

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE DIVISÃO
PROVENIENTES DE ATIVIDADE ORIENTADORA DE
ENSINO**

SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS

BAURU

2016

SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE DIVISÃO
PROVENIENTES DE ATIVIDADE ORIENTADORA DE
ENSINO**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre à Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Faculdade de Ciências, Campus de Bauru – Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, sob orientação da Prof^a. Dr^a. Marisa da Silva Dias.

BAURU

2016

ERRATA

SANTOS, S. M. P. dos. **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino**. 2016. 132f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

Folha	Linha	Onde se lê	Leia-se
83	14	estudantes.	estudantes ¹ .
83	Nota de rodapé		Não se quer induzir o leitor que tal limitação seja congruente à limitação do uso do ábaco ocorrida no seu processo histórico. Encontra-se no Apêndice 4, a contribuição do membro da banca, Prof. Dr José Roberto B. Giardinetto.

Santos, Suzana Maria Pereira dos.
Sentidos e significados do conceito de divisão
provenientes de atividade orientadora de ensino /
Suzana Maria Pereira dos Santos, 2016
132 f.

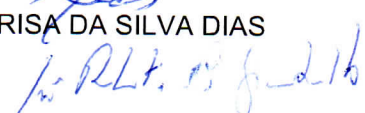
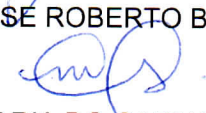
Orientador: Marisa da Silva Dias

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2016

1. Conceito de divisão. 2. Atividade orientadora
de ensino. 3. Sentidos e significados. 4. Perspectiva
histórico-cultural I. Universidade Estadual Paulista.
Faculdade de Ciências. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS.

Aos 12 dias do mês de fevereiro do ano de 2016, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-Graduação, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Profª Drª MARISA DA SILVA DIAS do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências de Bauru, Prof. Dr. JOSE ROBERTO BOETTGER GIARDINETTO do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências de Bauru, Profª Drª MARIA DO CARMO DE SOUSA do(a) Departamento de Metodologia de Ensino / Universidade Federal de São Carlos, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS, intitulada **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA ___. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Profª Drª MARISA DA SILVA DIAS
Prof. Dr. JOSE ROBERTO BOETTGER GIARDINETTO
Profª Drª MARIA DO CARMO DE SOUSA

Este trabalho é dedicado ao Wagner, meu amor, com admiração. Pela cumplicidade, carinho, compreensão e paciência, pelo incansável apoio e por estar sempre presente. E aos nossos filhos, Felipe e Ana Julia, razão da minha vida, por me ensinarem a ter esperança.

Agradecimentos

A Deus, pela vida.

Ao meu marido Wagner, seu amor me fortalece. Muito obrigada por estar sempre presente, oferecendo-me seu ombro sempre que precisava.

Aos meus filhos Felipe e Ana Julia, razão da minha vida. Pelos abraços que tanto me confortavam, pelos lanchinhos que tão carinhosamente me ofereciam, pela ajuda com o computador, pelas palavras de força e coragem, pela paciência e compreensão, por entenderem minha ausência e por saberem esperar.

Aos meus pais, José Carlos e Elvira, pelo constante apoio e incentivo, pela compreensão e amor incondicional.

A minha irmã Carla, meu cunhado Marcelo e à pequena Mariana, pelos momentos de descontração e alegria. Aos meus sogros Olinda e José, e a todos meus familiares que participaram, de perto ou de longe, deste caminhar. Agradeço pelas orações, pelo apoio, compreensão, palavras de incentivo e coragem.

À Marisa da Silva Dias, querida orientadora, pela confiança, amizade e pelo aprendizado constante, com suas preciosas contribuições para minha vida pessoal e profissional.

Aos professores Giardinetto e Maria do Carmo pelas valiosas contribuições no exame de qualificação.

A Fernanda Pizzi, Cybelle Amaral e Juliana Bernardino pela amizade construída neste percurso, e aos demais amigos do Mestrado Profissional, por todos os momentos compartilhados.

Aos alunos do 5º ano que me acolheram com carinho e respeito.

Aos amigos queridos, de hoje e de sempre. Em especial à Rosangela e à Renata, pela compreensão, por entenderem meu silêncio, minhas ausências e recusas. Um agradecimento especial à Patrícia de Medeiros (*in Memoriam*) que de certa forma me deu força para concluir este caminhar.

Aos amigos do DPPPE. Em especial à Sirlei, pelo carinho e amizade. Ao Wagner pelas dicas quanto às normas, documentação e pela formatação do produto final. À Yaeko, à Meire e ao Fábio, pelas contribuições com as discussões teóricas e palavras de incentivo. Ao José Vitor, sua voz acalmou meu coração nos momentos de aflição e cansaço. À Fernanda, Rita, Sara, Yara, Nivaldo, Amarildo, Andréa e Kátia pela amizade, pelo companheirismo, paciência e constante palavra de incentivo e coragem.

SANTOS, S. M. P. dos. **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino**. 2016. 132f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

RESUMO

O presente estudo partiu de reflexões acerca de minha prática enquanto professora e coordenadora da área de matemática, quanto às dificuldades dos estudantes em relação à aprendizagem da divisão. Define-se como objetivo geral, compreender os sentidos e os significados do conceito de divisão que podem ser formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino, por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal do interior do estado de São Paulo, especificamente explorando algoritmos da divisão. Tem-se como referência teórica a Perspectiva Histórico-Cultural e teórico-metodológica a Atividade Orientadora de Ensino, esta conduzida por uma história virtual, uma situação emergente e um jogo, elaborados a partir de uma análise dos objetivos curriculares. Adota-se uma abordagem qualitativa de pesquisa, na qual a análise dos dados recorreu-se a episódios que evidenciam o movimento dos sentidos e significados do conceito de divisão por meio dos relatos gravados e filmados dos sujeitos em diferentes momentos, além de produções escritas. Dentre os sentidos e significados manifestos encontram-se a relação da divisão com a distribuição de objetos discretos, repartição de grandeza contínua, algoritmos de divisão de números no campo dos naturais: método das subtrações sucessivas, método da repartição usando ábaco, método da chave e a relação com o resto da divisão.

Palavras-Chaves: Conceito de divisão; Atividade Orientadora de Ensino; Sentidos e Significados; Perspectiva Histórico-Cultural.

SANTOS, S. M. P. dos. **Sense and the meanings of the division concept from a learning orientation activity**. 2016. 132f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

ABSTRACT

This study set out to reflect on my practice as a teacher and coordinator in mathematics, about the difficulties of students in relation to learning division. It is defined as a general objective, understanding the sense and the meanings of the division concept that can be formed from a Learning Orientation Activity for the 5th year of primary school students, in a public school in the state of São Paulo specifically exploring division algorithms. It has been as a theoretical reference to Historical-Cultural Perspective and theoretical and methodological Learning Orientation Activity, it is led by a virtual history, an emerging situation and a game, drawn from an analysis of the curricular objectives. It adopts a qualitative research approach, in which the data analysis appealed to episodes, recorded and filmed, that show the movement of the senses and meanings of the concept of division through the reports of the subjects at different times, as well as written productions. Among the senses and manifest meanings are the correlation among the division with the distribution of discrete objects, division of continuous quantity, numbers of division algorithms in the natural course: method of successive subtractions, method of allocation using abacus, key method and the relationship with the rest of the division.

Key Words: Division concept; Learning Orientation Activity; Senses and meanings; Historical-Cultural Perspective

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplo de divisão.....	46
Figura 2 - Exemplo de divisão: método longo e método curto	47
Figura 3 - Localização no mapa	59
Figura 4 - Imagens de diversas situações da Arábia.....	59
Figura 5 - Breve história da vida de Malba Tahan e Júlio Cesar.....	60
Figura 6 - Apresentação da professora pesquisadora.....	68
Figura 7 - Lista de nomes árabes.....	68
Figura 8 – Fazendo a divisão dos grupos.....	70
Figura 9 – Um grupo de estudantes do 5º ano resolvendo a situação-problema dos 7 jarros.....	73
Figura 10 – Registro selecionado de cada grupo, com a solução do problema em sua 1ª versão.....	75
Figura 11 – Estudantes resolvendo o problema.....	77
Figura 12 - Imagens de estudantes na tentativa de resolverem a 2ª versão situação problema.....	79
Figura 13 – Estudante utilizando o ábaco.....	83
Figura 14 - Imagem representando o abraço na divisão.....	84
Figura 15 - Estudante utilizando o ábaco para fazer divisões.....	86
Figura 16 - Realizando a divisão 426:3, iniciando pela unidade.....	87
Figura 17 – Estudante fazendo a divisão usando 5 ábacos.....	89
Figura 18 - Registro das divisões realizadas por Mohammed, Nourah e Maryuh.....	92
Figura 19 - Estudantes jogando “Andando com resto”.....	94

Figura 20 - Imagens das fichas com as divisões.....	95
---	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Levantamento inicial de trabalhos nos bancos de dados.....	25
Quadro 2 – Total de trabalhos selecionados após leitura dos títulos.....	26
Quadro 3 – Trabalhos selecionados após leitura dos resumos.....	26
Quadro 4 – Relação de trabalhos selecionados para estudo aprofundado.....	27
Quadro 5 – Cronograma de atividades.....	66

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
1 PROBLEMÁTICA DA PESQUISA.....	15
1.1 Os Professores que atuam no Sistema Municipal de Educação e suas impressões acerca do ensino da matemática.....	15
1.2 O Currículo Comum do Ensino Fundamental do Município de Bauru – Algumas Considerações.....	18
1.3 Levantamento bibliográfico em banco de dados.....	24
2 PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL	32
2.1 Processo de Humanização	33
2.2 Sentido e Significado.....	36
2.3 Atividade Orientadora de Ensino	38
2.4 Conceito de número.....	42
2.5 Conceito de divisão	45
3 METODOLOGIA.....	49
3.1 Princípios teórico-metodológicos.....	51
3.2 Organização do ensino: contexto da escola	54
3.3 Organização de ensino: atividade da professora pesquisadora.....	57
4 RESULTADOS E ANÁLISES.....	65
5 CONSIDERAÇÕES	97
REFERÊNCIAS.....	101
APÊNDICES.....	105

INTRODUÇÃO

A pesquisa realizada apresenta estreita relação com minha trajetória enquanto professora e gestora no Sistema Municipal de Ensino de Bauru, onde desde o ano 2000, atuo como professora especialista de matemática do Ensino Fundamental Ciclo 2. Por esse motivo, utilizo aqui a 1ª pessoa do singular.

Talvez, por influência de minha mãe, que é professora e apaixonada pela profissão, desde muito pequena tinha a certeza de ser professora. Fato que me levou, no ano de 1986, a iniciar o curso de magistério, em nível médio (assim chamado na época) - esse curso titulava os professores das séries iniciais e também da educação infantil. Minhas primeiras experiências em salas, ainda cursando o magistério, foram em caráter de substituições na rede pública de ensino e também como contratada de uma escola privada de educação infantil. Concluí o ensino médio no ano de 1989, ano que já fazia concomitantemente o primeiro ano de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática, em uma faculdade privada no município de Bauru. Ao final do ano de 1990, optei por fazer o concurso vestibular para o curso de Licenciatura Plena em Matemática pela UNESP (Universidade Estadual Paulista), campus de Bauru, onde ingressei em 1991, formando-me em 1996. Minha opção pela Matemática se deu por conta de experiências negativas durante as aulas do ginásio, hoje chamado de Ensino Fundamental Ciclo 2. As aulas da quinta série eram assustadoras, o professor insistia em nos colocar medo. Dizia que era tudo muito difícil, que seria “um milagre” se algum estudante fosse aprovado para a sexta série ao final do ano. Recordo-me de que, ao final do ano, dos 35 estudantes, somente 6 passaram sem recuperação para o ano seguinte; teve até festa para entrega de medalhas de “honra ao mérito”. Aquilo me consumia. Eu gostava tanto de estudar matemática... por que ele fazia aquele terrorismo? Na sexta série, tudo mudou! Tivemos uma professora maravilhosa; tinha verdadeira paixão por ensinar matemática! Sua postura mostrava determinação, perseverança - não passava para outro conteúdo enquanto algum aluno manifestasse dúvida.

Diante dessas experiências tive certeza: seria professora de matemática! Os anos seguintes do ginásio foram cópia da quinta série, aulas engessadas, sem contextualização, o que me levava a questionar se a matemática não poderia ser ensinada de outra maneira. Esta experiência só reforçou minha opção.

Enquanto cursava a graduação, já lecionava na rede pública, ministrando aulas de matemática para quinta e sexta séries e na rede privada para o colegial, atualmente chamado de ensino médio. No ano 1999, tive a oportunidade de prestar um concurso para trabalhar na rede municipal de ensino de Bauru. Fui selecionada e, em fevereiro de 2000, iniciei minhas atividades lecionando em duas escolas, com aulas atribuídas entre quinta e oitava séries. Em 2003 um novo desafio: fui convidada para trabalhar como gestora em uma das escolas de ensino fundamental da rede municipal, na função de vice-diretora; permaneci nesta função até o início do ano de 2013. Esse foi um ano de novas aprendizagens profissionais. Passei a trabalhar no departamento pedagógico da Secretaria Municipal da Educação, como coordenadora da área de Matemática, entre outras atribuições, também como coordenadora nos cursos de formação continuada oferecidos pela secretaria.

Em contato direto com os professores, por conta das formações, pude constatar ainda mais a dificuldade de alguns professores de trabalhar com conteúdos de matemática. Muitos deles limitavam-se aos apresentados no livro didático, o que acabava se materializando em aulas descontextualizadas, visando apenas ao cumprimento do currículo ou do programa anual. Diante destas observações, chamou-me a atenção, o relato de alguns professores, em conversas informais, quanto à dificuldade de ensinar o algoritmo da divisão. Estas observações instigaram-me a questionar: por que a partir de um certo momento no ensino havia um salto no ensino da divisão? Ou seja, repartir objetos para certo número de pessoas é prática comum na Educação Infantil, quando se repartia o material que seria usado entre as crianças da sala ou certa quantidade de massinha, ou ainda ao dividir o lanche entre os colegas. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, esta prática também é comum ao trabalhar com os estudantes as noções de repartir em partes iguais. Porém, por volta do final do terceiro ano, ensina-se o *método da chave* de forma procedimental.

Inquietações que se constituíram em questão de investigação: Quais sentidos e significados do conceito de divisão podem ser inferidos a partir do desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental? Estes pontos foram centrais para delimitar o foco desta pesquisa, além do fato de muitos professores terem como aporte metodológico aulas expositivas e longas listas de exercícios para fixação de conceitos, embora a

Secretaria da Educação tenha a Psicologia Histórico-Cultural e a Pedagogia Histórico-Crítica como embasamento teórico.

Na graduação, ao longo do meu processo de formação inicial, não tive contato com a Psicologia Histórico-Cultural ou com a Pedagogia Histórico-Crítica. Todavia, ao ingressar num sistema de ensino, cuja proposta pedagógica tem como aporte tais teorias, a necessidade de buscar elementos que complementassem minha formação ficou evidente. Assim, fiz cursos de formação e dediquei-me a leituras sobre o assunto e no ano de 2013, decidi buscar este programa de pós-graduação, visando aprofundar meus estudos e formar-me pesquisadora.

No programa de Mestrado Profissional, percebi a possibilidade de encontrar respostas aos meus questionamentos, já que essa modalidade de estudo e formação tem foco na articulação entre o aprofundamento teórico e a experimentação didática, na reflexão e na pesquisa da atuação do professor, num movimento que permite ao processo ensino e aprendizagem ser, ao mesmo tempo, objeto e objetivo de pesquisa para produzir resultados mais efetivos em sala de aula.

Ingressando no curso, tive a oportunidade de aproximar-me de disciplinas que deram suporte teórico e colocaram-me diante de um maior número de estudiosos da educação que a concebiam como instrumento de transformação e humanização, o que auxiliou no direcionamento do foco de pesquisa, fazendo-me sentir cada vez mais desafiada a interferir na realidade onde atuava.

Fiorentini e Lorenzato (2012, p.5) caracterizam a área de Educação Matemática “como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático”. Neste sentido esta pesquisa considera, num movimento dialético, o conteúdo matemático, especificamente o conceito de divisão, que se materializa em algoritmos, e a dimensão sociocultural, por meio da Atividade Orientadora de Ensino.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p.4-5) “o educador matemático tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também promover uma educação pela matemática”. Com a prática, deparei-me com a necessidade de trabalhar a matemática como um instrumento de formação social, percebendo-me então como educadora matemática. Segundo os autores, educadores matemáticos são aqueles

que contribuem para “uma formação mais integral, humana e crítica do estudante e do professor” por meio de seus estudos, utilizando para tanto, “métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.4).

Percebo a preocupação com esta formação social no momento em que, ao refletir sobre a necessidade de nos apropriarmos do conhecimento matemático, passamos a nos inserir também como transmissores do conhecimento produzido, num movimento dialético.

A partir desse contexto, propus-me a ensinar o conceito de divisão para estudantes de 5º ano com uma proposta de ensino, fundamentada nos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural e da Atividade Orientadora de Ensino. Neste sentido, a organização de ensino foi desenvolvida e esse processo consolidou minha opção teórica enquanto professora e pesquisadora.

A pesquisa “Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino” surge como síntese de reflexão sobre ensino e aprendizagem da operação de divisão no ensino fundamental, especificamente na apropriação dos modos gerais dessas operações, as quais levam aos algoritmos.

No capítulo 1 há considerações com vistas a contextualizar o ambiente da pesquisa, mediante a análise das respostas dadas por professores referentes à aprendizagem matemática no currículo municipal de Ensino Fundamental. Há também uma análise do currículo comum das escolas de ensino fundamental do município de Bauru, especificamente no que diz respeito às considerações gerais da área de matemática e texto introdutório. Ainda nesse capítulo, apresenta-se uma síntese do levantamento realizado nos bancos de dados: CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior); BDTD (Banco Digital de Teses e Dissertações); Banco de Teses e Dissertações da USP, PUC. UNESP e UNICAMP; Repositório Lume (Banco de dados da UFRGS – integrado ao BDTD) com a finalidade de relacionar trabalhos desenvolvidos a partir da concepção teórica adotada nesta pesquisa e que versam sobre o ensino da matemática.

A abordagem histórico-dialética embasa esta pesquisa, questionando a visão estática da realidade e considerando “a ciência como uma categoria histórica, ou seja, a história é o eixo da compreensão e da explicação científica e tem na

prática seu fundamento epistemológico” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.67) – assim, este princípio coaduna com a perspectiva histórico-cultural.

Utilizamos como base teórica os referenciais de L. S. Vigotski, A. N. Leontiev e V. V. Davidov, entre outros, a qual pressupõe o desenvolvimento psíquico da criança essencialmente determinado pelos “processos de apropriação das formas históricas e sociais da cultura” (BOCK, 2004, p.66).

A pesquisa qualitativa é utilizada para desenvolver este trabalho, uma vez que possibilita o envolvimento do pesquisado na análise de sua própria realidade, desenvolve-se a partir da interação entre o pesquisador e o grupo pesquisado, em que estes são sujeitos, e não “sujeitos de pesquisa”; proporciona ao pesquisador o conhecimento da realidade a ser estudada, possibilitando a integração dos participantes-pesquisadores, visando à transformação.

O capítulo 2 apresenta reflexões sobre as contribuições da teoria histórico-cultural, considerações gerais que sustentam esta pesquisa. Tratamos também de algumas considerações dos estudos de Moura (2001, 2010) no que diz respeito à Atividade Orientadora de Ensino. A história do número é apresentada enquanto necessidade do homem na busca de transformar a natureza a fim de atender à resolução de problemas vividos pela humanidade em suas relações; constituindo-se, portanto, uma conquista humana, um patrimônio histórico da humanidade, o qual merece espaço no contexto escolar enquanto conhecimento científico. Em tempo, apontamos algumas observações sobre a operação de divisão.

No capítulo 3, apresenta-se os princípios teórico-metodológicos bem como o contexto da pesquisa. Já no capítulo 4, resultados e análises a partir da apresentação de episódios selecionados que serão utilizados como fonte para as considerações finais deste estudo. Finalizando, o capítulo 5 traz uma síntese reflexiva do processo de análise do fenômeno investigativo, buscando responder a questão de pesquisa. Apresenta-se no Apêndice C, o produto final desta pesquisa, uma proposta fundamentada na Atividade Orientadora de Ensino, intitulada “O Ensino da Divisão na Atividade Orientadora de Ensino”.

1 PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

Como já relatado, a temática deste estudo surge como síntese de reflexão sobre minha prática enquanto professora e coordenadora de área no DPPPE da Secretaria Municipal da Educação do Município de Bauru. Neste último, pude ouvir os relatos de professores sobre as dificuldades dos estudantes em relação à aprendizagem do sistema numérico e suas operações, ou seja, a dificuldade dos estudantes e na compreensão de algoritmos, em particular da divisão. Neste capítulo, tecemos algumas considerações com vistas ao delineamento da problemática da pesquisa, mediante a interação com os professores do curso de formação continuada, oferecido pelo sistema de ensino municipal (DPPPE) na modalidade à distância, *“Lógica? É lógico!”*, a fim de estabelecer o perfil da turma participante. Há também uma reflexão sobre o currículo comum das escolas de ensino fundamental do município de Bauru, especificamente no que diz respeito às considerações gerais da área de matemática e texto introdutório. Com a finalidade de conhecer pesquisas relacionadas a esta, apresenta-se uma síntese do levantamento realizado em bancos de dados.

1.1 Os Professores que atuam no Sistema Municipal de Educação e suas impressões acerca do ensino da matemática

Foi oferecido aos professores do Sistema Municipal de Educação, através do DPPPE, o curso de Formação modalidade à distância *“Lógica? É lógico!”*, sob responsabilidade da professora pesquisadora deste estudo, com um grupo de 90 professores inscritos durante o ano de 2014, 18 deles não concluíram o curso de formação, por apresentarem alguma dificuldade de acesso a plataforma ou organização pessoal. Na Plataforma, foi disponibilizado um questionário (APÊNDICE A) com o objetivo de conhecer algumas características dos professores e de seu trabalho.

A análise das respostas dadas no questionário mostra que a faixa etária dos professores que participaram da formação está entre 26 e 61 anos, sendo que a maioria, 45 professores, entre 30 e 49 de idade. Graduados em Pedagogia são 56

professores; Letras, 3 professores; Ciências com habilitação em Biologia, Matemática, Física e Química, 2 professores; Geografia, 1 professor; História, 1 professor; Educação Artística, 1 professor e apenas 2 não possuem graduação, formaram-se em Magistério. A maioria dos professores fez pós-graduação (52), sendo 25 professores com especialização em psicopedagogia, com cursos concluídos entre os anos de 2006 e 2010; os professores tem entre 2 e 31 anos de trabalho no magistério; 11 deles lecionam nas séries iniciais do ensino fundamental, 28 lecionam na educação infantil, deste total, 23 professores lecionam em ambos, ou seja nas séries iniciais do ensino fundamental e na educação infantil.

A partir das respostas dadas ao questionário disponibilizado no curso de formação e também em conversas informais, os professores de uma maneira geral, relataram que suas aulas de matemática, na época em que estavam em período escolar, tanto na sua formação inicial quanto na graduação, eram tradicionais, pouco dinâmicas e com muito conteúdo, num ambiente repleto de normas e proibições, onde o respeito ao professor se colocava em posição de destaque e este se impunha, muitas vezes pelo autoritarismo. O ensino era centrado no professor e os estudantes executavam ordens, diferenças individuais eram ignoradas.

As avaliações eram feitas principalmente através de provas, exames e chamada oral, normalmente elaboradas com os mesmos exercícios desenvolvidos em sala de aula, trocavam-se apenas os valores numéricos, o que não colaborava para aprendizagem, pois não tinha caráter formativo, mas, punitivo. O excesso de tarefas, com listas intermináveis de exercícios ou questionários e a exigência por “decorar” muitas definições, leis, fórmulas, demonstrações, resumos e questionários era a prática pedagógica do professor. O professor trazia as aulas prontas, muitas vezes repetia planejamentos de anos anteriores, os recursos didáticos limitavam-se a lousa e giz, as aulas eram expositivas e os estudantes não tinham autonomia alguma, raramente tinham coragem de questionar ou manifestar dúvidas. A reprovação ocorria quando a nota mínima esperada não era atingida. Não recebiam explicações da origem dos conceitos ou onde os conhecimentos seriam aplicados e muito menos conhecimento da História da Matemática. Essa forma de ensinar gerou desinteresse e incompreensões pela matemática em muitos desses professores.

Por outro lado, esses professores, de maneira geral, dizem que a matemática é importante para a vida, pois está diretamente ligada à evolução do homem; que os estudantes devem aprender matemática para melhorar a vida no dia

a dia; devem ver a matemática como produção das relações humanas, necessárias para que o homem possa resolver seus problemas; e, que a matemática escolar fica muito longe da realidade do estudante, pois é apresentada apenas por cálculos e fórmulas intermináveis para serem decoradas pelos estudantes. Identifiquei-me com esses relatos, pois minha formação foi exatamente como a descrita por elas, esse modelo, fez com que me inquietasse e refletisse sobre questões do ensino e aprendizagem da matemática.

A matemática aprendida na graduação ou no magistério, segundo esses professores, não é suficiente para ensinar matemática, relatam que a grande dificuldade está em desenvolver atividades atrativas, e em como atingir as necessidades peculiares de cada estudante no processo de aprendizagem.

Quando questionados sobre o currículo vigente, dentre as respostas aparecem as seguintes afirmações: existem descontextualizações, porém não são especificadas; existe excesso de conteúdos a serem desenvolvidos, também não é especificado; o currículo está adequado, basta cuidado ao planejar.

Diante destas constatações, sentimos a necessidade de realizar uma análise do Currículo Comum para identificarmos no documento descontextualizações, uma vez que os professores não as sinalizaram ou incoerências que poderiam dificultar o trabalho dos professores em sala de aula e consequentemente a não aprendizagem dos estudantes, no que se refere à operação de divisão, especificamente no 5º ano, e ainda a possibilidade de propormos uma organização de ensino que viesse ao encontro das necessidades expressas pelos professores.

1.2 O Currículo Comum do Ensino Fundamental do Município de Bauru – Algumas Considerações

O Sistema Municipal de Ensino, lócus desta pesquisa, possui um total de 7.920 estudantes, distribuídos entre o Ensino Fundamental 1, Ensino Fundamental 2, Suplência e Educação de Jovens e Adultos – EJA. Conta com 559 professores, sendo 45 professores do EJA e 41 da educação especial e também 197 profissionais de apoio, entre eles, merendeiras, serventes, secretários de escola e inspetores. Estes dados foram fornecidos pelo Departamento de Ensino Fundamental da Secretaria Municipal da Educação, com base nos relatórios de diretoria elaborado pelas escolas no ano de 2014.

Entre os anos de 2010 e 2012, foi elaborado um Currículo Comum das Escolas Municipais. A construção deste documento é resultado de um trabalho coletivo, numa parceria entre a Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista- FC-UNESP campus de Bauru e a Secretaria Municipal de Educação. Este grupo trabalhou com o objetivo de “elaborar a unificação curricular do ensino fundamental” (BAURU, 2012, p. 7). Contou com a participação dos vários segmentos das Unidades Escolares (totalizando 16 escolas) diretamente relacionados com o trabalho pedagógico, entre eles: diretores, coordenadores pedagógicos, professores e equipe técnica da Secretaria da Educação, além de professores e estudantes da FC – UNESP/Bauru, este grupo foi denominado “Grupo de Trabalho Currículo Comum” (BAURU, 2012, p. 7).

A ideia inicial para criação do currículo comum nasceu em agosto de 2009, a partir de uma necessidade solicitada ao Departamento Pedagógico pela diretora do Departamento de Ensino Fundamental. Tal solicitação enfatizava a elaboração de uma proposta curricular, com conteúdos mínimos para as unidades escolares, proporcionando progressividade dos conteúdos e melhoria da qualidade do ensino público municipal. Surge então a ideia de se criar uma proposta curricular mínima, fomentando a permanência e mobilidade do estudante, a melhoria das práticas pedagógicas e o repensar do processo de formação continuada dos professores (BAURU, 2012, p.8).

A equipe responsável pela construção/elaboração do currículo comum apresentou o documento final “[...] como resultado de estudos teóricos, análise do trabalho realizado pelas escolas, discussões entre os sujeitos envolvidos no processo, reuniões de grupos de estudo e reuniões ocorridas nas escolas, que tinham como tema o estudo de um currículo comum” (BAURU, 2012, p.7). Com base

nos estudos realizados pelo Grupo de Trabalho Currículo Comum, estudos tanto de documentos normativos, quanto de publicações pertinentes à elaboração do Currículo Comum, optou-se pela elaboração de um documento que propunha a melhoria das práticas pedagógicas, reestruturação da formação continuada dos professores além de fomentar a permanência e mobilidade do estudante.

O objetivo era construir coletivamente um “Currículo Comum para todas as áreas do conhecimento que se tornasse diretriz para todas as escolas do ensino fundamental, abarcando os anos iniciais e finais” (BAURU, 2012, p. 9), com a intenção de “valorizar os aspectos históricos, culturais e sociais [...] imbuído pela vertente histórico-cultural e pela perspectiva democrática e participativa [...]” (p.29). O processo de adoção da teoria histórico-cultural se deu num coletivo, por ocasião da reescrita do Projeto Político Pedagógico (PPP) das escolas municipais. Após reuniões e cursos de formação para reelaboração do PPP, observou-se que a maioria das unidades escolares adotou a perspectiva histórico-cultural como referencial teórico, o que legitimou de forma consensual, que os trabalhos desenvolvidos fossem norteados por esta perspectiva. Em 2012 aconteceu a implantação do currículo comum das escolas de Ensino Fundamental do município de Bauru.

No texto introdutório do currículo comum do município, especificamente quanto ao componente curricular Matemática – ciclo 1, os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural e da Pedagogia Histórico-Crítica são considerados como referencial teórico, todavia, o texto apresenta divergências, ao apontar a proposta de uma abordagem construtivista como opção para um repensar das ações pedagógicas, como segue:

A fim de promover uma Educação Matemática democrática e repleta de significado para o estudante, propomos o repensar das ações pedagógicas em sala de aula, na qual, **a partir de uma abordagem construtivista, buscamos situar o estudante no centro do processo de aprendizagem** (BAURU, 2012, p. 218, grifo nosso).

Tal proposta se apresenta como uma incoerência do ponto de vista pedagógico, uma vez que os referenciais adotados para elaboração do referido documento estão embasados na Perspectiva Histórico-Cultural e na Pedagogia Histórico Crítica. Inferimos que esta é a descontextualização apontada pelos professores em conversas informais, uma vez que *abordagem construtivista* remete a outra concepção teórica.

Quanto à estrutura do texto, no que diz respeito à padronização das propostas, “todas apresentam um texto teórico base para compreensão das escolhas feitas em relação à ementa, objetivos, conteúdos, sugestões metodológicas e avaliativas” (BAURU, 2012, p.41), porém constatamos que o texto não apresenta ementas, como previsto.

Os objetivos gerais apresentados favorecem a apropriação de conceitos e não somente a observação, descrição e classificação dos objetos de estudo, porém não são contemplados no texto os objetivos específicos de cada eixo. Os objetivos gerais apresentados no Currículo Comum do município de Bauru estão dispostos de forma a abranger todo o Ensino Fundamental:

Ao compararmos em sua estrutura, os objetivos gerais propostos para o ensino da matemática presentes no currículo comum com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), observamos de imediato, que os PCN apresentam objetivos gerais separados em dois blocos, referentes ao Ensino Fundamental - Ciclo 1 e ao Ensino Fundamental - Ciclo 2. Em sua essência, ambas as propostas são muito semelhantes e os objetivos apontados são coincidentes.

No que diz respeito aos conteúdos do currículo comum do município, estes “foram divididos em bimestres, o que facilita o processo de mobilidade do estudante” (BAURU, 2012, p.41). São dispostos em quadros e apresentados como uma possível distribuição dos conteúdos matemáticos, objeto de ensino durante os nove anos do Ensino Fundamental. Quando comparados com os conteúdos apresentados nos PCN, observamos não haver disparidade entre os conteúdos apresentados nos dois documentos.

No currículo comum do município, os conteúdos foram distribuídos em cinco Blocos de Conteúdos – Números, Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, onde é ressaltada a necessidade de uma abordagem integrada dos conteúdos constituintes dos cinco Blocos de Conteúdos.

[...] a separação em Blocos não implica a abordagem estanque de tais conteúdos, sendo imprescindível o professor possibilitar ao estudante a construção de um pensamento ‘global’ da Matemática, ou seja, que lhe permita estabelecer relações entre os diversos pensamentos matemáticos (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório e probabilístico) a serem utilizados nas diversas situações problemas abordadas.

Além dos aspectos salientados, faz-se importante a utilização da lógica em espiral ao tratamento dos conteúdos matemáticos, ou seja, os conteúdos abordados no 1º Bimestre devem ser retomados e ampliados no 2º

Bimestre, e assim sucessivamente. O fato de um conteúdo não ter sido citado no bimestre seguinte não significa que o mesmo não será abordado, apenas dar-se-á 'maior' atenção ao "novo" conteúdo [...] Vale ainda destacar, nesta perspectiva, que a separação/disposição dos conteúdos por bimestres obedece a uma lógica organizacional de modo a facilitar a distribuição, pelo professor, daquilo que será objeto de ensino no respectivo bimestre. No entanto, torna-se oportuno ressaltar que do ponto de vista da 'lógica psicológica' a construção dos conteúdos pelo estudante apresenta avanços e também certos 'períodos' de conflitos (dúvidas), sendo imprescindível a constante retomada dos mesmos **por meio de situações problemas** que ampliem as estratégias/procedimentos a serem construídas pelos estudantes (BAURU, 2012, p.231, grifo nosso).

A resolução de problemas aparece no Currículo Comum bem como nos PCN's como núcleo para o desenvolvimento do conhecimento matemático, salientando que a resolução de problemas corresponde a uma maneira de organização de ensino, envolvendo, além dos aspectos metodológicos, uma postura frente ao processo ensino e aprendizagem.

O trabalho com a **Resolução de Problemas** deve situar o estudante em um contexto que o possibilite perceber diferentes estratégias de resolução, rompendo, assim, com o mito de que um problema possui apenas um tipo de solução. Tais estratégias de resolução – concebidas como uma sequência de ações realizadas de modo consciente e deliberado, produto de uma reflexão prévia [...] a **Resolução de Problemas** representa um tipo de aprendizagem complexa, exigindo do indivíduo que aprende um arsenal de conceitos e procedimentos [...] o que demanda um significativo esforço cognitivo (BAURU, 2012, p.228, grifo nosso).

A orientação pedagógica que consta no Currículo Comum considera que o cálculo mental, o uso de jogos, da história da matemática e de recursos tecnológicos, possibilitará ao professor uma nova postura investigativa, diante de suas estratégias de ensino, promovendo no estudante o desenvolvimento cognitivo, legitimando a constituição de criticidade bem como de sua autonomia.

Ao utilizar a História da Matemática o professor estará 'mostrando ao aluno' que a Matemática é uma ciência construída pelo homem e tem, nesse recurso uma possibilidade de romper alguns paradigmas que consideram o saber matemático como algo sagrado e impossível de ser entendido/construído por pessoas 'normais'. (BAURU, 2012, p. 221, grifo do autor)

O documento, na parte referente às orientações didáticas, sugere condições para que ações pedagógicas proporcionem que os Estudantes se expressem por meio de variadas linguagens tais como: música; dança; desenho; registros esquemáticos ou escritos; ações práticas e experimentos simples; e, jogos. As ações pedagógicas devem ser consideradas para o entendimento dos fenômenos

cotidianos, como ponto de partida para a aquisição de conhecimentos mais elaborados.

Faz-se relevante o esclarecimento em relação aos conhecimentos informais oriundos do cotidiano. De modo algum tais conhecimentos devem ser negados ou desvalorizados, apenas os mesmos devem ser considerados como ponto de partida da prática docente e não como ponto de chegada. Se a escola se limitar a tais conhecimentos informais, a sua função social deixará de existir enquanto instituição responsável pelo ensino dos conhecimentos historicamente acumulados e sistematizados pela humanidade (BAURU, 2012, p. 204).

No que se refere à avaliação, o documento aponta que os procedimentos avaliativos acompanhem o processo de aprendizagem dos estudantes, considerando as sugestões metodológicas e as necessidades didático-pedagógicas da área e dos estudantes (com e sem deficiências) e devem ser apresentadas a partir de instrumentos diversificados e com função formativa, transformadora das ações pedagógicas do professor, na intenção de investigar, intervir e replanejar os rumos pedagógicos necessários à produção de saberes discentes e docentes, possibilitando a democratização das ações pedagógicas em sala de aula. A avaliação deve apresentar, de acordo com o documento:

[...] estreita relação entre a formatividade e a “intenção” do professor que avalia, ou seja, qual a leitura e a interpretação das informações levantadas no ato de avaliar e, a *posteriori*, quais as ações traçadas a partir dos dados coletados, sinalizando para a reestruturação dos caminhos adotados até então, permitindo ao professor realizar ajustes de sua ação oferecendo aos estudantes um leque de possibilidades para a aprendizagem significativa do conhecimento matemático (BAURU, 2012, p.246, grifos do autor).

Analisando os conteúdos apresentados no currículo comum, no que diz respeito especificamente ao sistema numérico e suas operações, podemos constatar que estes são apresentados desde o primeiro bimestre do primeiro ano, de forma gradativa, possibilitando uma aprendizagem que promova o desenvolvimento de conceitos pelos estudantes, num movimento espiral de apreensão da realidade.

o desenvolvimento da realidade e do conhecimento sobre ela ocorre em ciclo espiral: tese, antítese e síntese. Afirmção, negação e superação (negação da negação), em que síntese supera a tese e a antítese, mas por inclusão e não por exclusão: contem tanto a tese como a antítese. Assim é o processo de desenvolvimento do conhecimento científico, que se desenvolve por teses, antíteses e sínteses (GERALDO, 2009, p. 48-51).

Assim, os conteúdos são apresentados de forma a introduzir, aprofundar e consolidar os conceitos referentes a cada conteúdo.

Diante das constatações feitas após leitura e análise de alguns capítulos do currículo comum do ensino fundamental do município de Bauru (BAURU, 2012), a saber: Capítulo 1 – Introdução; Capítulo 2 – O Contexto do Ensino Fundamental Municipal; Capítulo 3 – Considerações Teóricas; Capítulo 4 - A Estrutura do Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal; 4.7 MATEMÁTICA: Considerações Gerais; e, Capítulo 7 – Considerações Finais, inferimos que o documento traz contradições no texto que contém orientações metodológicas. Estas apontam para uma *abordagem construtivista*, trazendo uma incoerência teórica, ao considerarmos que o referencial adotado para nortear os trabalhos pedagógicos nas escolas municipais de Ensino Fundamental está embasado numa perspectiva Histórico-Cultural.

É pertinente salientar, que o sistema de ensino encontra-se em fase de revisão e ajuste do Currículo Comum. Para tanto, foi elaborado um documento pela equipe do DPPPE em parceria com a Faculdade de Ciências UNESP/Bauru, onde participaram os professores integrantes do grupo responsável pela elaboração do currículo comum do município de Bauru em 2010, chamado “Protocolo de Adequação do Currículo Comum” (disponibilizado apenas para consulta). O objetivo deste protocolo era a identificação de possíveis falhas e incompletudes, no que se refere à distribuição de conteúdos nos bimestres, adequação de volume de conteúdos. Pretendeu-se com este protocolo, fazer um levantamento, junto aos professores, de aspectos visuais e de conteúdos que necessitam de adequação: formatação, ementa, conteúdos específicos das áreas, orientações metodológicas, objetivos e sugestões avaliativas, além de trazer padronização na estrutura dos diversos documentos que compõem o currículo comum, de modo a facilitar a sua manipulação; não se pretendeu com isso uma homogeneização dos documentos pois, como é possível observar no texto que discorre sobre a estrutura do Currículo Comum (BAURU, 2012, p.41), “não há homogeneidade na padronização das propostas em virtude da especificidade de cada área”.

No ano de 2013, os professores receberam este protocolo, que foram preenchidos e devolvidos ao DPPPE, sendo analisados, item a item, separados por ano e por componente curricular. O trabalho consistiu de análise crítica e tabulação dos dados (disponibilizados somente para consulta). As possíveis adequações serão

feitas na coletividade, com a participação de professores, coordenadores, gestores e equipe técnica da Secretaria Municipal da Educação, a partir de discussões realizadas com base nos dados levantados pelas respostas dadas ao protocolo, em cada componente curricular. As ações estão em andamento, com previsão de término para julho de 2016.

O protocolo consta de afirmações abrangendo todos os itens contemplados no currículo. No caso do componente curricular matemática, foi apresentada um total de 44 afirmações. Entre os itens apresentados, estavam presentes afirmação referentes a: apresentação do texto introdutório; pertinência com linha teórica adotada; ementas e objetivos pertinentes; conteúdos – quantidade/qualidade, adequados ao ano/bimestre apresentados; metodologia e avaliação.

A partir de análise dos protocolos respondidos pelos professores para adequação do currículo, foi possível verificar um consenso entre as respostas, principalmente no que se refere à necessidade de reescrita do texto introdutório, pois o mesmo aponta para uma *abordagem teórica construtivista*, diferente da adotada pelo sistema de ensino. Quanto aos conteúdos elencados, foi apontado que estes precisam de poucos ajustes no que concerne à redistribuição de alguns conteúdos por bimestre. Segundo a proposta de modificação, o documento constará de objetivo geral e texto introdutório para cada eixo. Quanto às orientações metodológicas e discussão geral da avaliação, um novo texto será escrito segundo a Perspectiva Histórico-Cultural. Almeja-se possibilitar uma organização de ensino que venha ao encontro das necessidades relatadas pelos professores, ou seja, propiciar um ensino que vá além das necessidades práticas.

1.3 Levantamento bibliográfico em banco de dados

Realizamos um levantamento nos bancos de dados da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível superior); BDTD (Banco Digital de Teses e Dissertações); Banco de teses e dissertações da USP, PUC, UNESP e UNICAMP; Repositório Lume (Banco de dados da UFRGS – integrado ao BDTD), com a finalidade de selecionar textos relevantes à pesquisa e observar como é tratado o assunto sistema numérico nos anos iniciais do ensino fundamental, especificamente

no que diz respeito ao sistema de operações, além de estudo teórico e metodológico.

A busca ocorreu em periódicos, produções, dissertações e teses com as palavras-chaves: operações matemáticas; ensino; atividade orientadora de ensino; e matemática. No Quadro 1 apresentamos um levantamento, onde estão todos os registros encontrados, o banco de dados pesquisado e as palavras-chaves.

Quadro 1 – Levantamento¹ inicial de trabalhos nos bancos de dados

Banco de dados	Palavra-chave	Quantidade
CAPES	Educação e Operações	37
	Ensino e Operações	40
BDTD	Operações Matemáticas	1
	Ensino e Operações	637
SCIELO	Matemática e Perspectiva Histórico-Cultural	5
	Matemática na Educação Básica	5
	Formação de Professores e Matemática	18
	Psicologia Histórico-Cultural	12
	Educação Matemática	2
	Educação Infantil e Matemática	1
	Total	758

Fonte: elaborado pela professora pesquisadora.

Com este levantamento, encontramos 758 trabalhos e, diante da diversidade de temas, verificou-se a necessidade de um refinamento na busca dos estudos, com a finalidade de excluir aqueles que não apresentavam relevância para esta pesquisa. Para tanto, usamos como filtro as palavras-chaves: divisão; matemática; ensino fundamental; atividade de ensino; e, psicologia histórico-cultural, a fim de facilitar uma leitura mais dinâmica dos títulos, pois embora tenham sido recuperados dos bancos de dados, muitos dos trabalhos não tinham relação com este estudo, uma vez que eram trabalhos voltados à conteúdos de química, física, análise combinatória ou ensino médio. Após a leitura dos títulos, selecionamos 62 trabalhos (Quadro 2).

¹ Levantamento realizado em 02/02/2015.

Quadro 2 – Total de trabalhos selecionados após leitura dos títulos.

Banco de Dados	Palavra-Chave	Quantidade
CAPEs	Educação e Operações	11
BDTD	Operações Matemáticas	1
	Ensino Operações	28
SCIELO	Matemática + Perspectiva Histórico-Cultural	5
	Matemática na Educação Básica	5
	Psicologia Histórico-Cultural	12
	Educação Matemática	2
	Total	62

Fonte: elaborado pela professora pesquisadora.

Realizamos a leitura dos resumos, e, observando a necessidade de mais um refinamento a partir dessa leitura, excluímos os trabalhos que não tratavam diretamente da divisão e mantivemos os que abordavam o conceito de divisão ou teoria da atividade, incluímos os trabalhos que tratavam de formação de professores. Com isso, foram selecionados 21 trabalhos (Quadro 3).

Quadro 3 – Trabalhos selecionados após leitura dos resumos

BANCO DE DADOS	PALAVRA-CHAVE	QUANTIDADE
CAPES	Educação e Operações	1
	Ensino e Operações	1
BDTD	Operações Matemáticas	-
	Ensino Operações	6
SCIELO	Matemática + Perspectiva Histórico -Cultural	5
	Matemática na Educação Básica	2
	Psicologia Histórico-Cultural	5
	Educação Matemática	1
	Total	21

Fonte: elaborado pela professora pesquisadora.

Esta seleção inicial permitiu uma análise em relação a objetivos e conclusões, na intenção de encontrar trabalhos que tratavam do desenvolvimento do conceito de divisão segundo uma abordagem Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade (Quadro 4).

Todavia, após leitura dos trabalhos, não foi encontrado nenhum que tratasse especificamente do desenvolvimento do conceito de divisão e abstração para o algoritmo numa perspectiva Histórico-Cultural, o que demonstra a relevância desta pesquisa.

Contudo, destacamos seis trabalhos por entendermos que a aproximação com esta pesquisa merece um estudo a fim de aprofundar o conhecimento, seja no ensino e na aprendizagem da divisão, seja em relação ao pressuposto teórico histórico-cultural.

Quadro 4 – Relação de trabalhos selecionados para estudo aprofundado

ANO	TÍTULO	AUTOR	FONTE	TIPO
2006	Mediações simbólicas na Atividade pedagógica: contribuições do enfoque histórico-cultural para o ensino e aprendizagem.	Maria Eliza Mattosinho Bernardes	Universidade de São Paulo	Tese
2010	A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática.	Wellington Lima Cedro; Silvia Pereira G de Moraes; Josélia Euzébio da Rosa	Ciência & Educação, v. 16, n.2, p. 427-445.	Artigo
2012	Marcas da divisão: um estudo de caso sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental.	Michele dos Santos Ferreira	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Dissertação - Mestrado Profissional
2014	A apropriação do conceito de divisão por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.	Alexsandra Lúcia Miranda Lima Senna da Silva	Universidade Federal do Espírito Santo	Dissertação
2014	Atividade de estudo e o desenvolvimento teórico em matemática.	Valdirene Gomes de Sousa; José Augusto de Carvalho M. Sobrinho	Práxis Educacional, Vitória da Conquista, v.10, n.17, p. 237-259, jul/dez.	Artigo
2014	Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores	Josélia Euzébio da Rosa; Ademir Damazio; Sandra Crestani.	Educação matemática: Pesquisa, São Paulo, v.16, n.1, p.167-187.	Artigo

Fonte: elaborado pela professora pesquisadora.

Faremos a seguir, um panorama geral de cada um dos trabalhos destacados no Quadro 4.

“Marcas da divisão: um estudo de caso sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental” (listado no Quadro 4) (FERREIRA, 2012) teve como objetivo geral verificar a possibilidade de favorecer a construção ou reconstrução de esquemas desenvolvidos pelos estudantes e promover sua aprendizagem, por meio de uma proposta de ensino em que as crianças pudessem vivenciar a operação de divisão em diversos contextos. Tratou-se de um estudo de caso, com a aplicação de uma sequência didática, apoiada nos estudos dos campos conceituais, de *Gérard Vergnaud*, numa perspectiva construtivista baseada em Piaget. Constou de uma série de exercícios matemáticos que envolviam resolução de problemas, materializados em dinâmicas que contemplavam a leitura e a interpretação de problemas, jogos didáticos, bem como as relações da geometria com a divisão. Por meio da análise dos registros coletados, explora a relação do conceito de divisão com o algoritmo. A autora conclui que houve avanços na aprendizagem da divisão por parte dos estudantes, além do entendimento da forma como lidavam e compreendiam as situações de divisão. Também observou a mobilização e reformulação de seus esquemas frente às situações em sala de aula.

Em sua pesquisa intitulada “Campo multiplicativo: estratégias de resolução de problemas de divisão de estudantes do 4º ano do ensino fundamental em escolas públicas de Maceió”, Lima (2012) analisou as estratégias de resolução de problemas de divisão de estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de três escolas de Maceió. Na modalidade estudo de caso, a pesquisa teve como objetivos: verificar se os estudantes reconheciam a divisão como operação indicada para a resolução dos problemas propostos; identificar quais estratégias de solução predominavam na resolução de problemas de divisão que envolve as ideias de partição e de medida; investigar se as soluções apresentavam procedimentos coerentes com o enunciado do problema; refletir acerca das antecipações explicitadas pelos estudantes e se seus conhecimentos matemáticos demonstravam relações, significados e especificidades do campo multiplicativo. A pesquisadora utilizou a perspectiva de resolução de problemas, segundo a teoria de *Vergnaud*. Como instrumento de coleta de dados a autora realizou uma proposta envolvendo quatro problemas com quantidades discretas, sendo três problemas de divisão com ideia de medida e um com a ideia de repartir em partes iguais. Além da análise qualitativa dos problemas

aplicados, apresentou uma análise quantitativa das estratégias dos estudantes por escola, por meio do qual pode concluir que a aplicação do algoritmo convencional foi valorizada pelos estudantes como procedimento padrão para resolver problemas de divisão. Quando a pesquisa foi realizada, os estudantes tinham conhecimento prévio da divisão da chave.

Na pesquisa “A apropriação do conceito de divisão por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental”, Silva (2014) investigou as estratégias e ideias que os estudantes de uma sala de 4º ano do ensino fundamental de uma escola pública tinham sobre a divisão. Esta constou de propostas didáticas envolvendo o conceito da operação de divisão e aporte teórico a Psicologia Histórico-Cultural. No decorrer do desenvolvimento das situações envolvendo divisões, os estudantes foram estimulados a estabelecer relações, conjecturar e argumentar sobre suas conclusões. Nas conclusões do trabalho, o autor observou que a experiência com essas atividades contribuiu para uma mudança de atitude nos estudantes, tornando-os mais reflexivos e participativos nas aulas de matemática, além do desenvolvimento da autonomia para buscarem novas estratégias de resolução e elaboração de problemas, o que implicou em novas aprendizagens matemáticas. Observou também mudanças nas concepções de divisão e nas estratégias de ensino, tanto da professora da turma pesquisada quanto da professora pesquisadora.

A presente pesquisa se assemelhou a este trabalho em dois aspectos: além da Psicologia Histórico-Cultural como aporte teórico, tinha o propósito de analisar estratégias traçadas pelos estudantes no que se refere à operação de divisão, incluindo o uso de algoritmo. Porém, observamos que os problemas nela propostos estavam limitados às situações cotidianas.

Cedro (2010) buscou no artigo “A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática”, refletir sobre a formação do pensamento teórico-matemático nos estudantes a partir de pressupostos da perspectiva histórico-cultural, em Vigotski (1998, 2009), Leontiev (1978), e Davydov (1988). Tendo a Teoria da Atividade como base, promoveu uma discussão entre o ensino, a aprendizagem e a formação do pensamento teórico em Matemática. Tal discussão contribuiu para esta pesquisa na compreensão teórica, na relação entre a Psicologia Histórico-Cultural e a Educação Matemática.

Sousa e Sobrinho (2014), no artigo “Atividade de estudo e desenvolvimento do pensamento teórico em matemática” apresentaram uma discussão teórica sobre o desenvolvimento da atividade de estudo. Com base nos pressupostos de Davydov. Esta discussão subsidiou os estudos propostos para o desenvolvimento de uma pesquisa com professores dos anos iniciais de uma escola filantrópica, localizada em Teresina, PI, sobre o ensino do conceito de número. Para tanto, recorreu-se aos aspectos de evolução histórica da atividade considerada como principal da criança em idades escolares. Tal discussão contribuiu para esta pesquisa na compreensão teórica.

No artigo “Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores”, Rosa, Damazio e Crestani (2014) fizeram uma análise do movimento conceitual adotado por eles, quando da proposta do ensino do conceito da multiplicação e da divisão a alunos do segundo ano do ensino fundamental, não tem por foco os algoritmos de divisão, a introdução destes conceitos se dá a partir da reta numérica, como proposto por livros didáticos e livros de orientação aos professores, elaborados por Davydov e seus colaboradores. As significações conceituais são reveladas durante o desenvolvimento das tarefas. Constatou-se que os conceitos de divisão e multiplicação estavam fortemente fundamentados cientificamente nas propriedades fundamentais da matemática, estes conceitos são apresentados a partir da inter-relação entre os campos aritmético (operações numéricas), geométrico (reta numérica, volume, comprimento) e algébrico (relação genérica entre as grandezas representadas por meio de letras). A leitura deste artigo contribuiu para a compreensão teórica desta pesquisa.

Diante dos dados apresentados, podemos inferir a relevância de nosso estudo, considerando-se as queixas dos professores no que se refere à dificuldade dos estudantes no processo de desenvolvimento do conceito à abstração em algoritmos convencionais e também pelo fato de não termos encontrado no levantamento realizado nas bases de dados, trabalho que tratasse especificamente do ensino de divisão relacionado ao algoritmo e formação de sentidos e significados desse conceito na Perspectiva Histórico-Cultural ou nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino.

Assim, entendemos que a finalidade desta pesquisa é compreender o ensino e a aprendizagem do conceito de divisão, considerando a relação entre

Atividade Orientadora de Ensino e sentidos e significados produzidos por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Com isso, pudemos definir o objetivo geral dessa pesquisa como: compreender os sentidos e os significados do conceito de divisão que podem ser formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino em aulas com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, especificamente explorando algoritmos, para uma aprendizagem que permita o desenvolvimento psíquico do estudante, a partir dos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural. Definimos também o objetivo específico de organizar uma proposta de ensino com base na Atividade Orientadora de Ensino, cujo produto final pode ser configurado como um livreto contendo tal proposta.

2 PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

Neste capítulo faremos algumas considerações sobre a psicologia Histórico-Cultural, formação de sentidos e significados no sujeito, e também sobre os estudos de Moura (2001, 2010) no que diz respeito à Atividade Orientadora de Ensino.

Consideramos que os conhecimentos historicamente elaborados pela humanidade devem ser apropriados pelos indivíduos, entretanto, nem todos os grupos sociais tem essa apropriação. O ambiente educacional deveria ser o local onde parte destes conhecimentos deveriam ser apropriados, principalmente o conhecimento científico, com o objetivo de desenvolvimento humano. A atividade de estudo, é a que possibilita tal apropriação nesse ambiente e, desta forma, desenvolver o conhecimento teórico. Porém, “a transformação do pensamento científico em conhecimento escolar não é garantia de desenvolvimento do pensamento do sujeito, nem todo processo de escolarização implica o desenvolvimento psíquico do sujeito” (VIGOTSKI, 2009), o ensino mecânico, superficial, memorístico e repetitivo deve ser substituído por um ensino fundamentado nos conhecimentos científicos, não permitindo que esta perspectiva empírica acabe por limitar o processo de pensamento dos estudantes. Além disso, uma abordagem histórica e cultural pode contribuir para que estes tenham compreensão da necessidade e do surgimento de conteúdos, da sua fundamentação, do “por quê” ao invés de somente “para quê”, proporcionando a criação de uma concepção de produção de conhecimento.

Apresentaremos também alguns apontamentos sobre o desenvolvimento do conceito de número e de divisão em partes iguais, enquanto conhecimento produzido pelo homem. Constituindo-se, portanto, uma conquista humana, um patrimônio histórico da humanidade o qual merece espaço no contexto escolar enquanto conhecimento científico.

Assumir então a educação como atividade, implica em considerar o conhecimento como produto da atividade humana e, nesse sentido, em cada conceito está encarnado o processo sócio-histórico de sua produção.

2.1 Processo de Humanização

A Teoria Histórico-Cultural, de origem epistemológica no materialismo histórico-dialético, explica o processo de humanização. O homem não nasce humano, se constituirá como tal, na medida em que se apropriar da cultura desenvolvida pela humanidade.

Ao agir intencionalmente sobre a natureza, visando transformá-la de modo a satisfazer suas necessidades, produzindo o que deseja e quando deseja, o homem, ao mesmo tempo que deixa sobre a natureza as marcas da atividade humana, também transforma a si próprio constituindo-se humano (MOURA, 2010, p.17).

O trabalho é o que diferencia o homem dos outros animais. Por meio dele, transforma a natureza de acordo com suas necessidades, necessidades essas criadas pelo próprio homem, que têm por objetivo não apenas garantir sua existência biológica, mas também sua existência social. Como corrobora Duarte (2013, p.62) "[...] o ser humano começou a diferenciar-se dos outros animais quando passou a produzir os meios de sua existência.[...] Trata-se de um processo histórico ao longo do qual o ser humano transforma a natureza e a si próprio [...]."

O trabalho é então, mediação para se atingir um fim, e assim é compreendido sob forma exclusivamente humana.

O ser humano, ao produzir os meios para satisfação de suas necessidades básicas de existência, ao produzir uma realidade humanizada pela sua atividade, humaniza a si próprio, [...]. A atividade de trabalho cria, portanto, uma realidade humanizada tanto objetiva quanto subjetivamente. Ao se apropriar da natureza, transformando-a para satisfazer suas necessidades, o ser humano objetiva-se nessa transformação. Por sua vez, essa atividade humana objetivada nos produtos e fenômenos culturais passa a ser ela também objeto de apropriação, isto é, o ser humano deve se apropriar daquilo que de humano ele criou." (DUARTE, 2013, p. 26-27)

O conceito de atividade é um dos princípios fundamentais do desenvolvimento do psiquismo; em sua obra "O desenvolvimento do psiquismo", Leontiev (1978) apresenta seu estudo da atividade mental e de sua relação com o próprio desenvolvimento da personalidade, "[...] não chamamos todos os processos de atividade [...] designamos apenas aqueles processos que, realizando as relações do homem com o mundo, satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele" (LEONTIEV, 2014, p. 68)

A compreensão desta atividade se dá com base na vida em sociedade, estabelecendo, por meio delas, relações com a realidade,

[...] a realidade e tudo que a constitui, possui existência objetiva, de maneira que as sensações, as ideias, os conceitos, etc. não emergem da consciência humana a partir dela mesma. Mas originam-se da materialidade do real. O mundo objetivo é que será captado pelos sentidos e representado pela consciência, a quem compete torná-lo cognoscível ao sujeito (MARTINS, 2013, p.273).

As objetivações devem ser apropriadas por meio de mediações já que não estão postas ao indivíduo. Para a psicologia histórico-cultural, a dialética objetivação/apropriação se dá por meio de um sistema interfuncional, composto pelas funções psíquicas superiores entre elas percepção, atenção, memória, linguagem, pensamento, imaginação, sentimento. E, ainda, “objetivação pode ser entendida como o processo por intermédio do qual a atividade do sujeito se transforma em propriedades do objeto. [...]. O processo de objetivação resulta em produtos sociais, sejam eles materiais ou não.” (DUARTE, 2013, p.9). Sobre apropriação, Duarte (2013, p.9) explica que “a categoria da apropriação refere-se à transferência, para o sujeito, da atividade que está contida no objeto”.

Para que ocorra a apropriação e objetivação pelos sujeitos, é necessária a mediação de forma a proporcionar as transformações que a complexificação da vida demandam, esses são conceitos que expressam a relação dialética na qual o homem se constrói. Mediação, por sua vez, “é a interposição que provoca transformações, encerra intencionalidade socialmente construída e promove desenvolvimento, enfim, uma condição externa que, internalizada, potencializa o ato do trabalho, seja ele prático ou teórico” (MARTINS, 2013, p.46).

Nesse desenvolvimento, há estágios de potencial desenvolvimento do psiquismo, este é marcado por uma determinada relação entre o homem e a realidade, mediada pelos instrumentos da cultura e um tipo de atividade, denominada principal. Destarte, o direcionamento do desenvolvimento da criança na idade escolar das séries iniciais se dá pela Atividade de Estudo.

Davydov (1982) defende que, desde os primeiros anos escolares, o ensino deve estar voltado para a formação do pensamento teórico nas crianças, dando sentido e significado à aprendizagem.

A Perspectiva Histórico-Cultural defende o ensino dos conhecimentos científicos, não cotidianos, já que os conceitos científicos não se desenvolvem como

os cotidianos. Em seus estudos, salienta as diferenças qualitativas do ensino orientado para o desenvolvimento de conceitos científicos. Segundo esta perspectiva, a formação de conceitos requalifica o sistema psíquico.

[...] o processo de desenvolvimento de conceitos, afirmou Vigotski, exige e se articula a uma série de funções, a exemplo da atenção voluntária, da memória lógica, da comparação, generalização, abstração, etc. por isso, diante de processos tão complexos, não pode ser simples o processo de instrução escolar que de fato vise a esse desenvolvimento. Ademais, alertou que o professor, ao assumir o caminho da simplificação do ensino, não conseguirá nada além de assimilação de palavras, culminando em um verbalismo que meramente simula a internalização de conceitos (MARTINS, 2013, p. 280).

Observamos que o ensino da matemática ainda está muito ligado ao ensino focado nas técnicas algorítmicas, pela concepção de que a rapidez e as formas de resolução dos problemas sejam os principais objetivos a serem alcançados. Não é comum os estudantes serem estimulados a desenvolver estratégias próprias para a resolução de problemas, em especial para os que envolvam a divisão. É fato que compreender as etapas de um algoritmo permitirá a organização do raciocínio, porém ter apenas este conhecimento pode levar o estudante a utilizar somente um método de resolução de modo automático, sem significado.

Assim, para que aconteça a aprendizagem, consideramos que é necessária a compreensão das relações entre a formação de conceitos científicos e sua apropriação pelos estudantes. Contudo, o que podemos observar, é que a escola não tem cumprido satisfatoriamente seu papel, ficando o ensino limitado aos conhecimentos cotidianos.

A relação entre a formação de conceitos cotidianos e científicos, na atividade humana, na sua generacidade, e sua apropriação pelos indivíduos se realiza pela mediação da sociedade. Na particularidade da apropriação do conceito científico, a apropriação é feita sobretudo pelo sistema de ensino (DIAS, 2007, p. 21).

Nesta perspectiva, o pensamento cotidiano, por vezes baseado na experiência, sem necessidade de comprovação científica, opera com representações gerais, que reportam ao conhecimento adquirido da observação, resultante do senso comum, “incluindo aí aqueles que em determinado momento não são possíveis de serem observados e que somente podem ser conhecidos indiretamente por meio de deduções” (MOURA, 2010, p.73).

Para que aconteça a formação do conhecimento teórico no estudante e, desta forma, a escola cumpra sua função, os princípios didáticos que norteiam o ensino, incluindo o ensino da matemática, devem ser condizentes com esse propósito. Sendo o pensamento teórico,

[...] aquele que não opera com representações gerais, mas sim com os próprios conceitos [...] nessa perspectiva, os conceitos surgem não como simples representações gerais, mas sim como um modo da atividade psíquica do sujeito, que permite a ele a reprodução do objeto idealizado e, conseqüentemente, do seu sistema de relações, o qual na sua unidade reflete a universalidade ou a essência do movimento do objeto ou fenômeno (MOURA, 2010, p.74).

É função da escola, contribuir para que os estudantes tenham uma aprendizagem que vá além da memorização de procedimentos matemáticos, resolução de longas listas de exercícios e que pouco auxilia no desenvolvimento de sua capacidade psíquica e sim garantir que a riqueza do patrimônio cultural da humanidade se converta em patrimônio do sujeito, “a escola é uma instituição cujo papel consiste na socialização do saber sistematizado.” (SAVIANI, 2013, p. 14).

Trata-se de distinguir entre o essencial e o secundário, daí o *conceito de clássico*, que pode constituir-se num critério para seleção dos conteúdos escolares, segundo Saviani (2013, p. 14) “clássico é aquilo que se firmou como fundamental, como essencial. [...] clássico na escola é a transmissão-assimilação do saber sistematizado.”

2.2 Sentido e Significado

Quando um objeto é apresentado a um sujeito, necessariamente este sujeito compara as representações que possui internamente com as condições concretas, com as etapas de realização desse objeto. Esta comparação, primeiramente realizada em nossa mente, requer que nossa representação esteja contida dentro de nós em um mesmo plano com o objeto apresentado.

Essa possibilidade de comparação, entre a imagem que temos do objeto com o objeto, deve existir para que o sujeito possa atuar sobre esta imagem e assim transformá-la conforme suas necessidades. Segundo Leontiev (1983, p. 103), essas imagens mentais são conscientes, “representações conscientes”. A natureza da consciência está nas particularidades da atividade humana, porém nesta

investigação, nos limitaremos ao estudo de algumas características da formação de sentidos e significados nos sujeitos.

O trabalho é o que diferencia o homem do animal, esta atividade humana é dirigida por fins conscientes, além de transformar a natureza para satisfazer suas necessidades, produzem os meios para isso. Segundo Duarte (2013),

[...] a ação orientada por um fim consciente é uma unidade de toda atividade humana [...] toda ação humana, para se realizar, exige que seu significado objetivo seja captado pela consciência, ou seja, o conteúdo objetivo da ação é captado e dirigido necessariamente pela consciência. [...] A atividade humana, por ser uma atividade consciente, pode, portanto, decompor-se em ações cujo sentido não é dado por elas mesmas, mas pela relação com o motivo da atividade. (p. 92-93)

Os conceitos de sentido e significado têm sido usados em várias áreas do conhecimento e a partir de diferentes concepções teóricas, assim, faz-se necessário destacar a diferença entre eles na Perspectiva Histórico-Cultural, no intuito de minimizar confusões. Sobre sentido, chamado também de sentido pessoal, Leontiev (1983, p. 228, tradução nossa) afirma que esse “expressa a relação do motivo da atividade com o objetivo da ação”, o sentido é criado pela relação entre o motivo da atividade e o fim da ação, ou seja, “o que inicia a ação no sujeito e aquilo para o qual sua ação orienta-se como resultado imediato” (ASBAHR, 2011, p. 89).

Sobre significado, Leontiev (1978) elucida que

[...] é aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre objetivamente num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas. A significação é refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere sua estabilidade [...]. A significação pertence, portanto, antes de mais nada, ao mundo dos fenômenos objetivamente históricos [...] é, portanto, a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida (p.94).

Significado é, pois, a estabilização de ideias por um determinado grupo, generalização ou conceito resultante de um ato pensado, “é formado por seu conteúdo concreto, pelas operações por meio das quais ela se realiza e por seu objetivo, por aquilo que deve resultar dessa ação.” (DUARTE, 2013, p.90). Estas ideias, que compõem o significado são utilizadas na constituição do sentido. O sentido é pessoal, tem caráter simbólico, e é o simbólico o elemento mediador da relação homem-mundo. O sentido serve como um possibilitador desta relação.

O sentido de uma ação varia conjuntamente com a variação de seu motivo. Em seu conteúdo objetivo, a ação pode seguir dentro de si mesma, mas, adquirir-se um motivo novo, então psicologicamente se transforma em outra ação. (LEONTIEV, 1983, p. 231)

Segundo esta perspectiva, os sentidos modificam-se e traduzem a relação do sujeito com os fenômenos objetivos conscientizados, enquanto os significados são mais estáveis. O conceito de sentido expande o compromisso da escola com o trabalho sobre o significado na aproximação do pensamento conceitual e sistematizado, na medida em que o sentido amplia o campo das significações, possibilitando a flexibilização do pensamento, uma vez que não entendemos por trabalho educativo a mera transmissão de conhecimentos.

[...] o conceito de sentido é fundamental à educação escolar, visto que amplia a compreensão dos processos de aprendizagem e introduz elementos fundamentais para a compreensão do estudante não apenas como sujeito que aprende, mas também como sujeito que pensa, age, sente e escolhe a partir dos sentidos que atribui aos conhecimentos. (ASBAHR, 2014, p.271b)

Um dos grandes desafios da educação escolar é fazer com que a aprendizagem dos conteúdos escolares tenham sentido para os estudantes, daí a necessidade da relação do sentido com o motivo da atividade. A ocorrência da aprendizagem depende do sentido que esta tenha para o sujeito, e dialeticamente, a forma como o sujeito apropria-se de determinadas significações depende do sentido pessoal que tenha para ele,

[...] pois os sentidos, diferentemente dos hábitos e das habilidades, não podem ser ensinados, só educados [...] o êxito na resolução de tarefas está determinado não somente pelo seu conteúdo objetivo, mas principalmente pelo motivo que impele a criança a agir, ou seja, pelo sentido que tem a atividade [...]. o que garante a conscientização daquilo que foi estudado é o sentido que têm as ações de estudo para o estudante, e para que a ação tenha sentido, seu fim deve ir ao encontro do motivo da atividade.[...]. quando a atividade de estudo não tem um sentido real, conectado aos motivos do próprio sujeito, a atividade torna-se formal, meramente reprodutiva. (ASBAHR, 2011, p.271a)

A escola, a partir de ensino formal e sistematizado, é o lugar ideal que poderá contribuir para a formação dos sujeitos, possibilitando a atribuição de significados e o desenvolvimento dos conceitos científicos.

2.3 Atividade Orientadora de Ensino

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) é desenvolvida a partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e organizada com a estrutura da atividade proposta por Leontiev. Moura (2010) explica que a AOE se constitui como uma

proposta de organização do ensino e da aprendizagem, que permite a apropriação de conhecimentos socialmente construídos pela humanidade e transmitidos pelo homem. Tem como elementos estruturantes a intencionalidade do professor, o conteúdo principal é a apropriação do conhecimento teórico e seu objetivo é a constituição do pensamento teórico do indivíduo.

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, onde indica uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõem ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (MOURA, 2010, p. 96).

Na AOE professor e estudante são sujeitos em atividade, respectivamente atividade de ensino e atividade de estudo. Constituindo-se portadores de conhecimentos, afetividade e valores, realizaram ações que tem por objetivo um conhecimento de qualidade nova, num movimento dialético. Em sua estrutura, a “AOE visa centralmente a um problema de aprendizagem e não a um problema prático” (MOURA, 2010, p.104). Considerando como problema de aprendizagem, a apropriação do conhecimento pelo estudante, diversos recursos metodológicos podem materializar as situações desencadeadoras de aprendizagem, entre eles a situação emergente, a história virtual do conceito e os jogos, destacados por Moura (2010).

São componentes da AOE, a necessidade, os motivos, as ações e operações. Tais componentes permitem que ela seja elemento de mediação entre atividade de ensino (atividade do professor) e atividade de aprendizagem (atividade do estudante), desta forma, o motivo de ambas deve coincidir para que aconteça a concretização tanto da atividade de ensino quanto da atividade de aprendizagem.

[...] na AOE, as necessidades, os motivos, os objetivos, as ações e as operações do professor e do estudante se mobilizam inicialmente por meio da situação desencadeadora de aprendizagem. Esta é organizada pelo professor tomando-se por base os seus objetivos de ensino (...) que se traduzem em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes no espaço da aprendizagem. As ações do professor serão organizadas inicialmente visando colocar em movimento a construção da solução da situação desencadeadora de aprendizagem. Essas ações, por sua vez, ao serem desencadeadoras, considerarão as condições objetivas para o desenvolvimento da atividade: as condições materiais que permitem a escolha dos recursos metodológicos, os sujeitos cognoscentes, a complexidade do conteúdo em estudo e o contexto cultural que emoldura os sujeitos e permite as interações socioafetivas no desenvolvimento das

ações que visam ao objetivo da atividade – a apropriação de um certo conteúdo e do modo geral de ação de aprendizagem (MOURA, 2010, p.102-103).

Porém não é qualquer motivo, Leontiev (2001) ressalta a diferença entre motivos eficazes e motivos compreensíveis. Os motivos eficazes coincidem com o objetivo da atividade, o que não ocorre com os motivos somente compreensíveis, porém estes podem se tornar eficazes. Assim, Moura (2010) considera a relação entre atividade de ensino e aprendizagem:

[...] não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem; por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino (p.100).

Na AOE, os sujeitos são mobilizados a partir do movimento de desenvolvimento da situação desencadeadora, visando a um problema de aprendizagem e não um problema de ordem prática, de modo que o estudante se aproprie de uma forma de ação geral, que se tornará base de orientação em diferentes situações. Moura (2010) tem destacado, como recurso para elaboração da situação desencadeadora de aprendizagem, jogos, situação emergente e história virtual. Nessa perspectiva, define história virtual como

[...] uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade (MOURA, 2010, p.105).

Assim, “o significado de virtual é encontrado ao se apresentar um problema na situação desencadeadora de aprendizagem que possua todas as condições essenciais do conceito vivenciado historicamente pela humanidade” (MOURA, 2010, p. 95). Nesta pesquisa, consideraremos o ábaco como um instrumento histórico relacionado ao significado do valor posicional, no nosso sistema de numeração decimal. Não abordamos o ábaco na sua historicidade, mas na essência do elemento conceitual, ou seja, a posição do algarismo no número.

O jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter do problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos.
[...]

A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática pedagógica educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela. (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p.12-14).

A solução de situações-problema na AOE, embasada na forma de produção humana do conhecimento, deve ser constituída na coletividade, ou seja, a organização do ensino deve proporcionar situações que exijam o compartilhamento de ações entre os estudantes na resolução de situações que aparecem num determinado contexto, considerando que “para ser uma coletividade é preciso que haja um objetivo comum que una os sujeitos em busca de sua concretização” (MOURA, 2001, p. 156).

A AOE propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar, onde professor e estudante são sujeitos em atividade, num movimento dialético, constituindo-se portadores de conhecimentos, afetividade e valores, presentes na forma como realizam as ações que tem por objetivo um conhecimento de qualidade nova. Segundo Moura (2001)

[...] numa AOE, são ações do professor em atividade de ensino: eleger e estudar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes; organizá-los e recriá-los para que possam ser apropriados; organizar o grupo de estudantes de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e de sentido pessoal na divisão de trabalho coletivo; refletir sobre a eficiência das ações, se realmente conduziu aos resultados inicialmente idealizados (p.102).

Nesta perspectiva, uma finalidade da AOE é organizar a atividade do estudante, de tal forma, que ele se conscientize do seu direito de apropriação do conhecimento desenvolvido pela humanidade.

Assim, “a intencionalidade da atividade orientadora é mobilizar o estudante, orientando sua ações, para que ele desenvolva autonomia na apropriação e objetivação do conhecimento” (DIAS, 2007, p. 41).

No que se refere ao ensino da matemática, a AOE surge como possibilidade de organizar o ensino, contribuindo para que os estudantes tenham uma aprendizagem que vá além da memorização de procedimentos matemáticos, fórmulas, regras e resolução de longas listas de exercícios.

Diante do exposto, propomos uma organização de ensino, elaborada a partir do conceito de Atividade Orientadora de Ensino que favoreça o estudante entrar em atividade de estudo, tendo como objetivo o ensino do conceito de divisão, em aulas

com estudantes do 5º ano do ensino fundamental, explorando algoritmos, para uma aprendizagem que permita o desenvolvimento psíquico do estudante, a partir dos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural.

2.4 Conceito de número

O desenvolvimento da matemática pelo homem refletiu suas necessidades históricas, onde transforma a natureza e, ao transformá-la em função de suas necessidades, adquire novos conhecimentos, surgindo então novas necessidades, que leva a novas respostas na intenção de superar limites. Assim, tornando a atividade do homem mais complexa. Segundo Giardinetto (2000)

[...] na matemática, a produção de conceitos também se deu de forma progressiva, determinando uma crescente diferenciação entre um conhecimento matemático próprio da vida cotidiana e um conhecimento em níveis de abstração mais complexos que aqueles atrelados à esfera cotidiana (p.2).

Dentre essas necessidades, está a de contagem, afirma Dantzig (1970, p. 15) “a contagem pelo que sabemos, é um atributo exclusivamente humano, apesar de algumas espécies irracionais parecerem possuir um rudimentar senso numérico semelhante ao nosso”. Quando falamos de senso numérico, não podemos afirmar que é exclusividade do homem, pesquisas com animais mostram que alguns são capazes de reconhecer variação de unidades de conjuntos até quatro elementos. Dantzig (1970) cita como exemplo o caso do fazendeiro que queria espantar o corvo que vivia na torre de observação de sua mansão. O fazendeiro tentou por diversas vezes capturar o corvo sem sucesso, somente quando entraram na torre cinco homens, e permaneceu lá dentro um, enquanto quatro saíram e se afastaram, é que foi possível capturá-lo.

A superação de um senso numérico rudimentar, semelhante ao do animal, é que deu origem ao conceito de número.

[...] através de uma série de circunstâncias notáveis, o homem aprendeu a auxiliar sua percepção numérica como um artifício destinado a exercer uma influência tremenda em sua vida futura. Esse artifício é a contagem, e é a ela que devemos nosso extraordinário progresso na expressão de nosso universo em termos de números (DANTZIG, 1970, p.10).

Com o tempo, as relações sociais de produção e os processos de trabalho historicamente estabelecidos se alteram, o homem passa a ter outras necessidades e passa a organizar quantidades, “seria um erro pensar que poderíamos fazer muito mais se nos deixássemos guiar apenas por nossas faculdades naturais de reconhecimento imediato dos números” (IFRAH, 1994, p. 20). Estas primeiras ações se deram com a correspondência um a um, que consiste em designar para cada objeto de uma coleção um objeto de outra, estas ações deram origem à contagem, este artifício confere “a possibilidade de comparar com facilidade duas coleções de seres ou de objetos, da mesma natureza ou não, sem ter que recorrer à contagem abstrata” (IFRAH, 1994, p. 25). Com o desenvolvimento da linguagem, o homem passa a utilizar os sons que substituem as imagens que simbolizavam, e seus modelos passam a tomar formas abstratas, de palavras numéricas. Porém, a comparação por si só é incapaz de criar a arte de calcular - sucessão e correspondência são dois princípios que permeiam toda a matemática, todo domínio do pensamento exato (DANTZIG, 1970).

As elaborações desenvolvidas pelo homem partem da necessidade de contar e medir, para este fim, usava o próprio corpo. Destarte, o uso de uma sequência de cinco, dez ou vinte elementos, originou-se na utilização de uma mão, duas mãos ou duas mãos e dois pés, respectivamente, principiando o sistema decimal.

De acordo com Dias e Moretti (2011),

[...] a enumeração, como estratégia de contagem, precedeu a numeração. A diferença essencial entre esses dois conceitos é que, enquanto na enumeração o conjunto que conta é acessado concretamente; na numeração há uma sequência fixa pré-determinada que é seguida oralmente. Isso porque com o desenvolvimento da linguagem o homem passou a dar nomes para as diferentes partes do corpo, utilizando-os na enumeração. Gradualmente, num processo de abstração, não houve mais a necessidade da ação de toque a cada parte do corpo citada. Apenas a expressão oral das palavras correspondentes a essas partes era suficiente para indicar o ponto de parada da sequência (p.18).

Diante de novas necessidades, é desenvolvida a representação escrita de quantidades. Os registros mais antigos que indicam o uso sistemático de numerais escritos, segundo Dantzig (1970), foram dos antigos sumérios e egípcios, em cerca de 3500 a.C, com grande semelhança de princípios. Muito provavelmente suas numerações tenham surgido da necessidade de registrar através de traços. Porém,

o sistema de numeração ainda não era posicional, e desta forma, não era possível adaptá-lo a operações numéricas de forma prática.

Segundo Dantzig (1970, p. 36), por exemplo, “a multiplicação e a divisão, da maneira em que eram praticadas naqueles dias, tinham pouco em comum com as modernas operações de mesmo nome.” Em sua obra, o autor explica como o homem contornou as dificuldades de cálculo com o auxílio de instrumentos mecânicos. Tais instrumentos, segundo ele, variavam de acordo com o local e a época em que foram desenvolvidos, porém de uma forma geral, mantinham um mesmo princípio. Esquemas de contagem como os utilizados para contar o rebanho ou os homens de um exército, provavelmente deram origem ao ábaco.

Os soldados atravessam uma passagem estreita e separa-se um seixo para cada um. Quando se chega a dez seixos, coloca-se outro numa pilha, representando dezenas, e a contagem continua. Quando dez seixos são reunidos na segunda pilha, outro seixo é colocado numa terceira pilha que representa as centenas e assim por diante até que todos os soldados são contados (DANTZIG, 1970, p. 37).

Com algumas variações, o ábaco foi encontrado em muitos países onde existia uma técnica de contagem. As variações, em sua maioria, estavam na construção das colunas e tipos de marcadores. Segundo Dantzig (1970)

[...] ábaco em sua forma geral consiste de numa moldura achatada, dividida numa série de colunas paralelas, cada coluna representando uma classe decimal distinta tal como unidades, dezenas, centenas, etc. O quadro tem uma série de marcadores para indicar o número de unidades em cada classe (p.37).

O ábaco é então, um instrumento que permite desenvolver operações no campo dos números naturais, no seu manuseio está incorporado o agrupamento, ou seja, a base numérica e o princípio do valor posicional.

A descoberta pelos hindus do princípio posicional significou uma mudança radical do método, sem o qual a Aritmética não seria possível (DANTZIG, 1970). O princípio posicional consistia em dar ao algarismo um valor que dependia da posição que ele representa em relação aos demais símbolos do grupo e não apenas do membro da sequência que ele representa. Com a necessidade de um símbolo para o vazio, surgiu o zero como uma tentativa de se fazer um registro permanente de uma operação no ábaco. A partir de então, uma nova arte do cálculo se espalha, abrindo caminho para um conceito numérico generalizado, “a grande generalidade e

simplicidade de suas regras torna a Aritmética acessível à mente obtusa” (DANTZIG, 1970, p. 46).

Neste sentido, propomos em nossa organização de ensino, situações-problema em que os estudantes operassem com o ábaco, com a intenção de colocá-los diante de situações provavelmente vivenciadas pelo homem, além de promover condições em que se apropriem do significado do sistema posicional para resolução de operações numéricas, especificamente a divisão.

2.5 Conceito de divisão

A ideia mais comum da divisão está relacionada com o sentido de partição, e está diretamente associada ao cotidiano social. As situações que envolvem a divisão referem-se a duas ideias: repartir em partes iguais e medida. Segundo Dias e Moretti (2011, p.74) “é comum que professores ao pensarem estratégias para introduzir esse conceito no currículo escolar, proponham a seus estudantes problemas relacionados a divisão de um todo em partes iguais”.

No currículo comum do município, lócus da pesquisa, a ideia de divisão está diretamente relacionada à resolução de problemas que remetem à partição em partes iguais, como podemos verificar no exemplo: “O clube de futebol distribuiu 24 camisetas novas aos seus jogadores. Se o clube pagou R\$ 600,00 pelas camisetas, quanto custou cada uma?” (BAURU, 2012, p. 235).

No início da aprendizagem da divisão, nas séries iniciais do ensino fundamental, numa situação onde não foi apresentado aos estudantes nenhum algoritmo ou outro meio de cálculo para se realizar a divisão, é possível observar o uso de estratégias não convencionais para realização desta operação como desenhos, agrupamentos fazendo uso de materiais concretos, distribuindo um total em partes iguais. Para tanto, os estudantes podem usar coleções de tampinhas, figurinhas, carrinhos, palitos, etc. Dias e Moretti (2011) explicam que “ao relacionar o processo de dividir em partes iguais, o estudante vai desenvolvendo o conceito de divisão. A partir disso, ele pode criar variações desse procedimento ou mesmo elaborar seu próprio algoritmo” (p.67).

Muitas vezes, a escolha do algoritmo pelo estudante depende da ordem de grandeza dos números envolvidos. É possível observar que muitos deles acabam

resolvendo por tentativa as situações-problema em que aparece divisão. Em alguns casos optam por testar multiplicações. Diante disso, é necessário que o estudante saiba como fazer essas multiplicações. Por exemplo, segundo Dias e Moretti (2011, p.66), “para dividir 24 por 4, o estudante escolhe mentalmente alguns números e vai ‘testando’ por meio da multiplicação por 4, como 3.4, 5.4, 6.4 caso contrário, passará a ‘reduzir’ tais multiplicações em adições, ou seja, $3.4 = 4 + 4 + 4$.” Um outro procedimento chamado de subtrações sucessivas é exemplificado pelas autoras, este consiste em subtrair o divisor do dividendo. O quociente é o número de vezes que a operação é realizada. Assim, como exemplifica Dias e Moretti (2011, p. 67): $24 - 4 = 20$; $20 - 4 = 16$; $16 - 4 = 12$; $12 - 4 = 8$; $8 - 4 = 4$; $4 - 4 = 0$.

Dessa forma, “é possível observar que 4 foi diminuído 6 vezes de 24, ou seja, $24 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 = 0$ ” (DIAS; MORETTI, 2011, p. 67).

Outro algoritmo para se resolver divisões é uma adaptação do algoritmo norte-americano. Este método apoia-se no cálculo por estimativas e está relacionado à operação de subtração. A partir de tentativas, vai se formando no quociente resultados parciais à medida que o algoritmo vai se desenvolvendo. Neste método, “o quociente da divisão é a soma dos quocientes parciais. [...] Esse resultado é independente das escolhas que se faz, desde que o produto pelo divisor seja menor ou igual ao dividendo” (DIAS; MORETTI, 2011, p.68), tal processo está relacionado com os agrupamentos. Por exemplo, para calcular $426 : 3$

Figura 1 – Exemplo de divisão

426	┌ 3	
-30	10	142
396	20	X3
-60	20	426
336	40	
-60	40	
276	+ 10	
-120	+ 2	
156	142	
-120		
36		
-30		
6		
-6		
0		

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

São apresentados também os métodos longo e curto como algoritmos da divisão com chave. No método longo, a subtração aparece em evidência no algoritmo, já no curto ou breve, a subtração está implícita, uma vez que somente o resultado da subtração entre dividendo e o produto do quociente com o divisor é registrado, este método é uma abreviação do método longo. Assim, podemos observar nos exemplos a seguir:

Figura 2 – Exemplo de divisão: método longo e método curto

MÉTODO LONGO	MÉTODO CURTO
$ \begin{array}{r} 426 \overline{) 142} \\ \underline{- 3} \\ 12 \\ \underline{- 12} \\ 06 \\ \underline{- 6} \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 426 \overline{) 142} \\ 12 \\ \underline{06} \\ 0 \end{array} $

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

O uso de estratégias não convencionais para resolução de divisão possuem limitações operacionais, porém tais limitações permitem saltos qualitativos no processo de aprendizagem. Quando nos deparamos com divisões cujos números envolvidos possuem uma ordem de grandeza que inviabiliza o uso de estratégias não convencionais, a alternativa é utilizar estratégias convencionais da divisão (aqui chamaremos de estratégias convencionais o algoritmo de divisão com chave). O homem desenvolveu técnicas operatórias, seus algoritmos, com a finalidade de facilitar certos processos. Segundo Dias e Moretti (2011),

O processo de organização das operações numéricas no desenvolvimento da estrutura aritmética, sua formalização, inicia-se com a busca de uma generalização a partir de regularidades que ocorrem com os movimentos numéricos. A busca dessa generalização nem sempre é direta e simples. Inconsistências têm que ser sanadas mesmo sem o apoio da prática operacional com objetos. Essa é a dialética de construção do conhecimento entre a prática com objetos e a teorização (p.42).

Na organização de ensino a que nos propomos nesta pesquisa, por conta das limitações operacionais apresentadas quando utilizamos estratégias não convencionais para resolução de divisões e, diante da necessidade de articular

algoritmos convencionais com a generalização, incluímos o algoritmo da divisão com chave, nos métodos longo e curto.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa é fundamentada na abordagem qualitativa, uma vez que objeto de análise em uma pesquisa qualitativa é o comportamento, o pensamento ou a experiência humana, cujas dimensões não podem ser apenas quantificadas, a pesquisa qualitativa “proporciona profundidade aos dados, dispersão, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente ou entorno, detalhes e experiências únicas. Traz um ponto de vista novo do fenômeno, assim como a flexibilidade” (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013, p. 41).

Segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 376) “o foco da pesquisa qualitativa é compreender e aprofundar os fenômenos, que são explorados a partir da perspectiva dos participantes em um ambiente natural e em relação ao contexto”. A observação implica numa reflexão permanente. Não nos reportaremos a uma modalidade específica da pesquisa qualitativa, pois, conforme explica André (2013), o nome da modalidade não é o mais importante,

[...] na perspectiva das abordagens qualitativas, não é a atribuição de um nome que estabelece o rigor metodológico da pesquisa, mas a explicitação dos passos seguidos na realização da pesquisa, ou seja, a descrição clara e pormenorizada do caminho percorrido para alcançar os objetivos, com a justificativa de cada opção feita (p.96).

Diante da questão central que norteia a presente pesquisa, ou seja, quais sentidos e significados do conceito de divisão podem ser inferidos a partir do desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano do ensino Fundamental? Entendemos que o objetivo geral não poderia ser outro, senão o de compreender os sentidos e os significados do conceito de divisão que podem ser formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino, em aulas com estudantes² do 5º ano do ensino fundamental, especificamente explorando algoritmos. Temos como finalidade contribuir com o conhecimento sobre aprendizagem que permita o desenvolvimento psíquico do estudante, a partir dos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural. Neste sentido, entendemos como

² Para divulgação dos resultados da pesquisa, respeitando o anonimato dos pesquisados, os nomes dos estudantes foram substituídos por pseudônimos, para tanto, disponibilizamos aos estudantes uma lista com nomes masculinos e femininos, todos de origem Árabe (Figura 7).

hipótese que a AOE é uma possibilidade de organização da prática pedagógica que permite a formação de sentidos e significados coerentes com conhecimentos científicos, considerando uma atividade de ensino, direcionada à apropriação do conceito de divisão pelos estudantes.

Assim, adotamos uma abordagem qualitativa de pesquisa, que é caracterizada pela adoção de procedimentos e instrumentos para a coleta de dados, procedimentos e instrumentos estes que devem ser elaborados e reconstruídos continuamente. Segundo Bogdan e Biklen (1994, s/p) “estes podem ser materiais registrados pelo pesquisador ou elaborados por outros e utilizados pelo pesquisador”. Desta forma, a coleta de dados nesta pesquisa está em:

- ✓ documentos produzidos e organizados no decorrer das diversas etapas do desenvolvimento da pesquisa – registros dos estudantes: tarefas e anotações realizadas pelos estudantes e recolhidas pela professora pesquisadora, anotações da professora pesquisadora;
- ✓ registros audiovisuais das aulas, durante o período de regência da professora pesquisadora;
- ✓ registro do processo de desenvolvimento da Atividade Orientadora de Ensino;
- ✓ registro em documento escrito da entrevista semi-estruturada com a professora dos estudantes que fizeram parte desta pesquisa.

Para organizarmos os dados para análise, recorreremos ao que Moura (2001, p.64), chama de episódios, “constituídos de cenas definidoras que o caracterizam”. Esses episódios podem ser frases escritas ou faladas. Desse modo, a organização em episódios, permitiu a explicitação da compreensão do fenômeno em movimento. Segundo Moura (1996, p.75) “a leitura dos episódios consiste em reunir aquelas ações, palavras ou gestos que podem contribuir para explicar os significados das estratégias e ações que a criança constrói para solucionar problemas”.

Evidenciando as falas em diferentes momentos, buscaremos sentidos e significados atribuídos pelos estudantes sobre o conceito de divisão no decorrer de cada episódio. Esses dados são parte integrante das atividades de ensino e de aprendizagem dos sujeitos, professora-pesquisadora e estudantes do 5º ano de uma escola municipal de Bauru onde a intervenção foi realizada, tomamos o cuidado de selecionar pelo menos um episódio de cada etapa da intervenção para uma análise

mais abrangente, totalizando oito episódios.

Defendemos que os registros audiovisuais são instrumentos fundamentais para o registro e análise de fenômenos nos quais se busca compreender seu movimento. Além disso, todos os encontros foram gravados em áudio, de forma que estes pudessem ser escutados posteriormente, já que na dinâmica da sala de aula nem sempre as gravações audiovisuais, permitem nitidez das falas dos sujeitos. Nesta pesquisa usaremos AD, para designar gravações de áudio e VD para designar gravações áudio visuais.

A entrevista semi-estruturada (aqui designadas por RE) realizada com a professora da sala (APÊNDICE B) foi utilizada com a intenção de conhecer aspectos mais relevantes do contexto, que contribuíram principalmente para a Atividade Orientadora de Ensino. O questionário constou de três questões sobre o ensino da divisão. Essas informações permitiram compreender elementos pedagógicos referentes à aspectos ligados ao problema em estudo, principalmente no que diz respeito aos procedimentos, uma vez que na perspectiva teórica e metodológica adotada nesta pesquisa, não cabe somente citar o perfil dos sujeitos, mas compreender ao menos alguns elementos que evidenciam relações sócio-culturais.

Entendemos a necessidade da compreensão desta pesquisa como atividade, portanto inacabada. Para tanto, se faz necessária a apreensão de conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade para sua concretização.

Acerca desses conhecimentos, Nascimento (2014) afirma que

[...] a primeira consideração é a de que os objetos de estudo de uma ciência possuem existência independente da nossa consciência sobre eles. O objeto existe *objetivamente* na realidade, como produto da prática social, antes de existir para nós como uma elaboração conceitual. Ao mesmo tempo, as explicações elaboradas sobre esse objeto, sendo também um produto da prática social, passam a fazer parte igualmente da existência objetiva desse fenômeno [...]. Desse modo, o objeto científico (uma explicação científica sobre um fenômeno) existe como um produto de uma atividade cognoscitiva intencional e *coletiva: a atividade de pesquisa*. (p.18, grifos do autor)

3.1 Princípios teórico-metodológicos

A Perspectiva Histórico-Cultural fundamenta-se no materialismo histórico e dialético. Com o propósito de elaborar uma organização de ensino nessa

perspectiva, bem como compreender as manifestações dos estudantes, apresenta-se na sequência reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento dialético na fundamentação acima referida. Segundo Cedro (2008, p.96) "a característica principal do método histórico dialético é a de que o fenômeno estudado deve ser apresentado de tal modo que permita a sua apreensão em sua totalidade", de modo a procurar relações entre juízos, raciocínios, entre a realidade objetiva e o sentido histórico e social do conhecimento. Também Lefebvre (1995) ressalta que, é preciso "compreender que o próprio pensamento deve se transformar, se superar" (p. 241).

Sobre as leis da dialética, Caraça (1951) explicita que o homem, com a necessidade de dominar e controlar a natureza, foi levado à observação e estudo dos fenômenos. Como resultado desses estudos, com o conhecimento adquirido e acumulado, foi se constituindo a Ciência, ressaltando uma distinção entre o conhecimento científico e o vulgar, já que o conhecimento científico não se contenta com o resultado imediato do fenômeno e que "os homens da ciência conseguiram encontrar os métodos de investigação que permitem fazer o estudo da realidade fluente" (CARAÇA, 1951, p. 111).

Para este autor, a realidade que o homem se esforça para compreender, apresenta duas características: a interdependência e a fluência – "tudo flui, tudo é a todo momento uma coisa nova" (CARAÇA, 1951, p.110).

Diante da impossibilidade do observador em captar "num único golpe" a totalidade, deparamo-nos com a noção de *isolado*, em que "o observador recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos, abstraindo de todos os outros que com ele estão relacionados" (CARAÇA, 1951, p.112). Entretanto, em algumas situações, um inesperado pode aparecer, neste sentido, muitas vezes o estudo encaminha-se de forma que há a necessidade de se tomar um *isolado* como um elemento constitutivo de outro, ampliado pelo inesperado, pois "no aparecimento do *inesperado* reside um dos motivos principais do progresso do conhecimento da realidade." (CARAÇA, 1951, p.112, grifos do autor). Diante desta abordagem, o autor define as relações dialéticas onde se dá o desenvolvimento do conhecimento científico. São elas a relação quantidade-qualidade, a negação da negação e a superação.

Tomemos um certo isolado de estudo; arrastado na fluência de todas as coisas, ele transforma-se – cada um dos seus componentes *devém* a todo instante uma coisa nova. Alterando-se constantemente os elementos

constitutivos, alteram-se as suas relações, isto é, as suas *qualidades*, o *isolado* aparece a todo momento com qualidade nova (CARAÇA, 1951, p. 117, grifos do autor).

A lógica dialética propõe para compreensão da realidade, uma unidade entre forma e conteúdo, a partir dos princípios da totalidade ou interação social, do princípio da transformação universal, do princípio da contradição, da transformação da quantidade em qualidade e da lei do desenvolvimento em espiral (superação por incorporação).

- a) *Princípio da interação universal ou da totalidade*: tudo se relaciona; há uma interdependência das partes na constituição do todo; o todo não é a somatória linear das partes, cada parte guarda em si uma unidade, uma totalidade, e é nas relações das partes entre si, e destas com o todo que nos aproximamos da totalidade concreta. A realidade é uma totalidade formada por relações [...] os elementos de uma totalidade são também mediadores das relações de determinações entre os demais elementos da mesma.
- b) *Princípio da transformação universal*: tudo se transforma; a realidade é processo, o *ser* está em constante devir, em movimento, transformação. Movimento interno (o *ser* em sua especificidade) e externo (o *ser* no conjunto do devir universal).
- c) *Princípio da contradição*: o *ser*; [...] apresenta contradições que produzem a sua existência como processo, movimento, relação: *ser*, não *ser* e *vir-a-ser* coexistem na estrutura do *ser*. Este princípio permite-nos refletir sobre os polos opostos dialeticamente, suas conexões, suas determinações recíprocas.
- d) *Transformação da quantidade em qualidade* (lei dos saltos). As pequenas mudanças qualitativas desembocam em uma súbita aceleração de transformações.
- e) *Lei do desenvolvimento em espiral (da superação)*. O desenvolvimento da realidade e do conhecimento sobre ela ocorre em ciclo espiral: tese, antítese e síntese. Afirmção, negação e superação (negação da negação), em que síntese supera a tese e a antítese, mas por inclusão e não por exclusão: contém tanto a tese como a antítese. Assim é o processo de desenvolvimento do conhecimento científico, que se desenvolve por teses, antíteses e sínteses (GERALDO, 2009, p.48-51, grifos nossos).

Diante desses princípios, algumas regras gerais para uma investigação na concepção dialética devem ser pontuadas:

- a) Apreender o real em sua historicidade, em sua evolução, a partir das interações entre as suas mudanças internas e a evolução do contexto onde está inserido.
- b) Apreender a realidade como totalidade, identificando o contexto espaço-temporal onde está inserido o objeto de estudo, as variáveis que determinam sua existência, o seu movimento e o seu desenvolvimento.
- c) Apreender as relações internas do real, as interações das partes entre si e das partes com o todo onde está inserido.
- d) Apreender as contradições da realidade em estudo.
- e) Na interação universal, os seres são simultaneamente causa, efeito e fins uns dos outros, determinando-se reciprocamente.
- f) Não esquecer que o processo de aprofundamento do conhecimento –

que vai do fenômeno à essência e da essência menos profunda à mais profunda – é infinito.

g) O ponto de partida da investigação são as totalidades concretas, mas ainda concebidas como concreto-sensoriais, empiricamente representadas, e o primeiro passo é reduzir a plenitude da representação às suas determinações abstratas, o mais simples, o mais frequente [...], é o momento da regressão; em seguida faz-se a análise detalhada das determinações, das conexões, das contradições, das partes e das suas relações; finalmente faz-se o caminho inverso, da progressão, da síntese, que conduz à reprodução do concreto pela via do pensamento, já agora o concreto pensado.

h) O momento crucial do trabalho de investigação ocorre com a delimitação e elucidação das relações reiterativas: as contradições, as mediações, os vínculos e dependências essenciais e relativamente regulares ou duradouros, que se repetem, formando-se categorias que podem ser consideradas leis no âmbito da ciência que estivermos trabalhando; e que serão a base para verificabilidade do conhecimento junto à realidade concreta da qual se originou e à qual ele se destina como parte do processo de sua transformação/conservação de sua humanização. O objeto de estudo é sempre um fenômeno em movimento, um processo, com sua lógica e dinâmica interna; cada processo representa uma unidade de transformações e desenvolvimentos necessários e causais (GERALDO, 2009, p.51-53).

Nessa teoria, os conceitos mais simples são incorporados aos mais complexos (superação) o que significa que o pensamento, a cada novo estágio do desenvolvimento, recria sentidos e significados a partir de sentidos e significados já existentes, complexificando a estrutura psíquica do indivíduo.

Tendo como foco do objetivo geral desta pesquisa, nos empenhamos em compreender esse movimento dialético, na manifestação do pensamento tanto na dinâmica do ensino quanto na dinâmica da aprendizagem escolar, onde as análises desse movimento evidenciam as relações da atividade que cada sujeito realiza.

Não pretendemos com esta pesquisa, esgotar todas as possibilidades de análise dos dados, mas evidenciar aquelas capazes de indicar a pertinência do que se objetiva.

3.2 Organização do ensino: contexto da escola

A parte empírica da pesquisa foi desenvolvida numa escola do Sistema Municipal de Educação, da cidade de Bauru, um município de médio porte no interior do estado de São Paulo. O município conta com dezesseis Escolas Municipais de Ensino Fundamental (EMEF), distribuídas em vários bairros; as escolas possuem

prédio próprio e em construções. Possuem salas de aulas amplas e com mobiliário adequado à faixa etária, sala de recursos multifuncional com materiais didáticos variados, que atendem às diversas necessidades, sala de informática, sala de recursos audiovisuais, salas de leitura, e quadra poliesportivas cobertas, suas construções possuem acessibilidade para cadeirantes.

Os estudantes podem ser classificados em qualquer ano por promoção com aproveitamento, desde que tenham cursado o ano anterior na unidade escolar ou transferidos de outra escola, exceto no primeiro ano do ensino fundamental. É possível também reclassificação dos estudantes da própria escola por solicitação dos responsáveis ou dos professores, esta deve acontecer no decorrer do primeiro semestre do ano letivo ou quando transferido, desde que requerida. No início do ano de 2005, com a Lei n. 11.114, iniciou-se o processo de implementação do ensino de nove anos, nas escolas municipais de Bauru, o que ocorreu em 2010, respeitando a data limite de implementação do primeiro ano de ensino Fundamental, incorporando os estudantes com seis anos de idade.

Dentre os departamentos que constituem a Secretaria Municipal da Educação de Bauru está o Departamento de Ensino Fundamental, que é integrado pela Divisão de Ensino Fundamental 1º ao 5º ano – Setor 1. Divisão de Ensino Fundamental 6º ao 9º ano e Suplência – Setor 2; e a Divisão de Ensino Fundamental – EJA (Seções de Gestão de Classes nos Polos e de Gestão das Classes em EMEF's e EMEI's, e outras localidades); pela Divisão de Ensino Fundamental Especial, esta abrangendo a Seção de Entidades e EJA.

A aprovação e promulgação da Lei nº 6.270, de 29 de outubro de 2012, que dispõe sobre a organização do Sistema Municipal de Ensino de Bauru, em conformidade com o artigo 211 da Constituição Federal, artigo 113 da Lei Orgânica do Município de Bauru e artigos 11 e 18 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o município conta com o Sistema Municipal de Ensino, que compreende: a educação básica nos níveis da Educação Infantil e Ensino Fundamental, as modalidades de Educação de Jovens e Adultos e Educação Inclusiva, além dos órgãos municipais de educação, a saber: Secretaria Municipal da Educação; Conselho Municipal de Educação e de um conjunto de normas complementares às normas nacionais, que garantem organicidade e unidade ao Sistema Municipal de Ensino. A mudança de rede para sistema garante autonomia pedagógica às unidades escolares.

Dentre as 16 Unidades Escolares de Ensino Fundamental do Município de Bauru, foi selecionada uma unidade para o desenvolvimento da pesquisa, a partir de observações gerais, quanto à localização física da escola, rotatividade de corpo docente e discente, demanda e desempenho da escola, dificuldade dos estudantes. Inaugurada em 2000, a unidade escolar atende as necessidades da comunidade local e adjacente. Em 2004 o prédio passou por reformas e ampliação de modo a atender cerca de 800 estudantes no Ensino Fundamental, funcionando nos turnos da manhã e da tarde. Esta pesquisa ocorreu em 2015, quando a escola contava com 568 estudantes matriculados e frequentes, sendo 323 no período da manhã e 245 no período da tarde, distribuídos em 21 turmas, 12 no período da manhã e 9 no período da tarde. 26 professores trabalham no local, além de 11 funcionários de apoio, totalizando 37 funcionários. Conta com sala de leitura, polo de informática, sala de recursos, quadra poliesportiva, entre outras dependências. A comunidade atendida é bastante carente de recursos financeiros, os estudantes quando não estão na escola (em aula), estão participando de projetos sociais na própria escola ou em organizações não governamentais (ONG).

A pesquisa foi realizada numa turma do 5º ano, do período da manhã que possui 25 estudantes matriculados e com frequência regular. A professora da sala acompanha a turma desde o 4º ano, dando continuidade ao trabalho desenvolvido.

Os responsáveis pelos estudantes, de uma maneira geral, são bem participativos, frequentam as reuniões de pais e acompanham a vida escolar de seus filhos. Foram consultados sobre a possibilidade de seus filhos participarem da pesquisa, sendo a participação facultativa. Todos os responsáveis consultados concordaram que seus filhos participassem da oficina e assinaram Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os estudantes também foram consultados, foi-lhes explicado o motivo da presença da professora pesquisadora nas aulas e oferecido o Termo de Assentimento, sendo que apenas um estudante não manifestou desejo de participar do estudo. Os estudantes denominaram a intervenção didática de *oficina de divisão*.

A professora responsável pela sala também foi consultada e lhe foi dado esclarecimentos sobre o objetivo da pesquisa. De imediato, houve a adesão por parte dela que assinou o TCLE. Foi informado a todos os envolvidos sobre a

utilização de recursos audiovisuais para registro das manifestações dos estudantes e de que as imagens e gravações não seriam utilizadas para outro fim.³

3.3 Organização de ensino: atividade da professora pesquisadora

A organização do ensino nesta pesquisa é diferenciada, pois normalmente o professor prepara sua aula solitariamente ou com o auxílio de pares na escola. Neste caso, são professora-pesquisadora e orientadora a pensar teórico-metodologicamente essa intervenção. Porém, isso se torna uma singularidade quando se pensa a prática pedagógica com base na AOE, na articulação entre a atividade de ensino e aprendizagem dos estudantes.

Pensando numa organização de ensino que favoreça o estudante entrar em atividade de aprendizagem e a pesquisadora a compreender o movimento de ensino e aprendizagem, foi elaborada uma AOE, buscando atender ao **objetivo geral** deste estudo.

A Atividade Orientadora de Ensino constou de recursos e ações diversificadas, com a proposição de colocar os estudantes diante de uma situação desencadeadora de aprendizagem. A organização de ensino foi planejada envolvendo: uma **história virtual do conceito**, com o objetivo de envolver os estudantes em situações semelhantes ao que o homem vivenciou nos processos históricos de produção de conhecimento, a essência do processo histórico, a fim de promover o desenvolvimento do conceito de divisão em partes iguais; **situação emergente**, visando problematizar a divisão por subtrações sucessivas em situação comum envolvendo a divisão dos estudantes em grupos; um **jogo** com propósito de evidenciar o resto de uma divisão entre dois números.

Com base nesses pressupostos, a organização didática foi desenvolvida em quatro etapas, a saber:

- ✓ Etapa 1 - apresentação de uma história virtual e resolução coletiva da situação-problema.
- ✓ Etapa 2 - apresentação e uso do ábaco.

³ Autorização Comitê de Ética – processo CAAE 43180415.1.0000.5398

- ✓ Etapa 3 – uso do algoritmo de divisão por meio da chave, método longo.
- ✓ Etapa 4 – jogo com propósito pedagógico.

Etapa 1 - apresentação de uma história virtual e resolução coletiva da situação-problema

Planejada para ser desenvolvida em três encontros, com duração de duas aulas cada, a intenção foi criar condições para que os estudantes se apropriassem da experiência histórica nela contida. A história apresenta um problema desencadeador sobre divisão em partes iguais. Como objetivos dessa etapa, destacamos: identificar estratégias pessoais usadas pelos estudantes para resolução da situação problema apresentada na história, particularmente a ideia de partição e medida, envolvendo grandezas discretas e contínuas.

A contextualização da atividade aos estudantes parte do livro “O homem que calculava” (TAHAN, 1995). Norteiam esta etapa da sequência questões do tipo: *Quem conhece o livro “O homem que calculava”? Quem foi Malba Tahan? Onde viveu? Quem foi Júlio César de Mello e Souza?* No plano de ações consta a apresentação aos estudantes de onde se passou a história, a localização num mapa (Figura 3), montagem de fotos com tipos de vestimenta, alimentos típicos, maneiras de locomoção (Figura 4), significado de termos desconhecidos, etc. O plano também contém a apresentação de uma breve história da vida de Malba Tahan e de Júlio César de Mello e Souza (Figura 5).

Figura 5 - Breve história da vida de Malba Tahan e Júlio Cesar



Júlio César de Mello e Souza, nasceu no dia 6 de maio de 1895, no Rio de Janeiro. É escritor, jornalista, professor e matemático, também deu aulas de história, geografia e física. Foi casado com Nair Marques da Costa, e tiveram três filhos: Rubens Sergio, Sonia Maria e Ivan Gil. Ficou conhecido como *Malba Tahan*, nome que usava para assinar suas histórias. Júlio César acreditava na possibilidade de transformar o conteúdo matemático em algo divertido e agradável.

Foi um estudioso da cultura árabe e oriental, por conta de seus estudos, sugeriu a publicação de um série de “contos de mil e uma noites”. O dono do jornal “A Noite”, Irineu Marinho, aceitou a ideia, foi nessa época que o escritor passou a assinar como *Malba Tahan*.

Este nome ficou tão conhecido que Júlio César recebeu a autorização do Presidente Getúlio Vargas para colocá-lo na carteira de identidade.

O heterônimo *Malba Tahan* nasceu no dia 6 de maio de 1895, na aldeia de Musalith, Pérsia, e seu nome completo é *Ali Yezid Izz-Eddin Ibn Salim Hank Malba Tahan*. Estudou no Egito e na Turquia e morreu em uma batalha na Arábia Central em 1921.

Segundo sua biografia, seus livros foram escritos em árabe e traduzidos pelo professor Breno Alencar Bianco, outro personagem criado por Júlio César de Mello.

“O Homem que Calculava” é a sua obra mais conhecida. O escritor transformou questões e curiosidades matemáticas em histórias onde o leitor desvenda os números através das aventuras de um calculista, Beremiz Samir. Júlio César morreu de um ataque cardíaco em 1974 e em homenagem a ele, no dia 6 de maio comemora-se o **Dia do Matemático!**



Fonte: Tahan (1995).

Na história “O caso dos sete jarros”, Tahan (1995) narra um episódio da vida de *Beremiz*, um calculista que vivia aventuras matemáticas nas Arábias. Em uma de suas visitas à cidade de Bagdá, se deparou com um problema de difícil solução para os aldeões e Beremiz o resolveu prontamente, de maneira muito simples. Conta a história:

Depois de cruzarmos a Praça Muazém, também chamada refúgio dos Camaleiros, avistamos a velha Hospedaria das Sete Penas, muito procurada nos dias quentes, pelos viajantes beduínos vindos de Damasco e de Mossul.

A parte mais pitoresca dessa hospedaria das Sete Penas era o seu pátio interno, com boa sombra para os dias de verão e cujas paredes se apresentavam totalmente cobertas de plantas coloridas trazidas das montanhas do Líbano.

Sentia-se ali um ar de tranquilidade e repouso. Em velha tabuleta de madeira (junto à qual os caravaneiros amarravam seus camelos), podíamos ler em letras bem talhadas o título: **SETE PENAS**.

- Sete Penas! – murmurou Beremiz, observando a tabuleta. – É curioso! Conheces por acaso, ó bagdali, o dono dessa hospedaria?

- Conheço-o muito bem – respondi. – É um velho cordoeiro de Trípoli, cujo pai serviu nas forças do sultão Queruã. É apelidado o Tripolitano. É bastante estimado por ser de natureza simples e comunicativa. É homem

honrado e prestativo.

- Esse homem, o Tripolitano deve ser bastante original. Ligou o nome de sua hospedaria ao número, e, o sete foi sempre para todos os povos, muçulmanos, cristãos, judeus, idólatras ou pagãos, um número sagrado, por ser a soma do número três (que é divino) com o número quatro (que simboliza o mundo material). E dessa relação resultam muitas coleções notáveis que totalizam sete:

Sete os dias da semana;
Sete os sábios da Grécia;
Sete os céus que cobrem o mundo;
Sete os planetas;
Sete as maravilhas do mundo.

la o eloquente calculista prosseguir em suas estranhas observações sobre o número sagrado, quando avistamos, à porta da hospedaria, nosso dedicado amigo o xeique Salém Nasair, que acenava repetidas vezes chamando por nós.

- Sinto-me feliz por tê-lo encontrado agora, ó calculista! – disse risonho o xeique quando dele nos aproximamos.

– Sua chegada, não só para mim, como para três amigos que se acham nesta hospedaria foi altamente providencial! E acrescentou com simpatia e visível interesse:

- Venham! Venham comigo que o caso é muito sério.

Levou-nos a seguir para o interior da hospedaria. Conduziu-nos por um corredor meio escuro, úmido, até o pátio interno, acolhedor e claro. Havia ali cinco ou seis mesas redondas. Junto a uma dessas mesas achavam-se três viajantes que me pareceram estranhos.

Os homens quando o xeique e o calculista deles se aproximaram, levantaram-se e fizeram o salã. Um deles parecia muito moço; era alto, magro, tinha os olhos claros e ostentava belíssimo turbante amarelo cor de ovo, com uma barra branca, onde cintilava uma esmeralda de rara beleza; os dois outros eram baixos, ombros largos e tinham pele escura como beduínos da África.

Disse o xeique apontando para os três muçulmanos:

- Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto.

E esse problema é o seguinte:

Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios; 7 meio cheios e 7 vazios.

- Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho.

Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade ao meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?

Beremiz depois de meditar em silêncio durante dois ou três minutos, respondeu.

- A divisão dos 21 vasos, que acabais de apresentar, ó xeique, poderá ser feita sem grandes cálculos. Vou indicar a solução que me parece mais simples [...] A solução apresentada por Beremiz foi recebida com muito agrado, não só pelo xeique, como também pelos seus amigos.

- Esse calculista é prodigioso! Resolveu de improviso um problema que nos parecia difícilíssimo! (TAHAN, 1995, p. 40-43, grifos nossos).

Consideramos a história apresentada como uma **história virtual do conceito**, pois é uma narrativa que possibilita aos estudantes, envolverem-se na solução de uma situação-problema como parte de um coletivo que busca solucioná-

lo.

Destacamos da história virtual o seguinte problema para desencadear a aprendizagem:

Como pagamento de pequeno lote de carneiros, três amigos receberam uma partida de vinho, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios, 7 meio cheios e 7 vazios. Os amigos queriam dividir os 21 vasos de modo que cada um deles recebesse o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho, sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão (TAHAN, 1995, p.42).

A intencionalidade com o problema em destaque é que, os estudantes já em atividade de estudo, busquem solucioná-lo. Também intencionamos colocá-los diante de uma situação que muito provavelmente o homem tenha vivenciado para criação do conhecimento necessário a fim de solucionar problemas dessa natureza. A proposta se dirige para um compartilhamento de sentidos e significados, em movimento coletivo, a fim de encontrar soluções, fazendo uso de estratégias condizentes com o conhecimento da época.

Na organização dos estudantes, destaca-se uma situação emergente em situação comum em sala de aula envolvendo a divisão dos estudantes em grupo, usa-se o princípio da divisão por subtrações sucessivas de forma que, um estudante esteja à frente da sala, fazendo anotações na lousa, enquanto outros (conforme a quantidade de grupos a serem formados) escolhem os integrantes de cada grupo.

A escolha de pseudônimos pelos estudantes assegura o anonimato dos sujeitos. Para tanto, uma lista contendo nomes árabes femininos e masculinos foi apresentada e cada um pôde escolher um nome para usar durante toda a atividade.

O problema dos sete jarros é apresentado como outra ação desta etapa, com a quantidade de jarros aumentada, 84 jarros no total, sendo 28 jarros cheios, 28 jarros meio cheios e 28 jarros vazios, para serem divididos entre os três amigos. Intencionamos que os estudantes utilizassem conhecimentos prévios para resolução desta segunda versão do problema, prevendo limitação do uso de tais estratégias. Em terceira versão, o problema tem a quantidade de jarros aumentada novamente, 426 jarros, sendo 142 jarros cheios, 142 jarros meio cheios e 142 jarros vazios, também para serem divididos entre três amigos. O objetivo é constatar a limitação do uso das estratégias anteriores, num movimento de negação da estratégia anterior por superação, prevendo a mobilização e criação de sentidos e

significados na relação indivíduo-coletividade.

Etapa 2 - apresentação e uso do ábaco

Ações com o ábaco, como possibilidade de superação das limitações encontradas na resolução das situações-problema propostas na etapa 1, são apresentadas nesta etapa. O objetivo é que os estudantes trabalhem a divisão com agrupamentos e com o princípio do valor posicional dos números, compreendendo o ábaco como instrumento histórico, desenvolvido por gerações anteriores. A intenção é que os estudantes façam as divisões com o auxílio do ábaco; nesta ação, cada amigo envolvido na divisão dos sete jarros será representado por um ábaco.

Introduzimos outras divisões, intencionalmente selecionadas de forma tal a se mostrarem como uma limitação das ações propostas com o ábaco, promovendo a necessidade de novas estratégias para resolução da situação problema apresentada. As divisões apresentam-se como divisor o número 5, ou superior a ele. A limitação das ações se apresenta devido à grande quantidade de instrumentos a serem utilizados.

Etapa 3 – uso do algoritmo de divisão da chave

Constatada a limitação das soluções a serem desenvolvidas com o auxílio do ábaco, assim como de outras estratégias já usadas anteriormente pelos estudantes, o plano consta do algoritmo da divisão da chave, como possibilidade de superação das dificuldades encontradas, retomando o que Caraça (1995, p.27) chama de “princípio geral de economia de pensamento”, onde a necessidade do homem faz com que ele desenvolva estratégias operatórias formadas pelas propriedades gerais das operações. A apresentação da multiplicação, como operação inversa da divisão, também é parte deste plano de ações.

Com o propósito de identificação das estratégias usadas para resolução das situações-problema apresentadas nas etapas anteriores, planejamos a elaboração de uma síntese junto aos estudantes. As questões direcionadoras são: Foi possível realizar todas as divisões propostas? Quais estratégias usamos para resolver as situações-problema? Vocês perceberam se as estratégias usadas nas atividades anteriores têm limitação? Será que fazer divisões com o ábaco é a maneira mais simples? Algum de vocês conhece outra maneira de realizar as divisões? Que maneiras?

As questões apresentadas buscaram atender o movimento de análise e síntese no pensamento, em que síntese supera a tese e a antítese, num movimento espiral, como já mencionado no capítulo 3.

Etapa 4 – jogo com propósito pedagógico.

O objetivo de introduzir o jogo, “andando com o resto”, é identificar as estratégias usadas pelos estudantes para resolução das divisões e também se os estudantes identificam o resto como parte da operação. Não será apontada uma estratégia para resolução das divisões que constam desta atividade, a escolha de cada estudante é considerada como intencionalidade. O jogo apresenta um propósito pedagógico, já que preserva o caráter da situação-problema.

O jogo consta de um tabuleiro, um dado, dois marcadores e uma ficha para anotações das rodadas e das divisões apresentadas em cada rodada - deve ser jogado em duplas. Na primeira rodada, joga-se o dado e cada jogador percorre a trilha com o marcador referente à quantidade de casas que apareceu na face do dado. Na segunda rodada, joga-se o dado novamente, e faz-se a divisão do valor que consta no lugar em que o jogador está parado na trilha, pelo valor que apareceu na face do dado, o número de casas a ser percorrido é o equivalente ao valor do resto da divisão. Caso a divisão dê exata, o jogador fica parado e passa a vez para o outro. Procede-se assim até que um dos jogadores alcance primeiro o fim da trilha, sendo este o vencedor.

4 RESULTADOS E ANÁLISES

Na busca de encontrarmos respostas ao questionamento central que norteou esta pesquisa – quais sentidos e significados do conceito de divisão podem ser inferidos a partir do desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano do ensino fundamental? Considerando os pressupostos de uma perspectiva de educação, que seja capaz de permitir a apropriação do conhecimento historicamente desenvolvido e acumulado pela humanidade, focalizamos em alguns episódios de aulas e em algumas conversas com os estudantes. Para tanto, fizemos uso de leitura dos registros escritos, análise dos vídeos e das gravações em áudio que foram feitos em todas as etapas do desenvolvimento e realização da AOE, a fim de que pudéssemos compreender as estratégias das soluções das situações-problema que envolviam divisão, apresentadas na intervenção.

Algumas relações, reflexões e inferências foram feitas a partir das manifestações dos estudantes com a mediação da professora-pesquisadora, diante da situação desencadeadora apresentada a fim de que pudéssemos compreender as estratégias das soluções de situações-problema que envolviam divisões apresentadas no decorrer do desenvolvimento da Atividade Orientadora de Ensino.

Como já mencionado no capítulo terceiro, fizemos uso de diversos instrumentos metodológicos para a coleta de dados, com o intuito de superar uma fragmentação da análise desses dados, uma vez que pretendemos entender os fenômenos em seu movimento e em suas relações, aproximando-nos ao máximo do princípio da totalidade. Assim, encerramos a coleta de dados com uma variedade de registros. É pertinente reconhecermos as limitações de tempo da pesquisa, limitação esta que nos impossibilita uma análise exaustiva dos dados coletados. Salientamos, porém, que estes poderão ser utilizados também em projetos futuros.

A análise dos dados foi realizada a partir da organização, leitura e análise de oito episódios selecionados, que possibilitaram a explicitação da compreensão do fenômeno em movimento. Evidenciando as falas em diferentes momentos, buscamos explicitar a manifestação dos sujeitos em ação que revelaram o movimento dos sentidos pessoais e significados sobre divisão, no decorrer de cada episódio.

Diante do exposto, antes de iniciarmos a análise dos episódios, faremos uma descrição de cada um dos encontros, com intuito de promover uma proximidade com o movimento dessa parte da pesquisa.

O Quadro 5 traz o cronograma das ações de cada etapa realizada com os estudantes e em seguida, há uma descrição de cada um dos encontros.

Quadro 5 - Cronograma de atividades

ETAPAS	DATAS DOS ENCONTROS	AÇÕES	Episódios
Etapa 1 – apresentação de uma história virtual e resolução da situação problema proposta na situação emergente	18/08/2015	Apresentação Apresentação da história virtual Contextualização Escolha dos pseudônimos Divisão dos estudantes em grupos Apresentação e resolução do problema desencadeador - 1ª versão	1- Transcrição dos diálogos entre estudantes e professora sobre divisão a partir de subtração sucessiva. 2 – imagens das soluções do problema dos sete jarros realizadas pelos estudantes e transcrição do diálogo.
	20/08/2015	Apresentação e resolução do problema desencadeador - 2ª versão Apresentação do problema desencadeador – 3ª versão	3 – transcrição do diálogo e imagem das respostas dos estudantes, 2ª versão do problema dos sete jarros.
Etapa 2 - apresentação e uso do ábaco	25/08/2015	Apresentação do instrumento Resolução de adições e subtrações	4- transcrição de diálogo e imagem dos estudantes utilizando o ábaco.
	27/08/2015	Resolução das divisões propostas nos problemas desencadeadores Resolução de outras divisões	6 – transcrição de diálogo e imagem dos estudantes utilizando 5 ábacos para realizarem divisão. 7 - transcrição de diálogo.
Etapa 3 - uso do algoritmo de divisão da chave- método longo	01/09/2015	Apresentação do algoritmo da divisão da chave – método longo Resolução das divisões propostas nos problemas desencadeadores, fazendo uso do algoritmo da chave. Apresentação da multiplicação como operação inversa da divisão. Resolução das divisões proposta no encontro do dia 27/08, fazendo uso do algoritmo da chave	8 – transcrição de diálogo sobre divisão e imagem de registro das divisões realizadas por Mohammed, Nourah e Maryuh.
Etapa 4 - jogo com propósito pedagógico.	03/09/2015	Apresentação do jogo andando com o resto: total de participantes, regras, finalidade Jogando andando com o resto.	9 - transcrição de diálogo e imagem de estudantes jogando.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Quando iniciamos a intervenção com a turma do 5º ano, a professora da sala já tinha desenvolvido com os estudantes as primeiras noções da operação da divisão com chave, porém apresentavam dificuldades. Segundo a professora, os estudantes apresentam dificuldade em resolver divisões usando algoritmo.

A divisão, ou melhor, as ideias intuitivas de dividir/repartir/distribuir acontecem desde o início do ano, por meio de situações-problema e o uso de material concreto e ilustrativo.

Neste ano especificamente, no qual a turma apresentou bastante defasagem de aprendizagem na área de matemática. Desde o ano passado (estou com essa turma, desde 2014), só apresentei a divisão propriamente dita no final do ano passado, quando percebi o domínio maior nas demais operações (adição, subtração e principalmente na multiplicação), mas as dificuldades na montagem e na resolução desse algoritmo ainda eram muitas.

Desde a metade do primeiro bimestre começamos com **dois algoritmos** e neste 2º bimestre com três algarismos fora da chave, porém, faz-se necessário ressaltar que **os estudantes ainda precisam de constantes intervenções da professora e a montagem de duplas de estudantes que auxiliam os estudantes com dificuldades.** (Professora, RE1, grifo nosso)

Etapas 1 – Apresentação de uma história virtual e resolução da situação problema proposta na situação emergente

Chamou-nos a atenção que, durante os dias que aconteceu a aplicação da sequência, os estudantes não faltaram, estavam motivados - a fala de Maryuh indica a explicitação do seu motivo, que pode ser indicativo de um motivo eficaz, embora não explicita claramente seu interesse pela aprendizagem. *“Sabe professora, eu não ia vir na aula hoje, ia sair com minha mãe, a gente ia no médico, mas como sabia que ia ter oficina, eu disse pra ela que não ia não, que não ia perder a oficina”* (Maryuh, 20/08/2015).

18/08/2015 - Iniciamos as atividades da Etapa 1 com a apresentação da professora pesquisadora (Figura 6), do objetivo e da duração da pesquisa. Explicamos aos estudantes que por fazerem parte de uma pesquisa, após a conclusão das etapas propostas, seria escrita uma história, descrevendo como foi desenvolver com eles a organização de ensino a que nos propusemos. Neste sentido, explicamos a eles que é comum em pesquisa que seja mantido o sigilo da identidade dos participantes. Dando continuidade à atividade, foi feita a leitura em voz alta da história, propusemos uma discussão sobre o significado de palavras desconhecidas, e curiosidades encontradas.

Figura 6: Apresentação da professora pesquisadora



Fonte: arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Disponibilizamos aos estudantes a seguinte lista com nomes masculinos e femininos, todos de origem Árabe (Figura 7), a fim de que cada estudante pudesse escolher seu pseudônimo.

Figura 7: Lista de nomes árabes

MASCULINOS	FEMININOS
ADIB	AISHA
HARMMED	AMANYH
BASHIR	FATIMAH
SATTAR	HAFIDA
KALLIL	HAUSA
JIDDAN	HAYAT
FAYAD	HAYFAH
FARID	KHADIJA
YUSUF	LAYLA
ABDUL	MALYKA
HAMED	MARYAM
AZIZ	MARYUH
ABDULLAH	NAYRAH
ABDEL	NOURAH
HAMID	NURAH
HASSAN	RAMLA
IBRAHIM	SAFIYYA
MOHAMMED	SAMIRA

ALI	SAMYRAH
MUSTAFA	SARAH
NOURDIN	SAWDA
SAID	ZAYNAB
KADER	ZYNAB

Fonte: Nomes árabes. Disponível em: <http://www.joaoleitao.com/nomes-arabe/nomes-arabes-femininos/?fb_comment_id=478003012246547_6234403#f3b2bd5074>. Acesso em: 26 Jun 2014.

Cada estudante escolheu um nome dessa lista e estes foram utilizados como pseudônimo, mantendo assim o sigilo proposto na pesquisa. Para evitar esquecimento, os nomes e respectivos pseudônimos foram anotados numa lista e cada estudante recebeu um crachá com a escrita correta do nome. Os nomes escolhidos foram: Harmmed, Sattar, Jiddan, Yusuf, Abdul, Aziz, Hamid, Ibrahim, Mohammed, Mustafa, Aisha, Amanyh, Fatimah, Hafida, Khadija, Layla, Malyka, Maryam, Maryuh, Nayrah, Nourah, Safiyya, Samirah, Sarah. Apenas um estudante se recusou a participar das atividades propostas, ele preferiu ficar na sala fazendo atividade de arte.

Em seguida, sugerimos que os estudantes se dividissem em grupos para realizarem a primeira atividade (Figura 8).

Em uma situação comum envolvendo a divisão em grupos, colocamos os estudantes diante de uma situação emergente, visando problematizar a divisão por subtrações sucessivas. Para tanto, quatro estudantes foram convidados para organizarem os grupos. Cada um deles escolheu um colega da sala para fazer parte do seu grupo. Eram incentivados a fazer as anotações no quadro: sempre que um estudante era chamado outro fazia a subtração na lousa⁴.

Na lousa havia sido escrito a quantidade de estudantes presentes e a quantidade de grupos que seriam formados, ou seja, estavam presentes 23 estudante e formaríamos 4 grupos. Assim, havia sido escrito $23 - 4 = 19$. Cada estudante se encaminhou para seu grupo e iniciou-se o processo, havia escrito $19 - 4 = 15$. Novamente, agora escrito $15 - 4 = 11$, depois $11 - 4 = 7$ e por fim, $7 - 4 = 3$. Os estudantes perceberam que restaram 3 colegas para serem distribuídos entre os grupos, o que implicaria em um dos grupos contar com um estudante a menos.

⁴ A imagem da câmera não ficou clara, por isso a explicitação do ocorrido em discurso indireto.

Figura 8 – Fazendo a divisão dos grupos



Fonte: arquivo pessoal da professora pesquisadora. Imagem propositalmente distorcida para impossibilitar a identificação dos sujeitos.

Ao final, com orientação da professora pesquisadora, perceberam que era possível dividir em quantidades iguais usando subtrações, o que causou estranheza a alguns estudantes, como é possível observar no diálogo destacado, aqui chamado de Episódio 1.

Professora pesquisadora: quantos grupos vamos formar mesmo hoje?

Maryam: 4

Professora pesquisadora: isso, 4! Vocês perceberam que estamos dividindo os estudantes em grupo sem fazer a divisão da chave? O que estamos usando?

Sattar: Subtração, ué?! Menos. Tá na lousa!

Professora pesquisadora: Isso, subtração. Estamos fazendo uma divisão em grupo, mas estamos usando a subtração!

Sattar: **mas dá então pra fazer a divisão com subtração? Como?**

Professora pesquisadora: Da forma que estamos fazendo na lousa, vendo o total e retirando o equivalente aos que passaram a fazer parte dos grupos, uma distribuição!

Hamid: Olha, é mesmo! Eu nem percebi! (AD_00120082015).

Foi explicado a eles que se tratava de outra maneira de se resolver problemas que envolvem divisão, chamado de divisão por subtrações sucessivas, que consiste em subtrair o divisor do dividendo. O resultado, ou seja, o quociente é o número de vezes que a operação é realizada.

Analisando as falas de Sattar e Hamid, podemos inferir que a pergunta de Sattar indica uma motivação à aprendizagem e a de Hamid, interpretamos como uma correlação nova feita pelo estudante, entre os conceitos de subtração e divisão.

Formar grupos é uma prática pedagógica comum com a turma de estudantes. Relacionar divisão em grupos com distribuição, segundo dados da entrevista com a professora da turma, também é prática utilizada com essa turma. Com isso, inferimos que o fato de serem apresentados poucos elementos novos, que pudessem dispersar a atenção dos estudantes, aliados a situação conhecida, permitiu emergir uma relação com nova qualidade para Sattar, em busca de novos sentidos e significados que agregassem esses fenômenos, o da prática de dividir em grupos com os conceitos de subtração e divisão e desses últimos entre si.

Fizemos a leitura da História Virtual em voz alta e propusemos a eles que resolvessem a situação-problema apresentada, com a condição de que não poderiam utilizar o algoritmo de divisão com chave, podiam somente fazer uso de outras estratégias, já que na época em que se passava a história, os homens não sabiam ainda como resolver uma divisão usando o tal algoritmo. Distribuímos para cada estudante, uma folha de papel com a situação-problema impressa e também uma ficha identificada com o número da atividade. Solicitamos que, em grupos, desenvolvessem o problema desencadeador proposto na História Virtual.

Como pagamento de pequeno lote de carneiros, três amigos receberam uma partida de vinho, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios; 7 meio cheios e 7 vazios. Os amigos queriam dividir os 21 vasos de modo que cada um deles recebesse o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho, sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. (TAHAN, 1995, p.42)

Cada integrante do grupo identificou sua atividade, anotando na folha o pseudônimo escolhido. Materiais diversos foram deixados à disposição dos estudantes, estes materiais poderiam ser utilizados como auxiliares nas estratégias de resolução da situação-problema, tais como: tampinhas, palitos, canudinhos, pedrinhas, papéis picados, etc.

Analisando o movimento de resolução de cada grupo na sala, por meio das observações feitas no momento da intervenção e das gravações de vídeo e voz, foi possível constatar que utilizaram conhecimentos anteriores para determinarem a melhor estratégia de resolução, estes conhecimentos influenciaram inclusive na escolha dos materiais. Dois estudantes de grupos diferentes (Sattar-G1 e Kadija-G6) perceberam que um inteiro corresponde a duas metades, assim, utilizaram a distribuição dos jarros em partes iguais como estratégia para resolução do problema desencadeador. Iniciaram esta distribuição pelos vasos cheios, em

seguida os meio cheios, observando se cada um dos três amigos tinha recebido a mesma quantidade de líquido. Por fim, distribuíram os vazios, verificando se as quantidades de vasos era a mesma para cada um dos três. O grupo 1 usou palitos de sorvete para representar a distribuição e fizeram o registro na ficha com desenhos, “a gente usa o palito inteiro, porque nele cabe dois meio cheio, aí é só distribuir um pra cada amigo” (AD_00218082015). No grupo 6, Kadija teve a ideia de desenhar jarros e recortar: “ué, é só desenhar os vasos, aí a gente pinta os cheios e os meio cheios, daí é só dar um pra cada um” (AD_00318082015). Usaram essas representações para fazer a distribuição entre os três amigos, quando chegaram na possível solução, fizeram a colagem dos vasos; a aluna aqui identificada por Samirah decidiu que só faria a representação por desenhos. “não quero cortar tudo, ficou feio. Vou só desenhar” (AD_00418082015).

Os outros grupos necessitaram de ajuda do professor, não tinham compreendido a relação entre os vasos cheios e os meio cheios. Como podemos observar no diálogo entre Maryuh e Malyka. Este diálogo, juntamente com a Figura 9, denominamos de Episódio 2.

Maryuh – aqui ó, já fizemos!

Professora pesquisadora: já? Como fizeram?

Maryuh: então, dividi os jarros. Um pra cada um.

Malyka: então, **dentro do jarro cheio, cabe dois meio cheio**. Aí, tem então *(aponta para o desenho)* olha aí, no jarro cheio, tem 14 meio cheio e mais 7 do meio cheio.

Professora pesquisadora: entendi! E aí, como fica? Não esquece, então, que dentro do jarro cheio tem 14 meio cheio, e aí?

Maryuh: Aí... **é só distribuir o palito cheio, contando 2 pra cada um e vê quanto falta** *(aponta para o palito, que está usando como auxiliar)*

Professora pesquisadora: Entendi, mas e aí, como faz?

Maryuh: aí, é só dividir depois o meio cheio igual.

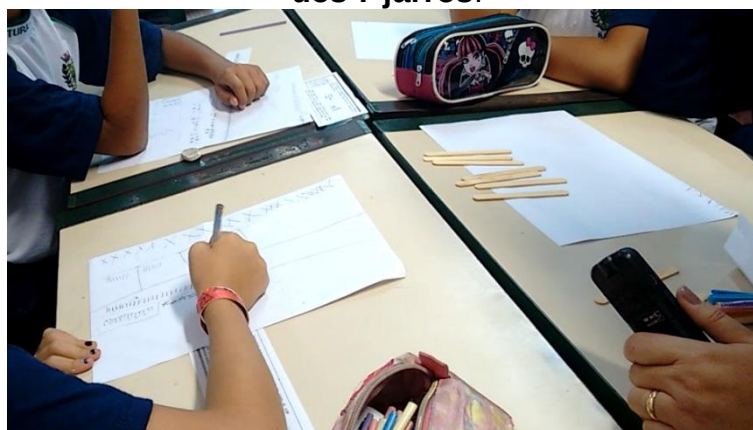
Professora pesquisadora: Mas vai ficar certo?

Maryuh: vai, olha aí: **cada um tem 7 meio cheio, depois é só vê quanto falta para ficar com 7 jarros cada** (AD_00518082015).

Os grupos 4 e 5, usaram palitos de sorvete e canudos para representar os jarros. No grupo 4, os estudantes usaram palitos inteiros identificados com a letra C, representando os vasos cheios; palitos inteiros com a letra V, os vazios e palitos cortados ao meio e com a letra M para representar os meio cheios. Fizeram a distribuição desses palitos em três partes iguais até chegarem na resposta. O grupo 4, usou palitos inteiros para representar os vasos vazios, canudos inteiros para representar os cheios e canudos cortados ao meio para representar os meio cheios, fizeram a distribuição e ao encontrarem a possível solução, colaram os palitos e

canudos. Já os grupos 2 e 3 optaram por usar palitos para representar os vasos e fazer a distribuição e após encontrarem a possível solução, fizeram desenhos para representá-la, pudemos observar como os estudantes interpretaram o problema e também transportaram o essencial (abstrato) do problema para outros materiais que lhes permitiram apresentar uma solução que lhes fizessem sentido com o problema proposto. Malyka, está na relação do conceito de líquido dos jarros, observa que “dentro de um cheio tem dois meio cheio” e abstrai essa ideia na representação dos palitos. Mariuh compreende as representações de Malyka, ao apontar que “um palito cheio” (representando aqui um vaso cheio) equivale a dois meio cheios. Esta distribuição é análoga à situação de formar grupos, ou seja, dividir por distribuição de objetos, numa relação de correspondência um a um (grandezas discretas), porém, o problema concentra-se na divisão de grandeza contínua. Assim, faz sentido a relação que Maryuh faz ao usar palitos representando o líquido dos jarros e ao mesmo a quantidade de jarros.

Figura 9 – Um grupo de estudantes do 5º ano resolvendo a situação-problema dos 7 jarros.

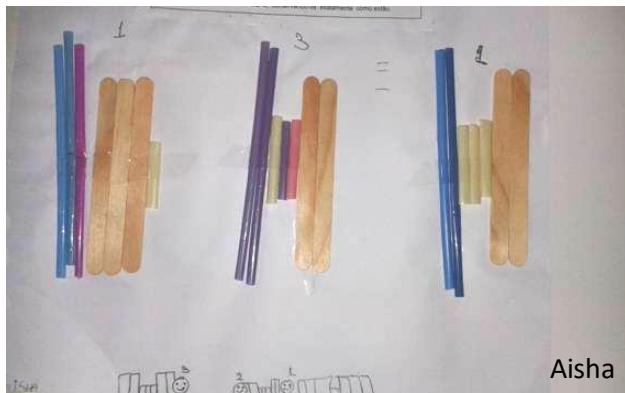


Fonte: arquivo da professora pesquisadora.

Cada grupo elegeu a maneira que consideraram a mais simples de resolver a situação-problema. Encerrando o momento do grupo, foram compartilhadas as soluções e as estratégias utilizadas (Figura 10). Ao observarem as soluções dos grupos, perceberam que as soluções eram muito parecidas, embora cada grupo tivesse usado materiais diferentes. “O nosso e o da Safiyya ficou igual, só que nós colocamos canudo” (AD_00618082015).

Na fala de Yusuf, é possível notar que, ao fazerem as relações abstratas que faziam sentido para eles, constataram que ambas as soluções eram iguais, e, desta forma, puderam formar significados que ultrapassaram as representações particulares.

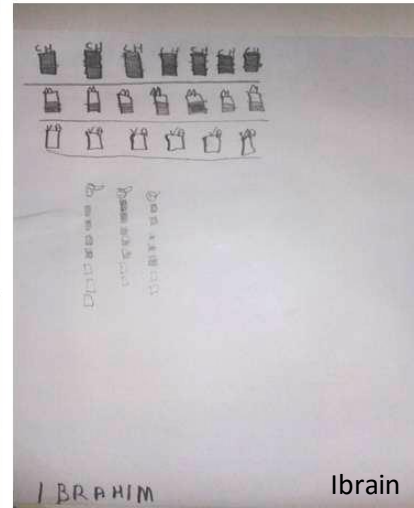
Figura 10 – Registro selecionado de cada grupo, com a solução do problema em sua 1ª versão.



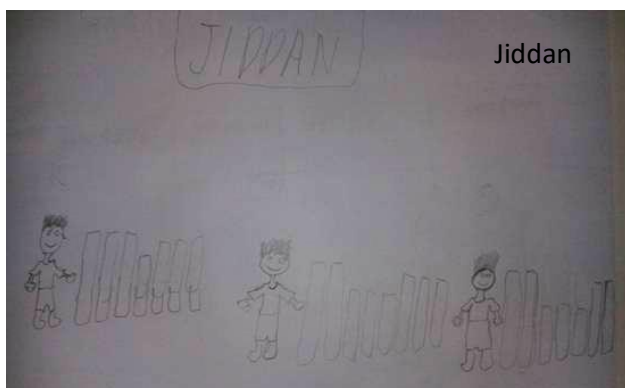
Aisha



Fatimah



Ibrahim



Jiddan



Maryuh



Manyh

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Foi apresentada a solução de Beremiz e uma discussão foi iniciada ao compararmos com a solução dada pelos estudantes, com a finalidade de definir qual seria a resposta mais apropriada. Ao compararem com a solução de Beremiz, perceberam que as soluções encontradas por eles eram parecidas com a do calculista: “olha pro, ele fez igual o nosso!” (AD_00718082015).

Ao observarmos o diálogo, foi possível constatar as tentativas de operações dos estudantes para resolverem o problema que tinham diante deles. A partir do que compreendemos da teoria de Leontiev (1983), as operações são os meios utilizados para realizar uma ação, ou seja, as condições para atingir uma determinada finalidade. Analisando as formas de representação da situação-problema dadas pelos estudantes, leva-nos a constatar diferentes formas de representação, que compõem a atribuição dos sentidos formados por cada um, na relação entre os vasos, o líquido, as quantidades, a organização da distribuição de vasos, os dados do problema e os da solução, entre outros elementos que podem ser observados. Observando a Figura 10, onde estão as imagens das representações dos grupos, verificamos que Ibrahim, Fatimah e Maryuh demonstram que apresentam um significado ao desenharem os jarros, compreenderam sua representação. Aisha, Jiddan e Manyh demonstram sentido pessoal, ao utilizarem materiais diferentes para representar os jarros.

20/08/2015 - No segundo encontro, o foco da atividade consistiu em verificar possíveis limitações e dificuldades nas resoluções apresentadas. Assim, foi apresentado aos estudantes o mesmo problema desencadeador, porém com o valor aumentado. Nesta versão do problema, apresentamos o total de 84 jarros, sendo 28 jarros cheios, 28 meio cheios e 28 vazios, o que aumentou a dificuldade para resolução. Nessa atividade, novamente os estudantes foram convidados a se organizar em grupos, desta vez deveriam formar 5 grupos. Usamos o método de subtrações sucessivas, do mesmo modo que no encontro anterior. Cinco estudantes foram convidados para formarem os grupos, estes se dirigiram à frente da sala, enquanto outro estudante fazia as anotações na lousa. Depois de acomodados, iniciamos a atividade com a leitura do problema desencadeador com o valor aumentado. A expectativa era a de que os estudantes utilizassem as mesmas estratégias usadas para resolver a primeira versão da situação-problema.

Figura 11 – Estudantes resolvendo o problema.



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Os estudantes recorreram às estratégias usadas anteriormente para resolução desta nova versão do problema. Destacamos o Episódio 3, composto pela Figura 11 e o diálogo entre Khadija e a professora pesquisadora.

Professora pesquisadora: e aí, o que está dizendo no problema?

Khadija: 28!

Professora pesquisadora: 28? O que?

Khadija: 28 de cada, do cheio, do vazio e do meio.

Professora pesquisadora: E aí, como dá para fazer?

Khadija: Tem que separar, pra fazer que nem aquele outro lá, mas não tem *metade*, *pode cortar?* (*aponta para os palitos*)

Professora pesquisadora: Pode sim, cuidado com o dedo!

Khadija: **Professora, pode fazer que nem do outro dia?**

Professora pesquisadora: pode sim, mas dá?

Khadija: **é igual, só que é 28!**

Professora pesquisadora: pode, mas tem outra forma mais simples de fazer?

Professora pesquisadora: não ouvi?! Então, como faremos? Ah, tem que dividir igualmente entre eles?! Mas é igual mesmo?

Khadija: **não! Tem 28, mas é igual, tem que somar e dividir!**

Professora pesquisadora: **somar o que?**

Khadija: **o meio cheio que tá no cheio!**

Professora pesquisadora: Entendi!

Khadija: **aí, pra fazer, ela vai pegar o canudo, colar e depois desenhar** (AD_00120082015).

Todavia, como tinham que trabalhar com uma quantidade relativamente grande de vasos e de líquido, logo perceberam a limitação das estratégias usadas anteriormente, como é possível observar no trecho do diálogo selecionado:

Professora pesquisadora: Me diz então, Sattar, **é muito diferente o problema?**

Sattar: é a mesma coisa!

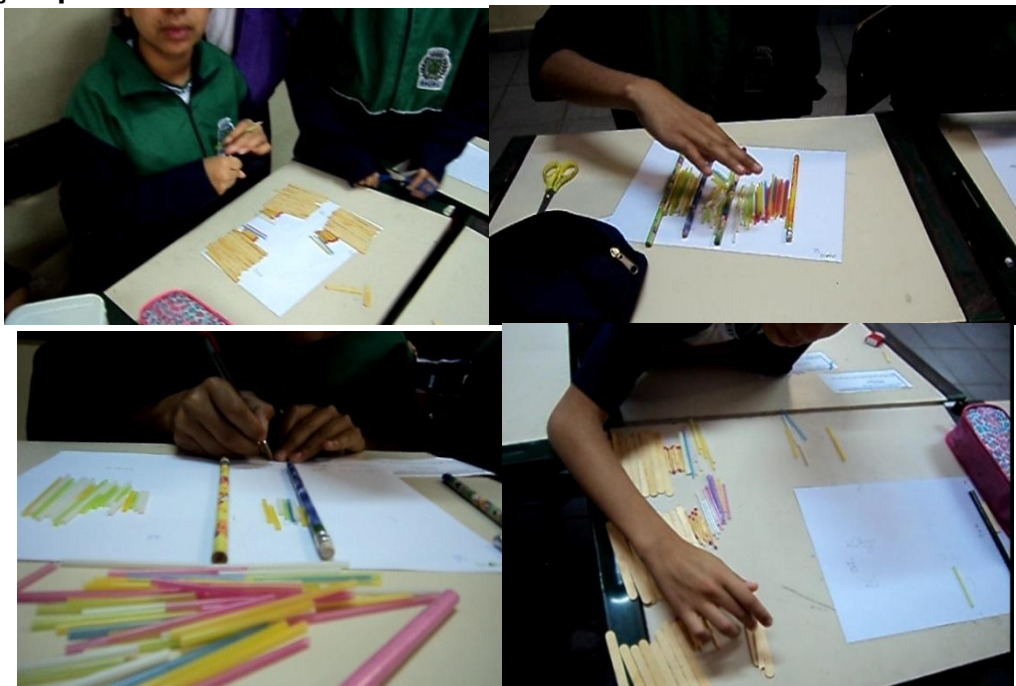
Professora pesquisadora: ficou mais fácil de fazer, então?

Sattar: **Não, o outro é mais fácil! É que muda a quantidade! Esse tem muito líquido pra dividir, fica difícil!** (AD_00220082015).

Nossa interpretação é que, tanto Khadija quanto Sattar, possuem sentido pessoal acerca do conceito de divisão e predizem o uso de um algoritmo para resolver a divisão em questão. Porém, a quantidade de material necessária para materializar o resultado provocou a criação de outros modos de expressão, numa relação dialética quantidade-qualidade. Observamos a relação de interdependência e a fluência entre a quantidade de jarros apresentadas nas diferentes versões dos problemas, duas características da realidade descritas por Caraça (1951, p. 112), “tudo flui, tudo é a todo momento uma coisa nova”, pois, apesar do contexto do problema ser o mesmo, ao mudar a quantidade de jarros, o problema passa a ter limitações para resolução que não apareciam na versão inicial.

Analisando as estratégias usadas por cada um dos cinco grupos, foi possível constatar que apoiaram-se nos modos anteriores de resolução, porém, diante da fluência, os modos de resolução necessitam de novas estratégias, transformam-se em algo novo. Alterando-se as relações, altera-se o isolado, que aparece com qualidade nova (CARAÇA, 1950, p.171), possibilitando tanto o desenvolvimento psíquico, numa relação de superação por incorporação, como também a formação de sentido pessoal acerca dos conceitos envolvidos na resolução da situação-problema.

Figura 12 - Imagens de estudantes na tentativa de resolverem a 2ª versão situação problema.



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

O grupo 1, formado pelos estudantes Layla e Maryan, fizeram desenhos representando os jarros no canto da folha de anotações, em seguida distribuíram em três partes iguais, considerando a quantidade de líquido e de jarros. Layla explicou: “é só fazer igual ao outro, **mas tem muito jarro**” (AD_00220082015).

No grupo 2, Sattar disse: “nossa pro, **é muito**, não pode fazer com a chave, né?” (AD_00320082015). Decidiram então que fariam a distribuição usando os palitos de sorvete para representar os jarros, e depois fariam o desenho na folha de anotações, porém, ao chegarem à possível solução, optaram por anotar as quantidades e entregaram uma única folha de registro. Ao serem questionados Aisha disse: “é **muito** vaso, então a gente fez na carteira com os palitos e só anotou o resultado” (AD_00420082015), ao que Caraça (1995, p.27) denomina de “princípio geral de economia de pensamento”, surge a necessidade de elaboração de outras estratégias operatórias.

Formado por Mayuh, Fatimah, Mohammed e Nayrah, o grupo 3, decidiu representar os vasos por meio de desenhos e fizeram a distribuição usando palitos, mas apresentaram dificuldades na busca por uma possível solução. Dispensaram a ajuda da professora pesquisadora, “a gente sabe fazer, é igual ao outro. Dentro do cheio, cabe dois meio cheio... mas **é muito**” (AD_00520082015). Por fim, não

concluíram a atividade.

A partir da sugestão de Khadija, os estudantes integrantes do grupo 4, fizeram desenhos representando os jarros, pintaram e recortaram. De posse dessas “peças”, distribuíram em três partes iguais. Decidiram fazer o registro usando desenhos, já que tinham muitas peças para colar: “a gente fez igual, mas tem muito vaso, é melhor desenhar do que colar” (AD_00620082015).

O grupo 5, usou palitos para representar os vasos e assim conseguiram fazer a distribuição em três partes iguais. Porém, decidiram anotar os valores na ficha da atividade, ao invés de colar os palitos, abreviando a resposta. Hamid não quis fazer a atividade “é muito chato, tem muito palito pra dividir. Todo mundo do grupo já fez” (AD_00720082015), para não entregar a ficha em branco fez um desenho, como se, com esta atitude, estivesse cumprindo algum tipo de exigência.

Os estudantes foram questionados se as estratégias que usaram eram as mais adequadas. Com as discussões suscitadas, concluíram sobre as possibilidades e necessidade de se usar outra estratégia para resolver o problema nessa nova versão. O estudante identificado por Mohammed disse: “assim fica difícil, como [é] que eles faziam para resolver as divisões sem usar a chave, esse número já é grande” (AD_00820082015).

Em sequência, diante da constatação do esforço exigido para materializar a resposta, propusemos aos estudantes outra variação do problema desencadeador com o valor aumentado novamente: Como fariam então para resolver este mesmo problema se ao invés de 27 ou 84 jarros tivéssemos 426 jarros, sendo 142 jarros cheios, 142 jarros meio cheios e 142 jarros vazios?

De imediato Khadija, fazendo referência à quantidade de jarros (426), exclamou “deste jeito, sem usar a chave não dá! Já pensou desenhar tudo isso?” (AD_00920082015).

Podemos inferir, diante desta constatação, que é preciso “negar” a estratégia anterior para produzir outro conhecimento capaz de dar conta dessa nova situação, a partir de um movimento de superação por incorporação. Observamos também a relação quantidade-qualidade, onde uma modificação na quantidade de jarros provoca uma alteração na forma como os estudantes resolveram a situação-problema, novamente, para materializar o resultado obtido, foi necessária a criação de outros modos de expressão. Nesta situação, os estudantes já não necessitam dos palitos para resolver a situação-problema, eles já

predizem o uso de algoritmo como um modo mais geral de resolvê-lo.

Khadija apresenta um movimento abreviado de solução, acontece a incorporação de procedimentos anteriores e posteriormente a troca destes procedimentos. Na primeira versão do problema, ela desenha vasos, recorta, distribui e cola os recortes sintetizando a solução, também utilizando o que Caraça (1970, p. 27) chama de “princípio geral de economia de pensamento”. Porém, diante da nova quantidade (426) opta por anotar os valores na ficha. A elaboração de nova estratégia promove o desenvolvimento de sentidos e significados sobre o conceito de divisão.

Mohamed utiliza as estratégias já usadas por ele anteriormente para resolução da situação-problema, faz menção de usar técnica já conhecida, o método da chave, o que nos leva a perceber um movimento de produção de sentido e significado em conhecer este método.

Hamid decide usar a estratégia elaborada anteriormente para resolução da situação-problema, por meio do desenho. Este comportamento permitiu que Hamid percebesse a limitação do procedimento, porém, ao invés de elaborar uma nova estratégia, desiste. Nossa interpretação é que a nova quantidade proposta já não o motivou à elaboração de novas estratégias. Nesta situação, inferimos que a promoção do desenvolvimento de um novo sentido pessoal não ocorreu.

Sintetizando, de uma maneira geral, observamos três tipos de encaminhamentos, ou seja, de estratégias distintas para resolução desta versão do problema desencadeador: incorporação e superação de estratégias anteriores; incorporação de estratégias anteriores e troca por estratégias mais rápidas e eficientes; incorporação de estratégias anteriores e não elaboração de novas estratégias. Todos que mudaram de estratégias tiveram avanço, mesmo o estudante que desistiu de realizar a atividade, pois, percebeu a limitação da estratégia anterior e pôde fazer a opção de não criar nova estratégia. Já os que somente incorporaram estratégias anteriores e não criaram uma nova estratégia para resolução, não tiveram avanço.

Sattar também fez menção em usar técnica já conhecida, o método da chave, conforme observado no diálogo:

Professora pesquisadora: Me diz uma coisa, então, **se eu aumentar ainda mais a quantidade... 500!** É fácil fazer assim?

Sattar: Não!!!! **A gente teria que fazer com a divisão, porque é muito!**

Professora pesquisadora: **Mas desta forma, estamos fazendo divisão, não estamos?**

Sattar: É!... mas o da chave! (AD_1020082015).

Podemos perceber como a mediação fez parte da composição do movimento de atribuição de sentidos e significados, ao analisarmos a resposta de Sattar. A mediadora percebeu uma dúvida do estudante quanto à aprendizagem do conceito de divisão, como se, ao usar estratégias não convencionais na resolução da situação-problema não estivesse fazendo a divisão. Observamos que a intencionalidade na pergunta da mediadora possibilita compreender se o estudante atribui ou não sentidos e significados ao conceito de divisão. Ao ser questionado, Sattar explicita que considerou como divisão, a maneira como resolveu anteriormente, porém já percebe que o método da chave também resolve essa situação e com economia de pensamento, já agregando outros sentidos e significados ao conceito de divisão.

Etapa 2 - Apresentação e uso do ábaco

25/08/2015 - Iniciamos a atividade, retomando a última versão do problema desencadeador, que foi deixado como um desafio para os estudantes. Estes deveriam encontrar novas estratégias para resolução dessa versão do problema, já que a quantidade de vasos apresentada foi interpretada por eles como dificultadora para a resolução. De uma maneira geral, os estudantes sabiam como, porém não resolveram o desafio proposto, fazendo uso das estratégias não convencionais que adotaram para resolver as outras versões do problema desencadeador, alegando a dificuldade de divisão com a quantidade elevada.

Para resolução desta versão do problema, foi apresentado aos estudantes o ábaco, como um material alternativo para resolução do problema dos sete jarros. Apresentamos o instrumento aos estudantes e observamos que alguns não conheciam o instrumento. Diante desta constatação, distribuímos alguns ábacos para que manuseassem. Fizemos algumas adições e subtrações, com a finalidade de se familiarizarem com o instrumento.

Com isso, esta atividade que inicialmente tinha sido planejada para ser realizada em duas aulas foi ampliada para quatro aulas.

Figura 13 – Estudante utilizando o ábaco



Fonte: arquivo da professora pesquisadora.

27/08/2015 - Propusemos aos estudantes que fizessem as divisões já apresentadas nas situações-problema. Os ábacos foram disponibilizados aos grupos de estudantes em quantidade suficiente para que pudessem realizar as divisões propostas. Disponibilizamos também fichas com representações de ábacos vazios, para que as divisões pudessem ser registradas. Assim, fizemos as divisões de 27 por 3, de 84 por 3 e de 426 por 3, desconsiderando a quantidade de líquido apresentada no problema desencadeador, considerando apenas a quantidade de vasos que deveriam ser divididas entre os três amigos.

Os ábacos foram utilizados nesta pesquisa, como recurso didático com a finalidade de auxiliar na divisão, na compreensão do significado da posição do algarismo do numeral, quando diante da necessidade dos agrupamentos para a divisão. Uma sugestão didática para fazer relação com a história virtual proposta, é que cada ábaco represente um dos três amigos. Neste caso, a limitação esperada para esta ação, está na quantidade de ábacos a ser usada pelos estudantes.

Diante da realização desta tarefa, destacamos alguns comentários feitos por um dos estudantes, por consideramos relevantes para a análise. Neste momento, Mohammed explicita sua percepção do movimento de agrupamento para realização da divisão (Episódio 4).

Mohammed: “Ah, é por isso que dá o abraço!

Professora Pesquisadora: Que abraço?

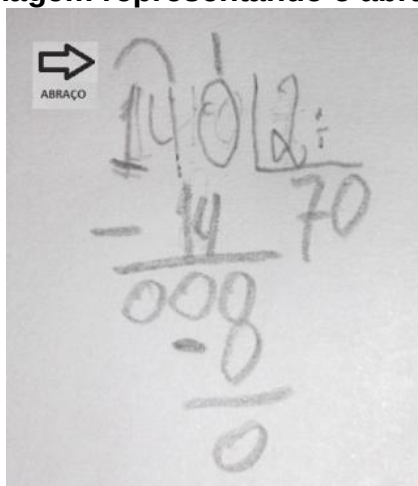
Mohammed: **Ali, olha, quando preciso trocar uma unidade por dez, aí fica dez, aí, quando fazemos na continha, tem que dar o abraço, para virar dez!**

Professora pesquisadora: Você está dizendo da resolução usando a chave?

Mohammed: É, aí a gente faz igual do ábaco, tira um daqui e passa dez pra lá. É igual, só que aí, a gente dá um abraço, e vira dez. Aí dá pra fazer a conta, só **usando o número e não o ábaco**. Agora eu já sei! (AD_0127082015).

Nossa interpretação, é que a interjeição de Mohammed indica que ele estava aprendendo o método da chave, mas não tinha desenvolvido sentido acerca do conceito relacionado ao sistema numérico posicional. Com esta situação, inferimos pela sua manifestação que o estudante demonstra a formação de sentido pessoal ao relacionar o desagrupamento realizado na divisão usando o ábaco e o uso do algoritmo, ou seja, quando compreende a necessidade do agrupamento e da posição do algarismo para a realização da divisão. Percebemos o surgimento de motivo eficaz, ou seja, motivo gerador de sentido sobre a operação de divisão, pois o estudante já prediz o uso de algoritmo como um modo geral para resolver a divisão.

Figura 14 - Imagem representando o abraço na divisão



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

O diálogo juntamente com a imagem mostram certa compreensão de Mohammed quanto aos agrupamentos e o sistema posicional, estes passam a ter sentido, pois observamos como ele repetiu o “14” na segunda linha, como que colocando 14 peças na posição das dezenas, uma vez que o 1 da 1ª linha, na posição das centenas foi desagrupado para compor 10 unidades de dezena, na 2ª linha do registro da operação de divisão (Figura 12).

Após concluírem as divisões propostas inicialmente, as divisões de 140:2, 1004:2, 137:4, 800:5, deveriam ser efetuadas com o uso do ábaco. A finalidade desta atividade era a de que os estudantes percebessem a importância da posição dos algarismos no nosso sistema de numeração, bem como as regras de agrupamento e reagrupamento. Para realização desta proposta, estava à disposição dos estudantes materiais diversos (palitos, tampinhas, canudos, papel, etc), já disponibilizados e utilizados como suporte para resolução das outras versões do problema desencadeador. Disponibilizados também vários ábacos, com argolas de formatos e cores diferentes. As argolas foram retiradas previamente dos ábacos, e separadas em recipientes por a cor e a forma, desta forma, os estudantes podiam escolher aleatoriamente o material. Diante desta situação, destacamos o diálogo no Episódio 4:

Sarah: mas, como dá pra fazer a divisão, não dá pra fazer no ábaco...

Professora pesquisador: por que não dá?

Sarah: Como vou fazer pra dividir, num ábaco só? Vai misturar tudo, se usar as cores diferentes também vai misturar.

Professora pesquisadora: mas será que precisamos usar um ábaco só?

Sarah: Não sei...

Professora pesquisadora: quando fez a primeira divisão, quando usou os canudos, como fez?

Sarah: coloquei um canudo de cada cor para cada amigo, aí dividi igual pra cada um.

Professora pesquisadora Será que não dá para fazer semelhante, só que usando o ábaco?

Sarah: Só se usar um ábaco pra cada amigo. Aí dá! Posso pegar lá?

Professora pesquisadora Claro que pode. Vai lá.

Sarah: **peguei quatro ábacos.**

Professora pesquisadora Mas porque quatro?

Sarah: Ué, se **são três amigos, é um pra cada um, e mais um pra eu colocar o total.**

Professora pesquisadora: Entendi, então agora me mostra como vai fazer.

Sarah: assim olha, neste daqui, coloco o 426. Aí vou dividindo um de cada vez, até acabar.

Professora pesquisadora E vai começar por onde?

Sarah: Pela centena, igual na chave, aí vai sobrar um, aí eu troco por dez e coloco na dezena e faço igual. Se eu começar pela unidade, não vai dar para trocar.

Professora pesquisadora Então faz, me mostra.

Sarah: Aí, coloco um pra cada um, até acabar a dezena, aí divido a unidade. Pronto, olha aí, deu certo, não sobrou nada! Cada ábaco ficou com 142, quer dizer, cada amigo ficou com 142 jarros. Viu!

Professora pesquisadora Olha, você conseguiu! Dividiu em partes iguais o total que os amigos tinham! Parabéns! Já que sabe como é, na próxima aula, vou te propor um desafio! Tenho certeza que vai conseguir! (AD_0227082015).

Figura 15 – Estudante utilizando o ábaco para fazer divisões



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Os estudantes puderam utilizar, entre outros materiais disponibilizados, o ábaco como possibilidade de superação das limitações encontradas com o uso de estratégias anteriores, o que favoreceu o entendimento da necessidade da posição do algarismo, dos agrupamentos e desagrupamentos ao realizarem as divisões. Ao se depararem com a limitação do ábaco, perceberam a necessidade de novas estratégias, como pudemos observar nos episódios destacados, a análise desses episódios nos deram indícios de um salto qualitativo na compreensão dos estudantes, diante de situações que envolviam divisão.

A análise deste episódio nos permitiu observar uma qualidade nova de pensamento, ao concluírem que a estratégia usada até então não era a mais eficiente, ou seja, tanto o uso de desenhos quanto o uso do ábaco não favoreciam o desenvolvimento do problema desencadeador. Esta situação favoreceu a compreensão dos estudantes diante de situações que envolvem divisão, possibilitando a formação de sentidos e significados ao compreender as relações de divisão que aparecem na situação-problema, apresentando sinais de desenvolvimento do conceito de divisão. Ao se depararem com as limitações esperadas com as ações propostas com o ábaco, ou seja, ao utilizarem o ábaco como forma de representação de cada um dos divisores, necessitaram de muitos instrumentos para o desenvolvimento da situação-problema. Perceberam a necessidade de novas estratégias, de qualidade nova de pensamento, numa relação de superação por incorporação, o que permitiu o entendimento da posição do algarismo no sistema de numeração e também dos agrupamentos e

desagrupamentos para realizarem as divisões.

29/08/25 – Iniciamos a atividade retomando as divisões propostas no encontro anterior, o que possibilitou aos estudantes a verificação das possibilidades de agrupamento, considerando o valor posicional, inclusive do zero, que conduziu para a necessidade de desagrupamento. Iniciamos fazendo a divisão $426:3$.

Figura 16 - Realizando a divisão $426:3$, iniciando pela unidade.



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

O grupo de Maryan iniciou a divisão pela unidade, e aproveitamos esta situação para exemplificar para os demais estudantes. Sattar também questionou se era possível iniciar a divisão pela unidade, quando utilizamos o ábaco. Logo os estudantes perceberam que, nesta situação, não era o modo mais eficaz para dividir 426 por 3. Distribuíram a unidade, cada amigo ficou com duas. Em seguida, ao fazer o desagrupamento da dezena, ficaram com 20 peças na unidade para distribuírem novamente, tendo que considerar as duas unidades que já distribuídas anteriormente. Por fim, distribuíram a centena, cada amigo ficou com uma, porém, restou uma dezena para ser desagrupada e distribuída entre dezenas e unidades, sem desconsiderar as unidades já tinham distribuídas.

Destacamos o diálogo a seguir, Episódio 5, para análise.

Maryan: pro, **assim ta com muita peça.** (aponta para o ábaco)
 Professora pesquisadora: Como estão fazendo?

Maryan: **ué, pegamos daqui (aponta para posição da unidade) e dividimos um pra cada.**
 Professora pesquisadora: e aí, como fizeram? Acabaram as peças?
 Maryan: **peguei da dezena e troquei por dez, aí coloquei na unidade e dividi ... mas aí,**
 ficou muita peça, parece que está errado!
 Kadija: ficou igual a história dos pastores, **ficou um monte de peça!**
 Professora pesquisadora: isso mesmo, é porque tiveram que desagrupar, e transformaram
 tudo em unidade, ficou mesmo parecido com o problema dos pastores. Mas então, será que
 começar pela unidade é o melhor?
 Maryan: não, porque aí **a gente fica com muita peça. Tem que começar pela centena,**
igual na chave (AD_00127082015).

Esta tentativa permitiu que os estudantes percebessem a ineficácia deste processo, ou seja, perceberam que iniciar a operação pela unidade era possível, porém era muito trabalhoso lidar com grande quantidade de peças. A distribuição das peças no ábaco ficou confusa e, quando diante da necessidade de fazer o desagrupamento, ficavam com muitas peças para distribuir, perceberam também que levaria um tempo muito grande para distribuir todas as peças.

Nossa interpretação é que os estudantes tinham compreendido como proceder para realizar a divisão, ou seja, a técnica. Também aqui observamos que os estudantes buscaram a economia de energia de pensamento, buscando estratégias eficazes para resolução. Esta atividade os levou a concluir a limitação das ações propostas com o uso do instrumento, pois dividir por 4 ou 5. Nesta proposta, requer o uso de muitos ábacos, no caso 5 ou 6, respectivamente, neste momento, os estudantes já mencionam o uso da divisão com chave para realização da divisão.

Em destaque, apontamos um diálogo em destaque no Episódio 6 que evidencia a dificuldade dos estudantes em utilizar uma grande quantidade de ábacos para realizar a divisão:

Professora Pesquisadora: Olha, você conseguiu! Dividiu em partes iguais o total que os amigos tinham! Parabéns! Já que sabe como é, vou te propor um desafio, faz então a divisão 523:5.
 Sarah: **523:5? Vai precisar de muito ábaco...Vixe, de seis?!**
 Professora Pesquisadora: Seis? Por quê?
 Sarah: **Ué, são cinco pra dividir e um pra colocar o total.** É muito ábaco, nem cabe na mesa. (AD_00227082015).

No trecho do diálogo a seguir, também parte do Episódio 6, pudemos observar que Sarah já prediz um pensamento generalizante do processo de divisão com ábacos, mencionando o uso da técnica de divisão com chaves para realizar a divisão, podemos inferir que a estudante formou um sentido pessoal sobre o uso de

técnica para resolver a divisão, fazendo uma relação entre a divisão que realizou, distribuindo igualmente as peças do ábaco, e a possibilidade de realizar a divisão usando algoritmo.

Professora Pesquisadora: Mas dá pra fazer?

Sarah: acho que dá, mas vou ter que pegar mais ábaco.

Professora Pesquisadora: então pega mais lá na mesa.

Sarah: posso fazer nessa mesa? É maior!

Professora Pesquisadora: Claro que pode.

Sarah: **Então tá. Vou colocar aqui o 523, agora, vou dividir um pra cada um. Não sobrou nada na centena.**

Professora Pesquisadora: E agora, como faz?

Sarah: Ué, vou pra dezena.

Professora Pesquisadora: mas não tem suficiente.

Sarah: É mesmo .. já sei, vou trocar uma dessa por dez e coloco na unidade.

Professora Pesquisadora: Pode ser, mas ainda fica uma peça na unidade, aí faz como?

Sarah: troco ela também, e divido tudo por cinco.

Professora Pesquisadora: mas vai dar certo, um para cada ábaco?

Sarah: Não, vai sobrar três.

Professora Pesquisadora: mas pode? Não tem que dividir tudo?

Sarah: Tem, mas não dá. Não dá mais pra trocar. Vai ficar este aí sem dividir.

Professora Pesquisadora: Isso mesmo, vai ficar sem dividir, sabe como chamamos quando não dá para dividir?

Sarah: Acho que é resto, a prô falou.

Professora Pesquisadora: Isso mesmo, porque ficou este “resto” que não foi possível dividir. Parabéns, você se saiu muito bem. Agora me diz uma coisa, será que **quando temos um divisor maior que três será que compensa fazer a divisão usando o ábaco?**

Sarah: Eu acho que não, porque **tem que usar muito ábaco, e a gente se confunde. Acho que é mais fácil usar a chave** (AD_00327082015).

Figura 17 - Estudante fazendo a divisão usando 5 ábacos



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Diante deste episódio, pudemos inferir novamente o princípio de economia de energia de pensamento, pois diante da quantidade de ábacos que poderiam ser usados para realizar as divisões propostas, seria necessário o uso de nova estratégia para resolução. Observamos também transformação na relação quantidade-qualidade, em que um pequeno aumento na quantidade - divisão com divisor maior que cinco - desembocou na modificação da qualidade - dificuldade do

uso do ábaco para realizar tais divisões - promovendo a necessidade de nova qualidade de conhecimentos para resolução do problema.

Retomando as discussões da atividade anterior, fizemos aos estudantes as seguintes questões, com a finalidade de organizar as principais ideias das fases relacionadas às aulas sobre divisão, já que outras atividades foram desenvolvidas para que aprendessem a utilizar o ábaco: Foi possível realizar todas as divisões propostas? Vocês perceberam se o instrumento que trabalhamos tem limitações? Será que fazer as divisões com o ábaco é a maneira mais simples? Algum de vocês conhece outra maneira de realizar estas divisões? Que maneiras conhecem?

Tendo como foco as respostas dadas às questões, fizemos uma síntese reflexiva das ações desenvolvidas com os estudantes, e verificamos as limitações das diversas estratégias usadas, o que levou ao uso do método da chave, como um método geral para a divisão. Apresentamos o diálogo, Episódio 7, para ilustrar o momento da elaboração da síntese com os estudantes.

Professora pesquisadora: nós já trabalhamos bastante, desde o primeiro dia. Já aprendemos sobre Malba Tahan e Júlio César e sobre a Arábia, como as pessoas se vestem, seus turbantes, como se locomovem, os camelos... lemos a história do Sete jarros, resolvemos o primeiro problema, vocês lembram? Não podíamos usar o método da chave, porque na época que o calculista viveu, não conheciam ainda este método.

Hamid: era mais fácil, aí ficou difícil e agora, mais difícil?!

Professora pesquisadora: não vai ficar mais difícil não! Na primeira versão do problema, pudemos trabalhar usando vários materiais, na segunda versão também.

Hafida: foi mais difícil porque tinha mais quantidade.

Professora pesquisadora: isso mesmo, **com 426 jarros para serem divididos dificultou para resolvermos usando estas estratégias. Foi possível fazer assim?**

Estudantes: Não!!!!

Professora pesquisadora: por quê?

Khadija: porque **tem muita coisa pra dividir, mas com o ábaco dá.**

Professora pesquisadora: isso mesmo! Usamos o ábaco para resolvermos esse problema.

Khadija: **mas com 5 pra dividir já é difícil, porque fica muito ábaco. Aí dá pra dividir com a chave** (VD_00101092015).

Diante das discussões, inferimos que os estudantes compreenderam que o uso de certas estratégias usadas anteriormente para a realização de divisões (distribuição de palitos e canudos, desenhos e ações envolvendo o ábaco) possuía limitações e quando diante de divisões onde os números envolvidos tem uma ordem de grandeza que inviabiliza o uso destas estratégias, a tentativa é utilizar algoritmo da divisão. A síntese realizada juntamente com os estudantes revela a possibilidade deles se apropriarem dos modos de produção do conhecimento

humano. Este movimento de negação por incorporação possibilita o desenvolvimento de qualidade nova de pensamento e, conseqüentemente a produção de sentido e significado sobre o conceito de divisão.

Etapas 3 - uso do algoritmo de divisão - método da chave

01/09/2015 – Iniciamos esta etapa, retomando as discussões realizadas no encontro anterior.

Observada a necessidade do uso de uma estratégia mais generalizante, apresentamos aos estudantes o *método da chave*, em seus métodos longo e curto. Propusemos então, que resolvessem, além das divisões das etapas anteriores, as divisões: $140:2$, $1004:2$, $137:4$ e $523:5$. Deveriam usar o *método da chave* e observar a existência ou não de resto. Explicamos que os homens nas suas tentativas, ao longo da história, chegaram a considerar formas mais simples e gerais, através de algoritmos, essas formas dão conta de todas as divisões entre dois números.

Iniciamos então, a resolução das divisões, em destaque Episódio 8:

Professora pesquisadora: Como iniciamos a operação da divisão na chave?

Mohammed: tem que montar a conta!

Professora pesquisadora: Isso mesmo, “montamos a conta”, da forma sistematizada que o homem desenvolveu, o algoritmo. Mas começamos por onde?

Sattar: coloca na chave enquanto a gente vai dividir, e fora dela o número que a gente quer dividir.

Professora pesquisadora: Isso mesmo, assim? (aponta para a lousa).

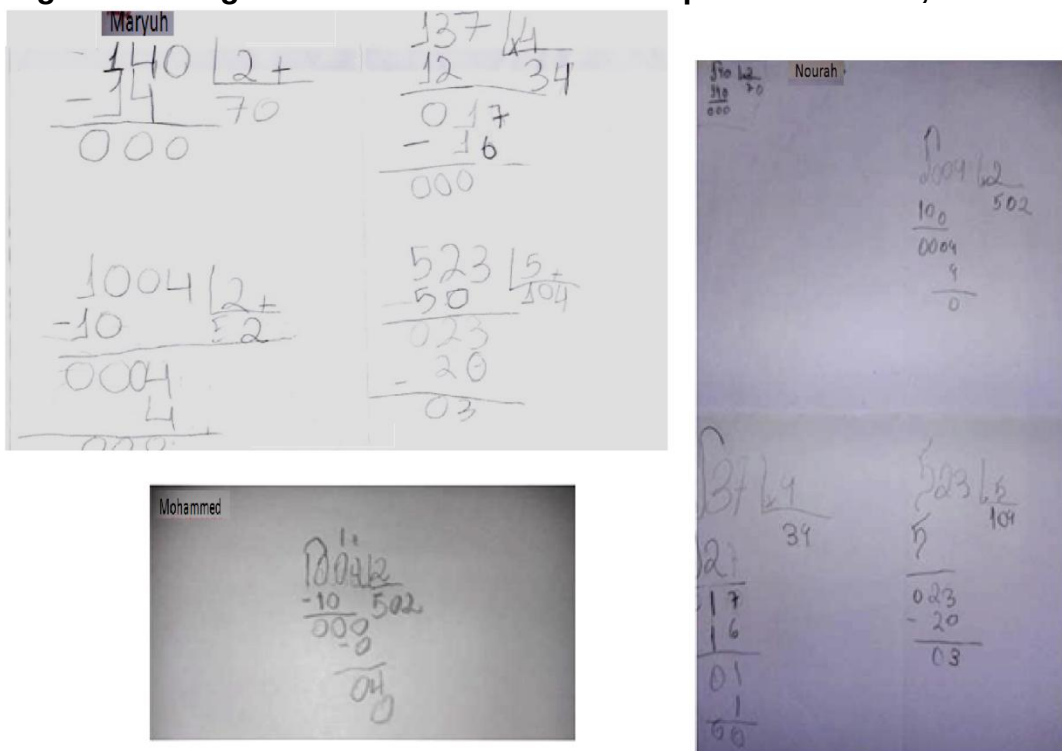
Estudantes: É!!!!!!

Professora pesquisadora: e depois?

Mohammed: Tem que procurar na tabuada pra ver, e aí vai fazendo (AD_00101092015).

Apresentamos na Figura 18 os registros de Mohammed, Nourah e Maryuh por trazerem informações que evidenciam a compreensão dos estudantes do algoritmo, ao resolverem as divisões e a formação de sentidos e significados quanto à forma mais generalizada da divisão, no caso, a divisão com a chave. Segue a análise das atividades que nos auxiliou nas conclusões finais desta pesquisa.

Figura 18 - Registro das divisões realizadas por Mohammed, Nourah e Maryuh.



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Ao analisarmos a resolução de Maryuh, apresentada na Figura 18 (Episódio 7), observamos que embora aparentemente não tenha mostrado dificuldade para realizar as divisões propostas, ela não percebeu o resto como parte da divisão quando dividiu 137 por 4. Também não apresentou domínio para realizar os desagrupamentos necessários para dividir 1004 por 2, ou seja, não desagrupou a unidade de milhar para a casa da centena, e também não desagrupou a casa da centena para a dezena, o que nos leva a concluir que, nesta divisão, a estudante atribuiu algum sentido ao valor posicional do 1, porém não atribuiu significado a este conceito. A estudante não faz relação entre o uso do ábaco e o algoritmo, inferimos que é pelo fato dela já ter manipulado a técnica anteriormente. Já na divisão de 523 por 5 foi capaz observar e trabalhar com o desagrupamento necessário para realizar a divisão e também não desprezou o resto. Nossa interpretação é que lhe foi atribuído sentido, possibilitando realizar a divisão corretamente.

Nourah realizou as divisões sem auxílio da professora ou de colegas. Inferimos que identificou o valor posicional do zero na divisão de 1004 por 2 como

parte da divisão, porém, o fato de Nourah realizar a conta corretamente, não significa que ela tenha atribuído significado na relação posicional.

Em relação à atividade de Mohammed, observamos que embora com auxílio da professora pesquisadora, concluiu a divisão adequadamente, o que nos leva a concluir que atribuiu sentido e significado à operação de divisão.

Nossa interpretação é que os estudantes que realizaram a divisão corretamente podem ter feito alguma relação com o sentido atribuído por eles ao conceito de divisão, o que possibilitou o uso da técnica para realização da divisão.

Propusemos a elaboração de uma síntese das discussões e conclusões, quanto aos conceitos trabalhados durante o desenvolvimento da AOE, fizemos o uso de questões norteadoras: Quais estratégias usamos para resolver as divisões apresentadas durante nossos encontros? Existe algum método que é certo ou errado? Será que as estratégias não convencionais que usamos não podem ser usadas só porque aprendemos um algoritmo geral da divisão? Em todas as situações onde aparecem divisões, o algoritmo convencional é o mais indicado? Que conclusões podemos chegar?

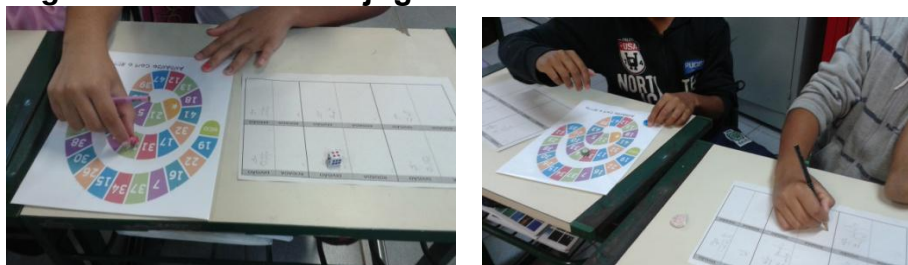
Com a síntese, é possível inferir que os estudantes perceberam a limitação das estratégias utilizadas por eles para resolução dos problemas, ou seja: a limitação do uso de desenhos; do uso de materiais, no que se refere à quantidade de peças; uso do ábaco, entre outras limitações. Chegaram a considerar também formas mais simples para resolução de divisões, conforme as grandezas apresentadas no problema, o que demonstra o desenvolvimento de novas formas de pensamento, com qualidade nova, que favorecem o desenvolvimento de conceitos sobre a operação de divisão.

Etapas 4 - Jogo com propósito pedagógico

03/09/2015 - Para finalizar a intervenção, apresentamos aos estudantes o jogo “andando com o resto”, com o objetivo de identificar quais estratégias seriam usadas por eles na resolução de situações-problema que envolve a divisão; verificar se identificam o algoritmo da divisão como operação para a resolução de problemas e se reconhecem o resto na divisão. Os estudantes foram orientados que poderiam fazer uso de quaisquer estratégias para resolução das divisões do jogo. Para tanto,

materiais como palitos, canudos, tampinhas, lápis, papel, ábacos foram deixados à disposição.

Figura 19 - Estudantes jogando “Andando com resto”



Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Professora pesquisadora: Vamos começar o jogo! Primeiro, tem que jogar o dado, ver quanto deu na face superior, pegar o marcador e andar a quantidade de casas que apareceu na face. Os dois jogadores fazem assim. Deu?

ESTUDANTES: deu!!!!

Agora, olha em que casa está parado.

Nayrah: 22

Professora pesquisadora: 22?! Então agora joga o dado, veja qual o valor deu na face!

Nayrah: deu 5!

Professora pesquisadora: **Então agora, na ficha, marca o número da jogada que estão fazendo. Agora faz a divisão que apareceu, 22:5.**

Nayrah: assim?

Professora pesquisadora: Isso, **faz a “continha”! Deu exata?**

Nayrah: **não, sobrou 2.**

Professora pesquisadora: **Então vai andar o valor que deu o resto. 2. Vai andar duas casas.**

Nayrah: **Ah! Sempre assim?**

Professora pesquisadora: sempre! (AD_00103092015).

Foi possível notar, no diálogo em destaque do Episódio 9, que os estudantes não tiveram dificuldade para entender as regras do jogo. Utilizaram o algoritmo da chave para fazer as divisões que surgiram, não observamos outra estratégia de resolução ao analisarmos as fichas de respostas.

Figura 20 - Imagens das fichas com as divisões

DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO
$\begin{array}{r} 32 \overline{) 64} \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$	3	$\begin{array}{r} 37 \overline{) 74} \\ \underline{74} \\ 0 \end{array}$

DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO
$\begin{array}{r} 32 \overline{) 64} \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$	2	$\begin{array}{r} 32 \overline{) 64} \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$	3	$\begin{array}{r} 37 \overline{) 74} \\ \underline{74} \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 15 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$	5	$\begin{array}{r} 32 \overline{) 64} \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$	6	$\begin{array}{r} 37 \overline{) 74} \\ \underline{74} \\ 0 \end{array}$

RODADA	DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO
1	$\begin{array}{r} 37 \overline{) 74} \\ \underline{74} \\ 0 \end{array}$	2	$\begin{array}{r} 35 \overline{) 70} \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$	3	$\begin{array}{r} 10 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$
4	$\begin{array}{r} 37 \overline{) 74} \\ \underline{74} \\ 0 \end{array}$	5	$\begin{array}{r} 25 \overline{) 50} \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$	6	$\begin{array}{r} 14 \overline{) 28} \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$

DIVISÃO	RODADA	DIVISÃO
$\begin{array}{r} 25 \overline{) 50} \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$	8	$\begin{array}{r} 17 \overline{) 34} \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$

Fonte: Arquivo pessoal da professora pesquisadora.

Nossa interpretação do Episódio 9, formado pela Figura 18 e diálogo entre a professora-pesquisadora e Nayrah, é que, a relação que as crianças têm com o jogo, no que se refere à rapidez da dinâmica do jogo, à conferência do avanço com o adversário, o desejo de ganhar, possibilita a atribuição de sentidos e significados pela necessidade de fazer cálculos mais rápidos para movimentação na trilha e até para conferência com o adversário, atribuindo sentidos e significados aos passos que vão ajudá-los a perceber regularidades no jogo. Ao introduzirmos o jogo com intencionalidade pedagógica, o estudante pôde atribuir sentidos e significados aos conhecimentos adquiridos anteriormente sobre o conceito de divisão. Ao se depararem com as divisões, não titubearam para definir a estratégia a ser usada, optaram prontamente pelo método da chave como forma mais rápida para resolução

das divisões. Inferimos que o utilizaram com outra compreensão do movimento de construção do conhecimento por possuírem um sentido pessoal sobre o conceito de divisão. Ao jogar várias vezes, observamos que alguns estudantes perceberam regularidades, como por exemplo, todo número dividido por 1 tem como resultado da divisão o próprio número, e já não fazem mais as contas, agilizando cálculos mentais. Consideramos que esta percepção favorece a aprendizagem da divisão.

Estas regularidades podem ser exploradas pelo professor em aulas futuras, mas como o tempo desta pesquisa terminou aqui, não exploramos estas regularidades.

5 CONSIDERAÇÕES

Iniciamos nossa investigação com uma inquietação: Quais sentidos e significados do conceito de divisão podem ser inferidos a partir do desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental? Estes pontos foram centrais para delimitar o foco desta pesquisa, a partir deles, pudemos definir o objetivo geral desta, ou seja: compreender os sentidos e significados do conceito de divisão que podem ser formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino, especificamente explorando algoritmos, para uma aprendizagem que permita o desenvolvimento psíquico do estudante, embasados numa Perspectiva Histórico-Cultural, daí a finalidade desta pesquisa, compreender o ensino e a aprendizagem do conceito de divisão, considerando a relação entre Atividade Orientadora de Ensino e sentidos e significados que podem ser formados nestes estudantes.

Trata-se de uma pesquisa de mestrado profissional que tem como umas das finalidades, contribuir para o trabalho educacional.

Ao longo do trabalho, buscamos compreender, por meio de investigação bibliográfica e empírica, como se deu o processo. Desta forma, esta pesquisa é fruto de análise, tanto das obras teóricas estudadas, quanto dos dados advindos da intervenção realizada na unidade escolar.

Com o objetivo estabelecido, inserido na Psicologia Histórico-Cultural, sintetizamos alguns pressupostos e conceitos que consideramos necessários para a compreensão da contribuição desta teoria, no processo ensino-aprendizagem, no que tange à concepção de homem, processo de humanização, desenvolvimento psíquico, etc. Assim, percorremos estes pressupostos com a intenção de perceber quais as relações desses conceitos com o processo da pesquisa. Buscamos trazer além de elementos teóricos acerca do processo de atribuição de sentido e de significado, discussões pertinentes à organização da atividade pedagógica.

Iniciamos esta investigação com a problemática da pesquisa, trazendo uma abordagem histórico-dialética, bem como elementos estruturantes da Teoria da Atividade e da Atividade Orientadora de Ensino e observações sobre a contribuição da teoria histórico-cultural quanto ao processo de humanização, conceito de número e de divisão.

A escolha dos princípios teórico-metodológicos permitiu uma compreensão referente ao materialismo histórico-dialético, no que diz respeito ao princípio geral de economia de pensamento, relações dialéticas quantidade-qualidade, superação por incorporação e negação da negação; determinação de isolados. Com isso, nos episódios selecionados para análise, pudemos compreender o movimento de formação do conceito.

Esta escolha também nos permitiu a compreensão de elementos da Teoria da Atividade e da formação de sentidos e significados nos estudantes. Não buscamos diferenciar aqui os sentidos e significados atribuídos pelos estudantes, mas trazer alguns desses sentidos possíveis de serem atribuídos na formação de conceitos nos estudantes, ao utilizarem conhecimentos prévios a fim de elaborarem e avaliarem estratégias de resolução da situação-problema proposta na situação desencadeadora de aprendizagem apresentada na Atividade Orientadora de Ensino - o problema dos sete jarros, versão adaptada de uma fábula de Malba Tahan.

Os conhecimentos adquiridos anteriormente pelos estudantes, em outras situações de aprendizagem e utilizados como auxiliares na resolução da situação desencadeadora, influenciaram inclusive na escolha de materiais que melhor representassem as ideias de divisão proporcionadas na situação problema; possibilitando a interpretação do problema desencadeador e também a utilização dos significados apreendidos para outros materiais. Assim, possibilitando aos estudantes a apresentação de formas diferentes de representação, visando à solução do problema, e levando os estudantes a perceberem a limitação de estratégias usadas anteriormente (por meio de palitos, canudos, colagem, desenhos, ações com o ábaco), principalmente no que se refere à relação quantidade-quantidade. Ao aumentar a quantidade de peças a serem divididas, a qualidade das estratégias usadas anteriormente para resolução não eram mais eficazes, promovendo uma qualidade nova de pensamento.

Inferimos sobre a relação de interdependência e a fluência nos modos de resolução do problema, em diferentes versões do problema desencadeador apresentados aos estudantes, pois, apesar do contexto do problema ser o mesmo, ao alterar as quantidades de jarros, a forma de resolução anterior do problema fica limitada com o uso de estratégias não convencionais.

Neste movimento, o isolado aparece com qualidade nova, favorecendo o desenvolvimento psíquico, numa relação de superação por incorporação, pois ao

superar o modo de resolver anterior, houve a necessidade de incorporar novas qualidades das próprias representações dos objetos (como aconteceu na representação do desenho para o ábaco, por exemplo), possibilitando a formação de sentido pessoal acerca dos conceitos envolvidos na resolução da situação-problema. Neste sentido, necessitaram “negar” estratégias anteriores para produzir outro conhecimento capaz de dar conta de uma nova situação-problema.

Inferimos que houve o surgimento de motivo eficaz, ou seja, motivo gerador de sentido e significado, favorecendo o desenvolvimento do pensamento teórico e possibilitando o uso de algoritmo como um modo geral de pensar a operação de divisão, possibilitando o entendimento da necessidade da posição do algarismo no numeral, dos agrupamentos e desagrupamentos ao realizarem as divisões. Os sentidos pessoais e significados atribuídos pelos estudantes acerca do conceito de divisão foram produzidos em diversos contextos no decorrer da intervenção e, numa relação dialética, reconfiguraram-se, possibilitando saltos qualitativos na aprendizagem dos estudantes, ou seja, qualidades novas de pensamento.

Consideramos com isso, que a pesquisa realizada, levou-nos a inferir que AOE é uma possibilidade de organização da prática pedagógica que permite a aprendizagem coerente com conhecimentos científicos, considerando a articulação entre a atividade de ensino que favoreça o desenvolvimento do conceito de divisão pelos estudantes. Por esse motivo, embora o livreto, apresentado como produto final desta pesquisa, componha a sequência de situações desenvolvidas, ele sem mediação adequada e sem concepção teórica, não será eficaz para a formação de pensamento científico nos estudantes, não favorecendo o desenvolvimento de conceitos.

Concebemos que este trabalho faça parte de um processo em movimento. Diante da quantidade de materiais coletados, a limitação do tempo da pesquisa impossibilitou um pleno aproveitamento destes materiais, porém temos a convicção de que estes serão aproveitados em projetos futuros.

A presente pesquisa contribuiu significativamente para a formação pessoal e profissional da professora-pesquisadora. É certo que houve momentos de mudanças de motivos, de contradições e conflitos pessoais, porém ao longo do caminho, estes momentos foram superados, e novos motivos foram surgindo, de forma a chegar até aqui. E o que fica, é que, acima de qualquer título, a atividade de pesquisa gera o conhecimento, a transformação, a formação de novos sentidos e significados. A

professora-pesquisadora declara: com certeza já não sou a mesma de quando iniciei esta pesquisa. Novas inquietações, novos projetos, novos sentidos.

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. O que é um estudo de caso qualitativo em educação? **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v.22, n.40, p.95-103, jul/dez, 2013.
- ASBAHR, F.S.F. Sentido pessoal, significado social e atividade de estudo: uma revisão teórica. **Revista Quadrimestral da associação Brasileira de Psicologia Escolar e educacional**, v.18, n.2, Maio/Agosto, p.265-272, 2014.
- _____. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: Contribuições da teoria da atividade. **Revista brasileira de educação**, n.29, p.108-118, 2005.
- BAURU. **Currículo Comum das Escolas Municipais**, 2012. Disponível em: <http://www.bauru.sp.gov.br/arquivos/arquivos_site/sec_educacao/dpppe/curriculo.pdf>. Acesso em: 14 Out. 2014.
- BERNARDES, M.E.M. **Mediações simbólicas na atividade pedagógica: contribuições do enfoque histórico-cultural para o ensino e aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo. 2006.
- BOCK, A. M. B. A perspectiva sócio-histórica de Leontiev e a crítica à naturalização da formação do ser humano: a adolescência em questão. **Cadernos Cedes**, v. 24, n.62, p.26 - 43, abril, 2004.
- BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto Alegre: editora, 1994.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 14 out. 2014.
- CARAÇA, B. J **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda, 1951.
- CEDRO, W.L; MORAES, S.P.G; ROSA, J.E. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática. **Ciência e educação**, v. 16, n. 2, p. 427- 445, 2010.
- CEDRO, W.L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural**. 2008. 242f. Tese (Doutorado em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2008.
- DANTIZG, T. **Número: a linguagem da ciência**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

DAVIDOV, V.V. **La enseñanza escolar y El desarrollo psíquico**. Havana: Editorial Progreso, 1988.

DAVYDOV, V.V. **Tipos de generalización em La enseñanza**. Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

DIAS, M. S.; MORETTI, V.D. **Números e operações**: elementos lógico-históricos para a atividade de ensino. Curitiba: Ibepex, 2011.

DIAS, M. S.; Atividade matemática no processo formativo do professor. **XVI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Práticas de ensino** – UNICAMP – Campinas, 2012.

_____. **Formação da imagem conceitual da reta real**: Um estudo do desenvolvimento do conceito de perspectiva lógico-histórica. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

DUARTE, N. **A individualidade para si**. Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

FERREIRA, M.S. **Marcas da divisão**: um estudo de caso sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

GERALDO, A.C.H. **Didática de ciências naturais na perspectiva histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

GIARDINETTO, J.R.B. **A concepção histórico-social da relação entre a realidade e a produção do conhecimento matemático**. Revista Millenium. Viseu, IPT, Portugal, ano 4, n.17, p. 239-271, 2000.

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção**. São Paulo: Globo, 1994.

LEFEBVRE, A. **Lógica formal e lógica dialética**. Madrid, Espanha Editores S.A. 1970.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa. Livros Horizonte. 1978.

_____. **Actividad, conciencia, personalidad**. Tradução Librada Leyva Soler, Rosario Bilbao Crespo e Jorge Garcia. Havana: Rditorial pueblo y educacion. 1983.

LIMA, R.R. **Campo multiplicativo**: estratégias de resolução de problemas de divisão de estudantes do 4º ano do ensino fundamental em escolas públicas de

Maceió. Dissertação (Mestrado profissional), Universidade Federal de Alagoas, 2012.

MARTINS, L.M. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica.** Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

MOURA, M. O. (org) **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural.** Brasília: Líber livro, 2010.

MOURA, M.O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A.D.; CARVALHO, A.M.P. de (Org.). **Ensinar a ensinar: didática para escola fundamental e média.** São Paulo: Pioneira Thompson, 2001.p. 143-162.

MOURA, M.O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, ano II, n.12. p. 29-43, 1996.

MOURA, M.O; LANNER de Moura, A.R. Escola: um espaço cultural. **Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re)criar – um modo de lidar com as dimensões do mundo.** São Paulo: Diadema/Secel, 1998.

NASCIMENTO, C.P. **A atividade pedagógica da educação física: a proposição dos objetos de ensino e o desenvolvimento das atividades da cultura corporal.** 2014. 293 f. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2014.

ROSA J.E.; DAMAZIO, A.; CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.1., 2014, p 167-187. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/15761>>. Acesso em: 26 Set. 2015.

SAMPIERI, R.H.; COLLADO, C.F; LUCIO, P.B. **Metodologia da pesquisa.** Porto Alegre: Penso, 2013.

SAVIANI, D. **Pedagogia Histórico-Crítica: primeiras aproximações.** 11 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

SILVA, A. L. M. L. S. **A apropriação do conceito de divisão por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.** 2014. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Centro de Educação. Universidade Federal do Espírito Santo, ES. 2014

SOUSA,V.G.; SOBRINHO, J.A.C.M. Atividade de estudo e o desenvolvimento teórico em matemática. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v.10, n.17, p. 237-259, jul/dez., 2014.

TAHAN,M. **O homem que calculava.** Rio de Janeiro: Record, 1995.

VIGOTSKI, L.S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2ª ed. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.

_____. **O desenvolvimento psicológico na infância**. Tradução Claudia Berlier – São Paulo: Martins Fontes, 1998.

APÊNDICE A - Questionário Curso EaD “Lógica? É lógico!”**TRAÇANDO O PERFIL DA TURMA**

Nome:

Idade:

Graduação:

Ano de conclusão:

Pós:

Ano de conclusão:

Tempo que Leciona:

Ano(s) em que Leciona:

Níveis escolares que já lecionou:

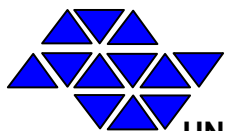
- ✓ Quando você estava em período escolar, como foram suas aulas de Matemática?
- ✓ O que de Matemática você aprendeu na sua formação? Foi suficiente para você se sentir confiante para dar aulas de Matemática?
- ✓ Quais dificuldades você encontra para ensinar Matemática?
- ✓ Quais as dificuldades dos estudantes em relação à aprendizagem da Matemática?
- ✓ Como você percebe que seus estudantes se desenvolvem nas aulas de Matemática?
- ✓ Como é a participação da família, quanto à realização de tarefas, ao auxílio aos estudos? Como você avalia esta participação?
- ✓ Quais suas queixas referentes ao currículo de matemática? Existe descontextualização com a realidade dos estudantes? Quais?
- ✓ Qual o sentido que a matemática tem para você?
- ✓ Qual sua opinião sobre a matemática que o estudantes deve aprender?
- ✓ Quais cursos realizou após a graduação/datas?
- ✓ O que esses cursos têm contribuído e o que sente falta ou gostaria que fosse abordado em um curso de formação?

APÊNDICE B - Entrevista Semi-Estruturada

Sobre divisões...

- 1 - Em que momento da aprendizagem do conceito de divisão os estudantes começam a ter mais dificuldade?
- 2 - Como você trabalha com a divisão?
- 3 - Faça um breve relato de como você desenvolve uma das atividades com os estudantes em relação a divisão. Priorize aquela mais relevante em relação as dificuldades dos estudantes

APÊNDICE C – Produto Final: Atividade Orientadora de Ensino



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

O ENSINO DA DIVISÃO NA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS

BAURU

2016

SUZANA MARIA PEREIRA DOS SANTOS

O ENSINO DA DIVISÃO NA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Produto final apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Mestre à Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Faculdade de Ciências, Campus de Bauru – Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, sob orientação da Profª. Drª. Marisa da Silva Dias.

BAURU

2016

Santos, Suzana Maria Pereira dos.

O ensino da divisão na atividade orientadora de ensino / Suzana Maria Pereira dos Santos ; orientadora: Marisa da Silva Dias. - Bauru : UNESP, 2016

21 f. : il.

Produto educacional elaborado como parte das exigências do Mestrado Profissional em Docência para Educação Básica da Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru

Disponível em: www.fc.unesp.br/posdocencia

1. Conceito de divisão. 2. Atividade orientadora de ensino. 3. Perspectiva histórico-cultural. I. Santos, Suzana Maria Pereira dos. II. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. III. Título.

O Ensino da Divisão na Atividade Orientadora de Ensino

**Suzana Maria Pereira dos Santos
Marisa da Silva Dias**

Apresentação	3
Atividade 01	5
Atividade 02	10
Atividade 03	12
Atividade 04	16
Atividade 05	18
Tabuleiro	19
Créditos	23
Referência	23

Este livreto é parte integrante da dissertação “Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino”, de Suzana Maria Pereira dos Santos, sob orientação da prof^a Dr^a. Marisa da Silva Dias, cujo objetivo foi compreender os sentidos e os significados do conceito de divisão que podem ser formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino, em aulas com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, especificamente explorando algoritmos, para uma aprendizagem que permita o desenvolvimento psíquico do estudante.

Nesta apresentação, apontaremos algumas informações sobre a Perspectiva Histórico Cultural, especificamente sobre a Teoria da Atividade, bem como considerações sobre a Atividade Orientadora de Ensino.

O ensino da matemática ainda está muito ligado ao ensino de técnicas procedimentais, talvez porque alguns professores ainda acreditem que a rapidez e as etapas de resolução constituam os principais objetivos a serem alcançados. Não é comum que os estudantes sejam estimulados a desenvolver estratégias próprias para a resolução de problemas, em especial para os que envolvam a divisão. Esta é uma proposta que vai suscitar uma reflexão sobre o ensino de divisão.

É fato que compreender as etapas de resolução de problemas por meio do algoritmo da chave, permitirá a organização de um determinado raciocínio. Porém ter apenas este conhecimento pode levar o estudante a utilizar somente este método de resolução aprendido, de modo automático, sem apreender o conhecimento incorporado, o significado.

De acordo com Davydov (1982) é necessário a formação nas crianças do pensamento teórico através da apropriação do pensamento científico. Contudo, o que podemos observar, é que a escola não tem dado a devida importância a este conhecimento, ficando o ensino limitado aos conhecimentos empíricos. É função da escola, através da organização do ensino, contribuir para que os estudantes tenham uma aprendizagem que vá além da memorização de procedimentos matemáticos e resolução de intermináveis listas de exercícios, não favorecendo uma formação humana adequada para suprir as necessidades atuais da humanidade.

Nessa perspectiva, Moura (2010) propõe a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), a partir de princípios da Psicologia Histórico-Cultural que se constitui como uma proposta de organização do ensino e da aprendizagem. A AOE tem como elementos estruturantes a intencionalidade do professor, as necessidades, os objetivos, as ações e operações, tanto do professor quanto do estudante.

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, onde indica uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõem ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar, onde professor e estudante são sujeitos em atividade, num movimento dialético, constituindo-se portadores de conhecimentos, afetividade e valores, presentes na forma como realizarão as ações que tem por objetivo um conhecimento de qualidade nova.

As situações desencadeadoras de aprendizagem, como um dos elementos da Atividade Orientadora de Ensino, podem se consolidar em diferentes recursos metodológicos, com a proposição de colocar os estudantes diante de uma situação de aprendizagem, como os jogos, situação emergente e a história virtual. Assim, esta organização de ensino foi planejada envolvendo: uma **história virtual** do conceito, com o objetivo de envolver os estudantes e promover o desenvolvimento do conceito de divisão em partes iguais; **situação emergente**, visando problematizar a divisão por subtrações sucessivas em situação comum envolvendo a divisão dos estudantes em grupos; um **jogo** com propósito de evidenciar o resto de uma divisão entre dois números.

Com base nos princípios da Atividade Orientadora de Ensino, desenvolvemos uma intervenção didática, que tem por objetivo favorecer a generalização do conceito de divisão, especificamente na apropriação dos modos gerais dessa operação que se materializa em algoritmos, para uma aprendizagem que permita, além de tal apropriação, o desenvolvimento da criança, favorecendo ao estudante entrar em atividade de estudo.

Neste sentido, esta intervenção foi dividida em quatro etapas:

- ✓ Etapa 1 - apresentação de uma história virtual e resolução coletiva da situação-problema.
- ✓ Etapa 2 - apresentação e uso do ábaco.
- ✓ Etapa 3 – uso do algoritmo de divisão por meio da chave, método longo.
- ✓ Etapa 4 – jogo com propósito pedagógico.

Objetivos da atividade:

- ✓ Apropriação do conceito de divisão; ideia de partição: divisão em partes iguais, distribuição, medida, grandezas discretas (jarros) e contínuas (líquido)
- ✓ Apresentação de uma história virtual, com uma situação problema sobre divisão
- ✓ Contextualização da situação problema
- ✓ Identificação de estratégias pessoais usadas pelos estudantes para resolução da situação problema apresentada na história virtual
- ✓ Mediação do uso de estratégias não convencionais utilizadas pelos estudantes para resolução da situação problema.

SÍNTESE DA ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE

- ☐ Iniciar a atividade com questões motivadoras:

Quem conhece o livro “O homem que calculava”? Quem foi Malba Tahan? Onde viveu? Quem foi Júlio César de Mello e Souza? - Uma breve história da vida de Malba Tahan e de Julio César de Mello e Souza

- ☐ Ler em voz alta a história adaptada do livro O Homem que Calculava (p.33-37, versão digital) citada adiante.

- ☐ Apresentar, onde se passa a história, localização num mapa, apresentação através de fotos de tipos de vestimenta, turbantes, formas de locomoção; etc., de forma a colocar o aluno em uma vivência no mundo árabe.

- ☐ Elucidar palavras desconhecidas.

- ☐ Projetar slide com uma breve história da vida de Malba Tahan e de Julio César de Mello e Souza, um mapa para facilitar a localização, bem como algumas fotos com vestimentas tradicionais, costumes, etc

- ☐ Organizar a sala em ilhas, propor que os alunos se dividam em 5 grupos. Convidar um estudante para fazer a divisão. Anotar a estratégia usada na lousa. Observar a estratégia usada pelos estudantes para realizarem a divisão. Representar cada movimento da divisão na lousa.

☐ Observar a estratégia usada pelos estudantes para realizarem a divisão. Representar cada movimento da divisão na lousa.

☐ Fazer questões norteadoras:

- Quantos estudantes temos na sala hoje?
- A sala está organizada em cinco ilhas de carteiras. Vamos dividir os estudantes em grupos, Vai um estudante para cada ilha. Quantos sobraram?

☐ Propor aos alunos, que adotem pseudônimos visando a contextualização dos estudantes. Cada um escolhe seu pseudônimo, anota na lista o respectivo nome e recebe um crachá com o nome adotado.

Sugestões de nomes Árabes

MASCULINOS	FEMININOS	MASCULINOS	FEMININOS
ADIB	AISHA	ABDULLAH	NAYRAH
HARMMED	AMANYH	ABDEL	NOURAH
BASHIR	FATIMAH	HAMID	NURAH
SATTAR	HAFIDA	HASSAN	RAMLA
KALLIL	HAFSA	IBRAHIM	SAFIYYA
JIDDAN	HAYAT	MOHAMMED	SAMIRA
FAYAD	HAYFAH	ALI	SAMYRAH
FARID	KHADIJA	MUSTAFA	SARAH
YUSUF	LAYLA	NOURDIN	SAWDA
ABDUL	MALYKA	SAID	ZAYNAB
HAMED	MARYAM	KADER	ZYNAB
AZIZ	MARYUH		

Fonte: Nomes árabes. Disponível em: <http://www.joaoleitao.com/nomes-arabe/nomes-arabes-femininos/?fb_comment_id=478003012246547_6234403#f3b2bd5074>. Acesso em: 26 Jun 2014.

O PROBLEMA DOS SETE JARROS

Depois de cruzarmos a Praça Muazém, também chamada refúgio dos Camaleiros, avistamos a velha Hospedaria das Sete Penas, muito procurada nos dias quentes, pelos viajantes beduínos vindos de Damasco e de Mossul.

A parte mais pitoresca dessa hospedaria das Sete Penas era o seu pátio interno com boa sombra para os dias de verão e cujas paredes se apresentavam totalmente cobertas de plantas coloridas trazidas das montanhas do Líbano. Sentia-se ali um ar de tranquilidade e repouso.

Em velha tabuleta de madeira (junto à qual os caravaneiros amarravam seus camelos), podíamos ler em letras bem talhadas o título:

SETE PENAS

Sete Penas! – murmurou Beremiz, observando a tabuleta. – É curioso!

Conheces por acaso, ó bagdali, o dono dessa hospedaria?

Conheço-o muito bem – respondi. – É um velho cordoeiro de Trípoli, cujo pai serviu nas forças do sultão Queruã. É apelidado o Tripolitano. É bastante estimado por ser de natureza simples e comunicativa. É homem honrado e prestativo. Esse homem, o Tripolitano deve ser bastante original. Ligou o nome de sua hospedaria ao número, e, o sete foi sempre para todos os povos, muçulmanos, cristãos, judeus, idólatras ou pagãos, um número sagrado, por ser a soma do número três (que é divino) com o número quatro (que simboliza o mundo material). E dessa relação resultam muitas coleções notáveis que totalizam sete:

*Sete os dias da semana;
Sete os sábios da Grécia;
Sete os céus que cobrem o mundo;
Sete os planetas;
Sete as maravilhas do mundo.*

la o eloquente calculista prosseguir em suas estranhas observações sobre o número sagrado, quando avistamos, à porta da hospedaria, nosso dedicado amigo o xeique Salém Nasair, que acenava repetidas vezes chamando por nós.

¹ em itálico se refere ao texto original

- Sinto-me feliz por tê-lo encontrado agora, ó calculista! – disse risonho xeiue quando dele nos aproximamos. – Sua chegada, não só para mim, como para três amigos que se acham nesta hospedaria foi altamente providencial.

E acrescentou com simpatia e visível interesse:

- Venham! Venham comigo que o caso é muito sério.

Levou-nos a seguir para o interior da hospedaria. Conduziu-nos por um corredor meio escuro, úmido, até o pátio interno, acolhedor e claro. Havia ali cinco ou seis mesas redondas. Junto a uma dessas mesas achavam-se três viajantes que me pareceram estranhos.

Os homens quando o xeiue e o calculista deles se aproximaram, levantaram-se e fizeram o salã. Um deles parecia muito moço; era alto, magro, tinha os olhos claros e ostentava belíssimo turbante amarelo cor de ovo, com uma barra branca, onde cintilava uma esmeralda de rara beleza; os dois outros eram baixos, ombros largos e tinham pele escura como beduínos da África.

Disse o xeiue apontando para os três muçulmanos:

- Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte:

Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:

7 cheios
7 meio cheios
7 vazios



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade ao meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema? Beremiz depois de meditar em silêncio durante dois ou três minutos, respondeu:

-A divisão dos 21 vasos, que acabais de apresentar, ó xeiue, poderá ser feita sem grandes cálculos. Vou indicar a solução que me parece mais simples..

A solução apresentada por Beremiz foi recebida com muito agrado, não só pelo xeiue, como também pelos seus amigos .

- Esse calculista é prodigioso! Resolveu de improviso um problema que nos parecia difícilimo!

- ✓ Realizar novamente a leitura da História Virtual e propor aos estudantes a resolução do problema apontado sem utilização de algoritmo de divisão, usar estratégias diversas, já que naquela época não sabiam ainda como resolver uma divisão usando um algoritmo.
- ✓ Neste momento, distribuir para cada estudante o problema impresso e também papel para que em grupos resolvam o problema proposto na História Virtual. Um ou dois integrantes de cada grupo farão as anotações do processo de resolução da situação problema. Deixar à disposição dos estudantes diversos materiais que poderão ser utilizados como auxiliares nas estratégias de resolução (tampinhas, palitos, pedrinhas, papéis picados, etc)

PROBLEMA:

Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:

7 cheios

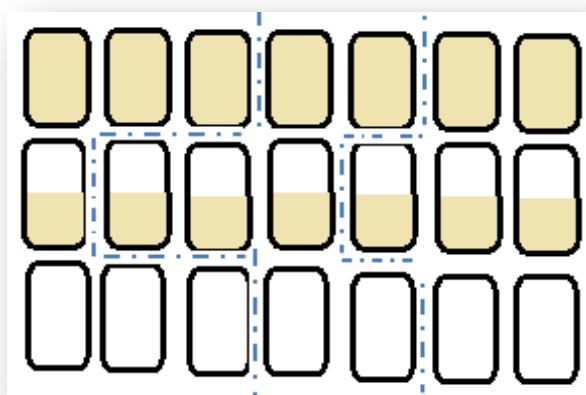
7 meio cheios

7 vazios

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho, sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão.

- ✓ Ao final da atividade, compartilhar as estratégias usadas pelos estudantes para resolução do problema. Decidir coletivamente, qual a maneira mais simples, uma vez que o calculista disse que a resposta era muito simples.
- ✓ Apresentar a solução encontrada por *Beremiz*, possibilitar a comparação com a solução encontrada pelos estudantes; discutir qual das soluções é a mais simples.

Solução encontrada por Beremiz:



Fonte: Elaborado pela autora (2016).

Objetivos da atividade:

- ✓ Verificar a apropriação do modo de divisão das subtrações sucessivas.
- ✓ Verificar se os estudantes fazem uso de estratégias usadas na Atividade 01 para resolução do problema ou se a quantidade de material necessária para materializar o resultado provocou a criação de novos modos de expressão.
- ✓ Por meio da mediação do professor, observar as manifestações de limitações da resolução do problema, como a economia de energia do pensamento , por exemplo.

Apresentando um outro problema...

- ☐ Dividir os estudantes em grupos, usar o método de subtrações sucessivas para dividi-los. Convidar um estudante para realizar a divisão e outro para anotar na lousa.
- ☐ Apresentar o problema dos sete jarros, com outro valor, aumentando a dificuldade.
- ☐ Sugerir que usem a estratégia usada anteriormente para resolução. Como a quantidade é maior, questionar sobre como farão para resolver o problema. Observar as estratégias utilizadas.
- ☐ Propor aos estudantes que façam registros em folha identificada com o número da atividade , identificar cada estudante com o pseudônimo adotado por ele.

NOVO PROBLEMA...

Os três amigos, receberam agora como forma de pagamento pela venda de carneiros, 84 jarros com uma partida de vinho, sendo:

28 jarros cheios
28 jarros meio cheios
28 jarros vazios

Querem agora dividir os 84 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho.

Os três amigos, receberam agora como forma de pagamento pela venda de carneiros, 426 jarros com uma partida de vinho, sendo:

142 jarros cheios
142 jarros meio cheios
142 jarros vazios

Querem agora dividir os 426 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho.

Como faremos para ajudá-los?

- ✓ Vamos nos dividir em 6 grupos hoje, nos distribuindo como na aula passada. Preciso de um estudante para realizar a divisão e um para anotar na lousa. Quantos somos hoje? Mediar a divisão, induzindo para o método das divisões sucessivas.
- ✓ Então vamos lá, 1 aluno para cada ilha, quantos sobraram? Novamente, mais 1 aluno para cada ilha, e agora, quantos ainda sobraram? Então outra vez, 1 aluno para cada ilha, deu? Sobrou aluno? Quantos? Então, vamos mais uma vez, 1 aluno para cada ilha, deu?
- ✓ Ficamos então com seis grupos com quantos estudantes cada, por que?
- ✓ Agora, vamos ajudar os três amigos, como faremos para repartir o vinho, não esqueçam que cada um tem que ficar com 28 jarros e a mesma quantidade de vinho. Quanto de vinho temos no total? Com quanto cada amigo ficará? Dá para resolver usando desenho? Será que não é melhor usarmos uma outra maneira? Será que existe um caminho mais curto para resolver este problema? E se tivermos 426 jarros e 426 litros para dividir entre os três amigos, e não mais 28 jarros?
- ✓ Feitas as discussões, cada grupo achará a melhor maneira de dividir o vinho aos três amigos.

Objetivos da atividade:

- ✓ Trabalhar com agrupamento e princípio do valor posicional dos números – resolução de outras divisões.
- ✓ Observar a eficiência, ou não, da estratégia com o ábaco, quando se varia a quantidade.
- ✓ Por meio da mediação do professor, observar as limitações da resolução do problema.

Divisão do Ábaco : construção do algoritmo

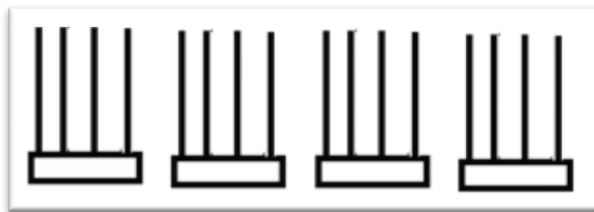
Divisão por 2 e por 3

- ☐ Iniciar o trabalho, apresentando o instrumento - história, utilização, variações,
- ☐ Fazer somas e subtrações para se familiarizarem com o instrumento.
- ☐ Propor aos estudantes que resolvam o problema dos sete jarros utilizando o ábaco, verificando as possibilidades de agrupamento e o valor posicional.
- ☐ Propor também a resolução do problema dos sete jarros com valores aumentados, propostos na atividade 2.
- ☐ Trabalhar com outras divisões, considerando o valor posicional, inclusive do zero, favorecendo a necessidade de “troca” .
- ☐ Realizar a atividade etapa por etapa, usando o instrumento e a lousa ao mesmo tempo.
- ☐ Disponibilizar aos estudantes ábacos e fichas identificadas com o número da atividade, contendo desenhos de ábacos vazios, a fim de realizar o registro da atividade.

❖ Sugestão de leitura:

Número: a linguagem da ciência. (DANTIZG,1970) e Os números: história de uma grande invenção. (IFRAH, 1994).

DIVISÃO



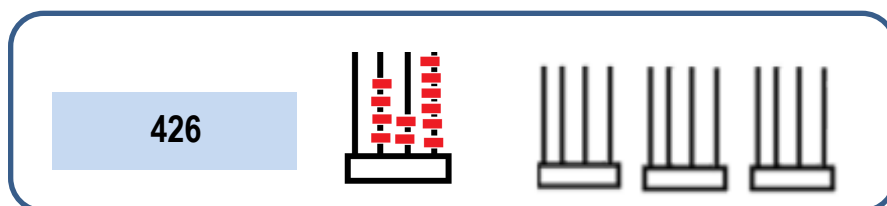
Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Propor aos estudantes que façam, com o auxílio do ábaco, a divisão que aparece no problema dos sete jarros. Dividir os 21 jarros para os três amigos, de forma tal que todos fiquem com a mesma quantidade de líquido. Disponibilizar os ábacos aos estudantes, com a finalidade de traçar estratégias para realizar a divisão. O professor fará a mediação quanto ao uso do ábaco para que as divisões sejam realizadas. Desenvolver o mesmo procedimento para o valor maior apresentado, realizar as etapas da divisão no ábaco e o registra-las na lousa.

Propor aos estudantes que façam a divisão **426:3** utilizando o ábaco

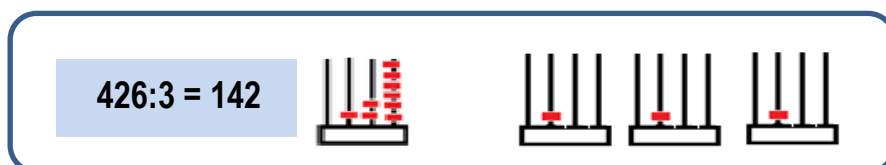
Utilizar os ábacos nesta atividade, como recurso didático. Com a finalidade de auxiliar na divisão, na compreensão do significado da posição, quando diante da necessidade dos agrupamentos para a divisão. Uma sugestão didática para fazer relação com a história virtual proposta, é que cada ábaco represente um dos três amigos. Neste caso, a limitação esperada para esta ação, está na quantidade de ábacos a ser usado pelos estudantes, ao realizarem as divisões propostas.

Observar que neste caso, é esperado o uso de 4 ábacos, um para representar o total de jarros e três para representar cada um dos amigos. Iniciamos a atividade, representando em um dos ábacos o número a ser dividido, assim:



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Representado o número, dividir esta quantidade em três partes, ou seja, em três ábacos. Assim, dividindo cada uma das unidades de centenas:

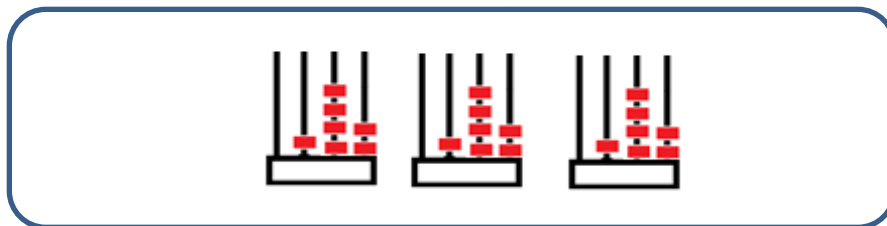


Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Constrói-se a representação na lousa à medida que os movimentos são realizados no ábaco, simultaneamente.

Restou uma unidade de centena, esta deverá ser “trocada” por dez dezenas, ficando assim com doze dezenas que deverão ser distribuídas.

E por fim, distribuem-se as seis unidades.



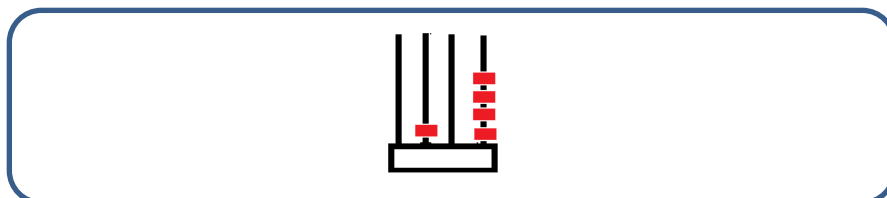
Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Verificando que não restou nenhuma peça no ábaco inicial, portanto não sobrou resto.

DIVISÃO COM TROCAS

Propor aos alunos que façam a divisão **104:2** utilizando o ábaco

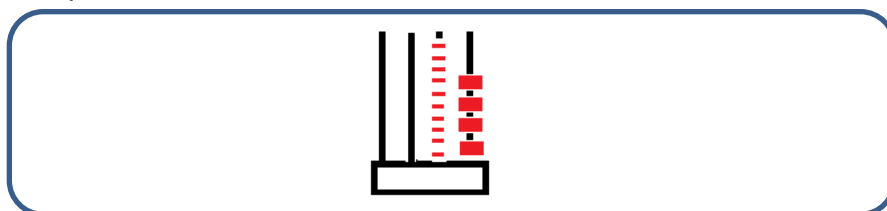
Representando o ábaco, temos:



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

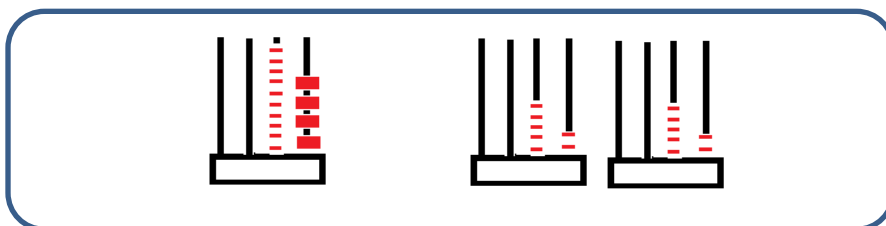
Ao realizarmos a divisão, é possível observar a necessidade de trocarmos a centena por dez dezenas. Por que é necessário fazer a “troca”? O que significa isso?

Explicar aos estudantes a necessidade, por conta do sistema nosso sistema numérico ser posicional, e então realizar a divisão, com as distribuições necessárias. Fazer passo a passo a divisão e a representação na lousa.



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Feita a “troca” realizar a distribuição, a divisão :



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Questionar os estudantes quanto à possibilidade de fazermos outras divisões usando o ábaco. Fazer questões norteadoras do tipo:

- ✓ *Que divisões podemos fazer usando o ábaco?*
- ✓ *Será que conseguimos fazer as divisões propostas a seguir usando o ábaco?*
- ✓ *Vamos fazer?*
- ✓ *Como faremos as divisões?*

Em duplas, distribuir aos estudantes folhas de papel com a identificação da atividade , utilizar os pseudônimos para identifica-los.

Propor aos estudantes outras divisões usando o ábaco:

140:2
1004:2
137 : 4
523:5
895:50

Encerrar a atividade com questões norteadoras:

- ✓ *Foi possível realizar todas as divisões propostas?*
- ✓ *Vocês perceberam se o instrumento que trabalhamos tem limitações?*
- ✓ *Quais limitações?*
- ✓ *Será que é a maneira mais simples realizar as divisões com o ábaco?*
- ✓ *Algun de vocês conhece outra maneira de realizar estas divisões?*
- ✓ *Que maneiras conhecem?*

Objetivos da atividade:

- ✓ Realizar divisões utilizando algoritmos convencionais da divisão – método longo e método curto, observando a existência ou não de resto, com a intenção de que os estudantes façam a relação com o valor posicional.
- ✓ Instigar os alunos a pensar outros modos de resolução mais adequados.
- ✓ Sintetizar junto com os estudantes, o movimento de produção histórica de diversos algoritmos da divisão.

Retomar as discussões da atividade anterior, iniciar a atividade com as questões norteadoras já apresentadas anteriormente, nas outras etapas.

- ✓ *Foi possível realizar todas as divisões propostas?*
- ✓ *Vocês perceberam se o instrumento que trabalhamos tem limitações?*
- ✓ *Quais limitações?*
- ✓ *Será que é a maneira mais simples realizar as divisões com o ábaco?*
- ✓ *Algun de vocês conhece outra maneira de realizar estas divisões?*
- ✓ *Que maneiras conhecem?*

Apresentar duas maneiras de realizar as divisões de forma mais simples, através de um algoritmo.

Alguém sabe o que é um algoritmo?

O uso de estratégias não convencionais para resolução de divisão possuem limitações. Quando nos deparamos com divisões onde os números envolvidos possuem uma ordem de grandeza que inviabiliza o uso de estratégias não convencionais, a alternativa é utilizar estratégias convencionais da divisão. O homem desenvolveu técnicas operatórias com a finalidade de facilitar certos processos, são os algoritmos.

Apresentar os método longo e método curto para resolver a divisão, ou seja, dois algoritmos da divisão.

Dividir 426:3 pelos dois métodos. (fazer o passo a passo no lousa)

MÉTODO LONGO

$$\begin{array}{r} 426 \overline{) 3} \\ \underline{3} 142 \\ 12 \\ \underline{ 12} \\ 06 \\ \underline{ 6} \\ 0 \end{array}$$

MÉTODO CURTO

$$\begin{array}{r} 426 \overline{) 3} \\ 12 142 \\ 06 \\ 0 \end{array}$$

Utilizar questões norteadoras do tipo:

- ✓ Será que o resultado está correto? Como podemos fazer para conferir? Vocês sabem o que é operação inversa? Qual é a operação inversa da divisão? Sempre é possível fazer a operação inversa? Vamos fazer a operação inversa da divisão, que é a multiplicação, para verificarmos se o resultado está correto.

$$142 \times 3 = 426 \text{ correto!}$$

- ✓ Vamos agora fazer as divisões que já fizemos em outras atividades usando um dos algoritmos convencionais da divisão, que tal começarmos com o método longo?

$$140:2$$

$$1004:2$$

$$137 : 4$$

$$523:5$$

Como será que fazemos para dividir $895:50$? É possível fazer esta divisão? Quem pode dar alguma sugestão?

Ao encerrar a atividade, promover uma discussão sobre as estratégias que usamos para fazer as divisões.

- *Tem algum método que é certo ou errado?*
- *Será que as estratégias não convencionais que usamos não podem ser usadas só porque aprendemos um algoritmo?*
- *Em todas as situações onde aparecem divisões, o algoritmo convencional é o mais indicado?*
- *Que conclusões podemos chegar?*

Objetivos da atividade:

- ✓ Identificar quais estratégias usadas pelos estudantes na resolução de problemas que envolvem divisão.
- ✓ Possibilitar que os estudantes utilizem qualquer tipo de algoritmo para resolução de divisão entre dois números.
- ✓ Verificar se os estudantes identificam o algoritmo da divisão como operação para a resolução de problemas, se reconhecem o resto na divisão, bem como algumas regularidades que possam surgir no jogo (divisão por 1, divisão pelo próprio número, etc.).

Apresentar o jogo Andando com o Resto.

Fazer a leitura das regras, número de participantes, etc. e verificar se existe alguma dúvida quanto ao jogo.

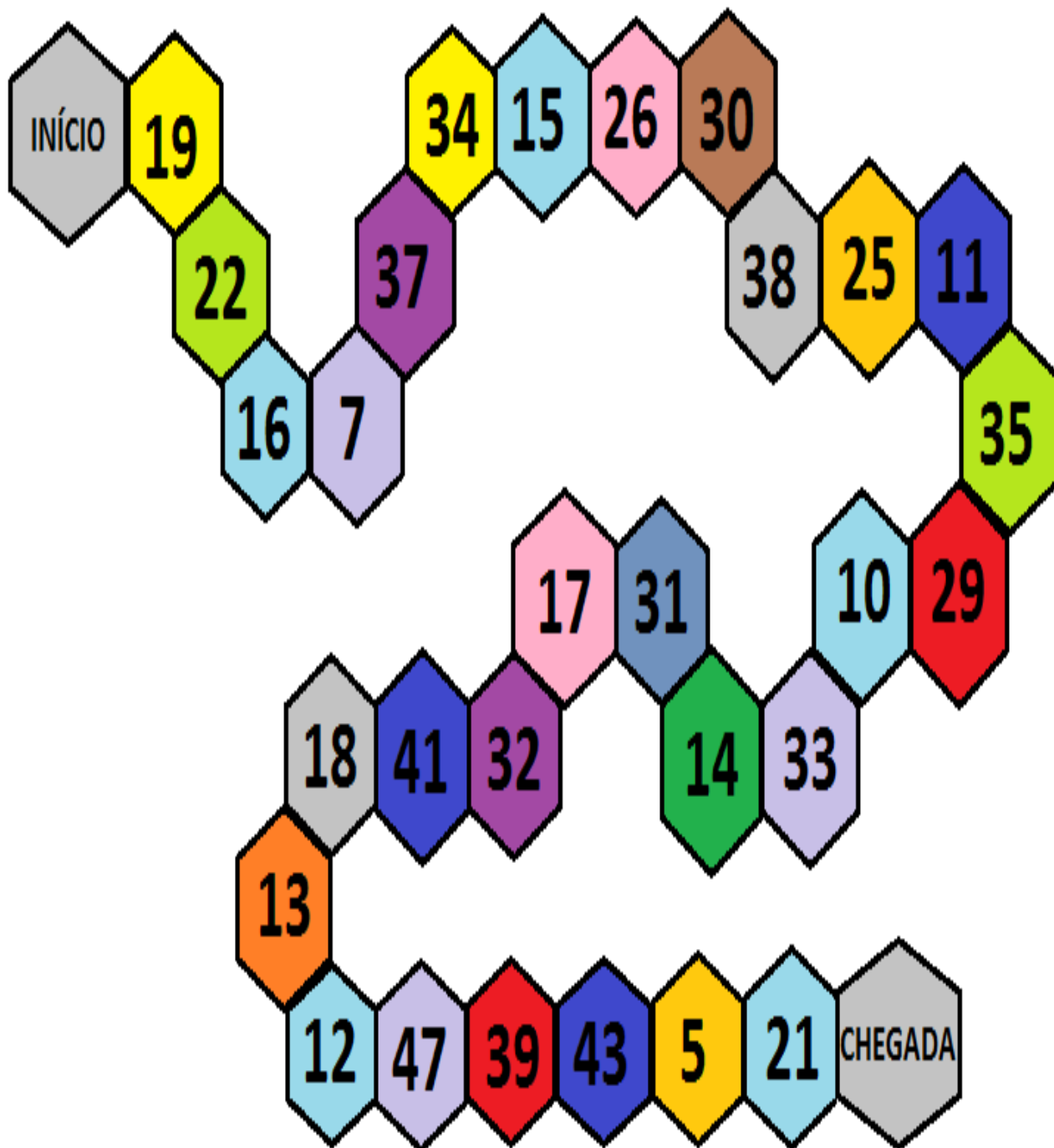
Os alunos deverão se sentar em duplas para iniciarmos o jogo. Cada dupla receberá:

- ✓ 1 tabuleiro
- ✓ 1 dado
- ✓ 2 marcadores diferentes
- ✓ papel e lápis para anotações

INSTRUÇÕES

- 1 - Os jogadores decidem quem vai começar.
- 2 - Na 1ª jogada, cada jogador lança o dado e move o peão conforme o resultado do dado.
- 3 - nas jogadas seguintes, o jogador da vez lança novamente o dado e divide o número escrito na casa em que seu marcador está pelo número tirado no dado, percorrendo o número de casas conforme o resto da divisão.
- 4 - Se a divisão for exata, o jogador permanecerá na casa em que está e passa a vez.
- 5 - Quem alcançar primeiro o fim da trilha será o vencedor.

TABULEIRO



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Autoras: Suzana Maria Pereira dos Santos

Marisa da Silva Dias

Ilustração: Suzana Maria Pereira dos Santos

Diagramação: Wagner Antonio Junior

Referências

DANTIZG, T. **Número: a linguagem da ciência.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

DAVYDOV, V.V. **Tipos de generalización em La enseñanza.** Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção.** São Paulo: Globo, 1994.

MOURA, M. O. (org) **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural.** Brasília: Líber livro, 2010.

APÊNDICE D

Contribuição do membro da banca: Prof. Dr. José Roberto B. Giardinetto

Historicamente, é sabido que o ábaco era instrumento de cálculo de todas as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Os procedimentos de cálculos eram processados em um único ábaco. No caso em questão, na divisão, não importava se o divisor referia-se a uma quantidade maior que a unidade. A limitação do ábaco se deu pela dificuldade de operar o excesso de fichas e, também, pela praticidade do algoritmo, que dispensa a necessidade de se utilizar ábaco, com tantas fichas, para efetuar os cálculos. Um ábaco bastava para dividir uma determinada quantidade por 5, 12, 2000, etc. Por exemplo:

FIGURA 1 : Divisão 104:2

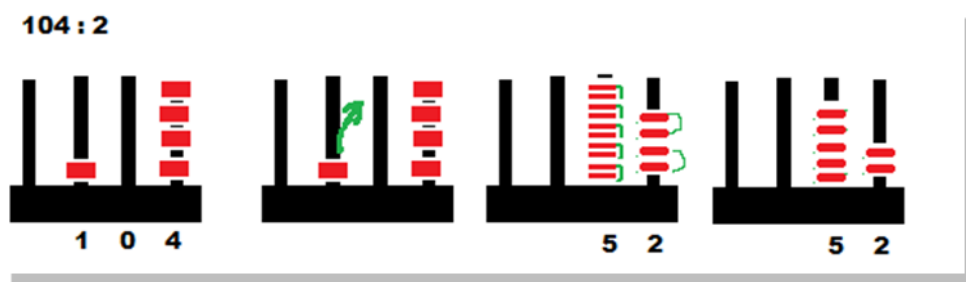


Ilustração: Suzana M. P. Santos

FIGURA 2: Divisão 534:3

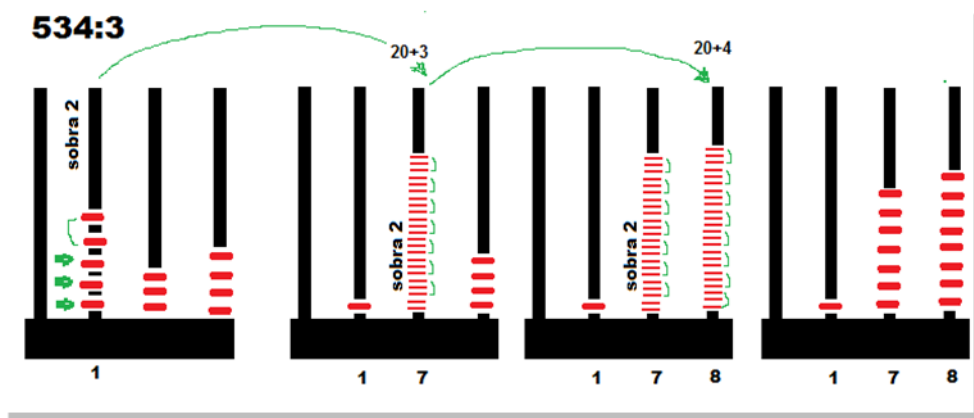


Ilustração: Suzana M. P. Santos

Informações sobre o produto vinculado a esta Dissertação:

Título: O ensino da divisão na Atividade Orientadora de Ensino

Link para visualização: www.fc.unesp.br/posdocencia

**COLE NESSE ESPAÇO O ENVELOPE
CONTENDO O CD/DVD COM O
PRODUTO**