

#### PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

### "Análise Teórica e Experimental de uma Nova Técnica de Processamento de Sinais Interferométricos Baseada na Modulação Triangular da Fase Óptica"

#### ALINE EMY TAKIY

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Kitano

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira – SP novembro/2010

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

	Takiy, Aline Emy.
T136a	Análise teórica de uma nova técnica de processamento de sinais
	Takiy Ilha Saltaira : [a n ] 2010
	14819 1111a Solicita . [5.11.], 2010
	146 1. : 11.
	Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Área de conhecimento: Automação, 2010
	Engemiaria de fina Soliena. Alea de connectmento. Automáção, 2010
	Orientador: Cláudio Kitano
	Inclui bibliografia
	1. Interferometria. 2. Medição de deslocamentos nanométricos.
	3. Detecção de fase. 4. Efeito eletro-óptico. 5. SIMULINK (Software).

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

#### CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Análise teórica e experimental de uma nova técnica de processamento de sinais interferométricos baseada na modulação triangular da fase óptica

AUTORA: ALINE EMY TAKIY ORIENTADOR: Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Titulo de Mestre em Engenharia Elétrica , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

glad Kla Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

stanto of

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI Departarpento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de liha Solteira.

Prof. Dr. LUIZ ANTÓNIO PEREZI, MARGAL Engenharia e Arquitetura / Construtóre Maxfox Ltda

Data da realização: 30 de novembro de 2010.

Aos meus queridos avós Yoshiharu Hashiguti, (in Memorian) Itiko Hashiguti, Itiro Takiy e Kumiko Takiy .

#### AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela oportunidade e capacidade dadas, permitindo que eu chegasse à etapa final e por todos os momentos vividos durante este mestrado.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Cláudio Kitano, que me ensinou, disciplinou, acreditou e confiou no meu potencial. A sua criatividade, conhecimento e qualidade científica que me soube transmitir, contribuíram para meu crescimento intelectual e pessoal. Agradeço pelos ensinamentos, por todo apoio prestado e tempo dedicado ao nosso trabalho e pelos momentos de conversa e amizade. Muito obrigada!

Agradeço aos meus pais, Nelson e Kimiko, meus irmãos Rodrigo e Stephanie, e todos os demais familiares por estarem ao meu lado em todos os momentos, incentivando e auxiliando em mais esta etapa de minha vida.

Devo agradecer meu namorado Daniel pelo seu carinho e compreensão, estando sempre presente e me apoiando.

Ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti, pela contribuição com sugestões, idéias e por disponibilizar equipamentos para a elaboração do trabalho.

Aos técnicos Everaldo L. Moraes, que me auxiliou com dúvidas técnicas e parte prática no laboratório, José Aderson Anhussi, Valdemir Chaves, Adilson A. Palombo, por toda colaboração e paciência quando foi necessário utilizar o laboratório de ensino.

Agradeço o Prof. MSc. José Vital Ferraz Leão, que viabilizou o contato com a Unesp e me incentivou para a realização do mestrado. Obrigada, por muitas vezes, dispor seu tempo me ensinando e disponibilizando materiais que me foram muito úteis.

Aos amigos do Laboratório de Optoeletrônica, João Paulo C. de Menezes, Francisco de A. A. Barbosa, Ericsson Vendramini e José Henrique Galeti, que em muitos momentos me ajudaram e apoiaram durante a pesquisa.

Às amigas de mestrado e república, Camila G. Gonsales, Andréia B. A. Ferreira e Flavilene S. Souza, e aos amigos Naryane Peraro, Joel David M. Trujillo, Marcelo Moreira Tiago, Vander Teixeira Prado e Paula Lalucci Berton pela amizade e incentivo nesta jornada.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade de bolsa de mestrado, permitindo o melhor desenvolvimento da pesquisa.

"É na experiência da vida que o homem evolui."

Harley Spencer Lucio

### **RESUMO**

Neste trabalho estuda-se a interferometria laser, a qual constitui uma técnica adequada para determinar grandezas físicas com sensibilidade extremamente elevada. Basicamente, no interferômetro óptico, a informação a respeito do dispositivo sob teste é inserida na fase da luz. Utilizando-se o fotodiodo, promove-se a transferência de informação, do domínio óptico para o elétrico, no qual pode ser demodulada usando-se as várias técnicas disponíveis na literatura para detectar sinais modulados em fase. Ênfase é dada a um novo método de demodulação de fase óptica auto-consistente e de grande sensibilidade. Neste método, utilizase a modulação dada por uma forma de onda triangular e é baseado na análise do espectro do sinal fotodetectado, sendo capaz de estender a faixa dinâmica de demodulação a valores tão elevados quanto às dos métodos clássicos. Simulações dinâmicas computacionais de interferômetros ópticos são executadas em Simulink juntamente com este método, levando-se em consideração tensões de ruído eletrônico do tipo ruído branco, evidenciando a eficiência do método quando comparados com dados teóricos obtidos em Matlab. A validação experimental do método é realizada com o auxílio de um modulador eletro-óptico de amplitudes, cujas características de fase podem ser previstas analiticamente. Trata-se de um sensor polarimétrico baseado em cristal de Niobato de Lítio, em que a diferença de fase óptica induzida pela tensão elétrica aplicada pode ser determinada através de análise espectral, tal como o novo método descrito neste trabalho. Um interferômetro de Michelson homódino de baixo custo é implementado e a eficiência do novo método de demodulação de fase óptica é avaliada através de testes com atuadores e manipuladores piezoelétricos flextensionais, cujas características de linearidade são conhecidas. Os resultados experimentais concordam com as previsões teóricas e revelam que este método é mais eficiente que os métodos clássicos.

Palavras-chave: Interferometria óptica. Medição de deslocamentos nanométricos. Detecção de fase. Efeito eletro-óptico. Simulink.

## ABSTRACT

In this work, has been done a study the laser interferometer, which is a technique for determining physical quantities with extremely high sensitivity. Basically, in the optical interferometer, information about the device under test modulates the phase of light. Using a photodiode, promotes the transfer of information from the optical domain for the electric, which can be demodulated using the various techniques available in literature to detect modulated signals in phase. Emphasis is given to a new method of phase demodulation of optical self-consistent and high sensitivity. The method employs a linear modulation given by a triangular waveform, and is based on analysis of the spectrum of the photodetected signal, being able to extend the dynamic range of the demodulation values as high as the classical methods. Dynamic computational simulations of optical interferometers are implemented in Simulink with this method, taking into account strains of electronic noise like white noise, indicating the efficiency of the method compared with theoretical data obtained in Matlab workspace. The experimental validation of the method is performed with the aid of an electrooptic amplitude modulator, whose phase characteristics can be analytically predicted. This is a polarimetric sensor based on lithium niobate crystal, in which the optical phase difference induced by electric voltage can be determined by spectral analysis, using new method described in this work. A low cost homodyne Michelson interferometer is implemented and the efficiency of the new method of optical phase demodulation is evaluated by testing with piezoelectric flextensional actuators whose characteristics of linearity are well known. The experimental results agree with theoretical analysis and reveal this method is more efficient than the classical methods.

**Keywords:** Optical interferometry. Nanometers displacement measurement. Phase detection. Electro-optic effect. Simulink.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	O interferômetro de Michelson básico	32
Figure 2.2	Sinal triangular usada para avaitar a fasa da interforômatro	20
		30
Figura 2.3	Curva de transferência óptica de um interferômetro	39
Figura 2.4	Exemplos de sinais fotodetectados quando em quadratura de fase $\phi_0 = \pi/2$ rad. a) Visualização em osciloscópio, sinal de excitação (acima) com tensão de 34 V <sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). b) Simulação em Matlab, sinal de fase com amplitude de $x = 0,2$ rad. c) Visualização em osciloscópio, sinal de excitação (acima) com tensão de 120 V <sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). d) Simulação em Matlab, sinal de fase com amplitude de $x = 0,5$ rad. e) Visualização em osciloscópio, sinal de excitação (acima) com tensão de 120 V <sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). d) Simulação em Matlab, sinal de fase com amplitude de $x = 0,5$ rad. e) Visualização em osciloscópio, sinal de excitação (acima) com tensão de 170 V <sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). f) Simulação em Matlab, sinal de fase com amplitude de $x = 0,7$ rad	40
Figura 2.5	Efeito do desvanecimento. a) Sinal de excitação, com tensão de 34 V <sub>pp</sub> , e fotodetectado com $\phi_0 = \pi$ rad visualizados em osciloscópio. b) Simulação em Matlab para $\phi_0 = \pi$ rad e $x = 0,2$ rad. c) Sinal de excitação, com tensão de 110 V <sub>pp</sub> , e fotodetectado com $\phi_0 = \pi/4$ rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para $\phi_0 = \pi/4$ rad rad e amplitude de 0,4 rad. e) Sinal de excitação, com tensão de 170 V <sub>pp</sub> , e fotodetectado com $\phi_0 = \pi/4$ rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para $\phi_0 = \pi/4$ rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para $\phi_0 = \pi/4$ rad e amplitude de 0,7 rad	42
Figura 2.6	Tensão fotodetectada v(t) e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), normalizados, para uma excitação do tipo $\Delta \phi = xsen(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multi-franjas, com índice de modulação $x = 2\pi$ rad. (a) Ponto quiescente $Q_3 \ [\phi_0(t) = \pi/2 \text{ rad}]$ . (b) Ponto quiescente $Q_4 \ [\phi_0(t) = 0 \text{ rad}]$ . (c) Ponto quiescente $Q_5 \ [\phi_0(t) = \pi/3 \text{ rad}]$ (MARÇAL, 2008)	44
Figura 2.7	Funções de Bessel de primeira espécie e ordem n	45
Figura 2.8	Resultados do método J1/J3 (MENEZES, 2009)	48
Figura 2.9	Cálculo do erro de detecção (MENEZES, 2009)	49
Figura 2.10	Gráfico da razão $m$ versus $x$ , evidenciando o problema de ambigüidade (MENEZES, 2009)	50
Figura 3.1	Atuadores piezoelétricos flextensionais clássicos. (a) moonies. (b) cymbals (LEÃO, 2004)	54
Figura 3.2	Projeto de um atuador flextensional utilizando a técnica de otimização topológica. (a) Domínio inicial. (b) Domínio discretizado em elementos finitos. (c) Topologia obtida. (d) Interpretação. (e) Verificação. (f) Manufatura (CARBONARI, 2003)	56

Figura 3.3	Resultados da otimização topológica. (a) Atuador f1a1025. (b) Atuadorf2b0830. (SILVA et al., 2003)57
Figura 3.4	APF's com piezocerâmicas de 5 mm de espessura. (a) Atuador f1a1025.(b) Atuador f2b0830. (NADER, 2002)
Figura 3.5	Projeto de multi-atuadores piezoelétricos flextensionais. (a) Nanoposicionador piezoelétrico XY. (b) Microgarra piezoelétrica (CARBONARI, 2007)
Figura 3.6	Projeto de um manipulador flextensional utilizando a técnica de otimização topológica. (a) Domínio inicial. (b) Domínio discretizado. (c) Topologia obtida. (d) Interpretação. (e) Verificação. (f) Modelo para a produção (CARBONARI, 2007)
Figura 3.7	Exemplos de manipuladores flextensionais projetados pelo método de otimização topológica (BARBOSA, 2009)
Figura 3.8	Atuador piezoelétrico flextensional AFX-01 conectado a uma Piezocerâmica PZT-5A. (a) Vista lateral. (b) Vista lateral oposta. (c) Vista superior, com espelho acoplado no ponto de medição. (d) Outra vista lateral (BARBOSA, 2009)
Figura 3.9	Atuador piezoelétrico flextensional AFX-02 conectado a uma Piezocerâmica PZT-5A. (a) Vista lateral. (b) Vista lateral oposta. (c) Vista superior, com espelho acoplado no ponto de medição. (d) Vista lateral no sentido longitudinal do atuador (MENEZES, 2009)
Figura 3.10	Estrutura metálica do multi-atuador MFX-01 (BARBOSA, 2009)
Figura 3.11	Manipulador piezoelétrico flextensional MFX-01 manufaturado com a presença das pastilhas de PZT responsáveis pelo acoplamento direto e cruzado
Figura 4.1	Exemplo de um processo de detecção de fase óptica utilizando o sinal triangular
Figura 4.2	Espectro de magnitudes das harmônicas do sinal detectado
Figura 4.3	Processo de detecção de fase com $\phi_0 = \pi/2$ rad. a)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 30,4 V <sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); b) Simulação do sinal de fase para $x \ll \pi/2$ rad; c)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 78 V <sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); (d) Simulação do sinal de fase para $x = \pi/2$ rad. e)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 142 V <sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); f) Simulação do sinal de fase para $x > \pi/2$ rad
Figura 4.4	Comportamento das componentes $ b_1  \in  b_3 $ para valores de x entre 0 e 20 rad
Figura 4.5	Gráfico de $x'$ versus $x$ para o método de $b_1/b_3$
Figura 4.6	Gráfico de $\Delta x$ versus $x$ para o método do $b_1/b_3$
Figura 4.7	Gráfico de $\Delta x$ versus $x$ para o método do $b_1/b_3$ em detalhe

Figura 4.8	Relação entre a profundidade de modulação estimada $x'$ em função da fase $\phi_0(t)$ para o valor esperado $x = 1$ rad, aplicando o método $b_1/b_3$	86
Figura 5.1	Modelo implementado no Simulink para simulação do método $b_1/b_3$	91
Figura 5.2	Subsistema de geração do sinal modulado em fase	92
Figura 5.3	Subsistema de análise do sinal modulado em fase $[s(t) + r(t)]$ e identificação das componentes espectrais. Cálculo usando uma FFT	92
Figura 5.4	Subsistema de cálculo das amplitudes das harmônicas usando diretamente o módulo da FFT	94
Figura 5.5	Subsistema de cálculo de $x$ usando o método $b_1/b_3$	94
Figura 5.6	Sinal modulado em fase com a presença do desvanecimento (TAKIY, 2009b)	95
Figura 5.7	Sinal modulado em fase gerado para $x = 2,9$ rad, $V = 1$ e $\phi_0 = \pi/4$ rad. (a) Quadro temporal usando janela retangular. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado	96
Figura 5.8	Efeito do janelamento para o sinal modulado gerado, para $x = 2,9$ rad, $V = 1$ e $\phi_0 = \pi/2$ rad. (a) Quadro temporal do sinal usando janela de Hanning. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado	97
Figura 5.9	Resposta do subsistema de cálculo de $x$ pelo método $b_1/b_3$ , para $x$ variando. (a) Índice estimado $x'$ . (b) Erro $\Delta x_r$ na estimação de $x$	99
Figura 5.10	Resultados obtidos usando-se o método $b_1/b_3$ , dentro de sua região de faixa dinâmica (0,097 rad < $x$ < 8 rad)	100
Figura 5.11	Resposta da simulação com visibilidade variável, $x = 1$ rad e $\phi_0 = \pi/4$ rad. (a) Profundidade de modulação estimada em função da visibilidade. (b) Erro em %	101
Figura 5.12	Resposta do subsistema de cálculo de $x$ pelo método $b_1/b_3$ , para $x$ e $\phi_0(t)$ variando. (a) Índice estimado $x'$ . (b) Erro $\Delta x_r$ na estimação de $x$ . (c) Fase $\phi_0(t)$	102
Figura 6.1	Célula Pockels com eletrodos na configuração transversal	105
Figura 6.2	Célula Pockels com eletrodos na configuração longitudinal	106
Figura 6.3	Célula Pockels com cristal de LiNbO3 fixa no suporte	106
Figura 6.4	Modulador eletroóptico de amplitude (MARTINS, 2006)	108
Figura 6.5	Aparato experimental do modulador eletroóptico montado em laboratório	110
Figura 6.6	Padrão de interferência experimental devido ao espalhamento da luz no cristal	111
Figura 6.7	Curva de transmissão de uma célula Póckels de LiNbO3	113
Figura 6.8	Gráfico de $x'$ versus $V_p$ aplicando-se o método $b_1/b_3$	115

Figura 6.9	Foto da instrumentação eletrônica utilizada. Visualização do osciloscópio digital, o gerador de funções e o computador usado na aquisição dos dados	116
Figura 6.10	Sinal de saída do modulador eletro-óptico aplicando tensão senoidal 87 $V_p$ em 1 kHz. (a) Forma de onda correspondente à saída do fotodetector. (b) Espectro do sinal de saída do fotodetector	117
Figura 6.11	Sinal temporal detectado e espectro correspondente, obtidos numa medição subseqüente ao da figura 6.10 – Efeito do desvanecimento	118
Figura 6.12	Método $b_1/b_3$ aplicado aos dados do modulador eletro-óptico de amplitude com tensão entre 0 e 170 V <sub>p</sub>	119
Figura 6.13	Valores de $\phi_0$ medidos para os dados da faixa dinâmica linear	120
Figura 6.14	Conjunto de dados mal comportados obtidos aplicando o método $b_1/b_3$ com tensão entre 0 e 170 $V_p$	121
Figura 6.15	Valores de $\phi_0$ para as sequências de dados da figura 6.15	121
Figura 7.1	Configuração experimental do interferômetro de Michelson homódino utilizada para medição de deslocamento dos APF's: 1- laser de He-Ne, 2- espelho fixo, 3- APF com espelho móvel, 4-divisor de feixes e 5- fotodetector	124
Figura 7.2	Osciloscópio digital utilizado, sintetizador de sinais para realizar a excitação do APF, e computador para o processamento do sinal	125
Figura 7.3	Interferômetro levemente desalinhado (BARBOSA, 2009)	126
Figura 7.4	Formas de ondas adquiridas nas medições dos deslocamentos gerados pelo AFX – 01 em conjunto com a cerâmica PZT 5-A na freqüência de 125 Hz. a) Tensão de excitação de 56 $V_p$ ; b) Tensão de excitação de 38,4 $V_p$ ; c) Tensão de excitação de 8,8 $V_p$ (BARBOSA, 2009)	128
Figura 7.5	Relação entre a tensão de excitação e a profundidade de modulação obtida para o atuador AFX-01 com aplicação do método $b_1/b_3$	130
Figura 7.6	Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o atuador AFX-01, utilizando o método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	130
Figura 7.7	Relação entre a tensão de excitação e a profundidade de modulação obtida para atuador AFX-02 com aplicação do método $b_1/b_3$	132
Figura 7.8	Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o atuador AFX-02, utilizando o método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	133
Figura 7.9	Relação entre a tensão de excitação e a variação de fase do manipulador MFX-01 acoplamento direto obtida pela aplicação do método $b_1/b_3$	134
Figura 7.10	Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o manipulador MFX-01 acoplamento direto, utilizando o método $b_1/b_3$	135
Figura 7.11	Relação entre a tensão de excitação e a variação de fase do manipulador MFX-01 acoplamento cruzado obtida pelo método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	136

Figura 7.12	Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos	
	para o manipulador MFX-01 acoplamento cruzado, utilizando o método	
	$b_1/b_3$	137

## LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1	Resultados obtidos com o atuador piezelétrico AFX-01	129
Tabela 7.2	Comparação dos resultados obtidos para o coeficiente angular da reta que descreve a linearidade do atuador piezelétrico flextensional AFX-01	131
Tabela 7.3	Resultados obtidos com o atuador piezelétrico AFX-02	132
Tabela 7.4	Resultados obtidos com o manipulador piezelétrico MFX-01 acoplamento direto	134
Tabela 7.5	Resultados obtidos com o manipulador piezelétrico MFX-01 acoplamento cruzado	136

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

APF's	Atuadores piezoelétricos flextensionais
BaTiO <sub>3</sub>	Titanato de bário
DPDM	Método direto da diferença de fase (Direct Phase Diference Method)
DSP	Processador de sinal digital (Digital Signal Processor)
FFT	Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform)
Fibra Hi-Bi	Fibra óptica de alta birrefringência (High Birefringence)
Fibra PBF	Fibra de foto conectores (Photonic-bandgap Fiber)
IFOG	Giroscópio em fibra óptica (Interferometric Fiber-Optic Gyroscope)
LiNbO <sub>3</sub>	Niobato de lítio
MDPS	Mínimo desvio de fase detectável (Minimun Detectable Phase Shift)
NBPM	Baixa profundidade de modulação (Narrow Band Phase Modulation)
PbTiO <sub>2</sub>	Titanato de chumbo
PHDM	Método de detecção pseudo-heteródino (Pseudo-heterodyne Detection
	Method)
PIN	Fotodiodo PIN (Positive-Intrinsic-Negative)
PLL	Phase-Locked Loop
PM	Modulação de fase (Phase Modulation)
PSDM	Phase Sensitive Detection Method
PZT	Titanato-zirconato de chumbo
RFOG	Giroscópio Ressonante em Fibra Óptica (Ressonator Fiber-Optic Giro)
RMS	Valor quadrático médio ou valor eficaz (Root mean square)
SMI	Self-mixing Interferometry
SNR	Relação sinal-ruído (Signal-to-Noise Ratio)
STFT	transformada de Fourier de curta duração (Short Time Fourier
	Transform)
TTL	Lógica-transistor-transistor (Transistor-transistor logic)

# LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
$a_n$ , $b_n$	Amplitude das harmônicas pares e ímpares respectivamente
$C_n$	Coeficiente da série exponencial de Fourier
d	Espessura do cristal de niobato de lítio
$\Delta l$	Variação no comprimento do ramo sensor do interferômetro
$\Delta \phi(t)$	Variação de fase relativa induzida entre os modos de propagação da luz
$\Delta n$	Variação relativa no índice de refração do ramo sensor do interferômetro
$\Lambda(t)$	Excitação de fase triangular periódico
$\Delta  heta$	Diferença de fase relativa entre os modos de propagação da luz
$\Delta u_{\rm x}$	Deslocamento na direção do eixo x.
$\Delta x$	Erro em função do desvio de fase esperado $x$
$\Delta x_r$	Erro relativo em porcentagem, em função de $x$ e $\phi_0$
$\Delta u_y$	Deslocamento na direção do eixo y.
$E_{in}(t)$	Campo elétrico do laser
$E_0$	Amplitude do campo elétrico
$E_{01}$	Amplitude do campo elétrico no ramo referência do interferômetro
$E_{02}$	Amplitude do campo elétrico no ramo sensor do interferômetro
$E_R(t)$	Campo elétrico do ramo referência do interferômetro
$E_S(t)$	Campo elétrico do ramo sensor do interferômetro
$E_{out}(t)$	Campo elétrico total na saída do interferômetro
$E_z(t)$	Campo elétrico na direção Z do cristal
$\Phi(t)$	Diferença de fase total entre os dois feixes do interferômetro
$\phi_{0}$	Diferença de fase estática entre os braços do interferômetro
g(t)	Função cossenoidal de $\Delta(t)$
I(t)	Intensidade óptica ou irradiância
I <sub>0</sub>	Intensidade óptica do laser
$J_n$	Funções de Bessel de primeira espécie e ordem n
K	Fator de ruído branco

L	Comprimento do cristal de niobato de lítio
l	Diferenca total entre os comprimentos dos bracos do interferômetro
$l_R$	Comprimento do ramo referência do interferômetro
$l_s$	Comprimento do ramo sensor do interferômetro
λ	Comprimento de onda
$\lambda_0$	Comprimento de onda da radiação da fonte óptica
m	Razão entre as tensões ímpares $V_1$ e $V_3$
n	Índice de refração do meio
$n_e$	Índice de refração extraordinário do cristal de niobato de lítio
$n_o$	Índice de refração ordinário do cristal de niobato de lítio
ω	Frequência da portadora de sinal modulador $\Phi(t)$
$\omega_S$	Frequência de modulação da excitação de fase senoidal
$\omega_0$	Frequência da portadora de sinal modulador $\Delta(t)$
Р	Fator de desvanecimento de sinal $P = sen\phi_0$
Q	Ponto quiescente
R	Responsividade do diodo
$r_{13}, r_{33}$	Coeficientes eletro-ópticos do niobato de lítio
Г	Transmissão óptica
Т	Período do sinal de modulador $\Lambda(t)$
V	Visibilidade
$V_{BIAS}$	Tensão DC aplicada à célula Pockels
$V_n$	Amplitude da harmônica de ordem n da tensão fotodetectada
$V_{\pi}$	Tensão de mei-onda do cristal eletro-óptico
$V_{RI}$	Tensão de ruído na frequência fundamental
v(t)	Tensão elétrica fotodetectada
V(t)	Tensão elétrica aplicada à célula Pockels
x(t)	Função exponencial de $\Lambda(t)$
<i>x</i> , <i>x</i> ′, <i>x</i> ′′	Índice de modulação de fase: esperado, estimado e medido
X, Y, Z	Direções cristalográficas do cristal de niobato de lítio

# SUMÁRIO

CAPÍ	ÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	19
1.1	Interferometria Óptica	20
1.2	Técnicas Espectrais de Demodulação de Fase Óptica	22
1.3	Utilização da Modulação Triangular da Fase Óptica: O Estado da Arte	23
1.4	Objetivos da Dissertação	29
1.5	Organização da Dissertação	29
CAPÍ	ÍTULO 2 - FUNDAMENTOS DE INTERFEROMETRIA ÓPTICA	31
2.1	O Interferômetro de Michelson	32
2.2	Sinal Interferométrico	33
2.3	O Problema de Desvanecimento do Sinal	39
2.4	Detecção de Fase Óptica – O Método J1J3	43
CAPÍ	ÍTULO 3 - ATUADORES E MANIPULADORES PIEZOELÉT. FLEXTENSIONAIS	RICOS
31	FLEATENSIONAIS	
3.1	A tugdores Piezoelétricos Flevtensionais	55 54
3.3	O Método de Otimização Topológica	
3.4	Manipuladores Piezoelétricos Flextensionais	
3.5	Descrição dos Atuadores e do Manipulador Piezoelétrico Flexter	sionais
	Utilizados	61
3.5.1	Atuador Piezoelétrico Flextensional - AFX-01	61
3.5.2	Atuador Piezoelétrico Flextensional - AFX-02	62
3.5.3	Manipulador Piezoelétrico Flextensional - MFX-01	63
CAPÍ	ÍTULO 4 - NOVO MÉTODO AUTO-CONSISTENTE DE DETECÇÃO DE	E FASE
	ÓPTICA COM MODULAÇÃO TRIANGULAR	66
4.1	Interferometria Óptica com Sinal Triangular	67
4.2	O Novo Método b1/b3	

4.2.1	Inserção do Ruído Branco Usando o Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	80
4.2.2	Dependência do Método $b_1/b_3$ com $\phi_0$	86
4.3	Cálculo de $\phi_0$	87

#### CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÕES DINÂMICAS APLICANDO O MÉTODO b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>....... 90

5.1	Implementação do Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub> no Simulink	91
5.2	Resultados das Simulações Numéricas	94
5.2.1	Sinal Interferométrico Gerado no Simulink	95

#### CAPÍTULO 6 - MODULADOR ELETRO-ÓPTICO E VALIDAÇÃO

	EXPERIMENTAL DO MÉTODO b1/b3	104
6.1	A Célula Pockels	104
6.2	Modulador Eletro-óptico de Amplitude	109
6.3	Demodulação de Fase Eletro-Óptica Usando o Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	
6.4	Arranjo Experimental do Sistema	115
6.5	Validação do Método b1/b3	119

CAPÍ	TULO 7 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS: AVALIAÇÃO	DA
	LINEARIDADE DOS ATUADORES/MANIPULADORES PIZOELÉTRIC	OS123
7.1	Arranjo Experimental do Interferômetro	124
7.2	Avaliação da Linearidade do Atuador AFX-01 Utilizando o Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	127
7.3	Avaliação da Linearidade do Atuador AFX-02 Utilizando o Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	131
7.4	Avaliação da Linearidade do Manipulador MFX-01 Utilizando o Método b <sub>1</sub> ,	<b>/b</b> ₃133
CAPÍ	TULO 8 - CONCLUSÕES	138
8.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	141

REFERÊNCIAS	. 142	i

# Capítulo 1 introdução

A interferometria é um ramo da óptica que começou a se desenvolver mais rapidamente no início do século XX e ganhou significativo impulso com o desenvolvimento do laser (década de 1960), principalmente devido ao seu alto grau de coerência. Fazendo o uso do fenômeno da interferência é possível determinar grandezas físicas com sensibilidade extremamente elevada. Desde o seu início, a interferometria tem se prestado a múltiplas aplicações, como por exemplo, medições de deslocamento, velocidade, rotação, temperatura, pressão, tensão, corrente, e outras (GIALLORENZI et al., 1982).

No interferômetro óptico a informação a respeito do dispositivo sob teste é inserida na fase da luz. Usando-se o fotodiodo, promove-se a transferência de informação, do domínio óptico para o elétrico, no qual pode ser demodulada usando-se as várias técnicas disponíveis na literatura para detectar sinais PM – *Phase Modulated*.

O desempenho e a sensibilidade destes sistemas sensores estão relacionados com a capacidade de detectar variações mínimas na intensidade de saída dos interferômetros. Como o comprimento de onda do laser é muito pequeno, da ordem de µm, torna-se possível a detecção de mínimas variações de fase óptica. Atualmente, a instrumentação eletrônica consegue facilmente demodular 1º de modulação angular. Na frequência óptica é necessário um deslocamento de 1 nm para que haja a variação de 1º na fase óptica. Assim, os interferômetros surgem como importantes sensores de deslocamento ou de vibração, sendo capazes de detectar amplitudes de vibração sub-nanométricas (LEÃO, 2004).

Na presente dissertação realiza-se o estudo de uma nova técnica de análise espectral com modulação triangular, aqui denominada de método  $b_1/b_3$ , e a implementação em Simulink do comportamento dinâmico desses sinais interferométricos, a fim de testar esta nova técnica de demodulação de fase óptica. Abordam-se também, conceitos sobre o modulador eletro-óptico de amplitude, o qual será utilizado na fase experimental da pesquisa para validar a técnica proposta.

#### 1.1 Interferometria Óptica

Em 1960 inventou-se o laser como fonte de elevada coerência, o que permitiu a aplicação das técnicas anteriormente utilizadas em microondas, em óptica, estabelecendo-se a área hoje conhecida como optoeletrônica. Assim, conceitos como modulação PM (*Phase Modulated*), interferência entre ondas eletromagnéticas e detecção por lei quadrática puderam ser aplicados a sensores ópticos, como o sensor interferométrico analisado nesta dissertação de mestrado.

Os interferômetros ópticos são transdutores eficientes que convertem uma variação de fase induzida ao longo de um de seus ramos, numa variação de intensidade óptica que pode ser mensurada. Um interferômetro é constituído por um conjunto de componentes, incluindo o laser, que possibilita a obtenção da superposição de dois ou mais feixes ópticos, os quais podem ser comparados e medidos na escala do comprimento de onda da luz, tipicamente de 1 µm.

A intensidade de radiação, proporcionada pela superposição dos feixes ópticos, possui características que dependem das intensidades, polarizações, freqüências e fases dos feixes que geram a interferência. No caso da interferometria de dois feixes, quando são conhecidas as características de um deles, é possível determinar as características do outro através da análise da intensidade de radiação gerada pela sua superposição. Os interferômetros Mach-Zehnder e Michelson são configurações consagradas muito utilizadas quando se opera com óptica volumétrica, isto é, quando os dois feixes ópticos, que geram a interferência, propagam-se no espaço livre (BORN; WOLF, 1980; HARIHARAM, 2003; HETCH, 1987).

A utilização do laser trouxe vantagens à interferometria óptica, pois se trata de uma fonte de elevada coerência temporal e espacial, além de ser monocromática, direcional e de elevado brilho (SVELTO, 1982). O interferômetro como sensor é extremamente sensível a pequenas variações de grandezas físicas, das mais variadas naturezas, e através de medições realizadas no infravermelho (10 THz), pode-se mensurar facilmente 1º de desvio na fase da luz, variação que pode ser demodulada eletronicamente sem grandes dificuldades.

Esta pesquisa se insere na linha de estudos da detecção interferométrica de deslocamentos micrométricos e nanométricos em atuadores piezoelétricos desenvolvida na FEIS/UNESP, em colaboração com o Grupo de Sensores e Atuadores da Escola Politécnica da USP.

Conforme será mostrado no capítulo 2, o sinal de saída do interferômetro usado para mensurar microvibrações em atuadores, é dado por:

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \{ 1 + V \cos[\Delta \phi(t) + \phi_0] \}$$
(1.1)

sendo I(t) a intensidade óptica de saída do sistema,  $I_0$  a intensidade óptica do laser,  $\Delta \phi(t)$  a variação de fase óptica que contém informações sobre a grandeza física que se deseja mensurar,  $\phi_0$  é a diferença de fase estática entre os braços do interferômetro e V é a visibilidade das franjas de interferência.

A fase estática  $\phi_0$ , em princípio, deveria permanecer constante, porém devido a vibrações externas ambientais, turbulências de ar e alterações de temperatura e pressão no local do interferômetro, o valor dessa fase sofre derivas aleatórias ocasionando a variação da amplitude do sinal detectado, o que prejudica o processo de demodulação do sinal. Este fenômeno, denominado desvanecimento, se deve principalmente porque a interferometria é extremamente sensível e não porque é ineficiente.

Para se extrair com exatidão a informação desejada, mesmo diante do desvanecimento, encontram-se registradas nas literaturas diversas técnicas de processamento dos sinais de saída do interferômetro. Dentre as diversas técnicas existentes, optou-se, neste trabalho, por abordar uma nova técnica de detecção de fase óptica, baseada na análise das componentes espectrais do sinal de saída dado em (1.1), sendo aqui denominada de método  $b_1/b_3$ .

O efeito eletro-óptico quadrático foi descoberto primeiramente, em 1875, por John Kerr, sendo observado originalmente em líquidos e vidros, e, é conhecido geralmente como efeito Kerr. Aproximadamente 20 anos mais tarde, Röntgen e Kundt observaram o efeito eletro-óptico linear em materiais com estrutura atômica não centro-simétrica, ficando conhecido como o efeito Pockels, após Fredrich Pockels ter desenvolvido a teoria eletro-óptica linear (KAMINOW, 1974). Quando o efeito eletro-óptico linear atua em um sólido, este é dominante, e geralmente, o efeito quadrático é desconsiderado por ser muito reduzido.

Nesta pesquisa, um modulador eletro-óptico é empregado para validar as técnicas de demodulação de fase originalmente propostas para sistemas interferométricos. De fato, como o sinal de saída de um modulador eletro-óptico é do tipo descrito em (1.1), e como tem solução analítica, baseado apenas no eletromagnetismo (ao contrário dos atuadores piezoelétricos, que demandam métodos de elementos finitos), constitui uma excelente plataforma para teste e validação de novas técnicas de demodulação de fase óptica. Além

disso, o modulador eletro-óptico é menos susceptível ao problema do desvanecimento que os interferômetros, tem largura de banda elevada, é mais simples de ser alinhado opticamente no laboratório e não apresenta problemas com visibilidade das franjas.

#### 1.2 Técnicas Espectrais de Demodulação de Fase Óptica

Embora a literatura apresente uma grande diversidade de métodos de demodulação de sinais interferométricos do tipo (1.1), existem poucas referências usando especificamente a análise espectral. Em geral, métodos de demodulação pós-detecção não conseguem distinguir entre a fase induzida pelo sinal,  $\Delta \phi(t)$ , e a deriva aleatória,  $\phi_0$ , a menos que o sinal e a deriva estejam em diferentes bandas de freqüências.

Os estudos dos métodos de detecção de fase óptica utilizando a análise espectral se iniciaram antes da disponibilidade comercial do laser, na década de 1960. Um dos primeiros trabalhos publicados neste assunto data de 1945, quando Smith propôs o método  $J_0$  nulo, para mensurar deslocamentos entre 104,5 nm e 1,33 µm (SMITH, 1945).

Em 1961 Schmidt et al. propuseram o método de  $J_1$  máx, aplicado à interferometria óptica, para calibrar vibrômetros que operavam na faixa de deslocamentos entre 72 e 4400 Å. Ainda na década de 60, vários outros métodos foram propostos, e, em 1967, Deferrari, Darby e Andrews, compararam os métodos  $J_1$  máx,  $J_0$  nulo,  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$  aplicados à medição interferométrica de deslocamentos na faixa de 0,1 a 6000 Å. Estes métodos foram amplamente utilizados por outros autores, em interferômetros volumétricos e em fibra óptica, nas mais diferentes aplicações. Contudo, necessitavam de procedimentos prévios de calibração do sistema e ajustes iniciais do interferômetro.

Em 1989, Sudarshanam e Srinivasan propuseram uma nova técnica denominada  $J_1 \dots J_4$ , capaz executar a medição linear da fase óptica e que era imune à deriva térmica de  $\phi_0$ , porém com faixa dinâmica de demodulação de fase limitada. E, em 1993, foi proposto, por Sudarshanam e Claus, o método  $J_1 \dots J_6$ , com o propósito de ampliar a faixa dinâmica do processo de detecção de fase óptica.

Como se observa, a literatura fornece um número relativamente pequeno de técnicas espectrais de demodulação de fase óptica. Em particular (no conhecimento do autor), não foi encontrado nenhum que usa a modulação com forma de onda triangular. Nesta dissertação

será explanado o novo método  $b_1/b_3$ , por tratar-se de uma técnica auto-consistente, com solução analítica e independe de variações aleatórias de  $\phi_0$ .

## 1.3 Utilização da Modulação Triangular da Fase Óptica: O Estado da Arte

A interferometria laser é uma técnica bem estabelecida para mensurar deslocamentos e tem amadurecido até o estágio de instrumentos fáceis de se operar, amplamente empregados em metrologia mecânica e controle de máquinas ferramentas. Além disso, com pequenas modificações no arranjo básico, têm sido propostas uma variedade de aplicações tais como vibrômetros, velocímetros, medidores de distâncias absoluta (*range finders*), etc.

A operação de um interferômetro, com elevada sensibilidade e fator de escala linear, envolve a modulação da fase óptica por um sinal de portadora externo, a fim de deslocá-la do domínio elétrico original para o óptico. Com isso, o deslocamento de fase poderá ser detectado subsequentemente a partir da amplitude, fase ou retardo de tempo do sinal da portadora modulada.

Com o custo e as perdas por acoplamento reduzidos nos atuais moduladores de fase, em particular, os de óptica integrada, pode-se aumentar sensívelmente a resposta em frequência do esquema de demodulação, relativamente aos antigos moduladores piezoelétricos de fase (que operam sintonizados, em torno da frequência de ressonância mecânica). Com isto, as formas de onda para a modulação de fase não precisam ficar limitadas à modulação senoidal, podendo-se empregar funções arbitrárias como, por exemplo, a quadrada, a dente-de-serra (*serrodyne modulation*), e outras.

Em geral, um sinal de modulação triangular apresenta algumas vantagens em relação aos sinais senoidal, dente-de-serra ou quadrado: menor conteúdo harmônico no sinal de saída do interferômetro (para grandes profundidades de modulação de fase óptica) e maior facilidade de implementação. Esta última, porque o sinal triangular pode ser facilmente gerado a partir de um contador *up-down* com um conversor D/A, permitindo-se a implementação das técnicas de demodulação na forma digital. Além disso, quando se opera com baixa profundidade de modulação em interferômetros de dois feixes convencionais, como o Michelson ou Mach-Zehnder, o sinal fotodetectado também deve ser triangular. Com isto, permite-se avaliar rapidamente se o sistema (fotodiodos, atuadores, etc) possui largura de banda adequada, caso contrário, ocorrem distorções. Por conta disso, vários autores utilizam a forma de onda triangular para testar a capacidade de recuperação de informações em sistemas interferométricos (BEHEIN; FRISTSH, 1986; DONATI; MERLO, 1998; FERRARI; GARCIA, 1996; ROOS; STEPHENS; WIEMAN, 1996; SUSUKI; KOBAYASHI; SASAKI, 2000).

Nas aplicações acima, foi o movimento do alvo (no caso de sensores de deslocamento) ou o estímulo ao espécime que se deseja caracterizar quem recebeu a excitação triangular. Assim, os autores evidenciam o sucesso da técnica de demodulação se o sinal recuperado na saída também for triangular. Nos próximos parágrafos, no entanto, são descritas técnicas cuja forma de onda triangular é inerente e fundamental aos seus funcionamentos, como ocorre no caso desta dissertação de mestrado.

A técnica de demodulação de sinais em giroscópios em fibra óptica (IFOG ou *Interferometric Fiber-Optic Gyroscope*) em malha-aberta, denominada pseudo-heteródina (ou então, detecção PM com banda lateral única, ou técnica *serrodyne*), proporciona um fator de escala linear, grande largura de faixa dinâmica e imunidade à flutuações na intensidade do laser. Neste método, utiliza-se uma modulação de fase em forma de onda dente-de-serra para converter o desvio de fase óptica numa variação de fase de uma portadora elétrica de baixa frequência (EBERHARD; VOGES, 1984). Entretanto, esta técnica necessita estabilizar a amplitude do sinal de modulação.

Chien et al. (1991) propuseram utilizar a forma de onda triangular, a qual pode ser considerada como uma forma de onda dente-de-serra com inclinação dupla, num modulador de fase integrado inserido num IFOG. O desvio de fase no IFOG era deduzido a partir da fase de um sinal elétrico na faixa de kHz.

Foi proposto, por Chien e Chao (1993), um novo gerador óptico de sinal, cuja saída era multiplicada em frequência usando-se a modulação triangular de fase aplicada a dois interferômetros Mach-Zehnder integrados em cascata (moduladores eletro-ópticos de fase). Um oscilador de referência de 10 MHz foi multiplicado, gerando-se um novo sinal em 120 MHz. O fator de multiplicação foi limitado apenas pelo desvio máximo de fase permitido nos moduladores eletro-ópticos cascateados.

Uma das características de um diodo laser é a sintonização (*tunability*), na qual o comprimento de onda gerado pode ser variado continuamente alterando-se sua corrente de injeção. Chien et al. (1995) usaram um interferômetro de Michelson para mensurar distâncias e velocidades de alvos, usando um diodo laser modulado em frequência por uma forma de

onda triangular e aplicando-se a técnica conhecida como "*time gating*" (contagem digital ao longo de diferentes meios-períodos do sinal triangular).

Ao contrário da técnica de demodulação passiva de fase, na qual o sinal de saída do retardo de fase óptica é medida diretamente a partir do circuito eletrônico de detecção, na técnica ativa, o retardo é anulado por um elemento compensador de fase, de maneira a deixar a saída do interferômetro mantida sempre neste ponto nulo; o sinal de saída, portanto, deve ser obtido a partir da saída do compensador. Chien et al. (1997) implementaram um novo esquema para processamento de sinais para detectar variações de fase óptica em um interferômetro Mach-Zehnder usando o sinal triangular. A saída do interferômetro foi misturada (*mixed*) com trens de pulsos chaveados, com largura e espaçamento entre os pulsos apropriados. Um sensor com elevada faixa dinâmica e fator de escala linear foi obtido.

Lee et al. (1998) propuseram três novos métodos de processamento de sinais capazes de detectar o desvio de fase óptica em interferômetros usando-se o sinal modulador triangular. Nos três experimentos utilizou-se um IFOG com modulador eletro-óptico de fase em óptica integrada. No primeiro método (PSDM – *Phase Sensitive Detection Method*), o sinal de saída tinha o mesmo formato de uma demodulação sensível à fase (*lock-in demodulation*) convencional, na frequência fundamental. No segundo (DPDM – *Direct Phase Diference Method*), circuitos geravam dois pulsos, sendo que a informação encontrava-se no retardo de tempo entre os mesmos. No terceiro (PHDM – *Pseudo-heterodyne Detection Method*), o retardo de fase óptica podia ser mensurado com medidores de fase, que mediam diferença de fase entre as saídas de dois sinais PLL.

Um sensor opto-químico foi proposto por Heideman e Lambeck (1999), implementado na forma de interferômetro Mach-Zehnder integrado e modulado com sinal triangular auxiliar. Empregando-se amplitudes adequadas, detectavam o sinal interferométrico, e, usando-se comparadores de cruzamento por zeros, a resposta foi digitalizada para o padrão TTL, a partir da qual o número de franjas pôde ser contado.

Almeida et al. (1999) usaram a modulação triangular de fase, em conjunto com a técnica de cruzamento de zeros, a fim de ampliar a faixa dinâmica e o fator de escala linear de um IFOG. Com um giroscópio com 16,4 cm de diâmetro de bobina e 300 m de fibra óptica Hi-Bi, os autores utilizaram um modulador de fase integrado, obtendo-se uma faixa dinâmica de 30 dB, bem acima da obtida com modulação senoidal (e técnica de cruzamento de zeros). A fonte óptica foi um diodo superluminescente operando em  $\lambda = 1,31$  µm; o sinal triangular selecionado tinha frequência de 331,3 kHz e profundidade de modulação de  $\pi/2$  rad.

A técnica interferométrica conhecida como "self-mixing interferometry", ou, SMI, utiliza a cavidade externa formada pelo laser e o alvo remoto; a luz refletida ou espalhada pelo alvo é acoplada de volta à cavidade laser e gera modulações de frequência e amplitude do campo óptico, a partir do qual pode-se recuperar os desvios de fase aplicando-se diversos esquemas. Originalmente, a técnica SMI permite mensurar deslocamentos com exatidão de  $\lambda/2$ , contando-se os picos dos sinais de interferência. A fim de se obter valores de deslocamento com maior precisão, tornam-se necessários métodos de medição de fase (*phase-shifting technique*) a partir do sinal detectado. Para isto, deve-se modular a frequência óptica do diodo laser, variando-se sua corrente de injeção.

Uma forma alternativa de modular o sinal e demodular a fase, recorre à modulação do comprimento da cavidade externa, na qual se obtém precisão de nanômetros. Wang e Lai (2001) propuseram o método de modulação da cavidade externa, seguida de demodulação de fase através da transformada de Fourier, obtendo-se erros de apenas  $\lambda/100$ . Modulando-se linearmente o comprimento da cavidade com a forma de onda triangular, a fase do sinal SMI depende do comprimento dessa cavidade, e, o sinal de saída tem forma similar ao das franjas de interferômetros convencionais. O arranjo experimental usou somente um diodo laser, um filtro (que causava retorno de 5 % do laser de volta à cavidade) e o alvo. A modulação da cavidade externa foi implementada simplesmente acoplando-se o invólucro do diodo laser a um PZT.

Norgia e Donati (2003) desenvolveram um interferômetro do tipo SMI para mensurar deslocamentos de superfícies não-cooperativas (ou rugosas). Nestes sensores, um diodo laser é usado tanto como fonte de luz quanto detector do sensor. A configuração do sistema óptico é extremamente simples e compacta, não necessitando de elementos como divisores de feixes, espelhos ou fotodetectores externos. O deslocamento do alvo é medido contando-se as transições abruptas na forma de onda do sinal de saída, resultando numa resolução submicrométrica para medições até 500 mm. A fim de ter um sinal SMI disponível mesmo quando o alvo está em repouso, considerou-se um sinal de modulação triangular na corrente de polarização d.c. do diodo laser. Este tipo de modulação é eficaz para enfatizar tanto os pulsos positivos quanto negativos, melhorando a discriminação da contagem.

Sensores interferométricos por método de contagem de franjas têm a vantagem de não serem afetados por flutuações na fonte óptica ou visibilidade de franjas. Se um processo de sub-divisão de franjas for adotado, a resolução do sensor pode ser sensivelmente melhorada. A fim de julgar o sentido do deslocamento das franjas, em geral, são utilizados dois fotodiodos. Cao et al. (2005) propuseram um esquema que utilizava somente um fotodiodo, beneficiando-se das propriedades do sinal interferométrico diante da modulação triangular da fase, e assim, mensurar acelerações bidirecionais. Foi utilizado um interferômetro Mach-Zehnder em fibra óptica, cujos braços foram enrolados num sensor em forma de mandril (configuração *push-pull*). No caso, o sinal triangular modulou a corrente de injeção do diodo laser, obtendo-se modulação de fase da luz através da variação da frequência óptica. Vibrações dinâmicas em tempo real puderam ser medidos sem distorções.

Variando-se a corrente de injeção, o comprimento de onda do diodo laser é modulado, porém, também ocorre uma concomitante modulação de intensidade da luz, conduzindo a erros de medição. Guo e Wang (2006) usaram um modulador eletro-óptico na cavidade externa, excitado com modulação triangular de fase, a qual proporciona uma modulação de fase pura, com modulação de amplitude extremamente reduzida. Comparado com a técnica de "*phase-stepping*" tradicional (que usa o algoritmo de Schwinder-Hariharam), a qual é limitada ao estudo de objeto estático, o método de deslocamento de fase da portadora temporal permite operações mais rápidas, tornando possível a medição de deslocamentos em tempo real, com exatidão de  $\lambda/60$ .

Uma nova configuração foi proposta por Kuo et al. (2007), usando-se sinal triangular para excitar um modulador eletro-óptico a fim de se gerar um interferômetro heteródino. Aplicando-se o sinal triangular, com tensão de pico-a-pico igual a  $V_{\pi}$  (tensão de meia-onda da célula Pockels), produz-se uma saída senoidal no fotodiodo, desde que o retardo de fase entre os modos *s* e *p* de polarização da luz seja nulo. Por outro lado, se tal retardo não for nulo, a saída torna-se distorcida, com elevado conteúdo de segunda harmônica. Empregando-se um amplificador *lock-in* para selecionar a segunda harmônica, os autores mensuraram o ângulo de rotação óptica de um meio "*chiral*" (solução de glicose), obtendo-se excelentes resultados para ângulos inferiores a 30°.

Baseado no efeito Sagnac, o giroscópio ressonante em fibra óptica (RFOG – *Ressonator Fiber-optic Giro*) tem potencial de grande exatidão como sensor de rotação inercial. Para o IFOG convencional, uma longa bobina de fibra óptica (maior que 1 km) e uma fonte de luz com baixa coerência são necessários para se atingir desempenho elevado. Por outro lado, o RFOG pode diminuir a intensidade de ruído usando laser com alta coerência, o qual é mais estável, e, a bobina de fibra é tão curta (5 a 10 m) que as derivas térmicas podem ser sensivelmente reduzidas. Na prática, o desempenho do RFOG é inferior ao IFOG devido a erros introduzidos pelo retroespalhamento Rayleigh e Kerr, efeitos Faraday e térmicos. A técnica de modulação e de detecção de sinal é fundamental no RFOG para que uma detecção precisa influencie diretamente na resolução final do giroscópio. Técnicas de modulação

senoidal e dente-de-serra linear de fase têm demonstrado diminuir os erros no RFOG. O pulso de ruído induzido pelo "*reset*" de  $2\pi$  de fase na forma de onda dente-de-serra constitui uma dessas fontes de erro. A modulação triangular é melhor para reduzir o ruído por retroespalhamento induzido, quando comparado com a modulação senoidal ou dente-de-serra. Esta modulação de fase é equivalente a um desvio de frequência, gerando-se um sinal pseudo-heteródino. Além disso, o sinal triangular é vantajoso por permitir a digitalização do sistema RFOG.

Jin et al. (2007) construíram, pela primeira vez, um RFOG em malha aberta baseado na técnica de modulação digital da forma de onda triangular da fase, a qual é isenta do pulso de ruído por "*reset*", proporcionando redução do ruído por retroespalhamento. Os resultados experimentais conduziram à faixa dinâmica de  $\pm 3,37$  rad/s, com deriva de 0,012 rad/s ao longo de 5 s.

Ying et al. (2008) propuseram o uso da técnica de modulação triangular da fase em um RFOG usando um modulador integrado de LiNbO<sub>3</sub>. A fim de maximizar a declividade de demodulação de sinal, os parâmetros de forma de onda triangular foram investigados, obtendo-se valores ótimos de frequência de modulação e índice de modulação de fase. Como resultado, conclui-se que a modulação triangular é superior à técnica senoidal na redução do ruído induzido por retroespalhamento.

Ying et al. (2010) analisaram o efeito Kerr em RFOG's baseados em modulação triangular da fase. Conclui-se que existe uma diferença ótima dos coeficientes de intensidade que conduzem a erro nulo no RFOG. Também, que o erro induzido por efeito Kerr num RFOG com fibra óptica PBF (*air-core photonic-bandgap fiber*) chega a duas ordens de magnitude menor que num RFOG com fibra óptica Hi-Bi convencional.

Conclui-se, portanto, a importância da modulação de fase triangular para o desempenho de vários sistemas interferométricos. Contudo, nenhuma dessas técnicas emprega a análise espectral do sinal detectado. Nesta dissertação, propõe-se, pela primeira vez, empregar a modulação de fase triangular em conjunto com a análise do espectro para determinar a profundidade de modulação, com vistas para mensurar deslocamentos sub-nanométricos.

#### 1.4 Objetivos da Dissertação

Conforme discutido, existe um número relativamente pequeno de métodos de detecção de fase, utilizando análise espectral, divulgados na literatura e que podem ser utilizados para a caracterização de atuadores piezoelétricos flextensionais. Neste trabalho ênfase é dada ao estudo do novo método desenvolvido, denominado b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub> baseado na modulação de fase triangular. Como estratégia, pretende-se validar esse método testando-o em um modulador eletro-óptico de amplitude. Este, por sua vez, possui características previamente conhecidas, pois pode ser modelado analiticamente utilizando-se apenas o eletromagnetismo. Realizam-se também simulações dinâmicas interferométricas utilizando o software Simulink, onde o novo método de demodulação é analisado antes da aplicação prática. Por fim, o desempenho do método é testado diante de dados experimentais, resultantes de ensaios, de interferometria óptica aplicada à medição de deslocamentos nanométricos em atuadores piezoelétricos flextensionais.

Antes de concluir, deseja-se ressaltar que esta dissertação privilegia a proposição e o estudo do método  $b_1/b_3$ , que também é aplicado experimentalmente em laboratório. Desta forma, a avaliação e desempenho do método  $b_1/b_3$  no tratamento de sinais interferométricos, baseou-se em dados mensurados pela autora com o modulador eletro-óptico e por outrem como, por exemplo, no trabalho de Barbosa (2009). Conforme será evidenciado no texto, esta técnica conduz a resultados concordantes com trabalhos anteriores, além de exibir maior simplicidade e potencial para medição de deslocamentos micro e nanométricos de superfícies sólidas.

#### 1.5 Organização da Dissertação

Esta dissertação é dividida em oito capítulos, incluindo esta Introdução. No capítulo 2 abordam-se os conceitos fundamentais de interferometria óptica de dois feixes, mostrando o interferômetro de Michelson, a análise do sinal fotodetectado e as dificuldades que se apresentam na fotodetecção devido ao fenômeno de desvanecimento.

No capítulo 3, descreve-se os atuadores piezoelétricos. Nele são apresentados os conceitos de piezoeletricidade, assim como os atuadores piezoelétricos flextensionais, os quais são utilizados neste trabalho.

No capítulo 4, apresenta-se a nova técnica espectral para demodular sinais interferométricos, descrevendo-se seu funcionamento. É feita a analise do comportamento da técnica com simulações em condições ideais e na presença de ruído branco gaussiano, bem como, da sensibilidade do método.

No capítulo 5 encontra-se um modelo do sistema interferométrico desenvolvido no Simulink. O novo método espectral, proposto no capítulo 4, é implementado neste modelo. Os resultados obtidos com a simulação dinâmica do novo método são apresentados e discutidos. Conforme será mostrado, esta plataforma de desenvolvimento serve para validar os novos métodos com simulação dinâmica, que muito se aproxima da realidade prática, antes de serem aplicados em laboratório.

No capítulo 6, é apresentado o processo de validação do novo método que usa o modulador eletro-óptico de amplitude baseado no efeito eletro-óptico. Apresenta-se a célula Pockels e a arquitetura do modulador, o qual é aplicado para validação da exatidão do novo método de demodulação de fase óptica proposto.

No capítulo 7, são discutidos os resultados experimentais obtidos pelo novo método de demodulação. Comparações são feitas quanto à sua eficiência e aplicabilidade prática com experimentos realizados com atuadores e manipuladores piezoelétricos flextensionais.

Por fim, apresentam-se as conclusões e algumas perspectivas futuras no capítulo 8.

# **Capítulo 2** Fundamentos de interferometria óptica

A interferometria óptica tem sido amplamente utilizada para medição de deslocamentos micrométricos em sólidos, principalmente, por constituir uma técnica não invasiva, não exigindo nenhum acoplamento mecânico entre o dispositivo sensor e a superfície do espécime sob investigação. A detecção óptica pode ser aplicada em banda larga, para mensurar microvibrações, com resposta em frequência plana ao longo de centenas de MHz. Isto, sem interferir nem inserir novas frequências de ressonâncias mecânicas (SCRUBY; DRAIN, 1990).

Os interferômetros, investigados nesta dissertação, fazem uso de dois feixes de luz de mesma frequência óptica, sendo classificados como homódinos. Estes sistemas interferométricos empregam o princípio de interferência óptica usando a luz refletida por uma superfície submetida a um deslocamento vibratório. Trata-se de uma técnica muito sensível, porém, para ser prática no uso geral, requer uma fonte de luz altamente monocromática e, portanto, o uso do laser é essencial (HARIHARAN, 2003).

Os sistemas interferométricos são aplicados como sensores baseados na variação relativa da fase óptica entre seus feixes, a qual é mensurada e convertida em variação de intensidade óptica, como será discutido neste capítulo. Os interferômetros como sensores de fase possuem sensibilidades extremamente elevadas, e por isso, paradoxalmente, são influenciados não somente pelo estímulo de interesse, mas também por perturbações ambientais, tais como variações de temperatura e vibrações externas, que provocam uma variação aleatória de fase óptica, a qual prejudica significativamente a qualidade do sinal fotodetectado. Este fenômeno é denominado desvanecimento de sinal.

Assim sendo, neste capítulo, abordam-se os fundamentos da interferometria óptica: interferômetro de Michelson, o problema do desvanecimento e o estudo do processo de fotodetecção.

#### 2.1 O Interferômetro de Michelson

O interferômetro abordado neste trabalho é adequado para detectar microvibrações em sólidos. Esse sistema tem a vantagem de não entrar em contato com a amostra e, portanto, não perturba o campo acústico; o ponto de medição pode ser movido (varredura de superfície) e não há restrições quanto à temperatura da amostra (SCRUBY; DRAIN, 1990). Como as medições podem ser relacionadas diretamente com o comprimento de onda da luz no vácuo, nenhum padrão de calibração é necessário. Ou seja, a interferometria óptica constitui um padrão primário de calibração. Além disso, possui elevada largura de banda, relativamente a outros métodos convencionais.

Os interferômetros podem se apresentar em diversas configurações como as de Michelson, Mach-Zehnder, Sagnac, Fabry-Perot, e outras (HARIHARAM, 2003), cada qual sendo mais adequada a certas aplicações específicas. Neste trabalho, estuda-se apenas a primeira. Na figura 2.1 ilustra-se o interferômetro de Michelson básico, o qual é mais adequado para mensurar vibrações (ou deslocamentos), embora também possa ser adaptado para mensurar outras grandezas físicas. A luz de uma fonte monocromática (laser) é dividida por um divisor de feixes, parte atingindo o espelho de referência M1 e parte direcionada para o espelho móvel M2, cujo deslocamento se deseja mensurar. Basicamente, um divisor de feixes cúbico é constituído por dois prismas colados a um espelho semi-refletor, formando um sanduíche. De acordo com o fabricante, a taxa de divisão de feixes pode ser 50/50 (razão entre as potências ópticas transmitida e refletida), 75/25, e outras.



Figura 2.1 – O interferômetro de Michelson básico.

Os feixes são refletidos de volta ao divisor de feixes, onde são superpostos e recombinados sobre um fotodetector. A diferença de fase entre os feixes ópticos de referência e sensor no fotodetector depende da diferença entre os dois caminhos ópticos percorridos. Se esta diferença for um múltiplo inteiro do comprimento de onda ( $\lambda_0$ ), os feixes estarão em fase e interferência construtiva ocorre (HETCH, 1987). Se a diferença for uma fração igual a  $\lambda_0/2$ , a interferência será destrutiva e a intensidade óptica resultante se anula. Caso o espelho M2 se mova gradativamente numa dada direção, com amplitudes relativamente grandes, observar-se-á uma sucessão de máximos e mínimos de intensidade óptica sobre o fotodetector, denominada de movimento de franjas (BARBOSA, 2007). Isto pode ser explorado para mensurar os valores dos deslocamentos de M2: um ciclo de sinal observado pelo fotodetector corresponde a um movimento de  $\lambda_0/2$ , algo na escala sub-nanométrica, pois na faixa óptica  $\lambda_0$  é da ordem de 1 µm. Embora o processo de "contagem de franjas" constitua uma técnica classicamente útil para mensurar microvibrações, é adequada apenas para estudar deslocamentos da ordem de vários milhares de angstroms. Informações teóricas e experimentais envolvendo a técnica de contagem de franjas podem ser encontradas no trabalho de Leão (2004). Os aspectos práticos do alinhamento do interferômetro em laboratório e o processo de formação de franjas de interferência podem ser obtidos no relatório de Barbosa (2007).

Na configuração da figura 2.1, não há nenhum deslocamento da frequência óptica dos ramos sensor e de referência. Neste caso, o interferômetro de Michelson é denominado homódino. Se a luz de um dos feixes, por exemplo, o do ramo de referência, sofrer um desvio de frequência, o interferômetro é denominado heteródino (TAKIY, 2009a). Embora esta constitua uma importante linha de pesquisa (SAKAMOTO; PACHECO, 2010) a técnica heteródina não será abordada nesta dissertação.

#### 2.2 Sinal Interferométrico

Conforme discutido na seção 1.1, o advento do laser acentuou a aplicação de detecção por lei quadrática em sensores ópticos. Fotodetectores de lei quadrática são dispositivos optoeletrônicos que geram uma corrente/tensão diretamente proporcional à intensidade óptica incidente. São exemplos de fotodetectores de lei quadrática o fotodiodo convencional, o fotodiodo PIN, o fotodiodo de avalanche e o fototransistor. Para que tenham uma elevada largura de banda, tais fotodetectores têm área receptora muito pequena, tipicamente inferior a 1 mm<sup>2</sup> (KEISER, 1991).

Do modelamento matemático que será desenvolvido a seguir, primeiramente demonstrar-se-á a expressão da intensidade óptica de saída (1.1), a qual inicia-se com a análise do interferômetro de Michelson homódino mostrado na figura 2.1. Considera-se que os dois raios de luz são originados da mesma fonte laser, e, que ao passarem por um divisor de feixes neutro, garante-se que as polarizações dos raios ópticos nos dois ramos são idênticas. Em princípio, o modelo de onda plana é suficientemente preciso para a análise.

Considere-se que o campo elétrico associado ao laser na figura 2.1 seja dado por:

$$E_{in}(t) = E_0 e^{j\omega t}$$
, (2.1)

onde  $E_0$  é a amplitude e  $\omega$  a frequência da luz. Assim, dividindo-se (2.1) aos ramos referência e sensor, após a passagem da luz pelo divisor de feixes e posteriores reflexões nos espelhos M1 e M2, têm-se os campos elétricos dos ramos referência  $E_R(t)$  e sensor  $E_S(t)$  que incidem no fotodetector:

$$E_R(t) = E_{01} e^{j(\omega t)},$$
 (2.2-a)

$$E_{S}(t) = E_{02} e^{j[\omega t - \Phi(t)]}, \qquad (2.2-b)$$

onde  $E_{01}$  e  $E_{02}$  são as amplitudes dos campos elétricos no ramo referência e sensor, respectivamente, e  $\Phi(t)$  é a diferença de fase total entre os dois feixes. Observa-se que o formalismo de onda plana escalar e a notação fasorial foram empregados. Isto é válido se for admitido que os feixes são polarizados linearmente, não ocorra mudança do estado de polarização durante as reflexões nos espelhos e que a radiação é monocromática, gerada por uma fonte com elevado grau de coerência. Esta hipótese será adotada ao longo de todo este capítulo.

Um sinal como o descrito pela equação (2.2-b) constitui o que é chamado de modulação de fase (PM – *Phase Modulation*) na teoria de sistemas de comunicação, sendo  $\omega$  a frequência da portadora de sinal modulador  $\Phi(t)$  (CARLSON; CRILLY; RUTLEDGE, 2002).

Como a frequência óptica deste campo elétrico é da ordem de 10<sup>14</sup> Hz, esta variação de fase não pode ser medida diretamente, usando-se instrumentação eletrônica convencional. Em

outras palavras, toda informação de fase é perdida quando medições de intensidade ou potência óptica são executadas. Por esta razão, os sistemas interferométricos são utilizados, para converter a variação de fase do campo elétrico (2.2-b), resultante do deslocamento da superfície de atuadores (por exemplo), em variações de intensidade óptica, a qual pode se mensurada diretamente com o auxílio de fotodetectores.

A superposição destas componentes de campos sobre o fotodetector dá origem ao seguinte campo elétrico total na saída do interferômetro:

$$E_{out}(t) = E_S(t) + E_R(t)$$
. (2.3)

No entanto, o sinal de saída do interferômetro é dado através da intensidade óptica ou irradiância I(t), que é proporcional ao valor médio do vetor de *Poynting* (BORN; WOLF, 1980), detectada pelo fotodetector de lei quadrática:

$$I(t) = E_{out}(t) E_{out}^{*}(t)$$
  
=  $[E_{s}(t) + E_{R}(t)][E_{s}(t) + E_{R}(t)]^{*}$ . (2.4)

Substituindo as equações (2.2-a) e (2.2-b) na expressão (2.4) e executando-se o produto, obtém-se:

$$I(t) = E_{01}^2 + E_{02}^2 + E_{01}E_{02}e^{j[\Phi(t)]} + E_{01}E_{02}e^{-j[\Phi(t)]}.$$

(2.5)

Recorrendo-se à identidade de Euler,  $\cos x = \frac{(e^{jx} + e^{-jx})}{2}$ , mostra-se que a equação (2.5) conduz a:

$$I(t) = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos[\Phi(t)]$$
(2.6)

As primeira e segunda parcelas do segundo membro de (2.6) estão associadas à soma das intensidades ópticas dos raios individuais, e a terceira, ao termo de interferência (ou produto cruzado). Somente o termo de interferência contém informação sobre o sinal de interesse.
Colocando em evidência a soma das intensidades ópticas dos raios individuais em (2.6), tem-se:

$$I(t) = (E_{01}^2 + E_{02}^2) \left\{ 1 + \frac{2E_{01}E_{02}}{E_{01}^2 + E_{02}^2} \cos[\Phi(t)] \right\}.$$
 (2.7)

A seguir, define-se o fator de visibilidade como:

$$V = \frac{2E_{01}E_{02}}{E_{01}^2 + E_{02}^2} = \frac{\sqrt{E_{01}^2 E_{02}^2}}{(E_{01}^2 + E_{02}^2)/2},$$
(2.8)

correspondente à razão entre a média geométrica e a média aritmética das intensidades ópticas nos ramos do interferômetro. O valor da visibilidade (V) pode variar entre nulo (quando  $E_{01} \gg E_{02}$ , ou vice-versa) e unitário (quando  $E_{01} = E_{02}$ ), sendo o valor unitário uma situação na qual ocorre grande contraste entre franjas e, portanto, constitui uma situação mais fácil de ser detectada e demodulada (MENEZES, 2009).

A fim de simplificar a equação (2.7), calcula-se a intensidade óptica do laser a partir da expressão (2.1):

$$I_0(t) = E_{in} E_{in}^* = E_0^2.$$
(2.9)

Considerando-se que o divisor de feixes tenha uma razão de 50:50, é possível afirmar que as potências ópticas em cada ramo do interferômetro sejam iguais, tal que  $E_{01} = E_{02} = E_0/\sqrt{2}$ . Desse modo usando-se (2.8) e (2.9) pode-se reescrever (2.7) da seguinte forma:

$$I(t) = \frac{I_0}{2} [1 + V \cos \Phi(t)], \qquad (2.10)$$

sendo o fator 1/2 inserido "*ad-hoc*" a fim de que a intensidade normalizada,  $I/I_0$ , varie somente entre 0 e 1.

A rigor, quando  $E_{01} = E_{02}$ , ocorre V = 1 em (2.8) e (2.10). Contudo, na prática, podem ocorrer não idealidades como, por exemplo, pequenos desalinhamentos entre os feixes ópticos na saída do interferômetro, comprimento de coerência finita da fonte óptica, imperfeição do paralelismo entre as polaridades dos feixes, e outras (DEFERRARI; DARBY; ANDREWS, 1967). Por isso, o valor de *V* (tal que 0 < V < 1) também costuma ser inserida em (2.10) de forma "*ad-hoc*", mesmo quando  $E_{01} = E_{02}$ .

Além disso, destaca-se que  $\Phi(t)$  é a diferença total de fase relativa entre os dois feixes do interferômetro, e, que a mesma pode ser composta pela soma da variação de fase induzida entre os braços do interferômetro,  $\Delta \phi(t)$ , e da diferença de fase estática entre os braços,  $\phi_0$ . Ou seja:

$$\Phi(t) = \Delta \phi(t) + \phi_0. \tag{2.11}$$

Em (2.11) tem-se que  $\Delta \phi(t)$  está associada ao sinal de interesse e corresponde a um desvio de fase variável no tempo, induzido pelo fenômeno que se deseja mensurar, enquanto que, o termo  $\phi_0$ , idealmente, é uma fase estática dada por (HETCH, 1987):

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} nl, \qquad (2.12)$$

onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda (no vácuo) da fonte óptica, n é o índice de refração do meio onde a luz se propaga (n = 1, para o ar) e l é a diferença total entre os comprimentos dos braços do interferômetro.

Considerando que, no arranjo da figura 2.1, o fenômeno a ser medido possa causar uma variação relativa no índice de refração ( $\Delta n$ ) e no comprimento ( $\Delta l$ ) quando atua sobre o ramo sensor do interferômetro, tem-se uma variação de fase óptica no feixe de sinal igual a (GIALLORENZI et al., 1982):

$$\Delta\phi(t) = 2\frac{2\pi}{\lambda_0} [l\Delta n(t) + n\Delta l(t)], \qquad (2.13)$$

onde o fator 2 foi utilizado porque ocorrem desvios de fase tanto na ida quanto na volta do feixe sensor que incide em M2 (figura 2.1) no interferômetro de Michelson.

Assim, se esse arranjo estiver usando o ar como meio de propagação e considerando que não haja variação de índice de refração, é possível reescrever (2.13) tal que:

$$\Delta\phi(t) = 2\frac{2\pi}{\lambda_0} [\Delta l(t)]. \tag{2.14}$$

Através de (2.14) pode-se calcular o deslocamento do espelho M2, isolando  $\Delta l(t)$ , obtendo-se:

$$\Delta l(t) = \frac{\lambda_0}{4\pi} \Delta \phi(t). \tag{2.15}$$

Por sua vez, substituindo-se a expressão (2.11) em (2.10), a intensidade óptica no fotodetector pode ser reescrita como:

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \{ 1 + V \cos[\Delta \phi(t) + \phi_0] \}.$$
(2.16)

A intensidade óptica de saída (2.16), ao incidir no fotodetector, é convertida em um sinal elétrico PM, e assim, pode ser demodulado usando-se técnicas estudadas em sistemas de comunicação (CARLSON; CRILLY; RUTLEDGE, 2002). O interesse é extrair a informação contida em  $\Delta\phi(t)$ , a qual, com o auxílio do interferômetro, é transferida do domínio óptico, conforme dado em (2.2-b) para o domínio elétrico, conforme (2.16).

Em princípio,  $\Delta \phi(t)$  pode ser uma função que varia arbitrariamente no tempo, porém, para o novo método envolvido nesta dissertação, utiliza-se uma excitação de fase triangular periódica  $\Lambda(t)$ , conforme apresentada na figura 2.2, e dada por:

$$\Delta \phi(t) = \Lambda(t) = \begin{cases} \frac{4x}{T}t & \text{para} & -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -\frac{4x}{T}t + 2x & \text{para} & \frac{T}{4} < t < \frac{3T}{4} \end{cases} , \quad (2.17)$$

onde x é a profundidade de modulação de fase em radianos e T é o período.



Figura 2.2 – Sinal triangular usado para excitar a fase do interferômetro.

Portanto, o problema da interferometria óptica consiste em se mensurar x (uma vez conhecido o período T), ou seja, a amplitude de  $\Lambda(t)$ , e daí,  $\Delta l(t)$  usando-se (2.15). A nova técnica de demodulação de fase óptica com  $\Lambda(t)$  do tipo (2.17) será relatada no capítulo 4.

#### 2.3 O Problema de Desvanecimento do Sinal

As técnicas de demodulação de sinais interferométricos com baixas amplitudes de modulação, em geral, dependem da condição  $\phi_0 = \pi/2$  rad, denominada quadratura de fase. Segundo a equação (2.12),  $\phi_0$  corresponde à diferença de fase causada pela diferença entre os caminhos ópticos dos dois braços do interferômetro (BARBOSA, 2009). Assim, a condição de quadratura de fase pode ser estabelecida ajustando-se, por exemplo, o espelho fixo M1, na figura 2.1 até que seja observado o maior valor pico-a-pico de sinal de saída em torno do ponto Q na figura 2.3, cujo gráfico de  $I/I_0$  versus  $\Phi$  corresponde à função de transferência não linear dada em (2.10). Neste caso em particular,  $\Delta\phi(t)$  tem uma forma de onda triangular com baixa amplitude ( $x \ll \pi/2$  rad). Como o ponto Q está sobre a região mais linear da curva de transferência, o sinal fotodetectado na saída do interferômetro (proporcional a  $I/I_0$ ) será essencialmente triangular.



Figura 2.3 – Curva de transferência óptica de um interferômetro.

Na figura 2.4, ilustram-se exemplos de sinais interferométricos adquiridos no laboratório de Optoeletrônica da FEIS (na realidade, oriundos de um interferômetro polarimétrico, discutido no capítulo 6) e em simulações em Matlab, aplicando-se um sinal de excitação triangular, do tipo  $\Delta(t)$  dado por (2.17), em quadratura de fase  $\phi_0 = \pi/2$  rad. Em a) o sinal de excitação, localizado na tela do osciloscópio acima do sinal fotodetectado, é aplicado com tensão de 34 V<sub>pp</sub>, e em b) é simulado o sinal de excitação. À medida que se aumenta a amplitude do sinal de excitação, abrange-se a maior parte da região linear da curva de transferência, chegando a ponto de se tornar senoidal e até mesmo apresentar reentrâncias. No caso c) tem-se o sinal de excitação, com tensão de 120 V<sub>pp</sub>, e fotodetectado (abaixo) visualizados pelo osciloscópio, e em d) é simulado o sinal de excitação com amplitude de 0,5 rad. Em e) o sinal de excitação é aplicado com tensão de 170 V<sub>pp</sub> e em f) é simulado o sinal de fase com amplitude de 0,5 rad.



Figura 2.4 (continua...)



**Figura 2.4** – Exemplos de sinais fotodetectados quando em quadratura de fase  $\phi_0 = \pi/2$  rad. a) Visualização em osciloscópio: sinal de excitação (acima) com tensão de 34 V<sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). b) Simulação em Matlab: sinal de fase com amplitude de x = 0,2 rad. c) Visualização em osciloscópio: sinal de excitação (acima) com tensão de 120 V<sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). d) Simulação em Matlab: sinal de fase com amplitude de x = 0,2 rad. c) Visualização em Matlab: sinal de fase com amplitude de x = 0,5 rad. e) Visualização em osciloscópio: sinal de excitação (acima) com tensão de 170 V<sub>pp</sub> e fotodetectado (abaixo). f) Simulação em Matlab: sinal de fase com amplitude de x = 0,7 rad.

(e)

(**f**)

Em princípio, o termo de fase  $\phi_0$  deveria corresponder à uma fase estática, contudo, ele é invariavelmente corrompido por perturbações ambientais, mesmo que tênues. Flutuações de temperatura e pressão, turbulências de ar e vibrações geradas nas proximidades do interferômetro, produzem derivas diferenciais no caminho óptico entre os braços do interferômetro. Isto faz com que o ponto de operação Q na figura 2.3 excursione aleatoriamente sobre a curva característica dada por (2.10), causando o desvanecimento do sinal fotodetectado. Não se trata de ruído eletrônico, o qual afeta a amplitude desse sinal, mas sim uma perturbação espúria sobre a fase óptica  $\phi_0$ . Normalmente,  $\phi_0$  é um termo de variação lenta no tempo, associado à frequência inferiores a 50 Hz em grande parte das aplicações (DEFERRARI; DARBI; ANDREWS, 1967).

Na figura 2.5 ilustram-se exemplos de desvanecimento, para um sinal de fase triangular. No caso a) o sinal de excitação é aplicado com tensão de 34 V<sub>pp</sub>, e em b) é simulado o sinal de excitação operando em  $\phi_0 = \pi$  rad e x = 0,2 rad. Observa-se que o sinal fotodetectado v(t) apresenta-se distorcido. Em c) o sinal de excitação é aplicado com tensão de 110 V<sub>pp</sub>, e em d) é simulado o sinal de excitação operando em  $\phi_0 = \pi/4$  rad e x = 0,4 rad. Para o caso e) o sinal de excitação é aplicado com tensão de 170 V<sub>pp</sub>, e em f) é simulado o sinal de excitação operando em  $\phi_0 = \pi/4$  rad, porém com amplitude aumentada, de x = 0,7 rad, o que proporciona maior reentrância no sinal de saída.



**Figura 2.5** – Efeito do desvanecimento. a) Sinal de excitação, com tensão de 34 V<sub>pp</sub>, e fotodetectado com  $\phi_0 = \pi$  rad visualizados em osciloscópio. b) Simulação em Matlab para  $\phi_0 = \pi$  rad e x = 0,2 rad. c) Sinal de excitação, com tensão de 110 V<sub>pp</sub>, e fotodetectado com  $\phi_0 = \pi/4$  rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para  $\phi_0 = \pi/4$  rad e amplitude de 0,4 rad. e) Sinal de excitação, com tensão de 170 V<sub>pp</sub>, e fotodetectado com  $\phi_0 = \pi/4$  rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para  $\phi_0 = \pi/4$  rad e amplitude de 0,4 rad. e) Sinal de excitação, com tensão de 170 V<sub>pp</sub>, e fotodetectado com  $\phi_0 = \pi/4$  rad visualizados em osciloscópio. d) Simulação em Matlab para  $\phi_0 = \pi/4$  rad e amplitude de 0,7 rad.

Segundo Barbosa (2008), basta um deslocamento relativo entre os espelhos igual a  $\Delta l = (l_R - l_S) = 0,5 \ \mu\text{m}$ , para que  $\phi_0$  varie de  $2\pi$  rad. Este pequeno deslocamento pode ser causado, por exemplo, pela vibração introduzida no laboratório pelo aparelho condicionador de ar. Entretanto, em interferometria, deseja-se mensurar valores de  $\Delta \phi(t)$  tão pequenos quanto  $10^{-3}$  rad. Significa então, que o problema da interferometria é conseguir mensurar um pequeno  $\Delta \phi(t)$ , obscurecido por uma intensa variação aleatória de  $\phi_0$ .

Na prática, o desvanecimento pode ser minimizado montando-se o interferômetro sobre mesas ópticas com amortecimento sísmico, e condicionando-se o ambiente do laboratório para proporcionar isolação acústica e temperatura controlada, como tipicamente ocorre nos laboratórios de metrologia. Uma outra alternativa, mais barata e elegante, consiste em se aplicar técnicas de processamento de sinais.

#### 2.4 Detecção de Fase Óptica – O Método $J_1/J_3$

Conforme apresentadas neste capítulo, as técnicas de contagem de franjas (BARBOSA, 2007; LEÃO, 2004) e de baixa profundidade de modulação (BARBOSA, 2009) podem ser empregadas para detectar a fase  $\Delta \phi(t)$  presente em (2.16). Contudo, a primeira se presta a mensurar grandes deslocamentos (acima de 2000 nm), enquanto a segunda, é aplicada somente para mensurar deslocamentos abaixo de aproximadamente 20 nm. Além disso, a primeira introduz um erro sistemático devido à discretização dos resultados (um número inteiro de franjas), a despeito de perturbações externas espúrias. Já a segunda, demanda um trabalhoso processo de auto-calibração do interferômetro.

Em 1967, Deferrari, Darby e Andrews propuseram os métodos  $J_1$  máx,  $J_1$  nulo,  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$ , baseados no comportamento das raias espectrais do sinal fotodetectado (2.16), para  $\Delta \phi(t) = x sen \omega_s t$ . Dentre esses, destaca-se nesta seção o método  $J_1/J_3$ , o qual se aplica à faixa de deslocamentos entre 20 nm e 2000 nm. Na figura 2.6 são listados exemplos de sinais detectados para  $x = 2\pi$  rad, sendo  $\phi_0 = \pi/2$  rad em (a),  $\phi_0 = 0$  rad em (b), e,  $\phi_0 = \pi/3$  rad em (c). Como se observa, o sinal de saída não é mais proporcional ao sinal de entrada, mas sim, um sinal distorcido, composto de múltiplas harmônicas. O espectro do sinal fotodetectado em (a) apresenta somente harmônicas ímpares, em (b), harmônicas pares, e, em (c), harmônicas pares e ímpares.



**Figura 2.6** – Tensão fotodetectada v(t) normalizada e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), para uma excitação do tipo  $\Delta \phi = xsen(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multi-franjas, com índice de modulação  $x = 2\pi$  rad. (a) Ponto quiescente  $Q_3$  [ $\phi_0(t) = \pi/2$  rad]. (b) Ponto quiescente  $Q_4$  [ $\phi_0(t) = 0$  rad]. (c) Ponto quiescente  $Q_5$  [ $\phi_0(t) = \pi/3$  rad] (MARÇAL, 2008).

Como já deduzido, num interferômetro de Michelson o sinal de saída do fotodetector, v(t), o qual é proporcional à (2.16), pode ser reescrito como:

$$v(t) = \frac{A}{2} \{1 + V \cos\phi_0 \cos\Delta\phi(t) - V \sin\phi_0 \sin\Delta\phi(t)\}, \qquad (2.18)$$

sendo  $A = RI_0$ , onde R é a responsividade de tensão do fotodiodo (KEISER, 1991).

Uma vez que a diferença de fase  $\Delta \phi(t)$  considerada nesta seção é senoidal, pode-se utilizar as seguintes relações matemáticas para dar sequência ao desenvolvimento (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1972):

$$cos(xsen\theta) = J_0(x) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x)cos2n\theta,$$
 (2.19 - a)

e

$$sen(xsen\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x)sen[(2n-1)\theta],$$
 (2.19 - b)

nas quais  $J_n$  são as funções de Bessel de primeira espécie e ordem n, e cujos gráficos encontram-se ilustrados na figura 2.7 (n inteiro):



Figura 2.7 – Funções de Bessel de primeira espécie e ordem n.

Assim, substituindo-se (2.19-a) e (2.19-b) em (2.18), obtém-se:

$$v(t) = \frac{A}{2} \{ 1 + V \cos \phi_0 \left[ J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) \cos(2n\omega_s t) \right] + -V \sin \phi_0 \left[ 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) \sin[(2n-1)\omega_s t] \right] \},$$
(2.20)

correspondente à decomposição espectral do sinal detectado.

Se este sinal v(t) estiver acoplado a um analisador de espectros de varredura, será possível observar as amplitudes das componentes harmônicas, dadas por (para  $n \ge 1$ ):

$$V_n = AV \cos\phi_0 J_n(x)$$
, para *n* par, (2.21 - a)

 $V_n = AVsen\phi_0 J_n(x)$ , para *n* ímpar. (2.21 – b)

O método  $J_1/J_3$  sugere mensurar as magnitudes das componentes fundamental  $(V_1)$  e terceira harmônica  $(V_3)$  de v(t) e, em seguida, calcular a razão entre as mesmas. Durante o cálculo da razão  $V_1/V_3$ , apenas raias espectrais com n ímpar serão envolvidas e, assim, os coeficientes  $AVsen\phi_0$  de (2.21-b) são cancelados entre o numerador e denominador de  $V_1/V_3$ , mostrando que o cálculo de x independe do valor de  $\phi_0$ . Por esse motivo, em princípio, tal método é imune ao desvanecimento. Curiosamente, esta propriedade não foi explorada pelos autores do método, os quais sugeriam que  $\phi_0$  deveria ser ajustado em  $\pi/2$  rad. Também pode-se afirmar que o método independe da estabilidade da fonte óptica  $(I_0)$ , da responsividade do fotodiodo (R) e da visibilidade (V), uma vez que o cálculo independe do valor de AV. Assim, para n=1 e 3 em (2.21-b) tem-se a equação transcendental:

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{J_1(x)}{J_3(x)},\tag{2.22}$$

a qual, por não ter solução analítica, deve ser resolvida numericamente a fim de se extrair o valor de x.

A relação (2.22), contudo, constitui uma idealização cuja repercussão não foi totalmente formulada pelos autores do método em (DEFERRARI; DARBY; ANDREWS, 1967). Na

prática, existe um limite inferior para detecção do índice de modulação x imposta pelo ruído eletrônico, conforme será discutido a seguir.

À luz da decomposição espectral, quando  $x \ll 1$ , somente as componentes  $J_0(x)$  e  $J_1(x)$ são significativas. De fato, pela figura 2.7, observa-se que a magnitude das raias espectrais superiores a n = 1 são desprezíveis para  $x \ll 1$ . Isto pode também ser observado constatando-se que (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1972):

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^4} + \dots \cong 1,$$
 (2.23 - a)

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^5}{2^2 \cdot 4^4 \cdot 6} + \dots \cong \frac{x}{2},$$
 (2.23 - b)

$$J_2(x) = \frac{x^2}{2.4} - \frac{x^4}{2^2.4.6} + \frac{x^6}{2^2.4^4.6.8} + \dots \cong \frac{x^2}{8},$$
 (2.23 - c)

$$J_3(x) = \frac{x^3}{2.4.6} - \frac{x^5}{2^2.4.6.8} + \frac{x^7}{2^2.4^4.6.8.10} + \dots \cong \frac{x^3}{48}, \qquad (2.23 - d)$$

para  $x \ll 1$ . Portanto, quando  $x \ll 1$ , componentes superiores a  $J_1$  (em particular  $J_3$ ) possuem magnitudes desprezíveis, podendo ser inferiores aos níveis de ruído eletrônico no sistema.

Sudarshanam e Claus (1993) estabeleceram, através de resultados experimentais, que a característica de ruído nestes métodos de detecção pode ser formulada com base na tensão de ruído do tipo 1/f, gerado por junções semicondutoras nos componentes do sistema, tais como o laser, fotodetector, amplificador e analisador de espectros.

Com isso, assumindo-se que  $\Delta V_1$  é a tensão de ruído 1/f que incide sobre a componente fundamental, então,  $\Delta V_1/n$  será a tensão de ruído que incide sobre a n-ésima harmônica de v(t). Admitindo-se, ainda, que este ruído é aditivo, (2.22) deve ser corrigida [usando (2.21-a) e (2.21-b)] para:

$$\frac{J_1(x')}{J_3(x')} = \frac{V_1(x)}{V_3(x)} = \frac{AVPJ_1(x) + \Delta V_1}{AVPJ_3(x) + \frac{\Delta V_1}{3}},$$
(2.24)

onde  $P = sen\phi_0$ , x é o índice de modulação esperado e x' é o índice de modulação estimado (calculado, resolvendo-se a equação transcendental).

Definindo-se um novo fator de ruído, *K*, conforme (SUDARSHANAM; CLAUS, 1993):

$$K = \frac{\Delta V_1}{AV},\tag{2.25}$$

(2.24) poderá ser reescrita como:

$$\frac{J_1(x')}{J_3(x')} = \frac{PJ_1(x) + K}{PJ_3(x) + \frac{K}{3}},$$
(2.26)

a qual, para um dado x, deve ser resolvida para se determinar x'.

O valor de *K* pode ser determinado por experimentos, sendo o valor de K = 0,0011 bastante conservador para a maioria das aplicações práticas (SUDARSHANAM; CLAUS, 1993). Utilizando-se este valor de *K*, obteve-se o gráfico (empregando-se o Matlab) mostrado na figura 2.8, resolvendo-se (2.22) e (2.26), para os casos ideal e com ruído, respectivamente. Adotou-se o valor  $\phi_0 = \pi/4$  rad por conveniência. Como se observa, existe uma discrepância entre os gráficos quando  $x \ll 1$ , devido a incidência do ruído 1/f.



Figura 2.8 - Resultados do método J<sub>1</sub>/J<sub>3</sub> (MENEZES, 2009).

É importante ressaltar que, conforme mostraram os cálculos de Menezes (2009), variando-se arbitrariamente os valores de  $\phi_0$ , obteve-se o mesmo resultado da figura 2.8,

evidenciando que a técnica de fato é imune ao desvanecimento, exceto nos casos onde  $P = sen\phi_0 = n\pi$  rad, *n* inteiro.

Na figura 2.9, apresenta-se o gráfico (em cor vermelha) de erro  $\Delta x = x' - x$  em função do desvio de fase esperado, *x*.



Figura 2.9 - Cálculo do erro de detecção (MENEZES, 2009).

A fim de estabelecer o limite inferior da exatidão do método  $J_1/J_3$ , define-se o mínimo desvio de fase detectável MDPS (ou *Minimum Detectable Phase Shift*) como sendo o valor de x para o qual  $\Delta x = x$  ou, equivalentemente, o ponto no qual o gráfico de  $\Delta x$  versus x intercepta a reta  $\Delta x = x$ . É possível observar o MDPS na figura 2.9, que no presente caso, é igual a 0,1765 rad. Abaixo deste valor, o ruído torna-se predominante e x' diverge do valor esperado x.

Apesar da eficiência do método  $J_1/J_3$  para mensurar x > 0,1765 rad, existe o inconveniente de se resolver numericamente uma equação transcendental, (2.22), envolvendose a inversão de funções de Bessel. Além disso, ocorre um problema adicional, que torna o método não confiável. Na solução da razão entre as funções de Bessel existente em (2.22), aqui denominada de razão  $m = J_1(x)/J_3(x) = V_1/V_3$ , há um problema de ambigüidade de fase, ou seja, para um mesmo valor de m há vários valores possíveis de x. A situação se torna evidente quando se analisa o gráfico que relaciona a razão m, e o índice de modulação esperado (x), o que é apresentado na figura 2.10.



**Figura 2.10** - Gráfico da razão m versus x, evidenciando o problema de ambigüidade de fase (MENEZES, 2009).

Como se observa através da figura 2.10, não é possível determinar especificamente qual valor de x foi aplicado para um dado valor da razão  $m = V_1/V_3$ . Ou seja, para um dado m, calculado a partir das raias espectrais  $V_1$  e  $V_3$ , podem ocorrer infinitos valores de x que satisfaçam (2.22). Este problema de ambigüidade de fase restringe a aplicação do método à solução de problemas nos quais x aumenta gradativamente a partir de x = 0, a fim de rastrear a evolução das raízes da equação transcendental, bem como os sinais algébricos das funções de Bessel.

Objetivando resolver as dificuldades operacionais do método  $J_1/J_3$ , outros métodos imunes ao problema do desvanecimento e baseados na análise do espectro do sinal detectado foram propostos. Embora tais métodos sejam diretos (não há necessidade de resolver equações transcendentais) e não ambíguos, apresentam problemas de faixa dinâmica de demodulação limitada. Por exemplo, o método  $J_1 \dots J_4$ , somente detecta valores de *x* entre 0,2 rad e 3,8 rad (SUDARSHANAN; SRINIVASAN, 1989); o método  $J_1 \dots J_4$  modificado, opera somente entre 0,2 rad e 5,2 rad (JIN et al., 1991); o método  $J_1 \dots J_6$  opera somente entre 0,2 rad e 6,0 rad (SUDARSHANAN; CLAUS, 1993). Além disso, considera-se ainda que, para valores de *x* superiores a aproximadamente 3,83 rad, as funções de Bessel podem assumir valores negativos (ver figura 2.7) e, nesta situação, erro no cálculo dos valores do índice de modulação ocorre sendo necessário um algoritmo de correção dos sinais algébricos como proposto por JIN et al. (1991) no método  $J_1 \dots J_4$  modificado. Nesta dissertação de mestrado, será proposto, um método simples, direto, auto-consistente, imune ao desvanecimento, com faixa dinâmica superior a todos esses métodos e que não necessita de um algoritmo de correção de sinais algébricos das tensões fotodetectadas.

Porém, antes, apresenta-se um breve estudo sobre atuadores e manipuladores piezoelétricos flextensionais abordando-se suas características e algumas noções sobre seus métodos de projeto.

## Capítulo 3

### ATUADORES E MANIPULADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS

Este capítulo é dedicado ao estudo de atuadores e manipuladores piezoelétricos, analisando suas características gerais, o efeito piezoelétrico e algumas noções sobre métodos de projeto e implementação das estruturas flexíveis, utilizando o método de otimização topológica.

O efeito piezoelétrico é a capacidade de certos espécimes gerarem corrente elétrica por resposta a uma imposição de *stress* mecânico (BALLATO, 1995). São exemplos de materiais piezoelétricos os cristais de quartzo, o niobato de lítio, determinadas cerâmicas (como o titanato-zirconato de chumbo, titanato de bário, etc) e alguns polímeros (como o fluoreto de polivinilideno, o poliparaxileno, as poliamidas aromáticas, etc.).

Este efeito é reversível, pois os materiais piezoelétricos, quando sujeitos a uma tensão elétrica externa, podem sofrer variações de dimensões, como ocorre nos atuadores eletromecânicos. É neste contexto que surgem os atuadores e manipuladores piezoelétricos como sendo aqueles que produzem deslocamentos, em geral micrométricos, quando excitados por tensões de alimentação/comando relativamente baixas.

Os atuadores têm grande utilidade em vários campos de aplicação como, por exemplo, na nanotecnologia, em discos rígidos de computadores, em sistemas de fibra óptica e até mesmo na engenharia genética, quando há a necessidade de alta precisão em situações como manipulação de organelas ou inseminação artificial (LE LETTY et al., 2003; NIEZRECKI et al., 2001). Para tanto, devem ser projetados e desenvolvidos de forma sistemática, a fim de que desempenhem uma determinada função com grande precisão.

#### 3.1 Efeito Piezoelétrico

Descoberta por Jacque e Pierre Curie no final de 1880, a piezoeletricidade (ou efeito piezoelétrico direto) é definida como a capacidade que determinados materiais possuem de gerar uma polarização elétrica quando submetidos a uma deformação mecânica (BALLATO, 1995). Pouco tempo depois, descobriu-se que tal fenômeno é reversível, ou seja, quando um campo elétrico é aplicado através de um cristal, ele sofre uma deformação física e suas dimensões serão alteradas.

Em razão dos deslocamentos reais serem muito pequenos, as aplicações práticas para piezoeletricidade demoraram a surgir. No entanto, à medida que o desenvolvimento das pesquisas nessa área foram se intensificando, evidenciou-se que alguns materiais possuem melhores respostas relativamente a essa característica piezoelétrica, inclusive com maior estabilidade em relação a variações de temperatura e umidade, podendo-se destacar as cerâmicas piezoelétricas como o titanato-zirconato de chumbo (PZT), o titanato de bário (BaTiO<sub>3</sub>), o titanato de chumbo (PbTiO<sub>2</sub>), entre outros (MENEZES, 2009).

O PZT, material regularmente utilizado em atuadores, não possui características piezoelétricas em seu estado natural. Trata-se de uma cerâmica com uma estrutura multicristalina constituída por um grande número de grãos de cristais (domínios) orientados aleatoriamente. Esta orientação aleatória resulta no cancelamento do efeito piezoelétrico líquido. Por esta razão o PZT precisa ser submetido a um pré-processamento a fim de que seus domínios sejam alinhados através da técnica conhecida como polarização (*poling*). Nesta técnica um campo elétrico c.c. originado por uma tensão elétrica elevada é aplicado momentaneamente através do material, em temperatura elevada, que leva o material a uma expansão na direção axial ao campo e a uma contração na direção perpendicular. Após a remoção do campo elétrico e sob resfriamento, as regiões de dipolos elétricos que compõem o material (denominadas regiões de Weiss) orientam-se na direção do campo elétrico e o material estará permanentemente polarizado (BALLATO, 1995).

Em operação, os domínios no interior da pastilha de PZT polarizado alteram levemente suas posições quando um campo elétrico externo é aplicado. Isto causa uma pequena deformação na geometria física da pastilha. Quando o campo é removido a pastilha retorna à suas dimensões originais.

#### 3.2 Atuadores Piezoelétricos Flextensionais

O atuador piezoelétrico flextensional (APF) é constituído por uma piezocerâmica na qual é colada uma estrutura metálica flexível que tem por objetivo converter um modo de vibração em outro, redirecionar e amplificar os pequenos deslocamentos gerados pela cerâmica. A estrutura flexível faz a substituição de juntas, pinos e dobras devido à flexibilidade da peça, quando há deformação no PZT (CARBONARI, 2003).

Os tipos clássicos de atuadores piezoelétricos flextensionais são os *moonies* e os *cymbals* (DOGAN; UCHINO; NEWNHAM, 1997; NEWNHAM et al., 1993; XU et al., 1991). Ambos são ilustrados na figura 3.1. No transdutor *cymbal* o deslocamento é provocado por movimentos de flexão e rotação, diferentemente do *moonies*, onde o deslocamento é somente causado pela flexão da peça. As setas duplas informam que as estruturas metálicas amplificam e mudam a direção do deslocamento gerado pela piezocerâmica.



Figura 3.1 – Atuadores piezoelétricos flextensionais clássicos. (a) moonies. (b) cymbals (LEÃO, 2004).

Os APF's possuem diversas aplicações, como microtesouras e micropinças acionadas por sinais elétricos e, também, sistemas de micro ou nanoposicionamento, cujas vantagens em relação a sistemas convencionais são: deslocamentos com alta resolução, tempo de resposta rápido, não apresentam desgaste (por não possuírem engrenagens ou eixos de rotação), geração de forças elevadas (podendo-se chegar à ordem de 1300 N), possuem baixa susceptibilidade a campos magnéticos, consumo de potência reduzido e elevado tempo de vida (LE LETTY et al., 2003; NIEZRECKI et al., 2001).

Para que essas tarefas sejam executadas com precisão, exige-se um projeto detalhado dos dispositivos para que tenham uma geometria dedicada, capaz de gerar um deslocamento específico a cada função quando o APF for submetido a um sinal elétrico de controle. Neste texto, o projeto e a construção dos APF's se dá através do método de otimização topológica utilizando elementos finitos e o software ANSYS.

Nas pesquisas desenvolvidas no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS-UNESP há um interesse particular em posicionadores de deslocamentos da ordem de micro/nanômetros. Nesse sentido, a FEIS-Unesp mantém cooperação com o Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP, o qual projeta e implementa os APF's usando a técnica de otimização topológica. A descrição do método será apresentada de forma mais detalhada a seguir.

#### 3.3 O Método de Otimização Topológica

O método de otimização topológica consiste em se atingir, através de algoritmos computacionais, a melhor topologia da estrutura seguindo um critério de custo, distribuindo o material num espaço determinado de forma a maximizar ou minimizar a função objetivo. Para isso, o software de otimização utiliza o método de elementos finitos, através do programa de computador ANSYS para que o projeto do atuador seja realizado (BAHIA, 2005; CARBONARI, 2003; NADER, 2002).

O grande desafio do projeto final está em se obter uma estrutura metálica que será acoplada a uma piezocerâmica e que seja suficientemente flexível para obter grandes deslocamentos de saída, e suficientemente rígido para produzir força generativa, numa direção específica (SILVA; KIKUCHI, 1999; SILVA; NISHIWAKI; KIKUSHI, 2000). O método de otimização topológica é efetivo na busca de distribuição ótima de duas fases (material e vazio) no domínio de projeto, atingindo-se os resultados desejados e ainda levando-se a uma redução de material.

Na figura 3.2 ilustra-se o procedimento de otimização topológica para o projeto de um atuador piezoelétrico flextensional, o qual consiste essencialmente por seis etapas, descritas a seguir.



**Figura 3.2** – Projeto de um atuador flextensional utilizando a técnica de otimização topológica. (a) Domínio inicial. (b) Domínio discretizado em elementos finitos. (c) Topologia obtida. (d) Interpretação. (e) Verificação. (f) Manufatura (CARBONARI, 2003).

Inicialmente, é definido um domínio de projeto inicial, onde a estrutura poderá existir [figura 3.2(a)]. Nessa etapa, levam-se em consideração as condições de contorno, como regiões de aplicação de carga ou de restrição de deslocamento. Na segunda etapa [figura 3.2(b)], este domínio é discretizado em elementos finitos e todas as condições de contorno não aplicadas, constituindo entrada para o ANSYS em conjunto com o algoritmo de otimização topológica. Este algoritmo fará a análise e escolha da distribuição "ótima" de material no domínio, de modo a determinar os interstícios e conectividades da estrutura pela adição e remoção de material no domínio fixo estendido [figura 3.2(c)]. Percebe-se que nas áreas escuras há a presença de material no domínio, enquanto que nas áreas claras o domínio permanece vazio (BAHIA, 2005).

Havendo convergência no processo de otimização, o resultado é, então, interpretado através de técnicas de processamento de imagem, técnicas de otimização de forma ou ainda desenhando uma nova estrutura com base na topologia obtida na etapa anterior, como mostrado na figura 3.2(d). Para a validação dos resultados obtidos, aplicam-se filtros para definir as áreas de cinza e estabelecer o controle da estrutura, verificado, de acordo com a figura 3.2(e). Após o projeto ser verificado e corrigido, com o auxílio de algoritmos que

retificam pequenos erros ainda presentes, a peça é então produzida [figura 3.2(f)] (SILVA, 2007).

Diferentes estruturas de piezoatuadores flextensionais podem ser obtidas, objetivando a realização de tarefas variadas com a maior eficiência. Para isso alteram-se as topologias da estrutura de acoplamento e novos projetos de APF's são obtidos com melhor desempenho, para diferentes aplicações. A figura 3.3 ilustra diferentes protótipos manufaturados utilizando a mesma piezocerâmica. Cada um destes APF's foi projetado para possuir um deslocamento máximo num determinado ponto sobre sua superfície. Assim, a função objetivo em (a) estabelecia que o deslocamento fosse máximo no centro da estrutura metálica flexível, enquanto no caso (b) foi imposto que o deslocamento fosse máximo nas bordas. A designação dos APF's segue a utilizada em (SILVA et al., 2003), ou seja, fla1025 e f2b0830, respectivamente.



(b)

**Figura 3.3** – Resultados da otimização topológica. (a) Atuador f1a1025. (b) Atuador f2b0830. (SILVA et al., 2003).

A figura 3.4 apresenta os atuadores piezoelétricos flextensionais f1a1025 e f2b0830 que foram projetados e produzidos, utilizando a otimização topológica através do método de elementos finitos, pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP.



**Figura 3.4** – APF's com piezocerâmicas de 5 mm de espessura. (a) Atuador f1a1025. (b) Atuador f2b0830. (SILVA et al., 2003).

#### 3.4 Manipuladores Piezoelétricos Flextensionais

Os manipuladores piezoelétricos flextensionais consistem numa estrutura multi-flexível cuja atuação é produzida por duas ou mais porções de cerâmicas piezoelétricas. Esses mecanismos geram valores diferentes de forças e deslocamentos de acordo com a cerâmica que está sendo excitada. A estrutura multiflexível, geralmente metálica, age como um transformador mecânico que modifica e amplifica a deformação da piezocerâmica, acoplada à esta estrutura (BARBOSA, 2009).

Estes dispositivos são utilizados em áreas onde a precisão do movimento é de primordial importância como, por exemplo, a manipulação de células, instrumentos de microcirurgias, equipamentos de nanotecnologia, posicionadores de espelhos em sistemas interferométricos e em muitos sistemas microeletromecânicos (MEMS) (CARBONAARI et al., 2005).

A figura 3.5 ilustra dois diferentes tipos de micro-dispositivos projetados utilizando a técnica de otimização topológica. O primeiro modelo apresentado é um nanoposicionador

piezoelétrico XY formado por duas piezocerâmicas e, portanto, possui dois graus de liberdade (eixo X e eixo Y). O segundo modelo é uma microgarra piezoelétrica com quatro graus de liberdade, pois além de ser capaz de produzir deslocamento nos eixos X e Y, também é capaz de realizar rotação e movimento de abre-e-fecha da garra.



**Figura 3.5** – Projeto de multi-atuadores piezoelétricos flextensionais. (a) Nanoposicionador piezoelétrico XY. (b) Microgarra piezoelétrica (CARBONARI, 2007).

O projeto dos manipuladores piezoelétricos flextensionais é complexo devido ao número de movimentos de atuação ao aplicar a tensão elétrica nas piezocerâmicas. Durante a atuação surgem movimentos em direções indesejáveis que comprometem a eficiência dos movimentos de atuação, denominados movimentos acoplados (ou cruzados). Além disso, o projeto de estruturas metálicas deve ser elaborado de tal maneira que consigam conter, de forma comportada, todas as piezocerâmicas. Para a eliminação destes inconvenientes, utilizas e como ferramenta de projeto e construção o método de otimização topológica.

O procedimento de projeto de um manipulador piezoelétrico flextensional utilizando a técnica da otimização topológica e o método de elementos finitos é esquematizado na figura 3.6. Percebe-se que as etapas de projeto e construção são as mesmas utilizadas para os atuadores piezoelétricos flextensionais, figura 3.2. As mudanças são devido à quantidade de material utilizado, do número de pastilhas de PZT empregadas e das localizações dos deslocamentos a serem produzidos. Os algoritmos de projeto e avaliação e as técnicas de fabricação são basicamente as mesmas aos dos atuadores como mostra (CARBONARI, 2007; CARBONARI et al., 2005; CARBONARI; SILVA; NISHIWAKI, 2005).



**Figura 3.6** - Projeto de um manipulador flextensional utilizando a técnica de otimização topológica. (a) Domínio inicial. (b) Domínio discretizado. (c) Topologia obtida. (d) Interpretação. (e) Verificação. (f) Modelo para a produção (CARBONARI, 2007).

A figura 3.7 apresenta alguns manipuladores piezoelétricos flextensionais que foram projetados e produzidos, utilizando a otimização topológica através do método de elementos finitos, pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP.



Figura 3.7 - Exemplos de manipuladores flextensionais projetados pelo método de otimização topológica (BARBOSA, 2009).

Após a apresentação, de uma forma geral, dos atuadores e manipuladores piezoelétricos flextensionais, passa-se, na próxima seção, ao estudo das estruturas que foram utilizadas nos

experimentos realizados por Barbosa (2009) e reportados nesta dissertação de mestrado. Posteriormente, no capítulo 6, utilizar-se-á os dados adquiridos durante as medições de Barbosa (2009) em simulação no ambiente Simulink.

### **3.5 Descrição dos Atuadores e do Manipulador Piezoelétrico** Flextensionais Utilizados

Projetados e fabricados pelo Grupo de Sensores de Atuadores da Escola Politécnica da USP (EPUSP), fazendo o uso do método de otimização topológica em conjunto com o método de elementos finitos, alguns atuadores foram cedidos à FEIS-Unesp para caracterização. Destacam-se nessa dissertação, os APF's AFX-01 e AFX-02 e o manipulador MFX-01, os quais foram utilizados para parte dos ensaios propostos por Barbosa (2009) com o método de baixa profundidade de modulação e com modulação de fase triangular.

#### 3.5.1 Atuador Piezoelétrico Flextensional - AFX-01

Designado AFX-01, este atuador flextensional é constituído por uma estrutura metálica de alumínio bipartida, juntamente com a pastilha de PZT-5A fixada a essa estrutura com resina epóxi (BARBOSA, 2009).

Através da figura 3.8 é possível observar algumas fotos do AFX-01 manufaturado, evidenciando sua estrutura metálica bipartida, a piezocerâmica com os fios condutores conectados para efetuar a excitação elétrica e o espelho colado à estrutura. A piezocerâmica PZT-5A é o elemento ativo do atuador, e possui o formato de paralelepípedo, com dimensões de 30 mm x 13 mm x 3 mm, nas direções 1, 2 e 3, respectivamente. A piezocerâmica está polarizada na direção 3.

O objetivo é maximizar o deslocamento do ponto central, no topo do dispositivo. Por ser aberta nas extremidades a transmissão de deslocamento da piezocerâmica para a estrutura flexível envolve dois mecanismos: uma tensão mecânica devido a expansão/contração da espessura da piezocerâmica, e uma tensão mecânica de cisalhamento devido a expansão/contração em modo extensional. Caso os APF's sejam produzidos com estrutura flexível em monobloco, fechada nas duas extremidades, a transmissão de deslocamento por força de cisalhamento não ocorre (MENEZES, 2009).



**Figura 3.8** - Atuador piezoelétrico flextensional AFX-01 conectado a uma Piezocerâmica PZT-5A. (a) Vista lateral. (b) Vista lateral oposta. (c) Vista superior, com espelho acoplado no ponto de medição. (d) Outra vista lateral (BARBOSA, 2009).

#### 3.5.2 Atuador Piezoelétrico Flextensional - AFX-02

Diferentemente do AFX-01, este segundo atuador, também cedido pelo Grupo da EPUSP, denominado AFX-02, é formado por apenas um bloco de alumínio como estrutura flexível e por uma piezocerâmica PZT-5A, também em formato de paralelepípedo e polarizada na direção 3. As dimensões dessa piezocerâmica, porém, são de 30 mm x 14 mm x 1 mm, nas direções 1, 2 e 3, respectivamente (BARBOSA, 2009).

Na figura 3.9 apresenta-se algumas fotos do AFX-02, exibindo sua piezocerâmica acoplada onde é possível ver os terminais utilizados para a excitação da cerâmica de PZT, o espelho colado em sua superfície e sua estrutura flexível monobloco, característica desse atuador.



**Figura 3.9** - Atuador piezoelétrico flextensional AFX-02 conectado a uma Piezocerâmica PZT-5A. (a) Vista lateral. (b) Vista lateral oposta. (c) Vista superior, com espelho acoplado no ponto de medição. (d) Vista lateral no sentido longitudinal do atuador (MENEZES, 2009).

No AFX-02, o deslocamento da piezocerâmica é amplificado e redirecionado para gerar deslocamentos máximos em dois pontos da porção superior/inferior. No ponto central da superfície flexível, o deslocamento deve ser nulo (BARBOSA, 2009).

#### 3.5.3 Manipulador Piezoelétrico Flextensional - MFX-01

O multi-atuador flextensional, denominado MFX-01, foi utilizado por Barbosa (2009) como parte dos ensaios experimentais. Este manipulador, também projetado e desenvolvido pelo Grupo da EPUSP, foi construído utilizando o alumínio como matéria-prima para a estrutura flexível e as pastilhas de PZT-5A foram fixadas a esta estrutura com resina epóxi.

Na figura 3.10 observa-se a estrutura flexível do MFX-01, o qual possui dois graus de liberdade, podendo produzir deslocamentos na direção X ou na direção Y, dependendo da piezocerâmica que for excitada.



Figura 3.10 - Estrutura metálica do multi-atuador MFX-01 (BARBOSA, 2009).

A região do canto superior direito da estrutura é o local aonde serão produzidos os maiores deslocamentos e estão representados por  $\Delta u_x e \Delta u_y$ . O deslocamento em X será o deslocamento direto, quando a cerâmica que se encontra na posição vertical for excitada, sendo o deslocamento em Y, o deslocamento cruzado. De forma inversa, quando a cerâmica da posição horizontal for excitada, o acoplamento direto será o na direção Y, enquanto que o deslocamento na direção X será o acoplamento cruzado.

O procedimento de projeto e construção do MFX-01 possui as mesmas etapas que os atuadores piezoelétricos flextensionais, descritas na seção 3.3. Como um dos objetivos de projeto, desejou-se ainda que houvesse máxima deformação na direção do acoplamento direto, com um mínimo valor de acoplamento cruzado (CARBONARI, 2007).

Ilustra-se na figura 3.11 o MFX-01 manufaturado, bem como as cerâmicas PZT-5A conectadas. Na foto visualiza-se a estrutura flexível de alumínio que amplifica o deslocamento da piezocerâmica e os condutores elétricos conectados às pastilhas e que são utilizados para excitar as cerâmicas promovendo a deformação.

Esses três modelos de atuadores serão testados no capítulo 7, usando-se a interferometria óptica para medição de deslocamentos. Devido à necessidade de uma superfície reflexiva e pela dificuldade de se obter um polimento com qualidade óptica, espelhos delgados (filme metálico de 200 µm de espessura) foram colados na superfície dos APF's AFX-01, AFX-02, conforme mostrado nas figuras 3.8 e 3.9, respectivamente. Como as estruturas desses APF's são suficientemente robustas (rígidas), a presença do espelho não chega a inserir frequências de ressonâncias adicionais. Por outro lado, como a estrutura do MFX-01 é mais flexível, utilizou-se pequenos trechos de fita reflexiva (3M, Scotchlite 7610) colados nos pontos sob observação.

No capítulo seguinte será abordado o novo método de demodulação de fase óptica com modulação triangular para fins de mensurar os deslocamentos nesses atuadores, e que será o principal objeto de estudo deste trabalho.



**Figura 3.11 -** Manipulador piezoelétrico flextensional MFX-01 manufaturado com a presença das pastilhas de PZT responsáveis pelos acoplamentos direto e cruzado.

# **Capítulo 4** novo método auto-consistente de detecção de fase óptica com modulação triangular

O objetivo deste capítulo é apresentar o método de análise espectral com modulação triangular para a demodulação de fase óptica de sinais PM cuja forma geral é dada por (2.17), baseado em relações estabelecidas a partir das componentes espectrais de (2.16), bem como o cálculo da fase  $\phi_0(t)$ . Trata-se de uma técnica que possibilita o cálculo direto do deslocamento de fase óptica induzido no feixe de sinal de um interferômetro, ou então, do retardo eletro-óptico de um modulador eletro-óptico, além de, em princípio, não ser afetado por variações da intensidade óptica da fonte, visibilidade de franjas e variações aleatórias da fase  $\phi_0$ . No entanto, este método possui limitações na faixa dinâmica, cujos limites mínimo e máximo dependem do nível de ruído do sistema de medição e do desvanecimento de sinal provocado pelo ambiente, conforme será discutido adiante.

A medição da fase  $\phi_0(t)$  é baseado em uma expressão analítica, que permite estimar seu valor para uma ampla faixa dinâmica de *x*, sendo possível monitorar a influência das perturbações ambientais no sistema interferométrico, durante as medições experimentais.

Enfatiza-se que, esse método espectral é adequado para o uso com um interferômetro de Michelson de baixo custo, não havendo necessidade de deslocamento de frequência óptica, como ocorre em interferometria heteródina, nem de controle externo da fase  $\phi_0$  (utilizando interferômetros em malha fechada). Quando aplicado a um modulador eletro-óptico (a ser discutido no capítulo 6), não exige o uso de lâminas de  $\lambda/4$  para substituir a fonte de tensão  $V_{BIAS}$  (YARIV; YEH, 1984), nem o controle de temperatura ambiente para se fixar  $\phi_0$  num valor constante.

#### 4.1 Interferometria Óptica com Sinal Triangular

Com base na teoria de sistemas lineares, sabe-se que senóides são as formas de onda adequadas para caracterizar (por exemplo, através da curva de resposta em frequência) dispositivos como amplificadores, transmissores e receptores de sistemas de comunicação (CARLSON; CRILLY; RUTLEDGE, 2002). Em particular, permitem avaliar as faixas de linearidade e largura de banda. Contudo, neste trabalho, dar-se-á preferência por operar com formas de onda triangular, como no exemplo da Figura 4.1.



Figura 4.1 – Exemplo de um processo de detecção de fase óptica utilizando o sinal triangular.

Este procedimento é regularmente utilizado na caracterização de moduladores eletroópticos integrados (DOLFI; NAZARATHY, 1988) e já foi utilizado em interferometria por Barbosa (2009).

O procedimento de detecção de fase aqui utilizado se beneficia das propriedades do sinal triangular, uma forma de onda com ângulos acentuados e bem definidos (ao contrário da senóide), que proporciona uma melhor precisão experimental. Além disso, permite avaliar continuamente se o fotodiodo empregado apresenta largura de banda suficiente, bastando certificar-se que o sinal de saída também é triangular (de acordo com a amplitude da excitação de fase). Tudo isto, obviamente, quando em regime de quadratura de fase e sob baixa profundidade de modulação (NBPM ou *Narrow Band Phase Modulation*).

Lembra-se nesta dissertação, que o sinal triangular mostrado na figura 2.2 é definido ao longo de um ciclo por:

$$\Lambda(t) = \begin{cases} \frac{4x}{T}t & \text{para} & -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -\frac{4x}{T}t + 2x & \text{para} & \frac{T}{4} < t < \frac{3T}{4} \end{cases}.$$
 (4.1)

sendo x (rad) a profundidade de modulação.

Na sequência pretende-se determinar a expressão em série de Fourier da expressão da intensidade óptica no fotodetector dada por (2.16), para  $\Delta \phi(t) = \Lambda(t)$ , a qual também pode ser reescrita como:

$$I = A\{1 + V\cos(\phi_0)\cos[\Lambda(t)] - V\sin(\phi_0)\sin[\Lambda(t)]\},$$
(4.2)

sendo  $\phi_0$  a fase quase-estática,  $\Lambda(t)$  a diferença de fase induzida entre os ramos do interferômetro e A uma constante que depende da potência do laser  $(I_0)$  e da responsividade do fotodiodo (R). Neste texto, o sinal fotodetectado será representado por I ou v(t) como em (2.18), indistintamente.

Considera-se, para o cálculo da profundidade de modulação *x*, que os termos  $cos[\Delta(t)]$ e  $sen[\Delta(t)]$  estão relacionados matematicamente conforme abaixo:

$$\cos\Delta(t) = Re\{e^{j\Lambda(t)}\}$$
(4.3 - a)

e

$$sen\Delta(t) = Im\{e^{j\Lambda(t)}\},\tag{4.3-b}$$

onde  $e^{j\Lambda(t)}$  é uma função dada por:

$$u(t) = e^{j\Lambda(t)}.$$
(4.4)

Portanto, sendo (4.4) uma função complexa e periódica, pode-se aplicar a série exponencial de Fourier definida por (BUTKOV, 1968):

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t},$$
(4.5)

onde  $\omega_0 = 2\pi/T$  e  $C_n$  é dado por:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_T u(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \qquad (4.6)$$

sendo T é o período da função u(t). A partir das expressões (4.4) e (4.5), tem-se que as expressões (4.3-a) e (4.3-b) podem ser reescritas como:

$$\cos\Delta(t) = Re\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}\right\} = Re\left\{C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n e^{+jn\omega_0 t} + C_{-n} e^{-jn\omega_0 t})\right\}$$
(4.7 - a)

e

$$sen\Delta(t) = Im\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}\right\} = Im\left\{C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n e^{+jn\omega_0 t} + C_{-n} e^{-jn\omega_0 t})\right\}.$$
 (4.7 - b)

O próximo passo é calcular o coeficiente  $C_n$  para n = 0,1,2,3,... Deste modo a expressão (4.6) pode ser dada por:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{3T/4} u(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \qquad (4.8)$$

na qual se observa que a integração é executada com período T definido entre -T/4 e 3T/4 [pois,  $\Lambda(t)$  foi definida como um ciclo em (4.1)] e assim, com o auxílio de (4.1) e (4.4), a expressão (4.8) torna-se:

$$C_{n} = \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/4}^{T/4} u(t) e^{-jn\omega_{0}t} dt + \int_{T/4}^{3T/4} u(t) e^{-jn\omega_{0}t} dt \right\}$$
$$= \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/4}^{T/4} e^{j\left[\frac{4x}{T} - n\frac{2\pi}{T}\right]t} dt + \int_{T/4}^{3T/4} e^{-j\left[\frac{4x}{T} + n\frac{2\pi}{T}\right]t} e^{j2x} dt \right\}.$$
(4.9)

Na sequência, calcula-se o coeficiente,  $C_n$ , considerando primeiramente n = 0, resultando na expressão dada por:

$$C_{0} = \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/4}^{T/4} e^{j \left[\frac{4x}{T}\right]^{t}} dt + \int_{T/4}^{3T/4} e^{-j \left[\frac{4x}{T}\right]^{t}} e^{j2x} dt \right\}$$
$$= \frac{1}{4x} \left\{ \left[ e^{jx} - e^{-jx} \right] + e^{j2x} \left[ e^{-j3x} - e^{-jx} \right] \right\}$$
$$= \frac{1}{4x} \left\{ j2senx - j2senx \right\} = 0, \qquad (4.10)$$

evidenciando que o valor médio do sinal de saída é nulo conforme esperado. Para  $n \neq 0$  a expressão (4.9) torna-se:

$$C_{n} = \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/4}^{T/4} e^{j \left[\frac{(4x-2n\pi)}{T}\right]^{t}} dt + \int_{T/4}^{3T/4} e^{-j \left[\frac{(4x+2n\pi)}{T}\right]^{t}} e^{j2x} dt \right\}$$

$$= \frac{1}{T} \left\{ \left[ \frac{e^{j \frac{(4x-2n\pi)}{T}}}{j \left(\frac{(4x-2n\pi)}{T}\right)}\right]_{-T/4}^{T/4} + e^{j2x} \left[ \frac{e^{-j \frac{(4x+2n\pi)}{T}}}{-j \left(\frac{(4x+2n\pi)}{T}\right)}\right]_{T/4}^{3T/4} \right\}$$

$$= \frac{-j}{4x-2n\pi} \left\{ \left[ e^{j \left(x-\frac{n\pi}{2}\right)} - e^{-j \left(x-\frac{n\pi}{2}\right)} \right] + j \frac{e^{j2x}}{4x+2n\pi} \left[ e^{-j3 \left(x+\frac{n\pi}{2}\right)} - e^{-j \left(x+\frac{n\pi}{2}\right)} \right] \right\}$$

$$(4.11)$$

sendo possível obter a expressão  $C_n$  para n par e ímpar. Porém, antes, convém simplificar os fatores exponenciais fazendo o uso da identidade de Euler  $e^{\pm jz} = \cos(z) \pm j \operatorname{sen}(z)$  conforme abaixo:

$$e^{j\left(\frac{n\pi}{2}\right)} = \left(e^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)^{n} = (j)^{n}$$

$$= \begin{cases} (j^{2})^{\frac{n}{2}} = (-1)^{\frac{n}{2}}, \text{ para } n \text{ par,} \\ \\ j(j)^{n-1} = j(j^{2})^{\frac{n-1}{2}} = j(-1)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ para } n \text{ impar.} \end{cases}$$

$$(4.12 - a)$$

e

$$e^{-j\left(\frac{n\pi}{2}\right)} = \left(e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)^n = (-j)^n$$
  
= 
$$\begin{cases} \left[(-j)^2\right]^{\frac{n}{2}} = (-1)^{\frac{n}{2}}, \text{ para } n \text{ par,} \\ \\ \left[(-j)(-j)\right]^{n-1} = (-j)\left[(-j)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} = (-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ para } n \text{ impar.} \end{cases}$$
  
(4.12 - b)

Continuando a simplificação de outros fatores exponenciais da expressão (4.11) tem-se que:

$$e^{-j\left(\frac{3n\pi}{2}\right)} = \left(e^{-j\left(\frac{3\pi}{2}\right)}\right)^n = \left(e^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)^n = e^{j\left(\frac{n\pi}{2}\right)}$$
 (4.13 - a)

e

$$e^{j\left(\frac{3n\pi}{2}\right)} = \left(e^{j\left(\frac{3\pi}{2}\right)}\right)^n = \left(e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)^n = e^{-j\left(\frac{n\pi}{2}\right)},$$
 (4.13 - b)

os quais, como se pode observar, devem resultar nas mesmas relações, dadas em (4.12-a) e (4.12-b), respectivamente.

Calcula-se agora, os valores de  $C_n$ , com n par e ímpar, para as expressões (4.7-a) e (4.7b). Primeiramente, o desenvolvimento matemático de (4.7-a) com n par, lembrando que  $C_0 = 0$  [como mostra (4.10)], são realizadas conforme abaixo:

$$cos\Delta(t) = Re \left\{ \sum_{\substack{n \text{ par} \\ n=0}}^{\infty} \left( \frac{-je^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} \left[ e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] + \frac{je^{j2x}e^{jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] - \frac{je^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \left[ e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-j) (-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] + \frac{je^{j2x}e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] \right\}.$$

$$(4.14)$$

E, novamente, usando a relação de Euler  $e^{\pm z} = \cos(z) \pm j \operatorname{sen}(z)$  tem-se que:
$$cos\Delta(t) = Re\left\{-\sum_{\substack{n \text{ par}\\n=0}}^{\infty} j(-1)^{\frac{n}{2}} 2senx\left[\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi}\right]\right\}$$
$$= Re\left\{-\sum_{\substack{n \text{ par}\\n=0}}^{\infty} j(-1)^{\frac{n}{2}} 2jsenx. 2cos(n\omega_0 t)\left[\frac{1}{4x - 2n\pi} + \frac{1}{4x + 2n\pi}\right]\right\}$$
$$= Re\left\{4senx\sum_{\substack{n \text{ par}\\n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n}{2}} cos(n\omega_0 t)\left[\frac{4x + 2n\pi + 4x - 2n\pi}{(4x)^2 - (2n\pi)^2}\right]\right\}$$
$$= 8xsenx\sum_{\substack{n \text{ par}\\n=0}}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2}\right]cos(n\omega_0 t).$$
(4.15)

No desenvolvimento matemático de (4.7-a) com n ímpar, tem-se que:

$$cos\Delta(t) = Re \left\{ \sum_{\substack{n \text{ impar}\\n=0}}^{\infty} \left( \frac{-je^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} \left[ e^{jx} (-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{-jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] + \frac{e^{j2x}e^{jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] - \frac{je^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \left[ e^{jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{-jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] + \frac{e^{j2x}e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] \right\}.$$
(4.16)

E usando a relação de Euler, (4.16) torna-se:

$$cos\Delta(t) = Re\left\{-\sum_{\substack{n \text{ impar}\\n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2cosx \left[\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi}\right]\right\}$$
$$= Re\left\{-\sum_{\substack{n \text{ impar}\\n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2cosx. 2jsen(n\omega_0 t) \left[\frac{1}{4x - 2n\pi} + \frac{1}{4x + 2n\pi}\right]\right\}$$

$$= Re\left\{-4jcosx\sum_{\substack{n\,\text{impar}\\n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}}sen(n\omega_0 t)\left[\frac{8x}{(4x)^2 - (2n\pi)^2}\right]\right\} = 0.$$
(4.17)

Percebe-se que (4.17) apresenta o fator imaginário j e sendo  $cos\Delta(t)$  dado pela parte real do termo entre chaves, tem-se que, para n ímpar, (4.17) é nulo.

Realiza-se, agora, o cálculo de  $sen\Delta(t)$ , com *n* par, em (4.7-b) conforme abaixo:

$$sen\Delta(t) = Im \begin{cases} \sum_{\substack{n \text{ par} \\ n=0}}^{\infty} \left( \frac{-je^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} \left[ e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] + \\ +j \frac{e^{j2x} e^{jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \left[ e^{-j3x} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] - \\ -\frac{je^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \left[ e^{jx} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] + \\ +j \frac{e^{j2x} e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} \left[ e^{-j3x} (-1)^{\frac{n}{2}} - e^{-jx} (-1)^{\frac{n}{2}} \right] \end{cases}$$

$$(4.18)$$

Novamente, usando a relação de Euler em (4.18) tem-se que:

$$sen\Delta(t) = Im \left\{ \sum_{\substack{n \text{ par} \\ n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n}{2}} \left[ -j\left(e^{jx} - e^{-jx}\right) \left(\frac{e^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi}\right) + \right. \\ \left. + je^{j2x} \left(e^{j3x} - e^{-jx}\right) \left(\frac{e^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi}\right) \right] \right\} \\ = Im \left\{ -\sum_{\substack{n \text{ par} \\ n=0}}^{\infty} j(-1)^{\frac{n}{2}} \left(e^{jx} - e^{-jx}\right) \left[\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi}\right] \right\} \\ = Im \left\{ -\sum_{\substack{n \text{ par} \\ n=0}}^{\infty} j(-1)^{\frac{n}{2}} 2jsenx. 2cos(n\omega_0 t) \left[\frac{1}{4x - 2n\pi} + \frac{1}{4x + 2n\pi}\right] \right\} = 0. \quad (4.19)$$

Observa-se que em (4.19) ocorre o fator imaginário  $j^2$ , o qual equivale a -1, portanto, o termo entre chaves é puramente real. Sendo  $sen\Delta(t)$  dada pela parte imaginária deste termo, tem-se que, para *n* par, (4.19) é nulo.

Por fim, realiza-se o cálculo de  $sen\Delta(t)$ , com *n* ímpar, em (4.7-b) conforme abaixo:

$$sen\Delta(t) = Im \left\{ \sum_{\substack{n \text{ impar}\\n=0}}^{\infty} \left( \frac{-je^{jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} \left[ e^{jx} (-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{-jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] + \frac{e^{j2x}e^{jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] - \frac{je^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \left[ e^{jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{-jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] + \frac{e^{j2x}e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} e^{-j2x} \left[ e^{-jx}(-j)(-1)^{\frac{n-1}{2}} - e^{jx}j(-1)^{\frac{n-1}{2}} \right] \right\}.$$
(4.20)

E através da relação de Euler tem-se que:

$$sen\Delta(t) = Im \left\{ -\sum_{\substack{n \text{ impar} \\ n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2cosx \left[ \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x - 2n\pi} + \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{4x + 2n\pi} \right] \right\}$$
$$= Im \left\{ -\sum_{\substack{n \text{ impar} \\ n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} 2cosx. 2jsen(n\omega_0 t) \left[ \frac{1}{4x - 2n\pi} + \frac{1}{4x + 2n\pi} \right] \right\}$$
$$= Im \left\{ -4jcosx \sum_{\substack{n \text{ impar} \\ n=0}}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} sen(n\omega_0 t) \left[ \frac{4x + 2n\pi + 4x - 2n\pi}{(4x)^2 - (2n\pi)^2} \right] \right\}$$
$$= -8xcosx \sum_{\substack{n \text{ impar} \\ n=0}}^{\infty} \left( \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2} \right) sen(n\omega_0 t).$$
(4.21)

Substituindo (4.15), (4.17), (4.19) e (4.21) em (4.2), tem-se a intensidade óptica de saída dada por:

$$I = A \left\{ 1 + V\cos(\phi_0) 8x sen(x) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{par}}}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2} \right] \cos(n\omega_0 t) + V\sin(\phi_0) 8x \cos(x) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{impar}}}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2} \right] \sin(n\omega_0 t) \right\}.$$
(4.22)

Na expressão (4.22) a fase "estática"  $\phi_0$  varia arbitrariamente no tempo. Conforme já discutido na seção 2.3, devido às flutuações térmicas, turbulências de ar e vibrações mecânicas, mesmo que imperceptíveis, ocorrem variações aleatórias indesejáveis em  $\phi_0$ .

Se o sinal I em (4.22) estiver acoplado a um analisador de espectros de varredura, será possível observar as amplitudes das componentes harmônicas pares e ímpares, conforme esquematizado na figura 4.2, dadas por:

$$V_{n} = \begin{cases} 0 & \text{para } n = 0, \\ AV \cos\phi_{0} \frac{8x \operatorname{senx} (-1)^{\frac{n}{2}}}{4x^{2} - (n\pi)^{2}} & \text{para } n \operatorname{par}, \\ AV \operatorname{sen}\phi_{0} \frac{8x \cos x (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{4x^{2} - (n\pi)^{2}} & \text{para } n \operatorname{impar.} \end{cases}$$
(4.23)



Figura 4.2 – Espectro de magnitudes das harmônicas do sinal detectado.

Devido às variações aleatórias de  $\phi_0$ , observa-se, em um osciloscópio, que as magnitudes das raias variam a todo momento. Como  $sen\phi_0$  aumenta quando  $cos\phi_0$  diminui, e vice-versa, a magnitude das raias para *n* ímpar aumentam quando a magnitude das raias para *n* par diminuem, e vice-versa.

Conforme esquematizado na figura 4.1, quando a profundidade de modulação é pequena, isto é,  $x \ll \pi/2$  rad, o sinal detectado, v(t), é uma réplica de  $\Delta\phi(t) = \Lambda(t)$ . Isto pode ser observado em um exemplo de sinal adquirido em laboratório e em simulações em Matlab, quando  $\phi_0 = \pi/2$  rad, como mostra a figura 4.3 (válidos para o interferômetro polarimétrico discutido no capítulo 6). Em a) apresenta-se a tela do osciloscópio contendo, acima do sinal fotodetectado (azul), o sinal de excitação (amarelo) aplicado com tensão de 30,4 V<sub>pp</sub> e em b) é simulado o sinal de fase quando  $x \ll \pi/2$  rad. Contudo, percebeu-se que no método de análise espectral com modulação triangular, ao se aumentar a amplitude do sinal de modulação após um certo patamar, o sinal fotodetectado passa a não ter mais o formato triangular, o que também pode ser observado com um osciloscópio. Por exemplo, em c) tem-se o sinal de fase quando  $\phi_0 = \pi/2$  rad e  $x = \pi/2$  rad o sinal interferométrico é uma senóide perfeita. Por outro lado, quando  $x > \pi/2$  rad, o sinal fotodetectado é uma versão distorcida de  $\Lambda(t)$ : em e) o sinal de excitação (amarelo) é aplicado com 142 V<sub>pp</sub> e em f) é simulado o sinal de fase para  $x > \pi/2$  rad.



Figura 4.3 (continua...)



**Figura 4.3** – Processo de detecção de fase com  $\phi_0 = \pi/2$  rad. a)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 30,4 V<sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); b) Simulação do sinal de fase para  $x \ll \pi/2$  rad; c)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 78 V<sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); (d) Simulação do sinal de fase para  $x = \pi/2$  rad. e)Visualização em osciloscópio: sinal de excitação com 142 V<sub>pp</sub> e sinal fotodetectado (abaixo); f) Simulação do sinal de fase para  $x = \pi/2$  rad.

Nas figuras 4.3 (b), (d) e (f),  $\phi_0 = \pi/2$  rad e o espectro do sinal de saída pode ser obtido à partir de (4.22) ou (4.23), neste caso ocorre somente a presença de harmônicas ímpares. O mesmo não ocorre para  $\phi_0$  arbitrário, onde podem existir harmônicas pares e ímpares, dependendo do valor de *x*.

Na próxima seção apresenta-se a técnica dedicada à demodulação de fase óptica usando os coeficientes ímpares, aqui denominados  $b_1$  e  $b_3$  conforme:

$$b_n(x) = \frac{8x \cos x (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2}, \quad \text{para } n \text{ impar,}$$
(4.24)

os quais são imunes ao desvanecimento e que permitem extrair a profundidade de modulação *x*.

#### 4.2 O Novo Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

O método  $b_1/b_3$  é originalmente aplicado a um interferômetro de Michelson homódino. Nesta técnica, executam-se as medições das amplitudes das componentes fundamental ( $V_1$ ) e terceira harmônica ( $V_3$ ) de (4.22) ou (4.23) e calcula-se a razão entre as mesmas. Recorrendose a (4.23), observa-se que tal razão resulta em:

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{|AVsen\phi_0 b_1|}{|AVsen\phi_0 b_3|} = \frac{|b_1(x)|}{|b_3(x)|} = m,$$
(4.25)

onde  $b_n(x)$  está representado pela expressão (4.24). Admite-se que as componentes  $b_1$  e  $b_3$  sejam mensuradas com um analisador de espectros o qual detecta somente a magnitude (módulo) das raias espectrais. Esta relação entre os coeficientes ímpares é semelhante ao método  $J_1/J_3$ , proposto no artigo clássico de Deferrari, Darby e Andrews (1967) e descrita no capítulo 2, porém, possui solução analítica ao extrair o valor de x, ao contrário da técnica  $J_1/J_3$  que resulta em uma equação transcendental.

Percebe-se que durante o cálculo da razão (4.25), o qual envolve somente raias espectrais com n ímpar, os termos  $sen\phi_0$  são cancelados. Com isso, o cálculo de x independe do valor de  $\phi_0$  e, portanto, é imune ao desvanecimento. Além disso, tal cálculo não apresenta o termo AV, ou seja, também independe da estabilidade da fonte óptica (laser) ou da visibilidade das franjas.

Na figura 4.4 ilustra-se o comportamento das componentes  $|b_1| \in |b_3|$  para valores de x entre 0 e 20 rad. Observa-se que em vários pontos podem ocorrer  $|b_1|/|b_3| = 0/0$ .



**Figura 4.4** – Comportamento das componentes  $|b_1| \in |b_3|$  para valores de *x* entre 0 e 20 rad.

Substituindo (4.24) em (4.25) com valores de *n* iguais a n=1 e n=3, obtém-se:

$$\frac{|b_1(x)|}{|b_3(x)|} = \left| \frac{8x \cos x}{4x^2 - \pi^2} \right| \times \left| \frac{4x^2 - 9\pi^2}{-8x \cos x} \right|$$
$$= \left| \frac{4x^2 - 9\pi^2}{4x^2 - \pi^2} \right| = \frac{V_1}{V_3} = m(x).$$
(4.26)

Elevando ao quadrado os dois membros de (4.26), tem-se a equação biquadrada dada por:

$$x^{4} - x^{2} \frac{\pi^{2} \{9 - [m(x)]^{2}\}}{2\{1 - [m(x)]^{2}\}} + \frac{\pi^{4} \{81 - [m(x)]^{2}\}}{16\{1 - [m(x)]^{2}\}} = 0,$$
(4.27)

cujas soluções são:

$$x_1^2 = \frac{\pi^2 [9 - m(x)]}{4[1 - m(x)]}$$
(4.28)

e

$$x_2^2 = \frac{\pi^2 [9 + m(x)]}{4[1 + m(x)]}.$$
(4.29)

Conforme se observa em (4.25), m(x) deve ser positivo. Assim, por exemplo, fazendose  $x_1 = 0$  em (4.28), obtém-se m = 9, e,  $x_2 = 0$  em (4.29), obtém-se m = -9. Portanto, somente a solução (4.28) é verdadeira, e assim:

$$x = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{[9 - m(x)]}{[1 - m(x)]}}.$$
(4.30)

Conforme previsto, através de (4.30), este método permite estimar x de forma direta (não é necessário resolver equações transcendentais), independente de  $\phi_0$  [os quais são cancelados na divisão entre o numerador e denominador de (4.25)] e, portanto, é imune ao desvanecimento ocasionado por perturbações ambientais. O cálculo de x também independe

de *AV*, sendo insensível à variações na fonte óptica e visibilidade das franjas. O método é auto-consistente, isto é, não necessita aferir o sistema com nenhum padrão de calibração, e, como (4.30) não envolve funções periódicas, não se gera o problema de não-reciprocidade de fase.

Ademais dessas vantagens, o método  $b_1/b_3$  possui algumas desvantagens, como a necessidade do sinal de excitação ser triangular o que pode conduzir ao fenômeno de "*tracking error*" na caracterização de atuadores piezoelétricos operando em altas frequências (BARBOSA, 2009; LEÃO, 2004). Além disso, a largura de banda do fotodiodo deve ser elevada o suficiente para detectar as harmônicas significativas de  $sen\Delta(t)$ . Não se deve operar na condição  $\phi_0 = n\pi$  rad, *n* inteiro, pois (4.25) conduziria a uma indeterminação (zero dividido por zero). Outro problema possível neste método é o fato de que, na prática, existe um limite inferior para detecção do índice de modulação imposta pelo ruído eletrônico, conforme será discutido a seguir.

#### 4.2.1 Inserção do Ruído Branco Usando o Método $b_1/b_3$

Conforme discutido no Capítulo 2, os fotodiodos são dispositivos optoeletrônicos capazes de detectar a potência óptica incidente (I) e convertê-la em uma corrente/tensão elétrica proporcional v(t). Em um fotodiodo aparecem diversos tipos de ruídos eletrônicos como, por exemplo, o ruído quântico, o ruído de corrente de escuro, de corrente de fuga, e outros (TAKIY, 2009a).

Esse tipo de deterioração de sinal é muito difícil de compensar, pois não possui uma expressão matemática no tempo que a descreva deterministicamente, não podendo ser prognosticado, a não ser em termos de probabilidade. Além disso, em princípio, os ruídos possuem energia infinita, o que os torna teoricamente eternos. Sendo assim, o ruído é caracterizado como sinal de potência aleatório e, portanto não se pode prever com exatidão sua forma de onda (CARLSON; CRILLY; RUTLEDGE, 2002).

Uma forma de se mensurar a qualidade do sistema, quando na presença de ruído, é o cálculo da SNR (do inglês *Signal-to-Noise Ratio*), definida como a relação entre a potência do sinal de informação e a potência do ruído. Em um interferômetro, a SNR é medida na saída do fotodetector, devendo ser consideradas todas as fontes de ruído presentes. Em geral, o sinal e

o ruído variam no tempo de forma não determinística. Considerando-se o ruído um processo estacionário, uma SNR média pode ser obtida se as medições forem executadas durante um longo período de tempo.

Na literatura há diversos trabalhos que consideram a influência do ruído sobre a detecção de sinais interferométricos como no artigo de Sudarshanam (1992) para o método  $J_1 \dots J_4$ , no qual considerou-se como predominante a tensão do ruído do tipo 1/f. Contudo, Marçal (2008) concluiu que este tipo de ruído somente é expressivo em frequências muito baixas. Para frequências usualmente utilizadas no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS-UNESP (entre centenas de Hz a centenas de kHz), a fonte de ruído predominante é o ruído branco gaussiano.

Nesta seção faz-se uma análise da influência do ruído branco, cuja potência é distribuída uniformemente no espectro de freqüências utilizando o software Matlab. Ruídos como o *shot* e o térmico, presentes na fotodetecção, são tipos de ruído branco (CARLSON; CRILLY; RUTLEDGE, 2002).

A influência do ruído nos cálculos da profundidade de modulação de fase, usando o método  $b_1/b_3$ , leva a um erro absoluto de fase, estabelecido como:

$$\Delta x = x' - x, \tag{4.31}$$

sendo x o valor esperado da profundidade de modulação e x' o valor estimado, calculado usando o método discutido e a presença de ruído. O erro relativo percentual, calculado em módulo, é definido por:

$$\Delta x_r = \frac{|\Delta x|}{x} \times 100\%.$$
(4.32)

O ruído conduz ao erro que limita a faixa dinâmica do método, estabelecendo um limiar mínimo, definido como MDPS (*Minimun Detectable Phase Shift*), o mínimo desvio de fase detectável, correspondente a um erro percentual de 100% (SUDARSHANAM, 1992, SUDARSHANAM; CLAUS, 1993). O limiar máximo normalmente é estabelecido de forma arbitrária dependendo da aplicação. Um valor de erro absoluto igual a 0,05 rad costuma ser adotado uma vez que é bastante conservador.

Na presença de ruído branco gaussiano, (4.25) deve ser modificada para:

$$m(x) = \frac{|b_1(x)| + K}{|b_3(x)| + K},$$
(4.33)

onde K é o fator de ruído na frequência fundamental, obtido de:

$$K = \frac{V_{RI}}{AV}, \qquad (4.34)$$

em que  $V_{RI}$  é a tensão eficaz de ruído na frequência fundamental. O valor de *K* pode ser estimado a partir do espectro de magnitude de tensão fotodetectada (SUDARSHANAM, 1992). Em (4.34), considera-se um nível de ruído medido em um longo intervalo de tempo, o que é uma aproximação válida desde que o ruído seja estacionário.

Para as simulações apresentadas a seguir utilizou-se o fator de ruído K = 0,0004 para o ruído branco. Este fator foi obtido em simulações realizadas por Marçal (2008) e será considerado nas próximas análises realizadas.

Com a inserção do ruído branco na formulação apresentada para o método  $b_1/b_3$ , a profundidade de modulação x pode ser estimada (x'), a partir de (4.30), como:

$$x' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{[9 - m(x)]}{[1 - m(x)]}},$$
(4.35)

onde m(x) é dado por (4.33).

Nas figuras 4.5 e 4.6 ilustram-se os gráficos, elaborados utilizando-se o Matlab, de x' versus x, e, de  $\Delta x = (x' - x)$  versus x, respectivamente. Adotou-se K = 0,0004 e  $\phi_0 = \pi/4$  rad. Consta-se também na figura 4.6, as retas  $\Delta x = \pm x$ , que são utilizadas para estimar o MDPS, ou seja, o valor de x no qual  $\Delta x = x$ .



**Figura 4.5** – Gráfico de x' versus x para o método de b1/b3.



**Figura 4.6** – Gráfico de  $\Delta x$  versus x para o método do b1/b3.



**Figura 4.7** – Gráfico de  $\Delta x$  versus *x* para o método do b1/b3 em detalhe.

Observa-se na figura 4.5, que o gráfico de x' versus x apresenta uma primeira singularidade significativa em, aproximadamente, 7,8 rad, quando  $V_1$  e  $V_3$  tornam-se tão pequenos (ver figura 4.4) chegando ao nível de ruído. Na figura 4.7, apresenta-se um detalhe em torno da origem da figura 4.6, que permite estabelecer que o MDPS do método  $b_1/b_3$  é aproximadamente 0,097 rad. Adotando-se, então, um erro máximo de  $\pm 0,05$  rad para o extremo superior de x, a máxima fase detectável antes que a descontinuidade ocorra é aproximadamente 8 rad, como revela a figura 4.5. Pode-se afirmar, portanto, que a faixa dinâmica do método  $b_1/b_3$  está entre 0,097 e 8 rad, mostrando ser superior aos métodos  $J_1 \dots J_4$ ,  $J_1 \dots J_4$  modificado e  $J_1 \dots J_6$ -pos.

Analisando-se o gráfico da figura 4.6, verifica-se que o nível de ruído eletrônico potencializa o erro no cálculo de x nas regiões de singularidades superiores a x = 7,8 rad. Isto se deve ao fato de que as SNRs calculadas para as harmônicas ímpares são tão pequenas chegando ao nível de ruído, levando o cálculo de x pela aplicação do método  $b_1/b_3$  à erros significativos.

Além disso, pela figura 4.4, nota-se que existem dois valores de x que podem gerar singularidades antes de x = 7,8 rad, a saber, em x = 1,57 rad e x = 4,71 rad. Porém, estes valores de x não constituem singularidades, pois não ocorre a indeterminação do tipo m = 0/0 como será mostrado. Primeiramente, é efetuado o cálculo de  $b_n$ , (4.24), fazendo n = 1 e  $x = \pi/2$  rad obtendo-se:

$$b_{1}(x) = \lim_{x \to \pi/2} b_{1}(x) = \frac{8x\cos(x)}{4x^{2} - \pi^{2}} = \lim_{x \to \pi/2} \left[ \frac{8x\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{(2x - \pi)(2x + \pi)} \right]$$
$$= \lim_{x \to \pi/2} \left\{ \left[ \frac{8x}{-2(2x - \pi)} \right] \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} \right] \right\}.$$
(4.36)

Apenas o segundo termo entre as chaves de (4.36) possui singularidade em  $x = \pi/2$ rad. Logo, fazendo  $t = \frac{\pi}{2} - x \operatorname{com} t \to 0$  tem-se:

$$b_1(\pi/2) = \frac{8\left(\frac{\pi}{2}\right)}{-2\left[2\left(\frac{\pi}{2}\right) + \pi\right]} \lim_{t \to 0} \frac{sen(t)}{t} = -1.$$
(4.37)

Calculando agora (4.24) para n = 3 e  $x = \pi/2$  rad, tem-se:

$$b_3(\pi/2) = \frac{8(\pi/2)\cos(\pi/2)(-1)}{4(\pi/2)^2 - 3\pi^2} = \frac{0}{\pi^2 - 3\pi^2} = 0.$$
(4.38)

Através de (4.37) e (4.38) tem-se que o cálculo da razão entre as tensões, (4.25), é nulo e a profundidade de modulação pode ser determinada através de (4.30), obtendo-se:

$$x = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{(9-0)}{(1-0)}} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$$
(4.39)

Fazendo, agora, os cálculos de  $b_1$  e  $b_3$  para  $x = 3\pi/2$  rad, temos que:

$$b_1(3\pi/2) = \frac{8(3\pi/2)\cos(3\pi/2)}{4(3\pi/2)^2 - \pi^2} = \frac{0}{9\pi^2 - \pi^2} = 0.$$
(4.40)

e

$$b_{3}(x) = \lim_{x \to 3\pi/2} b_{3}(x) = \frac{8x\cos(x)(-1)}{4x^{2} - 3\pi^{2}} = \lim_{x \to 3\pi/2} \left[ \frac{-8x\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{(-2)(2x + 3\pi)\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} \right]$$
$$= \lim_{x \to \pi/2} \left\{ \left[ \frac{4x}{(2x + 3\pi)} \right] \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} \right] \right\}.$$
(4.41)

Apenas o segundo termo entre as chaves de (4.41) possui singularidade em  $x = 3\pi/2$ rad. Logo, fazendo  $t = \frac{3\pi}{2} - x \mod t \to 0$  e sabendo da propriedade da função seno que sen(t) = -sen(x + t), tem-se:

$$b_{3}(3\pi/2) = \frac{8\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\left[2\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 3\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right]} \lim_{t \to 0} \frac{sen(t)}{t} = 1.$$
(4.42)

A partir de (4.40) e (4.42) tem-se que o cálculo da razão entre as tensões, (4.25), tende ao infinito e a profundidade de modulação pode ser determinada através do cálculo do limite de (4.30), obtendo-se:

$$\lim_{m(x)\to\infty} x = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m(x)\left[\frac{9}{m(x)} - 1\right]}{m(x)\left[\frac{1}{m(x)} - 1\right]}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{1} = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$
(4.43)

Como se observa, em x = 1,57 rad e x = 4,71 rad não ocorre indeterminações no cálculo da profundidade de modulação, mostrando que o método realmente funciona para uma faixa dinâmica entre 0,097 e 8 rad.

#### 4.2.2 Dependência do Método $b_1/b_3 \operatorname{com} \phi_0$

Um outro problema na exatidão e no desempenho de um interferômetro é a variação aleatória de  $\phi_0$ , o que torna complicada a operação estável dos sensores interferométricos sem realimentação ativa. Na expressão (4.25) considerou-se que o fator  $sen\phi_0$  presente no numerador e denominador, em princípio, foi automaticamente cancelado. Na realidade, a fim de levar em conta o efeito de  $\phi_0$  na presença de ruído, a expressão (4.25) deve preservar o fator  $sen\phi_0$  no numerador e no denominador. Desta forma aplicou-se o método  $b_1/b_3$  nesta condição, e plotou-se o gráfico de x' em função de  $\phi_0$ , considerando o valor esperado x = 1rad.



**Figura 4.8** – Relação entre a profundidade de modulação estimada x' em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado x = 1 rad, aplicando o método  $b_1/b_3$ .

Observa-se na figura 4.8 que o valor de x recuperado (valor estimado) encontra-se próximo a x = 1 rad, a não ser nas regiões de singularidades com  $\phi_0 = n\pi$  rad, n inteiro, onde tem-se  $sen\phi_0 = 0$ , o que resulta em harmônicas ímpares nulas conduzindo-se a uma indeterminação em (4.25) potencializada pelo ruído branco.

Nesta simulação realizada para o método  $b_1/b_3$ , mantendo-se x = 1 rad e variando-se  $\phi_0$ , mostra-se que, assumindo desvanecimento aleatório de sinal devido à  $\phi_0$ , a probabilidade de erro pela aplicação do novo método é menor que nos métodos  $J_1 \dots J_4$ ,  $J_1 \dots J_4$  modificado e  $J_1 \dots J_6$ . Isto ocorre devido à eliminação de singularidades nos pontos em que  $\phi_0 = n\pi/2$  rad, n inteiro, pelo fato das harmônicas pares não terem sido utilizadas no cálculo de x pelo emprego do novo método. O problema se restringe a  $\phi_0 = n\pi$  rad, ao contrário dos métodos convencionais usando funções de Bessel.

Verificando-se a ocorrência de singularidades quando  $\phi_0$  torna-se múltiplo inteiro de  $\pi$ rad, pode-se concluir que pontos eventualmente situados fora da reta x' em função de x, dentro da faixa dinâmica do método, provavelmente se deverão às singularidades causadas por  $\phi_0$ . Portanto, o cálculo de  $\phi_0$ , a partir dos dados experimentais, será importante.

#### 4.3 Cálculo de $\phi_0$

O cálculo de  $\phi_0$  permite avaliar se, na prática, os gráficos de x' versus x são confiáveis. Ou seja, permite verificar se um dado valor de x' calculado experimentalmente está fora da reta x' versus x porque  $\phi_0$  assumiu um valor igual a um múltiplo inteiro de  $\pi$  rad, no momento da medição, ou se é por algum outro motivo qualquer. Se acontecer o primeiro caso, e o número de pontos da reta for suficientemente elevado, bastaria descartar esta medição duvidosa.

No método de medição de  $\phi_0$ , baseado na análise espectral, tem-se que a intensidade óptica de saída (4.22) pode ser reescrita como:

$$I = A \left\{ 1 + V\cos(\phi_0) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{par}}}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + V\sin(\phi_0) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{impar}}}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \right\}, \quad (4.44)$$

sendo  $a_n \in b_n$  harmônicas pares e ímpares, respectivamente, dadas por:

$$a_n(x) = 8xsen(x) \left[ \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2} \right]$$
(4.45 - a)

e

$$b_n(x) = 8x\cos(x) \left[ \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{4x^2 - (n\pi)^2} \right].$$
 (4.45 - b)

Assim, fazendo n = 1, 2, 3, 4, ... tem-se que a intensidade óptica de saída (4.44) é dada por:

$$I = A + AV cos(\phi_0) \{ a_2 cos(2\omega_0 t) + a_4 cos(4\omega_0 t) + \cdots \}$$
  
+ AV sen(\phi\_0) \{ b\_1 sen(\omega\_0 t) + b\_3 sen(3\omega\_0 t) + \cdots \}, (4.46)

Na prática, (4.46) pode ser reescrito como:

$$I_{\text{medido}} = DC + V_2 cos(2\omega_0 t) + V_4 cos(4\omega_0 t) + \dots + V_1 sen(\omega_0 t) + V_3 sen(3\omega_0 t) + \dots,$$
(4.47)

onde *DC* é um valor constante e  $V_n$  são as amplitudes das harmônicas pares e ímpares [dadas em (4.23)] obtidas durante a medição.

Neste método, os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  estão relacionados segundo a razão das raias espectrais  $V_1$  e  $V_2$  mensurados conforme:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{AVsen(\phi_0)b_1}{AVcos(\phi_0)a_2} = tg(\phi_0)\left(\frac{b_1}{a_2}\right).$$
(4.48)

Substituindo (4.45-a) e (4.45-b), para n = 2 e n = 1, respectivamente, em (4.48), temse:

$$tg(\phi_{0}) = \left(\frac{V_{1}}{V_{2}}\right) \left(\frac{a_{2}}{b_{1}}\right) = \left(\frac{V_{1}}{V_{2}}\right) \left\{ \frac{8xsen(x) \left[\frac{(-1)^{\frac{2}{2}}}{4x^{2} - (2\pi)^{2}}\right]}{8xcos(x) \left[\frac{(-1)^{\frac{1-1}{2}}}{4x^{2} - (\pi)^{2}}\right]} \right\}$$
$$= \left(\frac{V_{1}}{V_{2}}\right) \left\{ tg(x) \frac{\left[\frac{-1}{4x^{2} - (2\pi)^{2}}\right]}{\left[\frac{1}{4x^{2} - \pi^{2}}\right]} \right\}$$
$$= -tg(x) \left(\frac{4x^{2} - (\pi)^{2}}{4x^{2} - 4\pi^{2}}\right) \left(\frac{V_{1}}{V_{2}}\right), \qquad (4.49)$$

a partir do qual é possível extrair o valor de  $\phi_0$  através de:

$$\phi_0 = \operatorname{arctg}\left\{\frac{V_1}{V_2} \left[\frac{x^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{x^2 - \pi^2}\right] tg(x)\right\}.$$
(4.50)

sendo que  $V_1$  e  $V_2$  são mensurados, e, x é calculado pelo método  $b_1/b_3$ .

Neste capítulo estudou-se a aplicação do método de demodulação de fase óptica com modulação triangular baseado no espectro do sinal fotodetectado, seus benefícios e limitações, bem como sua faixa dinâmica de aplicação. No capítulo seguinte o método  $b_1/b_3$  será simulado utilizando o aplicativo Simulink.

### Capítulo 5

### SIMULAÇÕES DINÂMICAS APLICANDO O MÉTODO b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Neste capítulo, descreve-se a implementação no Simulink do método  $b_1/b_3$  discutido no capítulo 4. O Simulink é um software para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos. Trata-se de uma extensão do Matlab (KARRIS, 2006). Através do modelo apresentado no Simulink obtêm-se vários resultados gráficos, possibilitando compará-los e avaliar a eficiência do novo método  $b_1/b_3$  com modulação triangular em simulações dinâmicas com ruído branco.

Um software de desenvolvimento similar é o Labview, produzido pela *National Instruments*. Trata-se de um ambiente de simulação e desenvolvimento que também fornece ao usuário uma interface gráfica para o desenvolvimento e simulação de sistemas dinâmicos. O sistema elaborado nesta dissertação no ambiente Simulink, conforme será descrito na próxima seção, pode ser ajustado para o ambiente de software do Labview em aplicações futuras (KEHTARNAVAZ; GOPE, 2006).

A motivação para a implementação do método  $b_1/b_3$  em ambiente gráfico de simulação em computador, se deve à possibilidade de comparação de dados teóricos, obtidos em Matlab com ruído estacionário e  $\phi_0$  fixo, com resultados da simulação com ruído dinâmico e  $\phi_0$ variável, os quais se aproximam mais da prática. Da mesma forma, escolheu-se o Simulink para implementação e teste devido à praticidade de alteração de parâmetros e obtenção de resultados gráficos durante as simulações. A eficácia da utilização do Simulink para simular dinamicamente o interferômetro e métodos de demodulação de fase como o  $J_1 \dots J_3$ ,  $J_1 \dots J_4$ ,  $J_1 \dots J_6$  e outros, já foi comprovada nos trabalhos de Marçal (2008) e Takiy (2009b).

#### 5.1 Implementação do Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub> no Simulink

Primeiramente vale ressaltar algumas características do Simulink, pois trata-se de um software que permite a modelagem de sistemas lineares e não lineares em tempo contínuo, tempo discreto ou um modelo híbrido, podendo trabalhar com diferentes partes que são amostradas sob diferentes taxas de amostragens. As simulações são interativas, o que permite alterar os parâmetros e imediatamente verificar o comportamento do sistema. O acesso instantâneo a todas as ferramentas de análise, como a biblioteca de controladores de dispositivos, possibilita a interação dos resultados da simulação com o ambiente de trabalho do Matlab (*workspace*) para pós-processamento.

O método  $b_1/b_3$  com modulação triangular foi modelado no Simulink utilizando sua interface gráfica, onde o modelo é composto de diagramas contendo blocos funcionais interligados. O Simulink inclui uma ampla biblioteca de blocos funcionais, dentre os quais se destacam os de processamento digital de sinais, sendo estes os mais utilizados neste trabalho, visto que se optou por processamento digital, com análise em freqüência usando um algoritmo de transformada de Fourier discreta de curta duração (STFT – *Short Time Fourier Transform*).

Os algoritmos referentes ao método  $b_1/b_3$ , foram implementados em um único modelo elaborado no ambiente Simulink, como mostra a figura 5.1:



Figura 5.1 – Modelo implementado no Simulink para simulação do método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>.

Semelhante a um interferômetro homódino, no próprio ambiente de simulação foi gerado o sinal modulado em fase. O modelo apresenta as seguintes etapas do processamento, associadas a subsistemas, as quais foram desenvolvidas durante a elaboração para facilitar a compreensão e análise do modelo implementado:

- Geração do sinal modulado em fase;
- Análise de sinal e identificação das harmônicas;
- Cálculo das amplitudes das harmônicas;
- Cálculo da profundidade de modulação *x* usando o método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>;
- Mostradores gráficos/Armazenamento em variáveis no Matlab.

Os subsistemas, ilustrados nas figuras deste capítulo, são compostos de vários blocos funcionais. As funções e parâmetros associados a estes blocos podem ser obtidas em Karris (2006).

No subsistema de geração do sinal modulado em fase, ilustrado na figura 5.2, é gerado artificialmente um sinal similar ao interferométrico com a intenção de se obter um sinal da forma:

$$\frac{l}{l_0} = s(t) + r(t)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 + V\cos(\phi_0) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{par}}}^{\infty} a_n(x)\cos(n\omega_0 t) + V\sin(\phi_0) \sum_{\substack{n=1 \\ \text{impar}}}^{\infty} b_n(x)\sin(n\omega_0 t) \right\} + r(t),$$
(5.1)

sendo s(t) o sinal interferométrico sem ruído e x a profundidade de modulação. A função r(t) representa o ruído aditivo presente na fotodetecção do sinal, sendo adotado o ruído branco para as simulações, cujo valor médio e variância podem ser definidos diretamente no modelo implementado. Além disso, os parâmetros x, V e  $\omega_0$  podem ser variados durante a simulação, permitindo flexibilidade na obtenção e análise dos resultados.



Figura 5.2 – Subsistema de geração do sinal modulado em fase.

A análise de sinal e identificação das harmônicas faz parte do subsistema mostrado na figura 5.3. Nesta etapa, o sinal s(t) + r(t) é janelado (janela Hanning) e um algoritmo de Transformada Discreta de Fourier é aplicado. A forma da janela e o seu comprimento devem ser escolhidos de modo a garantir resolução espectral suficiente para a identificação das harmônicas e evitar interação entre as amplitudes de duas componentes de freqüências próximas (*leakage*) (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999). E ainda, visto que o sinal modulado em fase é periódico (considerando que a influência do desvanecimento seja suficientemente lenta no tempo), a janela deve ser limitada a um quadro que garanta  $\phi_0$  estático neste intervalo de análise (MARÇAL, 2008).



**Figura 5.3** – Subsistema de análise do sinal modulado em fase [s(t) + r(t)] e identificação das componentes espectrais. Cálculo usando uma FFT.

Uma vantagem do método  $b_1/b_3$  para o cálculo de *x*, é de ser baseado somente na magnitude das harmônicas ímpares, sendo a magnitude das harmônicas obtidas diretamente do módulo da FFT, como mostra o subsistema da figura 5.4.



Figura 5.4 - Subsistema de cálculo das amplitudes das harmônicas usando diretamente o módulo da FFT.

A amplitude da componente fundamental e da terceira harmônica são usadas como parâmetros de entrada do subsistema de cálculo de x usando o método  $b_1/b_3$ , mostrado na figura 5.5.



Figura 5.5 – Subsistema de cálculo de x usando o método  $b_1/b_3$ .

Por fim, seguindo a organização do modelo no Simulink, um subsistema foi elaborado para a visualização dos resultados gráficos e armazenamento destes em variáveis, para que as mesmas pudessem ser pós-processadas a partir de linhas de comando do Matlab. Assim, o subsistema Mostradores gráficos/Armazenamento em variáveis no Matlab (ver figura 5.1), permitiu a elaboração dos gráficos apresentados nas próximas seções deste capítulo.

#### 5.2 Resultados das Simulações Numéricas

As simulações foram realizadas para um sinal modulador de frequência  $f_s = 500$  Hz (escolhido ao acaso), atribuindo-se uma frequência de amostragem igual a 16 kHz, o

suficiente para se evitar *aliasing* (OPPENHEIM, 1999). Um sinal de ruído com distribuição gaussiana, média nula e desvio padrão  $\sigma = 0,005$  foi adicionado ao sinal modulado s(t), obtendo-se na saída um sinal modulado ruidoso s(t) + r(t). Segundo Marçal (2008), nesta situação, pode-se estimar um fator de ruído K = 0,0004, compatível com aquele utilizado nas previsões teóricas obtidas no capítulo 4. No entanto, na análise do capítulo 4 considerou-se ruído branco ilimitado em banda, onde K foi mantido constante. Por outro lado nos itens a seguir, a distribuição de ruído é variável no tempo e, portanto, os resultados serão mais próximos da prática.

#### 5.2.1 Sinal Interferométrico Gerado no Simulink

O princípio do modelamento é a geração do sinal interferométrico [s(t)], o qual foi janelado usando-se um quadro temporal de 1024 amostras. Ainda nesta etapa, foi inserido um sinal de ruído [r(t)] com distribuição gaussiana e fator de ruído K, obtendo-se na saída um sinal modulado ruidoso [s(t) + r(t)], sendo deste o interesse em se extrair a profundidade de modulação de fase x usando a análise espectral.

Para primeiras análises,  $\phi_0$  é mantido constante em  $\pi/4$  rad durante os cálculos. A título de ilustração, mostra-se o problema causado quando  $\phi_0$  varia aleatóriamente, como acontece em casos práticos. Na figura 5.6 tem-se um exemplo de sinal amostrado, para um intervalo de tempo igual a 120 ms, no qual o fenômeno do desvanecimento é evidenciado (a periodicidade do sinal não é respeitada) a medida que se permite a variação de  $\phi_0$  ao longo do respectivo intervalo.



Figura 5.6 - Sinal modulado em fase com a presença do desvanecimento (TAKIY, 2009b).

Como o sinal da figura 5.6 não é periódico, a expansão em série de Fourier dada em (4.22) não mais se aplica e, portanto, nenhum método de análise espectral conseguiria realizar a demodulação de fase com exatidão.

Em resumo, a fim de se obter um espectro de sinal fotodetectado com raias bem definidas, é adequado se amostrar um grande número de ciclos (em princípio, um número infinito de ciclos). Porém, diante do exposto, este tipo de amostragem conduziria a um sinal prático não-periódico, como o da figura 5.6, devido a variação indesejável de  $\phi_0(t)$ .

Na prática, contudo, a taxa de variação de  $\phi_0(t)$  costuma ser relativamente lenta, tipicamente inferior a 50 Hz em ambientes de laboratórios convencionais. Assim, uma estratégia seria amostrar um número menor de ciclos durante um breve intervalo de tempo, o suficiente para que a periodicidade do sinal seja aproximadamente preservada.

Na figura 5.7-a apresenta-se um exemplo da forma de onda que passa por uma janela retangular e o seu respectivo espectro de magnitude, na figura 5.7-b, calculado usando-se uma FFT de 1024 pontos quando se amostra um menor número de ciclos. Adotou-se uma profundidade de modulação x = 2,9 rad, visibilidade V = 1 e  $\phi_0 = \pi/4$  rad, sendo o sinal interferométrico influenciado apenas pelo ruído branco. Como  $\phi_0 = \pi/4$  rad, a forma de onda de s(t) exibe simetria de meia-onda.



(a)

Figura 5.7 (continua...)



**Figura 5.7** – Sinal modulado em fase gerado para x = 2,9 rad, V = 1 e  $\phi_0 = \pi/4$  rad. (a) Quadro temporal usando janela retangular. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado.

Entretanto, a redução (as vezes excessiva, devido a dificuldades práticas) do número de ciclos amostrados pode conduzir a erros no cálculo das amplitudes espectrais e inserção de lóbulos laterais indesejáveis, uma vez que o sinal periódico não é eterno, mas sim, com duração finita de tempo. Por isto, o uso da técnica de janelamento torna-se necessária (OPPENHEIM, 1999).

De forma análoga ao caso da figura 5.7, tem-se na figura 5.8-a o mesmo quadro do sinal, mas que agora passa por uma janela de Hanning e, na figura 5.8-b, o espectro de magnitude associado. Nesta situação foi utilizado, também, uma profundidade de modulação x = 2,9 rad, visibilidade V = 1 e  $\phi_0 = \pi/4$  rad. Ressalta-se que o alargamento das raias espectrais não compromete a resolução espectral, visto existir uma banda de reserva segura entre as harmônicas consecutivas de sinais práticos.



Figura 5.8 (continua...)



**Figura 5.8** – Efeito do janelamento para o sinal modulado gerado, para x = 2,9 rad, V = 1 e  $\phi_0 = \pi/2$  rad. (a) Quadro temporal do sinal usando janela de Hanning. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado.

Nas próximas seções, também será inserido na simulação o efeito de  $\phi_0$  variável no tempo. Em particular, será investigado o comportamento do sinal fotodetectado quando  $\phi_0$  se aproxima de  $n\pi$  rad, quando  $m = V_1/V_3$  exibe uma singularidade [ver (4.25)].

## 5.2.2 Resposta dos Subsistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase para x Variando e $\phi_0(t)$ Constante

As simulações nesta seção foram realizadas com x variando, e na presença de ruído branco gaussiano, para se chegar o mais próximo das medições experimentais. Assim, a primeira tarefa foi associar os erros nos cálculos de x', usando o novo método com modulação triangular, às limitações na faixa dinâmica potencializadas pelo nível de ruído no sistema.

Os resultados obtidos foram registrados em gráficos, como mostra a figura 5.9, para o método  $b_1/b_3$  implementado no Simulink. Nesta figura tem-se em: a) o valor estimado (x') usando o novo método com modulação triangular, e em b) o erro percentual no cálculo de x'. Estes gráficos foram obtidos para simulações realizadas com x (valor esperado) variando de 0 a 20 rad, com incrementos regulares de 2 mrad, e considerando-se  $\phi_0 = \pi/4$  rad. Os resultados tornam evidentes os erros nos cálculos do índice estimado x' nas regiões de singularidades apontadas no capítulo 4, podendo chegar próximo a 100% de erro.



**Figura 5.9** – Resposta do subsistema de cálculo de x pelo método  $b_1/b_3$ , para x variando. (a) Índice estimado x'. (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de x.

Como previsto no capítulo 4, a figura 5.9 implica em faixa dinâmica entre 0,097 rad e 8 rad, para o método  $b_1/b_3$ . Na figura 5.10, apresenta-se novamente este resultado, porém, limitado ao trecho de variação de *x* correspondente à respectiva faixa dinâmica. A linearidade entre *x'* e *x*, dentro da faixa dinâmica de aplicação do método  $b_1/b_3$ , é excelente, a despeito da incidência do ruído branco.



**Figura 5.10** – Resultados obtidos usando-se o método  $b_1/b_3$ , dentro de sua região de faixa dinâmica (0,097 rad < x < 8 rad).

A figura 5.10 informa que, mesmo na presença de ruído branco, o método  $b_1/b_3$  tem resposta satisfatória para baixos índices de modulação se comparados aos métodos clássicos, como o método  $J_1 \dots J_6$ -pos, cuja faixa dinâmica de demodulação de fase estende-se de 0,22 rad a 6 rad (TAKIY, 2009b). Além disso, como o extremo da fixa dinâmica do método  $b_1/b_3$ se estende até 8 rad, pode-se concluir que, na presença de ruído branco, o método  $b_1/b_3$  é extremamente eficiente, pois tem desempenho superior em relação aos métodos clássicos de análise espectral aqui citados.

### 5.2.3 Resposta da Simulação do Cálculo do Índice de Modulação de Fase para V Variando e $x \in \phi_0(t)$ Constantes

Na sequência realiza-se a análise da influência da visibilidade sendo que as simulações foram realizadas para x = 1 rad com a presença de ruído branco gaussiano, e a fase estática foi mantida em  $\phi_0 = \pi/4$  rad. Os resultados obtidos foram registrados em gráficos, como mostra a figura 5.11 (escala horizontal logarítmica).



**Figura 5.11** – Resposta da simulação com visibilidade variável, x = 1 rad e  $\phi_0 = \pi/4$  rad. (a) Profundidade de modulação estimada em função da visibilidade. (b) Erro em %.

No gráfico da figura 5.11(a) observa-se que o método  $b_1/b_3$  é capaz de demodular sinais mesmo diante de valores de visibilidade iguais a  $10^{-3}$ . No gráfico de porcentagem de erro, figura 5.11(b), verifica-se que o erro é reduzido, inferior a 0,02 % para  $10^{-3} < V < 1$ .

# 5.2.4 Resposta da Simulação do Cálculo do Índice de Modulação de Fase para $x \in \phi_0(t)$ Variando

Com o intuito de realizar simulações mais próximas da realidade, considerando fatores enfrentados nas medições experimentais, variou-se os parâmetros  $x e \phi_0(t)$ , na presença de ruído. A variação de  $\phi_0(t)$  foi feita senoidal, entre 0 e  $2\pi$  rad com período igual a 20s. Esta forma de onda permite apreciar a ocorrência das duas condições indesejáveis,  $\phi_0(t) = 0$  e  $\phi_0(t) = n\pi$  rad, n inteiro, os quais, conforme visto no capítulo 4, são pontos de singularidades inerentes ao cálculo usando o método espectral  $b_1/b_3$ . O objetivo é avaliar o erro que ocorre nos cálculos nas proximidades destes pontos durante as simulações. Considerou-se uma variação linear de x no tempo, para 0 < x < 20 rad. A duração de cada simulação foi de 95 s.

Os resultados obtidos diante das variações de  $\phi_0(t)$  e ruído branco estão ilustrados na figura 5.12 onde se tem: em a) os valores da profundidade de modulação esperada (x) e estimada (x') usando o método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>, para uma variação linear de x; em b) o erro percentual no cálculo de x'; em (c) a fase  $\phi_0(t)$ .



Figura 5.12 (continua...)



**Figura 5.12** – Resposta do subsistema de cálculo de x pelo método  $b_1/b_3$ , para x e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Índice estimado x'. (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de x. (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

Como se observa, é significativa a influência de  $\phi_0$  quando este assume valores iguais a 0,  $\pi$  ou  $2\pi$  rad sobre a demodulação de x usando o método  $b_1/b_3$ . Próximo a estes pontos, os erros podem chegar a 500 %. Na prática  $\phi_0(t)$  varia aleatoriamente, daí a importância de se avaliar os valores de  $\phi_0$ , em concomitância com o cálculo de x, durante os experimentos. Ao se perceber que um dado ponto exibe grande discrepância em relação aos demais pontos do gráfico de x' versus x, deve-se calcular o valor correspondente de  $\phi_0$ , aplicando-se (4.42), e, se este estiver próximo a  $n\pi$  rad, desconsidera-se este dado e procede-se a uma nova medição.

No próximo capítulo, abordar-se-á um estudo sobre o modulador eletro-óptico, o qual foi utilizado para validar, em condições práticas, o novo método  $b_1/b_3$  de demodulação de fase óptica com modulação triangular.

## **Capítulo 6** MODULADOR ELETRO-ÓPTICO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Este capítulo é dedicado à aplicação experimental do método  $b_1/b_3$ , de modo a validar sua utilização prática. Para tanto, será utilizado um modulador de intensidade óptica baseado no efeito eletro-óptico do cristal de niobato de lítio (LiNbO<sub>3</sub>). O sistema será útil, pois emprega uma célula Pockels na configuração de modulador de amplitude, a qual possui características que podem ser determinadas analiticamente. Além disso, é um sistema mais bem comportado em termos de desvanecimento de sinal que um interferômetro e é adequado para a validação do método  $b_1/b_3$ .

Dessa forma, serão abordados no decorrer do capítulo a célula Pockels e a descrição de um modulador eletro-óptico desenvolvido na FEIS.

#### 6.1 A Célula Pockels

A propagação da radiação óptica através de determinados materiais, cuja estrutura cristalina não exibe centro de simetria, e na presença de um campo elétrico externo dá origem a um fenômeno físico conhecido como o efeito eletro-óptico. O efeito eletro-óptico refere-se à mudança nas propriedades de polarização óptica em um dielétrico, através do qual a luz se propaga, induzidas por um campo elétrico externo cuja frequência encontra-se muito abaixo da primeira ressonância cristalina do meio (YARIV; YEH, 1984). Uma onda óptica, ao se propagar através desse material, sofre uma modulação de fase, a qual pode ser posteriormente demodulada utilizando-se métodos adequados. Em 1893, Röntgen e Kundt observaram o efeito eletro-óptico linear no quartzo. Porém, coube a Pockels estudar fisicamente este efeito e

provar a existência de um efeito eletro-óptico intrínseco, independente da piezoeletricidade induzida por deformações mecânicas (KAMINOW, 1974).

Um cristal é constituído por um arranjo (*array*) tridimensional periódico de átomos no espaço, e a aplicação de um campo elétrico externo resulta numa redistribuição das cargas de ligação ocorrendo uma pequena deformação na rede iônica, o que causa a variação da permissividade dielétrica deste material (KAMINOW, 1974, YARIV; YEH, 1984), e daí no seu índice de refração.

Denomina-se célula Pockels um dispositivo constituído pelo cristal eletro-óptico, juntamente com os eletrodos para aplicar o campo elétrico externo. O niobato de lítio (LiNbO<sub>3</sub>) é um dos principais cristais empregados para confecção de células Pockels, devido a uma excelente combinação de propriedades ópticas como, por exemplo, ótima transparência na faixa de espectro da luz de interesse em comunicações ópticas e sensores, coeficientes eletro-ópticos elevados, custo reduzido, não-higroscópico, etc.

Há diferentes tipos de eletrodos que podem ser utilizados nas células Pockels, como placas metálicas, filmes metálicos ou tintas metálicas (MARTINS, 2006). Conforme ilustram as figuras 6.1 e 6.2, a maneira com que são dispostos os eletrodos em uma célula Pockels pode ocorrer segundo duas configurações: transversal, para campo elétrico perpendicular à direção de propagação do feixe óptico, ou longitudinal, para campo elétrico paralelo à direção de propagação do feixe óptico.



Figura 6.1 - Célula Pockels com eletrodos na configuração transversal.



Figura 6.2 - Célula Pockels com eletrodos na configuração longitudinal.

No da célula Pockels longitudinal, utilizam-se eletrodos condutores caso semitransparentes para revestir as extremidades do cristal. Esta configuração proporciona uma distribuição uniforme de campo elétrico, mas ocorrem perdas ópticas severas quando a luz atravessa os eletrodos, que algumas vezes não podem ser toleradas. Por esta razão, neste trabalho, utiliza-se a célula Pockels com eletrodos na configuração transversal com cristal de LiNbO<sub>3</sub> de dimensões de 5mm x 50,025 mm x 1,1 mm, nas direções cristalógráficas X, Y, Z, respectivamente. Neste arranjo, a propagação óptica se dá na direção Y do cristal, e a aplicação do campo elétrico externo ocorre na direção Z, perpendicular à direção de propagação da luz. Este campo será representado por  $E_z$ . Na figura 6.3 observa-se a célula utilizada, já fixada em um suporte com múltiplos ajustes mecânicos.



Figura 6.3 - Célula Pockels com cristal de LiNbO<sub>3</sub> fixa no suporte (MENEZES, 2009).

A célula Pockels, quando empregada em sistemas de comunicação óptica para modular a luz, tem o sinal de informação disponível na forma de um campo elétrico modulador. Através do efeito eletro-óptico, esta informação é inserida na fase da luz que passa através da célula. Ao emergir do dispositivo, o sinal óptico modulado segue em direção ao receptor para que a informação seja decodificada (YARIV, 1985). Por outro lado, nos casos em que a célula Pockels é utilizada como sensor, as características de fase da luz transmitida são mensuradas para determinar o valor do campo elétrico desconhecido aplicado à célula Pockels (LI; YOSHIRO, 2002).

No caso do cristal apresentar eletrodos na forma de placas paralelas, separadas por uma distância d, obtém-se o campo elétrico,  $E_z$ , a partir da tensão elétrica aplicada, V(t), ou seja:

$$E_z(t) = \frac{V(t)}{d}.$$
(6.1)

O niobato de lítio é um meio dieletricamente anisotrópico (uniaxial negativo), que apresenta dois modos de propagação eletromagnética, dependendo do estado de polarização da luz incidente: os modos ordinário e extraordinário. O desenvolvimento desta análise é longa e trabalhosa, fugindo do escopo deste texto. Ao leitor interessado, sugere-se recorrer ao livro de Yariv e Yeh (1984) ou a tese de Martins (2006).

Nesta dissertação, em razão da célula Pockels ser utilizada como modulador de intensidade óptica, considera-se uma diferença de fase relativa entre os modos de propagação da luz, transmitida na saída do cristal dada por (YARIV; YEH, 1984):

$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) L - \frac{\pi}{\lambda_0} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) E_z(t) L, \qquad (6.2)$$

sendo  $\lambda_0$  o comprimento de onda do laser,  $n_e \in n_o$  os índices de refração extraordinário e ordinário do cristal de niobato de lítio,  $r_{33} \in r_{13}$  são seus coeficientes eletro-ópticos e L é o comprimento do cristal.

A expressão (6.2) torna evidente que existem dois tipos de defasagem relativa. O primeiro tipo, correspondente a primeira parcela de (6.2), e se deve à birrefringência natural do cristal. O segundo tipo, corresponde a segunda parcela de (6.2), e é induzida pelo campo elétrico externo  $E_z$ . Esta parcela pode ser controlada eletronicamente, bastando ajustar a
amplitude da tensão elétrica V(t) aplicada. Estas diferenças de fase são denominadas de defasagens natural e induzida, respectivamente.

Utilizando (6.1) e (6.2), a defasagem induzida pode ser definida como:

$$\Delta\phi(t) = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) \frac{L}{d} V(t), \tag{6.3}$$

e a defasagem natural pode ser dada por:

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) L. \tag{6.4}$$

O valor da tensão elétrica aplicada ao cristal, e que proporciona o retardo eletro-óptico,  $\Delta \phi(t)$ , de  $\pi$  radianos é denominada de tensão de meia-onda, representada por  $V_{\pi}$ . Assim, fazendo  $\Delta \phi(t) = \pi e V(t) = V_{\pi}$ , a partir de (6.3), obtém-se:

$$V_{\pi} = \frac{\lambda_0}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L}.$$
(6.5)

A tensão de meia-onda é um fator de mérito para o dispositivo e é usada para comparar diferentes células Pockels. Além disso, quanto menor o valor de  $V_{\pi}$ , menor é a tensão necessária para alimentá-la, o que nos casos dos moduladores ópticos usados em telecomunicações constitui uma característica desejável.

Como se observa em (6.5) a tensão de meia-onda depende do material e do comprimento de onda da radiação óptica ( $\lambda_0$ ). Os parâmetros do material ( $n_0$ ,  $n_e$ ,  $r_{13}$  e  $r_{33}$ ) não variam tanto com a frequência da luz, porém, valores elevados de  $V_{\pi}$  serão obtidos quando  $\lambda_0$  for grande.

Uma maneira de obter um valor de  $V_{\pi}$  pequeno no modulador transversal é reduzir a razão d/L. Entretanto, esta informação deve ser usada com critério, uma vez que valores muito elevados de *L* causam um aumento substancial na capacitância do modulador eletroóptico. Isto, por sua vez, faz com que o dispositivo não consiga responder em freqüências elevadas, da ordem de MHz. Além disso, para dimensão *d* muito pequena, existem problemas associados à largura do feixe de laser que é utilizado. Se ambos forem da mesma ordem de grandeza, o efeito da difração do feixe óptico pode degradar o desempenho do modulador (KAMINOW, 1974).

Conhecendo-se os parâmetros do cristal de niobato de lítio utilizado na célula Pockels implementada na FEIS-Unesp, é possível calcular o valor de V<sub>π</sub> teórico aplicando (6.5). Para tanto, considera-se o valor do comprimento de onda do laser  $\lambda_0 = 632,8$  nm (laser de Hélio-Neônio), a espessura do cristal d = 1,1 mm, os valores dos índices de refração ordinário e extraordinário dados por n<sub>o</sub> = 2,286 e n<sub>e</sub> = 2,2, respectivamente, os coeficientes eletroópticos do niobato de lítio como sendo r<sub>13</sub> = 9,6 pm/V e r<sub>33</sub> = 30,9 pm/V, e, finalmente, que o comprimento da célula é igual a L = 50,025 mm. Assim, obtem-se um valor teórico de  $V_{\pi} = 64,92$  V.

Por outro lado, substituindo-se (6.5) em (6.3), tem-se que:

$$\Delta\phi(t) = \frac{\pi}{V_{\pi}}V(t),\tag{6.6}$$

a qual fornece o retardo de fase como função linear da tensão aplicada V(t). De acordo com (6.6), quanto menor o valor de  $V_{\pi}$  maior será o valor de retardo para um mesmo valor de V(t).

Portanto, conforme mencionado, sabe-se que o efeito eletro-óptico permite inserir informações na fase da luz, ou seja, no retardo eletro-óptico (6.6). Isto permite a implementação de um modulador óptico, no qual a informação sobre o valor instantâneo da tensão V(t) pode ser inserida na fase da luz e transmitida até um receptor, onde, havendo um esquema adequado para realizar a demodulação, ocorrerá uma conversão inversa.

#### 6.2 Modulador Eletro-óptico de Amplitude

Neste trabalho pretende-se estudar a informação contida no retardo de fase óptico  $\Delta \phi(t)$ quando o cristal de LiNbO<sub>3</sub> é submetido a uma tensão elétrica V(t). Conforme se observa na figura 6.4 é apresentado o esquema do sistema modulador eletro-óptico, que é composto por um polarizador cujo eixo está ajustado a 45° dos eixos cristalográficos X ou Z do cristal, com a finalidade de acoplar dois modos ortogonais de propagação da célula Pockels, com iguais amplitudes. A célula Pockels com cristal de niobato de lítio encontra-se na configuração transversal e, na sua saída, encontra-se um segundo polarizador, com eixo deslocado angularmente do eixo do primeiro polarizador por 90°.



Figura 6.4 – Esquema do modulador eletro-óptico de amplitude (MARTINS, 2006).

Este segundo polarizador, tem por função analisar o estado de polarização dos feixes após a célula Pockels, razão pela qual é denominado analisador. O analisador permite obter um feixe de saída no qual a informação da tensão elétrica V(t) encontra-se inserida na intensidade óptica de saída do sistema. Na figura 6.5 apresenta-se uma fotografia da montagem experimental do modulador eletro-óptico no laboratório da FEIS-Unesp.



Figura 6.5 - Aparato experimental do modulador eletro-óptico montado em laboratório.

Na prática o alinhamento do arranjo não é uma tarefa trivial, uma vez que o grau de paralelismo do feixe óptico com o eixo Y do cristal demanda ajustes extremamente delicados. Todo o arranjo deve estar bem fixado numa mesa óptica para que não ocorram vibrações indesejáveis no sistema. Estágios de translação e rotação micrométricos são utilizados para garantir um bom alinhamento.

O processo de alinhamento consiste, primeiramente, em cruzar os polarizadores P e A sem inserir a célula Pockels no sistema. Para isto, ajusta-se o polarizador a 45° do plano horizontal estabelecido pela mesa óptica e em seguida, monitorando-se o sinal de saída com um fotodiodo, posiciona-se o analisador de tal forma que se anule o máximo possível o feixe de laser na saída do sistema. Isso garante que os polarizadores estão cruzados a 90° entre si. Quando a célula Pockels é inserida entre o polarizador e o analisador, conforme mostra a figura 6.5, a birrefringência natural do LiNbO<sub>3</sub> fará com que a intensidade de saída seja novamente não-nula.

Ao se apagar completamente a iluminação do laboratório, observa-se que a célula Pockels fica iluminada, evidenciando um intenso espalhamento de luz no interior do cristal. Assim, o feixe de saída, após o analisador, é composto pelo feixe de laser propriamente dito, e por luz espalhada ao redor de seu eixo longitudinal. Projetando-se essa luz de saída sobre um anteparo, obtém-se a imagem mostrada na figura 6.6. O sistema estará alinhado quando o "*spot*" óptico do feixe principal coincidir com o centro geométrico da figura de franjas gerada pela luz espalhada no cristal (MARTINS, 2006).



Figura 6.6 - Padrão de interferência experimental devido ao espalhamento da luz no cristal.

Em resumo, o feixe de laser propaga-se paralelamente à direção Y do cristal, e incide sobre o polarizador que acopla, com a mesma amplitude, os modos de propagação ordinário e extraordinário do material. Enquanto o feixe de luz é transmitido através do cristal de LiNbO<sub>3</sub>, uma tensão elétrica V(t) é aplicada à célula Pockels através de eletrodos paralelos, gerando o campo elétrico definido em (6.1). Consequentemente o cristal eletro-óptico sofre modificações nas suas características ópticas, modulando o estado da polarização da luz transmitida que sai da célula Pockels. No analisador, a modulação na fase relativa que ocorreu durante a passagem dos modos ordinário e extraordinário pela célula é convertida em modulação de amplitude e, dessa maneira, pode ser detectada pelo fotodetector, de lei quadrática que obedece a relação (2.4).

A intensidade óptica na saída do sistema, a qual é proporcional ao sinal gerado pelo fotodiodo, será (YARIV; YEH, 1984):

$$I = I_0 sen^2 \frac{\Delta \theta}{2},\tag{6.7}$$

sendo  $I_0$  a intensidade óptica do laser.

Porém, foi definido em (6.2) que o valor do retardo de fase total ( $\Delta \theta$ ) é uma soma de duas parcelas: uma devida à birrefringência natural do cristal ( $\phi_0$ ), e outra devido à influência do campo elétrico externo ( $\Delta \phi$ ). Portanto, (6.7) também pode ser reescrita como:

$$I = \frac{I_0}{2} (1 - \cos \Delta \theta)$$
  
=  $\frac{I_0}{2} [1 - \cos(\phi_0 + \Delta \phi(t))].$  (6.8)

Deve ser enfatizado a similaridade entre (6.8) e (2.16), a menos do valor V = -1 em (6.8). Por conta disso, o sistema da figura 6.4 também é chamado de interferômetro polarimétrico. A partir de (6.8) define-se a transmissão de um dispositivo óptico ( $\Gamma$ ) como a razão entre as intensidades ópticas de saída (I) e de entrada ( $I_0$ ). Assim, substituindo (6.6) em (6.8), tem-se a transmissão através do sistema representada por:

$$\Gamma = \frac{l}{l_0} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \cos\left(\phi_0 + \frac{\pi}{V_{\pi}}V(t)\right) \right\}.$$
(6.9)

Através da transmissão ( $\Gamma$ ) é possível determinar a intensidade óptica de saída, para qualquer intensidade óptica de entrada numa célula Pockels, sobre a qual se aplica uma tensão elétrica V(t). Na figura 6.7, representa-se (6.9) graficamente, obtendo-se a curva de transmissão ( $\Gamma$  versus V).



Figura 6.7 – Curva de transmissão de uma célula Pockels de LiNbO<sub>3</sub>.

O exemplo da figura 6.7 é um caso hipotético no qual  $\phi_0 = 0$ . Percebe-se que há um ponto Q, denominado ponto de polarização quiescente para operação em quadratura de fase, em torno do qual é obtida uma resposta aproximadamente linear de intensidade óptica em função da tensão externa aplicada, tendo assim considerável sensibilidade de modulação. Neste caso, o ponto Q pode ser estabelecido através de uma tensão DC aplicada à célula Pockels, cujo valor é  $V_{BIAS} = V_{\pi}/2$ . Como se verifica na figura 6.7, incidindo-se um sinal de tensão V(t) com amplitude reduzida e que oscila em torno deste ponto quiescente, a saída óptica, ou luz modulada em intensidade/amplitude, constituirá uma reprodução fiel desse sinal elétrico. Com o auxílio de um fotodiodo, pode-se converter a intensidade óptica *I* num sinal de tensão elétrica v(t).

No caso geral,  $\phi_0 \neq 0$  rad, porém, isto significa apenas que a curva de transferência encontra-se deslocada, para a direita ou esquerda, em relação á origem. Entretanto, o raciocínio usado acima, para executar a demodulação da fase óptica em (6.9), ainda se aplica, desde que o ponto Q também esteja sobre a região mais linear da curva de transferência (basta mudar o valor de  $V_{BIAS}$ ).

Portanto, a tensão a ser mensurada, V(t), altera o retardo da fase  $\Delta \phi(t)$  em (6.8), conforme estabelecido em (6.9). Assim, medindo-se  $\Delta \phi(t)$ , automaticamente se mede V(t), desde que  $\phi_0$  e  $V_{\pi}$  sejam conhecidos. Baseado neste princípio, um modulador eletro-óptico de amplitude pode ser implementado.

### 6.3 Demodulação de Fase Eletro-Óptica Usando o Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Nas seções anteriores foi enfatizada a similaridade entre o sinal fotodetectado na saída do modulador eletro-óptico, (6.8), com o sinal de saída do interferômetro de Michelson, (2.16). Beneficiando-se dessa similaridade, será utilizado o modulador com célula Pockels das figuras 6.4 ou 6.5, para validar a técnica  $b_1/b_3$ .

Neste caso, a fase induzida  $\Delta \phi(t)$  em (6.8) deverá variar segundo uma forma de onda triangular. Baseando-se em (6.6), verificou-se que isso pode ser obtido facilmente aplicandose uma tensão elétrica V(t) triangular á célula Pockels. Se  $\Delta \phi(t) = \Lambda(t)$ , conforme definida em (2.17) e desenhada na figura 2.2, então, V(t) deverá ter um valor de pico,  $V_p$ , tal que:

$$x = \frac{\pi}{V_{\pi}} V_p \tag{6.10}$$

Um gráfico semelhante ao mostrado na figura 4.5 pode ser obtido para o caso do modulador eletro-óptico de amplitudes. Assim, na figura 6.8 ilustra-se o gráfico de x' versus  $V_p$ , obtido aplicando-se o método  $b_1/b_3$  para sinais V(t) triangulares com amplitudes entre 0 e 400 V. Na simulação, considerou-se a célula Pockels descrita na seção 6.1, com  $V_{\pi} = 64,92$ V. Foi assumindo que o ruído é branco, com fator K = 0,0004, e, que  $\phi_0 = \pi/4$  rad (por conveniência). A escala de tensão é obtida a partir de x aplicando-se (6.10). Como se observa,  $x' = \pi$  rad quando  $V_p = V_{\pi} = 64,92$  V.

Uma característica importante no método  $b_1/b_3$  é a sua independência em relação ao valor de  $\phi_0$  (exceto para  $n\pi$  rad). Com isso, os sinais oriundos do modulador eletro-óptico de intensidades dispensam o uso da tensão de bias ou de lâminas de  $\lambda/4$  para serem

demodulados. Inclusive, esta configuração cristalográfica foi escolhida justamente por apresentar o termo de fase  $\phi_0$  que varia aleatoriamente com a temperatura ambiente, servindo para testar o método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub> diante do desvanecimento.



**Figura 6.8** – Gráfico de x' versus  $V_p$  aplicando-se o método  $b_1/b_3$ .

Neste trabalho emprega-se um modulador eletro-óptico de amplitude usando um cristal de niobato de lítio no qual é aplicado um sinal triangular de tensão de até algumas centenas de volts (170  $V_p$ ) e frequência de 1 kHz. Os dados experimentais obtidos são confrontados com os dados teóricos simulados, e, como será demonstrado nas próximas seções, verifica-se concordância entre os mesmos.

#### 6.4 Arranjo Experimental do Sistema

Nesta seção descreve-se o arranjo do sistema montado como um todo para a aquisição de dados experimentais. O aparato experimental é constituído pelo modulador eletro-óptico, ilustrado na figura 6.5, com a célula Pockels, onde o campo elétrico é aplicado na direção Z e a propagação óptica é na direção Y, montou-se um modulador eletro-óptico para medir a profundidade de modulação x com tensões de sinal triangular. Foi usado um laser de Hélio

Neônio (He-Ne) operando em  $\lambda_0 = 632,8$  nm, os polarizadores são de plástico polaróide e o fotodetector de lei quadrática é um fotodiodo de silício do tipo PIN (Siemens, BPX-65, com amplificador de transimpedância à base do amplificador operacional OP 27).

Para obtenção dos resultados deste capítulo, foram aplicadas tensões de sinal triangular à célula Pockels que variaram entre 0 e 170 V<sub>p</sub>, com incrementos de aproximadamente 8 V<sub>p</sub>, e a uma freqüência de 1 kHz. O sinal de saída do fotodetector foi armazenado através do software Matlab para posterior cálculo da FFT e aplicação do método de  $b_1/b_3$ , ou seja, posterior demodulação de fase do sinal de saída. Estes resultados experimentais são comparados com os simulados (teóricos), obtidos pelo emprego do método  $b_1/b_3$ .

A figura 6.9 mostra uma foto da instrumentação eletrônica utilizada. Utilizou-se um osciloscópio de amostragem (modelo *Tektronix* TDS2022), um microcomputador e um sintetizador de funções (modelo 33210A da *Agilent Technologies*). Este gerador de funções opera com um limite de amplitude de não mais do que 10 V<sub>pp</sub>, valor suficiente para se obter uma tensão *V*(*t*) significativa para a aplicação do método  $b_1/b_3$ , e é conectado à um transformador de tensão com relação de transformação 6 V<sub>rms</sub> : 220 V<sub>rms</sub>, alimentado pelo lado de baixa tensão. A saída do transformador é conectado à célula Pockels, fazendo com que a amplitude atinja valores próximos a 340 V<sub>pp</sub> sem haver saturação do sinal fotodetectado.



**Figura 6.9** - Foto da instrumentação eletrônica utilizada. Visualização do osciloscópio digital, o gerador de funções e o computador usado na aquisição dos dados.

Os sinais, após fotodetectados, são adquiridos pelo osciloscópio digital *Tektronix* TDS2022. A aquisição dos dados, para posterior processamento, é feita através da conexão do osciloscópio digital com um microcomputador através da porta RS 232 e da utilização do software *WaveStar* da *Tektronix*. Este software faz a aquisição dos sinais referentes a uma janela, amostrada pelo osciloscópio, e armazena 2500 pontos adquiridos em um arquivo de extensão *.sht*. Estes dados são convertidos em arquivos *.txt*, e então, processados utilizando o Matlab.

A figura 6.10 (a) mostra um exemplo de sinal amostrado da saída do fotodetector no domínio temporal, para uma tensão aplicada à célula Pockels de 87  $V_p$  e 1 kHz de freqüência. A figura 6.10 (b) ilustra o gráfico correspondente ao espectro do sinal, obtido calculando-se sua FFT com auxílio do software Matlab. A porção ocupada abaixo de -50 dB refere-se apenas a ruído.



**Figura 6.10** - Sinal de saída do modulador eletro-óptico aplicando tensão senoidal 87  $V_p$  em 1 kHz. (a) Forma de onda correspondente à saída do fotodetector. (b) Espectro do sinal de saída do fotodetector.

Minutos após a realização da medição do sinal de saída do fotodetector mostrada na figura 6.10, procedeu-se a nova medição, obtendo-se os resultados mostrados na figura 6.11.



**Figura 6.11 -** Sinal temporal detectado e espectro correspondente, obtidos numa medição subseqüente ao da figura 6.10 - Efeito do desvanecimento.

Como se percebe, as formas de onda são diferentes, o que evidencia que o fenômeno de desvanecimento está ocorrendo devido à variação térmica do ambiente. Apesar disso, aplicando-se o método  $b_1/b_3$  a ambos os casos, obtém-se um valor de x igual a aproximadamente 4,13 rad, evidenciando que a técnica é imune a variações de fase  $\phi_0(t)$ .

### 6.5 Validação do Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Em seguida o procedimento foi realizado para os conjuntos compreendidos entre 0 e 170 V<sub>p</sub> e foi aplicado o método espectral de demodulação de fase óptica  $b_1/b_3$  para esses dados utilizando uma rotina desenvolvida no software Matlab. Os resultados obtidos são apresentados na figura 6.12. A variável x'' refere-se ao índice de modulação mensurado (para diferenciar de *x*, valor esperado, e *x'*, o valor estimado).



Figura 6.12 - Método  $b_1/b_3$  aplicado aos dados do modulador eletro-óptico de amplitude com tensão entre 0 e 170  $V_p$ .

Observa-se que, utilizando o método  $b_1/b_3$  na demodulação de fase, obtém-se uma faixa linear que se estende de 5 a 170 V<sub>p</sub>, resultado esse que condiz com os estudos desenvolvidos nos capítulos 4 e 5.

O valor experimental de  $V_{\pi}$ , ou seja,  $V''_{\pi}$ , pode ser mensurado a partir dos resultados da figura 6.13, obtidos pelo método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>. O coeficiente angular da reta resulta em 47,4 mrad/V<sub>p</sub> e, então, para uma tensão externa correspondente a uma profundidade de modulação igual a  $\pi$  rad, deduz-se que  $V''_{\pi} = 66,24$  V<sub>p</sub>. Portanto, ocorre uma discrepância de apenas 2,04 % em relação ao valor teórico ( $V_{\pi} = 64,92$  V<sub>p</sub>), o que valida satisfatoriamente o método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>, aqui desenvolvido.

Conforme se observa, no método  $b_1/b_3$  demanda somente a medição dos módulos das componentes fundamental e terceira harmônica, ou seja, as informações sobre as fases são dispensáveis. Isto não ocorria com os métodos  $J_1/J_3$ ,  $J_1...J_4$  ou  $J_1...J_6$ , os quais exigiam a execução de um algoritmo para correção de sinais quando as funções de Bessel tornavam-se

negativas, como no método  $J_1...J_4$  modificado. Sem dúvida, esta constitui uma importante característica do método  $b_1/b_3$ .

Ressalta-se que a célula Pockels é importante para a validação do método  $b_1/b_3$  porque, além de ser um sistema geometricamente bem comportado, cujas características de fase podem ser modeladas analiticamente através do eletromagnetismo, também é menos sensível aos efeitos do desvanecimento devido à variação aleatória da fase  $\phi_0$ . Isso ocorre essencialmente porque ambos os modos, ordinário e extraordinário, percorrem o mesmo trajeto ao atravessar a célula Pockels, enquanto no interferômetro os dois feixes devem percorrer caminhos ópticos distintos.

Para confirmar esta observação, aplicou-se o procedimento da seção 4.3 objetivando-se mensurar os valores de  $\phi_0$  para os pontos correspondentes ao gráfico da figura 6.12, usandose a expressão (4.42). O resultado encontra-se registrado na figura 6.13, na qual se observa que, ao longo do período em que a medição foi efetuada, o valor de  $\phi_0$  permaneceu aproximadamente constante, em torno de  $\pi/2$  rad (mesmo assim, alguma variação ocorre). Este tipo de resultado seria inconcebível no caso do interferômetro de Michelson da FEIS-Unesp, no qual  $\phi_0$  varia aleatoriamente com maior rapidez.



**Figura 6.13** – Valores de  $\phi_0$  medidos para os dados da faixa dinâmica linear.

No entanto, conforme já mencionado, a fase  $\phi_0$  sofre derivas influenciada pela variação de temperatura ambiente. Com o intuito de se observar esse fenômeno, foram realizadas várias medições para os mesmos valores de tensão aplicada, de modo a obter várias formas de onda do sinal fotodetectado. Na figura 6.14, ilustra-se um dos conjunto de dados nas quais as



Figura 6.14 – Conjunto de dados mal comportados obtidos aplicando o método  $b_1/b_3$  com tensão entre 0 e 170  $V_p$ .

Aplicou-se o procedimento de cálculo de  $\phi_0$  para os pontos correspondentes ao gráfico da figura 6.14. O resultado encontra-se registrado na figura 6.15, na qual se observa que, ao longo do período em que a medição foi efetuada, o valor de  $\phi_0$  variou entre 0 e  $2\pi$  rad.



**Figura 6.15** – Valores de  $\phi_0$  para as sequências de dados da figura 6.15.

Como se observa, os valores de  $\phi_0$  próximos a  $3\pi/2$  rad permaneceram bem comportados, evidenciando o comportamento linear na figura 6.14. Porém, quando  $\phi_0$  está próximo de 0 ou  $\pi$  rad, ocorrem grandes discrepâncias relativamente ao comportamento linear

entre  $x'' \in V_p$  (pontos numerados de 1 a 6 para melhor visualização), podendo-se descartar esses pontos durante a medição de x''.

Os resultados experimentais obtidos neste capítulo efetivamente validam o método  $b_1/b_3$ e permitem sua utilização, por exemplo, para a caracterização de APF's discutidos no capítulo 3. Através do valor medido para  $V_{\pi}$ , comprovou-se, também, que ambos resultados obtidos, teóricos (simulados) e experimentais, estão em concordância, evidenciando a eficiência do modelamento interferométrico, em simulações dinâmicas.

Na próxima seção são apresentados resultados da aplicação do método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub> utilizando sinais fotodetectados de medições obtidas por Barbosa (2009) na caracterização dos atuadores AFX-01 e AFX-02, e manipulador MFX-01.

### **Capítulo 7** resultados experimentais: avaliação da linearidade dos atuadores/manipuladores piezoelétricos

Este capítulo é dedicado à descrição e discussão dos resultados experimentais envolvendo atuadores e manipuladores piezoelétricos. A configuração interferométrica descrita no capítulo 2 foi implementada no laboratório e o método de demodulação de fase óptica, b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>, foi utilizado para avaliar a linearidade dos atuadores.

Como se sabe, no método  $b_1/b_3$  trabalha-se com modulação triangular para a demodulação de fase óptica. De forma análoga ao novo método de demodulação de fase apresentado, Barbosa (2009) também utilizou a modulação de fase com forma de onda triangular, pois este sinal possui propriedades que beneficiam o procedimento de auto-calibração do interferômetro NBPM como, por exemplo, melhor precisão experimental, devido aos ângulos acentuados e bem definidos, abrangendo-se boa parte da região linear da curva de transferência óptica.

Desta forma, a modulação triangular também foi utilizada em interferometria óptica por Barbosa (2009), para a caracterização dos atuadores AFX-01, AFX-02 e do manipulador MFX-01, descritos no capítulo 3, através do método de baixo índice de modulação. Menezes (2009) também trabalhou na caracterização dos AFX-01 e AFX-02 utilizando o método de Pernick com excitação de fase senoidal. Porém, operou com frequências da ordem de kHz, superiores às dessa dissertação.

Finalmente, destaca-se que Nader (2002) também caracterizou o atuador AFX-01 utilizando um sensor reflexivo em fibra óptica, o qual refere-se a um sensor de intensidade óptica (ao contrário do sensor interferométrico, de fase). Neste caso, operou-se em regime quase-estático, com frequências da ordem de poucos Hz.

Visando, mais uma vez, avaliar a eficiência do modelamento interferométrico e do método  $b_1/b_3$ , efetuou-se cálculos de profundidade de modulação e de deslocamento dinâmico a partir dos dados mensurados por Barbosa (2009). Os resultados assim obtidos serão confrontados com os divulgados por Barbosa (2009) e Nader (2002).

#### 7.1 Arranjo Experimental do Interferômetro

Com a finalidade de realizar a caracterização dos APF's AFX-01, AFX-02 e MFX-01, optou-se por um interferômetro na configuração de Michelson em óptica volumétrica homódino. Foi utilizado no processo um laser de Hélio Neônio (He-Ne) (*Ealing Electrooptics*, 15 mW) operando no comprimento de onda  $\lambda_0 = 0,6328 \mu m$ , um divisor de feixes neutro (*Ealing Electrooptics*), com taxa de 50/50 e um fotodiodo PIN de silício (BPX 65 da Siemens), o qual constitui um fotodetector de lei quadrática. Na figura 7.1 apresenta-se o sistema interferométrico montado em laboratório.



**Figura 7.1** - Configuração experimental do interferômetro de Michelson homódino utilizada para medição de deslocamento dos APF's: 1- laser de He-Ne, 2- espelho fixo, 3- APF com espelho móvel, 4-divisor de feixes e 5- fotodetector.

O interferômetro está montado sobre uma mesa óptica constituída por uma espessa estrutura inercial de granito, na qual a superfície da estrutura possui furações para parafusos de 1/4 de polegada onde os elementos que compõem o interferômetro são fixados. O espelho fixo do ramo de referência foi acoplado a uma estrutura com ajuste dos graus de liberdade (*tilt positioner*), dotada de parafusos micrométricos de forma que o alinhamento do interferômetro pudesse ser realizado através deste ramo.

O APF está fixado no sistema através de um suporte e é excitado por sinais triangulares gerados por um sintetizador de sinais *Agilent* 33220A, que tem sua saída conectada a um amplificador de áudio. O amplificador de áudio utilizado corresponde a um módulo convencional, o qual possui tensão de saída máxima limitada em aproximadamente 35 V<sub>p</sub>.

O sinal de saída do sistema interferométrico é detectado pelo fotodiodo PIN e foi adquirido por um osciloscópio de armazenagem (*Tektronix*, modelo TDS2022). Este sinal temporal, por sua vez, é transferido para um computador usando uma interface de comunicação, e, com o auxílio de um software de aquisição de sinais do osciloscópio, também da *Tektronix*, tem-se os arquivos referentes aos sinais de saída já no computador. A partir daí, pode-se, então, processar e demodular esses sinais utilizando o software Matlab. Na figura 7.2 apresentam-se o sistema de aquisição e o sintetizador de sinais.



**Figura 7.2** - Osciloscópio digital utilizado, sintetizador de sinais para realizar a excitação do APF, e computador para o processamento do sinal (BARBOSA, 2009).

Antes de realizar as medições, o interferômetro deve ser criteriosamente alinhado. O processo de alinhamento consiste em fazer com que os feixes que emergem do divisor de feixes cúbico estejam totalmente sobrepostos. Para isso, atua-se no espelho do ramo de referência (M1 mostrado na figura 7.3) de forma que, em determinado momento, consiga-se ortogonalidade entre os planos das faces dos dois espelhos M1 e M2.

Na estrutura ao qual o espelho fixo foi preso, existem dois estágios de ajuste mecânico que podem ser utilizados para a obtenção do alinhamento: um estágio de rotação e outro de inclinação. O estágio de rotação faz com que o espelho gire em torno de seu próprio eixo, aproximando ou afastando os feixes no sentido longitudinal. O estágio de inclinação age similarmente ao de rotação, porém, na direção transversal. A movimentação dos estágios é realizada de forma precisa através de parafusos micrométricos, bastando ao usuário atuar nos micrômetros para que o espelho gire e os feixes se movimentem buscando uma melhor condição de alinhamento.



Figura 7.3 – Interferômetro levemente desalinhado (BARBOSA, 2009).

Ressalta-se que o alinhamento é uma das partes mais importantes de todo o processo interferométrico. Quanto mais rigoroso e correto estiver o alinhamento do interferômetro, melhores serão os resultados obtidos.

Devido à técnica utilizada por Barbosa (2009) para a demodulação da fase óptica não ser imune ao desvanecimento, então, foi necessário condicionar o ambiente de medição contra distúrbios e interferências externas: as luzes foram apagadas, para que não houvesse influência das lâmpadas incandescentes ou fluorescentes sobre o fotodiodo. Antes de proceder às medições, o ambiente do laboratório foi refrigerado, a fim de equalizar sua temperatura. A partir daí, o condicionador de ar foi desligado, portas e janelas mantiveram-se fechadas, evitando-se quaisquer turbulências de ar no local. E, por fim, a maioria das medições foi realizada durante a madrugada, horário no qual o fluxo de pessoas nas proximidades do Laboratório de Optoeletrônica da UNESP – Campus de Ilha Solteira é bem reduzido. Seguem nas próximas seções, as medições e resultados obtidos.

# 7.2 Avaliação da Linearidade do Atuador AFX-01 Utilizando o Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Para a caracterização do atuador AFX-01, inicialmente é configurado o gerador de função para produzir um sinal triangular com freqüência fixa de 125 Hz, um valor suficientemente baixo e na qual o sinal fotodetectado é bem comportado. Para a aplicação do método de baixo índice de modulação, Barbosa (2009) realizou o procedimento de auto-calibração interferométrico, assunto que não será abordado neste trabalho. Como discutido no capítulo 4, ao contrário do método NBPM, o método  $b_1/b_3$  é auto-consistente, dispensando-se qualquer procedimento de calibração inicial do interferômetro.

As formas de onda adquiridas experimentalmente por Barbosa (2009) são apresentadas na figura 7.4. Na parte superior da figura 7.4, está representado o sinal fotodetectado, enquanto que as formas de onda apresentadas na parte inferior, mostram o sinal de excitação. Em a) ilustra-se quando a tensão de excitação (56 V<sub>p</sub>) atinge valor tal que supera  $\Delta \phi(t) = \pi/2$  rad, e as formas de onda do sinal detectado apresentam reentrâncias em seus picos e vales. Em b) a tensão é diminuída até que o sinal fotodetectado é uma senóide (38,4 V<sub>p</sub>), requisito básico para realizar a autocalibração para o método de demodulação de fase óptica de Barbosa (2009). Em c) apresenta-se um exemplo de sinal triangular fotodetectado adquirido em medições com tensão aplicada para o sinal de excitação de 8,8 V<sub>p</sub>.



(c)

**Figura 7.4** - Formas de ondas adquiridas nas medições dos deslocamentos gerados pelo AFX – 01 em conjunto com a cerâmica PZT 5-A na freqüência de 125 Hz. a) Tensão de excitação de 56  $V_p$ ; b) Tensão de excitação de 38,4  $V_p$ ; c) Tensão de excitação de 8,8  $V_p$  (BARBOSA, 2009).

Os sinais fotodetectados foram adquiridos de medições realizadas para tensões variando entre 3,6 e 56 V<sub>p</sub>. Os resultados experimentais de profundidade de modulação de fase e de deslocamentos produzidos pelo atuador piezoelétrico flextensional, os quais são calculados utilizando a relação (2.15), são apresentados na tabela 7.1. Ressalta-se que, para o método aplicado por Barbosa (2009), a condição de quadratura de fase [ $\phi_0 = \pi/2$  rad] era necessária, utilizando-se apenas os sinais fotodetectados similares aos sinais de excitação triangulares. O método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>, no entanto, não necessita desta condição para efetuar a demodulação de fase óptica sendo possível, então, obter a profundidade de modulação para as tensões de excitação 38,4 V<sub>p</sub> e 56 V<sub>p</sub>.

Tensão de excitação (em V <sub>p</sub> )	Barbosa (2009)		Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>		
	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	$\phi_0$ (x $\pi$ rad)
56	-	-	1,5561	78,34	0,5002
38,4	-	-	1,0866	54,72	0,4998
30,4	0,82	43,4	0,8611	43,36	0,4983
24,8	0,72	36,5	0,7239	36,45	0,4975
18,4	0,55	27,6	0,5480	27,60	0,4971
16,4	0,47	23,9	0,4772	24,03	0,4970
12,8	0,41	20,7	0,4183	21,06	0,4970
8,8	0,28	14,4	0,2726	13,73	0,4974
5,4	0,21	10,7	0,2129	10,72	0,4978
3,6	0,13	6,9	0,1320	6,65	0,4986

Tabela 7.1 - Resultados obtidos com o atuador piezelétrico AFX-01.

Com os resultados obtidos e tabulados, traçou-se o gráfico da relação tensão de excitação em função da profundidade de modulação obtida experimentalmente x'', como apresentado na figura 7.5 (para os valores calculados com o método  $b_1/b_3$ ).



Figura 7.5 - Relação entre a tensão de excitação e a profundidade de modulação obtida para o atuador AFX-01 com aplicação do método  $b_1/b_3$ .

Percebe-se, na figura 7.5, a linearidade entre os resultados para a profundidade de modulação em relação à tensão de excitação obtidos. A seguir, procede-se à análise o comportamento de deslocamento do AFX-01 calculado usando-se (2.15) como mostra a figura 7.6.



**Figura 7.6** - Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o atuador AFX-01, utilizando o método  $b_1/b_3$ .

Analisando o gráfico, observa-se que a relação entre o deslocamento e a tensão de excitação é linear, dentro da faixa de tensão aplicada na piezocerâmica do AFX-01. Através dessa investigação, pode-se calcular o coeficiente angular da reta aproximada, formada pelos pontos adquiridos aplicando a técnica dos mínimos quadrados. Para isso, usa-se a expressão:

$$c = \frac{V - V_0}{\Delta L - \Delta L_0} \tag{7.1}$$

Escolheu-se os pontos V(3,6; 30,4) e  $\Delta L(6,65; 43,36)$  que, substituídos em (7.1), resulta em um coeficiente angular de 1,37 nm/V<sub>p</sub>, compatível com o valor de 1,36 nm/V<sub>p</sub>, mensurado por (BARBOSA, 2009). Ressalta-se que a linearidade do atuador AFX-01, também foi analisada por Nader (2002). A comparação de resultados para o coeficiente angular pode ser vista na tabela 7.2.

**Tabela 7.2** - Comparação dos resultados obtidos para o coeficiente angular da reta que descreve a linearidade do atuador piezelétrico flextensional AFX – 01.

Valores dos coeficientes angulares da reta de linearidade					
Método de referência	Inclinação (nm/V)	Frequência			
Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>	1,37	125 Hz			
Baixa profundidade de modulação (BARBOSA, 2009)	1,36	125 Hz			
Sensor Óptico MTI2000 (NADER, 2002)	1,35	1 Hz			

## 7.3 Avaliação da Linearidade do Atuador AFX-02 Utilizando o Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Para o atuador AFX-02, a caracterização foi realizada com o gerador de função configurado para produzir um sinal triangular com freqüência fixa de 400 Hz, a menor freqüência em que o sinal fotodetectado se mostrou mais bem comportado diante do desvanecimento (BARBOSA, 2009).

Os sinais fotodetectados foram adquiridos de medições realizadas para tensões variando entre 0,58 e 18,4  $V_p$ . Os resultados experimentais, de profundidade de modulação de fase e de deslocamentos produzidos pelo AFX-02, os quais são calculados utilizando a relação (2.15), são apresentados na tabela 7.3.

Tensão de excitação (em V <sub>p</sub> )	Barbosa (2009)		Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>		
	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	$\phi_0$ (x $\pi$ rad)
18,40	0,73	37,14	0,7406	37,29	0,4973
14,80	0,62	31,36	0,6278	31,61	0,4969
11,20	0,47	23,93	0,4830	24,32	0,4967
7,40	0,31	16,09	0,3105	15,64	0,4969
3,60	0,15	8,04	0,1486	7,48	0,4982
1,08	0,04	2,14	0,2470	-	-
0,58	0,03	1,65	0,3226	-	-

Tabela 7.3 - Resultados obtidos com o atuador piezelétrico AFX-02.

Com os dados tabulados, percebe-se que ocorre discrepância entre os valores de x'' para tensões abaixo de 1,08 V<sub>p</sub>. Isto ocorre devido ao método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>, conforme demonstrado na seção 4.2.1, possuir um MDPS de aproximadamente 0,097 rad. Portanto, considerou-se somente os dados para as tensões entre 3,6 e 18,4 V<sub>p</sub> para a elaboração do gráfico da tensão de excitação em função da profundidade de modulação obtida experimentalmente x'', como apresentado na figura 7.7 (para o método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>).



**Figura 7.7** - Relação entre a tensão de excitação e a profundidade de modulação obtida para atuador AFX-02 com aplicação do método  $b_1/b_3$ .

Percebe-se, na figura 7.7, a linearidade entre os resultados para a profundidade de modulação em relação à tensão de excitação obtidos em simulação. Por fim, procede-se à

análise do comportamento de deslocamento do AFX-02 calculado usando-se (2.15) como mostra a figura 7.8.



Figura 7.8 - Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o atuador AFX-02, utilizando o método  $b_1/b_3$ .

Analisando o gráfico, observa-se que a relação entre o deslocamento e a tensão de excitação é linear para o método  $b_1/b_3$ , dentro da faixa de tensão (3,6 a 8,4 V<sub>p</sub>) aplicada na piezocerâmica do AFX-02. Através dessa investigação, calcula-se o coeficiente angular da reta aproximada, formada pelos pontos V(3,6 ; 18,4) e  $\Delta$ L(7,48 ; 37,49) que, substituídos em (7.1), resulta em um coeficiente angular de 2,01 nm/V<sub>p</sub>, compatível com o valor de 2,00 nm/V<sub>p</sub>, mensurado por Barbosa (2009).

### 7.4 Avaliação da Linearidade do Manipulador MFX-01 Utilizando o Método b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub>

Nessa seção apresenta-se a simulação com os dados experimentais obtidos para mensurar deslocamentos produzidos no mini-manipulador MFX-01 mostrado na figura 3.10. Conforme discutido no capítulo 3, este manipulador apresenta duas cerâmicas acopladas à estrutura metálica. Ao excitar a cerâmica vertical, o deslocamento na direção X caracteriza o acoplamento direto, e, o deslocamento na direção Y, o cruzado, portanto, foram medidos esse dois tipos de acoplamento.

A freqüência utilizada para o sinal modulador triangular foi de 100 Hz, tanto para o acoplamento direto como para o cruzado. Os sinais fotodetectados das medições do acoplamento direto foram adquiridos para tensões variando entre 0,34 e 3,6 V<sub>p</sub>. Apresenta-se na tabela 7.4 os resultados experimentais obtidos por Barbosa (2009) e com o método  $b_1/b_3$  de deslocamentos produzidos pelo manipulador MFX-01. Novamente utilizou-se a relação (2.15) para o cálculo de deslocamento.

difeto.					
Tensão de excitação (em V <sub>p</sub> )	Barbosa (2009)		Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>		
	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	$\phi_0$ (x $\pi$ rad)
10,4	-	-	2,2735	114,47	0,4998
7,2	-	-	1,5310	77,09	0,5001
3,60	0,8036	40,46	0,8020	40,38	0,4981
2,00	0,4554	22,92	0,4546	22,89	0,4969
0,68	0,1857	9,35	0,1781	8,97	0,4979
0,34	0,0929	4,67	0,0966	4,86	0,4988

 Tabela 7.4 Resultados obtidos com o manipulador piezelétrico MFX-01 - acoplamento direto.

Através dos resultados obtidos, pôde-se verificar na figura 7.9 o comportamento da variação da fase em função da tensão de excitação, usando-se o método  $b_1/b_3$ .



**Figura 7.9** - Relação entre a tensão de excitação e a variação de fase do manipulador MFX-01 acoplamento direto obtida pela aplicação do método  $b_1/b_3$ .

Percebe-se, na figura 7.9, a linearidade entre os resultados para a profundidade de modulação em relação à tensão de excitação. Traçou-se também o gráfico da tensão de excitação em função do deslocamento, como apresentado na figura 7.10.



**Figura 7.10** - Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o manipulador MFX-01 acoplamento direto, utilizando o método  $b_1/b_3$ .

Verifica-se ao analisar o gráfico, que a relação entre o deslocamento e a tensão de excitação é linear, dentro da faixa de tensão aplicada na piezocerâmica vertical do MFX-01. A partir desses dados, calcula-se o coeficiente angular da reta aproximada, formada pelos pontos adquiridos aplicando a relação (7.1). Escolheu-se os pontos V(0,34; 3,6) e  $\Delta L(4,86$ ; 40,38) resultando em um coeficiente angular de 10,90 nm/V<sub>p</sub>, compatível com o valor de 10,97 nm/V<sub>p</sub>, mensurado por (BARBOSA, 2009).

A mesma análise é realizada agora para as medições do deslocamento cruzado. Os sinais fotodetectados para o acoplamento cruzado, foram adquiridos para tensões elétricas maiores, variando entre 1,68 e 23,2 V<sub>p</sub>. Observa-se na tabela 7.5 os resultados experimentais de deslocamentos produzidos pelo manipulador MFX-01 para o acoplamento cruzado. Tal qual nos itens anteriores, utilizou-se a relação (2.15) para o cálculo desses deslocamentos.

Tensão de excitação (em V <sub>p</sub> )	Barbosa (2009)		Método b <sub>1</sub> /b <sub>3</sub>		
	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	<i>x''</i> (em rad)	Deslocamento (em nm <sub>pico</sub> )	$\phi_0$ (x $\pi$ rad)
40,00	-	-	1,4252	71,76	0,4997
23,20	0,82	41,54	0,8306	41,82	0,4982
20,00	0,70	35,24	0,7107	35,78	0,49756
16,80	0,62	31,47	0,6357	32,01	0,49716
13,60	0,50	25,17	0,5182	26,09	0,49668
10,40	0,37	18,63	0,3716	18,71	0,49648
7,20	0,25	12,58	0,2386	12,01	0,49721
3,36	0,14	7,30	0,1381	6,95	0,49816
1,68	0,07	3,52	0,8177	-	-

 Tabela 7.5 Resultados obtidos com o manipulador piezelétrico MFX-01 - acoplamento cruzado.

Novamente, vale lembrar que a aplicação do método  $b_1/b_3$  resulta em erro nas medições para profundidade de modulação menores que seu MDPS de 0,097 rad. Assim, considera-se somente os valores de x'' obtidos para as tensões entre 3,36 e 23,20 V<sub>p</sub>. A figura 7.11, ilustra o comportamento da variação da fase em função da tensão de excitação, usando-se o método  $b_1/b_3$ .



**Figura 7.11** - Relação entre a tensão de excitação e a variação de fase do manipulador MFX-01 acoplamento cruzado obtida pelo método  $b_1/b_3$ .

Observa-se, na figura 7.11, a linearidade entre os resultados para a profundidade de modulação em relação à tensão de excitação obtidos com a aplicação do método  $b_1/b_3$ .

Através dos resultados obtidos, traçou-se também o gráfico da tensão de excitação em função do deslocamento, como apresentado na figura 7.12.



**Figura 7.12** - Gráfico dos deslocamentos em função da tensão de excitação obtidos para o manipulador MFX-01 acoplamento cruzado, utilizando o método  $b_1/b_3$ .

Ao analisar o gráfico da figura 7.12, percebe-se que a relação entre o deslocamento e a tensão de excitação também é linear, dentro da faixa de tensão aplicada no MFX-01 para o acoplamento cruzado. Calcula-se, então, o coeficiente angular da reta aproximada aplicando a relação (7.1) e escolheu-se os pontos V(3,36; 23,20) e  $\Delta L(6,35; 41,82)$  resultando em um coeficiente angular de 1,75 nm/V<sub>p</sub>, compatível com o valor de 1,76 nm/V<sub>p</sub>, mensurado por (BARBOSA, 2009).

Os resultados obtidos com dados experimentais obtidos por Barbosa (2009), puderam comprovar a eficiência do método  $b_1/b_3$ , desde que se trabalhe dentro da faixa de profundidade de modulação entre 0,097 e 8 rad. Com isso, encerram-se os testes obtidos com o método  $b_1/b_3$  com os dados experimentais adquiridos para o atuador e mini-manipulador piezoelétrico flextensional, bem como a validação do método  $b_1/b_3$ . No próximo capítulo serão apresentadas discussões sobre esses resultados, além da conclusão desta dissertação de mestrado.

## **Capítulo 8** conclusões

Ao longo deste trabalho, apresentou-se uma revisão bibliográfica sobre fundamentos de interferometria homódina, bem como, do funcionamento de interferômetros de dois feixes, como o de Michelson. Retratou também a influência de ruídos eletrônicos na fotodetecção e de fatores ambientais externos, devido a alta sensibilidade do sistema interferométrico, ocasionando o fenômeno do desvanecimento. Ainda como parte da investigação teórica, abordou-se detecção de fase óptica, com vistas para aplicação em medição de deslocamentos micrométricos em sólidos. Em seguida, foi relatado também um dos temas relacionados a esta pesquisa, que são os atuadores piezoelétricos flextensionais. Abordou-se os métodos de projeto, seu funcionamento e algumas de suas características mais relevantes.

Ênfase foi dada ao novo método com modulação triangular para demodulação de fase óptica, aqui denominado de método  $b_1/b_3$ , apresentando suas potencialidades e limitações. Mediante simulações realizadas utilizando o software Matlab, foi possível determinar a faixa dinâmica teórica para o método  $b_1/b_3$ , diante de ruído e desvanecimento.

Foi realizada também, a implementação em Simulink, devido à possibilidade da inserção de ruído branco variável no tempo, o que permite que os resultados teóricos sejam os mais próximos dos experimentais. Além disso, evidenciou-se que o método  $b_1/b_3$  possui simplicidade de cálculo do deslocamento de fase óptica e que não é afetado por variações da intensidade óptica da fonte, por influências de fase  $\phi_0$  e valores reduzidos de visibilidade de franjas. Pôde-se verificar, em testes de simulação, que este método realmente possui limitações na faixa dinâmica, conforme previsto analiticamente, cujos limites mínimo e máximo são influenciados pelo nível de ruído do sistema de medição. A presença de ruído branco, representado pelo fator de ruído K, e de  $\phi_0$  variável são responsáveis pelo aparecimento de regiões próximas às singularidades, dentro da quais a SNR's das harmônicas caem a valores abaixo da unidade, ocasionando um erro no cálculo da profundidade de modulação esperada x'.

O desenvolvimento do modelo interferométrico no Simulink foi importante para o conhecimento do processo computacional envolvido na demodulação de *x* utilizando sinal

modulador triangular, possibilitando avaliar a complexidade computacional exigida para a implementação do método  $b_1/b_3$ . Os testes realizados permitiram confirmar que os códigos de programação dos algoritmos de detecção de fase foram inseridos corretamente no computador, sem erros de sintaxe ou semântica. Além disso, verificou-se que o modelamento elaborado em Simulink é eficaz mesmo com condições severas de parâmetros.

A avaliação realizada durante as simulações ainda não pode ser considerada, de certa forma, generalizada, pois se estabeleceu características específicas de ruído para a obtenção de resultados. No entanto, pode-se concluir que com os resultados obtidos e o estudo das características do novo método permitiu-se a elaboração da figura 5.9, na qual evidencia-se que o método  $b_1/b_3$  é vantajoso, apresentando uma faixa dinâmica potencialmente mais ampla do que a dos métodos clássicos aqui citados.

Uma vez comprovada teoricamente a potencialidade do método  $b_1/b_3$  através das simulações, implementou-se o modulador eletro-óptico de amplitude para realizar sua validação experimental. O sistema modulador de amplitude é baseado no efeito eletro-óptico, o qual utiliza uma célula Pockels em configuração transversal. A utilização do sistema se justifica por apresentar melhor comportamento que o interferômetro em termos de desvanecimento, e pelo fato de a célula Pockels possuir características que podem ser previstas analiticamente. O método  $b_1/b_3$  foi aplicado a um conjunto de dados na qual se operou com tensões triangulares, em 1 kHz, e amplitudes até 340 V<sub>pp</sub>. Os resultados obtidos para as profundidades de modulação mensuradas foram satisfatórios e concordaram com resultados obtidos em simulações. Foi calculado também o valor prático da tensão de meia-onda, fator de grande relevância em uma célula Pockels, obtendo-se  $V_{\pi} = 66,24$  V<sub>p</sub>, valor satisfatoriamente condizente com o valor teórico obtido de  $V_{\pi} = 64,92$  V. Dessa maneira, foi possível comprovar e validar a aplicabilidade do método  $b_1/b_3$  em ambientes experimentais.

Comprovou-se também a eficácia do método  $b_1/b_3$  quando aplicada à demodulação dos sinais fotodetectados adquiridos por Barbosa (2009). A comparação dos dados permite estabelecer que este novo método pode ser aplicado na caracterização de atuadores e manipuladores piezoelétricos.

Embora Barbosa (2009) tenha operado na condição de quadratura de fase ( $\phi_0 = \pi/2$  rad), devido à natureza inerente do processo de demodulação de sinais NBPM, no método  $b_1/b_3$  a fase  $\phi_0$  pode assumir quaisquer valores, exceto  $\phi_0 = n\pi$  rad. Entretanto, a utilização de uma rotina computacional para determinar o valor experimental de  $\phi_0$ , conforme (4.42), em concordância com o cálculo de *x*, permite avaliar se no momento da medição tal problema ocorreu, e assim, descartar este dado.

Relativamente ao método NBPM, o método  $b_1/b_3$  só mostrou problemas na detecção de profundidade de modulação inferiores à 0,097 rad (correspondente a 4,9 nm), quando se cai abaixo do limite inferior da faixa dinâmica de demodulação. Ainda assim, tanto o deslocamento principal (elevado) quanto o deslocamento cruzado (reduzidos) pode ser detectado no teste do mini-manipulador MFX-01.

Por outro lado, ao contrário da técnica NBPM que demanda um exaustivo procedimento de calibração do interferômetro, o método  $b_1/b_3$  dispensa este esforço.

Em resumo, com relação a outros métodos convencionais de demodulação dinâmica da fase óptica em interferômetros homódinos, como o  $J_1/J_3$ ,  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_4$  modificado e  $J_1...J_6$ , o novo método  $b_1/b_3$  revelou as seguintes características:

- É imune ao desvanecimento de sinal;
- É um método direto, não necessitando resolver nenhuma equação transcendental;
- É auto-consistente, não exigindo nenhum procedimento de calibração inicial;
- É imune à variação na potência da fonte óptica ou na visibilidade das franjas;
- Não apresenta o problema de ambiguidade de fase;
- Não necessita de nenhuma rotina extra para correção de sinal [como no J<sub>1</sub>...J<sub>4</sub> modificado];
- É mais sensível que todos aqueles métodos (MDPS igual a 0,097 rad);
- Tem ampla faixa dinâmica (só é inferior ao  $J_1/J_3$ );
- Além da medição de deslocamentos, também pode ser aplicada à medição de outras grandezas físicas;
- Além do interferômetro de Michelson, também pode ser aplicado a outros interferômetros como o Mach-Zehnder, Sagnac e polarimétrico.

Por outro lado, devem ser enunciadas as seguintes limitações:

 O sinal elétrico de excitação triangular deve apresentar o menor conteúdo de distorção harmônica possível (MENEZES, 2007), caso contrário, pode ocorrer redução na faixa dinâmica;

- Na caracterização de atuadores piezoelétricos, deve-se operar em frequências de modulação bem inferiores à suas primeiras ressonâncias mecânicas, sob o risco de se gerar o fenômeno de "*tracking error*" (LEÃO, 2004);
- O fotodiodo deve apresentar elevada largura de banda, a fim de não distorcer o sinal detectado sob baixa profundidade de modulação.

Acredita-se assim, mediante os resultados obtidos, que o estudo e aplicação desse método tem uma boa perspectiva para a caracterização de APF's, manufaturados pelo Grupo de Sensores e Atuadores da Escola Politécnica da USP, juntamente com a interferometria óptica.

#### 8.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Espera-se que este trabalho sirva como uma referência inicial para o leitor, e que forneça estímulo para que refinamentos futuros sejam incorporados ao modelamento, gerando-se resultados que se aproximem mais da prática.

Sugere-se que, antes que quaisquer novas técnicas interferométricas de demodulação de fase sejam implementadas em laboratório, sejam testadas em ambiente Simulink, diante de variações severas dos parâmetros  $I_0$ , V, x,  $\omega_0 e \phi_0$ . Além disso, como o Simulink possui uma biblioteca de controladores de dispositivos, incluindo placas de aquisição de dados e outras interfaces de E/S propõe-se, em futuras aplicações, a compilação do algoritmo para processamento em placas de DSP ou em ambiente do software Labview.

Sugere-se também, utilizar a forma de onda triangular para avaliar o grau de histerese dos atuadores piezoelétricos investigados, algo que ainda não foi realizado no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS-Unesp.

### REFERÊNCIAS

ABRAMOWITZ, H.; STEGUN, I. A. **Handbook of mathematical functions.** New York: Dover, 1972. 1046 p.

ALMEIDA, V. R.; SILVA, A. C., OLIVEIRA, J. E. B. High dynamic range fiber optic gyroscope demodulation technique based on triangular waveform phase modulation. In: MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE - SBMO/IEEE MTT-S, APS AND LEOS – IMOC, 1999, Rio de Janeiro, RJ. **Proceedings...** São Caetano do Sul: SBMO, 1999. p. 405-409.

BAHIA, R. C. **Otimização topológica aplicada ao projeto de mecanismos flexíveis**. 2005. 174 f. Dissertação (Mestre em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BALLATO, A. Piezoelectricity: old effect, new thrusts. **IEEE Transactions on Ultrasonics**, **Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v. 42, n. 5, p. 916-926, 1995.

BARBOSA, F. A. A. **Aplicação da técnica interferométrica à medição de microvibrações em atuadores piezelétricos através do método de contagem de franjas.** 2007. 84 f. Estudos Especiais I - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

BARBOSA, F. A. A. Aplicação da técnica interferométrica à medição de microvibrações em atuadores piezelétricos flextensionais através do método de baixo índice de modulação. 2008. 100 f. Estudos Especiais II - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

BARBOSA, F. A. A. **Método de detecção interferométrica de fase, com baixa profundidade de modulação, aplicado à medição de deslocamentos nanométricos em atuadores e minimanipuladores piezoelétricos.** 2009. 158 f. Dissertação (Mestrado em engenharia elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

BEHEIN, G.; FRITSCH, K. Range finding using frequency-modulated laser diode. **Applied Optics**, New York, v. 25, n. 9, p. 1439-1442, 1986.

BORN, M.; WOLF, E. **Principles of optics-eletromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light**. 6. ed. Oxford: Cambridge University Press, 1980. 808 p.

BUTKOV, E. Mathematical physics. New York: Addison-Wesley, 1968. 373 p.

CAO, J. N.et al. Research and design of a large phase shift fringe count interferometric fiberoptic accelerometer. In: PROCEEDINGS OF SPIE, 2004, Beijing, China. **Proceedings...** Bellingham: SPIE, 2005. v. 5634, p. 315-322.

CARBONARI, R. C. **Projeto de atuadores Piezoelétricos flextensionais usando o método da otimização topológica**. 2003. 168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

CARBONARI, R. C. **Projeto de multi-atuadores Piezoelétricos homogêneos e gradados utilizando o método de otimização topológica**. 2008. 219 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

CARBONARI, R. C. et al. Experimental and numerical characterization of multi-actuated Piezoelectric device designs using topology optimization. **Smart Structures and Integrated Systems**, Bellingham, v. 5764, p. 472-481, 2005.

CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C. N; NISHIWAKI, S. Design of multi-actuated Piezoelectric mechanisms using topology optimization. In: WORLD CONGRESS ON STRUCTURAL AND MULTIDISCIPLINARY OPTIMIZATION RIO DE JANEIRO, 2005, Rio de Janeiro. **Proceedings...** Rio de Janeiro: [s.n.], 2005.

CARLSON, A. B.; CRILLY, P. B.; RUTLEDGE, J. C. **Communication Systems**. 4. ed. Singapore: McGraw-Hill, 2002. 864 p.

CHIEN, P. Y.; PAN, C. L; CHANG, L. W. Triangular phase-modulation approach to an open-loop fiber optic gyroscope. **Optics Letters**, v. 16, n. 21, p. 1701-1703, 1991.

CHIEN, P. Y.; CHAO, C. H. Interferometric phase-locking of two electronic oscillators based on a cascade electro-optic modulator. **Japanese Journal of Applied Physics**, Tokyo, v. 32, p. 414-416, 1993.

CHIEN, P. Y.; CHANG, Y. S.; CHANG, M. W. Distance and velocity-detection interferometer by using a frequency triangular-modulated laser diode. **Applied Optics**, New York, v. 34, n. 16, p. 2853-2855, 1995.
CHIEN, P. Y.; CHANG, Y. S.; CHANG, M. W. Electrically nulled interferometric sensor based on triangular phase modulation. **Optics Communications**, Amsterdam, v. 135, p. 198-202, 1997.

DEFERRARI, H. A.; DARBY, R. A., ANDREWS, F. A. Vibrational displacement and modeshape measurement by a laser interferometer. **The Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 35, n. 28, p. 5667-5669, 1967.

DOGAN, A.; UCHINO, K.; NEWNHAM, R. E. Composite piezoelectric transducer with truncated conical endcaps "cymbals". **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v. 44, n. 3, p. 597-605, 1997.

DOLFI, D. W.; NAZARATHY, M. 40 GHz electro-optic modulation with 7,5 V drive voltage. **Electronics Letters**, London, v. 24, n. 9, p. 528 – 529, 1988.

DONATI, S.; MERLO, S. Applications of diode laser feedback interferometry. **Journal of Optics**, New York, v. 29, n. 31, p. 156-161, 1998.

EBERHARD, D.; VOGES, E. Fiber gyroscope with phase-modulated single-sideband detection. **Optics Letters**, New York, v. 9, n. 1, p. 22-24, 1984.

FERRARI; J. A.; GARCIA, P. Optical-fiber vibration sensor using step interferometry. **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 31, p. 4496-4499, 1996.

GIALLORENZI, T. G. et al. Optical fiber sensor technology. **IEEE Journal of Quantun Electronics**, New York, v. QE-18, n. 4, pp. 626-665, 1982.

GUO, D.; WANG, M. Self-mixing interferometer based on temporal-carrier phase-shifting technique for micro-displacement reconstruction. **Optics Communications**, v. 263, p. 91-97, 2006.

HARIHARAN, P. Optical interferometry. 2. ed. New York: Academic Press, 2003. 351 p.

HEIDEMAN, R. G.; LAMBECK, P. V. Remote opto-chemical sensing with extreme sensitivity: design, fabrication and performance of a pigtailed integrated optical phase-modulated Mach-Zehnder interferometer system. **Sensors and Actuators B**, Lausanne, v. 61, p. 100-127, 1999.

HETCH, E. Optics. 2. ed. Massachusetts: Addison-Wesley, 1987. 680 p.

JIN, W. et al. Modified J1...J4 method for linear readout of dynamic phase changes in a fiberoptic homodyne interferometer. **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 31, p. 4496-4499, 1991.

JIN, Z. et al. Open-loop experiments in a resonator fiber-optic gyro using digital triangle wave phase modulation. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v. 19, n. 20, p. 1685-1687, 2007.

KAMINOW, I. P. An introduction to electrooptic devices. New York: Academic Press, 1974. 409 p.

KARRIS, S. T. **Introduction to Simulink with engineering applications**. 2. ed. Fremont: Orchad, 2006. 722 p.

KEHTARNAVAZ, N.; GOPE, C. DSP System design using Labview and Simulink: a comparative evaluation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH AND SIGNAL PROCESSING, 2006, Tolouse. **Proceedings...** New York: IEEE, 2006. v. 2, p. II.985-II.988.

KEISER, G. Optical fiber communications. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

KUO, W. K.; KUO, J. Y.; HUANG, C. Y. Electro-optic heterodyne interferometer. **Applied Optics**, New York, v. 46, n. 16, p. 3144-3149, 2007.

LEÃO, J. V. F. **Interferometria óptica aplicada à medição de amplitudes de vibração nanométricas em piezoatuadores flextensionais.** 2004. 157 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

LEE, C. T.; CHANG, L. W.; CHIEN, P. Y. Interferometric fiber sensors based on triangular phase modulation. **Journal of the Chinese Institute of Engineers**, Tokyo, v. 21, n. 3, p. 305-315, 1998.

LE LETTY, R. et al. Amplified piezoelectric actuators for aerospace applications. In: AMAS WORKSHOP ON SMART MATERIALS AND STRUCTURES – SMART'03, 2003, Jadwisin. **Proceedings...** Jadwisin: [s.n.], 2003. p. 51-62.

LI, C.; YOSHIRO, T. Optical voltage sensor based on electooptic crystal multiplier. **Journal of Lighwave Technology**, New York, v. 20, n. 5, p. 843-849, 2002.

MARTINS, W. M. Sensores ópticos de tensão baseados no efeito eletroóptico em cristais de niobato de lítio. 2006. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

MARÇAL, L. A. P. **Novas técnicas de detecção de fase óptica em interferômetros homódinos aplicadas à caracterização de atuadores piezoelétricos flextensionais.** 2008. 263 f. Tese (Doutorado em engenharia elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

MENEZES, J. P. C. **Técnicas de demodulação de fase óptica em interferômetros utilizando análise espectral do sinal detectado**. 2007. 106 f. Estudos Especiais I - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.

MENEZES, J. P. C. Análise teórica e experimental de um método interferométrico de detecção de fase óptica auto-consistente e com elevada faixa dinâmica, aplicado à caracterização de atuadores piezoelétricos flextencionais. 2009. 146 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

NADER, G. **Desenvolvimento de técnicas de caracterização de transdutores piezelétricos**. 2002. 158 f. Tese (Doutorado em engenharia elétrica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

NEWNHAM, R. E. et al. Flextensional "moonie" actuators. IEEE ULTRASONIC SYMPOSIUM, 1993, Baltimore. **Proceedings...** Baltimore: IEEE, 1993. p. 509-513.

NIEZRECKI, C. et al. Piezoelectric actuation: state of the art. **The Shock and Vibration Digest**, Washington, v. 33, n. 4, p. 269-280, 2001.

NORGIA, M.; DONATI, S. A displacement-measuring instrument utilizing self-mixing interferometry. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 52, n. 6, p. 1765-1770, 2003.

OPPENHEIM, A. V; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. **Discrete-time signal processing**. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 870 p.

ROOS; P. A.; STEPHENS, M.; WIEMAN, C. E. Laser vibrometer based on optical-feedbackinduced frequency modulation of a single-mode laser diode. **Applied Optics**, New York, v. 35, n. 24, p. 6754-6761, 1996. SAKAMOTO, J. M. S.; PACHECO, G. M. Laser ultrasonics in Brazil for aeronautics and space engineering. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS, 2010, Chile. **Proceedings...** Chile: Universidad de Santiago de Chile, 2010. p. 1081-1084.

SCHMIDT, V. A. et al. Optical calibration of vibration pickups at amplitudes. **The Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 33, n. 6, p. 448-451, jun. 1961.

SCRUBY, C. B.; DRAIN, L. E. Laser ultrasonics – techniques and applications. New York: Adam Hilger, 1990. 447 p.

SMITH, D. H. A method for obtaining small mechanical vibration of known amplitude. **Proceedings of the Physical Society**, London, v. 57, n. 6, p. 534-542, 1945.

SILVA, E. C. N.; KIKUCHI, N. Design of piezoelectric transducers using topology optimization. Journal Smart Materials and Structures, New York, v. 8, n. 3, p. 350-364, 1999.

SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S.; KIKUCHI, N. Topology optimization design of flextensional actuators. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, New York, v. 47, n. 3, p. 657-671, 2000.

SILVA, E. C. N. et al. Characterization of novel flextensional actuators designed by using topology optimization method. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 14, n. 4/5, p. 297-308, 2003.

SILVA, M. C. Aplicação do método da otimização topológica para projeto de mecanismos flexíveis menos suscetíveis à ocorrência de dobradiças. 2007 162 f. Dissertação (Mestre em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

SUDARSHANAM, V. S. Minimum detectable phase shift in spectrum-analysis techniques of optical interferometric vibration detection. **Applied Optics**, New York, v. 31, n. 28, p. 5997-6002, 1992.

SUDARSHANAM, V. S.; CLAUS, R.O. Generic J1...J4 method of optical phase detection - accuracy and range enhancement. **Journal of Modern Optics**, London, v. 40, n. 3, p. 483-492, 1993.

SUDARSHANAM, V. S.; SRINIVASAN, K. Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. **Optics Letters**, New York, v. 14, n. 2, p. 140-142, 1989.

SUSUKI, T.; KOBAYASHI, K. SASAKI, O. Real-time displacement measurement with a two-wavelength sinusoidal phse-modulating laser diode interferometer. **Applied Optics**, New York, v. 39, n. 16, p. 2646-2652, 2000.

SVELTO, O. Principles of lasers. 2. ed. New York: Plenum Press, 1982. 375 p.

TAKIY, A. E. **Análise de ruídos na detecção interferométrica homódina e heteródina**. 2009. 53 f. Estudos Especiais I - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009a.

TAKIY, A. E. **Simulação dinâmica de interferômetros ópticos usando o Simulink**. 2009. 58 f. Estudos Especiais II - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009b.

WANG, M.; LAI, G. Displacement measurement based on Fourier method with external laser cavity modulation. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 72, n. 8, p. 3440-3445, 2001.

XU, Q. C. et al. Ceramic-metal composite actuator. In: IEEE ULTRASONIC SYMPOSIUM, 1991, Orlando. **Proceedings...** New York: IEEE, 1991. p. 923-928.

YARIV, A.; YEH, P. **Optical waves in crystals**. New York: John Wiley & Sons, 1984. 608 p.

YARIV, A. Optical eletronics. 3. ed. New York: Holt, Rinehart and Winstonm, 1985. 736 p.

YING, D.; MA, H.; JIN, Z. Resonator fiber optic gyro using the triangular wave phase modulator technique. **Optics Communications**, Amsterdam, v. 281, p. 580-586, 2008.

YING, D. et al. Analysis of Kerr effect in resonator fiber-optic gyros with triangular wave phase modulation. **Applied Optics**, New York, v. 49, n. 3, p. 529-535, 2010.