

MÔNICA LAIOLTI DOS SANTOS

Avaliação das propriedades mecânicas de molas helicoidais de tração

Mônica Laiolti dos Santos

Avaliação das propriedades mecânicas de molas helicoidais de tração

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva

Guaratinguetá - SP
2018

S237a	Santos, Mônica Laiolti dos Avaliação das propriedades mecânicas de molas helicoidais de tração / Mônica Laiolti dos Santos. – Guaratinguetá, 2018. 103 f : il. Bibliografia: f. 85 Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018. Orientador: Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva 1. Molas (Mecanismo) 2. Análise de elementos finitos. 3. Metalografia - Teste. I. Título CDU 658
-------	---

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8/9203

MÔNICA LAIOLTI DOS SANTOS

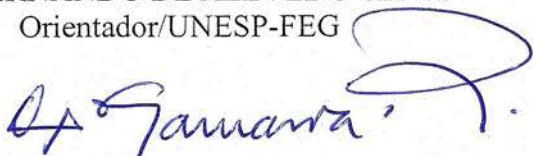
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. FERNANDO DE AZEVEDO SILVA
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. VICTOR ORLANDO GAMARRA ROSADO
UNESP-FEG


Prof. Me. EVERTON COELHO DE MEDEIROS
UNESP-FEG

Dezembro de 2018

Ao Deus dos hebreus, a quem devo todos e
tudo o que penso ter, a minha vida e a minha
salvação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a oportunidade que o Senhor Deus me deu de poder me graduar nesta instituição de ensino.

aos meus pais *Simone Aparecida Laiolti dos Santos* e *José Roberto dos Santos* por sempre criarem um ambiente propício para o meu desenvolvimento intelectual, por me incentivarem amorosa, psíquica e financeiramente a crescer em instrução.

à minha avó *Hilda Arruda Laiolti*, por me acolher desde o início da minha vida e por todos os cafés calorosos em tempos de angústia.

ao meu namorado *Sérgio Augusto Santana de Souza*, por ser sempre meu companheiro e por iniciar sua vida acadêmica ao meu lado.

aos meus colegas de faculdade, que tornaram muitas das minhas preocupações diárias mais leves, e principalmente àqueles que, com suas vidas e muitas vezes sem palavras, me mostraram a Salvação de Deus.

ao *prof. Dr. Eduardo Gonçalves Ciapina*, quem me deu a primeira oportunidade de crescer em meio acadêmico e a quem pude compartilhar muitos dos meus problemas e crescimentos pessoais.

ao *prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva*, meu orientador, por meio de quem descobri na Engenharia Mecânica meu caminho, a quem devo a oportunidade de ter realizado este trabalho e por ter depositado sua fé em mim.

ao *técnico Wilson*, pela realização dos ensaios de tração e por sempre ter palavras de esperança.

ao *prof. Dr. Peterson Luiz Ferrandini* por todo o auxílio no exame metalográfico, desde a preparação de amostras até a análise das micrografias.

ao *prof. Dr. Roberto Zenhei Nakazato* e seu orientando de doutorado *Reginaldo Konatu* por todo o auxílio no embutimento e corte das amostras em resina.

ao *prof. Dr. Marcos Valério Ribeiro* pela concessão do uso do microdurômetro Wilson Instruments “401 MVD” e ao *Dr. Marcel Yuzo Kondo*, à época seu doutorando, pela realização do ensaio.

aos funcionários da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá por toda a ajuda, desde o primeiro dia.

aos ensinamentos do *prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão*, sem os quais o meu entendimento das equações fundamentais do método dos elementos finitos teria sido muito mais dificultoso.

“O Senhor deu aos homens a ciência para que
pudessem glorificá-lo por causa das
maravilhas dele.”

Eclesiástico 38, 6

RESUMO

Molas helicoidais de extensão são elementos largamente presentes em máquinas e estruturas. A necessidade de se poder prever o comportamento mecânico destes elementos de maneira mais acessível financeiramente e praticamente faz da simulação por elementos finitos uma ferramenta desejável em qualquer projeto.

Neste trabalho buscou-se reproduzir o comportamento de molas helicoidais e associações delas em série e paralelo em ensaio de tração. Investigações sobre o material da mola foram feitas com auxílio de ensaios metalográficos e mecânicos.

Três simulações foram realizadas: mola sob tração e associação em série e paralelo de duas molas sob tração. Verificou-se que pré-análise do sistema estrutural é a chave para a maior aproximação dos resultados computacionais dos reais e teóricos.

PALAVRAS-CHAVE: Molas helicoidais de extensão. Método dos elementos finitos. Ensaio de tração.

ABSTRACT

Coil tension springs are machinery elements widely used in machines and structures. The need to predict their mechanical behavior in a more affordable and practical way makes the finite element analysis desirable for any project.

In this work it was intended to reproduce the tension springs behavior, as well as parallel and series association of springs in a tensile test. Investigations under the spring material were made with the add of metallographic and mechanical tests.

Three simulations were built: a spring under tensile load and two springs in serie and parallel. It was realized that the structural system pre-analysis is the key to a major approximation of computational results from the real and teorical ones.

KEYWORDS: Coil tension springs. Finite element analysis. Tensile test.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de análise de elementos finitos	18
Figura 2 – Fluxograma das etapas básicas para aplicação do MEF	19
Figura 3 – Tipos de elementos finitos.....	20
Figura 4 – Tipos de refinamento de malha	22
Figura 5 – Convergência.....	22
Figura 6 – Diagrama força-deslocamento	24
Figura 7 – Diagrama tensão-deformação.....	25
Figura 8 – Principais dimensões de molas helicoidais de extensão	26
Figura 9 – Principais dimensões dos ganchos e pontos de máxima tensão (A e B)	26
Figura 10 – Vista em corte de mola helicoidal de extensão explicitando momento torsor formado devido ao carregamento	27
Figura 11 – Distribuição de tensões na espira	27
Figura 12 – Associação de molas em série sujeitas a tração axial.....	30
Figura 13 – Associação de molas em paralelo sujeitas a tração axial	30
Figura 14 – Pré-carga	31
Figura 15 – Diagrama para materiais frágeis.....	33
Figura 16 – Região de escoamento no diagrama tensão-deformação	34
Figura 17 – Impressão Vickers	36
Figura 18 – Mola cavalete 50536-KRM-B90.....	37
Figura 19 – Vista superior do “gancho 1”	37
Figura 20 – Vista superior do “gancho 2”	38
Figura 21 – Mola única sob tração	39
Figura 22 – Associação de duas molas em série sob tração	40
Figura 23 – Associação de duas molas em paralelo sob tração	40
Figura 24 – Chapas utilizadas para auxiliar a fixação das molas	41
Figura 25 – Processo de embutimento das molas em resina	42
Figura 26 – Molas embutidas em resina.....	42
Figura 27 – <i>Isomet 4000</i>	43
Figura 28 – Montagem da mola embutida na serra <i>Isomet 4000</i>	44
Figura 29 – Corte com fluido refrigerante.....	44
Figura 30 – Microdurômetro com amostra da mola	45
Figura 31 – Estado de tensões de elemento infinitesimal.....	46

Figura 32 – Qualidade da malha para uma mola sob tração.....	48
Figura 33 – Qualidade da malha do modelo de molas em paralelo.....	50
Figura 34 – Qualidade da malha do modelo de molas em série.....	51
Figura 35 – Modelo da mola cavalete em <i>CAD</i>	53
Figura 36 – Principais dimensões do modelo.....	53
Figura 37 – Região elástica da curva força-deslocamento para associação de molas.....	54
Figura 38 – Parte linear das curvas, que são utilizadas nos cálculos.....	55
Figura 39 – Primeiro ensaio de tração até a ruptura.....	57
Figura 40 – Configuração deformada da mola após primeiro ensaio de tração até a ruptura.....	57
Figura 41 – Segundo ensaio de tração até a ruptura.....	57
Figura 42 – Configuração deformada da mola após segundo ensaio de tração até a ruptura.....	58
Figura 43 – Fotomicrografia do material da mola com ampliação de 200x.....	59
Figura 44 – Fotomicrografia do material da mola com ampliação de 500x.....	60
Figura 45 – Impressão do penetrador de diamante.....	60
Figura 46 – Condições de contorno.....	63
Figura 47 – Malha de elementos finitos.....	63
Figura 48 – Condição deformada do modelo computacional.....	64
Figura 49 – Novas condições de contorno.....	65
Figura 50 – Nova condição deformada.....	65
Figura 51 – Distribuição de tensões de cisalhamento máximas nas espiras.....	66
Figura 52 – Distribuição de tensões normais em y no gancho 1 (ponto A).....	67
Figura 53 – Distribuição de tensões máximas de cisalhamento no gancho 1 (ponto B).....	68
Figura 54 – Distribuição de tensões normais em y no gancho 2 (ponto A).....	68
Figura 55 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 1 (ponto A).....	69
Figura 56 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 1 (ponto B).....	69
Figura 57 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 2 (ponto A).....	70
Figura 58 – Diagrama força-deformação de comparação para a mola cavalete.....	71
Figura 59 – Condições de contorno para modelo em paralelo.....	72
Figura 60 – Malha do modelo em paralelo.....	72
Figura 61 – Condição deformada do modelo em paralelo.....	73
Figura 62 – Diagrama força-deformação de comparação para associação em paralelo.....	74
Figura 63 – Malha do modelo em série.....	75
Figura 64 – Condições de contorno para modelo em série.....	75
Figura 65 – Condição deformada para modelo em série.....	75

Figura 66 – Detalhe da deformação.....	76
Figura 67 – Nova condição de contorno para associação em série	76
Figura 68 – Nova condição deformada para associação em série	77
Figura 69 – Detalhe da nova condição deformada	77
Figura 70 – Detalhe da nova condição deformada	78
Figura 71 – Corpo da mola.....	87
Figura 72 – <i>Sketch</i> da seção transversal do fio da mola em sua base.....	88
Figura 73 – Plano perpendicular à seção transversal do fio da mola na extremidade inferior	89
Figura 74 – Curva que originou o perfil do gancho 2	90
Figura 75 – Restrições e dimensões da curva do gancho 2	90
Figura 76 – <i>Sweep</i> gerador do gancho 2.....	91
Figura 77 – Modelo com gancho 2	92
Figura 78 – <i>Sketch</i> da seção transversal do fio da mola para construção do R_2	92
Figura 79 – Plano perpendicular à seção transversal do fio da mola na extremidade superior	93
Figura 80 – Curva de extensão do fio da mola	94
Figura 81 – <i>Sketch</i> da curva de extensão	94
Figura 82 – <i>Move</i> utilizado para girar o arco.....	95
Figura 83 – <i>Sweep</i> gerador da extensão do fio da mola	95
Figura 84 – Plano construído com três pontos	96
Figura 85 – Curva geradora do raio R_2	97
Figura 86 – <i>Sweep</i> gerador do raio R_2 do gancho 1	98
Figura 87 – Ponto criado para gerar o plano	98
Figura 88 – Plano criado a partir do <i>Offset Plane</i> na altura do ponto	99
Figura 89 – <i>Sketch</i> utilizado para auxílio da criação do plano que conterá a curva geradora do gancho 1.....	100
Figura 90 – Plano paralelo ao “yz” que conterá a curva geradora do gancho 1	100
Figura 91 – <i>Sketch</i> da curva geradora do gancho 1	101
Figura 92 – Restrições e dimensões da curva geradora do gancho 1	101
Figura 93 – Detalhe do <i>sketch</i> da curva geradora do gancho 1	102
Figura 94 – <i>Sweep</i> gerador do gancho 1	103
Figura 95 – Modelo da mola cavalete	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Qualidade da malha para diversas variações de <i>skewness</i>	23
Tabela 2 – Especificações do corte	43
Tabela 3 – Dimensões da mola cavalete	52
Tabela 4 – Constantes elásticas experimentais	55
Tabela 5 – Cálculo do “ $k_{teórico}$ ”	55
Tabela 6 – Comparação entre constantes experimentais e teóricas	56
Tabela 7 – Pontos dos diagramas força-deslocamento	58
Tabela 8 – Cálculo da estimativa da tensão limite de resistência à tração	58
Tabela 9 – Medidas de microdureza	61
Tabela 10 – Cálculo da tensão limite de resistência à tração	61
Tabela 11 – Limite de resistência à tração de materiais comumente usados em molas	61
Tabela 12 – Propriedades do aço ASTM A227 utilizadas na simulação	62
Tabela 13 – Cálculo da tensão máxima de cisalhamento na parte interna da espira	66
Tabela 14 – Cálculo da tensão normal máxima no ponto A do gancho 1	67
Tabela 15 – Cálculo da tensão de cisalhamento máxima no ponto B do gancho 1	67
Tabela 16 – Cálculo da tensão normal máxima no ponto A do gancho 2	67
Tabela 17 – Resumo das tensões encontradas no gancho 1	70
Tabela 18 – Resumo das tensões encontradas no gancho 2	70
Tabela 19 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para a mola cavalete	71
Tabela 20 – Equações das retas e constante elástica para a mola cavalete	71
Tabela 21 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para associação em paralelo	73
Tabela 22 – Equações das retas e constante elástica para associação em paralelo	74
Tabela 23 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para associação em série ...	78
Tabela 24 – Equações das retas e constante elástica para associação em série	79
Tabela 25 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Coil</i>	87
Tabela 26 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Sweep</i> para gerar o gancho 2	91
Tabela 27 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Sweep</i> para extensão do fio	96
Tabela 28 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Sweep</i> para modelagem do R ₂	97
Tabela 29 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Offset Plane</i>	99
Tabela 30 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta <i>Sweep</i> para modelagem do gancho 1	102

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASTM	American Society for Testing and Materials
CAD	Computer-Aided Desing
CAE	Computer-Aided Engineering
CAM	Computer-Aided Manufacturing
CC	Condições de Contorno
FEA	Finite Element Analysis
HB	Brinell Hardness
HV	Vickers Hardness
MEF	Método dos Elementos Finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

$\{F\}$	vetor de componentes de força
$[K]$	matriz de rigidez
$\{D\}$	vetor de componentes de deslocamento
k	constante de elasticidade da mola
F	força
y	deslocamento/deflexão
E	módulo de elasticidade
σ	tensão normal
ε	deformação normal específica
U	resiliência
J	momento polar de inércia
D	diâmetro médio da mola
d	diâmetro da espira
K_s	fator de cisalhamento direto
C	índice da mola
τ	tensão de cisalhamento
T	momento torçor
r	braço entre forças cortantes
A	área de corte
K_w	fator de Wahl
G	módulo de rigidez
N_a	número de espiras ativas
S_y	tensão limite de escoamento
S_{ut}	tensão limite de ruptura à tração
S_f	tensão de ruptura
l	comprimento longitudinal
ν	coeficiente de Poisson
γ	deformação de cisalhamento específica
u	deslocamento na direção “x”
v	deslocamento na direção “y”
w	deslocamento na direção “z”

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVO	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	17
2.1.1	Discretização	17
2.1.2	Aplicação do método	19
2.1.3	Verificação e validação	21
2.2	OBJETO DE ESTUDO: MOLAS	23
2.2.1	Rigidez e elasticidade	23
2.2.2	Mola helicoidal de extensão	25
2.2.3	Associação de molas	29
2.3	PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO	31
2.4	ENSAIO DE MICRODUREZA	34
2.4.1	Aspectos básicos do ensaio de dureza	34
2.4.2	Microdureza Vickers	35
3	METODOLOGIA	37
3.1	ESPECIFICAÇÃO DO PROBLEMA	37
3.1.1	Mola real adquirida	37
3.1.2	Modelo em CAD	38
3.2	PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO	39
3.3	INVESTIGAÇÃO DO MATERIAL DA MOLA CAVALETE	41
3.3.1	Ensaio de metalografia	41
3.3.1.1	Embutimento	41
3.3.1.2	Obtenção e preparação das amostras	42
3.3.1.3	Obtenção da micrografia	45
3.3.2	Ensaio de microdureza Vickers	45
3.4	PRÉ-ANÁLISE DO MEF	45
3.4.1	Equações governantes do modelo matemático	45
3.4.2	Metodologia para mola única sob tração	47
3.4.2.1	Malha	48
3.4.2.2	Condições de contorno	49
3.4.3	Metodologia para associação em paralelo	49

3.4.3.1	Malha	49
3.4.3.2	Condições de contorno	50
3.4.4	Metodologia para associação em série	50
3.4.4.1	Malha	51
3.4.4.2	Condições de contorno	51
4	RESULTADOS	52
4.1	DOMÍNIO DO PROBLEMA	52
4.1.1	Dimensões da mola real	52
4.1.2	Modelo em CAD	52
4.2	PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO	54
4.2.1	Comportamento mecânico na região elástica para associação de mola	54
4.2.2	Comportamento mecânico na região plástica até a ruptura	56
4.3	INVESTIGAÇÃO DO MATERIAL DA MOLA	59
4.3.1	Micrografia do material	59
4.3.2	Endentação e microdureza Vickers	60
4.3.3	Material da mola cavalete	61
4.4	SIMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS	62
4.4.1	Mola cavalete sob tração	62
4.4.1.1	Verificação do modelo	66
4.4.1.2	Validação do modelo	70
4.4.2	Associação de molas cavalete em paralelo sob tração	72
4.4.2.1	Verificação e validação do modelo	73
4.4.3	Associação de molas cavalete em série sob tração	74
4.4.3.1	Verificação e validação do modelo	77
5	DISCUSSÕES	80
5.1	SIMULAÇÃO DA MOLA CAVALETE	80
5.2	SIMULAÇÃO EM PARALELO	81
5.3	SIMULAÇÃO EM SÉRIE	81
6	CONCLUSÃO	82
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	84
	REFERÊNCIAS	85
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	86
	APÊNDICE – Construção da mola cavalete no <i>software Fusion 360</i>	87

1 INTRODUÇÃO

Molas helicoidais de extensão são importantes elementos de máquinas, sendo utilizadas em aplicações estáticas e dinâmicas para propósitos de armazenamento de energia, absorção de vibrações e fornecimento de força de tração ou compressão devido a sua deflexão. Portanto, é necessário ter o conhecimento de seu comportamento mecânico – e poder prevê-lo– frente aos mais variados tipos de carregamentos.

A predição do comportamento mecânico de um componente em algum projeto, em meio corporativo ou acadêmico, induz a utilização do método dos elementos finitos, ao menos em um primeiro momento devido ao menor custo em comparação com uma simulação experimental, que pode, muitas vezes, ser destrutiva. Mesmo que um estudo experimental da situação física tenha que ser feito para que a simulação computacional seja validada, obter a simulação por elementos finitos do problema físico se torna uma ferramenta muito útil e de fácil acesso para posteriores comparações e extrapolações de resultados.

1.1 OBJETIVO

Em vista do exposto acima, este trabalho se propõe a estudar se a obtenção de uma simulação em elementos finitos para o problema físico de molas helicoidais de extensão sob carregamento estático de tração é capaz de prever com acurácia as deformações e tensões reais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é uma ferramenta numérica de aproximação de resultados. No entanto, segundo Cook (1989), o MEF é comumente usado em problemas que são muito complicados de serem resolvidos satisfatoriamente por métodos analíticos clássicos.

Tais soluções exatas existem para geometrias e condições de carregamento simples, e estão em publicações sobre teoria da elasticidade. Para os problemas de geometrias complexas e condições de contorno e carregamentos gerais, obter tais soluções é uma tarefa impossível. Métodos de solução aproximados normalmente empregam energia potencial ou métodos variacionais, que atribuem condições menos rigorosas às funções aproximadoras. (CHANDRUPATLA, 2014, p. 10).

Se métodos de solução aproximada, segundo Chandrupatla (2014), não se utilizam de condições tão rigorosas quanto as equações analíticas, então o MEF se torna ideal para se resolver problemas mais complexos e específicos, tanto em geometria quanto em carregamento.

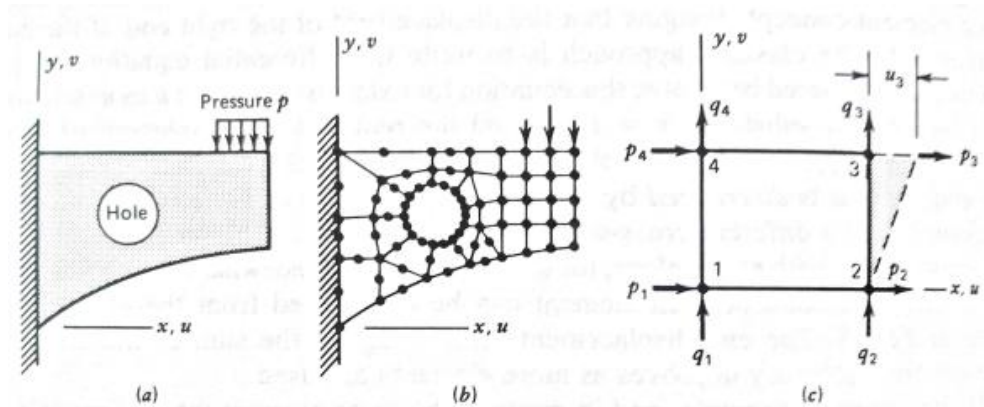
2.1.1 Discretização

O método em si consiste em, a partir de um sistema objeto de estudo contínuo, criar um modelo conceitual em que este sistema seja discretizado em elementos. As equações analíticas consolidadas são definidas tendo como base que a matéria estudada é dividida em elementos diferenciais, infinitos, cujo volume tende ao zero. Já a base do MEF encontra-se em dividir a matéria estudada em elementos discretos, finitos, que podem ser contados. No entanto, enquanto a solução analítica pode gerar soluções exatas, o MEF só consegue chegar a resultados aproximados.

A seguir, a Figura 1 representa um exemplo de análise de elementos finitos. Em (a), pode-se ver um modelo conceitual derivado de um problema real de uma viga em balanço, engastada em uma extremidade e com um carregamento uniforme devido à pressão “p” na outra. O analista decidiu-se por modelar o problema real em apenas duas dimensões, talvez porque a variação das tensões na direção “z” não fosse significativa para seu estudo. Em (b) pode-se observar a estrutura já discretizada, com seus elementos finitos formando uma malha. Percebe-se que a aplicação do carregamento é sempre feita nos nós dos elementos, que são os pontos de conexão entre os elementos, em (c) representados pelos pontos 1, 2, 3 e 4. É

especificamente nos nós que os deslocamentos, no caso de um sistema estrutural, são calculados. Para cada nó do sistema existirá um conjunto de equações diferenciais a serem resolvidas simultaneamente pelo *software* de simulação.

Figura 1– Exemplo de análise de elementos finitos



Fonte: Cook (1989).

Portanto, o MEF consiste na discretização da estrutura em elementos de geometria simples e, portanto, de mais fácil análise do que a estrutura original (COOK, 2000). Sabendo que todo o material se comporta, ao menos num intervalo de deformação, como uma mola, ou seja, tendo elasticidade e rigidez, pode-se dizer simplificadaamente que o MEF cria um “imenso mar de molas” que contabiliza ponto a ponto nodal a rigidez da estrutura.” (ALVES FILHO, 2000, p. 29).

Cada nó da estrutura terá um sistema de equações diferenciais que relacionará componentes de força com componentes de deslocamento, muito similar à Lei de Hooke, que, em forma matricial pode ser escrita como:

$$\{F\} = [K].\{D\} \quad (1)$$

Sendo $\{F\}$ o vetor de componentes de força, $\{D\}$ o vetor de componentes de deslocamento e $[K]$ a matriz de rigidez, que depende das propriedades mecânicas do material. Tendo-se os valores de força e a rigidez do material, o *software* de simulação irá resolver a equação matricial inversa para encontrar as componentes de deslocamento em cada nó:

$$\{D\} = [K]^{-1}.\{F\} \quad (2)$$

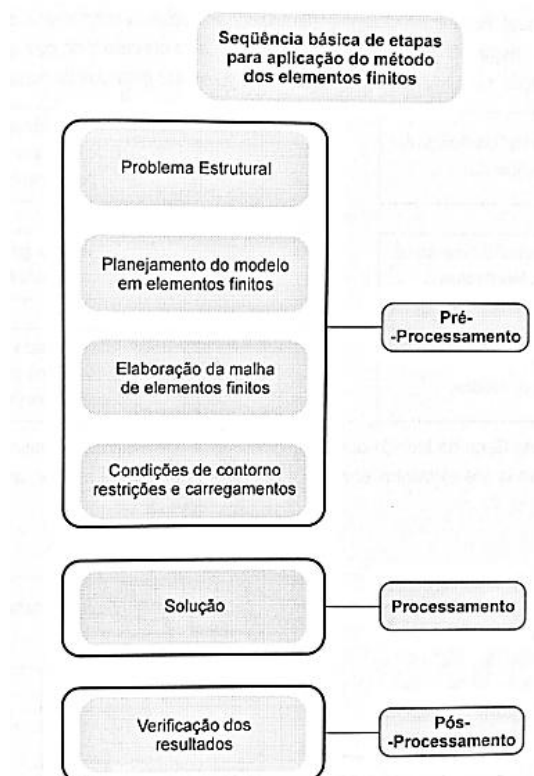
Esta é a parte que requer mais memória do computador usado para gerar a solução, pois, estas equações são resolvidas simultaneamente para todos os nós do modelo.

Neste ponto, tem-se para todos os nós o seu deslocamento. No entanto, o analista de elementos finitos busca os deslocamentos não só nos nós, mas também nas regiões internas dos elementos, por exemplo, em qualquer ponto (x,y) do elemento na Figura 1 (c). O software então se utiliza de polinômios interpoladores e utiliza os deslocamentos dos nós 1, 2, 3 e 4 para encontrar o deslocamento em qualquer ponto arbitrário do elemento e da estrutura. A ordem do polinômio interpolador depende do tipo de elemento que se utiliza na simulação, como será visto adiante.

2.1.2 Aplicação do método

Seguindo o fluxograma mostrado na Figura 2, segundo Alves Filho (2000), a aplicação do método possui três grandes etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento. A etapa de pré-processamento, ou pré-análise, é de grande importância para que os resultados da simulação sejam o mais próximo possível do problema físico real.

Figura 2 – Fluxograma das etapas básicas para aplicação do MEF



Fonte: Alves Filho (2000).

Partindo-se de uma realidade de interesse para estudo, a análise por elementos finitos deve contemplar uma abstração da realidade para um modelo matemático conceitual que seja um problema de valor de contorno com equações governantes, domínio no espaço (no qual as equações são vigentes) e condições de contorno nas extremidades desse domínio.

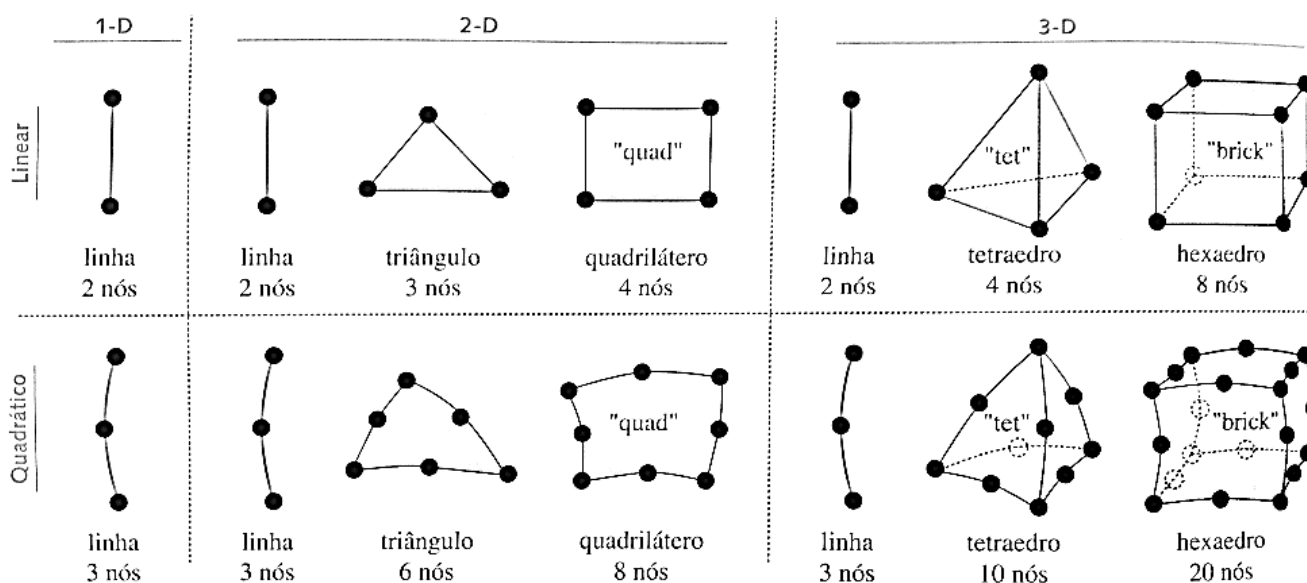
Além disso, é de grande importância a correta caracterização do elemento, como diz Alves Filho:

O modo pelo qual a estrutura se comporta entre os nós do modelo dependerá das propriedades atribuídas ao elemento escolhido, que representará aquele trecho da estrutura entre os nós. Assim, **a partir do conhecimento dos deslocamentos dos nós, poderemos calcular o comportamento interno de cada elemento.** Quanto mais bem especificado for esse comportamento interno, mais a resposta do modelo irá se aproximar do comportamento real da estrutura. Ou seja, o elemento discreto que representa um dado trecho da estrutura entre os nós **deve ser muito bem definido.** Esta é a questão mais importante da definição dos Elementos Finitos. (ALVES FILHO, 2000, p. 9, grifo do autor).

Portanto, propriedades do material do objeto de estudo, escolha correta do tipo de elemento finito e seu tamanho devem ser muito bem especificados.

Os elementos finitos devem possuir uma geometria de acordo com o grau de liberdade do modelo conceitual que se apresenta. Têm-se elementos em uma dimensão (um grau de liberdade por nó), duas dimensões (três graus de liberdade por nó) e três dimensões (6 graus de liberdade por nó), como pode ser visto na Figura 3.

Figura 3 – Tipos de elementos finitos



Fonte: Norton (2013).

Os elementos também possuem ordem, que na verdade representa a ordem do polinômio interpolador como dito no item 2.1.1. Pode-se identificar na figura anterior que existem elementos finitos lineares (cujo polinômio interpolador é linear) e elementos quadráticos (cujo polinômio interpolador é quadrático) e que possuem nós não só nas suas extremidades, mas também no ponto médio de suas arestas.

Já o processamento do modelo computacional envolve, como dito anteriormente, a resolução simultânea de um sistema de equações diferenciais arranjado em forma matricial em ordem de obter um sistema de equações algébricas. Para isso, simplificadaamente, o *software* terá que se utilizar de métodos de aproximação. De uma maneira breve, pode-se dizer que, no caso da utilização do método de Galerkin, se utilizando uma integral em torno do domínio de uma função peso multiplicada pelo lado não nulo da equação diferencial.

O pós-processamento inclui a verificação e validação dos resultados. O resultado da solução do modelo computacional será, no caso deste trabalho, os deslocamentos nodais. Entretanto, como já mencionado no item anterior, é necessário a obtenção dos deslocamentos não só nos nós, mas em todos os pontos (x, y, z) do objeto de estudo. Neste ponto, o pós-processamento consiste em se interpolar estes valores utilizando um polinômio interpolador e os deslocamentos dos nós dos elementos finitos vizinhos ao elemento ao qual pertence. Após de obter os deslocamentos, muitas vezes se deseja encontrar o campo de deformações e de tensões do objeto de estudo. O campo de deformações é encontrado derivando-se os deslocamentos. Já o campo de tensões é encontrado pela lei de Hooke, que relaciona tensões e deformações.

2.1.3 Verificação e validação

O processo de verificação e validação é essencial para que se tenha confiança nos resultados obtidos com a simulação. A simulação por si só não possui muito significado se não puder ser verificada e/ou validada.

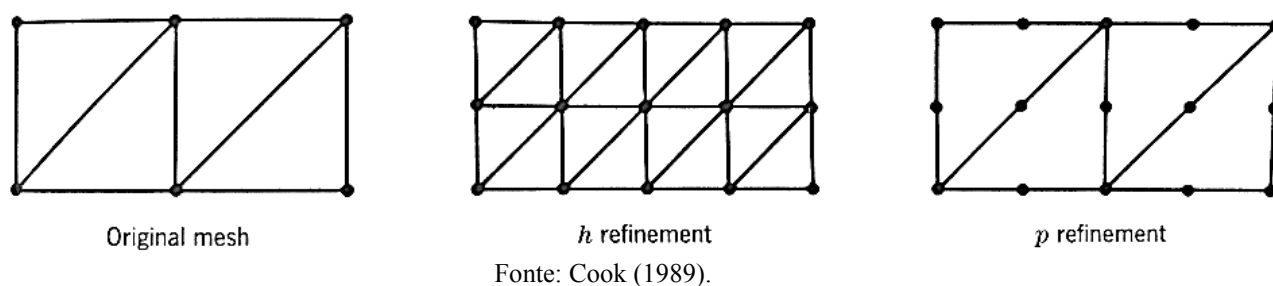
A verificação da simulação deve ser feita comparando-se os resultados da simulação com os resultados matemáticos analíticos. Entretanto, como na maioria das vezes não há meios para que se obtenham resultados analíticos, pois é exatamente neste caso que o modelo computacional é utilizado, deve-se buscar “resolver uma versão simplificada do problema que pode (SIC) ser solucionada pelo método analítico” (NORTON, 2013, p. 503).

O que se procura consolidar na verificação é se (ou o quanto que) a simulação está correta. Para isso, podem-se estimar os erros percentuais devido à discretização (se são

aceitáveis), bem como analisar se o equilíbrio global do sistema é satisfeito (para modelos matemáticos estruturais estáticos).

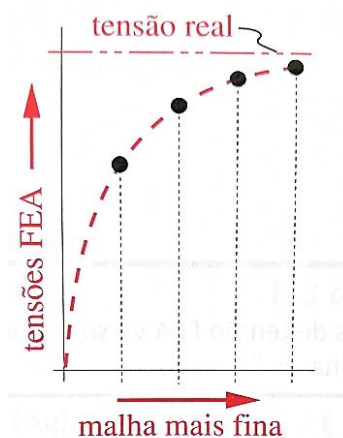
Existem dois caminhos para minimizar o erro numérico: o refino da malha, chamado de refinamento h -adaptativo, ou o aumento da ordem do elemento, chamado de refinamento p -adaptativo. O refinamento h -adaptativo busca diminuir o *comprimento* (do inglês *length*, de onde surgiu o termo “ h ”) do elemento, aumentando o grau de liberdade do modelo pelo aumento do número de elementos. Já o refinamento p -adaptativo aumenta o grau de liberdade aumentando a ordem do elemento¹, ou seja, a ordem do polinômio interpolador (de onde vem o termo “ p ”). A Figura 4 a seguir exemplifica as diferenças de refinamento:

Figura 4 – Tipos de refinamento de malha



Se uma sequência de refinamentos de malha for realizada, percebe-se que existirá uma convergência em torno do valor analítico, como pode ser visto na Figura 5, sendo a “tensão real” o valor analítico e “tensões FEA” (do inglês *Finite Element Analysis*) as tensões obtidas da simulação pelos refinamentos sucessivos.

Figura 5 – Convergência



Fonte: Norton (2013).

¹ O máximo grau de liberdade para um elemento 3D é 6 (3 componentes de deslocamento de translação e 3 de rotação). No entanto, aumentando o número de elementos, o grau de liberdade total do modelo aumenta.

Outro ponto que deve ser levado em conta na verificação é a qualidade da malha de elementos finitos. Existem diversas métricas capazes de quantificar a qualidade da malha, no entanto, a utilizada neste trabalho é a de *skewness*, ou obliquidade. A métrica de *skewness* é uma medida da comparação entre geometria dos elementos da malha e a geometria ideal na qual eles deveriam se formar. O seu resultado é mostrado como um histograma que mostra a quantidade de elementos da malha que se encontram num intervalo de valor de *skewness*.

Tabela 1 – Qualidade da malha para diversas variações de *skewness*

Valor de <i>skewness</i>	Qualidade do elemento
1,00	Degenerada
0,90 - < 1,00	Ruim
0,75 - < 0,90	Pobre
0,50 - < 0,75	Justa
0,25 - < 0,50	Boa
> 0 - 0,25	Excelente
0	Equilateral

Fonte: SAS IP (2018).

Enquanto que a verificação é de domínio matemático, a validação é do domínio físico (ASME, 2007). Segundo Alves Filho (2000, p. 51): “o objetivo da resolução do problema não se trata apenas de garantir que seja possível resolver o sistema de equações, mas também que a solução matemática possível represente o problema físico real.”. A validação é o processo em que se verifica se o modelo matemático representa o problema físico real e deve ser feito em comparação a resultados experimentais. Como muitas vezes não se tem facilmente dados experimentais ou condições de se representar o modelo conceitual fisicamente, geralmente somente o processo de verificação é realizado.

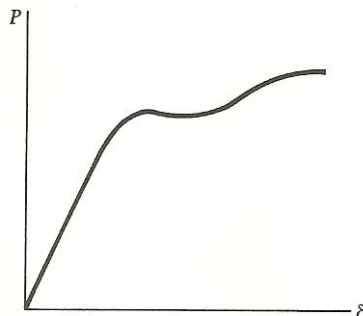
2.2 OBJETO DE ESTUDO: MOLAS

2.2.1 Rigidez e elasticidade

Segundo Provenza (1984), mola é qualquer elemento de máquina capaz de sofrer notáveis deformações elásticas. São elementos caracterizados mecanicamente pela sua rigidez, que é a força necessária para produzir uma unidade de deslocamento na direção especificada (THOMSON, 1978). A rigidez da mola é quantificada pela constante de elasticidade da mola “*k*”, definida pela lei de Hooke pela equação (3) e que pode ser identificada como o coeficiente angular da região linear da curva força-deslocamento (ver Figura 6).

$$k = \frac{F}{y} \quad (3)$$

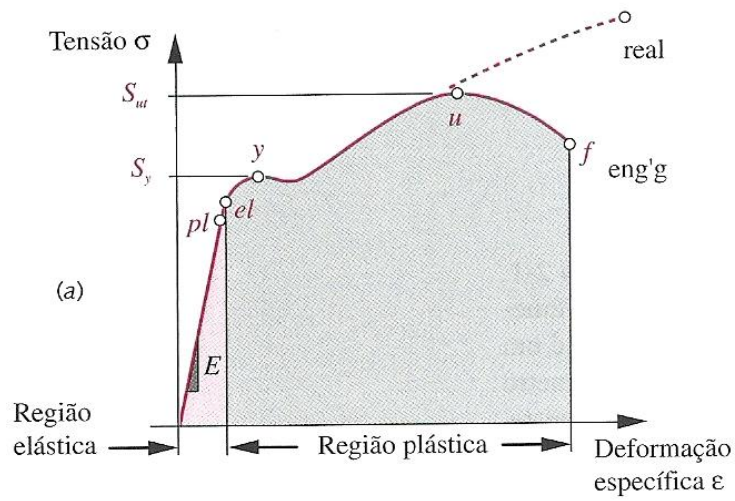
Figura 6 – Diagrama força-deslocamento



Fonte: Beer (1989).

De forma geral, todo material possui elasticidade e rigidez. Isso pode ser melhor entendido quando a lei de Hooke é apresentada em termos de tensão e deformação, em que ficam mais explícitos os efeitos da aplicação da força no material, e não no componente mecânico. A análise se inicia pelo diagrama tensão-deformação (Figura 7), normalmente obtido por meio de ensaio de tração. Pela Figura 7, pode-se perceber uma região inicial em que a tensão varia linearmente com a deformação específica, comandada pela teoria linear elástica. Ela termina no ponto “*p_l*” do diagrama, que geralmente é representado pela tensão limite de escoamento. A constante de proporcionalidade entre a tensão e a deformação é o módulo de elasticidade “*E*” equação (4) do material, que representa a rigidez do material (fazendo referência à rigidez da mola). Ao aplicar tensões na peça abaixo desse limite de escoamento, teoricamente o material irá se deformar e voltar à sua condição inicial assim que cessar o carregamento, como demanda a teoria linear elástica. A área abaixo da curva desta região corresponde à resiliência do material, equação (5), que é a capacidade do material de absorver energia por unidade de volume sem deformação permanente (NORTON, 2013). Quanto maior “*E*”, menor é a rigidez do material, pois maior é o coeficiente angular da região linear elástica e maior é a área abaixo da curva, ou seja, maior a resiliência, capacidade de absorver energia. Da mesma forma para a mola, quanto maior o “*k*”, menor a rigidez da mola e maior a capacidade da mola armazenar energia potencial elástica.

Figura 7 – Diagrama tensão- deformação



Fonte: Norton (2013).

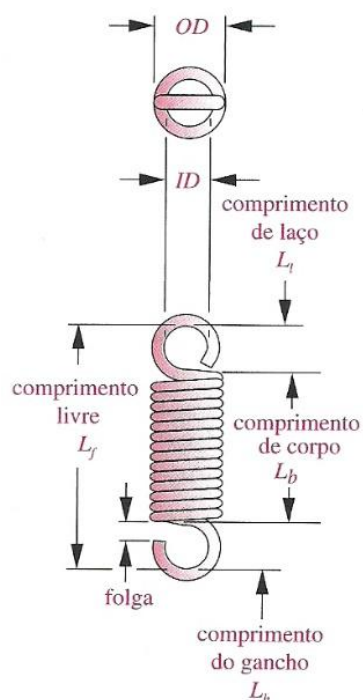
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (4)$$

$$U = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon \quad (5)$$

2.2.2 Mola helicoidal de extensão

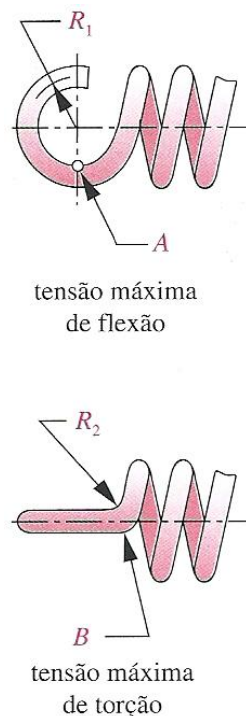
As molas helicoidais de extensão possuem constantes elásticas constantes e suas extremidades são extrudadas com ganchos para facilitar a aplicação do esforço axial de tração. Na Figura 8 se podem ver as dimensões características de molas helicoidais de extensão e na Figura 9 as dimensões características dos ganchos, bem como os pontos de máxima tensão. Neste trabalho, será utilizada a mesma nomenclatura adotada nestas figuras.

Figura 8 – Principais dimensões de molas helicoidais de extensão



Fonte: Norton (2013).

Figura 9 – Principais dimensões dos ganchos e pontos de máxima tensão (A e B)

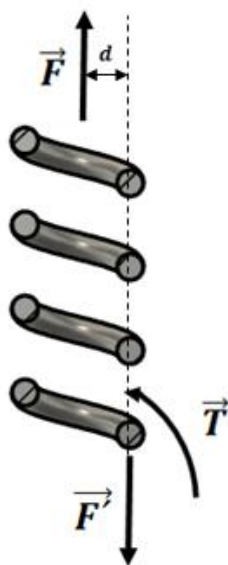


Fonte: Norton (2013).

As tensões atuantes na seção transversal das espiras podem ser obtidas analisando a Figura 10. A tensão axial de tração gera uma reação de mesmo módulo e sentido oposto na seção transversal da espira. Esta reação é vista como um esforço cortante pela espira, gerando

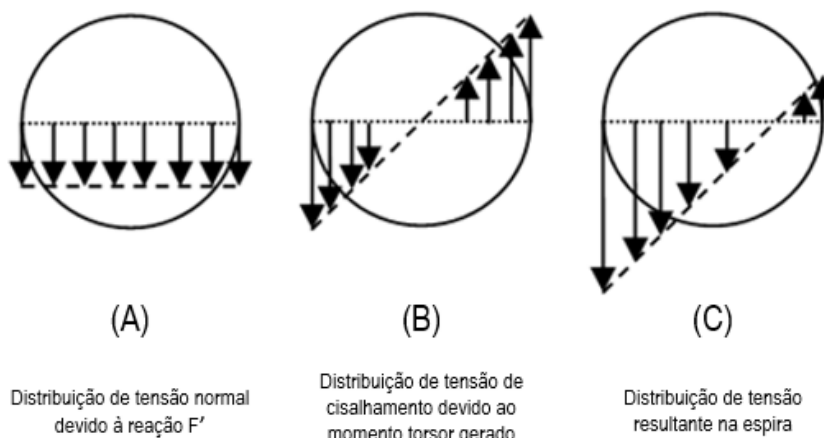
uma tensão de cisalhamento nesta, ao mesmo tempo em que um binário é formado pela força axial de tração e sua reação, com um braço de $d = ID/2$, gerando um momento torsor na espira. Com isso, pode-se verificar a distribuição de tensões na seção transversal da espira, que será uma adição das tensões de cisalhamento devido à torção e ao esforço cortante (ver Figura 11 e equação (6)).

Figura 10 – Vista em corte de mola helicoidal de extensão explicitando momento torsor formado devido ao carregamento



Fonte: Autoria própria.

Figura 11 – Distribuição de tensões na espira



Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que as maiores tensões de tração estão na parte interna da espira, enquanto na parte externa da espira atuam tensões de compressão. Com isso, pode-se obter a tensão

máxima de cisalhamento através da equação (6), sendo “ J ” o momento de inércia polar da seção transversal. A equação (6) escrita em termos da força axial “ F ” e das dimensões “ D ” (diâmetro médio da mola) e “ d ” (diâmetro da espira) resulta na equação (7), em que “ K_s ” é o fator de cisalhamento direto, dado pela equação (8), e “ C ” é o índice da mola, dado pela equação (9).

$$\tau_{máximo} = \tau + \tau_{xy} = \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} \quad (6)$$

$$\tau_{máximo} = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (7)$$

$$K_s = 1 + \frac{0,5}{C} \quad (8)$$

$$C = \frac{D}{d} \quad (9)$$

No entanto, na realidade a distribuição de tensão na espira não é linear como mostrado na Figura 11 (c) devido à concentração de tensões criada na parte interna da espira devido a sua curvatura. Portanto, pode-se reescrever a equação (7) em termos de um “ K_w ” (fator de Wahl), ao invés do “ K_s ”, que compreende os efeitos do cisalhamento direto e da concentração de tensões. Para um fio de mola de seção transversal redonda, “ K_w ” é dado por:

$$K_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C} \quad (10)$$

E reescrevendo a equação (7):

$$\tau_{máximo} = K_w \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (11)$$

Analizando mecanicamente os ganchos, no ponto “A” da Figura 9 há máxima tensão de flexão “ σ_A ”, equação (12), e em “B” há máxima tensão de torção “ τ_B ”, equação (15).

$$\sigma_A = K_b \left[\frac{16DF}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \right] \quad (12)$$

$$K_b = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)} \quad (13)$$

$$C_1 = \frac{2R_1}{d} \quad (14)$$

$$\tau_B = K_{w_2} \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (15)$$

$$K_{w_2} = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4} \quad (16)$$

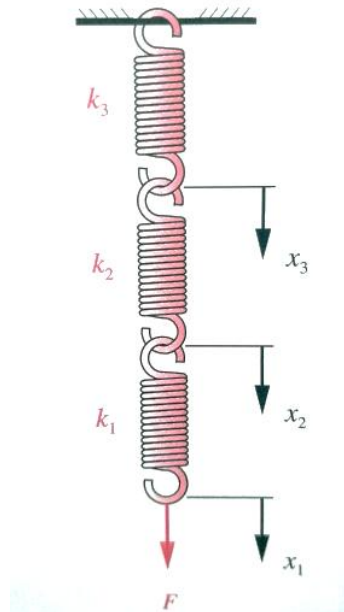
$$C_2 = \frac{2R_2}{d} \quad (17)$$

Pelo fato de terem que se distender, as molas helicoidais de extensão são fabricadas com as espiras encostadas umas às outras. Para obter esse efeito, é necessário no processo de fabricação adicionar uma pré-carga “ F_i ” de compressão à mola. Dessa forma, é necessário que a carga de trabalho aplicada nos ganchos ultrapasse a pré-carga para que haja separação das espiras.

2.2.3 Associação de molas

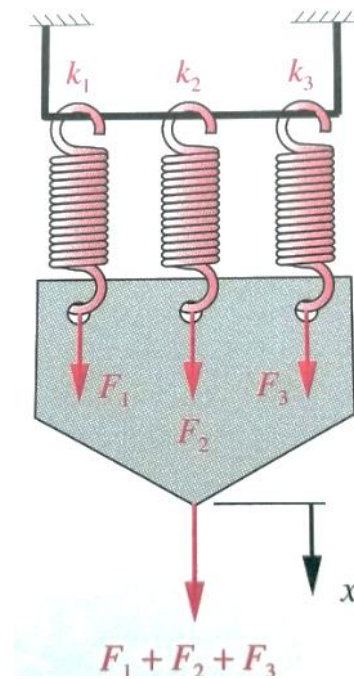
Molas helicoidais de extensão podem ser associadas em série e paralelo, como mostra as Figuras 12 e 13.

Figura 12 – Associação de molas em série sujeitas a tração axial



Fonte: Norton (2013).

Figura 13 – Associação de molas em paralelo sujeitas a tração axial



Fonte: Norton (2013).

Nestes casos, a constante de mola equivalente será dada por:

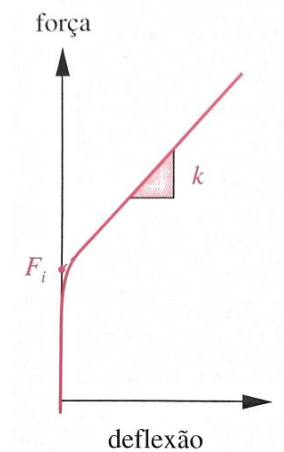
$$\frac{1}{k_{eq}^{série}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (18)$$

$$k_{eq}^{paralelo} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \quad (19)$$

Cada constante de mola “ k_n ”, por sua vez, pode ser calculada a partir de elementos geométricos da mola, como demonstra a equação (20), em que “ d ” é o diâmetro do fio da mola e “ D ” é o diâmetro médio da espira (como exposto anteriormente), “ G ” é o módulo de rigidez do material da mola (para aços em geral $G = 80,8$ GPa), “ N_a ” é o número de espiras ativas da mola de extensão (que pode ser maior do que o número real de espiras da mola), “ F ” é a força numa deflexão “ y ” e “ F_i ” é a pré-carga adicionada à mola no momento de sua confecção, quando as espiras são apertadas contra si mesmas, de modo que a força de tração deve primeiro vencer essa pré-carga para depois deformar a mola, como exposto na Figura 14:

$$k = \frac{F - F_i}{y} = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} \quad (20)$$

Figura 14 – Pré-carga



Fonte: Norton (2013).

2.3 PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO

Os ensaios são procedimentos experimentais de caráter simulatório com o objetivo de testar se aquele material, posteriormente manufaturado em uma estrutura ou componente, suportará esforços reais impostos sobre ela sem falhar. Ou seja, por meio dos ensaios, podem-se obter propriedades mecânicas do material que serão importantes para o projeto de um componente. O ensaio de tração é o mais comum dentre os ensaios, pois dele pode-se obter o diagrama tensão-deformação específica, que fornece diversas propriedades mecânicas do material. Dentre essas, pode-se citar a tensão limite de escoamento (“ S_y ” - ver Figura 7, item 2.2.1),

que é a tensão limite entre a fase elástica e o escoamento, muito importante para projetos de componentes que utilizarão materiais dúcteis. Pode-se também obter a tensão limite de ruptura à tração (“ S_{ut} ” - ver Figura 7), ou tensão última, ou mesmo tensão máxima de um material, que é a tensão máxima que o material suportará antes que ocorra a estricção do corpo de prova, ou seja, antes que a área da seção transversal do corpo de prova comece a ser reduzida. Além disso, obtém-se a tensão de ruptura do material (“ S_f ” - ver Figura 7), muito usada para projetar componentes que usarão materiais frágeis.

A partir do ensaio de tração, obtém-se o diagrama tensão *versus* deformação específica, em que a tensão é dada pela equação (21), sendo “ F ” é a carga aplicada e “ A_0 ” a área inicial da seção transversal do corpo de prova. A deformação específica é dada pela equação (22), onde “ l ” é o comprimento longitudinal do corpo de prova, medido após a ação da força “ F ” e “ l_0 ” é o mesmo comprimento medido antes da ação da força “ F ” (NORTON, 2013). A Figura 7, item 2.2.1, mostra duas curvas à partir da tensão última, a curva tensão-deformação específica real e a de engenharia. A curva de engenharia leva em conta a equação (21) no cálculo da tensão durante todo o ensaio, mesmo quando a área da seção transversal começa a diminuir na região plástica (estricção). Já a curva real leva em conta essa redução de área, mostrando que a tensão realmente continua a aumentar depois da tensão última e que esta não é a máxima tensão aplicada sobre o material durante o ensaio. No entanto, segundo Norton (2013, p. 33) “é difícil monitorar com precisão a mudança dinâmica na área da seção transversal durante o ensaio, de modo que esses erros são aceitos”.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (21)$$

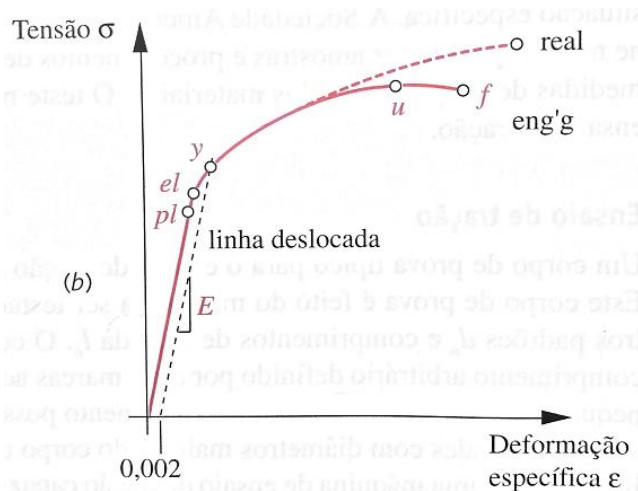
$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (22)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (23)$$

Pela Figura 7, pode-se perceber uma região inicial em que a tensão varia linearmente com a deformação específica. Esta região é a região elástica que termina no ponto “ el ” – limite elástico. Como descrito no item 2.2.1, a constante de proporcionalidade entre a tensão e a deformação específica é o módulo de elasticidade do material “ E ” (equação (21) – válida apenas até o ponto “ pl ”, ponto limite de proporcionalidade), que quantifica a rigidez do mate-

rial. Ao aplicar tensões na peça abaixo do ponto “*el*”, teoricamente o material irá se deformar e voltar à sua condição inicial assim que cessar o carregamento. Em materiais dúcteis, o limite do escoamento é bem definido, como na Figura 15, representado, não pelo ponto “*el*” que é teórico e de difícil identificação num diagrama real (assim como o ponto “*pl*”), mas pela tensão limite de escoamento “*S_y*”, em que a curva forma um pico. Em materiais menos dúcteis, esse pico no diagrama referente à “*S_y*” não ocorre e convencionou-se obter o limite de escoamento nesses casos traçando uma reta paralela e com o mesmo coeficiente angular da reta da região elástica, porém começando em 0,02% de deformação específica. Onde esta reta encontrar com a curva tensão-deformação, neste ponto se encontrará o limite de escoamento.

Figura 15 – Diagrama para materiais frágeis

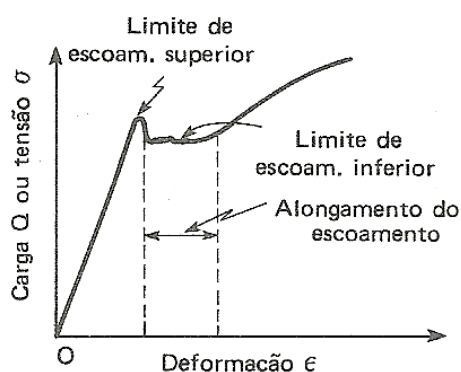


Fonte: Norton (2013).

O limite de escoamento de um material é uma medida de sua resistência mecânica: quanto maior, maior é a tensão necessária para deformar o material de forma permanente. O escoamento em um material ocorre devido a impurezas, pois algumas teorias dizem que, antes do escoamento (SOUZA, 1982), há em torno das discordâncias (que, segundo Callister Junior (2002, p. 565), são “defeitos cristalinos lineares ao redor do qual existe um desalinhamento atômico”), uma grande quantidade de impurezas, formando uma “atmosfera” de impurezas que bloqueiam a movimentação dos defeitos, impedindo a deformação permanente. Em materiais que possuem região de escoamento bem definida, há um limite de escoamento superior e depois a tensão diminui e se inicia a região de deformação plástica do metal (Figura 16). O que acontece, de acordo com essas teorias, é que o limite de escoamento superior é a tensão necessária para as discordâncias se desvencilharem das impurezas intersticiais e se movimentarem. Por isso, logo em seguida, a tensão cai até o limite de escoamento inferior,

porque não há mais restrição ao movimento. Isso ocorre até que as discordâncias encontrem outros obstáculos como contornos de grão. Por isso, essa região elastoplástica apresenta no diagrama tensão-deformação específica uma região não homogênea.

Figura 16 – Região de escoamento no diagrama tensão-deformação



Fonte: Souza (1982).

2.4 ENSAIO DE MICRODUREZA

2.4.1 Aspectos básicos do ensaio de dureza

Existem diferentes conceituações sobre o que seja a dureza de um material. Talvez porque, para cada área, a dureza seja uma medida relativa pertinente a uma propriedade específica usada (SOUZA, 1982). Alguns dizem que é a resistência à penetração de um material em outro. Outros dizem que é a resistência do material à deformação plástica. Outros ainda dizem que a dureza é a resistência ao desgaste do material. Todas, porém, convergem para uma definição: dureza é uma propriedade relativa dos materiais que quantifica, na superfície do material, a deformação plástica localizada (CALLISTER JUNIOR, 2002). A dureza é uma medida relativa porque não existe um padrão. Um material é sempre mais duro que o outro ou mais mole que o outro. Para cada método utilizado para medição de dureza existe uma escala, o que também a torna uma medição relativa.

Há várias formas de quantificação de dureza. Neste projeto de pesquisa, foi usada a técnica de medida de dureza por penetração. As três técnicas comumente aplicadas, a saber, Vickers, Brinell e Rockwell, utilizam um penetrador que é forçado contra a superfície do metal do qual se deseja obter a dureza e então são feitas medidas da impressão deixada na superfície após cessar o carregamento: medida dos diâmetros, se for um penetrador esférico; dos lados,

se for um penetrador de pirâmide de base quadrada; ou da profundidade da impressão deixada. Um metal mais mole terá essa impressão muito maior do que um material mais duro, pois não resiste tanto ao carregamento local aplicado.

É importante observar que as escalas das três técnicas de penetração mencionadas acima “não são linearmente relacionadas, o que torna difícil qualquer conversão” (NORTON 2013, p. 430).

A técnica de dureza é largamente utilizada por vários motivos:

- É uma técnica não-destrutiva, não necessitando de um corpo de prova específico e normalizado para o ensaio. Pode-se utilizar, muitas vezes, a própria peça final.
- Pelo motivo anterior, torna-se uma técnica relativamente barata e simples, em comparação com um ensaio de tração, por exemplo.
- Por meio da medida da dureza, pode-se estimar o limite de resistência à tração do metal, pois o limite de resistência à tração e a dureza são indicadores da resistência à deformação plástica do material, sendo grandezas quase proporcionais.

E é principalmente pelo último motivo que esta técnica foi aplicada a este trabalho. Segundo Souza (1982) a relação empírica entre dureza e a tensão de ruptura de um aço se dá por:

$$\sigma_R \left[\frac{kgf}{mm^2} \right] \cong 0,36HB \quad (24)$$

Sendo que para durezas maiores do que 380 HB a relação perde sua proporcionalidade e a dureza tende a aumentar mais do que o limite de resistência. Portanto, para aços carbono e aços liga tratados termicamente a constante de proporcionalidade da equação (24) seria, respectivamente, 0,34 e 0,33 (SOUZA, 1982).

Já segundo Norton (2013), sendo “ S_{ut} ” o limite de resistência à tração, esta relação se dá por:

$$S_{ut} [MPa] \cong 3,45HB \pm 0,2HB \quad (25)$$

2.4.2 Microdureza Vickers

O ensaio de microdureza é o ensaio de dureza aplicado quando se deseja obter a espessura de superfícies carbonetadas ou temperadas, a dureza em materiais frágeis, em peças finas

ou extremamente pequenas - como é o caso deste projeto de pesquisa – produzindo uma impressão microscópica com cargas menores do que 1 kgf (SOUZA, 1982).

Nesse sentido, para a aplicação da microdureza é utilizada a técnica de dureza Vickers, pois:

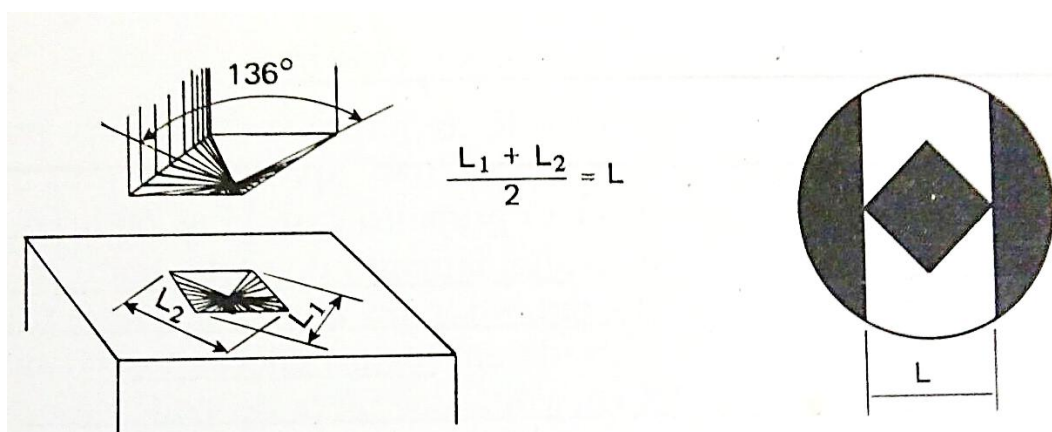
- Utiliza penetrador de diamante, portanto, indeformável, possuindo grande precisão em peças pequenas.
- Pode ser utilizada em qualquer material.
- Pode ser aplicada em qualquer espessura.
- Possui apenas uma escala de dureza.

A amostra deve ser preparada metalograficamente antes de iniciar o ensaio de microdureza para que a superfície esteja plana e polida, devido às pequenas cargas que serão aplicadas.

A forma do penetrador de diamantes é de pirâmide de base quadrada de 136° entre as faces opostas. A impressão Vickers, então, tem forma de um losango regular de diagonais “ L_1 ” e “ L_2 ”, cuja média, “ L ”, em milímetros, é usada para obtenção da dureza Vickers, segundo a expressão, em que “ Q ” é a carga aplicada em quilogramas-força ou newtons:

$$HV = \frac{1,8544 Q}{L^2} \quad (26)$$

Figura 17 – Impressão Vickers



Fonte: Souza (1982).

3 METODOLOGIA

Para realização deste estudo, foi necessária a obtenção de uma mola helicoidal comercial, pois através dela se teve uma geometria definida para estudo. Além disso, com a mola foram feitos ensaios experimentais simulando o seu carregamento real, a partir do qual também foi possível validar a simulação em elementos finitos. O carregamento real escolhido para estudo foi de tração linear-estática.

3.1 ESPECIFICAÇÃO DO PROBLEMA

3.1.1 Mola real adquirida

A mola helicoidal de tração adquirida é uma mola usada em cavaletes de motocicletas da *Honda Motor Co.* Apesar de ser uma mola de aplicação estática, optou-se por esta mola devido à fácil obtenção comercial a preço acessível. As Figuras 19 e 20 a seguir mostram a mola sobre uma vista superior. Adotou-se a nomenclatura de “gancho 1” para o gancho à esquerda da Figura 18 e “gancho 2” para o gancho à direita.

Figura 18 – Mola cavalete 50536-KRM-B90



Fonte: Autoria própria.

Figura 19 – Vista superior do “gancho 1”



Fonte: Autoria própria.

Figura 20 – Vista superior do “gancho 2”



Fonte: Autoria própria.

Para completa caracterização da mola, foi necessária a medição de suas dimensões principais. Para isso, determinou-se que, para os interesses e aplicações deste trabalho um instrumento de medição com resolução de 0,01 mm seria adequado para medição. Então, foi utilizado um paquímetro digital da marca *Dexter* para as dimensões das folgas, de “ L_f ”, “ L_h ”, “ L_b ”, “ OD ”, “ ID ” (Figura 8) e “ d ” (espessura do arame), sendo que as dimensões das folgas, dos “ L_h ” e do diâmetro interno da espira “ ID ” foram de difícil obtenção, tendo grande imprecisão. Para a medição dos raios, foi utilizado um pente de raios de resolução 0,5 mm. Os valores medidos dos raios “ R_1 ”² e “ R_2 ” de ambos os ganchos são aproximados, pois não foi possível o correto posicionamento do pente de raios devido à geometria dos ganchos.

3.1.2 Modelo em CAD

A geometria da mola é de extrema importância para a simulação, pois é através dela que se insere no *software* de simulação o domínio matemático das equações governantes.

A geometria é inserida no *software* de simulação através de um modelo em CAD. O *software* escolhido para modelagem computacional da mola, em termos de estrutura, foi o *Autodesk Fusion 360* por ser um software de modelagem paramétrica gratuito para estudantes e de fácil utilização. Este software integra os ambientes CAD, CAE e CAM em uma única plataforma de forma simples e intuitiva sendo facilmente acessível durante o projeto, além de ser conectado à *Autodesk 360*, uma plataforma baseada em nuvem que é uma forma mais segura de salvar os projetos e mais fácil de compartilhá-los.

A construção do modelo em CAD da mola foi feita no ambiente “*Model*” do *Fusion 360* e está detalhada no Apêndice.

² Nota-se da Figura 9 que a dimensão “ R_1 ” é o raio médio do gancho. Portanto, o “ $R_{1 \text{ (interno)}}$ ”, raio interno do gancho, é que foi medido de forma aproximada com o pente de raios.

3.2 PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO

Para a simulação do problema físico real, a validação dos resultados computacionais e para a obtenção de propriedades mecânicas do material da mola cavalete, foram realizados ensaios de tração. Para isso, foi utilizada a máquina universal de ensaios *Shimadzu*, com fundo de escala 5000 N e velocidade 5,0 mm/min para todos os ensaios. Foram realizados dois ensaios destrutivos na mola, até sua ruptura para obtenção de sua tensão última, e três ensaios não destrutivos, parando o ensaio antes que fosse ultrapassado o ponto “*pl*”, o ponto limite de proporcionalidade como explicado no item 2.3 e mostrado na Figura 7. Esses três ensaios não destrutivos foram feitos para obtenção da constante de mola experimental para associações em série e paralelo de duas molas. A seguir, encontram-se as Figuras 21 a 23, que mostram as montagens das associações na máquina de ensaios e o modo como as molas foram presas ao cabeçote da máquina.

Figura 21 – Mola única sob tração



Fonte: Autoria própria.

Figura 22 – Associação de duas molas em série sob tração



Fonte: Autoria própria.

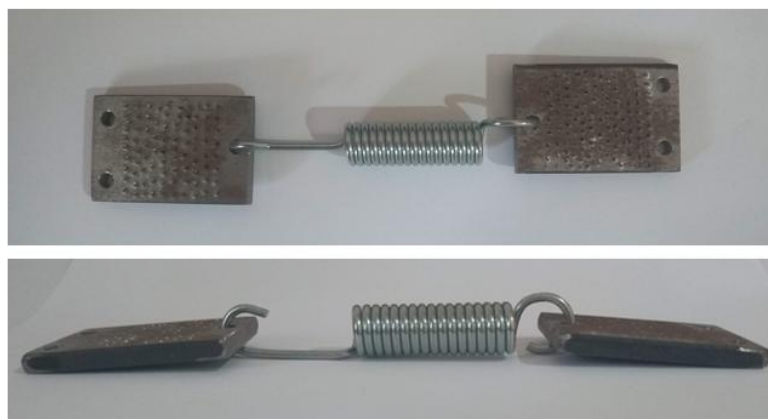
Figura 23 – Associação de duas molas em paralelo sob tração



Fonte: Autoria própria.

Para que ganchos fossem fixados nas garras da máquina de ensaios apropriadamente, foi necessária a utilização de chapas com ranhuras para facilitar a tração de todo o conjunto, como pode ser visto na Figura 24.

Figura 24 – Chapas utilizadas para auxiliar a fixação das molas



Fonte: Autoria própria.

3.3 INVESTIGAÇÃO DO MATERIAL DA MOLA CAVALETE

Como exposto no item 2.1.2, o elemento deve ser muito bem definido para que a simulação seja uma boa representação do comportamento real. No entanto, um dos mais importantes parâmetros era desconhecido: o material da mola. Esta informação não é fornecida pelo fabricante. Portanto, ensaios mecânicos (ensaio de tração e microdureza) e metalográficos foram realizados e, de acordo com os resultados encontrados, um levantamento das propriedades de aços comerciais para molas foi feito buscando semelhanças.

3.3.1 Ensaio de metalografia

3.3.1.1 Embutimento

Para que pudesse ser realizado o ensaio de metalografia, foi necessário fazer o embutimento da mola. Para isso, decidiu-se por embutir a mola em resina transparente, pois, para preparar amostras pequenas, a mola teria de ser cortada com serra, e o embutimento, sendo transparente, possibilitaria a visualização da região da mola que seria cortada.

Duas molas foram embutidas: uma proveniente do ensaio de tração destrutivo e outra que não tinha sido ensaiada. As molas foram inseridas em tubos de ensaios e a resina poliéster de baixa viscosidade “*Arazyn 1.0#08 – BB*”, do fabricante *Redelease*, foi despejada nos tubos, cobrindo completamente as molas (Figura 25). Foi inserido no tubo o catalizador “*Butanox*” (25 gotas para 100 ml de resina) para acelerar o processo de solidificação da resina.

Figura 25 – Processo de embutimento das molas em resina



Fonte: Autoria própria.

Após este processo, deixou-se secar a resina com as molas por aproximadamente três dias e então se quebrou os tubos de ensaio e só permaneceu a resina como mostra a Figura 26:

Figura 26 – Molas embutidas em resina



Fonte: Autoria própria.

3.3.1.2 Obtenção e preparação das amostras

Tendo em mãos as molas embutidas, o próximo passo foi a realização do corte das molas em amostras. Optou-se por cortar a frio devido à pequena seção exposta do fio da mola

que poderia ter suas propriedades mecânicas e microestruturais modificadas se o calor do corte convencional fosse transferido a ela.

O corte foi feito na serra “*Isomet 4000*”, com fluido refrigerante “*Cool 2*” do fabricante *Buehler*, seguindo as especificações de corte abaixo:

Tabela 2 – Especificações do corte

Taxa de alimentação do fluido	3,0 L/min
Velocidade da lâmina	700 RPM
Avanço	1,2 mm/min

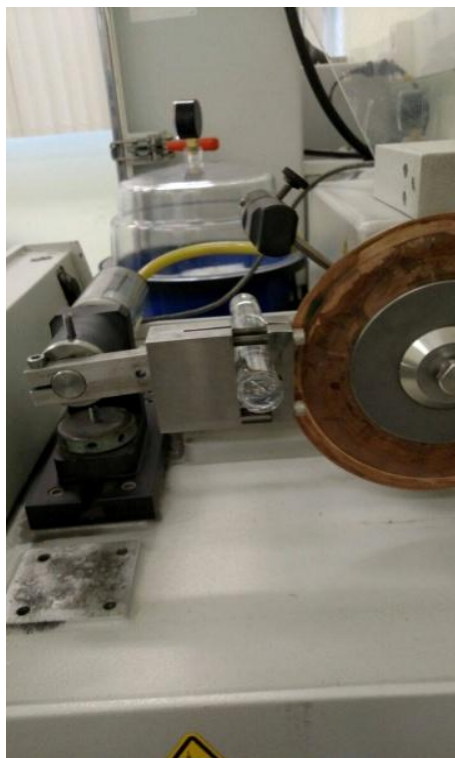
Fonte: Autoria própria.

Figura 27 – *Isomet 4000*



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 – Montagem da mola embutida na serra *Isomet 4000*



Fonte: Autoria própria.

Figura 29 – Corte com fluido refrigerante



Fonte: Autoria própria.

Após a obtenção de amostras pequenas, foram escolhidas duas delas para preparação superficial. As amostras foram lixadas à mão com lixa d'água na seguinte sequência: n° 100, 220, 300, 400, 600, 1000 e, por fim, 2000. Depois de as amostras lixadas e tendo suas superfícies planas, foi feito o polimento destas com alumina 1 μm em suspensão aquosa sobre feltro em rotação de 248 rpm. Em seguida, foi feito o mesmo processo com alumina 0,3 μm em suspensão aquosa.

Para ataque químico, foi utilizado nital a 2% (álcool com 2% de ácido nítrico): molhou-se a superfície da amostra nesta solução por alguns minutos e depois a amostra foi enxaguada em água corrente. Neste ponto, observou-se escurecimento da superfície, então se soube que o ataque foi realizado corretamente.

3.3.1.3 Obtenção da micrografia

O ensaio de metalografia foi concebido em um microscópio eletrônico de varredura (MEV). Obtiveram-se ampliações de 50x, 100x, 200x e 500x. A análise para este ensaio foi feita qualitativamente.

3.3.2 Ensaio de microdureza Vickers

O ensaio de microdureza Vickers foi realizado no microdurômetro “401 MVD” da fabricante *Wilson Instruments*, mostrado na Figura 30, com 200 gf de carga, sobre algumas das amostras em resina cortadas pela serra.

Figura 30 – Microdurômetro com amostra da mola



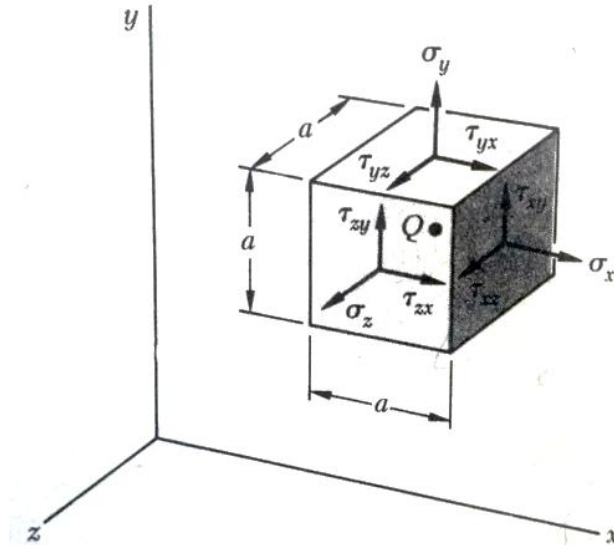
Fonte: Autoria própria.

3.4 PRÉ-ANÁLISE DO MEF

3.4.1 Equações governantes do modelo matemático

O problema físico a ser estudado é mecânica estrutural estático. Para se encontrar as equações governantes deste problema físico, analisa-se o estado de tensões de um elemento infinitesimal de um corpo sujeito a um carregamento estático geral:

Figura 31 – Estado de tensões de elemento infinitesimal



Fonte: Beer (1989).

Aplicando-se os somatórios das forças nas direções x, y e z e igualando-os a zero, além de desprezar os efeitos da gravidade, tem-se as equações (27), para o balanço na direção x, (28), para o balanço na direção y, e (29), para o balanço na direção z, em termos das tensões normais e de cisalhamento.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (29)$$

Até este ponto, tem-se três equações e 6 incógnitas. Podem-se adicionar as equações em forma matricial da lei de Hooke em 3D, que relaciona tensões e deformações através dos coeficientes de Poisson e módulo de elasticidade do material, equação (30):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Por fim, ao relacionar as deformações normais e de cisalhamento com seus respectivos deslocamentos lineares e angulares, equações de (31) a (36), completam-se quinze equações e quinze incógnitas. Estas equações completam as equações governantes que serão resolvidas pelo *software* simulador de elementos finitos.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (31)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (32)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (33)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (34)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (35)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (36)$$

O *software* utilizado para simular o modelo computacional foi o *ANSYS Workbench 18.2*. Neste *software*, as equações governantes vistas acima são adicionadas ao se escolher o tipo de sistema de análise *Static Structural* (estrutural estático).

A seguir, uma descrição da metodologia utilizada para refino de malha e condições de contorno para os diferentes carregamentos estudados é feita.

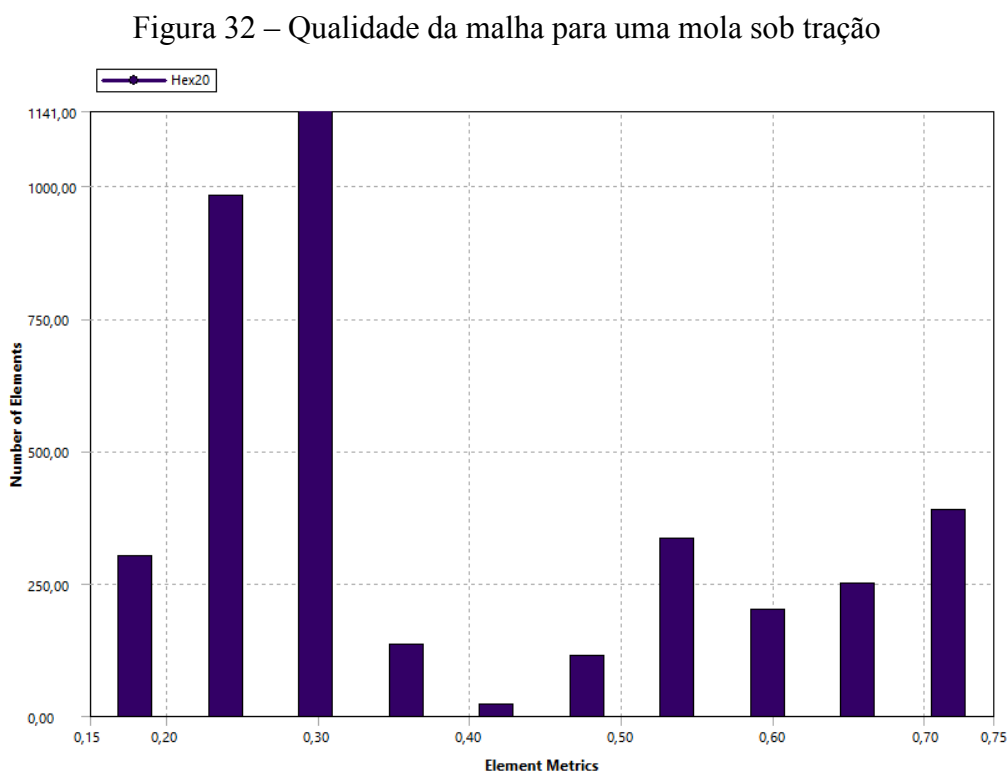
3.4.2 Metodologia para mola única sob tração

Com as equações adicionadas, deve-se introduzir o domínio do problema, que é o modelo em *CAD* da mola. Após isso, deve-se discretizar este domínio em termos de elementos finitos.

3.4.2.1 Malha

Para uma única mola sobre tração, escolheu-se elementos de tamanho 1,5 mm no geral e, nos ganchos da mola, 1,15 mm. Adicionando o método *MultSizing* foi possível obter elementos hexaédricos (elemento “*SOLID186*”), que são os elementos mais recomendados. Ao todo, a quantidade de nós do modelo foi de 24499 nós (sendo a máxima quantidade para a versão estudante do *software* de 32000), e a quantidade de elemento de 3864.

A seguir, a Figura 32 mostra a qualidade da malha, através do método *skewness*:



Percebe-se que todos os elementos estão entre 0,75 e 0, que compreende os *skewness* de qualidade pobre, justa, boa, excelente e equilateral, sendo a maior parte dos elementos de boa a excelente. Recomenda-se, para simulações em 3D, que o *skewness* da malha seja menor do que 5,0 (SAS IP, 2018).

3.4.2.2 Condições de contorno

As condições de contorno do problema são todas as condições dos apoios que se percebem na situação real, mais as condições que não estão explicitamente nos apoios, mas que também contribuem para que as condições reais, ou experimentais, sejam realistas. Segundo Norton (2013, p. 492), “as CC [condições de contorno] não devem restringir nem permitir deformações que na verdade não ocorreriam”.

As condições dos apoios, segundo a Figura 21, são de engastamento no gancho 2 e tração no gancho 1. Para um primeiro estudo, essa força foi adotada como sendo de 520,57 N, pois já se sabia que esta força não retirava a mola de sua região elástica, além de seu deslocamento correspondente.

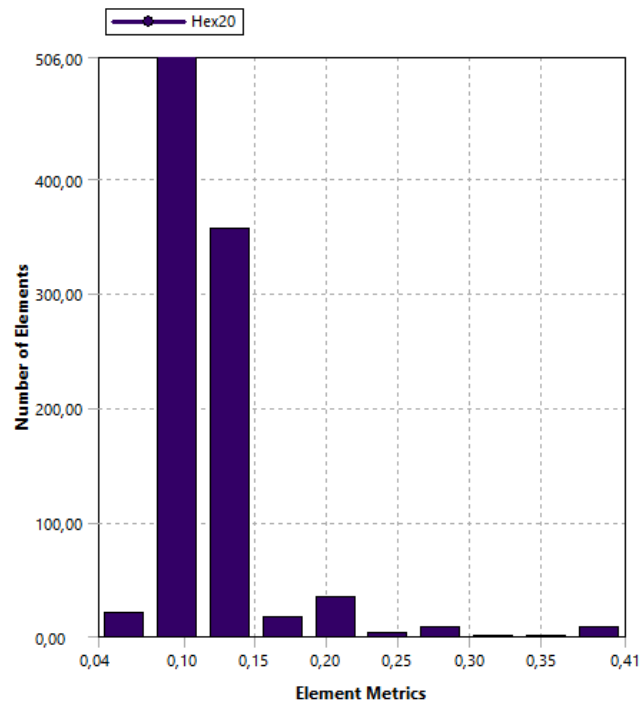
3.4.3 Metodologia para associação em paralelo

Para a simulação de carregamento em paralelo, o mesmo modelo em *CAD* anterior foi utilizado. No entanto, com a modificação de ter uma mola idêntica a aproximadamente 20 mm de distância da primeira, simulando a configuração que pode ser vista na Figura 23.

3.4.3.1 Malha

Tentou-se adicionar a mesma malha anterior para esta nova configuração. No entanto, a quantidade limite de nós para *software* estudante (32000) foi ultrapassada. Então se decidiu por elementos de 2,0 mm no geral, e 1,5 mm nos raios dos ganchos. A malha foi gerada separadamente para cada um dos domínios separadamente (cada mola). Foi utilizado o método *MultiZone* para que todos os elementos fossem hexaédricos. A quantidade total de nós foi de 11416, com 950 elementos. Na Figura 33 pode-se verificar o *skewness* desta malha.

Figura 33 – Qualidade da malha do modelo de molas em paralelo



Fonte: SAS IP (2017).

Da Figura 33, percebe-se que, apesar dos elementos serem maiores do que os da malha anterior, esta malha é de maior qualidade, visto que seu *skewness* varia de 0,04 a 0,41 (de boa a excelente).

3.4.3.2 Condições de contorno

A mesma condição de contorno anterior aplicada, no entanto com uma força de 150,017 N (escolhida com base nos dados experimentais) e sendo aplicada nas extremidades de ambas as molas simultaneamente.

3.4.4 Metodologia para associação em série

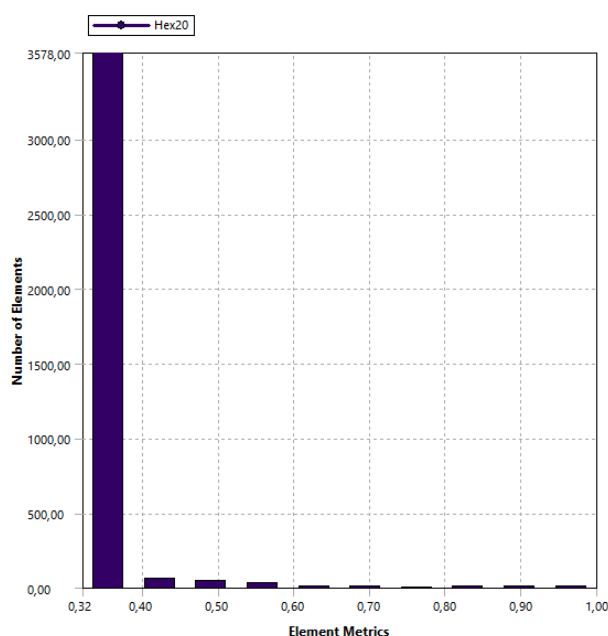
Para a simulação de carregamento em série, o mesmo modelo em *CAD* da mola cavalete unitária foi utilizado. A modificação foi adicionar outra mola sobre ela, com o gancho 2 de uma acoplado ao gancho 1 da outra, simulando a situação vista na Figura 22.

Como neste modelo existem partes em contato, teve-se que especificar o comportamento dessas partes. Decidiu-se por aplicar a condição de “não separação” (*No Separation*) que é definido por superfícies que não se separam e não possuem movimento relativo.

3.4.4.1 Malha

Tentou-se aplicar o método *MultiZone*, mas sem sucesso. Também se pensou em aplicar o método *Hex Dominant* e o resultado foi uma discretização que consumiu um tempo excessivamente grande e uma malha com muitos elementos de má qualidade. Então apenas diminuiu-se o tamanho do elemento para 1,5 mm no geral para as duas molas e com 1,3 mm no raio dos ganchos 1 de ambas as molas. A malha final resultante conteve 28736 nós, 3744 elementos, todos hexaédricos, e a maioria com boa qualidade, apesar conter poucos elementos de má qualidade, como pode ser visto na Figura 34.

Figura 34 – Qualidade da malha do modelo de molas em série



Fonte: SAS IP (2017).

3.4.4.2 Condições de contorno

As condições de contorno foram separadas entre as duas molas na associação em série. Uma mola permaneceu com seu gancho 2 engastado, enquanto no gancho 1 da outra uma força de 150,0106 N (escolhida com base nos dados experimentais), simulando a configuração vista na Figura 22.

4 RESULTADOS

4.1 DOMÍNIO DO PROBLEMA

4.1.1 Dimensões da mola real

A Tabela 3 apresenta o resultado das medições dos parâmetros geométricos da mola. Foi chamado “G1” o gancho maior (gancho 1 – ver Figuras 18 e 24) e “G2” o gancho menor (gancho 2), adiantando os resultados das dimensões do modelo em *CAD* da mola cavalete.

Tabela 3 – Dimensões da mola cavalete, segundo Figura 8

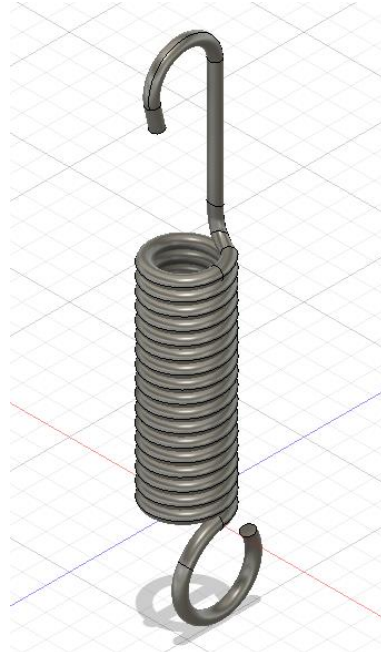
Região	Dimensão	Mola cavalete (mm)	Modelo (mm)	Erro percentual relativo à mola real
Corpo da mola	L_f	99,99	100,09	0,10%
	L_b	46,00	46,00	0,00%
	OD	15,54	15,54	0,00%
	ID	10,21	10,18	0,29%
	d	2,68	2,68	0,00%
Gancho 1	L_h	36,58	38,55	5,39%
	Folga	24,98	26,73	7,01%
	R_1 (interno)	5,50	5,54	0,73%
	R_2	4,00	4,04	1,00%
Gancho 2	L_h	19,36	15,54	19,73%
	Folga	3,82	4,92	28,80%
	R_1 (interno)	6,50	6,55	0,77%

Fonte: Autoria própria.

4.1.2 Modelo em CAD

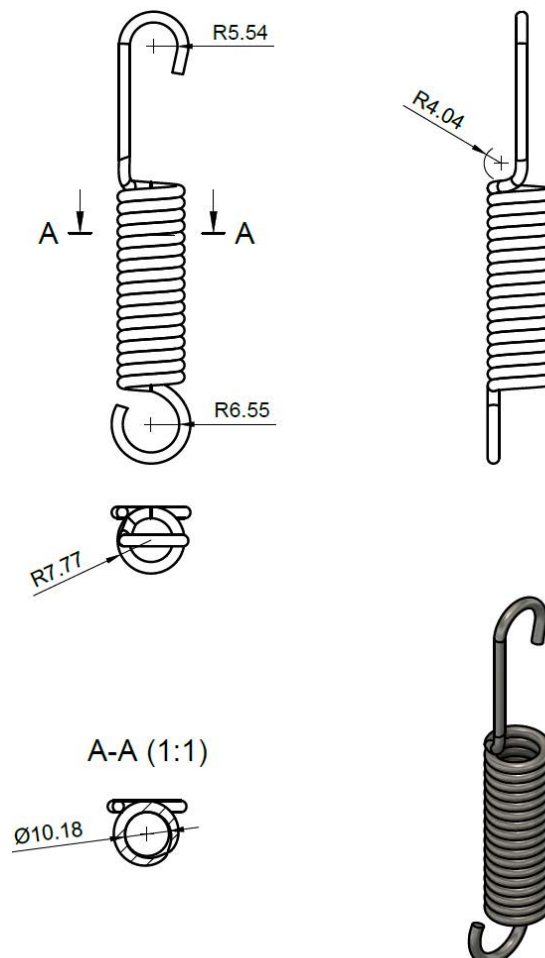
A modelagem em *CAD* no *Fusion 360* está apresentada na Figura 35 abaixo. Observa-se que a geometria do modelo está muito parecida com a mola real mostradas nas figuras de 18 a 20 do item 3.1.1. Além disso, a Tabela 3 e a Figura 36 mostram que as dimensões do modelo estão bem próximas das dimensões da mola cavalete real e seus maiores erros se encontram nos “ L_h ”, nas folgas e no “ID”, que são as dimensões com maior erro e mais difíceis de serem medidas. Possíveis diferenças entre os resultados de simulação e os resultados reais do ensaio de tração podem ser referentes a estas discrepâncias.

Figura 35 – Modelo da mola cavalete em *CAD*



Fonte: Autodesk (2014).

Figura 36– Principais dimensões do modelo



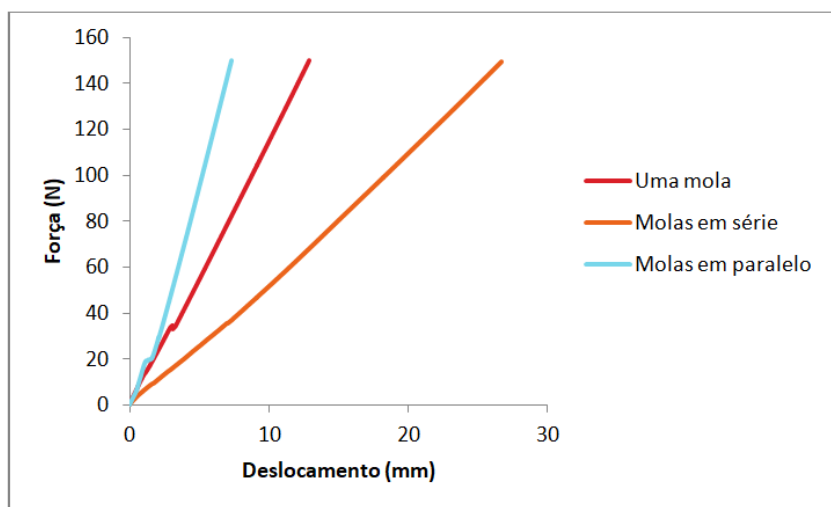
Fonte: Autodesk (2014).

4.2 PROBLEMA FÍSICO REAL: ENSAIO DE TRAÇÃO

4.2.1 Comportamento mecânico na região elástica para associação de molas

Como exposto no item 3.2, foram realizados três ensaios de tração não destrutivos, cujas curvas força-deslocamento podem ser vistas na Figura 37.

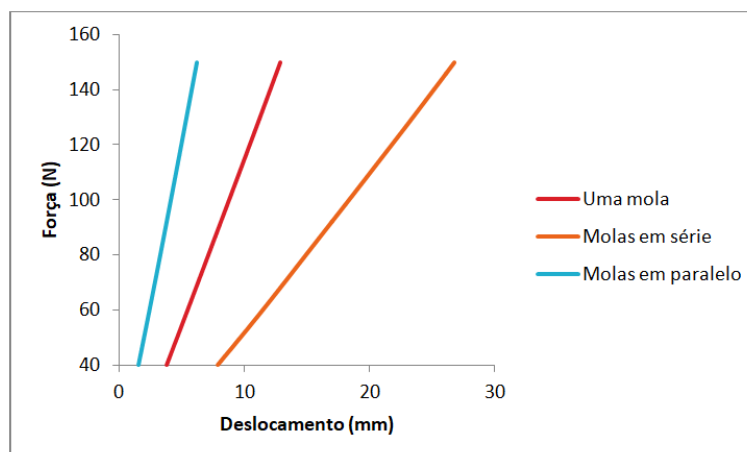
Figura 37 – Região elástica da curva força-deslocamento para associação de molas



Fonte: Autoria própria.

Para obter as constantes de mola experimentais, foram cortadas as partes iniciais das curvas do diagrama anterior, em que a mola ainda está vencendo a inércia e começando a se deformar elasticamente. Como mostra o diagrama da Figura 38 a seguir, foi rejeitada a parte das curvas abaixo da força de 40 N e se obtiveram as equações das retas delas, que estão descritas na Tabela 4. O valor de R^2 , o coeficiente de determinação, indica o quão próximo da reta dada pela equação a curva está. Quanto mais próximo de 1, maior é a correlação linear entre as curvas.

Figura 38 – Parte linear das curvas, que são utilizadas nos cálculos



Fonte: Autoria própria.

Tabela 4 – Constantes elásticas experimentais

Associação	Equação da reta	R ²	Constante elástica (N/mm)
Mola unitária	$F = 12,14y - 6,06$	1,0	12,14
Em paralelo	$F = 23,58y + 2,15$	0,9999	23,58
Em série	$F = 5,84y - 7,11$	0,9999	5,84

Fonte: Autoria própria.

Para obter uma relação entre os resultados reais dos ensaios expostos acima e os parâmetros teóricos de associações de molas, foi calculada a constante de mola teórica “ $k_{teórico}$ ” a partir da equação (18), primeiro isolando “ N_a ” para obtê-lo e em seguida obtendo “ $k_{teórico}$ ”.

Tabela 5 – Cálculo do “ $k_{teórico}$ ”

OD	15,54 mm
d	2,68 mm
ID	10,18 mm
D	12,86 mm
Fi	0,040 N
F	520,57 N
y	43,69 N
G	80,8 GPa
N_{calc}	20,56
N_a	20 espiras ativas
$k_{teórico}$	12,25 N/mm

Fonte: Autoria própria.

As constantes equivalentes teóricas para a associação em série e paralelo são calculadas das equações (18) e (19). Com isso, obtém-se uma comparação entre os resultados teóricos e experimentais na Tabela 6:

Tabela 6 – Comparação entre constantes experimentais e teóricas

Configuração	Constante elástica (N/mm)		Erro relativo percentual
	Experimental	Teórica	
Uma mola	12,14	12,25	0,88%
Paralelo	23,58	24,50	3,74%
Série	5,84	6,12	4,58%

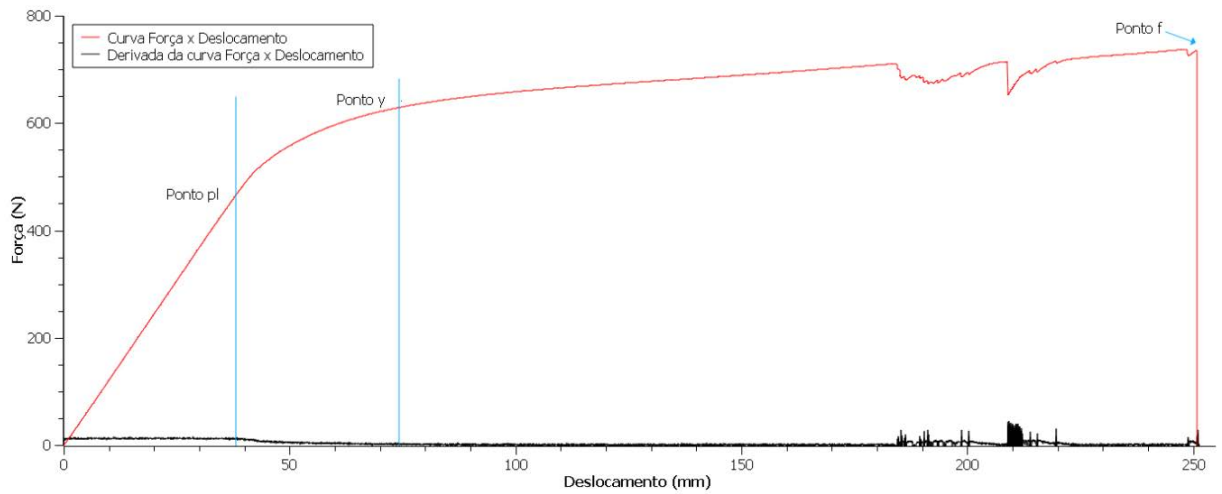
Fonte: Autoria própria.

Observam-se erros relativos às constantes teóricas muito baixos, menores do que 5%, o que significa que a mola se comportou como o esperado na teoria e que outros métodos teóricos podem ser aplicados seguramente para descrever o comportamento desta mola.

4.2.2 Comportamento mecânico na região plástica até a ruptura

Além desses ensaios não destrutivos, foram realizados mais dois ensaios de tração destrutivos em duas molas, cujos diagramas força-deslocamento foram obtidos e são mostrados nas Figuras 39 e 41. Com o auxílio do *software SciDAVis*, pode-se obter a curva diferencial das curvas originais do ensaio de tração e com isso obter alguns pontos específicos descritos no item 2.3, como os pontos “*pl*”, “*y*”, “*u*” e “*f*” (os pontos “*u*” foram obtidos dos pontos que geraram as curvas, procurando-se os pontos de máxima força). Esses pontos são descritos na Tabela 7 a seguir. Nesta tabela, a partir dos pontos encontrados no diagrama dos dois ensaios de tração destrutivos, obteve-se uma média de valores representativos de força e deslocamento desses pontos para o material da mola.

Figura 39 – Primeiro ensaio de tração até a ruptura



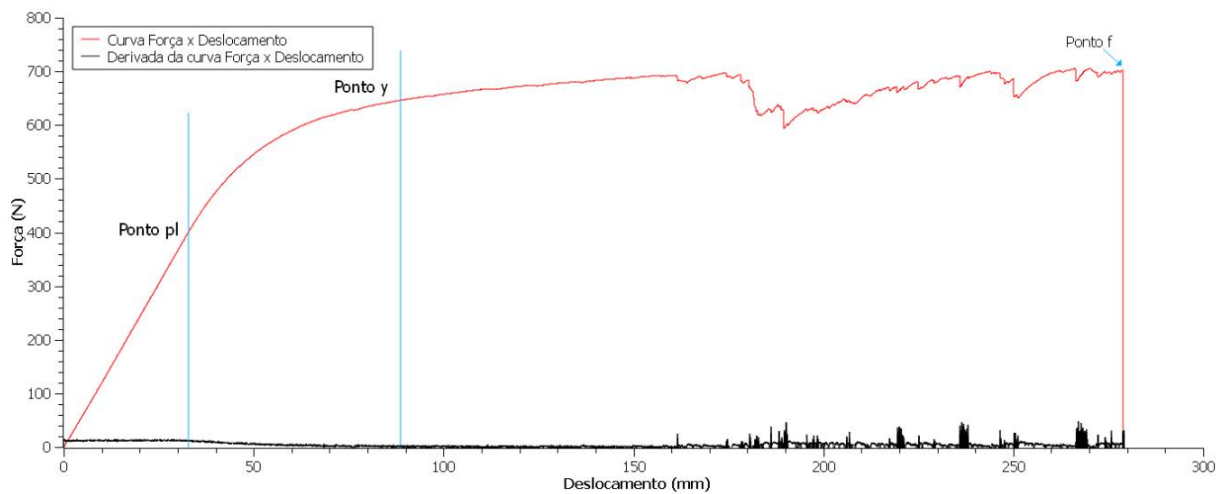
Fonte: Autoria própria.

Figura 40 – Configuração deformada da mola após primeiro ensaio de tração até a ruptura



Fonte: Autoria própria.

Figura 41 – Segundo ensaio de tração até a ruptura



Fonte: Autoria própria.

Figura 42 – Configuração deformada da mola após segundo ensaio de tração até a ruptura



Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Pontos dos diagramas força-deslocamento

Ponto	Ensaio de tração 1		Ensaio de tração 2		Média	
	Força (N)	Deslocamento (mm)	Força (N)	Deslocamento (mm)	Força (N)	Deslocamento (mm)
<i>Pl</i>	465,20	38,05	400,40	32,78	432,80	35,42
<i>Y</i>	629,30	74,14	646,60	88,67	637,95	81,41
<i>U</i>	737,45	248,56	705,19	270,20	721,32	259,38
<i>F</i>	735,30	250,90	702,50	278,80	718,90	264,85

Fonte: Autoria própria.

Com o valor de força no ponto “*u*”, ponto de máxima força, pode-se estimar a tensão de ruptura calculando-se a tensão de cisalhamento máxima no fio da mola através das equações de (7) a (9) e supondo que $\tau_{m\acute{a}x} = S_{us}$, o limite de resistência à torção, e tendo em vista que este limite de resistência à torção, para os materiais comumente usados em molas, é estimado em sendo 67% do limite de resistência do material (NORTON, 2013, p. 793). Com isso, obteve-se a Tabela 8 de cálculo.

Tabela 8 – Cálculo da estimativa da tensão limite de resistência à tração

D	12,86 mm
d	2,68 mm
C	4,7985
K _s	1,1042
$F_{m\acute{a}x}$	721,32 N
$\tau_{m\acute{a}x}$	1355,04 MPa
S_{ut}	2022,45 MPa

Fonte: Autoria própria.

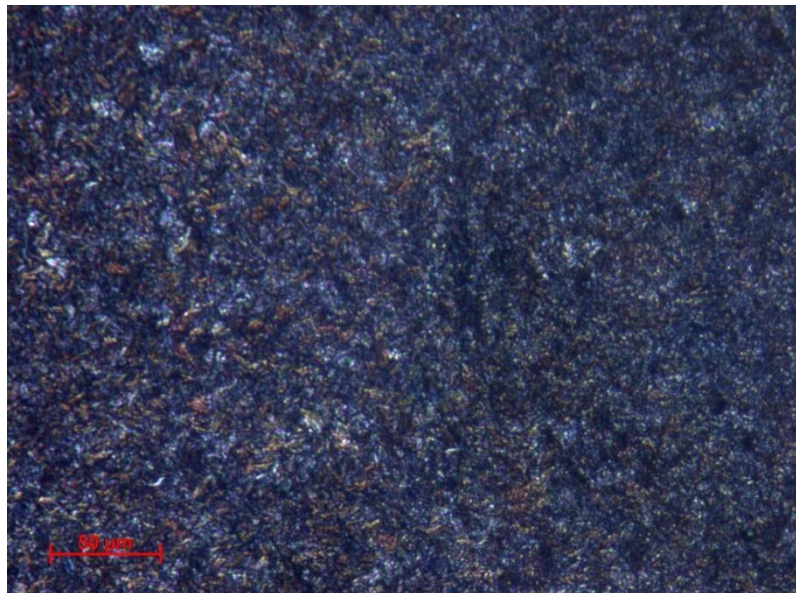
Esta tensão encontrada não é necessariamente o limite de resistência à tração real do material da mola, pois o ensaio de tração foi feito na mola e não em um corpo de prova padrão para ensaio de tração feito do material da mola. No entanto, obtendo-se este valor pode-se inferir que a ordem de grandeza do limite de resistência à tração real do material da mola é próxima à ordem de grandeza deste valor.

4.3 INVESTIGAÇÃO DO MATERIAL DA MOLA REAL

4.3.1 Micrografia do material

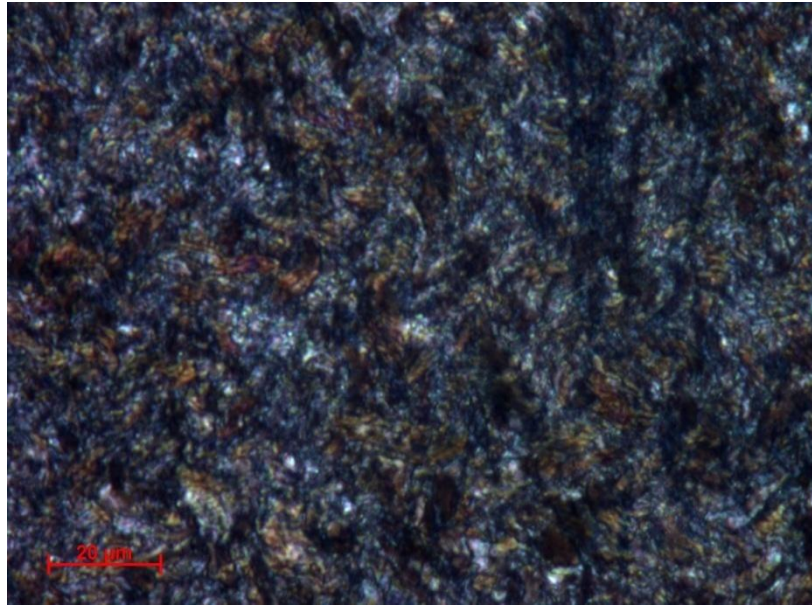
A seguir são mostradas as fotomicrografias das amostras com ampliação de 200x e 500x nas Figuras 43 e 44, respectivamente. Pode-se inferir destas fotomicrografias que a microestrutura do material da mola adquirida é homogênea, refinada, com precipitação de carbonetos e de aspecto martensítico, o que indica que o material foi submetido a tratamento térmico a frio. Não há nenhum sinal de ferrita ou perlita na microestrutura.

Figura 43 – Fotomicrografia do material da mola com ampliação de 200x



Fonte: Autoria própria.

Figura 44 – Fotomicrografia do material da mola com ampliação de 500x

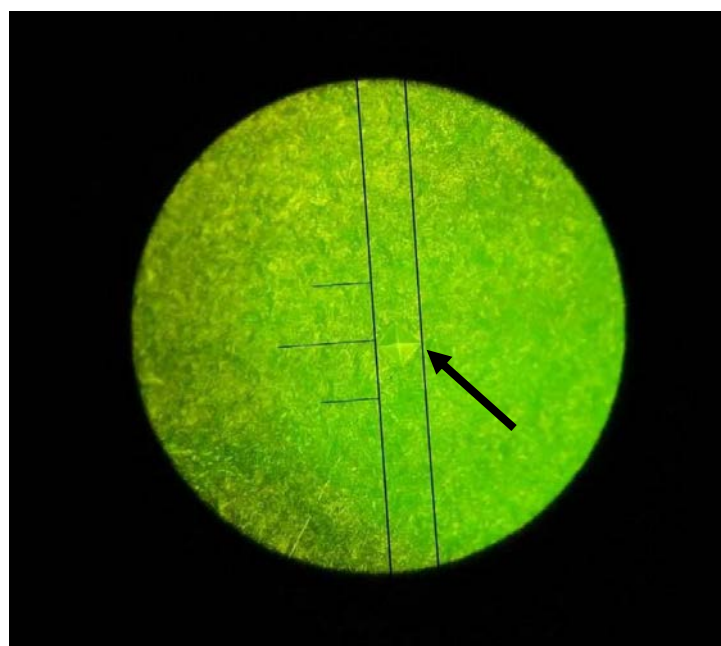


Fonte: Autoria própria.

4.3.2 Endentação e microdureza Vickers

A imagem da Figura 45 mostra a endentação deixada pelo penetrador de diamante na superfície da amostra. Pode-se ver inclusive que a microestrutura do material aparece nesta imagem e é semelhante às fotomicrografias mostradas anteriormente.

Figura 45 – Impressão do penetrador de diamante



Fonte: Autoria própria.

Da medição das diagonais principais de 5 impressões feitas na superfície, obtiveram-se os valores de microdureza em diferentes regiões na superfície de uma amostra (Tabela 9).

Tabela 9 – Medidas de microdureza

Penetração na superfície	Microdureza Vickers (HV)
1	431,7
2	424,2
3	440,4
4	440,7
5	439,9
Média	435,38

Fonte: Autoria própria.

A partir desta microdureza média, foi-se utilizado o conversor de dureza da TECNOMAT (2017), e obteve-se uma dureza Brinell aproximada, como mostra a Tabela 10. Com isso, entrou-se com estes valores de dureza Brinell nas equações (24) e (25), obtendo-se limites de resistência à tração aproximados para o material da mola.

Tabela 10 – Cálculo da tensão limite de resistência à tração

Microdureza	Em [HV]	435,38
	Em [HB]	409 (aproximadamente)
Limite de resistência à tração (MPa)	Equação (24)	1444,42
	Equação (25)	1411,05 ± 81,80

Fonte: Autoria própria.

4.3.3 Material da mola cavalete

Com estas informações, através de uma tabela oferecida por Norton (2013, p. 792) de possíveis materiais de molas e como obter seus limites de resistência à tração a partir de coeficientes b e A e do diâmetro do fio da mola, através da relação $S_{ut} \cong Ad^b$, obtiveram-se os dados da Tabela 11.

Tabela 11 – Limite de resistência à tração de materiais comumente usados em molas

Nº ASTM	b	A	S_{ut} (MPa)
A227	-0,1822	1753,3	1465,042
A228	-0,1625	2153,5	1834,733
A229	-0,1833	1831,2	1528,476
A232	-0,1453	1909,9	1655,018
A401	-0,0934	2059,2	1878,066

Fonte: Autoria própria.

De modo que pode-se concluir que o material mais provável de ser o material da mola cavalete adquirida é o ASTM A227, pois é o único desta lista que possui limite de resistência à tração muito próximo aos limites encontrados na Tabela 10.

4.4 SIMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

Sabendo-se o material da mola, deve-se adicionar este material na simulação. Como discutido no item 3.4.1 e demonstrado na equação (30), a matriz de rigidez do problema objeto de estudo é dependente apenas do coeficiente de Poisson e do módulo de elasticidade. Para o material ASTM A227 estas propriedades são as mostradas na Tabela 12.

Tabela 12 – Propriedades do aço ASTM A227 utilizadas na simulação

Coeficiente de Poisson	Módulo de Elasticidade (GPa)
0,3	190

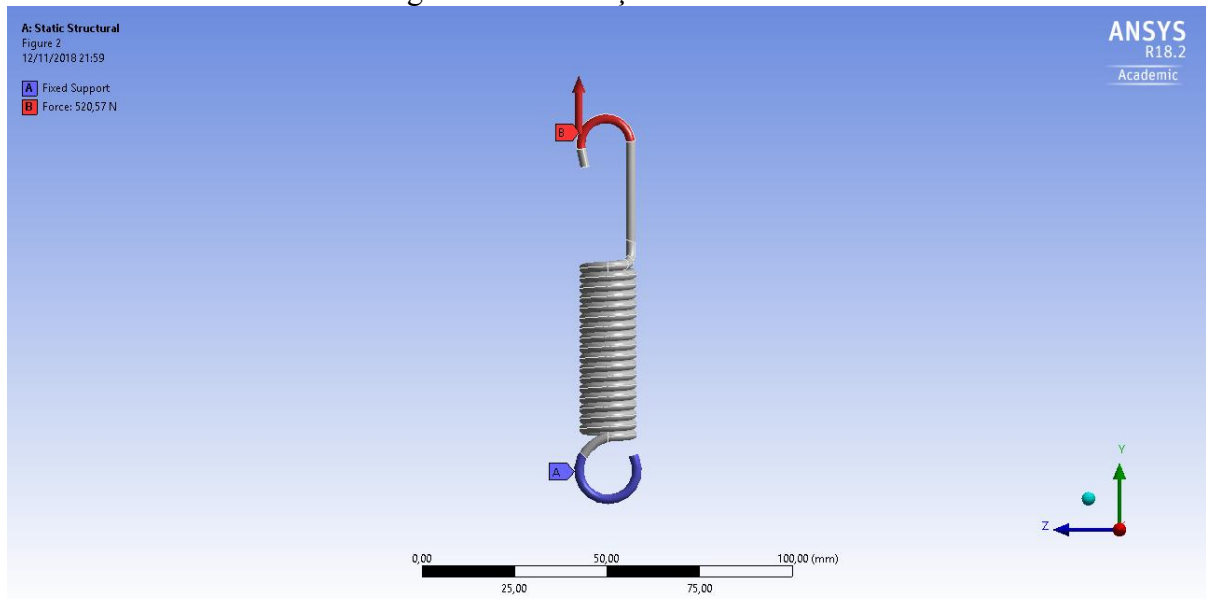
Fonte: Autoria própria.

Com isso, seguem-se os resultados das simulações para a mola cavalete sob tração e duas molas configuradas em série e em paralelo.

4.4.1 Mola cavalete sob tração

Tendo-se o modelo em *CAD*, mostrado na Figura 35, tem-se o domínio do problema de valor de contorno. O próximo passo é a adição das condições de contorno nas extremidades do domínio, como discutido no item 3.4.2.2. A Figura 46 mostra as condições impostas nas extremidades dos ganchos.

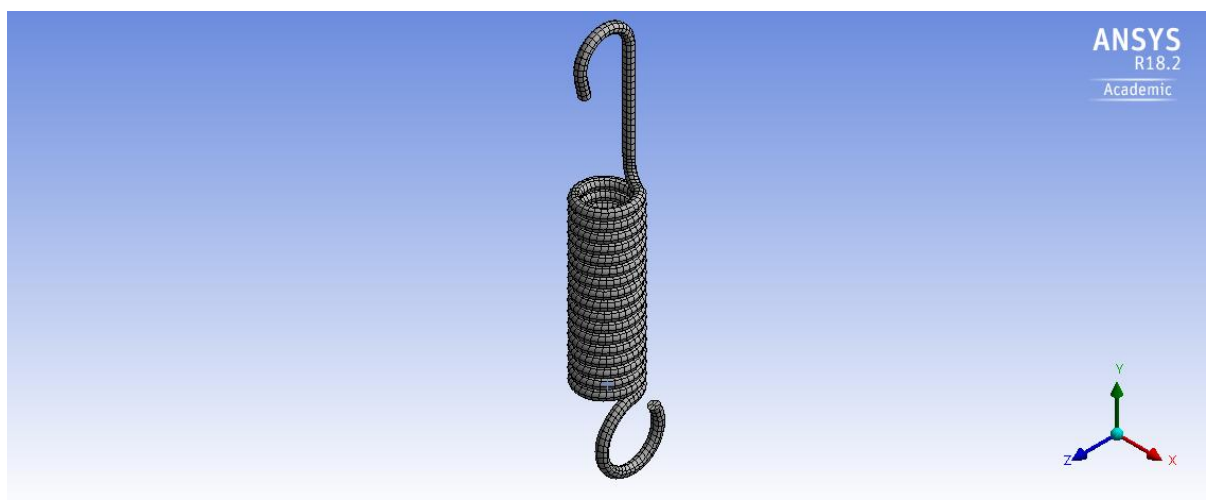
Figura 46 – Condições de contorno



Fonte: SAS IP (2017).

É importante frisar que as extremidades do modelo em *CAD* não são as extremidades do domínio. As extremidades do domínio são todos os nós que se encontram na superfície do modelo (ver malha na Figura 47). Como se deve aplicar condições de contorno em todos os nós nas extremidades do domínio, para todos os nós superficiais em que nenhuma condição de contorno foi aplicada pelo analista de elementos finitos, uma condição *default* é aplicada pelo *software*: para cada nó, todas as componentes de força normal e cisalhamento são nulas.

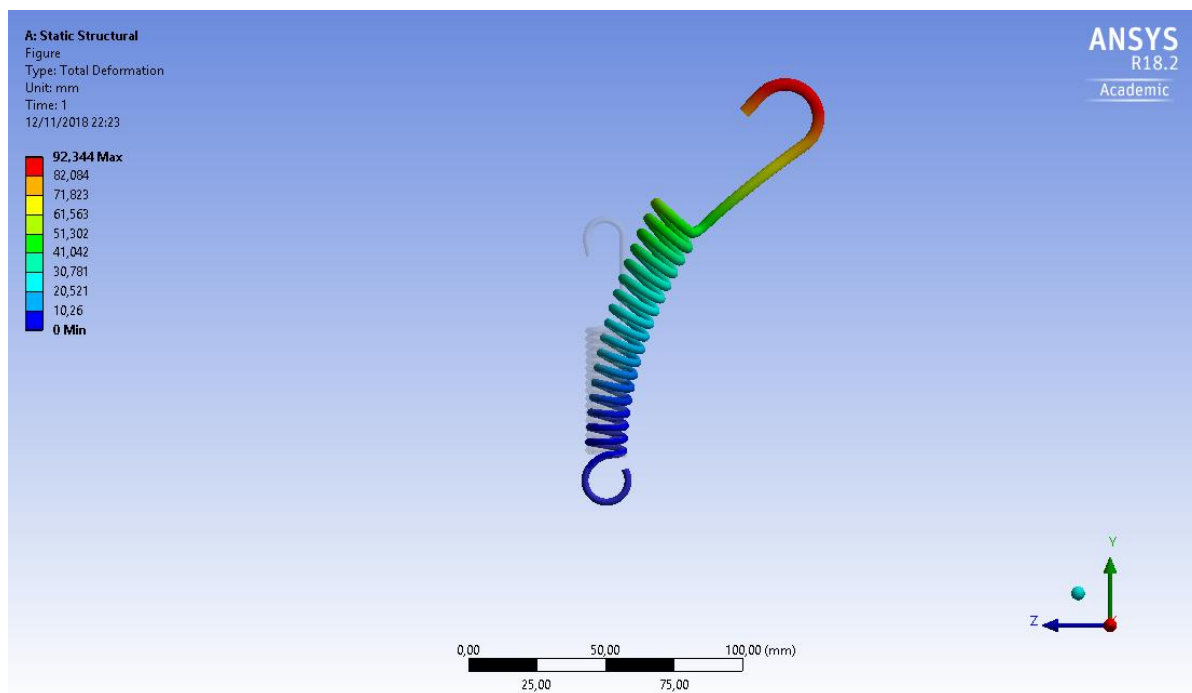
Figura 47 – Malha de elementos finitos



Fonte: SAS IP (2017).

Após gerada a solução, escolheu-se verificar o pós-processamentos da deformação total, explicitada na Figura 48:

Figura 48 – Condição deformada do modelo computacional

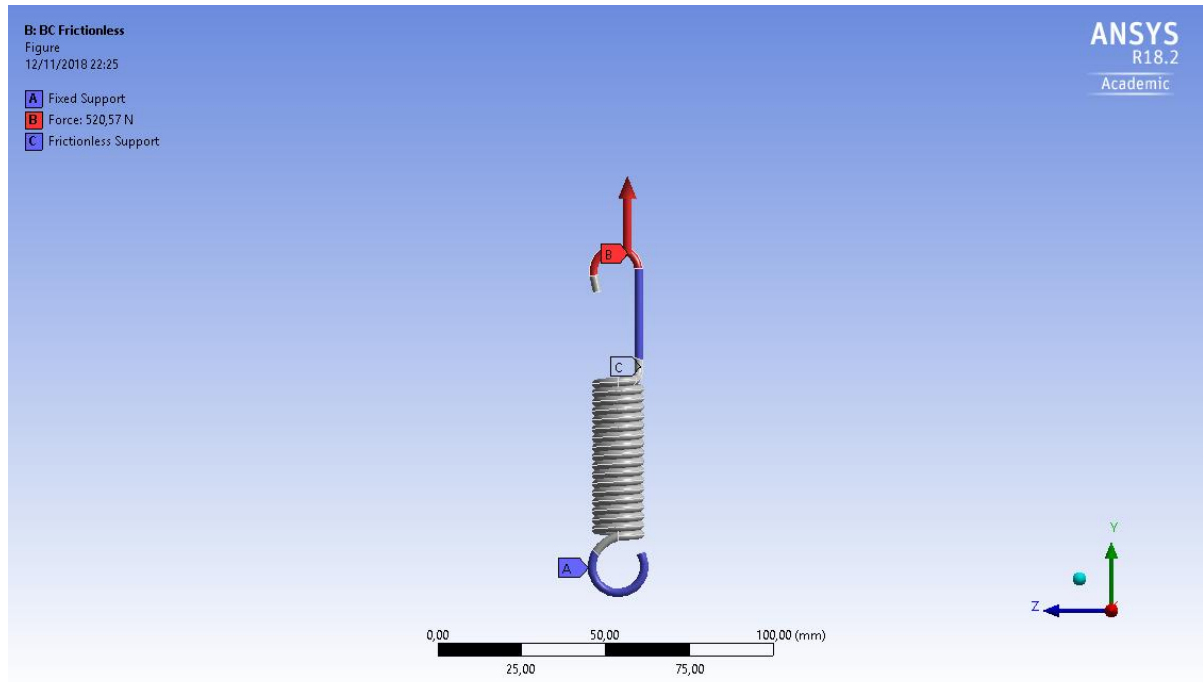


Fonte: SAS IP (2017).

Mesmo que esta deformação se assemelhe muito à condição deformada da mola após o primeiro ensaio de tração de ruptura mostrado na Figura 40, essa condição deformada não condiz com a realidade. Para este nível de tensão, 520,57 N, o material da mola ainda em sua região elástica e deveria se deformar apenas no eixo y. Dos resultados dos ensaios de tração, sabe-se que, para 520,57 N, o deslocamento real foi de 43,69 mm, o que não condiz com o valor máximo de 92,34 mm mostrado na Figura 48.

Relembrando o exposto no item 3.4.2.2, as condições de contorno devem ser tais que representem o comportamento real do objeto de estudo, mesmo que não sejam explícitas no modelo real. Em vista disso, visando bloquear a deformação dos elementos nas direções x e z, adicionou-se a terceira condição de contorno, chamada pelo ANSYS de *Frictionless Support*. Esta condição de contorno preconiza que as deformações normais à superfície e as tensões de cisalhamento na superfície sejam nulas. Esta condição de contorno foi aplicada ao maior comprimento do gancho 1, como mostrado na Figura 49.

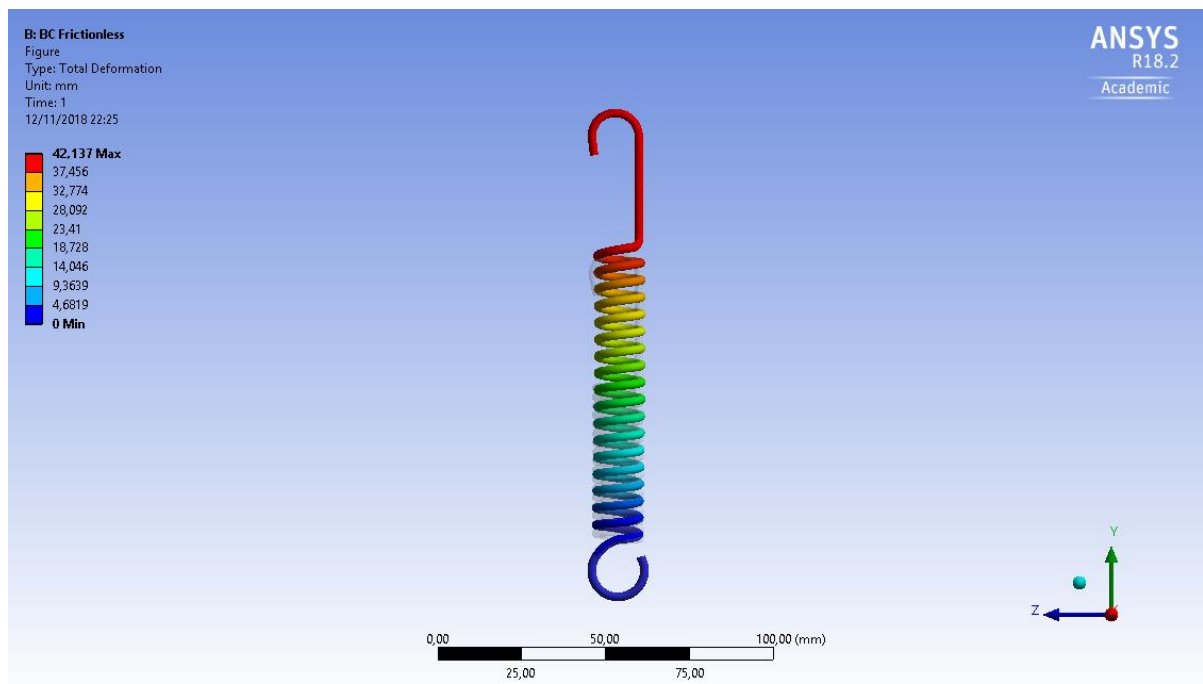
Figura 49 – Novas condições de contorno



Fonte: SAS IP (2017).

O resultado da deformação desta nova condição foi a mostrada na Figura 50:

Figura 50 – Nova condição deformada



Fonte: SAS IP (2017).

Não só o estado de deformação está condizente com a realidade, mas também o nível de deslocamento: 42,14 mm, sendo que o real foi de 43,69 mm, como dito anteriormente. Isto valida, num primeiro momento, a simulação.

4.4.1.1 Verificação do modelo

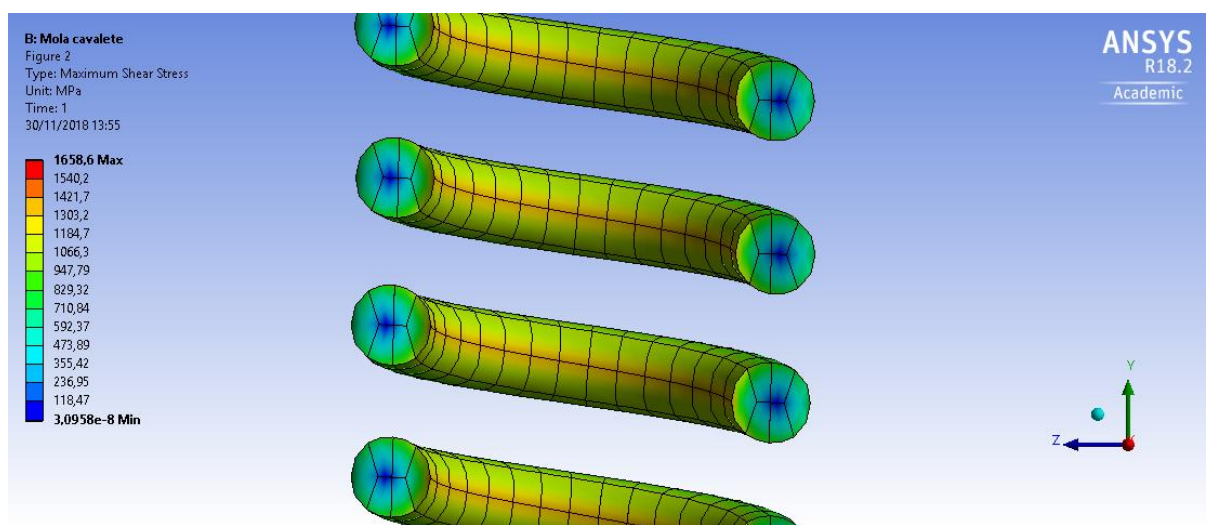
O cálculo da tensão de cisalhamento máxima na espira foi escolhida para a verificação do modelo. Utilizando as equações (9), (10) e (11), com a força de 520,571 N, obteve-se a Tabela 13.

Tabela 13 – Cálculo da tensão máxima de cisalhamento na parte interna da espira

C	4,80
K_w	1,33
$\tau_{\text{máx}}$	1174,99 MPa

Fonte: Autoria própria.

Figura 51 – Distribuição de tensões de cisalhamento máximas nas espiras



Fonte: SAS IP (2017).

Pela Figura 51, obtém-se que a tensão de cisalhamento máxima no interior da espira está entre 1250,9 a 1386,8 MPa.

Para verificar as tensões nos ganchos, utilizaram-se as equações de (12) a (14), para quantificar a tensão normal no ponto A (Figura 9) do ganchos 1 e 2, e as equações de (15) a (17) para quantificar a tensão de cisalhamento no ponto B (Figura 9) do gancho 1. As equa-

ções foram resolvidas para a força axial de tração de 520,571 N. Os valores de “ R_I ” utilizados nas equações foi considerado como o “ $R_I(\text{interno})$ ” adicionado do raio da espira da mola ($d/2$).

Tabela 14 – Cálculo da tensão normal máxima no ponto A do gancho 1

R_1	6,88 mm
C_1	5,13 mm
K_b	1,17
σ_A	2179,68 MPa

Fonte: Autoria própria.

Tabela 15 – Cálculo da tensão de cisalhamento máxima no ponto B do gancho 1

R_2	4,04 mm
C_2	3,01 mm
K_{w2}	1,37
τ_B	1215,29 MPa

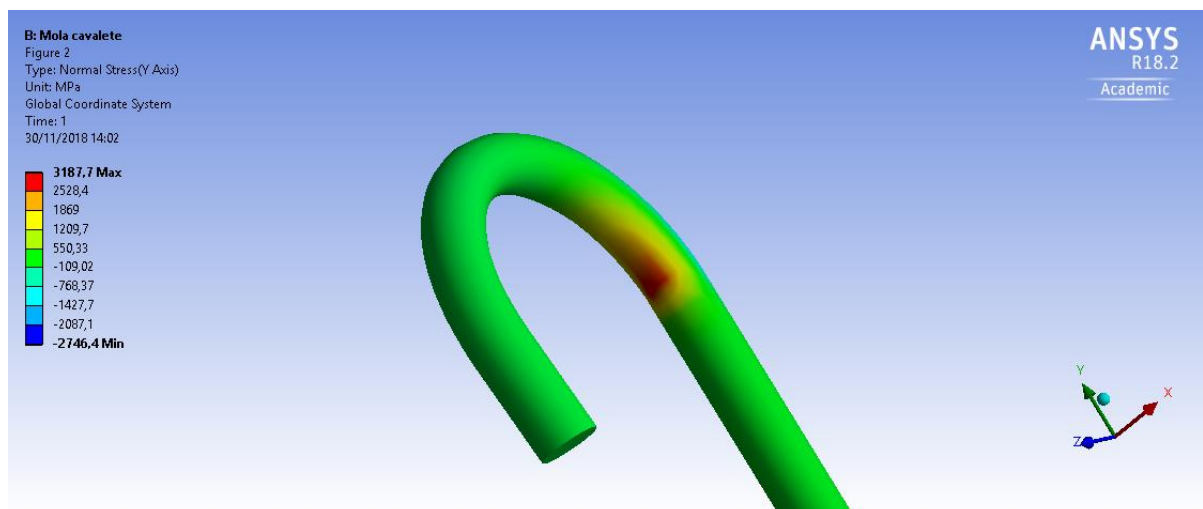
Fonte: Autoria própria.

Tabela 16 – Cálculo da tensão normal máxima no ponto A do gancho 2

R_1	7,89 mm
C_1	5,89 mm
K_b	1,14
σ_A	2133,31 MPa

Fonte: Autoria própria.

Figura 52 – Distribuição de tensões normais em y no gancho 1 (ponto A)



Fonte: SAS IP (2017).

Figura 53 – Distribuição de tensões máximas de cisalhamento no gancho 1 (ponto B)

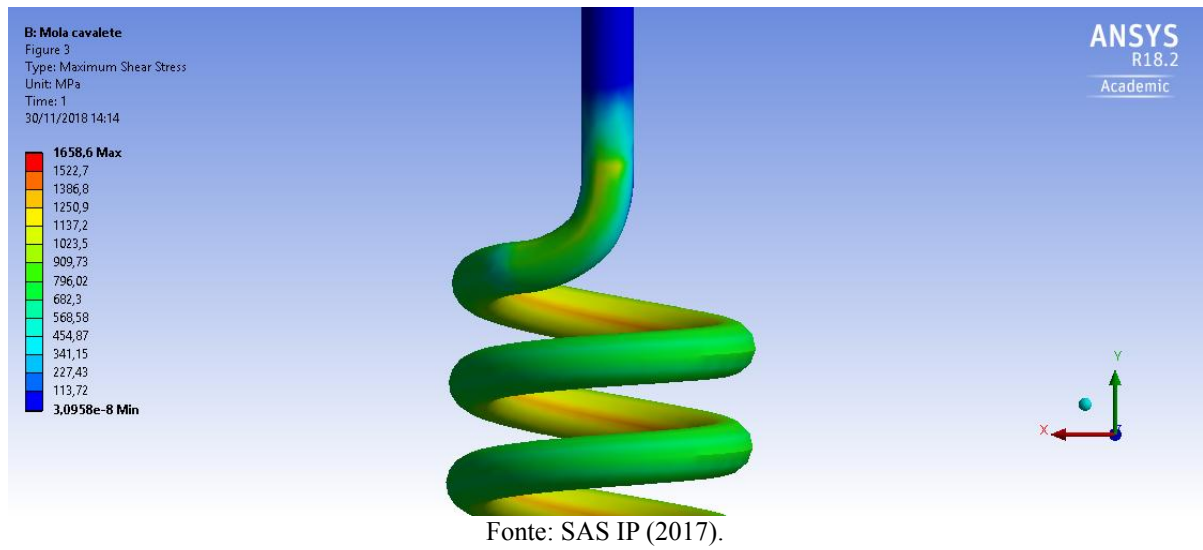


Figura 54 – Distribuição de tensões normais em y no gancho 2 (ponto A)

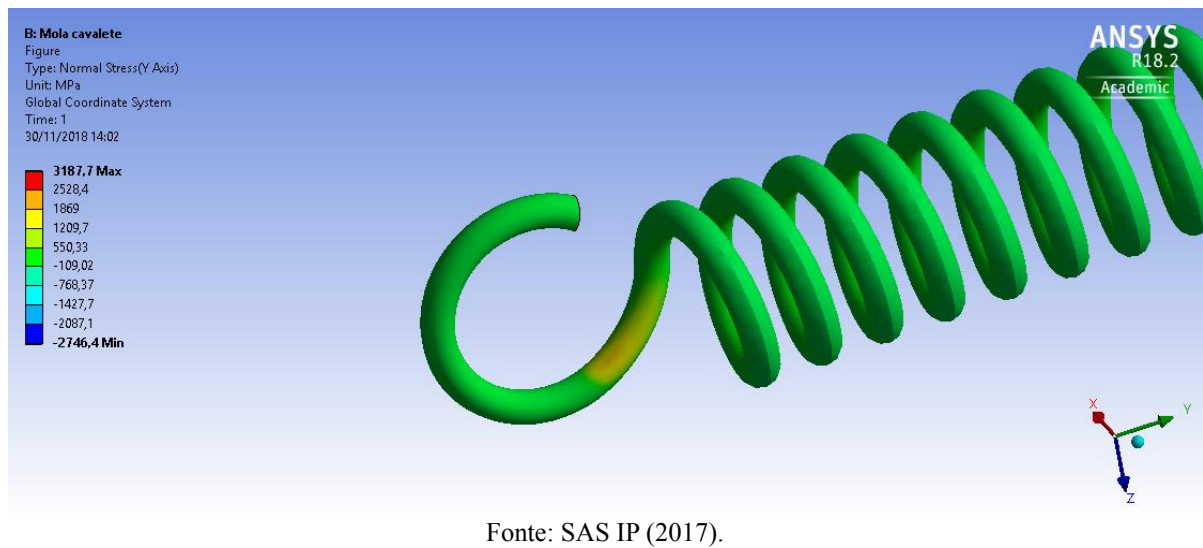
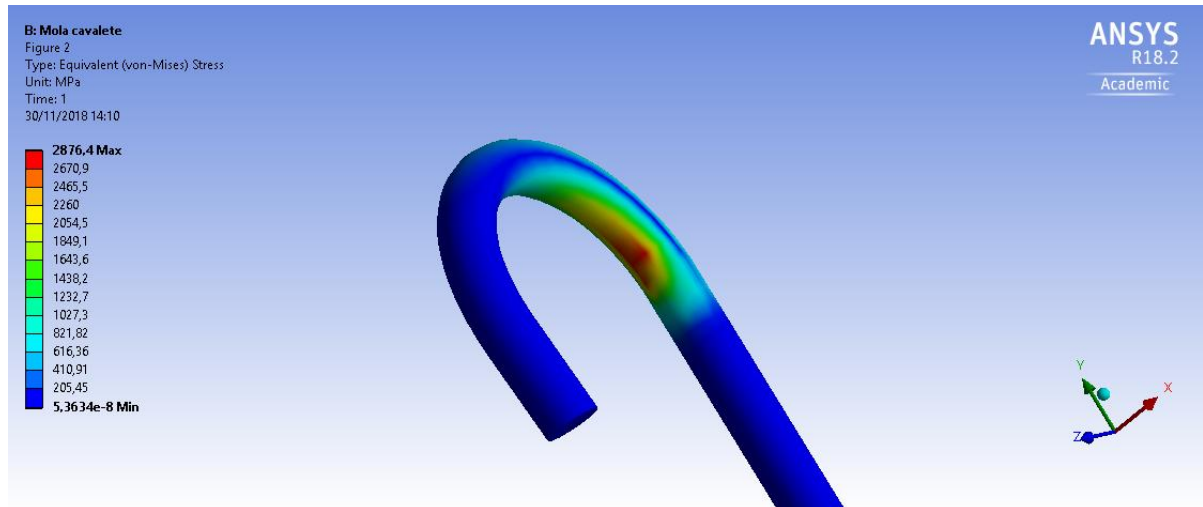
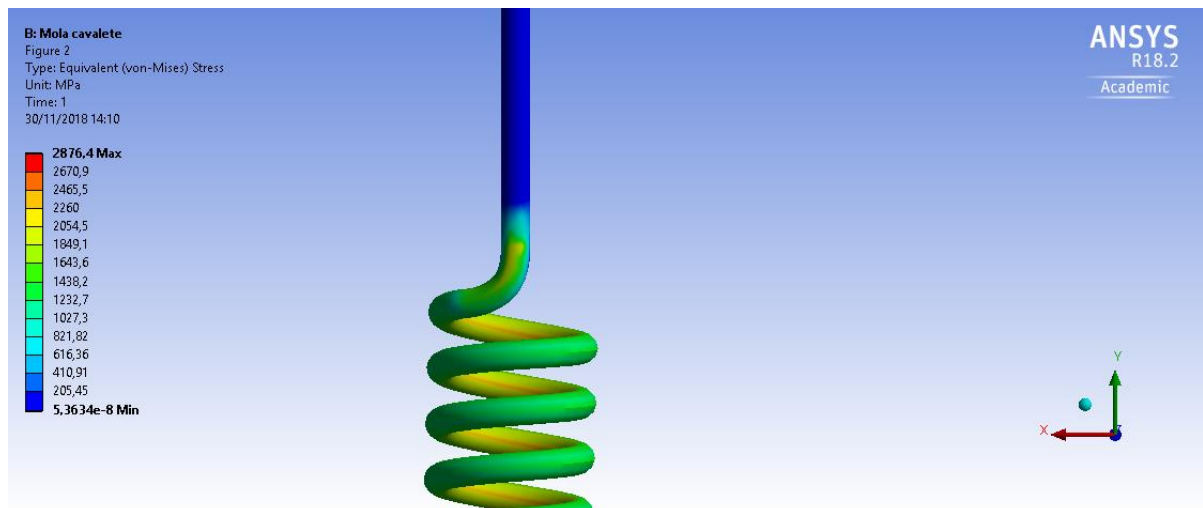


Figura 55 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 1 (ponto A)



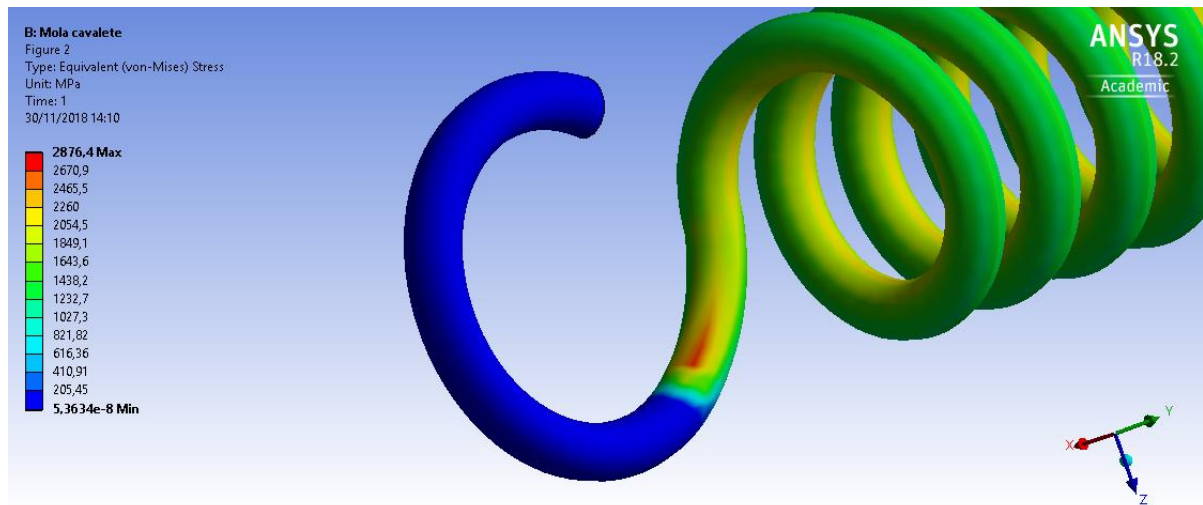
Fonte: SAS IP (2017).

Figura 56 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 1 (ponto B)



Fonte: SAS IP (2017).

Figura 57 – Distribuição de tensões de von Mises no gancho 2 (ponto A)



Fonte: SAS IP (2017).

Tabela 17 – Resumo das tensões encontradas no gancho 1

Região	Tensão	Valores (MPa)
Ponto A	σ_A teórica	2179,68
	Normal em y	3187,7 - 2528,4
	von Mises	2670,9 - 2876,4
Ponto B	τ_B teórica	1215,29
	Máxima de cisalhamento	1137,2 - 1250,9
	von Mises	2054,5 - 2260

Fonte: Autoria própria.

Tabela 18 – Resumo das tensões encontradas no gancho 2

Região	Tensão	Valores (MPa)
Ponto A	σ_A teórica	2133,31
	Normal em y	1869 - 2528,4
	von Mises	2670,9 - 2876,4

Fonte: Autoria própria.

Das Figuras de 52 a 57 percebe-se que, apesar de haver discrepâncias entre os valores, as tensões máximas estão nas regiões corretas. Os valores de tensão equivalente de von Mises são muitos maiores do que os teóricos. No entanto, os valores de cisalhamento e normal no eixo y condizem com o valor teórico no ponto A do gancho 2 e no ponto B do gancho 1. No entanto, para o ponto A do gancho 1, esta tensão não é válida.

4.4.1.2 Validação do modelo

Como visto anteriormente, o modelo foi previamente validado, pois o erro entre o deslocamento da simulação e o real é de aproximadamente 3,54 %.

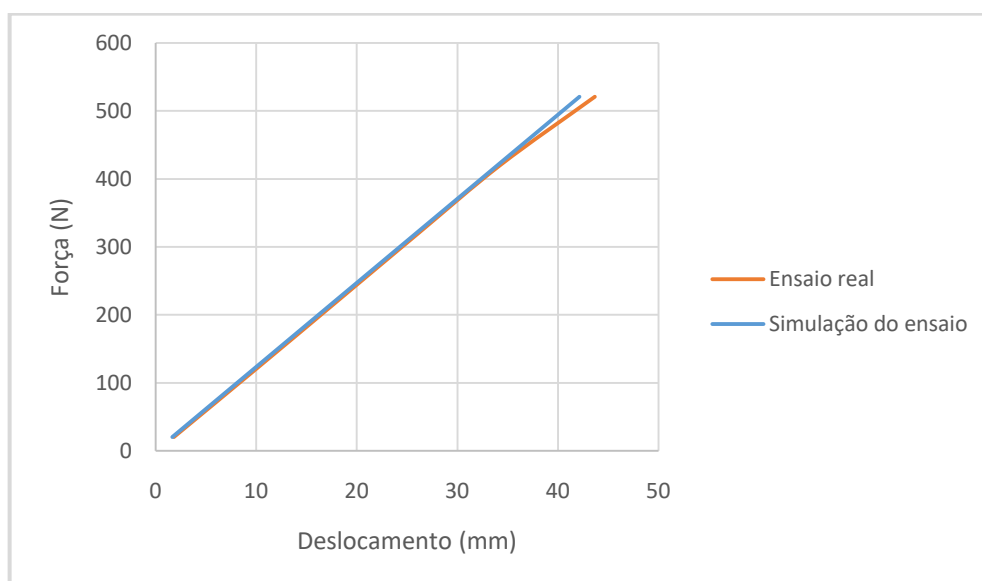
Ainda pode-se comparar estes resultados com os resultados do ensaio de tração, fazendo-se a simulação para diferentes valores de força aplicada.

Tabela 19 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para a mola cavalete

Força (N)	Deslocamento real (mm)	Deslocamento simulado (mm)	Erro relativo percentual
20,5358	1,80554	1,6622	7,94%
120,5683	9,9889	9,759	2,30%
220,545	18,0889	17,851	1,32%
320,538	26,1723	25,945	0,87%
420,594	34,3222	34,044	0,81%
520,571	43,68894	42,136	3,55%

Fonte: Autoria própria.

Figura 58 – Diagrama força-deformação de comparação para a mola cavalete



Fonte: Autoria própria.

Tabela 20 – Equações das retas e constante elástica para a mola cavalete

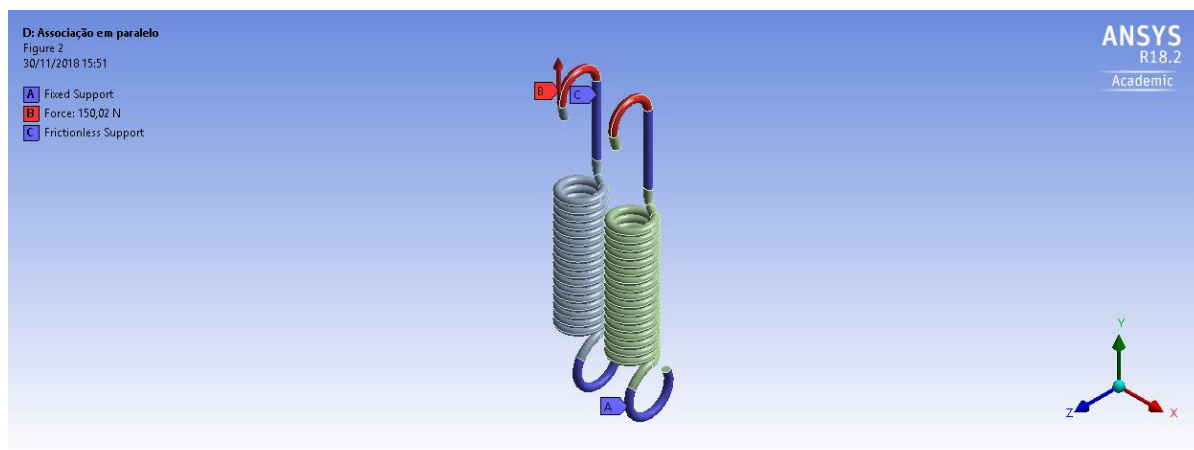
Ensaio de tração	Equação da reta	R ²	Constante elástica (N/mm)
Real	$F = 12,042y - 1,496$	0,9994	12,04
Simulado	$F = 12,354y - 0,0014$	1,0	12,35

Fonte: Autoria própria.

4.4.2 Associação de molas cavalete em paralelo sob tração

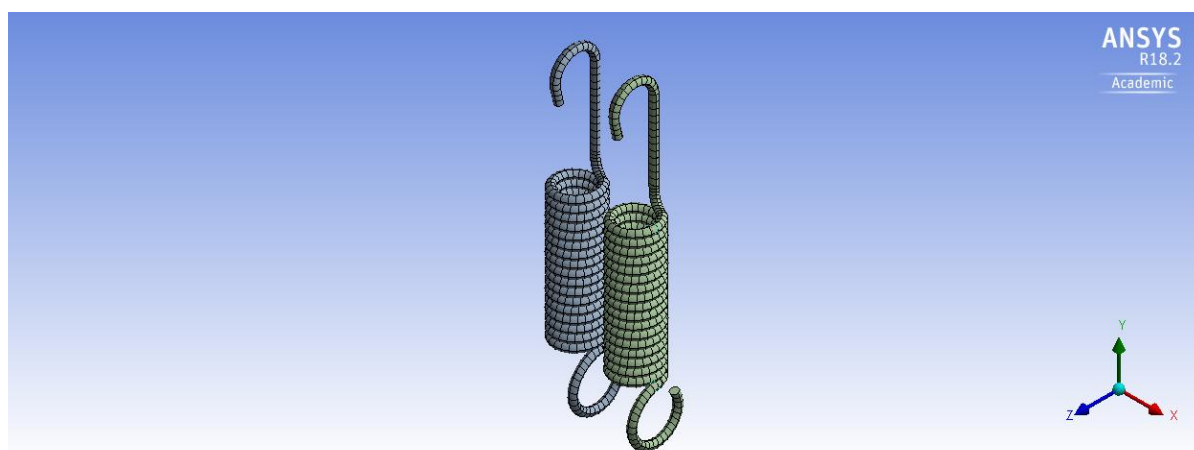
A partir do modelo em *CAD* das duas molas em paralelo, adicionaram-se as condições de contorno como discutido no item 3.4.3.2, como pode ser visto na Figura 59. A Figura 60 mostra a malha das molas.

Figura 59 – Condições de contorno para modelo em paralelo



Fonte: SAS IP (2017).

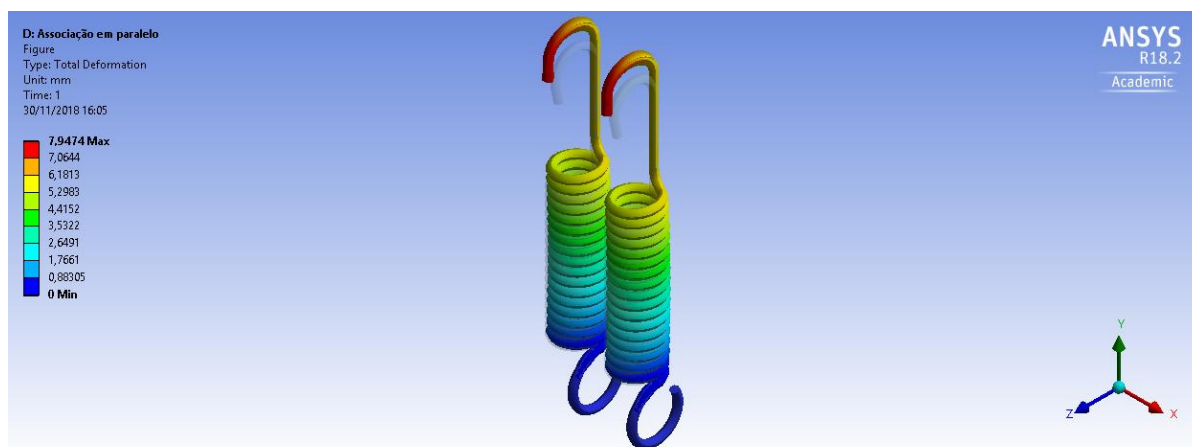
Figura 60 – Malha do modelo em paralelo



Fonte: SAS IP (2017).

O pós-processamento da deformação total pode ser visto na Figura 61 a seguir. O deslocamento total foi de 7,95 mm, enquanto que, para a força aplicada de 150,017 N, a deformação experimental foi de 7,28 mm, apenas 9,2%.

Figura 61 – Condição deformada do modelo em paralelo



Fonte: SAS IP (2017).

4.4.2.1 Verificação e validação do modelo

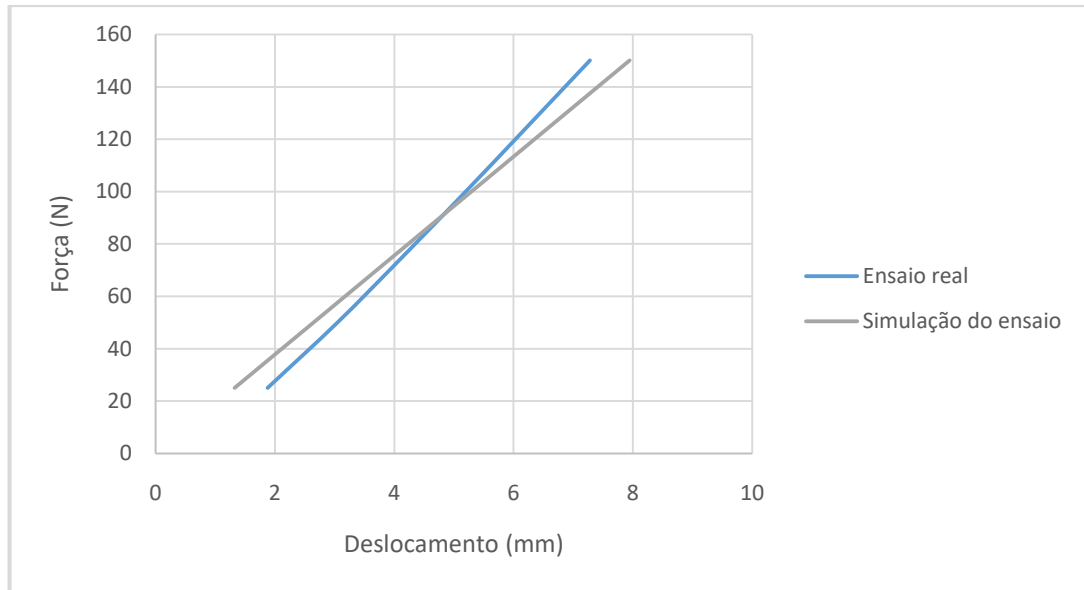
Tanto para verificação como para validação escolheu-se como parâmetro o constante de mola. Realizaram-se algumas simulações modificando o valor da força de tração para uma força conhecida experimentalmente. Na Tabela 21 encontram-se os valores encontrados para validação e na Figura 62 um diagrama comparativo entre as retas força-deformação real e do modelo.

Tabela 21 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para associação em paralelo

Força (N)	Deslocamento real (mm)	Deslocamento simulado (mm)	Erro relativo percentual
25,0038	1,876458	1,3246	29,41%
50,0147	3,050542	2,6496	13,14%
75,0113	4,138834	3,9739	3,99%
100,007	5,201354	5,298	1,86%
125,014	6,243896	6,6228	6,07%
150,017	7,282187	7,9474	9,13%

Fonte: Autoria própria.

Figura 62 – Diagrama força-deformação de comparação para associação em paralelo



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 22 mostra as equações da reta obtidas, e as constantes elásticas derivadas das equações. Da Tabela 6, sabe-se que a constante teórica é de 24,5 N/mm.

Tabela 22 – Equações das retas e constante elástica para associação em paralelo

Ensaio de tração	Equação da reta	R ²	Constante elástica (N/mm)
Real	$F = 23,218y - 20,037$	0,9995	23,22
Simulado	$F = 18,876y - 2 \cdot 10^{-5}$	1,0	18,88

Fonte: Autoria própria.

4.4.3 Associação de molas cavalete em série sob tração

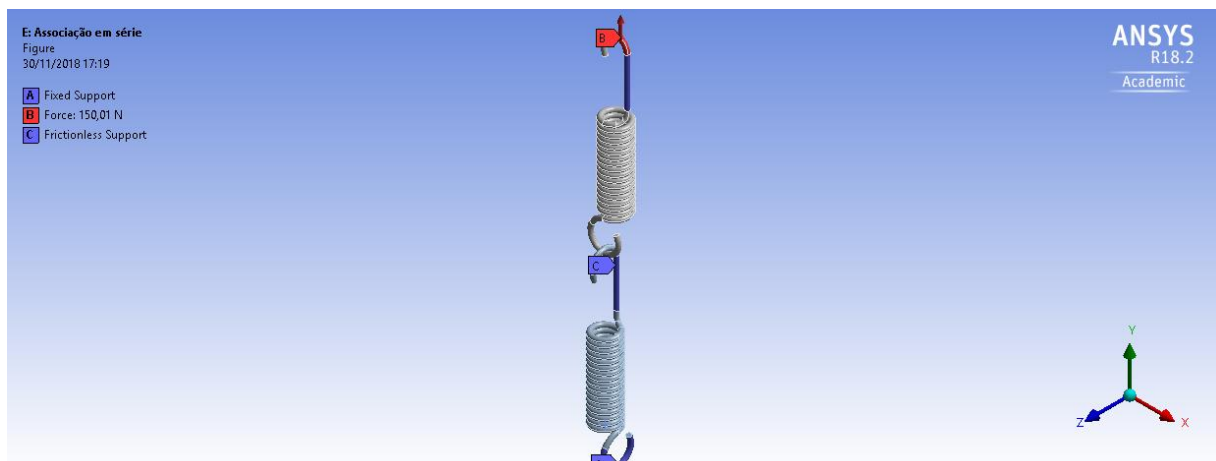
A partir do modelo em *CAD* das duas molas em série, dividiu-se os domínios nos elementos, como descrito no item 3.4.4.1 (ver Figura 63). As condições de contorno, como discutido no item 3.4.4.2, foram adicionadas às extremidades dos domínios, como pode ser visto na Figura 64. A Figura 65 mostra a solução desta simulação.

Figura 63 – Malha do modelo em série



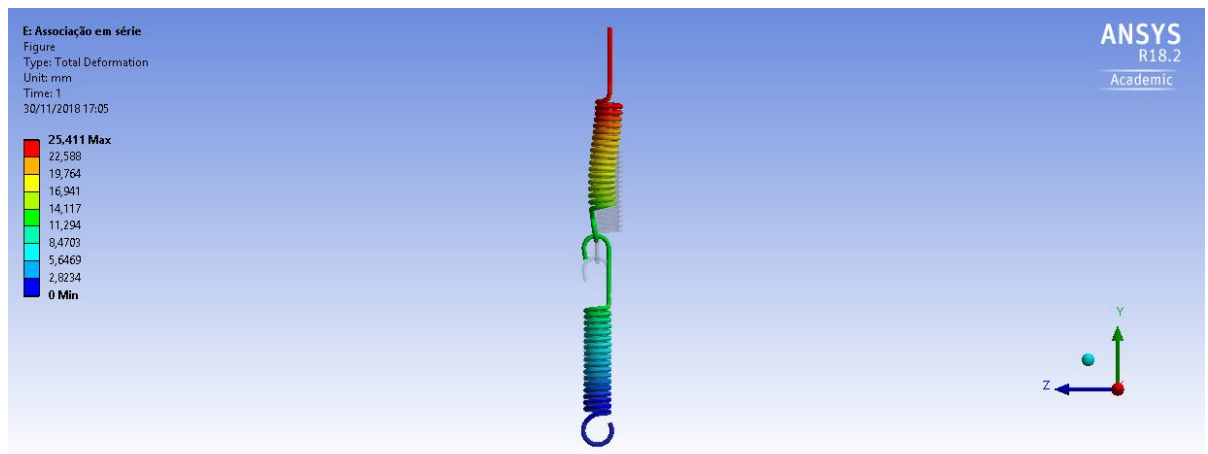
Fonte: SAS IP (2017).

Figura 64 – Condições de contorno para modelo em série



Fonte: SAS IP (2017).

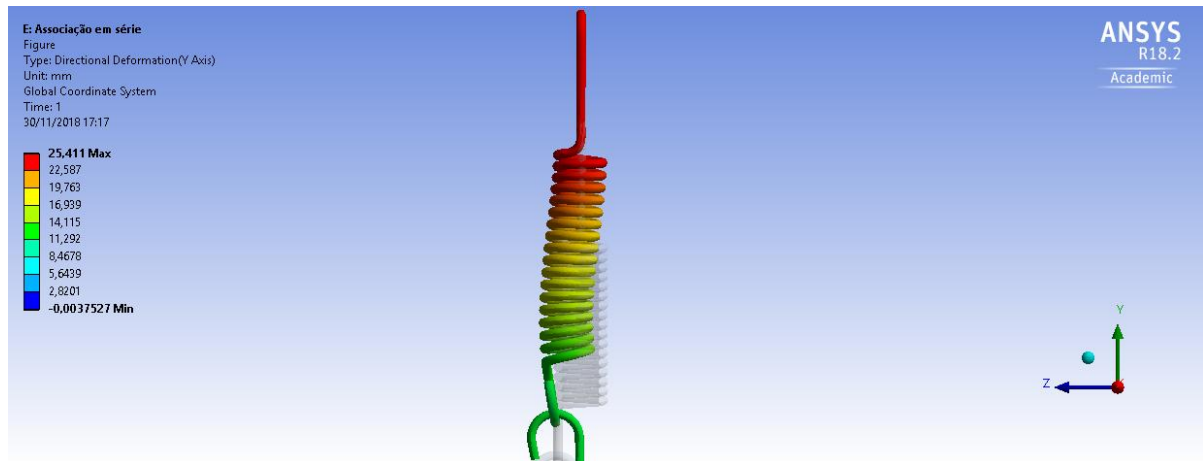
Figura 65 – Condição deformada para modelo em série



Fonte: SAS IP (2017).

Apesar de esta simulação mostrar uma deformação próxima da deformação experimental, que foi de 26,77 mm (5,1% de erro percentual), a mola superior não se deforma somente no eixo y. Existem componentes de deformação significantes em outros eixos.

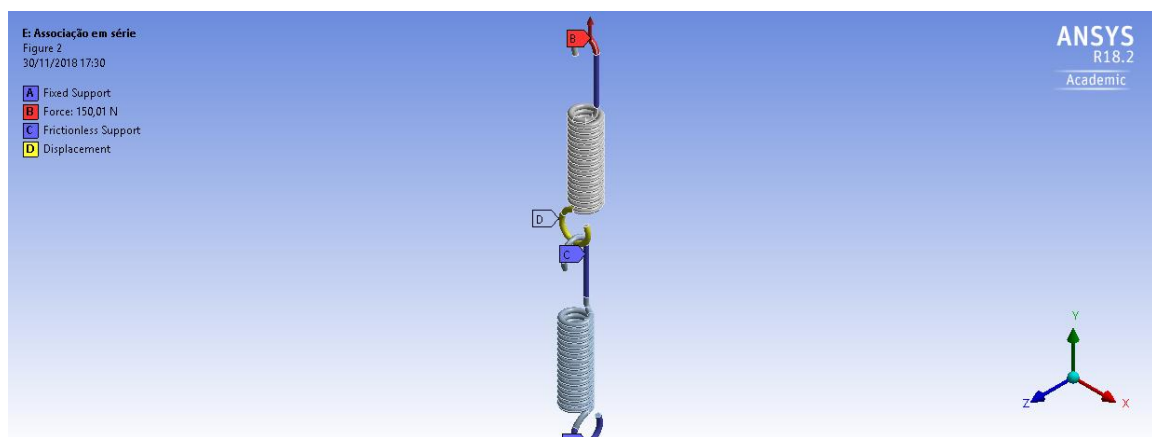
Figura 66 - Detalhe da deformação



Fonte: SAS IP (2017).

Lembrando que tem-se que aplicar condições de contorno de modo que a simulação não se deforme como não deformaria num experimento real (item 3.4.2.2), optou-se por adicionar uma condição de contorno de deformação no raio do gancho 2 da mola superior, pois, da Figura 66, pode-se observar que devido à deformação do gancho ocorre uma deformação das espiras. A Figura 67 mostra então as novas condições de contorno com a adição do *Displacement*, condição em que se pode especificar os componentes de deslocamento. Foi configurado para que os componentes x e z fossem zero, enquanto que o componente y ficou livre.

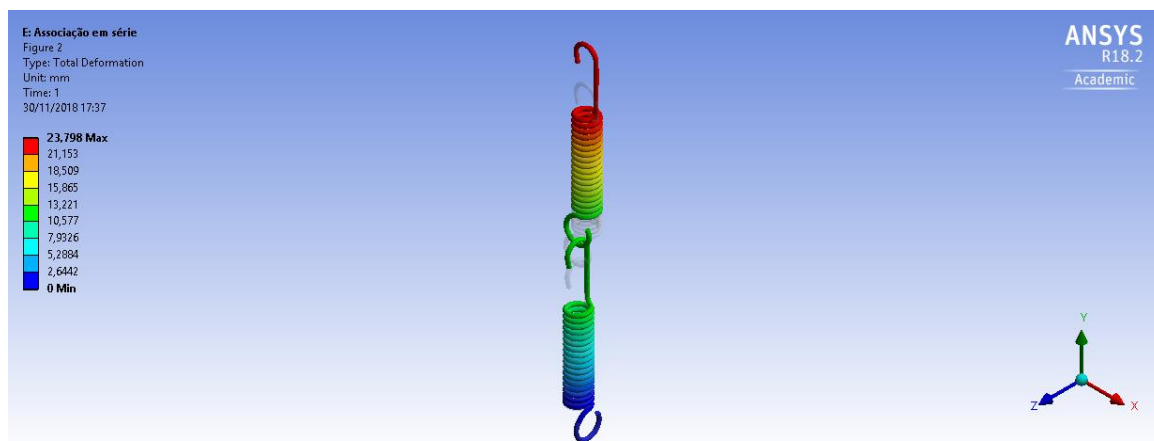
Figura 67 – Nova condição de contorno para associação em série



Fonte: SAS IP (2017).

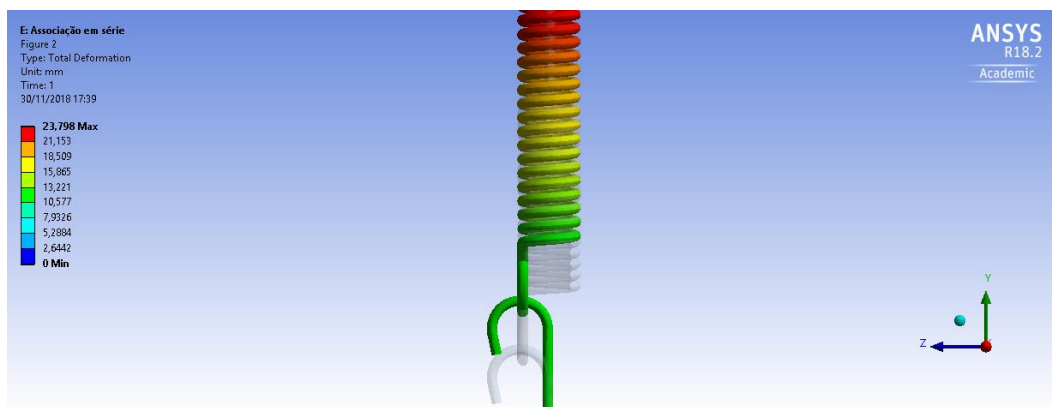
Com estas novas condições, obteve-se a solução. O pós-processamento das deformações totais pode ser visto na Figura 68 a seguir.

Figura 68 – Nova condição deformada para associação em série



Fonte: SAS IP (2017).

Figura 69 – Detalhe da nova condição deformada



Fonte: SAS IP (2017).

Pelas Figuras 68 e 69, vê-se que a condição deformada é condizente com o comportamento real do sistema. No entanto, o deslocamento não está tão próximo quanto estava antes: 23,80 mm de 26,77 mm (11,1% de erro percentual).

4.4.3.1 Verificação e validação do modelo

Da mesma forma que para a associação em paralelo, escolheu-se a constante de mola equivalente para se verificar e validar o modelo. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 23 a seguir. Para esta simulação, como se verificou uma inconsistência de resultados entre os diferentes modelos, com condição de contorno de deformação no gancho e sem essa

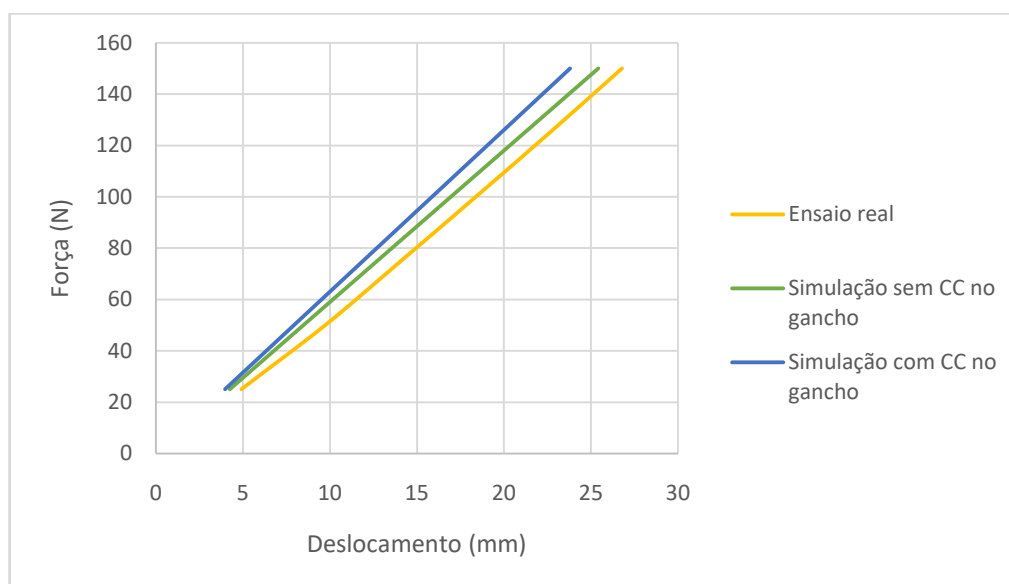
deformação, adicionou-se ainda os resultados para as duas simulações. Na Figura 70 pode-se verificar o diagrama comparativo entre as retas obtidas destes pontos.

Tabela 23 – Comparativo entre deslocamentos reais e simulados para associação em série

Força (N)	Deslocamento real (mm)	Com condição de deformação no gancho		Sem condição de deformação no gancho	
		Deslocamento simulado (mm)	Erro relativo percentual	Deslocamento simulado (mm)	Erro relativo percentual
25,0149	4,90802	3,9684	19,14%	4,2374	13,66%
50,017	9,73148	7,9347	18,46%	8,4726	12,94%
75,033	14,0822	11,903	15,47%	12,71	9,74%
100,019	18,379	15,867	13,67%	16,943	7,81%
125,013	22,6248	19,832	12,34%	21,177	6,40%
150,011	26,7689	23,798	11,10%	25,411	5,07%

Fonte: Autoria própria.

Figura 70 – Diagrama força-deformação de comparação para associação em série



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 24 mostra as equações da reta obtidas, e as constantes elásticas derivadas das equações. Da Tabela 6, sabe-se que a constante teórica é de 6,12 N/mm.

Tabela 24 – Equações das retas e constante elástica para associação em série

Ensaio de tração	Equação da reta	R ²	Constante elástica (N/mm)
Real	$F = 5,7422y - 4,83$	0,9994	5,74
Simulado sem CC no gancho	$F = 5,9033y - 0,0005$	1,0	5,90
Simulado com CC no gancho	$F = 6,3035y - 0,0008$	1,0	6,30

Fonte: Autoria própria.

5 DISCUSSÕES

5.1 SIMULAÇÃO DA MOLA CAVALETE

Após adicionada a condição de contorno de *Frictionless Support* à maior parte do gancho 1, pode-se dizer que a simulação tornou-se condizente com a realidade, fazendo com que toda a mola se deformasse majoritariamente na direção de aplicação da força.

Pela análise da tensão máxima na espira, verifica-se uma diferença de 6,5% a 18% entre a tensão teórica mostrada na Tabela 13 e resultado mostrado na Figura 51. No entanto, a ordem de grandeza das tensões é a mesma. Sabe-se que o erro introduzido nas tensões é maior do que o erro nas deformações, pois uma operação de derivação sobre as deformações é necessária.

Analisando a diferença nas tensões dos ganchos, das Figuras de 52 a 57 percebe-se que, apesar de haver discrepâncias entre os valores, as tensões máximas estão nas regiões corretas. Os valores de tensão teórica nos pontos de máxima tensão chegam próximos aos limites de resistência ao escoamento (entre 1430 a 1850 MPa) e a tensão última (de 1720 a 2220) do material ASTM A227, o que reitera que são locais de concentração de tensões.

Os valores de tensão equivalente de von Mises são muitos maiores do que os teóricos, pois levam em conta outros componentes de tensão, não calculados teoricamente.

No entanto, os valores de cisalhamento e normal no eixo y condizem com o valor teórico no ponto A do gancho 2 e no ponto B do gancho 1, estando dentro da faixa especificada. Já para o ponto A do gancho 1, a tensão está abaixo do que mostra a simulação.

Mesmo este erro sendo considerável, pode-se dizer que o modelo foi resolvido de maneira correta, pois os resultados são aproximados dos teóricos e ocorrem nos pontos esperados.

Comparando a simulação com os resultados experimentais, vê-se que existe grande similaridade entre as deformações reais e computacionais, olhando para o erro relativo de 3,54% entre a deformação total quando o carregamento é de 520,57 N.

Os erros percentuais da Tabela 19 também confirmam isso, sendo sua maior variação percentual de 7,94%. Percebe-se que o erro é maior para níveis de tensão pequenos e níveis de tensão maiores, próximos ao limite de tensão do material.

Por fim, as constantes elásticas encontrada com os dados das várias simulações e do ensaio real possuem erro de apenas 2,6 %. Considerando todo o exposto acima, pode-se dizer que a simulação representa bem o problema físico real de uma mola cavalete sobre tração.

5.2 SIMULAÇÃO EM PARALELO

Mesmo com elementos maiores do que a simulação de uma única mola verifica-se que o modelo está próximo dos dados de deformação reais, com apenas 9,2 % de erro entre a deformação real e a computacional. No entanto, analisando os dados da simulação do ensaio de tração da Tabela 21 e Figura 62, vê-se que o aqui ainda mais do que na situação de uma mola sob tração, o erro é maior quando o carregamento é baixo e quando é alto. Existe, e é claro no diagrama da Figura 62, um ponto de convergência em que os dados da simulação e os reais são iguais, entre 80 e 100 N.

Percebe-se da constante elástica obtida que deveria ser, no mínimo, como indica a equação (19), a soma da constante elástica da mola cavalete simulada de 12,35 N/mm (Tabela 20), ou seja, 24,7 N/mm. No entanto, ela é menor do que isso e menor do que a real, como se vê pela Tabela 22. Também é menor do que a teórica, 24,5 N/mm, da Tabela 6. Porém, a ordem de grandeza é a mesma.

5.3 SIMULAÇÃO EM SÉRIE

Neste caso, duas simulações foram obtidas, ambas não satisfatórias: uma com uma condição de deformação não compatível com a realidade, mas com níveis de deformações próximas às reais; outra com níveis de deformação não tão próximos, mas com uma condição de deformação compatível com a realidade.

Pela Tabela 23, percebem-se erros relativos percentuais maiores com a condição de deformação no gancho do que sem a deformação. Isso se confirma visualmente na Figura 70, em que mostra a reta de simulação sem a condição de contorno mais próxima da reta do ensaio real.

A constante elástica deveria ser no mínimo próxima de 6,20 N/mm, que é a constante elástica da equação (18) para a constante de mola da mola cavalete computacional. Neste ponto, a constante elástica com a condição de contorno se aproxima mais do que o modelo sem a condição de contorno, que, por sua vez, se aproxima da constante real para aqueles dados. No entanto, todas estas constantes de mola têm a mesma ordem de grandeza.

6 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho consistiu em se obter uma simulação em elementos finitos de uma mola helicoidal de extensão sob carga de tração estática (e associações em série e paralelo desta), que fosse fiel à situação observada no ensaio de tração. Para isso, foi obtida uma mola comercial de extensão e a sua modelagem em *CAD* feita a partir da medição de suas dimensões principais, obtendo-se um modelo fidedigno à mola cavalete real.

Também foram realizados ensaios de tração destrutivos e não destrutivos com o intuito de se obter constantes de mola para associações de mola e pontos do diagrama força x deslocamento que caracterizassem o seu comportamento sob tração estática. Estes resultados mostraram que o comportamento real da mola pode ser bem representado na teoria e deu uma estimativa da ordem de grandeza do limite de resistência à tração do material da mola.

Além disso, em busca do material da mola, foram feitos ensaios metalográficos e de microdureza, obtendo-se tensões limite de resistência à tração que puderam ser comparadas com limite de resistência esperados para materiais de molas mais comuns. Com isso, inferiu-se que o material ASTM A227 como o mais provável material da mola cavalete.

No que tange as simulações em elementos finitos, percebe-se claramente que, dentre todos os modelos, o que mais se aproxima do comportamento real é o da mola cavalete sob tração. Isso indica que seu domínio, o modelo em *CAD* da mola, representa muito bem a mola real, bem como as condições de contorno impostas. Depreende-se também que a malha possui boa qualidade. Conclui-se, portanto que o modelo foi resolvido corretamente e que ele é um bom representante do problema físico real, apesar dos erros encontrados nos níveis de tensão.

Da associação de molas cavalete em paralelo depreende-se que existem erros no modelo. Talvez a falta de um maior refino de elementos, devido ao limite atingido de 29000 nós, tenha afetado a acurácia encontrada no modelo de apenas uma mola. Pode-se concluir que o modelo não é tão preciso, mas foi resolvido corretamente e também representa a situação real.

Olhando para a associação de molas em série, percebe-se que talvez nenhum dos dois modelos, com condição de contorno no gancho e sem condição de contorno, na realidade seja o modelo correto. Cogita-se em verificar novamente as condições iniciais, principalmente de contato entre os ganchos e o modelo em *CAD*. Retomando a condição em que o ensaio de tração foi realizado, da Figura 22, percebe-se que as molas não estão a 90° uma da outra. Os ganchos em contato estão alinhados e não perpendiculares um ao outro. Deste modelo, conclui-se que deve ser reformulado para maior assertividade dos resultados com a realidade.

Finalmente, pode-se perceber que a falta de acurácia do modelo em relação ao sistema real é extremamente dependente das condições iniciais impostas. A pré-análise do sistema antes de qualquer simulação é essencial para a conformidade das relações entre modelo e realidade.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Deste trabalho, sugere-se primeiramente utilizar o mesmo objeto de estudo, a mola cavalete sob tração, para simular carregamentos em fadiga.

Ainda, sugere-se reformular o modelo em *CAD* para duas molas em série, dando uma atenção maior à região de contato entre os dois ganchos, e realizar nova simulação com o intuito de comparar os resultados com aqueles obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ALVES FILHO, Avelino. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 3. ed. São Paulo: Érica, 2000.
- AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Guide for verification and validation in computational solid mechanics**. Emitido por Dr. Leonard E. Schwer. 2007. Disponível em: <<https://cstools.asme.org/csconnect/FileUpload.cfm?View=yes&ID=24816>>. Acesso em: 04 out. 2018.
- AUTODESK. **Fusion 360**. Versão: 2.0.5350 [software]. 2014. Disponível em <<https://www.autodesk.com/products/fusion-360/students-teachers-educators>>. Acesso em: 20 mar. 2017.
- BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JUNIOR, E. Russell. **Resistência dos materiais**. 2. ed. São Paulo: Mcgraw-hill, 1989.
- CALLISTER JUNIOR, William D.. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2002.
- CHANDRUPATLA, Tirupathi R.; BELEGUNDU, Ashok D.. **Elementos finitos**. 4. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.
- COOK, Robert Davis; MALKUS, David S.; PLESHA, Michael E.. **Concepts and applications of finite element analysis**. New York: John Wiley, 1989.
- NORTON, Robert Lawrence. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- PROVENZA, Francesco. **Molas**. 4. ed. São Paulo: Escola Pro-tec, 1984.
- SAS IP. **ANSYS**. Versão: 18.2 [software]. Agosto 2017. Disponível em <<https://www.ansys.com/academic/free-student-products>>. Acesso em: 01 out. 2019.
- SAS IP. **Skewness**. Disponível em <https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_msh/msh_skewness.html>. Acesso em: 14 out. 2018.
- SOUZA, Sérgio Augusto de. **Ensaaios mecânicos de materiais metálicos: fundamentos teóricos e práticos**. 5. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1982.
- TECNOHARD. **Tabelas para conversões e parâmetros para medições**. Disponível em: <www.tecnohard.ind.br/downloads/CONVERSOR.xlsx>. Acesso em: 29 ago. 2017.
- THOMSON, William Tyrell. **Teoria da vibração: com aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

MAKE IT FROM. **ASTM A227 Spring steel**. Disponível em <<https://www.makeitfrom.com/material-properties/ASTM-A227-Spring-Steel>>. Acesso em: 01 nov. 2018.

APÊNDICE – Construção da mola cavalete no *software Fusion 360*

1 CORPO DA MOLA

A construção da mola cavalete foi feita no *software Fusion 360*, no *workspace MODEL*. O primeiro passo para a construção da mola cavalete foi a construção do corpo da mola.

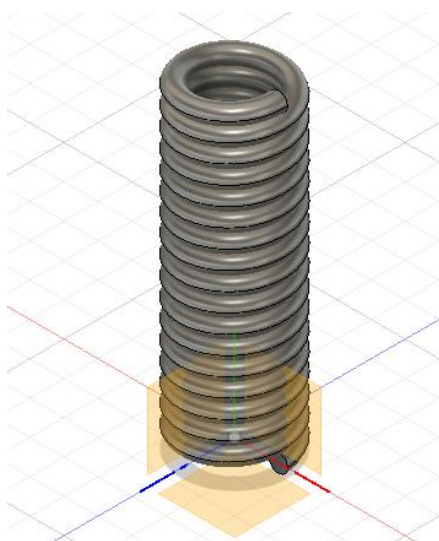
No painel de ferramentas *CREATE*, existe a ferramenta *Coil*. Ao clicar neste elemento, o software pedirá para que seja escolhido um plano sobre o qual a mola será construída. Escolheu-se o plano “xy”. Pede-se também um ponto de referência, e escolheu-se a origem do sistema de coordenadas. A Tabela 25 mostra os demais valores de entrada requeridos, após os anteriores, e como foram preenchidos.

Tabela 25 – Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Coil*

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Type</i>	<i>Revolution and Height</i>
<i>Diameter</i>	15,54 mm
<i>Revolution</i>	17
<i>Height</i>	46 mm
<i>Section</i>	<i>Circular</i>
<i>Angle</i>	0.0 deg
<i>Section Position</i>	<i>Inside</i>
<i>Operation</i>	<i>New Body</i>

Fonte: Autoria própria.

Figura 71 – Corpo da mola



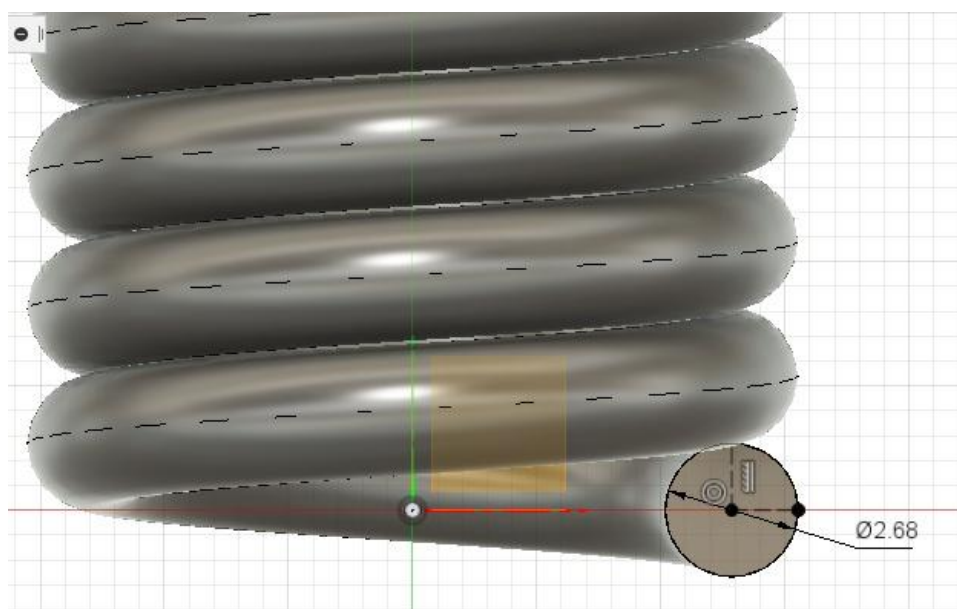
Fonte: Autoria própria.

2 GANCHO 2

A estratégia escolhida para construção do gancho 2 foi de se criar uma curva partindo-se do ponto central da seção transversal do fio da mola, a partir da qual o gancho 2 fosse criado utilizando-se a ferramenta *Sweep* encontrado no painel de ferramentas *CREATE*. Esta ferramenta cria um sólido de um *sketch* fazendo-o percorrer um caminho, uma curva. Analisando a geometria do gancho, o *sketch* deverá ser a seção transversal circular do fio da mola e a curva deverá ser feita num plano perpendicular ao plano que contém o *sketch* e se iniciar no centro deste dele, formando o perfil do gancho.

Primeiro teve-se que desenhar o esboço, ou *sketch*, no plano da seção transversal do fio da mola, como mostrado na Figura 72. Para tanto, pode-se criar um *sketch* exatamente na face da extremidade do fio da mola em $y = 0$, clicando com o botão direito nesta face. Ao clicar com o botão direito em qualquer região, abrirá o *Marking Menu*, um menu de acesso rápido a algumas ferramentas mais usadas, dentre elas, a ferramenta *Sketch* que será acessada para se criar um esboço na seção transversal do fio da mola. Desenhou-se uma circunferência de diâmetro 2,68 mm, um esboço da própria seção transversal do fio.

Figura 72 – *Sketch* da seção transversal do fio da mola em sua base



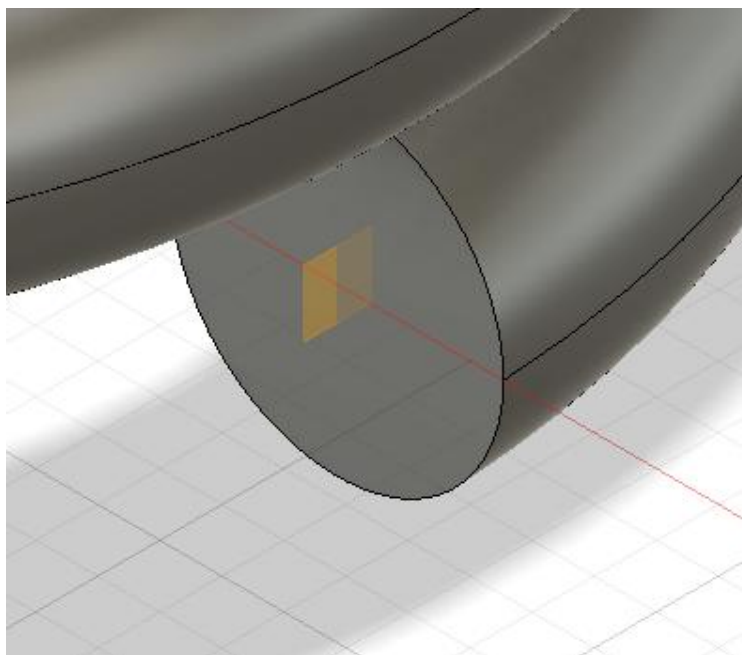
Fonte: Autoria própria.

No *Fusion 360*, é importante que o esboço esteja completamente restringido (do inglês *fully constrained*, ou *fully defined*) antes de ser modificado em um sólido. Caso contrário, uma pequena modificação no esboço resultará em um sólido de geometria indesejável. Sabe-

se que um esboço está completamente definido quando suas linhas não são mais azuis, mas pretas, como mostrado na Figura 72. Para definir um esboço é necessário o uso de restrições (*constraints*) e dimensões.

Feito o esboço, pode-se criar o plano perpendicular a ele, paralelo ao plano “yz”, exatamente no centro da circunferência feita, como mostrado na Figura 73.

Figura 73 – Plano perpendicular à seção transversal do fio da mola na extremidade inferior



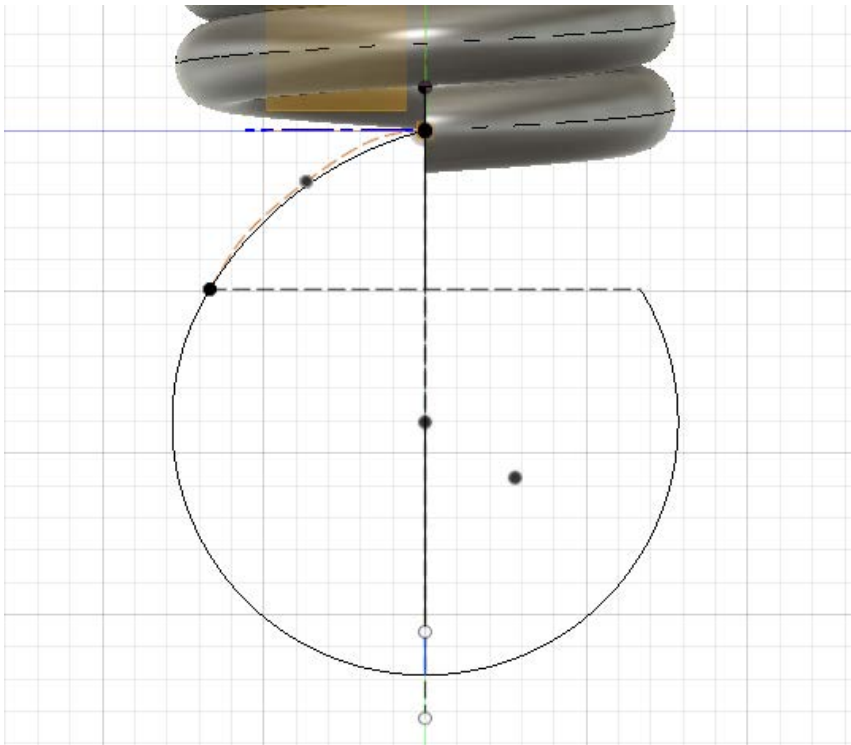
Fonte: Autoria própria.

Neste plano foi desenhada a curva que originará o perfil do gancho 2 e que pode ser vista na Figura 74.

A Figura 75 mostra as restrições e dimensões das regiões desta curva. Para construí-la, foi necessário um arco de circunferência de 7,84 mm de raio combinado com uma *Spline*, que começa na origem do plano perpendicular feito anteriormente e termina no início do arco. As dimensões desta curva foram adicionadas por tentativa e erro, pois se deve lembrar que as dimensões do gancho 2, como um sólido, dependerão das dimensões desta curva.

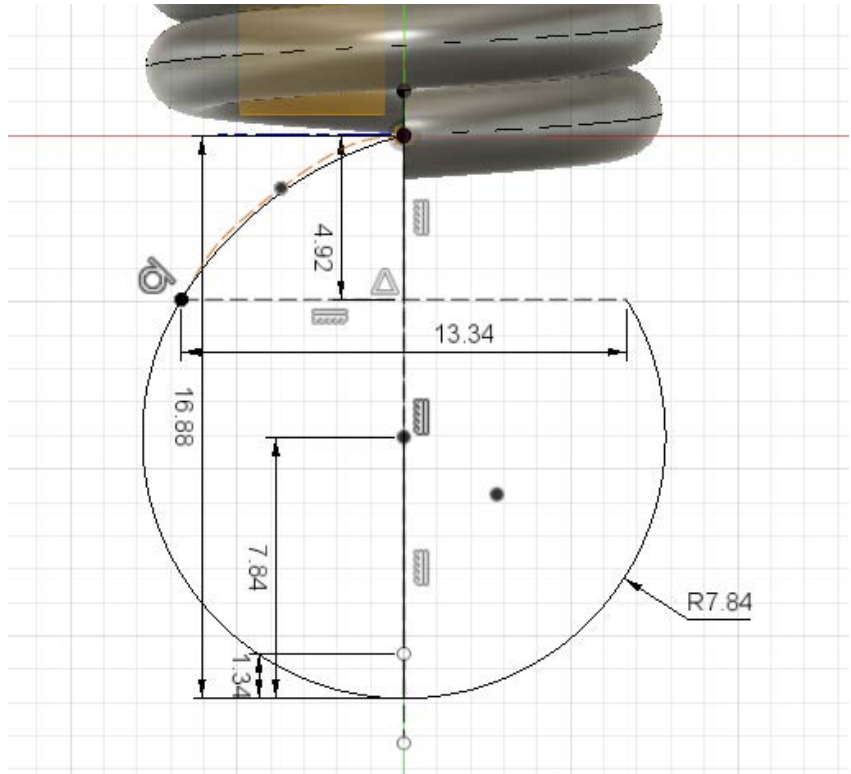
Após ter-se utilizado a ferramenta *Sweep* para criar o gancho 2, pode-se medir seu raio e verificar se este raio está próximo do raio R_1 medido. Como o *Fusion 360* possui uma linha do tempo, se o raio R_1 do modelo não concordar com o raio medido, pode-se voltar pela linha do tempo até o *sketch* da curva e modificar suas dimensões e geometria da *Spline*. Este procedimento foi realizado inúmeras vezes, até que o raio do modelo se aproximasse do real.

Figura 74 – Curva que originou o perfil do gancho 2



Fonte: Autoria própria.

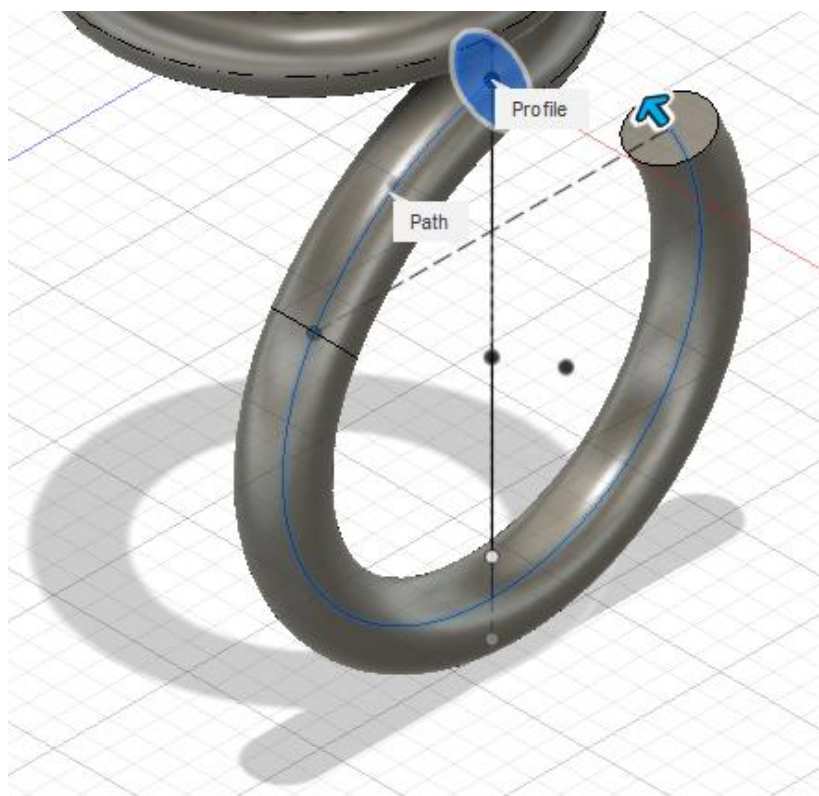
Figura 75 – Restrições e dimensões da curva do gancho 2



Fonte: Autoria própria.

Finalmente, pode-se concluir a criação do gancho 2 utilizando-se a ferramenta *Sweep*. Ao selecionar esta ferramenta, é requisitado que se escolha o perfil (*profile*), que será o esboço da seção transversal, e o caminho (*path*), mostrado na Figura 6. Alguns outros valores de entrada necessários são mostrados na Tabela 26.

Figura 76 – *Sweep* gerador do gancho 2



Fonte: Autoria própria.

Tabela 26 - Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Sweep* para gerar o gancho 2

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Type</i>	<i>Single Path</i>
<i>Distance</i>	<i>1.0</i>
<i>Orientation</i>	<i>Perpendicular</i>
<i>Operation</i>	<i>Join</i>

Fonte: Autoria própria.

Desta forma, o gancho 2 é finalizado, como mostra a Figura 77.

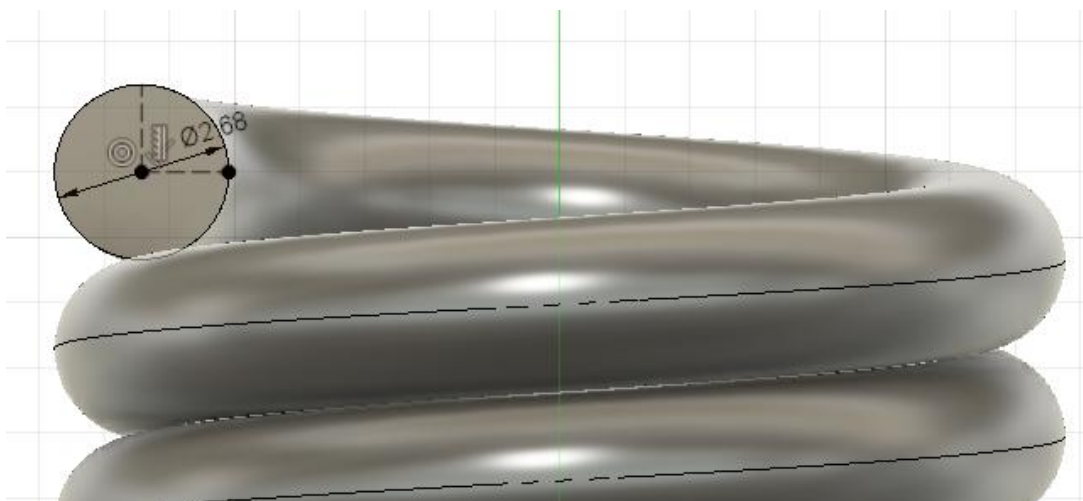
Figura 77 – Modelo com gancho 2



Fonte: Autoria própria.

3 GANCHO 1

A estratégia utilizada para modelar o gancho 1 foi a mesma utilizada no gancho 2 e explicada anteriormente. No entanto, este gancho adiciona alguns passos a mais e a sua modelagem se torna mais complexa, bem como a obtenção de dimensões próximas das reais.

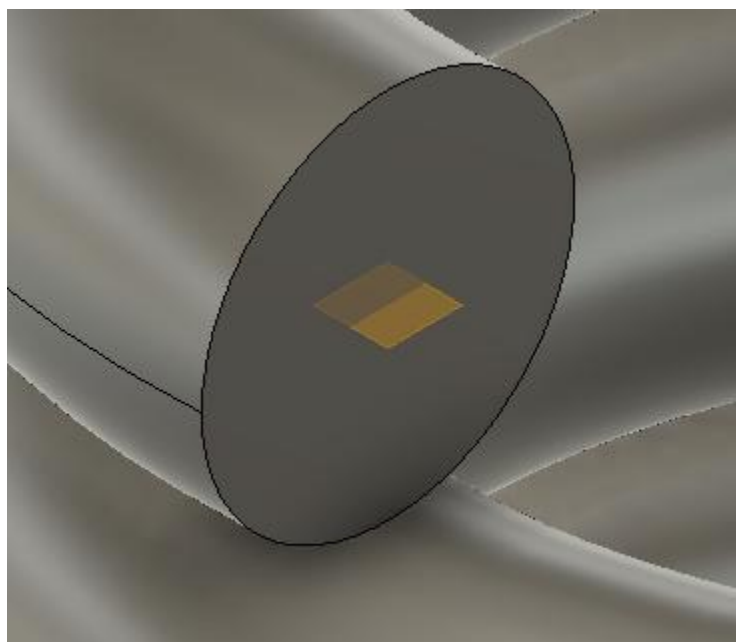
Figura 78 – *Sketch* da seção transversal do fio da mola para construção do R_2 

Fonte: Autoria própria.

A modelagem se iniciou com a construção do raio R_2 do gancho 1. Da mesma forma mostrada na Figura 72, criou-se um esboço na extremidade superior do fio da mola, mostrado na Figura 78.

Neste caso, outro plano perpendicular no centro da circunferência do esboço foi criado, desta vez um plano paralelo ao plano “xz”, como mostrado na Figura 79. Antes de se fazer o raio R_2 foi necessário dar uma extensão no fio da mola, até que atingisse a altura correta para sua modelagem. A Figura 80 mostra a curva criada e a Figura 81 mostra o detalhe do seu esboço, estando o *layer* do corpo da mola desativado.

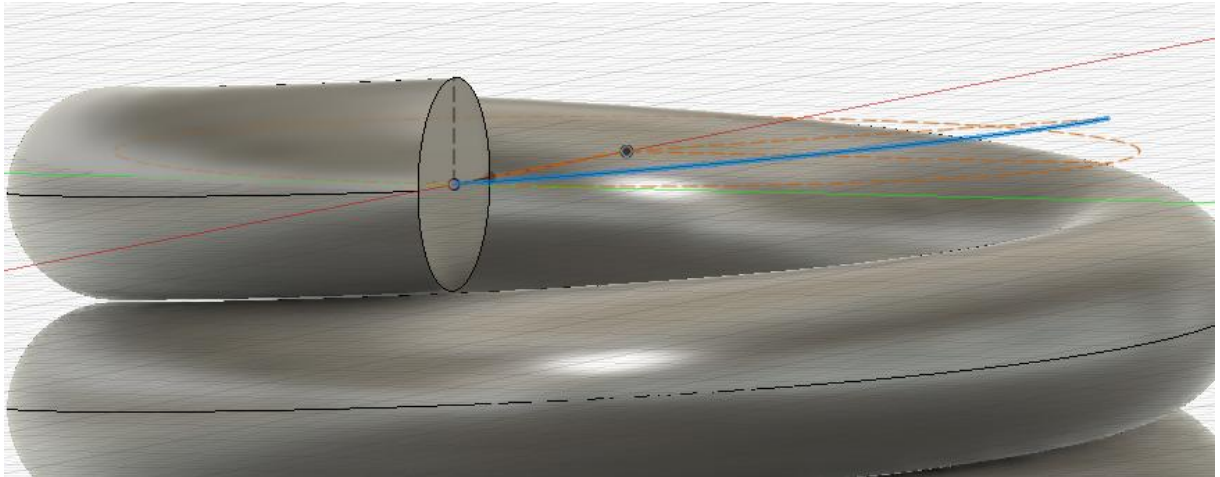
Figura 79 – Plano perpendicular à seção transversal do fio da mola na extremidade superior



Fonte: Autoria própria.

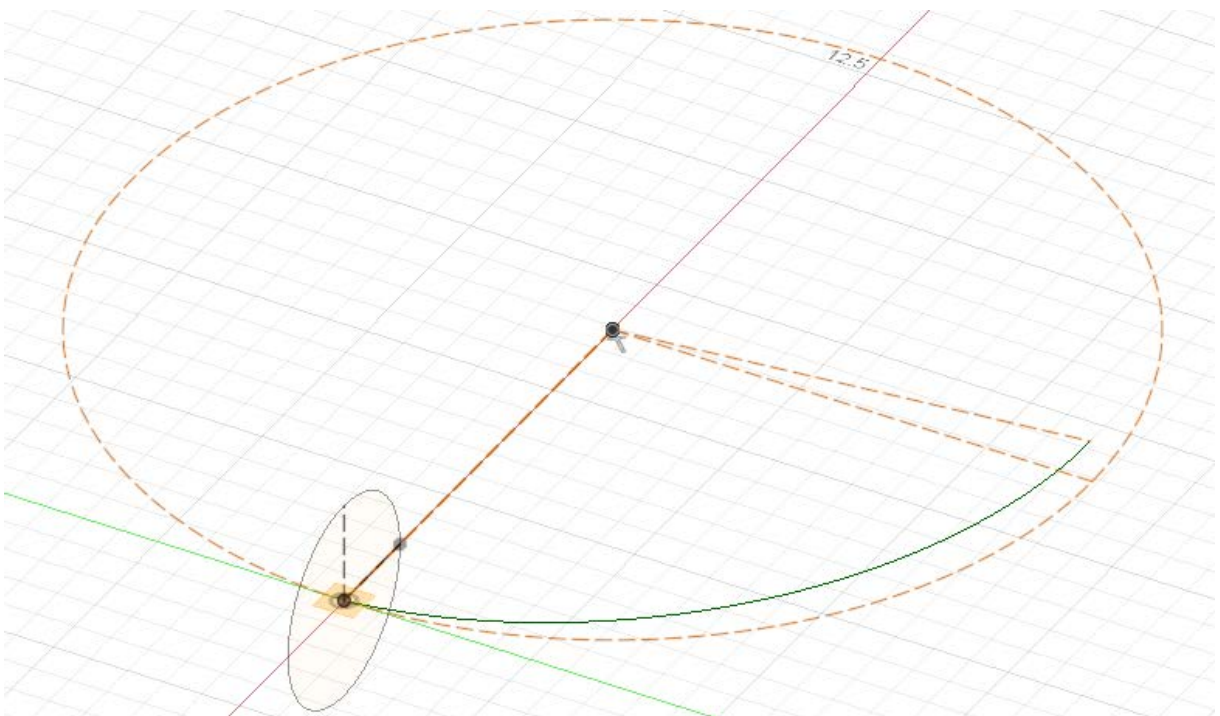
A curva de extensão foi construída a partir de um arco de circunferência no plano da Figura 79 de raio 6,43 mm, mesmo raio da linha de centro do fio da mola em relação à origem do sistema de coordenadas. Após isso, foi necessário mover o arco para que tomasse a forma mostrada na Figura 81, ou seja, que começasse no centro do plano da Figura 79 e terminasse em um ponto mais elevado, fora deste plano. Utilizou-se a ferramenta *Move*, selecionando o arco para ser movido, no parâmetro de entrada *Move Type* escolheu-se o tipo *Rotate* e o eixo escolhido como a linha de construção do plano da Figura 79 perpendicular ao arco, saindo do centro do plano e terminando no centro do arco, como mostrado na Figura 82. O ângulo de rotação do arco utilizado foi de 5°.

Figura 80 – Curva de extensão do fio da mola



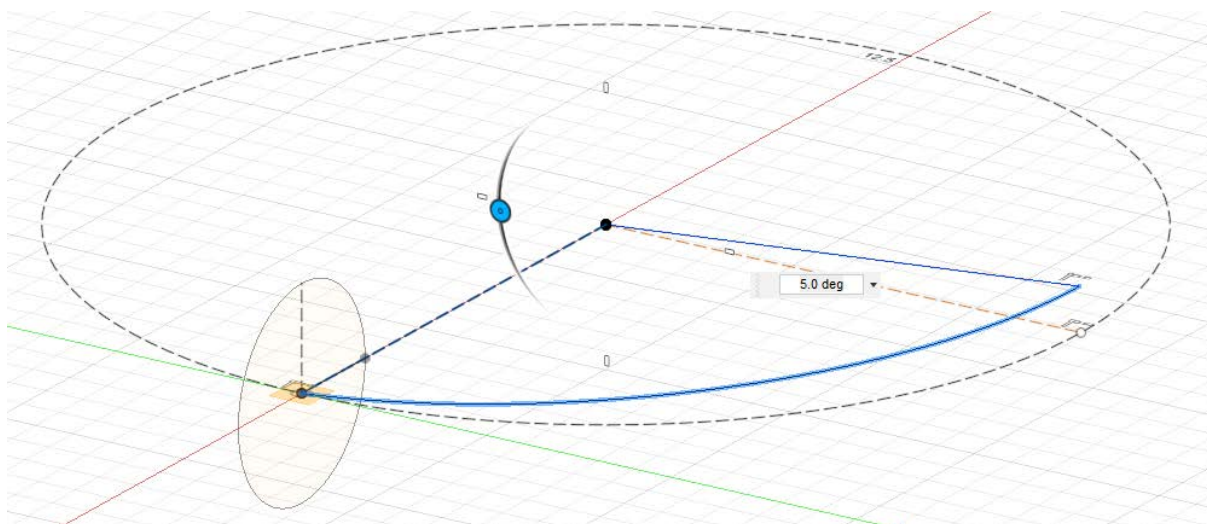
Fonte: Autoria própria.

Figura 81 – *Sketch* da curva de extensão



Fonte: Autoria própria.

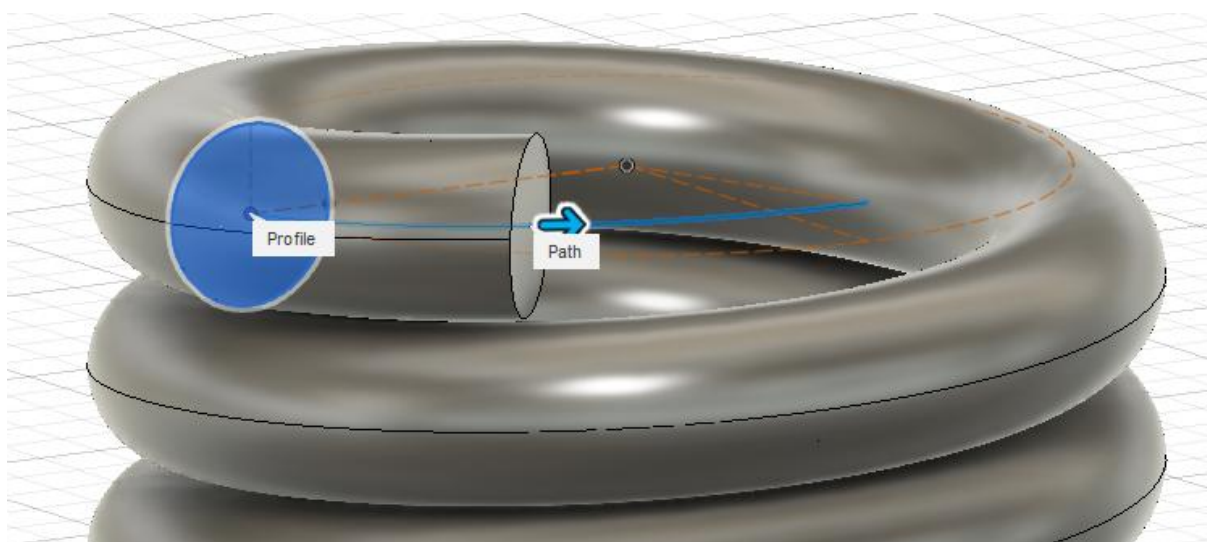
Figura 82 – *Move* utilizado para girar o arco



Fonte: Autoria própria.

Construída a curva, pode-se utilizar a ferramenta *Sweep* para modelar a extensão do fio da mola. O perfil escolhido foi o esboço mostrado na Figura 8 e o caminho, a curva construída anteriormente. A Tabela 27 mostra os principais parâmetros de entrada da ferramenta *Sweep*. Percebe-se que, o parâmetro *distance* inserido foi de 0,5, ou seja, o será gerado apenas até 50 % da curva. Chegou-se a este valor por tentativa e erro, de modo que 50 % da curva foi o valor que mais se aproximou da geometria real da mola cavalete.

Figura 83 – *Sweep* gerador da extensão do fio da mola



Fonte: Autoria própria.

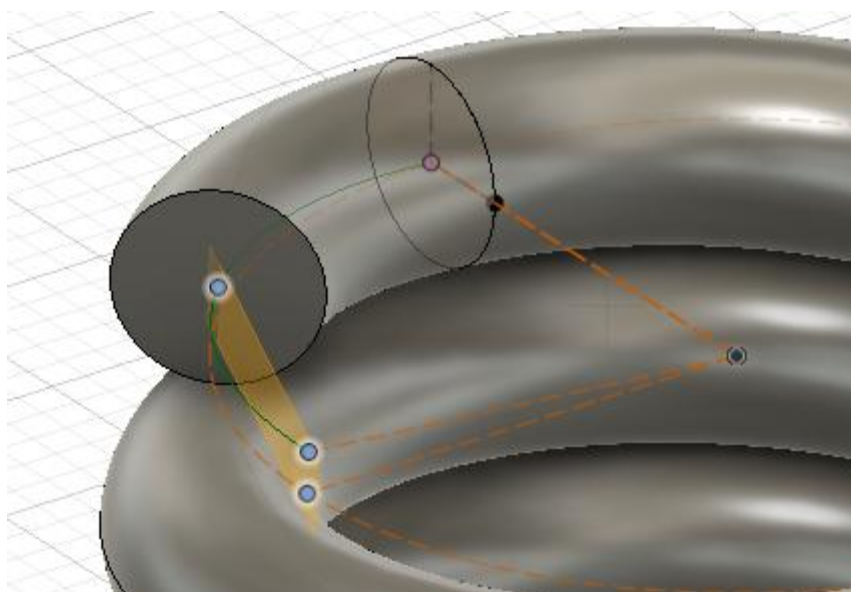
Tabela 27 - Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Sweep* para extensão do fio

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Type</i>	<i>Single Path</i>
<i>Distance</i>	0.5
<i>Orientation</i>	<i>Perpendicular</i>
<i>Operation</i>	<i>Join</i>

Fonte: Autoria própria.

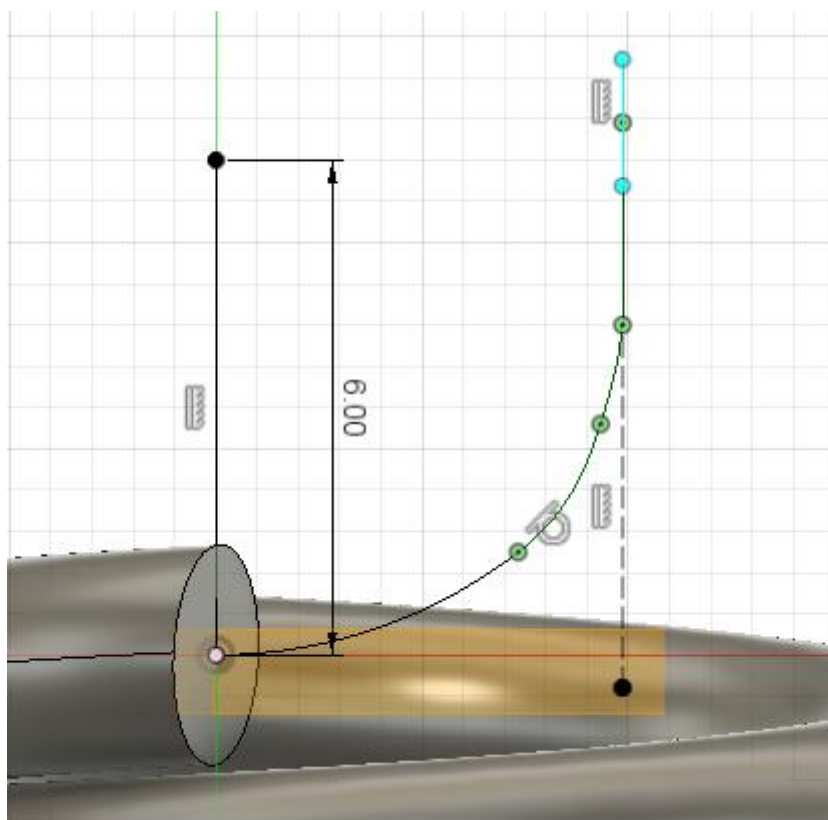
Neste estágio, pode-se começar a modelagem do raio R_2 do gancho 1. Para construir a curva que originará este raio, foi necessária a criação de um plano. Chegou-se a conclusão de que o melhor plano - ou seja, aquele sobre o qual seria construída uma curva que gerasse um R_2 mais semelhante com a geometria real da mola cavalete - seria aquele construído a partir de três pontos utilizando a ferramenta *Plane Through Three Points*. Para tanto, pontos foram adicionados em lugares estratégicos, como pode ser visto na Figura 84.

Figura 84 – Plano construído com três pontos



Fonte: Autoria própria.

Neste plano, foi desenhado o esboço mostrado na Figura 85. Da mesma forma que foi feito na construção da curva geradora do gancho 2, a construção desta curva demandou uma sequência de tentativas e erros até que as dimensões e geometrias do modelo do raio R_2 se assemelhassem com as reais da mola cavalete. A curva consta de um arco de circunferência de 6,0 mm de raio e de uma *spline*, além de uma *line* vertical.

Figura 85 – Curva geradora do raio R₂

Fonte: Autoria própria.

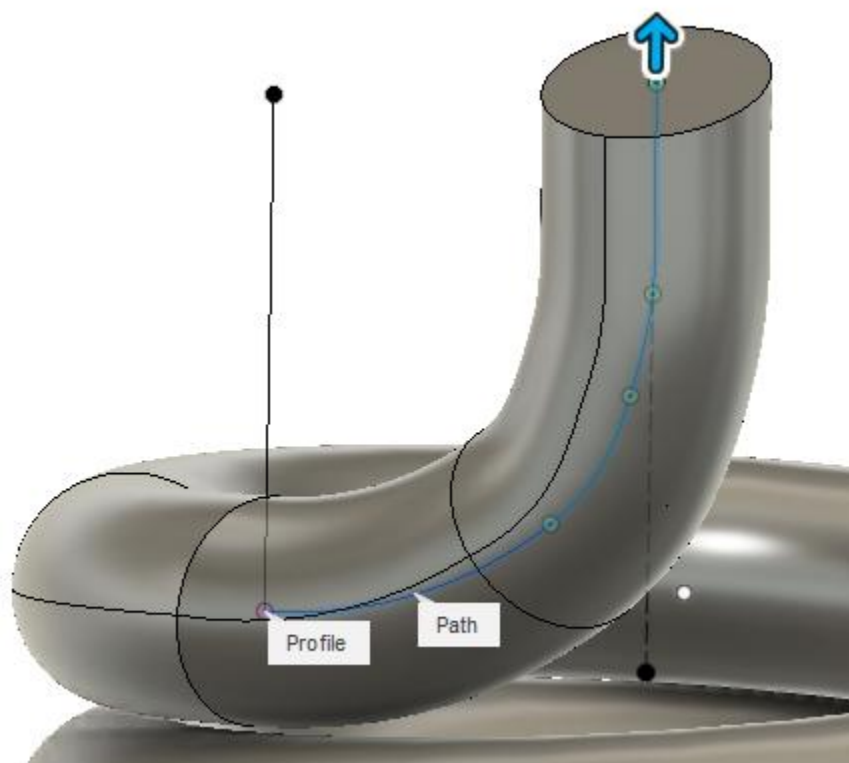
Tendo-se a curva, é necessária a utilização da ferramenta *Sweep* para terminar a modelagem do raio R₂. Neste caso, pode-se usar como perfil a própria extremidade do fio anterior, não necessitando criar um *sketch* da área da seção transversal. Inserindo como caminho a curva feita anteriormente, os demais parâmetros a serem inseridos se encontram na Tabela 28. Na Figura 86, é mostrado raio R₂ após o *Sweep*.

Tabela 28 - Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Sweep* para modelagem do R₂

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Type</i>	<i>Single Path</i>
<i>Distance</i>	1.0
<i>Orientation</i>	<i>Perpendicular</i>
<i>Operation</i>	<i>Join</i>

Fonte: Autoria própria.

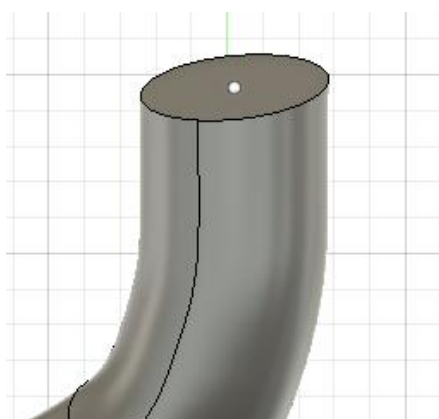
Figura 86 – *Sweep* gerador do raio R_2 do gancho 1



Fonte: Autoria própria.

Observando a geometria da mola cavalete, após o raio R_2 existe uma região linear de fio de mola que se prolonga até o gancho 1. A estratégia escolhida para terminar o gancho 1 foi de, a partir da extremidade criada com o *Sweep* anterior, criar uma grande curva. Para isso, é necessário um plano perpendicular à seção transversal do fio da mola, partindo do seu centro, paralelo ao plano “yz”. Para criar este plano, primeiro foi-se adicionado um ponto ao centro da extremidade, como mostra a Figura 87.

Figura 87 – Ponto criado para gerar o plano



Fonte: Autoria própria.

Clicando neste ponto, o *Fusion 360* mostra suas coordenadas no canto direito inferior da tela. A coordenada y deste ponto era de 52,844 mm. Com esta informação, pode-se utilizar a ferramenta *Offset Plane*. O plano escolhido para se dar um *offset* foi o plano “xz”.

Tabela 29 - Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Offset Plane*

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Extent</i>	<i>Distance</i>
<i>Distance</i>	52.844 mm

Fonte: Autoria própria.

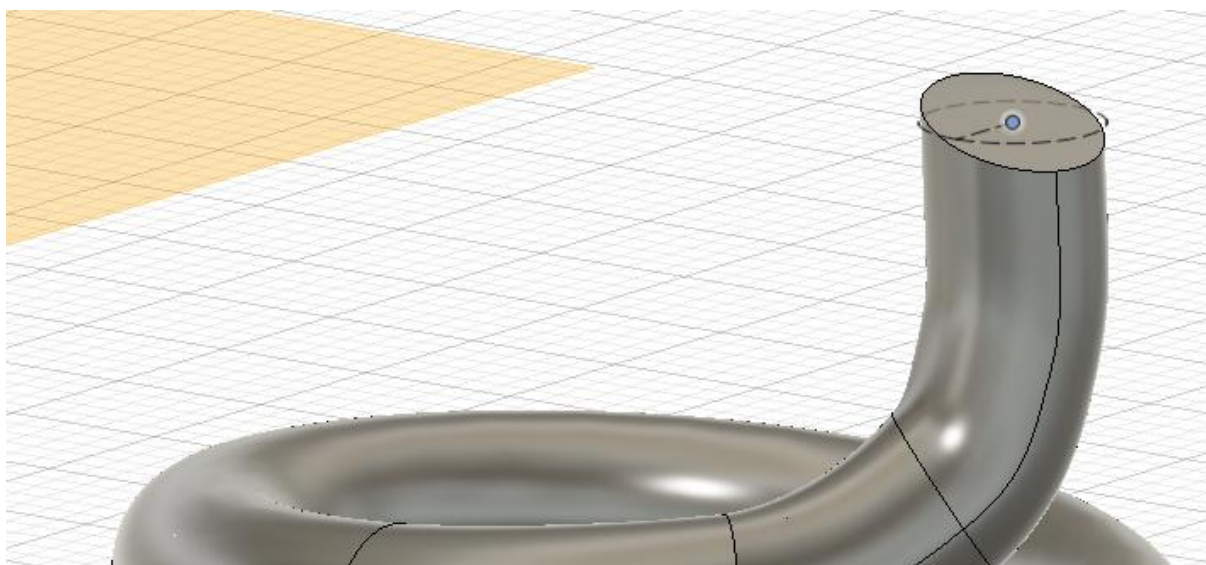
Figura 88 – Plano criado a partir do *Offset Plane* na altura do ponto



Fonte: Autoria própria.

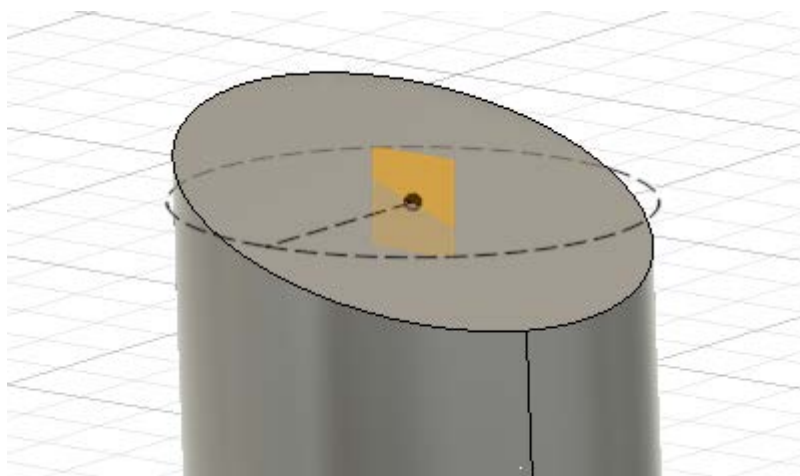
Após isso, criou-se um *sketch* neste plano através do *Marking Menu*, e fez-se um esboço partindo-se do ponto da Figura 87. O esboço é mostrado na Figura 89. Este esboço foi feito para facilitar a criação do plano perpendicular à seção transversal do fio da mola, partindo do seu centro, paralelo ao plano “yz”, pois pode-se utilizar a ferramenta *Plane Along Path* e criar o plano mostrado na Figura 90.

Figura 89 – *Sketch* utilizado para auxílio da criação do plano que conterá a curva geradora do gancho 1



Fonte: Autoria própria.

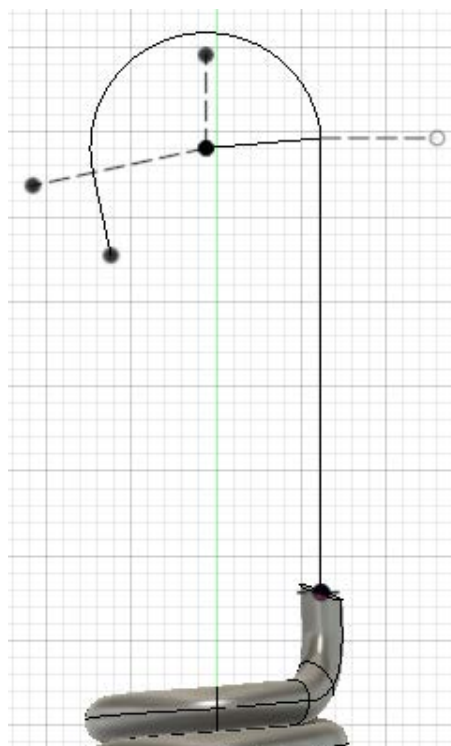
Figura 90 – Plano paralelo ao “yz” que conterá a curva geradora do gancho 1



Fonte: Autoria própria.

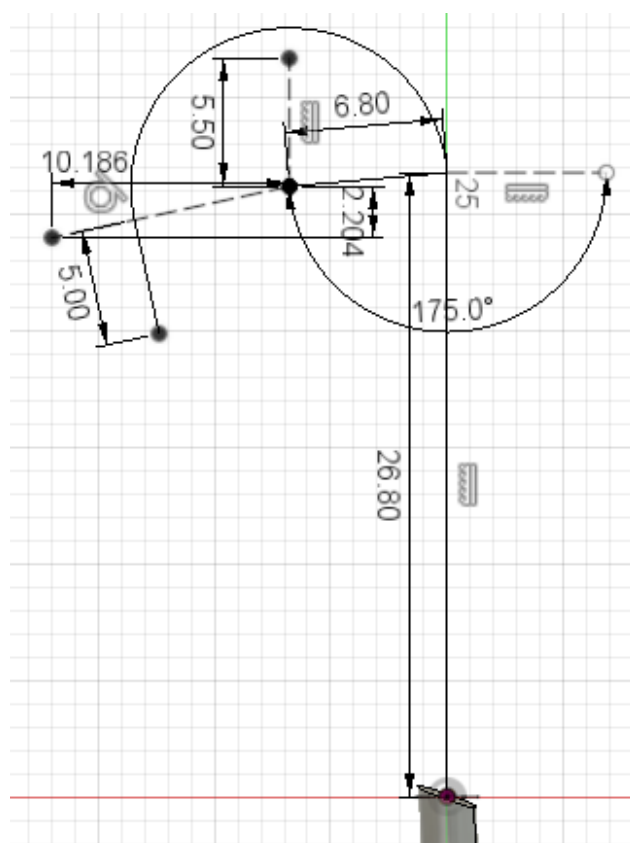
Criando um *sketch* neste novo plano através do *Marking Menu*, pôde-se criar a curva geradora do gancho 1, mostrada na Figura 91. Na Figura 92 pode-se ver o esboço desta curva. Esta curva é mais um exemplo de tentativa e erro, como já mencionado anteriormente. Este esboço foi feito com *lines* e um arco de circunferência e suas dimensões são tais que garantem um modelo com dimensões próximas às dimensões reais da mola cavalete. A Figura 93 mostra em detalhe o esboço do raio R_1 do gancho 1.

Figura 91 – *Sketch* da curva geradora do gancho 1

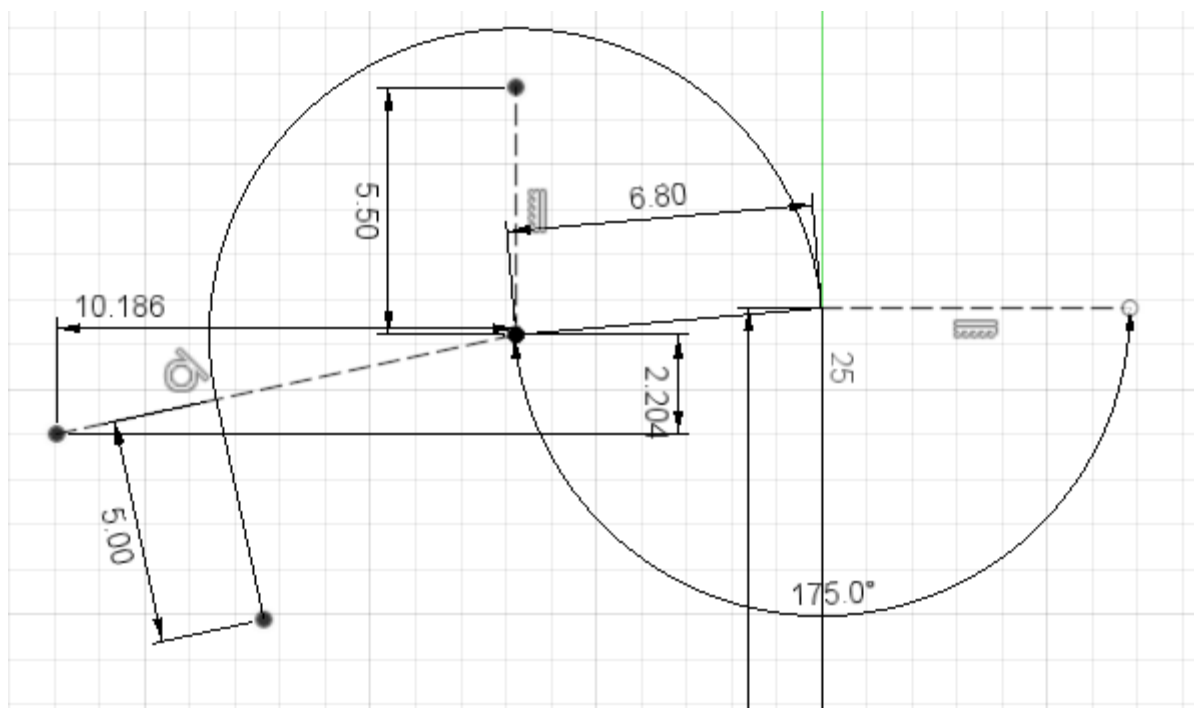


Fonte: Autoria própria.

Figura 92 – Restrições e dimensões da curva geradora do gancho 1



Fonte: Autoria própria.

Figura 93 – Detalhe do *sketch* da curva geradora do gancho 1

Fonte: Autoria própria.

Criando um *sketch* neste novo plano através do *Marking Menu*, pôde-se criar a curva geradora do gancho 1, mostrada na Figura 91. Na Figura 92 pode-se ver o esboço desta curva. Esta curva é mais um exemplo de tentativa e erro, como já mencionado anteriormente. Este esboço foi feito com *lines* e um arco de circunferência e suas dimensões são tais que garantem um modelo com dimensões próximas às dimensões reais da mola cavalete. A Figura 93 mostra em detalhe o esboço do raio R_1 do gancho 1.

Por fim, utiliza-se novamente da ferramenta *Sweep* para modelar o gancho 1, escolhendo-se como perfil a extremidade do fio da mola gerado no último *sweep* e o caminho a curva construída anteriormente, além dos parâmetros de entrada mostrados na Tabela 30. Gera-se, então, o gancho 1 mostrado na Figura 94.

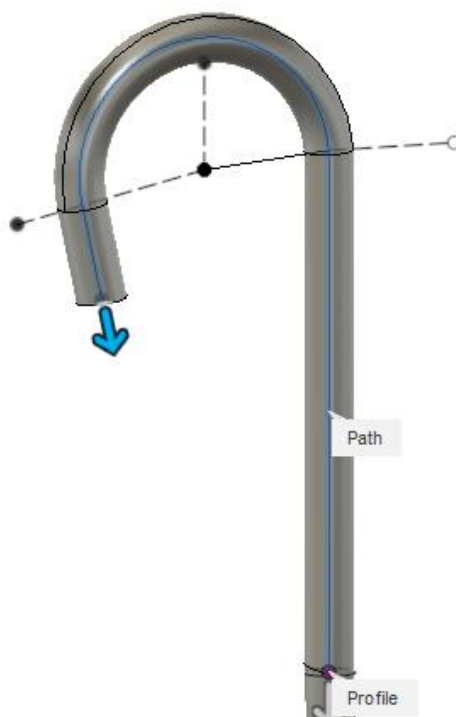
Enfim, tem-se o modelo completo da mola cavalete, mostrado na Figura 95.

Tabela 30 - Parâmetros principais de entrada requeridos pela ferramenta *Sweep* para modelagem do gancho 1

Parâmetro de entrada	Valor
<i>Type</i>	<i>Single Path</i>
<i>Distance</i>	1.0
<i>Orientation</i>	<i>Perpendicular</i>
<i>Operation</i>	<i>Join</i>

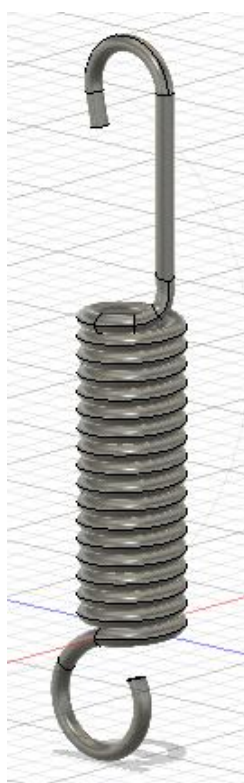
Fonte: Autoria própria.

Figura 94 – *Sweep* gerador do gancho 1



Fonte: Autoria própria.

Figura 95 – Modelo da mola cavalete



Fonte: Autoria própria.