

Descrevendo e predizendo curvas de crescimento e forças metabólicas

Sêneca, um dos mais célebres filósofos do império romano, declarou: “Sorte é o que acontece quando o preparo se encontra com a oportunidade”. No decorrer do nosso trabalho percebemos a veracidade deste pensamento.

Adentrar a área de modelagem foi uma decisão difícil, pois a matemática assombra a muitos desde a meninice. Mas, quando ousamos, descobrimos que esse fantasma pode ser nosso camarada (Sampaio, 2002). Foi exatamente o que aconteceu, quando empenhávamos no aperfeiçoamento da planilha PPM.

No início apenas desejávamos encontrar um programa livre que ajustasse a tão conhecida curva de Gompertz. Deparamos com um programa em Excel de autoria de Petr Klemra e Stanislav Doubal, que gentilmente nos enviou uma cópia. Continuamos à procura de algo que suprisse a nossa necessidade. Então, acessamos o programa NRM1.1 de Verdenov e Pesti que é disponibilizado livremente, entretanto há o limite de apenas 100 entradas. Como nossos dados ultrapassavam esse limite, percebemos que as duas planilhas já citadas, não viabilizavam rodar nossos números. Assim, conhecendo a capacidade do suplemento solver do Excel tivemos a oportunidade de iniciar uma nova planilha com 1000 dados de entrada (Kemmer & Keller, 2010). Nasce, assim, a planilha PPM, ajustando inicialmente 11 modelos, e atualmente 20 (Figuras 1 e 2).

Examples MENU GOMPERTZ Program for evaluation of Gompertzian survival curves Licence conditions There are no limitations of free using and copying the present program provided that the user, when publishing results of GOMPERTZ program, quotes the following papers : (1) Doubal S., Klemra P. Practical methodology of evaluation of mortality curves and detection of aging-related interventions. Age 20: 229-233, 1997. (2) Klemra P., Doubal S. Gompertz - A program for evaluation and comparison of survival curves. Journal of the American Aging Association, 23:3:129-132, 2000. https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3455601/pdf/11357_2000_Article_14.pdf	NUTRITIONAL RESPONSE MODELS Version 1.1* A workbook to fit data from nutritional experiments to several models Dmitry Vedenov Department of Agricultural and Applied Economics vedenov@uga.edu Gene Pesti Department of Poultry Science gpesti@uga.edu The University of Georgia Athens, Georgia 30602 *IN VERSION 1.1, THE CALCULATIONS FOR THE R² VALUES HAVE BEEN CORRECTED http://extension.uga.edu/publications/detail.html?number=RB440
---	---

Figura 1. Planilhas livres para ajustes de curvas



Figura 2. Planilha PPM para ajustes de curvas

Certamente, nada cresce na natureza sem atingir um limite (Karkach, 2006). Logo, surge a questão: Qual será o limite para a planilha PPM? Relembrando que o objetivo inicial era um programa que ajustasse a curva de Gompertz.

Ao participarmos de uma banca de Doutorado em Pirassununga com o Doutor Douglas E. de Faria (<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/74/74131/tde-03112016-140320/publico/DO8193265COR.pdf>), foi nos apresentado a curva de Richards e seus atributos, o que muito nos fascinou; mas ocorrendo um habitual inconveniente “não convergia”, possivelmente devido a problemas de compatibilidades numéricas (Yin et al., 2003; Karkach, 2006).

Diante desse novo desafio, começamos a buscar caminhos para a curva de Richards convergir. Há muito tempo, outros pesquisadores, já buscavam solucionar esse enigma; como Causton (1969) ao propor “A computer program for fitting the Richards function”. Isso posto, cabe um alerta aos futuros pesquisadores, não se debrucem apenas à Literatura “dos últimos dez anos”, pois muitas vezes a resposta não estará na bibliografia mais atual (Fisher et al., 1996ab).

Jorgensen (1980) de forma cuidadosa e genial propõe o ajuste da curva de Richards. Analogicamente, podemos entender a proposta dele, trazendo a figura do malabares que

Manoel Garcia Neto
Faculdade de Medicina Veterinária – Depto de Apoio, Produção e Saúde Animal
Rua Clóvis Pestana, 793 – Bairro Dona Amélia – CEP. 16050-680 – Araçatuba – SP
Tel. (18) 3636-1368 – E-mail: mgarcia@fmva.unesp.br

deseja lançar sempre todos os pinos ao ar, mas sem sucesso. Entretanto, se ele modestamente começar a jogar dois pinos, depois três e finalmente os quatro, certamente terá maior possibilidade de obter sucesso.

Assim, iniciamos ao ajuste da curva de Richards que segundo Jorgensen deveríamos começar de forma comedida os parâmetros a , b , c , e d , mas não todos ao mesmo tempo. Provavelmente, essa é a razão do grande insucesso no ajuste da curva de Richards, encontrados na literatura (Freitas et al., 1984; Zach, 1988; Braccini-Neto et al., 1996; Birch, 1999; Oliveira et al., 2000; Venugopalan & Shamasundaran, 2003; Vitezica et al., 2010; Porter et al., 2010; Drumond et al., 2013; Faridi et al., 2014, Veloso et al., 2015, 2016) mesmo utilizando programas sofisticados como o SAS (retomando a analogia: jogam todos os quatro pinos/parâmetros de uma só vez). Por isso, voltamos a afirmar: as respostas que desejamos já podem ter sido esclarecidas há muito tempo, para encontrá-las há necessidade de realizar uma boa revisão que poderá ultrapassar os “últimos dez anos de literatura”.

Aplicando esse princípio da não avidez em querer ajustar os quatro parâmetros de uma vez só, obtivemos o tão almejado sucesso de ajustar a curva de Richards. Entretanto, ainda há particulares ajustes e situações que requerem mais paciência. Para esses casos

mais melindrosos foi disponibilizado um botão específico “

Learning Model

”.

Visando melhorar a interpretação das curvas, acrescentamos o gráfico de resíduos. Após isso, deparamos com um novo desafio proposto por Gregorczyk (1991), desdobrar a curva de crescimento em sua primeira derivada (velocidade) e segunda derivada (aceleração), aspirando encontrar os pontos definidos na curva P_1 , P_i e P_2 . A partir desses pontos teriam três fases na curva de crescimento: a fase exponencial, a fase linear (P_1 até P_2) e a fase de maturação. É interessante observar que os pontos P_1 e P_2 são simétricos ao P_i . A razão disso é que a curva analisada era a logística que tem seu ponto de inflexão exatamente em 50% do valor de sua assíntota (Figura 3).

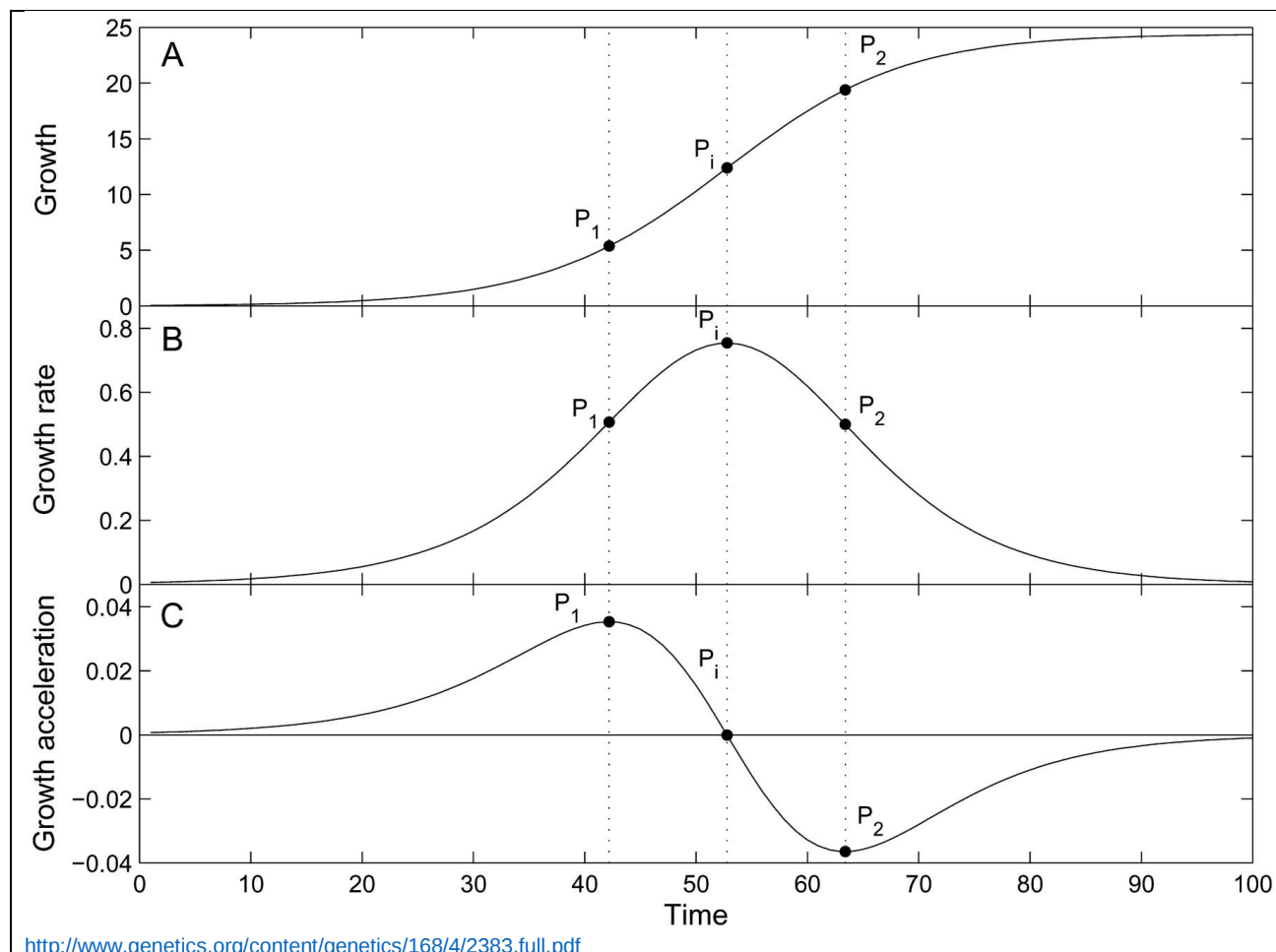


Figura 3. Pontos críticos definidos por derivada.

Trabalhos mais recentes apresentam uma visão mecanicista aos modelos de crescimentos e abordam uma visão ontogênica ao destacar fases críticas durante a trajetória do crescimento (Forbes & Lopez, 1989; Wu et al., 2004; Hall et al., 2013), derivando a curva de crescimento para obter os mesmos três pontos críticos P_1 , P_i e P_2 .

A fim de mostrar a importância desses pontos, Wu et al. (2004) apresentaram um exemplo esclarecedor ao descrever as três fases do câncer: o crescimento inicial exponencial, a fase intermediária linear, e por fim, o declínio do crescimento do tumor. Ao se conhecer tal trajetória seria possível definir com mais precisão o início dos sintomas clínicos e o momento da manifestação dos mais sérios problemas.

Desta forma, convictos de que a curva de crescimento permite revelar mais compreensão por suas derivadas, e principalmente que o modelo de Richards define a curva

efetivamente mais adequada para os dados analisados, tudo isso fez com que iniciássemos novos ajustes ao PPM (Marinakakis, 2012).

Nesse momento estávamos diante de um extremo desafio matemático: derivar a curva de Richards em sua primeira e segunda derivada. Felizmente, nos deparamos com recursos livres na internet que de uma forma magistral acomodaram nosso “fantasma”, não somente para a curva de Richards, como também, para Gompertz, Logísticas (2 e 3) e Weibull.

Então, ficamos animados por encontrar o caminho das derivadas e suas aplicações práticas para avaliar a influência favorável ou não da nutrição, genética e ambiência em relação às curvas de crescimento. Nesse momento do PPM surge uma nova proposta dizendo que seria possível aplicar uma visão mecanicista, com base nas leis de Newton (Shimojo et al. 2006).

Shimojo et al. (2006) passam a definir novos termos como “growth force” e que $F = m \cdot a$ “looks like force that gets involved in the growth”.

Daí a necessidade de retomarmos o pensamento de Sêneca: “Sorte é o que acontece quando a capacidade se encontra com a oportunidade”, podemos considerar que tivemos “sorte”, pois tínhamos a capacidade da planilha PPM em definir a aceleração (segunda derivada da curva de crescimento) e conhecer a “massa” em qualquer ponto da curva de crescimento; e a oportunidade de aplicar a proposta de Shimojo et al. (2006) na planilha PPM.

Entramos, então, numa nova área que visa contemplar as “forças” e suas trajetórias. Alguns autores já se debruçaram sobre esse tema (Von Bertalanffy, 1957; Forbs & Lopes, 1989; West et al. 2001; Makarieva et al., 2004; West et al., 2004; Moses et al., 2008; Dumas et al., 2010; Hook et al., 2011; Hall et al., 2013; Griebeler et al., 2013; Shi et al., 2014; Mahanta & Borah, 2014; Maino & Kearney, 2015; Martyshev & Terentiev, 2015).

Após essa revisão, definimos ser conveniente batizar a “força do crescimento/ *growth force*” como “força ontogênica metabólica” e seu desdobramento em “força ontogênica do crescimento” e “força ontogênica de manutenção”, a saber:

$$F = m.a;$$

correspondendo F = força ontogênica metabólica;

m = massa mensurada em cada tempo da curva;

a = aceleração da massa correspondente ao aferir a massa.

Como o princípio da conservação da energia deve ser observado e não pode ser violado (Makarieva et al., 2004; Shi et al., 2014), inferimos que a massa poderia ser dividida em m_1 e m_2 : m_1 = massa da já existente biomassa e m_2 = massa da nova biomassa.

Assim sendo:

$$F = m.a$$

$$F = (m_1 + m_2).a$$

$$F = m_1.a + m_2.a$$

Significando:

$m_1.a$ = força ontogênica de manutenção da massa já existente, entretanto em $m_2.a$ = força ontogênica do crescimento, ou seja, a energia destinada à síntese de nova biomassa que efetivamente faz o animal crescer dia a dia até atingir seu máximo desenvolvimento (assíntota) (Shi et al., 2014).

Essas referidas novidades exigiram uma nova abordagem da planilha PPM, visando acomodar esses novos pontos que foram definidos como F_1 , F_i , F_2 e F_3 .

Massa ao nascimento até F_1 = fase exponencial do crescimento.

F_1 até F_2 = fase quase-linear do crescimento.

F_2 até F_3 = fase exponencial decrescente.

F_3 = ponto de saturação (final do crescimento).

Como aplicação prática para elucidar essas novidades serão ajustadas curvas a fim de avaliar a ontogenia do crescimento em árvores (altura), em humanos (kg), de aids (pessoas) e, finalmente, em frangos (gramas).

Exemplo 1 – Predição de altura de pinheiros

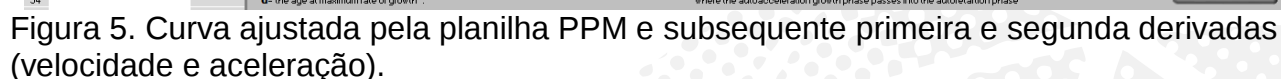
Propositadamente escolhemos o trabalho de Zhao-gang & Feng-ri (2003), em virtude desses autores aferirem o crescimento em “metros”, o que segundo Shi et al. (2014) seria compatível de ser ajustado por curvas sigmóides. Surpreendentemente, os dados dessa pesquisa abrangem um período compreendido de 265 anos. Por questões óbvias, a massa em kg não seria a melhor opção (Karkach, 2006), mas sim a altura das árvores (Figura 4).

Journal of Forestry Research, 14(1): 19-26 (2003)						19
The generalized Chapman-Richards function and applications to tree and stand growth						
LIU Zhao-gang, LI Feng-ri						
College of Forestry Resources and Environment, Northeast Forestry University, Harbin 150040, P. R. China						
Abstract: The generalized Chapman-Richards model was derived from the Chapman-Richards function in which parameters η, κ and m were unconstrained. Based on the structure of solutions and biological interpretations, the model could be classified into eight cases (three categories) at all and among them only 4 kinds of cases are suitable in forestry that represent four typical growth patterns of trees and stands. For each of 4 equations, the model properties and biological interpretations for parameters were discussed in detail. The generalized Chapman-Richards model was capable of describing a wide range of growth curves that was asymptotic or nonasymptotic, with or without inflection point. In order to illustrate the versatility of the model, it was fitted to a group of data sets concerning the DBH growth of cryptomeria plantations with 4 initial densities and the DBH and height growth of natural Korean pine tree. Comparing the generalized Chapman-Richards function and the Schnute model, it was found that the parameters and expressions of the two models were interchangeable in theory, and the fitting results were explicitly identical in empirical applications. Keywords: Generalized Chapman-Richards function; Schnute model; Growth model; Growth pattern; <i>Cryptomeria japonica</i>; <i>Pinus koraiensis</i> CLC Number: S711 Document code: A Article ID: 1007-662X(2003)01-0019-07 https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF02856757.pdf						
Table 4. DBH and height growth data for a 265-year-old tree of natural Korean pine in northeast China						
Age (yrs)	DBH (cm)	Height (m)	Age (yrs)	DBH (cm)	Height (m)	
10	0.0	0.42	150	15.5	17.35	
20	0.0	1.06	160	17.9	19.05	
30	1.1	1.70	170	22.0	20.95	
40	2.0	2.54	180	27.0	22.90	
50	2.5	3.20	190	30.8	25.00	
60	3.4	3.93	200	34.1	26.55	
70	3.9	4.58	210	37.1	27.95	
80	4.6	5.20	220	40.7	29.12	
90	5.5	6.15	230	44.0	30.15	
100	6.7	7.48	240	40.7	31.05	
110	7.6	8.85	250	44.0	31.95	
120	9.4	10.35	260	55.4	32.65	
130	11.2	12.25	265	57.9	32.90	
140	13.1	15.20				

Figura 4. Altura de pinos conforme a idade (anos).

Manoel Garcia Neto
Faculdade de Medicina Veterinária – Depto de Apoio, Produção e Saúde Animal
Rua Clóvis Pestana, 793 – Bairro Dona Amélia – CEP. 16050-680 – Araçatuba – SP
Tel. (18) 3636-1368 – E-mail: mgarcia@fmva.unesp.br

A Figura 5 apresenta as curvas de velocidade e aceleração e os pontos tradicionais P_1 , P_i e P_2 (Gregorczyk, 1998). Curiosamente é a equidistância da altura 7,7-17,7 (+10) e 17,7 – 27,7(+10), lembrando uma curva logística (Ponto de inflexão em 50% da assíntota).



Agora surge a parte mais desafiadora, avaliar as forças metabólicas envolvidas no crescimento de pinos por 265 anos (Figura 6), e a “massa” aferida em metros.

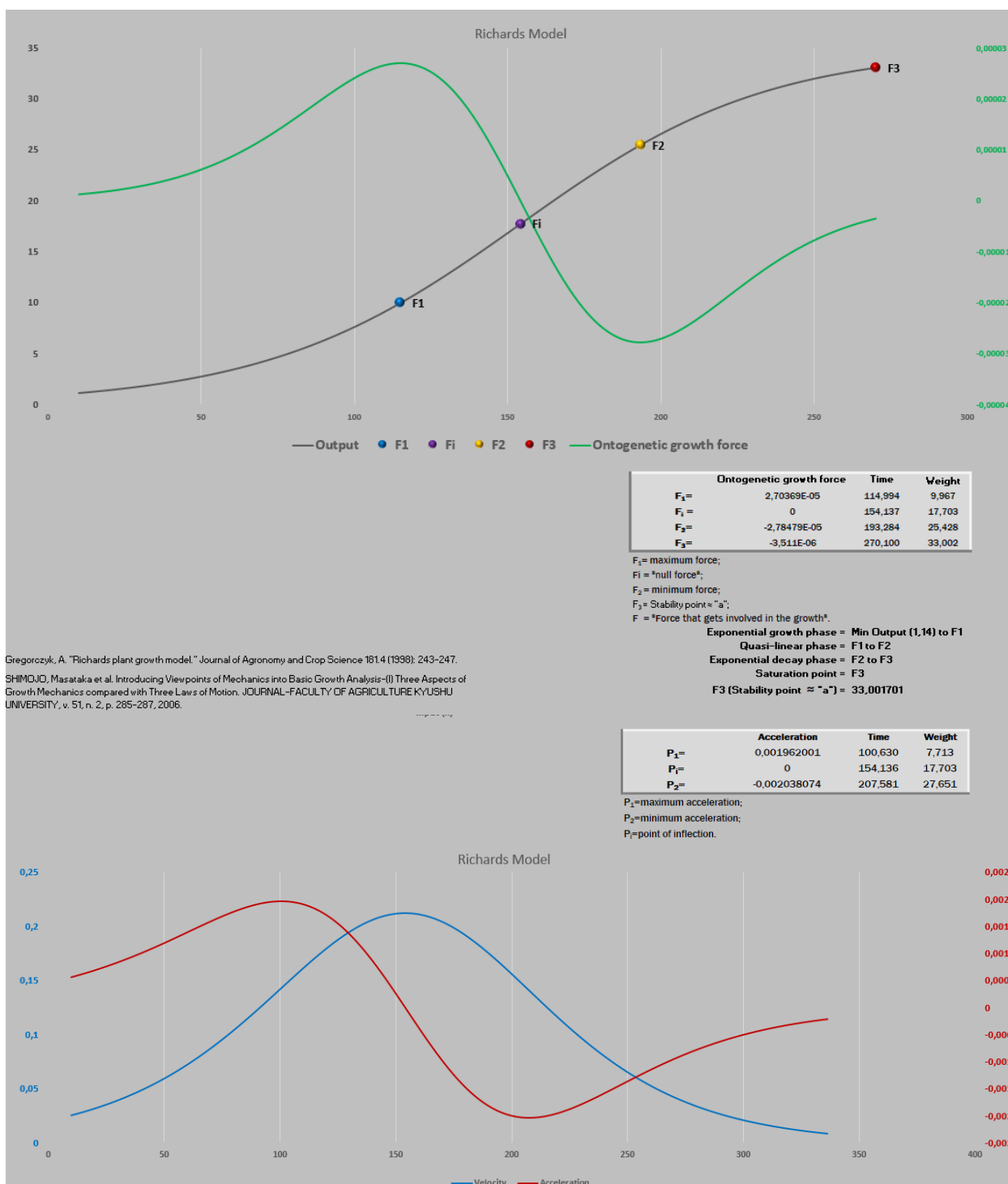


Figura 6. Curva de crescimento e força de crescimento ontogênica.

Primeiramente é necessário recordar a lei dos rendimentos decrescentes: há cada vez menor retorno adicional à medida em que adiciona-se uma mesma quantidade de recursos (Brue, 1993; Kuhl et al. 2012). Esse fato é observado na fase de declínio, a partir

do ponto de inflexão. Assim, o primeiro período seguiria a lei dos “rendimentos crescentes”, defendida por Adam Smith (Vasconcellos, 1983).

A ação das forças metabólicas na fase ascendente (lei dos rendimentos crescentes) se subdivide em dois momentos [ascendência acelerada (13,88%) e desacelerada (7,05%)], totalizando-se dos recursos energéticos de todo o crescimento. Decorrendo que 79,05% do recurso restante é subdividido em 36,39% no momento da fase de declínio em aceleração e 42,67% da desaceleração do declínio (Figura 7, 8 e 9).

Na prática, no período de 265 anos, nos primeiros 154 anos consomem 20,95% do total energético disponibilizado para o crescimento, sendo 79,05% para a fase dos rendimentos decrescentes. Ou seja, a manutenção é caríssima! Todavia, as forças ontogênicas de crescimento ficam bem balanceadas em ambos os períodos, 50,62% no ascendente e 49,38% no declínio.

Provavelmente, o início da fase de saturação deve se dar quando as raízes atingem seu limite de extração de meios para crescer mais, e neste ponto todos os recursos são carregados somente para a manutenção da biomassa acumulada ao longo desses anos.

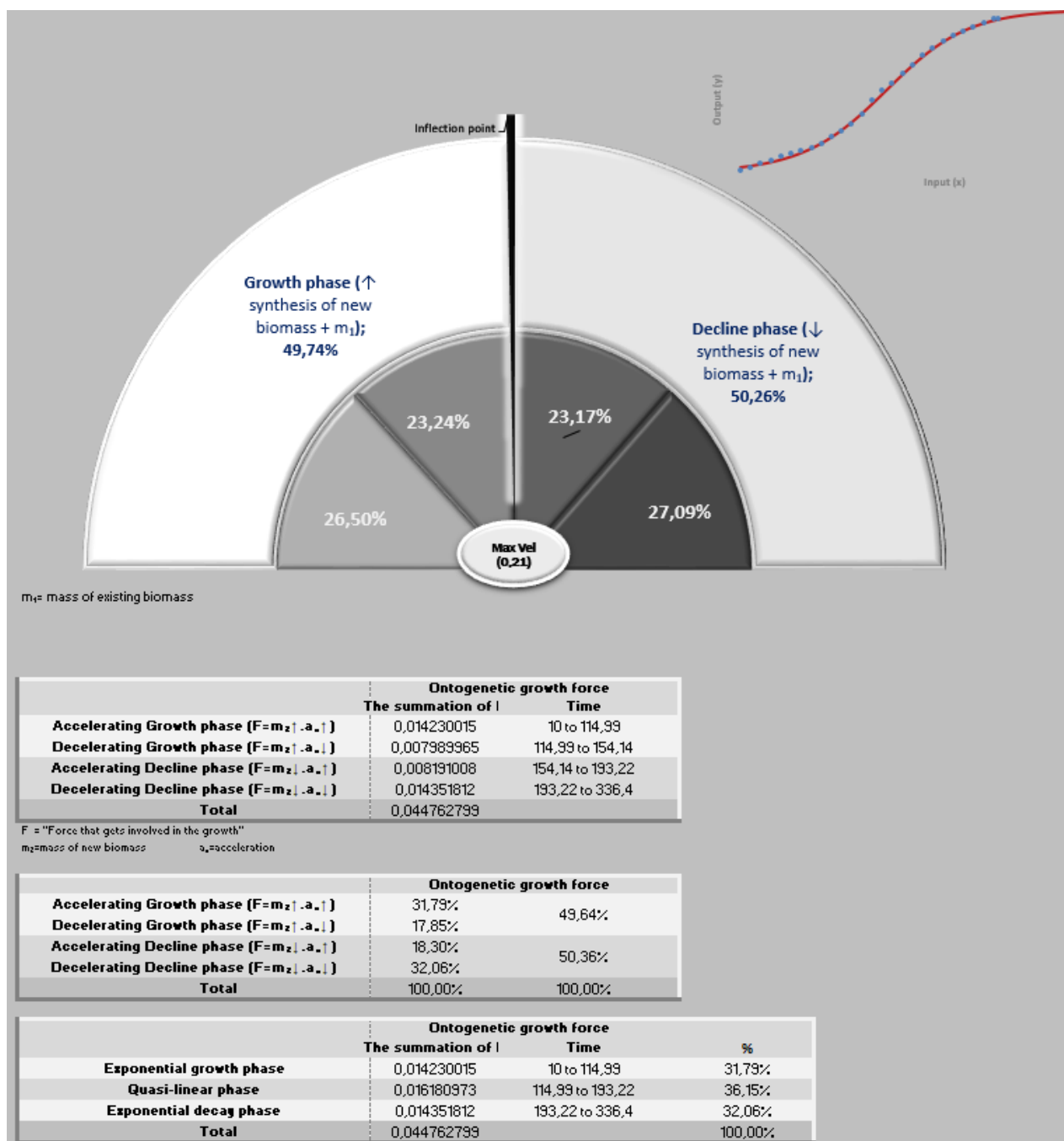


Figura 7. Fases de crescimento e declínio e forças atuantes.

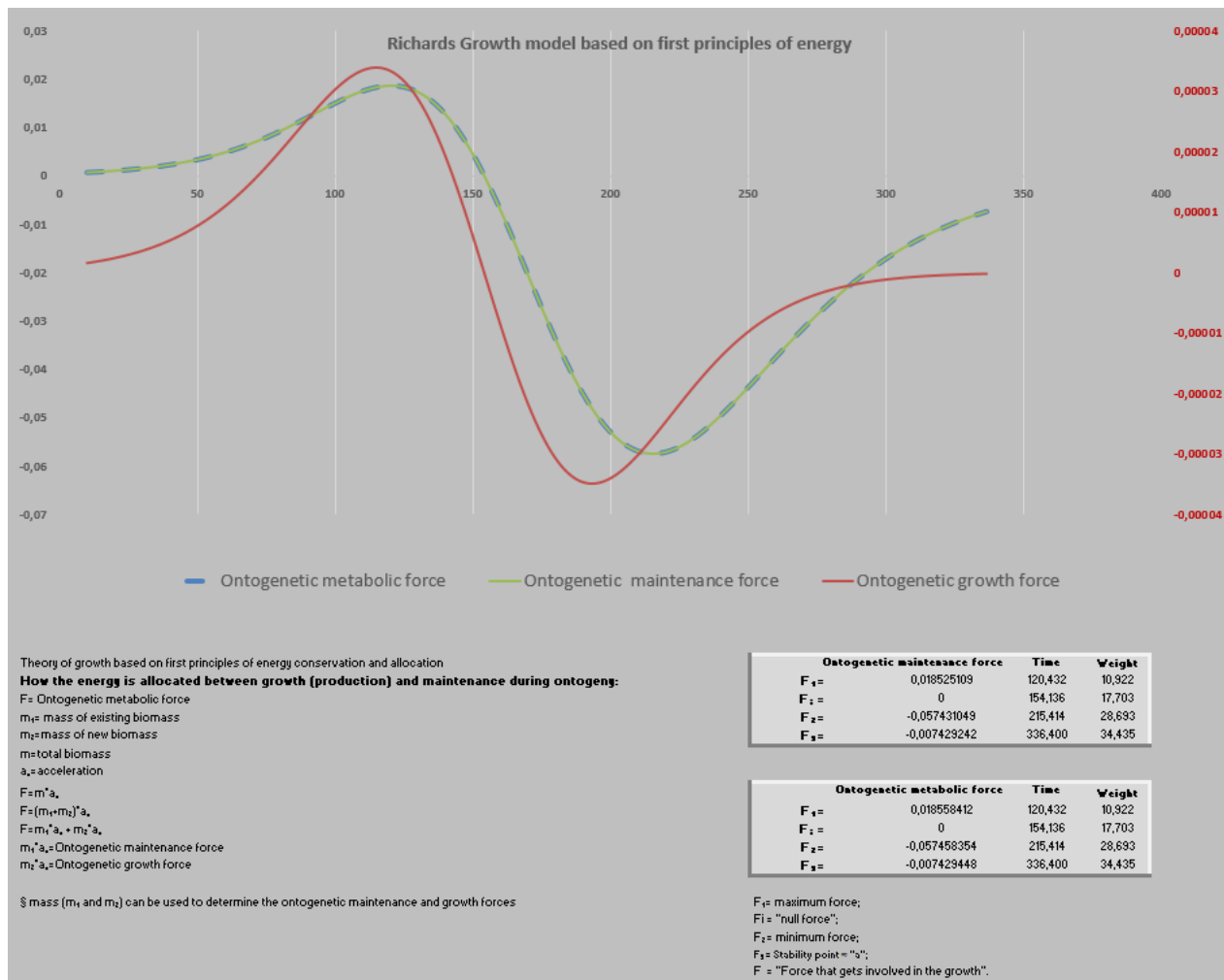


Figura 8. Trajetórias das forças ontogênicas de crescimento, manutenção e metabólica.

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
	The summation of F	Time	The summation of F	Time
Accelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	7,652353841	10 to 120,43	7,668909813	10 to 120,43
Decelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	3,88879734	120,43 to 154,14	3,895101594	120,43 to 154,14
Accelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	20,091192	154,14 to 215,41	20,10593901	154,14 to 215,41
Decelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	33,96645283	215,41 to 336,4	33,97424864	215,41 to 336,4
Total	65,59879601		65,64419905	

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
Accelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	11,67%	17,59%	11,68%	17,62%
Decelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	5,93%		5,93%	
Accelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	30,63%	82,41%	30,63%	82,38%
Decelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	51,78%		51,76%	
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

F = "Force that gets involved in the growth"
 m_1 = mass of existing biomass
 m = total biomass
 a_c = acceleration

Figura 9. Soma das forças ontogênicas de manutenção e metabólica.

Exemplo 2 – Predição do peso de crianças

E no crescimento em peso de humanos (meninos) como seria a distribuição das forças metabólicas? (Figura 10)

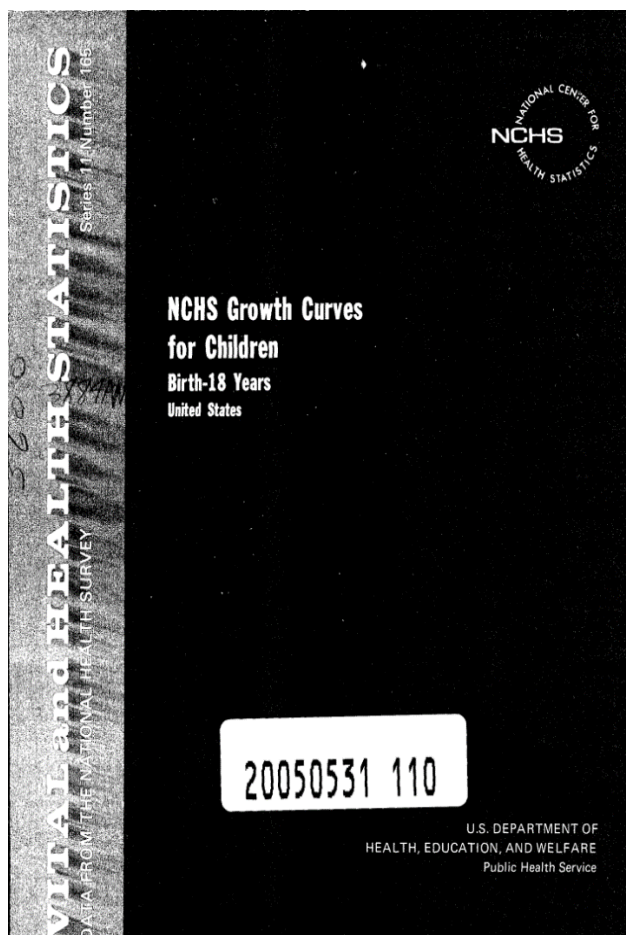


Table 7. Observed percentiles of weight (in kilograms), by sex and age: National Center for Health Statistics, 2-24 years

Sex and age	N ¹	Observed percentile						
		5th	10th	25th	50th	75th	90th	95th
		Weight in kilograms						
<u>Male</u>								
2.00-2.25 years	419	9.97	11.10	11.63	12.67	14.05	14.85	15.47
2.25-2.75 years	945	11.31	11.89	12.63	13.53	14.57	15.69	16.80
2.75-3.25 years	785	12.28	12.84	13.55	14.43	15.34	16.39	17.37
3.25-3.75 years	857	12.70	13.34	14.33	15.39	16.46	17.77	18.83
3.75-4.25 years	856	13.83	14.70	15.46	16.64	17.85	18.87	20.62
4.25-4.75 years	937	14.42	15.09	16.02	17.71	19.17	20.45	21.51
4.75-5.25 years	874	14.99	15.52	16.91	18.47	20.22	21.02	22.59
5.25-5.75 years	878	17.01	17.31	18.33	19.88	21.39	23.21	25.32
5.75-6.25 years	908	16.87	17.80	19.53	21.21	22.85	24.98	26.40
6.25-6.75 years	1,033	17.21	17.82	19.70	21.59	23.41	26.21	28.18
6.75-7.25 years	992	18.59	19.39	21.37	22.93	25.22	28.74	30.72
7.25-7.75 years	1,120	18.76	20.07	22.04	24.33	26.48	29.08	32.31
7.75-8.25 years	1,014	20.20	21.47	23.47	25.65	28.70	31.36	35.15
8.25-8.75 years	902	21.71	22.63	24.35	26.31	29.27	33.08	34.96
8.75-9.25 years	943	22.01	22.98	25.13	27.89	31.75	36.62	40.23
9.25-9.75 years	958	23.11	24.30	26.40	29.65	33.63	38.58	45.67
9.75-10.25 years	1,030	24.40	25.63	27.98	31.83	36.09	41.08	43.69
10.25-10.75 years	1,070	26.09	27.73	29.49	32.57	36.39	40.75	45.66
10.75-11.25 years	1,052	27.98	28.79	31.23	35.86	39.68	44.71	51.83
11.25-11.75 years	952	28.17	30.14	34.07	37.48	41.94	47.16	52.45
11.75-12.25 years	1,010	30.10	31.18	34.21	38.75	46.43	55.24	62.43
12.25-12.75 years	1,092	31.72	32.98	36.18	41.98	47.30	54.05	58.45
12.75-13.25 years	1,155	32.17	34.61	38.43	43.62	50.17	59.22	64.29
13.25-13.75 years	1,056	36.24	37.80	42.92	48.23	58.38	63.44	68.39
13.75-14.25 years	954	38.25	41.47	46.98	51.65	60.77	67.04	76.61
14.25-14.75 years	1,019	40.52	43.64	49.70	55.32	62.62	72.69	77.03
14.75-15.25 years	1,112	42.14	44.93	50.35	56.35	63.63	71.27	76.91
15.25-15.75 years	914	46.26	49.12	54.29	58.92	66.68	75.40	81.81
15.75-16.25 years	1,051	46.83	51.29	55.79	61.74	69.33	76.78	86.07
16.25-16.75 years	876	50.46	53.22	56.77	64.71	72.28	81.62	87.57
16.75-17.25 years	1,054	52.15	55.42	60.55	65.90	73.76	81.72	91.23
17.25-17.75 years	935	51.80	55.53	60.81	66.64	75.36	83.35	92.16
17.75-18.25 years	866	54.76	58.18	62.04	68.96	75.49	83.36	94.71
18.25-19.00 years	1,067	54.96	60.35	63.62	69.88	78.67	92.66	99.60
19.00-20.00 years	1,770	55.40	57.38	65.91	70.66	76.43	87.01	96.48
20.00-21.00 years	1,668	55.86	57.71	65.04	71.89	78.44	88.86	94.84
21.00-22.00 years	1,703	52.66	58.17	65.29	72.12	80.96	89.04	96.13
22.00-23.00 years	1,662	55.02	59.14	65.09	71.77	79.66	90.57	96.93
23.00-24.00 years	1,589	59.16	60.69	65.54	74.71	82.44	94.05	105.35
24.00-25.00 years	1,595	60.87	63.96	67.96	79.37	85.89	97.60	103.19

¹Sample size expressed in thousands. The N's of those cells containing subjects from both HANES I and HES II or HES III have been cut in half to maintain representativeness.

<http://dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a433981.pdf>

Figura 10. Tabela americana de curvas de crescimento para crianças.

A curva é muito diferenciada, por apresentar um ponto de inflexão muito alto (73,71%; 52,14/70,74). Assim, os modelos de Von Bertalanffy, Gompertz ou Logístico não seriam favoráveis para representar a curva de crescimento em humanos (Figura 11). Isso porque, Von Bertalanffy, Gompertz e Logístico apresentam seus pontos de inflexão fixos em 29,63%; 36,79% e 50%, respectivamente de suas curvas (Goshu & Koya, 2013).

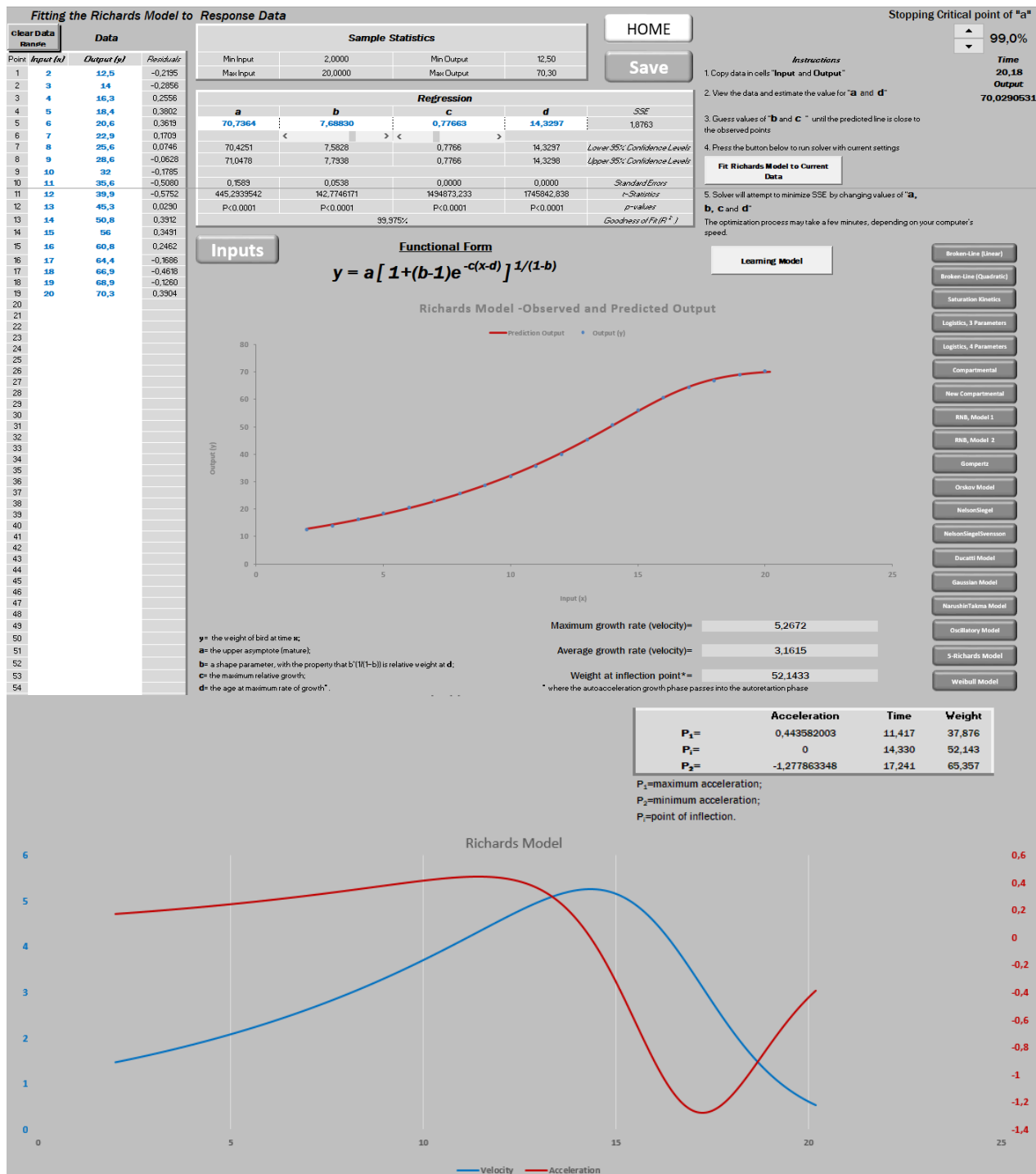


Figura 11. Curva ajustada pela planilha PPM e subsequente primeira e segunda derivadas (velocidade e aceleração).

A pergunta é: quando seria apropriado utilizar os modelos de Gompertz, Von Bertalanffy, e Logístico? Apenas quando o pesquisador tiver certeza de que o ponto de

inflexão é compatível com seus dados (Marinakís, 2012). Para piorar, o ponto de inflexão é influenciado pela genética, nutrição, manejo e ambiência (Knizetova et al. 1983, 1984; Aggrey, 2002).

Diante disso, por não ter como "garantir" o local do ponto de inflexão, o mais prudente seria escolher o modelo em que o ponto de inflexão não é fixo (ex: Weibull e Richards).

Assim sendo, retomando a curva para humanos (2 anos até 20 anos), pode-se observar que de 2 até 12,1 anos a criança tem seu período mais promissor de crescimento (fase de crescimento exponencial) e de 12,1 até 16,6 anos seria o crescimento quase-linear ($F_1 - F_2$). Dos 16,6 até 20,2 seria a fase exponencial de declínio e finalmente aos 20,2 anos a saturação do crescimento (Figura 12).

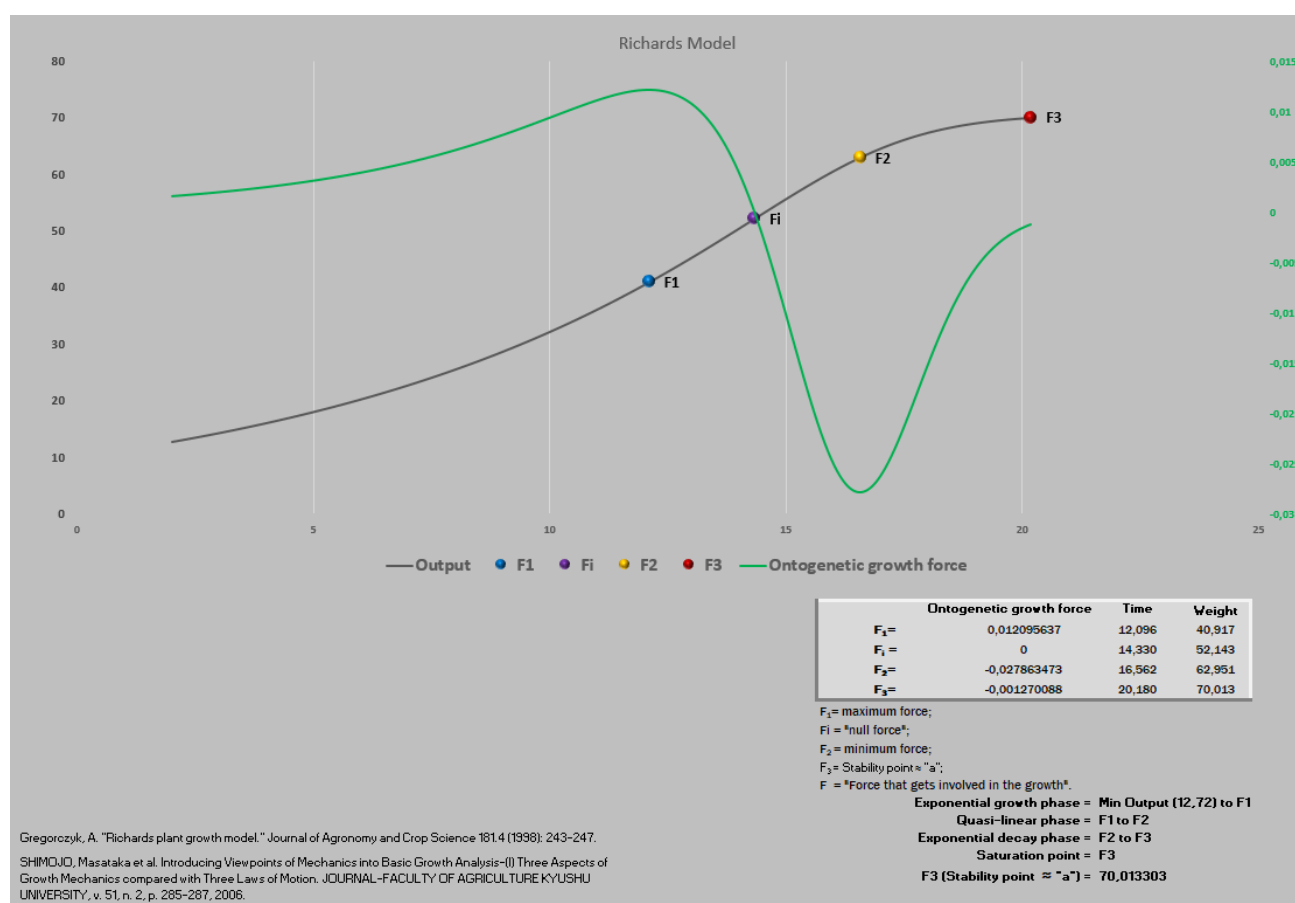


Figura 12. Curva de crescimento e força de crescimento ontogênica.

Do total de energia destinada para o crescimento, nesse período de 20 anos, 48,18% são consumidas até os 14,3 anos e 51,82% na fase de declínio. Por outro lado, do montante

da força destinada à manutenção utiliza-se 26,73% até os 14,3 anos e os restantes 73,27% no período de declínio. Coerentemente, a manutenção se mostra cada vez mais onerosa com o passar do tempo (Figuras 13 a 15).

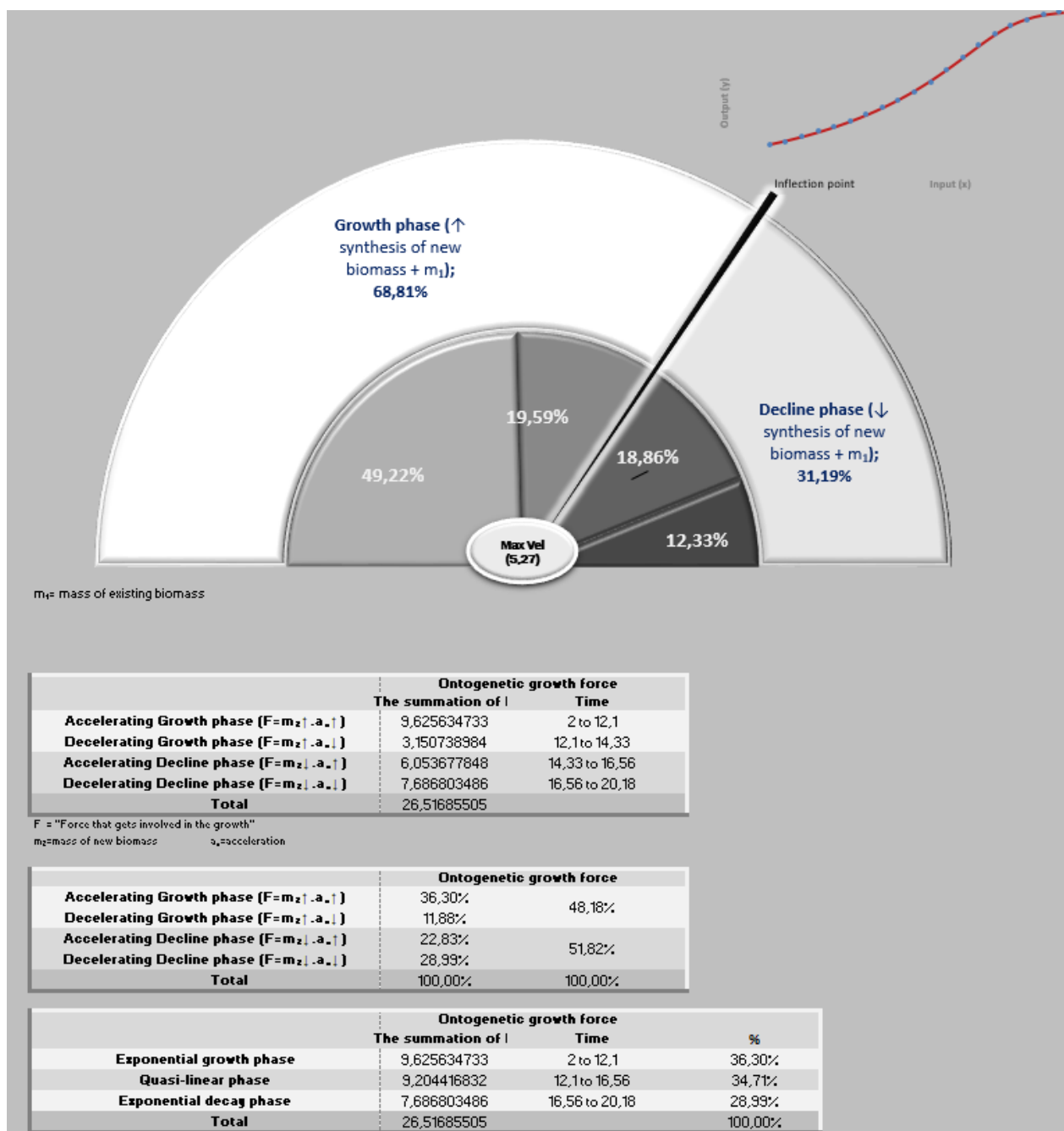


Figura 13. Fases de crescimento e declínio e forças atuantes.

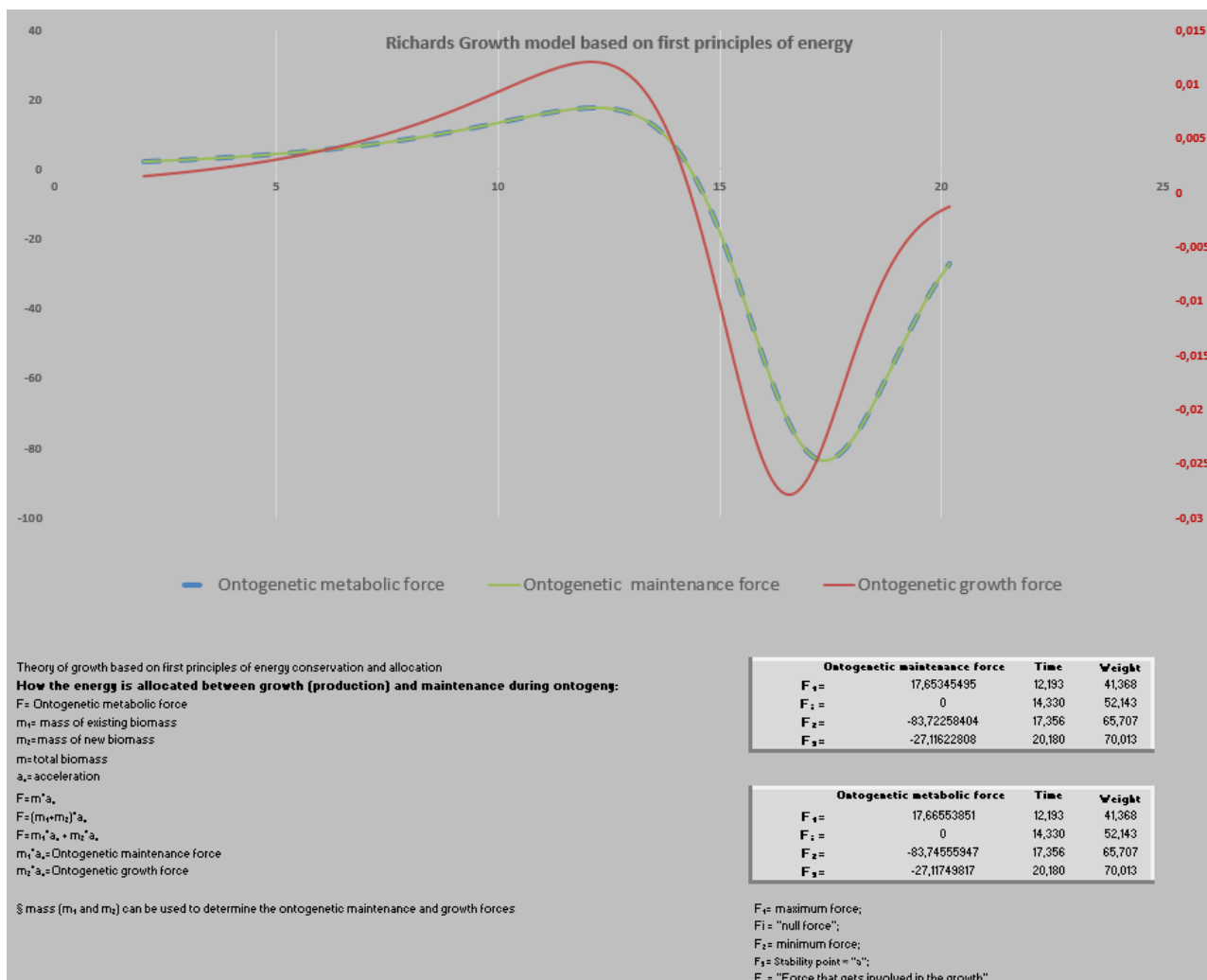


Figura 14. Trajetórias das forças ontogênicas de crescimento, manutenção e metabólica.

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
	The summation of F	Time	The summation of F	Time
Accelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \uparrow$)	14041,06259	2 to 12,19	14053,06286	2 to 12,19
Decelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \downarrow$)	4447,71326	12,19 to 14,33	4450,670539	12,19 to 14,33
Accelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \uparrow$)	23422,46421	14,33 to 17,36	23431,94135	14,33 to 17,36
Decelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \downarrow$)	27262,04976	17,36 to 20,18	27266,3131	17,36 to 20,18
Total	69173,28981		69201,98784	

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
Accelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \uparrow$)	20,30%	26,73%	20,31%	26,74%
Decelerating Growth phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \downarrow$)	6,43%		6,43%	
Accelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \uparrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \uparrow$)	33,86%	73,27%	33,86%	73,26%
Decelerating Decline phase ($F = m_1 \uparrow \cdot a_e \downarrow$) ($F = m \uparrow \cdot a_e \downarrow$)	39,41%		39,40%	
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

F = "Force that gets involved in the growth"
 m_1 = mass of existing biomass
 m = total biomass
 a_e = acceleration

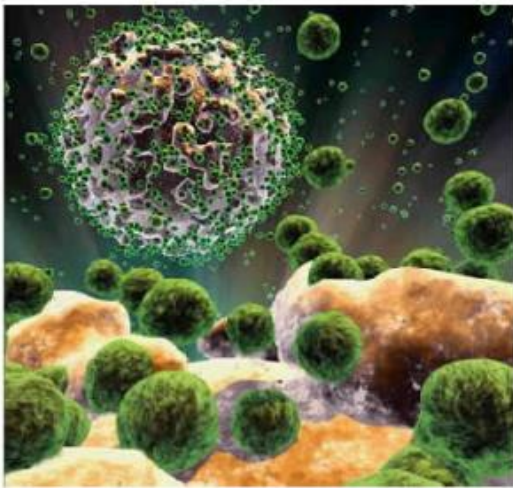
Figura 15. Soma das forças ontogênicas de manutenção e metabólica.

Exemplo 3 – Predição de casos de Aids

Nosso próximo exemplo será ajustar e prever casos de Aids até 2017, mas estando em 2005. O site sugere o modelo Logístico (ponto de inflexão fixo em 50%) (<https://www.intmath.com/differential-equations/predicting-aids.php>), porém com um ponto de inflexão livre obtém o valor de 40,54% (3960/9769). Valor esse acima de Von Bertalanffy (29,63%) e Gompertz (36,79%) e abaixo da Logística (50%) (Figura 16).

Predicting the Spread of AIDS

We use differential equations to predict the spread of diseases through a population. The growth of AIDS is an example that follows the curve of the **logistic equation**, derived from solving a **differential equation**. We will see how to [solve differential equations](#) later in this chapter.



The HIV Virus invades a white blood cell...
Image source: Healthmad

Newly Reported AIDS Cases in Australia to 2005

The following table shows actual reported AIDS cases (cumulative) in Australia.

Year	1981	1984	1987	1990	1993	1996	1999	2002	2005
AIDS cases	2	55	802	2623	5060	7493	8415	9118	9609

<https://www.intmath.com/differential-equations/predicting-aids.php>

Figura 16. Casos de Aids na Austrália (1981-2005).

Novamente, a melhor opção continua na escolha de modelos com o ponto de inflexão livre (Kuhi et al. 2010).

Agora é possível escolher até onde desejamos avançar para o futuro, alterando o "Stopping critical point", que foi fixado em 99,9% no presente exemplo (Figura 17).

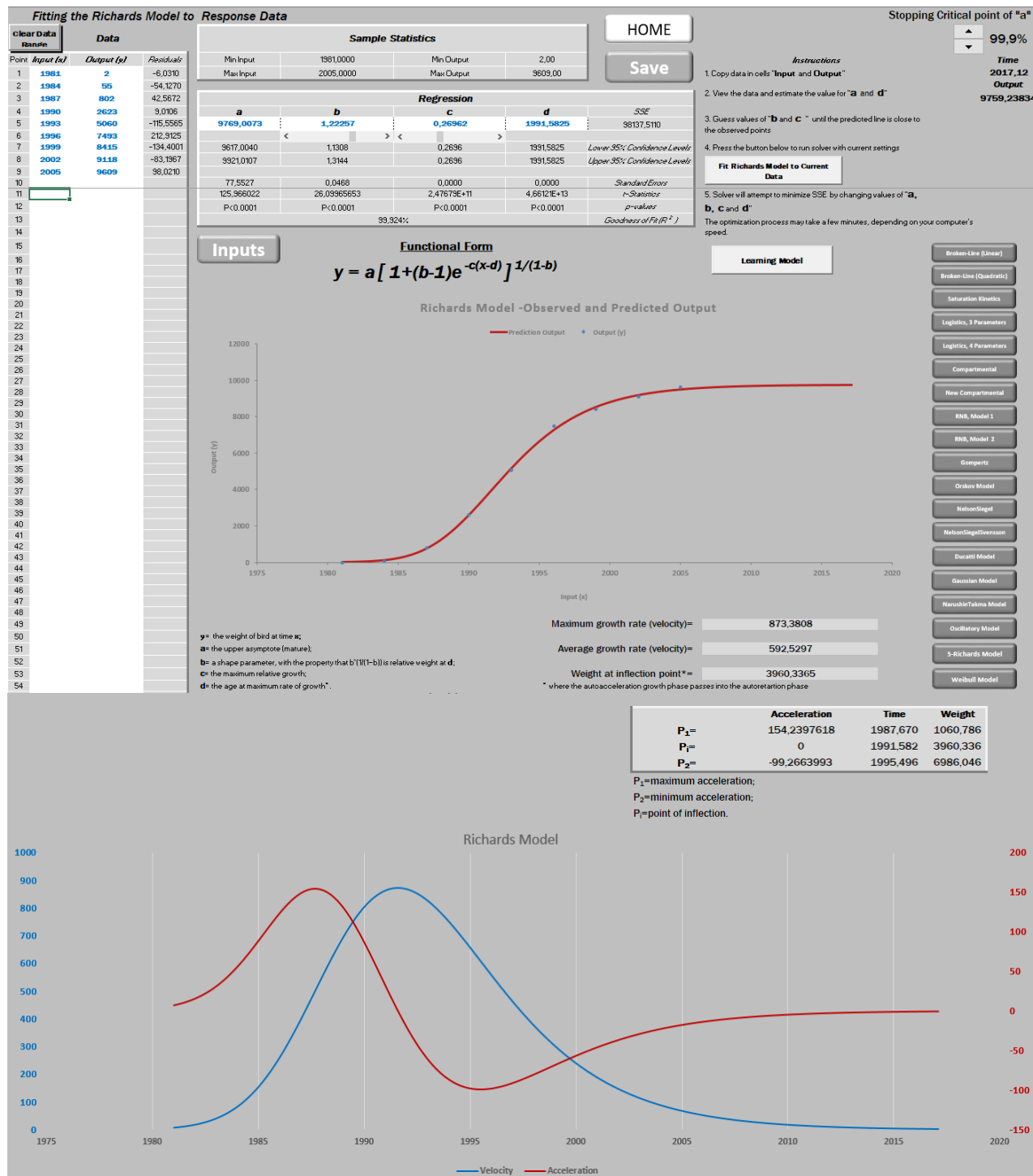


Figura 17. Curva ajustada pela planilha PPM e subsequente primeira e segunda derivadas (velocidade e aceleração).

Como a assíntota nunca atinge o ponto de máximo, há necessidade de limitar o seu máximo, sendo sugerido valor entre 90 a 99% (Passos et al., 2012).

Assim, cada caso é um caso!

Nossa recomendação é que prevalece o bom senso ao atender o objetivo da pesquisa.

Nos casos de Aids na Austrália, conforme o modelo ajustado, o pico de contaminação ocorreu em 1991 (873 novos casos) de um total de 3960 pessoas contaminadas, decaindo a partir desse ano (Figuras 18 a 21).

Conforme os dados da planilha PPM, haverá uma acomodação em torno de 9769 casos. Esse montante ficará estabilizado em virtude dos novos casos, proporcionalmente, passarem a repor os óbitos, razão do valor da assíntota permanecer constante no referido valor.

A estatística não permite avaliar ou amenizar a dor que envolve os casos de Aids, entretanto pode orientar no entendimento da sua trajetória ($R^2 = 99,924\%$).

O modelo de Richards mostra-se também muito oportuno para avaliar em tempo real surtos epidemiológicos, como o da Zika (Sebrango-Rodriguez et al., 2017), da dengue, H1N1 e SARS (Wang et al., 2012).

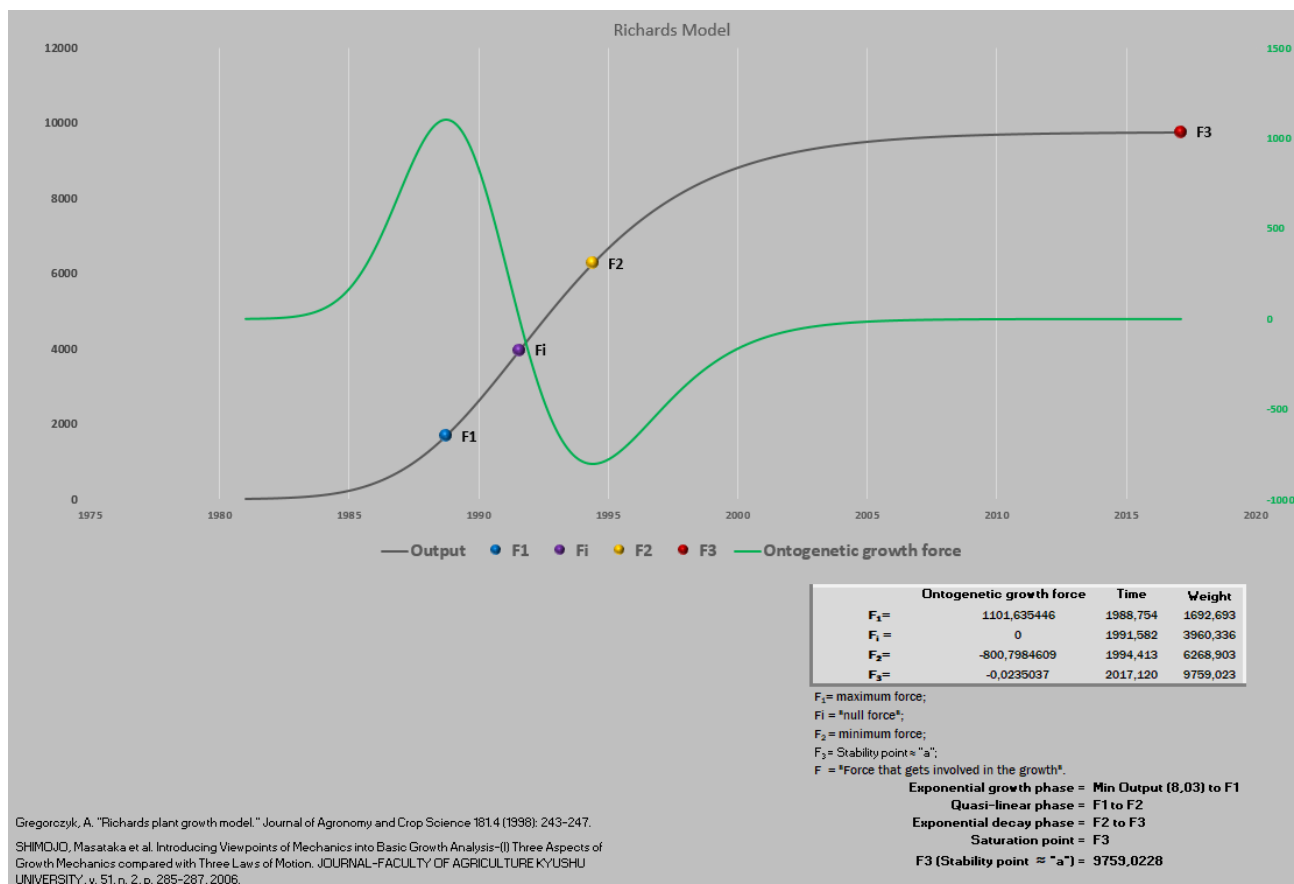


Figura 18. Curva de crescimento e força de crescimento ontogênica.

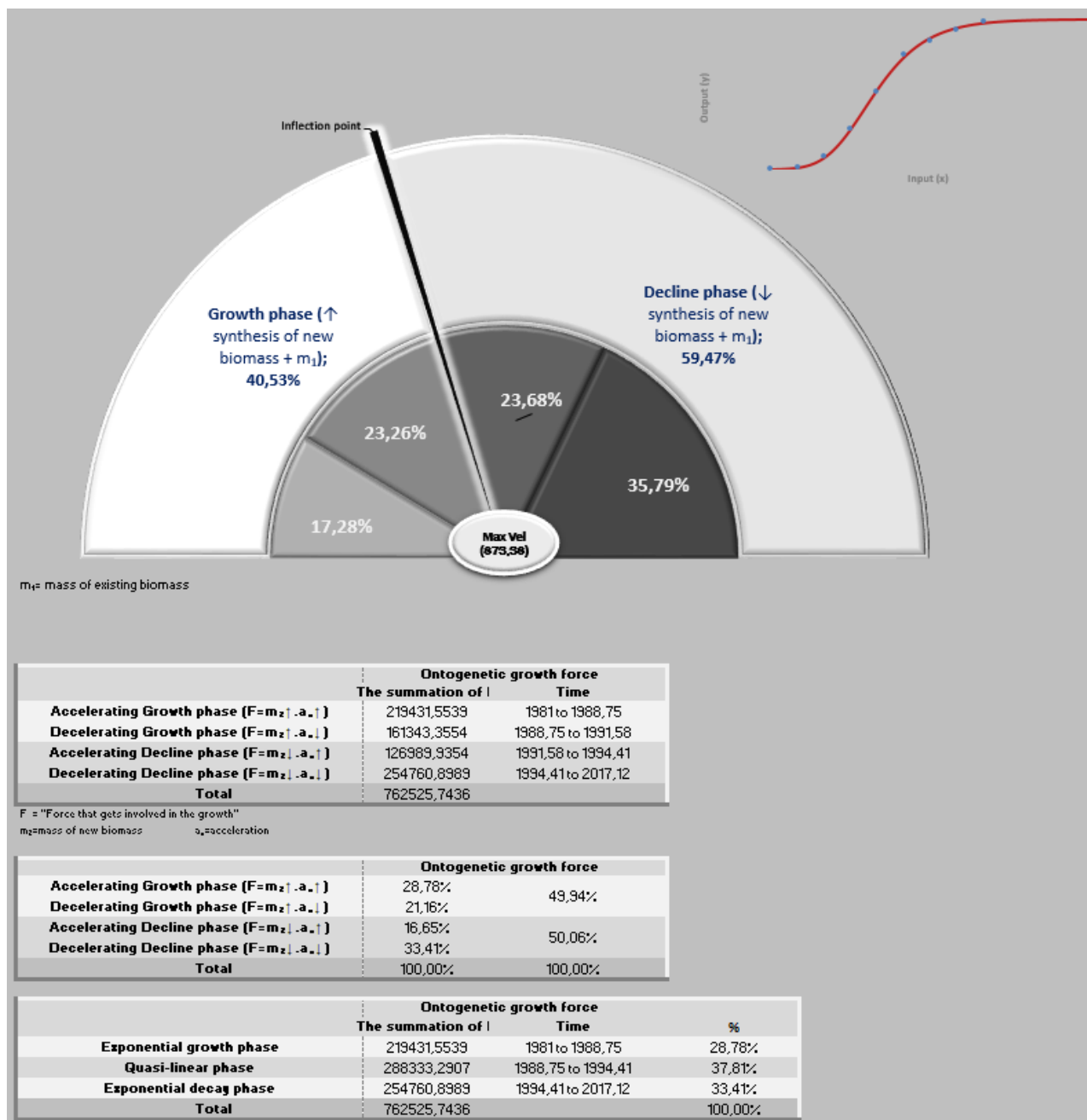


Figura 19. Fases de crescimento e declínio e forças atuantes.

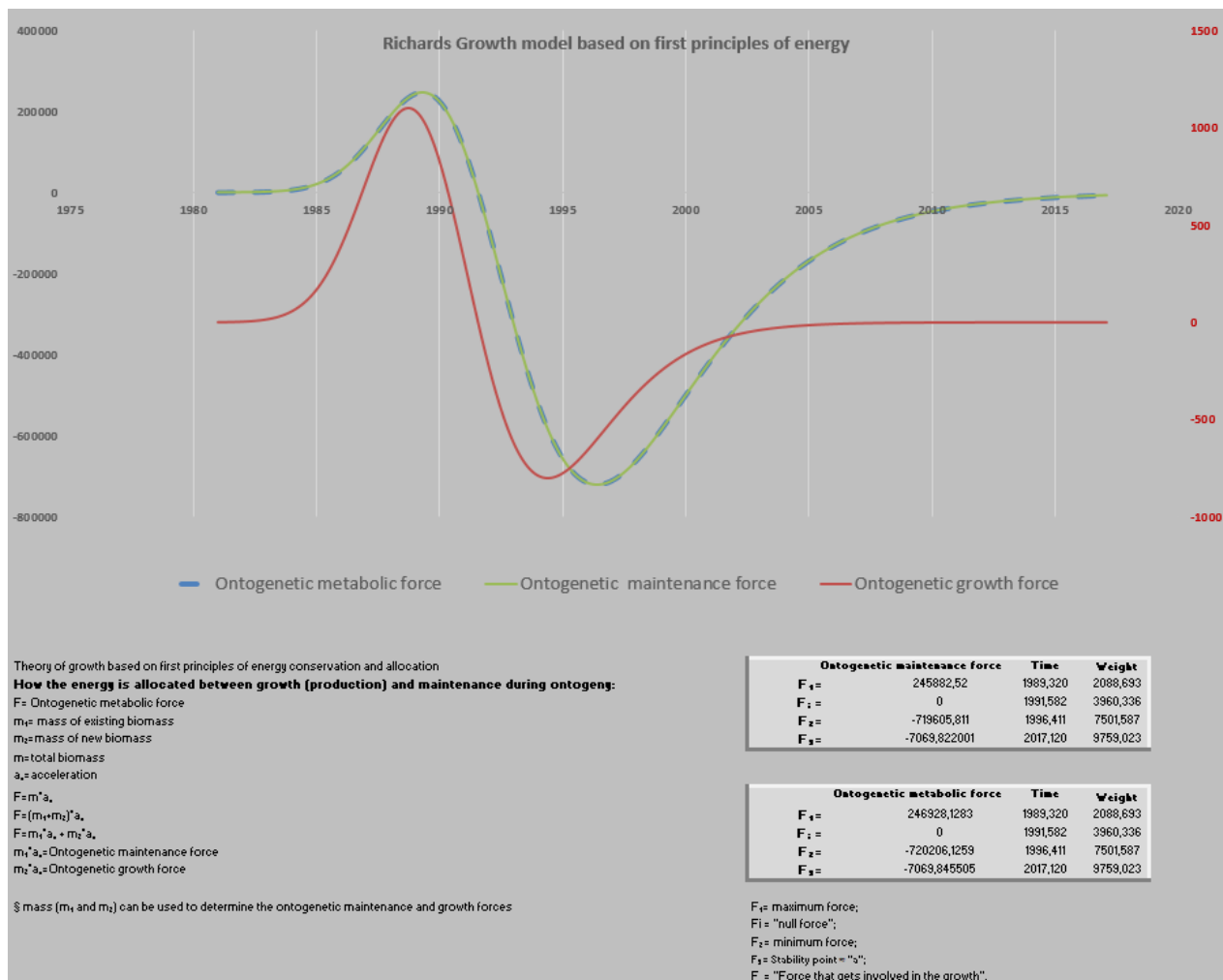


Figura 20. Trajetórias das forças ontogênicas de crescimento, manutenção e metabólica.

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
	The summation of F	Time	The summation of F	Time
Accelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	48040054,42	1981 to 1989,32	48310415,82	1981 to 1989,32
Decelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	30589270,68	1989,32 to 1991,58	30699740,44	1989,32 to 1991,58
Accelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	184825462	1991,58 to 1996,41	185072785	1991,58 to 1996,41
Decelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	372393543,4	1996,41 to 2017,12	372527971,3	1996,41 to 2017,12
Total	635848330,5		636610912,5	

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
Accelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	7,56%	12,37%	7,59%	12,41%
Decelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	4,81%		4,82%	
Accelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	29,07%	87,63%	29,07%	87,59%
Decelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	58,57%		58,52%	
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

F = "Force that gets involved in the growth"
 m_1 = mass of existing biomass
 m = total biomass
 a_c = acceleration

Figura 21. Soma das forças ontogênicas de manutenção e metabólica.

Exemplo 4 – Frangos de corte

Processo Fapesp 15/18210-7

Adentrando em nosso projeto, os frangos de corte machos apresentam como limite máximo de crescimento o peso de 7,99 kg, contudo para isso, teoricamente, seriam necessários aproximadamente 218 dias para atingir esse peso (99,9% do valor "a"). Mas, na prática, segundo tabelas próprias para frango de corte, o limite máximo de alojamento estaria em 70 dias (Manual Ross 2017, Figura 22). Assim, como desejamos obter os pontos críticos F_1 , F_i , F_2 e F_3 , e determinar as trajetórias do crescimento (fases) (Figura 23), optamos pela idade máxima de 70 dias (77,3% de "a"). Para isso, basta utilizar a barra de rolagem disponível de "99,9%" para "77,3%".

Objetivos de Desempenho Macho

Idade (Dias)	Peso Corporal (g)	Peso Corporal (kg)	Ganho de Peso Diário (g)	Média de Ganho de Peso Diário (g)	Consumo Diário (g)	Consumo Acum. (g)	Conversão Alimentar ^a
0	43	0,043					
1	55	0,055	12		13	13	0,242
2	70	0,070	15		30	30	0,424
3	86	0,086	18		16	46	0,503
4	109	0,109	21		22	71	0,649
5	133	0,133	24		25	96	0,723
6	160	0,160	27		29	125	0,783
7	190	0,190	30	21,03	33	159	0,834
8	224	0,224	33		38	197	0,879
9	260	0,260	37		43	239	0,919
10	300	0,300	40		48	287	0,956
11	343	0,343	43		53	340	0,991
12	390	0,390	47		59	399	1,023
13	440	0,440	50		65	463	1,053
14	494	0,494	54	43,38	71	534	1,082
15	551	0,551	57		77	611	1,108
16	612	0,612	61		83	694	1,134
17	677	0,677	65		89	784	1,157
18	746	0,746	69		96	879	1,179
19	818	0,818	72		102	981	1,199
20	895	0,895	76		108	1089	1,217
21	975	0,975	80	68,68	118	1207	1,238
22	1057	1,057	83		124	1330	1,258
23	1143	1,143	86		130	1460	1,277
24	1231	1,231	88		136	1596	1,296
25	1321	1,321	91		142	1737	1,315
26	1414	1,414	93		148	1885	1,333
27	1509	1,509	95		154	2039	1,352
28	1606	1,606	97	90,22	160	2200	1,369
29	1706	1,706	100		166	2366	1,387
30	1808	1,808	101		172	2538	1,404
31	1911	1,911	103		178	2716	1,422
32	2015	2,015	104		184	2900	1,439
33	2121	2,121	106		190	3090	1,457
34	2228	2,228	107		195	3285	1,474
35	2336	2,336	108	104,20	200	3485	1,492
36	2444	2,444	109		206	3691	1,510
37	2553	2,553	109		211	3902	1,528
38	2663	2,663	110		215	4117	1,546
39	2773	2,773	110		220	4337	1,564
40	2883	2,883	110		225	4562	1,582
41	2993	2,993	110		229	4790	1,601
42	3103	3,103	110	109,60	233	5023	1,619
43	3212	3,212	109		236	5260	1,637
44	3321	3,321	109		240	5499	1,656
45	3430	3,430	108		243	5743	1,674
46	3537	3,537	107		246	5989	1,693
47	3643	3,643	106		249	6238	1,712
48	3749	3,749	105		252	6490	1,731
49	3852	3,852	104	107,08	254	6744	1,750
50	3955	3,955	102		256	7000	1,770
51	4056	4,056	101		258	7258	1,790
52	4154	4,154	99		260	7518	1,810
53	4251	4,251	97		261	7779	1,830
54	4346	4,346	95		263	8041	1,850
55	4439	4,439	92	96,64	264	8305	1,871
56	4529	4,529	90		265	8570	1,892
57	4617	4,617	88		266	8835	1,914
58	4702	4,702	85		266	9102	1,936
59	4784	4,784	82		267	9368	1,958
60	4863	4,863	79		267	9635	1,981
61	4939	4,939	76		267	9903	2,005
62	5011	5,011	72	78,71	267	10170	2,030
63	5080	5,080	69		268	10437	2,055
64	5145	5,145	65		268	10705	2,081
65	5207	5,207	61		267	10972	2,107
66	5264	5,264	57		267	11240	2,135
67	5317	5,317	53		267	11507	2,164
68	5366	5,366	49		267	11774	2,194
69	5411	5,411	45		267	12041	2,225
70	5451	5,451	41	53,07	267	12308	2,258

http://pt.aviagen.com/assets/Tech_Center/BB_Foreign_Language_Docs/Portuguese/Ross308AP-Broiler-PO-2017-PT.pdf

Figura 22. Desempenho para frangos de corte machos (1-70 dias de idade).

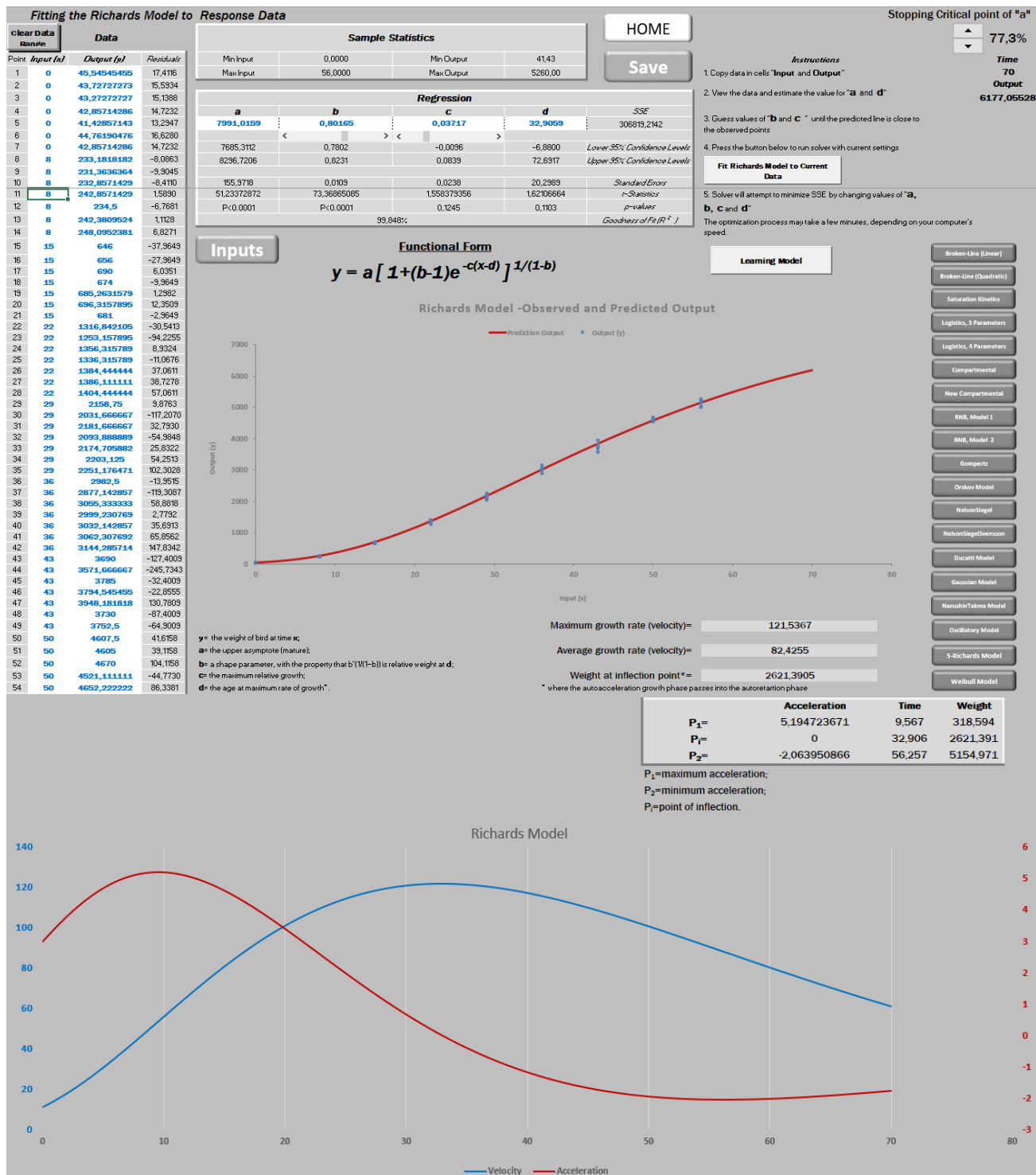


Figura 23. Curva ajustada pela planilha PPM e subsequente primeira e segunda derivadas (velocidade e aceleração).

No presente experimento, os frangos machos foram capazes de ganhar 121,54 g/dia aos 32,9 dias de idade, decrescendo esse ganho a partir dessa data (Figuras 24 a 27).

Ao fixar o limiar de 70 dias para nossa trajetória de crescimento, o peso previsto para esse limite foi 6,177 kg. Isto é, 42,21% do seu ganho são obtidos em fase dos rendimentos crescentes (peso inicial até F_i) e 57,79% na fase dos rendimentos decrescentes ($F_i - F_3$).

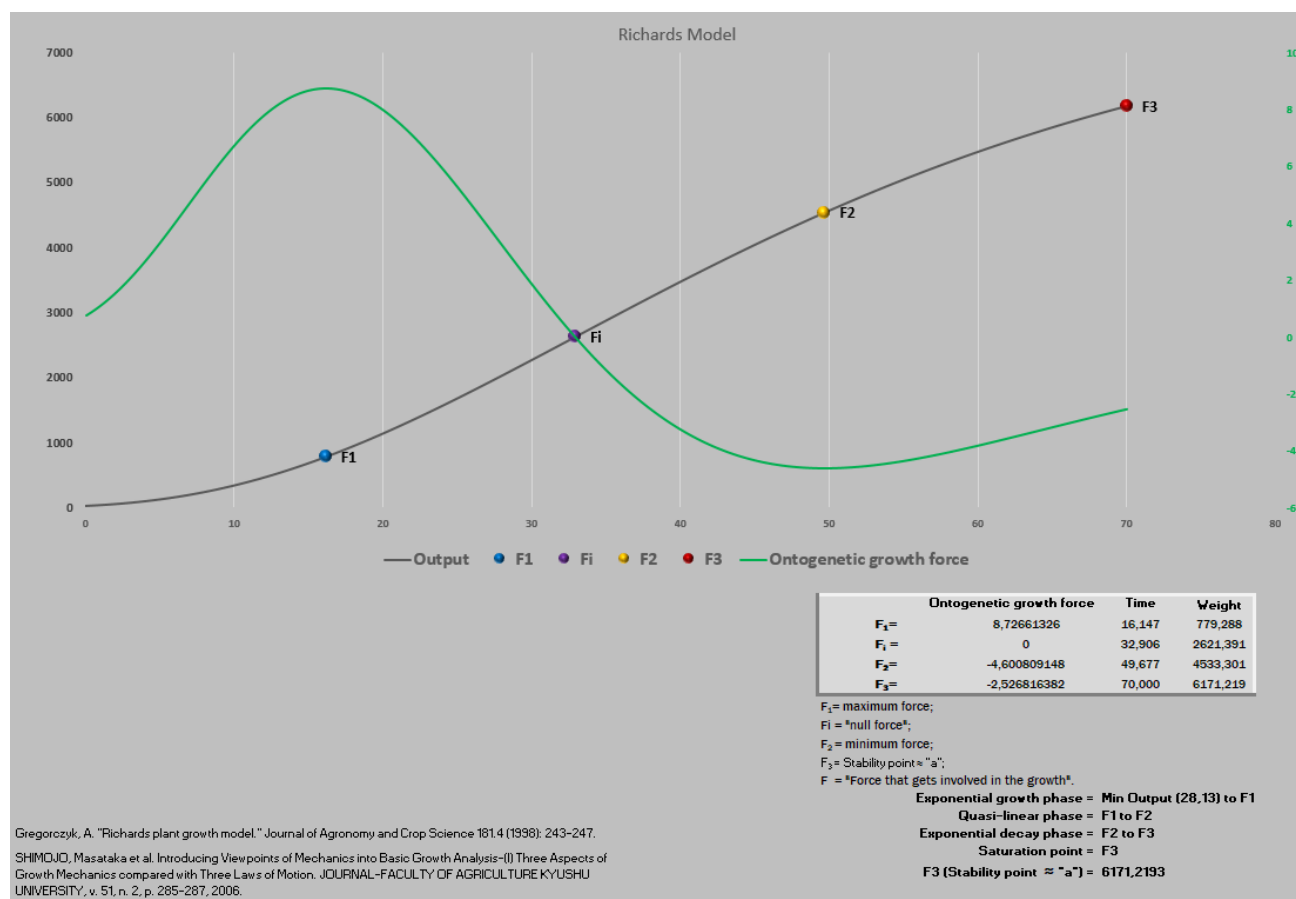


Figura 24. Curva de crescimento e força de crescimento ontogênica.

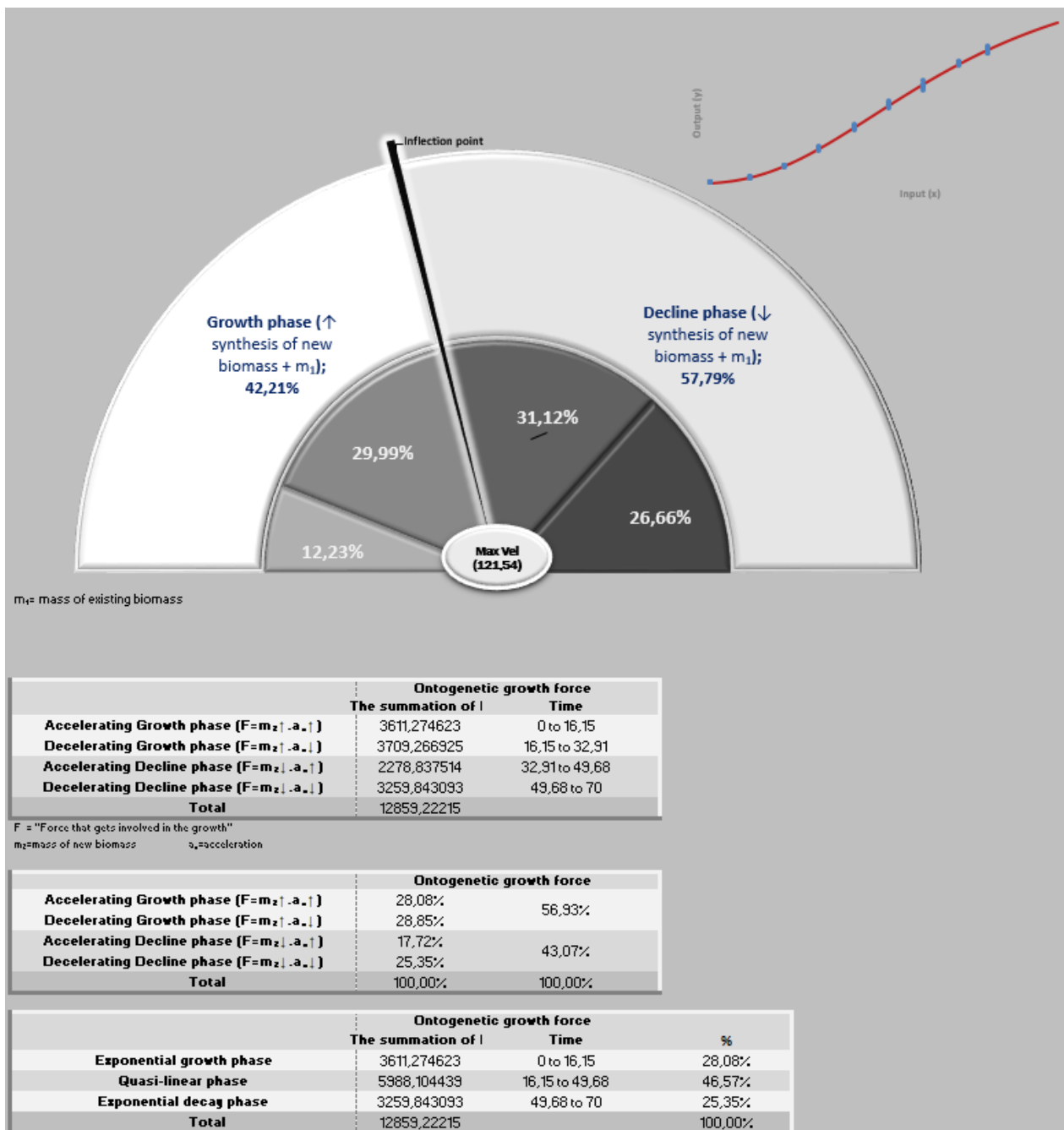


Figura 25. Fases de crescimento e declínio e forças atuantes.

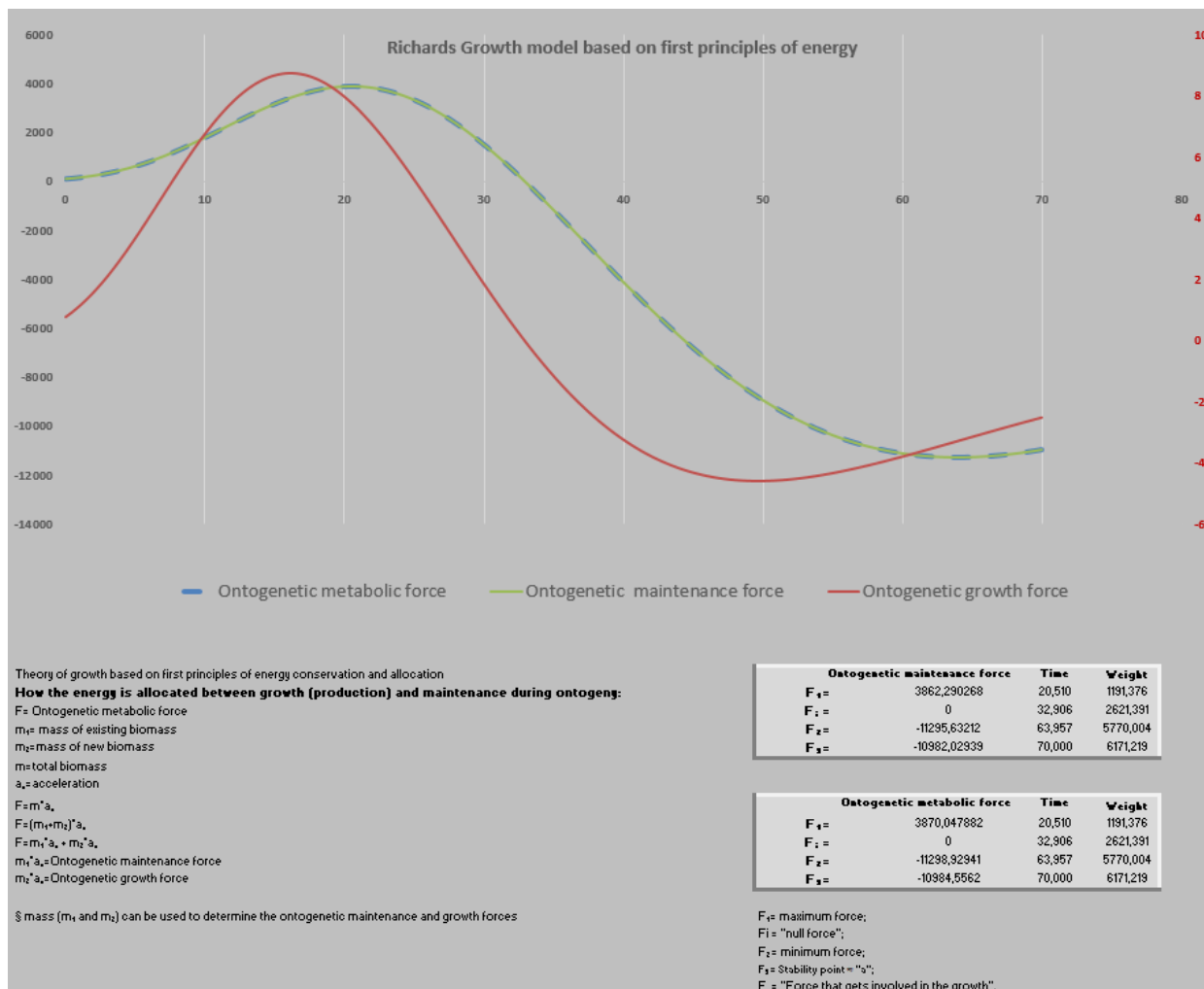


Figura 26. Trajetórias das forças ontogênicas de crescimento, manutenção e metabólica.

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
	The summation of F	Time	The summation of F	Time
Accelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	1689877,267	0 to 20,51	1695141,864	0 to 20,51
Decelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	1334974,755	20,51 to 32,91	1337114,441	20,51 to 32,91
Accelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	9818407,043	32,91 to 63,96	9823193,163	32,91 to 63,96
Decelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	2897473,236	63,96 to 70	2898225,796	63,96 to 70
Total	15740732,3		15753675,26	

	Ontogenetic maintenance force		Ontogenetic metabolic force	
Accelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	10,74%	19,22%	10,76%	19,25%
Decelerating Growth phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	8,48%		8,49%	
Accelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \uparrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \uparrow$)	62,38%	80,78%	62,35%	80,75%
Decelerating Decline phase ($F=m_1 \uparrow \cdot a_c \downarrow$) ($F=m \uparrow \cdot a_c \downarrow$)	18,41%		18,40%	
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

F = "Force that gets involved in the growth"
 m_1 = mass of existing biomass
 m = total biomass
 a_c = acceleration

Figura 27. Soma das forças ontogênicas de manutenção e metabólica.

A idade em F1 é 16,15 dias, segundo a força de crescimento ontogênica (Figura 24). A próxima fase, denominada em nossa planilha fase “Quase-linear” (F₁ até F₂) acomoda, também, a idade no ponto de inflexão da curva ($\approx$ 33 dias).

Até o ponto F₂ temos “todos os ventos” favoráveis ao crescimento da ave. Entretanto, esse cenário tranquilo muda na próxima fase que é definida como fase exponencial de declínio (F₂ até F₃). Esse seria um momento extremamente crítico, sendo bem explicado pela acentuada piora da conversão alimentar.

Por fim, o ponto de saturação do crescimento (F₃) no qual o trato digestivo atinge o “consumo máximo”, ou seja, nossa fonte energética. Isso inviabiliza manter qualquer ganho adicional desse ponto em diante, apenas mantém-se a massa que foi acumulada durante todo o período de crescimento. Vale lembrar que no início tinha apenas 45 g de massa (pintinho) e agora estamos com 5769 g em F₂ e 6171 g em F₃.

Do exposto, definir forças é uma área de pioneirismo (West et al., 2001), por adentrar nas “forças envolvidas na trajetória de crescimento” (Shimojo, 2006). Nessa nova proposta, a força ontogênica para manutenção envolve todos os esforços da ave para manter-se viva. No cotidiano por exemplo, significa andar, respirar, beber, comer, defender-se e por fim, crescer (força ontogênica do crescimento). Ou seja, a soma destas duas forças resulta na força metabólica ontogênica.

No período ascendente do crescimento (Peso inicial – F_i) há o investimento de 19,25% de recursos na manutenção da massa e, posteriormente no período de declínio, os restantes 80,75% dessa energia. Por isso, essa segunda fase é uma devoradora de recursos energéticos.

Por outro lado, a força ontogênica do crescimento, nesse específico intervalo (1-70 dias de idade) foi direcionada 56,93% para um primeiro período (peso inicial - F_i) e 43,07% para o segundo período (F_i-F₃). Por sua vez, esses dois estágios podem ser desdobrados em: 1- fase exponencial de crescimento (28,08%), 2- fase quase-linear (46,57%), 3- na fase mais crítica do crescimento (exponencial decrescente), que consome 25,35% de energia.

Portanto, além do ponto de inflexão (F_i), é fundamental avaliar os pontos F₁, F₂ e F₃ para plena avaliação de uma curva de modelagem.

A curva de Richards pode apresentar seu ponto de inflexão desde o 0% (curva monomolecular) ou até o extremo de 100% (curva exponencial truncada) (Jorgensen, 1981; France et al., 1996; Marinakis, 2012; Beiki et al., 2013; Selvaggi et al., 2015). No referido exemplo, temos o valor de 32,8% (2621/7991) para o ponto de inflexão, o qual foi intermediário entre os modelos de Von Bertalanffy e Gompertz (Figura 28).

Em síntese:

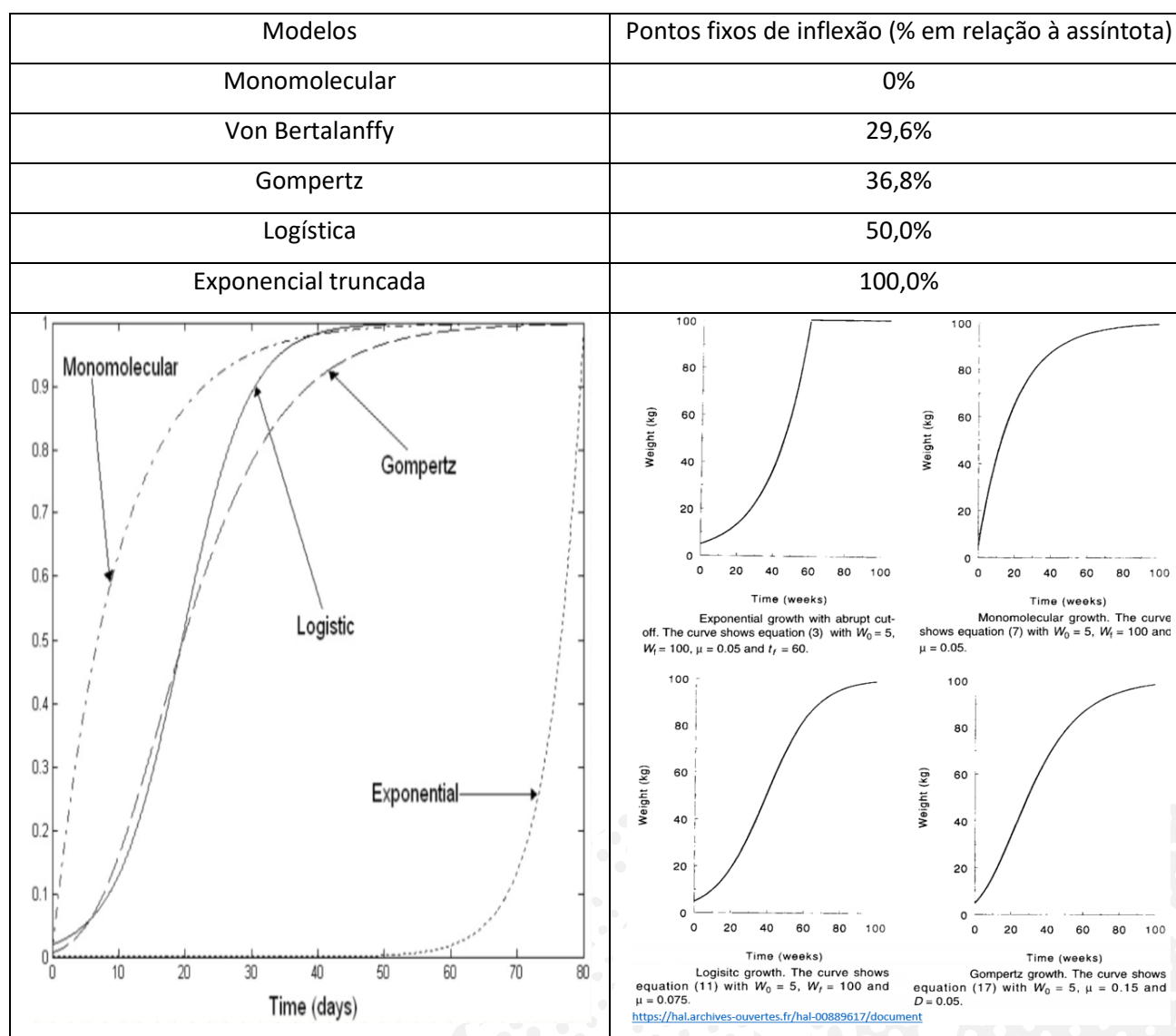


Figura 28. Pontos fixos de inflexão de curvas sigmóides.

Conclui-se que o modelo de Richards, por apresentar a habilidade de ter seu ponto em qualquer local da curva, mostra-se mais adequado para interpretações biológicas,

podendo ainda acomodar os modelos anteriormente citados (Família Richards) (Knizetová, et al., 1984; Kuahi et al., 2010; Teleken et al., 2017).

Além disso, a avaliação da ontogenia (do nascimento à maturidade) das forças de crescimento poderá expressar melhor os aprimoramentos genéticos, nutricionais, de manejo e ambientais em diversos ramos biológicos para obter a máxima eficiência econômica.

Do ponto de vista energético, quanto mais próximo o abate estiver do ponto F_i , mais eficiente será, pois o recomendado é que realize o abate entre F_i e F_2 , mas nunca depois de F_2 (Knizetová et al. 1995).

Em resumo, há de se tomar muito cuidado com o modelo escolhido para avaliar a trajetória de crescimento de um evento, pois poderemos apenas obter soluções matematicamente corretas, porém biologicamente inviáveis (Fitzhugh 1976, Harvey & Ransnas, 1987, Brown, 2001; Porter et al. 2010; Kemmer & Keller, 2010; Korkmaz & Uckardes, 2013; Firat et al. 2016).

Certamente, o objetivo primordial é descrever a sequência: dimensão *versus* tempo, em poucos parâmetros e predizer taxas de crescimento, requisitos nutricionais, respostas de seleção genética e outros itens de interesse (Fitzhugh 1976; Eleroglu et al, 2014).

Discussão geral

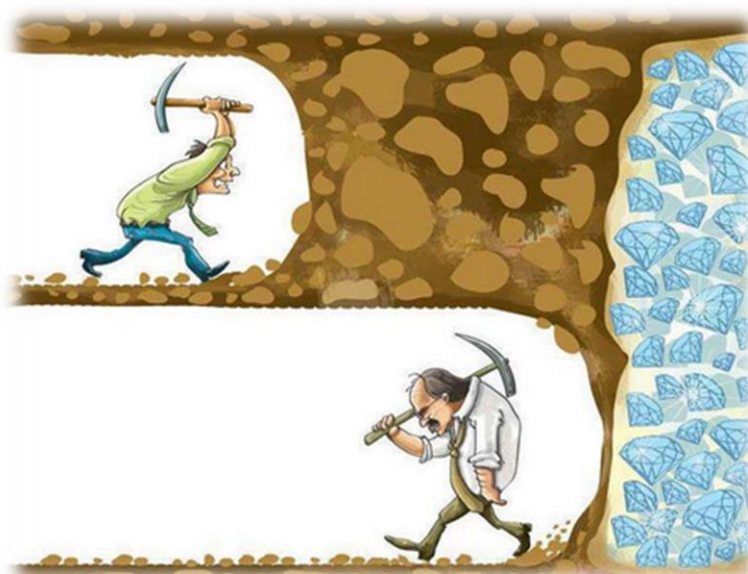
A eficiência técnica permite através do melhoramento genético, manejo e nutrição uma melhor conversão alimentar para produzir a mesma quantidade de kg de frangos (utilização de menor quantidade de nutrientes). Outra visão seria almejar a eficiência econômica, na qual teríamos como meta a mesma produção em kg de frangos, mas com o menor custo possível (Nahashon et al., 2006; Selvaggi et al., 2015). Assim, independente do ponto de vista, não se sustenta uma produção viável de frangos de corte sem rendimentos.

É definido pela curva sigmoide, e principalmente pela de Richards que apresenta o ponto de inflexão móvel, três distintos períodos: 1- Fase de Retornos Crescentes (Lei dos Rendimentos Crescentes); 2- Fase Quase-Linear (Constante de Escala); 3- Fase de Retornos Decrescentes (Lei dos Rendimentos Decrescentes).

Diante disso, os investimentos realizados durante todo o ciclo de produção do nosso moderno frango de corte (Nutrição, Genética e Sanidade e Ambiência) podem ser perfeitamente observados em sua curva de crescimento ontogênica, que vai desde o nascimento até sua maturidade, salientando que o abate deveria ocorrer antes do ponto F_2 (Makarieva et al., 2004; Rocha-Silva et al., 2016).

É indispensável reforçar o já abordado: a curva sigmoide por si só, apesar de muito estudada, não aflora todo seu potencial apenas em seus tradicionais três ou quatro parâmetros; portanto, faz-se necessário adentrar em suas derivadas primeira e segunda para garimpar mais riquezas. Várias pesquisas já se dedicam a isso (Gregorczyk, 1991; Shimojo et al. 2002; Berzsenyi & Lap, 2004; Shimojo, 2006; Scapim & Bassanezi, 2008; Shimojo et al. 2008, 2012; Shimojo, 2016; Swain et al. 2016). Por incrível que pareça, a curva sigmoide ainda esconde muito mais recursos (Shimojo et al. 2009, 2010).

Com certeza, bastava "cavar" um pouco mais para encontrar o maior tesouro escondido pela curva sigmoide (Figura 29). Ainda é necessário lembrar que essa preciosidade foi apresentada por Shimojo et al. (2006) quando propõe $F = m \cdot a$ (Figuras 30 a 32).



<http://bfddad795fe6760de935eb7.1ttm.netdna-cdn.com/wp-content/uploads/2017/06/nevergiveup.png?x62532>

Figura 29. Necessitamos cavar um pouco mais!

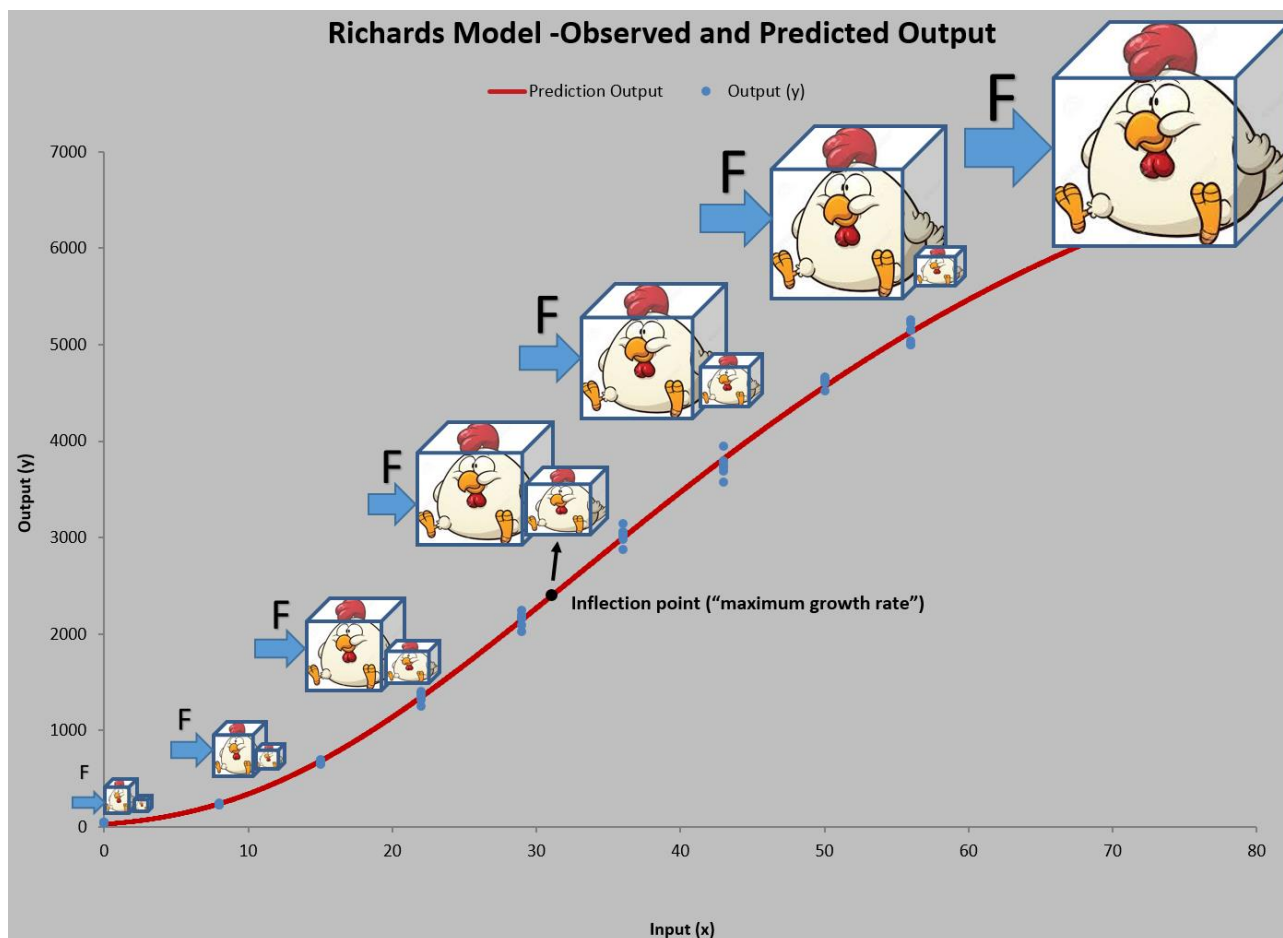


Figura 30. Curva de crescimento da massa existente e nova biomassa de frangos de corte.

Esse “óbvio” que ninguém enxergava, até que Shimojo (2006) expressou com simplicidade. Utilizando-se dessa informação, a planilha PPM viabiliza multiplicar a massa de cada dia vezes a aceleração desse mesmo período para obter a força nesse ponto (Força Ontogênica metabólica).

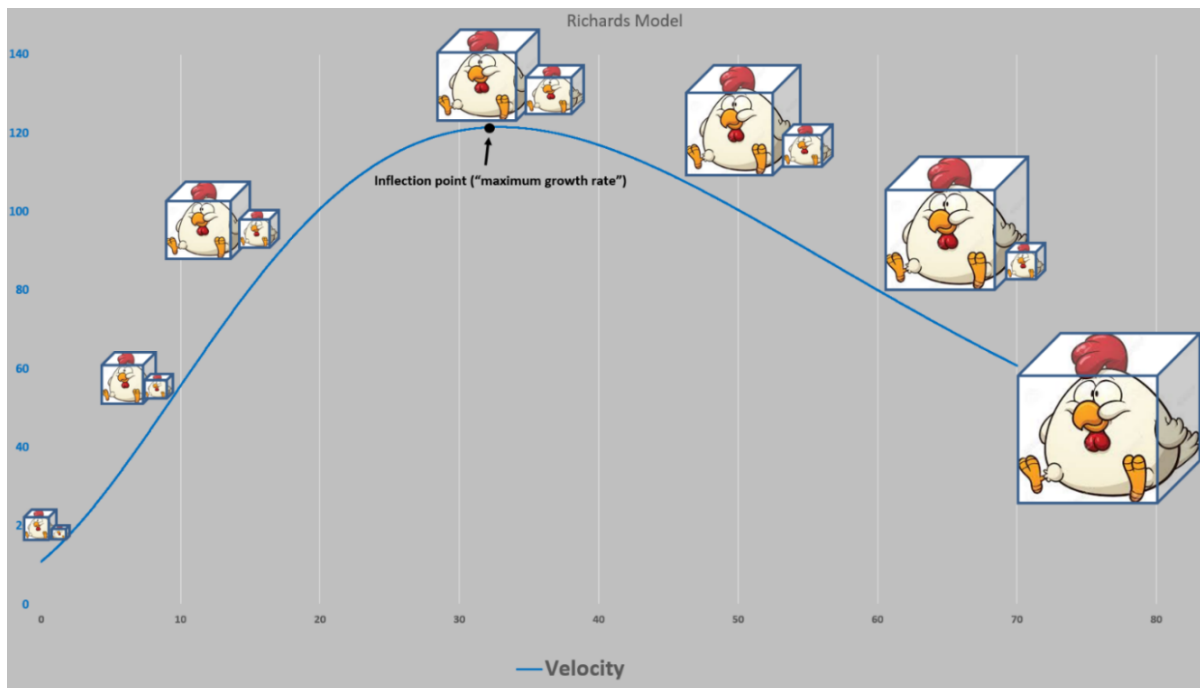


Figura 31. Curva da velocidade (primeira derivada).

Desse ponto de vista mecânico oferecido por Shimojo et al. (2006), podemos ainda deduzir que esse “peso total” se subdivide em massa já existente ($m_1 =$ ) e a nova biomassa ($m_2 =$ )).

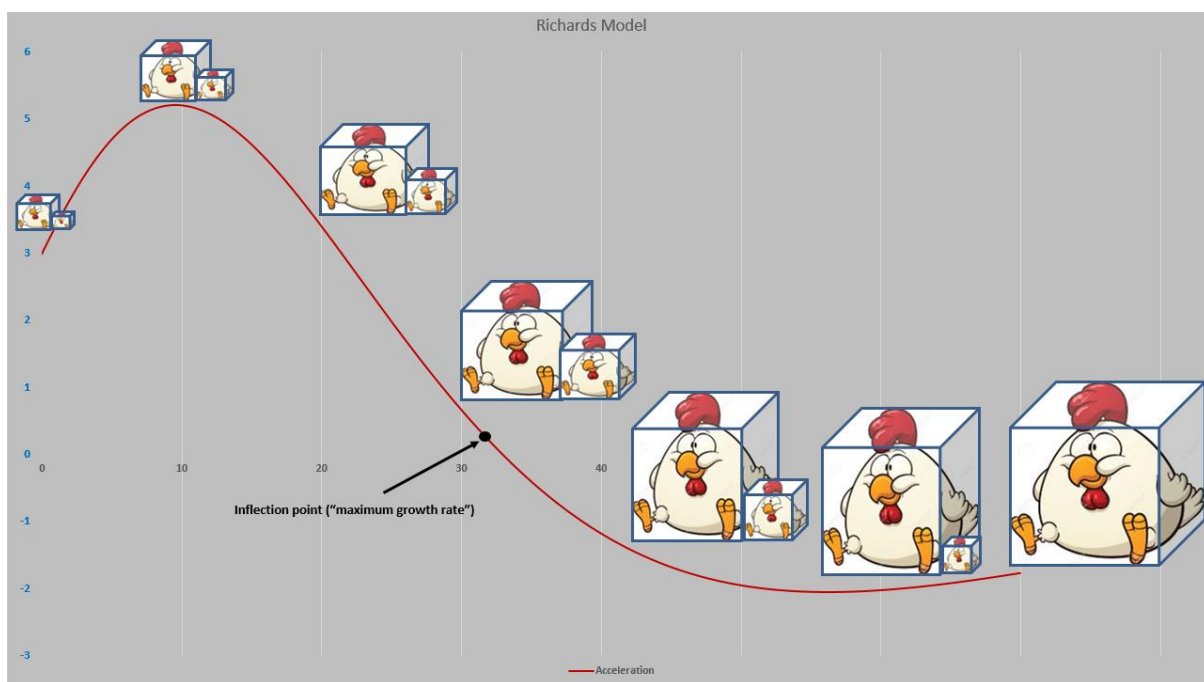


Figura 32. Curva da aceleração (segunda derivada).

Manoel Garcia Neto
Faculdade de Medicina Veterinária – Depto de Apoio, Produção e Saúde Animal
Rua Clóvis Pestana, 793 – Bairro Dona Amélia – CEP. 16050-680 – Araçatuba – SP
Tel. (18) 3636-1368 – E-mail: mgarcia@fmva.unesp.br

Outros trabalhos, muito próximo desta proposta, são relatados por Hozumi (1989), Von-Stockar & Liu (1999), West et al. (2001, 2002), Urban (2002), West et al. (2004), Morowitz & Smith (2007), Enberg et al. (2008), Hook et al., 2011, Maino & Kearney (2015).

Novamente, o óbvio invisível (via-se, mas sem enxergar) aflora. A curva (força) correta para definir os pontos F_1 , F_2 e F_3 na curva de crescimento, obrigatoriamente, é a força "Ontogênica de Crescimento".

Efetivamente, as três fases do crescimento de uma curva sigmoide são:

- 1- Fase de Crescimento Exponencial (Peso ao Nascimento – F_1);
- 2- Fase Quase-Linear (F_1 – F_2);
- 3- Fase de Decréscimo Exponencial (F_2 – F_3).

Sendo F_3 o peso de maturidade do animal.

Podemos assegurar que a grande beleza da curva sigmoide está nessa "força de crescimento", definida pelo produto da segunda derivada pela nova biomassa, que permite determinar os pontos F_1 , F_i , F_2 e F_3 .

Esses importantes pontos (F_1 , F_i , F_2 e F_3) serão muito úteis para avaliar não só o progresso genético das empresas melhoradoras, como também o aprimoramento em nutrição ao comparar níveis e novos produtos. Além disso, apreciar novas propostas de manejo e também de sanidade e ambiência.

Talvez estamos muito aquém do entendimento do potencial e aplicação das curvas sigmoides. A literatura mais aplicada e prática parece ser a empresarial. Nessa abordagem, o ponto mais importante seria definir o momento da transição (Ponto A). Esse ponto, se ignorado, mostra-se fatal. Foi o caso das empresas Kodak e Britânica (<https://www.youtube.com/watch?v=iJmvTJ4VSxo>). Assim sendo, temos muito que aprender com as empresas e suas similaridades em nossa área (Arantes, 2012).

Por exemplo, ao considerar o ponto de abate qual o foco mais favorável: eficiência técnica ou econômica? Essa resposta está na curva sigmoide! E cada caso será um caso. Ou seja, teremos que rodar em cada novo ciclo uma nova curva (no tempo presente, olhando

o passado, para prever o futuro) para avaliar as forças favoráveis e desfavoráveis resultantes das interações de todos os fatores envolvidos no processo (Quadro 1).

Portanto, fica a questão: "Onde você está na curva"?

Quadro 1. Curva sigmoide e suas aplicações práticas.

Curva Sigmoide	Curva Formato Sino (Primeira derivada)	Ascendente, Descendente, Ascendente (Segunda derivada)
Distância Vendas acumuladas do produto Tamanho de um organismo Conhecimento	Velocidade Vendas no trimestre Taxa de crescimento Aprendizado	Aceleração Investimentos em produtos Aceleração do crescimento Taxa de progresso

http://www.growth-dynamics.com/news/May21_01.htm

Assim, para qualquer processo de crescimento haverá uma curva para apresentar o acumulado no tempo. O conhecimento é algo que cresce com o tempo. O novo aprendizado seria nossa primeira derivada (velocidade que acumulamos novos conhecimentos) e a taxa de progresso (segunda derivada) que avalia a aceleração do aprendizado. Conforme o provérbio de Salomão (Pv 19:27): "Se você parar de aprender, logo esquecerá o que sabe".

O perigo continua sendo o ponto "A" (nosso ponto " F_2 "), a partir do qual o acúmulo de novos conhecimentos tende a cair exponencialmente. Em consequência disso, o profissional pode tornar-se desatualizado e fatalmente desqualificado para enfrentar um mercado cada vez mais exigente.

Em suma:

A proposta de “dissecar” as equações das curvas sigmóides já vem de longa data, valendo-se do uso de ajustes à mão livre, com posterior linearização da equação e com a sobreposição de “transparências” com curvas padrões. Finalmente o cálculo dos parâmetros por regressão (Barusso & Ribeiro, 1976).

O problema de linearização está na perda da originalidade dos dados e armadilhas nas análises que podem levar a erros nas conclusões (Brisbin et al., 1987; Brown, 2001; Venugopalan & Shamasundaran, 2003).

Devido aos avanços na informática e atualmente com auxílio de planilhas foi possível grande avanço no estudo das curvas de crescimento e, principalmente, na tentativa de atualizar seus parâmetros de forma biológica (Yin et al., 2003).

Assim, os parâmetros foram avaliados e revirados para extrair desses o máximo de informações (Knizetová et al. 1983, 1984, 1991; Aggrey 2002; Sengul & Kiraz, 2005; Cetin et al., 2007; Eleroglu et al., 2014).

Outras estratégias passaram a ser utilizadas como a primeira e a segunda derivadas da curva de crescimento, objetivando determinar os componentes da velocidade e a aceleração (Nath & Moore, 1992; Gregorczyk, 1998; Berzseny & Lap, 2004), tendo em vista os pontos P_1 , P_i e P_2 , como reforços aos parâmetros tradicionais.

A saga continua ao se aprofundar no misterioso campo do anabolismo e catabolismo embutidos nas curvas sigmóides (Hozumi, 1989).

Entretanto, lembrando que o “ovo de Colombo” foi oferecido por Shimojo et al. (2006) ao introduzir o ponto de vista mecânico (Leis de Newton) na análise das curvas de crescimento. O óbvio, porém difícil de enxergar, até que Shimojo et al. (2006) o expressa com simplicidade $F = m \cdot a$!

Tão óbvio e tão simples e agora aplicado na planilha PPM.

Bibliografia

- ARANTES, Nélío. Empresas válidas: como elas alcançam resultados superiores ao servirem a sociedade/Nélío Arantes – São Paulo: Évora, 2012. 224p.
- BEIKI, Hamid et al. Evaluation of growth functions on Japanese quail lines. *The Journal of Poultry Science*, v. 50, n. 1, p. 20-27, 2013.
- BERZSENYI, Zoltan; LAP, D. Q. Studies on the effect of plant density on maize growth using the Richards Function. In: *Proceedings of the 4th International Crop Science Congress*. 2004.
- BIRCH, Colin PD. A new generalized logistic sigmoid growth equation compared with the Richards growth equation. *Annals of Botany*, v. 83, n. 6, p. 713-723, 1999.
- BRACCINI NETO, J. et al. Análise de curvas de crescimento de aves de postura. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v. 25, n. 6, p. 1062-1073, 1996.
- BRISBIN, I. Lehr et al. A new paradigm for the analysis and interpretation of growth data: the shape of things to come. *The Auk*, v. 104, n. 3, p. 552-554, 1987.
- BROWN, Angus M. A step-by-step guide to non-linear regression analysis of experimental data using a Microsoft Excel spreadsheet. *Computer methods and programs in biomedicine*, v. 65, n. 3, p. 191-200, 2001.
- BRUE, Stanley L. Retrospectives: The law of diminishing returns. *The Journal of Economic Perspectives*, v. 7, n. 3, p. 185-192, 1993.
- CAUSTON, D. R. A computer program for fitting the Richards function. *Biometrics*, p. 401-409, 1969.
- CETIN, M. et al. Comparison of growth models of male and female partridges. *Journal of Biological Sciences*, v. 7, n. 6, p. 964-968, 2007.
- DARMANI KUHI, H.; KEBREAB, E.; FRANCE, J. Application of the law of diminishing returns to partitioning metabolizable energy and crude protein intake between maintenance and growth in egg-type pullets. *Journal of Applied Poultry Research*, v. 21, n. 3, p. 540-547, 2012.
- DRUMOND, Eduardo Silva Cordeiro et al. Curvas de crescimento para codornas de corte. *Ciência rural*, v. 43, n. 10, p. 1872-1877, 2013.
- ELEROĞLU, Hasan et al. Comparison of growth curves by growth models in slow-growing chicken genotypes raised the organic system. *International Journal of Agriculture and Biology*, v. 16, n. 3, p. 529-535, 2014.
- ENBERG, K., DUNLOP, E. S., JØRGENSEN, C., 2008. Fish growth. In: Elias, S.A. (Ed.), *Ecological B.V.*, pp. 1564–1572.
- FARIDI, Ako et al. Alternative growth functions for predicting body, carcass, and breast weight in ducks: Lomolino equation and extreme value function. *Poultry science*, v. 93, n. 4, p. 1031-1042, 2014.
- FIRAT, M. Z. et al. Bayesian Analysis for the Comparison of Nonlinear Regression Model Parameters: an Application to the Growth of Japanese Quail. *Revista Brasileira de Ciência Avícola*, v. 18, n. SPE, p. 19-26, 2016.
- FISHER, P. R.; HEINS, R. D.; LIETH, J. H. Modeling the stem elongation response of poinsettia to chlormequat. *Journal of the American Society for Horticultural Science*, v. 121, n. 5, p. 861-868, 1996a.
- FISHER, Paul R.; HEINS, Royal D.; LIETH, J. Heinrich. Quantifying the relationship between phases of stem elongation and flower initiation in poinsettia. *Journal of the American Society for Horticultural Science*, v. 121, n. 4, p. 686-693, 1996b.
- FITZHUGH, H. A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *Journal of animal Science*, v. 42, n. 4, p. 1036-1051, 1976.
- FORBES, T. L.; LOPEZ, G. R. Determination of critical periods in ontogenetic trajectories. *Functional Ecology*, p. 625-632, 1989.
- FREITAS, Alfredo R. et al. Modelos de curvas de crescimento em frangos de corte. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v. 19, n. 9, p. 1057-1064, 1984.
- GREGORCZYK, Andrzej. The logistic function-its application to the description and prognosis of plant growth. *Acta Societatis Botanicorum Poloniae*, v. 60, n. 1-2, p. 67-76, 1991.
- HALL, Barry G. et al. Growth rates made easy. *Molecular biology and evolution*, v. 31, n. 1, p. 232-238, 2013.
- HÖÖK, Mikael et al. Descriptive and predictive growth curves in energy system analysis. *Natural Resources Research*, v. 20, n. 2, p. 103-116, 2011.
- HOZUMI, Kazuo. Biomass duration in growth models. *Journal of Plant Research*, v. 102, n. 1, p. 75-83, 1989.
- KARKACH, Arseniy. Trajectories and models of individual growth. *Demographic Research*, v. 15, p. 347-400, 2006.

- KEMMER, Gerdi; KELLER, Sandro. Nonlinear least-squares data fitting in Excel spreadsheets. *Nature protocols*, v. 5, n. 2, p. 267-281, 2010.
- KNÍŽETOVÁ, H. et al. Analysis of growth curves of fowl. I. Chickens. *British Poultry Science*, v. 32, n. 5, p. 1027-1038, 1991.
- KNÍŽETOVÁ, H. et al. Comparative study of growth curves in poultry. *Genetics Selection Evolution*, v. 27, n. 4, p. 365, 1995.
- KNÍŽETOVÁ, Helena et al. Growth curves of chickens with different type of performance. *Journal of Animal Breeding and Genetics*, v. 102, n. 1-5, p. 256-270, 1985.
- KNÍŽETOVÁ, Helena et al. Growth curves of highly inbred lines of fowl and their F 1 hybrids. *Génétique, sélection, évolution*, v. 15, n. 4, p. 533, 1983.
- KORKMAZ, M. et al. Transformation to some growth models widely used in agriculture. *The Journal of Animal and Plant Sciences*, v. 23, n. 3, p. 840-844, 2013.
- KUHI, H. Darmani et al. A review of mathematical functions for the analysis of growth in poultry. *World's Poultry Science Journal*, v. 66, n. 2, p. 227-240, 2010.
- MAHANTA, Dimpal Jyoti; BORAH, Munindra. Parameter estimation of Weibull growth models in forestry. *parameters*, v. 1, p. 5, 2014.
- MAINO, James L.; KEARNEY, Michael R. Testing mechanistic models of growth in insects. In: *Proc. R. Soc. B. The Royal Society*, 2015. p. 20151973.
- MAKARIEVA, Anastassia M.; GORSHKOV, Victor G.; LI, Bai-Lian. Ontogenetic growth: models and theory. *Ecological Modelling*, v. 176, n. 1, p. 15-26, 2004.
- MOROWITZ, Harold; SMITH, Eric. Energy flow and the organization of life. *Complexity*, v. 13, n. 1, p. 51-59, 2007.
- MOSES, Melanie E. et al. Revisiting a model of ontogenetic growth: estimating model parameters from theory and data. *The American Naturalist*, v. 171, n. 5, p. 632-645, 2008.
- MOTULSKY, Harvey J.; RANSNAS, Lennart A. Fitting curves to data using nonlinear regression: a practical and nonmathematical review. *The FASEB journal*, v. 1, n. 5, p. 365-374, 1987.
- NAHASHON, S. N. et al. Growth characteristics of pearl gray guinea fowl as predicted by the Richards, Gompertz, and Logistic Models. *Poultry science*, v. 85, n. 2, p. 359-363, 2006.
- OLIVEIRA, Henrique Nunes de; LÔBO, RAYSILDO BARBOSA; PEREIRA, CARMEN SILVA. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, p. 1843-1851, 2000.
- PASSOS, José Raimundo de Souza et al. Critical points in logistic growth curves and treatment comparisons. *Scientia Agricola*, v. 69, n. 5, p. 308-312, 2012.
- PORTER, T. et al. Flexible alternatives to the Gompertz equation for describing growth with age in turkey hens. *Poultry science*, v. 89, n. 2, p. 371-378, 2010.
- ROCHA-SILVA, Mérik et al. CURVA DE CRESCIMENTO DE CODORNAS DE CORTE POR MEIO DE MODELOS DE REGRESSÃO NÃO-LINEARES. *Archives of Veterinary Science*, v. 21, n. 4, 2016.
- SAMPAIO, I. B. M. Modelos matemáticos na nutrição animal. *REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA*, v. 39, p. 456-466, 2002.
- SCAPIM, J., BASSANEZI, R. C. Modelo de Von Bertalanffy generalizado aplicado a curvas de crescimento animal, *Biomatemática*, vol. 18, pp.1-14, (2008).
- SEBRANGO-RODRIGUEZ, C. R. et al. Real-time parameter estimation of Zika outbreaks using model averaging. *Epidemiology & Infection*, v. 145, n. 11, p. 2313-2323, 2017.
- SELVAGGI, Maria et al. Modelling growth curves in a nondescript Italian chicken breed: An opportunity to improve genetic and feeding strategies. *The Journal of Poultry Science*, v. 52, n. 4, p. 288-294, 2015.
- ŞENGÜL, TURGAY; KIRAZ, Selahattin. Non-linear models for growth curves in large white turkeys. *Turkish Journal of Veterinary and Animal Sciences*, v. 29, n. 2, p. 331-337, 2005.
- SHI, Pei-Jian et al. On the 3/4-exponent von Bertalanffy equation for ontogenetic growth. *Ecological modelling*, v. 276, p. 23-28, 2014.
- SHIMOJO, Masataka et al. Deriving Five Growth Functions from Bertalanffy Function based on Symmetry and Complexity. *J. Fac. Agr., Kyushu Univ*, v. 57, n. 1, p. 151-152, 2012.
- SHIMOJO, Masataka et al. Introducing viewpoints of mechanics into basic growth analysis—(XIII) Comparing growth mechanics between logistic functions and basic growth functions—. *J. Fac. Agr., Kyushu Univ*, v. 54, n. 2, p. 361-363, 2009.

- SHIMOJO, Masataka et al. Introducing viewpoints of mechanics into basic growth analysis:(XV) relationships between Richards growth function and basic growth function. *Journal of the Faculty of Agriculture, Kyushu University*, v. 55, p. 259-262, 2010.
- SHIMOJO, Masataka et al. Introducing Viewpoints of Mechanics into Basic Growth Analysis-(I) Three Aspects of Growth Mechanics compared with Three Laws of Motion. *JOURNAL-FACULTY OF AGRICULTURE KYUSHU UNIVERSITY*, v. 51, n. 2, p. 285-287, 2006.
- SHIMOJO, Masataka. A Supplement to Mathematical Structure Common to Animal Growth Analysis and Space Expansion Analysis. *JOURNAL OF THE FACULTY OF AGRICULTURE KYUSHU UNIVERSITY*, v. 61, n. 2, p. 287-291, 2016.
- SHIMOJO, Masataka. Introducing Viewpoints of Mechanics into Basic Growth Analysis-(II) Relative Growth Rate compared with Energy in Wave Function. *JOURNAL-FACULTY OF AGRICULTURE KYUSHU UNIVERSITY*, v. 51, n. 2, p. 289, 2006.
- SHIMOJO, Masataka; ASANO, Yoki; IKEDA, Kentaro. Basic growth analysis and symmetric properties of exponential function with base e. *JOURNAL-FACULTY OF AGRICULTURE KYUSHU UNIVERSITY*, v. 47, n. 1, p. 55-60, 2002.
- SHIMOJO, Masataka; SHAO, Tao; MASUDA, Yasuhisa. Introducing viewpoints of mechanics into basic growth analysis-(VII) Mathematical properties of basic growth mechanics in ruminant-. *J. Fac. Agr., Kyushu Univ.*, v. 53, n. 2, p. 453-458, 2008.
- SWAIN, Peter S. et al. Inferring time derivatives including cell growth rates using Gaussian processes. *Nature communications*, v. 7, p. 13766, 2016.
- TELEKEN, Jhony Tiago; GALVÃO, Alessandro Cazonatto; ROBAZZA, Weber da Silva. Comparing non-linear mathematical models to describe growth of different animals. *Acta Scientiarum. Animal Sciences*, v. 39, n. 1, p. 73-81, 2017.
- URBAN, H. Jörg. Modeling growth of different developmental stages in bivalves. *Marine Ecology Progress Series*, v. 238, p. 109-114, 2002.
- VASCONCELLOS, Marco Antonio S.; GARCIA, Manuel E. Fundamentos de economia. **São Paulo: Saraiva**, v. 2, 1998.
- VELOSO, R. C. et al. Crescimento de genótipos de frangos tipo caipira. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia*, v. 67, n. 5, p. 1361-1371, 2015.
- VELOSO, R. C. et al. Seleção e classificação multivariada de modelos não lineares para frangos de corte. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia*, v. 68, n. 1, p. 191-200, 2016.
- VENUGOPALAN, R.; SHAMASUNDARAN, K. S. Nonlinear regression: a realistic modelling approach in horticultural crops research. *Indian Society of Agricultural Statistics (India)*, 2003.
- VITEZICA, Z. G. et al. Comparison of nonlinear and spline regression models for describing mule duck growth curves. *Poultry science*, v. 89, n. 8, p. 1778-1784, 2010.
- VON BERTALANFFY, Ludwig. Quantitative laws in metabolism and growth. *The quarterly review of biology*, v. 32, n. 3, p. 217-231, 1957.
- VON STOCKAR, U.; LIU, J.-S. Does microbial life always feed on negative entropy? Thermodynamic analysis of microbial growth. *Biochimica et Biophysica Acta (BBA)-Bioenergetics*, v. 1412, n. 3, p. 191-211, 1999.
- WANG, Xiang-Sheng; WU, Jianhong; YANG, Yong. Richards model revisited: Validation by and application to infection dynamics. *Journal of theoretical biology*, v. 313, p. 12-19, 2012.
- WEST, Geoffrey B.; BROWN, J. H.; ENQUIST, Brian J. Growth models based on first principles or phenomenology?. *Functional Ecology*, v. 18, n. 2, p. 188-196, 2004.
- WEST, Geoffrey B.; BROWN, James H.; ENQUIST, Brian J. A general model for ontogenetic growth. *Nature*, v. 413, n. 6856, p. 628-631, 2001.
- WEST, Geoffrey B.; ENQUIST, Brian J.; BROWN, James H. Modelling universality and scaling: Commentary. *Nature*, v. 420, n. 6916, p. 626-627, 2002.
- YIN, Xinyou et al. A flexible sigmoid function of determinate growth. *Annals of botany*, v. 91, n. 3, p. 361-371, 2003.
- ZACH, Reto. Growth-curve analysis: a critical reevaluation. *The Auk*, v. 105, n. 1, p. 208-210, 1988.
- ZHAO-GANG, Liu; FENG-RI, Li. The generalized Chapman-Richards function and applications to tree and stand growth. *Journal of Forestry Research*, v. 14, n. 1, p. 19-26, 2003.