.3	ATIVIDADE ENVOLVENDO ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE E BISSETRIZ.....	28
6.4	ATIVIDADE ENVOLVENDO A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO	30
6.5	ATIVIDADE ENVOLVENDO POLÍGONOS.	31
6.5.1	Atividade envolvendo a construção do triângulo equilátero.	31
6.5.2	Atividade envolvendo a construção do triângulo isósceles.	33
6.5.3	Atividade envolvendo a construção do quadrado com a metade da área de outro quadrado.....	35
6.5.4	Atividade envolvendo a construção da quadratura do Retângulo.....	40
6.5.5	Atividade envolvendo a construção do pentágono regular.	47
6.5.6	Atividade envolvendo a construção do hexágono regular.....	54
6.5.7	Atividade envolvendo a construção do octógono regular.	60
6.6	ATIVIDADE ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DE ALGUNS POLIEDROS.	65
6.6.1	Atividade envolvendo a construção dos módulos triangulares.....	65
6.6.2	Atividade envolvendo a construção do hexaedro.....	86
6.6.3	Atividade envolvendo a construção do dodecaedro.....	97

6.7	DIVIDINDO UM QUADRADO EM 3 E 5 PARTES IGUAIS.....	105
6.7.1	Dividindo em 3 partes iguais.....	105
6.7.2	Dividindo em 5 partes iguais.....	108
	CONCLUSÃO	113
	REFERÊNCIAS.....	114

1. INTRODUÇÃO

A arte de dobrar papel, também conhecida como Origami, traz uma geometria subjacente a ela de tal modo que, com ela é possível explorar conteúdos geométricos em sala de aula. Trata-se de um trabalho que valoriza o lúdico e desenvolve habilidades de coordenação motora dos alunos. Por conta disto a dobradura se torna uma tecnologia de ensino.

Segundo Faria (2004, p.2), os “recursos tecnológicos facilitam a passagem do modelo mecanicista para uma educação sociointeracionista”. Ou seja, a utilização da tecnologia colabora para uma mudança de postura de ensino que favoreça a interação entre professor e aluno. A partir do Origami, serão exploradas atividades lúdicas, envolvendo coordenação motora e raciocínio lógico durante suas resoluções, contribuindo assim para uma melhor visualização do aluno possibilitando um melhor desempenho nas aulas de Matemática.

Como uma ferramenta de ensino, segundo Bettin e Pretto (2017), o uso do Origami deu a possibilidade de interdisciplinar conteúdos como História, Artes e Matemática, além de ter a interação entre os alunos durante a atividade. O trabalho do autor foi realizada para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental (EF), que estes trocaram informações entre si de como dobrar o *Tsuru* (Grou), o que fez resultar numa maior autonomia e autoestima dos alunos, citando Lopes (2001) para justificar a importância do trabalho: “o desenvolvimento da autonomia na criança é aspecto fundamental para a maturidade emocional e o equilíbrio entre o psíquico e o mental” (2001 apud BETTIN e PRETTO, 2017, p. 9).

Ainda na ferramenta de ensino, Rancan e Giraffa (2012) afirmam:

“No processo de construção e de desconstrução de um Origami, são desenvolvidos aspectos como a observação, o raciocínio, a lógica, a visão espacial e artística, a perseverança, a paciência e a criatividade. Ao analisar os passos de construção de um Origami, percebe-se que diversas dobraduras foram utilizadas para se chegar ao resultado. Quando se observa mais atentamente os passos utilizados e suas combinações, verifica-se que novos padrões foram gerados. Definições como plano, ponto, retas paralelas, retas concorrentes, bissetriz, diagonal, etc. podem ser compreendidas por meio da visualização dos ângulos e das linhas vincadas no papel.” (RANCAN e GIRAFFA, 2012, p.2)

1.1. OBJETIVO

O objetivo do trabalho é apresentar as possibilidades de se trabalhar Origami como recurso de ensino e objeto de aprendizagem de Geometria e Álgebra. Para tanto, serão analisadas dez obras, além de reunir conclusões de alguns autores que abordaram esta

atividade no Ensino Fundamental. Construindo assim uma sequência de atividades didáticas para alunos do Ensino Fundamental, busca-se reforçar sua relevância para o ensino de Matemática relacionando com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

1.2 JUSTIFICATIVA

O Origami como recurso é pouco conhecido entre os professores de Matemática. Assim, este trabalho contribuirá para divulgar essa possibilidade na sala de aula, considerando que o Origami não requer de muito investimento. O Origami, além de auxiliar na coordenação motora e no desenvolvimento da habilidade de visualização de figuras permite explorar conteúdos geométricos tornando-se um atrativo para os alunos, despertando-lhes o interesse pelo conteúdo.

Dias (2015) destaca a importância do Origami:

“De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, desenvolvendo um trabalho de construção das formas, o aluno reconhecerá com maior propriedade tanto as figuras bidimensionais, quanto as tridimensionais. Nesse contexto, o trabalho com dobraduras, recortes e encaixes é fundamental para efetivar tais construções.” (DIAS, 2015, p. 55).

1.3 DESCRIÇÃO DO TRABALHO

Além de buscar a importância do Origami em alguns trabalhos, foi analisada as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as atividades de Origami. Para a escolha das atividades foi condicionada que as atividades tivessem no mínimo duas habilidades que correspondesse. Feito isto, retirou-se 16 atividades que podem ser trabalhadas na sala de aula e que possuem ao menos duas características das habilidades da BNCC, variando de duas a onze habilidades para cada dobradura selecionada.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo será apresentado o que é uma pesquisa e como esse sentido de pesquisa ajudará neste presente trabalho de conclusão de curso, podendo compreender a escolha da metodologia diante do objetivo do trabalho. Além de apresentar brevemente o que é o estudo exploratório e como foi feita a pesquisa.

2.1 O QUE SE ENTENDE POR PESQUISA

A pesquisa, segundo Bicudo (2012), é buscar inúmeras respostas que satisfaçam o objetivo/pergunta norteadora do trabalho. Para isto, existem dois caminhos para o desenvolvimento de uma pesquisa, um caminho onde se quantifica e em seguida são analisados os dados obtidos que se dá a pesquisa quantitativa, outro caminho onde se busca definir a qualidade dos dados para obter a resposta da pesquisa, ou seja, a pesquisa qualitativa.

Como o objetivo é analisar trabalhos que abordam Educação Matemática e Origami, foi escolhida a pesquisa qualitativa, onde dá espaço para um estudo exploratório sobre essas duas temáticas.

2.2 PESQUISA QUALITATIVA

A pesquisa se tem o início com a indagação, pois, segundo Bicudo (2005), a pergunta expressa a intenção de uma busca para os fins da interrogação ou do problema que é proposto no trabalho com abordagem qualitativa. A indagação, pergunta ou problema tem o objetivo de mostrar o que o pesquisador quer saber ou descobrir, conforme descreve Bicudo (2005).

Dito isto, falta entender o termo qualitativo. Este termo “implica uma partilha densa com pessoas” (CHIZZOTTI, 2003, p. 221), ou seja, o termo indica que a uma interpretação do que se está investigando na pesquisa é feita baseada nas pessoas que com ela estão envolvidas. Além disso, indica que o objeto de estudo não pode ser medido ou quantificado, logo deve se fazer uma análise de suas qualidades. Lüdke e André (1986) caracterizam a pesquisa qualitativa segundo alguns aspectos:

1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. /.../
2. Os dados coletados são predominantemente descritivos. /.../
3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. /.../
4. O 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. /.../
5. A análise dos dados

tende a seguir um processo indutivo. Os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p.11-13).

Na pesquisa qualitativa, existem duas posturas para o pesquisador: aquela que assume o par objeto/observado e a que considera o par fenômeno/percebido. Segundo Bicudo (2012), o par objeto/observado consiste em observar a qualidade do objeto e interpretar com teorias “em que a definição está contextualizada” (BICUDO, 2012, p. 18), o par fenômeno/percebido “caracteriza a concepção fenomenológica de realidade e de conhecimento e solicita que a descrição e o que expressa sejam analisadas e interpretadas, atentando-se para a ambiguidade própria da linguagem, dada a densidade de sentidos que ela transporta” (BICUDO, 2012, p. 18).

2.3 PESQUISA EXPLORATÓRIA

A abordagem usada é a pesquisa exploratória, diferente do levantamento bibliográfico, a pesquisa exploratória não possui uma característica muito aprofundada como do levantamento bibliográfico, pois o estudo exploratório é voltado para pesquisadores que tem interesse em determinado assunto que não possuem familiaridade (1986 apud PIOVESAN e TEMPORINI, 1995, p. 2).

2.4 COMO FOI DESENVOLVIDA A PESQUISA

Para a pesquisa exploratória, foram selecionados 10 trabalhos, onde foram verificados seus temas, público alvo e as atividades com o Origami. Com isto, foi observada repetidas atividades entre os trabalhos, onde foram cruzadas as informações e selecionadas as atividades que eram nítidas o passo a passo e sua objetividade. Em outras palavras, foi destacada as atividades que possuíam um impacto significativo com a matéria dada em sala de aula.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Cavacami e Furuya (2008) introduzem os Axiomas do Origami (Huzita-Hatori) e apresentam dez atividades que correlacionam com a Matemática, para cada atividade os autores demonstram matematicamente, provando assim a Matemática por trás das atividades.

O trabalho de mestrado de Monteiro (2008) apresentou um estudo sobre os Axiomas de Huzita-hatori, descrevendo cada Axioma e suas principais consequências, como a resolução de equação quadrática e cúbica, e a prova de que a lista dos seus Axiomas é completa. Mostrou também a relação de três teoremas (soma dos ângulos internos de um triângulo, Pitágoras e Haga) e suas demonstrações com o uso da dobradura. Além de comparar em seu trabalho as diversas geometrias com a geometria do Origami e ensinar algumas dobraduras geométricas.

O roteiro de Carneiro e Spira (2010) teve como foco elaborar atividades matemáticas que envolviam dobraduras, de forma que as atividades fossem a chave para os alunos interagirem entre si. Para cada atividade, os autores discutem a matemática por trás das atividades, dentre as atividades são: construção da reta perpendicular, mediatriz, bissetriz, altura e ortocentro de um triângulo, triângulo equilátero, razão Áurea, pentágono regular, trissecção de um ângulo.

Leroy (2010) abordou o tema de sua monografia em três capítulos: o primeiro capítulo abordando as construções básicas da geometria; seu segundo capítulo sobre propriedades, características e tipos de triângulos; em seu último capítulo abrange atividades mais complexas entre Origami e Matemática. O autor dividiu cada capítulo em oficinas, descrevendo os materiais necessários, objetivos, pré-requisitos e seus procedimentos.

Rancan e Giraffa (2012) buscaram a importância da dobradura para a construção dos cinco poliedros de Platão com os alunos do curso de Licenciatura em Matemática, objetivando uma troca de experiências para o ensino do 8º ano. Para a análise dos resultados aplicaram a oficina para alunos da Licenciatura em Matemática e colheram os relatos destes alunos, assim os autores concluíram que “o uso de técnicas de dobraduras como instrumento pedagógico é bem-sucedido no que tange ao ensino de Geometria” (RANCAN e GIRAFFA, 2012, p. 11).

Quanto a dissertação de Frolini (2014), ela buscou em seu trabalho meios para se ensinar Geometria com Origami. Durante este processo, teve dificuldades em abordar o Origami em sala de aula diante a Tecnologia Digital, já que os sujeitos da sua pesquisa possuíam um maior interesse na Tecnologia Digital.

Dias (2015) apresenta também em sua dissertação atividades com Origami, seu diferencial foi que utilizou os Axiomas de Huzita-Hatori para desenvolver conceitos básicos da Geometria, além de ensinar construções de polígonos e poliedros.

Menezes e Silva (2015) descreveram os Axiomas de Huzita-hatori e 25 atividades com Origami que têm relação com Matemática, dentre elas as “Construções Primitivas” (MENEZES e SILVA, 2015, p. 514) que permite trabalhar com conceitos básicos da geometria, como reta, retas perpendiculares, ponto médio e a congruência de ângulos opostos pelo vértice; triângulos, tanto equilátero quanto o isósceles, os pontos notáveis dele e a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo; construção do pentágono e do hexágono regulares; “Quadrado Inscrito em outro Quadrado”; divisão de um segmento em 2 e 3 partes iguais; teorema de Pitágoras; a resolução do problema da duplicação do cubo e da trisseccção de um ângulo.

No trabalho de Bettin e Pretto (2017) deu a possibilidade de interdisciplinar conteúdos como História, Artes e Matemática, além de ter a interação entre os alunos durante a atividade. O trabalho dos autores foi realizado para os alunos do 7º ano, que estes trocaram informações entre si de como dobrar o Tsuru (Grou), o que fez resultar numa maior autonomia e autoestima dos alunos, citando Lopes (2001) para justificar a importância do trabalho: “o desenvolvimento da autonomia na criança é aspecto fundamental para a maturidade emocional e o equilíbrio entre o psíquico e o mental” (LOPES, 2001, p.41).

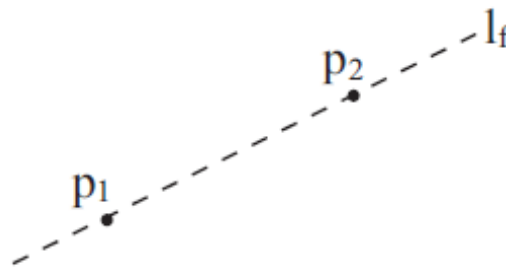
Tridapalli (2017) focou os poliedros de Platão. Para isto ela definiu os conceitos de poliedros, poliedros regulares, poliedros convexos e os poliedros de Platão, em seguida ensina os origamis que constroem os poliedros de Platão. No término do seu trabalho, ela dá sugestões de práticas de ensino com os origamis.

4 GEOMETRIA DO ORIGAMI

Neste capítulo é apresentado os sete Axiomas da geometria da dobradura, nas quais são dobras únicas e fundamentais para determinados pontos e retas dadas. Foram desenvolvidos por Humiaki Huzita e Hoshiro Hatori, conhecido também como os Axiomas de Huzita-Hatori (LANG, 2003, p.42-45):

Axioma 1: Dados dois pontos P_1 e P_2 , existe uma única dobra que intercepta os dois pontos (Figura 1).

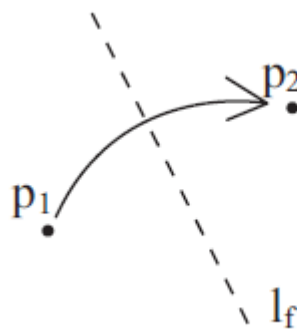
Figura 1: Axioma 1



Fonte: Lang (2003).

Axioma 2: Dados dois pontos P_1 e P_2 , existe uma única dobra em que P_1 sobrepõe P_2 .

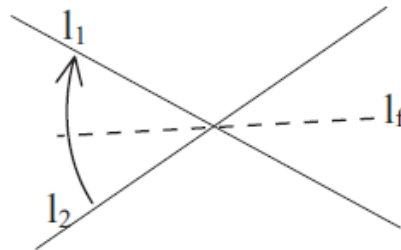
Figura 2: Axioma 2



Fonte: Lang (2003).

Axioma 3: Dadas duas retas l_1 e l_2 , existe uma única dobra em que l_1 sobrepõe l_2 .

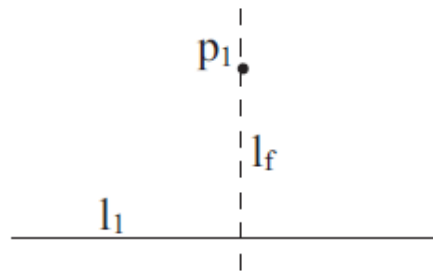
Figura 3: Axioma 3



Fonte: Lang (2003).

Axioma 4: Dados um ponto P e uma reta l_1 , existe uma única dobra perpendicular a l_1 que encontra P .

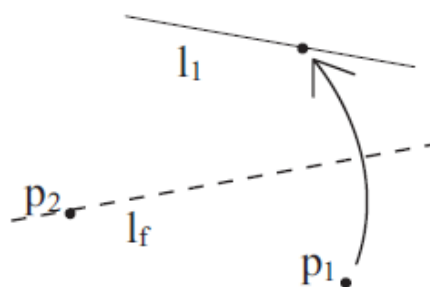
Figura 4: Axioma 4



Fonte: Lang (2003).

Axioma 5: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e uma reta, l_1 , na condição que a distância entre P_1 e P_2 seja maior ou igual a menor distância de P_2 e l_1 , existe uma dobra que faz P_1 sobrepôr a l_1 de forma que a dobra intercepte P_2 .

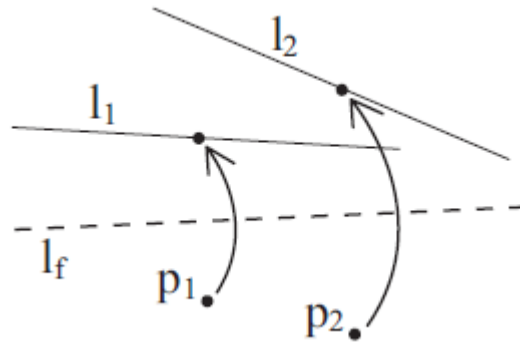
Figura 5: Axioma 5



Fonte: Lang (2003).

Axioma 6: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e duas retas, l_1 e l_2 , na condição que l_1 e l_2 não sejam paralelas entre si, existem dobras que sobrepõe P_1 em l_1 e P_2 em l_2 ao mesmo tempo.

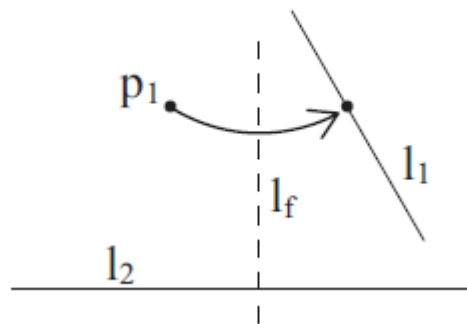
Figura 6: Axioma 6



Fonte: Lang (2003).

Axioma 7: Dados um ponto, P_1 , e duas retas, l_1 e l_2 , na condição que l_1 e l_2 não sejam paralelas entre si, existe uma única dobra perpendicular a l_2 que sobrepõe P_1 em l_1 .

Figura 7: Axioma 7



Fonte: Lang (2003).

5 HABILIDADES DA BNCC

Base Nacional Comum Curricular (BNCC) visa padronizar as “aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2014, p.9).

A seguir estão listadas as habilidades que o Origami colabora para desenvolver. A sigla representa o Ano/Faixa e habilidade, por exemplo: EF02MA15 representa a habilidade 15 de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental.

Tabela 1 – Habilidades e suas unidades temáticas e respectivos anos.

(continua)

Ano/ Faixa	Unidades Temáticas	Habilidades
2º	Geometria	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
3º	Geometria	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.
3º	Geometria	(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
3º	Geometria	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
4º	Geometria	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
4º	Geometria	(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.

Tabela 1 – Habilidades e suas unidades temáticas e respectivos anos.
(continuação)

Ano/ Faixa	Unidades Temáticas	Habilidades
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
5º	Números	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
5º	Geometria	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
5º	Geometria	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
5º	Grandezas e medidas	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
6º	Geometria	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
6º	Geometria	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
6º	Geometria	(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

Tabela 1 – Habilidades e suas unidades temáticas e respectivos anos.
(continuação)

Ano/ Faixa	Unidades Temáticas	Habilidades
6º	Geometria	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
6º	Geometria	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
7º	Geometria	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
7º	Geometria	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
8º	Geometria	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
8º	Geometria	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Tabela 1 – Habilidades e suas unidades temáticas e respectivos anos.
(conclusão)

Ano/ Faixa	Unidades Temáticas	Habilidades
8º	Geometria	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
8º	Geometria	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
9º	Geometria	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: Brasil (2014).

6 ATIVIDADES COM ORIGAMI

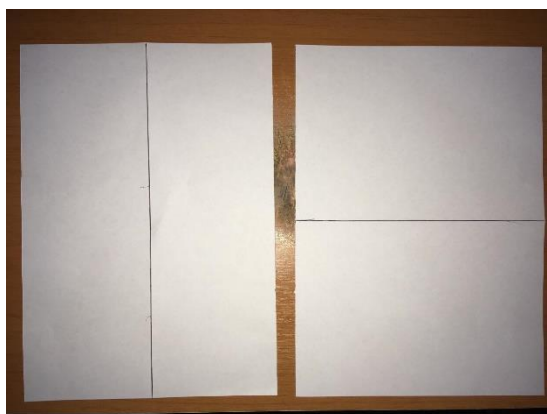
As atividades a seguir tem como propósito introduzir os conteúdos matemáticos para diferentes níveis do Ensino Fundamental e instigar os alunos a melhor visualizar alguns conceitos geométricos e algébricos.

6.1 ATIVIDADE ENVOLVENDO RETAS PARALELAS E PERPENDICULARES

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Leroy (2010), Carneiro e Spira (2010), Frolini (2014), Dias (2015) e Menezes e Silva (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 4º, 6º, 7º, 8º e 9º anos. Sendo abordadas as habilidades EF04MA18, EF06MA22, EF06MA27, EF07MA23, EF08MA15 e EF09MA10.

Com uma folha de papel sulfite A4, proponha para os alunos fazerem uma dobra na horizontal ou na vertical e depois desdobre, como na Figura 8. Juntamente com os alunos, faça uma observação sobre o vinco na folha, relacionando com uma reta.

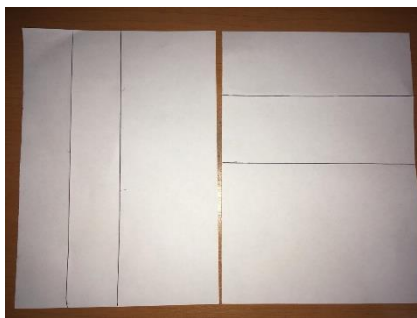
Figura 8: Paralela e perpendicular - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Em seguida, com lado paralelo ao vinco anterior, dobre-a de forma que o lado sobreponha ao vinco, Figura 9. Após a dobragem, novamente com os alunos, observe que as duas retas (vintos) são paralelas.

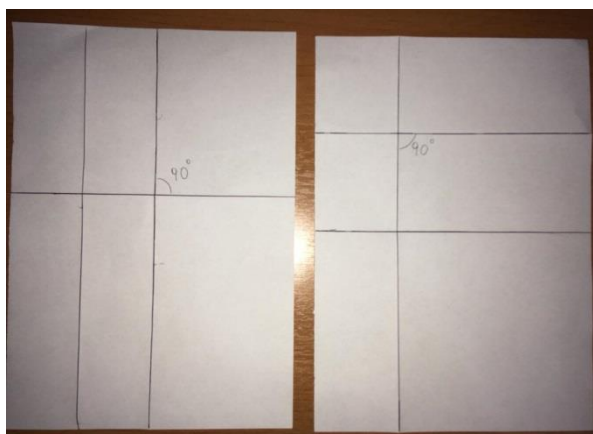
Figura 9: Paralela e perpendicular - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Na mesma folha, dobre-a de maneira que o vinco intercepte as duas retas e seja perpendicular às duas retas. Após dobrar, discuta com os alunos o conceito de perpendicularidade, se possível, utilize o transferidor para medir o ângulo formado entre as retas, Figura 10.

Figura 10: Paralela e perpendicular



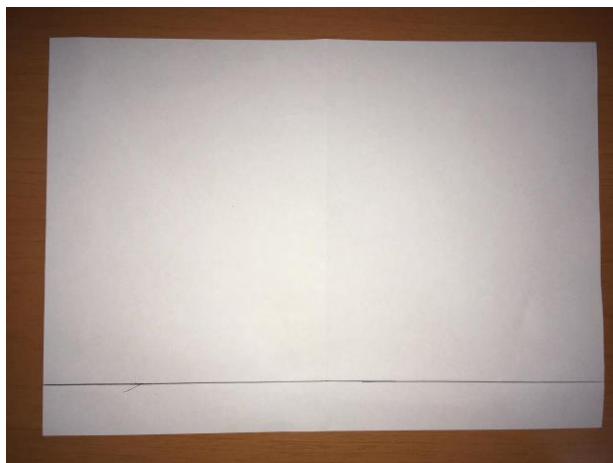
Fonte: Produção do próprio autor.

6.2 ATIVIDADE ENVOLVENDO PONTO MÉDIO E MEDIATRIZ

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Leroy (2010), Carneiro e Spira (2010), Frolini (2014), Dias (2015) e Menezes e Silva (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 4º, 6º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF04MA18, EF06MA22, EF06MA27 e EF08MA15.

Com uma folha sulfite, faça uma dobra para representar uma reta, Figura 11.

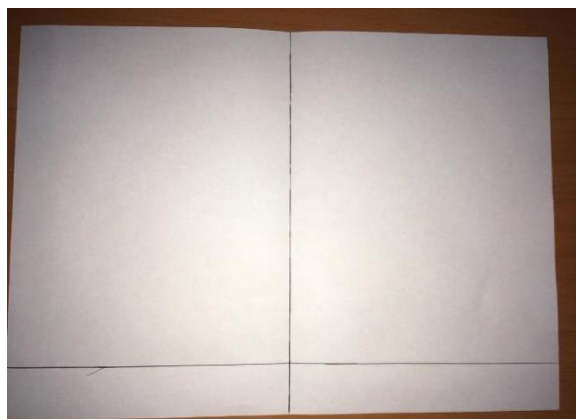
Figura 11: Ponto médio e mediatriz - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Para encontrar o ponto médio do vinco e a mediatriz, dobre de forma que as duas pontas do vinco se encontrem, Figura 12.

Figura 12: Ponto médio e mediatriz



Fonte: Produção do próprio autor.

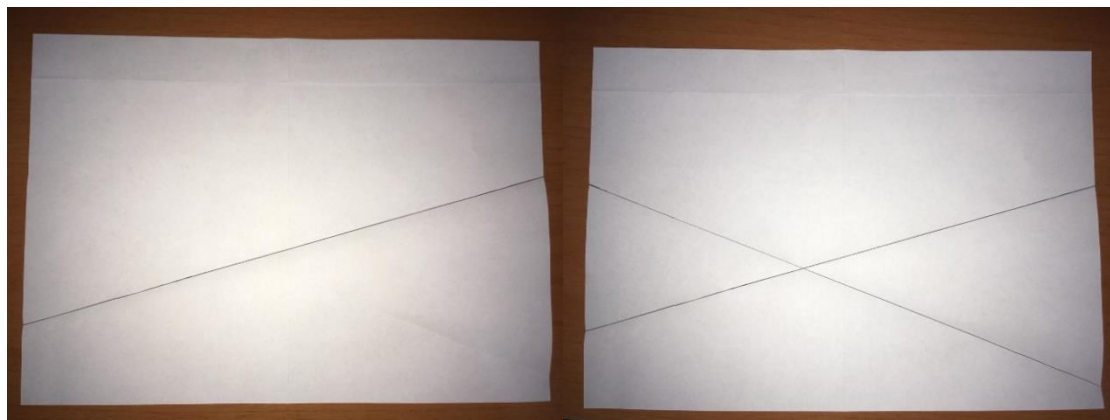
O ponto onde as retas se cruzam é o ponto médio, a reta perpendicular a primeira dobra é a mediatriz.

6.3 ATIVIDADE ENVOLVENDO ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE E BISSETRIZ

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Leroy (2010), Carneiro e Spira (2010), Frolini (2014), Dias (2015), Menezes e Silva (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 5º, 6º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF05MA25, EF06MA27 e EF08MA15.

Faça uma dobra qualquer e em seguida faça uma segunda dobra de forma que a dobra intercepte a primeira dobra, Figura 13.

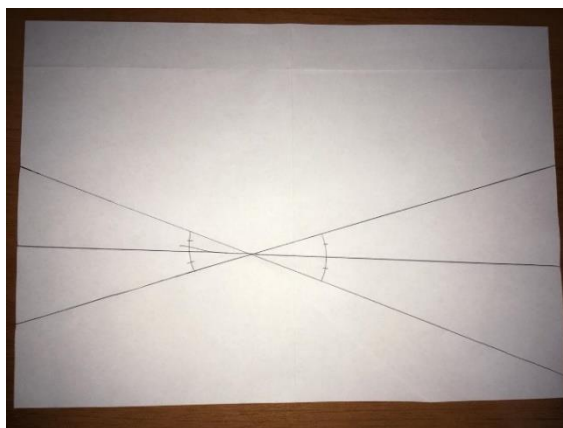
Figura 13: Opostos pelo vértice e bissetriz - Passo 1 e 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Formado quatro ângulos com ponto de origem no encontro das dobras, dobre de forma que as dobras superiores encontrem com as dobras inferiores, conforme o Axioma 3 de Huzita-Hatori, Figura 14.

Figura 14: Opostos pelo vértice e bissetriz



Fonte: Produção do próprio autor.

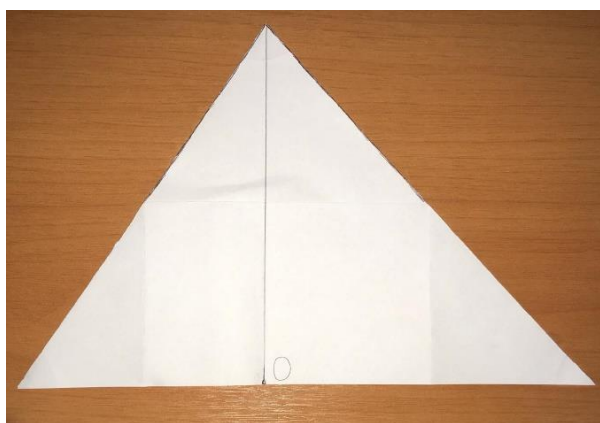
Observe que esta última dobra traçou uma bissetriz do ângulo, observe também, antes de abrir a última dobra, o ângulo superior é sobreposto pelo ângulo inferior durante a dobra, mostrando de forma intuitiva a relação de igualdade dos ângulos opostos pelo vértice.

6.4 ATIVIDADE ENVOLVENDO A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Monteiro (2008), Leroy (2010), Frolini (2014), Menezes e Silva (2015), e Dias (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 6º e 7º anos. São abordadas as habilidades EF06MA27 e EF07MA24.

Desenhe um triângulo qualquer numa folha, em seguida recorte o triângulo desenhado. Dobre o triângulo de forma que a dobra seja perpendicular com o lado inferior e que a dobra passe pelo vértice superior, como na Figura 15.

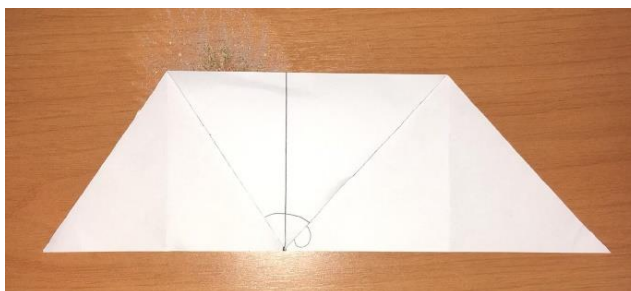
Figura 15: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe na Figura 15 o ponto O está representando o ponto de encontro com o lado inferior do triângulo e a altura dele. A partir disto, dobre de forma que o vértice superior encontre o ponto O, Figura 16.

Figura 16: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre o vértice direito de forma que o mesmo encontre com o ponto O, analogamente para o vértice esquerdo, Figura 17.

Figura 17: Soma dos ângulos internos de um triângulo - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe na Figura 17 que o ângulo formado com a junção dos vértices do triângulo resulta no ângulo raso.

6.5 ATIVIDADE ENVOLVENDO POLÍGONOS.

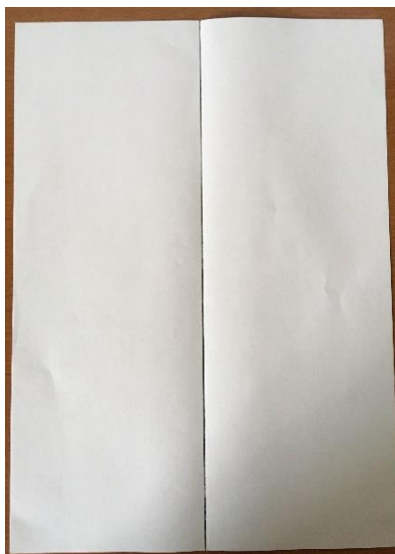
Neste capítulo será abordado a construção de sete polígonos, dentre eles o hexágono regular, retângulo, octógono regular, triângulo equilátero e isósceles, pentágono regular e quadrado.

6.5.1 Atividade envolvendo a construção do triângulo equilátero.

Esta atividade foi baseada nos trabalhos de Monteiro (2008), Leroy (2010), Carneiro e Spira (2010), Menezes e Silva (2015) e Dias (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 3º, 4º, 5º, 6º, 7º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF02MA15, EF03MA15, EF04MA17, EF04MA18, EF05MA16, EF05MA17, EF06MA18, EF06MA19, EF06MA27, EF07MA24 e EF08MA15.

Com uma folha sulfite A4, com ela na vertical, dobre a folha no meio formando um vinco horizontal, como na Figura 18:

Figura 18: Triângulo equilátero - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que um dos vértices inferiores da folha encontre a dobra horizontal formada na Figura 18 e que passe pelo outro vértice inferior da folha, como é descrito o Axioma 5 de Huzita-hatori, observe na Figura 19.

Figura 19: Triângulo equilátero - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

No encontro do vértice com a dobra formada na Figura 18, marque um ponto, como na Figura 20.

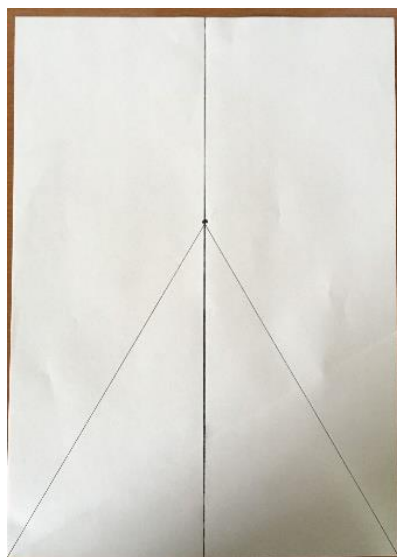
Figura 20: Triângulo equilátero - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre totalmente a folha, e faça um traço ligando os vértices inferiores ao ponto marcado na Figura 20, obtendo assim um triângulo equilátero, como na Figura 21.

Figura 21: Triângulo equilátero



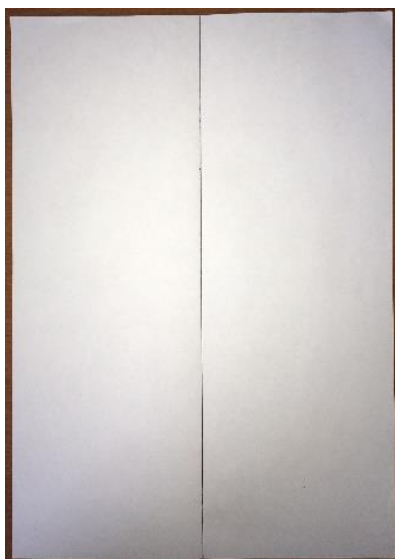
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.2 Atividade envolvendo a construção do triângulo isósceles.

Esta atividade foi retirada do trabalho de Leroy (2010), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 3º, 4º, 5º, 6º e 7º anos. São abordadas as habilidades EF02MA15, EF03MA15, EF04MA18, EF05MA17, EF06MA19, EF06MA27 e EF07MA24.

Com uma folha sulfite A4, com ela na vertical, dobre a folha no meio formando um vinco horizontal, como na Figura 22:

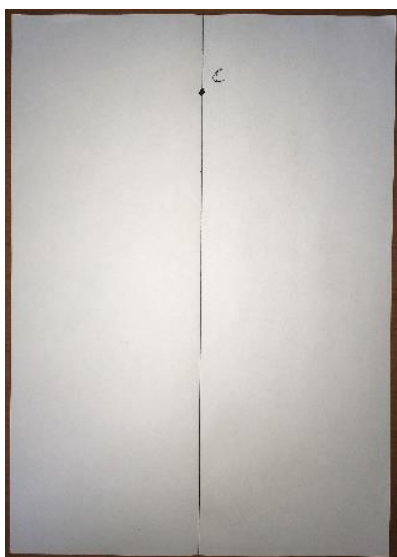
Figura 22: Triângulo isósceles - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

No vinco formado na Figura 22 faça um ponto C qualquer, como na Figura 23.

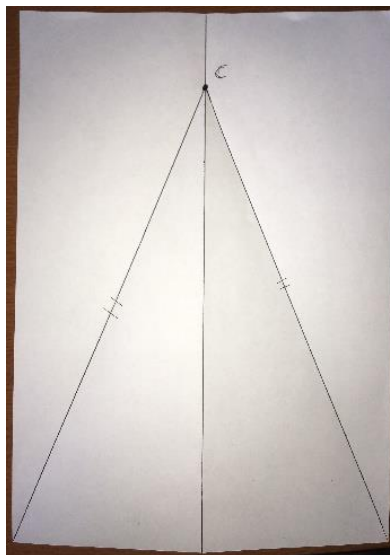
Figura 23: Triângulo isósceles



Fonte: Produção do próprio autor.

Com o ponto marcado, trace um segmento ligando os vértices inferiores da folha ao ponto escolhido no passo anterior, na Figura 24 foi ligada ao ponto C, obtendo assim o triângulo isósceles.

Figura 24: Triângulo isósceles



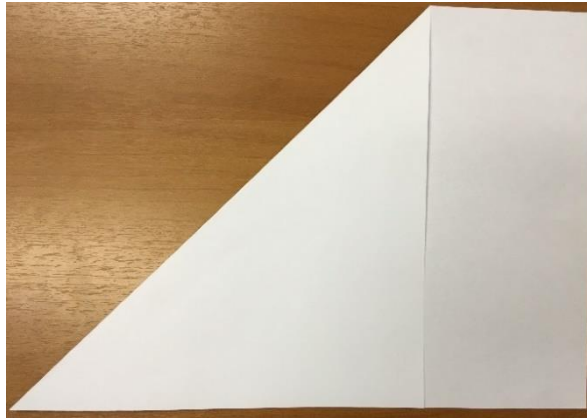
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.3 Atividade envolvendo a construção do quadrado com a metade da área de outro quadrado.

Esta atividade foi baseada nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008) e Dias (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 3º, 4º, 5º, 6º e 8º anos. Sendo abordadas as habilidades EF02MA15, EF03MA15, EF04MA17, EF04MA18, EF04MA20, EF05MA16, EF05MA17, EF06MA18, EF06MA20, EF06MA29, EF08MA14 e EF08MA15.

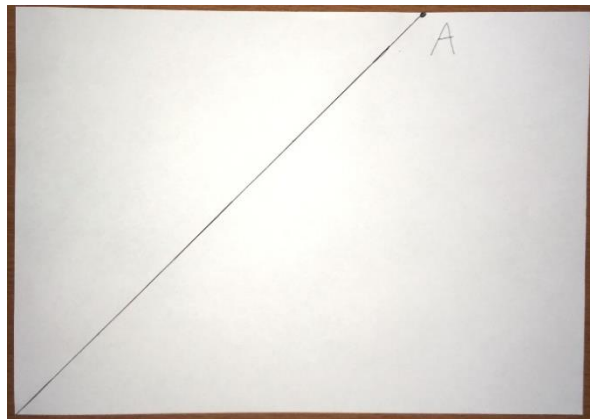
Com uma folha sulfite A4, com ela na horizontal, dobre a folha de forma que o vértice esquerdo superior se encontre com o lado inferior ao mesmo tempo que a dobra passe pelo vértice esquerdo inferior, como na Figura 25, formando um vinco como na Figura 26:

Figura 25: Quadrado - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

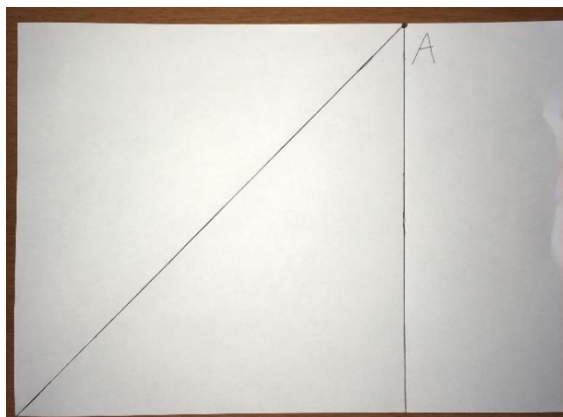
Figura 26: Quadrado - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe na Figura 26, onde o ponto A está, dobre uma perpendicular nela em relação ao lado superior do papel, como descrito no Axioma 4 de Huzita-hatori, como na Figura 27:

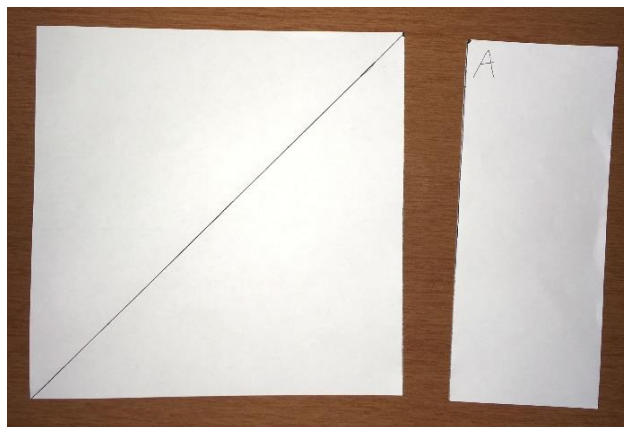
Figura 27: Quadrado - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

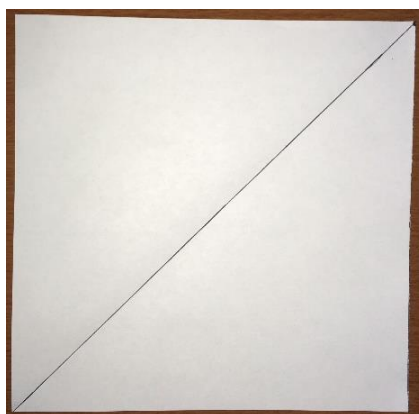
Recorte o vinco formado no passo anterior, como na Figura 28, obtendo assim um quadrado, como na Figura 29:

Figura 28: Quadrado - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 29: Quadrado

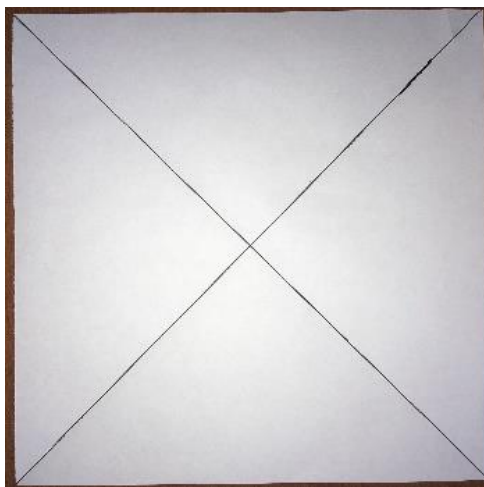


Fonte: Produção do próprio autor.

Para a atividade do quadrado com a metade de área de outro quadrado, vai precisar ter inicialmente um quadrado, como na Figura 29.

Dobre as diagonais do quadrado, como na Figura 30:

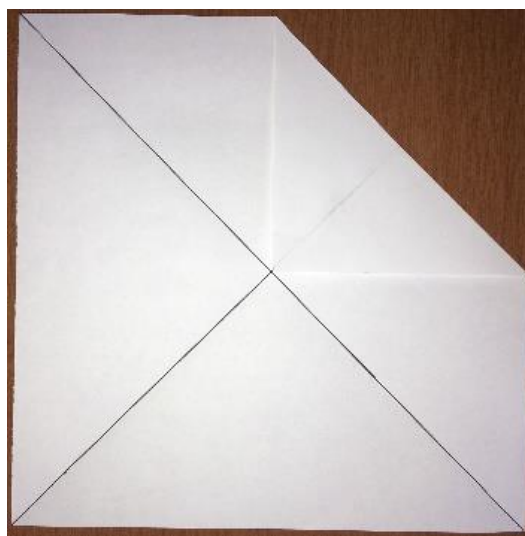
Figura 30: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

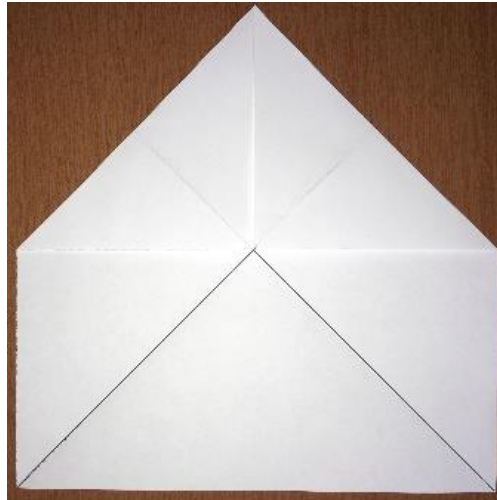
Observe na Figura 30 o encontro das dobras, localizada no centro da folha, com isto, dobre de forma que as pontas encontrem o centro conforme o Axioma 2 de Huzita-hatori, observe as Figuras 31, 32, 33 e 34.

Figura 31 Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 2



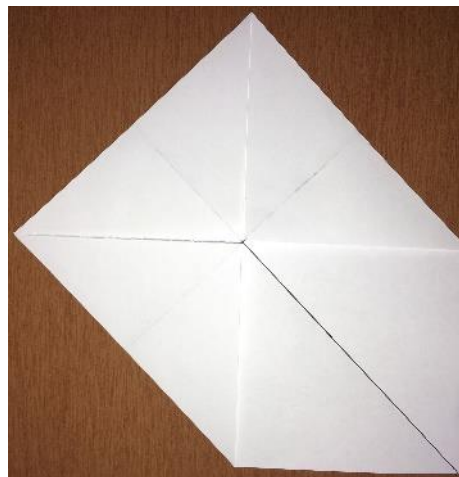
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 32: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 3



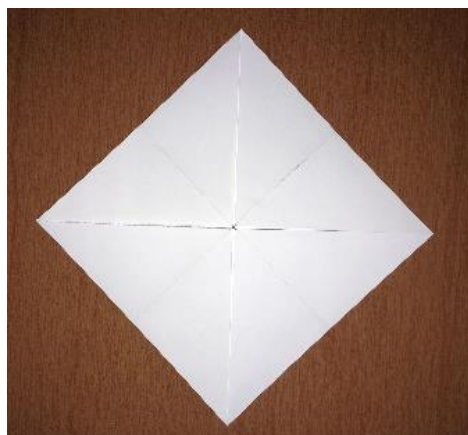
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 33: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

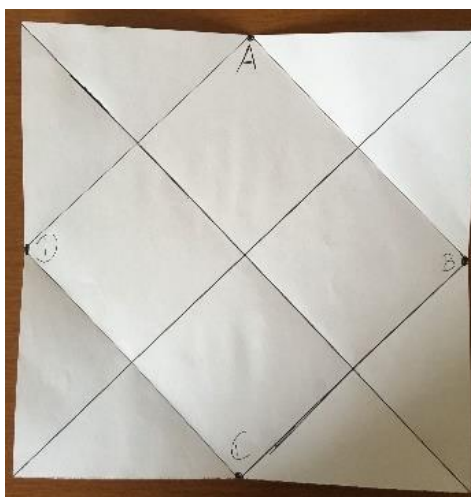
Figura 34: Quadrado com a metade de área de outro quadrado - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre as quatro pontas formadas nas Figuras 31, 32, 33 e 34, e observe os pontos marcados na Figura 35, o quadrado ABCD possui a metade de área da folha quadrada, já que na Figura 34 as pontas dobradas cobrem totalmente o quadrado ABCD, provando por visualização que o quadrado ABCD possui metade da folha toda.

Figura 35: Quadrado com a metade de área de outro quadrado



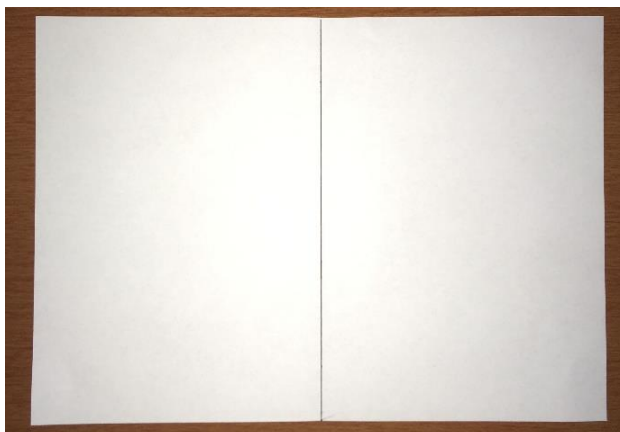
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.4 Atividade envolvendo a construção da quadratura do Retângulo.

Esta atividade foi retirada do trabalho de Cavacami e Furuya (2008), podendo ser trabalhada com os alunos dos 4º, 5º e 6º anos. São abordadas as habilidades EF04MA20, EF04MA21, EF05MA20 e EF06MA20.

Com uma folha sulfite A4, com ela na horizontal dobre ela no meio, levando o lado direito ao encontro do lado esquerdo, conforme o descrito no Axioma 3 de Huzita-hatori, formando um vinco vertical como na Figura 36:

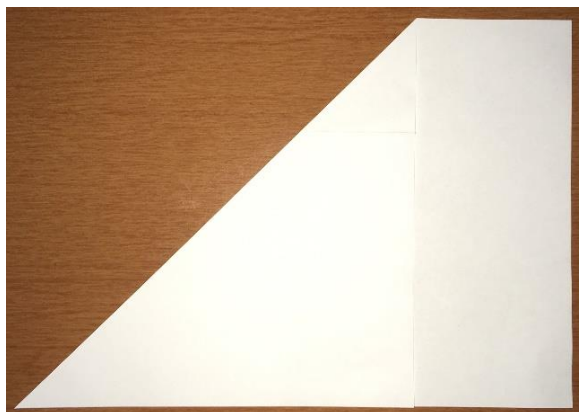
Figura 36: Quadratura do retângulo - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

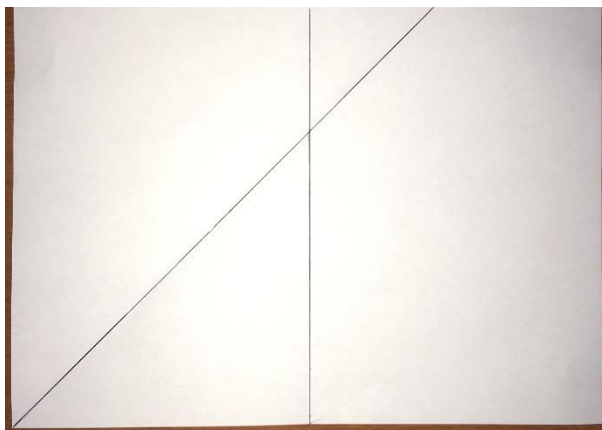
Faça uma dobra de forma que o vértice superior esquerdo encontre o lado inferior da folha ao mesmo tempo que a dobra passe pelo vértice inferior esquerdo, conforme no Axioma 5 de Huzita-hatori, obtendo a dobra como da Figura 37, em seguida desdobre, obtendo os vincos como da Figura 38.

Figura 37: Quadratura do retângulo - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

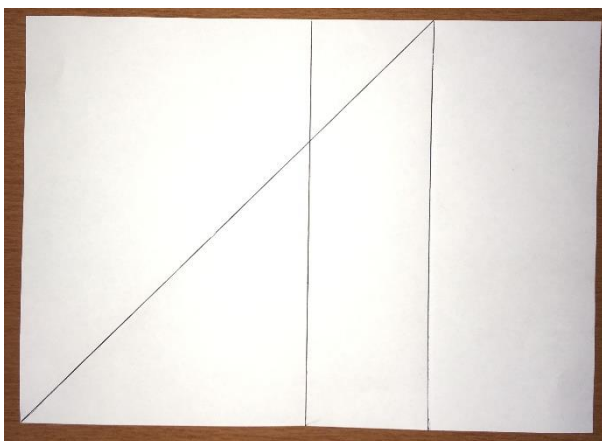
Figura 38: Quadratura do retângulo - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre uma altura sobre o encontro deste último vinco formado com o lado superior da folha, conforme o Axioma 4 de Huzita-hatori, como na Figura 39:

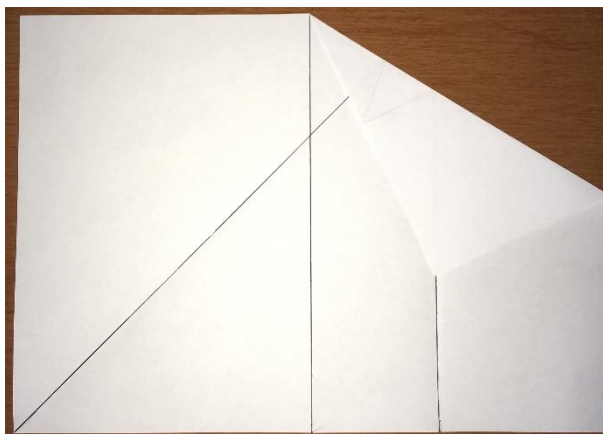
Figura 39: Quadratura do retângulo - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

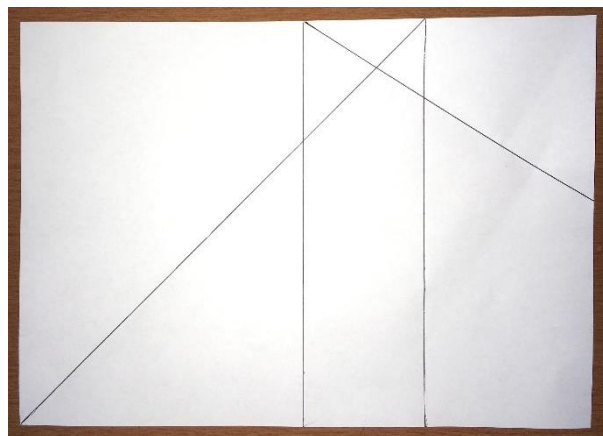
Dobre a folha de forma que o vértice encontre o último vinco formado ao mesmo tempo que a dobra passe pelo encontro do primeiro vinco formado com o lado superior da folha, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 40, obtendo o vinco como da Figura 41.

Figura 40: Quadratura do retângulo - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

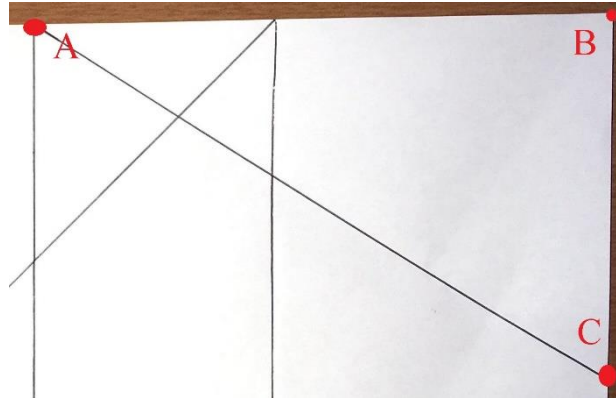
Figura 41: Quadratura do retângulo - Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

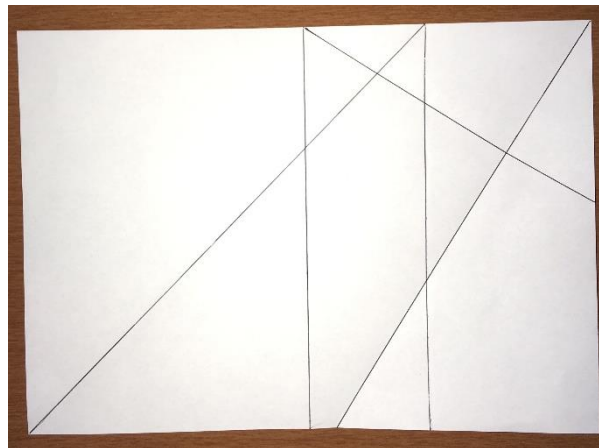
Observe o triângulo ABC da Figura 42, dobre uma altura sob o lado AC de forma que a dobra passe pelo ponto B, formando a Figura 43.

Figura 42: Quadratura do retângulo - Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

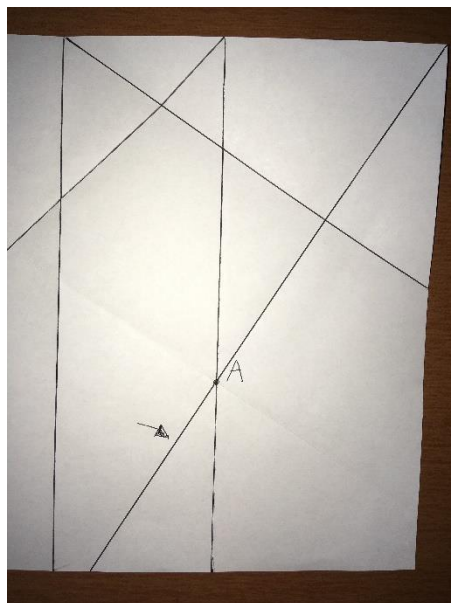
Figura 43: Quadratura do retângulo - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

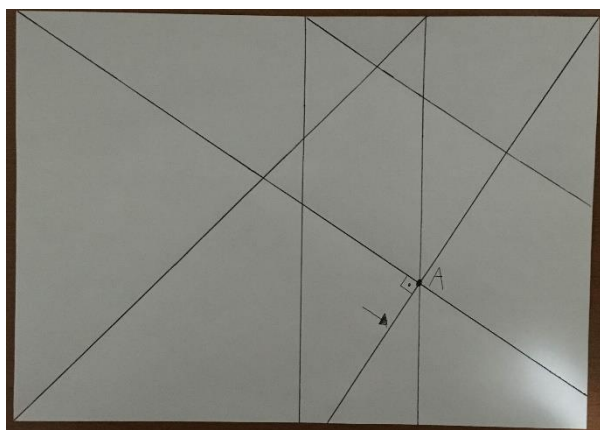
Dobre uma perpendicular no segmento indicado na Figura 44 no ponto A, conforme o Axioma 4 de Huzita-hatori, formando a Figura 45.

Figura 44: Quadratura do retângulo - Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

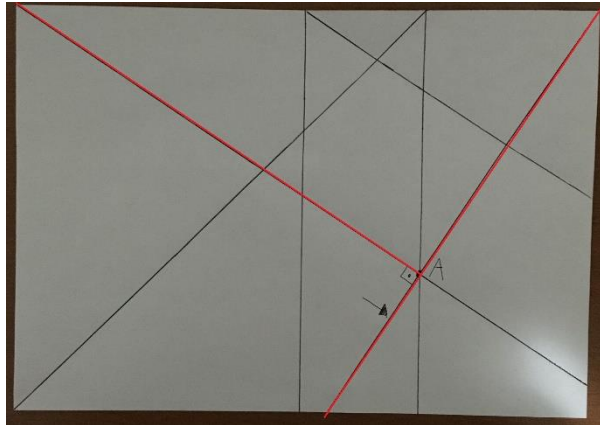
Figura 45: Quadratura do retângulo - Passo 10



Fonte: Produção do próprio autor.

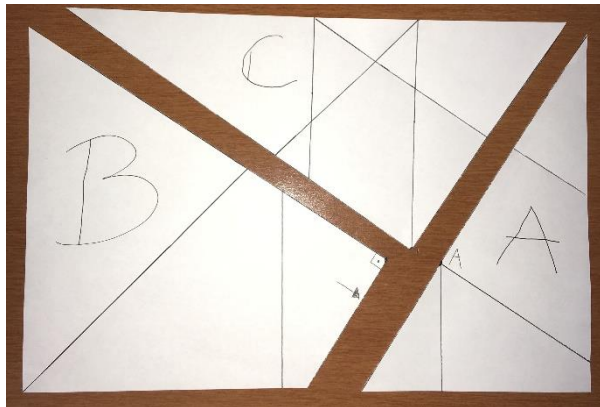
Recorte onde está indicado em vermelho na Figura 46, obtendo três peças como na Figura 47, peças A, B e C, em seguida organize ela de modo que forme um quadrado, como na Figura 48.

Figura 46: Quadratura do retângulo - Passo 11



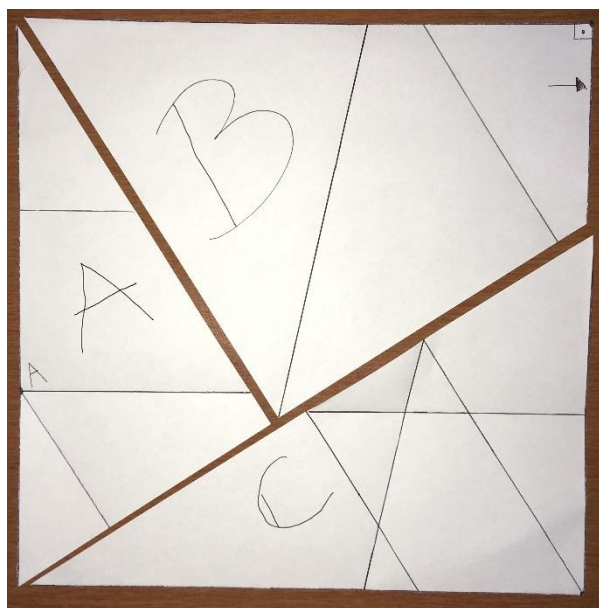
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 47: Quadratura do retângulo - Passo 12



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 48: Quadratura do retângulo



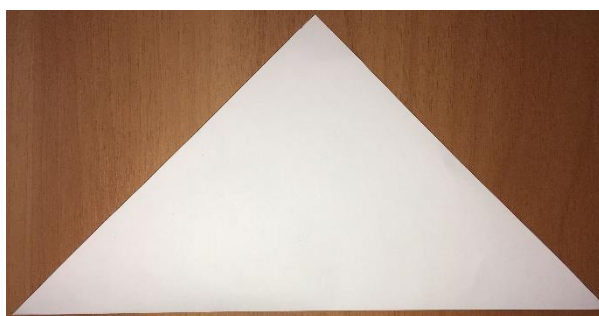
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.5 Atividade envolvendo a construção do pentágono regular.

Esta atividade foi baseada nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Monteiro (2008), Leroy (2010), Carneiro e Spira (2010), Frolini (2014) e Menezes e Silva (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 3º, 4º, 5º, 6º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF02MA15, EF03MA15, EF04MA17, EF04MA18, EF04MA20, EF05MA16, EF05MA17, EF06MA18 e EF08MA15.

Com uma folha quadrada, dobre a diagonal dele, formando um triângulo isósceles como na Figura 49:

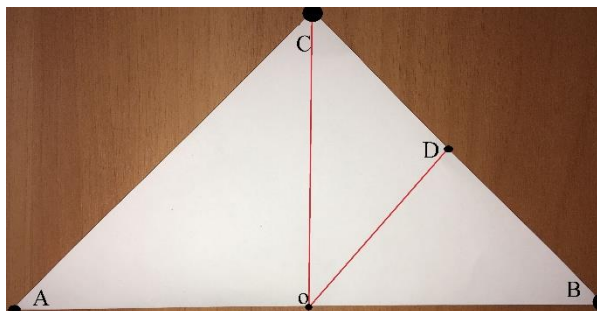
Figura 49: Pentágono regular - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

No triângulo dobre uma perpendicular no lado inferior que passe no ponto C, em seguida dobre uma bissetriz no ângulo $B\hat{O}C$, observe a Figura 50:

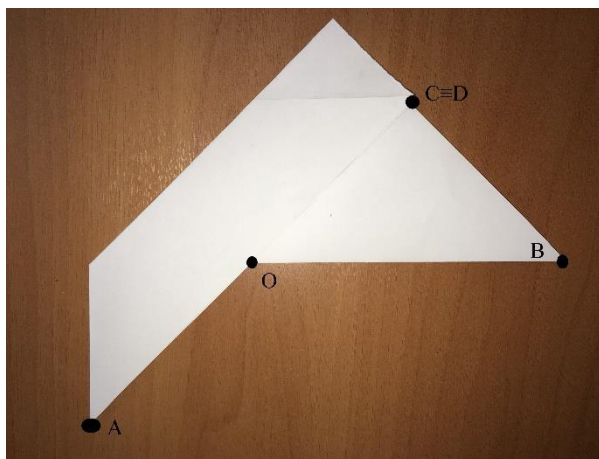
Figura 50: Pentágono regular - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

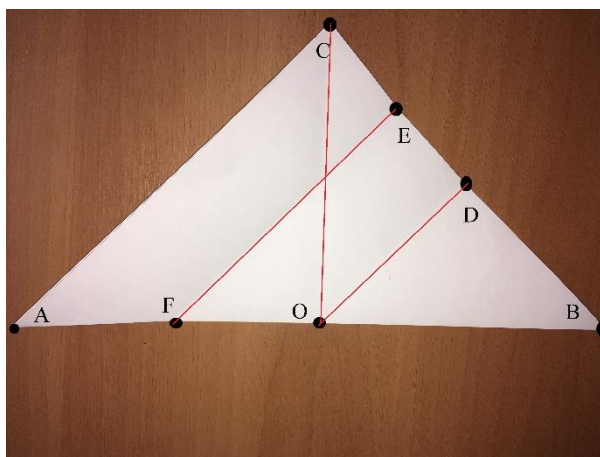
Faça uma dobra de forma que o ponto C encontre com o ponto D ao mesmo tempo que o ponto O encontre o segmento AC, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 51, obtendo os vincos (representados em vermelho) na Figura 52:

Figura 51: Pentágono regular - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

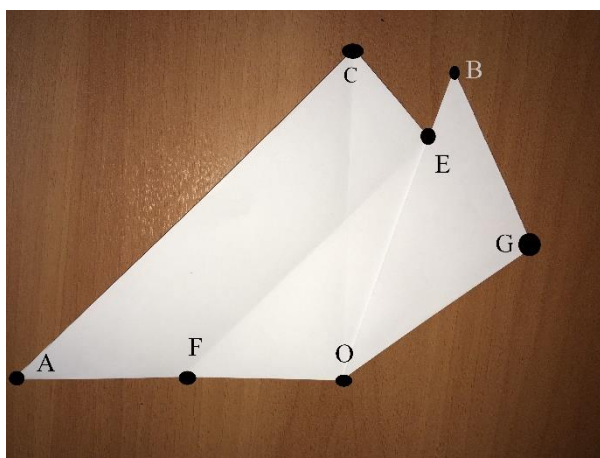
Figura 52: Pentágono regular - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o segmento OB encontre o ponto E ao mesmo tempo que a dobra passe pelo ponto O, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 53:

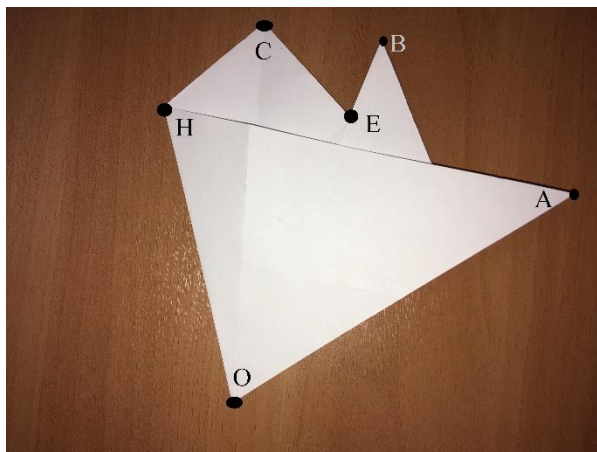
Figura 53: Pentágono regular - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o segmento AO coincida com o segmento OG, como o segmento AO é maior que o segmento OG, o ponto G estará contido no segmento AO depois da dobra, conforme o Axioma 3 de Huzita-hatori, como na Figura 54:

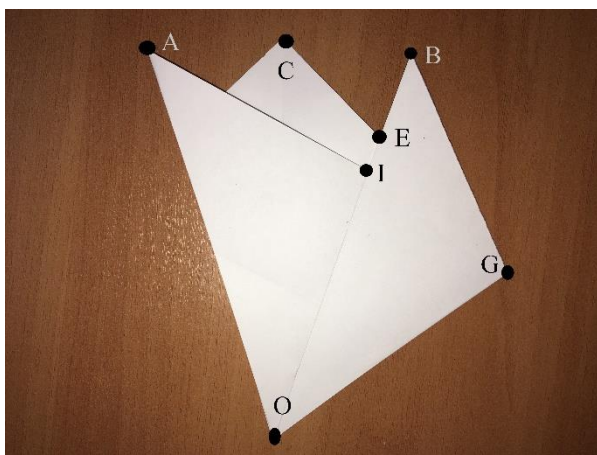
Figura 54: Pentágono regular - Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

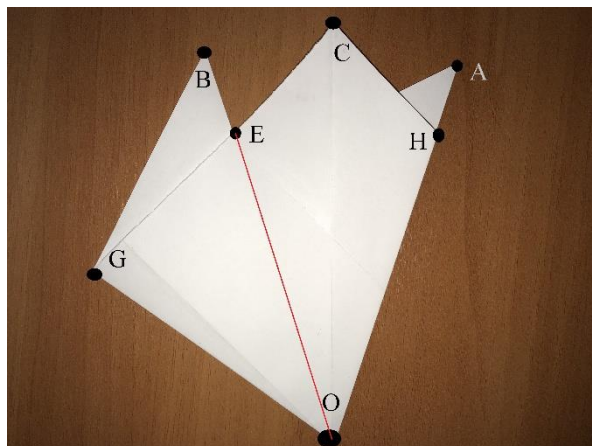
Dobre de forma que o segmento AO coincida com o segmento OH, como o segmento OA é maior que o segmento OH, o ponto H estará contido no segmento AO depois da dobra, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 55, em seguida vire a folha, como na Figura 56:

Figura 55: Pentágono regular - Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

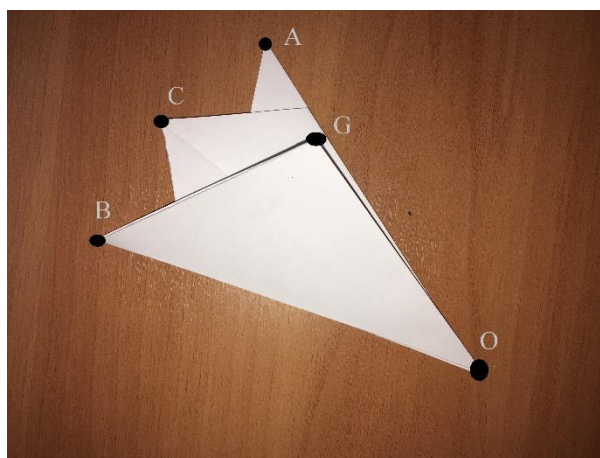
Figura 56: Pentágono regular - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o segmento GO coincida com o segmento OH, observe na Figura 56, que a dobra vai passar pelo segmento OE indicado em vermelho, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 57:

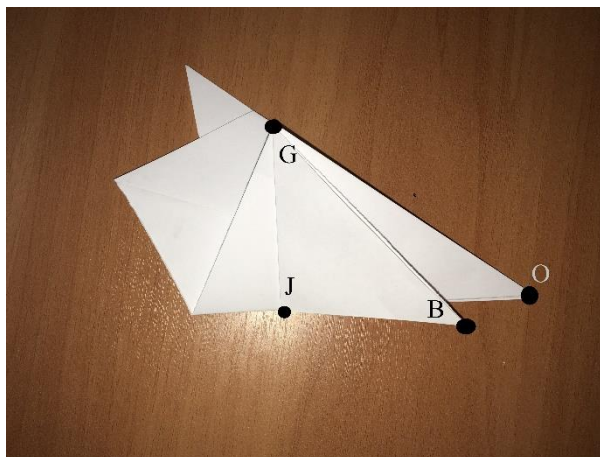
Figura 57: Pentágono regular - Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

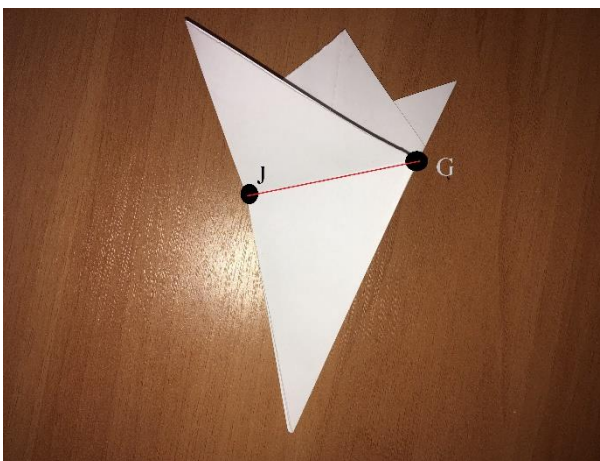
Dobre uma perpendicular no segmento BO de forma que a dobra passe pelo ponto G, conforme o Axioma 4 de Huzita-hatori, como na Figura 58, formando um vinco no segmento GJ, como na Figura 59:

Figura 58: Pentágono regular - Passo 10



Fonte: Produção do próprio autor.

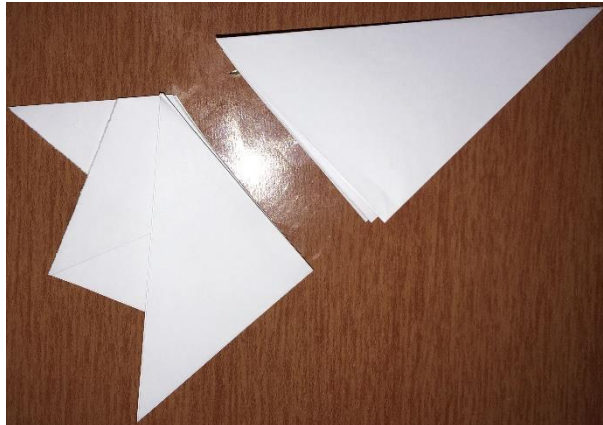
Figura 59: Pentágono regular - Passo 11



Fonte: Produção do próprio autor.

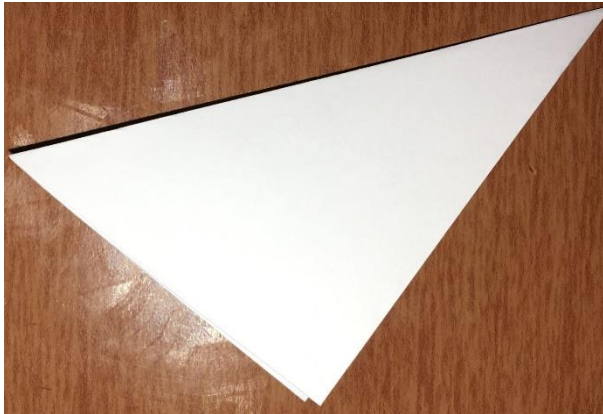
No segmento GJ recorte toda a folha que passe o segmento, como na Figura 60, com a peça da direita (Figura 61) abra ela, obtendo assim um pentágono regular, como na Figura 62:

Figura 60: Pentágono regular - Passo 12



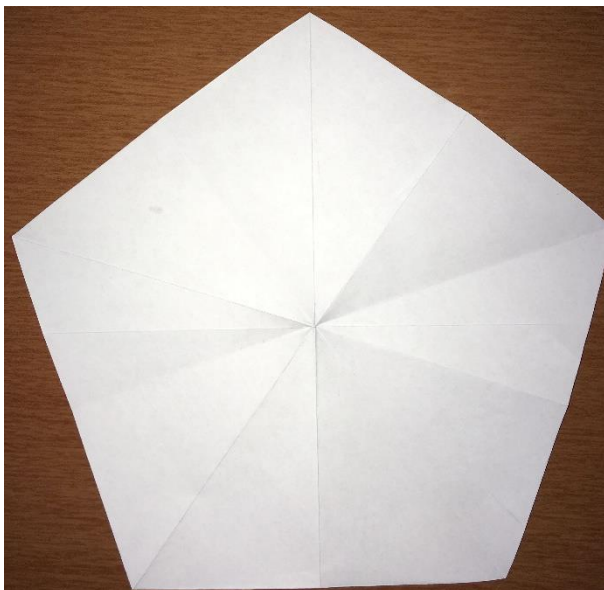
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 61: Pentágono regular - Passo 13



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 62: Pentágono regular



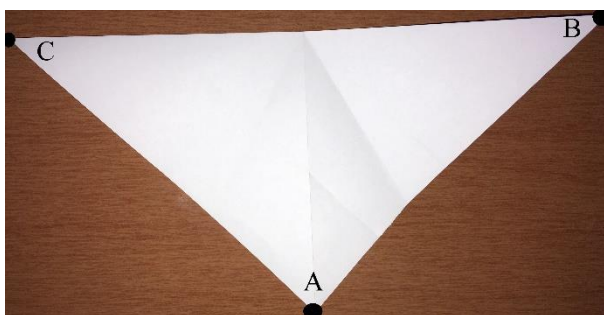
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.6 Atividade envolvendo a construção do hexágono regular.

Esta atividade foi baseada nos trabalhos de Monteiro (2008), Leroy (2010), Menezes e Silva (2015) e Dias (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 3º, 4º, 5º, 6º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF02MA15, EF03MA15, EF04MA17, EF04MA18, EF04MA20, EF05MA17, EF06MA18, EF06MA27 e EF08MA15.

Com uma folha quadrada, dobre a diagonal do quadrado, formando um triângulo isósceles, como na Figura 63:

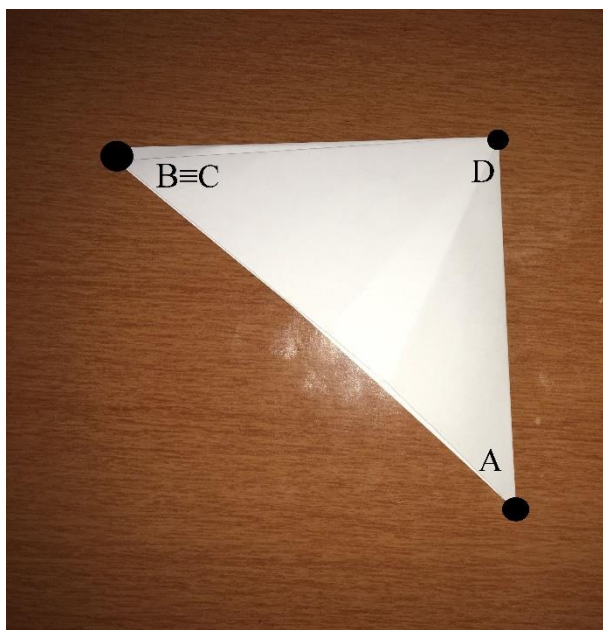
Figura 63: Hexágono regular - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

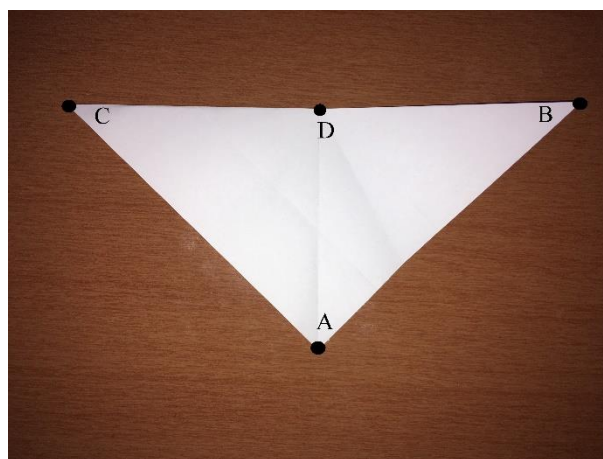
Dobre uma perpendicular no segmento BC de forma que a dobra passe pelo ponto A, conforme o Axioma 4 de Huzita-hatori, como na Figura 64, em seguida desdobre, como fica a Figura 65:

Figura 64: Hexágono regular - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

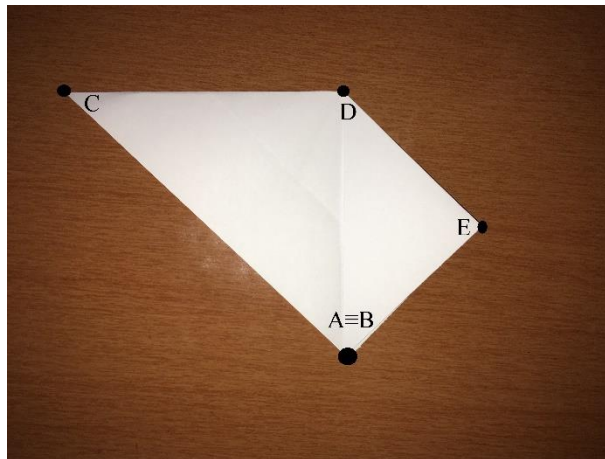
Figura 65: Hexágono regular - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

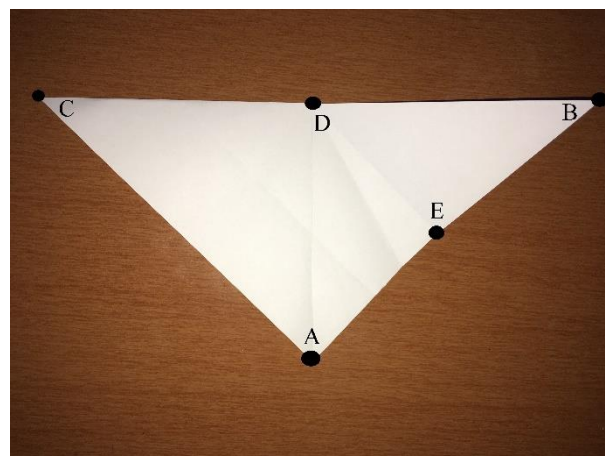
Dobre de forma que o ponto B coincida com o ponto A ao mesmo tempo que a dobra passe pelo ponto D, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 66, em seguida desdobre, como fica a Figura 67:

Figura 66: Hexágono regular - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

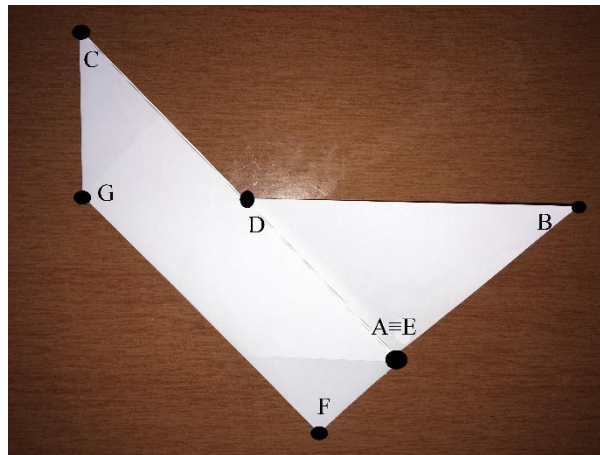
Figura 67: Hexágono regular - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

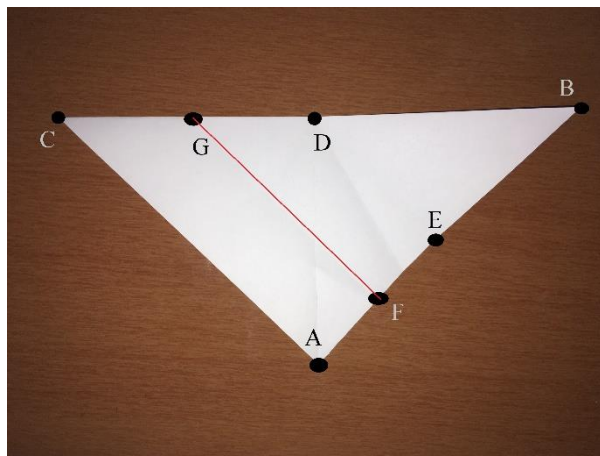
Dobre de forma que o ponto A coincida com o ponto E ao mesmo tempo que o ponto D encontre o segmento CA, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 68, em seguida desdobre, como fica na Figura 69:

Figura 68: Hexágono regular - Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

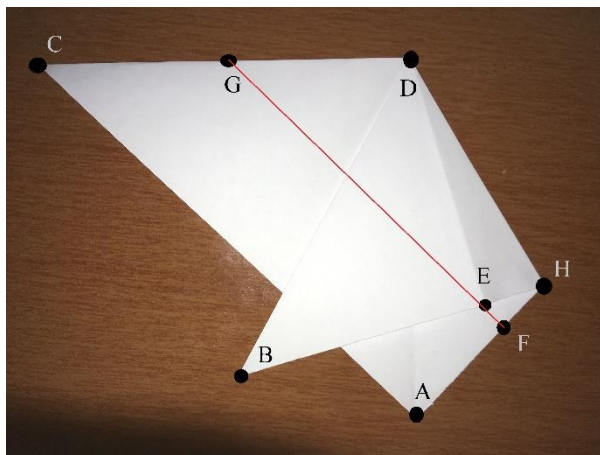
Figura 69: Hexágono regular - Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto E encontre o segmento FG ao mesmo tempo que a dobra passe pelo ponto D, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 70:

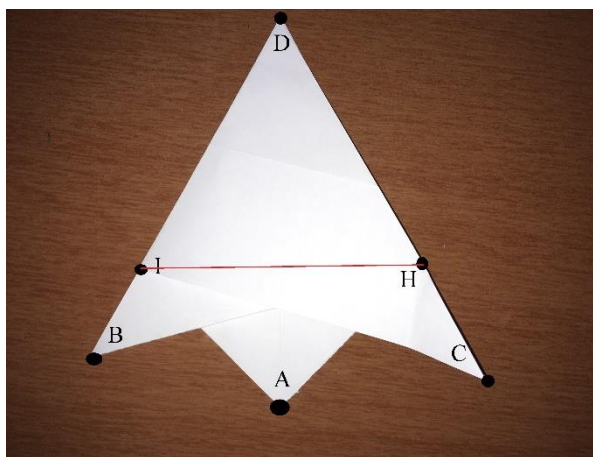
Figura 70: Hexágono regular - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

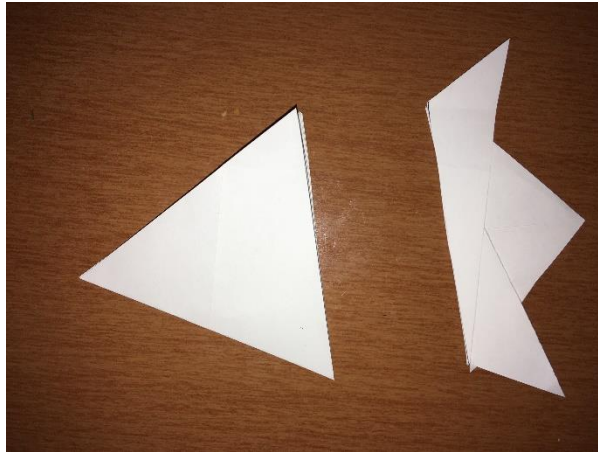
Dobre de forma que o segmento CD coincida com o segmento DH, conforme o Axioma 3 de Huzita-hatori, como na Figura 71, em seguida recorte a folha toda onde está o segmento HI da Figura 71, como fica a Figura 72, com a peça com formato de um triângulo equilátero (Figura 73) abra ela, obtendo assim um hexágono regular (Figura 74).

Figura 71: Hexágono regular - Passo 9



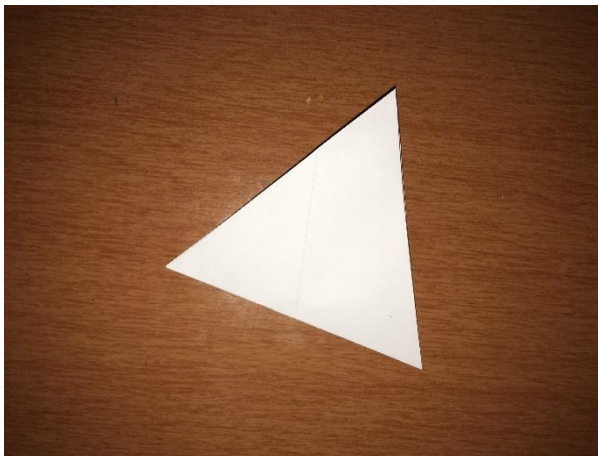
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 72: Hexágono regular - Passo 10



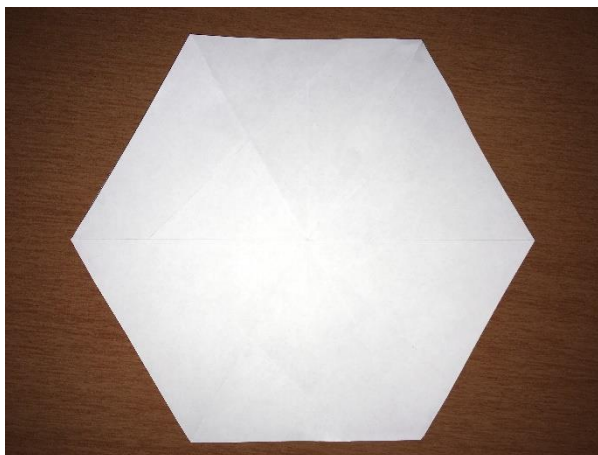
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 73: Hexágono regular - Passo 11



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 74: Hexágono regular



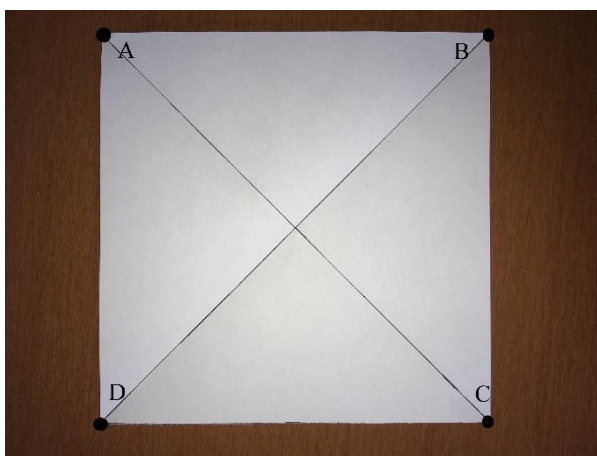
Fonte: Produção do próprio autor.

6.5.7 Atividade envolvendo a construção do octógono regular.

Esta atividade foi retirada do trabalho de Dias (2015), podendo ser trabalhada com os alunos dos 2º, 4º, 5º, 6º e 8º anos. São abordadas as habilidades EF02MA15, EF04MA18, EF04MA20, EF05MA17, EF06MA18, EF06MA27 e EF08MA15.

Com um papel quadrado dobre de forma que o vinco intercepte os pontos A e C ao mesmo tempo que o ponto B coincida com o ponto D, em seguida dobre de forma que o vinco intercepte os pontos B e D ao mesmo tempo que o ponto C coincida com o ponto A, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 75:

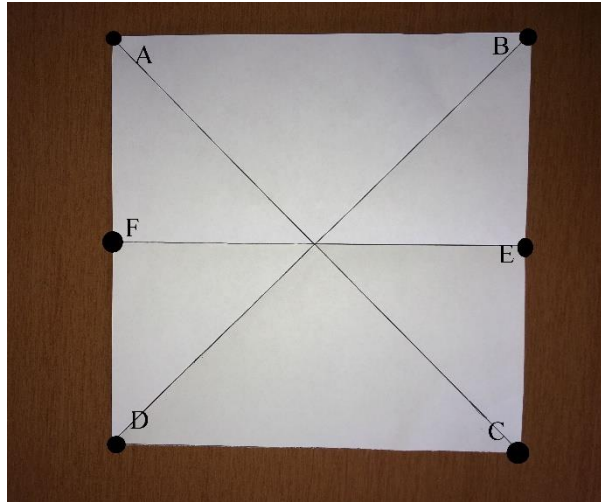
Figura 75: Octógono regular - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos B e A coincidam com os pontos C e D, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-hatori, como na Figura 76:

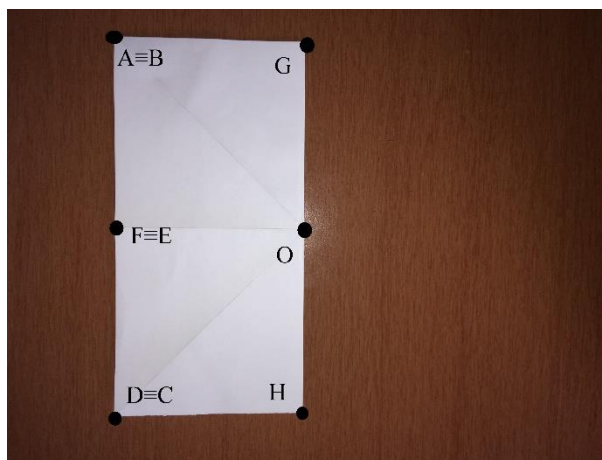
Figura 76: Octógono regular - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos A, F e D coincidam com os pontos C, E e C, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-hatori, como na Figura 77:

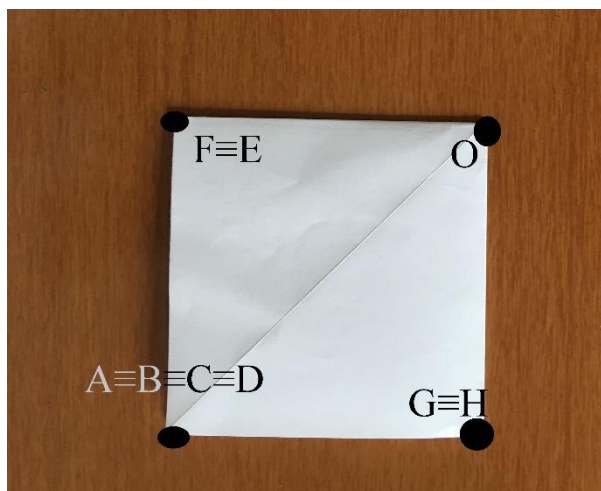
Figura 77: Octógono regular - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos $A \equiv B$ e G coincidam com os pontos $D \equiv C$ e H, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-hatori, como na Figura 78:

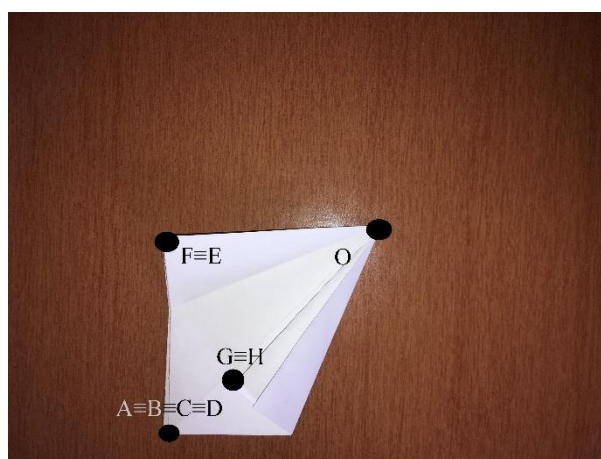
Figura 78: Octógono regular - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

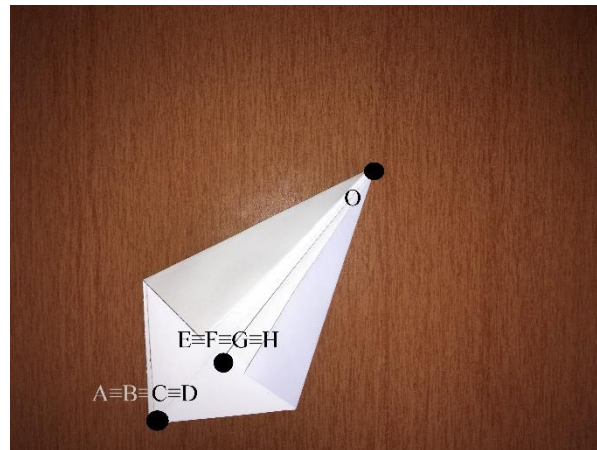
Dobre de forma que o ponto G/H coincida com o segmento AO/BO/CO/DO ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto O, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 79, analogamente para o ponto F/E, conforme também no Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 80:

Figura 79: Octógono regular - Passo 5



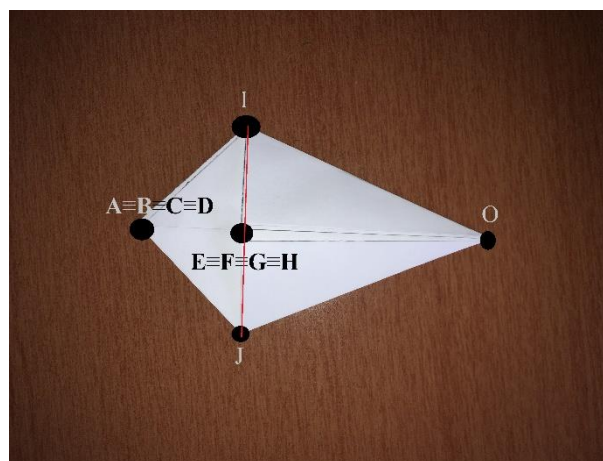
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 80: Octógono regular - Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 81: Octógono regular - Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

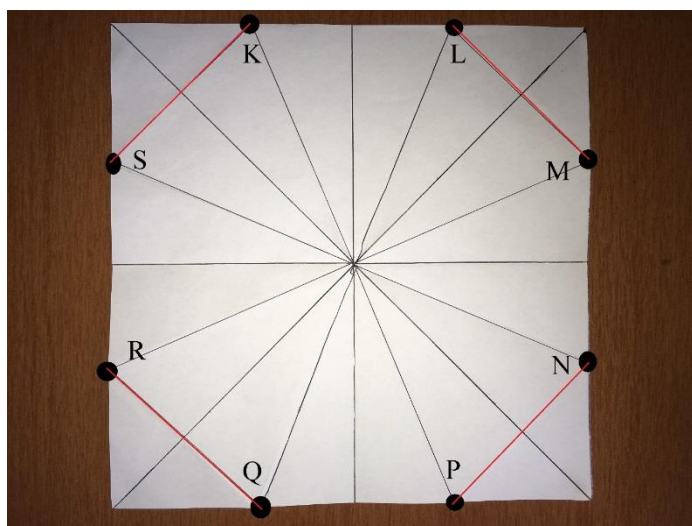
Observe a Figura 81, dobre de forma que os pontos A, B, C e D encontrem o segmento EO/FO/GO/HO ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos I e J, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como fica na Figura 82:

Figura 82: Octógono regular - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

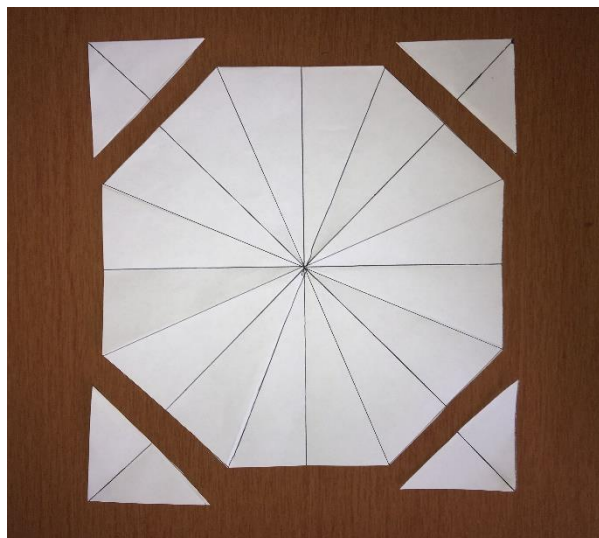
Figura 83: Octógono regular - Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

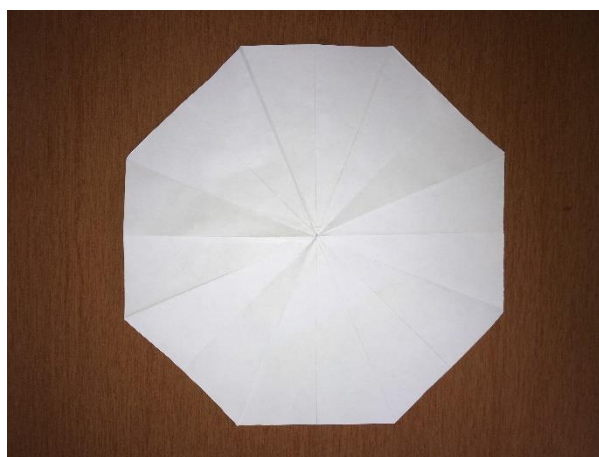
Desdobre-a, ficando com as marcações como da Figura 83, recorte os segmentos indicados em vermelho na Figura 83, como fica a Figura 84, obtendo assim um octógono regular, como fica na Figura 85:

Figura 84: Octógono regular - Passo 10



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 85: Octógono regular



Fonte: Produção do próprio autor.

6.6 ATIVIDADE ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DE ALGUNS POLIEDROS.

Neste capítulo será abordado a construção de cinco poliedros regulares, dentre eles o tetraedro, octaedro, icosaedro, hexaedro e o dodecaedro.

6.6.1 Atividade envolvendo a construção dos módulos triangulares.

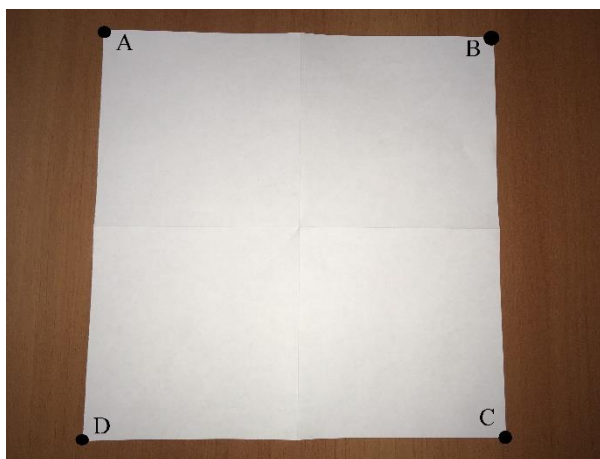
As atividades que envolvem a construção do tetraedro, octaedro e icosaedro foram baseadas nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Rancan e Giraffa (2012), Dias (2015) e Tridapalli (2017), podendo ser trabalhada com os alunos dos 3º, 4º, 5º e 6º anos. São

abordadas as habilidades EF03MA13, EF03MA14, EF04MA17, EF05MA16, EF06MA17 e EF06MA18.

Para a construção do tetraedro, octaedro e icosaedro, serão necessários construir dois módulos, o módulo A e o módulo B, onde o módulo A é a face triangular dos poliedros citados anteriormente e o módulo B é a ligação dos entre os módulos A, ou seja, o módulo B é a aresta dos poliedros. Ambos os módulos são construídos a partir de uma folha quadrada.

Módulo A

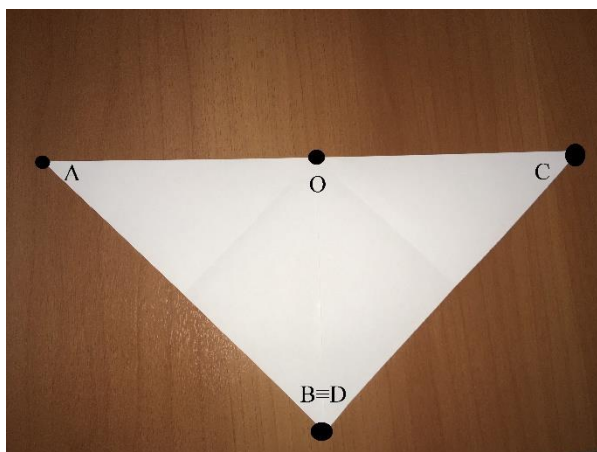
Figura 86: Módulo A - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe a Figura 86, dobre de forma que o ponto B coincida com o ponto D ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos A e C, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como na Figura 87:

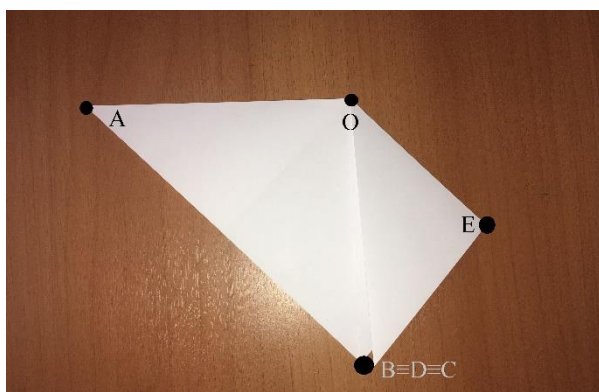
Figura 87: Módulo A - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto C coincida com os pontos B/D da Figura 87, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como fica na Figura 88:

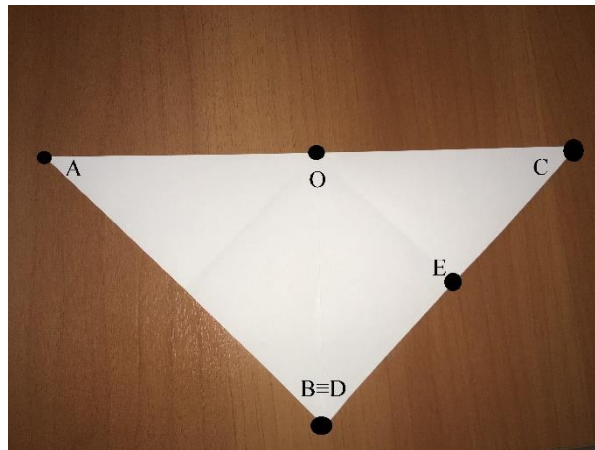
Figura 88: Módulo A - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

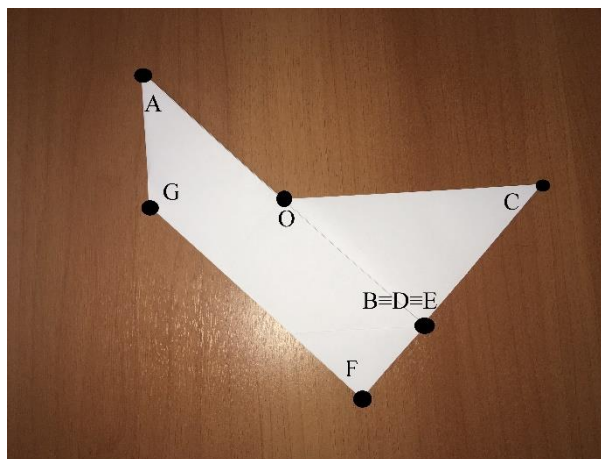
Desdobre a última dobra, como fica na Figura 89, em seguida dobre de forma que o ponto B/D coincida com o ponto E ao mesmo tempo que o segmento AB/AD coincida com o ponto O, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como fica a Figura 90, em seguida desdobre novamente, como fica na Figura 91:

Figura 89: Módulo A - Passo 4



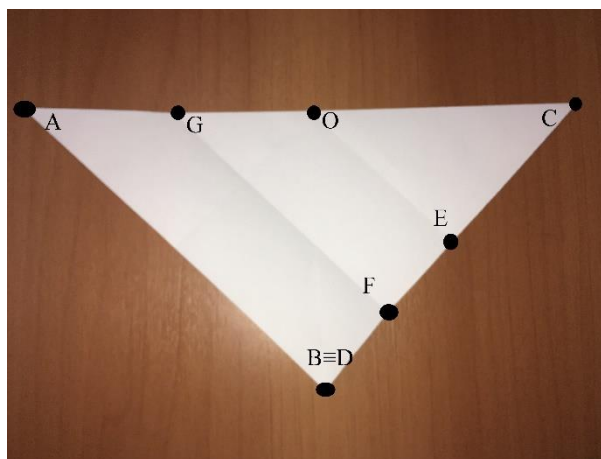
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 90: Módulo A - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

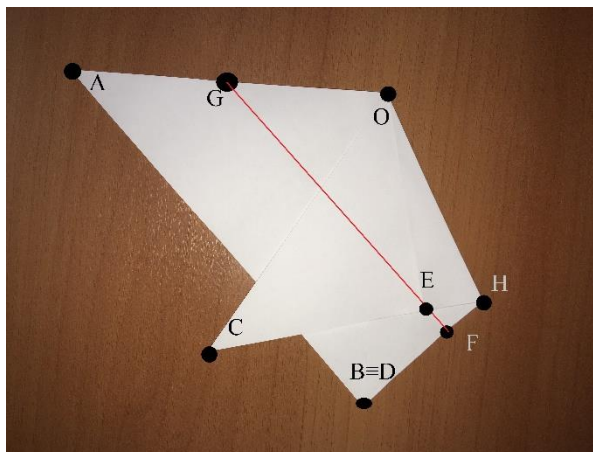
Figura 91: Módulo A - Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto E coincida com o segmento FG ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto O, conforme o Axioma 5 de Huzita-hatori, como fica a Figura 92:

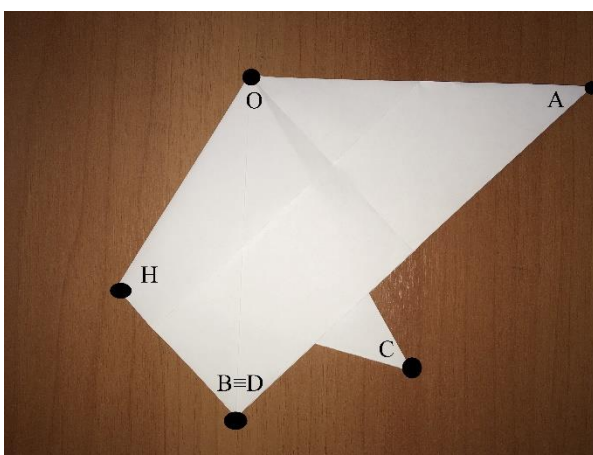
Figura 92: Módulo A - Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

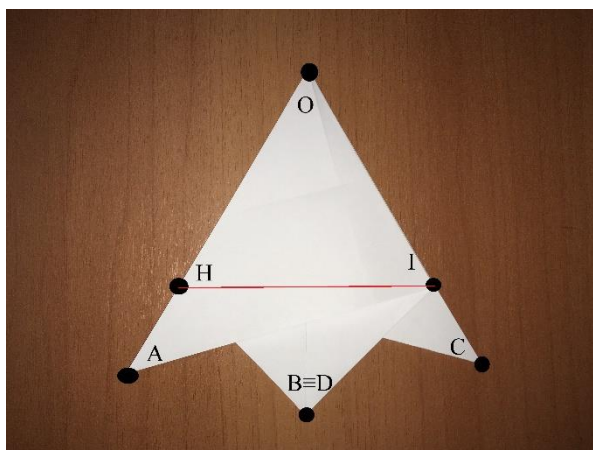
Vire a folha, como fica a Figura 93, em seguida dobre de forma que o segmento AO coincida com o segmento OH ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto O, conforme os Axiomas 3 e 5 de Huzita-hatori, como fica a Figura 94:

Figura 93: Módulo A - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

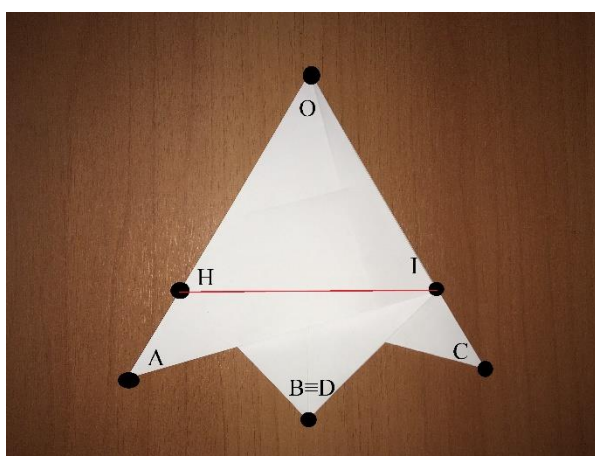
Figura 94: Módulo A - Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

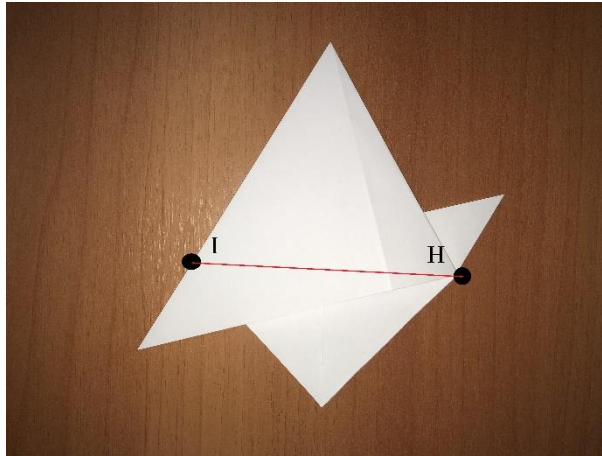
Dobre nos pontos H e I, conforme o Axioma 1 de Huzita-hatori, traçado em vermelho na Figura 95, em seguida vire a folha e repita a dobra nos pontos H e I, como mostram as Figuras 96 e 97:

Figura 95: Módulo A - Passo 10



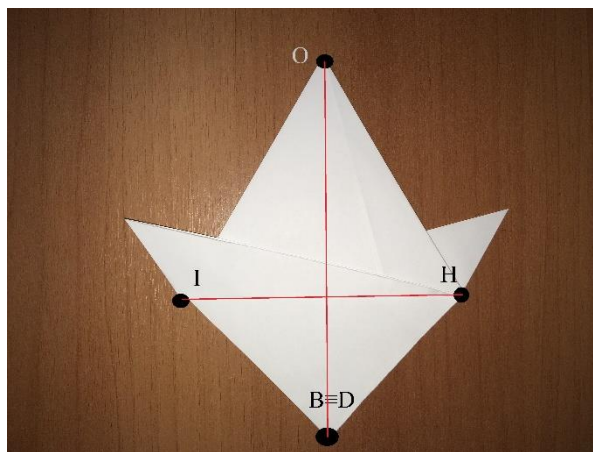
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 96: Módulo A - Passo 11



Fonte: Produção do próprio autor.

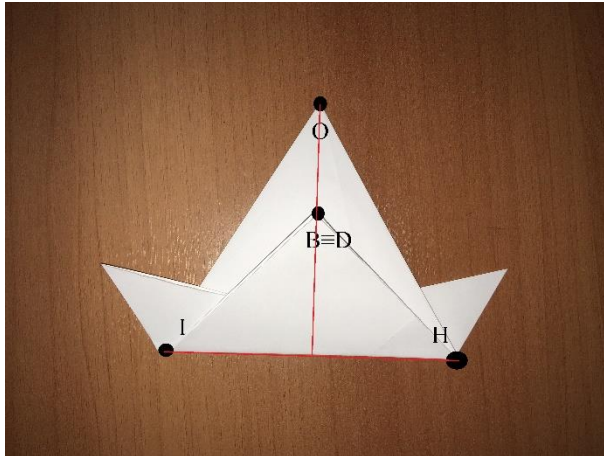
Figura 97: Módulo A - Passo 12



Fonte: Produção do próprio autor.

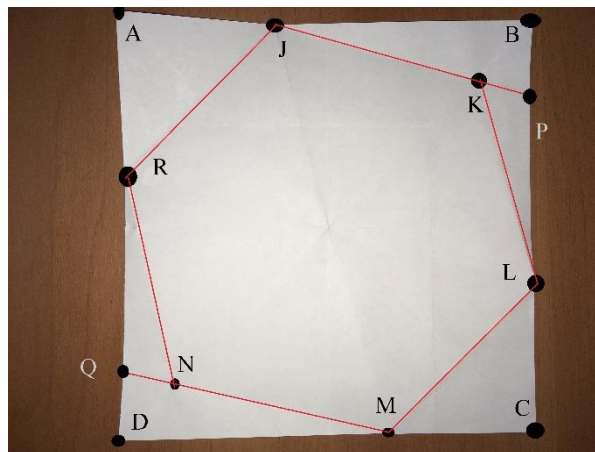
Dobre de forma que os pontos B e D coincida com o segmento OB/OD ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos H e I, conforme os Axiomas 1 e 5 de Huzita-hatori, como mostra na Figura 98, em seguida desdobre totalmente a folha, como mostra a Figura 99:

Figura 98: Módulo A - Passo 13



Fonte: Produção do próprio autor.

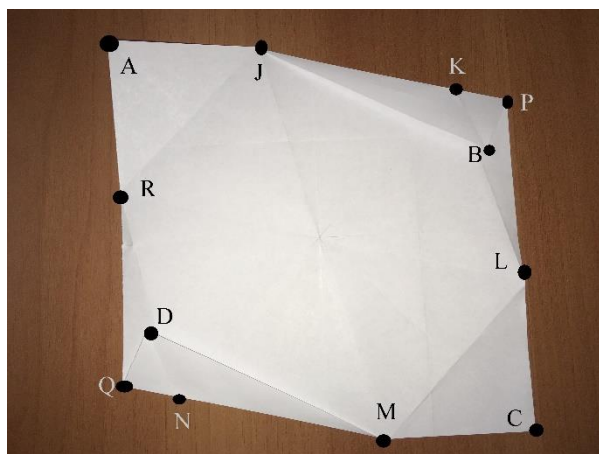
Figura 99: Módulo A - Passo 14



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe a Figura 99, faça uma dobra que intercepte os pontos J e K, obtendo o ponto P, analogamente para os pontos M e N, obtendo também o ponto Q, conforme o Axioma 1 de Huzita-hatori, como fica a Figura 100:

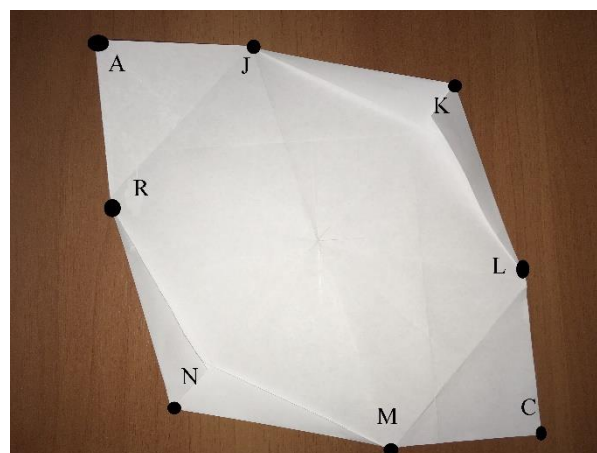
Figura 100: Módulo A - Passo 15



Fonte: Produção do próprio autor.

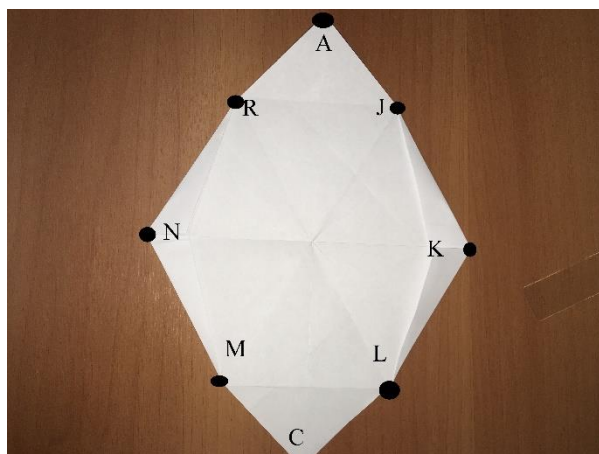
Faça uma dobra que intercepte os pontos N e R, analogamente para os pontos K e L, conforme o Axioma 1 de Huzita-hatori, como mostra na Figura 101:

Figura 101: Módulo A - Passo 16



Fonte: Produção do próprio autor.

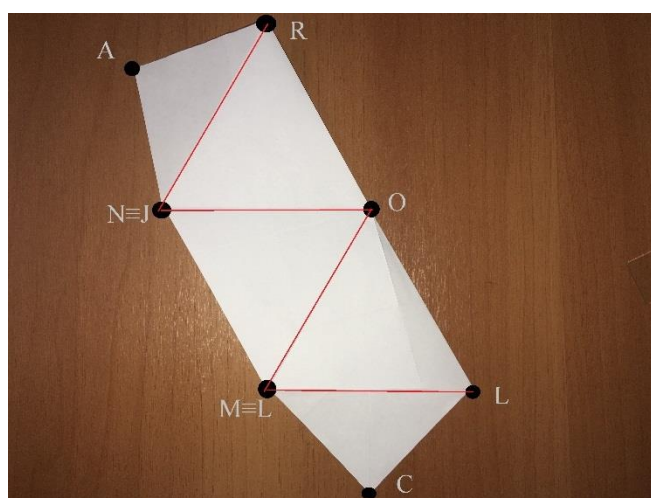
Figura 102: Módulo A - Passo 17



Fonte: Produção do próprio autor.

Faça uma dobra que intercepte os pontos L e R ao mesmo tempo que os pontos J e K coincidam com os pontos N e M, respectivamente, conforme os Axiomas 1 e 2 de Huzita-hatori, como mostra a Figura 103:

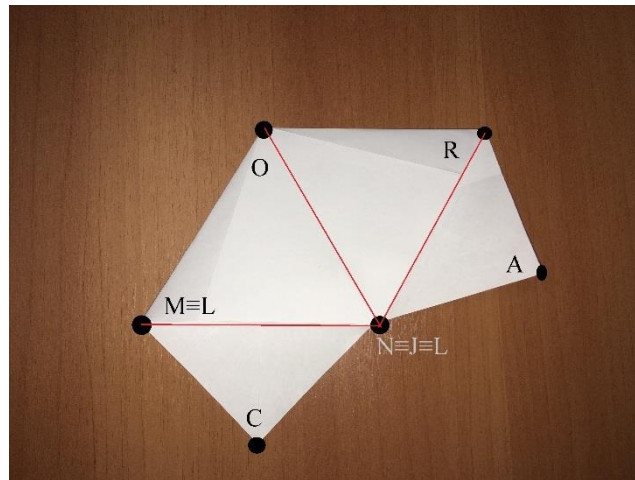
Figura 103: Módulo A - Passo 18



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto NJ coincidam com o ponto L ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos O e ML, conforme os Axiomas 1 e 2 de Huzita-hatori, como mostra na Figura 104:

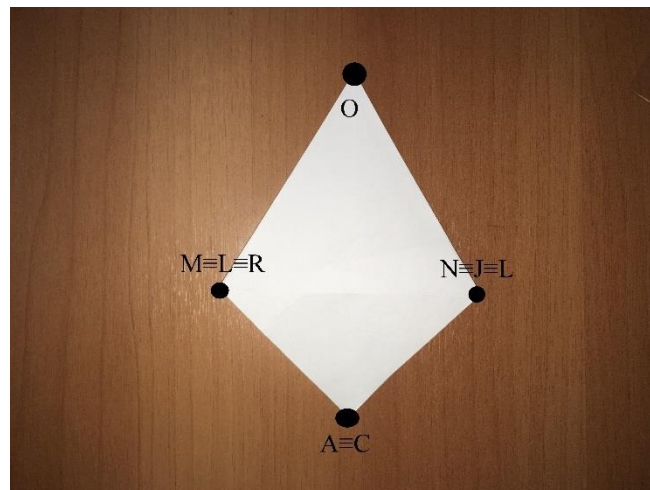
Figura 104: Módulo A - Passo 19



Fonte: Produção do próprio autor.

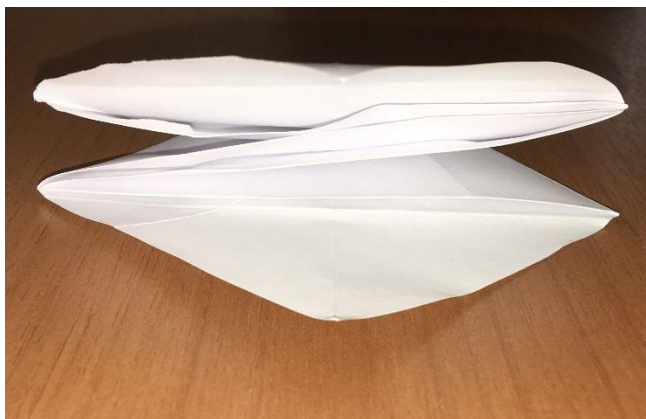
Dobre de forma que o ponto R coincida com o ponto ML ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos NJL e O, conforme os Axioma 1 e 2 de Huzita-hatori, como mostra a Figura 105:

Figura 105: Módulo A - Passo 20



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 106: Módulo A - Passo 21



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe a Figura 106, ela é a vista lateral do lado onde está localizado o ponto AC da Figura 105, neste lado possui uma bolsa e nela insira as abas triangulares AJR e CML, formando o módulo A, como mostra na Figura 107:

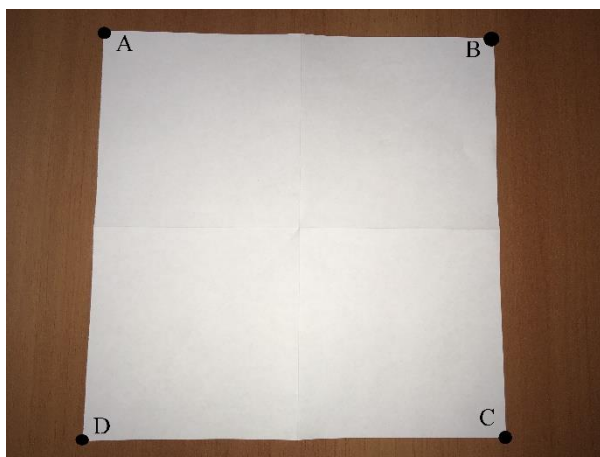
Figura 107: Módulo A



Fonte: Produção do próprio autor.

Módulo B

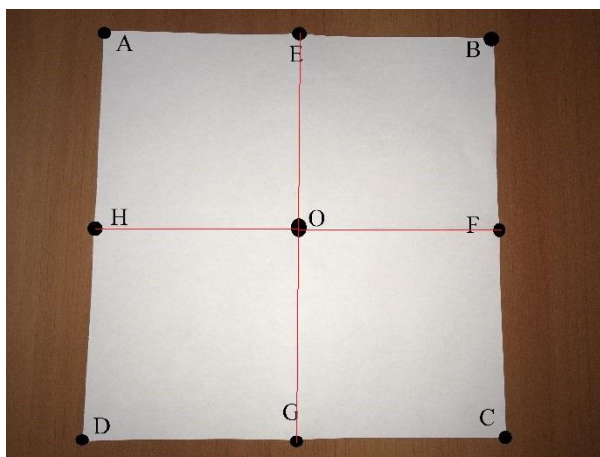
Figura 108: Módulo B - Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

Observe a Figura 108, dobre de forma que os pontos B e C coincidam com os pontos A e D, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, em seguida, desdobre totalmente a folha e dobre de forma que os pontos A e B coincidam com os pontos D e C, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, desdobre a folha novamente, como mostra a Figura 109:

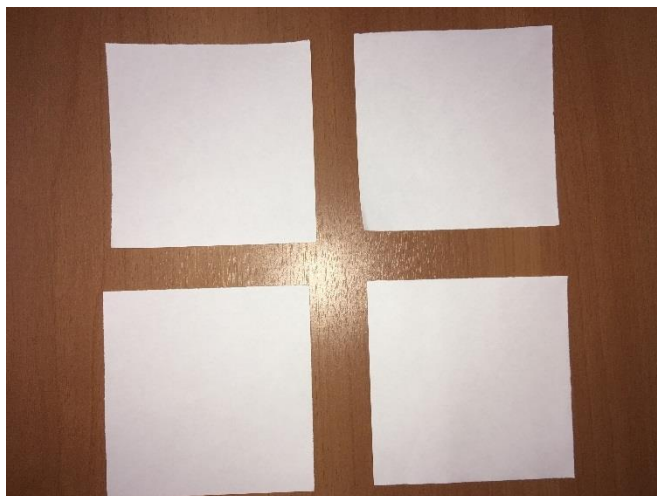
Figura 109: Módulo B - Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

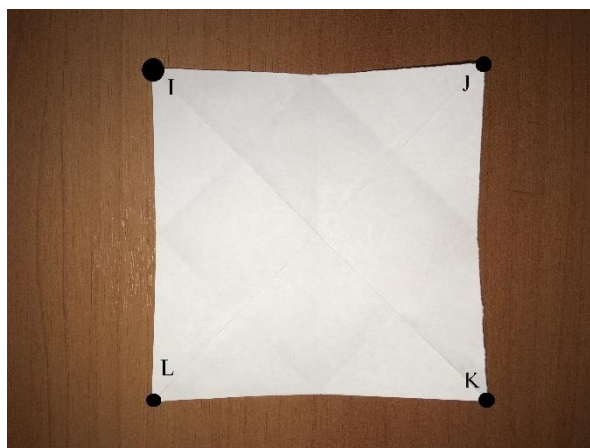
Recorte onde está indicado em vermelho na Figura 109, como mostra a Figura 110:

Figura 110: Módulo B - Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

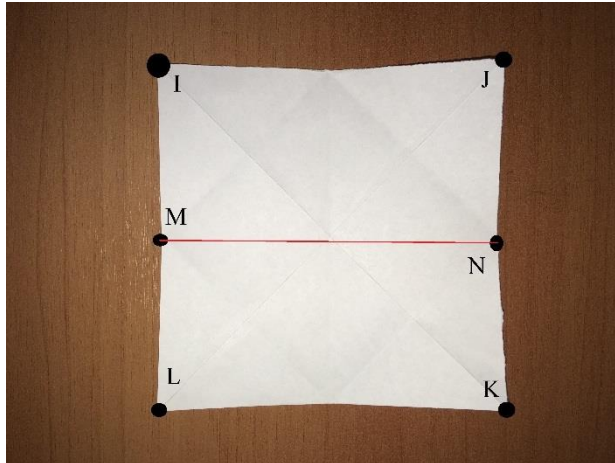
Figura 111: Módulo B - Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

Com o recorte, obtém-se quatro folhas quadradas, todas serão usadas para a construção dos módulos B, a Figura 111 é um dos quatro quadrados da Figura 110. Com um dos quadrados recortados (Figura 111) dobre de forma que os pontos I e J coincidam com os pontos L e K, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, desdobre em seguida, obtendo um vinco na horizontal, como mostra na Figura 112:

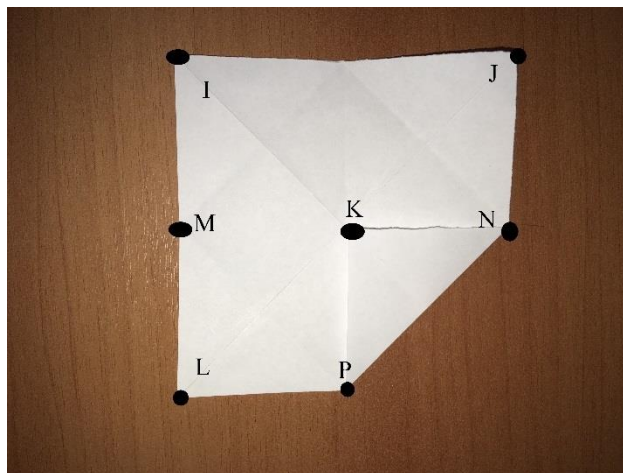
Figura 112: Módulo B - Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

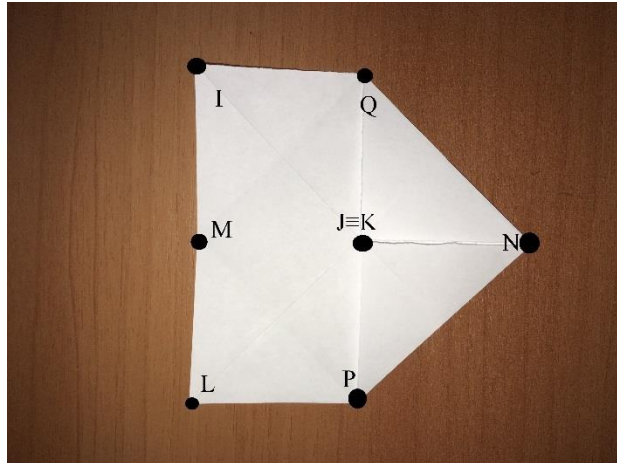
Dobre de forma que o ponto K coincida com o segmento MN ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto N, conforme o Axioma 5 de Huzita-Hatori, analogamente para os pontos J, I e L, como mostram as Figuras 113, 114, 115 e 116:

Figura 113: Módulo B - Passo 6



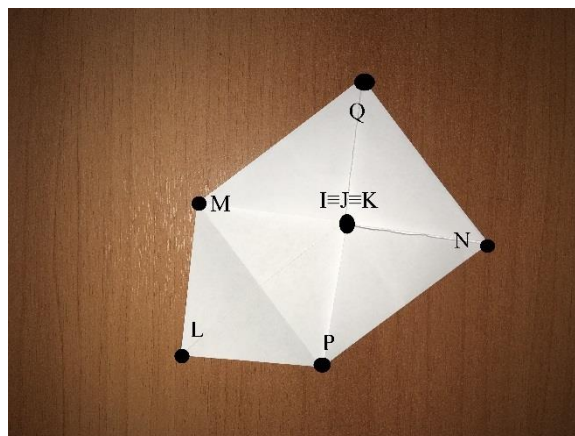
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 114: Módulo B - Passo 7



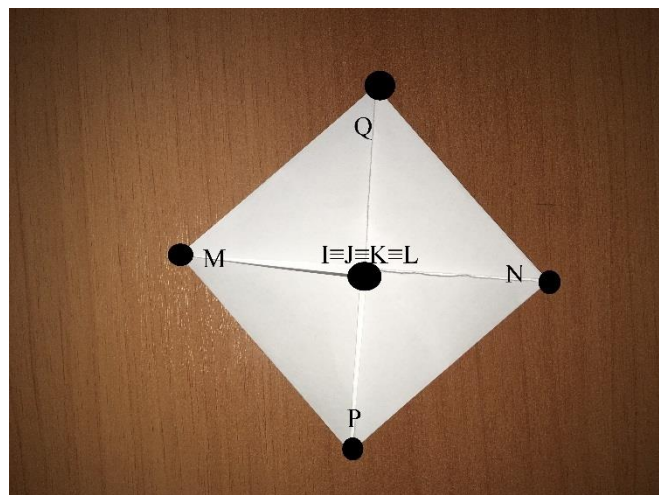
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 115: Módulo B - Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

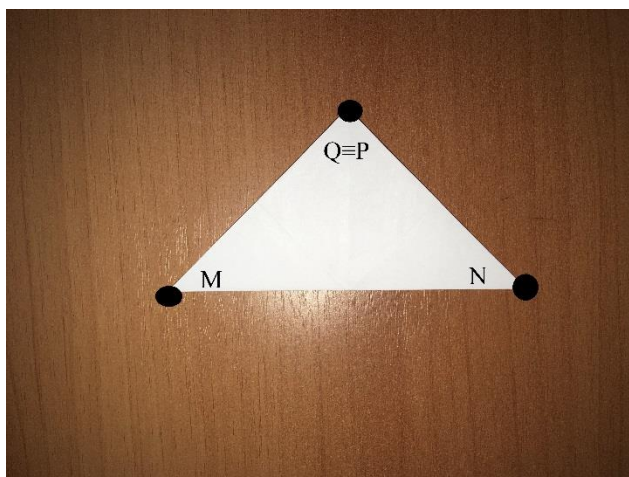
Figura 116: Módulo B - Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto P coincida com o ponto Q ao mesmo tempo que a dobra intercepte os pontos M e N, conforme nos Axioma 1 e 2 de Huzita-Hatori, obtendo assim um módulo B, como na Figura 117:

Figura 117: Módulo B

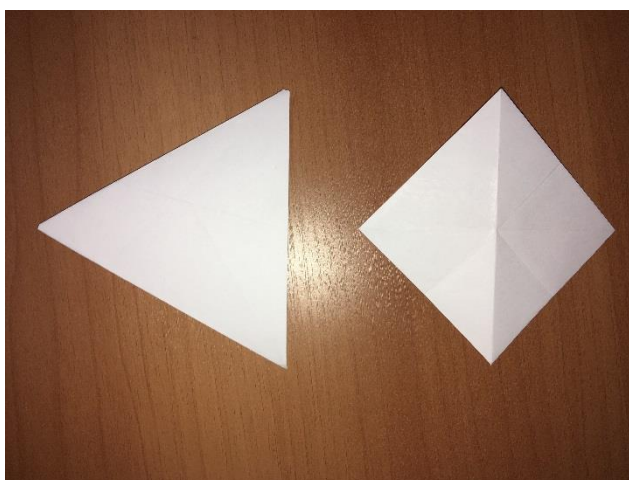


Fonte: Produção do próprio autor.

Como juntar os módulos A e B

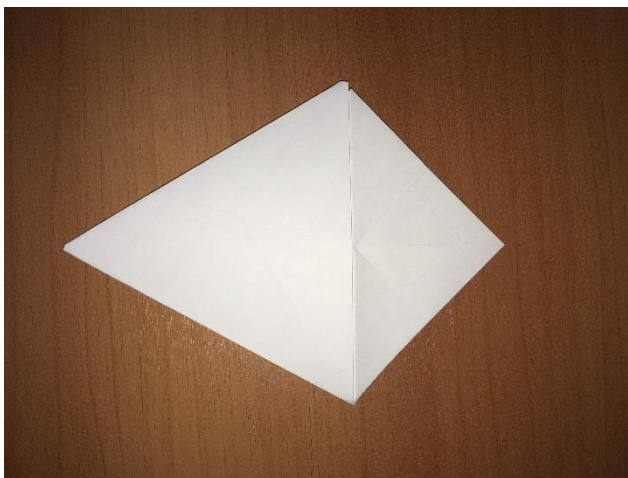
Com os módulos A e B prontos, como na Figura 118, no módulo A possui três bolsas distribuídas em seus lados, o módulo B vai ser inserido até a metade dele, como mostra na Figura 119, podendo colocar outro módulo A na outra ponta do módulo B.

Figura 118: Módulo A na esquerda e Módulo B na direita



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 119: Módulo A e B unidos

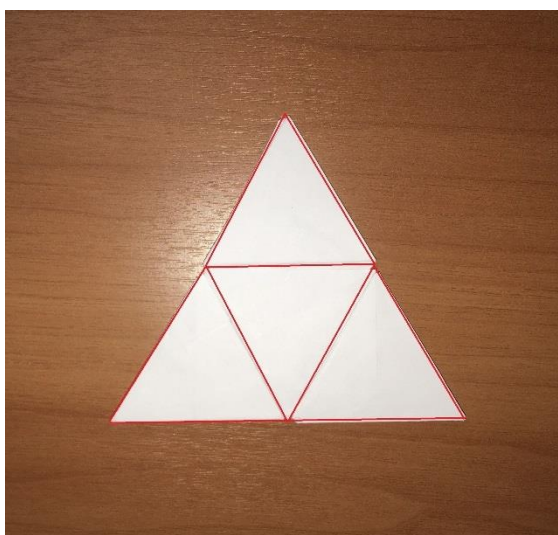


Fonte: Produção do próprio autor.

Montando o tetraedro.

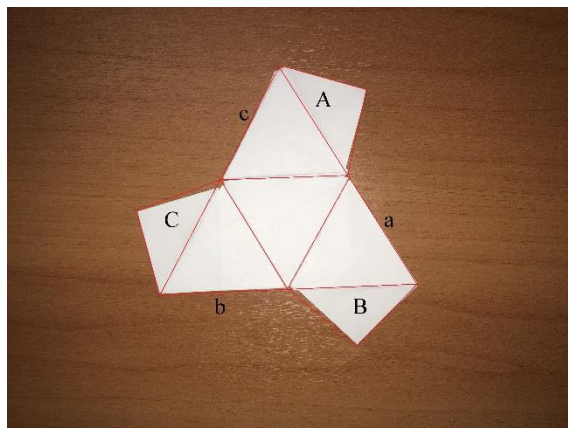
Para construir o tetraedro, serão necessários quatro módulos A e seis módulos B. Observe que a Figura 120 é a planificação do tetraedro. Na Figura 121 os módulos B estão colados e os os triângulos menores são a metade do módulo B, representados pelas abas A, B e C, nas quais devem se juntar nos lados a, b e c, respectivamente, obtendo assim o tetraedro, como na Figura 122:

Figura 120: Planificação do tetraedro



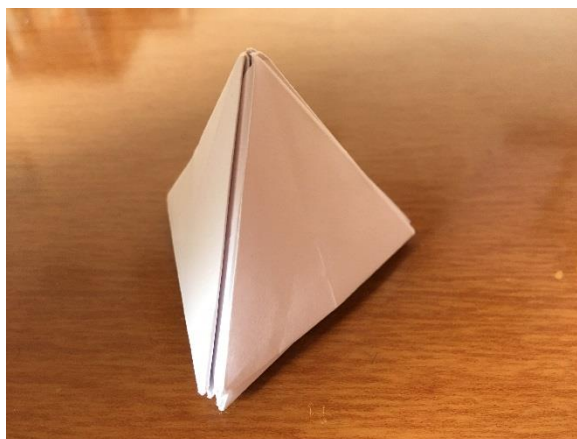
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 121: Planificação do tetraedro com os encaixes dos módulos B



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 122: Tetraedro

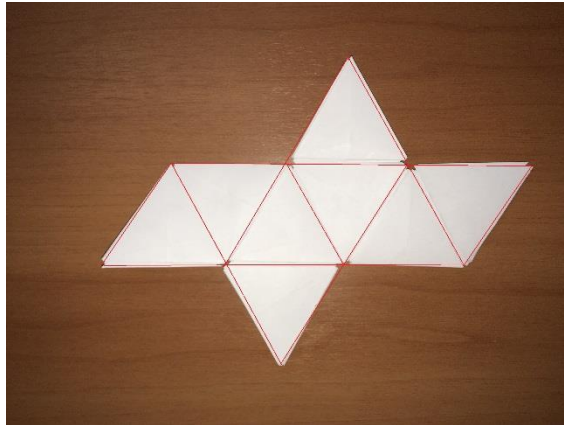


Fonte: Produção do próprio autor.

Montando o octaedro.

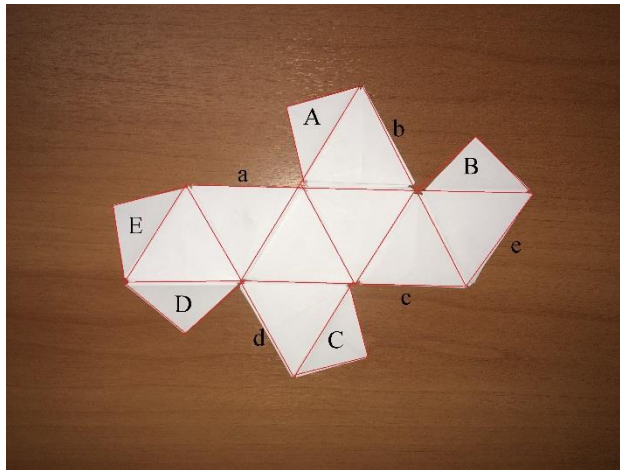
Para construir o octaedro, serão necessários oito módulos A e doze módulos B. Observe a Figura 123 é a planificação do octaedro, na Figura 124 está colada os módulos B, ainda na Figura 124, os triângulos menores são a metade do módulo B, representados pelas abas A, B, C, D, e E, nas quais devem se juntar nos lados a, b, c, d, e, respectivamente, obtendo assim o octaedro, como na Figura 125:

Figura 123: Planificação do octaedro



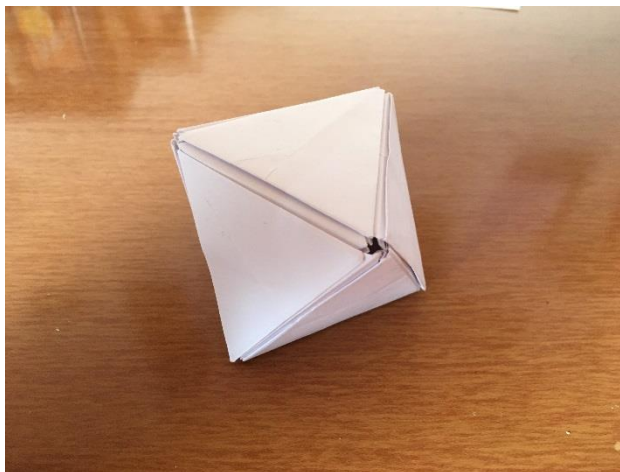
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 124: Planificação do octaedro com os encaixes dos módulos B



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 125: Octaedro

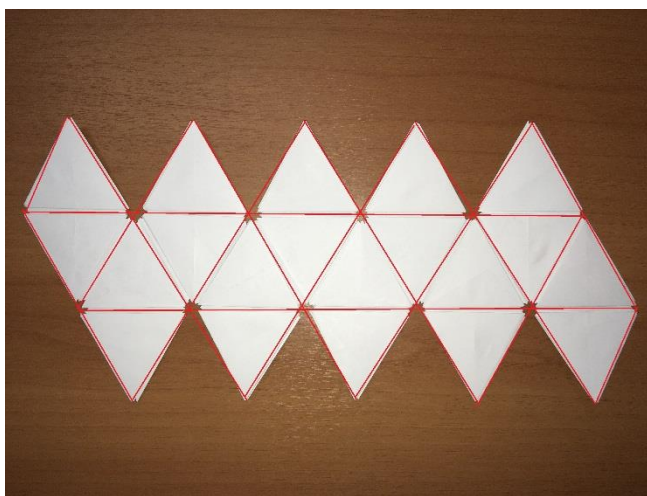


Fonte: Produção do próprio autor.

Montando o icosaedro.

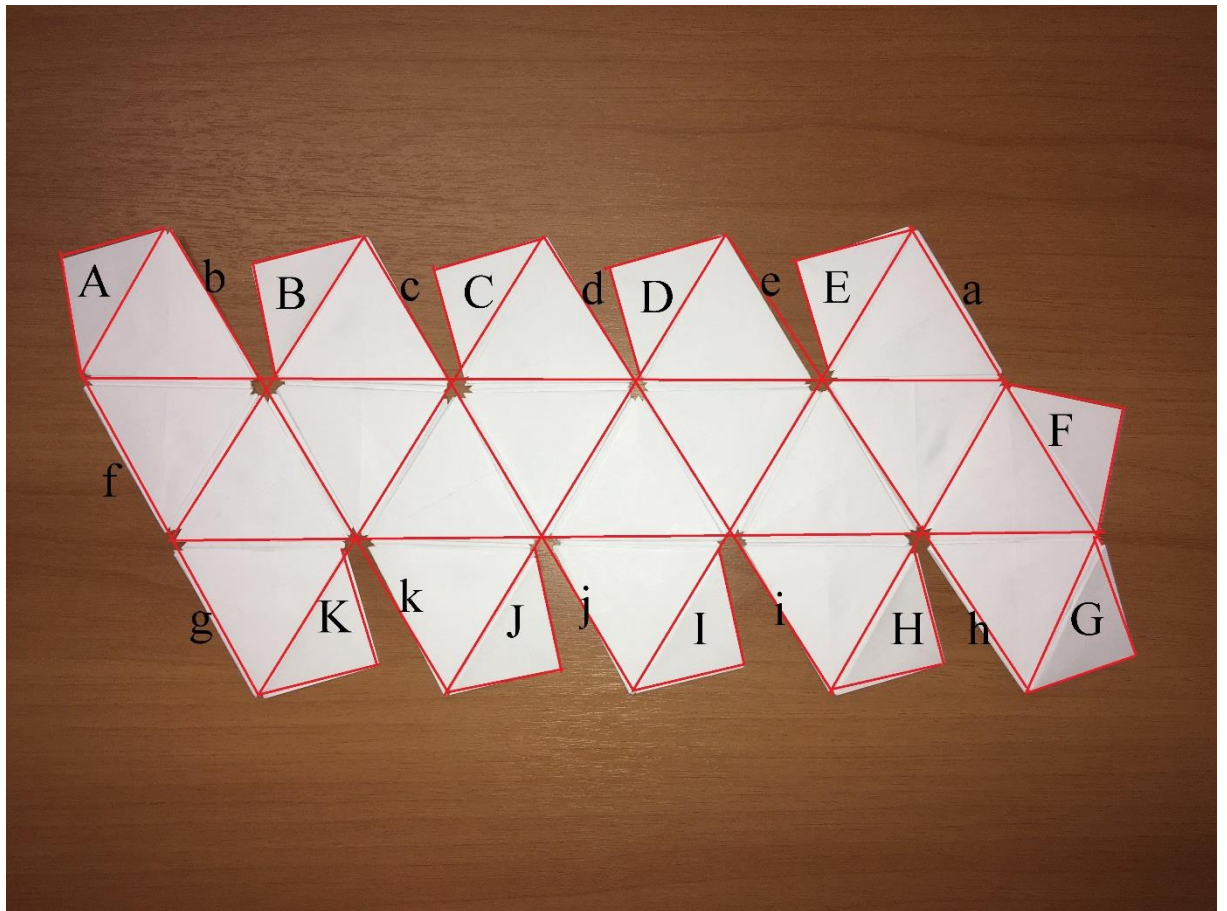
Para construir o icosaedro, serão necessários vinte módulos A e trinta módulos B. Observe a Figura 126 que é a planificação do icosaedro, na Figura 127 os módulos B estão colados, ainda na Figura 127, os triângulos menores são a metade do módulo B, representados pelas abas A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K, nas quais devem se juntar nos lados a, b, c, d, e, f, g, h, i, j e k respectivamente, obtendo assim o icosaedro, como na Figura 128:

Figura 126: Planificação do icosaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 127: Planificação do icosaedro com os encaixes dos módulos B



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 128: Icosaedro



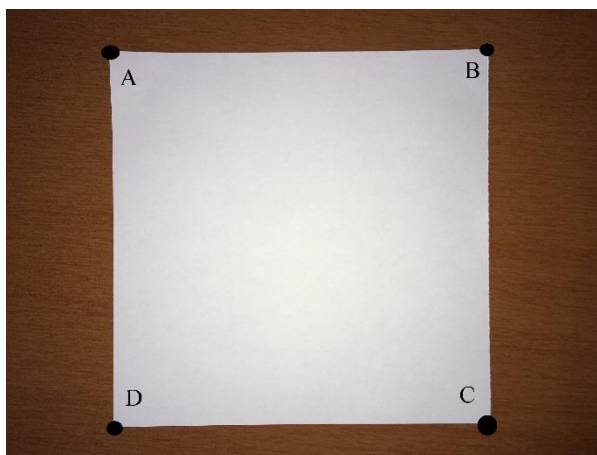
Fonte: Produção do próprio autor.

6.6.2 Atividade envolvendo a construção do hexaedro.

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Dias (2015), Rancan e Giraffa (2015). Para os alunos dos 3º, 4º, 5º e 6º anos. São abordadas as habilidades EF03MA13, EF03MA14, EF04MA17, EF05MA16 e EF06MA18.

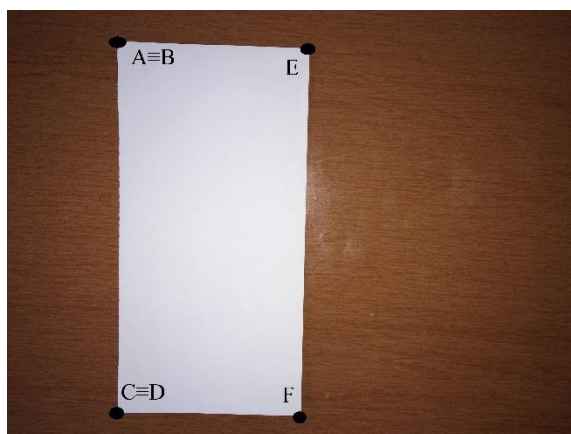
Com uma folha quadrada, Figura 129, dobre de forma que os pontos B e C coincidam com os pontos A e D, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 130, em seguida desdobre, como mostra a Figura 131:

Figura 129: Módulo do hexaedro – Passo 1



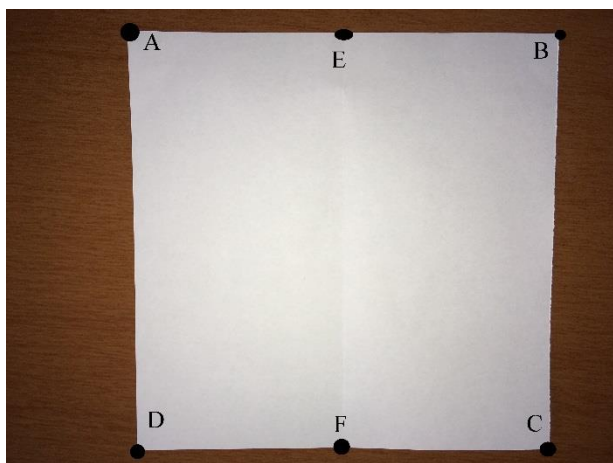
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 130: Módulo do hexaedro – Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

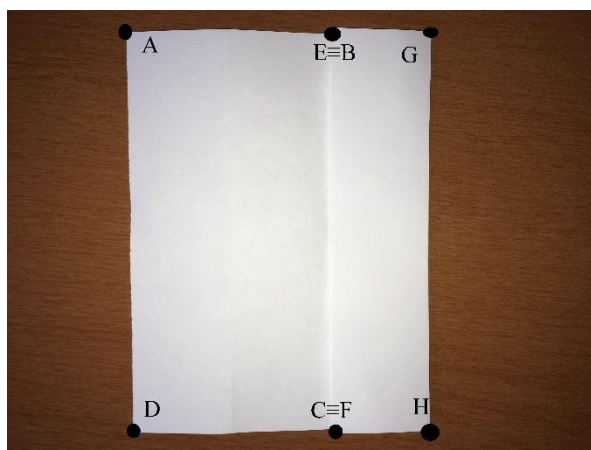
Figura 131: Módulo do hexaedro – Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

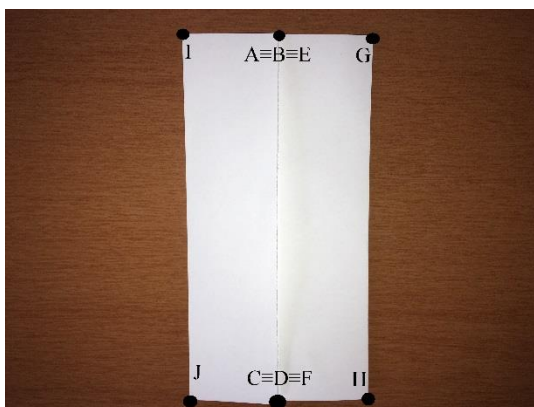
Dobre de forma que os pontos B e C coincidam com os pontos E e F, respectivamente, como mostra na Figura 132. Em seguida dobre de forma que os pontos A e D coincidam com os pontos E e F, respectivamente, como mostra a Figura 133, de acordo com o Axioma 2 de Huzita-Hatori.

Figura 132: Módulo do hexaedro – Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

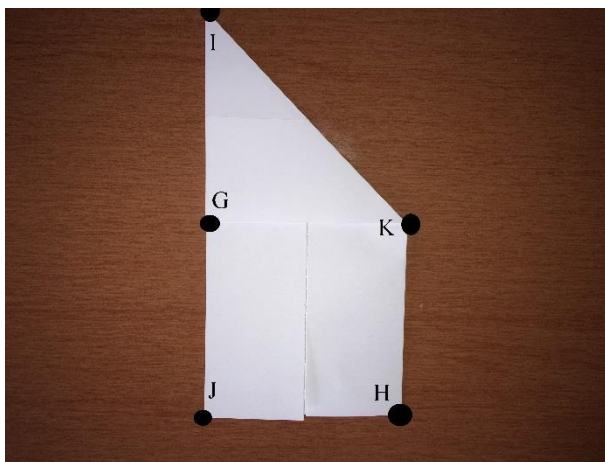
Figura 133: Módulo do hexaedro – Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto G coincida com o segmento IJ ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto I, conforme no axioma 5 de Huzita-Hatori, como mostra na Figura 134:

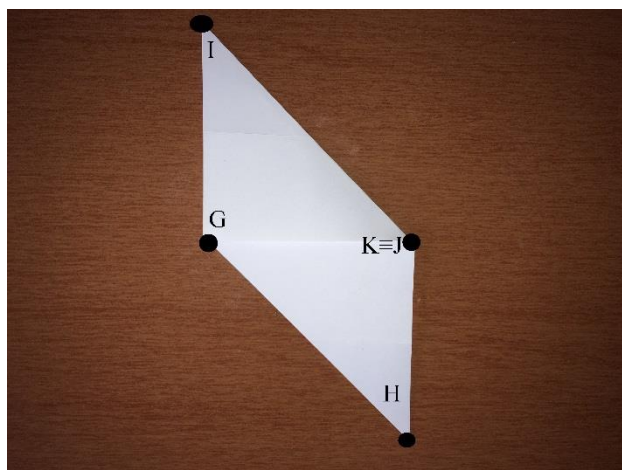
Figura 134: Módulo do hexaedro – Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto J coincida com o ponto K, conforme no Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra na Figura 135:

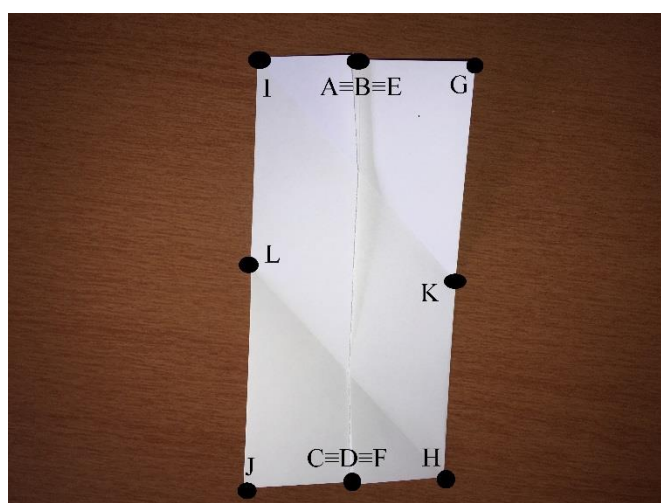
Figura 135: Módulo do hexaedro – Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

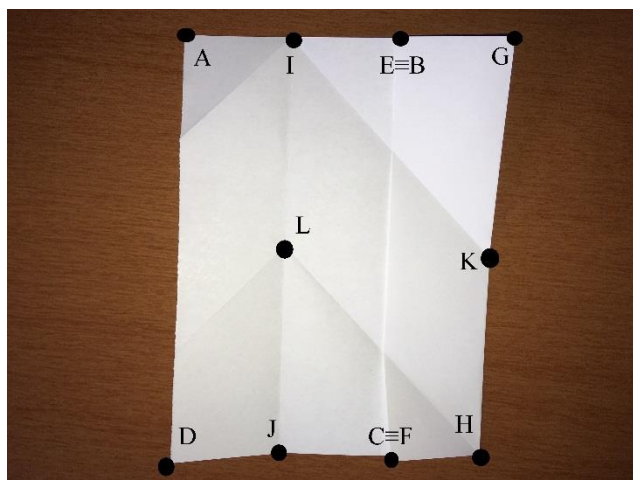
Desdobre as duas últimas dobras, como mostra na Figura 136, em seguida desdobre a aba IAJC, como mostra na Figura 137:

Figura 136: Módulo do hexaedro – Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

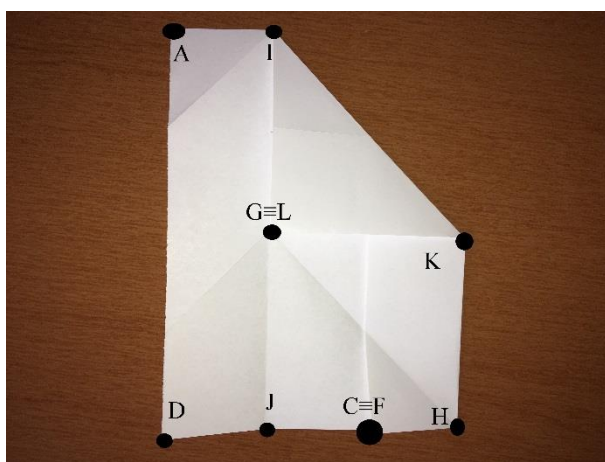
Figura 137: Módulo do hexaedro – Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

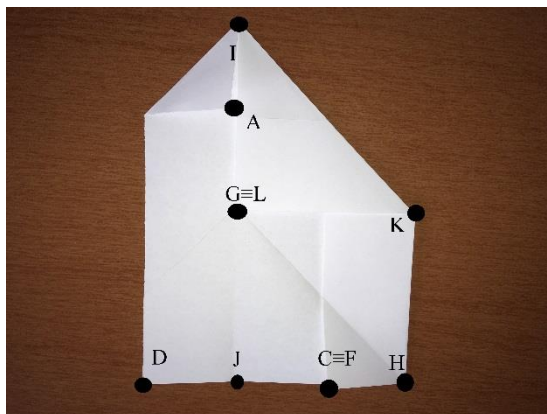
Dobre de forma que o ponto G coincida com o ponto L, conforme o Axioma 1 de Huzita-Hatori, como mostra na Figura 138. Em seguida dobre de forma que o ponto I coincida com o segmento IL ao mesmo tempo que a dobra intercepte o ponto I, conforme o Axioma 5 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 139:

Figura 138: Módulo do hexaedro – Passo 10



Fonte: Produção do próprio autor.

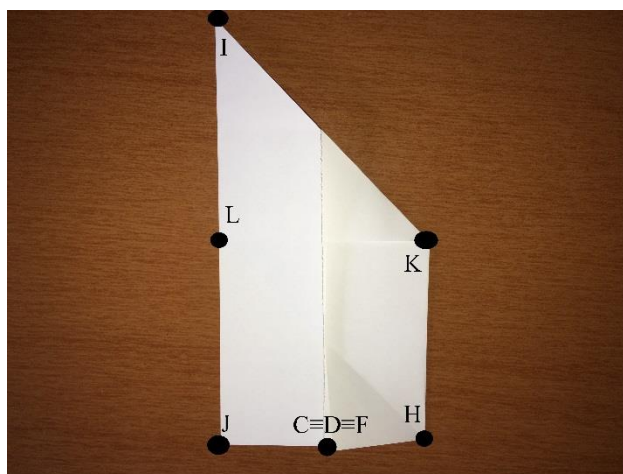
Figura 139: Módulo do hexaedro – Passo 11



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto D coincida com o ponto J, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 140:

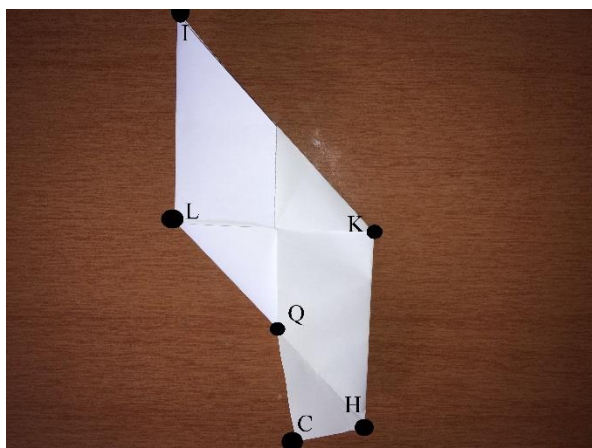
Figura 140: Módulo do hexaedro – Passo 12



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre novamente onde o ponto J coincide com o ponto K, porém, a dobra deve ficar em baixo da aba DHK, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 141:

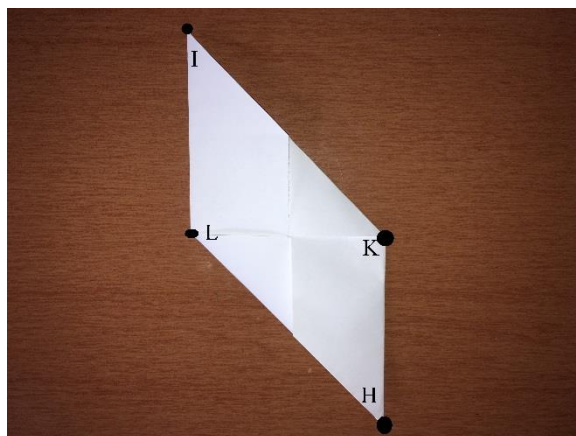
Figura 141: Módulo do hexaedro – Passo 13



Fonte: Produção do próprio autor.

Faça uma dobra que intercepte os pontos Q e H de forma que o ponto C entre na aba HQK, conforme o Axioma 1 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 142:

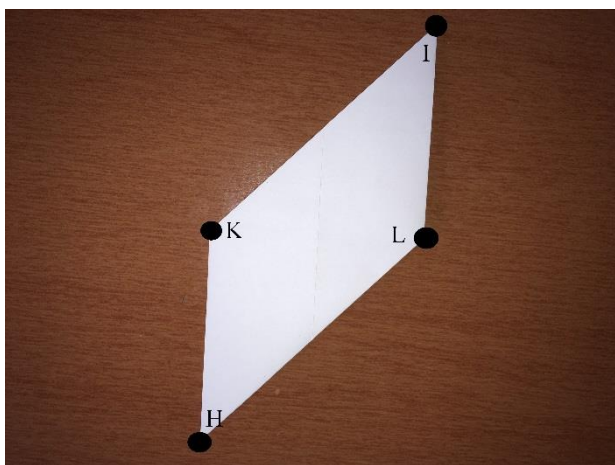
Figura 142: Módulo do hexaedro – Passo 14



Fonte: Produção do próprio autor.

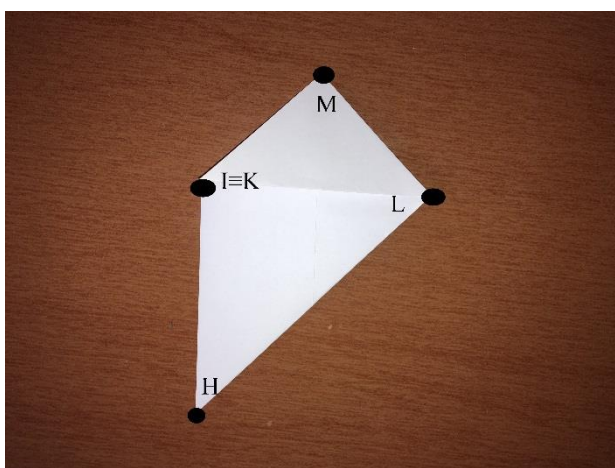
Vire a folha, como mostra a Figura 143, em seguida dobre de forma que o ponto I coincida com o ponto K e faça o mesmo no ponto H coincidindo no ponto L, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostram as Figuras 144 e 145. Vire a folha em seguida, obtendo um módulo do hexaedro, como mostra a Figura 146:

Figura 143: Módulo do hexaedro – Passo 15



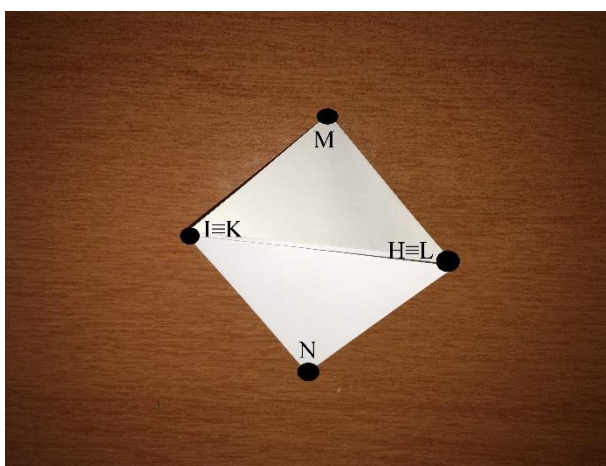
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 144: Módulo do hexaedro – Passo 16



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 145: Módulo do hexaedro – Passo 17



Fonte: Produção do próprio autor.

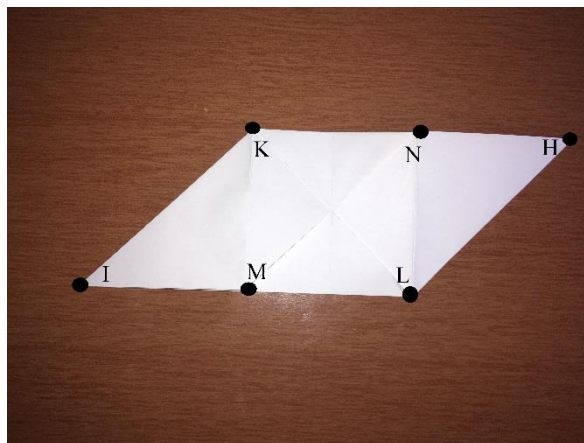
Figura 146: Módulo do hexaedro – Passo 18



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre as abas IKL e HKL, como mostra a figura 147. As abas triangulares IKM e NLH são as abas que unem os módulos entre si. Observe que no quadrado KNML possuem pequenas bolsas triangulares, nela onde serão inseridas as abas que unem os módulos.

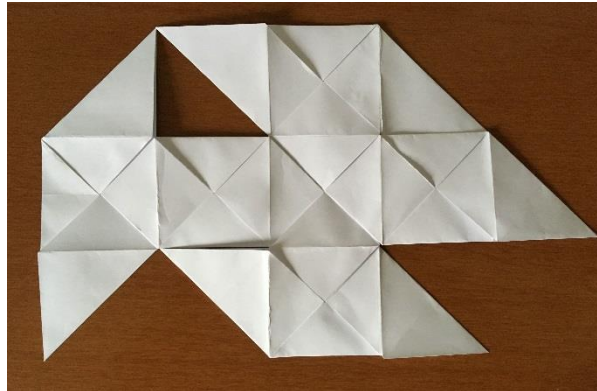
Figura 147: Módulo do hexaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

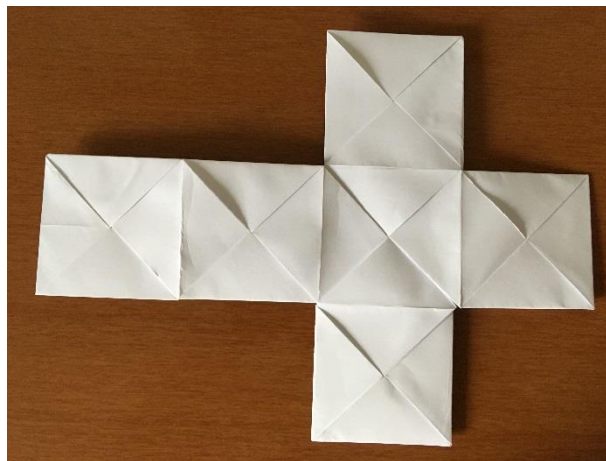
Para a construção do hexaedro, serão necessários seis módulos do hexaedro. Nas Figuras 148 e 149 estão as planificações com e sem as abas que une os módulos, respectivamente, obtendo assim o hexaedro, como mostra a Figura 150:

Figura 148: Planificação do hexaedro com as abas que os une



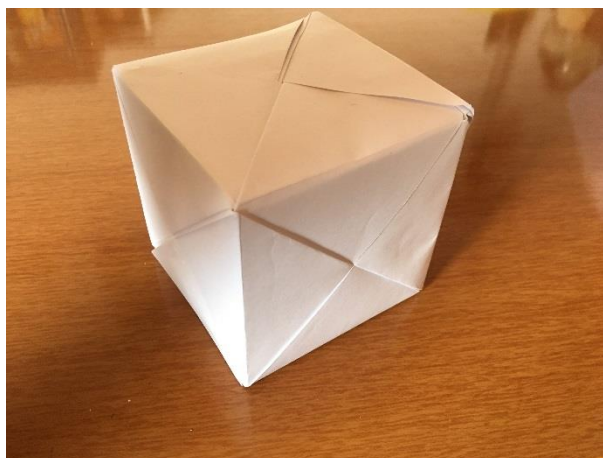
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 149: Planificação do hexaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 150: Hexaedro



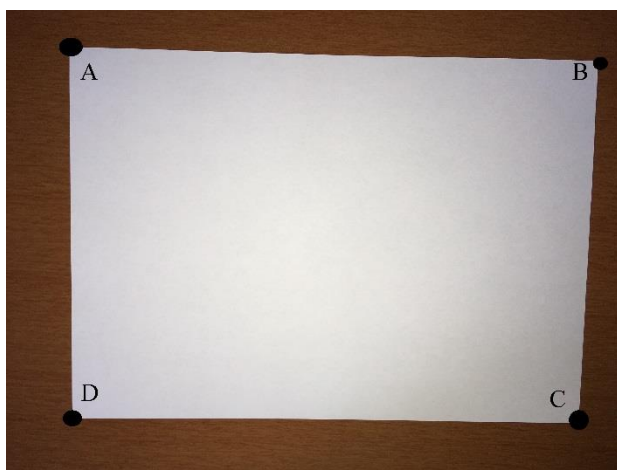
Fonte: Produção do próprio autor.

6.6.3 Atividade envolvendo a construção do dodecaedro.

Esta atividade é baseada nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Rancan e Giraffa (2012), Dias (2015) e Tridapalli (2017), podendo ser trabalhada com os alunos dos 3º, 4º, 5º e 6º anos. São abordadas as habilidades EF03MA13, EF03MA14, EF04MA17, EF05MA16 e EF06MA18.

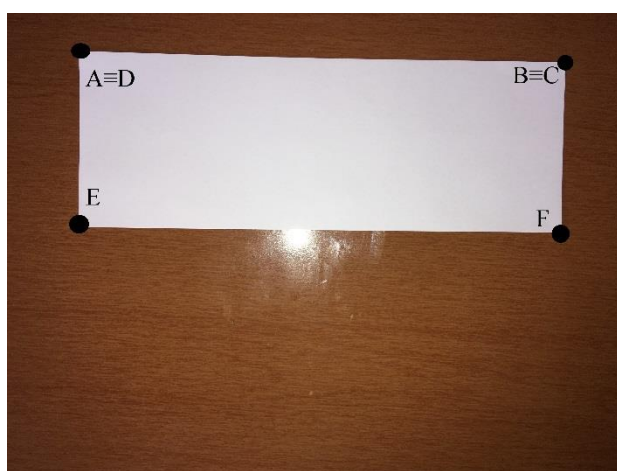
Com uma folha sulfite A4, Figura 151, dobre de forma que os pontos A e B coincidam com os pontos D e C, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 152, em seguida desdobre totalmente a folha, como mostra a Figura 153:

Figura 151: Módulo do dodecaedro – Passo 1



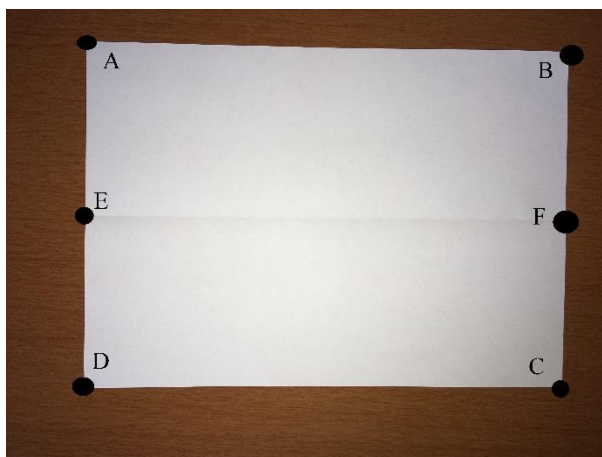
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 152: Módulo do dodecaedro – Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

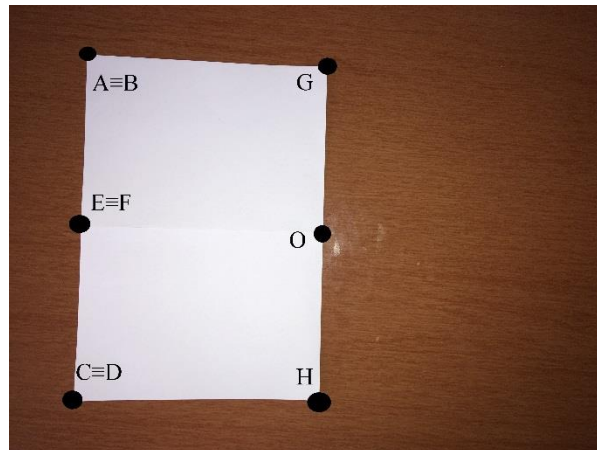
Figura 153: Módulo do dodecaedro – Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

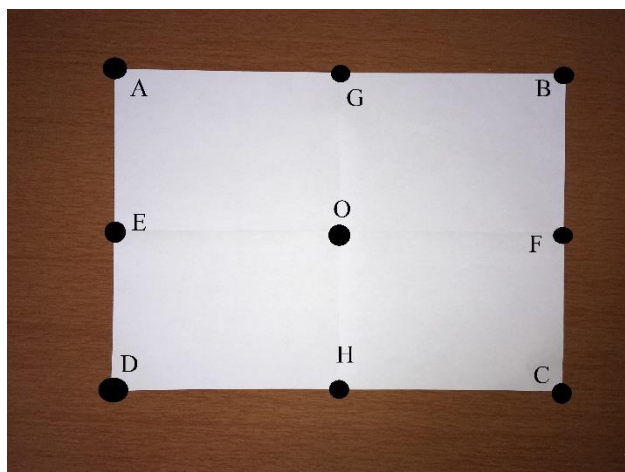
Dobre de forma que o ponto F coincida com o ponto E, conforme no Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 154, e desdobre totalmente o papel, como mostra a Figura 155:

Figura 154: Módulo do dodecaedro – Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

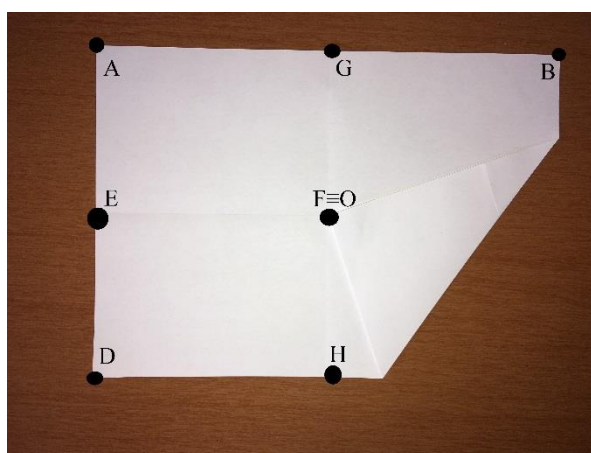
Figura 155: Módulo do dodecaedro – Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

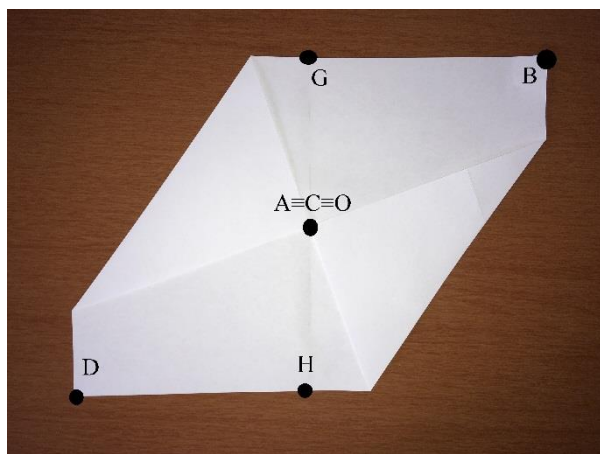
Dobre de forma que os pontos A, B, C e D coincidam com o ponto O, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostram as Figuras 156, 157, 158 e 159:

Figura 156: Módulo do dodecaedro – Passo 6



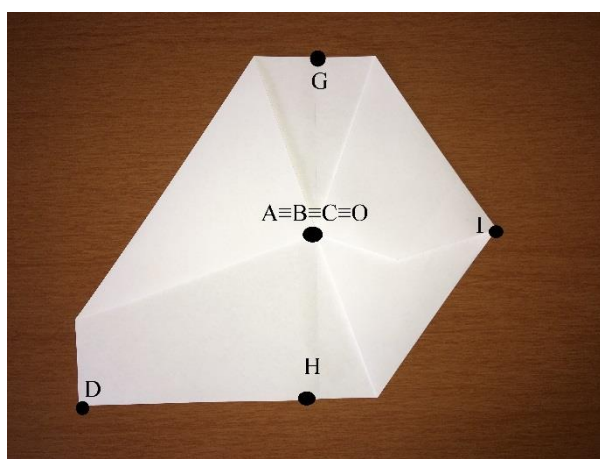
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 157: Módulo do dodecaedro – Passo 7



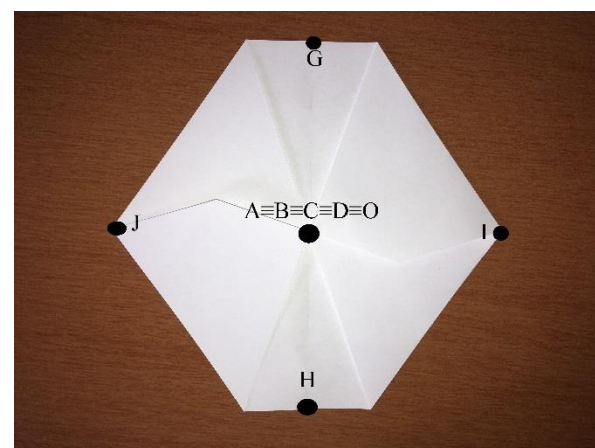
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 158: Módulo do dodecaedro – Passo 8



Fonte: Produção do próprio autor.

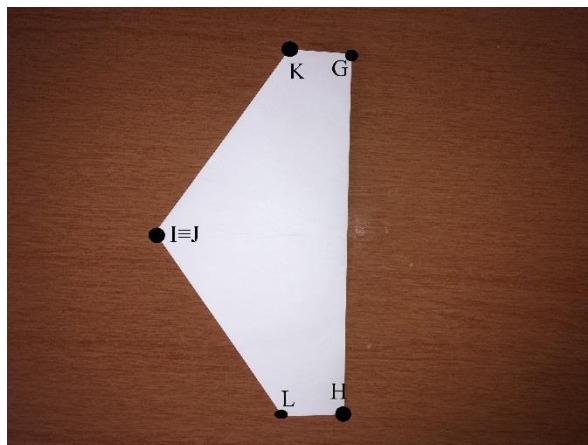
Figura 159: Módulo do dodecaedro – Passo 9



Fonte: Produção do próprio autor.

Faça uma dobra que intercepte os pontos G e H, conforme o Axioma 1 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 160:

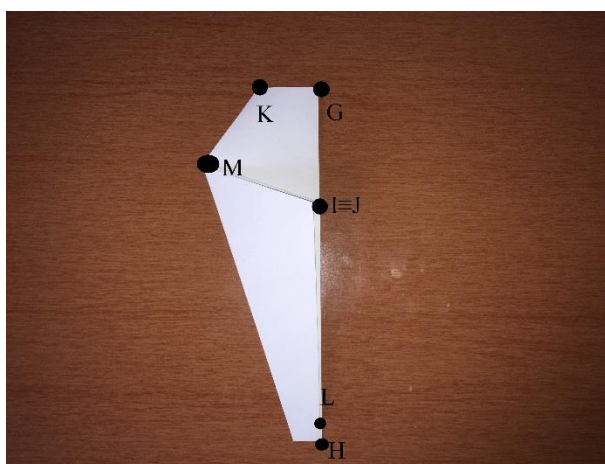
Figura 160: Módulo do dodecaedro – Passo 10



Fonte: Produção do próprio autor.

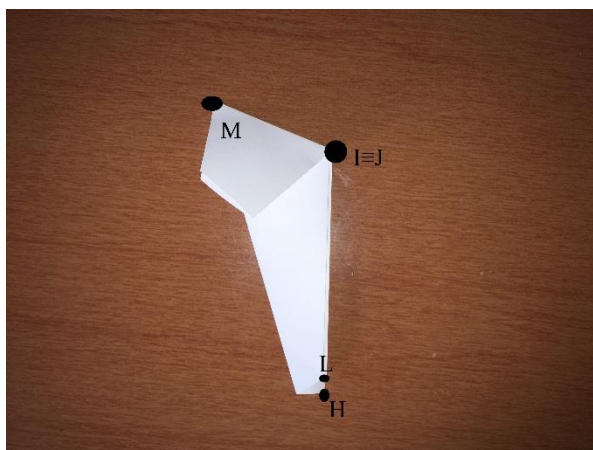
Dobre de forma que o segmento IL/JL coincida com o segmento GH, conforme o Axioma 3 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 161. Em seguida faça uma dobra que intercepte os pontos M e IJ, conforme o Axioma 1 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 162:

Figura 161: Módulo do dodecaedro – Passo 11



Fonte: Produção do próprio autor.

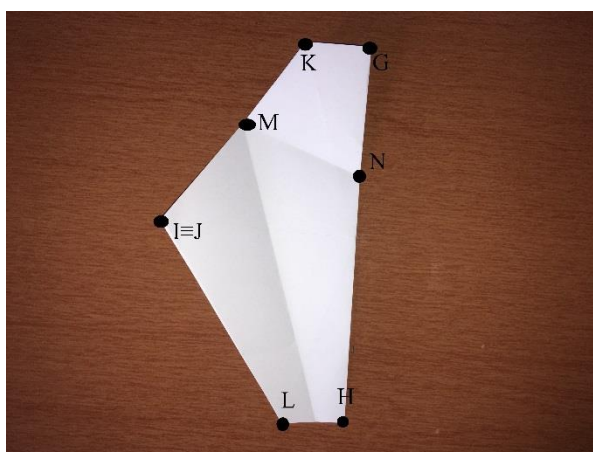
Figura 162: Módulo do dodecaedro – Passo 12



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre as duas últimas dobras feitas, como mostra a Figura 163:

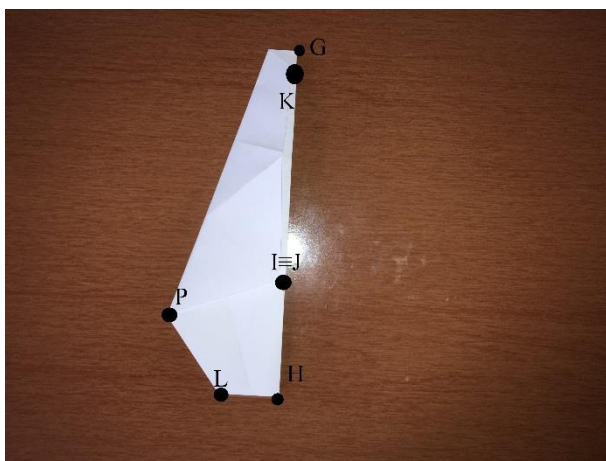
Figura 163: Módulo do dodecaedro – Passo 13



Fonte: Produção do próprio autor.

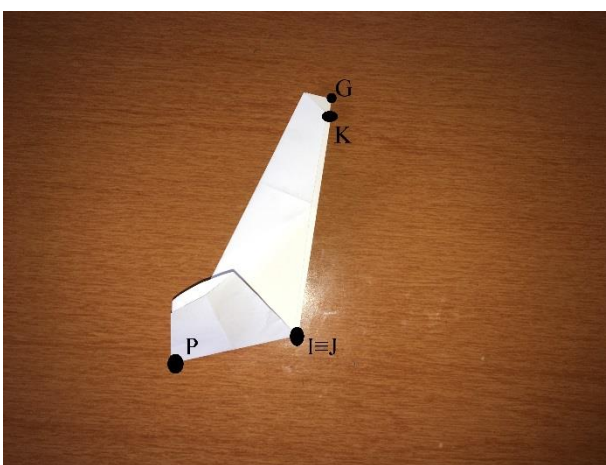
Dobre de forma que o segmento IK/JK coincida com o segmento GH, conforme o Axioma 3 de Huzita-hatori, como mostra a Figura 164. Em seguida faça uma dobra que intercepte os pontos P e I/J, conforme o Axioma 1 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 165:

Figura 164: Módulo do dodecaedro – Passo 14



Fonte: Produção do próprio autor.

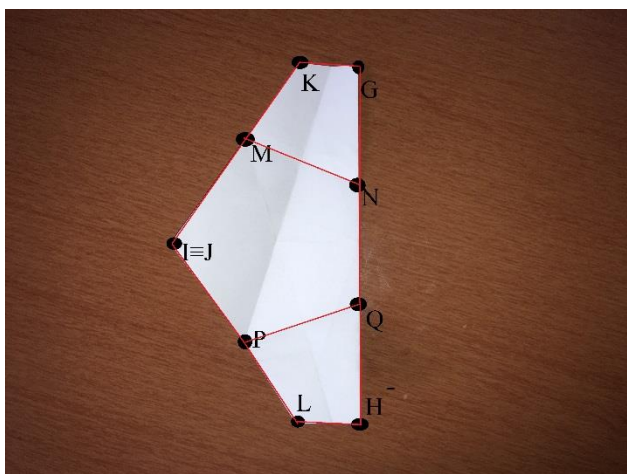
Figura 165: Módulo do dodecaedro – Passo 15



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre as últimas duas dobras feitas, obtendo o módulo para a construção do dodecaedro, observe na Figura 166, o pentágono IMNPQ/JMNPQ e os quadriláteros KGMN e PQLH, o pentágono é a face do dodecaedro enquanto os quadriláteros são as abas que unem os módulos.

Figura 166: Módulo do dodecaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

Para a construção do dodecaedro serão necessários doze módulos do dodecaedro, na Figura 167 mostra a planificação do dodecaedro, após a construção se obtém o dodecaedro, como mostra a Figura 168:

Figura 167: Planificação do dodecaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 168: Dodecaedro



Fonte: Produção do próprio autor.

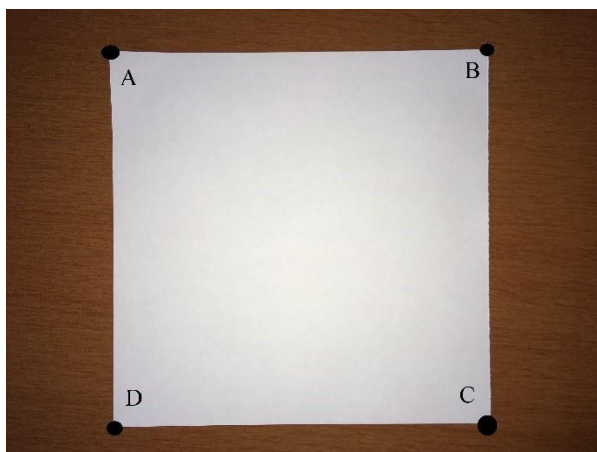
6.7 DIVIDINDO UM QUADRADO EM 3 E 5 PARTES IGUAIS.

As atividades deste capítulo são baseadas nos trabalhos de Cavacami e Furuya (2008), Leroy (2010), Frolini (2014) e Mezenes e Silva (2015), podendo serem trabalhadas com os alunos dos 4º e 5º anos. São abordadas as habilidades EF04MA20 e EF05MA03.

6.7.1 Dividindo em 3 partes iguais.

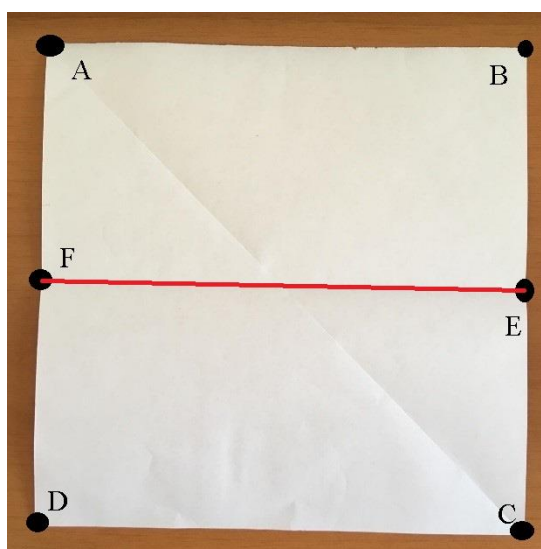
Com uma folha quadrada, Figura 169, dobre de forma que os pontos A e B coincidam com os pontos D e C, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, em seguida desdobre, como mostra a Figura 170.

Figura 169: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

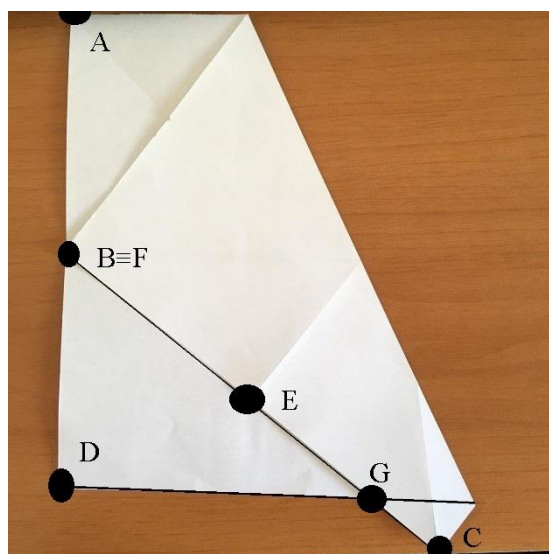
Figura 170: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

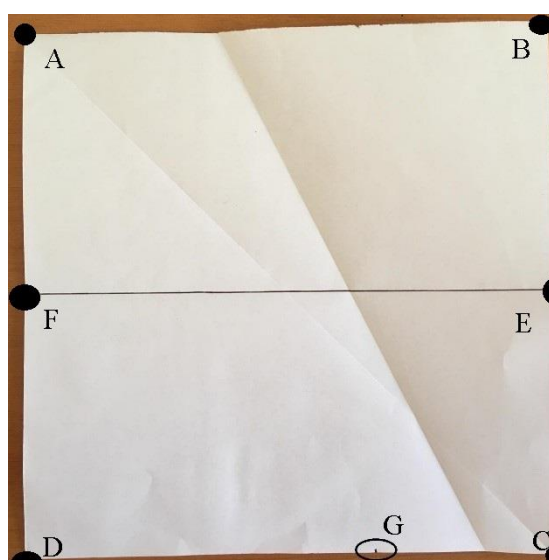
Em seguida dobre o papel de forma que o ponto B coincida com o ponto F, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 171, em seguida marque no papel no segmento CD o ponto G e desdobre totalmente a folha, como na Figura 172:

Figura 171: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

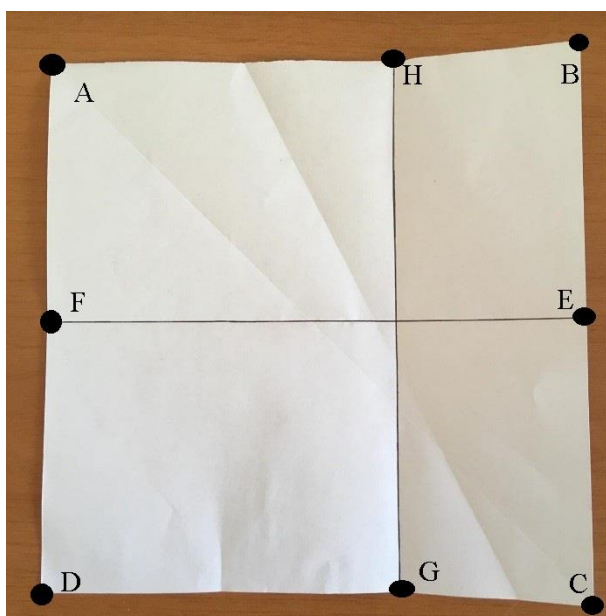
Figura 172: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre uma perpendicular no ponto G em relação ao segmento CD, conforme o Axioma 4 de Huzita-Hatori, como na Figura 173:

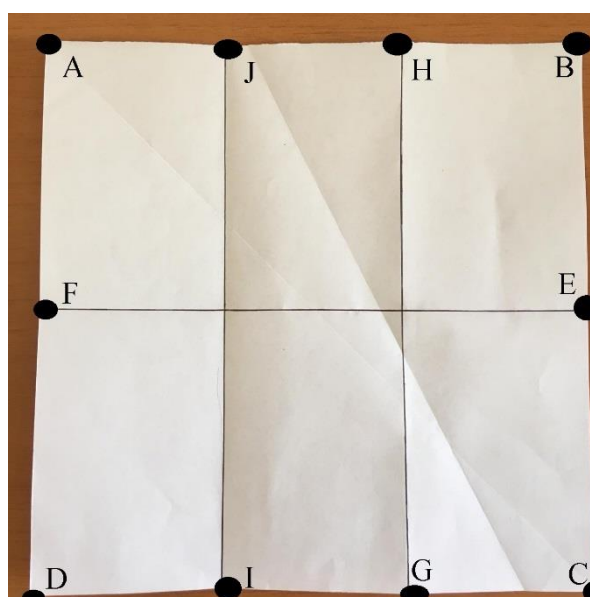
Figura 173: Dividindo em 3 partes iguais – Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos A e D coincidam com os pontos H e G, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, obtendo assim a divisão do papel em 3 partes iguais, como mostra a Figura 174.

Figura 174: Dividindo em 3 partes iguais

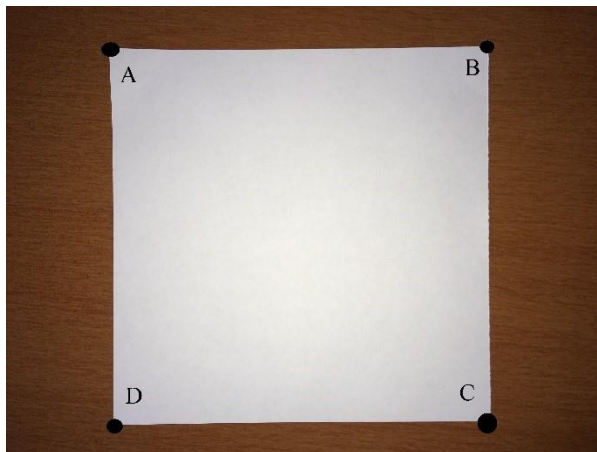


Fonte: Produção do próprio autor.

6.7.2 Dividindo em 5 partes iguais.

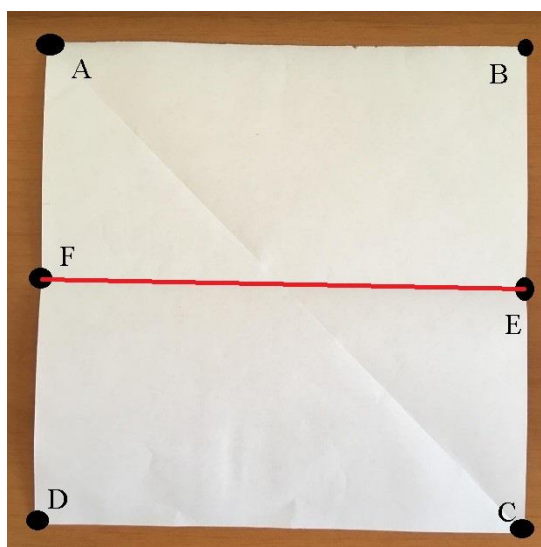
Com uma folha quadrada, Figura 175, dobre de forma que os pontos A e B coincidam com os pontos D e C, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, e desdobre a folha, como na Figura 176.

Figura 175: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 1



Fonte: Produção do próprio autor.

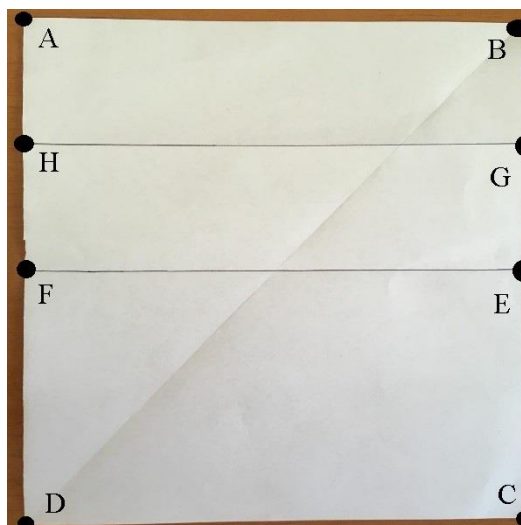
Figura 176: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos A e B coincidam com os pontos F e E, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, e desdobre a folha, como mostra a Figura 177.

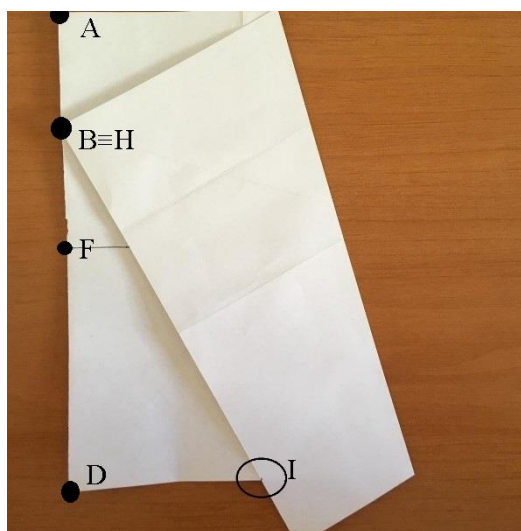
Figura 177: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 3



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que o ponto B coincida com o ponto H, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, como mostra a Figura 178. O ponto onde os segmentos CD e BC coincidem, indicado como ponto I, marque no papel um ponto.

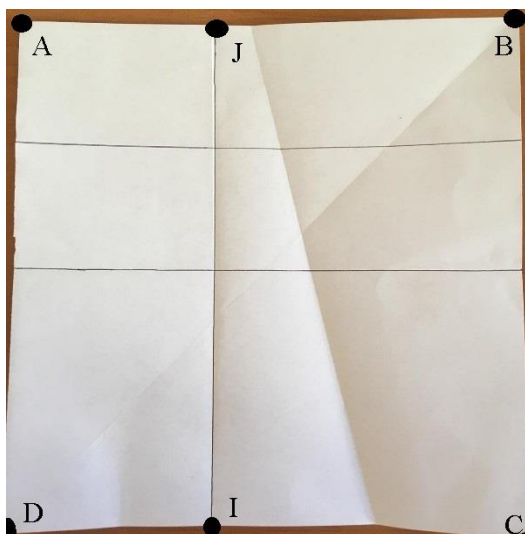
Figura 178: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 4



Fonte: Produção do próprio autor.

Desdobre a folha e em seguida dobre uma perpendicular no ponto I em relação ao segmento CD, conforme o Axioma 4 de Huzita-Hatori, desdobre novamente, obtendo o segmento IJ, como mostra a Figura 179.

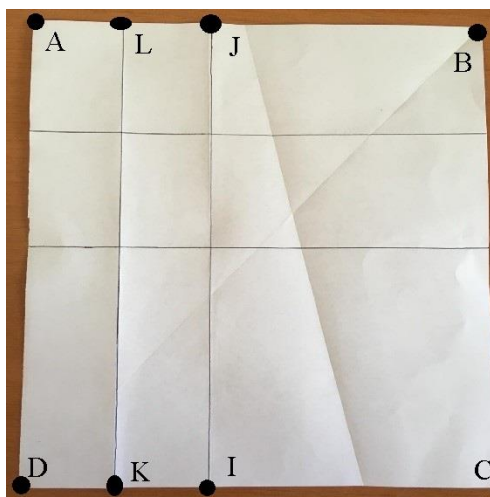
Figura 179: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 5



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos A e D coincidam com os pontos J e I, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, e desdobre em seguida, como na Figura 180.

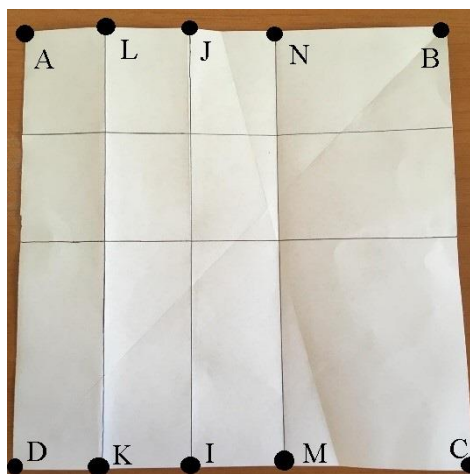
Figura 180: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 6



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos B e C coincidam com os pontos L e K, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, e desdobre em seguida, como mostra na Figura 181.

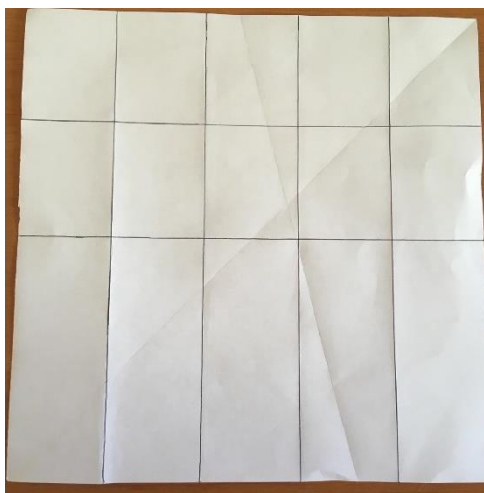
Figura 181: Dividindo em 5 partes iguais – Passo 7



Fonte: Produção do próprio autor.

Dobre de forma que os pontos B e C coincidam com os pontos N e M, respectivamente, conforme o Axioma 2 de Huzita-Hatori, e desdobre em seguida, obtendo a divisão do papel em 5 partes iguais, Figura 182.

Figura 182: Dividindo em 5 partes iguais



Fonte: Produção do próprio autor.

7 CONCLUSÃO

Ao explorar a relação do Origami com a Educação Matemática, foram destacados dez trabalhos: Cavacami e Furuya (2008); Monteiro (2008), Carneiro e Spira (2010), Leroy (2010), Rancan e Giraffa (2012), Frolini (2014), Dias (2015), Menezes e Silva (2015), Bettin e Pretto (2017) e Tridapalii (2017), nas quais foram essenciais para a familiarização e para identificar as principais atividades que envolviam esses dois temas.

Porém, foi necessário buscar o conteúdo de Matemática do Ensino Fundamental para ajudar a identificar as atividades, para isto, foi usada a BNCC, que rege as principais habilidades que o aluno deve desenvolver em determinados assuntos e matérias, para justificar o uso do Origami como atividade alternativa dentro de sala de aula. Ao relacionar o Origami com a BNCC, foram identificadas 27 habilidades que podem ser trabalhadas com os alunos através do Origami.

Desta forma, a pesquisa satisfaz a pergunta que norteou o trabalho onde o origami ,segundo a BNCC, possui sua relevância como objeto de aprendizagem no Ensino Fundamental.

Diante disto, o Origami é bastante rico em conteúdo matemático e isto foi destacado durante as atividades escolhidas no presente trabalho, podendo abordar a interdisciplinaridade.

Para futuros trabalhos, poderiam ser aplicadas as atividades propostas no Capítulo 6 e analisar as posições do aluno quanto a dobradura diante da era digital.

REFERÊNCIAS

- BETTIN, A. D. H.; PRETTO, V. O origami no ensino e aprendizagem de Matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO-EDUCAÇÃO HUMANIZADORA: valorizando a vida na sociedade contemporânea, 7., 2017, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: Hal, 2017.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.**, Rio Claro, v. 5, n. 2, mai-ago. 2012, p. 16-19.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista pesquisa qualitativa**, Rio Claro, v. 1, n. 1, 2009.
- BRASIL. **Base nacional comum curricular.** Disponível em: <https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=http%3A%2F%2Fbasenacionalcomum.mec.gov.br%2Fwp-content%2Fuploads%2F2018%2F06%2FBNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf&btnG=>>. Acesso em: 30 nov. 2018.
- CARNEIRO, M. J. D.; SPIRA, M. **Oficina de dobraduras.** Rio de Janeiro: IMPA, 2010.
- CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. **Explorando geometria com origami.** São Carlos: Departamento de Matemática / Universidade Federal de São Carlos, 2009.
- CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evoluções e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga ,v.16, n.2, 2003, p. 221-236.
- DIAS, M. C. O. et al. **O uso do origami como recurso didático-metodológico para o ensino de geometria.** 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.
- FARIA, E. T. O professor e as novas tecnologias. **Ser professor**, Porto Alegre, v. 4, p. 57-72, 2004.
- FROLINI, S. **Estudando Geometria através de dobraduras.** 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.
- LANG, R. J. **Origami and geometric constructions.** Chicago: Self Published, 1996.
- LEROY, L. **Aprendendo geometria com origami.** Belo Horizonte: UFMG, 2010.
- LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. **Em Aberto**, São Paulo, v. 5, n. 31, 2011.
- MENEZES, D. B.; SILVA, J. F. O uso de Dobraduras como recurso para o ensino da geometria plana: história, teoremas e problemas. **Ciência e Natura**, Fortaleza, v. 37, n. 3, 2015.

MONTEIRO, L. C. N. **Origami: história de um geometria axiômática.** 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Universidade de Lisboa, Departamento de Matemática, Lisboa, 2008.

PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista de Saúde Pública**, São Paulo, v. 29, p. 318-325, 1995.

RANCAN, G.; GIRAFFA, L. M. M. Geometria com origami: incentivando futuros professores. In: SEMINÁRIO ANPED SUL, 9., 2012, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: ANPED, 2012.

TRIDAPALLI, M. P. **Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular.** 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.