



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

*Desenvolvimento de Técnicas Heurísticas e de
Otimização Clássica para o Problema de
Planejamento da Expansão a Longo
Prazo de Sistemas de Transmissão*

Carlos Roberto Mendonça Rocha

1210001568



Ilha Solteira - SP



**“Desenvolvimento de Técnicas Heurísticas e de
Otimização Clássica Para o Problema de
Planejamento da Expansão a Longo Prazo de
Sistemas de Transmissão”**

Carlos Roberto Mendonça da Rocha

Orientador:

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro - DEE/FEIS/UNESP

**Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica de Ilha Solteira da UNESP
como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia
Elétrica**

Ilha Solteira SP, Novembro / 2004



FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

R672d Rocha, Carlos Roberto Mendonça da
Desenvolvimento de técnicas heurísticas e de otimização clássica para o problema de planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão / Carlos Roberto Mendonça da Rocha. Ilha Solteira : [s.n.], 2004
138 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2004

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Bibliografia: p. 108-110

1. Energia elétrica - Transmissão. 2. Análise de redes (Planejamento). 3. Algoritmos heurísticos. 4. Análise numérica.

30404029

Desenvolvimento de Técnicas Heurísticas e de Otimização Clássica para o Problema de Planejamento da Expansão a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão

CARLOS ROBERTO MENDONÇA ROCHA

TESE SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Aparecido Augusto de Carvalho
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro – orientador

Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia

Prof. Dr. Paulo Morelato França

Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin

Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA" SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
06.04.05	30.04.05
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1568
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Doação Anta R\$10,00	R672d

Ilha Solteira-SP, novembro de 2004.

RESUMO

Neste trabalho, é feita uma análise dos principais algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, e as principais propostas são estendidas para o planejamento multiestágio e são desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos. Assim, o tema de pesquisa principal deste trabalho é a análise de algoritmos heurísticos construtivos. Entretanto, também foi iniciada uma pesquisa relacionada com o desenvolvimento de algoritmos de otimização clássica como os algoritmos *Branch and Bound*, iniciando esses trabalhos com o modelo linear disjuntivo.

Desta forma, são analisados os seguintes tópicos: (1) O modelo de Transportes e sua aplicação no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (2) Os modelos Híbridos para o planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (3) O algoritmo de Villasana-Garver-Salon e sua extensão para o planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (4) Um novo AHC para o modelo DC; (5) Um novo AHC em uma estrutura *Branch and Bound*; e (6) Um algoritmo *Branch and Bound* utilizando o modelo Linear Disjuntivo, em *Anexo*.

ABSTRACT

In this work is made an analysis of the principal constructive heuristic algorithms used in planning of the expansion of transmission systems, and the principal proposed are extended for the multistage planning and new constructive heuristic algorithms are developed. In this manner, the theme of main research of this work is the analysis of constructive heuristic algorithms. However, it was also initiate a research related with the development of algorithms of classic optimization as the algorithms Branch and Bound, beginning those works with the model lineal disjuntivo.

This way, the following topics are analyzed: (1) the model of Transports and your application in the planning multistage of the expansion of transmission systems; (2) the Hybrid models for the static planning and multistage of the expansion of transmission systems; (3) the algorithm of Villasana-Garver-Salon and your extension for the planning multistage of the expansion of transmission systems; (4) a new AHC for the model DC; (5) a new AHC in a structure Branch and Bound; and (6) An algorithm Branch and Bound using the Lineal model Disjuntivo, *Annex*.

cm 1 2 3 4 5 6 7 **unesp** 11 12 13 14 15 16 17

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus sinceros agradecimentos:

- Ao professor Rubén Augusto Romero Lázaro pela dedicação e pelo estímulo durante a orientação deste trabalho;
- Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Feis pelo apoio e pela colaboração;
- À FAPESP, por tornar possível meus estudos no DEE-FEIS-UNESP;
- Aos meus colegas de departamento pela amizade e pelo excelente convívio, em especial Tadao, Marilene, Toshiaki e Wagner;
- Aos meus colegas de trabalho da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, em especial Lotero, pelas discussões realizadas, e Lobão, pelo apoio e incentivo;
- Ao pessoal da secretaria de Pós-Graduação, pela ajuda e esclarecimentos prestados;
- A toda minha família e a minha companheira Fabiana pelo apoio, carinho e compreensão durante esta etapa de minha vida.

2.4 Revisão Bibliográfica Relevante e o Estado da Arte em Planejamento de Sistemas de Transmissão de

CAPÍTULO 3

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo de Transmissão

3.1 Introdução 35

3.2 A construção da curva para o Modelo de Transmissão 40

3.3 Testes e Resultados 50

Prefácio, 1

Abreviaturas, 3

Lista de Figuras, 3

Lista de Tabelas, 3

CAPÍTULO 1

Introdução

1 Introdução, 4

CAPÍTULO 2

O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

2.1 Introdução, 10

2.2 Modelagem Matemática: Planejamento Estático e Dinâmico, 14

2.3 Técnicas de Solução, 27

2.4 Revisão Bibliográfica Recente e o Estado da Arte em Planejamento de Sistemas de Transmissão, 39

CAPÍTULO 3

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo de Transportes

3.1 Introdução, 49

3.2 Algoritmo de Garver para o Modelo de Transportes, 49

3.3 Testes e Resultados, 56



CAPÍTULO 4

Algoritmo Heurístico Construtivo Para Modelo Híbrido

- 4.1 Introdução, 63
- 4.2 Algoritmos para o Modelo Híbrido Linear, 63
- 4.3 Algoritmo Convencional para o Modelo Híbrido Linear, 67
- 4.4 Algoritmo Modificado para o Modelo Híbrido Linear, 68
- 4.5 Algoritmo Heurístico para o planejamento multiestágio, 69
- 4.6 Testes e Resultados, 72

CAPÍTULO 5

Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon

- 5.1 Introdução, 80
- 5.2 Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon, 80
- 5.3 Algoritmo de VGS para Planejamento Multiestágio, 83
- 5.4 Testes e Resultados, 84

CAPÍTULO 6

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo DC

- 6.1 Introdução, 91
- 6.2 Algoritmo Heurístico Construtivo para o Modelo DC, 91
- 6.3 Testes com o Algoritmo, 93

CAPÍTULO 7

Algoritmo Heurístico Construtivo em uma estrutura do tipo Branch and Bound

7.1 Introdução, 98

7.2 O AHC de Garver em estrutura Branch and Bound, 98

7.3 Testes com o algoritmo, 101

CAPÍTULO 8

Conclusões

Conclusões, 105

Referências Bibliográficas, 108

Apêndice, 111

Anexos, 124

PREFÁCIO

Este trabalho faz uma revisão e análise crítica dos algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, um tema de pesquisa relevante no contexto atual do mercado de energia elétrica. Na análise são priorizados os algoritmos que usam dados da resolução do próprio modelo matemático após relaxar as restrições complicantes como a exigência da integralidade das variáveis de investimento. Em consequência desse trabalho inicial, as principais propostas de algoritmos heurísticos construtivos foram estendidas para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão, um tema ainda pouco pesquisado. Também foram desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos que contornam os principais problemas existentes nos algoritmos heurísticos tradicionais. O mais importante desses algoritmos, denomina-se de algoritmo heurístico construtivo em estrutura branch and bound. Adicionalmente, foram realizadas pesquisas preliminares desenvolvendo um algoritmo branch and bound para o problema de planejamento quando for usado o modelo linear disjuntivo.

No planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão, existe a possibilidade de se usar diferentes modelos matemáticos para a representação do problema. Os principais modelos utilizados são versões relaxadas do modelo ideal de operação: o Modelo AC. Os principais modelos usados para resolver este problema são: o modelo de Transportes, os modelos Híbridos, o modelo DC e o modelo Linear Disjuntivo. O modelo AC ainda não foi usado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão como um *modelo a ser resolvido*, usando uma técnica de otimização eficiente. Entretanto, representa um modelo a ser utilizado no futuro para a representação do problema. Um dos objetivos das pesquisas com métodos de pontos interiores, para a solução de problemas de programação linear, é o desenvolvimento no futuro, de técnicas de otimização que trabalhem diretamente com o modelo AC.

Neste trabalho, são analisados os seguintes tópicos: (1) O modelo de Transportes e sua aplicação no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (2) Os modelos Híbridos para o planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (3) O algoritmo de Villasana-Garver-Salon e sua extensão para o planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (4) Um novo AHC para o modelo DC;



(5) Um novo AHC em uma estrutura *Branch and Bound*; e (6) Um algoritmo *Branch and Bound* utilizando o modelo Linear Disjuntivo, em apêndice.

Os “sistemas testes”, utilizados nos itens citados, são muito utilizados por pesquisadores em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Estes sistemas são de dimensão e de complexidade variadas. O sistema de Garver é muito utilizado por pesquisadores em planejamento. Ele representa um sistema para fins acadêmicos, mas a alternativa com reprogramação da geração é difícil de ser resolvida. Muitos algoritmos não têm a capacidade de encontrar a solução ótima desta opção. Este sistema permite o trabalho com e sem a reprogramação da geração. Os outros sistemas, com exceção do sistema Norte-Nordeste Brasileiro, apresentam uma complexidade mediana, ou seja, poucos circuitos devem ser adicionados para a determinação das soluções ótimas ou sub-ótimas. Os dados disponíveis do sistema Sul-Brasileiro permitem trabalhar com e sem o redespacho da geração. Por outro lado, os dados do sistema Colombiano permitem trabalhar também, com o planejamento multiestágio com três estágios. O sistema Norte-Nordeste Brasileiro representa um verdadeiro sistema *benchmark* em planejamento de sistemas de transmissão. Para solucionar o Plano P2, devem ser adicionados mais de 100 circuitos para encontrar soluções com qualidade. Desta forma, este sistema é altamente complexo e apresenta um número elevado de soluções de qualidade. Ainda não se conhecem as soluções ótimas deste sistema. Este sistema permite o trabalho com planejamento multiestágio com dois estágios.

A análise e os resultados obtidos no item (1) foram divulgados [36]. Os resultados obtidos no item (4) foram aceitos, também em [36], e serão publicados em breve.

ABREVIATURAS

AHC- Algoritmo Heurístico Construtivo;	PL's- Problemas de Programação Linear;
B&B- Algoritmo Branch and Bound;	Plan- Plano;
MHL- Modelo Híbrido Linear	PNLIM- Programação Não Linear Inteira Mista;
P1- Primeiro Estágio;	PNL's- Problemas de Programação não Linear;
P2- Segundo Estágio;	VGS- Villasana-Garver-Salon;
PL- Programação Linear;	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Duração dos Estágios.....	8
Figura 2- Um nó da árvore de Branch and bound.....	111
Figura 3- Solução para 46 barras com reprogramação.....	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Algoritmo Híbrido.....	81
Tabela 2 - Algoritmo Híbrido Modificado.....	81
Tabela 3 - Sistema de Garver com redespacho.....	92
Tabela 4 - Sistema de Garver sem redespacho.....	93
Tabela 5 - Sistema de Garver sem redespacho.....	94
Tabela 6 - Sistema de 46 barras sem redespacho.....	95
Tabela 7 - Sistema de Garver sem redespacho.....	103
Tabela 8 - Sistema de 46 barras sem redespacho.....	104
Tabela 9 - Estratégia.....	125
Tabela 10 - Soluções Inteiras - Sistema de Garver com redespacho.....	126
Tabela 11 - Soluções Inteiras - Sistema de Garver sem redespacho.....	127

Capítulo 1

Introdução

O planejamento é um ato de sabedoria que consiste na capacidade de prever conseqüências a longo prazo de ações atuais, na disposição de sacrificar ganhos a curto prazo em favor de benefícios a longo prazo.

O planejamento, mais do que um exercício de previsão, é uma forma de quantificar expectativas para perseguir metas. Desta forma, o planejamento deve ser um processo contínuo de tomada de decisões, onde os planos são permanentemente revistos, e conforme as circunstâncias, vão evoluindo, não necessariamente de acordo com o cronograma pré-estabelecido.

Um sistema interligado de potência, responsável pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, tem grande influência na economia de um país, por exigir um alto volume de recursos e por sua importância estratégica, busca-se centralizar decisões e esforços.

O sistema completo é uma estrutura extremamente complexa, diversificada e distribuída. Para simplificar sua operação e planejamento, procura-se dividi-lo em partes relativamente independentes, a partir de características técnicas e funcionais, de regiões, de companhias operadoras, etc. Contudo, como o processo de decisão é relativamente

centralizado, é vantajoso fazer um planejamento que leve em conta o inter-relacionamento entre estas partes.

O problema de planejamento da expansão de sistema de energia elétrica tem sua origem na necessidade de suprir a crescente demanda de energia elétrica que ocorre com o passar dos anos. Conforme esta demanda aumenta, passa a existir a necessidade de construção de novas unidades geradoras, com o objetivo de satisfazer as novas necessidades de carga do sistema.

No âmbito do ideal, poder-se-ia construir as novas unidades geradoras *sob medida* para o suprimento das novas necessidades dos mercados consumidores, porém existe um problema, pois quase sempre não é possível, e até econômico, construir as novas unidades geradoras próximas aos centros consumidores, sendo estas construídas, quase sempre, em lugares distantes. Assim sendo, torna-se necessário à construção de novos circuitos de transmissão com a finalidade de transmitir a potência elétrica produzida nestas unidades.

As decisões, dentro do processo de planejamento, estão relacionadas com a determinação das melhores unidades geradoras, das melhores rotas para a transmissão de energia e da melhor malha para a distribuição desta energia, produzidas nas unidades geradoras. Todo este processo de decisões, origina um problema de otimização de grande porte que deve ser solucionado pelos engenheiros de planejamento.

Existe a necessidade do desenvolvimento de técnicas e de estratégias que garantam que as decisões tomadas durante todo o processo de planejamento, sejam as decisões ótimas ou estejam, economicamente, próximas a elas. O objetivo do planejamento é estabelecer, ou determinar, um *sistema elétrico futuro*, minimizando os custos de investimento e de operação, atendendo aos novos requisitos de carga e a critérios de confiabilidade preestabelecidos. O processo, resumidamente descrito acima, recebe o nome de “Planejamento da Expansão de Sistemas Elétricos de Potência”. Ele é considerado um processo extremamente complexo e que não pode ser solucionado sem que sejam feitas simplificações.

Mais particularmente, em termos de características funcionais, o sistema elétrico de potência pode ser decomposto em: (1) sistema de geração, (2) sistema de transmissão, (3) sistema de distribuição. Este processo de divisão é uma simplificação e faz parte da



metodologia de planejamento de sistemas complexos e de grande porte, onde o planejamento é dividido em relação aos seus principais agentes, ou seja: (1) o planejamento do parque gerador, (2) o planejamento de sistemas de transmissão e (3) o planejamento da rede de distribuição. Cada uma dessas etapas de planejamento modela a rede para seus próprios propósitos. A proposta desta pesquisa é o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão no horizonte do longo prazo.

Atualmente, o sistema elétrico vem sendo modificado mundialmente em sua estrutura, passando de uma organização, antes centralizada, para um esquema descentralizado. O principal motivo que leva a esta reorganização é um aumento da eficiência dos agentes participantes do setor (entre outros: agentes de geração, agentes de transmissão, agentes de distribuição).

Na organização centralizada, as tarefas de planejamento da expansão do sistema elétrico são desenvolvidas de uma maneira integrada, garantindo a minimização dos custos, otimizando a solução do processo de planejamento. Na estrutura descentralizada (novo cenário para o setor elétrico) estas atividades são executadas de forma individualizada, ou seja, cada agente do setor elétrico é responsável por determinar onde e quando seus próprios investimentos serão realizados. Contudo, ainda visando garantir a otimização dos recursos disponíveis e garantir a minimização dos custos para os consumidores, as tarefas tradicionais de planejamento da expansão do sistema elétrico deverão ser executadas por uma organização independente, na figura de um plano de referência. Isto garante um vasto campo para a aplicação das técnicas descritas nesta pesquisa, que tratam da solução de problemas de planejamento estático e dinâmico da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica no horizonte de longo prazo.

Um sistema de transmissão de energia elétrica é uma estrutura extremamente complexa e diversificada. Este tipo de planejamento pode ser otimizado com o auxílio de técnicas de programação matemática. O planejamento pode admitir algumas simplificações, sendo possível, desta forma, contornar algumas dificuldades de modelagem e resolução.

As decisões do planejador podem ser facilitadas pelo uso de métodos científicos de planejamento e sua eficiência pode ser aumentada através de ferramentas (programas) computacionais para auxiliá-lo a determinar as opções mais satisfatórias. É de

responsabilidade do planejador a tarefa de coordenar o uso dessas ferramentas, interpretar os resultados e fornecer um elenco de alternativas viáveis baseadas em uma visão global do processo de planejamento.

O sucesso desta metodologia de planejamento depende da capacidade de interação entre o planejador e os programas de auxílio à decisão. É preciso que estes programas sejam suficientemente poderosos para solucionar problemas realmente complexos, fornecendo ao planejador informações precisas, e facilmente interpretáveis. Além disso, devem ser capazes de se ajustar facilmente às decisões do planejador, baseados nas informações gerais sobre o processo completo de planejamento.

Os estudos para o planejamento do sistema de transmissão baseiam-se em previsões das condições futuras de operação deste sistema, tais como: crescimento e distribuição geográfica da demanda, capacidade de geração instalada, etc. A definição do horizonte de planejamento é função direta do grau de confiança das avaliações necessárias para a execução de um estudo de planejamento. Desta forma, em função dos objetivos de estudo, são definidos os seguintes horizontes de planejamento: (1) Estabelecimento de cenários – 30 anos, (2) Planejamento a Longo Prazo – 20 anos, (3) Planejamento a Médio Prazo – 10 anos, (4) Planejamento a Curto Prazo – 5 anos.

O objeto de estudo deste trabalho é o planejamento a longo prazo. Existem duas justificativas básicas para a sua importância dentro do sistema de transmissão. A primeira é de natureza prática: pode ser necessário um longo tempo para implantar uma ampliação neste sistema, por isso as decisões devem ser tomadas com uma antecedência adequada. A segunda razão é de natureza metodológica: para evitar decisões “míopes” (que ignoram os efeitos a longo prazo das decisões atuais) é necessário fazer o planejamento para um horizonte de tempo que, na prática, se aproxime de horizontes de tempo infinitos.

Neste trabalho, é feito uma análise dos principais algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, as principais propostas são estendidas para o planejamento multiestágio e são desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos. Assim, o tema de pesquisa principal deste trabalho é a análise de algoritmos heurísticos construtivos. Entretanto, também foi iniciada uma pesquisa relacionada com o

desenvolvimento de algoritmos de otimização clássica como os algoritmos *Branch and Bound*, iniciando esses trabalhos com o modelo linear disjuntivo.

Os capítulos restantes deste trabalho foram separados na forma que será mostrada a seguir. O capítulo 2 aborda o problema geral de planejamento de sistemas de transmissão mostrando de forma resumida os principais modelos matemáticos, as técnicas de otimização usadas e uma revisão sobre o estado da arte em planejamento de sistemas de transmissão. No capítulo 3 analisa-se o algoritmo heurístico construtivo (AHC) de Garver para o modelo de transportes e é feita uma extensão desse algoritmo para o planejamento multiestágio. No capítulo 4 é apresentada a proposta de dois AHC para o modelo híbrido linear e também é feita uma extensão desta para o planejamento multiestágio. Essas propostas são inéditas mas estão inspiradas na proposta de Garver para o modelo de transportes. No capítulo 5 analisa-se o AHC de Villasana-Garver-Salon que usa o modelo híbrido, mas encontra soluções de boa qualidade para o modelo DC. Foi verificado que este algoritmo é um dos melhores AHC existentes na literatura especializada. Também é feita uma extensão desse algoritmo para o planejamento multiestágio. No capítulo 6 é apresentada a proposta de um AHC para o modelo DC e para o planejamento estático. Este algoritmo representa uma mudança significativa em relação aos outros AHC, mencionados anteriormente, devido à necessidade de resolver um problema de programação não linear (PNL) em cada passo do algoritmo enquanto que nos outros AHC são resolvidos problemas de programação linear (PL). Esta proposta, embora conceitualmente simples, também representa uma proposta inédita. Nesse caso não foi estendida a proposta para o planejamento multiestágio devido à falta de disponibilidade de um algoritmo de PNL que fosse eficiente e robusto. No capítulo 7 apresentada a proposta de um novo AHC em estrutura *Branch and Bound* com a finalidade de contornar os principais problemas que aparecem nos AHC mencionados anteriormente, de uma maneira simples e sem elevar muito o tempo de processamento (número de problemas de PL ou PNL que devem ser resolvidos). Uma das vantagens desse tipo de algoritmo é que pode ser usado qualquer modelo matemático, inclusive o próprio modelo AC no futuro. Nessa proposta, todos os outros algoritmos analisados anteriormente podem ser considerados como casos particulares da proposta apresentada no capítulo 7. A proposta também pode ser facilmente estendida para o planejamento multiestágio. Entretanto, neste trabalho, pela extensão do tema é apresentada apenas a proposta do algoritmo heurístico construtivo em estrutura *Branch and Bound* para o planejamento estático e para o modelo de transportes. Assim, pode-se verificar que existem vários temas de pesquisa correlata para o futuro. No capítulo 8 são mencionadas as principais



conclusões. No *Apêndice* são apresentados os dados dos sistemas elétricos e em *Anexo*, são apresentadas: uma proposta de um algoritmo branch and bound para o modelo linear disjuntivo, os resultados resumidos obtidos com os sistemas elétricos testes e os trabalhos publicados relacionados com a tese.

Capítulo 2

O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

Introdução

O problema de planejamento de sistemas de transmissão é caracterizado como um problema de otimização não linear e não convexo. O objetivo é determinar a configuração ótima de um sistema de transmissão, considerando a expansão da rede, a alocação de recursos e a minimização dos custos. Este problema é extremamente complexo devido à grande quantidade de variáveis e restrições envolvidas. A solução deste problema é fundamental para a operação eficiente e econômica dos sistemas de energia elétrica.

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre o problema de planejamento de sistemas de transmissão. São abordados os aspectos teóricos e práticos deste problema, bem como as principais metodologias utilizadas para sua solução. A discussão inclui a modelagem matemática do problema, a análise da complexidade computacional e a avaliação das diferentes abordagens propostas na literatura.

Os resultados obtidos são discutidos e comparados com os dados disponíveis na literatura. A análise demonstra a eficácia das metodologias propostas e a importância de considerar a complexidade do problema de planejamento de sistemas de transmissão.

Capítulo 2

O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

2.1 Introdução

O objetivo do planejamento de sistemas de transmissão é determinar como ampliar a capacidade do sistema, satisfazendo a crescente demanda. Para isso é necessária a aquisição de novos equipamentos e instalações, compra de serviços, etc., e elaborar um plano de expansão para verificar qual tipo de equipamento, qual a capacidade das instalações, o local e a data para a implementação destas obras, pois a seqüência e conforme a necessidade com que os equipamentos vão sendo instalados é importante para minimizar os custos. O problema de determinar quais as adições na rede de transmissão e data de instalação dos equipamentos é chamado planejamento dinâmico. Se for considerado que todos os equipamentos devem ser instalados em um mesmo período, o problema é chamado planejamento estático.

Em planejamento de sistemas de transmissão de energia elétrica, são dados do problema: a topologia do ano base, os circuitos candidatos, os dados de geração e demanda do horizonte de planejamento, as restrições de investimento, entre outros. Desta maneira, a solução do problema deve especificar onde, quantos e quando devem ser instalados os novos equipamentos de expansão. Em planejamento estático, existe apenas um horizonte de planejamento. Uma generalização do planejamento estático é o planejamento dinâmico ou multiestágio, onde o horizonte de planejamento é separado em vários estágios.

A resolução do problema de planejamento dinâmico normalmente é muito mais complexa do que a resolução do problema de planejamento estático. Por isso, costuma-se empregar métodos de planejamento estático para auxiliar no problema de planejamento dinâmico. As formas de como as soluções do problema de planejamento estático são

aproveitadas depende das dimensões do problema e da precisão desejada. Na formulação do problema de otimização correspondente ao planejamento dinâmico, o contínuo crescimento da demanda e da geração ao longo do tempo – que é delimitado pelo horizonte considerado – é aproximado por crescimentos discretos que ocorrem em anos específicos que definirão os diversos estágios representados. Após cada um dos estágios, considera-se que o sistema permanece inalterado até o estágio subsequente, conforme ilustra a figura 1.

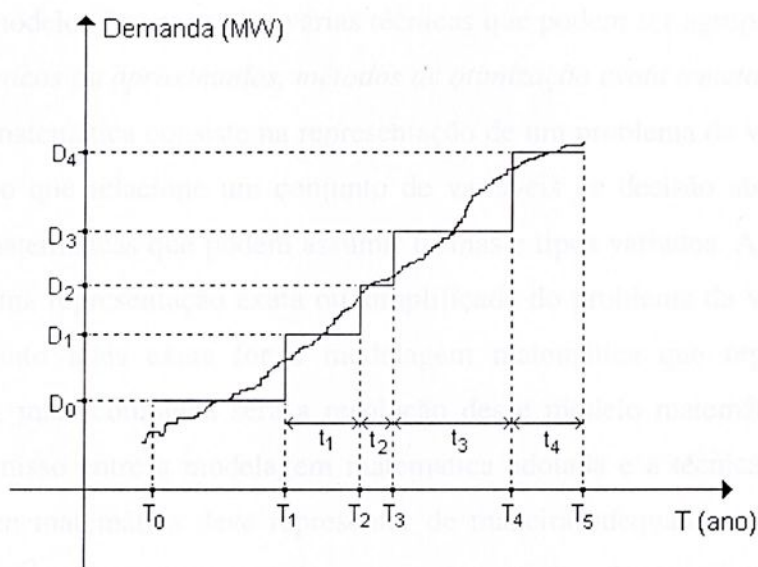


Figura 1: Duração dos Estágios.

Considerando a taxa de desconto anual “ I ”, os valores presentes dos custos de investimento e operação, no ano base T_0 , são dados por:

$$c(x) = (1-I)^{T_1-T_0} c_1(x) + (1-I)^{T_2-T_0} c_2(x) + \dots + (1-I)^{T_t-T_0} c_t(x) \quad (1)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento do estágio t da expressão (1) será representado por δ_{inv}^t . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^t c_t(x) \quad (2)$$

Como todo problema de otimização matemática, o problema de planejamento de sistemas de transmissão pode ser separado em duas partes claramente definidas: (1) a

modelagem matemática e (2) a técnica de solução escolhida para resolver esse modelo matemático. Assim, nas pesquisas apresentadas em 2.4, aparece evidente a modelagem matemática e a técnica de solução adotada pelos algoritmos desenvolvidos nos últimos anos.

Na literatura especializada, existem quatro modelos ou formulações matemáticas para realizar a modelagem do problema de planejamento de sistema de transmissão: o modelo de transportes, o modelo híbrido, o modelo DC e o modelo disjuntivo. Tradicionalmente, o modelo DC é considerado como sendo o modelo ideal para a representação do problema de planejamento, sendo os outros modelos, versões relaxadas ou simplificadas do modelo DC. Para solucionar estes modelos foram usadas várias técnicas que podem ser agrupadas em três grupos: *métodos heurísticos ou aproximados*, *métodos de otimização exata* e *metaheurísticas*.

A modelagem matemática consiste na representação de um problema da vida real, por um modelo matemático que relacione um conjunto de variáveis de decisão através de um conjunto de relações matemáticas que podem assumir formas e tipos variados. A modelagem matemática pode ser uma representação exata ou simplificada do problema da vida real. De uma forma geral, quanto mais exata for a modelagem matemática que represente um problema da vida real, mais complexa será a resolução desse modelo matemático. Assim, deve existir o compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida: a modelagem matemática deve representar de maneira adequada o problema da vida real e, além disso, deve permitir sua resolução por técnicas de soluções disponíveis com esforços computacionais aceitáveis. Nesse contexto, o conceito de modelagem adequada varia com o tempo, pois modelos muito complexos podem vir a se tornarem adequados no futuro com o aparecimento de novas técnicas de solução e/ou com a fabricação de computadores muito mais rápidos que os disponíveis atualmente. É também evidente que a técnica de solução escolhida encontra uma solução para o modelo matemático e não necessariamente para o problema da vida real.

Em planejamento de sistemas de transmissão, o problema na vida real é um sistema elétrico com uma topologia corrente e deseja-se determinar um plano de expansão ótimo para este sistema (construção de novos circuitos) para um horizonte de planejamento definido, ou seja, procura-se determinar onde e que tipo de circuitos deverão ser construído para que o sistema opere adequadamente num horizonte de planejamento para um crescimento especificado da demanda. Neste contexto, a modelagem matemática ideal para indicar a operação adequada do sistema seria a representação do problema, através das relações matemáticas de fluxo de carga AC. Entretanto, em planejamento de sistemas de transmissão



ainda não se usa a modelagem de fluxo de carga AC por vários motivos e os mais importantes são os seguintes: (1) a topologia inicial do sistema elétrico, usada para o planejamento é um sistema não conexo, isto é, o sistema apresenta um conjunto de barras isoladas ou ilhadas da parte principal do sistema e, no contexto atual, ainda é difícil resolver sistemas deste tipo usando a modelagem matemática de fluxo de carga AC, e (2) o problema de planejamento de sistemas de transmissão resolve somente o fornecimento de potência ativa no sistema elétrico, o problema de fornecimento de reativos (planejamento de reativos) é resolvido numa fase de planejamento seguinte. Ainda não existem técnicas de solução que resolvam simultaneamente o problema da expansão dos sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores ou planejamento de sistemas de transmissão) e de alocação de reativos no sistema elétrico.

Levando em conta as observações anteriores, atualmente ainda considera-se a modelagem matemática conhecida como fluxo de carga DC como sendo a modelagem ideal para ser usada no problema de planejamento de sistema de transmissão. Os principais motivos para esse consenso são os seguintes: (1) testes experimentais exaustivos mostraram que os resultados obtidos usando o modelo DC apresentaram resultados muito próximos aos resultados obtidos usando o fluxo de carga AC em relação a distribuição dos fluxos de potência ativa; e (2) existem várias técnicas de solução (algoritmos) que resolvem de maneira adequada os problemas de planejamento que usam o modelo DC. Entretanto, nas três décadas de pesquisas realizadas em planejamento de sistemas de transmissão foram propostos vários modelos matemáticos para representar o problema de planejamento. Quatro destes modelos têm obtido destaque no campo de pesquisas: o modelo de transportes, o modelo híbrido, o modelo linear disjuntivo e o modelo DC.

Usando os quatro modelos matemáticos mencionados anteriormente, o problema resultante é um problema de otimização matemática envolvendo relações algébricas lineares e/ou não lineares e com variáveis de decisão inteiras e contínuas. Assim, os problemas resultantes correspondem a um campo da pesquisa operacional conhecida como programação não linear inteira mista e, a princípio, para resolver esses problemas, poderiam ser utilizadas as técnicas de solução de problemas de programação não linear inteira mista.

O modelo DC usa as duas leis de Kirchhoff para realizar a modelagem matemática do problema de planejamento. O modelo disjuntivo (que considera as duas leis de Kirchhoff eliminando as não linearidades do problema) é uma simplificação do modelo DC, no sentido

de contornar o problema das não linearidades desta modelagem. Os modelos de transportes e híbrido são versões relaxadas (aproximadas) do modelo DC.

2.2 Modelagem Matemática: Planejamento Estático e Dinâmico

2.2.1 Modelo de Transportes

No modelo de transportes deseja-se encontrar uma configuração que produza o menor investimento no plano da expansão do sistema elétrico e as suas adequadas condições de operação. As condições de operação adequadas significam que o sistema deverá satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e os circuitos e as usinas de geração deverão operar dentro de seus limites especificados. No contexto desta pesquisa, a primeira lei de Kirchhoff simplesmente especifica que o somatório dos fluxos de potência que entra numa barra do sistema deve ser igual ao somatório do fluxo de potência que sai dessa barra do sistema. Usando o modelo de transportes, a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (3) \\ \text{s.a.} & \\ & S \quad f + g = d \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ inteiro} \\ & f_{ij} \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

sendo v o investimento referente às adições de circuitos no sistema, c_{ij} é o custo de um circuito no caminho i - j , n_{ij} é o número de circuitos adicionados no caminho i - j , S é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema elétrico, f é o vetor de fluxos cujos elementos f_{ij} representam o fluxo total no caminho i - j , g é o vetor de geração cujos elementos g_i representam o nível de geração na barra de geração i , d é o vetor de demanda cujos elementos d_i representam a demanda na barra de carga i , n_{ij}^0 representa o número de circuitos na configuração base no caminho i - j , $\bar{f}_{ij}$ é o fluxo máximo permitido para um circuito no caminho i - j , $\bar{g}$ é o vetor da máxima capacidade de geração nas barras de geração e $\bar{n}_{ij}$ é o vetor do número máximo de adições permitidas no caminho i - j . As variáveis de decisão e a

estrutura matemática do modelo de transportes apresentado originalmente por Garver é diferente de (3) mas as duas formulações são conceitualmente equivalentes.

No modelo de transportes, o conjunto de restrições $S f + g = d$ representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema; as restrições $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário pois os fluxos de potência podem fluir em ambos os sentidos. As outras restrições são triviais e representam apenas restrições de limite de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato i-j. Finalmente, as variáveis f_{ij} são irrestritas em valor e as variáveis n_{ij} devem ser inteiras representando a maior fonte de complexidade no problema.

Do ponto de vista de otimização, o modelo de transporte (3) é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). A resolução para este sistema (3), ou seja, a determinação da solução ótima, não é simples, especialmente para sistemas elétricos de grande porte. Entretanto, se fossem permitidas adições fracionárias de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), ou seja, se fosse permitido que os n_{ij} assumissem valores contínuos, então o sistema (3) se transformaria num simples problema de programação linear (PL) mesmo para o caso dos sistemas de grande porte. Assim, fica evidente que a restrição “ n_{ij} inteiro” produz a maior complexidade na solução do sistema (3). Esta característica de relaxação da integralidade da variável n_{ij} é aproveitada para o desenvolvimento de vários tipos de algoritmos para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando a modelagem matemática de transportes for utilizada.

A grande vantagem do modelo de transportes é a natureza linear do modelo matemático, permitindo o uso de técnicas de programação linear como elemento básico de otimização. A desvantagem principal é que a solução encontrada pelo modelo de transportes pode estar distante da solução correspondente ao modelo DC, considerado como sendo a modelagem ideal. Em outras palavras, a solução ótima do modelo de transportes às vezes pode ficar muito afastada da solução ótima do modelo DC pois a solução do modelo de transportes não necessariamente satisfaz a segunda lei de Kirchhoff.

Quando o sistema de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema dinâmico do planejamento da expansão assume a forma estabelecida em (4).

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados durante os diversos estágios $t = 1, 2, 3, \dots, T$. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores existentes, g_k^t , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos, f_{ij}^t . O limite máximo $\bar{n}_{ij}^t$ representa as restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo e o limite $\bar{n}_{ij}$ representa os limites naturais sobre a capacidade física.

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[\delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (4) \\ \text{s.a.} & \\ S^t f^t + g^t &= d^t \\ |f_{ij}^t| &\leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) \bar{f}_{ij}^t \\ 0 &\leq g_k^t \leq \bar{g}_k^t \\ 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\ \sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t &\text{ inteiro} \\ f_{ij}^t &\text{ irrestrito} \\ t &= 1, 2, \dots, T \end{aligned}$$

sendo que:

- v - Valor presente do custo total de expansão do sistema ao longo de todos os anos que constituem o horizonte de planejamento;
- δ_{mv}^t - Fator de desconto (amortecimento) para a determinação do valor presente do investimento realizado no estágio t – vide equação (2);
- n_{ij}^t - É o número de linhas adicionadas ao caminho $i - j$ no estágio t ;
- S - É a matriz incidência nó-ramo transposta da rede inicial e dos ramos candidatos;
- f^t - Vetor dos fluxos de potência ativa, nos ramos, no estágio t ;
- g^t - Vetor das injeções de potência ativa dos geradores no estágio t ;
- d^t - Vetor das demandas de potência ativa no estágio t ;
- f_{ij}^t - Fluxo de potência ativa total no caminho $i - j$ no estágio t ;

n_{ij}^0 - Número de linhas / transformadores existentes no caminho $i - j$ na rede inicial;

$\overline{f}_{ij}$ - Fluxo máximo de potência ativa, por circuito, no caminho $i - j$;

$\overline{g}_k^t$ - Geração máxima do gerador k no estágio t ;

$\overline{n}_{ij}^t$ - Número máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho $i - j$ no estágio t ;

$\overline{n}_{ij}$ - Número total máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho $i - j$;

T - Número de estágios considerados;

2.2.2 Modelo Híbrido

A idéia de utilizar uma modelagem híbrida para solucionar o problema de planejamento de sistemas de transmissão surgiu como uma forma de contornar alguns problemas que apresentavam a modelagem de transportes e DC. O modelo de transporte apresenta uma excelente flexibilidade para trabalhar com modelos lineares de otimização mas as soluções encontradas podem ficar muito distante da solução ótima do modelo DC. Por outro lado, o modelo DC geralmente exige trabalhar com modelos não lineares de otimização. Assim, o modelo híbrido permite encontrar soluções mais próximas da solução ótima do modelo DC com a vantagem de trabalhar com modelos lineares de otimização. Entretanto, encontrar a solução ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo híbrido, pode ser de uma complexidade quase equivalente que a necessária para o modelo DC. Isto explica o fato em parte da falta de pesquisas publicadas usando o modelo híbrido de maneira independente.

Usando o modelo híbrido, a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (5)$$

s.a.

$$S \quad f + g = d \quad (5a)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) \quad \forall (i, j) \in \Omega_0 \quad (5b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \overline{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (5c)$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \quad (5d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \quad (5e)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro, } f_{ij} \text{ irrestrito} \quad (5f)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall j \in \Omega_2 \quad (5g)$$

sendo que Ω_0 representa o conjunto de linhas que apresentam adição na configuração base, Ω_1 representando o conjunto de linhas correspondentes aos novos caminhos, $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$, Ω_2 representa o conjunto de barras que fazem parte da configuração base, ou seja, representa o conjunto das barras que não estão ilhadas, e θ_j representa a magnitude do ângulo de tensão das barras existentes na configuração base, isto é, para as barras pertencentes a Ω_2 .

No sistema (5), o conjunto de restrições (5a) representa as equações da primeira lei de Kirchhoff, uma equação por barra, para todas as barras do sistema e, o conjunto de equações (5b) representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff com uma equação para cada caminho que apresentar pelo menos um circuito adicionado na configuração base. Sendo assim, no modelo de transportes, o conjunto de equações (5b) simplesmente não aparece, já no modelo híbrido aparece somente uma parcela dessas equações, constituídas pelos caminhos em que existam circuitos adicionados na configuração base e, no modelo DC aparecem todas as equações desse tipo, uma para cada caminho existente e/ou novos caminhos candidatos à adição de circuitos.

A presença de todas as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff no modelo DC, transformam, este modelo, num problema mais restrito que o modelo de transportes e híbrido. Assim, do ponto de vista de otimização matemática, pode-se dizer que o modelo híbrido é um problema relaxado em relação ao modelo DC, ou seja, um conjunto de restrições presentes no modelo DC são eliminadas no modelo híbrido. Da mesma forma, o modelo de transportes é um problema relaxado em relação aos modelos híbrido e DC porque no modelo de transportes foram eliminadas todas as restrições correspondentes à segunda lei de Kirchhoff. Uma consequência natural desse processo de relaxação é que uma solução ótima para o modelo de transportes não necessariamente será uma solução ótima para os modelos híbridos e DC e, freqüentemente, uma solução ótima para o modelo de transportes poderá ser infactível para os outros modelos. A mesma observação é verdadeira com a solução ótima do modelo híbrido em relação ao modelo DC. Este é um tema aberto a análise teórica e experimental sobre a qualidade das soluções encontradas pelos modelos relaxados. A vantagem evidente dos modelos relaxados é que podem ser mais facilmente resolvidos. Uma observação importante é verificar que cada uma das equações da segunda lei de Kirchhoff (5b), são equações ou restrições não lineares transformando o problema em não linear e produzindo um nível de complexidade maior em relação ao modelo de transportes.

Após algumas manipulações algébricas pode-se chegar a uma formulação equivalente, para o modelo híbrido, que assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (6) \\
 \text{s.a.} & \\
 S_1 f + B^0 \theta + g &= d \\
 |\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} & \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
 |f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall (i,j) \in \Omega_1 \\
 0 &\leq g \leq \bar{g} \\
 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 n_{ij} &\text{ inteiro} \\
 f_{ij} &\text{ irrestrito} \\
 \theta_j &\text{ irrestrito} & \forall j \in \Omega_2
 \end{aligned}$$

sendo que:

B^0 - Matriz susceptância da rede inicial:

$$B = \begin{cases} B_{ij}^0 = -\gamma_{ij}^0 & \text{se } ij \in \Omega_0 \\ B_{ij}^0 = 0 & \text{se } ij \notin \Omega_0 \\ B_{ii}^0 = \sum_{i \in \Omega_i} \gamma_{ij}^0 \end{cases}$$

γ_{ij}^0 - Susceptância inicial no ramo $i - j$: $\gamma_{ij}^0 = n_{ij}^0 \cdot \gamma_{ij}$ $\forall ij \in \Omega_0$;

Ω_0 - Conjunto dos ramos que fazem parte da rede inicial;

θ - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial;

S_1 - Matriz de incidência nó ramo transposta dos ramos candidatos;

f - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos;

θ_i - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i da rede inicial;

f_{ij} - Fluxo de potência ativa total no caminho $i - j$;

Ω_1 - Conjunto dos ramos candidatos;

Ω_2 - Conjunto das barras que fazem parte da rede inicial;

Para o planejamento dinâmico usando a modelagem híbrida, o problema assume a forma descrita por (7).

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (7)$$

s.a.

$$B^0 \theta^t + S_1 f^t + g^t = d^t$$

$$|\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \overline{\Phi}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0$$

$$|f_{ij}^t| \leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \overline{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_1$$

$$0 \leq g_k^t \leq \overline{g}_k^t$$

$$0 \leq n_{ij}^t \leq \overline{n}_{ij}^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \overline{n}_{ij}$$

$$n_{ij}^t \text{ inteiro}$$

$$f_{ij}^t \text{ irrestrito}$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

sendo que:

θ^t - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial no estágio t ;

f^t - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio t ;

θ_i^t - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i da rede inicial no estágio t ;

f_{ij}^t - Fluxo da potência ativa no ramo candidato $i - j$ no estágio t .

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados nos vários estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores existentes, g_j^t , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial, θ_i^t , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata, f_{ij}^t . Deve ser observado que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial, $\forall ij \in \Omega_0$. E por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos, $\forall ij \in \Omega_1$.

2.2.3 Modelo Linear Disjuntivo

A modelagem matemática considerada como sendo ideal é a chamada modelo DC que é um problema de PNLIM. Entretanto, existe a possibilidade de transformar o modelo DC, não linear, num problema equivalente, cuja modelagem matemática corresponderia a um

“modelo linear”. Em geral, sempre é possível transformar um problema não linear quadrático com variáveis binárias e reais em um problema linear com variáveis binárias e reais usando uma transformação que permita “separar” os termos quadráticos em relações lineares. Este processo é obtido incorporando ao problema um parâmetro M de valor muito grande. Esta modelagem, chamada de linear disjuntiva, foi proposta por vários autores. A modelagem linear disjuntiva, cuja solução ótima é a mesma que o modelo DC [30], assume a forma de (8).

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} y_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \quad (8)$$

s.a.

$$S_0 f^0 + S_1 f^1 + g + r = d \quad (8a)$$

$$f_{ij}^0 - n_{ij}^0 \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \quad (8b)$$

$$f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - n_{ij}) \quad (8c)$$

$$f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \geq -M(1 - n_{ij}) \quad (8d)$$

$$|f_{ij}^0| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad (8e)$$

$$|f_{ij}^1| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij} \quad (8f)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (8g)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (8h)$$

$$n_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \Omega_T \quad (8i)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij}^1, \theta_j \text{ irrestritos} \quad (8j)$$

Sendo que c_{ij} é o custo de investimento associado a decisão de construção do circuito candidato n_{ij} entre as barras i - j . O α representa um parâmetro de penalidade para o corte de carga nas barras, r é o vetor do montante da carga cortado. O n_{ij} é uma variável binária igual a 1 se é adicionado um circuito no caminho i - j , caso contrário é igual a zero, S_0 é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos existentes na configuração base com fluxos f^0 e S_1 é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos candidatos considerados como variáveis binárias e com fluxos f^1 . As grandezas “ g ” e “ d ” representam, respectivamente, a geração de potência ativa injetada e a demanda (carga ativa) a ser atendida pela barra. θ_i é o ângulo de tensão na barra i . Finalmente, $\bar{f}_{ij}$ é fluxo de potência no circuito i - j e $\bar{g}$ é a capacidade de geração do gerador.

Em relação ao modelo linear disjuntivo apresentado, deve-se fazer as seguintes observações:

- 1) O conjunto de restrições (8a) representa a primeira lei de Kirchhoff e corresponde a n_b restrições lineares (sendo n_b o número de barras do sistema).
- 2) O conjunto de restrições (8b) representa as restrições da segunda lei de Kirchhoff para os circuitos existentes na configuração base e existe uma equação para cada caminho em que exista circuito na configuração base. Neste contexto, S_0 é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos existentes na configuração base. Portanto se existirem nl_0 caminhos em que existam circuitos na configuração base, a matriz S_0 será de dimensão $nl_0 \times n_b$. Deve-se observar que se num caminho existirem vários circuitos na configuração base, essa informação será armazenada numa única coluna da matriz S_0 .
- 3) O conjunto de restrições (8c) e (8d), realmente, pode ser representado da seguinte forma compactada:

$$\left| f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M (1 - n_{ij}) \quad (8k)$$

e representa a segunda lei de Kirchhoff para cada circuito candidato a adição. Na modelagem existirá uma restrição do tipo (8k) para cada circuito candidato a adição. Assim, por exemplo, se num caminho i-j for possível a adição de até quatro circuitos então deverá existir quatro restrições do tipo (8k) pois cada circuito candidato à adição é considerado separadamente como uma variável binária. Considerando a adição de cada circuito isoladamente como uma variável binária então a matriz de incidência nó-ramo S_1 deverá ter uma dimensão muito maior que a matriz S_0 , sendo que a mesma observação é válida para as dimensões dos vetores f^0 e f^1 .

- 4) É fácil verificar que a relação (8k) representa a segunda lei de Kirchhoff para cada circuito binário candidato a adição. Assim, se um circuito no caminho i-j for adicionado ao sistema ($n_{ij} = 1$), então de (8k) será verificado facilmente que:

$$\left| f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq 0 \Rightarrow f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0$$

Esta relação representa a segunda lei de Kirchhoff para o caminho i-j. Em caso contrário, se não for adicionado um circuito ao caminho i-j ($n_{ij} = 0$), então (8k) se transformará em:

$$\left| f_{ij}^i - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M$$

que é uma restrição trivial, sempre verdadeira, se o parâmetro M for muito grande.

O modelo linear disjuntivo apresenta algumas vantagens e desvantagens em relação ao modelo DC não linear convencional. A principal desvantagem está relacionado com o aumento da dimensão do problema com a introdução de variáveis binárias (no modelo DC podem ser usadas as variáveis inteiras n_{ij}) e, principalmente, com a escolha ou determinação do parâmetro M grande para cada restrição que passa a representar o fator complicante na solução do modelo linear disjuntivo. A principal vantagem está relacionada com a modelagem linear e, eventualmente, pode-se desenvolver algoritmos adequados com propriedades de convergência interessantes do ponto de vista teórico. Uma análise detalhada das vantagens e desvantagens da utilização do modelo linear disjuntivo pode ser encontrada em [29].

Para o planejamento dinâmico usando a modelagem linear disjuntiva, o problema assume a forma de (9) em que:

- ϵ^t - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial no estágio t ;
- f^t - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio t ;
- θ_i^t - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i da rede inicial no estágio t ;
- f_{ij}^t - Fluxo da potência ativa no ramo candidato $i - j$ no estágio t .

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados nos vários estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores existentes, g_j^t , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial, θ_i^t , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata, f_{ij}^t . Deve ser observado que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial, $\forall ij \in \Omega_0$. Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos, $\forall ij \in \Omega_1$.

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k^t \right] \quad (9)$$

s.a.

$$S^0 f^{T0} + S_1 f^t + g^t + r^t = d^t$$

$$f_{ij}^{T0} - \gamma_{ij} n_{ij}^{T0} (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \quad \forall_{ij} \in \Omega_0$$

$$f_{ij}^t - \gamma_{ij} n_{ij}^t (\theta_i^t - \theta_j^t) \leq M \left(1 - \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \right)$$

$$f_{ij}^t - \gamma_{ij} n_{ij}^t (\theta_i^t - \theta_j^t) \geq M \left(1 - \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \right)$$

$$|f_{ij}^{T0}| \leq \bar{f}_{ij}$$

$$|f_{ij}^T| \leq \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g_k^t \leq \bar{g}_k^t$$

$$0 \leq r_k^t \leq \bar{r}_k^t$$

$$n_{ij}^T \in \{0,1\}$$

$$f_{ij}^T \text{ irrestrito}$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

2.2.4 Modelo DC

No modelo DC, o sistema elétrico completo deve satisfazer as duas leis de Kirchhoff, isto é, todas as barras do sistema devem satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e todos os laços existentes devem satisfazer a segunda lei de Kirchhoff. Testes experimentais exaustivos mostraram que as topologias encontradas usando o modelo DC apresentam bom desempenho quando avaliadas com os modelos tradicionais de operação de sistemas de energia elétrica como o fluxo de carga AC.

A formulação matemática do modelo DC assume a forma estabelecida em (10):

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (10)$$

s.a.

$$Sf + g = d$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

f_{ij} irrestrito

θ_{ij} irrestrito

sendo que γ_{ij} representa a susceptância de um circuito no caminho i-j, n_{ij}^0 representa os circuitos pertencentes a configuração base, e n_{ij} representa os circuitos adicionados no caminho i-j e a seguinte relação é válida:

$$\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$$

Após algumas manipulações algébricas, pode-se chegar a uma formulação equivalente que assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (11) \\ \text{s.a.} & \\ & B\theta + g = d \\ & (n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ inteiro} \\ & \theta_{ij} \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

sendo que:

B - Matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos:

$$B = \begin{cases} B_{ij} = -\gamma_{ij} & \text{se } ij \in \Omega \\ B_{ij} = 0 & \text{se } ij \notin \Omega \\ B_{ii} = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij} \end{cases}$$

Ω - Conjunto dos ramos definidos pela rede inicial e pelos ramos candidatos;

θ - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal;

θ_i - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i ;

Na formulação (11), deve ser observado que as restrições do tipo:

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$$

só fazem sentido para $i - j$ tal que $n_{ij}^0 + n_{ij} > 0$. No caso de $n_{ij}^0 + n_{ij} = 0$, estas restrições não existem.

O problema, representado pelas formulações (10) e (11) é o mais próximo do problema real do sistema elétrico, porém, apresenta os mesmos inconvenientes já observados no planejamento da expansão do sistema de transmissão [Romero, 1993]:

- i. Parte das restrições são não-lineares. Em (10) e em (11), n_{ij} aparece multiplicado por $\theta_i - \theta_j$ e, além disso, em (11), a matriz B é função da variável de investimento n_{ij} e aparece multiplicado pela variável de operação θ .
- ii. A região factível pode ser não convexa.

Assim sendo, mesmo que a função objetivo seja linear, existem restrições não lineares tanto em (10) quanto em (11) e, desta forma, o planejamento de expansão da capacidade de transmissão torna-se um problema de PNLIM.

Quando a rede de transmissão da configuração base (existente) e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo DC, o problema do planejamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \delta_{inv}^t \left(\sum_{i,j} c_{ij} n_{ij}^t \right) \\
 \text{s.a.} & \\
 & B^t \theta^t + g^t = d^t \\
 & \left(\sum_{m=1}^T n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \left(\sum_{m=1}^T n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\
 & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
 & n_{ij}^t \text{ inteiro} \\
 & \theta_i^t \text{ irrestrito}
 \end{aligned} \tag{12}$$

sendo que:

g^t - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal no estágio t ;

B^t - Matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos no estágio t ;

θ_i^t - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i no estágio t ;

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de transmissão a serem adicionados nos diversos estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores existentes e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal, θ_i^t .

Assim como em (11), o problema formulado é um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM).

2.3 Técnicas de Solução

2.3.1 Técnicas Heurísticas

Os métodos de solução que utilizam estas técnicas fazem o plano de expansão através de um processo *passo a passo*, em que, para uma dada configuração denominada configuração base ou inicial, os equipamentos que aumentam a capacidade do sistema, conforme o aumento da demanda, são adicionados um a um, ou em pequenos grupos. Assim, a configuração do sistema é modificada pela adição de um ou vários circuitos e, a configuração, então obtida, é denominada configuração corrente.

Estes métodos, geralmente fazem uma análise da sensibilidade de uma função que avalia o desempenho do sistema e custo da ampliação, em relação a adição de um equipamento específico, para escolher as “melhores” adições. Assim, em cada passo, um circuito é selecionado por um indicador de sensibilidade *próprio* de cada algoritmo heurístico.

Desta forma, o circuito escolhido, em cada passo, para ser adicionado à chamada configuração corrente será um circuito que corresponderá ao caminho mais atrativo identificado pela análise de sensibilidade ou indicador de sensibilidade ou ainda, índice de desempenho.

A análise de sensibilidade, conforme já dito, é basicamente um parâmetro que de alguma maneira está relacionada com a variação da função objetivo devido a alguma variação dos parâmetros do sistema, considerando, como sistema, a configuração corrente. Assim, um indicador de sensibilidade possui as seguintes características:

- Identifica os caminhos mais atrativos para realizar adição de circuitos;



- É um indicador de caráter local, isto é, identifica a melhor estratégia para a configuração corrente, ao contrário de um indicador de caráter global que identificaria a melhor estratégia para a determinação da melhor configuração do sistema;
- Como os indicadores locais nem sempre coincidem com os indicadores globais, os algoritmos heurísticos construtivos, freqüentemente, não têm a capacidade de encontrar as configurações ótimas globais de sistemas reais.

A diferença fundamental de cada algoritmo heurístico está no indicador de sensibilidade usado para se determinar a solução do problema.

Os métodos com técnicas heurísticas simulam um procedimento manual clássico, definido a seguir:

- PASSO 1: Analisar a capacidade do sistema de atender a demanda em um novo período de planejamento;
- PASSO 2: Se existe alguma inadequação (sobrecargas ou cortes de carga), selecionar a adição de novos equipamentos baseado em algum critério técnico / econômico, voltar para o passo 1;
- PASSO 3: Se o sistema é considerado adequado, verificar se alguns dos equipamentos adicionados podem ser retirados mantendo a sua adequação;
- PASSO 4: Se nenhum elemento pode ser retirado, passar para o próximo período e voltar para o passo 1. O algoritmo termina quando todos os períodos de planejamento já foram estudados.

A desvantagem imediata deste tipo de método é que este procedimento não garante a otimalidade de uma solução. Os métodos que adotam técnicas heurísticas, não conseguem sequer avaliar a qualidade das soluções que encontram. Entretanto, este problema aparece em todas as técnicas de otimização de problemas complexos e multimodais.

Com relação a análise de sensibilidade, por mais sofisticados que sejam os critérios de adições de equipamentos e mesmo que testes mostrem soluções satisfatórias, na maioria das vezes a falta de uma estrutura consistente no método de solução compromete bastante a

confiabilidade nas soluções. Em termos técnicos, isto significa que é difícil determinar o domínio de aplicação das regras heurísticas.

A grande vantagem deste tipo de método de solução é a simplicidade de formulação. Em alguns casos, pode-se dizer que o método é uma tentativa do planejador de transformar seu conhecimento e desejo em um programa, adicionando alguma ferramenta matemática e contando com a lógica humana para a verificação da validade dos resultados.

Em alguns casos, estes métodos se tornam mais atrativos pelo fato de ser mais simples a consideração de muitos fatores pelos métodos heurísticos, ou seja, eles podem não garantir soluções ótimas mas, em contrapartida, podem levar em consideração uma maior quantidade de fatores que um planejador, em particular, considerar imprescindíveis.

Resumindo, do ponto de vista teórico, um algoritmo heurístico construtivo, nem sempre encontra a configuração ótima da expansão de um sistema elétrico. Na prática, estes algoritmos heurísticos encontram as configurações ótimas de sistemas pequenos e apenas configurações boas para sistemas elétricos de médio e grande porte. Entretanto, estes algoritmos são muito importantes pelos seguintes motivos:

- Na primeira fase de pesquisas (décadas de 60 e 70), esta era a única ferramenta que existia para solucionar os problemas de planejamento de sistemas elétricos de grande porte;
- A maioria destes algoritmos são robustos e simples de entender, programar e usar;
- Os esforços computacionais destes algoritmos são muito pequenos;
- Muitas características e propriedades destes algoritmos podem ser usadas no desenvolvimento de algoritmos mais complexos como as metaheurísticas (simulated annealing, algoritmo genético, busca tabu, GRASP, etc...);
- Ainda hoje, esses algoritmos são os mais usados pelas empresas elétricas.

2.3.2 Técnicas Clássicas de Otimização

Os *métodos de otimização clássica*, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, apresentam a capacidade de encontrar a solução ótima do problema de planejamento e são muito eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, mas, para

sistemas de grande porte ainda apresentam problemas de esforço computacional e de convergência.

2.3.2.1 Branch and Bound

O algoritmo Branch and Bound é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma *árvore* onde os *nós* representam os problemas candidatos e os *ramos* representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa *árvore*, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas no caso de problemas convexos. A estrutura geral apresenta três elementos fundamentais que serão detalhados a seguir: separação, relaxação e sondagem. Na etapa de separação, o problema original (P) é separado em “q” subproblemas (P_1), (P_2), ..., (P_q) sujeitos às seguintes condições:

(S₁) Toda solução viável de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$.

(S₂) Uma solução viável de qualquer um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$ é, também, uma solução viável de (P).

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$, é uma partição do conjunto das soluções viáveis de (P). Os subproblemas (P_i), $i = 1, 2, \dots, q$ são denominados *descendentes* de (P) e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

O interesse na separação (*branching*) é utilizar a estratégia de “dividir para conquistar” para resolver o problema (P). Quando a solução de (P) não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos (P_C). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é, novamente, separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos, caso contrário, o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é, então, comparado com o valor da solução *incumbente*, que é a melhor solução viável conhecida até o momento. Se caso a nova solução for melhor que a solução *incumbente*, ela se tornará a nova *incumbente*. Logo a seguir, retoma-se à lista

e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando se pode afirmar que a solução do problema é dada pela solução *incumbente* final.

A forma usual de separação (*branching*) de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). Assim, a partir do problema original, denominado nó zero, originam-se dois novos subproblemas¹, representados pelos nós “um” e “dois” que são sucessivamente divididos formando uma *árvore*. A cada nó se associa um subproblema candidato² e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação. Portanto, à medida que se desce na *árvore* a região viável dos descendentes gerados vai ficando cada vez mais restrita.

A relaxação consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema (P) visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original (P) esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado (P_R). Isto implica que:

(R₁) Se (P_R) não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para (P).

(R₂) O valor mínimo de (P) não é menor que o valor mínimo de (P_R)

(R₃) Se uma solução ótima de (P_R) é viável em (P), então ela é uma solução ótima de (P).

Dentre as formas possíveis de relaxação, destaca-se a eliminação das restrições de integralidade das variáveis, o que transforma o problema misto em um problema linear (PL) padrão.

Na análise dos problemas candidatos existe a necessidade de determinar quais são promissores e, portanto, que devem ser examinados, e quais podem ser sumariamente descartados. Isto é realizado na etapa de *sondagem* onde o problema candidato (P_C) é eliminado (descartado para análises futuras), juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer a pelo menos um dos critérios:

¹ Cada um dos subproblemas descendentes é mais fácil de resolver que o subproblema candidato de origem, uma vez que foi acrescentada uma restrição na variável de separação.



(CS₁) O problema candidato relaxado (PC_R) não tem solução viável. Devido a (R₁), isto significa que o problema candidato (P_C) também não tem solução viável.

(CS₂) A solução ótima do problema candidato relaxado (PC_R) é pior (*bounding*) do que a melhor solução atualmente conhecida para (P) (solução *incumbente*). Observar que a solução ótima do problema candidato relaxado é sempre melhor ou igual à solução do problema candidato e de seus descendentes.

(CS₃) Uma solução ótima do problema relaxado (PC_R) é viável, também, em (P_C). Neste caso, devido a (R₃), ela é ótima em (P_C) e, devido a (S₂) ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a *incumbente* atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova *incumbente*.

No caso do subproblema de investimento do planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos, o número de variáveis inteiras é igual ao produto do número de investimentos candidatos pelo número de estágios considerados. Em um primeiro momento, através da relaxação, supõem-se que é possível realizar investimentos fracionários e resolver o PL resultante. A solução ótima assim obtida, geralmente apresenta diversas variáveis de investimento com valores fracionários. Dentre estas deve-se selecionar uma para separação. Depois de realizada a separação é necessário que seja escolhido, dentre os problemas candidatos armazenados, qual será o próximo a ser examinado e, se necessário, sucessivamente separado até que algum dos critérios de sondagem seja satisfeito. Este procedimento se repete até que a lista de candidatos esteja vazia e a solução *incumbente* possa ser declarada solução ótima do problema (P).

No algoritmo Branch and Bound a escolha do problema candidato que será avaliado também é realizada de acordo com algum critério. Nesse caso, busca-se reduzir as necessidades de armazenamento ou o número de nós a serem avaliados.

2.3.2.2 Decomposição de Benders

A Decomposição de Benders é uma técnica de decomposição matemática usada para solucionar problemas complicados ou muito grandes através da solução repetida de uma série de problemas mais fáceis, ou menores.



Nesta técnica, um problema de programação linear inteiro misto é decomposto em uma série de subproblemas menores, um denominado de *Mestre* (um problema de programação linear inteiro), e outro chamado de *Escravo* (um problema de programação linear). Assim, o problema é resolvido iterativamente, com os subproblemas (mestre e escravo) trocando informação. A decomposição de Benders ainda pode ser aplicado a problemas de programação não linear inteiro misto mas, na maioria dos casos, sem a garantia de otimalidade. Para ver detalhes da utilização da Decomposição de Benders em planejamento da expansão de sistemas de transmissão ver [7,30].

2.3.3 Metaheurísticas

As Metaheurísticas são métodos de busca que combinam métodos heurísticos. Estes métodos tem-se mostrado muito efetivos na solução de problemas difíceis de grande porte, tal como o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Exemplos de Metaheurística são os métodos de Recozimento Simulado, Algoritmos Genéticos, Grasp, entre outros. A seguir será descrita a lógica de algumas destas técnicas.

2.3.3.1 Recozimento Simulado (Simulated Annealing)

Em 1953 foi publicado um trabalho para analisar o comportamento microscópico dos corpos. Um trabalho da Mecânica Estatística usando a metodologia de Monte Carlo. Este trabalho ficou conhecido como algoritmo de Metrópolis e foi um dos trabalhos usados pelos físicos para desenvolver uma técnica de construção de Cristais Perfeitos. Para explicar esta técnica faremos um breve resumo do problema.

Seja dado uma substância específica, as moléculas não se encontram com a mesma energia e pode-se afirmar que as partículas se encontram em distintos níveis de energia. O menor nível de energia acontece na temperatura do zero absoluto e esse estado é conhecido como “estado fundamental de energia mínima”.

Cada nível de energia é conhecido como microestado e cada microestado tem um nível de ocupação definido por n_i que é o número de partículas que existem no nível i . Assim, n_i ficaria determinado da seguinte forma:

$$n_i = P e^{-E_i/kT}$$

sendo que:

P: Um fator de proporcionalidade;



- k: A constante de “Boltzman”;
- T: A temperatura da substância;
- E_i : A energia do microestado i ;

Observação:

$E_i \text{ aumenta} \implies n_i \text{ diminui}$

$T \text{ aumenta} \implies n_i \text{ aumenta}$

A aplicação de um algoritmo de SA para resolver um problema de otimização combinatorial precisa da especificação de três aspectos significativamente distintos e independentes:

- 1. Uma representação adequada do problema;
- 2. Um mecanismo de transição;
- 3. Um programa de esfriamento (“cooling schedule”).

Para cada tipo de problema, deve ser definido claramente cada um destes três aspectos e geralmente existem várias maneiras de se definir ou caracterizar cada um destes itens, o que leva a algoritmos SA substancialmente diferentes.

Mais tarde, foi publicado a primeira pesquisa apresentando um algoritmo Simulated Anneling (SA), baseada na analogia entre o processo físico descrito no problema acima e o problema de otimização combinatorial.

<u>Mecânica Estatística</u>	$\leftrightarrow$	<u>Problema de Otimização</u>
Configuração	$\leftrightarrow$	Sol. Factível
Configuração fundamental (perfeita)	$\leftrightarrow$	Sol. Ótima
Energia da Configuração	$\leftrightarrow$	Valor da função objetivo
Temperatura	$\leftrightarrow$	Um parâmetro inventado (Temperatura)

A seguir será descrita resumidamente a estratégia de funcionamento de (SA) .

Supondo que seja conhecido o parâmetro T e a configuração (solução) corrente $x_{corrente}$ com função objetivo $f(x_{corrente})$, definimos uma vizinhança $N(x)$ de $x_{corrente}$. Assim todos os elementos (configurações) de $N(x)$ podem ser “visitados” a partir de $x_{corrente}$ através de um mecanismo de transição ou movimento.

De maneira aleatória é escolhido um vizinho $x_{candidato}$.

Seja: $\delta = f(x_{candidato}) - f(x_{corrente})$

Se $\delta < 0$, a configuração candidata é aceita e se transforma em configuração corrente (Problema de minimização);

Se $\delta \geq 0$, a configuração candidata é aceita se $U(0,1) < e^{-\delta/T}$, em outras palavras, a função objetivo sofre uma degradação.

O símbolo $U(0,1)$ representa um número aleatório gerado no intervalo $[0,1]$.

2.3.3.2 Algoritmo Genético

Na natureza os indivíduos “mais fortes” têm maior capacidade de sobrevivência quando os recursos se tornam escassos ou ocorre alguma mudança no meio ambiente. O termo “mais fortes” significa que um indivíduo possui um conteúdo genético de excelente qualidade. A unidade básica do conteúdo genético é o gene, e um conjunto dos genes forma o cromossomo que em última instância define a qualidade do indivíduo.

O algoritmo genético usa um conjunto de configurações (população dos indivíduos) para resolver um problema complexo, simulando o que ocorre na genética natural. Um algoritmo genético pode ser dividido nas seguintes etapas:

- Etapa 1: Nesta primeira etapa, deve ser representada adequadamente uma configuração do problema. Essa representação implica usar uma codificação e, originalmente, a codificação binária foi muito usada. Usando a codificação binária, é fácil implementar os operadores de recombinação e mutação.
- Etapa 2: Deve-se encontrar uma forma adequada de avaliar a função objetivo ou seu equivalente. Assim, identificamos as configurações de excelente qualidade como sendo aquelas que apresentarem uma função objetivo de excelente qualidade ou seu equivalente.
- Etapa 3: Deve-se criar uma estratégia de seleção para as configurações que tenham direito de participar na formação das configurações da nova geração.
- Etapa 4: Deve existir uma estratégia de recombinação que forneça informações de como as configurações devem ser recombinadas para gerar as novas configurações.

- Etapa 5: Deve haver um mecanismo de mutação que realize mutações esporádicas como acontece com a mutação do material genético na biologia.
- Etapa 6: Deve ser definido o tamanho da população, isto é, o número de configurações que faz parte da população.
- Etapa 7: Deve-se ter uma estratégia para gerar a população inicial.
- Etapa 8: Deve existir uma estratégia para parar o algoritmo.

Equivalência:

Solução (configuração)	↔	Cromossomo (indivíduo)
Variável	↔	Gene
Valores das variáveis (0, 1)	↔	Alelo

Um algoritmo genético simples deve seguir os seguintes passos:

- 1- Gerar uma população inicial após escolher a forma de codificação;
- 2- Calcular a função objetivo de cada configuração e armazenar a incumbente;
- 3- Realizar a seleção;
- 4- Implementar a recombinação;
- 5- Implementar a mutação e terminar de gerar a nova geração;
- 6- Estabelecer um critério de parada, se o critério de parada for satisfeito, pare. Em caso contrário voltar para o passo 2.

O ciclo entre os passos 2 e 5 é chamado “ciclo geracional”.

O mecanismo de codificação depende da natureza das variáveis do problema. Existem problemas com variáveis binárias que são mais simples de se implementar. Outros problemas podem apresentar variáveis inteiras ou contínuas. Os primeiros algoritmos genéticos usavam a codificação binária, assim, para esses algoritmos, as variáveis que originalmente eram inteiras ou contínuas eram transformadas em binária.

Deve ser criada uma estratégia para calcular a função objetivo para cada configuração. As vezes, deve ser usado uma estratégia para formular um equivalente da função objetivo que pode ser mais adequado para o algoritmo genético. Às vezes é necessário padronizar a função objetivo. Por último, este parâmetro que identifica a qualidade de uma configuração (que pode

ser a própria função objetivo ou seu equivalente) é chamada de *fitness function* (função de aptidão).

Para a seleção, tipicamente é usada a seleção baseada em torneio em que em cada jogo é escolhida a configuração ou topologia ganhadora. Tipicamente em cada jogo participam um número reduzido de configurações, isto é, de duas a quatro configurações. A seleção baseada em torneio tem a vantagem de não precisar modificar a função objetivo.

Uma vez selecionadas as configurações, devemos formar os pares de acasalamentos e realizar a recombinação. Na recombinação, um par de configurações misturam seu conteúdo genético e formam 2 descendentes. O ponto de recombinação é escolhido aleatoriamente. Para a recombinação de um simples ponto (single point) é feita a escolha de um número aleatório entre 1 e $(k-1)$, em uma configuração com k elementos. Uma vez escolhido o ponto de recombinação, as duas configurações candidatas são geradas trocando-se a parcela à direita do ponto de recombinação das duas configurações. Nem todas as configurações são recombinadas. Uma parcela pequena pode passar para a próxima etapa sem recombinação. Assim é definido a taxa de recombinação P_c . O índice P_c especifica, em forma estatística, a porcentagem de configurações que deveriam ser recombinadas. Por exemplo, se $P_c = 0.8$, isto indica que 80% das configurações devem ser recombinadas.

Na codificação binária, a mutação consiste em transformar o valor de uma posição do arranjo de 0 para 1 ou vice-versa. Na maioria das pesquisas, a mutação é considerada um operador secundário. Uma taxa de mutação é definida como sendo o seguinte: para cada bite de cada configuração, gera-se um número aleatório $p \in [0, 1]$ e se $P < P_m$ existirá mutação da posição. Se $P_m = 0.05$, significa dizer que existe uma probabilidade de 0.05 de se realizar uma mutação.

O ciclo geracional é o processo de seleção – recombinação – mutação, que permite encontrar as configurações da nova geração a partir da população corrente. O ciclo geracional é controlado pelo chamado *Programa de Controle do Algoritmo Genético*. Este programa é composto de parâmetros que definem o tamanho da população, a taxa de recombinação e a taxa de mutação, definindo a qualidade do algoritmo.

Existem vários critérios de parada, entre eles podemos citar:

- 1- *Parar* após a execução de um número determinado de gerações;



- 2- *Parar* quando a incumbente atingir um valor especificado;
- 3- *Parar* se as configurações da população ficarem muito homogêneas.

A população inicial do algoritmo pode ser gerada aleatoriamente ou através de um algoritmo heurístico muito rápido.

2.3.3.3 Grasp (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

O Grasp é um processo iterativo que tem duas fases associadas com cada iteração: uma fase de construção, onde uma solução viável é construída por um procedimento “guloso” aleatório e, uma fase de busca local, que busca por um mínimo local pertencente a uma dada vizinhança a partir da solução obtida pela fase de construção. A melhor solução, considerando todas as iterações do Grasp, é mantida como a resposta para o problema.

Para a explicação do algoritmo, deveremos entender que: x e x^* representarão respectivamente, uma solução viável para o problema e a melhor solução obtida até certa iteração conhecida “ k ” do algoritmo.

As principais funções da metaheurística Grasp são os procedimentos da *fase de construção*, onde uma solução viável é, iterativamente, construída, e a *fase de busca local*, onde se busca por uma solução mínima local que esteja dentro de uma vizinhança pré-determinada da solução obtida na fase de construção.

GRASP está sendo usado na otimização de muitos problemas da pesquisa operacional e também foi usado no planejamento de sistemas de transmissão [31]. Deve-se observar que um dos inventores do GRASP foi o pesquisador brasileiro Maurício Resende. Para maiores detalhes sobre a teoria e aplicação de GRASP ver [45].

2.3.3.4 Busca Tabu

O Busca Tabu (Tabu Search – TS) é um procedimento metaheurístico utilizado para gerenciar um algoritmo heurístico de busca local evitando que o processo pare em um ótimo local. Assim, TS realiza uma exploração através do espaço de configurações contornando adequadamente os ótimos locais.

O TS foi inventado por Fred Glover na década de 80 e está sendo intensamente usado para a solução de problemas complexos em áreas muito variadas da pesquisa operacional.

Entretanto, a aplicação de TS em problemas de sistemas de energia elétrica ainda se encontra na fase inicial. O algoritmo de Busca Tabu é amplamente desenvolvido em [46].

2.4 Revisão Bibliográfica Recente e o Estado da Arte em Planejamento de Sistemas de Transmissão

Nesta seção é feita a análise de algumas propostas, para a solução do problema de planejamento estático de sistemas de energia elétrica a longo prazo, indicando as suas características mais interessantes.

Em [24,25] são apresentados algoritmos com técnica de solução baseada em Busca Tabu (TS) e com o modelo DC adotado (por ambos), como modelagem matemática.

Em [24] o algoritmo envolve três fases distintas: durante a primeira fase, o algoritmo TS é introduzido basicamente como um algoritmo de busca com uma memória de curto prazo, uma lista-tabu e um critério de aspiração que permite determinar dentre os movimentos permitidos, aquele mais atrativo; na segunda fase é incluído um mecanismo de diversificação, um de intensificação e um de memória a longo prazo; e finalmente, na terceira fase, são incluídos “Path Relinking”, configurações elite, seleção inteligente de configuração inicial, oscilação estratégica, redução de vizinhos e versões híbridas adicionando características de outros métodos combinatoriais como Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing (SA). Em [24] é proposto não apenas uma configuração inicial, mas sim uma família de configurações concorrentes mantidas durante todo o processo de otimização. Esta família de configurações são obtidas ou através do Algoritmo de Garver modificado que, apesar de utilizar como modelagem matemática um modelo relaxado (modelo de transportes), possui a capacidade de localizar com precisão a maioria dos eixos de transmissão para a expansão da rede, ou randomicamente (através de uma função randômica).

Em [25], o algoritmo descrito foi dividido nas seguintes etapas: *Etapa 1*: nesta etapa, é obtido uma configuração inicial determinada por um conjunto de indicadores de sensibilidade; *Etapa 2*: com a configuração inicial determinada, é iniciada a fase de expansão; *Etapa 3*: com o término da fase de expansão, a fase de intensificação é iniciada. Esta etapa é subdividida em duas fases: Intensificação 1 e Intensificação 2. *Etapa 4*: com o término da fase de intensificação, é iniciada a fase de diversificação. Dentro do contexto de [25], a fase de expansão é considerada a fase de busca por configurações factíveis. Desta forma, diferentes

planos de expansão podem ser obtidos iniciando esta fase com configurações iniciais distintas. Na fase de intensificação, “um movimento” consiste em trocar dois ou mais circuitos, ou seja, um circuito candidato construído previamente é removido e outro candidato é adicionado. Este movimento (permuta) é baseado em indicadores de sensibilidade e são permitidos somente dentro de uma região factível. Na Intensificação 1, apenas movimentos para soluções com menores custos de investimento são permitidos e em contrapartida, na Intensificação 2, movimentos para soluções mais caras são permitidos com o objetivo de contornar soluções ótimas locais. Na fase de diversificação, o objetivo é direcionar a busca para regiões não exploradas dentro do espaço de buscas. Nesta fase, os circuitos candidatos que apresentarem uma maior frequência na última iteração serão proibidos na próxima fase de expansão. O critério de parada do algoritmo é o número de fases de diversificação executadas.

O algoritmo de [24] foi testado no sistema de 6 barras de Garver, no sistema de 46 barras Sul Brasileiro e no sistema de 87 barras Norte Nordeste Brasileiro. O algoritmo de [25] foi testado no sistema de 46 barras Sul brasileiro e no sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.

Para o sistema de 6 barras de Garver, o algoritmo de [24] determinou a família de configurações iniciais “randomicamente” pois da outra forma, a busca se tornaria trivial. Para este teste não foi permitido o redespacho da geração, tornando o problema mais difícil e sua convergência mais complicada. A algoritmo encontrou a solução ótima com o custo do investimento $v = 200$ e com as seguintes adições de circuitos: $n_{2-6} = 4$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 2$.

Já para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, ambos os algoritmos [30,31] encontraram a solução ótima com o custo de investimento $v = 154,42$ milhões de dólares e com as seguintes adições de circuitos: $n_{20-21} = 1$, $n_{42-43} = 2$, $n_{46-6} = 1$, $n_{19-25} = 1$, $n_{31-32} = 1$, $n_{28-30} = 1$, $n_{26-29} = 3$, $n_{24-25} = 2$, $n_{29-30} = 2$ e $n_{5-6} = 2$.

Para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução encontrada pelo algoritmo [25] prevê um investimento $v = 444,39$ milhões de dólares, com a adição de 21 circuitos.

A solução ótima para o sistema de 87 barras Norte Nordeste Brasileiro sem redespacho não é conhecida e a melhor configuração obtida pelo algoritmo [24] prevê um investimento de 2,574 bilhões de dólares com a adição de 107 circuitos.

O Algoritmo Genético é uma metodologia usada para resolver problemas de otimização combinatorial e apresentou um grande sucesso na última década para solucionar

problemas de grande porte em áreas muito diversas. O algoritmo foi, inicialmente, formulado por Holland [27], baseado no princípio da seleção natural que acontece na natureza e que fornece maiores chances de sobrevivência aos indivíduos melhores dotados. Matematicamente, o Algoritmo Genético pode ser considerado como uma técnica de otimização combinatorial com uma alta probabilidade de encontrar a solução ótima global de problemas grandes e complexos e com muitas soluções ótimas locais.

Em [26] é descrito um Algoritmo Genético que utiliza como modelagem matemática o modelo DC. Neste trabalho, um indivíduo representa uma e somente uma solução candidata do problema. Um gene é associado a cada caminho (existente ou candidato) através do sistema de potência. Desta maneira, o tamanho do indivíduo corresponde ao somatório do número de caminhos (existente ou candidato). Um alelo (valor numérico de cada gene) corresponde ao número de adições em um caminho específico (existente ou candidato), sendo assim, um indivíduo com todos os genes iguais a zero representará uma rede de transmissão sem adições de circuitos. Foram implementados dois mecanismos de seleção: o primeiro chamado de “Remainder Stochastic Sampling Without Replacement”, e o segundo chamado “Tournament Selection”.

Os resultados obtidos usando a segunda maneira de seleção foram melhores que os encontrados quando considerado a primeira forma de seleção. No primeiro método de seleção, para quase todos os casos testados, verificou-se uma convergência prematura.

Três técnicas de Crossover foram implementadas e testadas: (1) em um ponto; (2) em dois pontos e (3) por máscara. Não foi observada uma melhor performance quando compararam-se as três técnicas.

O mecanismo de mutação foi implementado baseado em “Simulated Annealing”. Neste mecanismo, para cada gene, um número randômico é gerado no intervalo [0-1]. Se este número fosse menor que a taxa de mutação, o respectivo alelo do gene corrente seria trocado por outro valor randômico dentro de um intervalo específico. Se o novo indivíduo gerado por este mecanismo possuísse uma função objetivo de melhor qualidade, ou seja, possuísse uma melhor configuração, a mutação seria aceita. Em caso contrário, ela só seria aceita com alguma probabilidade que dependeria de um valor de temperatura. Esta temperatura iniciava-se com um alto valor e era vagarosamente reduzida de acordo com uma lista de resfriamento.

O algoritmo foi testado em três sistemas reais: o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro e o sistema de 171 barras Colombiano.

Para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, o algoritmo levou 23 gerações para determinar a solução ótima, com investimento de $v = 154,42$ milhões de dólares e com um tempo computacional da ordem de 1,5 minutos.

No caso do sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor configuração encontrada previa um custo de investimento de 478,99 milhões de dólares com um tempo computacional gasto da ordem de 46 minutos.

Para o sistema de 171 barras Colombiano, a melhor solução encontrada previa um custo de investimento de 564,72 milhões de dólares, com um tempo computacional gasto da ordem de 3 horas.

Uma metodologia adequada para encontrar a configuração ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão, quando se utiliza o modelo de transportes, consiste em usar um algoritmo de Branch and Bound. Entretanto deve ser desenvolvido um algoritmo de Branch and Bound eficiente e uma implementação computacional adequada para que o esforço computacional não seja proibitivo na resolução de problemas de grande porte.

Em [28] é apresentado um algoritmo especializado Branch and Bound que utiliza como modelagem matemática o modelo de transportes. O algoritmo é baseado numa busca em árvore, onde os nós representam os problemas candidatos e os ramos correspondem às decisões tomadas para um dado caminho. Todas as soluções são, explícita ou implicitamente, representadas numa árvore, o que garante que todas as soluções ótimas serão obtidas pelo algoritmo. O algoritmo parte com os procedimentos básicos: separação, relaxação e sondagem. A operação de separação consiste em dividir o problema corrente (um nó na árvore de decisão) em dois descendentes. A variável de separação é uma variável que assume um valor não inteiro em um nó corrente e pode ser forçada a assumir valores inteiros vizinhos e, em ambos os casos, uma nova restrição é então adicionada ao problema corrente. O problema corrente é então eliminado da lista de problemas candidatos e os dois problemas descendentes são adicionados à lista (como resultado da operação de separação). A operação de relaxação consiste em relaxar algumas restrições complicantes do problema original para torná-lo mais fácil de resolver. Assim, ao invés de se resolver um problema linear inteiro misto, resolve-se um problema linear chamado problema linear correspondente. A operação de sondagem consiste em verificar qual dos subproblemas candidatos podem ser eliminados (ou sondados) da lista de candidatos. A seleção do subproblema candidato é feita por pseudocustos e a variável para separação é escolhida através de um parâmetro baseado na seguinte regra

empírica: escolhe-se a variável que estiver mais longe de valores inteiros, isto porque é esperado que as variáveis cujos valores correntes estejam perto de valores inteiros naturalmente tenderão para esses valores no decorrer do processo de busca, sendo assim, escolhe-se para “branching” as variáveis que estejam mais distantes de valores inteiros. Para melhorar o desempenho do algoritmo, foram utilizadas restrições de cerca.

O algoritmo foi testado em 4 sistemas: o sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com e sem redespacho, o modelo reduzido do sistema Sudeste Brasileiro de 78 barras sem redespacho e o sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras com e sem redespacho.

No sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o algoritmo encontrou as soluções ótimas. Uma destas soluções, é a solução ótima para o modelo DC. O algoritmo convergiu após 112 PL's sem a utilização de restrições de cerca.

No sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho, o algoritmo encontrou a solução ótima com um custo de investimento de $v = 53,334$ milhões de dólares e após a solução de 269 PL's (sem a utilização de restrições de cerca e sem uma incumbente inicial). Quando não se permite o redespacho, a complexidade do problema aumenta significativamente. Sem a utilização de restrições de cerca e sem a determinação de uma incumbente inicial, o algoritmo encontrou a solução ótima após 3500 PL's. Usando as restrições de cerca e uma incumbente inicial (obtida com um método heurístico baseado no método de Garver) este número foi reduzido para 1220 PL's.. Foram encontradas soluções ótimas múltiplas com investimentos de $v = 127,012$ milhões de dólares.

Para o sistema Sudeste Brasileiro, sem a inclusão de restrições de cerca, o algoritmo encontrou a solução ótima após solucionar 1.006 PL's, com investimentos de $v = 284,1$ milhões de dólares.

No sistema de 87 barras Norte-Nordeste Brasileiro com redespacho e são incluídas restrições de cerca, o algoritmo encontrou a solução ótima após 2.299.279 de PL's. Quando as restrições de cerca não foram incluídas, o número de PL's aumentou para 7.965.438. O investimento ótimo obtido foi de 614,9 milhões de dólares. Sem o redespacho e usando as restrições de cerca, o processo parou quando o número de PL's bateu o limite de 100.000.000. O melhor investimento obtido foi $v = 1,194$ bilhões de dólares.

Outra alternativa para resolver problemas de planejamento de sistemas de transmissão consiste em usar técnicas de decomposição matemática que permitem decompor o problema complexo de planejamento em dois subproblemas: um subproblema de investimento também



chamado mestre e um subproblema de operação chamado escravo. A técnica de decomposição matemática usada é a Decomposição de Benders e os dois subproblemas, mestre e escravo, são resolvidos de maneira iterativa até que seja encontrada a solução ótima global. O subproblema de operação é um problema de programação linear e o subproblema de investimento é um problema de programação inteira. Portanto, a complexidade do problema foi transferida para a resolução do subproblema mestre em forma iterativa. O subproblema mestre, que é um problema de programação inteira, pode ser resolvido usando vários métodos, como por exemplo, um algoritmo de Branch and Bound.

Em [29], a modelagem matemática usada para a modelagem da rede é o modelo de transportes e o problema é resolvido usando a Decomposição Hierárquica de Benders. O problema é decomposto em dois subproblemas: o mestre e o escravo. O método hierárquico consiste em resolver o problema em dois estágios. No primeiro estágio, o problema é resolvido relaxando a integridade das restrições (variáveis de adição de circuitos). O objetivo deste estágio é determinar um conjunto de cortes de Benders e uma solução relaxada do problema original. Embora sejam aproximados, estes cortes simplificam a solução no segundo estágio. No segundo estágio, a integridade das restrições são reintroduzidas no problema. Neste estágio, o subproblema de operação permanece relaxado e o subproblema de investimento torna-se um problema inteiro misto. Assim, o esforço computacional aumenta significativamente pois existe a necessidade de se resolver um problema inteiro em cada iteração. A metodologia hierárquica reduz este esforço pois os cortes de Benders gerados no primeiro estágio são aproveitados no segundo estágio e são boas aproximações para os cortes do problema não relaxado. Para a solução do subproblema de investimento deste estágio é utilizado um algoritmo de Branch and Bound. Algumas implementações alternativas para a seleção do subproblema candidato foram testadas, pode-se utilizar a regra LIFO (last in, first out) ou os conceitos de Pseudocusto. Para a seleção da variável de branching, o algoritmo pode usar o conceito de selecionar a primeira variável não inteira obtida, pode fazer a seleção através do custo ou pode, também, utilizar os conceitos de Pseudocustos. Alguns conhecimentos específicos para a melhoria da eficiência do algoritmo foram implementadas, como as restrições de cerca e de caminhos.

O método foi testado em dois sistemas. O sistema de 6 barras de Garver sem redespacho e o sistema de 46 barras Sul Brasileiro.

No teste do sistema de 6 barras de Garver, sem considerar as restrições de cerca, o algoritmo levou 121 PL's para encontrar a solução ótima: foram gerados três cortes de :



Benders durante a fase 1 e o algoritmo de B&B foi chamado apenas uma vez durante a fase 2. Os “Pseudocustos” foram usados para selecionar os subproblemas candidatos e as variáveis de separação. Quando as restrições de cerca foram consideradas, nove cercas foram criadas e a solução ótima foi obtida após 87 PL's e nenhum corte de Benders foi gerado. O método proposto encontrou cinco soluções alternativas, todas com investimento $v = 200$. Uma destas soluções também é factível para a modelagem DC.

O teste realizado no sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho, encontrou um custo de investimento de $v = 53,334$ milhões de dólares. No estágio 1, 19 cortes de Benders foram gerados e no estágio 2 foram feitas 4 chamadas do algoritmo Branch and Bound. A melhor performance foi obtida quando o algoritmo B&B usou Pseudocustos para as seleções do subproblema candidato e das variáveis de separação, onde foram utilizados 2.285 PL's. Com o redespacho, o algoritmo encontrou duas soluções alternativas com custo de investimento $v = 127,212$ milhões de dólares. Neste caso, 33 cortes de Benders foram gerados na fase 1 e 139 na fase 2, com 82 chamadas para o algoritmo B&B. A melhor performance foi observada quando o algoritmo utilizou para a seleção do subproblema candidato o critério LIFO e para a seleção da variável o Pseudocustos. A configuração ótima foi encontrada após a solução de 1.507.710 PL's. Quando foram introduzidas as restrições de cerca e de caminho, o número de PL's resolvidos caiu para 16.763 com somente 13 cortes de Benders gerados na fase 2.

Em [30] o problema é resolvido também por decomposição de Benders, mas agora ele é formulado pela modelagem (0-1) disjuntiva. Uma das dificuldades encontradas para a aplicação desta formulação foi em relação ao valor do parâmetro M . Os valores numéricos grandes para a constante disjuntiva provocaram instabilidade numérica nos cortes de Benders, o que trouxe problemas de convergência para o processo de decomposição. Para contornar este problema, utilizou-se um esquema iterativo para variar o valor da constante disjuntiva com o objetivo de melhorar o condicionamento numérico dos cortes de Benders gerados durante o processo de decomposição. Para tornar mais rápida a convergência, foi considerado a inclusão de outros cortes (restrições) como os cortes de Gomory e outros, além dos de Benders, no problema mestre, acerca das restrições do problema escravo. Estes “outros cortes” foram gerados a partir de relaxações do problema escravo. Assim, foi proposto a utilização de cortes de Benders gerados a partir de modelos de transportes e híbridos, que são relaxações do problema escravo formulado pelo modelo linear disjuntivo. Desta maneira,



estes cortes foram usados em conjunto com os cortes de Benders tradicionais gerados pelo subproblema escravo e com os cortes de Gomory, para o problema mestre.

Esta metodologia foi testada no sistema de 46 barras Sul Brasileiro sem redespacho. A solução ótima obtida pelo método foi um custo de investimento $v = 154,4$ milhões de dólares, melhor conhecida até o momento. Com os resultados obtidos, pode-se verificar a importância da utilização dos cortes de Gomory pois estes reduzem o número de problemas mestre a serem resolvidos, reduzindo o tempo de processamento em casos de difíceis soluções. Foi verificada também a importância de um valor mínimo em conjunto com o ajuste (nas iterações iniciais) para a constante disjuntiva M , o que reduziu drasticamente o número de iterações e o tempo de processamento para atingir a convergência e se não fosse considerado os cortes de Benders para relaxações do problema escravo, no caso os problemas de transportes e híbrido, o processo não convergiria por falta de memória.

Um outro método classificado como uma metaheurística é o denominado GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure).

O GRASP é um processo iterativo que tem duas fases associadas com cada iteração: uma fase de construção, onde uma solução viável é construída por um procedimento “guloso” aleatório e, uma fase de busca local, que busca por um mínimo local pertencente a uma dada vizinhança a partir da solução obtida pela fase de construção. A melhor solução, considerando todas as iterações do GRASP é mantida como a resposta para o problema. Estes métodos de busca, que combinam métodos heurísticos, têm se mostrado muito efetivos na solução de problemas difíceis e de grande porte.

Em [31], a solução do problema é baseada na metodologia metaheurística GRASP. Esta técnica heurística iterativa é associada por escolha aleatória e busca local compondo um sistema de duas fases, a fase de construção e a fase de busca local. Estas duas fases aparecem em cada iteração. Na fase de construção, é construído uma solução factível por uma técnica randômica e, a fase de busca local, é iniciada a partir da solução da fase de construção e encontra o ótimo local de uma dada vizinhança. A melhor de todas as iterações é escolhida como solução final (configuração final).

Esta metodologia foi testada em três sistemas: o sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho e o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.



No sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o algoritmo foi processado quatro vezes, para cada vez, os principais parâmetros eram modificados: o tamanho da lista de candidatos (randômica) e a vizinhança da fase de busca local. Para todos os casos analisados, GRASP encontrou a solução ótima.

Para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho, GRASP encontrou a melhor solução, já conhecida, até o momento, com o custo de investimento previsto de $v = 70,289$ milhões de dólares.

No sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução encontrada estabeleceu um custo de investimento de 512,8 milhões de dólares.

Os melhores resultados já obtidos para os sistemas testados também foram encontrados por GRASP e melhores soluções foram encontradas para o sistema Sudeste Brasileiro. Para os sistemas de grande porte, o esforço computacional requerido pelo GRASP foi moderado.

Em [32] é descrito um algoritmo Branch and Bound que utiliza, para a representação matemática da rede, o modelo disjuntivo. Uma solução heurística é usada como incumbente inicial. Esta solução heurística é obtida através do algoritmo metaheurístico GRASP.

O algoritmo Branch and Bound do trabalho é resolvido pelo software XPRESS [39] Solver (release 11). Com o software, existe a possibilidade de, além de utilizar a modelagem disjuntiva padrão, utilizar uma modelagem disjuntiva alternativa e é permitida, também, a variação do parâmetro M durante as iterações do algoritmo³.

O algoritmo foi testado para os sistemas de 46 barras Sul Brasileiro com e sem redespacho e para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.

Para o sistema de 46 barras sem redespacho, a melhor solução obtida por Decomposição Hierárquica de Benders e GRASP estabelece uma configuração com um custo de 154,26 milhões de dólares. Com os parâmetros de penalidade (M), da formulação disjuntiva, fixos e sem a determinação da incumbente inicial, o algoritmo demorou 4 horas para encontrar esta configuração. Usando a formulação disjuntiva alternativa, com a otimização dos fatores de penalidade, a mesma solução foi obtida em 2 horas e 10 minutos de processamento, mostrando a superioridade desta versão quando comparada a primeira. Usando GRASP para a determinação da incumbente inicial, o algoritmo encontrou esta solução em 81 minutos.

³ Para maiores informações consulte [32]



No sistema de 46 barras com redespacho, a melhor solução obtida conhecida implica em um investimento de 70,21 milhões de dólares. Usando o algoritmo com a formulação padrão e com a otimização dos parâmetros de penalidade, o algoritmo demorou 33 segundos para determinar esta solução. Usando a formulação matemática disjuntiva, o tempo de processamento passou para 57 segundos.

Para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução conhecida estabelece um investimento de 422 milhões de dólares, encontrada por GRASP. Sem a determinação de uma incumbente inicial e usando a modelagem disjuntiva alternativa, não foi possível obter a solução ótima devido ao tamanho da árvore de busca, porém, soluções sub-ótimas foram encontradas, como por exemplo, uma solução factível com um gap de 8% (comparado com a melhor solução conhecida) foi obtida em um período de 33 minutos de processamento. Com uma incumbente inicial de \$423 milhões, o algoritmo B&B encontrou esta solução em 50 minutos e, a melhor encontrada até o momento, em 90 minutos de processamento.

2. Conclusão

2.2 Algoritmo de Gurobi para o Modelo de Transportes

Capítulo 3

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo de Transporte

3.1 Introdução

Neste capítulo é realizada uma análise detalhada do algoritmo heurístico construtivo, evidenciando a importância do algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transporte usado em planejamento de sistemas de transmissão. A proposta do algoritmo é estendida para o planejamento dinâmico (multiestágio) usando vários indicadores de sensibilidade. As propostas são testadas usando diferentes indicadores de sensibilidade em sistemas elétricos de complexidade variada [36].

3.2 Algoritmo de Garver para o Modelo de Transportes

Quem apresentou, pela primeira vez, o modelo de transportes e um algoritmo heurístico construtivo para resolvê-lo foi Garver. Um algoritmo heurístico construtivo (AHC) é um processo de solução iterativo para encontrar uma solução factível de um problema complexo, através de um processo passo a passo. Em cada passo, é adicionada um componente da solução e o processo termina quando é encontrado uma solução geralmente de boa qualidade. Um AHC é robusto e converge rapidamente mas, para problemas grandes e complexos, este tipo de algoritmo converge apenas para uma solução de boa qualidade e, às vezes, estas podem estar muito distantes da solução ótima.

Em cada passo do AHC deverá ser escolhido um componente da solução do problema, ou seja, no caso do problema de planejamento, um circuito que deverá ser adicionado ao sistema. A escolha desse componente é determinada por um indicador de sensibilidade do

AHC. Esse indicador de sensibilidade pode ser muito simples como uma decisão intuitiva, pode ser uma relação matemática aproximada ou pode ser uma decisão sofisticada como a solução do próprio problema após relaxar alguns aspectos complicantes. O AHC de Garver usa este último tipo de indicador de sensibilidade.

A idéia fundamental de Garver está no tipo de indicador de sensibilidade proposto. Garver sugeriu resolver, em cada passo do algoritmo, o próprio modelo de transportes após relaxar a integralidade das variáveis de investimento, ou seja, se no problema (3) fizermos $n_{ij} \geq 0$, o modelo de transportes se transformará em um simples problema de programação linear (PL). A solução desse PL poderá indicar o circuito mais importante que deverá ser adicionado ao sistema no estágio corrente de implementação do AHC. Deve ser observado que a solução do problema de PL é usada apenas para identificar o circuito mais importante no passo corrente do algoritmo, ou seja, ela é utilizada para o cálculo do indicador de sensibilidade do algoritmo, que identificará o circuito que deverá ser adicionado ao sistema no passo corrente.

Em cada passo do AHC de Garver, a solução do PL identificará um conjunto de valores de $n_{ij} \neq 0$ e geralmente não inteiros. Assim, Garver sugeriu que deveria ser adicionado ao sistema o circuito com $n_{ij} \neq 0$ e que levaria o maior fluxo de potência na solução do PL, ou seja, o circuito com maior valor de $f_{ij} = n_{ij} \cdot \bar{f}_{ij}$. Assim, o algoritmo de Garver para o planejamento estático assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente com valores de n_{ij}^0 conhecidos.
2. Resolver um PL para o modelo de transportes relaxado ($n_{ij} \geq 0$) e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar $v = 0 \Rightarrow n_{ij} = 0$, pare, porque foi encontrada uma solução factível para o modelo de transportes. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Indicador de sensibilidade: Na solução do PL, identificar o circuito que levará o maior fluxo de potência. Atualizar a topologia corrente (n_{ij}^0) com a adição do circuito identificado pelo indicador de sensibilidade. Ir ao passo 2.

Uma das primeiras limitações observadas nos AHC é que alguns circuitos adicionados durante o processo se tornam irrelevantes com a adição posterior de outros circuitos mais importantes. Este problema foi observado, por exemplo, em [5] mas é uma característica de todos os AHC. Para contornar este problema é sugerido incrementar um passo adicional de retirada de circuitos irrelevantes. Assim, uma modificação trivial para o algoritmo de Garver

consistia em adicionar esse passo adicional de retiradas de circuitos, também chamada de fase de otimização local. A estrutura básica do AHC de Garver foi usada por todos os AHC para o problema de planejamento que apareceram posteriormente.

Podemos usar a idéia fundamental de Garver para propor um algoritmo heurístico generalizado para o problema de planejamento que incorpore todos os outros AHC, inclusive o algoritmo de Garver, como casos particulares desse algoritmo heurístico generalizado. Assim, o AHC generalizado para planejamento estático assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e escolher o modelo matemático (Modelo de Transportes, Modelo DC, etc.)
2. Resolver um PL para o modelo matemático escolhido e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar que o sistema está operando adequadamente com as adições já implementadas, pare, porque foi encontrada uma solução para o modelo matemático escolhido e, deve-se ir ao passo 4.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema. Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em adequadas condições de operação. Se o sistema operar adequadamente, retirar o circuito e em caso contrário o circuito deverá ser mantido. Repita o processo, simulando a retirada de cada circuito, até analisar todos os circuitos. Assim, os circuitos adicionados e que não foram retirados, representarão a solução do AHC.

O AHC de Garver é um caso especial do AHC generalizado com as seguintes características específicas: (1) usa o modelo de transportes, (2) o indicador de sensibilidade é o fluxo de potência que passa pelos circuitos adicionados na solução do PL correspondente (PLI relaxado) para a topologia corrente e, (3) não usa o passo 4 de busca local que corresponde a retirada de circuitos. Entretanto, nos testes realizados com o algoritmo de Garver, nós incorporamos o passo 4 de busca local. Outra limitação do Modelo de Transportes é que a solução ótima desse modelo pode ficar muito distante da solução ótima do modelo DC. Este problema foi contornado por Garver usando, posteriormente, o modelo Híbrido.



O algoritmo de Garver é na verdade uma proposta sofisticada entre os algoritmos heurísticos. Segundo a classificação de algoritmos heurísticos proposta em [34], podemos considerar o algoritmo de Garver como sendo um heurístico construtivo mas que usa uma outra heurística como módulo básico na determinação do indicador de sensibilidade. Na determinação deste índice, é usada uma heurística chamada de manipulação do modelo matemático, onde se resolve o PL correspondente da topologia corrente para identificar o circuito mais importante que deverá ser adicionado ao sistema. A fase de busca local representa outra proposta heurística adicional.

O principal problema do AHC de Garver acontece quando o indicador de sensibilidade se torna pouco eficiente. Deve-se observar que, se o PL correspondente apresentar uma solução com valores inteiros de n_{ij} , então o algoritmo encontrou o ótimo global. Em sistemas elétricos pequenos, mesmo quando a solução do PL correspondente apresentar valores de n_{ij} não inteiros, é possível que o AHC de Garver encontre a solução ótima do Modelo de Transportes. O problema aparece em sistemas grandes e complexos e, especialmente, nas fase finais do processo. Nesses casos, nossa experiência mostra que é típico aparecer uma solução do PL correspondente para uma topologia corrente nas fases finais do processo, por exemplo, com 20 circuitos com valores de $n_{ij} \leq 0,2$. Nessas condições, a relaxação da integralidade pode levar a sérios desvios. Assim, por exemplo, o PL correspondente poderia indicar que é interessante adicionar $n_{ij} = 0,08$ circuitos de um circuito que custa $c_{ij} = 100$ milhões de dólares. Nessas condições a função objetivo do PL indicará um investimento de 8 milhões, mas ao adicionar um circuito inteiro deste tipo, o AHC de Garver adicionará um investimento de 100 milhões de dólares. Obviamente pode existir alternativas melhores.

O problema mencionado anteriormente pode ser contornado de várias formas. Uma proposta consiste em parar o algoritmo de Garver quando o PL correspondente indicar valores de n_{ij} abaixo de um limite especificado, por exemplo, $\overline{n_{ij}} = 0.2$ e resolver o problema restante usando um algoritmo branch and bound. Neste caso, todos os circuitos já adicionados pelo algoritmo de Garver serão adicionados na topologia base. Assim, o problema resultante poderá ser resolvido por um algoritmo branch and bound pois restaram poucas adições e nestes casos, o algoritmo branch and bound é eficiente. Este tipo de algoritmo heurístico é chamado de algoritmo heurístico de decomposição [34]. O algoritmo de decomposição



sugerido encontra soluções de melhor qualidade que o algoritmo de Garver mas leva um tempo de processamento muito maior.

Um outro tema relacionado com o AHC de Garver é o indicador de sensibilidade escolhido. Garver sugeriu escolher o circuito que, na solução do PL, transportar o maior fluxo de potência. Esse indicador de sensibilidade pode ser substituído ou modificado usando outras propostas a partir da solução do PL correspondente. Duas propostas alternativas são as seguintes: (1) após a resolução do primeiro PL correspondente, adicionar a parte inteira de todos os circuitos com valores de $n_{ij} \geq 1$ e continuar o processo restante como o sugerido por Garver, e (2) em cada passo adicionar o circuito com maior valor de n_{ij} na solução do PL correspondente. Essas mudanças levam a algoritmos ligeiramente diferentes e em sistemas grandes e complexos apresentam soluções diferentes. Geralmente, a proposta original de Garver sobre o indicador de sensibilidade é a mais eficiente.

Outro problema acontece nas fases iniciais do AHC de Garver, no momento em que são adicionados circuitos caros e de elevadas capacidades de transmissão. Nesse caso, quando existem várias alternativas parecidas, o AHC escolhe uma dessas alternativas e inviabiliza as outras possibilidades. Assim, os “*pitfalls*” do AHC acontecem nas fases iniciais e finais do processo. Outros algoritmos heurísticos importantes para o problema de planejamento podem ser encontrados em [5,35].

Existe escassa bibliografia sobre o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão. Deve-se observar também, que não é trivial estender um algoritmo do planejamento estático para o planejamento multiestágio. Uma forma aproximada de implementar o planejamento multiestágio, consiste em considerar esse problema como uma sequência de planejamentos estáticos. Neste tipo de planejamento, chamado também de pseudo-dinâmico, é usado, em cada estágio, um algoritmo de planejamento estático e, os circuitos adicionados em um estágio passarão a ser considerados como parte da topologia base para o início do planejamento estático do estágio seguinte. Deve-se esperar que esse tipo de planejamento adicione um número maior de circuitos quando comparado ao caso do planejamento multiestágio.

No planejamento multiestágio, deve-se resolver o problema de planejamento dos diferentes estágios de uma forma integrada. As mesmas técnicas de solução usadas para o



planejamento estático poderão ser usadas no planejamento multiestágio. Assim, por exemplo, é possível encontrar a solução ótima do planejamento multiestágio para o modelo de transportes de sistemas pequenos usando um algoritmo de branch and bound.

O aspecto crucial de um AHC para o planejamento multiestágio é a escolha do indicador de sensibilidade. Desta forma, um AHC para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão, usando o modelo de transportes, pode ser uma adaptação do AHC generalizado apresentado. Assim, o AHC para o planejamento multiestágio assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo de transportes. Fazer $k = 1$, onde k define o estágio corrente de trabalho.
2. Resolver o PL correspondente de (20) para a topologia corrente. Se $n_{ij}^k = 0, \forall (i,j) \in \Omega$, então terminou a fase de adições no estágio k e, deve-se implementar a fase de busca local e, portanto, ir para o passo 4. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema no estágio k . Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Implementar o passo 4 do algoritmo estático para o estágio k . Portanto, os circuitos adicionados e que não foram retirados representam a proposta de adições no estágio k . Ir ao passo 5.
5. Fazer $k = k + 1$ e ir ao passo 2.

No passo 2, o algoritmo resolveria um PL para a topologia corrente. Esse PL é ligeiramente diferente do problema (3) porque deverão ser levadas em conta, de forma separada, as adições realizadas em cada passo do algoritmo.

Assim, no passo 2, resolve-se o seguinte PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[\delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \\
 \text{s.a. } & S^t f^t + g^t = d^t \\
 & |f_{ij}^t| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^T (n_{ij}^{T0} + n_{ij}^t) \right) \overline{f_{ij}} \\
 & 0 \leq g_k^t \leq \overline{g_k^t} \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \overline{n_{ij}^t} \\
 & \sum_{t=1}^T (n_{ij}^{T0} + n_{ij}^t) \leq \overline{n_{ij}} \\
 & n_{ij}^T \text{ inteiro} \\
 & f_{ij}^T \text{ irrestrito} \\
 & t = 1, 2, \dots, T
 \end{aligned} \tag{13}$$

Sendo que n_{ij}^{T0} representa os circuitos adicionados no estágio t pelo processo iterativo do AHC proposto e assumindo valores definidos.

O passo 2 deve ser analisado, com detalhes, em dois aspectos fundamentais: (1) a lógica de adições e (2) o uso do indicador de sensibilidade. No algoritmo aparece explicitamente que, primeiro, deve ser resolvido o problema de capacidade de transmissão dos estágios iniciais. Em outras palavras, o algoritmo primeiro realiza todas as adições de circuitos necessários para que o primeiro estágio se encontre em adequadas condições de operação, depois se passa para o segundo estágio e assim sucessivamente até terminar com o último estágio. Esta proposta é a mais lógica pois os circuitos adicionados nos estágios iniciais trabalham nos estágios posteriores e, portanto, reduzem a necessidade de investimento nos estágios posteriores.

O indicador de sensibilidade usado, identifica o circuito mais atrativo no caminho (i,j) com $n_{ij} \neq 0$ no estágio k como sendo aquele que leva a maior somatória de fluxo de potência considerando todos os circuitos adicionados pela subrotina de PL para todos os estágios $t \geq k$. Assim, para cada caminho com $n_{ij}^k \neq 0$ encontramos $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$, em que f_{ij}^{k+1} é o fluxo de potência no caminho (i,j) e no estágio $k + 1$ pelos circuitos adicionados pela subrotina de PL. Todos estes valores de fluxo estão disponíveis após a solução do PL.

Para exemplificar, mostraremos o uso do indicador de sensibilidade em um sistema simples. Suponha um sistema de 3 barras e 3 circuitos, com todos os circuitos com $\overline{f_{ij}} = 100\text{MW}$ e a solução do PL indicando os seguinte resultados: (1) Estágio 1: $n_{12}^1 = 0.6$, $n_{13}^1 =$

0.2 e $n_{23}^1 = 0.7$; (2) Estágio 2: $n_{12}^2 = 0.3$, $n_{13}^2 = 0.6$ e $n_{23}^2 = 0$. Deve ser observado que se $n_{ij}^2 \neq 0$ então n_{ij}^1 estará trabalhando na capacidade máxima no estágio 2 e quando $n_{ij}^2 = 0$, então n_{ij}^1 não necessariamente estará trabalhando com capacidade máxima no estágio 2. Assim, suponha que n_{23}^1 esteja trabalhando com 90% de sua capacidade no estágio 2. Neste contexto, os valores de fluxo usados como indicador de sensibilidade assumiriam a seguinte forma: $f_{12} = 100 [0.6 + (0.6 + 0.3)] = 150\text{MW}$, $f_{13} = 100 [0.2 + (0.2 + 0.6)] = 100\text{MW}$, $f_{12} = 100 (0.7) + 63 = 133\text{MW}$. Portanto, o indicador de sensibilidade indicaria que deveria ser adicionado um circuito no caminho (1,2) para o estágio 1.

É possível a implementação de formulações alternativas para o AHC do planejamento multiestágio. Uma alternativa consiste em realizar a otimização local, o passo 4, depois de terminar o processo de adições em todos os estágios. Deve ser observado que no AHC proposto, a fase de retirada de circuitos acontece após terminar cada estágio de planejamento. Outra mudança pode acontecer no indicador de sensibilidade proposto, como por exemplo, para o estágio k , o caminho mais interessante poderia ser aquele caminho com $n_{ij}^k \neq 0$ com o maior valor de $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$.

3.3 Testes e Resultados

O algoritmo foi implementado em FORTRAN utilizando-se o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL.

3.3.1 Sistema de 6 barras de Garver

Este sistema tem 6 barras, 15 circuitos e 760 MW de demanda e foi, originalmente, usado por Garver. É possível fazer o planejamento com e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento sem redespacho: $v = 200$

$$n_{2-3} = 3, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 3$$

2. Planejamento com redespacho: $v = 110$

$$n_{2-6} = 1, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 2$$

Deve ser observado que AHC encontrou uma das 5 soluções ótimas alternativas do modelo de transportes para o caso sem redespacho, sem a necessidade do passo 4, após resolver 11 PL's. Usando outros softwares é possível encontrar as outras soluções ótimas alternativas, sendo uma delas também ótima para o modelo DC.

Para o caso com redespacho, o AHC encontrou uma das 4 soluções ótimas alternativas para o modelo de transportes, após resolver 10 PL's, mas, com o auxílio do passo 4, que retirou um circuito em 2-3. Assim, neste caso, o passo 4 de otimização local é fundamental para encontrar a solução ótima.

3.3.2 Sistema Sill Brasileiro de 46 barras de Garver

Este sistema tem 46 barras, 79 circuitos e 6880 MW de demanda e existem dados apenas para o planejamento estático. Entretanto, também é possível fazer o planejamento com e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento sem redespacho: $v = 154.100.000$ US\$

$$\begin{array}{llllll} n_{19-21} = 1 & n_{20-21} = 1 & n_{42-43} = 2 & n_{46-06} = 1 & n_{21-25} = 1 & n_{31-32} = 1 \\ n_{28-31} = 1 & n_{28-30} = 1 & n_{26-29} = 1 & n_{24-25} = 2 & n_{29-30} = 1 & n_{05-06} = 1 \end{array}$$

2. Planejamento com redespacho: $v = 63.130.000$ US\$

$$n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{05-06} = 2$$

Para o caso sem redespacho da geração, a solução ótima prevê um investimento de $v = 127.212.000$ US\$ [35]. O AHC encontrou a solução apresentada após retirar um circuito no passo 4 e após resolver 28 PL's. Deve ser observado, também, que na solução mostrada, existem 7 dos 13 circuitos da topologia ótima do modelo de transportes e 11 dos 16 circuitos da topologia ótima do modelo DC, com $v = 154.420.000$ US\$ [35]. Assim, a topologia

encontrada está mais próxima da solução ótima do modelo DC do que do modelo de transportes, representando uma característica desejável.

Para o caso com redespacho da geração, a solução ótima é $v = 55.334.000$ US\$ [35]. O AHC encontrou a solução apresentada sem retirar circuitos no passo 4, após resolver 13 PL's. Deve-se observar também que na solução mostrada existem 3 dos 7 circuitos da topologia ótima do modelo de transportes [35] e 7 dos 8 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Novamente, a topologia encontrada se aproxima mais da solução ótima do modelo DC do que do modelo de transportes, restando apenas adicionar o circuito 20-23 para encontrar a solução ótima do modelo DC de $v = 70.289.000$ US\$.

3.3.3 Sistema Colombiano

Este sistema tem 93 barras, 155 circuitos e 14559 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Existe a possibilidade de se realizar planejamento multiestágio através de 3 estágios mas sem redespacho da geração. Neste item mostramos os resultados do planejamento multiestágio e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou a seguinte topologia:

1. Estágio P_1 : 2002 - 2005: $v = 180.414.000$ US\$

$$n_{55-57} = 1 \quad n_{55-62} = 1 \quad n_{56-57} = 1$$

2. Estágio P_2 : 2005 - 2009: $v = 73.750.000$ US\$

$$n_{43-88} = 1 \quad n_{52-58} = 1$$

3. Estágio P_3 : 2009 - 2012: $v = 66.186.000$ US\$

$$n_{19-66} = 1 \quad n_{34-70} = 1 \quad n_{55-84} = 1 \quad n_{60-69} = 1 \quad n_{68-86} = 1$$

O investimento total é de $v = 265.815.000$ US\$ (os investimentos em P_2 e P_3 foram multiplicados pelos fatores 0,729 e 0,478 respectivamente). Para verificar a qualidade da

solução encontrada, foi realizado o planejamento pseudo-dinâmico do sistema colombiano. A estrutura deste teste previu três problemas de planejamento estático e, a topologia base de um estágio, foi constituída pela topologia base inicial e pelas adições realizadas em estágios anteriores e, o investimento de cada estágio, foi multiplicado pelo fator correspondente para a obtenção de valores atualizados de investimento para que a comparação fosse adequada. Assim, o algoritmo de planejamento pseudo-dinâmico encontrou uma topologia com investimento $v = 298.672.000$ US\$. Comparando os resultados, pode ser observado que o algoritmo de planejamento multiestágio é muito mais eficiente.

3.3.4 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro

Este sistema tem 87 barras, 183 circuitos e 29748 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Os dados deste sistema estão em [35] e permitem a realização do planejamento sem redespacho da geração e o planejamento multiestágio com 2 estágios. Este sistema é muito complexo e as soluções ótimas não são conhecidas. São apresentados os testes de planejamento estático e multiestágio. Neste sistema, consideramos para o ano base o ano “1998”, para P_1 o ano “2002” e para P_2 o ano “2008”. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 são considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos são atualizados para o ano base.

Considerando P_1 isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

1. Plano P_1 : $v = 1.332.569.000$ US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$
$n_{06-67} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{15-16} = 3$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-29} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$
$n_{49-50} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$		

O AHC resolveu 91 PL's e retirou dois circuitos durante o passo 4. Deve-se observar que a melhor solução conhecida para o modelo de transportes é de $v = 1.194.240.000$ US\$ e para o modelo DC é de $v = 1.356.272.000$ US\$ [35]. Também deve ser notado que para sistemas complexos, o AHC é pouco eficiente. Para este caso, foi realizado um teste com o algoritmo de decomposição. Assim, o AHC parou após ultrapassar um investimento de $\bar{v} = 1.100.000.000$. O AHC parou com uma configuração de investimento $v = 1.118.438.000$. Os circuitos identificados foram incorporados na topologia base e a otimização foi terminada com um algoritmo branch and bound [28]. Esta última fase terminou após a solução de 6896 PL's, com investimento total de $v = 1.285.345.000$, produzindo uma redução de investimento de $\Delta v = 47.224.000$ US\$ quando comparado com o AHC trabalhando isoladamente. O teste foi repetido para um $\bar{v} = 900.000.000$. Nesse caso, o algoritmo branch and bound parou após solucionar 175727 PL's produzindo o mesmo investimento local. Este teste mostrou que os "pitfalls" do algoritmo heurístico aconteceram nas fases iniciais e nas fases finais do algoritmo e, na fase intermediária, ele apresentou um bom desempenho.

Considerando o plano P_2 isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

2. Plano P_2 : $v = 2.571.040.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{06-07} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-15} = 1$	$n_{15-16} = 5$	$n_{16-44} = 7$	$n_{16-61} = 2$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 3$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 3$	$n_{42-44} = 4$	$n_{42-85} = 1$	$n_{43-55} = 1$
$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 3$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-58} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

O algoritmo heurístico construtivo resolveu 154 PL's e retirou dois circuitos no passo 4. Para este caso, não é conhecida uma solução sub-ótima para o modelo de transportes e, para o modelo DC, a melhor solução conhecida apresentou um investimento de $v = 2.574.745.000$. Novamente, a topologia encontrada pelo AHC encontra-se mais próxima da melhor topologia do modelo DC.

Para o planejamento multi-estágio, o AHC encontrou a seguinte topologia:

1. Plano P_1 : $v = 1.481.923.000$ US\$

$n_{02-60} = 1$	$n_{02-87} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-81} = 1$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$
$n_{05-60} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$
$n_{49-50} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-69} = 2$
$n_{67-71} = 2$	$n_{68-83} = 1$	$n_{69-87} = 1$	$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

2. Plano P_2 : $v = 1.198.698.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 2$	$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$
$n_{14-45} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 5$
$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{30-31} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$
$n_{54-55} = 1$	$n_{54-79} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{78-79} = 1$
$n_{78-80} = 1$	$n_{80-83} = 1$	$n_{81-83} = 1$			

O AHC resolveu 186 PL's e retirou circuitos no final dos estágios 1 e 2. O investimento foi de $v = 2.268.388.758$ US\$ sendo que os circuitos adicionados em P_1 participam na função objetivo com seus valores reais, e os adicionados durante P_2 são multiplicados por um fator de 0,6561.

Neste sistema, uma mudança de indicador de sensibilidade melhorou o desempenho do algoritmo. Assim, quando o algoritmo usou como indicador de sensibilidade, no estágio k , o maior valor de $n_{ij} = n_{ij}^k + \dots + n_{ij}^T$ sempre que $n_{ij}^k \neq 0$ na solução do PL, o algoritmo encontrou a seguinte solução:

1. Plano P_1 : $v = 1.552.813.000$ US\$

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-69} = 1$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$n_{05-58} = 1$	$n_{05-60} = 1$	$n_{08-73} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 2$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$
$n_{30-63} = 1$	$n_{36-46} = 2$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-71} = 2$	$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{73-75} = 1$	$n_{75-81} = 1$			

2. Plano P₂: $v = 973.489.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{05-58} = 2$	$n_{05-68} = 2$	$n_{10-11} = 1$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$	$n_{15-16} = 1$	$n_{15-45} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 2$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-29} = 2$
$n_{29-30} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$
$n_{48-49} = 1$	$n_{48-50} = 1$	$n_{49-50} = 1$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-85} = 1$
$n_{67-69} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 1$		

O AHC resolveu 194 PL's e retirou circuitos no final dos estágios 1 e 2. O investimento foi de $v = 2.191.519.133$ US\$, muito menor que no caso do algoritmo padrão. Entretanto, essa solução produziu um corte de carga de 6 MW no estágio 1 (existe a necessidade de adicionar $n_{63-64} = 0,006$) e de 5 MW no estágio 2 (existe a necessidade de adicionar $n_{06-07} = 0,005$). Deve ser observado que a convergência do algoritmo aconteceu quando todos os $n_{ij} \leq 0,01$. Entretanto, mesmo adicionando os circuitos mencionados, o investimento é menor que no caso do algoritmo padrão. Mesmo com a adição dos dois circuitos mencionados, o investimento foi significativamente menor.

Capítulo 4

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo Híbrido

4.1 Introdução

Neste capítulo é analisada a aplicação de algoritmos heurísticos para o Modelo Híbrido Linear no problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. O Modelo Híbrido Linear é um modelo relaxado que ainda não foi suficientemente explorado. Neste contexto, são analisados com detalhes dois algoritmos heurísticos construtivos para o Modelo Híbrido Linear e é feita uma extensão da modelagem e da técnica de solução para o planejamento multicstágio da expansão de sistemas de transmissão. Também é feito uma avaliação da qualidade das soluções encontradas pelo Modelo Híbrido Linear e as possibilidades de aplicação desse modelo em planejamento de sistemas de transmissão. São apresentados testes com sistemas conhecidos na literatura especializada [40].

4.2 Algoritmos para o Modelo Híbrido Linear

Quando no modelo DC as equações (10) são relaxadas as restrições “ $f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0$ ”, que representam a segunda Lei de Kirchhoff, obtém-se o chamado modelo de transportes, que leva em conta apenas a primeira Lei de Kirchhoff e as restrições operacionais dos circuitos. É denominado modelo híbrido qualquer modelo intermediário entre os modelos DC e transportes. Deve-se observar que o modelo de transportes é linear e o modelo DC é não linear. Assim, qualquer modelo que levar em consideração apenas uma parcela da restrição mencionada acima, representará um modelo

híbrido. Dentro deste contexto, é possível formular um modelo híbrido linear ou não linear. Aqui, analisa-se o modelo híbrido linear.

A matriz S^0 é a representação da matriz de incidência barra-nó transposta do sistema formado pelos circuitos existentes na topologia base e as barras conectadas a esses circuitos, f^0 é o vetor de fluxo de potência através dos circuitos existentes na topologia base e com elementos f_{ij}^0 , S é a matriz de incidência barra nó transposta do sistema completo e f são os vetores de fluxos que deverão passar pelos novos circuitos que serão adicionados ao sistema e com elementos f_{ij} . Portanto, Ω_0 representa os índices dos circuitos existentes na topologia base e Ω os índices de todos os circuitos. Assim, o modelo híbrido (MH) assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (14)$$

$$S f + S^0 f^0 + g = d \quad (14a)$$

$$f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \quad (14b)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \quad (14c)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (14d)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}$$

Na modelagem híbrida, os fluxos através dos circuitos existentes na topologia base são representados separadamente dos fluxos que deverão passar pelos novos circuitos adicionados ao sistema. Assim, por exemplo, se na topologia base existir um circuito no caminho $i - j$ e o processo de otimização adicionar um circuito em paralelo nesse caminho $i - j$, então o fluxo no primeiro circuito será f_{ij}^0 e no novo circuito será igual a f_{ij} e poderão ter valores diferentes. Na modelagem apresentada, apenas os circuitos existentes na topologia base deverão obedecer a segunda Lei de Kirchhoff. Essa exigência aparece em (14b), onde apenas os circuitos existentes na topologia base são obrigados a satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff. Portanto, quando exigimos que apenas os circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, a modelagem híbrida é linear.

O modelo linear híbrido apresentado é um problema de programação linear inteira mista. É possível encontrar a solução ótima desse modelo para sistemas de complexidade pequena e média, usando um algoritmo de branch and bound como apresentado em [28]. Entretanto, em sistemas elétricos reais de grande complexidade, os algoritmos branch and bound apresentam um tempo de processamento proibitivo. A seguir, são apresentados dois algoritmos originais mas inspirados na estratégia fundamental usada por Garver para formular um algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transportes [35].

O indicador de sensibilidade é definido a partir da solução ótima do próprio modelo linear híbrido relaxado. Deve ser observado que se relaxamos a integralidade das variáveis de investimento, isto é, se $n_{ij} \geq 0$ no modelo linear híbrido, então o sistema (14) se transforma em um programa linear (PL). A solução deste PL fornece a solução ótima do problema relaxado (quando é possível a adição de circuitos fracionários). A solução do PL pode ser usada para identificar o circuito mais adequado e que deve ser adicionado ao sistema. Neste contexto, o indicador de sensibilidade escolhido, é o fluxo que passa pelos circuitos com $n_{ij} \neq 0$ na solução do PL. Assim, em cada passo do AHC, o circuito que deve ser adicionado ao sistema, é identificado pelo seguinte indicador de sensibilidade:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij}; \quad n_{ij} \neq 0 \} \quad (15)$$

em que os n_{ij} são a solução do PL, obtido após a relaxação das integralidades do modelo híbrido linear. Em cada passo do AHC, deve-se atualizar a chamada topologia corrente. A topologia corrente é formada pelos circuitos da topologia base e pelos circuitos adicionados no processo iterativo.

Uma das principais características favoráveis do AHC, baseadas na solução do próprio modelo matemático após o relaxamento das variáveis inteiras de investimento é que a estratégia tenta identificar o circuito mais importante em termos de investimento e de restrições operacionais. Assim se, em cada passo do algoritmo, é escolhido um circuito que, na solução do PL apresenta um valor de n_{ij} inteiro, então o algoritmo encontra a solução ótima global. A principal desvantagem deste tipo de algoritmo aparece geralmente nas fases finais do processo iterativo, onde todos os valores de n_{ij} na solução ótima do PL, correspondente à topologia corrente, assumem valores fracionários e próximos de zero. Neste caso, o algoritmo perde eficiência porque decisões tomadas comparando valores pequenos de n_{ij} podem

produzir sérios desvios de investimento quando é realizada a adição de um circuito inteiro como resposta ao processo de planejamento. Esse desvio é parcialmente contornado incorporando uma fase de retirada de circuitos irrelevantes após terminar a fase de adição de circuitos. Outra opção, pode ser trocar de indicador de sensibilidade.

Pode-se usar a idéia fundamental de Garver, usado no modelo de transportes, para propor um algoritmo heurístico construtivo para o problema de planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão, para utilizar o modelo linear híbrido. O AHC assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo linear híbrido;
2. Resolver um PL para o modelo linear híbrido e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar que o sistema está operando adequadamente com as adições já implementadas, pare, porque foi encontrada uma solução para o modelo linear híbrido e, vá ao passo 4;
3. Usar um indicador de sensibilidade (22) para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema. Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2;
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em adequadas condições de operação. Se o sistema operar adequadamente, retire o circuito e em caso contrário o circuito deve ser mantido. Repetir o processo, simulando a retirada de cada circuito até analisar todos os circuitos. Assim sendo, os circuitos adicionados, e que não foram retirados, representarão a solução do AHC.

No AHC mostrado anteriormente, existe um aspecto fundamental relacionado com a forma de comportamento dos circuitos adicionados na topologia corrente no processo iterativo. Os circuitos adicionados no processo iterativo podem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff ou as duas Leis de Kirchhoff. Se pretendermos encontrar uma solução sintonizada com o modelo linear híbrido apresentado em (21), os circuitos adicionados no processo iterativo deverão obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Entretanto, se pretende-se encontrar uma solução final factível para o modelo DC, então todos os circuitos adicionados devem obedecer as duas leis de Kirchhoff. Existe ainda a possibilidade intermediária em que os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base passem a obedecer as duas leis de Kirchhoff e aqueles adicionados em

caminhos novos continuem a obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Assim, existem três formas de implementar o AHC, produzindo topologias finais diferentes, com desempenhos diferentes. Nos três casos, em cada passo do algoritmo, resolve-se um problema de PL. Nas próximas seções serão analisados dois destes algoritmos.

4.3 Algoritmo Convencional para o Modelo Híbrido Linear

Neste caso, a estratégia do algoritmo consiste em encontrar uma topologia de boa qualidade para o modelo linear híbrido apresentado em (14). Se o AHC identifica, em cada passo, o circuito ótimo para o modelo linear híbrido, então a solução encontrada com o AHC deve ser a mesma da encontrada com o algoritmo Branch and Bound. Assim, esta estratégia corresponde ao processo normal de otimização de um modelo matemático usando um AHC. Nesta situação, todos os circuitos adicionados durante o processo iterativo devem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff. A vantagem de se usar esta forma de otimização é que a solução final encontrada deve ser uma solução de boa qualidade para o modelo linear híbrido apresentado em (14). Um outro aspecto importante é que o processo de otimização deve ser mais coerente e consistente pois a solução do PL fornece os circuitos n_{ij} que estão obrigados apenas a obedecer a primeira Lei de Kirchhoff e o circuito selecionado, uma vez incorporado ao sistema, também deve obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Desta maneira, é esperado um desempenho eficiente do circuito selecionado e adicionado ao sistema. A desvantagem da proposta é que se perde a oportunidade de gerar uma topologia que seja factível para o modelo DC ou tenha menor infactibilidade para esse modelo. Este aspecto pode ser importante quando se pretende usar essa topologia para encontrar uma topologia factível para o modelo DC. Deve-se observar que o objetivo fundamental, em planejamento a longo prazo, é encontrar topologias factíveis e de boa qualidade para o modelo DC.

O problema de PL que se resolve no passo 2 do AHC assume uma forma ligeiramente diferente do PL relaxado obtido em (14), pois os circuitos adicionados no processo iterativo, devem ser armazenados separadamente. Assim, no passo 2 do AHC, o seguinte PL deve ser resolvido:



$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\
\text{s.a.} \quad & S f + S^0 f^0 + S^1 f^1 + g = d \\
& f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
& |f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \overline{f_{ij}} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
& |f_{ij}^1| \leq n_{ij}^1 \overline{f_{ij}} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\
& |f_{ij}| \leq n_{ij} \overline{f_{ij}} \quad \forall (i,j) \in \Omega \\
& 0 \leq g \leq \overline{g} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq \overline{n_{ij}} \quad n_{ij} \geq 0 \\
& f_{ij}^0, f_{ij}^1 \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}
\end{aligned} \tag{16}$$

Em que Ω_1 representa o conjunto de caminhos (i,j) em que são adicionados circuitos no processo iterativo e f_{ij}^1 é o fluxo pelos circuitos do caminho (i,j) adicionados no processo iterativo. Assim, a única diferença de (16) em relação a (14) é que os fluxos através dos circuitos adicionados no processo iterativo do AHC são colocados separadamente e é relaxada a integralidade das variáveis inteiras, n_{ij} . Em cada passo do AHC, deve ser atualizado apenas um elemento n_{ij}^1 com a adição de um circuito e o conjunto Ω_1 .

4.4 Algoritmo Modificado para o Modelo Híbrido Linear

A estratégia deste algoritmo consiste em encontrar uma topologia mais restritiva que o modelo linear híbrido. Neste contexto, a topologia encontrada deve ser mais cara que a solução ótima global do modelo linear híbrido.

Neste caso, os circuitos adicionados durante o processo iterativo em paralelo com os circuitos existentes na topologia base, devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff e os circuitos adicionados em novos caminhos devem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff. A vantagem de usar essa forma de otimização é que a solução final encontrada geralmente apresenta menor infactibilidade quando testada para o modelo DC. Também nesta estratégia preserva-se parcialmente o desempenho eficiente e consistente do algoritmo. Assim, deve-se observar que todos os circuitos adicionados em caminhos novos, devem apresentar excelente desempenho porque são obrigados a obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Entretanto, os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base, não necessariamente apresentam excelente desempenho pois são selecionados

visando seu desempenho, apenas com a primeira Lei de Kirchhoff e, uma vez adicionados ao sistema, estão obrigados a obedecer as duas Leis de Kirchhoff.

No algoritmo modificado para o modelo linear misto, o PL que se resolve em cada passo do AHC tem a mesma forma matemática do PL apresentado em (16) mas os circuitos adicionados no processo iterativo são armazenados em conjuntos diferentes. Assim, se o circuito selecionado corresponde a um caminho $(i,j) \in \Omega_0$ então, deve-se atualizar um elemento de n_{ij}^0 e, em caso contrário, deve-se atualizar um elemento de n_{ij}^1 . Portanto, neste caso, Ω_1 representa apenas os caminhos que não têm circuitos na topologia base mas que são adicionados no processo iterativo.

Um outro tema relacionado com o AHC apresentado é a possibilidade de se trocar o indicador de sensibilidade. O indicador de sensibilidade escolhido pode ser trocado ou modificado usando-se outras propostas a partir da solução do PL correspondente. Duas propostas alternativas são as seguintes: (1) após a resolução do primeiro PL correspondente adiciona-se a parte inteira de todos os circuitos com valores de $n_{ij} \geq 1$ e continua-se o processo restante como sugerido por Garver, e (2) em cada passo, adiciona-se o circuito com maior valor de n_{ij} na solução do PL correspondente. Essas mudanças levam a algoritmos ligeiramente diferentes e em sistemas grandes e complexos apresentam soluções diferentes.

4.5 Algoritmo heurístico para o planejamento multiestágio

O AHC para o planejamento estático pode ser estendido para o problema de planejamento multiestágio de sistemas de transmissão de forma similar como foi realizado para o modelo de transportes em [36]. Deve-se salientar também que não é trivial estender um AHC do planejamento estático para o planejamento multiestágio.

No planejamento multiestágio, deve-se resolver o problema de planejamento dos diferentes estágios de uma forma integrada. Nesta seção, é apresentado uma extensão do AHC para o problema de planejamento multiestágio. O aspecto crucial de um AHC para o planejamento multiestágio é a escolha do indicador de sensibilidade. O AHC para o planejamento multiestágio de sistema de transmissão usando o modelo linear híbrido que estamos propondo, assume a seguinte forma:



1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo linear híbrido. Fazer $k=1$ em que k define o estágio corrente de trabalho.
2. Resolver o PL correspondente de (15) para a topologia corrente. Se $n_{ij}^k = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega$ então terminou a fase de adições no estágio k e, deverá ser implementado a fase de busca local e, portanto, ir ao passo 4. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema no estágio k . Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Implementar o passo 4 do algoritmo estático para o estágio k . Portanto, os circuitos adicionados e que não forem retirados representam a proposta de adições no estágio k . Ir ao passo 5.
5. Fazer $k = k + 1$ e ir ao passo 2.

No passo 2, o algoritmo resolve um PL para a topologia corrente. Esse PL é ligeiramente diferente do problema (7) porque devem ser levadas em conta, de forma separada, as adições realizadas em cada passo do algoritmo. Desta forma, no passo 2, o algoritmo de planejamento multiestágio convencional resolve o seguinte PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \left[\delta_{nv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (17) \\
 \text{s.a.} & \\
 & S^0 f^{0t} + S^t f^t + S^{1t} f^{1t} + g^t = d^t \\
 & |f_{ij}^{0t}| - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i \cdot \theta_j) = 0 \\
 & |f_{ij}^{0t}| \leq n_{ij}^0 \overline{f_{ij}} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^{1t}| \leq \left[\sum_{m=1}^T n_{ij}^{1m} \right] \overline{f_{ij}} \\
 & |f_{ij}^t| \leq n_{ij}^t \overline{f_{ij}} \\
 & 0 \leq g^t \leq \overline{g}^t \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \overline{n}_{ij}^t \\
 & \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{t0} + n_{ij}^t] \leq \overline{n}_{ij} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & f_{ij}^t \text{ e } \theta_k^t \text{ irrestrito} \\
 & \forall (i,j) \in \Omega \quad t = 1, 2, \dots, T
 \end{aligned}$$

Em que n_{ij}^{lm} representa os circuitos adicionados no estágio $t = m$ pelo processo iterativo do AHC proposto e assumem valores definidos.

Se for usado o algoritmo modificado para a modelagem híbrida, no passo 2 do algoritmo, é resolvido um PL que assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \left[\delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (18) \\
 \text{s.a.} & \\
 & S^0 f^{0t} + S^t f^t + S^{lt} f^{lt} + g^t = d^t \\
 & |f_{ij}^{0t}| - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \\
 & |f_{ij}^{0t}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^T n_{ij}^{0m} \right) \overline{f_{ij}}; \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^{lt}| \leq \left[\sum_{m=1}^T n_{ij}^{lm} \right] \overline{f_{ij}}; \quad \forall (i,j) \in \Omega_{lt} \\
 & |f_{ij}^t| \leq n_{ij}^t \overline{f_{ij}} \\
 & 0 \leq g^t \leq \overline{g^t} \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \overline{n_{ij}^t} \\
 & \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{t0} + n_{ij}^t] \leq \overline{n_{ij}} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & f_{ij}^t \text{ e } \theta_k^t \text{ irrestrito} \\
 & \forall (i,j) \in \Omega \quad t = 1, 2, \dots, T
 \end{aligned}$$

Os n_{ij}^{lm} e n_{ij}^{0t} representam os circuitos adicionados no estágio $t = m$ pelo processo iterativo do AHC proposto, para os caminhos em que não existe e existe circuitos na topologia base, respectivamente, e assumem valores definidos. Assim, Ω_{lt} representa os caminhos novos em que são adicionados circuitos no estágio t .

Como no capítulo anterior, o passo 2 deve ser analisado em dois aspectos fundamentais: (1) a lógica de adições e (2) o uso do indicador de sensibilidade. No algoritmo, aparece explicitamente que primeiro deve ser resolvido o problema de capacidade de transmissão dos estágios iniciais. Em outras palavras, o algoritmo primeiro realiza todas as adições de circuitos necessários para que o primeiro estágio se encontre em adequadas condições de operação, depois se passa para o segundo estágio e assim sucessivamente até terminar com o último estágio. Esta proposta é a mais lógica e foi usada no capítulo anterior

[36] pois os circuitos adicionados nos estágios iniciais trabalham nos estágios posteriores e, portanto, reduzem a necessidade de investimento nos estágios posteriores.

O indicador de sensibilidade usado identifica o circuito mais atrativo no caminho (i,j) com $n_{ij} \neq 0$ no estágio k como sendo aquele que leva o maior somatório de fluxo de potência considerando todos os circuitos adicionados pela subrotina de PL para todos os estágios $t \geq k$. Assim, para cada caminho com $n_{ij}^k \neq 0$ encontra-se $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$ em que f_{ij}^{k+1} é o fluxo de potência no caminho (i,j) e no estágio $k+1$ pelos circuitos adicionados pela subrotina de PL. Todos esses valores de fluxo estão disponíveis após a solução do PL.

É possível implementar formulações alternativas para o AHC do planejamento multi-estágio. Uma alternativa consiste em realizar a otimização local, ou o passo 4, depois de terminar o processo de adições em todos os estágios. Deve-se observar que, no AHC proposto, a fase de retirada de circuitos acontece após terminar cada estágio de planejamento. Outra mudança pode acontecer no indicador de sensibilidade proposto. Assim, por exemplo, para o estágio k , o caminho mais interessante poderia ser aquele caminho com $n_{ij}^k \neq 0$ com o maior valor de $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$.

4.6 Testes e Resultados

O algoritmo foi computacionalmente implementado em FORTRAN e foi usado o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL. Nos testes foram utilizados apenas dois sistemas conhecidos na literatura especializada, a fim de apresentar em detalhe os resultados parciais.

4.6.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras

Este é o mesmo sistema de 46 barras que foi testado pelo algoritmo de Garver. Primeiro foi analisado o planejamento com redespacho da geração.

O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento com o algoritmo Híbrido : $v = 86.194.000$ US\$

$$N_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 2 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{21-25} = 1 \quad n_{24-25} = 1 \quad n_{05-06} = 2$$

2. Planejamento com o algoritmo Híbrido modificado: $v = 87.617.000$ US\$

$$N_{19-21} = 1 \quad n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{06-46} = 1 \quad n_{05-06} = 1$$

Nas tabelas 1 e 2 são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo sendo v_{PL} é o investimento fornecido pelo PL e v o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo. A sequência de adições realizadas pelo algoritmo híbrido, mostrada na tabela 1, é a seguinte: n_{20-21} , n_{42-43} , n_{05-06} , n_{06-46} , n_{20-21} , n_{24-25} , n_{05-06} e n_{21-25} . O algoritmo convergiu após resolver 15 PL's e não retirou circuitos na fase 2.

A sequência de adições realizadas pelo algoritmo híbrido modificado, mostrada na tabela 2, é a seguinte: n_{20-21} , n_{42-43} , n_{05-06} , n_{06-46} , n_{20-21} , n_{05-06} , n_{20-23} e n_{19-21} . O algoritmo convergiu após resolver 16 PL's e retirou um circuito em n_{05-06} , durante a fase 2.

Deve-se observar que a solução ótima para o sistema analisado é de $v = 72.780.000$ para o modelo DC e 63.163.000 para o modelo híbrido [35]. A solução ótima para o modelo híbrido é formada pelos circuitos encontrados pelo algoritmo híbrido modificado exceto o circuito n_{19-21} .

Em relação aos resultados obtidos pelo algoritmo híbrido é importante observar os seguintes aspectos: (1) é a versão que tinha capacidade de encontrar a topologia ótima do modelo híbrido linear, (2) o algoritmo realizou as adições ótimas durante 5 iterações e o desvio aconteceu na sexta iteração, com a adição do circuito n_{24-25} , (3) quando acontece o erro de escolha de circuito, todos os circuitos identificados pelo PL tem valores menores de 0,25 e (4) a topologia encontrada é factível para o modelo DC.

Em relação aos resultados obtidos pelo algoritmo híbrido modificado é importante observar os seguintes aspectos: (1) esta versão não pode encontrar a solução ótima do modelo híbrido linear porque os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base deverão obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, (2) o algoritmo realiza as adições ótimas até a oitava iteração quando resta apenas uma adição do circuito n_{19-21} com valor 0,016, (3) as adições realizadas até a oitava iteração são ótimas para os modelos híbrido linear e DC e, mais importante ainda, até essa iteração o algoritmo já encontrou a solução ótima do modelo linear mas como alguns circuitos adicionados devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, então o algoritmo identifica a necessidade de uma nova adição, (4) no último

passo em que acontece o erro de escolha de circuito o PL identifica apenas a proposta de um circuito de valor insignificante, e (5) a topologia encontrada é factível para o modelo DC.

TABELA 1 – Algoritmo Híbrido

Iter	PL adição	V _{PL}	V
1	$n_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 1,382$; $n_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,235$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$n_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,233$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$n_{13-18} = 0,544$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,231$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,770$	25420,4	16356
4	$n_{13-18} = 0,332$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,300$; $n_{19-25} = 0,024$; $n_{25-32} = 0,083$; $n_{24-25} = 0,249$	17779,0	24534
5	$n_{20-21} = 0,382$; $n_{19-25} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,250$; $n_{05-06} = 0,358$	12133,1	40539
6	$n_{21-25} = 0,035$; $n_{25-32} = 0,056$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,176$	6309,1	48717
7	$n_{21-25} = 0,035$; $n_{25-32} = 0,056$; $n_{05-06} = 0,176$	4270,4	56895
8	$n_{21-25} = 0,075$	1579,5	65073
9		0	86194

TABELA 2 – Algoritmo Híbrido Modificado

Iter	PL adição	V _{PL}	V
1	$n_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 1,382$; $n_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,233$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$N_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 0,382$; $N_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,233$; $N_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $N_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$N_{13-18} = 0,544$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,231$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,770$	25420,4	16356
4	$n_{13-18} = 0,332$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,300$; $n_{25-32} = 0,075$; $n_{24-25} = 0,249$	17784,1	24534
5	$n_{20-21} = 0,382$; $n_{19-25} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,250$; $n_{05-06} = 0,358$	12135,9	40539
6	$n_{25-32} = 0,075$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,252$	8087,1	48717
7	$n_{20-23} = 0,357$; $n_{24-25} = 0,089$	3727,0	58895
8	$n_{19-21} = 0,016$	521,1	63163
9		0	95795
	Retira um circuito em n_{05-06}		87617

4.6.2 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro

Este é o mesmo sistema de 87 barras usado no algoritmo de Garver e os dados estão no apêndice. É permitido realizar o planejamento sem redespacho da geração e planejamento multiestágio com dois estágios. Neste sistema consideramos o ano base de 1998, o Plan P1 em 2002 e o Plan P2 em 2008. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 serão considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos serão atualizados para o ano base.

Considerando o Plan P1 e P2 isoladamente (planejamento estático), o algoritmo híbrido encontrou as seguintes topologia:

- Plano P₁: $v = 1.403.390.000$ US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$
$n_{06-67} = 1$	$n_{10-11} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 2$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{26-29} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{15-16} = 3$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{24-43} = 1$
$n_{27-53} = 1$	$n_{52-59} = 1$				

- Plano P₂: $v = 2.593.585.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{15-45} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 6$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 4$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 2$	$n_{24-43} = 1$	$n_{43-55} = 2$
$n_{43-58} = 3$	$n_{26-54} = 1$	$n_{49-50} = 5$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{39-86} = 2$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 2$	$n_{72-83} = 2$	$n_{73-74} = 2$	$n_{15-16} = 4$
$n_{81-83} = 1$					

No plano P1, o algoritmo convergiu após resolver 102 PL's e retirou-se 3 circuitos na fase 2. Por outro lado, o plano P2 convergiu após a solução de 151 PL's e não houve retirada de circuitos na fase 2.

Para o planejamento multiestágio, a melhor topologia foi encontrada usando o indicador de sensibilidade alternativo, que identifica o melhor caminho com $n_{ij}^k \neq 0$ com o maior valor de $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$. Nestas condições, encontrou-se a seguinte topologia:

- Plano P₁: 1998-2002: $v = 1.499.155.000$ US\$

$n_{02-60} = 1$	$n_{02-04} = 1$	$n_{04-68} = 2$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 2$
$n_{05-60} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{04-69} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 4$	$n_{06-67} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-69} = 1$
$n_{22-23} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{35-51} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{63-64} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$					

- Plano P₂: 2002-2008: $v = 842.040.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{14-59} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{04-81} = 1$	$n_{12-13} = 1$	$n_{13-15} = 1$
$n_{14-45} = 1$	$n_{15-16} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{16-44} = 2$	$n_{43-58} = 1$	$n_{18-50} = 5$
$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{58-78} = 1$	$n_{61-85} = 1$
$n_{68-83} = 3$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{49-50} = 1$	$n_{52-59} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{54-79} = 1$	$n_{81-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{78-79} = 1$
$n_{78-80} = 1$	$n_{80-81} = 1$				

No planejamento multiestágio, o algoritmo convergiu após resolver 198 PL's, sendo retirados 2 circuitos na fase 2 do primeiro estágio e 7 circuitos na fase 2 do segundo estágio. O investimento total foi de $v = 2.341.195.000$ US\$ porque os custos dos circuitos adicionados no segundo estágio estão multiplicados pelo fator 0,6561.



Finalmente, foi realizado um teste usando o algoritmo híbrido modificado. Considerando os Planos P1 e P2 isoladamente, o algoritmo híbrido modificado encontrou as seguintes topologias:

- Plano P₁: $v = 1.409.295.000$ US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{06-67} = 1$	$n_{16-61} = 2$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{10-11} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 3$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$
$n_{22-58} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{26-29} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{68-83} = 1$	

- Plano P₂: $v = 2.612.307.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{06-67} = 1$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 4$	$n_{15-16} = 4$	$n_{15-45} = 1$	$n_{16-44} = 6$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 11$	$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 4$	$n_{26-54} = 1$
$n_{30-63} = 2$	$n_{39-86} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 2$	$n_{43-55} = 2$	$n_{43-58} = 3$
$n_{02-60} = 1$	$n_{05-56} = 1$	$n_{49-50} = 5$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-85} = 2$
$n_{13-14} = 1$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-46} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{42-44} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$
$n_{67-71} = 1$	$n_{72-73} = 2$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{72-83} = 2$	$n_{81-83} = 2$

No plano P1, o algoritmo convergiu após resolver 102 PL's e foi retirado um circuito na fase 2. Por outro lado, o plano P2 convergiu após solucionar 157 PL's e retirou-se 2 circuitos na fase 2.

Para o planejamento multiestágio, a melhor topologia foi encontrada também usando o indicador de sensibilidade alternativo. Nestas condições, encontrou-se a seguinte topologia:

- Plano P₁: 1998-2002: $v = 1.464.559.000$ US\$

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-68} = 2$	$n_{04-69} = 1$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$n_{05-58} = 2$	$n_{05-60} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{13-14} = 1$	$n_{15-16} = 2$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-23} = 1$	$n_{25-55} = 2$
$n_{22-58} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{23-24} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{26-54} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-69} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 1$
$n_{73-75} = 1$	$n_{75-81} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$	$n_{35-51} = 1$	$n_{53-86} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{63-64} = 1$				

- Plano P_2 : 2002-2008: $v = 872.939.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{12-13} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-45} = 1$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-46} = 1$	$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{15-16} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{21-57} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{22-23} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-79} = 2$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-71} = 1$
$n_{68-83} = 3$	$n_{71-75} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{75-82} = 1$
$n_{79-82} = 1$					

No planejamento multiestágio o algoritmo convergiu após solucionar 199 PL's e retirou 6 circuitos na fase 2 do primeiro estágio e 3 circuitos na fase 2 do segundo estágio. O investimento total foi $v = 2.337.498.000$ US\$.

O Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) apresentado para o modelo linear híbrido encontrou topologias de qualidade para os sistemas testados. Para sistemas de pequeno e de médio porte as duas versões do AHC apresentado encontrou topologias quase-ótimas. Entretanto, quando a complexidade do sistema aumenta, o desempenho do AHC apresenta um desempenho menos eficiente. Deve-se observar que o principal problema do AHC apresentado acontece nas fases finais do processo quando os valores dos $n_{ij} \neq 0$ obtidos da resolução do PL são pequenos. Nestas condições, o critério de sensibilidade usado se torna pouco eficiente porque pequenos valores de n_{ij} podem se tornar muito caros quando se adiciona um circuito inteiro com $n_{ij} = 1$ ao sistema elétrico. Este problema já foi observado no AHC para o modelo de transportes apresentado em [36]. Contornar adequadamente este problema representaria uma contribuição significativa para os AHC que usam como indicador de sensibilidade a solução do próprio modelo relaxado.

Deve-se observar, também, que o algoritmo modificado apresentou desempenho ligeiramente superior. Em alguns testes, o algoritmo modificado apresentou valores de investimento ligeiramente menores. Este fato é significativo levando-se em conta que a topologia encontrada pelo algoritmo modificado é mais restritiva (todos os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff).

As topologias encontradas pelo AHC apresentaram vários atrativos no contexto atual de pesquisas em planejamento de sistema de transmissão: (1) essas soluções são topologicamente mais próximas das soluções ótimas ou sub-ótimas para o modelo DC e, portanto, geralmente apresentam menor corte de carga que a solução ótima do modelo linear híbrido, (2) essas soluções podem ser usadas como “bounds” em algoritmos tipo branch and bound para encontrar as soluções ótimas do modelo linear híbrido, e (3) essas topologias podem ser usadas para gerar topologias iniciais de metaheurísticas mais poderosas como algoritmos genéticos, busca tabu, etc. Esta última aplicação é mais importante e variantes do algoritmo podem ser usados para encontrar uma população inicial de alta qualidade para um algoritmo genético ou topologias de elite em algoritmos busca tabu.

Capítulo 5

Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana – Garver – Salon

5.1 Introdução

Neste capítulo, é realizada uma análise dos aspectos teóricos do algoritmo proposto por Villasana-Garver-Salon para o planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão. O algoritmo emprega o modelo híbrido. A modelagem matemática utilizada pelo algoritmo é estendida para o planejamento multiestágio e finalmente são realizados: (1) uma avaliação da qualidade das soluções encontradas através dos testes computacionais e (2) uma análise crítica do desempenho dos algoritmos [41].

5.2 Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon

Uma característica especial do algoritmo VGS é que a estratégia de otimização usa o modelo híbrido linear no processo de otimização, mas encontra uma topologia factível e de boa qualidade para o modelo DC. Essa propriedade é uma consequência da forma em que é montado o algoritmo heurístico construtivo e apresenta um conjunto de vantagens e desvantagens que serão analisadas neste capítulo.

O modelo híbrido linear(MHL) é usado no algoritmo VGS para calcular o indicador de sensibilidade que identifica o circuito que deve ser adicionado no sistema elétrico em cada passo do AHC. Denomina-se modelo híbrido, qualquer modelo em que uma parcela dos circuitos está obrigada a obedecer apenas a primeira lei de Kirchhoff. Neste contexto, o modelo híbrido linear que é usado pelo algoritmo VGS assume a forma de (19).

A matriz S^0 é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema formado pelos circuitos existentes na topologia base e pelas barras conectadas a esses circuitos, f^0 é o vetor

de fluxo de potência através dos circuitos existentes na topologia base e com elementos f_{ij}^0 , S é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema completo e f é o vetor de fluxos que devem passar pelos novos circuitos que são adicionados ao sistema e com elementos f_{ij} . Assim sendo, Ω_0 representa os índices dos circuitos existentes na topologia base e Ω os índices de todos os circuitos.

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (19)$$

$$\text{s.a.} \quad (19a)$$

$$Sf + S^0 f^0 + g = d \quad (19b)$$

$$f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \quad (19c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \quad (19d)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro; } f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}$$

Na modelagem híbrida, os fluxos através dos circuitos existentes na topologia base são representados separadamente dos fluxos que devem passar pelos novos circuitos adicionados ao sistema. Assim, por exemplo, se na topologia base existe um circuito no caminho i-j e o processo de otimização adiciona um circuito em paralelo neste caminho i-j, então o fluxo no primeiro circuito é f_{ij}^0 e no novo circuito é igual a f_{ij} e podem ter valores diferentes. Na modelagem apresentada, apenas os circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff. Essa exigência aparece na restrição (19b) em que apenas os circuitos existentes na topologia base são obrigados a satisfazer a segunda lei de Kirchhoff. Portanto, quando exigimos que apenas os circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, a modelagem híbrida é linear.

O MHL apresentado é um problema de programação inteira mista. É possível encontrar a solução ótima desse modelo para sistemas de complexidade pequena e média usando um algoritmo de branch and bound como o apresentado em [34]. Logicamente a solução ótima deverá ser factível apenas para o modelo híbrido linear. Neste trabalho, usamos o MHL em um outro contexto apenas para calcular o indicador de sensibilidade de um AHC para o modelo DC. Deve ser observado que se relaxamos a integralidade das variáveis de

investimento n_{ij} então o MHL é apenas um problema de Programação Linear (PL). Esta característica foi observada por Villasana-Garver-Salon para formular um algoritmo heurístico construtivo. Assim, a solução ótima do MHL relaxado, resolvido usando um algoritmo de PL, pode ser usado para identificar o circuito mais adequado para ser adicionado no sistema elétrico em cada passo do AHC.

Como o objetivo principal de planejamento a longo prazo é encontrar soluções de boa qualidade para o modelo DC, Villasana-Garver-Salon desenvolveram um algoritmo que, na verdade, resolve o modelo DC, resolvendo um problema de PL em cada passo do algoritmo heurístico construtivo.

Relaxando-se a integralidade das variáveis de investimento, ou seja, fazendo $n_{ij} \geq 0$, o HLM se transforma em um problema de programação linear (PL). A solução deste PL é usada para identificar o circuito mais adequado e que deve ser adicionado ao sistema. Neste contexto, o indicador de sensibilidade escolhido é o fluxo que passa pelos circuitos com $n_{ij} \neq 0$ na solução do PL. Portanto, em cada passo do AHC, o circuito que deve ser adicionado ao sistema é identificado pelo seguinte indicador de sensibilidade:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij} \} \quad n_{ij} \neq 0 \quad (20)$$

Sendo que cada n_{ij} é a solução do PL obtido após relaxar a integralidade do MHL.

Em cada passo do AHC deve-se atualizar a chamada topologia corrente. A topologia corrente é formada pelos circuitos da topologia base e pelos circuitos adicionados no processo iterativo.

Outra excelente contribuição do algoritmo VGS é a exigência de que todo circuito adicionado no processo iterativo deve obedecer as duas Leis de Kirchhoff. Em outras palavras, todos os circuitos da topologia corrente devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff. Com essa estratégia, é possível encontrar uma topologia de boa qualidade para o modelo DC resolvendo, em cada passo, um PL correspondente ao MHL da topologia corrente.

O algoritmo de VGS assume a forma do algoritmo heurístico generalizado proposto no capítulo 3. Assim, no passo 2 é resolvido um PL para o modelo híbrido linear. No passo 3 é utilizado o indicador de sensibilidade (20) para identificar o circuito mais atrativo que deve ser adicionado ao sistema.

Deve-se enfatizar que o aspecto fundamental do algoritmo de VGS está relacionado com a forma de comportamento dos circuitos adicionados na topologia base no processo iterativo. Neste caso, todos os circuitos adicionados no processo iterativo devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff produzindo uma topologia factível para o modelo DC. Portanto, o MHL é usado apenas como estratégia de solução, ou seja, para calcular o indicador de sensibilidade. Também é importante observar que a estratégia de VGS evita a resolução de problemas de programação não linear para encontrar uma solução de boa qualidade do modelo DC, que é um problema de PNLIM.

Uma vantagem muito importante do algoritmo VGS é que, em cada passo, é resolvido apenas um PL, mas é encontrada uma solução para o modelo DC. A desvantagem da proposta pode aparecer na eficiência do indicador de sensibilidade utilizado. Assim, deve-se observar que a solução ótima do PL apresenta um conjunto de valores $n_{ij} \neq 0$ que identifica a melhor proposta de investimento não inteira, satisfazendo apenas a primeira Lei de Kirchhoff. O circuito escolhido, uma vez incorporado ao sistema elétrico, passa a satisfazer as duas Leis de Kirchhoff e, portanto, pode não apresentar a mesma eficiência que apresentava na solução do PL em que era obrigado a satisfazer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Neste contexto, espera-se que o indicador de sensibilidade não seja muito eficiente comparado, por exemplo, com o indicador de sensibilidade usado para o modelo de transportes. Nos testes experimentais, este aspecto é analisado.

Um outro tema relacionado com o AHC apresentado é a possibilidade da troca de indicador de sensibilidade. Assim, é possível usar todas as propostas do indicador de sensibilidade apresentadas para o modelo de transportes.

5.3 Algoritmo de VGS para Planejamento Multiestágio

Nesta seção, apresentamos uma extensão do algoritmo de VGS para o problema de planejamento multiestágio.

O algoritmo de VGS pode ser estendido para o problema de planejamento multiestágio de forma similar como foi realizado para o modelo de transportes. Assim, o problema de programação linear para o algoritmo de VGS para planejamento multiestágio, assume a forma



estabelecida em (21), em que $n_{ij}^{t'}$ são os circuitos adicionados pelo AHC e assumem valores conhecidos ao resolver o PL e os n_{ij}^t são os circuitos identificados na solução do PL.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } v = \\
 & \text{s.a.} \quad \sum_{t=1}^T \left(\delta_{\text{inv}}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right) \\
 & S^{t0} f^{t0} + S^t f^t + g^t = d^t \\
 & f_{ij}^{t0} - \gamma_{ij} \left(n_{ij}^0 + \sum_{t=0}^T n_{ij}^{t'} \right) (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \\
 & |f_{ij}^{t0}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{t=1}^T n_{ij}^{t'} \right) \bar{f}_{ij}; \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^t| \leq \sum_{t=1}^T n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
 & \sum_{t=1}^T (n_{ij}^{t'} + n_{ij}^t) \leq \bar{n}_{ij} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & \theta_k^t, f_{ij}^{t0}; e f_{ij}^t \text{ irrestrito} \\
 & t = 1, 2, \dots, T.
 \end{aligned} \tag{21}$$

5.4 Testes usando o algoritmo

Os algoritmos apresentados foram implementados computacionalmente em FORTRAN e foi usado o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL.

5.4.1 Sistema de 6 barras de Garver

Utilizando como arquivo de entrada os dados do sistema de 6 barras de Garver, e considerando as duas opções para o planejamento (com e sem redespacho), o algoritmo encontrou as seguintes topologias:

- Planejamento com redespacho: $v = 130$

$$n_{02-03} = 1$$

$$n_{02-06} = 1$$

$$n_{03-05} = 1$$

$$n_{04-06} = 2$$

- Planejamento sem redespacho: $v = 200$

$$n_{02-06} = 4$$

$$n_{03-05} = 1$$

$$n_{04-06} = 2$$

Nas tabelas a seguir, são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo, sendo v_{PL} o investimento fornecido pelo PL e V o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo.

No planejamento com redespacho da geração, a sequência de adições foi a seguinte: n_{02-06} , n_{04-06} , n_{03-05} , n_{04-06} , n_{02-03} . O algoritmo convergiu após resolver 10 PL's sem remover circuitos no passo 4. O processo esta apresentado na tabela 3. Neste caso, o algoritmo não encontrou a solução ótima do modelo. Comparando com a solução ótima [41], o erro na escolha acontece na iteração 1, quando o caminho 2-6 é escolhido. A solução ótima global é $v = 110$.

TABELA 3 – Sistema de Garver com redespacho

Iter	PL adição	V_{PL}	V
1	$n_{02-06} = 1,800$; $n_{03-05} = 1,200$; $n_{04-06} = 0,700$;	99	0
2	$n_{02-03} = 0,188$; $n_{02-06} = 1,012$; $n_{04-06} = 1,500$;	69	30
3	$n_{02-03} = 0,182$; $n_{02-06} = 0,027$; $n_{03-05} = 0,018$; $n_{04-06} = 0,473$;	39	80
4	$n_{02-03} = 0,182$; $n_{02-06} = 0,027$; $n_{03-05} = 0,018$;	19	80
5	$n_{02-03} = 0,058$	1,15	110
6		0	130

No planejamento sem redespacho da geração, a sequência de adições foi a seguinte: n_{04-06} , n_{04-06} , n_{02-06} , n_{02-06} , n_{02-06} , n_{03-05} , e n_{02-06} . O algoritmo convergiu após resolver 11 PL's sem remover nenhum circuito no passo 4. O processo esta apresentado na tabela 4. Neste caso, o algoritmo encontrou a solução ótima do modelo.

TABELA 4 – Sistema de Garver sem redespacho

Iter	PL adição	V_{PL}	V
1	$n_{02-06} = 2,137$; $n_{03-05} = 0,612$; $n_{04-06} = 3,313$;	175,7	0
2	$n_{02-06} = 2,137$; $n_{03-05} = 0,612$; $n_{04-06} = 2,313$;	145,7	30
3	$n_{02-06} = 2,137$; $n_{03-05} = 0,612$; $n_{04-06} = 1,312$;	115,7	60
4	$n_{02-06} = 2,486$; $n_{03-05} = 0,837$;	91,3	90
5	$n_{02-06} = 1,486$; $n_{03-05} = 0,837$;	61,3	120
6	$n_{02-06} = 0,486$; $n_{03-05} = 0,837$;	31,3	150
7	$n_{02-06} = 0,492$;	14,75	170
8		0	200

5.4.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras

Este é o mesmo sistema de 46 barras que foi testado com o algoritmo de Garver.
O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento com redespacho: $v = 95.795.000$ US\$
 $n_{19-21} = 1$ $n_{20-23} = 1$ $n_{20-21} = 2$ $n_{42-43} = 1$ $n_{05-06} = 2$ $n_{46-06} = 1$
2. Planejamento sem redespacho: $v = 166.041.000$ US\$
 $n_{20-21} = 2$ $n_{42-43} = 1$ $n_{46-06} = 1$ $n_{25-32} = 1$ $n_{31-32} = 1$ $n_{28-31} = 1$
 $n_{31-41} = 1$ $n_{24-35} = 2$ $n_{40-41} = 1$ $n_{05-06} = 2$

Nas tabelas 5 e 6 são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo. Considerando o caso com redespacho da geração, a sequência de adições obtida com o algoritmo foi a seguinte: n_{20-21} , n_{42-43} , n_{05-06} , n_{06-46} , n_{05-06} , n_{20-21} , n_{20-23} e n_{19-21} . O algoritmo convergiu após resolver 15 PL's e não retirou circuitos na fase 2. A solução ótima para o modelo dc é $v = 72.870.000$ \$US. Deve ser observado que as 7 primeiras adições corresponderam as adições ótimas e o erro de adição ocorreu somente na última iteração com a adição do circuito 19-21 ao invés do circuito 13-20, que é a adição ótima.

A sequência de adições realizadas pelo algoritmo, desconsiderando o redespacho da geração, foi a seguinte: n_{20-21} , n_{05-06} , n_{46-06} , n_{42-43} , n_{28-31} , n_{31-32} , n_{24-25} , n_{25-32} , n_{05-06} , n_{31-41} , n_{40-41} , n_{24-25} e n_{20-21} . O algoritmo convergiu após resolver 24 PL's sem encontrar a solução ótima global de $v = 154.420.000$ \$US. O desvio da solução ótima acontece na iteração de número 5 quando o circuito 28-31 é selecionado. Fazendo uma comparação com a topologia ótima, podemos perceber que o algoritmo selecionou 8 dos 16 circuitos presentes na topologia ótima. Entretanto, esta solução é a melhor solução encontrada por um algoritmo heurístico construtivo.

TABELA 5 – Sistema de 46 barras com redespacho

Iter	PL adição	V_{PL}	v
1	$n_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 1,382$; $n_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,235$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$n_{13-18} = 0,526$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{42-43} = 0,904$; $n_{06-46} = 0,235$; $n_{25-32} = 0,107$; $n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$n_{13-18} = 0,544$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,231$; $n_{25-32} = 0,107$;	25420,4	16356

	$n_{24-25} = 0,249$; $n_{05-06} = 0,770$		
4	$n_{13-18} = 0,332$; $n_{20-21} = 0,382$; $n_{06-46} = 0,300$; $n_{19-25} = 0,032$; $n_{25-32} = 0,075$; $n_{24-25} = 0,249$	17784,0	24534
5	$n_{20-21} = 0,310$; $n_{19-25} = 0,078$; $n_{25-32} = 0,029$; $n_{24-25} = 0,25$; $n_{05-06} = 0,63$	13740,9	40539
6	$n_{20-21} = 0,267$; $n_{21-25} = 0,038$; $n_{25-32} = 0,056$; $n_{24-25} = 0,259$	7226,3	48717
7	$n_{20-23} = 0,324$; $n_{21-25} = 0,021$; $n_{25-32} = 0,015$; $n_{24-25} = 0,104$	3856,8	56895
8	$n_{19-21} = 0,021$	700,9	63163
9		0	95795

5.4.3 Sistema Norte – Nordeste Brasileiro

Este sistema tem 87 barras, 183 circuitos e 29748 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Os dados deste sistema estão em [35] e permitem a realização do planejamento sem redespatch da geração e o planejamento multiestágio com 2 estágios. Este sistema é muito complexo e as soluções ótimas não são conhecidas. São apresentados os testes de planejamento estático e multiestágio. Neste sistema consideramos para o ano base “1998”, para P_1 “2002” e para P_2 “2008”. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 são considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos são atualizados para o ano base.

TABELA 6 – Sistema de 46 barras sem redespatch

Iter	PL adição	V_{PL}	v
1	$n_{20-21} = 0,382$; $n_{42-43} = 1,333$; $n_{06-46} = 0,407$; $n_{25-32} = 0,391$; $n_{31-32} = 0,313$; $n_{28-31} = 0,365$; $n_{31-41} = 0,276$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,689$; $n_{05-06} = 1,356$; $n_{09-10} = 0,028$	73786,8	0
2	$n_{20-21} = 0,382$; $n_{42-43} = 1,333$; $n_{06-46} = 0,407$; $n_{25-32} = 0,391$; $n_{31-32} = 0,313$; $n_{28-31} = 0,365$; $n_{31-41} = 0,276$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,689$; $n_{05-06} = 1,356$; $n_{09-10} = 0,028$	73786,8	8178
3	$n_{20-21} = 0,382$; $n_{42-43} = 1,333$; $n_{06-46} = 0,407$; $n_{25-32} = 0,391$; $n_{31-32} = 0,313$; $n_{28-31} = 0,365$; $n_{31-41} = 0,276$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,689$; $n_{05-06} = 0,356$; $n_{09-10} = 0,028$	65608,8	16356

4	$n_{20-21} = 0,280$; $n_{42-43} = 1,333$; $n_{25-32} = 0,389$; $n_{31-32} = 0,333$; $n_{28-31} = 0,365$; $n_{31-41} = 0,250$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,625$; $n_{05-06} = 0,764$	60004,4	32361
5	$n_{20-21} = 0,280$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{25-32} = 0,389$; $n_{31-32} = 0,333$; $n_{28-31} = 0,365$; $n_{31-41} = 0,250$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,625$; $n_{05-06} = 0,764$	51826,4	40539
6	$n_{20-21} = 0,280$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{25-32} = 0,389$; $n_{31-32} = 0,333$; $n_{31-41} = 0,250$; $n_{24-25} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,625$; $n_{05-06} = 0,764$;	48973,2	48358
7	$n_{20-21} = 0,280$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{25-32} = 0,389$; $n_{31-41} = 0,250$; $n_{31-41} = 0,925$; $n_{40-41} = 0,625$; $n_{05-06} = 0,764$	46628,1	55410
8	$n_{20-21} = 0,220$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{21-25} = 0,024$; $n_{25-32} = 0,395$; $n_{31-41} = 0,244$; $n_{40-41} = 0,611$; $n_{05-06} = 0,764$	38885,6	63588
9	$n_{20-21} = 0,030$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{31-41} = 0,196$; $n_{25-32} = 0,395$; $n_{40-41} = 0,487$; $n_{05-06} = 0,754$;	22454,0	100697
10	$n_{20-21} = 0,028$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{31-41} = 0,195$; $n_{24-25} = 0,359$; $n_{40-41} = 0,487$	16233,9	108875
11	$n_{20-21} = 0,028$; $n_{42-43} = 0,333$; $n_{24-25} = 0,359$; $n_{40-41} = 0,487$;	9874,6	11507
12	$n_{20-21} = 0,026$; $n_{24-25} = 0,033$;	2909,9	149685
13	$n_{20-21} = 0,0067$	54,7	157863
14		0	166041

Considerando P_1 isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

• Plano P_1 : $v = 1.578.278.000$ US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 2$	$n_{06-67} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-45} = 1$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-45} = 1$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$
$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-58} = 1$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$
$n_{61-85} = 2$	$n_{63-64} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{68-83} = 2$	$n_{72-73} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$				

O AHC resolveu 110 PL's e retirou um circuito durante o passo 4. A solução é a melhor configuração conhecida obtida por um AHC para o modelo DC. Considerando apenas o plano P_2 , a configuração encontrada foi a seguinte:

• Plano P_2 : $v = 2.770.985.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$N_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{06-07} = 1$	$N_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-15} = 1$	$n_{15-16} = 5$	$n_{16-44} = 7$	$N_{16-61} = 2$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 3$	$N_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 3$	$n_{42-44} = 4$	$n_{42-85} = 1$	$n_{43-55} = 1$
$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 3$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-58} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

O AHC resolveu 184 PL's e retirou 10 circuitos durante o passo 4. Mais uma vez, esta topologia representa a melhor solução conhecida fornecida por um AHC para o modelo DC.

Para o planejamento multi-estágio, o AHC encontrou a seguinte topologia:

Estágio P1: 1998–2002: $v_1 = 1.803.520.000$ \$US

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-87} = 1$	$n_{04-81} = 2$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-16} = 2$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 2$
$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-63} = 1$
$n_{54-79} = 2$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{63-64} = 1$
$n_{67-69} = 1$	$n_{67-71} = 2$	$n_{68-83} = 2$	$n_{68-87} = 1$
$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$
$n_{78-79} = 1$	$n_{78-80} = 1$	$n_{80-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$

Estágio P2: 2002-2008: $v_2 = 1.013.744.000$ \$US

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 2$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{15-45} = 1$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$
$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{30-31} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{35-51} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$
$n_{42-44} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{49-50} = 2$
$n_{51-52} = 1$	$n_{54-63} = 1$	$n_{54-79} = 1$	$n_{58-78} = 1$
$n_{61-85} = 1$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$

O algoritmo resolveu 195 PL's e retirou circuitos no final do estágio 1 e 2. O investimento foi de $v = 2.468.637.000$ \$US. Os circuitos adicionados para o estágio P1 participam da função objetivo com seus valores originais e os circuitos adicionados no estágio P2 são multiplicados por um fator de 0,6561.

Para a maioria dos sistemas testados, o AHC de VGS encontrou melhores topologias quando comparados com outros AHC. Para sistemas grandes e com grande complexidade, as meta-heurísticas têm melhor performance embora com um alto custo de processamento. Resumindo, o algoritmo de VGS apresentou as seguintes características relevantes: (1) apresentou uma excelente performance quando comparado com os outros AHC; (2) fez pequeno uso da fase 2, especialmente no caso de sistemas pequenos e médios; (3) é robusto e seguro; (4) não apresentou qualquer problema durante a simulação para sistemas isolados ou desconectados; (5) pode ser facilmente estendido para o planejamento multiestágio.

Capítulo 6

Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo DC

6.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado um novo algoritmo heurístico construtivo para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A idéia básica vem da aplicação do trabalho de Garver para o modelo de transportes, contudo, a proposta do algoritmo é para o modelo DC [42].

6.2 Algoritmo Heurístico Construtivo para o Modelo DC

A proposta inicial de Garver para o modelo de transportes (a qual foi estendida por Villasana-Garver-Solon para trabalhar com modelo híbridos) pode ser adaptada, diretamente, usando o modelo DC. A idéia básica consiste em resolver o modelo DC após o relaxamento da integralidade das variáveis de investimento, ou seja, " n_{ij} inteiro = $n_{ij} \geq 0$ ", e o problema acaba tornando-se, um problema PNL. Assim, o indicador de sensibilidade encontrado na solução do PNL pode ser usado como um indicador dos circuitos potenciais para adição. É esperado que esta solução seja mais adequada que uma busca linear [4, 5]. A principal desvantagem do método é a necessidade de se resolver um PNL em cada passo do algoritmo heurístico construtivo. Um problema PNL, em larga escala, é muito mais difícil de ser resolvido do que um problema PL. Podemos mencionar duas limitações significantes no uso deste algoritmo: (1) não há programas suficientemente robustos para PNL, isto é, usualmente, a maioria dos algoritmos e softwares têm dificuldades para convergir na simulação problemas com sistemas grandes e complexos, e (2), o algoritmo pode convergir para soluções ótimas locais, causando desvios no processo de busca. Outros problemas relacionados com a

relaxação das integralidades das variáveis [4, 5, 6], afetam o estágio final do processo de busca, tal como os pequenos valores fracionários de n_{ij} , que ainda podem ocorrer.

O algoritmo heurístico construtivo para resolver o modelo DC é resumido nos passos a seguir:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo DC;
2. Resolver um PNL e determinar os parâmetros usados no indicador de sensibilidade:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij} \} \quad n_{ij} \neq 0$$

Se a solução do PNL indicar que o sistema está operando adequadamente com as novas adições, pare. Uma nova solução para o modelo DC foi encontrada, siga para o passo 4.

3. Use o indicador de sensibilidade, representado acima, para identificar o circuito mais atrativo. Atualize a topologia corrente com o circuito escolhido, e então siga para o passo 2.
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em condições adequadas de operação. Se o sistema operar adequadamente, retire o circuito e, em caso contrário, o circuito deverá ser mantido. Repita o processo, simulando a retirada de cada circuito até analisar todos os circuitos. Assim, os circuitos adicionados e que não foram retirados representarão a solução do AHC.

No passo 2, o seguinte problema PNL é resolvido:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a. } & Sf + g = d \\ & f_{ij}^0 - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}^1 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \\ & |f_{ij}^0| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^1 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq n_{ij} + n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & n_{ij} \geq 0, \quad (i,j) \in \Omega \\ & f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito} \end{aligned} \tag{22}$$

No problema acima, em cada passo o algoritmo adiciona um circuito na topologia corrente e os circuitos são armazenados no vetor $n^1 = \{ n_{ij}^1 \}$. Em duas iterações consecutivas, o PNL muda apenas uma posição do vetor n_{ij}^1 . Esta característica pode ser empregada para inicializar as variáveis do PNL, ou seja, a solução do PNL pode ser usada como inicialização do próximo PNL.

O objetivo do passo 4 é remover os circuitos que foram adicionados no sistema, mas que se tornam irrelevantes no estágio final do processo. A ocorrência de circuitos irrelevantes é comum em AHC. A verificação se o circuito opera adequadamente sem a presença de um determinado circuito, é feita através da solução do mesmo PNL do passo 2, entretanto ganha-se em eficiência resolvendo-se o PL (23).

Neste caso, w representa o corte de carga, n_{ij}^1 é o vetor com a adição dos circuitos durante o processo e r é o vetor com a geração artificial em cada barra de carga. Se $w = 0$, então o sistema está operando corretamente e o circuito, que foi removido na simulação, pode ser removido definitivamente. Caso contrário, o circuito deve permanecer no sistema.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w = & \sum r_i & (23) \\
 \text{s.a.} & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & f_{ij}^0 - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}^1) (\theta_i - \theta_j) = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^1) \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & (i, j) \in \Omega \\
 & f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}
 \end{aligned}$$

6.3 Testes com o Algoritmo

O algoritmo foi implementado usando a estrutura GAMS [44] para resolver o problema PNL em cada passo do algoritmo construtivo. A estrutura GAMS, disponível em nosso laboratório, possui três solvers de PNL, chamados de: SNOPT, CONOPT e MINOS.

6.3.1 Sistema de 6 barras de Garver

Este é o mesmo sistema teste usado no capítulo 3 e é analisado apenas o planejamento com redespatch da geração. O algoritmo apresentado encontrou a seguinte topologia:

- Planejamento sem redespacho: $v = 110$

$$n_{03-05} = 1$$

$$n_{04-06} = 3$$

Na tabela 7, são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo, sendo v_{NLP} o investimento fornecido pelo PNL e v , o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo. Em planejamento com redespacho, a sequência de adições realizada pelo algoritmo, e que é mostrada na tabela, é a seguinte: n_{04-06} , n_{04-06} , n_{03-05} e n_{04-06} . O algoritmo convergiu após a adição de 5 PNL's e 2 PL's, sem a retirada de circuitos no passo 4. A solução encontrada é a ótima global, sendo o primeiro algoritmo heurístico construtivo que encontrou a solução ótima deste sistema, que é pequeno mas que produz uma grande dificuldade para se encontrar a solução ótima. O solver usado foi o SNOPT. Esta solução foi encontrada antes apenas com o auxílio de técnicas de decomposição de Benders e metaheurísticas.

Deve-se observar que os solvers CONOPT e MINOS, incorporados ao GAMS não encontram a solução ótima e identificam apenas a solução ótima local de $v = 130$. Para o caso em que não se considera o redespacho, o SNOPT e CONOPT encontraram a solução ótima conhecida de $v = 200$, mas o MINOS encontrou uma solução inicial de $v_{PNL} = 215,52$ na primeira iteração e maior que a solução ótima global, mostrando, assim, a dificuldade em usar o software de PNL.

6.3.2 Sistema IEEE de 24 barras

Este sistema tem 24 barras, 41 circuitos e 8550MW de demanda e os dados podem ser obtidos em [39] e em artigos anexos [42]. Neste caso, apresentamos dois dos cinco testes possíveis identificados por cinco planos de geração, em outras palavras, para os planos de programação chamados de G_1 e G_3 . O primeiro plano identificado por G_0 corresponde ao caso com redespacho e os valores de geração são determinados pelo processo de otimização. Os outros casos correspondem ao caso sem redespacho em que os valores de geração são fixados aos valores indicados na tabela 3. Este sistema foi usado para testes em [39]. Todos os testes foram realizados usando o GAMS com o solver SNOPT, que apresentou o melhor desempenho para resolver os problemas de PNL, que apareceram no algoritmo proposto. Os outros solvers de GAMS apresentaram um desempenho menos eficiente.

Para o plano de geração G_1 , o algoritmo heurístico construtivo encontrou um plano de expansão de $v = 438.000.000$ US\$ com a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llll} n_{01-05} = 1 & n_{03-04} = 1 & n_{06-10} = 1 & n_{07-08} = 2 \\ n_{14-16} = 1 & n_{15-21} = 1 & n_{15-24} = 1 & n_{16-17} = 2 \\ n_{16-19} = 1 & n_{17-18} = 1 & & \end{array}$$

O algoritmo convergiu após resolver 13 PNL's e 10 PL's sem retirar circuitos no passo 4. A sequência de adições foi a seguinte: n_{16-17} , n_{14-16} , n_{07-08} , n_{17-18} , n_{16-17} , n_{16-19} , n_{07-08} , n_{03-24} , n_{06-10} , n_{01-05} , n_{15-24} , n_{15-21} .

TABELA 7 – Sistema de Garver sem redespacho

Iter	PL adição	V_{npl}	v
1	$n_{02-03} = 0,424$; $n_{03-05} = 0,776$; $n_{04-06} = 2,500$;	99	0
2	$n_{02-03} = 0,424$; $n_{03-05} = 0,776$; $n_{04-06} = 2,500$;	69	30
3	$n_{02-03} = 0,424$; $n_{03-05} = 0,776$; $n_{04-06} = 0,500$;	39	60
4	$n_{02-03} = 0,385$; $n_{03-05} = 0,5$	22,707	80
5		0	110

Na tabela 8 apresentamos os resultados passo a passo. Observe que na iteração 11 existe apenas um investimento de apenas 10,4 milhões de dólares para a solução do problema de operação quando consideramos valores de n_{ij} não inteiros. Entretanto, este problema é solucionado com a adição de dois circuitos, produzindo um investimento de 140 milhões de dólares, quase 32% do investimento total. Deve ser observado também que neste estágio do processo, os valores de n_{ij} fornecido pelo PNL são muito pequenos. Assim, embora a solução encontrada seja melhor que a encontrada em [39], é pouco provável que a topologia encontrada seja a ótima global.

Para o plano de geração G_3 , o AHC encontrou um plano de expansão de $v = 218.000.000$ US\$ com a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llll} n_{06-10} = 1 & n_{07-08} = 2 & n_{10-12} = 1 & n_{14-16} = 1 \\ n_{16-17} = 1 & n_{20-23} = 1 & & \end{array}$$

TABELA 8 – Sistema de 46 barras sem redespacho

Iter	PL adição	V _{PL}	v
1	$n_{01-05} = 0,299$; $n_{03-24} = 0,312$; $n_{06-10} = 0,535$; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,072$; $n_{14-16} = 0,745$ $n_{15-21} = 0,083$; $n_{15-24} = 0,049$ $n_{16-17} = 1,517$; $n_{16-19} = 0,523$ $n_{17-18} = 0,637$;	199832,3	0
2	$n_{01-05} = 0,299$; $n_{03-24} = 0,312$; $n_{06-10} = 0,535$; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,072$; $n_{14-16} = 0,745$ $n_{15-21} = 0,083$; $n_{15-24} = 0,049$ $n_{16-17} = 0,517$; $n_{16-19} = 0,523$ $n_{17-18} = 0,637$;	163832,3	36000
3	$n_{01-05} = 0,282$; $n_{03-24} = 0,286$; $n_{06-10} = 0,543$; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,096$; $n_{15-21} = 0,071$ $n_{15-24} = 0,029$; $n_{16-17} = 0,529$ $n_{16-19} = 0,501$; $n_{17-18} = 0,648$	120962,3	90000
4	$n_{01-05} = 0,282$; $n_{03-24} = 0,286$; $n_{06-10} = 0,543$; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,096$; $n_{15-21} = 0,071$ $n_{15-24} = 0,029$; $n_{16-17} = 0,529$ $n_{16-19} = 0,501$; $n_{17-18} = 0,648$	104962,32	10600
5	$n_{01-05} = 0,276$; $n_{03-24} = 0,277$; $n_{06-10} = 0,546$; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,100$; $n_{15-21} = 0,003$ $n_{15-24} = 0,021$; $n_{16-17} = 0,597$ $n_{16-19} = 0,505$	89006,66	126000
6	$n_{01-05} = 0,271$; $n_{03-24} = 0,269$ $n_{06-10} = 0,548$; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,104$; $n_{15-24} = 0,015$ $n_{16-19} = 0,507$	66670,30	162000
7	$n_{01-05} = 0,263$; $n_{03-24} = 0,250$ $n_{06-10} = 0,551$; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,097$; $n_{15-24} = 0,0001$	47953,76	194000
8	$n_{01-05} = 0,263$; $n_{03-24} = 0,250$ $n_{06-10} = 0,551$; $n_{10-11} = 0,097$ $n_{15-24} = 0,0001$	31953,76	210000
9	$n_{01-05} = 0,360$; $n_{06-10} = 0,509$ $n_{10-11} = 0,026$; $n_{15-24} = 0,132$	26837,55	260000
10	$n_{01-05} = 0,391$; $n_{10-11} = 0,033$ $n_{15-24} = 0,129$	19536,25	276000
11	$n_{10-11} = 0,026$; $n_{15-24} = 0,132$	10441,06	298000
12	$n_{15-21} = 0,009$	611,81	370000
13		0	438000

O algoritmo convergiu após resolver 8 PNL's e 6 PL's, sem retirar circuitos no passo 4. A sequência de adições foi a seguinte: n_{07-08} , n_{07-08} , n_{20-23} , n_{14-16} , n_{10-12} , n_{06-10} , e n_{16-17} . Deve-se observar que as topologias encontradas apresentam investimentos menores que os encontrados em [39], mostrando o excelente desempenho do AHC em algumas aplicações. Entretanto, em dois dos casos dos cinco testes realizados em [39], o AHC apresentou

propostas com investimentos maiores que os obtidos em [39]. Foi verificado que esse comportamento acontece por problemas de desempenho do algoritmo do PNL usado e também por desvios do algoritmo quando o PNL apresenta valores de n_{ij} muito pequenos, isto é, nas fases finais do processo de otimização.

Outro aspecto importante do algoritmo é que para sistemas de complexidade pequena e média não acontecem retiradas de circuitos no passo 4, ou seja, não aparecem circuitos irrelevantes. Este fato pode ser interpretado também como um indicador de excelente desempenho do algoritmo proposto. Esta característica também foi observada para o algoritmo de Villasana-Garver-Salon, mas a mesma coisa não acontece nos outros algoritmos analisados neste trabalho e em outros AHC.

6.3.1 Extensões do AHC e análise dos resultados obtidos

O algoritmo apresentado para o modelo DC pode ser facilmente estendido para o problema de planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão usando a mesma lógica usada para o modelo de transportes em [28]. Deve-se observar que a maior dificuldade para implementar um algoritmo deste tipo é a disponibilidade de um algoritmo de PNL para resolver o problema de programação não linear em cada passo do algoritmo. Os algoritmos de PNL usados neste trabalho se mostraram pouco robustos e pouco confiáveis e esse problema deverá aumentar ao serem feitos testes para o planejamento multiestágio em que o número de variáveis do problema aumentará consideravelmente.

O nosso grupo de pesquisa trabalha no desenvolvimento de algoritmos de pontos interiores para resolver o problema de programação não linear que aparece no algoritmo proposto. É esperado que este tipo de algoritmo seja robusto e confiável para estender o algoritmo proposto para solução de sistemas grandes e complexos, assim como realizar testes com planejamento multiestágio.

No algoritmo apresentado, podem ser usados outros indicadores de sensibilidade, usando os resultados obtidos pelo PNL, da mesma forma em que foi sugerido no capítulo 3 [36]. Entretanto, a maior dificuldade em desempenho do algoritmo aparecem nas fases finais do processo, onde aparecem valores muito pequenos de n_{ij} e o processo de integralização pode produzir sérios desvios de investimento.



Capítulo 7

Algoritmo Heurístico Construtivo em uma estrutura do tipo Branch and Bound

7.1 Introdução

Neste capítulo, um novo algoritmo heurístico construtivo para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão, é proposto. A idéia básica vem da aplicação do trabalho de Garver para o modelo de transportes, contudo, a proposta é trabalhar com o algoritmo de Garver porém em uma estrutura Branch and Bound.

7.2 O AHC de Garver em estrutura Branch and Bound

Na resolução de problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão correspondentes a sistemas elétricos complexos, um AHC converge após resolver dezenas de problemas de programação linear. Por outro lado, nesses tipos de problemas, os algoritmos de otimização clássica (como os algoritmos de branch and bound ou as metaheurísticas como os algoritmos evolutivos) convergem em soluções subótimas após resolver centenas de milhares de problemas de PL. A vantagem dos AHC heurísticos é a simplicidade na implementação porém, em sistemas complexos, a qualidade da solução pode ficar comprometida. Nesse contexto, é importante desenvolver algoritmos que tenham capacidade de encontrar soluções de qualidade após resolver centenas ou milhares de problemas de PL. Os algoritmos heurísticos em estrutura *B&B* ocupariam uma posição intermediária entre os AHC tradicionais, muito rápidos mas pouco eficientes, e os algoritmos *Branch and Bound* e as Metaheurísticas, muito lentas mas que encontram soluções de excelente qualidade.

O AHC em estrutura *Branch and Bound* pretende contornar os dois problemas críticos que acontecem nos AHC tradicionais, ou seja, quando se escolhe uma linha de transmissão de elevado custo (que tipicamente acontece nas fases iniciais do processo) e quando é escolhida, para adição, uma linha no caminho $(i; j)$ mesmo quando o valor de n_{ij} na resolução do PL seja muito pequena (que acontece nas fases finais do processo). Portanto, o AHC em estrutura *B & B* consiste em encontrar outras alternativas de investimento sempre que acontece pelo menos um dos seguintes fatos: (1) se foi escolhido para adição um caminho $(i; j)$ em que c_{ij} está acima de um valor especificado, então, deve-se procurar também outra proposta de expansão forçando a opção $n_{ij} = 0$ nessa nova busca e, (2) se foi escolhido para adição um caminho $(i; j)$ em que o valor de n_{ij} na solução do PL para a topologia corrente é menor que um valor especificado, então, deve-se procurar também outra proposta de expansão forçando a opção $n_{ij} = 0$ nessa nova busca. Esses valores críticos para comparar os valores de c_{ij} e n_{ij} são chamados de c_{ij}^c e n_{ij}^c . Quando n_{ij}^c é muito pequeno, por exemplo $n_{ij}^c = 0$ e quando c_{ij}^c é maior que o circuito mais caro então o AHC em estrutura *B & B* se transforma em um AHC tradicional. Por outro lado, quando $n_{ij}^c = 1$ e $c_{ij}^c = 0$ o AHC em estrutura *B & B* se transforma em um algoritmo *branch and bound* ineficiente. Assim, os valores de n_{ij}^c e de c_{ij}^c devem ser adequadamente escolhidos para que o algoritmo cumpra os objetivos de convergir após resolver um número de PL's da ordem nas centenas ou milhares de PL's e encontrando soluções de qualidade para sistemas altamente complexos.

Um algoritmo heurístico construtivo em estrutura *Branch and Bound* Básico assume a seguinte forma:

1. Inicialização:

Escolher o modelo matemático e o AHC. Escolher os parâmetros n_{ij}^c e c_{ij}^c do processo. Resolver o PL correspondente (PL ou PNL). Se a solução do PL correspondente é inteira pare porque a solução encontrada é ótima global (no caso de PL). Em outro caso, armazenar o valor da função objetivo como limitante inferior v_{inf} para os subproblemas sucessores e passar ao passo 2.

2. Escolha da variável para separar o subproblema:

Identificar a variável n_{ij}^k para separação, isto é, o circuito $(i; j)$ que deve ser usado na separação e identificado pelo indicador de sensibilidade do algoritmo heurístico construtivo. Caso exista uma condição crítica, isto é, se para o caminho $(i; j)$ escolhido o valor de n_{ij}^{PL} na solução do PL satisfaz $n_{ij}^{PL} < n_{ij}^c$ e/ou $c_{ij} > c_{ij}^c$, então, gerar um subproblema descendente

impondo a condição $n_{ij} = 0$ para o caminho escolhido. Neste caso o valor de $v1$ é o mesmo do nó gerador.

Gerar um novo descendente adicionando na topologia corrente um circuito no caminho $(i; j)$ selecionado pelo indicador de sensibilidade. Neste caso, atualizar o valor de $v1$ para o subproblema gerado adicionando o custo do circuito selecionado.

3. Escolha e resolução do subproblema candidato:

Se não existem subproblemas armazenados pare porque foi terminado o processo e a solução do problema é a incumbente armazenada. Em caso contrário, escolha o próximo subproblema usando o critério LIFO (escolha do último subproblema gerado) quando o último subproblema resolvido não foi sondado, e, usando o menor valor de v_{inf} quando o último subproblema analisado foi sondado.

Resolver o subproblema selecionado usando o algoritmo de PL (ou PNL) e cuja função objetivo ótima será denominada de $v2$. Armazene a limitante inferior dos subproblemas sucessores usando a relação $v_{inf} = v1 + v2$.

4. Testes de sondagem:

Após resolver o subproblema usando um algoritmo de PL (ou PNL) verificar os seguintes testes de sondagem:

- (a) Teste 1: Se $v_{inf} > v^*$, em que v^* é o valor da incumbente ou o valor da função objetivo do algoritmo heurístico tradicional.
- (b) Teste 2: Se a solução do PL (ou PNL) é infactível.
- (c) Teste 3: Se o ótimo do PL (ou PNL) é igual a $v2 = 0$. Significa que foi encontrada uma solução factível para o modelo matemático escolhido. Nesse caso, verificar se a função objetivo do subproblema analisado $v = v1$ é menor que a incumbente. Se for verdadeira então trocar de incumbente e aplicar novamente o teste 1.
- (d) Se o subproblema não foi sondado ir ao passo 2. Em caso contrário voltar ao passo 3.

Para mostrar o verdadeiro significado de um nó da árvore de *Branch and Bound*, é analisado este aspecto com mais detalhe usando a informação da figura 2. A figura mostra o nó k em que após resolver o PL são conhecidos os valores de limitante inferior v_{inf}^k , custo dos circuitos já adicionados $v1^k$, a função objetivo do PL (ou PNL) do nó k igual a $v2^k$ e foi decidida a adição de um circuito no caminho $(i; j)$. O n_{ij}^{PL} é o número de circuitos no caminho $(i; j)$ encontrado pelo algoritmo de PL (ou PNL) e $v^k = v1^k + v2^k$. Assim, o nó k representa a topologia corrente identificada por um AHC, isto é, representa o PL (ou PNL) correspondente com as adições já realizadas e com algumas restrições do tipo $n_{ij} = 0$ incorporadas.

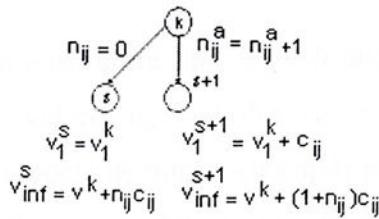


Figura 2: Um nó da árvore de Branch and Bound

Se o nó k não é sondado então pode ser gerado o nó sucessor s caso sejam cumpridas uma das condições críticas após a escolha do circuito n_{ij} . Adicionalmente, se o nó k não é sondado, o nó s+1 sempre é gerado e o processo de busca passa para o nó s+1. O subproblema s tem todas as restrições existentes no nó k mas a restrição adicional de que $n_{ij} = 0$, isto é, em todos os nós sucessores desse nó não é mais possível adicionar circuitos no caminho (i; j). O subproblema s+1 tem todas as restrições existentes para o subproblema do nó k mas a adição de um novo circuito no caminho (i; j). Assim, pode-se encontrar facilmente os valores de v_l e de v_{inf} para os novos subproblemas usando as seguintes relações:

$$\begin{aligned} v_l^s &= v_l^k; \quad v_{inf}^s = v^k + n_{ij}^{PL} c_{ij} \\ v_l^{s+1} &= v_l^k + c_{ij}; \quad v_{inf}^{s+1} = v^k + (1 - n_{ij}^{PL}) c_{ij} \end{aligned}$$

7.3 Testes usando o algoritmo

O sistema sul brasileiro reduzido de 46 barras, 79 circuitos e 6880 MW de demanda é usado para apresentar o desempenho do algoritmo branch and bound. Os dados desse sistema se encontram em anexo. Usamos dois algoritmos heurísticos construtivos para ser incorporados na estrutura tipo branch and bound: (1) O algoritmo de Garver para o modelo de transportes e (2) o algoritmo de Villasana-Garver-Salon que trabalha com o modelo híbrido mas encontra soluções para o modelo DC.

7.3.1 Algoritmo de Garver com redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo de transportes. Deve-se observar que a solução ótima para o modelo de transportes para o caso com redespacho é igual a $v = 53.340.000$ US \$ encontrado em [28] após resolver 260 PL's. Por outro lado, o algoritmo de

7.3.2 Algoritmo de Garver sem redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo de transportes sem redespacho. Deve-se observar que, neste caso, a solução ótima é igual a $v = 127.272.000$ US \$ encontrado em [28] após resolver em torno de 12000 PL's. Por outro lado, o algoritmo de Garver encontra uma solução com investimento $v = 154.100.000$ US \$ [36] após resolver 28 PL's. Neste caso, foi realizado um teste com os valores $n_{ij}^c = 0,45$ e $c_{ij}^c = 35.000.000$ US \$. O algoritmo soluciona o problema para o modelo de transportes após resolver 3011 PL's, encontrando a solução ótima após resolver 1803 PL's. A solução ótima com $v = 127.272.000$ US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{14-22} = 1 & n_{20-21} = 2 & n_{42-43} = 2 & n_{05-11} = 2 & n_{25-32} = 1 & n_{31-32} = 1 \\ n_{28-31} = 1 & n_{11-46} = 1 & n_{24-25} = 2 & & & \end{array}$$

Deve-se observar que caso for usado o valor de $n_{ij}^c = 0,40$, o algoritmo encontra apenas uma solução ótima local de $v = 130.943.000$ US \$.

7.3.3 Algoritmo de Villasana-Garver-Salon com redespacho

Neste caso, pretendeu-se resolver o modelo DC com redespacho usando o algoritmo VGS. Deve-se observar que, neste caso, a solução ótima é igual a $v = 70.289.000$ US \$ encontrado usando decomposição de Benders após resolver milhares de PL's. Por outro lado, o algoritmo VGS encontra uma solução com investimento $v = 95.795.000$ US\$ após resolver 15 PL's. Neste caso foi realizado um teste com os valores $n_{ij}^c = 0,35$ e $c_{ij}^c = 35.000.000$ US \$. O algoritmo encontrou a solução ótima para o modelo DC após resolver 115 PL's. A solução ótima com $v = 70.289.000$ US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{13-20} = 1 & n_{20-23} = 1 & n_{20-21} = 2 & n_{42-43} = 1 & n_{46-06} = 1 & n_{05-06} = 2 \end{array}$$

7.3.4 Algoritmo de Villasana-Garver-Salon sem redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo DC sem redespacho usando o algoritmo VGS. Deve-se observar que neste caso a solução ótima é igual a $v = 154.420.000$ US \$ encontrado usando decomposição de Benders após resolver dezenas de milhares de PL's. Por outro lado, o algoritmo VGS encontra uma solução com investimento $v = 166.041.000$ US \$ após resolver 24 PL's. Neste caso, foi realizado um teste com os valores $n_{ij}^c = 0,40$ e c_{ij}^c

=35.000.000 US \$. O algoritmo encontrou a configuração ótima para o modelo DC após resolver 1175 PL's, encontrando a solução ótima após resolver 259 PL's. A solução ótima com $v = 154.420.000$ US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{20-21} = 1 & n_{42-43} = 2 & n_{46-06} = 1 & n_{19-25} = 1 & n_{31-32} = 1 & n_{28-30} = 1 \\ n_{26-29} = 3 & n_{24-25} = 2 & n_{29-30} = 2 & n_{05-06} = 2 & & \end{array}$$

Capítulo 8

Deve-se observar que também neste caso se for usado um valor de $n_{ij}^c = 0,35$, o algoritmo não encontra o ótimo global.

Capítulo 8

Conclusões

Neste trabalho, foram analisados seis algoritmos: (1) algoritmo de Garver, (2) algoritmo para solução da modelagem híbrida, (3) algoritmo de Villasana Garver Salon, (4) algoritmo para solução do modelo DC, (5) AHC em estrutura *Branch and Bound* e (6) algoritmo *Branch and Bound* para o modelo linear disjuntivo.

Os algoritmos (1), (2) e (3) foram aplicados, além do planejamento estático, também no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão.

As topologias encontradas por AHC apresentam vários atrativos adicionais no contexto atual de pesquisas em planejamento de sistemas de transmissão, tais como: (1) essas soluções podem ser usadas como bounds em algoritmos tipo branch and bound para encontrar as soluções ótimas do modelo DC, (2) essas topologias podem ser usadas para gerar topologias iniciais de metaheurísticas mais poderosas como algoritmo genético, busca tabu, etc. e (3) essas topologias podem ser usadas como topologias de elite para estratégias eficientes em algoritmos tipo busca tabu como, por exemplo path relinking. Portanto topologias geradas pelos AHC podem ser usadas para melhorar o desempenho de metaheurísticas como os apresentados em [7, 8, 9]. Uma boa revisão sobre modelos matemáticos e técnicas de otimização usadas em planejamento de sistemas de transmissão pode ser encontrada em [10].

O algoritmo de Garver encontrou topologias de qualidade para todos os sistemas testados. Sua eficiência diminui com o incremento de complexidade do problema. Quando a proposta foi estendida para o planejamento multi-estágio, os resultados obtidos foram promissores. Também foram analisados os indicadores de sensibilidade e formas alternativas desses indicadores.

No capítulo 4 foram apresentados 2 versões de um algoritmo heurístico construtivo para resolver problemas de expansão da transmissão que utilizavam, como modelagem matemática, o modelo híbrido. A proposta foi estendida para o planejamento multiestágio, apresentando excelentes resultados. Os testes com as versões mostraram um desempenho eficiente e mostraram os “pitfalls” que podem acontecer neste tipo de algoritmo. O algoritmo é rápido e robusto.

O algoritmo de VGS é um dos mais eficientes da família de algoritmos heurísticos construtivos. Também verificou-se, este desempenho, para o planejamento multiestágio. Uma característica muito importante do algoritmo de VGS é que este encontra uma topologia de boa qualidade para o modelo DC resolvendo, em cada passo, apenas um PL. Um dos problemas deste algoritmo acontece nas fases iniciais do processo em que circuitos muito importantes competem e a escolha de um deles inviabiliza os outros e nas fases finais do processo quando os valores de investimento não inteiros fornecidos pelo PL são muito pequenos, ou seja, quando aparece valores de n_{ij} muito pequenos. Assim, é possível desenvolver algoritmos heurísticos construtivos mais eficientes encontrando formas adequadas para contornar os problemas mencionados anteriormente. Uma alternativa consistiria em desenvolver um algoritmo heurístico em estrutura tipo *Branch and Bound* em que o módulo básico seria um AHC que seria ramificado se o valor do circuito escolhido estivesse acima de um valor previamente especificado (os circuitos mais importantes geralmente tem valores elevados) e se o valor do n_{ij} escolhido estivesse abaixo de um valor previamente especificado.

Um algoritmo deste tipo foi desenvolvido e apresentado no capítulo 7. O algoritmo foi testado em sistemas de médio porte. Os resultados obtidos foram excelentes, com tempos de processamento muito inferiores, quando comparados aos tempos de processamento utilizados por algoritmos B&B tradicionais. O número de soluções de PL's para se determinar as soluções ótimas foram bastante reduzidos, para os dois casos testados.

No capítulo 6 foi desenvolvido um algoritmo que trabalha diretamente com o modelo DC. O algoritmo proposto encontrou soluções de excelente qualidade para o modelo DC como foi verificado nos testes apresentados. O algoritmo apresentou excelente desempenho para sistemas com pequena e média complexidades. A grande vantagem deste algoritmo é que ele trabalha diretamente com a solução do modelo DC, com as variáveis inteiras relaxadas,



produzindo informação de excelente qualidade para o indicador de sensibilidade que identifica o circuito mais adequado e que deverá ser adicionado ao sistema. Também deve ser observado que a maior dificuldade na implementação do algoritmo é a disponibilidade de um software de PNL que seja robusto e confiável e que permita usar o algoritmo em testes com sistemas grandes e complexos, assim como estender o algoritmo para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão.

Na fase de resultados não foram mencionados os tempos de processamento. Deve-se mencionar que os AHC são muito rápidos e convergem em tempos de processamento muito pequenos para trabalhos de planejamento e também, quando são comparados com os tempos de processamento necessários nos algoritmos de Otimização Clássica e nas Metaheurísticas. Entretanto, em todos os testes foram mencionados o número de problemas de PL ou PNL necessários para convergência nos testes. Desta forma, quase todo o tempo de processamento requerido pelos AHC apresentados são utilizados para resolver os problemas de PL ou PNL.

Em anexo, é apresentado um algoritmo *Branch and Bound* que utiliza o modelo linear disjuntivo para a síntese de redes de sistemas de transmissão. O algoritmo foi testado em sistemas de pequeno porte. Em ambos os testes foram encontradas as soluções ótimas. Assim, verificou-se a convergência e a eficiência do algoritmo e da modelagem matemática, empregados para a solução de sistemas de pequeno porte. Como sugestão para trabalhos futuros, melhorias poderiam ser implementadas no algoritmo, como a inclusão de características especiais para a solução deste problema específico e de técnicas de pseudocustos e comparação de custos para a seleção dos subproblemas e variáveis candidatas, com o objetivo de diminuir o tamanho da árvore de busca, tornando o processo de busca mais rápido e menos complexo, tornando possível testes iniciais em sistemas mais complexos.

Também em Anexo, são mostradas tabelas com os principais resultados obtidos os algoritmos desenvolvidos.



Referências Bibliográficas

- [1] L.L. Garver: "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688-1697, September - October, 1970.
- [2] A. Monticelli, A. Santos Jr, M. V. F. Pereira, S. H. Cunha, B. J. Parker, J. C. G. Praça: "Interactive Transmission Network Planning Using a Least - Effort Criterion", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-101, nº 10, October, 1982.
- [3] M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, nº 2, pp 381-389, February, 1985.
- [4] R. Villasana, L. L. Garver, S. J. Salon: "Transmission Network Planning Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-104, nº 2, February 1985.
- [5] V. A. Levi, M. S. Calovic: "A New Decomposition Based Method for Optimal Expansion Planning of Large Transmission Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, nº 3, pp 937-943, October, 1991.
- [6] M. V. P. Pereira, L. M. V. G. Pinto., G. C. Oliveira, S. H. F. Cunha: "Composite Generation Transmission Expansion Planning", EPRI Research Project 2473-9, EL-5179, 1987.
- [7] R. Romero, A. Monticelli: "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, nº 1, pp. 373-380, February 1994.
- [8] R. A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero: "Comparative Studies of Non-Convex Optimization Methods for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol.13, nº 3, August 1998.
- [9] C. R. Rocha: "Algoritmo Heurístico Integrado Aplicado ao Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo", dissertação de Mestrado, DEE-FEIS-UNESP, Outubro de 1999.
- [10] H. Crowder, M. W. Padberg: "Solving large-scale symmetric traveling salesman problems to optimality", Management Science 26, 495-509, 1980.
- [11] M. Grotschel, O. Holland: "Solution of large-scale symmetric traveling salesman problems", Mathematical Programming 51, 141-202, 1991.
- [12] M. Junger, G. Reinelt, S. Thienes: "Provably good solutions for the traveling salesman problem", Zeitschreft fur Operations Research 40, 183-217, 1994.
- [13] J. M. Gauthier, G. Ribiere: "Experiments in mixed-integer linear programming using pseudo costs" Mathematical Programming 12, 26-47, 1977.
- [14] E. M. L. Beale: "Branch and Bound methods for mathematical programming systems", Annals of Discrete Mathematics 5, 201-219, 1979.



- [15] *E. Balas, P. Toth*: "Branch and Bound methods", in: E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, D. B. Shmoys, *The traveling salesman problem*, John Wiley & Sons, Chichester, 361-401, 1985.
- [16] *Cplex*: "Using the Cplex callable library and Cplex mixed integer library", Cplex Optimization, Inc, 1994.
- [17] *M. Grotschel, M. Junger, G. Reinelt*: "A cutting plane algorithm for the linear ordering problem", *Operations Research* 32, 1195-1220, 1984.
- [18] *M. W. Padberg*: "Linear optimization and extensions", Springer, Berlin, 1995.
- [19] *J. Desrosters, F. Soumis, M. Desrochers*: "Routing with time windows by column generation", *Networks* 14, 545-565, 1984.
- [20] *A. A. Farley*: "A note on bounding a class of linear programming problems, including cutting stock problems", *Operations Research* 38, 922-923, 1990.
- [21] *E. L. Lawler*: "Procedure for computing the k-best solutions to discrete optimization problems and its applications to the shortest path problem", *Management Science* 18, 401-405, 1972.
- [22] *C. C. Ribeiro, M. Minoux, M. C. Penna*: "An optimal Column-generation-with-ranking algorithm for very large scale set partitioning problems in traffic assignment", *European Journal of Operational Research* 41, 232-239, 1989.
- [23] *S. Binato*: "Expansão Ótima de Sistemas de Transmissão através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes", Tese de doutoramento – Universidade Federal do Rio de Janeiro, abril de 2000
- [24] *Ramon A. Gallego, Ruben Romero, Alcir J. Monticelli*: "Tabu Search Algorithm for Network Syntesis", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.15, nº 2, maio de 2000
- [25] *E. L. Silva, J. M. A. Ortiz, G.C. Oliveira, S. Binato*: "Transmission Network Expansion Planning Under a Tabu Search Approach", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.16, nº 1, fevereiro de 2001
- [26] *E. L. Silva, H. A. Gil, J.M. A. Ortiz*: "Transmission Network Expansion Planning Under an Improved Genetic Algorithm", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.15, nº 3, agosto de 2000
- [27] *D. E. Goldberg*: "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison Wesley, Reading, Mass., 1989
- [28] *S. Haffner, A. J. Monticelli, A. Garcia, R. Romero*: "Specialized Branch And Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning", *IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib.*, Vol.148, nº 5, setembro de 2001
- [29] *S. Haffner, A. J. Monticelli, A. Garcia, J. Mantovani, R. Romero*: "Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning using a Transportation Model", *IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib.*, Vol.147, nº 3, maio de 2000
- [30] *S. Binato, M. V. F. Pereira, S. Granville*: "A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.16, nº 2, maio de 2001



- [31] S. Dinato, G. C. Oliveira, J. L. Araújo: "A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for Transmission Expansion Planning", IEEE Transactions on Power System, Vol.16, nº 2, maio de 2001
- [32] L. B., G. C. Oliveira, M. Pereira: "A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion", IEEE Transactions on Power System, Vol.16, nº 3, agosto de 2001
- [33] Dash Associates: "XPRESS - MP", User Guide and reference manual, <http://www.dashoptimization.com>.
- [34] A. Diaz, F. Glover, H. Ghasiri, J.L. Gonzales, M. Laguna, P. Moscato, F.T. Tseng: "Optimization Heurística y redes neuronales", Editorial Paraninfo, Madri, 1996.
- [35] R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia., and S. Haffner: "Test system and mathematical models for transmission network expansion planning", IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2002, 148. (5). pp. 482-488.
- [36] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in Static and multistage planning in network expansion systems", IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.
- [37] R. Gallego; A. Monticelli; R. Romero: "Tabu search algorithm for network synthesis", IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [38] R. A. Gallego; A. Monticelli; R. Romero: "Tabu search algorithm for network synthesis", IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [39] R. Fang, D.J. Hill: "A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets", IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18, (1), pp. 374-380.
- [40] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning", artigo submetido a Revista de nível internacional.
- [41] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; E. Asada: "Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning", artigo submetido a revista de nível internacional.
- [42] R. Romero; C. Rocha; J.R.S. Mantovani, I.G. Sánchez: "Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning", artigo aceito para publicação em IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution.
- [43] C. Rocha; R. Romero; J.R.S. Mantovani, "Análise do modelo de Transportes e do Algoritmo de Villasana Garver Salon e Aplicação no Planejamento Multiestágio da Expansão de Sistemas de Transmissão", artigo aceito em XXIV IEEE CONCAPAN.
- [44] Gams: "User's Guide and reference manual", 2001.
- [45] T.A. Fev, M.G.C. Resende: "Greedy Randomized Adaptive Search Procedures", Journal of Global Optimization, 6, pp. 109-133, 1995.
- [46] F. Glover, M.Laguna, "Tabu Search", Kluwer Academic Publishers, 1996.

Apêndice A

Unidade dos Sistemas Testes

Apêndice

Apêndice A

Dados dos Sistemas Testes

A.1 SISTEMA DE 6 BARRAS DE GARVER

A.1.1 Dados das barras

A.1.1.1 Dados das barras considerando a reprogramação da geração

<i>Nº da barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	150	80
2	0	240
3	360	40
4	0	160
5	0	240
6	600	0

A.1.1.2 Dados das barras sem considerar a reprogramação da geração

<i>Nº da barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	50	80
2	0	240
3	165	40
4	0	160
5	0	240
6	545	0

A.1.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 6 BARRAS					
<i>Nº da linha</i>	<i>Barra inicial</i>	<i>Barra final</i>	<i>Capacidade de Transmissão (MW)</i>	<i>Reatância Ω</i>	<i>Custo US\$.10³</i>
1	1	2	100	0,4	40
2	1	3	100	0,38	38
3	1	4	80	0,6	60
4	1	5	100	0,2	20
5	1	6	70	0,68	68
6	2	3	100	0,2	20
7	2	4	100	0,4	40
8	2	5	100	0,31	31
9	2	6	100	0,30	30
10	3	4	82	0,59	59
11	3	5	100	0,20	20
12	3	6	100	0,48	48
13	4	5	75	0,63	63
14	4	6	100	0,3	30
15	5	6	78	0,61	61

A.2 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS

A.2.1 Dados das barras

A.2.1.1 Dados das barras com a reprogramação da geração

Nº da barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	0
2	0	443,1
3	0	0
4	0	300,7
5	0	238
6	0	0
7	0	0
8	0	72,8
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	511,9
13	0	185,8
14	1257	0
15	0	0
16	2000	0
17	1050	0
18	0	0
19	1670	0
20	0	1091,2
21	0	0
22	0	81,9
23	0	458,1
24	0	478,2
25	0	0
26	0	231,9
27	220	0
28	800	0
29	0	0
30	0	0
31	700	0
32	500	0
33	0	229,1
34	748	0
35	0	216
36	0	90,1
37	300	0
38	0	216
39	600	0
40	0	262,1
41	0	0
42	0	1607,9
43	0	0
44	0	79,1
45	0	86,7
46	700	0

A.2.1.2 Dados das barras sem a reprogramação da geração

Nº da barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	0
2	0	443,1
3	0	0
4	0	300,7
5	0	238,0
6	0	0
7	0	0
8	0	72,2
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	511,9
13	0	185,8
14	944,0	0
15	0	0
16	1366,0	0
17	1000,0	0
18	0	0
19	773,0	0
20	0	1091,2
21	0	0
22	0	81,9
23	0	458,1
24	0	478,2
25	0	0
26	0	231,9
27	54,0	0
28	730,0	0
29	0	0
30	0	0
31	310,0	0
32	450,0	0
33	0	229,1
34	221,0	0
35	0	216,0
36	0	90,1
37	212,0	0
38	0	216,0
39	221,0	0
40	0	262,1
41	0	0
42	0	1607,9
43	0	0
44	0	79,1
45	0	86,7
46	599,0	0

A.2.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 46 BARRAS					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância Ω	Custo (US\$ 10 ⁶)
1	1	7	270	0,0616	4349
2	1	2	270	0,1065	7076
3	4	9	270	0,0924	6217
4	5	9	270	0,1173	7732
5	5	8	270	0,1132	7450
6	7	8	270	0,1023	6823
7	4	5	270	0,0566	4046
8	2	5	270	0,0324	2581
9	8	13	240	0,1348	8793
10	9	14	220	0,1756	11267
11	12	14	270	0,0740	5106
12	14	18	240	0,1514	9803
13	13	18	220	0,1805	11570
14	13	20	270	0,1073	7126
15	18	20	200	0,1997	12732
16	19	21	1500	0,0278	32632
17	16	17	2000	0,0078	10505
18	17	19	2000	0,0061	8715
19	14	26	220	0,1614	10409
20	14	22	270	0,0840	5712
21	22	26	270	0,0790	5409
22	20	23	270	0,0932	6268
23	23	24	270	0,0774	5308
24	26	27	270	0,0832	5662
25	24	34	220	0,1647	10611
26	24	33	240	0,1448	9399
27	33	24	270	0,1265	8288
28	27	36	270	0,0915	6167
29	27	38	200	0,2080	13237
30	36	37	270	0,1057	7025
31	34	35	270	0,0491	3591
32	35	38	200	0,1980	12631
33	37	39	270	0,0283	2329
34	37	40	270	0,1281	8389
35	37	42	200	0,2105	13388
36	39	42	200	0,2030	12934
37	40	42	270	0,0932	6268
38	38	42	270	0,0907	6116
39	32	43	1400	0,0309	35957
40	42	44	270	0,1206	7934
41	44	45	200	0,1864	11924
42	19	32	1800	0,0195	23423
43	46	19	1800	0,0222	26365
44	46	16	1800	0,0203	24309
45	18	19	600	0,0125	8178
46	20	21	600	0,0125	8178
47	42	43	600	0,0125	8178
48	2	4	270	0,0882	5965
49	14	15	270	0,0374	2884
50	46	10	2000	0,0081	10889
51	4	11	240	0,2246	14247
52	5	11	270	0,0915	6167
53	46	6	2000	0,0128	16005
54	46	3	1800	0,0203	24319
55	16	28	1800	0,0222	26365
56	16	32	1400	0,0311	36213
57	17	32	1700	0,0232	27516
58	19	25	1400	0,0325	37748
59	21	25	2000	0,0174	21121
60	25	32	1400	0,0319	37109
61	31	32	2000	0,0046	7052
62	28	31	2000	0,0053	7819
63	28	30	2000	0,0058	8331
64	27	29	270	0,0998	6672
65	26	29	270	0,0541	3894
66	28	41	1300	0,0339	39283
67	28	43	1200	0,0406	46701
68	31	41	1500	0,0278	32632
69	32	41	1400	0,0309	35957
70	41	43	2000	0,0139	17284
71	40	45	180	0,2205	13994
72	15	16	600	0,0125	8178
73	46	11	600	0,0125	8178
74	24	25	600	0,0125	8178
75	29	30	600	0,0125	8178
76	40	41	600	0,0125	8178
77	2	3	600	0,0125	8178
78	5	6	600	0,0125	8178
79	9	10	600	0,0125	8178

A.3 SISTEMA NORDESTE BRASILEIRO DE 87 BARRAS

A.3.1.1 Dados das barras (Plano P1)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	1857
2	4048	0
3	0	0
4	517	0
5	0	0
6	0	0
7	0	31
8	403	0
9	465	0
10	538	0
11	2200	0
12	2257	0
13	4510	0
14	542	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	0
19	0	86
20	0	125
21	0	722
22	0	291
23	0	58
24	0	159
25	0	1502
26	0	47
27	0	378
28	0	189
29	0	47
30	0	189
31	0	110
32	0	0
33	0	0
34	0	28
35	1635	0
36	0	225
37	169	0
38	0	0
39	0	186
40	0	1201
41	0	520
42	0	341
43	0.5	0
44	0	4022
45	0	0

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
46	0	205
47	0	0
48	0	347
49	0	777
50	0	5189
51	0	290
52	0	707
53	0	0
54	0.5	0
55	0	0
56	0	0
57	0	0
58	0	0
59	0	0
60	0	0
61	0.5	0
62	0	0
63	0	0
64	0	0
65	0.5	0
66	0	0
67	1242	0
68	888	0
69	902	0
70	0	0
71	0.5	0
72	0.5	0
73	0	0
74	0	0
75	0.5	0
76	0	0
77	0	0
78	0	0
79	0.5	0
80	0.5	0
81	0	0
82	0.5	0
83	0.5	0
84	0	0
85	0	487
86	0	0
87	0	0

A.3.1.2 Dados das barras (Plano P2)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	2747
2	4550	0
3	0	0
4	6422	0
5	0	0
6	0	0
7	0	31
8	82	0
9	465	0
10	538	0
11	2268	0
12	4312	0
13	5900	0
14	542	0
15	0	0
16	0	0
17	0	0
18	0	0
19	0	125
20	0	181
21	0	1044
22	0	446
23	0	84
24	0	230
25	0	2273
26	0	68
27	0	546
28	0	273
29	0	68
30	0	273
31	0	225
32	0	0
33	0	0
34	0	107
35	1531	0
36	0	325
37	114	0
38	0	0
39	0	269
40	0	1738
41	0	752
42	0	494
43	0.5	0
44	0	5819
45	0	0

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
46	0	297
47	0	0
48	0	432
49	0	1124
50	0	7628
51	0	420
52	0	1024
53	0	0
54	0.5	0
55	0	0
56	0	0
57	0	0
58	0	0
59	0	0
60	0	0
61	0.5	0
62	0	0
63	0	0
64	0	0
65	0.5	0
66	0	0
67	1242	0
68	888	0
69	902	0
70	0	0
71	0	0
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	0	0
77	0	0
78	0	0
79	0	0
80	0	0
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	0	0
85	0	705
86	0	0
87	0	0

A.3.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Resistência Ω	Custo (US\$.10³)
1	1	2	1000	0,0374	44056
2	2	4	1000	0,0406	48880
3	2	60	1000	0,0435	52230
4	2	87	1000	0,0259	31192
5	3	71	3200	0,0078	92253
6	3	81	3200	0,0049	60153
7	3	83	3200	0,0043	53253
8	3	87	1200	0,0058	21232
9	4	5	1000	0,0435	52230
10	4	6	1000	0,0487	58260
11	4	32	300	0,0233	7510
12	4	60	1000	0,0215	26770
13	4	68	1000	0,007	10020
14	4	69	1000	0,0162	20740
15	4	81	1200	0,0058	21232
16	4	87	1000	0,0218	26502
17	5	6	1000	0,0241	29852
18	5	38	600	0,0117	8926
19	5	56	1000	0,0235	29182
20	5	58	1000	0,022	27440
21	5	60	1000	0,0261	32130
22	5	68	1000	0,0406	48880
23	5	70	1000	0,0464	55580
24	5	80	1200	0,0058	21232
25	6	7	1000	0,0288	35212
26	6	37	300	0,0233	7510
27	6	67	1000	0,0464	55580
28	6	68	1000	0,0476	56920
29	6	70	1000	0,0371	44860
30	6	75	1200	0,0058	21232
31	7	8	1000	0,0234	29048
32	7	53	1000	0,0452	54240
33	7	62	1000	0,0255	31460
34	8	9	1000	0,0186	23420
35	8	12	1000	0,0394	47540
36	8	17	1000	0,0447	53570
37	8	53	1200	0,0365	44190
38	8	62	1000	0,0429	51560
39	8	73	1200	0,0058	21232
40	9	10	1000	0,0046	7340
41	10	11	1000	0,0133	17390
42	11	12	1200	0,0041	6670
43	11	15	1200	0,0297	36284
44	11	17	1200	0,0286	35078
45	11	53	1000	0,0254	31326
46	12	13	1200	0,0046	7340
47	12	15	1200	0,0256	31594
48	12	17	1200	0,0246	30388
49	12	35	600	0,0117	8926
50	12	84	1200	0,0058	21232
51	13	14	1200	0,0075	10690
52	13	15	1200	0,0215	26770
53	13	17	1200	0,0232	28780
54	13	45	1200	0,0290	35480
55	13	59	1200	0,0232	28780
56	14	17	1200	0,0232	28780
57	14	45	1200	0,0232	28780
58	14	59	1200	0,0157	20070
59	15	16	1200	0,0197	24760
60	15	45	1200	0,0103	13906
61	15	46	600	0,0117	8926
62	15	53	1000	0,0423	50890
63	16	44	600	0,0117	8926
64	16	45	1200	0,022	27440
65	16	61	1000	0,0128	16720
66	16	77	1200	0,0058	21232
67	17	18	1200	0,017	21678
68	17	59	1200	0,017	21678
69	18	50	600	0,0117	8926
70	18	59	1200	0,0331	40170
71	18	74	1200	0,0058	21232
72	19	20	170	0,0934	5885
73	19	22	170	0,1877	11165
74	20	21	300	0,0715	6960
75	20	21	170	0,1032	6435
76	20	38	300	0,1382	12840
77	20	56	600	0,0117	8926
78	20	66	170	0,2064	12210
79	21	57	600	0,0117	8926

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS (continuação)

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Resistência Ω	Custo (US\$ 10 ⁶)
80	22	23	170	0,1514	9130
81	22	37	170	0,2015	11935
82	22	58	300	0,0233	7510
83	23	24	170	0,1651	9900
84	24	25	170	0,2153	12705
85	24	43	300	0,0233	7510
86	25	26	300	0,1073	29636
87	25	26	170	0,1691	10120
88	25	55	600	0,0117	8926
89	26	27	300	0,1404	25500
90	26	27	170	0,2212	12760
91	26	29	170	0,1081	6710
92	26	54	600	0,0117	8926
93	27	28	170	0,0826	5335
94	27	35	300	0,1367	25000
95	27	53	600	0,0117	8926
96	28	35	170	0,1671	9900
97	29	30	170	0,0688	4510
98	30	31	170	0,0639	4235
99	30	63	300	0,0233	7510
100	31	34	170	0,1406	8525
101	32	33	170	0,1966	11660
102	33	67	300	0,0233	7510
103	34	39	170	0,116	7150
104	34	39	80	0,2968	6335
105	34	41	170	0,0993	6215
106	35	46	170	0,2172	12705
107	35	47	170	0,1327	8085
108	35	51	170	0,1602	9625
109	36	39	170	0,1189	7315
110	36	46	170	0,0639	4235
111	39	42	170	0,0973	6105
112	39	86	300	0,0233	7510
113	40	45	600	0,0117	8926
114	40	46	170	0,0875	5500
115	41	64	300	0,0233	7510
116	42	44	170	0,0698	4565
117	42	85	170	0,0501	3465
118	43	55	1000	0,0254	31326
119	43	58	1000	0,0313	38160
120	44	46	170	0,1671	10010
121	47	48	170	0,1966	11660
122	48	49	170	0,0757	4895
123	48	50	170	0,0256	2090
124	48	51	170	0,2163	12760
125	49	50	170	0,0835	5235
126	51	52	170	0,056	3795
127	52	59	600	0,0117	8926
128	53	54	1000	0,027	32120
129	53	70	1000	0,0371	44860
130	53	76	1200	0,0058	21232
131	53	86	1000	0,0389	46870
132	54	55	1000	0,0206	25028
133	54	58	1000	0,051	60940
134	54	63	1000	0,0203	25430
135	54	70	1000	0,036	43520
136	54	79	1200	0,0058	21232
137	56	57	1000	0,0122	16050
138	58	78	1200	0,0058	21232
139	60	66	300	0,0233	7510
140	60	87	1000	0,0377	45530
141	61	64	1000	0,0186	23420
142	61	85	300	0,0233	7510
143	61	86	1000	0,0139	18060
144	62	67	1000	0,0464	55580
145	62	68	1000	0,0557	66300
146	62	72	1200	0,0058	21232
147	63	64	1000	0,029	35480
148	65	66	170	0,3146	18260
149	65	87	300	0,0233	7510
150	67	68	1000	0,029	35480
151	67	69	1000	0,0209	26100
152	67	71	1200	0,0058	21232
153	68	69	1000	0,0139	18060
154	68	83	1200	0,0058	21232
155	68	87	1000	0,0186	23240
156	69	87	1000	0,0139	18060
157	70	82	1200	0,0058	21232
158	71	72	3200	0,0108	125253
159	71	75	3200	0,0108	125253
160	71	83	3200	0,0067	80253
161	72	73	3200	0,01	116253
162	72	83	3200	0,013	149253
163	73	74	3200	0,013	149253
164	73	75	3200	0,013	149253
165	73	84	3200	0,0092	107253
166	74	84	3200	0,0108	125253
167	75	76	3200	0,0162	185253
168	75	81	3200	0,0113	131253
169	75	82	3200	0,0086	101253

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS (continuação)

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância Ω	Custo (US\$.10 ⁶)
170	75	83	3200	0,0111	128253
171	76	77	3200	0,013	149253
172	76	82	3200	0,0086	101253
173	76	84	3200	0,0059	109253
174	77	79	3200	0,0151	173253
175	77	84	3200	0,0115	132753
176	78	79	3200	0,0119	137253
177	78	80	3200	0,0051	62253
178	79	82	3200	0,0084	98253
179	80	81	3200	0,0101	117753
180	80	82	3200	0,0108	125253
181	80	83	3200	0,0094	110253
182	81	83	3200	0,0016	23253
183	82	84	3200	0,0135	155253

A.4 SISTEMA COLOMBIANO

A.4.1.1 Dados das barras (Plano P1)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)	Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0	48	775	600
2	4048	352.9	49	0	130
3	0	393	50	240	424
4	517	0	51	0	128
5	40	235	52	0	38
6	34	0	53	280	0
7	0	300	54	0	76
8	100	339	55	40	223
9	0	348	56	0	0
10	0	60	57	0	226
11	80	147	58	190	0
12	47	0	59	160	0
13	0	174	60	1191	0
14	0	0	61	155	0
15	0	377	62	0	0
16	0	236	63	900	35
17	35	136	64	0	88
18	480	36.2	65	0	132
19	900	19.6	66	200	0
20	0	202.4	67	474	266
21	0	186	68	0	0
22	200	53	69	0	71.4
23	0	203	70	30	0
24	120	0	71	0	315
25	86	0	72	0	0
26	70	0	73	0	0
27	0	266	74	0	0
28	0	326	75	0	0
29	618	339	76	40	0
30	0	137	77	0	55
31	189	234	78	0	36.65
32	0	126	79	0	98
33	0	165	80	0	60
34	0	77.5	81	0.5	0
35	200	172	82	0.5	0
36	0	112	83	0	0
37	138	118	84	0.5	0
38	0	86	85	0.5	0
39	0	180	86	0	0
40	305	0	87	0	487
41	70	54.8	88	0	0
42	0	102	89	0	0
43	0	35.4	90	0	0
44	23	257	91	0	0
45	950	0	92	0	0
46	150	121	93	0	0
47	0	41.15			

A.4.1.2 Dados das barras (Plano P2)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0
2	165	406.53
3	0	490.5
4	0	0
5	40	293.56
6	34	0
7	0	374.26
8	230	423
9	0	434.12
10	0	74.21
11	108	183.9
12	47	0
13	0	217.26
14	0	0
15	0	470.17
16	0	294
17	35	169.57
18	540	45.2
19	1340	24.46
20	0	252.5
21	0	231.7
22	200	66.13
23	0	252.5
24	150	0
25	86	0
26	70	0
27	0	331.4
28	0	406.3
29	618	422.6
30	0	166.7
31	189	327.3
32	0	157.3
33	0	206.53
34	0	96.7
35	200	214.6
36	0	140
37	138	147.3
38	15	108.4
39	0	224
40	305	0
41	100	68.4
42	0	127.3
43	0	44.2
44	23	321.3
45	1208	0
46	150	151.7
47	0	51.5

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
48	885	750
49	0	162
50	240	528
51	0	159
52	0	46.5
53	320	0
54	0	95.3
55	40	279
56	0	0
57	130	281
58	190	0
59	160	0
60	1216	0
61	155	0
62	0	0
63	1090	44
64	0	110.55
65	0	165
66	300	0
67	474	332.45
68	0	0
69	0	89
70	180	0
71	211	393
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	40	0
77	0	70
78	0	45.1
79	0	123
80	0	72
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	0	0
85	0	0
86	300	0
87	0	0
88	0	0
89	0	0
90	0	0
91	0	0
92	0	0
93	0	0

A.4.1.3 Dados das barras (Plano P3)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0
2	165	486.66
3	0	587.8
4	0	0
5	40	351.42
6	34	0
7	136	448.03
8	230	505.87
9	0	519.69
10	0	88.84
11	108	220.15
12	47	0
13	0	260.08
14	0	0
15	0	562.84
16	0	351.9
17	35	203
18	540	54.1
19	1340	29.28
20	45	302.27

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
21	0	277.44
22	200	79.17
23	0	302.27
24	150	0
25	86	0
26	70	0
27	0	396.71
28	14	486.39
29	618	505.96
30	0	199.55
31	189	391.88
32	0	188.33
33	0	247.24
34	0	115.81
35	200	256.86
36	44	167.29
37	138	176.3
38	15	129.72
39	15	268.19
40	305	0

DADOS DAS BARRAS PARA SISTEMA
COLOMBIANO PLANO P3
(CONTINUAÇÃO)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
41	100	81.85
42	0	152.39
43	0	52.9
44	23	384.64
45	1208	0
46	150	181.62
47	0	61.6
48	885	896.26
49	0	193.27
50	240	632.75
51	0	190.45
52	0	55.6
53	320	0
54	0	114.19
55	40	333.59
56	0	0
57	130	336.94
58	190	0
59	160	0
60	1216	0
61	155	0
62	0	0
63	1090	52.77
64	280	132.35
65	0	197.58
66	300	0
67	474	397.98

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
68	0	0
69	0	106.61
70	180	0
71	424	471.21
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	40	0
77	0	82.85
78	0	54.07
79	300	146.87
80	0	88.34
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	500	0
85	0	0
86	850	0
87	0	0
88	300	0
89	0	0
90	0	0
91	0	0
92	0	0
93	0	0

A.4.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Resistência Ω	Custo (US\$ 10 ⁶)
1	52	88	300	0,0980	34190
2	43	88	250	0,1816	39560
3	57	81	550	0,0219	58890
4	73	82	550	0,0374	97960
5	27	89	450	0,0267	13270
6	74	89	550	0,0034	14570
7	73	89	550	0,0246	66650
8	79	83	350	0,0457	15400
9	8	67	250	0,2240	29200
10	39	86	350	0,0545	9880
11	25	28	320	0,0565	9767
12	25	29	320	0,0570	9882
13	13	14	350	0,0009	3902
14	13	20	350	0,0178	5742
15	13	23	350	0,0277	7007
16	14	31	250	0,1307	18622
17	14	18	250	0,1494	20232
18	14	60	300	0,1067	15977
19	2	4	350	0,0271	6662
20	2	9	350	0,0122	5282
21	2	83	570	0,0200	5972
22	9	83	400	0,0200	5972
23	15	18	450	0,0365	7927
24	15	17	320	0,0483	9422
25	15	20	320	0,0513	9652
26	15	76	320	0,0414	9882
27	15	24	350	0,0145	5282
28	37	61	350	0,0139	4937
29	19	61	250	0,1105	16092
30	61	68	250	0,0789	12412
31	37	68	320	0,0544	9652
32	40	68	320	0,1320	18162
33	12	75	320	0,0641	11492
34	24	75	350	0,0161	5512
35	35	36	250	0,2074	27362
36	27	35	250	0,1498	22072
37	35	44	250	0,1358	20347
38	38	68	350	0,0389	7927
39	38	39	350	0,0300	6317
40	27	80	350	0,0242	7007
41	44	80	250	0,1014	17587
42	56	81	550	0,0114	32858
43	45	54	320	0,0946	13562

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO (continuação)

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância Ω	Custo (US\$ 10 ³)
44	45	50	350	0,007	4362
45	10	78	350	0,0102	4937
46	7	78	350	0,0043	4132
47	30	64	250	0,1533	20577
48	30	65	250	0,0910	13677
49	30	72	350	0,0173	5512
50	55	57	600	0,0174	46808
51	57	84	600	0,0087	26658
52	55	84	600	0,0087	26658
53	56	57	600	0,0240	62618
54	9	77	350	0,0190	5857
55	77	79	350	0,0097	5167
56	1	59	350	0,0232	6202
57	59	67	250	0,1180	16667
58	8	59	250	0,1056	15402
59	1	3	250	0,1040	15862
60	3	71	450	0,0136	5167
61	3	6	350	0,0497	9422
62	55	62	550	0,0281	70988
63	47	52	350	0,0644	10572
64	51	52	250	0,0859	12872
65	29	31	250	0,1042	32981
66	41	42	350	0,0094	4707
67	40	42	350	0,0153	5167
68	46	53	250	0,1041	14597
69	46	51	250	0,1141	16322
70	69	70	350	0,0228	6202
71	66	69	250	0,1217	17127
72	9	69	350	0,1098	15747
73	60	69	350	0,0906	13677
74	31	32	350	0,0259	6547
75	32	34	350	0,0540	9767
76	16	18	350	0,0625	10917
77	16	23	350	0,0238	6892
78	16	21	350	0,0282	6892
79	31	34	250	0,0792	12412
80	31	33	350	0,0248	6432
81	31	60	250	0,1944	25982
82	31	72	350	0,0244	6317
83	47	54	250	0,1003	14252
84	47	49	250	0,0942	13562
85	18	58	350	0,0212	5742
86	18	20	350	0,0504	9537
87	18	56	350	0,0664	11377
88	18	21	350	0,0348	7467
89	18	22	350	0,0209	6432
90	19	22	350	0,0691	11722
91	4	5	350	0,0049	4247
92	5	6	350	0,0074	4477
93	17	23	250	0,0913	12987
94	17	76	350	0,0020	3902
95	12	17	350	0,0086	4707
96	1	71	250	0,0841	14367
97	1	8	250	0,0810	13217
98	1	11	250	0,0799	12527
99	4	36	250	0,0850	13562
100	19	58	320	0,0826	11722
101	27	64	350	0,0280	6777
102	27	28	350	0,0238	6202
103	27	44	250	0,0893	16322
104	26	27	350	0,0617	10917
105	27	29	350	0,0166	5052
106	19	66	350	0,0516	9307
107	73	74	600	0,0214	58278
108	64	65	350	0,0741	11837
109	29	64	350	0,0063	4362
110	4	34	270	0,1016	14942
111	34	70	350	0,0415	8272
112	33	34	320	0,1139	16322
113	8	71	400	0,0075	4477
114	54	63	320	0,0495	9077
115	48	63	350	0,0238	6317
116	67	68	250	0,1660	22072
117	39	68	350	0,0145	5282
118	8	9	350	0,0168	5972
119	79	87	350	0,0071	4477
120	8	87	350	0,0132	5167
121	39	43	250	0,1163	16552
122	41	43	250	0,1142	16322
123	23	24	350	0,0255	6317
124	21	22	350	0,0549	9882
125	26	28	350	0,0512	9307
126	28	29	350	0,0281	6777
127	6	10	350	0,0337	7582
128	33	72	350	0,0228	6202
129	39	40	250	0,1020	16207
130	12	76	350	0,0081	4707
131	48	54	350	0,0396	8042
132	50	54	250	0,0876	12872
133	62	73	750	0,0272	73158
134	49	53	250	0,1008	14252

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO (continuação)					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância Ω	Custo (US\$ 10 ⁶)
135	40	41	350	0,0186	5742
136	45	81	450	0,0267	13270
137	64	74	500	0,0267	13270
138	54	56	450	0,0267	13270
139	60	62	450	0,0257	13270
140	72	73	500	0,0267	13270
141	19	82	450	0,0267	13270
142	55	82	550	0,0290	77498
143	62	82	600	0,0101	30998
144	83	85	450	0,0267	13270
145	82	85	700	0,0341	89898
146	19	86	300	0,1513	20922
147	68	86	350	0,0404	8272
148	7	90	350	0,0050	4247
149	3	90	350	0,0074	4592
150	90	91	550	0,0267	13270
151	85	91	600	0,0139	40298
152	11	92	450	0,0267	13270
153	1	93	450	0,0267	13270
154	92	93	600	0,0097	30068
155	91	92	600	0,0088	27588

Anexos

Anexo A

Anexos

Algoritmo Branch and Bound para o Modelo Linear Disjuntivo

1. Introdução

Para a solução de problemas de programação inteira mista, não existem condições de generalidade conhecidas para testar se uma dada solução viável é ótima e não ser através de computação exaustiva ou implícita desta solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Isso é o motivo pelo qual os problemas inteiros de otimização são resolvidos por métodos de ramificação e limitação que utilizam um conjunto das soluções viáveis.

Para resolver problemas de programação inteira existem diversos métodos. No caso dos problemas lineares, entre outros algoritmos podemos ter aqueles para o caso de problemas de programação inteira mista e outros para problemas de programação inteira pura. Entretanto, não existe uma única abordagem para todos os problemas. Considerando este fato, as seções 1.1-1.3 foram apresentadas os fundamentos teóricos necessários para a implementação de um algoritmo Branch and Bound (especializado) aplicado ao problema de planejamento estocástico de sistemas de transmissão de energia elétrica a longo prazo e neste capítulo são apresentados os resultados desta implementação do Sistema de Apoio à

2 Algoritmo Branch and Bound

2.1 Algoritmo Geral

3 Algoritmo Branch and Bound aplicado ao problema de investimento

Anexo A

Algoritmo Branch and Bound para o Modelo Linear Disjuntivo

1. Introdução

Para a solução de problemas de programação inteira mista, não existem condições de otimalidade conhecidas para testar se uma dada solução viável é ótima a não ser através de comparação explícita ou implícita desta solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Este é o motivo pelo qual os problemas inteiros de otimização são resolvidos por intermédio de métodos de enumeração que buscam a solução ótima no conjunto das soluções viáveis.

Para resolver problemas de programação inteira existem diversos métodos mas, ao contrário dos problemas lineares, onde poucos algoritmos provaram ser adequados para a esmagadora maioria dos problemas, o sucesso nessa área, freqüentemente, requer métodos habilidosamente especializados para cada aplicação individual. Considerando este fato, na seção 2-3-2 foram apresentados os fundamentos teóricos necessários para a implementação computacional de um algoritmo Branch and Bound (especializado) aplicado ao problema de planejamento estático de sistemas de transmissão de energia elétrica a longo prazo e neste capítulo são apresentados os resultados desta implementação em sistemas de pequeno porte.

2 Algoritmo Branch and Bound

2.1 Algoritmo Geral

O algoritmo Branch and Bound usado para resolver o subproblema de investimento apresenta a seguinte estrutura:

1. Inicialização: Fazer $i = 0$, definir a *incumbente* inicial e inicializar a lista dos subproblemas candidatos com o problema original (P).
2. Teste de convergência: Se a lista dos candidatos é vazia então o processo terminou e a solução *incumbente* atual é a solução ótima do problema (P); caso contrário prossiga.
3. Seleção do candidato: Dentre os subproblemas candidatos ainda não sondados, escolher qual será o próximo a ser examinado, usando uma das estratégias discutidas a seguir, e retirá-lo da lista. Resolver o PL relativo ao problema selecionado relaxado (PC_R^K) e armazenar a solução ótima como limitante inferior para todos os seus descendentes, $v_{inf}^K = v_{(PC_R^K)}^*$.
4. Testes de sondagem: O subproblema candidato (PC^K) pode ser sondado se satisfizer uma das seguintes condições:
 - (a) Se (PC_R^K) não tem solução viável.
 - (b) Se $v_{inf}^K > v^*$, onde v^* é o valor da *incumbente* atual.
 - (c) Se a solução ótima de (PC_R^K) é inteira, isto é, viável, também, em (PC^K). Ainda, se o valor ótimo obtido é menor do que a *incumbente*, então $v^* = v_{inf}^K$ e deve-se aplicar o teste 4(b) para todos os subproblemas candidatos ainda não sondados.

Se o subproblema candidato (PC^K) foi sondado, então retornar para o passo 2.
5. Separação: A partir do subproblema (PC^K), selecionar uma variável para separação, dentre aquelas que são inteiras e ainda apresentam valor contínuo usando uma das estratégias descritas a seguir. Para a variável escolhida n_j , cujo valor atual é n_j^* , gerar dois novos subproblemas descendentes e adicioná-los à lista de candidatos. Os problemas são gerados acrescentando-se à (PC^K) as seguintes restrições

$$(P_C^{i+1}): n_j \leq [n_j^*]$$

$$(P_C^{i+2}): n_j \geq [n_j^*] + 1$$

onde $[n_j^*]$ é o maior inteiro de n_j^* .

Fazer $i = i+2$ e retornar ao passo 3.

Uma questão de fundamental importância na eficiência do algoritmo *branch and bound* está relacionada com duas decisões que são realizadas no decorrer do processo:

- Seleção do subproblema candidato - no passo 3, deve-se escolher, dentre uma lista de subproblemas candidatos, qual será o próximo a ser examinado.
- Seleção da variável de separação - no passo 5, deve-se escolher, dentre um grupo de variáveis inteiras que possuem parte fracionária, qual será empregada para realizar a separação.

A maneira pela qual são realizadas estas escolhas influencia diretamente o número de nós que precisa ser examinado e, portanto, determina o esforço computacional que será empregado para resolver o problema.

2.2 Pseudocusto

Uma possibilidade de busca para a seleção de subproblemas candidatos e das variáveis de separação está baseada na estimativa de “pseudocustos”.

O *pseudocusto* de uma variável inteira é dado pela taxa de degradação do valor ótimo, obtido para o problema relaxado, por unidade de variação desta variável quando ela é reduzida ou aumentada. Deste modo, para uma variável inteira n_j , definem-se dois *pseudocustos*, um de redução, notado por P_j^- , e outro de aumento, notado por P_j^+ :

$$P_j^- = \frac{v_{PL}^{k-} - v_{PL}^k}{f_j^k} \quad (1)$$

$$P_j^+ = \frac{v_{PL}^{k+} - v_{PL}^k}{1 - f_j^k} \quad (2)$$

em que:

v_{PL}^k - valor ótimo do problema relaxado k ;

v_{PL}^{k-} - valor ótimo do problema descendente de k obtido com a redução da variável n_j ;

v_{PL}^{k+} - valor ótimo do problema descendente de k obtido com o aumento da



variável n_j ;

f_j^k - Parte fracionária de n_j^k , dada por: $f_j^k = n_j^k - [n_j^k]$, sendo $[n_j^k]$ o maior inteiro contido em $[n_j^k]$.

Para o cálculo exato desses pseudocustos, são necessários dois PLs. Uma forma alternativa para se obter valores aproximados é descrita a seguir:

- (a) Antes do início do processo de separação e sondagem os *pseudocustos*, das variáveis que apresentarem valor fracionário na solução do problema inicial relaxado, são calculados explicitamente. Os *pseudocustos* das demais variáveis (com valores inteiros na solução do problema inicial), são inicializados com os próprios coeficientes da função objetivo.
- (b) Após a avaliação de cada subproblema candidato, o respectivo *pseudocusto* (aumento ou redução), relativo à variável empregada na separação, é atualizado pela média de todas as observações realizadas.

Deste modo, no início do processo são resolvidos 2 PLs para cada variável com valor não inteiro e, posteriormente, um *pseudocusto* é atualizado após a resolução de cada PL.

2.3 Escolha do Subproblema candidato

Embora não exista uma técnica sistemática para determinar qual subproblema conduz mais rápido a solução, existem algumas regras empíricas que permitem identificar caminhos atrativos. Por exemplo, a regra LIFO (*Last in, First Out*) que produz uma busca em profundidade. Esta estratégia permite que o subproblema descendente seja resolvido a partir do problema anterior (pois estes diferem em apenas um limite de uma variável) e minimiza as necessidades de memória para armazenar as informações dos candidatos.

Por outro lado, existem métodos que utilizam estimativas do valor da função objetivo e selecionam, dentre todos os candidatos, o subproblema mais promissor. Esta regra tende a reduzir o número total de problemas a serem examinados mas, simultaneamente, aumenta as necessidades de memória e faz com que os PLs consecutivos não apresentem o mesmo grau



de semelhança existente na busca em profundidade. Uma forma de determinar uma estimativa v_{est}^K para os problemas candidatos emprega pseudocustos e é dada por:

$$v_{est}^K = v_{inf}^K + \sum_{i \in I} \min[P_i^- f_i^K; P_i^+ (1 - f_i^K)] \quad (3)$$

onde v_{inf}^K é o valor do limite inferior do candidato (PC^K) e I é o conjunto das variáveis inteiras do problema (P). A estimativa (3) busca quantificar o valor da melhor solução inteira que poderia ser obtida entre todos os descendentes do candidato K . Para tanto, são utilizados os produtos $P_i^- f_i^K$ e $P_i^+ (1 - f_i^K)$ que quantificam a alteração esperada na função objetivo quando a variável n_i^K deixa seu valor original para assumir os valores inteiros vizinhos. A *melhor estimativa* é, então, obtida através da soma do limite inferior do candidato com o somatório dos menores valores associados às alterações necessárias para tornar todas as variáveis inteiras. Observar que essa expressão assume que os *pseudocustos* são estáveis e que existe uma espécie de independência entre as variáveis inteiras.

De um modo geral, a seleção pela melhor estimativa nem sempre é implementada de modo rigoroso. Para aproveitar a afinidade entre o nó de origem e seus descendentes, usualmente, realiza-se a busca em profundidade selecionando-se sempre o descendente mais promissor até o momento em que o problema possa ser sondado. Quando isto ocorrer, seleciona-se entre todos os candidatos aquele que apresentar a melhor estimativa. Ainda, quando existem limites de armazenamento para os candidatos pendentes, é importante realizar a seleção de modo adaptativo. Nesse caso, no momento em que o número de candidatos armazenados atinge um determinado limite, próximo à capacidade total de armazenagem, a seleção passa a ser implementada pela regra LIFO até que volte a existir espaço para os novos candidatos e possa ser realizada a seleção pela melhor estimativa. Essa é uma forma de viabilizar a implementação de uma seleção mais elaborada sem, no entanto, tornar os requisitos de memória proibitivos.

2.4 Seleção da Variável de Separação

Quando a solução do problema candidato relaxado (PC_R^K) apresenta diversas variáveis inteiras com valor contínuo, deve-se selecionar uma delas para ser utilizada na separação. A escolha de uma variável inadequada implica na avaliação de inúmeros subproblemas



descendentes que poderiam ser eliminados através da sondagem de seus antecedentes. Novamente, não existe uma técnica sistemática que permita identificar a variável ótima de separação mas existem regras empíricas que indicam quais variáveis são mais atrativas. Se a opção for a simplicidade, pode se realizar a separação a partir de uma ordem pré-determinada em função dos coeficientes da função objetivo (do maior custo para o menor, no problema de planejamento da expansão) ou do conhecimento das características específicas do problema. Uma alternativa mais elaborada consiste em buscar, entre todas as variáveis com valores fracionários, a variável n_j que proporcionaria o maior aumento estimado para a função objetivo, tendo em vista sondar o mais rapidamente possível os descendentes gerados. Existem duas formas de estimar qual é a variável que proporcionaria a maior degradação no valor da função objetivo:

$\max_i \{ \max [P_j^- f_j^K; P_j^+ (1 - f_j^K)] \}$ – Deste modo, escolhe-se sempre a variável que provoca a maior degradação na função objetivo visando obter rapidamente um subproblema descendente que possa ser sondado.

$\max_i \{ \min [P_j^- f_j^K; P_j^+ (1 - f_j^K)] \}$ – Neste caso, seleciona-se a variável cuja menor variação provocada é máxima. Desta maneira, ambos descendentes apresentarão um bom potencial para serem sondados.

3. Algoritmo Branch and Bound Especializado para o Modelo Linear Disjuntivo

O algoritmo Branch and Bound especializado implementado, nesta etapa da pesquisa, utiliza a modelagem matemática Disjuntiva, cujas vantagens e desvantagens já foram discutidas anteriormente, para o problema da expansão a longo prazo de sistemas de energia elétrica. Para a obtenção dos resultados, o algoritmo adotou a regra LIFO (*last in, first out*), que produz uma busca em profundidade, para a seleção do subproblema candidato. Para a seleção da variável de separação, o algoritmo adotou a regra empírica: “selecione a primeira variável que tiver valor não inteiro”. É importante deixar claro que os resultados obtidos, e que na sequência serão relatados, fazem parte de uma pesquisa mais ampla e que numa próxima etapa melhorias serão implementadas no algoritmo, com a inclusão de características especiais para a solução deste problema específico e técnicas de Pseudocustos e comparação

de custos para a seleção dos subproblemas e variáveis candidatas com o objetivo de diminuir o tamanho da árvore de busca, tornando o processo de busca mais rápido e menos complexo e testes iniciais serão realizados em sistemas mais complexos.

O algoritmo foi aplicado ao sistema de 6 barras de Garver com e sem reprogramação (redespacho) da geração..

5. Testes e Resultados

4. Características Específicas do Modelo Linear Disjuntivo

Um dos problemas que apareceram, com a utilização da modelagem disjuntiva, foi o aumento da dimensão do problema causado pela introdução de variáveis binárias.

No problema, as variáveis podem assumir apenas dois valores inteiros: ou um (1) ou zero (0). Desta forma, para cada circuito candidato existirá uma variável de decisão correspondente, aumentando, consequentemente o tamanho do problema.

Uma estratégia foi desenvolvida para tentar contornar este problema. Esta estratégia estabelece que, para o algoritmo, no máximo três serão os circuitos candidatos para cada caminho de um sistema, com as seguintes características e condições:

- (a) Que o segundo circuito tenha o dobro da capacidade de transmissão e do custo, quando comparado ao primeiro;
- (b) Que o terceiro circuito tenha a mesma relação anterior quando comparado ao segundo.

Desta forma, considerando-se que, para um dado caminho $i-j$: " $\overline{f_{ij}}$ " seja capacidade de transmissão de um circuito neste caminho, " γ_{ij} " a sua respectiva susceptância e " C_{ij} " o seu custo, teremos então, para um determinado sistema:

Tabela 9: Estratégia

Circuito Candidato	Tipo	Capacidade de Transmissão	Susceptância	Custo
1	1	" $\overline{f_{ij}}$ "	" γ_{ij} "	" C_{ij} "
2	2	2" $\overline{f_{ij}}$ "	2" γ_{ij} "	2" C_{ij} "
3	3	4" $\overline{f_{ij}}$ "	4" γ_{ij} "	4" C_{ij} "

Assim, observando a tabela 9, o circuito tipo 1 representará a adição de um circuito candidato ao caminho $i-j$, o de tipo 2 representará a adição de dois circuitos e o de tipo 3 representará a adição de quatro circuitos, melhorando assim, significativamente, o desempenho do algoritmo.

5. Testes e Resultados

O algoritmo foi aplicado no sistema de 6 barras de Garver com reprogramação da geração (redespacho). Para este teste, não se determinou uma incumbente inicial e o parâmetro disjuntivo M foi fixado em 1000 durante todas as iterações. O algoritmo obteve a configuração ótima e o processo iterativo terminou em aproximadamente 4 minutos após a execução de 550 iterações.

A tabela 10 representa os resultados inteiros obtidos pelo algoritmo.

Tabela 10: Soluções Inteiras – Sistema de Garver com redespacho

	Soluções Inteiras						Circuito Adicionado	Custo do Circuito
	1	2	3	4	5	6		
	1	0	0	1	0	0	Na2-3	20
	1	1	1	0	0	0	Na2-6	30
	1	0	0	1	0	1	Na3-5	20
	0	0	0	1	1	1	Na4-6	30
	0	0	1	0	0	0	Nb2-6	60
	0	1	1	0	1	0	Nb3-5	40
	1	1	0	1	1	1	Nb4-6	60
Investimento Total (v)	130	130	130	130	130	110	-----	-----

Nas tabelas 10 e 11 (mostrada a seguir), em circuitos adicionados, os circuitos “Na” representam os circuitos tipo 1, “Nb” os circuitos tipo 2 e “Nc” os de tipo 3, e, os respectivos números representam as barras de indicação do circuito (barra de saída e de chegada).

Todas as soluções inteiras obtidas pelo algoritmo e mostradas na tabela 6 são factíveis para o modelo DC. Uma delas, a solução inteira de número 6, é a solução ótima para o sistema, com as seguintes adições: $n_{3-5} = 1$, $n_{4-6} = 3$, totalizando um investimento de 110.

Para o sistema de 6 barras de Garver sem reprogramação da geração (redespacho), não foi determinado uma incumbente inicial e o parâmetro M foi fixado em 500 para todas as

iterações. O algoritmo obteve a configuração ótima e o processo iterativo terminou em aproximadamente 5 minutos e 40 segundos após a execução de 784 iterações.

A tabela 11 representa os resultados inteiros obtidos pelo algoritmo.

Tabela 11: Soluções Inteiras – Sistema de Garver sem redespacho

	Soluções Inteiras						Circuito Adicionado	Custo do Circuito
	1	2	3	4	5	6		
	0	0	1	0	0	0	Na1-5	20
	1	1	1	1	1	0	Na2-6	30
	1	1	1	1	1	1	Na3-5	20
	0	1	1	0	0	0	Na3-6	48
	1	1	0	0	0	0	Na4-6	30
	0	0	0	1	0	0	Na5-6	61
	0	1	1	1	0	0	Nb2-6	60
	1	1	1	1	1	1	Nb4-6	60
	1	0	0	0	1	1	Nc2-6	120
Investimento Total (v)	260	248	238	231	230	200	-----	-----

As soluções inteiras obtidas pelo algoritmo e mostradas na tabela 7 são factíveis para o modelo DC. Uma delas, a solução inteira de número 6, é a solução ótima para o sistema, com as seguintes adições: $n_{3-5} = 1$, $n_{2-6} = 4$ e $n_{4-6} = 2$, totalizando um investimento de 200.

3. Sistema de 46 Baras com Reprogramação

Anexo B

Resultados Obtidos com Sistemas Testes

1. Sistema de Garver com Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv.	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	110	Após 10 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Encontrou uma das 4 Soluções Ótima alternativas para o Modelo de Transportes
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	130	Após 10 PL's sem auxílio da fase 2	O erro ocorreu na primeira adição com a adição do circuito n2-6
AHC - Garver	Modelo DC	110	Após 5 PNL's e 2 PL's sem auxílio da fase 2	Primeiro AHC a encontrar a solução ótima deste sistema usando o solver SNOPT
B&B – Alg especial	Modelo Linear Disjuntivo	110	Após 550 PL's	Encontrou seis configurações factíveis para o modelo DC sendo uma delas a solução ótima global

2. Sistema de Garver sem Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv.	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	200	Após 11 PL's sem auxílio da fase 2	Encontrou uma das 5 Soluções Ótima alternativas para o Modelo de Transportes
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	200	Após 11 PL's sem auxílio da fase 2	O algoritmo encontrou a solução ótima do modelo
B&B – Alg especial	Modelo Linear Disjuntivo	200	Após 784 PL's	Encontrou seis configurações factíveis para o modelo DC sendo uma delas a solução ótima global

3. Sistema de 46 barras sem Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10^3 US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	154100	Após 28 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Nesta configuração existem 7 dos 13 circuitos da topologia ótima do mod de transportes e 11 dos 16 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Mod Trans = 127.212.000 Mod DC = 154.420.000
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	166041	Após 24 PL's sem auxílio da fase 2	O algoritmo selecionou 8 dos 16 circuitos presentes na topologia ótima. Esta solução é a melhor solução obtida por um AHC para este sistema.
AHC - em estrutura B&B	Modelo de Transportes	127212	Após 615 PL's	Nesta simulação, os parâmetros n_{min} e v_{min} foram fixados em 0.5 e 35000. Foi encontrada a solução ótima e algumas configurações interessantes

4. Sistema de 46 barras com Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10^3 US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	63130	Após 13 PL's sem auxílio da fase 2	Nesta configuração existem 3 dos 7 circuitos da topologia ótima do mod de transportes e 7 dos 8 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Mod Trans = 55.334.000 Mod DC = 72.780.000
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	86194	Após 15 PL's sem auxílio da fase 2	O erro ocorreu na sexta iteração. No momento do erro, todos os circuitos identificados pelo PL tiveram valores menores que 0,25. A topologia encontrada é factível para o modelo DC.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	87617	Após 16 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O erro ocorreu na nona iteração. A topologia encontrada é factível para o modelo DC.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	95795	Após 15 PL's sem auxílio da fase 2	Neste caso o erro ocorreu na última iteração, quando o circuito n19-21 é adicionado ao invés do n13-20, e o processo continua com a adição final do circuito n2-5
AHC - em estrutura B&B	Modelo de Transportes	55334	Após 15 PL's	Nesta simulação, os parâmetros n_{min} e v_{min} foram fixados em 0.3 e 35000. Foi encontrada a solução ótima e algumas configurações interessantes

5. Sistema de 87 barras – Plano P1 2002

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10^3 US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	1332569	Após 91 PL's com auxílio da fase 2 (-2 cir)	Mod Trans = 1.194.240.000 Mod DC = 1.356.272.000 Para sistemas grandes e complexos o AHC é pouco eficiente. Os "pifals" aconteceram nas fases iniciais e finais do processo de iteração. Nas fases intermediárias o algoritmo teve bom desempenho.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	1403390	Após 102 PL's com auxílio da fase 2 (-3 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	1409295	Após 102 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	1578278	Após 110 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Esta é a melhor solução conhecida, encontrada por um AHC factível para o modelo DC.

6. Sistema de 87 barras – Plano P2 2008

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10^3 US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	2571040	Após 154 PL's com auxílio da fase 2 (-2 cir)	Mod Trans = não é conhecida nenhuma sol sub-ótima deste sistema Mod DC = 2.574.745.000 A topologia determinada encontra-se próxima da melhor sol conhecida do modelo DC.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	2593585	Após 151 PL's sem auxílio da fase 2	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	2612307	Após 157 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	2770985	Após 184 PL's com auxílio da fase 2 (-10 cir)	Novamente, esta é a melhor solução conhecida, encontrada por um AHC factível para o modelo DC.

7. Sistema de 87 barras – Planejamento Multiestágio

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10 ³ US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	P1: 1552813 P2: 973489 TOT:~ 2191519	Após 194 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	A convergência do algoritmo aconteceu quando todos os $n_{ij} < 0,01$. Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	P1: 1499155 P2:~ 1283401 TOT:~ 2341195	Após 198 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	P1: 1464559 P2:~ 1330496 TOT:~ 2337498	Após 199 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	P1: 1803520 P2: 1013744 TOT: 2468637	Após 195 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.

- [1] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems", IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.

Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems

Anexo C

R. Romero, C. Rocha, M. Mantovani and J.R.S. Mantovani

Abstract: The usefulness of the application of heuristic algorithms to the transportation model, first proposed by Garver, is analyzed in relation to planning for the construction of new facilities systems. The formulation of the transportation model and the heuristic strategies proposed in the transportation literature are analyzed in detail, starting with the construction heuristic algorithm proposed by Garver, as an example to make it the problem of multistage planning for transmission systems. The quality of the solutions found by heuristic algorithms for the transportation model is evaluated, as well as the impact on problems of planning transmission systems.

Artigos Elaborados

Estão em anexo os artigos relacionados com a tese de doutorado:

- [1] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in Static and multistage planning in network expansion systems", IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.
- [2] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning", artigo submetido a Revista de nível internacional.
- [3] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; E. Asada: "Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning", artigo submetido a revista de nível internacional.
- [4] R. Romero; C. Rocha; J.R.S. Mantovani, I.G. Sánchez: "Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning", artigo aceito para publicação em IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution.

- [1] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in Static and multistage planning in network expansion systems", IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.

Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems

R. Romero, C. Rocha, M. Mantovani and J.R.S. Mantovani

Abstract: The usefulness of the application of heuristic algorithms in the transportation model, first proposed by Garver, is analysed in relation to planning for the expansion of transmission systems. The formulation of the mathematical model and the solution techniques proposed in the specialised literature are analysed in detail. Starting with the constructive heuristic algorithm proposed by Garver, an extension is made to the problem of multistage planning for transmission systems. The quality of the solutions found by heuristic algorithms for the transportation model is analysed, as are applications in problems of planning transmission systems.

1 Introduction

The expansion of systems for electrical energy transmission should be based on an optimal plan, i.e. the plan should specify the transmission lines and/or transformers needed for the system to operate efficiently in relation to a given planning horizon. The parameters requiring consideration include: the topology of the base year, candidate circuits, data about generation and demand for the planning horizon, and investment constraints. Thus, the solution for a planning problem should specify where, how much and when new equipment for expansion should be installed. Static planning involves a single planning horizon, but multistage planning is a derived generalisation taking into consideration the separation of the planning horizon into various stages.

The expansion of transmission systems is generally modelled mathematically using the so-called DC model, which involves mixed nonlinear programming. However, its application is problematic for large systems. Various modifications have thus been introduced, including relaxed versions of the DC power flow model, such as the transportation model and the hybrid model. Details about the mathematical modelling of transmission system planning can be found in [1].

The classic DC power flow model establishes a power grid which serves as the basis for the planning of transmission expansion. This classic problem can be formulated as follows:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer, } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

$$(i, j) \in \Omega$$

where c_{ij} , γ_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{f}_{ij}$ and $\bar{n}_{ij}$ represent, respectively, the cost of a circuit which is a candidate for addition to the right-of-way $i-j$, the susceptance of that circuit, the number of circuits added to the right-of-way $i-j$, the number of circuits in the original base system, the power flow, and the corresponding maximum power flow in the right-of-way $i-j$. The investment is v , S is the branch-node incidence matrix, f is a vector with elements f_{ij} , g is a vector with elements g_k (generation in bus k) with a maximum value of $\bar{g}$, $\bar{n}_{ij}$ is the maximum number of circuits that can be added in the right-of-way $i-j$, θ is the bus angle vector with elements θ_j in bus j and Ω is the set of all right-of-ways.

Constraint (2) in the DC model represents power conservation in each of the nodes as a model of Kirchhoff's current law in the equivalent DC network, whereas constraint (3) is an expression of Ohm's law for that network. The combination of these two constraints thus implicitly accounts for Kirchhoff's voltage law. Thus this DC model has been considered to provide the ideal solution for transmission system planning, but these constraints are nonlinear, which makes problem solution difficult and time-consuming.

In the specialised literature many algorithms for the solution of problems involving the planning of transmission systems have been proposed. These can be separated into three categories: (1) heuristic algorithms; (2) classic optimisation algorithms such as Benders decomposition and branch-and-bound algorithms; and (3) metaheuristics such as simulated annealing (SA), genetic algorithms (GA), and tabu search (TS).

© IEE, 2003

IEE Proceedings online no. 20030725

doi:10.1049/ip-gtd:20030725

Paper received 5th March 2003

The authors are with the Faculty of Electrical Engineering, Paulista State University, CP 31, Ilha Solteira, SP, 13385-000, Brazil

IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 150, No. 5, September 2003

521



2 Transportation model

The transportation model (TM) for static planning was originally proposed by Garver [2]. It involves relaxing the nonlinear constraints (3) of the DC model, thus giving rise to a more easily manipulated linear programming problem. The resulting problem is a mixed integer linear programming problem, which can be stated in the following form:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (5)$$

s.t.

$$Sf + g = d \quad (6)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (7)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer, } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

$$(i, j) \in \Omega$$

Since the transportation model is linear, this is easier to solve than the original DC model, but both contain either integers and nonintegers as variables. Various mathematical solutions have been proposed for the transportation model including Garver's original heuristic algorithm for static planning, which leads to possible, but not necessarily optimal solutions. A more recent development are branch-and-bound algorithms [3], which find an optimal solution, although they require prohibitively long processing times for large and complex electrical systems. Moreover, some of these optimal solutions will not satisfy the DC model. Thus, it is more important to find a topology or solution which fits the DC model than to find an optimal solution for the transportation model as such.

Although the transportation model was proposed by Garver for static planning, it can be extended to the more complex multistage planning. Such multistage planning is specially important to define financial investment according to the most economical scheduling. In this problem the horizon is then extended to a period of several years, with investment for each period being specified. Considering an annual discount rate i , the present values of the investment costs for the base year t_0 , with a horizon of T stages are the following:

$$\begin{aligned} c(x) &= (1-i)^{t_1-t_0} c_1(x) + (1-i)^{t_2-t_0} c_2(x) + \dots \\ &\quad + (1-i)^{t_T-t_0} c_T(x) \\ &= \delta_{t_0}^1 c_1(x) + \delta_{t_0}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{t_0}^T c_T(x) \end{aligned} \quad (8)$$

where $\delta_{t_0}^t = (1-i)^{t-t_0}$. Substituting these relations for those in the planning problem gives the following form for multistage planning with the transportation model [4]:

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{t_0}^t \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (9)$$

s.t.

$$S^t f^t + g^t = d^t$$

$$|f_{ij}^t| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) \bar{f}_{ij} \quad (10)$$

$$0 \leq g^t \leq \bar{g}^t$$

$$0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \quad (11)$$

$$n_{ij}^t, \text{ integer}$$

$$\theta_i^t \text{ and } f_{ij}^t \text{ unbounded}$$

$$\forall (i, j) \in \Omega; t = 1, 2, \dots, T$$

where v is the present value of the expansion costs of the system, and $\delta_{t_0}^t$ is the factor used to find the present values at stage t . The others variables are the same as for static planning, except that the addition of the index t is used to indicate the specific stage of planning involved. It should be observed that the constraints found in (10) and (11) are the only constraints related to variables in the different stages of planning.

3 Garver's constructive heuristic algorithm

Garver was the first to introduce a constructive heuristic algorithm (CHA) solve the transportation model. It is an iterative process to find a reasonable solution for a complex problem by using a step-by-step process. After each step a new component is added. The process terminates when a reasonable and practical solution is found. A CHA is robust and converges rapidly, and even for large and complex problems it converges on a single, good quality solution, although this solution may be far from optimal.

In each step of a CHA, a single component circuit is selected to be added to the system. The choice of this component circuit is determined by a sensitivity index, which can be as simple as an intuitive decision, or as complicated as the solution of the problem itself after the relaxation of certain constraints. Garver's CHA algorithm uses this latter kind of sensitivity index.

Garver was the first to propose the use of a CHA to solve a planning problem [2]. His major contribution involves the sensitivity index proposed, which consisted of the re-solution of the transportation model. For each step of Garver's CHA, the linear programming (LP) solution identifies a set of values of $n_{ij} \neq 0$, which are generally noninteger. This procedure suggests that there is a circuit with $n_{ij} \neq 0$ which should be added to the system; moreover, this circuit should carry the major power flow in the solution of the LP, i.e. it will be the circuit with the largest value of $f_{ij} = n_{ij} f_{ij}$. For static planning, this CHA can be expressed as follows:

Step 1 Assume a base topology as the current topology with values of n_{ij}^0 known.

Step 2 Solve a LP for the relaxed transportation model ($n_{ij} \geq 0$) and for the current topology. If the solution of the LP shows $v=0 \Rightarrow n_{ij}=0$, stop because a feasible solution has been found for the TM. Otherwise, go to step 3.

Step 3 Sensitivity index: In the solution of the LP, identify the circuit which carries the largest part of the power flow. Update the current topology (n_{ij}^0) by adding the circuit identified by the sensitivity index. Go to step 2.

One of the first limitations observed in CHAs is that some circuits added during the process become obsolete after the addition of other more important circuits. This problem was specifically mentioned by Monticelli *et al.* [5], but it is a characteristic of all CHAs. To avoid the problem, some authors [5, 6] have added another step to remove obsolete circuits. This involves a minor modification of the

Garver algorithm, known as the local optimisation phase. This same basic structure has been used by all other more recent CHAs used in transmission system planning.

The fundamental idea proposed by Garver can be generalised into an heuristic algorithm incorporating all other CHAs, including that of Garver, as special cases. Such a generalised CHA for static planning could be expressed in the following form:

Step 1 Assume a basic topology as the current topology and choose a mathematical model (TM, DC model, etc.).

Step 2 Solve the LP for the current topology using the mathematical model chosen. If this LP solution suggests that the system is operating adequately (i.e. that it already contains sufficient circuits) stop, because the solution has been found; go to step 4.

Step 3 Use a sensitivity index to identify the most attractive circuit to add to the system. Update the current topology by adding the circuit selected, and go to step 2.

Step 4 Arrange the circuits added in decreasing order of costs. For each circuit simulate its removal and verify its feasibility with a LP. If the system still continues to operate adequately, then remove the circuit; if not, maintain the circuit. Repeat the process for each circuit in the list until all have been analysed. Those circuits which are not removed will represent the solution for the CHA.

Garver's CHA is a particular case of generalised CHA with the following characteristics: first, the transportation model is applied; secondly, the sensitivity index is the power flow through the newly added circuits given by the solution of LP problem in the current topology; and finally, the local search approach described in step 4 above is not employed.

Garver's algorithm is a very sophisticated heuristic algorithm. Considering the classification of heuristic algorithms proposed in [7], Garver's would be considered a constructive heuristic which uses another heuristic as an auxiliary tool for the calculation of the sensitivity index. A second heuristic is used for the determination of the sensitivity index by manipulating the mathematical model so that the solution of the LP corresponding to the current topology identifies the circuit to be added.

It is known that when, in the solution of the corresponding LP, n_j are integer numbers, this solution corresponds to the global optimal solution of the original problem. In small electrical systems even when n_j is not integer, it is possible to find the global optimal solution with Garver's CHA. However, in large and complex systems Garver's CHA becomes inefficient, mainly in the final stage of the search process. The reason is that, at that stage, n_j becomes very small. It is common to verify many circuits with a very small n_j . In this case, the relaxation of integrality constraints causes unwanted deviation in the search process. For example, at a determined moment, the LP would indicate the addition of $n_j = 0.08$ circuits whose cost is $c_{ij} = \$US100\,000\,000$. Therefore, the observed cost is $\$US8\,000\,000$. However, this represents a fraction of a component, which added to the system will in reality cost $\$US100\,000\,000$. It is worth noting that better solutions may certainly exist.

These difficulties can be overcome in various ways. One way would be to stop the Garver algorithm whenever the corresponding LP results in recommended values of n_j below a certain limit, such as, for example, $\bar{n}_{ij} = 0.2$, with the rest of the problem being solved using a branch and bound algorithm. This approach would mean that all circuits already added by the Garver algorithm would

already have been incorporated into the base topology, and the few additions still necessary could be identified by a branch and bound algorithm, which is efficient for such limited situations. The use of a branch and bound algorithm to complement another heuristic is known as a decomposition algorithm [7]. Such an algorithm finds better solutions than does the less complex Garver algorithm alone, but it requires more processing time.

Another aspect of Garver's CHA requiring investigation involves the choice of sensitivity index. This algorithm would select the circuit transporting the greatest power flow, but other sensitivity indexes could be used. One alternative would involve adding the elements corresponding to the integer part of the first corresponding LP, therefore ignoring the fractional portions. Then the process returns to the original sensitivity index and continues in the standard mode. Another alternative would involve adding the circuit with the largest value of n_j identified by each LP. Such modifications would involve slightly different algorithms, which should provide better solutions for large and complex systems. Generally, however, the original sensitivity index proposed by Garver is more efficient.

Another problem arises during the initial phases of the application of Garver's CHA when expensive circuits with large transmission capacities are added. When various similar alternatives exist, the CHA will choose one of these, thus making the other options unfeasible. The CHA thus faces special difficulties during the initial and final phases of the process. Other heuristic algorithms for the solution of transmission system planning have also been proposed [8-10].

4 Heuristic algorithm for multistage planning

Most of this discussion has involved static planning, but the relevant literature includes little mention of the multistage planning of transmission systems. The extension of a static planning algorithm to deal with multistage planning is not easy. An approximate form for implementing multistage planning consists of considering a problem as a sequence of static planning problems. In this kind of planning, also called pseudodynamic planning, a static planning algorithm is used for each individual stage of the planning, and the circuits added in any one stage are considered to be part of the base topology for the static planning of the following stage. This type of planning usually adds a larger number of circuits than would be necessary in multistage planning.

In multistage planning, integrated solutions must be sought, although the same techniques used for static planning can be applied in these solutions. In small systems, for example, an optimal solution for multistage planning for the transportation model can be found using a branch and bound algorithm. In the present paper, the Garver algorithm is extended to accommodate multistage planning.

The crucial aspect of a CHA for multistage planning is the selection of the sensitivity index, but otherwise it is an adaptation of the generalised CHA presented in Section 3. A CHA for multistage planning can be stated as follows:

Step 1 Assume the base topology to be the current topology and use the transportation model.

Make $k = 1$, with k defining the current stage of work.

Step 2 Solve the corresponding LP of system (9) for the current topology. If $n_{ij}^* = 0; \forall (i, j) \in \Omega$ then terminate the phase of additions in stage k and go to step 4 to implement the phase of local search; otherwise, go to step 3.

Step 3 Use a sensitivity index to identify the most attractive circuit to add to the system in stage k . Update the current topology by the addition of the chosen circuit and go to step 2.

Step 4 Implement step 4 of the static algorithm for stage k . The circuits which were added and not subsequently removed will represent the proposal for additions at stage k . Go to step 5.

Step 5 Update $k = k + 1$ and go to step 2.

In step 2, the algorithm solves an LP for the current topology. This LP is slightly different from that used in system (9) because various aspects must be considered separately, including the additions already made for each of the previous steps of the algorithm. The LP to be solved here is the following:

$$\begin{aligned} \min v &= \sum_{i=1}^T \left[\delta_i^* \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^* \right] \\ \text{s.t.} \quad & S' f' + g' = d' \\ |f'_{ij}| &\leq \left[n_{ij}^* + \sum_{t=1}^i (n_{ij}^* + n'_{ij}) \right] \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g' \leq \bar{g}' \\ 0 &\leq n_{ij}^* + n'_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ \sum_{i=1}^T [n_{ij}^* + n'_{ij}] &\leq \bar{n}_{ij} \\ n'_{ij} &\geq 0; \theta_i \text{ and } f'_{ij} \text{ unbounded} \\ \forall (i, j) \in \Omega; i &= 1, 2, \dots, T \end{aligned} \quad (12)$$

where $n^* = \{n_{ij}^*\}$ is a vector which incorporates circuits resulting from the iterative application of the algorithm and n'_{ij} are the variables of the LP. The circuits added during the iterative process result from known values in the solution of each LP; these are then added to n_{ij}^* .

Two additional aspects should be analysed in detail in step 2: first, the logic behind the additions; and secondly the use of the sensitivity index. The algorithm explicitly specifies that the initial stages of the problem of transmission capacity must be solved first. In other words, the algorithm first adds all the circuits necessary for the first stage to be operable: afterwards, it moves on to the second stage, and successively through to the end of the final stage. This is a logical proposal, because the circuits added in the initial stages will already be operating during the later stages, thus reducing the need for investment in later stages.

The sensitivity index used in this paper identified the most attractive circuit on the route (i, j) with $n_{ij} \neq 0$ in stage k as being that which accommodates the largest total power flow when all of the circuits added by the subroutine of the LP for all of the stages $t \geq k$. Thus, for each route with $n_{ij}^* \neq 0$ we find $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$ in which f_{ij}^{k+1} is the power flow of the route (i, j) for the stage $k + 1$. All of these values concerning the power flow are available after the LP has been solved.

The use of the sensitivity index can be seen with the following simple example. This sample system has 3 buses and 3 circuits, and all of the circuits have a capacity of $\bar{f}_{ij} = 100$ MW. The solutions of the LP gives a value in the

following form: (1) stage 1: $n_{12}^* = 0.6$, $n_{13}^* = 0.2$ and $n_{23}^* = 0.7$; (2) stage 2: $n_{12}^* = 0.3$, $n_{13}^* = 0.6$ and $n_{23}^* = 0$. If $n_{ij}^* \neq 0$ then n_{ij}^* would be working at maximum capacity in stage 2. However, if $n_{ij}^* = 0$ then n_{ij}^* is not working at maximum capacity in stage 2. Then, if for example n_{13}^* is working at 90% of its capacity in stage 2, the flow values used as a sensitivity index assume the following form: $f_{12} = 100(0.6 + (0.6 + 0.3)) = 150$ MW, $f_{13} = 100(0.2 + (0.2 + 0.6)) = 100$ MW, $f_{23} = 100(0.7) + 63 = 133$ MW, which suggests that a circuit should be added to the route (1, 2) for stage 1.

It is possible to implement alternative formulations for the CHA in multistage planning. One alternative consists of the realisation of local optimisation (step 4) only after the termination of the additions of all stages. Another alternative would be a modification of the sensitivity index. Thus, for example, for stage k , the most attractive route would be that route with $n_{ij}^* \neq 0$ with the largest value of $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$.

5 Testing the proposed algorithm

The algorithm presented here was tested computationally using FORTRAN, with MINOS 5.4 as a LP subroutine. In tests the factor of discount used is $I = 10\%$.

5.1 Garver's six-bus system

The original system investigated by Garver had 6 buses, 15 circuits and 760 MW of demand [1]; these data were subjected to static planning but this planning can optionally incorporate the rescheduling of the energy generated. The algorithm presented by Garver has the following topologies:

(i) Planning without rescheduling: $v = 200$

$n_{2-6} = 3$, $n_{3-5} = 1$, $n_{4-6} = 3$

(ii) Planning with rescheduling: $v = 110$

$n_{2-6} = 1$, $n_{3-5} = 1$, $n_{4-6} = 2$

The solution reached by the CHA is one of the five optimal alternative solutions found by the transportation model when no rescheduling was posited [1] after the solving of 11 LPs, and the application of step 4 was unnecessary. With other software, the other optimal alternative solutions are also identified, one of these also being the optimal one for the DC model. When rescheduling is considered, the CHA used here finds one of the four optimal alternative solutions for the transportation model [1] after the solving of 10 LPs, although the use of step 4 was necessary to remove one circuit after phase 2. In this example, therefore, local optimisation was fundamental in finding an optimal solutions.

5.2 Southern Brazilian system of 46 buses

The southern Brazilian system has 46 buses, 79 circuits and 6880 MW of demand [3]; the data are presented for static planning only. As in the previous example, there are two options, depending on whether rescheduling is considered. The algorithm presented establishes the following topologies:

(i) Planning without rescheduling: $v = \$US154\,109\,000$

$n_{19-21} = 1$, $n_{20-21} = 1$, $n_{42-43} = 2$, $n_{46-06} = 1$, $n_{21-23} = 1$, $n_{31-32} = 1$, $n_{28-31} = 1$, $n_{28-30} = 1$, $n_{28-29} = 1$, $n_{24-25} = 2$, $n_{29-30} = 1$, $n_{05-06} = 1$

(ii) Planning with rescheduling: $v = \$US63\,130\,000$

$n_{20-23} = 1$, $n_{20-22} = 1$, $n_{42-43} = 1$, $n_{46-06} = 1$, $n_{05-06} = 2$

When no rescheduling is considered, the optimal solution is $v = \$US127\,212\,000$ [1]. The CHA reached one solution after the solution of 28 LPs and the removal of one circuit in step 4. Seven of the 13 circuits proposed for the CHA are presented in the optimal topology according to the transportation model, whereas 11 of 16 are presented in the optimal topology the DC model, with $v = \$US154\,420\,000$ [1]. The solution here is thus closer to the optimal solution of the preferred DC model than to that of the transportation model.

When considering rescheduling, the optimal solution is $v = \$US53\,334\,000$ [1]. The CHA reached one solution after the solution of 13 LPs, without the need for removal of any circuits in step 4. Three of the seven circuits proposed for the CHA are presented in the optimal topology according to the transportation model [1], whereas seven of eight are presented according to the DC model. Again, the topology found is closer to an optimal solution of the DC model, with the only difference being the need to add the circuit 20-23 to produce an optimal solution identical to that reached by the DC model of $v = \$US70\,289\,000$.

5.3 Colombian system

The Colombian system has 93 buses, 155 circuits and 14559 MW of demand across the entire planning horizon. The complete data for the system, which can be obtained from the authors, contains enough information to make three-stage planning; multistage planning is possible, but without rescheduling. The algorithm presented finds the following topologies:

- Stage P_1 : 2002-2005: $\$US180\,414\,000$
 $n_{55-57} = 1, n_{55-62} = 1, n_{56-57} = 1$
- Stage P_2 : 2005-2009: $\$US73\,750\,000$
 $n_{43-48} = 1, n_{52-58} = 1$
- Stage P_3 : 2009-2012: $\$US66\,186\,000$
 $n_{19-66} = 1, n_{34-70} = 1, n_{55-84} = 1, n_{60-69} = 1, n_{68-86} = 1$

The total investment value obtained was $v = \$US265\,815\,000$ after adjusting the values in P_2 and P_3 through multiplication by the factors of 0.729 and 0.478, respectively, to find the present values of the investment costs. The quality of this solution was verified by pseudodynamic planning. This kind of planning involves three separate static planning problems, with the base topology for each stage constituted by the initial base topology plus any additions made in previous stages: the investment for each subsequent stage is updated by multiplication by the corresponding compensatory factor, 0.729 and 0.478 in this case, to provide equivalent values for comparison. The pseudodynamic planning algorithm reached a topology with an investment of $v = \$US298\,672\,000$. A comparison of this value with that obtained using the CHA suggests that the multistage planning algorithm is much more efficient.

5.4 Northern-northeastern Brazilian system

The northern-northeastern Brazilian system has 87 buses, 183 circuits and 29748 MW of demand across the entire planning horizon with data available in [1] and permits multistage planning in two stages, but only without rescheduling. This system is very complex, and no optimal solutions are known: therefore, the static and multistage planning tests conducted are presented in their entirety. In this system, the base year of 1998 will be considered, as well as the results of plan P_1 of 2002 and of plan P_2 in 2008. The value of the circuits necessary for

meeting the needs of 2002 were calculated using 1998 prices (original values in the table), whereas those necessary for 2008 were calculated as being constructed in 2002, using prices adjusted to that year.

Considering P_1 in isolation, the CHA for static planning reached the following topology:

Plan P_1 : $v = \$US1\,332\,569\,000$

$n_{02-87} = 2, n_{03-83} = 1, n_{03-87} = 2, n_{05-56} = 1,$
 $n_{05-58} = 1, n_{05-68} = 1, n_{06-67} = 1,$
 $n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 3, n_{15-16} = 3, n_{16-44} = 3,$
 $n_{16-61} = 1, n_{18-50} = 6, n_{18-74} = 3,$
 $n_{21-57} = 1, n_{25-55} = 2, n_{26-29} = 1, n_{36-46} = 1,$
 $n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 2, n_{42-44} = 1,$
 $n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{46-49} = 2, n_{49-50} = 1,$
 $n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1, n_{61-85} = 1,$
 $n_{67-68} = 1, n_{68-69} = 1, n_{68-83} = 1, n_{72-73} = 1,$
 $n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1$

In this case 91 LPs were solved, and two circuits were removed in step 4. For this plan, the best known solution for the transportation model would be an investment of $v = \$US1\,194\,240\,000$, whereas for the DC model, it would be $v = \$US1\,356\,272\,000$ [1]. Since it is known that the CHA alone is not very efficient in complex systems, a test using the decomposition algorithm was also conducted. This test involved the interruption of the execution of the CHA once the investment value of $\bar{v} = \$US1\,100\,000\,000$ was surpassed, with the circuits identified up to that point being incorporated into the base topology. Optimisation was then terminated with a branch and bound algorithm [3]. Thus final value was reached after solving 6896 LPs and resulted in a total investment value of $v = \$US1\,285\,345\,000$ this involved a reduction from the value obtained by CHA alone. The decomposition algorithm was repeated for a value of $\bar{v} = \$US900\,000\,000$ but in this test, the same total investments was reached only after the solution of 175 727 LPs. This example shows the pitfalls of the use of this heuristic algorithm in the initial and final phases, although in the intermediate phases it is quite efficient.

Considering P_2 in isolation, the CHA for static planning produced the following results:

Plan P_2 : $v = \$US2\,571\,040\,000$

$n_{01-02} = 1, n_{02-80} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-68} = 1,$
 $n_{04-81} = 4, n_{06-56} = 1, n_{05-58} = 3,$
 $n_{05-60} = 1, n_{05-68} = 1, n_{06-07} = 1, n_{06-67} = 1,$
 $n_{12-15} = 1, n_{13-15} = 4, n_{14-15} = 1,$
 $n_{15-16} = 5, n_{16-44} = 7, n_{16-61} = 2, n_{18-50} = 11,$
 $n_{18-74} = 6, n_{21-57} = 2, n_{22-58} = 1,$
 $n_{25-55} = 3, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1, n_{36-46} = 2,$
 $n_{40-45} = 2, n_{41-64} = 3, n_{42-44} = 4,$
 $n_{42-85} = 1, n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{46-49} = 2,$
 $n_{49-50} = 3, n_{52-59} = 1, n_{54-55} = 1,$
 $n_{54-58} = 1, n_{54-83} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1,$
 $n_{61-85} = 1, n_{67-71} = 1, n_{68-69} = 1,$
 $n_{68-83} = 2, n_{71-83} = 1, n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1,$
 $n_{73-74} = 2, n_{73-75} = 1, n_{75-81} = 1, n_{81-83} = 1$

The solution was reached after the solution of 154 LPs and removal of two circuits in step 4. No suboptimal solution for the transportation model is known. The best solution known for model DC involves an investment $v = \$US2574\,745\,000$ [11], which can again be seen to be quite close to that identified by the transportation model.

The data were then submitted to multistage planning. In this case, the CHA reached the following topology:

Stage P_1 : 1998–2002: $v_1 = \$US1\,481\,923\,000$

$n_{02-60} = 1, n_{02-87} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-81} = 1,$
 $n_{05-56} = 1, n_{05-58} = 1, n_{05-60} = 1,$
 $n_{13-15} = 3, n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 2, n_{16-44} = 3,$
 $n_{16-61} = 1, n_{18-90} = 6, n_{18-74} = 3,$
 $n_{21-57} = 1, n_{25-25} = 2, n_{26-24} = 1, n_{30-63} = 1,$
 $n_{36-46} = 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1,$
 $n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{48-49} = 2, n_{49-90} = 1,$
 $n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1,$
 $n_{61-85} = 2, n_{67-69} = 2, n_{67-71} = 2, n_{68-83} = 1,$
 $n_{69-87} = 1, n_{71-72} = 1, n_{72-73} = 1,$
 $n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1, n_{81-83} = 1$

Stage P_2 : 2002–2008: $v_2 = \$US1\,998\,698\,000$

$n_{01-02} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-68} = 1, n_{04-81} = 2,$
 $n_{12-15} = 1, n_{13-15} = 1, n_{14-45} = 1,$
 $n_{15-16} = 2, n_{15-46} = 1, n_{16-44} = 3, n_{16-61} = 1,$
 $n_{18-90} = 5, n_{18-74} = 2, n_{21-57} = 1,$
 $n_{22-58} = 1, n_{25-55} = 1, n_{30-31} = 1, n_{30-63} = 1,$
 $n_{36-46} = 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1,$
 $n_{42-44} = 2, n_{49-90} = 2, n_{52-59} = 1, n_{54-55} = 1,$
 $n_{54-79} = 2, n_{61-71} = 1, n_{72-73} = 1,$
 $n_{73-74} = 1, n_{78-79} = 1, n_{78-80} = 1, n_{80-83} = 1,$
 $n_{81-83} = 1$

In this multistage solution, the CHA solved 186 LPs for a total investment of $v = \$US2\,268\,388\,758$. Since this was a multistage solution, the circuits added in P_1 participated in the objective function with their true values, whereas those added in P_2 were adjusted by a factor of 0.6561. This test was conducted using the conventional sensitivity index. A second test was then conducted using a different sensitivity index, i.e. the largest value of $n_{ij} = n_{ij}^1 + \dots + n_{ij}^k$ for stage k whenever the $n_{ij}^k \neq 0$ in the LP solution. In this instance, the algorithm found a better solution than the sensitivity index standard used in the first test.

6 Analysis of results

The CHA presented for the generalised transportation model reaches quality topologies for all systems tested, even though its efficiency decreased as the complexity of the system increased. Research is now under way to develop new alternatives to make the CHA based on the solution of a relaxed mathematical model more efficient.

The topologies found by the CHA are attractive in the present state of research into the planning of transmission

systems for three reasons. The first is that the solutions obtained are topologically closer to the optimal or suboptimal solutions identified by the DC model and, therefore, generally involve less load cut than the traditional optimal solution of a TM. Secondly, the solutions obtained by CHAs can be used as bounds in branch-and-bound algorithms to find optimal solutions using TM; finally, the topologies identified can be used to generate initial topologies using more powerful metaheuristics such as GAs, and TS. This latter advantage is probably the most valuable [11–13].

7 Conclusions

In this paper, a CHA for the TM of Garver was extensively analysed, and excellent results were obtained. Even when the proposal was extended to multistage planning, the results were promising. The advantages and disadvantages of the CHA were also analysed in detail, as well as the use of transportation models. The way that CHA sensitivity indexes work and alternative forms of identifying sensitivity indexes was also analysed. The CHA presented can be implemented for hybrid models of transmission system planning.

8 Acknowledgements

This research is partially supported by CNPq and by FAPESP in Brazil.

9 References

- Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A., and Haffner, S.: 'Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning', *IEE Proc., Gener., Transm. Distrib.*, 2002, 148, (5), pp. 482–488
- Garver, L.L.: 'Transmission network estimation using linear programming', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1970, 89, pp. 1688–1697
- Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., and Romero, R.: 'Specialised branch and bound algorithm for transmission network expansion planning', *IEE Proc., Gener., Transm. Distrib.*, 2001, 148, (5), pp. 482–488
- Haffner, S.: 'Planejamento de sistemas de transmissão no contexto de livre mercado'. (PhD Thesis, Unicamp-Brazil, 2000)
- Monticelli, A., Santos, A. Jr., Pereira, M.V.F., Cunha, S.H., Parker, B.J., and Praca, J.C.G.: 'Interactive transmission network planning using a least-effort criterion', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1982, 101, (10), pp. 3919–3925
- Pereira, M.V.F., and Pinto, L.M.V.G.: 'Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1985, 104, (2), pp. 381–389
- Diaz, A., Glover, F., Ghaziri, H., Gonzalez, J.L., Laguna, M., Moscato, P., and Tunç, F.T.: 'Optimización heurística y redes neuronales'. (Editorial Paraninfo, Madrid, 1996)
- Villasana, R., Garver, L.L., and Salom, S.J.: 'Transmission network planning using linear programming', *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, 1985, 104, (2), pp. 349–356
- Levi, V.A., and Calovic, M.S.: 'A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks', *IEEE Trans. Power Syst.*, 1991, 6, (3), pp. 937–943
- Dechamps, C., and Jamouille, A.: 'Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks', *Int. J. Elect. Power Energy Syst.*, 1980, 2, (2), pp. 103–108
- Gallego, R.A., Monticelli, A., and Romero, R.: 'Tabu search algorithm for network synthesis', *IEEE Trans. Power Syst.*, 2000, 15, (2), pp. 490–495
- Gallego, R.A., Monticelli, A., and Romero, R.: 'Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning', *IEEE Trans. Power Syst.*, 1998, 13, (3), pp. 822–828
- Da Silva, E.L., Gil, H.A., and Areiza, J.M.: 'Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm', *IEEE Trans. Power Syst.*, 2000, 15, (4), pp. 1168–1175

- [2] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani: "Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning", artigo submetido a revista de nível internacional.

Evaluation of Hybrid Models for Static and Multi-Stage Transmission System Planning

R. Romero - C. Rocha - M. Mantovani - J.R.S. Mantovani

Abstract: This work analyzes the application of heuristic algorithms to transmission network expansion planning problem using the Hybrid Linear Model (HLM). The HLM is a relaxed model which remains not fully explored. The work presents a detailed study of two heuristic constructive algorithms for HLM and proposes an extension of the model and solution technique to multi-stage planning. Quality evaluation of solutions found by HLM and its application possibilities of in transmission system planning are also discussed. Finally, tests with the most known systems of the specialized literature are presented.

Keywords: Optimization relaxed models, network expansion planning, hybrid models, constructive heuristic algorithms, multi-stage planning.

1. Introduction

The main objective of electric system transmission expansion planning problem is to determine the optimal expansion plan of the electric system, i.e., the planning must specify transmission lines and/or transformers that should be built in order to the system operate in an adequate form in a specified planning horizon. The problem data are: base year topology, candidate circuits, generation and load data in the specified planning horizon, investments restrictions, etc. The planning solution specifies the location, the moment and the quantity of new equipments. When static planning is under consideration there is a single planning horizon. Generalization of this concept leads to the multi-stage planning with the splitting of planning horizon into several stages. This work analyzes two types of planning approaches with models from network synthesis applied for long-term expansion planning. Usually, topologies found for long-term planning are further analyzed using techniques of short-term planning such as AC power flow, stability analysis, etc, however our work relies only on issues related to the long-term planning.

Usually, long-term transmission system expansion problem is represented by a mathematical model called DC model. The DC model is a non-linear mixed integer problem which is hard to solve for large-scale systems. Other models that have been used are relaxed models such as the transportation model and hybrid models.

This work analyzes the hybrid linear model and proposes the use of constructive heuristics to solve it. More details of mathematical modeling can be found in [1].

When the power grid is represented by the DC power flow model, the mathematical model of the transmission system expansion static planning problem is formulated as follows:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.t

$$Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer; } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

$$(i,j) \in \Omega$$

where c_{ij} , γ_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} and $\bar{f}_{ij}$ represent the cost of a circuit that can be added to right-of-way $i-j$, the susceptance of that circuit, the number of circuits added in right-of-way $i-j$, the number of circuits in the base case, the power flow and the corresponding maximum power flow in right-of-way $i-j$, respectively. v is the investment, S is the transpose branch-node incidence matrix of the system, f is a vector with elements f_{ij} , g is a vector with elements g_k (generation in bus k) whose maximum value is $\bar{g}$, $\bar{n}_{ij}$ is the maximum number of circuits that can be added in right-of-way $i-j$ and Ω is the set of all right-of-ways.

Constraint (2) represents the conservation of power in each node. This constraint models Kirchhoff's Current Law (KCL) in the equivalent DC network. Constraint (3) is an expression of the Ohm's Law for the equivalent DC network and the Kirchhoff's Voltage Law (KVL) is implicitly taken into account. Moreover, these constraints are non-linear.

In the specialized literature many solution approaches for the transmission planning problem have been proposed. They can be joined into three groups: (1) constructive heuristic algorithms, (2) classic optimization algorithms such as Benders decomposition and branch-

and-bound (3) meta-heuristics such as simulated annealing (SA), genetic algorithms (GA), tabu search (TS), GRASP, etc.

This work is part of a revision process of the mathematical modeling used in long-term transmission system planning as well as a revision of constructive heuristics used to solve them. We propose a detailed analysis of such algorithms, specially those that use the solution given by relaxed models after relaxing the integrality constraint of investment integer variables. That kind of strategy are more promising and can be easily extended to the multi-stage planning. This conclusion became more evident when the most known constructive algorithm, the Garver's algorithm for the transportation model [2], was intensively analyzed and improved in [3].

In next section the hybrid linear model is introduced and we present two types of constructive heuristic algorithms. The solution technique is also extended to the multi-stage planning. Another aspect considered in the paper is the relevance of the relaxed models and constructive heuristic algorithms in the present context of the transmission system expansion problem. Finally, tests are presented with the systems of specialized literature.

2. The Hybrid Linear Model

When the constraints (3), that represents the second Kirchhoff's law are relaxed in the DC model, we obtain the transportation model, which takes into account only the First Kirchhoff's Law and circuits operation constraints. We call hybrid any intermediary model between the DC model and the transportation model. It must be noticed that transportation model is linear and the DC model is non-linear. Therefore, any model that considers only part of the constraints (3), represents a hybrid model. In this context, it is possible to formulate a hybrid linear model or a hybrid non-linear model. This work considers the linear approach, which is formulated as following:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (5)$$

s.t.

$$Sf + S^o f^o + g = d \quad (6)$$

$$f_{ij}^o - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_o \quad (7)$$

$$|f_{ij}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_o \quad (8)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (9)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij}, \text{ integer} \quad (10)$$

$$f_{ij}^o, f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

S^o is the transpose incidence node-branch matrix formed by circuits and buses of base topology; f^o is the vector of power flow through the circuits of the base topology with elements f_{ij}^o ; S is the transpose incidence matrix of the entire system and f is the vector of flows through added circuits with elements f_{ij} . Ω_o represents base case circuit indices and Ω the set with indices of all circuits.

In the hybrid model, flows through circuits which belongs to the base case were represented separately from flows of added circuits. For example, consider that there is one circuit that connects path $i-j$ in the base case and the optimization process adds one circuit in parallel. Flows in the old circuit is represented by f_{ij}^o and in the new circuit is represented by f_{ij} , what means that the values could be different among them. In this model, only circuits of the base topology must follow the KVL and this requirement is represented by constraint (7). When this condition is imposed we can affirm that the hybrid model is linear.

The proposed HLM is a mixed integer linear problem, and it is possible to find solutions for systems with small and medium complexity using a branch-and-bound algorithm as presented in [4]. However, in large scale problems with high complexity, the branch-and-bound algorithms demands a prohibitive computation time. The advantage in using the HLM is that its is easier to solve than the DC model but the solution can be far from DC model's optimal solution. However, the infeasibilities tend to be less than those found by transportation model.

The HLM can be extended to the multi-stage planning applying the same strategy introduced in [3]. In this case, an expansion investment plan should be determined for the referred base year. Considering an annual discount rate of I , the present values of the investment costs and operation for the base year t_o , with a horizon of t_2 years are the following:

$$\begin{aligned} c(z) &= (1-I)^{t_1-t_o} c_1(z) + (1-I)^{t_2-t_o} c_2(z) + \\ &\quad \dots + (1-I)^{t_2-t_o} c_T(z) \\ &= \delta_{inv}^1 c_1(z) + \delta_{inv}^2 c_2(z) + \dots + \delta_{inv}^T c_T(z) \end{aligned} \quad (11)$$

where

$$\delta_{inv}^t = (1-I)^{t_1-t_o}$$

Using the relations above, the multi-stage planning for the hybrid model assumes following formulation:

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (12)$$

s.a.

$$\begin{aligned} S^t f^t + S^o f^o + g^t &= a^t \\ f_{ij}^o - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^t - \theta_j^t) &= 0 \\ |f_{ij}^o| &\leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \\ |f_{ij}^t| &\leq \left(\sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) \bar{f}_{ij} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq g^t \leq \bar{g}^t \\ 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \\ \sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t &\text{ integer} \\ \theta_j^t; f_{ij}^o \text{ and } f_{ij}^t &\text{ unbounded} \\ \forall (i,j) \in \Omega; t &= 1, 2, \dots, T. \end{aligned} \quad (14)$$

where v is the present value of the expansion cost of the system, δ_{inv}^t is the discount factor for determining the present investment value in stage t . Other variables are the same of static planning with the addition of index t , which indicates the planning stage. It must be observed that constraints (13) and (14) are the only constraints that relate different planning stages. These constraints do not allow decoupling of the multi-stage planning into t independent problems.

3. Heuristic algorithm for the HLM

In this section two constructive algorithms are presented for the hybrid linear model. Both novel algorithms are inspired by fundamental strategy employed by Garver to formulate a constructive heuristic algorithm for the transportation model [2].

A constructive heuristic algorithm (CHA) is an iterative solver for finding a good quality solution of a complex problem through a step-by-step process. For the transmission expansion problem, a new circuit, which can be a transmission line or a transformer is added at each step. The circuit is chosen by using a sensitivity indicator specified by the CHA. The sensitivity indicator represents the principal feature of the CHA. The iterative process stops when a feasible solution is found and usually the solution is of good quality, i.e., there is no need for more circuit additions. The CHA is robust and usually rapidly converges but for large scale and complex systems, these algorithms converges to good quality solutions only.

The sensitivity indicator is defined from optimal solution given by hybrid linear model. It must be observed that if integrality constraints of investment variables are relaxed, i.e., $n_{ij} \geq 0$, system (5) becomes a linear programming (LP) problem. The LP optimal solution provides optimal solution of relaxed problem, i.e., considering the case that fractional circuits could be added. Furthermore, LP solution can be used to identify the best circuit to be included in the system. The sensitivity indicator is the power flow in the circuit with $n_{ij} \neq 0$ in the LP. The circuit to be added is identified by following sensitivity indicator:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij}; n_{ij} \neq 0 \} \quad (15)$$

where n_{ij} is the LP solution after relaxing HLM's integrality constraint. The topology is updated at each CHA's step. The current topology is formed by circuits of base topology and from circuits added during the iterative process.

One of CHA's most favorable characteristic (which relaxes investment variable integrality constraints) is that the algorithm aims to find the most important circuit in terms of investment and operation constraints. Thus, at each step that an integer n_{ij} solution is found by LP, the algorithm finds the global optimal solution. The major drawback of that type of algorithm comes up at the end of the iterative process when almost all of n_{ij} given by LP solution assumes low fractional values. In this case, the algorithm becomes inefficient because of decisions taken by comparing small values of n_{ij} can produce serious deviations when in a practical situation, an integer number of circuits is introduced. This deviation is partially dealt by incorporating a irrelevant circuit removal procedure after finishing addition phase. Another option is to change the sensitivity indicator.

We can use Garver's fundamental idea applied to the transportation model to propose a novel constructive heuristic algorithm to transmission system expansion static planning problem using hybrid linear model.

The Base Constructive Heuristic Algorithm assumes the following form:

Algorithm BCH

1. Assume a base topology as current topology and use the HLM.
2. Solve a LP for the HLM using current topology. If LP indicates that the system is operating adequately with the added circuits, go to step 4 (a solution was found for HLM). Otherwise go to step 3.
3. Use the sensitivity indicator (15) to identify the most attractive circuit that should be added to the system. Update current topology with the chosen circuit and go to step 2.

- List the added circuits in descent order of costs. Using a LP, verify whether a circuit removal keeps the system at adequate operation point at each iteration. If the system operates adequately, remove the circuit. Otherwise, keep the circuit. Repeat the process, simulating each circuit removal until all circuits have been analyzed. The remaining added circuits represent CHA's solution.

In the proposed CHA there is a fundamental aspect related to the behavior of the added circuits in the base topology. The circuits added during the iterative process must follow KCL only or both KCL and KVL depending on the situation. If the objective is to find a solution fitted to HLM presented in (5), the added circuits must follow the KCL only. However, if we intend to determine the final feasible solution for DC model, all added circuits must follow the two Kirchhoff's laws. There is an intermediary case in which circuits added in parallel with the existing circuits in the base topology must follow the two Kirchhoff's laws and those added in new paths must follow the First Law only. Therefore, there are three ways of implementing the CHA, which results in different final topologies with different algorithm performance. Whatever the case, a LP is solved at each iteration. This work analyzes two algorithms and the third option is analyzed in another paper.

3.1 Algorithm for conventional Hybrid Linear Model - CH1

Considering a conventional HLM, the main strategy is to find a good quality topology that satisfies problem (5). Therefore, if CHA identifies the optimal circuit for HLM at each step, these solutions should be the same of branch-and-bound algorithm. Moreover, it corresponds to the normal process of an optimization process for a given mathematical model using CHA. All the circuits added during iterative process must follow the KCL only.

The main advantage of using this type of optimization method relies on resulting solutions are of good quality for the hybrid linear model presented in (5). Another important characteristic is that the optimization process is more coherent and consistent to the model because of LP solution provides the n_{ij} circuits that have to comprise just the KCL and once the circuit is incorporated to the system it follows the KCL only. On the other hand, solutions can be far from a feasible topology for DC Model. It must be reminded that the fundamental objective in long term planning is to find feasible solution with good quality to DC model.

The LP problem that solves step 2 of CHA has little difference with the relaxed LP of (5) because of circuits

added during iterative process have to be stored separately. Therefore, in step 2 following LP must be solved.

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (16)$$

s.t.

$$\begin{aligned} Sf + S^0 f^0 + S^1 f^1 + g &= d \\ f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) &= 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\ |f_{ij}^0| &\leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\ |f_{ij}^1| &\leq n_{ij}^1 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\ |f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \\ 0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}; \quad n_{ij} \geq 0 \\ f_{ij}^0; f_{ij}^1; f_{ij} \text{ and } \theta_j &\text{ unbounded} \end{aligned}$$

where Ω_1 is the set of path (i,j) in which circuits were added during the iterative process and f_{ij}^1 is the flow through circuits belonging to path (i,j) . The difference observed between (16) and (5) are: flows in the new circuits are placed separately and integrality constraints of variables n_{ij} are relaxed. At each CHA's step just one element n_{ij}^1 is updated through circuit addition and the Ω_1 set is updated accordingly.

3.2 Modified Algorithm for the hybrid linear model - CH2

The objective of the modified algorithm is to find a more restrictive topology than HLM. As a consequence, topologies found by the algorithm should be more expensive than HLM optimal solution. Circuits added in parallel to the existing ones during iterative process must follow the two Kirchhoff's circuit laws. Circuits added in new paths follow the KCL only. The advantage of using this optimization strategy relies on the fact that the final solution presents less infeasibilities when tested in DC model. This strategy partially preserves performance and consistency of the algorithm. The circuits that follows only KCL have a excellent performance. However, circuits added in parallel considering the indication based only on the KCL may not present good performance when added in parallel to a existing circuit because of in this situation both laws must be followed.

In the CH2 algorithm, the LP has the same mathematical formulation of (16) but circuits added during iterative process are stored in different sets. Consequently, if selected circuit corresponds to path $(i,j) \in \Omega_0$, then an element of n_{ij}^0 is updated, otherwise, an element of n_{ij}^1 is updated. For this reason, Ω_1 represents the set of new paths added by addition of new circuits during iterative process.

Another theme related to CH2 algorithm is the possibility of exchanging the sensitivity indicator. The sensitivity indicator can be substituted or changed by using other proposals given by LP corresponding solution. Two alternatives are: (1) After solving the first LP corresponding add the integer part of n_{ij} for all circuits with $n_{ij} \geq 1$ and continue the process as usual; (2) at each step add the circuit with the largest n_{ij} . These modifications leads to slightly different algorithms and for large and complex systems they will provide different solutions.

4. Heuristic algorithm for the multi-stage planning - CHM

The constructive heuristic algorithm for the static planning can be extended to the multi-stage planning using the same approach for transportation model presented in [3]. In multi-stage planning the planning problem for different stages must be solved in an integrated way. In this section, we present a extension of previous CHA to the multi-stage planning. The critical point of a CHA for the multi-stage planning is the choice of sensitivity indicator. The proposed CHA for multi-stage planning using HLM assumes following form:

1. Consider base topology as current topology and use the hybrid linear model. Make current stage $k = 1$.
2. Solve the LP corresponding problem (12) for current topology. If $n_{ij}^k = 0 \forall (i, j) \in \Omega$ then addition phase in stage k is over. A local search procedure must be implemented, go to step 4. Otherwise, go to step 3.
3. Use a sensitivity indicator for finding the most attractive circuit in stage k . Update current topology with chosen circuit and go to step 2.
4. Execute step 4 of BCH algorithm for stage k . Therefore, circuits that have not been removed represent addition proposal to stage k . Go to step 5.
5. Update $k = k + 1$ and go to step 2.

In step 2, the algorithm solves a LP for current topology. The LP is slightly different from problem (12) because of additions, which must be taken into account separately. As a consequence, the conventional multi-stage planning solves following LP in step 2:

$$\begin{aligned} \min v &= \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \\ \text{s.t.} & \\ S^0 f^{ot} + S^t f^t + S^{it} f^{it} + g^t &= d^t \\ f_{ij}^{ot} - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^t - \theta_j^t) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} |f_{ij}^{ot}| &\leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \\ |f_{ij}^{it}| &\leq \left[\sum_{m=1}^t n_{ij}^{im} \right] \bar{f}_{ij} \\ |f_{ij}^t| &\leq n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g^t \leq \bar{g}^t \\ 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\ \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{to} + n_{ij}^t] &\leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t &\geq 0 \\ \theta_i^t, f_{ij}^{ot}, f_{ij}^{it}, \text{ and } f_{ij}^t &\text{ unbounded} \\ \forall (i, j) \in \Omega, t = 1, 2, \dots, T. \end{aligned}$$

n_{ij}^{im} is the number of circuits added in stage $t = m$ by proposed iterative CHA.

If modified algorithm for hybrid model is used in step 2 of the algorithm, the LP becomes:

$$\begin{aligned} \min v &= \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \\ \text{s.t.} & \\ S^0 f^{ot} + S^t f^t + S^{it} f^{it} + g^t &= d^t \\ f_{ij}^{ot} - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^t - \theta_j^t) &= 0 \\ |f_{ij}^{ot}| &\leq (n_{ij}^o + \sum_{m=1}^t n_{ij}^{om}) \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega_o \\ |f_{ij}^{it}| &\leq \left[\sum_{m=1}^t n_{ij}^{im} \right] \bar{f}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in \Omega_{it} \\ |f_{ij}^t| &\leq n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g^t \leq \bar{g}^t \\ 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\ \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{to} + n_{ij}^t] &\leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t &\geq 0 \\ \theta_i^t, f_{ij}^{ot}, \text{ and } f_{ij}^t &\text{ unbounded} \\ \forall (i, j) \in \Omega, t = 1, 2, \dots, T. \end{aligned} \quad (18)$$

where n_{ij}^{im} and n_{ij}^{om} represent circuits inserted in stage $t = m$ in new paths (not belonging to the base topology) and the circuits inserted in base topology existing paths respectively. Ω_{it} represents the set of new paths in which new circuits have been added in stage t .

Step 2 have to be analyzed in detail considering two basic aspects: (1) the addition logic, and (2) the use of a sensitivity indicator. The problem that appears to be solved in first place is the transmission capability of initial stages. In other words, the algorithm per-

forms all necessary circuit additions in order to make the first stage in adequate operation conditions, then goes to stage 2, and so on, until the last stage is reached. This methodology represents the most logical one and was employed in [3] due to the fact that the firstly added circuits work in the next stages, therefore they reduce the need for more investments in next stages.

The proposed sensitivity indicator identifies the most attractive circuit in path (i, j) with $n_{ij} \neq 0$ in stage k as the circuit that carries the largest amount of power flow considering all circuits added by LP subroutine for all stages $t \geq k$. Consequently, for each path with $n_{ij}^k \neq 0$ we find $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$, where f_{ij}^{k+1} is the power flow in path (i, j) in stage $k+1$. All these values become available through LP solution.

Other alternative formulations of CHA can be implemented for multi-stage planning. One option consists in performing a local optimization (step 4), after finishing the addition process in all stages. It must be observed that circuit removal phase in the proposed CHA comes at the end of each planning stage. Another option is to change the sensitivity index. For example, in stage k , the most interesting path could be a path with $n_{ij}^k \neq 0$ and with the largest value of $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$.

There are others CHA employed in the transmission system planning that present good performance, some of them were presented in [5, 6, 7, 8, 9]. In principle, these algorithms can be extended to the multi-stage planning.

5. Tests with proposed algorithm

The proposed algorithm was implemented using FORTRAN programming language and MINOS 5.3 was employed as a LP subroutine. Only two systems, which are known in specialized literature, were tested and partial results are presented in detail.

5.1 Brazilian 46-Bus Southern System

The southern system presented in figure 1 has 46 buses, 79 circuits and 6880 MW of demand. The data consists of static planning [3]. For this system, the planning is considered with generation redispatch only.

The proposed algorithm finds following topologies:

1. Planning with HC1 algorithm: $v = 86,194,000$ US\$
 $n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1, n_{06-06} = 1, n_{21-25} = 1,$
 $n_{24-25} = 1, n_{05-06} = 2.$
2. Planning with HC2 algorithm: $v = 87,617,000$ US\$
 $n_{19-21} = 1, n_{20-23} = 1, n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1,$
 $n_{06-06} = 1, n_{05-06} = 1.$

Tables 1 and 2 presents solution process through iterations. v_{LP} is the investment given by LP and v is the partial investment resulted from additions provided by the program. The addition sequence provided by hybrid algorithm presented in table 1 is the following: $n_{20-21}, n_{42-43}, n_{05-06}, n_{46-06}, n_{20-21}, n_{24-25}, n_{05-06}$ and n_{21-25} . The algorithm converges after solving 15 LPs and no circuits are removed in phase 2.

Table 1: Hybrid algorithm - HC1

Iter	Addition by LP	v_{LP}	v
1	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 1.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{05-06} = 0.235$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-25} = 0.249$ $n_{05-06} = 0.777$	41018.3	0
2	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 0.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{05-06} = 0.233$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-25} = 0.249$ $n_{05-06} = 0.777$	32840.3	8178
3	$n_{13-18} = 0.544, n_{20-21} = 0.382$ $n_{06-06} = 0.231, n_{25-32} = 0.107$ $n_{24-25} = 0.249, n_{05-06} = 0.770$	25420.4	16356
4	$n_{13-18} = 0.332, n_{20-21} = 0.382$ $n_{05-06} = 0.300, n_{19-25} = 0.024$ $n_{25-32} = 0.083, n_{24-25} = 0.249$	17779.0	24534
5	$n_{20-21} = 0.382, n_{19-25} = 0.107$ $n_{24-25} = 0.250, n_{05-06} = 0.358$	12133.1	40539
6	$n_{21-25} = 0.035, n_{25-32} = 0.056$ $n_{24-25} = 0.249, n_{05-06} = 0.178$	6309.1	48717
7	$n_{21-25} = 0.035, n_{25-32} = 0.056$ $n_{05-06} = 0.176$	4270.4	56895
8	$n_{21-25} = 0.075$	1579.5	65073
9		0	86194

The sequence of circuits additions performed by modified hybrid algorithm shown in Table 2 is the following: $n_{20-21}, n_{42-43}, n_{05-06}, n_{06-06}, n_{20-21}, n_{05-06}, n_{20-23}$ and n_{19-21} . The algorithm converges after solving 16 LPs and removing one circuit n_{5-6} at phase 2.

It should be noticed that the optimal solution for the analyzed system considering the DC model is of $v = 72,780,000$ and $v = 53,183,000$ for hybrid model [1]. The optimal solution for hybrid model is formed by circuits determined by HC2 algorithm (Table 2) except circuit n_{19-21} .

Observing the results obtained by hybrid algorithm, it is important to mention following aspects: (1) The algorithm is able to find the optimal topology of hybrid model, (2) the algorithm performs optimal additions during 5 iterations and a deviation occurs at iteration 6 with the addition of circuit n_{24-25} , (3) when a wrong circuit is chosen, all circuits identified by LP present values below 0.25 and (4) the topology found is feasible for DC model.

Table 2: Modified hybrid algorithm - HC2

Iter	Addition by LP	ULP	v
1	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 1.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{06-08} = 0.233$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-26} = 0.249$ $n_{05-06} = 0.777$	41018.3	0
2	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 0.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{06-08} = 0.233$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-26} = 0.249$ $n_{06-08} = 0.777$	32840.3	8178
3	$n_{13-18} = 0.544, n_{20-21} = 0.382$ $n_{06-08} = 0.231, n_{25-32} = 0.107$ $n_{24-26} = 0.249, n_{05-06} = 0.770$	25420.4	16356
4	$n_{13-18} = 0.332, n_{20-21} = 0.382$ $n_{06-08} = 0.300, n_{25-32} = 0.075$ $n_{24-26} = 0.249$	17784.1	24534
5	$n_{20-21} = 0.382, n_{19-25} = 0.107$ $n_{24-26} = 0.250, n_{06-08} = 0.358$	12135.9	40539
6	$n_{25-32} = 0.075, n_{24-26} = 0.249$ $n_{06-08} = 0.252$	8087.1	48717
7	$n_{20-23} = 0.357, n_{24-26} = 0.089$	3727.0	58895
8	$n_{19-21} = 0.016$	521.1	63163
9		0	95795
	Remove one circuit of n_{05-06}		87617

Considering results given by modified hybrid algorithm, following aspects have to be mentioned: (1) The modified algorithm cannot find the optimal solution of hybrid model because of circuits that are added in parallel to the existing ones must follow Kirchhoff's Second Law, (2) the algorithm performs optimal additions until iteration number 8 when only circuit n_{19-21} remains with value 0.016, (3) additions executed until iteration 8 are optimal for hybrid linear model and for DC model. Moreover, although optimal solution for hybrid linear model have been found, the algorithm indicates the need for a new circuit due to KVL, which must be followed (4) in the last step there is a erroneous choice of a circuit indicated by LP, which has a insignificant value, and (5) finally, the final topology is feasible to DC model.

5.2 Brazilian North-Northeastern System

The system has 87 buses, 183 circuits and 29748 MW of load for the entire planning horizon. The system data are in [1] and the available data permits a planning without generation rescheduling and a multi-stage planning with two stages. The system is very complex and the optimal solution is unknown. We consider 1998 as the base year and Plan P1 in 2002, and Plan P2 in 2008. Con-

sequently, the needed circuits for 2002 are considered as costs of 1998 (original values) and the needed circuits in 2008 are considered as being built in 2002 and their costs are updated for the base year.

Considering plans P1 and P2 separately, the hybrid algorithm finds following topologies:

• Plan P1: $v = 1,403,980,000$ US\$

$n_{02-87} = 2, n_{03-83} = 1, n_{03-87} = 2, n_{06-56} = 1,$
 $n_{08-58} = 1, n_{06-68} = 1, n_{08-87} = 1, n_{10-11} = 1,$
 $n_{13-15} = 3, n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 3, n_{16-44} = 3,$
 $n_{16-61} = 2, n_{18-50} = 6, n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1,$
 $n_{22-58} = 1, n_{24-42} = 1, n_{25-55} = 1, n_{26-29} = 1,$
 $n_{27-53} = 1, n_{36-46} = 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 2,$
 $n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{48-49} = 1, n_{49-50} = 2,$
 $n_{52-59} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1, n_{61-85} = 2,$
 $n_{67-68} = 1, n_{68-69} = 1, n_{68-83} = 1, n_{72-73} = 1,$
 $n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1.$

• Plan P2: $v = 2,593,585,000$ US\$

$n_{01-02} = 1, n_{02-60} = 1, n_{04-06} = 2, n_{04-68} = 1,$
 $n_{04-81} = 4, n_{06-56} = 1, n_{06-58} = 3, n_{06-60} = 1,$
 $n_{06-87} = 1, n_{12-15} = 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 4,$
 $n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 4, n_{18-48} = 1, n_{15-46} = 1,$
 $n_{16-44} = 6, n_{16-61} = 1, n_{18-50} = 11, n_{18-74} = 6,$
 $n_{21-57} = 2, n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1, n_{25-55} = 4,$
 $n_{26-54} = 1, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1, n_{36-46} = 2,$
 $n_{39-86} = 2, n_{40-45} = 2, n_{41-64} = 2, n_{42-44} = 2,$
 $n_{43-55} = 2, n_{43-58} = 3, n_{49-50} = 5, n_{52-59} = 1,$
 $n_{53-86} = 1, n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1,$
 $n_{61-85} = 2, n_{67-71} = 1, n_{68-69} = 1, n_{68-83} = 1,$
 $n_{71-83} = 1, n_{72-73} = 2, n_{72-83} = 2, n_{73-74} = 2,$
 $n_{81-83} = 2.$

In plan P1 the algorithm converges after solving 102 LPs removing 3 circuits in phase 2. On the other side, plan P2 converges after solving 151 LPs without removing any circuits in phase 2.

In the multi-stage planning problem, the best topology found with this approach is the following:

• Stage P₁: 1998-2002: $v_1 = 1,567,942,000$

$n_{02-60} = 1, n_{02-87} = 1, n_{04-06} = 1, n_{04-81} = 1,$
 $n_{06-56} = 1, n_{06-58} = 2, n_{06-60} = 1, n_{13-15} = 2,$
 $n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 2, n_{16-44} = 3, n_{18-50} = 6,$
 $n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1, n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1,$
 $n_{25-55} = 2, n_{26-54} = 1, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1,$
 $n_{36-46} = 1, n_{39-86} = 2, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1,$
 $n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{48-49} = 1, n_{49-50} = 2,$
 $n_{52-59} = 1, n_{53-86} = 1, n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1,$
 $n_{61-85} = 2, n_{61-86} = 1, n_{63-64} = 1, n_{67-69} = 2,$
 $n_{67-71} = 2, n_{68-83} = 1, n_{69-87} = 1, n_{71-72} = 1,$
 $n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1.$

• Stage P₂: 2002-2008: $v_2 = 1,172,820,000$

- [3] R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; E. Asada: "Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning", artigo submetido a revista de nível internacional.

Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning

R. Romero - C. Rocha - J. Mantovani - E. Asada

Abstract: In this work we analyze the theoretical aspects of the algorithm proposed by Villasana-Garver-Salon to the transmission system long-term planning. The algorithm employs the hybrid model. Nonetheless, it is able to find a feasible solution for the dc model. The algorithm is extended to multi-stage planning, tests and a critical evaluation are carried out for the most known systems in the specialized literature.

Key-words: Relaxed optimization models, network expansion planning, hybrid models, dc model, constructive heuristic algorithms, multi-stage planning.

1 Introduction

The transmission system expansion problem consists of finding the optimal expansion plan of the electrical system, i.e., it must define the number and location of transmission lines and/or transformers in order for secure and economical operation in a specified planning horizon. The problem data are: system's base year topology, candidate circuits, generation and demand forecast for the planning horizon, investment constraints, etc. In the static planning, there is only one planning horizon and a generalization is the multi-stage planning, where the horizon is split up into various stages. This work analyzes the constructive heuristic algorithm proposed by Villasana, Garver and Salon [1] to the static transmission expansion planning. The adopted planning model is centralized, nevertheless, open market constraints could be incorporated to the model as proposed in [2]. The planning problem is usually represented by a model called dc model, which is a non-linear mixed integer problem (NLMIP), hard to solve for large scale systems. There are other approaches such as those based on relaxed versions of dc model, for instance the transportation model and hybrid models. The constructive heuristic algorithm presented in [2], which works with a hybrid model and generates good feasible topology to the dc model will be addressed. Moreover, a critical evaluation is performed and an extension to multi-stage planning is proposed. Further details concerning mathematical modeling of transmission planning problem can be found in [3].

When the power grid is represented by the dc power

flow model, the mathematical model of transmission expansion static planning problem is formulated as follows:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.t

$$Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer; } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{, unbounded}$$

$$(i,j) \in \Omega$$

where c_{ij} , γ_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} and $\bar{f}_{ij}$ represent, respectively, the cost of a circuit added to right-of-way $i-j$, the susceptance of the circuit, the number of circuits added in right-of-way $i-j$, the number of circuits in the base case, the power flow and the corresponding maximum power flow in right-of-way $i-j$. v is the investment, S is the transposed branch-node incidence matrix, f is a vector with elements f_{ij} , g is a vector with elements g_k (generation in bus k) whose maximum value is $\bar{g}$, $\bar{n}_{ij}$ is the maximum number of circuits added in right-of-way $i-j$ and Ω is the set of all right-of-ways.

Constraint (2) represents the conservation of power in each node. This constraint models Kirchhoff's Current Law (KCL) in the equivalent dc network. Constraint (3) is an expression of the Ohm's Law for the equivalent dc network. Therefore Kirchhoff's Voltage Law (KVL) is implicitly taken into account and these constraints are non-linear.

The most known methodologies for solving the transmission planning problem can be joined into three groups: (1) Constructive heuristic algorithms, (2) classic optimization algorithms, e.g., Benders decomposition and branch-and-bound approaches (3) meta-heuristics such as simulated annealing (SA), genetic algorithms (GA), tabu search (TS), GRASP, etc.

This work represents part of a revision process of the mathematical modeling used in long-term transmission planning and also a revision of constructive heuristics

applied to these models. We analyze the theoretical concepts and performance of the heuristic algorithm proposed by Villasana-Garver-Salon (VGS) and the extension to the multi-stage transmission planning problem is also proposed. A special feature of the VGS algorithm is that although hybrid linear model is employed in the optimization method, it finds a feasible topology to the dc model. This property is a consequence of the way the constructive algorithm is built and the advantages and disadvantages of this method will be analyzed in this paper.

2 The hybrid linear model and multi-stage planning

The hybrid linear model (HLM) is employed in the VGS algorithm for calculation of sensitivity index used to determine the circuit to be added in the electrical system at each step of constructive heuristic algorithm (CHA). We call as hybrid linear model any model whose set of circuits obeys the Kirchhoff's First Law only. In this context, the hybrid linear model employed in the VGS algorithm assumes the following form:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (5)$$

s.t.

$$Sf + S^o f^o + g = d \quad (6)$$

$$f_{ij}^o - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_o \quad (7)$$

$$|f_{ij}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_o \quad (8)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (9)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer; } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

S^o is the transpose incidence node-branch matrix formed by circuits and buses of base topology; f^o is the vector of power flow through the circuits of the base topology with elements f_{ij}^o ; S is the transpose incidence matrix of the entire system and f is the vector of power flows through added circuits with elements f_{ij} . Ω_o represents base case circuit indices and Ω the set with indices of all circuits.

In the hybrid model, power flows through circuits which belongs to the base case are represented separately from flows of added circuits. For example, consider a circuit that connects path $i-j$ in the base case and the optimization process adds a circuit in parallel. Flows in the old circuit (previous configuration) is represented by f_{ij}^o and in the new circuit is represented by f_{ij} . It implies that the values can be different among them. In this

model, only circuits of the base topology must follow the KVL and this requirement is represented by constraint (7). When this condition is imposed, we affirm that the hybrid model is linear.

The proposed HLM is a mixed integer linear problem, and it is possible to find solutions for systems with small and medium complexity using a branch-and-bound algorithm as presented in (4). However, with large scale problems with high complexity, the branch-and-bound algorithms demands a prohibitive computation time. The advantage in using the HLM is that its is easier to solve than the dc model but the solution may stay far from dc model's optimal solution. However, infeasibilities tend to be less than those found by transport model.

In the HLM is expected that the solution have to be only feasible to the HLM. In this work the HLM is employed in a different context, i.e., it is used to calculate the sensitivity index of a CHA which employs a dc model. In Villasana-Garver-Salon algorithm two fundamental concepts were considered: (1) when integrality constraints of investment variable (n_{ij}) is relaxed the HLM becomes a Linear Programming problem (LP), used to identify the most adequate circuit to be added during iterative process and, (2) each added circuit complies both Kirchhoff's Laws, thus the final solution is also feasible to dc model. Considering that the main objective of long-term planning is to determine high quality topologies for dc model, Villasana-Garver-Salon developed an algorithm that deal with dc model, solving a LP problem at each step of constructive algorithm.

The VGS algorithm for static planning can be extended to the multi-stage planning. For this case, an investment plan should be determined for the referred base year. Considering an annual discount rate of I , the present values of the investment costs and operation for the base year t_o , with a horizon of t_2 years, are the following:

$$\begin{aligned} c(x) &= (1-I)^{t_1-t_o} c_1(x) + (1-I)^{t_2-t_o} c_2(x) + \\ &\quad \dots + (1-I)^{t_2-t_o} c_T(x) \\ &= \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^T c_T(x) \end{aligned} \quad (10)$$

where

$$\delta_{inv}^t = (1-I)^{t_1-t_o}$$

Using the relations above, the multi-stage planning for the dc model assumes following formulation:

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (11)$$

s.s.

$$\begin{aligned}
 S^t f^t + g^t &= d^t \\
 f_{ij}^t - \gamma_{ij}(n_{ij}^t + \sum_{k=1}^t n_{ij}^k)(\theta_i^t - \theta_j^t) &= 0 \\
 |f_{ij}^t| &\leq (n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij}^k) \bar{f}_{ij} \quad (12) \\
 0 &\leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \\
 \sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \quad (13) \\
 n_{ij}^t &\text{ integer} \\
 \theta_j^t; \text{ and } f_{ij}^t &\text{ unbounded} \\
 \forall (i, j) \in \Omega; \quad t &= 1, 2, \dots, T.
 \end{aligned}$$

And the mathematical model for HLM assumes following form:

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (14)$$

s.s.

$$\begin{aligned}
 S^t f^t + S^0 f^0 + g^t &= d^t \\
 f_{ij}^t - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i^t - \theta_j^t) &= 0 \\
 |f_{ij}^t| &\leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \\
 |f_{ij}^t| &\leq \left(\sum_{k=1}^t n_{ij}^k \right) \bar{f}_{ij} \quad (15) \\
 0 &\leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \\
 \sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \quad (16) \\
 n_{ij}^t &\text{ integer} \\
 \theta_j^t; f_{ij}^t \text{ and } f_{ij}^0 &\text{ unbounded} \\
 \forall (i, j) \in \Omega; \quad t &= 1, 2, \dots, T.
 \end{aligned}$$

where v is the present value of the expansion cost of the system, δ_{inv}^t is the discount factor to find the present investment value in stage t . The rest of variables are the same of static planning with the addition of index t , which indicates the planning stage. It must be observed that expressions of (12), (13), (15) and (16) are the only constraints that relate variables from different stages. These constraints do not allow decoupling the problem into t independent problems.

3 Villasana-Garver-Salou heuristic algorithm

A constructive heuristic algorithm (CHA) is an iterative procedure for finding a good quality solution through step-by-step process. In the transmission expansion planning problem a circuit (transmission line or transformer) is added at each step of the process. The circuit is chosen based on a sensitivity index specified in the CHA, thus the sensitivity index plays an important role in the methodology. The iterative process stops when a high quality and feasible topology is found, i.e., there is no need for new circuit additions. The CHA is robust and converges rapidly, however for large and complex systems the obtained solutions is only of good quality but far from expected optimal topology.

In VGS algorithm the sensitivity index is defined from optimal solution of relaxed hybrid linear model. Considering that relaxing n_{ij} integrality constraint the problem becomes a LP problem, the sensitivity index is defined as the power flow through circuits with $n_{ij} \neq 0$ in the LP solution. At each CHA step, the circuit selected for addition is identified from following sensitivity index:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad n_{ij} \neq 0 \} \quad (17)$$

n_{ij} is the solution of LP problem after relaxing integrality constraints of HLM. At each step, current topology is updated (thus, current topology is formed from base case topology plus circuits added during iterative process). Another feature present in the VGS algorithm is that every circuit added in the process must comply both KCL and KVL which means a compatibility between current solution and the dc model's solution.

The VGS algorithm assumes following form:

1. Assume the base topology as current topology and use the hybrid linear model. All circuits of current topology must follow both Kirchhoff's Law, i.e., should be in set Ω_0 in (7).
2. Solve a LP for HLM using current topology. If the LP solution indicates that the system is adequately operating with the new additions, and $v = 0$, stop. A new solution for dc model have been found. Go to step 4.
3. Use a sensitivity index (17) to identify the most attractive circuit. Update the current topology with the chosen circuit, update n_{ij}^0 and Ω_0 and go to step 2.
4. Sort the added circuits in descend order of costs. Verify by using a LP, if the removal of a circuit keeps the system in adequate operation condition. If yes,

$n_{01-02} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-68} = 1, n_{04-81} = 2,$
 $n_{12-13} = 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 2, n_{15-16} = 1,$
 $n_{15-45} = 1, n_{16-44} = 3, n_{18-50} = 5, n_{18-74} = 2,$
 $n_{21-57} = 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1, n_{42-44} = 1,$
 $n_{49-50} = 2, n_{54-55} = 1, n_{54-63} = 1, n_{54-79} = 2,$
 $n_{61-64} = 1, n_{67-71} = 1, n_{72-73} = 1, n_{73-74} = 1,$
 $n_{78-79} = 1, n_{78-80} = 1, n_{80-83} = 1, n_{81-83} = 2.$

In the multi-stage planning, the algorithm converges after solving 181 LPs and removing 2 circuits from first stage's phase 2 and 7 circuits in the second stage's phase 2. The total investment is $v = 2,337,412,000$ because of circuits added in second stage have costs multiplied by 0.6561.

Finally, a test with modified hybrid algorithm was carried out considering plans P1 and P2 separately, and the following topology was found:

• Plan P1: $v = 1,409,295,000$ US\$

$n_{02-87} = 2, n_{03-83} = 1, n_{03-87} = 2, n_{05-56} = 1,$
 $n_{05-58} = 1, n_{05-68} = 1, n_{06-67} = 1, n_{10-11} = 1,$
 $n_{13-15} = 3, n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 3, n_{16-44} = 3,$
 $n_{16-61} = 1, n_{18-50} = 6, n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1,$
 $n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1, n_{25-55} = 1, n_{26-29} = 1,$
 $n_{27-53} = 1, n_{36-46} = 1, n_{36-86} = 1, n_{40-45} = 1,$
 $n_{41-64} = 2, n_{42-44} = 1, n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1,$
 $n_{48-49} = 1, n_{49-50} = 2, n_{52-58} = 1, n_{56-57} = 1,$
 $n_{61-64} = 1, n_{61-85} = 1, n_{61-86} = 1, n_{67-68} = 1,$
 $n_{68-69} = 1, n_{68-83} = 1, n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1,$
 $n_{73-74} = 1.$

• Plan P2: $v = 2,612,307,000$ US\$

$n_{01-02} = 1, n_{02-60} = 1, n_{04-05} = 2, n_{04-81} = 4,$
 $n_{05-56} = 1, n_{05-58} = 3, n_{05-60} = 1, n_{05-67} = 1,$
 $n_{12-15} = 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 4, n_{14-59} = 1,$
 $n_{15-16} = 4, n_{15-45} = 1, n_{15-46} = 1, n_{16-44} = 6,$
 $n_{18-61} = 1, n_{18-50} = 11, n_{18-74} = 6, n_{21-57} = 2,$
 $n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1, n_{25-55} = 4, n_{26-54} = 1,$
 $n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 2, n_{36-46} = 1, n_{39-86} = 2,$
 $n_{40-45} = 2, n_{41-64} = 2, n_{42-44} = 2, n_{43-55} = 2,$
 $n_{43-58} = 3, n_{49-50} = 5, n_{52-58} = 1, n_{53-86} = 1,$
 $n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1, n_{61-86} = 2,$
 $n_{67-71} = 1, n_{68-69} = 1, n_{68-83} = 2, n_{71-83} = 1,$
 $n_{72-73} = 2, n_{72-83} = 2, n_{73-74} = 2, n_{81-83} = 2.$

In P1 plan convergence is reached after solving 102 LPs and removing one circuit in phase 2. On the other hand, Plan P2 converges after solving 157 LPs and removing 3 circuits in phase 2.

In the multi-stage planning, the best topology found using the modified hybrid algorithm is the following:

• Stage P1: 1998-2002: $v_1 = 1,567,942,000$

$n_{02-50} = 1, n_{02-87} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-81} = 1,$
 $n_{05-56} = 1, n_{05-58} = 2, n_{05-60} = 1, n_{13-15} = 2,$

$n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 2, n_{16-44} = 3, n_{18-50} = 6,$
 $n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1, n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1,$
 $n_{25-55} = 2, n_{26-54} = 1, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1,$
 $n_{36-46} = 1, n_{39-86} = 2, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1,$
 $n_{43-55} = 1, n_{43-68} = 1, n_{48-49} = 1, n_{49-50} = 2,$
 $n_{52-58} = 1, n_{53-86} = 1, n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1,$
 $n_{61-85} = 2, n_{61-86} = 1, n_{63-64} = 1, n_{67-69} = 2,$
 $n_{67-71} = 2, n_{68-83} = 1, n_{69-87} = 1, n_{71-72} = 1,$
 $n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1.$

• Stage P2: 2002-2008: $v_2 = 1,176,386,000$

$n_{01-02} = 1, n_{04-05} = 1, n_{04-68} = 1, n_{04-81} = 2,$
 $n_{12-13} = 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 3, n_{15-16} = 1,$
 $n_{15-45} = 1, n_{15-46} = 1, n_{16-44} = 3, n_{16-61} = 1,$
 $n_{18-50} = 5, n_{18-74} = 2, n_{21-57} = 1, n_{40-45} = 1,$
 $n_{41-64} = 1, n_{42-44} = 1, n_{49-50} = 2, n_{54-55} = 1,$
 $n_{64-70} = 2, n_{67-71} = 1, n_{72-73} = 1, n_{73-74} = 1,$
 $n_{78-79} = 1, n_{78-80} = 1, n_{80-83} = 1, n_{81-83} = 2.$

In the multi-stage planning the algorithm converges after solving 180 LPs and removing 2 circuits from first stage's phase 2 and 1 circuit of second stage's phase 2. The total investment cost is $v = 2,339,751,000$ US\$. Although stage 1 investment being the same of conventional hybrid approach, the topologies from both methodologies become the same after stage 1's phase 2.

6. Analysis of the results

The proposed constructive heuristic algorithm for hybrid linear model finds good quality topologies for the tested systems. Considering small or medium sized systems, the two proposed CHA find quasi-optimal solutions. However, CHA's performance becomes less efficient when system complexity increases. It must be noticed that the critical phase occurs in the final stage when all $n_{ij} \neq 0$ given by LP solution are small. In this condition, the used sensitivity criterion becomes inefficient because of small $n_{ij} \neq 0$ can introduce expensive circuits when path $i-j$ is made $n_{i-j} = 1$. This problem was already observed for the CHA presented in [3]. To get round of this problem in an adequate way would represent a significant contribution to the CHA that uses the solution of relaxed model as sensitivity indicator.

The CH2 algorithm provides topologies with investment values slightly superior and this fact was expected since the topology determined by CH2 is more restrictive due to the KVL that must be applied to components added in parallel to base case circuits.

The topologies found by CHA presents many attractiveness for the present context of transmission system planning: (1) The proposed solutions became closer to DC model's optimal or sub-optimal solutions and consequently, present less load shedding than HLM's optimal solution, (2) these solutions can be used as bounds in

branch-and-bound algorithms for finding HLM's optimal solution, and (3) the topologies can be used for generating high quality initial topologies for meta-heuristic methods such as genetic algorithm, or elite topologies for tabu-search algorithm [11, 12, 13]. Additionally, a detailed bibliography of planning problem can be found in [14].

7. Conclusions

This paper presented two versions of constructive heuristic algorithm (CHA) for the hybrid linear model (HLM). The proposed algorithms were extended to the multi-stage planning in which presented excellent results. The tests showed an efficient performance of the algorithms and also the pitfalls that can occur with that kind of algorithms. The modified version (CH2 algorithm) presented superior performance and showed to be fast and robust. Finally, it is important to observe that beside its conventional use in the transmission network synthesis, the CHA is specially suited for generating good quality initial topologies for evolutive algorithms or elite topologies in tabu search meta-heuristic. Another application is the generation of excellent bounds for branch-and-bound algorithms.

References

- [1] ROMERO, R., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and HAFNER, S.: "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2002, 149, (1), pp. 482-488.
- [2] GARVER, L.L.: "Transmission network estimation using linear programming", IEEE Trans. Power App. Syst., 1970, 89, pp. 1688-1697.
- [3] ROMERO, R., ROCHA, C., MANTOVANI, M., MANTOVANI, J.R.S.: "Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems", IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. .
- [4] HAFNER, S., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and ROMERO, R.: "Specialized branch and bound algorithm for transmission network expansion planning", IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2001, 148, (6), pp. 482-488.
- [5] VILLASANA, R., GARVER, L.L., and SALON, S.J.: "Transmission network planning using linear programming", IEEE Trans. Power App. Systems, 1985, 104, (2), pp. 349-356.
- [6] MONTICELLI, A., SANTOS, Jr. A., and PEREIRA, M.V.F., Cunha, S.H., Parker, B.J., Praça, J.C.G.: "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion", IEEE Trans. Power App. Systems, 1982, 101, (10), pp. 3919-3925.
- [7] PEREIRA, M.V.F., and PINTO, L.M.V.G.: "Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, 1985, 104, (2), pp. 381-389.
- [8] LEVI, V.A., and CALOVIC, M.S.: "A New decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks", IEEE Transactions on Power Systems, 1991, 6, (3), pp. 937-943.
- [9] DECHAMPS, C., and JAMOULLE, A.: "Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks", International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 1980, 2, (2), pp. 103-108.
- [10] GALLEG0, R.A., MONTICELLI, A., and ROMERO, R.: "Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning", IEEE Transactions on Power Systems, 1998, 13, (3), pp. 822-828.
- [11] DA SILVA, E.L., GIL, H.A., and AREIZA, J.M.: "Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm", IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (4), pp. 1168-1175.
- [12] GALLEG0, R.A., MONTICELLI, A., and ROMERO, R.: "Tabu search algorithm for network synthesis", IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [13] DA SILVA, E.L., AREIZA, J.M., DE OLIVEIRA, G.C., BINATO, S.: "Transmission network expansion planning under a tabu search approach", IEEE Transactions on Power Systems, 2001, 16, (1), pp. 62-68.
- [14] LATORRE, G., CRUZ, R.D., AREIZA, J.M., VILLEGAS A.: "Classification of publications and models on transmission expansion planning", IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18, (2), pp. 938-946.

remove the circuit, otherwise keep the circuit. Repeat the process simulating circuit removal until all circuits have been tested. All added circuits that wasn't removed represent the solution of CHA.

In the original approach the VGS algorithm does not present the circuit removal phase. It is a small change inspired in the least effort algorithm presented in [5]. It should be emphasized that the fundamental aspect of VGS algorithm is related to the behavior of circuits added to the base topology during iterative process. In this case, added circuits follow both Kirchhoff's Law, creating a feasible topology to the dc model. It is also important to observe that VGS algorithm avoids solving a non-linear programming problem to the dc model which is a non-linear mixed integer problem (NLMIP).

An important issue in VGS algorithm is about sensitivity index. The LP optimal solution presents a set of variables $n_{ij} \neq 0$ which identifies the best investment proposal satisfying only KCL. Once the chosen circuit is incorporated to the system it must comply both KCL and KVL. Thus the sensitivity index may not present the desired performance as the index used in the transport model. Another option is to test different indices from [6].

Step 2 of VGS algorithm solves a LP which is slightly different from (5): During solution process step 2 of VGS algorithm for static planning assumes following form:

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.t. } & Sf + S^{o1} f^{o1} + g = d \\ & f_{ij}^{o1} - \gamma_{ij} (n_{ij}^{o1} + n_{ij}^o) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\ & |f_{ij}^{o1}| \leq (n_{ij}^{o1} + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\ & |f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & n_{ij} \geq 0 \\ & f_{ij}^{o1}; f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded} \end{aligned} \quad (18)$$

In (18), n_{ij}^1 holds the number of circuits added in path (i,j) during iterative process and Ω_1 is the set of all path (i,j) belonging to the base case and paths added during iterative process. S^{o1} is the transpose branch-node incidence matrix of the system formed by the base topology, added circuits and buses connecting the new circuits. f_{ij}^{o1} is the power flow on path $i-j$. At each algorithm's step, one element of n_{ij}^1 is modified and in the end of the process the added circuits are store in vector $n^1 = \{n_{ij}^1\}$.

4 VGS algorithm for multi-stage planning

A constructive heuristic algorithm is extended to multi-stage planning in a similar way of the approach presented for transportation model[6]. In multi-stage planning the problem should be solved in integrated form. In this section we present an extension of VGS algorithm to the multi-stage planning.

The VGS algorithm for multi-stage planning assumes following form:

1. Assume the base topology as current topology and use the hybrid linear model. Make $k = 1$. k defines the current working stage.
2. Solve LP corresponding problem of (11) for current topology. If $n_{ij}^k = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega$ then addition phase in stage k is over. Go to step 4 and initiate local search. Otherwise, go to step 3.
3. With a sensitivity index choose the most attractive circuit to be inserted in stage k . Update current topology with the chosen circuit and go to step 2.
4. Execute step 4 of static algorithm for stage k . The inserted circuits which wasn't removed represents addition proposal for stage k . Go to step 5.
5. Make $k = k + 1$ and go to step 2.

Similarly to static planning, the sensitivity index plays an important role in multi-stage planning. In step 2, the algorithm solves a LP for current topology. This LP is slightly different from Eq.(14), because the additions must be taken into account separately at each step of the algorithm. In step 2, the multi-stage planning algorithm solves following LP:

$$\begin{aligned} \text{min } v &= \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \\ \text{s.t. } & S^{to} f^{to} + S^t f^t + g^t = d^t \\ & f_{ij}^{to} - \gamma_{ij} (n_{ij}^{to} + \sum_{t=1}^t n_{ij}^t) (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \\ & |f_{ij}^{to}| \leq (n_{ij}^{to} + \sum_{t=1}^t n_{ij}^t) \bar{f}_{ij}; \quad \forall (i,j) \in \Omega_o \\ & |f_{ij}^t| \leq \sum_{t=1}^t n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\ & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \end{aligned} \quad (19)$$

$$\sum_{t=1}^T [n_{ij}^{it} + n_{ij}^t] \leq \pi_{ij}$$

$$n_{ij}^t \geq 0$$

$$\theta_k^t, f_{ij}^{to}; \text{ and } f_{ij}^t \text{ unbounded}$$

$$t = 1, 2, \dots, T.$$

n_{ij}^{it} represents the inserted circuits during the process and represents known values to the LP. n_{ij}^t represents the circuits given by LP solution.

Two aspects must be analyzed in detail in step 2: (1) the addition logic, and (2) the use of a sensitivity index. The first task in the algorithm consists of solving transmission capacity in the first stages. In other words, the algorithm execute all needed circuit additions in order to find the adequate operation conditions in the first stage. Then, it goes to the second stage and then to the next, successively, until the last stage have been processed. This procedure is more logical and was also employed in [6] because of added circuits still work in the next stages, thus reducing the need for further investments in the corresponding stages.

The proposed sensitivity index identifies the most attractive circuit for path (i, j) with $n_{ij}^k \neq 0$ at stage k by selecting the circuit that carries the largest sum of power flow considering all added circuits by LP subroutine for all stages $t \geq k$. For each path with $n_{ij}^k \neq 0$, $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$ is calculated. f_{ij}^{k+1} is the power flow over path (i, j) in stage $k+1$ resulted from contribution of all circuits added by LP subroutine. It is also possible to implement other formulations as suggested in [6] for transport model. Moreover, the multi-stage approach can be extended to others CHA, such as the ones presented in [5, 7, 8].

5 Implementation Results

The proposed algorithm was implemented with FORTRAN language and MINOS 5.3 was employed as a LP subroutine.

5.1 Garver's 6-Bus

The Garver's 6-Bus system consists of 6 buses, 15 circuits and 760 MW of demand. The system data can be found in [3, 9] for static planning. Two options of planning can be made with this system, with generation rescheduling and without generation rescheduling. Simulations with the algorithm resulted in following configurations.

1. Planning with rescheduling: $v = 130$

$$n_{2-3} = 1, n_{2-6} = 1, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 2$$

2. Planning without rescheduling: $v = 200$

$$n_{2-6} = 4, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 2$$

Tables 1 and 2 show the results iteration-by-iteration, v_{LP} is the investment provided by LP and v is the partial investment during iterative process. In the planning with generation rescheduling, the addition sequence presented in Table 1 is the following: n_{2-6} , n_{4-6} , n_{3-5} , n_{4-6} , and n_{2-3} . The algorithm converges after solving 10 LP without removing circuits in step 4. In this case the algorithm did not find optimal solution of dc model. Comparing to the optimal solution in [3], the choice error happens at iteration 1 when circuit in path 2 - 6 is chosen. The global optimal solution is $v = 110$.

Table 1: Garver's system with rescheduling

Iter	Addition by LP	v_{LP}	v
1	$n_{2-6} = 1.800, n_{3-5} = 1.200$ $n_{4-6} = 0.700$	99	0
2	$n_{2-3} = 0.188, n_{3-5} = 1.012$ $n_{4-6} = 1.500$	69	30
3	$n_{2-3} = 0.182, n_{2-6} = 0.027$ $n_{3-5} = 0.018, n_{4-6} = 0.473$	39	80
4	$n_{2-3} = 0.182, n_{2-6} = 0.027$ $n_{3-5} = 0.018, n_{4-6} = 0.473$	19	80
5	$n_{2-3} = 0.058$	1.15	110
6		0	130

In the planning without rescheduling the addition sequence (Table 2) is given by: n_{4-6} , n_{4-6} , n_{2-6} , n_{2-6} , n_{2-6} , n_{3-5} , and n_{2-6} . The algorithm converges after solving 11 LP without removing any circuit in step 4. For this case the algorithm finds the global optimal solution of dc model.

Table 2: Garver's system without rescheduling

Iter	Addition by LP	v_{LP}	v
1	$n_{2-6} = 2.137, n_{3-5} = 0.612$ $n_{4-6} = 3.313$	175.7	0
2	$n_{2-6} = 2.137, n_{3-5} = 0.612$ $n_{4-6} = 2.313$	145.7	30
3	$n_{2-6} = 2.137, n_{3-5} = 0.612$ $n_{4-6} = 1.312$	115.7	60
4	$n_{2-6} = 2.486, n_{3-5} = 0.837$	91.3	90
5	$n_{2-6} = 1.486, n_{3-5} = 0.837$	61.3	120
6	$n_{2-6} = 0.486, n_{3-5} = 0.837$	31.3	150
7	$n_{2-6} = 0.492$	14.75	170
8		0	200

5.2 Brazilian 46-Bus Southern System

This system presents 46 buses, 79 circuits and 6880 MW of demand. The available system data is for static planning only. It is possible to execute the planning with and without generation rescheduling. The execution of the algorithm provided following configurations:

1. Planning with rescheduling: $v = 95,795,000$ US\$

$$n_{19-21} = 1, n_{20-25} = 1, n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1, n_{05-06} = 2, n_{46-06} = 1.$$

2. Planning without rescheduling: $v = 166,041,000$ US\$

$$n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1, n_{46-06} = 1, n_{25-32} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-31} = 1, n_{31-41} = 1, n_{24-25} = 2, n_{40-41} = 1, n_{05-06} = 2.$$

Table 3 and 4 show the solution process for each iteration. Considering the case with generation rescheduling, the sequence of additions is the following:

$$n_{20-21}, n_{42-43}, n_{15-6}, n_{46-06}, n_{05-06}, n_{20-21}, n_{20-25}, \text{ and } n_{19-21}.$$

The algorithm converges after 15 LP without circuits removal in step 4. The optimal solution to dc model is $v = 72,870,009$ \$US. It must be observed that first 7 additions correspond to the optimal additions and a selection error occurs only in the last iteration with the addition of circuit 19-21 instead of 13-20 which is the optimal one followed by last insertion of circuit 02-05. Notice also that in the last iteration there is only one proposal of $n_{19-21} = 0.021$ given by LP, which is not relevant in terms of integrality constraint. Observe that small value of n_{ij} represents the pitfall present in all CHA based on solutions from its own relaxed models.

Without generation rescheduling the sequence of additions is the following:

$$n_{20-21}, n_{05-06}, n_{46-06}, n_{42-43}, n_{28-31}, n_{31-32}, n_{24-25}, n_{25-32}, n_{05-06}, n_{31-41}, n_{40-41}, n_{24-25}, \text{ and } n_{20-21}.$$

The algorithm converges after solving 24 LP without reaching the global optimal solution of $v = 154,420,000$ \$US. The deviation from optimal solution happens in iteration number 5 when circuit 28-31 is selected. A comparison with optimal topology indicates that the algorithm selects 8 from 16 circuits present in the optimal topology. Nevertheless, the configuration above is the best configuration found by a constructive heuristic algorithm. Notice that at iteration number 13 LP select an investment with $n_{20-21} = 0.0067$ that indicates that the algorithm would stop once the load shedding is of $w = 5.8$ MW. As a consequence, the topology represents a suboptimal solution with excellent quality.

Table 3: 46 bus system with rescheduling

Iter	Addition by LP	v_{LP}	v
1	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 1.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{05-06} = 0.235$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-25} = 0.249$ $n_{05-06} = 0.777$	41018.3	0
2	$n_{13-18} = 0.526, n_{20-21} = 0.382$ $n_{42-43} = 0.904, n_{05-06} = 0.235$ $n_{25-32} = 0.107, n_{24-25} = 0.249$ $n_{05-06} = 0.777$	32840.3	8178
3	$n_{13-18} = 0.544, n_{20-21} = 0.382$ $n_{05-06} = 0.231, n_{25-32} = 0.107$ $n_{24-25} = 0.249, n_{05-06} = 0.770$	25420.4	16356
4	$n_{13-18} = 0.332, n_{20-21} = 0.382$ $n_{05-06} = 0.300, n_{19-25} = 0.032$ $n_{25-32} = 0.075, n_{24-25} = 0.249$	17784.0	24534
5	$n_{20-21} = 0.310, n_{19-25} = 0.078$ $n_{25-32} = 0.029, n_{24-25} = 0.250$ $n_{05-06} = 0.630$	13740.9	40539
6	$n_{20-21} = 0.267, n_{21-25} = 0.058$ $n_{25-32} = 0.056, n_{24-25} = 0.259$	7226.3	48717
7	$n_{20-23} = 0.324, n_{21-25} = 0.021$ $n_{25-32} = 0.015, n_{24-25} = 0.104$	3856.8	56895
8	$n_{19-21} = 0.021$	700.9	63163
9		0	95795

5.3 Brazilian North-Northeastern System

This system consists of 87 buses, 183 circuits and 29748 MW of demand. The system data is also available in [3]. The system data allows planning with and without generation rescheduling. This system represents a benchmark in transmission planning problem, due to its high complexity and the unknown global optimal solution. Two cases were implemented, the static planning and the multi-stage planning. The base year considered is 1998, the plan P1 is for 2002 and plan P2 is for 2008. The circuits needed for 2002 are considered as investment for 1998 (they represent original values) and the circuits needed in 2008 are considered built in 2002 and their costs are updated to the base year.

Considering Plan P1 only, the CHA for static planning finds following topology:

- Plan P1: $v = 1,578,278,000$ US\$

$$n_{02-87} = 2, n_{03-53} = 1, n_{03-87} = 2, n_{04-05} = 1, n_{04-68} = 1, n_{05-56} = 1, n_{05-58} = 2, n_{06-67} = 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 2, n_{14-45} = 1, n_{14-59} = 1, n_{15-16} = 2, n_{16-44} = 3, n_{16-45} = 1, n_{16-61} = 1, n_{18-50} = 6, n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1, n_{22-58} = 1, n_{24-43} = 1, n_{25-55} = 2, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1,$$

Table 4: 46 bus system without rescheduling

Iter	Addition by LP	v_{LP}	v
1	$n_{20-21} = 0.382, n_{42-43} = 1.333$ $n_{5-46} = 0.407, n_{25-32} = 0.391$ $n_{31-32} = 0.313, n_{28-31} = 0.365$ $n_{31-41} = 0.276, n_{24-25} = 0.925$ $n_{40-41} = 0.689, n_{5-6} = 1.356$ $n_{9-10} = 0.028$	73786.8	0
2	$n_{20-21} = 0.382, n_{42-43} = 1.332$ $n_{5-46} = 0.407, n_{25-32} = 0.391$ $n_{31-32} = 0.313, n_{28-31} = 0.365$ $n_{31-41} = 0.276, n_{24-25} = 0.925$ $n_{40-41} = 0.689, n_{5-6} = 1.356$ $n_{9-10} = 0.028$	73786.8	8178
3	$n_{20-21} = 0.382, n_{42-43} = 1.333$ $n_{5-46} = 0.407, n_{25-32} = 0.391$ $n_{31-32} = 0.313, n_{28-31} = 0.365$ $n_{31-41} = 0.276, n_{24-25} = 0.925$ $n_{40-41} = 0.689, n_{5-6} = 0.356$ $n_{9-10} = 0.028$	65608.8	16356
4	$n_{20-21} = 0.280, n_{42-43} = 1.333$ $n_{25-32} = 0.389, n_{31-32} = 0.333$ $n_{28-31} = 0.365, n_{31-41} = 0.250$ $n_{24-25} = 0.925, n_{40-41} = 0.625$ $n_{5-6} = 0.764$	60004.4	32361
5	$n_{20-21} = 0.280, n_{42-43} = 0.333$ $n_{25-32} = 0.389, n_{31-32} = 0.333$ $n_{20-31} = 0.365, n_{31-41} = 0.250$ $n_{24-25} = 0.925, n_{40-41} = 0.625$ $n_{5-6} = 0.764$	51826.4	40539
6	$n_{20-21} = 0.280, n_{42-43} = 0.333$ $n_{25-32} = 0.389, n_{31-32} = 0.333$ $n_{31-41} = 0.250, n_{24-25} = 0.925$ $n_{40-41} = 0.625, n_{5-6} = 0.764$	48973.2	48358
7	$n_{20-21} = 0.280, n_{42-43} = 0.333$ $n_{25-32} = 0.389, n_{31-41} = 0.250$ $n_{24-25} = 0.925, n_{40-41} = 0.625$ $n_{5-6} = 0.764$	46628.1	55410
8	$n_{20-21} = 0.220, n_{42-43} = 0.333$ $n_{21-25} = 0.024, n_{25-32} = 0.395$ $n_{31-41} = 0.244, n_{40-41} = 0.611$ $n_{5-6} = 0.764$	38885.6	63588
9	$n_{20-21} = 0.030, n_{42-43} = 0.333$ $n_{31-41} = 0.196, n_{24-25} = 0.359$ $n_{40-41} = 0.487, n_{5-6} = 0.754$	22454.0	100697
10	$n_{20-21} = 0.028, n_{42-43} = 0.333$ $n_{31-41} = 0.195, n_{24-25} = 0.359$ $n_{40-41} = 0.487$	16233.9	108875
11	$n_{20-21} = 0.028, n_{42-43} = 0.333$ $n_{24-25} = 0.359, n_{40-41} = 0.487$	9874.6	141507
12	$n_{20-21} = 0.026, n_{24-25} = 0.033$	2909.9	149685
13	$n_{20-21} = 0.0067$	54.7	157863
14		0	166041

$$\begin{aligned}
 n_{36-46} &= 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 2, n_{43-55} = 1, \\
 n_{43-58} &= 1, n_{48-49} = 1, n_{49-50} = 2, n_{52-58} = 1, \\
 n_{54-58} &= 1, n_{54-63} = 1, n_{56-57} = 1, n_{61-64} = 1, \\
 n_{61-85} &= 2, n_{63-64} = 1, n_{67-68} = 1, n_{68-69} = 1, \\
 n_{68-83} &= 2, n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1.
 \end{aligned}$$

The CHA solves 110 LP and removes one circuit in step 4. The solution is the best known configuration obtained by a CHA for dc model. Considering Plan P2 only, the configuration found is the following:

• Plan P2: $v = 2,770,985,000$ US\$

$$\begin{aligned}
 n_{01-02} &= 1, n_{02-87} = 1, n_{04-05} = 2, n_{04-96} = 1, \\
 n_{04-68} &= 1, n_{04-81} = 3, n_{05-56} = 1, n_{05-58} = 3, \\
 n_{05-68} &= 1, n_{06-67} = 1, n_{10-11} = 1, n_{12-13} = 1, \\
 n_{12-15} &= 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 4, n_{14-45} = 1, \\
 n_{14-59} &= 1, n_{15-16} = 4, n_{15-46} = 1, n_{16-44} = 6, \\
 n_{16-81} &= 2, n_{18-50} = 11, n_{18-74} = 6, n_{21-57} = 2, \\
 n_{22-58} &= 2, n_{24-43} = 1, n_{25-55} = 4, n_{30-31} = 2, \\
 n_{30-63} &= 2, n_{35-51} = 1, n_{36-39} = 1, n_{36-46} = 3, \\
 n_{40-45} &= 2, n_{41-64} = 2, n_{43-55} = 3, n_{43-58} = 3, \\
 n_{49-50} &= 5, n_{52-59} = 1, n_{53-54} = 1, n_{54-63} = 1, \\
 n_{56-57} &= 1, n_{61-64} = 1, n_{61-85} = 3, n_{67-71} = 1, \\
 n_{68-69} &= 2, n_{68-83} = 2, n_{69-87} = 1, n_{71-83} = 1, \\
 n_{72-73} &= 2, n_{72-83} = 2, n_{73-74} = 2, n_{81-83} = 2.
 \end{aligned}$$

The CHA solves 184 LP and removes 10 circuits in step 4. Again, this topology represents the best known solution provided by CHA for dc model.

Now, considering the multi-stage planning, the CHA found the following topology:

• Stage P₁: $v_1 = 1,803,520,000$

$$\begin{aligned}
 n_{02-04} &= 1, n_{02-87} = 1, n_{04-81} = 2, n_{05-56} = 1, \\
 n_{05-58} &= 1, n_{13-14} = 1, n_{13-15} = 3, n_{14-59} = 1, \\
 n_{15-16} &= 2, n_{15-46} = 1, n_{16-44} = 3, n_{16-61} = 1, \\
 n_{18-50} &= 6, n_{18-74} = 3, n_{21-57} = 1, n_{22-58} = 2, \\
 n_{25-55} &= 2, n_{26-54} = 1, n_{27-53} = 1, n_{30-63} = 1, \\
 n_{36-46} &= 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 2, n_{48-49} = 1, \\
 n_{49-50} &= 2, n_{52-59} = 1, n_{54-55} = 1, n_{54-63} = 1, \\
 n_{54-79} &= 2, n_{56-57} = 1, n_{61-85} = 2, n_{63-64} = 1, \\
 n_{67-69} &= 1, n_{67-71} = 2, n_{68-83} = 2, n_{68-87} = 1, \\
 n_{71-72} &= 1, n_{72-73} = 1, n_{72-83} = 1, n_{73-74} = 1, \\
 n_{78-79} &= 1, n_{78-80} = 1, n_{80-81} = 1, n_{81-83} = 1.
 \end{aligned}$$

• Stage P₂: $v_2 = 1,013,744,000$

$$\begin{aligned}
 n_{01-02} &= 1, n_{04-06} = 2, n_{04-68} = 1, n_{04-81} = 2, \\
 n_{12-15} &= 1, n_{13-15} = 1, n_{15-16} = 2, n_{15-45} = 1, \\
 n_{16-44} &= 3, n_{18-50} = 5, n_{18-74} = 2, n_{21-57} = 1, \\
 n_{24-43} &= 1, n_{25-55} = 1, n_{30-31} = 1, n_{30-63} = 1, \\
 n_{35-51} &= 1, n_{36-46} = 1, n_{40-45} = 1, n_{41-64} = 1, \\
 n_{42-44} &= 1, n_{43-55} = 1, n_{43-58} = 1, n_{49-50} = 2, \\
 n_{51-52} &= 1, n_{54-63} = 1, n_{54-79} = 1, n_{58-78} = 1, \\
 n_{61-85} &= 1, n_{71-83} = 1, n_{72-73} = 1, n_{73-74} = 1.
 \end{aligned}$$

The CHA solves 195 PL and removes circuits at the end of stage 1 and 2. The resulting investment was $v = 2,468,637,000$ \$ US and the circuits added in stage P1 participate of objective function with its original values and the circuits added in stage P2 are multiplied by a factor of 0.6561.

6 Analysis of the Results

The proposed CHA finds better topologies when compared to the others CHA for the majority of tested systems. For large systems with high complexity, meta-heuristics have better performance although with high processing cost. Summarizing, the VGS algorithm presents the following relevant characteristics: (1) presents excellent performance when compared to the others CHA, (2) make little use of removal phase, specially with small and medium systems, (3) it is robust and reliable, (4) deals, without any trouble, with highly disconnected or islanded systems, (5) can be easily extended to multi-stage planning.

The topologies found by VGS have good quality and more important, they are feasible to dc model and can be used as useful tools in system planning. Moreover, these topologies possess many additional attractiveness in the present context of research in transmission system planning: (1) The topologies could be used as bounds in branch-and-bound algorithms, (2) it could be used as high quality initial topologies for tabu search, genetic algorithm meta-heuristics, and (3) could be used as elite configurations in tabu search algorithms, for instance in the implementation of path relinking. Therefore, the generated topologies by CHA represent alternatives to improve performance of meta-heuristics presented in [10, 11, 12]. Finally, more detail about mathematical modeling and optimization techniques employed in transmission system planning is presented in [13].

7 Conclusions

This work analyzed the constructive heuristic algorithm proposed by Villasana-Garver-Salon. The algorithm was extended to transmission system multi-stage planning. It was verified that the VGS algorithm is one of the most efficient constructive heuristic and the same performance was observed in both static and multi-stage planning. One important issue about the algorithm is that the topology found by a LP is of high quality and is also feasible to the dc model.

Beside the advantages of the method, it was verified that important circuits (or the circuits that have more weight than the others) compete with each other during the search phase and this fact have influences in the

final stages of the process. The values of n_{ij} provided by LP becomes too small causing difficulties to determine the best circuit. The next generation of CHA will have to deal in a efficient way with such difficulties. One alternative consists of developing a heuristic algorithm within a branch-and-bound structure which basic module is a CHA. The branching in the tree search occurs if the value n_{ij} of chosen circuit reach a limit (generally, the most important circuits provide high values) or when the chosen n_{ij} is too low from as specified value.

References

- [1] VILLASANA, R., GARVER, L.L., and SALON, S.J.: "Transmission network planning using linear programming", *IEEE Trans. Power App. Systems*, 1985, 104, (2), pp. 349-356.
- [2] FANG, R., HILL, D.J.: "A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, 2003, 18, (1), pp. 374-380.
- [3] ROMERO, R., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and HAFFNER, S.: "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 2002, 148, (5), pp. 482-488.
- [4] HAFFNER, S., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and ROMERO, R.: "Specialized branch and bound algorithm for transmission network expansion planning", *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 2001, 148, (5), pp. 482-488.
- [5] MONTICELLI, A., SANTOS, Jr. A., and PEREIRA, M.V.F., Cunha, S.H., Parker, B.J., Praça, J.C.G.: "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion", *IEEE Trans. Power App. Systems*, 1982, 101, (10), pp. 3919-3925.
- [6] ROMERO, R., ROCHA, C., MANTOVANI, M., MANTOVANI, J.R.S.: "Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems", *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 2003, 150, (5), pp. 521-526.
- [7] DECHAMPS, C., and JAMOULLE, A.: "Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 1980, 2, (2), pp. 103-108.

- [8] PEREIRA, M.V.F., PINTO, L.M.V.G.: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning". IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, 1985, 104, (2), pp. 381-389.
- [9] GARVER, L.L.: "Transmission network estimation using linear programming". IEEE Trans. Power App. Syst., 1970, 89, pp. 1688-1697.
- [10] GALLEGO, R.A., MONTICELLI, A., and ROMERO, R.: "Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning". IEEE Transactions on Power Systems, 1998, 13, (3), pp. 822-828.
- [11] DA SILVA, E.L., GIL, H.A., and AREIZA, J.M.: "Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm". IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (4), pp. 1168-1175.
- [12] GALLEGO, R.A., MONTICELLI, A., and ROMERO, R.: "Tabu search algorithm for network synthesis". IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [13] LATORRE, G., CRUZ, R.D., AREIZA, J.M., and VILLEGAS A.: "Classification of publications and models on transmission expansion planning". IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18, (2), pp. 938-946.

- [4] R. Romero; C. Rocha; J.R.S. Mantovani, I.G. Sánchez: "Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning", artigo aceito para publicação em IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution.

Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning

R. Romero - C. Rocha - J.R.S. Mantovani - I.G. Sánchez

Abstract: This work presents a novel constructive heuristic algorithm to the network expansion planning problem. The basic idea comes from Garver's work applied to transportation model, nevertheless the proposed algorithm is for dc model. Tests results with the most known systems in literature are carried out to show the efficiency of the method.

Key words: System optimization, network expansion planning, dc model, constructive heuristic algorithms.

1 Introduction

The main objective of the transmission system planning problem is to determine the optimal expansion plan of the electrical system. The planning should specify the circuits (transmission lines or transformers) that have to be built in order to guarantee the adequate operation for a specified planning horizon. The data available is: base year topology, candidate circuits, forecast generation and demand of the planning horizon, investment constraints, etc. The planning specifies the location, quantity and when the circuits should be installed. There are two types of planning: static planning, representing one single planning horizon and multi-stage planning, in which the planning horizon is divided into several stages. This work considers the static planning case only, however, the algorithm can be easily extended to the multi-stage planning. The solutions consider a centralized planning environment, however, the algorithm can be used in open market environment through addition of adequate constraints as shown in [1]. The topologies found in the long-term planning are further analyzed with short-term planning tools, such as ac power flow, stability analysis, reliability analysis, etc.

Usually, long-term transmission system planning is modeled by a mathematical model called dc model, which is a non-linear mixed integer problem (NLMIP) with high complexity, specially for large scale and real word problems. There are other alternatives to the dc models, for instance, relaxed models and hybrid models. However, this work employs the dc model.

The mathematical model for the transmission expansion static planning problem represented by dc power

flow model is formulated as follows:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ integer; } f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded}$$

$$(i,j) \in \Omega$$

where c_{ij} , γ_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} and $\bar{f}_{ij}$ represent, respectively, the cost of a circuit that can be added to right-of-way $i-j$, the susceptance of the circuit, the number of circuits added in right-of-way $i-j$, the number of circuits in the base case, the power flow and the corresponding maximum power flow in right-of-way $i-j$. v is the investment, S is the branch-node transposed incidence matrix of the system, f is a vector with elements f_{ij} , g is a vector with elements g_k (generation in bus k) whose maximum value is $\bar{g}$, $\bar{n}_{ij}$ is the maximum number of circuits that can be added in right-of-way $i-j$ and Ω is the set of all right-of-ways.

Constraint (2) represents the conservation of power in each node. This constraint models Kirchhoff's Current Law (KCL) in the equivalent dc network. Constraint (3) is an expression of Ohm's Law for the equivalent dc network and so Kirchhoff's Voltage Law (KVL) is implicitly taken into account. These equations are non-linear.

Most applied approaches in the planning problem can be classified into three groups: (1) heuristic algorithms (mostly constructive heuristics), (2) classic optimization methods and (3) meta-heuristic methods (Genetic Algorithms (GA), Tabu Search (TS), GRASP, etc).

We propose a new constructive heuristic algorithm (CHA) applied directly to the dc model. The basic issue when working directly with the dc model is the need of solving a non-linear programming (NLP) problem. As a consequence, an efficient and robust algorithm is required and this fact has represented a limitation that may possibly explain the not significant number of papers in this



2 CHA in network planning

In this section we present the fundamental components of a CHA, the most used algorithms in network expansion planning and the fundamental characteristic of the proposed CHA.

A constructive heuristic algorithm (CHA) is an iterative solution process that finds a good quality solution in a step-by-step process. In network transmission planning, a circuit (transmission line or transformer) is chosen by using a sensitivity index and added to the system at each iteration. The iterative process stops when a feasible high quality solution is found, consequently no more additions are needed. The main characteristic of a CHA is the robustness and fast convergence, however the convergence is generally only to good quality solutions.

The difference between existing algorithms is basically on the sensitivity indicator. Usually, the sensitivity indices are created based on local performance criteria, i.e., they look for the most interesting circuit and then the best circuit is added into the system. Consequently, the sensitivity index loses the context of a global optimization.

The general form of a CHA is the following:

1. Assume the base topology as current topology and choose the mathematical model.
2. Solve an LP or NLP (depending on the model) to determine parameters used in the sensitivity index for a chosen CHA and the operations conditions of the system. If the LP or NLP solution indicates that the system is adequately operating with the new additions, STOP. A new solution for the model has been found. Go to step 4.
3. Use a sensitivity index to identify the most attractive circuit. Update the current topology with the chosen circuit, go to step 2.
4. Sort the added circuits in decreasing order of costs. Verify by using an LP, whether the removal of a circuit keeps the system in adequate operation condition. If yes, remove the circuit, otherwise keep the circuit. Repeat circuit removal simulation until all circuits have been tested. All added circuits that weren't removed represent CHA's solution.

There are many CHAs in the literature and this work focuses on two types: (1) algorithms that use electrical system performance for building the sensitivity index and (2) algorithms that employ the relaxed version of their own mathematical model. Algorithms like least

Salon (VGS) algorithm [5] and the algorithm proposed in this work belong to group 2.

The least load shedding algorithm employs the sensitivity index that tries to identify the circuit that would provide the most significant reduction on the load shedding. For this case, step 2 represents an LP and operations problems are represented by load shedding. Moreover, the sensitivity index is an approximate relation, owing to the fact that the chosen circuit does not guarantee the least load shedding. It must be observed that although the chosen circuit provides a reduction in the load shedding, it does not mean that the circuit belongs to the optimal topology. All these problems are partially dealt with when the sensitivity index considers the circuit's cost.

In the least effort algorithm, the index tries to identify the circuit that would provide a better power flow distribution in the system. For this case, step 2 of the algorithm solves a linear algebraic system, which can be replaced by an LP whose operation problem would be the possible overloads in the current topology. As the previous index, it is approximate, therefore selected and inserted circuits do not guarantee the best reduction in the overloads of the system. The sensitivity index as the previous one, represents a local observation and this drawback is partially dealt with by considering the circuit's cost. An important advantage in using either the least effort algorithm or the least load shedding algorithm is that both work directly with the dc model.

Garver's algorithm works with the transportation model (TM). The TM is a relaxed version of the dc model created from elimination of equation (3), which corresponds to Kirchhoff's Second Law. The TM is a mixed integer linear problem. Basically, Garver's algorithm consists of solving the TM after relaxing the integrality of investment variable, i.e., making $n_{ij} \geq 0$ and solving the problem as an LP. Observe that the LP solution, although optimal, is not feasible to the problem, therefore Garver applied this solution as a sensitivity index for a CHA. The sensitivity index is given by:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} / \bar{f}_{ij} \mid n_{ij} \neq 0 \} \quad (5)$$

where n_{ij} is the solution given by LP after relaxing integrality of n_{ij} .

Garver's proposal represents a broad view of the solution process. At each step an LP with the current topology is solved and the operation problems are dealt by fractional circuit additions, which provide the least investment. However, the algorithm presents two problems: (1) employs the transportation model and the solutions found can be very far from solutions that satisfy

the dc model, or in other words, when the topology is tested with the dc model the load shedding can be very high; (2) when the LP solution provides too small fractionate n_{ij} (usually in the end of the process), the conversion of n_{ij} into a integer number can produce serious deviations, which means that the information provided by relaxation is deteriorated.

One of the problems above have been solved by creation of the VGS algorithm, which finds good solutions for the dc model [6]. In an elegant way, hybrid formulation is employed to identify the most important circuit at each step of the algorithm. An LP is solved after relaxing integrality constraints, and only circuits of current topology must follow both Kirchhoff's Law. Candidate circuits follow Kirchhoff's Current Law (KCL) only. In the end of the process a feasible solution to dc model is determined by solving only linear programming problems. The VGS algorithm is one of the best CHA ever proposed in the literature. Other important heuristic algorithms can be found in [5, 7].

Considering the logic employed by Garver, which consists of solving a relaxed mathematical model to identify the best circuit, we propose a constructive heuristic algorithm that works directly with the dc model. Instead of relaxed models, a non-linear programming problem (NLP) has to be solved.

3 Novel CHA for dc model

Garver's initial proposal for the transportation model (which was extended by Villaseca-Garver-Salou to work with hybrid models) can be adapted for direct use with the dc model. The basic idea consists of solving the dc model after relaxing the integrality of investment variables, i.e., if n_{ij} integer $\rightarrow n_{ij} \geq 0$, the problem becomes a NLP. Therefore, the sensitivity index given by the NLP solution can be used as an indicator of potential circuits. It is expected that this solution is more adequate than the linear approach [4, 6] since only a relaxation of integrality variables is done. The principal drawback of the method is the need for solving a NLP at each CHA step. It is known that a large-scale NLP problem is much more difficult to solve than an LP problem. We can mention two significant limitations in using such approach: (1) there are no sufficient robust programs for NLP, i.e., usually, the majority of the algorithm and software suffers from convergence problems with large and complex systems, and (2) the NLP algorithm may converge to local optimal solutions, causing deviations in the search process. Other problems related to the relaxation of integrality variables [4, 5, 6], which affect the final stages of the search process, such as occurrences of small fractional values of n_{ij} still remain.

The constructive algorithm presented in this work is summarized as follows:

1. Assume the base topology as current topology and choose the dc model.
2. Solve a NLP to determine parameters used in the sensitivity index (5). If the NLP solution indicates that the system is adequately operating with the new additions STOP. A new solution for the dc model has been found. Go to step 4.
3. Use a sensitivity index (5) to identify the most attractive circuit. Update the current topology with the chosen circuit, then go to step 2.
4. Sort the added circuits in descend order of costs. Verify by using an LP, whether the removal of a circuit keeps the system in adequate operation condition. If yes, remove the circuit, otherwise keep the circuit. Repeat the process simulating circuit removal until all circuits have been tested. All added circuits that weren't removed represent the CHA's solution.

It is worth noting that the CHA for the dc model is a particular case of algorithm presented in section 2. In step 2 the following NLP is solved:

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{i,j \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (6) \\ s.t. & \\ Bf + g &= d \\ f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^1 + n_{ij}^2) + n_{ij}(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^2 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g \leq \bar{g} \\ 0 &\leq n_{ij} + n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij} &\geq 0, f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded} \\ (i,j) &\in \Omega \end{aligned}$$

The above problem is the same of system (1) with relaxed integrality constraints, $n_{ij} \geq 0$. At each step, the algorithm adds a circuit to the current topology and the circuits are stored in vector $n^1 = \{n_{ij}^1\}$. The NLP changes only one position of vector n^1 in two consecutive iterations. That feature can be employed to initialize NLP's variables, i.e., the solution of a NLP can be used as initialization to the next NLP.

Step 4 of CHA was created with the aim to remove circuits that have been added to the system and, thereafter, have become irrelevant in the final stages of the process. The occurrence of irrelevant circuits is common to all CHA, and gets worse with large and complex systems as observed in [2, 3, 6]. Thus, in step two a verification whether the system adequately operates without one circuit is carried out. The verification can be done

by solving the same NLP (step 2), nevertheless it can be carried more efficiently with the following LP:

$$\begin{aligned} \text{Min } w &= \sum_{i,j} r_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & Sf + g + r = d \\ & f_{ij} - n_{ij}^g + n_{ij}^l (\theta_i - \theta_j) = 0 \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^g + n_{ij}^l) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq r \leq d \\ & f_{ij} \text{ and } \theta_j \text{ unbounded} \\ & (i,j) \in \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

w represents the load shedding, n_{ij} is the vector with the circuits added during the process and r is the vector with artificial generators added in each load bus. If $w = 0$, then the system is correctly operating and the circuit, which was removed in the simulation can be removed definitely. Otherwise, the circuit must stay in the system.

4 Tests with the algorithm

The algorithm was implemented using GAMS structure for solving the NLP problem at each step of the constructive algorithm. The employed GAMS structure has three NLP solvers that can be used namely, SNOPT, CONOPT and MINOS.

4.1 Garver's 6-bus system

Garver's 6-bus system consists of 6 buses, 15 circuits and 760 MW of demand. The system data can be found in [4, 8] for static planning. We analyzed the case with generation rescheduling. Simulations with the algorithm resulted in the following configuration:

- Planning with rescheduling: $v = 110$
 $n_{3-5} = 1, n_{4-5} = 3$

Table 1 presents results iteration-by-iteration, v_{NLP} is the investment provided by NLP and v is the partial investment during iterative process. In the planning with generation rescheduling, the addition sequence presented on Table 1 is the following: n_{4-5} , n_{4-6} , n_{3-5} , and n_{4-4} .

The algorithm converges after solving 5 NLPs and 2 LPs without removing circuits in step 4. The solution is global optimal. It is worth noting that the proposed CHA is the first one to achieve such solution, however with high difficulty. The solver used was SNOPT. The global optimal solution was early found by using Benders decomposition techniques and meta-heuristics.

The CONOPT and MINOS solvers incorporated to the GAMS do not find the optimal global solution, they identify only the optimal local solution of $v = 130$. For the case without generation rescheduling, both SNOPT and CONOPT find the known optimal solution of $v = 200$. The MINOS solver finds an initial solution of $v_{NLP} = 215.52$, which is greater than the global optimal solution in the first iteration, showing the difficulty of using these set of NLP solvers.

Table 1: Garver's system with rescheduling

Iter	Addition by NLP	v_{NLP}	v
1	$n_{3-5} = 0.424, n_{4-5} = 0.776$ $n_{4-6} = 2.400$	99	0
2	$n_{3-5} = 0.424, n_{4-5} = 0.776$ $n_{4-6} = 1.50$	69	30
3	$n_{3-5} = 0.424, n_{4-5} = 0.776$ $n_{4-6} = 0.50$	39	60
4	$n_{3-5} = 0.395, n_{4-5} = 0.50$	22.787	80
5		0	110

4.2 IEEE 24-bus system

The system consists of 24 buses, 41 circuits and 8650 MW of load demand and the topology is shown in figure 1. The data is available in [1] and also in the appendix of this paper. We present two from five possible tests represented by five generation plans (see appendix), i.e., the tests were carried out with generation plan G_1 and G_5 of Table 3. The first plan identified by G_1 corresponds to the case with generation rescheduling and the generation values are determined through an optimization process. The remaining correspond to cases without rescheduling, where the generation value is fixed (see Table 3). The system was also employed in [1]. All tests were carried out using GAMS and SNOPT solver, which presented the best performance in solving NLP problems for the proposed algorithm.

Considering generation plan G_1 , the CHA found the expansion plan of $v = 438,000,000$ US\$ with the following topology:

- $n_{61-65} = 1, n_{65-24} = 1, n_{65-10} = 1, n_{67-68} = 2,$
 $n_{14-16} = 1, n_{23-21} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2,$
 $n_{18-12} = 1, n_{17-23} = 1.$

The algorithm converges after solving 13 NLPs and 10 LPs without removing circuits in step 4. The sequence of additions is the following: $n_{15-17}, n_{14-16}, n_{67-68}, n_{17-23}, n_{16-17}, n_{18-12}, n_{67-68}, n_{65-24}, n_{65-10}, n_{61-65}, n_{18-24}$, and n_{23-21} .

Table 2 presents the iterative process. It is worth observing that in iteration 11 there is an investment of only 10.4 million dollars for solving the operation problem when n_{ij} is considered non-integer variable. However, the problem is solved with the addition of two circuits that demand an investment of 140 million dollars (almost 32 % of the total investment). Notice also that in the present stage the value of n_{ij} given by NLP is too small. Although the solution is better than the one found in [1], its probability of being the global optimal solution is small.

The expansion plan found for G_3 plan is $v = 218,000,000$ US\$ with the following topology:

$$\bullet \quad n_{05-10} = 1, n_{07-08} = 2, n_{12-13} = 1, n_{14-15} = 1, \\ n_{16-17} = 1, n_{20-21} = 1.$$

The algorithm converges after solving 8 NLPs and 6 LPs without removing circuits in step 4. The sequence of additions is the following: n_{07-08} , n_{07-09} , n_{20-21} , n_{14-15} , n_{16-17} , n_{05-10} , and n_{12-13} .

The topologies found present smaller investments than the ones found in [1], thus indicating the excellent performance of CHA in some applications. However in two of five tests executed in [1], the CHA presents proposals with investment values greater than [1].

This behavior takes place due to performance problems of NLP solvers and also because of deviations caused by too small n_{ij} given by NLP in the final stages of the optimization process. Another important aspect of the algorithm is that systems with low or medium complexity do not present irrelevant circuits, meaning that the removal step (step 4) is not executed, and that the algorithm has an excellent performance. The same characteristic has only been observed with Villaseca-Carmona-Solera algorithm until now.

5 Extensions for the CHA and analysis of the results

The proposed algorithm for the dc model can be easily extended to the transmission system multi-stage planning by using the same logic employed in the transportation model of [6]. The difficulty in the implementation consists of solving several NLP problems, therefore an efficient solver is needed. The NLP algorithms employed in this work, showed to be not robust and not reliable and is expected to rise with multi-stage planning, since the number of variables tend to increase considerably.

Our research group is working on the development of an interior-point algorithm for solving the non-linear problem. We expect that the algorithm will be robust and reliable enough to extend the proposed algorithm for large scale and complex problems, and also for multi-stage planning.

Table 2: 46 bus system without rescheduling

Iter	Addition by NLP	V_{NLP} 10^6 US	V 10^6 US
1	$n_{05-08} = 0.299, n_{08-24} = 0.312$ $n_{08-10} = 0.635, n_{07-08} = 2.000$ $n_{10-11} = 0.072, n_{14-15} = 0.745$ $n_{16-21} = 0.083, n_{18-24} = 0.049$ $n_{16-17} = 1.517, n_{20-21} = 0.323$ $n_{17-18} = 0.637$	190832.3	0
2	$n_{05-08} = 0.299, n_{08-24} = 0.312$ $n_{08-10} = 0.535, n_{07-08} = 2.000$ $n_{10-11} = 0.072, n_{14-15} = 0.745$ $n_{16-21} = 0.083, n_{18-24} = 0.049$ $n_{16-17} = 1.517, n_{20-21} = 0.323$ $n_{17-18} = 0.637$	163832.3	30000
3	$n_{05-08} = 0.292, n_{08-24} = 0.286$ $n_{08-10} = 0.543, n_{07-08} = 2.000$ $n_{10-11} = 0.086, n_{14-15} = 0.671$ $n_{16-21} = 0.029, n_{18-24} = 0.329$ $n_{16-17} = 0.501, n_{17-18} = 0.648$	120962.3	90000
4	$n_{05-08} = 0.282, n_{08-24} = 0.286$ $n_{08-10} = 0.545, n_{07-08} = 1.800$ $n_{10-11} = 0.096, n_{14-15} = 0.071$ $n_{16-21} = 0.029, n_{18-24} = 0.329$ $n_{16-17} = 0.501, n_{17-18} = 0.648$	104962.3	100000
5	$n_{05-08} = 0.278, n_{08-24} = 0.377$ $n_{08-10} = 0.546, n_{07-08} = 1.000$ $n_{10-11} = 0.100, n_{14-15} = 0.003$ $n_{16-21} = 0.021, n_{18-24} = 0.597$ $n_{16-17} = 0.305$	69006.06	120000
6	$n_{05-08} = 0.271, n_{08-24} = 0.399$ $n_{08-10} = 0.548, n_{07-08} = 1.000$ $n_{10-11} = 0.104, n_{14-15} = 0.015$ $n_{16-17} = 0.607$	66070.39	102000
7	$n_{05-08} = 0.263, n_{08-24} = 0.380$ $n_{08-10} = 0.531, n_{07-08} = 1.000$ $n_{10-11} = 0.097, n_{14-15} = 0.001$	47953.76	194000
8	$n_{05-08} = 0.263, n_{08-24} = 0.380$ $n_{08-10} = 0.531, n_{10-11} = 0.097$ $n_{14-15} = 0.001$	31953.76	210000
9	$n_{05-08} = 0.360, n_{08-10} = 0.599$ $n_{10-11} = 0.038, n_{14-15} = 0.132$	20837.35	260000
10	$n_{05-08} = 0.361, n_{08-10} = 0.033$ $n_{10-11} = 0.120$	18826.25	270000
11	$n_{10-11} = 0.098, n_{14-15} = 0.130$	10441.05	290000
12	$n_{10-11} = 0.009$	611.61	370000
13		0	450000

In the proposed algorithm, other sensitivity indices could be employed based on results provided by NLP, in the same way of the proposal presented in [6]. However, the main difficulty concerning performance is in the final stages of the process, where too small values of n_{ij} appear and turning this variable to integer could cause serious investment deviations. We believe that this problem can be solved by developing a constructive heuristic in a branch-and-bound structure, whose basic module is the proposed CHA. In this approach, whenever a circuit with a low n_{ij} is added (below specified limit), the other alternative with n_{ij} forced to zero should also be analyzed, then the process would continue searching for other new topologies.

The proposed CHA finds solutions with excellent quality to the dc model. With Garver's 6-bus system with generation rescheduling, global optimal solution is achieved. Notice also that for this test all other CHA present in the literature find only local optimal solutions. The algorithm also presented an excellent performance for the 24-bus system in two situations as shown before.

The found topologies can be used as solutions proposal in planning work. However, there are many applications in the transmission planning research area. The solutions can be used as bounds in branch-and-bound algorithms for finding the global optimal solution for the dc model; can be used as generators of high quality topologies for meta-heuristic methods, such as tabu search, genetic algorithms, etc; or as elite configurations, used in the implementation of path rethinking in tabu search, to name a few. Summarizing, the topologies generated by the method can be used to improve meta-heuristics [8, 10] performance. A more detailed explanation about mathematical modeling can be found in [8]. At last, a revision of the mathematical model and optimization techniques employed in transmission systems planning can be found in [11].

8 Conclusions

This paper presented a novel constructive heuristic algorithm that works directly with the dc model. The algorithm presents excellent performance for systems with low and medium complexity. The principal advantage of the algorithm is that it works directly with the solution given by the dc model with relaxed integer variables. The resulting information is of excellent quality for using as sensitivity index.

It was also observed that the main difficulty in algorithm implementation is the need for a NLP solver, which must be robust and reliable for large and complex systems and also for application to multi-stage planning.

References

- [1] FANG, R., HILL, D.J.: "A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets", *IEEE Transactions on Power Systems*, 2003, 18, (1), pp. 374-380.
- [2] PEREIRA, M.V.P., PINTO, L.M.V.G.: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1985, 104, (2), pp. 381-389.
- [3] MONTICELLI, A., SANTOS, Jr. A., and PEREIRA, M.V.P., Cunha, S.H., Pereira, E.J., Prapa, J.C.G.: "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion", *IEEE Trans. Power App. Systems*, 1982, 101, (10), pp. 3819-3925.
- [4] GARVER, L.L.: "Transmission network estimation using linear programming", *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1970, 89, pp. 1698-1697.
- [5] VILLASANA, R., GARVER, L.L., and SALON, S.J.: "Transmission network planning using linear programming", *IEEE Trans. Power App. Systems*, 1985, 104, (2), pp. 349-355.
- [6] ROMERO, R., ROCHA, C., MANTOVANI, M., MANTOVANI, J.R.S.: "Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multi-stage planning in network expansion systems", *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 2003, 150, (5), pp. 621-626.
- [7] DECHAMPS, G., and JAMOULE, A.: "Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 1980, 2, (2), pp. 103-108.
- [8] ROMERO, R., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and HAFNER, S.: "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning", *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 2002, 148, (5), pp. 482-488.
- [9] GALLEGO, R.A., MONTICELLI, A., and ROMERO, R.: "Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning", *IEEE Transactions on Power Systems*, 1998, 13, (3), pp. 827-828.
- [10] DA SILVA, E.L., GIL, H.A., and AREIZA, J.M.: "Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm", *IEEE Transactions on Power Systems*, 2000, 15, (4), pp. 1165-1175.
- [11] LATOERS, G., CRUZ, R.D., AREIZA, J.M., and VILLEGAS, A.: "Classification of publications and models on transmission expansion planning", *IEEE Transactions on Power Systems*, 2003, 18, (2), pp. 938-945.

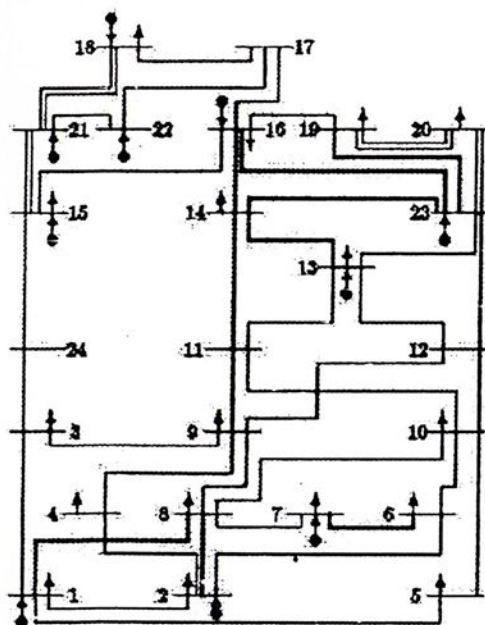


Figure 1: IEEE 24 bus system.

Table 3: Generation and load in MW

Bus	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	D
1	576	576	465	576	520	324
2	576	576	576	576	520	391
3	0	0	0	0	0	540
4	0	0	0	0	0	222
5	0	0	0	0	0	215
6	0	0	0	0	0	408
7	900	900	722	900	812	375
8	0	0	0	0	0	513
9	0	0	0	0	0	525
10	0	0	0	0	0	585
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	1773	1773	1424	1457	1599	796
14	0	0	0	0	0	582
15	545	545	545	325	581	951
16	465	465	465	282	419	309
17	0	0	0	0	0	0
18	1200	1200	1200	808	718	999
19	0	0	0	0	0	543
20	0	0	0	0	0	384
21	1200	1200	1200	951	1077	0
22	900	900	900	800	900	0
23	1980	315	963	1980	1404	0
24	0	0	0	0	0	0

Table 4: Circuit data

Bus	Bus	n_{ij}	res. (p.u.)	rest. (p.u.)	J_0 MW	c_0 10^3 US\$
1	2	1	0.0026	0.0139	175	3000
1	3	1	0.0546	0.2112	175	55000
1	5	1	0.0218	0.0845	175	22000
2	4	1	0.0328	0.1267	175	33000
2	6	1	0.0457	0.1920	175	50000
3	9	1	0.0308	0.1190	175	31000
3	24	1	0.0023	0.0639	400	50000
4	9	1	0.0258	0.1037	175	27000
5	10	1	0.0228	0.0853	175	23000
6	10	1	0.0189	0.0605	175	18000
7	8	1	0.0189	0.0614	175	16000
8	9	1	0.0427	0.1631	175	43000
8	10	1	0.0427	0.1631	175	43000
9	11	1	0.0023	0.0639	400	50000
9	12	1	0.0023	0.0639	400	50000
10	11	1	0.0023	0.0639	400	50000
10	12	1	0.0023	0.0639	400	50000
11	13	1	0.0061	0.0478	500	66000
11	14	1	0.0054	0.0418	500	58000
12	13	1	0.0051	0.0478	500	66000
12	23	1	0.0124	0.0905	500	134900
13	23	1	0.0111	0.0865	500	120000
14	15	1	0.0030	0.0089	500	54000
15	16	1	0.0022	0.0173	500	24000
15	21	2	0.0063	0.0490	500	68000
15	24	1	0.0067	0.0519	500	72000
16	17	1	0.0033	0.0289	500	36000
16	19	1	0.0030	0.0231	500	32000
17	18	1	0.0018	0.0144	500	20000
17	22	1	0.0135	0.1053	500	148000
18	21	2	0.0033	0.0289	500	36000
19	20	2	0.0051	0.0395	500	59000
20	23	2	0.0028	0.0216	500	30000
21	22	1	0.0087	0.0675	500	94000
1	8	0	0.0348	0.1344	500	35000
2	8	0	0.0328	0.1267	500	33000
6	7	0	0.0457	0.1920	500	50000
13	14	0	0.0057	0.0447	500	62000
14	23	0	0.0090	0.0520	500	66000
16	23	0	0.0105	0.0822	500	114000
19	23	0	0.0078	0.0605	500	84000



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Campus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 - Ilha Solteira - SP
www.dee.feis.unesp.br**

