

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

Andreza Martin Silva

Dinâmica ao redor de Psyche

Guaratinguetá/Brasil

2025

Andreza Martin Silva

Dinâmica ao redor de Psyche

Dissertação de Mestrado apresentada ao Conselho da Pós Graduação em Física e Astronomia da Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estatual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestre em Física e Astronomia.

Universidade Estadual Paulista (UNESP)

Programa de Pós Graduação em Física e Astronomia

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

Coorientador: Prof. Dr. Rafael Sfair

Guaratinguetá/Brasil

2025

S586d

Silva, Andreza Martin
Dinâmica ao redor de Psyche / Andreza Martin Silva - Guaratinguetá, 2025.
60 f : il.
Bibliografia: f. 57-60

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Coorientador: Prof. Dr. Rafael Sfair

1. Asteróides. 2. Planetas. 3. Astronomia.
4. Sistema solar. 5. Estabilidade. I. Título.

CDU 523.44

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

ANDREZA MARTIN SILVA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRA EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA E ASTRONOMIA
CURSO: MESTRADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

B A N C A E X A M I N A D O R A:

Documento assinado digitalmente
gov.br
OTHON CABO WINTER
Data: 07/03/2025 16:47:46-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
Orientador - UNESP

Documento assinado digitalmente
gov.br
ROSANA APARECIDA NOGUEIRA DE ARAUJO
Data: 07/03/2025 16:21:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. ROSANA APARECIDA NOGUEIRA DE ARAUJO
UNESP

Documento assinado digitalmente
gov.br
PRYSCILLA MARIA PIRES DOS SANTOS
Data: 07/03/2025 18:18:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. PRYSCILLA MARIA PIRES DOS SANTOS
UERJ

***FEVEREIRO* de 2025**

Dedico este trabalho à minha irmã Angelica.

DADOS CURRICULARES

ANDREZA MARTIN SILVA

NASCIMENTO	20/05/1999 - São Paulo - SP
FILIAÇÃO	Carlos Henrique Xavier da Silva
	Delma Martin
2019 - 2024	Bacharelado em Física
	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
2023 - 2025	Mestrado em Física e Astronomia
	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço à minha família, em especial aos meus pais pelo apoio emocional e financeiro, e por sempre acreditarem no meu potencial.

A todos os meus amigos e colegas de pesquisa que contribuíram com sugestões, discussões e apoio ao longo deste processo, proporcionando momentos valiosos tanto dentro quanto fora da academia.

Ao meu orientador Othon Winter e ao meu coorientador Rafael Sfair, pelo valioso suporte, orientações e constante paciência.

Por fim, agradeço à universidade, que me proporcionou os recursos e o ambiente necessários para desenvolver este trabalho.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

"Nothing in the world belongs to me, but my love, mine, all mine."

Mitski

Resumo

O asteroide Psyche tem recebido atenção significativa na literatura científica por ser um dos maiores corpos do cinturão principal de asteroides, com um diâmetro estimado de cerca de 222 km. Classificado como um asteroide do tipo M, especula-se que ele possa ser o núcleo exposto de um protoplaneta, composto predominantemente de ferro-níquel. Inicialmente, acreditava-se que a densidade de Psyche fosse alta, alcançando valores de até 7.6 g/cm^3, sugerindo uma composição quase inteiramente metálica. No entanto, estudos mais recentes indicam uma densidade menor, entre 3.4 g/cm^3-4.1g/cm^3, revelando a possibilidade de uma mistura de metal com silicatos. Este trabalho explora as dinâmicas ao redor de Psyche considerando os limites inferior e superior dessa faixa de densidade. Para cada cenário, calculamos o potencial gravitacional usando o método de massas concentradas (mascons). Este método simplifica a forma irregular do asteroide ao representá-lo por um conjunto de massas pontuais, mantendo a mesma massa total. Embora não seja o método mais preciso disponível, sua vantagem está na eficiência em termos de tempo de simulação. A partir dos potenciais calculados, identificamos as posições dos pontos de equilíbrio ao redor de Psyche e analisamos sua estabilidade. A estabilidade linear é um fator que influencia diretamente o tempo de permanência de partículas em torno dos pontos de equilíbrio. Para entender esse efeito, simulamos órbitas ao redor de Psyche e analisamos o número de partículas que sobrevivem, colidem com o asteroide ou escapam do sistema, bem como o tempo que elas permanecem em órbita. Essas simulações foram conduzidas tanto sem considerar a pressão de radiação quanto com ela. Na simulação que inclui a pressão de radiação, atribuímos diferentes raios às partículas para determinar o ponto em que elas são varridas da vizinhança do asteroide devido à pressão de radiação. Calculamos também qual seria o raio de uma partícula equivalente à razão área-massa da sonda Psyche, com a finalidade de analisarmos a influência da pressão de radiação sobre a espaçonave. Esses dados são particularmente importantes para missões que planejam explorar o asteroide, como a Missão Psyche da NASA, lançada em 2023. Esta missão é pioneira ao investigar um objeto metálico no espaço, com o objetivo de esclarecer as incertezas sobre a composição e a origem de Psyche, um asteroide que pode oferecer esclarecimentos únicos sobre a formação dos planetas no Sistema Solar.

Palavras-chave: (16) Psyche. Asteroide. Geopotencial. Pontos de equilíbrio. Estabilidade. Pressão de radiação.

Abstract

The asteroid Psyche has garnered significant attention in the scientific literature for being one of the largest bodies in the main asteroid belt, with an estimated diameter of about 222 km. Classified as an M-type asteroid, it is speculated to be the exposed core of a protoplanet, primarily composed of iron-nickel. Initially, its density was thought to be high, reaching values of up to 7.6 g/cm^3, suggesting an almost entirely metallic composition. However, more recent studies suggest a lower density, ranging between 3.4 g/cm^3-4.1g/cm^3 , indicating the possibility of a mixture of metal and silicates. To address this uncertainty, this study explores the dynamics around Psyche, considering both the lower and upper limits of this density range. For each scenario, we calculate the gravitational potential using the mascons method. This method simplifies the irregular shape of the asteroid by representing it with a set of point masses, maintaining the same total mass. While not the most precise method available, it is efficient in terms of simulation time. From the calculated potentials, we identify the equilibrium points around Psyche and analyze their stability. Linear stability is a key factor that directly influences the duration particles remain around the equilibrium points. To understand this effect, we simulate orbits around Psyche and assess the number of particles that survive, collide with the asteroid, or escape from the system, as well as their time in orbit. These simulations were conducted both with and without considering radiation pressure. In the simulations that include radiation pressure, we assigned different sizes to the particles to determine the threshold at which they are swept away from the vicinity of the asteroid. We also calculated the radius of a particle equivalent to the area-to-mass ratio of the Psyche spacecraft, in order to analyze the influence of radiation pressure on the spacecraft. This data is particularly valuable for missions aiming to explore the asteroid, such as NASA's Psyche Mission, launched in 2023. This mission is pioneering in its exploration of a metallic object in space, aiming to clarify uncertainties surrounding the composition and origin of Psyche, an asteroid that could provide unique insights into planetary formation in the Solar System.

Keywords:(16) Psyche. Asteroid. Geopotential. Equilibrium points. Stability. Radiation pressure

Lista de Figuras

Figura 1 – Órbitas que a espaçonave Psyche realizará ao redor do asteroide (16) Psyche. 18
Figura 2 – Asteroide Itokawa pelo modelo de poliedros e mascons 21
Figura 3 – Classificação de pontos de equilíbrio não-degenerados e não-ressonantes. O eixo vertical indica o eixo imaginário e o eixo horizontal indica o eixo real. Fonte: Jiang (2015). 29
Figura 4 – Altitude geométrica de Psyche. Fonte: Moura et al. (2020). 31
Figura 5 – Curvas de velocidade zero vistas dos planos xoy, xoz e yoz respectivamente, usando a densidade nominal. Fonte: Moura et al. (2020). 32
Figura 6 – Disco de partículas ao redor de Psyche 33
Figura 7 – Visualização do modelo construído por Shepard et al. (2021) e suas projeções nos planos xoy, xoz e yoz 36
Figura 8 – A forma geral de Psyche vista do polo sul. Fonte: Shepard et al. (2021) 37
Figura 9 – Modelo da forma do asteroide Psyche. À esquerda produzido por Shepard et al. (2017) e à direita produzido por Shepard et al. (2021). 37
Figura 10 – Pontos de equilíbrio ao redor de Psyche variando com a densidade do asteroide. Cada cor na barra de cores à direita indica uma densidade diferente. 38
Figura 11 – Disco de partículas ao redor de Psyche em suas posições no tempo inicial. Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. (a) A densidade de Psyche é de $\rho = 3.4$ g/cm^3 , (b) A densidade de Psyche é de $\rho = 4.1$ g/cm^3. . . 41
Figura 12 – Tempo de vida das partículas que escaparam ou colidiram para o caso $\rho = 3.4$ g/cm^3. A barra de cores indica o tempo de vida (em dias) das partículas posicionadas no plano xoy que colidiram e escaparam do sistema. Os triângulos em verde são os pontos de equilíbrio. (a) Barra de cores limitada a 400 dias. (b) Barra de cores limitada a 200 dias. (c) Barra de cores limitada a 300 dias. (d) Barra de cores limitada a 1 dia. 43
Figura 13 – Tempo de vida das partículas que escaparam ou colidiram para o caso $\rho = 4.1$ g/cm^3. A barra de cores indica o tempo de vida (em dias) das partículas posicionadas no plano xoy que colidiram e escaparam do sistema. Os triângulos em verde são os pontos de equilíbrio. 44

Figura 14 – Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. Densidade de Psyche e das partículas de 3.4 g/cm^3. Cada figura indica um raio diferente das partículas. 46
Figura 15 – Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. Densidade de Psyche e das partículas de 4.1 g/cm^3. Cada figura indica um raio diferente das partículas. 47
Figura 16 – Movimento orbital no plano de uma partícula de raio $10^4\mu$m, sob pressão de radiação, até o momento que escapa do sistema. 49
Figura 17 – Movimento orbital no plano de uma partícula de raio 10μm, sob pressão de radiação, até o momento que colide com o corpo central. 50
Figura 18 – Espaçonave Psyche 55

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores de massa, diâmetro efetivo (D_{eff}) e densidade (ρ) obtidos por diferentes autores. Os símbolos $*$, ◯ e ♯ são referentes aos trabalhos de Carry (2012), Hanuš et al. (2013) e Viikinkoski et al. (2018), respectivamente. 17

Tabela 2 – Coordenadas (em km) dos pontos de equilíbrio E_1, E_2, E_3 e E_4 para as três densidades exploradas. Fonte: Moura et al. (2020). 32

Tabela 3 – Autovalores ($\lambda_n \times 10^{-3}$) dos pontos de equilíbrio no potencial de Psyche, considerando a densidade nominal e os valores extremos de densidade. Fonte: Moura et al. (2020). 34

Tabela 4 – Localização dos Pontos de Equilíbrio ao redor de Psyche considerando a menor e maior densidade. 39

Tabela 5 – Autovalores ($\lambda_n \times 10^{-3}$) dos pontos de equilíbrio E_1, E_2, E_3, e E_4 para diferentes densidades ρ (g/cm^3). 39

Tabela 6 – Massa de Psyche para menor e maior densidade. 40

Tabela 7 – Histograma mostrando o número de partículas que colidem ou escapam do sistema, pelo tempo de simulação, em até 400 dias, 10 dias e 1 dia. A primeira coluna é para o caso de densidade de Psyche $\rho = 3.4g/cm^3$ e a segunda coluna para $\rho = 4.1g/cm^3$. 42

Tabela 8 – Porcentagem de partículas que sobreviveram, colidiram ou escaparam nos cenários sem pressão de radiação e com pressão de radiação 48

Tabela 9 – Gráficos de tempo de vida das partículas com $\rho = 3.4g/cm^3$ que colidem ou escapam do sistema. 51

Tabela 10 – Gráficos de tempo de vida das partículas com $\rho = 4.1g/cm^3$ que colidem ou escapam do sistema. 52

Sumário

1 INTRODUÇÃO 15
1.1 Formação de Psyche 15
1.2 Missão Psyche 16

2 EMBASAMENTO TEÓRICO 19
2.1 Método de Poliedros 19
2.2 Método de Mascons 20

3 PSYCHE 22
3.1 O problema da densidade 22
3.2 Análise teórica 23
3.2.1 Geopontencial 24
3.2.2 Equação do movimento 24
3.2.3 Pontos de equilíbrio 25
3.2.4 Estabilidade 25
3.2.5 Pressão de radiação solar 29
3.3 Moura et al. (2020) 30

4 RESULTADOS 35
4.1 Novo modelo 35
4.2 Pontos de equilíbrio e estabilidade 37
4.3 Simulações numéricas 39
4.3.1 Simulações numéricas: pressão de radiação 45
4.4 Missão Psyche: Razão área-massa 54

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 56

6 ETAPAS FUTURAS 57

Referências 58

1 Introdução

Os pequenos corpos do sistema solar são os restos do material que se juntou para formar os planetas há cerca de 4,6 bilhões de anos. Eles são importantes porque nos dão pistas sobre as condições que existiam na nuvem de gás e poeira onde o sistema solar se formou. Diferentemente dos planetas terrestres, que mudaram com o tempo e perderam parte das evidências de sua composição original devido a processos como erosão e tectônica, os pequenos corpos permaneceram mais primitivos. Isso acontece porque seu pequeno tamanho limitou a quantidade de calor que se formou a partir de materiais radioativos em seu interior, fazendo com que eles não aquecessem tanto. Assim, o desenvolvimento deles foi mais influenciado por forças externas, como colisões e bombardeios de partículas de alta energia ao longo de bilhões de anos (Bottke Jr et al., 2002).

A maior parte dos asteroides fica localizada entre a órbitas de Marte e Júpiter, porém muitas vezes, devido a pertubações de outros corpos do sistema solar, alguns destes asteroides acabam se deslocando para órbitas próximas da Terra, estes são chamados de *Near Earth Asteroids* (NEAs). Dentre eles há ainda os potencialmente perigosos (PHAs). Por conta disso, agências espaciais também têm como prioridade o monitoramento e o controle de asteroides para proteger a Terra. O estudo dos NEAs ultrapassa o interesse científico, constituindo-se como uma importante questão de segurança planetária. Por isso, esses objetos precisam ser constantemente catalogados, acompanhados e investigados.

Os asteroides são classificados a partir da análise das propriedades de superfície, como espectros de refletância ou albedo, a partir disso é possível fazer inferências sobre a composição (Carry, 2012). Há três principais grupos para os asteroides [1]:

- Os tipos C (condritos) consistem em argila e rochas silicatadas, apresentando uma aparência escura. Esses asteroides estão entre os objetos mais antigos do sistema solar e são os mais comuns.
- Os tipos S são compostos por materiais silicatados e níquel- ferro.
- Os tipos M são metálicos compostos majoritariamente por níquel-ferro, além disso, refletem bastante a luz solar e por isso possuem alto valor de albedo.

1.1 Formação de Psyche

Psyche é considerado um dos maiores asteroides metálicos já observados. Seu diâmetro médio é de 222 km e seu período de rotação é de 4.195 h (Shepard et al., 2021).

[1] Disponível em: https://science.nasa.gov/solar-system/asteroids/.

Ele está localizado no cinturão principal de asteroides, entre as órbitas de Marte e Júpiter, sua órbita tem uma baixa excentricidade e inclinação, de 0.134 e 3.097 °, respectivamente, além de um semieixo maior de 2.922 ua [2]. Comumente chamado de (16) Psyche, por ter sido o décimo sexto asteroide a ser observado na história da astronomia, Psyche foi descoberto em 1852 na cidade de Nápoles, pelo astrônomo italiano Annibale de Gasparis e pertence à classe M de asteroides, pois possui uma composição predominante de Ferro e Níquel (Fe-Ni). Este asteroide pode ser composto de material não-fundido, mas acredita-se que é um núcleo exposto de um planeta primitivo que não evoluiu. Alinhado a isso, na primeira observação deste asteroide (Ostro et al., 1985) foi observado um alto albedo comparado aos outros asteroides naquela região, indicando uma superfície metálica. Porém, recentes observações, detectaram outros componentes na superfície de Psyche, como silicato e minerais hidratados (Shepard et al., 2021), trazendo uma nova e mais complexa visão a este asteroide.

Atualmente na literatura temos três hipóteses para a formação de Psyche. A primeira é a citada anteriormente, que Psyche é um núcleo remanescente de um planetesimal, formado por ferro-níquel (Asphaug et al., 2006). A segunda é que o asteroide é apenas um acúmulo de rocha e metal, derivado de diversos impactos (Viikinkoski et al., 2018). A terceira e última é que Psyche é um corpo de ferro ou uma mistura de ferro-silicato, com erupções de ferro metálico através de um processo conhecido como ferrovulcanismo. Johnson et al. (2020) propôs que Psyche é uma mistura de um núcleo de ferro e uma camada fina de manto composto por silicato e que sofreu o processo de ferrovulcanismo, em que o ferro foi ejetado para a camada de manto e uma parte pode ter chegado à superfície, esses locais seriam onde a camada de manto e da crosta são mais finas. A mais antiga hipótese elaborada para a formação de Psyche foi de um grande impacto que arrancou a crosta e o manto de um protoplaneta, deixando exposto o núcleo de metal. Contudo, esse modelo de formação possui inconsistências, já que um evento dessa magnitude produziria dezenas de famílias de fragmentos que não foram detectadas (Bell et al., 1989; Davis et al., 1999). Davis et al. (1999) supõe que, após os primeiros impactos em Psyche, além de restar um núcleo intacto, tenha-se formado na superfície uma mistura de metal e silicato.

Em resumo, a Tabela 1 apresenta três diferentes e relevantes estimativas de densidade obtidas por distintos autores, a partir de valores específicos de massa e diâmetro efetivo.

1.2 Missão Psyche

Com o objetivo de desvendar os mistérios a respeito da formação de Psyche e sua composição, a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) projetou a missão

[2] Disponível em: `https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/`.

	Massa (kg)	D_{eff} **(km)**	ρ **(g/cm^3)**
Carry (2012)	$2.72 \pm 0.75 \times 10^{19}$	248.45 ± 17.13	3.38 ± 1.16
Shepard et al. (2017)	$2.72 \pm 0.75 \times 10^{19}$ $(*)$	190 $(\bigcirc)$	7.6
Ferrais et al. (2020)	$2.41 \pm 0.32 \times 10^{19}$ $(\sharp)$	222 ± 4	4.2 ± 0.60

Tabela 1 – Valores de massa, diâmetro efetivo (D_{eff}) e densidade (ρ) obtidos por diferentes autores. Os símbolos $*$, $\bigcirc$ e $\sharp$ são referentes aos trabalhos de Carry (2012), Hanuš et al. (2013) e Viikinkoski et al. (2018), respectivamente.

Psyche que foi selecionada como a décima quarta no programa *Discovery* da NASA. A princípio, planejada para ser lançada em julho de 2022, só foi lançada em 13 de outubro de 2023 (Elkins-Tanton et al., 2017). Os objetivos desta missão são resumidos em cinco principais pontos (Dibb et al., 2024):

- Determinar se Psyche é um núcleo exposto ou se é material primordial não derretido;
- Determinar as idades relativas das regiões da superfície de Psyche;
- Determinar se pequenos corpos metálicos incorporam os mesmos elementos leves na fase metálica assim como se é esperado que ocorra no núcleo da Terra em altas pressões;
- Determinar se Psyche foi formado em condições mais oxidantes ou mais redutoras do que o núcleo da Terra;
- Caracterizar a morfologia de Psyche.

A espaçonave é composta por cinco principais instrumentos responsáveis por coletar os dados para atingir os objetivos da missão: dois imageadores multiespectrais redundantes, que fornecem informações sobre a geologia da superfície, composição e topografia; um espectrômetro de raios gama e nêutrons (GRNS) que determina a composição elementar; magnetômetros que caracterizam o campo magnético e um radiociência que mapeará o campo gravitacional de Psyche usando o sistema de telecomunicação em banda X (Elkins-Tanton et al., 2017).

Em agosto de 2029, Psyche iniciará sua fase de órbita ao redor do asteroide por um período de 26 meses. A espaçonave começaria orbitando o asteroide em uma série de órbitas circulares com altitudes variadas. As órbitas podem ser visualizadas na figura 1 e são identificadas por letras de acordo com a altitude esperada:

- Órbita A: 709 km;
- Órbita B: 303 km, para atender objetivos do imageador;
- Órbita C: 190 km, para atender objetivos do Magnetômetro e da ciência da gravidade;

- Órbita D: 75 km, para atender objetivos do GRNS.

No entanto, devido às restrições de iluminação solar após a data de lançamento ser prorrogada, a espaçonave passará pelas quatro altitudes orbitais em cinco fases: Órbita A, a primeira fase da Órbita B (denominada Órbita B1), Órbita D, Órbita C e a segunda fase da Órbita B (denominada Órbita B2).

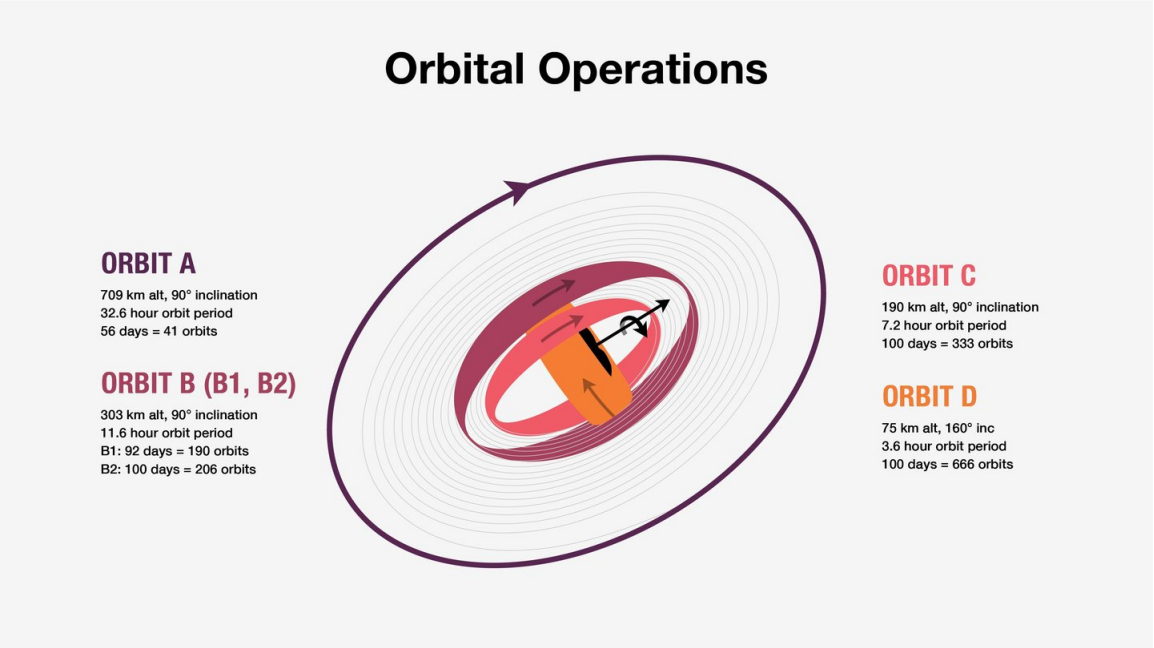


Figura 1 – Órbitas que a espaçonave Psyche realizará ao redor do asteroide (16) Psyche. Fonte: https://www.jpl.nasa.gov/images/pia26102-psyche-orbital-operations/.

Neste trabalho, iniciamos discutindo a metodologia utilizada para modelar o formato de Psyche (capítulo 2), detalhando os dois principais métodos empregados: o método de poliedros e o método de mascons, além de descrever os potenciais gravitacionais associados a cada um desses formatos. Em seguida, na seção 3, exploramos as incertezas relativas à densidade de Psyche, incluindo os valores mais recentes encontrados na literatura. Adicionalmente, realizamos uma análise teórica dos conceitos fundamentais para este estudo, como geopotencial, pontos de equilíbrio, estabilidade e pressão de radiação solar. Por fim, discutimos o trabalho que inspirou este estudo, desenvolvido por Moura et al. (2020).

Na seção 4, começamos apresentando o novo modelo de Psyche proposto por Shepard et al. (2021), e, em seguida, expomos nossos resultados relacionados aos pontos de equilíbrio e suas estabilidades. Também apresentamos as simulações numéricas realizadas para integrar órbitas de partículas ao redor de Psyche, com ou sem a pressão de radiação solar. Por último, discutimos a razão área-massa da sonda Psyche. Em todo o trabalho foi utilizado ponto em vez de vírgula para separar a parte decimal de um número.

2 Embasamento Teórico

Nesta seção abordaremos os métodos utilizados para construir o formato tridimensional de um corpo irregular, como asteroides. Falaremos brevemente sobre o método de poliedros e depois abordaremos o método de mascons, citando suas diferenças e vantagens.

2.1 Método de Poliedros

No método de poliedros, o formato irregular do corpo é caracterizado por um poliedro com densidade constante (Werner, 1994; Werner and Scheeres, 1996). Este poliedro é formado por múltiplos tetraedros, cujos tamanhos podem variar conforme a precisão desejada do modelo. Quanto menores forem as faces triangulares que compõem os tetraedros, maior será a precisão das informações sobre a superfície do corpo irregular. Este método proporciona uma excelente precisão na representação de formas irregulares.

A forma mais comum de representar campos gravitacionais arbitrários é por meio da expansão do potencial gravitacional em uma série harmônica. Essas séries podem ser truncadas em uma ordem finita, ajustando assim a precisão do potencial; no entanto, a expansão harmônica permanece uma aproximação do campo gravitacional devido a esse truncamento. Além disso, a forma externa da expansão harmônica não garante convergência dentro da esfera circunscrita, o que frequentemente resulta em divergência dentro dessa região (Werner and Scheeres, 1996).

No método de poliedros o campo gravitacional é exato para a forma e densidade dadas e a gravitação por poliedro é uma solução válida e exata até a superfície do corpo, ou seja, não há uma região de divergência (Scheeres et al., 1996).

O potencial gravitacional de um poliedro com densidade constante foi deduzido por Werner and Scheeres (1996) e é dado por:

$$U = \frac{1}{2}G\rho \sum_{e \in edges} \vec{r}_e \cdot \vec{E}_e \cdot \vec{r}_e . L_e - \frac{1}{2}G\rho \sum_{f \in faces} \vec{r}_f \cdot \vec{F}_f \cdot \vec{r}_f . \omega_f, \tag{2.1}$$

em que $G = 6.67428 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1}s^{-2} é a constante gravitacional; ρ é a densidade do asteroide que assumimos como constante; $\sum_{e \in edges}$ e $\sum_{f \in faces}$ são as somatórias realizadas sobre todas as arestas e que pertencem ao conjunto $edges$ e faces f que pertencem ao conjunto $faces$ que compõem o corpo; $\vec{r}_e$ e $\vec{r}_f$ são vetores com origem em um ponto no campo até qualquer ponto no plano da aresta e e no plano da face, respectivamente; $\vec{E}_e$ e $\vec{F}_f$ são díades expressas como função dos dois vetores normais de face e aresta e representam os tensores de aresta e face com relação a um ponto no campo, respecivamente; L_e e ω_f são fatores de integração que somam as conexões das arestas ou faces. Podemos computar

a atração exercícida pelo corpo de poliedro tidimensional em um ponto no campo a partir do gradiente do potencial, também deduzido por Werner and Scheeres (1996):

$$\nabla U = -G\rho \sum_{e \in edges} \vec{E}_e \cdot \vec{r}_e . L_e + G\rho \sum_{f \in faces} \vec{F}_f \cdot \vec{r}_f . \omega_f, \tag{2.2}$$

2.2 Método de Mascons

Um método alternativo para modelar corpos irregulares é o uso de mascons (massas concentradas). A ideia principal é preencher o volume do corpo irregular com massas pontuais, conforme descrito por Geissler et al. (1995). Inicialmente, utiliza-se o formato poliedral do asteroide e, em seguida, cria-se uma grade cúbica ao redor do corpo, na qual os mascons são distribuídos de forma equidistante. Assim, obtém-se uma distribuição de massa uniforme dentro do corpo. Um ponto da grade é armazenado apenas se estiver no interior ou na superfície do corpo. Ao final, a soma das massas de cada mascon equivale à massa total do corpo, e o mesmo ocorre com o volume (Park et al., 2010). Na prática, o corpo não é completamente preenchido por essas massas pontuais, havendo sempre pequenos espaços vazios entre elas. Para preencher totalmente o volume, seria necessário um número infinito de mascons, o que é inviável. Além disso, o principal motivo para utilizar o método dos mascons em vez do método dos poliedros está no menor custo computacional para realizar as interações. No entanto, ao aumentar excessivamente o número de mascons que preenchem o corpo, o tempo de processamento também aumenta proporcionalmente (Amarante et al., 2021).

O potencial gravitacional de um corpo composto por mascons de densidade constante pode ser calculado por:

$$U(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}, \tag{2.3}$$

em que (x, y, z) é a posição da partícula calculada a partir do baricentro do corpo central, no sistema de coordenadas fixo no asteroide. Os vetores unitários são definidos ao longo do momento de inércia mínimo, intermediário e máximo. Temos que $\mu_i = Gm_i$ são os parâmetros gravitacionais de cada mascon, com constante gravitacional G, sendo m_i a massa de cada mascon, calculada por $m_i = M/N$, sendo M a massa do poliedro e N o número de células de mascons contidas no volume do asteroide, $\vec{r}$ indica o raio vetor da partícula que tem origem no centro de massa do corpo, $\vec{r_i}$ indica a distância relativa de um mascon em relação ao centro de massa do corpo.

A atração gravitacional do mascon pode ser calculada a partir do gradiente do potencial:

$$\nabla U(x,y,z) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i), \tag{2.4}$$

Além disso, podemos calcular o tensor do gradiente do potencial:

$$\nabla\nabla U(x_1,x_2,x_3) = \frac{\partial U(x_1,x_2,x_3)}{\partial x_m \partial x_n} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{r_i^3}\left[3\frac{(x_m - x_{mi})(x_n - x_{ni})}{r_i^2} - \delta_{m,n}\right], \quad (m,n = 1,2,3) \tag{2.5}$$

em que $(x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z)$ e $\delta_{m,n}$ é o delta de Kronecker.

Para fins de comparação, vê-se na figura 2 o modelo do asteroide Itokawa a partir de dados da sonda Hayabusa. À esquerda, o asteroide a partir do método de poliedros conta 3668 faces, já à direita o mesmo corpo modelado a partir do método de mascon, conta com 26311 elementos. Em ambos os casos, podemos perceber que, visualmente, as irregularidades do asteroide são mantidas.

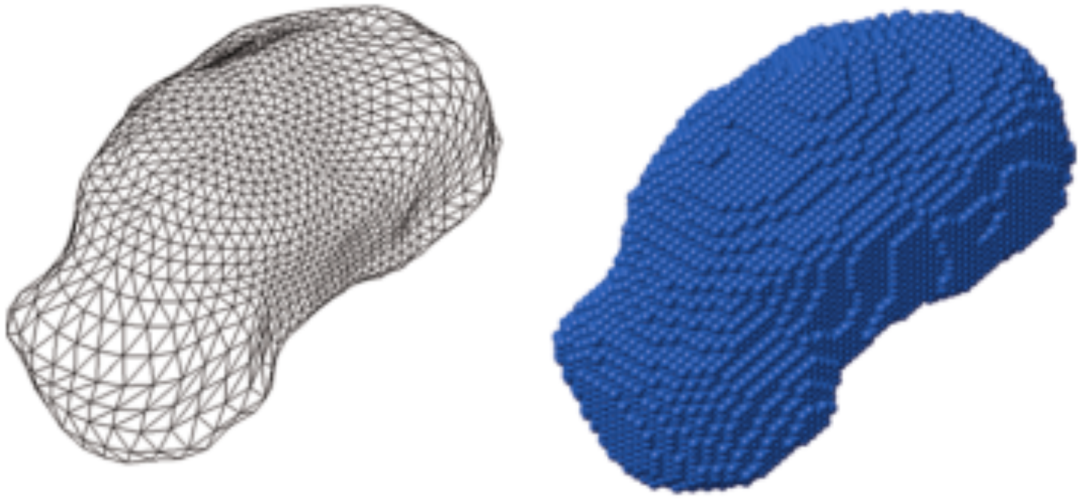


Figura 2 – À esquerda, vemos o asteroide Itokawa modelado pelo método dos poliedros. À direita, o mesmo corpo é representado por mascons. Fonte: Park et al. (2010).

3 Psyche

Neste capítulo será abordada a questão da incerteza sobre a densidade de Psyche e quais são os valores mais recentes na literatura. Em seguida, será feito uma análise teórica dos conceitos necessários para reproduzirmos nossos resultados, como o entendimento do geopotencial, pontos de equilíbrio, estabilidade e pressão de radiação solar. Por fim, discutiremos resultados do trabalho de Moura et al. (2020) que é a principal motivação para este estudo.

3.1 O problema da densidade

Há na literatura uma grande incerteza com relação a densidade de Psyche. A primeira observação por radar deste asteroide feita por Ostro et al. (1985) já indicava uma composição metálica em sua superfície devido a um alto valor no albedo de 0.31, um dos maiores valores já observados no cinturão principal de asteroides (Shepard et al., 2008).

Carry (2012) realizou uma análise abrangente da literatura disponível, oferecendo estimativas refinadas de massa e volume para mais de 200 pequenos corpos do sistema solar, incluindo Psyche. Com esses dados, foi possível estimar a densidade de cada um desses corpos, fornecendo uma visão mais detalhada sobre a composição e estrutura interna desses objetos. Para Psyche, estimou uma massa de $2.72 \pm 0.75 \times 10^{19}$ kg, valor obtido por meio de encontros próximos com outros asteroides. A determinação da massa de um asteroide nesses eventos é realizada a partir da análise da interação gravitacional entre Psyche e um asteroide de menor massa. A gravidade de Psyche causa uma perturbação na órbita do asteroide de teste durante o encontro, e essa variação na trajetória é então usada para calcular a massa do asteroide maior. Esse método é amplamente utilizado para estimar massas quando observações diretas não são possíveis, proporcionando estimativas úteis para estudos de dinâmica orbital e composição do sistema solar.

Utilizando um diâmetro efetivo $D_{\text{eff}} = 248.45 \pm 17.13$ km, Carry (2012) estimou uma densidade de $3.38 \pm 1.16 \text{g/cm}^3$ para o asteroide Psyche. O diâmetro efetivo (D_{eff}) é calculado a partir do volume de uma esfera equivalente ao volume do asteroide, simplificando a forma irregular em um valor representativo. Um dos valores mais citados para D_{eff} foi obtido pela missão IRAS (*Infrared Astronomical Satellite*), que determinou um diâmetro de 253 ± 4 km (Tedesco et al., 2002). Esse valor leva a uma densidade de 3.2 g/cm^3, porém, como a IRAS observava Psyche quase de frente para o polo, esse diâmetro pode estar superestimado (Shepard et al., 2008).

Por outro lado, Shepard et al. (2017) utilizaram dados de radar em banda-S do

Observatório de Arecibo para construir um modelo de forma com dimensões máximas de $(279 \times 232 \times 190)$ km. Com essas dimensões, e assumindo a massa fornecida por Carry (2012), eles calcularam uma densidade nominal de 4.5 ± 1.4 g/cm^3. Além disso, utilizando espectros de potência de eco calibrados, indicaram um albedo de radar de 0.37, sugerindo uma composição de material metálico (Fe-Ni) com aproximadamente 40% de porosidade.

Outro modelo de Psyche feito pela primeira vez, a partir de curvas de luz e técnicas de inversão, por Kaasalainen et al. (2002) e posteriormente refinado por Ďurech et al. (2011) Timerson et al. (2011) e Hanuš et al. (2013). O menor diâmetro encontrado por essa tecnica é de $D_{eff} = 190$ km. Ao adotar a mesma massa de Carry (2012), esse diâmetro levou a uma estimativa de densidade extremamente alta, de $\rho = 7.6$g/cm^3, indicando que o material de Psyche é composto de ferro-níquel sem porosidade.

Para refinar a forma e densidade de Psyche, Ferrais et al. (2020) desenvolveu um modelo tridimensional do asteroide, resultando em um diâmetro efetivo de $D_{eff} = 222 \pm 4$ km. Com base nesse modelo, foi estimada uma densidade de 4.2 ± 0.60g/cm^3, um valor que está de acordo com a densidade sugerida anteriormente por Shepard et al. (2017).

Com base no volume estimado por Ferrais et al. (2020), Siltala and Granvik (2021) calcularam uma nova massa para Psyche utilizando 10 encontros próximos com diferentes asteroides, resultando em um valor de $1.117 \pm 0.039 \times 10^{-11} M_{\odot}$, o que corresponde a uma densidade nominal de 3.88 ± 0.25 g/cm^3, valor que está alinhado com as estimativas mais recentes sobre a densidade de Psyche. As novas estimativas de densidade refutam a hipótese anterior de que Psyche seria composto quase inteiramente de metal. Em vez disso, elas indicam que o asteroide é uma mistura de metal e silicatos, sugerindo uma estrutura interna mais complexa do que se pensava inicialmente.

Elkins-Tanton et al. (2020) revisou todas as estimativas de densidade para Psyche feitas entre 2000 e 2019, e concluiu que a densidade do asteroide está entre 3.4 g/cm^3-4.1 g/cm^3. Neste trabalho, utilizamos a forma mais atual e de domínio público apresentada por Shepard et al. (2021), que resulta em uma densidade nominal de 4 g/cm^3. Esse valor está dentro do intervalo definido por Elkins-Tanton et al. (2020), reforçando a consistência das estimativas recentes.

3.2 Análise teórica

Nesta seção, abordaremos o geopotencial gerado por um asteroide em rotação e a formulação da equação de movimento para uma partícula em sua vizinhança. Falaremos sobre pontos de equilíbrio e como determinamos o tipo de estabilidade linear. Além disso, como calculamos a pressão de radiação exercida pelo Sol em pequenas partículas.

3.2.1 Geopontencial

Ao estudar asteroides, muitas vezes estamos interessados em estudar a dinâmica ao seu redor, como se comportam partículas na sua vizinhança que se movem em relação ao corpo central devido à influência gravitacional do asteroide. Ao considerar uma velocidade angular constante ($|\vec{\omega}| = \omega$) para um asteroide, e colocando o formato do corpo no seu centro de massa e alinhado aos principais eixos de inércia, uma partícula que o orbita é influenciada pelo seguinte geopotencial abaixo dado por Scheeres et al. (2016), o qual é composto pelo potencial gravitacional e uma parcela devido à rotação :

$$V(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) + U(\vec{r}), \tag{3.1}$$

onde $U(\vec{r})$ é a energia potencial gravitacional e $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ é o vetor posição da partícula no referencial inercial com relação ao centro de massa, onde $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$ são os vetores unitários definidos ao longo do momentos de inércia mínimo, intermediário e máximo, respectivamente. Já que esse geopotencial assume que o eixo de rotação sempre esteja alinhado com o momento máximo de inércia, o geopotencial somado a energia cinética é uma quantidade que se mantém preservada no tempo. Segundo Scheeres et al. (2016), fisicamente o geopotencial significa a energia que flui através da superfície e dentro do corpo. O potencial gravitacional de um asteroide com densidade constante é calculado a depender do método que foi utilizado para modelar o corpo (poliedros ou mascons), assim como computar a atração exercícida por este asteroide em um ponto no campo a partir do gradiente do potencial, ambos foram descritos no capítulo 2.

3.2.2 Equação do movimento

O movimento de uma partícula na vizinhança de um asteroide sofre efeito de seu potencial gravitacional devido ao formato irregular do corpo. Além dessa força, as pertubações causadas pelo Sol, como a gravidade solar e a pressão de radiação, podem influenciar significamente o movimento dessa partícula. Neste caso, quanto mais longe a partícula do asteroide, mais forte é o efeito da perturbação solar sobre ela. Ao considerar apenas a influência do geopotencial, o movimento de uma partícula que orbita um asteroide irregular que possui um período constante de rotação é descrita por (Scheeres et al., 2016):

$$\ddot{\vec{r}} + 2\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}, \tag{3.2}$$

onde $\ddot{\vec{r}}$ e $\dot{\vec{r}}$ são os vetores aceleração e velocidade da partícula no referencial inercial, respectivamente. Já que, no sistema de coordenadas fixa no asteroide com rotação uniforme, seu campo gravitacional e taxa de rotação não mudam com o tempo, a equação 3.2 é

invariante no tempo. Portanto, o geopotencial forma uma quantidade conservada dada por uma integral de movimento relacionada à energia no referencial girante. Esta quantidade conservada é chamada de constante de jacobi J e é dada por (Scheeres et al., 2016):

$$J = \frac{1}{2}\upsilon^2 + V(\vec{r}) \tag{3.3}$$

em que υ é a magnitude do vetor velocidade no referencial girante.

3.2.3 Pontos de equilíbrio

Em torno de corpos celestes, existem pontos de equilíbrio onde as forças atuantes se equilibram. Esses pontos são pontos críticos do geopotencial e, portanto, o satisfaz a seguinte condição (Jiang et al., 2014):

$$\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x} = \frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y} = \frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z} = 0, \tag{3.4}$$

em que (x, y, z) são as componentes de $\vec{r}$ no sistema de coordenadas fixo no corpo.

Wang et al. (2014) analisaram os pontos de equilíbrio e sua estabilidade de 23 pequenos corpos irregulares, como asteroides, cometas e alguns satélites. Segundo Wang et al. (2014), o número de pontos de equilíbrio fora do corpo pode ser zero, quatro ou oito. Mas se considerados também os pontos internos ao corpo, pode haver um, cinco ou nove pontos. Apesar disso, Wang et al. (2014) ressaltam que sua análise não exclui a possibilidade de outras possíveis quantidades de pontos de equilíbrio.

Moura et al. (2020) analisaram os pontos de equilíbrio ao redor do asteróide Psyche e encontraram quatro pontos externos ao corpo, sendo dois deles linearmente estáveis e os outros dois instáveis. Já Amarante et al. (2021) estudaram o asteróide Bennu e encontraram oito pontos de equilíbrios externos e um ponto interno; neste caso, todos os pontos externos foram classificados como instáveis, enquanto o ponto interno como linearmente estável.

3.2.4 Estabilidade

Para encontrarmos a estabilidade de um ponto de equilíbrio, é preciso linearizar as equações de movimento com relação ao ponto. Seja $(x_L, y_L, z_L)^T$ as coordenadas do ponto crítico, o geopotencial $V(\vec{r})$ pode ser reescrito como uma expansão em série de Taylor (Jiang et al., 2014):

$$
\begin{aligned}
V(x,y,z) = V(x_L,y_L,z_L) &+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_L (x-x_L)^2 \\
&+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_L (y-y_L)^2 \\
&+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)_L (z-z_L)^2 \\
&+ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\right)_L (x-x_L)(y-y_L) \\
&+ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}\right)_L (x-x_L)(z-z_L) \\
&+ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}\right)_L (y-y_L)(z-z_L) + \ldots,
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

em que a sequência de derivação de resolução é mutável, ou seja,

$$
\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x}, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} \tag{3.6}
$$

Jiang et al. (2014) define

$$
\begin{gathered}
\xi = x - x_L, \quad \eta = y - y_L, \quad \zeta = z - z_L \\
V_{xx} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_L, \quad V_{yy} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_L, \quad V_{zz} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)_L \\
V_{xy} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\right)_L, \quad V_{yz} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}\right)_L, \quad V_{xz} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}\right)_L.
\end{gathered}
\tag{3.7}
$$

Combinando as equações 3.7 com a equação do movimento 3.2, as equações linearizadas do movimento relativo para o ponto de equilíbrio podem ser expressas como (Jiang et al., 2014):

$$
\begin{aligned}
\ddot{\xi} - 2\omega\dot{\eta} + V_{xx}\xi + V_{xy}\eta + V_{xz}\zeta &= 0, \\
\ddot{\eta} + 2\omega\dot{\xi} + V_{xy}\xi + V_{yy}\eta + V_{yz}\zeta &= 0, \\
\ddot{\zeta} + V_{xz}\xi + V_{yz}\eta + V_{zz}\zeta &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

Estabelecendo $D \equiv \frac{d}{dt}$ e $D^2 \equiv \frac{d^2}{dt^2}$, reescrevemos 3.8:

$$\begin{aligned}(D^2 + V_{xx})\xi + (-2\omega D + V_{xy})\eta + V_{xz}\zeta = 0,\\ (2\omega D + V_{xy})\xi + (D^2 + V_{yy})\eta + V_{yz}\zeta = 0,\\ V_{xz}\xi + V_{yz}\eta + (D^2 + V_{zz})\zeta = 0.\end{aligned} \tag{3.9}$$

As soluções das equações 3.9 são do tipo $\xi = \alpha e^{\lambda t}$, $\eta = \beta e^{\lambda t}$ e $\zeta = \gamma e^{\lambda t}$, sendo α, β e γ contantes de integração e λ são os autovalores da equação 3.9. Podemos escrever a equação característica do movimento após substituir essas soluções em 3.9:

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + V_{xx} & -2\omega\lambda + V_{xy} & V_{xz} \\ 2\omega\lambda + V_{xy} & \lambda^2 + V_{yy} & V_{yz} \\ V_{xz} & V_{yz} & \lambda^2 + V_{zz} \end{vmatrix} = 0 \tag{3.10}$$

Reescrever 3.10 como:

$$\begin{aligned}\lambda^6 + (V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} + 4\omega^2)\lambda^4\\ +(V_{xx}V_{yy} + V_{yy}V_{zz} + V_{zz}V_{xx} - V_{xy}^2 - V_{yz}^2 - V_{xz}^2 + 4\omega^2 V_{zz})\lambda^2\\ +(V_{xx}V_{yy}V_{zz} + 2V_{xy}V_{yz}V_{xz} - V_{xx}V_{yz}^2 - V_{yy}V_{xz}^2 - V_{zz}V_{xy}^2) = 0\end{aligned} \tag{3.11}$$

A equação 3.11 é de sexta ordem para λ. Pode-se determinar a estabilidade do ponto de equilíbrio por seis raízes da equação 3.10 que são λ_i $(i = 1, 2, ..., 6)$.

Denotando

$$\begin{aligned}P(\lambda) = \lambda^6 + (V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} + 4\omega^2)\lambda^4\\ +(V_{xx}V_{yy} + V_{yy}V_{zz} + V_{zz}V_{xx} - V_{xy}^2 - V_{yz}^2 - V_{xz}^2 + 4\omega^2 V_{zz})\lambda^2\\ +(V_{xx}V_{yy}V_{zz} + 2V_{xy}V_{yz}V_{xz} - V_{xx}V_{yz}^2 - V_{yy}V_{xz}^2 - V_{zz}V_{xy}^2).\end{aligned} \tag{3.12}$$

Segue-se que $P(\lambda) = P(-\lambda)$. Jiang et al. (2014) afirma: se λ é um autovalor do ponto de equilíbrio no campo potencial de um asteroide com rotação uniforme, então, $-\lambda$, $\bar{\lambda}$ (conjugado de um número complexo) e $-\bar{\lambda}$ são também autovalores do ponto de equilíbrio. Ou seja, todos os autovalores são susceptíveis de ter a forma $\pm\alpha$ $(\alpha \in R, \alpha > 0)$, $\pm i\beta$ $(\beta \in R, \beta > 0)$ e $\pm\sigma \pm i\tau$ $(\sigma, \tau \in R; \sigma, \tau > 0)$. Além disso, Jiang et al. (2014) demonstra o seguinte teorema: se a matriz 3.13 é definida positiva, o ponto de equilíbrio no campo do potencial de um asteroide rotacionando é estável. Se não houver nenhum autovalor que seja igual a zero dizemos que o ponto de equilíbrio é não-degenerado (Jiang et al., 2014). Assim, um ponto degenerado tem pelos menos dois autovalores iguais a zero.

$$\begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Segundo Jiang et al. (2014) há oito casos para pontos de equilíbrio não-degenerados no campo potencial de uma asteroide rotacionado:

- **Caso 1:** Os autovalores são diferentes e sob a forma de $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta > 0; j = 1, 2, 3)$;
- **Caso 2:** As formas dos autovalores são $\pm\alpha_j (\alpha_j \in R; \alpha > 0; j = 1)$ e $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta > 0; j = 1, 2)$ e os autovalores imaginários são diferentes;
- **Caso 3:** As formas dos autovalores são $\pm\alpha_j (\alpha_j \in R; \alpha > 0; j = 1, 2)$ e $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta > 0; j = 1)$;
- **Caso 4: (a)** As formas dos autovalores são $\pm\alpha_j (\alpha_j \in R; \alpha > 0; j = 1)$ e $\pm\sigma \pm i\tau (\sigma, \tau \in R; \sigma, \tau > 0)$; ou **(b)** $\pm\alpha_j (\alpha_j \in R; \alpha > 0; j = 1, 2, 3)$;
- **Caso 5:** As formas dos autovalores são $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta > 0; j = 1)$ e $\pm\sigma \pm i\tau (\sigma, \tau \in R; \sigma, \tau > 0)$;
- **Caso 6:** As formas dos autovalores são $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 > 0; j = 1, 2, 3)$;
- **Caso 7:** As formas dos autovalores são $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta_j > 0; \beta_1 = \beta_2 \neq \beta_3 > 0; j = 1, 2, 3)$;
- **Caso 8:** As formas dos autovalores são $\pm\alpha_j (\alpha_j \in R; \alpha > 0; j = 1)$ e $\pm i\beta_j (\beta_j \in R; \beta_1 = \beta_2 > 0; j = 1, 2)$;

Desta forma, um ponto de equilíbrio é considerado linearmente estável e não-ressonante se, e somente se, pertencer ao caso 1. Ele é instável e não-ressonante se, e somente se, pertencer a um dos casos 2 a 5. E por fim, o ponto de equilíbrio pode ser considerado ressonante se, e somente se, pertencer a um dos casos 6 a 8. A classificação topológica dos pontos de equilíbrio é devido a sua disposição no plano dos complexos.

Na figura 3, é ilustrado a disposição dos autovalores dos pontos de equilíbrio não-degenerados e não- ressonantes no plano complexo, de acordo com Jiang (2015). O eixo vertical indica o eixo imaginário e o eixo horizontal indica o eixo real. Os pontos em verdes representam as disposições dos autovalores. Os três casos na parte superior indicam da esquerda para direita: caso 1, caso 2 e caso 3. Os três casos inferiores indicam da esquerda: caso 4 (a), caso 4 (b) e caso 5, respectivamente. Por exemplo, a definição do

caso 2, diz que há um par de autovalores reais e dois pares de autovalores imaginários, portanto há dois pontos verdes no eixo real e quatro pontos no eixo imaginário.

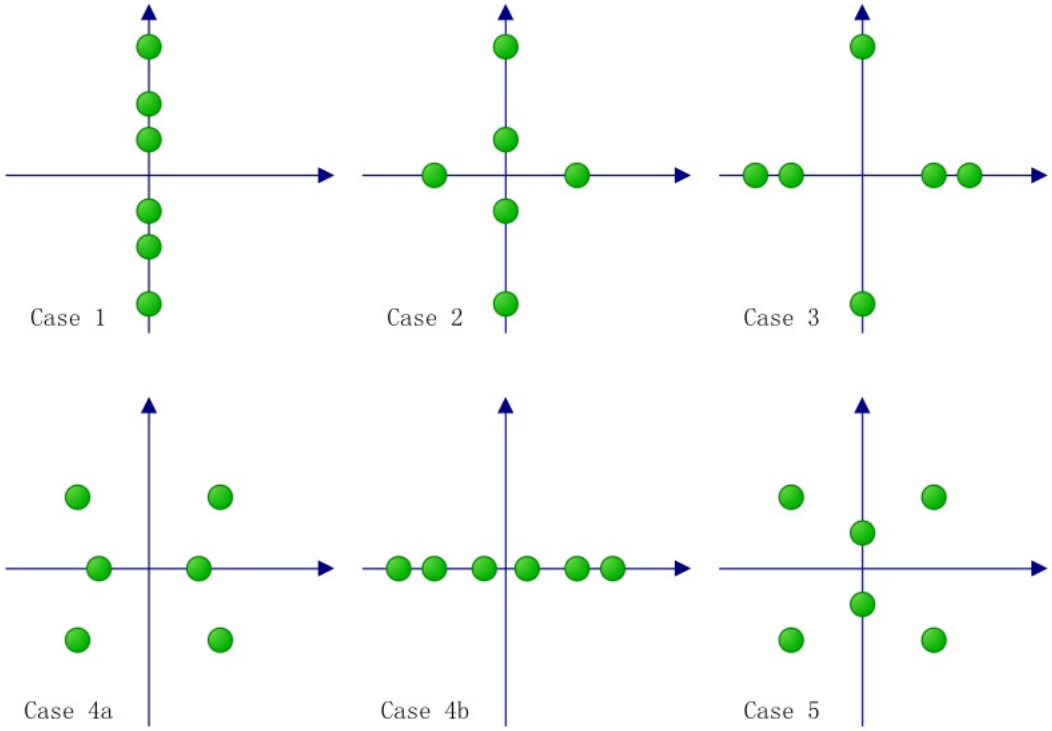


Figura 3 – Classificação de pontos de equilíbrio não-degenerados e não-ressonantes. O eixo vertical indica o eixo imaginário e o eixo horizontal indica o eixo real. Fonte: Jiang (2015).

3.2.5 Pressão de radiação solar

A estabilidade das partículas em órbita de um asteroide pode ser significativamente influenciada pela força de radiação solar, quanto menor o tamanho da partícula maior a influência que ela sofre por esta força. Como consequência, sua órbita pode ser alterada, resultando na perda de energia e colisão com o corpo ou no aumento da órbita, possibilitando sua ejeção do sistema. A força de radiação solar é dividida em duas partes: a pressão de radiação solar e arrasto de Poynting- Robertson (PR); e seu principal efeito nas partículas é aumentar sua excentricidade. O arrasto de PR tem efeito pequeno comparado a pressão de radiação, mas em longos períodos, é capaz de diminuir o semi-eixo da partícula (Burns et al., 1979; Mignard, 1984).

Neste trabalho, estaremos negligenciando o arrasto de PR, nosso interesse está no comportamento das partículas ao redor de Psyche a curto período. Não consideraremos também efeitos de sombreamento, de modo que o fluxo solar será constante sobre toda a órbita da particula.

A aceleração de pressão de radiação é dada por (Scheeres and Marzari, 2002):

$$\vec{a}_{SPR} = \frac{AG^*(1+\eta)}{R^3}\vec{R}, \tag{3.14}$$

onde R é o módulo do vetor posição Sol-partícula ($\vec{R}$), η é o fator de reflectância da partícula, quando um material é totalmente reflexivo $\eta = 1$. A constante solar em função da luminosidade solar e da velocidade da luz é $G^* = 1 \times 10^{17}$ kg.m/s^2 e A é a razão área-massa da partícula. Consideramos partículas esféricas em nossas simulações e portanto a razão área-massa é calculada por:

$$A = \frac{3}{4}\frac{1}{\rho r_p}, \tag{3.15}$$

onde ρ e r_p são a densidade e o raio da partícula, respectivamente.

Naturalmente, ao incluir a pressão de radiação em nosso sistema, a equação de movimento é alterada:

$$\ddot{\vec{r}} + 2\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}} + \vec{a}_{SPR}. \tag{3.16}$$

3.3 Moura et al. (2020)

Nossa principal referência para realizar este estudo foi o trabalho de Moura et al. (2020). Nesta pesquisa, realiza-se uma análise detalhada das características topográficas do asteroide (16) Psyche, abrangendo aspectos como a aceleração superficial, o *potential speed*, o ângulo *tilt* e o *slope*. Além disso, é conduzido um estudo sobre os pontos de equilíbrio e a estabilidade ao redor desse corpo, que será o foco desta seção. Toda a investigação foi realizada com base no modelo de Psyche desenvolvido por Shepard et al. (2017), o qual possui 1148 vértices e 2292 faces.

Em Moura et al. (2020) é apresentada uma discussão inicial sobre a incerteza da densidade. Na época, estudos indicavam que a faixa de densidades possíveis variava de 3.1 g/cm^3 a 7.6 g/cm^3. Considerando essa variação, foram selecionadas três densidades para gerar os resultados: a densidade mais baixa, a mais alta e uma densidade nominal de 4.5 g/cm^3, correspondente ao formato construído por Shepard et al. (2017).

A Figura 4 ilustra o *shape model* utilizado. A barra de cores representa a altitude geométrica que é a distância do centro de massa do corpo até cada face triangular superficial do tetraedro. Observa-se que a altitude na região equatorial é cerca 50% maior que na região polar. Além disso, a estrutura irregular de Psyche pode indicar a presença de

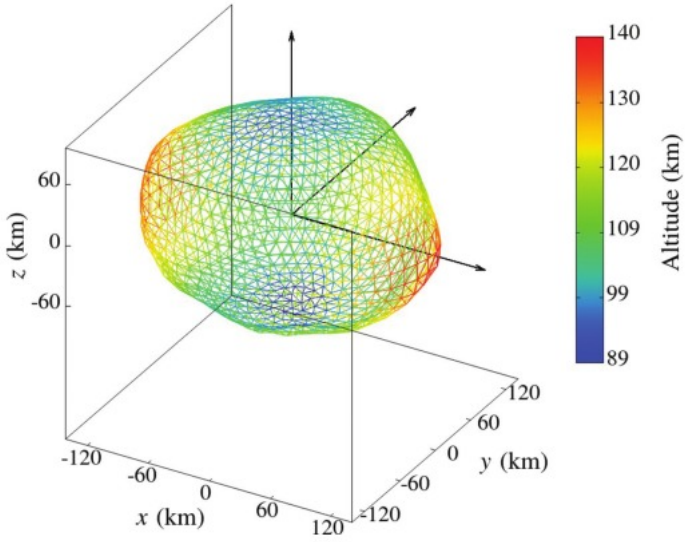


Figura 4 – Altitude geométrica de Psyche. Fonte: Moura et al. (2020).

crateras em sua superfície. Para a análise, foi assumida uma densidade constante em todo o corpo, assim como uma rotação uniforme. Para o caso nominal, foram obtidos uma massa de 2.73331×10^{19} kg e um volume de 6.07403×10^{6} km^3.

Moura et al. (2020) iniciaram seus estudos sobre a dinâmica ao redor do asteroide analisando as curvas de velocidade zero. Essas curvas podem servir como uma ferramenta adicional para identificar a localização dos pontos de equilíbrio, uma vez que delimitam as regiões onde a partícula pode se mover, de acordo com o valor da constante de Jacobi (J) que é computado como (Scheeres et al., 2016):

$$J = \frac{1}{2}v^2 + V(\vec{r}). \tag{3.17}$$

Uma vez que $\frac{1}{2}v^2 \geq 0$, sendo v a magnitude do vetor velocidade do asteroide no sistema girante, o movimento da partícula é delimitado pela seguinte expressão:

$$J - V(\vec{r}) \geq 0. \tag{3.18}$$

Quando $V(\vec{r}) < J$ existem regiões no espaço onde a partícula pode se mover livremente, já quando $V(\vec{r}) > J$ temos regiões onde o movimento da partícula é proibido. As curvas de velocidade zero surgem para $V(\vec{r}) = J$ e determinam o limite destas regiões (Scheeres, 1994).

Os resultados das curvas nos planos podem ser observados na Figura 5. No plano xoy, as curvas mostram círculos ao redor do asteroide para valores baixos da constante de Jacobi. À medida que o valor da constante aumenta, as curvas começam a formar regiões fechadas tanto na parte superior do plano xoy quanto na parte inferior do plano. Essas curvas se tornam progressivamente menores, convergindo para um ponto específico, que

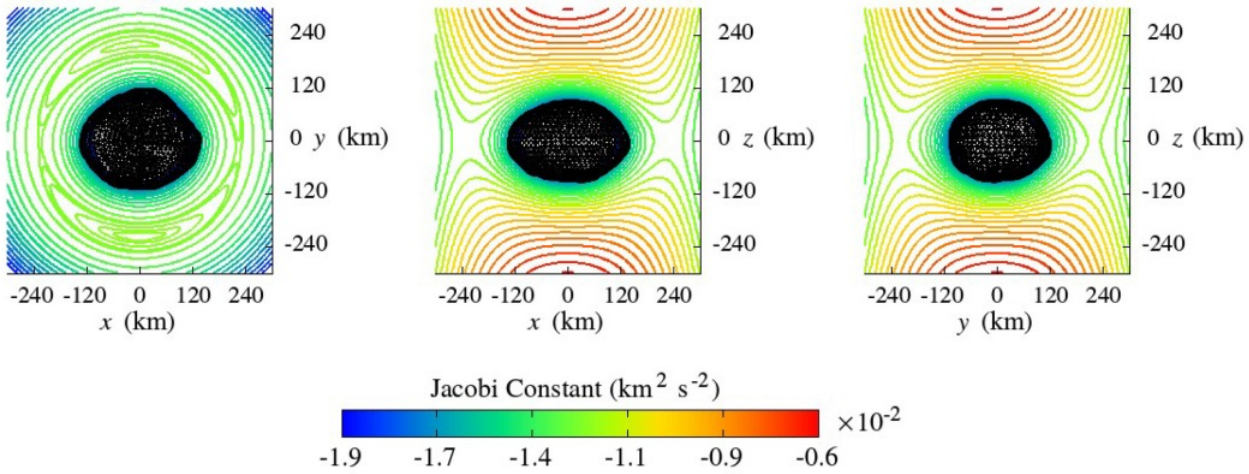


Figura 5 – Curvas de velocidade zero vistas dos planos xoy, xoz e yoz respectivamente, usando a densidade nominal. Fonte: Moura et al. (2020).

corresponde a pontos de equilíbrio linearmente estáveis.

Os pontos de equilíbrio encontrados por Moura et al. (2020) podem ser visualizados pelos pontos pretos na Figura 6 e suas coordenadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Coordenadas (em km) dos pontos de equilíbrio E_1, E_2, E_3 e E_4 para as três densidades exploradas. Fonte: Moura et al. (2020).

Equilibrium point	**Density (g cm^{-3})**	**x (km)**	**y (km)**	**z (km)**
E_1	3.1	226.2786	-27.2245	-0.5938
	4.5	224.2672	-25.6407	-0.3685
	7.6	222.3988	-22.8875	-0.1967
E_2	3.1	-227.8522	-11.5003	-0.3783
	4.5	-225.6746	-11.5980	-0.2625
	7.6	-223.4892	-11.3641	-0.1570
E_3	3.1	-40.3533	215.8981	-0.5922
	4.5	-30.6626	217.2641	-0.3628
	7.6	-20.3790	218.2330	-0.1823
E_4	3.1	-0.3671	-217.9651	-0.0040
	4.5	-0.6472	-218.1959	-0.0399
	7.6	-0.9801	-218.4222	-0.0306

Os quatro pontos de equilíbrio foram obtidos através do método do poliedro (visto no capítulo 2). Na Tabela 2, observa-se as coordenadas dos pontos externos. Ao linearizar as equações de movimento relativo ao ponto de equilíbrio, Moura et al. (2020) determinou a estabilidade destes pontos (tabela 3). Verificou-se que os pontos E_3 e E_4 são linearmente estáveis, enquanto os pontos E_1 e E_2 são instáveis, classificados toplogicamente como caso 1, segundo a classificação de Jiang et al. (2014), pois cada ponto possui três pares de autovalores imaginários. Essa classificação topológica dos pontos de equilíbrio se manteve inalterada independente da variação da densidade, exceto pelo ponto E_4. Para a menor

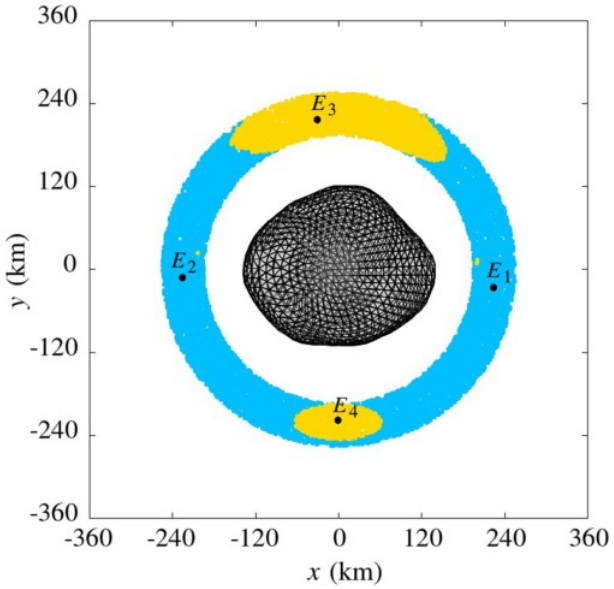


Figura 6 – Em azul temos as posições no plano xoy de 15 mil partículas distribuídas aleatoriamente ao redor de Psyche no tempo inicial. Em amarelo são as posições iniciais das partículas que permaneceram após dois anos de integração. Pontos pretos representam a posição dos pontos de equilíbrio para a densidade nominal. Fonte: Moura et al. (2020).

densidade 3.1 este ponto é classificado como caso 5, pois possui um par de autovalores imaginários e dois pares de autovalores complexos conjungados.

Para o valor nominal da densidade, foi realizada uma simulação numérica com o objetivo de analisar a região de estabilidade ao redor dos pontos de equilíbrio. A simulação envolveu um disco de partículas sem massa orbitando Psyche. Em vez de utilizar o modelo de poliedros, optou-se pelo modelo de mascons, que mantém a precisão e a acurácia, ao mesmo tempo em que requer menos recursos computacionais. Foram empregados 62.422 mascons, cada um com uma massa de 4.3734×10^{14} kg. Na simulação, 15000 partículas foram distribuídas aleatoriamente em um disco com $195 < r < 255$ km e $0° < \theta < 360°$. As partículas foram inicialmente configuradas com órbitas circulares no plano xoy.

Para integrar as equações do movimentos utilizaram o algoritmo Bulirsch-Stoer em uma versão modificada do pacote Mercury que inclui o modelo de mascons, o tempo de simulação foi de 2 anos (aproximadamente 4 mil períodos de rotação de Psyche). Ao considerar que uma região é estável quando as partículas sobrevivem até o final da simulação, sem escapar do sistema ou colidir com o corpo central, os resultados da integração são apresentados na figura 6.

Na Fig. 6 estão representadas as posições iniciais das partículas ao redor de Psyche. Os pontos azuis correspondem às partículas que escaparam ou colidiram, enquanto os pontos amarelos representam aquelas que sobreviveram ao longo dos 2 anos da simulação. Observa-se uma assimetria nas regiões de estabilidade em torno dos pontos de equilíbrio

λ_n	ρ	E_1	E_2	E_3	E_4
λ_1	3.1	$0.4520i$	$0.4509i$	$0.4332i$	$0.4277i$
	4.5	$0.4424i$	$0.4426i$	$0.4289i$	$0.4254i$
	7.6	$0.4334i$	$0.4334i$	$0.4248i$	$0.4228i$
λ_2	3.1	$-0.4520i$	$-0.4509i$	$-0.4332i$	$-0.4277i$
	4.5	$-0.4424i$	$-0.4426i$	$-0.4289i$	$-0.4254i$
	7.6	$-0.4334i$	$-0.4334i$	$-0.4248i$	$-0.4228i$
λ_3	3.1	$0.4468i$	$0.4461i$	$0.3466i$	$-0.0556 + 0.2909i$
	4.5	$0.4384i$	$0.4380i$	$0.3707i$	$-0.0533 + 0.2866i$
	7.6	$0.4302i$	$0.4302i$	$0.3856i$	$-0.0538 + 0.3685i$
λ_4	3.1	$-0.4468i$	$-0.4461i$	$-0.3466i$	$-0.0556 - 0.2909i$
	4.5	$-0.4384i$	$-0.4380i$	$-0.3707i$	$-0.0533 - 0.2866i$
	7.6	$-0.4302i$	$-0.4302i$	$-0.3856i$	$-0.0538 - 0.3685i$
λ_5	3.1	$-0.2045i$	$-0.2043i$	$0.1954i$	$0.0556 + 0.2909i$
	4.5	$-0.2044i$	$-0.2044i$	$0.1567i$	$0.0533 + 0.2336i$
	7.6	$-0.1648i$	$-0.1669i$	$0.1274i$	$0.0538 + 0.1774i$
λ_6	3.1	$0.2406i$	$0.2374i$	$-0.1954i$	$-0.0556 - 0.2909i$
	4.5	$0.2046i$	$0.2044i$	$-0.1567i$	$-0.0533 - 0.2336i$
	7.6	$0.1648i$	$0.1669i$	$-0.1274i$	$-0.0538 - 0.1774i$

Tabela 3 – Autovalores ($\lambda_n \times 10^{-3}$) dos pontos de equilíbrio no potencial de Psyche, considerando a densidade nominal e os valores extremos de densidade. Fonte: Moura et al. (2020).

E_3 com relação ao E_4, atribuída à irregularidade na forma do asteroide. A região ao redor de E_3 apresenta uma amplitude angular de aproximadamente 81°, enquanto a região em torno de E_4 é significativamente menor, com apenas cerca de 30°.

4 Resultados

4.1 Novo modelo

O modelo utilizado por Moura et al. (2020) foi construído por Shepard et al. (2017). Este formato foi gerado pela combinação de 18 imagens de radar e 6 dados de radar de 2015 com mais 16 dados de radar de 2005 e 6 imagens de óptica adaptativa, resultando em um modelo de dimensões máximas de 279 × 232 × 190 km (± 10 %) e $D_{eff} = 226 \pm 23$ km, o que leva a uma densidade de 4.5 ± 1.4 g/cm^3. O poliedro é formado por 1148 vértices e 2292 faces triangulares.

O modelo que utilizamos neste trabalho foi desenvolvido por Shepard et al. (2021) (figura 7) com base em uma ampla gama de observações de diferentes comprimentos de onda. Para isso, foram utilizadas 18 imagens de radar da banda S do telescópio de Arecibo, obtidas em 2015, além de 16 dados de radar realizados em observações em 2005 e mais 5 em 2015. Esses dados já haviam sido incorporados no formato de Shepard et al. (2017). O diferencial, no entanto, foram as observações de 2017, que incluíram nove ondas contínuas. Enquanto as observações de 2005 a 2015 se concentraram nas latitudes médias do hemisfério sul do objeto, as de 2017 foram as primeiras a sondar as latitudes médias do hemisfério norte. Pela primeira vez, Psyche também foi observado pelo *Atacama Large Millimeter Array* (ALMA) em junho de 2019. Essas observações foram fundamentais para determinar com mais precisão a forma e o tamanho do asteroide. Além disso, 10 observações feitas pelo *Very Large Telescope* (VLT) em 2018 e 2019 também contribuíram para o desenvolvimento do modelo. Quatro imagens de óptica adaptativa (AO) capturadas pelo telescópio Keck II em 2015, já haviam sido utilizadas no modelo de Shepard et al. (2017). Em dezembro de 2020 foram realizadas novas observações de Psyche feitas pelo Keck, essas que embora não fossem incorporadas no novo formato, serviram para verificar sua precisão. Por fim, foi utilizada uma ocultação estelar de outubro de 2019, quando Psyche ocultou uma estrela de magnitude 10, proporcionando dados adicionais para refinar a forma e características do asteroide.

O novo modelo tem dimensões ($a \times b \times c$) de 278^{+8}_{-4} km × $238\ ^{-4}_{+6}$ km × $171\ ^{-1}_{+5}$ km e um diâmetro esférico efetivo de $D_{eff} = 222\ ^{-1}_{+4}$ km. Utilizando uma massa estimada para Psyche de $22.87 \pm 0.70 \times 10^{18}$ kg (Baer and Chesley, 2017; Elkins-Tanton et al., 2020) e um volume de $5.75 \pm 0.19 \times 10^6$ km^3, Shepard et al. (2021) calcularam uma densidade média de 4.00 g/cm^3 para o Psyche. O modelo final é um poliedro que conta com 1652 vértices e 3300 faces.

A figura 8 (retirada de Shepard et al. (2021)) ilustra o polo sul de Psyche. O eixo

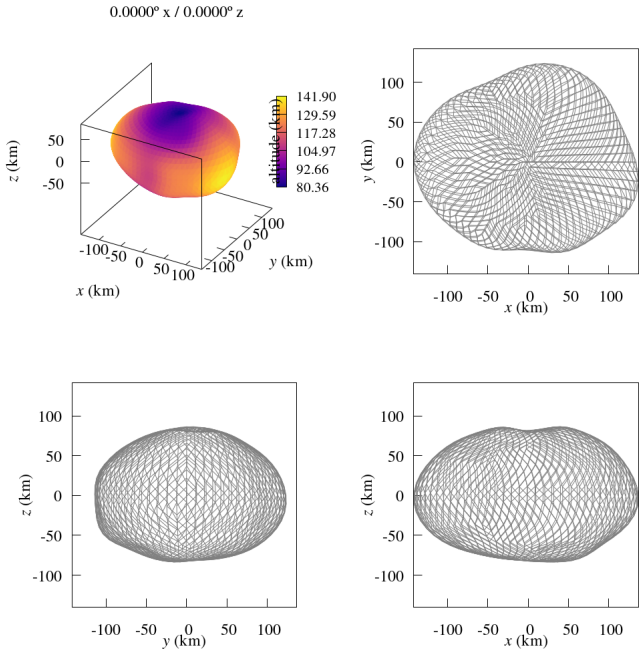


Figura 7 – Visualização do modelo construído por Shepard et al. (2021) e suas projeções nos planos xoy, xoz e yoz .

maior $+a$ define o 0° de longitude, o eixo intermediário +b está a 90° de latitude e o eixo menor +c se alinha com o eixo de rotação na direção polar positiva (norte). Psyche pode ser interpretado como uma forma semelhante a um elipsoide (à esquerda da figura 8). Seguindo essa interpretação, três regiões de Psyche, visíveis nessa figura, apresentam um déficit de massa com relação a um elipsoide de referência. Essas regiões, previamente observadas por Ferrais et al. (2020), são depressões e foram denominadas por ele como A, B e C, sendo posteriormente renomeadas por Shepard et al. (2021) como Alpha, Bravo e Charlie, respectivamente. Outra interpretação possível para o formato de Psyche é que ele se assemelha a uma forma retangular com bordas arredondadas, quando observado ao longo do eixo maior e intermediário, porém com uma das pontas faltando (à direita de 8). Desse ponto de vista Bravo e Charlie deixam de ser interpretados como depressões, mas Alpha, além de permanecer, torna-se consideravelmente mais largo.

Podemos observar melhor a diferença entre os dois modelos pela figura 9. Ao lado esquerdo temos o modelo de Psyche produzido por Shepard et al. (2017) e ao lado direito o modelo produzido por Shepard et al. (2021). Há uma significativa mudança no formato, enquanto o antigo modelo se aproximava mais de um elipsoide, principalmente quando observados pelos lados *Right* e *Left*, o novo modelo traz uma superfície mais refinada, ressaltando, por exemplo, a cratera evidente na parte superior do lado *Right*. Além disso, o novo modelo tem altitude geométrica levemente menor nos polos do asteroide; a distância da face mais próxima do centro de massa é de 80 km, enquanto o antigo modelo é de 89 km. Já a maior altitude chega a aproximadamente 140 km para ambos os modelos.

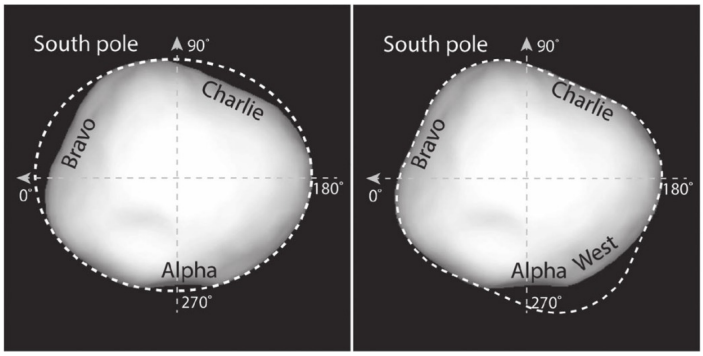


Figura 8 – A forma geral de Psyche vista do polo sul. A vista à esquerda mostra uma sobreposição elipsoidal, os eixos principal e intermediário com longitudes rotuladas, e as regiões referidas como Alpha, Bravo e Charlie, respectivamente. A vista à direita mostra uma sobreposição retangular arredondada alternativa. Fonte: Shepard et al. (2021).

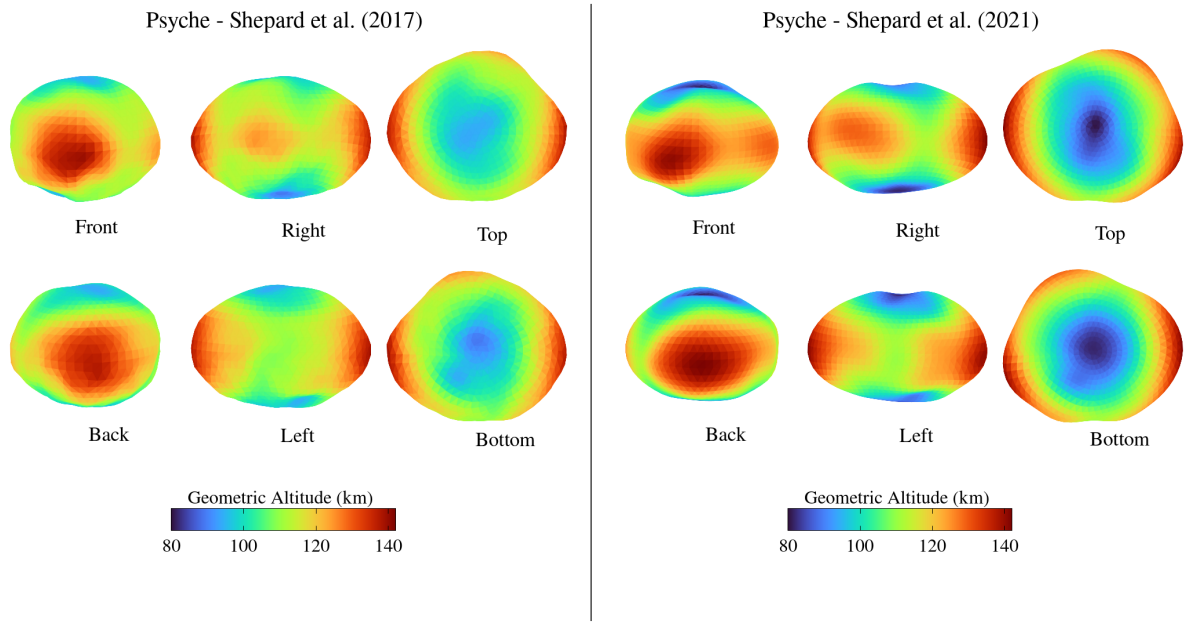


Figura 9 – Modelo da forma do asteroide Psyche. À esquerda produzido por Shepard et al. (2017) e à direita produzido por Shepard et al. (2021).

Fica evidente que o modelo de Shepard et al. (2021) representa a versão mais recente e atualizada de Psyche, estando disponível em domínio público. Além disso, ele é consistente em termos de tamanho e forma com os modelos propostos por Drummond et al. (2018), Viikinkoski et al. (2018) e Ferrais et al. (2020).

4.2 Pontos de equilíbrio e estabilidade

Calculamos os pontos de equilíbrio a partir do método de mascons e utilizando o pacote MINOR-EQUILIBRIA-NR que faz uso do método de Newton-Raphson para resolver um sistema de equações não lineares (Amarante and Winter, 2020).

Estudos recentes indicam que a densidade de Psyche varia entre 3.4 g/cm^3 e 4.1 g/cm^3 (Elkins-Tanton et al., 2020). Neste trabalho, utilizamos essa faixa de densidade para analisar a dinâmica ao redor de Psyche. Para o cálculo dos pontos de equilíbrio, consideramos essa variação de densidade, com incrementos de 0.1 g/cm^3. Encontramos quatro pontos de equilíbrio externos (E_1, E_2, E_3 e E_4) e um interno ao corpo (E_5). A localização dos pontos externos pode ser vista na Figura 10, onde percebemos que a menor densidade produz pontos de equilíbrio próximos ao corpo, enquanto o aumento da densidade do asteroide afasta esses pontos. Isto é fisicamente coerente, já que pontos de equilíbrio são regiões onde há um equilíbrio de forças; neste caso, estamos tratando da força gravitacional e da força centrífuga, pois o asteroide está rotacionando. Conforme aumentamos a densidade do asteroide, a força gravitacional aumenta proporcionalmente, tendendo a aproximar uma partícula para próximo ao corpo central; porém, para o ponto de equilíbrio continuar válido, é necessário afastá-lo do asteroide, para uma posição em que a força gravitacional se iguale novamente à força centrífuga. Já a tabela 4 mostra as coordenadas (x, y, z) dos pontos E_1, E_2, E_3 e E_4, para a menor e maior densidade.

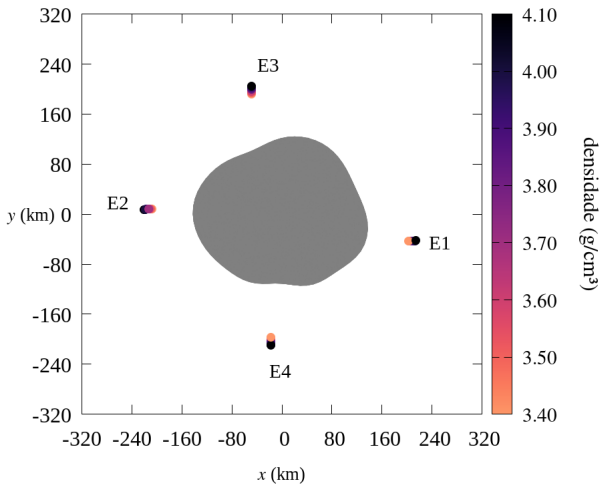


Figura 10 – Pontos de equilíbrio ao redor de Psyche variando com a densidade do asteroide. Cada cor na barra de cores à direita indica uma densidade diferente.

A tabela 5 mostra os seis autovalores de cada ponto externo para a menor e a maior densidade. Em ambas as densidades, os pontos E_1 e E_2 são classificados como instáveis do tipo Caso 2, pois possuem dois pares de valores imaginários e um par de valores reais. Já os pontos E_3 e E_4, também para as duas densidades, são instáveis do tipo Caso 5, pois possuem um par de valores imaginários e dois pares de valores reais.

Pontos de equilíbrio são sensíveis às mudanças na velocidade de rotação e densidade

Ponto de Equilíbrio	Densidade (g/cm^3)	x (km)	y (km)	z (km)
E_1	3.4	202.4915	−42.5443	1.3830
	4.1	214.7342	−42.4830	1.2047
E_2	3.4	−208.1521	8.3495	1.0537
	4.1	−220.1738	7.5318	0.9546
E_3	3.4	−48.1173	192.2172	−0.2588
	4.1	−48.2889	205.2577	−0.2376
E_4	3.4	−17.3881	−197.4587	0.3059
	4.1	−17.7700	−210.1258	0.2360

Tabela 4 – Localização dos Pontos de Equilíbrio ao redor de Psyche considerando a menor e maior densidade.

do corpo. Neste novo modelo de Shepard et al. (2021), apesar de mantermos a mesma rotação utilizada por Moura et al. (2020), a densidade de Psyche foi alterada, de modo a levar a novas posições dos pontos de equilíbrio ao e, consequentemente, alterar a estabilidade destes pontos. Quando utilizamos novas densidades 3.4 g/cm^3 e 4.1 g/cm^3, a estabilidade dos pontos de equilíbrio são alteradas quando comparado com o trabalho de Moura et al. (2020). Os pontos de equilíbrio que eram linearmente estáveis (E_3 e E_4) agoram passam a ser todos instáveis.

λ_n	ρ (g/cm^3)	E_1	E_2	E_3	E_4
λ_1	3.4	$0.4645i$	$0.4649i$	$0.4415i$	$0.4396i$
	4.1	$0.4572i$	$0.4590i$	$-0.0875+0.2908i$	$0.4368i$
λ_2	3.4	$-0.4645i$	$-0.4649i$	$-0.4415i$	$-0.4396i$
	4.1	$-0.4572i$	$-0.4590i$	$-0.0875-0.2908i$	$-0.4368i$
λ_3	3.4	$0.4356i$	$0.4404i$	$-0.1109+0.2964i$	$-0.0829+0.2885i$
	4.1	$0.4310i$	$0.4378i$	$0.0875+0.2908i$	$-0.0573+0.2843i$
λ_4	3.4	$-0.4356i$	$-0.4404i$	$-0.1109-0.2964i$	$-0.0829-0.2885i$
	4.1	$-0.4310i$	$-0.4378i$	$0.0875-0.2908i$	$-0.0573-0.2843i$
λ_5	3.4	-0.2439	-0.2531	$0.1109+0.2964i$	$0.0829+0.2885i$
	4.1	-0.2209	-0.2375	$0.4384i$	$0.0573+0.2843i$
λ_6	3.4	0.2439	0.2531	$0.1109-0.2964i$	$0.0829-0.2885i$
	4.1	0.2209	0.2375	$-0.4384i$	$0.0573-0.2843i$

Tabela 5 – Autovalores ($\lambda_n \times 10^{-3}$) dos pontos de equilíbrio E_1, E_2, E_3, e E_4 para diferentes densidades ρ (g/cm^3).

4.3 Simulações numéricas

Para analisar a dinâmica ao redor de Psyche, distribuímos partículas sem massa em um disco. O disco é composto por 5000 partículas, distribuídas randomicamente na região angular $0° < \theta < 360°$ e na faixa radial de 150 km $< r <$ 450 km, cobrindo a região

onde se localizam os pontos de equilíbrio. As partículas inicialmente estavam no plano e em órbitas circulares keplerianas. A partir da posição inicial de cada partícula, calculamos suas velocidades iniciais por (Murray and Dermott, 1999):

$$\dot{x} = -\frac{na}{\sqrt{1-e^2}} \sin f, \tag{4.1}$$

$$\dot{y} = +\frac{na}{\sqrt{1-e^2}} (e + \cos f), \tag{4.2}$$

onde o semieixo maior a é equivalente ao raio da órbita r e a excentricidade e é zero pois a órbita é inicialmente circular. A anomalia verdadeira é f, $\cos f = x/r$ e $\sin f = y/r$. Calculamos o movimento médio por $n = \sqrt{Gm_p/r^3}$, sendo G a constante gravitacional e m_p a massa de Psyche. Exploramos a menor e a maior densidade (3.4 g/cm^3 e 4.1 g/cm^3) e utilizamos o volume de Shepard et al. (2021) para calcular a massa de Psyche nesses dois casos (tabela 6).

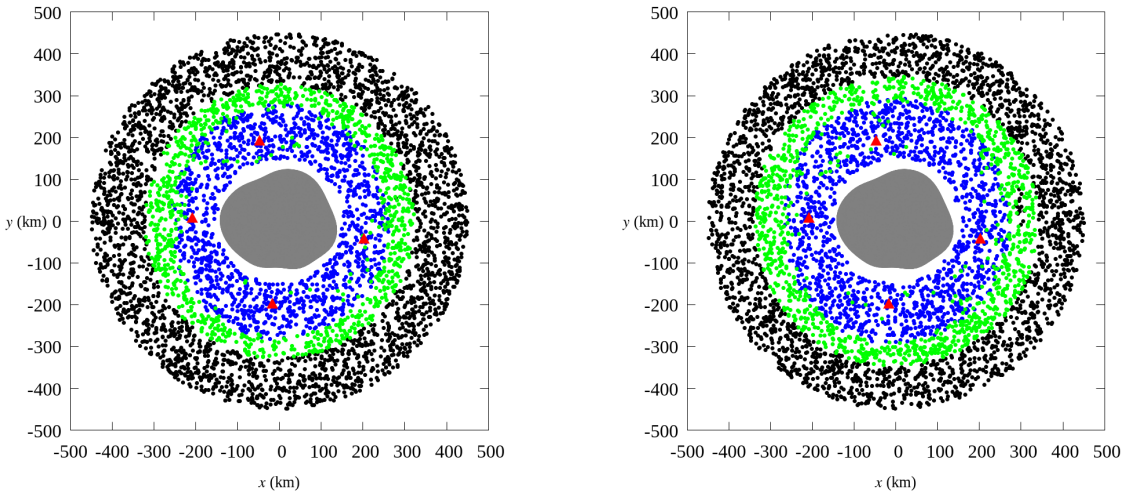
ρ (g/cm^3)	Massa (kg)
3.4	1.955×10^{19}
4.1	2.357×10^{19}

Tabela 6 – Massa de Psyche para menor e maior densidade.

A simulação foi feita por quatro anos (aproximadamente oito mil períodos de rotação de Psyche). Utilizamos o pacote N-BOM para fazer as simulações numéricas (Winter et al., 2020) e empregamos o método de mascons para computar o potencial gravitacional de Psyche (eq. 2.3). No nosso modelo, consideramos uma grade espaçada de 6.6 km, o que gerou um modelo de Psyche composto por $N = 19991$ mascons, cada um com uma massa de $m = 9.779 \times 10^{14}$kg para a menor densidade e $m = 1.179 \times 10^{15}$kg para a maior densidade. Consideramos como partículas sobreviventes aquelas que se mantiveram na nossa região de interesse até o tempo final da integração. As partículas que escaparam foram as que as órbitas ultrapassaram o semieixo maior crítico que é $0.5 \times R_{\rm Hill}$ (Domingos et al., 2006), equivalente a 3.246 $\times 10^4$ km.

A Figura 11 ilustra o disco de partículas ao redor do asteroide, onde cada ponto corresponde à posição inicial de uma partícula. As partículas que colidiram com o asteroide estão destacadas em azul; as que escaparam do sistema, em verde; e as que sobreviveram, em preto. À esquerda, a densidade de Psyche é de 3.4 g/cm^3, e os pontos de equilíbrio estão marcados como triângulos vermelhos. Já à direita, temos a mesma representação, mas com uma densidade de 4.1 g/cm^3 para Psyche.

Em ambos os casos, o potencial gravitacional do corpo central afeta a órbita das partículas de maneira significativa. As partículas mais próximas do asteroide colidem com



(a) (b)

Figura 11 – Disco de partículas ao redor de Psyche em suas posições no tempo inicial. Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. (a) A densidade de Psyche é de $\rho = 3.4$ g/cm^3 , (b) A densidade de Psyche é de $\rho = 4.1$ g/cm^3.

sua superfície, enquanto aquelas em regiões intermediárias têm suas órbitas alteradas, com o aumento da excentricidade resultando no escape do sistema. Já as partículas na borda externa do disco conseguem sobreviver até o final da integração. Isso ocorre porque, estando mais distantes do asteroide, a perturbação gravitacional devido à irregularidade no formato do asteroide não é suficiente para provocar mudanças significativas nas excentricidades de suas órbitas, a ponto de levá-las a colidir ou escapar do sistema. Ao aumentar a densidade do asteroide, a atração gravitacional se intensifica, levando a um maior número de colisões das partículas com o corpo central e a uma diminuição no número de partículas que sobrevivem, este percentual é pequeno e será comentado na seção 4.3.1, de modo a não ser expressivo na figura 11. Como os pontos de equilíbrio são todos instáveis ao redor do asteroide, independente da densidade que estamos utilizando, regiões de estabilidades ao redor destes pontos não são mais criadas como vimos na figura 6 de Moura et al. (2020).

A figura 7 mostra os histogramas que comparam o número de partículas que colidem ou escapam do sistema com o tempo. Para ambas as densidades, o comportamento dos histogramas permanece similar, sem expressivas mudanças. O tempo total de simulação é de aproximadamente 1460 dias (4 anos), porém a primeira linha de histogramas mostra que metade das partículas colidem ou escapam em até 400 dias (quase 30% do tempo total de simulação), chegando a 2285 partículas para a menor densidade e 2570 para a maior densidade. Apesar da diferença entre estes números de partículas para as duas densidades ser pequena, a maior densidade faz com que mais partículas colidam ou escapem do sistema

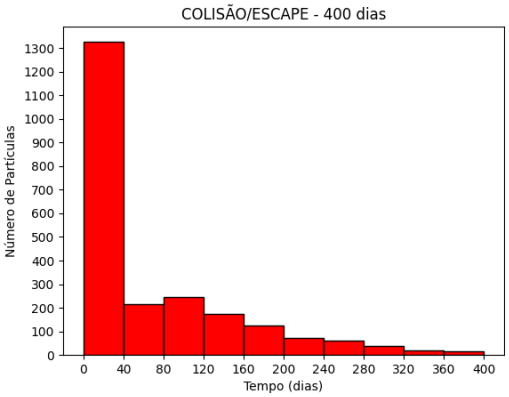
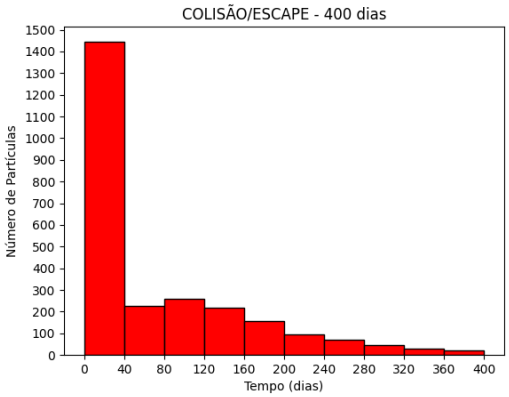
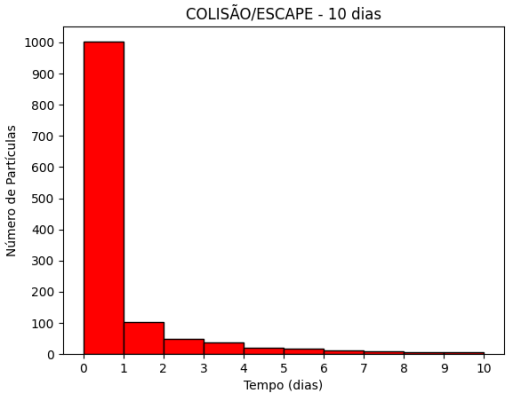
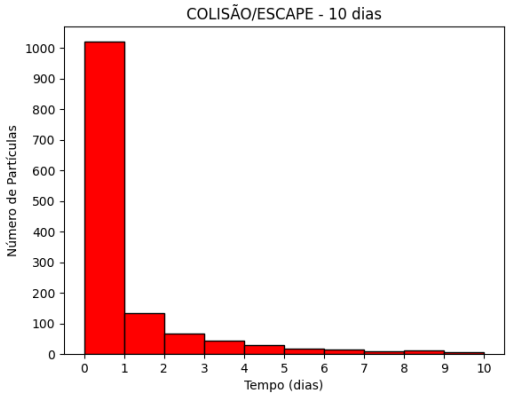
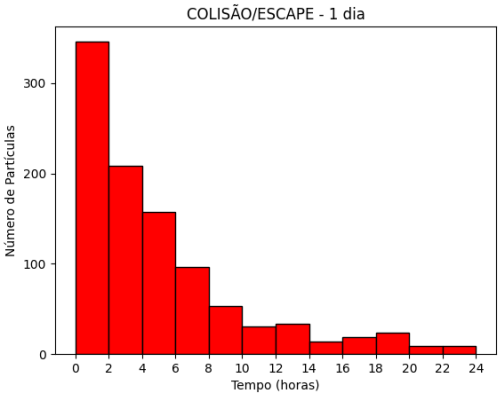
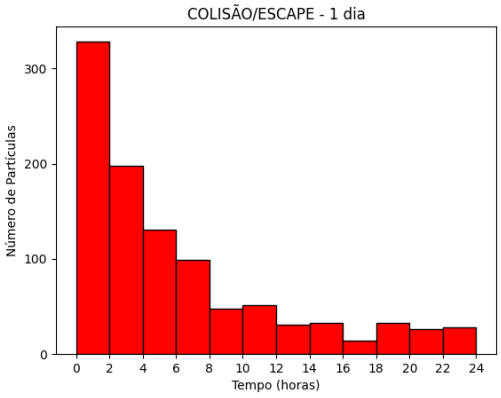
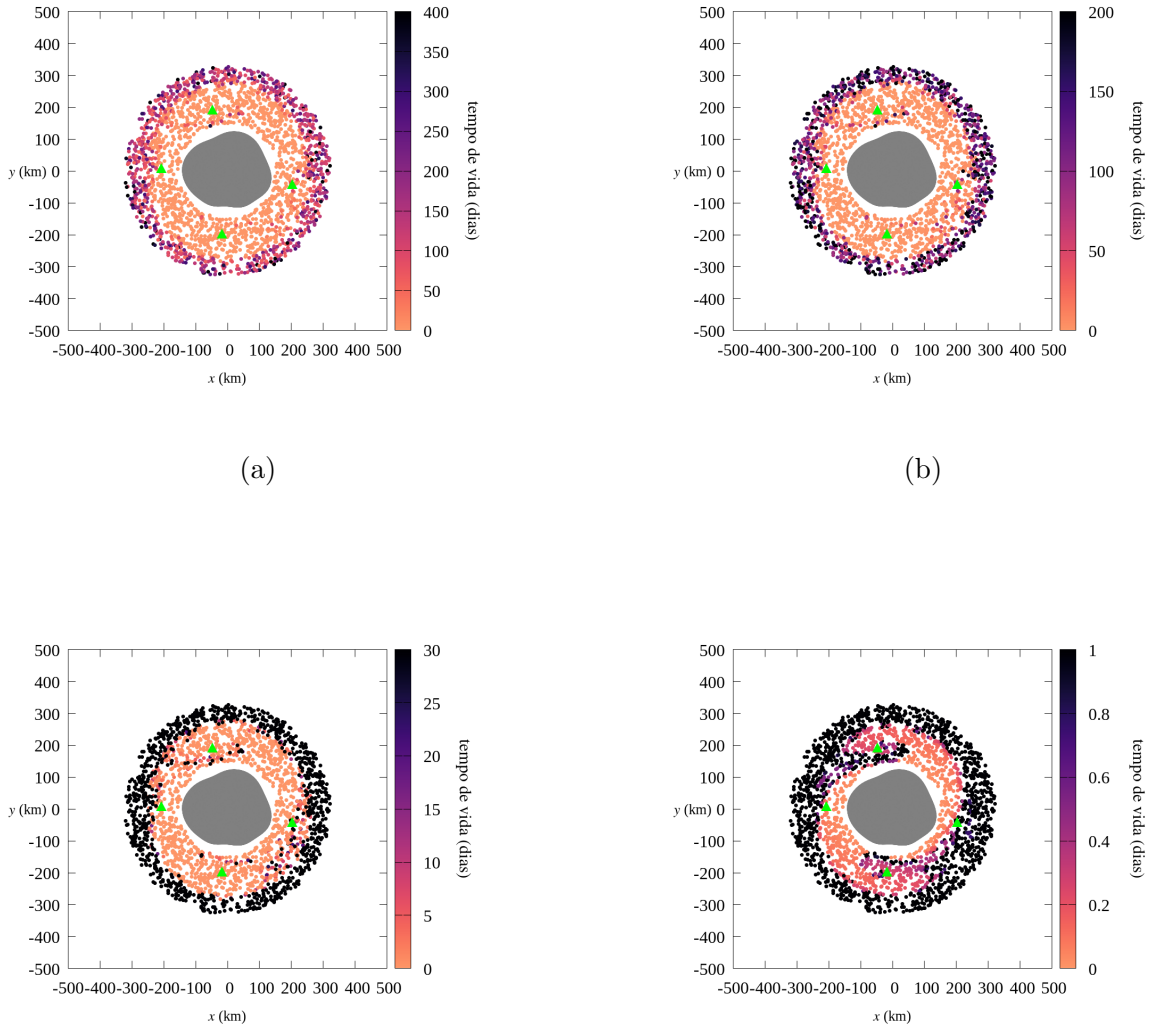
	$\rho = 3.4 g/cm^3$	$\rho = 4.1 g/cm^3$
400 dias		
10 dias		
1 dia		

Tabela 7 – Histograma mostrando o número de partículas que colidem ou escapam do sistema, pelo tempo de simulação, em até 400 dias, 10 dias e 1 dia. A primeira coluna é para o caso de densidade de Psyche $\rho = 3.4 g/cm^3$ e a segunda coluna para $\rho = 4.1 g/cm^3$.

em um mesmo intervalo de tempo. É visível que dentre estes 400 dias, expressivamente mais de mil partículas colidem ou escapam logo nos primeiros dias de simulação. Para melhor visualização, a segunda linha de histogramas mostra este número de partículas nos 10 primeiros dias, denunciando que na verdade, aproximadamente mil partículas colidem ou escapam em apenas um dia. A terceira linha de histogramas mostra então, o número

dessas partículas em até um dia. Em ambas as densidades mais de 300 partículas colidem em até 2 horas, e aproximadamente 500 partículas colidem em até um período rotacional de Psyche (4.196h).



(a) (b)

(c) (d)

Figura 12 – Tempo de vida das partículas que escaparam ou colidiram para o caso $\rho = 3.4$ g/cm^3. A barra de cores indica o tempo de vida (em dias) das partículas posicionadas no plano xoy que colidiram e escaparam do sistema. Os triângulos em verde são os pontos de equilíbrio. (a) Barra de cores limitada a 400 dias. (b) Barra de cores limitada a 200 dias. (c) Barra de cores limitada a 300 dias. (d) Barra de cores limitada a 1 dia.

Os histogramas nos mostram os números de partículas, porém as figuras 12 e 13 mostram os locais iniciais destas partículas que colidem ou escapam, para os casos $\rho = 3.4$ g/cm^3 e $\rho = 4.1$ g/cm^3, respectivamente. Percebemos pela figura 12a que a maior parte das partículas localizadas na parte interna do disco, colidem com Psyche em até 50 dias,

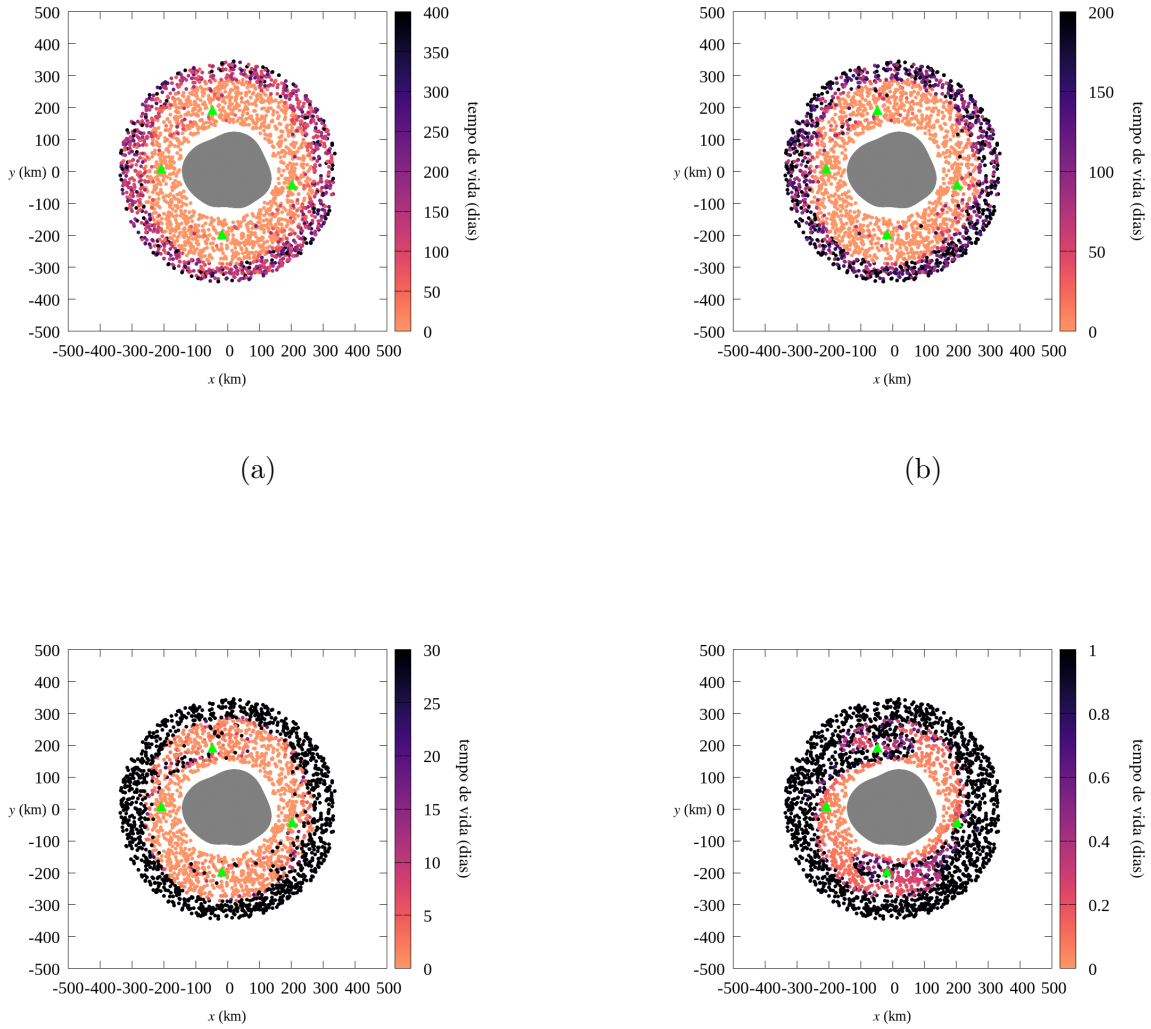


Figura 13 – Tempo de vida das partículas que escaparam ou colidiram para o caso $\rho = 4.1$ g/cm^3. A barra de cores indica o tempo de vida (em dias) das partículas posicionadas no plano xoy que colidiram e escaparam do sistema. Os triângulos em verde são os pontos de equilíbrio.

enquanto isso, as partículas localizadas na borda externa do disco, que são as que escapam do sistema, conseguem demorar até 400 dias ou mais, contudo a maioria escapa em até 250 dias. Em 12b, restringimos o tempo de vida para 200 dias, o resultado evidencia que a maior parte das partículas que escapam do sistema não o fazem antes de 50 dias. Ao limitar o gráfico em até 30 dias, a figura 12c destaca algumas partículas que demoram 30 dias ou mais para colidirem com Psyche, suas localizações ficam próximas aos pontos de equilíbrio superior e inferior e em faixas paralelas ao maior eixo de Psyche. Em 12d reduzimos o gráfico para um dia, dando destaque para as partículas que colidem. Parte delas, em rosa, colidem com o corpo central em até um período orbital de Psyche (4.196h),

no entanto, a outra parte consegue sobreviver um pouco mais, não passando de um dia. Sem grandes diferenças, os gráficos 13a e 13b seguem o mesmo comportamento que os gráficos da menor densidade. Quando restrigimos para 30 dias na figura 13c, é notável que aquelas partículas que colidem mas que conseguem sobreviver 30 dias ou mais é maior neste caso. O gráfico 13d só acentua mais esta diferença; em até um dia o número de partículas que conseguem sobreviver mais que um período orbital antes de colidir aumenta.

4.3.1 Simulações numéricas: pressão de radiação

Com o objetivo de tornar nosso modelo mais realista, aplicamos a pressão de radiação ao sistema utilizando a equação 3.16 em nossa simulação numérica. Para isso, utilizamos os seguintes parâmetros da órbita de Psyche:

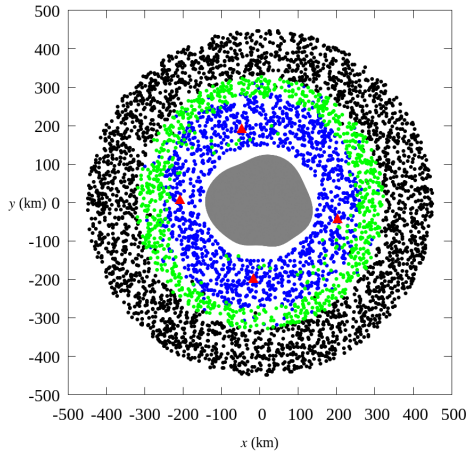
- Semieixo maior $a = 2.923$ u.a;
- Excentricidade da órbita $e = 0.134$;
- Período de translação $T = 1825.389$ dias;
- Inclinação da órbita $i = 3.097° \approx 0°$;
- Anomalia verdadeira $f = 0°$ (Psyche inicialmente no pericentro da órbita).

A partir desses dados calculamos a posição e velocidade do sistema com relação ao Sol: posição $(x; y) = (3.786 \times 10^{11}; 0)$m e velocidade $(v_x; v_y) = (0; 1.993 \times 10^4)$m/s. Além disso, passamos a considerar o raio e a densidade das partículas, assumindo, como hipótese inicial, que a densidade das partículas é igual à do corpo central. Essa suposição se baseia na ideia de que possíveis partículas nas proximidades de Psyche podem ter se originado do próprio asteroide. Utilizamos quatro diferentes valores de raio para as partículas: $10^4\mu$m, $10^3\mu$m, $10^2\mu$m e 10μm.

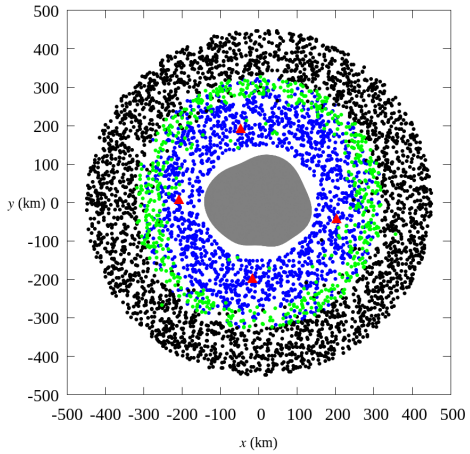
Na figura 14 observamos as partículas ao redor de Psyche com densidade de 3.4 g/cm^3. No caso da fig. 14a, onde as partículas possuem raio $r_p = 10^4\mu$m, notamos que, ao comparar as estatísticas (tabela 8) com o cenário sem pressão de radiação (fig.11), não houve diferenças significativas. Para $r_p = 10^3\mu$m (fig.14b), a principal mudança foi a redução no número de partículas que escaparam e um aumento nas colisões. Ao diminuir o raio para $r_p = 10^2\mu$m (fig.14c), essa diferença se torna mais evidente, enquanto o número de partículas sobreviventes sofre pouca variação. No caso de $r_p = 10\mu$m (fig.14d) atingimos o limite de tamanho no qual as partículas são quase completamente varridas da vizinhança de Psyche, restando apenas 0.28%.

A figura 15 mostra como a dinâmica das partículas ao redor de Psyche se altera para uma densidade de 4.1 g/cm^3. O caso $r_p = 10^4\mu$m (fig.15a), comparando com o cenário sem

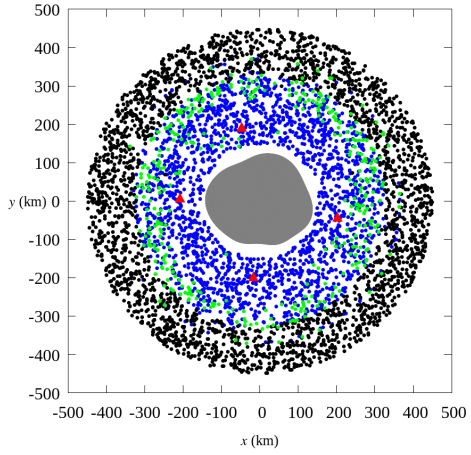
pressão, também não há grande variação. No entanto, ao reduzir o raio para $r_p = 10^3 \mu$m (fig.15b), observamos que parte das partículas que anteriormente escapavam passam a colidir com o corpo central, aumentando esse percentual de partículas que colidem em 5.54%, além de haver um pequeno aumento no número de partículas sobreviventes, de 2%. Contudo, para $r_p = 10\mu$m (fig.15d), atingimos o limite de tamanho em que quase nenhuma partícula sobrevive no sistema, restando apenas 1.66%, este valor é apenas 1.38% maior que o caso com a menor densidade.



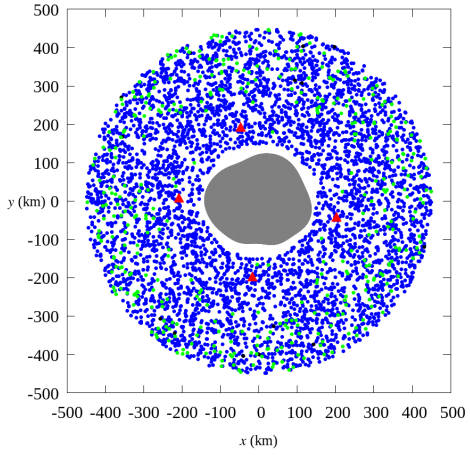
(a) $10^4 \mu$m



(b) $10^3 \mu$m



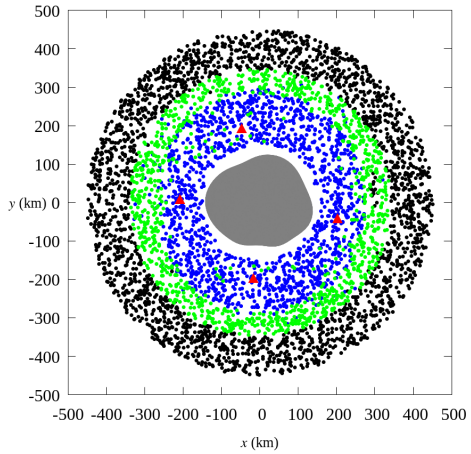
(c) $10^2 \mu$m



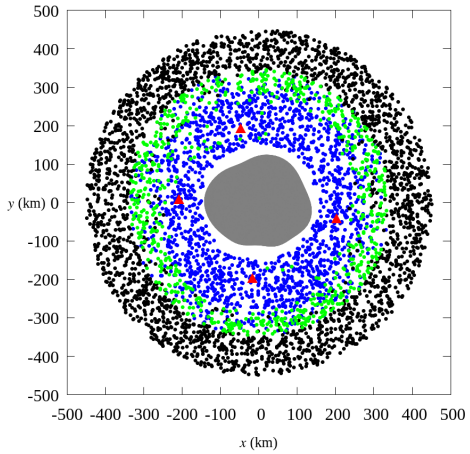
(d) 10μm

Figura 14 – Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. Densidade de Psyche e das partículas de 3.4 g/cm^3. Cada figura indica um raio diferente das partículas.

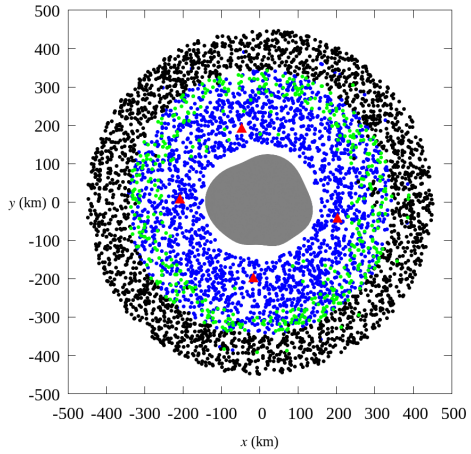
Tanto para o caso em que as partículas e Psyche possuem $\rho = 3.4$g/cm^3, quanto para o caso $\rho = 4.1$g/cm^3, a maior parte do comportamento das partículas conforme o raio



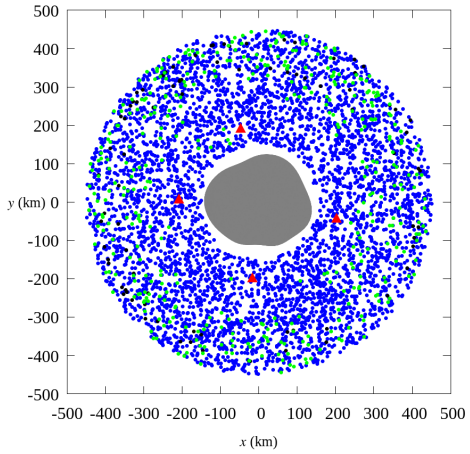
(a) $10^4\mu$m



(b) $10^3\mu$m



(c) $10^2\mu$m



(d) 10μm

Figura 15 – Em azul, partículas que colidiram; em verde as que escaparam do sistema; em preto partículas sobreviventes; os triângulos em vermelho indicam a localização dos pontos de equilíbrio. Densidade de Psyche e das partículas de 4.1 g/cm^3. Cada figura indica um raio diferente das partículas.

foi sendo diminuindo, foi que em vez de escaparem do sistema, elas passaram a colidir com o asteroide. A figura 16 mostra o movimento no plano xoy de uma partícula de raio $10^3\mu$m e densidade 3.4g/cm^3 sob a influência da pressão de radiação. Cada figura representa um *frame* do movimento orbital com o passar do tempo. Inicialmente, a partícula permanece em órbita próxima ao corpo central, mas, com o passar do tempo, sua órbita começa a se expandir, com a partícula realizando loops mais distantes de Psyche, até o momento em que ela escapa do sistema. Na figura 17, temos a mesma partícula sob as mesmas condições, exceto que seu raio foi reduzido para 10μm. Com essa redução, a pressão de radiação exerce uma influência mais significativa, aumentando a excentricidade da órbita

r_p	$Estado final$	% ($\rho = 3.4\text{g/cm}^3$)	% ($\rho = 4.1\text{g/cm}^3$)
Sem PR	C	26.62%	29.32%
	E	19.76%	23.62%
	S	53.62%	47.06%
$10^4\mu$m	C	27.74%	30.12%
	E	18.42%	22.64%
	S	53.84%	47.24%
$10^3\mu$m	C	32.7%	35.66%
	E	12.36%	15.14%
	S	54.94%	49.2%
$10^2\mu$m	C	40.84%	44.24%
	E	8.06%	9.6%
	S	51.1%	46.16%
10μm	C	91.76%	90.54%
	E	7.96%	7.8%
	S	0.28%	1.66%

Tabela 8 – Porcentagem de partículas que sobreviveram, colidiram ou escaparam nos cenários sem pressão de radiação e com pressão de radiação, considerando os raios de $10^4\mu$m, $10^3\mu$m, $10^2\mu$m e 10μm. Os resultados foram obtidos para os casos de menor e maior densidade ($\rho = 3.4\text{g/cm}^3$ e $\rho = 4.1\text{g/cm}^3$). Na tabela, 'C' são as partículas que colidiram com o corpo central, 'E' são as que escaparam do nosso sistema e 'S' são as que sobreviveram.

da partícula a ponto de colidir com Psyche, em apenas 34 horas.

As tabelas 9 e 10 mostram o tempo de vida para partículas que colidem ou escapam do sistema, os eixos e a legenda das cores seguem o mesmo padrão apresentado na figura 12. Assim como anteriormente, temos as restrições de tempo para cada coluna, primeiro até 400 dias, depois 200 dias, 30 dias e por fim 1 dia. A diferença é que cada linha mostra um caso, começando com o caso sem pressão de radiação (SPR), depois aplicando pressão de radiação para os tamanhos de partícula $10^4\mu$m, $10^3\mu$m, $10^2\mu$m e 10μm. Para o caso $\rho = 3.4$ g/cm^3, os gráficos entre o caso SPR e $10^4\mu$m não mostram significativa mudanças, as partículas deste tamanho que não sobrevivem, escapam ou colidem praticamente no mesmo tempo que antes quando não considerávamos pressão de radiação. Quando diminuímos o raio para $10^3\mu$m, as partículas externas do disco começam a colidir sutilmente mais rápido, porém conforme restringimos o tempo para 1 dia neste caso, percebemos que o local de partículas que colidem em até um período orbital de Psyche se mantém. Ao diminuir para $10^2\mu$m, aparece uma estreita faixa de partículas que antes sobreviviam, estas partículas conforme as cores indicam, colidem ou escapam por 400 dias ou mais. No último valor de raio para a partícula, 10μm, praticamente todo o disco de partículas colide ou escapa do sistema. A maior parte das novas partículas que agora aparecem como não sobreviventes, tem tempo de vida mais curto, colidem ou escapam em até 200 dias, porém conseguem

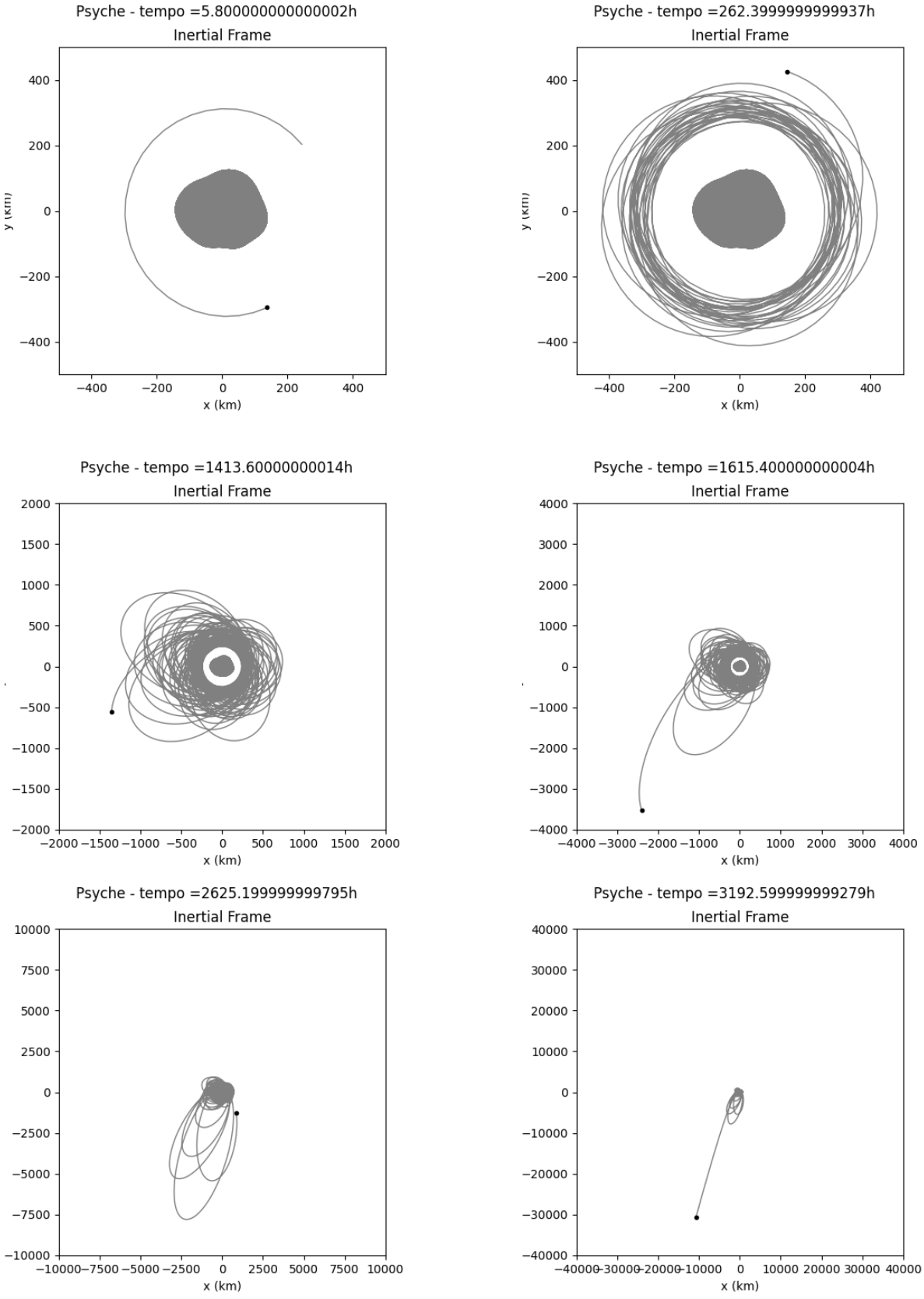


Figura 16 – Movimento orbital no plano de uma partícula de raio $10^4 \mu$m, sob pressão de radiação, até o momento que escapa do sistema.

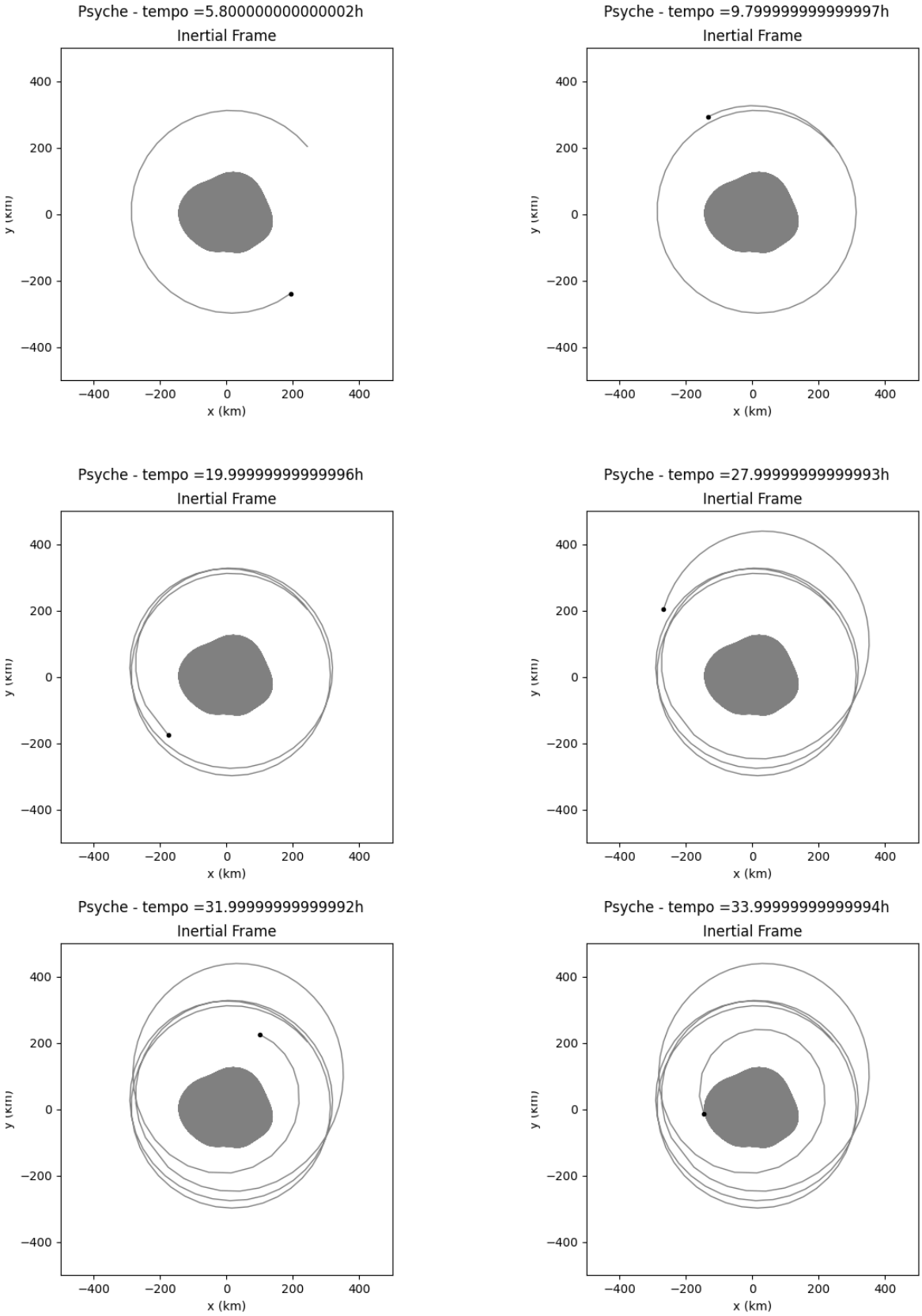


Figura 17 – Movimento orbital no plano de uma partícula de raio 10μm, sob pressão de radiação, até o momento que colide com o corpo central.

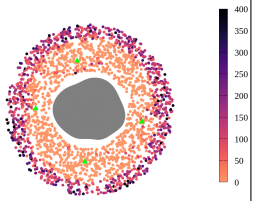
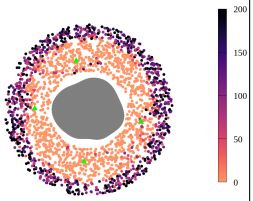
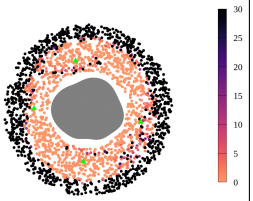
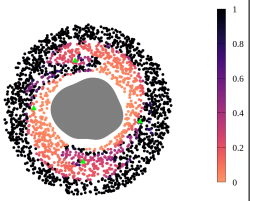
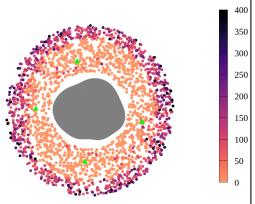
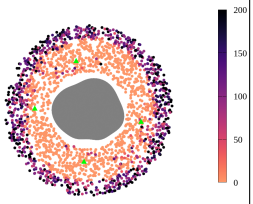
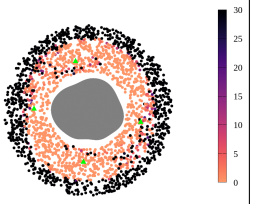
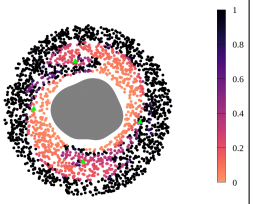
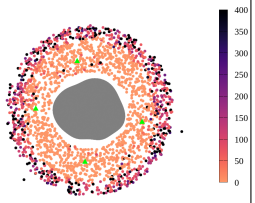
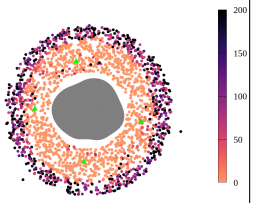
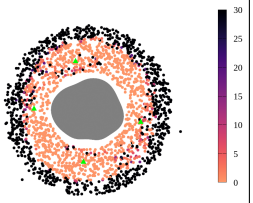
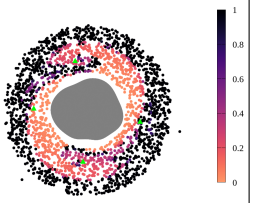
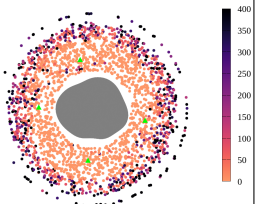
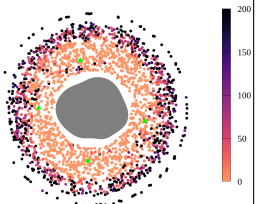
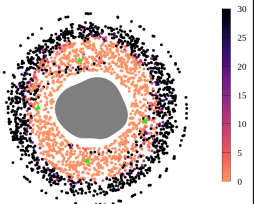
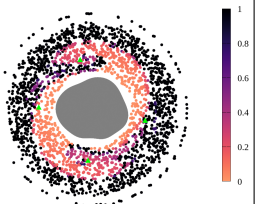
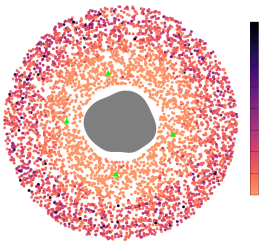
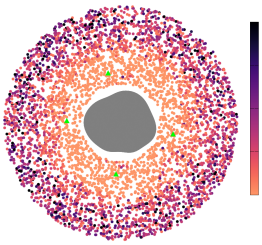
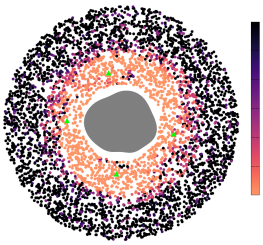
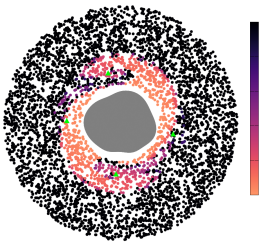
	400 dias	**200 dias**	**30 dias**	**1 dia**
SPR				
$10^4\mu$m				
$10^3\mu$m				
$10^2\mu$m				
10μm				

Tabela 9 – Gráficos de tempo de vida das partículas com $\rho = 3.4g/cm^3$ que colidem ou escapam do sistema em até 400 dias, 200 dias, 30 dias e 1 dia. Para os casos sem pressão de radiação (SPR) e com pressão de radiação (com diferentes raios para as partículas). A caixa de cor indica o tempo em dias.

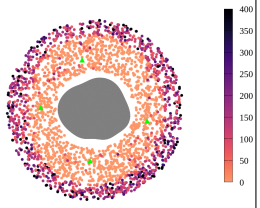
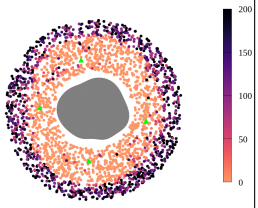
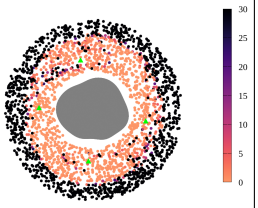
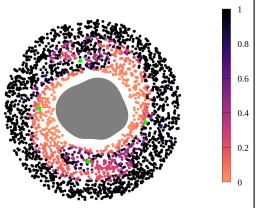
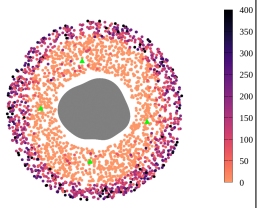
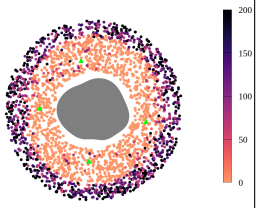
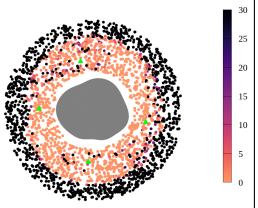
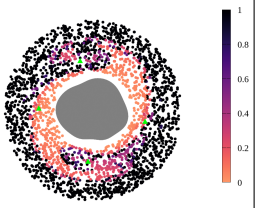
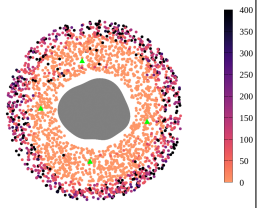
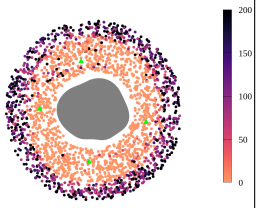
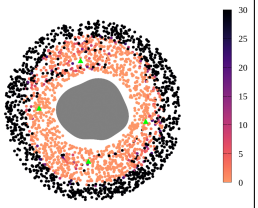
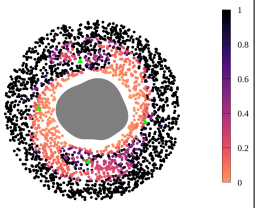
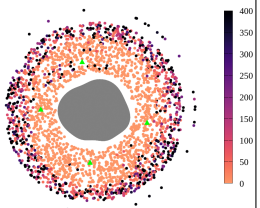
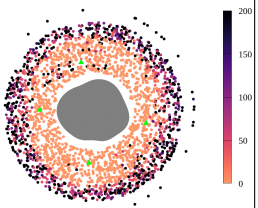
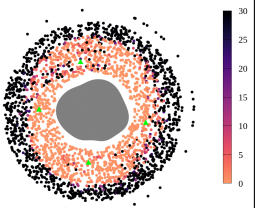
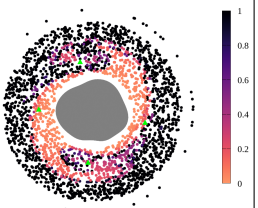
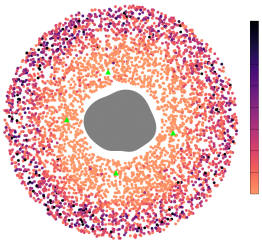
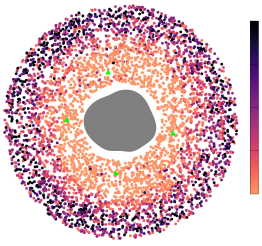
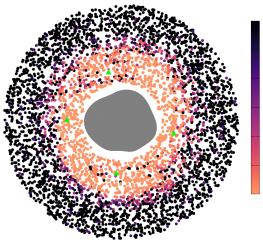
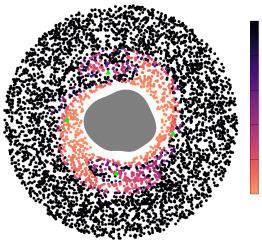
	400 dias	**200 dias**	**30 dias**	**1 dia**
SPR				
$10^4\mu$m				
$10^3\mu$m				
$10^2\mu$m				
10μm				

Tabela 10 – Gráficos de tempo de vida das partículas com $\rho = 4.1 g/cm^3$ que colidem ou escapam do sistema em até 400 dias, 200 dias, 30 dias e 1 dia. Para os casos sem pressão de radiação (SPR) e com pressão de radiação (com diferentes raios para as partículas). A caixa de cor indica o tempo em dias.

sobreviver por mais de um dia. As tabelas referentes a $\rho = 3.4$ g/cm^3 e $\rho = 4.1$ g/cm^3 são similares, porém a maior diferença entre os casos, é que a maior densidade consegue manter as partículas por um pouco mais de tempo antes de colidirem ou escaparem do sistema.

Como mencionado na seção 1.1, algumas regiões de Psyche podem ser formadas por material de maior densidade, indicando composição metálica, chegando até um possível valor de $\rho = 7.6$ g/cm^3. Pensando nesta possibilidade, há chances de algumas partículas ao redor do asteroide possuírem tal densidade elevada. Calculamos então o raio que uma partícula de densidade 7.6 g/cm^3 (partícula 1) precisa ter para se comportar igual a uma partícula de densidade 3.4 g/cm^3 (partícula 2), tanto para o maior raio ($10^4\mu$m) quanto para o menor (10μm). Para isto, utilizamos a razão área-massa (equação 3.15) de cada densidade e as comparamos:

$$\frac{3}{4}\frac{1}{\rho_1 r_1} = \frac{3}{4}\frac{1}{\rho_2 r_2}. \tag{4.3}$$

O resultado mostra que para se comportar como uma partícula de 3.4 g/cm^3 de raio de $10^4\mu$m, uma partícula de densidade 7.6 g/cm^3 precisa ter raio de $4.47 \times 10^3\mu$m. Ou seja, seu comportamento seria equivalente à figura 14a, sofrendo mínima influência da pressão de radiação. Já para se comportar como uma partícula de 3.4 g/cm^3 de raio de 10μm, esta partícula de $\rho = 7.6$ g/cm^3 precisa ter um raio de 4.47μm. Possibilitando que as partículas com este raio sejam completamente varridas da região de interesse pela pressão de radiação, assim como mostra 14d.

4.4 Missão Psyche: Razão área-massa

A missão Psyche orbitará Psyche em diferentes órbitas, como foi discutido na seção 1.2. Uma delas é a órbita D que está a 75 km de altitude da superfície de Psyche. Esta órbita está situada na região em que simulamos nosso disco de partícula. Para calcular a influência da pressão de radiação sobre a espaçonave, calculamos sua razão área-massa e encontramos um raio de partícula equivalente a esta razão.

A sonda é composta por duas asas, cada uma com 5 painéis solares de cada lado, a área dos painéis é equivalente a 75 m^2 e um corpo central no formato de uma caixa, com 3.1 m de comprimento e 2.4 m de largura, gerando uma área de 7.44 m^2 (veja figura 18). No total a área da sonda é de 82.44 m^2. A massa da espaçonave no lançamento é de 2747 kg enquanto sua massa seca é de menos de 1400 kg [1].

Consideramos que na órbita D, a espaçonave terá uma massa aproximadamente igual à massa seca somada à massa de 20% do combustível, ou seja, uma massa total de 1669 kg, com a justificativa de que a sonda ao orbitar sua última trajetória (órbita D), já teria consumido praticamente todo o seu combustível; encontramos um valor de $A = 0.049$ m^2/kg.

Utilizamos a equação 3.15 e a menor densidade para o cálculo do raio da partícula equivalente. Para uma partícula de $\rho = 3.4$ g/cm^3 este raio é de $4.5 \times 10^3 \mu$m. Segundo os resultados de nossas simulações, para este raio da ordem de $10^3 \mu$m, a pressão de radiação exerce influência a ponto de alterar a excentricidade da órbita da sonda, veja a figura 14b, região com partículas azuis próxima aos pontos de equilíbrio em vermelho. Isto significa que a sonda precisa utilizar seus propulsores para conseguir se manter neste local e não colidir com Psyche em até 30 dias ou menos. Além disso, nesta região, a sonda não encontrará praticamente nenhuma partícula dentre as de densidade que estudamos, pois todas presentes nessa área colidem com Psyche. Porém, ao cruzar da órbita C para a D, a sonda poderá encontrar partículas de $\rho = 3.4 g/cm^3$, $\rho = 4.1 g/cm^3$ e $\rho = 7.6 g/cm^3$, e de tamanhos da ordem de 10^2 μm a 10^4 μm, isto porque quanto mais afastado de Psyche maior a probabilidade de uma partícula sobreviver, pois a perturbação gravitacional do asteroide se torna menos intensa, e a pressão de radiação não é suficiente para remover completamente partículas dentro dessa faixa de tamanhos.

[1] Disponível em: https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/display.action?id=2023-157A.

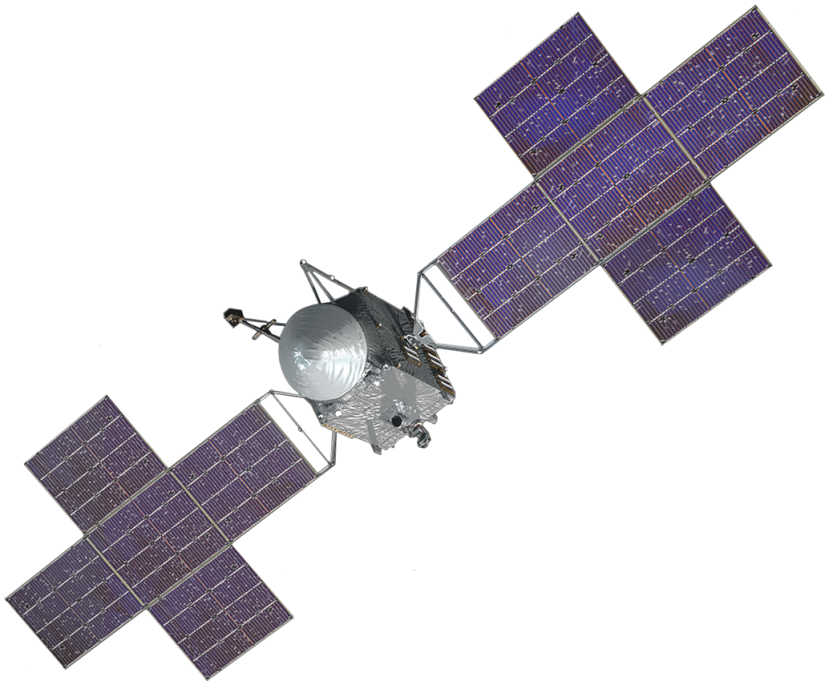


Figura 18 – Espaçonave Psyche. Fonte: https://psyche.asu.edu/mission/the-spacecraft/.

5 Considerações Finais

Utilizando um modelo atualizado e mais preciso desenvolvido por Shepard et al. (2021), obtivemos resultados que contribuem significativamente para a compreensão da dinâmica ao redor do asteroide Psyche. Os cálculos dos pontos de equilíbrio indicaram que variações na densidade do asteroide afetam sensivelmente a localização e a estabilidade desses pontos, demonstrando que a densidade desempenha um papel fundamental na definição das regiões dinâmicas ao redor de Psyche. Como nenhum ponto de equilíbrio é linearmente estável, isso resulta na ausência de regiões estáveis nas proximidades, onde partículas poderiam permanecer confinadas. A inexistência dessas regiões de estabilidade pode ser benéfica para a sonda Psyche, pois minimiza a presença de partículas que poderiam dificultar a transição da sonda entre diferentes órbitas.

As simulações numéricas sem a influência da pressão de radiação confirmaram que, com o aumento da densidade do asteroide, também há um aumento no número de partículas que colidem com o corpo central ($\approx 3\%$) e um aumento nas partículas que escapam do sistema (de quase 4%), além de uma redução de aproximadamente 7% no número de partículas que permanecem em órbita ao redor do asteroide.

O estudo revelou que, sob a influência da pressão de radiação, aproximadamente 50% das partículas com raios entre $10^2\mu$m e $10^4\mu$m sobrevivem no sistema. Quando analisamos as partículas de 10 μm de raio, aproximadamente 99% delas não conseguem permanecer na vizinhança de Psyche por quatro anos, independentemente da densidade considerada (3.4 g/cm^3 ou 4.1 g/cm^3). Por outro lado, quase metade das partículas com raios de $10^2\mu$m ou maiores conseguem sobreviver nesse ambiente por até quatro anos, podendo representar um sério obstáculo para a passagem da sonda ao atravessar essa região, especialmente durante a transição para a órbita D.

Por fim, nossos resultados indicam que a espaçonave Psyche tem razão área-massa equivalente à de uma partícula de raio da ordem de $10^3\mu$m, e para este raio há alteração na dinâmica das partículas devido a pressão de radiação, ou seja, a sonda sofrerá influência devido a esta força. Além disso, sem a ação de força externa, ela poderá colidir com o asteroide em até 30 dias.

6 Etapas futuras

Para os próximos passos, iremos rotacionar o disco de partículas ao redor do asteroide para entender como é a dinâmica das partículas considerando o espaço tridimensional, e não somente o plano. Além disso, passaremos a estudar a dinâmica na superfície do asteroide, como é o geopotencial na superfície, qual a aceleração que partículas na superfície deste corpo sofrem, qual a velocidade necessária para partículas se locomoverem de um ponto de menor para um ponto de maior geopotencial (*potential speed*), dado a forma irregular do corpo, como é o *slope* nesta superfície, e assim fazer uma análise de quais são as regiões propícias para a acumulação de material e quais são as propícias a ter deslizamento de material.

Referências

A. Amarante and O. Winter. Surface dynamics, equilibrium points and individual lobes of the kuiper belt object (486958) arrokoth. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 496(4):4154–4173, 2020.

A. Amarante, O. Winter, and R. Sfair. Stability and evolution of fallen particles around the surface of asteroid (101955) bennu. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 126 (1):e2019JE006272, 2021.

E. Asphaug, C. B. Agnor, and Q. Williams. Hit-and-run planetary collisions. *Nature*, 439 (7073):155–160, 2006.

J. Baer and S. R. Chesley. Simultaneous mass determination for gravitationally coupled asteroids. *The Astronomical Journal*, 154(2):76, 2017.

J. F. Bell, D. R. Davis, W. K. Hartmann, and M. J. Gaffey. Asteroids: The big picture. *Scanning Electron Microsc Meet at*, pages 921–945, 1989.

W. F. Bottke Jr, A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel. An overview of the asteroids: The asteroids iii perspective. *Asteroids III*, 1:3–15, 2002.

J. A. Burns, P. L. Lamy, and S. Soter. Radiation forces on small particles in the solar system. *Icarus*, 40(1):1–48, 1979.

B. Carry. Density of asteroids. *Planetary and Space Science*, 73(1):98–118, 2012.

D. R. Davis, P. Farinella, and F. Marzari. The missing psyche family: Collisionally eroded or never formed? *Icarus*, 137(1):140–151, 1999.

S. D. Dibb, E. Asphaug, J. F. Bell, R. P. Binzel, W. F. Bottke, S. Cambioni, J. M. Christoph, L. T. Elkins-Tanton, R. Jaumann, D. J. Lawrence, et al. A post-launch summary of the science of nasa's psyche mission. *AGU Advances*, 5(2):e2023AV001077, 2024.

R. Domingos, O. Winter, and T. Yokoyama. Stable satellites around extrasolar giant planets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 373(3):1227–1234, 2006.

J. D. Drummond, W. J. Merline, B. Carry, A. Conrad, V. Reddy, P. Tamblyn, C. R. Chapman, B. L. Enke, I. De Pater, K. De Kleer, et al. The triaxial ellipsoid size, density, and rotational pole of asteroid (16) psyche from keck and gemini ao observations 2004–2015. *Icarus*, 305:174–185, 2018.

J. Ďurech, M. Kaasalainen, D. Herald, D. Dunham, B. Timerson, J. Hanuš, E. Frappa, J. Talbot, T. Hayamizu, B. D. Warner, et al. Combining asteroid models derived by lightcurve inversion with asteroidal occultation silhouettes. *Icarus*, 214(2):652–670, 2011.

L. Elkins-Tanton, E. Asphaug, J. Bell, D. Bercovici, B. Bills, R. Rinzel, W. Bottke, M. Brown, J. Goldsten, R. Jaumann, et al. Asteroid (16) psyche: Visiting a metal world. 2017.

L. Elkins-Tanton, E. Asphaug, J. Bell III, H. Bercovici, B. Bills, R. Binzel, W. Bottke, S. Dibb, D. Lawrence, S. Marchi, et al. Observations, meteorites, and models: a preflight assessment of the composition and formation of (16) psyche. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 125(3):e2019JE006296, 2020.

M. Ferrais, P. Vernazza, L. Jorda, N. Rambaux, J. Hanuš, B. Carry, F. Marchis, M. Marsset, M. Viikinkoski, M. Brož, et al. Asteroid (16) psyche's primordial shape: A possible jacobi ellipsoid. *Astronomy & Astrophysics*, 638:L15, 2020.

P. Geissler, J.-M. Petit, D. Durda, R. Greenberg, W. Bottke, M. Nolan, and J. Moore. Ejecta reaccretion on 243 ida. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts# 27*, volume 27, pages 06–06, 1995.

J. Hanuš, F. Marchis, and J. Ďurech. Sizes of main-belt asteroids by combining shape models and keck adaptive optics observations. *Icarus*, 226(1):1045–1057, 2013.

Y. Jiang. Equilibrium points and periodic orbits in the vicinity of asteroids with an application to 216 kleopatra. *Earth, Moon, and Planets*, 115(1):31–44, 2015.

Y. Jiang, H. Baoyin, J. Li, and H. Li. Orbits and manifolds near the equilibrium points around a rotating asteroid. *Astrophysics and Space Science*, 349:83–106, 2014.

B. C. Johnson, M. M. Sori, and A. J. Evans. Ferrovolcanism on metal worlds and the origin of pallasites. *Nature Astronomy*, 4(1):41–44, 2020.

M. Kaasalainen, J. Torppa, and J. Piironen. Models of twenty asteroids from photometric data. *Icarus*, 159(2):369–395, 2002.

F. Mignard. Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings. In *IAU Colloq. 75: Planetary Rings*, pages 333–366, 1984.

T. Moura, O. Winter, A. Amarante, R. Sfair, G. Borderes-Motta, and G. Valvano. Dynamical environment and surface characteristics of asteroid (16) psyche. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491(3):3120–3136, 2020.

C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar system dynamics*. Cambridge university press, 1999.

S. J. Ostro, D. B. Campbell, and I. I. Shapiro. Mainbelt asteroids: Dual-polarization radar observations. *Science*, 229(4712):442–446, 1985.

R. S. Park, R. A. Werner, and S. Bhaskaran. Estimating small-body gravity field from shape model and navigation data. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 33(1): 212–221, 2010.

D. Scheeres. Dynamics about uniformly rotating triaxial ellipsoids: Applications to asteroids. *Icarus*, 110(2):225–238, 1994. ISSN 0019-1035. doi: https://doi.org/10.1006/icar.1994.1118. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103584711183.

D. Scheeres and F. Marzari. Spacecraft dynamics in the vicinity of a comet. *The Journal of the astronautical sciences*, 50:35–52, 2002.

D. J. Scheeres, S. J. Ostro, R. Hudson, and R. A. Werner. Orbits close to asteroid 4769 castalia. *Icarus*, 121(1):67–87, 1996.

D. J. Scheeres, S. G. Hesar, S. Tardivel, M. Hirabayashi, D. Farnocchia, J. W. McMahon, S. R. Chesley, O. Barnouin, R. P. Binzel, W. F. Bottke, et al. The geophysical environment of bennu. *Icarus*, 276:116–140, 2016.

M. K. Shepard, B. E. Clark, M. C. Nolan, E. S. Howell, C. Magri, J. D. Giorgini, L. A. Benner, S. J. Ostro, A. W. Harris, B. Warner, et al. A radar survey of m-and x-class asteroids. *Icarus*, 195(1):184–205, 2008.

M. K. Shepard, J. Richardson, P. A. Taylor, L. A. Rodriguez-Ford, A. Conrad, I. de Pater, M. Adamkovics, K. de Kleer, J. R. Males, K. M. Morzinski, et al. Radar observations and shape model of asteroid 16 psyche. *Icarus*, 281:388–403, 2017.

M. K. Shepard, K. de Kleer, S. Cambioni, P. A. Taylor, A. K. Virkki, E. G. Rívera-Valentin, C. R. Sanchez-Vahamonde, L. F. Zambrano-Marin, C. Magri, D. Dunham, et al. Asteroid 16 psyche: Shape, features, and global map. *The Planetary Science Journal*, 2(4):125, 2021.

L. Siltala and M. Granvik. Mass and density of asteroid (16) psyche. *The Astrophysical Journal Letters*, 909(1):L14, 2021.

E. F. Tedesco, P. V. Noah, M. Noah, and S. D. Price. The supplemental iras minor planet survey. *The Astronomical Journal*, 123(2):1056, 2002.

B. Timerson, J. Durech, H. Abramson, J. Brooks, D. Caton, D. Clark, S. Conard, B. Cooke, D. Dunham, J. Dunham, et al. Several well-observed asteroidal occultations in 2010. *Minor Planet Bulletin*, 38(4):200–204, 2011.

M. Viikinkoski, P. Vernazza, J. Hanuš, H. Le Coroller, K. Tazhenova, B. Carry, M. Marsset, A. Drouard, F. Marchis, R. Fetick, et al. (16) psyche: A mesosiderite-like asteroid? *Astronomy & Astrophysics*, 619:L3, 2018.

X. Wang, Y. Jiang, and S. Gong. Analysis of the potential field and equilibrium points of irregular-shaped minor celestial bodies. *Astrophysics and Space Science*, 353:105–121, 2014.

R. A. Werner. The gravitational potential of a homogeneous polyhedron or don't cut corners. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 59:253–278, 1994.

R. A. Werner and D. J. Scheeres. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 castalia. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 65:313–344, 1996.

O. Winter, G. Valvano, T. Moura, G. Borderes-Motta, A. Amarante, and R. Sfair. Asteroid triple-system 2001 sn263: surface characteristics and dynamical environment. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 492(3):4437–4455, 2020.