LUIZ HENRIQUE DA CRUZ SILVESTRINI

“Tableaux e Indução na Lógica do Plausível”

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista, *Campus* de Marília. Área de concentração em Epistemologia e Lógica.

Orientador: **Prof. Dr. Hércules de Araújo Feitosa**.

Marília
2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA UNESP – MARÍLIA

Silvestrini, Luiz Henrique da Cruz.
S587t Tableaux e indução na lógica do plausível / Luiz Henrique da Cruz Silvestrini. – Marília, 2005.
125f. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, 2005.
Bibliografia: f. 123-125
Orientador: Profº Hércules de Araújo Feitosa

1. Lógicas moduladas. 2.Lógica do Plausível. 3. Tableaux Analíticos. 4.Indução. I. Autor. II. Título.

CDD 160

LUIZ HENRIQUE DA CRUZ SILVESTRINI

“Tableaux e Indução na Lógica do Plausível”

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista, *Campus* de Marília. Área de concentração em Epistemologia e Lógica.

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida e aprovada pela Banca Examinadora em 27/09/2005.

BANCA

Prof. Dr. Hércules de Araújo Feitosa (orientador) – UNESP/Bauru ____________________

Profª. Drª. Maria Cláudia Cabrini Grácio – UNESP/Marília __________________________

Profª. Drª. Ítala Maria Loffredo D’Ottaviano – UNICAMP __________________________

Marília / 2005

Aos meus pais
Luiz Carlos e
Dirce.

A todos que nos apoiaram e nos incentivaram durante a realização deste trabalho, queremos manifestar nossa gratidão. De maneira muito distinta:

- ao Prof. Hércules, pela orientação e amizade inestimáveis;
- aos Profs. Mauri, Claudia e Ítala pelas valiosas contribuições;
- aos colegas de pós, pelas conversas e também apoio, Ramon, Bel, Amélia, Adilson, Odete, Paulo Sérgio...
- ao programa de Pós-Graduação em Filosofia da UNESP/Marília e à CAPES pela bolsa de mestrado concedida.

RESUMO

Em 1999, Grácio introduziu a *Lógica do Plausível* como uma particularização de uma família de sistemas lógicos, caracterizados pela inclusão de um quantificador generalizado na sintaxe da lógica clássica de predicados, a saber, as *Lógicas Moduladas*, cuja formalização semântica é dada por um subconjunto do conjunto das partes do universo. Nesta particularização de lógica modulada, é incluído o quantificador do Plausível ***P***, que engendra a formalização de um raciocínio indutivo de maneira que "uma 'boa parte' dos indivíduos possui determinada propriedade". O presente trabalho introduz um novo sistema dedutivo para a Lógica do Plausível, denominado **TLP**, construído seguindo os princípios de tableaux semânticos clássicos. Na elaboração do sistema de tableaux **TLP**, há uma forma original de localizar *pontos* nos *ramos* de um dado tableau. Ademais, por meio do raciocínio indutivo engendrado por esta lógica, discussões sucederam acerca da indução ser considerada um processo genuinamente lógico, tendo por ponto de partida o problema epistemológico da indução.

Palavras-chave: lógicas moduladas; lógica do plausível; sistema de tableaux analíticos; indução.

ABSTRACT

The *Logic of the Plausible* was introduced in 1999 by Grácio as a particularization of a family of logical systems characterized by the inclusion of a generalized quantifier in the syntax of the classical logic of predicates, denominated the Modulated Logics, whose semantical interpretation is given by a subset of the power set of the universe. In this particularization of modulated logics, it is included the quantifier of Plausible **P** that engenders the formalization of a type of inductive reasoning so that "a ‘good’ number of individuals possesses certain property ". This work introduces a new deductive system for the Logic of the Plausible, denominated **TLP**, built according to the principles of the classical semantical tableaux. In the construction of the tableaux system **TLP**, an original form of locating *points* in the *branches* of any tableaux is presented. Besides, through the inductive reasoning engendered by this logic, the work also promotes discussions concerning the consideration of the induction as a genuinely logical process, beginning from the epistemological problem of the induction.

Key-words: Modulated Logics; Logic of the Plausible; analytical tableaux system; induction.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nas ciências abstratas (dedutivas: Lógica e Matemática), as provas são absolutas, uma vez que independem de comprovação experimental e de tecnologia, nas quais, fazemos uso dos raciocínios lógicos dedutivos. A prova do teorema de Pitágoras constitui uma seqüência de raciocínios lógicos e não uma "experiência de laboratório", por isso permanece a mesma há, aproximadamente, 2.500 anos.

Entretanto, em relação às ciências naturais (Física, Astronomia, Genética etc.) as provas não são absolutas, pois dependem de contínua comprovação experimental, em função do avanço da tecnologia e das teorias. Estas ciências da natureza utilizam proposições de ordem universal, muitas vezes, embasadas em ocorrências particulares. Neste caso, trata-se do processo inferencial denominado *indução*. Poderíamos mencionar uma terceira modalidade de inferência, a *abdução*, também caracterizada como um procedimento racional, empregada para a aquisição de conhecimentos. Entretanto, neste trabalho, abordaremos apenas a dedução e a indução enquanto processos inferenciais.

Ao estabelecermos paralelos entre as ciências abstratas e as ciências naturais, registramos duas modalidades de processos inferenciais: as *deduções*, que são inferências do raciocínio dedutivo e as *induções*, que são inferências do raciocínio indutivo. Na dedução a conclusão segue, necessariamente, verdadeira, quando todas as suas premissas são verdadeiras. Contudo, na indução, a conclusão segue, provavelmente, verdadeira, nas mesmas condições de todas as premissas serem verdadeiras. Além disso, quanto ao conteúdo informacional, na dedução, os argumentos apresentam em sua conclusão, uma informação já enunciada pelas premissas, ainda que implicitamente; enquanto que na indução, a conclusão apresenta informações novas, ainda não fornecidas, mesmo que implicitamente, pelas premissas. Estas são características fundamentais dessas duas modalidades de raciocínios.

Uma alternativa ao raciocínio dedutivo é o raciocínio indutivo, que pode gerar proposições dubitáveis, contudo sustentadas pelas evidências observadas, até que novas informações sejam introduzidas no nosso sistema inferencial.

Para ilustrarmos como as ciências naturais atuam ao estabelecer as “proposições científicas”, analisamos a “lei da conservação da energia” no universo, considerada “inquestionável”. Esta lei não pode ser provada, pois não temos como medir a energia total do universo, nem tampouco sabemos se tal energia permanece constante. Aceita-se esta lei, empiricamente, porque, em pequenos sistemas fechados, é o que a experimentação mostra ocorrer. Para exemplos deste tipo, fazemos inferências indutivas, na medida em que se projeta como válido para o universo, aquilo que se verifica no laboratório, no particular. Sabemos, todavia, que a ciência pode conjeturar uma teoria, via indução, por ter encontrado na natureza casos favoráveis que sustentam essa estrutura teórica. Com relação à “lei da conservação da energia”, talvez o maior motivo de sua aceitação seja *metafísico*, pois seria estranha e complicada uma teoria da física em que essa lei não valesse. Ainda não há provas, em caráter definitivo, sobre o *Big Bang*, os buracos negros, a existência de várias partículas subatômicas (como o *gráviton*), as membranas quânticas, nem as supercordas. A ciência admite-os como hipóteses, mas com ressalvas. Conceitos físicos como força, energia, trabalho, corrente elétrica e quantidade de movimento não são “objetos” que possam ser visualizados, mas comportam definições estabelecidas pelos investigadores como instrumentos para resolução de problemas físicos. Logo, esses conceitos são evidenciados através de experimentos que exigem a presença destes “entes físicos”, mantidos por não produzirem erros, sendo, desta forma, desnecessário substituí-los.

O conhecido problema da indução ou o problema de Hume surge pela impossibilidade de justificarmos, dedutivamente, essa forma de raciocínio que infere, a partir de alguns dados observados, propriedades válidas para indivíduos quaisquer do universo estudado. Popper

(1975) tenta dissolver esse problema negando a indução, de maneira que somente a lógica dedutiva fosse suficiente para avaliar as proposições científicas. Contudo, sem a indução, as proposições científicas que procuram expressar propriedades comuns entre indivíduos de um mesmo universo, ou princípios universais, ficariam impossibilitadas de fundamentação.

O problema filosófico da indução atraiu para a epistemologia uma tarefa, aparentemente, inexeqüível, uma vez que se pretende dar uma justificação às inferências indutivas com princípios dedutivos. Neste sentido, a adoção de um raciocínio, fundado apenas nos processos dedutivos, seria inadequada para a ampliação do nosso conhecimento acerca do mundo, em que todo o seu conteúdo informacional já estaria dado nas premissas.

Existem diversas formas de abordagem do raciocínio indutivo. Propomos, neste trabalho, desenvolver um tipo de raciocínio indutivo segundo as *lógicas moduladas*, introduzidas por Grácio (1999). Elas são extensões da lógica clássica de primeira ordem, dadas pelo acréscimo, em cada particularização, de um quantificador generalizado na sua sintaxe. Este quantificador deve ser semanticamente representado por um subconjunto do conjunto das partes do universo e busca a formalização de quantificadores das linguagens naturais distintos do universal e do existencial. São exemplos de quantificadores da linguagem natural: *a maioria*, *a minoria*, *quase todos*, *quase nenhum*, *muitos*, *poucos*, dentre muitos outros. Restringimos nossa abordagem à *lógica do plausível*, que se coloca como um sistema lógico monotônico, destinado a formalizar aspectos do raciocínio indutivo, por meio de mecanismos dedutivos.

A lógica do plausível formaliza raciocínios indutivos do tipo "uma 'boa parte' dos indivíduos possui determinada propriedade F", ou ainda, a noção de *crença* que a indução abrange é aquela na qual acreditamos que o futuro será como o passado, baseando-nos em evidências favoráveis; porém, "estamos preparados para admitir que o que acreditamos pode estar errado" (GRÁCIO, 1999, p. 11). Para isso, a semântica dessa lógica se estrutura num modelo matemático denominado *topologia reduzida*. Nesta lógica, o quantificador do plausível ***P*** desempenharia o papel de generalizador (não universal), no sentido de que nesse sistema poderão existir sentenças do tipo: "uma boa parte das aves voa" e "existem aves que não voam", sem tornar o sistema inconsistente. Diferentemente, quando substituímos a sentença "uma boa parte das aves voa" por "todas as aves voam", em que universaliza a primeira sentença, e causa inconsistência com a segunda proposição que afirma a existência de aves que não voam.

Consideramos a lógica do plausível como uma lógica dedutiva formalizadora de um tipo de raciocínio indutivo, e que nos possibilita uma reflexão sobre como a presença de um contra-exemplo poderá não refutar uma proposição generalizadora, remetendo-nos ao problema clássico da indução. Desta forma, a lógica do plausível seria uma tentativa de fornecer algum entendimento dos princípios indutivos, pois diante de uma lógica dedutiva, permite-se um raciocínio genérico - indutivo.

O objetivo central deste trabalho é investigar propriedades conceituais e lógicas da lógica do plausível, e ainda, apresentar esta lógica por meio de um sistema de tableaux semânticos denominado **TLP**, que é uma versão distinta daquela que originalmente Grácio (1999) apresentou. Por meio deste método, conseguimos discutir como obter contra-exemplos para fórmulas inválidas nesta lógica, que embora dedutiva, permite um tipo de raciocínio indutivo, o *raciocínio genérico*, que nos possibilita realizar inferências que atribuem a um indivíduo genérico um comportamento observado em "boa parte" dos indivíduos do universo, por meio de regras. Este ambiente remeter-nos-á ao problema clássico da indução.

Nesse sentido, acerca da relevância do desenvolvimento do sistema **TLP**, destacamos a sua contribuição para o debate sobre o problema de a indução ser justificada racionalmente; o estudo das propriedades lógico-matemáticas da lógica do plausível; e o aprofundamento do estudo do conceito de "boa parte" abordado por Grácio.

Para atingirmos nosso objetivo principal, o primeiro capítulo confronta as duas modalidades de processos inferenciais em análise neste trabalho, qual seja, a dedução e a indução. Nesse capítulo, pontuamos também elementos que evidenciam os limites de cada um destes processos inferenciais na aquisição de conhecimento.

No capítulo seguinte, promovemos um debate acerca da indução, via filosofia da ciência. Filósofos da ciência, como Popper (1975), consideram apenas as inferências dedutivas para um sistema teórico; desta maneira a indução é considerada um processo não lógico. Adotamos o falsificacionismo popperiano, pois esse método surge na tentativa de se rejeitar a indução e, a partir disso, mostramos que ainda assim permanecem elementos indutivos no referido método.

No terceiro capítulo, apresentamos a lógica do plausível em seus aspectos sintáticos e semânticos e analisamos o raciocínio indutivo engendrado por essa lógica.

No capítulo subseqüente, destacamos o método de tableaux como um sistema dedutivo alternativo para se apresentar uma lógica dada num sistema hilbertiano. Ademais, apresentamos, na construção do sistema de tableaux, uma forma original de localizar *pontos* num mesmo *ramo* de um dado tableau.

No capítulo cinco, introduzimos o sistema de tableaux **TLP**, no qual mostramos ser equivalente ao sistema hilbertiano da lógica do plausível, originalmente apresentado por Grácio. Ademais, interpretamos o sistema de tableaux **TLP** como um método de refutação para discutirmos o que seria invalidar um argumento baseado numa forma particular de raciocínio indutivo.

Por fim, apresentamos algumas considerações referentes à presença da indução nas hipóteses científicas, como também, a um distanciamento do quantificador “boa parte” e sua noção intuitiva da linguagem natural e sugerimos algumas possibilidades de novos trabalhos.

1. OS LIMITES DO MÉTODO DEDUTIVO E DO MÉTODO INDUTIVO NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO

1.1. A lógica como instrumento para conhecer as "leis do pensamento"

Dentre os precursores da lógica, destacamos o filósofo e biólogo grego Aristóteles (384-322 a. C.), o qual desenvolveu um conjunto de obras sobre lógica, denominado, em grego, *Organon*, que pode ser traduzido por *Instrumento*. Enfatizamos, dentre aquelas obras, os *Analytica Priora* e *De Interpretatione*, por haver grande parte da contribuição relevante à lógica. Também é sabido, conforme D'Ottaviano e Feitosa (2000), que foi Aristóteles quem criou a teoria do Silogismo e propôs várias formas de axiomatizá-la.

Nos manuais de Filosofia, a lógica seria, segundo Aristóteles, um método normatizador das explicações científicas, a qual antecede o exercício do pensamento e da linguagem, constituindo-se em meio para a aquisição de conhecimento e construção do discurso. Nesse sentido, a lógica não seria uma ciência, mas um instrumento para se obter conhecimento e para as formulações das hipóteses científicas; portanto, uma ferramenta utilizada na investigação sobre os problemas epistemológicos ligados à atividade científica.

Com relação à dialética, Aristóteles julgava-a um procedimento não seguro para o pensamento e para a linguagem da filosofia e da ciência, devido ao embasamento em opiniões contrárias, em que a preferência de uma opinião sobre a outra *não é suficiente* para chegarmos à essência da questão colocada. Desta forma, podemos caminhar entre as escolhas via princípios, leis e regras para que verifiquemos se tratar de um argumento válido, não falacioso ou retórico, no sentido de apenas querer persuadir o interlocutor.

Denominamos por *lógica tradicional*, o estudo dos silogismos aristotélicos ou categóricos (Cf. Haack, p. 28). Por *lógica clássica*, referimo-nos ao cálculo sentencial bivalente e ao cálculo de predicados, cujas contribuições são dedicadas, sobretudo, a Aristóteles, à escola megárica e à estóica. Na teoria dos silogismos aristotélicos, fazemos *inferências*, isto é, concluímos uma proposição (conclusão) a partir de duas outras proposições (premissa maior e premissa menor), que são sua explicação ou sua causa. Este fato evidencia a característica *mediata* do silogismo, no sentido de que podemos conhecer algo por meio de outras coisas.

A principal característica dessa forma de raciocínio dedutivo é que as conclusões seguem ou resultam *necessariamente* das premissas, quando garantida a verdade de cada uma destas duas proposições, a maior e a menor. Todavia, reduzir os argumentos utilizados, em qualquer área do conhecimento ou em nosso conhecimento comum, às dezenove formas válidas de silogismo seria, no mínimo, desconsiderar todas as propostas acerca das lógicas contemporâneas não-clássicas e as pesquisas sobre Inteligência Artificial e as Ciências Cognitivas, que ainda hoje tentam desvendar como a mente funciona.

A Psicologia Cognitiva, por exemplo, aborda questões como: "As pessoas são racionais?", no sentido de serem lógicas. Para Eysenck e Keane (2000, p. 445), que apresentam uma pesquisa sobre raciocínio condicional (se..., então...), as pessoas, em geral, não rejeitam as inferências inválidas[1], conforme a interpretação lógica da condicional.

Como a lógica tradicional (ou teoria dos silogismos) foi considerada *a* lógica durante muito tempo, Mortari (2001) aponta-nos dois episódios da história do desenvolvimento da(s) lógica(s) que revelam um logicismo exacerbado na tentativa de justificar o conhecimento. Primeiro surge a *Crítica da razão pura* do filósofo alemão Immanuel Kant (1724-1804) que logo em seu prefácio à segunda edição declara:

> [...] É ainda digno de nota que também ela [a lógica tradicional] até agora não tenha podido dar nenhum passo adiante, parecendo, portanto, ao que tudo indica, completa e acabada. Pois [...] a lógica expõe detalhadamente e prova rigorosamente nada mais que as regras for-

[1] Por exemplo, dada a condicional $p \rightarrow q$, inferimos, geralmente, a recíproca como verdadeira, o que é inválido.

> mais de *todo* pensamento [...] (KANT, 1974, p. 35, interpolação nossa).

Em seguida, em 1849, surge a *Investigação sobre as leis do pensamento*. Nesta obra, o matemático e filósofo George Boole (1815-1864) apresenta um *cálculo lógico* – conhecido, nos dias de hoje, como *álgebra de boole*, que utiliza uma linguagem artificial matematizada – no qual, ao contrário do que Kant previu, enuncia um número infinito de formas válidas de argumentos.

Na mesma vertente de Boole, que utilizou uma linguagem artificial para caracterizar argumentos válidos, surge Gottlob Frege (1848-1925), filósofo e matemático alemão, que, em 1879, publicou a *Conceitografia* (*Begriffschrift*). Frege construiu uma linguagem artificial para provar que a matemática é um sistema teórico livre de contradições e seguro, pois segue apenas resultados dedutivos. Essa maneira original de analisar uma forma de argumento pela lógica, via símbolos, e ainda, aplicá-la ao discurso matemático, ficou conhecida como *lógica moderna*. A partir dessas publicações houve uma rápida associação entre o "pensar" e o "calcular". O pensamento, em certo sentido, se resumiria ao cálculo.

A Escola de Frankfurt[2] criticou essa lógica, que por meio de procedimentos análogos a uma operação matemática, estuda formas válidas de argumentos, também denominada por *lógica formal*, a qual abstrai o conteúdo informacional de cada proposição na análise dos argumentos, e que formaliza/simboliza as proposições. Essa lógica formal passou a ser utilizada pela denominada *razão instrumental* da ciência. Por meio desta noção de razão, a ciência busca não mais uma forma de acesso aos conhecimentos verdadeiros, mas o conhecer é manipular a Natureza, no sentido de dominá-la e transformá-la. A ciência passou a ser vista como um instrumento de dominação, poder e exploração.

[2] "A Escola de Frankfurt" foi como o Instituto de Pesquisa Social da Universidade de Frankfurt (Alemanha) ficou mundialmente conhecido. Trata-se de uma escola de pensamento marxista de sociologia, Pesquisa Social e Filosofia.

Nesse contexto, apenas para evidenciar o quanto o silogismo foi considerado como a forma do pensamento, buscamos no frankfurtiano H. Marcuse a acusação de que “a lógica formal era não-transcendente em sua própria estrutura. Canonizou e organizou o pensamento dentro de uma estrutura prescrita além da qual nenhum silogismo podia ir” (MARCUSE, 1982, p. 138).

A tradição escolástica cultivava a argumentação estritamente silogística e considerava a lógica como um instrumento filosófico imprescindível. Entretanto, segundo Murcho (1998), alguns filósofos, como René Descartes (1596-1650) e David Hume (1711-1776), desprezaram o papel da lógica silogística na Filosofia, devido às suas insuficiências apresentadas. Algumas destas insuficiências serão esboçadas nas seções seguintes.

Na lógica moderna de Gottlob Frege, Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred N. Whitehead (1861-1947) desenvolveu-se a lógica matemática, por meio da qual se focou o estudo dos raciocínios desenvolvidos pelos matemáticos, e modelados num sistema formal através de uma linguagem formal, a qual procurou conciliar os argumentos e as demonstrações matemáticas. Tanto o argumento, assim como a demonstração matemática, tem que partir de hipóteses ou premissas e, por meio de regras de inferência ou dedução, chegar a uma conclusão.

O principal aspecto desse procedimento lógico-matemático é a validade do argumento quanto à sua forma; neste caso não podemos ou não conseguimos verificar sempre a verdade das premissas, entretanto admitimos tais premissas como hipóteses ou suposições. Numa demonstração de um teorema na lógica, partimos de premissas ou axiomas, as hipóteses da demonstração, e provamos a conclusão pela aplicação de regras válidas. Deste modo, se supusermos como verdadeiras as hipóteses, a conclusão segue necessariamente verdadeira daquelas.

A seção seguinte discorre brevemente sobre a validade dos argumentos. De fato, a lógica dedutiva apresentada trata da forma do argumento e não das verdades das premissas.

1.2. Lógica formal: um estudo propedêutico

Na seção anterior, verificamos que a lógica se preocupa com a validade dos argumentos, daí a denominação de lógica *formal*, a qual estuda a forma dos argumentos ou raciocínios válidos.

Podemos dizer, sucintamente, que a lógica formal estabelece a veracidade da conclusão num dado argumento quando:

i) todas as premissas são verdadeiras e

ii) o argumento apresenta uma forma válida.

Nestas condições, constatamos que o papel da lógica na análise dos argumentos se concentra no item (ii) que trata das formas válidas, estudadas sobretudo por meio dos silogismos ou da aplicação de regras de inferência que são formas de argumentos válidos. Hoje, a lógica dispõe de um aparato instrumental para tratar de muitas outras formas de raciocínio que não apenas os silogismos aristotélicos. Podemos citar, como exemplo, as lógicas "polivalentes", as quais formalizam proposições sob o envolvimento de conceitos imprecisos, para tanto rejeitam um princípio aristotélico, qual seja, a admissão de uma proposição podendo ser outra coisa que não verdadeira ou falsa, tal como uma proposição "quase" verdadeira.

Contudo, pelo item (i), a *verdade das premissas* não é dada pela lógica, pois esta não se ocupa dos conteúdos pensados, mas da forma do raciocínio. Por isso, a importância da complementaridade entre a lógica e outras áreas do conhecimento, pois, quem poderá estabelecer a verdade das premissas, cujo conteúdo ou objetos do pensamento estão sendo considerados, será, por exemplo, a teoria *pragmática*[3] e não a lógica.

[3] Na teoria pragmática um conhecimento é verdadeiro por seus resultados e aplicações práticas. Algo é verdadeiro se seus resultados são verificáveis.

Desta maneira, a lógica nos permite afirmar que se as premissas são verdadeiras, então a conclusão também o é. Por este motivo, a lógica também estuda as falácias das premissas falsas, que se caracteriza por assumir premissas falsas ou insustentáveis. Somente a lógica pode nos orientar e fazer com que evitemos as falácias ou argumentos inválidos. Algumas falácias estão bem caracterizadas e exemplificadas em Feitosa e Paulovich (2001, p. 49).

Encontramos em Nolt e Rohatyn (1991) o estudo das falácias, apresentado como um método para quem quiser evitar os "*erros do raciocínio usual*", ou seja, pelo estudo das falácias, de modo *informal*, aumentamos a acuidade da intuição ao elucidar os erros mais comuns do raciocínio do dia-a-dia. Neste contexto, já se encontram os rudimentos da abordagem que faremos sobre outras formas de "raciocínio usual", algum destes empregado, inclusive, pelas ciências empíricas.

Diante do exposto, fica claro que a lógica formal não pode ser estabelecida como preeminente na busca pela verdade. Mas sem ela, alcançar a verdade seria bem mais difícil.

Nesse sentido, a lógica se caracteriza pelo seu *caráter propedêutico*, isto é, conforme aponta Chauí (2000), a lógica estabelece o que devemos conhecer antes mesmo de iniciarmos a nossa investigação, seja ela científica ou filosófica. Somente a lógica pode nos fornecer os procedimentos – tais como: os métodos, as demonstrações etc – para cada uma das modalidades de conhecimento; caso contrário, perdemos a normatização e fazemos literatura.

Como mencionamos em Murcho (1998), filósofos como Descartes e Hume desprezaram o papel da lógica silogística e também da lógica indutiva, pois para esta, a conclusão segue, *provavelmente*, verdadeira, quando todas as suas premissas são verdadeiras. Conseqüentemente a lógica indutiva, então empregada pelas ciências empíricas, não é aceita como adequada para estes filósofos, no sentido de gerarem conseqüências (conclusões) não necessárias, contudo prováveis. De maneira antagônica, no que se refere às metodologias baseadas em concepções de lógicas distintas, como lembra Murcho (1998), filósofos como Rudolf Carnap

(1891-1970) utilizaram a lógica moderna como instrumento na tentativa de solucionar alguns dos problemas da teoria do conhecimento. Dentre estes problemas, encontramos o problema da indução, que consiste em dar uma justificação às inferências indutivas, uma vez elas, como veremos, estão mais presentes em nosso dia-a-dia e na própria ciência empírica do que imaginamos.

Portanto, cabe à lógica um papel importante, que é a sua utilização propedêutica na separação dos argumentos válidos daqueles que não o são e, ainda, trabalhar pela refutação das formas inválidas de raciocínios, através da caracterização de falácias por meio de métodos semânticos apropriados. No Capítulo 4, estudaremos um método de decisão para a validade de argumentos tanto para a lógica proposicional clássica, como para o cálculo de predicados de primeira ordem, adiante apresentados.

1.3. Validade e verdade na análise dos argumentos

Um dos papéis principais da lógica, na filosofia, é trabalhar com formas de argumentos válidos, habilitando-nos de modo a evitar as falácias, isto é, nos capacita a esquivar dos "erros que ocorrem nos argumentos e que afetam sua irrefutabilidade" (NOLT e ROHATYN, 1991, p. 344). Desta maneira, consideramos necessário distinguir se um argumento é válido ou não.

Como vimos na seção anterior, a lógica garante a conclusão de um argumento, quando: (i) as premissas são todas verdadeiras; e (ii) a forma do argumento é válida.

Verificamos que o item (ii) é próprio do objeto de estudo da lógica, mas no que se refere ao item (i), a lógica não consegue dizer algo sobre. Assim, se deparamos com o seguinte argumento:

P_1: Toda ave voa.

P_2: Todo pingüim é ave.

Logo, todo pingüim voa.

A lógica nos garante a validade desse argumento, ou seja, sua forma, independente do conteúdo das proposições, é válida. Porém, o que já deve ter chocado o leitor é a alta questionabilidade com relação à premissa 1. Podemos, deliberadamente, atribuir um valor falso a esta premissa. Com relação à premissa 2, parece-nos evidente a sua verdade, se pressupormos da Zoologia que uma condição necessária e suficiente para um vertebrado ser classificado como ave é ser provido de penas, e como todo pingüim é um vertebrado e provido de penas, podemos dizer que os pingüins estão na classe das aves.

Contudo, podemos observar que a conclusão não é verdadeira, pois até hoje pudemos observar apenas pingüins que não voam, o que é suficiente para refutarmos a conclusão. Trata-se de um argumento falacioso, denominado *falácia de premissas falsas*, ou se preferirmos uma denominação mais precisa podemos denominá-lo de *declive ardiloso*, que é um problema não com a validade do raciocínio – pois vimos se tratar de um argumento válido – porém, com a veracidade de suas premissas, tendo em vista que uma das premissas é falsa, a saber, que “toda ave voa” – pois, por exemplo, as avestruzes, os pingüins são todas aves, entretanto, não voam.

Desta maneira, a diferença entre validade e verdade, diante da ilustração acima, permite-nos conferir que a lógica nada diz sobre a verdade das premissas, por isso a necessidade das duas condições (i) e (ii) para se estabelecer a verdade da conclusão. Com isso, como temos a primeira premissa falsa, pois não é verdade que toda ave voa, então não vale (i) e, assim, a conclusão não está garantida logicamente.

Para determinarmos o item (ii), isto é, como saber se uma forma de argumento da lógica proposicional é válida, estando diante de uma coleção de proposições (que constitui um argumento) do tipo

$$A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n,$$

devemos verificar se a fórmula A_n (conclusão) é implicada pela conjunção das n-1 primeiras fórmulas (premissas), ou seja, se temos:

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_{n-1} \Rightarrow A_n$$

Em que, se fizermos a condicional associada ao argumento, neste caso:

$$(A_1) \wedge (A_2) \wedge \ldots \wedge (A_{n-1}) \rightarrow (A_n),$$

obtemos uma tautologia.

Na prática, se quisermos saber sobre a validade de um argumento da lógica proposicional, colocamos a forma proposicional toda numa tabela-verdade que faz a combinação de todos os valores lógicos das proposições atômicas envolvidas. Se a tabela não exibir qualquer *contra-exemplo*, então a forma é válida. Entendemos por contra-exemplo "uma situação na qual as premissas de uma instância de uma forma de argumento são verdadeiras enquanto a conclusão é falsa" (NOLT e ROHATYN, 1991, p. 180). Se a tabela exibir pelo menos um contra-exemplo, então a forma é inválida. No exemplo anterior, nosso contra-exemplo foi encontrar um pingüim que não voasse – o que não foi difícil – falsificando a conclusão, embora tivéssemos assumido como verdadeiras as premissas.

Vamos, neste momento, analisar a validade dos seguintes argumentos:

1) Argumento φ: $P \vee Q, \sim P \vdash Q$

2) Argumento ψ: $P \rightarrow Q, Q \vdash P$

Colocando cada argumento numa tabela de verdade a fim de conseguirmos contra-exemplos, temos:

Argumento φ

Linha	P	Q	P ∨ Q	~P	Q
1.	1	1	1	0	1
2.	1	0	1	0	0
3.	0	1	1	1	1
4.	0	0	0	1	0

Argumento ψ

linha	P	Q	P → Q	Q	P
1.	1	1	1	1	1
2.	1	0	0	0	1
3.	0	1	1	1	0
4.	0	0	1	0	0

O Argumento φ é válido, pois a única situação em que ambas as premissas são verdadeiras (linha 3 da tabela), a conclusão também é. Conseqüentemente, como a conjunção das premissas implica a conclusão, temos uma tautologia[4]. Observamos que o Argumento φ é o nosso conhecido *silogismo disjuntivo*.

Encontramos, no argumento ψ, duas situações possíveis em que ambas as premissas são verdadeiras (linhas 1 e 3), porém, em um desses casos (linha 3), a conclusão é falsa, caracterizando o contra-exemplo. Deste modo, a conjunção das premissas não implica a conclusão, pois a tabela, neste caso (linha 3), fornece um valor “0”, caracterizando assim, uma forma não-tautológica. Logo, o argumento ψ é inválido.

Feita esta síntese acerca da lógica formal, necessária para os capítulos finais desta dissertação, vamos passar a discutir a dedução como processo de inferência, em contraste com as inferências indutivas e seus princípios indutivos.

1.4. Dedução *versus* indução natural

Confrontaremos, nesta seção, duas modalidades de processos inferenciais: a dedução e a indução. Antes, porém, definimos a *indução* como a generalização daquilo que é observado em casos particulares para o domínio em estudo.

Segundo Chauí (2002), na indução, “partimos de casos particulares iguais ou semelhantes e procuramos a lei geral, a definição geral ou a teoria geral que explica e subordina todos esses casos particulares”. Da mesma maneira, Popper (1975, p. 27) nomeia por indução uma inferência que conduza de enunciados singulares (empíricos) para enunciados universais (hipóteses ou teorias científicas).

Salmon (1993) propõe caracterizar os argumentos dedutivos e os argumentos indutivos mediante duas características fundamentais. A primeira analisa a relação entre as premissas e a conclusão. Verificamos que, quando todas as premissas são verdadeiras, a conclusão, na dedução, é *necessariamente* verdadeira, ao passo que na indução, a conclusão é *provavelmente* verdadeira; não sendo, portanto, uma conseqüência necessária das premissas. A segunda característica trata do conteúdo informacional que cada tipo de argumento apresenta em sua conclusão. A conclusão, na dedução, “*nada diz,* a rigor, que já não tenha sido enunciado pelas premissas” (SALMON, 1993, p. 8, grifo nosso), pelo menos implicitamente; por outro lado, na indução, a conclusão apresenta uma *informação nova* (uma generalização), que não era fornecida, mesmo implicitamente, nas premissas.

Evidenciamos, pela segunda característica, a razão pela qual os argumentos dedutivos são conhecidos como “explicativos” ou *não-ampliativos* e, diferentemente, os argumentos indutivos são “não-explicativos” ou *ampliativos*.

---

[4] Tautologia é uma forma proposicional que tem o valor de verdade sempre verdadeiro independente dos valores lógicos das proposições simples que as compõem

Entretanto, a caracterização de argumentos dedutivos como não-ampliativos, e argumentos indutivos como ampliativos, deve ser interpretada enquanto conteúdo informacional presente nas premissas. Segundo Haack (2002), há ausência de clareza na explicação das distinções destes dois tipos de argumentos, em que interpretamos, comumente, “não-ampliativo” como aquele argumento que “não contém nada na conclusão que já não esteja contido nas premissas” (HAACK, 2002, p. 38). De maneira antagônica, interpretamos “ampliativo” quando “suas conclusões vão além do que está contido em suas premissas” (ibidem). Diante disso, Haack nos fornece um argumento *dedutivo válido*[5] da lógica proposicional, conhecido como a *adição*, qual seja, $A \vdash A \vee B$, para discutir o termo “não-ampliativo” na explicação de um argumento dedutivo. Segundo Haack, se admitirmos o sentido literal de “não-ampliativo”, parece-nos falsa a afirmativa de que a conclusão, na dedução, não contém coisa alguma que já não esteja contido nas premissas. E ainda, o que nos é cabido dizer sobre o sentido literal de “ampliativo” diante de um tipo de indução, conhecida como *indução por enumeração completa*, na qual a conclusão simplesmente abrange *todos os elementos*, de propriedade comum (são carnívoros), que são afirmados como *premissas*. Por exemplo, se verificamos que as lontras 1, 2 e 3, de um mesmo Zoológico Z, são carnívoras, e se essas três lontras são todas as lontras daquele zoológico Z, por indução por enumeração completa, dizemos que todas as lontras de Z são carnívoras.

Todavia, neste trabalho adotaremos a justificação apresentada por Salmon, pois podemos desfazer esta confusão apontada por Haack, se supusermos que, na dedução, “toda a informação ou conteúdo factual na conclusão já estava contida nas premissas, *pelo menos implicitamente*” (SALMON, 1993, p. 8, grifo nosso), ou seja, esses conteúdos “adicionais” viriam como inferências imediatas das premissas dadas. No exemplo da adição, A é uma premis-

[5] Um argumento da lógica proposicional é válido quando sua condicional associada (cf. p.23) a este argumento é uma tautologia.

sa, então podemos assumir como válida qualquer disjunção que envolva A. Com relação à indução, estamos preocupados, neste trabalho, com a indução natural e, portanto, a confusão gerada pela indução por enumeração completa não é transportada para a indução natural, pois neste último tipo de indução, a conclusão apresenta uma nova informação, não fornecida antes pelas premissas, mesmo implicitamente, uma vez que, por meio da indução natural utilizada pelas ciências naturais, concluímos sempre proposições universais a partir de enunciados particulares, resultantes de observações e experimentos.

Apresentamos, como ilustração, um exemplo de argumento indutivo em contraste com um argumento dedutivo válido para melhor visualizarmos nossa discussão acerca do poder explicativo (ou de como garantir a verdade de uma conclusão) para cada tipo de argumento.

	Todo animal vertebrado provido de penas é ave.
D	Todo Apteryx é um animal vertebrado provido de penas.
	Todo Apteryx é ave.

I	Todas as aves que conheci voam.
	Todas as aves voam.

Observamos que o argumento ***D*** é um silogismo válido da lógica dedutiva, em que a conclusão é, necessariamente, verdadeira, quando todas as premissas forem também verdadeiras. O argumento ***I*** é indutivo, no qual podemos observar que a conclusão é, provavelmente, verdadeira, quando a premissa é verdadeira, diferindo-se, com efeito, de um argumento dedutivo, em que diante de premissas verdadeiras e forma válida, a conclusão segue necessariamente verdadeira. Na indução, pelo fato de termos conhecido apenas aves que voam, não implica (não constitui prova suficiente) na inexistência de aves que não voam. Desta maneira, as premissas, na indução, *não explicam* a conclusão obtida.

Nesse sentido, destacamos a definição de indução dada na obra *The MIT Encyclopedia of the Cognitive Sciences* (1999, p. 399), segundo a qual a indução é "um tipo de inferência que introduz incerteza, em contraste ao raciocínio dedutivo no qual a verdade de uma conclusão segue, necessariamente, da verdade das premissas". Contudo, a despeito da indução não garantir a verdade da conclusão, quando suas premissas são verdadeiras, este tipo de raciocínio nos fornece evidências para acreditarmos na conclusão obtida.

Segundo Liard (1979, p. 41), acerca da caracterização das inferências abordadas, quando inferimos uma proposição de 'mesma extensão' ou de 'extensão menor' sobre o universo, a partir das informações das premissas, estamos diante de inferências dedutivas. Caso contrário, ao concluir uma proposição geral (extensão maior) a partir da enumeração de casos particulares, estamos diante da indução. Entretanto, nesta definição de inferências dedutivas e indutivas, a mesma problemática apontada por Haack ocorre, pois no argumento dedutivo (adição) $A \vdash A \vee B$, inferimos a proposição $(A \vee B)$ a qual apresenta uma extensão maior em relação à premissa (A). Diante disso, poderíamos dizer que este argumento é dedutivo, segundo a definição de Liard? Destacamos, mais uma vez, que a nossa escolha pela caracterização introduzida por Salmon, além de se adequar aos nossos objetivos, evita-se tais situações.

Conforme já explicitado, a indução é um tipo de inferência que introduz incerteza em suas conclusões, por isso, alguns lógicos e filósofos como Rudolf Carnap (1962) e Hans Reichenbach (1971) tentaram justificar a lógica indutiva por meio da recorrência à probabilidade. Nesta vertente, em que se propunha um método (probabilista) a fim de buscar conhecimentos "certos", não era possível obtermos a verdade, mas a probabilidade muito alta dela.

Desta maneira, numa vertente probabilística, buscamos a alta probabilidade da conclusão, num raciocínio indutivo. A probabilidade indutiva depende da força de explicação dada pelas premissas para sustentar uma conclusão. Nesse caso, seguindo a nomenclatura de Sainsbury (1991), dizemos, então, em argumentos *indutivamente fortes* – quando o grau de certeza (probabilidade) de a conclusão ocorrer é alto, isto é, as premissas fornecem fortes razões a favor da sua conclusão. Por outro lado, poderíamos dizer acerca da existência de argumentos indutivamente *fracos* – quando estes não forem indutivamente fortes. Contudo, parece-nos razoável aceitar apenas aqueles argumentos indutivamente fortes. Indubitavelmente, há aqueles que contestam este tipo de classificação, pois assim como Hume (1972), outros simplesmente negaram a indução, uma vez que este tipo de inferência não assegura a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas.

Neste momento, analisaremos alguns argumentos indutivos, a fim de observarmos que a verdade das premissas pode tornar a conclusão provável, mas dificilmente verdadeira de modo necessário.

Observemos os dois argumentos indutivos abaixo:

S: Todos os pingüins catalogados até hoje não voam. Logo, nenhum pingüim voa.

W: Para os indivíduos x_1, x_2 e x_3 um dado remédio causou a cura de uma determinada enfermidade. Portanto, tal remédio causará a cura para um indivíduo x_4.

Segundo a noção de grau de certeza da conclusão, o argumento ***S*** é *indutivo forte*, pois a premissa fornece um *alto grau* de probabilidade ou boas razões para se acreditar na conclusão. Para o argumento ***W***, as premissas fornecem poucas razões para nos fazer acreditar na cura pelo suposto remédio, por isso *não é indutivo forte*. Notemos que o argumento ***W*** seria menos provável caso tivéssemos como dados x_1=ratos, x_2=coelhos, x_3=macacos e x_4=seres humanos.

Aristóteles, na obra *Metafísica*, discute, inicialmente, o conhecimento dos enunciados singulares e o dos universais, colocando a experiência como o meio pelo qual a ciência e a arte[6] vêm aos homens. Podemos relacionar nosso exemplo ***W***, anteriormente exposto, com aquele utilizado por Aristóteles na discussão de que a 'arte' surge quando, através de 'noções experimentadas', se enuncia um 'juízo universal'. Nesse caso, ele diz: "Não é o homem, com efeito, a quem o médico cura, se não por acidente, mas Cálias ou Sócrates, ou qualquer um outro assim designado, ao qual aconteceu também ser homem" (ARISTÓTELES, 1973, p. 211). Isto é, o médico não cura – ou irá curar – a espécie humana, mas seus elementos singulares; o que poderia resultar de, em um caso particular, o médico não promover a cura para algum indivíduo, mas se isso não acontecer, o médico, por intermédio da experiência, adquiriu a arte.

Para Mark Sainsbury (1991), grande parte do nosso raciocínio quotidiano não segue da validade dedutiva e sim do raciocínio indutivo forte. Em linhas gerais, Sainsbury afirma que a verdade das premissas fornece boas razões para acreditarmos na conclusão, para ambos os tipos de raciocínio. Na dedução, a verdade das premissas torna a conclusão irrefutável, quando sua forma é válida; o que não é o caso para a indução. Na dedução, as premissas são 'razões conclusivas'. Na indução, ao contrário, as premissas são 'razões prováveis' (incertas), nas quais há graus diferenciados de força explicativa dada pelas premissas para sustentar uma conclusão.

O estudo recente da indução, sobretudo pelo fato de ter sido considerada a lógica da ciência por alguns filósofos da ciência tais como Francis Bacon e J. Stuart Mill, permitiu avanços ao desenvolvimento desta lógica e cada vez mais se verificou que os argumentos indutivos "estão subentendidos em quase todo o nosso saber, desde os níveis mais básicos do senso comum, até os mais refinados domínios da ciência" (SALMON, 1993, p. 45), como por exemplo, a analogia, o raciocínio causal e a corroboração de hipóteses científicas.

---

[6] Para Aristóteles, *arte* é entendida como o domínio de um conhecimento. Assim, "homem de arte é o perito" (Aristóteles, 1973, p.213).

Com o uso do raciocínio indutivo, apresentamos dois exemplos desta modalidade de raciocínio, um realizado pelo senso comum, sem qualquer rigor e, por isso mesmo, inválido; e outro utilizado em processos seletivos, como concursos públicos, pois se espera do candidato este tipo de “competência” (raciocínio).

Como exemplo de raciocínio indutivo do senso comum, lançamos uma velha piada para ilustrar o perigo de se sair à procura de causas de determinados fenômenos, na ausência de um critério rígido. Por isso mesmo, John Stuart Mill propôs, no século XIX, alguns métodos famosos que passaram a ser chamados de “métodos de Mill”. Neste exemplo, um homem descarta o álcool como possível causa da sua embriaguez, e acusa a sua soda. Temos o seguinte argumento:

“Um homem quer descobrir o que lhe causa embriaguez. Certa noite, ele bebe uísque com soda, outra noite bebe ‘bourbon’ com soda, na noite seguinte bebe vodca com soda, etc. E conclui que o que o faz ficar ébrio é a soda” (SALMON, 1993, p. 58).

Como exemplo de raciocínio indutivo, agora como associação por analogia, temos alguns exercícios lógicos variados. Por exemplo[7], temos o seguinte enunciado: Escreva o número que falta.

Fig. 1

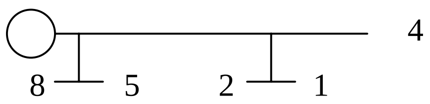
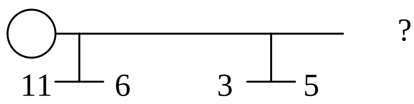


Fig. 2



Neste exemplo, para determinarmos o número que falta ‘?’, devemos, a partir da figura completa e conhecida (Fig.1), encontrar uma ‘lei de formação’ de seus elementos e, daí, inferir, por *analogia*, que na outra figura (Fig.2) o mesmo padrão de formação se estabelece. Assim, verificamos que:

[7] Este exercício é uma versão adaptada do exercício encontrado na apostila de concursos sobre raciocínio lógico (Simão et al, [2002?], p. 38)

o número 4 = (8+2) – (5+1). Utilizando o mesmo procedimento para a outra figura, teremos: ? = (11+3) – (6+5) = 14 – 11 = 3.

Podemos constatar que é um legítimo raciocínio indutivo, pois *acreditamos* que existe uma mesma ordem estabelecida entre a disposição dos números da Figura 1, com a disposição dos números da Figura 2. Não é muito discrepante daquele exemplo anterior que faz a relação de um remédio que cura uma enfermidade em alguns poucos indivíduos e conclui que fará o mesmo efeito para um outro indivíduo (podendo ser ou não de uma mesma espécie).

Neste último exemplo, parece-nos que na busca de uma ordem (lei de formação), encontramos não uma, mas várias leis de formação possíveis, pois 4 = 3+1 = (8-5) + (2-1) ou 4 = 7-3 = (8-1) - (5-2) ou 4 = 10-6... Todas estas formações possuem uma correspondência entre os elementos a Fig.1 e da Fig.2 que resultará também em ? = 3, o que existe como alternativa de resposta neste exercício. Como são propostas alternativas como resposta, numa outra formação possível em que 4 = (8.2) : (5-1) e seu correspondente na Fig.2 (11.3) : (6-5) = 33, estaremos descartando esta possibilidade pelo fato de as alternativas não fornecerem '? = 33'.

Diante do exposto, os limites de cada método (dedutivo e indutivo) ficam evidenciados. Por um lado, o método dedutivo não consegue ampliar as informações contidas num dado sistema lógico, pois todas as informações, de algum modo, estão contidas nas premissas. Por outro lado, o método indutivo ao ampliar as informações de um sistema lógico, não consegue explicar ou justificar a conclusão de maneira que esta seja *necessariamente* verdadeira, haja vista que sua conclusão vai além do que está contido em suas premissas.

Esse caráter não-explicativo dos argumentos indutivos será explorado melhor no capítulo conseguinte, quando veremos que para a aquisição de conhecimento que expresse, de fato, o mundo como realmente é, ou seja, para adquirirmos um conhecimento científico que possa ser rigorosamente justificado, nem o método dedutivo, nem o indutivo, isoladamente, serão suficientes para a sua justificação. Nem por isso nos habilitamos a desclassificar a indução, ou seu raciocínio, como um processo genuinamente lógico, conforme fizeram muitos filósofos da ciência.

Abordaremos nos demais capítulos a indução natural, a qual realiza inferências para o estabelecimento de leis gerais (proposições universais) das Ciências Naturais. Investigaremos, a partir deste momento, a indução como um problema epistemológico relacionado com o conhecimento científico.

2. O DEBATE EPISTEMOLÓGICO ACERCA DA CONSIDERAÇÃO DA INDUÇÃO COMO UM PROCESSO GENUINAMENTE LÓGICO

Também conhecido no campo da Epistemologia como o *problema de Hume,* o problema da indução surge pela impossibilidade de justificarmos, por meio de princípios dedutivos, essa forma de raciocínio que infere propriedades válidas para indivíduos quaisquer do universo estudado, a partir da observação de alguns indivíduos particulares desse universo. O problema filosófico da indução colocou em xeque a legitimidade deste procedimento inferencial (diante de informações parciais) como método para justificar uma teoria científica.

A ciência tem por objetivo canônico entender o mundo, mas para conhecê-lo fazemos uso da empiria, de observações e experimentos, para que por meio de um método seguro seja possível justificarmos racionalmente uma teoria científica. O entrave que se coloca é justamente a adoção, pela ciência, de um método para produzir ou gerar tais teorias. Um método adotado por vários campos das ciências naturais é o método indutivo, o qual justifica uma teoria por meio da indução. Entretanto, vimos, e aprofundaremos um pouco mais neste capítulo, que a indução atrai incerteza nas inferências realizadas, é sobre esta ausência de certeza que Hume (1972) construirá seu ceticismo sobre o conhecimento fundamentado num método (a indução), que para ele é psicológico e não lógico/racional. Por essa razão, Hume é visto como o maior dinamitizador da Epistemologia.

Salientamos, de início, que não proporemos uma solução ao problema da indução enquanto método científico, haja vista que, de fato, entendemos não ser apropriado usar a indução para justificar a *verdade necessária de um enunciado conjeturado do tipo universal* pelas ciências naturais. Nesse sentido, várias tentativas foram feitas para estabelecer um método próprio para a ciência, dada as limitações dos métodos dedutivo e indutivo, quando empregados isoladamente para este fim, como destacamos no final do Capítulo 1.

Nesse contexto epistemológico, discutiremos o método hipotético-dedutivo de Popper (1975), que a nosso ver é, muitas vezes, e principalmente nas ciências naturais, a concatenação dos métodos dedutivo e indutivo, surgido como uma tentativa de responder ao problema epistemológico, qual seja, o de fundamentar racionalmente o conhecimento científico.

Todavia, buscamos subsídios para o entendimento de como se processa a habilidade humana de raciocinar sob incertezas, tendo apenas informações parciais. Apontamos para o maior empecilho das ciências empíricas que é a justificação dos enunciados universais (leis gerais) gerados a partir das proposições de observação. Caminhamos, entretanto, na direção de um tipo de indução que tenta buscar um raciocínio genérico, isto é, formulamos proposições que expressam comportamentos generalizados, não universais, como para ‘a maioria’ dos casos, ‘boa parte’ dos casos, construídos desta maneira a partir das proposições singulares observadas. Observamos que justificar os enunciados generalizados ainda é um problema, uma vez que continuamos sem a certeza de que entre os casos não-observados, a relação de “a maioria” ou “boa parte” permanece. Contudo, mostramos que a indução, segundo seus princípios indutivos (raciocínio sob incerteza), se estabelece como um processo lógico.

2.1. O problema da justificação dos enunciados universais estabelecidos pela indução nas ciências empíricas

Na concepção de Francis Bacon (1561-1626), a base de nosso conhecimento é a experiência, e a técnica, seu objetivo. Na tentativa de colocar os processos indutivos como característicos daquilo que era considerado científico – *concepção indutivista* – Bacon propôs uma reformulação da indução, que ao contrário da tradição aristotélica, deixa de ser um procedimento *enumerativo*, tornando-se uma atividade *amplificante*.

Para clarificarmos o avanço da proposta baconiana, consideramos a tradição aristotélica como aquela que assinalava por indução aquilo que compreendia a *indução formal*, também denominada por *enumeração completa*, apresentada por meio de silogismo indutivo. Segundo a concepção da indução formal (enumerativa), não teríamos como premissas alguns casos particulares de qualquer espécie, mas teríamos *todos* os casos de uma mesma espécie ou gênero. Para tratar dos silogismos, a tradição aristotélica diz que "a indução consiste em provar o termo grande [maior] do termo médio por meio do pequeno [menor], ao passo que a dedução prova o grande termo [termo maior] do pequeno [menor] por meio do termo médio" (LIARD, 1979, p. 59).

Para enfatizar a indução formal, apresentamos o seguinte exemplo de silogismo indutivo:

Os cisnes C_1, C_2 e C_3 têm a propriedade de serem, todos eles, brancos.
Os cisnes C_1, C_2 e C_3 são todos os cisnes daquele zoológico.
___
Todos os cisnes daquele zoológico são brancos.

Em contraste, podemos dizer que a indução científica (atividade amplificante) procederia da seguinte forma, em que 'C' é a abreviação de cisne e entre parênteses é indicado o local onde eles foram observados:

C_1 (Ásia), C_2 (Caribe), C_3 (Brasil), ..., C_{2089} (do zoológico da cidade de Tamboril) são todos brancos.
___
Todos os cisnes são brancos.

Para evidenciar a relação que o silogismo indutivo tinha para com o dedutivo, segundo a lógica tradicional, consideremos o silogismo dedutivo (SD) canônico:

(SD)	Todo homem é mortal.	Forma: MP	em que: M é o termo médio,
	Aristóteles é homem.	SM	S é o termo menor,
	Aristóteles é mortal.	SP	P é o termo maior.

Podemos compor um silogismo indutivo (SI) a partir dos elementos de (SD); entretanto, os termos devem ser combinados de outro modo, qual seja, de modo simétrico ao (SD).

(SI)	Aristóteles é mortal.	Forma: *simétrica* ao (SD).
	Aristóteles é homem.	
	Todo homem é mortal.	

Queremos com isso salientar que a indução e a dedução, enquanto silogismos, caracterizam-se como “dois processos inversos, opostos simetricamente um ao outro, sob a garantia das mesmas leis gerais do pensamento” (LIARD, 1979, p. 60).

Diante do exposto, podemos dizer que a indução formal é enumerativa porque conclui o todo a partir de *todas* as partes (quando finita, possível de se contar uma a uma), por outro lado, a indução experimental baconiana, concluiria o todo apenas com alguns casos particulares e, por isso mesmo, seria ampliativa. Desse modo, a partir da concepção baconiana, temos a indução como *o* método para as ciências naturais fundamentarem suas leis universais que se relacionam com o conhecimento dos fatos (dados empíricos).

A possibilidade de a indução gerar novas informações ou, de algum modo, ampliar nosso conhecimento acerca do mundo a partir das proposições de observação é destacada no trecho seguinte:

> [...] tiramos conclusões do passado para o presente e para o futuro; dos casos observados para os inobservados e mesmo inobserváveis; num ou noutro caso *induzimos*. Esta indução é a alma das ciências experimentais; sem ela a ciência não seria outra coisa senão o repositório de observações sem alcance (LIARD, 1979, p. 58).

Porém, a despeito de toda essa defesa baconiana em relação à adoção da indução enquanto método científico, a indução das ciências empíricas está baseada na experiência perceptiva que, pela *autoridade dos sentidos*, tenta formular proposições observáveis e com ela inferir dados gerais. Parece-nos razoável aceitar que, pela experiência, “o sol nascerá amanhã”, não obstante, hoje nos recusamos a acreditar que é o sol que se movimenta ao redor da terra, pois incluímos uma teoria para dar conta de outros fenômenos observados (Como poderíamos explicar as mudanças das posições das estrelas, caso a Terra ficasse em sua majestosa posição geocêntrica, de acordo com a velha teoria Ptolomáica?), o que fez com que a teoria geocêntrica perdesse sua verificabilidade. De qualquer maneira, a Filosofia da Ciência tem destinado atenção para “o princípio da natureza humana que dota a experiência de tão forte autoridade” (HUME, 1972, p. 40).

Nesse sentido de apontar as limitações nas demonstrações das teorias científicas, David Hume (1972) ainda é considerado por alguns filósofos como o maior dinamitizador da epistemologia, como mencionado anteriormente. Em seu livro *Investigação acerca do Entendimento Humano*, ele expressa por meio da *conjunção* uma relação causal entre fenômenos, já que, para ele, os raciocínios indutivos estariam fundamentados na relação de *causa e efeito*. A problemática instaurada por este cético da ciência a respeito desse tipo de raciocínio pode ser sintetizada na passagem seguinte.

> Esta conjunção pode ser arbitrária e acidental. Não há base racional para inferir a existência de um pelo aparecimento do outro. [...] há um outro princípio que o determina a tirar semelhante conclusão.
> Este princípio é o costume ou o hábito. (HUME, 1972, p. 45-46).

Para Hume, a indução era um processo psicológico (costume, crença), não lógico e, por isso, não passível de ser considerado um método científico, haja vista que para ele o único método racionalmente seguro era o dedutivo.

Acerca da experiência perceptual, citamos duas possibilidades de aquisição de *crenças* que se tornarão conhecimento através da empiria e ainda terão um importante papel na explicação do conhecimento humano. Uma será dada pelo próprio Hume e outra, por B. Russell.

No primeiro caso, se "[...] uma criança sentiu a sensação da dor ao tocar a chama de uma vela, terá cuidado de não pôr mais sua mão perto de outra vela [...]" (HUME, 1972, p. 42). Podemos dizer que a criança adquiriu conhecimento ao observar os efeitos resultantes das qualidades dos objetos naturais, isto é, ela utilizou alguma indução para supor que causas semelhantes resultarão em efeitos semelhantes. Hume defenderia que essa criança não usou de raciocínio para supor que o futuro se assemelhará ao passado, mas, ao contrário, seria um mero hábito. Hoje, precavidos, diríamos que essa criança não raciocinou segundo a lógica dedutiva, todavia diríamos que ela usou a analogia para supor um evento semelhante no futuro.

Num segundo caso, temos a seguinte proposição de observação: "Eu sou alimentado sempre às 9 da manhã" elaborado por um 'frango indutivista', todavia "o homem que regularmente alimenta o frango acaba um dia por lhe torcer o pescoço" (RUSSELL, 1939, p. 183). Poderíamos dizer que o frango indutivista adquiriu conhecimento? Hume, novamente, diria que não. Cautelosos, diríamos que o frango raciocinou segundo um tipo de lógica que infere um enunciado universal como conclusão a partir de algumas observações efetivadas, porém tal conclusão mostrou-se falsa.

Os enunciados universais obtidos pelas ciências naturais por meio das inferências indutivas, fundamentam-se numa pressuposta regularidade da natureza, ou seja, um fato observado voltará a ocorrer sempre que as mesmas circunstâncias forem estabelecidas. Assim, "a proposição que estabelece que o curso da natureza é uniforme é o princípio fundamental, o axioma geral da indução" (MILL, 1988, p. 318).

Na obra *A system of logic* (1843), J. Stuart Mill propõe defender o indutivismo com a formulação de métodos indutivos para fundamentar o conhecimento científico e considerar este tipo de conhecimento como um modelo de racionalidade.

No exemplo de Hume sobre a criança que se esquiva de chamas de velas por já ter se queimado com uma, o fato de a criança evitar um perigo eminente não seria, para Hume, suficiente para se dizer que houve algum tipo de raciocínio, pois comportamento análogo ao da criança verificamos em outros animais (considerados *não-sapiens*). Segundo ele "todas as inferências tiradas da experiência são efeitos do costume e não do raciocínio" (HUME, 1972, p. 46).

Procuramos esboçar até aqui toda a crítica de Hume sobre o indutivismo, pois parece que estamos construindo 'castelos sobre mares'. Caímos, assim, no terreno dos problemas epistemológicos ligados à Filosofia da Ciência. Como podemos justificar nosso conhecimento? "*Qual é o fundamento de todas as conclusões derivadas da experiência?*" (HUME, 1972, p. 36). Questões sobre a justificação da indução e a fundamentação racional do conhecimento levaram alguns estudiosos a buscar novos critérios de decisão ou a elaborar métodos que justificassem nossas certezas. Por essa razão, o problema da indução ficou conhecido no campo da Epistemologia como o "problema de Hume".

Tentaremos resumir o problema apresentado, o qual confrontaremos, a partir de agora, com uma formulação de Moritz Schilick na obra *O fundamento do conhecimento*. Segundo Schilick,

> A tese de que as afirmações da vida diária e da ciência, em última análise, não proporcionam mais do que simples probabilidade, e que mesmo os resultados mais gerais adquiridos em cada experiência só podem ter caráter de hipóteses – esta tese, digo, estimulou poderosamente os filósofos desde Descartes, com menos clareza, pode-se dizer até desde a antiguidade, a ir em busca de um fundamento inabalável, o qual esteja isento de toda dúvida e constitua a base sobre a qual se assenta o precário edifício do saber humano (SCHILICK, 1975, p.71).

Um dos maiores entraves da indução, a fim de que esta se torne uma justificação das teorias científicas, recordemos, é que sua conclusão segue provavelmente verdadeira na presença de premissas verdadeiras, ou ainda, que as premissas nos fornecem "boas razões" para acreditarmos na conclusão. Diante disso, novas propostas foram feitas, dentre elas a de Rudolf Carnap (1950), que introduziu a teoria probabilística, pois para ele, não podemos chegar à verdade, pelo menos de forma necessária, mas podemos chegar à sua probabilidade muito alta. Outros defensores se colocaram na busca de tal método, uns rejeitando a indução para assim o problema ser dissolvido, outros propondo mudanças na indução, e outros fazendo uma defesa pragmática.

A ausência de certezas inabaláveis não implicou em ceticismo ou em irracionalismo para K. R. Popper, mas, ao contrário, fez com que ele apresentasse um método hipotético-dedutivo para as teorias científicas, como mostraremos na próxima seção. Desse modo, a busca para cada vez mais nos aproximarmos da verdade seria dada por um método sustentado de maneira racional.

Antes de passarmos para a discussão do método proposto por Popper – o *falsificacionismo* – reafirmaremos que a adoção de um método seguindo *apenas* os processos dedutivos tradicionais seria inadequada se buscamos *ampliar* o nosso conhecimento acerca do mundo.

Para as ciências empíricas, pouco contribuiria um argumento válido caso não fosse possível tornar verificável um *enunciado universal*, pois, como vimos nas seções anteriores, um argumento pode ser válido e possuir premissas e conclusão falsas, contudo, se o argumento possui *forma* válida e suas premissas são verdadeiras, então inferimos dedutivamente uma conclusão verdadeira. A despeito de a lógica dedutiva tratar dos enunciados universais, com a introdução de um *quantificador universal*, sabemos que ela não consegue dizer, através de um conjunto finito de regras e para *qualquer caso*, quando uma forma é válida ou não. Trata-se aqui da *indecidibilidade* da lógica de predicados (tese de Church).

Na lógica dedutiva, quando uma fórmula universal não é dada como premissa, mas obtida como conseqüência de outra fórmula como um predicado n-ário, por exemplo, "$Pa \rightarrow \forall xPx$", tem-se uma forma inválida. Podemos considerar esse exemplo como um tipo de argumento indutivo, seguindo princípios indutivos. Nesse caso, assumindo o universo como o conjunto de todas as aves, temos que: "A ave tuiuiú voa, portanto toda ave voa". O que sabemos não ser verdade.

Vemos que, na lógica dedutiva, podemos construir dois tipos de proposições categóricas e suas respectivas formas negadas, totalizando em quatro as formas proposicionais categóricas; são elas: as *afirmativas universais,* as *negativas universais,* as *afirmações particulares* e as *negações particulares*. Não obstante, freqüentemente extrapolamos essas formas proposicionais, quando fazemos uso de outras formas que não são válidas pela lógica clássica dedutiva, tais como "a maioria das aves voam", "boa parte das aves voam" e dentre muitas outras. Por isso, "se quisermos praticar somente inferências válidas (deduções), em nosso dia-a-dia e em tais ciências, provavelmente ficaremos estagnados em muitas situações" (GRÁCIO, 1999, p. 11).

Alguns lógicos propõem a formalização dessas outras formas proposicionais que geram um tipo de raciocínio indutivo e introduzem novos quantificadores na linguagem das lógicas usuais. Abordaremos a Lógica do Plausível como uma dessas lógicas nos capítulos seguintes. Torna-se impossível o ajuste de algumas proposições quantificadas utilizando-se apenas dos quantificadores existencial e universal. Observamos que seria introduzida uma lista infinita de casos particulares, como quantificação para um predicado comum em determinados indivíduos do universo. Para modelar (dedutivamente) por exemplo "a maioria das aves voa", teríamos algo como: Toda ave voa, exceto se for uma ratita, ou for uma ave com asas cortadas, ou se estiver engaiolada ou... Vemos que a lista se estende o quanto quisermos. Nesse sentido, Barwise e Cooper (1981) demonstram a impossibilidade de formalizarmos os quantificadores generalizados por meio dos quantificadores “$\forall$” e “$\exists$” da lógica clássica.

Partimos, portanto, para a apresentação da proposta de Popper na tentativa de buscar um método que pudesse se estabelecer como um critério de demarcação entre ciência e metafísica. Destacamos alguns elementos para o entendimento de como se processa a habilidade humana de raciocinar sob incertezas. Mostramos, também, como o método por ele proposto se aproxima, em certo sentido, das inferências indutivas, embora tivesse rejeitado a indução.

2.2. O método hipotético-dedutivo popperiano como critério de demarcação entre ciência e metafísica e tentativa de responder ao problema da indução

Karl R. Popper, na obra *A lógica da investigação científica* (1975), propõe a reconstrução da lógica da ciência de maneira que somente a lógica dedutiva seja suficiente para avaliar as proposições científicas, uma vez que para ele a lógica indutiva deva ser rejeitada, pois assim como vimos em Hume, ele considerava a indução como um processo psicológico, portanto, não lógico (dedutivo). Todavia, mostraremos que em seu método hipotético-dedutivo – principalmente aplicado nas ciências naturais – algumas hipóteses/teorias ainda podem ser conjeturadas pela indução, embora considerasse seu método racional por suas teorias e leis serem conjeturadas sem a necessidade de se induzir a partir dos fatos adquiridos por meio de observação.

Diante disso, formulamos conjeturas audaciosas, em que, segundo Chalmers (1993), não usamos o conhecimento prévio dado pela empiria, ou formulamos conjeturas cautelosas pelo uso de conhecimento prévio. As conjeturas utilizadas por Popper compreendiam as teorias ou suposições criadas livremente pelo intelecto humano.

As proposições de observação, ou os enunciados singulares, deixaram de ser necessárias na formulação de *hipóteses* (consideradas como as leis naturais, ou seja, os *enunciados universais*). Criam-se teorias que sequer podem ser verificadas, como as “supercordas”, pela física teórica. Para Popper (1975, p. 61), as teorias científicas são enunciados universais, “são redes, lançadas para capturar aquilo que denominamos ‘o mundo’”.

No mesmo sentido utilizado por Granger (1994, p. 48), denominamos por *teoria* “um conjunto de enunciados, atualmente formulados ou potencialmente formuláveis”. Uma teoria precede e orienta a observação em muitos casos, sendo interpretada como conjetura especulativa no sentido de superar problemas encontrados em teorias anteriores e dar uma explicação adequada do comportamento de alguns aspectos do mundo, caracterizando o *progresso da ciência*.

Embora Popper estivesse convencido de que os métodos característicos das ciências empíricas não fossem os métodos indutivos, ele admite como científico (empírico) aquilo que (em enunciados universais) pode ser *testado* pela experiência.

Como vimos na seção anterior, as teorias, por conterem enunciados universais, nunca poderão ser “empiricamente verificadas” em definitivo, pois seria um procedimento de se testar uma hipótese *ad infinitum*. “Estas considerações sugerem que se deve considerar como um critério de demarcação [entre ciência e não ciência], não a verificabilidade, mas a falseabilidade de um sistema” (POPPER, 1975, p. 274).

Surge, então, o *falsificacionismo* como método, segundo o qual algumas teorias podem se revelar falsas por um apelo aos resultados da observação e do experimento. O falseamento de afirmações universais pode ser deduzido de afirmações singulares disponíveis. Ou seja, encontrar *um* contra-exemplo é condição necessária e suficiente para se falsificar uma teoria, bem como falsear as condições iniciais. O falsificacionismo ocupa-se desta particularidade lógica, que, como bem descreveu Popper (1975, Cap. III), é a regra inferencial da lógica clássica conhecida como *Modus Tollens*. Por este motivo, este método é também conhecido como *método dedutivo de teste*, ou ainda, como *sistema hipotético-dedutivo*.

O critério proposto por Popper estabelece como teoria científica aquela que puder ser testada (falseada) e, nesse sentido, entre as teorias científicas permanecem aquelas que sobreviverem a mais testes. Com efeito, este método é visto como um *método racional*, pois se trata da base da racionalidade humana:

> A ciência é racional porque todas as suas teorias estão abertas a críticas empíricas, e porque ela permanece pronta a rejeitar qualquer dessas teorias caso a crítica tenha êxito, não importa quão impressionantes foram as realizações da teoria no passado. (WORRALL, 1997, p. 92).

Segundo Popper, superamos o argumento *indutivista* da ciência ao adotarmos um argumento por meio da *crítica racional sistemática*, sintetizado pelo seu método falsificacionista. Essa mudança de método na ciência é evidenciada no esquema-resumo abaixo.

O argumento indutivista da ciência pressupõe o seguinte método:

Fatos adquiridos por meio da observação

↓ Indução

Leis e teorias

↓ Dedução

Previsões e explicações

O falsificacionismo segundo Popper apresenta a seguinte taxionomia

Problema → Hipótese → Teste → A hipótese é falsificada ou corroborada

Se a hipótese foi falsificada, voltamos ao problema para conjeturar uma nova hipótese. Caso a hipótese tenha sido corroborada, voltamos a submetê-la a novos testes.

A partir do que expusemos sobre o método falsificacionista, iremos nos contrapor acerca de algumas das posições deste método. Evidenciaremos, no decorrer desta seção, a existência de elementos indutivos presentes neste método, e a insuficiência do método rígido popperiano para caracterizar o método científico.

Seguindo a proposta falsificacionista, as regras metodológicas (base empírica) são estabelecidas como *convenções* pela comunidade científica, já que não podemos, por exemplo, estabelecer as proposições singulares somente pela autoridade dos sentidos, ou até mesmo como dogmas. Nossas observações estão de certo modo "contaminadas", uma vez que a "verificação de um fato científico depende, pois, de uma *interpretação*, mas de uma interpretação ordenada, no interior de uma teoria explícita" (GRANGER, 1994, p. 48).

A despeito de no falsificacionismo uma teoria ser falseada – quando testada e de posse de enunciados básicos estabelecidos por convenção – a ciência não muda suas teorias rejeitando em definitivo aquelas que em algum teste não foram bem sucedidas. Esse fato ocorre porque os enunciados básicos (singulares) que servem de base ou contra-exemplo para a falsificação de teorias, podem ser considerados falsos à luz de posteriores progressos, novas convenções. Conforme aponta Chalmers (1993, p. 97), "é possível encontrar proposições observacionais que eram geralmente aceitas na época [de uma teoria vigente] e foram consideradas inconsistentes com a teoria", ou seja, mesmo tendo um contra-exemplo disponível, a teoria permaneceu, pois dentre as razões que já argüimos, encontra-se a ausência de uma teoria melhor para substituí-la. Desse modo, apontamos para a dificuldade de se propor um método rígido, como o falsificacionismo, para demarcar a ciência.

Uma teoria pode ser falsificada ou corroborada (concepção popperiana), contudo, não estabelecemos a ‘confirmação’ – a verdade – de uma teoria. Para Chalmers, erramos ao considerar as conjeturas falsificadas como ocasiões de avanço (progresso) na ciência. O que de fato propicia avanços sobre teorias falsificáveis é a proposta de que uma formulação de hipóteses audaciosas (sendo estas independentes das teorias vigentes ou teorias já falsificadas) leve a novas previsões testáveis.

Um outro obstáculo lançado ao falsificacionismo é que embora uma teoria possa ser falsificada, todavia ela não pode ser “conclusivamente” falsificada, porque a possibilidade de que alguma parte da complexa situação do teste seja responsável por uma previsão errada não pode ser descartada. Portanto, embora uma teoria possa ser falseada nos testes convencionados, ela ainda pode ser mantida pelo sistema teórico, por uma mesma convenção de que o teste pode apresentar erros através das proposições observacionais.

A história da ciência apresenta situações em que encontramos proposições observacionais que eram geralmente aceitas em uma determinada época, e foram consideradas inconsistentes com a teoria. Contudo, aquelas teorias não foram rejeitadas (ou falsificadas), o que revela que mesmo diante de informações que contrariem nossa hipótese, preferimos mantê-la na ausência de uma teoria que responda aos casos anteriores e aos novos problemas surgidos. Deste modo, ao refutarmos uma proposição científica (uma afirmação universal), por meio de uma proposição singular, ainda assim, uma teoria pode ser mantida, pois sabemos que as proposições singulares demandam interpretação e, em certo sentido, o teste pode ser tão falível quanto à teoria. Com isso, apontamos para o fato de a ciência, muitas vezes, não seguir um método rígido ou algorítmico, como o proposto por Popper. Contudo, seu método busca uma normatização para aquilo que deveria ser considerado ciência daquilo que seria metafísica.

Ademais, o método popperiano conseguiu superar o indutivismo, pois agora podemos formular hipóteses científicas sem a necessidade da observação prévia, entretanto, ainda é possível conjeturarmos uma hipótese por meio da indução. Nesse sentido, apontamos a possibilidade de utilizarmos a indução ao conjeturarmos uma hipótese / teoria, mesmo no método falsificacionista. Uma vez que este método pretende ser o método científico, podemos relacionar o método da ciência com um tipo de raciocínio não-monotônico. Para tanto, assumiremos como *raciocínio monotônico*, de forma sucinta para a relação pretendida, àqueles tipos de raciocínios com a seguinte característica: "se algo é conseqüência de um conjunto de premissas, então continua sendo conseqüência ainda que adicionemos fatos novos [premissas]" (MORTARI, 2001, p. 388). Caso contrário, o raciocínio é considerado não-monotônico.

Como ilustração, podemos dar o seguinte exemplo de raciocínio monotônico, através do argumento abaixo:

"Boa parte" das aves voa.
O apteryx, sendo ave não voa.
___
"Boa parte" das aves voa.

Destacamos, nesse argumento, uma informação (premissa) que não corroboraria a proposição generalizante (não-universal) inicial estabelecida por indução; todavia, o contra-exemplo (o apteryx não voa) não é suficiente para desacreditar/falsear a afirmativa generalizante "*boa parte* das aves voa", por isso essa proposição se mantém.

Analogamente, preservando entretanto as diferenças quanto ao processo de formulação dos enunciados universais nas ciências, podemos exemplificar um raciocínio monotônico dado pela ciência do seguinte modo:

Todas as órbitas dos planetas do sistema solar são elípticas.
A órbita do planeta Plutão foi observada como sendo de órbita circular.
___
As órbitas daqueles planetas ainda assim são consideradas elípticas.

A justificação para se ter mantido a proposição inicial é o fato de o problema poder estar no equipamento de observação, podendo haver desajustes nos instrumentos.

Por essa razão, um teste não é considerado suficiente para refutar, em definitivo, uma teoria científica, uma vez que o teste é tão falível quanto à teoria. Observamos que a teoria não foi falseada pelo suposto contra-exemplo apresentado, baseado numa experimentação. Podemos dizer que esse tipo de raciocínio *não* verifica o *Modus Tollens* que, segundo o método popperiano, a ciência deveria seguir.

Pois, podemos formalizar o argumento acima da seguinte maneira:

$$\begin{array}{l} T \to P \\ \sim P \\ \hline T \end{array} \qquad \text{(Raciocínio Monotônico)}$$

Considerando:

T: todas as órbitas dos planetas do sistema solar são elípticas.

P: Plutão segue o padrão orbital elíptico (observar que "P" é conseqüência lógica – dedutiva – de T, pois Plutão é um planeta do sistema solar).

É lícito estabelecermos uma relação entre o método da ciência e os raciocínios indutivos não-monotônicos pela sua proposta básica, a de seguir a regra *modus tollens*, ou seja, ao recebermos uma informação nova, podemos falsear uma hipótese. Por exemplo, se conjeturamos, por meio das evidências disponíveis (indução), a proposição de que "todas as aves voam" e, em seguida, obtemos a informação de que "o apteryx é uma ave que não possui asas", poderíamos descartar a hipótese inicial de que "*todas* as aves voam".

Formalizamos este argumento, da seguinte maneira:

Seja: O universo de discurso é o conjunto das aves;

F: x voa;

W: x tem asas;

a: denota o apteryx (uma ave desprovida de asas, logo não voa).

A hipótese conjeturada e colocada em teste será:

$$\forall x Fx$$

Então:

$\forall x Fx \rightarrow \forall x Wx$ (conseqüência da hipótese)

$\sim Wa$ (pela empiria)

$\sim \forall x Fx$

A possibilidade de uma teoria/hipótese ser conjeturada por meio da indução e a caracterização de um raciocínio não-monotônico, evidencia-se o fato de o método popperiano comportar as inferências indutivas na formulação das hipóteses científicas, mas por este método também é possível (e essa era a pretensão de Popper) conjeturarmos uma teoria sem a observação prévia. Isto se dá em consonância com a afirmativa de Da Costa (1981, p. 39) ao declarar que “em certo sentido óbvio, as inferências indutivas todas se reduzem ao método hipotético-dedutivo [falsificacionismo]”. Com isso, mostramos que Popper, por meio de seu método, não conseguiu rejeitar, por completo, a indução na ciência.

Ademais, a ciência não poderia seguir um método rígido, pois, como vimos, um teste não é considerado, por vezes pela ciência, suficiente para refutar, em definitivo, uma teoria. Este fato também é abordado por Popper (1975, p. 52) quando ele diz que tem sido constantemente mal interpretado ao afirmarem que ele defende um critério “que se assenta em falseabilidade ‘completa’ ou ‘conclusiva’” Dessa maneira, se considerarmos o método popperiano como um método algorítmico, este mostrar-se-á insuficiente para caracterizar o método científico. Contudo, o método proposto por Popper busca atingir a verdade, ou pelo menos, com algum rigor, chegar o mais próximo dela de modo racional, via crítica sistemática.

Nosso próximo objetivo será a adoção de uma lógica dedutiva que formaliza um tipo de raciocínio indutivo e que nos possibilitará uma reflexão sobre alguns princípios que fundamentam a indução, por meio do raciocínio genérico engendrado por esta lógica, a saber, a Lógica do Plausível.

3. UMA INVESTIGAÇÃO ACERCA DO RACIOCÍNIO GENÉRICO INDUTIVO NA LÓGICA DO PLAUSÍVEL

3.1 A lógica do plausível como sistema formal para um raciocínio indutivo

A lógica clássica contempla três princípios fundamentais, a saber: (i) Princípio da identidade – todo objeto é idêntico a si mesmo; (ii) Princípio da não contradição – uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente; e (iii) Princípio do terceiro excluído – toda proposição é verdadeira ou falsa, não existindo uma terceira possibilidade.

Entendemos por *lógicas não-clássicas*, os sistemas lógicos que *excluem* um destes princípios clássicos básicos, ou que *estendem* sua linguagem por meio de novos quantificadores, distintos do universal e o existencial, ou ainda, pela introdução de novos operadores.

Enquanto sistema formal, a lógica contempla aspectos da linguagem natural, seja no uso de quantificadores como o “todo” e “algum” numa proposição categórica, ou também os conectivos “e”, “se ..., então...”, etc. Contudo, o uso exclusivo dos quantificadores existencial e universal, pela lógica clássica, distancia-se da nossa linguagem natural que usa muitos outros, como “a maioria”, ‘a minoria’, ‘quase todos’, ‘quase nenhum’, ‘muitos’, ‘poucos’, dentre muitos outros. Como conseqüência disso, surgiram muitas lógicas não-clássicas por meio de novos quantificadores acrescidos à lógica de predicados clássica ou pelo acréscimo de novos operadores e regras de inferência, de modo que formalizam tipos específicos de raciocínios. Dentre essas lógicas não-clássicas, encontram-se aqueles sistemas formais dedutivos que buscam modelar um tipo de raciocínio indutivo.

O raciocínio indutivo descreve um tipo particular de inferência, a qual passa de uma relação verificada numa amostra (*Todo* cisne nesta amostra é branco) para a mesma relação no universo estudado (*Todo* cisne é branco) – que inclui casos não-observados. Este tipo de raciocínio é considerado, no campo epistemológico, como um processo inferencial não genuinamente lógico em decorrência deste raciocínio não se mostrar adequado na justificação das teorias científicas (proposições universais por meio de proposições singulares), como apontamos no capítulo anterior, pois, para a ciência, “indagar se há leis naturais sabidamente verdadeiras é apenas outra forma de indagar se as inferências indutivas se justificam logicamente” (POPPER, 1975, p. 28). Na busca por elucidar alguns princípios que fundamentam a indução, apontamos para o fato de a inferência indutiva não ser “estritamente válida”, mas que gera algum grau de confiabilidade / probabilidade, conforme o que vimos na Seção 1.4, na qual a conclusão segue *provavelmente* verdadeira.

Dessa maneira, tendo em vista que existem diversas formas de abordagem do raciocínio indutivo, propomos, neste capítulo, investigar um tipo de raciocínio indutivo segundo sistemas lógicos monotônicos.

Para evidenciarmos a relevância de um sistema lógico admitir a propriedade da monotonicidade, retomemos este conceito agora de um ponto de vista formal.

Dizemos que um sistema lógico formal **S** é *monotônico*, quando dadas duas teorias Δ e Γ em S, de modo que Γ é uma extensão de Δ, então o conjunto de conseqüências de Δ é um subconjunto do conjunto de conseqüências de Γ, isto é, se Δ e Γ são teorias no sistema **S** e $\Delta \subseteq \Gamma$, então $Th(\Delta) \subseteq Th(\Gamma)$, em que $Th(\Phi) = \{\lambda / \Phi \vdash \lambda\}$.

Podemos dizer de uma maneira intuitiva que, num sistema monotônico, o número de informações consideradas como verdadeiras (premissas e suas conseqüências) *aumenta* ao adicionarmos novas premissas/informações. Isso denota a impossibilidade deste tipo de sistema revisar as informações obtidas mediante as novas informações acrescidas, pois a validade da dedução deve ser preservada, ou seja:

$$\Delta \vdash \lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta \cup \Gamma \vdash \lambda.$$

Dentre as propostas existentes de sistemas lógicos dedutivos como representação de formas de raciocínios sob incerteza, as mais conhecidas pela literatura são os sistemas não-monotônicos, pois esta propriedade lógica (não-monotonicidade) era considerada como a mais adequada para tratar do conhecimento indutivo, assim como defendia Reiter (1980), uma vez que atuando sob informação incompleta, o sistema deve fazer suposições e *revisá-las* sempre que receber mais informações.

Como sistema lógico formal não-monotônico, podemos citar a *Lógica do Padrão* (Default Logic) desenvolvida por R. Reiter (1980), caracterizada pelo acréscimo de regras ou "padrões" à lógica de primeira ordem clássica ($L^{\tau}_{\omega\omega}$). A noção de padrão se estabelece como uma ferramenta (regra do padrão), por meio da qual podemos atribuir uma propriedade a uma constante/indivíduo "na ausência de qualquer informação contrária", uma vez que, segundo Reiter, essa "ausência de informação contrária" pode ser interpretada como "é consistente assumir que". O autor considera sua regra uma representação para o quantificador "quase todos", ou "a maioria", sem fazer uso de recursos quantitativos como distribuições de freqüências ou raciocínio aproximado formalizado pelas lógicas difusas (Fuzzy Logics).

Contudo, os sistemas lógicos não-monotônicos têm sido criticados por alguns autores, dentre eles Sette, Carnielli e Veloso (1999), basicamente, sob dois pontos presentes nas abordagens não-monotônicas: o primeiro diz respeito a uma grande desvantagem computacional, diante do fato de esses sistemas precisarem "rever" as informações (regras, premissas, teoremas já demonstrados) a cada demonstração, o que pressupõe uma falta de localidade dos procedimentos de demonstração; o segundo ponto é que embora estes sistemas formalizem o raciocínio sob incerteza (noção de senso comum), eles não capturam a noção de "quase todos" ou "a maioria", pois podem existir modelos sem que necessariamente "quase todos" os indivíduos satisfaçam as proposições acreditadas. Este último ponto é de especial relevância visto que

> Alguns sistemas se propõem a formalizar raciocínio sob incerteza por senso comum, sem diferenciá-lo do raciocínio que generaliza proposições do tipo "quase todos" ou "a maioria". Entretanto, existe uma diferença entre a crença em determinada proposição e a quantificação de uma proposição dada por "quase todos" ou "maioria" (GRÁCIO, 1999, p. 72).

No sentido de superar esses entraves da lógica não-monotônica, surgiram os sistemas monotônicos destinados a formalizar o raciocínio sob incerteza.

A *Lógica dos Ultrafiltros*, desenvolvida por Sette, Carnielli e Veloso (1999), enquanto sistema lógico formal monotônico, mostrou-se como uma visão alternativa da lógica do padrão de Reiter (1980). Segundo os autores, é inadequada a identificação de "na ausência de qualquer informação contrária" com "é consistente assumir que" para tratar do problema de como atribuímos a um indivíduo genérico, uma propriedade que se mostra "quase sempre" verdadeira para os indivíduos do universo. A lógica dos ultrafiltros apresenta-se como uma extensão da lógica clássica de primeira ordem dada pelo acréscimo de um quantificador generalizado, sendo este quantificador "quase todos", semanticamente interpretado por uma estrutura denominada ultrafiltro próprio.

No mesmo sentido de propor um sistema monotônico para formalizar o raciocínio sob incerteza, foram introduzidas por Grácio (1999) as *Lógicas Moduladas*, as quais são extensões da lógica clássica de predicados de primeira ordem, pelo acréscimo, em cada particularização, de um quantificador generalizado na sua sintaxe. Estes quantificadores devem ser, semanticamente, interpretados por um subconjunto do conjunto das partes do universo e busca a formalização de alguns quantificadores de nossa linguagem natural distintos do universal e do existencial. Dessa maneira, por exemplo, a lógica dos ultrafiltros se estabelece como um caso particular de lógica modulada.

Segundo Grácio (1999), estas lógicas (moduladas) constituem numa formalização geral do raciocínio indutivo, visto que cada sistema modulado consegue formalizar um tipo de crença indutiva por meio de seu quantificador generalizado e, assim, caracterizar uma forma particular de raciocínio indutivo. Todavia, devemos ressaltar que cada quantificador modulado (diante de uma proposição) não especifica a maneira como foi gerada determinada crença (uma vez que a proposição quantificada poderá ser premissa no sistema inferencial), apenas identifica uma crença indutiva àquela proposição e nos fornece uma estrutura que modela um conjunto de crenças indutivas, porquanto podemos dizer que

> Essa ampla família de sistemas lógicos, denominada *lógicas moduladas*, é caracterizada pela presença de um subconjunto (q) do conjunto das partes do universo em sua semântica, representando um conjunto arbitrário de crenças (proposições não necessariamente válidas, mas que são inferidas com base nas evidências) de uma base de conhecimento. Sintaticamente, este subconjunto q é representado por um quantificador generalizado (Q). Intuitivamente, estendemos a lógica clássica de primeira ordem, dotando-a de um conjunto de crenças e, conforme as propriedades que o subconjunto q apresenta, ele descreve uma forma particular de raciocínio indutivo, ou seja, uma particularização das lógicas moduladas (GRÁCIO, 1999, p.76).

Os quantificadores formalizados pelas lógicas moduladas são os quantificadores generalizados, tais como: *a maioria*, *muitos* e *para uma boa parte*. Neste capítulo, investigaremos um tipo particular de lógica modulada. Restringiremos nossa abordagem à *lógica do plausível*, que se configura como um sistema lógico monotônico, destinado a formalizar aspectos do raciocínio indutivo, através de mecanismos dedutivos.

A lógica do plausível formaliza raciocínios indutivos do tipo “uma ‘boa parte’ dos indivíduos possui determinada propriedade F”. A noção de crença que a indução abrange, é aquela na qual acreditamos que o futuro será como o passado, baseando-nos em evidências favoráveis; porém, “estamos preparados para admitir que o que acreditamos pode estar errado" (GRÁCIO, 1999). Para isto, a semântica desta lógica está estruturada num modelo matemático denominado topologia reduzida.

Nesta lógica, embora dedutiva, engendra-se um tipo de raciocínio indutivo: o *raciocínio genérico*, que por meio de regras, possibilita-nos realizar inferências que atribuam a um indivíduo genérico um comportamento observado em "boa parte" dos indivíduos do universo. Este ambiente nos remeterá ao problema clássico da indução, no sentido de justificar logicamente as inferências indutivas, de maneira que buscaremos algum entendimento dos princípios indutivos, por meio do raciocínio genérico.

3.2. O sistema axiomático da lógica do plausível

A Lógica do Plausível foi introduzida por Grácio (1999) como uma particularização de uma família de sistemas lógicos, denominada, como vimos, de Lógicas Moduladas e estas são caracterizadas pela inclusão de um quantificador generalizado, ou seja, um quantificador intermediário entre o universal $\forall$ e o existencial $\exists$ na sintaxe da lógica clássica de predicados de primeira ordem, cuja interpretação semântica é dada por um subconjunto do conjunto das partes do universo.

A linguagem da lógica do plausível é denotada por $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, que é a extensão da linguagem clássica de primeira ordem $L^{\tau}_{\omega\omega}$ dada pelo acréscimo do quantificador do plausível $\mathcal{P}$. Em vista disso, as definições sintáticas, para $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, como fórmula bem formada, demonstração, teorema, dentre outras, coincidem com as definições da lógica clássica. Como a lógica do plausível é apresentada num sistema axiomático, os axiomas de $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$ são todos aqueles da lógica clássica $L^{\tau}_{\omega\omega}$, incluindo os axiomas da igualdade (identidade), sendo adicionados axiomas para as fórmulas quantificadas com o novo quantificador generalizado P. Para isso, foram acrescidos à parte clássica os seguintes axiomas para o quantificador P:

Ax_1: $Px\theta \wedge Px\lambda \rightarrow Px(\theta \wedge \lambda)$;

Ax_2: $Px\theta \wedge Px\lambda \rightarrow Px(\theta \vee \lambda)$;

Ax_3: $\forall x\theta \rightarrow Px\theta$;

Ax_4: $Px\theta \rightarrow \exists x\theta$;

Ax_5: $\forall x(\theta \leftrightarrow \lambda) \rightarrow (Px\theta \leftrightarrow Px\lambda)$;

Ax_6: $Px\theta(x) \rightarrow Py\theta(y)$, se y é livre para x em $\theta(x)$.

No sistema axiomático de $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$, as regras de inferência são a *Modus Ponens* (MP) e a Generalização (Gen).

Daremos uma interpretação intuitiva para cada axioma na próxima seção e apresentaremos as definições formais das noções semânticas desta lógica.

Uma observação que consideramos relevante nesta apresentação da sintaxe da lógica do plausível, diz respeito à independência do axioma Ax_5. Além disso, este axioma não poderá ser obtido a partir de $\forall x\ (\theta \rightarrow \lambda) \rightarrow (Px\theta \rightarrow Px\lambda)$, pois este é um axioma que caracteriza outro sistema de lógica modulada, por exemplo a lógica dos ultrafiltros de Sette, Carnielli e Veloso (1999) que, no entanto, não é válido sempre na lógica do plausível. Uma justificativa a respeito da não validade desta tentativa de ampliar (modelos para) o axioma Ax_5 será dada na seção seguinte mediante a interpretação semântica desta lógica. Em suas considerações finais, Grácio (1999, p. 178) faz menção a este fato ao considerar a lógica do plausível como um subsistema da lógica dos ultrafiltros, uma vez que a noção de plausibilidade (“boa parte”) não é expandida a superconjuntos de conjuntos plausíveis por não possuir como teorema fórmulas do seguinte tipo:

$\forall x\ (\theta \rightarrow \lambda) \rightarrow (Qx\theta \rightarrow Qx\lambda)$, em que Q denota o quantificador generalizante.

3.3. A semântica da lógica do plausível

Para formalizar a noção de crença presente em argumentos indutivos do tipo "para uma 'boa parte' de x, $\theta(x)$", Grácio (1999, p. 139) propõe uma estrutura matemática denominada *topologia reduzida* para tratar destes conjuntos de crenças. Segundo Grácio (1999), o conceito de topologia usual não apresenta duas noções associadas ao raciocínio indutivo, neste caso, noção de plausibilidade, a saber:

(a) na topologia usual temos que $\emptyset \in \Im$ (aqui $\Im$ denota uma topologia qualquer). Mas é sabido que não é indutivo inferirmos proposições em que nenhum indivíduo corrobore essas asserções.

(b) outra cláusula da topologia usual diz que "a reunião de uma família qualquer de abertos é um aberto". Contudo, as operações de raciocínios indutivos, sejam elas realizadas por humanos ou pela máquina, são de natureza finita.

Com relação ao item (b), pensamos que a cláusula da topologia usual que permitia uma reunião infinita de abertos, quando alterada para uma reunião finita, poderia gerar questionamentos acerca de considerarmos o *finito muito grande*. Porém, a despeito do finito ser potencialmente muito grande, apontamos para o *critério de relevância* dado quando buscamos informações no nosso conjunto de premissas e teoremas já demonstrados. Diante disso, uma cláusula é estabelecida de modo que a reunião de dois conjuntos quaisquer de $\Im$ pertença a $\Im$.

Dessa forma, Grácio define uma *topologia reduzida* como uma família $\Im$ de subconjuntos de um conjunto U, chamados de *subconjuntos abertos reduzidos,* que contemplam as cláusulas seguintes:

(i) a interseção de dois subconjuntos abertos reduzidos quaisquer é um subconjunto aberto reduzido;

(ii) a reunião de dois subconjuntos abertos reduzidos quaisquer é um subconjunto aberto reduzido;

(iii) U é um subconjunto aberto reduzido;

(iv) O subconjunto $\varnothing$ não é um aberto reduzido.

Aqui, definições análogas às de topologia são dadas para *espaço topológico reduzido* e *subconjuntos fechados*.

Segundo Grácio (1999, p. 148), uma *estrutura topológica reduzida* $\boldsymbol{A}^{\mathfrak{I}}$ é estabelecida mediante a inclusão de uma topologia reduzida na estrutura clássica de primeira ordem, temos:

$\boldsymbol{A}^{\mathfrak{I}} = \langle A, \{R_i^A\}_{i\in I}, \{f_j^A\}_{j\in J}, \{c_k^A\}_{k\in K}, \mathfrak{I}^A\rangle = \langle \boldsymbol{A}, \mathfrak{I}^A \rangle$

Para esta estrutura consideramos os seguintes componentes:

Dado um tipo $\tau = \langle I, J, K, T_0, T_1\rangle$ e uma estrutura de tipo τ indicada por

$$\boldsymbol{A} = \langle A, \{R_i^A\}_{i\in I}, \{f_j^A\}_{j\in J}, \{c_k^A\}_{k\in K} \rangle$$

Em que (suposições clássicas para o alfabeto):

(i) A é um conjunto não vazio denominado o universo ou domínio de $\boldsymbol{A}$;

(ii) $\{R_i^A\}_{i\in I}$ é uma família, para cada $i\in I$, em que R_i^A é uma relação de aridade $T_0(i)$ definida em A, ou seja, $T_0(i) = n$ e $R_i^A \subseteq A^n$;

(iii) $\{f_j^A\}_{j\in J}$ é uma família, para cada $j\in J$, em que f_j^A é uma função de aridade $T_1(j)$ definida em A, ou seja, $T_1(j) = n$ e $f_j^A : A^n \to A$;

(iv) $\{ c_k^A \}_{k \in K}$ é uma família de constantes de A.

Uma topologia reduzida sobre A é denotada por $\Im^A$.

Em seguida, vemos definida a noção de *interpretação* dos símbolos relacionais, funcionais e constantes individuais de maneira análoga à clássica ($L^{\tau}_{\omega\omega}$ em $\boldsymbol{A}$).

Com relação à noção de *satisfação* das fórmulas de $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$, por meio da estrutura $\boldsymbol{A}^{\Im}$, a definição desta noção segue de modo usual por recursividade, e acrescentamos a noção de satisfação para as sentenças que apresentam o quantificador generalizado P da seguinte forma:

$\boldsymbol{A}^{\Im} \vDash Px\theta \Leftrightarrow \{b \in A \,/\, \boldsymbol{A}^{\Im} \vDash \theta(b)\} \in \Im^A$.

Outras noções semânticas usuais como as noções de modelo, validade, entre outras, são definidas da maneira clássica.

Retornemos à parte sintática, agora para interpretarmos semanticamente os axiomas descritos na Seção 3.1; na qual $[\varphi] = \{b \in A \,/\, \boldsymbol{A}^{\Im} \vDash \varphi(b)\}$. Assim, podemos verificar que:

O Ax_1 capta a noção semântica da cláusula (i) da topologia reduzida, a qual diz que se $[\theta]$ e $[\lambda]$ são ambos abertos reduzidos, então $[\theta \cap \lambda]$ também é um aberto reduzido.

O Ax_2 afirma que se $[\theta]$ e $[\lambda]$ são ambos abertos reduzidos, então $[\theta \cup \lambda]$ também é um aberto reduzido. Essa interpretação equivale à cláusula (ii) da topologia reduzida.

Interpretamos o Ax_3 com a cláusula (iii) da topologia reduzida: se $[\theta]$ é o universo, então ele é um aberto reduzido.

Pelo Ax_4 vemos que se $[\theta]$ é um aberto reduzido, então $[\theta] \neq \varnothing$, isto é, equivale à cláusula (iv) da topologia reduzida.

Interpretamos o Ax_5 da seguinte maneira: "se $[\theta] = [\lambda]$, então $[\theta]$ é um aberto reduzido, quando e somente quando $[\lambda]$ também for um aberto reduzido".

Para o axioma Ax_6, a interpretação é análoga ao caso clássico.

Nesse momento, temos elementos para justificar a discussão promovida na seção anterior pelo fato da fórmula $\forall x\ (\theta \rightarrow \lambda) \rightarrow (\mathcal{P}x\theta \rightarrow \mathcal{P}x\lambda)$ não se caracterizar como um teorema válido da lógica do plausível. Admitir a fórmula anterior é afirmar que se $[\theta] \subseteq [\lambda]$ e $[\theta]$ é um aberto reduzido, então $[\lambda]$ é um aberto reduzido. Facilmente percebemos que nem sempre isto é válido na lógica do plausível. Podemos considerar o contra-exemplo seguinte: Seja A = {a, b, c, d} e a topologia reduzida $\Im = \{A; \{b\}; \{a, b\}; \{b, d\}; \{a, b, d\}\}$. Temos que $\mathbf{[}\theta\mathbf{]} = \{a, b\} \subseteq \{a, b, c\} = [\lambda]$, entretanto vemos que, embora $[\theta]$ seja um aberto reduzido, $[\lambda]$ não é um aberto reduzido.

Apresentamos assim, a estrutura que formaliza a noção de crença indutiva de 'boa parte' por meio de seu quantificador generalizado $\mathcal{P}$, presente na linguagem natural. Contudo, para que possamos, com efeito, promover uma discussão sobre o tipo de raciocínio indutivo gerado por esta lógica e partir para um esboço de seus princípios indutivos, abordaremos a seguir o raciocínio genérico em $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$.

3.4. Inferências via raciocínio genérico e seus princípios indutivos

A Lógica do Plausível possibilita engendrar um tipo de raciocínio indutivo, qual seja, o *raciocínio genérico*, formalizado pela aplicação da *Teoria do Plausível* em $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, a qual por sua vez, é definida como um conjunto de fórmulas de $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$ que se apresenta fechado sob as regras de inferências *Modus Ponens*, Generalização e uma terceira regra de inferência, definida como *Regra do Plausível* (RP).

Segundo Grácio (1999, p. 157), a regra do plausível permite inferir para um *indivíduo genérico* um comportamento (propriedade) presente em 'boa parte' dos indivíduos do universo.

A Regra do Plausível é:

$$\text{RP:} \quad \frac{\mathcal{P}x\theta(x)}{\theta(g)}$$

em que g é um indivíduo genérico.

Definimos a Regra do Plausível em $L^{\tau'}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, na qual ampliamos o tipo de similaridade de considerando $\tau' = \tau \cup \{g\}$, pois g é uma *nova* constante (em relação à τ), denominada uma *constante genérica*.

A partir de agora, discutiremos o raciocínio genérico formalizado pela teoria do plausível.

Nesse raciocínio, o quantificador do plausível $\mathcal{P}$ é um generalizador (não torna a proposição universal) e formaliza a crença indutiva de "boa parte". Nesse sistema lógico poderão existir sentenças do tipo: "boa parte das aves voa" e "existem aves que não voam". Essas sentenças não tornariam o sistema inconsistente. Todavia, se substituirmos a sentença "boa parte das aves voa" por "todas as aves voam", então ao universalizar a primeira sentença, ocorreria inconsistência com a segunda proposição, a qual afirma a existência de aves que não voam.

Ainda neste raciocínio, a regra do plausível (RP) permite deduzir que um indivíduo genérico "g" tenha a propriedade θ, diante da informação / premissa que "boa parte de x, θ (x)", e tendo em vista que, por definição, g é uma constante nova, assim não haverá informação contrária sobre este indivíduo. Por exemplo, se "g" é uma constante genérica em $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$ e se em Γ (conjunto de premissas) existir $\mathcal{P}x\theta(x)$, então podemos deduzir $\theta(g)$, por meio da RP. Todavia, quando $\Gamma = \{\mathcal{P}x\theta(x), \neg\theta(g)\}$, temos que $\theta(g)$ não é uma *conseqüência genérica* de Γ, pelo uso da RP, pois “g” já faz parte do conjunto de constantes e, por isso não podemos aplicar a regra. Esse fato justifica a não inconsistência de um sistema que afirma que ‘boa parte’ dos indivíduos apresenta determinada propriedade e que existem indivíduos neste universo que não apresentam igual propriedade. Conjeturemos, apenas como ilustração, que $P x\theta(x)$ afirme intuitivamente que “uma boa parte das aves voa” e $\neg\theta(a)$ denote que “a ave ‘a-vestruz’ não voa”. A conjunção dessas proposições não seria contraditória.

De fato, o quantificador generalizante do plausível P será o responsável por expressar as crenças obtidas pelas evidências favoráveis, e, assim, destacamos o princípio indutivo desta lógica e relacionamos com o método científico como segue.

> [...] a presença de instâncias negando as crenças apresentadas não necessariamente as derrubam [falsificam] [...]. Enquanto Popper [e toda a ciência] estava preocupado com proposições universais obtidas com base na experiência, nós estamos basicamente preocupados com proposições que afirmam fatos que apresentem evidências positivas a seu favor, mas não necessariamente certos (GRÁCIO, 1999, p. 179).

A lógica do plausível, proposta por Grácio para formalizar um tipo de raciocínio indutivo, surge não como uma “solução” para o problema epistemológico da indução, pois como colocado acima, este raciocínio genérico não se preocupa com asserções universais. Ao contrário, este sistema contribui para a discussão dos princípios próprios da indução, a qual infere proposições prováveis num ambiente de informações incompletas (incerteza) e casos não-observados e, nesse sentido, este tipo de inferência está racionalmente justificado.

Esse sistema “não depende da noção de conjunto grande, mas está vinculada à noção de um conjunto suficiente de evidências para a inferência da crença indutiva” (GRÁCIO, p. 177) e, além disso, contempla os requisitos de avaliação da lógica clássica, como os teoremas da dedução, da consistência, da correção e da completude. Podemos, diante disso, dizer que a lógica do plausível fornece alguns mecanismos dedutivos para justificar racionalmente um tipo de indução, enquanto processo lógico.

Porém, a despeito de se ter caracterizado uma fundamentação racional (ou lógica) para um tipo particular de indução, ainda não conseguimos sobrepujar o problema epistemológico da indução, visto que a ciência busca fundamentar-se em princípios inabaláveis, isto é, necessariamente certos, o que de nenhum modo a indução é capaz de fornecer como ferramenta lógica para instaurar tais asserções. Como conseqüência, a ciência busca um método que permita estabelecer e fundamentar enunciados universais, e como apontado no Capítulo 2, nem o método dedutivo, nem o indutivo é capaz de fornecer, isoladamente, o método para as ciências naturais, embora a dedução e a indução, de algum modo estejam presentes nos métodos propostos para a ciência, como pôde ser visto no método hipotético-dedutivo de Popper.

No Capítulo 5, apresentaremos esta lógica do plausível através de um sistema de tableaux semânticos, que constitui uma versão distinta do sistema hilbertiano introduzido originalmente por Grácio. A relevância desta proposta dá-se pelas possibilidades de aplicação computacional, visto o tableaux como um provador automático de teoremas, e ainda, por este sistema contemplamos o "critério de relevância", abordado na Seção 3.3, no sentido de manipular uma reunião finita de proposições plausíveis (abertos reduzidos). Antes, porém, apresentaremos no Capítulo 4 o método de tableaux e teceremos ilustrações deste tipo de sistema dedutivo para as lógicas clássicas, tanto para a lógica proposicional, assim como para a de predicados de primeira-ordem.

4. TABLEAUX NA APRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA LÓGICO

Neste capítulo, abordamos os sistemas de tableaux analíticos clássicos, buscando, inicialmente, um pouco de suas origens. Apresentamos, a seguir, os sistemas de tableaux do cálculo proposicional clássico e do cálculo de predicados de primeira ordem clássico, para obtermos os subsídios teóricos necessários ao sistema de tableaux que iremos introduzir no Capítulo 5. O sistema proposto na Seção 5.1 preservará a maioria das definições e propriedades clássicas aqui apresentadas.

4.1. Os sistemas de tableaux analíticos

O termo *tableaux analíticos* foi introduzido por Raymond M. Smullyan em 1968. Encontramos em Posegga (1999, p. 7), um histórico detalhado sobre o surgimento deste método, no qual o sistema de tableaux de Smullyan é apontado como uma variante dos *tableaux semânticos* de Zbigniew Lis (1960), que por sua vez foi um desenvolvimento dos trabalhos de E. W. Beth (1959), que utiliza o *princípio de subfórmula*, o qual diz que se uma fórmula tem uma demonstração, então ela tem uma demonstração na qual ocorrem apenas subfórmulas da fórmula inicial. As subfórmulas, que também são fórmulas, são partes de fórmulas anteriormente estabelecidas. O aspecto *semântico* para Beth seria o de poder estabelecer a validade de fórmulas, caracterizada pela busca sistemática de contra-exemplos. Na ausência de qualquer contra-exemplo, a fórmula é válida. Isto vale, ao menos, para a lógica proposicional, tendo em vista a indecidibilidade da lógica de predicados de primeira-ordem. O aspecto *analítico* para Smullyan (1968) deve-se ao fato de ele não seguir à risca o princípio das subfórmulas, mas exigir menos restrições, ou seja, para Smullyan, dada uma fórmula inicial, vamos às partes fundamentais desta ou de alguma fórmula equivalente a ela, para que diminuamos seu grau. Para Smullyan (1968, p. 8), o *grau* de uma fórmula é definido pelo número de ocorrências de conectivos lógicos. Desse modo, uma variável proposicional tem grau zero e, assim, pelo princípio de indução, ele define os demais casos.

Desde logo, é inteiramente lícito afirmarmos que a proposta de Smullyan constitui-se num eficiente procedimento de prova, ou ainda, num procedimento de decisão para as fórmulas válidas das lógicas clássicas proposicional e de predicados. Esta proposta pode, da mesma forma, ser considerada uma variante dos métodos de K. J. J. Hintikka (1955), como destaca Smullyan (1968, p. 15).

Todos estes trabalhos foram, de algum modo, inspirados em Gerhard Gentzen (1935), que introduziu os *sistemas de provas* que eram caracterizados por admitir o princípio das subfórmulas. Além disso, a *Teoria da Prova* desenvolvida por Gentzen consistia em demonstrar a validade de um argumento de uma maneira usualmente mais rápida, apenas trabalhando com regras em métodos finitários. Esses sistemas de provas são hoje conhecidos como *Dedução Natural* e *Cálculo de Seqüentes*.

Atualmente, a Teoria da Prova consolida-se como uma rica subárea da Teoria da Computação. Como um tópico avançado de lógica, a Teoria da Prova pode ser compreendida como *demonstração automática* de teoremas e, daí, o interesse da Ciência da Computação em dominá-la. O estudo das propriedades estruturais de provas formais constitui o cerne da pesquisa relacionada à Teoria da Prova, que por sua vez está relacionada com o conceito de decidibilidade desde os tempos de David Hilbert. Um resultado bastante importante sobre as propriedades estruturais de provas formais é o *teorema da eliminação do corte* para o cálculo de seqüentes, introduzido por Gentzen, em 1935, conhecido como o teorema *Hauptsatz*. Este teorema garante que se existe uma prova para uma dada fórmula, então existe uma outra prova chamada de *normal* ou *sem cortes*, a qual tem forma e propriedades determinadas. Podemos estabelecer, a partir disso, limites para o tamanho da prova de uma fórmula dada. Os “provadores automáticos” de teoremas e da programação em lógica têm sido desenvolvidos com o avanço de tais resultados.

A despeito de a Dedução Natural ser apresentada hoje como constituída exclusivamente de regras de inferência (dedução), Haack (2002, p. 47) destaca o fato de Gentzen (1935), na sua “apresentação pioneira” em dedução natural, ter incluído um axioma. Ainda em Haack (2002, p.47), podemos observar o caráter indireto ou mesmo “quase-metalógico” que as regras de dedução natural possuem, e o caráter metalógico do cálculo de seqüentes, no sentido de as regras “postuladas” dizerem verdades da lógica em estudo e serem suficientes para, ao serem aplicadas a um conjunto de premissas, gerarem conclusões intermediárias verdadeiras e aplicando-se novamente as regras, obtermos a conclusão final pretendida.

Smullyan (1968), ao introduzir o sistema de prova denominado tableaux analíticos, buscou estabelecer as relações deste com os métodos originais de Gentzen. Para termos conhecimento de como as relações são muitas, Castro (2004, p. 9) aponta para o fato de o que Z. Lis (1960) desenvolveu e denominou por *sistema de dedução natural*, sendo uma reestruturação a partir das formulações de Gentzen, hoje poderíamos chamar de *sistema de tableaux não-assinalados*.

A proposta de Smullyan (1968) foi apresentar os sistemas de *tableaux* assinalados e não-assinalados, além de se preocupar com questões como a consistência e a completude de seus sistemas, aspectos em que Gentzen não se deteve em seu trabalho. Talvez por isso mesmo muitos estudaram os sistemas de Gentzen na tentativa de contemplarem tais aspectos.

Ademais, um sistema de tableaux analíticos constitui-se num sistema de prova automática de teoremas, caracterizando-se como um algoritmo. Por isso, é um método de decisão para as fórmulas válidas de uma lógica dada, assim como as *tabelas de verdade* o são para a lógica proposicional clássica.

Apresentamos, nas seções seguintes, os sistemas de tableaux analíticos para o cálculo proposicional e de predicados de primeira ordem clássicos, segundo Smullyan. Em seguida, faremos uma comparação desse método em relação às tabelas de verdade, quanto à eficiência e efetividade dos sistemas de prova em análise.

4.2 Um sistema de tableaux analíticos para o cálculo proposicional clássico

Desenvolvemos uma versão de sistema de tableaux para o cálculo proposicional clássico, seguindo a apresentação de Smullyan (1968), embora tenhamos adaptado algumas noções particulares.

A base de todo sistema de tableaux analítico está nas *regras de expansão* ou regras para a construção dos tableaux, as quais permitem a análise das fórmulas de uma linguagem $\mathcal{L}$. Por *expansão* denominamos uma seqüência de fórmulas construídas de modo a analisar a consistência de uma fórmula dada em relação às premissas do sistema. Empregamos a palavra *ramo* para designar um caminho ou uma possibilidade de análise das fórmulas dadas. Ademais, Smullyan (1968, p. 24) apresenta seu método como sendo uma *árvore ordenada diádica*, por isso a utilização do termo “ramo”. Não iremos definir o que venha a ser uma árvore ordenada diádica, pois em nossa abordagem, os tableaux serão definidos sem a utilização deste conceito.

Por convenção, denotamos as fórmulas de $\mathcal{L}$ por letras gregas minúsculas, como φ, λ, θ, σ, ψ.

Definição 4. 2. 1: Um *tableau* ou uma *seqüência de tableau* para uma determinada fórmula φ é uma sucessão de expressões E_1, E_2, ..., E_n, tal que a fórmula $\neg\varphi$ é colocada como a expressão inicial E_1, denominada *origem do tableau*. Quando estamos numa expressão E_i, com $1 \leq i < n$, há duas possibilidades de expansão do tableau: (i) de E_i bifurcamos e obtemos duas novas expressões E_{2i} e E_{2i+1}, isto é, duas novas expressões que correspondem a uma disjunção; ou (ii) de E_i não bifurcamos, mas obtemos uma única nova expressão E_{2i}. Toda nova expressão E_i é gerada a partir das expressões precedentes E_j, para $1 \leq j < i$, pela aplicação de uma das regras de expansão (ver item 4.2.5, p. 76). Denotamos por **T** um tableau genérico.

Definição 4. 2. 2: Um *ponto* ou *nó* denota cada fórmula E_i de nosso tableau, tal que $1 \leq i \leq n$. Denotamos por *ponto final* o ponto E_n.

Definição 4. 2. 3: Um *ramo* de um tableau é uma seqüência finita, ou infinita enumerável de pontos, que começa na origem e tal que cada ponto da seqüência é o predecessor do próximo, cujo último ponto é um ponto final.

Proposição 4. 2. 4[1]: Sejam dois pontos E_m e E_k em que podemos supor $k > m$ e

$$m = 2^r + a_{r-1}.2^{r-1} + ... + a_1.2 + a_0 , \qquad \text{em que } a_i \in \{0, 1\} \text{ e } i \in \{0, ..., r - 1\};$$

$$k = 2^s + b_{s-1}.2^{s-1} + \dots + b_1.2 + b_0 , \qquad \text{em que } b_i \in \{0, 1\} \text{ e } i \in \{0, ..., s - 1\};$$

os índices r e s referem-se às linhas em que E_m e E_k se encontram, respectivamente. Por convenção, a primeira linha do tableau será a linha L_0 e a seguinte L_1 e assim sucessivamente. Nessas condições, E_m e E_k estão no mesmo ramo quando, e somente quando, vale a fórmula seguinte:

$$m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1 \qquad [*]$$

[1] Esta é uma proposição original acerca de tableaux, por meio da qual conseguimos dizer quando dois pontos quaisquer de um sistema estão num mesmo ramo, ou ainda, utilizando-se desta proposição podemos descrever precisamente os ramos de um tableau. A formulação desta proposição teve a participação direta do Prof. Mauri Cunha do Nascimento do Departamento de Matemática da Unesp – Campus de Bauru.

Demonstração: [1ª parte: $\Rightarrow$] (Se E_m e E_k estão num mesmo ramo, então vale a fórmula acima)

Por indução sobre s – r:

(Base de indução) Para s – r = 1. (E_k está na linha imediatamente abaixo de E_m)

Por construção, k = 2m ou k = 2m + 1. Assim, $2m \leq k \leq 2m + 1$. Observamos que, quando s – r = 1, vale dizer que $2m = m.\ 2^{s-r}$ e ainda, $1 = 2^{s-r} - 1$. Portanto, vale a fórmula

$$m.2^{s-r} \leq k \leq m.2^{s-r} + 2^{s-r} - 1 = (m+1).2^{s-r} - 1.$$

Hipótese de indução:

A proposição é verificada para s – r = t, isto é, $m.2^t \leq k \leq (m+1).2^t - 1$.

(Passo indutivo) Para s – r = t + 1, temos o seguinte.

Como imediatamente abaixo de E_m estão E_{2m} (sempre) e E_{2m+1} (caso bifurque), então E_k está abaixo de E_{2m} ou de E_{2m+1}. Com isso, fazemos valer a fórmula para E_k e E_{2m}, e também para E_k e E_{2m+1}, pela hipótese de indução, em que:

Se E_k está abaixo de E_{2m} (em que $2m = 2^{r+1} + a_{r-1}.2^r + ... + a_1.2^2 + a_0.2$), então E_k e E_{2m} possuem a diferença entre linhas expressa por s – (r + 1). Nesse caso, consideramos a linha do ponto E_{2m} como r + 1, pois r denota a linha onde E_m se encontra. Pela cláusula do passo indutivo temos que s – (r + 1) = s – r – 1 = t + 1 – 1 = t, conseqüentemente, pela hipótese de indução vale a fórmula:

$$2.m.2^t \leq k \leq (2.m+1).2^t - 1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 2.m.2^{s-(r+1)} \leq k \leq 2.m.2^{s-(r+1)} + 2^{s-(r+1)} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m.2^{s-r} \leq k \leq m.2^{s-r} + 2^{s-r-1} - 1 \leq\; m.2^{s-r} + 2^{s-r} - 1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1 \qquad \therefore \text{ vale a fórmula para } E_m \text{ e } E_k.$$

Se E_k está abaixo de E_{2m+1} (em que $2m + 1 = 2^{r+1} + a_{r-1}.2^r + ... + a_1.2^2 + a_0.2 + 1$), então E_k e E_{2m+1} estão nas mesmas condições que o item anterior, em que a diferença entre as linhas é s – (r + 1) = s – r – 1 = t + 1 – 1 = t, assim, pela hipótese de indução vale a fórmula:

$$(2.m+1).2^{s-(r+1)} \leq k \leq (2.m+1).2^{s-(r+1)} + 2^{s-(r+1)} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m.2^{s-r} \leq m.2^{s-r} + 2^{s-(r+1)} \leq k \leq m.2^{s-r} + 2^{s-r-1} + 2^{s-r-1} - 1 = m.2^{s-r} + 2^{s-r} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1 \qquad \therefore \text{ vale a fórmula para } E_m \text{ e } E_k.$$

Assim, se E_m e E_k estão no mesmo ramo e k > m, então a fórmula se verifica.

[2ª parte: $\Leftarrow$] (Se k > m e $m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1$ [$*$], então E_m e E_k estão no mesmo ramo)

Por indução sobre s – r:

(Base de indução) Para s – r = 1.

Supondo que vale a fórmula [$*$] $m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1$, então

$2m \leq k \leq (m+1).2 - 1 = 2m + 1$, ou seja, k = 2m ou k = 2m + 1.

Logo, por construção, E_k e E_m estão no mesmo ramo.

Hipótese de indução: Se s – r = t e $m.2^t \leq k \leq (m+1).2^t - 1$ então, E_m e E_k estão no mesmo ramo.

(Passo indutivo) Para s – r = t + 1

A fórmula [$*$] fica $m.2^{t+1} \leq k \leq (m+1).2^{t+1} - 1$ [$**$]

Consideremos E_u imediatamente acima de E_k. Por construção, k = 2u ou k = 2u + 1. Como $k = 2^s + b_{s-1}.2^{s-1} + \ldots + b_1.2 + b_0$ e ainda, $b_0 = 0$ (quando k = 2u) ou $b_0 = 1$ (quando k = 2u +1), de qualquer modo $u = 2^{s-1} + \ldots + b_1$.

De [$**$] temos:

$$m.2^{t+1} \leq k \leq (m+1).2^{t+1} - 1$$

Se k = 2u: $m.2^{t+1} \leq 2u \leq m.2^{t+1} + 2^{t+1} - 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m.2^t \leq u \leq m.2^t + 2^t - 1/2 \Rightarrow$

$\Rightarrow m.2^t \leq u \leq m.2^t + 2^t - 1 = (m+1).2^t - 1$ pois $u \in \mathbb{Z}$.

Logo, pela hipótese de indução, E_m e E_u estão no mesmo ramo.

Se k = 2u + 1: $m.2^{t+1} \leq 2u + 1 \leq m.2^{t+1} + 2^{t+1} - 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m.2^t.2 - 1 \leq 2u \leq m.2^t.2 + 2^t.2 - 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow m.2^t - 1/2 \leq u \leq m.2^t + 2^t - 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m.2^t \leq u \leq m.2^t + 2^t - 1 = (m+1).2^t - 1$ pois $u \in \mathbb{Z}$.

Logo, pela hipótese de indução, E_m e E_u estão no mesmo ramo.

Assim, se a fórmula se verifica em relação a E_u, então E_m e E_k estão no mesmo ramo.

■

A partir deste momento, propomos uma análise acerca dos ramos em alguns exemplos de tableaux; em seguida, faremos algumas observações quanto à definição de ramo apresentada acima.

Exemplificaremos agora um tableau **T** em que todos os pontos bifurcam, exceto os pontos finais. Observamos aqui que a descrição das linhas, situada à esquerda dos respectivos pontos, é necessária apenas para localizar pontos de um mesmo ramo; contudo, tal descrição não faz parte do tableau.

<table>
<tr><td>L_0:</td><td colspan="8">E_1</td></tr>
<tr><td>L_1:</td><td colspan="4">E_2</td><td colspan="4">E_3</td></tr>
<tr><td>L_2:</td><td colspan="2">E_4</td><td colspan="2">E_5</td><td colspan="2">E_6</td><td colspan="2">E_7</td></tr>
<tr><td>L_3:</td><td>E_8</td><td>E_9</td><td>E_{10}</td><td>E_{11}</td><td>E_{12}</td><td>E_{13}</td><td>E_{14}</td><td>E_{15}</td></tr>
<tr><td>⋮</td><td colspan="8">⋮</td></tr>
<tr><td>L_n:</td><td>E_{2^n}</td><td>E_{2^n+1}</td><td>E_{2^n+2}</td><td>E_{2^n+3}</td><td colspan="3">…</td><td>$E_{2^{n+1}-1}$</td></tr>
</table>

O exemplo acima apresenta bifurcação em todos os seus pontos, exceto em seus pontos finais. De uma forma geral, há duas possibilidades de expandir um ramo estando num ponto E_i:

Ou o ponto bifurca

E_i

E_{2i} | E_{2i+1}

ou não bifurca

E_i

E_{2i}

Consideremos outros exemplos de tableaux para ilustrar estas duas situações concomitantemente e também para aplicar a proposição 4.2.4.

Tableau **T_1**

E_1

E_2

E_4 | E_5

E_8 | E_9 | E_{10} | E_{11}

E_1 é o ponto inicial ou origem.

Este tableau possui quatro ramos.

Por exemplo, temos o ramo (seqüência de pontos): E_1, E_2, E_4, E_9.

Nesse exemplo, podemos dizer que E_4 e E_9 estão no mesmo ramo, pois sendo m = 4, k = 9, r = 2 e s = 3, a fórmula [∗] da proposição 4.2.4 é válida:

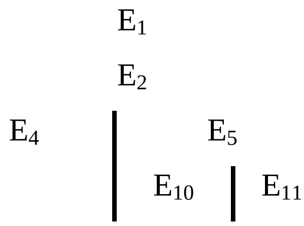
$$m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1, \text{ que resulta } 8 \leq 9 \leq 9.$$

Observamos que:

$m = 4 = a_2.2^2 + a_1.\ 2 + a_0 = 1.4 + 0.2 + 0$

$k = 9 = b_3.2^3 + b_2.2^2 + b_1.2 + b_0 = 1.8 + 0.4 + 0.2 + 1$

No tableau **T₂** abaixo destacamos que os ramos podem ter comprimentos distintos. Os três ramos são:



Ramo 1: E_1, E_2, E_4

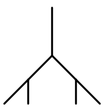
Ramo 2: E_1, E_2, E_5, E_{10}

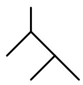
Ramo 3: E_1, E_2, E_5, E_{11}

Neste tableau E_2 e E_{11} estão no mesmo ramo pois, sendo m = 2, k = 11, r = 1 e s = 3, a fórmula [∗] é válida: $m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1$, que resulta $8 \leq 11 \leq 11$.

Ademais, os pontos E_4 e E_{10} não estão num mesmo ramo pois, sendo m = 4, k = 10, r = 2 e s = 3 a fórmula [∗] não é verificada: $m.2^{s-r} \leq k \leq (m+1).2^{s-r} - 1$, visto que $8 \leq 10 \leq 9$ não é o caso.

De acordo com a Definição 4.2.1, como cada ponto ou bifurca em outros dois pontos ou expande em um único ponto, obtemos exatamente a estrutura de uma árvore ordenada diádica, como definida por Smullyan (1968), em que a disjunção é vista como uma *ramificação* de dois pontos. Por meio da construção de diagramas dos respectivos tableaux **T₁** e **T₂**, fica evidente tal estrutura:

T$_1$: 

T$_2$: 

O próximo item a ser contemplado por este método será a apresentação das regras de expansão. Contudo, antes de as definirmos, faremos algumas considerações quanto às notações e, em seguida, suas aplicações.

Na construção de um tableau **T** para uma fórmula inicial φ qualquer, colocamos $\neg\varphi$ como ponto inicial de nosso tableau e a construção, ou expansão, dos ramos se dá pela aplicação de uma das três operações seguintes:

(i) As fórmulas do tipo **A** são fórmulas cujas conseqüências são diretas, ou seja, as conseqüências não se ramificam. Representamos as fórmulas do tipo **A** pela letra “α”. Para toda fórmula α, definimos duas fórmulas ε_i e ε_{2i} por meio das Regras do Tipo Conjuntivo **A**. Quando ocorrer no ramo alguma fórmula α, podemos acrescentar no *mesmo ramo* as fórmulas ε_i e ε_{2i}.

(ii) As fórmulas do tipo **B** têm conseqüências que se ramificam. Representamos as fórmulas do tipo **B** pela letra “β”. Para toda fórmula β, definimos duas fórmulas ε_i, ε_{i+1} através das Regras do Tipo Disjuntivo **B**. Quando ocorre num ramo alguma fórmula β, acrescentamos as fórmulas ε_i, ε_{i+1} no final do ramo, de modo que cada uma se posicione de um lado em relação ao ponto anterior, para ocorrer bifurcação neste ramo, originando dois ramos distintos.

(iii) Existem ainda fórmulas que são usadas na aplicação de regras de tipo especial. As regras **DN** e **E** são as regras especiais.

Regras de Expansão: 4. 2. 5. As regras de expansão para o cálculo proposicional clássico são as seguintes:

Regras de Tipo Conjuntivo **A**:

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\varepsilon_i \\ \varepsilon_{2i}\end{array}}$$

As fórmulas α estão na seguinte tabela:

α	ε_i	ε_{2i}	Nome da regra
$\varphi \wedge \lambda$	φ	λ	$\wedge$
$\neg (\varphi \vee \lambda)$	$\neg\varphi$	$\neg\lambda$	$\neg\vee$
$\neg (\varphi \rightarrow \lambda)$	φ	$\neg\lambda$	$\neg\rightarrow$

Regras de Tipo Disjuntivo **B**:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_i \mid \varepsilon_{i+1}}$$

As fórmulas β são as seguintes:

β	ε_i	ε_{i+1}	Nome da regra
$\varphi \vee \lambda$	φ	λ	$\vee$
$\neg (\varphi \wedge \lambda)$	$\neg\varphi$	$\neg\lambda$	$\neg\wedge$
$\varphi \rightarrow \lambda$	$\neg\varphi$	λ	$\rightarrow$

Regra **DN**: Quando ζ for $\neg\neg\varphi$, então expandimos o tableau colocando φ em ε_i.

$$\frac{\neg\neg\varphi}{\varphi}$$

Regras de Tipo Especial **E**:

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{\xi} \\ \hline \varepsilon_i & \varepsilon_{i+1} \\ \varepsilon_{2i} & \varepsilon_{2(i+1)} \end{array}$$

As fórmulas ξ são as seguintes:

ξ	ε_I / ε_{2i}	ε_{i+1} / $\varepsilon_{2(i+1)}$	Nome da regra
$\varphi \leftrightarrow \lambda$	φ λ	$\neg\varphi$ $\neg\lambda$	$\leftrightarrow$
$\neg (\varphi \leftrightarrow \lambda)$	φ $\neg\lambda$	$\neg\varphi$ λ	$\neg\leftrightarrow$

Como regra de economia para minimizar o comprimento dos ramos e tornar o sistema mais eficiente, inicialmente usaremos, quando possível, as regras de tipo **A** e **DN**, pois estas não ramificam.

Definição 4. 2. 6: Um ramo de um tableau é denominado um *ramo fechado* quando existem neste ramo pontos que correspondam às fórmulas σ e $\neg\sigma$. A presença dessas fórmulas num mesmo ramo indica que encontramos uma inconsistência ao supor válida a negação de uma fórmula inicial φ. Utilizaremos “$\times$” para simbolizar que o ramo é fechado.

Definição 4. 2. 7: Um *tableau* para uma dada fórmula φ é *fechado* quando todos os seus ramos são fechados; caso contrário, o tableau é *não fechado* ou *aberto*.

Definição 4. 2. 8: Seja Γ um *conjunto de fórmulas*. Dizemos que Γ é *fechado* quando é possível a construção de um tableau fechado para a conjunção das fórmulas de Γ; caso contrário dizemos que Γ é *aberto*.

Definição 4. 2. 9: Uma fórmula φ é *conseqüência analítica*, ou *gerada*, de um conjunto Γ de fórmulas, o que denotamos por $\Gamma \Vdash \varphi$, quando $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é um conjunto fechado de fórmulas.

Definição 4. 2. 10: Uma fórmula φ é *demonstrável* em **T**, o que denotamos por $\Vdash \varphi$, somente quando é possível gerar um tableau fechado a partir da fórmula inicial $\neg\varphi$, ou seja, o conjunto $\{\neg\varphi\}$ é fechado.

Definição 4. 2. 11: Seja **T** um tableau. Um *ramo* é *completo* se nenhuma nova regra de expansão pode ser aplicada em qualquer um dos pontos deste ramo, ou quando o ramo é fechado.

Definição 4. 2. 12: Um *tableau* **T** é *completo* quando todos os seus ramos são completos.

Na seqüência, construiremos alguns tableaux para saber se uma dada fórmula é conseqüência analítica ou demonstrável em **T** (tableaux da lógica proposicional clássica).

Exemplos 4. 2. 13: Os números à esquerda de cada ponto e a indicação das regras usadas à direita de um ponto qualquer são recursos didáticos que facilitam a descrição dos pontos. Contudo, essas indicações não fazem parte do tableau. Diante desta observação, demonstramos que:

i) $\Vdash ((\varphi \rightarrow \lambda) \wedge \neg\lambda) \rightarrow \neg\varphi$

0.	$\neg (((\varphi \rightarrow \lambda) \wedge \neg\lambda) \rightarrow \neg\varphi)$		
1.	$(\varphi \rightarrow \lambda) \wedge \neg\lambda$		$\neg\rightarrow$, 0
2.	$\neg (\neg\varphi)$		$\neg\rightarrow$, 0
3.	φ		DN, 2
4.	$\varphi \rightarrow \lambda$		$\wedge$, 1
5.	$\neg\lambda$		$\wedge$, 1
6.	$\neg\varphi$	λ	$\rightarrow$, 4
7.	$\times$	$\times$	

O tableau fecha no primeiro ramo devido às fórmulas φ e $\neg\varphi$, que ocorrem nos pontos E_8 e E_{64}, respectivamente, e fecha no segundo ramo pelas fórmulas λ e $\neg\lambda$, que ocorrem nos pontos E_{32} e E_{65}. Esse tableau é fechado, o que implica na busca fracassada por uma possibilidade de tornar sua negação verdadeira (contra-exemplo); portanto, a fórmula $((\varphi \rightarrow \lambda) \wedge \neg\lambda) \rightarrow \neg\varphi$ é uma tautologia.

ii) $\Vdash \varphi \to (\varphi \vee \lambda)$

0.	$\neg (\varphi \to (\varphi \vee \lambda))$	
1.	φ	$\neg\to$, 0
2.	$\neg (\varphi \vee \lambda)$	$\neg\to$, 0
3.	$\neg\varphi$	$\neg\vee$, 2
4.	$\neg\lambda$	$\neg\vee$, 2
5.	$\times$	

O tableau fecha no seu único ramo pelas fórmulas φ e $\neg\varphi$, nos pontos E_2 e E_8, respectivamente. O ponto E_{16} ($\neg\lambda$) poderia ser omitido, uma vez que o ramo fecharia sem ele; o mantivemos apenas para mostrar que foi gerado pela aplicação da mesma regra que o ponto E_8. Como temos um tableau fechado para $\neg(\varphi \to (\varphi \vee \lambda))$, a fórmula $\varphi \to (\varphi \vee \lambda)$ é demonstrável em **T** (tableaux proposicional clássico) e, conseqüentemente é uma tautologia.

iii) $\Vdash (\varphi \to \lambda) \to (\lambda \to \varphi)$

0.	$\neg((\varphi \to \lambda) \to (\lambda \to \varphi))$			
1.	$(\varphi \to \lambda)$			$\neg\to$, 0
2.	$\neg (\lambda \to \varphi)$			$\neg\to$, 0
3.	λ			$\neg\to$, 2
4.	$\neg\varphi$			$\neg\to$, 2
5.	$\neg\varphi$	|	λ	$\to$, 1

Temos, neste exemplo, um tableau completo e não fechado, em que nenhum ramo do tableau fecha, o que caracteriza que a fórmula $(\varphi \to \lambda) \to (\lambda \to \varphi)$ não é conseqüência analítica ou demonstrável no tableaux proposicional clássico. Dizemos, nesse caso, que a negação da fórmula que queríamos demonstrar não é inconsistente, podendo assim ser estabelecidos contra-exemplos. Portanto, a fórmula inicial $(\varphi \to \lambda) \to (\lambda \to \varphi)$ não é uma tautologia da lógica proposicional clássica.

iv) $\varphi \to \lambda \Vdash \neg\varphi \vee \lambda$

Para verificarmos se a fórmula $\neg\varphi \vee \lambda$ é conseqüência analítica a partir da premissa fornecida $\varphi \to \lambda$, temos duas possibilidades de avaliar, em decorrência da Definição 4.2.9.

Primeira possibilidade: mostraremos que $(\varphi \to \lambda) \cup \{\neg(\neg\varphi \vee \lambda)\}$ é um conjunto fechado de fórmulas, isto é, conseguimos construir um tableaux fechado para a conjunção destas fórmulas. Podemos dizer também que decidiremos se o conjunto $\Delta = \{(\varphi \to \lambda), \neg(\neg\varphi \vee \lambda)\}$ gera inconsistência, isto é, Δ é fechado. Daí, temos o seguinte tableau:

0.	$(\varphi \to \lambda) \wedge \neg(\neg\varphi \vee \lambda))$		
1.	$\varphi \to \lambda$		$\wedge$, 0
2.	$\neg(\neg\varphi \vee \lambda)$		$\wedge$, 0
3.	$\neg(\neg\varphi)$		$\neg\vee$, 2
4.	$\neg\lambda$		$\neg\vee$, 2
5.	φ		DN, 3
6.	$\neg\varphi$	λ	$\to$, 1
7.	$\times$	$\times$	

De fato, conseguimos um tableaux fechado para o conjunto Δ.

Na lógica proposicional clássica, sabemos que o Teorema da Dedução[2] pode ser visto como um dispositivo para nos auxiliar nas deduções. Dessa maneira, ao pretendermos mostrar

[2] Teorema da Dedução: Se $\Gamma ; \gamma \vdash \varphi$, então $\Gamma \vdash (\gamma \to \varphi)$. A recíproca é um corolário deste teorema. Uma demonstração deste teorema pode ser encontrada em Enderton (1972, p. 111). Para demonstrarmos este teorema no sistema dedutivo de tableaux clássico proposicional, isto é, $\Gamma; \gamma \Vdash \varphi$, então $\Gamma \Vdash (\gamma \to \varphi)$, basta aplicarmos a

uma dedução em tableaux para $\varphi \to \lambda \Vdash \neg\varphi \vee \lambda$, poderemos utilizar o referido Teorema da Dedução e mostrar $\Vdash (\varphi \to \lambda) \to (\neg\varphi \vee \lambda)$ a qual se configura como a segunda possibilidade de verificar uma conseqüência analítica. Todavia, esta segunda possibilidade acabará por conter a primeira, por isso, na prática, por economia na construção do tableau, aplicamos qualquer um dos procedimentos, mas eliminamos o primeiro ponto. Observemos como ficaria o tableau utilizando a segunda possibilidade de construção:

Demonstrar que $\Vdash (\varphi \to \lambda) \to (\neg\varphi \vee \lambda)$.

0.	$\neg ((\varphi \to \lambda) \to (\neg\varphi \vee \lambda))$	
1.	$(\varphi \to \lambda)$	$\neg\!\to$, 0
2.	$\neg ((\neg\varphi \vee \lambda))$	$\neg\!\to$, 0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

O tableau, a partir do ponto E_4, será construído da mesma forma que o anterior, o que mostra a equivalência dos procedimentos.

---

definição 4.2.9 de conseqüência analítica e teremos o resultado pretendido pois: se, por hipótese, $\Gamma \cup \{\gamma, \neg\varphi\}$ é um conjunto fechado de fórmulas, ou seja, existe um tableau fechado para a conjunção destas fórmulas, então também é fechado o conjunto $\Gamma \cup \{\neg (\gamma \to \varphi)\}$, uma vez que este último é o mesmo que $\Gamma \cup \{\gamma \wedge \neg\varphi\}$, ou seja, é estabelecida a mesma conjunção que, por hipótese, é fechada, assim verificamos a tese.

v) $\neg(\varphi \wedge \lambda) \Vdash (\neg\varphi \wedge \neg\lambda)$

0.	$\neg(\varphi \wedge \lambda) \wedge \neg(\neg\varphi \wedge \neg\lambda)$				
1.	$\neg(\varphi \wedge \lambda)$				$\wedge$, 0
2.	$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\lambda)$				$\wedge$, 0
3.	$\neg\varphi$		$\neg\lambda$		$\neg\wedge$, 1
4.	$\neg(\neg\varphi)$	$\neg(\neg\lambda)$	$\neg(\neg\varphi)$	$\neg(\neg\lambda)$	$\neg\wedge$, 2
5.	φ	λ	φ	λ	DN, 4
6.	$\times$			$\times$	

O tableau acima admite ramo fechado somente para o ramo mais à esquerda e para o mais à direita, e os ramos do meio são abertos. Portanto, como o tableau é completo e não é fechado, a fórmula $(\neg\varphi \wedge \neg\lambda)$ não é conseqüência analítica.

Estabelecido um sistema de tableaux para a lógica proposicional clássica, abordamos, a seguir, um sistema de tableaux para a lógica de predicados de primeira ordem.

4.3 O método de tableaux analíticos para o cálculo de predicados clássico

Um sistema de tableaux **T** para a lógica quantificacional clássica é o sistema de tableaux da lógica proposicional clássica com o acréscimo de algumas regras de expansão específicas para as fórmulas quantificadas, ou seja, aquelas fórmulas que contenham o quantificador existencial "$\exists$" ou o quantificador universal "$\forall$"; desse modo, as demais definições permanecem as mesmas. Porém, agora, as fórmulas φ podem ser quantificadas. Seguiremos a apresentação de Smullyan (1968).

Regras de Expansão 4. 3. 1 (Para fórmulas quantificadas). Colocamos $\neg\varphi$ como ponto inicial de nosso tableau para uma fórmula inicial φ qualquer da lógica de primeira ordem clássica. Na construção de um tableau **T**, a partir de $\neg\varphi$, aplicamos uma das cinco operações seguintes:

(i) Acrescentamos as fórmulas ε_i e ε_{2i} no *mesmo ramo*, quando ocorrer num ramo alguma fórmula α (caso da lógica proposicional).

(ii) Quando ocorrer num ramo alguma fórmula β, então acrescentaremos as fórmulas ε_i, ε_{i+1} no final do ramo e que cada uma se posicione de um lado em relação ao ponto anterior, para ocorrer bifurcação neste ramo, originando dois ramos distintos (caso da lógica proposicional).

(iii) Para as fórmulas especiais, aplicamos a regra **DN** quando for o caso, ou a regra do tipo **E**.

(iv) As fórmulas do tipo **C** são aquelas que se apresentam sob a forma $\forall x\varphi$ ou $\neg\exists x\varphi$. Como podemos observar, ambas são do tipo universal, pois $\neg\exists x\varphi \equiv \forall x\, \neg\varphi$. Por isso, na ocorrência dessas fórmulas no tableau, usaremos as Regras do Tipo Universal. Representamos as fórmulas do tipo **C** pela letra “γ”.

Regras de Tipo Universal **C**: $\dfrac{\gamma}{\gamma(a)}$ sendo “a” uma constante *qualquer*

As fórmulas γ estão na seguinte tabela:

γ	$\gamma(a)$	Nome da regra
$\forall x\, \varphi$	φ^x_a	$\forall$
$\neg\exists x\varphi$	$\neg\,(\varphi^x_a)$	$\neg\exists$

(v) As fórmulas do tipo **D** se apresentam sob a forma $\exists x\varphi$ ou $\neg\forall x\varphi$, ou seja, ambas são do tipo existencial. Lembremos que $\neg\forall x\varphi \equiv \exists x\neg\varphi$. Diante disso, quando existirem fórmulas do tipo D no tableau, usaremos as Regras do Tipo Existencial. Representamos as fórmulas do tipo **D** pela letra "δ".

Regras de Tipo Universal **D**: $\dfrac{\delta}{\delta(a)}$ sendo "a" uma constante *nova* no ramo

As fórmulas δ estão na seguinte tabela:

δ	$\delta(a)$	Nome da regra
$\exists x\varphi$	φ_a^x	$\exists$
$\neg\forall x\varphi$	$\neg(\varphi_a^x)$	$\neg\forall$

Destacamos que podemos aplicar as regras do tipo universal para uma fórmula γ no ramo (mudando as constantes a cada aplicação) quantas vezes se fizerem necessárias, o mesmo não ocorre com as regras do tipo existencial.

A seguir, mostramos exemplos de tableaux que utilizam as regras do tipo **C** e **D**.

Exemplos de Construção de Tableaux 4. 3. 2. Aplicamos, através de alguns exemplos, as regras **C** e **D** na construção de tableaux analítico para a lógica de primeira ordem clássica.

Todos os exemplos abaixo de dedução no sistema de tableaux clássico, são argumentos válidos e, por isso mesmo, conseguimos construir um tableau fechado para cada exemplo considerado.

a) $\forall x\varphi \Vdash \exists x\varphi$

0.	$\forall x\varphi \wedge \neg(\exists x\varphi)$	
1.	$\forall x\varphi$	$\wedge$, 0
2.	$\neg(\exists x\varphi)$	$\wedge$, 0
3.	$\varphi(a)$	$\forall$, 1
4.	$\neg\varphi(a)$	$\neg\exists$, 2
5.	$\times$	

b) $\exists x\neg\varphi \Vdash \neg\forall x\varphi$

0.	$\exists x\neg\varphi \wedge \neg(\neg\forall x\varphi)$	
1.	$\exists x\neg\varphi$	$\wedge$, 0
2.	$\neg(\neg\forall x\varphi)$	$\wedge$, 0
3.	$\forall x\varphi$	DN, 2
4.	$\neg\varphi(a)$	$\exists$, 1
5.	$\varphi(a)$	$\forall$, 3
6.	$\times$	

Obtemos, neste último exemplo, um tableau fechado independentemente da ordem das regras aplicadas. Todavia, caso aplicássemos a regra "$\forall$" na linha (3), antes da regra "$\exists$" na linha (1), teríamos que aplicar novamente a regra "$\forall$", pelo fato de esta regra não ser "esgotada" numa única aplicação, haja vista que a regra vale para "qualquer" constante, portanto, vale para a constante na qual a regra "$\exists$" foi aplicada. Nesse caso, teríamos um tableau de sete pontos.

c) $\Vdash \exists x\varphi \vee \neg\exists x\varphi$

0.	$\neg(\exists x\varphi \vee \neg\exists x\varphi)$	
1.	$\neg\exists x\varphi$	$\neg\vee$, 0
2.	$\neg(\neg\exists x\varphi)$	$\neg\vee$, 0
3.	$\exists x\varphi$	DN, 2
4.	$\varphi(c)$	$\exists$, 3
5.	$\neg\varphi(c)$	$\neg\exists$, 1
6.	$\times$	

Na seção seguinte, propomos uma abordagem sucinta dos sistemas de tableaux clássicos enquanto método de decidibilidade para as formas tautológicas, e apontamos os ganhos ao se utilizar este novo método em relação às tabelas de verdade.

4.4. Comparando as tabelas de verdade e os sistemas de tableaux enquanto métodos de decisão para a validade de argumentos

Iniciemos esta seção com elementos da Seção 1.3, cujo foco de discussão é dado pela validade de um argumento, utilizando-se das tabelas de verdade. Para sabermos se um dado argumento da lógica proposicional é válido, basta construirmos a tabela de verdade para a condicional associada a este argumento e verificar se obtemos uma tautologia; caso a tenhamos, é, portanto, um argumento válido, pois sempre que suas premissas forem verdadeiras, a conclusão também a será. Deste modo, as tabelas de verdade permitem exibir contra-exemplo, no caso em que a forma não é válida. Por *contra-exemplo* referimo-nos a uma situação na qual teríamos uma linha da tabela de verdade cujas premissas são todas verdadeiras e a conclusão é falsa. Ilustramos a ausência de contra-exemplo num argumento válido e a presença de contra-exemplo num argumento inválido no final da Seção 1.3.

O método das tabelas de verdade caracteriza-se como um *algoritmo*, ou *procedimento mecânico*, para verificar a validade de um argumento da lógica proposicional. Pela existência de um algoritmo que nos diga sempre quando uma fórmula é ou não tautologia, podemos dizer que a lógica proposicional clássica é *decidível*. Contudo, este método *não é eficiente*, uma vez que não consegue responder sempre em tempo hábil e após um número finito de passos, pois quanto mais proposições atômicas o argumento envolver, muito maior será a tabela de verdade do respectivo argumento. Essa é a conseqüência de o número de linhas de uma tabela de verdade aumentar exponencialmente, decorrente do uso de *todas* as combinações de verdade para as variáveis atômicas, e denotada através da fórmula 2^n, em que "n" é o número de proposições atômicas de um argumento. Por exemplo, caso queiramos construir a tabela de verdade do argumento $(((\varphi\to\lambda) \wedge (\theta\to\sigma)) \wedge (\psi\vee\varphi)) \vdash (\psi\vee\lambda)$ necessitaríamos de $2^5 = 32$ linhas.

Ademais, a utilização das tabelas de verdade é restrita às fórmulas que são tautologias. Deste modo, caracterizamos seu uso exclusivo, e por isso limitado, no cálculo proposicional clássico. As tabelas de verdade não conseguem trabalhar com as verdades de sentenças quantificadas.

Vejamos o que ocorre ao se tentar construir uma tabela de verdade, para o argumento abaixo do cálculo de predicados de primeira ordem clássico, o que sabemos ser um procedimento errôneo.

Argumento: $\forall x\varphi \vdash \exists x\varphi$

Condicional associada[3]: $\forall x\varphi \to \exists x\varphi$

[3] Sabemos que um argumento do cálculo proposicional clássico é válido se sua condicional associada é uma tautologia (a conjunção das premissas implica a conclusão).

Tabela de verdade para a condicional associada:

$\forall x\varphi$	$\rightarrow$	$\exists x\varphi$
1	1	1
1	**0**	0
0	1	1
0	1	0

De acordo com nossa tabela de verdade, trata-se de um argumento não válido. Mas, obviamente, esse é um teorema da lógica de predicados de primeira ordem clássico. O que aconteceu, como havíamos apontado anteriormente, é que a tabela distribuiu valores aleatórios de verdade para cada proposição quantificada, o que resultou na terceira linha falsa, não obtendo uma tautologia, ou seja, o método das tabelas de verdade não apresenta regras para a manipulação dos quantificadores.

Diante do exposto, fica evidente a necessidade de se obter um método que não permita dizer que seja falso que exista um indivíduo do universo com uma determinada propriedade, quando já afirmamos ser verdade que todos os indivíduos do universo possuem tal propriedade, essa suposição é justamente a distribuição de verdade dada pela linha 3 da tabela. Com isso, apontamos para o fato de que nem toda fórmula válida da lógica de predicados de primeira ordem clássica pode ser enfocada sob o ponto de vista de uma tautologia.

Os sistemas de tableaux são uma alternativa para superar algumas limitações das tabelas de verdade, uma vez que a aplicação das tabelas de verdade é restrita ao cálculo proposicional clássico, por outro lado o método de tableaux consegue manipular fórmulas quantificadas.

Contudo, sabemos que o cálculo de predicados de primeira ordem clássico (CQC) *não é decidível*, isto é, não existe um método mecânico (algorítmico) que permita decidir sempre se uma fórmula qualquer dessa lógica é um teorema ou não. Essa tese sobre a indecidibilidade do CQC foi demonstrada em 1936 pelo lógico Alonzo Church (1903-1995).

Haack (2002, p. 32) aponta para o fato de a decidibilidade não ser um requisito indispensável para um sistema formal ser considerado "lógica", bem como a completude pode não ser também, pois sabemos das dificuldades do cálculo de predicados de segunda ordem em ser completo de forma usual. Todavia, consideramos as propriedades de decidibilidade e completude como sendo de grande relevância no aspecto formal de um sistema lógico.

Esta ressalva, quanto à indecidibilidade do CQC, é importante para tornar notório as superações do método de tableaux em relação às tabelas de verdade, mas também assinalar as limitações desse novo método, como conseqüência das limitações do próprio CQC. Talvez, por isso mesmo, Haack (2002) tenha escolhido uma epígrafe[4] tão sugestiva para seu capítulo inicial, dando alusão para a impossibilidade de criarmos um método mecânico para avaliar todos os argumentos, em certo sentido filosóficos, quando ainda não conseguimos um método para decidir todos os argumentos formais válidos.

Para evidenciarmos a maior eficiência do método de tableaux em relação às tabelas de verdade, comparamos a operacionalidade destes dois métodos por meio de dois exemplos da lógica proposicional, pois, como já mencionamos, as tabelas não atuam sobre as fórmulas quantificadas. Lembremos que o número de linhas numa tabela de verdade cresce exponencialmente em relação ao número de proposições atômica presentes numa fórmula. Dessa maneira, quando o número de proposições atômicas numa dada fórmula é igual a um, dois ou mesmo três, determinar se esta forma proposicional é uma tautologia, por exemplo, se mostra uma tarefa muito fácil para qualquer um dos métodos citados. Entretanto, se considerarmos um número maior de proposições, o método de tableaux se mostra mais eficiente enquanto método de decisão.

[4] "Não existe nenhum substituto matemático para a filosofia" Kripke, 1976

Suponhamos que quiséssemos determinar se as formas proposicionais **M** e **N** abaixo são tautologias, para tanto, a tabela de verdade de cada forma deveria apresentar somente a valoração “1” (verdade) em sua última coluna construída, e o tableau completo deverá ser fechado. Consideremos:

M $\equiv (((\varphi \rightarrow \neg\psi) \wedge \psi) \wedge (\neg\varphi \rightarrow (\theta \wedge \mu))) \rightarrow (\theta \wedge \mu)$.

Na tabela de verdade, temos:

linha	(((φ	$\rightarrow$	$\neg$ ψ)	$\wedge$	ψ)	$\wedge$	($\neg\varphi$	$\rightarrow$	(θ	$\wedge$	μ)))	$\rightarrow$	($\theta \wedge \mu$)
1.	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
2.	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
3.	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
4.	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
5.	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
6.	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
7.	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
8.	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
9.	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10.	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
11.	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
12.	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
13.	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
14.	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
15.	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
16.	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

Portanto, **M** é uma forma proposicional tautológica.

Agora, por tableaux temos:

0.	$\neg ((\,((\varphi \to \neg\psi) \wedge \psi) \wedge (\neg\varphi \to (\theta \wedge \mu))\,) \to (\theta \wedge \mu))$			
1.	$(\,((\varphi \to \neg\psi) \wedge \psi) \wedge (\neg\varphi \to (\theta \wedge \mu))\,)$			$0, \neg\to$
2.	$\neg(\theta \wedge \mu)$			$0, \neg\to$
3.	$(\varphi \to \neg\psi) \wedge \psi$			$1, \wedge$
4.	$\neg\varphi \to (\theta \wedge \mu)$			$1, \wedge$
5.	$\varphi \to \neg\psi$			$3, \wedge$
6.	ψ			$3, \wedge$
7.	$\neg\varphi$		$\neg\psi$	$5, \to$
8.	$\neg(\neg\varphi)$	$\theta \wedge \mu$	$\times$	$4, \to$
9.	$\times$	$\times$		

Conseguimos um tableau completo e fechado em um número de linhas menor que o utilizado pela tabela de verdade.

O mesmo procedimento será feito para a forma proposicional **N**. Selecionamos uma forma proposicional não tautológica para **N**.

N $\equiv (\,(\varphi \wedge \psi) \;\wedge\; \neg\theta\,) \to \neg\mu$

tabela de verdade

linha	((φ	∧	ψ)	∧	¬	θ)	→	¬	μ
1.	0	0	0	0	1	0	1	1	0
2.	0	0	0	0	1	0	1	0	1
3.	0	0	0	0	0	1	1	1	0
4.	0	0	0	0	0	1	1	0	1
5.	0	0	1	0	1	0	1	1	0
6.	0	0	1	0	1	0	1	0	1
7.	0	0	1	0	0	1	1	1	0
8.	0	0	1	0	0	1	1	0	1
9.	1	0	0	0	1	0	1	1	0
10.	1	0	0	0	1	0	1	0	1
11.	1	0	0	0	0	1	1	1	0
12.	1	0	0	0	0	1	1	0	1
13.	1	1	1	1	1	0	1	1	0
14.	1	1	1	1	1	0	0	0	1
15.	1	1	1	0	0	1	1	1	0
16.	1	1	1	0	0	1	1	0	1

Construída a tabela de verdade, podemos dizer que esta forma não é tautológica, pois existe uma valoração “0” (Falso) na linha 14 da última coluna construída. Ao admitirmos esta condicional como uma formalização (condicional associada) de um argumento, pode-se dizer que existe uma possibilidade de as premissas serem todas verdadeiras e a conclusão falsa.

O tableau para **N** é:

0.	$\neg (((\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\theta) \to \neg\mu)$	
1.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\theta$	0, $\neg\to$
2.	$\neg (\neg\mu)$	0, $\neg\to$
3.	$\varphi \wedge \psi$	1, $\wedge$
4.	$\neg\theta$	1, $\wedge$
5.	φ	3, $\wedge$
6.	ψ	3, $\wedge$
7.	μ	2, DN

Temos um tableau completo e aberto, logo esta forma não é tautológica. Constatemos ainda, o único ramo formado por este tableau, o qual admite exatamente a situação, valoração para as proposições atômicas, encontrada na linha em que a tabela de verdade é “0”, por esse mesmo motivo é que um ramo aberto em tableau é conhecido como uma prescrição para uma situação de refutação.

Para destacar esse aspecto de refutação que o sistema de tableaux admite, consideremos um argumento para analisar sua validade, por meio da construção de tableaux. Assim, apontamos para a característica principal desse método que é a obtenção de um contra-exemplo quando o argumento é inválido, e a ausência de contra-exemplos caso o argumento seja válido.

Seja o argumento inválido do cálculo proposicional clássico o qual afirma que dada uma condicional, a recíproca é uma conseqüência lógica sua:

$$\varphi \to \lambda \vdash \lambda \to \varphi$$

Construiremos um tableau para este argumento conforme a Definição 4.2.9.

0.		$\varphi \to \lambda$		
1.		$\neg (\lambda \to \varphi)$		
2.		λ		$\neg\to$, 1
3.		$\neg\varphi$		$\neg\to$, 1
4.	$\neg\varphi$	|	λ	$\to$, 0

Pela construção do tableau completo acima, observamos a existência de dois ramos abertos, o que caracteriza uma não conseqüência analítica, ou seja $\lambda \to \varphi$ não é deduzida por tableaux a partir de $\varphi \to \lambda$, ou ainda, a suposição de que a conclusão fosse falsa não trouxe inconsistência alguma para o sistema. Podemos dizer que cada ramo aberto é uma prescrição de como se construir contra-exemplos.

Como a fórmula analisada pertence à lógica proposicional, vamos admitir os valores das proposições atômicas dos ramos abertos e construir a respectiva linha da tabela de verdade (estabelecida por meio da condicional associada) com esses valores, para confirmar que esta forma associada não gera uma tautologia, pois pelo menos nesta linha a tabela apresenta o valor "0". A fórmula testada pela tabela de verdade é a condicional associada ao argumento dado. Os valores assumidos pelas proposições atômicas, numa linha específica, são: $v(\varphi) = 0$ e $v(\lambda) = 1$. Esses valores, como apontamos anteriormente, não são arbitrários, mas estabelecidos observando-se um dos ramos abertos do nosso tableau.

(φ	$\to$	λ)	$\to$	(λ	$\to$	φ)
0	1	1	0	1	0	0

O tableau nos fornece um caminho para a refutação, isto é, um contra-exemplo ou uma situação (valoração) em que as premissas são verdadeiras, mas a conclusão é falsa.

Introduziremos, no próximo capítulo, o sistema de tableaux analíticos denominado **TLP**. Este sistema é construído como uma apresentação original para a Lógica do Plausível, a qual foi inicialmente desenvolvida por um sistema axiomático ou hilbertiano, como vimos no Capítulo 3.

5. O SISTEMA DE TABLEAUX ANALÍTICOS TLP E SUA EQUIVALÊNCIA LÓGICA COM O SISTEMA HILBERTIANO $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$

Introduzimos, neste capítulo, o sistema de tableaux **TLP** como um novo sistema dedutivo para apresentar a lógica do plausível, uma vez que esta lógica foi originalmente mostrada por Grácio (1999) via sistema axiomático, ou seja, pelo método *hilbertiano*. Em seguida, mostramos a equivalência deste sistema com o sistema $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$. Promovemos, através do sistema de tableaux **TLP**, uma discussão sobre o que seria refutar um argumento baseado numa forma particular de raciocínio indutivo, que permite atribuir a um indivíduo genérico um comportamento observado em ‘boa parte’ dos indivíduos do universo. Nesse sentido, interpretamos o tableau como um método de refutação, no sentido desse método buscar contra-exemplos para invalidar um argumento, e assim, refutá-lo.

5.1. O sistema de tableaux analíticos TLP para a lógica do plausível

Conforme verificamos no Capítulo 3, a Lógica do Plausível é uma extensão da lógica clássica de primeira ordem, pelo acréscimo do quantificador $\mathcal{P}$. Desse modo, vamos preservar toda a estrutura formalizada para o cálculo de predicados de primeira ordem clássico, mantendo todas as definições das Seções 4.2 e 4.3, exceto a definição de ramo fechado, cujas cláusulas para o fechamento dos ramos serão ampliadas para o quantificador $\mathcal{P}$. Ademais, teremos regras de expansão específicas para este novo quantificador, as quais serão acrescidas às regras clássicas. Destacamos ainda, que este sistema **TLP**, embora preserve a estrutura apresentada por Smullyan, para a parte clássica, as novas regras de expansão não seguirão o princípio de diminuir o grau das fórmulas, pois, ao contrário, veremos duas regras nas quais o grau de complexidade das fórmulas aumenta.

Definição 5. 1. 1. Um ramo no sistema **TLP** é *fechado* quando ocorre no ramo:

i) φ e $\neg\varphi$;

ii) $\mathcal{P}x\theta$ e $\neg \mathcal{P}y\theta$, em que y é livre para x em $\theta(x)$;

iii) $\mathcal{P}x\theta$ e $\mathcal{P}x\neg\theta$.

Observação 5. 1. 2. Simbolizamos o ramo fechado colocando o símbolo '$\times$' no final do ramo.

Regras de Expansão 5. 1. 3. As regras de expansão utilizadas no sistema **TLP** são todas as regras estabelecidas nos itens 4.2.5 e 4.3.1., acrescidas de regras para o quantificador $\mathcal{P}$, que nos permitem manipular as fórmulas que apresentarem o quantificador do plausível. As regras adicionais são as seguintes:

Nome da regra	Regra	Nome da regra	Regra
P	$\dfrac{\mathcal{P}x\theta}{\theta[x/a]}$ em que ‘a’ é uma constante nova no ramo.	¬P	$\dfrac{\neg\,\mathcal{P}x\theta}{\neg\theta[x/a]}$ em que ‘a’ é uma constante nova no ramo.
∧P	$\dfrac{\begin{array}{c}Qx\theta\\ \mathcal{P}x\lambda\end{array}}{\begin{array}{c}\mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)\\ \mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)\end{array}}$	P≠	$\dfrac{\begin{array}{c}\mathcal{P}x\theta\\ \neg\,\mathcal{P}x\lambda\end{array}}{\neg\forall x\,(\theta\leftrightarrow\lambda)}$

Restrições às Regras:

Na regra ∧P: • O símbolo Q denota a possibilidade de ocorrência de um dentre os dois quantificadores “universal” ou “plausível”, isto é, ou $Q = \forall$ ou $Q = \mathcal{P}$;

• Nessa regra, $\lambda \neq \neg\theta$. Justificativa: caso tenhamos $\lambda = \neg\theta$, ao aplicarmos essa regra teríamos a fórmula $\mathcal{P}x(\theta \wedge \neg\theta)$, o que contradiz a definição de topologia reduzida e noções clássicas.

Na regra P≠: • $\lambda \neq \theta$. Justificativa: se $\lambda = \theta$, ao aplicarmos essa regra obteríamos a fórmula $\neg\forall x\,(\theta \leftrightarrow \theta)$, o que contradiz as noções clássicas.

Ademais, comentamos acerca de alguns aspectos na aplicação das regras ∧P e P≠ para tornar essa aplicação um procedimento algorítmico.

Na regra $\wedge$P, as fórmulas necessárias para se aplicar essa regra (premissas da regra) não precisam se localizar uma num ponto do ramo imediatamente abaixo da outra fórmula, ou seja, é suficiente que estas duas fórmulas estejam num mesmo ramo. Se ao aplicarmos a regra ($\wedge$P) não obtemos uma inconsistência, então podemos, para cada uma das premissas da regra, aplicar a regra (P) ou a regra clássica ($\forall$), quando for o caso. Para $\lambda = \theta$ e $Q = P$, temos uma duplicidade de premissas. Agora, para $\lambda = \theta$ e $Q = \forall$, geramos um passo desnecessário na demonstração, por isso aplicamos as regras ($\forall$) e (P), quando for o caso. Por fim, vimos que essa regra ($\wedge$P) não se aplica quando temos $\lambda = \neg\theta$ e $Q = P$, pois neste caso já temos uma cláusula de fechamento de ramo; também há impedimento na aplicação desta regra quando $\lambda = \neg\theta$ e $Q = \forall$, neste caso a inconsistência é obtida pela aplicação das regras (P) e ($\forall$).

Na aplicação da regra P$\neq$, se nenhuma inconsistência é estabelecida, então podemos aplicar a regra (P) ou ($\neg$P), quando for o caso. Nessa regra, a ordem em que suas premissas aparecem no ramo é irrelevante. Vimos também que a regra P$\neq$ não é aplicável para $\lambda = \theta$, uma vez que o ramo se fecha imediatamente, pois estamos na cláusula (i) da Definição 5.1.1 de ramo fechado. Para o caso em que $\lambda = \neg\theta$ nenhuma restrição é feita.

Observação 5. 1. 4. Conforme a Definição 5.1.1, vemos que as condições para o fechamento de um ramo no sistema **TLP** não são apenas as condições clássicas que se resumem ao item (i), mas incluem condições de fechamento específicas para o quantificador P. Como justificativa para o item (ii) da regra de fechamento dos ramos, podemos, intuitivamente, estabelecer a contradição ao obtermos $Px\theta \wedge \neg Py\theta$, com a condição de y ser livre para x em $\theta(x)$. Para o item (iii), caso tenhamos $Px\theta \wedge Px\neg\theta$, estamos afirmando que os conjuntos $[\theta]$ e $[\neg\theta]$ são abertos reduzidos, e, de acordo com a topologia reduzida, a intersecção de dois abertos reduzidos necessariamente deverá ser um aberto reduzido. Entretanto, vemos que a intersecção desses conjuntos, que são complementares entre si, é vazia, e desta forma o vazio seria um aberto reduzido, contrariando a definição de topologia reduzida, em que $\emptyset \notin \Im$ ($\Im$ é uma topologia reduzida). Por esta mesma razão, na lógica do Plausível temos o seguinte teorema: $P x\theta \rightarrow \neg P x \neg\theta$.

Por outro lado, a inconsistência gerada ao assumirmos $(P x\theta) \wedge (P x\neg\theta)$, não é intuitiva em algumas aplicações da Lógica do Plausível, o que nos exige uma clarificação acerca da noção de "boa parte" que este quantificador P formaliza.

Recordemos do Capítulo 3, antes, que por meio das lógicas moduladas, conseguimos uma estrutura subjacente distinta a cada um dos quantificadores generalizados ("a maioria", "muitos", "boa parte" etc.), embora todos eles se apresentem como uma noção intermediária à noção de "existe" e "todos.

Consideremos, então, o aspecto da aplicação da Lógica do Plausível mediante a comparação de outros quantificadores modulados. Nossa comparação será feita em caráter intuitivo, dispensando assim uma apresentação formal da lógica desenvolvida para cada um destes outros quantificadores, determinada pelas lógicas moduladas. Sejam as proposições:

P_1. "muitos" dos brasileiros tomam vinho e "muitos" não tomam.

P_2. "boa parte" dos brasileiros toma vinho e uma "boa parte" não toma.

P_3. "a maioria" dos brasileiros toma vinho e "a maioria" não toma.

Desses exemplos, é intuitiva a conjunção (P_1), pois o conjunto que satisfaz a proposição (aqueles que tomam vinho) sob o escopo de "muitos" não exige que seu complementar (aqueles que não tomam) seja pequeno.

A conjunção (P_3) é um contra-senso, pois se "a maioria toma vinho", não é razoável aceitarmos, ao mesmo tempo, que "a maioria não toma", pois o conjunto que satisfaz a proposição sob o escopo de "a maioria", exige que seu complementar seja pequeno.

A noção intuitiva de "boa parte", presente em (P_2), é mais vaga que as noções de "muitos" e "a maioria" e por isso mesmo, tendemos a aceitar a conjunção (P_2) como não sendo contraditória. Contudo, este tipo de conjunção ($\mathcal{P}x\theta$ e $\mathcal{P}x\neg\theta$) é inviável sob a noção de "boa parte", formalizada pelo quantificador $\mathcal{P}$ ("p é plausível" ou "p é acreditado").

Do mesmo modo como exposto na Observação 5.1.4 (iii), sabemos, também, que a fórmula $(\mathcal{P}x\varphi \wedge \mathcal{P}x\lambda) \rightarrow \exists x(\varphi \wedge \lambda)$ é teorema da Lógica do Plausível, o que justifica a impossibilidade de admitirmos (P_2), sob a noção de "boa parte" desta lógica.

A estrutura de "topologia reduzida" que semanticamente esta lógica apresenta, evidencia o fato de que "$\mathcal{P}x\theta$ possa ser interpretado como $\theta(x)$ é ser ubíquo" (Grácio, 1999, p. 143), isto é, "θ vale em quase toda parte".

A Lógica do Plausível independe da noção de conjunto grande, isto é,

> [...] estamos preocupados em observar a presença ou ausência de plausibilidade de uma inferência, mas não com o grau de plausibilidade.
>
> O conceito que desejamos formalizar está, desse modo, desvinculado da noção de cardinalidade do conjunto de confirmações ou evidências. (GRÁCIO, 1999, p. 133).

Em vista disso, o quantificador do plausível está vinculado à noção de um conjunto suficiente de evidências para a inferência da crença indutiva.

A inconsistência encontrada em (P_2) pode ser apontada pela seguinte inquirição: Como pode ser plausível a crença em θ, se consideramos plausível a crença em $\sim\theta$, e vice-versa?

Retomaremos esta discussão acerca da noção intuitiva de "boa parte" nas considerações finais desta dissertação.

A seguir, damos alguns exemplos de tableaux para fórmulas envolvendo o quantificador $\mathcal{P}$.

Construímos um tableau fechado para a negação de cada uma das fórmulas seguintes, conseqüentemente, satisfazem a Definição 4.2.9 de conseqüência analítica, o que demonstra serem fórmulas válidas no **TLP**.

a) $\Vdash (Px\varphi \wedge Px\psi) \rightarrow \exists x\, (\varphi \wedge \psi)$

0.	$\neg(Px\varphi \wedge Px\psi \rightarrow \exists x(\varphi \wedge \psi))$	
1.	$Px\varphi \wedge Px\psi$	$0, \neg\rightarrow$
2.	$\neg\exists x(\varphi \wedge \psi)$	$0, \neg\rightarrow$
3.	$Px\varphi$	$1, \wedge$
4.	$Px\psi$	$1, \wedge$
5.	$Px(\varphi \wedge \psi)$	$3, 4, {}_{\wedge}P$
6.	$Px(\varphi \vee \psi)$	$3, 4, {}_{\wedge}P$
7.	$\varphi(a) \wedge \psi(a)$	$5, P$
8.	$\neg(\varphi(a) \wedge \psi(a))$	$2, \neg\exists$
9.	$\times$	

Neste exemplo, o tableau fecha pelas fórmulas em 7 e 8 (cláusula (i) da definição 5.1.1).

b) $\Vdash (\neg Px(\varphi \wedge \psi) \wedge Px\varphi) \rightarrow \neg Px\psi$

0.	$\neg(\neg \mathcal{P}x(\varphi \wedge \psi) \wedge \mathcal{P}x\varphi \rightarrow \neg \mathcal{P}x\psi)$	
1.	$\neg \mathcal{P}x(\varphi \wedge \psi) \wedge \mathcal{P}x\varphi$	$0, \neg\rightarrow$
2.	$\neg\neg \mathcal{P}x\psi$	$0, \neg\rightarrow$
3.	$\mathcal{P}x\psi$	2, DN
4.	$\neg \mathcal{P}x(\varphi \wedge \psi)$	$1, \wedge$
5.	$\mathcal{P}x\varphi$	$1, {}_{\wedge}$
6.	$\mathcal{P}x(\varphi \wedge \psi)$	$3, 5, {}_{\wedge}P$
7.	$\mathcal{P}x(\varphi \vee \psi)$	$3, 5, {}_{\wedge}P$
8.	$\times$	

O tableau, em (b), fecha pelas fórmulas em 4 e 6.

c) $\Vdash (\forall x(\varphi \leftrightarrow \psi) \wedge \neg\mathcal{P}x\varphi) \rightarrow \neg\mathcal{P}x\psi$

0.	$\neg(\forall x(\varphi \leftrightarrow \psi) \wedge \neg\mathcal{P}x\varphi \rightarrow \neg\mathcal{P}x\psi)$	
1.	$\forall x(\varphi \leftrightarrow \psi) \wedge \neg \mathcal{P}x\varphi$	$0, \neg\rightarrow$
2.	$\neg\neg \mathcal{P}x\psi$	$0, \neg\rightarrow$
3.	$\mathcal{P}x\psi$	2, DN
4.	$\forall x(\varphi \leftrightarrow \psi)$	$1, \wedge$
5.	$\neg\mathcal{P}x\varphi$	$1, {}_{\wedge}$
6.	$\neg\forall x(\varphi \leftrightarrow \psi)$	$3, 5, P_{\neq}$
7.	$\times$	

O tableau, em (c), fecha pelas fórmulas em 4 e 6.

d) $\Vdash (\forall x\varphi \wedge P x\psi) \rightarrow P x(\varphi \wedge \psi)$

0.	$\neg(\forall x\varphi \wedge P x\psi \rightarrow P x(\varphi \wedge \psi))$	
1.	$\forall x\varphi \wedge P x\psi$	$0, \neg\rightarrow$
2.	$\neg\ P x(\varphi \wedge \psi)$	$0, \neg\rightarrow$
3.	$\forall x\varphi$	$1, \wedge$
4.	$P x\psi$	$1, \wedge$
5.	$P x(\varphi \wedge \psi)$	$3, 4, {}_{\wedge}P$
6.	$P x(\varphi \vee \psi)$	$3, 4, {}_{\wedge}P$
7.	$\times$	

O tableau, em (d), fecha pelas fórmulas em 2 e 5.

e) $\Vdash P x\varphi \rightarrow \neg P x\neg\varphi$

0.	$\neg(P x\varphi \rightarrow \neg P x\neg\varphi)$	
1.	$P x\varphi$	$0, \neg\rightarrow$
2.	$\neg(\neg P x\neg\varphi)$	$0, \neg\rightarrow$
3.	$P x\neg\varphi$	2, DN
4.	$\times$	(iii)

Neste tableau, o único ramo construído é fechado pela cláusula (iii) de fechamento, aplicado nas linhas 1 e 3.

f) $\Vdash \neg \mathcal{P} y\varphi(y) \rightarrow \neg \mathcal{P} x\varphi(x)$

0.	$\neg(\neg \mathcal{P} y\varphi(y) \rightarrow \neg \mathcal{P} x\varphi(x))$	
1.	$\neg \mathcal{P} y\varphi(y)$	0, $\neg\rightarrow$
2.	$\neg(\neg \mathcal{P} x\varphi(x))$	0, $\neg\rightarrow$
3.	$\mathcal{P} x\varphi(x)$	2, DN
4.	$\times$	(ii)

Fechamos o tableau acima pela cláusula (ii) de fechamento, aplicado nas linhas 1 e 3.

Diante do sistema TLP exposto, iremos, na seção subseqüente, mostrar a equivalência deste sistema de tableaux com o sistema axiomático apresentado no Capítulo 3 desta dissertação.

5.2. A equivalência lógica entre o sistema hilbertiano $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$ e o correspondente sistema de tableaux TLP

A partir deste momento, nos propomos a demonstrar a equivalência entre o sistema hilbertiano de $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, abordado no Capítulo 3, e o sistema de tableaux **TLP** introduzido na Seção 5.1. Lembremos, ainda, que $\Gamma \Vdash \varphi$ denota que a fórmula φ é conseqüência analítica de um conjunto Γ de fórmulas, segundo a Definição 4.2.9. No sistema hilbertiano da Lógica do Plausível, representamos, respectivamente, φ uma conseqüência lógica (sintática) de Γ e φ uma conseqüência semântica de Γ, por $\Gamma \vdash \varphi$ e $\Gamma \vDash \varphi$; em conformidade com as definições oriundas da lógica clássica.

Ao demonstrarmos que $\Gamma \vdash \varphi \Leftrightarrow \Gamma \Vdash \varphi$, estaremos estabelecendo a equivalência entre as conseqüências lógicas de cada sistema dedutivo abordado e, uma vez que em Grácio (1999, p. 149) está demonstrada a correção e completude do sistema axiomático de $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$, nosso sistema de tableaux **TLP** também será correto e completo. De forma esquemática, estamos propondo:

$$
\begin{array}{ccc}
\Gamma \vdash \varphi & \Leftrightarrow & \Gamma \vDash \varphi \\
\Updownarrow & & \\
\Gamma \Vdash \varphi & &
\end{array}
$$

Para os teoremas seguintes será admitida a completude forte do tableaux clássico de primeira ordem. Uma demonstração do teorema da completude para o sistema de tableaux clássico de primeira ordem pode ser encontrada em Smullyan (1968, p. 60), ou em Bell e Machover (1997, p. 88), entre outros.

Destacamos, também, a parte clássica e a parte estendida de cada sistema para o quantificador P.

$L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$ – sistema hilbertiano

Parte Clássica:

- axiomas do cálculo proposicional clássico (**CPC**);
- axiomas do cálculo de predicados clássico (**CQC$_=$**) com igualdade;
- Regras de inferências: MP e GEN.

Parte Estendida:

- Axiomas para o quantificador P.

TLP – sistema de tableaux

Regras de expansão (clássicas):

- Proposicionais;
- Quantificacionais;
- Para a igualdade.

Regras de expansão (estendidas)

- Para o quantificador P.

Tendo em vista que as condições para o fechamento dos ramos de um tableau foram redefinidas (conforme Seção 5.1.2), diferindo-as das usuais clássicas, vamos proceder à demonstração do teorema a seguir.

Teorema 5. 2. 1. Se $\Gamma \vdash \varphi$, então $\Gamma \Vdash \varphi$.

Demonstração: Seja $\delta_1, ..., \delta_n$ ($\delta_n = \varphi$) a dedução de φ a partir de Γ.

Mostraremos por indução sobre o comprimento (n) da dedução de φ a partir de Γ, que se $\Gamma \vdash \varphi$, então $\Gamma \Vdash \varphi$.

Base da indução: a dedução de φ a partir de Γ possui apenas uma linha na demonstração, ou seja, $\delta_1 = \varphi$. Neste caso, temos duas possibilidades:

(i) φ é uma premissa, isto é, $\delta_1 \in \Gamma$, ou

(ii) φ é um esquema de axioma de $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$.

Para o caso (i), se $\varphi \in \Gamma$, conseguimos mostrar que $\Gamma \Vdash \varphi$, uma vez que, por hipótese, supomos $\Gamma = \Delta \cup \{\varphi\}$ e, assim, $\Delta \cup \{\varphi\} \cup \{\neg\varphi\}$ é um conjunto fechado de fórmulas, e isto mostra que φ é uma conseqüência analítica de Γ, ou seja, $\Delta \cup \{\varphi\} \Vdash \varphi$.

De fato, como ocorre no caso clássico, se $\Delta \cup \{\varphi\} \Vdash \varphi$, temos que, $\Delta \Vdash \varphi \to \varphi$, e assim geramos um tableau fechado para $\neg(\varphi \to \varphi)$:

0.	$\neg(\varphi \to \varphi)$	
1.	φ	$\neg\to$em 1.
2.	$\neg\varphi$	$\neg\to$em 1.
3.	$\times$	1, 2

Para o caso (ii), basta avaliarmos os axiomas específicos para o quantificador P, visto que para a parte clássica já temos estes resultados demonstrados, por exemplo em Bell e Machover (1977, p. 40, Teorema 11.1).

Como realizado no item anterior, para demonstrarmos que $\Gamma \Vdash \varphi$, devemos mostrar que φ é uma conseqüência analítica de Γ, ou seja, que $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é fechado. Desse modo, estaremos mostrando que $\neg(\Gamma \rightarrow \varphi)$ é inconsistente, isto é, ao negarmos que o conjunto de premissas implica logicamente φ, geramos um tableau fechado.

Avaliemos então, quando δ_1 for um esquema de axioma para o quantificador P.

a. Seja δ_1 do esquema de axioma Ax_1, isto é:

$$\delta_1 \equiv (Px\theta \wedge Px\lambda) \rightarrow Px(\theta\wedge\lambda)$$

Geramos um tableau fechado para $\neg\delta_1$ (ou seja, $\Gamma \cup \{\neg\delta_1\}$ é fechado, logo δ_1 é conseqüência analítica) como segue:

0	Γ	
1	$\neg ((Px\theta \wedge Px\lambda) \rightarrow Px(\theta\wedge\lambda))$	
2	$Px\theta \wedge Px\lambda$	$1\ \neg\rightarrow$
3	$\neg\ Px(\theta\wedge\lambda)$	$1\ \neg\rightarrow$
4	$Px\theta$	$2\ \wedge$
5	$Px\lambda$	$2\ \wedge$
6	$Px(\theta\wedge\lambda)$	$4, 5\ {}_{\wedge}P$
7	$Px(\theta\vee\lambda)$	$4, 5\ {}_{\wedge}P$
8	$\times$	3, 6

b. Seja $\delta_1 \equiv Ax_2$, i.e., δ_1 tem o seguinte esquema de axioma.

$$\delta_1 \equiv (Px\theta \wedge Px\lambda) \rightarrow Px(\theta\vee\lambda)$$

Temos um tableau fechado para $\neg\delta_1$.

0	Γ	
1	$\neg ((P x\theta \wedge P x\lambda) \to P x(\theta\vee\lambda))$	
2	$P x\theta \wedge P x\lambda$	1, $\neg\to$
3	$\neg P x(\theta\vee\lambda)$	1, $\neg\to$
4	$P x\theta$	2, $\wedge$
5	$P x\lambda$	2, $\wedge$
6	$P x(\theta\wedge\lambda)$	4, 5, $_{\wedge}P$
7	$P x(\theta\vee\lambda)$	4, 5, $_{\wedge}P$
8	$\times$	3, 7

c. δ_1 tem o esquema do axioma Ax_3.

$\delta_1 \equiv \forall x\ \theta \to P x\theta$.

O tableau é fechado para $\neg\delta_1$.

0	Γ	
1	$\neg (\forall x\ \theta \to P x\theta)$	
2	$\forall x\ \theta$	1, $\neg\to$
3	$\neg\ P x\theta$	1, $\neg\to$
4	$\neg\theta(a)$	3, $\neg P$
5	$\theta(a)$	2, $\forall$
6	$\times$	4, 5

d. δ_1 é do esquema de axioma Ax_4.

$\delta_1 \equiv P x\theta \to \exists x\theta$

O tableau é fechado para $\neg\delta_1$.

0	Γ	
1	$\neg (P x\theta \to \exists x\theta)$	
2	$P x\theta$	1, $\neg\to$
3	$\neg\exists x\theta$	1, $\neg\to$
4	$\theta(a)$	2, P
5	$\neg\theta(a)$	3,$\neg\exists$
6	$\times$	4, 5

e. δ_1 é do esquema de axioma Ax_5.

$\delta_1 \equiv \forall x(\theta\leftrightarrow\lambda) \to (P x\theta \leftrightarrow P x\lambda)$.

O tableau é fechado para $\neg\delta_1$.

0	Γ		
1	$\neg (\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda) \to (P x\theta \leftrightarrow P x\lambda))$		
2	$\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$		1, $\neg\to$
3	$\neg (P x\theta \leftrightarrow P x\lambda)$		1, $\neg\to$
4	$P x\theta$	$\neg P x\theta$	3, $\neg\leftrightarrow$
5	$\neg P x\lambda$	$P x\lambda$	3, $\neg\leftrightarrow$
6	$\neg\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$	$\neg\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$	4, 5, $P_{\neq}$
7	$\times$	$\times$	

Em ambos os ramos o tableau fecha pelas fórmulas em 2 e 6.

f. δ_1 é do esquema de axioma Ax_6.

$\delta_1 \equiv P x\theta(x) \to P y\theta(y)$, se y é livre para x em $\theta(x)$.

O tableau é fechado para $\neg\delta_1$. Podemos observar, no tableau abaixo, que o ramo se fecha no ponto 4 pela definição 5.1.1 (ii) de ramo fechado.

0	Γ	
1	$\neg(\mathcal{P}x\theta(x) \rightarrow \mathcal{P}y\theta(y))$	
2	$\mathcal{P}x\theta(x)$	$1, \neg\rightarrow$
3	$\neg\mathcal{P}y\theta(y)$	$1, \neg\rightarrow$
4	$\times$	(ii)

Hipótese de indução: A dedução de φ a partir de Γ em $\Gamma \vdash \varphi$, tem comprimento n (n > 1), e o resultado do teorema vale para toda fórmula que pode ser deduzida a partir de Γ e que possua o comprimento de sua dedução menor que o comprimento n.

(Passo Indutivo) Devemos verificar que o teorema vale para $\varphi = \delta_n$.

Existem as seguintes possibilidades para δ_n ter sido originado num passo n da dedução.

- $\delta_n = \varphi$ é um axioma de $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$.

Exatamente pelo resultado da cláusula (ii) da base, temos que $\Gamma \Vdash \varphi$.

- $\varphi \in \Gamma$.

Obtemos $\Gamma \Vdash \varphi$ do mesmo modo como realizado pela cláusula (i) da base da indução.

- Se a dedução de $\delta_n = \varphi$ advém através de uma das regras de inferência MP (*Modus Ponens*) ou GEN (*Generalização*), tal como no caso clássico, temos que $\Gamma \cup \{\neg\delta_n\}$ é um conjunto fechado, ou seja, δ_n é uma é uma conseqüência analítica de Γ. Uma vez que:

- Por *modus ponens*: Se δ_n é deduzida por esta regra, então podemos estabelecer duas outras fórmulas δ_i e δ_j na dedução que satisfazem a seguinte identidade:

$$\delta_j = \delta_i \rightarrow \delta_n, \text{ para algum i, j} < n$$

Então, pela hipótese de indução, podemos dizer que:

($*$) $\Gamma \cup \{\neg\delta_i\}$ é fechado, pois δ_i possui comprimento menor que n, e então $\Gamma \Vdash \delta_i$.

($**$) $\Gamma \cup \{\neg (\delta_i \rightarrow \delta_n)\}$ é fechado, pois δ_j possui comprimento menor que n, e então $\Gamma \Vdash \delta_j$.

Dessa maneira, construímos um tableau fechado para $\Gamma \cup \{\neg\delta_n\}$, por meio da construção seguinte.

Aplicamos, primeiro, uma pseudo-regra de tableaux clássico (denominada de regra-EM – *terceiro excluído* – em Bell e Machover, 1977, p.32) a qual introduz uma tautologia da forma $\sigma\vee\neg\sigma$, sendo σ uma fórmula qualquer, em um dos ramos que nos convém. Dessa forma, bifurcamos o ramo colocando em um lado (ramo) σ e no outro lado (ramo) $\neg\sigma$, que é o mesmo que supor $\sigma\vee\neg\sigma$ em Γ. Nessa demonstração, vamos introduzir a fórmula $\delta_i \rightarrow \delta_n$. Em seguida, aplicamos a regra clássica '$\rightarrow$' em $\delta_i \rightarrow \delta_n$ e obtemos:

$$
\begin{array}{lcc|c|cl}
0 & & & \Gamma & & \\
1 & & & \neg\delta_n & & \\
2 & \multicolumn{2}{c|}{\delta_i \rightarrow \delta_n} & & \neg(\delta_i \rightarrow \delta_n) & \text{EM} \\
3 & \neg\delta_i & \delta_n & & & 2, \rightarrow
\end{array}
$$

É evidente que os ramos mais à esquerda e mais à direita são fechados por conter ($*$) e ($**$), respectivamente, decorrentes da hipótese de indução. O ramo do meio se fecha porque ele apresenta δ_n e $\neg\delta_n$. Pelo Teorema da Eliminação 8.7 em Bell e Machover (1977, p. 83), sabemos que se existe um tableau fechado com o uso da regra EM, então existe um tableau fechado para as fórmulas iniciais sem o uso desta regra. Portanto, δ_n é conseqüência analítica de Γ.

- Por generalização: Se a dedução de $\delta_n = \varphi$ advém da regra de inferência GEN, então podemos afirmar que $\delta_n \equiv \forall x\theta$, e existe uma fórmula $\delta_s \equiv \theta$, em que s < n, na dedução de δ_n. Temos, por hipótese de indução, que $\Gamma \cup \{\neg\delta_s\}$ é fechado, o que indicaremos por (◊).

  Daí, construímos um tableau fechado para $\Gamma \cup \{\neg\delta_n\}$ como segue:

0	Γ	
1	$\neg\forall x\delta_s$	
2	$\neg\delta_s\,[x/c]$	1, $\neg\forall$

Evidentemente, o ramo será fechado por conter (◊), decorrente da hipótese de indução. Logo, δ_n é conseqüência analítica de Γ, isto é, $\Gamma \Vdash \varphi$.

■

Antes de introduzir o próximo teorema (5.2.2), o qual completará a equivalência entre os sistemas aqui abordados, vamos esboçar a demonstração deste num esquema para que compreendamos sua aplicabilidade. Castro (2004, p. 235) usa um esquema análogo para demonstrar seu Teorema (4.3.3), cujo enunciado é "Se $\Gamma \vdash_{\mathbf{TNDCn}} S$, então $\Gamma \vdash_{\mathbf{Cn}} S$", em que $TNDC_n$ é uma hierarquia de sistemas de tableaux e C_n corresponde a hierarquia de sistemas axiomáticos para a lógica paraconsistente.

O que estamos propondo demonstrar, neste momento, é que para cada fórmula validada (conseqüência analítica) pelo sistema **TLP**, devemos apresentar uma demonstração (dedução) no correspondente sistema axiomático $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$.

Entendido o Método de Tableaux como uma "*mecanização exaustiva*" do procedimento de prova por *reductio ad absurdum* do Método Axiomático. A idéia central é que, se o tableau de algum modo constrói uma prova por redução ao absurdo, para uma fórmula dada, então podemos construir uma prova por redução ao absurdo (RAA) nos moldes do método hilbertiano quando, e somente quando:

(i) As condições para *inicialização* e *fechamento* do sistema **TLP**, também são condições válidas, nas provas por absurdo, no correspondente sistema hilbertiano $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$.

(ii) Todas as *Regras de Expansão* de **TLP** são dedutíveis no sistema hilbertiano $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, deste modo, tais regras de **TLP** passam a ser entendidas como *Regras de Dedução* no sistema axiomático.

Resumidamente, estamos propondo nesta demonstração:

$\Gamma \Vdash \varphi$				$\Gamma \vdash \varphi$
$\Gamma, \neg\varphi$	$\Leftarrow$	condição de inicialização	$\Rightarrow$	$\Gamma, \neg\varphi$
$\vdots$ $\}$ Regras de Expansão		$\Rightarrow$	Regras de dedução	$\{$ $\vdots$
$\times$	$\Leftarrow$	condições de fechamento	$\Rightarrow$	absurdo

Por conseguinte, o Teorema 5.2.2 irá demonstrar que de fato as cláusulas supracitadas (i) e (ii) são verificadas. Antes, porém, de passarmos ao teorema, vamos ilustrar o esquema proposto com uma dedução validada pelo **TLP** e uma possível dedução indireta (redução ao absurdo) no sistema $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, nas mesmas condições dadas, ou seja, considerando as mesmas premissas e conclusão.

No sistema **TLP**: $\mathcal{P}x\varphi, \mathcal{P}x\lambda \Vdash \exists x(\varphi \wedge \lambda)$

1. $\mathcal{P}x\varphi$
2. $\mathcal{P}x\lambda$
3. $\neg\exists x(\varphi \wedge \lambda)$
4. $\mathcal{P}x(\varphi \wedge \lambda)$ $\quad \wedge$P 1, 2
5. $\mathcal{P}x(\varphi \vee \lambda)$ $\quad \wedge$P 1, 2

6.	$\varphi(a) \wedge \lambda(a)$	P 4
7.	$\neg\, (\varphi(a) \wedge \lambda(a))$	$\neg\exists$ 3
8.	$\times$	6, 7

No sistema $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$: $P x\varphi, P x\lambda \vdash \exists x(\varphi \wedge \lambda)$

1.	$P x\varphi$	Premissa
2.	$P x\lambda$	p.
3.	$\neg\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	p. RAA
4.	$P x\varphi \wedge P x\lambda$	$\wedge$ 1, 2
5.	$P x\varphi \wedge P x\lambda \rightarrow P x(\varphi \wedge \lambda)$	Ax_1
6.	$P x(\varphi \wedge \lambda)$	MP 4, 5
7.	$P x(\varphi \wedge \lambda) \rightarrow \exists x(\varphi \wedge \lambda)$	Instância Ax_4
8.	$\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	MP 6, 7
9.	$\exists x(\varphi \wedge \lambda) \wedge \neg\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	(absurdo) $\wedge$ 3, 8
10.	$\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	(dedução indireta) RAA

Nas deduções acima, as condições de inicialização e fechamento são as mesmas, além disso, se cada regra utilizada no tableau pudesse ser transformada numa respectiva regra de dedução, então também conseguiríamos uma demonstração indireta, por meio destas regras, no sistema axiomático de $L^{\tau}_{\omega\omega}(P)$.

Para ilustrarmos esse caso, consideremos o exemplo anterior, no qual queremos construir uma dedução para $P x\varphi, P x\lambda \vdash \exists x(\varphi \wedge \lambda)$. Supomos, agora, a existência de uma regra de dedução equivalente para cada regra de expansão utilizada no tableau anterior. Desse modo, temos a seguinte dedução:

1.	$\mathcal{P}x\varphi$	premissa	
2.	$\mathcal{P}x\lambda$	p.	
3.	$\neg\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	p. RAA	
4.	$\mathcal{P}x(\varphi \wedge \lambda)$	$\wedge P_{LP}$ 1, 2	(Regra equivalente)
5.	$\mathcal{P}x(\varphi \vee \lambda)$	$\wedge P_{LP}$ 1, 2	Idem
6.	$\varphi(a) \wedge \lambda(a)$	P_{LP} 4	Idem
7.	$\neg (\varphi(a) \wedge \lambda(a))$	$\neg\exists_{LP}$ 3	Idem
8.	$(\varphi(a) \wedge \lambda(a)) \wedge \neg (\varphi(a) \wedge \lambda(a))$	$\wedge$ 6, 7	
9.	$\exists x(\varphi \wedge \lambda)$	RAA	

Portanto, se as regras de expansão são dedutíveis no sistema axiomático, então existe uma demonstração indireta (dada não necessariamente pelo uso exclusivo das regras de expansão dedutíveis), na qual estas regras são empregadas como regras de dedução equivalentes.

Teorema 5. 2. 2. Se $\Gamma \Vdash \varphi$, então $\Gamma \vdash \varphi$.

Demonstração:

Seja $\Gamma \Vdash \varphi$ e $\varphi \in \Gamma$, então é evidente que $\Gamma \vdash \varphi$, pois φ é premissa na dedução.

Suponhamos, agora, que φ não está em Γ. Neste caso, φ é conseqüência analítica de Γ, ou seja, φ é uma fórmula gerada a partir de Γ por meio das regras de expansão de **TLP**. Para mostrarmos que nestas condições existe uma dedução, pelo sistema axiomático $L^{\tau}_{\omega\omega}(\mathcal{P})$, de φ a partir de Γ, devemos verificar, de acordo com o esquema de demonstração já explicitado, duas cláusulas, quais sejam:

(i) As condições para *inicialização* e *fechamento* do sistema **TLP**, também são condições válidas, nas deduções indiretas, no correspondente sistema hilbertiano $L(\mathcal{P})$.

(ii) Todas as *Regras de Expansão* são dedutíveis no sistema hilbertiano L(P), desse modo, tais regras de **TLP** passam a ser entendidas como *Regras de Dedução* no sistema axiomático.

Para o caso (i), vemos facilmente que a condição para iniciar um tableau ($\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$) é a mesma para as provas por absurdo, num sistema axiomático. Ademais, todas as três condições possíveis para se fechar um ramo (definição 5.1.2), são conjunções absurdas no sistema axiomático L(P).

Para mostrarmos o caso (ii), apresentamos apenas as demonstrações relativas às regras de expansão para o quantificador P, uma vez que as demais regras são clássicas, isto é, sabemos que L(P) é fechada para cada regra de expansão clássica.

a. Para transformar a regra ¬P de **TLP**, numa correspondente dedução válida em L(P), devemos demonstramos que: $\neg P x\theta \vdash \neg\theta[x/a]$, em que '*a*' é uma constante nova na dedução.

Utilizar-nos-emos do Teorema da Dedução clássico para mostrar, por meio de uma prova por condicional (PC), que $\neg P x\theta \rightarrow \neg\theta(a)$.

1.	$\neg P x\theta$	pp. PC
2.	$\forall x\theta \rightarrow P x\theta$	Ax_3
3.	$\neg\forall x\theta$	MT em 1 e 2
4.	$\neg\forall x\theta \rightarrow \exists x\neg\theta$	teorema do CQC
5.	$\exists x\neg\theta$	MP em 3 e 4
6.	$\neg\theta(a)$	EE* em 5
7.	$\neg P x\theta \rightarrow \neg\theta(a)$	PC 1 – 6

* Observamos que a regra clássica da Eliminação do Existencial (EE) exige uma constante distinta daquelas que ocorrem nas premissas ou em outras fórmulas quantificadas na dedução, donde fornece o mesmo efeito de '*a*' ser uma constante 'nova' no ramo.

b. A regra P de **TLP** apresenta a seguinte dedução válida para L(P).

$\mathcal{P}x\theta \vdash \theta[x/a]$, em que ‘*a*’ é uma constante nova na dedução.

Pelo mesmo procedimento de demonstração do item anterior (a), obtemos:

1.	$\mathcal{P}x\theta$	pp. PC
2.	$\mathcal{P}x\theta \rightarrow \exists x\theta$	Ax_4
3.	$\exists x\theta$	MP em 1 e 2
4.	$\theta(a)$	EE^* em 3
5.	$\mathcal{P}x\theta \rightarrow \theta(a)$	PC 1 – 4

A mesma observação feita no item anterior ($*$) é aqui destacada para justificar que a constante ‘a’ é nova na dedução.

c. A regra $P_{\neq}$ de **TLP** é uma dedução válida em L(P).

$\mathcal{P}x\theta, \neg\mathcal{P}x\lambda \vdash \neg\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$

O método indireto será usado nesta prova.

1.	$\mathcal{P}x\theta$	p.
2.	$\neg\mathcal{P}x\lambda$	p.
3.	$\neg\neg\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$	pp. RAA
4.	$\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$	DN em 3
5.	$\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda) \rightarrow (\mathcal{P}x\theta \leftrightarrow \mathcal{P}x\lambda)$	Ax_5
6.	$\mathcal{P}x\theta \leftrightarrow \mathcal{P}x\lambda$	MP em 4 e 5
7.	$(\mathcal{P}x\theta \rightarrow \mathcal{P}x\lambda) \wedge (\mathcal{P}x\lambda \rightarrow \mathcal{P}x\theta)$	$\Leftrightarrow$ em 6
8.	$\mathcal{P}x\theta \rightarrow \mathcal{P}x\lambda$	S em 7
9.	$\neg \mathcal{P}x\theta \vee \mathcal{P}x\lambda$	$\Leftrightarrow$ em 8
10.	$\neg \mathcal{P}x\theta$	SD em 2 e 9
11.	$\mathcal{P}x\theta \wedge \neg \mathcal{P}x\theta$ (absurdo)	$\wedge$ em 1 e 10
12.	$\neg\forall x(\theta\leftrightarrow\lambda)$	RAA.

d. A regra $_{\wedge}$P de **TLP** para ser transformada numa correspondente dedução válida em L(P), terá que validar todas as possibilidades que a regra abrange, por utilizar dois quantificadores possíveis para *Q* e duas conseqüências distintas. Assim, teremos que provar:

i) $\mathcal{P}x\theta, \mathcal{P}x\lambda \vdash \mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)$

ii) $\mathcal{P}x\theta, \mathcal{P}x\lambda \vdash \mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$

iii) $\forall x\theta, \mathcal{P}x\lambda \vdash \mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)$

iv) $\forall x\theta, \mathcal{P}x\lambda \vdash \mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$

Para provar (i) usamos o método direto por PC

1. $\mathcal{P}x\theta$	p.
2. $\mathcal{P}x\lambda$	p.
3. $\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda$	$\wedge$ em 1 e 2
4. $(\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda) \rightarrow \mathcal{P}x\ (\theta\wedge\lambda)$	Ax_1
5. $\mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)$	MP em 3 e 4

Para provar o item (ii) seguimos de modo análogo ao item (i)

1. $\mathcal{P}x\theta$	p.
2. $\mathcal{P}x\lambda$	p.
3. $\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda$	$\wedge$ em 1 e 2
4. $(\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda) \rightarrow \mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$	Ax_2
5. $\mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$	MP em 3 e 4

No item (iii) provamos por PC.

1. $\forall x\theta$	p.
2. $\mathcal{P}x\lambda$	p.
3. $\forall x\theta \rightarrow \mathcal{P}x\theta$	Ax_3
4. $\mathcal{P}x\theta$	MP em 1 e 3

5. $\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda$ — $\wedge$ em 2 e 4

6. $(\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda) \rightarrow \mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)$ — Ax_1

7. $\mathcal{P}x(\theta\wedge\lambda)$ — MP em 5 e 6

Para provarmos o item (iv) procedemos de modo análogo ao item (iii)

1. $\forall x\theta$ — p.

2. $\mathcal{P}x\lambda$ — p.

3. $\forall x\theta \rightarrow \mathcal{P}x\theta$ — Ax_3

4. $\mathcal{P}x\theta$ — MP em 1 e 3

5. $\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda$ — $\wedge$ em 2 e 4

6. $(\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\lambda) \rightarrow \mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$ — Ax_2

7. $\mathcal{P}x(\theta\vee\lambda)$ — MP em 5 e 6.

■

Desse modo, estabelecemos, pelos Teoremas (5.2.1) e (5.2.2), a equivalência entre o sistema axiomático L($\mathcal{P}$) e o sistema de tableaux **TLP**. Além disso, como observado no início da Seção 5.2, ao estabelecermos a equivalência desses sistemas para a lógica do plausível L($\mathcal{P}$), também mostramos que o sistema de tableaux **TLP** é correto e completo relativo à semântica de estruturas topológicas reduzidas.

Como pudemos observar nesta seção, um sistema de tableaux é visto como uma apresentação distinta de dedução indireta, ou seja, este sistema é visto como um *método de prova de validade* de um argumento, ou ainda, como um método de refutação, pois busca encontrar situações (ramos) em que é possível supor a negação da tese, sem gerar inconsistência alguma (ramos abertos), refutando assim o argumento.

Para discutirmos o que seria refutar um argumento baseado numa forma particular de raciocínio indutivo, engendrado pela lógica do plausível, destacamos dois argumentos desta lógica e promovemos uma análise por meio de tableaux.

Ao construirmos o tableau para o argumento $\mathcal{P}x\theta, \neg\theta(a) \Vdash \exists x\theta$, obtemos:

1.	$P x\theta$	
2.	$\neg\theta(a)$	
3.	$\neg\exists x\theta$	
4.	$\theta(b)$	P, 1
5.	$\neg\theta(b)$	$\neg\exists$, 3
6.	$\times$	

Na tentativa de refutar o argumento, mantendo as premissas e negando a conclusão, chegamos a uma contradição, o que indica que o argumento é válido, isto é, não conseguimos obter contra-exemplo. Podemos ilustrar o argumento da seguinte maneira. Se “Boa parte das aves voa” e “o pingüim não voa”, então “existe ave que voa”. Daí, se supormos o contrário, ou seja, que não existe ave que voa, geramos uma contradição, indicando que nossa suposição está errada.

Para um argumento da forma $P x\theta \Vdash \neg\exists x\theta$, temos o tableau seguinte:

1.	$P x\theta$	
2.	$\neg\neg\exists x\theta$	
3.	$\exists x\theta$	DN, 2
4.	$\theta(a)$	P, 1
5.	$\theta(b)$	$\exists$, 3

Obtemos um tableau no qual seu único ramo não é fechado, e isso indica que a tentativa de refutar o argumento teve êxito, pois inicialmente foi suposto a negação da tese e, admitindo-se a premissa, nenhuma inconsistência foi encontrada. Nessas condições, dizemos que o argumento não é válido. No seu único ramo devemos notar que o tableau constrói um contra-exemplo, isto é, a suposição de que a negação da conclusão pudesse ocorrer não gerou contradição. Podemos exemplificar a refutação deste argumento na linguagem natural da seguinte maneira: “Não é verdade que não existem aves que voam, pois sabemos que as araras sendo aves voam, que as águias voam, etc”.

Dessa forma, se considerarmos a proposição “não existem aves que voam” como uma hipótese ou conjetura, o tableau atuará como uma ferramenta para testar se diante das premissas existentes (proposições de observações), temos tal hipótese falseada ou validada.

Portanto, o sistema dedutivo **TLP** da lógica do plausível, enquanto método para testar a validade de um argumento, atua de maneira semelhante ao método falsificacionista de Popper, em relação à falsificação de uma proposição. Por outro lado, enquanto o tableau (método dedutivo de prova por refutação) garante a validade de uma proposição ou a refuta em definitivo, o falsificacionista ou diz que a proposição foi corroborada e, assim, submete-a a novos testes tendo acrescentado novas informações (premissas) em seu sistema, ou falsifica a proposição, e volta ao problema para conjeturar uma nova hipótese.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A despeito de Popper negar a indução, na tentativa de descrever o método científico apenas com princípios dedutivos, seu método hipotético-dedutivo proposto não abandona em definitivo esta lógica, no sentido em que na formulação das teorias / hipóteses científicas seu método, muitas vezes, se assemelha às inferências indutivas.

Ademais, o método falsificacionista assemelha-se ao raciocínio não-monotônico, quando diante de uma evidência desfavorável (proposição observacional) em relação ao raciocínio generalizante acerca de alguma proposição universal (lei geral), falsifica esta lei e a descarta, pois a considera incompatível com a base empírica convencionada.

Por outro lado, vemos que o método científico não gera uma refutação conclusiva sempre, pois, muitas vezes, mesmo tendo encontrado uma evidência desfavorável (proposição observacional) em relação ao raciocínio generalizante acerca de alguma proposição (lei geral), a ciência ainda mantém a afirmativa anterior (teoria). Nesse sentido, apontamos no Capítulo 3 as vantagens dos sistemas monotônicos em relação aos não-monotônicos na formalização de raciocínios indutivos.

Caminhamos, entretanto, na direção de um tipo de lógica dedutiva monotônica que formaliza um raciocínio genérico indutivo, isto é, por meio da Lógica do Plausível formulamos proposições que expressam comportamentos generalizados, não universais, como para "'boa parte' dos casos..." Construídos desta maneira para adequarem-se às proposições singulares observadas, ou pelas evidências positivas encontradas. Dessa forma, este raciocínio genérico não gera inconsistência ao receber um contra-exemplo da proposição generalizada e, neste caso, as inferências realizadas são consideradas como “a melhor opção” baseando-nos nas informações disponíveis (e de certa forma incertas).

A Lógica do Plausível é considerada, dentre as lógicas moduladas, como um sistema que independe da noção de conjunto grande de evidências e, nesse sentido, se aproxima de argumentos utilizados pela inferência estatística, “na qual o conjunto de evidências (amostra) considerado suficiente para o estabelecimento das inferências é pequeno, em relação ao universo” (Grácio, 1999, p.133). Por este aspecto, podemos ainda aproximar esta lógica à indução científica, pois, não raro, a ciência trabalha com universos desconhecidos, no qual não se aplica a noção de conjunto grande.

Ao introduzirmos o sistema **TLP**, o qual se mostrou um sistema dedutivo equivalente ao sistema hilbertiano, para a Lógica do Plausível, pudemos observá-lo como um método dedutivo de prova (validade) e evidenciar a possibilidade da existência de casos desfavoráveis (contra-exemplos da forma $\mathcal{P}x\theta$ e $\neg\theta(a)$) sem, entretanto, causar inconsistência ao sistema, o que mais uma vez, também é possível acontecer nos sistemas teóricos científicos, conforme abordado na Seção 2.2.

Na Seção 5.1, apontamos para um distanciamento do quantificador “boa parte” e sua noção intuitiva da linguagem natural, pois vimos, por exemplo, que a fórmula $\mathcal{P}x\theta \wedge \mathcal{P}x\neg\theta$ não é um teorema da lógica do plausível, contudo se considerarmos como universo de discurso a população brasileira, parece-nos ser inteiramente lícito a afirmação de que uma “boa parte” dos brasileiros gosta de futebol e uma “boa parte” não gosta desta modalidade de esporte. Outra problemática enfrentada na escolha da topologia reduzida para modelar este tipo de raciocínio é que podemos ter um aberto reduzido constituindo-se de exatamente um elemento (isto é, apenas um indivíduo satisfazendo determinada propriedade), o que nos parece, também, distanciar da noção de "boa parte" formalizada, ao considerar que "'boa parte' dos indivíduos possui tal propriedade".

Mediante o contexto, pensamos que um possível trabalho futuro seria estabelecer um novo quantificador, e conseqüentemente, uma nova estrutura matemática para modelar esta noção de "boa parte", de maneira que se torne mais próxima da linguagem natural. Além disso, um outro trabalho pertinente, seria o desenvolvimento de sistemas de tableaux para outros sistemas de lógicas moduladas.

REFERÊNCIAS

ALENCAR FILHO, E. *Iniciação à lógica matemática*. 16. ed. São Paulo: Nobel, 1986.

ARISTÓTELES. *Analítica posterior*. In:____. Obras. Tradução F. R. Samaranch. 2. ed. Madri: Aguilar, 1967. p. 351- 412.

ARISTÓTELES. Metafísica. In: *Os pensadores*. Obras. Tradução V. Cocco. 1. ed. São Paulo: Abril, 1973.

ARNO A. V. Lógica, linguagem e filosofia. In: *Manuscrito*: revista internacional de Filosofia. Logic, language and knowledge. PEREIRA, L. C. P. D.; WRIGLEY, M. B. (Eds.). V. XXII, Nº 2, p. 507-532. UNICAMP. CLE. Out. 1999.

BARWISE, J.; COOPER R. Generalized quantifiers and natural language. Linguistics and philosophy, v. 4, 1981.

BELL, J. L.; MACHOVER, M. *A course in mathematical logic*. Amsterdam: North-Holand, 1977.

BETH, E. W. *The foundations of mathematics*. Amsterdam: North Holland, 1959.

BRIAN, S. *Choice and chance*: an introduction to inductive logic. Dickenson Publishing Company, Inc. 2nd Edition, 1975.

CARRILHO, M. M. *A filosofia das ciências* (de Bacon a Feyerabend). Lisboa, 1994.

CASTRO, M. A. *Hierarquias de sistemas de dedução natural e de sistemas de tableaux analíticos para os sistemas de* C_n *de Da Costa*. Tese de doutorado (Doutorado em Lógica e Filosofia da Ciência) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2004.

CASTRUCCI, B. *Introdução à lógica matemática*. São Paulo: Nobel, 1975.

CHALMERS, A. *O que é ciência, afinal?* Tradução de Raul Fiker. São Paulo: brasiliense. 1. ed, 1993.

CHAUÍ, M. *Convite à filosofia*. São Paulo: Ática, 2000.

COPI, I. M. *Introdução à lógica*. Tradução de Álvaro Cabral. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

D'OTTAVIANO, I. M. L; FEITOSA, H. A. *História da lógica e o surgimento das lógicas não clássicas*. Unicamp. Centro de lógica, Epistemologia e História da Ciência – CLE. Disponível em: <http://www.cle.unicamp.br>. Acesso em: 28 nov. 2003.

DA COSTA, N. C. A. *Lógica indutiva e probabilidade*. São Paulo: [s.n.], 1981.

DUTRA, L. H. A. *Introdução à teoria da ciência*. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1998.

EPSTEIN, R. L.; CARNIELLI, W. A. *Computability*: computable functions, logic, and the foundations of mathematics. Pacific Grove: Wadsworth & Brooks, 1989.

ENDERTON, H. B. *A mathematical introduction to logic*. Academic Press. 1972

EYSENCK, M. W.; KEANE, M. *Cognitive psychology*: a student's handbook. 4. ed., Philadelphia: Psychology Press Ltd, 2000. p. 445-457.

FEITOSA, H. A. *Princípios fundamentais da teoria fuzzy*. 1992. 89 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

FEITOSA, H. A., PAULOVICH, L. Um prelúdio à logica. *Mimeo*. Bauru: UNESP/FC, 2001.

FITTING, M. C. Introduction. In: D´AGOSTINO, M; GABBAY, D.V.; HAHNLE, R.; POSEGGA, J. (Eds.). *Handbook of Tableaux Methods*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 1- 43.

GENTZEN, G. *Untersuchungen über das logische Schlieben*. Mathematische Zeitschrift. v. 39. 1935.

GRÁCIO, M. C. C. *Lógicas moduladas e raciocínio sob incerteza*. Tese de doutorado (Doutorado em Lógica e Filosofia da Ciência) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1999.

GRÁCIO, M. C. C. *Sobre a indução*. FFC/Unesp-Marília. (inédito).

GRANGER, G. *A ciência e as ciências*. Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Ed. Unesp, 1994.

HAACK, S. *Filosofia das lógicas*. Tradução de C. A. Mortari e L. H. A. Dutra. São Paulo: Editora Unesp, 2002.

HAACK, S. *Philosophy of logics*. Cambridge University Press. 1978.

HAMILTON, A. G. *Logic for mathematicians*. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.

HARVEY R. B.; OLIVER P. The problem of induction from the prespective of physics. In: *Manuscrito*: revista internacional de Filosofia. Logic, Language and knowledge. PEREIRA, L. C. P. D.; WRIGLEY, M. B. (Eds.). V. XXII, Nº 2, p. 29-35. UNICAMP. CLE. Out. 1999.

HINTIKKA, J. Form and content in quantification theory. *Acta Philosophica Fennica*, v. 8. 1955.

HOLLAND, J. H.; HOLYOAK, K. J.; NISBETT, R. E.; THAGARD, P.R. *Induction*: Processes of inference, Learning, and Discovery. Cambridge: The MIT Press, 1986.

HUME, D. *Investigação acerca do entendimento humano*. Tradução de Anoar Aiex. São Paulo: Editora Nacional-Editora da Universidade de São Paulo, 1972.

KANT, I. Crítica da razão pura e outros textos filosóficos. Tradução de Valério Rohden e Udo Baldur Moosburger. *Coleção Os Pensadores*, 1ª Ed., Abril. 1974.

KLEENE, S. C. *Introduction to metamathematics*. New York: North-Holland, 1971.

LIARD, L. *Lógica*. Tradução de Godofredo Rangel. 9. ed. São Paulo: Companhia Ed. Nacional, 1979.

LIS, Z. Wynikanie semantyczne a wynikanie formalne. *Studia Logica*, v. 10. 1960.

MARCUSE, H. *A ideologia da sociedade industrial* – O homem unidimensional. 4. ed. Tradução de Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

MARCUSE, H. *One-dimensional man* – studies in the ideology of advanced industrial society. Boston: Beacon Press, 1966.

MENDELSON, E. *Introduction to mathematical logic*. Princeton: D. Van Nostrand, 1964.

MILL, J. S. *A system of logic*. 8.ed. London: Longmans, [1967] v. 3. 1988.

MIRAGLIA, F. Cálculo proposicional: uma interação da álgebra e da lógica. *Coleção CLE*, v. 1. Campinas: UNICAMP/CLE. 1987.

MORTARI, C. A. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora Unesp, 2001.

MURCHO, D. Limites do papel da lógica na filosofia. *Revista Filosófica de Coimbra*, n.º14, 1998. p. 389-399. Disponível em <http//www.criticanarede.com/logica>. Acesso em: 19 jun. 2003.

NOLT, J.; ROHATYN, D. *Lógica*. São Paulo: McGraw-hill, 1991.

OMNÈS, R. *Filosofia da ciência contemporânea*. Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Ed. Unesp, 1996.

PINTO, P. R. M. *Introdução à lógica simbólica*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2001.

POPPER, K. R. *A lógica da pesquisa científica*. São Paulo: EDUSP, 1975.

POPPER, K. R. *Conjectures and refutations*. The Growth of Scientific knowledge. New York: Harper & Row, 1968.

POPPER, K. R. *The logic of scientific discovery*. New York: Science Editors, 1961

POPPER, K. R. *Objective knowledge*: an evolutionary approach. Oxford: Clarendon Press, 1972.

RASIOWA, H.; SIKORSKI, R. *The mathematics of metamathematics*. 2. ed. Waszawa: PWN - Polish Scientific Publishers, 1968.

REITER, R. A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*. v. 13, p. 81-132, 1980.

RUSSELL, B. *Os problemas da filosofia*. São Paulo: Saraiva, 1939.

RUSSELL, B. *The problems of philosophy*. Oxford University Press, 1912.

SAINSBURY, M. *Logical forms*. Oxford, 1991, pp. 9-13. Tradução de Desidério Murcho. Disponível em <http//www.criticanarede.com/fil_logind>. Acesso em: 27 set. 2003.

SALMON, W. C. *Lógica*. Tradução de Álvaro Cabral. 3. ed. Rio de Janeiro: Prentice-hall do Brasil. 1993.

SAUTTER, F. T. *Lewis Carrol e a pré-história das árvores de refutação*. UFSM. (20??)

SCHILICK, M. O fundamento do conhecimento. In: *Os pensadores*. São Paulo: Abril Cultural, 1975.

SETTE, A. M., CARNIELLI, W. A., VELOSO, P. An alternative view of default reasoning and its logic. In: HAUESLER, E. H., PEREIRA, L. C. (Ed.) *Pratica*: Proofs, types and categories. Rio de Janeiro: PUC, 1999. p. 127-158.

SIMÃO, R. et al. *Raciocínio lógico*. [S.I.: s.n.], [2002?].

SMULLYAN, R. M. *First-order logic*. New York: Springer-Verlag / Dover Publication, 1968.

SOBER, E. *Core questions in philosophy*. Prentice Hall. 2000.

WILSON, R. A.; KEIL, F. C. (Ed.). *The MIT encyclopedia of cognitive sciences*. Cambridge: The MIT Press / Bradford Books, 1999. p. 399-400.

WORRALL, J. “Revolução Permanente”: Popper e a mudança de teorias na ciência. In: *Karl Popper: Filosofia e Problemas*. O’HEAR, A. (Org.). Tradução de Luiz Paulo Rouanet. São Paulo: Ed. Unesp/Cambridge University Press, 1997. p. 91-123