

Reanálise das defasagens de Prometeu e Pandora

THAMIRIS DE SANTANA

Reanálise das defasagens de Prometeu e Pandora

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

Guaratinguetá

2012

S232r	Santana,Thamiris de Reanálise das defasagens de Prometeu e Pandora / Thamiris de Santana – Guaratinguetá : [s.n], 2012. 52 f. Bibliografia: f. 47-48 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012. Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter 1. Dinâmica 2. Órbitas 3. Planetas I. Título CDU 531.3
-------	---

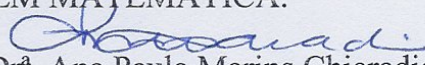
unesp **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

REANÁLISE DAS DEFASAGENS DE PROMETEU E PANDORA

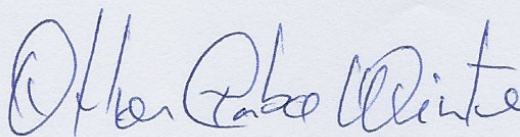
THAMIRIS DE SANTANA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.


Prof.ª. Dr.ª. Ana Paula Marins Chiaradia
Coordenadora

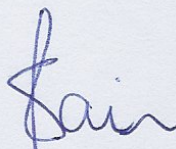
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. Décio Cardozo Mourão
UNESP-FEG



Prof. Dr. Rafael Sfair de Oliveira
UNESP-FEG

Dados Curriculares

THAMIRIS DE SANTANA

NASCIMENTO 06.01.1991 - GUARUJÁ / SP

FILIAÇÃO Ariovaldo Antônio de Santana
Egle Varela Carlota

FORMAÇÃO

2009 - 2012 Curso de Graduação
Licenciatura em Matemática - Faculdade de Engenharia
campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista

Dedico esse trabalho aos meus irmãos, Letícia, Bárbara, Isabela e Fernando.

Agradecimentos

Agradeço a todos que estiveram comigo e fizeram parte desse desafiador período da minha vida. Em especial:

Ao meu pai, que conseguiu me acalmar muitas vezes à quilômetros de distância.

Aos meus avós, sempre presentes, me apoiando a cada decisão.

À minha *mãedra* Daniela, pelo apoio e ajuda, de todos os momentos. E a minha *mãetia* Elen, pelo carinho sempre transmitido.

Ao meu orientador, Dr. Othon Cabo Winter, que acreditou em mim, e me fez descobrir que posso ir longe, sempre me fazendo enxergar à frente, muito à frente. Obrigada por compartilhar tantos conhecimentos inspiradores.

À minha fiel companheira de todos os momentos Stelamarys, que me fez iniciar esse caminho e que sem sua presença diária provavelmente não teria conseguido terminar.

Ao querido professor e amigo de tantos cafés, “*sanador*” de dúvidas de gnuplot, de mercury, do *Universo e tudo mais*, Rafael Sfair. Merci pour tout.

Ao meu colaborador, Décio Mourão, que possibilitou a existência desse trabalho, tirando minhas dúvidas de programação múltiplas vezes por dia.

Aos meus amigos, Hanik, Amira, Paulo Roberto, Nicole, Danilo e Rafael, por me aturarem durante esses anos, e torná-los inesquecíveis.

Aos meus professores da graduação. Obrigada pela paciência e todo conhecimento transmitido.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro que tornou possível a realização desse trabalho.

Este trabalho contou com o apoio financeiro do CNPq.

*Just keep swimming, just keep swimming... What
do we do? Swim!*
(Dory)

de SANTANA, T. **Reanálise das defasagens de Prometeu e Pandora**. 2012. 46f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

Resumo

Neste trabalho propõe-se fazer uma revisão sobre alguns estudos envolvendo a dinâmica do sistema Prometeu – Pandora. Em especial, aqueles que tratam de comportamentos anômalos observados em seus componentes, identificados em função de defasagens angulares nas órbitas destes satélites. Inicialmente, é realizada uma descrição geral, contextualizando as principais características desse sistema. As principais publicações relacionadas ao tema são analisadas e comentadas, em ordem cronológica, demonstrando os avanços realizados no conhecimento da dinâmica envolvida. Uma análise das condições iniciais, utilizadas em Goldreich e Rappaport (2003a ,b) e Cruz (2004), obtidas a partir de observações realizadas pelas sondas espaciais Voyager 1 e 2 e pelo telescópio espacial Hubble, é feita a fim de tentar reproduzir seus resultados. Porém não se chega a uma conclusão clara dos valores utilizados pelos autores. Os testes utilizados para a análise são oriundos do trabalho de Cruz (2004), que os reproduz e nos apresenta uma nova explicação sobre a origem das defasagens angulares observadas. A metodologia adotada envolve a integração numérica das equações do movimento do sistema com a inclusão dos harmônicos zonais J2, J4 e J6 do potencial gravitacional de Saturno. A utilização dos elementos geométricos ao invés de osculadores se mostra ser fundamental nesse estudo. Dentre candidatos a conjuntos de dados iniciais, foi considerado o que melhor representa os resultados de Goldreich e Rappaport (2003a, b) e Cruz (2004).

Palavras-chave: Defasagem, Prometeu, Pandora.

de SANTANA, T. **Reanalysis of lags of Prometheus and Pandora**. 2012. 46f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

Abstract

In the present work it is proposed to do a revision on some studies on the dynamics of the Prometheus-Pandora system. In special, those studies that deal with anomalous behaviours observed on its components, identified as angular lags in these satellite's orbits. Initially, it is presented a general description, contextualising the main characteristics of this system. The main publications related to this subject are analysed and commented, in chronological order, showing the advances made in the knowledge of such dynamics. An analysis of the initial conditions, used by Goldreich e Rappaport (2003a ,b) e Cruz (2004), obtained through observations made by the Voyager 1 and 2 spacecrafts and by the Hubble space telescope, it is made in order to try to reproduce their results. However, no clear conclusion of the values used were found. The tests adopted in the analysis are from Cruz (2004), which reproduced the results and offered a new explanation on the origin of the observed angular lags. The adopted methodology involves the numerical integration of the equations of motion of the system, including the zonal harmonics J2, J4 and J6 of Saturn's gravitational potential. A fundamental consideration in this study is the use of geometric elements instead of osculating elements. It was found the set of initial data that best reproduces the results from Goldreich e Rappaport (2003a, b) and Cruz (2004).

Keywords: Lags, Prometheus, Pandora.

Lista de Figuras

1.1	Saturno e os satélites Tethys, Dione e Rhea	15
1.2	Representação das posições dos anéis de Saturno em relação ao planeta. . . .	15
1.3	Visão esquemática de alguns satélites de Saturno	16
1.4	Anel-F entre Prometeu e Pandora	17
2.1	Defasagem de Prometeu - GR03a	22
2.2	Defasagem de Pandora - GR03a	22
2.3	Larguras estimadas da ressonância 121:118	23
2.4	Esquema Cruz (2004). Semi-eixo maior Prometeu	24
4.1	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 1. Cruz (2004)	34
4.2	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 1. Cruz (2004)	34
4.3	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4. Cruz (2004)	35
4.4	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4. Cruz (2004)	36
4.5	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 1. Casos	37
4.6	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 1. Casos	37
4.7	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4. Casos	38
4.8	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4. Casos	38
4.9	Semi-eixo maior de Prometeu. Simulação 4, Caso 3.	40
4.10	Semi-eixo maior de Pandora. Simulação 4, Caso 3.	40
4.11	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4a. Cruz (2004)	41
4.12	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4a. Cruz (2004)	42
4.13	Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4a. Casos	42
4.14	Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4a. Casos	43
4.15	Defasagem apresentada por Prometeu. GR03a, Simulação 4a e Simulação 4. .	44
4.16	Defasagem apresentada por Pandora. GR03a, Simulação 4a e Simulação 4. .	44

Lista de Tabelas

1.1	Propriedades Físicas de Saturno	14
2.1	Defasagem da longitude média de Prometeu	18
2.2	Defasagem da longitude média de Pandora	19
2.3	Valores de defasagem para Prometeu e Pandora	19
3.1	Elementos de Saturno	29
4.1	Valores de semi-eixo maior	31
4.2	Valores de semi-eixo maior	31
4.3	Valores de movimento médio	31
4.4	Simulação 1 - Elementos iniciais	33
4.5	Simulação 4 - Elementos iniciais	35
4.6	Simulação 4a - Elementos iniciais	41

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Saturno	13
1.2	Prometeu e Pandora	17
2	As defasagens de Prometeu e Pandora	18
2.1	Justificativas	20
3	Integrações Numéricas	25
3.1	Metodologia - O Mercury	25
3.2	Sensibilidades do sistema	28
4	Simulações numéricas e Discussões	30
4.1	Conversões	32
4.2	Definição dos dados iniciais	33
4.3	Resultados	36
5	Considerações finais e trabalhos futuros	45

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho propõe-se revisar alguns estudos sobre dinâmica do sistema Prometeu - Pandora, em especial os que tratam de comportamentos anômalos observados em seus componentes. É realizada uma descrição geral, contextualizando as principais características desse sistema.

As principais publicações relacionadas ao tema serão analisadas e comentadas, em ordem cronológica, demonstrando os avanços realizados no conhecimento da dinâmica. Trabalharemos com análise de dados de interesse utilizados em Goldreich e Rappaport (2003a e 2003b) e Cruz (2004) obtidos a partir de observações realizadas pelas sondas espaciais Voyager I e II e pelo *Hubble Space Telescope*, a fim de tentar reproduzir seus resultados. Os testes utilizados para a análise são oriundos do trabalho de Cruz (2004), que os reproduz e nos apresenta uma nova explicação sobre as defasagens angulares observadas.

Tentaremos elaborar, bem como aplicar uma proposta de investigação na tentativa de reproduzir os resultados mais importantes. Através deles iremos evoluir para a busca de novas informações que venham auxiliar no entendimento da dinâmica deste sistema, utilizando-se de ferramentas de simulação numérica.

1.1 Saturno

Saturno é o segundo maior planeta do nosso Sistema Solar e o sexto planeta a partir do Sol. É composto basicamente por hidrogênio e o único planeta do nosso Sistema que possui densidade menor que da água. Sua órbita está entre as órbitas de Júpiter e Urano, é visivelmente achatado nos pólos, consequência do movimento de rotação bastante rápido ao redor de seu eixo. Um grande número de informações que possuímos sobre esse planeta foram obtidas a partir das explorações das sondas espaciais Voyager I e II, enviadas ao espaço em 1977, e atualmente o maior número de dados são oriundos da Sonda Cassini-Huygens,

enviada ao espaço vinte anos depois, em 1997, aproximadamente 7TB. Na tabela 1.1 estão indicadas algumas características de Saturno.

Propriedades de Saturno	
Raio equatorial	60268 km
Raio polar	54364 km
Área superficial	$4,38 \times 10^{10} \text{ km}^2$
Massa	$5,59 \times 10^{26} \text{ kg}$
Densidade	$0,69 \text{ g/cm}^3$
Gravidade Local	$10,4 \text{ m/s}^2$
Velocidade de escape	36 km/s
Albedo	0,34
Temperatura atmosférica	95 K
Duração do ano	29,46 anos
Duração do dia	10h 39min
Distância média ao Sol	9,56 AU

Tabela 1.1: Propriedades Físicas de Saturno. Dados extraídos de Consolmagno; Schaefer, 1994 apud Cruz, C. (2004).

Ao falarmos de Saturno é quase instantâneo vir à mente a imagem dos seus lindos anéis. Essas misteriosas estruturas intrigam pesquisadores desde 1610, quando Galileo Galilei as observou pela primeira vez. Porém, apenas em 1659 Christian Huygens esclareceu que se tratava de um fino anel. Anos depois Giovanni Cassini descobriu que existiam ao menos dois anéis, e atualmente a separação entre os anéis A e B é chamada de Divisão de Cassini. O sistema de anéis de Saturno é o mais massivo e brilhante do nosso Sistema. Na figura 1.1 são visíveis o sistema de anéis e os satélites Tethys, Dione e Rhea.

Os anéis planetários são formados por inúmeras partículas de variadas dimensões, de micrômetros a metros, incluindo pequenos satélites que não conseguem formar corpos maiores devido à sua proximidade com o planeta (De Pater; Lissauer, (2001) apud Cruz (2004)). Essas partículas são formadas em sua maior parte por água. A figura 1.2 nos traz uma representação esquemática dos anéis.

Saturno possui um conjunto de 62 satélites nomeados, até a data desse trabalho¹, e a figura 1.3 apresenta uma visão esquemática dos satélites mais conhecidos. Entre eles estão Prometeu e Pandora, os satélites que terão seus comportamentos estudados nesse trabalho.

¹<http://ssd.jpl.nasa.gov>

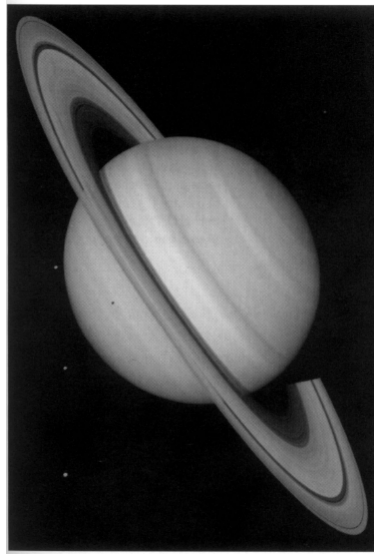


Figura 1.1: Saturno e os satélites Tethys, Dione e Rhea. Imagem obtida pela Voyager, processada para recriar a cor natural e contrastes (De Pater; Lissauer; 2001)

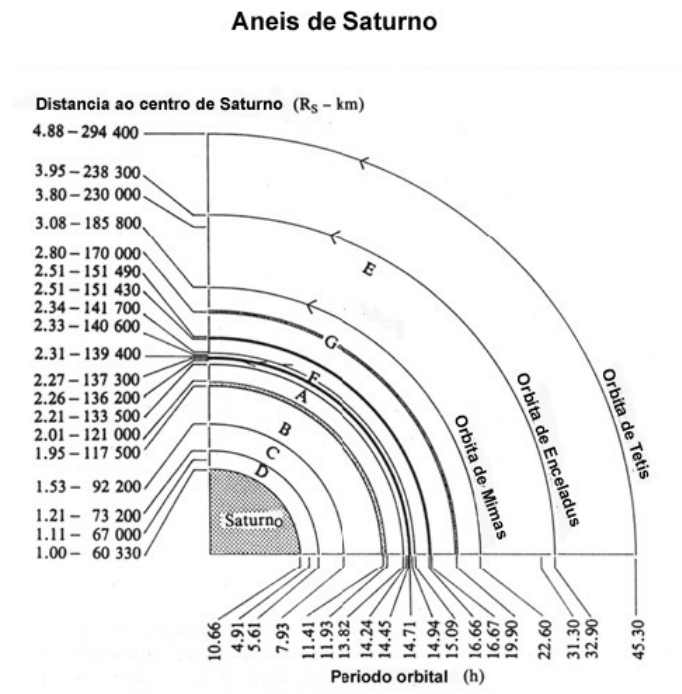


Figura 1.2: Representação das posições dos anéis de Saturno em relação ao planeta e também o período orbital. Cruz (2004)



Figura 1.3: Visão esquemática de alguns satélites de Saturno (fonte: saturn.jpl.nasa.gov).

1.2 Prometeu e Pandora

Avistados pela primeira vez nas imagens obtidas das Voyager 1 (Collins, 1980), descobertos por Steve Larson e outros, os satélites Prometeu e Pandora geralmente não são detectáveis por observações terrestres.

A princípio, pensava-se que esses satélites se comportavam como pastores do Anel F (Goldreich & Tremaine, 1979), pois acreditava-se que eles são os responsáveis pelo confinamento do Anel-F. Porém os torques exercidos por eles possuem magnitudes diferentes, assim sendo, não podem ser classificados pastores e por esse motivo podemos encontrar a referência “pastores” entre aspas para eles. Na figura 1.4 podemos observar o Anel-F entre os dois satélites, Prometeu e Pandora.

A partir das imagens obtidas pela Voyager I, Jacobson pode determinar órbitas para Prometeu e Pandora (comunicação privativa apud Goldreich, Rappaport, 2003a; Evans, 2001). Synnott et al. (1981, 1983) também determinaram órbitas para os satélites. Nicholson e Porco (1988), assim como Campbell e Anderson (1989), determinaram os movimentos médios e as taxas de precessão. Outras imagens destes satélites foram obtidas pelo *Hubble Space Telescope* (HST), que obteve excelentes imagens durante a passagem do plano dos anéis pelo plano da eclíptica em 1995 e atualmente a principal fonte de imagens de Prometeu e Pandora são os dados da Sonda Cassini.



Figura 1.4: Anel-F entre Prometeu e Pandora. Imagem obtida pela Sonda Cassini. Fonte: NASA/JPL/Space Science Institute.

Capítulo 2

As defasagens de Prometeu e Pandora

A primeira determinação das órbitas de Prometheus e Pandora foi derivada a partir das efemérides obtidas pelas sondas Voyager I e II. Em 1995 a posição de Prometheus foi novamente calculada a partir de dados do HST, quando constatou-se que a longitude do satélite apresentava uma defasagem de 19° em relação ao valor previsto pela extrapolação dos dados das Voyager. Observações posteriores realizadas nos anos de 1996, 1997 e 1998 mostraram que a defasagem aumentou em uma taxa de $\sim 0,6\%$ ao ano (French *et al.*, 1998). A tabela 2.1 fornece valores de defasagens obtidos de diferentes épocas e por diferentes autores, incluindo um valor resultante de três observações.

Defasagens de Prometeu ($^\circ$)				
Data	Bosh e Rivkin (1996)	Nicholson <i>et al.</i> (1996)	McGhee <i>et al.</i> (2001)	French <i>et al.</i> (2003)
Maio	-19,7		-19,13	
Agosto		-18,74	-18,80	-20,28
Novembro		-18,82	-18,83	

Tabela 2.1: Defasagem da longitude média de Prometeu em 3 datas de observação do HST.

Para o satélite Pandora inicialmente não havia sido observada nenhuma defasagem. Porém, ao combinar três avaliações de seu movimento médio a fim de determinar uma única solução orbital, observou-se que este desviava cerca de $4,05^\circ$ ao ano do valor determinado pelas efemérides citadas (McGhee *et al.*, 2001), os autores determinaram então três órbitas, uma para cada data de observação, o que resultou em uma defasagem de $-1,85^\circ$ na longitude média. Essa defasagem foi considerada uma variação consistente com o movimento médio obtido na primeira determinação da órbita para Pandora. A tabela 2.2 mostra três defasagens

para a defasagem para Pandora em três períodos de observações.

Pandora	
Data	Defasagem ($^{\circ}$)
Maio	0,75
Agosto	-0,20
Novembro	-1,10

Tabela 2.2: Defasagem da longitude média de Pandora em 3 datas de observação do HST (McGhee *et al.*, 2001).

Evans (2001) reanализou os dados das Voyager e determinou dois novos conjuntos de elementos orbitais para Pandora, dessa vez levando em consideração a ressonância de corotação 3:2 deste com Mimas. Um dos conjuntos considerava um valor teórico fixo da fase de libração devido à ressonância citada acima, enquanto o outro considerava um valor variável. Quando French *et al.* (2003) adotam o valor teórico fixo para a fase de libração e calculam a posição prevista para Pandora, que passa então a apresentar uma defasagem de -22° .

Considerando as influências explicadas anteriormente, e utilizando os dados de Evans (2001), French *et al.* (2003), incluindo as novas observações de 1994 e 2002, calculam as defasagens que se encontram na tabela 2.3.

Defasagens ($^{\circ}$)		
Data	Prometeu	Pandora
Novembro 1994	$-19,82 \pm 0,27$	$23,93 \pm 0,20$
Novembro 1995	$-20,40 \pm 0,08$	$23,00 \pm 0,09$
Outubro 1997	$-21,82 \pm 0,06$	$23,82 \pm 0,08$
Outubro 1998	$-22,51 \pm 0,05$	$25,11 \pm 0,19$
Novembro 1999	$-23,18 \pm 0,11$	$25,79 \pm 0,22$
Setembro 2001	$-25,39 \pm 0,13$	$27,70 \pm 0,09$
Janeiro 2002	$-25,91 \pm 0,16$	$27,51 \pm 0,12$

Tabela 2.3: Valores de defasagem para Prometeu e Pandora entre 1994 e 2002 considerando dados de Evans (2001). (French *et al.* 2003)

É importante ressaltar então que as defasagens de Prometeu foram observadas a partir de imagens, enquanto a de Pandora só passa a existir quando utiliza-se o conjunto de dados de Evans (2001).

2.1 Justificativas

Para French *et al.* (2003) a aparente consistência entre as medições de Agosto de 1995 e as previsões baseadas nas efemérides das Voyager foi uma fortuita coincidência, pelo fato que, entre 1994 e 2000, o comportamento de Prometeu não apresenta pequenos desvios aleatórios. Parecem existir dois momentos bem definidos de mudança orbital: um (ao menos) que provocou a defasagem observada da época da Voyager até o evento de 1995 e o segundo que produziu o movimento médio observado e mantido entre 1994 e 2000. Inspirados pelos resultados de McGhee *et al.* (2001), os autores passaram a observar Prometeu e Pandora com maior acuidade e logo detectaram que em relação as efemérides das Voyager a longitude média de Pandora apresenta uma componente oscilatória com um período de aproximadamente 585 dias. Os autores imediatamente associaram este efeito sofrido por Pandora à uma já prevista, porém ignorada, proximidade da ressonância 3:2 com Mimas (Synnot *et al.*, 1981; Lissauer; Cuzzi, 1982; Borderies *et al.*, 1984). Esse efeito de ressonância não foi levado em consideração na determinação das efemérides de Pandora baseadas nas imagens das Voyager até o ano de 2001 (French *et al.*, 2003).

Evans (2001) analisou novamente todo o conjunto de imagens das Voyager e determinou novos elementos orbitais, levando em consideração a libração em longitude associada com a ressonância do parágrafo anterior. Determinou então dois conjuntos de “novos” elementos orbitais: o primeiro considerando um valor teórico fixo da fase de libração devido à ressonância de co-rotação com Mimas e o segundo considerando um valor variável. French *et al.* (2003) adotam em seu trabalho o valor teórico fixo de (Evans 2001) para a fase de libração. Estes novos elementos orbitais são então utilizados para estabelecer, durante o cruzamento pelo plano dos anéis, as posições previstas para o satélite desde o encontro com as Voyager em 1980 e 1981. Baseando-se nas observações durante o cruzamento pelo plano dos anéis, Pandora passa então a apresentar uma defasagem de aproximadamente -22° .

Showalter, Dones e Lissauer (1999a) apresentaram possíveis causas para a defasagem de longitude observada em Prometeu. Em primeiro lugar quando Prometeu passa bem próximo do anel, sua influência gravitacional cria aglomerados que se persistirem até sua próxima passagem, podem interagir gravitacionalmente com o satélite. Devido à conservação de energia, Prometeu seria obrigado a recuar ligeiramente. Os autores ainda especulam uma possível causa relacionada com o anti-alinhamento dos pericentros do satélite e do anel F, durante os quais a distância entre eles é mínima e o satélite passa a sentir com maior intensidade um torque do anel que faz com que seu movimento médio seja reduzido. Após esse momento, o movimento médio do satélite volta ao seu valor inicial, porém com defasagem em sua longitude.

Poulet e Sicardy (2001) apresentaram um estudo considerando os efeitos de maré e as diversas ressonâncias existentes nesta região. Fizeram comentários a respeito da ressonância 3:2 de Pandora com Mimas, mecanismo que pode diminuir a evolução orbital do primeiro. Um segundo mecanismo discutido foi a captura ressonante. French *et al.* (2003) observam de que os movimentos médios dos satélites foram alterados por quantidades aproximadamente iguais e com sinais opostos aumenta a probabilidade de uma causa comum para o comportamento dos dois satélites.

Cuzzi e Burns (1988) lançaram uma hipótese a respeito da existência de um cinturão de pequenos satélites nas proximidades do anel F e a esta teoria Barbara e Esposito (2002) aplicaram um modelo para considerar a formação de aglomerados no anel que explicariam o deslocamento de Prometeu. Esposito (2002) criou outro modelo para considerar também a influência de Pandora, mas tal modelo só poderá ser comprovado quando novas imagens da sonda Cassini forem avaliadas (French *et al.* 2003).

A análise feita por French *et al.* (2003) deixa clara a hipótese de os dois satélites estarem trocando energia e momento angular. Segundo os autores, tal troca de energia ocorreria se os satélites se encontrassem em uma ressonância de primeira ordem, sendo que a mais próxima delas é uma ressonância 39:40. Uma simulação numérica com 1000 partículas, por 30 anos, constatou diversas ressonâncias, demonstrando a complexa dinâmica que envolve os arredores de Pandora.

Goldreich e Rappaport (2003a), doravante denominado GR03a, é um dos trabalhos mais esclarecedores sobre o sistema Prometeu - Anel F - Pandora. Neste trabalho, após observarem as discrepâncias de longitude entre Prometeu e Pandora, os autores focaram seus estudos na hipótese de os satélites estarem trocando momento angular e energia e que suas órbitas são caóticas.

Em GR03a realizou-se a integração numérica das órbitas de Prometeu e Pandora com o algoritmo de Bulirsch e Stoer (1980). Foi mostrado que as interações entre os satélites são mais fortes quando as órbitas realizam sua maior aproximação. Isso ocorre em intervalos de aproximadamente 6,2 anos, quando seus ápices estão anti-alinhados.

A variação da excentricidade com o tempo é uma indicação do caos no sistema. Essa grandeza varia de duas maneiras diferentes: a) pode variar com pequenos saltos que ocorrem em conjunções separadas por aproximadamente 24,8 dias; b) grandes saltos que ocorrem quando os ápices dos satélites estão anti-alinhados. As figuras 2.1 e 2.2 exibem as defasagens calculadas em GR03a para Prometeu e Pandora, respectivamente.

Em um trabalho posterior, Goldreich e Rappaport (2003b), doravante denominado GR03b, fica demonstrado que a caoticidade existente entre Prometeu e Pandora acontece devido às interações associadas à uma ressonância 121:118 de movimento médio. A precessão dife-

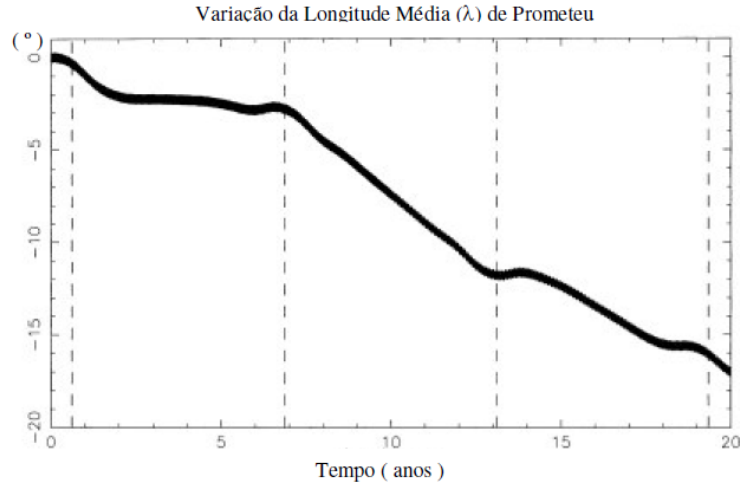


Figura 2.1: Longitude de Prometeu a partir de integrações numéricas como função do tempo. Uma constante baseada no movimento médio inicial é subtraída da longitude. As linhas pontilhadas indicam os instantes de antialinhamento dos periapses. Retirado de Goldreich e Rappaport (2003a).

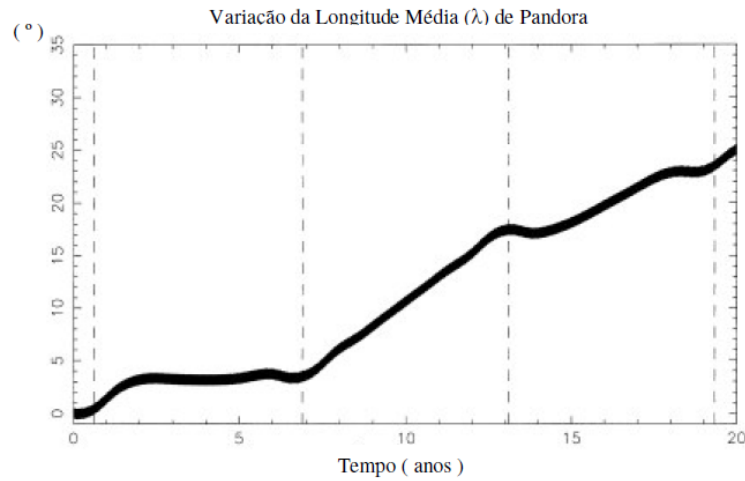


Figura 2.2: Longitude de Pandora a partir de integrações numéricas como função do tempo. Uma constante baseada no movimento médio inicial é subtraída da longitude. As linhas pontilhadas indicam os instantes de antialinhamento dos periapses. Retirado de Goldreich e Rappaport (2003a).

rencial dos ápices dos satélites divide esta ressonância em quatro partes. A amplitude de libração de cada uma das componentes se sobrepõe, originando o caos.

Cooper e Murray (2004) realizaram um estudo do sistema Prometeu- Pandora, incluindo interações com os oito maiores satélites de Saturno, além de Janus e Epimetheus, a fim de

descobrir se os efeitos de interação mútua mostrados por GR03a sobrevivem. Os autores acreditam tratar-se da manifestação do caos, entretanto, é demonstrado que as demais características qualitativas dos movimentos de Prometeu e Pandora se mantêm, como por exemplo, a correlação na variação temporal das longitudes médias.

Assim como em GR03a e GR03b, Cooper e Murray (2004) subtraem da longitude média dos satélites, a cada instante, um valor constante a fim de demonstrar a defasagem da longitude em relação ao movimento kepleriano simples. Ainda neste trabalho, os autores realizaram um importante estudo sobre a sobreposição das quatro componentes da ressonância 121:118 apontada por GR03a como sendo a causa do caos nas órbitas de Prometeu e Pandora, estimando a largura das ressonâncias em termos de excentricidade e semi-eixo maior.

Na figura 2.3 as quatro faixas plotadas representam as quatro componentes da ressonância 121:118, de acordo com GR03b. No eixo das ordenadas temos valores de excentricidade, e para o semi-eixo maior de Prometeu é plotada cada possível valor de excentricidade para o mesmo. Nas regiões das sobreposições das faixas temos as zonas caóticas. Podemos observar que em nenhum dos casos a sua localização ocupa uma região caótica.

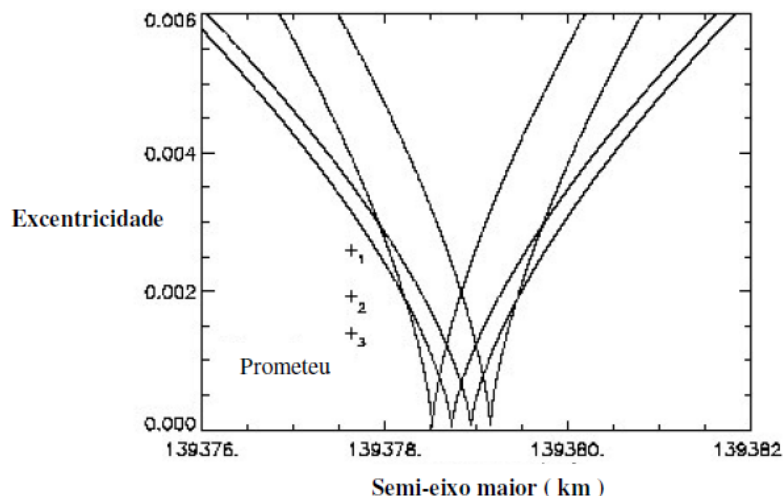


Figura 2.3: Larguras estimadas da ressonância em excentricidade 121:118. A posição aproximada de Prometeu é mostrada para três estimativas de excentricidade: (1) Evans (2001) – Voyager 2; (2) French *et al.* (2003); (3) Evans (2001) – Voyager 1. Extraído de Cooper e Murray (2004)

Cruz (2004) buscou com exaustão as condições iniciais necessárias para que ocorra a defasagem encontrada. Ao tentar reproduzir os resultados de GR03a e GR03b, constatou que os dados dos autores não reproduziam seus próprios resultados. Segundo Cruz (2004), as defasagens observadas são um problema de variação dos semi-eixos maiores dos satélites que, quando estão mais próximos, têm suas interações gravitacionais mais fortes, que por

sua vez, alteram os movimentos médios de Prometeu e Pandora. Na figura 2.4 é apresentado um esquema para Prometeu que facilita o entendimento da teoria de Cruz(2004). Uma vez que as efemérides das Voyager 1 e 2 são de um momento muito próximo ao período de anti-alinhamento dos periapses, os elementos orbitais obtidos não representam o comportamentos dos satélites na maior parte do tempo e então as previsões feitas onde aparecem as defasagens foram baseadas em um instante muito específico. Ainda em Cruz (2004), o autor mostra que o caos não necessariamente é a principal razão das defasagens observadas, mas apenas mais um elemento que deve ser levado em consideração e não pode ser comparado à influência dos momentos de anti-alinhamento dos periapses sobre o sistema.

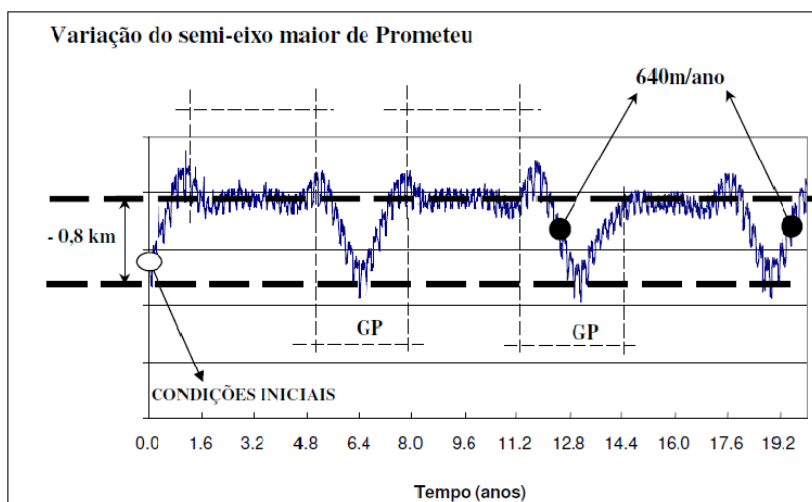


Figura 2.4: Os trechos representados por “GP” representam os períodos de grande perturbação. As setas com elipses escuras nas pontas indicam os trechos em que o semi-eixo maior varia a uma taxa de 640 m/ano e a seta com elipse clara indica as condições iniciais. As linhas tracejadas horizontais grossas mostram a variação média máxima do semi-eixo maior de Prometeu. Extraído de Cruz (2004)

Capítulo 3

Integrações Numéricas

3.1 Metodologia - O Mercury

Para a realizar as integrações estudadas nesse trabalho utilizamos o pacote de integração Mercury (Chambers, 1999). O pacote foi escrito em Fortran 77, para calcular o problema de N-Corpos. Composto rotinas e sub-rotinas, com diferentes opções de integração. A seguir, de maneira resumida como é organizado o pacote.

Os programas

- *mercury6_2.for*

É o programa principal. Contém todas as sub-rotinas necessárias para realizar uma integração, e gera arquivos de saída compactados.

- *element6.for*

Converte os arquivos de saída do *mercury6_2.for* em elementos orbitais. Logo, já pode-se avaliar os resultados com análise das tabelas geradas por ele. É de grande importância pois esses dados são os que em geral usa-se para gerar gráficos.

- *close6.for*

Esse programa mostra com maiores detalhes resultados de encontros próximos ocorridos durante a integração.

Outros arquivos

- *mercury.inc*

Contém constantes e parâmetros gerais utilizados pelo Mercury. Ele deve ser alterado antes da integração de acordo com problema.

- *swift.inc*

Contém constantes e parâmetros utilizados por sub-rotinas.

Os arquivos de entrada

- *files.in*

Neste devem ser listados os nomes de arquivos de entrada e saída usados no Mercury. São eles:

- *big.in*: arquivo contendo dados iniciais de corpos massivos.
- *small.in*: arquivo contendo dados iniciais de pequenos corpos. Estes corpos não interagem entre si.
- *param.in*: parâmetros usados na integração
- *xv.out*: informação de posição e velocidade dos objetos na integração, produzidos em intervalos periódicos.
- *ce.out*: detalhes de encontros próximos ocorridos na integração.
- *info.out*: resumo dos parâmetros de integração e lista de quaisquer eventos que acontecem (e.g. colisões).
- *big.dump*: um arquivo de despejo contendo dados de grandes corpos. Pode ser usado para continuar uma integração se seu computador falhar ou o programa for interrompido.
- *small.dump*: um arquivo temporário contendo dados de pequenos corpos.
- *param.dmp*: um arquivo temporário contendo parâmetros de integração.
- *restart.dmp*: um arquivo adicional temporário contendo outras variáveis usadas para *mercury6.2.for*.

- *big.in*

Esse arquivo contém os dados de entrada dos corpos grandes, exceto o do corpo central. Os dados podem estar nos seguintes formatos:

- Cartesiana = coordenadas em xyz e velocidades

- Asteroidal = Elementos orbitais Keplerianos no formato asteroidal:

a = semi-eixo maior (em AU)

e = excentricidade

I = inclinação (graus)

g = argumento do pericentro (graus)

n = longitude do nodo ascendente (graus)

M = anomalia média (graus)

- Cometária = elementos orbitais Keplerianos no formato “cometário”.

q = distância do pericentro (AU)

e = excentricidade

I = inclinação (graus)

g = argumento do pericentro (graus)

n = longitude do nodo ascendente (graus)

T = época do pericentro (dias)

- *small.in*

Este arquivo contém os dados iniciais dos corpos pequenos. São chamados corpos pequenos aqueles que sofrem perturbação pelo corpos presentes no arquivo *big.in* e interagem com eles durante a integração. Eles não sofrem interação entre si nem colisões. Ao declarar massa zero para esses corpos estes se comportarão como partículas teste.

- *param.in*

Este arquivo contém informações importantes sobre a integração que será realizada, como o tempo de integração, o tipo de algoritmo utilizado, entre outros.

- *message.in*

Este arquivo contém mensagens de saída do Mercury.

Outros arquivos de entrada

- *element.in*

Esse arquivo contém parâmetros e opção utilizados por *element6.for*, sendo estes sobre

os arquivos de saída: escolha do tipo dados, quais dados se quer saber, qual o intervalo de saída de dados, entre outros.

- *close.in*

Este arquivo contém parâmetros utilizados por *close6.for*. São eles:

expressar o tempo em dias ou anos (s/n)

expressar o tempo relativo ao começo da integração = (s/n)

A versão utilizada do Pacote Mercury apresenta uma característica em dois momentos ao longo do processo das simulações: quando a entrada de dados é realizada em elementos orbitais e quando é incluído o achatamento de Saturno. Para adaptação para o nosso problema, foi utilizada uma rotina no Maple, para conversão de dados antes de entra-los no Mercury, utilizando como referência o artigo de Renner e Sicardy (2006), e outra rotina de conversão escrita em fortran, e com os dados dessa saída, gera-se os gráficos (comunicação privativa; Mourão). Ao utilizar a rotina no Maple, novas dúvidas surgiram sobre a definição dos dados iniciais, o que exploraremos mais a frente neste trabalho.

3.2 Sensibilidades do sistema

O sistema estudado é extremamente sensível às condições iniciais. Esse é um dos pontos mais importantes do estudo, pois a escolha dos dados que melhor representam as características do sistema é um desafio a ser alcançado ao longo do trabalho.

Além da caoticidade do sistema, nas integrações realizadas consideramos até o termo J_6 do potencial gravitacional de Saturno. O achatamento de um planeta altera consideravelmente as órbitas equatoriais de um corpo, fazendo com que a longitude do pericentro precesse na direção da órbita.

Mostraremos aqui algumas simulações realizadas, a fim de primeiramente reproduzir os resultados já conhecido por simulações anteriores (GR03a e GR03b e Cruz (2004)).

Trabalhamos com o pacote de integração Mercury, utilizando o algoritmo de Burlisch-Stoer e levando em conta os harmônicos J_2 , J_4 e J_6 . Na tabela 3.1 estão os dados utilizados nas integrações relativas à Saturno, o corpo central.

Saturno	
Elemento	Valor
Massa ^a	$586,46 \times 10^{24} \text{ kg}$
Raio ^a	60330 km
J_2^b	$1,6298 \times 10^{-2}$
J_4^b	$-9,15 \times 10^{-4}$
J_2^b	$1,03 \times 10^{-4}$

Tabela 3.1: Elementos de Saturno utilizados nas integrações. Retirados de (a) Murray e Dermott (1999) e (b) Goldreich e Rappaport (2003b).

Capítulo 4

Simulações numéricas e Discussões

A simulação numérica será constituída por três partes, que chamaremos de integração numérica. Na primeira integração numérica consideramos o problema de 3 corpos (Saturno-Prometeu-Pandora) e obtemos valores das longitude média de Prometeu e Pandora, λ_{pro}^1 e λ_{pan}^1 , respectivamente, em cada instante de tempo, durante 20 anos.

Em seguida realizamos duas integrações, considerando o sistema de dois corpos (Saturno-Prometeu e Saturno-Pandora), e obtemos valores das longitudes médias, λ_{pro}^2 e λ_{pan}^2 , em função do tempo.

Os resultados que chamamos de defasagem são obtidos fazendo a diferença $(\lambda_{\text{pro}}^1 - \lambda_{\text{pro}}^2)$, para Prometeu e $(\lambda_{\text{pan}}^1 - \lambda_{\text{pan}}^2)$ para Pandora, basicamente como feito em GR03a.

Ao longo do trabalho surgiu uma nova dúvida envolvendo a definição dos dados iniciais, em relação aos semi-eixos maiores apresentados nos trabalhos de GR03a e Cruz (2004). Como nos dois trabalhos citados os autores variam o valor do movimento médio enquanto que o valor do semi-eixo maior mantém-se fixo, resolvemos verificar com maior acuidade essa questão testando diferentes possibilidades que os autores poderiam ter utilizado.

As tabela 4.1 e 4.2 fornecem diferentes valores resultantes de semi-eixos maiores para dois valores de movimentos médios e considerando ou não dos harmônicos zonais, em uma tentativa de encontrar alguma relação entre eles, partindo dos dados fornecidos nos trabalhos estudados.

Na tabela 4.3 é calculado a partir dos valores de semi-eixos maiores, também disponíveis nos trabalhos estudados, os valores dos movimentos médios, considerando ou não os harmônicos zonais.

A partir desses testes é possível verificar que os valores de semi-eixo maior e movimento médio não estão relacionados pelas maneiras testadas, que seriam a) pela 3ª Lei de Kepler, no caso desconsiderando os harmônicos zonais J_n ; b) utilizando a conversão de Renner e Sicardy (2006), pela rotina do Maple de Mourão (comunicação privativa).

$n_{pro} = 1,1864 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$	$n_{pan} = 1,1571 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$
Considerando J_n	
$a_{pro} = 139356,1262 \text{ km}$	$a_{pan} = 141691,5978 \text{ km}$
Desconsiderando J_n	
$a_{pro} = 139141,0826 \text{ km}$	$a_{pan} = 141691,5570 \text{ km}$

Tabela 4.1: Valores de semi-eixo maior calculados a partir do movimento médio n . O valor de n é o menos preciso, retirado de GR03a. Os semi-eixos maiores estão normalizados, onde $AU=139377,43$.

$n_{pro} = 1,18637576 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$	$n_{pan} = 1,15706620 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$
Considerando J_n	
$a_{pro} = 139358,0185 \text{ km}$	$a_{pan} = 141694,3488 \text{ km}$
Desconsiderando J_n	
$a_{pro} = 139142,9779 \text{ km}$	$a_{pan} = 141482,9148 \text{ km}$

Tabela 4.2: Valores de semi-eixo maior calculados a partir do movimento médio n . O valor de n é o mais preciso, retirado de Jacobson apud Evans. Os semi-eixos maiores estão normalizados, onde $AU=139377,43$.

$a_{pro} = 139377,43 \text{ km}$	$a_{pan} = 141712,6507 \text{ km}$
Considerando J_n	
$n_{pro} = 1,186126637 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$	$n_{pan} = 1,156841380 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$
Desconsiderando J_n	
$n_{pro} = 1,183383038 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$	$n_{pan} = 1,154253694 \times 10^{-4} \text{ (rd/s)}$

Tabela 4.3: Valores de semi-eixo maior calculados a partir do movimento médio n . O valor de n é o mais preciso, retirado de Jacobson apud Evans. Os semi-eixos maiores estão normalizados, onde $AU=139377,43$.

Os dados das primeiras linhas das tabelas são os fornecidos em Cruz (2004) nas tabelas de dados iniciais, portanto eram esses valores que se esperava encontrar nas outras linhas das demais tabelas. Por exemplo, na tabela 4.3 $a_{pro} = 1 \text{ AU}$, que é um dado de entrada de Cruz (2004), espera-se então encontrar esse valor nos resultados dos cálculos de a_{pro} nas demais tabelas. É fácil verificar que isso não ocorre e o mesmo se repete para os outros dados. Uma série de possibilidades existem para justificar o que foi constatado, por exemplo, pode significar que algum valor fornecido nos trabalhos não foi exatamente o utilizado para a realização das integrações. Realizaremos então alguns testes, procurando uma relação entre os dados citados anteriormente.

Em resumo, testaremos quatro conversões diferentes para os dados iniciais, baseados em

uma mesma referência, porém fazendo pequenas mudanças quanto aos semi-eixos maiores e movimentos médios, que alternarão entre serem calculados pela conversão e fixados como dados de entrada. Simultaneamente, testaremos as sensibilidades dos dados iniciais de GR03a e GR03b, fazendo sutis alterações nas precisões dos mesmos.

4.1 Conversões

Apresentaremos agora as quatro conversões diferentes da rotina feita no Maple citada acima, explicando cada uma delas. Essas conversões serão denominadas “casos”.

No Caso 1, utilizaremos o valor de movimento médio fornecido pelo conjunto de dados em questão, para cada satélite como um dado de entrada. A partir dele, considerando os coeficientes J2, J4 e J6, serão calculado os valores dos semi-eixos maiores, e então as conversões de elementos orbitais para coordenadas vetorias serão feitas. As coordenadas vetorias serão os dados de entrada no Mercury (Chambers, 1999). Em seguida um esquema para facilitar a visualização do processo.

$$n_{\text{entrada}} \xrightarrow{\text{Considerando } J_n} a_{\text{calculado}} \longrightarrow \text{Conversões}$$

No Caso 2, assim como no Caso 1, utilizaremos o valor de movimento médio para cada satélite como um dado de entrada e a partir dele serão calculados os valores dos semi-eixos maiores, porém agora desconsiderando os coeficientes J2, J4 e J6. Então as conversões citadas anteriormente serão feitas. A entrada ou retirada dos J_n nas equações são em virtude de testar todas as possibilidades de conversão utilizadas por Cruz (2004), tendo em vista que não temos o processo de tratamento de dados totalmente esclarecido. Em seguida um esquema para facilitar a visualização do processo.

$$n_{\text{entrada}} \xrightarrow{\text{Desconsiderando } J_n} a_{\text{calculado}} \longrightarrow \text{Conversões}$$

No Caso 3 utilizaremos o valor de semi-eixo maior para cada satélite como um dado de entrada, e a partir dele, calcularemos direto as conversões citadas anteriormente. Esse procedimento possibilita testar a relação entre movimento médio e semi-eixo maior, ao compará-lo com o Caso 2. Em seguida um esquema para facilitar a visualização do processo.

$$a_{\text{entrada}} \longrightarrow \text{Conversões}$$

No Caso 4 utilizaremos os dois valores: a) de movimento médio e b) de semi-eixo maior para cada satélite como um dado de entrada e a partir deles, calculamos as conversões citadas anteriormente. Essa simulação numérica testa a evolução do sistema ao entrar com todos os valores fornecidos em Cruz (2004). Em seguida um esquema para facilitar a visualização do processo.

$$\left. \begin{array}{l} n_{\text{entrada}} \\ a_{\text{entrada}} \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Conversões}$$

Para concluir o entendimento sobre as integrações realizadas nesse trabalho, faltam ser definidos os conjuntos de dados iniciais utilizados.

4.2 Definição dos dados iniciais

Definiremos a seguir dois conjuntos de dados iniciais que serão testados.

Como queremos reproduzir os resultados de GR03a utilizamos no primeiro conjunto, denominado Simulação 1, os dados exatamente como aparecem no trabalho. Como o artigo não fornece os valores de semi-eixo maior e longitude do pericentro, tomamos os dados de Jacobson (comunicação privativa apud Evans, 2001), que é a fonte indicada pelos autores. Essa simulação numérica foi assim batizada para fim de comparação com a Simulação 1 feita em Cruz (2004), que também utilizou esses dados com o mesmo objetivo. A tabela 4.4 resume os dados iniciais para os satélites. É importante ressaltar que consideramos que os satélites se encontram no plano equatorial de Saturno, assim como em GR03a.

Simulação 1		
Elemento	Prometeu	Pandora
Excentricidade ^a	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Movimento Médio (rd/s) ^a	$1,1864 \times 10^{-4}$	$1,1571 \times 10^{-4}$
Longitude Média (°) ^a	189	82
Semi-eixo maior (km) ^b	139377,43	141712,61
Longitude do Pericentro (°) ^b	213	68

Tabela 4.4: Simulação 1 - Elementos iniciais. Retirados de (a) GR03a e, (b) Jacobson (comunicação privativa apud Evans, 2001)

As figuras 4.1 e 4.2 retiradas de Cruz (2004) representam para o mesmo conjunto de dados as defasagens para Prometeu e Pandora, respectivamente, reproduzidas pelo autor.

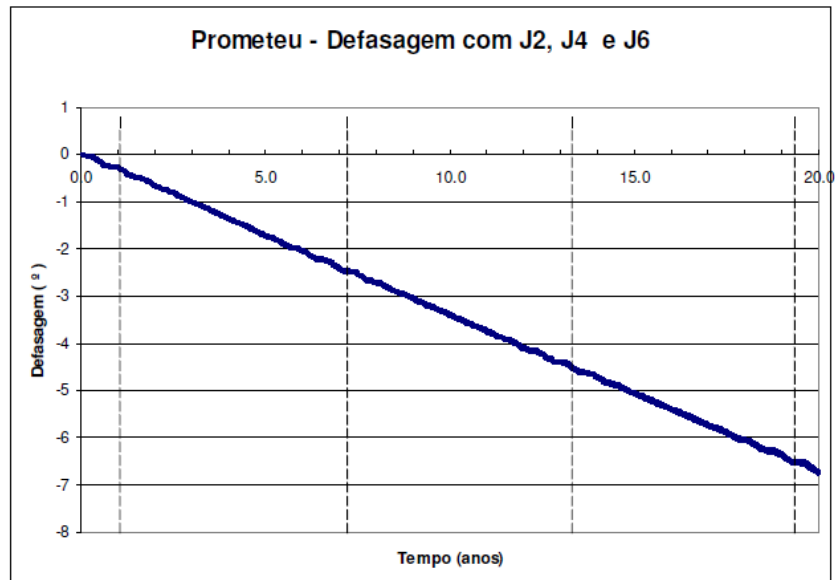


Figura 4.1: Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 1. Retirada de Cruz (2004)

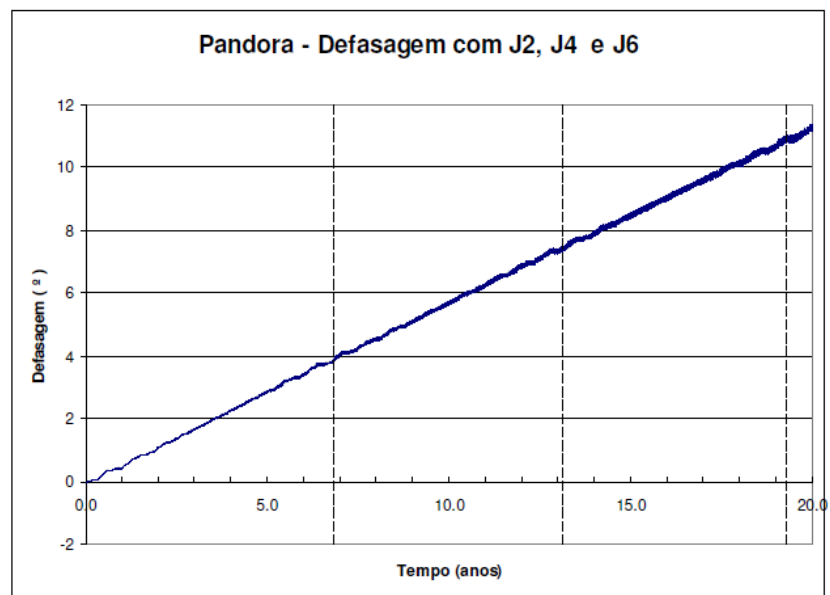


Figura 4.2: Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 1. Retirada de Cruz (2004)

No segundo conjunto de dados, denominado Simulação 4, adotaremos os dados com maior precisão possível, utilizando os dados de Jacobson apresentados por Evans (2001). Os valores

são os mesmos dos apresentados por GR03a, diferendo apenas por arredondamento de casas decimais, e são apresentados na tabela 4.5. A Simulação 4 foi assim batizada para fim de facilitar a comparação com a Simulação 4 realizada por Cruz (2004).

Simulação 4		
Elemento	Prometeu	Pandora
Excentricidade ^a	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Movimento Médio (rd/s) ^a	$1,18637576 \times 10^{-4}$	$1,15706620 \times 10^{-4}$
Longitude Média (°) ^a	188,54	82,15
Semi-eixo maior (km) ^b	139377,43	141712,61
Longitude do Pericentro (°) ^b	213	68

Tabela 4.5: Simulação 4 - Elementos iniciais. Retirados de (a) GR03a e, (b) Jacobson (comunicação privativa apud Evans, 2001)

As figuras 4.3 e 4.4 foram reproduzidas por Cruz (2004) para a Simulação 4, representando as defasagens de Prometeu e de Pandora, respectivamente.

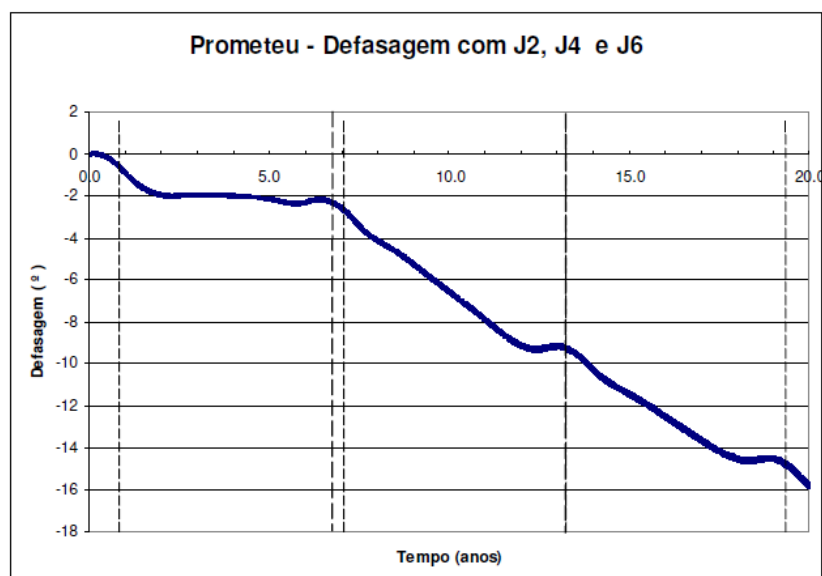


Figura 4.3: Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4. Retirada de Cruz (2004)

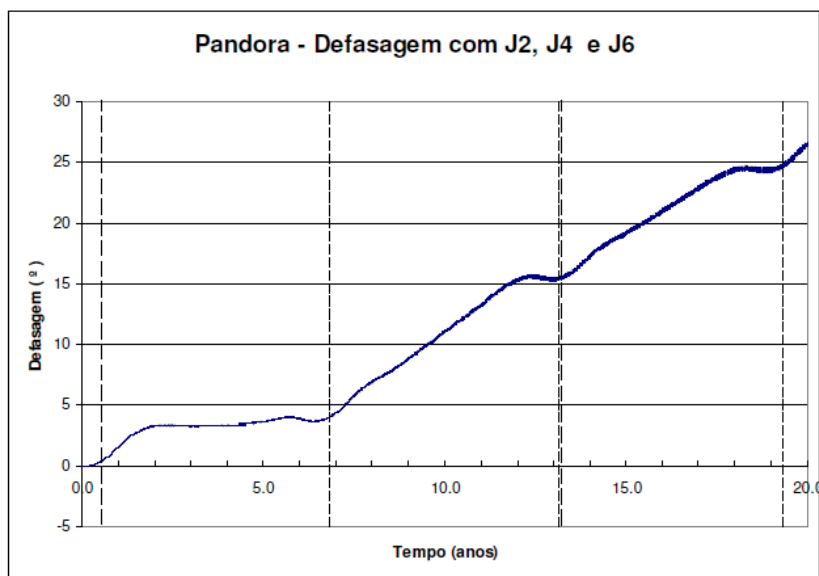


Figura 4.4: Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4. Retirada de Cruz (2004)

4.3 Resultados

Os resultados apresentados a seguir estão organizados para facilitar a comparação entre os diferentes testes de conversão e dados iniciais.

Simulação 1

Inicialmente testou-se os casos citados anteriormente para o conjunto de dados Simulação 1. Os resultados são apresentados nas figuras 4.5 e 4.6.

Ao analisarmos as figuras 4.5 e 4.6, podemos constatar que o caso que melhor reproduz a Simulação 1 de Cruz (2004) é o Caso 2. Qualitativamente, as curvas seguem seguem tendências lineares, e apresentam sutis oscilações próximas aos pontos de anti-alinhamento dos periapses (indicadas pelas linhas tracejadas). Quantitativamente, o Caso 2 se aproxima dos valores de finais de defasagem de Cruz (2004) com uma diferença de menos de $0,5^\circ$ nas defasagens encontradas para Prometeu e para Pandora.

O caso que utiliza os dados de Simulação 1 e reproduz um resultado mais aproximado de GR03a qualitativamente é Caso 3. Porém quantitativamente o caso não reproduz GR03a, apresentando uma diferença de $8,5^\circ$ para a defasagem de Prometeu e 11° para defasagem de Pandora.

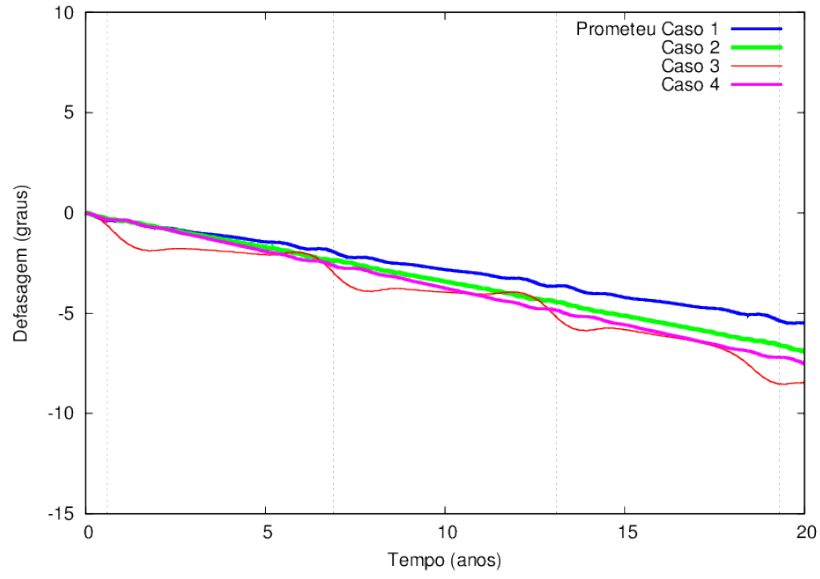


Figura 4.5: Defasagens apresentadas por Prometeu, considerando-se os dados da Simulação 1 e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

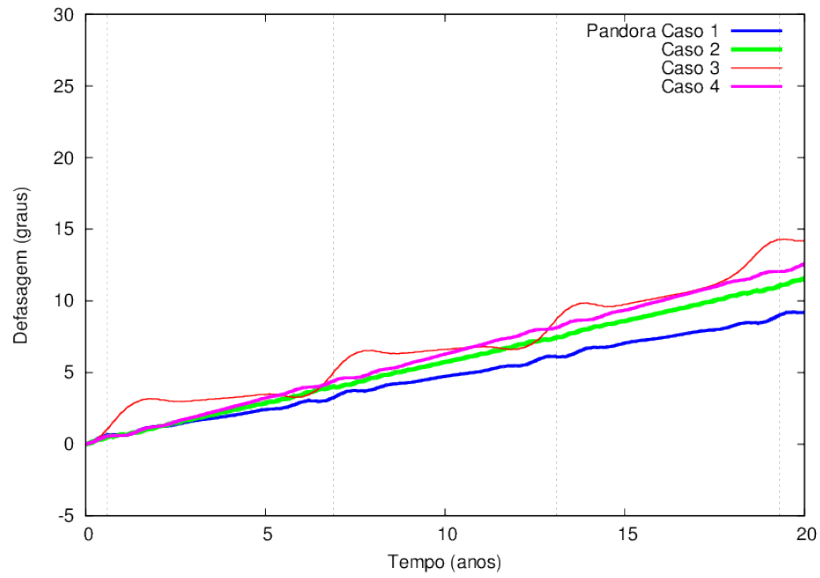


Figura 4.6: Defasagens apresentadas por Pandora, considerando-se os dados da Simulação 1 e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

Simulação 4

Agora testaremos os mesmos os casos citados acima para o conjunto de dados Simulação 4. Os resultados são apresentados nas figuras 4.7 e 4.8.

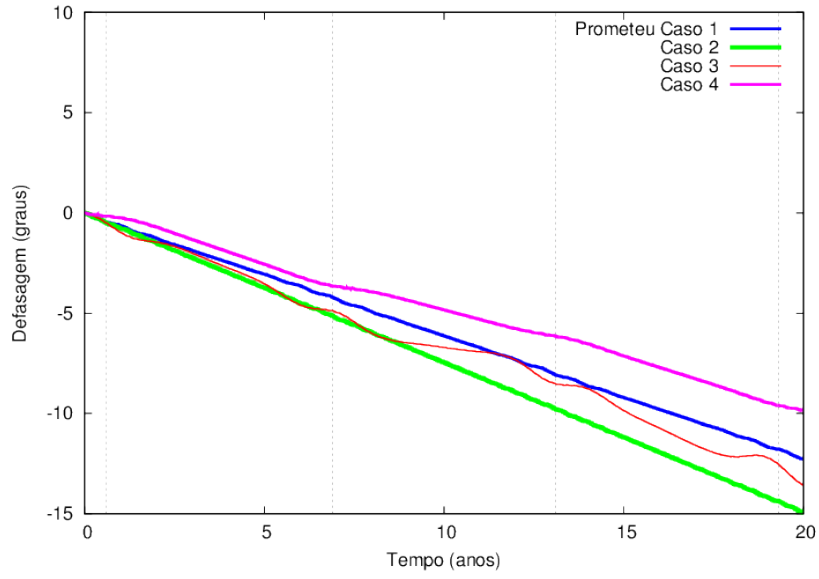


Figura 4.7: Defasagens apresentadas por Prometeu, considerando-se os dados da Simulação 4 e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

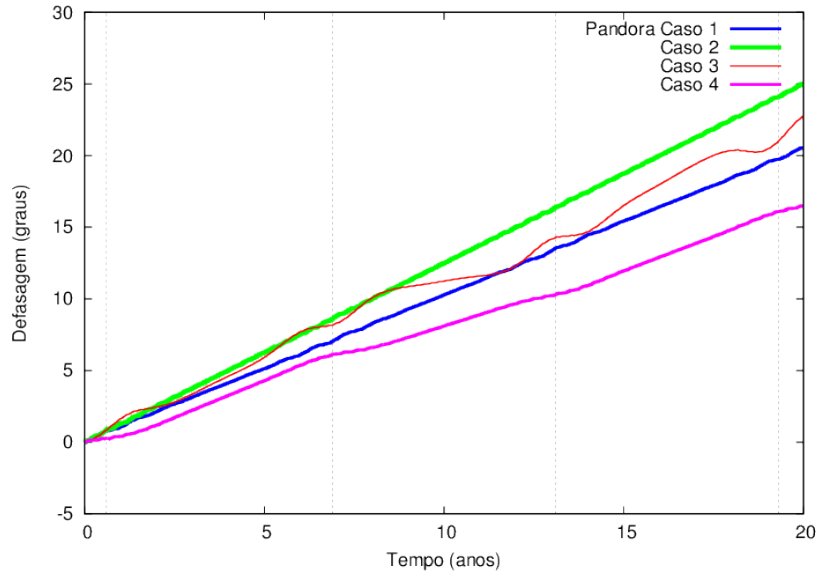


Figura 4.8: Defasagens apresentadas por Pandora, considerando-se os dados da Simulação 4 e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

Ao analisarmos as figuras 4.7 e 4.8, podemos constatar que o caso que melhor reproduz qualitativamente a Simulação 4 de Cruz (2004) é o Caso 3. Quantitativamente este caso

apresenta diferença no valor final da defasagem de 2° para Prometeu e de 4° para Pandora. O Caso 2 apresenta os valores finais das defasagens mais próximos, variando em apenas 1° para Prometeu e 2° para Pandora, sendo esse então o que representa quantitativamente os resultados procurados.

Para GR03a temos praticamente a mesma conclusão que para Cruz (2004). O Caso 3 representa melhor qualitativamente os resultados e quantitativamente uma diferença nos valores finais das defasagens de 3° para Prometeu e 2° para Pandora. O Caso 2 apresenta a mesma diferença no valor final de defasagem para Pandora aque o Caso 3, ou seja 2° e nenhuma para Prometeu.

Em Cruz (2004) a simulação que melhor se aproxima de GR03a é a Simulação 4. Entre os nossos resultados este também é conjunto de dados que melhor reproduz GR03a. As diferenças de defasagens finais apresentadas são menores do que quando utilizamos o conjunto de dados da Simulação 1. Destacando que, segundo French et al. (2003), as incertezas nas diferenças de longitude média propagadas são de $\pm 2^\circ$ a 3° . Tendo como base as incertezas de movimento médio dos satélites encontradas em Synnott et al. (1983), o Caso 3 se adapta melhor às condições iniciais. Conclui-se que o conjunto de dados Simulação 4, utilizando o Caso 3, são os que melhor reproduzem GR03a.

Análise dos semi-eixos maiores

Como o trabalho que consideramos mais próximo à representação do sistema estudado é de Cruz (2004), estendemos as simulações numéricas feitas para alguns testes de semi-eixos maiores para comparação.

Os dados iniciais utilizados por GR03a, assim como a maioria dos estudos sobre a dinâmica das defasagens desse sistema, são oriundas das observações das Voyager de 1981. Segundo Cruz (2004) essas observações foram realizadas em um momento muito particular, que não representam o comportamento dos satélites na maior parte do tempo e ao se propagar esse erro encontra-se a defasagem esperada.

Nas figuras 4.9 e 4.10 encontram-se os semi-eixos maiores de Prometeu e Pandora, respectivamente, para a Simulação 4, geradas pelo Caso 3.

É fácil identificar que a época inicial é de um momento particular no comportamento das órbitas de Prometeu e Pandora. Segundo Cruz (2004), e podemos confirmar aqui, para os dois satélites as condições iniciais partem de uma época consideravelmente próxima ao ponto de anti-alinhamento, que é um momento de grande perturbação. Podemos visualizar que os semi-eixos maiores dos satélites chegam a variar 800 m nos momentos de grande perturbação, nas proximidades do anti-alinhamento. Já nos momentos de pequena perturbação, os semi-

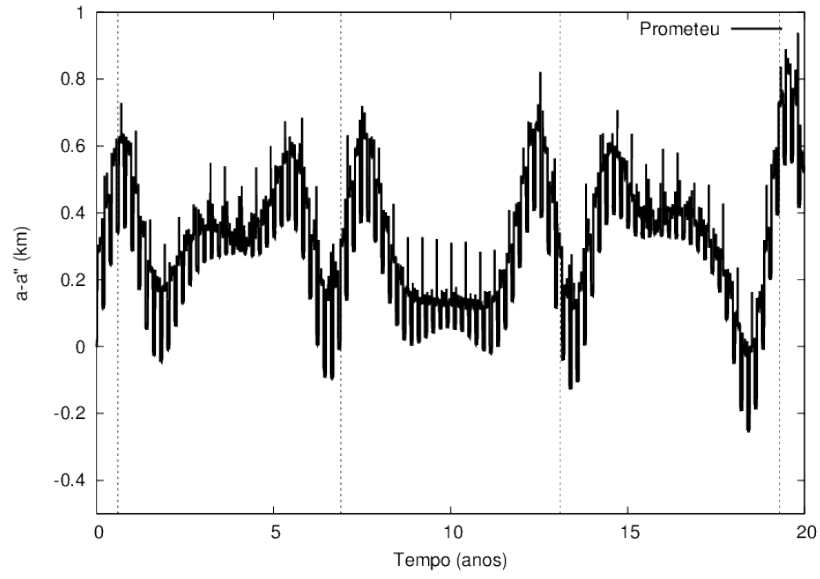


Figura 4.9: Semi-eixo maior de Prometeu e função do tempo. Para Simulação 4, Caso 3. Uma constante $a'' = 139377,43$ é subtraída do valor do semi-eixo maior.

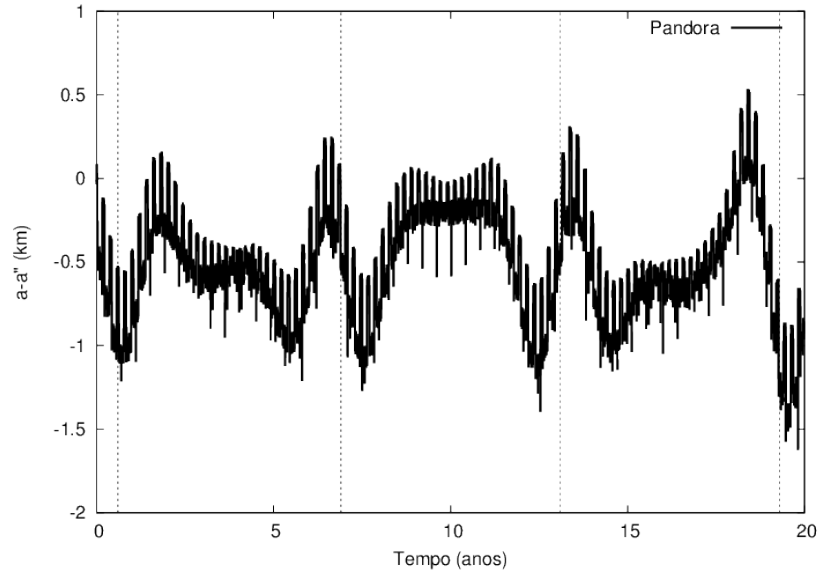


Figura 4.10: Semi-eixo maior de Pandora em função do tempo. Para Simulação 4, Caso 3. Uma constante $a'' = 141712,61$ é subtraída do valor do semi-eixo maior.

eixos maiores oscilam entre 200 e 300 m, aproximadamente.

Simulação extra - Goldreich e Rappaport 2003b

Goldreich e Rappaport, em um segundo trabalho posterior à GR03a reforça sua teoria, associando as defasagens observadas a uma ressonância 121:118 no movimento médio. Neste trabalho, os valores de dados iniciais são apresentados com maior precisão. Na tabela 4.6, o resumo desses dados é apresentado. Denominaremos essa conjunto de dados como Simulação 4a, para mais fácil comparação com os resultados obtidos por Cruz (2004).

Simulação 4a		
	Prometeu	Pandora
Excentricidade	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Movimento Médio ($^{\circ}$ /dia)	587,2893984	572,7893184
Longitude Média ($^{\circ}$)	188,53815	82,14727
Semi-eixo maior (km) ^b	139377,43	141712,61
Longitude do Pericentro ($^{\circ}$) ^b	212,85385	68,22910

Tabela 4.6: Simulação 4a - Dados retirados de Goldreich e Rappaport (2003b), exceto semi-eixo maior, retirado de Jacobson (comunicação privativa, apud Evans, 2001).

As figuras 4.11 e 4.12 foram reproduzidas por Cruz (2004) para o mesmo conjunto de dados, para Prometeu e Pandora, respectivamente.

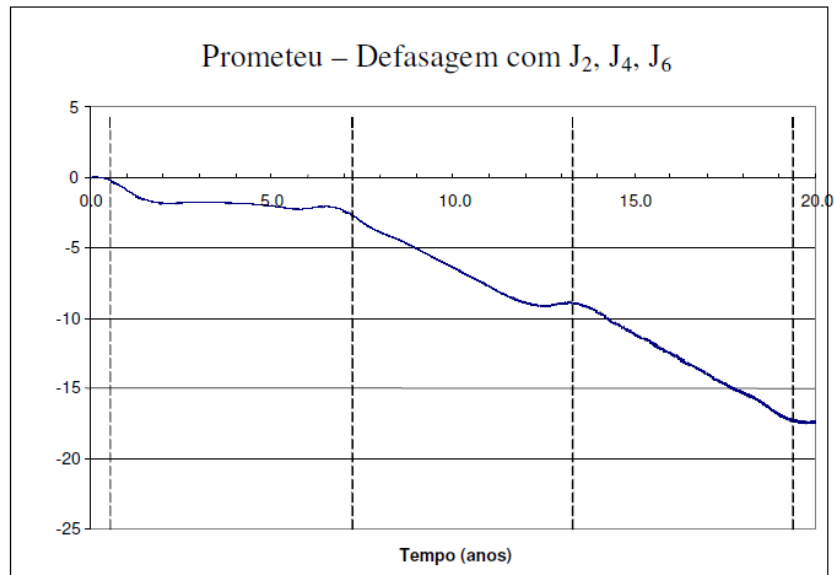


Figura 4.11: Defasagem apresentada por Prometeu. Simulação 4a. Cruz (2004)

Os resultados obtidos para a Simulação 4a deste trabalho, podem ser conferidos na figura 4.13 para a defasagem de Prometeu e na figura 4.14 para a defasagem de Pandora.

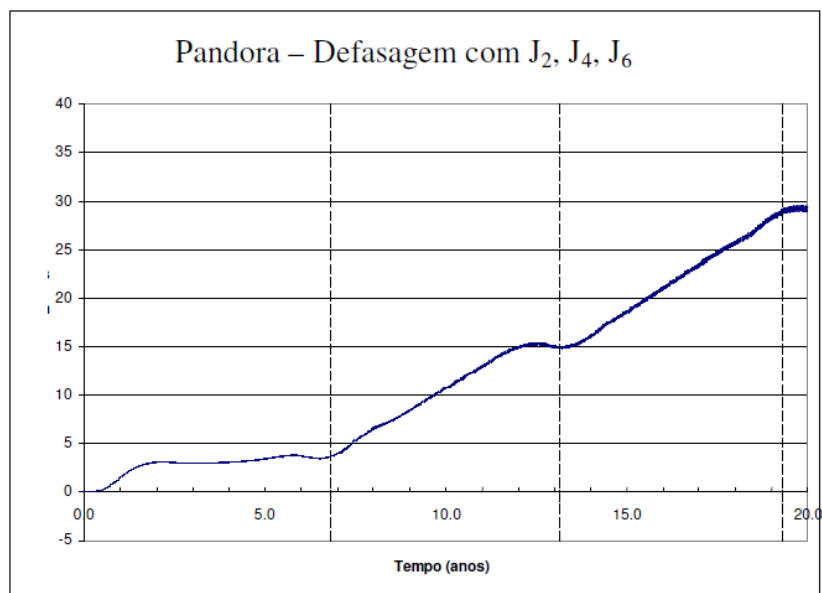


Figura 4.12: Defasagem apresentada por Pandora. Simulação 4a. Cruz (2004)

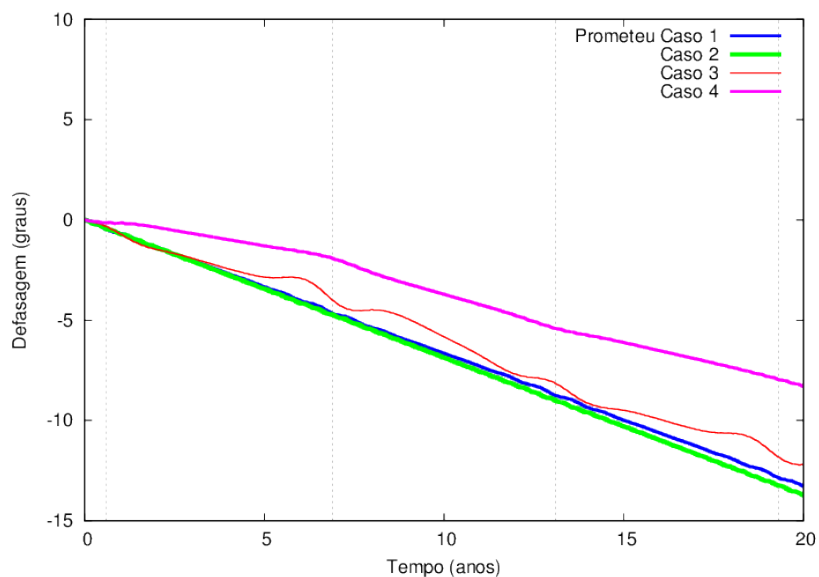


Figura 4.13: Defasagens apresentadas por Pandora, considerando-se os dados da Simulação 4a e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

Os resultados obtidos são próximos aos de GR03b. Analisando o Caso 3, a curva reproduz qualitativamente o comportamento de GR03b, apresentando uma diferença quando analisado quantitativamente nos valores finais das defasagens de Prometeu, $2,5^\circ$, e de Pandora 3° .

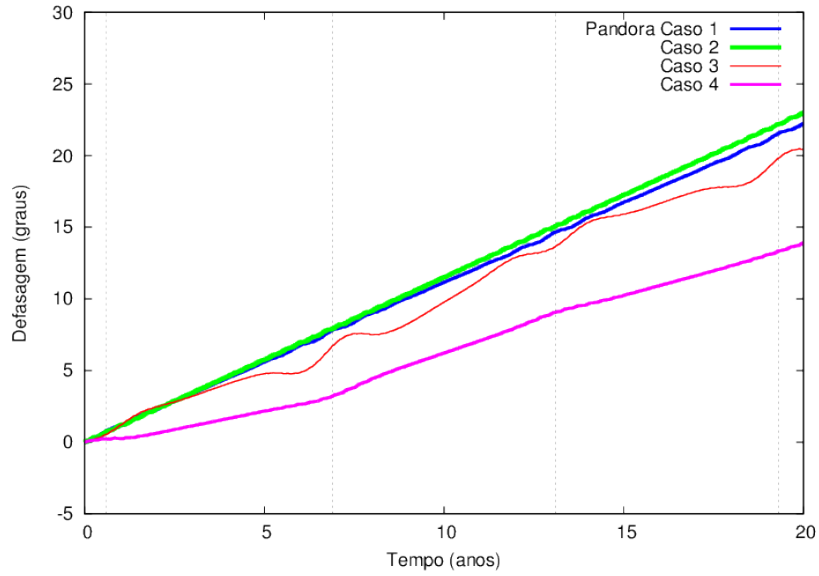


Figura 4.14: Defasagens apresentadas por Pandora, considerando-se os dados da Simulação 4a e os quatro casos de conversão. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

Ao compararmos com os resultados de Cruz (2004), os gráficos apresentam uma diferença de aproximadamente 8° no valor de defasagem final para Pandora, e 3° para Prometeu.

Para facilitar a visualização dos resultados obtidos neste trabalho, tentando reproduzir GR03a, com o conjunto de dados Simulação 4 e Simulação 4a, as figuras 4.15 e 4.16 comparam esses resultados com os apresentados pelos autores no trabalho citado.

Os dados fornecidos por Goldreich e Rappaport (2003 a,b), complementados com os dados de Jacobson apud Evans (2001), que é a referência indicada por eles, não reproduzem exatamente seus próprios resultados.

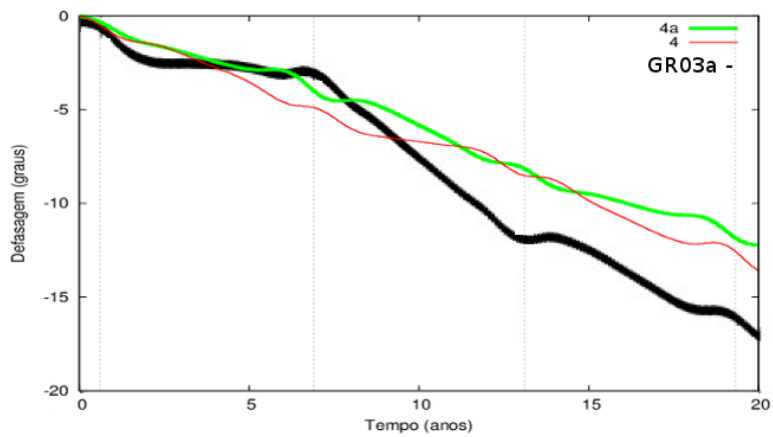


Figura 4.15: Defasagem apresentada por Prometeu.GR03a, Simulação 4a e Simulação 4. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

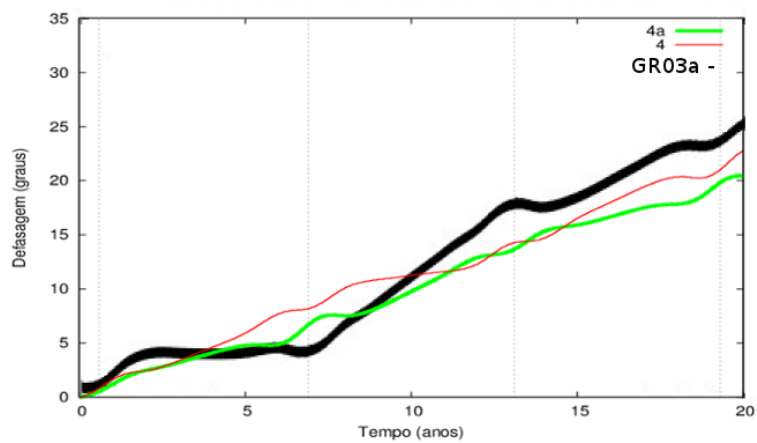


Figura 4.16: Defasagem apresentada por Pandora.GR03a, Simulação 4a e Simulação 4. As linhas tracejadas representam os momentos de anti-alinhamento dos periapses.

Capítulo 5

Considerações finais e trabalhos futuros

Ao estudar os trabalhos de GR03a, GR03b e Cruz (2004), na tentativa de reproduzir os resultados apresentados por eles, foi encontrada uma grande dificuldade para definir os dados iniciais necessários para a realização das integrações numéricas. Utilizando os dados fornecidos pelos autores não foi possível reproduzir seus próprios resultados, e como o objetivo desse trabalho é revê-los com maior acuidade e atenção, uma série de testes foram propostos para tentar esclarecer quais tratamentos dos dados iniciais os autores haviam feito. Foram utilizadas rotinas de transformação de elementos geométricos em coordenadas cartesianas, e estas novamente em elementos geométricos. Como nenhum dos testes reproduziram exatamente os resultados procurados, por comparação, foram eleitos um conjunto de dados e tipo de conversão que gerassem resultados mais próximos a eles.

Os trabalhos GR03a e GR03b baseiam-se na premissa de que as defasagens são resultantes da caoticidade do sistema, consequente da interação entre Prometeu e Pandora quando esses estão em encontros próximos, associadas a uma ressonância 121:118 de seus movimentos médios.

Cruz (2004) considera essa ressonância fraca para reproduzir tal resultado e propõe que os dados iniciais utilizados em GR03a e GR03b, e alguns outros trabalhos, foram calculados a partir de observações de uma época muito particular e que não representam da melhor maneira o comportamento dos satélites. Para confirmar sua teoria, Cruz (2004) trabalha explorando os semi-eixos maiores das órbitas de Prometeu e Pandora, onde é possível identificar que a data inicial das integrações não seria um melhor momento para se escolher dados iniciais e ao extrapolá-los por 20 anos, é coerente encontrar uma defasagem em longitude média para os satélites.

Nos trabalhos futuros serão testadas condições iniciais de uma data diferente com objetivo

de reproduzir os resultados mostrados por Cruz (2004), que acreditamos ser consistentes. Também será analisada com maior acuidade a ressonância 121:118 e sua possível contribuição ao sistema. Iremos ainda simular outros tipos de interação para Prometeu e Pandora, não ressonante, e estudar como o sistema evolui com estas interações, a fim de esclarecer a questão das defasagens dos satélites.

Referências Bibliográficas

- BARBARA, J. M., ESPOSITO, L. W. Moonlet collisions and the effects of tidally modified accretion in Saturn's Ring. **Icarus**, 160, 161-171, 2002.
- BORDERIES, N., GOLDBREICH, P., TREMAINE, S. Unsolved problems in planetary ring dynamics. In Greenberg, R.; Brahic, A. (Ed.) **Planetary Rings**. Tucson: The University of Arizona Press, 784, 1984.
- BULIRSCH, R., STOER, J. Introduction to Numerical Analysis. **Springer Verlag**, 1980.
- CAMPBELL, J.K., ANDERSON, J.D. Gravity field of the saturnian system from Pioneer and Voyager tracking data. **Astron. Journal**, 97, 1485-1495, 1989.
- CHAMBERS, J. E. A Hybrid Symplectic Integrator that Permits Close Encounters between Massive Bodies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, 304, 793, 1999.
- COLLINS, S. A. et al. First Voyager view of the rings of Saturn. **Nature**, 288, 439-442, 1980.
- COOPER, N. J., MURRAY, C. D. Dynamical influences on the orbits of Prometheus and Pandora. **The Astronomical Journal**, 127, 1204-1217, 2004.
- CRUZ, C. Estudo da Dinâmica do Sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno. 165f Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 127, 1204-1217, 2004.
- CUZZI, J. N., BURNS, J. A. Charged particle depletion surrounding Saturn's F ring – evidence for a moonlet belt? **Icarus**, 74, 284-324, 1988.
- DE PATER, I., LISSAUER, J. J. Planetary Sciences, Cambridge University Press, 2001.
- ESPOSITO, L. W. Druken Shepherds: random walk models for Pandora and Prometheus. **European Geophysical Society**, 27th general assembly, abstract 5215., 2002.
- EVANS, M. W. The Determination of Orbits From Spacecraft Imaging. Ph. D. thesis, Queen Mary College, University of London., 2001.
- FRENCH, R. G., HALL, K. J., MCGHEE, C. A., NICHOLSON, P. D., CUZZI, J., DONES, L., LISSAUER, J. The Peregrinations of Prometheus. **Bulletin of the American Astronomical Society**, 30, 1141, 1998.
- FRENCH, R. G., MCGHEE, C. A., DONES, L., LISSAUER, J. J. Saturn's wayward shepherds: the peregrinations of Prometheus and Pandora. **Icarus**, 162, 144-171, 2003.

- GOLDREICH, P., RAPPAPORT, N. Chaotic Motions of Prometheus and Pandora, **Icarus**, 162, 391-399, 2003a.
- GOLDREICH, P., RAPPAPORT, N. Origin of chaos in the Prometheus – Pandora system. **Icarus**, 166, 320-327, 2003b.
- GOLDREICH, P., TREMAINE, S. Towards a theory for the uranian rings. **Nature**, 277, 97-99, 1979.
- LISSAUER, J. J., CUZZI, J. N. Resonances in Saturn’s rings. **The Astronomical Journal**, 87, 1051-1058, 1982.
- MCGHEE, C. A. et al. HST observations of saturnian satellites during the 1995 ring plane crossings. **Icarus**, 152, 282-315, 2001.
- MOURÃO, D. C. Comunicação Privativa. 2012.
- NICHOLSON, P.D., PORCO, C.C. A new constraint on Saturn’s zonal gravity harmonics from Voyager observations of an eccentric ringlet. **Journal of Geophysical Research**, 93, 10209-10224, 1988.
- POULET, F., SICARDY, B. Dynamical evolution of the Prometheus Pandora system. **Mon. Not. R. Astron. Soc.**, 322, 343-355, 2001.
- RENNER, S., SICARDY, B. Use of the geometric elements in numerical simulations **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, 94, 237–248, 2006.
- SYNNOTT, S. P. et al. Orbits of the small satellites os Saturn. **Science**, 212, 191-192, 1981.
- SYNNOTT, S. P. et al. Orbits of Saturn’s F ring and its shepherding satellites. **Icarus**, 53, 156-158, 1983.
- SHOWALTER, M. R., DONES, L., LISSAUER, J. J. Revenge of the sheep:effects of Saturn’s F ring on the orbit of Prometheus. **Bull. Am. Astron. Soc.**, 31, 1141, 1999a.

ANEXO A - Entrada no Maple - Simulação 1

Prometeu

massa = $0.5800000000E - 09$

semi-eixo maior = 1.0

excentricidade = $2.29E - 3$

inclinação = 0

longitude no nodo ascendente = 0

anomalia média = 189

argumento do pericentro = 213

período em dias terrestres = 0.612985672

movimento médio = $1.1864E - 4$

Pandora

massa = $3.43E - 10$

semi-eixo maior = 141712.61

excentricidade = $4.37E - 3$

inclinação = 0

longitude do nodo ascendente = 0

anomalia média = 82

argumento do pericentro = 68

período em dias terrestres = 0.628504139

movimento médio = $1.1571E - 4$

ANEXO B - Entrada no Maple - Simulação 4

Prometeu

massa = $0.5800000000E - 09$
semi-eixo maior = 1.0
excentricidade = $2.29E - 3$
inclinação = 0
longitude do nodo ascendente = 0
anomalia média = 188.54
argumento do pericentro = 213
período em dias terrestres = 0.612985672
movimento médio = $1.18637576E - 4$

Pandora

massa = $3.43E - 10$
semi-eixo maior = 141712.61
excentricidade = $4.37E - 3$
inclinação = 0
longitude do nodo ascentende = 0
anomalia média = 82.15
argumento do pericentro = 68
período em dias terrestres = 0.628504139
movimento médio = $1.15706620E - 4$

ANEXO C - Entrada no Maple - Simulação 4a

Prometeu

massa = $0.5800000000E - 09$
semi-eixo maior = 1.0
excentricidade = $2.29E - 3$
inclinação = 0
longitude do nodo ascendente = 0
anomalia média = 188.53815
argumento do pericentro = 212.85385
período em dias terrestres = 0.612985672
movimento médio = $1.18637576E - 4$

Pandora

massa = $3.43E - 10$
semi-eixo maior = 141712.61
excentricidade = $4.37E - 3$
inclinação = 0
longitude do nodo ascendente = 0
anomalia média = 82.14727
argumento do pericentro = 68.22910
período em dias terrestres = 0.628504139
movimento médio = $1.15706620E - 4$

ANEXO D - Entrada no Mercury. Alguns dados em Param.in.

algorithm (MVS, BS, BS2, RADAU, HYBRID etc) = bs
start time (days)= 0.d0
stop time (days) = 7300.d0
output interval (days) = 1.d0
timestep (days) = 0.006d0
accuracy parameter=1.d-12
ejection distance (AU)= 100
radius of central body (AU) = 43.2853439d-2
central mass (solar) = 1.0
central J2 = 1.6298d-2
central J4 = -9.15d-4
central J6 = 1.03d-4
Hybrid integrator changeover (Hill radii) = 3.
number of timesteps between data dumps = 500
number of timesteps between periodic effects = 100