



93



IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.007/94

Simetria Quiral: Fótons, Píons e Núcleons

Joel César Pupin

Orientador

Prof. Dr. Manoel Roberto Robilotta



Novembro 1994

Esta dissertação contou com
o apoio financeiro do CNPq.

RESUMO

ABSTRACT

1	INTRODUÇÃO	1
2	SIMETRIAS E LAGRANGIANAS	5
2.1	Formalismo Lagrangiano	6
2.2	Simetrias Unitárias e Leis de Conservação	8
2.3	Simetria Quiral Global	11
2.4	Simetria Eletromagnética Local	18
2.5	Teoria Mesônica	23
2.6	Realização Linear da Simetria Quiral Global	25
2.7	Realização Não Linear da Simetria Quiral Global	31
2.8	Realização da Simetria Eletromagnética Local	35
3	REGRAS DE FEYNMAN NA ABORDAGEM DE DYSON-WICK	37
3.1	Representação de Interação	38

3.2	Matriz-S e Matriz-T	41
3.3	Regras de Feynman	49
3.4	Construção da Amplitude de Transição	56

4 ***CORRENTE ELETROMAGNÉTICA NA PRODUÇÃO***

	<i>DE UM PÍON : nível árvore</i>	59
4.1	Fotoprodução e Eletroprodução de Píons	60
4.2	Corrente Eletromagnética Hadrônica PV	62
4.3	Corrente Eletromagnética Hadrônica PS	66
4.4	A Generalidade da Corrente em Árvore	68
4.5	Amplitude de Transição no Limiar	70
4.6	Conservação da Corrente Eletromagnética	78

5 ***CORRENTE ELETROMAGNÉTICA NA PRODUÇÃO***

	<i>DE DOIS PÍONS : nível árvore</i>	81
5.1	Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV	82
5.2	Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS	92
5.3	Comparação entre as Correntes em Árvore	99
5.4	Conservação da Corrente Eletromagnética	102

6 ***O FATOR DE FORMA ELETROMAGNÉTICO***

	<i>DO NÚCLEON</i>	107
6.1	A Correção de Primeira Ordem	108
6.2	Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV	109
6.3	Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS	112

6.4	Comparação entre as Correntes em um Loop	115
6.5	Massa e Fator de Forma	119
6.6	Conservação da Corrente Eletromagnética	124
7	CONCLUSÃO	129
A	NOTAÇÃO	135
A.1	Notação Relativística	136
A.2	Matrizes de Pauli	137
A.3	Matrizes de Dirac	137
A.4	Spinors e Isospinors	138
B	IDENTIDADES	141
	REFERÊNCIAS	147

Este trabalho consiste no estudo do papel das simetrias quiral e de calibre eletromagnético, da constante g_A e do tipo de acoplamento píon-núcleon em três processos: fotoprodução de um píon e de dois píons e interação fóton-núcleon. Os dois primeiros processos são tratados na aproximação em árvore, enquanto que no último são considerados também diagramas envolvendo um loop. O papel das simetrias é analisado investigando-se a existência de relações entre os vários diagramas de um dado processo. Já o papel do tipo de acoplamento píon-núcleon é analisado, comparando-se os resultados obtidos por meio de dois modelos de implementação da simetria quiral: o sigma linear e o não linear de Weinberg. Analogamente, o papel de g_A é avaliado pela inspeção direta das expressões obtidas para os vários processos.

Este estudo mostrou que, apenas no processo envolvendo dois píons externos a simetria quiral é relevante. Em particular, a simetria quiral é irrelevante para o fator de forma eletromagnético devido à nuvem piônica do núcleon, pelo menos no contexto das correções de um loop consideradas. Estes resultados constituem pontos de partida para o estudo mais abrangente do papel da simetria quiral em abordagens não perturbativas, tais como a do modelo de Skyrme.

Palavras-chaves: simetria quiral, simetria de calibre, fóton, píon e núcleon.

Áreas de Conhecimento: 1.05.03.03-0

In this work we study the role played by chiral and electromagnetic gauge symmetries, the weak constant g_A and pion-nucleon couplings in three processes: single and double pion photo production and photon-nucleon interaction. The first two of them are treated at tree level, whereas the last one includes one loop corrections. The role of the symmetries is analyzed considering the existence of relationships among various diagrams contributing to a given process. The influence of the way pions couple to nucleons is studied by comparing results obtained by means of the linear sigma model and the non linear model proposed by Weinberg. Finally, the role of g_A is assessed by direct inspection of formal expressions.

Our study showed that chiral symmetry is relevant only for double pion photo production. In particular, chiral symmetry does not influence the pion cloud contribution to the electromagnetic nucleon form factor, at least within the one loop approximation considered. These results pave the way for more comprehensive studies of the role of chiral symmetry in non perturbative approaches, such as the Skyrme model.

Key words: chiral symmetry, gauge symmetry, photon, pion and nucleon.

INTRODUÇÃO

Atualmente, acredita-se que a teoria fundamental das interações fortes seja a Cromodinâmica Quântica (QCD), que descreve o comportamento de sistemas de quarks e glúons. Os quarks são férmions portadores da carga de cor e as forças entre eles são geradas por trocas de glúons, os bósons de calibre da teoria. Na QCD, as interações entre os quarks tornam-se fracas à medida em que a energia aumenta. Essa propriedade, conhecida como liberdade assintótica dos quarks, permite o emprego de cálculos perturbativos na obtenção de observáveis para energias altas. Contudo, à medida em que a energia diminui, as interações tornam-se cada vez mais intensas, fazendo com que cálculos perturbativos deixem de ser possíveis, devido ao caráter não abeliano das interações. Por isso, a baixas energias, é necessário o uso de uma estratégia diferente para atacar os problemas, baseada no uso de teorias efetivas, onde os estados ligados de quarks são tratados como hádrons e os processos fortes descritos interações envolvendo bárions e mésons.

Na lagrangiana da QCD, os quarks u e d têm massas da ordem de 10 MeV, muito menores que a escala de 1 GeV, típica das interações fortes. Isso significa que a descrição de processos envolvendo esses quarks não deve diferir muito da produzida por uma teoria mais simples, onde as massas dos quarks são desprezadas. Neste caso, a QCD é aproximada por uma teoria envolvendo férmions sem massa.

Interações de férmions sem massa foram muito estudadas num contexto diferente, qual seja, das interações fracas, por volta de 1960. Naquela época, percebeu-se que as lagrangianas descrevendo férmions sem massa são invariantes por transformações do grupo quiral $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. Por isso, é natural pensar que o setor da QCD envolvendo os quarks leves u e d seja aproximadamente invariante por transformações quirais. Este fato é da maior relevância para a construção de teorias efetivas.

O propósito de uma teoria efetiva da QCD é substituir os detalhes microscópicos das interações de quarks e glúons por processos mais macroscópicos e simples. Entretanto, para que a teoria efetiva seja aceitável, é preciso que ela partilhe as simetrias da teoria fundamental. Isso deve acontecer tanto para as simetrias de Poincaré, associadas às propriedades do espaço-tempo, quanto para as simetrias dinâmicas, como isospin e simetria quiral. No caso de sistemas de núcleons e píons,

portanto, é muito importante descrever a sua dinâmica por meio de lagrangianas efetivas aproximadamente invariantes pelo grupo quiral $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. No nível efetivo, essa simetria é quebrada pela massa do pión, que é pequena na escala de 1 GeV, característica dos processos fortes. Por isso, o cálculo de amplitudes compatíveis com resultados experimentais em energias intermediárias requer o emprego de uma teoria que trate as interações envolvendo píons e núcleons como sendo aproximadamente invariantes por transformações quirais. Existem várias maneiras de se construir uma densidade de lagrangiana com simetria quiral, mas duas delas são especialmente importantes, porque refletem pontos de vista diferentes para o significado da simetria. Uma delas é a realização linear do modelo sigma e a outra é a realização não linear desenvolvida por Weinberg, sendo que em ambos os casos a invariância de isospin também é respeitada.

Em processos envolvendo fótons, a simetria $U(1)$ associada ao eletromagnetismo também desempenha papel determinante. Neste caso, as interações também devem ser invariantes por transformações eletromagnéticas locais, pois o fóton é um bóson de calibre. A combinação das simetrias quiral e de calibre se dá por meio do uso de derivadas covariantes eletromagnéticas em lagrangianas quirais.

A relevância da simetria quiral está bem estabelecida em alguns processos hadrônicos, especialmente os espalhamentos pión-pión e pión-núcleon. A situação é menos clara, entretanto, em processos hadrônicos envolvendo também interações eletromagnéticas. O estudo do papel das simetrias neste tipo de processo é o objetivo deste trabalho.

A nossa apresentação divide-se em sete capítulos e três apêndices. No capítulo 2, apresentamos alguns conceitos do formalismo lagrangiano e das simetrias unitárias. Mostramos a relação entre estas simetrias e leis de conservação neste formalismo. Apresentamos a simetria quiral global e a simetria eletromagnética local, mostrando o significado geométrico do "acoplamento mínimo". Introduzimos as densidades de lagrangianas quirais de Weinberg e do modelo sigma linear via realização quiral não linear e linear, respectivamente. Inserimos o fóton nestas densidades de lagrangianas através do "acoplamento mínimo", de modo que, além de simetria quiral, possuam simetria eletromagnética. No capítulo 3, introduzimos o conceito de matriz-S e as regras de Feynman

na abordagem de Dyson-Wick. Apresentamos os propagadores e vértices, associados às densidades de lagrangianas de Weinberg e do modelo sigma linear, para o cálculo das amplitudes de transição relativísticas, necessárias aos processos estudados neste trabalho. No capítulo 4 e 5, calculamos as densidades das correntes eletromagnéticas relativísticas dos diagramas que representam, ao nível de árvore, a fotoprodução ou a eletroprodução de um pión e de dois píons, respectivamente, a fim de analisar os vínculos determinados pelas simetrias eletromagnética e quirais. No capítulo 6, estudamos a relevância dos vínculos, determinados pelas simetrias eletromagnética e quirais, para o fator de forma eletromagnético do núcleon. Para isto, calculamos as densidades das correntes eletromagnéticas relativísticas, associadas aos diagramas que representam a interação fóton-núcleon em primeira ordem de perturbação quiral. No capítulo 7, apresentamos nossas conclusões e possíveis extensões deste trabalho. Os apêndices são dedicados à notação e a identidades algébricas.

SIMETRIAS E LAGRANGIANAS

2.1 Formalismo Lagrangiano.

2.2 Simetrias Unitárias e Leis de Conservação.

2.3 Simetria Quiral Global.

2.4 Simetria Eletromagnética Local.

2.5 Teoria Mesônica.

2.6 Realização Linear da Simetria Quiral Global.

2.7 Realização Não Linear da Simetria Quiral Global.

2.8 Realização da Simetria Eletromagnética Local.

2.1 Formalismo Lagrangiano.

A formulação lagrangiana da teoria de campos fornece um procedimento conveniente e sistemático para a obtenção de equações de movimento. Na mecânica clássica, a lagrangiana L de um sistema, em coordenada generalizada $q_i(t)$, é dada pela diferença entre as energias cinética T e potencial V ,

$$L(q_i, \dot{q}_i) = T - V, \quad (2.1.1)$$

onde $\dot{q}_i$ denota a derivada temporal de q_i . O comportamento do sistema é dado pelas equações de Euler-Lagrange do movimento

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0. \quad (2.1.2)$$

Estas equações são obtidas variando-se a ação

$$A \equiv \int_{t_1}^{t_2} dt L(q_i, \dot{q}_i), \quad (2.1.3)$$

de modo que esta tenha um valor estacionário sobre um caminho arbitrário $q_i(t)$, tal que $\delta q_i \rightarrow 0$ em t_1 e t_2 [Gol 80]. A hamiltoniana H do sistema, é introduzida pela transformada de Legendre de $L(q_i, \dot{q}_i)$,

$$H(q_i, p_i) \equiv \sum_i^n p_i \dot{q}_i - L(q_i, \dot{q}_i), \quad (2.1.4)$$

onde p_i é o momento generalizado conjugado a q_i ,

$$p_i \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}. \quad (2.1.5)$$

Na mecânica quântica, cada observável físico torna-se um operador hermitiano num espaço de Hilbert. Então, para a coordenada e o momento generalizados, temos $\hat{q}_i = \hat{q}_i^+$ e $\hat{p}_i = \hat{p}_i^+$. A quantização do sistema é obtida fazendo com que os operadores $\hat{q}_i(t)$ e $\hat{p}_i(t)$ obedeçam as relações canônicas de comutação,

$$[\hat{q}_i(t), \hat{q}_j(t)] = [\hat{p}_i(t), \hat{p}_j(t)] = 0 \text{ e } [\hat{q}_i(t), \hat{p}_j(t)] = i \delta_{ij}. \quad (2.1.6)$$

Na teoria clássica de campos, a lagrangiana é definida como uma extensão da expressão (2.1.1), no limite em que o número de graus de liberdade torna-se infinito e contínuo [Sak 67]. Nesta situação, a lagrangiana torna-se a integral de uma função que depende do campo e da sua derivada, isto é,

$$L = \int d^3x \mathcal{L}[\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x)] , \quad (2.1.7)$$

onde a função $\mathcal{L}$ é conhecida como densidade de lagrangiana e os índices referem-se ao i -ésimo campo. A equação de Euler-Lagrange toma a forma

$$\partial_\mu \left\{ \frac{\delta L}{\delta [\partial_\mu \phi_i(x)]} \right\} - \frac{\delta L}{\delta \phi_i(x)} = 0 . \quad (2.1.8)$$

Através do funcional derivativo $\delta/\delta g(x)$, definido por

$$\frac{\delta}{\delta g(x)} \int d^3x' f[g(x')] = \int d^3x' \frac{\partial f[g(x')]}{\partial g(x')} \delta(x' - x) = \frac{\partial f[g(x)]}{\partial g(x)} , \quad (2.1.9)$$

reescrevemos a equação de movimento para a densidade de lagrangiana, isto é,

$$\partial_\mu \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi_i(x)]} \right\} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i(x)} = 0 . \quad (2.1.10)$$

A hamiltoniana também passa a ser a integral de uma densidade da hamiltoniana, definida por

$$\mathcal{H}[\phi_i(x), \pi_i(x)] \equiv \pi_i(x) \dot{\phi}_i(x) - \mathcal{L}[\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x)] , \quad (2.1.11)$$

onde $\pi_i(x)$ é o momento conjugado a $\phi_i(x)$

$$\pi_i(x) \equiv \frac{\delta L}{\delta \dot{\phi}_i(x)} . \quad (2.1.12)$$

Na teoria quântica de campos, os campos e seus momentos conjugados passam a ser operadores de Heisenberg, que satisfazem relações canônicas de comutação para bósons:

$$[\phi_i(x, t), \phi_j(x', t)] = [\pi_i(x, t), \pi_j(x', t)] = 0 \text{ e } [\phi_i(x, t), \pi_j(x', t)] = i \delta_{ij} \delta^3(x - x') , \quad (2.1.13)$$

e de anticomutação para férmions:

$$\{\psi_i(x, t), \psi_j(x', t)\} = \{\pi_i(x, t), \pi_j(x', t)\} = 0 \text{ e } \{\psi_i(x, t), \pi_j(x', t)\} = \delta_{ij} \delta^3(x - x') . \quad (2.1.14)$$

2.2 Simetrias Unitárias e Leis de Conservação.

Na física, e especialmente na física de partículas, as simetrias podem guiar nossa investigação da natureza das forças. Em muitos casos, a dinâmica do sistema obedece leis de conservação, que podem ser atribuídas aos princípios de simetria.

As simetrias de maior importância na física podem ser agrupadas em quatro tipos:

- *simetrias de permutação* - estatísticas Bose-Einstein e Fermi-Dirac.
- *simetrias contínuas espaço tempo* - invariâncias por transformações de translação, de rotação e de Lorentz.
- *simetrias discretas* - invariâncias por conjugação de carga, reflexão espacial (ou operação de paridade) e reversão temporal.
- *simetrias unitárias* - invariâncias por transformações de fase, de isospin, quiral, de sabor, de cor.

As simetrias de permutação, as contínuas espaço-tempo, algumas das de fase e, talvez, a da cor parecem ser exatas. As demais parecem ser quebradas [Lee 81].

As simetrias unitárias correspondem às invariâncias de um sistema sob transformações contínuas que preservam a norma dos estados. Estas transformações unitárias podem ser associadas a matrizes $n \times n$, unitárias e com determinante igual a +1, que formam os grupos de Lie conhecidos como $SU(n)$. Elas podem ser representadas por operadores unitários na forma exponencial complexa

$$U(\alpha_j) \cong e^{-i q \sum_{j=1}^N \alpha_j F_j} \quad (2.2.1)$$

ou, equivalentemente, na forma infinitesimal

$$U(\delta\alpha_j) \cong 1 - i q \sum_{j=1}^N \delta\alpha_j F_j \quad (2.2.2)$$

Nestas expressões, q é uma constante de acoplamento associada à simetria física, α_j são parâmetros reais contínuos e F_j são operadores hermitianos que geram esse grupo matemático, pois satisfazem a *álgebra do grupo*. A álgebra de um grupo consiste nas relações de comutação de seus geradores, sendo representada genericamente por expressões do tipo

$$[F_i, F_j] = i c_{ijk} F_k \quad (2.2.3)$$

onde as constantes de estrutura c_{ijk} são coeficientes reais, totalmente antissimétricos, que dependem do grupo em questão. Geralmente, o número de geradores F_j é igual ao número de parâmetros independentes no grupo, ou seja, para um $SU(n)$ temos $N = n^2 - 1$ geradores [Lip 66].

A relação dos parâmetros α_j nas transformações unitárias, expressões (2.2.1-2), com os pontos do espaço-tempo dividem as simetrias em dois níveis: global e local. Quando α_j não depende de x , temos uma simetria global, pois estamos supondo que o sistema é transformado pela mesma quantidade em diferentes pontos do espaço-tempo. Para uma escolha mais geral, $\alpha_j = \alpha_j(x)$, o sistema só é transformado pela mesma quantidade num mesmo ponto do espaço-tempo, ou seja, a simetria é local.

As simetrias de um sistema levam às conservações de certos observáveis dinâmicos. No formalismo lagrangiano da teoria de campo, essas simetrias são relacionadas às leis de conservação pelo *teorema de Nöther*. Neste teorema, a invariância da densidade de lagrangiana sob um grupo de transformações contínuas corresponde a uma quantidade conservada [Sak 64]. No caso das simetrias unitárias, as quantidades conservadas são chamadas de densidades de correntes.

Passando a usar a convenção da soma para índices repetidos descrevemos, de modo geral, a ação de um grupo de transformações infinitesimais sobre os campos num dado ponto por

$$\phi'_i(x) \equiv U \phi_i(x) U^+ \cong \phi_i(x) + \delta\phi_i(x) \quad , \quad (2.2.4)$$

onde

$$\delta\phi_i = i q \delta\alpha_j [\phi_i, F_j] \quad (2.2.5)$$

são as variações dos campos com $\delta x^\mu = 0$. Desconsiderando as partes associadas aos campos de calibre, essas modificações nos campos geram uma variação infinitesimal da densidade de lagrangiana, dada por

$$\delta\mathcal{L} = \mathcal{L}'(\phi'_i, \partial_\mu \phi'_i) - \mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} \delta\phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \partial_\mu \delta\phi_i \quad . \quad (2.2.6)$$

Usando a equação de movimento (2.1.12), podemos reescrever esta expressão como

$$\delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta\phi_i \right] + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} \delta\phi_i = \partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta\phi_i \right] \quad . \quad (2.2.7)$$

Explicitando as variações dos campos através da expressão (2.2.5) e usando o fato dos operadores ∂_μ e δ comutarem, podemos expressar a variação da densidade de lagrangiana por

$$\delta\mathcal{L} = i q \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} [\phi_i, F_j] \right) \delta\alpha_j + i q \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} [\phi_i, F_j] \delta(\partial_\mu\alpha_j) . \quad (2.2.8)$$

Se a variação da densidade de lagrangiana for nula, $\delta\mathcal{L} = 0$, e os parâmetros α_j não dependerem do espaço-tempo, esta equação se reduz à equação de conservação

$$i \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} [\phi_i, F_j] \right) = 0 , \quad (2.2.9)$$

Este resultado leva-nos a definir uma densidade de corrente do sistema como

$$J_j^\mu(x) \equiv -i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} [\phi_i, F_j] . \quad (2.2.10)$$

Com esta definição, a equação (2.2.9) passa a ser interpretada como uma equação de continuidade

$$\partial_\mu J_j^\mu = 0 . \quad (2.2.11)$$

Isso nos permite reescrever a variação infinitesimal da densidade de lagrangiana na forma

$$\delta\mathcal{L} = -(\partial_\mu J_j^\mu) \delta\alpha_j - J_j^\mu \delta(\partial_\mu\alpha_j) \quad (2.2.12)$$

e expressar tanto a densidade de corrente do sistema como a sua quadridivergência através das derivadas parciais

$$J_j^\mu(x) = - \frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial[\delta(\partial_\mu\alpha_j)]} \quad \text{e} \quad \partial_\mu J_j^\mu = - \frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial(\delta\alpha_j)} . \quad (2.2.13)$$

As cargas são definidas através da equação da continuidade. Integrando esta equação sobre todo o espaço e usando o teorema de Gauss, temos

$$\int_V d^3x \partial_\mu J_j^\mu = 0 \Rightarrow \int_V d^3x [\partial_t J_j^0 - \nabla \cdot \vec{J}_j] = 0 \Rightarrow \partial_t \int_V d^3x J_j^0 - \int_S ds \vec{J}_j \cdot \hat{n} = 0 . \quad (2.2.14)$$

Se a corrente cair suficientemente rápido no infinito, podemos desprezar a integral de superfície, pois ela corresponde a um fluxo através da fronteira de todo o espaço,

$$S \rightarrow \infty \Rightarrow \int_S ds \vec{J}_j \cdot \hat{n} \rightarrow 0 . \quad (2.2.15)$$

Logo, a expressão (2.2.13) se restringe a

$$\partial_t \int_V d^3x J_j^0(\bar{x}, t) = 0 \Rightarrow \int_V d^3x J_j^0(\bar{x}, t) = cte . \quad (2.2.16)$$

Este resultado leva-nos a definir carga como

$$Q_j \equiv \int_V d^3x J_j^0(\bar{x}, t) , \quad (2.2.17)$$

ou seja,

$$Q_j \equiv -i \int_V d^3x \pi_i(\bar{x}, t) [\phi_i(\bar{x}, t), F_j] . \quad (2.2.18)$$

Calculando o comutador de uma carga com um dos campos, obtemos

$$\begin{aligned} [\phi_i(\bar{x}, t), Q_j]_{t=cte} &= -i \int_V d^3x' [\phi_i(\bar{x}, t), \pi_k(\bar{x}', t) [\phi_k(\bar{x}', t), F_j]] \\ &= -i \int_V d^3x' \{ i \delta_{ki} \delta^3(\bar{x}' - \bar{x}) \} [\phi_k(\bar{x}', t), F_j] = [\phi_i(\bar{x}, t), F_j]_{t=cte} . \end{aligned}$$

Este resultado permite-nos concluir que essas cargas correspondem aos geradores do grupo, isto é, $Q_j = F_j$.

2.3 Simetria Quiral Global.

A idéia da simetria quiral global (SQG) surgiu no contexto das interações fracas. Até meados dos anos 50, acreditava-se que as interações fracas seriam descritas pela lagrangiana generalizada de Fermi,

$$\mathcal{L}_I = \sum_{k=1}^5 c_k [\bar{\psi}_A \Gamma^k \psi_B] [\bar{\psi}_C \Gamma_k \psi_D] , \quad (2.3.1)$$

onde os ψ representam os férmions envolvidos no processo e os termos entre colchetes são invariantes por transformações de Lorentz, por reversão temporal, conjugação de carga e reflexão

espacial (paridade). Essa lagrangiana seria universal, ou seja, a sua forma e as constantes de acoplamento c_k seriam as mesmas para os diversos decaimentos [Gas 66].

Em 1956, Lee e Yang propuseram a não conservação da paridade nas interações fracas, para resolver o paradoxo $\theta-\tau$, onde θ e τ seriam partículas com os mesmos números quânticos, mas que decaíam em processos diferentes $\theta^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^0$ e $\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^+ + \pi^-$ [LY 56]. Embora houvessem boas evidências da conservação da paridade nas interações fortes e eletromagnéticas, nenhum experimento tinha sido realizado, até então, para testar esta conservação nas interações fracas. No estudo dos decaimentos em cadeia

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ &\quad \downarrow \\ &\quad \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

sugeriram que a não conservação da paridade poderia ser verificada correlacionando-se a helicidade do múon, medida no decaimento do pión, com a helicidade do elétron, medida no decaimento do múon. Se houvesse conservação da paridade, existiriam dois esquemas para estes decaimentos, compatíveis com as conservações da carga elétrica, do momento angular e do número leptônico: o esquema (a) e, pela reflexão espacial, o esquema (b) da figura (2.3.1). Os experimentos mostraram que somente o esquema (a) acontece na natureza, negando, assim, a conservação da paridade. Medidas de outros decaimentos confirmaram a inexistência de neutrinos com helicidade positiva e antineutrinos com helicidade negativa, indicando também a não conservação da paridade.

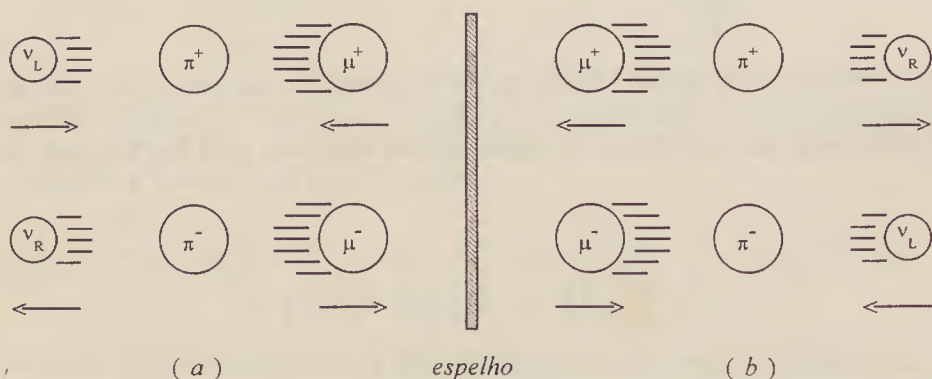


Fig. 2.3.1 Possíveis esquemas do decaimento de $\pi^\pm$, impostos pela conservação da paridade.

As helicidades das partículas, representadas pelas setas, devem ser sempre as mesmas para conservar o momento angular.

Os neutrinos são partículas que obedecem a equação de Dirac sem massa. No espaço dos momentos, esta equação tem a forma

$$p \mathbf{u}_v(p) = 0 \quad , \quad (2.3.3)$$

cuja solução é o spinor dado no **apêndice A** com a massa tendendo a zero,

$$\mathbf{u}_v(p) = \lim_{m \rightarrow 0} \mathbf{u}(p) = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{E+m}} \begin{bmatrix} (E+m)I \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{bmatrix} \chi = \sqrt{p} \begin{bmatrix} I \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \end{bmatrix} \chi \quad (2.3.4)$$

onde usamos

$$\lim_{m \rightarrow 0} (E+m) = p \quad . \quad (2.3.5)$$

Um spinor correspondendo a neutrinos com helicidade negativa ou "esquerdos" pode ser construído a partir da solução acima, através da relação

$$\mathbf{u}_L(p) \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \mathbf{u}_v(p) \quad . \quad (2.3.6)$$

Este spinor obedece, por construção, à equação

$$\gamma_5 \mathbf{u}_L(p) = - \mathbf{u}_L(p) \quad . \quad (2.3.7)$$

Usando as equações (2.3.4) e (2.3.6), temos

$$\mathbf{u}_L(p) \equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & -\sigma \cdot \hat{p} \\ -I & +\sigma \cdot \hat{p} \end{pmatrix} \chi \quad . \quad (2.3.8)$$

Para se calcular a helicidade de $\mathbf{u}_L$, agimos sobre ele com o operador helicidade Σ dado por

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \sigma \cdot \hat{p} \end{pmatrix} \quad . \quad (2.3.9)$$

Tomando a forma explícita da expressão (2.3.8), temos

$$\Sigma \mathbf{u}_L(p) = - \mathbf{u}_L(p) \quad , \quad (2.3.10)$$

indicando que, de fato, $\mathbf{u}_L$ tem helicidade negativa.

A coincidência entre os operadores de helicidade, equação (2.3.10) e os operadores de quiralidade, equação (2.3.7), resulta do fato dos neutrinos terem helicidade bem definida, pois, movendo-se com a velocidade da luz, a projeção do spin do neutrino ao longo da direção do seu movimento é independente do referencial. No caso de férmions massivos, esses operadores deixam de

ser coincidentes, pois a helicidade passa a depender do referencial, enquanto a quiralidade permanece bem definida.

Para se incorporar a não conservação da paridade na lagrangiana de interação de Fermi, equação (2.3.1), é necessário discriminar a quiralidade nos campos dos neutrinos e antineutrinos,

$$\text{neutrino} = \begin{cases} \psi_v^L(x) \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \psi_v(x) \\ \bar{\psi}_v^L(x) \equiv \bar{\psi}_v(x) \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \end{cases} \quad (2.3.11)$$

$$\text{antineutrino} = \begin{cases} \psi_v^R(x) \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \psi_v(x) \\ \bar{\psi}_v^R(x) \equiv \bar{\psi}_v(x) \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \end{cases}$$

O uso dessas combinações define, automaticamente, a quiralidade do lépton associado a este neutrino, pois

$$\left. \begin{matrix} \bar{\psi}^R \Gamma_k \psi^R \\ \bar{\psi}^L \Gamma_k \psi^L \end{matrix} \right\} = 0 \quad \text{para} \quad \Gamma_k = \begin{cases} I & \text{escalar} \\ \gamma_5 & \text{pseudoescalar} \\ \sigma^{\mu\nu} & \text{tensor antissimétrico} \end{cases} \quad (2.3.12)$$

$$\left. \begin{matrix} \bar{\psi}^R \Gamma_k \psi^L \\ \bar{\psi}^L \Gamma_k \psi^R \end{matrix} \right\} = 0 \quad \text{para} \quad \Gamma_k = \begin{cases} \gamma^\mu & \text{vetor} \\ \gamma^\mu \gamma_5 & \text{pseudovetor ou vetor axial} \end{cases} \quad (2.3.13)$$

Escrevendo a lagrangiana generalizada de Fermi através de um acoplamento direto corrente-corrente e das expressões (2.3.11), temos

$$\mathcal{L}_I^{\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu} = G_\mu J^\mu \tilde{J}_\mu, \quad (2.3.14)$$

com as correntes fracas dadas por

$$J^\mu \equiv \bar{\psi}_\nu^L \gamma^\mu \psi_\mu^L = \bar{\psi}_\nu (1 + \gamma_5) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_\mu = \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \psi_\mu - \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \gamma_5 \psi_\mu \equiv V^\mu - A^\mu \quad (2.3.15)$$

$$\tilde{J}_\mu \equiv \bar{\psi}_e^L \gamma_\mu \psi_\nu^L = \bar{\psi}_e (1 + \gamma_5) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu = \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu - \bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\nu \equiv V_\mu - A_\mu , \quad (2.3.16)$$

onde V^μ e A^μ são, respectivamente, as componentes vetoriais e axiais. A constante de acoplamento,

$$G_\mu \cong 1.02 \times 10^{-5} / m_p^2 , \quad (2.3.17)$$

é determinada pelo tempo de vida do múon.

A estrutura desta lagrangiana, conhecida como $V-A$, foi estendida para o decaimento- β , supondo que a parte hadrônica tivesse a mesma estrutura da parte leptônica. Deste modo, a lagrangiana de Fermi para o decaimento- β assumiu a forma

$$\mathcal{L}_I^{n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e} = J_{\text{hadrônico}}^\mu J_\mu^{\text{leptônico}} \quad (2.3.18)$$

com

$$J_{\text{hadrônico}}^\mu \equiv \bar{\psi}_p (c_V \gamma^\mu - c_A \gamma^\mu \gamma_5) \psi_n = \bar{\psi} \tau_+ (c_V \gamma^\mu - c_A \gamma^\mu \gamma_5) \psi = c_V V_{\text{hadrônico}}^\mu - c_A A_{\text{hadrônico}}^\mu \quad (2.3.19)$$

e

$$J_\mu^{\text{leptônico}} \equiv G_\mu \bar{\psi}_e (\gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_5) \psi_\nu = G_\mu V_\mu^{\text{leptônico}} - G_\mu A_\mu^{\text{leptônico}} , \quad (2.3.20)$$

onde a constante de acoplamento vetorial hadrônica,

$$c_V \cong 1.01 \times 10^{-5} / m_p^2 , \quad (2.3.21)$$

é determinada através do decaimento do O^{14} em N^{14*} e a axial,

$$c_A \cong -1.25 c_V , \quad (2.3.22)$$

a partir do tempo de vida do nêutron [Cam 78]. A confirmação dessa extensão, obtida de detalhadas medidas de polarização, indicou que as interações fracas envolvendo hádrons também podem ser descritas por lagrangianas com estrutura $V-A$.

A igualdade entre c_V e G_μ mostra que a constante de acoplamento fraca vetorial é a mesma para hádrons e léptons, analogamente ao que acontece com a constante de acoplamento eletromagnética e . Essa igualdade sugeriu, então, que a corrente fraca associada a c_V deveria ser conservada,

$$\partial_\mu V^\mu = 0 , \quad (2.3.23)$$

em analogia à corrente eletromagnética associada a " e ". Além disso, a expressão (2.3.18) da corrente vetorial hadrônica no decaimento- β é igual à da corrente de isospin. Essas duas características levaram à hipótese da conservação da corrente vetorial (CVC) nas interações fracas. Nesta hipótese,

a corrente fraca vetorial é identificada à corrente de isospin, conservada nas interações fortes, cujas componentes carregadas são dadas pelas combinações

$$V_+^\mu \equiv V_1^\mu + i V_2^\mu \quad , \quad V_-^\mu \equiv V_1^\mu - i V_2^\mu \quad \text{e} \quad V_0^\mu \equiv V_3^\mu \quad . \quad (2.3.24)$$

A "quase igualdade" entre as constantes de acoplamento axial e vetorial, mostrada na equação (2.3.21), levou à idéia da "quase conservação" da corrente fraca axial,

$$\partial_\mu A^\mu \cong 0 \quad . \quad (2.3.25)$$

A corrente axial não pode ser exatamente conservada, pois isso impediria o decaimento do pión. O valor da divergência da corrente axial é obtido a partir do elemento de matriz da corrente axial no setor hadrônico deste decaimento, onde o pión, que tem paridade negativa, está ligado ao vácuo, que tem paridade positiva. A invariância de Lorentz e a ausência de spin no pión fazem com que este elemento de matriz deva ser da forma

$$\langle 0 | A_a^\mu(0) | \pi_b(k) \rangle = i \delta_{ab} k^\mu f_\pi \quad , \quad (2.3.26)$$

onde o quadrivetor k^μ é o quadrimomento do pión, f_π é a constante do seu decaimento, a e b são índices de isospin. A divergência de uma corrente resume-se, como veremos no **capítulo 4**, em multiplicá-la por $(-i)$ e pelo quadrimomento transferido, o que nos permite escrever

$$\langle 0 | \partial_\mu A_a^\mu(0) | \pi_b(k) \rangle = -i k_\mu \langle 0 | A_a^\mu(0) | \pi_b(k) \rangle = \mu^2 f_\pi \delta_{ab} \quad , \quad (2.3.27)$$

onde μ é a massa do pión. Portanto, a não conservação da corrente axial está relacionada à massa do pión e à constante que descreve o seu decaimento. O resultado acima sugere a identidade vetorial

$$\partial_\mu A_a^\mu = f_\pi \mu^2 \pi_a(x) \quad , \quad (2.3.28)$$

conhecida como hipótese da conservação parcial da corrente axial (**PCAC**) [GL 60].

Como o pión tem uma massa diminuta em relação à dos núcleons,

$$\frac{\mu^2}{m^2} \cong \frac{1}{50} \quad , \quad (2.3.29)$$

podemos pensar que a corrente axial é quase conservada nas interações fracas, o que torna consistente a hipótese de PCAC.

É de se esperar, então, que exista uma simetria unitária aproximada nas interações fracas, para guiar a construção de lagrangianas com a estrutura $V-A$, de modo que produzam PCAC e CVC via

teorema de Nöther. A simetria que cumpre este papel corresponde à invariância de um sistema sob o grupo de transformações quirais $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. Essas transformações são implementadas por operadores da forma

$$U^V(\alpha_k) \equiv e^{-i\alpha_k Q_k^V} \quad \text{e} \quad U^A(\beta_k) \equiv e^{-i\beta_k Q_k^A}, \quad (2.3.30)$$

onde

$$Q_k^V(t) \equiv \int_V d^3x V_k^0(\bar{x}, t) \quad \text{e} \quad Q_k^A(t) \equiv \int_V d^3x A_k^0(\bar{x}, t). \quad (2.3.31)$$

Por hipótese, as cargas associadas à corrente vetorial são os geradores das transformações de isospin, que satisfazem expressões (2.2.3) com $c_{ijk} = \varepsilon_{ijk}$,

$$[Q_i^V, Q_j^V] = i \varepsilon_{ijk} Q_k^V, \quad (2.3.32)$$

idênticas às relações de comutação dos operadores do momento angular. As cargas associadas às correntes axiais transformam-se como vetores sob rotações de isospin, o que leva às relações de comutação

$$[Q_i^V, Q_j^A] = i \varepsilon_{ijk} Q_k^A. \quad (2.3.33)$$

O fechamento deste grupo quiral foi proposto por Gell-Mann, sem introduzir novas cargas, através das relações de comutação

$$[Q_i^A, Q_j^A] = i \varepsilon_{ijk} Q_k^V. \quad (2.3.34)$$

Utilizando as definições das cargas vetoriais e axiais, expressão (2.3.31), escrevemos as relações de comutação das densidades das correntes vetoriais e axiais,

$$[V_i^\mu(x), V_j^\mu(y)]_{x_0=y_0} = i \varepsilon_{ijk} V_k^\mu(x) \delta^3(\bar{x} - \bar{y}) \quad (2.3.35)$$

$$[V_i^\mu(x), A_j^\mu(y)]_{x_0=y_0} = i \varepsilon_{ijk} A_k^\mu(x) \delta^3(\bar{x} - \bar{y}) \quad (2.3.36)$$

$$[A_i^\mu(x), A_j^\mu(y)]_{x_0=y_0} = i \varepsilon_{ijk} V_k^\mu(x) \delta^3(\bar{x} - \bar{y}). \quad (2.3.37)$$

Para as transformações quirais as variações infinitesimais dos campos dividem-se em vetoriais

$$\delta^V \phi_i = i \delta \alpha_j [\phi_i, Q_j^V] \quad (2.3.38)$$

e axiais

$$\delta^A \phi_i = i \delta \beta_j [\phi_i, Q_j^A]. \quad (2.3.39)$$

As relações de comutação, dadas pelas expressões (2.3.32-34), descrevem implicitamente a álgebra do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. A primeira relação descreve a álgebra do subgrupo $SU(2)$ de isospin e as demais não descrevem independentemente uma álgebra de outro subgrupo. Definindo as combinações

$$Q_i^V \equiv \frac{1}{2}(Q_i^L + Q_i^R) \quad \text{e} \quad Q_i^A \equiv \frac{1}{2}(Q_i^L - Q_i^R) , \quad (2.3.40)$$

as relações de comutação (2.3.32-34) passam a explicitar, concomitantemente, dois grupos de simetria independentes,

$$\underbrace{[Q_i^L, Q_j^L] = i \varepsilon_{ijk} Q_k^L}_{SU(2)_L} ; \underbrace{[Q_i^R, Q_j^R] = i \varepsilon_{ijk} Q_k^R}_{SU(2)_R} \quad \text{e} \quad \underbrace{[Q_i^L, Q_j^R] = 0}_{\text{desacoplamento}} . \quad (2.3.41)$$

Essas relações de comutação descrevem explicitamente a álgebra do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$.

A viabilidade dessa simetria no mundo real foi reforçada pela validade empírica aproximada da relação de Goldberger-Treiman,

$$g_A m = g f_\pi , \quad (2.3.42)$$

onde m é a massa do núcleon, g_A é o módulo da razão entre as constantes de acoplamento axial e vetorial no decaimento- β e g é a constante de acoplamento pión-núcleon, ambos no limite em que o quadrimomento do pión é muito pequeno [GT 58]. Esta relação decorre naturalmente da idéia de PCAC e da "dominância do polo do pión", onde as interações envolvendo correntes axiais são sempre mediadas por píons.

2.4 Simetria Eletromagnética Local.

A conservação da carga elétrica total, em qualquer processo físico envolvendo partículas, reflete a existência de uma simetria contínua que a produz, via o teorema de Nöther. Essa simetria, conhecida como simetria eletromagnética global (SEG), corresponde à invariância de um sistema por transformações de fase, representadas pela expressão (2.2.1) com a constante de acoplamento eletromagnética e com um único gerador, denominado operador carga elétrica. Assim,

$$U = e^{ie\alpha Q} \quad (2.4.1)$$

onde e é a carga elétrica positiva, $e > 0$, e Q é o gerador das transformações de fase. O conjunto destas transformações forma o grupo abeliano $U(1)$. A ação do operador carga elétrica Q num campo $\psi(x)$ é dada pela fórmula de Gell-Mann e Nishijima [IZ 80].

Essa simetria pode ser estendida para o caso de transformações locais, caso em que o parâmetro α depende das coordenadas do espaço-tempo. As simetrias eletromagnéticas locais (SEL) são conhecidas como teorias de calibre.

A idéia da invariância eletromagnética local como uma simetria física foi proposta primeiramente por Weyl em 1919, quando as únicas partículas conhecidas eram o elétron e o próton. Inspirado pela confirmação da teoria da relatividade geral de Einstein, Weyl generalizou o conceito que todas medidas físicas são relativas, incluindo as normas dos tensores físicos, que não seriam quantidades absolutas, mas dependeriam de suas localizações no espaço-tempo. Uma nova conexão, então, seria necessária para relacionar os comprimentos dos vetores em diferentes posições. Essa idéia tornou-se conhecida como invariância de escala ou de calibre. Podemos expressá-la, matematicamente, mudando um tensor da posição x para $x+dx$ [CL 84]. Nesta situação, a escala é mudada de um fator $S(x)$ para $S(x+dx)$, fazendo com que a norma do tensor passe de $S(x)f(x)$ para $S(x+dx)f(x+dx)$. Por conveniência, definimos o fator de escala $S(x)$ igual à unidade, o que nos permite escrever

$$S(x+dx)f(x+dx) \cong [1 + \partial_\mu S dx^\mu] [f(x) + \partial_\mu f dx^\mu] \cong f(x) + \partial_\mu f dx^\mu + \partial_\mu S dx^\mu f(x) \quad , \quad (2.4.2)$$

até primeira ordem em dx . Assim, a mudança na norma do tensor é dada por

$$S(x+dx)f(x+dx) - f(x) \cong [\partial_\mu + \partial_\mu S] f(x) dx^\mu \quad , \quad (2.4.3)$$

onde a derivada $\partial_\mu S$ é a conexão geométrica associada à mudança. Mudando, novamente, a posição do tensor com um fator de escala $\Lambda(x)$, obtém-se a nova mudança na sua norma,

$$\Lambda(x+dx)S(x+dx)f(x+dx) - f(x) \cong [\partial_\mu + \partial_\mu S + \partial_\mu \Lambda] f(x) dx^\mu \quad , \quad (2.4.4)$$

e, consequentemente, a transformação de calibre da conexão geométrica,

$$\partial_\mu S \rightarrow \partial_\mu S + \partial_\mu \Lambda \quad . \quad (2.4.5)$$

A semelhança com a transformação de calibre do potencial eletromagnético,

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \partial_\mu \Lambda, \quad (2.4.6)$$

levou Weyl a identificar a conexão geométrica com o potencial eletromagnético, $\partial_\mu S \leftrightarrow A_\mu$. Esta interpretação física da invariância de calibre mostrou-se ser incorreta logo após ele ter proposto a teoria. A invariância de calibre só sobreviveu por ser, sabidamente, uma simetria das equações de Maxwell, sendo um dispositivo matemático útil para simplificar muitos cálculos na eletrodinâmica. No final do anos 30, com o maior desenvolvimento da mecânica quântica, Fock, London e posteriormente o próprio Weyl, deram um novo significado para a teoria de calibre [Yan 75]. Mostraram que a correta identificação entre a conexão geométrica e o potencial eletromagnético seria $\partial_\mu S \leftrightarrow i A_\mu$ e que, ao invés de uma mudança de escala, a transformação de calibre corresponde a uma mudança na fase da função de onda,

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) e^{ie\Lambda}. \quad (2.4.7)$$

Com isso, o potencial eletromagnético foi interpretado como uma conexão que relaciona as fases em diferentes pontos. Apesar do sucesso dessa reinterpretação, a simetria local só se tornou uma simetria física trinta anos depois com a confirmação do efeito Bohm-Aharonov. Este efeito demonstrou, claramente, que o potencial eletromagnético produz uma mudança relativa mensurável na fase da função de onda e que, portanto, ele é um observável físico. Mostrou, também, que este potencial parece ser muito mais fundamental do que os campos elétrico e magnético.

Na tentativa de estender o princípio da simetria local para além dos estreitos limites do eletromagnetismo, Yang e Mills iniciaram, em 1954, um novo período da teoria de calibre [YM 54]. Eles postularam que a simetria local nas interações nucleares seria dada pelo grupo de transformações locais de isospin $SU(2)$, da mesma forma que nas interações eletromagnéticas a simetria local é dada pelo grupo de transformações locais de fase $U(1)$. Embora a teoria de Yang e Mills tenha falhado em sua proposta original, ela mostrou que os conceitos de simetria local e conexão geométrica determinam a forma fundamental das interações de todas as partículas elementares.

Quando uma partícula com um número quântico se move de x para $x+dx$ na presença de um campo potencial externo, sua função de onda $\psi(x)$ muda por uma quantidade $d\psi$ dada por

$$d\psi = \psi(x+dx) - \psi(x) . \quad (2.4.8)$$

Qualquer partícula, que carrega um número quântico interno como o isospin, tem uma direção no espaço da simetria interna. Essa direção interna pode ser escolhida arbitrariamente para cada ponto no espaço-tempo. Então, podemos tomar u_a como uma base nesse espaço interno e separar a função de onda numa parte externa e numa interna,

$$\psi(x) = \psi_a(x) u_a , \quad (2.4.9)$$

onde a parte externa $\psi_a(x)$ é uma componente de $\psi(x)$ na base u_a . Se a simetria interna é considerada global, a mudança total $d\psi$ é dada por

$$d\psi = (\partial_\mu \psi_a) dx^\mu u_a , \quad (2.4.10)$$

pois a u_a não varia com o movimento da partícula. Mas, se a simetria interna é tida como local, a quantidade $d\psi$ deve conter a mudança na parte externa e na parte interna, isto é,

$$d\psi = (\partial_\mu \psi_a) dx^\mu u_a + \psi_a du_a \quad (2.4.11)$$

em primeira ordem em dx . O segundo termo contém a mudança da base do espaço interno. Este termo descreve o efeito do campo potencial externo na direção interna da partícula. Esta mudança para diferentes pontos do espaço-tempo é dada por uma rotação interna. O conjunto de todas essas rotações internas formam o grupo de simetria local e são, portanto, identificadas à forma dada na expressão (2.2.1) com $\alpha = \alpha(x)$,

$$U(x) \equiv e^{-i q \alpha_k(x) F_k} . \quad (2.4.12)$$

Neste caso, a rotação interna da base, associada ao deslocamento externo dx , pode ser expressa por

$$U(dx) u_a = u_a + du_a , \quad (2.4.13)$$

onde

$$U(dx) u_a = e^{-i q (\partial_\mu \alpha_k) dx^\mu (F_k)_{ab}} u_b \quad (2.4.14)$$

leva em conta a ação dos operadores na base interna. Expandindo $U(dx)$ até primeira ordem em dx , a equação (2.4.13) assume a forma

$$\left[\delta_{ab} - i q (\partial_\mu \alpha_k) dx^\mu (F_k)_{ab} \right] u_b = u_a + du_a , \quad (2.4.15)$$

que nos dá a mudança da base,

$$du_a = -i q (\partial_\mu \alpha_k) dx^\mu (F_k)_{ab} u_b . \quad (2.4.16)$$

Logo, a mudança total $d\psi$ pode ser escrita como

$$d\psi = \left[\partial_\mu \delta_{ab} - i q (\Gamma_\mu)_{ab} \right] \psi_a dx^\mu u_b , \quad (2.4.17)$$

onde

$$(\Gamma_\mu)_{ab} \equiv (\partial_\mu \alpha_k) (F_k)_{ab} \quad (2.4.18)$$

Os operadores $(\Gamma_\mu)_{ab}$ fazem as conexões geométricas no espaço interno, apropriadas à variação das direções em dois pontos diferentes, x e $x+dx$. Na visão da física de partículas, estes operadores correspondem aos bósons de calibre, pois são interpretados como sendo as partículas mediadoras das interações. Definindo

$$D^\mu \psi_b \equiv \left[\delta_{ab} \partial^\mu - i q \Gamma_{ab}^\mu \right] \psi_a , \quad (2.4.19)$$

podemos escrever a quantidade $d\psi$ de forma similar à equação (2.4.9),

$$d\psi = (d\psi)_b u_b \equiv (D^\mu \psi_b) dx_\mu u_b . \quad (2.4.20)$$

Assim, o operador D^μ é uma forma generalizada de derivada, conhecida como derivada covariante de calibre, que descreve a mudança nas partes externas e internas de $\psi(x)$.

Na simetria eletromagnética local, a derivada covariante da expressão (2.4.19) se reduz a

$$D^\mu \psi \equiv \left[\partial^\mu + i e A^\mu Q \right] \psi , \quad (2.4.21)$$

onde $q = -e$, $e > 0$, e $A^\mu \equiv \partial^\mu \alpha$ é o campo do bóson de calibre do eletromagnetismo, conhecido como fóton.

Assim, a presença do campo do fóton numa densidade de lagrangiana está associada à simetria eletromagnética local, pois a existência de uma fase diferente em cada ponto do espaço é facilmente acomodada interpretando o campo eletromagnético como a conexão que relaciona essas fases. A escolha de uma função de fase particular $\Lambda(x)$ não afetará qualquer quantidade observável, pois a mudança de fase resultante é cancelada pela mudança no campo potencial eletromagnético, expressão (2.4.5). Já na ausência de campo eletromagnético, a simetria eletromagnética é global, pois a existência de uma única fase para todos os pontos do espaço torna desnecessária a conexão. A mudança de fase é uma constante arbitrária, que não afetará qualquer quantidade observável.

2.5 Teoria Mesônica.

No começo dos anos 20, a estrutura eletrônica dos átomos era compreendida, mas pouco se sabia sobre os núcleos centrais, apenas que eram extremamente densos e tinham carga positiva. Para saberem mais sobre o núcleo, Rutherford e Chadwick, entre 1919 e 1924, bombardearam muitos elementos diferentes com partículas α . Nessas experiências, eles observaram que os núcleos podiam transmutar-se uns nos outros. Isso evidenciou que os núcleos não eram densas bolas de carga positiva sem características próprias, mas tinham uma certa estrutura interna. Como o hidrogênio era o átomo mais simples de todos, Rutherford sugeriu que os núcleos de hidrogênio, denominados prótons, fossem os portadores da carga positiva de todos os núcleos. Quando o nêutron foi descoberto por Chadwick em 1932, firmou-se a idéia de que o núcleo era constituído por prótons e nêutrons, confinados num volume extremamente pequeno. Para que isto fosse possível, deveria haver uma força no núcleo com alcance extremamente curto, capaz de sobrepujar a intensa repulsão entre os prótons. Em 1935, Yukawa propôs, em analogia à eletrodinâmica quântica (QED), que essa força nuclear seria fruto de uma interação extremamente forte entre dois núcleons, mediada por um méson de massa não nula [Yuk 35]. Nessa teoria, o méson satisfaz a equação de Klein-Gordon,

$$(\square + \mu^2) \phi(x) = g J(x) , \quad (2.5.1)$$

onde $\phi(x)$ é o campo do méson, μ sua massa, $J(x)$ é a fonte da interação e g é a constante de acoplamento da interação forte. Tomando a fonte como uma partícula nuclear infinitamente pesada e fixa na origem, esta equação torna-se parecida com a do campo eletrostático de uma carga puntiforme:

$$(-\nabla^2 + \mu^2) \phi(r) = g \delta^3(r) . \quad (2.5.2)$$

No caso do campo do fóton, a solução da equação estática é dada por

$$A(r) = \frac{e}{4\pi r} . \quad (2.5.3)$$

Já no caso do campo forte, a presença do termo de massa resulta numa solução com alcance finito,

$$\phi(r) = \frac{g}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r} . \quad (2.5.4)$$

No contexto da equação de Schrödinger, esta massa pode ser estimada através do princípio de incerteza,

$$\Delta E \Delta t \cong \hbar \Rightarrow (\mu c^2) \Delta t \cong \hbar . \quad (2.5.5)$$

Supondo que a velocidade máxima do méson de Yukawa seja próxima à da luz e que o campo tenha um alcance de alguns férms, obtemos

$$\mu c^2 \cong \frac{\hbar c}{\Delta r} \cong 200 \text{ MeV} . \quad (2.5.6)$$

A identificação do pión, descoberto em 1946/47 por Powell, Lattes, Occhialini e Muirhead, como o méson mediador de Yukawa, desencadeou o estudo da fenomenologia dos processos mesônicos. Estudos subsequentes mostraram que o pión tem spin zero, paridade intrínseca negativa, apresenta-se com três tipos de carga e tem massa aproximada de 140 MeV.

No campo teórico, o início dos anos 50 foi marcado pela tentativa de se usar teoria de perturbação no cálculo de processos fortes. Essa abordagem resultou num impasse, já que as séries perturbativas divergiam. Uma das alternativas teóricas propostas levou à chamada *teoria da matriz-S*. Paralelamente, no estudo das interações fracas e eletromagnéticas, percebeu-se que elas podiam fornecer informações sobre os processos com interações fortes. Essa linha de abordagem levou ao uso da simetria quiral como um guia na construção de uma teoria mesônica. O primeiro modelo para processos mesônicos envolvendo a simetria quiral foi proposto por GellMann e Lévy [GL 60]. Neste modelo, conhecido como sigma linear, uma lagrangiana da teoria quântica de campos é utilizada para realizar de modo linear a dinâmica quiral do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. A constante g_A é tomada como sendo igual a 1 e a simetria é implementada por meio de um méson escalar, chamado sigma. As transformações dos píons são lineares sob a ação das cargas vetoriais e axiais.

No início dos anos 60 as lagrangianas estavam desacreditadas, o que levou ao esforço de se implementar a simetria quiral através de abordagens não lagrangianas. A de maior êxito, conhecida genericamente por *álgebra de correntes*, utiliza as relações de comutação entre as correntes vetoriais e axiais, expressões (2.3.35-37), a hipótese de PCAC e as fórmulas de redução LSZ para se obter teoremas a baixas energias.

No fim dos anos 60, Weinberg propôs a volta do formalismo lagrangiano no contexto de teorias efetivas ou fenomenológicas, que reproduziam os resultados da álgebra de correntes, quando usadas em ordem mais baixa de perturbação quiral [Wei 67]. Essa "volta" foi motivada, segundo ele, pelo fato da álgebra de correntes exigir um extenso trabalho algébrico em processos com mais de dois píons e encobrir as implicações dinâmicas das interações. Partindo do modelo sigma linear, Weinberg desenvolveu um modelo não linear de realização da dinâmica do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. Ele eliminou o campo do sigma, fazendo rotações quirais dependentes do espaço-tempo nos campos da lagrangiana, tomando o campo do pión como o ângulo de rotação. Com isso, a lagrangiana, que tinha uma estrutura linear, passou a ter uma estrutura não linear. Em 1968, influenciado por Schwinger, Weinberg formulou uma teoria geral da realização não linear da dinâmica quiral do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ [Wei 68]. As lagrangianas efetivas derivadas desta teoria são altamente não lineares, não renormalizáveis e deveriam ser usadas apenas na aproximação de árvore. Posteriormente, em 1979, ele percebeu que essas lagrangianas podiam ser usadas para processos envolvendo píons "moles" em qualquer ordem de perturbação quiral, incluindo diagramas que contêm "loops" [Wei 79].

2.6 Realização Linear da Simetria Quiral Global.

A densidade de lagrangiana do modelo sigma linear é construída como se a quiralidade fosse uma simetria comum, como o isospin, de modo a reproduzir, via o teorema de Nöther, as hipóteses de CVC e PCAC. Sua construção é feita definindo-se o comportamento dos campos sob as transformações desta simetria. No caso dos píons, isso pode ser feito usando-se o isomorfismo entre o grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e o de rotação quadridimensional $O(4)$, o que nos permite escrever

$$Q_i^V = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} M_{jk} \quad \text{e} \quad Q_i^A = M_{4i} \quad , \quad (2.6.1)$$

onde $M_{\mu\nu}$ são os geradores do grupo $O(4)$. A maneira mais simples de se colocar o pión neste grupo interno, é considerar um campo quadrivetorial π^μ composto das três componentes de isospin

do pión e de um campo escalar extra, denominado sigma. Usando a relação de comutação entre os geradores da rotação quadridimensional e o quadrivetor $\pi^\mu \equiv (\sigma, \vec{\pi})$,

$$[\pi_\lambda, M_{\mu\nu}] = -i (\pi_\mu g_{\nu\lambda} - \pi_\nu g_{\mu\lambda}) , \quad (2.6.2)$$

determinamos as variações vetoriais infinitesimais dos campos na expressão (2.3.38),

$$\delta^\nu \pi_i = i \delta\alpha_j [\pi_i, Q_j^\nu] = -\varepsilon_{ijk} \delta\alpha_j \pi_k \quad (2.6.3)$$

$$\delta^\nu \sigma = i \delta\alpha_j [\sigma, Q_j^\nu] = 0 \quad (2.6.4)$$

e as axiais na expressão (2.3.39),

$$\delta^A \pi_i = i \delta\beta_j [\pi_i, Q_j^A] = \delta\beta_i \sigma \quad (2.6.5)$$

$$\delta^A \sigma = i \delta\beta_j [\sigma, Q_j^A] = -\delta\beta_j \pi_j . \quad (2.6.6)$$

Usando uma notação vetorial, podemos reescrever estes resultados como

$$\delta^\nu \vec{\pi} = -\delta\vec{\alpha} \wedge \vec{\pi} \quad (2.6.7)$$

$$\delta^\nu \sigma = 0 \quad (2.6.8)$$

$$\delta^A \vec{\pi} = \delta\vec{\beta} \sigma \quad (2.6.9)$$

$$\delta^A \sigma = -\delta\vec{\beta} \cdot \vec{\pi} . \quad (2.6.10)$$

A invariância sob estas transformações requer que a parte cinética da densidade da lagrangiana mesônica tenha a forma

$$(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) , \quad (2.6.11)$$

pois

$$\delta^\nu (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) = 2 (\partial_\mu \delta^\nu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \delta^\nu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) = -2 (\delta\vec{\alpha} \wedge \partial_\mu \vec{\pi}) \cdot \partial^\mu \vec{\pi} = 0$$

e

$$\delta^A (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) = 2 (\partial_\mu \delta^A \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \delta^A \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) = 2 \delta\vec{\beta} \cdot [-\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \sigma \partial^\mu \vec{\pi}] = 0 .$$

A parte associada à energia potencial, por outro lado, deve ser uma função

$$f(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) , \quad (2.6.12)$$

já que

$$\delta^\nu (\sigma^2 + \vec{\pi}^2) = 2 (\sigma \delta^\nu \sigma + \vec{\pi} \cdot \delta^\nu \vec{\pi}) = -2 \vec{\pi} \cdot (\delta\vec{\alpha} \wedge \vec{\pi}) = 0$$

e

$$\delta^A(\sigma^2 + \bar{\pi}^2) = (\sigma \delta^A \sigma + \bar{\pi} \cdot \delta^A \bar{\pi}) = 2(-\sigma \delta \bar{\beta} \cdot \bar{\pi} + \bar{\pi} \cdot \delta \bar{\beta} \sigma) = 0 .$$

Para reproduzir o PCAC, acrescentamos um termo de quebra espontânea de simetria, cuja forma mais simples é

$$\mathcal{L}_{\text{SB}} = c \sigma , \quad (2.6.13)$$

onde c é uma constante arbitrária.

Assim, a densidade da lagrangiana mesônica mais simples, que incorpora o CVC e PCAC, é dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I + \mathcal{L}_{\text{SB}} , \quad (2.6.14)$$

onde o termo associado aos campos livres com massa μ é

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \bar{\pi} \cdot \partial^\mu \bar{\pi}) - \frac{\mu^2}{2}(\sigma^2 + \bar{\pi}^2) \quad (2.6.15)$$

e a interação entre esses campos, com constante de acoplamento λ , é dada por

$$\mathcal{L}_I = -\frac{\lambda^2}{4}(\sigma^2 + \bar{\pi}^2)^2 \quad (2.6.16)$$

Nas teorias de campo usuais, o valor esperado de qualquer campo no vácuo costuma ser nulo, mas com esta densidade de lagrangiana, isto não ocorre. As suas equações de movimento são dadas por

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \sigma)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} = 0 \Rightarrow (\partial^2 + \mu^2)\sigma = c - \lambda^2 \sigma(\sigma^2 + \bar{\pi}^2) \quad (2.6.17)$$

e

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\pi})} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\pi}} = 0 \Rightarrow (\partial^2 + \mu^2)\bar{\pi} = -\lambda^2 \bar{\pi}(\sigma^2 + \bar{\pi}^2) . \quad (2.6.18)$$

As soluções dessas equações para o estado fundamental correspondem aos valores $\bar{\pi}=0$ e $\sigma=v$, onde v é uma constante tal que

$$\mu^2 v + \lambda^2 v^3 = c . \quad (2.6.19)$$

Assim, o valor esperado do campo do sigma no vácuo não é nulo,

$$\langle \sigma \rangle_0 = v \neq 0 . \quad (2.6.20)$$

Essa constante v pode, então, ser pensada como a parte clássica do campo do sigma. Sua parte quântica é definida pela relação

$$\sigma \equiv v + s , \quad (2.6.21)$$

de modo que

$$\langle s \rangle_0 = \langle \pi \rangle_0 = 0 . \quad (2.6.22)$$

Substituindo-se a relação (2.6.21) na lagrangiana (2.6.14), eliminando-se a constante

$$v \left(c - \frac{\mu^2 v}{2} - \frac{\lambda^2 v^3}{4} \right) , \quad (2.6.23)$$

por não influir na dinâmica, e o termo

$$s(c - \mu^2 v - \lambda^2 v^3) \quad (2.6.24)$$

devido à equação (2.6.19), obtemos a lagrangiana escrita em termos do novo campo quântico s :

$$\mathcal{L}^{\text{mésons}} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu s \partial^\mu s - \mu_\sigma^2 s^2 \right) + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \bar{\pi} \cdot \partial^\mu \bar{\pi} - \mu_\pi^2 \bar{\pi}^2 \right) - \lambda^2 v s (s^2 + \bar{\pi}^2) - \frac{\lambda^2}{4} (s^2 + \bar{\pi}^2)^2 , \quad (2.6.25)$$

onde as massas deixaram de ser degeneradas, sendo dadas por

$$\mu_\pi^2 = \mu^2 + \lambda^2 v^2 \quad \text{e} \quad \mu_\sigma^2 = \mu^2 + 3\lambda^2 v^2 . \quad (2.6.26)$$

Esta densidade de lagrangiana gera, via teorema de Nöther, uma corrente axial que não é conservada,

$$\partial_\mu \bar{A}^\mu = - \frac{\partial(\delta \mathcal{L})}{\partial(\delta \beta)} = \mu_\pi^2 v \bar{\pi} . \quad (2.6.27)$$

Comparando-se este resultado com o PCAC, verificamos que o valor esperado do sigma no vácuo é igual à constante de decaimento do pión,

$$v = f_\pi . \quad (2.6.28)$$

Podemos ampliar essa densidade de lagrangiana, definindo os comportamentos de outras partículas sob as transformações da simetria quiral. No caso dos núcleons, isso é feito em analogia aos neutrinos, apresentados na **seção 2.3**. Usamos a definição das cargas "esquerdas" e "direitas", dadas pela expressão (2.3.39) e caracterizamos os núcleons por meio de um duplete do grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$, de modo que seu campo seja dado por

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_R(x) , \quad (2.6.29)$$

onde

$$\psi_L(x) \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \psi(x) \quad \text{e} \quad \psi_R(x) \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \psi(x) . \quad (2.6.30)$$

Como já vimos na **seção 2.3**, essa caracterização desacopla as relações de comutação entre os campos e as cargas "esquerdas" e "direitas", produzindo expressões idênticas às do grupo de isospin $SU(2)$:

$$\begin{aligned} [\psi^L, Q_i^L] &= -\frac{1}{2} \tau_i \psi^L , & [\psi^R, Q_i^R] &= -\frac{1}{2} \tau_i \psi^R , \\ [\psi^L, Q_i^R] &= 0 , & [\psi^R, Q_i^L] &= 0 . \end{aligned} \quad (2.6.31)$$

Utilizando estes comutadores e as equações (2.3.38-39), obtemos as variações vetoriais dos campos nucleônicos

$$\delta^\nu \psi = i \delta \alpha_j [\psi, Q_j^\nu] = i \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \psi \quad (2.6.32)$$

$$\delta^\nu \bar{\psi} = i \delta \alpha_j [\bar{\psi}, Q_j^\nu] = -i \bar{\psi} \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \quad (2.6.33)$$

e as axiais

$$\delta^A \psi = i \delta \beta_j [\psi, Q_j^A] = -i \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma_5 \psi \quad (2.6.34)$$

$$\delta^A \bar{\psi} = i \delta \beta_j [\bar{\psi}, Q_j^A] = -i \bar{\psi} \gamma_5 \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} . \quad (2.6.35)$$

Segundo estas transformações, a parte puramente nucleônica da lagrangiana com simetria quiral deve ser

$$\mathcal{L}^N = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi , \quad (2.6.36)$$

pois

$$\delta^\nu (\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi) = \delta^\nu \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \delta^\nu \psi = \bar{\psi} \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \bar{\psi} \gamma^\mu \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \partial_\mu \psi = 0$$

e

$$\delta^A (\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi) = \delta^A \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \delta^A \psi = \bar{\psi} \gamma_5 \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma_5 \partial_\mu \psi = 0 ,$$

onde usamos a relação de anticomutação das matrizes de Dirac. É importante notar que um possível termo de massa para o núcleon quebra a simetria. Este termo seria invariante por transformações vetoriais,

$$\delta^V(m \bar{\psi} \psi) = m(\delta^V \bar{\psi} \psi + \bar{\psi} \delta^V \psi) = -i \frac{m}{2} (\bar{\psi} \delta \vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} \psi - \bar{\psi} \delta \vec{\alpha} \cdot \vec{\tau} \psi) = 0, \quad (2.6.37)$$

mas, no caso de transformações axiais, teríamos

$$\delta^A(m \bar{\psi} \psi) = m(\delta^A \bar{\psi} \psi + \bar{\psi} \delta^A \psi) = -i \frac{m}{2} (\bar{\psi} \gamma_5 \delta \vec{\beta} \cdot \vec{\tau} \psi + \bar{\psi} \delta \vec{\beta} \cdot \vec{\tau} \gamma_5 \psi) = -i m \bar{\psi} \gamma_5 \delta \vec{\beta} \cdot \vec{\tau} \psi. \quad (2.6.38)$$

A variação axial $\delta^A(\bar{\psi} \psi)$, na última igualdade, mostra que $(\bar{\psi} \psi, \bar{\psi} i \vec{\tau} \gamma_5 \psi)$ é um quadrivetor no espaço associado ao grupo $O(4)$. Multiplicando escalarmente este quadrivetor com o quadrivetor $\pi^\mu \equiv (\sigma, \vec{\pi})$, obtemos um escalar invariante por transformações quirais dos campos, expressões (2.6.7-10) e (2.6.32-35). Logo, podemos tomar este escalar como sendo a parte da densidade de lagrangiana que descreve a interação entre píons e núcleons com um acoplamento não derivativo, isto é,

$$\mathcal{L}^{\pi N} = -g \bar{\psi} (\sigma + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \gamma_5) \psi, \quad (2.6.39)$$

onde g é a constante de acoplamento da interação píon-núcleon. Reescrevendo este resultado em termos do campo quântico do sigma e utilizando a equação (2.6.28), obtemos

$$\mathcal{L}^{\pi N} = -g f_\pi \bar{\psi} \psi - g \bar{\psi} (s + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \gamma_5) \psi. \quad (2.6.40)$$

Tomando g_A igual a 1 na relação de Goldberger-Treiman, identificamos o produto entre a constante de acoplamento píon-núcleon e a de decaimento do píon como a massa do núcleon,

$$m \cong g f_\pi. \quad (2.6.41)$$

Com isso, a densidade da lagrangiana com campos quânticos dos mésons e núcleons pode ser expressa por

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - g \bar{\psi} (s + i \vec{\tau} \cdot \vec{\pi} \gamma_5) \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu s \partial^\mu s - \mu_s^2 s^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - \mu_\pi^2 \vec{\pi}^2) - \lambda^2 v s (s^2 + \vec{\pi}^2) - \frac{\lambda^2}{4} (s^2 + \vec{\pi}^2)^2 \end{aligned}$$

onde o termo de massa do núcleon é gerado pelo parte clássica do campo do sigma. Segundo o teorema de Nöther, as correntes vetoriais e axiais correspondem a

$$\bar{V}^\mu = -\frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial[\delta(\partial_\mu\bar{\alpha})]} = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\bar{\tau}\psi + \bar{\pi}\wedge\partial^\mu\bar{\pi} \quad (2.6.43)$$

$$\bar{A}^\mu = -\frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial[\delta(\partial_\mu\bar{\beta})]} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\bar{\tau}\psi + \bar{\pi}\partial^\mu\sigma - \sigma\partial^\mu\bar{\pi} \quad (2.6.44)$$

e suas quadridivergências a

$$\partial_\mu\bar{V}^\mu = -\frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial(\delta\bar{\alpha})} = 0 \quad (2.6.45)$$

$$\partial_\mu\bar{A}^\mu = -\frac{\partial(\delta\mathcal{L})}{\partial(\delta\bar{\beta})} = \mu_\pi^2 f_\pi \bar{\pi} . \quad (2.6.46)$$

Então, por construção, esta densidade de lagrangiana reproduz as hipóteses de CVC e PCAC, ou seja, ela possui simetria quiral aproximada [AFFR 73] e [Lee 72].

2.7 Realização Não Linear da Simetria Quiral Global.

O modelo não linear de Weinberg foi formulado com o objetivo de permitir a obtenção das previsões da álgebra de correntes para interações piônicas sem recorrer ao "méson" sigma, que não tem suporte fenomenológico. Neste modelo, a quiralidade difere das outras simetrias, sendo seu conteúdo principal o de relacionar processos envolvendo diferentes números de píons. Sua densidade de lagrangiana é construída definindo-se o comportamento dos campos sob transformações desta simetria [Rob 89] e [Roc 93]. As transformações vetoriais de isospin dos campos do pión e do núcleon são as mesmas da realização linear. Denotando os campos do pión e do núcleon por $\phi(x)$ e $\psi(x)$, respectivamente, temos

$$\delta^\nu\bar{\phi} = i\delta\alpha_j[\bar{\phi}, Q_j^\nu] = -\delta\bar{\alpha}\wedge\bar{\phi} \quad (2.7.1)$$

e

$$\delta^\nu \psi = i \delta \alpha_j [\psi, Q_j^\nu] = i \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \psi . \quad (2.7.2)$$

As variações axiais devem ser definidas respeitando-se a identidade de Jacobi entre cargas axiais e píons:

$$[[\phi_i, Q_j^A], Q_k^A] + [[Q_k^A, \phi_i], Q_j^A] + [[Q_j^A, Q_k^A], \phi_i] = 0 . \quad (2.7.3)$$

No último termo, o comutador das cargas axiais é dado pela equação (2.3.34) e o comutador $[\phi_i, Q_j^A]$, presente nos dois primeiros termos, deve ser igual a uma função com paridade positiva. No caso não linear, uma função não linear genérica de $\vec{\phi}$ com paridade positiva pode ser escrita como

$$f_{ij} = f(\phi^2) \delta_{ij} + g(\phi^2) \phi_i \phi_j , \quad (2.7.4)$$

onde $f(\phi^2)$ é uma função arbitrária e $g(\phi^2)$ é dada por

$$g(\phi^2) = \frac{1 + 2 f(\phi^2) f'(\phi^2)}{f(\phi^2) - 2 \phi^2 f'(\phi^2)} \quad (2.7.5)$$

A variação axial dos campos piônicos é, então, definida como

$$\delta^A \phi_i = i \delta \beta_j [\phi_i, Q_j^A] = \delta \beta_j f_{ij} , \quad (2.7.6)$$

ou

$$\delta^A \vec{\phi} = \delta \vec{\beta} f(\phi^2) + \delta \vec{\beta} \cdot \vec{\phi} g(\phi^2) \vec{\phi} . \quad (2.7.7)$$

A identidade de Jacobi entre cargas axiais e núcleons impõe, de forma semelhante ao caso do pión, que o comutador $[\psi, Q_j^A]$ deve ser proporcional a um isotensor v_{jk} com paridade negativa e, consequentemente, linear em $\vec{\phi}$, isto é,

$$v_{jk} = \varepsilon_{jki} \phi_i v(\phi^2) , \quad (2.7.8)$$

onde a função isoescalar $v(\phi^2)$ é expressa através da equação (2.7.2) por

$$v(\phi^2) = \frac{1}{f(\phi^2) + \sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} . \quad (2.7.9)$$

Com isso, definimos a variação axial do campo nucleônico como

$$\delta^A \psi = i \delta \beta_j [\psi, Q_j^A] = i \delta \beta_j v_{jk} \frac{\tau_k}{2} \psi \quad (2.7.10)$$

ou

$$\delta^A \psi = i v(\phi^2) \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\bar{\tau} \wedge \bar{\phi}}{2} \psi . \quad (2.7.11)$$

É impossível construir interações invariantes por transformações quirais envolvendo diretamente o campo do pión. Contudo, isso pode ser feito por meio de acoplamentos derivativos, definindo-se uma derivada covariante para o campo do pión na forma

$$D^\mu \phi_j \equiv \left[d_1 \delta_{ij} \partial^\mu + d_2 \phi_j \partial^\mu \phi_i \right] \phi_i , \quad (2.7.12)$$

onde as funções d_1 e d_2 são dadas por

$$d_1 = \frac{cte}{\sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} \quad (2.7.13)$$

e

$$d_2 = -d_1 \frac{v(\phi^2) + f'(\phi^2)}{\sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} . \quad (2.7.14)$$

Estas funções são determinadas impondo-se que as variações da derivada covariante sejam iguais às do campo nucleônico:

$$\delta^\nu (D^\mu \bar{\phi}) = i \delta \alpha_j [D^\mu \bar{\phi}, Q_j^\nu] = i \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\bar{\tau}}{2} D^\mu \bar{\phi} \quad (2.7.15)$$

e

$$\delta^A (D^\mu \bar{\phi}) = i \delta \beta_j [D^\mu \bar{\phi}, Q_j^A] = i v(\phi^2) \delta \bar{\beta} \cdot \frac{\bar{\tau} \wedge \bar{\phi}}{2} D^\mu \bar{\phi} . \quad (2.7.16)$$

Em termos da derivada covariante, a parte cinética dos pions é dada por

$$\frac{1}{2} D_\mu \bar{\phi} D^\mu \bar{\phi} , \quad (2.7.17)$$

Expandindo-se este resultado em torno de $\phi^2 = 0$ e impondo-se que o termo de primeira ordem tenha o fator 1/2 de normalização, temos que a constante em d_1 é igual a $f(0)$.

Para determinarmos o valor de $f(0)$, estudamos o termo da densidade de lagrangiana que quebra a simetria. Como qualquer isoescalar construído a partir do campo piônico quebra a simetria quiral, então, supomos que este termo de quebra de simetria seja uma função arbitrária de ϕ^2 ,

$$\mathcal{L}_{SB} = \mathcal{L}_{SB}(\phi^2) . \quad (2.7.18)$$

Logo, a divergência da corrente axial é dada por

$$\partial_\mu \bar{A}^\mu = - \frac{\partial(\delta \mathcal{L})}{\partial(\delta \vec{\beta})} = -2 \frac{d\mathcal{L}_{\text{SB}}}{d\phi^2} [f(\phi^2) + \phi^2 g(\phi^2)] \bar{\phi} . \quad (2.7.19)$$

Expandindo em torno de $\phi^2 = 0$,

$$\partial_\mu \bar{A}^\mu \cong -2 \left. \frac{d\mathcal{L}_{\text{SB}}}{d\phi^2} \right|_{\phi^2=0} f(0) \bar{\phi} + \dots , \quad (2.7.20)$$

e considerando a hipótese de PCAC, temos

$$-2 \left. \frac{d\mathcal{L}_{\text{SB}}}{d\phi^2} \right|_{\phi^2=0} f(0) = f_\pi \mu^2 . \quad (2.7.21)$$

Por convenção,

$$\left. \frac{d\mathcal{L}_{\text{SB}}}{d\phi^2} \right|_{\phi^2=0} = - \frac{\mu^2}{2} , \quad (2.7.22)$$

o que nos permite concluir que $f(0)$ é igual a f_π . Portanto, a derivada covariante do pión tem a forma

$$D^\mu \bar{\phi} \equiv \frac{f_\pi}{\sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} \partial^\mu \bar{\phi} - f_\pi \frac{v(\phi^2) + f'(\phi^2)}{f^2(\phi^2) + \phi^2} \partial^\mu \phi^2 \bar{\phi} . \quad (2.7.23)$$

Na construção da parte cinética dos núcleons, também é preciso definir uma derivada covariante, de modo que suas variações quirais sejam iguais às do campo nucleônico,

$$\delta^\nu(D^\mu \psi) = i \delta \alpha_j [D^\mu \psi, Q_j^\nu] = i \delta \bar{\alpha} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} D^\mu \psi \quad (2.7.24)$$

e

$$\delta^A(D^\mu \psi) = i \delta \beta_j [D^\mu \psi, Q_j^A] = i v(\phi^2) \delta \vec{\beta} \cdot \frac{\vec{\tau} \wedge \vec{\phi}}{2} D^\mu \psi . \quad (2.7.25)$$

Definimos, então, a derivada covariante do núcleon por

$$D^\mu \psi \equiv [\partial^\mu + i M_k \partial^\mu \phi_k] \psi , \quad (2.7.26)$$

onde M_k é uma matriz que age no espaço de isospin. Esta matriz pode ser escrita como

$$M_k = M_1 \phi_k + M_2 \varepsilon_{ijk} \tau_i \phi_j . \quad (2.7.27)$$

Para a construção de densidades de lagrangianas invariantes quirais, é suficiente que tenhamos apenas uma expressão particular para esta derivada covariante. Escolhendo $M_1 = 0$, obtemos

$$M_2 = \frac{v(\phi^2)}{\sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} \quad (2.7.28)$$

através das variações quirais da derivada covariante, equações (2.7.24-25). Portanto, a derivada covariante do núcleon é

$$D^\mu \psi \equiv \partial^\mu \psi + i \frac{v(\phi^2)}{\sqrt{f^2(\phi^2) + \phi^2}} \vec{\tau} \cdot (\vec{\phi} \wedge \partial^\mu \vec{\phi}) \psi . \quad (2.7.29)$$

Nesta realização introduzida por Weinberg, qualquer isoescalar construído a partir das derivadas covariantes é invariante quiral. Assim, a densidade de lagrangiana para o sistema píon-núcleon, nesta realização, pode ser escrita como

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left(i \gamma_\mu D^\mu - m \right) \psi + \frac{1}{2} D_\mu \vec{\phi} \cdot D^\mu \vec{\phi} + \frac{g}{2m} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \psi D^\mu \vec{\phi} + \dots + \mathcal{L}_{\text{SB}}$$

(2.7.30)

onde o primeiro e o segundo termo correspondem, respectivamente, aos núcleons e píons livres, o terceiro e o quarto às interações axial e isoescalar entre núcleons e píons e o último ao termo de quebra de simetria.

2.8 Realização da Simetria Eletromagnética Local.

As transformações de simetria eletromagnética, como vimos, formam o grupo abeliano $U(1)$. Assim, as variações dos campos piônico e nucleônico sob estas transformações correspondem às mudanças de fase, dadas por

$$\delta \vec{\phi} = -ie \delta \alpha [\vec{\phi}, Q] = -ie \delta \alpha Q \vec{\phi} \quad (2.8.1)$$

e

$$\delta\psi = -ie\delta\alpha[\psi, Q] = -ie\delta\alpha Q\psi, \quad (2.8.2)$$

onde $\delta\alpha$ representa a mudança de fase. Quando esta simetria é global, essas variações deixam as densidades de lagrangianas não linear de Weinberg e do modelo sigma linear invariantes, mas, quando ela é local, os termos que contêm derivadas de fase destroem esta invariância. Estes termos de quebra de simetria podem ser eliminados com a introdução de derivadas covariantes.

Para isto, definimos as derivadas covariantes eletromagnéticas como

$$D^\mu \bar{\phi} \equiv [\partial^\mu + ie A^\mu Q] \bar{\phi} \quad (2.8.3)$$

e

$$D^\mu \psi \equiv [\partial^\mu + ie A^\mu Q] \psi, \quad (2.8.4)$$

onde $e > 0$ é a carga elétrica positiva e $A^\mu(x)$ é o campo do fóton. A ação do operador carga no campo do pión e do nêutron é dada por

$$Q\phi_i = -i\varepsilon_{3ij}\phi_j \quad \text{e} \quad Q\psi = \frac{1}{2}(1+\tau_3)\psi. \quad (2.8.5)$$

As variações das derivadas covariantes são análogos às dos campos:

$$\delta(D^\mu \bar{\phi}) = -ie\delta\alpha[D^\mu \bar{\phi}, Q] = -ie\delta\alpha Q D^\mu \bar{\phi} \quad (2.8.6)$$

e

$$\delta(D^\mu \psi) = -ie\delta\alpha[D^\mu \psi, Q] = -ie\delta\alpha Q D^\mu \psi. \quad (2.8.7)$$

A ação de um grupo de transformações infinitesimais sobre os campos dos bósons de calibre num dado ponto é definida por

$$A_i'^\mu(x) \equiv U A_i^\mu(x) U^\dagger - \frac{i}{q}(\partial^\mu U) U^\dagger \equiv A_i^\mu(x) + \delta A_i^\mu(x). \quad (2.8.8)$$

Para o grupo abeliano $U(1)$ eletromagnético, temos apenas um bóson de calibre, o fóton. Neste caso, a variação de seu campo, obtida da expressão acima, é dada por

$$\delta A^\mu = \partial^\mu \alpha. \quad (2.8.9)$$

Assim, obtemos as densidades de lagrangianas não linear de Weinberg e do modelo sigma linear com simetria eletromagnética local, trocando-se todas as suas derivadas ordinárias pelas derivadas covariantes eletromagnéticas.

REGRAS DE FEYNMAN NA ABORDAGEM DE DYSON-WICK

3.1 Representação de Interação.

3.2 Matriz-S e Matriz-T.

3.3 Regras de Feynman.

3.4 Construção da Amplitude de Transição.

3.1 Representação de Interação.

Em teoria quântica de campos pode-se representar a evolução temporal de um sistema de três formas diferentes, associadas às representações de Schrödinger (S), de Heisenberg (H) e de Interação (I).

Na representação de Schrödinger a dependência temporal do sistema é carregada pelos vetores de estado $|\alpha; t\rangle_S$, que satisfazem a equação de movimento

$$i \frac{d}{dt} |\alpha; t\rangle_S = H |\alpha; t\rangle_S, \quad (3.1.1)$$

onde H é a hamiltoniana. Os operadores $\hat{O}^S$ são independentes do tempo,

$$\hat{O}^S(t) = \hat{O}^S(t_0), \quad (3.1.2)$$

onde t_0 e t representam, respectivamente, o instante inicial arbitrário e um outro instante qualquer. Os seus elementos de matriz, isto é, os observáveis, são escritos como

$$O(t) = {}_S \langle \alpha'; t | \hat{O}^S(t) | \alpha; t \rangle_S. \quad (3.1.3)$$

A evolução temporal dos vetores de estado pode ser descrita por um operador unitário $U(t, t_0)$, definido por

$$|\alpha; t\rangle_S \equiv U(t, t_0) |\alpha; t_0\rangle_S. \quad (3.1.4)$$

Substituindo esta definição na equação (3.1.1),

$$i \frac{d}{dt} U(t, t_0) = H U(t, t_0) \quad (3.1.5)$$

obtemos, para H independente do tempo,

$$U(t, t_0) = e^{-iH(t-t_0)} \quad (3.1.6)$$

com a condição inicial $U(t_0, t_0) = 1$.

Na representação de Heisenberg a dependência temporal do sistema é carregada pelos operadores $\hat{O}^H$. Ela se relaciona à representação de Schrödinger pelas transformações unitárias dos vetores de estado

$$|\alpha; t\rangle_H = U^\dagger(t, t_0) |\alpha; t\rangle_S \quad (3.1.7)$$

e dos operadores

$$\hat{O}^H(t) = U^+(t, t_0) \hat{O}^S(t) U(t, t_0) , \quad (3.1.8)$$

de modo que os observáveis independam da representação. Assim, a expressão (3.1.3) pode ser reescrita como

$$O(t) = {}_H \langle \alpha'; t | \hat{O}^H(t) | \alpha; t \rangle_H . \quad (3.1.9)$$

A equação de movimento,

$$i \frac{d}{dt} \hat{O}^H(t) = [\hat{O}^H(t), H] , \quad (3.1.10)$$

é obtida diferenciando-se a transformação (3.1.8) em relação ao tempo com $H \equiv H^H = H^S$.

A representação de interação, híbrida em relação às de Schrödinger e Heisenberg, nasce da divisão da hamiltoniana em duas partes

$$H = H_0 + H_{\text{int}}(t) , \quad (3.1.11)$$

onde H_0 descreve os campos livres e $H_{\text{int}}(t)$ a interação que pode depender do tempo. A evolução temporal do sistema livre é associada aos operadores $\hat{O}^I$ e a do sistema em interação é associada aos vetores de estado $|\alpha; t\rangle_I$. A representação de interação relaciona-se à representação de Schrödinger pela transformação unitária dos vetores de estado

$$|\alpha; t\rangle_I = U_0^+(t, t_0) |\alpha; t\rangle_S \quad (3.1.12)$$

e dos operadores

$$\hat{O}^I(t) = U_0^+(t, t_0) \hat{O}^S(t) U_0(t, t_0) , \quad (3.1.13)$$

onde o operador unitário $U_0(t, t_0)$ é definido por

$$U_0(t, t_0) \equiv e^{-iH_0(t-t_0)} , \quad (3.1.14)$$

com a condição inicial $U_0(t_0, t_0) = 1$ e com $H_0 \equiv H_0^I = H_0^S$. Assim, a expressão (3.1.3) pode ser reescrita como

$$O(t) = {}_I \langle \alpha'; t | \hat{O}^I(t) | \alpha; t \rangle_I , \quad (3.1.15)$$

evidenciando que os observáveis não dependem da representação. A equação de movimento para os operadores,

$$i \frac{d}{dt} \hat{O}^I(t) = [\hat{O}^I(t), H_0] , \quad (3.1.16)$$

é obtida diferenciando-se a transformação (3.1.13) em relação ao tempo e a equação de movimento para os vetores de estado,

$$i \frac{d}{dt} |\alpha; t\rangle_I = H_{\text{int}}^I(t) |\alpha; t\rangle_I, \quad (3.1.17)$$

substituindo-se (3.1.12) na equação (3.1.1) com $H_{\text{int}}^I(t) = U_0^+(t, t_0) H_{\text{int}}^S U_0(t, t_0)$.

Podemos reescrever a equação (3.1.17) através do operador unitário $U_{\text{int}}(t, t_0)$, definido por

$$U_{\text{int}}(t, t_0) \equiv U_0^+(t, t_0) U(t, t_0), \quad (3.1.18)$$

de modo que

$$|\alpha; t\rangle_I = U_{\text{int}}(t, t_0) |\alpha; t_0\rangle \quad (3.1.19)$$

seja equivalente à relação (3.1.12). Substituindo a equação (3.1.19) na equação (3.1.17), obtemos a equação de Tomonaga-Schwinger

$$i \frac{d}{dt} U_{\text{int}}(t, t_0) = H_{\text{int}}^I(t) U_{\text{int}}(t, t_0), \quad (3.1.20)$$

com a condição inicial $U_{\text{int}}(t_0, t_0) = 1$. A solução desta equação pode ser obtida pela teoria de perturbação. Por integração direta, transformamos essa equação diferencial numa equação integral com a condição inicial incorporada

$$U_{\text{int}}(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^t H_{\text{int}}^I(t_1) U_{\text{int}}(t_1, t_0) dt_1. \quad (3.1.21)$$

Inicialmente, expandimos a equação integral numa série de potências da interação

$$U_{\text{int}}(t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} U_{\text{int}}^{(n)}(t, t_0) \quad (3.1.22)$$

com

$$U_{\text{int}}^{(n)}(t, t_0) = (-i)^n \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t_1} \dots \int_{t_0}^{t_{(n-1)}} H_{\text{int}}^I(t_1) H_{\text{int}}^I(t_2) \dots H_{\text{int}}^I(t_n) dt_n \dots dt_2 dt_1, \quad (3.1.23)$$

onde os produtos de H_{int}^I nos integrandos seguem a sequência temporal $t_0 \leq t_n \leq \dots \leq t_2 \leq t_1 \leq t$, pois em geral $H_{\text{int}}^I(t')$ não comuta com $H_{\text{int}}^I(t'')$. Em seguida, introduzimos o produto ordenado temporalmente de n operadores

$$\begin{aligned}
T \{ A_1(t_1) A_2(t_2) \dots A_n(t_n) \} = & \theta(t_1 - t_2) \theta(t_2 - t_3) \dots \theta(t_{n-1} - t_n) A_1(t_1) A_2(t_2) A_3(t_3) \dots A_n(t_n) + \\
& + (-1)^p \theta(t_2 - t_1) \theta(t_1 - t_3) \dots \theta(t_{n-1} - t_n) A_2(t_2) A_1(t_1) A_3(t_3) \dots A_n(t_n) + \\
& + (-1)^p \theta(t_3 - t_2) \theta(t_2 - t_1) \dots \theta(t_{n-1} - t_n) A_3(t_3) A_2(t_2) A_1(t_1) \dots A_n(t_n) + \dots + \\
& + \dots + (-1)^p \theta(t_n - t_{n-1}) \theta(t_{n-1} - t_{n-2}) \dots \theta(t_2 - t_1) A_n(t_n) \dots A_3(t_3) A_2(t_2) A_1(t_1), \quad (3.1.24)
\end{aligned}$$

onde para os férmions $p = \text{número de permutações}$ e para os bósons $p = 0$. Esta modificação, idealizada por Dyson [Dys 49], permite que todos os limites superiores das integrais em (3.1.23) se tornem iguais, isto é,

$$U_{\text{int}}^{(n)}(t, t_0) = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t T \{ H_{\text{int}}^I(t_1) H_{\text{int}}^I(t_2) \dots H_{\text{int}}^I(t_n) \} dt_1 dt_2 \dots dt_n, \quad (3.1.25)$$

onde $1/n!$ é um fator de compensação. Com isso, é possível reescrever o operador evolução temporal na forma exponencial,

$$U_{\text{int}}^{(n)}(t, t_0) = T \exp \left[-i \int_{t_0}^t dt' H_{\text{int}}^I(t') \right] = T \exp \left[-i \int_{x_0}^x d^4 x' \mathcal{H}_{\text{int}}^I(x') \right]. \quad (3.1.26)$$

O conhecimento deste operador permite o cálculo das evoluções temporais dos estados e demais operadores.

3.2 Matriz-S e Matriz-T.

Na física de partículas elementares, os observáveis são extraídos de quantidades experimentais tais como seções de choque de espalhamento e larguras de decaimento. A seção de choque $d\sigma$ para um processo onde um feixe de partículas incide sobre um alvo e a largura de decaimento $d\Gamma$ para um processo de decaimento são dadas, respectivamente, por

$$d\sigma = \frac{1}{F} |T_{fi}|^2 df \quad (3.2.1)$$

e

$$d\Gamma = \frac{1}{2E} |T_{fi}|^2 df. \quad (3.2.2)$$

Nestas expressões, o fator de fluxo F está relacionado à intensidade com que as partículas colidem, a energia E à partícula que decaiu, o fator de espaço de fase df à quantidade de variáveis independentes que podem ser medidas com um certo número de partículas e $|T_{fi}|^2$ à probabilidade de transição entre estados diferentes. Esta amplitude de probabilidade T_{fi} é dada pelo valor esperado de um operador de transição $\hat{T}$, a matriz-T, entre um estado inicial e um estado final,

$$T_{fi} = \langle f | \hat{T} | i \rangle . \quad (3.2.3)$$

Quando se realizam experimentos de colisão ou de decaimento, a probabilidade maior é que nada aconteça, ou seja, que as partículas não interajam. Por essa razão é conveniente usar uma outra amplitude, mais fenomenológica, conhecida como amplitude de espalhamento S_{fi} relacionada à T_{fi} por

$$S_{fi} = \delta_{fi} + (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) i T_{fi} , \quad (3.2.4)$$

onde os fatores $i(2\pi)^4$ e $\delta^4(p_i - p_f)$ surgem do fato do operador $\hat{S}$ estar no espaço de configuração e $\hat{T}$ no espaço dos momentos. O delta de Dirac, neste caso, evidencia a conservação da energia e do momento no processo.

O problema do espalhamento é formulado em termos de estados que descrevem de modo simples o sistema físico muito tempo antes e muito tempo depois da interação acontecer. Para essas situações assintóticas, podemos desprezar as interações recíprocas, pois a grande distância entre as partículas permite que estas se propaguem, apenas, sob a influência de suas auto-interações. Desta forma, podemos descrever essas partículas, num passado remoto, por campos livres incidentes $\phi_{in}(x)$ e, num futuro remoto, por campos livres emergentes $\phi_{em}(x)$. Estes campos obedecem as equações de partícula livre e as relações de quantização canônica.

Os estados das partículas incidentes e emergentes com números quânticos α_i são denotados, respectivamente, por

$$|\alpha_1; t \rightarrow -\infty\rangle \oplus |\alpha_1, \alpha_2; t \rightarrow -\infty\rangle \oplus \dots \oplus |\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n; t \rightarrow -\infty\rangle \equiv |\alpha; t \rightarrow -\infty\rangle \quad (3.2.5a)$$

e

$$|\alpha_1; t \rightarrow +\infty\rangle \oplus |\alpha_1, \alpha_2; t \rightarrow +\infty\rangle \oplus \dots \oplus |\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m; t \rightarrow +\infty\rangle \equiv |\alpha; t \rightarrow +\infty\rangle \quad (3.2.5b)$$

e podem ser gerados a partir do vácuo por operadores de criação que aparecem nas expansões dos campos livres incidentes e emergentes. O conjunto desses estados é completo, isto é, formam uma base completa no espaço físico de Hilbert [Rom 69].

A matriz-S é definida como sendo um operador unitário $\hat{S}$ ($S^+ = S^{-1}$) que conecta esses estados assintóticos

$$|\alpha; t \rightarrow +\infty\rangle \equiv \hat{S} |\alpha; t \rightarrow -\infty\rangle . \quad (3.2.6)$$

Num dado processo, o estado inicial $|i; t \rightarrow -\infty\rangle$ do sistema é um dentre os possíveis contidos no conjunto $|\alpha; t \rightarrow -\infty\rangle$, isto é,

$$|i; t \rightarrow -\infty\rangle \subset |\alpha; t \rightarrow -\infty\rangle . \quad (3.2.7)$$

O operador $\hat{S}$ promove a evolução temporal do sistema, de modo que

$$|i; t \rightarrow +\infty\rangle = \hat{S} |i; t \rightarrow -\infty\rangle . \quad (3.2.8)$$

A amplitude S_{fi} é associada à probabilidade do sistema estar, depois da colisão ou do decaimento, num certo estado $|f; t \rightarrow +\infty\rangle$ dentre todas as possibilidades contidas em $|i; t \rightarrow +\infty\rangle$ [MS 84].

Assim,

$$S_{fi} = \langle f; t \rightarrow +\infty | i; t \rightarrow +\infty \rangle , \quad (3.2.9)$$

pois, pela relação (3.2.8), temos que

$$\langle f; t \rightarrow +\infty | i; t \rightarrow +\infty \rangle = \langle f; t \rightarrow +\infty | \hat{S} | i; t \rightarrow -\infty \rangle . \quad (3.2.10)$$

Para um passado e futuro remotos, a definição do operador $\hat{S}$, expressão (3.2.6), é equivalente à definição do operador evolução temporal na **representação de interação**, expressão (3.1.20), a menos das transições do vácuo, ou seja,

$$U_{\text{int}}(t \rightarrow +\infty, t_0 \rightarrow -\infty) \equiv \hat{S}_V , \quad (3.2.11)$$

onde $\hat{S}_V$ é o operador $\hat{S}$ incluindo as transições do vácuo,

$$\hat{S}_V \equiv \hat{S} + \hat{V} . \quad (3.2.12)$$

Então, podemos escrever o operador $\hat{S}_V$ através da expressão (3.1.22),

$$\hat{S}_V = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{S}_V^{(n)} \quad (3.2.13)$$

com

$$\hat{S}_V^{(n)} = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} T \{ H_{\text{int}}^I(t_1) H_{\text{int}}^I(t_2) \dots H_{\text{int}}^I(t_n) \} dt_1 dt_2 \dots dt_n, \quad (3.2.14)$$

Na teoria quântica de campos, descrevemos um sistema de partículas por densidades de hamiltonianas livres $\mathcal{H}_0$ e de interação $\mathcal{H}_{\text{int}}$ onde as variáveis são campos em interação, que obedecem as relações de quantização canônica. Assim, é conveniente reescrevermos a expressão (3.2.14) como

$$\hat{S}_V^{(n)} = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} T \{ \mathcal{H}_{\text{int}}^I(x_1) \mathcal{H}_{\text{int}}^I(x_2) \dots \mathcal{H}_{\text{int}}^I(x_n) \} d^4x_1 d^4x_2 \dots d^4x_n. \quad (3.2.15)$$

Na solução de um problema de espalhamento, é preciso calcular o valor esperado deste operador entre estados iniciais e finais, gerados a partir do vácuo por operadores de criação. Em geral, não se conhecem exatamente os campos em interação presentes na expressão (3.2.15) e, por isso, eles são tratados como perturbações de campos livres. Neste caso, estes podem ser expandidos em combinações lineares de operadores de criação e aniquilação com dependências temporais triviais. Para arranjar convenientemente estes operadores entre os estados e introduzir funções de Green, usamos o teorema de Wick [Wic 50]. Este teorema expressa qualquer produto ordenado temporalmente de campos livres numa soma de produtos ordenados normalmente, envolvendo todas contrações possíveis dos campos. Para um conjunto de operadores $A_1 \dots A_n$, o teorema de Wick permite-nos escrever

$$\begin{aligned} T \{ A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n \} = & : A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n : + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + \dots + \\ & + \dots + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + : \overbrace{A_1 A_2 A_3 A_4 \dots A_n}^{\text{contraction}} : + \dots \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

Nesta expressão, as contrações com linhas da forma $\overbrace{}^{\text{contraction}}$ são funções de Green, conhecidas como propagadores, isto é,

$$\overbrace{A_a A_b}^{\text{contraction}} = \phi_a(x) \phi_b(y) = i \Delta(x-y), \quad \text{para bósons} \quad (3.2.17)$$

$$A_a A_b = \begin{cases} \overbrace{A_a A_b}^{\leftarrow} = \psi_a(x) \bar{\psi}_b(y) = i S(x-y) \\ \underbrace{A_a A_b}_{\rightarrow} = \bar{\psi}_a(x) \psi_b(y) = -i S(y-x) \end{cases}, \text{ para f\u00e9rmions} \quad (3.2.18)$$

onde a contra\u00e7\u00e3o fermi\u00f4nica \u00e9 sempre de $\bar{\psi}$ para ψ . Os produtos entre dois pontos, por outro lado, s\u00e3o produtos ordenados normalmente dos campos livres, isto \u00e9, s\u00e3o produtos escritos de modo que todos os operadores de cria\u00e7\u00e3o destes campos, $a^+(k_n) = a_n^+$, est\u00e3o \u00e0 esquerda de todos operadores de aniquila\u00e7\u00e3o, $a(k_n) = a_n$, isto \u00e9,

$$:a_1 a_2^+ a_3 a_4^+ \dots a_n a_{n+1}^+ : \equiv (-1)^p a_2^+ a_4^+ \dots a_{n+1}^+ a_1 a_3 \dots a_n, \quad (3.2.19)$$

onde para os f\u00e9rmions $p = \text{n\u00famero de permuta\u00e7\u00f5es}$ e para os b\u00f3sons $p = 0$.

Por exemplo, para um sistema com um tipo de f\u00e9rmion ψ e um tipo de b\u00f3son ϕ , a densidade da hamiltoniana de intera\u00e7\u00e3o mais simples tem a forma geral

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^I(t) = \left[\begin{array}{c} \text{constante de} \\ \text{acoplamento} \end{array} \right] \bar{\psi} \left[\begin{array}{c} \text{matrizes no espa\u00e7o de Dirac, de} \\ \text{isospin e funcionais covariantes} \end{array} \right] \psi \phi. \quad (3.2.20)$$

Simbolicamente, podemos reescrever

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^I(t) \approx \bar{\psi} \psi \phi. \quad (3.2.21)$$

O operador $\hat{S}_V$ at\u00e9 segunda ordem pode ser obtido substituindo-se a densidade (3.2.21) na expans\u00e3o (3.2.15) e aplicando-se a express\u00e3o (3.2.16), isto \u00e9,

$$\hat{S}_V = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{S}_V^{(n)} \quad (3.2.22)$$

com

$$\hat{S}_V^{(1)} \approx -i \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 x_1 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1:] \quad (3.2.23)$$

e

$$\begin{aligned} \hat{S}_V^{(2)} \approx & -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 x_1 d^4 x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2: + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\leftarrow} + \\ & + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\rightarrow} + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\leftarrow \leftarrow} + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\rightarrow \rightarrow} + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\leftarrow \rightarrow} + \\ & + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\rightarrow \leftarrow} + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\leftarrow \leftarrow \leftarrow} + \overbrace{:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:}^{\rightarrow \rightarrow \rightarrow}] \end{aligned} \quad (3.2.24)$$

O operador $\hat{S}_V$ de segunda ordem, expressão (3.2.24), envolve uma soma de operadores parciais,

$$\hat{S}_V^{(2)} = \hat{S}_{V(a)}^{(2)} + \dots + \hat{S}_{V(h)}^{(2)}, \quad (3.2.25)$$

onde

$$\hat{S}_{V(a)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2:] \quad (3.2.26)$$

$$\hat{S}_{V(b)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.27)$$

$$\hat{S}_{V(c)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.28)$$

$$\hat{S}_{V(d)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.29)$$

$$\hat{S}_{V(e)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.30)$$

$$\hat{S}_{V(f)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.31)$$

$$\hat{S}_{V(g)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.32)$$

$$\hat{S}_{V(h)}^{(2)} \approx -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4x_1 d^4x_2 [:\bar{\psi}_1 \psi_1 \phi_1 \overbrace{\bar{\psi}_2 \psi_2 \phi_2}^{\text{---}}:] \quad (3.2.33)$$

Assim, até segunda ordem, a amplitude de probabilidade $[S_V]_{fi}$ é dada por

$$[S_V]_{fi} = \langle f ; t \rightarrow +\infty | \hat{S}_V | i ; t \rightarrow -\infty \rangle = \langle f ; t \rightarrow +\infty | 1 + \hat{S}_V^{(1)} + \hat{S}_{V(a)}^{(2)} + \dots + \hat{S}_{V(h)}^{(2)} | i ; t \rightarrow -\infty \rangle. \quad (3.2.34)$$

Nesta soma, cada operador parcial está associado às diferentes possibilidades, que podem ser visualizadas pelo mapeamento das partes de um produto ordenado normalmente, contidas num operador parcial, por desenhos no espaço dos momentos, conhecidos como diagramas de Feynman. Cada interação é dada por (3.2.21) e corresponde a um vértice com uma linha contínua emergente para $\bar{\psi}$, uma linha contínua incidente para ψ e uma linha tracejada para ϕ . As contrações dos campos fermiônicos entre os pontos 1 e 2 são representadas por uma linha contínua de um ponto ao outro com a mesma orientação das contrações. As contrações dos campos bosônicos entre os pontos

1 e 2 são representadas por uma linha tracejada de um ponto ao outro. Desta forma, o operador de transição $\hat{S}_V$ pode ser representado pela união das figuras (3.2.1-9).

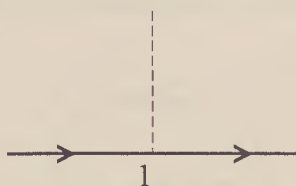


Fig 3.2.1 Diagrama associado à expressão (3.2.24).



Fig 3.2.2 Diagrama associado à expressão (3.2.26).

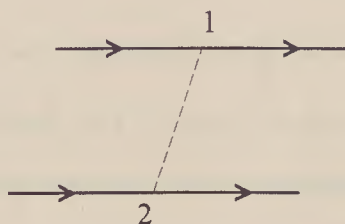


Fig 3.2.3 Diagrama associado à expressão (3.2.27).

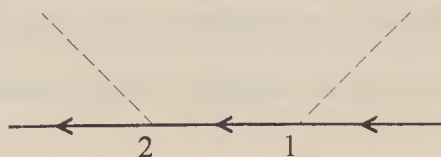


Fig 3.2.4 Diagrama associado à expressão (3.2.28).

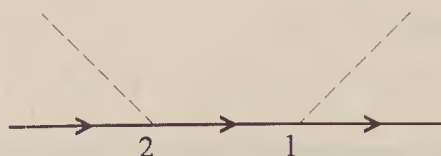


Fig 3.2.5 Diagrama associado à expressão (3.2.29).

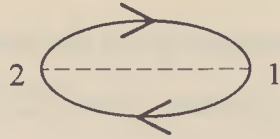


Fig 3.2.6 Diagrama associado à expressão (3.2.30).



Fig 3.2.7 Diagrama associado à expressão (3.2.31).



Fig 3.2.8 Diagrama associado à expressão (3.2.32).



Fig 3.2.9 Diagrama associado à expressão (3.2.33).

O elemento da matriz-T, ou seja, a amplitude de probabilidade T_{fi} nas expressões (3.2.1) e (3.2.2) pode ser obtida calculando-se o sanduíche do operador $\hat{S}_V$ entre os estados desejados, extraíndo-se as contribuições desconexas do vácuo para obter o elemento da matriz-S,

$$\langle f, t \rightarrow +\infty | \hat{S}_V | i, t \rightarrow -\infty \rangle = \langle f, t \rightarrow +\infty | \hat{S} | i, t \rightarrow -\infty \rangle + \underbrace{\langle f, t \rightarrow +\infty | \hat{V} | i, t \rightarrow -\infty \rangle}_0, \quad (3.2.35)$$

e, em seguida, utilizando-se a equação (3.2.4),

$$\langle f, t \rightarrow +\infty | \hat{S} | i, t \rightarrow -\infty \rangle = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) \langle f, t \rightarrow +\infty | \hat{T} | i, t \rightarrow -\infty \rangle. \quad (3.2.36)$$

A abordagem desenvolvida, nesta seção, é conhecido como formalismo de operador canônico de Dyson-Wick. Convém notar, entretanto, que existe um outro formalismo para o cálculo da amplitude de probabilidade T_{fi} , conhecido como formalismo de integral de trajetória [Ram 89], que

produz um resultado final equivalente ao primeiro. Alternativamente, podemos obter a matriz-T diretamente dos diagramas de Feynman, usando regras apropriadas que serão descritas a seguir.

3.3 Regras de Feynman.

As regras de Feynman são um conjunto de prescrições, deduzidas por Feynman através de uma abordagem extremamente intuitiva, que associam a cada elemento de um diagrama uma expressão matemática que a representa. Por isso, a "leitura" do diagrama permite a "construção" da sua amplitude de transição de um modo intuitivo e prático.

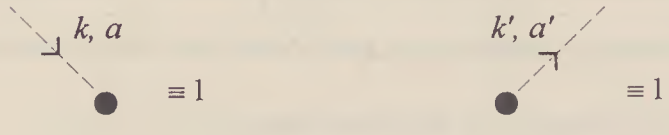
Existem três grupos de elementos num diagrama de Feynman: as linhas externas, as linhas internas e os vértices.

LINHAS EXTERNAS

As linhas externas dos diagramas de Feynman representam as partículas livres incidentes e emergentes, isto é, partículas reais na camada de massa. Matematicamente, essas partículas são descritas no espaço dos momentos por spinores e isospinores. No caso dos processos considerados neste trabalho, as linhas externas dos diagramas estão associadas aos spinores e isospinores de núcleons, píons e fótons apresentados no **apêndice A**. Para um núcleon incidente com momento, spin e isospin (p, s, t) ou emergente com (p', s', t') temos

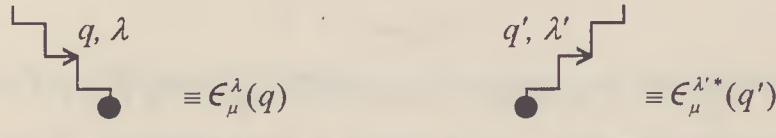
$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \nearrow \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} p, s, t \\ \nearrow \end{array} & \equiv u^s(p) \eta^t & \begin{array}{c} \bullet \nearrow \\ \nearrow \end{array} \begin{array}{c} p', s', t' \\ \nearrow \end{array} & \equiv \bar{u}^{s'}(p') \eta^{t'+} .
 \end{array} \quad (3.3.1)$$

Nesta convenção, o isospinor de um pión incidente com momento e isospin (k, a) ou emergente com (k', a') é omitido da linha externa, pois é mais conveniente considerá-lo no vértice em que o pión está presente, então,



$$\begin{array}{c} \text{---} \swarrow k, a \\ \bullet \end{array} \equiv 1 \qquad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \searrow k', a' \\ \end{array} \equiv 1 \quad (3.3.2)$$

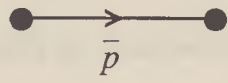
Um fóton incidente com momento e polarização (q, λ) ou emergente com (q', λ') é representado por



$$\begin{array}{c} \text{---} \swarrow q, \lambda \\ \bullet \end{array} \equiv \epsilon_{\mu}^{\lambda}(q) \qquad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \searrow q', \lambda' \\ \end{array} \equiv \epsilon_{\mu}^{\lambda'*}(q') \quad (3.3.3)$$

LINHAS INTERNAS

As linhas internas dos diagramas de Feynman representam as partículas fora da camada de massa (virtuais). Matematicamente, essas partículas são descritas no espaço dos momentos por propagadores [BD 65]. Um núcleon virtual com momento $(\bar{p})$ é dado por



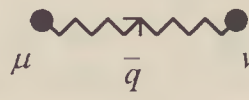
$$\begin{array}{c} \bullet \text{---} \xrightarrow{\bar{p}} \bullet \end{array} \equiv i S(\bar{p}) = i \frac{\bar{p} + m}{\bar{p}^2 - m^2} \quad (3.3.4)$$

Para um pión virtual com momento $(\bar{k})$ temos



$$\begin{array}{c} \bullet \text{---} \xrightarrow{\bar{k}} \bullet \end{array} \equiv i \Delta(\bar{k}) = i \frac{1}{\bar{k}^2 - \mu^2} \quad (3.3.5)$$

Um fóton virtual com momento $(\bar{q})$ corresponde a

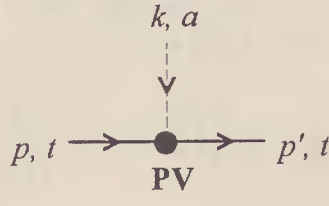


$$\begin{array}{c} \bullet \text{---} \xrightarrow{\bar{q}} \bullet \\ \mu \qquad \nu \end{array} = -i \frac{g^{\mu\nu}}{\bar{q}^2} \quad (3.3.6)$$

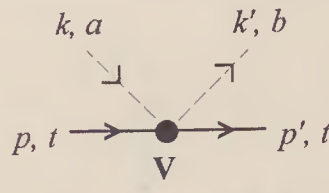
VÉRTICES

Os vértices dos diagramas de Feynman representam as interações entre as partículas. Matematicamente, essas interações são descritas no espaço dos momentos por expressões derivadas

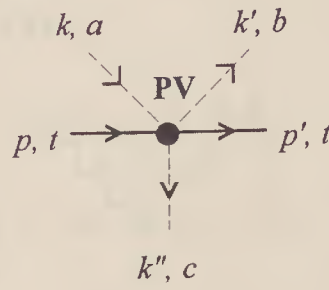
das hamiltonianas de interação. No caso da lagrangiana não linear de Weinberg, as interações entre píons e um núcleon são dadas por



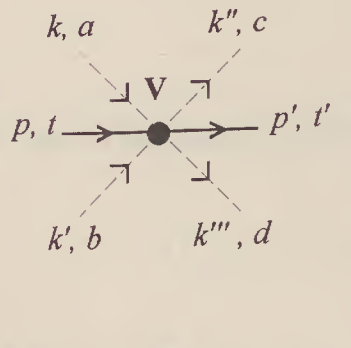
$$= \frac{g}{2m} \not{k} \gamma_5 \tau_a \quad (3.3.7)$$



$$= \frac{1}{4f_\pi^2} (\not{k} + \not{k}') \varepsilon_{abc} \tau_c \quad (3.3.8)$$

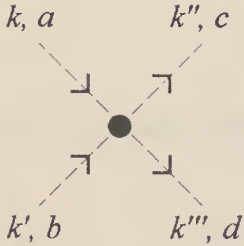


$$= \frac{g}{m} [(c_1 \not{k}'' + c_2 \not{k}' - c_2 \not{k}) \delta_{ab} \tau_c + (c_2 \not{k}'' + c_2 \not{k}' - c_1 \not{k}) \delta_{bc} \tau_a + (c_2 \not{k}'' + c_1 \not{k}' - c_2 \not{k}) \delta_{ac} \tau_b] \gamma_5 \quad (3.3.9)$$



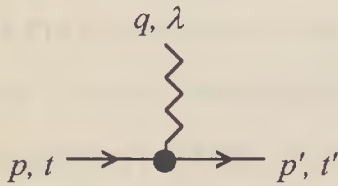
$$= \frac{1}{2f_\pi^2} [(\not{k}'' + \not{k}''') \delta_{ab} \varepsilon_{cdb} \tau_b + (\not{k}' + \not{k}''') \delta_{ac} \varepsilon_{dbc} \tau_c + (\not{k}' + \not{k}'') \delta_{ad} \varepsilon_{cbd} \tau_d + (\not{k} + \not{k}''') \delta_{bc} \varepsilon_{dac} \tau_c + (\not{k} - \not{k}'') \delta_{bd} \varepsilon_{cad} \tau_d + (\not{k} - \not{k}') \delta_{cd} \varepsilon_{bad} \tau_d] c_3 \quad (3.3.10)$$

Para a interação entre píons temos



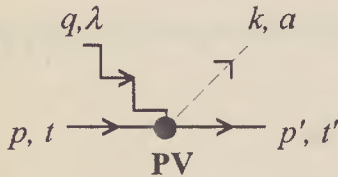
$$\begin{aligned}
 &= i4 \left\{ \delta_{ab} \delta_{cd} [c_1 (k \cdot k' + k'' \cdot k''') - c_2 (k + k') \cdot (k'' + k''')] \right. \\
 &\quad - \delta_{ac} \delta_{bd} [c_1 (k \cdot k'' + k' \cdot k''') - c_2 (k - k'') \cdot (k' - k''')] - \\
 &\quad \left. - \delta_{ad} \delta_{bc} [c_1 (k \cdot k''' + k' \cdot k'') - c_2 (k - k''') \cdot (k' - k'')] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.3.11}$$

A interação entre um fóton e um núcleon tem a forma

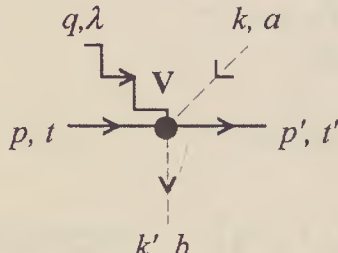


$$= -i \frac{e}{2} \gamma^\mu (1 + \tau_3) \tag{3.3.12}$$

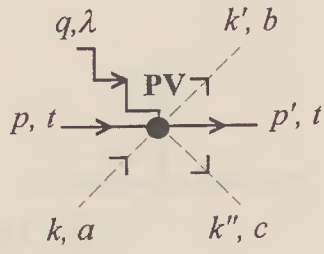
As interações entre um fóton, píons e um núcleon correspondem às



$$= i \frac{e g}{2m} \varepsilon_{a3c} \tau_c \gamma^\mu \gamma_5 \tag{3.3.13}$$

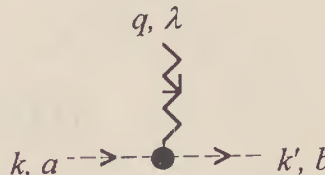


$$= \frac{e}{4f_\pi^2} \gamma^\mu (\delta_{b3} \tau_a + \delta_{a3} \tau_b - 2\delta_{ab} \tau_3) \tag{3.3.14}$$

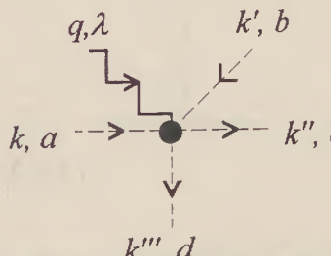


$$= -i \frac{e g}{m} \gamma^\mu \gamma_5 c_1 (\delta_{ab} \varepsilon_{3bc} \tau_b + \delta_{ca} \varepsilon_{3ab} \tau_a + \delta_{bc} \varepsilon_{3ca} \tau_c) \quad (3.3.15)$$

Para as interações entre um fóton e píons temos

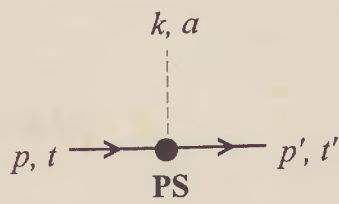


$$= e \varepsilon_{ab3} (k + k')^\mu \quad (3.3.16)$$



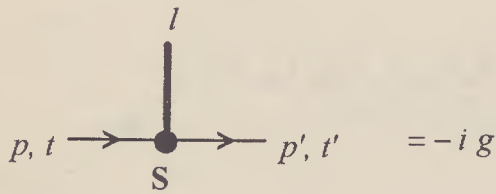
$$= -4e \left[\delta_{ab} \varepsilon_{3cd} (k''' - k'')^\mu + \delta_{ac} \varepsilon_{3bd} (k''' + k')^\mu + \right. \\ \left. + \delta_{ad} \varepsilon_{3bc} (k'' + k')^\mu + \delta_{cd} \varepsilon_{3ab} (k - k')^\mu + \right. \\ \left. + \delta_{bc} \varepsilon_{3ad} (k''' + k)^\mu + \delta_{bd} \varepsilon_{3ac} (k'' + k)^\mu \right] c_1 \quad (3.3.17)$$

No caso da lagrangiana do modelo σ -linear, a interação entre píons e um núcleon é dada por



$$= g \gamma_5 \tau_a \quad (3.3.18)$$

Para a interação entre um sigma e um núcleon temos

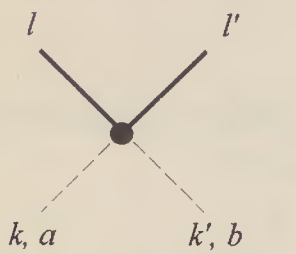


$$= -i g \quad (3.3.19)$$

As interações entre sigmas e píons têm a forma

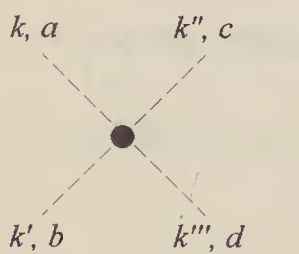


$$= -i \frac{g}{m} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \delta_{ab} \quad (3.3.20)$$



$$= -i \frac{g^2}{m^2} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \delta_{ab} \quad (3.3.21)$$

A interação entre píons é dada por

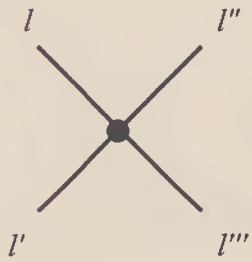


$$= -i \frac{g^2}{m^2} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) [\delta_{ab} \delta_{cd} + \delta_{ac} \delta_{bd} + \delta_{ad} \delta_{bc}] \quad (3.3.22)$$

Para as interações entre sigmas temos

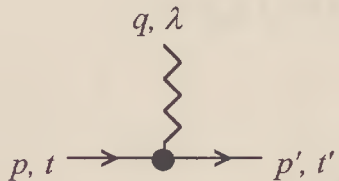


$$= -i 3g(m_\sigma^2 - m_\pi^2) \quad (3.3.23)$$



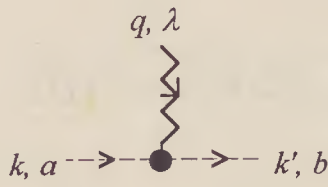
$$= -i \frac{3g^2}{m^2} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \quad (3.3.24)$$

A interação entre um fóton e um núcleon tem a forma



$$= -i \frac{e}{2} \gamma^\mu (1 + \tau_3) \quad (3.3.25)$$

Finalmente, a interação entre um fóton e píons corresponde à



$$= e \varepsilon_{ab3} (k + k')^\mu \quad (3.3.26)$$

3.4 Construção da Amplitude de Transição.

Construímos a amplitude de transição associada a um diagrama de Feynman, "reescrevendo" esse diagrama da direita para esquerda através das expressões matemáticas associadas a cada elemento que o compõem [Rob 87]. Por exemplo, para o processo representado na figura (3.4.1), temos a associação mostrada na figura (3.4.2).

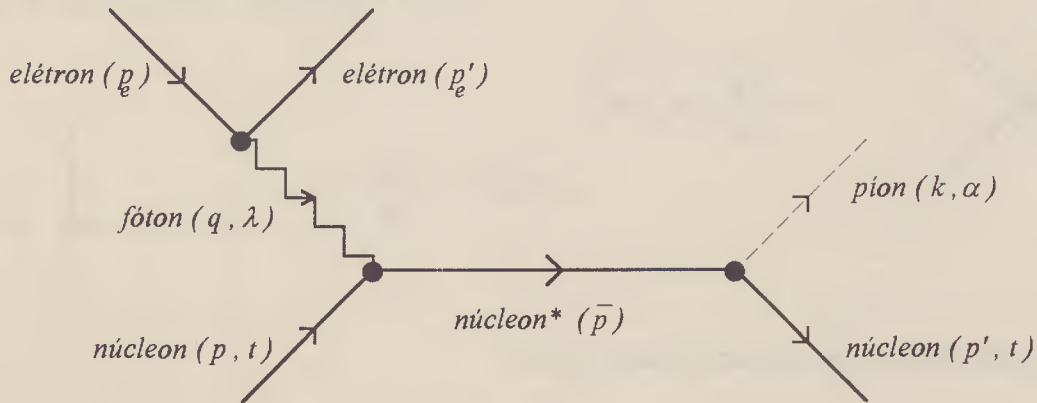


Fig. 3.4.1 Um dos diagramas que contribuem ao processo $e N \rightarrow \pi e' N'$.

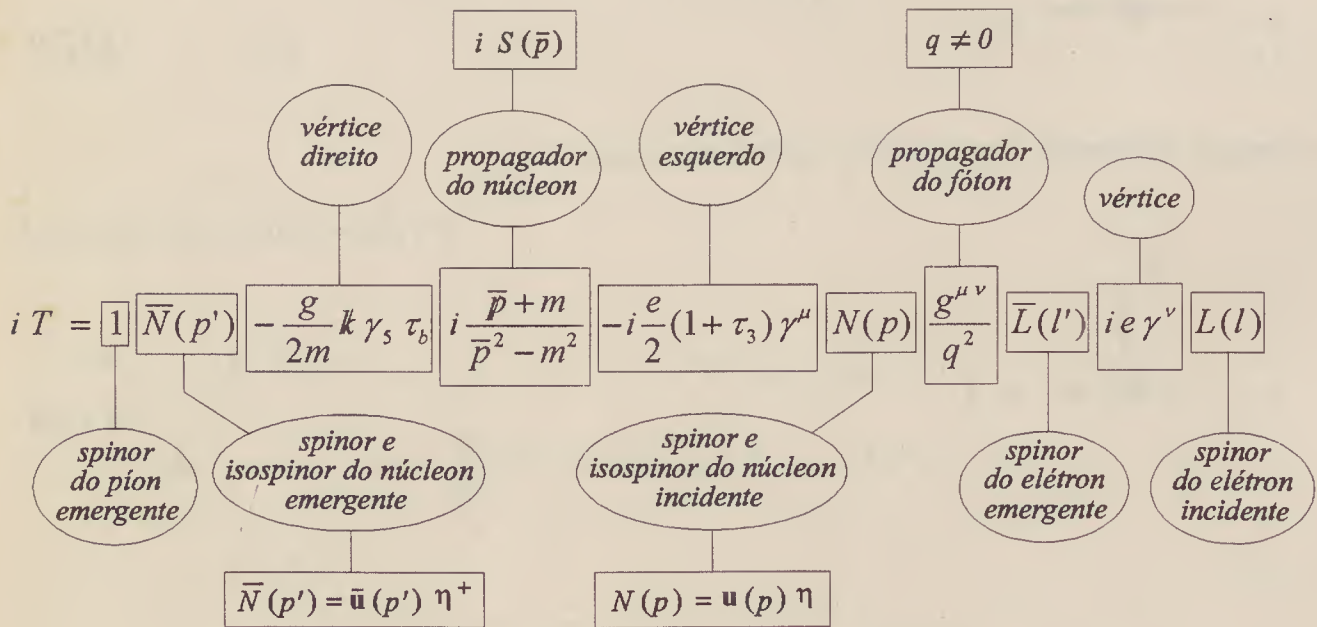


Fig. 3.4.2 Associação entre expressões e elementos do diagrama.

Qualquer amplitude calculada por intermédio das regras de Feynman preserva as simetrias existentes na lagrangiana - invariância por transformações de Poincaré (translação espaço-tempo, rotação e transformação de Lorentz), por transformações de fase, por transformações quirais... Essas regras são construídas a partir de lagrangianas de modo que, se estas forem simétricas por um grupo de transformações, as regras de Feynman também o serão, automaticamente.

CORRENTE ELETROMAGNÉTICA NA PRODUÇÃO DE UM PÍON : nível árvore

4.1 Fotoprodução e Eletroprodução de Píons.

4.2 Corrente Eletromagnética Hadrônica PV.

4.3 Corrente Eletromagnética Hadrônica PS.

4.4 A Generalidade da Corrente em Árvore.

4.5 Amplitude de Transição no Limiar.

4.6 Conservação da Corrente Eletromagnética.

4.1 Fotoprodução e Eletroprodução de Píons.

Neste trabalho, estudamos a fotoprodução e a eletroprodução de píons. A fotoprodução é o processo no qual um fóton real colide com um núcleon produzindo um píon, representado na figura (4.1.1). Neste caso, a conservação da energia e do momento é dada por

$$p + q = p' + k . \quad (4.1.1)$$

O fato das partículas serem reais permite-nos escrever

$$q^2 = 0 , \quad p^2 = m^2 , \quad k^2 = \mu^2 \quad \text{e} \quad p'^2 = m^2 , \quad (4.1.2)$$

onde 0, m e μ são, respectivamente, as massas do fóton, dos núcleons e do píon.

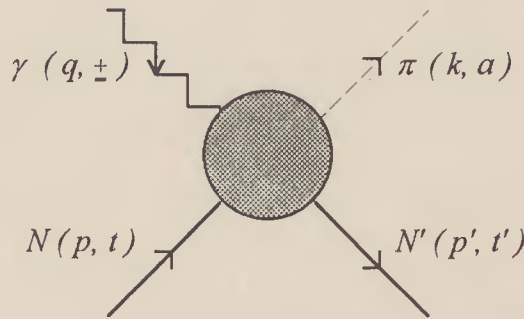


Fig 4.1.1 Processo $\gamma N \rightarrow \pi N'$ com seus respectivos quadrimomentos.

Já na eletroprodução, o píon é produzido por meio de um fóton virtual. Neste caso, um elétron colide com um núcleon, produzindo um píon através de uma interação eletromagnética, como mostra a figura (4.1.2). A conservação da energia e do momento de todo o processo é expressa por

$$p + l = p' + k + l' . \quad (4.1.3)$$

Para o vértice hadrônico continua válida a equação (4.1.1). Entretanto, o γ é virtual e temos, agora,

$$q^2 \neq 0 . \quad (4.1.4)$$

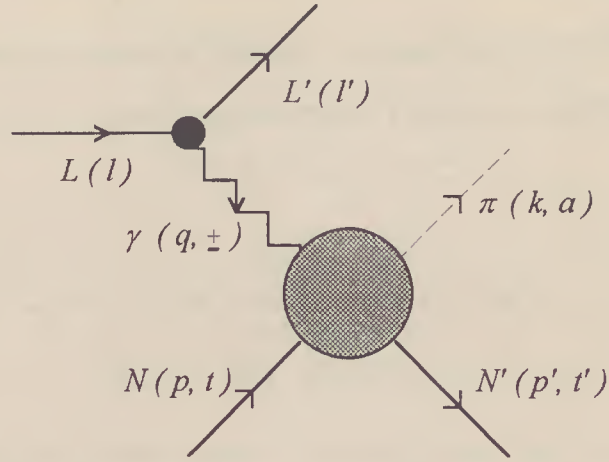


Fig 4.1.2 Processo de espalhamento $e^- N \rightarrow e^- N'$ com seus respectivos quadrimomentos.

Na fotoprodução de píons, a amplitude de transição do processo da figura (4.1.1) está relacionada à densidade da corrente eletromagnética do setor hadrônico, $J_a^\mu(p, p', k)$, por

$$T|^{ \gamma N \rightarrow \pi^a N'} = \langle \pi^a N' | \hat{T} | \gamma N \rangle = J_a^\mu(p, p', k) \mathcal{E}_\mu^\pm(q), \quad (4.1.5)$$

onde $\mathcal{E}_\mu^\pm(q)$ é o spinor do fóton com polarização $\pm$. Já na eletroprodução de píons, a amplitude de transição do processo da figura (4.1.2) está relacionada a $J_a^\mu(p, p', k)$ por

$$T|^{ L N \rightarrow L' \pi^a N'} = \langle L' \pi^a N' | \hat{T} | L N \rangle = j^\nu(l, l') \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} J_a^\mu(p, p', k), \quad (4.1.6)$$

onde $g^{\mu\nu}/q^2$ é o propagador do fóton com quadrimomento q e $j^\nu(l, l')$ é a densidade da corrente eletromagnética do setor leptônico.

Para calcular as correntes eletromagnéticas relativísticas, utilizamos as regras de Feynman apropriadas aos diagramas que representam esses processos. As lagrangianas utilizadas para a derivação das regras de Feynman são invariantes por transformações de fase, logo elas dão origem a densidades de correntes eletromagnéticas conservadas. A conservação da corrente eletromagnética, num certo processo, é dada pela equação da continuidade $\partial_\mu J_a^\mu = 0$. Na fotoprodução e no setor hadrônico da eletroprodução, a função $J_a^\mu(p, p', k)$ está associada ao operador quadricorrente $\hat{J}^\mu(x)$ por

$$J_a^\mu(p, p', k) = \langle \pi^{(a)}(k) N'(p') | \hat{J}^\mu(x) | N(p) \rangle. \quad (4.1.7)$$

Com isso, a equação da continuidade pode ser expressa no espaço dos momentos como o produto escalar entre o quadrimomento do fóton e a quadricorrente, isto é,

$$\partial_\mu J_a^\mu = 0 \Rightarrow q_\mu J_a^\mu = 0, \quad (4.1.8)$$

pois

$$\begin{aligned} \partial_\mu J_a^\mu &= \partial_\mu \langle \pi^a \mathbf{N}' | \hat{J}^\mu(x) | \mathbf{N} \rangle = \partial_\mu \langle \pi^a \mathbf{N}' | e^{i(p'+k)x} \hat{J}^\mu(0) e^{-ipx} | \mathbf{N} \rangle = \\ &= i(p' + k - p)_\mu \langle \pi^a \mathbf{N}' | \hat{J}^\mu(x) | \mathbf{N} \rangle = i q_\mu J_a^\mu. \end{aligned}$$

O cálculo da corrente eletromagnética hadrônica depende de um modelo, empregado em uma ordem de aproximação perturbativa. Os modelos mais utilizados, atualmente, na física de hádrons a baixas energias, são baseados na simetria quiral e de fase. Neste trabalho consideramos duas possibilidades, os modelos σ -linear e o não linear. O modelo σ -linear, descrito pela lagrangiana (2.6.42), gera um conjunto de diagramas de Feynman em que o acoplamento do pión com o núcleon é pseudoescalar, enquanto o modelo não linear, descrito pela lagrangiana (2.7.30), gera um outro conjunto de diagramas de Feynman em que este acoplamento é pseudovetorial. Existe uma hierarquia na importância desses diagramas, determinada pela teoria de perturbação empregada. No caso da perturbação quiral, cada nível de correção é determinado pelo número de "loops" piônicos existentes num diagrama. Assim, o nível mais baixo é o de árvore, que não contém "loops". Já, com uma correção, seu nível é de um "loop", com duas, é de dois "loops", e assim sucessivamente. Nos próximos dois itens deste capítulo, calcularemos as correntes eletromagnéticas hadrônicas usando esses modelos no nível de árvore.

4.2 Corrente Eletromagnética Hadrônica PS.

Usando a densidade da lagrangiana não linear de Weinberg, expressão (2.7.30), existem quatro diagramas de Feynman ao nível de árvore, que representam a interação do fóton com o setor hadrônico, figura (4.2.1).

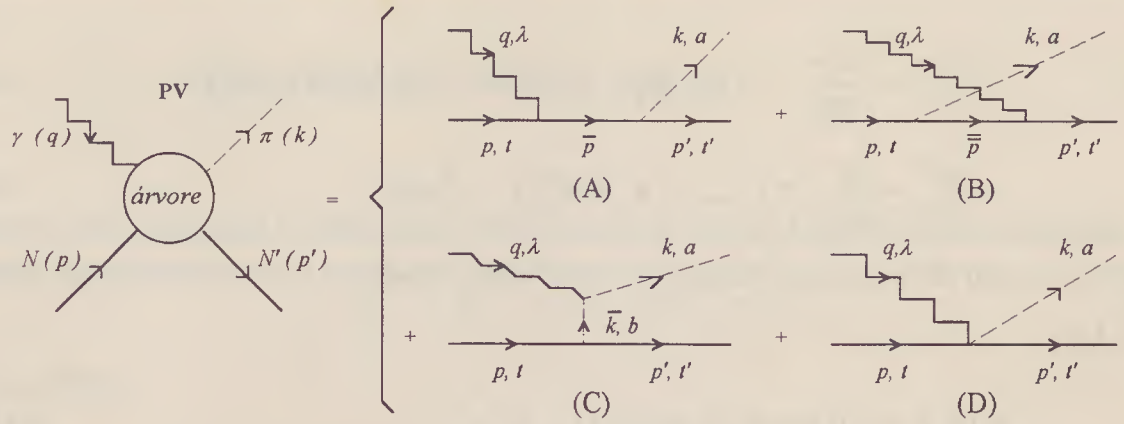


Fig 4.2.1 Diagramas tipo "árvore" para a interação fóton - hádrons com acoplamento pseudovetorial. O diagrama (D) é conhecido como diagrama de contato.

Os quadrimomentos dos propagadores são obtidos através da conservação da energia e do momento, isto é,

$$\bar{p} = p + q = p' + k, \quad \bar{\bar{p}} = p - k = p' - q \quad \text{e} \quad \bar{k} = p - p' = k - q. \quad (4.2.1)$$

Através das regras de Feynman, apresentadas no **capítulo 3**, calculamos as respectivas correntes eletromagnéticas no setor hadrônico,

$$i J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = \bar{N}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] N(p) \quad (4.2.2)$$

$$i J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = \bar{N}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{\bar{p}})] \left[-\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] N(p) \quad (4.2.3)$$

$$i J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = \bar{N}(p') [e \varepsilon_{ba3} (\bar{k}^\mu + k^\mu)] [i \Delta(\bar{k})] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \bar{k} \gamma_5 \right] N(p) \quad (4.2.4)$$

$$i J_a^\mu \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = \bar{N}(p') \left[i \frac{eg}{2m} \varepsilon_{a3b} \tau_b \gamma^\mu \gamma_5 \right] N(p). \quad (4.2.5)$$

Rearranjando os termos, obtemos

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = i \frac{eg}{4m} \eta^+ [\tau_a (1 + \tau_3)] \eta \bar{u}(p') [\not{k} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (4.2.6)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = i \frac{eg}{4m} \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_a] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}) \not{k} \gamma_5] u(p) \quad (4.2.7)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = -\frac{e g}{2m} \eta^+ [\varepsilon_{ba3} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \bar{k} \gamma_5] u(p) \quad (4.2.8)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = \frac{e g}{2m} \eta^+ [\varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5] u(p) . \quad (4.2.9)$$

Os termos de isospin são calculados através das relações de comutação e anticomutação das matrizes de Pauli (A.2),

$$\eta^+ [\tau_a (1 + \tau_3)] \eta = \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad (4.2.10)$$

$$\eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_a] \eta = \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad (4.2.11)$$

$$- \eta^+ [\varepsilon_{ba3} \tau_b] \eta = i \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad (4.2.12)$$

$$\eta^+ [\varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta = -i \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta , \quad (4.2.13)$$

e os termos de spin através da relação de anticomutação das matrizes- γ (A.3) e das identidades (B.1-4),

$$\bar{u}(p') [\not{k} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) = -\bar{u}(p') [\gamma_5 \{1 + 2mS(\bar{p})\} \gamma^\mu] u(p) = \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 - 2m\gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (4.2.14)$$

$$\bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}) \not{k} \gamma_5] u(p) = -\bar{u}(p') [\gamma^\mu \{1 + 2mS(\bar{p})\} \gamma_5] u(p) = -\bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 + 2m\gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5] u(p) \quad (4.2.15)$$

$$\bar{u}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \bar{k} \gamma_5] u(p) = -\bar{u}(p') [2m(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5] u(p) \quad (4.2.16)$$

Assim, as densidades das correntes parciais podem ser colocadas na seguinte forma:

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [-\gamma^\mu \gamma_5 + 2m\gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (4.2.17)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 + 2m\gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5] u(p) \quad (4.2.18)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g}{2m} \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [2m(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5] u(p) \quad (4.2.19)$$

$$J_a^\mu|_{(D)}^{PV} = -i \frac{e g}{2m} \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5] u(p). \quad (4.2.20)$$

A corrente eletromagnética hadrônica ao nível de árvore, para o modelo não linear, é dada pela soma

$$J_a^\mu|^{PV} = J_a^\mu|_{(A)}^{PV} + J_a^\mu|_{(B)}^{PV} + J_a^\mu|_{(C)}^{PV} + J_a^\mu|_{(D)}^{PV}. \quad (4.2.21)$$

Temos, portanto,

$$\begin{aligned} J_a^\mu|^{PV} = & -i e g \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}) \gamma_5 \right] u(p) - \\ & - i e g \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \frac{1}{2} \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}) \gamma_5 + (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5 \right] u(p). \end{aligned} \quad (4.2.22)$$

Em cálculos específicos é conveniente usar a forma explícita dos propagadores. Fazendo isso nas relações (4.2.14-16),

$$\bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \gamma_5 - 2m \gamma_5 \frac{p' + k + m}{(p' + k)^2 - m^2} \gamma^\mu \right] u(p) = \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \gamma_5 - \frac{2m}{\mu^2 + 2p' \cdot k} \not{k} \gamma^\mu \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.2.23)$$

$$- \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \gamma_5 + 2m \gamma^\mu \frac{p - k + m}{(p - k)^2 - m^2} \gamma_5 \right] u(p) = - \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \gamma_5 + \frac{2m}{\mu^2 - 2p \cdot k} \gamma^\mu \gamma_5 \not{k} \right] u(p) \quad (4.2.24)$$

$$- \bar{u}(p') \left[2m(2k - q)^\mu \frac{1}{(k - q)^2 - \mu^2} \gamma_5 \right] u(p) = - \bar{u}(p') \left[\frac{2m(2k - q)^\mu}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p), \quad (4.2.25)$$

obtemos

$$J_a^\mu|_{(A)}^{PV} = -i \frac{e g}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[-\gamma^\mu \gamma_5 + \frac{2m}{\mu^2 + 2p' \cdot k} \not{k} \gamma^\mu \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.2.26)$$

$$J_a^\mu|_{(B)}^{PV} = -i \frac{e g}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \gamma_5 + \frac{2m}{\mu^2 - 2p \cdot k} \gamma^\mu \gamma_5 \not{k} \right] u(p) \quad (4.2.27)$$

$$J_a^\mu|_{(C)}^{PV} = -i \frac{e g}{2m} \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{2m(2k - q)^\mu}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.2.28)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(D)}^{PV} = -i \frac{eg}{2m} \eta^\dagger [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma_5] u(p) , \quad (4.2.29)$$

e a corrente eletromagnética hadrônica total, equação (4.2.22), assume a forma

$$\begin{aligned} J_a^\mu \Big|^{PV} = & -ie g \eta^\dagger [\tau_a + \delta_{a3}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{\not{k} \gamma^\mu \gamma_5}{2(\mu^2 + 2p' \cdot k)} + \frac{\gamma^\mu \gamma_5 \not{k}}{2(\mu^2 - 2p \cdot k)} \right] u(p) - \\ & -ie g \eta^\dagger [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{\not{k} \gamma^\mu \gamma_5}{2(\mu^2 + 2p' \cdot k)} - \frac{\gamma^\mu \gamma_5 \not{k}}{2(\mu^2 - 2p \cdot k)} + \frac{(2k - q)^\mu}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p) . \end{aligned} \quad (4.2.30)$$

Esta é a expressão final da corrente eletromagnética em nível de árvore para acoplamento PV.

4.3 Corrente Eletromagnética Hadrônica PS.

Usando a densidade da lagrangiana do modelo σ -linear, (2.6.42), existem três diagramas de Feynman ao nível de árvore que representam a interação do fóton com o setor hadrônico, figura (4.3.1), onde os quadrimomentos dos propagadores nos diagramas (A), (B) e (C) são também dados pela expressão (4.2.1).

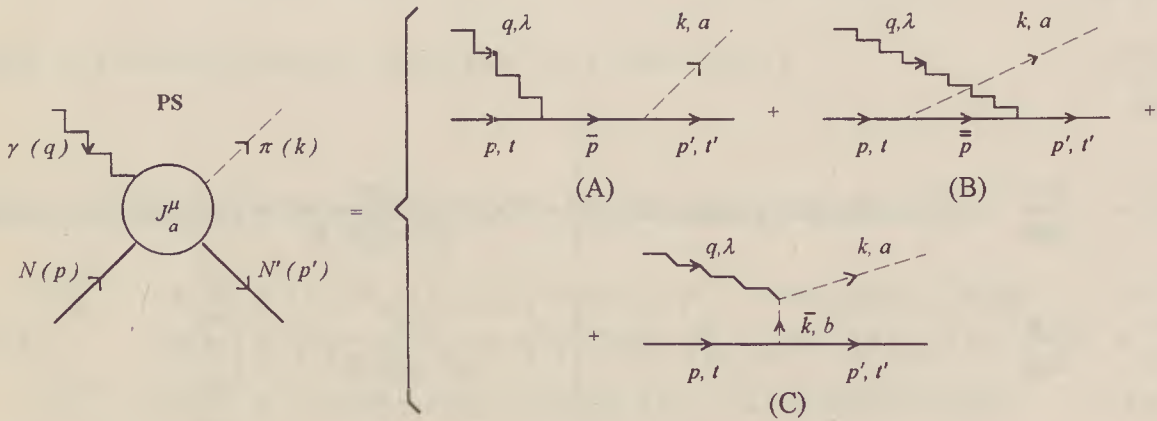


Fig 4.3.1 Diagramas tipo "árvore" para a interação fóton - hádrons com acoplamento pseudoescalar. Note que, neste nível, o sigma não contribui à corrente eletromagnética.

As correntes eletromagnéticas no setor hadrônico são calculadas através das regras de Feynman, apresentadas no **capítulo 3**,

$$i J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] \mathbf{N}(p) \quad (4.3.1)$$

$$i J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p})] [g \tau_a \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (4.3.2)$$

$$i J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [e \varepsilon_{ba3} (\bar{k} + k)^\mu] [i \Delta(\bar{k})] [g \tau_b \gamma_5] \mathbf{N}(p) . \quad (4.3.3)$$

Rearranjando os termos, podemos escrever

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = -i \frac{e g}{2} \quad \eta^+ [\tau_a (1 + \tau_3)] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (4.3.4)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = -i \frac{e g}{2} \quad \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_a] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (4.3.5)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = e g \quad \eta^+ [\varepsilon_{ba3} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5] \mathbf{u}(p) . \quad (4.3.6)$$

Aproveitando as relações (4.2.10-12), temos

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = -i \frac{e g}{2} \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (4.3.7)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = -i \frac{e g}{2} \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (4.3.8)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = -i e g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5] \mathbf{u}(p) . \quad (4.3.9)$$

A corrente eletromagnética hadrônica ao nível de árvore, para o modelo σ -linear, é expressa pela soma

$$J_a^\mu \Big|_{\text{}}^{\text{PS}} = J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} + J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} + J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} . \quad (4.3.10)$$

Logo,

$$\begin{aligned}
J_a^\mu \Big|_{\text{PS}} = & -ie g \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3}] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5 \right] u(p) - \\
& -ie g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \frac{1}{2} \gamma^\mu S(\bar{p}) \gamma_5 + (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5 \right] u(p) . \quad (4.3.11)
\end{aligned}$$

Esta expressão é idêntica à (4.2.22), apesar de produzida por um conjunto diferente de diagramas. Portanto, neste processo ao nível de árvore, a utilização da lagrangiana do modelo σ -linear fornece a mesma corrente eletromagnética obtida por meio da lagrangiana não linear de Weinberg.

Aproveitando os termos coincidentes das equações (4.2.23-25), reescrevemos as contribuições parciais que serão discutidas na sequência,

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = -i \frac{eg}{2} \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{1}{\mu^2 + 2p' \cdot k} \not{k} \gamma^\mu \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.3.12)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = -i \frac{eg}{2} \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{1}{\mu^2 - 2p \cdot k} \gamma^\mu \gamma_5 \not{k} \right] u(p) \quad (4.3.13)$$

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = -ie g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{(2k - q)^\mu}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p) . \quad (4.3.14)$$

4.4 A Generalidade da Corrente em Árvore.

A igualdade das expressões (4.2.22) e (4.3.11) reflete, claramente, a equivalência entre os conjuntos de diagramas pseudovetorial e pseudoescalar. Comparando as correntes parciais dadas nas equações (4.2.18-20) e (4.3.7-9), concluímos que os polos do núcleon do caso PV somados ao termo de contato são iguais aos polos do núcleon do caso PS,

$$J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PV}} + J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PV}} + J_a^\mu \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = J_a^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} + J_a^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} . \quad (4.4.1)$$

A contribuição do polo do pión, por outro lado, é a mesma nos dois casos,

$$J_a^\mu \Big|_{(C)}^{PV} = J_a^\mu \Big|_{(C)}^{PS} . \quad (4.4.2)$$

Este último resultado decorre da igualdade

$$\frac{1}{2m} \bar{u}(p') [\gamma_5 \vec{k}] u(p) = \bar{u}(p') [\gamma_5] u(p) , \quad (4.4.3)$$

válida para campos livres e apropriada ao vértice π -N.

Na figura (4.4.1) esses resultados são representados por meio de diagramas de Feynmann.

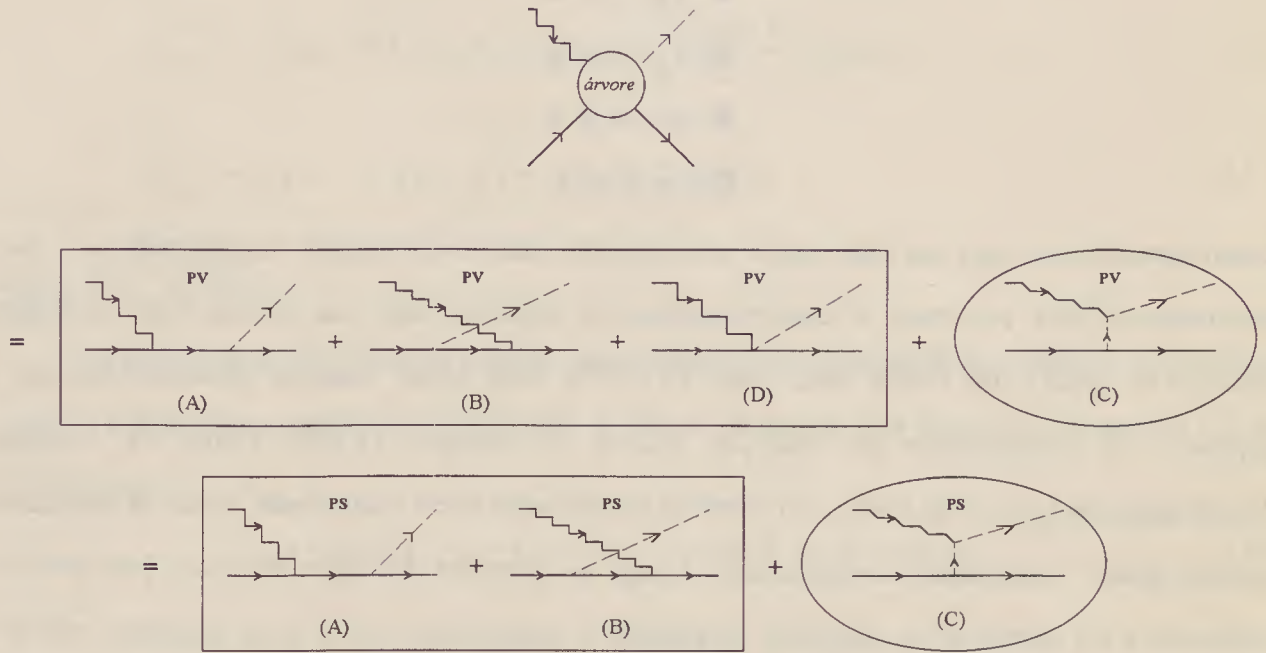


Fig 4.4.1 Equivalência entre os diagramas PV e PS, ao nível de árvore, da interação fóton - hádrons.

Neste ponto, é interessante notar que as duas lagrangianas empregadas na obtenção dos resultados acima são simultaneamente invariantes por transformações de calibre do campo eletromagnético e quirais dos campos hadrônicos. Como vimos no **capítulo 2**, a existência dos termos σ na lagrangiana do modelo σ -linear está intimamente relacionada à simetria quiral. Entretanto, a corrente eletromagnética no contexto desse modelo foi obtida sem que o "méson" σ

contribuísse. Esse resultado leva-nos a concluir que neste processo, ao nível de árvore, a simetria quiral não é relevante.

4.5 Amplitude de Transição no Limiar.

A fotoprodução de um pión pode ser estudada em quatro processos distintos,

$$\textcircled{1} \quad \gamma p \rightarrow \pi^+ n$$

$$\textcircled{2} \quad \gamma p \rightarrow \pi^0 p$$

$$\textcircled{3} \quad \gamma n \rightarrow \pi^- p$$

$$\textcircled{4} \quad \gamma n \rightarrow \pi^0 n.$$

Experimentalmente, cada um deles pode ser observado independentemente. Escolhendo-se o alvo, selecionam-se dois processos e discriminando-se a partícula final, na análise dos resultados, seleciona-se apenas um dentre esses dois. Para cada uma dessas reações, podemos calcular a amplitude da probabilidade de transição através da equação (4.1.5). Como as correntes eletromagnéticas ao nível de árvore são idênticas nos modelos linear e não linear, então as amplitudes também serão. Nesta seção continuaremos a usar as correntes dos dois modelos, pois estamos interessados em comparar as dinâmicas específicas e compreender como cada diagrama contribui para a probabilidade de um dado processo. Usando as expressões (4.3.10-12) e (4.2.21-24) na equação (4.1.5), podemos escrever

$$T_a = T_a|_{(A)}^{\text{PS}} + T_a|_{(B)}^{\text{PS}} + T_a|_{(C)}^{\text{PS}} = T_a|_{(A)}^{\text{PV}} + T_a|_{(B)}^{\text{PV}} + T_a|_{(C)}^{\text{PV}} + T_a|_{(D)}^{\text{PV}}, \quad (4.5.1)$$

onde

$$T_a|_{(A)}^{\text{PS}} = -ie g \quad \eta^+ \left[\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b \right] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{\not{k} \not{\epsilon} \gamma_5}{2(\mu^2 + 2p' \cdot k)} \right] u(p) \quad (4.5.2)$$

$$T_a|_{(B)}^{\text{PS}} = -ie g \quad \eta^+ \left[\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b \right] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{\not{\epsilon} \gamma_5 \not{k}}{2(\mu^2 - 2p \cdot k)} \right] u(p) \quad (4.5.3)$$

$$T_a|_{(C)}^{\text{PS}} = -ie g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{(2k-q) \cdot \mathcal{E}}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.5.4)$$

ou

$$T_a|_{(A)}^{\text{PV}} = -ie g \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[-\frac{\not{\mathcal{E}} \gamma_5}{2} + \frac{\not{k} \not{\mathcal{E}} \gamma_5}{2(\mu^2 + 2p' \cdot k)} \right] u(p) \quad (4.5.5)$$

$$T_a|_{(B)}^{\text{PV}} = -ie g \quad \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{\not{\mathcal{E}} \gamma_5}{2} + \frac{\not{\mathcal{E}} \gamma_5 \not{k}}{2(\mu^2 - 2p \cdot k)} \right] u(p) \quad (4.5.6)$$

$$T_a|_{(C)}^{\text{PV}} = -ie g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') \left[\frac{(2k-q) \cdot \mathcal{E}}{q^2 - 2k \cdot q} \gamma_5 \right] u(p) \quad (4.5.7)$$

$$T_a|_{(D)}^{\text{PV}} = -ie g \quad \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \quad \bar{u}(p') [\not{\mathcal{E}} \gamma_5] u(p) \quad , \quad (4.5.8)$$

com $\not{\mathcal{E}} \equiv \gamma^\mu \mathcal{E}_\mu^{(\pm)}(q)$.

A fotoprodução de píons no limiar é caracterizada pela inexistência de momento relativo entre o pión e o núcleon emergentes. No referencial do centro de massa, essa situação corresponde à figura (4.5.1), onde

$$q = (\omega, \vec{\omega}) \quad ; \quad p = (E, -\vec{\omega}) \quad ; \quad k = (\mu, 0) \quad \text{e} \quad p' = (m, 0) \quad . \quad (4.5.9)$$

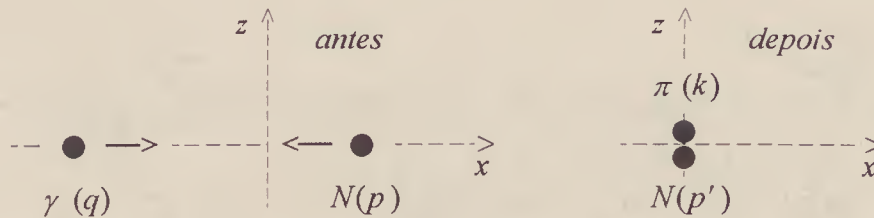


Fig 4.5.1 Fotoprodução de píons no limiar para o referencial no centro de massa.

A conservação da energia e do momento, equação (4.1.1), impõe que

$$E + \omega = \mu + m \quad . \quad (4.5.10)$$

Da condição de camada de massa para o núcleon, temos a relação

$$E^2 = \omega^2 + m^2, \quad (4.5.11)$$

que pode ser reescrita

$$E - \omega = \frac{m^2}{E + \omega} = \frac{m^2}{\mu + m}. \quad (4.5.12)$$

Subtraindo (4.5.10) de (4.5.12), obtemos

$$\omega = \frac{1}{2} \left[(m + \mu) - \frac{m^2}{m + \mu} \right] \Rightarrow \omega = \frac{\mu(\mu + 2m)}{2(\mu + m)}. \quad (4.5.13)$$

No referencial da figura (4.5.1), a direção de propagação do fóton é a do eixo x , dado por $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 0^\circ$. Com isso, os spinores do fóton, no apêndice (A.4), são dados por

$$\mathcal{E}_\mu^{(\pm)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 0, \pm i, -1). \quad (4.5.14)$$

Usando as identidades (B.5-8), a equação (4.5.13), os quadrimomentos (4.5.9) e o spinor do fóton (4.5.14) nos elementos que estão dentro do sanduíche spinorial das amplitudes parciais (4.5.2-8), temos

$$(\mu^2 + 2p' \cdot k) = \mu(\mu + 2m) \quad (4.5.15)$$

$$(\mu^2 - 2p \cdot k) = -\mu(\mu + 2m - 2\omega) = -\frac{\mu m(\mu + 2m)}{\mu + m} \quad (4.5.16)$$

$$\frac{(2k - q) \cdot \mathcal{E}}{q^2 - 2k \cdot q} = \frac{0}{2\mu\omega} = 0 \quad (4.5.17)$$

$$\not{\mathcal{E}} \gamma_5 = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} & \mathcal{E}_0 \\ -\mathcal{E}_0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\sigma_2 \mp \sigma_3 & 0 \\ 0 & -i\sigma_2 \pm \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (4.5.18)$$

$$\not{k} \not{\mathcal{E}} \gamma_5 = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} - k_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} & k_0 \mathcal{E}_0 - \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} \\ k_0 \mathcal{E}_0 - \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} & \mathcal{E}_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} - k_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} \end{pmatrix} = \frac{\mu}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\sigma_2 \mp \sigma_3 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \mp \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (4.5.19)$$

$$\not{\mathcal{E}} \gamma_5 \not{k} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} - k_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} & \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} - k_0 \mathcal{E}_0 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} - k_0 \mathcal{E}_0 & \mathcal{E}_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} - k_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{E}} \end{pmatrix} = \frac{\mu}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\sigma_2 \mp \sigma_3 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \mp \sigma_3 \end{pmatrix}. \quad (4.5.20)$$

Os spinores dos núcleons do apêndice (A.4) no limiar e no centro de massa são dados por

$$\bar{\mathbf{u}}(p') = \frac{1}{\sqrt{2m}} \chi^* (2mI, 0) \quad \text{e} \quad \mathbf{u}(p) = \frac{1}{\sqrt{\mu+2m-\omega}} \begin{bmatrix} (\mu+2m-\omega)I \\ -\omega \sigma_1 \end{bmatrix} \chi \quad (4.5.21)$$

Calculando os sanduíches através das equações (4.5.13) e das identidades (B.9-12), obtemos

$$\bar{\mathbf{u}}(p') [\not{\epsilon} \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \sqrt{m(\mu+2m-\omega)} \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi = \frac{(\mu+2m)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.22)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{k} \not{\epsilon} \gamma_5] \mathbf{u}(p) \\ \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{\epsilon} \gamma_5 \not{k}] \mathbf{u}(p) \end{aligned} \right\} = \mu \sqrt{m(\mu+2m-\omega)} \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi = \frac{\mu(\mu+2m)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.23)$$

Assim, as amplitudes parciais (4.5.2-8) tomam a forma

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = -ie g \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \epsilon_{a3b} \tau_b] \eta \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.24)$$

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = -ie g \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \left(-\frac{\mu+m}{m} \right) \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \epsilon_{a3b} \tau_b] \eta \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.25)$$

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = 0 \quad (4.5.26)$$

ou

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = -ie g \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \{1 - (\mu+2m)\} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \epsilon_{a3b} \tau_b] \eta \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.27)$$

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = -ie g \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \left\{ (\mu+2m) - \frac{\mu+m}{m} \right\} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \epsilon_{a3b} \tau_b] \eta \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi \quad (4.5.28)$$

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = 0 \quad (4.5.29)$$

$$T_{\text{Limiar CM}}^a \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = -ie g \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} (\mu+2m) \eta^+ [i \epsilon_{a3b} \tau_b] \eta \chi^* [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi, \quad (4.5.30)$$

Para efetuar os cálculos específicos, convém notar que o pión neutro é associado ao índice de isospin "3",

$$\pi^0 = \pi_3, \quad (4.5.31)$$

enquanto que os carregados são dados por

$$\pi^\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_1 \pm i \pi_2). \quad (4.5.32)$$

Com isso, as amplitudes de transição para píons com cargas bem definidas são relacionadas às amplitudes de transição para píons em componentes cartesianas por

$$T |^{\gamma N \rightarrow \pi^0 N'} = \langle \pi^0 N' | \hat{T} | \gamma N \rangle = \langle \pi_3 N' | \hat{T} | \gamma N \rangle = T |^{\gamma N \rightarrow \pi_3 N'} \quad (4.5.33)$$

e

$$T |^{\gamma N \rightarrow \pi^\pm N'} = \langle \pi^\pm N' | \hat{T} | \gamma N \rangle = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \langle (\pi_1 \mp i \pi_2) N' | \hat{T} | \gamma N \rangle = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (T |^{\gamma N \rightarrow \pi_1 N'} \mp i T |^{\gamma N \rightarrow \pi_2 N'}) \quad (4.5.34)$$

Para o cálculo explícito dos sanduíches das expressões (4.5.24-30) no espaço de isospin, usamos a equações (4.5.33-34) e as definições

$$\tau^+ \equiv -\frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_1 + i \tau_2) = -\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.5.35)$$

$$\tau^0 \equiv \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.5.36)$$

$$\tau^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_1 - i \tau_2) = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.5.37)$$

e obtemos os seguintes resultados para os processos específicos:

● $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} \eta_n^+ [\tau_1 - i \tau_2 + i (\varepsilon_{132} \tau_2 - i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_p = -\eta_n^+ [2 \tau^-] \eta_p = -2\sqrt{2}$$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_n^+ [\tau_1 - i \tau_2 - i (\varepsilon_{132} \tau_2 - i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_p = -\eta_n^+ [-\tau^- + \tau^-] \eta_p = 0$$

$$\eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} \eta_n^+ [i (\varepsilon_{132} \tau_2 - i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_p = -\eta_n^+ [\tau^-] \eta_p = -\sqrt{2}$$

2 $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \eta_p^+ [\tau_3 + \delta_{33}] \eta_p = \eta_p^+ [\tau^0 + 1] \eta_p = 2$$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \eta_p^+ [\tau_3 + \delta_{33}] \eta_p = \eta_p^+ [\tau^0 + 1] \eta_p = 2$$

$$\eta_p^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta_p \rightarrow 0$$

3 $\gamma n \rightarrow \pi^- p$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_p^+ [\tau_1 + i \tau_2 + i (\varepsilon_{132} \tau_2 + i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_n = \eta_p^+ [-\tau^+ + \tau^+] \eta_n = 0$$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_p^+ [\tau_1 + i \tau_2 - i (\varepsilon_{132} \tau_2 + i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_n = -2 \eta_p^+ [\tau^+] \eta_n = 2\sqrt{2}$$

$$\eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_p^+ [i (\varepsilon_{132} \tau_2 + i \varepsilon_{231} \tau_1)] \eta_n = \eta_p^+ [\tau^+] \eta_n = -\sqrt{2}$$

4 $\gamma n \rightarrow \pi^0 n$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \eta_n^+ [\tau_3 + \delta_{33}] \eta_n = \eta_n^+ [\tau^0 + 1] \eta_n = 0$$

$$\eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow \eta_n^+ [\tau_3 + \delta_{33}] \eta_n = \eta_n^+ [\tau^0 + 1] \eta_n = 0$$

$$\eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \rightarrow 0$$

Usando esses resultados e a definição

$$\Omega \equiv i e g \sqrt{\frac{m}{\mu+m}} \chi^+ [i \sigma_2 \mp \sigma_3] \chi, \quad (4.5.38)$$

obtemos as amplitudes parciais para cada processo, que são dadas por

1 $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \Omega \quad (4.5.39)$$

ou

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = [1 - (\mu + 2m)] \Omega \quad (4.5.40)$$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = (\mu + 2m) \Omega, \quad (4.5.41)$$

❷ $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega \quad (4.5.42)$$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\mu + m}{m} \right) \Omega \quad (4.5.43)$$

ou

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (\mu + 2m)] \Omega \quad (4.5.44)$$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{\mu + m}{m} \right) + (\mu + 2m) \right] \Omega \quad (4.5.45)$$

❸ $\gamma n \rightarrow \pi^- p$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \left(\frac{\mu + m}{m} \right) \Omega \quad (4.5.46)$$

ou

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = \left[\left(\frac{\mu + m}{m} \right) - (\mu + 2m) \right] \Omega \quad (4.5.47)$$

$$T_{\text{Limiar CM}} \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = (\mu + 2m) \Omega \quad (4.5.48)$$

❹ $\gamma n \rightarrow \pi^0 n$

$$[\text{Todas amplitudes parciais são nulas}] . \quad (4.5.49)$$

Somando essas amplitudes parciais, temos o mesmo valor, ao nível de árvore, para os dois modelos, isto é,

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^+ n} = \Omega \quad (4.5.50)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^0 p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\mu + m}{m} \right) \Omega \quad (4.5.51)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^- p} = \left(\frac{\mu + m}{m} \right) \Omega \quad (4.5.52)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^0 n} = 0 \quad (4.5.53)$$

Existem dois aspectos interessantes nesses resultados. O primeiro deles refere-se ao fato da amplitude do processo $\gamma n \rightarrow \pi^0 n$ ser nula. Isso ocorre porque, na aproximação de árvore, os diagramas que contribuem ao processo, figura (4.4.1), só envolvem partículas neutras e, portanto, não interagem com o fóton. Assim, as primeiras contribuições a esse processo vêm de interações envolvendo pelo menos um loop, o que o torna interessante para o estudo de perturbação quiral. O segundo aspecto digno de nota é que as três primeiras amplitudes estão relacionadas entre si por

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^0 p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^+ n} + T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^- p} \right), \quad (4.5.54)$$

onde o fator $1/\sqrt{2}$ é devido ao isospin. Esse fato pode ser explicado de modo equivalente por meio do modelo σ -linear e das lagrangianas de Weinberg. No primeiro contexto, que adotaremos por ser mais simples, as contribuições à amplitude no limiar são devidas apenas ao polo do núcleon, ou seja, aos diagramas (A) e (B) da figura (4.3.1). No processo $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ os diagramas (A) e (B) são simultaneamente possíveis, enquanto ocorrem apenas o diagrama (A) em $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ e o (B) em $\gamma n \rightarrow \pi^- p$. Daí decorre a relação acima. É importante observar que se não estivéssemos no limiar o processo $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ continuaria a acontecer das duas formas mencionadas, mas $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ e $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ aconteceria de uma forma a mais, pelo diagrama (C).

As amplitudes no limiar decorrentes dos diagramas (A) e (B) são um pouco diferentes, devido a energia do núcleon que se propaga em cada caso. A probabilidade de produzir um pión negativo a partir de um nêutron é "levemente" maior do que a de um pión positivo a partir de um próton, isto é, o diagrama (B) é mais "viável" que o diagrama (A). O termo "levemente" está relacionado à razão das massas do pión e do núcleon. No limite em que a massa do pión é nula, essa pequena diferença desaparece e obtemos

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^+ n} = \Omega \quad (4.5.54)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^0 p} = \sqrt{2} \Omega \quad (4.5.55)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^- p} = \Omega \quad (4.5.56)$$

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^0 n} = 0 \quad (4.5.57)$$

4.6 Conservação da Corrente Eletromagnética.

Como vimos na expressão (4.1.8), a conservação da corrente eletromagnética corresponde, no espaço dos momentos, ao produto escalar desta corrente pelo quadrimomento do fóton,

$$q_\mu J_a^\mu = 0 \quad (4.6.1)$$

Multiplicando as correntes parciais (4.3.7-9) e (4.2.6-9) pelo quadrimomento do fóton e utilizando as identidades (B.13-15), temos

$$q \cdot J_a \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = i \frac{eg}{2} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [-\gamma_5] u(p) \quad (4.6.2)$$

$$q \cdot J_a \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = i \frac{eg}{2} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5] u(p) \quad (4.6.3)$$

$$q \cdot J_a \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = ieg \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5] u(p) \quad (4.6.4)$$

ou

$$q.J_a|_{(A)}^{PV} = i \frac{eg}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} + i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [-\not{k} \gamma_5] u(p) \quad (4.6.5)$$

$$q.J_a|_{(B)}^{PV} = i \frac{eg}{4m} \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3} - i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\not{k} \gamma_5] u(p) \quad (4.6.6)$$

$$q.J_a|_{(C)}^{PV} = i \frac{eg}{2m} \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [-2m \gamma_5] u(p) \quad (4.6.7)$$

$$q.J_a|_{(D)}^{PV} = i \frac{eg}{2m} \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [2m \gamma_5 + \not{k} \gamma_5] u(p) . \quad (4.6.8)$$

Assim, nos dois modelos, as correntes associadas à diagramas individuais são não nulas. Já a corrente eletromagnética total, dada pela expressão (4.2.22) ou (4.3.11), é conservada, isto é,

$$q.J_a| = -ie g \left\{ \eta^+ [\tau_a + \delta_{a3}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{\gamma_5}{2} - \frac{\gamma_5}{2} \right] u(p) + \eta^+ [i \varepsilon_{a3b} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{\gamma_5}{2} + \frac{\gamma_5}{2} - \gamma_5 \right] u(p) \right\} = 0. \quad (4.6.9)$$

No caso dos processos específicos, obtemos

❶ $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$

$$q.J|_{(A)}^{PS} = \sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.10)$$

$$q.J|_{(C)}^{PS} = -\sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.11)$$

ou

$$q.J|_{(A)}^{PV} = -\frac{\sqrt{2}}{2m} K \quad (4.6.12)$$

$$q.J|_{(C)}^{PV} = -\sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.13)$$

$$q.J|_{(D)}^{PV} = \frac{\sqrt{2}}{2m} K + \sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.14)$$

❷ $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$

$$q.J|_{(A)}^{PS} = -\Gamma \quad (4.6.15)$$

$$q.J|_{(B)}^{\text{PS}} = \Gamma \quad (4.6.16)$$

ou

$$q.J|_{(A)}^{\text{PV}} = \frac{1}{2m} K \quad (4.6.17)$$

$$q.J|_{(B)}^{\text{PV}} = -\frac{1}{2m} K \quad (4.6.18)$$

③ $\gamma n \rightarrow \pi^- p$

$$q.J|_{(B)}^{\text{PS}} = \sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.19)$$

$$q.J|_{(C)}^{\text{PS}} = -\sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.20)$$

ou

$$q.J|_{(B)}^{\text{PV}} = -\frac{\sqrt{2}}{2m} K \quad (4.6.21)$$

$$q.J|_{(C)}^{\text{PV}} = -\sqrt{2} \Gamma \quad (4.6.22)$$

$$q.J|_{(D)}^{\text{PV}} = \frac{\sqrt{2}}{2m} K + \sqrt{2} \Gamma, \quad (4.6.23)$$

onde

$$\Gamma \equiv i e g \bar{u}(p') [\gamma_5] u(p) \quad \text{e} \quad K \equiv -i e g \bar{u}(p') [k \gamma_5] u(p). \quad (4.6.24)$$

Como podemos observar para os processos particulares no limiar, também, não existe conservação das correntes eletromagnéticas parciais. Isso somente ocorre com a corrente total.

CORRENTE ELETROMAGNÉTICA NA PRODUÇÃO DE DOIS PÍONS : nível árvore

5.1 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV.

5.2 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS.

5.3 Comparação entre as Correntes em Árvore.

5.4 Conservação da Corrente Eletromagnética.

5.1 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV.

O processo $\gamma N \rightarrow \pi \pi N$ está associado ao espalhamento píon-núcleon pela inserção de um fóton. Nesta seção, supomos que o acoplamento πN seja PV. Neste caso, o espalhamento píon-núcleon é representado, ao nível de árvore, pelos três diagramas de Feynman da figura (5.1.1).

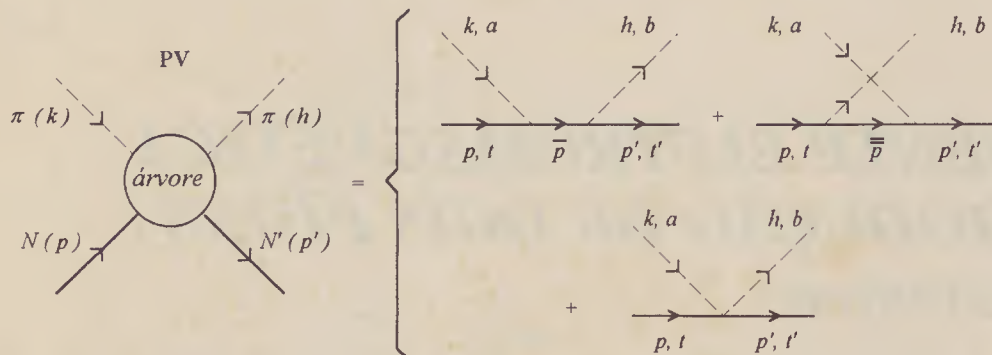


Fig 5.1.1 Diagramas tipo "árvore" no espalhamento píon - núcleon com acoplamento pseudovetorial.

Introduzindo o fóton neste espalhamento, obtemos o processo $\gamma \pi N \rightarrow \pi N$, que é relacionado ao $\gamma N \rightarrow \pi \pi N$ por "crossing". Na figura (5.1.2), vemos que existem dezenove formas de se inserir um fóton nos três diagramas da figura (5.1.1), pois no caso do acoplamento PV o fóton também interage com o vértice πN . A conservação da energia e do momento, na figura (5.1.2), fornece os quadrimomentos dos propagadores nucleônicos,

$$\bar{p}_D = p' + h = p + k + q \quad (5.1.1)$$

$$\bar{p}_E = p + k = p' + h - q \quad (5.1.2)$$

$$\bar{\bar{p}}_D = p' - k = p - h + q \quad (5.1.3)$$

$$\bar{\bar{p}}_E = p - h = p' - k - q \quad (5.1.4)$$

$$\bar{p} = p' + h - k = p + q \quad (5.1.5)$$

$$\bar{p}' = p + k - h = p' - q, \quad (5.1.6)$$

e dos propagadores piônicos,

$$\bar{k} = p' + h - p = k + q \quad (5.1.7)$$

$$\bar{h} = p + k - p' = h - q \quad (5.1.8)$$

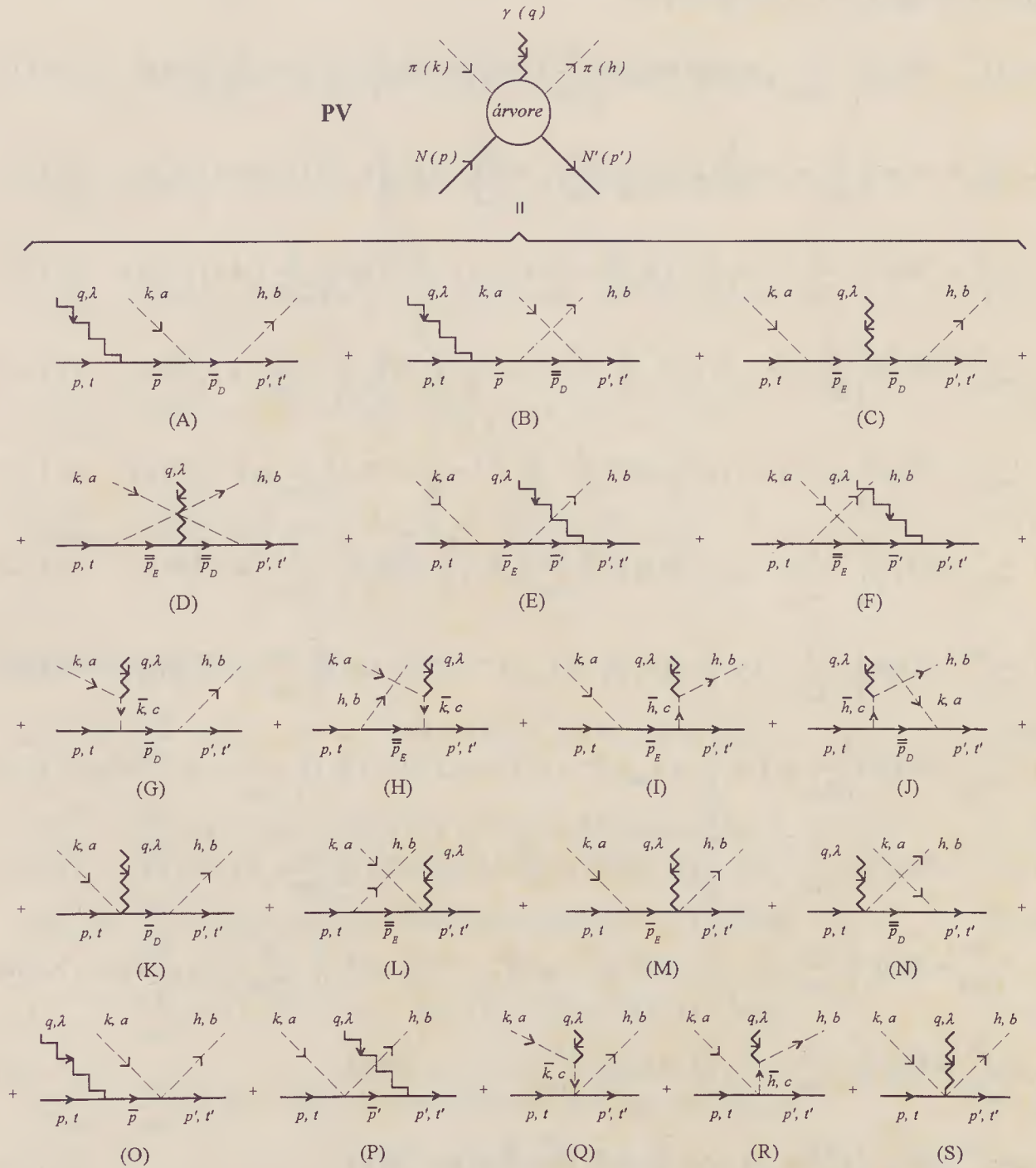


Fig 5.1.2 Diagramas tipo "árvore" para a fotoprodução de dois píons
com acoplamento pseudovetorial.

Pelas regras de Feynman do modelo não linear, as correntes eletromagnéticas associadas aos diagramas da figura (5.1.2) são dadas por

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.9)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.10)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.11)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.12)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(E)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p}')] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.13)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(F)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p}')] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.14)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(G)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^\mu + k^\mu)] [i \Delta(\bar{k})] \left[\frac{g}{2m} \tau_c \bar{k} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.15)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(H)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[\frac{g}{2m} \tau_c \bar{k} \gamma_5 \right] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^\mu + k^\mu)] [i \Delta(\bar{k})] [i S(\bar{p}_E)] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.16)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(I)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_c \bar{h} \gamma_5 \right] [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^\mu + h^\mu)] [i \Delta(\bar{h})] [i S(\bar{p}_E)] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.17)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(J)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^\mu + h^\mu)] [i \Delta(\bar{h})] \left[-\frac{g}{2m} \tau_c \bar{h} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.18)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(K)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[i \frac{e g}{2m} \varepsilon_{a3c} \tau_c \gamma^\mu \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.19)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(L)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[i \frac{e g}{2m} \varepsilon_{a3c} \tau_c \gamma^\mu \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[-\frac{g}{2m} \tau_b \hbar \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.20)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(M)}^{\text{PV}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[i \frac{e g}{2m} \varepsilon_{b3c} \tau_c \gamma^\mu \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_E)] \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.1.21)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(N)}^{PV} = \bar{N}(p') \left[\frac{g}{2m} \tau_a \not{k} \gamma_5 \right] [i S(\bar{p}_D)] \left[i \frac{e g}{2m} \varepsilon_{b3c} \tau_c \gamma^\mu \gamma_5 \right] N(p) \quad (5.1.22)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(O)}^{PV} = \bar{N}(p') \left[\frac{1}{4f_\pi^2} (\not{k} + \not{h}) \varepsilon_{abc} \tau_c \right] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] N(p) \quad (5.1.23)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(P)}^{PV} = \bar{N}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \right] [i S(\bar{p}')] \left[\frac{1}{4f_\pi^2} (\not{k} + \not{h}) \varepsilon_{abc} \tau_c \right] N(p) \quad (5.1.24)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(Q)}^{PV} = \bar{N}(p') \left[\frac{1}{4f_\pi^2} (\bar{k} + \not{h}) \varepsilon_{cbd} \tau_d \right] [i \Delta(\bar{k})] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^\mu + k^\mu)] N(p) \quad (5.1.25)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(R)}^{PV} = \bar{N}(p') [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^\mu + h^\mu)] [i \Delta(\bar{h})] \left[\frac{1}{4f_\pi^2} (\not{k} + \bar{h}) \varepsilon_{acd} \tau_d \right] N(p) \quad (5.1.26)$$

$$i J_{ab}^{\mu}|_{(S)}^{PV} = \bar{N}(p') \left[-i \frac{e}{4f_\pi^2} (\delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - 2 \delta_{ab} \tau_3) \gamma^\mu \right] N(p) \quad (5.1.27)$$

Rearranjando os termos, obtemos

$$J_{ab}^{\mu}|_{(A)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [\tau_b \tau_a (1 + \tau_3)] \eta \bar{u}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \not{k} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.28)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(B)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [\tau_a \tau_b (1 + \tau_3)] \eta \bar{u}(p') [\not{k} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \not{h} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.29)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(C)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [\tau_b (1 + \tau_3) \tau_a] \eta \bar{u}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \not{k} \gamma_5] u(p) \quad (5.1.30)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(D)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [\tau_a (1 + \tau_3) \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\not{k} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \not{h} \gamma_5] u(p) \quad (5.1.31)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(E)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_b \tau_a] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{k} \gamma_5] u(p) \quad (5.1.32)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(F)}^{PV} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_a \tau_b] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{h} \gamma_5] u(p) \quad (5.1.33)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(G)}^{PV} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i \varepsilon_{ca3} \tau_b \tau_c] \eta \bar{u}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \bar{k} \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.1.34)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(H)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{ca3} \tau_c \tau_b] \eta \mathbf{u}(p') [\bar{k} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \hbar \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.35)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(I)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{cb3} \tau_c \tau_a] \eta \mathbf{u}(p') [\bar{h} \gamma_5 S(\bar{p}_E) k \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.36)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(J)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{cb3} \tau_a \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}_D) \bar{h} \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.37)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(K)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{a3c} \tau_b \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\hbar \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.38)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(L)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{a3c} \tau_c \tau_b] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \hbar \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.39)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(M)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{b3c} \tau_c \tau_a] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) k \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.40)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(N)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [i\varepsilon_{b3c} \tau_a \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.41)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(O)}^{\text{PV}} = -\frac{e}{8f_\pi^2} \eta^+ [i\varepsilon_{abc} \tau_c (1 + \tau_3)] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [(k + \hbar) S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.42)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(P)}^{\text{PV}} = -\frac{e}{8f_\pi^2} \eta^+ [i\varepsilon_{abc} (1 + \tau_3) \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') (k + \hbar)] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.43)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(Q)}^{\text{PV}} = -\frac{e}{4f_\pi^2} \eta^+ [\varepsilon_{ca3} \varepsilon_{cbd} \tau_d] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{k} + \hbar) (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.44)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(R)}^{\text{PV}} = \frac{e}{4f_\pi^2} \eta^+ [\varepsilon_{cb3} \varepsilon_{acd} \tau_d] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [(k + \bar{h}) (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.45)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(S)}^{\text{PV}} = -\frac{e}{4f_\pi^2} \eta^+ [\delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - 2\delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (5.1.46)$$

A parte isospinorial é calculada utilizando-se as relações de comutação e anticomutação das matrizes de Pauli (A.2). A simplificação da parte spinorial é feita eliminando-se os quadrimomentos dos píons, utilizando-se as expressões (5.1.1-8), a relação de anticomutação das matrizes- γ , a equação de Dirac e as identidades (B.17-34). Além disso, é conveniente usar a relação de Goldberg-Treiman,

$$f_\pi = m \frac{g_A}{g}, \quad (5.1.47)$$

para que as correntes (5.1.42-46) passem a ter o mesmo coeficiente das demais, multiplicado por $1/g_A^2$. Com esses procedimentos, podemos reescrever as densidades das correntes parciais como

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [(\not{k} - 2m) S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.48)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [(-\not{k} - 2m) S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.49)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (-\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu \gamma_5 + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.50)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(D)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (-\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.51)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(E)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') (\not{h} - 2m) - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.52)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(F)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') (-\not{k} - 2m) - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.53)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(G)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\{\not{h} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5\} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.1.54)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(H)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\{\not{h} + 2m + 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5\} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.1.55)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(I)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\{\not{k} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5\} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) \quad (5.1.56)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(J)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') \left[\{ \not{k} + 2m + 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] u(p) \quad (5.1.57)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(K)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.58)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(L)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.59)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(M)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.1.60)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(N)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.61)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(O)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^* [(i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (-\delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [2 \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.62)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(P)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^* [(i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{h} + \gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.63)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(Q)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{u}(p') [2 \not{h} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.1.64)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(R)}^{\text{PV}} = -\frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^* [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b] \eta \bar{u}(p') [2 \not{k} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) \quad (5.1.65)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(S)}^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^* [2 \delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu] u(p) \quad (5.1.66)$$

Nestas expressões, os termos isospinoriais que contêm o índice "3" originam-se da interação isovetorial do fóton e os que não o contêm, da interação isoescalar.

A corrente eletromagnética ao nível de árvore, para o modelo não linear, é dada pela soma

$$J_a^{\mu}|^{\text{PV}} = J_a^{\mu}|_{(A)}^{\text{PV}} + \dots + J_a^{\mu}|_{(S)}^{\text{PV}} \quad (5.1.67)$$

Fatorando esta soma através dos termos de isospin, temos

$$J_{ab}^{\mu}|^{\text{PV}} = \frac{e g^2}{4m^2} \left\{ \eta^* [\delta_{ab}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{\not{h} - \not{k}}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\not{k} - \not{h}}{2} + 2m \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \right] \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma^\mu + 2m^2 \left\{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right. \\
& \left. + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right\} \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^* [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{\hbar + \mathbf{k}}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\mathbf{k} + \hbar}{2} + 2m^2 \left\{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& \left. \left. + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right\} - \frac{1}{g_A^2} \left\{ \mathbf{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \mathbf{k} \right\} \right] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^* [\delta_{ab} \tau_3] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{\hbar - \mathbf{k}}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu - 3\gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\mathbf{k} - \hbar}{2} + 2m \left\{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \right\} \right. \\
& + 2\hbar (\bar{\mathbf{k}} + \mathbf{k})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{k}}) + 2\mathbf{k} (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) + 2m^2 \left\{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \\
& - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \\
& - 2\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{\mathbf{k}} + \mathbf{k})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{k}}) + 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{\mathbf{k}} + \mathbf{k})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{k}}) + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \\
& \left. \left. + 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \right\} + \frac{2}{g_A^2} \left\{ -\hbar (\bar{\mathbf{k}} + \mathbf{k})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{k}}) + \gamma^\mu - \mathbf{k} (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \right\} \right] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^* [\delta_{a3} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[-\frac{\hbar + \mathbf{k}}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\mathbf{k} + \hbar}{2} - 2\mathbf{k} (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \right. \\
& + 2m^2 \left\{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right. \\
& - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \\
& \left. \left. - 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \right\} + \frac{1}{g_A^2} \left\{ \mathbf{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma^\mu - \gamma^\mu S(\bar{p}') \mathbf{k} + 2\mathbf{k} (\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{h})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{h}}) \right\} \right] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^* [\delta_{b3} \tau_a] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{\mathbf{k} + \hbar}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu - \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\mathbf{k} + \hbar}{2} - 2\hbar (\bar{\mathbf{k}} + \mathbf{k})^\mu \Delta(\bar{\mathbf{k}}) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2m^2 \left\{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right. \\
& + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& \left. - 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right\} + \frac{1}{g_A^2} \left\{ \gamma^\mu S(\bar{p}') \hbar - \gamma^\mu - \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + 2\hbar (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right\} \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{\not{k} + \not{h}}{2} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \frac{\not{k} + \not{h}}{2} + 4m \{ (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \right. \\
& + 2m^2 \left\{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right. \\
& - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& + 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) + 2\gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \\
& \left. - \frac{1}{g_A^2} \{ \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{h} \} \mathbf{u}(p) \right\} .
\end{aligned}$$

Simplificando estas expressões através das equações (5.1.1-6) e das identidades (B.1-4), obtemos

$$\begin{aligned}
J_{ab}^{\mu}|^{\text{PV}} &= e g^2 \left\{ \eta^+ [\delta_{ab}] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} + \frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& \left. \left. + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right\} \right] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& \left. + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right\} + \frac{1}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \{ \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu \}
\end{aligned}$$

$$+ \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} \Big] \mathbf{u}(p)$$

$$+ \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} + \frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \\ - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \\ - 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \\ \left. + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] - \frac{1}{2m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \{ - \not{k} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + \gamma^\mu - \not{k} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \Big] \mathbf{u}(p)$$

$$+ \eta^+ [\delta_{a3} \tau_b] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\ + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \\ \left. - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] - \frac{1}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \{ \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma^\mu - \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} + 2 \not{k} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \Big] \mathbf{u}(p)$$

$$+ \eta^+ [\delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\ + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\ \left. - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right] - \frac{1}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \{ \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} - \gamma^\mu - \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + 2 \not{k} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \} \Big] \mathbf{u}(p)$$

$$+ \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{m} \{ (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} + \frac{1}{2} \{ - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \\ + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\ \left. + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) + 2\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \Big\} + \frac{1}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \Big\{ \not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu \\
& + \gamma^\mu S(\bar{p}') h \Big\} \Big] u(p) \Big\} . \quad (5.1.68)
\end{aligned}$$

Esta é a nossa expressão final para a densidade da corrente eletromagnética no processo $\gamma \pi N \rightarrow \pi N$. Ela poderia ser simplificada usando-se as formas explícitas dos propagadores fermiônicos. Entretanto, não faremos isso aqui, pois estamos interessados principalmente nos aspectos estruturais deste processo.

5.2 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS.

Supondo, agora, que o acoplamento πN seja do tipo PS, o espalhamento píon-núcleon é representado, ao nível de árvore, pelos diagramas da figura (5.2.1). No acoplamento PS, dado pela lagrangiana linear do modelo sigma, o fóton não se acopla ao vértice πN .

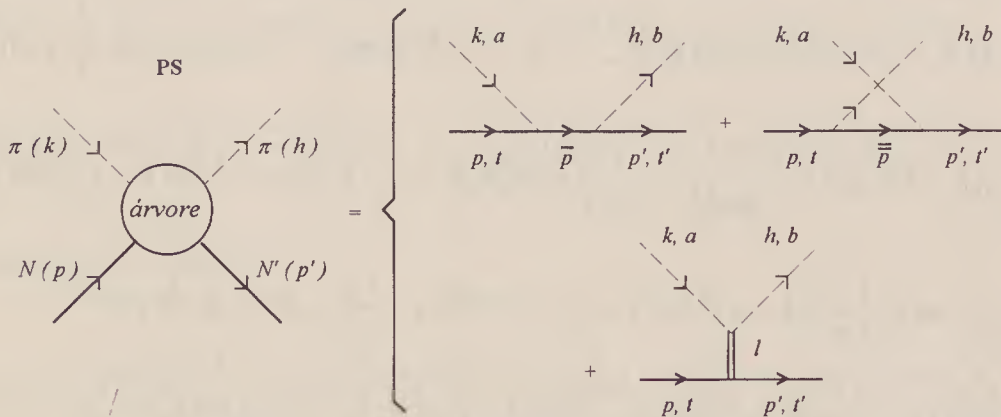


Fig 5.2.1 Diagramas tipo "árvore" no espalhamento píon - núcleon com acoplamento pseudoescalar.

Assim, repetindo o procedimento da seção anterior, obtemos a figura (5.2.2), que contém as quatorze formas de se inserir um fóton nos dois diagramas da figura (5.2.1). Neste caso, os quadrimomentos dos propagadores nos diagramas são também dados pelas expressões (5.1.1-8), adicionando-se para o propagador do sigma a expressão

$$l = k - h \quad (5.2.1)$$

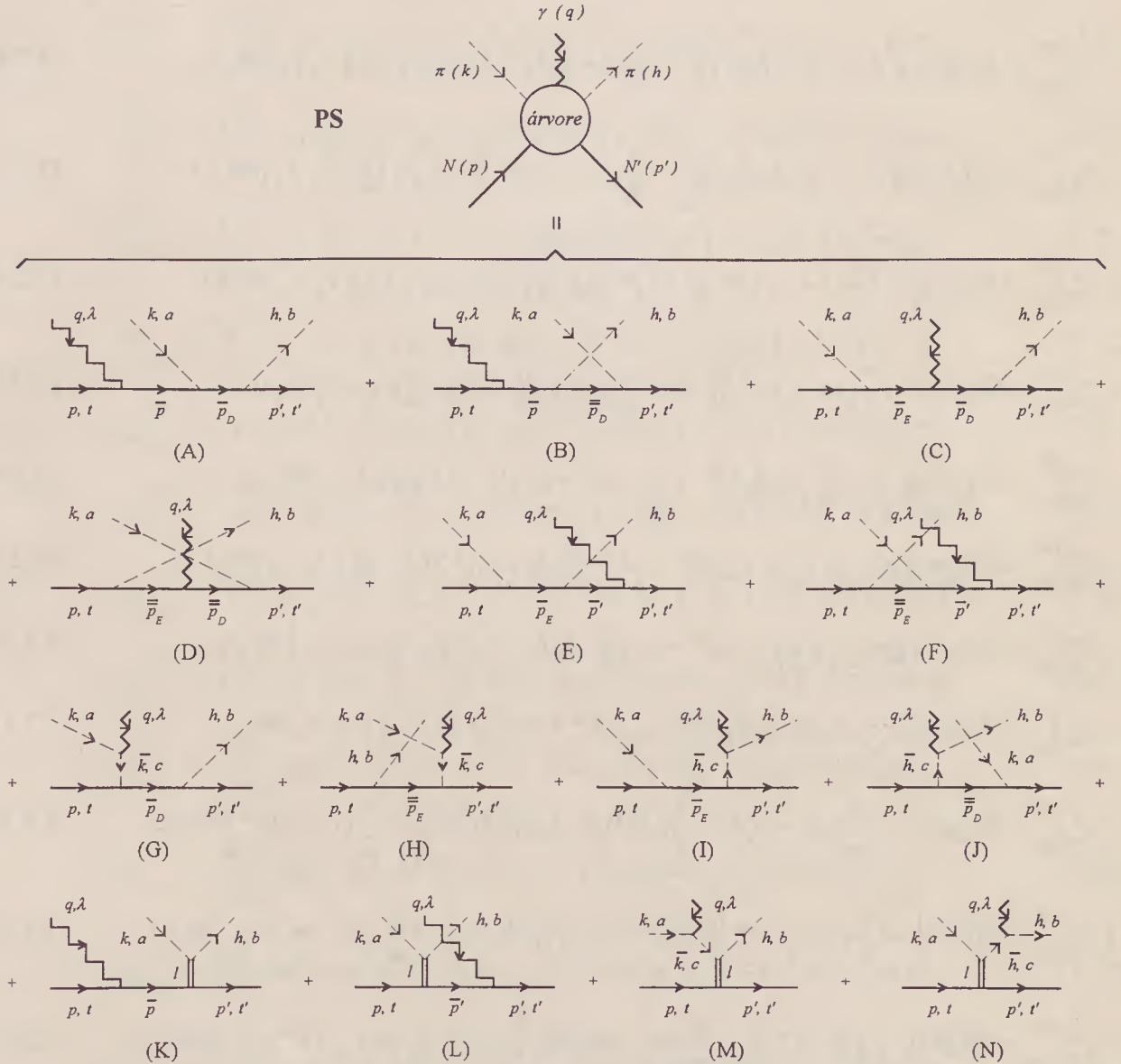


Fig 5.2.2 Diagramas tipo "árvore" para a fotoprodução de dois pions com acoplamento pseudoescalar.

As correntes eletromagnéticas no setor hadrônico são calculadas através das regras de Feynman, apresentadas no **capítulo 3**:

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_b \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.2)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] [g \tau_b \gamma_5] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.3)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_b \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_a \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.4)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(D)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_b \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.5)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(E)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] [i S(\bar{p}')] [g \tau_b \gamma_5] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_a \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.6)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(F)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] [i S(\bar{p}')] [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_b \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.7)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(G)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_b \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^{\mu} + k^{\mu})] [i \Delta(\bar{k})] [g \tau_c \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.8)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(H)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_c \gamma_5] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^{\mu} + k^{\mu})] [i \Delta(\bar{k})] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_b \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.9)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(I)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_c \gamma_5] [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^{\mu} + h^{\mu})] [i \Delta(\bar{h})] [i S(\bar{p}_E)] [g \tau_a \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.10)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(J)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [g \tau_a \gamma_5] [i S(\bar{p}_D)] [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^{\mu} + h^{\mu})] [i \Delta(\bar{h})] [g \tau_c \gamma_5] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.11)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(K)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{g}{m} (m_{\sigma}^2 - m_{\pi}^2) \delta_{ab} \right] [i \Delta(l)] [-i g] [i S(\bar{p})] \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.12)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(L)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') \left[-i \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma^{\mu} \right] [i S(\bar{p}')] [-i g] [i \Delta(l)] \left[-i \frac{g}{m} (m_{\sigma}^2 - m_{\pi}^2) \delta_{ab} \right] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.13)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(M)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [-i g] [i \Delta(l)] \left[-i \frac{g}{m} (m_{\sigma}^2 - m_{\pi}^2) \delta_{bc} \right] [i \Delta(\bar{k})] [-e \varepsilon_{ca3} (\bar{k}^{\mu} + k^{\mu})] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.14)$$

$$i J_{ab}^{\mu} \Big|_{(N)}^{\text{PS}} = \bar{\mathbf{N}}(p') [e \varepsilon_{cb3} (\bar{h}^{\mu} + h^{\mu})] [i \Delta(\bar{h})] \left[-i \frac{g}{m} (m_{\sigma}^2 - m_{\pi}^2) \delta_{ac} \right] [i \Delta(l)] [-i g] \mathbf{N}(p) \quad (5.2.15)$$

Rearranjando os termos, podemos escrever

$$J_{ab}^{\mu}|_{(A)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [\tau_b \tau_a (1 + \tau_3)] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.16)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(B)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [\tau_a \tau_b (1 + \tau_3)] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.17)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(C)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^- [\tau_b (1 + \tau_3) \tau_a] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.18)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(D)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^- [\tau_a (1 + \tau_3) \tau_b] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.19)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(E)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_b \tau_a] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.20)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(F)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(1 + \tau_3) \tau_a \tau_b] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.21)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(G)}^{\text{PS}} = -e g^2 \eta^+ [i \varepsilon_{ca3} \tau_b \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.22)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(H)}^{\text{PS}} = -e g^2 \eta^+ [i \varepsilon_{ca3} \tau_c \tau_b] \eta \mathbf{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.23)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(I)}^{\text{PS}} = e g^2 \eta^+ [i \varepsilon_{cb3} \tau_c \tau_a] \eta \mathbf{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.24)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(J)}^{\text{PS}} = e g^2 \eta^+ [i \varepsilon_{cb3} \tau_a \tau_c] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.25)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(K)}^{\text{PS}} = -\frac{e g^2}{2m} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \Delta(l) \eta^+ [\delta_{ab} (1 + \tau_3)] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.26)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(L)}^{\text{PS}} = -\frac{e g^2}{2m} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \Delta(l) \eta^+ [(1 + \tau_3) \delta_{ab}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}')] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.27)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(M)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{m} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \Delta(l) \eta^+ [i \varepsilon_{ca3} \delta_{bc}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.28)$$

$$J_{ab}^{\mu}|_{(N)}^{\text{PS}} = -\frac{e g^2}{m} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \Delta(l) \eta^+ [i \varepsilon_{cb3} \delta_{ac}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (5.2.29)$$

Os quatro últimos diagramas da figura (5.2.2) não são respaldados pela fenomenologia, pois não se encontrou nenhuma partícula ou ressonância que fosse uma boa candidata para o sigma. Uma forma de contornar este problema é admitirmos que a massa do sigma seja extremamente grande, o que corresponde ao seguinte limite nas expressões acima:

$$\lim_{m_\sigma^2 \rightarrow \infty} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \Delta(l) = \lim_{m_\sigma^2 \rightarrow \infty} \frac{m_\sigma^2 (1 - m_\pi^2/m_\sigma^2)}{m_\sigma^2 (l^2/m_\sigma^2 - 1)} = -1 \quad (5.2.30)$$

Assim, eliminamos qualquer vestígio explícito do sigma nas correntes (5.2.26-29). Entretanto, como nós estamos interessados em estudar o papel da simetria quiral neste processo, é conveniente marcar os termos originados do sigma por meio de um parâmetro σ , de modo que

$$\sigma = \begin{cases} 1, & \text{os termos com sigma são considerados.} \\ 0, & \text{os termos com sigma não são considerados.} \end{cases} \quad (5.2.31)$$

Feito isso e simplificando todos os sanduíches isospinoriais através das relações de comutação e anticomutação das matrizes de Pauli (A.4), podemos reescrever as densidades das correntes parciais como

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \frac{eg^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i\epsilon_{abc}\tau_c) + (\delta_{ab}\tau_3 + \delta_{a3}\tau_b - \delta_{b3}\tau_a - i\epsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.2.32)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \frac{eg^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i\epsilon_{abc}\tau_c) + (\delta_{ab}\tau_3 - \delta_{a3}\tau_b + \delta_{b3}\tau_a + i\epsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.2.33)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = \frac{eg^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i\epsilon_{abc}\tau_c) + (-\delta_{ab}\tau_3 + \delta_{a3}\tau_b + \delta_{b3}\tau_a + i\epsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.2.34)$$

$$J_{ab}^\mu \Big|_{(D)}^{\text{PS}} = \frac{eg^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i\epsilon_{abc}\tau_c) + (-\delta_{ab}\tau_3 + \delta_{a3}\tau_b + \delta_{b3}\tau_a - i\epsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.2.35)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(E)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.2.36)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(F)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.2.37)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(G)}^{\text{PS}} = -e g^2 \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.2.38)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(H)}^{\text{PS}} = e g^2 \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.2.39)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(I)}^{\text{PS}} = -e g^2 \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b - i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) \quad (5.2.40)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(J)}^{\text{PS}} = e g^2 \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) \quad (5.2.41)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(K)}^{\text{PS}} = \sigma \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{u}(p') [S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) \quad (5.2.42)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(L)}^{\text{PS}} = \sigma \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}')] u(p) \quad (5.2.43)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(M)}^{\text{PS}} = \sigma \frac{e g^2}{m} \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) \quad (5.2.44)$$

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(N)}^{\text{PS}} = \sigma \frac{e g^2}{m} \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [(\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) \quad (5.2.45)$$

A corrente eletromagnética ao nível de árvore, para o modelo σ -linear, é expressa pela soma

$$J_a^{\mu} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = J_a^{\mu} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} + \dots + J_a^{\mu} \Big|_{(N)}^{\text{PS}} \quad (5.2.46)$$

Agrupando os termos isospinoriais, esta soma toma a forma

$$J_{ab}^{\mu} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = e g^2 \left\{ \eta^+ [\delta_{ab}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sigma}{2m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
+ & \eta^* [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
+ & \eta^* [\delta_{ab} \tau_3] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) - 2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \\
& + \frac{\sigma}{2m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
+ & \eta^* [\delta_{a3} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \\
& - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
+ & \eta^* [\delta_{b3} \tau_a] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
+ & \eta^* [i \varepsilon_{ab3}] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E)\gamma_5(\bar{k}+k)^\mu \Delta(\bar{k}) + 2\gamma_5 S(\bar{p}_E)\gamma_5(\bar{h}+h)^\mu \Delta(\bar{h}) + 2\gamma_5 S(\bar{p}_D)\gamma_5(\bar{h}+h)^\mu \Delta(\bar{h}) \} \\
& + \frac{\sigma}{m} \left\{ (\bar{k}+k)^\mu \Delta(\bar{k}) + (\bar{h}+h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right\} \mathbf{u}(p) \} \quad (5.2.47)
\end{aligned}$$

Quando $\sigma = 1$, esta expressão é idêntica à da densidade da corrente eletromagnética total para pions com acoplamento pseudovetorial no limite $g_A = 1$. O estudo do significado deste resultado é o tema da próxima seção.

5.3 Comparação entre as Correntes em Árvore.

As duas lagrangianas, com acoplamentos PV e PS, empregadas na obtenção das expressões (5.1.68) e (5.2.47) são simultaneamente invariantes por transformações de calibre do campo eletromagnético e quirais dos campos hadrônicos. A lagrangiana com acoplamento PV é mais geral, já que acomoda naturalmente um valor de g_A diferente de 1. No caso do modelo sigma-linear, por outro lado, a existência do "méson" σ na lagrangiana está intimamente relacionada à simetria quiral. Portanto, para se observar o papel desta simetria, é conveniente reescrevermos a densidade da corrente eletromagnética total, associada ao acoplamento pseudovetorial, em função do pseudoescalar, destacando as contribuições do "méson" σ e do fator $(1 - 1/g_A^2)$. Denotando por J_{ab}^μ a corrente eletromagnética mais geral, temos

$$J_{ab}^\mu \equiv J_{ab}^\mu|_{\pi}^{\text{PV}} = \left\{ J_{ab}^\mu|_{\pi}^{\text{PS}} + \sigma J_{ab}^\mu|_{\sigma}^{\text{PS}} \right\} + (1 - 1/g_A^2) J_{ab}^\mu|_{\alpha}, \quad (5.3.1)$$

onde $J_{ab}^\mu|_{\pi}^{\text{PS}}$ é a contribuição à corrente dos pions com acoplamento PS, dada por

$$J_{ab}^\mu|_{\pi}^{\text{PS}} = e g^2 \left\{ \eta^\dagger [\delta_{ab}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \Bigg[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \Bigg[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [\delta_{a3} \tau_b] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \Bigg[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [\delta_{b3} \tau_a] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \Bigg[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \quad \bar{\mathbf{u}}(p') \Bigg[\frac{1}{2} \{ -\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5 \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 - \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \Big] \mathbf{u}(p) \Bigg\} , \quad (5.3.2)
\end{aligned}$$

O termo $J_{ab}^\mu|_\sigma^{\text{PS}}$ está associado à simetria quiral mínima e tem a forma

$$\begin{aligned} \sigma J_{ab}^\mu|_\sigma^{\text{PS}} = & \frac{e g^2}{m} \sigma \left\{ \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \right] u(p) \right. \\ & \left. + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') \left[(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) + (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] u(p) \right\} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

Finalmente, o fator $J_{ab}^\mu|_\alpha$ associado à simetria quiral mais geral, é dado por

$$\begin{aligned} (1 - 1/g_A^2) J_{ab}^\mu|_\alpha = & \frac{e g^2}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \left\{ \eta^+ [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \bar{u}(p') \left[k S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') h \right] u(p) \right. \\ & + \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[2h(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) - 2\gamma^\mu + 2k(\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] u(p) \\ & + \eta^+ [\delta_{a3} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[-k S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') h - 2k(\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h}) \right] u(p) \\ & + \eta^+ [\delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{u}(p') \left[-\gamma^\mu S(\bar{p}') h + \gamma^\mu + k S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2h(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right] u(p) \\ & \left. + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') \left[k S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') h \right] u(p) \right\}. \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

A estrutura deste resultado permite-nos concluir que, ao contrário da fotoprodução de um pión, o "méson" σ contribui para a fotoprodução de dois píons. Isso mostra que, neste caso, a simetria quiral é relevante, tanto no modelo linear como no modelo não linear.

Uma outra conclusão possível, diz respeito ao papel do fator g_A . No **capítulo 2**, vimos que esse fator representa a razão entre as constantes de acoplamento vetorial e axial e que seu valor experimental é 1,25. A expressão (5.3.1) mostra, então, que o modelo não linear descreve melhor a fenomenologia, pois além de englobar o modelo linear, pode incorporar naturalmente um valor de g_A

diferente de 1. A equação (5.3.4) indica que os efeitos associados ao fator g_A também estão presentes na corrente eletromagnética do processo $\gamma N \rightarrow \pi \pi N$.

5.4 Conservação da Corrente Eletromagnética.

A conservação da corrente eletromagnética na fotoprodução de dois píons, ao nível de árvore, é obtida de forma análoga à fotoprodução de um píon, ou seja, através do produto escalar entre o quadrimomento do fóton e a corrente mais geral, dada pela expressão (5.3.1). É de se esperar, nesta expressão, que as conservações da parte pseudoescalar,

$$J_{ab}^\mu \Big|_\pi^{\text{PS}} + \sigma J_{ab}^\mu \Big|_\sigma^{\text{PS}},$$

e da parte pseudovetorial proporcional a $(1 - 1/g_A^2)$,

$$J_{ab}^\mu \Big|_\alpha,$$

sejam independentes. Os produtos, envolvendo as correntes pseudoescalares sem o "méson" σ , podem ser calculados através das correntes parciais (5.2.31-40), utilizando-se as identidades (B.13-16),

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(A)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b - \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.1)$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(B)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (-\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.2)$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(C)}^{\text{PS}} = -\frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.3)$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(D)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (\delta_{ab} \tau_3 - \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a + i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.4)$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(E)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i \varepsilon_{abc} \tau_c) + (-\delta_{ab} \tau_3 + \delta_{a3} \tau_b + \delta_{b3} \tau_a - i \varepsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.5)$$

$$q.J_{ab}\Big|_{(F)}^{\text{PS}} = -\frac{eg^2}{2} \eta^+ [(\delta_{ab} + i\epsilon_{abc}\tau_c) + (\delta_{ab}\tau_3 + \delta_{a3}\tau_b - \delta_{b3}\tau_a + i\epsilon_{ab3})] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.6)$$

$$q.J_{ab}\Big|_{(G)}^{\text{PS}} = -eg^2 \eta^+ [\delta_{ab}\tau_3 - \delta_{b3}\tau_a - i\epsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.7)$$

$$q.J_{ab}\Big|_{(H)}^{\text{PS}} = eg^2 \eta^+ [\delta_{ab}\tau_3 - \delta_{a3}\tau_b - i\epsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.8)$$

$$q.J_{ab}\Big|_{(I)}^{\text{PS}} = eg^2 \eta^+ [\delta_{ab}\tau_3 - \delta_{a3}\tau_b + i\epsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.9)$$

$$q.J_{ab}\Big|_{(J)}^{\text{PS}} = -eg^2 \eta^+ [\delta_{ab}\tau_3 - \delta_{b3}\tau_a + i\epsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') [\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p) \quad (5.4.10)$$

Somando esses resultados, obtemos o produto escalar entre a corrente $J_{ab}^\mu\Big|_\pi^{\text{PS}}$, expressão (5.3.2), e o quadrimomento do fóton,

$$\begin{aligned} q.J_{ab}\Big|_\pi^{\text{PS}} = & eg^2 \left\{ \eta^+ [\delta_{ab}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \right. \right. \\ & \left. \left. - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \right. \\ & + \eta^+ [i\epsilon_{abc}\tau_c] \eta \bar{u}(p') \left[-\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\ & \left. + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \\ & + \eta^+ [\delta_{ab}\tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \right. \\ & \left. - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \} - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right] u(p) \\ & + \eta^+ [\delta_{a3}\tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 \right. \\ & \left. - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 2\gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + 2\gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \} \right] u(p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \eta^+ [\delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \right. \\
& - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} \left. \right] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 \right. \\
& + \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 - \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 - 2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 + 2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5 \} \left. \right] \mathbf{u}(p) \left. \right\} = 0 .
\end{aligned}
\tag{5.4.11}$$

Já para as correntes pseudoescalares envolvendo o "méson" σ , os produtos escalares são calculados através das correntes parciais (5.2.41-44) e com as mesmas identidades (D.2-5),

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(K)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [1] \mathbf{u}(p) \tag{5.4.12}$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(L)}^{\text{PS}} = - \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [1] \mathbf{u}(p) \tag{5.4.13}$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(M)}^{\text{PS}} = \frac{e g^2}{m} \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [1] \mathbf{u}(p) \tag{5.4.14}$$

$$q \cdot J_{ab} \Big|_{(N)}^{\text{PS}} = - \frac{e g^2}{m} \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [1] \mathbf{u}(p) . \tag{5.4.15}$$

A soma desses produtos fornece o produto escalar entre a corrente $J_{ab}^\mu \Big|_{\sigma}^{\text{PS}}$, expressão (5.3.3), e o quadrimomento do fóton, isto é,

$$\begin{aligned}
\sigma \cdot q \cdot J_{ab} \Big|_{\sigma}^{\text{PS}} &= \frac{e g^2}{m} \cdot \sigma \left\{ \eta^+ [\delta_{ab} + \delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \{ 1 - 1 \} \right] \mathbf{u}(p) \right. \\
& + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') [1 - 1] \mathbf{u}(p) \left. \right\} = 0 .
\end{aligned}
\tag{5.4.16}$$

Finalmente, para a corrente $J_{ab}^\mu|_\alpha$, expressão (5.3.4), o produto escalar é dado por

$$\begin{aligned}
 (1 - 1/g_A^2) q \cdot J_{ab}|_\alpha &= \frac{e g^2}{4m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2}\right) \left\{ \eta^+ [i \varepsilon_{abc} \tau_c] \eta \bar{u}(p') \left[\not{k} + \not{h} - \not{k} - \not{h} \right] u(p) \right. \\
 &+ \eta^+ [\delta_{ab} \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[2\not{h} - 2\not{k} - 2\not{h} + 2\not{k} \right] u(p) \\
 &+ \eta^+ [\delta_{a3} \tau_b] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{-\not{k} - \not{h} - \not{h} - \not{k} + 4\not{k} + 2\not{h} - 2\not{k}\} \right] u(p) \\
 &+ \eta^+ [\delta_{b3} \tau_a] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{\not{k} + \not{h} + \not{h} + \not{k} - 4\not{h} + 2\not{h} - 2\not{k}\} \right] u(p) \\
 &\left. + \eta^+ [i \varepsilon_{ab3}] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \{\not{k} + \not{h} - \not{h} - \not{k}\} \right] u(p) \right\} = 0 . \quad (5.4.17)
 \end{aligned}$$

Esses resultados indicam, de forma similar à **seção 4.4**, que a conservação da corrente eletromagnética na fotoprodução de dois píons requer o agrupamento dos vários diagramas em famílias. A conservação da corrente eletromagnética mais geral resulta da conservação das três correntes da expressão (5.3.1), independentemente uma das outras. As simetrias eletromagnética e quiral, indicadas pelas constantes de acoplamento representativas, correspondem ao esquema da figura (5.4.1).

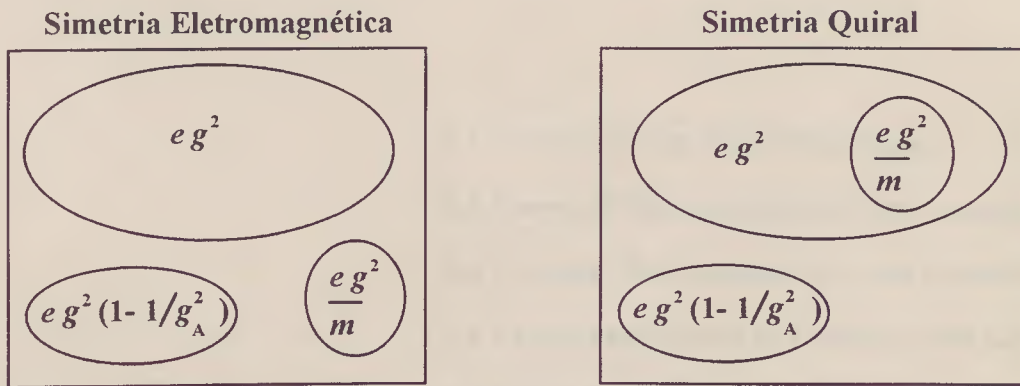


Fig. 5.4.1 Diagramas de Venn das simetrias de fase local e quiral global em função das constantes.



O FATOR DE FORMA ELETROMAGNÉTICO DO NÚCLEON

6.1 A Correção de Primeira Ordem.

6.2 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV.

6.3 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS.

6.4 Comparação entre as Correntes em um Loop.

6.5 Massa e Fator de Forma.

6.6 Conservação da Corrente Eletromagnética.

6.1 A Correção de Primeira Ordem.

Na linguagem perturbativa, interação e massa fenomenológicos são representados, respectivamente, por conjuntos de diagramas que envolvem um número infinito de correções de vértice e massa nus. Geralmente, é possível distinguir com facilidade as correções de vértice das de massa considerando diagramas de Feynman, como na figura (6.1.1).

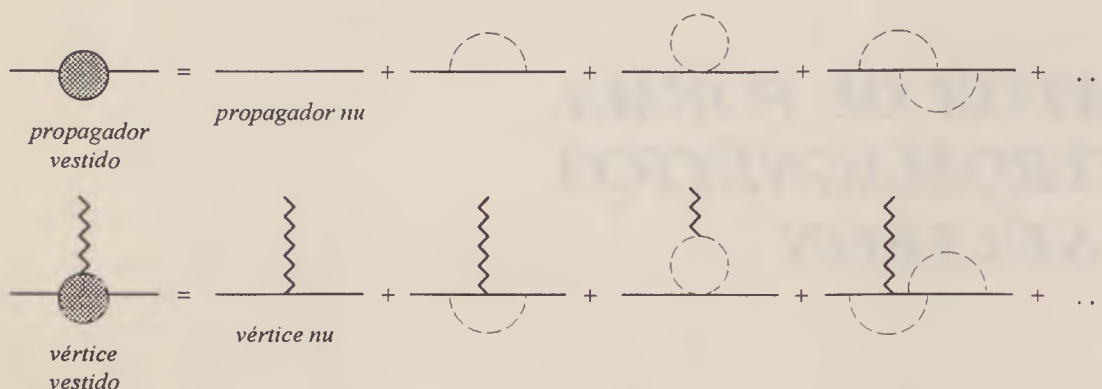


Fig 6.1.1 "Vestimento" do vértice e da massa nus.

O estudo do fator de forma eletromagnético do núcleon é feito através de correntes envolvendo interações de fótons, núcleons e píons, sendo as várias ordens associadas aos números de loops dos vários diagramas. A perturbação quiral para esta corrente é descrita, na figura (6.1.2), sem a distinção diagramática entre as correções de vértice e as de massa.

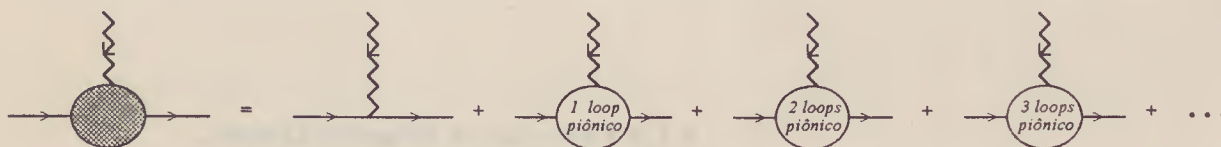


Fig 6.1.2 Perturbação quiral da interação fóton-núcleon.

Neste trabalho, consideramos as correções à corrente eletromagnética associadas a diagramas com um loop piônico. Elas podem ser obtidas a partir da fotoprodução de dois píons, unindo-se as linhas piônicas externas dos diagramas das figuras (5.1.2) e (5.2.2). A linha interna piônica, obtida

deste modo, representa uma partícula virtual que pode ter infinitos momentos diferentes, que devem ser integrados. Isso corresponde à introdução de um propagador piônico, uma integral em relação ao momento deste propagador e a um fator δ_{ab} , pois o píon que sai tem o mesmo isospin do que chega. Além disso, introduzimos a constante topológica 1/2 nas correntes envolvendo loops puramente piônicos.

6.2 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PV.

No caso do acoplamento PV, partimos da figura (5.1.2) e obtemos os diagramas da figura (6.2.1), usando as correspondências indicadas na tabela (6.2.1).

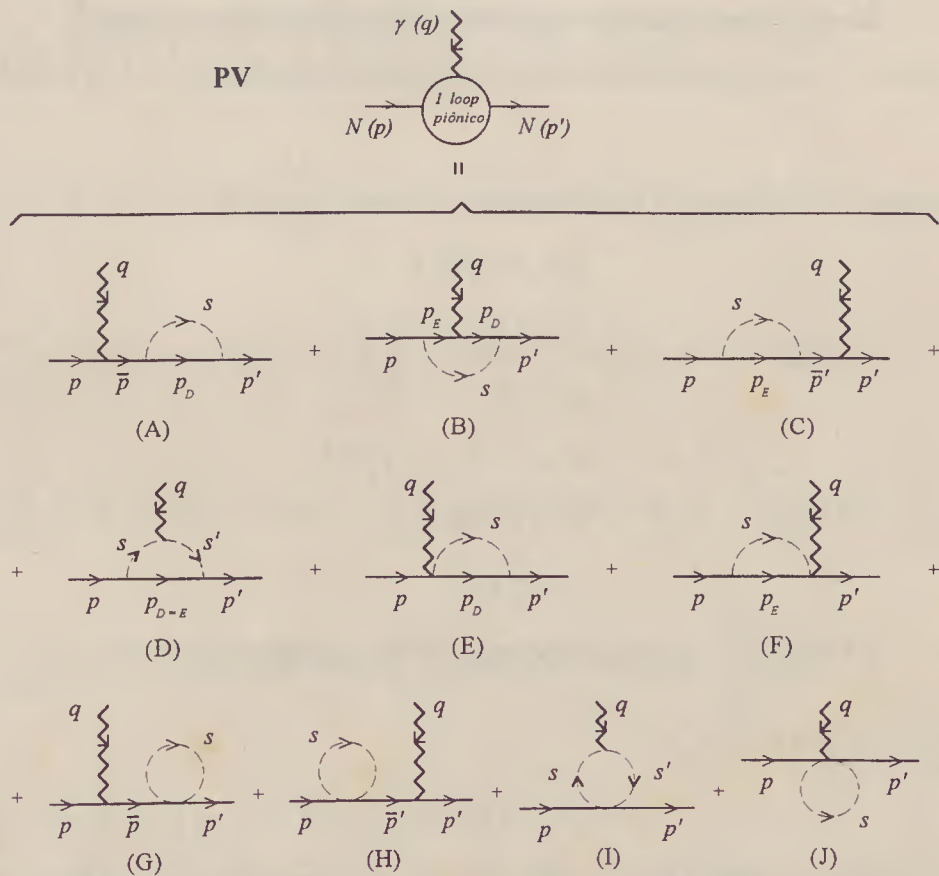


Fig.6.2.1 Diagramas da interação fóton-núcleon com um "loop" piônico, no caso pseudovetorial.

Figura (5.1.2)		Figura (6.2.1)
(A) e (B)	$\rightarrow$	(A)
(C) e (D)	$\rightarrow$	(B)
(E) e (F)	$\rightarrow$	(C)
(G), (H), (I) e (J)	$\rightarrow$	(D)
(K) e (L)	$\rightarrow$	(E)
(M) e (N)	$\rightarrow$	(F)
(O)	$\rightarrow$	(G)
(P)	$\rightarrow$	(H)
(Q) e (R)	$\rightarrow$	(I)
(S)	$\rightarrow$	(J)

Tabela 6.2.1 Correspondências entre os diagramas das figuras (5.1.2) e (6.2.1).

Assim, as equações (5.1.1-8) para os quadrimomentos, tomam a forma

$$q = p' - p = s' - s \quad (6.2.1)$$

$$p_E = p - s = \bar{p}' - s \quad (6.2.2)$$

$$p_D = p' - s = \bar{p} - s \quad (6.2.3)$$

$$p_{D=E} = p - s = p' - s' \quad (6.2.4)$$

$$\bar{p}' = p' - q \quad (6.2.5)$$

$$\bar{p} = p + q \quad (6.2.6)$$

e as expressões (5.1.48-66) das correntes eletromagnéticas, transformam-se em

$$J^\mu \Big|_{(A)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3\tau_3] \eta \times$$

$$\bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ (-s - 2m) S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu - 4m^2 \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \} \right] u(p) \quad (6.2.7)$$

$$J^\mu|_{(B)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \times$$

$$\bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \quad (6.2.8)$$

$$J^\mu|_{(C)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \times$$

$$\bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \gamma^\mu S(\bar{p}') (-\not{s} - 2m) - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \quad (6.2.9)$$

$$J^\mu|_{(D)}^{PV} = i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu \{ \not{s} + 2m + 4m^2 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 \} \right] u(p) \quad (6.2.10)$$

$$J^\mu|_{(E)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu \} \right] u(p) \quad (6.2.11)$$

$$J^\mu|_{(F)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \right] u(p) \quad (6.2.12)$$

$$J^\mu|_{(G)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ -2 \not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu \} \right] u(p) \quad (6.2.13)$$

$$J^\mu|_{(H)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{u}(p') \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ -2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s} + \gamma^\mu \} \right] u(p) \quad (6.2.14)$$

$$J^\mu|_{(I)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu \not{s} \right] u(p) \quad (6.2.15)$$

$$J^\mu|_{(J)}^{PV} = i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \gamma^\mu \right] u(p) \quad (6.2.16)$$

A corrente eletromagnética ao nível de um loop piônico, para o modelo não linear, é dada pela soma

$$J^\mu|^{\text{PV}} = J^\mu|_{(\text{A})}^{\text{PV}} + \dots + J^\mu|_{(\text{I})}^{\text{PV}}. \quad (6.2.17)$$

Evidenciando os termos de isospin e rearranjando os de spin, podemos escrever esta soma como

$$\begin{aligned} J^\mu|^{\text{PV}} = & i e g^2 \left\{ \eta^+ [1] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ \frac{3}{4m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} + \frac{3}{8m^2} \{ \not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s} \} \right. \right. \right. \\ & - \frac{3}{8m^2} \gamma^\mu + \frac{3}{2} \{ \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \left. \left. \right\} \right] u(p) \\ & + \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ \frac{3}{4m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} + \frac{3}{8m^2} \{ \not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s} \} \right. \right. \\ & - \frac{3}{8m^2} \gamma^\mu + \frac{1}{m} (s' + s)^\mu \Delta(s') + \frac{1}{2} \{ 3 \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 + 3 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \\ & + 4 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 (s' + s)^\mu \Delta(s') \} + \frac{1}{2m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2} \right) \{ \not{s} (s' + s)^\mu \Delta(s') - \gamma^\mu \} \left. \left. \right\} \right] u(p) \left. \right\}. \quad (6.2.18) \end{aligned}$$

6.3 Corrente Eletromagnética com Acoplamento PS.

Como na seção anterior, a união das "pernas" piônicas nos diagramas da figura (5.2.2) fornece os diagramas da figura (6.3.1), que representam a interação do fóton com o núcleon em primeira ordem de perturbação quiral no contexto do modelo σ -linear. Os quadrimomentos desses diagramas são dados pelas expressões (6.2.1-6) e por

$$l = p' - p = s' - s. \quad (6.3.1)$$

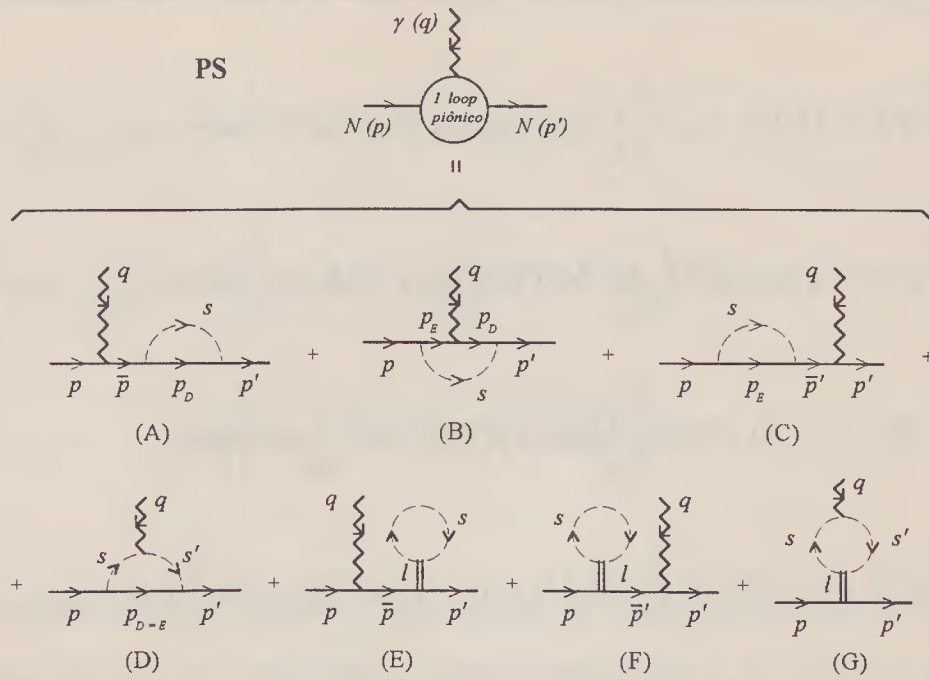


Fig. 6.3.1 Diagramas da interação fóton-núcleon com um "loop" piônico, no caso pseudoescalar.

Figura (5.2.2)		Figura (6.3.1)
(A) e (B)	→	(B)
(C) e (D)	→	(B)
(E) e (F)	→	(C)
(G), (H), (I) e (J)	→	(D)
(K)	→	(E)
(L)	→	(F)
(M) e (N)	→	(G)

Tabela 6.3.1 Correspondências entre os diagramas das figuras (5.2.2) e (6.3.1).

As correntes eletromagnéticas, associadas aos diagramas da figura (6.3.1), podem ser derivadas das equações (5.2.32-45). Feito isso, temos

$$J^\mu|_{(A)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right] u(p) \quad (6.3.2)$$

$$J^\mu|_{(B)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \right] u(p) \quad (6.3.3)$$

$$J^\mu|_{(C)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \right] u(p) \quad (6.3.4)$$

$$J^\mu|_{(D)}^{\text{PS}} = i e g^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 \right] u(p) \quad (6.3.5)$$

$$J^\mu|_{(E)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) S(\bar{p}) \gamma^\mu \right] u(p) \quad (6.3.6)$$

$$J^\mu|_{(F)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \gamma^\mu S(\bar{p}') \right] u(p) \quad (6.3.7)$$

$$J^\mu|_{(G)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [0] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu \right] u(p) , \quad (6.3.8)$$

onde o termo σ é dado pela definição (5.2.31).

No modelo linear, a contribuição de um loop piônico para a corrente eletromagnética é dada pela soma

$$J^\mu|_{\text{}}^{\text{PS}} = J^\mu|_{(A)}^{\text{PS}} + \dots + J^\mu|_{(G)}^{\text{PS}} . \quad (6.3.9)$$

Temos, portanto,

$$J^\mu|_{\text{}}^{\text{PS}} = i e g^2 \left\{ \eta^+ [1] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ \frac{3}{2} \{ \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \right. \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} + \sigma \frac{3}{4m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \} \Big] \mathbf{u}(p) \\
& + \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ \frac{1}{2} \{ 3 \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu - \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 + 3 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \right. \right. \\
& \left. \left. + 4 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 (s' + s)^\mu \Delta(s') \} + \sigma \frac{3}{4m} \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \} \right] \mathbf{u}(p) \right\} . \quad (6.3.10)
\end{aligned}$$

As densidades das correntes eletromagnéticas pseudovetorial e pseudoescalar na fotoprodução de dois píons são semelhantes, o que nos permite esperar que o mesmo aconteça para a interação fóton-núcleon com um loop piônico. Na próxima seção discutimos a relação entre as expressões (6.2.18) e (6.3.10).

6.4 Comparação entre as Correntes em um Loop.

Analogamente à seção 5.4, podemos escrever a densidade da corrente eletromagnética total, associada ao acoplamento pseudovetorial, em função do pseudoescalar, destacando as contribuições do "méson" σ e do fator $(1 - 1/g_A^2)$, a fim de observarmos o papel da simetria quiral. Uma vez que a lagrangiana com acoplamento PV é a mais geral, definimos a corrente eletromagnética J^μ como

$$J^\mu \equiv J^\mu|_{\pi}^{\text{PV}} = \left\{ J^\mu|_{\pi}^{\text{PS}} + \sigma J^\mu|_{\sigma}^{\text{PS}} \right\} + (1 - 1/g_A^2) J^\mu|_{\alpha} + J^\mu|_{\beta} , \quad (6.4.1)$$

onde a contribuição com acoplamento PS é dada por

$$J^\mu|_{\pi}^{\text{PS}} = ie g^2 \left\{ \eta^+ [1] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{3}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \mathbf{u}(p) + \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ 3 \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu \right. \\
& \left. - \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 + 3 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 + 4 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 (s' + s)^\mu \Delta(s') \} \right] \mathbf{u}(p) \} . \quad (6.4.2)
\end{aligned}$$

O termo proporcional a σ representa a contribuição quiral mínima e tem a forma

$$J^\mu \Big|_\sigma = i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \} \right] \mathbf{u}(p) . \quad (6.4.3)$$

A contribuição com acoplamento PV associado a g_A diferente de 1 é

$$J^\mu \Big|_\alpha = i \frac{e g^2}{2m^2} \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \not{s} (s' + s)^\mu \Delta(s') - \gamma^\mu \} \right] \mathbf{u}(p) . \quad (6.4.4)$$

Finalmente, o último termo é dado por

$$\begin{aligned}
J^\mu \Big|_\beta = & i \frac{e g^2}{4m^2} \left\{ \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \{ \not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu + \gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s} - \gamma^\mu \} \right] \mathbf{u}(p) \right. \\
& \left. + \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[4m \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu \right] \mathbf{u}(p) \right\} . \quad (6.4.5)
\end{aligned}$$

Sem resolver as integrais e sem renormalizar a teoria, podemos ver que as correntes eletromagnéticas provenientes dos modelos não linear e linear diferem pela existência das expressões (6.4.4-5). Isso nos leva a uma análise mais detalhada das integrais presentes nesses resultados.

A expressão (6.4.5) envolve três integrais, que podem ser reescritas usando-se as formas explícitas dos propagadores. A primeira delas é

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \not{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\not{s}}{s^2 - \mu^2} = 0 , \quad (6.4.6)$$

já que o integrando é ímpar pela troca $s \rightarrow -s$. A segunda integral é divergente e tem a forma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{1}{s^2 - \mu^2} . \quad (6.4.7)$$

Na terceira integral, é conveniente o uso da parametrização

$$\begin{cases} s = \bar{s} - q/2 \\ s' = \bar{s} + q/2 \end{cases} , \quad (6.4.8)$$

obtida através da equação (6.2.1) e da variável $\bar{s}$, definida por

$$\bar{s} = \frac{s + s'}{2} . \quad (6.4.9)$$

Com esta parametrização, temos

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \Delta(s') (s' + s)^\mu = 16 \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{1}{(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2} \frac{1}{(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2} \bar{s}^\mu = 0 , \quad (6.4.10)$$

pois o integrando muda de sinal pela operação $s \rightarrow -s$.

No caso da expressão (6.4.4), temos duas integrais, uma das quais já foi considerada anteriormente. A outra é dada por

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) s^\nu (s' + s)^\mu \Delta(s') = 16 \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{1}{(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2} (\bar{s} + q/2)^\nu \bar{s}^\mu \frac{1}{(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2} .$$

Utilizando a equação (6.4.10), obtemos

$$16 \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{\bar{s}^\nu \bar{s}^\mu}{\left[(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2\right] \left[(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2\right]} = 16 \frac{g^{\mu\nu}}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{\bar{s}^2}{\left[(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2\right] \left[(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2\right]} .$$

Reescrevendo $\bar{s}^2$ como

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{2} \left[(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2 \right] + \frac{1}{2} \left[(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2 \right] - \left(\frac{q^2}{4} - \mu^2 \right) ,$$

temos

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{2 g^{\mu\nu}}{(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2} + \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{2 g^{\mu\nu}}{(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2} - \left(\frac{q^2}{4} - \mu^2 \right) \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{4 g^{\mu\nu}}{\left[(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2\right] \left[(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2\right]}$$

$$= 4 g^{\mu\nu} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{1}{s^2 - \mu^2} - \left(\frac{q^2}{4} - \mu^2 \right) \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \frac{1}{[(\bar{s} - q/2)^2 - \mu^2][(\bar{s} + q/2)^2 - \mu^2]} \right\} \quad (6.4.11)$$

Usando esses resultados e a equação de Dirac, a expressão (6.4.2) toma a forma

$$\begin{aligned} J^\mu \Big|_\pi^{\text{PS}} = & i e g^2 \left\{ \eta^+[1] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{3}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ \frac{\not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu}{p_D^2 - m^2} - \frac{2s^\mu - s^2 \gamma^\mu}{(p_D^2 - m^2)(p_E^2 - m^2)} + \frac{\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s}}{p_E^2 - m^2} \right\} \right] \mathbf{u}(p) \right. \\ & + \eta^+[\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \left\{ 3 \frac{\not{s} S(\bar{p}) \gamma^\mu}{p_D^2 - m^2} + \frac{2s^\mu - s^2 \gamma^\mu}{(p_D^2 - m^2)(p_E^2 - m^2)} + 3 \frac{\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{s}}{p_E^2 - m^2} \right\} \right. \\ & \left. \left. + 32 \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \Delta(\bar{s} - q/2) \Delta(\bar{s} + q/2) \frac{(\bar{s} - q/2) \bar{s}^\mu}{p_{D=E}^2 - m^2} \right\} \right] \mathbf{u}(p) \right\} . \end{aligned} \quad (6.4.12)$$

A expressão (6.4.3) não se altera, mas as restantes são modificadas para

$$J^\mu \Big|_\alpha = i \frac{e g^2}{2m^2} \eta^+[\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\gamma^\mu \left\{ 3 \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) - (q^2 - 4\mu^2) \int_{-\infty}^{+\infty} d\bar{s} \Delta(\bar{s} - q/2) \Delta(\bar{s} + q/2) \right\} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.4.13)$$

e

$$J^\mu \Big|_\beta = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+[3 + 3\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\gamma^\mu \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Delta(s) \right] \mathbf{u}(p) . \quad (6.4.14)$$

Fazendo o limite g_A igual a 1, vemos que a diferença entre as densidades das correntes eletromagnéticas totais com acoplamento PV e PS se resume à expressão (6.4.14).

6.5 Massa e Fator de Forma.

Até aqui, obtivemos as expressões para as correções de um loop na interação fóton-núcleon, usando diagramas de Feynman baseados em dois modelos, linear e não linear, sem distinguir as contribuições de massa das de vértice. No entanto, a massa e o fator de forma eletromagnético são grandezas observáveis independentemente, o que torna conveniente esta distinção. Para separar, dentro da densidade da corrente eletromagnética, os termos que correspondem às correções de massa dos que representam correções de vértice, identificamos os termos que contêm propagadores $S(\bar{p})$ e $S(\bar{p}')$. As expressões que contêm essas funções estão associadas às correções de massa e, as que não as contêm, às correções de vértice. Simbolicamente, podemos decompor a correção de um loop da corrente eletromagnética, indicada nas figuras (6.2.1) e (6.3.1), na forma mostrada na figura (6.5.1), onde as bolhas hachuradas indicam que elas são irreduzíveis pelo corte de apenas uma linha nucleônica.

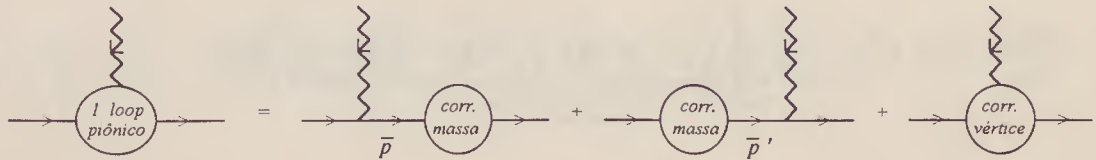


Fig 6.5.1 Correção de um loop da corrente eletromagnética.

Este tipo de decomposição corresponde a arranjos de diagramas bastante diferentes nos dois modelos considerados neste trabalho. No caso do modelo não linear, as contribuições individuais associadas aos diagramas da figura (6.2.1) têm a forma

$$J^\mu|_{(A)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3\tau_3] \eta \times$$

$$\bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\{-s - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(p_D) \gamma_5\} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} [S(\bar{p}) \gamma^\mu] + \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{-2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] u(p) \quad (6.5.1)$$

$$J^\mu|_{(B)}^{PV} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \times$$

$$\bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \gamma^\mu + 2m\gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu + 2m\gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \} \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.2)$$

$$J^\mu_{(C)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \times$$

$$\bar{\mathbf{u}}(p') \left[\gamma^\mu S(\bar{p}') \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \{ -\not{s} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} -2m\gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.3)$$

$$J^\mu_{(D)}^{\text{PV}} = i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \not{s} + 2m + 4m^2 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 \} (s' + s)^\mu \Delta(s') \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.4)$$

$$J^\mu_{(E)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \gamma^\mu + 2m\gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \gamma^\mu \} \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.5)$$

$$J^\mu_{(F)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \gamma^\mu + 2m\gamma^\mu \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.6)$$

$$J^\mu_{(G)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} -\not{s} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} [S(\bar{p}) \gamma^\mu] + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^\mu \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.7)$$

$$J^\mu_{(H)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\gamma^\mu S(\bar{p}') \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} -\not{s} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^\mu \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.8)$$

$$J^\mu_{(I)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \not{s} (s' + s)^\mu \Delta(s') \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.9)$$

$$J^\mu_{(J)}^{\text{PV}} = i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^\mu \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.5.10)$$

Estes resultados mostram que, no acoplamento PV, a corrente eletromagnética de um certo diagrama pode estar associada tanto à correção de massa como à correção de vértice, como é o caso dos diagramas (A), (C), (G) e (H). Observando os cálculos efetuados no **capítulo 5**, verificamos que essa mistura ocorre, justamente, pela característica do acoplamento PV de carregar o momento do pión no vértice πN , o que provoca o cancelamento do polo do núcleon. Esses cancelamentos dão origem a interações de contato, associadas ao desaparecimento dos propagadores $S(\bar{p})$ e $S(\bar{p}')$ de alguns termos das correntes correspondentes aos processos mencionados acima. Uma conclusão possível desses resultados é que a separação entre o que é massa e o que é vértice num dado diagrama da abordagem não linear não pode ser feita apenas com base na inspeção ingênua daquele diagrama.

No caso do acoplamento PS, por outro lado, não há mistura entre correções de vértice e massa num mesmo diagrama, como mostram as expressões abaixo, para as contribuições individuais.

$$J^\mu_{(A)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} [S(\bar{p}) \gamma^\mu] \right] u(p) \quad (6.5.11)$$

$$J^\mu_{(B)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_D) \gamma^\mu S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] u(p) \quad (6.5.12)$$

$$J^\mu_{(C)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu S(\bar{p}') \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} \right] u(p) \quad (6.5.13)$$

$$J^\mu_{(D)}^{\text{PS}} = i e g^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 (s' + s)^\mu \Delta(s') \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] u(p) \quad (6.5.14)$$

$$J^\mu_{(E)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} [S(\bar{p}) \gamma^\mu] \right] u(p) \quad (6.5.15)$$

$$J^\mu_{(F)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu S(\bar{p}') \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds}_{\text{cor. massa}} \right] u(p) \quad (6.5.16)$$

$$J^\mu|_{(G)}^{\text{PS}} = \sigma i \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [0] \eta \bar{u}(p') \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} (s' + s)^\mu \Delta(s') \Delta(s) ds}_{\text{cor. vértice}} \right] u(p) \quad (6.5.17)$$

Estas expressões indicam que, no caso PS, a corrente eletromagnética de um certo diagrama ou está associada à correção de massa ou à correção de vértice. Ou seja, os diagramas no caso PS são bem definidos quanto às contribuições à massa e ao vértice. Além disso, as origens dinâmicas de cada tipo de termo também são diferenciadas, já que os diagramas com o "méson" σ contribuem, apenas, às correções de massa. No contexto da corrente mais geral, dada pela expressão (6.4.1), temos a seguinte decomposição:

$$J^\mu \equiv \left\{ J^\mu|_\pi^{\text{PS}} + \sigma J^\mu|_\sigma^{\text{PS}} \right\}_{\text{reductivel}} + \left\{ J^\mu|_\pi^{\text{PS}} + (1 - 1/g_A^2) J^\mu|_\alpha + J^\mu|_\beta \right\}_{\text{irreductivel}} \quad (6.5.18)$$

onde a parte associada à correção de massa é

$$\begin{aligned} & \left\{ J^\mu|_\pi^{\text{PS}} + \sigma J^\mu|_\sigma^{\text{PS}} \right\}_{\text{reductivel}} \\ &= \bar{u}(p') \left[\left\{ i \frac{e}{2} \eta^+ [1 + \tau_3] \eta \gamma^\mu \right\} S(\bar{p}') \left\{ 3g^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{p_E^2 - m^2} \Delta(s) ds + 3g^2 \frac{\sigma}{2m} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds \right\} \right] u(p) \\ &+ \bar{u}(p') \left[\left\{ 3g^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{p_D^2 - m^2} \Delta(s) ds + 3g^2 \frac{\sigma}{2m} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds \right\} S(\bar{p}) \left\{ i \frac{e}{2} \eta^+ [1 + \tau_3] \eta \gamma^\mu \right\} \right] u(p) \quad (6.5.19) \end{aligned}$$

e a parte associada à correção de vértice é

$$\begin{aligned} & \left\{ J^\mu|_\pi^{\text{PS}} \right\}_{\text{irreductivel}} \\ &= i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2s^\mu - s^2 \gamma^\mu}{(p_D^2 - m^2)(p_E^2 - m^2)} \Delta(s) ds \right] u(p) \\ &+ i e g^2 \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[32 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\bar{s} - q/2) \bar{s}^\mu}{p_{D=E}^2 - m^2} \Delta(\bar{s} - q/2) \Delta(\bar{s} + q/2) d\bar{s} \right] u(p) \quad (6.5.20) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left(1 - \frac{1}{g_A^2}\right) J^\mu \Big|_\alpha + J^\mu \Big|_\beta \right\}_{irreduvel} \\
 &= i \frac{e g^2}{2m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2}\right) \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\gamma^\mu \left\{ 3 \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds - (q^2 - 4\mu^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(\bar{s} - q/2) \Delta(\bar{s} + q/2) d\bar{s} \right\} \right] u(p) \\
 &+ i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [1 + \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[-3 \gamma^\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds \right] u(p) . \quad (6.5.21)
 \end{aligned}$$

A parte redutível da corrente eletromagnética, expressão (6.5.19), mostra que, em primeira ordem de perturbação quiral, a massa independe da lagrangiana quiral ter acoplamento PV ou PS. Ela também sugere que a simetria quiral é relevante para a massa. Entretanto, a corrente associada ao termo σ contém a integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{s^2 - \mu^2} ds ,$$

que é altamente divergente, o que nos leva a eliminá-la na renormalização das lagrangianas. Assim, em primeira ordem de perturbação quiral, a simetria quiral é irrelevante tanto para o fator de forma quanto para a massa.

A expressão (6.5.21) e o primeiro termo da expressão (6.5.20) também contêm essa integral. Logo, depois da renormalização, a corrente $J^\mu \Big|_\beta$ e a primeira parte de $J^\mu \Big|_\alpha$ deixam de existir, restando apenas o fator proporcional,

$$J^\mu \Big|_\alpha = -i \frac{e g^2}{2m^2} \left(1 - \frac{1}{g_A^2}\right) \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[(q^2 - 4\mu^2) \gamma^\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(\bar{s} - q/2) \Delta(\bar{s} + q/2) d\bar{s} \right] u(p) . \quad (6.5.22)$$

Este fator se anula para g_A igual a 1, mostrando que a correção de vértice é dada apenas por

$$\left\{ J^\mu \Big|_\pi^{PS} \right\}_{irreduvel} \text{ e, portanto, independe da simetria quiral.}$$

6.6 Conservação da Corrente Eletromagnética.

Finalmente, verificamos a conservação da corrente eletromagnética com acoplamento PV. Tomando o produto escalar das densidades de correntes parciais (6.2.6-15) pelo quadrimomento do fóton da mesma forma que fizemos no **seção 5.4**, temos

$$\begin{aligned}
 q \cdot J_{(A)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{ -\not{s} - 2m - 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 (\not{q} + 2m) \} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
 &= i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \not{s} \frac{\not{q} + 2m}{p_D^2 - m^2} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.6.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q \cdot J_{(B)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \times \\
 &\quad \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \{ \not{q} + 2m \} + 2m \{ \not{q} - 2m \} \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
 &= -i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\not{s} \frac{\not{q} + 2m}{p_D^2 - m^2} + \frac{\not{q} - 2m}{p_E^2 - m^2} \not{s} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.6.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q \cdot J_{(C)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{8m^2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \not{s} + 2m - 2m(\not{q} - 2m) \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
 &= -i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{\not{q} - 2m}{p_E^2 - m^2} \not{s} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.6.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q \cdot J_{(D)}^{\text{PV}} &= i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \not{s} + 2m + 4m^2 \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 \} \{ \Delta(s) - \Delta(s') \} ds \right] \mathbf{u}(p) \\
 &= i \frac{e g^2}{2m^2} \eta^+ [\tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\not{s} + \frac{4m^2 \not{s}}{p_{D=E}^2 - m^2} \right) \Delta(s) ds - \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\not{s}' + \not{q} + \frac{4m^2 \not{s}'}{p_{D=E}^2 - m^2} \right) \Delta(s') ds' \right] \mathbf{u}(p) = 0 \quad (6.6.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q.J_{(E)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} 2m \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 q \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= -i \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\not{s} q}{p_D^2 - m^2} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p)
\end{aligned} \tag{6.6.5}$$

$$\begin{aligned}
q.J_{(F)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{4m^2} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} 2m q \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= -i \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q \not{s}}{p_E^2 - m^2} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p)
\end{aligned} \tag{6.6.6}$$

$$q.J_{(G)}^{\text{PV}} = -i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \not{s} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) = 0 \tag{6.6.7}$$

$$q.J_{(H)}^{\text{PV}} = i \frac{e g^2}{8m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [0] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \not{s} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) = 0 \tag{6.6.8}$$

$$\begin{aligned}
q.J_{(I)}^{\text{PV}} &= -i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \not{s} \{ \Delta(s) - \Delta(s') \} ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= -i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \not{s} \Delta(s) ds - \int_{-\infty}^{+\infty} (\not{s}' + q) \Delta(s') ds' \right] \mathbf{u}(p) = 0
\end{aligned} \tag{6.6.9}$$

$$q.J_{(J)}^{\text{PV}} = i \frac{e g^2}{4m^2} (1/g_A)^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} q \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) = 0 \tag{6.6.10}$$

Usando as equações (6.2.1-6) dos quadrimomentos, calculamos o elemento de matriz spinorial da quadridivergência $q.J_{(B)}^{\text{PV}}$, isto é,

$$\bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\not{s} \frac{q + 2m}{p_D^2 - m^2} + \frac{q - 2m}{p_E^2 - m^2} \not{s} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\not{s} \frac{\not{p}' + m}{p_D^2 - m^2} - \frac{\not{p} + m}{p_E^2 - m^2} \not{s} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p)$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{2s \cdot p' - \not{p}' \not{s} + m \not{s}}{p_D^2 - m^2} - \frac{2p \cdot s - \not{s} \not{p} + m \not{s}}{p_E^2 - m^2} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{2s \cdot p'}{s^2 - 2s \cdot p'} - \frac{2p \cdot s}{s^2 - 2p \cdot s} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) = 0, \quad (6.6.11)
\end{aligned}$$

pois o integrando é ímpar pela troca de $p \leftrightarrow p'$.

Desta vez, quase todas as densidades de correntes associadas aos diagramas individuais são conservadas. Tomando as quadridivergências das densidades de correntes associadas aos diagramas simetricamente complementares e utilizando os cálculos do elemento de matriz spinorial da quadridivergência $q \cdot J|_{(B)}^{\text{PV}}$, obtemos

$$q \cdot J|_{(A)}^{\text{PV}} + q \cdot J|_{(C)}^{\text{PV}} = 0 \quad (6.6.12)$$

e

$$q \cdot J|_{(E)}^{\text{PV}} + q \cdot J|_{(F)}^{\text{PV}} = 0. \quad (6.6.13)$$

Notamos, então, que a conservação da corrente eletromagnética está vinculada a simetria dos diagramas.

A conservação da corrente eletromagnética com acoplamento PS reforça esta idéia. Através das densidades das correntes parciais, expressões (6.3.2-8), obtemos

$$\begin{aligned}
q \cdot J|_{(A)}^{\text{PS}} &= i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\not{s}}{p_D^2 - m^2} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.6.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q \cdot J|_{(B)}^{\text{PS}} &= i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 - \gamma_5 S(p_D) \gamma_5 \} \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \\
&= i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 - \tau_3] \eta \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\not{s}}{p_E^2 - m^2} - \frac{\not{s}}{p_D^2 - m^2} \right) \Delta(s) ds \right] \mathbf{u}(p) \quad (6.6.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q.J|_{(C)}^{\text{PS}} &= -i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_E) \gamma_5 \Delta(s) ds \right] u(p) \\
&= -i \frac{e g^2}{2} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\not{s}}{p_E^2 - m^2} \Delta(s) ds \right] u(p)
\end{aligned} \tag{6.6.16}$$

$$\begin{aligned}
q.J|_{(D)}^{\text{PS}} &= -i e g^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_5 S(p_{D=E}) \gamma_5 \{ \Delta(s) - \Delta(s') \} ds \right] u(p) \\
&= i e g^2 \eta^+ [2 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\not{s}}{p_{D=E}^2 - m^2} \Delta(s) ds - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\not{s}'}{p_{D=E}^2 - m^2} \Delta(s') ds' \right] u(p) = 0
\end{aligned} \tag{6.6.17}$$

$$q.J|_{(E)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds \right] u(p) \tag{6.6.18}$$

$$q.J|_{(F)}^{\text{PS}} = -i \frac{e g^2}{4m} \eta^+ [3 + 3 \tau_3] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(s) ds \right] u(p) \tag{6.6.19}$$

$$q.J|_{(G)}^{\text{PS}} = i \frac{e g^2}{2m} \eta^+ [0] \eta \bar{u}(p') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{ \Delta(s) - \Delta(s') \} ds \right] u(p) = 0 \tag{6.6.20}$$

Calculando o elemento de matriz spinorial das quadridivergências $q.J|_{(A)}^{\text{PV}}$, $q.J|_{(B)}^{\text{PV}}$ e $q.J|_{(C)}^{\text{PV}}$ da mesma forma que no acoplamento PV, obtemos a conservação das densidades de correntes associadas aos diagramas simétricos ou aos pares simétricos de diagramas, expressões (6.6.12-13).

CONCLUSÃO

Neste trabalho, estudamos o papel das simetrias quiral e de calibre eletromagnético, da constante g_A e do tipo de acoplamento píon-núcleon em três processos: fotoprodução de um píon e de dois píons e interação fóton-núcleon. Os dois primeiros processos são tratados na aproximação em árvore, enquanto que no último são considerados também diagramas envolvendo um loop. O papel das simetrias é analisado investigando-se a existência de relações entre os vários diagramas de um dado processo. Já o papel do tipo de acoplamento píon-núcleon é analisado, comparando-se os resultados obtidos por meio de dois modelos de implementação da simetria quiral: o sigma linear e o não linear de Weinberg. Analogamente, o papel de g_A é avaliado pela inspeção direta das expressões obtidas para os vários processos.

Na **fotoprodução de um píon** em árvore, a utilização da lagrangiana do modelo σ -linear fornece a mesma corrente eletromagnética obtida por meio da lagrangiana não linear de Weinberg, mostrando que os acoplamentos PS e PV são equivalentes e que a constante g_A é irrelevante. Comparando as contribuições parciais à corrente eletromagnética em cada caso, concluímos que os polos do núcleon do caso PV somados ao termo de contato γ - π são equivalentes aos polos do núcleon do caso PS. A contribuição do polo do píon, por outro lado, é a mesma nos dois casos. Esta situação é representada na figura (4.4.1), reproduzida abaixo.

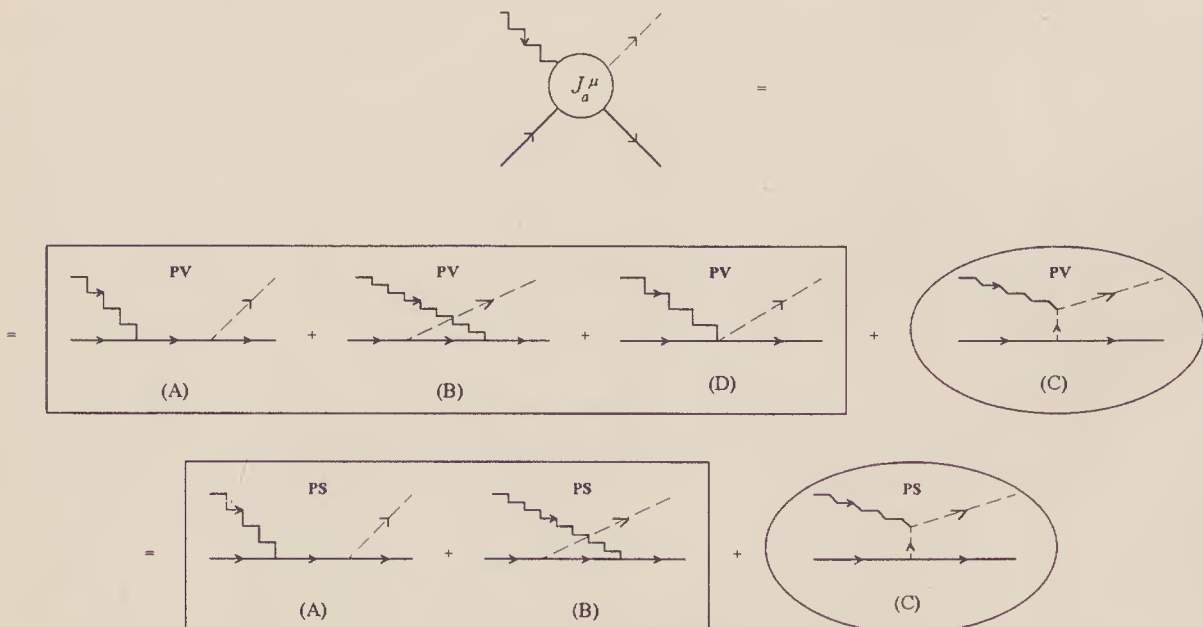


Fig 7.1 Equivalência entre os diagramas PV e PS.

A corrente eletromagnética no contexto do modelo σ -linear foi obtida sem que o "méson" σ contribuisse. Por outro lado, a existência dos termos σ na lagrangiana deste modelo está intimamente relacionada à simetria quiral. Isso nos permite concluir que neste processo, ao nível de árvore, a simetria quiral não é relevante. No caso da simetria eletromagnética, a conservação da corrente eletromagnética em árvore só é obtida somando-se **todas** as contribuições parciais, sugerindo que só a corrente total J_a^μ tem significado físico nesse processo ao nível de árvore.

A fotoprodução de um pión pode ser estudada em quatro processos distintos, envolvendo núcleons e píons com cargas diferentes. O cálculo da amplitude da probabilidade de transição no limiar de cada um destes processos evidenciou dois aspectos interessantes do problema. O primeiro deles refere-se ao fato da amplitude do processo $\gamma n \rightarrow \pi^0 n$ ser nula. Isso ocorre porque, na aproximação de árvore, os diagramas que contribuem a essa reação só envolvem partículas neutras e, portanto, não interagem com o fóton. Assim, as primeiras contribuições a esse processo vêm de interações envolvendo pelo menos um loop, o que o torna interessante para o estudo de perturbação quiral. O segundo aspecto é que as amplitudes dos demais processos estão relacionadas entre si por

$$T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^0 p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma p \rightarrow \pi^+ n} + T \Big|_{\text{Limiar CM}}^{\gamma n \rightarrow \pi^- p} \right).$$

Este resultado pode ser explicado, no contexto do modelo σ -linear, pelo fato das contribuições à amplitude no limiar serem devidas apenas ao polo do núcleon, ou seja, aos diagramas (A) e (B) da figura (4.3.1). No processo $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ os diagramas (A) e (B) são simultaneamente possíveis, enquanto ocorrem apenas o diagrama (A) em $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ e o (B) em $\gamma n \rightarrow \pi^- p$, o que produz a relação acima. É importante observar que se não estivéssemos no limiar o processo $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ continuaria a acontecer das duas formas mencionadas, mas $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ e $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ passariam a receber contribuições também do diagrama (C). No nosso estudo, constatamos ainda que a probabilidade de se produzir um pión negativo a partir de um nêutron é "levemente" maior do que a de se produzir um pión positivo a partir de um próton, isto é, o diagrama (B) é um pouco mais "viável" que o diagrama (A). Essa diferença entre as amplitudes no limiar decorre do fato da energia

do núcleon que se propaga no diagrama (A) ser um pouco diferente que em (B). No limite em que a massa do pion é nula, essa pequena diferença desaparece.

Na **fotoprodução de dois pions** em árvore, processos envolvendo o "meson" σ contribuem significativamente, mostrando que a simetria quiral é relevante no cálculo perturbativo de um observável. Comparando as correntes eletromagnéticas nos modelos linear e de Weinberg, verificamos que não existem diferenças associadas ao tipo de acoplamento pion-núcleon utilizado. Entretanto, o modelo não linear de Weinberg incorpora naturalmente um valor de g_A diferente de 1, que se manifesta nos resultados finais. Neste processo, a simetria eletromagnética também se manifesta por meio de conjuntos de diagramas que devem ser considerados no cálculo perturbativo de um observável. A conservação da corrente eletromagnética mais geral J_{ab}^μ resulta da conservação das correntes $J_{ab}^\mu|_{\pi}^{\text{PS}}$, $J_{ab}^\mu|_{\sigma}^{\text{PS}}$ e a proporcional a $(g_A - 1)$, independentemente uma das outras. Os papeis das várias contribuições a esses processos estão condensados na figura (5.4.1), que reproduzimos a seguir.

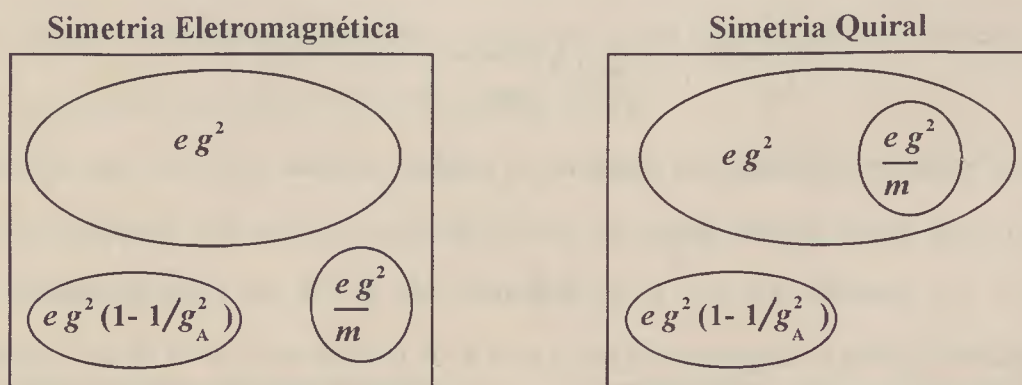
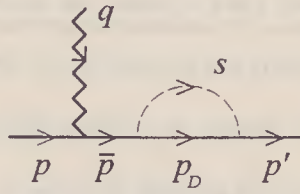


Fig. 7.2 Diagramas de Venn das simetrias de fase local e quiral global em função das constantes.

O estudo do **fator de forma eletromagnético do núcleon**, foi baseado na interação fóton-núcleon até um loop. No caso do acoplamento PV, alguns diagramas podem estar associados tanto  correção de massa quanto  correção de vértice, como  o caso do diagrama mostrado abaixo



*Fig. 7.3 Diagrama com acoplamento PV associado
à correção de vértice e massa.*

Esse tipo de mistura ocorre, porque o acoplamento PV carrega o momento do pión no vértice pión-núcleon, provocando o cancelamento do polo do núcleon. Esses cancelamentos dão origem a interações de contato, associadas ao desaparecimento de propagadores. Por isso, a separação entre o que é massa e o que é vértice num dado diagrama da abordagem não linear não pode ser feita apenas com base na inspeção ingênua daquele diagrama. Ao contrário, ela só pode ser feita através das expressões das correntes eletromagnéticas. No caso do acoplamento PS, por outro lado, essa mistura entre correções de vértice e massa não ocorre num mesmo diagrama. Estes diagramas ou estão nitidamente associados a correções de massa ou a correções de vértice. A separação entre correções de vértice e massa é importante, porque elas correspondem, respectivamente, ao fator de forma eletromagnético e à variação da massa do núcleon em primeira ordem de perturbação quiral. Neste trabalho, separamos a corrente eletromagnética mais geral J^μ numa parte redutível, associada à correção de massa, e numa irreduzível, associada à correção de vértice. O nosso estudo mostrou que ambas as partes não dependem do tipo de acoplamento pión-núcleon utilizado, pois são as mesmas tanto para o modelo não linear de Weinberg como para o modelo sigma linear. Existe apenas uma pequena diferença na parte irreduzível, que se anula para g_A igual a 1. Quanto à simetria quiral, verificamos ser ela irrelevante tanto para as contribuições de massa como para as de vértice. Finalmente, a simetria eletromagnética é independente para os termos de massa e vértice.

O estudo de três casos envolvendo interações de fótons com sistemas de píons e núcleons mostrou que, apenas no processo envolvendo dois píons externos a simetria quiral é relevante. Em

particular, a simetria quiral é irrelevante para o fator de forma eletromagnético devido à nuvem piônica do núcleon, pelo menos no contexto das correções de um loop consideradas. Estes resultados constituem pontos de partida para o estudo mais abrangente do papel da simetria quiral em abordagens não perturbativas, tais como a do modelo de Skyrme.

NOTAÇÃO

A.1 Notação Relativística.

A.2 Matrizes de Pauli.

A.3 Matrizes de Dirac.

A.4 Spinores e Isospinores.

A.1 Notação Relativística.

As coordenadas espaço-tempo são denotadas pelo quadrivetor contravariante

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z) , \quad (\text{A.1.1})$$

onde usamos $c = 1$ e $\hbar = 1$. O quadrivetor covariante é obtido pela mudança do sinal das componentes do espaço,

$$x_\mu \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv (t, -x, -y, -z) = g_{\mu\nu} x^\nu . \quad (\text{A.1.2})$$

onde $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico do espaço de Minkowski, isto é,

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.1.3})$$

Os quadrivetores associados a outras grandezas físicas são representados da mesma forma.

Por exemplo, o quadrimomento e a quadricorrente são expressos, respectivamente, por

$$p^\mu \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (E, \vec{p}) \quad (\text{A.1.4})$$

e

$$j^\mu \equiv (j^0, j^1, j^2, j^3) \equiv (\rho, \vec{j}) . \quad (\text{A.1.5})$$

O produto escalar de dois quadrivetores a e b é dado por

$$a \cdot b = a_\mu b^\mu = g_{\mu\nu} a^\nu b^\mu = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b} . \quad (\text{A.1.6})$$

A derivada contravariante e covariante são denotadas, respectivamente, por

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \equiv \partial^\mu \equiv (\partial_t, \vec{\nabla}) \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv \partial_\mu \equiv (\partial_t, -\vec{\nabla}) . \quad (\text{A.1.7})$$

Essas derivadas comportam-se como quadrivetores, isto é,

$$\partial_\mu a^\mu = \partial_t a_0 - \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \quad (\text{A.1.8})$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu = \partial_t^2 - \vec{\nabla}^2 = \square . \quad (\text{A.1.9})$$

A.2 Matrizes de Pauli.

As matrizes sigma são matrizes hermitianas 2x2, que obedecem a relação de comutação

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2 \varepsilon_{ijk} \sigma_k \quad (\text{A.2.1})$$

e a de anticomutação

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2 I \delta_{ij} \quad (\text{A.2.2})$$

onde

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2.3})$$

Através das relações de comutação e anticomutação, obtemos o produto

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \varepsilon_{ijk} \sigma_k. \quad (\text{A.2.4})$$

A.3 Matrizes de Dirac.

As matrizes de gama são matrizes 4x4 com traço nulo, que satisfazem a relação de anticomutação

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2 g^{\mu\nu} \quad (\text{A.3.1})$$

onde, na representação mais comum,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3.2})$$

Além das matrizes γ^μ , temos a matriz γ_5 , resultante da combinação

$$\gamma_5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3.3})$$

e a matriz $\sigma^{\mu\nu}$, dada pela relação de comutação

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] , \quad (\text{A.3.4})$$

onde

$$\sigma^{0k} = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \sigma^{ij} = \varepsilon_{ijk} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix} \quad (\text{A.3.5})$$

As matrizes γ^0 , γ_5 e σ^{ij} são hermitianas, enquanto que as matrizes γ^k e σ^{0k} são antihermitianas. Entretanto, qualquer combinação de matrizes de Dirac multiplicada por γ^0 é hermitiana.

A.4 Spinors e Isospinors

O pión tem spin 0, logo um pión livre é descrito pela equação de Klein Gordon

$$(\square + m^2) \phi(x) = 0 . \quad (\text{A.4.1})$$

Sua função de onda pode ser separada em

$$\phi(x) = \phi_+(x) + \phi_-(x) , \quad (\text{A.4.2})$$

onde $\phi_+(x)$ é a parte com energia positiva,

$$\phi_+(x) \propto a_{\vec{k}} e^{-ik \cdot x} \quad (\text{A.4.3})$$

e $\phi_-(x)$ a parte com energia negativa,

$$\phi_-(x) \propto a_{\vec{k}}^+ e^{ik \cdot x} . \quad (\text{A.4.4})$$

Os operadores $a_{\vec{k}}$ e $a_{\vec{k}}^+$ são, respectivamente, os operadores de aniquilação e criação. Como o pión tem isospin 1, podemos incluir também a parte de isospin nas funções de onda,

$$\phi_+(x) \propto a_{\vec{k}} \pi^t e^{-ik \cdot x} \quad \text{e} \quad \phi_-(x) \propto a_{\vec{k}} \pi^t e^{-ik \cdot x} . \quad (\text{A.4.5})$$

Para cada isospin t , definimos o isospinor π^t por

$$\pi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} , \quad \pi^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \pi^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.4.6})$$

O fóton tem spin 1 e massa nula, logo um fóton livre é descrito pela equação de Klein Gordon com massa nula

$$\square A^\mu(x) = 0 \quad . \quad (\text{A.4.7})$$

Sua função de onda pode ser separada em

$$A^\mu(x) = A_+^\mu(x) + A_-^\mu(x) \quad , \quad (\text{A.4.8})$$

onde $A_+^\mu(x)$ é a parte com frequência positiva,

$$A_+^\mu(x) \propto a_{\vec{q}} \varepsilon_{(\pm)}^\mu(q) e^{-i q \cdot x} \quad (\text{A.4.9})$$

e $A_-^\mu(x)$ a parte com frequência negativa,

$$A_-^\mu(x) \propto a_{\vec{q}}^+ \varepsilon_{(\pm)}^\mu(q) e^{i q \cdot x} \quad . \quad (\text{A.4.10})$$

Os operadores $a_{\vec{k}}$ e $a_{\vec{k}}^+$ são, respectivamente, os operadores de aniquilação e criação e a função $\varepsilon_{(\pm)}^\mu(q)$ são os spinores relativísticos ortogonais a q . Com a normalização

$$\varepsilon_{(\lambda')}^\mu(q)^* \cdot \varepsilon_{(\lambda)}^\mu(q) = -\delta_{\lambda'\lambda} \quad (\text{A.4.11})$$

expressamos esses spinores, para

$$q = (E, |\vec{q}|\sin\theta, 0, |\vec{q}|\cos\theta) \quad , \quad (\text{A.4.12})$$

por

$$\varepsilon_{(\pm)}^\mu(q) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (0, \cos\theta, \pm i, -\sin\theta) \quad . \quad (\text{A.4.13})$$

As relações de completeza são dadas por

$$\sum_{\lambda} \varepsilon_{(\lambda)}^\mu(q) \varepsilon_{(\lambda)}^\nu(q)^* = -g^{\mu\nu} \quad . \quad (\text{A.4.14})$$

O núcleon tem spin 1/2, logo um núcleon livre é descrito pela equação de Dirac,

$$(i \not{\partial} - m) \psi(x) = 0 \quad , \quad (\text{A.4.15})$$

onde introduzimos a notação

$$\not{\partial} \equiv \gamma^\mu \partial_\mu \quad . \quad (\text{A.4.16})$$

Para cada momento p e spin s , temos duas soluções independentes com energia positiva

$$\psi_+(x) \propto c_{\vec{p}}^s \mathbf{u}^s(p) e^{-i p \cdot x} \quad (\text{A.4.17})$$

e duas com energia negativa

$$\psi_-(x) \propto d_k^{s+} \mathbf{v}^s(p) e^{ip \cdot x}, \quad (\text{A.4.18})$$

de modo que a função de onda seja dada por

$$\psi(x) = \psi_+(x) + \psi_-(x). \quad (\text{A.4.19})$$

Os operadores $c_{\vec{p}}$ e $d_{\vec{p}}^+$ são, respectivamente, os operadores de aniquilação e criação e as funções $\mathbf{u}^s(p)$ e $\mathbf{v}^s(p)$ são os spinores relativísticos, que satisfazem as equações

$$(\not{p} - m) \mathbf{u}^s(p) = 0 \quad \text{e} \quad (\not{p} + m) \mathbf{v}^s(p) = 0. \quad (\text{A.4.20})$$

Os conjugados

$$\bar{\mathbf{u}}^s(p) = \mathbf{u}^s(p)^\dagger \gamma^0 \quad \text{e} \quad \bar{\mathbf{v}}^s(p) = \mathbf{v}^s(p)^\dagger \gamma^0 \quad (\text{A.4.21})$$

satisfazem as equações conjugadas

$$\bar{\mathbf{u}}^s(p) (\not{p} - m) = 0 \quad \text{e} \quad \bar{\mathbf{v}}^s(p) (\not{p} + m) = 0. \quad (\text{A.4.22})$$

Com a normalização

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p) \mathbf{u}^s(p) &= 2m \delta_{ss'} \\ \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p) \mathbf{v}^s(p) &= \bar{\mathbf{v}}^{s'}(p) \mathbf{u}^s(p) = 0 \\ \bar{\mathbf{v}}^{s'}(p) \mathbf{v}^s(p) &= -2m \delta_{ss'}, \end{aligned} \quad (\text{A.4.23})$$

podemos expressar os spinores por

$$\mathbf{u}^s(p) = \frac{1}{\sqrt{E+m}} \begin{bmatrix} (E+m)I \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{bmatrix} \chi^s \quad \text{e} \quad \mathbf{v}^s(p) = \frac{1}{\sqrt{E+m}} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ (E+m)I \end{bmatrix} \chi^{-s}, \quad (\text{A.4.24})$$

onde χ^s são os spinores não relativísticos, definidos por

$$\chi^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4.25})$$

As relações de completeza são dadas por

$$\sum_s \mathbf{u}^s(p) \bar{\mathbf{u}}^s(p) = \not{p} + m \quad \text{e} \quad \sum_s \mathbf{v}^s(p) \bar{\mathbf{v}}^s(p) = \not{p} - m. \quad (\text{A.4.26})$$

Como o núcleon tem isospin 1/2, incluímos também a parte de isospin nas funções de onda,

$$\psi_+(x) \propto c_{\vec{p}}^s \mathbf{u}^s(p) \eta^t e^{-ip \cdot x} \quad \text{e} \quad \psi_-(x) \propto d_k^{s+} \mathbf{v}^s(p) \eta^t e^{ip \cdot x}, \quad (\text{A.4.27})$$

Para cada isospin t , o isospinor η^t é definido por

$$\text{próton} \rightarrow \eta^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \text{neutron} \rightarrow \eta^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4.28})$$

IDENTIDADES

$$\bullet \quad \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{kmn} = \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mnk} = \delta_{im} \delta_{jn} - \delta_{in} \delta_{jm} \quad (\text{B.0})$$

$$\bullet \quad S(\bar{p}) \bar{p} = \bar{p} S(\bar{p}) = \frac{\bar{p}(\bar{p} + m)}{\bar{p}^2 - m^2} = \frac{\bar{p}^2 + m\bar{p} \pm m^2}{\bar{p}^2 - m^2} = 1 + m S(\bar{p}) \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \bar{u}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}) \dots = \bar{u}(p') [(\bar{p} - p') \gamma_5 S(\bar{p}) \dots = -\bar{u}(p') [\gamma_5 (\bar{p} - m + 2m) S(\bar{p}) \dots = \\ = -\bar{u}(p') [\gamma_5 \{1 + 2m S(\bar{p})\} \dots \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \dots S(\bar{p}) k \gamma_5] u(p) = \dots S(\bar{p}) (p - \bar{p}) \gamma_5] u(p) = -\dots S(\bar{p}) (2m - m + \bar{p}) \gamma_5] u(p) = \\ = -\dots \{1 + 2m S(\bar{p})\} \gamma_5] u(p) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \bar{u}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \bar{k} \gamma_5] u(p) = \bar{u}(p') [(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) (p - p') \gamma_5] u(p) = \\ = -\bar{u}(p') [2m(\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \gamma_5] u(p) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\bullet \quad \not{a} = a_\mu \gamma^\mu = a \cdot \gamma = a_0 \begin{bmatrix} \text{I} & 0 \\ 0 & -\text{I} \end{bmatrix} - \bar{a} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \bar{\sigma} \\ -\bar{\sigma} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \text{I} & -\bar{\sigma} \cdot \bar{a} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{a} & -a_0 \text{I} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\bullet \quad \not{\epsilon}^\lambda \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \text{I} \\ \text{I} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$\bullet \quad \not{a} [\not{\epsilon}^\lambda \gamma_5] = \begin{pmatrix} a_0 \text{I} & -\bar{\sigma} \cdot \bar{a} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{a} & -a_0 \text{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_0 \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & -\bar{\sigma} \cdot \bar{a} \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \\ -\bar{\sigma} \cdot \bar{a} \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & -a_0 \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\bullet \quad [\not{\epsilon}^\lambda \gamma_5] \not{a} = \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \text{I} & -\bar{\sigma} \cdot \bar{a} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{a} & -a_0 \text{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 & \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} & -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

- $$\begin{aligned}
\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p')[\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) &= \mathbf{u}^{s'+}(p')\gamma_0[\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{E'+m}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad \bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{bmatrix}\mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{E+m}}\begin{bmatrix}(E+m)\mathbf{I} \\ \bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{bmatrix}\bar{\sigma}\cdot\vec{p} \\ (E+m)\mathbf{I}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}[(E'+m)\bar{\sigma}\cdot\vec{p}-\bar{\sigma}\cdot\vec{p}'(E+m)]\chi^s
\end{aligned} \tag{B.9}$$

- $$\begin{aligned}
\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p')[\not{a}\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) &= \mathbf{u}^{s'+}(p')\gamma_0[\not{a}\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{E'+m}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad \bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{bmatrix}\mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_0\mathbf{I} & -\bar{\sigma}\cdot\vec{a} \\ \bar{\sigma}\cdot\vec{a} & -a_0\mathbf{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{E+m}}\begin{bmatrix}(E+m)\mathbf{I} \\ \bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{bmatrix}-\bar{\sigma}\cdot\vec{a} & a_0\mathbf{I} \\ -a_0\mathbf{I} & \bar{\sigma}\cdot\vec{a}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(E+m)\mathbf{I} \\ \bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{bmatrix}-\bar{\sigma}\cdot\vec{a}(E+m)+a_0\mathbf{I}\bar{\sigma}\cdot\vec{p} \\ -a_0\mathbf{I}(E+m)+\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}\left[-(E'+m)(E+m)\bar{\sigma}\cdot\vec{a}+\bar{\sigma}\cdot\vec{p}'a_0(E+m)+(E'+m)a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{p}-\right. \\
&\quad \left.-\bar{\sigma}\cdot\vec{p}'\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{p}\right]\chi^s
\end{aligned} \tag{B.10}$$

- $$\begin{aligned}
\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p')[\not{a}\not{\epsilon}^\lambda\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) &= \mathbf{u}^{s'+}(p')\gamma_0[\not{a}\not{\epsilon}^\lambda\gamma_5]\mathbf{u}^s(p) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{E'+m}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{pmatrix}-a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda & -\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda \\ -\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda & -a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{E+m}}\begin{bmatrix}(E+m)\mathbf{I} \\ \bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{bmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}[(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma}\cdot\vec{p}']\begin{pmatrix}-a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda(E+m)-\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda\bar{\sigma}\cdot\vec{p} \\ -\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda(E+m)-a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda\bar{\sigma}\cdot\vec{p}\end{pmatrix}\chi^s = \\
&= \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}}\chi^{s'+}\left[-(E'+m)a_0\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda(E+m)-(E'+m)\bar{\sigma}\cdot\vec{a}\bar{\sigma}\cdot\vec{\epsilon}^\lambda\bar{\sigma}\cdot\vec{p}+\right.
\end{aligned}$$

$$+ \bar{\sigma} \cdot \bar{p}' \bar{\sigma} \cdot \bar{a} \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda (E+m) + \bar{\sigma} \cdot \bar{p}' a_0 \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \chi^s \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}^{s'}(p') [\not{\epsilon}^\lambda \gamma_5 \not{a}] \mathbf{u}^s(p) = \mathbf{u}^{s'+}(p') \gamma_0 [\not{\epsilon}^\lambda \gamma_5 \not{a}] \mathbf{u}^s(p) = \\ & = \frac{1}{\sqrt{E'+m}} \chi^{s'+} [(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma} \cdot \bar{p}'] \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 & \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} & -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{E+m}} \begin{bmatrix} (E+m)\mathbf{I} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \end{bmatrix} \chi^s = \\ & = \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}} \chi^{s'+} [(E'+m)\mathbf{I} \quad -\bar{\sigma} \cdot \bar{p}'] \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 (E+m) + \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \\ \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} (E+m) - \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 \bar{\sigma} \cdot \bar{p} \end{pmatrix} \chi^s = \\ & = \frac{1}{\sqrt{(E'+m)(E+m)}} \chi^{s'+} [-(E'+m) \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 (E+m) + (E'+m) \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} \bar{\sigma} \cdot \bar{p} - \\ & - \bar{\sigma} \cdot \bar{p}' \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda \bar{\sigma} \cdot \bar{a} (E+m) + \bar{\sigma} \cdot \bar{p}' \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}^\lambda a_0 \bar{\sigma} \cdot \bar{p}] \chi^s \quad (\text{B.12}) \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \dots S(\bar{p}) q] \mathbf{u}(p) = \dots S(\bar{p}) (\bar{p} - p)] \mathbf{u}(p) = \dots S(\bar{p}) (\bar{p} - m)] \mathbf{u}(p) = \dots 1] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.13})$$

$$\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [q S(\bar{p}) \dots = \bar{\mathbf{u}}(p') [(\not{p}' - \bar{p}) S(\bar{p}) \dots = -\bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{p} - m) S(\bar{p}) \dots = -\bar{\mathbf{u}}(p') [1 \dots \quad (\text{B.14})$$

$$\bullet \quad (\bar{k} + k) \cdot q \Delta(\bar{k}) = (\bar{k} + k) \cdot (k - \bar{k}) \Delta(\bar{k}) = -(\bar{k}^2 - \mu^2) \Delta(\bar{k}) = -1 \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & (\bar{k} + \bar{k}) \cdot q \Delta(\bar{k}) \Delta(\bar{k}) = (\bar{k} + \bar{k}) \cdot (\bar{k} - \bar{k}) \Delta(\bar{k}) \Delta(\bar{k}) = (\bar{k}^2 - \bar{k}^2 - \mu^2 + \mu^2) \Delta(\bar{k}) \Delta(\bar{k}) = \\ & = \Delta(\bar{k}) - \Delta(\bar{k}) \quad (\text{B.16}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \not{k} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{p}_D - p') \gamma_5 S(\bar{p}_D) (\bar{p}_D - \bar{p}) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{k} S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.17}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \not{k} \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{p}_D - p') \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) (\bar{p}_E - p) \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

- $\bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{k} \gamma_5] u(p) = \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') (\bar{p}_E - \bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) (\bar{p}_E - p) \gamma_5] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{h} - 2m \gamma^\mu S(\bar{p}') - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p)$ (B.19)

- $\bar{u}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}_D) \not{h} \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) = \bar{u}(p') [(p' - \bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}_D) (\bar{p} - \bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [-\not{h} S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m S(\bar{p}) \gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}) \gamma^\mu] u(p)$ (B.20)

- $\bar{u}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \not{h} \gamma_5] u(p) = \bar{u}(p') [(p' - \bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) (p - \bar{p}_E) \gamma_5] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5 \gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma^\mu S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p)$ (B.21)

- $\bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{h} \gamma_5] u(p) = \bar{u}(p') [\gamma^\mu S(\bar{p}') (\bar{p}' - \bar{p}_E) \gamma_5 S(\bar{p}_E) (p - \bar{p}_E) \gamma_5] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [-\gamma^\mu S(\bar{p}') \not{k} - 2m \gamma^\mu S(\bar{p}') - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5 - 4m^2 \gamma^\mu S(\bar{p}') \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5] u(p)$ (B.22)

- $\bar{u}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{p}_D) \bar{k} \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [(\bar{p}_D - p') \gamma_5 S(\bar{p}_D) (\bar{p}_D - p) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [\{\not{h} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5\} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p)$ (B.23)

- $\bar{u}(p') [\bar{h} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{k} \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [(\bar{p}_E - p') \gamma_5 S(\bar{p}_E) (\bar{p}_E - p) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [\{\not{k} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_E) \gamma_5\} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p)$ (B.24)

- $\bar{u}(p') [k \gamma_5 S(\bar{p}_D) \bar{h} \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [(p' - \bar{p}_D) \gamma_5 S(\bar{p}_D) (p - \bar{p}_D) \gamma_5 (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [\{-\not{k} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{p}_D) \gamma_5\} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] u(p)$ (B.25)

- $\bar{u}(p') [\bar{k} \gamma_5 S(\bar{p}_E) \not{h} \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) =$
 $= \bar{u}(p') [(p' - \bar{p}_E) \gamma_5 S(\bar{p}_E) (p - \bar{p}_E) \gamma_5 (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] u(p) =$

$$= \bar{\mathbf{u}}(p') \left[\{-\not{k} - 2m - 4m^2 \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5\} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k}) \right] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.26})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{h} \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{\bar{p}}_D - \not{p}') \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \not{k} \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) (\bar{\bar{p}}_E - \not{p}) \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu + 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\not{k} \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [(\not{p}' - \bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma^\mu \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [-\gamma^\mu - 2m \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_D) \gamma_5 \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \not{h} \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) (\not{p} - \bar{\bar{p}}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) = \\ & = \bar{\mathbf{u}}(p') [-\gamma^\mu - 2m \gamma^\mu \gamma_5 S(\bar{\bar{p}}_E) \gamma_5] \mathbf{u}(p) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

$$\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [(\not{k} + \not{h}) S(\bar{\bar{p}}) \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [2 \not{k} S(\bar{\bar{p}}) \gamma^\mu + \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.31})$$

$$\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [\gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}') (\not{k} + \not{h})] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [2 \gamma^\mu S(\bar{\bar{p}}') \not{h} + \gamma^\mu] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.32})$$

$$\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [(\bar{k} + \not{h}) (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [2 \not{h} (\bar{k} + k)^\mu \Delta(\bar{k})] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.33})$$

$$\bullet \quad \bar{\mathbf{u}}(p') [(\not{k} + \bar{h}) (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) = \bar{\mathbf{u}}(p') [2 \not{k} (\bar{h} + h)^\mu \Delta(\bar{h})] \mathbf{u}(p) \quad (\text{B.34})$$

- [AFFR 73] V. de Alfaro, S. Fubini, G. Furlan e C. Rossetti, *Currents in Hadron Physics*, North-Holland (1973).
- [BD 65] J.D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*, McGraw Hill (1965).
- [Cam 78] D.K. Campbell, *Les Houches, Ions Lourds et Mésons en Physique Nucléaire*, R. Bailan, M. Rho e G. Ripka eds., North-Holland (1978).
- [CL 84] T-P. Cheng e L-F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Clarendon Press (1984).
- [Dys 49] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **75**, 486, 1736 (1949).
- [Gas 66] S. Gasiorowicz, *Elementary Particle Physics*, John Wiley & Sons (1966).
- [GL 60] M. Gell-Mann e M. Lévy, *Nuovo Cimento* **16**, 705 (1960).
- [Gol 80] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley (1980).
- [GT 58] M.L. Goldberger e S.B. Treinman, *Phys. Rev.* **111**, 354 (1958).
- [I Z 80] C. Itzykson e J-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill (1980).
- [Lee 72] B.W. Lee, *Chiral Dynamics*, Gordon and Breach Science Publishers (1972).
- [Lee 81] T.D. Lee, *Particle Physics and Introduction to Field Theory*, Harwood Academic (1981).
- [Lip 66] H.J. Lipkin, *Lie Groups for Pedestrians*, North-Holland (1966).
- [LY 56] T.D. Lee e C.N. Yang, *Phys. Rev.* **104**, 254 (1956).
- [MS 84] F. Mandl e G. Shaw, *Quantum Fields Theory*, John Wiley & Sons (1984).
- [Ram 89] P. Ramond, *Field Theory: A Modern Primer*, Benjamin Cummings (1989).
- [Roc 93] C.A. da Rocha, *Tese de Doutorado*, IFUSP (1993).
- [Rob 87] M.R. Robilotta, *Processos Mesônicos em Física Nuclear*, III Escola de Verão "Jorge André Swieca", SBF (1987).
- [Rob 89] M.R. Robilotta, *Apostila do Curso de Física de Hádrons*, IFUSP (1989).
- [Rom 69] P. Roman, *Introduction to Quantum Fields Theory*, John Wiley & Sons (1969).

- [Sak 64] J.J. Sakurai, *Invariance Principles and Elementary Particles*, Princeton University Press (1964).
- [Sak 67] J.J. Sakurai, *Advanced Quantum Mechanics*, Addison-Wesley (1967).
- [Wei 67] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 188 (1967).
- [Wei 68] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **166**, 1568 (1968).
- [Wei 79] S. Weinberg, *Physica* **96A**, 327 (1979).
- [Wic 50] G.C. Wick, *Phys. Rev.* **80**, 268 (1950).
- [Yan 75] C.N. Yang, *Proc. 6th Hawaii Topical Conf. Part. Phys.* P.N. Dobson ed., University Press of Hawaii (1975).
- [YM 54] C.N. Yang e R.L. Mills, *Phys. Rev.* **96**, 191 (1954).
- [Yuk 35] H. Yukawa, *Proc. Phys. Math. Soc Jpn.* **17**, 48 (1935).

