



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**- Ajuste de Modelos Baseado nas FRF(s) -
Incorporação e Atualização de Amortecimento
na Modelagem por Elementos Finitos**

Ricardo Mikio Doi

Ilha Solteira - SP

1210001464



- AJUSTE DE MODELOS BASEADO NAS FRF(s) -
Incorporação e Atualização de Amortecimento
na Modelagem por Elementos Finitos

Ricardo Mikio Doi

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**.

Sys 215161
Sys 56120

Orientador: Prof. Dr. João Antonio Pereira

Ilha Solteira, agosto de 2003

BCpIS - FEIS - UNESP

Proc. 063104-NRP 40

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉC. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
02/10/03	31.03.04
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Tx. 1464
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
bloco auto R\$10.00	D 657a



FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da FEIS/UNESP

Doi, Ricardo Mikio

D657a Ajuste de modelos baseado nas FRF(s) : incorporação e atualização de amortecimento na modelagem por elementos finitos / Ricardo Mikio Doi. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2003
xx, 152 p. il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2003

Orientador: João Antonio Pereira

Bibliografia: p. 127-132

1. Ajuste de modelos. 2. Amortecimento (Mecânica) 3. Dinâmica estrutural.

3050 0001

AJUSTE DE MODELOS BASEADO NAS FRF(s) - Incorporação e Atualização de Amortecimento na Modelagem por Elementos Finitos

Ricardo Mikio Doi

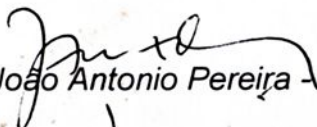
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: MECÂNICA DOS SÓLIDOS E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA


Prof. Dr. João Batista Aparecido
Vice-coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:


Prof. Dr. João Antonio Pereira - Orientador


Prof. Dr. Paulo Sérgio Varoto


Prof. Dr. Vicente Lopes Júnior

Ilha Solteira – SP, agosto de 2003

OFERECIMENTO

Este trabalho descreve parte das pesquisas realizadas no Departamento de Engenharia Mecânica da Unesp, Campus de Ilha Solteira, no período de 08/2001 à 08/2003. Dedico este meu trabalho a minha família que sempre me incentivou e “in memoriam” ao meu avô Ukichiro Doi, que sempre se esforçou e influenciou na formação intelectual de suas gerações futuras. Esta dissertação contém aproximadamente 23000 palavras e 56 referências.

Ricardo Mikio Doi

Agosto/2003



AGRADECIMENTOS . . .

. . . À FAPESP pelo suporte financeiro;

. . . À todas as pessoas da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira que tiveram participação direta ou indireta no desenvolvimento deste trabalho;

. . . Aos meus amigos que propiciaram um ambiente descontraído e agradável para desenvolver este trabalho;

Sou muito grato em especial . . .

. . . À minha família que independente de quaisquer situação sempre me apoiou e incentivou nos estudos desde a minha infância;

. . . “In memorian” ao meu avô de quem tive muita influência nos hábitos disciplinares que foram primordiais na minha atual titulação;

. . . Ao meu orientador Prof. Dr. João Antonio Pereira, pelo incentivo e confiança nos desenvolvimento deste trabalho e pela constante disponibilidade.

Sumário

LISTA DE TABELAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE SIMBOLOS.....	xvi
RESUMO.....	xix
ABSTRACT.....	xx
 1 INTRODUÇÃO.....	 1
1.1 Objetivo.....	2
1.2 Relevância do Trabalho.....	2
1.3 Conteúdo da Dissertação.....	3
 2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.....	 5
 3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	 11
3.1 Análise Modal.....	11
3.1.1 Considerações Gerais.....	12
3.1.2 Análise Modal Teórica por Elementos Finitos.....	14
3.1.3 Análise Modal Experimental.....	18
3.2 Amortecimento.....	22
3.2.1 Modelo de Amortecimento Viscoso Proporcional.....	23
3.2.2 Modelo de Amortecimento Modal.....	25
3.2.3 Modelo de Amortecimento Viscoso Não Proporcional.....	26
3.2.4 Efeitos do Amortecimento Proporcional e Não Proporcional.....	27
3.3 Incompatibilidade Entre Modelos.....	29
3.4 Correlação de Modelos.....	31
3.4.1 Comparação das Frequências Naturais.....	32
3.4.2 Gráfico 45°	32
3.4.3 Coeficiente de Correlação Modal.....	33
3.4.4 Coeficiente de Correlação das FRF(s).....	33

4 AJUSTE DE MODELOS	35
4.1 Introdução	35
4.2 Ajuste de Modelos Baseado nas FRF(s)	36
4.2.1 Considerações Iniciais	37
4.2.2 Formulação do Ajuste para Modelos Compatíveis	38
4.2.3 Formulação do Ajuste para Modelos Incompatíveis	41
4.3 Ajuste do Modelo de Elementos Finitos com Amortecimento	42
4.4 Escolha dos Parâmetros de Atualização	45
4.4.1 Análise de Sensibilidade	45
4.4.2 Parâmetros do Modelo Analítico	47
4.5 Seleção das Frequências de Ajuste	48
4.6 Metodologia	50
 5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA	 51
5.1 Protótipo Virtual	52
5.2 Consistência Física do Modelo Ajustado	54
5.2.1 Modificação e Correção do Modelo	54
5.2.2 Discussão	58
5.3 Ajuste do Amortecimento Proporcional	59
5.3.1 Modelo de Amortecimento Proporcional à Massa	60
5.3.2 Modelo de Amortecimento Proporcional à Rigidez	63
5.3.3 Modelo de Amortecimento Proporcional à Massa e à Rigidez	65
5.3.4 Modelo de Amortecimento Modal	67
5.3.5 Discussão	69
5.4 Ajuste do Amortecimento Não Proporcional	70
5.4.1 Amortecimento Formulado a Partir da Matriz de Massa	72
5.4.2 Amortecimento Formulado a Partir da Matriz de Rigidez	74
5.4.3 Amortecimento Formulado a Partir das Matrizes de Massa e de Rigidez	76
5.4.4 Discussão	78



6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	81
6.1 Viga com Amortecimento Não Proporcional	82
6.1.1 Testes Preliminares	83
6.1.2 Modelo Experimental	86
6.1.3 Modelo Analítico	87
6.1.4 Correlação e Atualização de Parâmetros do Modelo	87
6.1.5 Incorporação e Atualização do Amortecimento Não Proporcional	91
6.1.6 Incorporação e Atualização do Amortecimento Modal	97
6.1.7 Discussões	101
6.2 Estrutura Teste com Juntas	101
6.2.1 Modelo Experimental	103
6.2.2 Modelo Analítico	104
6.2.3 Preparação dos Modelos	105
6.2.4 Correlação Inicial dos Modelos	106
6.2.5 Escolha dos Parâmetros de Atualização	107
6.2.6 Atualização dos Parâmetros Físicos e/ou Geométricos	110
6.2.7 Incorporação e Atualização do Amortecimento Não Proporcional	113
6.2.8 Incorporação e Atualização do Amortecimento Modal	117
6.2.9 Discussões	120
7 CONCLUSÕES FINAIS	123
7.1 Sugestões para Trabalhos Futuros	125
REFERÊNCIAS	127
ANEXO I	133
ANEXO II	145



LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Diferenças entre modo real e modo complexo.	28
Tabela 4.1 - Parâmetros físicos de atualização.	47
Tabela 4.2 - Parâmetros geométricos de atualização.	47
Tabela 5.1 - Propriedades de material, protótipo virtual.	53
Tabela 5.2 - Correlação inicial dos modelos, protótipo virtual.	55
Tabela 5.3 - Correlação final dos modelos, protótipo virtual.	57
Tabela 6.1 - Materiais e instrumentos utilizados no experimento, caso 1.	83
Tabela 6.2 - Propriedades de material, caso 1.	86
Tabela 6.3 - Correlação inicial dos modelos, caso 1.	88
Tabela 6.4 - Correlação final dos modelos, caso 1.	89
Tabela 6.5 - Valores dos parâmetros geométricos atualizados, caso 1.	90
Tabela 6.6 - Valores dos coeficientes de amortecimento atualizados, caso 1.	95
Tabela 6.7 - Valores das razões de amortecimento atualizados, caso 1.	99
Tabela 6.8 - Propriedades de material e de geometria das regiões da estrutura, caso 2.	103



Tabela 6.9 - Correlação inicial dos modelos, caso 2 106

Tabela 6.10 - Numeração dos parâmetros p_i para análise de sensibilidade, caso 2 108

Tabela 6.11 - Correlação final dos modelos, caso 2 111

Tabela 6.12 - Valores dos coeficientes de amortecimento atualizado, caso 2 116

Tabela 6.13 - Valores das razões de amortecimento, caso 2 119

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Localização do pólo no plano complexo	19
Figura 3.2 - Relação entre razão de amortecimento e frequência	24
Figura 3.3 - Matrizes do sistema com propriedades combinadas.	26
Figura 3.4 - Modo real, Avitabile (2002)	29
Figura 3.5 - Modo complexo, Avitabile (2002)	29
Figura 4.1 - Frequência de ajuste adequada	48
Figura 4.2 - Frequência de ajuste inadequada	49
Figura 4.3 - Fluxograma da metodologia proposta	50
Figura 5.1 - Protótipo virtual	52
Figura 5.2 - Modelo de elementos finitos, protótipo virtual	53
Figura 5.3 - Sensibilidade média para os 5 primeiros autovalores, protótipo virtual	56
Figura 5.4 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e ajustada, protótipo virtual ...	57
Figura 5.5 - Evolução do parâmetros de atualização e das diferenças relativas das frequências naturais, protótipo virtual	58

Figura 5.6 - Razões de amortecimento do modelo de referência, protótipo virtual com amortecimento proporcional	60
Figura 5.7 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à massa	61
Figura 5.8 - Evolução da atualização do coeficiente α	62
Figura 5.9 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à massa	62
Figura 5.10 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à rigidez	63
Figura 5.11 - Evolução da atualização do coeficiente β	64
Figura 5.12 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à rigidez	65
Figura 5.13 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à massa e à rigidez	66
Figura 5.14 - Evolução da atualização dos coeficientes α e β	66
Figura 5.15 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à massa e à rigidez	67
Figura 5.16 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, modelo de amortecimento modal	68
Figura 5.17 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento modal	69



Figura 5.18 - Modelo de elementos finitos, protótipo virtual com amortecimento não Proporcional	71
Figura 5.19 - Razões de amortecimento do modelo de referência, protótipo virtual com amortecimento não proporcional	72
Figura 5.20 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa	73
Figura 5.21 - Evolução da atualização dos coeficientes α_R	73
Figura 5.22 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa	74
Figura 5.23 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de rigidez	75
Figura 5.24 - Evolução da atualização dos coeficientes β_R	75
Figura 5.25 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de rigidez	76
Figura 5.26 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez	77
Figura 5.27 - Evolução da atualização dos coeficientes α_R e β_R	77
Figura 5.28 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez	78
Figure 6.1 - Colagem do adesivo na viga, caso 1	84

Figura 6.2 - Detalhe da suspensão, caso 1	84
Figura 6.3 - Entrada Impulsiva, caso 1	84
Figura 6.4 - Montagem experimental, caso 1	85
Figura 6.5 - Estrutura teste com amortecimento não proporcional, caso 1	86
Figura 6.6 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e ajustada, caso 1	89
Figura 6.7 - Evolução dos parâmetros atualizados, caso 1	90
Figura 6.8 - FRAC-valores antes e após a atualização dos parâmetros geométricos, caso	91
Figura 6.9 - Somatório dos valores absolutos das FRF(s) medidas, caso 1	92
Figura 6.10 - Distribuição da razão de amortecimento modal experimental, caso 1	92
Figura 6.11 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e estimada, caso 1	93
Figura 6.12 - Superposição das FRF(s) experimental, estimada e ajustada, caso 1	94
Figura 6.13 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez, caso 1	94
Figura 6.14 - Evolução dos parâmetros atualizados, caso 1	95
Figura 6.15 - Matriz de Massa	96
Figura 6.16 - Matriz de amortecimento não proporcional	96
Figura 6.17 - Matriz de rigidez	96



Figura 6.18 - Detalhe da matriz de amortecimento não proporcional	96
Figura 6.19 - Superposição das FRF(s) experimental e estimada, caso 1	98
Figura 6.20 - Detalhe da superposição das FRF(s) experimental, estimada e ajustada, caso 1 ..	98
Figura 6.21 - Evolução da atualização do parâmetro ζ_I	99
Figura 6.22 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento modal, caso 1	100
Figura 6.23 - Matriz de massa	100
Figura 6.24 - Matriz de amortecimento modal	100
Figura 6.25 - Matriz de Rigidez	100
Figura 6.26 - Estrutura teste, caso 2	102
Figura 6.27 - Detalhe da junta da estrutura teste, caso 2	102
Figura 6.28 - Modelo experimental, caso 2	103
Figura 6.29 - Detalhe da modelagem da junta por elementos finitos, caso 2	104
Figura 6.30 - Modelo analítico, caso 2	105
Figura 6.31 - Superposição das FRF(s) experimental e analítica antes do ajuste, caso 2	107
Figura 6.32 - Sensibilidade da estrutura, caso 2	109
Figura 6.33 - Evolução da atualização dos parâmetros I_Z e I_Y , caso 2	110



Figura 6.34 - Evolução das diferenças relativas das frequências naturais, caso 2 111

Figura 6.35 - Superposição das FRF(s) experimental e ajustada, caso 2 112

Figura 6.36 - FRAC-valores antes e após atualização dos parâmetros I_z e I_y , caso 2 113

Figura 6.37 - Distribuição da razão de amortecimento modal da estrutura teste, caso 2 114

Figura 6.38 - Superposição das FRF(s) experimental estimada e ajustada, caso 2 115

Figura 6.39 - Evolução das atualização dos coeficientes α_1 e α_2 , caso 2 116

Figura 6.40 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa, caso 2 117

Figura 6.41 - Superposição das FRF(s) experimental estimada e atualizada, caso 2 118

Figura 6.42 - Detalhes das influências da atualização das razões de amortecimento nas FRF(s), caso 2 119

Figura 6.43 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento modal, caso 2 120

LISTA DE SÍMBOLOS *

C	Coefficiente de amortecimento viscoso
c_c	Coefficiente de amortecimento crítico
f	Força externa
f_i	Força de inércia
f_d	Força dissipativa
f_e	Força elástica
h	Função de resposta ao impulso
J	Função objetiva
K	Rigidez
m	número de modos
M	Massa
n	Número de graus de liberdade
P	Pólo
Q	Resíduo ou Fator de escala modal
s	Variável de Laplace
t	Variável tempo
$[c]$	Matriz de amortecimento modal
$[C]$	Matriz de amortecimento
$\{f(t)\}$	Vetor força
$\{F\}$	Vetor de amplitude da força
$[h(i\omega)]$	Matriz das funções de resposta ao impulso
$[H(s)]$	Matriz de transferência
$[H(i\omega)]$	Matriz das funções de resposta em frequência

* Todas as unidades estão no Sistema Internacional de Unidades.



$[I]$	Matriz identidade
$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de massa
$[m]$	Matriz de massa modal
$[k]$	Matriz de rigidez modal
$\{\ell\}$	Vetor de dados genérico
$\{p\}$	Vetor dos parâmetros de atualização
$\{q\}$	Vetor das coordenadas modais
$[S]$	Matriz de sensibilidade
$\{x(t)\}$	Vetor deslocamento
$\{X\}$	Vetor de amplitude do movimento
$\{\ddot{x}(t)\}$	Vetor aceleração
$[Z]$	Matriz de rigidez dinâmica;

Subescritos e Superescritos

$\cdot^A$	Analítico
$\cdot^U$	Ajustado
$\cdot^A$	Ativo
$\cdot^I$	Inativo
$\cdot^E$	Experimental
$\cdot^r$	Modal
$\cdot^R$	Regiões
$\cdot^T$	Transposto para matriz ou vetor
$\cdot^*$	Conjugado complexo

Símbolos Gregos

α	Coeficiente de amortecimento proporcional à massa
β	Coeficiente de amortecimento proporcional à rigidez

λ	Autovalores
ω	Frequência
ω_n	Frequência natural
ω_d	Frequência natural amortecida
ζ	Razão de amortecimento
$\{\varepsilon\}$	Vetor resíduo
$\{\phi\}$	Vetor modal normalizado em relação a massa
$[\phi]$	Matriz modal normalizada em relação a massa
$\{\mathfrak{F}\}$	Vetor força em coordenadas modais
$\{\psi\}$	Vetor modal
$[\psi]$	Matriz modal

Abreviaturas

MAC	Coeficiente de correlação modal
FRAC	Coeficiente de correlação das FRF(s)
FRF	Função de resposta em frequência
FRI	Função de resposta ao impulso



RESUMO

DOI, Ricardo Mikio, - Ajuste de Modelos Baseado nas FRF(s) - Incorporação e Atualização de Amortecimento na Modelagem por Elementos Finitos, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 2003, 147 p. Dissertação de Mestrado.

Este trabalho propõe uma melhoria na representatividade de modelos de elementos finitos através da atualização dos parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo seguido da incorporação do efeito do amortecimento na modelagem. Os parâmetros do modelo de amortecimento utilizado, amortecimento viscoso proporcional e não proporcional, também são atualizados, se necessário. O método de ajuste utilizado é baseado nas FRF(s) e é formulado a partir de um resíduo de entrada, dado pelo balanço de força no sistema. A necessidade da atualização dos parâmetros do modelo é avaliada através de técnicas de correlações, que comparam os parâmetros modais e as FRF(s) dos modelos analítico e experimental. A escolha dos parâmetros de atualização é feita após uma avaliação prévia da sensibilidade dos parâmetros físicos e geométricos do modelo de elementos finitos em relação aos seus autovalores. O processo de ajuste é realizado em duas etapas consecutivas bem definidas. Na primeira etapa, o ajuste visa atualizar somente os parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo sem considerar os efeitos de amortecimento. Na segunda etapa, um modelo de amortecimento viscoso proporcional ou não proporcional é incluído e, se necessário, ajustado através da atualização dos seus respectivos coeficiente de proporcionalidade ou razões de amortecimento. A proposta é inicialmente avaliada utilizando dados simulados e posteriormente utilizando dados experimentais. Os dados experimentais foram medidos diretamente em estruturas testes, que apresentam tanto o efeito de amortecimento proporcional quanto o não proporcional.

Palavras-chave: Análise Modal, Elementos Finitos, Amortecimento, Correlação, Ajuste de modelos.



ABSTRACT

DOI, Ricardo Mikio, A FRF(s) Based Finite Element Model Updating Approach Incorporating the Effect Damping in the FE-Modelling, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 2003, 147 p. Dissertation.

This work proposes an improvement in the representativity of finite element models through the updating of physical and geometric parameters of the model and also including the damping effect in the modelling. The parameters of the used damping models, viscous proportional and non proportional, they are also updated, if necessary. The finite element model updating process is based on measured FRF(s) and it is formulated from an input residue. The reliability of the model need of the updating of the model parameters are evaluated through correlation techniques, that compare the modal parameters and FRF(s) of the analytical and experimental models. The selection of the updating parameters is based in a previous evaluation of the sensitivity of the physical and geometric parameters of the finite elements model for the eigenvalues. The updating process is accomplished in two very defined consecutive stages. In the first stage, the approach look at the updating of physical and/or geometric parameters of the model without considering the effects of damping. In the second stage, a model of proportional or non proportional viscous damping is included in the modelling and it is also updated, if necessary, by updating their respective proportionality coefficients or damping ratios. The proposal is initially evaluated using simulated data and later using experimental data. The experimental data were measured directly in structures tests, that present effects of proportional and non proportional damping.

Keywords: Modal Analysis, Finite Element, Damping, Correlation, Models Updating.



CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A modelagem por elementos finitos, tem sido amplamente utilizada devido a sua grande versatilidade e facilidade para simulação de uma infinidade de situações, de forma rápida e com custo relativamente baixo. Os modelos de elementos finitos são modelos idealizados, ou seja, com simplificações que o analista pressupõe ser razoável para representar o sistema físico real. Algumas propriedades de alguns componentes como juntas e conexões são difíceis de serem estimados com precisão, e outras propriedades, como o efeito do amortecimento, por exemplo, são desconsiderados a propósito de simplificações matemáticas e, portanto, o resultado é um modelo aproximado.

Em dinâmica estrutural, modelos analíticos de elementos finitos mais representativos têm sido obtidos comparando o modelo de elementos finitos com dados experimentais medidos e, posteriormente se necessário, atualizando as propriedades do modelo analítico com base nesses dados medidos. Entretanto, o modelo de elementos finitos, geralmente, não inclui efeitos de amortecimento e conseqüentemente, por mais que os modelos experimental e analítico estejam correlacionados em termos de freqüências naturais e modos reais, sempre haverá uma



discrepância do comportamento dinâmico dos dois modelos devido a desconsideração das forças dissipativas no balanço de forças do sistema.

A demanda da engenharia moderna por modelos analíticos progressivamente mais representativos vem despertando forte interesse e tornando o estudo do amortecimento numa área de pesquisa ativa na dinâmica estrutural.

1.1 - Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é obter modelos de elementos finitos realisticamente representativos a partir da atualização de seus parâmetros, seguido de uma incorporação de modelo de amortecimento viscoso proporcional ou não proporcional na modelagem, e se necessário, de uma atualização dos parâmetros de amortecimento, tendo como base de referência dados medidos.

1.2 - Relevância do Trabalho

A caracterização das forças de amortecimento em vibração estrutural tem sido área de pesquisa ativa na dinâmica estrutural. A demanda da engenharia moderna vem despertando forte atenção nesse assunto nos últimos anos. No entanto, a compreensão do mecanismo de amortecimento ainda é muito limitada e em muitos modelos como os gerados por elementos finitos seu efeito é desconsiderado. Portanto, o ajuste dos parâmetros na modelagem por elementos finitos e a posterior incorporação e ajuste do amortecimento buscando melhorar a representatividade do modelo de elementos finitos é uma proposta bastante atraente.

A utilização do modelo de amortecimento não proporcional, para representar os efeitos de amortecimento em estruturas, com valores dos coeficientes de amortecimento estimados para cada região do modelo e o posterior ajuste destes coeficientes poderá representar um grande avanço na modelagem analítica de estruturas com juntas e estruturas compostas por componentes com diferentes propriedades de material, responsáveis por um amortecimento distribuído não uniformemente na estrutura. Ainda neste contexto, a facilidade em atualizar os



parâmetros em nível de elementos ou regiões, aliados ao fato de utilizar dados diretamente medidos no sistema real, torna a metodologia bastante atraente e poderá trazer grande contribuição para a prática industrial. A principal contribuição deste trabalho é a incorporação e ajuste do amortecimento viscoso proporcional e não proporcional no modelo de elementos finitos buscando melhorar a representatividade do modelo analítico.

1.3 - Conteúdo da Dissertação

Este trabalho foi estruturado em capítulos, visando organizar todo o conteúdo e facilitar o seu entendimento. Os capítulos são apresentados de forma seqüencial, desde o objetivo do trabalho até a análise dos resultados obtidos. Prossegue-se então:

- **Capítulo 2**

É apresentada uma revisão bibliográfica buscando relatar a progressão dessa linha de pesquisa nas últimas décadas e também introduzir a relevância do trabalho proposto na atualidade.

- **Capítulo 3**

Os fundamentos teóricos são apresentados, buscando embasar os resultados e dar suporte ao desenvolvimento do trabalho.

- **Capítulo 4**

O desenvolvimento matemático é mostrado de forma detalhada neste capítulo, buscando facilitar o entendimento do processo de ajuste de modelos baseado nas FRF(s).

- **Capítulo 5**

São apresentados os resultados de alguns casos de simulação numérica visando avaliações preliminares da metodologia proposta.

- **Capítulo 6**

Neste capítulo, além da montagem dos testes experimentais, os resultados de cada caso estudado são apresentados através de gráficos e tabelas acompanhados de discussões.



- **Capítulo 7**

Finalmente são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

- **Referências**

Contém as referências utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

- **Anexo I**

Artigo publicado no 2º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica realizado em João Pessoa-PB.

- **Anexo II**

Artigo publicado no 26º “International Seminar on Modal Analysis” realizado em Leuven, Bélgica.

CAPÍTULO 2

LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Com os avanços na computação digital, a modelagem analítica de modelos dinâmicos por elementos finitos tem tido uma grande aceitação. No entanto a sua representatividade é bastante limitada devido às estimativas de alguns parâmetros físicos e/ou geométricos e também devido a desconsideração dos efeitos de amortecimento. A literatura vem mostrando que essa representatividade pode ser melhorada com a atualização do modelo de elementos finitos, tendo como base de referência dados medidos diretamente no sistema físico real. A busca por modelos de elementos finitos mais realisticamente representativos têm sido um tema de pesquisa ativa ao longo desses últimos anos.

As primeiras tentativas sistemáticas de interação dos dados obtidos em testes experimentais com os resultados da modelagem analítica por elementos finitos surgiram no início da década de 70, Berman & Flannelly (1971), Baruch (1978), embora, isso não signifique que esta área tenha atingido sua maturidade. Apesar de que ao longo destes anos, uma extensa gama de formulações e propostas para comparação e ajuste de modelo tenha sido discutida, Tlusty & Ismail (1980), Leuridan et al. (1986), Heylen (1987), Larsson & Sas (1992), Arruda et al. (1993), Lin & Ewins (1994), Friswell & Mottershead (1995), Pereira (1996) a utilização



sistemática da interação entre os resultados da modelagem analítica e testes experimentais ainda continua sendo amplamente pesquisada (Friswell & Mottershead, 1998; Garcia, 2001; Oberkampf, 2001; Hanson & Hermez, 2001). Entretanto, a literatura corrente já mostra diversas tentativas de incorporação das técnicas de ajuste de modelo em ferramentas matemáticas de análise estrutural de sistemas mecânicos Reynolds et al (1998); Brughmans et al. (1998) e algumas aplicações práticas na indústria (Schaak, 2000; Göge, 2003).

Os primeiros métodos de ajuste propostos, denominados métodos diretos, foram baseados na minimização de uma função linear dos parâmetros do sistema sujeitas a restrições exatas. Métodos baseados nos multiplicadores de Lagrange, também foram propostos sendo que o ajuste era sempre realizado alterando-se os elementos das matrizes (Berman & Flannelly, 1971; Baruch, 1978). Neste caso, uma das principais desvantagens era a obtenção de matrizes de massa e rigidez completamente povoadas e a ausência de significado físico para o modelo ajustado.

A partir das duas últimas décadas, o grande avanço tecnológico forneceu suporte para o surgimento de novas técnicas bem mais elaboradas que permitiram, em muitos casos, a interpretação física do ajuste feito no modelo inicial de elementos finitos (Lamens, 1995, Friswell & Mottershead, 1995; Pereira, 1996). Houve um maior interesse dos setores que lidam com tecnologia de ponta pelo uso dessas técnicas, como por exemplo, o setor aeroespacial. Os métodos atuais de ajuste propõem a atualização do modelo de elementos finitos a partir de seus parâmetros físicos e/ou geométricos. Estes métodos consistem, na maioria das vezes, na utilização de processos de otimização para minimizar uma função objetiva, ou um resíduo dos modelos (Friswell & Mottershead, 1995; Link, 2001, Jones & Turcotte, 2002). Além de permitirem a escolha de uma ampla gama de parâmetros de atualização, estes métodos possuem a vantagem de possibilitar a inclusão de matrizes de ponderação, nas quais são atribuídos pesos, tanto para os dados medidos quanto para a estimativa inicial dos parâmetros. Isso permite enriquecer o processo, acomodando a visão de um analista experiente.

Neste contexto, o método de ajuste baseado nas FRF(s) vem despertando grande interesse nas áreas industriais e científicas, pois utiliza dados medidos diretamente na estrutura, dispensando a etapa de estimação dos parâmetros modais. Esta é uma grande vantagem devido ao fato de se eliminar uma etapa do processo, que pode ser uma fonte considerável de erro. Outra grande vantagem do uso direto das FRF(s) é a disponibilidade de uma larga faixa de pontos em frequência que podem ser selecionados para o processo de ajuste, permitindo que o problema possa ser feito sobre-determinado, melhorando as condições de estabilidade do processo. Entretanto, deve-se salientar que alguns autores como Friswell & Penny (1997) por exemplo,

discutem que o uso direto das FRF(s) no processo de ajuste ao invés do modelo modal, não traz grandes benefícios, pois apesar do uso do modelo modal reduzir o número de pontos de dados, a qualidade e a quantidade de informações são as mesmas, pois as FRF(s) podem ser reconstruídas com acurácia a partir do modelo modal, o que geralmente é feito para checar a qualidade do ajuste da curva. A vantagem do uso do modelo modal seria a possibilidade de verificar a representatividade do modelo analítico através dos parâmetros modais, ao passo que a vantagem do uso das FRF(s) medidas seria o fato de que os dados medidos reproduziriam melhor o estado natural da estrutura em estudo, o que poderia ser eliminado no processo de ajuste da curva da análise modal, descartando dados importantes na identificação de danos presentes no sistema.

Um outro aspecto da utilização direta das FRF(s) no processo de ajuste é que as informações do amortecimento estão mais diretamente presentes nas receptâncias do que nos modos amortecidos. Isso pode ser importante na formulação do problema, visto que a utilização do amortecimento é um ponto ainda não suficientemente explorado no processo de ajuste. As técnicas de ajuste, na maioria das vezes, fazem abstração do amortecimento, apesar de todas as estruturas mecânicas serem amortecidas na realidade. Todas as funções de resposta em frequências medidas inerentemente contêm informações a respeito do comportamento do amortecimento da estrutura, e na modelagem por elementos finitos, geralmente o comportamento do modelo é estudado em termos das matrizes de massa e de rigidez do sistema e o amortecimento é ignorado completamente como pode ser verificado em Mottershead & Friswell (2000) ou adiciona-se alguma forma de amortecimento proporcional em algum estágio posterior (Lammens, 1995; Pereira, 2001).

Uma revisão das técnicas de atualização e ajuste de modelos existentes e das atividades de pesquisa relacionadas a este assunto, indica uma grande quantidade de áreas e de possibilidades de aplicação (Mottershead & Friswell, 1993; Natke, 1997; Friswell & Mottershead, 1998; Avitabile, 2000). Dentre elas cita-se o ajuste de modelos para predição de sistemas vibro-acústicos (Desmet et al., 2002), geração de modelos de diagnósticos para detecção e localização de falha estrutural (Trendafilova & Heylen, 2003), etc. Entretanto, alguns desafios como amortecimento e não linearidade formam barreiras para o sucesso da técnica na prática industrial (Cudney, 2001).

Na formulação por elementos finitos, juntas são componentes que apresentam configuração complexa e geralmente são responsáveis pela baixa acurácia nas estimativas das propriedades de rigidez, massa e amortecimento na modelagem por elementos finitos dessas estruturas. As juntas e conexões sempre causam incerteza na acuracidade da modelagem,

portanto merece atenção especial no processo de ajuste do modelo analítico. Neste contexto, modelos analíticos mais representativos de estruturas com juntas têm sido obtidos comparando o modelo de elementos finitos com dados experimentais medidos e posteriormente, se necessário, atualizando as propriedades do modelo analítico com base nos dados medidos (Ren & Beards, 1995; Ratcliffe & Lieven, 2000; Mottershead & Friswell, 2002).

Segundo Ren & Beards (1995) a modelagem acurada de juntas ou conexões de estruturas através de métodos puramente analíticos é extremamente difícil. Alternativamente, as propriedades de juntas podem ser extraídas de dados experimentais medidos diretamente no sistema. No entanto, a identificação acurada das propriedades de juntas pode ser afetada por vários erros oriundos dos dados medidos, até mesmo erros de medidas considerados insignificantes (abaixo de 5% em FRF) podem afetar severamente a identificação das propriedades de juntas. A acuracidade da identificação de parâmetros modais depende significativamente também do método utilizado.

No processo de ajuste de modelos de elementos finitos através da atualização dos parâmetros físicos e/ou geométricos, a escolha desses parâmetros é uma etapa primordial na convergência para o modelo de predição. Testes têm demonstrado que vários parâmetros diferentes podem ser escolhidos para melhorar a representatividade do modelo de elementos finitos, no entanto a escolha de parâmetros pouco sensíveis em relação aos autovalores pode ocasionar a convergência para um modelo com comportamento dinâmico representativo, porém fisicamente inconsistente. Como regra geral, parâmetros sensíveis são bons candidatos a serem atualizados para melhorar a representatividade do modelo analítico através de uma pequena atualização dos parâmetros sensíveis (Mottershead & Friswell, 2000; Göge, 2003), mas não são necessariamente os parâmetros inadequadamente representados na modelagem.

Um outro aspecto importante na modelagem de juntas é o efeito do amortecimento concentrado nessas regiões, caracterizando o amortecimento não proporcional ao longo da estrutura. Vários mecanismos de amortecimento podem ser encontradas numa estrutura, os mais comuns na dinâmica estrutural são: viscoso, histerético e de Coulomb. Richardson & Potter (1975) discutem a semelhança entre o amortecimento viscoso e histerético além da não linearidade do comportamento dinâmico do sistema acarretado pelo amortecimento histerético e de Coulomb. A possibilidade de obter um amortecimento viscoso equivalente através da equivalência da energia dissipada no amortecimento também é discutida neste texto. Clough & Penzien (1993) discutem a formulação do amortecimento em termos das hipóteses do amortecimento viscoso proporcional e não proporcional.

Adhikari (2000) em sua tese de doutorado desenvolve um método de identificação de amortecimento viscoso e não viscoso a partir das FRF(s) medidas para representar os efeitos de amortecimento proporcional e não proporcional, ele avalia a metodologia com modelos simulados e com uma viga com amortecimento não proporcional. A identificação do amortecimento é feita numa larga faixa de frequências que abrange, no caso, 11 modos próprios e utiliza os modos reais e imaginários separadamente para verificar a correlação dos modelos analítico e experimental. O ajuste de modelos numa larga faixa de frequências contendo vários modos é dificultado pela perda de informações dos modos mais altos ocasionado geralmente pela malha do modelo experimental, neste caso a correlação dos modos mais altos não é confiável. Por fim ele não discute a potencialidade da metodologia para estruturas mais complexas.

Na discussão e debate do Structural Dynamic 2000 com a participação dos mais renomeados pesquisadores da dinâmica estrutural, o amortecimento foi identificado como sendo um assunto que requer mais pesquisa e progresso para um benefício substancial na modelagem de estruturas, (Cudney, 2001). Mostrando que realmente o tema ainda é cientificamente pouco conhecido e demanda estudos para aplicações na modelagem de estruturas dinâmicas.

Atualmente a representação de estruturas reais por modelos matemáticos, mais especificamente o método de elementos finitos, alcançou grande progresso. Modelos analíticos gerados por elementos finitos são ajustados com considerável acurácia, tendo como base os dados medidos diretamente na estrutura. No entanto, o ajuste de modelos ainda não atingiu sua maturidade e a demanda da engenharia moderna por modelos ainda mais representativos vem despertando forte interesse de pesquisa direcionada a obstáculos que dificultam a obtenção de modelos analíticos mais representativos, tais como: amortecimento, juntas e não linearidade, em estruturas.



CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 - Análise Modal

O comportamento dinâmico de uma estrutura pode ser descrito por seus parâmetros modais, ou seja, suas frequências naturais, constante modal e razões de amortecimento. A análise modal é um procedimento bastante eficaz para determinar esses parâmetros e a literatura mostra que esse procedimento vem conquistando uma ampla gama de aplicação tanto sob o ponto de vista da análise modal teórica quanto da análise modal experimental.

Na análise modal teórica, mais especificamente, por elementos finitos, utiliza-se métodos numéricos-analíticos e os parâmetros modais são obtidos a partir dos parâmetros espaciais do modelo, ou seja, das matrizes de massa, rigidez, e menos freqüentemente, de amortecimento. Já na análise modal experimental, os parâmetros modais são estimados a partir das relações entrada/saída medidas diretamente na estrutura. Este procedimento experimental para extração dos parâmetros modais vem demonstrando grande eficácia e ultimamente vem conquistando amplo campo de aplicação, como por exemplo: validação e refinamento de modelos de elementos finitos, modificação de estruturas, detecção de falhas e análise de



estruturas complexas. A análise modal experimental pode ser melhor utilizada com o entendimento do princípio da análise modal teórica. Neste contexto, a seguir será abordada uma discussão sobre a análise modal teórica antes da análise modal experimental.

3.1.1 - Considerações Gerais

A análise modal convencional empregada para investigar o comportamento dinâmico de uma estrutura é sustentada em três hipóteses básicas:

- *Linearidade do comportamento dinâmico*: a resposta da estrutura para alguma combinação de forças aplicadas simultaneamente é equivalente a soma de resposta de cada força atuando individualmente;
- *Invariável no tempo*: os parâmetros físicos da estrutura são constantes;
- *Observável*: a medida da relação entrada/saída contém informações suficientes para determinar o comportamento dinâmico do modelo.

Estruturas lineares contínuas podem ser caracterizadas por modelos matemático lineares através da discretização da estrutura em vários elementos conectados rigidamente por nós (Przemieniecki, 1968). A interação entre forças de vários elementos que constitui a estrutura são representados por forças resultantes de momentos de flexão, torções e trações atuando nesses nós. Cada equação de equilíbrio associada a cada força descreve o movimento de um grau de liberdade da estrutura discretizada e o resultado é um conjunto de equações acopladas. Se uma estrutura, que pode ser idealizada dessa forma, é excitada com uma força e o seu efeito é medido simultaneamente com a força, então os parâmetros modais podem ser estimados a partir das suas funções de transferência.

Para um melhor entendimento dos conceitos básicos envolvidos na metodologia proposta, inicialmente será discutido o comportamento de um sistema simples de 1 grau de liberdade, considerando o amortecimento viscoso na representação das forças dissipativas. A equação de movimento é obtida a partir do balanço das forças de inércia ($f_i = M \ddot{x}$), dissipativa ($f_d = C \dot{x}$), elástica ($f_e = K x$) e externa (f):

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (3.1)$$

Na qual: M - massa;

C - coeficiente de amortecimento viscoso;

K - constante de rigidez;

t - variável tempo;

$\ddot{x}$, $\dot{x}$, x - aceleração, velocidade e deslocamento respectivamente.

A solução geral da equação (3.1) homogênea é da forma:

$$x(t) = X e^{st} \quad (3.2)$$

Na qual, X e s são constantes. Substituindo a equação (3.2) na (3.1) homogênea tem-se:

$$(M s^2 + C s + K) X e^{st} = 0 \quad (3.3)$$

A solução não trivial da equação (3.3) é dada pelas raízes da equação característica:

$$s_{1,2} = -\frac{C}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}} \quad (3.4)$$

O valor das raízes s_1 e s_2 são dados em função dos parâmetros do modelo e são observadas as seguintes possibilidades:

- As forças de amortecimento governam o movimento e então o sistema é conhecido como superamortecido: $\left(\frac{C}{2M}\right)^2 > \frac{K}{M}$, então as duas raízes são reais;
- As forças elásticas e de inércia prevalecem, o sistema é conhecido como subamortecido: $\left(\frac{C}{2M}\right)^2 < \frac{K}{M}$, as duas raízes são complexas conjugadas;
- O sistema é criticamente amortecido: $\left(\frac{C}{2M}\right)^2 = \frac{K}{M}$, as duas raízes são iguais e reais.

Esta análise mostra que qualquer sistema vibrando tem um importante parâmetro que define a interface entre o superamortecimento e o subamortecimento, tal parâmetro é conhecido

como constante de amortecimento crítico (C_c), o qual é definido quando o termo dentro da raiz da equação (3.4) é igual a zero:

$$C_c = 2M\sqrt{\frac{K}{M}} \quad (3.5)$$

Com esta definição de amortecimento crítico, uma outra quantidade adimensional chamada de razão de amortecimento (ζ) é definida pela razão entre o amortecimento e o amortecimento crítico do correspondente sistema:

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \quad (3.6)$$

Agora as raízes da equação característica podem ser escritas na forma:

$$s_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n \quad (3.7)$$

E o sistema pode ser classificado em função da razão de amortecimento ζ :

- Sistema superamortecido: $\zeta > 1$;
- Sistema criticamente amortecido: $\zeta = 1$;
- Sistema subamortecido: $\zeta < 1$.

Estruturas mecânicas, geralmente, apresentam razões de amortecimento modal menores que 1, por isso toda discussão e formulação, que inclui o amortecimento, será baseada no caso subamortecido.

3.1.2 - Análise Modal Teórica por Elementos Finitos

Com o advento da computação, a modelagem por elementos finitos tem sido amplamente utilizada. O método surgiu no campo da análise estrutural e tem sido expandido em diversas aplicações da engenharia aeroespacial, arquitetura naval, mecânica dos fluidos, transferência de calor e até na medicina.

Em elementos finitos o corpo elástico contínuo é representado por um sistema discreto, formado por um conjunto de elementos estruturais unidos entre si, através de um número finito de pontos denominados nós do modelo. Um elemento estrutural é definido como uma parte do corpo elástico e o seu comportamento é definido a partir do conhecimento dos deslocamentos ou forças nodais deste elemento. O conhecimento do comportamento dos elementos individuais permite representar o comportamento do sistema como um todo, uma vez que as matrizes globais de massa e rigidez da estrutura toda são montadas a partir das matrizes elementares de massa e rigidez estimada individualmente para cada elemento de acordo com a teoria de elementos finitos (Bathe & Wilson, 1976; Dhett et al., 1984). As matrizes globais representam n equações diferenciais, sendo n o número de graus de liberdade do modelo discreto.

Na análise por elementos finitos, o efeito do amortecimento usualmente não é considerado e a representação de uma estrutura por elementos finitos leva a um sistema linear de n equações diferenciais de segunda ordem acopladas, na forma matricial tem-se:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.8)$$

Na qual: $\{\ddot{x}(t)\}$ e $\{x(t)\}$ - vetor aceleração e vetor deslocamento respectivamente;

$\{f(t)\}$ - força aplicada no sistema;

$[M]$ e $[K]$ - matrizes de massa e rigidez respectivamente de ordem $n \times n$;

n - número de graus de liberdade.

Assumindo um força de excitação do tipo $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$ e assumindo uma solução da forma $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$, a equação do movimento pode ser expressa por:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

Na qual: ω - frequência de oscilação;

$\{F\}$ - vetor de constantes complexas da força de excitação;

$\{X\}$ - vetor de constantes complexas da resposta.

É usual determinar a resposta do sistema em deslocamento considerando a solução homogênea a partir do problema de autovalor:

$$(-\omega^2 [M] + [K]) \{X\} = 0 \quad (3.10)$$

A solução não trivial da equação (3.8) é dada por uma matriz diagonal $[\lambda]$ chamada de autovalores associada a uma outra matriz $[\psi]$ chamada de autovetores, particularmente, cada $\lambda_r = \omega_r^2$ está relacionado a um vetor deslocamento $\{\psi\}_r$, (Meirovitch, 1975). Na dinâmica estrutural, os autovalores e os autovetores são interpretados como frequências naturais e modos próprios de vibrar respectivamente. Com esta interpretação, o problema de autovalor pode ser expresso por:

$$[K]\{\psi\} = \lambda_r [M]\{\psi\} \quad (3.11)$$

Neste tipo de problema quando a matriz $[M]$ é simétrica e positiva definida e a matriz $[K]$ é simétrica e semi-definida positiva, os autovalores são reais e não negativos. Vale ressaltar que para o caso de uma estrutura na condição livre-livre, a solução admite autovalores nulos associados aos autovetores representando os modos de corpo rígido, ou seja, o corpo livre pode movimentar-se numa frequência nula sem se deformar, (Friswell & Mottershead, 1995). A solução do problema de autovalor é bem conhecida e existem vários métodos de resolução bastante consolidados (Bathe & Wilson, 1976).

Uma das propriedades mais importante dos modos próprios é a propriedade de ortogonalidade em relação as matrizes de massa e rigidez, sua dedução pode ser verificada detalhadamente em Meirovitch (1975). A propriedade de ortogonalidade é de grande utilidade e convenientemente aplicada na solução de problemas de autovalor em elementos finitos, além de ser freqüentemente utilizada para desacoplar as equações de movimento do sistema, transformando as matrizes de massa e rigidez da estrutura em matrizes de massa e rigidez modal:

$$[\psi]^T [M] [\psi] = [m] \quad (3.12)$$

$$[\psi]^T [K] [\psi] = [k] \quad (3.13)$$

Nas quais : $[\psi]$ - matriz modal contendo os vetores modais;

$[m]$ - matriz de massa diagonal ou modal;

$[k]$ - matriz de rigidez diagonal ou modal.

Quando os modos são normalizados em relação a massa modal, as propriedades de ortogonalidade são chamadas de ortonormal e passam a satisfazer as seguintes relações:

$$[\phi]^T [M] [\phi] = [I.] \quad (3.14)$$

$$[\phi]^T [K] [\phi] = [\lambda.] \quad (3.15)$$

Nas quais : $\{\phi\}_r = \frac{\{\psi\}_r}{m_r}$ - matriz modal normalizada em relação a massa;

$[I.]$ - matriz identidade;

$[\lambda.]$ - matriz dos autovalores (diagonal e quadrada).

Tanto na teoria de elementos finitos quanto na análise modal experimental, a partir dos parâmetros modais é possível obter as matrizes de massa e rigidez da estrutura, utilizando as relações de ortogonalidade, equação (3.16) e (3.17), no entanto essas matrizes são obtidas somente para algumas situações muito especiais, visto que nem sempre é possível ter acesso a todos os modos e graus de liberdade do modelo.

$$[m.] = [\phi]^{-T} [\phi]^{-I} \quad (3.16)$$

$$[k.] = [\phi]^{-T} [\lambda.] [\phi]^{-I} \quad (3.17)$$

Um outro aspecto de interesse das propriedades de ortogonalidade dos autovetores é a transformação das coordenadas físicas em modais, ou seja, desacoplamento das equações diferenciais do movimento. Isto possibilita resolver as equações do movimento como se fosse um sistema de um grau de liberdade para cada equação. A equação do movimento em coordenadas físicas na forma matricial é expressa por:

$$(-\omega^2 [M] + [K]) \{X\} = \{F\} \quad (3.18)$$

Na qual, $\{F\}$ é a força externa aplicada no sistema físico. Pré-multiplicando a equação (3.18) pela matriz modal transposta $[\psi]^T$ e pós-multiplicando pela identidade $[I] = [\psi][\psi]^{-I}$ o sistema de equações do movimento é desacoplado através da diagonalização da matriz de massa e de rigidez:

$$-\omega^2 [m.] [\psi]^{-1} \{X\} + [k.] [\psi]^{-1} \{X\} = \{\mathfrak{T}\} \quad (3.19)$$

A equação (3.19) permite definir a força $\{\mathfrak{T}\}$ em coordenadas modais e o vetor deslocamento $\{q\}$ em coordenadas modais com a mesma dimensão do vetor deslocamento $\{X\}$:

$$\{q\} = [\psi]^{-1} \{X\} \quad (3.20)$$

Pré-multiplicando a equação (3.20) pela matriz modal obtém-se novamente o vetor deslocamento em coordenadas espaciais $\{X\}$:

$$\{X\} = [\psi] \{q\} \quad (3.21)$$

Esta equação mostra que os deslocamentos físicos podem ser escritos como uma combinação das colunas da matriz modal escalonados pelo vetor modal, para maiores detalhes consultar Pereira (1996). Este fator de escala $\{q\}$ que satisfaz a equação (3.21) transforma as equações acopladas em um conjunto de sistemas de 1 grau de liberdade desacoplados, esta transformação de coordenada espacial para coordenada modal é a essência da análise modal e é essa transformação de coordenadas que torna a análise modal numa poderosa ferramenta de análise dinâmica de estruturas.

3.1.3 - Análise Modal Experimental

Na análise modal experimental, as características da dinâmica estrutural são definidas pela função transferência, que define uma relação entre entrada e saída do sistema. A relação entrada/saída é obtida a partir da excitação e das respostas medidas nos pontos previamente selecionados.

Tomando como referência o mesmo sistema de 1 grau de liberdade anterior, a relação de entrada e saída pode ser dada a partir da representação da equação (3.1) no domínio de Laplace (variável s) e permite definir a função transferência do modelo. Assumindo as condições iniciais de velocidade e deslocamento iguais a zero, a função transferência do modelo $H(s)$, dada pela relação entre a entrada e a saída, é definida por:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{I}{Ms^2 + Cs + K} \quad (3.22)$$

A função transferência também pode ser escrita na forma de frações parciais:

$$H(s) = \frac{Q}{s - P} + \frac{Q^*}{s - P^*} \quad (3.23)$$

Na qual: * - conjugado complexo;

P - pólo localizado no plano s , definido por: $P = \sigma + i\omega_d$;

σ - fator de amortecimento;

ω_d - frequência natural amortecida;

Q - resíduo, definido como: $Q = \frac{I/m}{i2\omega}$.

A figura (3.1) mostra a representação do pólo (P) no plano complexo para um sistema incondicionalmente estável.

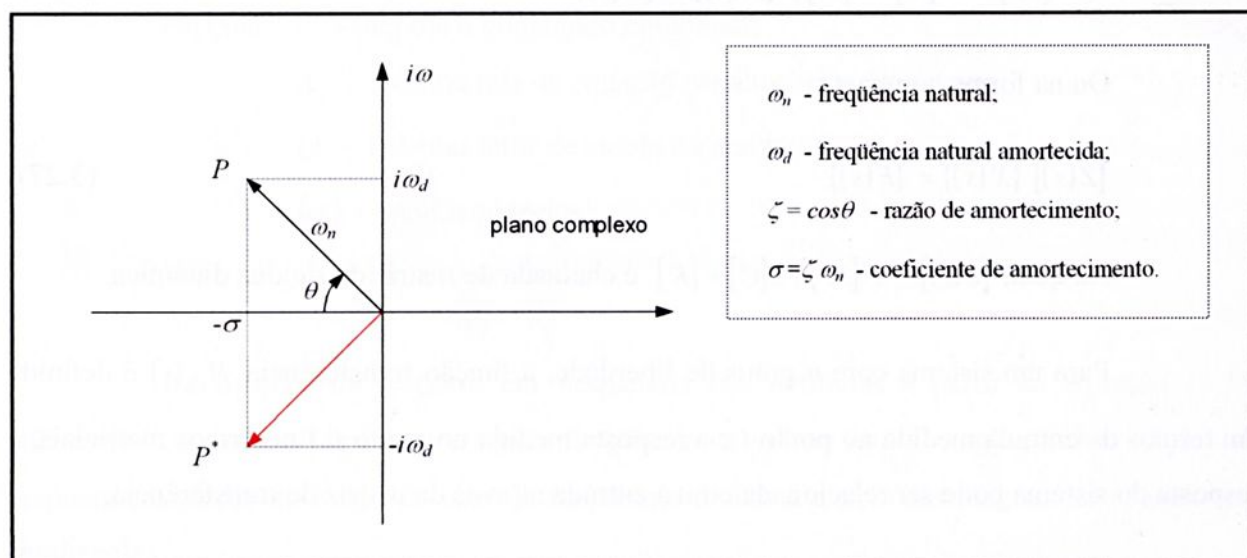


Figura 3.1 - Localização do pólo no plano complexo

No domínio de Laplace, a análise do sistema é feita em termos de pólos e resíduos. Avaliando a função transferência somente no domínio frequência, obtém-se a chamada Função de Resposta em Frequência (FRF):

$$H(i\omega) = \frac{Q}{i\omega - P} + \frac{Q^*}{i\omega - P^*} \quad (3.24)$$

A aplicação da transformada inversa de Fourier na FRF resulta na chamada Função de Resposta ao Impulso FRI no domínio tempo:

$$h(t) = Qe^{P^*t} + Q^*e^{P^*t} = e^{-\zeta\omega_n t} (Qe^{i\omega_d t} + Q^*e^{-i\omega_d t}) \quad (3.25)$$

Na qual, o resíduo Q define a amplitude inicial, a parte real do pólo $(-\zeta\omega_n)$ a taxa de decaimento e a parte imaginária do pólo (ω_d) define a frequência de oscilação do modelo.

No domínio frequência os parâmetros modais de um sistema são estimados a partir das funções de resposta em frequência, e no domínio tempo os parâmetros são estimados a partir da função resposta ao impulso.

Expandindo um sistema de 1 grau de liberdade, equação do movimento (3.1), para um sistema com n graus de liberdade, no domínio de Laplace, tem-se:

$$(s^2[M] + s[C] + [K]) \{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (3.26)$$

Ou na forma compacta:

$$[Z(s)] \{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (3.27)$$

Na qual, $[Z(s)] = s^2[M] + s[C] + [K]$ é chamada de matriz de rigidez dinâmica.

Para um sistema com n graus de liberdade, a função transferência $H_{i,j}(s)$ é definida em termos da entrada medida no ponto i e a resposta medida no ponto j . Em termos matriciais, a resposta do sistema pode ser relacionada com a entrada através da matriz de transferência:

$$\{X(s)\} = [H(s)] \{F(s)\} \quad (3.28)$$

Na qual, $[H(s)]$ é a matriz de funções de transferência.

Comparando as equações (3.27) e (3.28), pode ser estabelecida uma relação direta entre a matriz de transferência e a matriz de rigidez dinâmica dada por:

$$[H(s)] = [Z(s)]^{-1} \quad (3.29)$$

Ou em termos da inversa da matriz de rigidez dinâmica:

$$[H(s)] = \frac{Adj[Z(s)]}{Det[Z(s)]} \quad (3.30)$$

Na qual: $Adj[Z(s)]$ - matriz adjunta de $[Z(s)]$;

$Det[Z(s)]$ - determinante da matriz $[Z(s)]$.

Nesta equação, o denominador representa a equação característica do modelo, por isso as raízes do denominador fornecem as frequências naturais amortecidas e as razões de amortecimento do modelo. A equação (3.30) também pode ser escrita na forma de frações parciais, para maiores detalhes consultar Heylen et al. (1994):

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^m \frac{Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{s - \lambda_r} + \frac{Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{s - \lambda_r^*} \quad (3.31)$$

Na qual: * - denota o conjugado complexo;

λ_r - r -ésima raiz da equação característica do sistema;

Q_r - r -ésimo fator de escala ou resíduo;

$\{\psi\}$ - modos próprios;

m - número de modos.

As funções de resposta em frequência são definidas a partir da equação (3.31) substituindo a variável de Laplace s pela frequência complexa $i\omega$. O conjunto das funções de resposta calculadas ao longo do eixo da frequência define a matriz das funções de resposta em frequência:

$$[H(i\omega)] = \sum_{r=1}^m \frac{Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{i\omega - \lambda_r} + \frac{Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{i\omega - \lambda_r^*} \quad (3.32)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace na equação (3.29) resulta na função de resposta ao impulso:

$$[h(t)] = \sum_{r=1}^m \left(Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T e^{\lambda_r t} + Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T} e^{\lambda_r^* t} \right) \quad (3.33)$$

As funções resposta em frequência e a sua equivalente no domínio tempo contêm todas as informações necessárias para identificação dos parâmetros modais, permitindo a estimativa dos mesmos a partir dos dados medidos. A extração desses parâmetros é feita através de técnicas de estimação de parâmetros aplicadas à expressão (3.32) ou à sua equivalente no domínio tempo, equação (3.33). Atualmente, existe um grande número de métodos, passando por estimadores baseados em um grau de liberdade até estimadores mais complexos utilizando multi graus de liberdade. Simplificadamente, os métodos convencionais buscam definir uma expressão capaz de relacionar os parâmetros modais procurados diretamente com as funções de resposta medidas, e a partir desta expressão estimar os valores dos parâmetros modais.

3.2 - Amortecimento

Em estruturas mecânicas os mecanismos de amortecimento são encontrados isoladamente ou em conjunto, e são responsáveis pela dissipação de energia do sistema, geralmente na forma de calor. Vários modelos matemáticos podem representar essa perda de energia, no entanto o modelo de amortecimento viscoso é um dos mais utilizados pela sua simplicidade e praticidade na análise modal. É importante entender que o ponto de vista físico e matemático, o termo amortecimento viscoso são dois conceitos distintos (Richardson & Potter, 1975). O termo viscoso é comumente usado para denotar o mecanismo de amortecimento associado a fluxo de fluidos e a representação matemática de sua dissipação de energia é descrita pela força proporcional à velocidade.

A representação do amortecimento de estruturas reais na modelagem analítica ainda é bastante limitada e a matriz de amortecimento para representação dos efeitos de amortecimento é muito inacurada se comparada com as matrizes de massa e rigidez. Vale ressaltar que as razões de amortecimento modal extraídas por análise modal também podem apresentar grandes erros se comparados com os outros parâmetros modais extraídos. A seguir são discutidos alguns modelos de amortecimento viscoso.

3.2.1 - Modelo de Amortecimento Viscoso Proporcional

O amortecimento proporcional descreve o mecanismo de amortecimento distribuído uniformemente ao longo de estruturas. Uma forma simples de criar um modelo de amortecimento viscoso proporcional é defini-lo proporcional à massa ou à rigidez. A matriz de amortecimento pode ser diagonalizada, desde que obedeça determinada condição.

Gaughey (1965) mostra que a condição necessária e suficiente para que a matriz $[C]$ possa ser diagonalizada é:

$$[C][M]^{-1}[K] = [K][M]^{-1}[C] \quad (3.34)$$

Dessa forma a matriz de amortecimento pode ser definida por:

$$[C] = \alpha [M] \quad (3.35)$$

$$[C] = \beta [K] \quad (3.36)$$

Na quais, α e β são os coeficientes de proporcionalidade. O modelo da equação (3.35) é chamado de amortecimento proporcional à matriz de massa e o modelo da equação (3.36) de amortecimento proporcional à matriz de rigidez do sistema. O amortecimento modal generalizado de cada modelo é obtido pelas expressões:

$$c_r = \alpha \{ \phi \}_r^T [M] \{ \phi \}_r \quad (3.37)$$

$$c_r = \beta \{ \phi \}_r^T [K] \{ \phi \}_r \quad (3.38)$$

Combinando as expressões acima com o modelo de amortecimento de um sistema de um grau de liberdade define-se as expressões (3.39) e (3.40), Maia & Silva (1997):

$$2\omega_r m_r \zeta_r = \alpha m_r \quad (3.39)$$

$$2\omega_r m_r \zeta_r = \beta k_r \quad (3.40)$$

Na qual, m_r e k_r são respectivamente massa modal e rigidez modal. Das expressões (3.39) e (3.40) tem-se, respectivamente:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} \quad (3.41)$$

$$\zeta_r = \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (3.42)$$

Estas expressões mostram que para o amortecimento proporcional à massa, a razão de amortecimento é inversamente proporcional à frequência, enquanto que para o amortecimento proporcional à rigidez é diretamente proporcional à frequência.

O modelo de amortecimento viscoso proporcional pode ser definido também a partir da combinação das características do amortecimento proporcional à massa e à rigidez:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (3.43)$$

Este modelo de amortecimento é um caso particular do amortecimento de Rayleigh e uma discussão mais detalhada desse amortecimento é encontrada em Clough & Penzien (1993). Por analogia com as equações (3.41) e (3.42) a razão de amortecimento ζ é expressa por:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (3.44)$$

A relação entre razão de amortecimento e frequência é mostrada graficamente na figura (3.2).

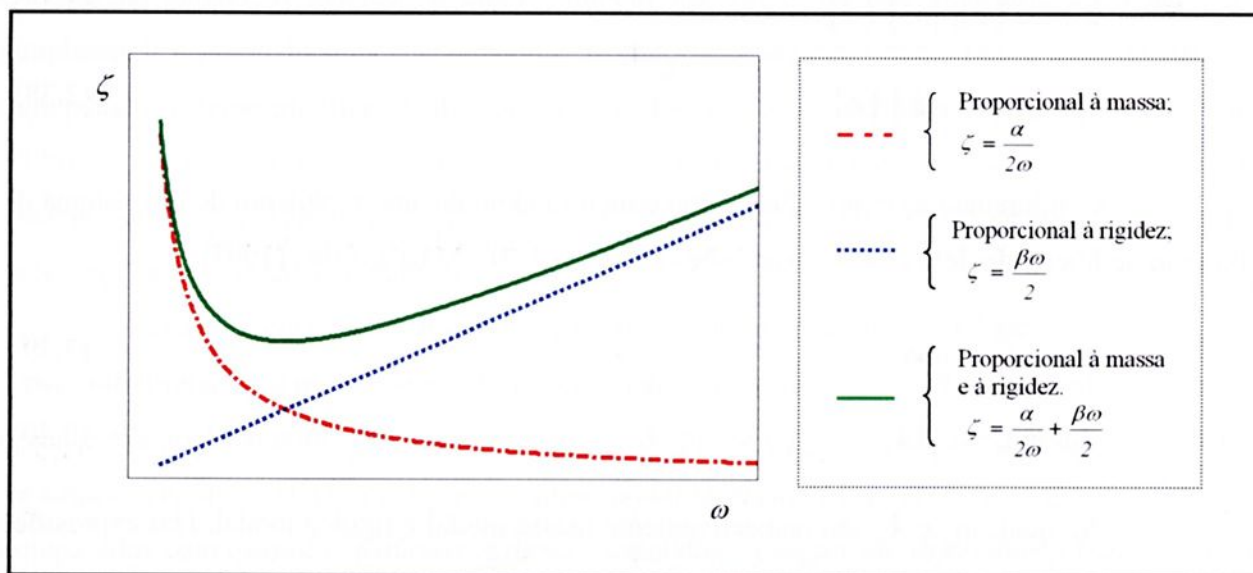


Figura 3.2 - Relação entre razão de amortecimento e frequência

3.2.2 - Modelo de Amortecimento Modal

Uma outra maneira de obter a matriz de amortecimento viscoso proporcional $[C]$ é através de um determinado conjunto de razões de amortecimento modal. Partindo do princípio de que a matriz modal normalizada em relação a massa diagonaliza a matriz de amortecimento viscoso, ou seja:

$$[\phi^A]^T [C] [\phi^A] = [\tilde{c}_r] \quad (3.46)$$

Na qual: $c_r = 2\omega_r^A \zeta_r^A$ - r-ésimo amortecimento modal;

$[\phi^A]$ - matriz modal normalizada em relação a massa modal.

Para que a razão de amortecimento analítica seja igual a experimental, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$[C] = [[\phi^A]^T]^{-1} [\tilde{c}_r] [\phi^A]^{-1} \quad (3.47)$$

Na qual, $\tilde{c}_r = 2\omega_r^A \zeta_r^E$.

Para a matriz modal normalizada em relação à massa, vale as seguintes expressões:

$$[\phi^A]^{-1} = [\phi^A]^T [M] \quad (3.48)$$

$$[[\phi^A]^T]^{-1} = [M] [\phi^A] \quad (3.49)$$

Substituindo as equações (3.48) e (3.49) na equação (3.47), obtém-se:

$$[C] = [M] [\phi^A] [\tilde{c}_r] [\phi^A]^T [M] \quad (3.50)$$

Neste modelo de amortecimento, cada razão de amortecimento modal contribui independentemente na matriz de amortecimento e somente os modos incluídos na formulação terão algum amortecimento, enquanto os demais modos não serão amortecidos, (Clough & Penzien, 1993).

3.2.3 - Modelo de Amortecimento Viscoso Não Proporcional

Estruturas que apresentam juntas e conexões ou estruturas constituídas de mais de um tipo de material, apresentam diferentes mecanismos dissipativos de energia nas diferentes regiões da estrutura e conseqüentemente a distribuição das forças de amortecimento não será uniforme.

Neste caso, a distribuição do amortecimento na estrutura não é uniforme, mas em algumas regiões é considerado uniforme. Para cada região distinta da estrutura é definida uma matriz de amortecimento proporcional e a matriz de amortecimento global do modelo é definida pela combinação do amortecimento de cada região do modelo. A figura (3.3) mostra esquematicamente a constituição das matrizes de massa, rigidez e amortecimento para uma estrutura que contém diferentes regiões de amortecimento a e b .

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{bmatrix} \text{Região a} \\ [M_a] & & \\ & M_{ab} & \\ & & \text{Região b} \\ & & [M_b] \end{bmatrix} & [K] &= \begin{bmatrix} \text{Região a} \\ [K_a] & & \\ & K_{ab} & \\ & & \text{Região b} \\ & & [K_b] \end{bmatrix} \\
 [C] &= \begin{bmatrix} \text{Região a} \\ [C_a] & & \\ & C_{ab} & \\ & & \text{Região b} \\ & & [C_b] \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura 3.3 - Matrizes do sistema com propriedades combinadas

A matriz para cada região pode ser calculada de forma genérica pela expressão:

$$[C]_R = \alpha_R [M]_R + \beta_R [K]_R \quad \begin{array}{l} R = 1, 2, \dots, NuR \\ NuR - \text{diferentes materiais e/ou regiões} \end{array} \quad (3.51)$$

Neste caso, a matriz de amortecimento da estrutura não é diagonalizável e apresenta elementos da matriz de amortecimento C_{ij} ($i \neq j$) acoplados. Quando a matriz $[C]$ não pode ser desacoplada com base nos modos próprios amortecidos, existem alguns métodos especiais para se resolver o sistema. Alguns desses métodos são descritos em Ewins (1984).

Vale ressaltar que o modelo de amortecimento viscoso não proporcional representado pela equação (3.43) pode ser definido somente pela matriz de massa ou rigidez, desde que um dos coeficientes de proporcionalidade α ou β seja nulo. Portanto, são propostos ao todo 3 modelos de amortecimento não proporcional: um definido pela matriz de massa, um pela matriz de rigidez e um pela combinação de ambas as matrizes.

3.2.4 - Efeitos do Amortecimento Proporcional e Não Proporcional

Para sistemas sem amortecimento, os autovalores e os modos próprios são reais e interpretados como frequências naturais e modos de deformação elástica respectivamente.

No caso de um sistema com amortecimento proporcional, os modos próprios são idênticos aos modos do mesmo sistema sem amortecimento, ou seja, os modos próprios são reais, com sinal + ou -, indicando que os deslocamentos dos graus de liberdade estão completamente em fase ou fora de fase um em relação ao outro. Os autovalores são compostos por uma parte real associada ao amortecimento e uma parte imaginária relacionada com as frequências naturais amortecidas.

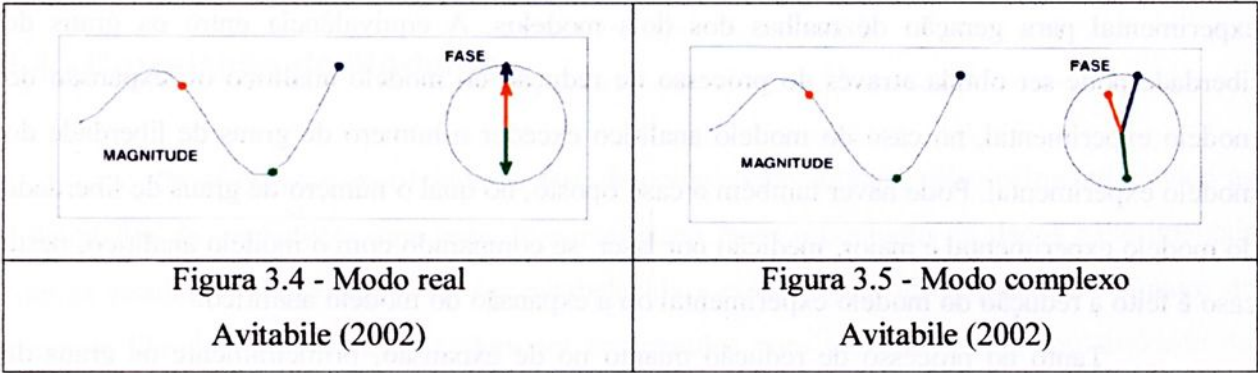
Para o caso do amortecimento não proporcional, os modos são complexos, diferentemente dos modos do sistema com amortecimento proporcional, que são reais. Neste caso, o entendimento é mais difícil, a interpretação física desses modos é a existência de uma defasagem entre os deslocamentos dos graus de liberdade e a solução do problema de autovalor é discutida na forma de estado (Avitabile, 2002).

Algumas diferenças entre os modos reais e complexos são resumidas na tabela (3.1):

Tabela 3.1 - Diferenças entre modo real e modo complexo.

Modo próprio real	Modo próprio complexo
1. O modo é descrito por pontos nodais estacionários aparentando uma “onda congelada”;	1. O modo é descrito por pontos nodais movendo na estrutura, aparentando uma “onda se propagando”;
2. Todos os pontos passam pelo seu máximo e mínimo no mesmo instante de tempo;	2. Todos os pontos não passam pelo seu máximo e mínimo no mesmo instante de tempo, aparecem pontos atrasados um em relação aos outros;
3. O modo pode ser descrito por valores reais e sinais + ou - ;	3. O modo não pode ser descrito somente por valores reais e sinais + ou - , e sim por valores complexos;
4. Todos os pontos estão completamente em fase ou fora de fase, um ponto em relação ao outro da estrutura;	4. Os diferentes graus de liberdade mantém alguma inter-relação mesmo que não estejam necessariamente em fase;
5. Os modos do sistema não amortecido e com amortecimento proporcional são iguais e podem desacoplar as matrizes $[M]$, $[C]$ e $[K]$.	5. Os modos do sistema não amortecido não desacoplam a matriz de amortecimento.

Algumas das diferenças mencionadas acima podem ser observadas na figura (3.4) e (3.5), nas quais são plotados um modo real e um modo complexo de uma viga, respectivamente.



No modo real, os graus de liberdade estão em fase uns em relação aos outros, ou completamente fora de fase por 180°. No modo complexo, os graus de liberdade não têm uma relação simples e deve ser escrito por amplitude e fase ou por componente real e imaginário.

3.3 - Incompatibilidade Entre Modelos

Os modelos experimental e analítico obtidos para representar a mesma estrutura real, muitas vezes, apresentam incompatibilidades de malhas que dificultam a comparação dos dois modelos. Essas incompatibilidades, estão associadas a topologia e diferenças de números de graus de liberdade dos dois modelos.

O modelo de elementos finitos requer uma malha suficientemente fina e geralmente tem um número de graus de liberdade maior do que o modelo experimental. No modelo experimental, a medição de muitos graus de liberdade é difícil e está limitada às dificuldades de acesso aos pontos de medição ou até mesmo as limitação dos instrumentos de medida, por exemplo, medidas de rotação. Um outro aspecto é a inviabilidade prática da realização de um grande número de medidas, pois isto envolve elevado custo e tempo. Portanto, o número de graus de liberdade do modelo de elementos finitos geralmente excede o número de graus de liberdade medidos, causando um dos problemas mais comuns na correlação de modelos, que é a incompatibilidade dos modelos.

A correlação dos modelos requer uma prévia equivalência entre os números de graus de liberdade e uma compatibilidade geométrica, ou seja, o número e a localização dos graus de liberdade devem ser idênticos para os dois modelos. A compatibilidade geométrica é obtida através da adoção de um mesmo sistema de coordenadas em comum entre os modelos analítico e

experimental para geração de malhas dos dois modelos. A equivalência entre os graus de liberdade pode ser obtida através do processo de redução do modelo analítico ou expansão do modelo experimental, no caso do modelo analítico exceder o número de graus de liberdade do modelo experimental. Pode haver também o caso oposto, no qual o número de graus de liberdade do modelo experimental é maior, medição por laser, se comparado com o modelo analítico, neste caso é feito a redução do modelo experimental ou a expansão do modelo analítico.

Tanto no processo de redução quanto no de expansão, primeiramente os graus de liberdade são separados em ativos e inativos, como mostra a equação:

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} \{X_a\} \\ \{X_i\} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Na qual: $\{X\}$ - todos os graus de liberdade do modelo;

$\{X_a\}$ - graus de liberdade ativos;

$\{X_i\}$ - graus de liberdade inativos.

Na redução do modelo, os graus de liberdade ativos são separados com o propósito de reescrever as matrizes do modelo de tal forma que haja uma compatibilidade dimensional entre as matrizes dos dois modelos, gerando assim um sistema matricial equivalente. Neste caso, o comportamento do modelo é descrito em termos dos graus de liberdade ativos, facilitando assim a comparação dos modelos e podendo agora ser comparados. Existem vários métodos de redução: redução de Guyan, redução dinâmica e outros. A redução dinâmica, maiores detalhes consultar Kidder (1972), leva em conta também os efeitos de massa do sistema, diferentemente da redução de Guyan que é definida somente a partir da matriz de rigidez, maiores detalhes em (Guyan, 1965). A grande vantagem dos métodos de redução é permitir a representação do comportamento do modelo completo por um modelo contendo um número reduzido de graus de liberdade.

Os métodos de expansão procuram estimar os graus de liberdade não medidos no modelo experimental, definindo uma base de dados experimentais equivalente ao modelo analítico. Na expansão os graus de liberdade ativos são equivalentes aos graus de liberdade medidos, assim os graus de liberdade inativos passam a ser os estimados no modelo experimental.

3.4 - Correlação de Modelos

Os problemas envolvidos na fase de comparação surgem, principalmente, devido às dificuldades de estabelecer uma base de comparação entre o conjunto de dados experimentais com os resultados analíticos. Uma vez estabelecida a equivalência topológica e do número de graus de liberdade, os modelos podem ser comparados para verificar a representatividade do modelo analítico.

Para verificar se o modelo analítico requer uma atualização de seus parâmetros para melhorar a sua representatividade é necessário comparar o modelo analítico com o experimental, o qual é adotado como referência. Uma vez que os parâmetros modais experimentais são extraídos das FRF(s) medidas diretamente no sistema, assume-se que esses parâmetros sejam mais acurados, salvo os erros de medidas. No entanto os parâmetros modais extraídos por análise modal experimental, erros de 3% nas frequências naturais e 10% nos modos próprios de vibrar são aceitáveis (Lammens, 1995). Na razão de amortecimento modal são esperados erros maiores, 40 a 200% (Cudney, 2001), o que torna sua correlação quantitativa desse parâmetro bastante limitada. Nesses casos em que a correlação dos parâmetros modais é bastante limitada, o uso das FRF(s) experimentais e analíticas tanto na correlação qualitativa quanto na quantitativa é bem justificada.

A correlação qualitativa é uma forma bastante relevante de avaliar as discrepâncias entre os modelos. As FRF(s) contém todas as informações do comportamento dinâmico de uma estrutura, portanto através da superposição das FRF(s) é possível detectar varias discrepâncias entre os modelos: frequências naturais, amortecimento e outros. Neste caso, é conveniente comparar a FRF medida no nó e na direção da excitação, para evitar possíveis interferências e distorção da FRF causada pela falta de energia de excitação. É possível verificar também, através da forma da FRF, se o modelo analítico inicial apresenta a mesma tendência de comportamento do modelo experimental, mesmo havendo discrepância de frequências naturais e de amortecimento. Atualmente, com a grande variedade de recursos gráficos disponíveis, incluindo efeitos de animação, a visualização dos modos é uma ferramenta indispensável para análise dinâmica de estruturas. A visualização dos modos experimentais e analíticos é uma correlação bastante confiável, pois mostra nitidamente a distribuição das deformações para cada modo.

A discrepância entre os modelos também pode ser avaliada quantitativamente, através de técnicas de correlação, nas quais assume-se que acima de um determinado valor os



modelos estejam correlacionados, no entanto, estes valores dependem do analista, da complexidade da estrutura e da técnica de correlação utilizada. A seguir são apresentadas as principais técnicas de correlação de modelos.

3.4.1 - Comparação das Freqüências Naturais

As freqüências naturais medidas diretamente na estrutura, ou extraídas por análise modal a partir das FRF(s) medidas, são os parâmetros modais mais confiáveis, por isso essa técnica é bastante empregada para avaliar as discrepâncias do modelo analítico. Essa discrepância pode ser quantificada por diferenças relativas definida pela expressão:

$$\frac{\omega_r^A - \omega_r^E}{\omega_r^E} \times 100\% \quad (3.45)$$

Na qual: ω_r^A - r-ésima freqüência natural analítica;

ω_r^E - r-ésima freqüência natural experimental;

3.4.2 - Gráfico 45°

Uma outra técnica bastante utilizada e simples para comparar os modelos é a plotagem dos modos próprios ou freqüências de naturais do modelo experimental versus modelo analítico no plano cartesiano.

No gráfico 45°, as freqüências naturais experimentais são plotadas contra os valores analíticos. Se a distribuição dos pontos se encontra sobre uma reta de inclinação $\pm 45^\circ$ com uma pequena dispersão, os dados estão bem correlacionados, caso contrário, não há correlação entre eles, ou estão mal correlacionados. Nesta técnica de correlação é possível identificar discrepância sistemática das freqüências, ou seja, desvio sistemático da inclinação da reta 45°, que está relacionada com possíveis erros globais no cálculo das propriedades física e/ou geométrica utilizadas na modelagem da estrutura. Se os pontos se encontram largamente dispersos em relação a linha de 45°, o modelo analítico não representa satisfatoriamente a

estrutura e é incapaz de prever corretamente o comportamento do sistema. Neste caso, as suposições e simplificações da modelagem devem ser reavaliadas.

O mesmo conceito, linha de 45° utilizado para frequências naturais, pode também ser aplicado para comparação dos modos, onde os elementos do modo experimental são plotados versus os elementos do correspondente modo analítico em um plano cartesiano. Se ambos os modos são idênticos, então todos os pontos estão numa linha de 45°. A distância dos pontos a reta dá uma indicação sobre a correlação dos modos.

3.4.3 - Coeficiente de Correlação Modal

A correlação dos modos próprios pode ser avaliada quantitativamente através do Coeficiente de Correlação Modal (Modal Assurance Criterion – MAC). Esta técnica indica o grau de correlação entre os vetores modais e no processo de ajuste de modelos este método é utilizado para verificar a correlação entre os modos experimentais e analíticos, apesar de que este método pode ser aplicado também para verificar a proximidades de dois modos próprios. O MAC entre os modos experimental e analítico foi definido por Allemang & Brown (1982):

$$MAC(i, j) = \frac{|\{\psi^A\}_i^T \{\psi^E\}_j|^2}{(\{\psi^A\}_i^T \{\psi^A\}_i)(\{\psi^E\}_j^T \{\psi^E\}_j)} \quad (3.46)$$

MAC-valores iguais à unidade indicam uma perfeita correlação entre os dois vetores, enquanto MAC-valores iguais a zero indicam total ausência de correlação entre os mesmos. A literatura mostra que valores maiores que 80% são considerados satisfatórios e os modos (analítico/experimental) que apresentam MAC-valores acima de 80% são modos com boa correlação.

3.4.4 - Coeficiente de Correlação das FRF(s)

A correlação das FRF(s) do modelo analítico e experimental pode ser quantificada através da “Frequency Response Assurance Criterion - FRAC”, a qual para o j -ésimo grau de liberdade pode ser definida por:

$$FRAC_j = \frac{\left| \{H^E(\omega_i)\}_j^T \{H^A(\omega_i)\}_j \right|^2}{\left(\{H^E(\omega_i)\}_j^T \{H^E(\omega_i)\}_j \right) \left(\{H^A(\omega_i)\}_j^T \{H^A(\omega_i)\}_j \right)} \quad (3.47)$$

Os valores de FRAC iguais a 1 indica uma correlação perfeita entre as FRF(s) analítica e experimental, enquanto valores iguais a 0 indica correlação nenhuma entre as FRF(s).

Uma correlação visual das FRF(s) aceitável, pode resultar em FRAC-valores baixos ($< 0,1$) devido a discrepância de magnitude das FRF(s) causada pelo amortecimento. Esse efeito pode ser atenuado se essa correlação for feita com valores absolutos das FRF(s) ou com os valores na escala logarítmica (Lammens, 1995).

Este método é muito útil para detectar diferenças de amplitudes na ressonância das FRF(s) causada principalmente pela discrepância de amortecimento. Zang et al (2001) discute vários outros métodos de correlação das FRF(s) que também podem ter a mesma aplicação.

CAPÍTULO 4

AJUSTE DE MODELOS

4.1 - Introdução

O ajuste de modelos de elementos finitos emergiu na década de 90 como um assunto de imensa relevância em projetos e construções de sistemas mecânicos de alta tecnologia. Um modelo computacional de um avião, por exemplo, deve representar realisticamente as condições mais adversas de voo. Essa representatividade pode ser obtida pela validação do modelo analítico.

O processo de validação de modelos visa obter um modelo computacional que apresenta um comportamento capaz de representar um sistema real em diversas condições de operação com um grau de representatividade pretendida. A validação envolve um processo de ajuste do modelo analítico, geralmente modelos de elementos finitos, utilizando dados experimentais como referência, buscando obter modelos computacionais suficientemente representativos.



A modelagem analítica por elementos finitos, apesar da alta sofisticação alcançada, apresenta em aplicações práticas, discrepâncias consideráveis se comparada com o modelo experimental. Essas discrepâncias são detectadas principalmente na modelagem de estruturas que apresentam juntas e conexões, porém essas discrepâncias podem ser diminuídas através da atualização de parâmetros do modelo de elementos finitos, tendo como base de referência os dados medidos diretamente na estrutura. Vale ressaltar que a desconsideração dos efeitos de amortecimento, para fins de simplificação matemática, também é uma fonte de discrepância entre os dois modelos.

Os dados medidos são adotados como referência por ser a única base de comparação física real, isto não significa que os dados medidos são exatos e sim uma base de referência adotada. O sucesso do ajuste do modelo através da atualização dos parâmetros do modelo analítico, tendo como base de referência os dados medidos, depende da escolha dos parâmetros a serem atualizados e também da habilidade do dinamicista em assumir hipótese simplificadoras no modelo inicial. O grau de acurácia que se pode esperar de uma validação depende da incerteza dos dados medidos e da incerteza do modelo analítico.

4.2 - Ajuste de Modelos Baseado nas FRF(s)

O método de ajuste proposto parte do pressuposto de que o modelo experimental representa satisfatoriamente o sistema real. Os dados medidos são utilizados como referência para o ajuste do modelo analítico gerado por elementos finitos. A diferença entre os dois modelos é assumida como sendo oriunda da inacurácia dos cálculos dos valores das propriedades físicas e/ou geométricas usados no modelo de elementos finitos e/ou da utilização de elementos mais complexos na modelagem, como por exemplo, elementos sólidos. Neste trabalho, o ajuste do modelo de elementos finitos é efetuado diretamente a partir da atualização dos parâmetros físicos e/ou geométricos e não das matrizes de massa e rigidez do modelo. A atualização desses parâmetros pode ser feita em nível de elemento ou de região do modelo, sem afetar a conectividade dos elementos, ou seja, as matrizes atualizadas mantêm as mesmas formas das matrizes originais do modelo de elementos finitos.

4.2.1 - Considerações Iniciais

A técnica de ajuste baseado nas FRF(s) proposta neste trabalho, envolve a minimização do resíduo de entrada pelo método de mínimos quadrados.

Se um vetor $\{\ell^E\}$ é um vetor contendo os dados experimentais medidos e $\{\ell^A(p)\}$ é um vetor contendo os dados analíticos que dependem dos parâmetros p do modelo analítico, então, um resíduo pode ser definido por:

$$\{\varepsilon\} = \{\ell^A(p)\} - \{\ell^E\} \quad (4.1)$$

A partir desse resíduo, pode ser definido uma função objetiva J que é a soma dos quadrados dos elementos desse vetor resíduo:

$$J = \{\varepsilon\}^T \{\varepsilon\} \quad (4.2)$$

Se o vetor $\{\ell^A(p)\}$ é uma função não linear dos parâmetros de atualização, a minimização da equação (4.2) passa a ser um problema de otimização não linear. Esse vetor pode ser linearizado através da expansão em séries de Taylor truncada depois dos primeiros termos:

$$\{\ell^A(p)\} = \{\ell_o^A\} + [S] \{\Delta p\} + \dots \quad (4.3)$$

Na qual: $\{\ell_o^A\}$ - vetor dependente dos valores de $\{p_o\}$;

$\{\Delta p\} = \{p\} - \{p_o\}$ - mudança dos parâmetros;

$[S] = \left[\frac{\partial \ell^A}{\partial p} \right]$ - matriz de sensibilidade de ordem.

Substituindo a equação (4.3) na (4.1), obtém-se:

$$\{\varepsilon\} = [S] \{\Delta p\} - \{\Delta \ell\} \quad (4.4)$$

Na qual, $\{\Delta \ell\} = \{\ell_o^A\} - \{\ell^E\}$ denota o erro no ponto de linearização. A minimização da função objetiva, resulta em:

$$[S] \{\Delta p\} = \{\Delta \ell\} \quad (4.5)$$

E então os parâmetros podem ser atualizados a partir do ponto de linearização. O processo de iteração inicia com o vetor de parâmetros e com a matriz de sensibilidade do modelo inicial. Depois de cada iteração o vetor de parâmetros iniciais $\{p_o\}$ é atualizado através do vetor $\{\Delta p\}$ calculado a partir da equação (4.5).

4.2.2 - Formulação do Ajuste para Modelos Compatíveis

Neste tópico, a formulação do problema de ajuste assume que as malhas do modelo analítico e experimental são compatíveis em relação a topologia e ao número de graus de liberdade.

A partir da equação de equilíbrio de um sistema não amortecido com n graus de liberdade e considerando uma força de excitação $\{F\}$ aplicada no grau de liberdade j , tem-se:

$$[[K] - \omega^2[M]] \{X^A\}_j = \{F^A\}_j \quad (4.6)$$

Alternativamente, na forma mais compacta em termos da matriz de rigidez dinâmica $[Z]$, tem-se:

$$[Z^A] \{X^A\}_j = \{F^A\}_j \quad (4.7)$$

Neste caso, pode-se definir um resíduo de entrada $\{\varepsilon\}$ a partir da diferença entre a força do modelo de elementos finitos e do modelo experimental. Considerando que a força atuando na estrutura real seja $\{F^E\}$ e que $\{F^A\}$ seja a força de predição do modelo analítico necessária para produzir um deslocamento $\{X^A\}$ igual ao deslocamento experimental $\{X^E\}$ produzido pela força $\{F^E\}$, define-se o resíduo:

$$\{\varepsilon\} = \{F^A\} - \{F^E\} \quad (4.8)$$

A força de predição do modelo analítico $\{F^A\}$ pode ser escrita em termos da matriz de rigidez dinâmica, a qual é uma função dos parâmetros físicos e geométricos da estrutura:

$$\{F^A\} = [Z^A(\{p\})]\{X^A\} \quad (4.9)$$

Na qual, $\{p\}$ é o vetor dos parâmetros físicos e geométricos do modelo analítico. A substituição da equação (4.9) na (4.8) resulta na expressão:

$$\{\varepsilon(\{p\})\} = [Z^A(\{p\})]\{X^A\} - \{F^E\} \quad (4.10)$$

Substituindo o vetor deslocamento analítico pelo vetor deslocamento experimental, a equação (4.10) torna-se:

$$\{\varepsilon(\{p\})\} = [Z^A(\{p\})]\{X^E\} - \{F^E\} \quad (4.11)$$

Considerando uma força unitária aplicada no j -ésimo grau de liberdade, tem-se:

$$\{\varepsilon(\{p\})\} = [Z^A(\{p\})]\{H^E\}_j - \{I\}_j \quad (4.12)$$

Na qual: $\{I\}_j$ - vetor nulo com valor unitário na posição j ;

$\{H^E\}_j$ - vetor das FRF(s) medidas.

A equação (4.12) representa um sistema de equações não lineares, cuja solução para os parâmetros $\{p\} = \{p_1 \ p_2 \ \dots\}^T$ pode existir ou não. Assumindo que a solução existe e os componentes da matriz $[Z^A]$ comportam-se de maneira quase linear, torna razoável a linearização da matriz de rigidez dinâmica por uma expansão em série de Taylor truncada depois dos primeiros termos:

$$[Z^A(\{p\})] = [Z^A(\{p_o\})] + \sum_{i=1}^{np} \frac{\partial [Z^A(\{p\})]}{\partial p_i} \Delta p_i + \dots \quad (4.13)$$

Na qual: p_o - valor inicial dos parâmetros de atualização;

np - número de parâmetros de atualização.

Substituindo a equação (4.13) na (4.12), obtém-se a linearização do resíduo em termos dos parâmetros $\{p\}$ para uma dada frequência ω_k denominada de frequência de ajuste:

$$\{\varepsilon_{\omega_k}^{lin}(\{p\})\} = [Z_k^A(\{p_o\})]\{H_k^E\}_j + \sum_{i=1}^{np} \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \Delta p_i \{H_k^E\}_j - \{I\}_j \quad (4.14)$$

A multiplicação da matriz $[Z_k^A(\{p_o\})]$ pelo vetor $\{H_k^E\}_j$ pode acarretar problemas numéricos, isto porque as matrizes de rigidez dinâmica e o vetor de receptância contêm componentes com valores relativamente grandes e o vetor resultante deste produto contém valores relativamente pequenos. Uma melhor estabilidade do sistema pode ser obtida pela pré-multiplicação da equação (4.14) pela inversa da matriz de rigidez dinâmica analítica $[H_k^A]^o$, resultando:

$$[H_k^A]^o \{\varepsilon_{\omega_k}^{lin}(\{p\})\} = [H_k^A]^o [Z_k^A(\{p_o\})]\{H_k^E\}_j + \sum_{i=1}^{np} [H_k^A]^o \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \Delta p_i \{H_k^E\}_j - [H_k^A]^o \{I\}_j \quad (4.15)$$

Reescrevendo a equação (4.15), obtém-se:

$$\{\tilde{\varepsilon}(\{p\})\} = \sum_{i=1}^{np} [H_k^A]^o \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \{H_k^E\}_j \Delta p_i + \{H_k^E\}_j - [H_k^A]^o \{I\}_j \quad (4.16)$$

Na qual: $[H_k^A]^o = [Z_k^A(p_o)]^{-1}$ - matriz de receptância;

$$\{\tilde{\varepsilon}(\omega_k)\} = [H_k^A]^o \{\varepsilon_{\omega_k}^{lin}(\omega_k)\}.$$

Escrevendo as informações das receptâncias analítica e experimental num único vetor, tem-se:

$$\{\tilde{\varepsilon}(\{p\})\} = \sum_{i=1}^{np} [H_k^A]^o \frac{\partial [Z_k^A(\{p\})]}{\partial p_i} \{H_k^E\}_j \Delta p_i + \{\Delta H_k\}_j \quad (4.17)$$

Um outro aspecto a ser observado na formulação deste resíduo é que para a maioria dos parâmetros estruturais, a matriz de rigidez dinâmica apresenta variações mais suaves do que a matriz de receptância, o que confere um caráter mais estável ao processo da atualização quando comparado com a formulação a partir do resíduo de saída, conforme mostrado em Pereira (1996).

4.2.3 - Formulação do Ajuste para Modelos Incompatíveis

Na maioria dos casos reais o número de graus de liberdade do modelo analítico é bem maior se comparado com o modelo experimental, resultando numa incompatibilidade entre os modelos em termos de graus de liberdade. Este problema pode ser solucionado utilizando a redução dinâmica (Kidder, 1972), que permite representar o comportamento do modelo completo por um modelo equivalente contendo apenas um número reduzido de graus de liberdade.

Substituindo essas matrizes do modelo reduzido na equação (4.16) obtêm-se:

$$\{\tilde{\varepsilon}(\{p\})\} = \sum_{i=1}^{np} [H_k^R]^0 \frac{\partial [Z_k^R(\{p\})]}{\partial p_i} \{H_k^E\}_j \Delta p_i + \{H_k^E\}_j - [H_k^R]^0 \{U\}_j \quad (4.18)$$

Na qual: $[H_k^R] = [Z_k^R]^{-1}$ - matriz de receptâncias reduzida;

$[Z_k^R] = [Z_{k,AA}] - [Z_{k,AI}][Z_{k,II}]^{-1}[Z_{k,IA}]$ - matriz de rigidez dinâmica reduzida;

$\cdot_A$ - graus de liberdade ativos;

$\cdot_I$ - graus de liberdade inativos.

Escrevendo as diferenças entre as receptâncias analíticas e experimentais num único vetor, tem-se:

$$\{\tilde{\varepsilon}(\{p\})\} = \sum_{i=1}^{np} [H_k^R]^0 \frac{\partial [Z_k^R(\{p\})]}{\partial p_i} \{H_k^E\}_j \Delta p_i + \{\Delta H_k\}_j \quad (4.19)$$

Na forma mais compacta a equação (4.19) pode ser expressa por:

$$\{\tilde{\varepsilon}\} = [S_k]\{\Delta p\} - \{\Delta H_k\}_j \quad (4.20)$$

Na qual: $[S_k]$ - matriz formada pelos coeficientes de sensibilidade;
 $\{\Delta H_k\}_j$ - vetor diferença entre as receptâncias experimental e analítica;
 $\{\Delta p\}$ - vetor contendo a variação dos parâmetros de atualização.

A minimização da função objetiva pelo método dos mínimos quadrados resulta na expressão:

$$[S_k]\{\Delta p\} = \{\Delta H_k\}_j \quad (4.21)$$

Esta expressão representa um sistema sobre-determinado e é resolvido utilizando a decomposição de valores singulares - SVD, (Golub, 1985).

A solução desse problema de resíduo, aplicando o método dos mínimos quadrados, é obtida para o cálculo dos parâmetros de atualização. Os parâmetros calculados redefinem uma matriz de rigidez dinâmica mais próxima do modelo real. Se a discrepância entre os modelos não é suficientemente pequena, o procedimento é repetido iterativamente.

4.3 - Ajuste do Modelo de Elementos Finitos com Amortecimento

Com a incorporação do amortecimento viscoso no modelo de elementos finitos, a matriz de rigidez dinâmica passa a ser uma combinação das matrizes de massa, rigidez e amortecimento. A minimização da função objetiva para um ponto de frequência de ajuste ω_k , conforme desenvolvido anteriormente, resulta num sistema de equações de ajuste para o sistema amortecido. Expandindo a expressão (4.21), para nk pontos de frequências e np parâmetros de ajuste tem-se:

$$\begin{bmatrix} [H_1^R] \frac{\partial [Z_1^R]}{\partial p_1} \{H_1^E\}_j & [H_1^R] \frac{\partial [Z_1^R]}{\partial p_2} \{H_1^E\}_j & \dots & [H_1^R] \frac{\partial [Z_1^R]}{\partial p_{np}} \{H_1^E\}_j \\ [H_2^R] \frac{\partial [Z_2^R]}{\partial p_1} \{H_2^E\}_j & [H_2^R] \frac{\partial [Z_2^R]}{\partial p_2} \{H_2^E\}_j & \dots & [H_2^R] \frac{\partial [Z_2^R]}{\partial p_{np}} \{H_2^E\}_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [H_{nk}^R] \frac{\partial [Z_{nk}^R]}{\partial p_1} \{H_{nk}^E\}_j & [H_{nk}^R] \frac{\partial [Z_{nk}^R]}{\partial p_2} \{H_{nk}^E\}_j & \dots & [H_{nk}^R] \frac{\partial [Z_{nk}^R]}{\partial p_{np}} \{H_{nk}^E\}_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \vdots \\ \Delta p_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \vdots \\ \Delta H_{nk} \end{bmatrix}_j \quad (4.22)$$

A equação (4.22) é avaliada para cada frequência de ajuste selecionada, definindo um conjunto simultâneo de equações de atualização. O conjunto de frequências de ajuste deve ser selecionado de forma a fornecer uma matriz de receptância de referência, contendo de forma balanceada, todas as informações relevantes contida na matriz de receptância medida na faixa de frequência em análise, (Pereira, 1996).

A sensibilidade da rigidez dinâmica, equação (4.22), é definida pela derivada parcial da matriz de rigidez dinâmica em relação aos p_i parâmetros de ajuste. Esta sensibilidade é calculada numericamente por diferenças finitas em cada iteração:

$$\frac{\partial [Z]}{\partial p_i} = \frac{[Z(p_i + \delta p_i)] - [Z(p_i)]}{\delta p_i} \quad (4.23)$$

Na qual: δp_i é uma pequena mudança do parâmetro de ajuste p_i .

O processo de ajuste envolvendo amortecimento é realizado em duas etapas consecutivas bem definidas:

Etapla 1: O modelo é ajustado em termos das matrizes de massa e rigidez, sem considerar o amortecimento, equação (4.24). A atualização dessas matrizes é realizada iterativamente a partir da variação dos p_i parâmetros físicos e/ou geométricos que minimizam a discrepância entre os modelos, calculadas pelas expressões (4.25) e (4.26) respectivamente:

$$[Z] = [K] - \omega^2 [M] \quad (4.24)$$

$$[K(\{p + \Delta p\})] = \left(\sum_{R=1}^{NuR} [K(\{p\})]_R \right) - [K(\{p\})]_{R^{th}} + [K(\{p + \Delta p\})]_{R^{th}} \quad (4.25)$$

$$[M(\{p + \Delta p\})] = \left(\sum_{R=1}^{NuR} [M(\{p\})]_R \right) - [M(\{p\})]_{R^{th}} + [M(\{p + \Delta p\})]_{R^{th}} \quad (4.26)$$

Nas quais: $\sum$ - indica o somatório de superposição em elementos finitos;

$R = 1, 2, 3 \dots NuR$;

NuR - número de regiões ou elementos.

Deve-se ressaltar que essa variação é feita em nível de elemento, portanto o ajuste pode ser feito apenas em algumas regiões da estrutura sem afetar as propriedades do restante das regiões.

Etapa 2: A matriz de rigidez dinâmica, equação (4.27), é ajustada pela atualização apenas da matriz de amortecimento, que pode ser obtida pela variação da razão de amortecimento modal, equação (4.28), para o caso do modelo de amortecimento modal. Se o modelo de amortecimento for formulado a partir das matrizes de massa e rigidez, o ajuste da matriz de amortecimento é efetuada a partir da atualização dos coeficientes de proporcionalidade α e β , como representado pela equação (4.29):

$$[Z] = [K^U] + i\omega[C] - \omega^2[M^U] \quad (4.27)$$

Na qual, $[K^U]$ e $[M^U]$ são as matrizes de massa e rigidez atualizadas na primeira etapa.

$$[C(\{\zeta + \Delta\zeta\})] = [C(\{\zeta\})] - [C(\zeta_r)] + [C(\zeta_r + \Delta\zeta_r)] \quad (4.28)$$

Na qual: $r = 1, 2, 3 \dots m$;

m - número de modos.

$$[C(\{\alpha + \Delta\alpha, \beta + \Delta\beta\})] = \left(\sum_{R=1}^{NuR} [\alpha_R [M^U]_R + \beta_R [K^U]_R] \right) - [\alpha_R [M^U]_{R^{th}} + \beta_R [K^U]_{R^{th}}] + [(\alpha_R + \Delta\alpha_R) [M^U]_{R^{th}} + (\beta_R + \Delta\beta_R) [K^U]_{R^{th}}] \quad (4.29)$$

Uma vez atualizados os parâmetros físicos e/ou geométricos, estes são mantidos inalterados durante o ajuste do amortecimento, que é atualizado em função da variação das razões de amortecimento ζ ou dos coeficientes α e β . Estes coeficientes podem ser atualizados tanto em nível global quanto em nível de elementos ou regiões da estrutura. Este é um aspecto bastante positivo da metodologia proposta, pois permite a atualização do amortecimento levando em consideração o efeito do amortecimento distribuído de forma não uniforme na estrutura. Este efeito geralmente é causado por juntas, conexões ou materiais diferentes constituindo a estrutura.

4.4 - Escolha dos Parâmetros de Atualização

Uma outra importante etapa que antecede a atualização dos parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo de elementos finitos é a escolha dos parâmetros mais apropriados a serem atualizados. A escolha dos parâmetros adequados é essencial para a convergência do modelo inicial, principalmente quando se requer modelos de predição fisicamente consistentes. Esta escolha pode ser feita de forma manual de acordo com a experiência do dinamicista, ou de forma mais sistemática, utilizando além da experiência do dinamicista, uma análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo.

4.4.1 - Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade permite avaliar quão sensível os parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo analítico são em relação as propriedades modais. Neste trabalho, a sensibilidade do modelo é calculada em relação aos autovalores e os parâmetros de amortecimento não são analisados pela sensibilidade.

A sensibilidade do modelo é calculada analiticamente através das derivadas parciais dos autovalores não amortecidos em relação aos parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo de elementos finitos. Tomando a equação do movimento na ressonância para o r -ésimo modo próprio, tem-se:



$$([K] - \lambda_r [M]) \{\psi\}_r = \{0\} \quad (4.30)$$

Derivando a equação (4.30) em relação ao i -ésimo parâmetro, para o r -ésimo modo obtém-se:

$$[K]' \{\psi\}_r + [K] \{\psi\}_r' - \lambda_r' [M] \{\psi\}_r - \lambda_r [M]' \{\psi\}_r - \lambda_r [M] \{\psi\}_r' = \{0\} \quad (4.31)$$

Na qual, $[]' = \frac{\partial []}{\partial p_i}$ e $\{ \}' = \frac{\partial \{ \}}{\partial p_i}$ são derivadas parciais de primeira ordem em relação ao parâmetro p_i .

Pré-multiplicando a equação (4.31) por $\{\psi\}_r^T$ e rearranjando em termos de derivadas, resulta:

$$\{\psi\}_r^T [K]' \{\psi\}_r - \lambda_r' \{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r - \lambda_r \{\psi\}_r^T [M]' \{\psi\}_r + \{\psi\}_r^T ([K] \{\psi\}_r' - \lambda_r [M] \{\psi\}_r') = \{0\} \quad (4.32)$$

Utilizando as propriedades de ortogonalidade dos autovetores em relação as matrizes de massa e rigidez, a sensibilidade do r -ésimo autovalor em relação ao parâmetro p_i quando $r=s$ é calculada em termos dos autovetores normalizados em relação a massa e da sensibilidade das matrizes de massa e rigidez:

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p_i} = \{\phi\}_r^T \frac{\partial [K]}{\partial p_i} \{\phi\}_r - \lambda_r \{\phi\}_r^T \frac{\partial [M]}{\partial p_i} \{\phi\}_r \quad (4.33)$$

A análise de sensibilidade é uma ferramenta de grande utilidade em ajuste de parâmetros físicos e/ou geométricos de estruturas complexas, pois esta análise permite avaliar a vasta gama de opções de escolha dos parâmetros de atualização levando a um número reduzido de parâmetros. Como regra geral, parâmetros sensíveis em relação aos autovalores são bons candidatos a serem atualizados, pois uma significativa variação nos autovalores é obtida a partir de uma pequena variação dos parâmetros. No entanto, isto não significa que estes parâmetros foram erroneamente estimados. A escolha de parâmetros pouco sensíveis deve ser evitada porque o modelo analítico pode convergir para um modelo de predição fisicamente inconsistente.

4.4.2 - Parâmetros do Modelo Analítico

Os possíveis parâmetros de atualização, na análise estrutural são os parâmetros físicos e os geométricos do modelo. Os parâmetros físicos independem do tipo de elemento, tabela (4.1), ao contrário dos parâmetros geométricos que dependem do tipo de elemento utilizado na modelagem por elementos finitos. A tabela (4.2) mostra os possíveis parâmetros que podem ser atualizados para os diferentes tipos de elementos.

Tabela 4.1 - Parâmetros físicos de atualização

Tipo de elemento	Parâmetros de físicos
Viga, Placa e Chapa	E - módulo de elasticidade
	ρ - massa específica
	ν - coeficiente de Poisson
Massa	m - massa concentrada
Mola	k - rigidez concentrada

Tabela 4.2 - Parâmetros geométricos de atualização

Tipo de elemento	Parâmetros geométricos
Barra, Viga, Placa, Chapa e Sólido	A - área da seção transversal
	L - comprimento do elemento
	I_X - momento de inércia para torção em torno do eixo X
	I_Y - momento de inércia para flexão em torno do eixo Y
	I_Z - momento de inércia para flexão em torno do eixo Z
	I_P - momento de inércia de massa para rotação em torno do eixo X
	a - espessura

O comportamento dinâmico do modelo é definido a partir das propriedades físicas e geométricas, e portanto, essas propriedades têm uma influência direta na qualidade do modelo. A falta de acurácia no cálculo desses parâmetros causa uma discrepância entre o comportamento dinâmico do modelo analítico e do experimental adotado como referência. O processo de ajuste busca diminuir essa discrepância através de atualizações desses parâmetros físicos e/ou geométricos.

4.5 - Seleção das Frequências de Ajuste

Os pontos de frequências utilizados para o cálculo da atualização dos parâmetros, são definidos como as frequências de ajuste do modelo. Cada frequência de ajuste selecionada, leva a um vetor contendo o valor das receptâncias medidas naquela frequência e um conjunto de equações de ajuste é definido para aquela frequência. A seleção das frequências de ajuste é um passo que merece atenção no processo de ajuste, pois as equações de ajuste são definidas a partir dessas frequências. Uma escolha inadequada pode comprometer o sucesso do ajuste, caso as receptâncias nesses pontos não contenham informações suficientes do sistema, ou apresente informações contaminadas por ruído. Não existe um critério sistemático para seleção das frequências de ajuste, mas a experiência do dinamicista é bastante relevante na escolha das frequências que pode levar ao sucesso do ajuste do modelo.

A figura (4.1) mostra a escolha de uma frequência adequada, na qual a diferença entre a receptância analítica e experimental (ΔH) diminui até a eventual sobreposição das FRF(s).

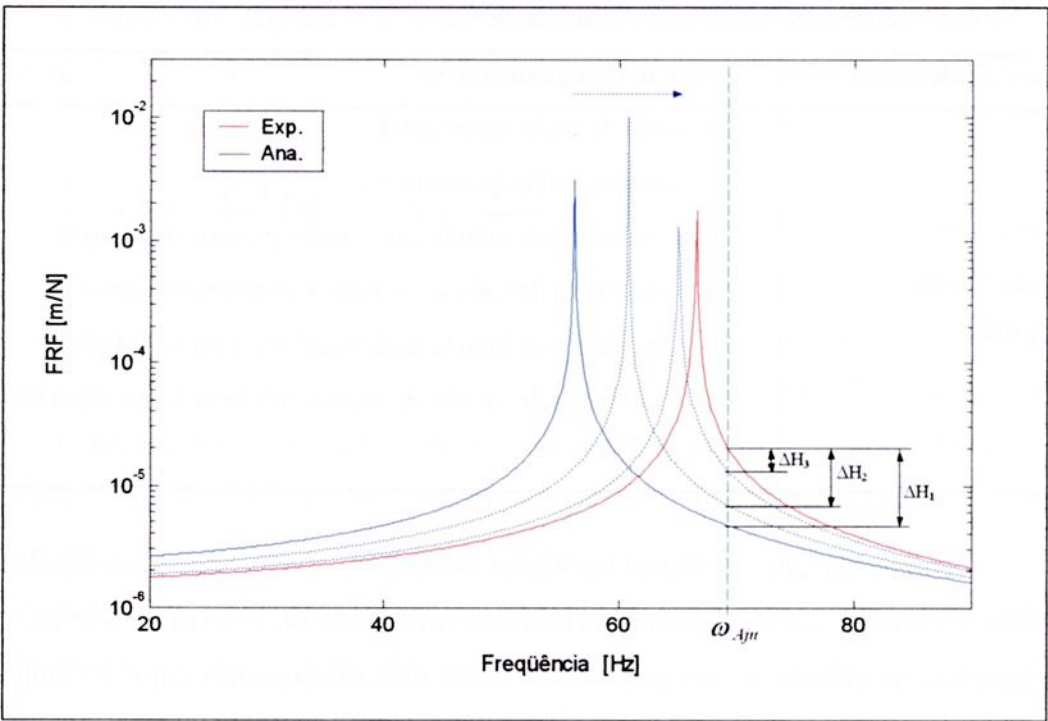


Figura 4.1 - Frequência de ajuste adequada

A escolha de uma frequência de ajuste não muito adequada é ilustrada na figura (4.2), a seleção desta frequência define uma diferença entre a receptância analítica e a experimental que diminui com o deslocamento da FRF analítica para a direita até reduzir essa diferença a zero, sem que as ressonâncias tenham atingido a sobreposição. Pode ocorrer também uma situação em que a diferença entre as FRF(s) se torna bastante acentuada devido a ressonância e consequentemente, pode causar eventuais instabilidade numéricas.

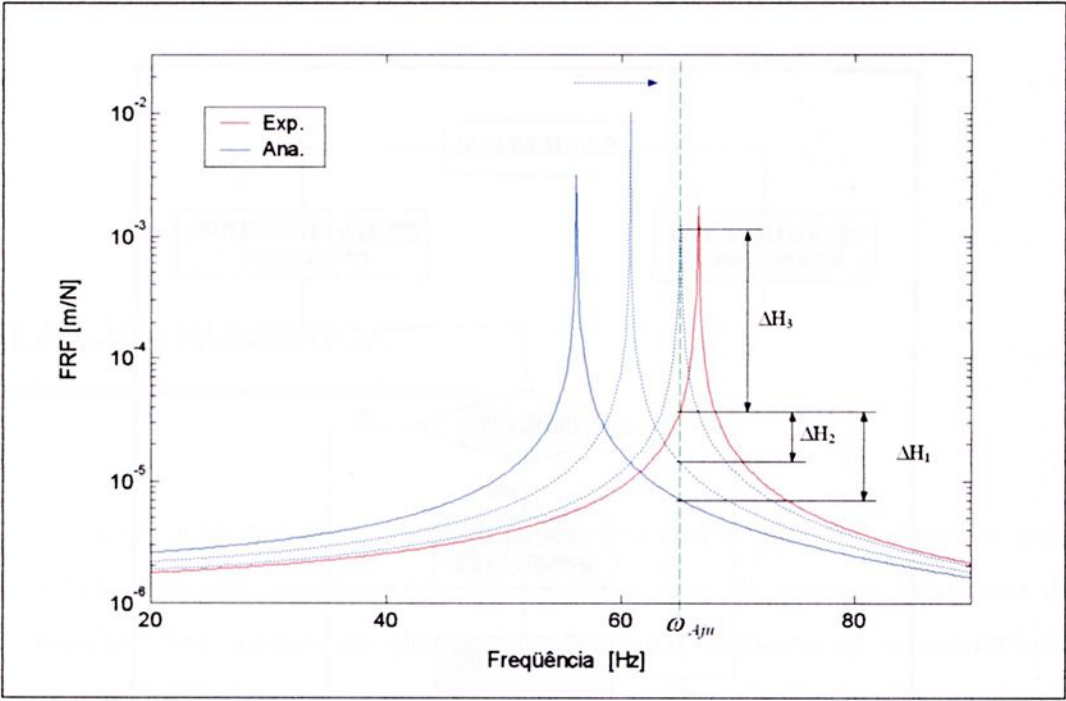


Figura 4.2 - Frequência de ajuste inadequada

Regiões duvidosas e contaminadas por ruído devem ser evitadas, como por exemplo, as anti-ressonâncias. Apesar de não existir um critério genérico de seleção das frequências de ajuste, vale lembrar que nem sempre o modelo analítico inicial possibilita opções de escolha de frequências adequadas devido a discrepância de comportamento.

4.6 - Metodologia

Visando facilitar o entendimento de todo o encadeamento do processo de ajuste, foi apresentado previamente os principais conceitos envolvidos na metodologia: elementos finitos, análise modal, compatibilidade entre os modelos, técnicas de correlação de modelos, análise de sensibilidade, a formulação do ajuste baseado nas FRF(s) e outros detalhes pertinentes à metodologia. A seguir é apresentada, esquematicamente através de um fluxograma, a metodologia proposta.

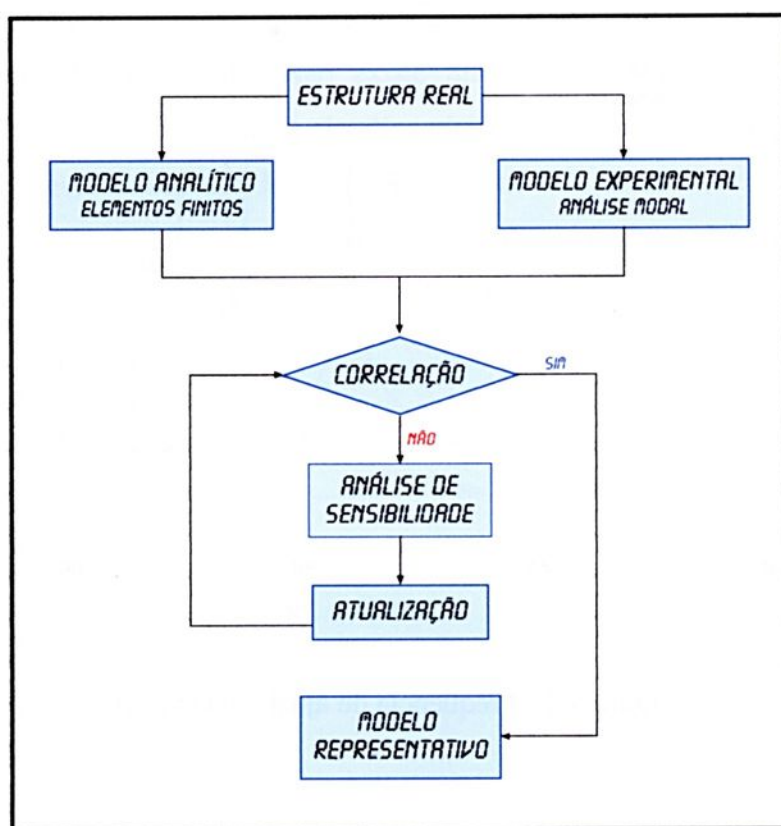


Figura 4.3 - Fluxograma da metodologia proposta

Na metodologia proposta, o modelo experimental é obtido por análise modal e o modelo analítico por elementos finitos. Os dois modelos são comparados e se a correlação entre os dois modelos é satisfatória, o modelo analítico é considerado representativo, por outro lado, se a correlação não é satisfatória prossegue-se uma análise de sensibilidade para identificar os parâmetros mais sensíveis e o ajuste é realizado iterativamente até, se possível, obter um modelo representativo.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação numérica permite avaliar uma ampla gama de situações práticas de engenharia, buscando uma representação das condições reais de sistemas mecânicos de forma bastante versátil. Nos setores de alta tecnologia, como aeroespacial e automobilístico, a simulação é uma forte aliada no desenvolvimento de produtos de melhor qualidade, em curto espaço de tempo e com um custo relativamente baixo. Na comunidade acadêmica a simulação permite uma investigação sistemática de novos métodos e algoritmos matemáticos, buscando o desenvolvimento e a elaboração de novas tecnologias. Neste contexto, o propósito deste capítulo é discutir as potencialidades e limitações da metodologia de ajuste de modelo proposta, utilizando dados simulados.

Várias situações foram simuladas para investigar a influência da frequência de ajuste, o número de parâmetros a serem atualizados simultaneamente e o ajuste dos diferentes modelos de amortecimento proposto. Para evitar extensão do capítulo, serão apresentados apenas os resultados mais relevantes que permitem uma pré-avaliação de alguns pontos mais críticos no processo de ajuste de modelos de estruturas flexíveis baseado nas FRF(s).

Neste capítulo é analisada a influência da escolha dos parâmetros de atualização na consistência física do modelo ajustado e o ajuste dos modelos de amortecimento propostos.

5.1 - Protótipo Virtual

A estrutura estudada neste capítulo, também chamada de protótipo virtual, é um modelo espacial formado por barras, conforme ilustra a figura (5.1). As barras verticais apresentam uma seção transversal retangular vazada com dimensões (20 x 10 x 1,2) mm e as barras horizontais uma seção transversal quadrada também vazada com dimensões (10 x 10 x 1,2) mm.

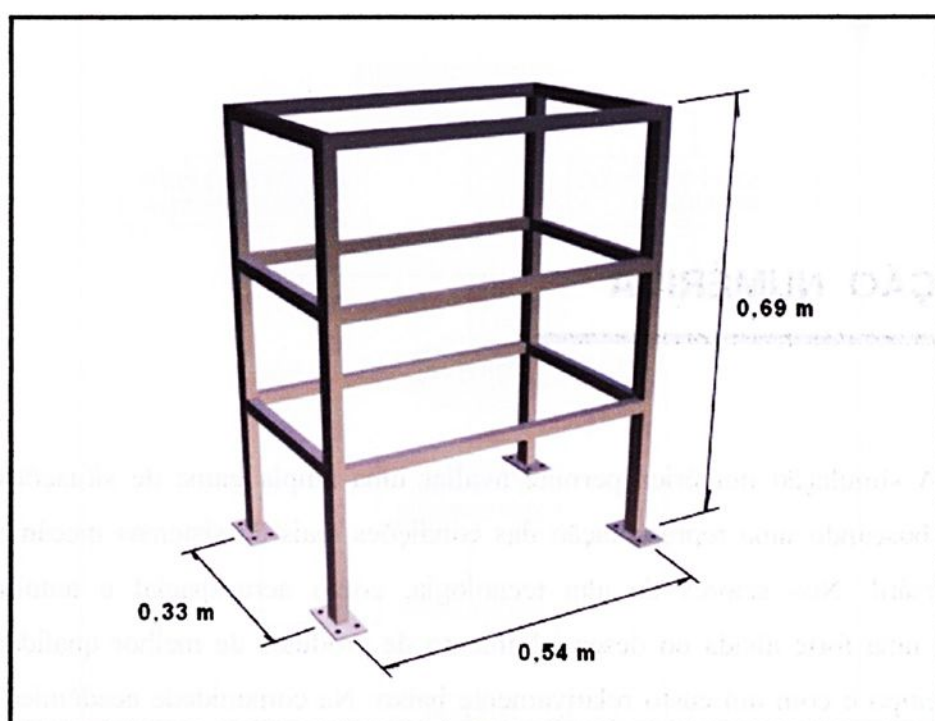


Figura 5.1 - Protótipo virtual

Todas as barras que constitui a estrutura é de aço ABNT 1010, a tabela (5.1) mostra as propriedades de material desse aço.

Tabela 5.1 - Propriedades de material, protótipo virtual

Propriedades	Valores
Módulos de elasticidade	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$
Massa específica	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
Coefficiente de Poisson	0,30

A estrutura foi inicialmente modelada por elementos finitos, utilizando elementos de viga 2D. A malha de elementos finitos é formada por 40 nós e 48 elementos, conforme mostra a figura (5.2). Os quatro primeiros nós, que correspondem a base de apoio da estrutura estão engastados, com o movimento restrito em todos os graus de liberdade.

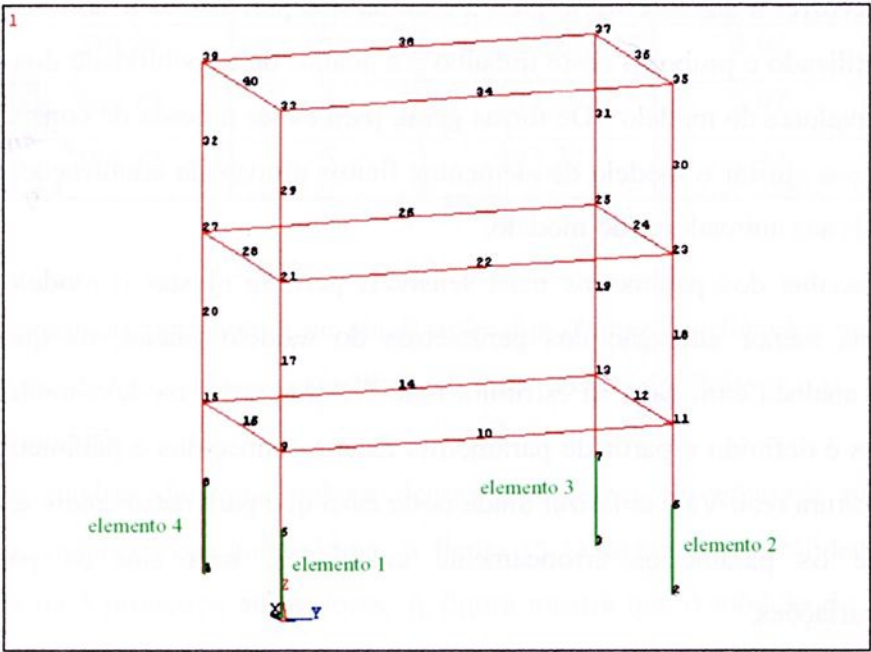


Figura 5.2 - Modelo de elementos finitos, protótipo virtual

Os dados experimentais utilizados como referência no processo de ajuste do modelo serão gerados por simulação numérica. A simulação do modelo “experimental” ou modelo de referência foi definido a partir do modelo de elementos finitos e os dados foram gerados para a condição engastada. A estrutura é excitada com uma força impulsiva aplicada no nó 33, canto esquerdo superior da estrutura, na direção X e as respostas são medidas somente na direção X, em uma faixa de frequência de 0 a 480 Hz, que envolve os modos globais.



5.2 - Consistência Física do Modelo Ajustado

Um aspecto bastante importante no processo de ajuste de modelos é a consistência física do modelo ajustado. A consistência física do modelo ajustado está associada a escolha dos parâmetros de atualização, visto que podem existir diferentes conjuntos de parâmetros que levam a convergência do processo, gerando um modelo ajustado com comportamento dinâmico equivalente ao do modelo experimental, entretanto, nem sempre este modelo é consistente com a estrutura física. Neste caso, a escolha dos parâmetros de atualização e o acompanhamento da evolução desses parâmetros é um passo importante, como será discutido a seguir.

Estruturas complexas, constituídas por diferentes materiais e que apresentam diferentes geometrias dispõe de uma ampla gama de parâmetros de atualização. Nestas situações é conveniente recorrer a algum critério para a escolha dos parâmetros a serem atualizados. Um critério muito utilizado e proposto neste trabalho é a análise de sensibilidade dos parâmetros em relação aos autovalores do modelo. De forma geral, para evitar a perda de consistência física do modelo, procura-se ajustar o modelo de elementos finitos através da atualização dos parâmetros mais susceptíveis aos autovalores do modelo.

A escolha dos parâmetros mais sensíveis permite ajustar o modelo de elementos finitos com uma menor alteração dos parâmetros do modelo inicial, os quais são valores estimados pelo analista com base na estrutura real. Geralmente o modelo inicial é fisicamente consistente, pois é definido a partir de parâmetros físicos conhecidos e parâmetros geométricos medidos na estrutura real. Vale enfatizar ainda neste caso que parâmetros mais sensíveis não são necessariamente os parâmetros erroneamente calculados, mas sim os parâmetros mais susceptíveis a variações.

5.2.1 - Modificação e Correção do Modelo

Neste caso, buscando criar uma condição real de ajuste, foram introduzidas modificações no modelo original de elementos finitos e os resultados do modelo modificado são comparados com o modelo experimental simulado ou de referência. A introdução dessas modificações gera discrepâncias entre os modelos, permitindo que as várias condições de interesse sejam estudadas. Inicialmente a alteração do modelo consistiu num aumento de 60%

das inércia I_Y dos elementos 1, 2, 3 e 4 do modelo de elementos finitos, alterando assim o comportamento dinâmico do mesmo.

A tabela (5.2) mostra a discrepância resultante entre os dois modelos. Algumas frequências apresentam um considerável aumento e a correlação dos modos dos modelos sofreu uma pequena redução.

Tabela 5.2 - Correlação inicial dos modelos, protótipo virtual

Modelo experimental		Modelo de elementos finitos		Correlação inicial	
Modo	ω^E [Hz]	Modo	ω^A [Hz]	$\frac{\omega^A - \omega^E}{\omega^E}$ (%)	MAC (%)
1	65,50	1	73,00	11,45	97,79
2	224,93	2	242,11	7,64	98,59
3	239,26	3	244,15	2,04	96,51
4	366,78	4	385,39	5,07	98,47
5	384,38	5	393,75	2,44	98,93

Os possíveis parâmetros de atualização dos elementos alterados neste caso são: o módulo de elasticidade, a massa específica, o coeficiente de Poisson, as áreas da seção transversal e as inércias.

Uma análise de sensibilidade desses parâmetros foi efetuada para detectar os parâmetros mais sensíveis aos autovalores. A figura (5.3) ilustra a sensibilidade média desses parâmetros para os 5 primeiros autovalores. A figura mostra que o módulo de elasticidade e a inércia I_Y dos elementos modificados são os parâmetros mais susceptíveis a variações e os parâmetros coeficiente de Poisson, massa específica, área da seção transversal e inércia I_Z são parâmetros pouco sensíveis para os autovalores.

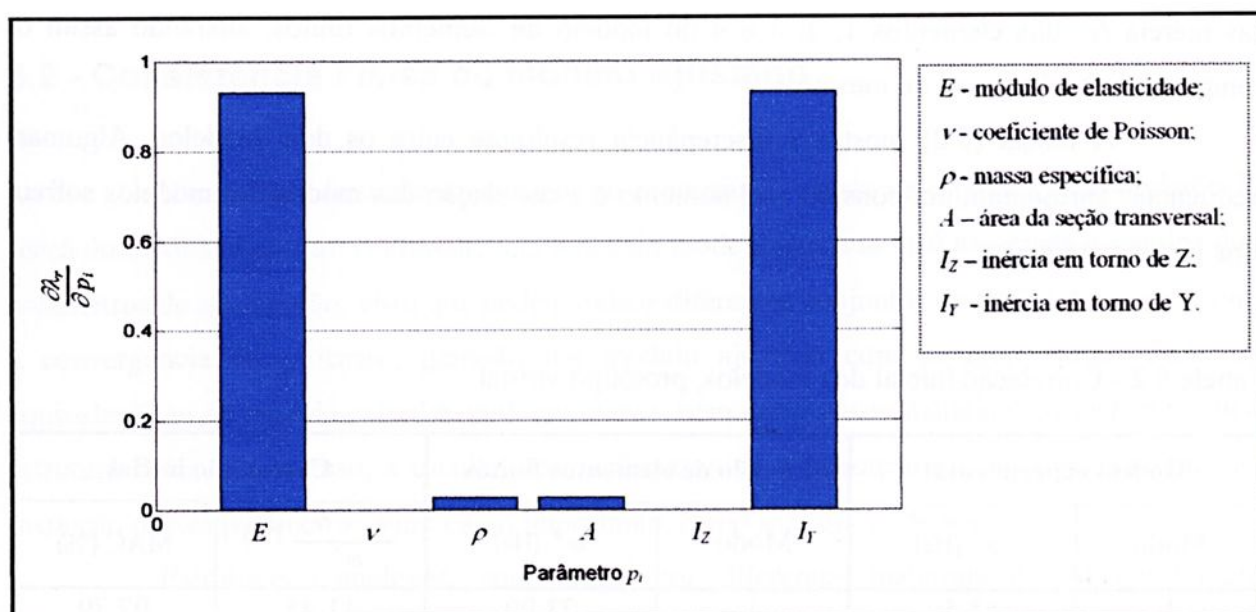


Figura 5.3 - Sensibilidade média para os 5 primeiros autovalores, protótipo virtual

Tentativas de correção do modelo a partir de cada um desses parâmetros foram realizadas. Os parâmetros pouco sensíveis demonstraram-se incapazes de corrigir o comportamento do modelo para um comportamento próximo do modelo de referência. Neste caso, foram verificados que esses parâmetros sofriam uma grande alteração e os autovalores permaneciam praticamente inalterados, devido a pouca sensibilidade dos parâmetros. Já a atualização dos parâmetros sensíveis, foi capaz de corrigir o comportamento dinâmico do modelo.

Para o caso da escolha dos parâmetros de inércia I_y , a correção foi exata, retornando ao seu valor inicial. A seguir são apresentados os resultados do processo de ajuste do modelo a partir da atualização do módulo elasticidade, ou seja, atualização de parâmetro diferente do parâmetro modificado, buscando compensar a alteração da inércia I_y .

A tabela (5.3) mostra que após a atualização do módulo de elasticidade, a correlação dos modelos melhorou consideravelmente, houve uma redução das diferenças relativas das frequências naturais e uma melhoria dos MAC-valores, indicando uma excelente correlação dos modos dos dois modelos.

Tabela 5.3 - Correlação final dos modelos, protótipo virtual

Modelo experimental		Modelo ajustado		Correlação final	
Modo	ω^E [Hz]	Modo	ω^U [Hz]	$\frac{\omega^U - \omega^E}{\omega^E}$ (%)	MAC (%)
1	65,50	1	65,50	0,00	100,0
2	224,93	2	224,93	0,00	100,0
3	239,26	3	239,26	0,00	100,0
4	366,78	4	366,76	-0,01	100,0
5	384,38	12	384,37	0,00	100,0

A figura (5.4) mostra, através da superposição das FRF(s), que o comportamento dinâmico do modelo ajustado é praticamente igual ao comportamento dinâmico do modelo experimental, na faixa de frequência em análise. A figura mostra apenas as FRF(s) medidas no ponto de excitação, porém todas as demais FRF(s) foram verificadas e também apresentaram excelente correlação visual.

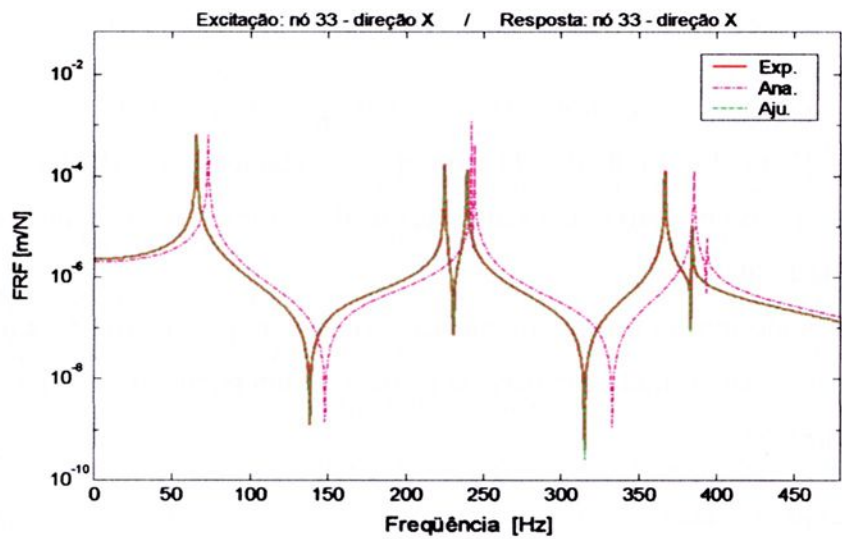


Figura 5.4 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e ajustada, protótipo virtual

A figura (5.5) mostra através da evolução do parâmetro de ajuste, que o módulo de elasticidade dos elementos (1, 2, 3 e 4) foi reduzido em torno de 60% para compensar o aumento de 60% da inércia I_Y dos referidos elementos. Paralelamente, é possível verificar a evolução das

diferenças relativas das frequências naturais de acordo com a atualização do parâmetro a cada iteração.

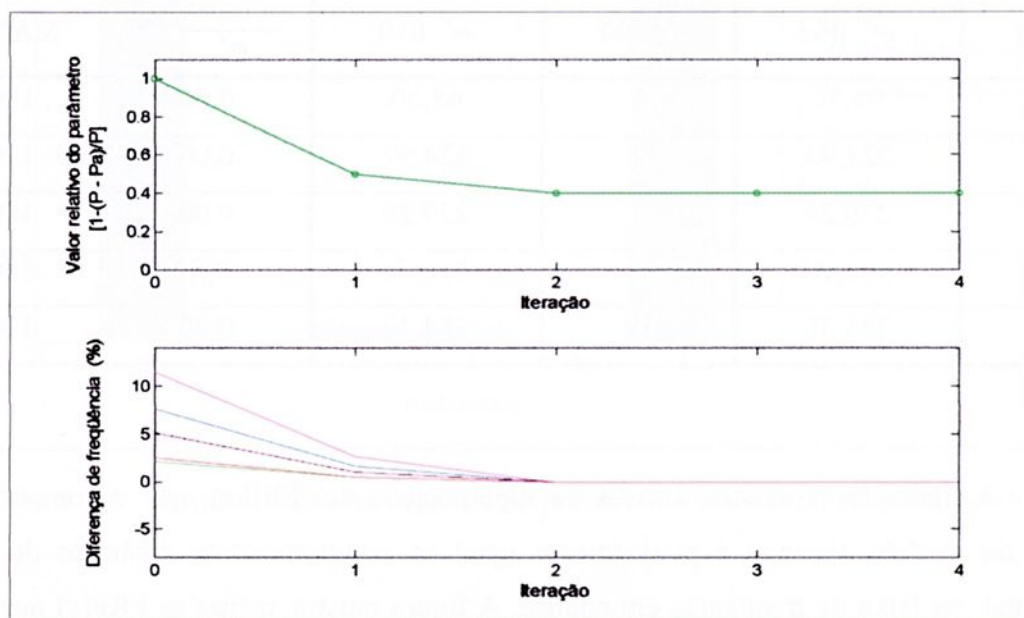


Figura 5.5 - Evolução do parâmetro de atualização e das diferenças relativas das frequências naturais, protótipo virtual

O valor do módulo de elasticidade do aço utilizado na modelagem por elementos finitos era $210 \cdot 10^9$ [N/m²] e foi atualizado para aproximadamente $84 \cdot 10^9$ [N/m²] o que não corresponde ao modelo físico, visto que o aço especificado teoricamente não apresenta este valor para o módulo de elasticidade.

Este exemplo mostra a preocupação na escolha dos parâmetros de atualização, pois neste caso específico, é demonstrado a existência de mais de um parâmetro que leva a solução do problema de minimização.

5.2.2 - Discussão

A atualização do módulo de elasticidade reduziu bastante a discrepância do comportamento dinâmico causado pela modificação da inércia de alguns elementos. Essa atualização leva a um modelo ajustado equivalente ao modelo original, visto que a discrepância

entre os modelos após o ajuste é muito pequena, entretanto, a correção desse parâmetro é fisicamente inconsistente. Portanto, manter a consistência física do modelo é um aspecto também importante a ser considerado na escolha dos parâmetros de atualização, pois não existe unicidade na solução do problema. No processo de ajuste de modelo, vários parâmetros podem ser atualizados com o propósito de melhorar o comportamento dinâmico do modelo de elementos finitos. Por isso, alguns critérios são necessários para a escolha dos parâmetros de atualização e principalmente, senso de engenharia para avaliar os resultados do ajuste.

5.3 - Ajuste do Amortecimento Proporcional

O propósito desta seção é verificar a existência de alguma relação entre os modelos de amortecimento introduzidos no modelo analítico de elementos finitos e as razões de amortecimento estimadas a partir das FRF(s) experimentais, com o propósito de prever, antes de incluir o amortecimento no modelo analítico, qual seria o possível modelo de amortecimento mais apropriado.

A estrutura analisada, neste caso, é idealizada como sendo uma estrutura que apresenta amortecimento proporcional à massa e à rigidez distribuído uniformemente ao longo da mesma. A matriz de amortecimento a ser incorporado no modelo de elementos finitos, utilizado como referência, é definida por um coeficiente de proporcionalidade α e um coeficiente β . Os valores utilizados foram tomados de tal forma que resultasse numa estrutura com razão de amortecimento modal em torno de 1%.

A matriz de amortecimento calculada neste caso é incluída na matriz de rigidez dinâmica e as FRF(s) são, agora, calculadas contendo as informações do amortecimento. Portanto, o modelo experimental simulado utilizado como referência no processo de ajuste, agora apresenta uma dada distribuição de amortecimento modal. A figura (5.6) mostra a distribuição da razão de amortecimento modal, calculada pela equação (5.1) a partir dos coeficientes α e β definidos nesta análise.

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (5.1)$$

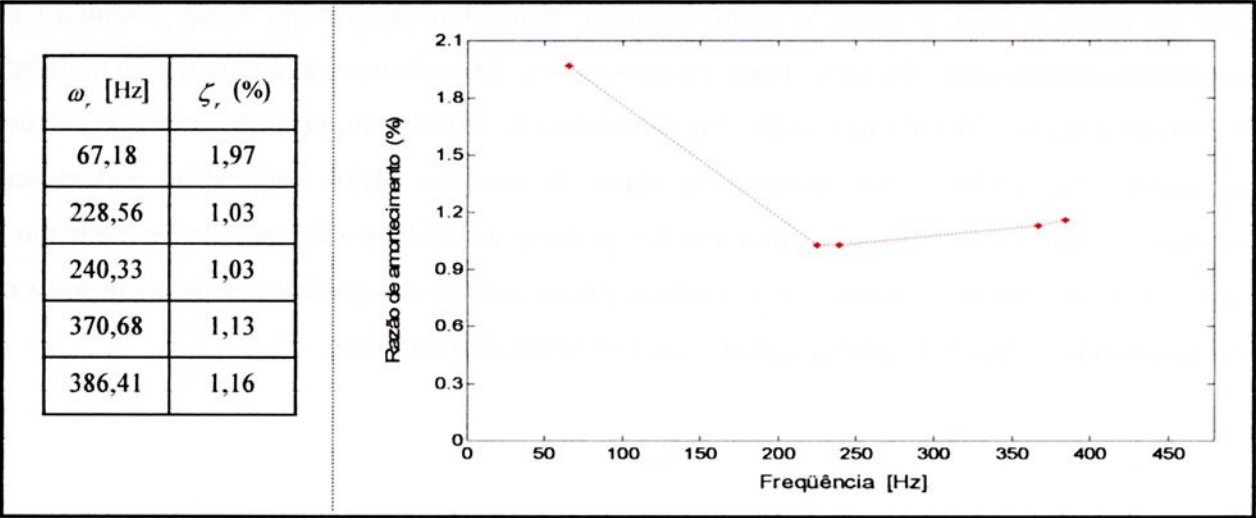


Figura 5.6 - Razões de amortecimento do modelo de referência, protótipo virtual com amortecimento proporcional

Neste tópico, a principal meta é estudar o ajuste do amortecimento, e portanto, não será discutido o ajuste de outros parâmetros, ou seja, parte-se do pressuposto de que os parâmetros de massa e rigidez do modelo são corretos, não necessitando de atualização. No entanto, buscando criar uma condição mais realista nos dados simulados, foram introduzidas pequenas perturbações em alguns parâmetros do modelo analítico antes de gerar as FRF(s) que serão utilizadas como referência. Estas perturbações acarretam pequenas discrepâncias nas frequências naturais do modelo analítico se comparadas com as do modelo experimental.

A alteração de alguns parâmetros físicos e geométricos, que resulta numa pequena discrepância das FRF(s), busca criar também uma condição mais severa para o ajuste de amortecimento. Em condições reais de ajuste, geralmente permanecem pequenas discrepâncias entre as FRF(s) dos modelos, analítico e experimental, mesmo após a atualização dos parâmetros.

5.3.1 - Modelo de Amortecimento Proporcional à Massa

O modelo de amortecimento proporcional à massa é definido por um coeficiente α , geralmente estimado, em situações práticas, a partir das razões de amortecimento experimental. Neste caso, o coeficiente α não foi estimado a partir dos dados experimentais, mas sim

assumindo um valor, de tal forma que resultassem FRF(s) com amplitudes bastante discrepantes, se comparado com as do modelo experimental. Uma grande discrepância inicial, representaria uma condição mais severa, que permite avaliar também a potencialidade da metodologia.

A matriz de amortecimento calculada a partir do coeficiente α , foi incorporada na matriz de rigidez dinâmica do modelo analítico e suas FRF(s) calculadas contém, agora, o efeito do amortecimento. O ajuste do amortecimento inicial é efetuado a partir da atualização do coeficiente α , levando em consideração as informações contidas nas FRF(s), definidas no conjunto de pontos de frequências de ajuste. Neste caso: 226,5 Hz e 368,1 Hz.

A figura (5.7) mostra a superposição das FRF(s) do modelo experimental, do modelo inicial com amortecimento estimado e do modelo ajustado. O comportamento dinâmico do modelo melhorou após o ajuste, no entanto, é possível verificar uma discrepância de amplitudes das FRF(s) na região do primeiro modo.

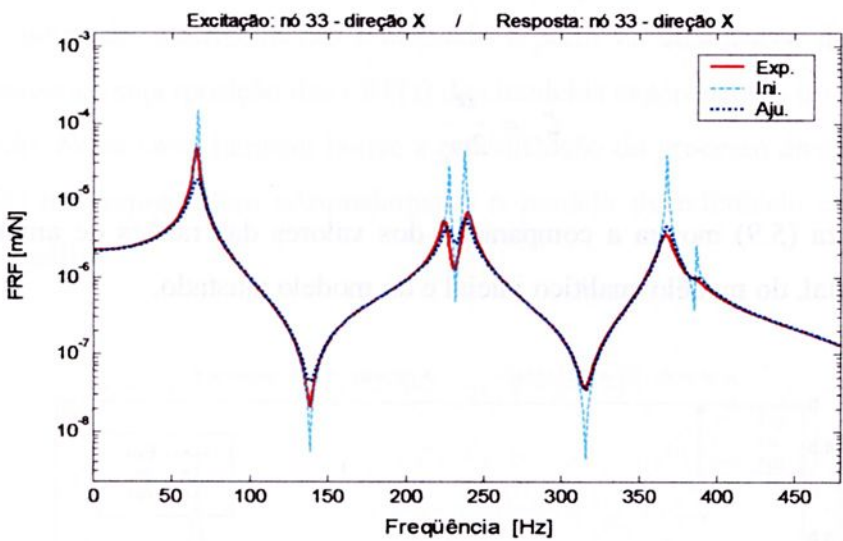


Figura 5.7 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à massa

A evolução do coeficiente de proporcionalidade α atingiu a estabilidade a partir da sexta iteração, conforme pode ser observado na figura (5.8). Entretanto, não resultou numa boa representatividade do modelo de elementos finitos para todos os modos em análise.

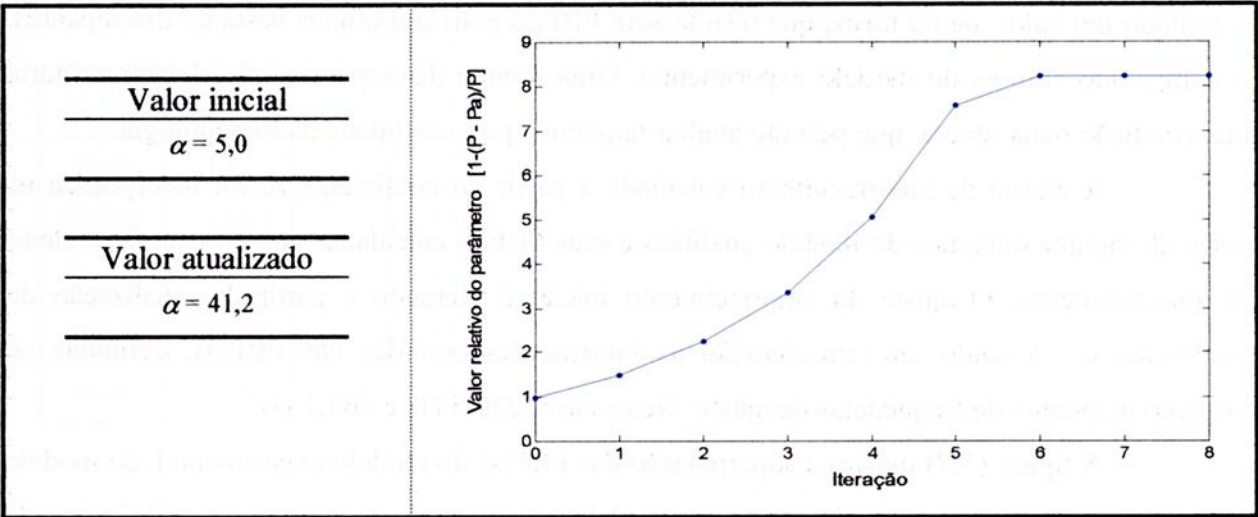


Figura 5.8 - Evolução da atualização do coeficiente α

Para comparação dos resultados, as razões de amortecimento foram calculadas a partir da equação:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r}$$

(5.1)

A figura (5.9) mostra a comparação dos valores das razões de amortecimento do modelo experimental, do modelo analítico inicial e do modelo ajustado.

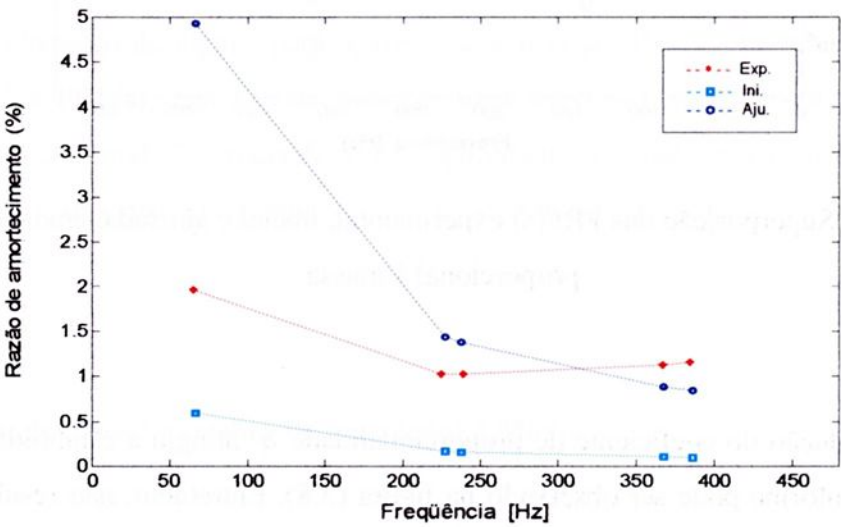


Figura 5.9 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à massa

O modelo de amortecimento proporcional à massa apresenta uma distribuição da razão de amortecimento modal um pouco similar ao da estrutura, figura (5.9), porém este modelo não é capaz de representar realisticamente o amortecimento da estrutura em toda a faixa de frequência em análise.

5.3.2 - Modelo de Amortecimento Proporcional à Rigidez

O modelo de amortecimento proporcional à rigidez, definido a partir de um coeficiente de proporcionalidade β , será avaliado de forma análoga ao caso anterior. O coeficiente β pode ser estimado a partir das razões de amortecimento experimental, no entanto, este coeficiente também foi definido como sendo um valor qualquer, de tal forma que resultasse numa grande discrepância em relação ao modelo de referência.

O ajuste do amortecimento é efetuado a partir da atualização do coeficiente β . A figura (5.10) mostra a superposição das FRF(s) dos modelos experimental, do modelo inicial e do modelo ajustado. Neste caso, também houve a estabilização do processo de ajuste, entretanto os valores obtidos não representam adequadamente o modelo de referência em toda a faixa de frequência em análise.

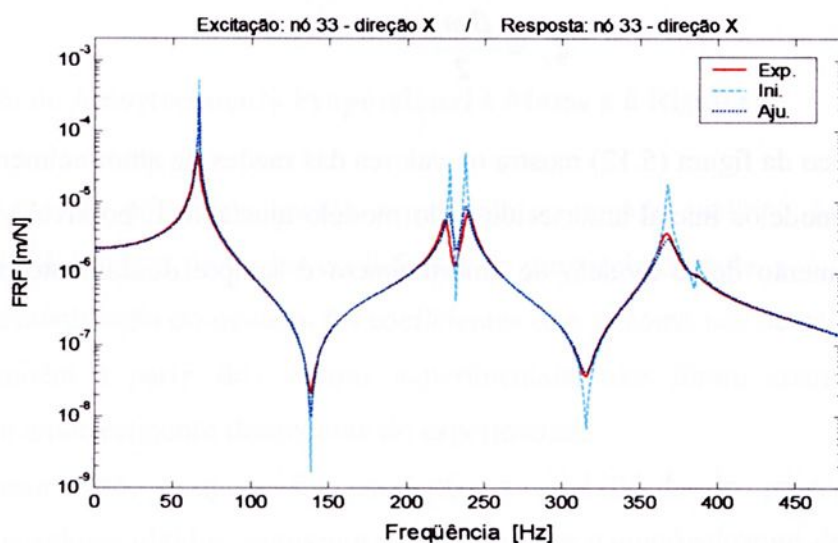


Figura 5.10 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à rigidez

A figura (5.11) mostra que a evolução do coeficiente de proporcionalidade β atinge a estabilidade a partir da quinta iteração, depois de sofrer um aumento de aproximadamente 6 vezes em relação ao seu valor inicial estimado.

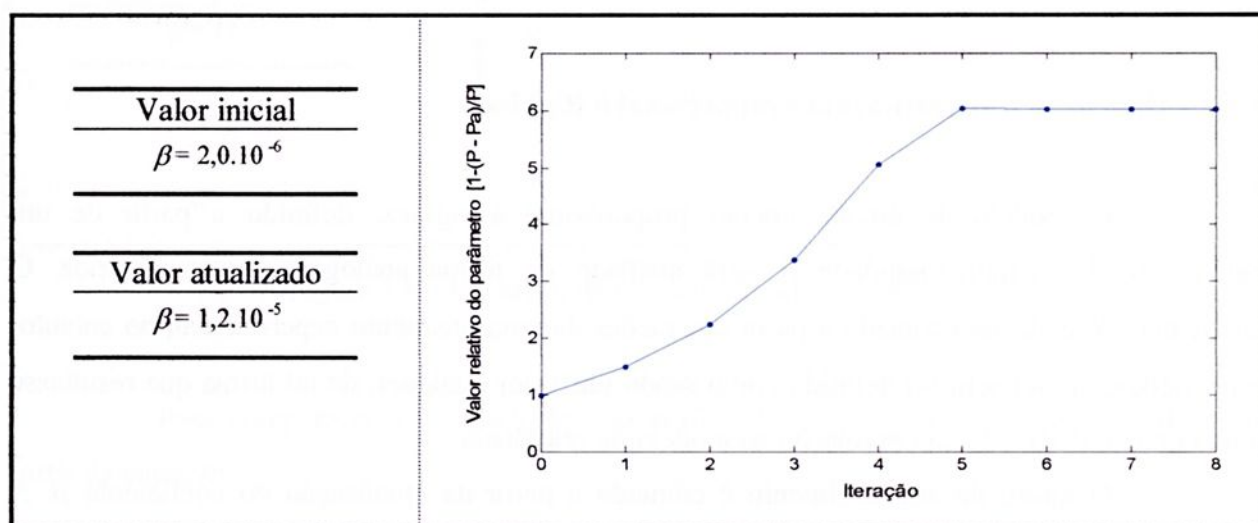


Figura 5.11 - Evolução da atualização do coeficiente β

Neste caso, as razões de amortecimento foi calculada através da expressão:

$$\zeta_r = \frac{\beta \omega_r}{2} \quad (5.2)$$

O gráfico da figura (5.12) mostra os valores das razões de amortecimento do modelo de referência, do modelos inicial amortecido e do modelo ajustado. É possível verificar que a razão de amortecimento desse modelo de amortecimento é sempre diretamente proporcional a frequência.

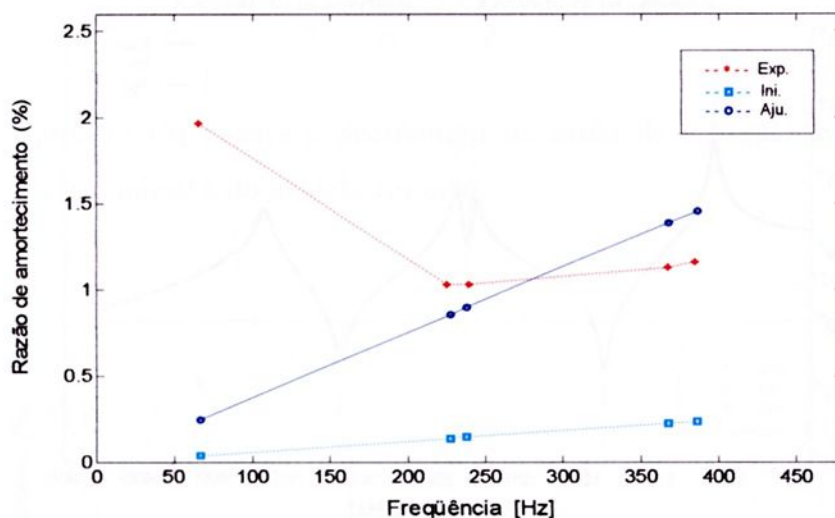


Figura 5.12 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à rigidez

O modelo de amortecimento proporcional à rigidez apresenta uma distribuição da razão de amortecimento modal bastante discrepante ao do modelo de referência, figura (5.12), e conseqüentemente este modelo não é capaz de representar o amortecimento do modelo de referência em toda a faixa de frequência em análise.

5.3.3 - Modelo de Amortecimento Proporcional à Massa e à Rigidez

O modelo de amortecimento introduzido no modelo analítico de elementos finitos, nesta seção, foi definido a partir dos coeficientes de proporcionalidade α e β , os quais são os parâmetros de atualização do modelo. Os coeficientes α e β , como nos demais casos, podem ser estimados também a partir dos valores experimentais, mas foram assumidos valores que resultasse num amortecimento discrepante do experimental.

Neste caso, o ajuste foi excelente, a estabilidade do processo foi alcançada facilmente e os valores obtidos representa adequadamente o amortecimento da estrutura em toda a faixa de frequência em análise, conforme pode ser observado na figura (5.13), através da superposição das FRF(s).

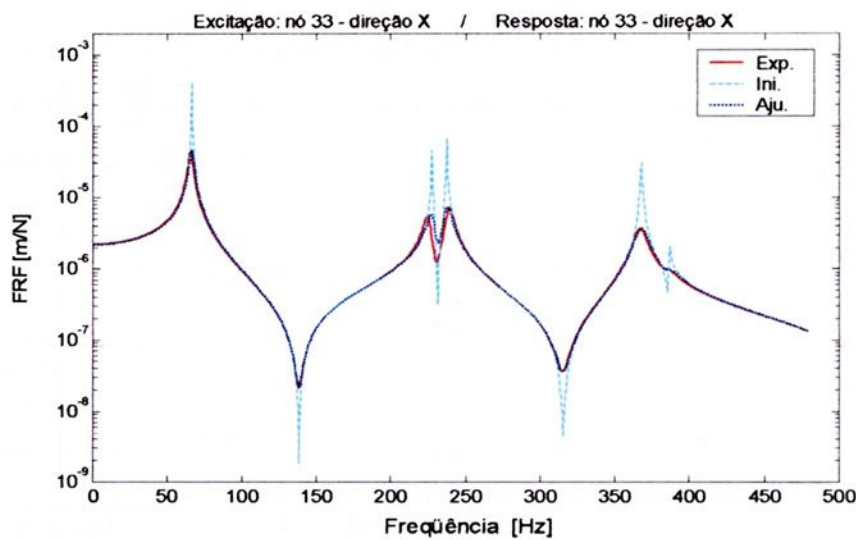


Figura 5.13 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento proporcional à massa e à rigidez

A evolução dos parâmetros de atualização atinge a estabilidade a partir da sétima iteração, conforme ilustra a figura (5.14). Nesta figura é possível verificar que os parâmetros são atualizados simultaneamente em proporções distintas.

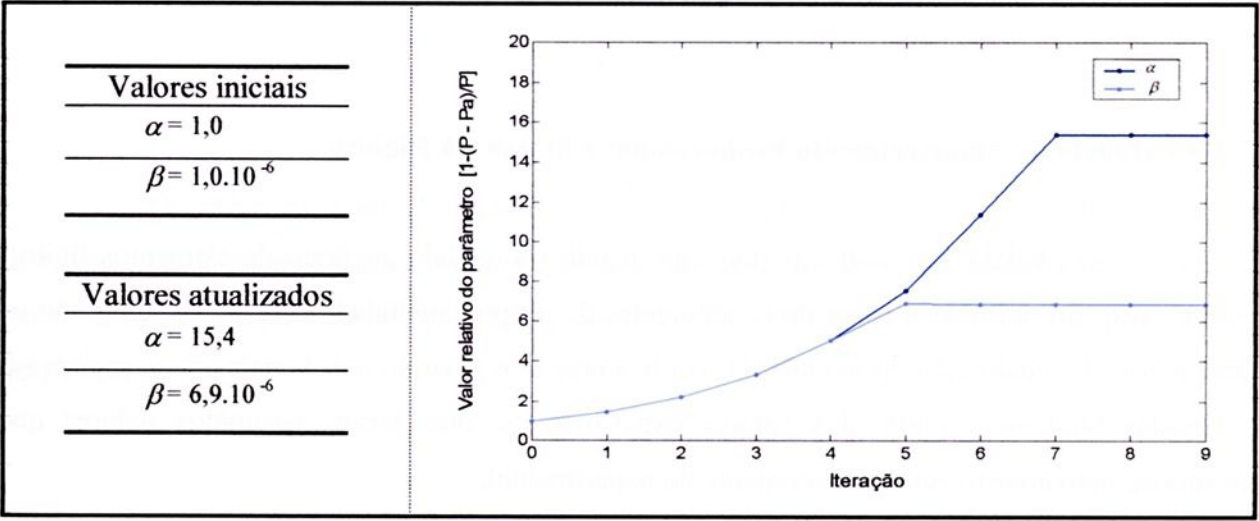


Figura 5.14 - Evolução da atualização dos coeficientes α e β

Para analisar os efeitos do ajuste nas razões de amortecimento, as razões de amortecimento foram calculadas através da expressão:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta \omega_r}{2} \tag{5.2}$$

A figura (5.15) mostra a distribuição da razão de amortecimento do modelo de referência, do modelo inicial e do modelo ajustado.

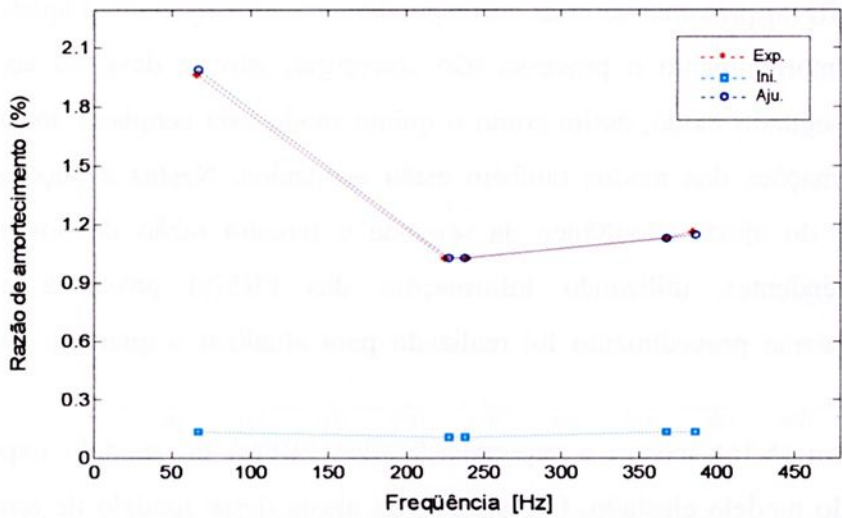


Figura 5.15 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento proporcional à massa e à rigidez

O modelo de amortecimento proporcional à massa e à rigidez é da mesma natureza do modelo introduzido no modelo analítico de referência, portanto este modelo é capaz de representar realisticamente o amortecimento da estrutura, figura (5.15). O ajuste do amortecimento a partir da atualização dos coeficientes α e β foi bem sucedido, mesmo com a introdução de perturbações nas FRF(s) causadas pela pequena alterações de alguns parâmetros físicos e geométricos do modelo analítico.

5.3.4 - Modelo de Amortecimento Modal

O modelo de amortecimento modal, conforme discutido no capítulo 3, parte da suposição de que a matriz de amortecimento seja diagonalizável e utiliza a propriedade de ortogonalidade dos autovetores para o cálculo da matriz de amortecimento. Neste caso, o ajuste

do modelo é efetuado a partir da atualização das razões de amortecimento. Os valores mais sensatos a serem tomados como valores iniciais para o cálculo da matriz de amortecimento, são os valores das razões de amortecimento experimentais, porém neste caso, estes valores iniciais foram definidos como constantes para todos os modos e bastante discrepantes, se comparados com os experimentais.

O Ajuste das razões de amortecimento deve ser realizado uma a uma, com as informações das FRF(s) próximas de suas correspondentes ressonâncias. No ajuste da terceira e quinta razão de amortecimento o processo não convergiu, isto se deve ao acoplamento do terceiro modo ao segundo modo, assim como o quinto modo está acoplado ao quarto e nestas situações as informações dos modos também estão acoplados. Nestas situações o ajuste foi alcançado, através do ajuste simultâneo da segunda e terceira razão de amortecimento em proporções independentes, utilizando informações das FRF(s) próximas a essas duas ressonâncias. O mesmo procedimento foi realizado para atualizar a quarta e quinta razão de amortecimento.

A figura (5.16) mostra a superposição das FRF(s) do modelo experimental, do modelo inicial e do modelo ajustado. O resultado do ajuste desse modelo de amortecimento é estável e os dados obtidos representam adequadamente o modelo de referência.

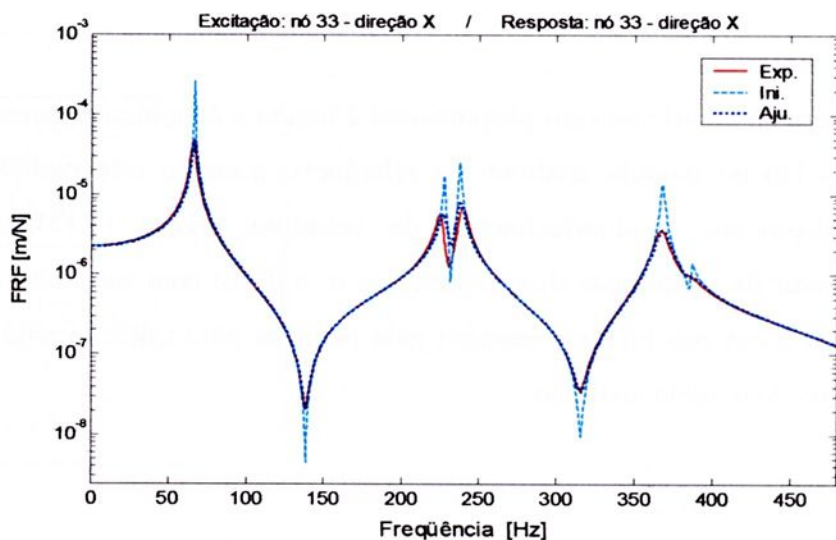


Figura 5.16 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, modelo de amortecimento modal

A figura (5.17) mostra que os valores das razões de amortecimento atualizados são quase idênticos aos experimentais. Até mesmo, para os quatro últimos modos que se tratam de modos acoplados. É possível observar que as razões de amortecimento, a partir dos valores iniciais de 0,3%, são atualizados até a proximidade dos valores de referência.

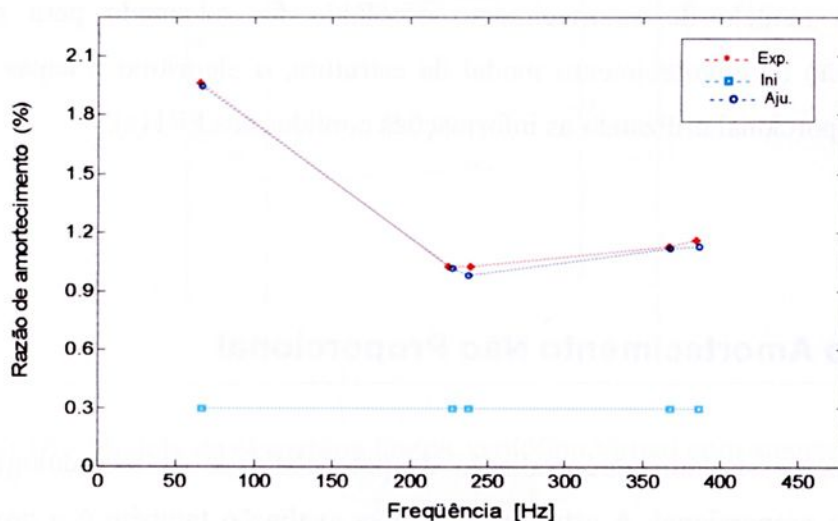


Figura 5.17 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, modelo de amortecimento modal

Este modelo de amortecimento, independe da distribuição da razão de amortecimento do modelo experimental, a sua atualização pode ser efetuada localmente, ou seja, somente em alguns modos sem afetar os demais.

5.3.5 - Discussão

Alguns casos mostraram que nem sempre uma estabilidade no processo de ajuste, significa que o ajuste foi bem sucedido. Portanto, mesmo após o processo ter atingido a estabilidade, é importante verificar a correlação dos modelos e avaliar os valores dos parâmetros atualizados.

Os testes mostram que o modelo baseado no amortecimento modal é adequado para qualquer distribuição de amortecimento modal. Os resultados são altamente satisfatórios e aparenta ser bastante versátil em situações práticas com dados experimentais medidos.

Os casos analisados mostraram que uma observação inicial da distribuição do amortecimento da estrutura pode auxiliar na escolha do melhor modelo para representar tal distribuição. Se o modelo de amortecimento escolhido for adequado para representar a distribuição da razão de amortecimento modal da estrutura, o algoritmo é capaz de ajustar o amortecimento proporcional utilizando as informações contidas nas FRF(s).

5.4 - Ajuste do Amortecimento Não Proporcional

Esta seção, visa uma pré-avaliação da potencialidade da metodologia em ajustar amortecimento não proporcional. A estrutura para essa avaliação também é o protótipo virtual utilizado nas seções anteriores, porém, o modelo “experimental” adotado como referência é simulado com propriedades de amortecimento não proporcional.

Nesta análise, o modelo analítico foi dividido em 2 regiões, figura (5.18), com intensidades de amortecimento distintas. Para cada região R foi definido um coeficiente α_R e β_R que resulta num amortecimento proporcional em nível de região e um amortecimento não proporcional na estrutura toda. Os valores dos coeficientes α_R e β_R foram definidos de tal forma que resultassem FRF(s) razoavelmente amortecidas. Os valores dos coeficientes α_2 e β_2 da região 2, barras verticais, são maiores do que os coeficientes α_1 e β_1 da região 1, barras horizontais. Portanto a região 2 apresenta uma intensidade de amortecimento maior do que a região 1.

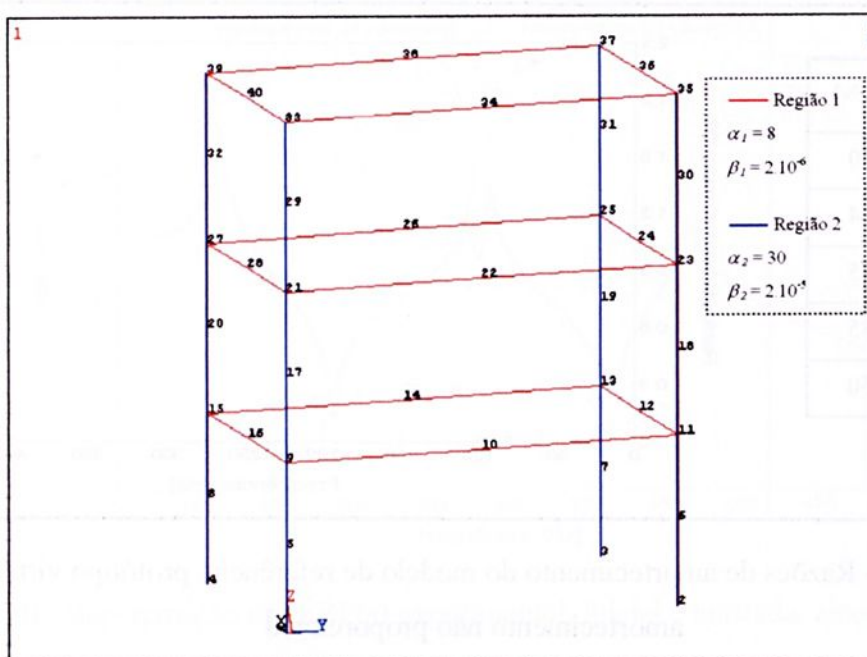


Figura 5.18 - Modelo de elementos finitos, protótipo virtual com amortecimento não proporcional

A matriz de amortecimento a ser incorporada no modelo analítico de elementos finitos é calculada a partir da expressão: $[C]_R = \alpha_R [M]_R + \beta_R [K]_R$, neste caso, foram utilizados os valores de α_R e β_R mostrados na legenda da figura (5.18). A matriz de amortecimento é incluída na matriz de rigidez dinâmica e as FRF(s) são calculadas contendo as informações do amortecimento pretendido.

A figura (5.19) mostra a distribuição da razão de amortecimento modal do modelo experimental, ou de referência, extraídas por análise modal a partir das FRF(s) amortecidas, utilizando o software EMA*.

* Programa de análise modal que utiliza o método de Hibrahin para extrair os parâmetros modais. Desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica / Unesp - Ilha Solteira.

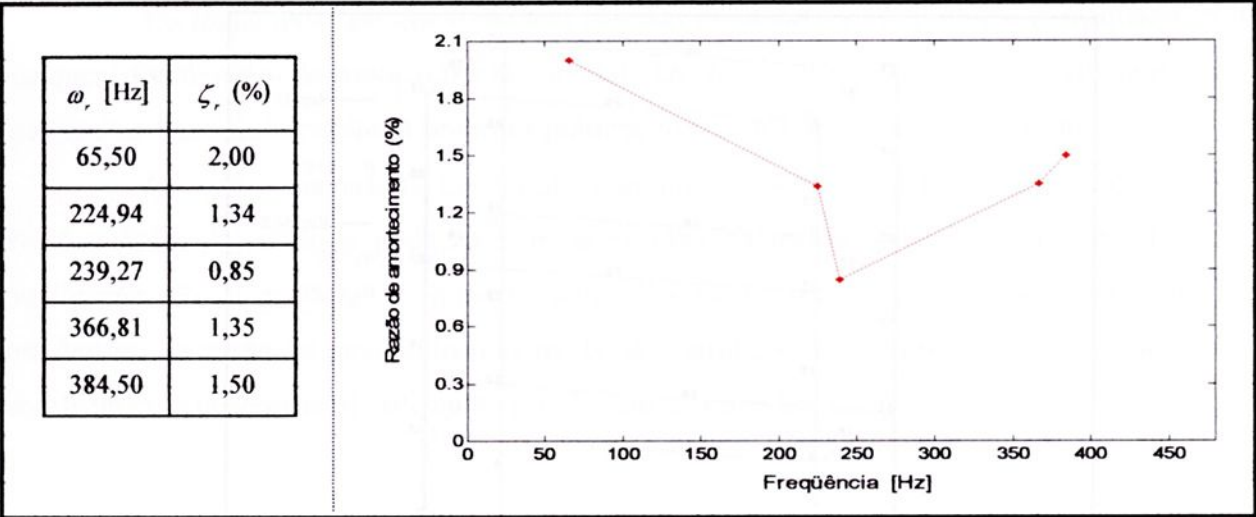


Figura 5.19 - Razões de amortecimento do modelo de referência, protótipo virtual com amortecimento não proporcional

5.4.1 - Amortecimento Não Proporcional Formulado a Partir da Matriz de Massa

Este modelo de amortecimento é definido por um coeficiente de proporcionalidade α_R para cada região do modelo, portanto os parâmetros de ajuste do amortecimento são os coeficientes α_R de cada região.

Os valores dos coeficientes α_R 's foram definidos, inicialmente, como sendo iguais para as duas regiões e de tal forma que o modelo inicial apresentasse uma grande discrepância em relação ao modelo experimental, visando avaliar a potencialidade da metodologia ajustar o amortecimento não proporcional.

O ajuste do amortecimento é efetuado a partir da atualização simultânea e em proporções independentes dos coeficientes α_R 's de cada região.

A figura (5.20) mostra que o comportamento dinâmico dos dois modelos, experimental e ajustado, apresenta uma pequena discrepância de amplitude das FRF(s) nas regiões de algumas ressonâncias, entretanto, nota-se uma melhoria na correlação das FRF(s) após o ajuste.

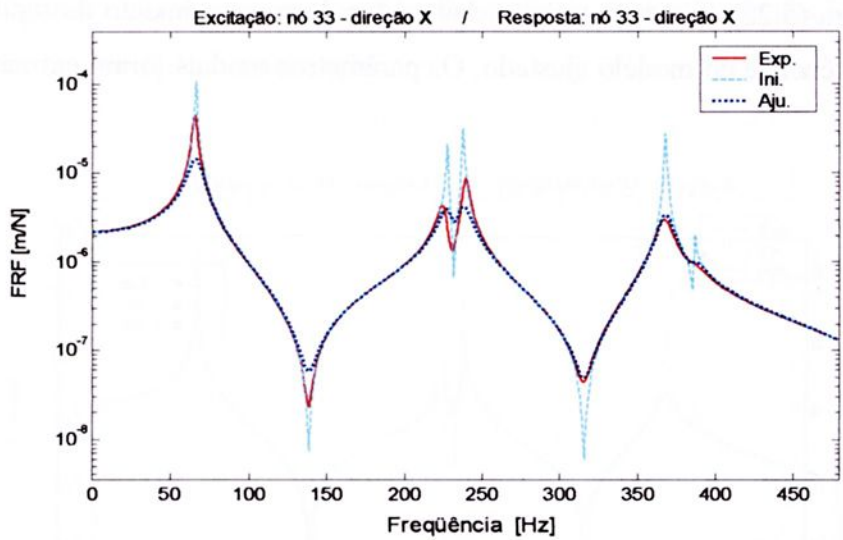


Figura 5.20 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa

A evolução dos coeficientes de proporcionalidade α_R atingiram a estabilidade a partir da décima iteração, figura (5.21), depois dos coeficientes α_R sofrerem um aumento em proporções diferentes.

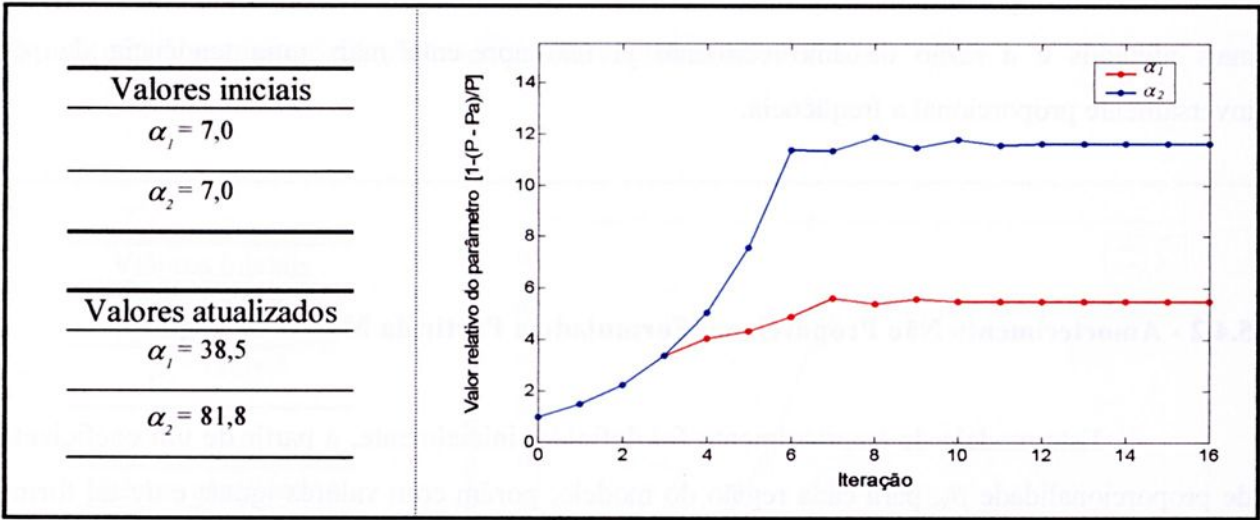


Figura 5.21 - Evolução da atualização dos coeficientes α_R

A figura (5.22) mostra os valores das razões de amortecimento do modelo analítico, do modelo de referência e do modelo ajustado. Os parâmetros modais foram extraídas utilizando o software EMA.

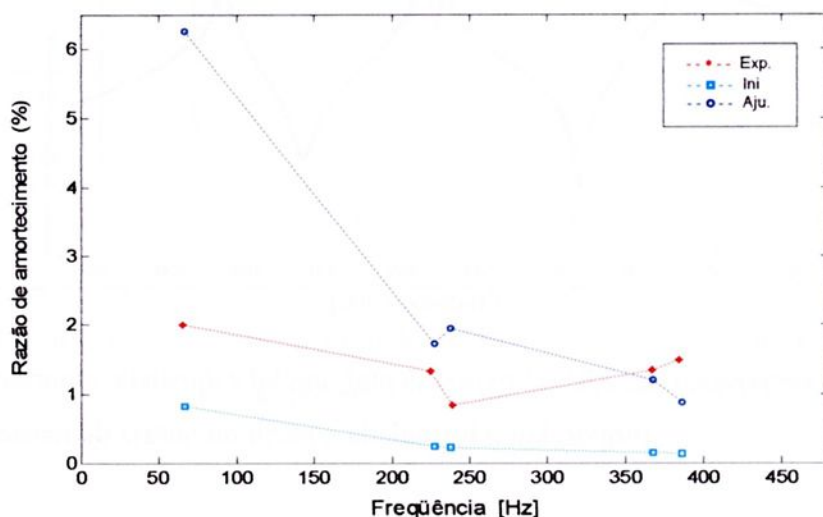


Figura 5.22 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa

Um aspecto a ser observado nas razões de amortecimento é que alguns modos são mais afetados e a razão de amortecimento já não apresenta mais uma tendência de ser inversamente proporcional a frequência.

5.4.2 - Amortecimento Não Proporcional Formulado a Partir da Matriz de Rigidez

Este modelo de amortecimento foi definido, inicialmente, a partir de um coeficiente de proporcionalidade β_R , para cada região do modelo, porém com valores iguais e de tal forma que também resultasse numa grande discrepância em relação ao modelo de referência.

O ajuste deste modelo de amortecimento é efetuada em função da atualização simultânea e em proporções independentes dos coeficientes β_R 's.

Para este modelo de amortecimento o processo de ajuste também atingiu a estabilidade, no entanto, os valores obtidos não representam adequadamente o modelo de

referência. A figura (5.23) mostra uma grande discrepância de amplitude das FRF(s) no primeiro e terceiro modo, mesmo após a atualização.

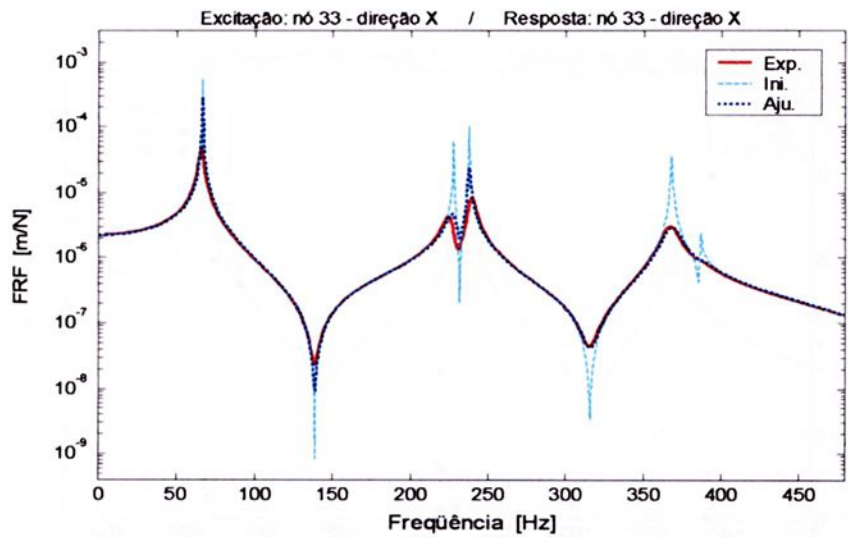


Figura 5.23 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de rigidez

A figura (5.24) mostra que a evolução dos coeficientes de proporcionalidade β_R atingiu a estabilidade a partir da décima sexta iteração, depois do coeficiente β_1 sofrer um significativo aumento em relação ao seu valor inicialmente estimado.

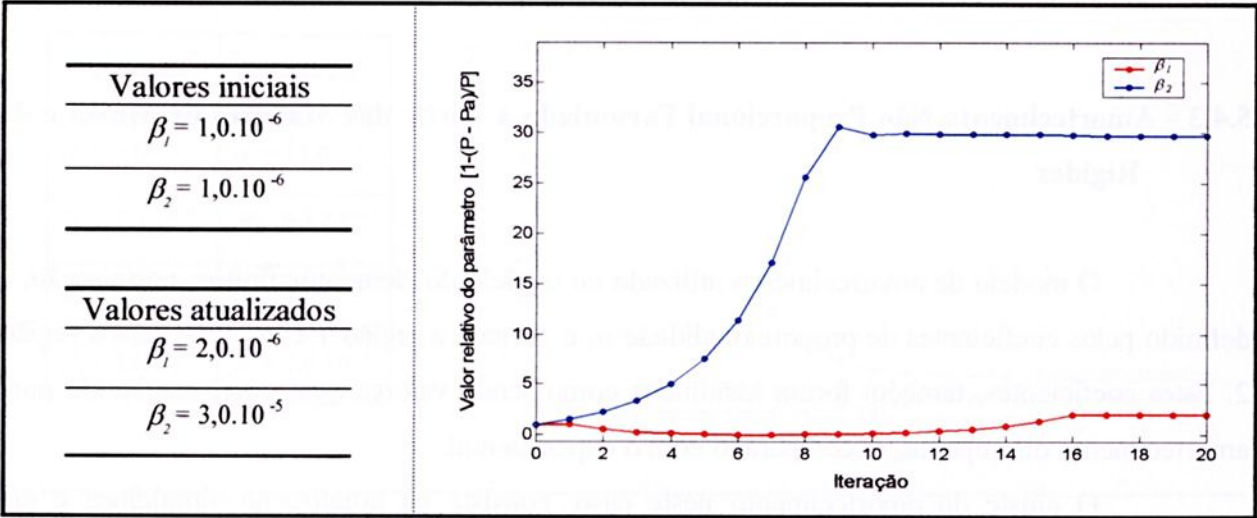


Figura 5.24 - Evolução da atualização dos coeficientes β_R

O gráfico da figura (5.25) mostra os valores das razões de amortecimento do modelo de referência, do modelos inicial e do modelo ajustado. As razões de amortecimento, mesmo após o ajuste, são discrepantes se comparados com as experimentais.

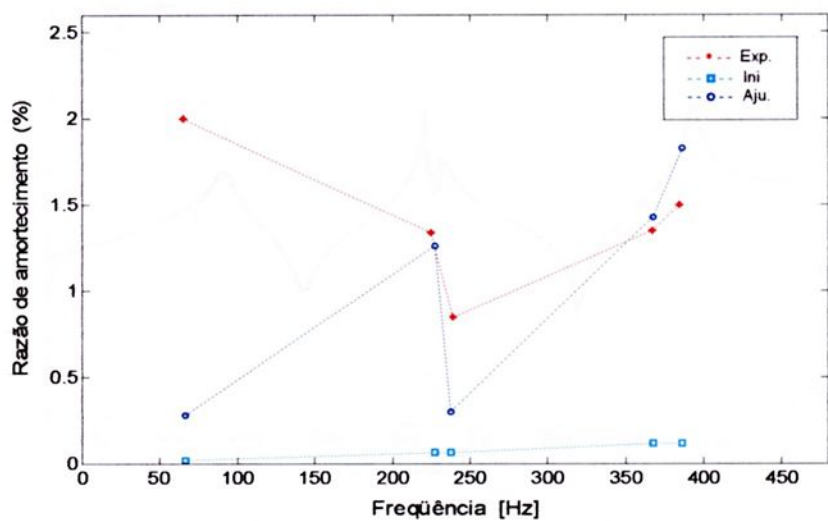


Figura 5.25 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de rigidez

Este modelo também, perde a sua característica de ser diretamente proporcional a freqüência, devido a não proporcionalidade do amortecimento afetar mais acentuadamente alguns modos.

5.4.3 - Amortecimento Não Proporcional Formulado a Partir das Matrizes de Massa e de Rigidez

O modelo de amortecimento utilizado no modelo de elementos finitos, nesta seção, é definido pelos coeficientes de proporcionalidade α_1 e β_1 para a região 1 e α_2 e β_2 para a região 2. Estes coeficientes, também foram assumidos como sendo valores quaisquer, resultando num amortecimento discrepante, se comparado com o experimental.

O ajuste do amortecimento neste caso, consiste na atualização simultânea e em proporções independentes desses quatro coeficientes de amortecimento.

O ajuste foi bem sucedido, o resultado obtido representa adequadamente o amortecimento da estrutura em toda a faixa de frequência em análise, conforme pode ser observado na figura (5.26), através da superposição das FRF(s).

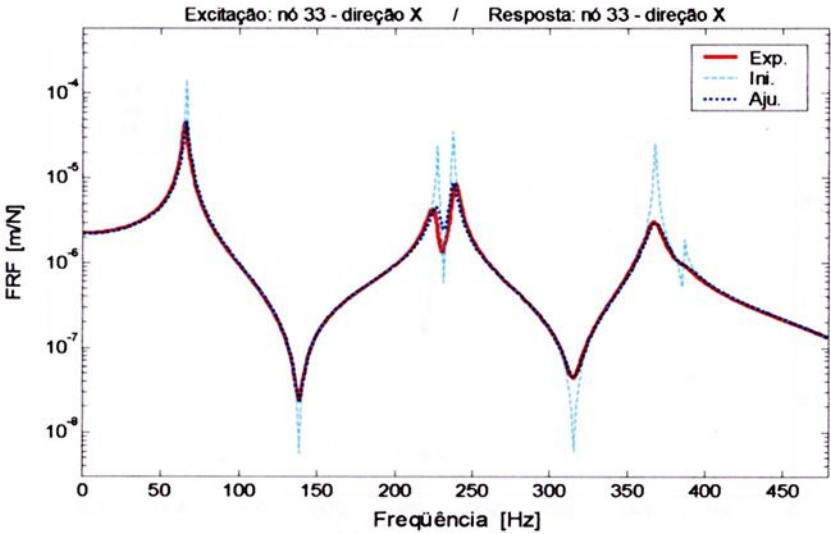


Figura 5.26 - Superposição das FRF(s) experimental, inicial e ajustada, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez

A evolução dos parâmetros de atualização atinge a estabilidade a partir da décima quinta interação, figura (5.27). Nesta figura é possível verificar que os parâmetros são atualizados simultaneamente em proporções distintas.

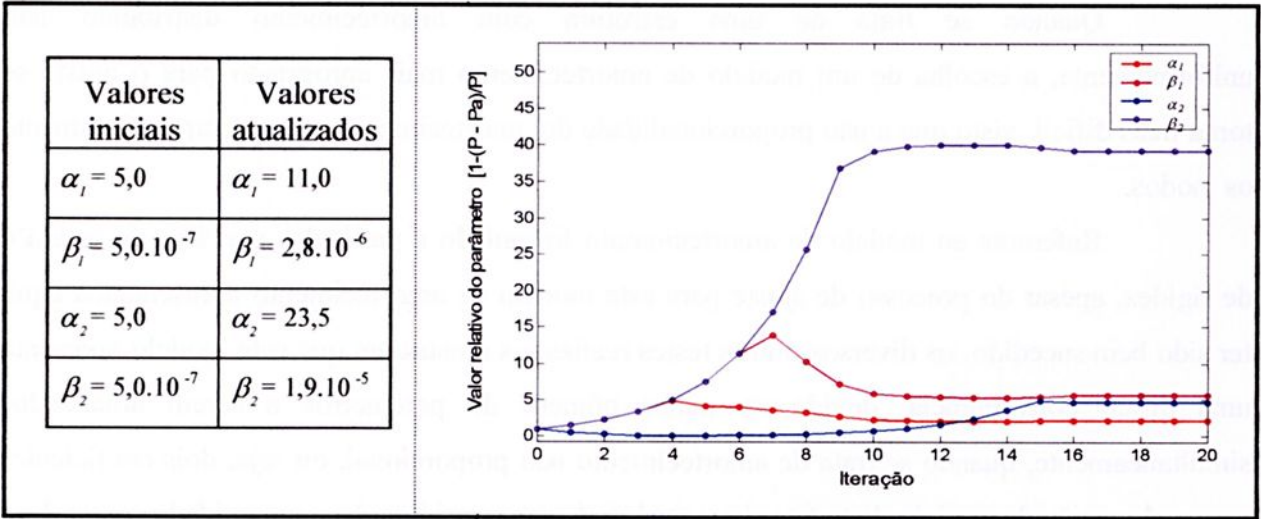


Figura 5.27 - Evolução da atualização dos coeficientes α_R e β_R

A figura (5.28) mostra a distribuição da razão de amortecimento do modelo de referência, do modelo inicial e do modelo ajustado. As razões de amortecimento após o ajuste é bastante próximo das experimentais.

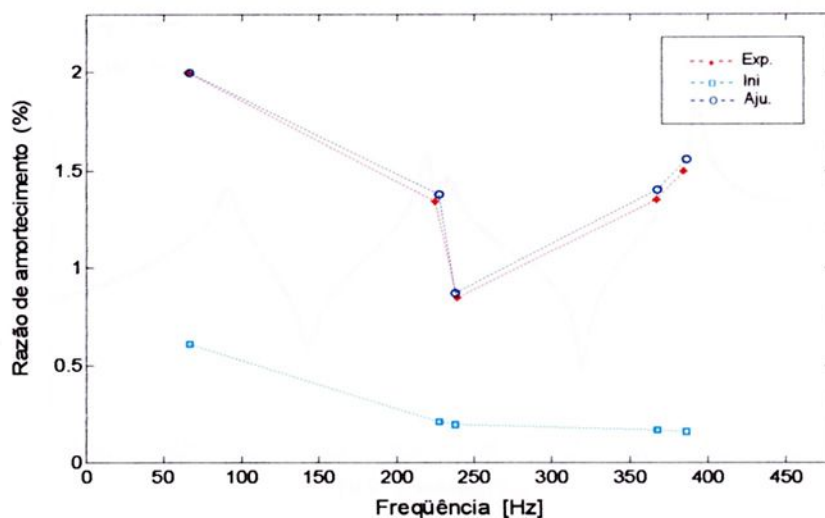


Figura 5.28 - Razões de amortecimento do modelo experimental, inicial e ajustado, amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez

5.4.4 - Discussão

Quando se trata de uma estrutura com amortecimento distribuído não uniformemente, a escolha de um modelo de amortecimento mais apropriado para o ajuste se torna mais difícil, visto que a não proporcionalidade do amortecimento pode afetar distintamente os modos.

Referente ao modelo de amortecimento formulado a partir das matrizes de massa e de rigidez, apesar do processo de ajuste para este modelo de amortecimento apresentados aqui, ter sido bem sucedido, os diversos outros testes realizados mostraram que este modelo apresenta uma difícil convergência, devido ao maior número de parâmetros a serem atualizados simultaneamente, quando se trata de amortecimento não proporcional, ou seja, dois coeficientes para cada região do modelo. Este fato deve ser levado em consideração e um cuidado maior deve ser tomado para a escolha de um conjunto de pontos de frequências mais adequado que resulte no êxito do ajuste.

Os testes preliminares com o protótipo virtual mostrou que é possível também, com as informações contidas nas FRF(s), ajustar o amortecimento não proporcional apesar de ser um processo mais difícil, se comparado com o ajuste do amortecimento proporcional.

Capítulo 3

3.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos com o protótipo virtual.

Os resultados obtidos com o protótipo virtual são apresentados neste capítulo. O primeiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O segundo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O terceiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quarto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quinto item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sexto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sétimo item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O oitavo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O nono item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O décimo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório.

Os resultados obtidos com o protótipo virtual são apresentados neste capítulo. O primeiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O segundo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O terceiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quarto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quinto item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sexto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sétimo item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O oitavo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O nono item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O décimo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório.

Os resultados obtidos com o protótipo virtual são apresentados neste capítulo. O primeiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O segundo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O terceiro item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quarto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O quinto item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sexto item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O sétimo item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O oitavo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O nono item trata da obtenção dos dados de entrada para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório. O décimo item trata da obtenção dos dados de saída para o modelo, a partir das medições realizadas no laboratório.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Exemplos simulados foram utilizados para a avaliação prévia da metodologia, várias situações e modelos de amortecimento foram estudadas e as dificuldades e limitações para o ajuste dos vários modelos de amortecimento viscoso foram discutidas. Contudo, as avaliações com modelos simulados são limitadas, pois por mais bem elaborada que seja a simulação, ela é incapaz de reproduzir toda a complexidade de um experimento e portanto, os exemplos experimentais são decisivos na avaliação da potencialidade da metodologia. Neste capítulo são apresentados dois casos estudados com dados experimentais medidos em estruturas testes.

No primeiro caso, é utilizado uma estrutura simples do tipo viga, que apresenta propriedades físicas e geométricas bem conhecidas, isto permite uma avaliação mais segura da metodologia. No segundo caso, a estrutura é mais complexa e a modelagem apresenta um grau de dificuldade maior conforme será mostrado. A estrutura é composta por várias conexões e juntas, o que representa uma considerável complexidade na elaboração do modelo de elementos finitos.

Parte dos resultados apresentados já foram publicados, artigos anexos. No entanto, são novamente apresentados com discussões adicionais, principalmente enfocando o



amortecimento. Neste capítulo também são apresentados e discutidos os aspectos gerais para obtenção das medidas.

6.1 - Viga com Amortecimento Não Proporcional

A estrutura analisada neste caso é uma estrutura simples do tipo viga com o amortecimento modificado, em algumas regiões. O intuito inicial neste teste é estudar como a metodologia proposta responde, no caso de uma estrutura simples com amortecimento proporcional e não proporcional. A justificativa de se estudar uma estrutura simples é que o modelo analítico da estrutura é bem conhecido e muito próximo do modelo real e os testes experimentais não envolvem grandes complexidades, favorecendo assim, nesta primeira fase, uma avaliação da potencialidade da metodologia proposta de forma mais segura.

A definição do tipo da estrutura teste, mesmo sendo simples, demanda algumas avaliações preliminares, buscando definir dimensões e propriedades que levam à estrutura teste a apresentar as condições e propriedades de interesse para avaliação da metodologia. A simulação computacional é uma etapa bastante relevante nesta fase, pois permite criar um protótipo virtual que possibilite avaliar o comportamento da estrutura e ainda prever vários aspectos importantes para o sucesso dos testes experimentais. A escolha dos pontos de medição da resposta, o melhor ponto de excitação e a faixa de frequência ativa são aspectos importantes que podem inicialmente ser avaliados na simulação.

Um dos primeiros problemas na especificação da estrutura de teste foi encontrar uma estrutura simples com elevado nível de amortecimento que pudesse apresentar amortecimento proporcional e não proporcional. Num trabalho de mestrado precedente a este, Borges (2001) buscou estudar o efeito de amortecimento, adicionando uma camada de silicone na superfície de uma viga com objetivo de aumentar o amortecimento da estrutura. No entanto, a camada de silicone acarretou relativo aumento de massa e um pequeno acréscimo de amortecimento nas FRF(s) experimentais, limitando a avaliação da metodologia.

Para este trabalho, as propriedades do modelo foram modificadas pela colagem de um tipo de fita adesiva própria para aumento de amortecimento, fabricada pela 3M. A fita adesiva é composta por um filme de alumínio de espessura 0,3 mm e por um adesivo de tato permanente a base de polímero acrílico com propriedades viscoelásticas de amortecimento. Este

tipo de adesivo tem sido muito utilizado em fuselagens de aviões, palhetas de turbinas e outras superfícies vibrantes para atenuação do nível de vibração e ruído. A disposição e a quantidade de adesivo colada na estrutura permitiu simular tanto a condição de amortecimento proporcional quanto não proporcional.

6.1.1 - Testes Preliminares

Os testes referidos nesta seção inclui desde a construção da estrutura teste até a estimativa preliminar de alguns parâmetros modais. Na tabela (6.1) são apresentados os materiais e instrumentos utilizados no experimento.

Tabela 6.1 - Materiais e instrumentos utilizados no experimento, caso 1

Itens	Especificações
Sistema de aquisição	Fabricante: Data Physics Corporation SignalCalc Ace - 32 bits Frequência máxima de operação: 20 kHz 2 entradas e 2 saídas
Condicionador de sinais	Fabricante: PCB Piezotronics, Inc Banda de frequência: 0,15 Hz a 100 kHz Fonte de alimentação: Baterias
Notebook	Processador Pentium /32 MB – RAM
Martelo instrumentado	Fabricante: PCB Piezotronics, Inc. Faixa de força: 0 a 1000 lbf
Acelerômetro axial	Fabricante: PCB Piezotronics, Inc. Sensibilidade: 11 mV/g
Barras de aço	ABNT 1010
Adesivo para amortecimento	Fabricante: 3M
Elásticos	

Foram construídas duas estruturas, numa primeira barra foi colado adesivo ao longo de toda a superfície e em apenas uma das faces, caracterizando uma estrutura com amortecimento proporcional. Na segunda barra, o adesivo foi colado nas duas faces, mas somente em algumas regiões da estrutura, visando obter amortecimento não proporcional. A figura (6.1) mostra a colagem do adesivo na superfície de uma viga.



Figure 6.1 - Colagem do adesivo na viga, caso 1

A montagem do experimento resume-se em deixar a viga suspensa por elásticos, fixar o acelerômetro nos devidos pontos, conectar os cabos do acelerômetro e do martelo instrumentado no sistema de aquisição e por fim configurar o sistema de aquisição. A seguir, serão discutidos alguns detalhes relevantes da montagem desse experimento.

A ponta do martelo instrumentado é um fator que influencia diretamente na qualidade do sinal medido e deve ser adequada para excitar a faixa de frequências de interesse. A escolha da ponta do martelo foi definida a partir de testes com diferentes pontas avaliando as características das FRF(s) na faixa de frequência de interesse. As figuras (6.2) e (6.3) mostram respectivamente os detalhes da suspensão e da excitação por um martelo instrumentado.

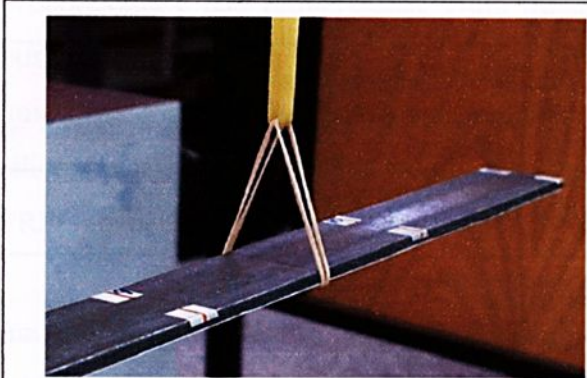


Figura 6.2 - Detalhe da suspensão, caso 1

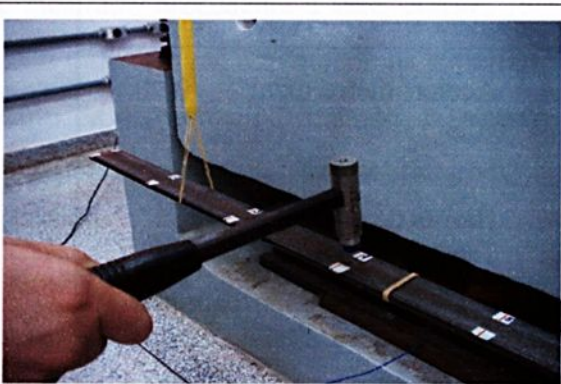


Figura 6.3 - Entrada Impulsiva, caso 1

A suspensão deve representar adequadamente a condição desejada da viga, neste caso, a condição livre-livre. A interferência da suspensão nos resultados dos testes também é um aspecto importante a ser considerado na definição das condições do experimento. Vários testes variando o tipo de suspensão foram realizados, buscando definir uma suspensão que apresentasse menor interferência nas medidas.

Um outro aspecto importante a ser considerado é a verificação da fixação do acelerômetro no ponto exato de medida. A fixação irregular do acelerômetro pode acarretar distorção no sinal medido. A definição da malha dos pontos de medida também é muito importante no contexto de ajuste de modelo, pois garante a equivalência topológica entre o modelo analítico e experimental. A figura (6.4) mostra a montagem do experimento e o detalhe da fixação do acelerômetro em um dos pontos de medida.

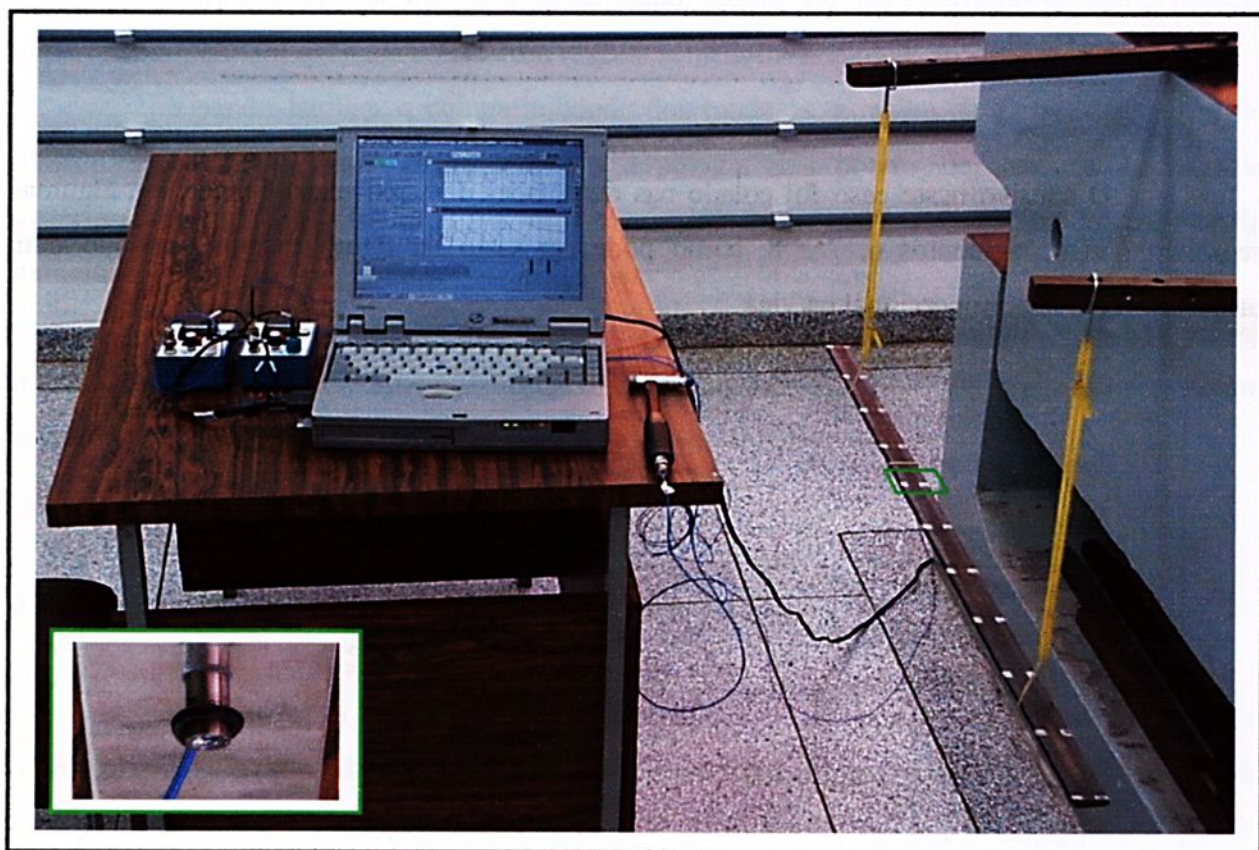


Figura 6.4 - Montagem experimental, caso 1

Nesta fase de pré-teste a intensidade dos sinais foi previamente avaliada, buscando controlar a qualidade das medidas.

6.1.2 - Modelo Experimental

A estrutura teste analisada é uma viga de 1 m de comprimento e área de seção transversal (31 x 4,5) mm. A tabela (6.2) resume as principais propriedades de material da viga, aço ABNT 1010. Nesta seção será abordado somente a análise da viga com amortecimento não proporcional, a análise da viga com amortecimento proporcional foi previamente discutida em um artigo, anexo II, publicado recentemente e não será apresentado nesta dissertação.

Tabela 6.2 - Propriedades de material, caso 1

Propriedades	Valores
Módulos de elasticidade	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$
Massa específica	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
Coefficiente de Poisson	0,30

O adesivo neste caso foi colado nas duas faces da viga, mas somente em algumas regiões da viga, elementos 6, 7 e 8, como pode ser visto na figura (6.5), resultando num amortecimento não proporcional na viga.

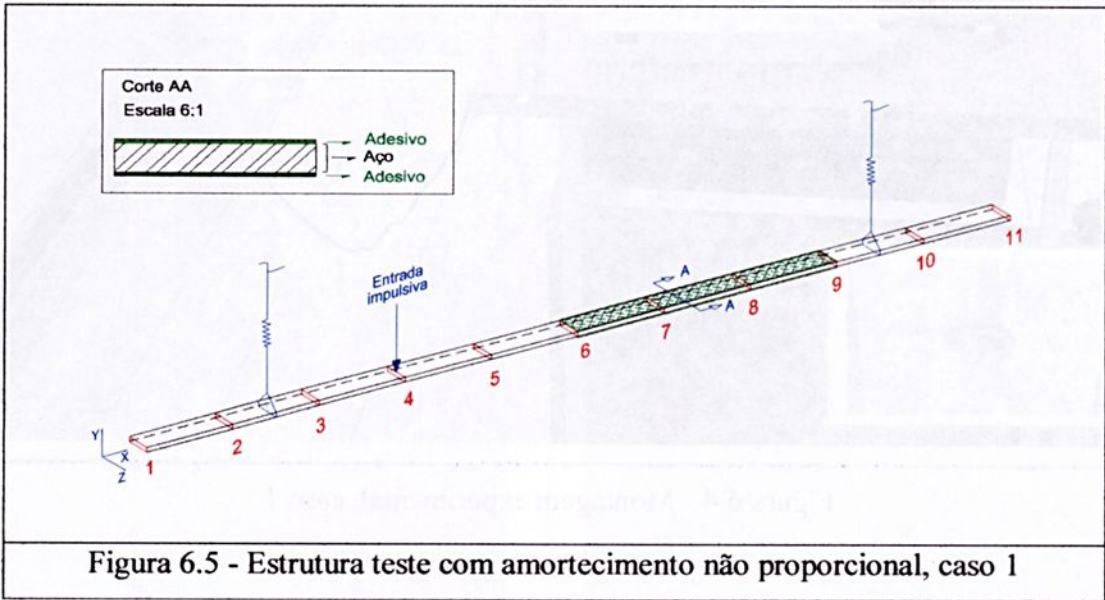


Figura 6.5 - Estrutura teste com amortecimento não proporcional, caso 1

Os dados experimentais foram obtidos a partir da análise modal da estrutura, a excitação utilizada é do tipo impulsiva, aplicada no nó 4 na direção Y, ilustrada na figura (6.5). As respostas foram medidas em 11 pontos na mesma direção da excitação, usando acelerômetro axial distribuído ao longo da viga. A faixa de frequência de aquisição denominada de frequência ativa é de 0 a 600 Hz.

6.1.3 - Modelo Analítico

O modelo analítico é gerado por elementos finitos utilizando o software PROMU* e o tipo de elemento utilizado para a modelagem foi do tipo viga 2D. A estrutura é discretizada com 21 nós, totalizando 20 elementos e 42 graus de liberdade analíticos. A utilização do elemento de viga 2D permite uma análise da estrutura no plano, facilitando sua equivalência com o modelo experimental, que foi excitada e teve suas respostas medidas numa única direção.

Visando facilitar a compatibilidade dos modelos, a malha de elementos finitos foi discretizada levando-se em consideração a topologia dos pontos de medidas do modelo experimental. O modelo analítico possui nós coincidindo com todos os pontos de medidas do modelo experimental, o que favorece a equivalência entre modelos.

A influência das propriedades físicas do adesivo não foram consideradas na modelagem inicial por motivos simplificativos, no entanto, as propriedades geométricas foram consideradas na modelagem devido a facilidade de sua obtenção.

6.1.4 - Correlação e Atualização de Parâmetros do Modelo

A correlação entre o modelo analítico e experimental permite avaliar a representatividade do modelo analítico, a partir da discrepância dos parâmetros modais dos dois modelos. Quando uma discrepância acentuada é verificada na correlação dos modelos, o modelo analítico é ajustado através da atualização de seus parâmetros, visando um modelo mais representativo.

* Programa de ajuste de modelos, Desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica / Unesp-Ilha Solteira.



A tabela (6.3) mostra a correlação dos modelos antes do ajuste. A correlação inicial mostra uma pequena diferença entre as frequências naturais experimentais e analíticas e MAC-valores próximos de 100%, indicando que os modos estão bem correlacionados. Essas pequenas diferenças de frequências naturais, em torno de 2%, podem ser consideradas elevadas para uma estrutura simples como a viga analisada, o que justifica o ajuste do modelo.

Tabela 6.3 - Correlação inicial dos modelos, caso 1

Modelo experimental		Modelo analítico		Correlação inicial	
Modo	ω^E [Hz]	Modo	ω^A [Hz]	$\frac{\omega^A - \omega^E}{\omega^E}$ (%)	MAC (%)
1	24,08	1	25,12	4,32	99,8
2	67,08	2	68,81	2,58	99,9
3	130,29	3	133,93	2,79	99,8
4	217,37	4	220,94	1,64	99,6
5	323,79	5	329,96	1,91	99,9
6	453,16	6	461,75	1,90	99,9

Nesta etapa do ajuste, ainda não são incorporados os efeitos de amortecimento e o ajuste é realizado somente em termos dos parâmetros físicos e/ou geométricos do modelo de elementos finitos.

A estrutura analisada é bem simples, com uma gama de possíveis parâmetros de atualização bastante reduzido, o que dispensa uma análise de sensibilidade. Neste caso, os parâmetros físicos da viga são bem conhecidos, portanto o comportamento dinâmico do modelo analítico será ajustado a partir da atualização dos parâmetros geométricos, mais especificamente, inércia I_z e área da seção transversal das duas regiões, com adesivo e sem adesivo, simultaneamente e em proporções independentes.

A tabela (6.4) mostra a correlação após o ajuste, as diferenças entre as frequências diminuiram significativamente e os modos continuaram bem correlacionados, conforme pode ser verificado através dos MAC-valores.

Tabela 6.4 – Correlação final dos modelos, caso 1

Modelo experimental		Modelo ajustado		Correlação final	
Modo	ω^E [Hz]	Modo	ω^U [Hz]	$\frac{\omega^U - \omega^E}{\omega^E}$ (%)	MAC (%)
1	24,08	1	24,50	1,74	99,8
2	67,08	2	67,25	0,25	99,9
3	130,29	3	131,24	0,73	99,8
4	217,37	4	216,82	-0,25	99,6
5	323,79	5	323,31	-0,15	99,9
6	453,16	6	452,13	-0,23	99,9

A figura (6.6) mostra a superposição das FRF(s) do modelo experimental, do modelo analítico e do modelo ajustado. Nesta figura é possível observar uma significativa melhoria do comportamento dinâmico do modelo analítico após a atualização simultânea das inércias I_z e das áreas da seção transversal das regiões da viga, sem adesivo e com adesivo.

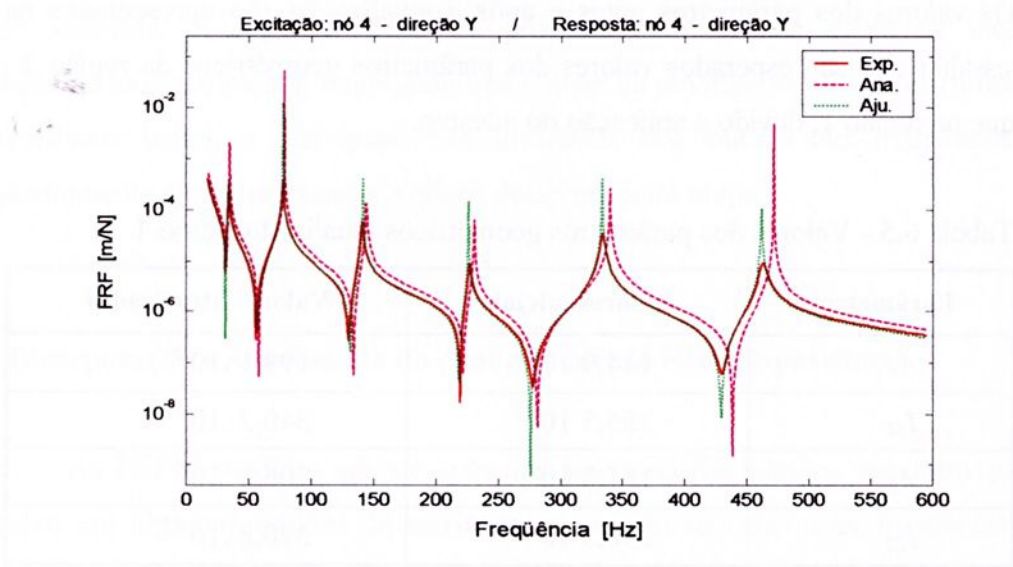


Figura 6.6 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e ajustada, caso 1

A figura (6.7) mostra a evolução dos parâmetros atualizados. Nesta figura é possível verificar que a variação dos parâmetros foi estabilizada após 3 iterações.

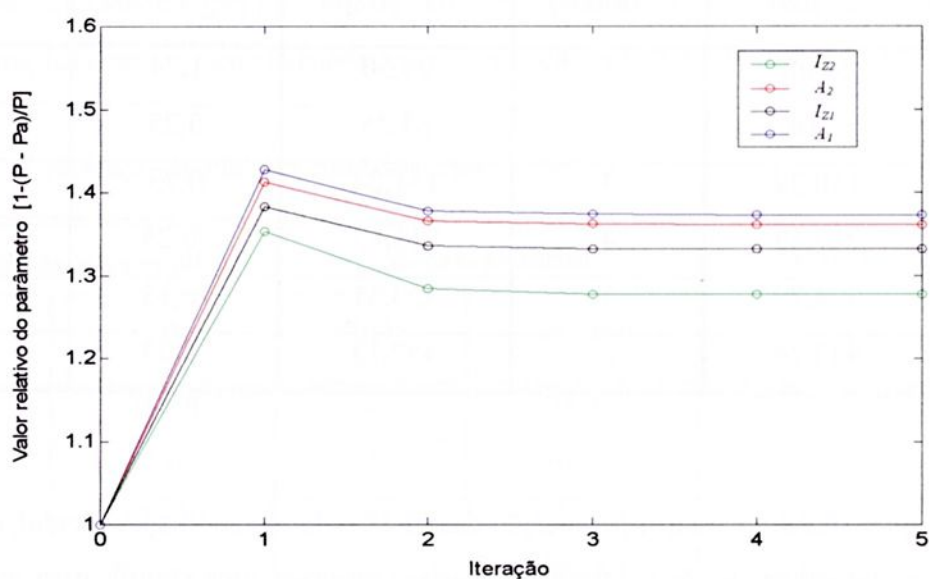


Figura 6.7 - Evolução dos parâmetros atualizados, caso 1

Os valores dos parâmetros antes e após a atualização são apresentados na tabela (6.5), vale ressaltar que são esperados valores dos parâmetros geométricos da região 2 na viga maiores do que na região 1, devido a aplicação do adesivo.

Tabela 6.5 - Valores dos parâmetros geométricos atualizados, caso 1

Parâmetros	Valores iniciais	Valores atualizados
A_1	$144,9 \cdot 10^{-6}$	$199,1 \cdot 10^{-6}$
I_{21}	$255,5 \cdot 10^{-12}$	$340,2 \cdot 10^{-12}$
A_2	$151,2 \cdot 10^{-6}$	$206,0 \cdot 10^{-6}$
I_{22}	$290,3 \cdot 10^{-12}$	$370,8 \cdot 10^{-12}$

A correlação quantitativa das FRF(s) é mostrada na figura (6.8). Após a atualização dos parâmetros geométricos, os FRAC-valores aumentaram, porém seus valores continuam baixos, em torno de 0,1. Esse baixo valor é causado principalmente pela diferença de amplitudes

das FRF(s) causada pela ausência de amortecimento no modelo analítico. A incorporação do amortecimento no modelo analítico permite uma melhor avaliação deste efeito, conforme será discutido na próxima seção.

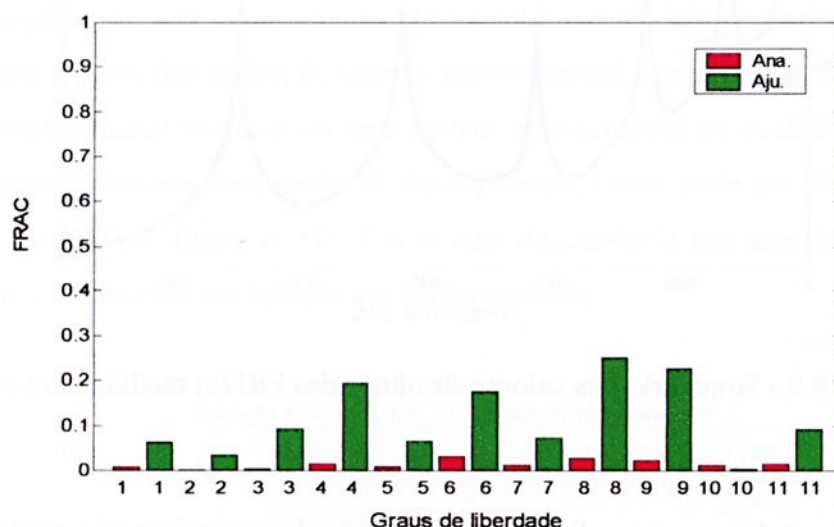


Figura 6.8 - FRAC-valores antes e após a atualização dos parâmetros geométricos, caso 1

Os resultados apresentados mostram que a primeira etapa do procedimento de ajuste foi bem sucedida. A segunda etapa do procedimento consiste agora na incorporação e atualização do amortecimento, lembrando que o nível de amortecimento em estruturas mecânicas é relativamente baixo, o que quase não influencia nos valores das frequências naturais e conseqüentemente não compromete o ajuste dessa primeira etapa.

6.1.5 - Incorporação e Atualização do Amortecimento Não Proporcional

As FRF(s) medidas antes e após a colagem da fita adesiva, mostram que a colagem do adesivo em algumas regiões da estrutura quase não modificou as frequências naturais e resultou num considerável aumento do amortecimento como pode ser observado na figura (6.9). A figura mostra através do somatório dos valores absolutos das FRF(s) medidas na viga antes e após a colagem do adesivo.

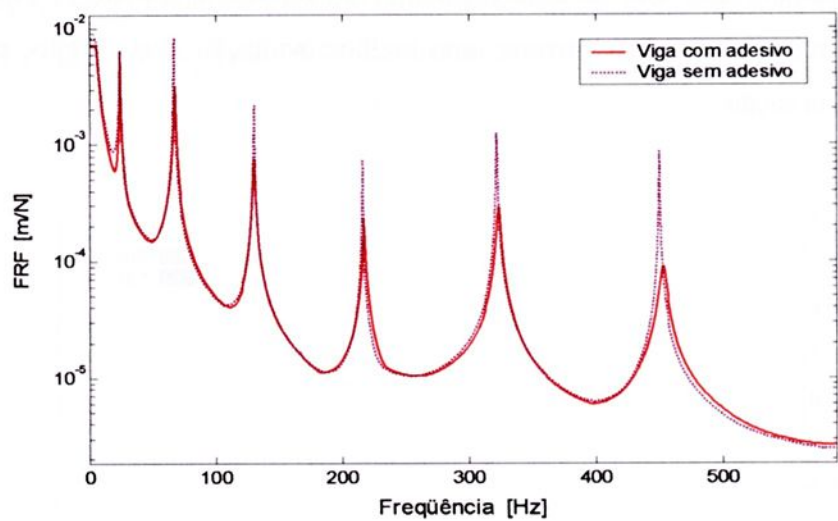


Figura 6.9 - Somatório dos valores absolutos das FRF(s) medidas, caso 1

A figura (6.10) mostra a distribuição da razão de amortecimento modal da estrutura com adesivo obtida por análise modal. A curva da distribuição de amortecimento permite escolher o modelo de amortecimento formulado a partir das matrizes de massa e de rigidez, visto que a curva mostra uma distribuição da razão de amortecimento modal experimental inversamente proporcional a frequência nos primeiros modos e com uma leve tendência de ser proporcional nos últimos modos.

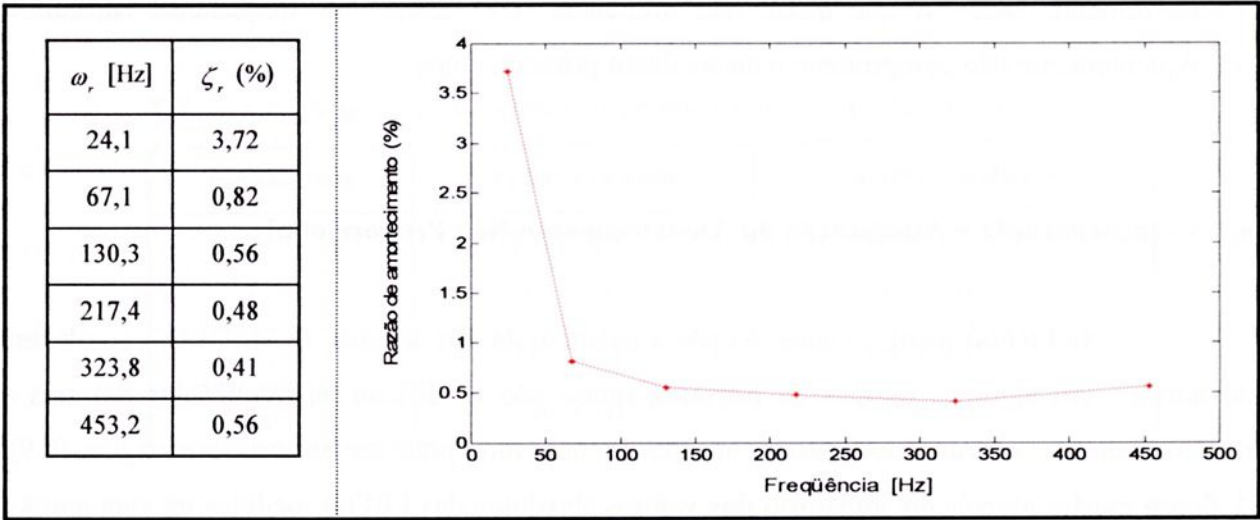


Figura 6.10 - Distribuição da razão de amortecimento modal experimental, caso 1

O amortecimento a ser introduzido na modelagem por modelo de elementos finitos, foi definido a partir dos coeficientes de proporcionalidade α_1 e β_1 para a região sem adesivo e um coeficiente de proporcionalidade α_2 e β_2 para a região com adesivo.

Num primeiro modelo os valores dos coeficientes foram definidos como sendo iguais para as duas regiões, ou seja, o amortecimento inicial é um modelo proporcional. Esses valores foram estimados a partir das razões de amortecimento modal experimental do primeiro e último modo. A estimativa inicial resultou em uma melhor representação do modelo comparado com o modelo sem amortecimento, mas ainda há discrepâncias, como pode ser verificado através da superposição das FRF(s), figura (6.11). Existe uma discrepância nas amplitude das FRF(s) do modelo analítico amortecido em relação aos dados medidos.

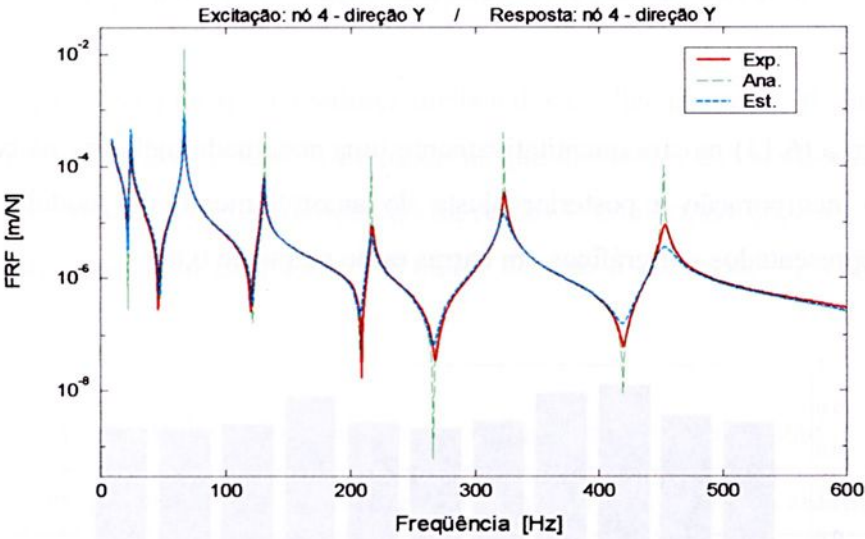


Figura 6.11 - Superposição das FRF(s) experimental, analítica e estimada, caso 1

Verificada a discrepância dos modelos, o ajuste do amortecimento foi efetuado através da atualização dos coeficientes α e β , das duas regiões simultaneamente e em proporções independentes. Os resultados mostram uma melhor representação do modelo, figura (6.12), após a atualização dos coeficientes de amortecimento.

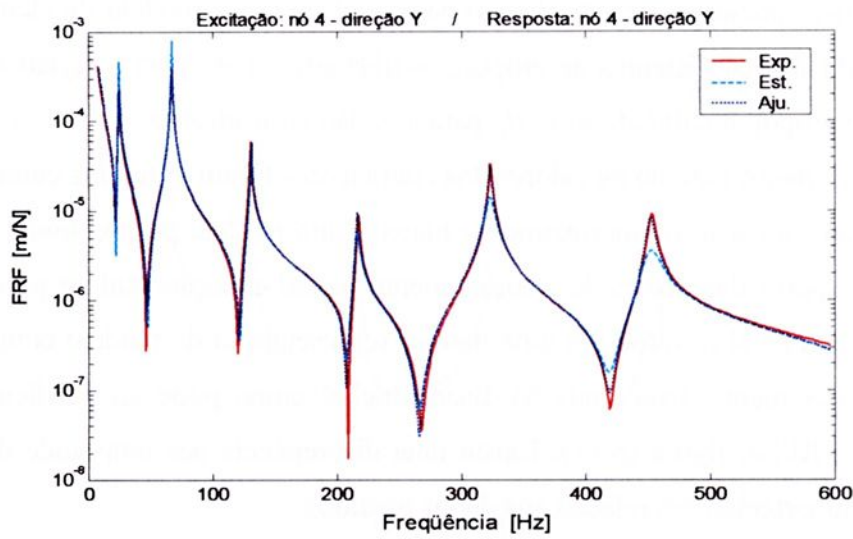


Figura 6.12 - Superposição das FRF(s) experimental, estimada e ajustada, caso 1

A figura (6.13) mostra quantitativamente uma acentuada melhoria na correlação dos modelos após a incorporação e posterior ajuste do amortecimento no modelo analítico, os FRAC-valores representados por gráficos em barras estão acima de 0,85.

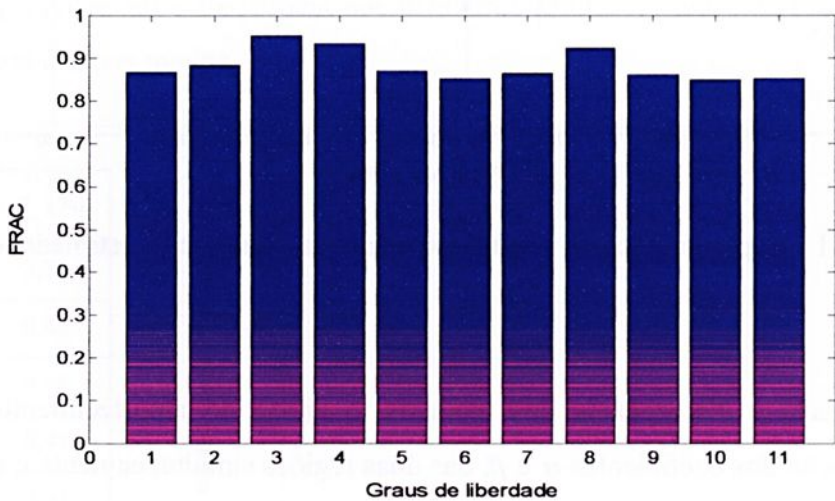


Figura 6.13 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa e de rigidez, caso 1

A evolução dos coeficientes α e β para as regiões da estrutura é mostrada na figura (6.14), na qual é possível verificar que a estabilidade é atingida a partir da quinta iteração.

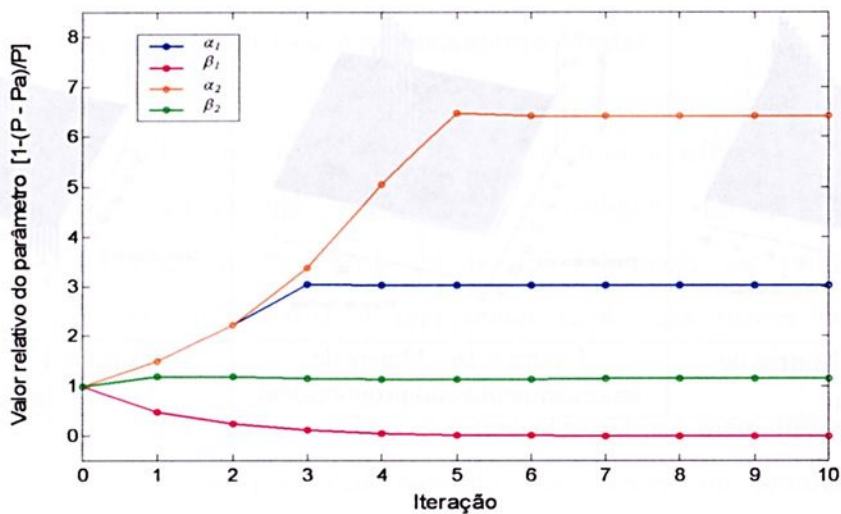


Figura 6.14 - Evolução dos parâmetros atualizados, caso 1

A tabela (6.6) mostra os valores iniciais dos coeficientes α e β das duas regiões da estrutura e seus valores atualizados. Vale observar que os valores dos coeficiente atualizados da região 2 são bem maiores que os coeficientes da região 1, conforme esperado. Isto significa que o amortecimento atualizado da região 2 é maior do que o da região 1, o que é fisicamente consistente.

Tabela 6.6 - Valores dos coeficientes de amortecimento atualizados, caso 1

Parâmetros	Valores iniciais	Valores atualizados
α_1	1,50	4,56
β_1	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$9,77 \cdot 10^{-9}$
α_2	1,50	9,65
β_2	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$1,15 \cdot 10^{-5}$

O modelo analítico de elementos finitos é representado por um conjunto de 63 equações de movimento, uma para cada grau de liberdade, esse conjunto pode ser representado matematicamente por matrizes. A figura (6.15) mostra a matriz de massa associada as forças de inércia do sistema, a figura (6.16) a matriz de amortecimento viscoso proporcional representando as forças dissipativas do sistema e por fim a figura (6.17) mostra a matriz de rigidez associada as forças elásticas do sistema.

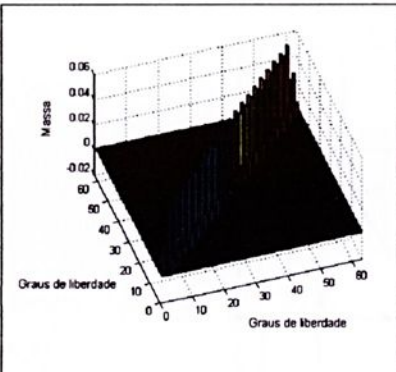


Figura 6.15 - Matriz de massa

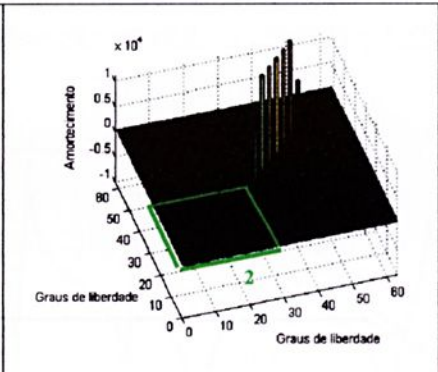


Figura 6.16 - Matriz de amortecimento não proporcional

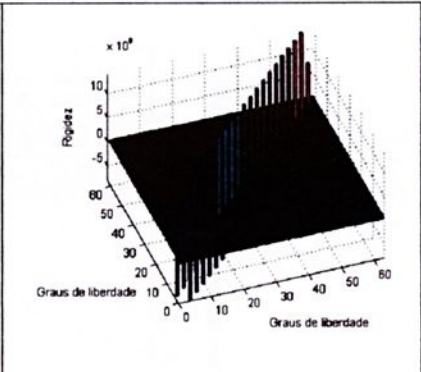


Figura 6.17 - Matriz de rigidez

A matriz de amortecimento apresenta regiões com intensidades de amortecimento distintas, como pode ser observado na matriz apresentada na figura (6.16). As posições nessas matrizes podem ser facilmente associadas à estrutura por se tratar de uma viga simples analisada no plano. Na figura (6.16) é possível verificar as regiões com amplitudes mais acentuadas que correspondem ao amortecimento dos graus de liberdade da região da viga com adesivo. A figura (6.18) mostra o detalhe ampliado da matriz de amortecimento não proporcional. Nesta figura é possível averiguar que os componentes da matrizes de amortecimento que representam as regiões sem adesivo da viga apresentam valores relativamente pequenos se comparados com as regiões com adesivo, porém não são nulos. Este fato indica que o modelo de amortecimento ajustado, representa a região da viga com um nível de amortecimento relativamente elevado se comparado com as demais regiões da viga sem adesivo, mostrando que este modelo de amortecimento ajustado é fisicamente consistente.

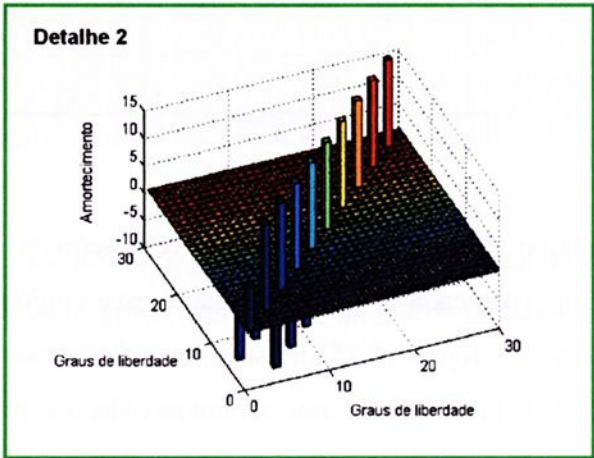


Figura 6.18 - Detalhe da matriz de amortecimento não proporcional

6.1.6 - Incorporação e Atualização do Amortecimento Modal

Os testes realizados com dados simulados tem mostrado que este modelo de amortecimento proporcional é capaz de representar qualquer amortecimento na faixa de frequência ativa, independente do amortecimento de referência ser proporcional ou não proporcional e ainda permite avaliar a representatividade das razões de amortecimento experimentais no modelo analítico.

O modelo de amortecimento modal é uma das formas mais diretas de elaborar um modelo de amortecimento proporcional baseado nas razões de amortecimentos modal experimental ζ . Entretanto, a boa representatividade desse modelo de amortecimento depende do sucesso da primeira etapa do ajuste, pois a existência de acentuadas discrepâncias nas frequências naturais podem interferir no cálculo do amortecimento modal a ser introduzido no modelo de elementos finitos, visto que o mesmo é dado pela expressão, $c_r = 2\omega_r^A \zeta_r^E$. Vale enfatizar que discrepâncias dentro da faixa esperada no processo de ajuste, 3% nas ressonâncias, influenciam muito pouco no amortecimento modal e conseqüentemente não interfere consideravelmente nas amplitudes das FRF(s) nas ressonâncias.

Portanto, a precisão das razões de amortecimento experimental extraída por análise modal, vai refletir diretamente e isoladamente nas correspondentes amplitudes de ressonância de cada modo. No processo de ajuste, a vantagem desse modelo é a possibilidade do dinamicista proceder a atualização, através das razões de amortecimento dos modos que não estão representados satisfatoriamente, sem alterar as razões de amortecimento dos outros modos consideradas satisfatórias.

A figura (6.19) mostra, através da superposição das FRF(s) o efeito da incorporação deste amortecimento nas FRF(s) do modelo de elementos finitos. Nessa figura é possível observar uma notável discrepância na amplitude de ressonância do primeiro modo, indicando que apenas a razão de amortecimento associada a este modo não representa satisfatoriamente o correspondente modo do modelo analítico. Portanto o ajuste do amortecimento do modelo consiste na correção apenas da primeira razão de amortecimento modal a partir das informações contidas nas FRF(s) nas proximidades da correspondente ressonância

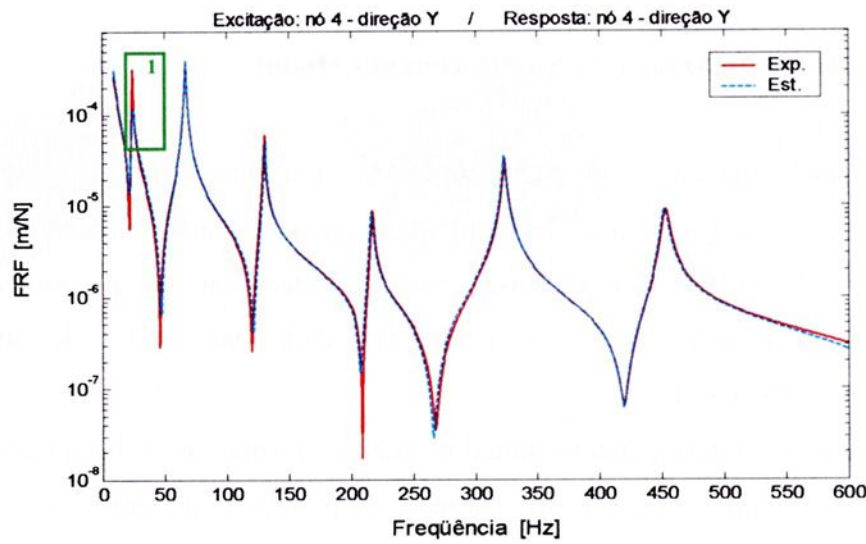


Figura 6.19 - Superposição das FRF(s) experimental e estimada, caso 1

A figura (6.20) mostra o detalhe da região do primeiro modo para as FRF(s) obtidas no ponto de excitação antes e após a atualização da razão de amortecimento associada ao primeiro modo. Vale lembrar que as outras regiões das FRF(s) permanecem inalteradas.

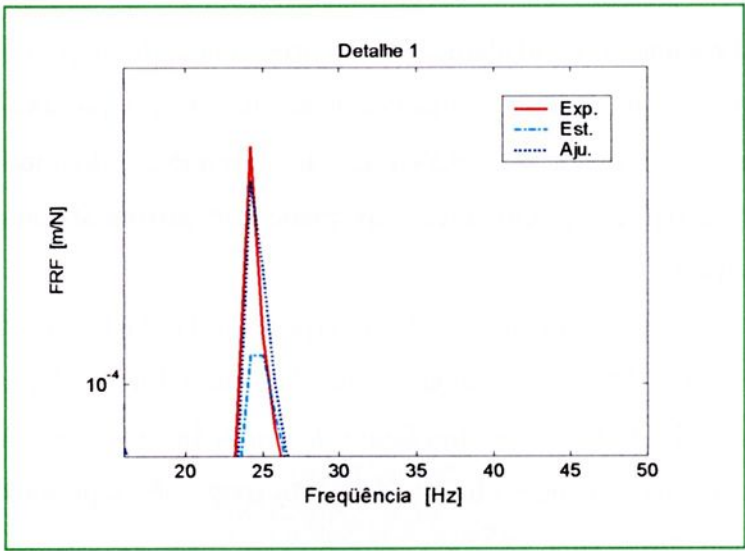


Figura 6.20 – Detalhe da superposição das FRF(s) experimental, estimada e ajustada, caso 1

A evolução da atualização da razão de amortecimento associada ao primeiro modo atinge a estabilidade nas primeiras iterações, conforme pode ser verificado na figura (6.21).

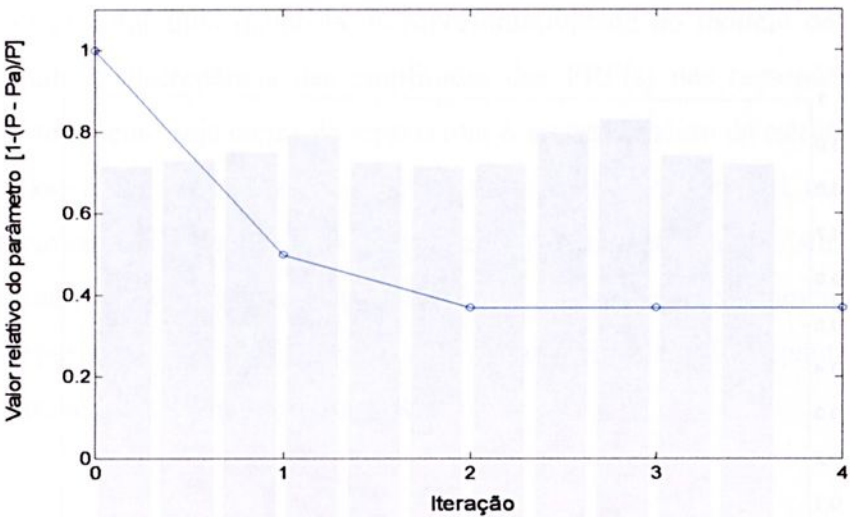


Figura 6.21 - Evolução da atualização do parâmetro ζ_1

Na tabela (6.7) são apresentados os valores das razões de amortecimento iniciais extraídas por análise modal e seus valores atualizados, de acordo com as informações contidas nas FRF(s). A razão de amortecimento do primeiro modo sofreu uma redução de - 62,9% em relação ao seu valor inicial.

Tabela 6.7 - Valores das razões de amortecimento atualizados, caso 1

Parâmetros	Valores iniciais	Valores atualizados	Atualização (%)
ζ_1	0,0372	0,0138	-62,90
ζ_2	0,0082	—	—
ζ_3	0,0056	—	—
ζ_4	0,0048	—	—
ζ_5	0,0041	—	—
ζ_6	0,0056	—	—

A figura (6.22) mostra os FRAC-valores representados por gráficos de barras. A correlação de todas as FRF(s) melhoraram, se comparadas com os FRAC-valores antes da incorporação do amortecimento, que poderia ser interpretado como uma acentuada melhoria da representação do comportamento do modelo.

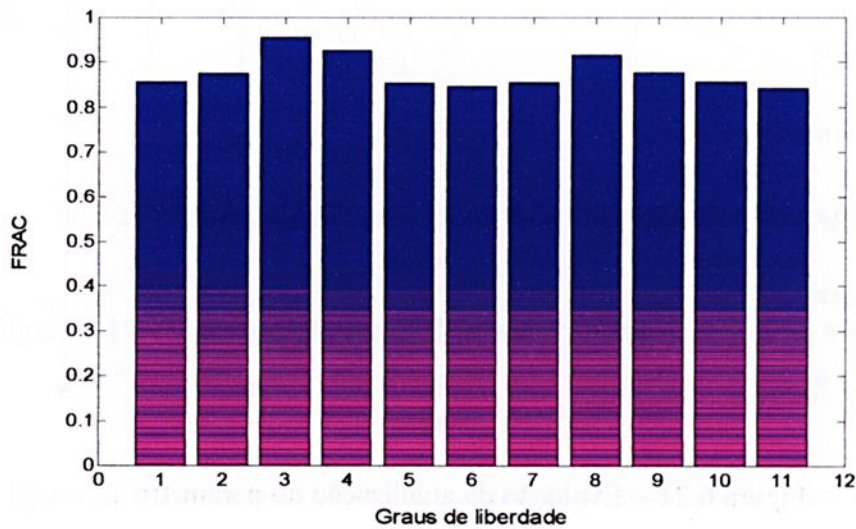


Figura 6.22 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento modal, caso 1

As matrizes de massa e rigidez do sistema permanecem inalteradas, conforme mostram as figuras (6.23) e (6.25) respectivamente. A matriz de amortecimento mostrada na figura (6.24) refere-se ao modelo de amortecimento proporcional, que neste caso, baseando-se na correlação das FRF(s), é capaz de representar o amortecimento distribuído não uniformemente na estrutura.

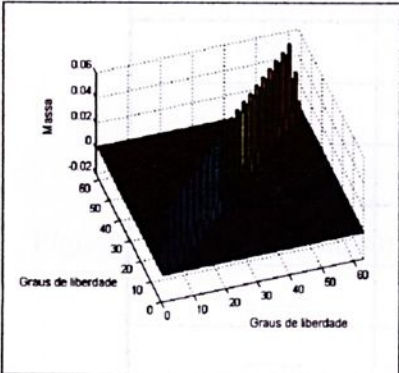


Figura 6.23 - Matriz de massa

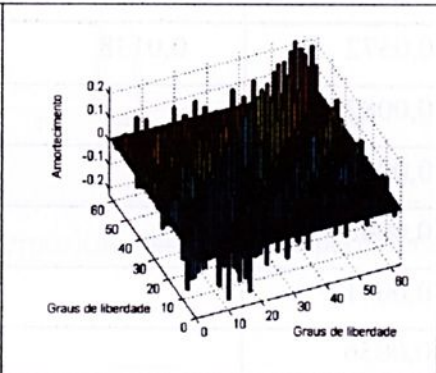


Figura 6.24 - Matriz de amortecimento modal

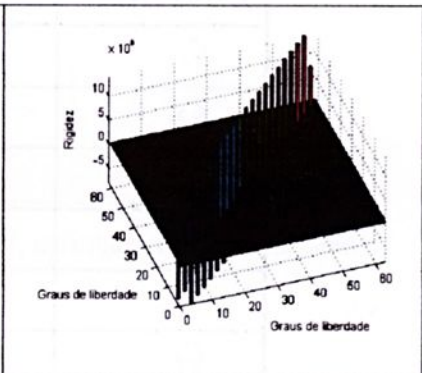


Figura 6.25 - Matriz de rigidez

6.1.7 - Discussões

A atualização dos parâmetros geométricos melhora o comportamento dinâmico do modelo analítico, isto é bastante visível nas FRF(s). No caso do ajuste do amortecimento, também é possível notar uma melhoria da representatividade do modelo de elementos finitos, reduzindo bastante a discrepância das amplitudes das FRF(s) nas ressonâncias, desde que o modelo de amortecimento seja capaz de representar o amortecimento da estrutura.

O modelo de amortecimento modal é um modelo proporcional, mas pode representar bem o amortecimento distribuído não uniformemente em estruturas. Este modelo pode ser facilmente ajustado a partir da atualização direta das razões de amortecimento modal extraídas do modelo experimental e os modos com amortecimento discrepante são facilmente identificados, através da superposição das FRF(s).

6.2 - Estrutura Teste com Juntas

Este teste visa avaliar a potencialidade da metodologia de ajuste baseado nas FRF(s) para uma estrutura mais complexa, envolvendo inclusive a modelagem de juntas. As conexões e juntas são componentes estruturais que apresentam parâmetros geométricos difíceis de serem calculados corretamente, além disso podem apresentar efeito de amortecimento concentrado nessas regiões da estrutura, o que caracteriza um amortecimento não proporcional, tornando um obstáculo para obtenção de modelos de elementos finitos realisticamente representativos. Portanto o estudo de uma estrutura teste com estas características é bastante relevante para avaliar a potencialidade da metodologia de ajuste proposta.

A estrutura analisada é um modelo espacial, conforme mostrada na figura (6.26), formado por 29 barras conectadas entre si por uniões parafusadas, sendo que, em cada ponto de conexão as barras são fixadas por uma junta esférica.

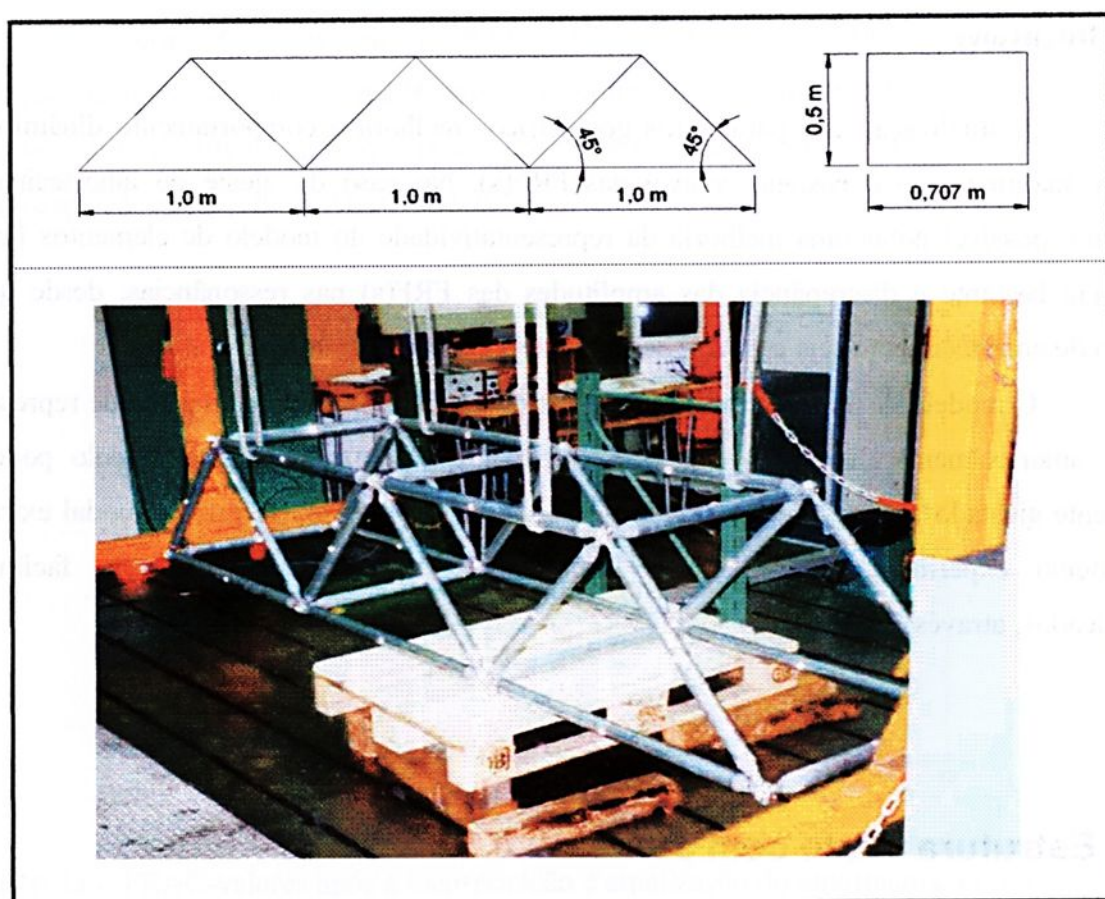


Figura 6.26 - Estrutura teste, caso 2

As barras são cilíndricas vazadas e possuem nas suas extremidades uma parte cônica também vazada, onde é acomodado o parafuso de fixação das barras na junta esférica. Esses parafusos são livres para girar e são apertados a partir de uma luva externa, formato hexagonal, fixando as barras na junta esférica, ver figura (6.27).

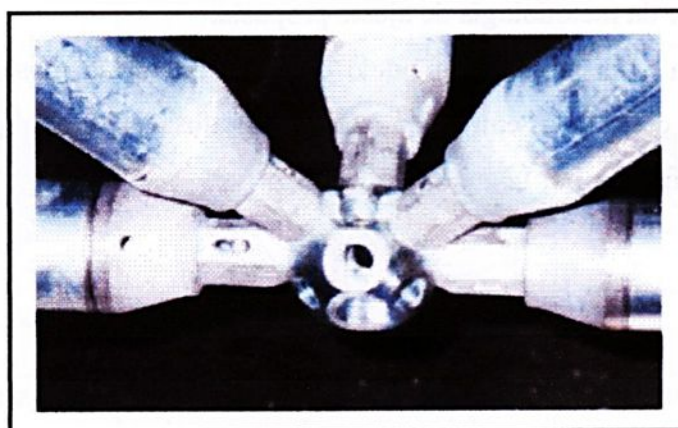


Figura 6.27 - Detalhe da junta da estrutura teste, caso 2

O material dos componentes da estrutura é aço, exceto a parte cônica da barra que é de ferro fundido (fofo), sendo que a massa total da estrutura é 42 kg. A tabela (6.8) mostra as principais propriedades dos componentes da estrutura.

Tabela 6.8 - Propriedades de material e de geometria das regiões da estrutura, caso 2

Propriedades	Região cilíndrica	Região cônica	Parafuso e junta
Área da seção transversal	$2,31 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$	$4,91 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$	$3,55 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$
Módulo de elasticidade	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$	$70 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$
Massa específica	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$7200 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
Coefficiente de Poisson	0,30	0,25	0,30

6.2.1 - Modelo Experimental

Os testes experimentais desta estrutura teste foram realizados pelo orientador juntamente com outros alunos de mestrado no laboratório da Gerhard Mercator Universität Duisburg, Duisburg-De e portanto não serão detalhados. A estrutura foi ensaiada na condição livre-livre, cabos elásticos foram utilizados para fixação da estrutura durante os testes, o que permitiu uma representação bastante razoável da condição livre-livre. A excitação foi do tipo impulsiva, aplicada no ponto 6 na direção Z, utilizando martelo instrumentado. As respostas foram medidas numa faixa de frequência de 0-200 Hz com acelerômetro tri-axial posicionado nos 43 pontos da estrutura. Os pontos de medidas foram escolhidos para coincidir com as juntas e a posição mediana de cada barra, ver figura (6.28).

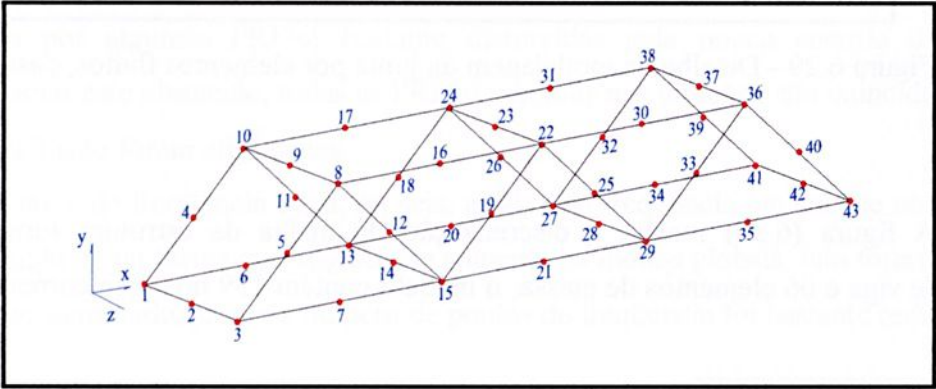


Figura 6.28 - Modelo experimental, caso 2

Os parâmetros modais foram extraídos por análise modal, utilizando o software StarModal*, a partir da FRF(s) medidas.

6.2.2 - Modelo Analítico

O modelo analítico foi gerado pelo método de elementos finitos, utilizando elementos de viga 3D e massa concentrada. A modelagem consistiu na divisão da estrutura em três regiões distintas denominadas componentes "cilíndricos", "cônicos" e "parafusos", ver detalhe na figura (6.29). Elementos de massa foram adicionados nos pontos de conexão entre os componentes parafusos e entre os componentes cônicos e parafusos para levar em consideração os efeitos de massa concentrada das juntas esféricas e das cabeças dos parafusos respectivamente.

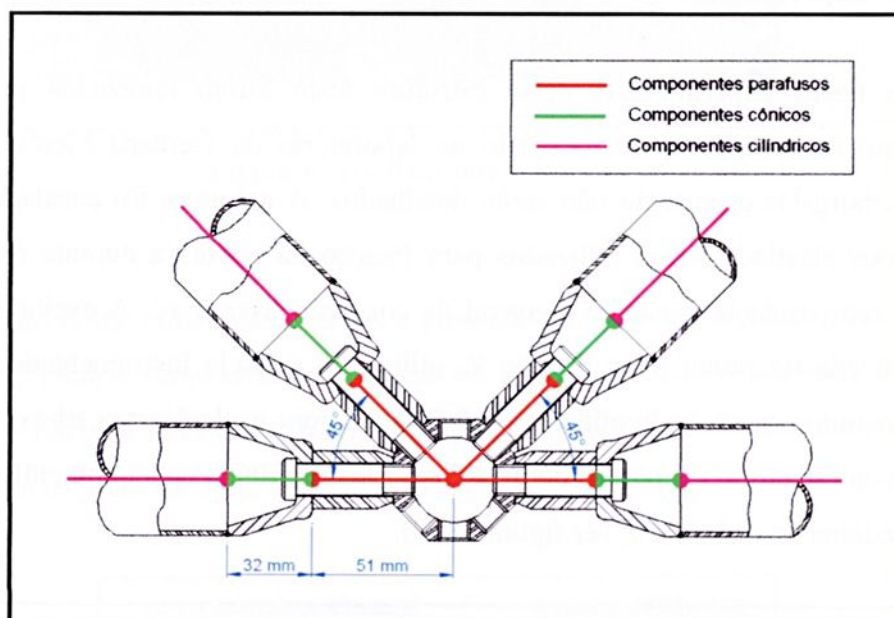


Figura 6.29 - Detalhe da modelagem da junta por elementos finitos, caso 2

A figura (6.30) mostra a discretização da malha da estrutura formada por 174 elementos de viga e 66 elementos de massa, o modelo contém 159 nós, que correspondem a 954

* Programa comercial de análise modal.

graus de liberdade. A malha foi gerada levando em consideração a topologia dos pontos de medidas do modelo experimental, de tal forma que todos os pontos de medidas tenham um correspondente nó no modelo analítico.

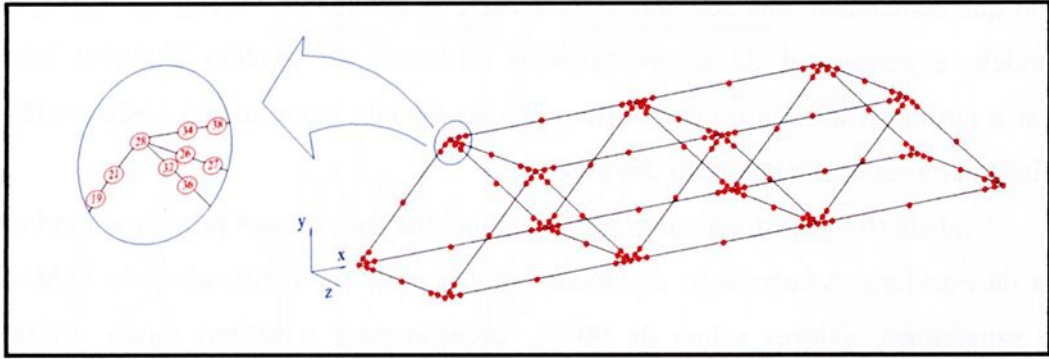


Figura 6.30 - Modelo analítico, caso 2

6.2.3 - Preparação dos Modelos

Com o modelo analítico gerado por elementos finitos e com os dados do modelo experimental, inicia-se o processo de compatibilização entre os modelos: o primeiro passo foi definir a malha dos dois modelos num mesmo sistema de referência para que não houvesse problemas de topologia, em seguida foi efetuada a redução dinâmica do modelo analítico a partir do sistema de equações do movimento do sistema, esta redução visou contornar a incompatibilidade do número de graus de liberdade do modelo analítico, que neste caso excedeu muito do modelo experimental.

Numa análise inicial foi detectado que o sucesso do processo de ajuste é comprometido por algumas FRF(s) bastante distorcidas pela pouca energia de excitação. Visando contornar este obstáculo, todas as FRF(s) medidas nas direções não coincidentes com as direções de excitação foram eliminadas.

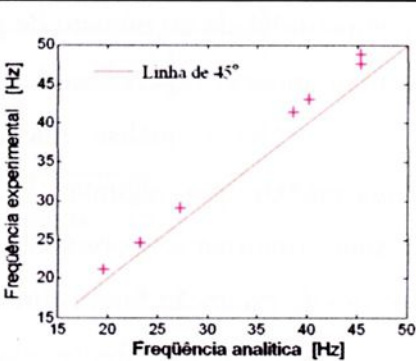
A faixa de frequência ativa, ou seja, a faixa de frequência em análise no processo de ajuste foi definida de tal forma que englobasse somente os modos globais. Isto tornou o processo de ajuste menos demorado, já que o número de pontos de frequência foi bastante reduzido.

6.2.4 - Correlação Inicial dos Modelos

A necessidade de ajuste do modelo analítico inicial é avaliada através de técnicas de correlação que demandam uma compatibilidade entre as malhas do modelo de elementos finitos e do modelo experimental. O comportamento dinâmico do modelo analítico inicial deve apresentar a mesma tendência do comportamento do modelo experimental, esta tendência pode ser verificada através da visualização das FRF(s).

A tabela (6.9) mostra a correlação dos modelos para os sete primeiros modos próprios de vibrar da estrutura. A correlação dos modos, como pode ser verificado pelo MAC-valores é bastante satisfatório, valores acima de 90 %, exceção para o sétimo modo. Entretanto, há consideráveis discrepâncias nas frequências naturais. Adicionalmente pode ser observado no gráfico 45° das frequências naturais, um desvio sistemático dos pontos resultantes da plotagem das frequências naturais experimentais versus analíticas, em relação a reta de 45°. Isso indica um provável erro na estimativa de alguma propriedade global do modelo, visto que não existe uma grande dispersão dos pontos, indicando portanto que o modelo analítico e experimental representam a mesma estrutura.

Tabela 6.9 - Correlação inicial dos modelos, caso 2

Modelo experimental		Modelo analítico			Gráfico 45°
Modo	ω^E [Hz]	ω^A [Hz]	$\frac{\omega^A - \omega^E}{\omega^E} 100\%$	MAC (%)	
1	21,15	19,62	-7,23	98,5	
2	24,62	23,26	-5,52	99,6	
3	29,12	27,31	-6,22	98,8	
4	41,44	38,57	-6,76	94,2	
5	43,13	40,14	-6,93	97,2	
6	47,63	45,27	-4,96	98,4	
7	48,87	45,28	-7,35	19,8	

A figura (6.31) mostra as FRF(s) da estrutura e do modelo analítico superpostas. Apesar da discrepância das ressonâncias, as FRF(s) apresentam a mesma tendência, confirmando

que o modelo inicial, apesar da discrepância dos parâmetros modais, representa a mesma estrutura e que uma atualização apropriada de alguns parâmetros pode levar a um modelo mais representativo da estrutura.

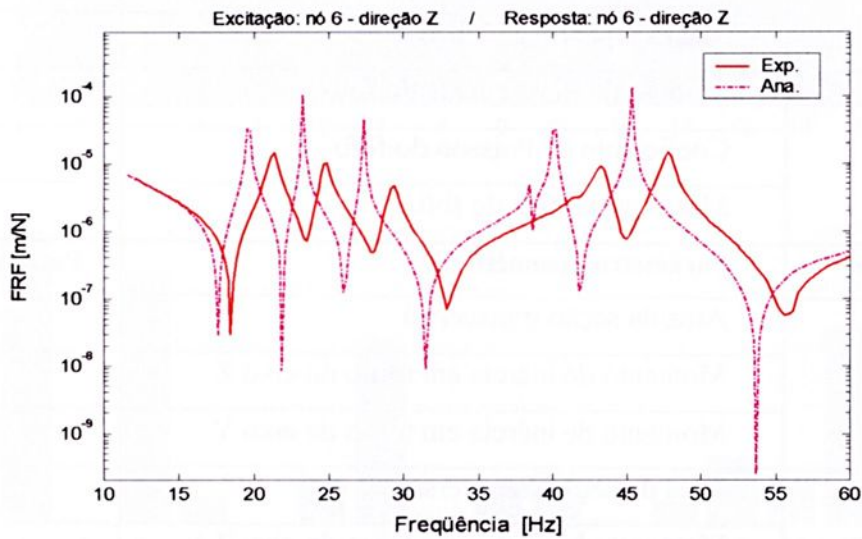


Figura 6.31 – Superposição das FRF(s) experimental e analítica antes do ajuste, caso 2

Através da figura (6.31) não é possível verificar a frequência natural associada ao sétimo modo próprio, pois este modo é sobreposto pelo sexto modo. Isto pode ser um fator que dificulta a extração dos parâmetros desse modo corretamente a partir das FRF(s) medidas.

6.2.5 - Escolha dos Parâmetros de Atualização

A estrutura em análise apresenta uma considerável complexidade e dispõe de uma ampla gama de parâmetros de atualização. Neste caso, o uso da análise de sensibilidade é bastante apropriado para detectar os parâmetros do modelo físico mais susceptíveis para os autovalores e posteriormente definir os parâmetros mais adequados a serem atualizados.

A comparação dos modelos mostrou a existência de uma provável discrepância nos parâmetros globais do modelo. Desta forma, a estrutura será dividida em três regiões distintas e a sensibilidade de cada região é calculada em relação aos seus respectivos parâmetros, totalizando 15 parâmetros, especificados na tabela (6.10).

Tabela 6.10 - Numeração dos parâmetros p_i para análise de sensibilidade, caso 2

Componentes	Parâmetros físicos	Parâmetros p_i
Cilíndricos e Parafusos	Módulo de Elasticidade do aço	1
	Coeficiente de Poisson do aço	2
	Massa específica do aço	3
Cônicos	Módulo de Elasticidade do fofo	4
	Coeficiente de Poisson do fofo	5
	Massa específica do fofo	6
Componentes	Parâmetros geométricos	Parâmetros p_i
Cilíndricos	Área da seção transversal	7
	Momento de inércia em torno do eixo Z	8
	Momento de inércia em torno do eixo Y	9
Cônicos	Área da seção transversal	10
	Momento de inércia em torno do eixo Z	11
	Momento de inércia em torno do eixo Y	12
Parafusos	Área da seção transversal	13
	Momento de inércia em torno do eixo Z	14
	Momento de inércia em torno do eixo Y	15

A figura (6.32) mostra primeiramente, através do mapa de cores, para as 7 primeiras frequências naturais, a sensibilidade do modelo em relação aos parâmetros de cada componente do modelo de elementos finitos. Neste mapa de cores, as tonalidades avermelhadas indicam maiores sensibilidades. Em seguida a figura (6.32) mostra também, os valores médios normalizados da sensibilidade dos componentes para os 7 primeiros autovalores do modelo. Os parâmetros do modelo mais sensíveis para os primeiros autovalores são os parâmetros 1, 3, 7 e 15 que correspondem respectivamente ao módulo de elasticidade e massa específica do aço, a área de seção transversal dos componentes cilíndricos e por fim ao momento de inércia I_Y dos componentes parafusos, maiores detalhes podem ser conferidas na tabela (6.10).

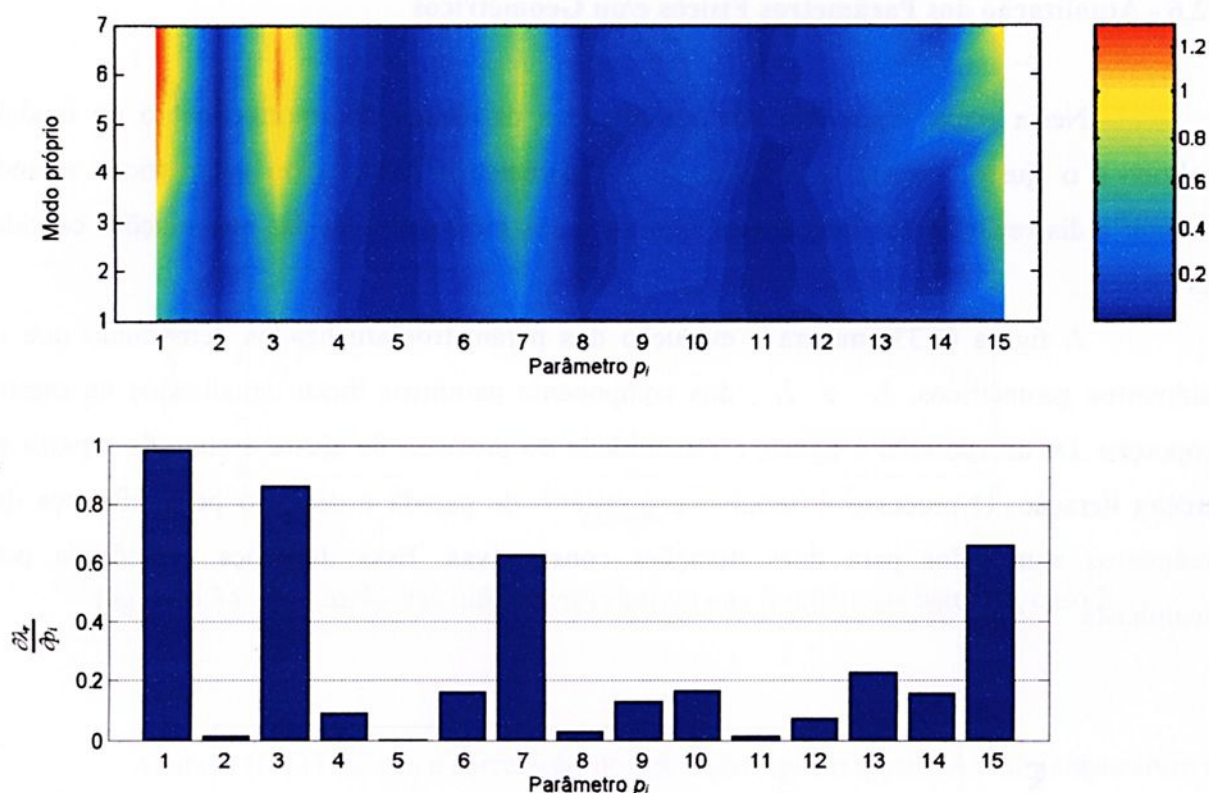


Figura 6.32 - Sensibilidade da estrutura, caso 2

Para a escolha dos parâmetros de atualização do modelo, os valores das propriedades físicas do aço e a área de seção transversal dos componentes cilíndricos foram assumidos, neste caso, como sendo mais confiáveis quando comparados com os parâmetros geométricos dos componentes parafusos. Adicionalmente, tem-se o fato de que estes componentes parafusos, detalhe da figura 6.29, apresentam propriedades geométricas difíceis de serem calculadas e envolve consideráveis simplificações. Portanto a escolha dos parâmetros a serem atualizados recai sobre os momentos de inércia I_y de todos os componentes parafusos. É relevante lembrar que o momento de inércia I_z destes mesmos componentes, apesar de não ser detectado como parâmetro sensível para os autovalores, também deve ser atualizado na mesma proporção, por consistência física.

6.2.6 - Atualização dos Parâmetros Físicos e/ou Geométricos

Nesta etapa, ainda não são considerados os efeitos de amortecimento no modelo analítico e o ajuste consiste na atualização dos parâmetros físicos e/ou geométricos visando diminuir a discrepância das frequências naturais e dos modos através das informações contidas nas FRF(s).

A figura (6.33) mostra a evolução dos parâmetros atualizados, lembrando que os parâmetros geométricos, I_Z e I_Y , dos componente parafusos foram atualizados na mesma proporção. De acordo com a figura, a estabilidade do processo de ajuste é atingida a partir da terceira iteração. O processo é iterativo e o critério de parada é definido pela diferença dos parâmetros atualizados para duas iterações consecutivas. Essa diferença é definida pelo dinamicista.

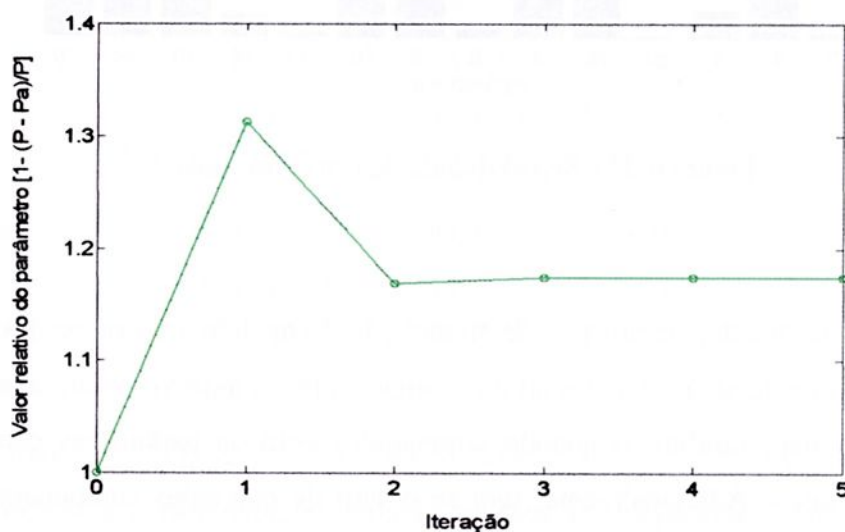


Figura 6.33 - Evolução da atualização dos parâmetros I_Z e I_Y , caso 2

A figura (6.34) mostra a evolução das diferenças relativas das frequências naturais a cada iteração. Nesta figura é possível verificar que a evolução dessas diferenças relativas apresenta a mesma tendência da evolução dos parâmetros atualizados. Isto se deve aos parâmetros atualizados serem parâmetros globais do modelo. A evolução das diferenças, também atinge a estabilidade a partir da terceira iteração.

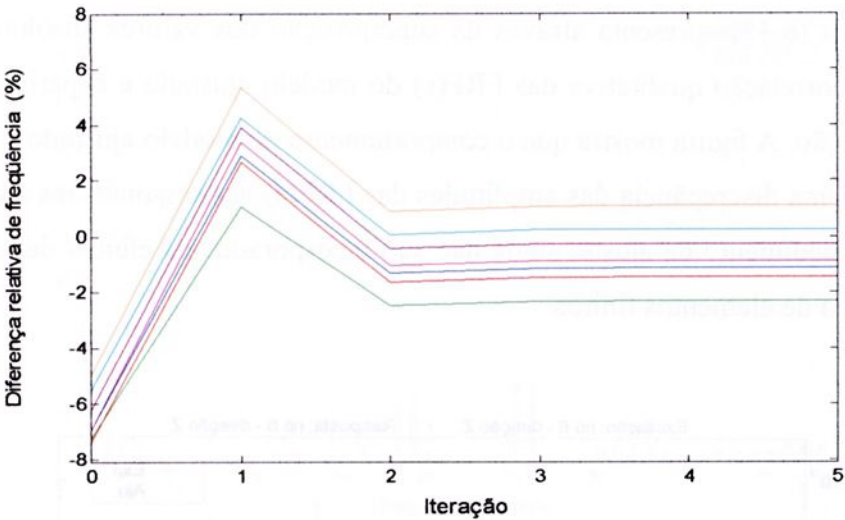


Figura 6.34 - Evolução das diferenças relativas das frequências naturais, caso 2

A tabela (6.11) mostra a correlação dos modelos após o ajuste. As diferenças entre as frequências naturais dos modelos foram reduzidas, se comparadas com a correlação inicial, mostrando assim uma sensível melhoria na correlação dos modelos para as sete primeiras frequências naturais em análise, os MAC-valores continuam indicando uma boa correlação entre os modos analítico e experimental, exceção para o sétimo modo que apresenta baixo valor de MAC.

Tabela 6.11 - Correlação final dos modelos, caso 2

Modelo experimental		Modelo ajustado			Gráfico 45°
Modo	ω^E [Hz]	ω^U [Hz]	$\frac{\omega^U - \omega^E}{\omega^E} 100\%$	MAC (%)	
1	21,15	20,67	-2,27	98,5	
2	24,62	24,69	0,28	99,6	
3	29,12	29,05	-0,24	98,8	
4	41,44	40,97	-1,13	94,0	
5	43,13	42,77	-0,83	96,9	
6	47,63	48,09	0,97	92,0	
7	48,87	48,16	-1,45	23,3	

A figura (6.35) apresenta através da superposição dos valores absolutos, em escala logarítmica, uma correlação qualitativa das FRF(s) do modelo ajustado e experimental medidas no ponto de excitação. A figura mostra que o comportamento do modelo ajustado é bem próximo do experimental. Uma discrepância das amplitudes das FRF(s) nas ressonâncias é esperada, pois nesta etapa do procedimento de ajuste, ainda não são incorporados os efeitos de amortecimento no modelo analítico de elementos finitos.

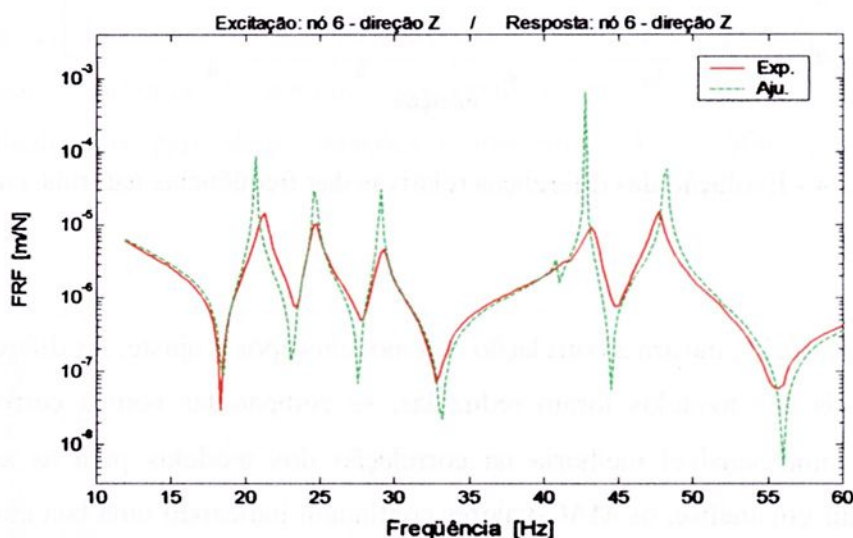


Figura 6.35 - Superposição das FRF(s) experimental e ajustada, caso 2

A tabela (6.11) e a figura (6.35) mostraram uma sensível melhoria na correlação dos modelos após a atualização dos parâmetros, no caso I_Z e I_Y dos componentes parafusos. No entanto, a correlação quantitativa das FRF(s), figura (6.36) não é satisfatória, muito embora alguns autores como Lammens (1995), afirma que os baixos valores de FRAC, não necessariamente, seja ausência de correlação entre os modelos. A figura mostra quantitativamente, através dos valores baixos de FRAC, que as FRF(s) apresentam discrepâncias, as quais provêm principalmente das regiões de ressonâncias e anti-ressonâncias devido a ausência do amortecimento no modelo analítico como será discutido na próxima seção.

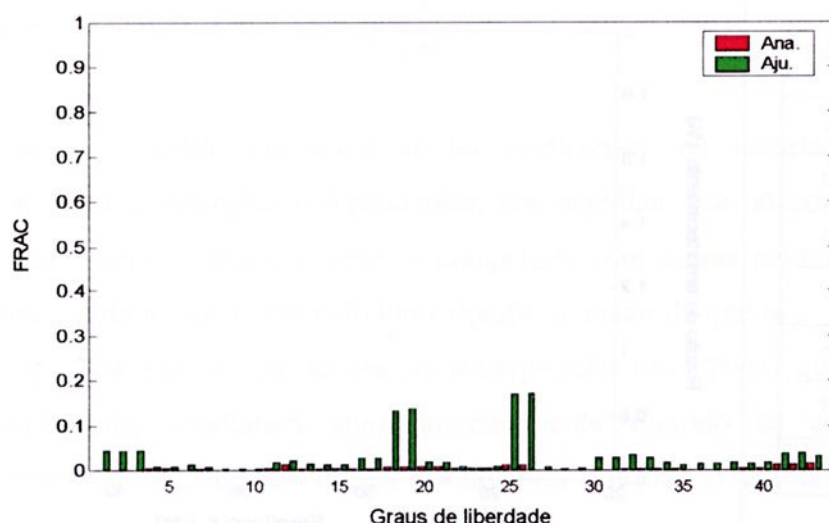


Figura 6.36 - FRAC-valores antes e após atualização dos parâmetros I_Z e I_Y , caso 2

6.2.7 - Incorporação e Atualização do Amortecimento Não Proporcional

Agora o refinamento do modelo computacional consiste na compatibilização das amplitudes das FRF(s) nas ressonâncias, onde as forças de amortecimento são predominantes.

A incorporação do amortecimento na modelagem por elementos finitos, busca obter modelos mais realísticos, no entanto, a incorporação deste amortecimento no modelo analítico não é uma tarefa simples, pois as informações são pouco conhecidas e não existe uma avaliação prévia da quantidade de amortecimento que deve ser introduzida no modelo. Esse valor deve ser arbitrado pelo dinamicista, ou estimado a partir das razões de amortecimento experimental e posteriormente atualizado, caso o modelo não apresente boa representatividade. O seu efeito é visível nas FRF(s), nas regiões de ressonância, através das atenuações das amplitudes das FRF(s).

A primeira análise nesta fase, consiste em verificar alguma tendência na distribuição das razões de amortecimento modal experimental. A figura (6.37) mostra que essa distribuição apresenta um decaimento inversamente proporcional a frequência para os 6 primeiros modos. No entanto, vale lembrar que a estimativa desses parâmetros pode apresentar erros na ordem de 40% a 200%, conforme Doebling (2001), principalmente em se tratando de uma estrutura razoavelmente complexa.

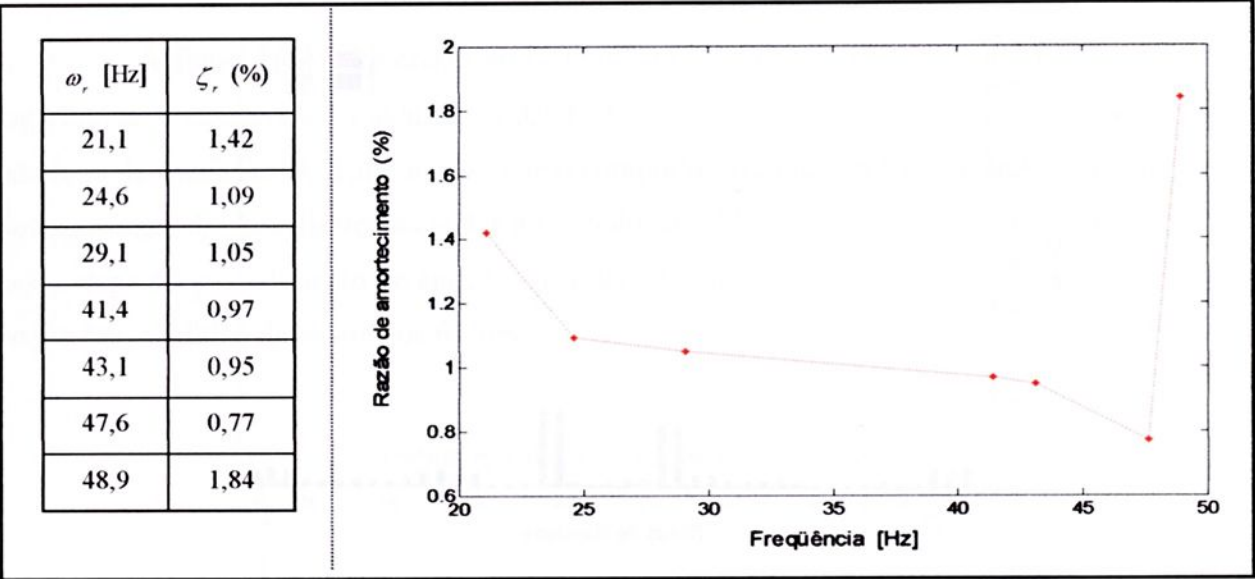


Figura 6.37 - Distribuição da razão de amortecimento modal da estrutura teste, caso 2

Uma análise da própria configuração física da estrutura, leva a crer que a estrutura apresenta um amortecimento com maior intensidade nas regiões das conexões, ou seja, um amortecimento distribuído não uniformemente em toda a estrutura.

Para o amortecimento não proporcional é difícil verificar uma tendência do comportamento do amortecimento, tornando a escolha de um modelo de amortecimento mais adequado bastante difícil, por isso, foram testados todos os modelos não proporcionais. O modelo de amortecimento formulado a partir das matrizes de massa e de rigidez não convergiu e o modelo formulado a partir da matriz de rigidez não resultou numa boa representatividade, ao contrário do modelo formulado a partir da matriz de massa que resultou numa boa representatividade na faixa de frequência ativa e seu ajuste será apresentado a seguir.

O amortecimento não proporcional formulado a partir da matriz de massa foi definido por um coeficiente de proporcionalidade α para cada região do modelo analítico. Foi definido um coeficiente de proporcionalidade α_1 para os componentes cilíndricos e cônicos e um coeficiente α_2 para os componentes parafusos. Os coeficientes α_1 e α_2 foram inicialmente assumidos valores iguais e foram estimados a partir de valores médios, utilizando 3 razões de amortecimento modal, mais especificamente o primeiro, o quarto e o último modo. Esses valores de α são calculados pela expressão:

$$\zeta_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} \tag{6.1}$$

O ajuste consiste em atualizar os coeficientes de amortecimento α_1 e α_2 simultaneamente e em proporções independentes, por acreditar que no componente parafuso concentre elevado nível de amortecimento se comparado com outras regiões. Portanto após a atualização desses coeficientes, é esperado um valor de α_2 maior do que α_1 .

A figura (6.38) mostra através da superposição das FRF(s) que os valores de α inicialmente estimados, resultaram num amortecimento elevado se comparado com a experimental e após a atualização desses coeficientes as FRF(s) apresentam uma melhor concordância nas amplitudes.

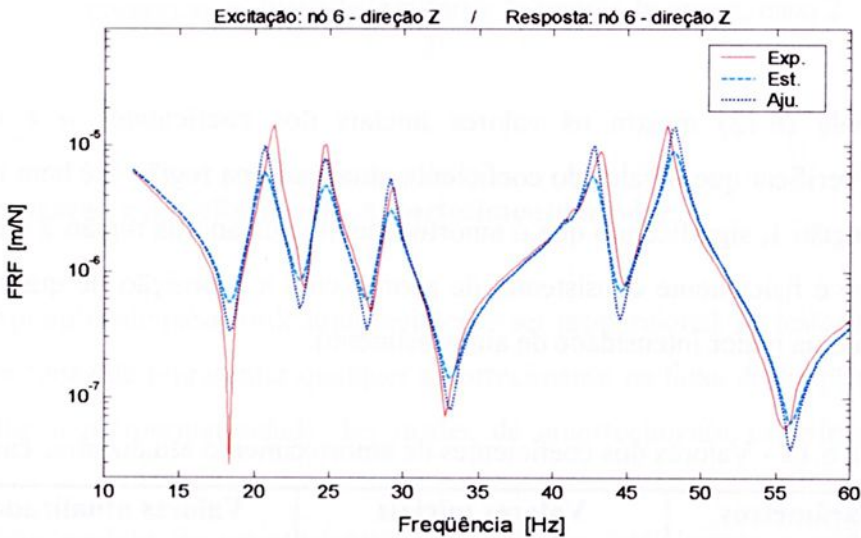


Figura 6.38 - Superposição das FRF(s) experimental estimada e ajustada, caso 2

A evolução dos coeficientes atualizados atinge a estabilidade a partir da quarta iteração, conforme mostra a figura (6.39). Nesta figura é possível verificar que o coeficiente da região 2 sofreu um aumento e o coeficiente da região 1 uma redução em relação aos seus valores iniciais.

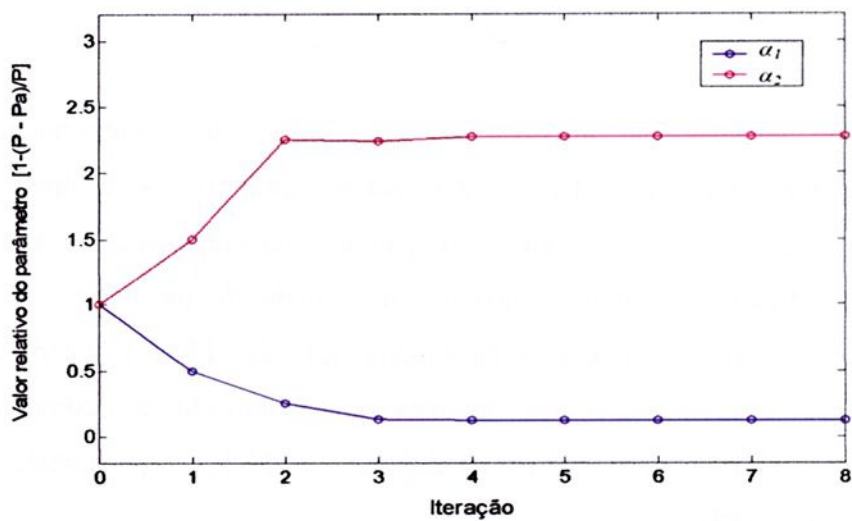


Figura 6.39 - Evolução das atualização dos coeficientes α_1 e α_2 , caso 2

A tabela (6.12) mostra os valores iniciais dos coeficientes α e seus valores atualizados. Vale verificar que o valor do coeficiente atualizado na região 2 é bem maior do que o coeficiente da região 1, significando que o amortecimento ajustado da região 2 é maior do que da região 1, o que é fisicamente consistente, de acordo com a suposição de que as regiões de juntas apresentam uma maior intensidade de amortecimento.

Tabela 6.12 - Valores dos coeficientes de amortecimento atualizados, caso 2

Parâmetros	Valores iniciais	Valores atualizados
α_1	7,00	0,84
α_2	7,00	15,92

Após a incorporação e atualização do amortecimento, a correlação das FRF(s) melhora consideravelmente, como mostrado quantitativamente através dos FRAC-valores em gráficos de barras na figura (6.40).

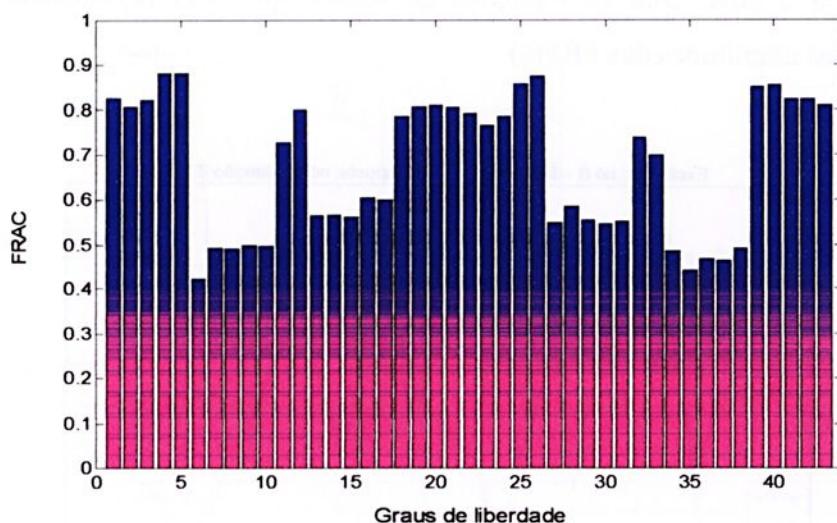


Figura 6.40 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento não proporcional formulada a partir da matriz de massa, caso 2

6.2.8 - Incorporação e Atualização do Amortecimento Modal

Apesar deste modelo de amortecimento ser proporcional, os testes tem mostrado que este modelo é capaz de representar qualquer amortecimento na faixa de frequência ativa e ainda permite avaliar a representatividade das razões de amortecimento experimentais no modelo analítico.

Este modelo de amortecimento foi definido inicialmente a partir das razões de amortecimento experimentais extraídas por análise modal e a atualização desse amortecimento foi efetuada através, somente, das razões de amortecimento mais discrepantes refletidas nas amplitudes das FRF(s). No caso, foram atualizadas as razões de amortecimento do primeiro, segundo, quinto, sexto e sétimo modo, uma a uma. A atualização do sexto e sétimo modo foram efetuadas simultaneamente e em proporções independentes, devido a esses modos estarem acoplados.

A figura (6.41) mostra, através da superposição das FRF(s), que os valores experimentais resultaram num amortecimento um pouco elevado, em alguns modos, se comparado com o experimental, como é o caso do primeiro, segundo, quinto, sexto e sétimo modo. Portanto os parâmetros de atualização desse modelo são as razões de amortecimento desses correspondentes modos. Esta mesma figura mostra que após a atualização das razões de

amortecimento, uma a uma, com informações de suas respectivas ressonância, houve uma pequena correção nas amplitudes das FRF(s).

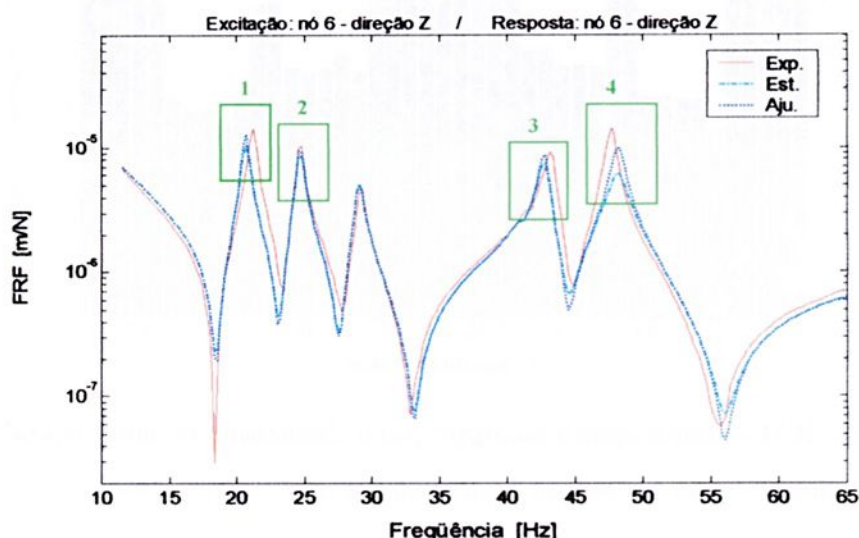


Figura 6.41 - Superposição das FRF(s) experimental estimada e atualizada, caso 2

A figura (6.42) mostra todos os detalhes destacados na figura (6.41) de forma ampliada. No detalhe 1 é constatado que mesmo com uma pequena discrepância nas frequências naturais (1,9%), é possível ajustar a razão de amortecimento. O detalhe 2 mostra o ajuste da razão de amortecimento numa frequência natural experimental e analítica quase idênticas. No detalhe 3, é possível verificar que, apesar de dois modos estarem bastante próximos, a atualização de uma das razões de amortecimento não afeta o modo vizinho. Finalmente, o detalhe 4 mostra uma complicada situação de ajuste da razão de amortecimento, neste caso, o sexto e sétimo modo estão acoplados e o sexto modo praticamente sobrepõe o sétimo, desta forma, as informações do amortecimento dos dois modos estão acoplados e portanto o ajuste das razões de amortecimento associadas a esses dois modos foi efetuada simultaneamente e em proporções independentes, resultando um ajuste satisfatório.

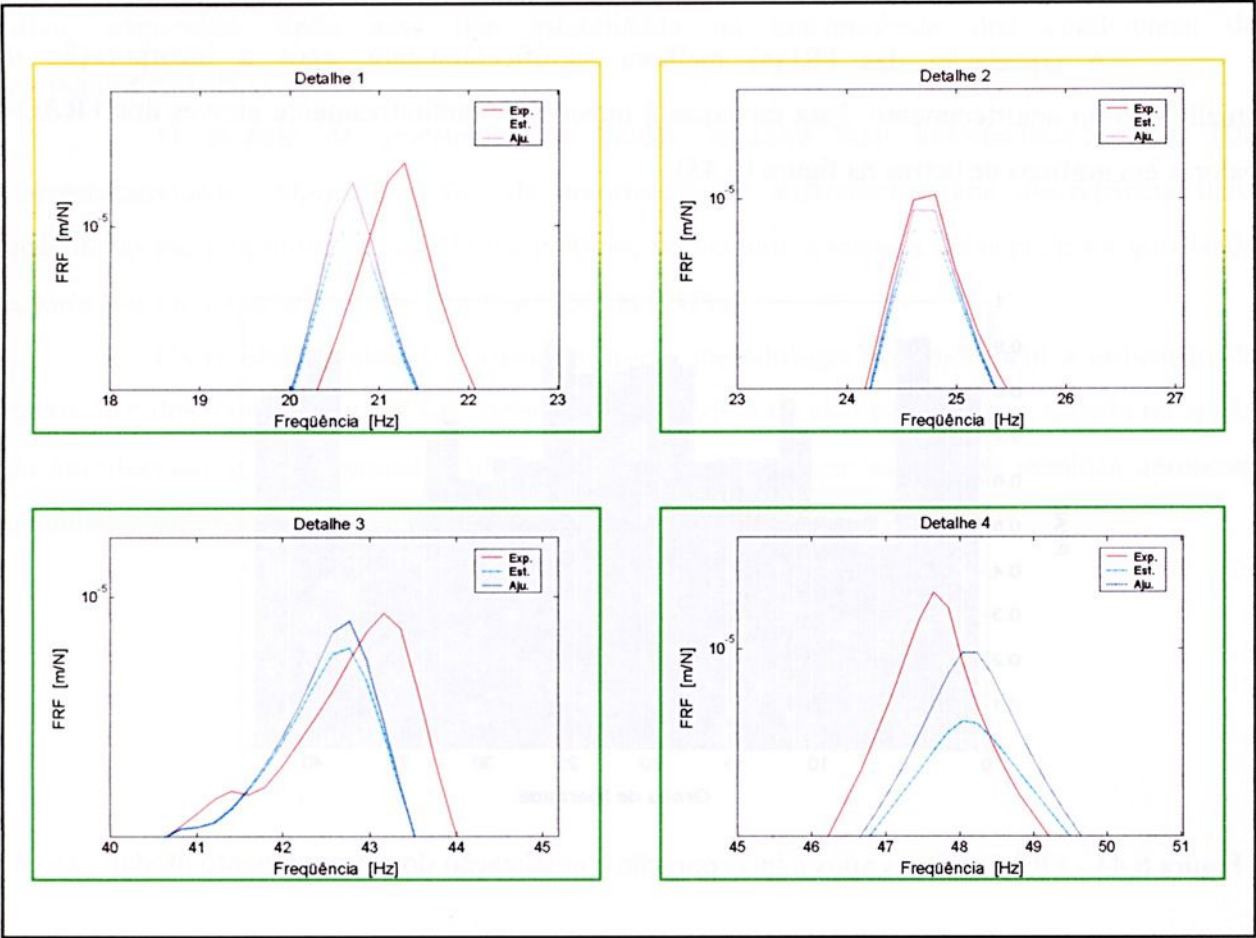


Figura 6.42 - Detalhes das influências da atualização das razões de amortecimento nas FRF(s), caso 2

A tabela (6.13) mostra os valores iniciais das razões de amortecimento experimentais utilizadas na definição do amortecimento inicial e alguns de seus valores atualizados.

Tabela 6.13 - Valores das razões de amortecimento, caso 2

Parâmetros	Valores iniciais	Valores atualizados	Atualização (%)
ζ_1	0,0142	0,0113	-20,42
ζ_2	0,0109	0,0097	-11,01
ζ_3	0,0105	—	—
ζ_4	0,0097	—	—
ζ_5	0,0095	0,0080	-15,80
ζ_6	0,0077	0,0083	7,79
ζ_7	0,0184	0,0102	-44,56

A correlação das FRF(s) melhora significativamente, após a incorporação e atualização do amortecimento. Esta melhoria é mostrada quantitativamente através dos FRAC-valores em gráficos de barras na figura (6.43).

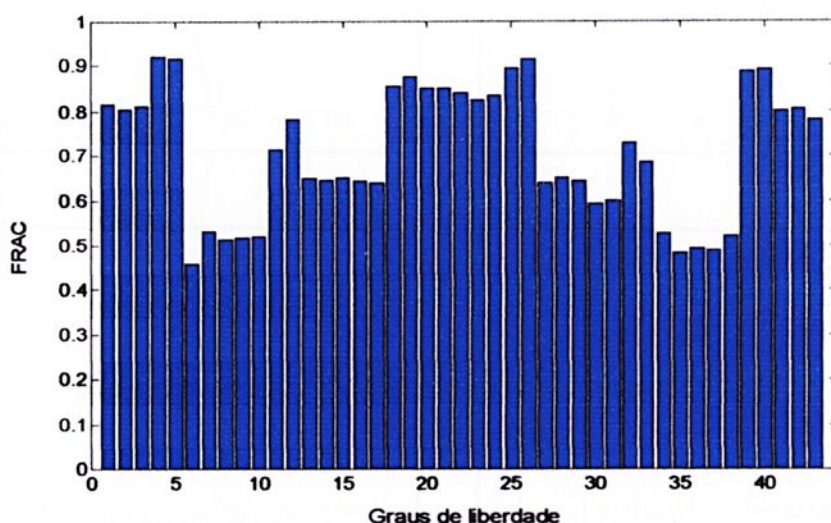


Figura 6.43 - FRAC-valores após a incorporação e atualização do amortecimento modal, caso 2

6.2.9 – Discussões

A análise de sensibilidade é bastante útil na escolha dos parâmetros mais apropriados a serem atualizados, principalmente quando a estrutura apresenta uma considerável complexidade e oferece uma ampla gama de parâmetros que podem ser atualizados.

Várias tentativas de ajuste do modelo de amortecimento não proporcional formulado a partir da matriz de massa e de rigidez foram realizadas sem sucesso, provavelmente devido as informações das FRF(s) não serem suficientes para atualizar o vários coeficientes desse modelo de amortecimento.

O modelo de amortecimento não proporcional formulado a partir da matriz de rigidez não é apropriado para representar a distribuição de amortecimento modal da estrutura teste, na faixa de frequência ativa.

O modelo de amortecimento não proporcional formulado a partir da matriz de massa mostrou-se apropriado para representar o amortecimento da estrutura teste na faixa de frequência

ativa, mostrando ainda uma boa estabilidade na convergência dos coeficientes de proporcionalidade α .

O modelo de amortecimento modal, resultou num amortecimento com boa representatividade. Algumas razões de amortecimento acarretaram uma discrepância mais acentuadas nas amplitudes das FRF(s) analíticas, no entanto, a maioria delas pode ser atualizada a partir das informações contidas diretamente nas FRF(s).

Os resultados obtidos mostraram que a metodologia responde bem a utilização de dados medidos, tanto no ajuste dos parâmetros do modelo de elementos finitos, quanto no ajuste do amortecimento proporcional e não proporcional. Desde que as FRF(s) medidas apresente qualidades suficientes para representar o estado natural da estrutura em estudo.



CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho foi estudado a incorporação e o ajuste de alguns modelos de amortecimento viscoso proporcional e não proporcional na modelagem por elementos finitos. A metodologia utilizada para ajustar os modelos computacionais é baseada nas FRF(s), formulada a partir de um resíduo de entrada dado pelo balanço de força do sistema físico. Várias simulações numéricas e dados medidos diretamente na estrutura foram utilizadas para avaliar a potencialidade da metodologia de ajuste proposta. Foram avaliados modelos de amortecimento viscoso proporcional e não proporcional.

A primeira etapa da metodologia consistiu no ajuste dos modelos de elementos finitos a partir de seus parâmetros físicos e/ou geométricos envolvendo a seleção das frequências de ajuste, a escolha dos parâmetros de atualização, a avaliação da consistência física do modelo ajustado e a influência da qualidade dos dados medidos no processo de ajuste. A análise criteriosa desses aspectos é que permite um ajuste bem sucedido dos modelos.

A segunda etapa da metodologia consistiu em uma avaliação prévia da distribuição das razões de amortecimento do modelo experimental, na incorporação de um modelo de amortecimento e numa avaliação da necessidade de sua atualização. A análise da distribuição da

razão de amortecimento pode auxiliar na escolha do modelo de amortecimento mais adequado para representar o amortecimento presente numa determinada estrutura.

A simulação numérica, apesar de ser incapaz de reproduzir todas as condições reais de ajuste utilizando dados medidos, mostrou ser uma ferramenta bastante versátil e eficaz. Nos casos estudados, permitiu analisar várias fases do processo de ajuste, como por exemplo: a escolha dos parâmetros de ajuste, o comportamento do ajuste dos modelos de amortecimento proporcional e não proporcional, a consistência física do modelo ajustado e outros. A utilização de dados numéricos permitiu uma avaliação prévia da metodologia de forma mais sistemática, visto que existe neste caso, uma base de dados de comparação bem conhecida.

Os testes experimentais permitiram avaliar a capacidade e a potencialidade da metodologia ser bem sucedida com dados mais realísticos, cuja base de comparação é o próprio modelo físico. Os primeiros testes foram realizados com uma estrutura simples do tipo viga, cuja modelagem por elementos finitos não requer muitas simplificações, o que poderia acarretar maior discrepância entre os modelos. Os testes finais foram realizados numa estrutura mais complexa, que apresenta várias juntas e conexões, cuja modelagem por elementos finitos requer várias simplificações, além do modelo experimental apresentar pontos de medidas bastante restritos. Em todos os casos, apesar das dificuldades surgidas conforme foi discutido no capítulo 6, o ajuste foi bem sucedido, mostrando que o ajuste com base nas FRF(s) pode tornar o modelo de elementos finitos mais representativo.

Embora o ajuste do amortecimento tenha sido obtido com êxito nas estruturas estudadas, a sua aplicação ainda não pode ser generalizada. A faixa de frequência ativa e a distribuição das razões de amortecimento modal são fatores que se mostraram decisivos na escolha do modelo de amortecimento e estes fatores são distintos para cada caso. Exceção deve ser atribuído ao modelo de amortecimento modal, que nos testes mostrou ser menos dependente e levou a modelos mais representativos nas maiorias das vezes. No entanto, este modelo é capaz de representar apenas o amortecimento dos modos envolvidos na faixa de frequência ativa, enquanto os outros modelos podem melhorar a representatividade do modelo analítico, até mesmo para uma faixa de frequência passiva, ou seja, para uma faixa de frequência não medida. Essa característica seria fundamental na validação de modelos.

O desempenho e a potencialidade da metodologia foi demonstrado para vários casos, mostrando que a inclusão do amortecimento no modelo de elementos finitos leva a modelos numéricos mais representativos, principalmente em relação às respostas do modelo. No entanto, a sua aplicação em estruturas muito complexas, como por exemplo, estruturas aeronáuticas, ainda



necessita ser melhor estudada dado a limitação do número de testes realizados e a necessidade de se testar a proposta com dados práticos de estruturas reais em operação.

O processo de ajuste baseado nas FRF(s) mostrou ser uma ferramenta bastante promissora no setor industrial e com grande potencialidade de aplicabilidade. No entanto, o seu sucesso está diretamente associado ao entendimento das diversas fases do processo, como por exemplo: as simplificações adequadas do modelo inicial de elementos finitos, a seleção adequada das frequências de ajuste, a escolha dos parâmetros de atualização mais apropriados, a análise da qualidade dos dados medidos e a escolha de um modelo de amortecimento mais apropriado, o que demanda um dinamicista experiente.

7.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros

Os trabalhos científicos geralmente requerem estudos bastante minuciosos e acabam expandindo os trabalhos inicialmente propostos, aliados ao compromisso com o tempo de realizar o trabalho proposto, muitos outros trabalhos que podem complementar ou até mesmo dar continuidade ao atual são postergados e ficam como sugestões para trabalhos futuros:

- Implementar outros modelos de amortecimento, como por exemplo, o modelo estendido de Rayleigh;
- Implementar matrizes de ponderação na metodologia proposta;
- Estender a metodologia de ajuste para outros tipos de elementos;
- Desenvolver uma interface entre os algoritmos de ajuste com os softwares comerciais de elementos finitos;
- Estudar a filtragem dos dados medidos, visando atenuar o nível de ruído nas FRF(s) a serem utilizadas no processo de ajuste.



REFERÊNCIAS

- Adhikari, S., 2000, *Damping Models for Structural Vibration*, Ph.D Thesis, Engineering Department, Trinity College, Cambridge University, Cambridge, UK.
- Allemang, R. J., Brown, D. L., 1982, *A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis*, Proceedings of the 1th International Modal Analysis Conference, Orlando, USA, pp.110-116.
- Arruda, J. F., Santos, J. M. C., Carneiro, S. H. S., 1993, *Experimental Estimation of Mechanical Joint Using Frequency Response Functions and Modal Parameters*, Proceeding of the 11th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, USA.
- Avitabile, P., 2000, *Model Updating Endless Possibilities*, Proceeding of the 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, USA, (CD-ROM).
- Avitabile, P., 2002, *Modal Space*, Experimental Techniques, Brookfield, Vol. 26, No. 3, pp.17-18.
- Baruch, M., 1978, *Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests*, AIAA Journal, Vol. 16, No. 11, pp. 1208-1210.
- Bathe, J., Wilson, E. L., 1976, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 528 p.
- Berman, A., Flannelly, W., 1971, *Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures*, AIAA Journal, Vol. 9, pp. 1482-1487.



- Borges, A. S., 2001, *Geração de Modelos de Predição e Diagnóstico Interagindo Resultados de Elementos Finitos e Testes Experimentais de Análise Modal*, Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil, 122 p.
- Brughmans, M., Leuridan, J., Turgay, F., 1998, *Porting Model Updating Techniques to a High Performance Computational Environment for Vibro-acoustic Optimisation*, Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference, Houston, USA, (CD-ROM).
- Clough, R. W., Penzien, J., 1993, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, New York, USA, 738p.
- Cudney, H., 2001, *Discussions and Debates at SD2000*. In: Ewins, D. J., Inman, D. J. (Eds.) *Structural dynamics 2000: current status and future directions*, Research Studies Press, Baldock, pp.413-427.
- Dhatt, G., Touzot, G., Cantin, G., 1984, *The Finite Element Method Displayed*, John Wiley & Sons, Chichester, 509 p.
- Desmet, W., van Hal, B., Sas, P., Vandepitte, D., 2002, *A Computationally Efficient Prediction Technique for the Steady-State Dynamic Analysis of Coupled Vibro-acoustic System*, *Advances in Engineering Software*, Vol. 33, No.7-10, pp.527-540.
- Doebbling, S. W., 2001, *The strategic questions posed at SD2000*, In: Ewins, D. J., Inman, D. J. (Eds.) *Structural dynamics 2000: current status and future directions*, Research Studies Press, Baldock, pp.389-411.
- Doi, R. M., Pereira, J. A., 2002a, *Validação de Modelos de Estruturas Flexíveis Baseada nas FRF(s)*, Proceedings of the 2^o Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa, Brasil, (CD-ROM).
- Doi, R. M., Pereira, J. A., 2002b, *Analysis of the Effects of Damping in the Models Validation*, Proceeding of the 26th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, (CD-ROM).

- Ewins, D. J., 1984, *Modal Testing: Theory and Practice*, Jonh Wiley & Sons Inc., New York, 269 p.
- Ewins, D. J., Inman, D. J. (Eds), 2001, *Structural Dynamics 2000: current status and future directions*, Research Studies Press, Baldock, 483 p.
- Friswell, M. I., Penny, J. E., 1997, *The Practical Limits of Damage Detection and Location Using Vibration Data*, Proceedings of the 11th VPI&SU Symposium on Structural Dynamics and Control, Blacksburg, (CD-ROM).
- Friswell, M. J., Mottershead, J. E., 1998, *Editorial*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 12, No.1, pp.1-6.
- Friswell, M. J., Mottershead, J. E., 1995, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 286 p.
- Friswell, M. J., Mottershead, J. E., Ahmadian, H., 1998, *A Systematic Aproach for Physical Realization of Updated Models*, Proceedings of the 25th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, (CD-ROM).
- Garcia, J., 2001, *The Need for Computational Model Validation*, Experimental Techniques, Vol. 25, No. 2, pp.31-33.
- Gaughey, T. K., O'Kelly, M. E. J., 1965, *Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic System*, Jounal of Aplied Mechanics, Vol. 32, pp. 583-588.
- Göge, D., 2003, *Automatic Updating of Large Aircraft Models Using Experimental Data from Ground Vibration Testing*, Aerospace Science and Technology, Vol. 7, No. 1, pp.33-45.
- Golub, G. H., van Loan, C. F., 1985, *Measuring Vectors, Matrices, Subspaces, and Linear System Sensitivity*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, pp. 11-29.
- Guyan, R. J., 1965, *Reduction of Stiffness and Mass Matrices*, AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, pp.380.

- Hanson, K.M., Hermez, F.M., 2001, *A Framework for Assessing Confidence in Computational Predictions*, Experimental Techniques, Vol. 25, No. 4, pp.50-55.
- Heylen, W., 1987, *Optimization of Model Matrices of Mechanical Structures Using Experimental Modal Data*, Doctor Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Der Toegepaste Wetenschappen, Leuven, Belgium, 205 p.
- Heylen, W., Lammens, S., Sas, P., 1994, *Modal Analysis Theory and Testing*, Course of the 19th International Seminar on Modal Analysis, Division of Production Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Jones, K., Turcotte, J., *Finite Element Model Updating Using Antiresonant Frequencies*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 252, No 4, pp. 717-727.
- Kidder, R. L., 1972, *Reduction of Structure Frequency Equations*, AIAA Journal, Vol. 11, No. 6, pp.892.
- Lammens, S., 1995, *Frequency Response Based Validation of Dynamic Structural Finite Element Model*, Leuven, Doctor Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Der Toegepaste Wetenschappen, Leuven, Belgium, 241p.
- Larsson, P. O., Sas, P., 1992, *Model Updating Based on Forced Vibration Testing Using Numerically Stable Formulations*, Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, USA.
- Lauridan, J., De Landsheer, A., Brughmans, M., Doucet, Y., 1987, *Using the 'LINK' Program for Dynamic Model Optimization in Structure Design Analysis and Monitoring*, In: Niku-Lari, A. (Ed.) Structural Analysis Systems, Pergamon Press, Oxford, Vol. 6, pp. 71-87.
- Lin, R. M., Ewins, D. J., 1990, *Model Updating Using FRF Data*, Proceedings of the 13th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium.

- Link, M., 2001, *Updating of Analytical Models Review of Numerical Procedures and Application Aspects*, In: Ewins, D. J., Inman, D. J. (Eds.) *Structural dynamics 2000: current status and future directions*, Research Studies Press, Baldock, pp.193-223.
- Maia, N. M. M., Silva, J. M. M. (Eds), 1997, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research studies Press Ltd, Tauton, 468p.
- Meirovitch, L., 1975, *Element of Vibration Analysis*, McGraw Hill Kogakusha, Tokyo, 495p.
- Mottershead, J. E., Friswell, M. I., 1993, *Model Updating in Structural Dynamics: a survey*, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, No. 2, pp 347-375.
- Mottershead, J. E, Mares, C., Friswell, M., James, S., 2000, *Selection and Updating of Parameters for an Aluminium Space-frame Model*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 14, No. 6, pp. 923-944.
- Mottershead, J. E., Friswell, M., 2002, *Model Updating of Joints and Connections*, *Proceedings of the International Conference on Structural Dynamics Modelling: Test, Analysis, Correlation and Validation*, Madeira Island.
- Natke H. G., Cottin, N., Oeljeklaus, M., 1997, *Some Recent Advances in Model Updating*, *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conferences*, Sacramento, USA, (CD-ROM).
- Oberkampf, W. L., 2001, *Computation Validation Series: part 2*, *Experimental Techniques*, Vol.25, No 3, pp.35-40.
- Pereira, J. A., 1996, *Structural Damage Detection Methodology using a model updating procedure based on frequency response functions - FRF(s)*, Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP Brasil.



- Pereira, J. A., Borges, A. S., 2001, *Using of Model Updating Considering Damped FRF(s)*, Anais do 16^o Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia, (CD-ROM).
- Przemieniecki, J. S., 1968, *Theory of Structural Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York, 468 p.
- Ratcliffe, M. J., Lieven, N. A. J., 2000, *A Generic Element Based Method for Joint Identification*, Mechanical System and Signal Processing, Vol. 14, No. 1, pp.3-28.
- Ren, Y., Beards, C. F., 1995, *Identification of Joint Properties of a Structure Using FRF Data*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 186, No. 4, pp.567-587.
- Reynolds, P., Pavic, A., Waldron, P., 1998, *Modal Testing, FE Analysis and FE Model Correlation of a 600 Tonne Post-tensioned Concrete Floor*, Proceedings of the 23th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, (CD-ROM).
- Richardson, M., Potter, R., 1975, *Viscous vs. Structural Damping in Modal analysis*, Proceeding of the 46th Shock and Vibration Symposium.
- Schaak, H., 1998, *Industrial Model Updating of Civil Four-engine Aircraft in Nastran Environment - An Overview*, Proceedings of the 25th International Seminar on Modal Analysis. Leuven, (CD-ROM).
- Thrusty, J., Ismail, F., 1980, *Dynamic Structural Identification Tasks and Methods*, Annals of the CIRP, Vol. 29, pp. 251-255.
- Trendafilova, I., Heylen, W., 2003, *Categorisation and Pattern Recognition Methods for Damage Localisation from Vibration Measurements*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 17, No. 4, pp.825-836.
- Zang, C., Grafe, H., Imregun, M., 2001, *Frequency-Domain Criteria for Correlating and Updating Dynamic Finite Element Models*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 15, No 1, pp. 139-155.

ANEXO I

Artigo publicado em 2002, no 2º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica realizado em João Pessoa-PB. Este artigo mostra o ajuste de um modelo de elementos finitos, através da atualização de seus parâmetros físicos e/ou geométricos sem considerar os efeitos de amortecimento.



VALIDAÇÃO DE MODELOS DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS BASEADA NAS FRF(s)

Ricardo Mikio Doi

João Antonio Pereira

Unesp – Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Brasil 56, CEP:15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil
rmdoi@dem.feis.unesp.br - japereir@dem.feis.unesp.br

Hans H. Mueller Slany

Institute of Mechanics, University of Duisburg, D-47048 Duisburg, Germany
mueller-slany@mechanik.uni-duisburg.de

Resumo. O trabalho discute o ajuste de modelos de elementos finitos com base nas funções de resposta em frequência FRF(s) obtidas em testes experimentais. A formulação das equações de ajuste é feita com base no balanço de força (resíduo de entrada) e o conjunto de equações de ajuste é resolvido de forma iterativa para um conjunto de frequências de ajuste. Os parâmetros de atualização do modelo são definidos em nível de elementos ou macro regiões o que mantém as características de conectividade das matrizes do modelo. A seleção dos parâmetros é feita a partir da avaliação da sensibilidade de cada parâmetro em relação aos autovalores. Isto busca direcionar a escolha dos parâmetros de atualização de forma, a se obter um modelo mais representativo, ou seja, a validação do modelo numérico com base nos dados experimentais. A proposta discutida é avaliada com dados reais de uma estrutura do tipo "frame" razoavelmente complexa. Os resultados mostraram se bastante promissores e teste adicionais estão sendo conduzidos visando incorporar o caráter complexo das respostas medidas, tomando-se como base o mecanismo de amortecimento não proporcional.

Palavras-chave: Análise Modal, Correlação, Ajuste de Parâmetros e Validação de Modelos.

1. INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico verificado nas últimas décadas, principalmente na área de simulação computacional, tem levado a uma reestruturação de muitas empresas tecnológicas. Empresas em que o tempo de mercado é crítico, têm reduzido o número de testes em troca de simulações que permitem otimizar projetos de produtos antes mesmo que sejam verdadeiramente construídos, isso reduz construções de protótipos e testes de validação, aumentando a produtividade da engenharia e melhorando o tempo de mercado. Daí a exigência de modelos mais e mais refinados o que envolve a análise de um número crescente de detalhes para análise e desenvolvimento de projetos.

O conceito de validação de modelo, no contexto de simulação computacional, pode ser entendido como o processo de correção, ou ajuste das variáveis utilizadas na formulação matemática do modelo a partir dos dados experimentais do sistema. A representação numérica do comportamento dinâmico de um modelo, por exemplo, pode ser melhorada a partir de um teste modal em que as respostas do modelo para várias excitações são medidas e utilizadas para ajustar os parâmetros do modelo matemático. O modelo matemático formulado geralmente por elementos finitos, envolve a avaliação aproximada de alguns parâmetros. Esses parâmetros,

tipicamente associados com as características de rigidez, massa e menos freqüentemente, de amortecimento são atualizados buscando uma melhor representação do comportamento dinâmico do modelo. A modelagem por elementos finitos, tem sido amplamente utilizada devido a sua grande versatilidade e facilidade para simulação de diferentes condições, de forma rápida e com baixo custo. Entretanto, a geração de modelos de elementos finitos envolvendo sistemas mais complexos não é um processo simples, e apesar da relutância do dinamicista em admitir que os modelos desenvolvidos contêm imprecisões, a verdade é que os modelos são aproximações do que o dinamicista acredita que seja o sistema. Para situações de grandes exigências, é necessária a comparação e o ajuste do modelo com base em testes experimentais.

As técnicas de ajuste do modelo de elementos finitos com base em dados experimentais vêm se consolidando, e já apresentam resultados satisfatórios em algumas aplicações de engenharia (Schaak, 2000; Mueller Slany et al, 2001; Pereira & Borges, 2001 e Friswell & Mottershead, 1998). As técnicas envolvem a comparação dos modelos analítico e experimental, a avaliação de possíveis regiões inadequadamente modeladas e posteriormente a atualização dos parâmetros referentes a essas regiões. Na análise estrutural, essas técnicas usualmente não consideram a avaliação do amortecimento na comparação dos modelos. A representatividade do modelo pode ser melhorada se esse amortecimento for considerado, neste contexto, a proposta deste trabalho é comparar e ajustar a modelagem numérico-experimental de uma estrutura razoavelmente complexa e também avaliar o efeito do amortecimento na comparação das respostas dos modelos. O processo de ajuste será feito com base nas funções de resposta em freqüências FRF(s) do modelo experimental.

2. FORMULAÇÃO

O equacionamento básico envolvido na formulação do método de ajuste baseado nas FRF(s) tem sido discutido em vários artigos (Larsson & Sas, 1992 e Pereira et al, 1994), por isso o detalhamento da formulação do problema não será aqui apresentado. Serão discutidos apenas os princípios básicos e as principais características envolvidas no processo de ajuste.

Neste caso, a diferença dos modelos é definida em termos de um balanço de força e o processo descreve a discrepância entre a modelagem analítica e experimental através de um resíduo de força $\{\varepsilon\}$. Esse resíduo é definido em termos da matriz de rigidez dinâmica do modelo analítico, $[Z^A]$, e parte da matriz das FRF(s) medidas no modelo, $[H^X]$ (Pereira, 1996).

$$\{\varepsilon\} = [Z^A(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_m + \Delta p_m)]\{H^X\}_j - \{I\}_j \cong 0 \quad (1)$$

onde: $\{I\}_j$ - vetor nulo, exceto para a j -ésima componente, $i_j = 1$;

p_i - i -ésimo parâmetro a ser ajustado.

Os p_i -parâmetros podem representar qualquer propriedade física ou geométrica do modelo, incluindo parâmetros relacionados com o amortecimento (Pereira & Borges, 2001). Os parâmetros podem representar variáveis de um elemento específico do modelo, elementos ajustados independentemente, ou variáveis de um conjunto de elementos quando vários elementos são ajustados conjuntamente. Os incrementos Δp_i são as correções dos p_i -parâmetros que minimizam a discrepância entre os dois modelos. A estimativa destas variações é obtida através de uma solução aproximada, através da linearização do problema nos parâmetros selecionados, o que conduz a um conjunto de equações de ajuste que podem ser expressas da forma:

$$\{\tilde{\varepsilon}\} = [S]\{\Delta p\} - \{\Delta H\} \quad (2)$$

Os elementos da matriz de sensibilidade $[S]$ e do vetor diferença $\{\Delta H\}$ são valores conhecidos, obtidos a partir da matriz de rigidez dinâmica e das FRF(s) medidas. Os elementos do vetor $\{\Delta p\}$ são valores desconhecidos, associados as correções dos parâmetros de interesse. Para a solução do sistema de equações são calculadas as m -variações dos parâmetros analíticos Δp_i que levam a uma melhor representação do modelo analítico. Se a discrepância entre os modelos não é contudo suficientemente pequena, o procedimento é iterativamente repetido.

2.1. Sensibilidade do modelo

No processo de comparação e ajuste de modelos, a análise de sensibilidade embora não seja um método direto de localização de erro de modelagem, é uma etapa de grande importância, visto que pode agregar informações referentes a localização desses erros. O cálculo da sensibilidade do modelo permite identificar quais componentes ou parâmetros da estrutura são mais sensíveis às pequenas variações, indicando assim os componentes ou regiões mais indicadas à correções. No entanto, as regiões mais sensíveis não são necessariamente as regiões do modelo inadequadamente representadas na modelagem, muito embora mereçam uma especial atenção. O conhecimento dos parâmetros mais sensíveis se torna uma informação bastante relevante para a escolha dos parâmetros de ajuste, uma vez que ela pode evitar a seleção de parâmetros pouco sensíveis, melhorando assim a performance do processo de atualização (Pereira, 1996). A sensibilidade do modelo em relação aos autovalores para os parâmetros p pode ser estimada a partir da equação de equilíbrio modal escrita. Para o r -ésimo modo, tem-se:

$$[K]\{\psi\}_r + \lambda_r[M]\{\psi\}_r = 0 \quad (3)$$

Derivando a equação (3) em relação ao p -ésimo parâmetro, tem-se a expressão (4).

$$[K]' \{\psi\}_r + [K]\{\psi\}'_r - \lambda_r'[M]\{\psi\}_r - \lambda_r[M]' \{\psi\}_r - \lambda_r[M]\{\psi\}'_r = 0 \quad (4)$$

onde: $()'$, $\{\psi\}'_r$ indicam derivadas de primeira ordem.

Pré-multiplicando a equação (4) pelo s -ésimo modo $\{\psi\}_s^T$ e utilizando as propriedades de ortogonalidade das matrizes de massa e rigidez (Timoshenko & Young, 1974), a equação resultante pode ser re-arranjada em termos das suas derivadas de primeira ordem. Assumindo-se que $r=s$ e que os modos são normalizados em relação a massa, a sensibilidade de primeira ordem do r -ésimo autovalor em relação a um parâmetro p é calculada pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p} = \{\psi\}_r^T \frac{\partial [K]}{\partial p} \{\psi\}_r - \lambda_r \{\psi\}_r^T \frac{\partial [M]}{\partial p} \{\psi\}_r \quad (5)$$

O cálculo da sensibilidade do modelo, neste caso, pode ser obtido pela expressão (5). Para alguns tipos específicos de elementos as sensibilidades podem ser obtidas facilmente derivando

as matrizes de massa e rigidez, entretanto para elementos mais complexos, a derivada analítica não é factível e a expressão é avaliada numericamente.

3. APLICAÇÃO

A estrutura analisada na avaliação da metodologia é uma estrutura do tipo *beam like structural*. O modelo espacial da estrutura é formado por 29 barras conectadas entre si por uniões parafusadas, sendo que as barras, em cada ponto de conexão são fixadas por uma junta esférica, conforme detalhe da figura 1.

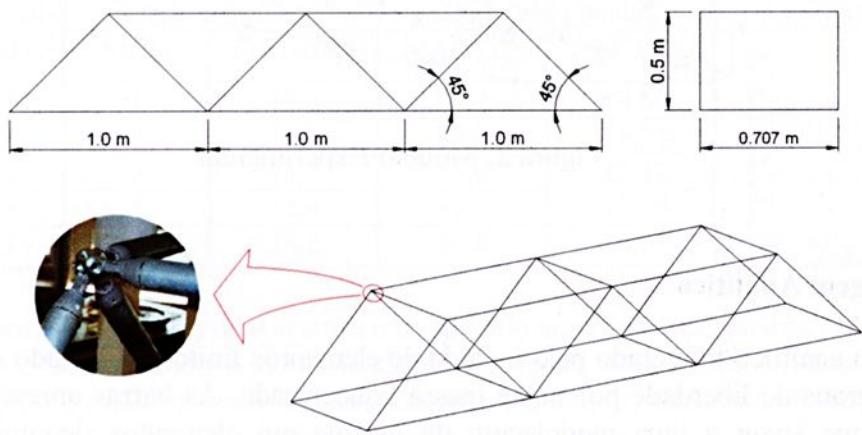


Figura 1. Dimensões da estrutura e detalhe da junção

As barras são cilíndricas vazadas e possuem nas extremidades uma parte cônica também vazada, onde é acomodado o parafuso de fixação das barras na junta esférica. Esses parafusos são livres para girar e são apertados a partir de uma luva externa (formato hexagonal) fixando as barras na junta esférica.

O material dos elementos da estrutura é aço, exceto a parte cônica da barra que é de ferro fundido (fofo), sendo que a massa total da estrutura é 42 kg. A tabela 1 mostra as principais propriedades dos elementos.

Tabela 1. Propriedades de material e geométricas da barra

Propriedades	Região cilíndrica	Região cônica	Parafuso e junta
Módulo de elasticidade	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$	$70 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$	$210 \cdot 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$
Densidade de massa	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$7200 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$7860 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
Seção de área transversal	$3,31 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$	$4,91 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$	$3,55 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$
Coefficiente de Poisson	0,30	0,40	0,30

3.1. Modelagem Experimental

Os parâmetros experimentais da estrutura utilizados na avaliação da potencialidade da metodologia foram obtidos em testes de laboratório. Testes experimentais de análise modal foram conduzidos para avaliar o comportamento dinâmico da estrutura para diferentes pontos de

excitação, visando assim uma estimativa dos parâmetros modais do modelo. A estrutura foi ensaiada na condição livre-livre, cabos elásticos foram utilizados para fixação da estrutura durante os testes, o que permitiu uma representação bastante razoável da condição livre-livre. A excitação foi do tipo impulsiva (martelo instrumentado) aplicada no ponto 6 na direção z . As respostas foram medidas numa faixa de frequência de 0-200 Hz com acelerômetro axial posicionado nas direções x , y e z em 43 pontos da estrutura. Os pontos de medidas foram escolhidos para coincidir com as juntas e posição mediana de cada barra, fig. (2).

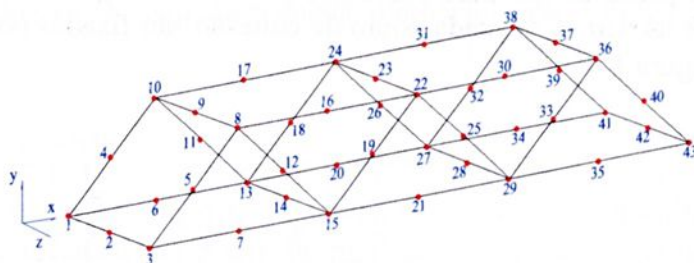


Figura 2. Modelo Experimental

3.2. Modelagem Analítica

O modelo analítico foi gerado pelo método de elementos finitos, utilizando elementos de viga espacial (6 graus de liberdade por nó) e massa concentrada. As barras apresentam três regiões distintas o que levou a uma modelagem da mesma em elementos denominados elementos "cilíndricos", "cônicos" e "parafusos". Elementos de massa foram adicionados nos pontos de conexão das barras para levar em consideração os efeitos de massa concentrada. A figura 3 mostra a discretização da estrutura que consiste em 174 elementos de viga e 66 elementos de massa, contendo 159 nós que correspondem a 954 graus de liberdade.

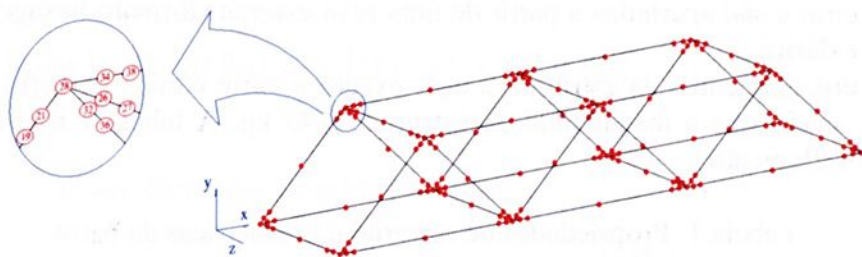


Figura 3. Modelo analítico

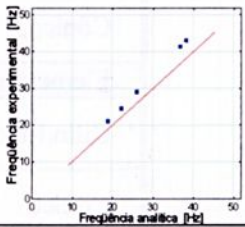
3.3. Comparação de Modelos

A comparação dos modelos demanda uma compatibilidade entre as malhas do modelo de elementos finitos e do teste experimental, a princípio vale ressaltar que as malhas do modelo analítico e experimental apresentam uma equivalência geométrica entre os gl(s), ou seja, foram definidas num sistema de referência em comum. A diferença entre o número de gl(s) é contornada pela redução dinâmica do modelo analítico. Neste método, a redução das matrizes do

modelo é calculada a partir do sistema de equações do movimento do sistema (Kidder, 1973), o que envolve os efeitos de distribuição de massa.

A tabela (2) mostra a correlação dos modelos em relação aos primeiros modos de vibrar. A correlação dos modos, como pode ser verificado pelo MAC-valores é muito boa, valores acima de 90 %. Além das diferenças das frequências serem bastante grandes, adicionalmente pode se observar no Plot-45° das frequências, um desvio sistemático dos pontos, o que indica um provável erro na estimativa de alguma propriedade global do modelo. Entretanto não existe uma grande dispersão dos pontos, indicando portanto que o modelo analítico representa a mesma estrutura.

Tabela 2. Correlação dos modelos

Modelo experimental		Modelo analítico		Correlação inicial		Plot-45°
Modo	Freq. [Hz]	Modo	Freq. [Hz]	MAC (%)	Dif. (%)	
1	21,1	1	18,0	97,7	-14,69	
2	24,6	2	21,1	98,8	-14,23	
3	29,1	3	24,7	95,0	-15,12	
4	41,4	4	34,9	93,6	-15,70	
5	43,1	5	36,2	97,6	-16,01	

A figura (4) mostra as FRF(s) da estrutura e do modelo analítico superpostas, a discrepância é nitidamente visível, confirmando a necessidade de ajuste do modelo que leva a uma melhor representatividade do comportamento da estrutura real. As FRF(s) mostradas foram medidas no ponto de excitação, que na estrutura equivale ao nó 6, na direção z.

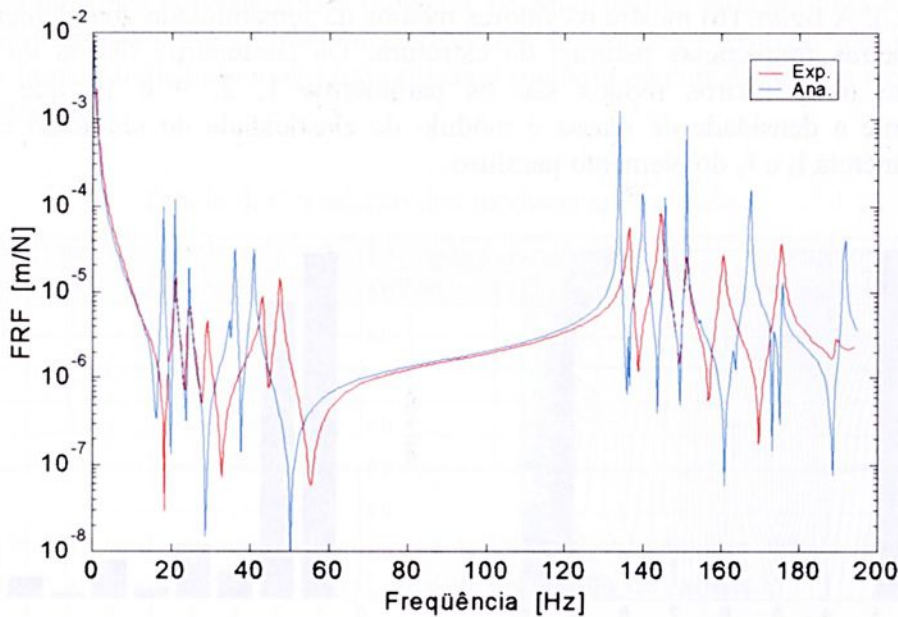


Figura 4. Superposição das FRF(s) experimental e analítica antes do ajuste

3.4. Análise de Sensibilidade e Ajuste

Nesta primeira etapa do processo, procurou-se identificar os parâmetros do modelo mais susceptível a mudanças. Uma primeira análise conforme discutido no item anterior, foi mostrado a existência de uma provável discrepância nos parâmetros globais do modelo. Desta forma, a estrutura foi separada em três regiões distintas e a sensibilidade de cada região foi calculada em relação aos seus respectivos parâmetros, totalizando em 10 parâmetros especificados na tabela 3.

Tabela 3. Numeração dos parâmetros p_i para análise de sensibilidade

Elemento	Propriedade de material	Parâmetros p_i
Cilíndrico Parafuso	Massa específica do aço	1
	Módulo de Elasticidade do aço	2
Cônico	Massa específica do fofo	3
	Módulo de Elasticidade do fofo	4
Elemento	Propriedade geométrica	Parâmetros p_i
Cilíndrico	Momento de inércia em z	5
	Momento de inércia em y	6
Cônico	Momento de inércia em z	7
	Momento de inércia em y	8
Parafuso	Momento de inércia em z	9
	Momento de inércia em y	10

A figura (5) mostra através de mapa de cores, para as primeiras freqüências naturais, a sensibilidade do modelo em relação aos parâmetros de cada região das barras (densidade, elasticidade ...). A figura (6) mostra os valores médios da sensibilidade dos elementos tomando-se as 5 primeiras freqüências naturais da estrutura. Os parâmetros físicos do modelo mais sensíveis para os primeiros modos são os parâmetros 1, 2, 9 e 10 que correspondem respectivamente a densidade de massa e módulo de elasticidade do elemento cilíndrico e ao momento de inércia I_z e I_y do elemento parafuso.

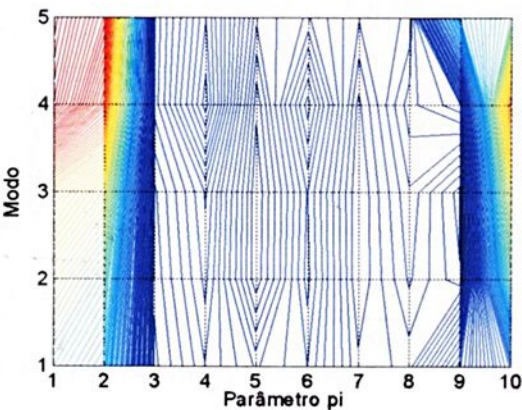


Figura 5. Sensibilidade da estrutura

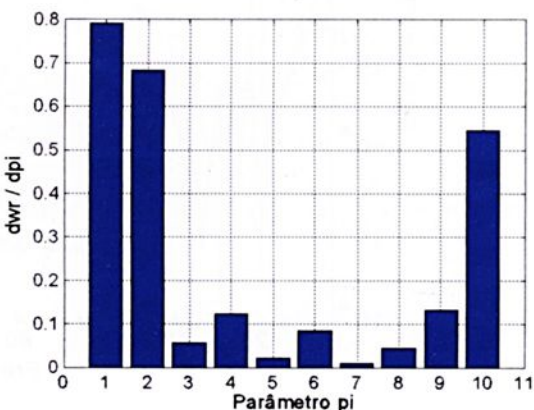


Figura 6. Sensibilidade da estrutura (média)

Para a seleção dos parâmetros de ajuste do modelo, os valores das propriedades físicas do material foram assumidos, neste caso, como sendo mais confiáveis quando comparado com as propriedades geométricas dos elementos. Adicionalmente, tem se o fato de que o elemento

parafuso mais a luva de aperto (detalhe da figura 1) apresenta uma geometria complexa, e isso torna a estimativa de suas propriedades menos realística. Portanto a seleção dos parâmetros a serem corrigidos recai sobre os momentos de inércia de todos os elementos "parafusos" no processo de ajuste do modelo. As figuras 7 e 8 mostram respectivamente, a evolução dos parâmetros de ajuste e as diferenças de frequências, sendo que neste trabalho, os parâmetros de inércia, nas direções I_z e I_y de cada elemento foram ajustados de forma proporcional. O processo é iterativo e o critério de parada é definido pela diferença dos parâmetros ajustados para duas iterações consecutivas. Essa diferença é definida pelo dinamicista.

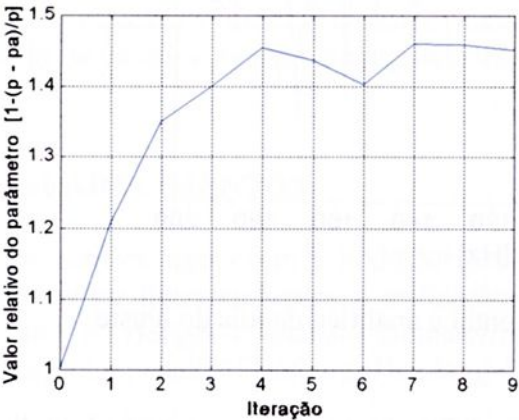


Figura 7. Variação do parâmetro ajustado

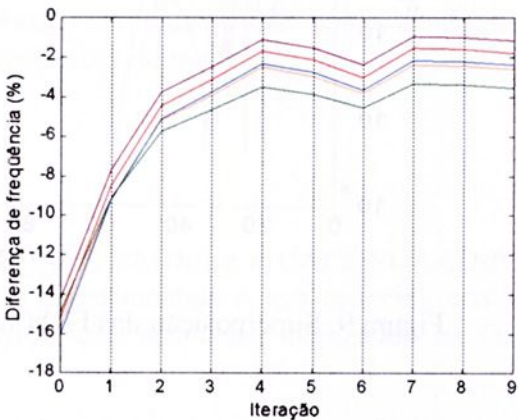


Figura 8. Diferenças das frequências dos modelos

A tabela (4) mostra a correlação dos modelos, os Mac-valores indicam uma boa correlação dos modos e a diferença entre as frequências naturais dos modelos foi reduzida, se comparada com o modelo inicial, indicando assim uma sensível melhora na correlação dos modelos para as primeiras frequências.

Tabela 4. Correlação dos modelos após o ajuste

Modelo experimental		Modelo ajustado		Correlação final	
Modo	Freq. [Hz]	Modo	Freq. [Hz]	Df (%)	MAC (%)
1	21,1	1	20,4	-3,32	97,7
2	24,6	2	24,3	-1,22	98,8
3	29,1	3	28,6	-1,72	95,0
4	41,4	4	40,4	-2,42	93,2
5	43,1	5	42,1	-2,32	97,3

A figura (9) apresenta a superposição dos valores absolutos, em escala logarítmica, das FRF(s) do modelo analítico e experimental, medidas no ponto de excitação.

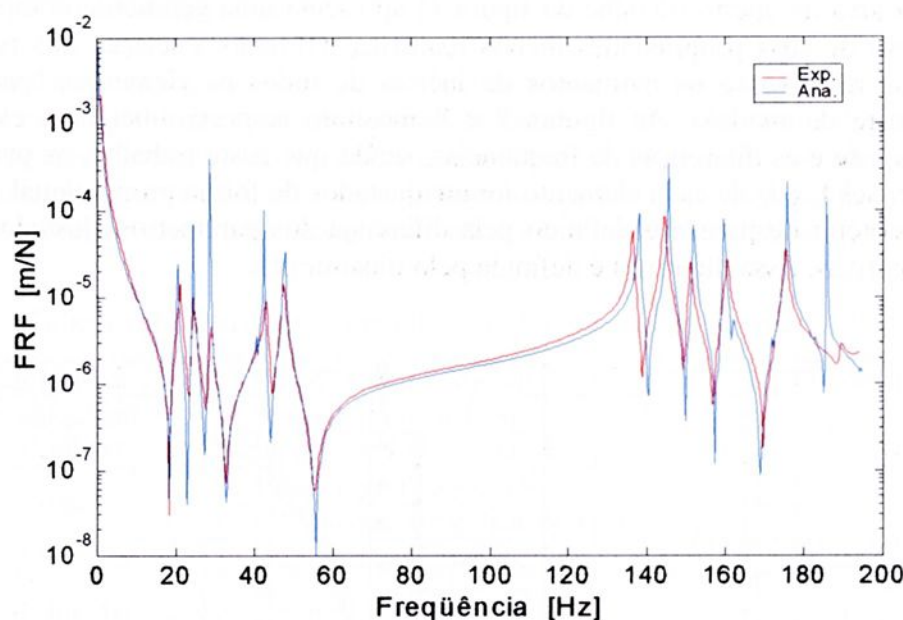


Figura 9. Superposição das FRF(s) experimental e analítica depois do ajuste

Os resultados mostram que a correlação dos modelos apresenta uma sensível melhora, entretanto a figura (10) mostra uma nítida discrepância entre as amplitudes das FRF(s), o que pode ser creditado ao efeito do amortecimento. Testes preliminares realizados pelos autores indicam que o ajuste das constantes de proporcionalidade (assumindo amortecimento proporcional) poderia reduzir essa discrepância entre as amplitudes.

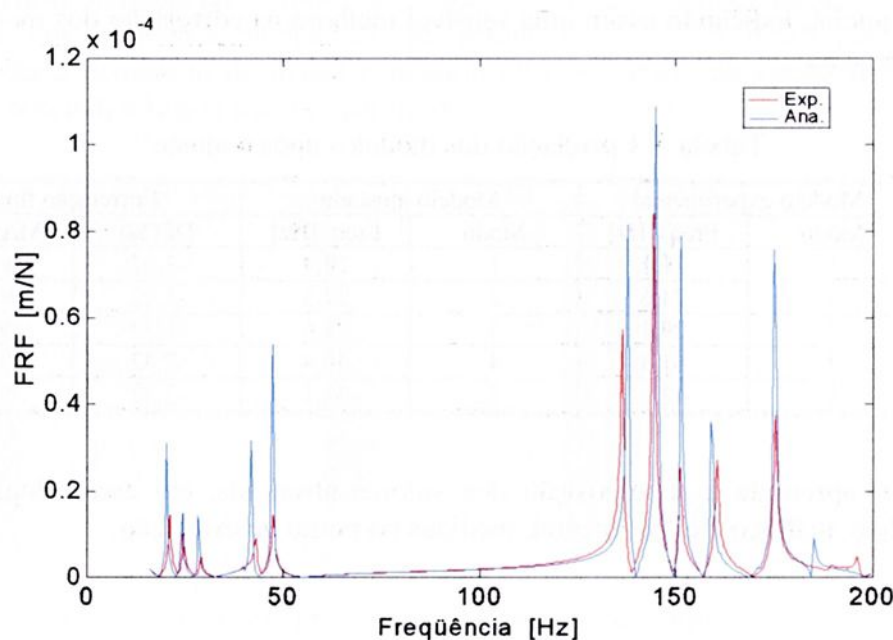


Figura 10. Valores absoluto das FRF(s)

4. CONCLUSÕES

Este artigo discute a interação de testes experimentais com dados numéricos, buscando um modelo numérico que represente realisticamente a estrutura de teste. Técnica de análise de sensibilidade foi utilizada e demonstrou-se útil como indicador para orientar o dinamicista a selecionar os parâmetros mais adequados a correção, buscando reduzir a discrepância entre o modelo analítico e os dados experimentais da estrutura. Isso evita a escolha de parâmetros pouco sensíveis, melhorando o desempenho do algoritmo.

A modelagem aproximada das conexões e juntas e sua posterior atualização buscando ajustar o modelo numérico mostrou-se adequada neste caso, mesmo considerando estes componentes sendo complexos e difíceis de serem modeladas. Testes adicionais estão sendo conduzidos no sentido de incluir e ajustar as propriedades de amortecimento do modelo.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPESP pela bolsa do Eng^o. RMDoi e a CAPES-DAAD-Probral pelo suporte financeiro para a realização dos testes experimentais e, em especial, aos Eng^{os}. Adriano S. Borges e Daniela Demarchi pela participação nos testes realizados na Gerhard Mercator Universität Duisburg, Duisburg-De.

6. REFERÊNCIAS

- Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., 1998, "Editorial", Mechanical Systems and Signal Processing, vol.12, London, pp.1-6.
- Kidder, R.L., 1973, "Redution of Structural Frequency Equation", AIAA Journal, vol.11, USA, pp.892.
- Larsson, P. O. and Sas, P., 1992, "Model Updating Based on Forced Vibration Testing Using Numerically Stable Formulations", in: 10th International Modal Analysis Conference- IMAC, CD-ROM.
- Maia, N. M. M. and Silva, J. M. M., 1997, "Theoritical and Experimental Modal Analysis," Ed. Research Studies Press Ltd., Tauton, 468 p.
- Mueller Slany, H. H., Brunzel, F. and Pereira, J. A., 2001, "Structural Damage Detection Based on Highly Accurate Updated Models", in: 19^o International Modal Analysis Conference- IMAC, Orlando, USA, CD-ROM.
- Pereira, J.A. and Borges, A.S., 2001, "Using of Model Updating Considering Damped FRF(s)", in: 16^o Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia, Brazil, CD-ROM.
- Pereira, J. A., 1996, "Structural Damage Detection Methodology using a Model Updating Procedure based on Frequency Response Functions - FRF(s)", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, Brasil.
- Pereira, J.A.; Heylen, W.; Lammens, W.S. and Sas, P., 1994, "Model Updating and Failure Detection Based on Experimental FRF's: Case study on space frame structure", in: 19th International Seminar on Modal Analysis-ISMA, Leuven, Belgium, pp.669-681.

Schaak, H., 2000, "Industrial Model Updating of Civil Four-Engine Aircraft in NASTRAN Environment - An Overview", in: 25th International Seminar on Modal Analysis-ISMA, Leuven, Belgium, CD-ROM.

Timoshenko, S. and Young, D. H., 1974, "Vibration Problems in Engineering", Ed. John Willey & Sons, New York, 521 p.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MODELS VALIDATION OF A FRAME STRUCTURE BY USING FRF-BASED MODEL UPDATING APPROACH

Ricardo Mikio Doi

João Antonio Pereira

Unesp – Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil 56, CEP:15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil

rmdoi@dem.feis.unesp.br - japereir@dem.feis.unesp.br

Hans H. Mueller Slany

Institute of Mechanics, University of Duisburg, D-47048 Duisburg, Germany

mueller-slany@mechanik.uni-duisburg.de

Abstract. *This work presents the use of a finite element model updating procedure based on the Frequency Response Function (FRF). The formulation of the updating equations is based on the force balance (input residue) and the updating set of equations is solved in an iterative way for a set of updating frequencies previously selected. The updating parameters are defined in level of elements or macro regions of the model, which maintains the characteristics of connectivity of the matrices of the model. The selection of the parameters is made starting from the evaluation of the sensibility of each parameter in relation to the natural frequencies. This searches to address the choice of the updating parameters, aiming at obtaining a more representative model, i. e., the validation of the numeric model based on the experimental data. The discussed proposal is evaluated with real data from a beam like structure reasonably complex. The results have been shown quite promising and additional tests are being managed with a purpose to incorporate the complex character of the measured response in the updating process by using the proportional damping mechanism.*

Keywords. *Modal Analysis, Correlation, Updating Parameters and Model Validation.*

ANEXO II

Artigo publicado em 2002, no 26º “International Seminar on Modal Analysis” realizado em Leuven, Bélgica. Este artigo refere-se ao ajuste de amortecimento proporcional.



Analysis of the Effects of Damping in the Models Validation

R. M. Doi, J. A. Pereira

Unesp – Ilha Solteira, Department of Mechanical Engineering,
Av. Brasil 56, Caixa Postal 31, CEP:15385-000, Ilha Solteira – SP, Brazil
e-mail: rmdoi@dem.feis.unesp.br ; japereir@dem.feis.unesp.br

Abstract

The search for better performance in the structural systems has been taken to more refined models, involving the analysis of a growing number of details, which should be correctly formulated aiming at defining a representative model of the real system. Representative models demand a great detailing of the project and search for new techniques of evaluation and analysis. Model updating is one of this technologies, it can be used to improve the predictive capabilities of computer-based models. This paper presents a FRF-based finite element model updating procedure whose the updating variables are physical parameters of the model. It includes the damping effects in the updating procedure assuming proportional and non proportional damping mechanism. The updating parameters are defined at an element level or macro regions of the model. So, the parameters are adjusted locally, facilitating the physical interpretation of the adjusting of the model. Different tests for simulated and experimental data are discussed aiming at evaluating the characteristics and potentialities of the methodology.

1. Introduction

Model Updating has been attracted great interest not only in scientific community but in many sectors of industries, mainly, because its capability of improving the quality of prediction data derived from Finite Element Model (FEM). Due to mathematical simplifications, usually precious details like damping effects or non-linearity are neglected in the finite element modelling and a great amount of information about the structure behaviour could be missed. In counterpart, the definition of a finite element model is easy, cheap and fast compared with experimental test, which makes it more versatile. Usually, experimental tests are believed to provide a best representation of the real behaviour of a structure due to the fact that they take place directly in the system. However, they have many limitations, usually, only a limited number of measured points are available. It is still difficult to measure rotational degrees of freedom, and additionally, experimental tests are expensive and time consuming, which limit their utilization for each different condition of operation. In this scenery, the objective of Finite Element Model Updating is to adjust the

parameters of a finite element model aiming at defining a prediction model, which presents behaviour in agreement with experimental data.

Ideally, if a representative model is obtained, it is possible to predict the behaviour of the system in configurations that differ from the reference test. However, model updating technique have not yet achieved maturity to provide this model. They have been restricted more to laboratory tests and presented a limited success for complex structures. In the literature is possible to find works from many researchers trying to improve updating methodologies to use them in large scale problems as well as in industrial problems^[1].

The object of the present work is to investigate a FRF-based finite element model updating procedure suggesting an alternative to include damping effects in the formulation approach. The damping is assumed to be viscous and proportional to mass and stiffness matrices. The updating variables are the own physical and geometrical parameters of the model. They are adjusted at an element level or a macro region level. In addition, it is also possible to adjust the coefficients α and β referring to the constants of proportionality to stiffness and mass matrices.

2. Theoretical Aspect

In model updating, most of the formulations, define an objective function that can be addressed directly using optimization methods or converted in an equivalent linear problem. The fundamental differences among several updating techniques are the residual terms. Some methods define the residue in terms of modal parameters, response function (error function based in the output variables) or force difference (error function based in the input variables).

The present work is based on the use of Frequency Response Function FRF(s) instead of modal parameters [2-4]. Which could present some advantages, once the FRF(s) are quantities directly measured in the structure.

The input residue is formulated as a difference between the experimental force $\{f_x\}$ and the analytical force $\{f_A\}$ necessary to give an analytical displacement $\{X_A\}$ equal to the experimental displacement $\{X_x\}$. The difference expression after a re-arrangement can be written in terms of the analytical dynamic stiffness matrix $[Z_A]$.

$$e(\{p\}) = [Z_A(\{p\})]\{X_A\} - \{f_x\} \quad (1)$$

where: $[Z_A] = [K_A] + i\omega[C_A] - \omega^2[M_A] = [H(\omega)]^{-1}$;

$[H(\omega)]^{-1}$ - receptance matrix;

p - parameters of the analytical model.

By using Taylor's expansion the residue expression is defined in terms of the first order sensitivity of the dynamic stiffness matrix and in terms of the difference of the analytical and experimental receptance [5].

$$\bar{e}_{xi} = \sum_j [H_A] \frac{\partial [Z_A]}{\partial p_i} \Delta p_i \{H_x\}_j + \{H_x\}_j - \{H_A^0\}_j \quad (2)$$

The equation (2) requires analytical and experimental models with same order, which demands a reduction of the analytical model as long as, it is usually larger than the experimental one. For this case, it was used dynamic reduction [6].

An approximated solution of the problem is obtained by using the least square approach to

solve the residue function for the selected updating parameters, p_i . In a compact form it becomes:

$$[S_k]\{\Delta p\} = \{\Delta H_k\}_j \quad (3)$$

Equation (3) is valid at the updating frequency point ω_k and it defines a set of n equations in the updating parameters. Normally, for practical applications, this equation is evaluated for a selected set of updating frequencies, gearing a simultaneous set of updating equations [4]. The selection of these updating frequencies does not attend a systematic criterion. It should be define a minimum number of frequencies able to provide a reference receptance matrix that contains, in a well-balanced way, all relevant information contained into the full measured receptance matrix.

The updating set equation is solved using the SVD (Singular Value Decomposition) method and the changes in the parameters Δp_i are used to obtain, in an iterative way, an estimate of the updated mass, stiffness or damping matrices.

2.1. Model Damping

The damping in the dynamic stiffness matrix is assumed to be proportional to the stiffness and mass matrices. The proportional damping, called Rayleigh damping, is generally used to represent the damping mechanism inherent to the systems that possess an uniform distribution over the structure. According to proportional hypothesis, the damping matrix is obtained by combining the mass and stiffness matrices by using proportionality coefficients named α and β [7].

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4)$$

By using the orthogonality properties of the modes and the critical damping one defines an expression relating the α and β coefficients. They are initially estimated by using the identified experimental damping ratios ζ_r and natural frequencies ω_r .

$$\zeta_r = \frac{\alpha + \beta\omega_r^2}{2\omega_r} \quad r = 1, \dots, m \quad (5)$$

For m modes, the expression gives a system of equations where the unknowns (α and β) can be obtained by using the least squares approach. Alternatively, the proportionality coefficients can be estimated by using two frequency points. It is advised to take the fundamental frequency and one second frequency selected among the highest natural frequencies of the model. Once estimated the proportional coefficients the modeling could include the damping effects and the damping matrix it will be proportional to mass and stiffness matrices.

Taking into account the effects of damping in the finite element model updating formulation will make the solution of the problem more complex. It will bring to a set of equation containing real and imaginary components. The set of updating parameters now could be the physical, geometrical ou damping parameters.

The expression to evaluate the sensitivity of expression (2) is calculated numerically. The changes on mass and stiffness matrix caused to disturbance in a p_i parameter, from an element or macro region of the finite element model are estimated using the expressions (6-7) and expression (8) gives the damping matrix.

$$[K(p_i + \Delta p_i)] = \sum_e^{ne} [K(p_i)]^e - [K(p_i)]^r + [K(p_i + \Delta p_i)]^r \quad (6)$$

$$[M(p_i + \Delta p_i)] = \sum_e^{ne} [M(p_i)]^e - [M(p_i)]^r + [M(p_i + \Delta p_i)]^r \quad (7)$$

where: $\sum$ - Sum (in a finite element sense) of elements matrices;

e - element or macro region, $1, 2, \dots, neR$;

r - r^{th} element or macro region;

i - i^{th} parameter.

$$[C(p_i + \Delta p_i)] = \alpha[M(p_i + \Delta p_i)] + \beta[K(p_i + \Delta p_i)] \quad (8)$$

The updating variables, as discussed previously could be any physical or geometrical parameters, or even the proportionality coefficient (α and β).

The damping in this formulation could also be treated as non-proportional. For non-proportional damping, the matrix is defined by using an approach similar to the one discussed in the proportional case. The distribution of damping in the structure is non-proportional but in some region, it could be assumed as uniformly distributed in that region. In this case,

it is defined a proportional matrix for each different region of the structure and the damping matrix of the model is defined combining the damping of each region of the model. Figure 1 shows, schematically, the assembling of the stiffness and mass matrices for a structure which contains different damping regions, a and b .

The global matrix could be separated in contributions from substructures a and b , as well as, the contributions $[\cdot]_{a,b}$ associated with degrees of freedom in the interface of the two structures.

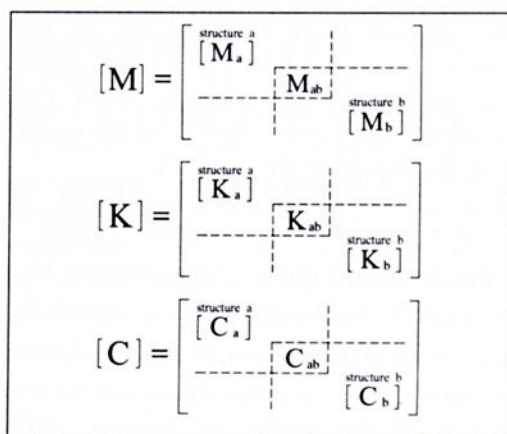


Figure 1: Assembling of the model matrices

The global damping matrix in this case is determined, after the derivation of damping matrix for each region. The damping of each region can be evaluated by using any damping approach, however, in this case, as suggested in [7] it will be used Rayleigh damping. The matrix for each region is calculate by the expressions below:

$$\begin{aligned} [C_a] &= \alpha_a [M_a] + \beta_a [K_a] \\ [C_b] &= \alpha_b [M_b] + \beta_b [K_b] \end{aligned} \quad (9)$$

In this case, the damping matrix of the structure will present coupling coefficients C_{ij} ($i \neq j$).

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (10)$$

It should be pointed that the correction of the parameter, in this process, does not affect the connectivity of the elements and the connectivity matrix keeps unchanged. Therefore,

the adjust can be traced, at element level or macro region, by using the connectivity matrices, which facilitate the physical interpretation of changes of the model.

3. Test Case

This section discusses the effect of using damping in the finite element model updating of a simple structure. In order to evaluate the capability of the approach to adjust a damped model, it is changed the damping properties of the structure. It is introduced in the structure, a thin layer of a special material used to increase the damping of resonant structure. This material is composed of a 0.3 mm thick aluminium film and an adhesive layer with viscous elastic properties, which are used to reduce vibration effects in resonant surface. The proposal is to evaluate how one can improve the prediction model of a modified structure constituted of composed material. The viscous elastic material is applied on one of the bar surface, as shown in Figure 2.

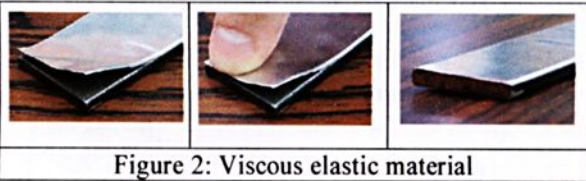


Figure 2: Viscous elastic material

3.1. Models comparison

The structure consists of a steel bar of rectangular section of 31 mm x 4.5 mm and 1 m long. The analytical modelling of the structure uses beam elements. The model contains 21 nodes and 20 elements, analysed in a free-free condition. Table 1 shows the material and geometrical properties of the structure.

The damping finite element matrix is defined taking into account the damping estimated in the modal test.

Table 1: Material and Geometric Properties of the Structure

Properties	Values
Modulus of elasticity	210 e ⁹ [N/m ²]
Cross sectional area	139,5 e ⁻⁶ [m ²]
Density	7860 [kg/m ³]
Poisson's coefficient	0.30

The experimental data were obtained from an experimental modal test. The structure was excited by impulsive force (hammer) applied in a point located in the position 0.3 m from the extremity in a vertical direction y, node 4. Responses were captured in the same direction of excitation, using axial accelerometers distributed along of the bar. The measuring were made in a frequency range of 0 to 600 Hz, at a reduced number of points when compared to the finite element model. Figure 3 shows a scheme of the structure. Two experimental tests were carried out, one before and other after introducing the viscous elastic material in the structure.

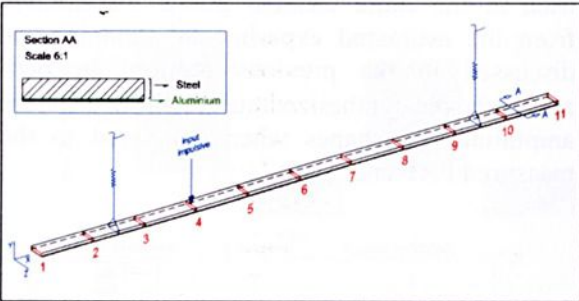


Figure 3: Experimental model

In the first test, as expected, the model presents a very light damping and the finite element modelling without damping could be used to represent the structure behaviour. The updating of the analytical model in this case is not required, once the analytical and the experimental data presented a good correlation. The frequencies are almost the same and MAC-values are near one.

In the second case, steel bar plus an adhesive film, the models correlation changed. The adhesive material introduced a light increase in the mass of the structure and an increase in the stiffness. It results an increase in the frequencies of the model. Table 2 shows the correlation of the experimental model and the original finite element model, the highest difference of frequency is 4 % and the MAC-values are still high.

Table 2: Analytical and Experimental Models Correlations

Experimental Model		Analytical Model		Initial Correlation	
Mode	Freq. [H]	Mode	Freq. [Hz]	Dif. [%]	MAC
1	24.9	1	23.9	4.02	99.2
2	67.6	2	65.9	2.51	100.0
3	132.6	3	129.2	2.56	99.3
4	218.5	4	213.6	2.24	98.8
5	325.9	5	319.1	2.09	99.9
6	454.8	6	445.7	2.00	99.4

Figure 4 shows the superposition of the FRF(s) of the models. The measured FRF is plotted against the synthesized FRF for the analytical model without damping and against the one using proportional damping. In the damped case, the proportionality coefficients used in the finite element model are defined from the estimated experimental damping, as discussed in the previous section. In both approach, the synthesized curves show different amplitude and shapes when compared to the measured FRF one.

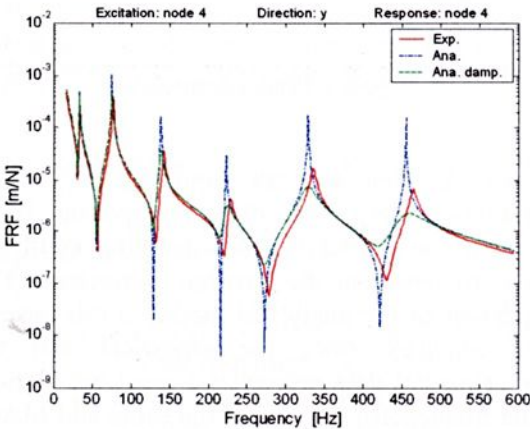


Figure 4: Experimental, analytical and estimated FRF(s)

The comparison of the data shows a discrepancy of the models. So, the updating process is used with the purpose for improving the models correlation.

The finite element model updating process is conducted in two steps, first the model is corrected aiming at improving the frequency difference, and later is adjusted considering the effect of damping in the model.

The changes of the model due to the adhesive film suggest first an updating in the area and inertial parameters. Taking 3 points of updating frequencies, 61.71, 138.27 and 314.04 Hz, the updated finite element model brought an improving in the models correlation. Table 3

shows the new correlation of the models and figure 5 shows de evolution of the selected parameters during the updating process.

Table 3: Analytical and Experimental Models Correlations

Experimental Model		Analytical Model		Final Correlation	
Mode	Freq. [H]	Mode	Freq. [Hz]	Dif. [%]	MAC
1	24.9	1	24.5	1.61	99.2
2	67.6	2	67.6	0.00	100.0
3	132.6	3	132.6	0.00	99.3
4	218.5	4	219.1	-0.27	98.8
5	325.9	5	327.4	-0.46	99.9
6	454.8	6	457.4	-0.57	99.4

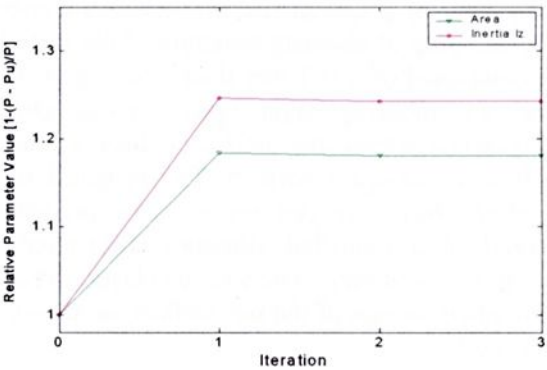


Figure 5: Evolution of the updated parameters

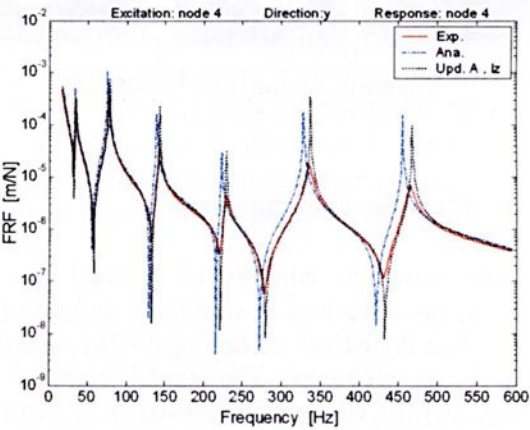


Figure 6: Experimental, analytical and estimated FRF(s)

Once the updating of the finite element brought an improvement of the frequencies of the model, now it is necessary to update the damping parameters in order to define a more realistic prediction finite element model. In this step, only the damping parameters were selected to be adjusted in the updating process. The parameters α and β initially estimated from experimental data were updated. The updating

frequency points used are 62.50, 72.65, 127.34, 139.05, 213.27, 224.99, 314.04, 337.48, 440.60 and 474.97 Hz. Table 4 shows the updated parameters and figure 6 shows the evolution of the parameters during the updating process.

Table 4: Parameters correction

Initial Estimated coefficients		Updated coefficients	
α_{est}	β_{est}	α_{upd}	β_{upd}
2.40	$2.7 \cdot 10^{-5}$	7.38	$6.36 \cdot 10^{-6}$

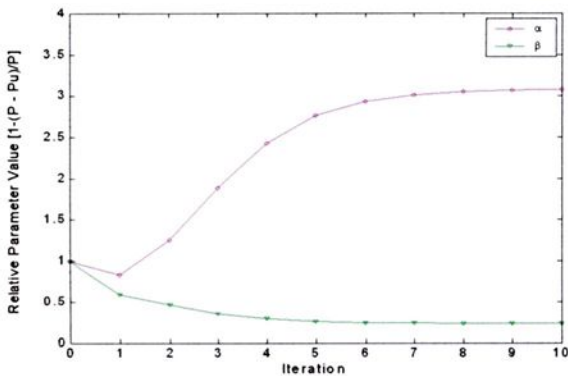


Figure 7: Evolution of the updated parameters

The updated values were used to estimate the new values for the damping of the model. When incorporated into the finite element model these values lead to a more realistic model. Figure 8 shows the superimposed FRF(s) of the models. Now, the finite element model incorporates the updated damping coefficients.

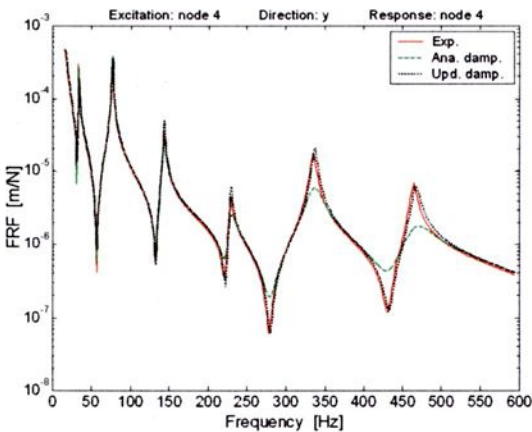


Figure 8: Experimental, analytical and updated FRF(s)

Additionally, a preliminary analysis has been discussed in order to evaluate the capability of the approach to identify different damping regions. The structure was divided in two

regions and the proportionality coefficients of each region were updated simultaneously. No restriction was imposed to the parameters and they could change independently, figure 9. As expected, the variation of the updated parameters of each region are almost the same since, in this case, the two regions present the same damping distribution. The results lead to the expectation that, as shown in [5] for a simulated case, the procedure could correct the updating parameters in correct way, even when the structure presents regions with different distribution of damping.

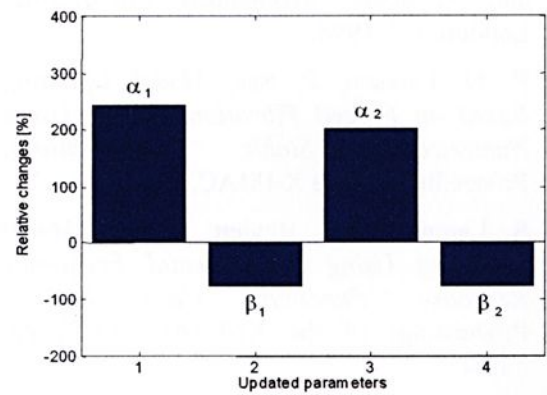


Figure 9: Relative changes of the proportionality coefficients

4. Discussion

In this paper an alternative to include damping effects into a finite element model updating has been discussed. The damping formulation is based on the proportional damping mechanism.

The approach has been evaluated with data from a simple structure of composed material. It has been shown that the use of the proportionality coefficients derived from the damping estimated in the experimental modal analysis, in the finite element formulation of the damping matrix could be not satisfactory. A better representation of the finite element model could be obtained updating these coefficients.

The results using experimental data were promising, however, additional test should be conducted in order to evaluate the applicability of the approach for a real test case.

Acknowledgement

The authors acknowledge the support of the Research Support Foundation of the State of São Paulo - FAPESP, Brazil.

References

- [1] H. Grafe, *Model Updating of large Structural Dynamics Models Using Measured Response Function*, PhD. Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, Mechanical Engineering, London, UK, 1998.
- [2] P. O. Larsson, P. Sas, *Model Updating Based on Forced Vibration Testing Using Numerically Stable Formulations*, Proceedings of the X-IMAC, 1992.
- [3] S. Lammens, W. Heylen, P. Sas *Model Updating Using Experimental Frequency Response Function: Case Studies*, Proceedings of the XI-IMAC, 1993, pp. 449-455.
- [4] J. A. Pereira, *Structural Damage Detection Methodology using a Model Updating Procedure based on Frequency Response Functions - FRF(s)*, Ph.D. Thesis, State University of Campinas, Brazil, 1996.
- [5] J.A. Pereira, A. S. Borges, *Using of Model Updating Considering Damped Frequency Response Function*, in: 20th International Modal Analysis Conference- IMAC, Los Angeles, USA, 2002, pp.1478-1484.
- [6] R.L. Kidder, *Reduction of Structural Frequency Equation*, AIAA Journal, vol.11, USA, 1973, pp. 892.
- [7] R. W. Clough, J. Penzien, *Dynamics of Structures*, 2nd edition, McGraw-Hill international Editions, 1993.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dem.feis.unesp.br**

