



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E
SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS-CIENTÍFICOS

A MATEMÁTICA EM AÇÃO NO ENSINO SUPERIOR:
POSSIBILIDADES POR MEIO DO PROBLEM-BASED LEARNING

Débora Vieira de Souza-Carneiro

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Rio Claro – SP

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

DÉBORA VIEIRA DE SOUZA-CARNEIRO

A MATEMÁTICA EM AÇÃO NO ENSINO SUPERIOR: POSSIBILIDADES
POR MEIO DO PROBLEM-BASED LEARNING

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ole Skovsmose

Rio Claro

2021

S729m

Souza-Carneiro, Débora Vieira de

A matemática em ação no ensino superior : possibilidades por meio do problem-based learning / Débora Vieira de Souza-Carneiro. -- Rio Claro, 2021

300 f. : il., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro

Orientador: Ole Skovsmose

1. Cálculo Diferencial e Integral. 2. Engenharia Civil. 3. Ecologia. 4. Educação Matemática. 5. Educação Matemática Crítica. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

DÉBORA VIEIRA DE SOUZA-CARNEIRO

A MATEMÁTICA EM AÇÃO NO ENSINO SUPERIOR: POSSIBILIDADES
POR MEIO DO PROBLEM-BASED LEARNING

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Ole Skovsmose (orientador)
Universidade de Aalborg – Dinamarca

Prof. Dr. Ulisses Ferreira de Araújo
Universidade de São Paulo – EACH/USP

Prof. Dr. Denival Biotto Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Piracicaba/SP

Profa. Dra. Maria Lúcia Wodewotzki Lorenzetti
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro/SP

Prof. Dr. Roger Miarka
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro/SP

Resultado: Aprovada.

Rio Claro, 20 de dezembro de 2021.

*Aos Meus Pais,
à Joana e ao seu Dito (in memoriam)*

AGRADECIMENTOS

Sem sombra de dúvidas, minha gratidão sempre será dada a Deus, porque sem Ele nada poderia fazer. Nestes poucos parágrafos, também expresso meus agradecimentos a todos aqueles que me fizeram acreditar na concretização de um sonho, de uma possibilidade que parecia ser impossível aos meus olhos, mas que com o auxílio de muitas, muitas pessoas, eu consegui chegar até aqui.

Em especial, agradeço aos meus queridos pais, Aldimir e Fátima, por me acompanharem em toda a caminhada, além da paciência e carinho dispensados durante todo o tempo. Por infinitas vezes achei que não conseguiria prosseguir, porém eles estavam sempre ali me dizendo que iria conseguir. Gratidão também ao meu irmão Ranulfo por sua amizade e constante apoio dado em todos os momentos. Sem vocês, nada disso se concretizaria.

Agradeço ao meu esposo Paulo Sérgio, que em meio a tantas dificuldades e angústias, manteve-se calmo e soube sempre usar as palavras certas, no momento certo. Obrigada por me ouvir, por me aconselhar, por ser tão parceiro, respeitando os meus medos e ausências, me encorajando sempre a continuar.

Mais uma vez, não poderia deixar de mencionar minha gratidão à Joana e ao seu Dito (in memoriam). A participação dessas duas pessoas em minha vida foi fundamental. Me fizeram acreditar que muitas coisas são possíveis mesmo para aqueles que têm poucos recursos.

Agradeço aos meus amigos e familiares, que perto ou longe sempre me deram forças, me acolheram, fazendo-me sentir mais confiante, tendo a certeza de que tudo valeria a pena.

Em particular, expresso minha gratidão ao meu estimado e querido orientador Ole, que me fez enxergar tantas novas possibilidades de aprendizagem, de ensino, de vida. Obrigada por me receber sempre com um sorriso no rosto, por me perguntar qual era a minha sensação, o que estava sentindo. Obrigada por sua dedicação e paciência nas diferentes fases que enfrentei ao longo do curso; por me ensinar a valorizar ainda mais os sentimentos de cumplicidade, de confiança, de amor e cuidado que podemos ter uns com os outros.

Sem dúvidas, agradeço também a sua esposa Miriam, por suas orientações a respeito da pesquisa, dos estudos em Educação Matemática, mas, principalmente, por sua amizade, conselhos e preocupação comigo e com minha família. Obrigada a você e ao Ole por me fazerem ser forte no dia da fraqueza.

Gratidão especial ao Grupo Épura por todas as contribuições, sugestões e compartilhamentos dados em toda essa caminhada. Amanda, Ana, Célia, Carol, Dani, Denner,

Guilherme, Jamaal, João, Luana, Manu, Matheus e Priscila, obrigada não apenas pelas leituras e sugestões dadas para os textos acadêmicos, mas sobretudo pela acolhida, pela amizade, pelos risos e tristezas compartilhados em diferentes momentos dessa trajetória.

Meus agradecimentos também a todos os professores e colegas que pude conhecer no programa da pós. De forma geral, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Foram muitos os estudos e aprendizados, que contribuíram com minha formação pessoal e profissional. Além de tudo, pude compreender realmente o que é ser uma pesquisadora. Gratidão em particular ao coordenador Roger e a Inajara pelas inúmeras vezes que me auxiliaram.

Agradeço às instituições de Ensino Superior e a todos os envolvidos na fase de produção de dados da pesquisa. Essas oportunidades ampliaram os horizontes, contribuindo para que todo este estudo se efetivasse.

Gratidão aos membros da banca examinadora Denival Biotto Filho, Ulisses Ferreira de Araújo, Maria Lúcia Wodewotzki Lorenzetti e Roger Miarka pelas valiosas contribuições e sugestões dadas tanto no exame de qualificação quanto na defesa da tese. Agradeço também a Amanda Queiroz Moura, Célia Regina Roncato e Raquel Milani, por terem aceitado o convite de serem suplentes, caso fosse necessário.

Para finalizar, agradeço também à Capes, pela concessão de bolsa de estudos de doutorado. Este benefício chegou em uma fase crucial da pesquisa, favorecendo principalmente os processos de análise e de finalização. O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

Este estudo tem como proposta encaminhar discussões relativas ao campo da Educação Matemática nas universidades. Seu objetivo é compreender de que formas os aspectos da matemática em ação podem emergir no Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning, o PBL. Tal propósito foi delineado a partir da seguinte questão diretriz: *Como os aspectos da matemática em ação podem emergir no Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning?* O referencial teórico desta pesquisa se pautou no conceito da matemática em ação, inspirado por Ole Skovsmose, que se refere aos interesses da Educação Matemática Crítica, e também foi conduzido por princípios de aprendizagem associados ao Problem-Based Learning. O contexto deste estudo se desenvolveu por meio de uma abordagem qualitativa, fundamentando-se em um estudo de caso e na observação participante. A produção de dados foi realizada em duas instituições de Ensino Superior públicas de São Paulo. Na primeira instituição, chamada de instituição A, a produção de dados teve a participação de quatro estudantes do primeiro ano do curso de Engenharia Civil. Isso aconteceu no contraturno das aulas regulares, por meio de quatro encontros e da realização de entrevistas semiestruturadas. Já no segundo caso, na instituição B, o contexto envolveu as aulas de Cálculo Diferencial e Integral II de uma turma do segundo ano de Ecologia e também foram realizados quatro encontros, incluindo algumas apresentações finais. As discussões foram mobilizadas a partir da apresentação de um problema relacionado aos impactos ambientais causados por poluentes químicos. Na instituição A, as discussões foram conduzidas pela própria pesquisadora. No caso da instituição B, além da pesquisadora, esse processo também foi conduzido por outros dois professores, responsáveis pelas aulas de Cálculo. Em ambos os casos, esses três participantes assumiram o papel de facilitadores da aprendizagem. Logo, o registro dos dados produzidos ocorreu por meio de gravações em áudio e anotações no diário de campo. A análise dos dados se constituiu a partir da elaboração de quatro temas centrais, inspirados nos cinco aspectos da matemática em ação e nas potencialidades de se explorar os princípios do PBL em aulas de matemática do Ensino Superior. Esses processos foram realizados de acordo com a questão de pesquisa definida, considerando-se o objetivo proposto. Muitos elementos vieram à tona. Dentre eles, podem-se mencionar: o uso e a aplicação de fórmulas e conceitos matemáticos em diferentes situações; discussões acerca de legitimações e justificações por meio da matemática; reflexões sobre responsabilidade, ética e valoração; a construção de saberes por meio da prática e da pesquisa. A partir dos resultados obtidos foi possível perceber um novo aspecto da matemática em ação, o qual foi nomeado como *Classificação*. A caracterização deste aspecto corresponde à possibilidade de se estabelecerem fatos, semelhanças ou diferenças, além de organizar ou ordenar elementos e conhecimentos, a respeito de enfoques ligados à matemática ou às suas aplicações na realidade. Sua elaboração amplia considerações relativas ao campo da Educação Matemática Crítica e da própria Educação Matemática, no que tange às reflexões acerca das diferentes aplicações da matemática em diversas situações, seja no contexto universitário ou na sociedade de forma geral.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. Engenharia Civil. Ecologia. Educação Matemática. Educação Matemática Crítica.

ABSTRACT

This study proposes to raise discussions concerning the field of mathematics education in universities. Its objective is to understand how aspects of mathematics in action can emerge from the perspectives of Problem-Based Learning (PBL) in Higher Education. The objective was outlined from the following guiding question: *How can aspects of mathematics in action emerge in Higher Education, from the perspectives of Problem-Based Learning?* The theoretical framework of this research was based on the concept of mathematics in action, inspired by Ole Skovsmose and conceptions about learning principles associated with Problem-Based Learning. The research was developed through a qualitative approach, based on a case study and through participant-observation. The data production was carried out in two universities located in São Paulo State. All process were done from of presentation of a real problem related to environmental impacts caused by chemical pollutants. In the institution A, the process involved a study group and semi structured interviews with four Civil Engineering undergraduate students. In the institution B, the participation involved thirty Ecology students in the second year; the discussions occurred in some classes of Calculus II. In the last class, the groups presented some research that they had developed. In the institution A, the discussions were conducted by the researcher herself. In institution B, in addition to the researcher, other two teachers that was responsible for the Calculus classes, contributed to the development of this stage. In both cases, the three participants took on the role of learning facilitators.

The data were recorded, and some notes were done in the field diary. The data analysis consisted of elaboration of four central themes inspired by five aspects of mathematics in action and the potential to explore the principles of PBL in higher education mathematics classes. These processes were carried out according to the defined research question, considering the proposed objective. Many elements emerged, among them: the application of formulas and mathematical concepts in different situations; discussions about legitimizations and justifications through mathematics; reflections on responsibility, ethics, and valuation; the construction of knowledge through practice and research. From the results obtained, it was possible to perceive a new aspect of mathematics in action, which was named by the researcher as classification. The characterization of this aspect corresponds to the possibility of establishing facts, similarities, or differences, in addition organizing or ordering elements and knowledge, regarding approaches linked to mathematics or its applications in real life.

Its elaboration broadens considerations related to the field of critical mathematics education and mathematics education itself, regarding to reflections on the different applications of mathematics in different situations, whether in the university context or in society in general.

Keywords: Calculus. Civil Engineering. Ecology. Mathematics Education. Critical Mathematics Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Mortandade de peixes e invertebrados no estuário de Santos e São Vicente

Figura 2 – Previsão da concentração de poluentes ao longo dos anos

Figura 3 – Construindo uma função a partir do nível de concentração de um poluente

Figura 4 – Processo de autodepuração

Figura 5 – Retomada do processo de autodepuração

Figura 6 – Previsão da concentração de poluentes ao longo dos anos

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Entrevista com os estudantes – antes do desenvolvimento do problema

Quadro 2 – Entrevista com os estudantes – após do desenvolvimento do problema

Quadro 3 – Elaborando a construção dos dados

Quadro 4 – Construindo uma função

Quadro 5 – Analisando funções

Quadro 6 – Recorte extraído do encontro “Certas coisas não convencem, e outras não fazem sentido”, com destaque aos trechos relevantes

Quadro 7 – Seleção de fragmentos, com destaque aos termos ou sentenças relevantes

Quadro 8 – Temas de análise

SUMÁRIO

| | |
|---|------------|
| 1 INTRODUÇÃO | 13 |
| 1.1 Primeiros passos de novas caminhadas | 13 |
| 1.2 Justificativa..... | 16 |
| 1.3 A estrutura da tese | 22 |
| 2 TRANSIÇÕES NO ENSINO SUPERIOR E O PROBLEM-BASED LEARNING | 24 |
| 2.1 Uma contextualização histórica dos primeiros modelos do PBL nas universidades..... | 25 |
| 2.2 Compreendendo o PBL e suas características gerais | 28 |
| 2.3 PBL na Universidade de Aalborg..... | 32 |
| 2.4 PBL nas universidades brasileiras | 34 |
| 3 A MATEMÁTICA EM AÇÃO NO CONTEXTO UNIVERSITÁRIO..... | 43 |
| 3.1 O que se pode compreender sobre matemática em ação? | 43 |
| 3.2 Os aspectos da matemática em ação..... | 45 |
| 3.3 A matemática em ação e a formação de construtores, operadores, consumidores e descartáveis..... | 52 |
| 4 A TRAJETÓRIA METODOLÓGICA..... | 57 |
| 4.1 Descrevendo a metodologia e os procedimentos da pesquisa | 57 |
| 4.2 Os participantes da pesquisa..... | 59 |
| 4.3 O contexto da pesquisa..... | 60 |
| 4.3.1 <i>Os encontros</i> | 62 |
| 4.3.2 <i>O problema utilizado</i> | 63 |
| 4.3.3 <i>As entrevistas</i> | 65 |
| 4.4 A construção dos dados | 66 |
| 5 PRODUZINDO APRENDIZADOS NA INSTITUIÇÃO A: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL | 69 |
| 5.1 Os encontros | 69 |
| 5.2 As entrevistas..... | 110 |
| 6 COMPARTILHANDO APRENDIZADOS NA INSTITUIÇÃO B: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE ECOLOGIA | 124 |
| 6.1 Compartilhando aprendizados | 124 |
| 6.2 As apresentações finais..... | 151 |
| 6.2.1 <i>Impactos além dos ambientais</i> | 152 |
| 6.2.2 <i>Reflexões a partir do uso de modelos matemáticos</i> | 160 |

| | |
|---|------------|
| 6.2.3 <i>Nem todas as variáveis são matemáticas</i> | 168 |
| 6.3 Como se quantificar coisas que não são mensuráveis? | 172 |
| 7 DEIXE VIR À TONA AQUILO QUE SE MOSTRA | 177 |
| 7.1 Procedimentos de análise dos dados..... | 177 |
| 7.2 Temas que emergem..... | 181 |
| 8 O QUE CONTEXTOS DE APRENDIZAGEM COM CONCEITOS OU FÓRMULAS MATEMÁTICAS PODEM NOS DIZER? | 186 |
| 9 ELABORANDO LEGITIMAÇÕES E JUSTIFICAÇÕES POR MEIO DA MATEMÁTICA | 204 |
| 9.1 Usando a matemática para a tomada de decisões | 205 |
| 9.2 A produção de discursos indo além da matemática..... | 214 |
| 10 REFLETINDO SOBRE RESPONSABILIDADE, ÉTICA E VALORAÇÃO | 218 |
| 10.1 Primeiras percepções | 220 |
| 10.2 Ampliando as ideias | 230 |
| 11 CONSTRUINDO SABERES POR MEIO DA PRÁTICA E DA PESQUISA | 242 |
| 12 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 258 |
| 12.1 Reflexões sobre a matemática em ação | 261 |
| 12.2 Reflexões acerca do PBL..... | 271 |
| REFERÊNCIAS | 279 |
| APÊNDICE | 288 |
| ANEXO A | 294 |
| ANEXO B | 297 |
| ANEXO C | 299 |

1 INTRODUÇÃO

Esta seção apresenta considerações a respeito dos elementos que conduziram a produção desta pesquisa de doutorado. Na primeira parte são descritos os principais percursos, pessoais e acadêmicos, relativos aos interesses deste estudo e, em seguida, temos a estruturação da pesquisa como um todo.

1.1 Primeiros passos de novas caminhadas

Era um grande outdoor em um local próximo à cidade onde moro. Ao visualizá-lo, li algumas letras minúsculas que ali apareciam. Nelas estavam descritas informações sobre uma oportunidade de bolsas, destinada àqueles que almejavam prosseguir seus estudos após a conclusão do Ensino Médio. Anotei detalhes sobre aquele anúncio em algum pedaço de papel aleatório e, meses depois, ingressei em uma instituição de Ensino Superior. Em nenhum outro momento, um pedaço de papel foi tão valioso para mim. Afinal, foi assim que os meus primeiros passos acadêmicos começaram a ser trilhados.

Antes ainda da conclusão do curso iniciei minha carreira docente em escolas da rede pública estadual no ano de 2005, como professora eventual. As primeiras experiências talvez não tenham sido as melhores, mas algo me dizia que não poderia desanimar, pois independente de nossas escolhas as dificuldades viriam. E, dois anos após, finalmente pude lecionar matemática para minhas próprias turmas em uma rede de ensino privada.

Durante a graduação, os aprendizados foram muitos, e os obstáculos também. Mas ao assumir aquelas turmas, no ano de 2007, pude perceber que outros desafios emergiram, principalmente ao lecionar para uma turma, que para mim foi muito especial: o 6º ano do Ensino Fundamental. Os alunos daquela classe eram muito participativos, inteligentes. E, por meio deles, comecei a valorizar ainda mais os estudos na área de formação e as práticas de ensino em aulas de matemática. Tudo era novo. E aqueles alunos, apesar da pouca idade, eram tão questionadores e críticos, inclusive quanto às formas relativas aos processos de ensino e aprendizagem. Com o decorrer daquele período letivo, surgiram questões e comentários como, por exemplo, "Onde eu vou usar isso na minha vida?", "Você poderia me dar outro exemplo?", "Ok, cheguei até aqui, e depois?", "Isso irá contribuir de que formas com a minha formação?", "Quantos exercícios ...". Os posicionamentos daqueles estudantes marcaram minha trajetória

profissional e, conseqüentemente, minha vida pessoal. Todos os dias me via na condição de precisar aprender mais. E, desse modo, novas caminhadas se iniciaram.

Os estudantes daquele pequeno colégio tornaram-se grandes, em conhecimentos, em força, em luta pelo seu poder de manifestação. Sempre conversávamos sobre os processos de aprendizagem e tínhamos uma ótima relação. Mas havia algo que me chamava muito a atenção. Alguns dos questionamentos ou reivindicações feitas por eles, quanto a visualização de mais atividades práticas, que saíssem um pouco das práticas efetuadas diariamente, fazia-me recordar da minha turma de graduação. Em ambos esses contextos, fosse no Ensino Fundamental ou no Ensino Superior, as práticas de aulas eram repletas de exercícios e os moldes utilizados eram similares: um professor à frente da classe, os materiais didáticos de apoio e a execução da tríade explicação-exercícios-correção. Quando meus alunos do 6º ano realizavam os questionamentos citados anteriormente, eu percebia que não tinha argumentos suficientes para respondê-los, além de também não visualizar espaços nas aulas para propor discussões a respeito dos conhecimentos que eles estavam aprendendo. E, foram esses contextos, que me fizeram buscar mais, querer aprender mais.

Continuei com essa turma por mais três anos. Nesse meio tempo, realizei alguns cursos de extensão e fiz uma especialização em Educação Matemática. Percebi o quanto essas formações me ajudaram no desenvolvimento das aulas de matemática desta referida turma, além de outras turmas com as quais trabalhei, inclusive no Ensino Médio, em outras escolas. Por fim, os alunos daquela turma que tanto me transformaram concluíram o Ensino Fundamental em 2010. Eles iniciariam uma nova fase e eu, enquanto professora, também precisava continuar. Cursei Pedagogia, além de outras formações complementares. Esses novos conhecimentos ampliaram ainda mais os horizontes.

Assim, em 2014 iniciei o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. O projeto de pesquisa submetido para o ingresso no curso estava atrelado ao uso da modelagem matemática no 9º ano do Ensino Fundamental, isso porque naqueles últimos anos, sempre lecionava nessas turmas. A complexidade em atrelar os conhecimentos matemáticos estudados às realidades dos estudantes parecia ser um desafio ainda maior em comparação àquela classe do 6º ano, e o interesse em trabalhar com problemas nas aulas de matemática era algo que me mobilizava. O mestrado era uma nova caminhada. E, devido às contribuições do meu orientador, naquela época, pude conhecer os fundamentos teóricos do *Problem-Based Learning* – PBL. E nesse contexto, começamos a pensar em possibilidades de uma pesquisa voltada ao Ensino Superior que fosse pautada no uso de problemas em sala de aula. Foi então que os primeiros passos desta nova fase começaram a ser encaminhados. No ano de 2015, junto com

uma colega de curso que também estudava sobre o PBL, participei de uma disciplina chamada Resolução de Problemas, na Escola de Artes, Ciências e Humanidades – EACH, da Universidade de São Paulo, no campus USP Leste. Naquela ocasião pude conhecer as organizações curriculares do campus e o desenvolvimento efetivo de uma disciplina gerida a partir do uso de uma aprendizagem baseada em problemas. A elaboração do projeto acadêmico da EACH foi pautada em referências internacionais de instituições que adotaram o PBL na organização de seus currículos, de acordo com Araújo e Arantes (2009). Na disciplina de Resolução de Problemas, os estudantes trabalhavam em grupos e eles eram de vários cursos distintos. A partir de um tema geral, os participantes pensavam em problemas que estavam associados ao assunto. Havia reuniões semanais a fim de organizar e conduzir as pesquisas sobre o problema trabalhado. Minha colega e eu atuávamos como facilitadoras desses processos e auxiliávamos a professora da turma e os estudantes no que precisassem, além de lançarmos questionamentos que conduzissem à reflexão, incentivando-os a continuarem suas pesquisas.

A participação na referida disciplina foi relevante para a elaboração de enfoques sobre a utilização de problemas em aulas de matemática do Ensino Superior. Como nossos apontamentos se relacionavam às futuras atuações profissionais dos estudantes, que é um dos pontos fundamentais de abordagens pautadas no PBL, entendemos, naquele momento, que essa abordagem educacional seria pertinente aos interesses da pesquisa. Mediante essas considerações, aconteceu a finalização da dissertação "Reflexões acerca do uso da Aprendizagem Baseada em Problemas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral", no ano de 2016. Como produto final, foram apresentados quatro problemas com algumas sugestões de orientações didáticas delineadas por princípios do PBL. Este estudo se respaldou em enfoques de caráter teórico, sem aplicações empíricas (SOUZA, 2016).

Durante todo esse processo de pesquisas e interesses, de escritos e conclusões não conclusivas, eu me recordava das aulas de matemática que tive na graduação, além das listas de exercícios, que eram tão predominantes. Lembrava-me também que muitos alunos evadiram ou se transferiram para outros cursos ou instituições de ensino, além daqueles que continuaram, mas foram reprovados em uma ou várias disciplinas. A caminhada não foi fácil e os meus questionamentos quanto às contribuições da matemática nesses contextos ainda me faziam refletir bastante.

Durante o mestrado participei de um evento em Educação Matemática e tive contato com perspectivas que envolviam discussões além do campo matemático. Naquela ocasião, várias foram as contribuições para a elaboração da minha pesquisa. Mas uma pesquisadora em particular me forneceu referências ligadas ao campo da Educação Matemática, às aulas de

Cálculo e ao uso do PBL no Ensino Superior. Usei uma ou duas delas em minha dissertação. Entretanto, ao concluir essa etapa, pensando nas possibilidades de realizar um doutorado, estas referências foram fundamentais na elaboração de um novo projeto de pesquisa. Graças a elas pude conhecer o campo da Educação Matemática Crítica, e, com isso, visualizei proximidades entre o PBL e as possibilidades de propiciar uma Educação Matemática Crítica em aulas de matemática do Ensino Superior. Eram os primeiros passos de mais uma nova caminhada. Era a abertura de novas possibilidades no doutorado. No primeiro momento, eu estava em um terreno grande e vazio. Não havia construção alguma. Tinha apenas grandes dúvidas e muitas incertezas. Porém, era preciso fundamentar as coisas, era necessário partir de algum lugar. A partir de então, novas pesquisas e escritos começaram a surgir. Para descrevê-los, apresento a seguir as justificativas que definiram os interesses dessa pesquisa.

1.2 Justificativa

Nas últimas décadas, as preocupações a respeito dos desafios e perspectivas da Educação Superior têm sido alvo de discussões tanto no cenário nacional quanto internacional. Os aspectos envolvendo os processos de ensino e aprendizagem, bem como a compreensão e utilização dos conhecimentos, nos diferentes cursos, estão ligados às futuras atuações dos indivíduos em nossa sociedade, sejam elas pessoais ou profissionais.

Os ambientes educacionais podem mobilizar reflexões em torno dos conhecimentos produzidos e dos efeitos que eles têm no contexto em que são aplicados. Desta forma, essas considerações são discutidas no tocante ao ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Superior.

O interesse por essas temáticas surgiu desde os meus estudos durante a graduação em matemática, em meados dos anos 2000. Naquela fase, embora não fosse pesquisadora, já tinha alguns questionamentos relacionados aos possíveis usos e aplicações de conhecimentos matemáticos em nossa realidade. Pouco antes de concluir o mestrado, comecei a lecionar matemática no Ensino Superior. Nesse período, eu trabalhava com turmas dos cursos de Administração, Logística, e Gestão Financeira. Com isso, pude perceber as inquietações dos estudantes sobre as relações entre o estudo de conceitos teóricos e suas aplicações práticas, bem como a necessidade de promover reflexões críticas acerca dos conteúdos estudados. Estes assuntos eram apresentados com certa frequência nos diferentes cursos, principalmente quando se tratava de questões envolvendo a compreensão de conceitos e o uso dos conhecimentos matemáticos em nossa realidade e em suas profissões. Assim, essa combinação de fatores

contribuiu para a continuidade da pesquisa desenvolvida no mestrado, mas objetivando, agora, dar um enfoque empírico à investigação. Deste modo, o trabalho com o Problem-Based Learning continuou.

De acordo com Graaff e Kolmos (2007), o PBL é uma metodologia de ensino que organiza o processo de aprendizagem de maneira com que o estudante se envolva ativamente na busca de respostas para uma situação ou um problema que lhe é apresentado. Schmidt *et al.* (2007) descrevem que essa abordagem se desenvolve por meio da apresentação de um problema (ou mais) a pequenos grupos de estudantes, tendo como foco incentivar a participação dos estudantes nas universidades, visando aliar os conhecimentos teóricos às suas possíveis aplicações práticas, como àquelas ligadas ao campo profissional.

As primeiras experiências práticas ligadas ao PBL ocorreram na área médica, em meados dos anos 60, no Canadá. Nesse contexto, houve a inserção de problemas como componente central dos currículos. Isso surgiu devido aos grandes vínculos que a universidade possuía com a comunidade, além das reivindicações propostas por mobilizações estudantis, que exigiam uma maior aproximação entre os conhecimentos teóricos e práticos. Assim, ao longo dos anos, o PBL foi sendo utilizado em universidades de diferentes países, com aplicações concretas que variavam bastante dependendo das particularidades de cada contexto.

Na visão de Kolmos, Graaff e Du (2009) há uma ampla gama de práticas a respeito do PBL e, comparar cada uma delas pode ser algo difícil. Para eles, essa sigla se refere a uma aprendizagem baseada em problemas e também a uma abreviação de uma aprendizagem baseada em projetos. Neste estudo, a perspectiva adotada é dada com foco no uso de problemas. E, ao longo do processo de escrita, na maior parte do tempo, ao invés de usar a tradução “aprendizagem baseada em problemas” ou simplesmente a sigla “ABP”, como é comumente usada no contexto brasileiro, optei em usar o termo “Problem-Based Learning” e a sigla “PBL”. Essa decisão foi feita devido a um melhor entendimento dos referenciais teóricos desta metodologia, além do sentimento de maior aproximação e apropriação da temática, em comparação à época do Mestrado, onde me reportava majoritariamente à tradução.

Pude compreender, então, os diferentes modelos de aplicação do PBL. Além de conhecer alguns princípios de aprendizagem comuns a todos esses modelos, que contemplam: o enfoque na aprendizagem, a qual se organiza em torno de problemas; o conteúdo que visa abarcar uma aprendizagem interdisciplinar e o enfoque social, o qual é definido pelo trabalho em grupos orientados por um facilitador da aprendizagem (o professor), o qual estimula aspectos como o diálogo, a comunicação, a reflexão, a colaboração etc. (GRAAFF; KOLMOS, 2007; KOLMOS; GRAAFF; DU, 2009). Na seção posterior são feitas discussões a respeito dos

princípios de aprendizagem ligados ao PBL e também são destacados o contexto histórico e as características gerais a respeito dessa abordagem metodológica.

Ainda assim, vale ressaltar, que no contexto universitário do Brasil, o PBL começou a ser utilizado na década de 90, na área médica. Depois disto, os campos de aplicação foram ampliados, atingindo diferentes cursos como administração, pedagogia, ciências da computação, ciências da natureza, gestão ambiental, dentre outros. Nas últimas décadas, nota-se um crescente número de estudos e pesquisas relacionando o PBL ao campo das engenharias, que consideram uma ampla gama de conhecimentos matemáticos em suas grades curriculares.

Nesse sentido, Skovsmose (2009, 2014a) afirma que a estrutura pautada no PBL ajudou a definir também o trabalho com projetos em ciências e matemática. Nas palavras do autor, os conhecimentos, não menos importantes em abordagens de ciências e matemática, poderiam ser percebidos em uma variedade de empreendimentos sócio-políticos.

Grande parte das publicações ligadas ao PBL e à educação universitária de modo geral procuram enfatizar o desenvolvimento de competências e habilidades profissionais nos estudantes. Entretanto, Skovsmose (2014a) nos alerta de que o predomínio de visões como essas pode fornecer um profissionalismo cego que pode ser incorporado e aplicado em qualquer situação de trabalho, seja qual for o contexto sociopolítico e econômico considerado. Para ele, isso se torna um desafio importante ao se pensar no desenvolvimento de um profissionalismo crítico que revele a dimensão de certas ações também para o ensino de matemática e ciências, buscando enfatizar que nenhum profissionalismo pode assumir que o progresso está intimamente relacionado a essas formas de conhecimento. Logo, como pesquisadora entendo que é necessário possibilitar enfoques no contexto universitário que conduzam à reflexão e à elaboração de perspectivas críticas, inclusive quando pensamos nas possíveis atuações profissionais dos estudantes, que é uma característica tão notória em práticas do PBL.

Em consonância com essas explanações, compreendo a utilização do PBL no contexto universitário como um tipo de ação que pode mobilizar diferentes conhecimentos e habilidades, com potencialidades para a realização de reflexões críticas acerca dos conhecimentos trabalhados. Respaldo-me em meus estudos anteriores (SOUZA, 2016) e em considerações de que o Problem-Based Learning pode ser visto como uma possibilidade para analisar dimensões de ações embasadas em determinados conhecimentos, parto do pressuposto de que esta metodologia de ensino parece ser apropriada para promover reflexões críticas em aulas de matemática no Ensino Superior.

Entendo que existem diferentes tendências educacionais em educação e em Educação Matemática que poderiam dar suporte para o processo de investigação delineado neste estudo.

Além disso, considero pontos convergentes entre o PBL e alguns fundamentos de outras metodologias de ensino, como a Resolução de Problemas (RP) com a “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, a Modelagem Matemática (MM) e a Pedagogia de Projetos (PP). Por exemplo, na RP, segundo Onuchic (2013, p.101) “o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento.” Na MM e na PP, de acordo com Malheiros (2012, p.865) “os alunos partem de um tema ou problema de interesse deles, valendo-se da Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, de modo que o professor se torna o orientador ao longo de todo o processo”.

Apesar dessas convergências, cada metodologia de ensino possui suas próprias particularidades, que a distinguem umas das outras. A escolha pelo PBL se deve principalmente ao seu caráter político, no intuito de modificar ambientes de aprendizagem mantidos pelo *status quo* na educação, inclusive em Educação Matemática. As perspectivas aqui adotadas estão em consonância com afirmações de Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995) quando observam que utilizar uma abordagem como essa no campo da Educação Matemática pode ser considerada uma tentativa de evitar uma desagregação relativa a certas questões educacionais, pois abre possibilidades para que visões holísticas sejam tomadas, sendo assim propícias à reflexão.

Desta forma, explorar os modos como o conhecimento matemático pode ser colocado em ação em ambientes de aprendizagem do Ensino Superior é um dos pontos relevantes nesta pesquisa. Os princípios de aprendizagem pautados no PBL visam estimular a participação dos estudantes e promover reflexões sobre o uso e as aplicações da matemática na realidade.

As preocupações pertinentes ao ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos nas universidades têm se apresentado com grande relevância no cenário acadêmico, principalmente quando se abordam disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral. Neste sentido, é possível citar os estudos de Nasser, Leivas e Savioli (2016), por exemplo. Os autores descrevem que um relevante número de pesquisas relacionadas a essa temática tem sido discutida no Grupo de Trabalho de Educação Matemática no Ensino Superior (GT4), tanto nos Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), como nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM).

Com base em tais explicações justifico a continuidade dos meus estudos envolvendo processos de ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Superior. No entanto, nesta tese de doutorado, ao invés de direcionar os olhares apenas para conceitos específicos das aulas de Cálculo, como limite ou derivada, por exemplo, lançarei como proposta a abordagem de visões

mais amplas a respeito dos modos como a matemática pode ser colocada em ação em nossa realidade, e isso pode incluir diferentes conceitos, interesses e conhecimentos que estejam além da área de matemática. Este é um campo de estudos que se mostra propício para investigações, afinal, o conhecimento matemático desenvolvido na universidade pode ser aplicado em diferentes contextos, em práticas variadas.

A compreensão de que a matemática está associada a uma variedade de situações e práticas, sejam elas sociais, econômicas ou políticas, vincula-se ao conceito chamado de *matemática em ação*. Este termo está relacionado às preocupações da Educação Matemática Crítica, que é um campo de estudos inspirado por Ole Skovsmose. Dentre elas, é possível destacar alguns questionamentos como: Quais os diferentes papéis da Educação Matemática em nossa sociedade? Que tipo de oportunidades a Educação Matemática pode oferecer (ou não) a estudantes de diferentes níveis educacionais? Como o background de um indivíduo pode influenciar suas expectativas futuras, sejam elas pessoais ou profissionais? Como possibilitar que os estudantes reflitam sobre os impactos de uma certa decisão embasada em um conhecimento matemático? Como a matemática pode estar atrelada a uma formação universitária que conduza à especialização, sem se atentar às questões socioculturais?

Outras questões poderiam exemplificar a natureza crítica da Educação Matemática. No entanto, são indagações como as mencionadas anteriormente que mobilizam a condução desta pesquisa, destacando meus interesses pelas possibilidades de conduzir reflexões sobre a matemática e suas contribuições na formação dos universitários. Assim, este estudo apresenta discussões associadas às preocupações da Educação Matemática Crítica que abrangem os modos de ver como as concepções matemáticas (ou compreensões da matemática) são projetadas na realidade. Isso se dará a partir do entendimento de como os aspectos da matemática em ação podem emergir no contexto universitário e, para contemplá-los, a organização desta proposta foi feita a partir de um problema real, seguindo princípios de aprendizagem pautados no PBL.

As noções ligadas ao conhecimento matemático se movimentam em várias direções. Refletir sobre elas pode estimular o desenvolvimento de perspectivas críticas e, para tanto, aspectos que giram em torno do ensino de matemática podem ser explorados por meio de um ambiente que estimule e propicie processos de investigação. Assim, a orientação educacional utilizada neste estudo se apresenta como uma possibilidade de convidar os estudantes a refletirem sobre como determinados conceitos matemáticos estudados nas universidades podem ser relacionados a contextos variados.

Em pesquisas realizadas em bancos de teses e dissertações brasileiras, não encontramos estudos que relacionam o conceito de matemática em ação no Ensino Superior sob perspectivas do PBL. Essa é uma característica fundamental que demonstra o ineditismo desta pesquisa. Vale ressaltar que no meio acadêmico, de modo geral, já existem estudos ligados à matemática e à aprendizagem baseada em problemas ou projetos no contexto das universidades. Dentre eles, é possível mencionar trabalhos como: Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995); Christensen (2008); Ravn e Valero (2010); Hernandez, Valero e Ravn (2015); Gouvêa (2016); Souza (2016); Valero e Ravn (2017). Porém, como foi destacado anteriormente, não há estudos empíricos relacionados a abordagens que contemplem os aspectos da matemática em ação nas universidades. Assim, viabilizar investigações nesse sentido é algo relevante aos estudantes, à comunidade acadêmica e à nossa sociedade.

Como a presença da matemática é percebida em uma variedade de cursos, como Engenharia, Física, Química, Ciência da Computação, Administração, Economia, Ciências Contábeis, Pedagogia, dentre outros, é preciso considerar que os mecanismos matemáticos não operam apenas no domínio das especialidades acadêmicas ou profissionais. Eles fazem parte de situações cotidianas variadas e, por isso, faz-se necessário explorá-los com enfoques que conduzam à reflexão.

A matemática em ação se refere a todos os tipos de práticas que relacionam direta ou indiretamente o conhecimento matemático e, deste modo, essas práticas exigem a necessidade de reflexões em torno de si mesmas. Por isso, é preciso convidar os estudantes a entender sobre como essas formas de conhecimento e técnicas se colocam em ação em contextos específicos.

"Ações podem ser perigosas, corajosas, benevolentes, meritórias etc. E, do mesmo modo, ações baseadas em matemática também podem ser assim" (SKOVSMOSE, 2014b, p.89). Diferentes aspectos a respeito de performances baseadas em matemática podem existir e, a partir deles, é possível explorar concepções críticas ligadas a essas performances. Deste modo, o autor enuncia cinco aspectos atrelados à matemática em ação: imaginação tecnológica, raciocínio hipotético, legitimação ou justificação, realização e dissolução da responsabilidade. Estes aspectos são detalhados em outra seção, destinada particularmente às discussões a respeito deste conceito.

Diante dessas considerações, associar o conceito de matemática em ação com o PBL tem como propósito estabelecer relações mais próximas entre o conhecimento matemático com outros campos de conhecimento, proporcionando assim o engajamento dos estudantes em práticas que mobilizem suas ações e reflexões.

Deste modo, delineou-se a seguinte questão de pesquisa: **Como os aspectos da matemática em ação podem emergir em cursos do Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning?**

A partir dessa questão diretriz, esta pesquisa buscou agregar as principais temáticas aqui consideradas. Para tanto, seu desenvolvimento ocorreu por meio de um estudo empírico pautado em uma pesquisa qualitativa. A fim de averiguar se os aspectos da matemática em ação surgiriam na educação superior, o foco da produção de dados não foi trabalhar com um exercício específico de matemática, tampouco enfatizar a resolução de um problema em particular, propondo alguma solução. A proposta foi trazer à tona reflexões relativas aos modos como determinados conhecimentos matemáticos poderiam ser percebidos em diferentes situações. Isso foi explorado por meio de um determinado problema, que de acordo com as perspectivas deste estudo, é compreendido como uma situação aberta que gera um desafio ao conhecimento e que demanda aspectos teóricos e/ou práticos para abordá-lo (RAVN; VALERO, 2010).

Assim, os referenciais teóricos ligados ao PBL e as suas aplicações na Educação Matemática universitária, bem como os aportes concernentes ao conceito de matemática em ação elaborados por Skovsmose, culminaram na produção desta pesquisa. O objetivo geral é compreender de que formas os aspectos da matemática em ação podem aflorar no Ensino Superior, sob uma perspectiva do Problem-Based Learning.

As expectativas e os desafios que envolvem a educação superior são recorrentes no cenário acadêmico, e isso também tem se apresentado em diversos cursos que exploram o conhecimento matemático. Espera-se, assim, que esta pesquisa possa contribuir com discussões relativas à Educação Matemática no Ensino Superior, visando estabelecer outras relações que tratam de maiores proximidades entre estudos teóricos e práticos, bem como a promoção de reflexões críticas sobre as diferentes aplicações da matemática na sociedade.

1.3 A estrutura da tese

Com o intuito de abranger as temáticas apresentadas, esta tese foi estruturada em doze seções. Nesta primeira, são pontuados elementos fundamentais que conduziram à produção desta pesquisa, desde os percursos iniciais até as possibilidades de contribuição deste estudo. Discussões pertinentes a algumas transições ocorridas no Ensino Superior, bem como a compreensão e utilização do Problem-Based Learning de modo geral são trazidas na segunda seção, inclusive são contempladas as possibilidades de abordá-lo no campo da Educação

Matemática considerando também a perspectiva adotada neste estudo. Na terceira seção são descritas considerações a respeito de um dos elementos chaves desta pesquisa: a matemática em ação. Nela, são destacadas também explicações a respeito dos aspectos relativos a esse conceito, além da apresentação de alguns grupos de pessoas ou instituições que têm relação com as formas como a matemática é projetada na realidade.

Considerações sobre a trajetória metodológica são feitas na quarta seção. Nela, são descritos tópicos que abarcam desde a metodologia da pesquisa utilizada até os percursos que levaram às formas de construção e apresentação dos dados. Como os dados foram produzidos em duas universidades públicas, que são identificadas nesta tese como A e B, optou-se em dividi-los em seções distintas. Assim, a seção cinco apresenta a produção de dados realizada na instituição A, e a seção seis, por sua vez, refere-se à produção feita na instituição B.

No caso da sétima seção, há uma apresentação geral sobre o processo de análise, evidenciando como os temas centrais surgiram a partir da questão de pesquisa delineada. Como houve a elaboração de quatro temas, optou-se por apresentá-los em quatro seções distintas, numeradas de oito a onze. A oitava seção propõe discussões a respeito dos modos como fórmulas ou conceitos matemáticos foram compreendidos em determinados contextos de aprendizagem. A nona seção discorre sobre percepções relativas ao ato de legitimar e justificar ações e decisões amparadas em matemática. No caso da décima seção, as considerações envolvem questões sobre responsabilidade, ética e valoração e, na décima primeira seção, os direcionamentos são feitos sobre as contribuições da prática e da pesquisa no desenvolvimento de diferentes saberes.

Por fim, a décima segunda seção apresenta as considerações finais. Nela, há um resgate das explicações feitas ao longo da tese, além de aprofundar alguns temas e ampliar percepções sobre os aspectos da matemática em ação, evidenciando outras possibilidades de reflexão que podem ser propícias a futuras investigações no campo da Educação Matemática voltada ao Ensino Superior.

2 TRANSIÇÕES NO ENSINO SUPERIOR E O PROBLEM-BASED LEARNING

Existem muitos desafios e perspectivas em relação à educação superior. Aspectos como a qualidade educacional, as competências profissionais exigidas pela sociedade, a motivação dos estudantes e discussões a respeito dos índices de evasão e reprovação universitária, são alguns dos fatores que podemos mencionar.

No Brasil, por exemplo, em 2012, houve a publicação de um documento intitulado "Desafios e Perspectivas da Educação Superior para a Próxima Década"¹, com referência ao período de 2011 a 2020. Nele, são apresentadas discussões sobre as funções e responsabilidades das universidades no país, no tocante à sua capacidade de atender às demandas exigidas e contribuir com o desenvolvimento socioeconômico, científico e tecnológico, também com a formação pessoal e profissional dos indivíduos.

A elaboração do referido documento foi feita à luz do Plano Nacional de Educação, mediante parcerias entre o Conselho Nacional de Educação, o Ministério da Educação (MEC) e a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência, e a Cultura (UNESCO). Segundo representantes de tais órgãos institucionais, países de todas as partes do mundo têm buscado transformar seus sistemas de educação superior e pesquisa, contemplando as formas de aprendizagem e de produção, bem como a gestão e aplicação do conhecimento.

Conforme Dias (2012), esses ideais retratam que as instituições universitárias precisam adaptar-se às mudanças que vêm ocorrendo ao longo dos anos, buscando contribuir com o desenvolvimento de uma sociedade mais justa e democrática. Para esse autor, o modelo napoleônico adotado nas universidades, o qual inclui desde a posição de cadeiras que não se comunicam até a rígida divisão das disciplinas, sofreu certas mudanças nos anos 1960 e 1970. O objetivo dessas transformações era quebrar fronteiras geradas pelo isolamento das disciplinas, criando, assim, maiores articulações entre as diferentes áreas de conhecimento.

Segundo Servant-Miklos (2019c), o Ensino Superior experimentava um grande crescimento em todo o Ocidente e, ao agregar a combinação de abundantes recursos financeiros, além de uma série de protestos contra o autoritarismo, muitos programas inovadores de educação nasceram a partir daí. A autora aponta experiências que aconteceram na Alemanha e na Dinamarca, onde as bases educacionais eram focadas no uso de problemas e se respaldaram

¹ Esta publicação foi organizada por Speller, P.; Robl, F.; Meneghel, em 2012, e pode ser acessada em: <http://www.cofen.gov.br/wp-content/uploads/2015/12/DESAFIOS-E-PERSPECTIVAS-DA-EDUCA%C3%87%C3%83O-SUPERIOR-BRASILEIRA-PARA-A-PROXIMA-DECADA.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2020.

em teorias críticas, estando presente nas ciências sociais e humanas e, posteriormente, na engenharia. Ela cita também outros exemplos, como uma educação pautada no Método do Caso de Harvard, na área de negócios, que ganhava força internacional, e as experiências advindas da Western Reserve University na área de educação médica, a qual realizava abordagens educacionais baseadas em sistemas de órgãos e ensino em equipe, considerada como um dos precursores da metodologia de ensino denominada como *Problem-Based Learning*, o PBL.

A seguir, apresentamos alguns modelos do PBL que se desenvolveram em algumas partes do mundo.

2.1 Uma contextualização histórica dos primeiros modelos do PBL nas universidades

De acordo com os estudos de Servant-Miklos (2019b), entre 1966 e 1972, alguns educadores médicos se reuniram com o Dr. Dean John Evans, fundador da escola de educação médica da Universidade de McMaster, no Canadá, com o intuito de fundar um novo programa para a graduação, que fugia às abordagens de escolas tradicionais.

O termo *problem-based learning* foi criado em 1974 por Howard Barrows, um neurologista originário da Califórnia, que atuou na escola médica na McMaster por dez anos. Ele usou esse termo para descrever retroativamente as concepções de John Evans e sua equipe (SERVANT-MIKLOS, 2020). De acordo com Branda (2009, p. 209), Barrows foi considerado como o “líder na inovação docente e na difusão do PBL, incluindo o uso de grupos de pacientes típicos e outros métodos de avaliação das competências do profissional das Ciências da Saúde”.

Em McMaster o programa educacional se desenvolveu por meio de um currículo pautado em problemas, tendo estudos desenvolvidos em pequenos grupos, focando no aprendizado autodirigido. Além disso, eram usados em problemas biomédicos. Todo processo contava com a supervisão de um tutor, que atuava como um orientador da aprendizagem ao invés de um palestrante. Era um espaço de experimentação, que contava com a integração das disciplinas por meio de uma abordagem de sistemas de ensino diferenciados, que envolviam inclusive a ausência de exames formais.

Depois do lançamento do PBL na McMaster, em 1969, tão logo ele atraiu atenção internacional, principalmente de integrantes do centro médico, recém-inaugurado, da Universidade de Maastricht na Holanda, no ano de 1974 (NOORDEGRAAF-EELENS; KLOEG; NOORDZIJ, 2019). Maastricht foi a segunda escola médica do mundo a oferecer uma transformação radical no ensino (SERVANT-MIKLOS, 2019a). Segundo essa autora, a escolha do PBL como metodologia para essa instituição foi realizada inicialmente por questões políticas

ao invés de educacionais. Nessa época, a região holandesa sofria um declínio econômico e adotar uma abordagem nova e diferente para a educação médica serviria como justificativa para a abertura de uma 8ª escola no país.

De acordo com Servant-Miklos (2020), a universidade de Maastricht adotou o modelo de McMaster e o chamou de educação dirigida por problemas. Esse modelo apresentava algumas diferenças importantes em comparação ao modelo original: houve a formalização de procedimento de sete etapas para atender aos alunos recém-chegados; os alunos receberam treinamento abrangente sobre essa abordagem, juntamente com seus tutores; à medida que os estudos avançavam os problemas se distanciavam de casos de pacientes e o foco se voltava aos fenômenos biomédico e um laboratório de habilidades médicas foi adicionado à programação dos alunos de atividades educacionais. A autora afirma que foi a partir desse momento que o PBL se espalhou como um incêndio na educação médica. Mas ele também se propagou em outras áreas, como psicologia, direito, economia, educação etc. Em todos os casos houve alguma variação da abordagem de McMaster ou de Maastricht, porém, suas aplicações continuam sendo mais populares no campo da educação médica em comparação a outros campos de conhecimento.

Apesar das aplicações do PBL nessas duas instituições existiam poucas publicações sobre essa abordagem, além de um vazio teórico, cercado por diversas e conflitantes interpretações. Servant-Miklos (2019c) esclarece que o programa McMaster, desenvolvido em 1969, não foi concebido como uma realização dos princípios da teoria educacional, como muitas vezes foi afirmado. Para ela, os fundadores do PBL em McMaster foram pioneiros e inovadores, porém, eles não eram teóricos da educação. Algumas ideias relativas aos princípios fundamentais do PBL foram realizadas pelo Dr. John Evans, no ano de 1966, no entanto, não havia uma clara compreensão a respeito do que era o PBL ou para que ele servia. A autora afirma que em 1972, quando Evans renunciou à reitoria da universidade, foi então que o conceito de PBL passou a ganhar forma.

Kolmos, Graaff e Du (2009) ressaltam a relevância desses momentos na história do Ensino Superior, pois inovações educacionais germinavam em diferentes lugares do mundo. Servant-Miklos (2020) destaca que ao mesmo tempo em que o PBL se desenvolvia em McMaster, houve também a criação de dois centros universitários que seriam inaugurados na Dinamarca. À época, o cenário era de diversas mobilizações estudantis, geradas pelo descontentamento com o ensino e pelo alto número de alunos nas universidades. De acordo com a autora, um deles seria inaugurado em Roskilde, no ano de 1972 e o outro em Aalborg, em 1974.

Os estudantes do centro universitário de Roskilde teriam uma educação básica interdisciplinar, a qual seria orientada pelo trabalho com projetos nos dois primeiros anos de estudos. Esses projetos eram voltados às áreas das ciências humanas e sociais, além das ciências naturais. Eles seriam conduzidos por alunos e contariam com o apoio dos professores atuando como tutores ou supervisores. A perspectiva adotada envolvia uma visão socialista e crítica, tanto da ciência quanto da sociedade.

Além disso, Servant-Miklos (2020) enfatiza que quando ocorreu a transferência desse modelo para a universidade de Aalborg, houve certo despojamento dessa visão ativista, causado principalmente pela resistência das indústrias da região e pelo fato que duas instituições de ensino de engenharia precisavam ser incluídas na nova instituição. Na proposta de Aalborg, os estudantes teriam uma educação básica e interdisciplinar apenas no primeiro ano e os projetos baseados em problemas dividiriam espaço com aulas tradicionais.

A autora esclarece também que apesar de Roskilde enfrentar uma crise política, a universidade de Aalborg se fortalecia, principalmente na área de engenharia. Em 1990, houve a criação do “Modelo Aalborg” de ensino, o qual foi mais direcionado ao campo da engenharia do que nas ciências humanas ou sociais. A partir desse momento, o reitor Kjærdsdam, vinculava efetivamente o termo *problem-based learning* ao modelo pedagógico desenvolvido na universidade de Aalborg (AAU). Segundo a pesquisadora, foi um esforço de cerca de 20 anos para consagrar o PBL na literatura acadêmica e nas práticas educacionais, as quais priorizavam o trabalho com projetos. Surgiram então os primeiros artigos relativos ao PBL, como a publicação do trabalho de Anette Kolmos, intitulado “Reflections on Project Work and Problem-based Learning” (Reflexões sobre o trabalho com projetos e a aprendizagem baseada em problemas), no ano de 1996. Skovsmose (2020b) afirma que, no decorrer dos anos, a Universidade de Aalborg, se consagrou como uma das referências mundiais de universidades que trabalham com programas amparados no PBL.

Nesse contexto, outras aplicações do PBL foram feitas entre os anos 80 e 90, em diferentes universidades da América do Norte e da Europa. Ele se disseminou para a Universidade de Harvard, nos Estados Unidos, para a Universidade de Sherbrooke, no Canadá, além de outras mais de 60 escolas ou universidades (KOMATSU, 2003). Kolmos (2009) cita outras partes do mundo, como a Universidade de Bremen na Alemanha e a Universidade de Linköping na Suécia, chegando também à América do Sul.

Graaff e Kolmos (2003) observam que é possível vislumbrar o PBL sob três níveis distintos. São eles: princípios centrais relacionados à aprendizagem teórica; modelos

educacionais específicos baseados em princípios do PBL; práticas variadas, que são elaboradas dentro de perspectivas de ensino pautadas em modelos tradicionais.

2.2 Compreendendo o PBL e suas características gerais

Alguns pesquisadores fazem referência ao PBL como forma de contemplar uma ampla gama de práticas educativas, como o uso de trabalhos orientados por problemas, associados à adoção de ambientes de aprendizagens experienciais e com relações interpessoais (GRAAFF; KOLMOS, 2003). O propósito é trabalhar com conteúdos e competências disciplinares, além de abrir possibilidades para desenvolver competências que incluem o aprender a aprender, o trabalho em grupo, a definição e delimitação de problemas complexos, o desenvolvimento do pensamento crítico etc. (HERNANDEZ; RAVN; VALERO, 2015).

Esse tipo de orientação educacional representa uma filosofia de aprendizado e não se preocupa apenas com a organização do currículo em si. Nesta filosofia são incluídas duas orientações: os problemas e os projetos. Nas palavras dos autores, o "PBL inclui uma mudança cultural e promove novas epistemologias na criação de conhecimento e inovação" (KOLMOS; GRAAFF, DU, 2009, p.1, tradução nossa).

De acordo com Kjær-Rasmussen (2016), o PBL, o trabalho de projetos ou afins, são conceitos muito utilizados e com diferentes significados, os quais são integrados em diversos projetos educacionais, conduzidos por diferentes objetivos instrucionais. A autora afirma que a ideia original e a base teórica do trabalho de projeto orientado para o problema em um contexto dinamarquês foram desenvolvidas por Illeris, em 1974, a partir da publicação de seu livro "Problem orientation and participant direction: An introduction to alternative didactics" (Orientação para o problema e direção do participante: Uma introdução à didática alternativa). Suas ideias permitiram que ele elaborasse alguns princípios relativos ao PBL, que focassem na orientação para o problema, em uma direção do participante, na exemplaridade e no trabalho em grupo. Ou seja, estes princípios focavam na aprendizagem, no conteúdo e no desenvolvimento do aspecto social.

Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995) apresentaram seus entendimentos acerca dos princípios de aprendizagem ou conceitos, propostos por Illeris. Para eles, esses conceitos traduzem a ideia de desenvolver estudos críticos na universidade, inclusive a respeito do conhecimento matemático. As exigências requeridas por práticas como o PBL desafiavam a alegada neutralidade política da ciência, além de criticar a falta de habilidade da ciência em

explicar por que, em oposição a simplesmente observar e descrever, ou seja, para eles, isso se opôs à ilusão de objetividade.

Além destes autores, há outros estudos que ressaltam a relevância desses e de outros princípios de aprendizagem. Podemos citar considerações de Barge (2010), Hernandez, Ravn e Valero (2015), Kjær-Rasmussen (2016), Thomassen e Stentoft (2020). Em suma, neste estudo, são considerados quatro princípios essenciais, particularmente descritos por Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995): os *estudos centrados em problemas*, a *interdisciplinaridade*, os *estudos dirigidos aos participantes* e a *exemplaridade*. Estes, irão dialogar com explicações propostas por todos os autores anteriormente mencionados.

O primeiro princípio, chamado de *estudos centrados em problemas*, traz a ideia de que o processo de aprendizagem é centrado no problema, ou orientado ao problema. A visão de um trabalho centrado no problema visa contrapor formas de estudo que priorizam uma aprendizagem reprodutiva, focando apenas na transmissão de conhecimentos por parte do professor. No PBL, o professor assume o papel de facilitador da aprendizagem e, ao adotar uma orientação para o problema, isso significa que o ponto de partida para os alunos é o conhecimento relacionado ao assunto, aos métodos e às teorias relevantes para a análise de um problema em particular, em vez de um tema ou tarefa restrita a uma disciplina (KJÆR-RASMUSSEN, 2016).

Interdisciplinaridade refere-se a outro princípio de aprendizagem. De acordo com Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995), ele deriva da ideia de estudos centrados em problemas e implica nas possibilidades em que as disciplinas podem ser úteis para um problema específico. Neste caso, os conflitos existentes na realidade poderiam servir para determinar os conteúdos educacionais. Além disso, eles pontuam que a interdisciplinaridade tem o intuito de promover uma integração das estruturas cognitivas, as quais ficam isoladas quando há a abordagem de apenas uma ou outra disciplina nos moldes tradicionais. Para Hernandez, Ravn e Valero (2015), a interdisciplinaridade favorece uma integração de modos de pensar, fazer e ser em diferentes disciplinas. Aspectos estes que estão em consonância com a visão de Thomassen e Stentoft (2020), ao afirmarem que a interdisciplinaridade é entendida como a combinação dos diferentes elementos ou disciplinas da formação dos estudantes que podem levá-los à compreensão plena do problema.

O terceiro conceito diz respeito aos *estudos dirigidos aos participantes*. Neste caso, tanto os estudantes quanto os facilitadores da aprendizagem têm papéis importantes no processo de aprendizagem. Os alunos trabalham em grupos, mas nem por isso eles possuem controle total sob as dinâmicas realizadas. O facilitador também contribui com a efetivação desses

processos, fornecendo inclusive suas percepções quanto à condução dos planos de estudos ou enfoques mais pontuais sobre determinado assunto. E mais:

No PBL, os alunos trabalham em pequenos grupos e aprendem o que precisam saber para resolver um problema. O professor atua como um facilitador para orientar a aprendizagem do aluno [...] os alunos apresentam um cenário problemático. Formular e analisar o problema, identificando os fatos relevantes do cenário. Esta etapa de identificação de fatos ajuda os alunos a representar o problema. À medida que os alunos entendem melhor o problema, eles geram hipóteses sobre possíveis soluções (HMELO-SILVER, 2004, p. 236, tradução nossa)².

Vale ressaltar que o desenvolvimento de todo trabalho implica na necessidade dos alunos concordarem com a tomada de algumas decisões, fato este que pode contribuir com avaliações críticas do projeto encaminhado. Aliás, os estudantes envolvidos precisam se engajar nas atividades e o trabalho em grupo é um ponto que pode auxiliar nesse envolvimento. Esse engajamento pode contribuir com a qualidade da comunicação em aulas de matemática e esta, por sua vez, tem potencial para favorecer a aprendizagem, segundo Alrø e Skovsmose (2010).

Nas aulas de matemática é sabido que os estudantes universitários normalmente estão inseridos em um ambiente de aprendizagem permeado pelo que é certo ou errado. Isto é, ao se deparar com os muitos conhecimentos matemáticos e realizarem os exercícios, existe apenas uma única resposta, que é a correta. E não vemos espaço para que outras explicações ou contestações de respostas sejam feitas, afinal, “as coisas são do jeito que são por causa das regras e das normas: a pessoa atrás da mesa, não pode mudar as regras” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.26). De acordo com esses autores, isso denota o absolutismo burocrático nas aulas de matemática, o qual na maioria das situações é manifestado por um tipo de comunicação estabelecida por uma relação desigual entre o professor e os estudantes. Eles enfatizam que essa relação é tida como um padrão sanduíche de comunicação, na qual existe uma autoridade na sala de aula, representada pelo professor: este apresenta um monólogo e os estudantes têm a função de o rechearem com suas respostas. Ou seja, os estudantes seguem as regras e procedimentos estabelecidos por essa autoridade e as respostas dos estudantes acabam sendo limitadas, pois tentam responder aquilo que o professor espera ouvir como o correto.

² In PBL, students work in small groups and learn what they need to know in order to solve a problem. The teacher acts as a facilitator to guide student learning (...) the students are presented with a problem scenario. The formulate and analyse the problem by identifying the relevant facts from the scenario. This fact-identification step helps students represent the problem. As students understand the problem better, they generate hypotheses about possible solutions (HMELO-SILVER, 2004, p.236).

Deste modo, propor estudos direcionados aos participantes abre possibilidades para que essas percepções sejam contornadas. Ao trabalhar em grupos, os alunos podem assumir suas responsabilidades no processo de aprendizagem. Eles podem pesquisar, explorar os assuntos abordados, podem cooperar uns com os outros, estabelecendo também uma relação dialógica com os demais participantes. As investigações propostas pelo professor podem promover uma relação horizontal entre todos os envolvidos. Além do mais, elas podem contrapor o paradigma do exercício, levando os estudantes a construir novas aprendizagens.

O quarto conceito é interpretado como princípio da *exemplaridade*. Ele enfatiza a relevância dos problemas. Para compreender este conceito, vamos primeiro estabelecer a visão de dois estudiosos: Oskar Negt e Martin Wagenschein acerca de questões educacionais. Depois disso, explicitamos a ideia de exemplaridade.

De acordo com Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995), a noção de exemplaridade foi inspirada nos escritos de Oskar Negt, em 1964. Para tanto, Negt se concentrou na educação profissional e ele tinha o objetivo ajudar trabalhadores a desenvolverem a compreensão de suas situações como membros da força de trabalho, como forma de se oporem a simples aceitação de melhorarem suas participações nos processos de trabalho. Ele definiu assim o conceito chamado de imaginação sociológica e o vinculou à ideia de exemplaridade, desenvolvida por Martin Wagenschein nos anos de 1965 e 1970. Wagenschein se mostrava contrário à dominação do estruturalismo, que defendia a organização do currículo de acordo com a estrutura da disciplina. Ele afirmava que era possível desenvolver, por exemplo, conhecimentos em matemática elementar focando-se em uma questão em particular.

Com isso, Negt usou essa interpretação em um sentido mais amplo, aplicando-o em um contexto sociológico. Para ele, seria possível entender as bases estruturais e as características políticas da sociedade, concentrando-se em eventos sociais específicos que seriam, então, um ponto de partida para um entendimento geral do contexto analisado. Isso respalda a proposta da elaboração de problemas autênticos requerida em práticas do PBL, porque a pesquisa sobre esses problemas poderia fornecer abordagens teóricas mais aprofundadas.

Deste modo, o princípio da *exemplaridade* pode ser compreendido como um critério para analisar um problema específico, além de poder ser entendido como o ponto de partida para elucidar estruturas sociais, com vistas à promoção de uma conexão entre o mundo experiencial das estruturas sociais individuais e gerais. Portanto, o problema específico deve ter potencial para levar à compreensão exemplar do problema geral. Thomassen e Stentoft (2020) esclarecem que exemplaridade é o processo de vincular o aspecto particular de um problema ao entendimento geral e vice-versa. Isso significa que o problema pode ser

redescoberto em outros contextos semelhantes, em novos ambientes. Hernandez, Ravn e Valero (2015) afirmam que o núcleo central do currículo não é uma longa lista de conceitos relativos ao conteúdo disciplinar. Eles enfatizam que, ao adotar um problema, o foco é desenvolver objetivos de aprendizagem mais complexos, que apoiem a relação entre os aspectos teóricos e a sua prática disciplinar.

Sendo assim, mediante a apresentação desses princípios de aprendizagem, entendemos que uma estratégia educacional como o PBL pode contribuir com o desenvolvimento de conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais dos indivíduos envolvidos nesse processo de aprendizagem.

Nos últimos tempos, diversas metodologias de ensino têm surgido na comunidade acadêmica e nas práticas educacionais. O PBL dá “ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor” (MORAN, 2018, p.41). Ou seja, ele apresenta características que enfatizam uma participação ativa dos estudantes durante o processo de aprendizagem, podendo ser então compreendido como uma metodologia de ensino ativa.

Em nossa concepção, o PBL não é a única opção ou é a metodologia de ensino ideal para ser utilizada no Ensino Superior, de forma geral. Porém, na perspectiva deste estudo, pautados nestes e em outros pressupostos teóricos mencionados na introdução, salientamos que o PBL se apresentou como uma proposta viável aos interesses dessa pesquisa.

Mencionamos, em seguida, a utilização do PBL em dois países, que são referências relevantes aos interesses desta pesquisa: a Dinamarca, onde destacamos em particular, a Universidade de Aalborg e, o Brasil, onde percebemos o crescimento desse tipo de abordagem tanto na educação básica quanto nos diferentes cursos superiores.

2.3 PBL na Universidade de Aalborg

Segundo Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995), na Universidade de Aalborg, seja no campo das humanidades e ciências sociais, ou das ciências e tecnologia, todos os enfoques educacionais são conduzidos por problemas e organizados em projetos, o que não significa que há ausência de aulas expositivas ou convencionais.

Desde 2010 os estudos orientados por problemas e organizados em projetos foram ampliados para a nova faculdade de medicina dessa mesma instituição, com ajustes de acordo com as necessidades dos respectivos programas de ensino. Do ponto de vista global, a adoção

dessa estratégia educacional propiciou novas possibilidades de aprendizagem e investigação, pois os conhecimentos não se limitavam a uma determinada disciplina ou a um conhecimento específico.

Segundo publicações da universidade de Aalborg³, o modelo pedagógico que foi adotado na instituição baseado no PBL tornou-se reconhecido nacional e internacionalmente por outras universidades, pesquisadores e estudantes, caracterizando-o como um modelo de aprendizado avançado e eficiente. E, ainda, são destacadas contribuições para a formação dos alunos, dentre as quais podemos citar: o desenvolvimento de conhecimentos e habilidades de forma autônoma; orientações de aprendizagens interdisciplinares orientadas por meio de problemas; desenvolvimento de habilidades geradas pelo trabalho em equipe; a preparação para diferentes atuações na sociedade e no mercado de trabalho, e a cooperação entre a universidade e a comunidade empresarial, no tocante a elaboração e solução de problemas profissionais.

No modelo usado em Aalborg,

Todos os alunos trabalham em grupos de projetos que funcionam como unidades de trabalho. Os grupos normalmente consistem em quatro a cinco alunos de um programa de estudo específico. Um supervisor é designado para cada grupo de projetos. A cada semestre, os alunos preparam um relatório do projeto, cujo tópico está dentro de uma determinada estrutura. Os tópicos do projeto podem ser sugeridos pelos alunos ou pelos professores. O trabalho do projeto geralmente leva 50% do tempo de estudo e outros 50% são dedicados aos cursos. Alguns dos cursos estão relacionados aos tópicos do semestre e outros servem como apoio direto ao trabalho do projeto. No final de cada semestre, o projeto é apresentado em um relatório escrito, avaliado oralmente pelo supervisor do grupo e por um examinador interno ou externo⁴ (VITHAL; CHRISTIANSEN; SKOVSMOSE, 1995, p.200, tradução nossa).

Nesses projetos, segundo Hernandez, Ravn e Valero (2015), os estudantes têm a oportunidade de escolher um assunto geral para aprofundar, mediante as propostas apresentadas pelos supervisores e elas estão ligadas às principais questões consideradas ao longo do curso, em cada currículo semestral. O processo de aprendizagem é iniciado quando os alunos formulam novas temáticas e desenvolvem estudos para analisá-las e isso, em Aalborg,

³ Essas informações podem ser obtidas em: <https://www.en.aau.dk/about-aau/aalborg-model-problem-based-learning/>.

⁴ All students work in project groups which function as work units. The groups normally consist of four to five students from a specific study programme. A supervisor is assigned to each project group. Each semester, the students prepare a project report, whose topic is within a given framework. Project topics may be suggested either by students or by teachers. The project work generally takes 50% of the study time and another 50% is devoted to courses. Some of the courses are related to the topics of the semester and others serve as direct support to the project work. At the end of each semester, the project is presented in a written report, which is evaluated orally by the supervisor of the group and an internal or external examiner.

geralmente leva um longo prazo, geralmente um semestre. Para os autores, o fato de trabalhar dessa forma permite que os alunos integrem experiências concretas e pesquisas empíricas aos elementos teóricos de seus estudos. Assim, pode-se proporcionar uma compreensão mais profunda de tópicos obrigatórios do currículo e uma análise de alguns problemas selecionados e complexos, ajudando os estudantes a aprender a re-contextualizar formas de conhecer e agir em campos novos ou relacionados aos assuntos trabalhados, que são apontamentos feitos por Ravn e Valero (2010).

Com base nos autores Kolmos, Graaff e Du (2009), salientamos que os métodos utilizados em Aalborg ou em outras universidades de renomes que adotaram o PBL em seus cursos, não devem ser reproduzidos ou refutados de imediato, pois é preciso considerar as particularidades de cada contexto de aplicação. Entendemos que ele pode sim inspirar o desenvolvimento de currículos, ou determinadas disciplinas, em diferentes partes do mundo, sendo propícios para a criação de ambientes que conduzam à investigação e à reflexão.

2.4 PBL nas universidades brasileiras

Diversas instituições de Ensino Superior do Brasil passaram a utilizar o PBL no ensino. Isso ocorreu principalmente na educação médica, na década de 90. De acordo com Coelho-Filho Soares e Sá (1998), em 1994, o PBL começou a ser utilizado no país, em cursos de educação continuada, na Escola de Saúde Pública do Ceará (ESP/CE). Esta afirmação está em consonância com os estudos de Soares, Serapioni e Caprara (2001). Os autores afirmam que isso ocorreu no programa de especialização em gestão de sistemas locais de saúde, o qual foi implementado no período de 1995-1999, enfocando, particularmente, a utilização do PBL como eixo central do processo de ensino-aprendizagem.

Nesse período, notava-se que:

No campo de investigação do ensino das ciências da saúde, tem-se questionado a utilidade dos conhecimentos e sua aplicabilidade social. Novas concepções de ensino e aprendizagem estão sendo incorporadas no contexto escolar e na prática educativa. A valorização dos estudantes, enquanto sujeitos ativos na transformação das práticas de saúde, com compromisso social e agentes (re)construtores de seus conhecimentos, constitui a mais recente abordagem nesse campo (MORAES; MANZINI, 2006, p.126).

No Brasil, de acordo com Komatsu (1999), as primeiras instituições a implementarem o PBL em seus cursos foram a Faculdade de Medicina de Marília (FAMEMA), no ano de 1997,

e o curso de Medicina da Universidade Estadual de Londrina (UEL), em 1998. Neste sentido, Lima (2013, p.14) ressalta que:

No Brasil, no final dos anos 1990, os cursos de medicina da Faculdade de Medicina de Marília/SP e do Centro de Ciências da Saúde da Universidade Estadual de Londrina/PR iniciaram um novo currículo baseado em ABP. Em consonância com as tendências mundiais de mudança na educação médica, a Faculdade de Medicina de Marília - FAMEMA foi pioneira no Brasil na adoção da aprendizagem baseada em problemas e na organização do currículo médico, segundo um modelo de articulação dos ciclos básico e clínico e das dimensões social, biológica e psicológica, de modo orientado à comunidade.

Gomes (2009) enfatiza que as transformações ocorridas nessas universidades foram resultantes de uma parceria realizada entre a Fundação Kellogg⁵ e várias instituições de ensino, no período de 1992 a 2003.

Particularmente, a respeito da FAMEMA, o referido autor esclarece que a instituição foi uma das primeiras faculdades a adotar modificações substanciais em seu modelo de ensino e aprendizagem, a partir da parceria estabelecida com a fundação. Logo, em 1997, houve a elaboração de um novo projeto educacional para o Curso de Medicina, denominado Projeto FAMEMA 2000, se destacando como uma proposta inovadora.

Em consonância com essas informações, Moraes e Manzini (2006) destacam o pioneirismo da FAMEMA na implementação do PBL não apenas no Brasil, mas também na América Latina. Segundo os autores, ela se apresentou como uma das escolas que se propôs a enfrentar os desafios da época. No ano de 1997, iniciou-se a implementação e desenvolvimento do currículo médico com a utilização dessa nova metodologia de ensino, que centrou os estudos na utilização de problemas da área da saúde, com um processo de ensino e aprendizagem que se desenvolvia por meio de sessões de tutoria e atividades relativas à prática profissional.

Logo depois, em 1998, aconteceu a implementação na Universidade Estadual de Londrina (UEL), no Paraná, no curso de Medicina do centro de ciências da saúde. Vargas (2001, p.3) descreve que na UEL, o projeto pedagógico era “fundamentado em princípios da pedagogia interativa, de natureza democrática e pluralista, com firme eixo metodológico que prioriza a aprendizagem baseada em problemas como metodologia de ensino-aprendizagem central”, além de possuir as seguintes diretrizes: focando a interdisciplinaridade, por meio de um

⁵ A Fundação Kellogg teve uma presença significativa nos movimentos de mudança na formação dos profissionais de saúde na América Latina. Sua atuação em diversos países estimulou a produção de alternativas transformadoras nos âmbitos da saúde, educação e desenvolvimento rural (TANCREDI; FEUERWERKER, 2001). Para saber mais, consulte: <http://www.ccs.uel.br/olhomagico/v8n2/Laura.htm>.

currículo nuclear comum a todos estudantes; um ensino que priorizasse as necessidades de aprendizagem dos estudantes, tendo o professor como facilitador; destacava-se pelo contato do estudante com as realidades de saúde e socioeconômicas da comunidade desde o primeiro ano do curso; além de contar com a aplicação de avaliações formativas.

Em 2001, a Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) implantou o primeiro curso de graduação em Medicina do interior do Estado da Bahia. Segundo dados contidos no site de Medicina⁶ da instituição, este foi o terceiro curso do Brasil a adotar o PBL, sendo também o primeiro da Bahia, podendo servir assim como pólo formador para as outras universidades estaduais da região. No mesmo ano, segundo Pinto *et al* (2011), a implementação dessa metodologia ocorreu na Universidade Federal da Bahia (UFBA) e Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR).

Adler e Gallian (2018) afirmam que logo depois, em 2003, a Escola de Medicina da Universidade Federal de Santa Catarina, reformou seu currículo inspirando-se no PBL. Ainda neste ano, a Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), implantou o PBL no curso de Medicina e no curso de Engenharia de Computação (PINTO *et al*, 2011).

Outra importante referência no Brasil, foi a inauguração do curso de Medicina na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), em 2006, a qual se pautou em pressupostos do PBL, contemplando: currículo orientado por competência, abordagem educacional construtivista e integração teoria-prática voltada para o Sistema Único de Saúde (SUS).

Além da área de Medicina, outras implementações foram realizadas em outras instituições, como na Universidade de São Paulo, na Escola de Artes, Ciências e Humanidades (EACH – USP Leste) e na Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA – USP Ribeirão Preto), por meio da criação de um novo curso de MBA, a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), nos cursos de Medicina e Engenharia Biomédica.

No campo das engenharias, a própria UFSCAR tem se destacado. Além disso, enfatizamos também um notável crescimento do PBL nessa área, com diversas publicações relativas a esse assunto. Uma delas, diz respeito a uma pesquisa bibliográfica dos trabalhos acadêmicos que atrelava o uso do PBL aos cursos de engenharia na última década. Este estudo foi realizado por Vieira (2017). Até à época deste levantamento, foram encontrados 75 trabalhos acadêmicos, dos quais quatro eram dissertações, uma tese e onze artigos de periódicos, além de 62 artigos publicados em anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, a

⁶ Informação disponível em: <http://www.uesc.br/cursos/graduacao/bacharelado/medicina/index.php>. Acesso em 19 de ago. 2021.

COBENGE. Segundo a autora, isso reflete uma produção crescente na área. Nesta pesquisa, ela também identificou as instituições que aparecem com o maior número de trabalhos. Dentre elas estão: a UEFS, que foi a instituição que mais apresentou títulos publicados, com 37 trabalhos; a USP, com 31, e a Universidade de Brasília (UnB), com 18 publicações.

Destacamos também a implementação do curso de engenharia da Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP), em 2014. A proposta de ensino inovador dos cursos de educação a distância (EAD) contou com a colaboração de docentes das três maiores universidades públicas do Estado de São Paulo, além de se inspirar no uso de diferentes metodologias de ensino, dentre elas o PBL.

Foi deste modo que o PBL se propagou pelas universidades brasileiras, tanto públicas quanto privadas. No início, esse processo foi lento, mas com o passar dos anos, essa metodologia de ensino foi difundida em diversas universidades. Assim,

Houve uma explosão no uso de PBL em suas várias adaptações. Hoje, a maioria das escolas médicas dos EUA e muitas em quase todos os países do mundo estão implementando (ou estão planejando implementar) o PBL em seus currículos, em maior ou menor grau. Além disso, o PBL se espalhou para as escolas de ciências da saúde, enfermagem, odontologia, farmácia, medicina veterinária e saúde pública. Mais longe, escolas de arquitetura, negócios, direito, engenharia, silvicultura, ciências policiais, serviço social, educação e muitas outras áreas profissionais adotaram a estratégia (CAMP, 1996, p.1).

Compreendemos assim que essa metodologia de ensino se consolidou nas instituições de Ensino Superior do país. Dentre as instituições mencionadas vamos destacar, particularmente, alguns princípios do PBL adotados na EACH.

Araújo e Arantes (2009) afirmam que a implantação desse novo campus da USP estava associada às solicitações de movimentos sociais, que desde 1980 solicitavam a criação de uma universidade pública na região. Para os autores, a concepção do projeto acadêmico relativo a esse campus procurou atender os padrões de pesquisa, ensino e extensão universitária, além de proporcionar íntimas relações entre a proposta de soluções para problemas sociais e maiores articulações entre os conhecimentos científicos abordados e as necessidades da população em torno.

A EACH oferece onze cursos de graduação: biotecnologia, ciências da natureza, educação física e saúde, gerontologia, gestão ambiental, gestão de políticas públicas, lazer e turismo, marketing, obstetrícia, sistemas de informação e têxtil e moda. O grande diferencial do projeto acadêmico dessa instituição é que todos os estudantes ingressantes nesses cursos

realizam um ciclo de estudos básico, que tem um ano de duração (ARAÚJO; ARANTES, 2009). E mais:

As turmas do ciclo básico da EACH são compostas de sessenta alunos e alunas que, na maior parte do tempo, estudam em classes multicursos, convivendo e desenvolvendo trabalhos acadêmicos com colegas de diferentes áreas de conhecimento. Assim, na composição de cada turma e no desenvolvimento de projetos, podemos encontrar estudantes de cursos variados, por exemplo: têxtil e moda, obstetrícia, gerontologia, ciências da atividade física e lazer e turismo (ARAÚJO; ARANTES, 2009, p.103).

Esses autores enfatizam que para desenvolver esse ciclo básico houve a formação de três eixos centrais: formação introdutória no campo específico de conhecimento de cada curso, onde se deparam os primeiros contatos com abordagens conceituais de sua profissão; formação geral, que visa estabelecer relações entre as áreas contempladas e formação científica e profissional por meio de problemas, que destaca princípios do PBL. O objetivo é colocar os alunos como protagonistas dos seus processos de aprendizagem e também em promover uma maior articulação entre a teoria e a prática.

A proposta acadêmica dessa nova universidade foi inspirada em referências internacionais de instituições que adotaram o PBL na organização de seus currículos. Alguns docentes que estavam contribuindo com a elaboração do projeto acadêmico da EACH visitaram as universidades de Aalborg e de Maastricht. Foram essas visitas que contribuíram para a formulação e efetivação do modelo do PBL adotado no novo campus, mas a influência maior, segundo Araújo e Arantes (2009), foi respaldada em princípios advindos de Aalborg.

Neste sentido, entendemos que a utilização do PBL depende bastante dos aspectos políticos, sociais e econômicos que circundam os contextos educacionais em que são aplicados. No caso da EACH, por exemplo, especificamente na disciplina de Resolução de Problemas, os estudantes encaminhavam propostas de soluções para problemas específicos que eram escolhidos por eles, mas que emergiam de temas gerais elaborados pela instituição semestralmente.

Essas considerações relativas às diferentes formas de se utilizar o PBL nos levaram a aprofundar as pesquisas envolvendo essas temáticas e o contexto da Educação Matemática nas universidades.

2.5 Aplicações do PBL no campo da Educação Matemática e no contexto deste estudo

Conforme o PBL se expandia em diferentes universidades, suas aplicações também se estenderam ao campo da Educação Matemática. Como exemplo, podemos citar alguns estudos teóricos e experiências ocorridas no Brasil. Na maioria das publicações os autores utilizam tanto o termo PBL quanto ABP. A publicação de Silva e Dejuste (2009), por exemplo, discorreu sobre um estudo teórico sugerindo o PBL como uma metodologia de ensino que poderia contribuir com uma melhoria no ensino e na aprendizagem de matemática.

Bezerra e Santos (2013) relataram uma experiência que envolveu o estudo de funções exponenciais na disciplina de matemática, do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima (IFRR). A publicação deste estudo discorria sobre uma intervenção didática desenvolvida a partir da ABP com a respectiva turma. Já em 2015, foram publicados dois artigos que relacionavam o PBL e as aulas de matemática, na educação básica. A pesquisa de Silva (2015) trouxe considerações sobre uma investigação realizada durante o seu mestrado. Ele trabalhou com estudantes de duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública do estado de São Paulo. O foco do estudo era a abordagem de funções, a utilização do software GeoGebra e o trabalho com a ABP. A outra publicação, de autoria de Silva e Schimiguel (2015) descrevia algumas comparações observadas a partir da produção de dados do mestrado de Silva (2015). Nela, foram explorados os pontos positivos e negativos de se trabalhar com as tecnologias da informação na educação, bem como a combinação do GeoGebra com essa metodologia de ensino.

Podemos mencionar também a pesquisa de Ribeiro (2019), que realizou uma investigação com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em Uberlândia, Minas Gerais. Este estudo teve como objetivo averiguar se a ABP associada ao uso de recursos computacionais criaria um ambiente motivador, a fim de favorecer o crescimento dos alunos. Na mesma época, Souza (2019) desenvolveu sua pesquisa de mestrado focando nas potencialidades desta metodologia de ensino na abordagem de conceitos matemáticos. A investigação foi feita com estudantes do primeiro ano do curso Técnico em Eletrônica Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, no câmpus de São Paulo. Posteriormente, Rezende e Silva-Salse (2021) fizeram uma ampla revisão teórica, bibliográfica e documental, com o objetivo de investigar se essa estratégia educacional seria capaz de fomentar o desenvolvimento do pensamento matemático crítico, indo além da abordagem de assuntos específicos.

Outros trabalhos têm destacado as possibilidades de se trabalhar com o PBL e a matemática, na educação básica. Porém, ressaltamos que o interesse deste estudo se volta ao Ensino Superior.

Em discussões anteriores vimos que as expectativas apresentadas desde os anos 60 eram grandes. Pudemos observar o quanto a Universidade de Aalborg se destacou, atuando como uma das referências principais no trabalho com o PBL, inclusive na área de matemática.

Renuka Vithal, educadora de professores de matemática no continente africano, também se interessou pelo trabalho desenvolvido em Aalborg e, assim como o grupo de docentes da EACH-USP, ela chegou a visitar essa instituição. Ao produzir reflexões acerca dessa experiência, ela descreveu que:

Fiquei imediatamente intrigada com a ideia e, em particular, sobre como a matemática da universidade poderia ser ensinada nesse contexto. Como educador de professores, eu estava ciente do que é chamado de "abordagem de projeto" na matemática da escola e, particularmente, na escola primária e também na educação de professores de matemática, mas era difícil pensar em como seria essa abordagem dentro do contexto de ensino e aprendizagem de matemática na universidade. Para alguém educado e localizado em um ambiente educacional amplamente 'tradicional', fiquei fascinado e interessado em entender o que era, para mim, uma abordagem radical - o compromisso de uma instituição inteira em projetar um trabalho! O que esses conceitos-chave, pensei, de 'ensino interdisciplinar', 'centralização de problemas', 'tópicos de projetos', 'temas' etc., poderiam significar quando traduzidos para a dura realidade da Educação Matemática na universidade? (VITHAL; CHRISTIANSEN; SKOVSMOSE, 1995, p.200, tradução nossa)⁷.

Essa descrição nos faz refletir que trabalhar com o ensino da matemática no Ensino Superior por meio de estratégias diferenciadas realmente pode ser desafiador, mesmo para profissionais bem experientes nessa área. Isso no sentido de contornar procedimentos convencionais usados rotineiramente em aulas de matemática, tais como: o uso do livro didático, de aulas expositivas, centradas na atuação do professor, a resolução sucessiva de listas

⁷ I was immediately intrigued by the idea, and in particular about how university mathematics could be taught in this context. As a teacher educator, I was aware of what is referred to as a 'project approach' in school mathematics and particularly in primary school as well as in mathematics teacher education, but it was difficult to think about what such an approach would look like within the context of teaching and learning university mathematics. For someone educated and located in a largely 'traditional' educational environment, I was fascinated and interested to come to understand what was, for me, a radical approach - the commitment of an entire institution to project work! What could these key concepts, I wondered, of 'interdisciplinary teaching', 'problem centeredness', 'project topics', 'themes', etc. mean when translated into the hard reality of university mathematics education? (VITHAL; CHRISTIANSEN; SKOVSMOSE, 1995, p.200).

de exercícios. Práticas como essas são respaldadas no chamado *paradigma do exercício*, descrito por Skovsmose (2000; 2014b).

Apesar de em várias situações a matemática ser trabalhada nesse paradigma e ser interpretada, muitas vezes, como uma disciplina isolada de outras áreas, as noções e aplicações ligadas ao conhecimento matemático se movimentam em várias direções. A presença da matemática pode ser percebida em uma variedade de cursos, como engenharia, física, química, administração, economia, ciências contábeis, dentre outros. Todavia, os mecanismos matemáticos não operam apenas no domínio das especialidades acadêmicas ou profissionais. Em consonância com Skovsmose (2014b), eles fazem parte de situações cotidianas variadas e, por isso, faz-se necessário explorá-los com enfoques que conduzam à reflexão. E dentre as diversas possibilidades existentes, temos aprendizagens conduzidas por meio de problemas.

No meio acadêmico há estudos relacionando a Educação Matemática nas universidades e o PBL. Podemos citar os trabalhos de Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995); Christensen (2008); Ravn e Valero (2010); Gonçalves (2016); Souza (2016); Gouvêa (2016); Valero e Ravn (2017). Estes estudos possuem discussões relevantes sobre experiências já concretizadas envolvendo o campo da Educação Matemática ou apresentam sugestões de propostas para aulas de matemática do Ensino Superior.

No Brasil, esse tipo de proposta para o ensino da matemática no nível superior ainda é bem recente. As discussões realizadas por Gonçalves (2016), por exemplo, envolveram estudantes do curso de licenciatura em matemática. Nesse caso, os participantes receberam uma atividade escrita sobre números primos e um vídeo que mostrava como essa tarefa havia sido desenvolvida em sala de aula, com uma turma de estudantes do Ensino Fundamental de uma escola pública. Assim, o PBL foi usado como estratégia educacional para ajudar os licenciandos a analisarem o que foi apresentado. Além disso, a partir das dificuldades observadas no vídeo foram propostas novas intervenções e direcionamentos, pensando na formação de futuros professores de matemática. Também destacamos os apontamentos feitos por Souza (2016) e Gouvêa (2016), os quais trazem contribuições relevantes para o ensino da matemática no contexto universitário a partir do PBL. Entretanto, estas pesquisas não envolveram aplicações empíricas. Isso nos leva a ressaltar o quanto esta pesquisa de doutorado pode contribuir com o avanço dos estudos no campo da Educação Matemática no nível superior do país, servindo também de referência para outras universidades do exterior.

Para tanto, os princípios de aprendizagem aqui apresentados são utilizados como os principais pressupostos teóricos da perspectiva do PBL defendida neste estudo. Os estudos feitos por esses autores retratam experiências de um trabalho com problemas e projetos na

abordagem de diferentes conteúdos, inclusive conteúdos matemáticos. Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995), por exemplo, defendem que é possível encaminhar práticas de ensino e aprendizagem em aulas de matemática no contexto universitário, amparando-se em práticas como o PBL.

Portanto, nesta pesquisa, a utilização dessa metodologia de ensino é interpretada como uma possibilidade de promover um ambiente de aprendizagem que seja propício à investigação e à reflexão. Enfatizamos também que a perspectiva adotada parece ser propensa para uma investigação que almeja compreender como os aspectos da matemática em ação podem emergir em diferentes cursos do Ensino Superior.

Deste modo, na próxima seção fazemos explanações acerca do conceito da matemática em ação.

3 A MATEMÁTICA EM AÇÃO NO CONTEXTO UNIVERSITÁRIO

O conceito chamado de matemática em ação faz parte de uma das preocupações da Educação Matemática Crítica. Para esclarecê-lo, vamos primeiro compreender o que vem a ser este campo de pesquisa e estudos, que tem como principal fonte inspiradora o autor Ole Skovsmose.

"A Educação Matemática Crítica não é para ser entendida como um ramo especial da Educação Matemática. Não pode ser identificada como metodologia de sala de aula. Não pode ser constituída por currículo específico" (SKOVSMOSE, 2007, p.73). Ela é interpretada e conduzida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da Educação Matemática. Dentre estas, pode-se mencionar: a proposta da criação de cenários para investigação no ambiente escolar, a compreensão dos backgrounds e foregrounds dos estudantes, o entendimento acerca das performances da matemática em nossa realidade, ou seja, da matemática em ação, a matemacia, dentre outras.

Sendo assim, o olhar deste estudo volta-se ao desenvolvimento dos aspectos da matemática em ação, no contexto do Ensino Superior. Pretende-se compreender como determinadas concepções matemáticas podem ser projetadas na realidade, inclusive em um possível campo de atuação profissional.

Inicialmente apresentamos uma caracterização geral do significado desse conceito e destacamos os cinco aspectos da matemática em ação, que são possibilidades de se visualizar a matemática em nossa realidade. Na sequência, descrevemos pontos relevantes acerca dos diferentes grupos de pessoas ou instituições que estão associados às percepções da matemática em situações variadas.

3.1 O que se pode compreender sobre matemática em ação?

A compreensão de que a matemática está associada a uma variedade de situações e práticas, sejam elas sociais, econômicas, políticas, vincula-se à matemática em ação. Propor discussões acerca desse termo possibilita que a complexidade de diferentes contextos associada à operacionalização matemática seja percebida (SKOVSMOSE, 2008a).

Inicialmente as discussões em torno da matemática em ação foram inspiradas a partir de reflexões sobre os papéis da linguagem, que contribuem com a formatação da realidade. Keiko Yasukawa, Ole Ravn Christensen e Ole Skovsmose elaboraram diferentes exemplos a fim de ilustrar o poder de formatação da matemática e do entendimento a respeito de matemática em

ação. Os autores apresentam modelos matemáticos associados a processos de overbooking e a políticas de preços e marketing de empresas de modo geral; destacam como a matemática é relevante para a criptografia moderna, que está atrelada às relações de confiabilidade; eles retratam como a matemática pode fornecer interpretações dos aspectos ecológicos de modo geral; como a matemática compõe parte do processo de conhecimento e informação; etc. Através dos exemplos mencionados, eles afirmam que a matemática pode ser interpretada como um discurso, pois se respalda no uso da linguagem.

A linguagem está associada à formação do mundo e também à formação de ações que há no mundo, isto é, a linguagem contém em si ações. Novos caminhos que conduzam a certas interpretações performáticas da linguagem e da interação entre poder e linguagem, podem emergir, inclusive quando essa linguagem é associada à matemática.

Essas reflexões levaram Ole Skovsmose a considerar que a matemática em ação proporciona diferentes modos de ver, fazer, construir, organizar, processar, decidir etc.

Para o autor, em vários ambientes escolares pode se observar que a linguagem matemática utilizada é bem formal e, por vezes, não apresenta relação com nenhuma situação contextualizada, o que pode indicar também alguma neutralidade.

Essa neutralidade, que pode ocorrer a partir das interpretações da linguagem, possivelmente gera enfoques mais específicos da matemática, e se ampara na execução de procedimentos e técnicas conceituais. Todavia, o conhecimento matemático não deve servir apenas para ajudar os estudantes a aprender certas formas de conhecimento e técnicas, mas, também, é preciso convidá-los a entender sobre como estes podem ser colocados em ação em contextos específicos. Diferentes ações baseadas em matemática são realizadas na realidade e, portanto, tais performances precisam ser analisadas do ponto de vista crítico.

O conceito de matemática em ação, em outras palavras, se refere "àquelas práticas que incluem a matemática como uma parte constituinte de si mesmas, por exemplo, inovação tecnológica, produção e automação, gerenciamento e tomada de decisão, transações financeiras, estimativas de riscos, análise de custo-benefício etc." Skovsmose (2008a, p.51). Segundo o autor, todas essas práticas contêm em si ações baseadas em matemática e, portanto, há necessidade de reflexões em torno delas.

Diferentes ações são tomadas e realizadas a partir de embasamentos que podem ser respaldados por modelos matemáticos. Por isso, propiciar discussões em torno de alguma situação que seja planejada, justificada e realizada a partir de um conhecimento matemático, é também um modo de contribuir com a formação dos estudantes.

Essa formação não deve focar somente na aplicação de técnicas e estratégias relativas à resolução de exercícios. É preciso considerar como as diferentes implicações matemáticas se manifestam. Muitos cursos universitários ou as próprias instituições de Ensino Superior priorizam o ensino de teorias e técnicas matemáticas. Com isso, não há espaço para que os impactos sociais sejam analisados, para que reflexões acerca das aplicações da matemática sejam feitas em sala de aula. Fato este que pode conduzir a uma certa banalidade do conhecimento matemático⁸, pois não considera outros elementos que fazem parte das discussões relativas à matemática.

Projeções da matemática são observadas de diferentes formas na sociedade, em práticas profissionais, nas universidades, e isso pode ser compreendido a partir de vários olhares. Posteriormente, iremos explicar alguns desses modos de olhar – trataremos sobre os aspectos da matemática em ação, segundo as preocupações da Educação Matemática Crítica.

3.2 Os aspectos da matemática em ação

Para propor reflexões sobre ações baseadas em matemática, Skovsmose (2004, 2007, 2008b, 2014a, 2014b, 2020a) descreve cinco aspectos performáticos da matemática, os quais, em outras palavras, podem ser interpretados a partir de cinco aspectos da matemática em ação. Na visão do autor, eles referem-se às diferentes formas de ver como a matemática se coloca em ação em nossa realidade. Estes aspectos são chamados de: imaginação tecnológica, raciocínio hipotético, legitimação ou justificação, realização e dissolução da responsabilidade. Através deles pode-se explorar variadas concepções críticas. Para demonstrá-las, vamos utilizar um exemplo proposto pela pesquisadora: o cálculo do Produto Interno Bruto (PIB) realizado no Brasil. A partir dele algumas reflexões são elencadas.

Imaginação Tecnológica

Refere-se às possibilidades de explorar a construção e o desenvolvimento de situações hipotéticas na forma de alternativas (tecnológicas), as quais são baseadas na imaginação. Ao usar o termo tecnologia, não iremos nos referir somente a aspectos relativos à maquinaria, mas essa palavra diz respeito também a organização, ao saber-fazer e aos procedimentos utilizados para projetar empreendimentos e tomar decisões.

⁸ Skovsmose (2020a) discorre sobre essas considerações em seu artigo “Banality of mathematical expertise”.

As aplicações da matemática estão em toda forma de projetos, como máquinas, objetos, esquemas produtivos e tomada de decisão, relacionados a gerenciamento, a aspectos econômicos etc. Todo empreendimento apoia-se na imaginação, ou seja, na elaboração de um cenário imaginário, o qual é criado e analisado antes que qualquer projeto ou empreendimento seja colocado em ação.

Segundo o autor,

Um processo de elaborar projetos inclui a identificação e a análise de situações hipotéticas, e a matemática ajuda fornecendo material para construir tais situações. A matemática nos dá uma forma de liberdade tecnológica, abrindo espaço para situações hipotéticas. Nesse sentido, a matemática se torna um recurso para a imaginação tecnológica e, portanto, para o planejamento de processos tecnológicos que incluem projeto-ação com base matemática (Skovsmose, 2007, p.123).

Mesmo com essa liberdade para se construir situações hipotéticas, os espaços destinados para isso, ainda assim, podem conter sérias limitações. Isso porque a imaginação tecnológica não diz respeito apenas à matemática, mas, envolve também uma combinação de capacidades analíticas, estruturas de poder, prioridades e de interesses, segundo Skovsmose (2004).

Para ilustrar desse primeiro aspecto da matemática em ação, vamos utilizar como exemplo algumas potencialidades, econômicas, políticas e sociais, que podem ser realizadas entorno do cálculo do Produto Interno Bruto PIB do Brasil.

Segundo Mankiw *et al* (2005), o produto interno bruto corresponde ao valor de mercado de todos os bens e serviços finais que são produzidos em um país em um determinado período. Para determiná-lo, explicações matemáticas teóricas são consideradas e isso pode ser feito de duas formas:

Uma delas é pela soma das riquezas produzidas dentro do país, incluindo nesse cálculo empresas nacionais e estrangeiras localizadas em território nacional. Nesse cálculo entram os resultados da indústria (que respondem por 30% do total), serviços (65%) e agropecuária (5%). Entra no cálculo apenas o produto final vendido, por exemplo, um carro e não o aço e ferro da produção. Evita-se, assim, a contagem dupla de certas produções. Outra maneira de medir o PIB é pela ótica da demanda, ou seja, de quem compra essas riquezas. Nesse caso, são considerados o consumo das famílias (60%), o consumo do governo (20%), os investimentos do governo e de empresas privadas (18%) e a soma das exportações e das importações (2%). Esses dois cálculos devem sempre chegar ao mesmo resultado. (O ESTADO DE S. PAULO, 2012).

Essas considerações conduzem à elaboração de uma fórmula matemática, que abarca os diversos tipos de despesas de uma nação: o consumo (C), o investimento (I), as compras do

governo (G) e as exportações líquidas (EL). De acordo com Mankiw *et al* (2005), o cálculo do PIB pode ser dado pela seguinte relação:

$$\text{PIB} = C + I + G + \text{EL}$$

Esta fórmula abrange componentes particulares, os quais precisam ser analisados e avaliados cuidadosamente, ou seja, para se determinar e utilizar esse modelo matemático é necessário construir primeiro um cenário imaginário. É a elaboração da imaginação tecnológica que fornecerá elementos tido como essenciais para construir e, posteriormente, desenvolver a fórmula do PIB. Observamos que na relação dada pelo PIB existem diferentes tipos de despesas e cada uma delas tem suas particularidades, que precisam ser analisadas e avaliadas separadamente, antes de serem incluídas na formulação geral. Isso nos remete à ideia de que é preciso refletir sobre a "natureza da imaginação tecnológica amparada em matemática tendo em vista questões específicas" (SKOVSMOSE, 2014b, p.96).

Decisões macroeconômicas podem ser feitas mediante a análise dos resultados desse índice estatístico. No entanto, elas não permeiam apenas o contexto econômico, há também o envolvimento de questões sociais e políticas. Assim, de modo geral, a matemática, que atua como parte de uma imaginação tecnológica, pode interagir inclusive com relações de poder.

O espaço propiciado pela imaginação tecnológica permite que diversas situações hipotéticas sejam avaliadas. Essa reflexão nos leva ao segundo aspecto da matemática em ação: o raciocínio hipotético.

Raciocínio Hipotético

Aborda e avalia as consequências de um cenário imaginário, ou seja, ele permite que se analise bem determinada situação antes que uma decisão seja tomada. Através da matemática há possibilidade de se focar o raciocínio hipotético: hipóteses e investigações sobre os prováveis resultados de algo ainda não concretizado podem ser feitas adotando-se modelos matemáticos, do mais simples aos mais sofisticados. (SKOVSMOSE, 2007).

O raciocínio hipotético elaborado se constrói em um certo espaço lógico, o que pode comprometer a avaliação das reais consequências de um determinado projeto, pois envolve implicações de ações particulares. Sendo assim, este é um importante aspecto que precisa ser contemplado ao se desenvolver ideias sobre matemática em ação.

O exemplo dado anteriormente, referente ao cálculo do PIB envolve o uso de diferentes raciocínios hipotéticos. Ele possui vários elementos que possuem determinadas particulares, as quais precisam ser analisadas antes de serem efetivamente consideradas no modelo. Dentre os

fatores que interferem na variação desse índice pode-se considerar: o consumo da população (quanto mais se gasta, mais o PIB cresce; se há um menor consumo, o PIB cai); as faixas salariais e as taxas de juros, as quais influenciam no consumo; os investimentos empresariais e os gastos governamentais que conduzem mobilizações econômicas de uma região, de um país, como a geração de empregos; dentre outros variantes (UOL, 2008).

Essas explicações ressaltam a importância da elaboração de um cenário imaginário e do raciocínio hipotético – ambos estão interligados. Nesse exemplo do PIB, o embasamento matemático pode auxiliar na prevenção de algumas situações e definir certas ações. Aliás,

A força do raciocínio hipotético é demonstrada pelo nível de detalhes em que a situação hipotética é especificada. Entretanto, o raciocínio hipotético, sustentado pela matemática, também cria uma armadilha, porque estamos investigando detalhes representados apenas dentro de uma construção matemática específica dentro de uma dada alternativa. Além disso, o raciocínio real é limitado pelo fato de que o próprio raciocínio é fundado na matemática. (SKOVSMOSE, 2007, p. 125).

Essa afirmação nos leva a refletir que os próprios componentes utilizados no cálculo do PIB e as decisões tomadas a partir de seus resultados, também podem conter riscos, podem apresentar particularidades que não são mensuradas no modelo apresentado. É o raciocínio hipotético que permite que diferentes investigações sejam realizadas. As diversas hipóteses, os questionamentos, as reflexões atreladas às aplicações do modelo adotado podem conduzir as futuras decisões. Os níveis de detalhes fornecidos pelo conhecimento matemático, explorados pelos raciocínios desenvolvidos, podem apresentar certas limitações, as quais poderão comprometer as reais consequências das aplicações do modelo. As consequências de uma interpretação errada dos resultados do PIB podem impactar diretamente a condição de vida de uma população, por exemplo, além de gerar inclusive crises econômicas não previstas no espaço destinado à imaginação tecnológica.

Legitimação ou Justificação

Embasamentos matemáticos podem ajudar na construção de justificativas e de legitimações de determinadas ações, isto é, eles podem ser utilizados como possibilidade de validar muitas ações.

De acordo com Skovsmose (2014b), a justificação, do ponto de vista filosófico tradicional, consiste em apoiar logicamente, de modo apropriado e genuíno, alguma afirmação, decisão ou ação. Já no caso da legitimação não necessariamente há essa premissa, ou seja, a

afirmação ou ação analisada pode ser legitimada mediante certas argumentações, sem se preocupar com o aspecto lógico envolvido. Legitimar é interpretado como uma forma de justificar algo e, nem sempre, essas legitimações são verdadeiras. E, o conhecimento matemático, pode estabelecer um modo de justificar (e legitimar) algo que é único.

Nesse sentido, vamos usar alguns trechos de reportagens encontradas na mídia que se associam aos impactos do cálculo do PIB em nossa sociedade:

Pelas novas previsões, o PIB brasileiro deve ter alta de apenas 1,9% este ano. A estimativa anterior era de alta de 2,3%. A nova previsão também leva em consideração os efeitos da recuperação mais lenta da economia e do impacto do cenário internacional mais adverso que levou, inclusive, o Banco Central a segurar a queda dos juros que estava no radar. (FERNANDES, 2018).

A União Europeia planeja alcançar, no ano de 2020, 3% do PIB em pesquisa e desenvolvimento. Coréia do Sul e Israel já ultrapassam os 4% do PIB. Enquanto isso, o financiamento à pesquisa no Brasil está estagnado, em torno de 1% do PIB, o que ameaça as conquistas já alcançadas e mina o desenvolvimento econômico e social do país. (DAVIDOVICH, 2018).

O Brasil gasta anualmente em educação pública cerca de 6% do Produto Interno Bruto (PIB, soma de todos os bens e serviços produzidos no país). Esse valor é superior à média dos países que compõem a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), de 5,5%. No entanto, o país está nas últimas posições em avaliações internacionais de desempenho escolar, ainda que haja casos de sucesso nas esferas estadual e municipal. (OLIVEIRA, 2018).

Esses recortes destacam o quanto os resultados do PIB mobilizam questões e afirmações diversas. As implicações do modelo matemático usado têm influências diretas e indiretas na administração de um país. É possível verificar que no primeiro trecho dado, a estimativa do resultado do PIB influenciou na decisão do Banco Central, isto é, a previsão que foi realizada serviu como base para apoiar a ação tomada pela instituição bancária. No segundo caso, os valores do PIB destinados à pesquisa levaram os estudiosos a constatar que o Brasil tem seu desenvolvimento econômico e social comprometido, pois em comparação aos países analisados, os investimentos direcionados a essa área são ínfimos. Ou seja, a análise dos resultados do PIB influencia diretamente o desenvolvimento de um país, de acordo com a reportagem. O terceiro trecho, retrata que o Brasil investe um valor considerável em educação pública, fato este que deveria, por consequência, colocá-lo em posições mais satisfatórias quando avaliado em relação ao desempenho escolar, em esferas internacionais.

Nesses três recortes, decisões, ações e afirmações foram legitimadas ou justificadas segundo os resultados do PIB, aplicados em certo contexto. Ou seja, foi a matemática que respaldou tudo o que foi explicitado nos trechos dados. As legitimações e justificações

respaldadas em um dado matemático estavam por trás de todas as colocações. Os resultados serviram para justificar, legitimar, algo que aconteceu ou que ainda iria acontecer. As análises feitas a partir do modelo utilizado permitem, assim, que o mesmo se torne parte da realidade, o que nos leva à compreensão do quarto aspecto da matemática em ação: a realização.

Realização

De acordo com Skovsmose (2007), o aspecto chamado de realização faz referência aos fenômenos em que a matemática em si passa a ser parte da realidade. O uso de modelos matemáticos retrata a presença da matemática no dia a dia, isto é, eles se tornam parte de nossa realidade.

Todavia, muitos efeitos podem estar escondidos nesses modelos. As categorias e discursos que surgem podem ser bem variados. Neste sentido, a interpretação de que a linguagem contém performances e que não é apenas uma ferramenta descritiva, pode revelar diferentes consequências, as quais podem ser agradáveis e benéficas, ou podem apresentar problemas e denotar riscos.

A determinação do valor do PIB brasileiro pode ser vista como uma prática real que está em operação por meio da matemática em ação. Citamos anteriormente a decisão do Banco Central a respeito da queda da taxa de juros. Os embasamentos foram feitos a partir de dados matemáticos. Isso mostra uma projeção da matemática na realidade. As previsões dos resultados do PIB, assim como o que acontece de fato, são exemplos das aplicações da matemática na realidade. E isso também pode ser observado quando ocorre o ranking dos países mais desenvolvidos. O PIB é um elemento imprescindível nesse tipo de conclusão. Ele se apresenta na realidade, se projeta, e pode impactar em diferentes ações e decisões.

Outros índices, calculados em diferentes campos de conhecimento, como medicina, engenharia e tecnologia, também nos fazem visualizar as aplicações da matemática em nosso cotidiano. Nestes casos, não há apenas o uso de uma linguagem em si, há um discurso que pode ser colocado em execução a partir das interpretações realizadas, o que nos revela, aliás, o poder de formatação da matemática em diferentes contextos. Ressaltamos, que a linguagem matemática, assim como o uso de um índice como o PIB, pode formatar a realidade, isto é, as aplicações da matemática podem causar diversas transformações de âmbitos político, social ou econômico.

Dissolução da Responsabilidade

Ações amparadas em matemática podem incluir uma isenção de responsabilidade e, também, parecem ser conduzidas em um vácuo ético. Geralmente, qualquer ação é associada a um sujeito agente, no entanto, na matemática em ação, esse sujeito parece não existir.

Quando se executam ações a partir de um modelo matemático é preciso considerar o quanto as formas de conhecimento e técnicas adotadas estão atualizadas. Há necessidade de averiguar alguns apontamentos: se os métodos e ferramentas utilizadas são confiáveis; se os cálculos realizados são razoáveis; se (e quais) aspectos foram ignorados na formulação do modelo; se o modelo está em operação é porque há responsáveis que estão conduzindo tal operação; etc. Reflexões como essas podem envolver os limites das projeções da matemática na realidade e levantar questões acerca da responsabilidade, inerentes a elaboração e execução de ações embasadas em resultados numéricos (SKOVSMOSE, 2004).

Ao associar explanações de como os valores do PIB têm impactos no contexto brasileiro observamos o quão significativo ele é. Ao adotá-lo e usá-lo como base de justificativas e legitimações, é preciso também refletir sobre a dissolução de responsabilidades, que podem estar ocultas. Em uma publicação de Almeida (2017), em O Globo, por exemplo, há comentários de pesquisadores e economistas, que afirmam o quão limitado o PIB é para realizar avaliações sobre o desenvolvimento de um país. Na visão desses especialistas, existem vários fatores relevantes que não entram na formulação deste cálculo. Podemos citar: as questões ambientais, como o uso da água potável; os cálculos referentes ao mundo digital, como plataformas de compartilhamento de serviços; os níveis de desigualdade social; dentre outros.

Sendo assim, de que formas o conhecimento matemático adotado e colocado em ação na formulação do PIB desconsidera fatores como esses? Realmente seria necessário explorá-los? Quem deveria ser responsabilizado por possíveis equívocos nos cálculos realizados? O modelo por si só é suficiente para embasar determinadas decisões?

A base matemática que está por trás do uso de diferentes modelos, poderia ocultar certas responsabilidades. De forma natural, parece haver um vácuo ético, onde a imagem do sujeito agente e a noção de responsabilidade parecem não existir (SKOVSMOSE, 2014a, 2014b). O que demonstra ser relevante fica a cargo das ações baseadas em matemática, isto é, do modelo que foi adotado para avaliar todo o contexto.

Nesta seção, o exemplo do cálculo do PIB e de suas aplicações na realidade brasileira foram usados para discorrer sobre os cinco aspectos da matemática em ação. Este conceito também se relaciona com a participação de indivíduos que atuam de diferentes formas em nossa sociedade. A seguir, trataremos dessas relações.

3.3 A matemática em ação e a formação de construtores, operadores, consumidores e descartáveis

A Educação Matemática pode proporcionar a produção e execução de diferentes atividades, que podem ser vistas como boas ou ruins. De acordo com Skovsmose (2005, 2007, 2012a, 2012b, 2014b), há grupos de pessoas que se envolvem ou são afetados pela Educação Matemática. O autor define cinco grupos: construtores, operadores, consumidores e descartáveis. Nas explanações que seguem, destacamos relações existentes entre esses grupos e o desenvolvimento dos aspectos da matemática em ação.

Os construtores

Quando determinado grupo de pessoas está ligado à manutenção e ao desenvolvimento de: conhecimentos e técnicas específicas; sistemas de informação, tecnologia e cultura; prioridades de gerenciamento e tomada de decisões; etc., isso pode estar atrelado ao uso e à aplicação de performances matemáticas. Sendo assim, este grupo pode ser denominado de construtores e a matemática seria vista como algo essencial que precisaria fazer parte das competências desse grupo.

Os processos de construção estão vinculados às aplicações tecnológicas e, dependendo dos modos como estes são trabalhados no contexto educacional, isso influenciará em suas atuações no campo profissional ou na sociedade.

Dessa forma, segundo Skovsmose (2012b), são as universidades e outras instituições de ensino que propiciam as competências dos construtores. Essa colocação pode ser exemplificada quando nos referimos à educação de engenheiros, de cientistas da computação, de economistas, de farmacêuticos e outros profissionais que têm uma ampla fundamentação de estudos em matemática. Então, de que modos seria possível contribuir com a formação de futuros construtores, considerando a inclusão de elementos reflexivos em sua educação? De que formas seria possível abordar essas competências matemáticas mesmo estando inseridos em uma competência tecnológica mais ampla, sem assumir ou promover a matemática como um conhecimento que assegura, sem sombra de dúvidas, as atividades ou os produtos gerados? Como os estudantes em formação poderiam refletir sobre possíveis incertezas acerca do conhecimento matemático, ainda que ele seja considerado algo indispensável nas mais variadas situações?

Os aspectos da matemática em ação também dizem respeito à educação desses construtores. Quando se abordam questões relativas à imaginação tecnológica e ao raciocínio hipotético, por exemplo, se colocam em pauta as possibilidades que existem para desenvolver

determinado projeto e quais seriam seus impactos, suas vantagens e desvantagens no contexto aplicado. Os construtores precisariam, então, analisar as particularidades do que se propõe, bem como suas prováveis limitações. Em tais situações, a matemática, como já observamos, poderia servir como base fundamental e, ainda assim, poderia estar sujeita a limitações severas.

Como consequência, algumas das implicações de um projeto pensado poderiam ser muito diferentes das implicações calculadas na situação hipotética descrita matematicamente [...]. No entanto, o raciocínio hipotético é um elemento importante em todo processo de construção. Trata-se de imaginar a construção antes de ser efetivamente construída. O raciocínio hipotético baseado em matemática pode ignorar até as consequências mais importantes das iniciativas tecnológicas⁹ (SKOVSMOSE, 2012a, p.73).

Em outras palavras, para se elaborar cenários imaginários e considerar seus desdobramentos, ou seja, averiguar as possibilidades de sua construção, faz-se necessário pensar sobre o papel de quem os constrói.

Considerações semelhantes podem se fazer em referências aos três outros aspectos: legitimação ou justificação; realização e dissolução da responsabilidade.

O grupo dos construtores pode recorrer a conceitos matemáticos para embasar suas argumentações, no sentido de legitimar ou justificar suas ideias. E, de formas distintas, podemos observar como a matemática se coloca em ação em nossa realidade, seja por meio de linguagens e discursos variados. Interpretar e analisar as aplicações de modelos matemáticos, bem como a realização dos cenários imaginados e das responsabilidades dos que os executam, são aspectos que precisam ser considerados por esse grupo de pessoas. Por isso, propor relações entre os construtores e os aspectos da matemática em ação se destaca como algo viável.

Os operadores

Outro grupo de pessoas envolvidas ou afetadas pela Educação Matemática é o grupo dos operadores. Neste caso, estão aquelas pessoas que não irão realizar estudos mais aprofundados em matemática. A Educação Matemática contribui com a formação de pessoas que encontram operações matemáticas em alguma situação de trabalho, no entanto, essas

⁹ Como consecuencia, algunas de las implicaciones de un diseño pensado podrían ser muy diferentes de las implicaciones calculadas en la situación hipotética descrita matemáticamente. No obstante, el razonamiento hipotético es un elemento importante en todo el proceso de construcción. Se trata de ver qué construcción podría incluir antes de que se haya construido efectivamente. Pero el razonamiento hipotético basado en matemáticas puede pasar por alto incluso las consecuencias más importantes de las iniciativas tecnológicas (SKOVSMOSE, 2012a, p.73).

operações normalmente aparecem de modo implícito. A utilização de um modelo matemático pode, inclusive, ser imperceptível.

A matemática pode ser disponível em pacotes, que exigem capacidade para serem usados, embora os detalhes sobre como o pacote funciona podem não ser entendidos pelas pessoas que operam com eles. A matemática não está, necessariamente, na superfície da situação. Muita educação em matemática pode ser vista como preparação para pessoas que estão se encaminhando para operar em situações de empregos recheadas de matemática implícita (SKOVSMOSE, 2007, p.187).

Essa compreensão nos permite chamar as pessoas que fazem parte dessa realidade de *operadores*. Interessante ressaltar que, ao observar o ensino de matemática tradicional, o qual muitas vezes se apoia no paradigma do exercício, há a representação de várias características que parecem se adequar à preparação de operadores. Quando os estudantes, em diferentes realidades educacionais, estão resolvendo muitos exercícios, isso pode "aparentar que a presteza em seguir ordens de uma forma cuidadosa seria funcional para ser um operador" (SKOVSMOSE, 2005, p.129), ou seja, segundo o autor, o ensino de matemática nos níveis médio e superior, estaria contribuindo com perspectivas de adaptabilidade e funcionalidade.

Os consumidores

Skovsmose (2012a) entende que o termo consumidores tem uma ampla interpretação, que também é levemente irônica. Para ele, a expressão cidadão seria mais adequada para se referir a esse grupo de pessoas. Entretanto, o autor ressalta que como cidadãos somos constituídos por muitas situações, inclusive a de consumidores e é neste sentido que as discussões são realizadas.

Em síntese, de acordo com reflexões do autor, somos considerados consumidores todos os dias, quando nos deparamos com diferentes tipos de ofertas, por exemplo. Essa é uma percepção mais direta, principalmente quando estamos expostos a diferentes tipos de anúncios em televisão, rádio, jornais etc.

Em outras situações, estamos nos constituindo como consumidores, ao considerar um sentido mais amplo: assistimos as notícias, recebemos informação, ideias, prioridades, estilos de vida, opiniões, entretenimento; ouvimos opiniões, argumentos, justificativas, legitimações questionáveis e decisões. Todas essas coisas precisam ser consumidas por alguém. (SKOVSMOSE, 2012a, p.77 – tradução nossa¹⁰).

¹⁰ En otras situaciones estamos constituidos em consumidores, pero en un sentido más amplio: miramos las noticias, recibimos información, ideas, prioridades, "estilos de vida", opiniones, entretenimiento; escuchamos opiniones, argumentos, justificaciones, legitimaciones cuestionables y decisiones. Todas esas cosas tienen que ser consumidas por alguien. (SKOVSMOSE, 2012a, p.77).

E, na concepção desta pesquisa, esse sentido mais amplo referente à constituição de consumidores é o que nos interessa. Isso porque constantemente estamos tendo contato com informações que dizem respeito a nossa realidade. O compartilhamento de notícias, de ideias ou opiniões sobre determinados assuntos, de prioridades, de análise de diferentes contextos, são fatores que podem estar atrelados à matemática em ação. E muitos dos posicionamentos construídos demonstram ter relação com a análise dos cenários elaborados, dos tipos de raciocínios hipotéticos desenvolvidos, podem ter respaldos validados por dados matemáticos e assim por diante. O importante é ressaltar que em meio a todos esses processos, uma pessoa ou grupo de pessoas pode utilizar tudo isso, caracterizando-se como consumidores, pois essas coisas, conforme o autor descreveu, precisam ser consumidas por alguém.

Para visualizar de modo mais explícito a relação ou constituição dos consumidores com algum aspecto da matemática em ação, vamos retomar um excerto trazido em momentos anteriores a respeito do cálculo do PIB no Brasil.

O Brasil gasta anualmente em educação pública cerca de 6% do Produto Interno Bruto (PIB, soma de todos os bens e serviços produzidos no país). Esse valor é superior à média dos países que compõem a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), de 5,5%. No entanto, o país está nas últimas posições em avaliações internacionais de desempenho escolar, ainda que haja casos de sucesso nas esferas estadual e municipal (OLIVEIRA, 2018).

A referida citação é uma reportagem de uma agência pública de notícias do Brasil¹¹, a qual veicula informações tanto nacionais quanto internacionais. No caso destacado neste excerto é possível verificar que há relações diretas entre o valor do PIB e análises de avaliações do desempenho escolar nas escolas brasileiras. Tais relações influenciam no repasse de verbas às escolas, por exemplo, aos investimentos que são ou não realizados em prol da educação. E, ainda, ao comparar valores do PIB brasileiro com o de outros países, quais são as reflexões que podem ser feitas a respeito da educação escolar brasileira? De que forma suas interpretações poderiam impactar nas realidades das escolas e no desempenho dos estudantes? Como os órgãos governamentais do país poderiam operar ao analisar os valores do PIB ou ao compará-los com outras nações? Que decisões poderiam tomar? Nessas visões, tanto o Brasil, enquanto nação, como os brasileiros, no papel de cidadãos, poderiam se apresentar como consumidores dessas informações, legitimadas ou justificadas por ações baseadas em um indicador como esse.

¹¹ Para saber mais consulte sobre o portal de notícias ligado a essa agência de notícias consulte: <https://www.ebc.com.br/institucional/veiculos/agencia-brasil>.

Os descartáveis

Assim como existem os grupos anteriormente mencionados, temos também um grupo de pessoas que não apresentam características que atendam àquelas representações. Esse outro grupo parece abarcar pessoas consideradas como descartáveis, ou seja, aquelas que não são “necessárias” para a economia informacional.

De modo geral, a Educação Matemática, poderia dizer quais pessoas estariam aptas a serem bem-sucedidas em determinadas carreiras profissionais, poderia selecionar os ditos melhores estudantes ou profissionais e, então, descartar, aqueles que não possuíam certas habilidades em matemática. A falta de domínio das técnicas e ferramentas matemáticas, o baixo desempenho em avaliações e o fracasso escolar relativo a essa disciplina são aspectos que podem contribuir para a inserção das estudantes no grupo dos descartáveis.

No entanto, há possibilidades para que a Educação Matemática se contraponha à inserção das pessoas nesse grupo. Ao refletir sobre o desenvolvimento dos aspectos da matemática em ação em sala de aula e em diferentes situações da realidade podemos perceber a atuação dos construtores, dos operadores e dos consumidores em nossa sociedade. Essas ideias serão utilizadas em momentos posteriores, fazendo relações diretas ou indiretas com os aspectos da matemática em ação.

4 A TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

Nesta seção descrevemos a trajetória metodológica que delinearão a estruturação e execução desta pesquisa. Apresentamos aqui a metodologia adotada, as questões éticas envolvidas, bem como as etapas e os procedimentos que foram essenciais para a produção de dados. Também, são feitas explicações a respeito dos procedimentos adotados para a realização da análise dos dados. O desenvolvimento deste trabalho foi realizado a partir de um problema proposto sob os princípios teóricos do PBL, mediante os quais pretendemos investigar como os aspectos da matemática em ação podem emergir no Ensino Superior.

4.1 Descrevendo a metodologia e os procedimentos da pesquisa

Esta tese é resultado de uma pesquisa qualitativa. Por meio dessa abordagem, pretende-se interpretar de forma criteriosa as dinâmicas de trabalho que se observam. A esse respeito, Bodgan e Biklen (1994) descrevem que esse tipo de pesquisa adota o ambiente natural como fonte dos dados, no qual o pesquisador é o instrumento principal relacionado à produção de dados. Segundo os autores, o investigador se interessa mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos obtidos.

Esta investigação tem como proposta compreender como a matemática pode ser percebida em diferentes situações. Para isso, são utilizados alguns princípios de aprendizagem inspirados no uso do PBL. Eles foram aplicados em dois momentos distintos. Para uma melhor compreensão dos fenômenos observados, consideramos a viabilidade de uma investigação inspirada em um estudo de caso.

Os estudos de caso têm se apresentado com mais frequência em investigações em Educação Matemática. Esse tipo de investigação é peculiar, pois trata de uma situação considerada como única ou especial, que visa “descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir com a compreensão global de um fenômeno de interesse” (PONTE, 2006, p.2). Entende-se que o formato adotado nesta pesquisa busca respeitar as particularidades de dois contextos distintos, tendo o intuito de compreender de modo global como o conceito da matemática em ação pode emergir e ser trabalhado em cursos do Ensino Superior.

Para tanto, ao elaborar o escopo da pesquisa, inspirando-se em um estudo de caso, é preciso considerar também o âmbito da pesquisa e refletir sobre os contornos do estudo, destacando precisamente qual será o foco e seus limites periféricos (MARTINS, 2008). Isso

porque, segundo o autor, não é possível explorar todos os ângulos do fenômeno e, deste modo, a necessidade de selecionar os aspectos mais relevantes à pesquisa, a fim de atingir os objetivos do estudo.

Goldenberg (2004, p.33) afirma que “o estudo de caso não é uma técnica específica, mas uma análise holística, a mais completa possível [...]”. Esta colocação respalda os propósitos dessa pesquisa: obter uma visão holística de algo que ainda não foi explorado em aulas de matemática no Ensino Superior. Isso inclui a realização de uma análise detalhada do objeto de estudo em dois contextos, visando possibilidades de se trabalhar com o campo da Educação Matemática Crítica e princípios de uma metodologia de ensino baseada no uso de problemas.

Fiorentini e Lorenzato (2007, p.106) afirmam que a produção dos dados de uma pesquisa pode ocorrer “diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante [...]”.

Segundo Goldenberg (2004), quando entrevistas e a observação são utilizadas em um estudo de caso, não é possível formular regras específicas, porque cada entrevista ou observação é única e o desenvolvimento delas depende do tema, do pesquisador e de seus pesquisados.

Assim, este estudo envolveu duas instituições públicas de Ensino Superior localizadas no Estado de São Paulo. Para atingir os objetivos almejados houve o planejamento de entrevistas e de encontros com os participantes. No tocante aos encontros, o procedimento metodológico usado foi a observação participante.

A respeito da observação participante Martins (2008) afirma que a participação do pesquisador pode ser tanto formal como informal, encoberto ou revelado, pode ser parte integrante do grupo social ou simplesmente periférico em relação a ela. De acordo com o autor, quando a abordagem se refere a um estudo de caso, o pesquisador é formalmente conhecido e pode ser, ou não, parte integrante do caso. E, mais, em:

Um Estudo de Caso, o pesquisador é formalmente conhecido, podendo ser, ou não, parte integrante do caso. A observação participante é uma modalidade especial de observação na qual o pesquisador não é apenas um observador passivo. Ao contrário, o pesquisador pode assumir uma variedade de funções dentro de um estudo de caso e pode, de fato, participar dos eventos que estão sendo estudados [...]. O pesquisador-observador formal e revelado será parte do contexto que está sendo observado/investigado e ao mesmo tempo modifica o contexto e por ele é modificado (MARTINS, 2008, p.25).

A pesquisadora participou ativamente de todos os encontros relacionados a esse estudo. Para tanto, a utilização da observação participante foi um dos procedimentos essenciais durante todo o processo. Ela contribuiu para o encaminhamento das discussões e atividades

desenvolvidas, além de favorecer o entendimento acerca das possibilidades de se trabalhar com os modos como a matemática pode se apresentar na realidade.

O contexto relativo à abordagem de enfoques matemáticos se constituiu de uma forma com a qual os participantes da pesquisa não estavam acostumados, segundo declarações dadas já no primeiro contato com eles. Para eles, a proposta era algo que normalmente não ocorria nas aulas de matemática. Esse fator condiz com a afirmação de que o contexto investigado é modificado, além de modificar também o pesquisador-observador e os demais participantes do estudo.

Para tanto, os registros de todos esses momentos, incluindo as entrevistas, foram feitos por meio de gravações em áudio e anotações no diário de campo. Os registros em áudio são essenciais e têm o intuito de contribuir com etapas posteriores, referentes à análise dos dados. O diário de campo, conforme Fiorentini e Lorenzato (2007), é um instrumento que possui como objetivo registrar, de modo detalhado e sistematizado, as rotinas, os acontecimentos e os diálogos que podem emergir durante o desenvolvimento de qualquer estudo.

Para compreender como este processo se concretizou, daremos um panorama geral sobre a pesquisa.

4.2 Os participantes da pesquisa

A produção de dados ocorreu em duas instituições de Ensino Superior públicas: uma instituição de ensino federal, localizada na cidade de São Paulo, e uma universidade estadual, situada no interior de São Paulo. A fim de facilitar a identificação dessas instituições, optamos por nomeá-las como *instituição A* e *instituição B*, respectivamente.

Cada curso possuía suas especificidades, as quais eram encaminhadas de acordo com o Projeto Pedagógico de cada instituição de ensino. Detalhes a respeito de cada projeto podem ser encontrados no Anexo A desta tese. Esses fatores contribuíram para que, em cada local, a produção de dados se constituísse de modo diferente. Na instituição A, por exemplo, propomos a constituição de grupos de estudos, conduzidos por meio de alguns encontros em horários extracurriculares, após o término das aulas regulares. Os participantes eram 4 estudantes do primeiro ano do curso de Engenharia Civil. No caso da instituição B, as atividades propostas foram desenvolvidas em algumas aulas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, com cerca de 30 estudantes do segundo ano do curso de Ecologia.

A etapa de produção de dados ocorreu entre os meses de setembro e dezembro de 2018, respeitando os princípios burocráticos e éticos fundamentais para a realização de uma pesquisa

com seres humanos. Antecipadamente, houve a submissão do projeto ao Comitê de Ética e Pesquisa (CEP), registrado na Plataforma Brasil. Logo após a adequação e aprovação do projeto, a pesquisa foi, então, iniciada. Informações relativas aos termos de consentimento utilizados constam no final da tese, nos Anexos B e C.

4.3 O contexto da pesquisa

Desde o início da elaboração da pesquisa, toda proposta de encaminhamento estava voltada para aulas de Cálculo Diferencial e Integral, independente da instituição ou do curso selecionado. Isso porque havia a continuidade de um trabalho já desenvolvido pela pesquisadora em anos anteriores, realizado durante o mestrado profissional em ensino de ciências e matemática (SOUZA, 2016).

Na instituição A, já existia um contato prévio com um professor da área de Educação Matemática, que possuía interesses acadêmicos voltados ao trabalho com o PBL. Ele lecionava em diferentes cursos, inclusive no de Engenharia Civil.

Sendo assim, na referida instituição, todo contexto envolveu o estudo e a análise de um problema que seria trabalhado com os estudantes em dias e horários previamente definidos, além da realização de entrevistas com os participantes. Ao entrar em contato com esse professor, acordamos que seria interessante realizarmos a pesquisa com estudantes ingressantes no curso de engenharia, logo no início do ano letivo de 2018. Essa seria uma forma de retomar conteúdos estudados na educação básica e introduzir tópicos essenciais ao estudo de Cálculo Diferencial e Integral, como o conceito de limite e derivada, por exemplo. Todavia, devido aos prazos associados às questões éticas e burocráticas, o cronograma desta etapa precisou ser planejado novamente. As atividades só puderam ser iniciadas no segundo semestre do referido ano.

Ao planejarmos as atividades, a intenção era de que o professor da turma estivesse presente em todas as etapas de execução da pesquisa e que, sempre que possível, ele pudesse atuar como o facilitador das discussões, ou seja, como facilitador da aprendizagem. Todavia, devido aos diferentes compromissos acadêmicos e ocorrências que se desdobraram ao longo do ano letivo de 2018¹², a participação do professor ficou comprometida e, por fim, o direcionamento de toda proposta foi dado pela própria pesquisadora, que assumiu o papel de

¹² No referido ano estavam ocorrendo diversas manifestações envolvendo questões econômicas e políticas no Brasil. Esses fatos atingiram o contexto das universidades e algumas paralisações nas aulas foram realizadas, o que culminou à reposição de aulas ao final do segundo semestre letivo de 2018.

facilitadora da aprendizagem. Isso significa que ao mesmo tempo em que as orientações das atividades propostas eram dadas também houve participação como integrante do grupo formado.

Na instituição B, um professor de matemática que lecionava no curso de ecologia tinha conhecimentos sobre a proposta dessa pesquisa. Ele demonstrou interesse em trabalhar com o mesmo problema que seria utilizado na instituição A. Porém, ao invés de realizarmos entrevistas e grupos de estudos, o foco foi desenvolver as atividades durante as aulas de Cálculo Diferencial e Integral II.

Ao estabelecer contato com esse professor, que chamaremos de Miguel, acordamos que apresentaríamos a proposta da pesquisa aos estudantes em uma das aulas do mês de outubro de 2018. O propósito era desenvolver algumas atividades inspiradas no problema, possivelmente, em três ou mais aulas da disciplina. Os encaminhamentos seriam dados pelo professor Miguel, pela pesquisadora e também pelo professor Diego. Este, por sua vez, realizava estágio docente na referida disciplina, além de ser integrante do grupo de pesquisa do qual a pesquisadora faz parte, o grupo *Épura*¹³. Esses três participantes assumiram o papel de facilitadores da aprendizagem.

Para registrar todas as discussões provenientes das duas instituições, utilizamos dois gravadores de áudio. Se algum estudante não desejasse que algum momento de sua participação fosse gravado em áudio, garantiríamos que o registro de suas respostas ou participação se realizasse de forma escrita, em outro local particular, com ou sem minha presença. A ideia era que todos participassem e pudessem contribuir com as discussões que permeavam a investigação. No entanto, isso não foi preciso, pois os participantes envolvidos permitiram a efetivação das gravações. O sigilo de suas identidades foi respeitado e garantido. Todos os dados são confidenciais e serão utilizados unicamente para fins de pesquisa. Todos estes procedimentos e preocupações também se aplicaram às entrevistas.

Mais adiante, são feitas explicações complementares a respeito do desenvolvimento das atividades realizadas e do problema utilizado.

¹³ O Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Inclusão, é conduzido pela professora Miriam Godoy Penteadó e pelo professor Ole Skovsmose. Ele faz parte do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, de Rio Claro.

4.3.1 Os encontros

Propor encontros foi uma forma de oportunizar que os conhecimentos fossem compartilhados e discutidos entre todos os participantes. Tanto na instituição A quanto na instituição B, a ideia era delegar diferentes tarefas aos estudantes. Enquanto membros de um grupo, eles poderiam assumir funções rotativas como, por exemplo, organizar os tópicos das reuniões, registrar as informações obtidas, realizar planos de estudos e execução, dentre outras.

Para tanto foi fundamental determinar algumas etapas:

- um primeiro contato com os estudantes, apresentando a proposta e os direcionamentos gerais da pesquisa: nesta oportunidade, o convite para que participassem da pesquisa seria feito, além de averiguar os anseios e expectativas, caso o convite fosse aceito.
- uma conversa inicial que englobasse: uma a apresentação do problema e do estudo de apoio, que mobilizaria as discussões;
- a realização de encontros, nos quais os estudantes poderiam: pesquisar, analisar, discutir e avaliar desdobramentos do problema apresentado ou de pesquisas afins.
- a realização de apresentações finais feitas pelos estudantes.

A identificação de conceitos ou conteúdos que os alunos precisavam conhecer ou aprofundar no problema foi encaminhada por meio desses encontros. Para isso, os participantes precisavam se organizar e planejar seus estudos e seus objetos de pesquisa. Tópicos de estudos envolvendo funções, gráficos e noções de limite, por exemplo, ligados à área de Cálculo, poderiam ser explorados no problema analisado. Os alunos teriam a oportunidade de conduzir suas próprias aprendizagens, tendo o auxílio de um ou de mais facilitadores da aprendizagem.

Deste modo, na instituição A, no mês de setembro de 2018, houve um contato inicial com estudantes do primeiro ano de Engenharia Civil, que naquela época estavam no segundo semestre do curso. Este encontro ocorreu durante uma aula da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia II, junto com o professor da turma. Naquele momento, explicamos a proposta da pesquisa e fizemos o convite para que eles participassem. De imediato, vários estudantes manifestaram interesse e outros disseram que iriam avaliar essa possibilidade. Em todo o caso, todos os estudantes presentes receberam esclarecimentos sobre os termos de consentimento, os princípios éticos envolvidos e direcionamentos gerais da pesquisa. Posteriormente, os contatos foram mantidos via e-mail com o auxílio do professor e de uma estudante que se disponibilizou a ajudar.

Assim, a primeira fase da pesquisa se referia às entrevistas e, depois, os encontros começaram a ser definidos. Tudo foi programado de acordo com a disponibilidade dos

estudantes. Todos os alunos envolvidos na pesquisa eram maiores de idade. Eles estudavam no período matutino e a pesquisa se desenvolveria no contraturno das aulas regulares, no período vespertino. Os encaminhamentos seriam dados a partir da apresentação de um problema real, o qual seria trabalhado em grupos de estudo. Estimava-se, inicialmente, um total de seis encontros, de forma que no último, os estudantes pudessem fazer uma apresentação final, contemplando reflexões acerca das discussões realizadas ou estudos afins, envolvendo possivelmente suas percepções gerais relativas ao trabalho com o problema adotado e à matemática de forma geral.

Devido à carga horária e à constante reposição de aulas dos estudantes de engenharia naquele período, combinamos de fazer apenas as discussões em grupo, sem as apresentações finais. A participação dos estudantes variou bastante. Em alguns dias, dois deles estavam presentes e, em outros, havia três. Dos quatro alunos que resolveram participar da pesquisa, um deles interrompeu sua participação por causa de outros compromissos. As atividades em grupo eram realizadas às quintas-feiras, sempre no mesmo local. Assim, no total foram quatro encontros, além de outros dois dias destinados para a realização das entrevistas.

Na instituição B, os estudantes de ecologia tiveram o primeiro contato com o problema em outubro de 2018. Como a pesquisadora não pode estar presente no dia escolhido, o próprio professor da turma explicou a proposta e os interesses da pesquisa. Além disso, ele convidou os estudantes a pesquisarem sobre o acidente ambiental que era abordado no problema. Eles poderiam fazer isso de modo individual, em duplas ou em grupos. Era uma pesquisa inicial que tinha a intenção de mobilizar futuras discussões.

O primeiro encontro que participei foi no dia 22 de outubro de 2018. Essa turma de Ecologia tinha quatro aulas semanais de Cálculo II. E, no período de realização da investigação, as duas últimas aulas da disciplina eram destinadas ao trabalho com o problema. No total, tivemos quatro oportunidades para desenvolver as atividades propostas, incluindo as apresentações dos grupos.

4.3.2 O problema utilizado

O material que serviu como base para a organização das dinâmicas dos encontros é parte do produto educacional produzido pela pesquisadora durante o desenvolvimento de sua pesquisa de mestrado. Ele era intitulado "Impactos ambientais causados por poluentes químicos". Sua proposta continha duas abordagens, que seriam articuladas em meio às discussões.

A primeira abordagem foi embasada na descrição de um problema que envolvia a contaminação de uma região devido à ação de poluentes químicos. Esse problema foi elaborado a partir de um caso real referente a um incêndio em tanques de combustível, no ano de 2015. Esse acidente ocorreu no bairro de Alemoa, em Santos, São Paulo, provocando diversas consequências de impactos ambientais, sociais, políticos e econômicos. A construção do problema teve como objetivo promover discussões e reflexões a respeito dessa situação. Os estudantes poderiam levantar hipóteses, realizar pesquisas, fazer previsões, discutir sobre as possibilidades de recuperação dos impactos causados. Para isso, poderiam utilizar diferentes conhecimentos de cunho pessoal, profissional ou acadêmico.

A segunda abordagem desse material se amparou no chamado "Estudo de apoio". Ele foi elaborado a partir de algumas adaptações de uma proposta de atividade encontrada em um livro de Cálculo. Sua descrição envolvia uma situação fictícia associada ao derramamento de um agente oleoso no mar. Considerações relativas a essa atividade eram similares ao acidente real ocorrido em Santos. O propósito de sua elaboração era auxiliar na condução das discussões, levantando pontos relevantes como, por exemplo: a determinação dos níveis de concentração de poluentes; o estabelecimento de valores para multas; questões relativas ao ressarcimento dos danos; o uso de previsões ligadas aos processos de descontaminação; a utilização de conhecimento matemático ou de outras áreas, dentre outros enfoques.

Toda essa estruturação, desenvolvida na época do mestrado, foi pensada de acordo com pressupostos teóricos referentes ao PBL e com as possibilidades de se trabalhar com um problema em aulas de matemática do Ensino Superior. Tanto é, que a proposta original contém sugestões de orientações didáticas voltadas ao professor que deseja trabalhar com perspectivas como essas.

Deste modo, nessa fase de doutoramento, optamos em utilizar o referido problema visando averiguar se os aspectos da matemática em ação poderiam emergir no contexto universitário e de que formas isso aconteceria. Os estudos envolvendo esses enfoques eram novos e, com isso, o desejo de se trabalhar com esse problema, de modo empírico, tornava-se cada vez maior. Isso porque ele demonstrava abrir possibilidades para diferentes reflexões, que poderiam permear muitas discussões sociais, políticas e econômicas, por exemplo. Vale ressaltar que o referencial teórico associado ao PBL se ampliou. Esse fato contribuiu para que a etapa da produção de dados pudesse se efetivar com base nessa orientação educacional.

Assim, o material que seria utilizado sofreu certas adequações e houve várias contribuições dos integrantes do grupo de pesquisa que a pesquisadora faz parte. Logo, a descrição completa do material utilizado durante esse processo consta no Apêndice desta tese.

4.3.3 As entrevistas

Bogdan e Blikien (1994) esclarecem que a entrevista tem a intenção de investigar algumas questões a respeito de determinado assunto. Martins (2008, p.27) afirma que sua aplicação visa “entender e compreender o significado que os entrevistados atribuem a questões e situações, em contextos que não foram estruturados anteriormente, com base nas suposições e conjecturas do pesquisador”.

Como mencionamos anteriormente, além dos encontros propomos também a realização de entrevistas semiestruturadas. Assim, planejamos entrevistar os estudantes em dois momentos distintos: um seria antes de iniciarmos as atividades e, posteriormente, mediante a finalização das propostas desenvolvidas.

O objetivo de entrevistar os participantes antes de iniciar os encontros era averiguar quais eram suas expectativas e como eles compreendiam elementos que giravam em torno dos interesses desta pesquisa. Realizar entrevistas após a conclusão das atividades, tinha como intuito levantar reflexões acerca do trabalho desenvolvido. De modo geral, o propósito de todas as entrevistas era identificar e compreender elementos associados às aplicações da matemática em nossa realidade e ao desenvolvimento de um problema segundo os princípios do PBL. A elaboração desta fase seguiu recomendações propostas por Manzini (1999, 1991) e Triviños (1987).

Por diferentes razões, a fase das entrevistas envolveu apenas a instituição A. Quatro estudantes de engenharia foram entrevistados e, para registrar as conversas, utilizou-se um gravador de áudio.

A elaboração das entrevistas envolveu questionamentos que tinham sido preparados previamente, a partir de um roteiro básico, o qual poderia ser complementado por outras questões inerentes ao momento da entrevista, ou seja, novas perguntas surgiram a partir das respostas dos entrevistados. Manzini (2004, p.2) esclarece que a preparação de um roteiro de perguntas "serviria, então, além de coletar as informações básicas, como um meio para o pesquisador se organizar para o processo de interação com o informante". Dentre os cuidados e atenção para elaborá-lo, destacaram-se os olhares para: o uso da linguagem; às formas de se realizar as questões; à organização e sequência das perguntas. O objetivo foi verificar se os cuidados mencionados foram contemplados, reelaborando-os quando necessário.

As entrevistas foram pensadas em duas etapas, conforme a apresentação dos quadros a seguir:

Quadro 1 – Entrevista com os estudantes – antes do desenvolvimento do problema.

1. Como foi sua trajetória estudantil? Como era na escola? Fale um pouco sobre isso.
2. Quais foram suas experiências com matemática?
3. Como foi seu ingresso na universidade? Quais suas aspirações, expectativas?
4. Você considera importante refletir sobre aplicações da matemática em nossa realidade? Por quê?
5. Você já estudou algum conceito matemático usando problemas? Conte como foi essa experiência.
6. Quando ouve falar em Cálculo, o que lhe vem em mente?
7. Que estratégias seriam interessantes para trabalhar com conceitos de Cálculo de um modo contextualizado?
8. Quais suas expectativas mediante a apresentação da proposta dessa pesquisa?

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Quadro 2 – Entrevista com os estudantes – após do desenvolvimento do problema

1. O que você pode me dizer a respeito do trabalho que desenvolvemos em nossos encontros? É diferente das experiências que teve anteriormente? Explique.
2. Comente sobre as vantagens e desvantagens de uma estratégia como essa.
3. Em que momentos você sentiu mais dificuldade?
4. O que você pode dizer sobre o trabalho em grupo e as mediações realizadas?
5. Que pontos você considerou relevantes para discutir e propor soluções para o problema apresentado?
6. De que formas ideias associadas a conceitos de Cálculo estão ligadas ao problema apresentado? Comente.
7. Existem questões de outros âmbitos que puderam ser exploradas no problema? Por exemplo, sociais, políticas, econômicas etc.?
8. Um tipo de problema como esse contribui com sua formação? Fale um pouco sobre isso.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Os questionamentos descritos nos Quadros 1 e 2 buscaram contemplar elementos fundamentais aos interesses da pesquisa. Os modos como as entrevistas transcorreram e as respostas dos estudantes podem ser encontrados na seção 6 desta tese, onde descrevemos como ocorreu a produção de dados na instituição A.

4.4 A construção dos dados

Ao reunir as gravações em áudio e as anotações no diário de campo, bem outras observações, partiu-se para a organização desses materiais. O primeiro momento se destinou à transcrição dos áudios dos encontros e, posteriormente, das entrevistas.

Para tanto, foi necessário ouvir as gravações por repetidas vezes, a fim de melhor entender aquilo que era dito pelos participantes. Além disso, as anotações no diário de campo também foram por vezes retomadas. Conforme isso acontecia vários momentos das discussões e dos comentários feitos pelos participantes eram lembrados.

Assim, as transcrições foram realizadas de forma fiel às gravações. Havia um vasto e rico material. Porém, era preciso fazer novas leituras dessas transcrições, com o intuito de filtrar e selecionar as discussões mais relevantes, que se aproximassem mais dos objetivos da pesquisa. Nesse momento houve preocupações mais pontuais relativas:

- às percepções envolvendo momentos em que algum conceito matemático era trazido à tona pelos participantes;
- às conexões entre a matemática e o campo de atuação profissional dos participantes;
- às aplicações da matemática na realidade e suas conexões com outros campos de conhecimento.
- às percepções referentes à presença de algum aspecto da matemática em ação permeando as discussões/conversas;

Assim, ao identificar e, posteriormente, destacar esses momentos na transcrição dos dados, foi possível construir alguns textos que descreviam o contexto em que eles aconteceram. Além disso, nas redações que se delineavam também foram evidenciadas as diferentes interações manifestadas por todos os participantes. Vários comentários, expressões e outras percepções, advindas das anotações no diário de campo e das observações da pesquisadora, foram inseridas nestes textos.

Por exemplo, durante o primeiro encontro ocorrido na instituição B, foram captadas discussões relativas à contaminação de um ambiente aquático por meio de poluentes químicos em determinada região. Um grupo de estudantes discorreu sobre os impactos causados no local e, a partir das colocações de outros participantes, surgiram reflexões acerca das possíveis formas de solucionar o problema. Surgiram então comentários a respeito de processos de descontaminação utilizados, mas alguns comentários, como explicações sobre especificações dos agentes poluidores, foram excluídos da apresentação dos dados, pois não atendiam aos objetivos da pesquisa. Houve, no entanto, explanações sobre o uso de modelos matemáticos como recurso para auxiliar nesse tipo de avaliação. Portanto, essas foram considerações escolhidas para compor a construção dos dados. Além disso, emergiram preocupações relativas às formas de ressarcimento dos danos causados, que eram definidos por meio de diferentes conhecimentos, inclusive o conhecimento matemático. Ao se pensar na seleção dos trechos transcritos, estas considerações demonstraram ser significativas, pois se relacionavam com as

preocupações deste estudo. Assim, considerou-se que era preciso destacar aspectos como esses na construção dos textos que iriam compor a apresentação dos dados.

Procedimentos semelhantes foram feitos para os dados produzidos em cada instituição de ensino. Com isso, novos textos surgiram, respeitando-se as particularidades dos encaminhamentos dados em cada local. Para uma melhor visualização e compreensão dos fenômenos, optou-se em apresentar os dados de cada instituição de forma separada. Assim, seria possível fornecer descrições mais detalhadas de como tudo aconteceu, conforme podemos visualizar no Quadro 3 a seguir:

Quadro 3 – Elaborando a construção dos dados.

| Produzindo aprendizados na instituição A: uma experiência no curso de Engenharia Civil | Produzindo aprendizados na instituição B: uma experiência no curso de Ecologia |
|--|--|
| <p>Encontros</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Certas coisas não convencem, e outras não fazem sentido ● Você considerou todas as variáveis ou manteve a forma robotizada? ● Constituindo métodos, argumentos e confiabilidade ● As oportunidades proporcionam diferentes aprendizados. <p>Entrevistas</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Participante: Renata ● Participantes: Matheus e Rogerio | <p>Encontros</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Compartilhando aprendizados ● Constituindo as plenárias ● Agora é com vocês ● Relacionando os conhecimentos <p>Apresentações finais</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Impactos além dos ambientais ● Reflexões a partir do uso de modelos matemáticos ● Nem todas as variáveis são matemáticas ● Como se quantificar coisas que não são coisas? |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Desta forma, a apresentação dos dados se consolidou. As experiências advindas do curso de Engenharia Civil são descritas na seção 5 desta tese. Já a seção 6, é focada na instituição B, com as experiências advindas do curso de Ecologia.

5 PRODUZINDO APRENDIZADOS NA INSTITUIÇÃO A: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Nesta seção apresentamos como ocorreu a produção de dados na instituição A. Foram quatro encontros no total, que descrevem como as discussões em grupo foram mobilizadas. Também houve a realização de quatro entrevistas, todavia, ao fazer a redação desta tese, trouxemos apenas três delas.

5.1 Os encontros

A seguir, apresentamos a descrição dos quatro encontros semanais, realizados sempre às quintas-feiras. Cada encontro foi intitulado nesta tese do seguinte modo: “Certas coisas não convencem, e outras não fazem sentido”; “Você considerou todas as variáveis ou manteve a forma robotizada?”; “Constituindo métodos, argumentos e dados confiáveis” e “As oportunidades proporcionam diferentes aprendizados”.

Certas coisas não convencem, e outras não fazem sentido

Eu estava bem ansiosa naquela tarde do dia 18 de outubro de 2018, afinal, daria início a algo que aguardava há muito tempo. Os participantes da pesquisa eram estudantes do primeiro ano do curso de Engenharia Civil, de uma instituição de ensino pública de São Paulo. O convite havia sido feito em parceria com o professor que lecionava a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II. Cerca de 11 estudantes tinham confirmado a participação, mas, semanas anteriores ao início da pesquisa, houve vários cancelamentos.

Minha ansiedade se manifestava por causa das desistências e, no dia, eu estava relativamente nervosa, pois não sabia como seria o desenvolvimento de tudo o que havia sido planejado; como seria trabalhar com princípios de um aprendizado baseado em problemas e com um conceito que era tão recente e importante em minha pesquisa: a matemática em ação.

Cheguei à instituição com bastante antecedência e me direcionei à sala da coordenação, em busca do professor que contribuía com a realização da pesquisa. Tudo estava programado. Eu iria utilizar a sala da monitoria, que se localizava no subsolo do prédio. Este, era um espaço para que os estudantes das engenharias pudessem tirar dúvidas sobre conteúdos relativos à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Ao realizar a entrega das chaves da sala, o professor me deu algumas orientações e resgatamos, rapidamente, alguns dos objetivos da pesquisa.

Posteriormente, ele se encaminhou para uma reunião com outros docentes da instituição e, eu, fui em direção às escadas que davam acesso ao subsolo.

Dos 11 alunos que haviam confirmado a participação nos encontros presenciais, apenas quatro deles realizaram a etapa das entrevistas, que ocorreu em dias e horários definidos por cada estudante. Por isso, eu estava bem apreensiva quanto à participação dos demais. Estes eram meus pensamentos quando caminhava até a sala da monitoria. Eram dois lances de escadas até chegar ao local. Ao chegar no segundo lance, para minha surpresa, me deparei com duas alunas sentadas em um dos degraus. Eram Renata e Luara. Elas já estavam me aguardando ali há alguns minutos, mas disseram que eu não deveria me preocupar, pois a última aula do período regular havia terminado bem antes e, com isso, elas decidiram me esperar em frente à sala.

Após a explanação das meninas, fiquei mais tranquila. Entramos, então, no local e começamos a nos organizar. A sala era pequena e o teto era mais baixo, em comparação a outros ambientes. A estrutura era de uma sala comum: tinha uma lousa, uma mesa maior – mesa do professor ou do monitor – e carteiras e cadeiras na mesma quantidade. Ajustamos as carteiras e os materiais que iríamos utilizar. As alunas aproveitaram para avisar que alguns colegas ainda participariam das entrevistas e dos próximos encontros. Disseram que várias pessoas haviam desistido, porque estavam com muitas atividades acumuladas, como provas e trabalhos e, sem contar, que a turma também estava fazendo reposição de aulas, por causa de algumas paralisações de aulas, provenientes de manifestações políticas que ocorreram naquele ano letivo. Eu agradei o aviso e a preocupação das alunas.

Desde o primeiro dia em que estive na instituição para apresentar a proposta da pesquisa para toda a classe, Renata e Luara demonstraram bastante interesse no assunto. Elas foram as primeiras a participarem da etapa das entrevistadas. Após esse contato, Renata, particularmente, me auxiliou na definição dos dias e horários para a realização dos encontros, os quais foram organizados de acordo com a disponibilidade da maioria dos voluntários. Sendo assim, me senti mais à vontade para iniciar as atividades do dia. Resgatei, então, alguns elementos importantes para a condução dos nossos encontros. Mencionei que não tinha problemas quanto ao número de participantes, pois o mais relevante era a oportunidade de poder promover discussões mesmo com uma quantidade menor de alunos. Mais uma vez, agradei o aceite do convite por parte das duas estudantes e, desse modo, realizei a abertura do encontro.

Minhas primeiras explicações foram a respeito da pesquisa de doutorado como um todo. Pontuei também considerações sobre as dinâmicas de uma abordagem apoiada no PBL. Expliquei como tínhamos planejado os encontros e as formas como iríamos trabalhar com o

material que seria utilizado em todos os encontros, detalhando também as duas partes que o estruturaram: *Impactos ambientais causados por poluentes químicos*, baseada em um caso real, e o *Estudo de apoio*, o qual foi adaptado de um livro de Cálculo.

Assim, finalizei as explicações e pedi que uma das alunas fizesse a leitura dos parágrafos iniciais. Luara, então, se prontificou. Ela iniciou a leitura e, após alguns minutos, eu comentei que ela era rápida como eu. Todas nós rimos. Na sequência, continuei:

Débora: Então como eu disse na apresentação, isso aconteceu no ano de 2015. A proposta de se trabalhar com a aprendizagem baseada em problemas é pensar em algumas situações reais ou simuladas e tentar conectar com assuntos que vocês estejam aprendendo de modo geral. Quando nós elaboramos tudo isso foi pensando em uma situação real. Aqui a gente tem a parte associada a poluentes, não é!? A partir daí, a ideia é fazer vocês pensarem sobre essa situação e quais conhecimentos estariam conectados ao curso de vocês ou a questões envolvendo a nossa sociedade, por exemplo. Gostaria que vocês falassem a primeira visão que tem a respeito desse problema. Ao ler algo o último parágrafo, há algo relacionado à matemática, aos impactos ambientais, sociais causados, então, mediante a leitura de uma situação assim, o que vocês pensam?

Luara: O que a gente acha que está relacionado assim com a nossa área ou com Cálculo, especificamente?

Débora: Nesse momento, podem associar com a área de vocês ou podem pensar em questões próximas a nossa realidade. O que vocês percebem?

Luara: Estou pensando aqui ... A gente fez um trabalho sobre usina nuclear no começo do semestre e a gente analisava os impactos ambientais. Isso está relacionado com algo que a gente viu.

Débora: E o que vocês discutiram nessa proposta? Teve elementos que chamaram mais atenção de vocês?

Luara: Tem um documento que a gente tinha que fazer. Qual era o nome?

Renata: Era o relatório de impacto ambiental.

Débora: Que legal!

Luara: Aí a gente falou bastante sobre isso. Vimos quais são os impactos ambientais que cada coisa pode ter; não foi só sobre isso. A gente viu também algo envolvendo a questão do bairro, que influência tem um bairro planejado na região e tal.

Eu elogiei o trabalho feito e resaltei que no material entregue também encontraríamos questões como essas, relativas à poluição ambiental, aos impactos causados à população entorno e perguntei se elas visualizam mais conexões com essas temáticas. Renata se manifestou:

Renata: A gente fez um trabalho gigantesco falando sobre tudo isso. Quais os possíveis problemas que uma obra causaria em certo lugar, porque também era próximo de algum local com água, era um rio. A gente discutiu quais eram os impactos que poderiam ser causados, porque tem muito isso, não é, do lençol freático?

Quando a aluna fez esse comentário, senti um grande contentamento na hora. Senti que a proposta poderia sim ser relacionada com diferentes áreas de conhecimento, com atividades que elas haviam desenvolvido. Procurei conter meus sentimentos, me ajeitei na cadeira, e pontuei.

Débora: Muito interessante tudo isso, porque quando nós fizemos a entrevista, vocês acabaram comentando sobre essa parte de como ver a matemática relacionada com outros campos de conhecimento. Às vezes a gente não vê conexão ... Você mesma, Luara, me perguntou sobre o Cálculo aqui, se era especificamente sobre isso que eu queria saber, mas, pensando nessa situação e nesse projeto que vocês já trabalharam, vocês observam alguma matemática envolvida?

Luara: Tem as questões envolvendo os graus [da temperatura da água], a concentração de poluentes ... tudo é matemática.

Todas rimos após essa última afirmação de Luara.

Débora: Fiquem tranquilas quanto à matemática, falaremos mais sobre isso depois! Bom, agora nós vamos assistir a um vídeo para nós vermos que este assunto está associado a algo que realmente aconteceu.

Direcionei-me ao meu notebook. Já havia deixado a tela do vídeo que eu desejava exibir minimizada. Esse vídeo apresentava reportagens feitas em 2015 no bairro de Alemoa, em Santos, local onde o acidente aconteceu. Repórteres falaram sobre o incêndio nos tanques de combustível, entrevistaram moradores, pescadores e gestores, além de mostrarem alguns dos impactos causados na região.

À medida que as meninas foram assistindo, pausas eram realizadas no vídeo com o intuito de fazermos algumas ponderações.

Débora: Que situação, não é!?

Luara: Quando foi isso?

Débora: Foi em 2015. Eu quis começar por aqui, para que pudéssemos pensar sobre os impactos causados nos bairros, na população que vivia no local. E isso pode envolver assuntos que foram trabalhados nesse projeto que foi feito em outra disciplina.

Luara: E quanto tempo durou mesmo?

Débora: Ele durou 9 dias.

Finalizei a exibição desse vídeo e convidei as alunas para assistirem a outro vídeo que foi produzido por uma organização sem fins lucrativos. Ele mostrava uma extensa faixa de animais mortos, como peixes, crustáceos e moluscos, que se prolongava pelo estuário de Santos e São Vicente¹⁴. As estudantes aceitaram o convite e demonstraram querer saber mais sobre o incêndio e suas consequências. O vídeo era bem curto e, após alguns minutos, realizei uma pausa.

Débora: Aqui eu quis parar na imagem para refletirmos a respeito dos reais impactos desse incêndio. Eu queria parar justamente nessa imagem. Na época, eu acompanhei essas reportagens. Toda vez que a gente ligava a TV ou acessava a internet, em diferentes meios de comunicação, falava-se desse assunto; a preocupação com a população e com o trabalho executado por essas pessoas, era grande. Muitos ali vivem da pesca e tudo relacionado a essa região do litoral, querendo ou não, tudo ficou comprometido.

A imagem a qual eu me referia no vídeo pode ser observada na Figura 1:

Figura 1 – Mortandade de peixes e invertebrados no estuário de Santos e São Vicente.



Fonte: Instituto EcoFaxina (2015)

Aproveitei o ensejo para resgatar o que uma delas havia comentado anteriormente sobre a temperatura da água. Perguntei se elas percebiam mais coisas por trás daquelas informações e se poderiam abordar algum conceito de matemática em uma situação como essa?

¹⁴ Este vídeo foi produzido pelo Instituto EcoFaxina, uma organização não governamental sem fins lucrativos e pode ser encontrado em: <https://www.youtube.com/watch?v=plB4JkAgLXw>.

Luara: Além disso ou por trás disso?

Renata: Por exemplo, questões envolvendo o impacto econômico que isso causou. Muita gente também ficou sem emprego e teve todo prejuízo para os donos da indústria, para os pescadores ...

Elogiei a colocação da aluna e percebi que elas pareciam pensar em tudo o que tinha sido exibido. Perguntei se desejavam acrescentar mais alguma coisa, mas elas sinalizaram que não. Desse modo, retomei a análise da descrição do problema e destaquei a parte relativa às aplicações do conhecimento matemático, que estava contida naquele material:

“Realize uma pesquisa para indicar os impactos ambientais, sociais, causados pelo incêndio relatado no início, e busque associar conhecimentos matemáticos que possam auxiliar nas previsões sobre o tempo que será necessário para que os impactos sejam recuperados. Que aspectos um modelo matemático precisaria incluir para fazer previsões? Que conceitos matemáticos, relacionados ao ensino e aprendizagem de Cálculo poderiam ser incluídos nessa situação? Que outros conhecimentos relativos à sua área de atuação emergem?”.

Na sequência, eu pontuei:

Débora: Aqui a gente fala sobre o uso dos modelos matemáticos e, muitas vezes, a gente observa outras coisas que estão envolvidas também, como os aspectos sociais, políticos e econômicos; tudo pode estar relacionado com a elaboração e análise desses modelos.

Nesse sentido, realizei mais algumas explicações destacando o projeto que elas haviam mencionado, referente ao meio ambiente e a construção de uma usina nuclear, além de resgatar pontos relevantes levantados por elas durante as entrevistas individuais, como, por exemplo, que a matemática só se pauta na prática de explicações e exercícios. Fizemos alguns comentários sobre a necessidade de existir um ensino interdisciplinar. Foi, então, que introduzi os motivos que levaram à elaboração do Estudo de apoio:

Débora: O caso apresentado anteriormente foi algo real [...]. Vimos nos vídeos que a população local estava bem preocupada com essa questão da poluição. Muitos viviam da pesca e houve várias consequências. Então nós pegamos essa situação real, de Alemoa, e fizemos a conexão com a sugestão de um projeto, que estava em um livro de Cálculo. Este, era um problema fictício, o qual tratava do derramamento de um agente oleoso em uma baía. Então, a proposta era fazer associações entre os conhecimentos que poderiam ser explorados em ambas as situações, promovendo diferentes reflexões críticas.

Após sinalizarem com a cabeça que entenderam a proposta, fizemos outros comentários sobre isso e prosseguimos com a leitura do Estudo de apoio. O relato era sobre o derramamento de um agente oleoso em uma baía, com indicações dos níveis de concentração de poluentes no local. Parecendo estar bem-disposta, Luara realizou a leitura, até que chegou na informação a seguir:

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano.

Mediante a leitura deste excerto pedi licença para fazer uma pergunta.

Débora: Aqui eu gostaria de fazer só uma pergunta: "Capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20%. Qual a compreensão de vocês sobre isso?"

Luara: Não sei o que é autodepurar, mas deve ter relação sobre algo que acabou.

Renata: Eu acho que deve ser a taxa que ela leva para diminuir, por exemplo, em um ano, ela volta a ser 20% o que era antes.

Luara: Então ela sempre vai diminuir 20% e 20%; vai tirar cada vez mais óleo e sempre vai sobrar um pouquinho nela.

Débora: Estamos caminhando ... Estamos fazendo o quê? Levantando hipóteses sobre algo que não sabemos. Olhem ali uma outra informação sobre a despoluição ... Então esse autodepurar tem relação com o que vocês falaram. Então, será que vai chegar um momento em que o ambiente aquático será totalmente despoluído? Baseando-se nas hipóteses que vocês levantaram, podemos observar, mais adiante, o modelo matemático que foi usado para indicar a concentração do agente oleoso. Ou seja, esses ambientalistas foram fazendo estudos a respeito dessa autodepuração, e para isso eles criaram um modelo matemático, pensando na concentração de poluentes que existia ali.

Pedi para que as alunas analisassem a notação que dava continuidade ao trecho da autodepuração:

Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Depois disso, perguntei o que elas haviam compreendido no tocante a estas informações. Na sequência, Renata respondeu:

Renata: Que o próximo [valor] sempre vai ser 80% do anterior.

Débora: Hum ... Olha como tem relação com aqueles 20% que vimos no início. Então, estamos vendo os níveis de despoluição ao longo dos anos, e isso está mudando de acordo com cada ano; realmente tem a ver com o que você falou, Renata.

Realizamos algumas explicações sobre a elaboração dessa função:

Débora: Por que aqui nós temos $f(1)$, por exemplo?

Renata: Ele representa um ano, e assim por diante.

Débora: E quanto à criação desse modelo matemático e das representações gráficas que sucedem, o que vocês podem dizer?

Um aluno apareceu na porta da sala como quem procurava por alguém, mas ele disse que não queria nada e que poderíamos continuar. Ficamos olhando para ele por alguns instantes, sem entender. O estudante reforçou que não estava procurando nenhum dos monitores. Continuamos olhando para ele, pois, inevitavelmente, queríamos compreender o que ele fazia ali, já que não "desejava nada". Ainda sem falar nada, percebemos que ele se sentiu incomodado. Foi então que ele se afastou da porta, falou algumas coisas que não entendemos, se retirando logo em seguida. Por alguns instantes, rimos dessa situação inusitada e, posteriormente, retomamos as nossas discussões.

Débora: Então, pensando nessa parte associada a funções, onde muitas vezes trabalhamos com a representação algébrica, seguida de tabelas e gráficos, gostaria de saber como vocês compreendem essas relações. Temos aqui alguns espaços na tabela [...]. Para iniciar a discussão, gostaria que vocês analisassem o Quadro 1 do Estudo de apoio, que contém os espaços para completar. Só tem uma pergunta que eu esqueci de fazer: Por que tem esse 10 aqui, ou seja, por que ele escreve $f(1) = 10$? O que vocês acham?

Renata respondeu, prontamente:

Renata: Porque no início a concentração era de 10 ppm; aí é inicial ... no primeiro ano tinha isso e depois foi diminuindo.

Débora: É isso aí! E vocês observaram o segundo vídeo produzido pela EcoFaxina. O que eles estavam fazendo ali, além de mostrar a mortandade dos peixes, lembram!? Eles falaram que estavam fazendo as medições justamente para saber quais eram os níveis de poluição. Aqui [por meio do Estudo de apoio], o objetivo é semelhante, mesmo que seja uma situação fictícia. Nesse contexto, a ideia é que a gente discuta sobre esse Quadro 1, sobre os gráficos que sucedem, e entenda o porquê aparece o tempo de 20 anos. Investiguem o que há por trás desses dados. Olhem, no geral, as próximas páginas. Observem uma expressão que aparece ... é uma expressão

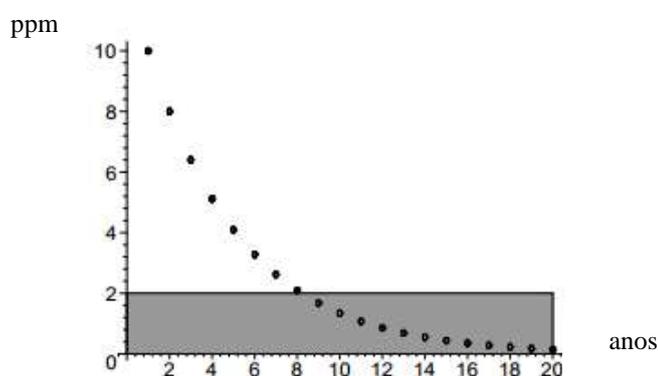
relacionada ao uso de limites ... O que vocês acham? Por que essa expressão apareceu aí, mediante tudo o que vocês já analisaram?

Luara: Eu acho que tem um limite do tanto que o lugar consegue se livrar do poluente.

Débora: Alguma de vocês já tinha imaginado algo desse tipo numa situação como essa?

A partir desse questionamento, uma das estudantes fez referência a Figura 2 a seguir, contida no Estudo de apoio:

Figura 2 – Previsão da concentração de poluentes ao longo dos anos.



Fonte: Retirada do livro *Aprendendo Cálculo com Maple*

Ao apontar a Figura 2, ela comentou:

Luara: Sim, 20% em um ano ... Parece que nunca vai chegar a zero. Sabemos que isso vai diminuindo ...

Débora: Essa é a intenção, analisar, porque muitas vezes nós enxergamos limite apenas como uma expressão convencional, já saímos calculando, resolvendo. Mas a proposta aqui é trazer isso de uma outra forma. Observem o que a Luara comentou lá na Figura 2: é algo que vai diminuindo, diminuindo ...

Solicitei, então, que as estudantes observassem as informações posteriores a respectiva figura, indicada a seguir:

Pelos dados apresentados pelos ambientalistas e pelo gráfico (acima) os que estavam em defesa da empresa concluíram que seriam transcorridos 8 anos até que a baía pudesse ser liberada para pesca.

Débora: Observem que isso está totalmente associado ao que você comentou não é, Renata? Você tem uma certa quantidade, mas será que vai mesmo despoluir totalmente após o decorrer do tempo? Então, tentem analisar o que irá acontecer de forma geral utilizando a tabela e os gráficos e, na sequência, continuaremos com essa discussão.

As meninas começaram a fazer a atividade e, à medida em que realizavam os cálculos, conversavam entre elas. Algum tempo depois, elas concluíram a atividade e retomei nosso diálogo.

Débora: Foi tranquilo fazer essa parte? O que vocês sentiram?

E, no meio dessa minha colocação, mais um aluno apareceu na porta da sala. Ele perguntou se estávamos tendo monitoria de Cálculo. Informamos que não e avisamos que tinha um informe ao lado da porta contendo os dias dos atendimentos. Retomamos, assim, as discussões.

Renata: Com a calculadora ficou fácil.

Comemos alguns biscoitos que estavam na mesa e, em seguida, eu disse:

Débora: E o que vocês perceberam a partir dos valores obtidos?

Renata: Que realmente foi diminuindo, de pouquinho em pouquinho.

Questionei, então, o que isso significava na prática.

Renata: Se em um certo ano foi diminuindo, o próximo valor, no próximo ano, também irá diminuir. Esses valores vão ficando cada vez menores. Talvez, se fôssemos colocar isso no gráfico, nós poderíamos comparar o gráfico que seria construído com os outros que já estão prontos.

Assim, continuamos com a leitura do Estudo de apoio. Houve alguns comentários superficiais ainda sobre os níveis de poluição, até que chegamos nas relações entre a concentração de poluentes, os valores das multas, além de outros impactos de aspectos sociais e econômicos.

Débora: Agora, analisem o papel do advogado da petroquímica. Ele afirma que após um certo momento a concentração da água voltará ao normal, e que o meio ambiente retornará ao que era antes. Observem que essas afirmações estão associadas ao valor do pagamento de uma multa, a fim de ressarcir a população local.

As alunas, então, conduziram seus olhares para a página em questão, com o intuito de analisar o trecho que foi destacado. Observando essa atitude, pedi que elas investigassem qual o papel da matemática nessa história, pois o advogado havia se pautado em uma relação matemática para apoiar seus argumentos. Houve a releitura, por parte de Renata, do seguinte excerto:

Suponha que de posse destes dados, os advogados da Petroquímica, em defesa do seu cliente, alegaram junto ao tribunal que não houve um dano real ao meio ambiente provocado pelo derramamento do Agente Oleoso na baía, porque ao final de algum tempo o nível de poluição da baía retornaria ao seu padrão inicial. Para fundamentar esta linha de argumentação, usaram a fórmula $f(x) = 0$, explicando que esta fórmula traduzia $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$ em termos matemáticos precisos o que aconteceria com a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo. Além disso, explicaram também que a fórmula acima significa, matematicamente, que após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero.

Na sequência, eu questionei:

Débora: Nesse caso, essa fórmula foi utilizada para provar que não houve um dano real. Se vocês fossem as advogadas, o que vocês diriam?

Renata: Bom ... [a fórmula] não convenceu.

Renata, após essa colocação, sorriu discretamente. E, eu, querendo saber o motivo desse " não convenceu", sugeri:

Débora: Vamos analisar o valor que vocês conseguiram no vigésimo ano, quando preencheram a tabela? A concentração era 10 ppm, lá no começo, e agora no final, a que valor chegou? O que vocês conseguiram?

Luara estava quieta e parecia refletir sobre toda a situação. Enquanto eu intuía que a resposta sobre essa minha pergunta viria logo em seguida, ela interrompeu o seu silêncio e se manifestou:

Luara: Isso não faz sentido! Isso porque, na expressão dada, x tende ao infinito! Então, só vai voltar ao natural, no infinito ... só que a gente nunca vai chegar no infinito, porque é infinito.

Renata: Pode ficar uma quantidade muito pequena, mas, ainda assim, vai estar lá.

Luara: É ... e o infinito é muito louco, gente!

Todas concordamos com essa afirmação. O fim do horário destinado para esse encontro já se aproximava. Decidi, então, apenas destacar o papel do promotor da ação favorável à petroquímica e a atuação dos seus assistentes. Fizemos a leitura dos trechos que tratavam desse assunto.

Débora: Observem bem a atuação do promotor e as análises matemáticas que foram usadas por um dos assistentes ...

Luara: Elas voltam no que comentamos anteriormente ...

Débora: Isso mesmo! E o valor da multa estará associado a todas essas argumentações [...]. Como estamos finalizando nossa conversa de hoje, gostaria que vocês pensassem no próximo encontro; que refletissem sobre outros fatores que estão associados a essas questões, a essas relações matemáticas, e de que forma a interpretação dessa matemática ou outros conhecimentos poderiam ou não ser ampliados. Para encerrar este encontro, eu gostaria que vocês colocassem algumas palavras-chave, algum resumo, nesses sulfites, a respeito do que nós conversamos hoje. Vocês podem descrever o que perceberam, além de pontuar também alguns aspectos que gostariam de abordar na próxima semana.

Enquanto as meninas conversavam sobre o que iriam pontuar, mais um estudante apareceu na porta da sala. Como eu estava organizando meus materiais, fui até ele e expliquei o que estávamos produzindo ali. O estudante demonstrou interesse em participar, mesmo não sendo da mesma turma que os outros estudantes. Entretanto, sua participação não era possível devido aos horários que as atividades estavam sendo desenvolvidas. Mesmo assim, agradei o interesse e logo ele se retirou. Fiquei ali, refletindo sobre algumas coisas até que uma das meninas anunciou:

Luara: Terminamos ...

Logo, guardei o material que tinha em mãos e fui ao encontro delas. Renata e Luara explicaram o que discutiram, chegando ao consenso de utilizarem palavras-chave, para resumir o encontro do dia. Elas me entregaram seus registros e eu fiz a leitura em voz alta das palavras que estavam escritas. Dentre elas, estavam: limite, porcentagem, impactos ambientais e tendência. Depois disto, informei que nossa pretensão seria ampliar as discussões realizadas no próximo encontro, a partir das palavras destacadas. Agradei a participação das duas estudantes e disse que as atividades foram muito produtivas. Organizamos as carteiras e as cadeiras do modo como estavam no início, todas enfileiradas. Em seguida, fechamos a sala e nos direcionamos para o andar superior.

Você considerou todas as variáveis ou manteve a forma robotizada?

Assim que eu cheguei na sala os alunos estavam dispostos um atrás do outro, como em uma sala de aula convencional. Cumprimentei a todos e agradei a presença. Era uma tarde ensolarada como no encontro anterior. Nós ajustamos os materiais, como computadores, cadernos, antes de iniciar as atividades.

Neste dia 25 de outubro de 2018, estavam presentes dois participantes: Renata e Rogério, o qual participava pela primeira vez. Por isso, resumi aspectos importantes que já tínhamos trabalhado e direcionei-me à Renata, perguntando se ela havia pensado em alguma coisa referente ao que discutimos no primeiro encontro. Ao resgatar algumas ideias para complementar meu questionamento, interrompi meu raciocínio ao me sentir incomodada pela forma como eles estavam sentados, e comentei:

Débora: Nossa, gente! Vocês estão um atrás do outro; isso não é bom; isso não dá certo! Vamos ajeitar!

Nesse momento, Rogério comentou que não sabia se a Luara participaria naquele dia, mas afirmou que seu colega de sala, Mateus, em breve estaria conosco, inclusive deixou o lugar do novo participante reservado. Agradei a informação e, novamente, voltei-me à pergunta que estava sendo realizada.

Débora: Renata, você chegou a pensar em alguma coisa ou fez alguma pesquisa sobre os assuntos que trabalhamos ou conseguiu associar as nossas discussões com algo da sua realidade?

Renata: Bom, na verdade eu não sei ... Eu não consegui pensar muita coisa ao longo desses dias ...

Débora: Tudo bem ... Antes de finalizar o encontro da semana passada vocês [Renata e Luara] usaram algumas palavras-chave que estavam ligadas à situação apresentada. Vocês falaram sobre limite, porcentagem, refletiram sobre a questão dos impactos ambientais, então agora, também irei pedir ajuda do Rogério. Pensando nessas questões sobre os impactos ambientais e os conhecimentos que vocês produzem de modo geral, não só pensando em matemática, vocês conseguem fazer mais algumas conexões em relação a essas palavras. O que vem em mente?

Rogério: Bom, por causa desse evento ocorreram várias consequências de nível ambiental, de problemas com o pessoal que morava lá perto, mas acho que até que tudo voltasse ao normal, devia ter sido tomada alguma providência para que os moradores que estavam lá perto pudessem ser realocados, pelo menos.

Débora: A intenção desses próximos encontros é averiguar também se a gente consegue levantar conhecimentos sobre essa situação e sobre o que foi feito.

No momento em que eu falava, o aluno Mateus apareceu na porta e pediu licença para participar da atividade. Nós confirmamos a participação dele e ainda brincamos que já tínhamos até reservado o seu lugar. Assim que ele se sentou e se organizou, continuei:

Débora: Então, sobre isso que o Rogério falou, nós podemos pesquisar e verificar o que realmente foi feito naquele momento, se houve algum tipo de realocação das

pessoas. Podemos pesquisar sobre isso também e verificar o que aconteceu na situação real.

Renata: Nós poderemos ver também se houve algum mecanismo para tentar descontaminar o rio mais rapidamente. Por exemplo, na aula passada vimos que a concentração diminuía a 20% a cada ano, no Estudo de apoio, mas acho que isso vai ocorrendo naturalmente, não é!?

A aluna se referia ao seguinte trecho do Estudo de apoio:

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano. Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

Aproveitei essa colocação da aluna e retomei algumas explicações para que os novos alunos pudessem acompanhar o raciocínio explorado por Renata. Fizemos a leitura de alguns trechos do Estudo de apoio e abordei aspectos relevantes que foram mostrados nos vídeos exibidos, que envolviam o acidente real. Logo, voltei-me para eles e perguntei:

Débora: Pensando então na situação real, o que mais vocês acham que estava envolvido?

Rogério: Eu estou sentindo que por enquanto minha mente está meio travada.

Débora: Fique tranquilo! Aqui você irá expor a sua opinião, as suas reflexões. Então não se preocupe com formalizações ... Podemos pensar, então, sobre essa parte envolvendo Matemática e Engenharia. Se conduzíssemos a discussão para a área de exatas, que conhecimentos vocês acham que estariam envolvidos com essa situação real? Se chamassem um engenheiro ou um matemático, vocês acham que eles fariam o quê sobre isso?

Rogério: Bom! Pelo que eu vi aqui por cima, porque ainda não fiz uma leitura profunda, tiveram algumas explosões de alguns tanques de combustível e essas explosões provavelmente causaram danos nas estruturas que tem lá, por exemplo. Então, mesmo depois de ter realocado as pessoas e ainda que algumas providências superficiais foram tomadas, em algum momento terá que ter alguma reforma ali. Teríamos que avaliar a parte do entorno, que também estaria contaminada, a fim de verificar qual seria o momento ideal para iniciar essa reforma, esse seria um ponto. E, de forma geral, também haverá um gasto relacionado à construção civil para reformar o local; e sobre a parte da poluição isso pode afetar um pouco o mercado, o comércio daquela região, o pode gerar alguns empecilhos para iniciar essa reforma.

Débora: Interessante sua contribuição. Essa é a intenção mesmo: que possamos pensar em tudo o que está por trás disso.

Perguntei se Mateus e Renata queriam acrescentar algo, mas eles se viraram para mim e sorriram, timidamente. Novamente, falei sobre a importância do trabalho em grupo, que o

propósito era deixá-los em uma situação mais confortável. Complementei a fala de Rogério, fornecendo informações sobre o acidente em Santos, fazendo conexões com a área de engenharia, pois envolvia também a reestruturação do local e incentivou a busca por mais relações nesse sentido. Mateus informou que analisaria mais um pouco o material e logo contribuiria com comentários. Para ajudá-los nesse processo, pedi que eles falassem sobre os gráficos que apareciam no Estudo de apoio.

Mateus: Dá para perceber que isso tá diminuindo.

Rogério: É isso! Vai diminuindo ... lembra muito o período de meia vida.

Mateus: É, parece de meia vida; parece que está caindo pela metade, mais ou menos ... não necessariamente a metade, não é!? Tem uma proporção e creio que seja relativo à fórmula que foi dada no início.

Mateus: Dá para ver lá no começo que a concentração inicial era de 10 ppm e depois foi diminuindo.

Débora: Hum ... E de que forma vocês percebem a relação entre a expressão desse primeiro parágrafo e esse gráfico?

Mateus: O que eu percebo são essas conexões que a partir de uma função você pode construir uma tabela e fazer a representação dela por meio de um gráfico. Mas o que você realmente quer saber?

Enquanto Mateus falava, um aluno apareceu na porta e pediu desculpas por interromper. Ele pediu para falar com Mateus. Este, por sua vez, nos pediu licença para atender o estudante, pois era algo referente à parte da monitoria, responsabilidade essa que ele e Rogério possuíam. Assim, aproveitei para comentar com os outros alunos que a proposta era levá-los a fazer avaliações de como aquelas discussões poderiam se relacionar com a posição do advogado de defesa da empresa responsável pelo acidente.

Rogério: Pelo que eu entendi, o dano que foi causado naquele ambiente, com o tempo, iria sendo gradativamente curado, digamos assim. Quanto mais o tempo fosse passando, mais iria melhorando, até chegar ao ponto em que ele seria completamente curado, por isso ele [o advogado] aproximou isso para um tempo igual a infinito. A ideia é mais ou menos essa. Então com base nisso ele deu uma resposta natural, como se não como se não houvesse um dano real para natureza porque com o tempo ela mesma consegue arrumar as coisas. Todavia, ele não destacou outros fatores que precisavam ser levados em consideração, porque há pessoas morando ali perto; têm outras vidas envolvidas, não só pessoas como os animais e plantas também.

Débora: Isso mesmo! Olha quantas coisas importantes você comentou. Nós pensamos na vida dos seres humanos, mas também há os animais que habitam aquela região. A

própria cadeia alimentar foi afetada, podemos pensar nos animais que se alimentam dos peixes e esse é apenas um exemplo.

Renata: Está aqui mesmo. Ele [o Estudo de apoio] fala que tem que esperar cerca de 9 anos para concentração ficar abaixo dos 2 ppm¹⁵, então isso iria demorar muito ... 9 anos para poder pescar?

Débora: Ótima observação, Renata. Esta informação está no gráfico.

Renata: No gráfico e na tabela também ...

Débora: Isso!! E podemos prosseguir para as falas do assistente.

Débora: Essa informação que está no gráfico, por exemplo, é relativa à postura do assistente sobre o derramamento do agente oleoso.

Fizemos a leitura do trecho do Estudo de apoio que trazia a fórmula $f(x) = 0$. Depois disto, pedi que eles analisassem os argumentos relativos à aproximação de zero.

Débora: E o que vocês pensam em relação a isso a essa argumentação dada por ele. Considere também, que na situação real, quando assistimos a uma reportagem sobre o acidente, uma entrevistada comentou, por exemplo, que a água que saía da torneira, estava cheirando peixe podre. Então como seria isso num contexto que levaria algum tempo para as coisas se ajustarem? Isso atingiria um nível zero de contaminação?

Rogério preparava-se para falar, mas Mateus pediu algo para ele, para continuar o atendimento ao aluno que apareceu na porta. Todos rimos quando Rogério foi pegar um caderno e derrubou as coisas no chão. Assim que os risos cessaram, retomei a questão anterior. Pedi que eles se colocassem no lugar desses especialistas e que levantassem os aspectos mais relevantes. Afirmei que poderiam utilizar recursos associados a diferentes conhecimentos: matemáticos; do campo da engenharia; aspectos relativos a questões ambientais, e assim por diante. A intenção era que eles pensassem nesses campos de atuação e em suas respectivas contribuições para um caso similar ao acidente de Alemoa e das discussões geradas pelo Estudo de apoio.

Débora: Vocês poderão utilizar tudo isso para embasar suas argumentações. Por exemplo, quando anteriormente falamos sobre o posicionamento do assistente que recorreu ao uso de limite, a Renata comentou que esse argumento era fraco. Então, quais elementos seriam importantes para ampliar discussões como essas? Gostaria que ao final, de alguma forma, vocês pudessem expor mais sobre alguns pontos que trabalhamos.

¹⁵ A estudante se referia a análise da Figura 2, contida no Apêndice da tese.

Retomamos a leitura dos parágrafos posteriores, relativos ao valor da multa. Vimos que os dados se associavam aos níveis de concentração e a algumas expressões matemáticas. O aluno Mateus concluiu o atendimento como monitor e assim que retomou o seu lugar no grupo, ele pontuou:

Mateus: Eu peguei a história pela metade porque eu estava ali no canto, mas o que eu entendi é que nessa expressão ele está considerando somente o intervalo de tempo. Provavelmente, ele não está considerando outras coisas; isso é somente uma parte da história.

Dessa forma, releamos o trecho que o estudante havia perdido. Destacamos também informações descritas no item 2 das *Reflexões complementares* do Estudo de apoio, as quais tratavam sobre a visão de três especialistas acerca dos níveis de concentração de poluentes. Após as leituras e análises, Rogério fez o seguinte comentário:

Rogério: Antes estavam apenas com uma abordagem comercial e agora ele está ele já está levando para uma abordagem biótica¹⁶.

Débora: Retrata o que você falou Mateus. Pode-se entender que eles consideram apenas uma parte da história e não é só a questão da pesca que está envolvida, tem a questão dos pescadores e por causa disso há divergências entre os especialistas.

Os estudantes analisaram o gráfico posterior e fizeram alguns comentários.

Rogério: Aqui temos quase o triplo do tempo.

Renata: Por isso eles divergem e isso interfere nos valores das multas, não é?

Débora: Observem a matemática sendo utilizada como argumento, mas nesse caso, fica focada na ideia de limite como você explicou. Tudo se resolveria, então, naturalmente, pois segundo ele não havia um dano real, mas pelo que a gente está vendo há outras questões envolvidas: têm essa parte política no meio, têm questões econômicas e sociais. Assim, quais elementos vocês consideram cruciais para fazer uma análise como essa? Estamos vendo muito essa parte ambiental, mas, e sobre essa parte que eu comentei? O Rogério, por exemplo, refletiu sobre as questões políticas envolvendo a própria empresa; ele se atentou à posição do advogado de defesa. O que vocês têm a dizer?

Renata: Primeiramente ele só pensava na parte econômica. Não é em pagar uma certa multa que esse valor irá compensar, porque há outros tipos de impactos.

Rogério: Impactos que até às vezes cobram até algo invertido ...

Renata: Sim como ninguém se preocupa com a natureza ...

¹⁶ O termo biótico, refere-se ao conjunto de todos os organismos vivos como plantas, animais e decompositores, que vivem em um ecossistema, ou seja, diz respeito a todos os seres vivos de uma comunidade de um ecossistema.

Rogério: Então tá, não é!?

Débora: Quando teve acidente eu cheguei a assistir as reportagens. Você via aquela fumaça preta, como nós assistimos em uma das reportagens, e alguns gestores da cidade ainda estavam dizendo que não haveria tanto impacto assim. Demorou bastante tempo para se falar sobre a empresa que foi responsável pelo acidente. O nome dela no começo não aparecia e sempre afirmavam que não era nada muito grave.

Após essa minha fala solicitei aos alunos para que fossem até uma determinada parte do Estudo de apoio. Rogério realizou a leitura de um dos parágrafos, até que fiz uma pausa na abordagem dos seguintes tópicos:

É possível determinar quanto tempo deve-se esperar até que a concentração de poluentes fique abaixo do nível indicado, nos seguintes casos? Em caso afirmativo determine quanto tempo será necessário, em caso negativo justifique.

(a) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 30% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,5 ppm.

(b) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 10% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,1 ppm.

A respeito destes, Rogério se manifestou:

Rogério: É dá para montar uma função para tentar calcular isso fazendo a concentração atual de 15 ppm vezes a porcentagem. A porcentagem que vai existir, no caso, ele fala que cai 30%. Então, passando um ano você vai ter 70%. Logo será 15 vezes 0,7 elevado a um certo número, ou seja, esse número seria a quantidade de anos e a gente teria, $15 \cdot 0,7^t$, por exemplo.

Mateus também foi complementando a explicação do colega.

Mateus: Para t igual a zero, que é o tempo inicial, isso é igual a 15; para t igual a 1 resulta em 70% disso; para t igual a 2, temos 70% ao quadrado vezes isso, e assim por diante. Para determinarmos esse tempo, na concentração pedida, poderíamos fazer também essa função igual a 0,5.

Nesse momento, pedi uma pausa para dizer que eu daria alguns minutos para que eles pensassem nas resoluções, para que pudessem calcular com calma os valores solicitados na tabela.

Rogério: Isso para ver quanto tempo levaria ...

Débora: Isso! Vocês podem ficar à vontade; podem pensar juntos e depois que tiverem esses cálculos, a outra parte do Estudo de apoio, nós podemos deixar para semana que vem. Dependerá também do que vocês conseguirão desenvolver.

Prontamente, eles iniciaram as resoluções e Mateus se pronunciou:

Mateus: Ah ... eu não sei fazer isso ... calculadora ...

Rogério: Calculadora ... [risos] é ... eu parei em algumas etapas antes para jogar direto.

Mateus se levantou do lugar e dirigiu-se até a lousa para ter mais espaço. Enquanto registrava o seu raciocínio, também explicava e dialogava com os colegas.

Mateus: É ... eu estava tentando ver se caía em alguma coisa, mas não deu. Eu acho que o log ... deixa eu ver ... então vai dar ...

Mateus continuou a realização de seus cálculos e ao mesmo tempo incluía alguns comentários, se voltando aos outros colegas. Ele fazia vários questionamentos. Rogério, que respondia na maioria das vezes, também se perguntava se os cálculos estavam corretos. Renata, por sua vez, observava os comentários dos dois colegas. Depois ela se voltou para sua calculadora. Assim que os estudantes finalizaram o diálogo, pedi permissão para fotografar a lousa, a qual está representada pela Figura 3:

Figura 3 – Construindo uma função a partir do nível de concentração de um poluente.

The image shows a green chalkboard with several mathematical equations written in white chalk. On the left side, the equations are: $P(t) = 15 \cdot 0,7^t$, $P(t) = 0,5$, and $\frac{1}{30} = \frac{1}{18} \cdot 0,7^t$. On the right side, the equations are: $\frac{1}{30} = 10 \cdot 0,7^t$, $\log \frac{1}{30} = t \cdot \log 0,7$, and $t = \frac{\log \frac{1}{30}}{\log 0,7}$.

Fonte: Dados da pesquisa

As informações contidas na lousa foram representadas no Quadro 4, a seguir:

Quadro 4 – Construindo uma função.

| | |
|---------------------------------|--|
| $f(t) = 15 \cdot 0,7^t$ | $\frac{1}{30} = 0,7^t$ |
| $f(t) = 0,5$ | $\log \frac{1}{30} = t \cdot \log 0,7$ |
| $\frac{5}{10} = 15 \cdot 0,7^t$ | $t = \frac{\log \frac{1}{30}}{\log 0,7}$ |

Fonte: Elaborado da pesquisadora

Mediante a elaboração dos registros, Mateus prosseguiu:

Mateus: Eu tinha decorado os valores dos log [logaritmos], mas eu não lembro agora.

Rogério: Sério!?

Mateus: É, mas foi no ensino médio só.

Débora: Nossa ... parabéns! – e todos riram.

Mateus: Eu tinha lembrado do 2 ao 9, porque com o resto você consegue montar, não é – Rogério concordou.

Mateus: Mas agora eu não lembro.

Rogério: Eu cheguei em uns nove anos e meio.

Renata: Aham ... – a aluna acenou com a cabeça, manifestando que concordava.

Mateus: Ah ... então tá bom!

Rogério: Você também [conseguiu]?

Mateus: Deve ser ...

Após essa sucinta frase de Mateus, que demonstrava seu posicionamento, os estudantes brincaram entre si e riram naturalmente. A motivação era porque Mateus estava tentando fazer tudo sem calculadora. Como ele não havia conseguido finalizar seus cálculos, então, concordou com a resposta de Rogério:

Mateus: Deve ser [...] vou confirmar.

Após alguns minutos ele concluiu seus cálculos e os três concordaram que os resultados foram os mesmos. Percebendo Renata um pouco mais quieta, perguntei se estava tudo bem. Sobre isso, ela fez o seguinte comentário:

Renata: O povo gosta de logaritmo...

Os meninos riram após essa afirmação. E a aluna questionou:

Renata: Isso é light!?

Mateus: Não é light, mas é interessante ...

Débora: Então vocês chegaram à conclusão de que no primeiro tópico seriam nove anos para retomar a pesca?

Rogério: Nove anos e meio.

Na sequência, perguntei sobre outro ponto e um aluno se manifestou:

Rogério: Para essa hipótese há uma concentração de 10 ppm.

Débora: Isso! A concentração já mudou...

Mateus novamente iniciou alguns comentários sobre como seria a função:

Mateus: Mas me estranha que seja uma função assim ... que obedece ... não dá para entender como meia vida, que é só a metade, não é algo fora do normal; não é algo que é regular. Você consegue prever fácil assim se for algo regular.

Rogério: Isso aqui na teoria está bonito.

Mateus: Na teoria é isso, mas na prática será que é isso que acontece?

Débora: Eu gostei dessa reflexão porque a gente pensa muito em modelos matemáticos; na aplicação de modelos matemáticos em situações diferenciadas e é isso que vocês estão colocando.

Mateus acrescentou:

Mateus: Não dá para a gente escrever assim. E se acontecer alguma coisa nesse meio ambiente? Se acontecer um desastre natural ... esse tipo de coisa ...

Rogério: É Mateus, então a gente só tem que considerar a teoria mesmo. Acho que a gente acaba tendo só um palpite.

Mateus: É como isolar o sistema e considerar só essa situação, porque na prática isso não acontece.

Débora: Ótima reflexão! E como vocês consideram a questão da matemática ser usada para justificar ou legitimar algumas situações, pensando justamente nisso que vocês disseram? Em alguns desses modelos matemáticos, esses outros elementos que estão por trás não são considerados. É algo para nós nos questionarmos mesmo.

Mateus comentou que em muitas situações são feitos os arredondamentos e que normalmente se arredonda os valores para cima.

Mateus: Mas eu acho que para algo mais matemático assim, você poderia colocar alguns ... como eu posso chamar!? ... alguns ... não só alguns fatores, mas alguns critérios para essa função, por exemplo. Mas aí não seria uma função contínua bonitinha, bonitinha assim. Seria uma função quebrada ... sei lá ... Por exemplo, a taxa é de

30% ao ano até cinco anos, depois seria de 35% até tantos anos, mas só que aí você teria que considerar esse tipo de coisa e não seria uma função tão previsível assim [como a que estava no Estudo de apoio].

Rogério: É ... Poderia ser, por exemplo, uma função descontínua.

Mateus: Você chega, por exemplo ... Ah, quando eu estudei sobre modelagem envolvendo sistema presa-predador, não era algo bonitinho assim. A gente tinha algo que variava pois não se consegue uma função para isso. Você pode aproximar, mas aqui, por exemplo, essa é uma situação que você está considerando só três ou quatro fatores para poder aplicar isso, mas como são os fatores relevantes para esse tipo de coisa, eu acho que é válido utilizar. Ele está tratando só dessa poluição e não interessa para ele ver se terá algum vazamento de algum composto ou de algo contagioso. Enfim, ele está considerando só o que é relevante para ele. Eu acho que para isso o modelo é válido.

Rogério: É! Está considerando isso para este processo, não é? Mas e se tiver outra questão ou mais alguma coisa do tipo que aconteceu ali nesse tempo, isso já irá influenciar.

Mateus: Sim, vai influenciar! Por exemplo, o valor da multa já não seria compensatório o suficiente. Eu acho que é importante, mas como você não tem como prever você faz o que é mais próximo; o que está a sua altura, pode-se assim dizer. É ... aqui mesmo, aqui embaixo [ele indicava o próximo tópico do Estudo de apoio], ele deu uma modificada na função.

Neste momento eu pensava a respeito dos desdobramentos das discussões. Deste modo, solicitei que os estudantes observassem a informação no Estudo de apoio que tratava sobre a existência de poluentes no rio antes do derramamento do agente oleoso. Após avaliar os dados, Mateus se posicionou:

Mateus: Eles alegaram que às vezes já existia uma poluição no rio. Então aquele não era um lugar que estava sem poluição; já tinha um nível de poluição, por isso tinha que compensar essa diferença também. Isso foi acrescentado agora. Essa é a explicação do porquê desse valor. Acho que foi porque observaram. E, na verdade, a função não alterou, porque você ainda não consegue obter valores reais com ela. Não ficou tão ruim o trabalho, mas funciona; a função pode ser usada.

Débora: Certo! Isso nos leva a pensar, então, que outros fatores deveriam ser considerados para se construir um modelo como esse. Como vocês percebem isso nas aulas de matemática, no dia a dia da sala de aula. Elementos como esse ou outros fatores externos são trabalhados em exemplos e exercícios dados em sala de aula?

Mateus: Tem coisas que a gente despreza; tem coisas que a gente aproxima ... O exercício mesmo que hoje a gente fez na aula de Cálculo [no período de aulas regulares] tinha algo assim: despreze o atrito; despreze a termocinética.

Débora: E o que vocês pensam sobre isso?

Mateus: Eu acho que não tem nenhuma formulação que a gente trabalha com uma situação real ... 100% real

Rogério: Sempre tem alguma coisa que a gente desconsidera.

Mateus: Porque são fatores que para aquele caso específico não iriam fazer muita diferença, então por isso é válido você desprezar; seria um valor insignificante para área de grandeza que está sendo trabalhada.

Rogério concordou com o colega, sinalizando com a cabeça.

Mateus: Então para isso não tem problema. No caso, se eles não colocaram nenhum outro fator relevante aqui, não vai dar tanta diferença. Por isso que nem foi considerado no julgamento, eu imagino. Mas se tem outro fator que não irá trazer muita influência, então acho que não tem nem o porquê dele ser acrescentado e foi feita uma aproximação.

Rogério: Aproximação ...

Débora: E pensando nas funções matemáticas que nós trabalhamos em alguns exemplos na sala de aula; que nós consideramos durante as aulas regulares. Vocês acham que deveríamos ter algumas situações ao longo das aulas que, de repente, contemplassem esses outros elementos que estão ocultos? Que pudessem trazer à tona discussões como essas que nós estamos fazendo? Não em toda aula, é claro, mas de modo geral, trazer isso de alguma forma para as aulas de matemática?

Rogério: Na minha opinião eu acho que muitas das coisas que a gente acaba desconsiderando às vezes nem vamos atrás para tentar entender o porquê; a gente simplesmente desconsidera e fala "Ah, tudo bem!" Mas não questionamos o porquê e como isso está influenciando. A gente poder chegar em algum consenso e realmente verificar se isso aqui como está, realmente não está fazendo tanta diferença assim para esse caso, então tudo bem; a gente pode deixar isso de lado. Eu acho que é importante a gente ter esse tipo de abordagem para entender por que desconsideramos algumas coisas.

Débora: É! Porque normalmente a gente nem questiona ...

Mateus: Eu acho que seria interessante a gente ter uma discussão assim. Aí você chega e pergunta quais fatores você acha relevante para isso. "Ah, eu acho que a pesca é relevante então a gente pode pensar em uma função com base nisso", justificando assim. E outra pessoa, pode vir e comentar: "Ah, mas a sauna também não é importante? Isso é relevante, e de alguma forma deve ser representado na nossa função". Outro pode comentar: "Eu acho que tem a possibilidade de uma infecção de um pesticida". Mas nesse caso, a possibilidade seria muito baixa. Então vamos desconsiderar. Enfim, talvez falte você justificar o porquê as coisas são desse jeito; entender o porquê você colocou este valor e como realmente você define alguma formulação. Aí se você recebe essa fórmula, você normalmente lança os valores e calcula e beleza: nove anos e meio dentro de um limite, então tudo está ok! Mas prova para mim que realmente são nove anos e meio! O que é essa fórmula? Eu acho que talvez seria relevante abordar isso ... não sei ... é bem verdade que normalmente a gente não questiona; não pergunta por que que é assim. A gente aceita e é por isso que às vezes fica meio chato e reflete na imagem da matemática. Penso que se você estimular o questionamento, eu acho que a abordagem fica bem

diferente; tanto que eu acho que os melhores problemas que você pode aplicar nas aulas de matemática é quando envolve física, química, biologia ...

Rogério: Porque envolve aplicações!

Mateus: Mas até chegar lá alguém fala: "Resolvam essa integral dupla". A gente não pergunta por quê. Mas se chegar e disser: "Ah, calculem essa integral dupla porque ela representa a área que eu quero fazer para determinar o volume de um cubo de custo mínimo, de custo máximo" ... essas coisas, sabe!? Aí eu acho que seria melhor.

Rogério: Algo com significado mesmo.

Mateus: É! Porque tem significado! Não é algo solto e então você não fica se questionando do porquê que está fazendo isso; você irá entender que é o mais válido.

Assim que o estudante concluiu sua fala, aproveitei para comentar que, por muitas vezes, ficamos mais presos às técnicas do que aos contextos e às aplicações efetivas de determinado conhecimento. Mateus, rapidamente, complementou essa minha observação:

Mateus: Eu sei, por exemplo, que eu tenho que aplicar multiplicadores de Lagrange ... "Ah! Mas por que eu faço isso?" Percebo que [nas aulas] falta um pouco de explicação. Não é jogar e pronto ... tudo bem! Mesmo que para algumas determinadas áreas isso pode ser não ser útil, não faz diferença saber disso, por exemplo, na engenharia: a pessoa pega e fala às vezes: "Ah eu sei que tem que fazer isso e pronto!" Ele não quer saber o porquê disso e lá na frente ele vai lá e não usa. Mas às vezes é preciso saber. Por exemplo, você usa o gradiente. Você quer saber qual é o ponto de máximo de uma função ou qual o ponto de mínimo de uma função. Em uma situação prática, eu quero saber o custo mínimo ao fazer o orçamento de uma obra. Então, se tiver uma explicação do porquê de cada coisa, eu acho que é bem legal já aplicar.

Débora: Sabe do que eu lembrei, Renata? De quando nós conversamos a primeira vez, lembra? Você falou uma frase que, naquele dia, fui embora pensando muito: "A gente faz muita coisa matemática de maneira robotizada; daquela forma mecânica ...

Mateus: É, então ...

Débora: Por exemplo, discussões como essas que vocês estão colocando a respeito de elementos que são relevantes em certas aplicações, por vezes, não são realizadas nas aulas. E também nós não paramos um pouco para questionar o que realmente estamos fazendo ...

Mateus: "Por qual motivo eu uso a função log? O que é a função log?" Às vezes tem muita gente que está lá na aula e resolve, mas não sabe o que é a constante e , de onde ela veio, essas coisas ... Por exemplo, a maioria [dos alunos] sabe sobre o π (pi); que é quando você faz a razão do comprimento pelo diâmetro, mas o que isso significa, sabe ... Eu acho que abordar essas coisas é algo válido. Realizar esses tipos de discussões antes de você iniciar os conceitos. Você não precisa jogar o conteúdo e falar: "Faça isso, isso e pronto!"

Débora: Pois bem! Em Cálculo a gente acaba vendo muito isso.

Mateus: É! Dizem: "Vai lá, faz isso, isso, isso e pronto!"

Rogério: Isso.

Débora: Hum ... e as listas de exercícios!?

Mateus: Aí chega na hora da prova o professor dá um problema aplicado e os alunos não sabem resolver, não sabem interpretar. Eu acho que esse é um dos maiores problemas no momento.

Rogério: Ele sabe fazer conta, mas não sabe refletir em cima disso.

Mateus: Fazer ele sabe; mas se você coloca uma situação problema ele trava; ele não tem essa habilidade.

Depois de um período observando as manifestações dos colegas, Renata se colocou, se direcionando ao estudante Mateus:

Renata: Você está falando de mim é!?

Mateus: Da sala inteira ...

Renata: Isso é uma indireta ...

Todos riram juntos após esse comentário. Porém, Mateus ressaltou:

Mateus: Da sala inteira eu estou falando. Eu também passo por isso; todo mundo passa por isso!

Renata: Eu mesma estou aqui sempre [na sala de monitoria] ...

Débora: Mas eu também comento isso com as minhas turmas. Às vezes a gente fica muito na técnica. E, em vários casos, a gente se prende às ementas do curso; aos conteúdos que precisam ser cumpridos e isso compromete formas como as aulas são dadas. Eu gostei dessas análises que vocês fizeram, pensando nos gráficos, nas funções, em tudo isso. Várias coisas que eu iria perguntar, vocês já trouxeram.

Finalizei minha colocação dizendo que gostaria que eles pesquisassem algo a mais sobre tudo o que discutimos, tentando relacionar o caso real com o caso fictício. Sugeri que eles fizessem pesquisas sobre esses assuntos e, talvez, sobre a ideia de meia vida, caso fosse possível. Os estudantes realizaram apontamentos complementares sobre a importância de analisar as diferentes variáveis em qualquer situação e eu me recordei da palavra "robotizada", que havia sido mencionada nas entrevistas. As discussões foram então finalizadas. Agradei a participação de todos e os elogiei. Colocamos as carteiras nos lugares e, na sequência, nos despedimos.

Constituindo métodos, argumentos e dados confiáveis

Chegar à instituição para realizar o terceiro encontro foi uma tarefa bem difícil no dia 01 de novembro daquele ano. Havia trânsito por toda a parte, mais que o normal. Eu estava bem preocupada, mas, no final, pude chegar pouco antes do horário.

Mateus e Rogério já estavam na sala da monitoria. Havia uma outra aluna com eles. Ela era monitora do período noturno, e estava ali para adequar alguns horários no atendimento junto com os meninos. Ainda faltavam uns 15 minutos para iniciarmos as atividades. Eles finalizaram a conversa e logo, a estudante, se retirou, nos desejando uma boa reunião. Passados alguns minutos, Renata chegou.

Como de costume, perguntei como tinha sido a semana de todos. Eles comentaram que as coisas caminhavam bem, mas observaram que vários colegas de classe procuraram muito a monitoria naqueles dias, e eles estavam adequando alguns horários por causa dessa demanda. Após essa recepção, iniciamos nossas atividades do dia.

Diferente dos encontros anteriores, eu fui para a lousa, a fim de resgatar algumas discussões do último encontro. Havia em meu caderno de campo, certas anotações que considerei elementares. Uma delas, foi a elaboração da fórmula que os estudantes chegaram referente ao cálculo do tempo para descontaminação do ambiente aquático. Eu a transcrevi na lousa, e coloquei também parte das resoluções que eles fizeram. O aluno Rogério me ajudou na organização das informações. Terminei de representar tudo o que queria e partimos, então, para as discussões.

Débora: Eu gostaria de saber um pouco mais sobre essa função que vocês chegaram no encontro passado $f(t) = 15 \cdot 0,7^t$ [...], que vocês explicassem o porquê elaboraram esta representação, e não optaram em utilizar algo parecido com a primeira função, que apareceu no Estudo de apoio, já que eram situações similares.

Os estudantes localizaram no material, a função a qual eu me referia:

$$f(1) = 10$$

$$f(x+1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Alguns instantes depois, Rogério comentou:

Rogério: Então, é que aqui ele iria trabalhar com 80% ..., mas, eu acho que de certa forma, essas duas funções são bem similares. A diferença é que aqui [a que está no Estudo de apoio], nós temos uma função que é de âmbito comum. Nessa representação, nós temos uma função implícita, e para obter um resultado, sempre vamos precisar do resultado anterior, isto é, aqui a gente tem um processo interativo.

Mateus: É! Aqui a gente tem um processo de constantes interações. A gente teria que fazer isso até chegar no valor de nove [anos], por exemplo. Nessa outra [que eles elaboraram], não! Na outra, você poderia já colocar o valor de 9, e iria obter o resultado direto.

Rogério: Ali [o aluno apontava para a lousa], você tem uma interação como se fosse escondida, mas é algo mais direto. Então, se fosse naquele caso [a função inicial do Estudo de apoio], por exemplo, nós poderemos fazer no mesmo estilo.

Mateus: Eu acho que sim! Eu acho que aquela primeira função se apresenta daquela forma, porque quem a desenvolveu poderia ter considerado outros fatores, que estavam numa fase de montagem inicial, ainda ... Mas, agora, aqui, como a gente tinha noção do que seria considerado, colocamos em uma única função. Mas aquela, que já está dada no Estudo de apoio, é mais fácil de manipular.

Débora: Entendi.

Mateus: Tanto é, que depois, na última página, quando ele cria uma nova função a partir da adaptação da primeira, ao considerar o nível de poluentes que já existia na baía, ele mantém o estilo da primeira, já que a visualização do que ele quer dizer, é melhor do que a nossa. Eu acho que fica mais fácil manipular aquela, mas nós vamos chegar no mesmo caminho com essa que elaboramos.

Débora: Então, se, na primeira função do Estudo de apoio trocássemos os 20% pelos 30%, e se alterássemos os níveis de concentração, de 10 ppm, para 15 ppm, então, quer dizer, que chegaríamos aos mesmos valores obtidos por vocês nessa nova função? Uma ou outra estaria ok?

Novamente, fui à lousa para escrever o que estava tentando dizer. Separei as funções em duas partes, conforme o Quadro 5:

Quadro 5 – Analisando funções.

| | | | |
|---|--|------------------------------------|--|
| <i>1ª parte: Autodepuração à taxa de 20%</i> | | <i>Autodepuração à taxa de 30%</i> | |
| <i>Concentração 10 ppm</i> | | <i>Concentração 15 ppm</i> | |
| $f(x) = 10$ | | $f(x) = 15$ | |
| $f(x+1) = 0,8.f(x)$ | | $f(x+1) = 0,7.f(x)$ | |
| <i>2ª parte: Função obtida por vocês:</i> | | | |
| $f(t) = 15.0,7^t$ | | | |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Débora: Se usássemos essa segunda função, da primeira parte, ou essa outra função, que vocês desenvolveram, estaria ok? Os valores obtidos nos mesmos anos seriam os mesmos?

Os dois alunos afirmaram que sim, que os dois métodos poderiam ser usados. No entanto, eles destacaram que, ao invés de manter na primeira parte da minha representação, a notação $f(1)=15$, seria preciso utilizar $f(0)=15$. Eles argumentaram que na primeira notação, as medições foram feitas após o acidente e, como o modelo já estava dado, as análises iniciais faziam referência ao primeiro ano. No caso, de fazer a adequação dessa notação para os 30%, era necessário, segundo eles, considerar o que o texto informava: "A concentração atual é de 15 ppm [...]", ou seja, precisava considerar $t=0$.

Renata estava quietinha. Timidamente, ela ouvia as explicações. Percebendo sua postura e desejando que a aluna participasse das interpretações realizadas, me direcionei até a lousa, a fim de representar matematicamente o que Mateus e Rogério falaram. Para que tudo ficasse mais organizado, Mateus apagou uma parte do quadro que continha certos rascunhos. Em seguida, escrevi as duas primeiras linhas, destacando a palavra "atual" e, as demais etapas, fui colocando mediante a contribuição deles:

Autodepuração à taxa de 30%

Concentração atual 15 ppm

$$f(0) = 15$$

$$f(1) = 0,7.f(0) = 0,7.15 = 10,5$$

$$f(2) = 0,7.f(1) = 0,7.10,5 = 7,35$$

$$f(3) = 0,7.f(2) = 0,7.7,35 = 5,145$$

E assim sucessivamente.

Depois disto, retomamos a fórmula que eles haviam obtido durante o encontro anterior. E fizemos alguns cálculos, apenas para comparar os valores resultantes:

$$f(t) = 15.0,7^t$$

$$f(0) = 15.0,7^0 = 15$$

$$f(1) = 15.0,7^1 = 15.0,7 = 10,5$$

$$f(2) = 15.0,7^2 = 15.0,49 = 7,35$$

$$f(3) = 15.0,7^3 = 15.0,343 = 5,145$$

Elogiei o auxílio de todos nesse processo e finalizamos essa etapa. Os três estudantes pareciam satisfeitos com a explicação que foi desenvolvida. Renata tinha rompido o silêncio, e participou ativamente da construção dessas novas representações.

Débora: Agora vamos analisar essas funções de outro modo. Ao compará-las, qual delas vocês acham que seria mais fácil de uma pessoa trabalhar, independente da área de atuação? Por exemplo, se fosse um biólogo, um enfermeiro, ou alguém da própria engenharia, que, de repente, ainda não está muito familiarizado com essas notações de funções mais elaboradas ... se fossem vocês explicando para alguém; se estivessem trabalhando com esse conceito, o que seria mais viável? Trabalhar do como nós fizemos, por exemplo, fazendo a leitura no primeiro momento e, construindo tudo aos poucos, com o uso de tabelas e gráficos, ou vocês acham que já poderia usar uma função como essa que vocês construíram, que poderia acabar na aplicação de exponenciais ou logaritmos? Qual relação vocês acham que seria mais viável?

Rogério: Eu acho que depende muito da situação, porque através dessa segunda fórmula a gente consegue uma resposta direta, para um resultado específico. Talvez, se a gente quiser ver como foi feito e quanto tempo demora para a região ficar totalmente "curada", aquela forma seria mais fática e ok. Só que não basta a gente pensar só no final, direto ... A gente tem que ver o que de fato está acontecendo no decorrer do tempo, então, para analisar passo a passo, dado a dado, eu acho que essa daqui [no estilo da primeira do Estudo de apoio], eu acho que essa seria mais útil, porque com base nessa situação, a gente consegue ter uma noção do que precisa ser feito. Agora, no caso dela ser reutilizada, como nós fizemos, acho que essa outra seria mais interessante.

Mateus: Porque com base na situação que foi dada, a gente consegue ter uma noção do que precisa ser feito. Se for para ter uma análise mais minuciosa, mais passo a passo, essa que nós trabalhamos no Estudo de apoio seria mais interessante, pois é mais simples. Na nossa, construímos a função e já associamos com o nível de concentração que queríamos, já fomos direto para a representação $15.0,7^t = 0,5$.

A colocação dos estudantes foi relevante nesse momento, desejei ampliar, então, as discussões:

Débora: E em relação a essas etapas que fomos desenvolvendo? Nesse caso, nós analisamos a função primeiro e depois trabalhamos com as tabelas e com os gráficos [...] íamos lendo e fomos pensando em cada coisa que estava sendo descrita. O Rogério, por exemplo, comentou que seria mais viável trabalhar com a primeira, devido aos detalhes. Vocês acham que realmente seria interessante trabalhar dessa forma ou poderíamos, simplesmente, apresentar a função, pois ela, por si só, daria conta de fomentar várias discussões assim? Acreditam que essa forma de abordagem por partes realmente agrega a análise das informações ou, vocês, como engenheiros, já iriam direto para a função, e não pensariam tanto na parte das tabelas, dos gráficos?

Rogério: Eu acho que iria trabalhar com gráfico, com uma tabela... acaba sendo essencial, porque assim ...

Mateus completou a frase do colega:

Mateus: Porque visualizar as coisas é importante! Sempre que dá, a gente tenta desenhar, tenta representar como determinada funciona essa função, como ela se comporta ...

é muito mais fácil para você visualizar, não simplesmente olhando os valores numéricos. Eu acho que é essencial ter um gráfico para você trabalhar junto, e se você não souber como montar, aí entram as tabelas para você saber montar o gráfico. Eu acho que dependendo da área, se você quer ensinar para alguém que não tem muito conhecimento de matemática, acho que a primeira função é a mais válida, pois é fácil trabalhar você lança o valor e vai multiplicando, vai trabalhando aos poucos e às vezes a pessoa nem precisa ter conhecimento de uma função exponencial ou de logaritmos. Agora, você pode também explicar por que que a partir daquela função, é possível chegar nessa outra, então, esse passo a passo, é para entender que a gente pode transformar algo assim mais trabalhoso em algo mais simples ou vice-versa. Se você vai trabalhar com alguém que já tem bastante conhecimento, você pode utilizar aquela [construída por eles]. Aí você ganha tempo ...

Débora: Como todas as etapas que a gente foi fazendo para chegar aqui.

Mateus: Porque teria que fazer de um em um para chegar aqui, sabe ... então seria mais fácil assim e depende muito do contexto.

Débora: Sim, essa questão do contexto é um elemento-chave para determinar isso. Normalmente, a gente tem a função, usamos tabelas e gráficos, mas não pensamos muito nessas discussões, e elas foram propiciadas por esse tipo de contexto; ele ajuda, e muito.

Após esse comentário, em poucas palavras, pedi que eles acompanhassem a leitura da seguinte informação, contida no final do Estudo de apoio:

Tendo em vista os argumentos apresentados por ambas as partes, o juiz condenou a Petroquímica a pagar uma multa de 140 milhões de reais.

No julgamento acima, apesar de todos os interessados terem concordado com a multa estipulada, muitos especialistas discordaram do nível aceitável de poluição. Para cada um dos especialistas consultados este nível seria de:

✓ *Para o Especialista A o nível aceitável de poluição é de 12 ppm;*

✓ *Para o Especialista E o nível aceitável de poluição é de 3 ppm;*

✓ *Para o Especialista Q o nível aceitável de poluição é de: 1 ppm;*

Qual seria o valor da multa que a Petroquímica deveria pagar levando em conta a opinião de cada um dos especialistas consultados?

Posteriormente, me direcionei aos estudantes e falei:

Débora: Pensando nesses níveis de concentração, quais seriam os respectivos valores para as multas? Por que vocês acham que existem tantas diferenças entre os níveis toleráveis de poluição entre os especialistas A, E e Q? E se fossem vocês no lugar deles, iriam manter o valor dessas multas?

Mateus, sem demora, se posicionou:

Mateus: Eu acho que a divergência entre os valores seria porque eles adotaram critérios diferentes, e não está explícito o que cada um adotou. Eu adotaria, não uma média,

mas um valor que contemplasse a maioria. Por exemplo, o especialista que fala sobre 3 ppm, adotaria o 1, 2 ou o 3, mas antes de ter uma posição assim, precisaria que cada um mostrasse quais foram os critérios utilizados, para que um não saísse prejudicado, e nem outro advantajado. É basicamente isso...

Mateus: E, usando esses valores, esses conceitos de funções baseado nessas informações, qual seria, então, o valor de cada multa?
No caso, naquela ali, seria só substituir 12, 3 e 1, e só manipular! Aparecendo um log e resolver ...

Débora: Olha o log aí ...

E todos riram quando eu fiz esse comentário sobre a retomada do logaritmo.

Mateus: Na verdade, eu não vejo como fazer um caminho inverso por aquela primeira função. Eu acho que a primeira função é mais útil para você colocar ano a ano, e saber quanto que é [a concentração]. Agora, o caminho inverso, como que ele fica, para mim, não é tão fácil de visualizar...

O aluno estava se referindo às notações $f(x) = 10$ e $f(x+1) = 0,8.f(x)$. Segundo ele, essas representações permitiam calcular o nível da concentração de poluentes a partir do ano dado, todavia, fazer o caminho inverso, ou seja, ter a concentração e determinar o ano, não era algo fácil de visualizar. E, essa informação a respeito do ano era essencial para se calcular o valor da multa. Nesse sentido, Renata também se manifestou:

Renata: Sim, você teria que fazer todos os lances até chegar no resultado que você quer.

Débora: Teria que fazer ano a ano?

Mateus: Isso ... e pode ser até um ano que passe [do valor desejado] e outro que não passe...

Renata: É.

Débora: Ótima observação! Mesmo fazendo ano a ano, ainda assim, você irá estimar, porque na verdade você pode chegar em um valor que não está descrito ali, que não é exatamente o que você quer, de qualquer jeito você iria ...

Mateus: Você iria estimar, porque você pega não tem uma precisão exata. E, no caso, acho que a segunda função [$f(t) = 15.0,7^t$] é a que funciona melhor para essa parte. Você iria fazer as manipulações algébricas na hora que cair no log, você já vai ter uma boa aproximação também. Ela é mais viável do que na primeira, pelo menos é assim que eu visualizo.

Débora: E o que mais?

Renata: Ah, é isso!

E todos eles riram após o posicionamento da colega, demonstrando que as argumentações de Mateus realmente foram convincentes. Assim, complementei o assunto com outro questionamento:

Débora: Será que, a cada ano, o valor dessa multa seria muito alto?

Mateus: Está mais alta! Teria que prever a de 1 ppm como ideal, porque a gente precisaria ver quanto tempo que vai levar até chegar no ...

Rogério: É! Com 15 ppm já vão quase 10 anos

Esse cálculo a que o aluno Rogério se referia havia sido feito por eles no encontro anterior, quando chegaram em cerca de nove anos e meio.

Mateus: É ...

Rogério: Então, as outras são 12, 3 e 1 ... e 1 ppm, é a que vai levar menos tempo, mas ainda assim vai levar bastante tempo.

Os estudantes falaram mais algumas coisas a respeito das relações anteriores e, depois, iniciaram os cálculos de acordo com as informações fornecidas no material.

Mateus: Tá ok! Então, nós vamos calcular a partir da fórmula que nós determinamos, cada um pode ir fazendo a sua resolução individualmente... Eu acho que uma coisa que também tem que levar em conta é assim ... eles estão falando que o ideal é 3 ppm, por exemplo, mas você tem que considerar também o que já tinha antes, para não pagar por algo que ele não fez, não é!?

Débora: Então você acha que a discussão entre esses especialistas já deveria considerar isso, logo no início?

Mateus: Porque, por exemplo, se o responsável chega e fala que a tolerância é de 3 ppm, mas o lugar já estava poluído com 2 ppm antes de acontecer o acidente. A empresa, então, não tem que pagar por isso; é preciso ponderar essa diferença.

Rogério: Mas será que eles já não consideraram isso?

Mateus: Eu acho que não ...

Mediante essas discussões, solicitei que eles observassem a última parte do Estudo de apoio, que tratava sobre um argumento utilizado por determinados ambientalistas:

Ainda em relação ao julgamento, os advogados da Petroquímica apelaram da sentença alegando que a baía já apresentava um nível de poluição antes do derramamento do Agente Oleoso. Supondo que a concentração de agentes poluidores na baía é normalmente de 0,1 ppm, os ambientalistas obtiveram o seguinte modelo matemático para prever a concentração de poluentes ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0, 1 + 0, 8 (f(x) - 0, 1)$$

Débora: Nesse modelo, aparece exatamente o que vocês estão discutindo sobre o nível de poluição existente antes do acidente. Entretanto, no caso dos especialistas A, E e Q, parece que eles não estão considerando isso.

Mateus: É! Eu tinha feito alguns cálculos aqui, porém isso daria valores muito diferentes ...

Rogério passou a ajudar Mateus a realizar os cálculos. Minutos depois, Renata deu uma pausa para beber água e comentou que o gosto estava bem doce. Mateus também concordou. Eles iniciaram algumas conversas sobre as aulas regulares, sobre alguns colegas. Percebendo que eles haviam concluído a tarefa, perguntei, então, o que eles haviam conseguido. Os estudantes analisaram se os resultados obtidos foram os mesmos. Mateus sinalizou que precisava de uma calculadora, e todos começaram a rir. Ele estava tentando calcular tudo mentalmente, como fez no caso dos logaritmos. Renata, por sua vez, havia rascunhado alguns cálculos, mas disse que não chegou a concluí-los.

Dei mais alguns momentos para eles finalizarem a atividade. Eu gostaria que eles confirmassem se os valores obtidos foram os mesmos. Todavia, percebi que tanto Mateus quanto Renata aceitaram a resposta fornecida por Rogério. Eles demonstraram que não tinha necessidade de conferirem. Desta forma, fiz outro questionamento, ainda ligado a esse assunto.

Débora: E vocês acham que esses dados seriam confiáveis?

Mateus: Eu reforço que não tem como você tirar muitas conclusões, se não for deixado claro quais foram os critérios que eles usaram, por exemplo, detalhar sobre o nível de radiação, sobre qual a relação entre a fauna que foi afetada, o quanto que afetou a cadeia alimentar, algo assim isso ... tudo tem que ficar muito explícito. Não adianta o cara chegar com o valor e dizer é isso e pronto! Não dá para confiar! Se não tiver esse tipo de coisa, nenhum argumento se sustenta! É preciso desse contexto, de algo maior...

Débora: E essa é realmente a intenção. Por isso, nós estamos aqui discutindo, pensando ... estamos usando diferentes conhecimentos que envolvem muitas técnicas e, em várias situações, faltam mais informações para analisar todas essas coisas, que estão por trás.

Mateus: Aí sim, independente da área em que isso está sendo aplicado, a gente precisa de mais informações. Em um caso como esse, os dados matemáticos, por si, não são suficientes. E, estou entendendo o que vocês estão dizendo. Como concordar com especialista A, E ou Q se, na verdade, eu não sei o que está por trás.

Débora: Exatamente! Eu baixei aqui o projeto pedagógico do curso de vocês. Quando eu estava desenvolvendo a pesquisa, busquei as disciplinas que eu poderia trabalhar nas discussões desses encontros. Coincidentemente, eu achei a sigla PBL. Percebi que na elaboração do projeto pedagógico se fala muito sobre o desenvolvimento de competências e habilidades, e o objetivo é que em diferentes momentos do curso vocês possam realizar discussões como essas, utilizando problemas variados... E isso apareceu na fala de vocês, em outros encontros, sobre esse uso de problemas em sala de aula. O Mateus mesmo comentou na semana passada, que às vezes muitos alunos têm dificuldade justamente nisso, em lidar e refletir sobre os problemas. A Renata também chegou a comentar isso durante a entrevista [...] essa é também uma das preocupações do curso e da nossa pesquisa. Agora, pensando nas disciplinas que vocês tiveram ou estão tendo no momento, qual delas vocês acham que poderiam contribuir para esse tipo de discussão que estamos fazendo?

Rogério, rapidamente, se recordou de uma disciplina:

Rogério: É ... não foi tão afundo, mas acho que seria Ciências do Ambiente. Nós poderíamos trabalhar com alguns modelos matemáticos pensando na influência que isso teria no trânsito daquela região. Eles poderiam estar ligados a algum projeto que foi feito ou que a gente quer fazer. Você pode verificar o quanto isso vai influenciar na fauna, você vai ter que fazer uma movimentação dos animais que estão em volta e tem que ter toda essa parte de planejamento do quanto isso iria mudar no entorno. Por exemplo, dados estatísticos ... Acho que seria interessante incluí-los na análise para quantificar o quanto que iria mudar e tomar as respectivas providências para amenizar os impactos, o máximo possível.

Ainda nessa mesma linha, perguntei se eles visualizavam mais alguma relação entre as disciplinas e as discussões que foram proporcionadas nesses encontros, além dos exemplos já citados.

Renata: Então, eu estou fazendo Economia e nós estamos fazendo um trabalho sobre reciclagem. A gente aborda tudo isso, inclusive os impactos no ambiente. Eu não sei se tem a ver, tem muita contabilidade, essas coisas ... envolve sustentabilidade e outros dados numéricos que precisam ser analisados.

Débora: E, em outros momentos, vocês trouxeram também os impactos sociais e econômicos. O Rogério, por exemplo, trouxe uma vez, a palavra mercado. Foi essa a palavra que você usou Rogério?

Rogério: Foi comércio...

Débora: E pensando em impactos como esses, vocês percebem mais alguma disciplina que poderia estabelecer relações assim?

Rogério: Deixa eu pensar ... teve uma que abordou as questões sobre o meio ambiente. Tivemos que montar todo um relatório sobre a região onde a gente pretendia fazer tal empreendimento e era preciso analisar todas essas coisas.

Renata: Foi sobre esse trabalho que eu falei que a gente está fazendo.

Débora: Então, a gente pode observar que tudo isso que está no projeto pedagógico do curso de vocês, está sendo contemplado de algum modo. Um tipo de abordagem, como a aprendizagem baseada em problemas, pode proporcionar análises e reflexões como essas que estamos fazendo aqui e, não apenas em um pequeno grupo de estudantes, mas esse trabalho poderia facilmente ser realizado em uma sala de aula regular, inclusive no campo da matemática. Por exemplo, essa disciplina que vocês estão comentando demonstra trabalhar com princípios da aprendizagem baseada em problemas. Isso porque vocês é que foram em busca das informações, que levantaram hipóteses, realizaram o planejamento de atividades, relacionando com outras áreas de conhecimento. Mesmo essa produção de relatórios, de apresentações, pode ser desenvolvida por meio de um projeto, de uma pesquisa maior, partindo de uma temática ou um problema específico.

Complementei meus comentários dizendo que muitas universidades, públicas e privadas, estavam adotando nos currículos dos cursos de engenharia o PBL ou outras estratégias similares, com o intuito de promover novos ambientes de aprendizagem. Assim, também pontuei:

Débora: As conexões entre as disciplinas, as discussões que desenvolvemos poderiam estar associadas a alguns projetos reais, que ainda seriam realizados. No caso da aplicação de conceitos matemáticos, querendo ou não, ela está muito ligada a essa questão de justificar ou legitimar alguns argumentos. Muitas decisões são baseadas em dados matemáticos, então são coisas que temos que levar em consideração e é necessário promover reflexões sobre isso.

Encaminhei orientações para a realização do nosso último encontro, da semana posterior. Os estudantes disseram que pensariam em tudo o que abordamos. Eles ressaltaram a relevância da determinação das funções obtidas e dos métodos escolhidos para obtê-las e analisá-las. Falaram também sobre a argumentação usada pelos especialistas e reforçaram questões ligadas à confiabilidade das informações. Ao término dessa conversa, ainda comentamos sobre os altos índices de evasão e reprovação em cursos de engenharia, atribuídos às disciplinas de Cálculo, por exemplo. Destaquei que por motivos como esses, a participação de todos eles na pesquisa era algo valioso para o contexto universitário, além de ser fundamental para a produção de outras pesquisas acadêmicas que buscam um ensino interdisciplinar, pautado na utilização de problemas. Todos ajustamos nossos materiais e organizamos a sala. Em seguida, seguimos nossos percursos, após subir mais "alguns degraus".

As oportunidades proporcionam diferentes aprendizados

O encontro do dia 06 de dezembro era tão importante quanto os anteriores, não era mais uma tarde de quinta-feira. Renata, Mateus e Rogério já me aguardavam na sala de monitoria. De início, perguntei se os resultados das avaliações finais das disciplinas regulares estavam sendo satisfatórios. Eles disseram que tudo caminhava bem. Conversamos por mais alguns minutos sobre o decorrer do ano letivo e as aspirações que eles possuíam para o próximo ano. Posteriormente, retomamos as propostas finais da pesquisa e expliquei aos estudantes como pretendia fazer o nosso fechamento.

Nesse momento, é importante ressaltar, que no caso desta pesquisa, tivemos algumas intercorrências que influenciaram a forma de finalização das atividades propostas. Mais ao término do período letivo, outros compromissos escolares ou particulares foram surgindo por parte dos alunos. Quando algum deles precisava faltar, normalmente éramos avisados com antecedência. Em algumas situações foi preciso adaptar o desenvolvimento das atividades, mas em outras, tivemos que cancelar o encontro do dia, pois teríamos apenas um participante e este, solicitava que o encontro fosse adiado. Com isso, a intenção de propor uma apresentação final, com uma retomada do problema original, foi algo que não aconteceu. Sendo assim, propus alguns questionamentos aos estudantes como forma de conclusão das atividades desenvolvidas. Para isso, os direcionamentos foram inspirados na segunda etapa do roteiro de entrevistas direcionados aos estudantes, a qual seria aplicada após concluirmos as atividades.

Débora: Se vocês fossem contar para alguém sobre as atividades que nós realizamos aqui, o que vocês diriam?

Rogério: Bom, eu ia dizer que participar desse tipo de coisa, desse tipo de evento é um negócio importante para pessoa, principalmente se ela tem bastante dificuldade. O que eu percebi é que a gente foi tentando ir atrás de pensamentos lógicos, realizando cálculos e tal, mas isso foi a partir do zero, ou seja, todos os cálculos que a gente viu aqui teve um porquê, teve uma contextualização, e isso faz sentido. É bem diferente do que a gente normalmente vê em sala de aula. Muitas vezes [na aula], só temos algumas fórmulas na lousa e vamos embora, porém, aqui não! Teve um pouco de explicação, aliás, teve muita explicação. Na verdade, teve explicação para cada coisa que a gente estava vendo. Então, se a pessoa tem dificuldade, eu acho interessante ela participar desse tipo de coisa.

Mateus: Eu acho que não é só para quem tem dificuldade [...]. Eu acho que qualquer tipo de pessoa poderia contribuir para tentar encaixar a matemática da forma que a gente tentou encaixar no dia a dia. Acho que desde o mais leigo até o mais especialista, qualquer um que possa ter uma visão de maneiras diferentes de se aplicar, pode ser bem-vindo [...]

Rogério: Eu concordo com você.

Débora: E se vocês pudessem comentar sobre algumas vantagens e desvantagens envolvidas nesse processo, o que vocês diriam?

Ele pensou um pouco antes de responder à pergunta.

Mateus: Talvez, como desvantagens, foi que a gente não tenha desenvolvido muito, ou seja, muito do que trabalhamos teve que vir do zero; não é algo que já foi trabalhado há algum tempo, pelo menos a meu ver. Tudo o que fizemos foi uma criação e cada grupo teria uma reação diferente. Eu não sei se isso é uma desvantagem, mas é um ponto.

Rogério: Uma desvantagem que eu acho que aconteceu foi o tempo de trabalho, porque o tempo que a gente teve para trabalhar com esse problema foi um tempo interessante. Nós conseguimos analisar vários aspectos, mas eu acho que dava para ter analisado de uma maneira mais profunda se tivéssemos mais tempo, melhorando até o entendimento não só desse problema como também das estratégias matemáticas que a gente poderia usar nele. Então se a gente tivesse um pouco mais de tempo, acho que isso poderia ter sido ainda melhor.

A aluna Renata permaneceu quietinha, sem fazer nenhum comentário relativo aos questionamentos anteriores. Ao final do apontamento de Rogério, perguntei se ela desejava se manifestar, todavia, como em outras vezes, ela sorriu timidamente, e balançou a cabeça sinalizando que não queria falar. Depois disto, eu continuei:

Débora: E em algum momento vocês sentiram ou tiveram dificuldades? Ou visualizaram algo que outra pessoa poderia ter mais dificuldade em determinado aspecto ou em determinada resolução?

Renata se pronunciou:

Renata: Eles não têm dificuldade ...

Mediante a colocação dela, os estudantes fizeram alguns comentários entre eles e brincaram sobre o que era ter dificuldade em algo. Em seguida, a estudante completou:

Renata: O que eu senti mais dificuldade foi na parte que a gente teve que analisar a função e quando foi para montar a função. Eles não têm dificuldade, mas eu tive mais. Eu acho que as pessoas que não são tão ligadas à matemática podem sentir mais dificuldade. Isso que eu apontei, de tentar para tentar passar aquela descrição do problema para [uma linguagem] matemática, para pensar em uma função e montá-la, seria uma dificuldade. Resolver não é tão difícil, mas montar do zero, eu achei a parte mais difícil.

Débora: Muito bem, Renata! E a gente fez tudo isso em um grupo. Vocês acham que foi viável fazer dessa forma ou, de repente, seria melhor cada um ter feito o seu? O que vocês pensam a respeito desse trabalho em grupo e da participação de cada um?

Rogério: Eu acho que foi interessante a gente trabalhar em grupo porque você acaba tendo perspectivas diferentes. No caso dessa atividade participamos eu, o Mateus e Renata, que somos os três da engenharia, porém, no caso do Mateus, ele tem um pouco mais de conhecimentos da física. A Renata tem um olhar mais voltado para biologia, então, cada qual conseguiu ter uma visão um pouco mais direcionada para essas áreas que eles gostam e, assim, trabalhar em grupo ajuda você a perceber mais coisas na hora de formular as variáveis, as discussões.

Renata: E acho que o foco principal é a discussão, não é!? E, se fosse só um, não teria discussão, não teria diferentes pontos de vista.

Mateus: Eu acho que precisa sim da parte em grupo, porque você também precisa ter outras visões e, querendo ou não, uma cabeça ajuda a outra na hora de fazer interpretação, na hora de decidir sobre o melhor caminho a ser utilizado e principalmente para lembrar de certas coisas. Por exemplo, teve exercício que a gente precisou considerar vários fatores na hora de montar uma função e se fosse uma pessoa sozinha ela não ia lembrar de tudo isso. Não significa que todos vão lembrar de tudo, mas você consegue ter um olhar mais amplo, então é importante porque envolve todas essas coisas.

E assim, eu continuei com os questionamentos:

Débora: E que pontos vocês consideraram relevantes para fazer o fechamento daquela situação? Nós não chegamos realmente em uma resposta [única e exata], justamente por conta do que vocês comentaram. Vocês disseram que há muitos fatores envolvidos para analisar essa situação, mas para chegar à conclusão que vocês chegaram, que aspectos acham que foram relevantes? Nas discussões desse problema como um todo, o que mais chamou atenção de vocês?

Rogério: Com relação a esse problema?

Débora: Isso!

Rogério: Penso em outras coisas que poderiam ser levantadas a respeito do solo e da contaminação da água, de outros danos específicos relacionados a fauna e a flora, esse tipo de coisa. Também poderíamos analisar as consequências para os moradores da região, e pensar em como fazer uma estimativa sobre quanto tempo essa situação poderia ser revertida. Com base nisso, conseguiriam aplicar uma multa e ter realmente uma noção de quanto tempo as coisas voltariam a ser utilizadas, a serem normalizadas. Eu acho importante a gente ter essa noção do que esse problema estará influenciando e quanto tempo vai demorar para que essa influência seja revertida. De uma forma geral, eu pensei nisso [...]

Mateus: Eu penso também que dá para você criar como a gente teria que aplicar esse tipo de problema em outras situações semelhantes; pode-se criar uma espécie de modelo

para se resolver esse tipo de coisa. Primeiro ter a interpretação, isto é, ver o que é relevante fazer uma análise inicial e aí, depois considerar coisas novas, esse roteiro acaba até sendo um método científico, que você consegue aplicar para a maioria dos problemas. Eu acho que você consegue normatizar isso para poder resolver os demais problemas que você pode ter pela frente, eu acho que isso seria possível.

Observando que Renata estava um pouco mais pensativa, eu perguntei se ela queria comentar algo sobre o assunto, porém, ela sinalizou que não. Logo, realizei o próximo questionamento:

Débora: E vocês observaram algumas noções de cálculo associadas a esse problema? Vocês acham que a partir dele nós conseguiríamos trabalhar com alguns conceitos de matemática relativos a essa disciplina, lembrando que nós não aprofundamos, mas apenas comentamos sobre a noção de limite que apareceu [...]. Em uma situação como essa vocês enxergam alguns conceitos de cálculo por trás?

Mateus: Nesse caso, a gente pode incluir um pouco de derivadas para determinar qual vai ser o mínimo que você vai poder gastar em relação aos fatos ocorridos, mas eu não sei se vai muito além disso. Você consegue também expandir um pouco para estatística, mas de cálculo, eu acho que não passa disso [...], pelo menos eu não consigo enxergar.

Débora: Alguém mais gostaria de comentar algo a respeito?

Rogério concordou com a colocação de Mateus e complementou:

Rogério: É! Isso ajudaria o nosso campo profissional.

Débora: Interessante! E, em relação a tudo o que foi feito, o que mais chamou atenção de vocês ou poderiam comentar sobre alguma coisa que fez vocês refletirem um pouco mais, seja no campo profissional ou mesmo no campo acadêmico?

Rogério: Eu acho que a gente pode citar, por exemplo, o tempo que nos dedicamos a esse problema e comparar com os problemas que são passados no cursinho, esse tipo de coisa ... A forma como a gente fez, a análise ficou bem clara aqui e poderia ser mais completa ainda, mas no geral, até que foi uma análise bem profunda. A gente acabou levantando várias questões, vários fatores diferentes, fizemos um estudo de tudo o que teve em cima disso. Isso eu acho que foi algo que me fez ter essa reflexão mais profunda; a gente pode realmente ir com as contas, com os estudos e não ficar apenas naquela coisa "superficial", que tem anteriormente no Ensino Médio.

Mateus: Aqui a gente teve muito mais tempo para se dedicar a um único problema. Durante a execução dos cursos que a gente faz, não temos isso, mas também não sei até que ponto isso seria interessante. Por exemplo, é relevante, mas como aplicar [nas aulas] eu acho que foi a maior questão que eu fiquei pensando. Não tenho uma resposta exata para isso de forma geral, então [...]

Débora: De forma geral, o que vocês diriam se uma atividade como essa fosse proposta em sala de aula? Vocês acham que isso é importante para a formação de vocês?

Mateus comentou:

Mateus: Eu acho que isso estimula o pensamento, faz você pensar mais além, pensar mais a fundo. No entanto, talvez, algo assim não entraria direto na disciplina de Cálculo, talvez entraria em uma outra disciplina, como aprofundamento [...]. Enfim, porque aqui mesmo cada um entrou em um ponto que não necessariamente vai ser Cálculo e não teve outros conceitos além de limite. Algo assim, é necessário para estimular, mas não sei se seria conveniente colocar isso em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ainda mais pelo tempo que é dedicado aos conteúdos.

Rogério: Em relação a esse problema específico, eu concordo com o Mateus, mas acho que dependendo do problema que a gente for trabalhar tem como ser aplicada na disciplina de Cálculo, só não algo tão restrito. Por exemplo, algo da matéria de Estatística, que tem conceitos de matemática, de Cálculo [...]. Então dependendo do problema que a gente for trabalhar tem como colocar nessa disciplina e tentar trabalhar com a explicação junto desses conceitos. Se os problemas forem contextualizados isso ajuda bastante. Eu acho que tem como aplicar isso, não todos os problemas, mas alguns tem que ser um pouco mais específicos de tal área [...]. Eu acho que tem como aplicar isso na disciplina de Cálculo sim.

Diante desta colocação, também fiz comentários a respeito da quantidade de conteúdos abordados em Cálculo. Reforcei que trabalhamos muito com a prática de exercícios e que a ideia de se adotar problemas em sala de aula poderia ajudar no desenvolvimento de outras habilidades e competências, mesmo que fosse em poucas aulas. Enquanto eu falava, percebi que Renata desejava se manifestar. Perguntei, então, se ela queria fazer alguma complementação. E, nesse caso, ela disse que sim:

Renata: Sim, eu acho que esse método que a gente está fazendo é bom para quando você está na escola ainda. Ele poderia ser utilizado para os alunos em fase de desenvolvimento nessa parte de problemas, de interpretação, para que quando chegasse no curso de Cálculo, a pessoa já teria uma noção melhor, porque não dá para trabalhar em Cálculo, pois nós temos muita coisa para estudar e não poderíamos nos dedicarmos só a isso. Então, eu acho que se tiver esse pensamento mais crítico, não sei se é essa palavra, isso já consertaria.

Agradei os comentários da aluna e Rogério o complementou.

Renata: Eu acho importante trabalhar coisas assim já no ensino fundamental [...] ajudaria muitos alunos nos níveis posteriores, como eu, por exemplo.

E todos nós sorrimos. Mateus precisou se retirar antecipadamente. Assim, disse que ele poderia ficar à vontade e, mais uma vez, agradei sua participação em todos os encontros.

Comentei, também, que tentei resumir algumas abordagens, para que pudéssemos ganhar algum tempo. O agradeci e nos despedimos. Depois disto, brinquei com Rogério e Renata que ainda faria mais umas 50 perguntas para eles.

Débora: O importante de tudo isso é ver como que vocês levantaram tantos outros aspectos que estavam por trás dessa situação. E, eu gostaria de saber se vocês visualizaram algumas questões éticas envolvidas nessas discussões?

Rogério: Eu não cheguei a pensar nessa parte ética ... eu não sei dizer.

Débora: Por exemplo, pensando naquelas decisões envolvendo os três especialistas, onde cada um tinha uma opinião diferente, vocês comentaram que era preciso averiguar outros elementos que estavam associados à situação real. Então, pensando na decisão daqueles especialistas, vocês acham que podemos refletir eticamente sobre isso?

Renata: Sim, eu acho que por parte da empresa [...] porque tinha um cálculo da multa e cada especialista falava alguma coisa, e eu não sei qual estava certo, mas sabemos que dependendo da quantidade [de poluentes] que havia, seria calculado um tempo e com isso a multa seria definida. Eu acho que a empresa poderia tentar diminuir esse tempo para pagar menos multa, mesmo que isso ainda não fosse permitido, ou seja, mesmo que o rio, a natureza, não estivessem prontos ainda. Ela poderia fingir que está tudo bem, que não está afetando as pessoas e os animais e, assim, para pagar uma multa menor. Eu não pensei direito, mas eu acho que algo assim.

Débora: Ótima colocação! Isso é algo que realmente pode acontecer.

Renata: É sempre tem ... e naquela situação tinha três visões, e o tempo de uma era maior que o tempo da outra, e eu achei estranho não sei.

Rogério: Eu acho que poderiam ter planejamentos ou outras estratégias por parte da empresa como forma de prevenção para futuros problemas reais. Acho que a empresa poderia estar envolvida para tentar evitar que algo do tipo acontecesse novamente, ou se algo acontecer que não seja nessas proporções.

Débora: Sim, porque nós falamos um pouco de tudo e agora que me veio essa questão. O Rogério, por exemplo, olhou mais para o lado social; a Renata, se voltou mais para as questões ambientais [...] e quando eu falo tempo, não seria simplesmente, ter mais encontros, mas seria proporcionar um maior tempo para vocês pesquisarem, para vocês saberem algo a mais a respeito do que discutimos e, encaminhar novas questões, específicas à área de vocês.

Realizei mais alguns apontamentos sobre o que fizemos ao longo dos encontros. Manifestei a minha gratidão a todos pela participação. Rogério e Renata sorriram, enquanto eu finalizava. Eles disseram que foi um prazer poder colaborar com algo que envolvia tantos campos de conhecimento, principalmente o da matemática. Naquele último dia, organizamos

as carteiras e cadeiras, como fazíamos todas as vezes, e nos despedimos. Rogério ficou na sala de monitoria e, Renata, subiu comigo os primeiros lances da escada, depois nos separamos. À medida que eu caminhava em direção à saída, pensava nos diferentes desdobramentos que uma pesquisa pode ter – caminhava, planejava e traçava novas perspectivas de aprendizado.

5.2 As entrevistas

As entrevistas foram realizadas em dois dias diferentes. A opção em descrever essa etapa, somente após a apresentação dos encontros, nesta tese, foi pensada no intuito de que não se realizassem possíveis julgamentos quanto à participação de cada participante nesses encontros. Ressaltamos que todos os nomes dos participantes são fictícios, para evitar a identificação de cada um. Os princípios éticos foram respeitados e todas as conversas gravadas em áudio.

Dessa forma, primeiro, descrevemos a entrevista com a estudante Renata e, posteriormente, discorremos sobre a etapa realizada com os estudantes Mateus e Rogério.

Participante entrevistada: Renata

Era uma tarde de segunda-feira. O céu estava bem claro e a temperatura era amena. Eu estava bem animada, e entrei pelos portões da instituição, a passos largos. A entrevista com Renata havia sido marcada para às 15h. Ao entrar no corredor principal, tive uma sensação tão boa que me fez ficar ainda mais empolgada. Afinal, foi naquele dia, 08 de outubro, que realizei as minhas primeiras entrevistas.

Renata mostrou-se bem solícita mediante o convite para participar da entrevista. Encontrei com ela perto de uma sala de aula onde ficavam as turmas do curso de engenharia, uma daquelas salas onde ela estudava. Ao me ver, ela sorriu. Nos cumprimentamos e nos sentamos em um dos bancos que tinha naquele espaço. Conversamos sobre a pesquisa, tirei algumas dúvidas e agradei o interesse dela em participar da pesquisa. Falamos um pouco sobre a rotina dela na instituição e no curso de engenharia, de forma geral. Entretanto, havia muito barulho. Muitos alunos estavam reunidos naquele lugar: alguns estudavam, outros cantavam músicas e, pequenos grupos, conversavam entre si. Decidimos, então, ir para outro ambiente.

Procuramos alguma sala vazia, mas ali não havia. Então, decidimos ficar no corredor que dava acesso à saída principal, pois ali o barulho era menor. Nos ajeitamos em um dos bancos que estava encostado na parede. Eu resgatei informações referentes à realização da entrevista. Renata era bastante tímida e me disse que, às vezes, ficava com vergonha, mas

afirmou que estava bem feliz por poder contribuir. Iniciei, então, os questionamentos, desejando que ela me contasse sobre sua trajetória estudantil. Ela, gentilmente, respondeu:

Renata: Bom, eu sempre fui muito boa aluna. No Ensino Médio, no Ensino Fundamental ... Eu sempre gostei de matemática, sempre tive facilidade. Mas, eu gosto mesmo é de biologia. Gosto de outras matérias, mas Biologia desperta meu interesse ... na escola, de modo geral, sempre tive facilidade.

Débora: Olha só, Biologia ...

Renata sorriu, e confirmou a sua preferência. Em seguida, questionei sobre a disciplina de matemática. Pedi que ela me contasse a respeito das experiências em matemática, ao longo desse percurso.

Renata: Sempre gostei de matemática. Tinha facilidade na escola, como comentei. Mas aqui no curso estou sentindo dificuldades ... o professor me ajuda muito. Eu mesmo gostava de matemática por causa dos professores que tive. Aqui em Cálculo é ... eu sou boa, mas quando fazemos cálculos em si. Da forma como eles abordam aqui é diferente e eu tenho dificuldades. Eu sempre fui acostumada a resolver exercícios e aqui aprendemos o conceito sim, fazemos exercícios, mas a prova é baseada nas aplicações e, nisso, tenho dificuldades em interpretar, em saber como aquele conceito é aplicado.

Em seguida, eu disse que havia entendido a colocação dela. Nesse momento, um grupo de alunos passou perto de nós falando alto, brincando entre eles. Esperamos eles saírem para prosseguirmos.

Débora: Você poderia falar sobre esse seu ingresso na universidade? Quais são suas aspirações, suas expectativas?

A estudante pensou por alguns segundos antes de responder, e depois disse:

Renata: Ah ... engenharia não era um curso que eu queria muito, mas estou fazendo ... Eu fiz o ENEM¹⁷ e, entrei aqui por causa da minha nota. Mas eu queria fazer outro curso, fazer algo que envolvesse biologia, essa área ... e meus pais acharam melhor eu fazer Engenharia Civil também.

Débora: É mesmo?

Renata: Sim! Eu estou gostando [do curso]. No Ensino Médio, e antes, todas as coisas não eram tão monótonas, tinha mais diversidade ..., mas aqui não é bem assim e tem muitas técnicas também.

¹⁷ Exame Nacional do Ensino Médio.

Após essa colocação, a estudante também destacou:

Renata: Eu tenho dificuldade em algumas matérias, por exemplo, física. Eu gosto muito, mas tenho dificuldades em entender as aplicações.

Aproveitei o ensejo para falarmos a respeito da questão posterior:

Débora: E, neste sentido, pensando nas aplicações associadas à matemática, em particular, você considera importante refletir sobre elas em nossa realidade? Por quê?

Renata: Acho sim. A matemática não é neutra. Ela está associada a tudo e não somos robôs para ficar só fazendo exercícios, sabe ...

Débora: Robôs!?

Renata: Sim ... A forma como fazemos aqui, ajuda e muito. Por mais que eu ache um pouco difícil, vejo que é importante porque você sabe onde vai usar o que estuda. E não somos robôs para ficar só repetindo, repetindo, de forma mecânica. Eu estava, meio que, acostumada com isso na escola e ia bem. Hoje, sinto dificuldades, mas sei que isso, que essas aplicações, são muito importantes porque ajudam a compreender a matéria de Cálculo.

Renata parecia estar bem à vontade. Havia um silêncio bem convidativo no corredor onde nós estávamos. Caminhávamos para as perguntas finais e desejei saber, então, se ela já havia estudado algum conceito matemático por meio de problemas. De imediato, ela disse que não se recordava, mas, instantes depois, mencionou:

Renata: Teve um professor que fazia umas coisas diferentes ... E ele foi um dos que me fez gostar de matemática! Ele fazia atividades diferentes, como essas feiras de matemática, e eu gostava. Mas, metodologia em si ... não, não. Sempre trabalharam com explicações e depois listas de exercícios.

Na sequência, questionei a respeito da palavra "Cálculo", referindo-me à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Quis saber o que vinha em mente, quando ela ouvia falar essa palavra, que sensações isso causava. A estudante, então, se manifestou:

Renata: Ah ... não sei! Não sei responder ... penso em cálculos, mas não sei ... é muito mais além.

Débora: E, que estratégias você acha que poderiam ser interessantes para trabalhar nas aulas de Cálculo, de uma forma contextualizada?

Renata se posicionou:

Renata: Bom, nunca parei para pensar nisso. Mas essa utilização de problemas ajuda muito, porque com as aplicações, fica mais fácil para entender o que aprendemos.

Débora: É muito bom saber isso.

Após essa fala, nós rimos. Para finalizar, perguntei quais eram as expectativas dela mediante a apresentação da proposta da pesquisa e quais motivos a levaram a aceitar o convite tão prontamente. A estudante, com toda sua simpatia, respondeu:

Renata: Fiquei bem curiosa ... meu interesse surgiu primeiro a partir dessa curiosidade. Queria saber como deveria ser isso de trabalhar de um modo diferente com a matemática. Pensei também no quanto isso poderia me ajudar nas aulas e a entender as aplicações de problemas. E, quando você disse que a gente ia trabalhar em grupos, também gostei. Achei que tudo seria bem interessante.

Não consegui disfarçar o meu contentamento naquele momento. A estudante e eu conversamos mais um pouco sobre a pesquisa e nossos planos futuros. Isso durou mais uns cinco minutos. Mais uma vez a agradei, reafirmando o quanto a participação dela era relevante em todo esse processo. Em seguida, Renata e eu fomos até o bebedouro que se localizava ao lado de onde nós estávamos. Ela se direcionou para o local onde nos encontramos e, eu fiquei ali, meditando em tudo o que conversamos.

Participantes entrevistados: Mateus e Rogério

Mateus e Rogério também eram estudantes do curso de Engenharia Civil. Além de fazerem parte da mesma turma que Renata, estes alunos eram monitores da disciplina de Cálculo diferencial e integral. Em dias específicos e distintos, eles realizam atendimento aos alunos, que porventura, estivessem com dúvidas ou dificuldades nas aulas de Cálculo. Dessa forma, o horário de ambos era bem restrito, todavia mostraram-se solícitos em participar da pesquisa.

A entrevista desses estudantes havia sido marcada para o mesmo dia e foi realizada na sala da monitoria. Ao chegar no local, os dois participantes já me aguardavam. Eles solicitaram que a entrevista fosse feita simultaneamente. Disseram que não teria problemas, pois se sentiam à vontade para responder as perguntas na presença do outro. Eu concordei, reforcei meus agradecimentos e algumas particularidades da pesquisa, e partimos para a primeira pergunta relativa à trajetória estudantil deles e aos pontos que consideravam relevantes para chegarem à universidade.

Mateus: Bom, eu acho que também tem a ver com a forma como eu fui criado. Basicamente, minha mãe falava assim: "Faz a lição, senão você não brinca". Então, eu já tinha esse costume desde o Fundamental 1 e o Fundamental 2 que era chegar e fazer a lição todo dia para depois ter o lazer. Nessa parte, era muito na obrigação [...]. Eu acho que quando você já começa a ter uma maturidade e diz: "Nossa! Eu preciso querer isso para minha vida!", foi, então, quando mudou do Fundamental 2 para o Ensino Médio. Aí você já tem aquele olhar de "Ah, agora eu preciso estudar porque mais para frente eu vou precisar, então, o que eu quero fazer da vida?". Acho que foi a partir dessa época que eu comecei a fazer não só o que era pedido, mas também tentei fazer coisas a mais, a buscar coisas de fora. Eu ficava mais tempo na aula do professor, por exemplo, e toda vez que eu tinha uma dúvida, eu perguntava ... esse tipo de coisa. Penso que o que me fez chegar até aqui foram esses diferenciais de buscar mais, de buscar sempre o mais difícil, não se contentando com respostas curtas e sempre querendo uma explicação para tudo, sabe!? Então, esses são os diferenciais que me fizeram chegar até aqui e permanecem assim na minha vida. Foram hábitos que vieram desde lá de trás e que continuam até hoje no geral.

Rogério: Comigo também foi algo bem parecido com o Mateus. Na fase de jardim e de Ensino Fundamental, era mais ou menos com essa mesma ideia também. Para ter lazer, primeiro você tem que fazer o seu dever de casa. Então foi sendo esse caminho. Conforme foi passando o tempo, eu fui tendo algumas definições do que eu mais gostava e o que eu menos gostava, e isso que me auxiliou mais para frente a decidir qual a área eu queria estar estudando para depois trabalhar nela. Entre essas disciplinas que eu mais gostava, uma delas era a própria matemática, e o que me ajudou muito a gostar da matemática, além do conceito que há por trás dela, foram os professores que eu acabei tendo. Todos eles sempre deram muito apoio nessa disciplina; eu sempre conversava com eles para tirar alguma dúvida e eles sempre foram muito solícitos. Tudo isso me ajudou muito, tanto na parte da escola, que a gente foi aprendendo esse conteúdo todo, quanto no cursinho. Eu cheguei a fazer dois anos de cursinho e, lá, eu senti tanto essa mesma energia, que foi ficando melhor porque com os professores do cursinho você tinha um pouco mais de liberdade para conversar sobre outras coisas também.

Após essa fala, o estudante ainda completou:

Rogério: Os professores das áreas de exatas do cursinho eram demais; todo final de aula, eles chegavam para tentar conversar com você sobre tal exercício, para te ajudar a entender tal conceito e, às vezes, era uma coisa que eles não tinham passado em sala de aula, mas era algo que eu ficava curioso e perguntava para eles, e eles explicavam isso direitinho. Então, isso me ajudou muito a ter essa paixão pelas disciplinas que me orientaram para o lugar onde eu estou hoje e, também, a consciência do quanto que eu tenho essa afinidade para essas matérias, e o tanto que eu quero trabalhar com isso foram aspectos fundamentais para eu conseguir focar, passar no vestibular e estar na faculdade agora.

Eu fiquei surpresa com a empolgação dos dois estudantes. Imaginei que, talvez, eles poderiam responder ao meu questionamento de forma bem sucinta. E algumas similaridades entre ambos também foi algo que me surpreendeu. Enquanto eu pensava nessas coisas, Mateus ergueu a mão, desejando se manifestar:

Mateus: Para mim, o papel dos professores também foi fundamental. Eu tinha professores que gostavam de dar a matéria e isso influencia nos nossos gostos da gente – só para complementar a fala dele.

Débora: Ótimo! E já que o Rogério entrou no assunto envolvendo matemática, a minha próxima pergunta vem justamente nesse sentido: Como foram as experiências de vocês no ensino fundamental e no ensino médio, em relação a essa disciplina? Vocês poderiam falar um pouco sobre os aspectos positivos e negativos que influenciaram nessas escolhas?

Rogério: Eu lembro que tinha muitas coisas para gente associar aos conteúdos, por exemplo, algo até visual mesmo, principalmente na parte de geometria. Era preciso ter esse conhecimento visual, porque às vezes, ao trabalhar só com papel, não funciona, então realmente você tem que trazer algum modelo, algo físico mesmo para conseguir entender melhor tal conteúdo, no caso da geometria. Mais especificamente com outros conteúdos da matemática, acho que o que mais me prendeu foram assuntos do meu gosto mesmo, porque eu sempre gostei muito de matemática, tanto, que na época de escola e na do cursinho, eu fazia os deveres que tinha para fazer e fazia um pouco a mais.

Eu comentei que ele gostava mesmo de matemática. Ele sorriu com um olhar de satisfação e afirmou que sempre foi assim. E prosseguiu:

Rogério: Sim! Eu sempre fazia um pouco a mais porque estava virando um lazer, eu acho que é mais ou menos isso.

Fizemos mais alguns comentários sobre a importância de se manter uma rotina de estudos. Mateus, por sua vez, se posicionou:

Mateus: Eu acho que no meu caso, eu já gostava, eu sempre gostei de matemática, então para mim, não era difícil. Quando vinha algo novo, eu gostava, porém, pensando no geral em como ela foi trabalhada nas minhas turmas, na minha escola, eu acho que na parte do fundamental 1, os meus colegas tinham uma melhor visão da matemática, era mais gostoso de se ver, porque tinha mais aplicabilidade. Por exemplo, quando a gente aprendeu fração, a gente comeu pizza; a professora fez um dia só para isso.

Débora: Que legal!

Matheus: A professora levou pizza e chocolate para a gente ficar brincando e para aprender fração. Quando a gente entrou na parte de geometria, o professor passou o filme do Pato Donald no país da matemática. Eu acho que foram coisas excelentes para o Fundamental 1 e 2, que eram épocas essenciais para nossa formação, é tanto que até o sexto e sétimo ano, você não vê tanta reclamação de aluno falando que a matemática é chata, e não vê muitas notas baixas em matemática. Aí conforme isso vai crescendo é que surge esse monstro [...]. Não sei se é porque eu sentia muito o que as professoras faziam: "O exercício é esse: faça!"; não que as coisas tenham

que ser como era no fundamental 1, mas talvez seja algo que tinha que ser abordado de outro jeito. No meu caso não teve tanto impacto porque como eu gostava da área, independente da explicação, de qualquer jeito eu fazia, mesmo sendo um conteúdo que eu não gostasse, mas eu acabava fazendo também. Portanto, eu acho que é isso de positivo e de negativo. A matemática vai criando esse tabu conforme nós vamos crescendo, porque quando a gente é pequeno não tem muito esse problema com matemática, pelo menos a meu ver.

Débora: Essa experiência da pizza mesmo é algo que fica ...

Mateus: É um negócio que eu aprendi lá na quarta série, e não precisava tirar isso, a gente não esquece ...

Rogério: Eu acho que esse tipo de coisa eu não cheguei a ter na minha escola, por exemplo, algo diferente assim para trabalhar com a parte de frações, ter algo assim, tipo pizza [...]

Mateus: Mas era o quê? Era escola pública? Como eu estudei em escola privada tinha essa possibilidade também ...

Eu também perguntei ao Rogério se ele havia estudado em escola pública, desejando saber se a observação de Mateus realmente estava ligada diretamente ao ensino privado. Prontamente, o colega respondeu:

Rogério: Foi em privada também.

Assim que o estudante concluiu sua fala, questionei sobre a decisão na escolha do curso de Engenharia Civil e quais eram as expectativas, as aspirações, acerca do futuro pessoal e profissional. Mateus foi o primeiro a responder:

Matheus: Quando eu vi engenharia, eu já pensava que queria um curso que tivesse matemática física e química. Sempre fui para a parte de exatas, então eu queria um curso que tivesse isso. Mas, na verdade, isso acaba sendo um pouco mito e não é totalmente 100%; não é necessariamente isso, no entanto, é o que todo mundo fala: "Engenharia é a área que você vai poder trabalhar com tudo isso" [...]. A gente trabalha, mas é bem focado para o que precisa ser trabalhado e não tem a visão que um matemático teria da matemática e um físico teria da física. E, na verdade, o que realmente eu queria fazer também era física, mas agora estamos aqui, porque também tem as questões familiares ... tem outras questões e a melhor escolha que eu fiz foi estar aqui. Mesmo assim, por fora mesmo, com a matéria de Cálculo, eu justamente peguei essa monitoria porque é algo que realmente eu gosto de fazer. A parte com matemática, a parte com física ... sempre que dá eu vejo algum vídeo, alguma palestra sobre esse tipo de assunto. Acho que tudo isso é mais por causa da minha personalidade e, tanto é, que eu quero trabalhar com partes que envolvem Cálculo; eu quero virar um engenheiro estrutural ou um engenheiro calculista. São duas partes que vão exigir muito de física e matemática, que estão diretamente ligadas mesmo eu estando na Engenharia Civil. Para o futuro, aí eu já não sei ... eu

falo, por exemplo, que quando eu terminar [o curso], posso fazer um mestrado, mas também não ... posso acabar querendo fazer bacharelado em física, então, ainda está muito distante para ter uma meta assim.

Rogério: O meu caso é bem parecido com o do Mateus ... A gente acaba tendo a mesma ideia de querer trabalhar com a parte estrutural da engenharia, temos algumas convergências, mas o que me chamou para área de Engenharia Civil foi justamente a afinidade que eu já tinha antes com as disciplinas de exatas. Como eu gosto muito de matemática e de física também, eu queria algo que envolvesse essas duas coisas e quanto mais complicado fosse, melhor seria, porque eu gosto da ideia de desafios.

Achei interessante essa afinidade de ambos pela área de exatas e em saber como isso influenciou na escolha do curso, no desejo que eles tinham em trabalhar com a parte de engenharia estrutural, além de pontuar detalhes como a participação deles nas monitorias de Cálculo. Rogério aproveitou para acrescentar algumas considerações:

Rogério: Eu percebi essa afinidade com a área de civil juntamente com outros elementos da infância. Sabe aquele negócio de você brincar com esses brinquedos de ficar montando, tipo aqueles blocos de madeira?

Débora: Sim, sim.

Rogério: Tinha uns de madeira, o lego ... então, essas coisas acabaram me chamando para Engenharia Civil. E, no geral, observar o tanto de prédios, saber que têm certa altura, analisar as pontes, as barragens ... pensar naquilo tudo construído e imaginar tudo o que foi pensado para chegar até ali é uma coisa muito louca ... muito louco, e muito empolgante! Isso me chamou muito para essa área. Eu não tinha um contato tão grande com a Engenharia Civil; por dentro era aquela ideia só de "Ah tem conta ... legal! Vamos fazer conta ...!", só que realmente não é tão assim. Tem os cálculos, mas só que são feitos para alguns aspectos específicos. Tem uma parte de contas; tem uma parte que é para você pensar no conceito social, e tem os seus segmentos, digamos assim. No geral, as expectativas que eu tinha antes, elas se mantêm. Eu acho que por conta disso, eu estou querendo seguir para a parte estrutural, pois vai acabar envolvendo muito cálculo, e acho que isso se mantém.

O aluno Mateus precisou se retirar por alguns minutos para tratar sobre dúvidas acerca dos atendimentos da monitoria. Ele se retirou. Rogério e eu continuamos. Mediante a abertura que foi dada, questionei se ele achava relevante refletir sobre as aplicações da matemática, no dia a dia, na realidade, ou no próprio ensino. Ele respondeu:

Rogério: Bom eu acho que esse tipo de coisa acaba sendo fundamental para você entender a matéria em si. Se você trabalhar só baseado em conta, conta, você aprende!? Aprende, mas acaba sendo algo muito abstrato ... você não tem algo palpável. Agora, se você tiver exemplos para trabalhar em cima, por exemplo, um exercício que a gente abordou em sala de aula hoje, que era para calcular a resistência de um dado material. Neste caso, tem os conceitos por trás, mas a contextualização ali, de

you work on the resistance of this material, it is something that will be used for some other project or for some part of this project. In this way, you have a context behind the whole account, it facilitates a lot. You not only learn to do, but also you learn why you are doing it and where you are going to reach. I find this very essential. The application for part of the teaching ends up being very important to help fix the content.

Débora: It is, and in the part of engineering, it is interesting to see how much these two things [applications and contents] are connected to other fields of knowledge. For example, you commented on experiences you had in the fundamental, in the middle ... Ali, did you ever use some real applications of mathematics? Were there experiences with real situations, something more concrete?

Rogério: What I remember is not ... in my school I think that people did not work so much. For more than I consider very important, I think that people did not work to see this happen relative to the part of contextualization itself. It was not something material, it was more something in the statement itself, that said something like: "A glass of water with 200 ml was filled up to 1 cm in height". For us to be able to materialize this, there was an illustration of the glass. This type of thing ended up helping a lot, but something, literally material, people ended up not working a lot, but even these ideas of this type of exercises, I think that they already helped a lot, because really they are situations that people live day by day, up to this part of the resistance, for example, it is something day by day, but it is not day by day of the whole world.

Débora: Yes.

Rogério: There has to be something that addresses day by day of the whole world, to fix the things [...]. People are learning everything, not only from mathematics, but from life, so, having this consideration, even these small things, help a lot.

In this sense, I made reflections about the elaboration of the research, with the purpose of connecting theoretical knowledge to practical. After this, I asked if he had participated in any differentiated experience to learn mathematics, for example, the use of problems, work in groups, or something that was not based on the predominance of explanations, exercises and corrections. Quickly, Rogério affirmed that he remembered something that happened in the class. A professor explained the concept of combinatorics through the elaboration of a video. According to Rogério, he told a story in the video, with a contextualization. Even affirming that this did not have such a big difference for him, as a student, he highlighted:

Rogério: This was something very different from the common, because the common is the professor staying in the classroom, writing things on the board and, if he leaves a little of this, it helps because it is a change in routine. When you change your routine, you end up performing a

pouco mais de atenção nas coisas, você aprecia um pouco mais; fugir um pouco do normal, eu acho uma boa estratégia.

Perguntei, na sequência, se ele se recordava de alguma experiência na escola, ligada ao ensino de matemática, especificamente.

Rogério: Não ... ah, teve um sim; olha só que legal! Teve um, eu acabei de lembrar [...] um dos conteúdos que a gente estava vendo era para o cálculo de juros, para ver se era juros compostos, enfim. A aula seguinte a explicação, seria um trabalho em cima desse conteúdo, só que não era o trabalho com lista de exercícios, era um trabalho que a professora dividiu a sala em duas partes: uma parte representava as pessoas que trabalhavam em um banco e forneciam um empréstimo para outras pessoas, que eram a metade da sala, ou seja, os clientes. Então, depois, a gente tinha que alternar isso. A gente tinha que montar o quanto o cliente queria de empréstimo, e a pessoa que estava atendendo, tinha que calcular o quanto que o banco iria emprestar no total e o quanto de juros iria cobrar, independente se eram juros simples ou compostos. Nossa! Eu tinha me esquecido dessa atividade, e ela foi muito boa.

Débora: Nossa, muito bacana isso trouxe à tona.

Rogério: Eu acho que essa atividade foi uma das melhores que eu já vi em sala de aula, eu gostei muito dela.

Elogiei o esforço de Rogério ao tentar se recordar de algo, e ele disse que tinha ficado triste por esquecer aquela experiência. Fiz, assim, a próxima pergunta, que era a respeito da palavra Cálculo. Perguntei o que ele pensava sobre ela. Afirmei que tanto ele quanto Mateus eram suspeitos ao responder essa pergunta.

Rogério: É ... somos meio suspeitos ... eu pelo menos sou bastante, porque eu ouço a palavra Cálculo e falo: "Legal! Eu quero isso!". Desde a época da escola, no Ensino Médio e na época de cursinho mesmo, eu já ouvia falar de Cálculo e ficava muito ansioso para chegar nessa parte. Eu queria muito ver como era [...]. Eu sabia que eu ia gostar disso e não deu outra: eu gostei [...] e acho fundamental o professor ter um bom diálogo com a sala. Até hoje eu cheguei a conhecer uns 5 professores de Cálculo, e dois deles se destacaram. Eu gostei muito do modo como eles abordaram as aulas, no sentido de conversar com a sala; é uma conversa voltada para o conteúdo, mas ao mesmo tempo eu não sei se é o tom de voz, era algo um pouco descontraído. Então por ter esse tom um pouco descontraído isso chama atenção do pessoal e isso acaba ajudando para que eles prestem atenção no que está sendo passado e, além disso, acho muito importante não ir segmentando todos os outros conteúdos, por exemplo, um dia a gente viu integral dupla e no outro vai ser integral tripla, do nada ... a gente tem que ter uma contextualização. [No curso] antes da gente entrar na matéria de Cálculo I mesmo, fomos vendo aos poucos como é que as coisas funcionam, como qual seria o conceito por trás de um limite por exemplo, com toda ideia de aproximação [...]. A gente aprende o conceito de derivada e o associa com o conceito de integral e aparecem alguns exemplos visuais, como os modos de se

calcular a área abaixo de uma curva, depois de um volume. Assim, vamos fazendo um link entre todos esses conteúdos, não fazendo de forma separada. Eu acho que isso ajuda muito a ter um entendimento geral.

As considerações de Rogério proporcionaram comentários complementares, relativos a essas questões de ensino e aprendizagem, e também das relações entre professores e alunos. Depois, perguntei qual a opinião dele sobre a possibilidade de aplicarmos as atividades trabalhadas nos encontros em uma disciplina de Cálculo, em um curso de engenharia, por exemplo. Sem hesitar, o estudante respondeu:

Rogério: Acho que poderia sim, acho que seria interessante para estimular o aluno, aliás, estou lembrando agora de algumas das listas do professor de Cálculo. Ele gosta muito de trabalhar com exercícios, que não são só exercícios, mas são problemas e, neles, sempre tem uma contextualização, o que acaba sendo muito interessante. Às vezes a gente tem um exercício com vários valores e já sabe que tem que usar eles e, dali para frente, acaba sendo um pouco automático. Agora, se a gente partir de um problema puro e a partir dali tentar criar algo, sem ser tão vinculado há dados que obrigatoriamente temos que usar, eu acho que funciona muito bem. Podemos partir de uma situação e, em cima dela, tentamos buscar alguns elementos da matemática ou de Cálculo, para formular alguma coisa que ajude na compreensão desse problema.

Agradei a resposta e, para finalizar, perguntei se ele acreditava que tudo isso poderia contribuir com a formação dele? Ele afirmou:

Rogério: Sim, eu acho extremamente viável.

Agradei a participação de Rogério nesse processo de entrevistas. Ficamos conversando por alguns minutos até que o estudante Mateus retornasse para a sala. Logo que isso aconteceu, Rogério foi para a mesa maior que ficava perto da lousa e eu retomei o roteiro de perguntas com Mateus. No tocante a importância de refletir sobre as aplicações da matemática na realidade ou nos âmbitos profissionais, ele respondeu:

Mateus: Eu acho que sim. Quando a gente acha uma matéria muito importante, a gente liga muito à utilização e, Cálculo, é algo que a gente aplica muito na engenharia. Acho que o engenheiro, hoje em dia, não seria engenheiro, se não tivesse os métodos de computador e coisas do tipo. Esse ramo da matemática é muito importante para nossa área, mas cada área tem algo que a matemática possa contribuir. Minha irmã, por exemplo, faz direito. Ela precisa muito levantar dados, levantar argumentos, e uma área da matemática que entra é estatística. Para um pesquisador, por exemplo, estatística também é muito importante ao se trabalhar com a parte de amostras e coisas do tipo. Para alguém que trabalha em supermercado tem que ter pelo menos

uma noção de matemática básica, ou seja, querendo ou não, matemática é sim importante para nossa vida e tem aplicações nas mais diversas partes, pelo menos é assim que eu vejo. Entretanto, a forma como ela é abordada não deixa isso muito claro.

Débora: Essa é justamente a grande questão.

Mateus: Por exemplo, tem um problema na escola: "João vai ao supermercado e compra 20 abacaxis". Isso não é algo que vá acontecer, então, eu acho que tinha que ser algo mais próximo da realidade.

Débora: E isso acaba de certo modo ...
Antes que eu concluísse, Mateus completou minha frase:

Mateus: Divergindo...

Eu concordei com o estudante. Realizamos comentários complementares sobre essa questão e perguntei se ele tinha recordações de alguma experiência relativa a estratégias de ensino diferenciadas. Mateus parou para pensar e, depois, se pronunciou.

Mateus: Olha, existia algo, mas não era muito direcionado à aula. Existia uma certa motivação, um certo incentivo para a gente participar de olimpíadas. Na minha escola tinha um projeto que era uma espécie de olimpíadas de matemática, mas que acabava abrangendo outras áreas. A gente usava parte dos conceitos estudados em aulas e os professores estimulavam a realização de atividades, do trabalho em equipe e outros fatores importantes para a nossa formação. Mas, apesar de fugir um pouco mais dessas aulas tradicionais, eu acho que foi aquele exemplo que eu dei o que aconteceu no Fundamental 1 mesmo [sobre frações e pizzas]. No Fundamental 2 e no médio não teve nada.

Assim que Mateus encerrou suas colocações, questionei a respeito da palavra Cálculo. Com um sorriso no rosto, ele afirmou:

Mateus: Ah, eu acho uma palavra meio motivadora [...]. Eu lembro um pouco o lado de pesquisar, que eu tenho isso dentro de mim. Antes ainda de entrar no curso de engenharia, sabe ... é o que eu gosto, é meio óbvio assim [...]. Você já sabe o tipo de resposta que eu vou dar para essa pergunta; para a gente, não vale essa pergunta. Ela tem que ser feita para alguém que é indiferente, porque outra pessoa pode dizer, por exemplo, que Cálculo dá muita dor de cabeça.

Mateus e eu rimos de toda a situação. Ele fez a afirmação anterior pelo fato de que ele e seu colega Rogério atuavam como monitores de cálculo, ou seja, se estavam nessa posição era porque gostavam do que faziam, afinal, voluntariamente desejaram assumir essa função.

Por isso, ambos eram "suspeitos" ao responder a essa pergunta. Fizemos outras observações relativas ao curso de engenharia e a disciplina de Cálculo:

Débora: Quando eu comecei a fazer as pesquisas sobre ensino de Cálculo nos diferentes cursos de engenharia pude observar que os índices de evasão e reprovação eram muito altos e, normalmente, eles estavam associados ao desempenho nas disciplinas de Cálculo.

Mateus: É ... é algo unânime, mas nós [Mateus e Rogério] é que estamos fora da reta.

Rogério, que continuava sentado perto da lousa, ao ouvir essa afirmação, sorriu, demonstrando concordar com o colega de monitoria. Perguntei, a seguir, se ele achava relevante trabalhar com problemas e questões práticas em aulas de Cálculo. Mateus se manifestou:

Mateus: É que eu não sei até que ponto isso pode ser invasivo em outra disciplina. Por exemplo, nós estamos tendo agora a disciplina de Hidráulica I e ela traz conceitos que nós vimos em Cálculo, anteriormente. Mas se eles fossem dados como exercícios quando nós estávamos cursando Cálculo, a gente não teria um preparo para resolver. Sou a favor de que se tenha esse tipo de explicação. Quando nós tivermos Cálculo I, o professor sempre buscou trabalhar exemplos aplicados, mesmo que não fossem na área de civil, mas que fossem da engenharia em geral. Mas em outras situações foi diferente, porque outro professor falava que as aplicações viriam depois e, então, ficava tudo muito abstrato, muito teórico. Essa disciplina já é algo abstrato e buscar aplicações para isso na Engenharia Civil é muito complicado, se algo for bem específico, também acaba perdendo o interesse do aluno. Eu acho que teria que buscar alguma forma de contextualizar isso em cada curso: se aprende na área mecânica, que a disciplina seja voltada a isso, mas que também não pare em outras matérias, porque o que tem que existir também é por exemplo de vez em quando. Aqui na monitoria tem um aluno que cursava Física II, mas ele utilizava métodos de Cálculo II, então, deve existir essa ponte para entender por que que eu estou cursando Cálculo II; porque eu vou precisar desses conhecimentos em Física II, em Hidráulica; tem que existir essa importância de o porquê eu estou fazendo isso.

Mediante essa afirmação, perguntei se as atividades desenvolvidas na forma de problemas poderiam contribuir com a formação dele.

Mateus: Eu acho que a gente não consegue escrever tudo como realmente acontece. A teoria é perfeita, mas na prática isso não é tão válido assim [...].

Após algumas reflexões, finalizamos nossa entrevista. Elogiei a naturalidade com que ele e Rogério haviam respondido aos questionamentos e ressaltai a importância dessas contribuições para o campo da Educação Matemática e outras áreas de conhecimento. Ajustei

meus materiais, organizei algumas carteiras. Os estudantes continuaram por ali e eu me direcionei para a saída, cheia de expectativas.

6 COMPARTILHANDO APRENDIZADOS NA INSTITUIÇÃO B: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE ECOLOGIA

A seguir, relatamos como aconteceram os encontros presenciais realizados na instituição B. Tivemos quatro encontros no total, que foram destinados às explanações sobre a proposta, ao levantamento de hipóteses, à determinação de planos de estudos e execução, bem como ao engajamento nas atividades de pesquisa.

Assim, estruturamos esta seção em dois momentos: um deles, chamamos de Compartilhando aprendizados, e outro, nomeado como Apresentações finais, as quais foram realizadas em grupos.

6.1 Compartilhando aprendizados

Os momentos relativos ao compartilhamento de aprendizados, ocorreram em três encontros, os quais priorizaram as discussões em sala de aula e o delineamento das pesquisas.

Todo esse processo ocorreu sempre às segundas-feiras, após os intervalos do horário vespertino. As duas últimas aulas de Cálculo Diferencial e Integral II, da turma de Ecologia, serviram para produzir e compartilhar muitos conhecimentos e foram propiciados pelo engajamento dos estudantes nas atividades propostas.

Deste modo, apresentamos esses encontros por meio da seguinte forma: 1º) Constituindo as plenárias; 2º) Agora é com vocês! e 3º) Relacionando os conhecimentos.

Constituindo as plenárias

Era dia 22 de outubro de 2018. Eu estava mais nervosa do que na primeira etapa da produção de dados, que já havia iniciado na outra instituição. Talvez, a mistura de sentimentos que me dominava, era devido ao fato de ser uma turma, com cerca de trinta estudantes e de um curso que se enquadrava muito bem no contexto do problema que eu havia selecionado para trabalhar. Procurei conter os ânimos, mas, ainda assim, cheguei à instituição um pouco eufórica. Caminhei em direção à sala da turma de Ecologia, conversando comigo mesma. Já era próximo do final do intervalo. Ao chegar na sala, conversei com o professor Miguel e com o professor Diego, que naquela época realizava estágio docente na disciplina de Cálculo.

O professor Miguel já havia iniciado a apresentação e os objetivos da pesquisa na aula anterior. Ele delegou tarefas de pesquisas aos alunos, de modo que eles poderiam compartilhá-

las em uma pasta de arquivos no Dropbox¹⁸. Assim, quando os estudantes retornaram do intervalo, me apresentei a todos e fiz explicações sobre a pesquisa de modo geral. A partir daí, retomamos pontos que já tinham sido comentados. Logo, apresentamos a rotina prevista para o encontro daquele dia e a turma poderia apresentar o que conseguiram pesquisar.

Mencionamos os recursos que estavam sendo disponibilizados, como notebooks, acesso à internet, projetor, etc. Ele afirmou que tudo já estava preparado para que os alunos iniciassem as discussões. Um aluno perguntou se seu grupo poderia iniciar. Afirmamos que sim. O grupo era formado por três estudantes: Cristina, Gabriel e Sergio.

Sergio: A gente tentou fazer um levantamento sobre o acidente em Alemoa. Com base nas reportagens que saíram, fomos seguindo uma linha do tempo. Verificamos que o acidente foi no dia 02 de abril, quando houve uma explosão. Encontramos outras notícias do dia 03 e 04 de abril e escolhemos algumas frases, alguns trechos desses materiais. Percebemos que no começo eles negavam. As pessoas estavam passando mal, mas a Cetesb¹⁹ e o prefeito da cidade diziam que não tinha comprometido nada. E fomos acompanhando algumas reportagens, até que chegamos ao que está acontecendo agora.

Sergio realizou explicações gerais sobre o acidente e pontuou fatores relacionados aos valores da multa, e como isso mudou no decorrer do tempo. Além disso, ele pontuou:

Sergio: Há um entendimento de que houve sim uma perda muito grande com relação ao impacto ambiental, como a morte de diferentes espécies. Nós selecionamos alguns vídeos. Acho que um dos mais importantes é o do pessoal que estava fazendo uma limpeza lá no dia. Era o pessoal do Ecofaxina²⁰; que filmava uma imensidão de peixes e crustáceos mortos. Eles conseguiram capturar imagens após o acidente. Esse vídeo é bem impactante. Não era algo tão concentrado assim, resultado provavelmente da água muito quente, das toxinas.

Miguel: Era isso que eu queria entender. Pergunto como alguém que não é da área. Por isso é que eu falo. Aqui o legal é cada um entrar com elementos que conhece. A Débora, o Diego e eu, entendemos muito pouco de Ecologia. Esse impacto do acidente se deve a quê? Ao resfriamento, ao aquecimento da água ou a algum vazamento? Qual foi o ponto forte?

Sergio: O acidente aconteceu por um erro humano.

Miguel: Sim, sim.

¹⁸ Dropbox é um serviço de hospedagem e partilha de arquivos em nuvem que pode ser usado de forma gratuita.

¹⁹ Companhia Ambiental do Estado de São Paulo.

²⁰ O Instituto EcoFaxina é uma associação sem fins lucrativos, fundada em 2008 na cidade de Santos. Ele atua no desenvolvimento de ações de limpeza e monitoramento de ecossistemas costeiros na região de Santos e São Vicente. Para saber mais, consulte: <https://www.institutoecofaxina.org.br>.

Sergio: Foi um funcionário que abriu uma válvula e, então, explodiu tudo. A porta onde tem a chave de segurança estava lacrada e ninguém conseguia pegar o que precisava para tentar agilizar o processo, assim que iniciou. Eles tiveram que arrebentar essa porta, que não deveria ser uma coisa assim, mas estava irregular, como muita coisa no país. A temperatura parece que passou de 800°. Então, para controlar o incêndio, eles tiveram que retirar mais de 1 milhão de litros de água do mar, o que já vai mexer muito no ecossistema. Você tira todo o estuário, mas os produtos usados voltam depois com água, com toxinas. Mas nós olhamos de uma forma superficial. Não dá para afirmar categoricamente, porém acredito que os impactos têm relação com a temperatura muito alta da água. Os bombeiros, por exemplo, utilizaram espuma. Depois, tudo isso retorna ao mar com vários componentes tóxicos. Com dois dias voltou tudo com a onda. Trouxeram uma infinidade de peixes, crustáceos e outros animais que morreram. No primeiro momento acharam que não tinha tantos problemas.

Sergio aproveitou a oportunidade para mostrar o vídeo produzido pela Ecofaxina. Após alguns minutos de exibição, ele realizou inferências à medida que mostrava a extensão de peixes e outros animais mortos às margens do rio. Questionamentos pontuais foram sendo feitos.

Ao concluir a apresentação do vídeo, Miguel disse aos integrantes do grupo que poderiam apresentar os outros vídeos que trouxeram, mas eles se preocuparam com o tempo de duração. O professor comentou que para todos ali tudo era novidade e, nesse caso, deixou a decisão para a classe, reiterando:

Miguel: Vocês que decidem. Essa parte do PBL, na verdade, está mais nas mãos de vocês do que nas nossas.

A turma, então, decidiu que assistiriam aos outros vídeos, para saber mais sobre o acidente. Os próximos quatro minutos que se sucederam foram destinados a essa parte. Sergio realizou novas pausas no vídeo e afirmou que a Cetesb multou a empresa responsável. Destacou que o valor foi repassado, mas os caiçaras não haviam recebido nada, nem ao menos uma cesta básica de alimentos ou outro tipo de ressarcimento. Logo, Miguel comentou:

Miguel: E é uma questão de sobrevivência, não é? Não era só uma questão de indenização, era a possibilidade de sobreviver mesmo, pois se eles não tinham os peixes e dependiam daquilo, como seria?

Assim, um outro vídeo foi iniciado, reforçando os comentários do aluno e do professor, a respeito dos pagamentos e recebimentos da indenização. Posteriormente, um terceiro vídeo foi apresentado e novos questionamentos emergiram:

Diego: Vocês sabem qual é o processo para a limpeza desse rio? Tirou os peixes e depois?

Sergio: Esse é o primeiro processo de limpeza.

Diego: E o que eles fazem com esses peixes?

Cristina: Por ser material tóxico geralmente é incinerado.

Miguel: Incinera?

Sergio: Mesmo nessa quantidade grande?

Cristina: É da mesma forma que lixo hospitalar, que é em bastante quantidade, mas é incinerado.

Miguel: E essa fumaça, ela não se torna tóxica também?

Cristina: Não. Bom, eu não sei exatamente como é o processo, mas tem bimetano, que é tóxico, mas não é tão tóxico quanto o material.

Diego: Mas não é só retirar, não é? Tem que fazer outro tipo de processo no rio?

Sergio: Sim, porque continua poluído. Só foi feita a remoção dos peixes, mas a poluição continua ali.

Em meio as explicações, um aluno que não era integrante do grupo se manifestou:

João: Sem contar que tem bioacumulações, que ocorrem quando outros contaminantes contaminam os peixes que estão vivos.

Miguel: Deve ter então alguma estratégia para saber quando esses peixes vão se descontaminando?

Gabriel: Pelo fígado ...

Miguel: Hum, então se faz um experimento para saber o quanto que tem? Ou seja, você faz um experimento como se fosse uma biópsia do fígado? E como fazer para você conseguir criar uma previsão?

Gabriel: Há uma separação de todos os componentes químicos que têm dentro de “x”. Acredito que se faça uma dilaceração do fígado [...] e depende também do local onde estão.

Outros alunos opinam sobre isso. Alguns afirmaram que o assunto envolvia conceitos de química orgânica. Uma aluna na sala complementou:

Carla: Eu acho que a gente já viu isso ... tem relação com a meia vida. Através de um modelo matemático apropriado é possível estimar quanto tempo levaria para a comunidade de peixes já não estar mais com aquelas toxinas.

Miguel: Que está ligado a amostra e com os valores de algo que está diminuindo.

Carla: Isso.

Miguel: Ou seja, está tendo variação aí, não é? Interessante ... E vocês tem uma ideia de como esse modelo poderia ser construído? Pelo que vocês têm visto aqui nesse curso de matemática, além de outras coisas também ...

Gabriel: Se a gente quiser trazer na próxima aula, acho que até conseguimos.

Miguel: Se vocês puderem, acho legal. Trazer alguns modelos de descontaminação. E você poderia ver se é do fígado mesmo. Você falou em dilacerar, não é? Eu já vi uma vez uma técnica, que eu não sei se tem a ver com isso, mas é a técnica de congelar e tirar fatias muito finas, como se fosse uma foto muito fina, por camadas. Você não corta, na verdade, são fotos muito finas, que depois são colocadas em forma tridimensionais, mas não sei se é usada em Ecologia.

Gabriel falou sobre outras técnicas envolvendo água destilada e processos de centrifugação, que resultariam em uma tomografia de alta precisão. E o professor, completou:

Miguel: Observem que tudo está para além de uma questão de Cálculo. Para nós isso também é importante. Essa parte da meia vida mesmo é interessante. Se vocês não conseguirem trazer um modelo, pode trazer uma outra situação.

Gabriel: Eu vou pesquisar mais sobre esse assunto para a próxima aula.

Miguel: E você pode trazer os dois?

Ouvimos risos na sala e o professor justificou seu pedido:

Miguel: Porque eu mesmo fiquei curioso em saber como funciona essa experiência de pegar a amostra e saber o quanto que está contaminado. Acho que terá ligação com o que a Carla também falou sobre a meia vida. Talvez uma coisa esteja ligada a outra, pode ser?

O professor perguntou à turma se havia mais documentos disponíveis no Dropbox. E, na sequência, ele salientou:

Miguel: É uma vontade que a gente tem. O que vocês acham de ter uma disciplina inteira desse jeito? Que as coisas fossem acontecendo a partir de alguns problemas. Essa é uma ideia que a gente tem para o futuro. Acho que essas aulas, para nós, serão muito importantes também para enxergarmos as possibilidades de como essas coisas podem funcionar. Pensar em coisas que façam muito mais sentido, em ir agregando os conteúdos da disciplina, ao invés de pegar a disciplina e sair tentando aplicar as coisas.

Mary: Faz muito mais sentido mesmo.

Miguel: É... na verdade, viemos de cursos muito diferentes. Por isso estou insistindo muito nisso. Aqui nessa sala a gente tem algumas coisas pra compartilhar, mas vocês têm

muitas outras coisas para compartilhar. Por isso que é muito ruim, às vezes, vocês ficarem em silêncio, porque quando vocês ficam em silêncio, vocês deixam a gente falar o que a gente já sabe. E, então, fica desinteressante e não chega no que vocês gostam.

Janete: E tem muita matemática na nossa área também.

Miguel: É isso aí. Então, a gente queria agarrar isso de uma maneira menos artificial. Por exemplo, hoje eu trouxe um problema aplicado na física, foi artificial, mas tem outros que a gente pode trabalhar na área de vocês, que seriam muito mais naturais; é aonde a gente precisava chegar.

O professor questionou se uma das alunas que compartilhou material na pasta do Dropbox estava presente na aula. Carla era seu nome e, ao ouvi-lo, ela se manifestou:

Carla: Sim, coloquei um documento lá, mas é só uma matéria de jornal. Não precisa abrir o arquivo não.

Miguel: Sabe o que é interessante? É não entender que uma matéria está complementando a outra, porque eu não acredito que isso aconteça. Elas podem ser diferentes visões de um acontecimento. O próprio Sergio trouxe materiais mais ou menos com a mesma base. E ele trabalhou bastante com o Uol, não é?

Sergio: Isso.

Miguel: Você via que o que se falava em um, não necessariamente estava mantido pelo outro. A Cetesb, por exemplo, falava que não tinha danos, de repente, outro dizia que tinha e tem um valor, outro, diz que é outro. Há a versão dos pescadores também. E só aí temos diferentes perspectivas. Não é porque é uma outra matéria que essa matéria, mesmo que seja curtinha, não ajuda, pelo contrário, ela pode nos dar outros elementos para entender outras versões também.

Diego: É... se eles entrevistassem um matemático, ele iria falar determinadas coisas, se entrevistasse os pescadores, fariam outras coisas.

Miguel: E tem duas questões: considerar onde cada um está situado. O matemático está situado na academia, o pescador naquela região de pesca, mas existe outra coisa muito importante, que são as relações de poder, as relações financeiras. Se você é uma empresa, por mais que você saiba o que está acontecendo, você tenta de certo modo proteger a empresa. Nesse caso, vocês acreditam que a empresa achava mesmo que não tinha causado nenhum dano ambiental?

Alguns alunos murmuraram, em tom de voz mais baixo, dizendo que em situações como essas, atitudes assim era sinal que tinha algo errado.

Miguel: Viam aqueles peixes lá e ainda negavam. Mas existe esse discurso. Algo interessante, é que a gente não caía na ingenuidade de lidar apenas com discursos que são monitorados na prática. E vocês têm a possibilidade de analisar criticamente

esses discursos. Se vocês tiverem mais ferramentas, vocês terão maior potencial para analisar esses discursos, porque, senão, vocês ficarão dependentes deles. O modelo que a Carla vai trazer na semana que vem ... poxa ... se você ficar [falando]: aula de Cálculo em Ecologia, aula de Cálculo em Ecologia, vocês ficam reféns do modelo. Vocês podem seguir tecnicamente, como se fosse uma fórmula, mas no momento em que vocês entendem o que é uma derivada, no momento em que vocês entendem o que que é um limite, vocês podem ter uma outra visão sobre aquele discurso. O Cálculo aqui não é o carro chefe, mas tudo isso pode, talvez, ajudá-los a analisar criticamente com alguns estudos. Espero que a gente consiga fazer isso, não é?

Mediante todas essas colocações, a aluna Carla não se sentiu à vontade para fazer a leitura da notícia que havia compartilhado na pasta do Dropbox. Porém, outra estudante, Mary, se ofereceu para ler a matéria. O assunto era sobre a contaminação da água, destacando que os valores do acidente eram incalculáveis. Em meio à leitura, o professor pediu para fazer um questionamento.

Miguel: Só um minutinho, por favor. Ali tem dois pontos que falam da contaminação. Um, nós já tínhamos falado antes, que é a temperatura da água, mas esse outro ... Por que baixou o nível de oxigênio? Vocês teriam elementos para falar algo sobre isso?

Murmúrios tomaram conta da sala de aula. Alguns alunos se entreolham como se procurassem as respostas, até que a aluna Katia se manifestou:

Katia: Pela morte das algas, porque elas fazem fotossíntese e, assim, não há oxigênio para os peixes.

Miguel: Você sabe que eu já ouvi há muito tempo? Que a gente pensa nas árvores como as grandes produtoras de oxigênio durante o dia, mas na verdade são as algas marinhas.

Katia: Sim.

Miguel: Então pode ser mesmo por conta disso?

Outra aluna complementou essa informação:

Bruna: O processo de decomposição dos peixes, eu não sei por quanto tempo, mas eles também produzem CO_2 , que reduz o oxigênio, esse é um outro fator.

Miguel: Ah ...

Diego: Tem também a questão da temperatura. Acima de que temperatura fica mais perigoso?

Katia: Quando há uma mudança brusca da água.

Diego: Mas tem uma temperatura específica?

Katia respondeu que não e, outro colega, Pedro, afirmou que dependia do lugar. O professor disse que tinha visto algo sobre isso na descrição da notícia. Os estudantes procuraram essa informação e logo identificaram que o aumento havia sido de sete graus.

Bruna: É como para gente ... do nada aumenta três graus.

Katia: Quando está 40° a gente sobrevive, mas é difícil, a gente fica até passando mal, então, é semelhante no ambiente aquático.

Sergio: Nesse caso, os animais parecem que estavam habituados a 20° e foi pra 27°.

Eles falaram um pouco mais sobre essa questão relativa aos animais mortos e as temperaturas. Na sequência, Mary deu continuidade a leitura da reportagem. Sergio observou que o tipo de peixes mencionado, indicava que eles habitavam tanto águas doces quanto água do mar.

Miguel: E esse processo tem a ver com o que você estava falando, não é Gabriel? Têm algumas partes que são mais privilegiadas para se conseguir uma descontaminação.

Gabriel: Sim.

Miguel: E possivelmente entra em algum modelo que a Carla falou [...].

Nesse momento, os alunos conversaram entre si e comentaram também sobre a poluição causada pelas espumas usadas no combate ao incêndio.

Pedro: Esta espuma além de voltar para o mar, provavelmente, penetra no solo e também há poluição dos lençóis freáticos.

Miguel: A última reportagem dizia que somente após as análises de quais foram os produtos químicos contaminantes, seria possível se calcular o real impacto dos danos ambientais. Ela destaca que essas informações estão relacionadas à busca por um modelo matemático para entender a situação. Só com essa discussão vocês já estão trazendo vários elementos relevantes. Por exemplo, o Pedro falou sobre a questão da espuma, que contaminou e já está pensando em outros contaminantes que não necessariamente foram resultantes da explosão. Quando o João falou sobre a alimentação que outros animais fazem de animais aquáticos, ele comentou sobre o impacto na cadeia alimentar. Ou quando o Gabriel completa dizendo que os peixes que estavam sãos comiam os que estavam contaminados. Todos esses elementos entrariam no modelo. É algo bem complexo. Não se elabora um modelo com poucas discussões. É esse espírito de investigar, de se perguntar o que é que está causando tudo isso é que nos dá o sentido em fazer um modelo. Depois, podemos ter um momento para falar de alguns modelos que são usados em matemática aplicada. Se

vocês encontrarem algum modelo relacionado à área de vocês, podem trazer ... Algum esquema de como se prepara um modelo.

Carla: Existe sim. Eu já fiz um curso que usei modelos. Posso tentar trazer. O meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi envolvendo modelagem matemática.

Miguel: Então, se você puder trazer a gente discute. Podemos dar uma olhada nesse modelo e ver o que ele tem de potente e analisar quais as diferenças dele em relação a outros modelos também.

Diego: Outra coisa interessante de se pensar também é como que a partir desse modelo é possível chegar em um valor de indenização. Aquela empresa pagou tal valor, mas como relacionamos o dinheiro com os prejuízos causados?

Miguel: Como se quantifica esse estrago?

Diego: Quanto valem aquelas vidas? O trabalho daqueles pescadores, das pessoas entorno, do meio ambiente como um todo?

Miguel: É ... isso é bem interessante! Eu não tinha pensado assim.

Sergio: Eu também não. Como é empregado isso?

O professor perguntou se os alunos tinham assistido ao filme Erin Brockovich²¹ e fez uma contextualização geral do contexto. Depois pontuou:

Miguel: Mas esses processos não são rápidos. Uma coisa seria eu processar a Vitória aqui ou a Vitória me processar [...], mas aqui não estamos falando de mil, de um milhão, estamos falando de bilhões de reais. Olha o quanto isso envolve. Envolve pessoas que conhecem muito de direito e muito de lei. Uma das propostas contidas em um dos materiais que vamos trabalhar, destaca a argumentação de três especialistas fictícios, que dizem qual seria o valor razoável para aquilo, e tem a parte que irá defender a própria empresa. Então, uma das possibilidades é nós trabalharmos com isso. Mas esses processos não são rápidos. Eles se resolvem em anos, em décadas. Em um processo desses, quem irá receber a indenização não serão os pescadores, mas sim, os filhos desses pescadores e, algo importante, para além dessa questão de quanto tempo irá demorar, é como se quantifica a vida, como se quantifica um desastre?

Os alunos, atentamente, ouviram as explicações do professor Miguel. Ele ampliou os exemplos comentando sobre o sal, que foi uma das primeiras moedas usadas pela humanidade. E, a partir daí, surgiram reflexões acerca do dinheiro e das relações de poder que existem em torno dele.

²¹ Em 1990, Brockovich teve papel importante na campanha vitoriosa contra uma grande empresa de energia dos Estados Unidos que poluía áreas residenciais. O fato inspirou o filme "Erin Brockovich – uma mulher de talento", que rendeu à atriz Julia Roberts o Oscar de melhor atriz em 2001.

Miguel: Porque ele [o dinheiro] é um bem alienável. Se for parar para pensar é algo completamente abstrato. Você cria um intermediário que não existe, mas você consegue colocar tudo em relação àquilo e, a partir daí, se consegue hierarquizar! Como você sabe que um acidente foi pior que outro? Um jeito é você tomar como base a referência financeira e hierarquizar. Então voltando a pergunta: como na Ecologia, esse bem alienável, que é o dinheiro, é usado para quantificar desastres?

Diego: Ole Skovsmose discute sobre algumas dessas ideias, não é Débora? Ele fala bastante de uma história de um prédio que foi construído em uma comunidade pobre e ele já foi construído com um material mais barato e, pouco tempo depois, ele caiu e várias pessoas morreram. E como poderíamos pensar na questão da indenização? Ele coloca uma outra situação. Um prédio em um bairro de luxo, que por um erro durante o momento de construção também ocorreu uma tragédia. Então como esses dois processos são tratados? Qual vida vale mais? Quem irá defender o pobre? Como funciona essa questão das pessoas que entendem muito de lei? Como isso é tratado na justiça?

Miguel: Por exemplo, nessa situação você está lidando com pescadores [...].

Katia: Tem abuso de poder ...

Outros alunos fizeram comentários a respeito desse assunto. O fim da aula já se aproximava. Perguntamos, se mais alguém desejava contribuir com as discussões, mas ninguém se manifestou. Assim, o professor Miguel realizou ponderações acerca dessas atividades e da participação nas plenárias, além de ressaltar a importância da divisão de tarefas entre os membros de cada grupo que estava sendo formado. Uma nova chamada para averiguar a presença dos estudantes foi realizada e, assim, o encontro do dia foi encerrado.

Agora é com vocês!

No dia 29 de outubro de 2018, quando ocorreu nosso segundo encontro, ficamos em outro prédio. O professor Miguel e eu conversamos um pouco a respeito da pesquisa e retomamos os direcionamentos que daríamos naquele dia. Depois disto, apaguei a lousa, que exibia diferentes cálculos de integrais e, juntos, ajustamos os equipamentos necessários para as discussões daquela tarde. Concluímos essas tarefas e logo os alunos começaram a retornar do intervalo.

A sala era um pouco menor em comparação a que eles sempre usavam. Assim que todos se ajeitaram, dispostos como em um semicírculo, Miguel explicou a proposta para a rotina do dia e, após as explanações, ele avisou:

Miguel: Pessoal, agora é com vocês! O arquivo já está na pasta, já incluí outros arquivos também. Só para retomar, nós estávamos tratando de Alemoa e algumas pessoas ficaram de trazer novos elementos, além de outros que também iriam trazer novos elementos que se desdobraram daquela conversa nossa. Pelo que me lembro, o Gabriel iria falar e a Carla também iria trazer alguma coisa sobre modelo, caso encontrasse. A ideia é vocês ficarem à vontade para assumir o controle aqui.

Assim que essa fala foi encerrada, o aluno Gabriel prontamente foi à frente da turma para contar o que conseguiu pesquisar.

Gabriel: Bom, o modelo que eu achei, na verdade, eu não consegui trazer uma fórmula para ele, pois hoje em dia está tudo tão intrinsecamente computacional ... então, a Carla e eu vamos apresentar juntos.

O aluno chamou sua colega Carla para também vir à frente da sala e, na sequência, ele continuou suas explicações:

Gabriel: Então, nós não conseguimos achar uma fórmula para ele porque tudo está muito computacional hoje em dia e é muito mais difícil achar algo assim, feito à mão. Mas encontramos o Método de Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM), que é um modelo matemático que serve para especificação e diferenciação entre metais, ou seja, é a predição dos efeitos dos metais. Por essa predição dos efeitos dos metais e pela quantidade que se tem de cada coisa, você consegue saber os efeitos dele, se são agudos ou crônicos. É possível também limitar o tempo de exposição do organismo daquele metal, não só de um metal, mas também para qualquer tipo de contaminantes.

Carla: Mas ele é mais usado para metais.

Gabriel: Isso! E a coleta dele, como ocorre? Você irá coletar os organismos finais suscetíveis, geralmente são consumidores primários.

Carla: Eu vi que esse modelo é muito usado para entender a toxicidade de alguns compostos em peixes, que na aula passada o Gabriel suponha que era a partir de uma análise do fígado. Eu encontrei que nesse caso o que é mais usado é o tecido das brânquias, por ser o primeiro tecido que tem contato direto com os compostos que estão diluídos na água. A partir desse modelo é possível entender a relação entre as variáveis bióticas e abióticas, por exemplo, força iônica e a disposição dos cátions na água e de que forma isso influencia na biomagnificação.

A estudante disse que não conseguiu achar algum trabalho que falasse quanto tempo levaria para que esses compostos tóxicos deixassem de existir no ambiente, mas ressaltou que os elementos encontrados estavam relacionados com as taxas de matéria orgânica dissolvidas na água, as quais influenciavam na quantidade de toxinas na água. Ela explicou que quanto mais matéria orgânica fosse dissolvida, isso funcionaria como um agente complexante dos metais, ou seja, reduziria, por exemplo, a toxicidade desses compostos devido a alguns

princípios químicos e, dessa forma, as toxinas afetariam menos diretamente os animais. Neste sentido, Carla disse que encontrou uma equação, mas afirmou que não havia feito anotações sobre ela. Em seguida, a aluna prosseguiu:

Carla: Mas relacionado ao acidente de Alemoa mesmo, eu não consegui achar nada porque também é muito recente. Eu acho que para alguém começar isso e ter resultados significativos, ainda leva um bom tempo. Então, eu mesma não achei. Até encontrei algumas coisas, por exemplo, essa que eu acabei de citar, que é para calcular a toxicidade em ambientes aquáticos especialmente de água doce. Há uma deficiência quanto a água salgada, porque nesse caso tem algumas dinâmicas a mais que são contadas como variáveis, mas não aprofundamos a nossa pesquisa.

Gabriel: Eu achei uma pesquisa em Alemoa, não sobre toxicidade, mas era sobre como estavam os padrões do ar na região depois do incêndio. E vi que não eram tão ruins, a única alteração que teve foi componente chamado mp_{10}^{22} , que são partículas finas, inaláveis.

Miguel: Tem relação com as cerâmicas?

Gabriel: Sim. É a mesma coisa. As quantidades de mp_{10} na região de Alemoa ficaram fora do padrão só por 15 dias, o que é pouco. Isso pode ser devido à localização, pois fica depois da Serra do Mar.

Carla: Uma das reportagens até falava que isso poderia durar cerca de 5 anos, segundo alguns biólogos, mas não achei mais nada sobre isso.

Miguel: E alguma das coisas que nós vamos comentar fala justamente sobre isso.

Débora: Sim, inclusive alguns especialistas realizam previsões sobre o tempo de duração desses impactos. Em todas as pesquisas que eu fiz também encontrei essa informação, referente ao tempo de cinco anos.

Miguel: Agora eu tenho uma pergunta de alguém que escutou um rumor sobre poluição causada por cerâmicas. Esse problema da contaminação do ar, eu ouvi dizer que não é exatamente, ou principalmente, por conta das queimadas da cerâmica, mas é por causa do transporte que é feito de material muito pesado nas estradas de terra. Essa informação é verdadeira?

Uma aluna que não participava desse momento de apresentação, se manifestou:

Pamela: É por causa da secagem da argila, não é?

Gabriel: Você falou sobre transporte da argila, mas eu não tenho certeza. Eu sei que a secagem da argila é um problema que é grande. Sobre o transporte, nós vimos uma reportagem em microbiologia, todo mundo da sala viu ...

²² Concentração de material particulado com diâmetro menor que 10 micrômetros (MP10). Fonte: <https://www.mma.gov.br/informacoes-ambientais/indicadores-ambientais/item/11346.html>.

Rose: Que molha o caminhão, não é?

Gabriel: Sim, molha o caminhão para não subir tanta poeira. Quando ele sai do local de partida, já tem um chuveiro ...

As considerações relativas a esse tópico se encerraram e o aluno João disse que encontrou um trabalho recente, publicado ainda naquele mês, sobre a avaliação de toxicidade dos agentes de extintores de incêndio e misturas com gasolina. Afirmou que era uma dissertação de mestrado de uma pesquisadora de São Vicente. Ele disse que a autora fez testes com três espécies: uma, era com ouriços do mar e, as outras duas, com moluscos. A intenção era ver como essas soluções estariam afetando a reprodução desses animais.

João: E também tem informações que tratam sobre métodos usados para calcular a toxicidade dos compostos.

Alguém na sala se manifestou e disse que o trabalho deles era justamente relacionado a essas questões. Carla e Gabriel encerraram as suas contribuições e, em seguida, Paula, que também realizou as tarefas solicitadas por Miguel, se pronunciou, dizendo que poderia contar um pouco a respeito do que ela e outros colegas pesquisaram. Ela afirmou que conseguiram informações sobre as maneiras mais eficientes de se controlar incêndios, pautados na leitura que fizeram sobre o trabalho citado por João. Além disso, o grupo fez observações sobre a liberação de compostos tóxicos em ambientes aquáticos, retomando contextualizações do acidente em Alemoa:

Paula: [...] foram utilizadas amostras de líquidos geradores espumas e de isolantes térmicos empregadas no combate ao incêndio do terminal petroquímico da empresa. Em todos os testes foram analisadas as variáveis físico-químicas, no início e no final, para as aquelas espécies analisadas no estudo, o que é importante para analisar os impactos e medidas da liberação desses compostos no ambiente. Dessa forma, é possível estimar as concentrações que causam efeitos adversos aos organismos e, conseqüentemente, ao equilíbrio ecossistema. De modo geral observou-se que os resultados que apresentaram maior grau de toxicidade de todas as espécies testadas foram os isolantes térmicos. Esses isolantes tiveram destaque nesses casos, pois esses compostos são considerados eficientes na supressão do fogo, mas em contrapartida foram os que causaram maior toxicidade a todos os organismos testados.

Paula forneceu mais detalhes relativos aos impactos do incêndio em Alemoa e frisou que, além da presença desses compostos no ambiente, houve a entrada de compostos derivados do petróleo nos ecossistemas aquáticos. A pesquisa supracitada verificou aqueles invertebrados. Como resultado, ela apontou que todos os animais apresentaram anomalias e por serem

consumidores primários, eles foram servindo de alimentos para outros animais, ou seja, essas toxinas foram passando para animais maiores.

Comentários complementares foram feitos pelos estudantes. Sem demora, o professor perguntou se havia mais colaborações e uma aluna se pronunciou:

Mary: Professor, a gente pesquisou e também não achou muita coisa em relação a método comparando o tempo, mas achamos uma apostila com vários métodos diferentes, para se pensar em uma restauração do lugar que foi contaminado, e tinha várias equações.

Miguel: Por acaso você chegou a colocar na pasta? Se sim, eu faço questão de abrir o arquivo, porque mais do que apenas comentar. Nós temos a possibilidade de olhar essa apostila e ter condições de entender o que ela diz.

Ao ser informado sobre qual era o arquivo, o professor o reproduziu no projetor. A estudante informou algumas páginas que marcaram e, a seguir, observou:

Mary: É um trabalho de um professor de matemática também. A ideia que ele queria passar para os alunos dele era relacionar algumas aplicações de matemática com problemas ambientais.

De imediato, o professor Miguel e eu nos manifestamos dizendo que tudo era muito interessante. Mary explicou que os alunos abordaram temas diferentes e que um deles, por exemplo, escolheu abordar assuntos relacionados à contaminação da água, dos peixes, enfatizando que o trabalho era bem legal e envolvia diferentes situações. A estudante foi, então, comentando os pontos que ela e os colegas acharam relevantes. Seguem algumas formulações apresentadas por eles:

1- Visando à obtenção da estimativa do potencial ecológico dos recursos naturais admite-se que as qualidades intrínsecas e o potencial ecológico dos recursos estão diretamente relacionados.

$$P_b = \sum_{i=1}^m \beta_i \omega_i$$

onde:

P_b = potencial do recurso natural (%);

ω_i = qualidade i do recurso ($0 < \omega < 10$);

β_i = ponderação da qualidade i (%).

Nesse caso, os dados obtidos, relativos ao potencial ecológico dos recursos naturais, poderiam ser classificados em diferentes categorias. Por exemplo, categoria "Muito baixo",

teriam valores entre 0 e 20%; "Baixo", admitiria valores entre 21 e 40%; "Regular", entre 41 e 60%, e assim por diante, até atingir a categoria de "Muito alto", que estaria na faixa de 81 a 100%. A seguir, uma outra equação foi apontada:

2- A valoração do estado de conservação inicial do recurso, EC inicial, é realizada por especialistas, os quais atribuem notas a m indicadores, obtendo o valor médio de cada indicador com a equação:

$$Y_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i,j}}{n}$$

onde:

$x_{i,j}$ = valor atribuído pelo especialista i para o indicador j ;

Y_j = valor médio do indicador j ;

n = número de especialista do grupo de avaliação;

$j = 1, 2, \dots, m$ indicadores.

De acordo com o material, a partir do cálculo indicado no item 2 outras análises foram feitas, como a ponderação do estado de conservação dos recursos, que é calculada por meio de novos somatórios. Ao visualizar essas e outras equações mostradas pelo grupo, o professor disse:

Miguel: Eu estou vendo bastante somatório aqui. Isso aí, a gente chegou ver aqui, vocês lembram? Falamos sobre a soma de Riemann? Isso ocorre quando você tem duas variáveis fixas, só que a medida que eu estou incrementando com índices diferentes. Você vai somando alguma coisa. Naquela ocasião o que a gente somava era o retângulo, lembram?

Alguns estudantes menearam a cabeça, sinalizando que se recordavam. E Mary, deu continuidade às suas explicações.

Mary: Aí, aparecem várias equações, vários jeitos de como medir a densidade, ver como estava o ambiente antes e como está agora, depois dessa contaminação, verificando tudo o que precisa para poder chegar nesses resultados.

Miguel: Quando vocês olharam para essa apostila, vocês conseguiram decodificar as equações? Se vocês tivessem que lidar com um problema como esse, que precisasse lançar mão dessa apostila, vocês acham que teriam condições de fazer isso? De segui-la?

Os integrantes do grupo responderam que sim e disseram que tudo era descrito bem passo a passo. Mary fez uma observação a respeito de outro assunto:

Mary: E tem uma parte que é para poder saber qual é o custo dos danos também ...

Fernanda: Ele dá também suplementos que precisava numa formulazinha para saber o custo, ou seja, o que seria o mais custoso ou não. É uma lista assim do que seria mais caro ou não.

E, novamente, eles retomaram as equações anteriores:

Miguel: E chegou a aparecer alguma coisa de derivada, de integrais, esses modelos? Porque eu acho que no outro, que tratava da toxicidade, também não cheguei a ver. Eu vi um logaritmo ali rapidamente ...

Mary: A gente não conseguiu ver até o final do trabalho. Até onde eu cheguei a ver não tinha. Apareceram mais fórmulas parecidas com essa, tabelas assim, não tinha nada muito diferente ...

Miguel: E, pensando nesse tipo de contaminação ou em um processo de descontaminação, vocês conseguem ver onde que essas ferramentas que trabalhamos aqui poderiam ajudar em algum momento? Quando eu falo ferramentas, são ferramentas que a gente trabalhou, como funções. Obviamente, aparecem nos modelos, mas tem outras ferramentas que a gente usou desde o primeiro semestre. Uma foi limite, outra foi derivada e agora integrais. Vocês conseguem ver se em algum momento essas ferramentas poderiam ajudar?

Aline: Não sei se é isso que estou pensando, mas, quando falamos da faixa de variação, isso é derivada, e dava para estimar o quanto isso iria continuar denso. Tinha outra, de microrganismos que uma vez você deu, que ia crescendo a uma taxa de tal coisa e aplicava, não sei o que era, mas diminuía.

Miguel: Então, Aline, se a gente está num processo de descontaminação, o que tem que acontecer com a taxa de variação instantânea, para gente entender que a gente está num processo, que ele está nos levando para um processo de descontaminação?

Ela falou bem baixinho:

Aline: Tem que estar diminuindo.

Miguel: E como isso parece na função derivada? Se a gente tem um modelo da população ou da contaminação, se a gente deriva, temos a variação instantânea. Se estamos num processo de descontaminação, como deve estar a forma dessa função derivada, em algum momento do tempo?

Vários alunos murmuraram, levantando hipóteses do que aconteceria.

Fernanda: Ela tem que chegar a zero? É isso?

Miguel: Será que temos que chegar a zero? Se ela estiver chegando a zero, vamos entender o que acontece. A derivada sendo zero, isso num processo de descontaminação, seria bom? Sim ou não? Por quê?

Aline: Porque mesmo quando for zero vai ter alguma coisa, né? Porque ela não tá crescendo.

Miguel: E também não tá diminuindo.

Os alunos falaram entre eles e o professor comentou:

Miguel: Ou seja, não está variando, né? E isso no processo de descontaminação é ruim. Poderia ser positivo quando? Se está num lugar muito limpo, isso mostra que não está variando, porque continua limpo. Mas, se é um processo de descontaminação, de um lugar contaminado, então a taxa de variação teria que ser o quê?

Carla: Negativa.

Miguel: E se estiver positivo, significa o quê?

Os estudantes disseram que é porque estaria aumentando. Logo, o professor completou:

Miguel: Que tá aumentando, não é? Que está piorando. Então, nesse sentido, pode aparecer um modelo com isso daí, pois vazamentos de óleo, por exemplo, acontecem em diversos lugares aqui no litoral. Tem um grupo na Unicamp, do João Federico Meyer, que trabalha especificamente com esse tipo de problema. Ele era chamado como matemático para ajudar as empresas a entender o como aquilo estava funcionando e como aquilo estava se expandindo. Ele não lidava com o problema, ele só mostrava como algo ia se ampliando ou diminuindo, matematicamente.

Aproveitei para perguntar sobre um tópico que os grupos mencionaram bastante:

Débora: Eu fiquei pensando aqui a respeito do ressarcimento, sobre a população, sobre o ecossistema. Vocês trouxeram essas questões dos custos e disseram que existem vários elementos atrelados a tudo isso. Então, gostaria de saber se vocês associaram esses elementos com cálculos para se determinarem os valores pra indenização. Vimos várias reportagens falando sobre esse cálculo dos valores para multa. Vocês perceberam alguma coisa a partir da leitura desse trabalho direcionada a isso?

Miguel: Como se quantifica um dano ambiental, não é?

Débora: Isso! De repente algo que chamou mais a atenção de vocês, nesse material.

Os alunos tentaram localizar algo sobre essa informação. O aluno João falou sobre um modelo de compensação ambiental e Fernanda destacou:

Fernanda: Ele falou sobre a unidade de conservação que tem um padrão a se seguir.

Miguel: Essa parte aí da questão de comprometimento, não fala do valor que está associado. Provavelmente deve ter uma questão mais jurídica que vai relacionar o valor com outras coisas, em como se quantificar isso monetariamente.

João: Aqui está bem explicado sobre como calcular cada coisa.

Miguel: Ele chega a falar em questão de dinheiro ou só de índices?

Débora: Ele coloca? Parece que são só os índices mesmo ...

Mary: É ... não tem valor [monetário].

O professor, rapidamente, havia pesquisado na internet algo relacionado a essas questões, mas não encontrou nada que trouxesse fórmulas matemáticas. O que ele conseguiu foi achar algo sobre a questão das vítimas e quantas pessoas são atendidas, bem como outros fatores. Mary destacou que muitos fatores eram vitais para se pensar nos valores das indenizações.

Débora: Sim, por isso eu perguntei. De repente, vocês perceberam algo nesse sentido, mas aparentemente não tem nada mesmo.

João se pronunciou dizendo que encontrou índices que, talvez, se relacionavam com a pergunta realizada. Ele explicou sobre dois fatores: a compensação ambiental e que o somatório dos investimentos requeridos para a implantação do empreendimento.

Miguel: Ah ...

João: Então, ele indica o valor que você vai ter que gastar desde o impacto causado.

Miguel: Ah, então você já tem isso embutido?

João: Sim, por exemplo, vai ser 10 mil para reparar, então, será vezes a quantidade que causou.

Miguel: E isso aqui já está nesse modelo?

João: Sim, já!

Mary: O legal é que a gente fez um trabalho de microbiologia e tinha que criar um projeto para biorremediação de um local contaminado. A partir dele, a gente tinha que abrir uma empresa e apresentar um projeto, dando os valores também ... Agora eu tenho uma noção de como isso acontece.

Deste modo, encerramos as discussões relativas ao uso de modelos matemáticos e suas aplicações. Elogiamos as pesquisas de todos os estudantes e, posteriormente, entregamos o material de apoio para eles. Havia seis cópias no total e, assim, explicamos as dinâmicas da utilização de um problema seguindo princípios do Problem-Based Learning. Com isso, pedimos que os alunos pensassem na divisão dos grupos de modo definitivo, a fim de se organizarem

para a elaboração de estudos complementares ou para aprofundarem conhecimentos já explorados em aulas anteriores.

Assim, o professor Miguel apresentou uma proposta de avaliação para as atividades desenvolvidas, que incluía o *Projeto de Alemoa*, como muitos alunos o chamaram. Após as explicações, a turma concordou com os critérios avaliativos estabelecidos. Aproveitamos o tempo restante para que eu falasse um pouco sobre o material de apoio. Nós o projetamos na lousa e fui explicando, resumidamente, toda estrutura: primeiro, pontuei as questões do incêndio em Alemoa e, depois, descrevi os encaminhamentos propostos pela situação fictícia. Depois disto, deixamos parte do tempo para que os grupos fossem definidos e que os alunos já analisassem o material entregue.

Ao finalizar a aula, agradecemos a participação e interesse de toda a classe, e nos despedimos. Alguns alunos ainda vieram falar conosco. Assim que concluímos as conversas, organizamos as coisas. Em seguida, Miguel foi para uma reunião e eu me direcionei ao estacionamento, tão animada, que nem percebi mais certas inseguranças do primeiro dia. Mal podia esperar para o nosso próximo encontro.

Relacionando os conhecimentos

Era mais uma tarde de segunda-feira, mais precisamente, dia 12 de novembro de 2018. Neste dia, o professor Diego e eu conduzimos as discussões, pois o professor Miguel iria participar de uma reunião com outros membros da instituição. Também estávamos acompanhados de uma convidada, Sofia, que fazia parte do nosso grupo de pesquisa Épura. Estávamos empolgados e desejosos em saber o que estava por vir.

Desde o último encontro, eu fiquei me perguntando como os estudantes analisariam tudo o que havíamos compartilhado com eles. Me questionava se eles priorizariam o estudo do material de apoio que disponibilizamos ou se iriam direcionar os estudos para campos da Ecologia. Assim que chegamos à sala, cumprimentamos os estudantes que já estavam por lá. A sala não estava tão cheia, como em dias anteriores, mas outros alunos chegaram depois que iniciamos as atividades.

Diego e eu organizamos os materiais necessários para o dia. Ligamos notebooks, organizamos carteiras no formato de um semicírculo e, em tudo, Sofia nos ajudou. Diego, no início do encontro, conversou com a turma sobre as avaliações de Cálculo e devolvemos algumas tarefas realizadas pelos alunos. Em seguida, fizemos a abertura das discussões. Nesse momento, eu me direcionei à classe:

- Débora:* E então pessoal, o que vocês pensaram durante esses dias? Vocês conseguiram fazer alguma discussão ao longo desses 15 dias?
- Carla:* Então, a gente acabou tendo algumas conversas, mas não nos prendemos tanto à folhinha [ao material de apoio que entregamos].
- Débora:* Sim.
- Carla:* A gente pensou em deixá-la mais para frente e tentamos pensar mais no que falamos em sala sobre invertebrados e vertebrados encontrados na área contaminada. Pensamos em propor algum tipo de análise que estimasse a contaminação e em quanto tempo levaria até que a toxicidade dentro desses organismos diminuísse. Mas a gente ainda não está conseguindo achar muita coisa sobre isso. Pensamos nesse caso e colocamos algumas coisas na pasta.
- Débora:* Ótimo! E mesmo que vocês não tenham olhado atentamente para esse material de apoio, vocês lembram que eu fui pegando só alguns trechos naquele dia. E há partes que falam sobre a pesca e coisas que vocês trouxeram, como a contaminação dos animais. Talvez dê para fazer alguma conexão. O que eu acho legal é que vocês estão trazendo tantas informações que para a gente, que muitas vezes pensa só na parte da matemática, nem tinha noção dessas coisas, e o objetivo é esse mesmo, que busquem algo que seja mais do interesse de vocês. E pensando nisso, qual tem sido a dificuldade de vocês? Na sua fala Carla, por exemplo, você disse que seu grupo não está encontrando muita coisa. Nós poderíamos fazer algo para tentar auxiliá-los?
- Carla:* Espera aí, deixa eu só achar ... eu tinha encontrado algumas coisas. Eu cheguei até a falar, por exemplo, que usava uma equação para explicar isso.
- Débora:* Sim, eu lembro.
- Carla:* Então, aí eu reli e tinha anotado algumas coisas, mas eu não estou achando aqui. Eu coloquei no Dropbox, se não me engano ... Eu tive dificuldade para entender o que seria levado em conta para desenvolver um modelo que estimasse isso que a gente pensou, sabe ... o que ia ter que ter, se falava sobre a população, como ele seria [...].
- Diego:* E para esse problema específico que vocês colocaram, de olhar para os animais e verificar quanto tempo levaria para tornar a pesca viável de novo, qual seria a responsabilidade da pessoa da área de Ecologia para resolver esse problema? O que ela teria que fazer?
- Carla:* Primeiro a gente teria que pensar qual organismo seria usado e teria que ser algum que fosse um bom indicador. Assim, iríamos escolher esse animal e ver qual seria o método adequado para averiguar quais foram os compostos tóxicos que o contaminaram, além de saber qual tecido do corpo dele a gente usaria. Anteriormente, o Gabriel havia falado sobre um método, mas eu achei na internet, outros métodos. Ele tinha comentado sobre usar o fígado do peixe, eu já achei algumas coisas sobre brânquias dos peixes, que é primeiro tecido em contato com o meio ambiente onde eles estão, e é onde fica retido muita coisa. Então, teria que

pensar no método para avaliar a quantidade que tem no corpo dele e saber o tipo de contaminação, além de analisar o que mais teve de impacto. Por exemplo, se foi uma descarga em mais de um elemento, entender também, por exemplo, a meia vida dele, qual é e como funciona em um processo de bioacumulação, esse tipo de coisa.

Diego: Essa quantidade que vocês falaram seria a partir desse determinado número para baixo e aí você teria condições de voltar a pescar? Seria isso? Não precisa ser zerado o nível de contaminação?

Carla: Eu não tinha nem pensado na pesca.

Mediante a pergunta do professor Diego, Gabriel que havia participado ativamente de discussões anteriores, pediu licença para falar:

Gabriel: Eu também não tinha pensado na pesca, mas talvez o poluente que a gente estava considerando no caso que abordamos, talvez seria algo em torno de um ano, mas eu não sei [...]. Por exemplo, no caso de Mariana²³ fizeram as análises e a empresa alegou que parte do que estava sendo achado já era de antes do acidente, como o mercúrio. O que a gente tem que entender como ecólogos, é que dificilmente a gente iria pensar em um modelo.

Em poucas palavras e, falando em um tom bem baixo, a aluna Carla comentou algo a respeito do uso de modelos matemáticos na Ecologia, para enfatizar que isso também era relevante para um profissional dessa área realizar previsões e avaliar os impactos causados por um tipo de contaminação, como os casos mencionados. Todavia, Gabriel a interrompeu para fazer o seguinte comentário:

Gabriel: Previsão ... velho! Isso é bem [jeito] Carla de fazer [...].

Carla: Eu falo assim, porque modelagem e estatística matemática andam atreladas.

Gabriel: Eu sei, eu sei [...].

Nesse momento, nós que conduzíamos as discussões, sentimos um certo desconforto por parte da estudante Carla em relação aos comentários de Gabriel. Ele havia feito a afirmação relativa ao "isso é bem [jeito] Carla de fazer", pois a estudante já esteve envolvida com outros trabalhos associados ao uso de modelagem matemática na Ecologia e, para ele, isso seria uma das poucas coisas que um ecólogo iria pensar. Percebendo isso, finalizamos essa parte da conversa e Diego retomou os questionamentos:

²³ Em novembro de 2015 ocorreu o rompimento da barragem de Fundão, localizada na área rural de Mariana, Minas Gerais. A tragédia causou a morte de 19 pessoas e uma série de impactos ambientais, sociais e econômicos, atingindo 39 municípios de Minas Gerais e Espírito Santo.

Diego: Alguém mais quer comentar sobre o assunto?

Uma das alunas, Rose, se manifestou querendo mais esclarecimentos sobre a apresentação final. Eu detalhei mais alguns pontos e Diego, ponderou:

Diego: Eu acho que a ideia é vocês, como grupo, pensarem ou no problema como um todo ou em pequenos problemas dentro de um problema maior. Então, vocês não precisam trazer a resolução do problema todo. Um grupo pontuou, por exemplo, a respeito da contaminação do solo, do rio, e falaram das questões trabalhistas [...]. Se quiserem abordar esses assuntos, podem pensar na atuação de vocês, como uma equipe de especialistas da área, podem olhar para aquele problema e ver o que surgiu até ali ... Ah, surgiu um modelo matemático! Então, até onde a gente conseguiu avançar? O que a gente precisaria? De um especialista? De um matemático para ajudar a gente a pontuar essas coisas?

Rose: Então seria uma análise de algum modelo ambiental, ou seja, de uma situação que eu teria que escolher?

Débora: Pode ser, desde que isso esteja relacionado ao que a gente tem falado nesses encontros. No material que foi entregue a vocês, por exemplo, existem questionamentos relacionados à visão de três especialistas. O especialista A, diz que o valor da multa seria de x , porque ele acredita que o nível de poluição tinha que atingir um certo tanto. O especialista E, não! Ele acredita que o nível de poluição era y , por quê? Porque ele não considera determinados elementos [...]. Então são ideias como essas que vocês podem discutir.

Diego: É ... vocês pensando em toda uma situação.

Carla: Pensando em ter um olhar para a Ecologia!? Porque, por exemplo, nisso daí, pensar em algum tipo de organismo que tenha uma ação como biorremediador ou na ação de microrganismos.

Diego: Para auxiliar nesse processo, não é!?

Carla: Isso! Para fazer uma depuração desses elementos tóxicos [...].

Diego: Isso ... vocês podem colocar e pensar ...

O estudante Sergio havia faltado na aula anterior e também tirou algumas dúvidas sobre esse assunto. Então, informei que eles poderiam utilizar vídeos, textos, slides, e reforcei a importância de ter a parte escrita terá a parte escrita, como um relatório final. Diego complementou:

Diego: Nesse relatório final que vocês irão entregar, não tem um modelo, com introdução, metodologia, nada disso, mas que conte a história de todo esse processo. O que vocês pesquisaram no começo, que informações vocês selecionaram. Achamos

interessante isso, aquilo ... vai contando a história. Ah, surgiu tal discussão. Na aula, a gente achou mais importante essa discussão, aí lembramos da disciplina tal, que trata de determinado assunto que ajudou a gente pensar. Então, vai contando toda essa história de como foi o desenvolvimento dessas aulas até chegar num produto final, que é o que vocês estão propondo para esse problema. Pode ser uma proposta, como a aceleração desse processo de descontaminação, podem falar como que isso vai acontecer. É possível que seja uma proposta voltada para a questão legal, por exemplo. Como ecólogos, podem defender que deve ser aplicada uma multa por conta dessas coisas, desses fatores ...

Carla: Cada grupo tem que dar um tópico diferente?

Respondemos a essa pergunta e a outros questionamentos. Enfatizamos a importância da visão de cada grupo, observando que os grupos poderiam se ajudar, conversar entre si. Fizemos algumas considerações relativas às datas das apresentações. Na sequência, perguntamos se os demais grupos tinham conseguido pesquisar algo mais e uma aluna se manifestou:

Marta: O nosso grupo resolveu os exercícios [do estudo de apoio], só que a gente não está com a folha aqui. Mas a gente não estava conseguindo fazer esse link do que exatamente era para fazer, mas agora a gente já entendeu. Na parte de resolver as questões, a gente ficou um pouco parado quando fomos trabalhar com o final do problema, relativo a quantidade exata de quando a água está boa, por exemplo, água para banho, a gente não achou isso. Achamos de um modo geral água para consumo, mas aí não especifica se é para alimentação, se é banho. E aí a gente queria saber se pode só anexar essa tabela ou se tem que ser algo específico.

Diego: Alguém conseguiu achar essa informação?

Carla: Bom, a gente já viu isso em Ecologia da poluição, não viu?

Rose: É ... Tem material sobre danos e tem uma tabela lá com várias coisas. Danos ambientais, danos na água, com valores para consumo urbano.

Diego: E quem estabelece isso? Conama²⁴?

Os alunos afirmaram que a responsabilidade era do Conama e disseram que o material com esses dados era fácil de encontrar. Alguns procuravam essas informações na internet. Enquanto isso, aproveitei para fazer algumas perguntas para Marta.

Débora: Você comentou que o seu grupo estava resolvendo as questões do estudo de apoio. Mediante a resolução do modo como ele está apresentado, vocês foram recordando

²⁴ A sigla Conama se refere ao Conselho Nacional do Meio Ambiente. Ele é um órgão colegiado brasileiro responsável pela adoção de medidas de natureza consultiva e deliberativa acerca do Sistema Nacional do Meio Ambiente, criado pela Lei Federal nº 6.938/81.

as discussões que tinham sido colocadas em outras aulas? O que vocês perceberam? O que vocês sentiram?

Marta: A gente só foi tentando resolver os cálculos mesmo, porque não estávamos conseguindo fazer um link com as coisas, e aí a gente ficou nisso. Dissemos: Ah, vamos resolver primeiro essas coisas e depois a gente leva e pergunta o que exatamente é para ser feito. Aí ficamos empacados nisso.

Débora: E quanto às resoluções? Vocês seguiram exatamente a estratégia que estava ali mesmo, como foi?

Marta: Foi, foi ...

Débora: E a parte dos gráficos vocês fizeram também?

Marta: Fizemos, mas a gente estava pensando um pouco diferente, por exemplo, quando vai avaliando o empreendimento, os danos encontrados, fomos vendo o que foi afetado diretamente, ou seja, a área de influência direta, como o ar, a água, essas coisas. E, a partir daí, a gente pensou em um valor diferente para cada área, já que cada área recebeu um valor de multa diferente.

Diego: E vocês acharam alguma relação com o valor?

Marta: Então até tem, mas a gente não chegou a calcular.

Rose: Posso fazer?

Diego: E como é isso? Por área afetada, por tempo?

As alunas pediram permissão para ir até a lousa e, iniciaram suas explicações:

Marta: Por exemplo, um poste foi instalado aqui. Qual foi o dano causado para que sua instalação pudesse ser realizada? Terão fios, então, de que modos eles irão influenciar? Geralmente, quanto mais longe eles forem instalados, menor o impacto.

Diego: Como nesse caso do incêndio?

Marta: Sim, por exemplo, a poluição da água. Essa parte que foi mais afetada, foi mais afetada diretamente, então quanto mais distante, mais ela vai mudando de fase.

Em meio às explicações da aluna, alguns colegas começaram a conversar entre si. Então, pedimos que eles interagissem com as contribuições das meninas. Assim que os ruídos na sala amenizaram Marta retomou sua fala. Em seguida, ela e a colega fizeram o esboço de um gráfico na lousa²⁵ e partiram para as interpretações.

²⁵ A imagem feita pela aluna foi fotografada, no entanto, ficou desfocada. Por isso sua inclusão na tese tornou-se inviável.

Marta: É possível analisar todo o dano que foi causado instantaneamente pelo incêndio, como a pressão, a vulnerabilidade do meio, o impacto no solo, o que depende muito do local, e com isso a gente calcula o potencial do impacto na área, com todas essas variáveis.

Diego: Tem algo que pesa mais? Ou a pressão ou a vulnerabilidade?

Houve algumas especulações na sala sobre essa pergunta e Diego reforçou:

Diego: Tem alguma dessas grandezas que pesa mais nas análises?

Marta: Porque o dano foi de grande extensão, então eu acho que avaliando a vulnerabilidade do meio ...

Diego: Mas, assim, o lugar mais vulnerável com uma pressão menor, ou uma pressão maior num lugar menos vulnerável, qual seria pior?

Marta: Hum ... Acho que depende ... tem que avaliar.

Aproveitando essa abertura, perguntei à turma sobre a análise do gráfico:

Débora: E pensando na representação das meninas, como vocês enquanto ecólogos analisam uma representação como essa? Elas fizeram alguns comentários, mas e vocês, como enxergam essa representação? Como vocês fariam essa análise tendo essa imagem em mãos.

Um estudante que não fazia parte do grupo respondeu à pergunta:

Guilherme: Tem a portaria 357 do Conama. Ela poderia ser usada.

Diego: Mas interpreta para mim. Nessa parte eu sou meio leigo, não é!?

Alguns alunos riram e outros fizeram comentários, reconhecendo que, talvez, nós da Educação Matemática realmente não deveríamos conhecer portarias específicas do Conama ou de outro órgão assim, tão ligado à Ecologia. Com isso, Guilherme procurou explicar o que seria essa portaria. Alguns colegas haviam encontrado a tabela na internet e com isso a reproduziram na lousa, para que todos pudessem acompanhar.

Guilherme: Ali estão os elementos e as quantidades que cada um pode chegar. Cada tabela vai ser, se não me engano, para alguma coisa. Olha aqui: água salina, esse valor diz o quanto ela pode ter.

Diego: De quanto pode ter pra estar saudável?

Guilherme: Isso, para determinado consumo. Por exemplo, se for uma água de pesca tem uma observação dizendo qual a quantidade máxima daqueles elementos.

E o aluno João complementou a informação citando outro exemplo da tabela. E, logo, Diego perguntou:

Diego: E essas águas salinas? É pensando em algum tipo de uso para essa água? O que que a gente poderia fazer?

Guilherme: Então, têm umas três tabelas e cada uma fala sobre cada tipo de uso, se é para banho, se é para pesca ou para água de reuso. Tem indicadores para água doce também.

João: Pelo conhecimento que eu tenho sei que é para área de estuário.

Este estudante se direcionou à lousa e foi mostrando as tabelas, parecendo procurar algo específico. Diego percebendo isso, perguntou o que ele procurava e logo veio a resposta:

João: Algo que fale sobre óleo ...

Enquanto o aluno procurava essa informação, houve conversas a respeito dos parâmetros utilizados pelo Conama. Logo depois, João avisou que não tinha encontrado o que buscava. Foi então que a convidada Sofia aproveitou a oportunidade para se manifestar. Ela se apresentou novamente, e partiu para seu questionamento:

Sofia: Eu queria perguntar uma coisa desse gráfico. Eu não entendo nada da área de vocês, então realmente é para compreender. A vulnerabilidade do meio influencia a pressão imposta pelo projeto, pelo empreendimento?

Rose: Acho que é o contrário, na verdade, a pressão do projeto que influencia, isso é de acordo com a vulnerabilidade.

Sofia: Entendi. De acordo com a vulnerabilidade é que vai ou aumentar ou diminuir a pressão imposta?

Rose: Sim.

Sofia: E qual a diferença da pressão imposta pelo potencial?

As duas alunas responderam que nesse caso o impacto iria aumentar.

Diego: Então, a pressão do projeto seria, por exemplo, a pressão e a vulnerabilidade? Seria avaliar como que é a região ali, e aí, os impactos seriam como que essa região iria ficar depois do que aconteceu?

Marta: Quanto maior a pressão do impacto, maior a vulnerabilidade.

Sofia: Quanto maior a pressão maior a vulnerabilidade?

Diego: Mas já tem uma vulnerabilidade anterior à explosão e, então, ela é alterada depois, não é?

Sofia: É alterada essa vulnerabilidade!? Ah ... porque eu estou pensando assim: Eu entendi que a vulnerabilidade é que interfere no impacto e essa pressão, por exemplo, uma explosão, infere no impacto, então os dois interferem no impacto. Mas aí um interfere no outro também. Essa é a grande questão! Entendi.

As discussões sobre o assunto foram finalizadas. Agradecemos a contribuição e empenho de todos. Em seguida, perguntei se mais algum grupo tinha mais coisas para compartilhar, mas nenhum aluno ou grupo se manifestou. Diego, então, perguntou:

Diego: Quando acontece um desastre desses tem algum órgão que faz, por exemplo, a avaliação dos danos?

Uma aluna respondeu que sim, que o órgão responsável era a Cetesb.

Diego: Cetesb!? E ainda existem empresas particulares também que prestam serviços?

Os estudantes foram afirmando que sim e outras discussões relativas a esse assunto ocorreram.

Diego: Mas geralmente a empresa contrata também? Vocês sabem como isso funciona?

Rute: É possível.

Diego: Para ter um contraponto, talvez?

Rute: É possível, mas você poluiu e você mesmo contratou a empresa!? Foi o que aconteceu em Mariana ...

Diego: Lá em Mariana aconteceu? A empresa trouxe dados diferentes, trazendo isso que você falou, por exemplo, da água?

Sergio: Mas eu acho que eles fazem isso até como um plano de defesa. Fará parte de todos os processos que eles têm, que eles precisam apresentar como parte da defesa deles.

Diego: E também têm advogados que são especialistas nessas questões, que geralmente atuam nessas situações, não é?

Sergio: Sim, têm pessoas especializadas ...

Diego: E tem juízes e promotores também?

Rute: Bem, há aqueles que têm experiências na área. Não sei se é só para área ambiental, mas geralmente está relacionado.

Débora: Depois, se vocês conseguirem olhar com mais calma para o estudo de apoio, no começo dele trata justamente de questões jurídicas. Os valores estimados para a multa são amparados em um contexto matemático. Eles foram construídos para nos fazer pensar nesses argumentos. Eu acho que esse também é um item que chama bastante a atenção. Vocês estão trazendo vários fatores que estão ligados a essa parte jurídica, como essa parte de legislação ambiental, por exemplo.

Diego: Porque mesmo pensando numa atuação profissional futura, vocês, ao olhar para a questão da ecologia, encontrarão relações com outras coisas, como as questões jurídicas, não é? E é importante conhecer sobre isso, saber a respeito da legislação ... Acho que entra naquela mesma questão: "Porque ter disciplina de Cálculo em Ecologia, não é?". Quando você não conhece nada sobre o assunto, você fica totalmente dependente do especialista.

Após essa colocação, o professor Diego também pontuou:

Diego: Acho importante tentar apontar o que apareceu de matemática aí, ou seja, quais ferramentas matemáticas vocês acham que foram aparecendo para tentar resolver esses problemas ou o que, talvez, foi uma barreira. Apontar: Olha ... eu enrosquei aqui nesse problema justamente... acho que faltaram ferramentas matemáticas, ou ainda, aqui eu consegui avançar por conta de ferramentas matemáticas que eu tinha.

Débora: Inclusive podem apontar que outros conhecimentos matemáticos poderiam estar relacionados com a situação que foi apresentada, não necessariamente só de Cálculo. De repente, vocês lembraram de certo conceito, algo que vocês já estudaram, que está ali, em oculto, vocês podem trazer coisas complementares também.

Após essas nossas observações, deixamos o tempo restante para que os grupos se reunissem a fim de continuarem as discussões. Alguns deles nos chamaram para sanar outras dúvidas e fomos fazendo esses atendimentos. Assim que a aula foi finalizada, Diego e eu organizamos os materiais utilizados e a posição das carteiras. Particularmente, eu estava ansiosa para saber o que aquela turma de Ecologia abordaria nas apresentações e estava com bons pressentimentos sobre isso.

6.2 As apresentações finais

A tarde do dia 26 de novembro de 2018 foi destinada apenas para a realização das apresentações finais. O professor Miguel conversou com a turma a respeito dos processos avaliativos. Ele retomou algumas orientações para as dinâmicas do dia e eu também retomei pontos relevantes desenvolvidos durante os encontros. Todos os equipamentos tecnológicos estavam preparados. Nós reafirmamos que os estudantes eram os protagonistas e, enfatizamos, que nossa atuação era de coadjuvantes de todo esse processo, ou seja, seriam eles que

conduziriam as apresentações. Todos os grupos se constituíram ao longo dos encontros e o número de integrantes variou.

Assim, neste estudo, selecionamos quatro apresentações, que se mostraram mais próximas dos objetivos da pesquisa. Apesar do título ter sido dado por cada grupo, fizemos uma outra nomeação mediante as reflexões observadas: “Impactos além dos ambientais”; “Reflexões a partir do uso de modelos matemáticos”; “Nem todas as variáveis são matemáticas” e, por fim, “Como se quantificar coisas que não são coisas?”.

6.2.1 *Impactos além dos ambientais*

O grupo que desejou apresentar primeiro trazia como título do trabalho Avaliação dos impactos em Alemoa, e era formado por seis integrantes: Carlos, Paula, Lívia, Katia, Henrique e Lidiane. Alguns ajustes foram feitos para realizar a projeção do material. Diego auxiliou o grupo, eu organizei mais algumas cartelas e o professor Miguel foi se juntar aos alunos. Minutos após, Katia fez uma introdução:

Katia: Oi pessoal! A gente vai apresentar mais ou menos o que trabalhamos ao longo deste semestre: uma avaliação do impacto do Alemoa. A gente vai aprofundar alguns tópicos na revisão da literatura, que a gente já tinha visto no caso da empresa responsável pelo acidente. Essa empresa é a maior empresa da área de petroquímicas, segundo os dados de 2015. No ano de 2005 foi criado um armazenamento em Santos e, em 2008, dobrou a quantidade de armazenamento que havia naquele local e, então, ela se destacou pela quantidade de armazenamento e transporte naquela região. O Porto de Santos é o maior complexo portuário da América Latina e é alternativa do comércio nacional.

Na sequência, a estudante trouxe considerações a respeito do acidente que ocorreu no dia 2 de abril. Ela afirmou que foi um incêndio de grandes proporções, causado por um erro operacional em tanques de combustível, o qual durou 9 dias. Esclareceu também que se apresentou como um perigo tanto para população da região quanto os funcionários da empresa, além do patrimônio do entorno. Katia destacou que foram utilizados 5 milhões de litros de água, dispersos a partir da lagoa do estuário e, para isso, usaram muitos caminhões pipa, chegando a totalizar cerca de 400 mil litros de líquido gerador de espuma, a fim de auxiliar no combate ao incêndio.

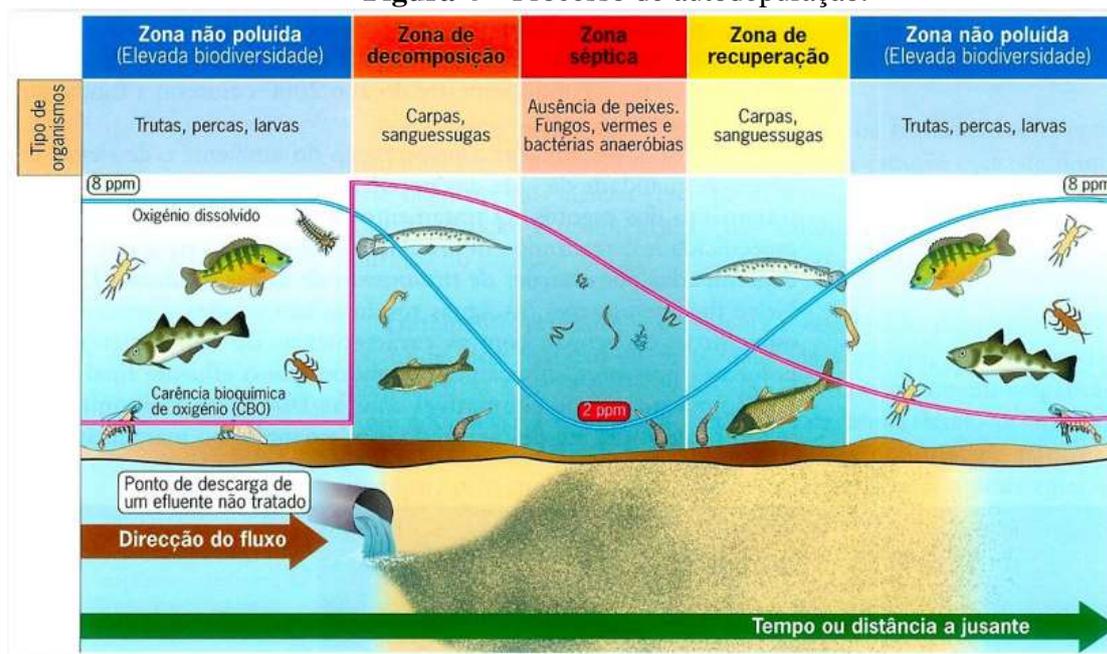
A estudante prosseguiu com a apresentação dizendo que toda essa água que estava contaminada com combustível e líquido gerador de espuma extravasou, retornando ao estuário e lagoas, atingindo também os solos, subsolo, a vegetação e os outros organismos de forma

geral. Várias consequências desse acidente, como a morte de nove toneladas de peixes mortos e outros seres, bem como a produção de grande quantidade de sulfetos e mau odor, foram mencionadas pela aluna. Em seguida, ela esclareceu:

Katia: Bom o objetivo é associar o que aconteceu no Alemoa com o processo de autodepuração, legislação e indenização. Sobre autodepuração, antes de iniciar, vamos tomar alguns conceitos do que são os processos aeróbicos, por exemplo, fungos e bactérias que utilizam o oxigênio para processar a matéria orgânica e lembrar dos processos anaeróbicos, que são processos da matéria orgânica sem a utilização do oxigênio, que a feito por bactérias. A autodepuração é a capacidade do rio de lagos e lagoas restaurarem as suas características naturalmente, decompondo os componentes através de bactérias aeróbicas e anaeróbicas.

Assim, ela passou a explicar como esses processos ocorriam. Para isso, Katia utilizou a Figura 4, exibindo-a em um dos slides.

Figura 4 – Processo de autodepuração.



Fonte: UNIFACS (2007)

Depois de mostrar a imagem, a aluna explicou o funcionamento do processo de autodepuração:

Katia: Como funciona? No primeiro momento, o esgoto ou óleo é despejado no rio, no lago ou na lagoa. Isso é chamado de zona de degradação. Depois que ele é despejado, as bactérias anaeróbicas, que são aquelas que não utilizam o oxigênio, começam a diminuir o oxigênio que está dissolvido na água. E as bactérias aeróbicas, que utilizam o oxigênio, começam a morrer. Depois disso, é criada uma zona de recuperação, na qual ocorre o restabelecimento de oxigênio na água e aí, as

bactérias aeróbicas começam a reaparecer contando com uma diversidade microbiana muito maior, acelerando o processo de decomposição. Depois disso tem a zona de águas limpas, que é onde o nível de biodiversidade biológica aumenta e o curso do rio retoma naturalmente como era.

Outro membro do grupo usou a Figura 4 para complementar as explicações de Katia:

Carlos: Aqui tem um resumo do que ela falou sobre autodepuração. Geralmente ela é dividida em cinco zonas. A primeira é não poluída, ou seja, quando o ambiente está naturalmente equilibrado com alta diversidade, até que, em certo momento, ocorre o despejo do efluente do poluente, que no caso foi o acidente em Alemoa. Depois, entra na segunda zona, que é zona de decomposição, onde começa decair o oxigênio dissolvido e a matéria orgânica. Na terceira zona, já é uma zona séptica, onde já não têm mais peixes, só alguns flagelados esfriados e esses animais vão começar a comer essas bactérias que estavam degradando a matéria orgânica da zona anterior. Na quarta zona, que é a zona de recuperação, já começam a aparecer alguns peixes carpas e sanguessugas. Nessa zona é que aparecem as bactérias lubrificantes, que vão transformar a matéria orgânica em nitrato, e é esse nitrato que vai fazer aparecer as algas. Estas, por sua vez, começam a consumir esses nitratos e também por causa da transparência da água, essa riqueza de algas conseqüentemente vai aumentar o oxigênio dissolvido. Na última zona, que é a zona não poluída, é onde notamos que vai restabelecer o estado natural do curso da água.

Katia: Nesse processo, dependendo do local, se for no mar, no lago, ele pode ter uma diferença de oxidação. Como nos mares a corrente é mais rápida e maior, ocorre mais rápido que no rio.

Carlos: E também a autodepuração depende tanto da velocidade do curso da água quanto da morfologia do leito do rio ou quantidade da substância que é despejada, podemos associá-la à transparência do rio.

Katia: O que a gente conseguiu associar com o rio do Alemoa é que ele irá conseguir retornar ao que era antes. Quando ele se junta com o mar, porque eles se juntam no final, e esse processo pode ocorrer com mais rapidez. Então, com o tempo do curso da água e juntamente com o nível dos organismos aeróbicos, naturalmente, são eliminados os poluentes e é criada uma zona de recuperação de águas limpas. Quando o rio do Alemoa se encontrar com o mar esse processo vai ocorrer com mais rapidez fazendo com que a zona se forme cada vez mais rápido, porém até esse processo acontecer vai demorar muito tempo e não se pode esquecer das conseqüências ambientais para a flora aquática e para os pescadores e moradores da região.

Assim que os alunos terminaram essas explicações, outra integrante do grupo deu continuidade à apresentação dos novos slides. Era Lívia, e ela comentou um pouco a respeito das legislações do Brasil relativas à área ambiental.

Lívia: Nós conseguimos achar o laudo que o ministério público indiciou a empresa. Eles entraram nesses artigos 21 e 24 que envolvem leis ambientais as quais preveem

multa e prestação de serviço à comunidade. A empresa fica retida e todos os bens dela também ficam retidos dentro desses artigos. Ela precisa restaurar à comunidade todos os danos causados pelo acidente. Aqui, temos alguns dados que estavam no laudo, foram identificadas 142 espécies afetadas, dentre estas 15 são espécies ameaçadas. Aqui nós temos outro artigo que prevê uma multa por degradação.

A aluna realizou a leitura dos conteúdos contidos nos slides, destacando algumas leis que englobam aspectos que podem acabar em reclusão de um a cinco anos. Após finalizar sua parte, Paula, outra integrante da equipe, iniciou sua apresentação.

Paula: Com o acidente, houve uma paralisação da pesca no canal. Foram removidos cerca de 8 toneladas de peixes mortos e, também, houve um alerta de chuva ácida, devido a emissão dos poluentes. Pesquisadores do litoral paulista estimaram, mais ou menos, que vai demorar de 5 a 10 anos para o local se recuperar. Além disso, houve um problema de acesso marítimo e muitos navios foram proibidos de atracar. O prejuízo foi cerca de seis milhões só com o custo de estadia de navios no Porto de Santos. Podemos citar outros fatores, por exemplo, a degradação da qualidade do meio ambiente, resultante da atividade direta ou indireta, que prejudica a saúde e a segurança da população a diferentes condições adversas de atividades sociais econômicas afetam as condições do ambiente.

Paula fez comentários referentes à degradação do meio ambiente, da biodiversidade e, complementou as explicações de Katia, sobre o que tratam os artigos 21 e 24. Ela explicou que as penalidades poderiam variar dependendo da gravidade que o dano causou. Com isso, outro colega complementou:

Carlos: A indenização refere-se ao ressarcimento. Quando você perde alguma coisa você vai ressarcir isso geralmente para reduzir ou diminuir o dano moral ou material. A indenização está prevista no código civil brasileiro e ela é medida pela extensão do dano que se analisa e pela relação entre culpa do agente e dano causado [...]. É possível observar que ao longo da história, o impacto ambiental de incêndio raramente é considerado como um fator importante na análise de uma tragédia. No caso do Alemoa, a Cetesb multou a empresa em R\$ 22,5 milhões pelo incêndio e a Prefeitura de Santos aplicou multa de R\$ 2,8 milhões e, no final de novembro, surpreendentemente, o Ministério Público de São Paulo decidiu cobrar indenização de 3,6 bilhões da empresa por danos ambientais.

Para finalizar suas falas, o aluno destacou um dos slides, o qual trazia a seguinte informação:

Desfecho do Alemoa

"Segundo a Promotoria de Urbanismo e Meio Ambiente de Santos, o laudo produzido pelo Ministério Público apontou falha na operação de uma bomba, ligada com as válvulas fechadas. O cálculo da penalidade levou em conta os impactos causados à água, ao ar e ao subsolo, entre outros prejuízos ao meio

ambiente que poderiam ser evitados ou amenizados, se o tema recebesse maior atenção."(INSTITUTO SPRINKLER BRASIL, 2016).

Segundo o estudante Carlos, ao final de todo o processo foi acordado o pagamento de indenizações para os pescadores, desde que eles se cadastrassem em um programa coordenado pelos próprios empreendedores. Carlos ressaltou que esse cadastro tinha nove etapas, que incluíam a comprovação de que os pescadores realmente eram pescadores artesanais, e que dependiam daquilo. Caso tudo fosse confirmado, os pescadores receberiam uma ajuda mensal de R\$ 1.076,00 na época, todavia, ainda em 2018, muitos deles não tinham recebido nenhum ressarcimento. A partir da colocação do desfecho citado anteriormente, o estudante destacou que se esse tema realmente tivesse uma maior atenção, todas as consequências de um acidente como o de Alemoa poderiam ter sido evitadas ou amenizadas. Depois disto, outro membro do grupo se manifestou:

Henrique: Por fim, nós tentamos relacionar tudo isso com algum contexto matemático e pensamos em um método estatístico, chamado de PCA, que significa componentes principais de covariantes. Essa PCA permite que se encontre uma forma de classificar os pontos e detectar reações entre eles, permitindo que a partir de um determinado conjunto de dados, seja possível a criação de novas variáveis utilizando as variáveis originais, caracterizando o máximo possível a variação de um conjunto de dados multivariados, onde eles não estão correlacionados. Aqui temos um exemplo.

Ao concluir sua fala, Henrique fez explicações sobre um gráfico apresentado em um dos slides. O assunto era relativo a análises de alguns componentes presentes nas bacias do rio Corumbataí a partir do PCA.

Henrique: [...] as variáveis que estão mais relacionadas, que estão mais próximas aos locais, é que estão mais relacionadas. Ou seja, a quantidade, a salinidade, nitritos são mais relacionados com esses locais, como Ribeirão Claro e o rio Corumbataí. E o tamanho da seta também interfere no quesito de quanto que está relacionado. Uma seta pequena quer dizer que está pouco relacionado. E uma seta um pouco maior, quer dizer que está mais relacionado.

Katia: E aí como nós trouxemos isso para o caso do Alemoa, se fossem aplicadas diversas análises ecológicas de medição de parâmetros da água, nós poderíamos usar uma PCA para ver qual foi a influência na mortalidade de peixes, ou em outros parâmetros, como na sociedade ou na poluição do ar.

Carlos: Aí entra toda uma discussão nas conclusões, não é? Das variáveis que realmente estão relacionadas. Matéria orgânica correlacionada, por exemplo, com os sujeitos.

Os alunos encerraram a apresentação dos slides, e Katia disse que trouxe algo a mais para mostrar a todos os colegas:

Katia: Eu trouxe umas placas de colônias de microrganismos para mostrar. Esses microrganismos são potencialmente remediadores. Eles são utilizados em produtos que são comercializados eventualmente para remediação de lagoa, de contenção em tanque aberto, por exemplo, em abatedouro de suínos, enfim, eles consomem hidrocarbonetos e gorduras e são bem toleráveis [...]. Por isso, talvez, eles seriam bem aplicados neste local, talvez fosse uma boa solução para o problema que discutimos.

Com essa explicação, a aluna finalizou a apresentação do grupo e todos foram aplaudidos e parabenizados pelas explicações. Os materiais trazidos, começaram a circular pela classe e, enquanto isso, o professor Miguel se voltou à turma perguntando se eles tinham questionamentos para fazer. Como ninguém se manifestou, ele mesmo se prontificou a questionar:

Miguel: Pessoal, muito legal. Gostei de um monte de coisa. As perguntas que eu vou fazer não são perguntas de professor, são perguntas de alguém que está querendo se envolver no tema, que quer entender alguma coisa, tá ok? Eu passei minha adolescência em São Paulo, e sei que é uma tristeza a gente olhar para o rio Tietê. O rio Tietê em especial vocês sabem que ele é um rio um pouco diferente, porque ele não nasce no interior e vai para o litoral, mas é ao contrário. Quando a gente vê o rio aqui no interior, na verdade ele está num momento posterior ao Tietê de São Paulo. O Carlos trouxe ali aquele processo de autodepuração e eu me perguntei, olhando para o rio Tietê, se ele ainda pode ficar limpo naquela região. Então, gostaria de perguntar se vocês sabem se existe a possibilidade de um rio perder o poder de autodepuração, se existe algum momento em que ele não consegue sair mais da zona séptica, naquele quadro que trouxeram. Vocês chegaram a discutir isso em algum momento do curso?

Katia: Sim. Dependendo da quantidade de material que tem na água, ele não consegue mais se depurar. Depende da quantidade de materiais, de substâncias ...

Lívia: Cada vez fica mais devagar para fazer esse processo.

Outros alunos da sala levantaram hipóteses relativas a esse questionamento. Alguns disseram que sim, que talvez seria possível o rio se restabelecer, e outros afirmavam que não. O professor Miguel também comentou que nesse caso do rio, naquela região, realmente era mais difícil porque constantemente ele recebe poluentes, mesmo com as limpezas que são realizadas, sempre haverá uma grande quantidade de poluentes. E, em seguida, ele pontuou:

Miguel: É interessante, você olhar aquele gráfico ali das algas, aquilo tudo... Por exemplo, quando você fala assim: "vai ficando mais devagar" é porque a gente pode entender

que a taxa de variação instantânea é mais baixa. Então, se ela está num movimento de autodepuração, em que está ficando mais limpo, então, a taxa de variação é o quê, em termos numéricos?

Há sussurros e murmúrios pela sala. Os alunos levantaram hipóteses, e o professor questionou novamente:

Miguel: É positiva ... Então, sabe tudo isso aí, é claro, é para a gente perceber quanta coisa nós podemos fazer. Quando a limpeza está crescendo, a taxa de variação instantânea é o quê?

Alguns minutos foram dados para eles pensarem e, em seguida, surgiu a confirmação da resposta de alguns estudantes:

Miguel: Positiva, não é? E a gente tem um ponto de interseção naqueles gráficos. Neles, a gente pode ter dois modelos, duas equações. A gente pode associar para ver em que momento ele sai de uma zona que está tendendo a ser mais séptica para uma mais limpa. Vocês trouxeram um material muito rico, que daria para explorar inclusive matematicamente, se nós fôssemos as pessoas responsáveis por analisar uma situação específica.

Mediante essa fala do professor foi possível observar o contentamento no rosto de vários integrantes do grupo. Sem demora, Miguel perguntou sobre as espécies que foram afetadas e que estavam ameaçadas de extinção, se ficaram ameaçadas depois do acidente. As alunas Katia e Lívia afirmaram que elas já eram assim caracterizadas antes do acidente, mas que após ele, isso se agravou ainda mais. O próximo questionamento foi a respeito da indenização.

Miguel: A parte da indenização a gente pensa em uma indenização para uma pessoa. Agora, imagina a questão da reclusão. Vocês trouxeram na legislação, a reclusão de um a cinco anos. Mas, como fica isso para pessoa jurídica? É associado a alguma pessoa em especial, da companhia? Porque sempre quando traz a companhia, vocês trazem o que aconteceu em Alemoa ou o nome da companhia, mas dificilmente aparece o nome de uma pessoa. Vocês chegaram a ver em algum momento a quem é aplicada essa legislação, em termos de reclusão? É possível apreender os bens materiais de uma empresa, mas como fica a reclusão quando é uma empresa? É o diretor? Vocês teriam essa informação?

Paula: Eu acho que quando tem uma multa muito alta, eles tentam esconder ao máximo nomes diretamente, para a mídia inteira não culpar uma pessoa só. Como era uma empresa grande e conhecida, eles devem acobertar ao máximo tudo o que eles puderem. Eu, particularmente, não encontrei nomes indicando um culpado.

Miguel: Porque a legislação diz sobre reclusão, e a reclusão é de uma pessoa, só que a gente está lidando com uma empresa.

Katia: Se é uma empresa tem que estar em nome de alguém ...

Miguel: É ... precisa ser uma pessoa jurídica, enfim, mas nunca aparece, não é!? Vocês viram quantas coisas estão envolvidas. Se a gente quisesse continuar com essa discussão... nossa ...

O professor aproveitou esse ensejo de descobertas e compartilhamentos para falar sobre o uso da Figura 4. Ele se direcionou para o grupo e disse:

Miguel: Uma outra coisa também. Henrique e todos do grupo ... Super legal vocês trazerem essa outra possibilidade. Eu nunca tinha imaginado isso para essa situação. Eu só vou querer fazer um link com um outro elemento matemático que não se vê geralmente em Cálculo, mas vocês todos já viram na escola básica. Essas setas, vocês lembram de já terem visto em alguma outra disciplina um elemento que era representado graficamente por setas?

A classe pensou nisso por alguns segundos. E o professor deu dicas e logo veio a confirmação:

Miguel: Vetor ... Eu vou usar as palavras do Henrique. Dependendo do tamanho da seta você falou que é mais forte o impacto, que é maior o que está mais relacionado. O que é interessante em um vetor? Ele tem três características e é um vetor quando tem essas três características: 1) força e intensidade. Se ele é mais intenso, ele é mais alongado e se é menos intenso, ele é menos alongado; mais relacionado mais alongado. E, sobre ser alongado, a segunda característica de um vetor é a direção. Esse que vocês têm [que foi apresentado] parece ... eu não conheço o contexto, mas me parece que tem três fios, então, tem uma questão espacial, ou seja, ela está direcionada para algum lugar. E a terceira característica é o sentido, que pode estar para um sentido ou para outro. Isso daí pode ser utilizado em muita coisa, não precisa ser só na física. Isso que eu queria mostrar. Tendo uma certa força com uma certa intensidade, ele vai em uma direção e em um sentido. E por que direção é diferente do sentido? Matematicamente a direção é tudo que passa, por isso que você tem a seta que indica o sentido. Direção é a inclinação que está isso daqui e intensidade, no caso, porque está mais relacionada do que por exemplo algo que fosse curtinho.

Henrique complementou a explicação de Miguel dizendo que cada representação é uma amostra e falou das cores de cada uma. O professor foi até à lousa onde a exibição do slide estava sendo feita e, então, continuou a explicação para a turma.

Miguel: Por exemplo o nitrato. Ele está indo muito mais na direção do Ribeirão. Percebem o quanto a gente consegue fazer essas relações? Se a gente fosse estudar esse tipo de programa [...]. Meus parabéns!

Dessa forma, todos voltaram-se à classe para verificar se teriam novos questionamentos. Como não houve mais, o grupo 1, então, finalizou. Minutos após, o segundo grupo já se preparava para iniciar sua apresentação. Estávamos ansiosos em saber o que estava por vir.

6.2.2 Reflexões a partir do uso de modelos matemáticos

O tempo parecia passar bem rápido naquela tarde. O segundo grupo, formado pelos estudantes Carla, Artur, Renan e Clarice, se preparava para realizar sua apresentação, a qual era intitulada como Aplicações da modelagem aplicada a problemas em ecologia.

Uma das estudantes, Carla, prontamente, apresentou a formação do grupo, mas ressaltou que, no caso deles, a apresentação seria feita apenas por ela e por Artur. Em seguida, começou a explicar o que pesquisas relacionadas ao caso do Alemoa haviam proporcionado ao grupo.

Carla: Nosso trabalho será sobre modelagem matemática aplicada a problemas em Ecologia. A gente tentou sair um pouco desse layout de achar um desastre ecológico e tentar solucionar [o problema]. Tentamos trazer exemplos práticos de modelagem que a gente usa em estudos envolvidos com a Ecologia.

Artur: É ... e como a gente já estava trabalhando a questão do Alemoa todas as aulas, a gente trouxe outros estudos de caso.

Particularmente, fiquei bem curiosa com a forma como a apresentação foi iniciada. E, minha mente levou-me às aulas passadas, em que vários alunos recordaram casos de desastres ambientais que foram marcantes na história do nosso país. Logo, meus pensamentos foram interrompidos pela colocação de Carla.

Carla: Nós vamos tentar abordar ... tentar não! Nós vamos abordar três tópicos ligados a essa temática. Primeiramente, o aspecto que os modelos precisam ter para fazer as previsões e a gente vai trazer também conceitos matemáticos relacionados ao ensino e aprendizado de Cálculo, que podem ser inclusos em previsões e conhecimentos relativos à área de Ecologia. Temos dois estudos de casos: um é envolvendo o mosquito *Aedes Aegypti* e, o outro, está associado à represa do Broa. Bom, os aspectos necessários para previsões basicamente são definidos em três grandes fases [...]

A estudante passou então a discorrer sobre as três fases necessárias para fazer previsões. Destacou que a primeira fase se referia à definição do problema e que poderia ser obtida por meio de diagramas conceituais que facilitam a percepção das interações dos componentes envolvidos no sistema e no modelo proposto. No caso da segunda fase, entraria a teoria matemática. Ela observou que nela também podem existir codificações de computadores, que abarcam a produção de simulações. E a terceira fase trata da etapa de validação do modelo, que ocorre através de observações para confirmar se o modelo era apropriado para atender o objetivo do estudo em questão. A seguir, Carla ponderou:

Carla: Para conceitos matemáticos relacionáveis, a gente trouxe um exemplo clássico, que é o modelo presa-predador.

As explicações da estudante se direcionavam a um slide que me chamou bastante a atenção. Antes que minha leitura de todas as expressões fosse realizada, a aluna apontou para a imagem representada a seguir:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 * N_1 - (k_1 * N_1 * N_2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = k_2 * N_1 * N_2 - (d_2 * N_2)$$

onde:

N_1 = número de presas

N_2 = número de predadores

r_1 = razão intrínseca de aumento de presas

d_2 = coeficiente de mortalidade de predadores

k_1 e k_2 = constantes

Ao mostrar esse modelo matemático, a estudante discorreu:

Carla: Ele (o modelo) é uma derivada. Temos a primeira derivada da variação populacional da presa em relação a determinado tempo, onde x está indicando a população e, entre os parênteses, temos a subtração da ascensão da população com o decréscimo dessa população. E a derivada debaixo, indica essa relação do predador. Ele é um modelo clássico e bastante utilizado para o ensino; é um modelo fácil de se entender, porém, ele não é muito recomendado porque ele não aplica os problemas que realmente são encontrados no ecossistema. Ele só leva em consideração o crescimento e o decréscimo de uma população, sem considerar outras variáveis ambientais que são importantes para o estudo.

Artur: Então, como estudo de caso para entender melhor a aplicação de modelos em Ecologia, primeiro temos o da represa de Broa, que é localizada entre os municípios de Brotas e Itirapina, em São Paulo, que foi construída em 1986. Esse modelo foi proposto para estimar a dinâmica populacional de fitoplâncton²⁶ e a quantidade de energia que está livre no sistema para ser transferida por meio desse circundante nessa represa. Para a construção do modelo foi levada em consideração: temperatura, radiação solar, nitrato e fósforo, porque são quatro variáveis ambientais que afetam diretamente na produtividade do fitoplâncton [...].

²⁶ Fitoplâncton é o conjunto de plantas flutuantes, como algas, de um ecossistema aquático. Fonte: <https://cetesb.sp.gov.br/glossario>.

Mediante as colocações do estudante, direcionei meu olhar aos demais estudantes, que, atentamente, ouviam o que a colega dizia. Também observei o interesse do professor Miguel. Suas expressões pareciam concordar com os apontamentos realizados.

Carla: Então, isso tudo, matematicamente, é expresso por uma equação, onde a biomassa da presa e a produção da biomassa dela, que aqui a gente está levando em consideração também a quantidade de energia que está fora do sistema. A eficiência ecotrófica²⁷, o que quer dizer isso!? Não sei se é um conceito familiar para vocês ... a energia que é realmente assimilada pelo predador, quando ele ingere a presa. A biomassa do predador, o consumo e a quantidade de predador que existe, o quanto de fitoplâncton, por exemplo, é utilizado na dieta desse predador [...]. Pelo que entendi, parte disso não é consumida pelo predador e tem, então, esse modelo de simulação, a radiação solar, o nitrato, o fósforo e a temperatura atuando na produção de fitoplâncton, da biomassa. Ou seja, o fitoplâncton é uma presa do zooplâncton²⁸, que é uma presa do lambari. Esse é um modelo simples para explicar a energia em movimento no sistema partindo de um produtor primário, que é o fitoplâncton; é uma das principais aplicações da modelagem matemática que a gente encontra dentro da ecologia.

Algumas relações matemáticas apareciam no slide trabalhado pela aluna. Todavia, essa parte não havia sido mais explorada. Um sinal positivo foi dado a um dos colegas, como confirmação para a mudança de slide, até que um dos professores se manifestou:

Miguel: Posso perguntar uma coisa só antes de você mudar de caso, para não ter que perguntar?

Carla: Sim ...

Miguel: Na equação anterior, isso é igual a zero. Isso quer dizer que o sistema está em equilíbrio?

Carla: Sim.

Miguel: Quando é igual a zero?

Carla: É.

Miguel: Então ok!

Dando continuidade à sua apresentação, a aluna prosseguiu:

²⁷ Eficiência ecotrófica representa a porção da produção de uma população, espécie ou grupo do sistema que é aproveitado dentro do ecossistema.

Fonte: https://www.mma.gov.br/estruturas/revizee/_arquivos/modelagem_miolo_19.pdf

²⁸ Zooplâncton é o conjunto de animais, geralmente microscópicos, que flutuam nos ecossistemas aquáticos e que, embora tenham movimentos próprios, não são capazes de vencer as correntezas. Fonte: <https://cetesb.sp.gov.br/glossario>

Carla: O segundo estudo de caso ainda está em andamento. É uma pesquisa que começou aqui no Brasil não faz muito tempo. Ela teve início na Austrália e, a partir de 2012, a Fundação Oswaldo Cruz, a Fiocruz, começou a aplicá-la no Brasil também. O intuito é entender a dinâmica populacional do *Aedes Aegypti*, sob a influência da *Wolbachia* como agente de controle biológico.

Por cerca de cinco minutos, a estudante realizou explicações a respeito de controle biológico de forma geral e explicou qual seria o papel da *Wolbachia* em todo esse processo. Ela se respaldou em imagens contidas nos slides, as quais mostravam tecidos de mosquitos infectados ou não com o vírus da dengue e com a *Wolbachia*. Houve explicações sobre cruzamentos entre machos e fêmeas que estavam em diferentes situações, de contaminação ou não, o que afetava diretamente a população do *Aedes Aegypti*. Também foram trazidas considerações sobre essas infecções em dois grupos populacionais: uma, em mosquitos selvagens (que vivem soltos no meio ambiente) e, a outra, de contaminações de mosquitos realizadas em laboratórios. E a aluna discorreu:

Carla: Verificou-se a mortalidade das fêmeas férteis, com e sem *Wolbachia*; dos machos, com e sem; a capacidade do meio ambiente, que por enquanto, tinha sido feita em laboratório, que é uma condição muito, muito ideal, e que não corresponde ao que é feito em campo. Mas já começaram a ser feitas as solturas dos mosquitos em campo para entender como tudo isso acontece (na realidade). [...] esses gráficos são de pesquisas já feitas na Austrália. Eu havia comentado como isso havia sido feito na Austrália e agora apresento o que vem sendo feito aqui no Brasil. Se o tempo de vida dos mosquitos contaminados for muito curto em comparação com o dos mosquitos selvagens, a população contaminada será extinta, o que não é muito interessante, pois o interesse é que esses mosquitos se inter cruzem. Mas, se o tempo de vida dos mosquitos contaminados for suficientemente próximo dos mosquitos selvagens, então, é interessante, porque significa que pode levar à extinção as populações de mosquitos que são ou que podem ser portadores do vírus da dengue.

Após finalizar essas explicações, a estudante perguntou a sala se havia alguma pergunta nesse sentido. Ela comentou sobre algumas referências e retomou o roteiro de apresentação que havia adotado no início da sua fala. Mediante essa abertura para questionamentos, um colega de classe se manifestou:

Flávio: E onde está sendo feito isso?

Carla: No Rio de Janeiro. E é impressionante, gente ... como eles fazem isso. Eu tive oportunidade de fazer um workshop com uma pessoa que conduz esse estudo; ela é vinculada à Fiocruz. Eles utilizam os grupos de mosquitos que foram criados em laboratórios, pintam eles com sprays e, assim, eles se diferem de um mosquito normal. E eles chegam até os bairros. A moça (a pessoa da Fiocruz) disse que as pessoas do bairro ficam indignadas, pois eles chegam lá com um monte de mosquitos. Imagine você, vendo uma nuvem de pernilongos no seu bairro e depois

de uns três dias, eles retornavam ao local para coletar os mosquitos pintados. Eles tinham que entrar na casa das pessoas para ver se achavam os mosquitinhos coloridos e, depois, os levavam para o laboratório para fazerem determinadas análises.

Diego: Teria algum impacto negativo se o *Aedes Aegypti* fosse extinto?

Carla: Então, isso é algo que eu também estava vendo, não tenho certeza, porque ainda não entendemos bem o papel ecossistêmico desses mosquitos e isso seria algo que se descobriria posteriormente.

Miguel: Quando você mostrou aquele quadro de reprodução dos mosquitos, eu fiquei pensando no que aconteceria. Essa questão da extinção é interessante porque essa extinção, na verdade, é como se a gente estivesse escolhendo uma espécie.

E o professor Diego complementou:

Diego: (A espécie) que pode viver e a que não pode.

Miguel: Qual pode viver ou não, não é!? Não sei como isso é visto na Ecologia. Muitas vezes a gente não entende alguns insetos como um ser vivo. Quando pensamos em outro animal, uma baleia, por exemplo, não relacionamos ela a uma doença. E, se de repente, alguns decidissem que poderiam colocá-la à mercê da extinção, como seria?

Nesse sentido, os alunos realizaram diferentes comentários. Houve conversas paralelas sobre esse assunto, extinguir ou não certas espécies, os critérios que seriam adotados, questões ecológicas envolvidas. E o professor, completou seu comentário:

Miguel: Mas, às vezes, a gente não visualiza um inseto como um ser vivo. Tanto que a gente mata uma barata sem nenhum escrúpulo. Mas se formos pensar, é um ser vivo, não é!? E, então, não sei se a gente mata uma baleia, ou algum outro animal, sem escrúpulos assim, porque considera inválido.

Carla: Nesse sentido, de extinguir os mosquitos, a gente não considera o papel ecossistêmico deles; todos os animais têm. No caso de animais que são vetores de doenças, geralmente é para o controle da população. Então o mosquito da dengue seria bom para controlar a nossa população.

Miguel: Sim.

Carla: O que a gente não quer aceitar, não é? Nossa população ser controlada... a gente não quer ...

Miguel: Na verdade, a gente precisaria de um maior controle biológico. Se fosse assim teríamos que incentivar o *Aedes Aegypti*, não é!?

Risos foram ouvidos após o comentário do professor. Alguns murmúrios também ecoavam pela sala de aula, até que tais sons foram interrompidos pela colocação de um estudante:

Flávio: A pesquisa desenvolvida pela Fiocruz provavelmente está ligada aos valores que a gente gasta com a dengue, que é grande, ao considerar o tratamento dado no SUS²⁹. E, são fatores considerados como incentivo de pesquisas ...

Artur: Nossa ... certeza! Porque é uma questão ...

E um outro membro do grupo complementou:

Carla: É uma questão financeira.

Artur: O que a gente está falando aqui é importante; é uma questão de saúde pública e tem todo um movimento global. Esse trabalho faz parte de um grupo maior de combate a doenças transmitidas por mosquitos, então não é só dengue. No Brasil, o principal é a dengue, mas é dengue, febre amarela, *Chikungunya* e o *Zika* vírus.

Considerações mais detalhadas a respeito desse assunto foram dadas por esse estudante. Novamente, os conhecimentos sobre a *Wolbakia* e o *Aedes Aegypti* estavam sendo retomados, a fim de ampliar as discussões acerca das possíveis preocupações de pesquisadores brasileiros no combate a essas doenças e dos interesses políticos e sociais em controlá-las.

Em meio a tais reflexões, o professor também se manifestou. Suas colocações iniciais se direcionaram para relações entre outras doenças nos seres humanos que foram originadas a partir de algum animal. Um dos exemplos citados fazia referência às discussões sobre a origem do HIV³⁰, que teria sido transmitida dos macacos para o homem. Além disso, um outro ponto também foi levantado pelo professor:

Miguel: Há outra questão interessante que o grupo comentou: a questão ideológica que há por trás de uma pesquisa, como toda pesquisa tem. As pesquisas mencionadas estariam ligadas apenas ao papel ecossistêmico desse inseto? De que forma esse controle se relaciona com a nossa saúde pública? E essas reflexões nos levam a pensar no papel que vocês têm em tudo isso. Poderíamos pensar em outras ideologias que poderiam tentar resolver o problema com outros modelos por conta de outras preocupações. Há pessoas, por exemplo, que não matam insetos, porque consideram que todos eles têm um papel na sua vida. Imagina!! Se você tem um viés ideológico como esse, como então resolver um problema de proliferação de insetos?

²⁹ O Sistema Único de Saúde foi criado pela Constituição Federal do Brasil em 1988. Ele determina que é dever do Estado garantir saúde a toda população do país.

³⁰ HIV é a sigla em inglês do vírus da imunodeficiência humana.

- Artur:* O contraponto é que a gente está tentando lidar com um problema que nós mesmos criamos. Por exemplo, uma criação de baratas é algo que a gente mesmo criou. Criamos um ambiente extremamente favorável à proliferação de insetos, de baratas. Ao pensar em esgotos, em ratos, eles também têm um ambiente bem favorável para se proliferarem. Estamos lidando com algo que a gente mesmo causou. Bom, eu acho que não falarei mais nada ... para não manifestar minhas ideologias ...
- Miguel:* Mas a ideia é justamente promover essas discussões críticas. Estamos lidando com questões de responsabilização, e é esse o propósito. É preciso ter mais discussões sobre esses assuntos. A universidade é um espaço para discutirmos ideologias também, inclusive abre possibilidades para assumirmos outras ideologias, não é!?
- Artur:* Entramos em uma questão de sobrevivência do ser humano. A gente fica tentando controlar coisas que nós mesmos causamos. Quando vemos, foi muito além disso.
- Carla:* É, mas não é simplesmente assim. Ah, o mosquito se prolifera. Criamos esse ambiente, então fazemos qualquer coisa e só mitigamos o problema. Se é uma questão de saúde pública, pense: qual é a população mais vulnerável a morrer de dengue? Quem depende de um sistema público de saúde, que também é precário!? Então existem muitas coisas envolvidas para se pensar na necessidade de criar um trabalho, um projeto como esse, de controlar essas doenças. A maioria das pessoas que morrem de doenças como essas não são as pessoas que têm as melhores condições de vida e que podem pagar pelo melhor plano de saúde, que tem a casa com maior conforto ...

As discussões entre os membros do grupo geraram polêmicas entre os demais estudantes. Eu observava atentamente as conversas paralelas que ocorriam. Uns diziam entender o ponto de vista do colega que se posicionou quanto à questão de nós mesmos criarmos problemas ambientais. Outros estudantes se manifestaram direcionando suas preocupações à população mais carente, questionando sobre que políticas públicas estavam realmente voltadas para essas pessoas. Era interessante observar como uma temática relacionada ao uso de modelos matemáticos na Ecologia pudesse ampliar as discussões dos estudantes daquele modo. Houve uma pausa em minhas reflexões quando o professor Miguel se colocou:

- Miguel:* E entram também outras questões, como: Quem está por trás dessas pesquisas e quais autoridades podem ser responsabilizadas? Às vezes não refletimos nos reais impactos de uma decisão. Não entendemos que uma decisão pode criar outras coisas (outros problemas). Alguém disse, por exemplo, sobre a importância dessas pesquisas e, notamos, o quanto elas atingem, na verdade, uma certa camada da sociedade, que é a mais afetada, por conta dessas outras questões que nós mesmos criamos. As pesquisas são controladas, não é!? Sabemos que algum dia elas serão aplicadas, e não sabemos quais são os ideais que determinadas autoridades (congresso, governo) podem ter. Vou fazer uma relação direta demais, mas acho que tem a ver. Quando você pensa em um país que aprova uma Proposta de Emenda Constitucional (PEC), que controla os gastos de saúde e educação, na verdade você está estabelecendo um limite de gastos para uma certa camada da sociedade, que é

aquela que efetivamente necessita dos investimentos em saúde e educação. E que camada é essa? Garanto que não são famílias brasileiras que estão em melhores condições de vida, melhores condições financeiras. Enfim, essas famílias são as que terão condições de financiar os seus próprios gastos com saúde e educação, não é!? Tudo isso está bem entrelaçado! Poderíamos lançar uma série de apontamentos que fazem todo sentido para o curso de ecologia, de matemática.

Carla: É ... eu imagino que os dois locais escolhidos para serem jogados os pernilongos não foram bairros da classe A, do Rio de Janeiro. Por exemplo, se for em um bairro nobre, como o Leblon, eles poderiam picar algum artista famoso.

As desigualdades sociais e as relações envolvendo a conscientização dos cidadãos no que tange às formas de prevenção de certas doenças foram pontuadas pela turma e pelo professor. Outros casos de aplicação e financiamento de pesquisas emergiram. Os estudantes refletiram sobre o que seria ou não prioridade das autoridades e quais projetos ou pesquisas seriam realmente viáveis aos interesses públicos. Nesse momento, o professor Diego realizou uma observação:

Diego: Essa questão é bem interessante. Se você for pensar, quem tem muito dinheiro? As grandes empresas! E é melhor para a empresa, por exemplo, uma doença que ainda não tem cura, pois ela poderá financiar uma pesquisa em busca de um remédio; e a empresa irá lucrar de algum modo, para tentar curar essa doença. Compensa financiar o remédio!?

Miguel: Pois é! Há tantos questionamentos, não é!? Poderíamos passar o restante do dia fazendo essas reflexões.

A aluna Carla finalizou a apresentação do grupo. Mais uma vez, se direcionou à turma e perguntou se havia outros questionamentos ou apontamentos. Com um gentil sorriso no rosto, ela desejou saber se os colegas gostaram dos temas abordados. Em meio a outros sorrisos, recebidos como manifestação de que a apresentação havia sido bem-vista, surgiu mais uma ponderação:

Miguel: Vocês apresentaram em um dos slides alguns índices de taxas de mortalidade. São exemplos de elementos que vocês já têm condições de interpretar. Vejam a relevância dessas questões no curso. Nesse slide, é possível averiguar a taxa de crescimento da mortalidade. Eu acho que um dos elementos importantes do curso é você começar a olhar (o modelo, o sistema) e falar: "Nossa!! Agora eu já consigo entender o que isso aqui quer dizer". Acho que isso é importante para o curso, para vocês! Ir se percebendo, se entendendo ...

Realizei algumas anotações finais em meu caderno de campo. Os pensamentos iam e voltavam. O sorriso de alguns alunos que assistiram a apresentação e o modo como o grupo conduziu as discussões, me fizeram pensar bastante nessa última colocação do professor, de

como vamos nos percebendo, crescendo enquanto pessoas e profissionais, em como vamos entendendo a realidade que nos cerca. Tudo foi tão proveitoso que parecia não termos percebido o passar do tempo. A apresentação durou cerca de 40 minutos e, como o professor Miguel havia dito, em meio às reflexões feitas, e outras que poderiam emergir, seria possível passar o dia todo discutindo sobre elas e, ainda assim, não se esgotariam. Passamos, então, para a exposição de pesquisas de outro grupo.

6.2.3 Nem todas as variáveis são matemáticas

À medida em que os grupos se apresentavam, mais relações entre os conhecimentos explorados eram feitas. Os interesses que surgiram a partir das discussões sobre o incêndio na região de Santos pareciam não se findar.

Antes do novo grupo iniciar, o professor Miguel perguntou como a classe desejava manter as dinâmicas das apresentações. Após acordarem como tudo ocorreria, o novo grupo se apresentou. Ele era formado por quatro estudantes, Mary, Juliano, Aline e Vanessa.

O grupo informou que não optou pela utilização de slides. Usariam o data show como recurso, apenas para apontar considerações que fizeram a respeito de uma pesquisa de mestrado, utilizada como referência na elaboração de suas argumentações. Um tom de voz mais baixo, em comparação à abertura de outros colegas, se propagou. Era Mary, a aluna que iniciou a apresentação.

Mary: A gente trouxe algo mais voltado à discussão, não slides [...]. Fizemos uma reflexão do que foi discutido no dia a dia, do projeto em que trabalhamos. Uma questão que escolhemos – eu mesma me interessei bastante – foi principalmente a respeito da valoração, tema muito trazido desde o começo. Desde o início, a gente não conseguiu trazer um modelo matemático ligado a isso, então, tentamos pesquisar um pouco mais sobre o assunto.

Mediante essa abertura, a aluna resgatou considerações feitas por outros grupos, que envolviam acidentes ambientais causados por petroquímicas. Relembrou o quanto é difícil realizar um estudo maior relacionado a certos acidentes. Fez menção das diferentes variáveis que podem englobar os trâmites processuais, além de pontuar aspectos relativos ao uso de cálculos matemáticos nesses contextos. A fim de respaldar sua argumentação, Mary destacou que mesmo nesse caso do incêndio em Santos, ainda não havia um parecer concluído sobre os valores dos reais prejuízos causados pelo acidente. Além disso, ela observou:

Mary: Há um tempo estimado para a região ser ou voltar a ser recuperada? E se sim, isso pode demorar muito tempo, muitos anos, e vários cálculos teriam que ser considerados [...]. Então, a partir disso, a maioria das empresas envolvidas têm pressa em encobrir os estragos que ela causou, vamos dizer, o mais rapidamente, antes de tudo ficar nas mãos da mídia! Porque quando a mídia começar a disparar as notícias, por certo, será problema para elas. Por isso, geralmente são tomadas medidas de emergência que aparentemente resolvem o problema.

Seu apontamento se respaldou na leitura de uma notícia de jornal acerca das providências de uma empresa envolvida em um caso de vazamento de óleo no mar. A informação descrevia que houve a aplicação de medidas paliativas para sanar os problemas gerados, pois, nessa situação, vários litros de uma substância tinham sido lançados no mar através de um avião, com o intuito de quebrar as moléculas de óleo em pequenas micromoléculas. Todavia, ela acrescentou que a diluição dessas moléculas era uma solução que não considerava outros problemas que poderiam se desenvolver. Nas palavras da estudante:

Mary: Ao ser tomada essa decisão, assim rapidamente, por interesses próprios, não tem como avaliar todos os riscos que poderiam ter nesse caso, como à fauna, que é uma das bases da cadeia alimentar. Por exemplo, os camarões seriam afetados e são eles que dão continuidade ao processo de bioacumulação de resíduos. Como essas pequenas moléculas foram quebradas, destruídas aparentemente, elas podem voltar a se agrupar dando origem a aquele tipo de piche, que sedimenta os ventos do oceano. Então, por todas essas discussões que vocês veem há essa grande necessidade de tanto estudo para se chegar em mensurações, em algum modelo matemático que possa auxiliar na tomada de decisões embasadas em resultados que sejam fiéis à situação analisada. E o nosso grupo também colocou as leis, que já foram trazidas em outras apresentações, com o intuito de identificar e avaliar os impactos ambientais, para então, se analisar sua valoração monetária. Estava naquela apostila que a gente trouxe antes.

Miguel: Eu lembro ... aquele material que vocês disponibilizaram na pasta. Tinha muita coisa, e tudo aquilo era algo necessário para se chegar em uma decisão de avaliação final.

Mary: A gente colocou também alguns exemplos que tinham na nossa apostila de Cálculo. Incluímos algo sobre a valoração da qualidade dos recursos naturais que avaliam o potencial ecológico do ambiente, antes e depois do impacto negativo. Existem modelos matemáticos simples que avaliam o estado de conservação, de qualificação dos impactos de cada área, enfim, de várias variáveis. Trouxemos também algo sobre os cálculos envolvendo compensação ambiental, que é um mecanismo já existente, o qual busca contrabalancear os impactos ambientais relativos à autorização de qualquer empreendimento [...].

Juliano: A gente trouxe o cálculo de compensação ambiental, que é gerido a partir do grau de impacto do ecossistema, associado ao somatório dos investimentos que serão necessários para recuperar toda área, todo o impacto na vida das pessoas, você irá avaliar tudo. Depois desses cálculos, uma coisa que percebi, era em quem iria fazer

essa cobrança dos empreendedores. E, então, eu fui atrás de legislações. Descobri que nesse ano (2018) houve uma mudança: antes o responsável por pagar era o empreendedor, agora, atualmente, o Instituto Chico Mendes ficou responsável em orientar os empreendedores acerca dos pagamentos. Por exemplo, "Olha, sua multa foi de 16 milhões, portanto, você depositará esse valor em um banco e nós iremos administrá-lo". No caso dado, o instituto seria então responsável por avaliar e aplicar o uso desse dinheiro nas necessidades apresentadas. Antes disso, existiam reclamações por parte dos empreendedores em aplicar esse dinheiro, diziam que havia muita dificuldade, muita demora para se resolver as coisas e muitas cobranças.

Juliano completou as informações dadas, dizendo que para se calcular o valor do impacto causado por certo incidente era preciso fazer três somatórias: o do comprometimento que a área prioritária ou área central de maior impacto sofreu; a influência de risco que todo esse impacto causou sobre as unidades de conservação, e o impacto sobre a biodiversidade local. Na sequência, a aluna Mary ponderou:

Mary: Bom, esse é o cálculo que o Ibama³¹ utiliza para qualquer acidente, em geral. Todavia, mesmo de posse de todos esses cálculos, em cada uma dessas variáveis também existem outras variáveis que estão associadas a tudo isso. Por isso, não conseguimos trazer uma coisa certa, algo que englobasse tudo, mas eles usam esse método para estimar o valor do impacto.

Juliano: E a partir desse momento, cada uma dessas variáveis vai sendo destrinchada, para incluir cada detalhe. Achei interessante por ser algo abrangente, por tentar inserir todas as variáveis possíveis para definir um valor exato. Só que acho que com a pressa, com o medo de cair no esquecimento, os cálculos são feitos, mas na hora de fazer os pagamentos, eles ficam postergando a ação, e as cobranças são feitas só depois de muito tempo. E como ficam esses cálculos?

Diante dessa reflexão, o aluno complementou:

Juliano: Conseguimos encontrar apenas um exemplo com esses cálculos, que é o próprio caso do Alemoa.

Miguel: E isso não significa que eles estão prontos, não é!?

Juliano: É ...

Miguel: O caso de Mariana, por exemplo, já aconteceu há tantos anos e pelo que eu sei ainda não está encerrado ...

Mary: Isso mesmo! Às vezes se tem tanto trabalho em fazer esses cálculos, se criam tantas expectativas, e medidas erradas acabam sendo tomadas ...

³¹ Essa sigla se refere ao Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis.

Miguel: Algo que estou imaginando é que talvez no próximo curso de Ecologia haja mais possibilidade para se trabalhar com tudo isso. Vocês sabem que a grade do curso mudou, não é!? Agora não teremos mais Cálculo I, Cálculo II, teremos uma disciplina anterior a Cálculo. Ao invés de trazer elementos de conteúdo matemáticos associados à Ecologia, talvez possamos fazer o processo inverso. Quem sabe fazer um curso inteiro de Cálculo como esse que estamos tendo. Você vai estudando e vai trazendo problemas em cima das coisas, relacionados à área de vocês, de modo que possam entender como isso é feito! Talvez seja bem interessante.

Juliano: Ah, mas eu fiquei um pouco chateado, porque o dinheiro que é recebido não necessariamente precisa ser utilizado naquela área. A informação é que o dinheiro será entregue e vai ser gerido para as áreas de proteção, não fala que vai ser destinado totalmente para aquela área, visando a recuperação.

Miguel: E isso é péssimo, não é!? Aquela ideia de derramamento que eu falava. Nesse caso existe um imposto ou algo para prevenir? Ou seja, aquele imposto você já prevê para fazer uma manutenção? Mesmo nesse caso você não garante que aquilo vai ser usado na reparação, está vendo!?

Juliano: Sim, mas estava lá. Nesse exemplo, não há informação se esse recurso será usado especificamente para aquela situação ou se resolverá determinado problema.

Miguel: E uma pergunta que é mais ou menos para a área de vocês ... eu não conhecia antes de vocês relatarem. O Instituto Chico Mendes é um instituto que vocês têm contato para fazer essas discussões? Todos entendem o papel dele nesse jogo, onde se fala atualmente sobre a fusão entre os ministérios ..., o que acontecerá com esse órgão?

Os alunos discutiram sobre a indagação feita pelo professor. Nesse momento, as falas foram direcionadas para questões políticas que envolviam o país.

Vanessa: Eu acho que depende muito do caso.

Mary: Acho que entram em abordagens diferentes ...

Vanessa: Para mim, ele [o instituto] já perderia total autonomia sobre suas atividades.

Miguel: Parece, então, que ele virou um intermediário nessa situação do recebimento. Eu não sabia disso ... Para mim, já existia algum órgão que intermediasse isso há muito tempo [...]. Como vocês interpretam a criação desse órgão? Vocês acham que foi, talvez, em defesa do empreendedor ou foi mais para beneficiar as pessoas afetadas pelos danos ao meio ambiente?

Alguns usaram apontamentos ligados à ecologia e às relações humanas para manifestar sua opinião. Outros, comentaram sobre as dificuldades burocráticas enfrentadas pelos empresários para tomar qualquer decisão. Ouvia-se o som de conversas paralelas na sala. O

professor questiona sobre quando houve o início da atuação do instituto. Alguns alunos também questionam sobre isso e Juliano realiza mais um comentário a respeito da função desse órgão:

Juliano: Ele estava atuando há mais ou menos um ano por meio de medida provisória; só se tornou lei no dia 28 de maio de 2018. Pelo que entendi, os empresários pagavam ao Ibama e foi só depois que passou a ser responsabilidade do Chico Mendes.

Miguel: Ah, agora eu entendi! Esclareceu a dúvida. Na verdade, eu tinha achado estranho a criação de um órgão, um poder a um certo instituto em uma época em que quem ficou forte mesmo foi a brigada agrária, coisas assim. Então, fiquei pensando no papel de um órgão como o Instituto Chico Mendes, que ele se empoderou. Mas, não é que ele se empoderou. Ele continuou a fazer algo que ele já fazia, mas agora se assumiu mais, pois não atua mais de modo temporário, como era antes.

O estudante Juliano fez mais alguns comentários envolvendo a parte legal que amparava as funções do Instituto mencionado. Mary e ele procuraram outros tópicos que haviam marcado no material que utilizavam na apresentação. Aline falou algo sobre as responsabilidades de cada órgão (municipal, estadual e federal) e, após essa colocação, a apresentação foi encerrada. O grupo foi aplaudido e, na sequência, o outro grupo já se preparava para apresentar.

6.3 Como se quantificar coisas que não são mensuráveis?

Já era final de tarde. Assim que o grupo anterior encerrou sua apresentação, rapidamente, um dos integrantes do quarto grupo já instalava seu pendrive no computador. A ansiedade e curiosidade em saber quais temas seriam abordados por aqueles estudantes eram semelhantes aos momentos das primeiras apresentações. Em meio às minhas indagações como pesquisadora, ouvi a voz do Diego, alertando que tudo iria começar. Sergio, um dos integrantes do grupo, apresentou a formação do grupo: seria ele, Ana e Lucas. O título da apresentação era Valoração de dano ambiental. Posteriormente, ele se pôs a falar:

Sergio: Quando a gente começou a fazer as pesquisas, uma das coisas que mais nos chamou a atenção estava relacionada à questão de como dar preço às coisas. Se há um dano ambiental, como quantificar vidas humanas, cultura? Nosso trabalho tentará averiguar como é a valoração de um dano ambiental. Que preço se dá para algo que muitas vezes não é calculado do ponto de vista econômico.

Após essa introdução, a aluna Ana apresentou definições sobre a compreensão do que era um meio ambiente. Depois desta explanação, Ana realizou uma série de questionamentos:

Ana: Mas como podemos determinar valores ou estimar custos, por exemplo, em caso de danos ambientais, como é que a gente cobra recursos naturais, sendo que

difícilmente você quantifica quanto vale o ar puro? Quanto que a água, em geral, vale? E qual seu valor quando ela é contaminada? Então vimos diversos artigos e pesquisas. Concluímos que esse tipo de recurso a gente não tem como estimar, porque depende muito da área onde ele está e o que ele gera de recursos para as populações em volta. Não temos uma lei muito específica para isso. O que determina o valor da indenização dos danos materiais, culturais, morais, envolvem muitas técnicas. Quando pensamos em indenização, pensamos primeiro em recompor ou reconstruir aquilo que foi atingido, mas tem que recuperar de uma forma que seja equivalente. E essa é uma das grandes questões: Como recuperar de forma equivalente, algo que a gente nem sabe realmente quanto vale, como o ar ou o valor de uma nascente?

Mediante essas indagações, Ana concluiu que tudo o que é ressarcido de algum modo é embasado em estimativas. Ela citou o caso de uma quantificação de valor físico social, como alguém que perdeu uma casa. Nessa situação, os cálculos eram feitos segundo o valor da casa ou do terreno, por exemplo, e de acordo com a estudante, para tudo isso há uma dimensão, uma valoração simbólica. Ela esclareceu que alguns autores acreditam que não seja possível a economia quantificar adequadamente a degradação ambiental, pois os bens ambientais estão em geral fora do mercado. Logo ela destacou:

Ana: Então, podemos fazer o quê? Estimar o valor de uma multa, pois incluímos nela tudo aquilo que foi causado, como os danos, e comparamos com o valor de mercado.

Sérgio: Bom, apesar de tanta dificuldade para você quantificar algo que é tão profuso, há necessidade de fazer uma quantificação que geralmente é monetária. Para isso é preciso estabelecer quais são os bens naturais afetados, de que tipo eles são, para quê que eles servem. Então, de um modo geral, costuma-se especificar que há alguns tipos, por exemplo, o consumo direto de um recurso. Esse é um bem que você utilizará, pode ser um produto de consumo direto, a extração de um recurso natural. Outro tipo de valor é o que eles chamam de opção. Ele se caracteriza pelo "quanto se pode", ou seja, quanto uma sociedade pode pensar em gastar com o meio ambiente ou alguma questão de um recurso ambiental que possa ser utilizado no futuro. Esses são exemplos de um valor de opção; ele não é um valor de uso nesse momento, mas é um valor que pode ser usado no futuro. Uma vez que se tem estabelecido tudo isso, não se chega a um consenso com o valor econômico total que você vai tentar estabelecer para valorar um dano ambiental. A relação obtida envolve todo tipo de valor, desde direto até o valor de existência, a fim de compilar dados para tentar monetizar um dano ambiental.

Lucas, em seguida, prosseguiu com as explicações falando sobre os modos como tudo isso é tratado aqui no Brasil.

- Lucas:* Como nós falamos, o Brasil não tem uma lei específica sobre isso. O que se tem é embasado em estudos realizados no exterior. Existem dois tipos de metodologias: o plano tipo A, que abrange danos pequenos, e a base de cálculo é geralmente até cem mil dólares; e há o plano tipo B, para danos mais severos, mais graves, como o derramamento de petróleo, por exemplo.
- Sergio:* Para ilustrar como isso ocorre, fizemos o exercício de tentar montar uma situação e pensar nos cálculos envolvidos. [...] O valor adequado só vai aparecer depois de muito tempo, porque requer muitos especialistas, com muitos estudos. Então, foi com base nessas informações que nos pautamos para fazer esse exercício. Usaremos como exemplo, um acidente real ocorrido no ano de 2000, causado pela petroquímica conhecida [...]. E não dá para calcular os valores em uma semana um mês. A situação deve requerer muitos especialistas até conseguir se chegar em uma valoração. Olha esse dano ambiental vale tanto por essas questões. Evidentemente, entrarão questões culturais, morais, que a gente nem pensa, por exemplo, quanto vale a vida de uma população ou de uma família?
- Ana:* Só um adendo aqui: Fiquei super chocada com uma situação, enquanto a gente pesquisava algumas coisas de Mariana. Eu pensei: "Quanto que vale será?". Com base nas leituras, vi que depende muito da pessoa que está julgando e do que ele está levando em consideração. Por exemplo, se durante o deslizamento morreu um pedreiro ou um engenheiro, eles vão analisar com quanto aquela pessoa contribuía ou, talvez, com quanto ele poderia contribuir até a aposentadoria dele. Nesses casos, a indenização seria baseada a partir disso, não nos valores e em tudo que ele representava, seria no quanto ele poderia contribuir para a sociedade. Então, se a gente for pensar assim, quem ganha pouco, não iria ganhar quase nada, sabe ... e um engenheiro que talvez tivesse uma vida melhor, mais tranquila, ainda que ele tivesse condição, a indenização pela morte dele seria muito elevada ... gente ... O que é isso!?
- Sergio:* Então, entramos de novo nas questões morais. Uma vida de alguém que é pobre vale muito menos monetariamente, sendo o caso de um dano ambiental. Na hora de você precificar e pagar uma família. Uma vida de alguém que tem um status mais elevado vale um preço bem superior, não é!? Pelo que a gente percebeu, fazer com que as empresas paguem e leva muito tempo, e muitas vezes elas não pagam até porque não tem leis específicas para determinar o que, quem e como. Parte disso, a Ana mesmo comentou, depende também da opinião de quem julga. Uma monetarização pode ser considerada muito alta, quando for direcionada aos quilombolas: "Vocês estão oferecendo 30 milhões? Não, de forma alguma, não poderia fazer isso. Mas para essa empresa que foi prejudicada, que é uma rede hoteleira, 100 milhões". Então é bem complicado, e as próprias grandes empresas, que causam danos ambientais, recebem descontos depois. A Petrobras, no acidente no qual nos baseamos, foi multada inicialmente em 50 milhões e, logo após, ela já recebeu um desconto de 20 milhões, porque tinha intenção de acertar de fazer tudo o que precisava. Mas, alguns anos após, pouca coisa desse valor havia sido paga. Entendemos que a lei não é clara, não é objetiva, e os parâmetros são variáveis, depende de equipe, do julgamento realizado, depende para onde esse dinheiro vai, do impacto que aquilo causa.

Sergio concluiu que normalmente as indenizações para pessoas mais simples são sempre mais baixas. Posteriormente, Ana falou sobre o exercício que fizeram.

Ana: A gente fez um caso hipotético e, aí, a gente estimou valores. Nós gostamos muito da apostila que foi trazida à aula [pelo grupo 3] e, então, estabelecemos alguns parâmetros que poderíamos usar. Vimos, a partir daí, um caso sobre o derramamento de óleo, e encontramos uma fórmula que dizia se o impacto era irrelevante, moderado ou se era crítico. Então conseguimos plotar junto com a tabela e conseguimos saber qual valor que aquilo tinha.

Sergio: Nós fomos determinando o que a gente considerava no nosso acidente.

Ana: Sim, nós supomos que já éramos os técnicos.

Miguel: E qual foi o acidente?

Sergio: Foi um derramamento de um milhão de litros de óleo em uma baía perto da região que vocês trouxeram. Nesse caso afetou uma ilha, uma orla, quilombolas, caiçaras.

Ana: E nós ficamos achando que iria dar super severo, muito alto, porém, quando fizemos as contas, deu moderado. Então percebemos que depende muito dos parâmetros que você usa para fazer a análise. E para converter isso em dinheiro, pior ainda, porque ninguém quer pagar, não é? Pelas nossas contas deu um total de 369 milhões de multa, mas sem os descontos.

Sergio: E para fazer isso nos baseamos em um caso real, ocorrido com uma grande petrolífera. Fomos avaliando as consequências do acidente deles e do nosso, mesmo o nosso sendo bem menor, concluímos que é bem difícil quantificar monetariamente, aspectos como a cultura, o patrimônio histórico.

Miguel: Foi muito bom vocês fazerem esse exercício. Fazendo na prática deu para notar o quanto é difícil. E essa questão ética... quando se começa a pensar nas pessoas afetadas... nossa!!

E o professor Diego complementou a fala de Miguel:

Diego: Eu acho que é interessante o que vocês fizeram porque, por exemplo, na situação hipotética que a Débora trouxe no estudo de apoio, os especialistas trouxeram valores diferentes para as multas, então que critérios cada um desses especialistas defendia, o que eles achavam que era importante olhar ou não ... Tudo depende dos interesses envolvidos também.

Sergio: É, nosso caso por exemplo, nosso interesse era em saber como estimar valores para meio ambiente, para as vidas dos animais e das pessoas, para a cultura. Por exemplo, a cultura dos quilombolas diante de outras culturas, seria considerada inferior?

Miguel: É, e aí você deixa uma pergunta aberta para ficarmos talvez um ano pensando e ainda não saberíamos a resposta, mas é interessante. E temos que pensar que em pesquisas como essas, é preciso se pautar em leis que já se tem. E daí o que se tem

é que a indenização seja paga de acordo com o quanto aquela pessoa contribuiria ao INSS³², por exemplo. Mas se não houver uma discussão sobre isso, irão manter o que já se tem. Nem sempre o juiz é mal-intencionado, e diz não, porque ele acha que a vida dessa pessoa é inferior. Para tomar qualquer decisão, é porque já há algo para direcionar, para se quantificar, no caso, uma vida. Não quer dizer necessariamente que essas pessoas estão em apoio, mas é o que se tem no momento.

E ele complementou:

Miguel: Quantas vezes em conselho da pós-graduação a gente tem que se pautar em coisas que a gente não concorda, mas naquele momento tinha que agir daquele jeito porque está escrito assim, e na próxima reunião a gente tenta fazer alteração na legislação. Mas não dá para mudá-la no momento em que está diante do problema.

O grupo concordou com essa reflexão do professor Miguel e mais comentários foram feitos nesse sentido. Alguns colegas fizeram perguntas e, depois, os estudantes encerraram a apresentação.

Assim, fizemos o fechamento das atividades e destacamos os objetivos da pesquisa como um todo. Agradecemos o empenho e dedicação de toda a turma e, após essas colocações, o professor conversou com os alunos sobre o desenvolvimento da disciplina ao longo do semestre e dos processos avaliativos. O professor Miguel afirmou que agora, a maioria da sala poderia sair para comemorar. Após essas finalizações, nos despedimos dos alunos. A minha sensação naquele momento? Estava totalmente maravilhada com a riqueza de tantos aprendizados desenvolvidos em tão pouco tempo.

³² Refere-se ao Instituto Nacional do Seguro Social. Ele foi criado em junho de 1990 e representa uma organização pública prestadora de serviços previdenciários para a sociedade brasileira.

7 DEIXE VIR À TONA AQUILO QUE SE MOSTRA

Esta seção apresenta os encaminhamentos relativos à etapa de análise dos dados. Sua construção está ligada à questão de pesquisa que conduz esta pesquisa: **“Como os aspectos da matemática em ação podem emergir em cursos do Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning?”**

Desta forma, descrevemos os procedimentos que conduziram as análises, e apresentamos os três temas centrais, que se referem aos resultados da pesquisa.

7.1 Procedimentos de análise dos dados

A fim de contemplar o objetivo da pesquisa, o encaminhamento da análise dos dados se desenvolve a partir de procedimentos flexíveis, que não possuem regras precisas nem passos criteriosos a serem seguidos. Esta escolha se fundamenta em pressupostos de Goldenberg (2004), ao afirmar que a sensibilidade, a intuição e a experiência do pesquisador são elementos relevantes para a constituição dos resultados da pesquisa. Ainda assim, para estruturar e descrever determinadas etapas dos processos realizados, outras inspirações teóricas também são utilizadas.

A partir da organização e preparação dos dados, houve um contínuo processo de reflexão acerca dos materiais analisados, além da prática de elaborar questionamentos e anotações durante todo o processo. Para tanto, ocorreu uma profunda leitura dos textos apresentados nas seções 5 e 6 deste estudo. Esse processo ocorreu por diversas vezes, com o intuito de filtrar e registrar as discussões mais relevantes.

Com isso, iniciou-se a organização dessas percepções em “grupos” antes de dar algum sentido a estes “grupos”. Várias informações do texto foram destacadas, utilizando-se a segmentação de frases ou parágrafos (CRESWELL, 2007). O olhar para os encontros e para as discussões ocorridas nas duas instituições de Ensino Superior era cada vez mais cuidadoso. Inicialmente, uma lista com alguns termos ou tópicos relevantes foi sendo construída. O retorno aos dados e a essa lista foi um processo contínuo. A intenção era perceber o que os dados revelavam, deixando vir à tona aquilo que se mostrava.

Para exemplificar como esse processo ocorreu, mencionamos um dos textos descritos na seção 5, relativo à produção de dados na instituição A. Depois de sucessivas releituras, os olhares se destinaram a captar trechos considerados significativos. O foco era buscar aspectos relevantes aos interesses da pesquisa, procurando perceber elementos ligados à matemática e a

sua presença na realidade dos participantes, na sociedade; era investigar como a matemática aparecia nas discussões feitas durante os encontros, sem necessariamente considerar os aspectos da matemática em ação propriamente ditos. Esses trechos eram destacados com uma cor de realce, conforme é apresentado no Quadro 6, a seguir:

Quadro 6 – Recorte extraído do encontro “Certas coisas não convencem, e outras não fazem sentido”, com destaque aos trechos relevantes.

Nesse sentido, realizei mais algumas explanações destacando o projeto que elas haviam mencionado, referente ao meio ambiente e a construção de uma usina nuclear. Resgatei pontos relevantes mencionados por elas durante as entrevistas individuais, como, por exemplo, que a matemática só se pauta na prática de explicações e exercícios. Fizemos alguns comentários sobre a necessidade de existir um ensino interdisciplinar. Foi, então, que introduzi os motivos que levaram à elaboração do estudo de apoio:

Débora: O caso apresentado anteriormente foi algo real [...] vimos nos vídeos que a população local estava bem preocupada com essa questão da poluição. Muitos viviam da pesca e houve várias consequências. Então nós pegamos essa situação real, de Alemoa, e fizemos a conexão com a sugestão de um projeto, que estava em um livro de Cálculo. Este, era um problema fictício, o qual tratava do derramamento de um agente oleoso em uma baía. Então, a proposta era fazer associações entre os conhecimentos que poderiam ser explorados em ambas situações, promovendo diferentes reflexões críticas.

Após sinalizarem com a cabeça que entenderam a proposta fizemos outros comentários sobre isso e a leitura do estudo de apoio contida na página 2, foi iniciada. O relato era sobre o derramamento de um agente oleoso em uma baía, com indicações dos níveis de concentração de poluentes no local. Parecendo estar bem disposta, Luara realizou a leitura, até que chegou na informação a seguir:

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano.

Mediante a leitura deste excerto, pedi licença para fazer uma pergunta.

Débora: Aqui eu gostaria de fazer só uma pergunta: "Capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20%. Qual a compreensão de vocês sobre isso?"

Luara: Não sei o que é autodepurar, mas deve ter relação sobre algo que acabou.

Renata: Eu acho que deve ser a taxa que ela leva para diminuir, por exemplo, em um ano, ela volta a ser 20% o que era antes.

Luara: Então ela sempre vai diminuir 20% e 20%; vai tirar cada vez mais óleo e sempre vai sobrar um pouquinho nela.

Débora: Estamos caminhando ... Estamos fazendo o quê? Levantando hipóteses sobre algo que não sabemos. Olhem ali uma outra informação sobre a despoluição ...

Então esse autodepurar tem relação com o que vocês falaram. Então, será que vai chegar um momento em que o ambiente aquático será totalmente despoluído? Baseando-se nas hipóteses que vocês levantaram, podemos observar, mais adiante, o modelo matemático que foi usado para indicar a concentração do agente oleoso. Ou seja, esses ambientalistas foram fazendo estudos a respeito dessa autodepuração, e para isso eles criaram um modelo matemático, pensando na concentração de poluentes que existia ali.

Pedi para que as alunas analisassem a notação que dava continuidade ao trecho da autodepuração:

Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$\begin{aligned} f(1) &= 10 \\ f(x + 1) &= 0,8 \cdot f(x) \end{aligned}$$

Depois disso, perguntei o que elas haviam compreendido no tocante a essas informações. Na sequência, Renata respondeu:

Renata: Que o próximo [valor] sempre vai ser 80% do anterior.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Os fragmentos destacados no quadro anterior eram selecionados, de modo que pudessem facilitar a compreensão daquilo que se mostrava. Com isso, algumas impressões, pensamentos, reflexões, advindas dessas seleções, eram elaboradas e anotadas separadamente. Posteriormente, à medida que novas leituras do texto selecionado no Quadro 6 eram feitas, outros recortes eram realizados, porém, nesse momento, o intuito era destacar algumas percepções, por meio da marcação de palavras e de sentenças. O objetivo era tentar perceber o que essas marcações poderiam significar, ou seja, era tentar dar algum sentido ao que tudo aquilo significava. Processos relacionados a essa fase estão indicados no Quadro 7:

Quadro 7 – Seleção de fragmentos, com destaque aos termos ou sentenças relevantes.

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano.

Débora: Aqui eu gostaria de fazer só uma pergunta: "Capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20%. Qual a compreensão de vocês sobre isso?"

Luara: Não sei o que é autodepurar, mas deve ter relação sobre algo que acabou.

Renata: Eu acho que deve ser a taxa que ela leva para diminuir, por exemplo, em um ano, ela volta a ser 20% o que era antes.

Luara: Então ela sempre vai diminuir 20% e 20%; vai tirar cada vez mais óleo e sempre vai sobrar um pouquinho nela.

Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Renata: Que o próximo [valor] sempre vai ser 80% do anterior.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Neste caso, os indicadores apontados no Quadro 7, como: “autodepurar a uma taxa de 20%”, “não sei o que é” e “deve ter relação sobre algo que acabou”, por exemplo, traziam à tona reflexões sobre o processo de investigação ligado ao modelo matemático dado. As alunas procuraram entender o significado de um termo que desconheciam. Para isso, elas levantaram hipóteses, tentaram compreender o contexto de aplicação. Esse entendimento foi se constituindo a partir de falas como: “ela sempre vai diminuir” e “vai tirar cada vez mais óleo”.

Após a realização dessa etapa partiu-se para uma releitura dos dados, verificando se havia outros momentos que se aproximavam das ideias ou dos pensamentos elaborados. Vale ressaltar, que era sempre necessário retomar os pressupostos teóricos e os objetivos da pesquisa. Para Bauer e Gaskell (2002), é preciso dar tempo suficiente para compreender tudo o que é analisado, pois não se pode obter os resultados de forma imediata; tudo isso é construído ao longo do processo. Assim, novos fragmentos, novos recortes de palavras e sentenças, advindos de outros textos apresentados tanto da seção 5 quanto da seção 6, associados às anotações feitas no diário de campo da pesquisadora, formavam um agrupamento de assuntos e ideias similares. Este processo se aproximou de sugestões dadas por Creswell (2007) no tocante a identificação de possíveis categorias advindas das transcrições ou de recortes de segmentos de textos com cores diferenciadas.

As percepções indicadas no Quadro 8, bem como outras anotações, geraram alguns agrupamentos que tinham em comum ideias similares. Por exemplo, após perceber e registrar aquilo que os dados mostravam, partiu-se para uma possível representação, que era identificada por meio de palavras-chave, termos específicos, frases curtas e anotações gerais, como “representações matemáticas”, “fórmulas” e “interpretação”. Isso porque as descrições apresentadas evidenciavam inclinações dos participantes para o uso de algumas fórmulas e suas possíveis representações/interpretações na realidade. Surgia, então, o primeiro tema de análise.

Desta forma, procedimentos semelhantes aos descritos anteriormente foram realizados com outros textos das seções 5 e 6, resultando assim em novos temas de análise, que se amparam na fundamentação teórica do estudo e em evidências específicas ligadas à problemática da pesquisa.

7.2 Temas que emergem

À luz de embasamentos teóricos sobre os cinco aspectos da matemática em ação e do PBL houve a organização de elementos relevantes aos interesses desta pesquisa.

Ressaltamos que as reflexões referentes à matemática em ação envolvem: o uso e aplicações do conhecimento matemático em diferentes contextos; as possibilidades de compreender como a matemática se apresenta em nossa realidade; aspectos inerentes à formação dos estudantes e suas possíveis atuações na sociedade, incluindo campos profissionais e pessoais; dentre outras considerações.

A priori, de acordo com cada tema que surgia, não tinha pensado em evidenciar diretamente os cinco aspectos da matemática em ação. Entretanto, a partir de releituras dos quadros elaborados, das marcações realizadas e dos aportes teóricos adotados, foi possível perceber que vários agrupamentos e anotações feitas possuíam relação, direta ou indireta, com os aspectos da matemática em ação. Nesse sentido, apresentamos três temáticas relativas a este conceito.

Enfatizamos também que a imersão nos dados nos fez perceber a relevância do PBL em todo o desenvolvimento da proposta. Deste modo, ao descrever essas percepções, um novo tema emergiu, fazendo-nos pensar em destacar as diferentes contribuições do PBL no contexto do estudo. Assim, elaboramos quatro temas centrais, no total, conforme apresentamos no Quadro 8 a seguir.

Quadro 8 – Temas de análise.

| Temas | Aspecto(s) da matemática em ação/princípios de aprendizagem abordado(s) |
|---|---|
| Contextos de aprendizagem com fórmulas ou conceitos matemáticos podem nos dizer muitas coisas | Imaginação tecnológica Raciocínio hipotético Realização |
| Elaborando legitimações ou justificações por meio da matemática | Legitimação ou justificação |
| Reflexões sobre responsabilidade, ética e valoração | Dissolução da responsabilidade |
| Construindo saberes por meio da prática e da pesquisa | Estudos centrados em problemas Estudos dirigidos aos participantes Interdisciplinaridade Exemplaridade |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

A partir das discussões geradas em torno de um problema, diferentes experiências foram compartilhadas como, por exemplo, o levantamento de hipóteses, o planejamento e a execução de planos de estudos, os processos de interação entre estudantes e facilitadores da aprendizagem, o compartilhamento de conhecimentos relativos a vários campos de atuação profissional, etc.

Durante os encontros realizados, os participantes não foram apresentados ao conceito da matemática em ação, nem mesmo aos cinco aspectos ligados a ele, que são: a imaginação tecnológica, o raciocínio hipotético, a justificação e legitimação, a realização e a dissolução da responsabilidade. Eles não receberam explicações sobre o que cada aspecto significava. Tal fato não foi informado por dois motivos principais: um deles era não influenciar no desenvolvimento das atividades realizadas e o outro, era averiguar se algum desses aspectos relativos à matemática em ação, iriam surgir durante as discussões.

Logo, ao iniciar as análises, muitas coisas vieram à tona; diferentes elementos se apresentaram. Ao se elaborar os temas e refletir sobre o que cada tópico iria explorar, algumas descrições gerais foram feitas. Como proposta, pensou-se em realizar composições textuais separadas, sintetizadas nas descrições a seguir:

O primeiro tema, posteriormente intitulado "Contextos de aprendizagem com fórmulas ou conceitos matemáticos podem nos dizer muitas coisas", surgiu a partir das interpretações dos participantes a respeito do uso de fórmulas, equações, índices matemáticos ou mesmo de

conceitos ligados a esse campo de conhecimento. Em um primeiro movimento de análise eles pareciam querer compreender os modos como a matemática operava em determinadas situações, fosse de maneira implícita ou explícita. Isso se mostrava muito presente em meio ao movimento de análises. Em certos casos, os participantes pareciam perceber como seria o contexto descrito em cada caso abordado. Eles levantavam diferentes hipóteses, buscavam identificar e avaliar as possíveis consequências de um projeto, empreendimento ou decisão, e também pareciam compreender a aplicação real de modelos matemáticos em seus campos de atuação.

Logo, conforme as leituras dos materiais analisados eram aprofundadas e revendo as anotações do diário de campo, mensagens relativas a preocupações dos estudantes próximas da imaginação tecnológica, do raciocínio hipotético e da realização vinham à tona. Várias considerações feitas por eles, também demonstravam ter relação com concepções sobre o grupo dos construtores e dos operadores. Enfim, a elaboração desse tema tem como intuito evidenciar essas percepções, além de propor discussões que visam contribuir com o campo da Educação Matemática nas universidades.

O segundo tema, nomeado "Elaborando legitimações ou justificações por meio da matemática" traz algumas discussões sobre o aspecto da legitimação e justificação. Durante a realização dos encontros, diferentes percepções ocorreram nesse sentido. Tanto na instituição A quanto na instituição B, os participantes demonstravam preocupações acerca dos modos como a matemática poderia ser utilizada para embasar determinadas ações e decisões. E, eles refletiram sobre como isso acontecia em diferentes situações, nas consequências que tudo poderia ter.

Momentos como os descritos anteriormente pareciam se destacar a partir das leituras dos encontros e das discussões apresentadas nas seções 5 e 6. Palavras como critérios, padronizações, dados matemáticos e discussões sobre o uso de equações matemáticas, por exemplo, foram anotações destacadas em meio a esse movimento de percepções iniciais. E, essas percepções, se conectavam com considerações pertinentes à legitimação e à justificação. Elas abriram possibilidades para que se pensasse na elaboração de uma narrativa voltada a este aspecto da matemática em ação. Isso porque, em muitas situações cotidianas, a matemática pode ser tida como um recurso adequado, como algo suficiente para apoiar diferentes argumentações. Diversas padronizações e critérios pautados em modelos matemáticos são usados para legitimar ou justificar algo. Entretanto, nem sempre o conhecimento matemático por si só pode servir como base de certas afirmações ou decisões. Nem sempre os dados ou resultados obtidos realmente representam um contexto real, afinal, a matemática não é um

sistema perfeito, neutro e infalível. Por isso, explorar reflexões sobre esses assuntos, com vistas ao desenvolvimento do senso crítico dos estudantes, além de proporcionar um ensino e aprendizagem da matemática que estimule discussões sobre as diversas maneiras como o conhecimento matemático pode ser usado na realidade, são abordagens que serão feitas nesta segunda temática.

"Reflexões sobre responsabilidade, ética e valoração" é o título do terceiro tema. Ele tem o intuito de apresentar momentos das discussões realizadas ao longo dos encontros que retratam a dissolução da responsabilidade. São feitas abordagens sobre responsabilidade, ética e valoração e, ainda, apresentamos reflexões relativas a diferentes questões como, por exemplo, a quantificação de vidas, ao ressarcimento de recursos naturais, as relações de poder, dentre outros. A abordagem desses assuntos parece estar presente em vários momentos durante os encontros. As preocupações dos participantes diziam respeito ao caso real apresentado, referente ao acidente em Alemoa, mas também se revelavam a partir de análises de outros acidentes ambientais ocorridos no país.

Além disso, preocupações com os termos-chaves dessa temática, como responsabilidade e ética, estavam sendo constantemente relacionadas. Por exemplo, ao pensar na aplicação de um modelo matemático em determinada situação, podemos questionar sobre quem havia autorizado o seu uso naquele contexto ou quais pessoas (ou grupo de pessoas) eram responsáveis por sua aplicação. Interessante pensar também nas questões éticas envolvidas nos casos analisados, além de refletir acerca da valoração dos danos causados, do cálculo de indenização e das formas de estabelecer quantificações de modo geral. As percepções iniciais colocavam esses termos em evidência. Portanto, o intuito é abordar assuntos como esses ao longo do desenvolvimento desse tema. Tais considerações dizem respeito não só à formação dos universitários, mas também estão relacionadas ao campo da Educação Matemática.

O último tema que veio à tona foi "Construindo saberes por meio da prática e da pesquisa". Conforme alguns recortes de fragmentos eram extraídos para elaborar reflexões sobre os outros temas, fui notando que por trás de muitas coisas estava o PBL. Pouco a pouco, algumas ideias se desenvolveram e as primeiras anotações sobre as percepções passaram a ser registradas. Desse modo, a elaboração deste tema tem como propósito evidenciar momentos em que essa metodologia de ensino favoreceu os processos de ensino e aprendizagem, contribuindo com a construção de diferentes saberes por meio das investigações realizadas. Para isso, as considerações serão pautadas nos respectivos aportes teóricos sobre o assunto, de modo que os princípios de aprendizagem do PBL também sejam colocados em destaque.

Sendo assim, optou-se por distribuir cada tema em quatro seções distintas, numeradas de 8 a 11. Por fim, as inferências acerca dos resultados e desdobramentos da pesquisa, bem como suas contribuições para o campo da Educação Matemática Crítica e da Educação Matemática no geral são contempladas na seção 12 desta tese.

8 O QUE CONTEXTOS DE APRENDIZAGEM COM CONCEITOS OU FÓRMULAS MATEMÁTICAS PODEM NOS DIZER?

Em diferentes momentos da produção de dados, o uso de alguns conceitos ou fórmulas matemáticas em situações variadas, mobilizaram muitas reflexões. Esses contextos de aprendizagem contribuíram para que alguns aspectos da matemática em ação fossem percebidos durante as discussões. Assim, ao elaborar este tema contemplamos três aspectos: a imaginação tecnológica, o raciocínio hipotético e a realização. Também são considerados alguns desdobramentos relevantes que englobam a aplicação de conhecimentos matemáticos na realidade.

Assim, vamos conduzir os olhares para a abertura de outras possibilidades ao campo da Educação Matemática nas universidades.

Um professor colocando diferentes relações matemáticas na lousa. Um livro didático ou um material apostilado. Estudantes copiando exemplos ou resolvendo exercícios. Normalmente, este é o cenário que prevalece em muitas aulas de matemática do Ensino Superior.

Os contextos de aprendizagem que iremos apresentar envolvem sim, uma lousa, materiais de estudos, exemplos ou exercícios, mas neste contexto foi valorizado o protagonismo dos estudantes e, por meio disso, evidenciaram-se alguns aspectos da matemática em ação, bem como outras reflexões começaram a emergir.

Para apresentar tais percepções, ao longo da escrita procuramos evidenciar os aspectos mencionados anteriormente. Primeiro, discorreremos sobre a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético. Posteriormente, falaremos a respeito da realização e, para finalizar, trazemos considerações acerca das relações entre esses três aspectos da matemática em ação.

8.1 Percebendo dois aspectos: a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético

Quando Skovsmose (2007) menciona o termo matemática em ação, ele está se referindo aos modos como diferentes concepções matemáticas podem ser projetadas na realidade e, uma delas, diz respeito à imaginação tecnológica. Se estamos considerando a elaboração de projetos ou cenários que incluem a identificação e a análise de situações hipotéticas, tendo como suporte bases matemáticas, pensamos, então, na construção de situações que ainda não foram desenvolvidas. Neste sentido, a matemática pode contribuir fornecendo alternativas, inclusive tecnológicas, para analisar os casos apresentados, desde o planejamento até as suas possíveis

execuções. Em outras palavras, a imaginação tecnológica está relacionada ao planejamento de projetos e ações elaborados com embasamentos matemáticos.

As explanações anteriores podem ser vislumbradas, por exemplo, na colocação de um estudante que participou de um dos encontros na instituição A:

Rogério: [...] poderíamos trabalhar com alguns modelos matemáticos pensando na influência que isso teria no trânsito daquela região. Eles poderiam estar ligados a algum projeto que foi feito ou que a gente quer fazer. Você pode verificar o quanto isso vai influenciar na fauna, você vai ter que fazer uma movimentação dos animais que estão em volta e tem que ter toda essa parte de planejamento do quanto isso iria mudar no entorno. Por exemplo, dados estatísticos ... Acho que seria interessante incluí-los na análise para quantificar o quanto que iria mudar e tomar as respectivas providências para amenizar os impactos, o máximo possível.

O estudante Rogério, nesta fala, demonstra que a matemática está associada com a imaginação tecnológica. Os exemplos descritos por ele revelam a elaboração de situações hipotéticas e mostram que há possibilidades de se pensar em diferentes alternativas a partir da análise e compreensão de modelos matemáticos e do uso da estatística. Ao pensar na organização do trânsito ou de um projeto que seria criado em certa região, ele destaca que essa fundamentação matemática auxiliaria nos processos de planejamento e execução de projetos ligados à engenharia, possibilitando inclusive avaliar impactos que poderiam ser causados.

Outra estudante, que também participou das atividades realizadas na instituição A, mencionou algo sobre a importância de dados matemáticos na análise de situações diversas, como impactos ambientais e sustentabilidade:

Renata: Estou cursando [a disciplina de] Economia e nós estamos fazendo um trabalho sobre reciclagem. A gente aborda tudo isso, inclusive os impactos no ambiente. Eu não sei se tem a ver, tem muita contabilidade, essas coisas ... envolve sustentabilidade e outros dados numéricos que precisam ser analisados.

Em ambas as situações expostas, a matemática forneceu possibilidades para que os estudantes desenvolvessem o raciocínio hipotético, no sentido de analisar e avaliar as consequências do cenário imaginário construído. Por meio dela, seria possível levantar hipóteses acerca dos reais impactos de um dado projeto, averiguando sua viabilidade naquela situação.

Em diferentes momentos, notamos conexões entre o uso da matemática e a análise de situações variadas. Para exemplificá-las, vamos utilizar inicialmente uma percepção relativa ao direcionamento de investigações sobre os processos de autodepuração.

Na instituição A, os participantes trabalharam efetivamente com o material entregue no início das atividades, que consta no Apêndice desta tese. A condução da proposta não envolvia explicações pontuais quanto ao significado do termo autodepuração. As interpretações relativas ao que essa palavra queria dizer se desenvolveram ao longo dos encontros e foram feitas pelos próprios estudantes, a partir do seguinte trecho:

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano.

Débora: Aqui eu gostaria de fazer só uma pergunta: "Capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20%. Qual a compreensão de vocês sobre isso?"

Luara: Não sei o que é autodepurar, mas deve ter relação sobre algo que acabou.

Renata: Eu acho que deve ser a taxa que ela leva para diminuir, por exemplo, em um ano, ela volta a ser 20% o que era antes.

Luara: Então ela sempre vai diminuir 20% e 20%; vai tirar cada vez mais óleo e sempre vai sobrar um pouquinho nela.

E o levantamento dessas hipóteses era associado ao seguinte modelo matemático:

Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Logo, uma das estudantes se manifestou:

Renata: Que o próximo [valor] sempre vai ser 80% do anterior.

O caso apresentado era fictício, no entanto, as estudantes de engenharia foram elaborando uma visualização desse cenário, mesmo sem ter conhecimentos específicos concernentes ao significado do termo ou aos processos de autodepuração em si. Isso foi sendo construído em conjunto à análise do modelo dado e, posteriormente, as discussões se ampliaram. Houve abertura para que a imaginação tecnológica viesse à tona, isso porque as alunas usaram as informações matemáticas dadas para visualizar o que estava acontecendo

naquele contexto e, conseqüentemente, chegaram à conclusão do que poderia significar o termo autodepurar. A imaginação tecnológica forneceu elementos para que as alunas pudessem compreender o significado dessa palavra.

Na instituição B, também houve abordagens acerca desse termo. Entretanto, elas surgiram de pesquisas realizadas pelos próprios alunos. Durante os encontros presenciais essa palavra não foi alvo das discussões. O único momento em que ela foi citada ocorreu durante a entrega do material e apresentação do estudo de apoio à turma. Isso aconteceu de modo sucinto e objetivo, e não houve questionamentos ou manifestação de interesses sobre o assunto. Contudo, de forma surpreendente, no dia das apresentações finais, um dos grupos, formado pelos estudantes Katia, Carlos, Lívia, Lidiane, Paula e Henrique mobilizou todas as discussões em torno desse termo, de acordo com a explanação que segue:

Katia: Bom o objetivo é associar o que aconteceu no Alemoa com o processo de autodepuração, legislação e indenização [...]. A autodepuração é a capacidade do rio, de lagos e lagoas restaurarem as suas características naturalmente, decompondo os componentes através das bactérias aeróbicas e anaeróbicas.

Carlos: Aqui tem um resumo do que ela falou sobre autodepuração. Geralmente ela é dividida em cinco zonas. A primeira é não poluída, ou seja, quando o ambiente está naturalmente equilibrado com alta diversidade, até que, em certo momento, ocorre o despejo do efluente do poluente, que no caso foi o acidente em Alemoa. [...]. Na quarta zona, que é a zona de recuperação, já começam a aparecer alguns peixes carpas e sanguessugas. Nessa zona é que aparecem as bactérias lubrificantes, que vão transformar a matéria orgânica em nitrato, e é esse nitrato que vai fazer aparecer as algas. Estas, por sua vez, começam a consumir esses nitratos e também por causa da transparência da água, essa riqueza de algas conseqüentemente vai aumentar o oxigênio dissolvido. Na última zona, que é a zona não poluída, é onde notamos que vai restabelecer o estado natural do curso da água.

No caso desse grupo, composto por estudantes de Ecologia, percebemos que essas e outras explanações estavam atreladas às explicações sobre os processos de autodepuração. Os alunos se preocuparam em detalhar cada uma das cinco zonas e exibiram imagens nos slides para facilitar a compreensão, porém, nenhuma fórmula ou expressão matemática apareceu explicitamente. Esse fato nos chamou a atenção ao analisar o que aconteceu em ambas as instituições de ensino, pois estes últimos fragmentos serviram de complementação para os apontamentos levantados por Luara e Renata, da instituição A. Entretanto, estas estudantes

concluíram que o processo de autodepuração estava associado com as taxas de diminuição da concentração de poluentes e as colocações delas se respaldaram nos modelos matemáticos dados, revelando percepções sobre a imaginação tecnológica,

Na primeira situação, os alunos de engenharia procuraram fazer as interpretações de acordo com o material que possuíam naquele momento. Mesmo com seus celulares em mãos ou com um notebook a disposição, recursos estes que tinham acesso à internet, elas optaram em compreender o significado do termo autodepurar amparando-se nas relações matemáticas e no contexto apresentado. No caso da instituição B, os estudantes, certamente, se interessaram pelo assunto com base nas análises do contexto dado no material de apoio e resolveram aprofundar as pesquisas, mas sem destacar o uso de expressões matemáticas contidas naquele material. Eles não optaram, por exemplo, em abordar estudos sobre autodepuração com referência ao uso de modelos matemáticos na ecologia, mas se preocuparam em analisar como alguns conceitos usados no material fornecido poderiam ser aprofundados.

Os estudantes de Ecologia continuaram abordando ideias relativas à concentração de poluentes, destacando outros elementos importantes:

Katia: Nesse processo, dependendo do local, se for no mar, no lago, ele pode ter uma diferença de oxidação. Como nos mares a corrente é mais rápida e maior, ocorre mais rápido que no rio.

Carlos: E também a autodepuração depende tanto da velocidade do curso da água quanto da morfologia do leito do rio ou quantidade da substância que é despejada, podemos associá-la à transparência do rio.

Essas colocações envolveram explicações mais ligadas à área de Ecologia. Elas se mostraram relevantes na medida em que as análises dos participantes evoluíam e se complementavam com outras ideias. Neste sentido, podemos destacar algumas discussões que ocorreram com a turma de Engenharia, ao abordar a ideia do limite de uma função, mais precisamente, ao analisar a fórmula $f(x) = 0$. Luara, por exemplo, em sua primeira percepção, deduziu:

Luara: Eu acho que tem um limite do tanto que o lugar consegue se livrar do poluente. [...] Parece que nunca vai chegar a zero. Sabemos que isso vai diminuindo ...

Conforme as leituras complementares eram feitas, as alunas analisavam as informações dadas. Luara foi elaborando outras interpretações a respeito dessa fórmula, e Renata também dava suas contribuições:

Luara: Isso não faz sentido! Isso porque, na expressão dada, x tende ao infinito! Então, só vai voltar ao natural, no infinito ... só que a gente nunca vai chegar no infinito, porque é infinito.

Renata: Pode ficar uma quantidade muito pequena, mas, ainda assim, vai estar lá.

As estudantes refletiram a respeito do uso da fórmula. Elas procuraram avaliar o que realmente poderia acontecer naquele ambiente aquático. Suas compreensões foram sendo estabelecidas a partir da fórmula do limite. Elas exploraram o raciocínio hipotético, ou seja, avaliaram as possíveis consequências acerca do que era tratado mediante embasamentos matemáticos.

Na instituição B, o grupo de Katia apresentou considerações a respeito dessa questão da limpeza natural do rio, no entanto, os integrantes do grupo fizeram uma interpretação sem abordar nenhuma fórmula matemática. Segue o trecho abaixo:

Katia: O que a gente conseguiu associar com o rio do Alemoa é que o rio irá conseguir retornar ao que era antes. Quando ele se juntar com o mar, porque eles se juntam no final, e esse processo pode ocorrer com mais rapidez. Então, com o tempo do curso da água e juntamente com o nível dos organismos aeróbicos, naturalmente, são eliminados os poluentes e é criada uma zona de recuperação de águas limpas. Quando o rio do Alemoa se encontrar com o mar esse processo vai ocorrer com mais rapidez fazendo com que a zona se forme cada vez mais rápido, porém até esse processo acontecer vai demorar muito tempo [...].

Por meio desse trecho, notamos que essa explicação de Katia serviu como complemento das reflexões de Luara e Renata, particularmente em suas análises sobre a fórmula do limite. Vemos aqui uma possibilidade de integração direta entre dois campos de conhecimentos, a Ecologia e a Matemática. As afirmações feitas pelas estudantes e as discussões anteriores relativas à autodepuração foram conectadas. Estes e outros fatores poderiam auxiliar na constituição da imaginação tecnológica e, conseqüentemente, do raciocínio hipotético.

Em todos esses casos, os estudantes imaginaram um cenário estruturado pela compreensão de vários elementos: a fórmula de limite, as tabelas e os gráficos do estudo de apoio, bem como o aprofundamento de pesquisas concernentes à autodepuração. Eles também elaboraram raciocínios hipotéticos atrelando-os à situação dada.

Essas percepções estão em consonância com afirmações de Skovsmose (2014b, p. 96) quando diz que "pode-se refletir sobre a natureza da imaginação tecnológica amparada em matemática tendo em vista questões específicas [...]. Essa imaginação pode gerar novas diretrizes [...]. Ela pode viabilizar ações que, de outra forma, não seriam possíveis". Nessas análises, foi possível verificar que os conhecimentos utilizados se aplicaram em uma situação particular e novas possibilidades de aprendizagem, de estudos, emergiram a partir dos materiais e das discussões propiciadas. Com isso, diferentes ações e decisões poderiam ser tomadas frente às conclusões obtidas. Por exemplo, todo o contexto envolvendo esses processos de autodepuração contribuiria com a avaliação do ambiente aquático analisado e, conseqüentemente, isso possibilitaria que diferentes ações pudessem ser planejadas e executadas, como a liberação da pesca, os modos de ressarcir os prejuízos causados, dentre outros fatores. Eles colocaram em ação a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético.

Particularmente, na instituição B, as discussões sobre autodepuração se ampliaram depois da finalização da apresentação do grupo de Katia. Uma delas foi sobre a situação de um importante rio do Estado de São Paulo, o rio Tietê, e isso foi conectado a conhecimentos teóricos estudados pela turma e às abordagens feitas pelo grupo:

Miguel: Pessoal, muito legal. Gostei de um monte de coisa. [...]. O rio Tietê, em especial, vocês sabem que ele é um rio um pouco diferente, porque ele não nasce no interior e vai para o litoral, mas é ao contrário. Quando a gente vê o rio aqui no interior, na verdade ele está num momento posterior ao Tietê de São Paulo. O Carlos trouxe ali aquele processo de autodepuração e eu me perguntei, olhando para o rio Tietê, se será que ele ainda pode ficar limpo naquela região. Então, gostaria de perguntar se vocês sabem se existe a possibilidade de um rio perder o poder de autodepuração, se existe algum momento em que ele não consegue sair mais da zona séptica, naquele quadro que trouxeram. Vocês chegaram a discutir isso em algum momento do curso?

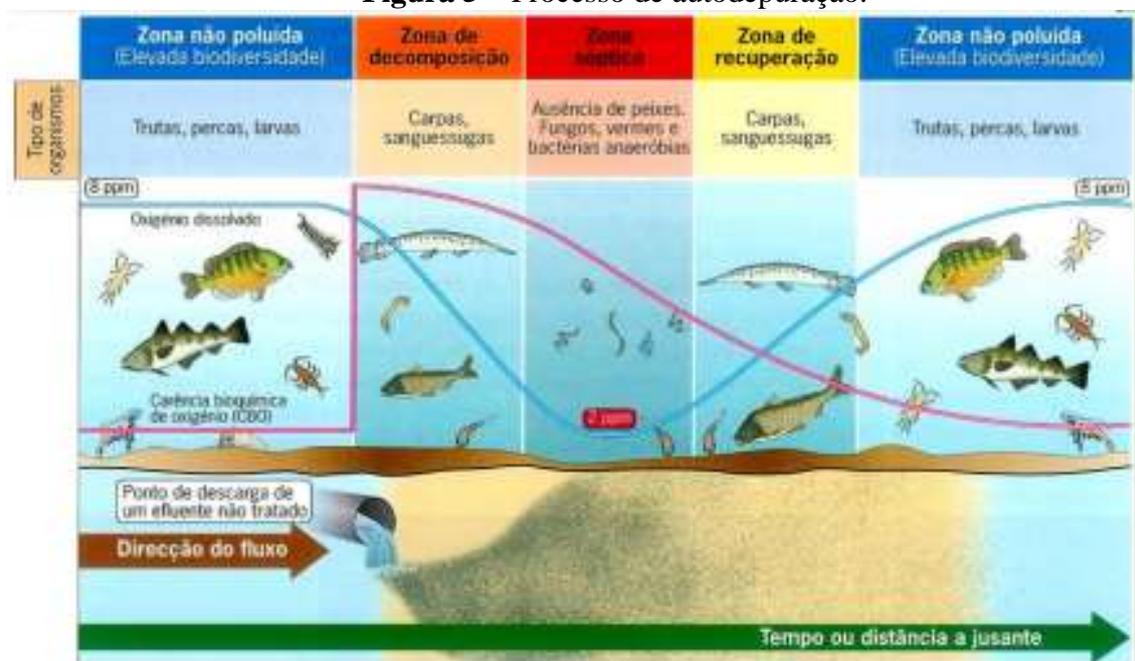
Katia: Sim. Dependendo da quantidade de material que tem na água, ele não consegue mais se depurar. Depende da quantidade de materiais, de substâncias...

Lívia: Cada vez fica mais devagar para fazer esse processo.

Até então, nas observações mencionadas acerca da instituição B, a matemática não havia aparecido de modo explícito em nenhuma colocação dos estudantes. Entretanto, após a abordagem sobre esse processo de autodepuração, o professor aproveitou para fazer uma

colocação. Para isso, ele utilizou os materiais apresentados pelos próprios estudantes e pediu que eles retomassem um dos slides, que continha a Figura 5:

Figura 5 – Processo de autodepuração.



Fonte: UNIFACS (2007)

Ao observar as imagens e as representações gráficas que apareciam na Figura 5, o professor Miguel pontuou:

Miguel: É interessante, você olhar aquele gráfico ali das algas, aquilo tudo... Por exemplo, quando você fala assim: "vai ficando mais devagar" é porque a gente pode entender que a taxa de variação instantânea é mais baixa. Então, se ela está num movimento de autodepuração, em que está ficando mais limpo, então, a taxa de variação é o quê, em termos numéricos?

Houve sussurros e murmúrios pela sala. Os alunos levantaram hipóteses, e o professor questionou novamente:

Miguel: É positiva... Então, sabe tudo isso aí, é claro, é para a gente perceber quanta coisa nós podemos fazer. Quando a limpeza está crescendo, a taxa de variação instantânea é o quê?

E, posteriormente, ele pediu que os estudantes observassem a referida figura, a fim de visualizarem o ponto de interseção:

Miguel: Positiva, não é? E a gente tem um ponto de interseção naqueles gráficos. Neles, a gente pode ter dois modelos, duas equações. A gente pode associar para ver em que momento ele sai de uma zona que está tendendo a ser mais séptica para uma mais limpa. Vocês trouxeram um material muito rico, que daria para explorar inclusive matematicamente, se nós fôssemos as pessoas responsáveis por analisar uma situação específica.

Como enfatizamos em momentos anteriores, o referido grupo não trabalhou com conceitos ou fórmulas matemáticas de modo explícito, todavia, ao perceber que alguns conhecimentos relativos às aulas de Cálculo estavam atrelados com as etapas de autodepuração, o professor, então, aproveitou o ensejo para questionar os estudantes, proporcionando reflexões complementares sobre esses assuntos. Ao falar a respeito da taxa de variação, se era baixa ou não, ao pontuar sobre a interseção entre os gráficos, vemos que há por trás a aplicação de modelos matemáticos. A abordagem de situações hipotéticas poderia ser aprofundada e isso ajudaria no planejamento de vários processos compreendidos de acordo com bases matemáticas. Esses aspectos estão ligados à imaginação tecnológica.

Uma atitude semelhante, referente a postura desse professor, já havia sido adotada anteriormente. Em um dos encontros destinados às plenárias, um grupo de estudantes falou sobre possibilidades de restauração de um local contaminado, relacionando-a com o uso de equações matemáticas (2º encontro – Agora é com vocês!)

Miguel: E, pensando nesse tipo de contaminação ou em um processo de descontaminação, vocês conseguem ver onde que essas ferramentas que trabalhamos aqui poderiam ajudar em algum momento? [...]

Aline: Não sei se é isso que estou pensando, mas, quando falamos da faixa de variação, isso é derivada, e dava para estimar o quanto isso iria continuar denso [...]

Miguel: Então, Aline, se a gente está num processo de descontaminação, o que tem que acontecer com a taxa de variação instantânea, para gente entender que a gente está num processo, que ele está nos levando para um processo de descontaminação?

Aline: Tem que estar diminuindo.

Miguel: E como isso aparece na função derivada? Se a gente tem um modelo da população ou da contaminação, se a gente deriva, temos a variação instantânea e, se estamos num processo de descontaminação, como deve estar a forma dessa função derivada, em algum momento do tempo?

Duas estudantes, Fernanda e Aline, que não eram integrantes do grupo se manifestaram:

Fernanda: Ela tem que chegar a zero? É isso?

Miguel: Será que tem que chegar a zero? Se ela estiver chegando a zero, vamos entender o que acontece? A derivada sendo zero, isso num processo de descontaminação, seria bom? Sim ou não? Por quê?

Aline: Porque mesmo quando for zero vai ter alguma coisa, né? Porque ela não tá crescendo.

Miguel: E também não tá diminuindo, ou seja, não está variando, né? E isso no processo de descontaminação é ruim. [...]. Então, nesse sentido, pode aparecer um modelo com isso daí, pois vazamentos de óleo, por exemplo, acontecem em diversos lugares aqui no litoral [...].

Os comentários gerados após a apresentação do grupo de Katia, nos permitem refletir sobre possibilidades de vislumbrar como a matemática foi colocada em ação, no tocante ao uso de conceitos como derivada, por exemplo. O professor utilizou a Figura 5 para explorar detalhes relativos à taxa de variação instantânea, aplicados a processos de descontaminação de ambientes aquáticos. Isto é, ele conduziu o olhar dos estudantes para interpretar a aplicação de um conceito em um caso específico, o que está em consonância com Skovsmose (2007, p.124), ao afirmar que "por meio da matemática parecemos aptos a investigar detalhes particulares de um projeto ainda não realizado. Assim, a matemática constitui um instrumento importante para levar adiante o experimento mental detalhado". O cenário foi estabelecido e os aspectos relativos à imaginação tecnológica e ao raciocínio hipotético também foram se desenvolvendo a partir do momento em que diferentes hipóteses foram sendo levantadas.

Assim, destacamos outros exemplos usados na elaboração da imaginação tecnológica e do raciocínio hipotético, os quais são aspectos importantes para a compreensão da matemática em ação. A explanação a seguir refere-se às relações entre modelos matemáticos e a realização de previsões, ocorridas na instituição B.

Miguel: Hum, então se faz um experimento para saber o quanto que tem? Ou seja, você faz um experimento como se fosse uma biópsia do fígado? E como fazer para você conseguir criar uma previsão?

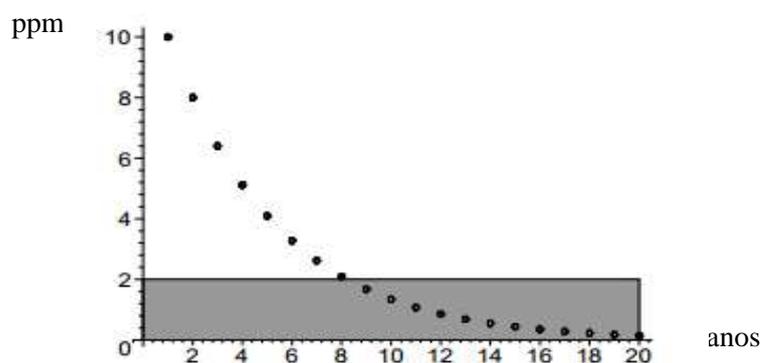
Carla: Eu acho que a gente já viu isso ... tem relação com a meia vida. Através de um próprio modelo matemático é possível estimar quanto tempo levaria para a comunidade de peixes já não estar mais com aquelas toxinas.

Miguel: Que está ligado a amostra e com os valores de algo que está diminuindo. [...] ou seja, está tendo variação aí, não é? Interessante ... E vocês têm uma ideia de como esse modelo poderia ser construído? Pelo que vocês têm visto aqui nesse curso de matemática, e outras coisas também?

Carla: Primeiro a gente teria que pensar qual organismo seria usado e teria que ser algum que fosse um bom indicador. Assim, iríamos escolher esse animal e ver qual seria o método adequado para averiguar quais foram os compostos tóxicos que o contaminaram [...]. Achei algumas coisas sobre brânquias dos peixes, que é primeiro tecido em contato com o meio ambiente onde eles estão, e é onde fica retido muita coisa. Então, teria que pensar no método para avaliar a quantidade que tem no corpo dele e saber o tipo de contaminação, além de analisar o que mais teve de impacto. Por exemplo, se foi uma descarga em mais de um elemento, entender também, por exemplo, a meia vida dele, qual é e como funciona em um processo de bioacumulação, esse tipo de coisa.

Esses trechos estavam relacionados ao fato dos estudantes terem explorado e desenvolvido diferentes situações hipotéticas para compreender o fenômeno analisado, o que, conseqüentemente, levou à construção do raciocínio hipotético. Segundo a estudante Carla, para avaliar a quantidade de toxinas presentes no corpo de um peixe, por exemplo, era necessário compreender antes disso outros fatores relevantes, como a meia vida. E a respeito dessa ideia sobre meia vida, fatos semelhantes ocorreram na instituição A, quando os participantes analisaram as funções e os gráficos contidos no estudo de apoio, a exemplo da imagem a seguir:

Figura 6 – Previsão da concentração de poluentes ao longo dos anos.



Fonte: Extraído do estudo de apoio

Após analisarem a Figura 6, os participantes se manifestaram:

Mateus: Dá para perceber que isto tá diminuindo.

Rogério: É isso! Vai diminuindo ... lembra muito o período de meia vida.

Mateus: É, parece de meia vida; parece que está caindo pela metade, mais ou menos ... não necessariamente a metade, não é!? Tem uma proporção e creio que seja relativo a fórmula que foi dada no início. [...]. Dá para ver lá no começo que a concentração inicial era de 10 ppm e depois foi diminuindo.

Interessante perceber que na instituição B, os comentários surgiram de discussões relativas à contaminação e ao cálculo do tempo estimado para que isso pudesse ser revertido. A estudante Carla pensou nas circunstâncias ligadas àquela situação, como a análise do local, os tipos de contaminantes, os processos de descontaminação que conheciam, como a biópsia do fígado ou das brânquias dos peixes etc. Isto é, ela procurou visualizar as causas da contaminação, além da elaboração de relações entre o uso de modelos matemáticos e os estudos sobre meia vida para estimar o tempo de descontaminação. No caso da instituição A, os participantes foram verificando os níveis de concentração de poluentes por meio da função trabalhada e dos gráficos contidos no material de apoio. Eles também concluíram que o conceito de meia vida estava atrelado às análises realizadas. Assim, em ambas as situações, a matemática pode contribuir com as etapas de elaboração e entendimento dos contextos constituídos, avaliando inclusive suas reais consequências. Mais um momento em que relacionamos esses acontecimentos com o aspecto da imaginação tecnológica, conforme os entendimentos dos aportes teóricos deste estudo.

A seguir, citamos outro exemplo que reproduz considerações relativas à utilização de modelos matemáticos para fazer previsões e estimativas:

Carla: [...] a gente vai trazer também conceitos matemáticos relacionados ao ensino e aprendizado de Cálculo, que podem ser inclusos em previsões e conhecimentos relativos à área de ecologia. [...]. Para conceitos matemáticos relacionáveis, a gente trouxe um exemplo clássico, que é o modelo presa-predador.

Mediante essa colocação a estudante apresentou matematicamente o modelo a que se referia a seguir:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 * N_1 - (k_1 * N_1 * N_2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = k_2 * N_1 * N_2 - (d_2 * N_2)$$

onde:

N_1 = número de presas

N_2 = número de predadores

r_1 = razão intrínseca de aumento de presas

d_2 = coeficiente de mortalidade de predadores

k_1 e k_2 = constantes

E, com isso, explicações posteriores ocorreram:

Carla: Ele (o modelo) é uma derivada. Temos a primeira derivada da variação populacional da presa em relação a determinado tempo, onde x está indicando a população e, entre parênteses, temos a subtração da ascendência da população com o decréscimo dessa população. E a derivada debaixo, indica essa relação do predador. Ele é um modelo clássico e bastante utilizado para o ensino; é um modelo fácil de se entender, porém ele não é muito recomendado porque ele não aplica os problemas que realmente são encontrados no ecossistema. Ele só leva em consideração o crescimento e o decréscimo de uma população, sem considerar outras variáveis ambientais que são importantes para o estudo.

Quando Carla diz que o modelo presa-predador não é muito recomendado por não considerar outras variáveis relevantes ao estudo analisado, isso nos leva a entender que os valores obtidos poderiam considerar apenas uma parte das análises realizadas. Portanto, os cálculos realizados no modelo não se aplicariam a situações reais. Tais afirmações também se mostraram evidentes em uma fala do aluno Mateus, participante na instituição A. Ele se recorda de uma aula de Cálculo onde abordou o sistema presa-predador e, na sequência, o estudante usa aquele contexto para refletir sobre as funções modelos que foram usadas no material de apoio:

Mateus: [...] ah, quando eu estudei sobre modelagem envolvendo sistema presa-predador, não era algo bonitinho assim. A gente tinha algo que variava, pois não se consegue uma função para isso. Você pode aproximar, mas aqui, por exemplo, essa é uma situação que você está considerando só três ou quatro fatores para poder aplicar isso, mas como são os fatores relevantes para esse tipo de coisa, eu acho que é válido utilizar. Ele está tratando só dessa poluição e não interessa para ele ver se terá algum vazamento de algum composto ou de algo contagioso, enfim, ele está

considerando só o que é relevante para ele. Eu acho que para isso o modelo é válido.

Neste excerto, é possível observar similaridades quanto a questões como variação e aproximação. Mateus fez conexões a algo que conhecia e, posteriormente, imaginou e avaliou outras possibilidades pensando além daquilo que foi dado ou estudado. Ele elaborou a construção da imaginação tecnológica, ou seja, pensou em elementos que poderiam ajudar na constituição e desenvolvimento de algumas situações hipotéticas relativas ao objeto de interesse. Mesmo que a situação considerada não tenha sido algo real, ele se pôs a questionar a viabilidade do modelo, respaldando-se em cada contexto analisado. Sendo assim, o raciocínio hipotético também foi desenvolvido, pois houve condições para que o estudante analisasse e avaliasse as consequências do cenário imaginário constituído, o qual poderia estar relacionado apenas a questões sobre poluição, sem considerar outras variantes, como algum vazamento, por exemplo. Por isso, ressaltamos o quanto ações baseadas em matemática necessitam de reflexões.

A seguir, destacamos alguns apontamentos relativos à percepção do aspecto da realização.

8.2 Percebendo o aspecto da realização

O aspecto da realização se apresenta quando há uma aplicação de um modelo matemático em situações cotidianas, isto é, ele é percebido quando um modelo matemático é colocado em atuação na realidade.

Em distintos momentos entendemos que a matemática fez ou poderia fazer parte de algumas realidades descritas pelos participantes. Para exemplificá-los, inicialmente, destacamos falas de estudantes de ecologia acerca da toxicidade de certos compostos ao considerarem processos de descontaminação de ambientes aquáticos:

Gabriel: [...] encontramos o Método de Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM), que é um modelo matemático que serve para especiação e diferenciação entre metais, ou seja, é a predição dos efeitos dos metais. Por essa predição dos efeitos dos metais e pela quantia que se tem de cada coisa, você consegue saber os efeitos dele, se são agudos ou crônicos. É possível também limitar o tempo de exposição do organismo àquele metal, não só de um metal, mas também para qualquer tipo de contaminantes.

Carla: Mas ele é mais usado para metais.

Essas informações mostraram-se relevantes, pois com base na quantidade de toxinas na água seria possível avaliar os impactos diretos e indiretos aos animais que viviam nesses ambientes, contribuindo para uma análise sólida e consistente.

Outro exemplo bem interessante envolvendo um modelo matemático foi quando o grupo de Katia apresentou estudos relativos aos impactos da avaliação do Alemoa. O grupo fez análises usando embasamentos estatísticos para averiguar os impactos causados:

Henrique: Por fim, nós tentamos relacionar tudo isso com algum contexto matemático e pensamos em um método estatístico, chamado de PCA, que significa componentes principais de covariantes. Essa PCA permite que se encontre uma forma de classificar os pontos e detectar reações entre eles, permitindo que a partir de um determinado conjunto de dados, seja possível a criação de novas variáveis utilizando as variáveis originais, caracterizando o máximo possível a variação de um conjunto e dados multivariados, onde eles não estão correlacionados. Aqui temos um exemplo [...]. Em vermelho são algumas variáveis que foram medidas, por exemplo, nitrito, salinidade, amônia, sódio suplementado, fluidez, todos os parâmetros encontrados no rio. [...]. E o tamanho da seta também interfere no quesito de quanto que está relacionado. Uma seta pequena quer dizer que está pouco relacionado. E uma seta um pouco maior, quer dizer que está mais relacionado.

Katia: E nós trouxemos isso para o caso do Alemoa. Se fossem aplicadas diversas análises ecológicas de medição de parâmetros da água, poderíamos usar uma PCA para ver qual foi a influência na mortalidade de peixes, ou em outros parâmetros, como na sociedade ou na poluição do ar.

Carlos: Onde entra toda uma discussão nas conclusões, não é? Das variáveis que realmente estão relacionadas. Matéria orgânica correlacionada, por exemplo, com os sujeitos.

Nos fragmentos anteriores, os estudantes utilizavam embasamentos matemáticos para visualizar o cenário a ser investigado. Além de notarmos que isso está relacionado ao aspecto da imaginação tecnológica, entendemos que os estudantes também perceberam a aplicação do referido modelo matemático, o PCA. Isto é, eles compreenderam que esse modelo já fazia parte da realidade e, portanto, poderia ser aplicado no contexto que analisavam. Assim, as informações obtidas poderiam ser usadas para a tomada de qualquer decisão posterior relativa às condições do meio ambiente, aos animais, às poluições geradas pelo acidente e às regiões mais afetadas, por exemplo. Ressaltamos as colocações do aluno Carlos, que, em outras

palavras, disse que todas as discussões e análises proporcionadas seriam fundamentais para as conclusões finais, ao verificarem quais variáveis estariam ou não relacionadas.

Compreendemos, portanto, que a matemática influencia as formas como construímos nossas realidades. Ao citarem métodos como o TLM ou o PCA, que se amparam em modelos matemáticos, notamos o quanto eles eram relevantes para analisar os contextos mencionados. Esses instrumentos matemáticos indicam que o modelo passou a fazer parte da realidade, o que nos remete ao aspecto da realização, o qual se estabelece quando "um modelo matemático pode se tornar parte do ambiente que nos cerca" (SKOVSMOSE, 2014b, p.96).

Ao analisar mais enfoques dados na instituição B, relativos ao entendimento sobre a realização, destacamos apontamentos feitos por Mary e por outros integrantes de seu grupo. Por exemplo, eles apresentaram a equação matemática a seguir:

$$Y_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i,j}}{n}$$

onde:

$x_{i,j}$ = valor atribuído pelo especialista i para o indicador j ;

Y_j = valor médio do indicador j ;

n = número de especialista do grupo de avaliação;

$j = 1, 2, \dots, m$ indicadores.

De acordo com o grupo, existe uma série de indicadores ou critérios que auxiliavam a realização de análises do estado de conservação inicial (EC) dos recursos naturais. A referida equação era um desses critérios. Nela, são adotados m indicadores e a opinião de n especialistas, de forma ao se obter o resultado, posteriormente, seja possível determinar a avaliação global do estado de conservação do recurso natural inicial que estaria sendo analisado.

$$EC_{inicial} = \sum_{j=1}^m \alpha_j \cdot Y_j$$

onde:

α_j = peso atribuído ao indicador j ;

Y_j = valor médio do indicador j ;

$EC_{inicial}$ = estado de conservação inicial do recurso natural avaliado.

Outras equações similares foram colocadas em evidência pelos estudantes. Nesse sentido, a matemática apresentou-se como um elemento fundamental e diferentes afirmações podem ser efetivadas a partir dela, conforme pontuamos a seguir:

Mary: Aparecem várias equações, vários jeitos de como medir a densidade, ver como estava o ambiente antes e como está agora, depois dessa contaminação, verificando tudo o que precisa para poder chegar nesses resultados [...]. E tem uma parte que é para poder saber qual é o custo dos danos também ...

Fernanda: Sim, há uma formulazinha para saber o custo, ou seja, o que seria o mais custoso ou não.

Ao analisarmos as equações que estimam o cálculo estado de conservação do recurso natural e ao trazer as colocações de Mary e Fernanda é possível salientar que o aspecto da realização está diretamente relacionado com as categorias e os discursos produzidos a partir de modelos matemáticos. As afirmações das estudantes atestaram esse fato. Suas conclusões, se respaldaram nas relações matemáticas anteriormente abordadas, deste modo, confirmam-se pressupostos teóricos deste estudo de que diversas categorias e discursos são colocados em operação a todo instante e nossa realidade é constituída por vários embasamentos matemáticos que já estão materializados.

Outras colocações dos participantes podem ampliar essas ideias. Por exemplo, quando Marta discorreu sobre a importância de se calcular o potencial do impacto em uma área afetada por um incêndio:

Marta: É possível analisar todo o dano que foi causado instantaneamente pelo incêndio, como a pressão, a vulnerabilidade do meio, o impacto no solo, o que depende muito do local, e com isso a gente calcula o potencial do impacto na área, com todas essas variáveis.

Denner: Tem alguma dessas grandezas que pesa mais nas análises?

Marta: Porque o dano foi de grande extensão, então, eu acho que é a vulnerabilidade do meio ...

Daniela: [...]. A vulnerabilidade do meio influencia a pressão imposta pelo projeto, pelo empreendimento?

Rose: Acho que é o contrário, na verdade, a pressão do projeto que influencia, isso é de acordo com a vulnerabilidade.

Ao abordar questões acerca da vulnerabilidade do meio podemos afirmar que a matemática estava operando de forma implícita em tais discussões. Os participantes não

demonstraram efetivamente como os cálculos poderiam ser obtidos, no entanto, eles mencionaram de que modos o cálculo desse índice contribuiria para o planejamento de empreendimentos e a realização de avaliações no local. A conclusão de um especialista, que analisaria tal contexto, dependeria dos parâmetros e dos critérios considerados no modelo matemático e, com base nele, decisões poderiam ser tomadas ou projetos concretizados. Em uma situação ou outra, as fórmulas ou os índices por ela apresentados, organizam as análises realizadas, ou seja, a matemática representa parte dessas realidades. A partir daí, diferentes ações ou decisões poderiam ser tomadas, o que nos leva ao aspecto da legitimação ou justificação.

9 ELABORANDO LEGITIMAÇÕES E JUSTIFICAÇÕES POR MEIO DA MATEMÁTICA

Nesta seção são apresentadas discussões relativas ao aspecto da matemática em ação chamado de legitimação ou justificação e há reflexões acerca dos momentos em que esse aspecto foi percebido ao longo dos encontros.

Tendo em vista que a matemática pode legitimar ou justificar determinados assuntos, ações ou decisões, entende-se que, como tal, ela pode auxiliar na elaboração de diferentes discursos e argumentações.

Deste modo, ao discorrer a respeito da legitimação ou justificação parte-se do pressuposto que suas premissas são diferentes, conforme foi apresentado na seção 3 desta tese. Skovsmose (2014b) afirma que a justificação busca apoiar logicamente, de modo apropriado e genuíno, uma afirmação, uma decisão ou uma ação, sendo que pode existir uma honestidade lógica envolvida. Ao abordar a noção de legitimação, essa premissa não existe. Uma ação pode ser legitimada mediante o uso de uma argumentação que não necessariamente envolva o aspecto lógico, mas, que ainda assim, é tida como se ela estivesse justificada.

Há várias questões envolvidas ao considerar o aspecto da legitimação ou justificação, dentre elas, é possível interpretar que a matemática pode ser vista em várias situações como um recurso ora adequado ora suficiente ou, talvez, adequado e, possivelmente suficiente, ou vice-versa. Esse aspecto pode influenciar a tomada de decisão e a elaboração de discursos, bem como seus efeitos na realidade. Como esses fatores podem ser colocados em ação a partir de embasamentos matemáticos, então, faz-se necessário refletir sobre eles.

Sendo assim, são apresentadas, a seguir, explanações sobre como essas questões emergiram nas instituições A e B. Além disso, são expostas percepções de como essas discussões podem favorecer a formação dos estudantes e o ensino e a aprendizagem de matemática no Ensino Superior.

Para visualizarmos exemplos de como isso pode acontecer, apresentamos fragmentos advindos das seções 5 e 6, relativos à apresentação dos dados e, conseqüentemente, propomos algumas reflexões.

9.1 Usando a matemática para a tomada de decisões

Para iniciarmos nossas considerações, apresentamos alguns excertos extraídos de um dos encontros ocorridos na instituição A.

Os estudantes de Engenharia analisaram uma parte do estudo de apoio. Ele havia sido entregue no início dos encontros presenciais e foi usado como disparador das conversas com os participantes. O contexto envolvia a argumentação dos advogados de defesa de uma Petroquímica, que havia derramado um agente oleoso em uma baía. Segue o trecho que em uma fórmula matemática foi usada na elaboração de suas argumentações:

Suponha que de posse destes dados, os advogados da Petroquímica, em defesa do seu cliente, alegaram junto ao tribunal que não houve um dano real ao meio ambiente provocado pelo derramamento do Agente Oleoso na baía, porque ao final de algum tempo o nível de poluição da baía retornaria ao seu padrão inicial. Para fundamentar esta linha de argumentação, usaram a fórmula $f(x) = 0$, explicando que esta fórmula traduzia $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$ em termos matemáticos precisos o que aconteceria com a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo. Além disso, explicaram também que a fórmula acima significa, matematicamente, que após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero.

Os estudantes refletiram sobre essa argumentação e, manifestaram suas percepções:

Renata: Bom ... [a fórmula] não convenceu.

Rogério: Pelo que eu entendi, o dano que foi causado naquele ambiente, com o tempo, iria sendo gradativamente curado, digamos assim. Quanto mais o tempo fosse passando, mais iria melhorando, até chegar ao ponto em que ele seria completamente curado, por isso ele [o advogado] aproximou isso para um tempo igual a infinito. A ideia é mais ou menos essa. Então com base nisso ele deu uma resposta natural, como se não como se não houvesse um dano real para natureza porque com o tempo ela mesma consegue arrumar as coisas.

De acordo com as colocações anteriores, temos que Renata, por exemplo, afirmou que a utilização da fórmula do limite não foi o suficiente para embasar a argumentação de que a concentração do agente oleoso na baía seria tão próxima de zero, retornando ao seu padrão inicial. Para ela, o modo como a relação matemática foi colocada em ação, não convenceu, ou seja, não poderia servir como forma para justificar ou legitimar tais argumentações. Rogério, por sua vez, procurou detalhar os fatores que poderiam ter levado os advogados a se respaldarem na fórmula utilizada. Sua explanação envolveu questões ambientais, destacando

que a própria natureza se encarregaria de diminuir os níveis de concentração de poluentes. Para esse estudante, os advogados teriam entendido que o fato de a relação matemática ser igual a zero, levaria à interpretação de que tudo iria melhorar com o passar dos anos, atingindo uma limpeza natural do ambiente.

As observações de Renata e Rogério ilustram como a matemática foi usada pelos advogados da empresa para embasar as argumentações de que tão logo a baía seria descontaminada, e isso aconteceria de modo natural. A presença da matemática serviu como base fundamental na elaboração dos argumentos e, sem ela, possivelmente, isso não se constituiria. Compreende-se que o modelo fez parte da discussão e, portanto, a matemática cumpriu seu papel; ela serviu para justificar ou legitimar um determinado ponto de vista (SKOVSMOSE, 2014b).

O modelo matemático, no caso descrito, amparou uma determinada perspectiva. A matemática poderia ser interpretada como um recurso (ou uma ferramenta) suficiente para explicar algo que ocorreria a longo prazo. Entretanto, não foram considerados outros fatores relacionados à contaminação do ambiente, à fauna e à flora existentes e aos prejuízos que a população local poderia sofrer enquanto iria esperar esse processo de despoluição natural. O que foi argumentado pelos advogados poderia não acontecer de fato, resultando em consequências que não estavam previstas no modelo matemático. Ao legitimar ou justificar uma afirmação como as que aqui são pontuadas, reiteramos o quão relevante é tratar de tais temáticas nas universidades, pois podem existir várias lacunas entre o que é posto e o que pode realmente ocorrer.

Nos apontamentos realizados, a matemática foi tida como algo fundamental, porém, estudantes universitários podem desenvolver posturas como a de Renata. Eles podem analisar afirmações ou ações que se respaldam prioritariamente no conhecimento matemático e, portanto, têm a oportunidade de aceitá-las ou refutá-las. Embora Rogério não tenha se posicionado contrário à argumentação dos advogados, como foi feito por sua colega, percebemos que seu intuito era compreender o que estava acontecendo, seguindo as justificativas dadas naquela situação. A busca por esse entendimento poderia, então, abrir possibilidades para que questionamentos emergissem por parte dele, como analisar a viabilidade da aplicação do modelo naquele local ou as consequências que poderia ter para a população entorno, por exemplo.

Essas percepções apresentaram-se como uma das potencialidades deste estudo. Houve abertura para que os participantes se posicionassem. Eles aproveitaram o espaço que lhes foi dado para expor suas ideias, seus pensamentos. Houve condições para que eles analisassem as

situações encaminhadas, de modo que elaborassem suas próprias perspectivas, refletindo sobre questões associadas à legitimação ou à justificação.

Nesse sentido, vamos destacar outro momento em que outras relações matemáticas serviram como base para a elaboração de argumentações. O trecho a seguir é uma continuidade do processo judicial que envolvia as discussões realizadas. Mesmo tendo apresentado suas ponderações, a empresa responsável pela contaminação da baía foi condenada a pagar uma respectiva multa, contudo, seus advogados não concordaram com a sentença e recorreram da decisão:

Ainda em relação ao julgamento, os advogados da Petroquímica apelaram da sentença alegando que a baía já apresentava um nível de poluição antes do derramamento do Agente Oleoso. Supondo que a concentração de agentes poluidores na baía é normalmente de 0,1 ppm, os ambientalistas obtiveram o seguinte modelo matemático para prever a concentração de poluentes ao longo do tempo:

$$f(1)=10$$

$$f(x + 1)= 0,1 + 0,8(f(x) - 0,1)$$

De acordo com as representações acima, considerou-se que antes do acidente, já existia certa concentração de poluentes, o que correspondia ao valor de 10 ppm. Além disso, este modelo estimava a diferença entre o nível de poluição atual e o nível de poluição natural 0,1, ao invés de levar em conta a quantidade de poluição total da baía, como foi feito anteriormente.

A respeito dessa argumentação, o estudante de Engenharia, Mateus, se manifestou:

Mateus: Eu reforço que não tem como você tirar muitas conclusões, se não for deixado claro quais foram os critérios que eles usaram, por exemplo, detalhar sobre o nível de radiação, sobre qual a relação entre a fauna que foi afetada, o quanto afetou a cadeia alimentar, algo assim. Isso tudo tem que ficar muito explícito. Não adianta o cara chegar com o valor e dizer é isso e pronto! Não dá para confiar! Se não tiver esse tipo de coisa, nenhum argumento se sustenta! É preciso desse contexto, de algo maior [...]

Independente da área em que isso está sendo aplicado, a gente precisa de mais informações. Em um caso como esse, os dados matemáticos, por si, não são suficientes [...] na verdade, eu não sei o que está por trás.

De acordo com o posicionamento de Mateus seria preciso averiguar quais critérios foram usados ao se definir aquele modelo matemático e quais interesses estavam por trás de tudo aquilo que era exposto e argumentado. Ele afirmou que os dados matemáticos usados, por si só, não eram suficientes para embasar essa argumentação. Ao mencionar que “não adianta o

cara chegar com o valor e dizer é isso e pronto! Não dá para confiar”, Mateus colocou em dúvida a aplicação do modelo matemático. Ele expôs que seria necessário detalhar quais critérios foram utilizados no modelo para se obter um nível aceitável. É possível entender que, naquele modelo, a matemática não trouxe essas informações com que Mateus se preocupou, mas ela pôde legitimar o discurso dos advogados, isto é, o modelo serviu para comprovar algo que eles acreditavam; ele havia cumprido o seu papel.

Ao analisar o fragmento que expõe a visão de Mateus percebemos que ele refletiu acerca dos modos como o conhecimento matemático tinha sido usado naquele contexto. Com base nos aportes teóricos deste estudo, entendemos que a matemática poderia ter sido adotada como um recurso adequado e, talvez suficiente, para legitimar ou justificar a ação dos advogados. O modelo matemático apareceu de forma explícita e há indícios de que a sua função naquela situação era apresentar argumentos ligados à defesa da empresa. Por exemplo, as relações matemáticas usadas demonstravam a existência de poluentes antes da ocorrência do acidente na baía, o que poderia significar que não houve danos reais causados por ela.

Além do mais, posteriormente, outras discussões relativas aos critérios e padronizações usados com base em matemática, foram pontuadas pelos estudantes de Engenharia:

Mateus: Tem coisas que a gente despreza; tem coisas que a gente aproxima ... O exercício mesmo que hoje a gente fez na aula de Cálculo [no período de aulas regulares] tinha algo assim: despreze o atrito; despreze a termocinética [...].

Eu acho que não tem nenhuma formulação que a gente trabalha com uma situação real ... 100% real

Rogério: Sempre tem alguma coisa que a gente desconsidera.

Mateus: Porque são fatores que para aquele caso específico não iriam fazer muita diferença, então por isso é válido você desprezar; seria um valor insignificante para área de grandeza que está sendo trabalhada.

Os estudantes Mateus e Rogério afirmaram que ao se trabalhar com um modelo matemático alguns elementos são desprezados ou aproximados. Todavia, houve um destaque para o fato de que nem sempre as fórmulas trabalhadas em sala de aula retratam uma situação real. Essas observações foram bem relevantes considerando o contexto no qual eles estavam inseridos, afinal, pode existir uma grande lacuna entre o que se calculou e o que realmente pode acontecer, a partir do momento em que a matemática envolvida for colocada em ação. Essas conclusões estão em consonância com a ideia de que o modelo matemático pode apresentar

implicações ambientais que estão enquadradas dentro de certa faixa aceitável. No entanto, ainda assim, o modelo buscou cumprir o seu papel (SKOVSMOSE, 2014b).

A fim de ilustrar como questões relativas ao uso do modelo matemático e o estabelecimento de certas faixas aceitáveis podem se apresentar na realidade iremos explorar a utilização de alguns índices quantitativos, trazidos pelos estudantes da instituição B.

A saber, houve momentos em que os participantes falavam sobre o uso de algumas tabelas comumente usadas no campo da Ecologia. Segundo eles, existia uma padronização de valores, definidos por órgãos ambientais como o Conama, que servia de parâmetros para avaliar se havia danos na água ou se ela estaria viável para o consumo urbano. Algumas dessas tabelas foram projetadas na lousa pelos estudantes. A intenção era mostrar como vários índices quantitativos apareciam em Ecologia. Temos um recorte desses dados e o representamos na Tabela 1.

Tabela 1 – Classe 1: Águas doces.

| Padrões para corpos de água onde haja pesca ou cultivo de organismos para fins de consumo intensivo | |
|---|--------------|
| Parâmetros inorgânicos | Valor máximo |
| Arsênio total | 0,14 µg/L As |
| Parâmetros orgânicos | Valor máximo |
| Benzidina | 0,0002 µg/L |
| Benzo (a) antraceno | 0,018 µg/L |
| Benzo (a) pireno | 0,018 µg/L |
| Benzo (b) fluoranteno | 0,018 µg/L |
| Criseno | 0,018 µg/L |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir de dados do Conama (2005)

De modo análogo, houve menção de outros índices quantitativos, que envolviam análises atreladas ao uso de matemática e às condições de elementos vitais à sobrevivência do ser humano. Isso ocorreu quando um dos estudantes comentou algo sobre índices quantitativos referentes aos padrões de poluentes no ar, após o incêndio em Alemoa, conforme o trecho a seguir:

Gabriel: Eu achei uma pesquisa em Alemoa, não sobre toxicidade, mas era sobre como estavam os padrões do ar na região depois do incêndio. E vi que não eram tão ruins, a única alteração que teve foi componente chamado mp10 [...], que são partículas finas, inaláveis.

As quantidades de mp10 na região ficaram fora do padrão só por 15 dias, o que é pouco. Isso pode ser devido à localização, pois fica depois da Serra do Mar.

O referido aluno afirmava que não houve tanta alteração na qualidade do ar, pois os índices do componente conhecido como mp10 estavam praticamente dentro dos padrões estabelecidos. Para ele, a localização dos tanques de combustíveis, em uma região próxima da Serra do Mar, contribuiu para que não houvesse tanta alteração. Essa informação estava em consonância com reportagens trazidas por outros estudantes em encontros anteriores.

A turma de Ecologia, de modo geral, afirmava que esse tipo de padronização era utilizado para conduzir a tomada de decisões de órgãos como a Cetesb, pois mensuravam elementos essenciais à vida da população. Percebemos que isso também ocorreu quando apresentamos as considerações sobre as tabelas e padronizações feitas pelo Conama. Ou seja, para fins de avaliação da qualidade da água ou do ar, a matemática apareceu como um recurso relevante em ambas as situações. E, conseqüentemente, ela se destacou como um dos fatores cruciais que pode influenciar na execução de certas ações ou na tomada de decisões.

Nesse sentido, ainda na instituição B, outras manifestações referentes ao estabelecimento de certas padronizações foram apresentadas pelos estudantes. Um dos grupos mencionou sobre uma fórmula matemática que indicava os modos de fazer uma avaliação do potencial ecológico dos recursos naturais. O modelo matemático apresentado, que está indicado a seguir, determinava se o potencial do recurso ecológico era aceitável ou não, dependendo da faixa de valores na qual ele se enquadrava.

$$P_b = \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot w_i$$

onde:

P_b = potencial do recurso natural (%);

w_i = qualidade i do recurso ($0 < w < 10$);

β_i = ponderação da qualidade i (%).

Essa fórmula tem o intuito de fornecer o resultado do cálculo do potencial ecológico dos recursos naturais; esse é o papel desse modelo matemático. Os valores obtidos são distribuídos em categorias, a saber: muito baixo; baixo; regular e muito alto. Essa classificação depende nos níveis percentuais obtidos, por exemplo, valores entre 0 e 20%, indicam que o potencial ecológico do recurso natural está muito baixo e, valores entre 21% e 40%, sugerem que o potencial está baixo.

Ao apresentar essa equação, os estudantes não exploraram suas implicações na realidade. Eles apenas pontuaram que existiam outras equações similares usadas para analisar e avaliar aspectos ambientais. Além disso, eles também afirmaram que essas relações matemáticas contemplavam todos os elementos necessários para se obter um resultado aceitável. Como exemplo, segue a fala da estudante Mary:

Mary: Aparecem várias equações, vários jeitos de como medir a densidade, ver como estava o ambiente antes e como está agora, depois dessa contaminação, verificando tudo o que precisa para poder chegar nesses resultados.

Esse trecho demonstrou como a estudante de Ecologia relacionou o uso das equações com a questão de considerarem tudo o que era preciso nessa avaliação, ou seja, o modelo matemático de certa forma garantiria a aceitação dos resultados. Mais uma vez, a matemática parece se apresentar como um recurso adequado para a compreensão das situações analisadas. Esse ponto de vista poderia ser dado não apenas pelos estudantes que participavam dos encontros, mas também poderia ser uma visão estabelecida pelo próprio ambientalista ou ecologista que avaliaria um determinado contexto. Dependendo das interpretações, as equações matemáticas, talvez, poderiam satisfazer as necessidades apresentadas. Os resultados obtidos poderiam se enquadrar em uma determinada faixa aceitável, como discutimos anteriormente. E para os avaliadores, isso se mostraria como o bastante, ou seja, como algo suficiente. Contudo, segundo os pressupostos teóricos desta tese, há necessidade de refletir a respeito daquilo que é posto e respaldado apenas em bases matemáticas, ainda mais quando certas ações ou decisões são tomadas a partir dos modelos utilizados. É preciso avaliar de que modos uma certa faixa de valores, no que tange às implicações ambientais é considerada aceitável ou não, afinal, podem ocorrer falhas entre aquilo que se calculou e o que realmente pode acontecer. Além disso, outras questões podem estar por trás: as variáveis escolhidas para serem usadas no modelo, ou o próprio modelo em si, podem ter sido pensados intencionalmente para atender a determinado propósito, por exemplo.

Ao refletir sobre essas situações vemos o quanto o uso dos modelos matemáticos pode ser atrelado à tomada de decisões e à execução de determinadas ações. Primeiro, os advogados decidiram usar como base de suas argumentações a fórmula de limite. Posteriormente, a decisão se pautou em utilizar outras relações matemáticas para provar que a baía já estava poluída, antes do acidente. Para ampliarmos essa ideia tomaremos como exemplos mais algumas percepções advindas do grupo de Mary.

Esse grupo havia se interessado em pesquisar sobre o uso de variáveis matemáticas em trâmites processuais que envolviam a ocorrência de acidentes. Inicialmente, Mary realizou a leitura de uma manchete de um jornal a respeito das providências de uma empresa acerca de vazamento de óleo no mar. Na visão da aluna, a tomada de decisão adotada pela instituição englobou somente medidas paliativas a fim de sanar os problemas causados. Vários litros de certa substância foram lançados no mar com o uso de um avião, a fim de quebrar as moléculas de óleo em pequenas micromoléculas. Todavia, para ela, a diluição dessas moléculas era uma solução que não considerava outros problemas que poderiam se desenvolver:

Mary: Ao ser tomada essa decisão, assim rapidamente, por interesses próprios, não tem como avaliar todos os riscos que poderiam ter nesse caso, como à fauna, que é uma das bases da cadeia alimentar. Por exemplo, os camarões seriam afetados e são eles que dão continuidade ao processo de bioacumulação de resíduos. Como essas pequenas moléculas foram quebradas, destruídas aparentemente, elas podem voltar a se agrupar dando origem a aquele tipo de piche, que sedimenta os ventos do oceano. Então, por todas essas discussões que vocês veem há essa grande necessidade de tanto estudo para se chegar em mensurações, em algum modelo matemático que possa auxiliar na tomada de decisões embasadas em resultados que sejam fiéis à situação analisada. E o nosso grupo também colocou as leis, que já foram trazidas em outras apresentações, com o intuito de identificar e avaliar os impactos ambientais, para então, se analisar sua valoração monetária.

A colocação anterior traz reflexões sobre uma ação que foi executada por uma instituição ou seus representantes, sem considerar suas possíveis consequências. Mary destacou a importância de se abordar outros elementos intrínsecos àquela situação, como a fauna e os processos relativos aos contaminantes, por exemplo. Essa observação se aproximou de preocupações expostas por Mateus em discussões anteriores, além de revelar possibilidades de reflexões que extrapolavam enfoques particulares ao campo da Engenharia, da Ecologia ou da própria matemática.

Não obstante, é necessário destacar o momento em que Mary afirmou que cálculos ou modelos matemáticos poderiam mensurar de modo fidedigno os resultados apresentados em contextos como esse, isto é, a matemática parece se apresentar como algo suficiente para justificar ou legitimar as conclusões obtidas. Consequentemente, segundo a aluna, ela auxiliaria na tomada de decisões, inclusive as relativas a ressarcimentos monetários. A exemplo dessa estudante, a visão de um matemático ou de um advogado, por exemplo, também poderia sugerir que os dados matemáticos seriam o bastante para garantir os resultados encontrados. Por outro lado, um ambientalista poderia se opor. Ele talvez pudesse afirmar que os resultados seriam

apropriados (adequados) ao contexto analisado, porém, poderia alegar que eles não seriam suficientes para avaliar um projeto ou um dano causado.

É possível compreender que a fala de Mary parece anunciar a matemática como um recurso acima de qualquer suspeita, pois os números poderiam dizer o bastante sobre a situação analisada. Isso nos remete aos modos como a matemática pode ser retratada em diferentes situações cotidianas, como por exemplo apresentar verdades inquestionáveis ligadas a afirmações do tipo “matematicamente, foi provado que” ou “veja os cálculos, eles nos asseguram que”.

A certeza apresentada por Mary relativa ao fato de que a matemática poderia apresentar resultados fiéis a uma dada situação está associada à noção da ideologia da certeza³³, que é tida como uma forma de visualizar a matemática como um sistema perfeito, puro e infalível. Essa visão pode comprometer as reais consequências de um modelo matemático aplicado na realidade, no sentido de servir para suavizar ou camuflar algumas ações ou decisões, de acordo com Borba e Skovsmose (2013).

Após expor algumas colocações ela ressaltou o uso de modelos matemáticos que ajudavam a avaliar os impactos ambientais de uma certa área:

Mary: [...] Existem modelos matemáticos simples que avaliam o estado de conservação, de qualificação dos impactos de cada área, enfim, de várias variáveis. Trouxemos também algo sobre os cálculos envolvendo compensação ambiental, que é um mecanismo já existente, o qual busca contrabalancear os impactos ambientais relativos à autorização de qualquer empreendimento [...].

E suas ideias foram sendo complementadas por Juliano, seu colega de grupo:

Juliano: A gente trouxe o cálculo de compensação ambiental, que é gerido a partir do grau de impacto do ecossistema, associado ao somatório dos investimentos que serão necessários para recuperar toda área, todo o impacto na vida das pessoas, você irá avaliar tudo.

Esses cálculos mencionados pelos estudantes eram utilizados para estimar o valor do impacto causado pela execução de determinado projeto ou empreendimento. Seu resultado avaliava qual era o grau de comprometimento da área prioritária, da influência e riscos do impacto sobre as unidades de conservação e os impactos diretos sobre a biodiversidade e a

³³ Para saber mais, consulte o artigo: “A ideologia da certeza em educação matemática”, de Borba e Skovsmose (2013).

população local. Ressalta-se aqui, a ideia de que os modelos matemáticos legitimam ou justificam algo. De acordo com o referencial teórico deste estudo, ao pensar na afirmação de Mary relativa ao uso de modelos matemáticos e a autorização de empreendimentos, isso nos leva a compreender que a matemática poderia ser vista como um recurso adequado e, dependendo do caso suficiente, para analisar determinada situação. A execução de ações e a tomada de decisões podem ser justificadas mediante critérios e padronizações estabelecidos pelos modelos utilizados. Por meio dos cálculos feitos, pode-se decidir se um empreendimento será ou não realizado no local. Isso ficou evidente na fala de Mary, a qual foi complementada por Juliano, ao reforçar a importância do cálculo de compensação ambiental.

Ao longo das análises fomos percebendo os modos como os estudantes analisavam a utilização do conhecimento matemático, bem como quais seriam suas implicações em contextos reais. Estes aspectos são essenciais em propostas que buscam desenvolver o senso crítico dos estudantes e esta é uma das preocupações desta tese.

Na sequência, seguem algumas reflexões acerca dos discursos produzidos a partir de embasamentos matemáticos.

9.2 A produção de discursos indo além da matemática

Os discursos produzidos mediante o uso de modelos matemáticos estão operando em situações cotidianas, como a organização de empresas, estratégias financeiras, projetos de Engenharia, execução de planos de negócios e análises tributárias etc. (SKOVSMOSE, 2012c).

Mediante a análise dos dados, percebemos como esse aspecto da legitimação ou justificação apareceu tanto de modo explícito como implícito em várias situações. As discussões realizadas nos encontros reafirmam a necessidade de propor discussões no Ensino Superior relacionadas à elaboração de discursos pautados no conhecimento matemático.

Para conduzir nossos apontamentos a esse respeito, trazemos, a seguir, discussões ocorridas na instituição B.

Em determinado encontro houve discussões pertinentes ao incêndio em Alemoa. Os facilitadores da aprendizagem estimulavam uma reflexão crítica sobre os diferentes discursos produzidos, visando analisar o que estava por trás daquilo que era dito:

Miguel: Você via que o que se falava em um, não necessariamente estava mantido pelo outro. A Cetesb, por exemplo, falava que não tinha danos, de repente, outro dizia que tinha e tem um valor, outro, diz que é outro.

Há a versão dos pescadores também. E só aí temos diferentes perspectivas [...]

Diego: É... se eles entrevistassem um matemático, ele iria falar determinadas coisas, se entrevistasse os pescadores, fariam outras coisas.

Miguel: E tem duas questões: considerar onde cada um está situado. O matemático está situado na academia, o pescador naquela região de pesca, mas existe outra coisa muito importante, que são as relações de poder, as relações financeiras. Se você é uma empresa, por mais que você saiba o que está acontecendo, você tenta de certo modo proteger a empresa. Nesse caso, vocês acreditam que a empresa achava mesmo que não tinha causado nenhum dano ambiental?

Estes trechos retratam a importância de se considerar os modos como cada discurso pode ser elaborado. Aqui, por exemplo, os facilitadores da aprendizagem apresentaram diferentes pontos de vista que poderiam ser dados por matemáticos, por pescadores, por uma empresa ou por aqueles que a representavam. Por exemplo, matematicamente, a empresa poderia provar que o ar não havia sido poluído ou que a quantidade de poluentes no rio, não era motivo para preocupação; os pescadores poderiam provar os prejuízos causados por causa do incêndio; os órgãos responsáveis pela avaliação do local poderiam atestar que não houve danos graves, além de fornecer estimativas de quando tudo voltaria ao normal; e assim por diante. Comprendemos que a matemática contribui para que afirmações ou discursos como esses estejam presentes na realidade.

Nesse sentido, o professor ressaltou:

Miguel: [...] existe esse discurso. Algo interessante, é que a gente não caía na ingenuidade de lidar apenas com discursos que são monitorados na prática. E vocês têm a possibilidade de analisar criticamente esses discursos. Se vocês tiverem mais ferramentas, vocês terão maior potencial para analisar esses discursos, porque, senão, vocês ficarão dependentes deles [...] ficam reféns do modelo [...].

Esse excerto enfatizou a importância de se analisar os diferentes discursos elaborados. E mais, ele indica preocupações do professor quanto ao fato de os estudantes tornarem-se reféns do modelo matemático. Por isso, existe um estímulo para que haja uma análise crítica em relação a aquilo que é posto. Situações diversas, atreladas a aspectos cotidianos, podem ser abordadas em aulas de matemática favorecendo o entendimento desses discursos.

Por exemplo, em momentos anteriores, o estudante Mateus, do curso de Engenharia, considerou que para se aceitar a argumentação de que já existia um nível de poluentes antes de

ter ocorrido o derramamento do agente oleoso na baía, era preciso averiguar quais elementos estavam envolvidos, analisando criticamente embasamentos matemáticos que justificavam ou legitimavam aquelas ações ou decisões. Esse é um ponto relevante ao refletir sobre a questão da elaboração dos discursos e em sua aceitação. Naquele encontro do qual Mateus participava houve possibilidades para que os estudantes refletissem sobre a afirmação dada pelos especialistas. Eles tinham em mãos não apenas os elementos matemáticos que serviram como base das argumentações, mas também analisaram fatores que extrapolavam o campo da matemática.

De acordo com as análises realizadas percebe-se que em todas essas discussões as justificativas dos mais diversos discursos e parâmetros pautaram-se no conhecimento matemático. Surgiram vários questionamentos e reflexões quanto às implicações dos dados relativos aos recursos naturais como a qualidade do ar e da água, aos níveis de concentração de poluentes ambientais, antes ou depois de um acidente etc.

Ao se pensar nos modos como esse aspecto da matemática em ação surgiu durante as discussões foi possível identificar elementos relevantes ao desenvolvimento de uma perspectiva crítica por parte dos participantes. Eles foram se posicionando, apresentando suas visões, e demonstraram preocupações com aspectos que iam além da matemática. A cada encontro, os participantes demonstravam interesse e envolvimento com as temáticas e questionavam embasamentos matemáticos que sustentavam certas argumentações ou discursos, pensando inclusive nos tipos de abordagens para as aulas de matemática, conforme podemos observar nos trechos que seguem:

Rogério: Na minha opinião, eu acho que muita das coisas que a gente acaba desconsiderando às vezes a gente nem vai atrás para tentar entender o porquê; a gente simplesmente desconsidera e fala tudo bem! Mas não questionamos o porquê e como isso está influenciando [...]. Eu acho que é importante a gente ter esse tipo de abordagem para entender por que desconsideramos algumas coisas.

Mateus: [...] talvez falte justificar o porquê as coisas são desse jeito; entender o porquê você colocou tal valor e como realmente você define alguma formulação. Ao receber uma fórmula, você normalmente lança os valores e calcula e pronto. Mas, [...] o que é essa fórmula? Eu acho que talvez seria relevante abordar isso [...]. A verdade é que normalmente a gente não questiona; não pergunta por que é assim. A gente aceita as coisas e é por isso que às vezes fica meio chato e reflete na imagem da matemática. Penso que se você estimular o questionamento, eu acho que a abordagem fica bem diferente...

Rogério: Seria interessante ter algo com significado mesmo.

Mateus: É! Porque tem significado! Não é algo solto e então você não fica se questionando do porquê está fazendo isso; você irá entender que é o mais válido.

Esses fragmentos reforçam a importância dos questionamentos, das reflexões e da necessidade de se promover ambientes de aprendizagem que estimulem o pensamento crítico. Vale ressaltar que ao se pensar nos discursos elaborados e nos modos como as argumentações foram justificadas ou legitimadas, a futura área de atuação profissional dos participantes não foi colocada em destaque durante a elaboração das colocações dos participantes. Pelo contrário, conhecimentos relativos à Engenharia, à Ecologia e à própria matemática foram explorados de modo complementar. Os apontamentos realizados incluíram “reconsiderações tanto gerais quanto específicas a respeito dos conhecimentos, das ações e das práticas” (SKOVSMOSE, 2008a, p.58).

Os encaminhamentos dados nos encontros serviram para que os estudantes discutissem conhecimentos e técnicas pertinentes à matemática, porém, antes de tudo, eles procuraram entender como estes se colocavam em ação em contextos específicos. Desta forma, é necessário abordar discussões sobre o aspecto da legitimação ou justificação em aulas de matemática no Ensino Superior. Isso porque é preciso refletir sobre os discursos produzidos a partir de embasamentos matemáticos, bem como seus efeitos na realidade.

Ademais, outro interessante aspecto foi trazido à tona: a possibilidade de que a elaboração de discursos pautados em matemática, bem como suas justificações ou legitimações, possam ocultar certas responsabilidades, relações de poder ou o predomínio de interesses particulares, por exemplo. Estas abordagens são discutidas na seção posterior desta tese.

10 REFLETINDO SOBRE RESPONSABILIDADE, ÉTICA E VALORAÇÃO

Esta seção foi elaborada a partir de inspirações ligadas aos estudos sobre o aspecto da **dissolução da responsabilidade**. Antes de discorrer sobre tais considerações vamos clarificar nosso entendimento acerca de duas palavras: responsabilidade e ética.

De acordo com o dicionário Michaelis³⁴, a palavra responsabilidade apresenta os seguintes significados: é uma qualidade de quem é responsável; refere-se à obrigatoriedade de responder pelos próprios atos ou por aqueles praticados por algum subordinado; é relativo à obrigação moral, jurídica ou profissional de responder pelos próprios atos, relativos ao cumprimento de determinadas leis, atribuições ou funções; dever imposto por lei de reparar danos causados a outrem. Em outras palavras, esse termo contempla uma ideia advinda do próprio senso comum, de que alguém tem a incumbência de responder por algum ato ou por alguma situação, isto é, ele refere-se àquele agente que assume a condição de ser responsável pelas suas próprias ações ou por ações alheias.

A segunda palavra, referente à ética, pode ter distintas interpretações. Uma delas está associada ao campo da filosofia. Segundo Paul Ernest (2018), a ética é o ramo da filosofia que possui preocupações com o bem e o florescimento humano. Para o autor, compreender a ética como um ramo da filosofia envolve suposições e raciocínios subjacentes em um sistema de ética. Essa visão se preocupa com o estudo de teorias relativas ao bom, aos comportamentos tidos como corretos. Por isso, é também conhecida como filosofia moral. Essa interpretação de ética atrelada à filosofia envolve sistematizar, defender e recomendar conceitos de conduta sobre o certo e o errado. Essa compreensão busca resolver as questões da moralidade humana, que se pautam em conceitos como bem e mal, certo e errado, virtude e vício, justiça e crime, dano e prejuízo, dentre outros.

Discussões sobre questões éticas podem ser relacionadas a diferentes campos de conhecimento, inclusive no campo da matemática. Em 1990, por exemplo, houve a publicação de um artigo intitulado “Matemática e Ética”, de autoria de Ruben Hersh. Esse artigo relacionou matemática e ética elencando reflexões sobre a conduta profissional dos matemáticos. Muitas de suas abordagens se preocupavam com o que acontecia nas universidades e nas instituições de pesquisa, visando abordar a filosofia da matemática voltada à prática matemática. Outros enfoques relacionando ética e matemática foram dados por Ernest (2016, 2018), Ole Ravn e Skovsmose (2019, 2020b).

³⁴ Michaelis é um dicionário brasileiro da língua portuguesa. Consulta online. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=responsabilidade>. Acesso em 03 maio 2021.

Ao abordar questões éticas podemos estabelecer relações com as formas como alguém age, ou ainda, aos modos como alguma coisa é conduzida. Esta percepção está em consonância com discussões sobre o que Ernest (2018) chama de ética na prática, também compreendida como ética aplicada. De acordo com o autor, pensar até que ponto os comportamentos e as ações das pessoas são tidos como bons ou não fazem parte de entendimentos relativos à ética na prática. Ao refletir sobre como certos profissionais se comportam mediante a execução de suas funções, pensar na confiança neles depositada e nos limites do poder decorrentes das posições que as pessoas ocupam, são questões que dizem respeito à ética na prática. E, ainda, o autor destaca formas distintas de relacionar ética e matemática. Dentre elas, destacamos dois pontos: 1. A ética das aplicações matemáticas, que consiste em refletir sobre os limites éticos das aplicações matemáticas para garantir o bem para todos e a segurança da sociedade, além de pensar nas maneiras como esses limites são justificados; 2. Impactos éticos não intencionais da matemática na sociedade, que procura refletir sobre o papel e o valor atribuído à matemática na sociedade, bem como quais impactos ou consequências éticas não intencionais ou ocultas estão presentes, buscando analisar também se o modo de pensar matemático é sempre benéfico para a sociedade. É neste sentido, que as preocupações deste estudo relacionadas à palavra ética se respaldam.

Dessa forma, quando pensamos nas responsabilidades de um indivíduo é possível analisar, por exemplo, os modos como determinadas ações foram por ele executadas, além disso, podemos avaliar quais as consequências dessas ações ou que tipo de questões éticas estavam envolvidas em suas práticas. Geralmente, quando nos referimos a uma ação procuramos identificar o sujeito que a executou, tentamos atribuir suas responsabilidades. Em diferentes ocasiões podemos estabelecer essas relações. Entretanto, quando a matemática é colocada em ação, essas percepções não parecem ser tão claras.

Skovsmose (2020a) afirma que em qualquer tipo de ação há a atuação de um sujeito, que pode ser responsabilizado pela ação. Porém, quando consideramos a matemática em ação, parece que não encontramos a atuação de um sujeito agente, isto é, a identificação do sujeito parece se disfarçar. Neste sentido, pode existir a dissolução da responsabilidade, ou seja, ações amparadas em matemática podem dissolver ou isentar certas responsabilidades, e elas parecem ser conduzidas em um vácuo ético. Normalmente, qualquer ação é associada a um sujeito agente, no entanto, na matemática em ação, esse sujeito parece não existir.

Ao propor discussões sobre responsabilidade tratamos também de questões éticas. Essas temáticas estão intrinsecamente ligadas, afinal, possuem relação com pessoas, ou grupo de pessoas, ou instituições, que executam certas ações ou encaminham decisões pautadas em

determinados conhecimentos. Por isso, realizar explicações referentes aos termos-chaves desta seção é um importante modo de compreender o aspecto da dissolução da responsabilidade.

Junto do desenvolvimento desse aspecto também realizamos considerações relativas aos desdobramentos das discussões. Durante o encaminhamento das propostas, tanto na instituição A quanto na instituição B, diferentes questões vieram à tona, por exemplo, como se quantificar vidas humanas ou recursos naturais já que são bens que não podem ser analisados de acordo com teorias econômicas tradicionais. Também foram feitas reflexões acerca das formas de se calcular os valores da indenização ou de conduzir determinadas decisões relativas a esses bens. Ao discorrer sobre esses assuntos usaremos, por vezes, o termo *valoração*, que se refere ao ato de atribuir valor a algo ou a alguém. Assim, é possível associar valor ou valorar algo, inclusive quando pensamos na atribuição de valores econômicos ou monetários (PEREIRA JUNIOR, 2014)³⁵. Nossa intenção é conectar essas interpretações com os enfoques realizados pelos participantes ao tratarem de questões ligadas à vida, aos recursos naturais e aos impactos causados por ações executadas por seres humanos (ou instituições).

Assim, partimos, então, para a elaboração de nossas argumentações. Como entendemos que os termos enunciados estão diretamente relacionados, não os identificaremos separadamente. Na maioria das vezes, vamos estabelecer interações entre eles. Responsabilidade, ética e valoração foram conceitos que apareceram nas falas dos participantes. Refletir sobre eles torna-se algo relevante quando pensamos na dissolução da responsabilidade. Mesmo que em algumas situações a matemática não foi usada para se referir diretamente a essas abordagens, compreendemos que as discussões foram propiciadas porque ela estava atuando de modo implícito em vários casos.

10.1 Primeiras percepções

A fim de conduzir percepções iniciais, vamos destacar fragmentos extraídos da produção de dados na instituição A. O contexto mencionado, a seguir, envolveu comentários relativos às divergências entre os especialistas quanto às formas de se obter valores das multas e as consequências que isso poderia ter. Os estudantes analisaram as relações matemáticas e os gráficos que foram dados no estudo de apoio:

³⁵ Essas considerações são embasadas em um artigo chamado "Valoração econômica ambiental – conceitos e métodos" (PEREIRA JUNIOR, 2014). Sua publicação ocorreu na Revista eletrônica EcoDebate, a qual é destinada à socialização de discussões socioambientais. Informações complementares no site: <https://www.ecodebate.com.br/2014/01/15/valoracao-economica-ambiental-conceitos-e-metodos-artigo-de-joao-charlet-pereira-junior/>. Acesso em 07 jul. 2020.

Rogério: Aqui temos quase o triplo do tempo.

Renata: Por isso eles divergem e isso interfere nos valores das multas, não é? [...]. Primeiramente ele [o advogado] só pensava na parte econômica. Não é em pagar uma certa multa que esse valor irá compensar, porque há outros tipos de impactos.

Rogério: Impactos que às vezes cobram até algo invertido ...

Renata: Sim ... como ninguém se preocupa com a natureza ...

Rogério: Então tá, não é!?

Podemos notar por meio desses excertos, que os participantes refletiram sobre essas questões envolvendo o tempo dos processos de descontaminação e os valores da multa. Quando Renata enfatizou que o advogado só pensava na parte econômica e, ao fazer complementações relativas aos reais impactos dos danos que poderiam ter sido causados, isso nos leva a refletir sobre questões relativas à ética na prática. Um possível encaminhamento para as discussões seria analisar as consequências que as colocações do advogado, amparadas em dados matemáticos, poderiam ter, de fato, naquela situação. Ele havia se reportado à fórmula do limite para embasar suas argumentações, entretanto, não houve apontamentos mais profundos se aqueles cálculos realmente poderiam ressarcir os danos causados à natureza. E mais, quais seriam os limites do poder concedidos ao advogado e até que ponto a sua posição influenciaria na elaboração de argumentações baseadas em matemática? Afinal, as fundamentações feitas por ele levaram a crer que a ideia de limite sustentaria a afirmação de que o rio seria limpo naturalmente e isso ocorreria em pouco tempo, conforme pontuamos na seção anterior (a qual se refere ao aspecto da legitimação ou justificação).

Ao nos referirmos aos apontamentos anteriores, é possível questionar sobre quais foram os reais fatores que poderiam embasar aquelas colocações. O argumento matemático dado, por si só, garantiria a limpeza do rio? Ao dizer que "há outros tipos de impactos" e que "ninguém se preocupa com a natureza", a estudante Renata nos leva a pensar nos pressupostos teóricos deste estudo, no tocante à afirmação de que quando certas ações são pautadas em matemática é necessário refletir sobre as questões éticas envolvidas. Elas podem influenciar nas reais consequências de uma afirmação, de uma ação, pois as interpretações quanto ao uso e a aplicação de uma fórmula como a usada naquela situação podem se apresentar de diferentes formas, inclusive pode ser uma maneira de ocultar e camuflar certas informações. Tais

colocações reforçam o quanto "ações baseadas em matemática exigem profundas reflexões éticas" (SKOVSMOSE, 2020b).

Ainda considerando esse mesmo contexto, propomos algumas indagações: Qual pessoa, grupo de pessoas ou instituição indicou o uso daquela expressão? Quem a colocou em atuação naquela realidade teria conhecimentos matemáticos suficientes para utilizá-la? Esse tipo de expressão realmente poderia ser aplicado? Quais aspectos foram considerados para sua construção? As responsabilidades pelo seu uso seriam atribuídas a quem? A quem desenvolveu aquela fórmula e se colocou na função do construtor do modelo ou a responsabilidade recairia sobre os sujeitos agentes que podem ser identificados como participantes do grupo dos operadores (o advogado, a empresa que o contratou, os órgãos ambientais)? Aqui percebemos que ao refletir sobre responsabilidades, no tocante ao uso da matemática, alguns sujeitos que atuam como agentes da ação parecem desaparecer.

Esses estudantes fizeram comentários relativos aos cálculos das multas, dos interesses voltados à parte econômica e mencionaram que os impactos proporcionados provavelmente não estavam sendo avaliados de acordo com o que realmente aconteceu. Nesse caso, eles refletiram sobre valoração. Isso se justifica porque eles concluíram que os modos de valorar os recursos naturais, ainda que monetariamente, não seriam suficientes para fazer as compensações necessárias, pois outros impactos poderiam existir. Também há reflexões de que o valor da multa poderia ser definido de forma equivocada.

Podemos explorar mais essas percepções a partir de outras discussões que ocorreram nessa mesma instituição de ensino. Em determinado momento, os participantes analisavam o material de apoio. Eles falavam a respeito dos níveis de poluição, da atuação dos especialistas da área e também sobre o pagamento de indenizações, conforme os excertos a seguir:

Mateus: Tá ok! Então, nós vamos calcular a partir da fórmula que nós determinamos. Cada um pode ir fazendo a sua resolução individualmente... Eu acho que uma coisa que também tem que levar em conta é assim ... eles estão falando que o ideal é 3 ppm, por exemplo, mas você tem que considerar também o que já tinha antes, para não pagar por algo que ele não fez, não é!?

Débora: Então você acha que a discussão entre esses especialistas já deveria considerar isso, logo no início?

Mateus: Porque, por exemplo, se o responsável chega e fala que a tolerância é de 3 ppm, mas o lugar já estava poluído com 2 ppm antes de acontecer o acidente. A empresa, então, não tem que pagar por isso; é preciso ponderar essa diferença.

Rogério: Mas será que eles já não consideraram isso?

Mateus: Eu acho que não ...

Nestas colocações destacamos o momento em que Mateus supôs que já poderia existir alguma poluição no local, antes que o acidente tivesse ocorrido. E, quanto a isso, poderíamos nos questionar, por exemplo, sobre quais princípios éticos foram respeitados para se chegar ao valor de um nível de poluição de 3 ppm. Seria possível averiguar se as análises e os cálculos dos níveis de poluentes foram determinados de modo íntegro, ainda mais que tudo estaria relacionado com valores das multas? Quando o estudante diz: "se o responsável chega e fala que a tolerância é [...]; é preciso ponderar essa diferença", entendemos que decisões como essas estariam respaldadas em dados matemáticos. No caso analisado, o especialista em questão era um ambientalista, mas poderia ser um matemático ou, talvez, algum representante da empresa que causou o acidente.

Ao fazer essas considerações acerca das responsabilidades, dos agentes envolvidos nesse processo e nos modos como a matemática pode ser aplicada, compreendemos que nessas situações as reflexões críticas são reais, conforme Skovsmose (2020a). E mais, concordamos com o autor ao ressaltar que não estamos lidando somente com cálculos matemáticos, mas sim, com a formação de condições da vida real. Mediante os cálculos realizados, não há garantias de que tudo foi feito corretamente e, além do mais, nem sempre é fácil identificar quem realmente estabeleceu tais cálculos ou quem apresentou os resultados. Pode existir, então, a dissolução da responsabilidade.

Tanto nas falas de Rogério e Renata, descritas inicialmente, quanto nessas últimas exemplificações, os sujeitos agentes envolvidos naqueles contextos pareciam atuar como coadjuvantes. Ao respaldar suas ações no uso da matemática, eles parecem estar isentos de qualquer responsabilidade. E, a fim de enfatizar tais argumentações, entendemos que há aproximações com os pressupostos teóricos desta pesquisa. As ações baseadas em matemática parecem ocorrer em um vácuo ético, ou seja, a matemática em ação realmente parece funcionar sem um sujeito agente. Se aparentemente não há atuação de um sujeito, logo, a noção de responsabilidade também parece não existir.

Outro posicionamento foi manifestado pela aluna Renata. Ela fez considerações sobre a matemática e a atuação dos sujeitos envolvidos naquele contexto:

Renata: Sim, [...] porque tinha um cálculo da multa e cada especialista falava alguma coisa, e eu não sei qual estava certo, mas sabemos que

dependendo da quantidade [de poluentes] que havia, seria calculado um tempo e com isso a multa seria definida. Eu acho que a empresa poderia tentar diminuir esse tempo para pagar menos multa, mesmo que isso ainda não fosse permitido, ou seja, mesmo que o rio, a natureza, não estivessem prontos ainda. Ela poderia fingir que está tudo bem, que não está afetando as pessoas e os animais e, assim, pagar uma multa menor [...].

Essa colocação destaca elementos importantes, como a atuação da empresa e dos especialistas no tratamento e interpretação dos níveis de poluentes obtidos e, conseqüentemente, numa possível interferência para se obter os cálculos da multa. Aqui, notamos uma abertura para o encaminhamento de discussões sobre responsabilidade e ética associada à matemática. Por exemplo, não seria interessante para a empresa ou para seus representantes pagar um alto valor de indenização. Isso representaria um prejuízo para eles. Então, ao se decidir uma ação judicial favorável à empresa, considerando o pagamento de um valor inferior ao que era pleiteado por aqueles que sofreram os danos, como ficaria então a real situação das pessoas que dependiam daquele ambiente aquático para sobreviver? Como elas iriam se manter até que a descontaminação realmente acontecesse? O valor calculado na sentença definida efetivamente ressarciria a população e iria compensar os danos causados? Se apenas a matemática for utilizada para avaliar uma ação como essa, ela poderia beneficiar uns em detrimento de outros. A empresa, que teria a obrigatoriedade de responder pelos danos causados juridicamente, poderia ser beneficiada. Porém, a população e o ambiente atingido poderiam ser prejudicados.

Nesse sentido, dependendo do modo como a matemática fosse colocada em ação, ela poderia evidenciar algumas relações de poder, estando associada ao predomínio de interesses econômicos particulares. Ela poderia também atenuar certas responsabilidades da instituição causadora do acidente. Além disso, poderiam ser encaminhadas reflexões associadas à ética das aplicações matemáticas e aos impactos éticos não intencionais da matemática. Por exemplo, seria possível analisar se as decisões tomadas iriam garantir o bem de todos os envolvidos no contexto apresentado; poderia se pensar na questão dos limites éticos, além de refletir sobre a presença dos impactos ou conseqüências éticas não intencionais ou ocultas, camufladas pelo modelo matemático utilizado. Portanto, é preciso encaminhar discussões como essas ao abordar o conhecimento matemático nas universidades. As elucubrações aqui apresentadas têm relações diretas com conceitos como responsabilidade e ética e estas reflexões são essenciais na formação de qualquer indivíduo, inclusive estudantes universitários.

Compreendemos que as perspectivas matemáticas usadas nos casos mencionados serviram para destacar algumas coisas como importantes e, ao mesmo tempo, ignoraram outras, como os próprios participantes observaram. Isto é, a matemática pode classificar algumas coisas como primárias e outras, como secundárias. E, isso se aplica sempre que a matemática é usada para explicar qualquer tipo de fenômeno ou formas de planejamento e execução de projetos. Conseqüentemente, as decisões adotadas poderiam se respaldar nos modelos matemáticos e, não necessariamente, as responsabilidades recairiam nas pessoas ou nas instituições, mas poderiam ser atribuídas aos próprios modelos utilizados. Essas percepções destacam a relevância de discutir sobre a dissolução da responsabilidade e os modos como ela pode se constituir na realidade.

No tocante a essas abordagens, discussões relevantes também ocorreram na instituição B. Um dos primeiros momentos em que essa temática surgiu foi quando a estudante Carla fez comentários acerca de algumas dificuldades que ela estava encontrando durante a realização das pesquisas sobre um assunto que havia lhe interessado. Isso aconteceu no terceiro encontro:

Carla: Espera aí, deixa eu achar [...], por exemplo, [tinha algo] que usava uma equação para explicar isso. Eu tive dificuldade para entender o que seria levado em conta para desenvolver um modelo que estimasse isso que a gente pensou, sabe ... o que ia ter que ter, se falava sobre a população, como ele seria [...].

Diego: E para esse problema específico que vocês colocaram, de olhar para os animais e verificar quanto tempo levaria para tornar a pesca viável de novo, qual seria a responsabilidade da pessoa da área de ecologia para resolver esse problema? O que ela teria que fazer?

Carla: Primeiro a gente teria que pensar qual organismo seria usado e teria que ser algum que fosse um bom indicador. Assim, iríamos escolher esse animal e ver qual seria o método adequado para averiguar quais foram os compostos tóxicos que o contaminaram, além de saber qual tecido do corpo dele a gente usaria. [...]. Então, teria que pensar no método para avaliar a quantidade que tem no corpo dele e saber o tipo de contaminação, além de analisar o que mais teve de impacto.

Nesses recortes destacamos as reflexões da estudante Carla quanto à elaboração de um método matemático. Suas considerações fizeram com que a aluna pensasse em sua atuação enquanto ecóloga. Para ela, na situação analisada, isso seria importante para averiguar a quantidade dos compostos tóxicos e, conseqüentemente, as interpretações poderiam contribuir com a tomada de decisões pertinentes à restauração do local e animais afetados. E, nesse sentido, as discussões continuaram:

Diego: Essa quantidade que vocês falaram seria a partir desse determinado número para baixo e aí você teria condições de voltar a pescar? Seria isso? Não precisa ser zerado o nível de contaminação?

Carla: Eu não tinha nem pensado na pesca.

Gabriel: Eu também não tinha pensado na pesca, mas talvez o poluente que a gente estava considerando no caso que abordamos, talvez seria algo em torno de um ano, mas eu não sei [...]. O que a gente tem que entender como ecólogos, é que dificilmente a gente iria pensar em um modelo.

Em poucas palavras a aluna Carla comentou algo a respeito do uso de modelos matemáticos na ecologia, para enfatizar que isso também era relevante para um profissional dessa área realizar previsões e avaliar os impactos causados por um tipo de contaminação, como nos casos mencionados. Todavia, Gabriel a interrompeu para fazer o seguinte comentário:

Gabriel: Previsão ... velho! Isso é bem [jeito] Carla de fazer [...].

Carla: Eu falo assim, porque modelagem e estatística matemática andam atreladas.

Gabriel: Eu sei, eu sei [...].

Com a adição desses fragmentos podemos perceber os diferentes pontos de vista dos estudantes. O apontamento feito por Gabriel, ao afirmar que um ecólogo dificilmente pensaria em um modelo, nos leva a pensar sobre a questão das responsabilidades de um profissional que atua nessa área. Quais seriam as atuações desses estudantes? Eles se enquadrariam apenas no papel de operadores ou teriam alguma participação no grupo dos construtores de modelos matemáticos? Ressaltamos, assim, a importância de conduzir reflexões que tangem a formação de especialistas nas universidades, a qual precisa incluir "não apenas o desenvolvimento de capacidades para lidar com certos mecanismos complexos e operá-los, mas também da capacidade para refletir sobre o que tais operações podem significar (Skovsmose, 2008a, p.71).

Logo, compreendemos que a elaboração da imaginação tecnológica e do raciocínio hipotético, discutidos em outros momentos, são aspectos relevantes para a efetivação das responsabilidades de um ecólogo, ou de qualquer outro profissional, pois esses aspectos favorecem a capacidade reflexiva dos estudantes. Para Gabriel, por exemplo, o modelo matemático não seria tão relevante quanto era para a aluna Carla. A visão dele nos leva a compreender que sua posição condiz com a atuação de pessoas que estão no grupo dos operadores. A matemática apareceria implicitamente em suas atuações profissionais ou suas

decisões enquanto ecólogo e, eticamente, parece que isso não teria grandes interferências quanto à execução de suas responsabilidades.

O aluno Gabriel havia comentado também sobre a tragédia que ocorreu no município de Mariana, em Minas Gerais. Nesse caso houve o rompimento de barragens no ano de 2015 e o fato foi caracterizado como um dos maiores desastres ambientais do país, até aquele ano, causando a morte de 19 pessoas e muitas consequências para os recursos naturais da região. Com isso, diferentes análises ecológicas foram feitas no local para averiguar os impactos causados e, também, para embasar os cálculos referentes ao pagamento de indenizações. E, acerca desses fatos, quando eram feitas discussões sobre o uso de modelos para estimar previsões, Gabriel considerou:

Gabriel: [...]. Por exemplo, no caso de Mariana fizeram as análises e a empresa alegou que parte do que estava sendo achado já era de antes do acidente, como o mercúrio. [...].

Informações como essas revelam aspectos que outros estudantes comentaram acerca da responsabilidade de empresas ou instituições causadoras de acidentes similares. Resgatamos momentos trazidos no início desta seção para pensar sobre isso, como as falas de Mateus, ao dizer que "você tem que considerar também o que já tinha antes, para não pagar por algo que ele [o empreendedor] não fez, não é!?" e a de Renata, ao pontuar que "não é em pagar uma certa multa que esse valor irá compensar, porque há outros tipos de impactos". Previsões sobre um processo de descontaminação ou o cálculo de estimativas de certos compostos ou de valores de indenizações são comumente utilizados em avaliações de tragédias como no caso de Mariana. Temáticas como essas emergiram desde o início das discussões. Vejamos alguns trechos que apresentam esses momentos. O primeiro deles se referia a um vídeo sobre o incêndio em Alemoa, trazido pelo grupo de Sergio, da instituição B:

Sergio pausou o vídeo e afirmou que a Cetesb multou a empresa responsável. Destacou que o valor foi repassado, mas os caiçaras não haviam recebido nada, nem ao menos uma cesta básica de alimentos ou qualquer tipo de ressarcimento.

Miguel: E é uma questão de sobrevivência, não é? Não era só uma questão de indenização, era a possibilidade de sobreviver mesmo, pois se eles não tinham os peixes, e dependiam daquilo, como seria?

Diego: Outra coisa interessante de se pensar também é como que a partir desse modelo é possível chegar em um valor de indenização. Aquela empresa

pagou tal valor, mas como relacionamos o dinheiro com os prejuízos causados?

Miguel: Como se quantifica esse estrago?

Diego: Quanto valem aquelas vidas? O trabalho daqueles pescadores, das pessoas entorno, do meio ambiente como um todo?

Miguel: É ... isso é bem interessante! Eu não tinha pensado assim.

Sergio: Eu também não. Como é empregado isso?

Miguel: [...] aqui não estamos falando de mil, de um milhão, estamos falando de bilhões de reais. Olha o quanto isso envolve. Envolve pessoas que conhecem muito de direito e muito de lei. [...], mas esses processos não são rápidos. Eles se resolvem em anos, em décadas [...] e, algo importante, para além dessa questão de quanto tempo irá demorar, é como se quantifica a vida, como se quantifica um desastre?

Diante dessas considerações é possível refletir sobre responsabilidade, ética e valoração. Os fatos apresentados relacionavam os danos causados, as vidas envolvidas, os recursos naturais, ou seja, os participantes pensaram em vários elementos e nos impactos que poderiam ser considerados a curto e longo prazo. Qual seria, então, o papel da matemática nesses contextos? Se cálculos matemáticos embasam análises como essas, o que eles precisariam considerar? Afinal, existem outras variáveis envolvidas, que podem apresentar uma série de combinações analíticas, além de questões políticas, econômicas e sociais. Esses fatores também nos permitem refletir sobre as limitações que os contextos elaborados podem apresentar. A matemática pode estabelecer um espaço de situações hipotéticas para certa situação, porém, nesses espaços podem existir diferentes limitações. Nesses contextos, estamos abordando a matemática, mas também podemos analisar uma combinação de análises capacidades, estruturas de poder, interesses e prioridades, o que está de acordo com os aportes teóricos adotados.

Entendemos que essas limitações estão presentes em discussões acerca das responsabilidades e das questões éticas. Quando os participantes falaram sobre as responsabilidades da empresa e o pagamento das indenizações, diferentes interesses e prioridades poderiam se manifestar ou eles poderiam ser mantidos em oculto. A situação apresentada envolvia vários fatores. E, ao refletir sobre qualquer uso da matemática, seja ela explícita ou não, é preciso acompanhar tais análises com dúvidas e incertezas.

Nesse sentido, mais uma vez ressaltamos que, em algumas situações, a matemática pode ocultar interesses e relações de poder. Elas podem, por exemplo, apresentar certas ações ou

decisões sob uma perspectiva única e adequada, conduzindo então para uma dissolução da responsabilidade. Aliás, por trás dessas reflexões é possível existir ainda postergações de responsabilidades. Para embasar essa colocação, apresentamos uma crítica extraída de uma publicação acadêmica³⁶, de autoria de Lacaz, Porto e Pinheiro (2017). Esse artigo está relacionado ao caso do rompimento das barragens em Mariana. Ele foi encontrado durante o processo de organização das análises dos dados, quando houve buscas por materiais complementares que pudessem relacionar os desdobramentos desse caso real com as falas dos participantes, no tocante às questões jurídicas, responsabilidades e compensações monetárias. Seguem alguns trechos que nos chamaram a atenção:

Exemplo do papel postergador da justiça no Brasil, com base em mistificações de laudos pretensamente categóricos, quando se trata de interesses de grandes e poderosos grupos econômicos, é visto na decisão a seguir:

O desembargador [...] da 2ª Câmara Cível do Tribunal de Justiça de MG, concedeu à Samarco [...] prazo até 9 de janeiro de 2016 para apresentar o estudo “Dam Break”, que projeta todos os cenários de eventual rompimento de barragens remanescentes... Ela argumentou que o estudo é complexo, [com] cálculos matemáticos complicados, análise de campo, vistoria da região onde se localiza a barragem e de todas as cercanias, [...], somente dessa forma, poderia projetar o local por onde passaria a onda de rejeitos em caso de novo rompimento.

[..] Os denunciados, 21 deles ligados à Samarco, foram acusados de dolo eventual, crimes de inundação, desabamento, lesão corporal e crimes ambientais. Além disso, “a Samarco, a Vale e a BHP Billiton são acusadas de nove crimes ambientais...”, o que aponta para a responsabilidade das empresas e seus prepostos na tragédia (LACAZ; PORTO; PINHEIRO, 2017, p.9-10).

Essa exemplificação tem o intuito de enaltecer as contribuições dadas pelos participantes quando ressaltaram: as dificuldades e a complexidade para se estimar os cálculos das indenizações; a consideração de que outros fatores, além dos matemáticos deveriam ser analisados; as possíveis alegações por parte das empresas; as relações de poder existentes; dentre outros aspectos. Tais elementos mostraram-se muito presentes ao longo do desenvolvimento das propostas. As discussões realizadas eram pertinentes ao contexto investigado e podemos respaldar essa afirmação com o trecho anterior, o qual apresentou alguns percursos jurídicos reais do caso de Mariana. Muitas relações de poder podem ser ressaltadas por meio da matemática. Por exemplo, a defesa de instituições causadoras de acidentes poderia

³⁶ Este artigo foi intitulado "Tragédias brasileiras contemporâneas: o caso do rompimento da barragem de rejeitos de Fundão/Samarco". Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2317-6369000016016>. Acesso em: 20 abr. 2020 Acesso: 17 jun. 2020.

usar uma suposta complexidade da matemática ora para postergar algumas ações, ora para ter tempo de desenvolver ou adotar modelos matemáticos que, de certa forma, amenizassem as acusações.

Ademais, vários apontamentos surgiram durante os encontros, fazendo-nos refletir sobre também outras percepções.

10.2 Ampliando as ideias

Em momentos anteriores, vimos que os participantes se preocuparam com questões relativas às responsabilidades, à quantificação de danos ambientais e aos aspectos associados à valoração, como o valor de indenizações e das vidas perdidas em acidentes reais. As discussões se aprofundavam cada vez mais e outros participantes traziam suas contribuições.

Por exemplo, quando o grupo de Mary, da instituição B, se interessou pela questão da valoração, ele observou que, de modo geral, era preciso realizar estudos maiores relacionados a certos acidentes, pois existiam diferentes variáveis entorno dos trâmites processuais. Vários apontamentos foram feitos:

Mary: Há um tempo estimado para a região ser ou voltar a ser recuperada? E se sim, isso pode demorar muito tempo, muitos anos, e vários cálculos teriam que ser considerados [...]. Então, a partir disso, a maioria das empresas envolvidas têm pressa em encobrir os estragos que ela causou, vamos dizer, o mais rapidamente, antes de tudo ficar nas mãos da mídia! Porque quando a mídia começar a disparar as notícias, por certo, será problema para elas. Por isso, geralmente são tomadas medidas de emergência que aparentemente resolvem o problema. Todavia, mesmo de posse de todos esses cálculos, em cada uma dessas variáveis também existem outras variáveis que estão associadas a tudo isso. Por isso, não conseguimos trazer uma coisa certa, algo que englobasse tudo, mas eles [o Ibama] usam esse método para estimar o valor do impacto.

Juliano: [...] achei interessante por ser algo abrangente, por tentar inserir todas as variáveis possíveis para definir um valor exato. Só que acho que com a pressa, com o medo de cair no esquecimento, os cálculos são feitos, mas na hora de fazer os pagamentos, eles ficam postergando a ação, e as cobranças são feitas só depois de muito tempo. E como ficam esses cálculos?

A aproximação entre essas colocações e o artigo de Lacaz, Porto e Pinheiro (2017) se confirmaram e entendemos que os alunos se apropriavam dos assuntos pesquisados. No artigo, por exemplo, destacamos trechos que mencionam uma possível postergação de decisões

judiciais e encontramos a afirmação de que o estudo considerado era complexo, além de envolver cálculos matemáticos complicados. Esses fatores serviram de argumentos para decisões judiciais tomadas ao longo do processo de Mariana. Em outras palavras, realmente não era tão simples refletir sobre valoração. E, o grupo de Mary, mesmo sem ter feito estudos mais aprofundados sobre o assunto, trouxe à tona discussões similares às temáticas tratadas no artigo, o que implica na relevância de propor reflexões como essas no contexto universitário.

Nos casos descritos anteriormente poderíamos pensar também nas responsabilidades dos agentes que atuavam nessas situações: o advogado de defesa da empresa; o juiz que analisou as argumentações dadas, inclusive a argumentação matemática; o promotor que poderia tentar refutar essas colocações, a empresa que contratou o advogado; entre outros atores desse cenário. Essas percepções nos levam a concordar com Skovsmose (2008b) ao ressaltar que a responsabilidade por ações baseadas em modelos pode se dividir entre vários atores diferentes, comprometendo ou diminuindo as responsabilidades. Para esse pesquisador, o modelo pode ser convenientemente colocado a distância quando se consideram os reais efeitos gerados na realidade.

Observamos que esses aspectos ligados às responsabilidades e à ética emergiram em várias situações, sem contar que as reflexões referentes ao caso de Alemoa eram constantemente retomadas:

Miguel: Você via que o que se falava em um, não necessariamente estava mantido pelo outro. A Cetesb, por exemplo, falava que não tinha danos, de repente, outro dizia que tinha e tem um valor, outro, diz que é outro. Há a versão dos pescadores também. E só aí temos diferentes perspectivas. [...]. E tem duas questões: considerar onde cada um está situado. Mas existe outra coisa muito importante, que são as relações de poder, as relações financeiras. Se você é uma empresa, por mais que você saiba o que está acontecendo, você tenta de certo modo proteger a empresa. Nesse caso, vocês acreditam que a empresa achava mesmo que não tinha causado nenhum dano ambiental? [...]. Como você sabe que um acidente foi pior que outro? Um jeito é você tomar como base a referência financeira e hierarquizar. Então voltando a pergunta: como na ecologia, esse bem alienável, que é o dinheiro, é usado para quantificar desastres?

Diego: [...] qual vida vale mais? Quem irá defender o pobre? Como funciona essa questão das pessoas que entendem muito de lei? Como isso é tratado na justiça?

Katia: Tem abuso de poder ...

As colocações apresentadas anteriormente revelaram as potencialidades das pesquisas realizadas pelos estudantes. Isto é, percebemos a relevância das reflexões no tocante aos temas abordados e entendemos que novas considerações eram feitas à medida em que os assuntos e estudos se desenvolviam. As discussões envolviam análises de todos os tipos, como o valor do dinheiro, as relações financeiras existentes, justiça, poder e diferenças sociais etc.

Quanto ao tratamento de questões jurídicas, um dos grupos discorreu sobre providências tomadas no caso de Alemoa. Uma de suas integrantes destacou artigos penais relativos a leis ambientais, nos quais a empresa responsabilizada pelo acidente havia se enquadrado. Nessa exposição, foram citadas a previsão de multas, a prestação de serviços à comunidade, a retenção dos bens e possibilidades de reclusão em certos casos. E, a respeito dessas considerações, houve questionamentos do professor Miguel sobre como ficaria a parte de reclusão em casos em que pessoas jurídicas eram responsabilizadas pelos acidentes. Nesses casos, as ideias relativas ao conceito de responsabilidade se ampliaram e elas eram associadas às questões éticas, no sentido mais geral dessas palavras:

Paula: Eu acho que quando tem uma multa muito alta, eles tentam esconder ao máximo nomes diretamente, para a mídia inteira não culpar uma pessoa só. Como era uma empresa grande e conhecida, eles devem acobertar ao máximo tudo o que eles puderem. Eu, particularmente, não encontrei nomes indicando um culpado.

Miguel: Porque a legislação diz sobre reclusão, e a reclusão é de uma pessoa, só que a gente está lidando com uma empresa.

Katia: Se é uma empresa tem que estar em nome de alguém ...

Miguel: É ... precisa ser uma pessoa jurídica, enfim, mas nunca aparece, não é!? Vocês viram quantas coisas estão envolvidas. Se a gente quisesse continuar com essa discussão... nossa ...

Esses fragmentos destacam que a produção de conhecimentos não fazia referência somente aos conhecimentos matemáticos. As reflexões relativas às responsabilidades envolviam análises que estavam além de números, índices ou modelos. E este era também um dos objetivos desta pesquisa.

Os questionamentos e reflexões acerca de entendimentos relacionados aos cenários analisados eram constantes. As possibilidades de interpretar os mecanismos que estavam por trás dos contextos abordados ampliavam-se cada vez mais. E, em nossa concepção, isso faz parte dos processos educativos, inclusive no campo da Educação Matemática, que pode

contribuir com a participação dos indivíduos na sociedade. Quando os participantes discutiram sobre responsabilidade, ética e preocupações com acidentes ou tragédias evitáveis, eles lançaram seus olhares para interpretar o que acontecia em tais situações, ou seja, ampliaram suas pesquisas e suas aprendizagens. Por meio dos exemplos extraídos daqueles encontros, percebemos que não estavam se atentando apenas a especificidades da matemática, da ecologia ou da engenharia. Por exemplo, em um dos encontros na instituição B, o auxiliar de pesquisa Diego questionou sobre quais órgãos seriam responsáveis pela avaliação de um dano ambiental. E os estudantes responderam que era a Cetesb. Todavia, isso se ampliou, como podemos notar nos trechos a seguir:

Diego: Cetesb!? E ainda existem empresas particulares também que prestam serviços? [...]. Mas geralmente a empresa contrata também? Vocês sabem como isso funciona?

Rute: É possível, mas você poluiu e você mesmo contratou a empresa!? Foi o que aconteceu em Mariana ...

Essa fala de Rute poderia envolver várias questões éticas, que poderiam inclusive comprometer as interpretações dos resultados obtidos. Sem contar que tudo isso poderia conduzir a uma tomada de decisões que não necessariamente seria viável àquele contexto. Essas afirmações se conectavam com reflexões feitas por outros grupos, quanto ao caso de Mariana:

Juliano: Conseguimos encontrar apenas um exemplo com esses cálculos, que é o próprio caso do Alemoa.

Miguel: E isso não significa que elas estão prontas, não é!?

Juliano: É ...

Miguel: O caso de Mariana, por exemplo, já aconteceu há tantos anos e pelo que eu sei ainda não está encerrado ...

Mary: Isso mesmo! Às vezes se tem tanto trabalho em fazer esses cálculos, se criam tantas expectativas, e medidas erradas acabam sendo tomadas.

Nesta exemplificação os estudantes novamente refletiram sobre a complexidades dos cálculos matemáticos que dariam suporte para a finalização dos processos de ressarcimentos. Ao considerarmos um ponto de vista socioambiental, percebemos a relevância dessas abordagens ao tratar de assuntos relacionados à valoração. De acordo com Pereira Junior (2014), a valoração monetária de bens e serviços ambientais é um modo relevante de induzir os

agentes causadores de danos ambientais a cumprir a legislação vigente. Para o autor, não basta falar apenas em ética e moral, mas é preciso cobrar desses agentes valores monetários como forma de ressarcimento, o que justifica a necessidade de quantificá-los.

Sendo assim, interpretamos que poderia haver a dissolução de responsabilidades, disfarçadas em formas implícitas da matemática, como o cálculo da concentração de poluentes no local e os respectivos cálculos das multas. Visualizamos, assim, os três conceitos chaves desta seção: os participantes refletiram sobre responsabilidade, ética e valoração.

10.3 Refletindo sobre outros conceitos

Notamos que em diferentes circunstâncias as relações feitas pelos participantes se aproximaram ainda mais. E, junto delas, outras considerações eram realizadas, como processos de quantificação e relações de poder, dentre outros elementos. Para compreendê-los, vejamos os excertos que seguem:

Débora: Então, gostaria de saber se vocês associaram esses elementos com cálculos para se determinarem os valores pra indenização. Vimos várias reportagens falando sobre esse cálculo dos valores para multa e vocês perceberam alguma coisa a partir da leitura desse trabalho direcionada a isso?

Miguel: No quanto se quantifica um dano ambiental, não é?

Sergio: Quando a gente começou a fazer as pesquisas, uma das coisas que mais nos chamou a atenção estava relacionada à questão de como dar preço às coisas. Se há um dano ambiental, como quantificar vidas humanas, cultura? Nosso trabalho tentará averiguar como é a valoração de um dano ambiental. Que preço se dá para algo que muitas vezes não é calculado do ponto de vista econômico.

Ana: Mas como podemos determinar valores ou estimar custos, por exemplo, em caso de danos ambientais, como é que a gente cobra recursos naturais, sendo que dificilmente você quantifica quanto vale o ar puro? Quanto que a água, em geral, vale? E qual seu valor quando ela é contaminada? [...] O que determina o valor da indenização dos danos materiais, culturais, morais, envolvem muitas técnicas. [...] Como recuperar de forma equivalente, algo que a gente nem sabe realmente quanto vale, como o ar ou o valor de uma nascente?

As noções relativas ao termo valoração foram aprofundadas quando os participantes pensaram nas possibilidades de quantificação de um dano ambiental. A respeito desse outro

termo, Skovsmose (2020b, p.5) diz que apesar da quantificação da natureza ser vista como parte da revolução científica e integrante das ciências naturais, os procedimentos de quantificação tornaram-se muito além dos limites das ciências naturais. Encontramos quantificações em muitos campos de conhecimento, como na psicologia, na medicina, na economia e em toda forma de investigação técnica. Para o referido autor, a ideia de quantificação traz também à tona profundas questões éticas.

Destacamos que na apresentação feita pelo grupo de Sergio e Ana a complexidade da efetivação dos cálculos matemáticos atribuídos a contextos como esses, mais uma vez veio à tona. Essas quantificações poderiam conduzir diferentes tipos de valoração de um bem. E, a partir das explanações desses estudantes, novos questionamentos emergiram: Como se pode quantificar eticamente coisas que não podem ser avaliadas a partir de embasamentos da economia tradicional? Como valorar algo que não sabemos realmente quanto vale? Qual o papel da matemática nesses casos? Como ela pode dar suporte para certas ações vistas na sociedade, quanto ao tratamento de situações semelhantes? Mas a resposta para essas questões não é imediata quando consideramos alguma ação baseada em matemática.

Ao considerarmos a matemática em ação, a relação entre a ação e o sujeito agente parece se dissolver. Essa relação pode ficar confusa quando exploramos aspectos matemáticos, e isso pode acontecer devido a diferentes fatores pontuados ao longo desta seção. As discussões realizadas perpassam o campo dos cálculos matemáticos. Em todas as situações descritas, observamos a matemática sendo colocada em ação, mesmo que inconscientemente. As reflexões a respeito da confiabilidade e da responsabilidade "abordam as ações e práticas que podem operar fora do campo da matemática, mas por meio de mecanismos baseados em matemática" (SKOVSMOSE, 2008, p.67).

Com referência a essas colocações, entendemos que o fato de aceitar ou refutar ações amparadas em matemática, pode ser associado às questões de responsabilidade e ética. Ao definir o valor de uma multa para as vítimas de uma tragédia, ou para seus familiares em caso de morte ou desaparecimento da vítima, assim como como modo de ressarcir danos ambientais ou culturais, seria possível realizar diferentes questionamentos. Por exemplo, quanto à determinação dos cálculos que levaram ao estabelecimento dessa valoração, quais pessoas ou organizações foram responsáveis por sua elaboração? Quem assume essa responsabilidade? Os dados fornecidos pelos algoritmos matemáticos? Os matemáticos que os construíram? As empresas que os adotaram? Quando lançamos reflexões semelhantes, entendemos que é possível existir uma dissolução das responsabilidades em muitos casos. Se os dados matemáticos nos revelam algo, se amparam determinadas ações, então, algumas

responsabilidades podem diminuir ou desaparecer, dependendo do contexto em que são aplicadas.

Interessante salientar um apontamento feito pela aluna Ana ao falar sobre o caso de Mariana.

Ana: Fiquei super chocada com uma situação enquanto a gente pesquisava algumas coisas de Mariana, eu pensei: "Quanto que vale será?". Com base nas leituras, vi que depende muito da pessoa que está julgando e do que ele está levando em consideração. Por exemplo, se durante o deslizamento morreu um pedreiro ou um engenheiro, eles vão analisar com quanto aquela pessoa contribuía ou, talvez, com quanto ele poderia contribuir até a aposentadoria dele. Nesses casos, a indenização seria baseada a partir disso, não nos valores e em tudo que ele representava, seria no quanto ele poderia contribuir para a sociedade. Então, se a gente for pensar assim, quem ganha pouco, não iria ganhar quase nada, sabe ... e um engenheiro que talvez tivesse uma vida melhor, mais tranquila, ainda que ele tivesse condição, a indenização pela morte dele seria muito elevada ... gente ... O que é isso!?

Ana demonstrou sua indignação ao saber os modos como os cálculos eram realizados, porque nestes casos, as pessoas em situação menos favorecida ou mais vulneráveis seriam prejudicadas. Reflexões como essas nos fazem pensar no valor econômico de uma vida humana. Elas abrem possibilidades para que uma série de análises sejam questionadas. Um modo de fazer isso se pauta em considerar o que uma pessoa é capaz de produzir durante o resto de sua vida. Outra forma mais recente de se pensar nisso, de acordo com o autor, é considerar a própria vida uma mercadoria. Neste caso, o valor de uma vida pode ser interpretado como a quantidade de dinheiro que as pessoas estão dispostas a pagar por ela (SKOVSMOSE, 2020b).

Talvez as percepções da aluna também estariam ligadas à dicotomia maravilhas-horrores da matemática que é posta em ação em nossa realidade. Os pressupostos teóricos usados neste estudo, ressaltam que a matemática em ação pode promover consequências diversas, e sua avaliação pode variar dependendo da concepção e do contexto em que é aplicada. Ela representa uma racionalidade que pode ser usada para todo tipo de fim, e que pode atender a qualquer tipo de interesse.

Na situação descrita por Ana, por exemplo, poderíamos compreender como horrores produzidos pela contribuição da matemática, o fato de quem mais precisava de um benefício, dos valores da indenização, não ser contemplado de modo similar a alguém que estivesse em posições mais favorecidas, pois a valoração seria dada de acordo com as contribuições desses indivíduos para a sociedade. Refletindo sobre questões acerca de justiça social, ela lançou

indagações finais, parecendo não compreender como essas coisas aconteciam. Então, nesses casos, que personagens seriam responsáveis por essa diferenciação? Afinal, eticamente, há diferenças entre o valor de uma vida de um pedreiro ou de um engenheiro? E a respeito das formas de se quantificar vidas, os modelos são os responsáveis por esse tipo de ação? A indignação da aluna Ana se relacionou a quem julga tais ações, mas esses julgamentos não se baseiam em diferentes fatores, inclusive nos cálculos matemáticos?

Uma percepção semelhante, envolvendo certa repulsa por parte dos estudantes, ocorreu em meio às discussões das aplicações de modelos matemáticos para controle biológico. Nesta ocasião, um dos grupos da instituição B optou em falar sobre o uso da bactéria *Wolbachia* para controlar a transmissão do vírus da dengue. Tratava-se de uma pesquisa desenvolvida para o controle dos mosquitos. Os estudantes mencionaram que usaram uma tese de doutorado³⁷ para embasar suas explicações e citaram um método pautado em experimentos de marcação-soltura-recaptura, conhecido como MSR.

Esse método utiliza modelos matemáticos para estimar parâmetros populacionais de diferentes animais, como por exemplo, estudar a capacidade de dispersão de insetos, avaliar as taxas de sobrevivência e estimar o tamanho da população. A descrição a seguir refere-se a uma parte de uma pesquisa de campo que tinha como intuito mensurar a população de determinada espécie de mosquitos. Ela foi realizada no Rio de Janeiro, em 2014. A estudante Carla explicou como a realização dessa pesquisa associava-se à execução de determinadas ações:

Carla: [...] é impressionante como eles fazem isso. Eu tive oportunidade de fazer um workshop com uma pessoa que conduz esse estudo; ela é vinculada à Fiocruz. Eles utilizam os grupos de mosquitos que foram criados em laboratórios, pintam eles com sprays e, assim, eles se diferem de um mosquito normal. E eles chegam até os bairros. A moça (a pessoa da Fiocruz) disse que as pessoas do bairro ficam indignadas, porque eles chegam lá com um monte de mosquitos. Imagine você, vendo uma nuvem de pernilongos no seu bairro e depois de uns 3 dias, eles retornavam ao local para coletar os mosquitos pintados. Eles tinham que entrar na casa das pessoas para ver se achavam os mosquitinhos coloridos e, depois, os levavam para o laboratório para fazerem determinadas análises.

³⁷ A tese foi produzida em 2017 e é intitulada “O papel da resistência a inseticidas e da densidade de *Aedes Aegypti* na disseminação da *Wolbachia* em populações nativas do Rio de Janeiro, Brasil”. Para mais informações consulte: <https://www.arca.fiocruz.br/handle/icict/28444>.

Posteriormente, alguns comentários surgiram:

Flávio: A pesquisa desenvolvida pela Fiocruz provavelmente está ligada aos valores que a gente gasta com a dengue, que é grande, ao considerar o tratamento dado no Sistema Único de Saúde (SUS). E, são fatores considerados como incentivo de pesquisas, talvez.

Além deste comentário, outros mais apareceram, como: "Quem está por trás dessas pesquisas e quais autoridades podem ser responsabilizadas? As vezes não refletimos nos reais impactos de uma decisão"; "Na verdade, uma certa camada da sociedade, que é a mais afetada, por conta dessas outras questões que nós mesmos criamos"; "As pesquisas são controladas, não é!? Sabemos que algum dia elas serão aplicadas, e não sabemos quais são os ideais que determinadas autoridades (congresso, governo) podem ter"; "Eu imagino que os dois locais escolhidos para serem jogados os pernilongos não foram bairros da classe A, do Rio de Janeiro, por exemplo, se for em um bairro nobre, como o Leblon, eles poderiam picar algum artista famoso", dentre outras.

E nessa mesma linha de comentários, os participantes discutiram sobre questões de desigualdades sociais, prevenção de doenças e financiamento e aplicação de pesquisas que seriam ou não interessantes a certas instituições ou órgãos governamentais. Neste sentido, pensamos também em estratégias de quantificações relativas à valoração da vida de um ser humano.

Assim, compreender essas relações acerca dos objetivos e impactos de um programa de saúde, por exemplo, poderiam encaminhar reflexões sobre diferentes enfoques éticos e econômicos. Eles poderiam evidenciar também algumas relações de poder, construídas devido aos distintos interesses sociais ou políticos, por exemplo. Os modelos matemáticos utilizados poderiam atender a expectativas particulares. Nesse sentido, poderíamos pensar em questões como: "O que é feito por meio dessa modelagem? Que ações sociais e tecnológicas são realizadas? Quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações?" (SKOVSMOSE, 2013, p.135).

Esses apontamentos nos fazem refletir sobre os efeitos e as implicações da aplicação de um modelo matemático em certo contexto. Com base em nossos aportes teóricos, compreendemos que a estudante trouxe à tona questões sobre responsabilidade e ética das aplicações matemáticas. Por exemplo, quais seriam os limites éticos das aplicações matemáticas relativas ao método usado? A população local teve alguma garantia relativa ao bem e segurança de todas as pessoas que ali residiam? A pesquisa ajudaria a controlar o tamanho populacional

de mosquitos transmissores de doenças prejudiciais à população, porém, de acordo com os participantes, existiria a possibilidade de também ser usada para controle da população, conforme destacamos em seguida:

Carla: Nesse sentido, de extinguir os mosquitos, a gente não considera o papel ecossistêmico deles; todos os animais têm. No caso de animais que são vetores de doenças, geralmente é para o controle da população. Então o mosquito da dengue seria bom para controlar a nossa população.

Miguel: Sim.

Carla: O que a gente não quer aceitar, não é? Nossa população ser controlada. A gente não quer ...

Miguel: Na verdade, a gente precisaria de um maior controle biológico. Se fosse assim teríamos que incentivar o *Aedes Aegypti*, não é!? [...]. Há outra questão interessante que o grupo comentou: a questão ideológica que há por trás de uma pesquisa, como toda pesquisa tem. As pesquisas mencionadas estariam ligadas apenas ao papel ecossistêmico desse inseto? De que forma esse controle se relaciona com a nossa saúde pública? E essas reflexões nos levam a pensar no papel que vocês têm em tudo isso. Poderíamos pensar em outras, outras ideologias que poderiam tentar resolver o problema com outros modelos [matemáticos] por conta de outras preocupações [...].

As conversas que haviam sido iniciadas para falar sobre modelagem matemática na ecologia envolveram várias reflexões críticas, como pensar a respeito de formas de se controlar a população. Aspectos associados a conscientização, responsabilização, conflitos de interesses e prioridades transpareceram nos momentos dessas discussões. E, naquela ocasião, quando o aluno Artur se posicionou dizendo que:

Artur: A gente está tentando lidar com um problema que nós mesmos criamos. Por exemplo, uma criação de baratas é algo que a gente mesmo criou. Criamos um ambiente extremamente favorável à proliferação de insetos, de baratas. Ao pensar em esgotos, em ratos, eles também têm um ambiente bem favorável para se proliferarem. Estamos lidando com algo que a gente mesmo causou. Bom, eu acho que não falarei mais nada ... para não manifestar minhas ideologias ...

Prontamente o Miguel se colocou dizendo que a ideia era justamente a de promover reflexões como essas:

Miguel: Mas a ideia é justamente promover essas discussões críticas. Estamos lidando com questões de responsabilização, e é esse o propósito. É preciso ter mais discussões sobre esses assuntos. A universidade é um

espaço para discutirmos ideologias também, inclusive abre possibilidades para assumirmos outras ideologias, não é!?

Artur: Entramos em uma questão de sobrevivência do ser humano. A gente fica tentando controlar coisas que nós mesmos causamos. Quando vemos, foi muito além disso.

Carla: É, mas não é simplesmente assim. Ah, o mosquito se prolifera. Criamos esse ambiente, então fazemos qualquer coisa e só mitigamos o problema. Se é uma questão de saúde pública, pense: qual é a população mais vulnerável a morrer de dengue? Quem depende de um sistema público de saúde, que também é precário!? Então existem muitas coisas envolvidas para se pensar na necessidade de criar um trabalho, um projeto como esse, de controlar essas doenças. A maioria das pessoas que morrem de doenças como essas não são as pessoas que têm as melhores condições de vida e que podem pagar pelo melhor plano de saúde, que tem a casa com maior conforto ...

Miguel: E entram também outras questões, como: Quem está por trás dessas pesquisas e quais autoridades podem ser responsabilizadas? Às vezes não refletimos nos reais impactos de uma decisão. Não entendemos que uma decisão pode criar outras coisas (outros problemas). Alguém disse, por exemplo, sobre a importância dessas pesquisas e, notamos, o quanto elas atingem, na verdade, uma certa camada da sociedade, que é a mais afetada, por conta dessas outras questões que nós mesmos criamos. As pesquisas são controladas, não é!? Sabemos que algum dia elas serão aplicadas, e não sabemos quais são os ideais que determinadas autoridades (congresso, governo) podem ter [...].

Carla: É ... eu imagino que os dois locais escolhidos para serem jogados os pernilongos não foram bairros da classe A, do Rio de Janeiro. Por exemplo, se for em um bairro nobre, como o Leblon, eles poderiam picar algum artista famoso.

A exposição desses excertos relativos aos aprofundamentos de discussões geradas pelo grupo de Carla e Artur demonstraram o engajamento dos estudantes e o desenvolvimento da criticidade na abordagem de diferentes temáticas. Além disso, a continuidade das discussões era incentivada pelo professor Miguel. Elas foram além da matemática. Percebemos que houve interesse do grupo em pesquisar sobre as aplicações da modelagem em ecologia. Entretanto, após citarem o uso de um determinado modelo matemático, as discussões se ampliaram. Os apontamentos feitos pelos participantes de modo geral revelaram suas preocupações e posicionamentos ligados a vários fatores. Por exemplo, quando o grupo comentou sobre os experimentos de marcação-soltura-recaptura, ele não se preocupou exatamente com o desenvolvimento do modelo em si, mas o intuito foi usar esse contexto para refletir sobre os

reais impactos de suas aplicações na realidade. Estes pensamentos deixaram transparecer diferentes preocupações, como o local onde os insetos marcados seriam soltos, o poder aquisitivo das populações locais, as condições de vulnerabilidade da população, as desigualdades sociais existentes, questões ligadas à saúde pública etc.

Essas considerações retratam diversas relações entre ética e matemática, dentre elas a ética das aplicações matemáticas e os impactos éticos não intencionais da matemática na sociedade, propostos por Ernest (2018). Além do mais, reforçam a importância da afirmação de Skovsmose (2014b, p.92) quando diz que "precisamos refletir sobre os aspectos de toda forma de ação, inclusive seus efeitos sobre a sociedade", sejam elas positivas ou negativas. Enfim, compreendemos que as reflexões descritas foram mobilizadas pelos processos de investigação adotados. Por meio deles houve a abertura de possibilidades para que discussões como essas pudessem acontecer. Pensar nas responsabilidades acerca de certas ações ou decisões, analisar as questões éticas envolvidas, tratar de assuntos ligados à valoração, são temáticas fundamentais que precisam ser trabalhadas no Ensino Superior e, como mostramos nesta seção, podem ser viabilizadas nas aulas de matemática.

11 CONSTRUINDO SABERES POR MEIO DA PRÁTICA E DA PESQUISA

O Problem-Based Learning é uma metodologia de ensino ativa que visa contribuir com os processos de ensino e aprendizagem. Inspirando-se nos estudos de Knud Illeris, Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995) discutiram sobre o uso do PBL no campo da Educação Matemática. Os autores afirmavam que a adoção de práticas como essa poderia desafiar a neutralidade relativa às ciências exatas, além de poder incentivar o desenvolvimento de estudos críticos na universidade. Para eles, o PBL contempla a aprendizagem, o conteúdo e o aspecto social, além de se desenvolver a partir de quatro princípios de aprendizagem fundamentais: os *estudos centrados em problemas*, a *interdisciplinaridade*, os *estudos dirigidos aos participantes* e a *exemplaridade*.

Além dessa referência, também utilizaremos outros aportes teóricos, como Hmelo-Silver (2004), Barge (2010), Hernandez, Ravn e Valero (2015), Kjær-Rasmussen (2016) e Thomassen e Stentoft (2020), os quais propõem discussões sobre os princípios de aprendizagem antes mencionados. Nesta investigação todos estes conceitos foram explorados.

A seguir, apresentamos alguns momentos que descrevem essas percepções. As primeiras reflexões apresentam diálogos entre alguns recortes extraídos da produção de dados e os referenciais teóricos adotados. Posteriormente, discorreremos acerca das possibilidades desses princípios terem contribuído para a promoção do diálogo, da crítica e outros fatores. Propomos, assim, reflexões acerca do uso do PBL e das possibilidades de construir saberes por meio da prática e da pesquisa.

As discussões ocorridas nas duas instituições de Ensino Superior foram mobilizadas a partir de um incêndio em Alemoa, na região de Santos-SP. Esse acontecimento ocorreu no ano de 2015. O propósito em levar essa situação para o contexto das universidades era convidar os participantes a refletirem a respeito dos diferentes impactos causados, de modo que os conhecimentos matemáticos pudessem auxiliar suas considerações acerca da minimização e recuperação dos danos sofridos.

Ao propor a utilização de um problema como esse, pensou-se em possíveis encaminhamentos que estivessem relacionados aos seguintes questionamentos: Que aspectos um modelo matemático precisaria incluir para fazer previsões? Que conceitos matemáticos, relacionados ao ensino e aprendizagem de Cálculo poderiam ser incluídos nessa situação? Que outros conhecimentos relativos à sua área de atuação emergem?

As pesquisas desenvolvidas pelos estudantes e as discussões geradas foram além das expectativas. Em encontros ocorridos na instituição A, por exemplo, os estudantes Renata e

Rogério, demonstraram preocupações que estavam além das especificidades da matemática. O acidente em Santos, trouxe à tona várias questões:

Renata: Por exemplo, questões envolvendo o impacto econômico que isso causou. Muita gente também ficou sem emprego e teve todo prejuízo para os donos da indústria, para os pescadores ...

Rogério: Bom, por causa desse evento ocorreram várias consequências de nível ambiental, de problemas com pessoal que mora lá perto, mas acho que até que tudo voltasse ao normal, devia ter sido tomada alguma providência para que os moradores que estavam lá perto pudessem ser realocados, pelo menos [...]. Essas explosões provavelmente causaram danos nas estruturas que tem lá, por exemplo. Então, mesmo depois de ter realocado as pessoas e ainda que algumas providências superficiais foram tomadas, em algum momento terá que ter alguma reforma ali. Teríamos que avaliar a parte do entorno, que também estaria contaminada, a fim de verificar qual seria o momento ideal para iniciar essa reforma, esse seria um ponto. E, de forma geral, também haverá um gasto relacionado à construção civil para reformar o local; e sobre a parte da poluição isso pode afetar um pouco o mercado, o comércio daquela região, o pode gerar alguns empecilhos para iniciar essa reforma.

Outras preocupações também foram manifestadas na instituição B, a exemplo das colocações a seguir:

Miguel: E é uma questão de sobrevivência, não é? Não era só uma questão de indenização, era a possibilidade de sobreviver mesmo, pois se eles não tinham os peixes, e dependiam daquilo, como seria? [...] Como se quantifica esse estrago?

Diego: Quanto valem aquelas vidas? O trabalho daqueles pescadores, das pessoas entorno, do meio ambiente como um todo?

Sergio: [...]. Nosso interesse era em saber como estimar valores para o meio ambiente, para as vidas dos animais e das pessoas, para a cultura.

As colocações anteriores reafirmam que propor *estudos centrados em problemas* conduz à reflexão, contrapondo-se aos modos de aprendizagem pautados na reprodução mecânica de conteúdos. Os estudantes desenvolveram uma visão global a respeito da situação analisada. Eles não se preocuparam somente com as previsões e estimativas referentes à recuperação do ambiente ou danos mais pontuais no local onde o acidente aconteceu. Os prejuízos mencionados nesses trechos envolveram aspectos sociais, econômicos e culturais, além de afetar diretamente as vidas humanas que sofreram com esse e outros acidentes semelhantes.

Discutir sobre as consequências de determinadas decisões embasadas em matemática, como os modos de se calcular possíveis valores para indenizações, realizar estimativas de valores e pensar na quantificação dos danos causados, por exemplo, foram questões que permearam muitos encontros, em ambas as instituições de ensino.

Entende-se que os pressupostos teóricos relativos ao trabalho com o PBL assumidos neste estudo confirmam a relevância de refletir sobre a presença da matemática e suas consequências em nossa realidade. O comentário da estudante Renata feito durante as entrevistas reiterou nossas convicções:

Renata: A matemática não é neutra. Ela está associada a tudo e não somos robôs para ficar só fazendo exercícios, sabe [...]. A forma como fazemos aqui [na instituição A], ajuda e muito. Por mais que eu ache um pouco difícil, vejo que é importante porque você sabe onde vai usar o que estuda. E não somos robôs para ficar só repetindo, repetindo, de forma mecânica.

Além disso, ela destacou que realizar trabalhos similares nas aulas de Cálculo, de modo contextualizado, pode favorecer a aprendizagem:

Renata: Mas essa utilização de problemas ajuda muito, porque com as aplicações, fica mais fácil para entender o que aprendemos.

Neste sentido, Rogério e Mateus também trouxeram considerações próximas às falas de Renata:

Rogério: Bom eu acho que esse tipo de coisa acaba sendo fundamental para você entender a matéria em si. Se você trabalhar só baseado em conta, conta, você aprende!? Aprende, mas acaba sendo algo muito abstrato ... você não tem algo palpável. Agora, se você tiver exemplos para trabalhar em cima [...], com contexto por trás de toda a conta, facilita muito, porque você não só aprende a fazer, como também aprende porque está fazendo e onde que você vai chegar. Eu acho isso muito essencial. A aplicação para parte do ensino acaba sendo muito importante para ajudar a fixar esse conteúdo.

Mateus: [...] eu acho que abordar essas coisas é algo válido. Realizar esses tipos de discussões antes de você iniciar os conceitos. Você não precisa jogar o conteúdo e falar: Faça isso, isso, isso e pronto [...].

Sendo assim, compreendemos que ao possibilitar que uma aprendizagem seja encaminhada mediante discussões sobre um problema, os estudantes demonstram interesses pelos assuntos trabalhados, eles sentem-se motivados, convidados a aprender. Eles podem

refletir sobre quais motivos os levam a aprender, ao invés de simplesmente observarem e reproduzirem algo.

Nesta investigação, considerar os estudos centrados em problemas permitiu que os estudantes visualizassem aplicações práticas reais daquilo que haviam estudado. Trabalhar com esse princípio de aprendizagem esteve além da abstração e foi uma maneira de propor estudos que não focavam na reprodução de técnicas ou de resoluções mecânicas. Como podemos observar na colocação de Renata, por exemplo, a matemática não é neutra e a participação dos estudantes, de modo geral, não pode se comparar à atuação de “robôs”, que ficam repetindo, repetindo algo que lhes foi instruído. Entendemos que o posicionamento dessa estudante, aliado às complementações de Mateus, refletem a necessidade de promover enfoques que conduzam à reflexão, inclusive em aulas de matemática do Ensino Superior.

Quando perguntado sobre a possibilidade de aplicarmos as atividades desenvolvidas nos encontros, em uma disciplina de Cálculo, sem hesitar, o estudante Rogério respondeu:

Rogério: Acho que poderia sim, acho que seria interessante para estimular o aluno [...]. Às vezes a gente tem um exercício com vários valores e já sabe que tem que usar eles e, dali para frente, acaba sendo um pouco automático. Agora, se a gente partir de um problema puro e a partir dali tentar criar algo, sem ser tão vinculado há dados que obrigatoriamente temos que usar, eu acho que funciona muito bem. Podemos partir de uma situação e, em cima dela, tentamos buscar alguns elementos da matemática ou de Cálculo, para formular alguma coisa que ajude na compreensão desse problema.

Logo, entendemos que os *estudos centrados em problemas* podem motivar os estudantes a aprender. Vimos que o problema adotado nesta pesquisa serviu como ponto de partida para as discussões. Ele abarcou aspectos advindos das realidades social e profissional dos participantes, além de explorar também diferentes situações hipotéticas, que colaboraram com os apontamentos realizados. Logo, várias conexões entre a matemática e outros campos de conhecimento foram elaboradas, conforme apresentamos nos fragmentos abaixo:

Renata: Então, eu estou cursando [a disciplina de] Economia e nós estamos fazendo um trabalho sobre reciclagem. A gente aborda tudo isso, inclusive os impactos no ambiente. Eu não sei se tem a ver, tem muita contabilidade, essas coisas ... envolve sustentabilidade e outros dados numéricos que precisam ser analisados.

Mateus: Por exemplo, nós estamos tendo agora a disciplina de Hidráulica I e ela traz conceitos que nós vimos em Cálculo, anteriormente. Quando nós tivermos Cálculo I, o professor sempre buscou trabalhar exemplos

aplicados, mesmo que não fossem na área de civil, mas que fossem da engenharia em geral. A disciplina já é algo abstrato e buscar aplicações para isso na Engenharia Civil é muito complicado, se algo for bem específico, também acaba perdendo o interesse do aluno. Eu acho que teria que buscar alguma forma de contextualizar isso em cada curso: se aprende na área mecânica, que a disciplina seja voltada a isso, mas que também não pare em outras matérias. Deve existir essa ponte para entender por que que eu estou cursando Cálculo, isso porque eu vou precisar desses conhecimentos em Física II, em Hidráulica, por exemplo; tem que existir essa importância de porque eu estou fazendo isso.

Na instituição B, isso também pode ser percebido:

Mary: O legal é que a gente fez um trabalho de microbiologia e tinha que criar um projeto para biorremediação de um local contaminado. A partir dele, a gente tinha que abrir uma empresa e apresentar um projeto, dando os valores também.

As considerações descritas por Renata, Mateus e Mary foram percebidas a partir de pressupostos teóricos relativos à *interdisciplinaridade*. De acordo com os referenciais teóricos deste estudo, esse princípio de aprendizagem deriva da ideia de estudos centrados em problemas e implica nas possibilidades em que as diferentes disciplinas podem ser úteis na abordagem de problemas específicos.

Nesse sentido, o estudante Rogério também deu suas contribuições e destacou que outros conhecimentos poderiam ser explorados mediante a abordagem do problema selecionado.

Rogério: Penso em outras coisas que poderiam ser levantadas a respeito do solo e da contaminação da água, de outros danos específicos relacionados a fauna e a flora, esse tipo de coisa.

Apontamentos como esses foram complementados mais amplamente na instituição B. Eles envolviam a contaminação do ambiente aquático poluído por causa do incêndio em Alemoa. Os excertos a seguir mostram algumas dessas discussões:

Diego: Vocês sabem qual é o processo para a limpeza desse rio? Tirou os peixes e depois?

Sergio: Esse é o primeiro processo de limpeza.

Diego: E o que eles fazem com esses peixes?

Cristina: Por ser material tóxico geralmente é incinerado.

Miguel: E essa fumaça, ela não se torna tóxica também?

Cristina: Não. Bom, eu não sei exatamente como é o processo, mas tem bimetano, que é tóxico, mas não é tão tóxico quanto o material.

Miguel: Deve ter então alguma estratégia para saber quando esses peixes vão se descontaminando?

Gabriel: Pelo fígado ...

Miguel: Hum, então se faz um experimento para saber o quanto que tem? Ou seja, você faz um experimento como se fosse uma biópsia do fígado? E como fazer para você conseguir criar uma previsão?

Gabriel: Há uma separação de todos os componentes químicos. Acredito que se faça uma dilaceração do fígado [...] e depende também do local onde estão.

Carla: Eu acho que a gente já viu isso ... tem relação com a meia vida. Através de um próprio modelo matemático é possível estimar quanto tempo levaria para a comunidade de peixes já não estar mais com aquelas toxinas.

Estas explicações destacam a importância de outras áreas de conhecimento, como química e biologia, por exemplo, para avaliar uma determinada situação. Os participantes ampliaram as discussões a respeito dos processos de descontaminação do rio, dos peixes, usando inclusive a matemática para pensar em modos de prever quando as contaminações iriam desaparecer. Percebemos, como o trabalho com o problema promoveu a *interdisciplinaridade*. Houve uma integração dos estudos com outros interesses e necessidades. Conforme os aportes teóricos assumidos afirmavam, a aprendizagem aconteceu de forma interdisciplinar e os limites das especificidades de uma determinada disciplina ou das fronteiras profissionais não foram priorizados. Houve uma combinação de diversos elementos e disciplinas que favoreceram a compreensão geral da situação (THOMASSEN; STENTOFT, 2020). Esta percepção contribuiu para que as discussões e reflexões fossem ampliadas.

Vamos percebendo assim como a construção dos saberes se constituía. Todos os participantes davam suas contribuições, compartilhavam suas experiências, todos os envolvidos eram aprendizes. A prática adotada em ambos os contextos, seja com o grupo de estudos formado na instituição A ou com a turma de Ecologia, da instituição B, possibilitou que diferentes interesses se manifestassem. Com isso, surgiram distintos planos de estudos e de ação. Logo, as pesquisas ou explicações dos participantes tiveram vários direcionamentos,

como podemos observar nos próximos fragmentos, ocorridos durante um encontro com a turma de Ecologia:

Miguel: [...] E vocês tem uma ideia de como esse modelo poderia ser construído? Pelo que vocês têm visto aqui nesse curso de matemática, e outras coisas também?

Gabriel: Se a gente quiser trazer na próxima aula, acho que até conseguimos.

Miguel: Se vocês puderem, acho legal. Trazer alguns modelos de descontaminação. E você poderia ver se é do fígado mesmo. Você falou em dilacerar, não é? Eu já vi uma vez uma técnica, que eu não sei se tem a ver com isso, mas é a técnica de congelar e tirar fatias muito finas, como se fosse uma foto muito fina, por camadas. Você não corta, na verdade, são fotos muito finas, que depois são colocadas em forma tridimensionais, mas não sei se é usada em ecologia.

Os fragmentos acima mostram como o processo de aprendizagem se constituía. A proposta da pesquisa, não tratava apenas de matemática. Ela possibilitou que outras investigações pudessem ser realizadas, abrindo possibilidades para que novas aprendizagens fossem concebidas.

Essa abertura de possibilidades levou os estudantes a pesquisarem e se envolverem nos assuntos tratados. Em encontros posteriores ocorridos na instituição A, os estudos eram complementados, trazendo alguns resultados sobre acordos estabelecidos em dias anteriores, como podemos verificar a seguir:

Carla: Mas relacionado ao acidente de Alemoa mesmo, eu não consegui achar nada porque também é muito recente [...] até encontrei algumas coisas, por exemplo, essa que eu acabei de citar, que é para calcular a toxicidade em ambientes aquáticos especialmente de água doce. Há uma deficiência quanto a água salgada, porque nesse caso tem algumas dinâmicas a mais que são contadas como variáveis, mas não aprofundamos a nossa pesquisa.

Gabriel: Eu achei uma pesquisa em Alemoa, não sobre toxicidade, mas era sobre como estavam os padrões do ar na região depois do incêndio. E vi que não eram tão ruins, a única alteração que teve foi componente chamado mp10, que são partículas finas, inaláveis.

Situações como essas aconteceram com recorrência. As colocações de um estudante eram complementadas por saberes de outros colegas. Por exemplo, quando a estudante Paula,

trouxe observações sobre a liberação de compostos tóxicos em ambientes aquáticos, retomando contextualizações do acidente em Alemoa:

Paula: Foram utilizadas amostras de líquidos geradores espumas e de isolantes térmicos empregadas no combate ao incêndio do terminal petroquímico da empresa. Em todos os testes foram analisadas as variáveis físico-químicas no início e no final, para as aquelas espécies analisadas no estudo, o que é importante para analisar os impactos e medidas da liberação desses compostos no ambiente. Dessa forma, é possível estimar as concentrações que causam efeitos adversos aos organismos e, conseqüentemente, ao equilíbrio ecossistema. De modo geral observou-se que os resultados que apresentaram maior grau de toxicidade de todas as espécies testadas foram os isolantes térmicos [...]. Esses isolantes tiveram destaque nesses casos, pois esses compostos são considerados eficientes na supressão do fogo, mas em contrapartida foram os que causaram maior toxicidade a todos os organismos testados [...].

Os *estudos centrados em problemas* e a *interdisciplinaridade* foram a base das discussões. A partir da análise de uma situação real, outras preocupações emergiram. Por exemplo, para se pensar na utilização de um modelo matemático que pudesse avaliar as toxinas presentes no ambiente e nos animais era preciso conhecer ou pesquisar, sobre o local contaminado e o ecossistema de forma geral. Propor uma investigação pautada no PBL contribuiu para que algumas investigações se desenvolvessem. E outras possibilidades de estudos poderiam ser abordadas, segundo as falas advindas de dos participantes da turma de Ecologia e de um estudante de Engenharia Civil, respectivamente:

Miguel: Eu estou vendo bastante somatório aqui. Isso aí, a gente chegou ver aqui, vocês lembram? Falamos sobre a soma de Riemann? Isso ocorre quando você tem duas variáveis fixas, só que à medida que eu estou incrementando com índices diferentes, você vai somando alguma coisa [...].

Mary: Aparecem várias equações, vários jeitos de como medir a densidade, ver como estava o ambiente antes e como está agora, depois dessa contaminação, verificando tudo o que precisa para poder chegar nesses resultados.

Mateus: A gente pode incluir um pouco de derivadas para determinar qual vai ser o mínimo que você vai poder gastar em relação aos fatos ocorridos [...].

E a condução das diferentes pesquisas, poderia apresentar aspectos relativos à *exemplaridade* também, conforme o estudante Mateus apontou:

Mateus: Eu penso também que dá para você criar como a gente teria que aplicar esse tipo de problema em outras situações semelhantes; pode-se criar uma espécie de modelo para se resolver esse tipo de coisa. Primeiro ter a interpretação, isto é, ver o que é relevante fazer uma análise inicial e aí, depois considerar coisas novas, esse roteiro acaba até sendo um método científico, que você consegue aplicar para a maioria dos problemas. Eu acho que você consegue normatizar isso para poder resolver os demais problemas que você pode ter pela frente, eu acho que isso seria possível.

O princípio da exemplaridade, que emergiu na explicação do estudante de Engenharia, foi pautado em eventos específicos, podendo ser utilizado posteriormente para um entendimento geral de outros contextos, conforme Barger (2010) e Thomassen e Stentoft (2020). Aliás, Mateus observou que o aprofundamento de um problema em particular poderia se transformar em um método científico. Isso ressalta a importância de se utilizar problemas autênticos em práticas do PBL, sempre que possível, pois o trabalho com esses problemas poderia fornecer abordagens teóricas mais aprofundadas, contribuindo com o desenvolvimento de saberes relativos à prática e à pesquisa.

De acordo com a teoria que circunda esta pesquisa, o princípio da exemplaridade pode promover uma conexão entre o mundo experiencial e as estruturas sociais individuais e gerais. Mateus observou que o problema usado nos encontros poderia ser aplicado em outras situações semelhantes. Mas salientamos que as aprendizagens e experiências obtidas, ou seja, as compreensões dos fenômenos advindas da análise de um problema em particular podem auxiliar o entendimento ou discussões sobre algo de proporções bem maiores. Para enfatizar essa ideia, trazemos uma fala do professor Miguel, logo no início das atividades:

Miguel: Viam aqueles peixes lá e ainda negavam. Mas existe esse discurso. Algo interessante, é que a gente não caía na ingenuidade de lidar apenas com discursos que são monitorados na prática. E vocês têm a possibilidade de analisar criticamente esses discursos. Se vocês tiverem mais ferramentas, vocês terão maior potencial para analisá-los, porque, senão, vocês ficarão dependentes deles. Por exemplo, pensar nos motivos de ter aula de Cálculo em ecologia... Vocês podem seguir tecnicamente, aplicando as fórmulas, e podem ficar reféns do modelo. Mas, no momento em que vocês entendem o que é uma derivada, no momento em que vocês entendem o que é um limite, vocês podem ter uma outra visão sobre aquele discurso. Tudo isso pode, talvez, ajudá-los a analisar criticamente as coisas com alguns estudos. Espero que a gente consiga fazer isso, não é?

Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995) entendem que adotar práticas de ensino como o PBL é uma forma de desafiar a neutralidade relativa ao campo da Educação Matemática e das ciências, além de poder incentivar o desenvolvimento de estudos críticos na universidade. Ao analisar a fala do professor Miguel compreendemos que os saberes produzidos pelos estudantes podem ampliar suas visões de mundo. Os estudos proporcionados pelo problema utilizado e por outros conceitos específicos da disciplina de matemática favoreceram o desenvolvimento da criticidade, inclusive a respeito da disciplina de matemática e dos processos de ensino e aprendizagem que a envolvem:

Mateus: Aí chega na hora da prova o professor dá um problema aplicado e os alunos não sabem resolver, não sabem interpretar.

Rogério: Ele sabe fazer conta, mas não sabe refletir em cima disso.

Mateus: Fazer ele sabe, mas se você coloca uma situação problema ele trava; ele não tem essa habilidade. Eu acho que seria interessante a gente ter uma discussão assim [...]. Talvez falta você justificar o porquê as coisas são desse jeito; entender o porquê você colocou este valor e como realmente você define alguma formulação. Aí se você recebe uma fórmula, você normalmente lança os valores e calcula e está ok! Mas prova para mim que realmente são nove anos e meio! O que é essa fórmula? Eu acho que talvez seria relevante abordar isso ... não sei ... É bem verdade que normalmente a gente não questiona; não pergunta por que é assim. A gente aceita e é por isso que às vezes fica meio chato e reflete na imagem da matemática. Penso que se você estimular o questionamento. Acho que a abordagem fica bem diferente; tanto que eu acho que os melhores problemas que você pode aplicar nas aulas de matemática é quando envolve física, química, biologia.

Isso também aconteceu na instituição B. As críticas feitas pelos participantes, no tocante às formas de aprender matemática, produziram reflexões que intencionavam modificar os contextos de aprendizagem convencionais:

Miguel: É uma vontade que a gente tem, de ter uma disciplina inteira desse jeito? Que as coisas fossem acontecendo a partir de alguns problemas. Essa é uma ideia que a gente tem para o futuro. Acho que essas aulas, para nós, serão muito importantes também para enxergarmos as possibilidades de como essas coisas podem funcionar. Pensar em coisas que façam muito mais sentido, em ir agregando os conteúdos da disciplina, ao invés de pegar a disciplina e sair tentando aplicar as coisas.

Mary: Faz muito mais sentido mesmo.

Miguel: É isso aí. Então, a gente queria agarrar isso de uma maneira menos artificial. Por exemplo, hoje eu trouxe um problema aplicado na física,

foi artificial, mas tem outros que a gente pode trabalhar na área de vocês e seriam muito mais naturais; é aonde a gente precisava chegar.

Rogério: A análise ficou bem clara aqui por causa da forma como a gente fez. E poderia ser mais completa ainda, mas no geral, até que foi uma análise bem profunda. A gente acabou levantando várias questões, vários fatores diferentes, fizemos um estudo de tudo o que teve em cima disso. Isso eu acho que foi algo que me fez ter essa reflexão mais profunda; a gente pode realmente associar as contas com os estudos e não ficar apenas naquela coisa "superficial".

Para concluir nossos apontamentos, usaremos comentários de dois estudantes de Engenharia acerca das formas como as atividades propostas foram desenvolvidas:

Rogério: Bom, participar desse tipo de coisa, desse tipo de evento é um negócio importante para pessoa, principalmente se ela tem bastante dificuldade. O que eu percebi é que a gente foi tentando ir atrás de pensamentos lógicos, realizando cálculos e tal, mas isso foi a partir do zero, ou seja, todos os cálculos que a gente viu aqui teve um porquê, teve uma contextualização, e isso faz sentido. É bem diferente do que a gente normalmente vê em sala de aula. Muitas vezes [na aula], só temos algumas fórmulas na lousa e vamos embora, porém, aqui não! Teve um pouco de explicação, aliás, teve muita explicação. Na verdade, teve explicação para cada coisa que a gente estava vendo. Então, se a pessoa tem dificuldade, eu acho interessante ela participar desse tipo de coisa.

Mateus: Eu acho que não é só para quem tem dificuldade [...]. Eu acho que qualquer tipo de pessoa poderia contribuir para tentar encaixar a matemática da forma que a gente tentou encaixar no dia a dia. Acho que desde o mais leigo até o mais especialista, qualquer um que possa ter uma visão de maneiras diferentes de se aplicar, pode ser bem-vindo [...]

Rogério: Eu concordo com você.

As descrições apresentadas denotam as potencialidades de um trabalho em torno de um problema. Voltar-se para práticas de ensino e aprendizagem que desencadeiem o interesse dos estudantes é um modo de proporcionar que diferentes saberes sejam desenvolvidos. Isso permite que outras abordagens metodológicas sejam pensadas para as aulas de matemática, contrapondo-se a estratégias amparadas somente na tríade explicação-exercícios-correção, as quais normalmente ficam sob a responsabilidade do professor. Essa afirmação é evidenciada pela fala de um dos estudantes de Engenharia Civil:

Rogério: Isso foi algo bem diferente do comum, pois o comum é o professor ficar em pé numa sala, escrevendo coisas na lousa e, se sair um pouco disso, ajuda porque é uma mudança de rotina. Quando você muda a sua rotina,

“você acaba prestando um pouco mais de atenção nas coisas, você aprecia um pouco mais; fugir um pouco do normal, eu acho uma boa estratégia.”

Essa percepção do estudante contou com a atuação de outro princípio de aprendizagem: os *estudos dirigidos aos participantes*. Em ambas as instituições o processo foi orientado por facilitadores da aprendizagem e se constituiu em pequenos grupos, com dois ou mais estudantes.

Segundo Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995) tanto os estudantes quanto os facilitadores da aprendizagem assumem papéis importantes no processo de aprendizagem. Na investigação encaminhada, percebemos que o trabalho em grupo favoreceu a construção dos saberes, todavia, destacamos também que nem por isso o controle total ficou apenas sob a responsabilidade dos estudantes. Os facilitadores da aprendizagem contribuíram com a efetivação desses processos, fornecendo inclusive suas percepções quanto à condução das pesquisas ou a respeito de determinado assunto, relativo à matemática ou a outros conhecimentos. Eles foram analisando o problema, identificando os elementos tidos como relevantes, levantando hipóteses, pensando na determinação de possíveis soluções (HMELO-SILVER, 2004). A seguir, temos três trechos aleatórios que representam essas percepções:

Débora: Eu gostaria de saber um pouco mais sobre essa função que vocês chegaram no encontro passado: $f(t) = 15.0,7^t$. Gostaria que vocês explicassem o porquê elaboraram esta representação, e não optaram em utilizar algo parecido com a primeira função, que apareceu no estudo de apoio, já que eram situações similares.

Miguel: Observem que tudo está para além de uma questão de Cálculo. Para nós isso também é importante. Essa parte da meia vida mesmo é interessante. Se vocês não conseguirem trazer um modelo, pode trazer uma outra situação.

Diego: Outra coisa interessante de se pensar também é como que a partir desse modelo é possível chegar em um valor de indenização. Aquela empresa pagou tal valor, mas como relacionamos o dinheiro com os prejuízos causados?

Encaminhamentos como os descritos anteriormente favoreceram o desenvolvimento das propostas e houve um engajamento dos estudantes nas atividades, as quais foram fomentadas pelo trabalho em grupo. Eles aceitaram o desafio de analisar um cenário tido como problemático. Assim, procuraram identificar fatos relevantes, levantaram hipóteses, refletiram sobre questões associadas à situação estudada. Um exemplo disso aconteceu na instituição A,

quando os estudantes Mateus e Rogério comparavam a utilização de duas funções para avaliar o tempo de descontaminação de um rio. Uma delas estava descrita no próprio material utilizado em todos os encontros e a outra função havia sido elaborada por esses estudantes:

Rogério: Eu acho que de certa forma, essas duas funções são bem similares. A diferença é que aqui [a que está no estudo de apoio], nós temos uma função que é de âmbito comum. Nessa representação, nós temos uma função implícita e, para obter um resultado, sempre vamos precisar do resultado anterior, isto é, aqui a gente tem um processo iterativo.

Mateus: É! Aqui a gente tem um processo de constantes interações. A gente teria que fazer isso até chegar no valor de nove [anos], por exemplo. Nessa outra [que ele e Rogério elaboraram], não! Na outra, você poderia já colocar o valor de 9, e iria obter o resultado direto.

Rogério: Ali [o aluno apontava para a lousa], você tem uma interação como se fosse escondida, mas é algo mais direto. Então, se fosse naquele caso [a função inicial do estudo de apoio], por exemplo, nós poderíamos fazer no mesmo estilo.

Outro exemplo que pode retratar a relevância do trabalho em grupos e o engajamento dos participantes nas atividades é exposto a seguir, a partir de discussões feitas com a turma de Ecologia:

Débora: E quanto às resoluções? Vocês seguiram exatamente a estratégia que estava ali mesmo, como que foi?

Marta: Fizemos, mas a gente estava pensando um pouco diferente, por exemplo, quando vai avaliando o empreendimento, os danos encontrados, fomos vendo o que foi afetado diretamente, ou seja, a área de influência direta, como o ar, a água, essas coisas. E, a partir daí, a gente pensou em um valor diferente para cada área, já que cada área recebeu um valor de multa diferente.

Diego: E vocês acharam alguma relação com o valor?

Marta: Então até tem, mas a gente não chegou a calcular.

Rose: Posso fazer?

Diego: E como é isso? Por área afetada, por tempo?

As alunas haviam pedido permissão para ir até a lousa, antes de iniciarem suas explicações:

Marta: Por exemplo, um poste foi instalado aqui. Qual foi o dano causado para que sua instalação pudesse ser realizada? Terão fios, então, de que modos eles irão influenciar? Geralmente, quanto mais longe eles forem instalados, menor o impacto.

Ao se envolverem no processo de investigação, os estudantes tiveram a oportunidade de aprender uns com os outros, de compartilharem experiências, além de produzirem outros saberes.

Deste modo, entendemos que os princípios de aprendizagem relativos aos *estudos centrados em problemas*, à *interdisciplinaridade* e à *exemplaridade* surgiram durante as discussões feitas nos encontros e também apareceram nas respostas dos estudantes, durante as entrevistas. Reafirmamos que promover um ambiente de aprendizagem pautado em pressupostos teóricos como esses, são convidativos à investigação e à reflexão. Enfatizamos também que a perspectiva adotada favoreceu o desenvolvimento de uma investigação que almejava averiguar se os aspectos da matemática em ação iriam emergir no Ensino Superior.

E mais, os trechos anteriores reiteram a relevância da participação de todos os envolvidos, demonstrando que os *estudos dirigidos aos participantes* se referem também a um ato social, o qual é permeado por diálogos e pela comunicação. Houve uma interação dialógica entre os participantes. Eles puderam compartilhar suas visões e estavam dispostos a escutar uns aos outros, colocando-se em escuta ativa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010). Para Faustino (2018, p.17) o diálogo pode ser compreendido como “possibilidade de construção destas novas visões de mundo, o que denota sua potencialidade no processo educativo ao se relacionar diretamente com a possibilidade de gerar aprendizagem”.

Por meio dos excertos trazidos ao longo desta seção podemos perceber que o ambiente de aprendizagem proporcionado pelo PBL, favoreceu tanto o processo dialógico quanto o de investigação. Moura (2019, p.63) afirma que por meio do diálogo os participantes de uma investigação têm “a oportunidade de expor suas ideias e defender seu ponto de vista, de modo a colaborar com o pensamento coletivo e criação de novas perspectivas”. Percebemos que neste estudo isso aconteceu. O diálogo, a comunicação, o respeito às ideias do outro, a possibilidade de um trabalho colaborativo, a abertura para o novo, foram fatores que se destacavam nas discussões. E ainda, enfatizamos também que o trabalho em grupo foi um fator primordial para que estes processos acontecessem. Os participantes da instituição A fizeram essa observação:

Rogério: Eu acho que foi interessante a gente trabalhar em grupo, pois você acaba tendo perspectivas diferentes. No caso dessa atividade participamos eu, o Mateus e Renata, que somos os três da engenharia, porém, no caso do

Mateus, ele tem um pouco mais de conhecimentos da física. A Renata tem um olhar mais voltado para biologia, então, cada qual conseguiu ter uma visão um pouco mais direcionada para essas áreas que eles gostam e, assim, trabalhar em grupo ajuda você a perceber mais coisas na hora de formular as variáveis, as discussões.

Renata: E acho que o foco principal é a discussão, não é!? E, se fosse só um, não teria discussão, não teria diferentes pontos de vista.

Mateus: Eu acho que precisa sim da parte em grupo, porque você também precisa ter outras visões e, querendo ou não, uma cabeça ajuda a outra na hora de fazer interpretação, na hora de decidir sobre o melhor caminho a ser utilizado e principalmente para lembrar de certas coisas. Por exemplo, teve exercício que a gente precisou considerar vários fatores na hora de montar uma função e se fosse uma pessoa sozinha ela não ia lembrar de tudo isso. Não significa que todos vão lembrar de tudo, mas você consegue ter um olhar mais amplo, então é importante porque envolve todas essas coisas.

Deste modo, compreendemos que estudos direcionados aos participantes contribuíram para que percepções como as de Rogério, Renata e Mateus pudessem se consolidar. As interações entre os participantes, as contribuições de cada um, as possibilidades de dialogarem, de discutirem sobre diferentes assuntos, trabalhando de forma cooperativa, são aspectos essenciais no encaminhamento de investigações como essa.

As atividades propostas nos encontros também deram abertura para que os estudantes pudessem expor tanto suas dificuldades quanto facilidades em trabalhar com problemas ou com conteúdos de Cálculo, além de revelar apontamentos sobre o trabalho desenvolvido.

Renata: Eles não têm dificuldade ... O que eu senti mais dificuldade foi na parte que a gente teve que analisar a função e quando foi para montar a função. Eles [Mateus e Rogério] não têm dificuldade, mas eu tive mais. Eu acho que as pessoas que não são tão ligadas a matemática podem sentir mais dificuldade. Isso que eu aponte, de tentar para tentar passar aquela descrição do problema para [uma linguagem] matemática, para pensar em uma função e montá-la, seria uma dificuldade. Resolver não é tão difícil, mas montar do zero, eu achei a parte mais difícil.

Rogério: É ... a gente é meio suspeito ... eu pelo menos sou bastante, porque eu ouço a palavra Cálculo e falo: "Legal! Eu quero isso!". Desde a época da escola, no Ensino Médio e na época de cursinho mesmo, eu já ouvia falar de Cálculo e ficava muito ansioso para chegar nessa parte. Eu queria muito ver como era [...]. Eu sabia que eu ia gostar disso e não deu outra: eu gostei [...]. Acho muito importante não ir segmentando todos os outros conteúdos. Assim, vamos fazendo um link entre todos esses conteúdos, não fazendo de forma separada. Eu acho que isso ajuda muito a ter um entendimento geral.

E ao questionar sobre os altos índices de reprovação e evasão universitária nos cursos de Engenharia, normalmente ligados à disciplina de Cálculo, Mateus se manifestou:

Mateus: É... é algo unânime, mas nós [Mateus e Rogério] é que estamos fora da reta.

As visões de Renata, Rogério e Mateus nos fazem refletir a respeito da Educação Matemática nas universidades. Renata destacou suas dificuldades, principalmente ao relacionar as informações do problema com o uso da linguagem matemática, normalmente usada nas aulas. Já Rogério relatou que esse tipo de conexão é relevante para o estudo dos diferentes conteúdos, pois favorece o entendimento. Além disso, ele pontuou que sempre esteve interessado em aprender essa matemática vista nas universidades, em particular às ideias relativas ao Cálculo. Mateus destacou que ele e o colega Rogério estavam “fora da reta”, no sentido de não fazerem parte do grupo de estudantes que reprovam ou evadem, afinal, segundo Renata, eles não tinham dificuldades.

Estes apontamentos nos levam a compreender que existe a necessidade de propor abordagens de ensino que sejam propícias à investigação, de modo que estimulem os estudantes a aprender. Assim, eles podem enxergar suas próprias potencialidades, seja diante de uma facilidade ou dificuldade, além de terem a oportunidade de se ajudarem mutuamente, pois cada um pode contribuir com a aprendizagem do outro. Entendemos que os princípios de aprendizagem relativos ao trabalho com o PBL podem favorecer estas percepções, além de conduzir à reflexão e à construção de diferentes saberes tanto a respeito da matemática quanto de sua formação, em modo geral.

12 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desta pesquisa esteve atrelado às preocupações referentes ao campo da Educação Matemática no contexto universitário. Ao assumir a postura de pesquisadora, meu objetivo principal foi compreender de que formas os aspectos da matemática em ação poderiam emergir no Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning, o PBL.

Para tanto, inicialmente, precisei ampliar os estudos acerca dos referenciais teóricos relativos ao conceito da matemática e às pesquisas envolvendo o PBL. Em seguida, me dediquei a avaliar quais eram as minhas reais intenções e de que modos poderia propor estudos e conduzir discussões com estudantes universitários, a respeito de um determinado problema. Assim, o planejamento de algumas ações era delineado. Em meio a esse processo, diferentes indagações eram feitas. Sempre refletia sobre como a proposta da pesquisa poderia ser desenvolvida, como os participantes iriam reagir, pensava sobre os elementos que seriam essenciais para propor uma investigação como essa. Afinal, eram os primeiros passos de mais uma nova caminhada.

Ao iniciar a produção de dados fui percebendo que tinha muito a aprender e os participantes tinham muito a ensinar. Meus olhares estavam atentos para averiguar se os aspectos relativos à matemática em ação poderiam emergir nas discussões realizadas durante os encontros, porém, tudo foi mais além. Pude notar o quanto a abertura de espaços propícios à investigação favorece a aprendizagem, a troca de experiências, o trabalho colaborativo, a reflexão. O encaminhamento de uma proposta baseada em uma metodologia de ensino como o PBL contribuiu não apenas para que o objetivo proposto fosse alcançado, mas também deu abertura para que outros apontamentos e preocupações viessem à tona.

Para mostrar como tudo foi construído e percebido, nos parágrafos posteriores, retomarei os percursos da pesquisa, evidenciando também as reflexões geradas a partir dos resultados obtidos.

Na introdução desta tese, relato que ao finalizar o mestrado no ano de 2016, eu tinha em mãos uma dissertação com quatro problemas elaborados segundo perspectivas do PBL. A pesquisa desenvolvida naquela época estava direcionada às aulas de Cálculo Diferencial e Integral. Porém, como havia se pautado em um estudo teórico, sem aplicações empíricas, eu sentia a necessidade de continuar trabalhando com pesquisas envolvendo a matemática do Ensino Superior. Ainda estava com o sentimento de ter conclusões não conclusivas. Foi então que surgiu o desejo de continuar. Aprofundei os estudos sobre essas temáticas. Logo, surgiu a oportunidade de realizar o doutorado e, dentre diferentes aprendizagens, pude conhecer o conceito chamado matemática em ação, elaborado por Ole Skovsmose.

Para o autor, existem muitas práticas que contêm em si ações baseadas em matemática, como aspectos referentes à inovação tecnológica, à produção e automação, às transações financeiras, estimativas de riscos, análise de custo-benefício, entre outras situações. Ele esclarece que se essas ações são baseadas em matemática e, portanto, exigem, que diferentes reflexões sejam realizadas. Afinal, a abordagem do conhecimento matemático não deve servir apenas para ajudar os estudantes a aprender certas formas de conhecimento e técnicas. Eles precisam ser convidados a entender e refletir sobre como essas formas de conhecimento e técnicas se colocam em ação na sociedade.

Com isso, aprofundi leituras a respeito desse conceito. Porém, meus pensamentos continuavam ligados à ideia de que os ambientes educacionais podem mobilizar diferentes reflexões em torno dos conhecimentos produzidos e dos efeitos que eles têm no contexto em que são aplicados. E, ao longo do tempo, notava que essas considerações se conectavam com ideias relativas às aplicações da matemática na realidade. Naquele momento, desejava continuar trabalhando com o PBL e pensei nas possibilidades de utilizá-lo em sala de aula ou em grupos de estudo, de forma que os estudantes universitários pudessem refletir sobre a presença da matemática em diferentes situações. Concluí, então, que poderia encaminhar reflexões acerca do conceito da matemática em ação por meio de perspectivas pautadas no PBL.

Pude notar que as preocupações envolvendo os desafios e perspectivas do Ensino Superior continuavam suscitando o crescimento de pesquisas e estudos relativos a esse nível de ensino. E essas preocupações também se voltavam ao campo da Educação Matemática, principalmente envolvendo a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Estudos de pesquisadores como Nasser, Leivas e Savioli (2016), trazidos no início desta pesquisa, por exemplo, abordaram que um relevante número de pesquisas ligados a essa disciplina tinha sido apresentado no Grupo de Trabalho de Educação Matemática no Ensino Superior (GT4), tanto nos Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), como nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM).

Além dos trabalhos mencionados, em meio à realização e à finalização desta tese, verifiquei que outras pesquisas estavam sendo realizadas, relacionando particularmente o ensino de Cálculo e o PBL. Dentre elas, pode-se citar: Lopes e Reis (2019), que discutem sobre uma abordagem do PBL no ensino de Cálculo com alunos de engenharia e Prevot e Schimiguel (2020), que realizaram uma revisão sistemática da literatura sobre o uso do PBL e outras metodologias de ensino na aprendizagem de Cálculo nas engenharias.

Em meu entendimento, percebia cada vez mais o quanto era necessário aprofundar a pesquisa envolvendo os processos de ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Superior.

No entanto, meu objetivo não foi olhar para as particularidades da disciplina de Cálculo, mas sim realizar uma investigação mais ampla, a respeito dos modos como o conceito da matemática em ação poderia ser percebido nas aulas e na realidade, de forma geral, indo além das especificidades da disciplina.

Compreendo que esse propósito teve relação direta com os conhecimentos matemáticos abordados nas universidades, entretanto, entendo que o caminho delineado na pesquisa foi um modo de contribuir também com a formação global dos estudantes. Minha intenção era ajudá-los a desenvolver uma visão crítica e holística, que englobasse o estudo de conceitos e técnicas matemáticas, mas que também pudesse fomentar reflexões acerca de diferentes questões, sociais, políticas ou econômicas. Dessa forma, decidi utilizar um dos problemas propostos na dissertação de mestrado.

Inicialmente, eu entendia que o foco do PBL era apenas para incentivar a participação dos estudantes. O uso de um problema para motivá-los, para propor discussões em grupos conduzidos por facilitadores da aprendizagem parecia ser viável para uma investigação como essa. No entanto, ao ampliar meu entendimento, explorei diferentes referenciais teóricos. Elaborei, assim, a seção 2 deste estudo, com o objetivo de apresentar um panorama das origens e características gerais dessa metodologia de ensino, além de discorrer sobre a utilização dessa abordagem em diferentes áreas. Entretanto, percebi que muitas das pesquisas relacionadas ao PBL e ao Ensino Superior priorizavam o desenvolvimento de competências e habilidades profissionais. Ao aprofundar meus estudos, compreendi que poderia conduzir uma investigação direcionada à Educação Matemática, que conectasse o campo profissional dos estudantes com reflexões acerca de como os conhecimentos apreendidos nas universidades podem ser aplicados na realidade, analisando também suas possíveis consequências. Propor discussões com tais características, destacando os diversos modos que os aspectos da matemática em ação podem ser percebidos na realidade, apresentou-se como um estudo inédito e necessário.

Assim, na introdução, apresentei de forma sucinta quatro princípios de aprendizagem pautados no PBL. Posteriormente, na seção 2.5, fiz explanações sobre esses princípios de forma mais detalhada, destacando como eles seriam usados no contexto dessa pesquisa. Os estudos centrados em problemas, a interdisciplinaridade, os estudos dirigidos aos participantes e o princípio da exemplaridade, descritos pelo principal referencial teórico desta pesquisa, foram elementos fundamentais para o processo de investigação. Utilizá-los como um dos principais referenciais teóricos nesta investigação teve como objetivo favorecer reflexões acerca do trabalho com problemas no campo da Educação Matemática, além de ajudar a conduzir a produção de dados e a compreender os resultados obtidos.

A elaboração deste estudo é resultado de uma pesquisa qualitativa. Inspirações relativas ao desenvolvimento de um estudo de caso contribuíram para que tudo se desenvolvesse. As ações planejadas foram pautadas principalmente na realização de encontros com participantes de duas instituições de ensino diferentes, de modo que favorecessem as discussões e as interações entre eles, além da realização de entrevistas, que permitiu obter informações para além das fornecidas nos encontros.

Propor investigações em torno de um problema, com estudantes de dois cursos universitários tão distintos, com dinâmicas de trabalho diferentes, foi bem desafiador. As preocupações foram muitas, não apenas com relação ao desenvolvimento da proposta, mas também quanto à aceitação dos estudantes, em mantê-los interessados pelas temáticas ao longo dos encontros e pelo fato de querer saber se os aspectos da matemática em ação realmente iriam emergir em algum momento das discussões.

Para uma melhor compreensão das minhas percepções e das contribuições geradas a partir desse estudo, apresento, a seguir, diferentes considerações, as quais são pautadas, primeiramente, em aprendizagens relativas ao conceito da matemática em ação e, depois, concernentes ao uso do PBL.

12.1 Reflexões sobre a matemática em ação

Na seção 3 desta tese, realizei explanações sobre o conceito da matemática em ação, além de destacar os cinco aspectos que nos ajudam a perceber sua presença na realidade que nos cerca. Logo, a partir dos encontros realizados foi possível produzir outras duas seções, que descreviam os compartilhamentos e experiências advindas, respectivamente, dos cursos de Engenharia Civil e de Ecologia.

A partir dos textos apresentados nessas seções foi possível perceber como os aspectos podem emergir no Ensino Superior, por meio de perspectivas do PBL. O processo de análise propiciou uma série de percepções e aprendizagens. Logo, nos próximos parágrafos, apresentarei minhas reflexões de acordo com cada a construção de cada análise.

Ao realizar a escrita da seção 8, por exemplo, fui percebendo que os estudantes faziam várias reflexões ao considerar a utilização de conceitos ou fórmulas matemáticas.

Nos casos abordados por eles, a matemática não estava dissociada da realidade, pelo contrário, ela estava conectada a diferentes situações. Vários exemplos trazidos pelos participantes se relacionaram com os aspectos da imaginação tecnológica, do raciocínio hipotético e da realização.

As discussões geradas a partir do incêndio em Alemoa contribuíram para que os participantes tentassem visualizar as consequências do acidente, pensando também nas formas como a matemática poderia ajudar a minimizar os impactos causados. Houve abertura para que diferentes pesquisas fossem feitas, a fim de ajudar a entender o contexto apresentado. Além disso, outros estudos trouxeram à tona discussões relativas ao uso de modelos matemáticos em aulas de Cálculo ou mesmo outras disciplinas que fazem parte da grade curricular de cada curso.

Compreendo, assim, que a abordagem daquele problema possibilitou que várias reflexões acerca dos conceitos e conhecimentos matemáticos pudessem emergir. A matemática que estava envolvida nas situações investigativas não foi analisada separadamente, pensando somente na aplicação de fórmulas ou de técnicas necessárias para se chegar a algum resultado. Os participantes procuraram avaliar todo o cenário, verificando de que modos a matemática foi ou poderia ser utilizada. Eles também procuraram entender o que as fórmulas, as equações, os índices matemáticos representavam em cada situação. E diferentes questionamentos e reflexões surgiram a partir das análises feitas por eles.

Em minha perspectiva, entendo que os participantes elaboraram reflexões ligadas à imaginação tecnológica e ao raciocínio hipotético. Eles perceberam que não poderiam se focar apenas no conhecimento matemático, pois era preciso ter outros elementos para entender o que acontecia. Os aspectos apontados deixaram claro que a matemática não é uma ciência neutra, isolada de outros campos de conhecimento. E as descrições anteriormente realizadas trazem evidências de que problematizações e abordagens similares podem ser trabalhadas em aulas que envolvem a matemática do Ensino Superior, inclusive quando nos referimos à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Por meio das atividades desenvolvidas com os estudantes de Engenharia Civil e Ecologia, pude notar que há abertura para que possibilidades como essas aconteçam. Os participantes discutiram sobre diferentes conhecimentos matemáticos: o modelo presa-predador, relativo à idéia de derivada; o método de Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM), para relacionar os efeitos dos metais com a contaminação de animais aquáticos; as noções de limite usadas para avaliar processos de descontaminação; o estudo de funções e gráficos, para compreender a ocorrência de diversos fenômenos; o método estatístico que se refere aos componentes principais de covariantes, o PCA. Enfim, todos esses exemplos advindos das pesquisas feitas pelos estudantes mostraram também como o aspecto da realização poderia se manifestar, além de nos fazerem perceber que é possível abordar o conhecimento matemático por meio de um ou mais problemas. Todos esses assuntos poderiam ter uma abordagem mais profunda, os conteúdos, os conceitos matemáticos, poderiam emergir

naturalmente nas aulas, permitindo que os estudantes visualizem e reflitam acerca das aplicações reais daquilo que estudam.

Por isso, destaco também algumas relações entre a imaginação tecnológica, o raciocínio hipotético e a realização. Por meio das análises, percebi como a matemática opera em espaços suscetíveis a ações. Reitero, que esses espaços não foram constituídos apenas pela matemática, e isso foi evidenciado nas falas de alguns participantes. Neste sentido, retomo considerações de Skovsmose (2004) ao afirmar que a matemática desempenha um papel relevante na construção desses espaços, além de contribuir com processos de investigação e escolhas de alternativas, que emergem a partir dos cenários imaginários e das situações hipotéticas elaboradas.

Esses fatores levantaram também a possibilidade de se pensar nos prós e contras de se delinear uma imaginação tecnológica fundamentada em bases matemáticas e, além disso, foi possível refletir a respeito do raciocínio hipotético, elaborado a partir de modelos matemáticos. Esse processo aconteceu por meio de questionamentos variados, como por exemplo: Os modelos mencionados nas discussões realmente retratavam a realidade? Como a interpretação de um especialista no tocante aos dados apresentados poderia influenciar na retomada de uma pesca ou no pagamento de uma multa? Outras possibilidades de interpretações ou de alternativas poderiam ser feitas mediante os resultados obtidos? E quanto às limitações, aos pontos imperceptíveis no modelo? De que formas eles poderiam ser percebidos, avaliados ou como isso implicaria em decisões reais? Dentre outras questões.

Por isso, entendo que abrir possibilidades para que a imaginação tecnológica, o raciocínio hipotético e a realização apareçam em aulas de matemática do Ensino Superior é algo poderoso. A condução dos processos de ensino e aprendizagem acontecem de diferentes modos. Ao se propor uma investigação como a que foi desenvolvida nesta pesquisa, os contextos de aprendizagem respaldados em aulas tradicionais, com o predomínio da tríade explicação-exercícios-correção, podem ser transformados.

Os contextos de aprendizagem produzidos de acordo com conceitos, termos, fórmulas ou mesmo expressões matemáticas simples podem nos dizer muitas coisas, tanto é, que eles fazem ou podem tornar-se parte da nossa realidade. E mais uma vez destaco a importância de se refletir sobre ações baseadas em matemática, bem como a respeito dos direcionamentos das aulas de matemática.

Os apontamentos realizados na seção 9 descreveram percepções como a matemática foi usada como recurso adequado e suficiente para legitimar ou justificar determinadas ações ou decisões. Ela tem diversos fins e pode contribuir para que diferentes posicionamentos e questionamentos sejam realizados. Este foi um dos intuitos em propor tais discussões. Ao longo

dos encontros, observei o quanto os estudantes se preocuparam com os enfoques matemáticos dados em cada situação analisada. Eles avaliaram e questionaram aquilo que foi posto; foram deixando transparecer suas perspectivas, além de elaborarem suas próprias argumentações.

As reflexões relativas ao ato de legitimar ou justificar algo mediante embasamentos matemáticos surgiram espontaneamente. Os participantes destacaram o uso da matemática como aspecto primordial nas situações analisadas, seja do ponto de vista do próprio contexto ou das ideias que eles elaboraram. Além disso, eles perceberam que a matemática deveria ser relacionada a outros elementos e se preocuparam quanto a clareza das informações atribuídas a cada caso. Afinal, a matemática apresentada, se associava a aspectos envolvendo a execução de certas ações e a tomada de decisão, por exemplo.

Vale ressaltar, que os participantes da pesquisa não priorizaram um ou outro conhecimento, priorizando apenas suas respectivas áreas de atuação profissional. Pelo contrário, as discussões envolveram a interdisciplinaridade: questões relativas à Engenharia, à Ecologia e à própria Matemática foram exploradas de forma que um conhecimento fosse agregado ao outro, estabelecendo diferentes conexões entre as áreas.

Ao proporcionar discussões a respeito do ato de legitimar e justificar compreendo que estamos colaborando com o desenvolvimento de uma formação universitária holística, que visa proporcionar reflexões críticas a respeito dos saberes estudados. Tanto no grupo de estudos, formado por estudantes de Engenharia, como nas considerações da turma de Ecologia, houve possibilidades para que eles avaliassem certos discursos e argumentos, embasados no conhecimento matemático. Para mim, esse foi um fator relevante, pois os participantes tiveram a oportunidade de entender qual era o papel da matemática em cada caso e, mais, eles puderam questionar algo que havia sido definido pelo conhecimento matemático. Surgiram algumas contestações e, à medida que as pesquisas eram aprofundadas ou quando certas descobertas eram compartilhadas, os participantes falavam, criticavam, eles se posicionavam diante daquilo que era posto.

Encaminhar reflexões em aulas de matemática do Ensino Superior é algo viável e necessário. Afinal, os estudantes universitários precisam compreender como e de que formas muitos discursos, decisões e ações são pautadas em matemática. Pensar sobre os modos como legitimações e justificações podem acontecer, favorece não apenas a aprendizagem, mas abre possibilidades para que o senso crítico seja desenvolvido, permite que os estudantes vejam a realidade com outros olhares, sejam mais ativos e participativos na sociedade. Há condições para que eles possam avaliar se um critério, um certo índice ou uma determinada padronização contida em uma fórmula, pode ou deveria ser aceito em certo contexto. Além do mais, esses

fatores podem favorecer a futura atuação profissional desses estudantes, pois eles terão em mãos não somente ferramentas matemáticas, mas também poderão, possivelmente, avaliar, com mais cuidado e atenção, o uso da matemática para legitimar e justificar algo, tendo a capacidade de avaliar seus reais impactos na sociedade.

Posteriormente, voltei-me para o aspecto da dissolução da responsabilidade. Ao pensar na elaboração dos textos, notei a presença de alguns elementos-chaves nas colocações dos participantes. Construí, então, uma análise pautada em três termos-chaves, que foram: responsabilidade, ética e valorização. Entretanto, isso não significa que outros conceitos não eram relevantes. Como pesquisadora, procurei selecionar termos que pareciam se destacar durante o processo de análise.

Ao desenvolver as primeiras reflexões estabeleci relações mais diretas entre esses três conceitos e, a partir disso, ampliei algumas percepções. Interessante também foi considerar a inclusão de outros termos, como quantificação e relações de poder, como possibilidades de relacioná-las com os conceitos anteriormente mencionados.

Dessa forma, compreendi, novamente, que as diferentes interações possibilitaram a realização de reflexões que estavam além do campo da matemática.

Os apontamentos feitos pelos participantes de modo geral revelaram suas preocupações e posicionamentos ligados a vários fatores. Por exemplo, quando houve comentários sobre uma pesquisa desenvolvida para o controle dos mosquitos, que se referia à metodologia baseada em experimentos de marcação-soltura-recaptura, conhecida como MSR, não foram evidenciadas preocupações exatamente com o desenvolvimento do modelo matemático em si, mas o intuito foi usar esse contexto para refletir sobre os reais impactos da aplicação desse modelo. Estes pensamentos conduziram as discussões para preocupações que estavam mais próximas dos interesses dos participantes, como o local onde os insetos marcados seriam soltos, o poder aquisitivo dessas populações, as condições de vulnerabilidade da população, as diferenças sociais existentes etc. E, relações semelhantes foram mobilizando cada posicionamento.

Em outro momento, os participantes também trouxeram à tona discussões sobre as formas de se calcular danos causados por um acidente ambiental, falaram sobre cálculos relativos a indenizações, pensaram no valor de bens não mensuráveis e refletiram sobre o valor da vida.

Apesar desses aspectos terem conexões com a palavra cálculo, no sentido de se calcular o valor de alguma coisa, eles não se relacionaram diretamente com os conceitos estudados nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral. E isso foi algo bem interessante, pois mostra as potencialidades de um estudo pautado em uma investigação. Diferentes aprendizagens podem

ser reveladas. A oportunidade dada aos participantes permitiu que fossem levantadas questões cruciais favoráveis ao seu desenvolvimento pessoal e profissional, além de contribuir com o desenvolvimento de uma sociedade, de um país. Pensar nas responsabilidades atreladas a certas ações ou decisões, analisar as questões éticas envolvidas, tratar de assuntos ligados à valoração, são temáticas fundamentais que precisam ser trabalhadas no Ensino Superior e, as experiências trazidas nesta pesquisa, enfatizam que as aulas de matemática podem explorar discussões como essas.

Concordo com Skovsmose (2020a) ao afirmar que em qualquer tipo de ação há a atuação de um sujeito, que pode ser responsabilizado pela ação. No entanto, ao pensar nas diferentes aplicações da matemática na realidade, quando ela entra em ação, temos a impressão de que nem sempre há a atuação de um sujeito agente, isto é, identificá-lo parece ser algo complexo.

Propor discussões acerca da dissolução da responsabilidade no contexto universitário, significa analisar ações e decisões que pessoas, ou grupo de pessoas, ou instituições, utilizam determinados conhecimentos, particularmente, o conhecimento matemático. Acredito que essa possibilidade permite que os estudantes avaliem e reflitam sobre situações da vida real, além de pensarem também em suas possíveis atuações enquanto profissionais. A utilização de um modelo matemático, por exemplo, pode ocultar muitas coisas, pode favorecer determinado grupo de pessoas ou instituições, pode beneficiar uns e prejudicar outros, pode estar voltado a certos interesses particulares. É necessário analisar de que formas isso pode acontecer e o que está por trás. Estas reflexões estão além da disciplina de matemática.

Deste modo, os indícios apresentados como resultados da pesquisa, demonstram que é relevante encaminhar abordagens que propiciem esse tipo de reflexão. É preciso convidar os estudantes a pensar sobre essas questões e sobre as diferentes formas que a matemática em ação opera na sociedade. Abordar questões sobre responsabilidade e ética, é algo necessário em todo tipo de ação, inclusive o conhecimento matemático. Segundo Skovsmose (2020) o ato de fazer ou abordar matemática envolve uma série de implicações sociais e essas ações não ocorrem em um vácuo ético, por isso há necessidade de se realizar profundas reflexões. Para o autor, as universidades e muitas instituições de pesquisa acabam limitando reflexões éticas acerca da matemática em ação. Esse tipo de limitação foi interpretado por ele como uma banalidade da especialização matemática.

Este estudo destaca aspectos que se contrapõem a essa ideia da banalidade da especialização matemática. Os espaços proporcionados durante os encontros nas duas instituições de Ensino Superior viabilizaram a realização de profundas reflexões éticas. Os resultados apresentados enfatizam como os participantes analisaram, criticaram, refletiram a

respeito do fazer e do aplicar matemática, como por exemplo, como calcular os danos causados por um acidente e como se poderia quantificar o valor de vidas humanas. Todas essas preocupações com questões sobre responsabilidade, ética e outros aspectos, indicam a necessidade de propor a abertura de espaços nas universidades ou nas instituições de pesquisa para que outras discussões semelhantes possam ser realizadas, a fim de contemplar tais perspectivas.

Classificação: outra possibilidade de perceber a matemática em ação

É notório que a presença da matemática pode ser percebida em diferentes cursos universitários. Afirmei em outras seções que os mecanismos matemáticos não operam somente no domínio das especialidades acadêmicas ou profissionais; eles fazem parte de situações cotidianas diversas.

Os cinco aspectos propostos por Skovsmose indicam possibilidades de refletir a respeito de ações baseadas em matemática. Inicialmente, por diversas vezes, notei o quanto as relações existentes entre a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético se faziam presentes. Percebi que construir e elaborar situações hipotéticas, a partir de um cenário imaginário e, desenvolver um raciocínio, que averiguasse as possíveis consequências de um determinado empreendimento, projeto ou ação, dentro de certo espaço lógico, me fizeram pensar nos modos como os objetos de interesse, as preocupações relativas a eles, poderiam ser classificadas.

Por exemplo, na seção 3, ao considerar o aspecto da imaginação tecnológica, realizei descrições sobre as possibilidades de explorar a construção e o desenvolvimento de situações hipotéticas, as quais são baseadas na imaginação. Ao pensar nessas possibilidades e em meio aos resultados da pesquisa, comecei a considerar que para construir e desenvolver essas situações hipotéticas era necessário dizer quais elementos eram tidos como essenciais, quais fatores não poderiam faltar na elaboração de um cenário imaginário. Quando Skovsmose (2004) afirmou que os espaços destinados para situações hipotéticas poderiam conter sérias limitações, pois outros elementos além da matemática poderiam estar envolvidos, compreendi, então, que esses fatores vistos como essenciais eram, na verdade, uma forma de estabelecer classificações.

Esse tipo de reflexão também aconteceu quando considerei o raciocínio hipotético durante as análises. As possibilidades de levantar hipóteses e realizar investigações sobre os prováveis resultados de algo ainda não concretizado, utilizando-se de modelos matemáticos, fórmulas, equações, se constroem em um certo espaço lógico. Esse espaço pode ser limitado e, com isso, diferentes critérios ou mecanismos podem auxiliar na seleção dos fatores prioritários.

Nesse caso, novamente, são estabelecidas diferentes estratégias que classificam algo como relevante ou não.

Ao discutir sobre o aspecto da realização, apresentados ainda na seção 8, constatei que alguns índices ou padronizações eram mais utilizados por determinados grupos de estudantes, pesquisadores, profissionais ou até mesmo instituições. Certos conceitos eram mais utilizados em grupos específicos. Por exemplo, a utilização da fórmula que fornecia o cálculo do estado de conservação inicial dos recursos naturais está mais voltada à área de Ecologia, em comparação à de Engenharia. Em meu entendimento, estas percepções dizem respeito às diferentes formas de classificar a importância, a relevância, de certos conhecimentos, inclusive do conhecimento matemático.

Percepções semelhantes ocorreram ao considerar os aspectos da legitimação e justificação e da dissolução da responsabilidade, nas seções 9 e 10. Quando discorri sobre o primeiro aspecto, afirmei que matemática poderia ser interpretada como um recurso ora adequado ora suficiente ou, talvez, adequado e possivelmente suficiente, ou vice-versa. Para determinar se a matemática era vista como um recurso ou outro, ou se uma dessas compreensões prevalecia mais do que a outra, por exemplo, era preciso avaliar os fatores que caracterizavam cada uma dessas compreensões, ou seja, a classificação de determinados fatores pode definir o que é adequado ou suficiente. Conseqüentemente, a definição de certas classificações pode respaldar a tomada de decisão e a execução de certas ações embasadas em matemática.

Ao avaliar as considerações relativas à dissolução da responsabilidade, essa percepção foi ainda mais nítida. Ao discutir sobre responsabilidade, ética e valoração, notei como essas questões estavam conectadas a diferentes interesses e prioridades, estabelecendo certas relações de poder. Por trás dessas considerações, pude visualizar diferentes formas de classificação, como o intuito de priorizar algo, selecionar elementos, respaldando-se em certas evidências matemáticas.

Por fim, quando realizei algumas discussões na seção 11, referentes à construção de saberes por meio da pesquisa e da prática, observei que um tipo de classificação dos estudantes se manifestou. Isso aconteceu quando eles falaram sobre suas dificuldades ou facilidades em relação ao desempenho de cada um, tanto na proposta desenvolvida quanto acerca da matemática do Ensino Superior. Uma das falas manifestadas me levou a pensar que, de certo modo, os estudantes podem ser classificados, de acordo com seu desempenho em matemática. E, conforme apresentei na seção 3, eles podem ser aprovados ou reprovados em determinadas situações, além de assumir a posição de construtores, operadores, consumidores ou descartáveis.

De acordo com o dicionário Michaelis, a palavra classificar apresenta os seguintes significados: distribuir(-se) em classes e nos grupos respectivos, de acordo com um método ou sistema de classificação; determinar, em um conjunto, as categorias a que pertencem os elementos que o constituem; pôr em ordem, arrumar, organizar; formar juízo a respeito de outrem ou de si mesmo; considerar(-se), qualificar(-se); selecionar segundo qualidade, tamanho ou outras propriedades ou qualidades.

Para Ferreira (2019, p.177), “o ato de classificar parece estar ligado a todas as atividades do homem, das mais simples às mais complexas. [...] sem a classificação, a evolução humana não seria possível e que seu conceito também é apropriado de forma inconsciente”.

“As classificações permitem ao homem identificar tempo e espaço; reconhecer entes e fatos; estabelecer semelhanças e diferenças; agrupar seres e saberes; enfim, ordenar tudo que o rodeia para se orientar no mundo” (ANJOS, 2008, p.22).

Ao me referir ao termo *classificação*, de alguma forma relacionava minhas percepções às compreensões anteriores. À medida que os resultados desta pesquisa eram obtidos, notava que essa palavra ou seus significados estavam sempre presentes em minhas reflexões, conforme apresentei nos parágrafos que antecederam essa escrita. Inspirando-me no principal referencial teórico deste estudo, caracterizo, assim, uma nova forma de perceber as performances da matemática na realidade: por meio da classificação. Entendo que esta possibilidade é uma ampliação dos outros cinco aspectos da matemática em ação, isto é, a classificação, surge como o *sexto aspecto da matemática em ação*, agregando-se àqueles já existentes, propostos por Ole Skovsmose. Esta é uma inédita contribuição deste estudo não somente para o campo da Educação Matemática Crítica, mas também para a Educação Matemática de modo geral.

Deste modo, considerar a classificação como uma forma de visualizar e compreender o conceito da matemática em ação refere-se à possibilidade de se estabelecerem fatos, semelhanças ou diferenças, bem como organizar ou ordenar elementos e conhecimentos, a respeito de enfoques ligados à matemática ou às suas aplicações, em diversos contextos.

Com base nos resultados deste estudo, entendo que o aspecto da classificação pode ser percebido na realidade de distintas formas. Por meio da classificação é possível:

- Agrupar os conhecimentos matemáticos considerados como mais relevantes em uma ou mais disciplinas, cursos e afins;
- Ordenar/selecionar conceitos, expressões ou fórmulas matemáticas que sejam consideradas primordiais para a análise e compreensão de determinada situação;
- Estabelecer critérios ou padronizações referentes ao uso da matemática em determinadas áreas ou campos de conhecimento;

- Ordenar elementos, fenômenos ou fatos, a partir de embasamentos matemáticos;
- Organizar elementos matemáticos que possam favorecer certas ações ou decisões, além de atender a determinados interesses ou prioridades.
- Nivelar estudantes ou profissionais de acordo com seu desempenho/conhecimento em matemática.

Como ressaltai anteriormente, alguns desses entendimentos emergiram durante o processo de análise. Eles vieram à tona em meio a novas leituras e à retomada de várias considerações. A possibilidade de abordar esse outro aspecto pode contribuir com reflexões acerca de como a matemática está relacionada com os tópicos mencionados.

Para ilustrar como o aspecto da classificação poderia ser explorado, usarei novamente como referência o uso e as aplicações da fórmula do PIB, abordados na seção 3.

As reflexões poderiam ser encaminhadas segundo os pressupostos teóricos do PBL assumidos nesta pesquisa. A ideia é que os participantes estejam imersos em um ambiente de aprendizagem propício à realização de investigações. Uma sugestão, poderia se inspirar, por exemplo, no uso do artigo a seguir ou outras contextualizações advindas da realidade, além de contemplar abordagens relativas a conhecimentos encontrados particularmente em aulas de matemática do Ensino Superior, dependendo das especificidades de cada curso ou da própria disciplina.

A publicação online do artigo “PIB: o que é o Produto Interno Bruto e como ele é calculado?”³⁸, em uma seção da Sunos Research, em julho de 2021, trazia as seguintes informações:

Apesar de possuir metodologias de cálculo diferentes em determinadas localidades, o PIB é um indicador utilizado pela grande maioria dos países do mundo. O cálculo inclusive é padronizado pelo Manual de Contas Nacionais (System of National Accounts) de 1993. [...]. A padronização é importante justamente para um melhor acompanhamento da economia global, bem como, facilitar a análise comparativa entre países [...]

O PIB per capita é basicamente o PIB de determinado local dividido pela quantidade de habitantes desse local. O PIB per capita costuma ser mais utilizado para classificações de países entre países de renda alta, média ou baixa. Por exemplo, o Brasil possui um PIB maior que muitos países desenvolvidos e já chegou a ser a 6ª maior economia do mundo. Contudo, no ranking de PIB per capita, o Brasil costuma se posicionar junto aos países de renda média (REIS, 2021).

³⁸ Este artigo pode ser encontrado em: <https://www.sunos.com.br/artigos/pib-produto-interno-bruto/>.

Nestes fragmentos é possível observar que embora haja metodologias diferentes para se calcular o PIB, existe o estabelecimento de uma padronização, que depende de diferentes fatores. Ao discorrer sobre o modo de calculá-lo sob a ótica da demanda, por exemplo, percebemos que a fórmula matemática que define esse cálculo é comumente utilizada na área de economia. Isto é, por meio de uma determinada classificação houve o *estabelecimento de critérios ou padronizações referentes ao uso da matemática em determinadas áreas ou campos de conhecimento*. Além disso, como o próprio artigo pontuou, ao determinar o cálculo do PIB per capita, pode-se classificar os países de acordo com a sua renda. Percebo, nesse caso, que a classificação utilizada se refere ao tópico *ordenar elementos, fenômenos ou fatos, a partir de embasamentos matemáticos*. Mas isso não significa que os tópicos mencionados seriam necessariamente usados. Outras percepções podem estar relacionadas a questões envolvendo a classificação.

Assim, entendo que a possibilidade de perceber a matemática em ação sob essa outra perspectiva é uma contribuição relevante para: estimular a aprendizagem do estudante; desenvolver o senso crítico e participativo; incentivar diferentes formas de cooperação; estimular o diálogo e a comunicação; dentre outros fatores. Em particular, compreendo que a elaboração desse outro aspecto amplia considerações relativas ao campo da Educação Matemática Crítica e da própria Educação Matemática, no que tange às reflexões acerca das diferentes aplicações da matemática em diversas situações.

12.2 Reflexões acerca do PBL

Uma das contribuições deste estudo geradas a partir do uso do PBL, no tange à Educação Matemática no contexto universitário, se pauta nas oportunidades oferecidas aos estudantes de refletirem sobre suas aprendizagens, as quais podem ajudá-los a ir além das especificidades de cada disciplina, de cada curso. A proposta de um trabalho em torno de um problema, viabilizada pelo PBL, foi um fator relevante durante todo o processo de pesquisa.

O ambiente de aprendizagem era propício à investigação. E, assim, foi possível analisar algumas aplicações da matemática e os efeitos que elas podem ter em certas situações. Os encaminhamentos dados serviram para que os estudantes discutissem conhecimentos e técnicas pertinentes à matemática, mas, antes de tudo, eles procuraram entender como estes se colocavam em ação em contextos específicos.

Em minha compreensão, os processos que se desenvolveram foram fomentados pelos princípios de aprendizagem elencados em momentos anteriores. Por exemplo, os *estudos*

centrados no problema estimularam as aprendizagens. O problema utilizado na pesquisa se constituiu como o ponto de partida para as discussões. Ele esteve conectado a várias situações reais. Houve possibilidades para que as experiências dos estudantes fossem consideradas, ou seja, eles procuraram explorar a relação entre a teoria e a prática constantemente. Além do mais, esses processos puderam ser conduzidos pelos facilitadores da aprendizagem e pelo engajamento dos estudantes ao participarem das propostas encaminhadas.

Entendo que uma aprendizagem orientada por problemas, embasada em uma perspectiva como o PBL, pode possibilitar que os estudantes não pensem apenas nas listas de exercícios, nas avaliações ou no progresso de suas carreiras. O propósito é fazê-los se sentirem como membros da sociedade, participando ativamente de contextos que estão fora da universidade (HERNANDEZ; RAVN; VALERO, 2015). Afinal,

Os princípios orientadores da Educação Matemática não são mais encontrados exclusivamente na matemática pura, nem na aplicada, mas em uma perspectiva mais abrangente que objetiva o conhecimento reflexivo. [...]. Para estar apto a participar de obrigações e direitos democráticos, é necessário estar apto a entender os princípios centrais dos mecanismos do desenvolvimento da sociedade (SKOVSMOSE, 2013, p.95).

Os resultados desta pesquisa mostram que os alunos participaram ativamente das discussões e se engajaram em todo esse processo de pesquisa, procurando fazer relações com situações pertinentes às suas realidades pessoais e profissionais, o que nos leva a compreender a relevância de *estudos dirigidos aos participantes* e dos *estudos centrados em problemas*. Esses aspectos foram notados ao longo da produção de dados. Entendo que esses elementos foram promovidos devido às condições geradas pelo ambiente de aprendizagem nos quais os participantes estavam inseridos.

Todos os estudantes trabalhavam em grupos e as temáticas eram mobilizadas pelos facilitadores da aprendizagem. Na instituição A, as interações entre os participantes e a condução das discussões foram feitas por mim. Na instituição B, além da minha participação, as propostas foram facilitadas pelos dois professores da turma, Miguel e Diego. Tanto em um local quanto no outro, compreendo que o PBL possibilitou diferentes enfoques: os participantes discutiam continuamente, faziam negociações e aprendiam uns com os outros. Esse entendimento está em consonância com Hernandez, Ravn e Valero, 2015, ao afirmarem que o papel do facilitador da aprendizagem se assemelhava mais ao de um personagem que possui mais experiências, podendo assim auxiliar um novato menos experiente na integração de conhecimentos profissionais, além de contribuir com a elaboração e execução de possíveis ações. Ou seja, a atuação, a participação, dos facilitadores da aprendizagem é um elemento

fundamental para o desenvolvimento do processo como um todo e, o trabalho em grupo, incentiva as discussões, ajudando os participantes a compreender e analisar a situação dada, o problema de forma geral.

Além do mais, os resultados deste trabalho destacam que propor estudos centrados em problemas e os estudos dirigidos aos participantes favorece o diálogo e a cooperação investigativa em aulas de matemática do Ensino Superior. Diferentes visões são expostas, há a abertura para o novo. O padrão sanduíche de comunicação (discutido em seções anteriores), representado pela autoridade do professor e pela presença do absolutismo burocrático, que prevê respostas certas ou erradas, não foram aspectos priorizados nesta investigação. Estas percepções revelam a necessidade de que outras propostas voltadas às relações entre o diálogo, a cooperação e estes dois princípios de aprendizagem, ou ao PBL de forma geral, sejam promovidas no meio acadêmico. O encaminhamento de pesquisas neste sentido emergiu como uma nova possibilidade de estudos em Educação Matemática, no contexto brasileiro.

Ressalto também que os estudantes fizeram escolhas e suas pesquisas ampliaram conhecimentos que já possuíam. O princípio do PBL relacionado à *interdisciplinaridade* também foi mobilizado. Outros campos de conhecimento, como fundamentos da química, da biologia, da estatística, emergiram durante as discussões. Eles não se preocuparam apenas com a aplicação de teorias matemáticas, mas estabeleceram percepções acerca de um conjunto de conhecimentos que parecia ser adequado àquela situação, conforme Hernandez, Ravn e Valero (2015) afirmavam. Na visão desses autores, quando isso acontece é porque a linguagem matemática, suas ferramentas e outros campos de conhecimentos entraram em ação, fornecendo elementos apropriados aos contextos investigados. Em minha perspectiva, a interdisciplinaridade contribuiu para que as discussões aproximassem os conhecimentos teóricos das reais aplicações práticas, fora do contexto universitário.

Outro elemento essencial que surgiu foi relativo à *exemplaridade*. Neste estudo, os participantes tiveram a oportunidade de encontrar ou elaborar exemplos relevantes a partir das investigações realizadas. Por meio desses exemplos, eles puderam deduzir estratégias e pensar de que formas os novos conhecimentos matemáticos poderiam ser levados para outras situações, outros contextos. O princípio da exemplaridade é um fator relevante no trabalho com o PBL, que pode estabelecer diferentes formas de conectar conhecimentos específicos a algo geral, ou vice-versa. Em novos contextos, o problema pode ganhar novas formas e encaminhamentos de estudos diferenciados.

Sendo assim, os resultados desta investigação sugerem que também é possível pensar em outros estudos relacionando os princípios da interdisciplinaridade e da exemplaridade ao

campo da Educação Matemática. Essas possibilidades podem ajudar no entendimento de como as aplicações matemáticas podem acontecer na realidade ou nas futuras carreiras profissionais dos estudantes. Essas novas pesquisas podem favorecer a compreensão acerca dos diferentes conhecimentos matemáticos abordados durante a trajetória universitária dos estudantes, além de ajudá-los a analisar problemas complexos que envolvem diversos campos de estudo.

Entendo que as dificuldades e os obstáculos podem se manifestar de diversos modos, tanto sob a perspectiva do professor quanto dos alunos. Como exemplos, posso mencionar alguns pontos referentes ao trabalho do professor: preocupações relativas com a intensa carga horária e conteúdos programáticos das disciplinas; o tempo disponível para desenvolver e conduzir as propostas; o risco de não aprofundar conceitos matemáticos ou técnicas de resolução, tidos como essenciais; as dificuldades para conduzir os estudos dirigidos aos participantes, por meio do trabalho em grupos; as preocupações ligadas às formas de avaliação dos estudantes. Por parte dos estudantes, considero: a aceitação deles ao propor aulas pautadas em uma investigação; as dificuldades de trabalharem em grupos ou até mesmo a polarização de alguns participantes durante os debates; a manutenção do compromisso durante o desenvolvimento das propostas; a garantia de que todos os estudantes se envolvam e participem; os obstáculos ligados ao encaminhamento de pesquisas, planos de ação; o baixo desempenho em determinados aspectos teóricos ou na aplicação de técnicas e ferramentas matemáticas; o aumento da demanda dos estudos; dentre outros fatores.

Durante o processo de preparação e desenvolvimento da pesquisa, várias dificuldades se apresentaram, como: questões relativas ao tempo disponível para encaminhar as discussões, de modo que não comprometesse os conteúdos programáticos nem interferisse na rotina de estudos dos participantes; determinados conhecimentos de Cálculo, como derivada, foram mencionados, mas não aprofundados; aspectos associados à formação de grupos, pois alguns estudantes queriam desenvolver sua pesquisa de forma individual; ao longo dos encontros alguns estudantes deixaram de participar das atividades ou participaram de modo mais passivo; dentre outras.

Esses apontamentos destacam que ao deixar uma zona de conforto, a qual revela um alto grau de previsibilidade tanto por parte dos professores quanto dos alunos, e adentrar em uma zona de risco, é possível encontrar boas oportunidades (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008).

Ao atuar como facilitadora da aprendizagem, tanto sozinha como junto dos outros dois professores, pude concluir que realmente surgiram boas oportunidades ao adentrar em uma zona de risco. Não sabia o que iria acontecer durante os encontros ou quais tipos de questionamentos

sobre matemática e outras áreas de conhecimento iriam aparecer. Estava aberta a aprender, a pesquisar, a refletir não apenas sobre as diferentes percepções da matemática na sociedade, mas também sobre as contribuições que a pesquisa e as aprendizagens poderiam ter em minha vida. Houve um crescimento profissional, pois passei a trabalhar mais com relações entre teoria e prática em sala de aula, sempre convidando os estudantes a participarem, a pesquisarem ou aprofundarem seus conhecimentos, suas reflexões. Como pesquisadora, percebi ainda mais a relevância de pesquisas acadêmicas, principalmente envolvendo áreas em que práticas ligadas à tradição escolar são comumente utilizadas. Ao finalizar esta tese, vejo que é possível encontrar boas oportunidades no ensino e na aprendizagem de matemática nos diferentes níveis de ensino. Sair da zona de conforto e permitir que outros professores e estudantes também tivessem essa oportunidade apresentou-se como algo favorável à aprendizagem não só de matemática, mas ao ensino de modo geral.

Possíveis empecilhos e incertezas existem e sempre existirão em qualquer prática educativa. Entretanto, diante dos resultados obtidos e das novas possibilidades que surgiram a partir desse estudo, há indícios de que propiciar uma investigação como essa é algo viável ao campo da Educação Matemática no Ensino Superior.

12.3 E a partir daqui?

Esta pesquisa identificou as potencialidades de uma investigação conduzida por princípios de aprendizagem pautados no PBL. Por meio delas, ressaltar algumas preocupações relativas ao campo da Educação Matemática e, em particular, da Educação Matemática Crítica, no que tange às possibilidades de se desenvolver estudos que levem à reflexão da matemática em ação em diferentes realidades.

A proposta de conduzir uma investigação relacionada à abordagem desse conceito no Ensino Superior apresentou-se como uma oportunidade de abordar uma temática inédita no contexto da educação brasileira. Ao lançar a seguinte questão de pesquisa: “Como os aspectos da matemática em ação podem emergir em cursos do Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning?”, busquei compreender os diferentes elementos envolvidos na investigação. Apesar do fato dos participantes não terem sido apresentados a nenhum dos aspectos da matemática em ação, à medida que o processo se desenvolvia, esses aspectos foram emergindo naturalmente. O objetivo da pesquisa que era compreender como isso poderia acontecer em dois cursos universitários tão distintos pode ser alcançado mediante a composição de vários fatores, dentre eles: a condução das discussões e pesquisas a partir da análise de um

problema real; ao trabalho em grupo direcionado por um ou mais facilitadores da aprendizagem; a participação ativa dos estudantes; o desenvolvimento da autonomia; a promoção de diferentes reflexões críticas sobre questões sociais, políticas e econômicas; as potencialidades de relacionar vários campos de conhecimento, valorizando a interdisciplinaridade.

Deste modo, os resultados obtidos indicam que a perspectiva do PBL adotada neste estudo foi um elemento fundamental para que todas essas considerações pudessem ser realizadas. Foi possível compreender como a matemática se apresenta em diversas situações da realidade, independentemente do curso universitário aplicado.

Além das possibilidades elencadas nesta investigação em aulas de Cálculo Diferencial e Integral, particularmente nos cursos de Engenharia Civil e Ecologia, reitero que investigações semelhantes podem ser trabalhadas em outros cursos do Ensino Superior, visando o desenvolvimento de perspectivas críticas e reflexivas, que não foquem exclusivamente na formação de especialistas.

Em um curso de Pedagogia, por exemplo, é possível ter a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática. Em um curso de Logística, Administração, Gestão Financeira ou Ciências Contábeis, pode existir as disciplinas de Matemática Aplicada aos Negócios ou Matemática Financeira. Já, estudos ligados à Farmácia, Educação Física e Biomedicina, podem abordar conhecimentos relativos à Matemática Básica e Estatística. E exemplos no campo das ciências exatas também não poderiam deixar de ser mencionados. Encontramos disciplinas como: Matemática Básica, em cursos de Análise e Desenvolvimento de Sistemas, e Cálculo para Funções de Uma Variável Real, na licenciatura em Física, dentre outras. Seja qual for o curso ou o nome da disciplina em questão, as possibilidades de desenvolver uma proposta de trabalho que aborde conhecimentos matemáticos e suas aplicações, inspirando-se nos princípios de aprendizagem do PBL, são inúmeras.

Ao finalizar este trabalho, ressalto que novas possibilidades surgem no campo da Educação Matemática. Mencionei, anteriormente, relações mais diretas entre os princípios de aprendizagem pautados no PBL e a abordagem de determinados conhecimentos matemáticos, vistos no contexto universitário. Além do trabalho com o PBL, destaco também as possibilidades de vincular o ensino e a aprendizagem da matemática com outras metodologias de ensino ativas nas universidades. Refletir a respeito de práticas educativas, que sejam propícias à investigação e que se preocupam com a promoção de perspectivas críticas em Educação Matemática, mostrou-se como um importante tópico para futuros estudos. Aliás, as práticas já existentes e os estudos já desenvolvidos, que se referem, em especial, à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, podem ser aprimoradas ou aprofundadas. Além disso, novas

pesquisas envolvendo outras disciplinas, que contemplam uma ampla gama de conhecimentos matemáticos, mostrou-se como uma importante área de estudos. E essas novas investigações podem ser inspiradas tanto no PBL quanto em outras metodologias de ensino ativas.

Outra possibilidade para pesquisas futuras, consiste no fato de averiguar, de forma mais aprofundada, qual o papel das pessoas que assumem o papel de facilitadores da aprendizagem, observando, por exemplo: como os encaminhamentos dados podem ou não incentivar a aprendizagem dos estudantes; como ou até que ponto sua postura interfere nas discussões ou ações tomadas; como questões relativas às dinâmicas de trabalho em sala de aula e a organização dos conteúdos programáticos influenciam na condução das atividades propostas; dentre outras.

Além disso, é possível investigar também as diferentes circunstâncias associadas a uma experiência como essa, ou seja, a que se devem os resultados obtidos? À condução dos facilitadores da aprendizagem? À escolha dos cursos selecionados? Ao problema adotado? Novas investigações envolvendo o uso do PBL no Ensino Superior podem responder a esses questionamentos.

A respeito da matemática em ação, emergiram diferentes possibilidades de estudos, que não foram explorados nos objetivos propostos por esta investigação. É possível encaminhar novas pesquisas que relacionem esse conceito a algum tópico matemático em particular, de forma mais direta e detalhada. Algo semelhante, pode relacionar esse conceito com outra carreira profissional, diferente de Engenharia ou Ecologia. Além disso, pode-se propor pesquisas relativas aos diferentes papéis que as pessoas ou grupo de pessoas assumem na sociedade, ao serem afetados pela Educação Matemática. Discussões relativas ao grupo dos construtores, operadores, consumidores e descartáveis podem ser viabilizadas por meio de perspectivas relativas à matemática em ação, vista tanto nas universidades quanto nas diferentes profissões. Seria possível investigar também como as relações entre o background e o foreground dos estudantes podem ou não influenciar a inserção deles nos grupos afetados pela Educação Matemática.

Outro campo de estudos que poderia ser alvo de investigação envolve a filosofia da Educação Matemática. Como foi destacado na seção 10, existem estudos recentes relacionando a matemática e preocupações com questões éticas, de responsabilidade, discussões sobre valoração e quantificação. A partir disso, entendo que diversas abordagens podem ser exploradas e aprofundadas ao tratar aspectos da matemática em ação sob uma perspectiva filosófica, que contemplasse tais temáticas. Além do mais, durante os encontros e nas discussões encaminhadas neste estudo, percebi que vários aspectos deram abertura para

enfoques associados à formação de estudantes universitários e à formação de professores. Acerca dos estudantes, há preocupações quanto à questão de pessoas que se preocupam apenas com as especificidades dos seus cursos, que podem deixar de lado preocupações humanas e sociais mais gerais. A respeito da formação de professores, as preocupações giram em torno dos modos como o PBL ou outras metodologias de ensino ativas podem ser utilizadas no campo da Educação Matemática. Estes também são campos de estudos que se mostram propícios à investigação.

Enfim, todas essas possibilidades, sem dúvidas, podem conter riscos e limitações. Entretanto, pensá-las como uma abertura para novos horizontes, pode produzir diferentes aprendizagens, as quais podem ser compreendidas como os novos passos de outras caminhadas.

REFERÊNCIAS

- ADLER, M. S.; GALLIAN, D. M. C. Escola médica e Sistema Único de Saúde (SUS): criação do curso de medicina da Universidade Federal de São Carlos, SP, Brasil (UFSCar) sob perspectiva de docentes e estudantes. **Interface**, v. 22, n. 64, jan./mar. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1807-57622015.0455>. Acesso em 20 jul. 2021.
- ALMEIDA, C. Meio ambiente, mundo digital e desigual: o que o PIB não mede. **O Globo**, São Paulo, 19 mar. 2017. Economia. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/economia/meio-ambiente-mundo-digital-desigualdade-que-pib-nao-mede-21083319>. Acesso em 14 abr. 2019.
- ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ANJOS, L. **Sistemas de classificação do conhecimento na filosofia e na biblioteconomia: uma visão histórico-conceitual crítica com enfoque nos conceitos de classe, de categoria e de faceta**. 2008. Tese (Doutorado em Cultura e Informação) –Escola de Comunicações e Artes, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- ARAÚJO, U. F.; ARANTES, V. A. Comunidade, conhecimento e resolução de problemas: o projeto acadêmico da USP Leste. In: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G (Orgs). **Aprendizagem baseada em problemas no Ensino Superior**. 2. ed. São Paulo: Summus, 2009, p. 101-121.
- BARGE, S. **Principles of Problem and Project Based Learning: The Aalborg Model**. Harvard University, 2010. Disponível em: https://www.aau.dk/digitalAssets/62/62747_pbl_aalborg_modelen.pdf. Acesso em 05 jun. 2021.
- BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Orgs.) **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Tradução de Pedrinho A. Guareschi. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2002.
- BEZERRA, N. J. F.; SANTOS, R. A. dos. Aprendizagem baseada em problemas (ABP) como estratégia para a organização do trabalho docente em matemática. In: XI ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, PR, 2013. ISSN 2178-034X.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em Educação Matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Tradução Abigail Lins, Jussara de Loiola Araújo. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013. cap. 5, p. 127-148.
- BRANDA, L. A. A aprendizagem baseada em problemas – o resplendor tão brilhante de outros tempos. In: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (Orgs). **Aprendizagem baseada em problemas no Ensino Superior**. 2. ed. São Paulo: Summus, 2009. p. 205-236.
- CAMP, G. Problem-based learning: a paradigm shift or a passing fad?. **Medical Education Online**, v. 1, n. 2, dez. 1996.

CHRISTENSEN, O. R. Closing the gap between formalism and application: PBL and mathematical skills in engineering, **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford University Press, v. 27, n. 3, p. 131-19, set. 2008.

COELHO-FILHO, J. M.; SOARES, S. M. S.; SÁ, H. L. C. e. Problem-based learning: applications and possibilities in Brazil. **São Paulo Medical Journal**, São Paulo, v. 116, n. 4, p. 1784-1785, jul. 1998. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-31801998000400009>. Acesso em: 04 jun. 2021.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DAVIDOVICH, L. Blog Ciência & Matemática: Qual é o propósito da Ciência? **Impa**, Rio de Janeiro, 29 maio 2018. <https://impa.br/noticias/qual-e-o-proposito-da-ciencia/>. Acesso em 20 ago. 2021.

DIAS, M. A. R. Inovações na educação superior: tendências mundiais. 2012. In: SPELLER, P.; ROBL, F.; MENEGHEL, S. M. (Orgs.). **Desafios e perspectivas da educação superior brasileira para a próxima década**. Brasília: UNESCO, CNE, MEC, 2012. Disponível em: <http://www.cofen.gov.br/wp-content/uploads/2015/12/DESAFIOS-E-PERSPECTIVAS-DA-EDUCA%C3%87%C3%83O-SUPERIOR-BRASILEIRA-PARA-A-PROXIMA-DECADA.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2020.

ERNEST, P. A dialogue on the ethics of mathematics. **The Mathematical Intelligencer**, v. 38, n. 3, p. 69- 77, 2016.

ERNEST, P. The ethics of mathematics: is mathematics harmful? In: ERNEST, P. (Ed.). **The Philosophy of Mathematics Education Today**. Springer, Cham, p. 187- 216, 2018. Disponível em https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3_12. Acesso em: 25 ago. 2021.

FAUSTINO, A. C. **Como você chegou a esse resultado?: o diálogo nas aulas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2018. 232f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FERNANDES, A. Impacto da greve no PIB deste ano será de 15 bi, calcula FGV. **O Estado de S. Paulo**. São Paulo, 30 maio 2018. Disponível em: <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,impacto-da-greve-no-pib-deste-ano-sera-de-r-15-bi-calcula-fgv,70002331825>. Acesso em 20 abr. 2019.

FERREIRA, F. M. A. Origem do conceito de classificação e sua aplicabilidade nos documentos de arquivo. **LexCult**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 3, p. 176-189, set./dez. 2019.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. (Coleção Formação de Professores).

GRAAFF, E. de; KOLMOS, A. (Eds.). **Management of change: implementation of problem-based and project-based learning in engineering**. Brill: Sense. 2007.

GRAAFF, E. de; KOLMOS, A. Characteristics of problem-based learning. **International Journal of Mechanical Engineering Education**, v. 19, n. 5, p. 657-662, 2003.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GONÇALVES, M. de O. O uso da aprendizagem baseada em problemas com licenciandos em matemática. In: XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016, p.1-9.

GOUVÊA, G. de. **Reflexões acerca do uso da Aprendizagem Baseada em Problemas no ensino de conceitos matemáticos**. 2016. 113 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

HERNANDEZ, C.; RAVN, O.; VALERO, P. The Aalborg University PO-PBL Model from a Socio-cultural Learning Perspective. **Journal Problem Based Learning in Higher Education**, v. 3, n. 2, p.16-36, 2015.

HMELO-SILVER, C. E. Problem-based learning: what and how do students learn?. **Educational Psychology Review**, v. 16, n. 3, p. 235-266, sep. 2004.

KJÆR-RASMUSSEN, L. K. (2016). **Education for complex problem solving**: Problem-Based Learning as one kind of answer to Higher Education challenges today? Case: a Danish University. In: XXX EURAGRI Conference, Tartu, Estonia, 2016. Disponível em https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/257248825/Educating_for_a_complex_world_artikel_til_Estland.pdf. Acesso em 15 jul. 2021.

KOLMOS, A. Problem-Based and Project-Based Learning. In: SKOVSMOSE, O., VALERO, P.; CHRISTENSEN, O. R. (Eds.). **University Science and Mathematics Education in Transition**. New York: Springer. p. 261-280, 2009.

KOLMOS, A.; GRAAFF, E. de; DU, X. Diversity of PBL – PBL learning principles and models. In: DU, X.; GRAAFF, E. de; KOLMOS, A. **Research on PBL practice in Engineering Education**. Rotterdam: Sense, p. 9-22, 2009.

KOMATSU, R. S. **Aprendizagem baseada em problemas na faculdade de medicina de Marília**: sensibilizando o olhar para o idoso. 2003. 234 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista, Marília, 2003.

KOMATSU, R. S. Aprendizagem Baseada em Problemas: um Caminho para a Transformação Curricular. **Revista Brasileira de Educação Médica**, v. 23, n. 2-3, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1981-5271v23.2-3-005>. Acesso em: 28 jan. 2022.

LACAZ, F. A. de C.; PORTO, M. F. de S.; PINHEIRO, T. M. M. Tragédias brasileiras contemporâneas: o caso do rompimento da barragem de rejeitos de Fundão/Samarco. **Revista Brasileira de Saúde Ocupacional**, São Paulo, , v. 42, 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0303-76572017000100302&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 20 abr. 2020.

LIMA, E. V. **Estudantes de medicina em metodologias ativas: desafios da aprendizagem baseada em problemas**. 2019. 163f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino em Saúde) – Faculdade de Medicina de Marília, Marília, 2013.

LOPES, A. P. C.; REIS, F. DA S. Vamos viajar? – uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 23, p. 449 - 469, set./dez. 2019.

MALHEIROS, A. P. dos S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 861-882, ago. 2012.

MANKIW, N. G. *et al.* **Introdução à economia**. São Paulo: Pioneira Tomson, 2005.

MANZINI, E. J. A entrevista na pesquisa social. **Didática**, São Paulo, v. 26/27, p. 149-158, 1990/1991.

MANZINI, E. J. Entrevista semiestruturada: análise de objetivos e de roteiros. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 2., 2004, Bauru. A pesquisa qualitativa em debate. **Anais...** Bauru: USC, 2004. Disponível em: https://www.marilia.unesp.br/Home/Instituicao/Docentes/EduardoManzini/Manzini_2004_entrevista_semi-estruturada.pdf. Acesso em: 06 abr. 2020.

MARTINS, G. A. **Estudo de caso**: uma estratégia de pesquisa. São Paulo: Atlas, 2008.

MORAES, M. A. A. de; MANZINI, E. J. Concepções sobre a Aprendizagem Baseada em Problemas: um estudo de caso na Famema. Pesquisa. **Revista brasileira de educação médica**, v. 30, n. 3, p. 125-135, dez. 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0100-55022006000300003>. Acesso em: 25 jul. 2021.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática [recurso eletrônico]. BACICH, L.; MORAN, J. (Orgs.). Porto Alegre: Penso, 2018.

MOURA, A. Q. **O encontro entre surdos e ouvintes em cenários para investigação**: das incertezas às possibilidades nas aulas de matemática. 2020. 216f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

NASSER, L.; LEIVAS, J. C. P.; SAVIOLLI, A. M. P. D. Educação Matemática no Ensino Superior: GT4 da SBEM? Ênfase nas pesquisas envolvendo o Cálculo. In: XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

NOORDEGRAAF-EELENS, L.; KLOEG, J.; NOORDZIJ, G. PBL and sustainable education: addressing the problem of isolation. **Advances in Health Sciences Education**, v. 24, p. 971-979, oct. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10459-019-09927-z>. Acesso em 25 jul. 2021.

O ESTADO DE S. PAULO. **O que é PIB e como ele é calculado**. São Paulo, nov. 2012. Disponível em: <https://economia.estadao.com.br/blogs/descomplicador/o-que-e-pib-e-como-e-calculado-2/>. Acesso em 20 ago. 2021.

OLIVEIRA, K. Brasil gasta 6% do PIB em educação, mas desempenho escolar é ruim. **Agência Brasil**, Brasília, 6 jul. 2018. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2018-07/brasil-gasta-6-do-pib-em-educacao-mas-desempenho-escolar-e-ruim>. Acesso em: 18 ago. 2021.

ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan./jun. 2013. Disponível em: <http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509/2294>. Acesso em: 25 ago. 2021.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papyrus, 2008. cap. 2, p. 41-50.

PEREIRA JUNIOR, J. C. Valoração econômica ambiental: conceitos e métodos. **Revista eletrônica EcoDebate**, Rio de Janeiro, 15 abr. 2014. Disponível em: <https://www.ecodebate.com.br/2014/01/15/valoracao-economica-ambiental-conceitos-e-metodos-artigo-de-joao-charlet-pereira-junior/>. Acesso em 07 jul. 2020.

PINTO, G. R. P. R. *et al.* **PBL-VE**: um ambiente virtual para apoiar a aprendizagem baseada em problemas. In: XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2011, Blumenau. Formação Continuada e Internalização. Blumenau: ODORIZZI, 2011.

PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, São Paulo, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880>. Acesso em: 13 ago. 2021.

PREVOT, F. B.; SCHIMIGUEL, J. Uma revisão sistemática da literatura sobre m-learning, ABP e modelagem matemática na aprendizagem de CDI em engenharias. **Revista Signos**, Lajeado, v. 41, n. 1, 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.22410/issn.1983-0378.v41i1a2020.2442>. Acesso em 20 jul. 2021.

RAVN, O.; SKOVSMOSE, O. **Connecting humans to equations**: A reinterpretation of the philosophy of mathematics. Cham: Springer, 2019.

RAVN, O.; VALERO, P. Acercar el formalismo y el uso en la educacion matematica en ingeniera. **Seminario de matemática educativa**, Fundamentos de la matemática universitária. Bogota, Colombia, v. 1, n.3, p. 3-20, 2010.

REZENDE, A. A. de; SILVA-SALSE, A. R. Utilização da aprendizagem baseada em problemas (ABP) para o desenvolvimento do pensamento crítico (PC) em Matemática: uma revisão teórica. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), Brasil v. 5, n. 11, p. 1-21, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46551/emd.e202111>. Acesso em: 25 ago. 2021.

RIBEIRO, G. H. Matemática. **Aprendizagem baseada em problemas: metodologia inovadora no 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública.** 2019. 117f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia de Catalão, PROFMAT – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Catalão, 2019.

SCHMIDT, H. G *et al.* Problem-based learning is compatible with human cognitive architecture: commentary on Kirschner, Sweller, and Clark (2006). **Educational Psychologist**, v. 42, n. 2, p. 91–97, 2007.

SERVANT-MIKLOS, V. F. C. Fifty Yearson: A Retrospective on the World's First Problem-based Learning Programme at McMaster University Medical School. **A Health Professions Education**, v. 5, p. 3–12, 2019b. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.hpe.2018.04.002>. Acesso em 25 jul. 2021.

SERVANT-MIKLOS, V. F. C. A Revolution in its Own Right: How Maastricht University Reinvented Problem-Based Learning. **Health Professions Education**, v. 5, n. 4, p. 283–293, 2019a.

SERVANT-MIKLOS, V. F. C. Problem-oriented Project Work and Problem-based Learning. **The Interdisciplinary Journal of Problem-based Learning**, v. 14, n. 1, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.14434/ijpbl.v14i1.28596>. Acesso em 25 jul. 2021.

SERVANT-MIKLOS, V. F. C. Problem solving skills versus knowledge acquisition: the historical dispute that split problem-based learning into two camps. **Advances in Health Sciences Education**, v. 24, n. 3, p. 619–635, 2019c. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10459-018-9835-0>. Acesso em: 29 jul. 2021.

Silva, J. C. E. **A aprendizagem baseada em problemas e o software GeoGebra no ensino das funções matemáticas.** 2015. 29 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. (Dissertação) – Universidade Cruzeiro do Sul. 2015.

SILVA, J. C. E.; SCHIMIGUEL, J. Uso da ABP no ensino das funções matemáticas com o uso do software GeoGebra. In: IX INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION, Žilina, Eslováquia, 9., 2015. Eslováquia. **Proceedings...** Eslováquia: Science and Education Research Council - COPEC, 2015. v. 9, p. 25-34. Disponível em: <http://copec.eu/congresses/icece2015/proc/works/20.pdf>. Acesso em 13 ago. 2021.

SILVA, V.; DEJUSTE, M. T. A abordagem PBL e suas possibilidades no ensino da matemática. XIII ENCONTRO LATINO AMERICANO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E IX ENCONTRO LATINO AMERICANO DE PÓS-GRADUAÇÃO, 2009, São José dos Campos. **Anais...** Universidade do Vale do Paraíba, 2009. Disponível em: http://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2009/anais/arquivos/0872_0685_01.pdf. Acesso em 03 jun. 2020.

REIS, T. **PIB: O que é o Produto Interno Bruto e como ele é calculado?** Sunos, São Paulo, 19 jul. 2021. Disponível em: <https://www.sunos.com.br/artigos/pib-produto-interno-bruto/>. Acesso em 13 set. 2021.

SKOVSMOSE, O. Alfabetismo matemático y globalización. In: VALERO, P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). **Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, Centro de Investigación y Formación en Educación. Ediciones Uniandes, 2012a, p. 65-82. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/2003/>. Acesso em: 30 abr. 2019.

_____. Banality of Mathematical Expertise. **ZDM**, v. 52, n. 6, 2020. Disponível em <https://rdcu.be/b4SXM>. Acesso em 02 jul. 2020a.

_____. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 13, n. 14, 2000.

_____. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008a. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

_____. **Educação Crítica: incerteza, matemática e responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

_____. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 6. ed. Campinas, SP: Papirus, 2013.

_____. Investigación, práctica, incertidumbre y responsabilidad. In: VALERO P.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). **Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Bogotá: Universidad de los Andes, Centro de Investigación y Formación en Educación. Ediciones Uniandes, 2012b, p. 269-298.

_____. Mathematics and ethics. **Qualitative Research Journal**, São Paulo, v.8, n.18, p. 478-502, 2020b. Special Edition: Philosophy of Mathematics. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2020.v.8.n.18.341>. Acesso em: 20 jul. 2021.

_____. Mathematics as discourse. In: _____. **Critique as Uncertainty**. The Montana Mathematics Enthusiast: Monograph Series in Mathematics Education. Charlotte, USA: Information Age Publishing, 2014a. cap. 14, p. 199-214.

_____. Mathematics as discourse. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 773-790, ago. 2012c.

_____. Mathematics in action: a challenge for social theorizing. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, v. 18, oct. 2004. Disponível em: <http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome18/contents.htm>. Acesso em: 14 set. 2017.

_____. Towards a critical professionalism in university science and mathematics education. In: SKOVSMOSE, O., VALERO, P.; CHRISTENSEN, O. R. (Eds.). **University sciences and Mathematics Education in Transition**. New York: Springer, 2009. cap. 15, p. 325-346.

_____. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014b. (Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O.; NISS, M. (Ed.). Critical mathematics education for the future. In NISS, M. (Ed.). **ICME-10 Proceedings: proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education IMFUFA**, Roskilde University, 2008b. Disponível em:

<https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/17034122/CriticalMathematicsEducation>. Acesso em: 20 set. 2020.

SOARES, S. M. S.; SERAPIONI, M.; CAPRARA, A. A aprendizagem Baseada em Problemas na Pós-Graduação: a experiência do curso de Gestores de Sistemas Locais de Saúde no Ceará. **Revista brasileira de educação médica**, v. 25, n. 1, jan./abr. 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1981-5271v25.1-008>. Acesso em: 25 ago. 2021.

SOUZA, C. A. de. **A Aprendizagem Baseada em Problemas em um Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio**. 2019. 163f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal De Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2019.

SOUZA, D. V. de. **O ensino de noções de Cálculo Diferencial e Integral por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas**. 2016. 159 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

THOMASSEN, A. O., STENTOFT, D. Educating students for a complex future: why integrating a problem analysis in Problem-Based Learning has something to offer. **The Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning**, v. 14, n. 2, sep. 2020. Special Issue: PBLing the unPBLable. Disponível em: <https://doi.org/10.14434/ijpbl.v14i2.28804>. Acesso em 20 jul. 2021.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Martins, 1987.

UOL. **Entenda o que é o PIB e como ele é calculado**. São Paulo, 10 jun. 2008. Economia. Disponível em: <https://economia.uol.com.br/ultimas-noticias/materias/2008/06/10/entenda-o-que-e-o-pib-e-como-ele-e-calculado.htm>. Acesso em 20 abr. 2019.

VALERO, P.; RAVN, O. Recontextualizaciones y ensamblajes ABP y matemáticas universitarias. **Didactiae: Revista de Investigación en Didácticas Específicas**, v. 1, n. 1, p. 4-25, 2017.

VARGAS, L. H. M. A bioquímica e a aprendizagem baseada em problemas. **Revista Brasileira de Ensino de Bioquímica e Biologia Molecular**, v. 1, n. 1, p. 15-19, jan./jun. 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.16923/reb.v1i1.5>. Acesso em: 20 jul. 2021.

VIEIRA, K. **A utilização do PBL nos cursos de engenharia do Brasil: uma análise bibliométrica**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ciências e Tecnologia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/182133>. Acesso em: 25 jul. 2021.

VITHAL, R.; CHRISTIANSEN, I. M.; SKOVSMOSE, O. **Project work in university mathematics education: A Danish experience** Aalborg University. *Educational Studies in Mathematics*, v. 29, p. 199-223, 1995. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Renuka-Vithal/publication/225964761_Project_work_in_university_mathematics_education_-_A_Danish_experience_Aalborg_University/links/5b3348354585150d23d5c762/Project-

work-in-university-mathematics-education-A-Danish-experience-Aalborg-University.pdf.
Acesso em: 25 jul. 2021.

APÊNDICE

Refere-se ao problema utilizado na condução dos encontros

Impactos ambientais causados por poluentes químicos

No ano de 2015 houve um grande incêndio em tanques de combustível de uma indústria, no bairro do Alemoa, cidade litorânea de São Paulo, o qual gerou diversas explosões em outros tanques causou diversos prejuízos naturais. Os impactos ambientais do incêndio que atingiu seis tanques podem durar vários anos, contaminando as águas, manguezais, plantas e animais.

Além disso, com a emissão de poluentes na atmosfera, existe a possibilidade de ocorrência de chuvas ácidas, o que comprometeria a vegetação da serra do Mar. Estima-se que bilhões de litros de água que foram usados no resfriamento dos tanques voltaram para o ecossistema aquático com resíduos do combustível e dos produtos químicos que compõem a espuma usada para debelar o fogo.

De acordo com a Companhia Ambiental do Estado (Cetesb), na época do incêndio a quantidade de oxigênio disponível na água foi reduzida dramaticamente e a temperatura subiu 7°C acima do tolerável para os peixes, o que causou a morte de oito toneladas deles.

Realize uma pesquisa para indicar os impactos ambientais, sociais causados pelo incêndio relatado no início, e busque associar conhecimentos matemáticos que possam auxiliar nas previsões sobre o tempo que será necessário para que os impactos sejam recuperados. Que aspectos um modelo matemático precisaria incluir para fazer previsões? Que conceitos matemáticos, relacionados ao ensino e aprendizagem de Cálculo poderiam ser incluídos nessa situação? Que outros conhecimentos relativos à sua área de atuação emergem?

Estudo de apoio para o problema³⁹

O problema apresentado inicialmente foi um acontecimento real que ocorreu no ano de 2015. Para refletir sobre seus impactos na realidade, vamos nos apoiar em uma situação fictícia, que envolve a poluição de uma Baía causada por uma certa Petroquímica.

A Petroquímica Ltda., companhia especializada no tratamento de resíduos poluentes, derramou, acidentalmente, uma grande quantidade do Agente Oleoso na Baía. Feitas medições após o acidente, concluiu-se que a concentração do Agente Oleoso nas águas da baía era de 10 ppm (partes por milhão).

Na baía existem manguezais que, por sua flora e fauna características, são considerados zonas de proteção ambiental. Infelizmente, não é possível remover por meios mecânicos o Agente Oleoso que polui os manguezais: corre-se o risco de causar danos ainda maiores ao ecossistema local.

Além disso, a pesca na baía constitui o único meio de sobrevivência para diversas colônias de pescadores que vivem ao seu redor. Devido à contaminação dos peixes pelo Agente Oleoso, a pesca na baía foi proibida.

Numa tentativa de ressarcir, em parte, os danos causados ao meio ambiente e o prejuízo sofrido pelos pescadores, moveu-se uma ação popular contra a Petroquímica para o estabelecimento de uma multa a ser investida em Programas de Despoluição da baía e em auxílio às famílias desempregadas.

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano. Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Observação: Considere a variável x como o tempo, dado em anos. Para determinar o nível de concentração de poluentes ao longo do tempo, você também pode pensar nas sugestões abaixo:

³⁹ Esse estudo de apoio foi inspirado e adaptado do capítulo 6 do livro *Aprendendo Cálculo com Maple*, de Angela Rocha dos Santos e Waldecir Bianchini. Ano: 2002. Disponível em: http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo1/calculo1pdf/capitulo_06.pdf. Acesso em: 12 maio 2015.

$$1^{\circ} \text{ ano: } f(1) = 10$$

$$2^{\circ} \text{ ano: } f(2) = 0,8 \cdot f(1) = 0,8 \cdot 10 = 8$$

$$3^{\circ} \text{ ano: } f(3) = 0,8 \cdot f(2) = 0,8 \cdot 8 = 6,4$$

E assim sucessivamente.

Sendo assim, utilize este modelo para fazer as seguintes previsões indicadas no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – Previsão do total de poluentes ao longo dos anos

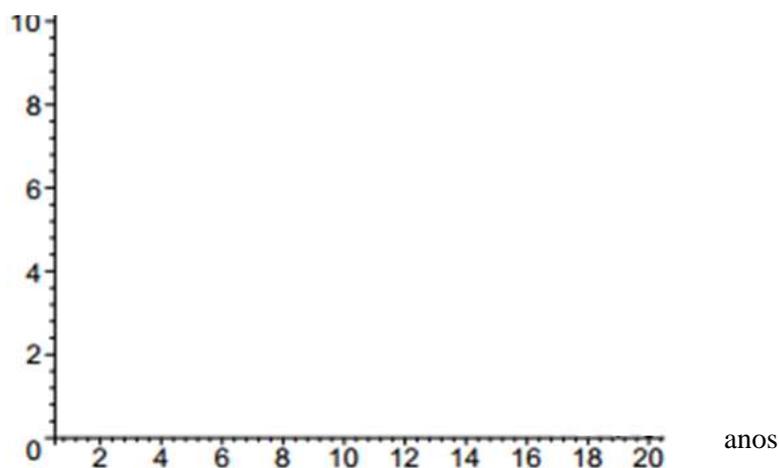
| Ano | Poluente (ppm) |
|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|-----|----------------|
| 1 | 10 | 6 | | 11 | | 16 | |
| 2 | 8 | 7 | | 12 | | 17 | |
| 3 | 6,40 | 8 | | 13 | | 18 | |
| 4 | 5,12 | 9 | | 14 | | 19 | |
| 5 | | 10 | | 15 | | 20 | |

Fonte: Adaptado do livro Aprendendo Cálculo com Maple.

A partir dos dados indicados no Quadro anterior, construa um gráfico para indicar as previsões calculadas por você:

Figura 1 – Gráfico relacionado às previsões (poluentes x anos).

ppm



Fonte: Adaptada do livro Aprendendo Cálculo com Maple

Suponha que de posse destes dados, os advogados da Petroquímica, em defesa do seu cliente, alegaram junto ao tribunal que não houve um dano real ao meio ambiente provocado

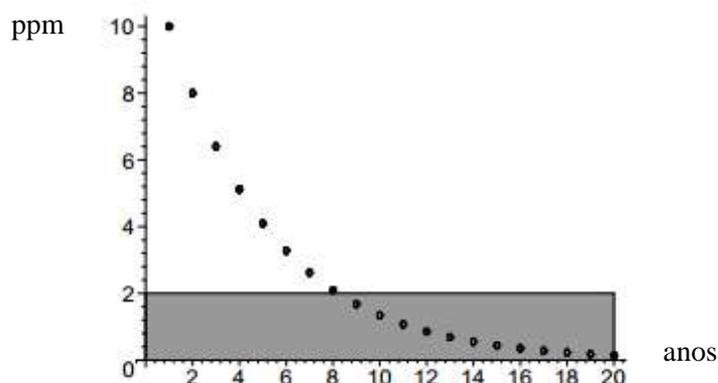
pelo derramamento do Agente Oleoso na baía, porque ao final de algum tempo o nível de poluição da baía retornaria ao seu padrão inicial. Para fundamentar esta linha de argumentação, usaram a fórmula $f(x) = 0$, explicando que esta fórmula traduzia $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$ em termos matemáticos precisos o que aconteceria com a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo. Além disso, explicaram também que a fórmula acima significa, matematicamente, que após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero.

O promotor da ação achou que havia alguma coisa errada nesta história, “justificada matematicamente”, mas não sabia como contestar os argumentos matemáticos apresentados. Uma de suas assistentes chamou atenção para o verdadeiro significado matemático da expressão $f(x) = 0$.

A assistente argumentou que, embora depois de muitos anos a concentração do Agente Oleoso realmente se aproximaria de zero, os peixes e o restante da fauna e da flora aquáticas estariam contaminados e impróprios para o consumo. Por este motivo a pesca na baía seria proibida até que a concentração do Agente Oleoso fique abaixo de 2 ppm.

Para fundamentar seu raciocínio apresentou o seguinte gráfico, ilustrativo da situação descrita:

Figura 2 – Previsão da concentração de poluentes ao longo dos anos.



Fonte: Retirado do livro Aprendendo Cálculo com Maple.

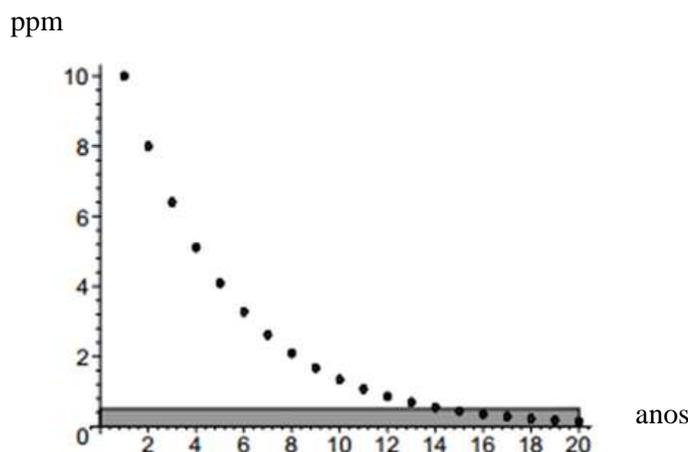
Assim, pelos dados apresentados pelos ambientalistas e pelo gráfico acima, ela concluiu que transcorreriam oito longos anos até que a baía pudesse ser liberada para a pesca. Propôs, então, que fosse cobrada da Petroquímica uma multa de 10 milhões de reais por cada ano em que a pesca estivesse proibida. Pelos dados apresentados, a multa total devida seria de 80 milhões de reais.

Além disso, a assistente da promotoria afirmou que a interpretação matemática dada pelos advogados da Petroquímica estava correta, mas era apenas uma pequena parte da história. O significado mais preciso da expressão $f(x) = 0$ é que para qualquer nível de concentração C do Agente Oleoso haverá um tempo T , que pode estar muito, muito longe no futuro, tal que para todo $t \geq T$, isto é, para qualquer tempo posterior, teremos que $|f(x)| < C$.

Dessa maneira, para que a pesca pudesse ser liberada teríamos que ter $C = 2$ ppm e, neste caso, $T = 9$ anos.

O promotor então argumentou que, embora o nível de 2 ppm fosse adequado para a liberação da pesca na baía, a fauna e a flora, especialmente dos manguezais, só se recuperariam completamente quando o nível de concentração do Agente Oleoso ficasse abaixo de 0,5 ppm e apresentou o gráfico a seguir:

Figura 3 – Nível de concentração do Agente Oleoso no decorrer dos anos



Fonte: Retirado do livro *Aprendendo Cálculo com Maple*.

Concluindo, então, que este nível só seria atingido quando $t \geq 14$.

Tendo em vista os argumentos apresentados por ambas as partes, o juiz condenou a Petroquímica a pagar uma multa de 140 milhões de reais, e todos os interessados concordaram com essa decisão.

Reflexões complementares

1. Considerando a situação analisada, é possível determinar quanto tempo deve-se esperar até que a concentração de poluentes fique abaixo do nível indicado, nos seguintes casos? Em

caso afirmativo determine quanto tempo será necessário para que isso ocorra. Em caso negativo justifique.

- a) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 30% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,5 ppm.
- b) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 10% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,1 ppm.

2. No julgamento do caso da Petroquímica Lta., apesar de todos os interessados terem concordado com a multa estipulada, muitos especialistas discordaram do nível aceitável de poluição. Para cada um dos especialistas consultados este nível seria de:

- ✓ Para o Especialista A, o nível aceitável de poluição é de 12 ppm;
- ✓ Para o Especialista E, o nível aceitável de poluição é de 3 ppm;
- ✓ Para o Especialista Q, o nível aceitável de poluição é de: 1 ppm;
- ✓ Sendo assim, qual seria o valor da multa que a Petroquímica deveria pagar levando em conta a opinião de cada um dos especialistas consultados?

3. Ainda em relação ao julgamento, os advogados da Petroquímica apelaram da sentença alegando que a baía já apresentava um nível de poluição antes do derramamento do Agente Oleoso. Supondo que a concentração de agentes poluidores na baía é normalmente de 0,1 ppm, os ambientalistas obtiveram o seguinte modelo matemático para prever a concentração de poluentes ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x + 1) = 0,1 + 0,8 \cdot (f(x) - 0,1)$$

Este modelo, em vez de levar em conta a quantidade de poluição da baía, estima a diferença entre o nível de poluição atual e o nível de poluição natural 0,1. Em outras palavras, se o nível aceitável é C, a Petroquímica será multada por cada ano no qual $|f(x) - 0,1| \geq C$. Levando em conta este modelo, determine por quantos anos a Petroquímica deverá ser multada se o nível tolerado é de 0,05 ppm.

ANEXO A

Um panorama das bases do projeto pedagógico dos cursos selecionados

Ao desenvolver a produção de dados nos cursos de Engenharia Civil e Ecologia consideramos a viabilidade de realizar um panorama geral a respeito do projeto pedagógico de cada curso.

A respeito do perfil dos egressos do curso de Engenharia Civil, o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) da instituição de ensino A, afirma que:

A formação humanista e empreendedora do estudante é enfatizada através das atividades exercidas pelos componentes curriculares, que procuram desenvolver a compreensão da dimensão humana e cidadã, que permeia sua vida pessoal e as relações de trabalho, bem como incentivar o espírito da criatividade, da inovação e da visão de negócios. As práticas pedagógicas levam à reflexão sobre o comportamento humano em situações de conflito e no trabalho em equipe (PPC-instituição A, 2007).

Segundo o documento, além de se atentar à formação empreendedora do indivíduo, existem também preocupações com a base humanística dos estudantes, prezando pelas suas futuras atuações na sociedade, tanto como cidadãos quanto profissionais.

A forma como os componentes curriculares foram organizados, bem como os modos como as atividades pedagógicas foram pensadas para o referido curso de Engenharia Civil, têm o intuito de preparar os estudantes para solucionar problemas que envolvam setores de projetos, de fabricação e de obras na construção civil. O modelo pedagógico adotado no curso permite uma formação diferenciada do estudante, com o propósito de capacitá-lo para: desempenhar diferentes funções, cargos e comissões técnicas em diversas entidades; realizar planejamentos e projetos gerais, ligados a zonas, cidades, obras, estruturas, transportes, exploração de recursos naturais e desenvolvimento da produção industrial; coletar dados, estudos, projetos, análises, vistoria, monitoramento, perícias, avaliações, pareceres e afins; dirigir e conduzir obras, de serviços técnicos, de equipe de instalação, de montagem, de operação, reparo ou manutenção; gerir, supervisionar, coordenar e realizar orientações técnicas; estudar viabilidade técnico-econômica e ambiental; dentre outras capacidades.

A proposta do curso considera o estudante em sua dimensão complexa de ser humano, o qual está sujeito às particularidades de sua formação pregressa. Segundo o documento, o indivíduo considerado como estudante médio, o qual normalmente é idealizado pelas tradicionais metodologias pedagógicas, tidas como conteudistas, não é a referência do curso de Engenharia Civil (PPC-instituição A, 2007). A principal preocupação educacional se refere a

individualidade de cada estudante em sua dimensão humana, além de personalizar o ensino de acordo com as características de cada estudante.

Para tanto, a metodologia educacional adotada nesse curso é baseada no ensino por competências e no aprendizado baseado em problemas, o Problem-Based Learning. Essa proposta de ensino, é pautada em bases construtivistas, respaldando-se em preceitos educacionais presentes em linhas pedagógicas como as de Jean Piaget, Lev Vigotsky e Philippe Perrenoud (PPC-instituição A, 2007). Ainda de acordo com o projeto delineado, para se alcançar os objetivos, não existe o predomínio de um ambiente tradicional da sala de aula. Na instituição A, há ambientes de aprendizagem dinâmicos, como laboratórios, auditórios, salas multimeios, ambientes internos e externos, que têm o intuito de desenvolver competências individuais dos estudantes, além de potencializar a sinergia entre todos os membros da instituição e a sociedade. O Projeto Pedagógico de Engenharia Civil considera também que as práticas pedagógicas a serem desenvolvidas nas componentes curriculares possam trazer ao aluno a realidade presente no mundo do trabalho, a partir de diferentes aplicações pedagógicas ou situações problema.

No tocante ao curso de Ecologia, adotado como campo de pesquisa na instituição B, considera-se a importância de diferentes áreas de conhecimento tidas como imprescindíveis para a formação de um Ecólogo. De acordo com o PPC desse curso, o objetivo principal é formar profissionais habilitados para tratar de questões ambientais em sua feição ecológica, contemplando também outras áreas, como as Ciências Biológicas, Ciências Geológicas, Ciências Exatas e Ciências Humanas.

O projeto enfatiza que ao concluir o curso de Ecologia, o egresso tenha desenvolvido diferentes capacidades, como: desenvolver pesquisas, gerando informações básicas para interpretar, monitorar, manejar e recompor ecossistemas naturais e antrópicos; organizar e analisar diversos dados, que permitam realizar diagnósticos rápidos sobre espécies e ecossistemas, além de elaborar e implantar planos de manejo, projetos de restauração e recuperação ambiental; atuar em equipes técnicas responsáveis por estudos científicos; desenvolver estudos que contribuam com a determinação de diagnósticos sobre populações de plantas e animais, comunidades e ecossistemas naturais. Além disso, espera-se que os estudantes formados sejam capazes de: elaborar e executar, em conjunto com outros profissionais, projetos que envolvam desde a diversidade genética de populações até a diversidade de paisagem; identificar fatores de degradação ambiental, constituir equipes multidisciplinares que elaborem e executem projetos de restauração de habitats e áreas degradadas de recomposição da fauna e da flora; avaliar os riscos e os impactos das atividades

humanas sobre os meios físico, químico, biológico e antrópico, bem como suas inter-relações; propor medidas mitigadoras e compensatórias relativas à solução de problemas anteriormente diagnosticados; dentre outras capacidades.

A estrutura do curso de Ecologia da instituição B é organizada por meio de um período de estudos sequencial, o qual permite que as disciplinas garantam o aprofundamento das temáticas abordadas. A proposta é partir de disciplinas que contemplam conteúdos básicos das Ciências Biológicas, Ciências Exatas, Ciências da Terra e Ciências Humanas e disciplinas de conteúdo instrumental, como a “Cartografia e Topografia”, por exemplo, até chegar a aquelas mais diretamente relacionadas à área de conhecimento da Ecologia, como as disciplinas de “Ecologia das Populações” e “Ecologia de Comunidades”. Posteriormente, os estudos se voltam para as aplicações dos conhecimentos ecológicos, com disciplinas como “Métodos de Estudos de Impactos Ambientais”, por exemplo. Ademais, o curso conta também com a realização de estágios, trabalhos de conclusão de curso e atividades que são articuladas a partir de alguns quatro eixos centrais: conservação da biodiversidade; manejo de vida silvestre; avaliação e controle de impactos ambientais e agroecossistemas.

O referido PPC enfatiza que podem ocorrer ajustes dos conteúdos programáticos relacionados aos diferentes eixos temáticos, contando também com a inclusão de pequenos projetos e excursões didáticas conjuntas, além da realização de atividades de laboratório e trabalhos de campo. Outro ponto fundamental apontado no projeto do curso é a oferta de oportunidades para a discussão de temas variados e atuais que normalmente não são abordados em sala de aula.

A partir da apresentação geral desses dois projetos pedagógicos é possível perceber as particularidades das discussões ocorridas em cada instituição. Conforme os encontros aconteciam notava-se relações diretas com as descrições aqui realizadas, fato este que ressalta as especificidades e objetivos de cada curso envolvido.

ANEXO B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)⁴⁰

Prezado professor, o senhor está sendo convidado a participar de minha pesquisa de Doutorado intitulada “A matemática em ação e o ensino de Cálculo: possibilidades no Ensino Superior por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas”, que será desenvolvida por mim, Débora Vieira de Souza, RG 42.028.245-2, aluna do curso de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp) - Instituto de Geociência e Ciências Exatas – Câmpus de Rio Claro, sob a orientação do Prof. Dr. Ole Skovsmose. O objetivo da pesquisa é compreender de que forma aspectos da matemática relacionados a sociedade de modo geral podem ser abordados e discutidos no ensino de noções de Cálculo, sob a perspectiva da Aprendizagem Baseada em Problemas. Para tanto será constituído um grupo de estudantes voluntários do curso de graduação em Engenharia Civil. Este grupo participará de encontros semanais entre os meses de abril e junho com duração de 1h50 cada um. Enquanto pesquisadora, me atentarei aos modos como os estudantes compartilham suas ideias com os demais colegas de grupo; como realizam as propostas delegadas; quais questionamentos e articulações emergem, e demais aspectos que surgirem ao longo dos encontros. Os benefícios da pesquisa visam contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática no contexto universitário, com vistas à promoção de perspectivas críticas. Espera-se também que os resultados auxiliem na identificação de possibilidades de ensino de Cálculo, a partir do uso de problemas.

Caso aceite este convite o senhor participará dos encontros com o grupo de estudos, semanalmente, atuando comigo como facilitador da aprendizagem. Essa sua participação também envolverá diálogos comigo durante o período de produção de dados sobre: a postura dos estudantes mediante as propostas apresentadas; suas observações com relação a interação dos mesmos com os demais colegas e conosco, enquanto facilitadores da aprendizagem; o desempenho dos estudantes em relação aos conceitos trabalhados; as percepções que obteve sobre aspectos da matemática relacionados aos problemas abordados; o desenvolvimento da proposta a partir de abordagens pautadas pela Aprendizagem Baseada em Problemas (ou Problem-Based Learning – PBL – como também é chamada); dentre outros apontamentos que podem surgir no decorrer dos encontros. O senhor também participará de uma entrevista semiestruturada que será feita após a finalização dos encontros, a fim de descrever suas visões em relação ao trabalho com Cálculo sob enfoques do PBL, suas percepções em relação aos desafios enfrentados, as perspectivas críticas que podem ser trabalhadas, dentre outros aspectos. Todas as informações obtidas a partir dos diálogos e entrevistas serão registradas por escrito com a finalidade de constituir material para análise. Há o risco do senhor se sentir constrangido e/ou desconfortável com algum assunto conversado ou situação ocorrida durante nossos diálogos e encontros. Como forma de minimizar tais riscos é importante que saiba que não precisará dialogar e responder sobre todos os assuntos e questões feitas pela pesquisadora. Há também a garantia de que o planejamento da proposta de investigação e a metodologia serão feitas em parceria com o sr., para que saiba antecipadamente o que irá ocorrer durante os encontros, minimizando assim os riscos de desconforto.

A pesquisa não envolve o uso de qualquer material que traga prejuízo à sua saúde. A qualquer momento, antes, durante ou após sua participação coloco-me à disposição para esclarecimentos sobre eventuais dúvidas que possam surgir com a pesquisa. A participação é voluntária e sua recusa em participar não lhe provocará nenhum dano ou punição. Você

⁴⁰ Esse mesmo modelo de TCLEs referentes ao trabalho com o professor e com os estudantes também foi considerado na instituição B.

poderá se recusar a participar, ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. Será garantido o sigilo quanto a sua identificação. Os dados produzidos são confidenciais e serão utilizados unicamente para fins de pesquisa. Para participar não terá nenhuma despesa, bem como, não terá qualquer tipo de remuneração.

Dr. Ole Skovsmose
Orientador
E-mail: x-x-x
Endereço: x-x-x
Telefone: x-x-x

Débora Vieira de Souza
Estudante de Doutorado
E-mail: x-x-x
Endereço: x-x-x
Telefone: x-x-x

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
X - X - X

Se o senhor se sentir esclarecido sobre a pesquisa, seus objetivos, eventuais riscos e benefícios, convido-o a assinar este Termo, elaborado em duas vias, sendo que uma ficará com você e a outra com o pesquisador.

Responsável: assinatura e nome

ANEXO C
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) AOS
ESTUDANTES

Prezado(a) estudante, venho convidar você para participar de minha pesquisa de doutorado intitulada “A matemática em ação e o ensino de Cálculo: possibilidades no Ensino Superior por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas”, que será desenvolvida por mim, Débora Vieira de Souza, RG X-X-X, aluna do curso do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp) - Instituto de Geociência e Ciências Exatas – Câmpus de Rio Claro, sob a orientação do Prof. Dr. Ole Skovsmose. O objetivo da pesquisa é compreender de que forma aspectos da matemática relacionados às suas aplicações em nossa sociedade podem ser explorados no ensino de Cálculo, sob a perspectiva da Aprendizagem Baseada em Problemas.

A realização da pesquisa acontecerá na própria instituição X-X-X, local onde você estuda, e se dará por meio de encontros semanais no período vespertino. O professor Rogério Ferreira da Fonseca, que ministra as aulas regulares de Cálculo Diferencial e Integral I, no período matutino, participará desses encontros, os quais serão realizados entre os meses de abril e junho, com duração de 1h 50 cada um. Nossa proposta é abordar o uso e a aplicação de Cálculo por meio de uma aprendizagem que gire em torno de problemas, os quais serão trabalhados e discutidos por você e outros estudantes, ou seja, teremos a constituição de um grupo de estudantes envolvidos em uma mesma temática. Nos encontros semanais, mobilizaremos discussões e direcionamentos individuais e em grupo, que serão conduzidos por enfoques da Aprendizagem Baseada em Problemas (ou Problem-Based Learning – PBL). A constituição, outros estudantes do curso de Engenharia Civil serão convidados a participar desse grupo. Como pesquisadora estarei atenta aos seguintes aspectos: compartilhamento de ideias; realização das propostas delegadas; questionamentos e articulações emergentes no tocante aos conceitos matemáticos trabalhados; e o desenvolvimento do PBL. Os benefícios da pesquisa visam contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática no contexto universitário, com vistas à promoção de perspectivas críticas. Espera-se também que os resultados auxiliem na identificação de possibilidades de ensino de Cálculo, a partir do uso de problemas.

Como materiais de apoio para estudos utilizaremos livros, cadernos, xerox, computadores, recursos multimídias. Os conteúdos propostos fazem parte da grade curricular do seu curso. Para que haja uma melhor compreensão do que propomos, usarei nos nossos encontros um gravador de voz e um caderno de campo, onde anotarei as observações. Caso você não se sinta à vontade em algum momento, basta me comunicar. É possível que haja o risco algum estranhamento em relação ao modo como os estudos serão conduzidos, pois o professor Rogério e eu não iremos ministrar aulas de Cálculo, mas iremos realizar direcionamentos de investigações e discussões que possam desenvolver competências críticas em relação ao conhecimento matemático estudado. Todavia, para amenizar riscos como esse, todas as propostas serão discutidas por nós, pesquisadora e professor, antecipadamente, de modo que possamos auxiliá-los no que for preciso. Ambos estaremos disponíveis para esclarecer qualquer dúvida e também estaremos atentos a qualquer sinal de desconforto ou constrangimento que possa surgir. A pesquisa não envolve o uso de qualquer material que traga prejuízo à sua saúde. A qualquer momento, antes, durante ou após sua participação coloco-me à disposição para esclarecimentos sobre eventuais dúvidas que possam surgir com a pesquisa. A participação é voluntária e sua recusa em participar não lhe provocará nenhum dano ou punição. Você poderá se recusar a participar, ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. Será garantido o sigilo de sua identificação. Os dados

produzidos são confidenciais e serão utilizados unicamente para fins de pesquisa. Para participar não terá nenhuma despesa, bem como, não terá qualquer tipo de remuneração.

Dr. Ole Skovsmose
Orientador

E-mail: X-X-X
Endereço: X-X-X
Telefone: X-X-X

Débora Vieira de
Souza Estudante de
Doutorado

E-mail: X-X-X
Endereço: X-X-X
Telefone: X-X-X

| |
|---|
| <p>COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA</p> |
|---|

Se você se sentir esclarecido sobre a pesquisa, seus objetivos, eventuais riscos e benefícios, convido-(o) a assinar este Termo, elaborado em duas vias, sendo que uma ficará com você e a outra com o pesquisador.

Responsável: assinatura e nome