

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA DE BAURU
COMISSÃO DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR DE UM SISTEMA NÃO-IDEAL,
UTILIZANDO AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO.**

Autor: Kleber Augusto Lisboa Castão

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA DE BAURU
COMISSÃO DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR DE UM SISTEMA NÃO-IDEAL,
UTILIZANDO AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO.**

Autor: Kleber Augusto Lisboa Castão
Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar

Curso: Engenharia Mecânica
Área de concentração: Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Bauru, 2008
S.P. – Brasil

**DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO
UNESP – BAURU**

Castão, Kleber Augusto Lisboa.

Análise dinâmica não-linear de um sistema não-ideal, utilizando amortecedor magneto-reológico / Kleber Augusto Lisboa Castão, 2008.
117 f. il.

Orientador: José Manoel Balthazar.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2008.

1. Amortecedor magneto-reológico. 2. Dinâmica não-linear . 3. Caos. 4. Modelo Bingham. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA DE BAURU
COMISSÃO DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado

**ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR DE UM SISTEMA NÃO-IDEAL,
UTILIZANDO AMORTECEDOR MAGNETO-REOLÓGICO.**

Autor: **Kleber Augusto Lisboa Castão**

Orientador: **Prof. Dr. José Manoel Balthazar**

Prof. Dr. José Manoel Balthazar, Presidente
IGCE / UNESP – RC

Prof. Dr. Bento Rodrigues Pontes Jr.
FEB / UNESP – Bauru

Prof. Dr. Vicente Lopes Jr,
FEIS / UNESP – Ilha Solteira

Bauru, 18 de junho de 2008.

Dedicatória

Dedico este trabalho a meus pais, grandes responsáveis por mais este objetivo alcançado, pois sem o esforço e paciência destas grandes pessoas, provavelmente este trabalho não se concretizaria. Dedico também à minha namorada e futura esposa Keila, quem dividiu comigo as dificuldades e preocupações relacionadas a esta dissertação.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me dado esta chance e muitas outras alegrias nesta minha vida.

A meus pais que se esforçaram tanto quanto ou mais do que eu nesta jornada.

Ao professor Dr. José Manoel Balthazar que acreditou em mim em momentos em que nem eu acreditava e compartilhou comigo seus conhecimentos e experiências.

Ao professor Dr. Bento Rodrigues Pontes Jr. pela grande ajuda nas dificuldades que um matemático encontrou ao trabalhar com engenharia.

Ao professor Dr. Jorge Luiz Palácios Felix pelas discussões sobre integração e modelagem, que foram muitas.

A minha namorada Keila que não se preocupou em passar finais de semana sozinha enquanto eu trabalhava nesta dissertação e que me incentivou até o ultimo momento.

E aos meus amigos da Escola Técnica Estadual “Júlio de Mesquita” que, apesar de nem sempre acreditarem que este trabalho aconteceria, agora não tem mais motivo para reclamar que os impostos que eles pagam vão para “vagabundos” que ficam o dia inteiro navegando pela internet a custas deles.

Agradeço também a CAPES pelo apoio financeiro durante este período de mestrado.

*“O sonho que se sonha só, é só um sonho,
Mas, o sonho que se sonha junto é realidade”*

Raul Seixas

Índice

Resumo	vi
Abstract	vii
Nomenclatura	viii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xv
1. Introdução	16
1.1 Sistemas Dinâmicos Não Ideais	16
1.3 Objetivos	20
1.4 Materiais e métodos	21
1.5 Descrição da Dissertação	21
2. Revisão Bibliográfica	23
2.1 Fluídos magneto reológicos e Amortecedores Semi-Ativos	23
3. Modelagem Matemática do sistema não ideal	35
3.1 Utilizando-se o modelo Bingham de amortecimento	35
3.2 Utilizando o modelo Bingham Suavizado	40
4. Resultado dos ensaios numéricos	42
4.1 Introdução	42
4.2 Resultado dos ensaios numéricos	43
4.2.1 Ensaio numéricos 1	44
4.2.1.1 Modelo Viscoso usual	44
4.2.1.2 Modelo de amortecimento Magneto reológico	50
4.2.2 Ensaio numéricos 2: Aparecimento de Caos	71
4.3 Resumo Comparativo	77
5. Conclusões	84
Referências Bibliográficas	87
Apêndice A	90

Apêndice B	92
Apêndice C	104
Apêndice D	109

Resumo

Castão, Kleber Augusto Lisboa, *Análise Dinâmica Não-Linear de um Sistema Não-Ideal, Utilizando Amortecedor Magneto-reológico.*, Bauru: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2008, 117 pp., Dissertação (Mestrado).

Nesta dissertação faz-se a análise da dinâmica não-linear de um sistema que possui preso a ele um motor de corrente contínua com potência limitada, onde são acoplados uma mola não linear e um amortecedor do tipo magneto-reológico (dispositivo que tem como fluido interno o fluido magneto-reológico). Com o objetivo de estudar e analisar a influência deste dispositivo na dinâmica do oscilador. Inicialmente apresenta-se uma breve descrição do tipo de problema estudado (sistemas não ideais) e uma revisão dos principais trabalhos que têm sido feitos tendo este dispositivo como foco de estudos. Apresentam-se os modelos utilizados para prever o comportamento destes dispositivos e também uma síntese de alguns modelos (mecânicos e matemáticos) mais elaborados e completos utilizados também para prever este comportamento. A partir daí é feita a apresentação do modelo que prevê o comportamento do amortecedor MR utilizado (modelo Bingham) e de uma suavização do mesmo, utilizada com o objetivo de melhorar o comportamento computacional do modelo inicial, junto a isso, apresenta-se a modelagem matemática do problema visando à obtenção das equações governantes do sistema. Faz-se então a análise do sistema durante a passagem pela ressonância (onde a frequência de rotação do motor CC se aproxima numericamente e passa pela frequência natural do sistema), analisando o efeito deste amortecedor durante esta passagem, analisa-se também a influência do dispositivo na evolução do Efeito Sommerfeld, um dos fenômenos intrínsecos desta classe de sistemas e também é feita uma análise do sistema em condições de movimento caótico também com o objetivo de prever o comportamento deste dispositivo, tudo isso é executado através da integração numérica das equações governantes do sistema. Para efeito de ilustração apresenta-se, também, uma pequena amostra do comportamento do sistema ideal paralelo ao estudado, também com a presença do amortecedor MR, na região de ressonância.

Palavras chave: Amortecedor magneto-reológico, Dinâmica Não Linear, Caos, modelo Bingham.

Abstract

Castão, Kleber Augusto Lisboa, Nonlinear dynamical analysis of a nonideal system, using magnetorheological damper., Bauru: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de MesquitaFilho”, 2008, 117 pp., Dissertação (Mestrado).

In this dissertation it made the analysis of the nonlinear dynamics of a system that possess to fixed it a direct-current motor with limited power, where is connected a damper of the type Magnetorheological (device that has as fluid intern the fluid Magnetorheological), with the objective to study and to analyze the influence of this device in the dynamics of the oscillator. Initially one brief description of the type of studied problem is presented (nonideal systems) and a revision of the main works that have been made having this device as focus of studies. The used models are presented to predict the behavior of these devices and also a synthesis of some models (mechanics and mathematicians) more elaborated and complete also used to predict this behavior. To continue this work, we present the model that predict the behavior of used MR damper (the Bingham Model) and a smoothing of the same, used with the objective to improve the computational behavior of the initial model and the mathematical modeling of the problem, together this, we show mathematical modeling of this problem aiming at to the attainment of the governing equations of the system. The analysis of the system it is made then during the passage for the resonance (where the frequency of DC motor it approaches numerically and crosses the natural frequency of the system), analyzing the effect of this damper during this passage, the influence of the device in the evolution of Sommerfeld Effect is also analyzed, one of the intrinsic phenomena of this classroom of systems and also is made a analyzes of the system in conditions of chaotic motions also with the objective to predict the behavior of this device, everything this is executed through the numerical integration of the governing equations of the system. For illustration effect it is presented, also, a small sample of the behavior of the parallel ideal system to the studied one, also with the presence of shock absorber MR, in the resonance region

Keywords: Magneto-rheological damper, Nonlinear Dynamics, Chaos, Bingham model.

Nomenclatura:

$\hat{k}$	coeficiente adimensional de mola não linear
$L(\dot{\theta})$	força eletro motriz
$\hat{M}$	função adimensional de características do motor
$H(\dot{\theta})$	torque resistente do motor
a	constante responsável pela aproximação da função sinal pela função tang hiperbólica
b	parâmetro adimensional de interação suporte/motor
c	parâmetro do motor relacionado à tensão aplicada
c_0	coeficiente de amortecimento viscoso linear
d	parâmetro do motor relacionado ao tipo de motor utilizado
f_d	força relacionada ao termo reológico do modelo Bingham
J	momento de inércia do motor
k_l	constante da mola linear
k_{nl}	constante da mola não linear
m	massa desbalanceada
M	massa do suporte + motor
r	excentricidade
R_a	resistência elétrica do motor
S	função de característica do motor
T	período de vibração do sistema não ideal
V_a	tensão aplicada nos terminais do motor
X	comprimento característico
x	deslocamento horizontal em dimensões físicas
z	deslocamento horizontal adimensional
α	amplitude do movimento
β	fase
χ	coeficiente adimensional ligado à tensão aplicada ao motor
δ	características adimensionais do motor
Δ	parâmetro de sintonia
ε	pequeno parâmetro adimensional responsável pelo balaço de ordem

ε_1	parâmetro adimensional ligado ao desbalanceamento do motor
γ	coeficiente adimensional ligado ao termo reológico do modelo Bingham
γ_t	coeficiente adimensional ligado ao termo reológico do modelo Bingham suavizado
ξ	coeficiente adimensional de amortecimento
η	coeficiente adimensional ligado ao desbalanceamento do motor
θ	deslocamento angular da massa desbalanceada
σ	parâmetro de sintonia

Lista de Figuras

Figura 1.1: Curvas características do motor CC

Figura 2.1: Fluido magneto reológico: (a) Antes da aplicação do campo magnético; (b) Após a aplicação do campo.

Figura 2.2: Esquema de montagem do amortecedor magneto reológico. obtido em Stanway et al. (1985, 1987).

Figura 2.3: Representação mecânica do modelo Bingham para amortecedores magneto reológicos; obtido em Stanway et al. (1985, 1987).

Figura 2.4: Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bingham. (obtido em Spencer et al. 1996).

Figura 2.5: Modelo proposto por (Gamota e Fillisko, 1991).

Figura 2.6: Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo proposto por Gamota e Filisko, (1991), (obtido em Spencer et al. 1996).

Figura 2.7: Modelo Bouc-Wen para amortecedores MR.

Figura 2.8: Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bouc-Wen, (obtido em Spencer et al. (1996)).

Figura (2.9): Modificação feita no modelo Bouc-Wen para amortecedores MR proposta por (Spencer Jr. et al, 1996).

Figura (2.10): Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bouc-Wen modificado, (obtido em Spencer et al. 1996).

Figura 3.1: Modelo real (obtido em El-Badawy (2007)) e representação física do mesmo.

Figura 4.1: (a) função sinal; (b) função Tangente Hiperbólica

Figura 4.2: Efeito Sommerfeld; modelo de amortecimento viscoso usual.

Figura 4.3: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.90$ V

Figura 4.4: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.90$ V

Figura 4.5: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.90$ V

Figura 4.6: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V

Figura 4.7: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

Figura 4.8: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V

Figura 4.9: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

Figura 4.10: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

Figura 4.11: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V

Figura 4.12: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Figura 4.13: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$.

Figura 4.14: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.90$ V

Figura 4.15: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.90$ V

Figura 4.16: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.90$ V

Figura 4.17: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V

Figura 4.18: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

Figura 4.19: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V.

Figura 4.20: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

Figura 4.21: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

Figura 4.22: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V.

Figura 4.23: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Figura 4.24: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$

Figura 4.25: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.9$ V.

Figura 4.26: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.9$ V

Figura 4.27: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.9$ V.

Figura 4.28: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V.

Figura 4.29: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

Figura 4.30: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V.

Figura 4.31: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

Figura 4.32: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

Figura 4.33: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V.

Figura 4.34: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Figura 4.35: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$

Figura 4.36: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.9$ V.

Figura 4.37: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.9$ V.

Figura 4.38: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.9$ V

Figura 4.39: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V.

Figura 4.40: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.93$ V.

Figura 4.41: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V

Figura 4.42: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V.

Figura 4.43: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.96$ V.

Figura 4.44: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V

Figura 4.45: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Figura 4.46: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 1$.

Figura 4.47: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 1.495$.

Figura 4.48: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 2.5$.

Figura 4.49: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 4$.

Figura 4.50: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 6$.

Figura 4.51: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 8$.

Figura 4.52: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 10$.

Figura 4.53: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d=0$; $\xi =0,2$, $v_a = 10$.

Figura 4.54: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d=0,2$; $\xi =0,1$, $v_a=10$.

Figura 4.55: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d=0,4$; $\xi =0,2$, $v_a=10$.

Figura 4.56: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d=0,6$; $\xi =0,3$, $v_a = 10$.

Figura 4.57: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d=1,0$, $\xi =0,5$, $v_a = 10$

Figura 4.58: (a) Plano de fase, (b) FFT. $f_d = 3,0$, $\xi =1,0$, $v_a = 10$.

Figura 4.59: Efeito Sommerfeld: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.60: Rotação do motor antes da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.61: Deslocamento do oscilador motor antes da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.62: Rotação do motor em ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.63: Deslocamento do oscilador motor em ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.64: Rotação do motor depois da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Figura 4.65: Deslocamento do oscilador motor depois da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR

Figura (A1): modelo de armadura do motor.

Figura (C1): Modelo real e representação física do modelo estudado.

Figura (C2): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\xi = 0.005616$)

Figura (C3): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.0001988988$ e $\xi = 0.0028081$)

Figura (C4): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.0011939$ e $\xi = 0.00561610$)

Figura (C5): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.00198988$ e $\xi = 0.008424$)

Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Descrição dos parâmetros.

Tabela 4.1: Expoentes de Lyapunov ($\xi = 0.005616$).

Tabela 4.2: Expoentes de Lyapunov. ($\gamma=0.0001988988$ e $\xi=0.0028081$)

Tabela 4.3: Expoentes de Lyapunov ($\gamma=\gamma_t=0.0011939$ e $\xi=0.00561610$)

Tabela 4.4: Expoentes de Lyapunov. ($\gamma=0.00198988$ e $\xi=0.008424$)

Tabela 4.5: Expoentes de Lyapunov

Tabela (C1): Parâmetros adimensionais.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é mostrar como foi desenvolvido o presente trabalho, que se insere como um dos muitos trabalhos realizados pelo grupo do Prof. Dr. José Manoel Balthazar, em Teoria de Vibrações Ideais, Não Ideais, Não Lineares e Caóticas. No decorrer deste capítulo, apresentamos as motivações deste trabalho, a importância de problemas da teoria de vibrações não lineares ideais e não ideais para posicionamento do leitor em relação a estes tipos de problema e a descrição primária dos capítulos e apêndices que compõem o trabalho.

O estudo das vibrações não lineares de estrutura flexíveis excitadas por motores de fonte de potência limitada tem grande importância na Engenharia Mecânica atual. Inicialmente estudados por Kononenko (1969), estes problemas são denominados como não ideais, e serão analisadas neste trabalho em detalhes.

Neste trabalho será analisado um problema não ideal sujeito a forças de amortecimento gerado por um amortecedor magneto reológico que, em suas equações governantes, relaciona a força através de um termo que ligado ao comportamento reológico semelhante ao modelo de atrito seco desenvolvido por Coulomb e por um termo de amortecimento viscoso usual, este conjunto é conhecido na literatura como modelo Bingham, Stanway et al. (1985, 1987), e muito divulgado, hoje em dia.

A seguir, apresenta-se alguns detalhes dos sistemas não ideais.

1.1 Sistemas dinâmicos não ideais

Pesquisando-se a bibliografia disponível é possível perceber que, na grande maioria dos problemas de engenharia, a influência do movimento do próprio sistema na sua excitação é desconsiderada no modelo matemático que representa o problema. Em muitos casos, essa simplificação não é razoável e deve-se levar em conta que a fonte de excitação, ou a própria excitação, é influenciada pela resposta do sistema.

Este fato empobrece a formulação da grande maioria dos modelos matemáticos da Teoria de Vibrações, tornando necessário estabelecer uma formulação mais realística que observe a interação entre as variáveis de controle da excitação e as variáveis de estado.

Obtemos assim um sistema vibratório não ideal, ou seja, um sistema vibratório com fonte de potência limitada. Um exemplo clássico deste tipo de sistema é o de uma viga em balanço sobre a qual um motor elétrico de corrente contínua desbalanceado, com potência limitada, está montado. Neste caso, o movimento do sistema devido à sua flexibilidade, afeta também o desempenho do motor. Este sistema dinâmico tem algumas características importantes, provenientes da interação da fonte de excitação com a estrutura, tais como:

- Presença de variações bruscas da amplitude de deslocamento da estrutura (saltos) e da frequência de excitação no caso particular em que se consideram as condições estacionárias do movimento;
- Descontinuidade da curva amplitude versus frequência;
- Dependência destes efeitos com as características eletromecânicas do motor.

Os efeitos descritos acima fazem parte de um fenômeno conhecido na literatura como efeito Sommerfeld, em homenagem ao primeiro pesquisador a observar estes fatos em seus experimentos, quando foi feito primeiro relato que se tem a respeito da interação entre um sistema oscilante e a fonte de energia, Sommerfeld (1904). Em seu experimento, constituído por um suporte e um motor elétrico acoplado a ele, o qual servia como fonte de excitação, ele observa que a velocidade do motor não era uma função suave que dependia apenas da energia inserida ao sistema. Percebe-se, portanto, que quando a amplitude atinge o seu valor máximo, na região de ressonância, o gasto de energia cresce aproximadamente o dobro. Entretanto, após a ressonância, a amplitude decresce bruscamente, enquanto a velocidade do motor cresce rapidamente. A este fenômeno atribuiu-se o nome de Efeito Sommerfeld.

Em 1969, Kononenko, em seu livro elabora um rico estudo sobre sistemas dinâmicos com fonte de potência limitada, no qual faz referência a vários trabalhos e experimentos na área. Nayfeh e Mook (1979), apresentam uma revisão deste tipo de problema até 1978 e utilizam o método da media para apresentar uma solução analítica aproximada.

Uma revisão completa de diferentes teorias sobre sistemas vibrantes não ideais é apresentada por Balthazar et al, (2003). Recentemente, a formulação de sistemas dinâmicos como não ideais tem sido explorada de forma intensiva. Bolla et al. (2007) apresenta um estudo de um problema não ideal utilizando o método das múltiplas escalas, mostrando uma serie de considerações a serem feitas ao se utilizar este método neste tipo de problemas. Dantas e Balthazar (2007) fez um estudo analítico-matemático sobre a existência e estabilidade de órbitas periódicas de um sistema não ideal. Piccirillo et al. (2008) utilizou uma técnica de controle para o estudo de um modelo não ideal com a rigidez modelada como sendo do tipo SMA (material com memória de forma).

È importante ressaltar que as equações de movimento que representam o sistema dinâmico não ideal de vibrações podem ser divididas em dois conjuntos, como esquematizado a seguir, onde considera-se que o sistema possui apenas um motor:

Primeiro conjunto de equações:

Equações dinâmicas da estrutura em x + termos de interação (em x e em θ) = equações da excitação externa, atrito ou amortecimento.

Segundo conjunto de equações:

Equações de rotação do eixo do motor (relativas ao torque e com termos em $\frac{d^2\theta}{dt^2}$) + outros termos de interação (em x e em θ) = equações características do motor (relativas ao torque e com termos em $M \frac{d\theta}{dt}$),

onde:

- x é o movimento descrito pela estrutura;
- θ é o ângulo de rotação do motor.

Observa-se o fato de que as não linearidades quadráticas presentes no termo de energia cinética que obtemos na modelagem matemática do problema aparecem devido à presença de uma fonte de energia, o motor. Nota-se que as vibrações provenientes de aceleração e desaceleração do motor elétrico são representadas pela função M , ou seja, ela representa o torque desenvolvido pelo motor elétrico e a curva característica relaciona o torque com a velocidade angular.

A cada ponto toma-se a velocidade angular do motor quando em rotação constante, formando uma curva, chamada curva característica estática, determinando o funcionamento do motor em estado estacionário. Todos os motores possuem esta família de curvas e todas elas representam a mesma relação de grandeza, mas cada uma corresponde a um valor de tensão aplicada ao motor.

Cada valor da tensão aplicada nos terminais do motor produz uma correspondente curva característica, cada uma delas relacionadas a um valor de potência constante, mas diferentes entre si. A primeira delas seria do tipo exponencial (mais próxima da realidade) e outra sendo do tipo linear para os valores da tensão, que será um dos parâmetros de controle do problema.

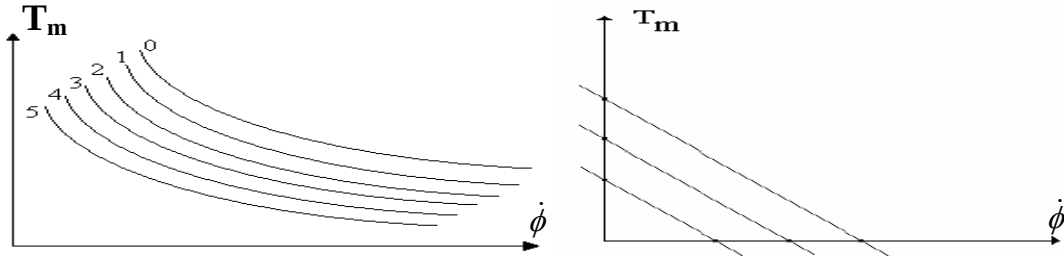


Fig 1.1: Curvas características do motor CC.

Onde $\dot{\phi}$ representa a rotação do motor e T_m o torque desenvolvido pelo mesmo.

Percebemos então que os sistemas dinâmicos modelados como não ideais possuem um grau de liberdade a mais em relação a seu equivalente ideal, referente ao movimento de rotação do motor, dependendo da quantidade de motores presentes no sistema,.

Neste trabalho adotaremos a família de curvas lineares, a mais comum na prática.

Fenômeno de passagem e captura pela ressonância

Neste item mencionam-se alguns conceitos para sistemas dinâmicos não ideais na região de ressonância, que é definida por:

$$\frac{d\theta}{dt} - \omega_0 = O(\varepsilon) \quad (1.2)$$

onde, ε é um pequeno parâmetro e, ω_0 é a frequência natural do sistema dinâmico vibratório.

Supondo-se que o sistema dinâmico, em questão, partisse do repouso, a velocidade angular $\frac{d\theta}{dt}$ do eixo do rotor cresceria até atingir a região de ressonância. Assim, dependendo das condições iniciais e dos parâmetros físicos, tais como:

- Massa desbalanceada;
- Massa do motor;
- Momento de inércia do rotor;
- Excentricidade da massa desbalanceada;
- Constantes de torque desenvolvido pelo motor.

e com o aumento da tensão aplicada nos terminais do motor, $\frac{d\theta}{dt}$ continuaria crescendo além da região de ressonância (**fenômeno da passagem pela ressonância**) ou, permaneceria próximo à frequência natural ω_0 do sistema (**fenômeno da captura pela ressonância**).

O tempo de passagem pela ressonância dependerá também das condições iniciais do sistema. O primeiro autor a sistematizar estas propriedades dos modelos matemáticos, não ideais, foi Kononenko (1969). Atualmente, uma completa revisão deste assunto, considerando o período de 1904 - 2003, pode ser encontrada em Balthazar et al. (2004, 2005), entre outros.

1.2 Objetivos

Os objetivos desta dissertação são apresentados a seguir:

- A elaboração de um modelo matemático para o sistema não ideal em estudo, consistindo de um motor de corrente contínua, acoplado a um suporte oscilante por meio de molas não lineares e um amortecedor tipo magneto-reológico;
- Realização de ensaios numéricos visando a previsão de vibrações não lineares que podem ocorrer na interação entre o oscilador e o motor de corrente contínua com a massa desbalanceada;
- Apresentar uma solução para supressão de vibrações não lineares do sistema não ideal em estudo e demonstrar as vantagens que o amortecedor MR apresenta sobre os amortecedores usuais.

- Apresentar uma solução no sentido de controlar vibrações indesejadas e movimentos caóticos

1.3 Materiais e Métodos:

Para os ensaios numéricos desta dissertação utilizou-se um computador pessoal, programas de manipulação algébrica com Maple 11, diagramas de bloco em SIMULINK e rotinas de programação em MATLAB 6.5 como:

- Integrador Adams – Bashforth – Moulton, ODE 113 do MATLAB para a integração direta das equações de movimento do sistema;
- Rotinas computacionais desenvolvidas para o Mat Lab.

1.4 Descrição da dissertação:

O desenvolvimento desta dissertação foi efetuado de acordo com a descrição abaixo:

No capítulo 1, é feita a introdução sobre o problema estudado e uma breve descrição dos sistemas modelados como sendo não ideais;

No capítulo 2 é feita uma revisão da literatura, faz-se também uma apresentação dos amortecedores magnetos reológicos, desde sua concepção até os estudos que estão sendo feitos hoje em dia e a apresentação do modelo Bingham, que descreve o comportamento de amortecedores magneto reológicos,.

No capítulo 3 apresenta-se o problema não ideal analisado e a obtenção das suas equações governantes.

No capítulo 4, apresenta-se suavização do modelo Bingham de amortecimento, chamado de modelo Bingham Suavizado juntamente com os resultado numéricos obtidos através da integração direta das equações de movimento usando o integrador Adams – Bashforth – Moulton, ODE 113 do MATLAB.

No capítulo 5, apresenta-se as principais conclusões obtidas nesta dissertação e a intenção de trabalhos futuros.

Em seguida, listam-se as principais referências bibliográficas utilizadas no decorrer desta pesquisa e os apêndices que completam o trabalho. No apêndice A, apresenta-se a modelagem matemática e a obtenção da equação que descreve as curvas características do motor CC. No apêndice B faz-se uma descrição da técnica de perturbação conhecida como Método da Média que permite encontrar uma solução analítica para o problema em que será aplicado, apresenta-se a aplicação do método para as equações obtidas neste trabalho e as dificuldades encontradas na obtenção dessas soluções. No apêndice C apresenta-se a passagem pela ressonância de um oscilador ideal sob a ação do amortecedor Magneto-reológico e no apêndice D, apresenta-se as rotinas computacionais utilizadas na obtenção dos resultados deste trabalho.

Inclui-se também a súmula curricular do autor com os principais trabalhos publicados e/ou submetidos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

Neste capítulo faz-se uma explanação sobre as propriedades dos fluídos magneto reológicos e algumas de suas aplicações no campo da Ciência da Engenharia, comenta-se também alguns trabalhos realizados nesta área no item 2.1.

2.1 Fluídos magneto reológicos (MR) e Amortecedores Semi-Ativos.

O avanço da tecnologia, a busca de conforto e controlabilidade de veículos e até a busca de isolamento ou diminuição de vibrações em estruturas de grande porte, como prédios de muitos andares, devido a fenômenos da natureza, tem motivado pesquisadores e engenheiros a desenvolver dispositivos inteligentes cada vez mais eficazes no alcance destes objetivos. Dentre estes dispositivos encontram-se os amortecedores semi-ativos, comumente usados em suspensões de veículos que requerem uma grande supressão de vibrações e em prédios onde é necessária a eliminação de vibrações devido a fenômenos da natureza.

Estes dispositivos têm sido motivo de muitos estudos sobre comportamento dinâmico e possibilidade de controle, e pela sua facilidade de manipulação e controle de resultados é que são chamados amortecedores semi-ativos.

Unsal, (2002), em sua tese de mestrado faz uma revisão bastante rica no que diz respeito a amortecedores semi-ativos, tais como amortecedores de atrito, amortecedores hidráulicos e amortecedores que apresentam comportamento reológico. Além disso, desenvolveu um estudo experimental para identificar e caracterizar o comportamento de um amortecedor, mostrando a eficácia no controle de vibrações do sistema e que alterando a força normal aplicada ao controlador piezelétrico responsável pelo controle do atrito dentro do amortecedor, as características de amortecimento do sistema são alteradas. Nota também que a amplitude da força de atrito no amortecedor não depende diretamente da frequência, comportando-se linearmente com maior dependência da tensão aplicada ao controlador piezelétrico.

A descoberta inicial de líquidos com comportamento reológico é creditada a Willis Winslow que, nos anos 40, descreve pela primeira vez os efeitos em fluídos eletro reológicos (ou fluídos ER) Winslow, (1947 e 1949). Ao mesmo tempo, em 1949, Jacob Rabinow descreve alguns líquidos de comportamento magneto reológico (ou fluídos MR). Rabinow,

(1948 e 1951) desenvolveu os primeiros dispositivos com esse comportamento. Embora estes líquidos tenham fascinado cientistas, engenheiros e inventores por quase 60 anos, seu campo de aplicação se restringe a alguns dispositivos, tais como válvulas, freios, embreagens e amortecedores, em aplicações da engenharia civil e mecânica.

Fluidos inteligentes, tais como os fluídos magneto-reológicos e eletro reológicos, exibem uma mudança visível de seu comportamento físico, gerando uma resposta desejada, quando são excitados com estímulos externos apropriados. A característica essencial dos fluídos magnetos reológicos é a sua habilidade de mudança reversível, indo de um fluído linearmente viscoso para um fluído semi-sólido e vice-versa, possuindo força e rendimento controlável em milissegundos, quando expostos a campos magnéticos.

Isto se deve ao fato de que no fluido magneto reológico, encontram-se micro partículas magneticamente polarizadas em suspensão, sensíveis à mudança do campo magnético aplicado ao pistão que o bombeia, (Spencer et al, 1996), no interior do dispositivos de amortecimento. Os fluídos reológicos, denominados também fluídos controláveis, quando livres de campos magnéticos, tem consistência de um óleo de motor. Mas quando o campo magnético é aplicado, as partículas magnetizadas adquirem um “momento dipolo” alinhado ao campo magnético, o qual força as partículas a formarem correntes lineares paralelas ao campo magnético, como mostra a Fig. (2.1).

Quando o campo magnético é aplicado, as partículas mudam a sua organização dentro do fluido (que pode ser óleo mineral ou silicone), alterando suas propriedades visco-plásticas. Esta transição de propriedades pode ser alcançada em milissegundos.

Usualmente, o diâmetro das partículas magnéticas é de 3 a 5 micron. Amortecedores MR podem ser fabricados com partículas maiores, porém a suspensão das mesmas torna-se mais difícil com o aumento do seu tamanho. Partículas menores, de 1 a 2 micron, que são mais fáceis de suspender, podem ser usadas, porém sua manufatura é mais complicada e custosa. Partículas ferro magnéticas ainda menores, estão disponíveis na forma de óxidos, tais como pigmentos utilizados em meios magnéticos de gravação, são uma possibilidade de uso na produção destes amortecedores, tornando-os completamente estáveis, pois estas partículas têm apenas 30 nanômetros de diâmetro, permitindo a construção de uma grande variedade de amortecedores, no que diz respeito ao tipo de resposta do dispositivo. Alguns estudos

mostram que os fluidos reológicos podem trabalhar numa faixa de -40° até 150°C sem perder suas propriedades de amortecimento.

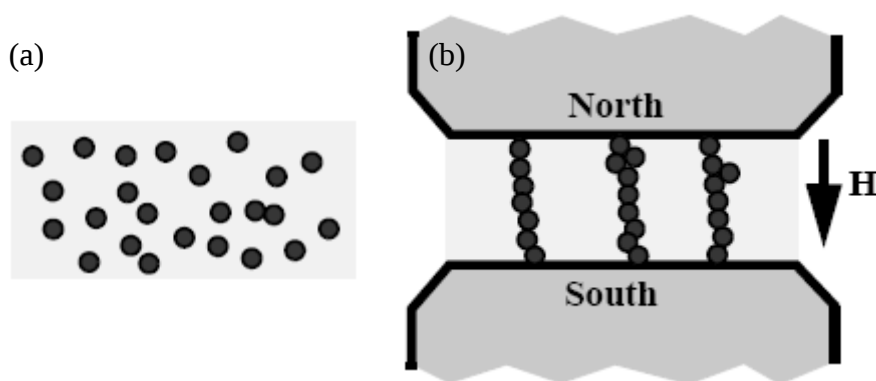


Figura 2.1: Fluido magneto reológico: (a) Antes da aplicação do campo magnético; (b) Após a aplicação do campo.

Existem basicamente dois tipos de fluídos controláveis – fluídos MR e fluídos ER. Uma primeira vantagem dos fluídos MR, origina-se da visco-plasticidade dinâmica que aparece devido à alta densidade energética que pode ser estabelecida no fluído. A densidade energética no fluído é limitada somente pela saturação magnética das partículas. Para fluidos MR baseados em partículas de aço, a densidade energética é de 0.1 Joules/cm^3 . Por outro lado, os fluidos ER são limitados somente pela tensão aplicada, mas a máxima densidade energética alcançada fica em torno de $0.001 \text{ Joules/cm}^3$. Esta é uma razão pela qual o “ponto de mudança” de propriedades do fluído MR (viscosidade elástica para viscosidade plástica e vice-versa), é bem maior do que o do fluído ER, em ordem de magnitude, mesmo assim, suas viscosidades são quase as mesmas. Resistência a esforços próximos de 100 KPa podem ser obtidas por fluídos MR, contra 2 – 5 KPa máximos atingidos pelos fluídos ER. Esta alta resistência ao esforço, permite o design de pequenos dispositivos amortecedores com uma grande faixa de funcionamento. Calson e Spencer (1996a) perceberam que a quantidade mínima de fluído ativo no amortecedor é diretamente proporcional à viscosidade plástica e inversamente proporcional ao quadrado do esforço máximo resistido.

Para efeito de comparação de desempenho mecânico, o fluido MR ativo necessário é duas vezes menor que a quantidade de fluido ER ativo necessário em dispositivos amortecedores, resultando em dispositivos MR bem menores que os ER.

Em uma perspectiva de implementação, embora as exigências de energia totais dos fluídos serem muito próximas, somente os fluidos MR podem ser facilmente controlados por fontes elétricas de baixa tensão, Calsom e Spencer (1996a), sendo controladas com baixas tensões e correntes variando na faixa de 1 – 2 amps. Fluidos ER, por outro lado, exigem tensões muito altas, na faixa entre 2000 – 5000 volts, o que não está sempre disponível em diversas situações como, por exemplo, em casos de supressão de vibrações de um edifício no momento em que acontece um terremoto, além disso, a utilização de alta tensão não é muito segura.

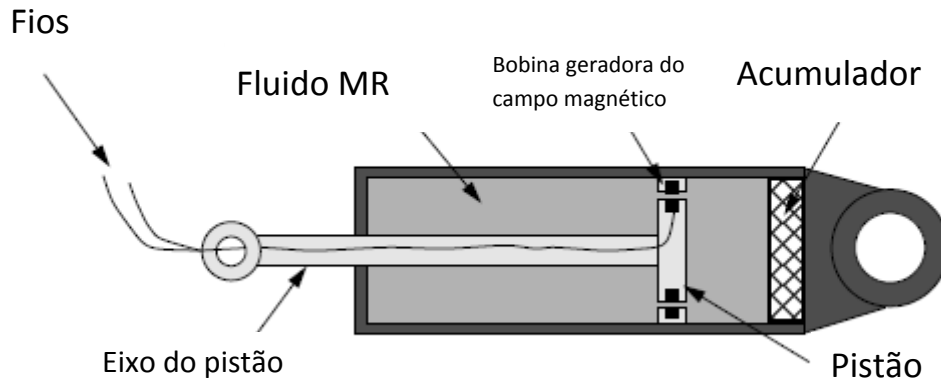


Figura 2.2: Esquema de montagem do amortecedor magneto reológico. Obtido em Stanway et al. (1985, 1987).

A resposta à tração e compressão do fluido dentro do amortecedor é dada pela seguinte formulação:

$$\zeta = \zeta_{y(campo)} + \xi \dot{\phi} \quad (2.1)$$

onde $\zeta_{y(campo)}$ é o esforço produzido pelo fluido dentro do amortecedor, quando exposto ao campo magnético e atua na direção contrária ao deslocamento do sistema, ξ é a viscosidade do fluido e $\dot{\phi}$ é a velocidade total do sistema. Baseados neste tipo de comportamento reológico do fluido, Stanway et al. (1985, 1987) propuseram um modelo mecânico-matemático para prever o comportamento destes fluidos que também é utilizado em Warminsk e Kecik, (2007), denominado modelo Bingham, um modelo mecânico composto

por um termo de amortecimento viscoso linear colocado em paralelo a um termo de amortecimento semelhante ao atrito de Coulomb.

Spencer Jr. et al, (1996) faz uma revisão de alguns modelos desenvolvidos a fim de modelar o comportamento de dispositivos MR, começando pelo modelo Bingham. (Fig. (2.3)), que é dado pela seguinte formulação:

$$F = f_d \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} \quad (2.2)$$

onde c_0 é o coeficiente de amortecimento viscoso e f_d é a força de atrito Coulomb, relativa ao esforço produzido pelo fluido. Nota-se que, caso em algum ponto a velocidade do pistão seja igual a zero, a força de atrito no sistema é igual à força aplicada.

Percebendo que este modelo não capta alguns fenômenos decorrentes deste tipo de amortecimento em velocidades muito próximas de zero, mas que em velocidades iguais a zero, o modelo matemático capta a mudança de sinal da força gerada decorrente da mudança de sinal das acelerações e deslocamentos, conclui que o modelo responde bem para análises das respostas globais do amortecedor e também caracteriza adequadamente o dispositivo para aplicações de controle.

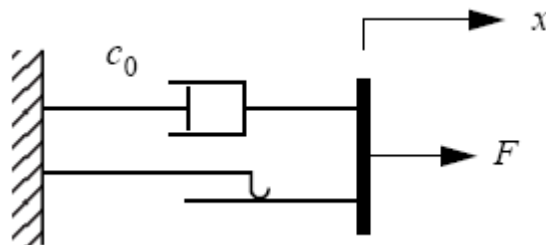
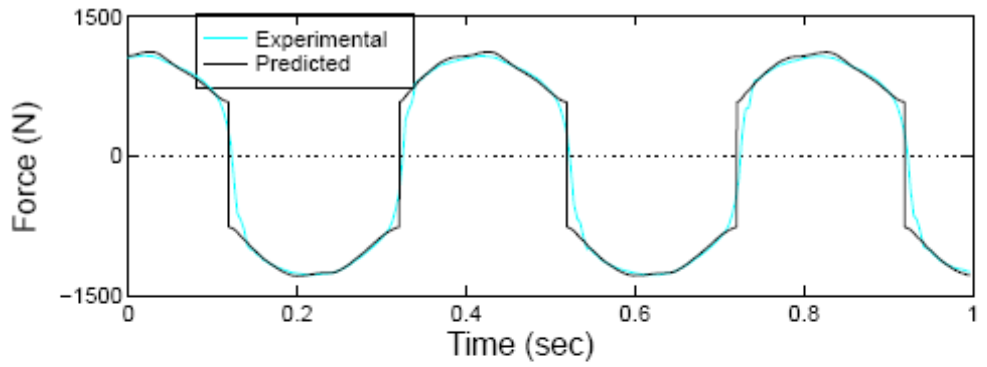
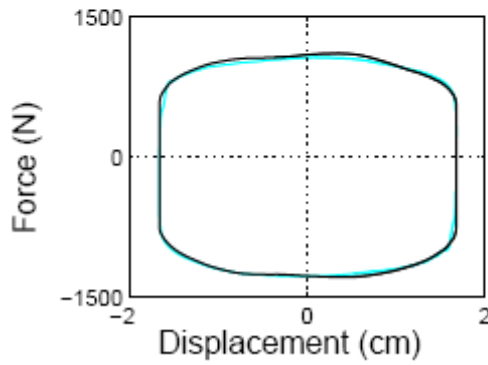


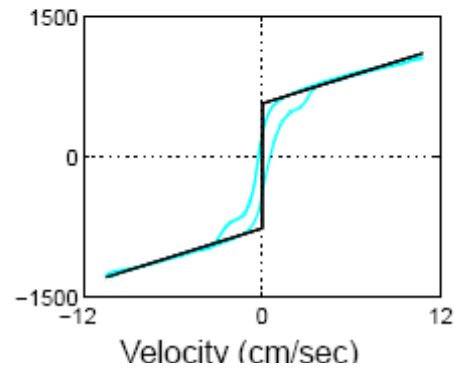
Figura 2.3: Representação mecânica do modelo Bingham para amortecedores magneto reológicos; obtido em Stanway et al. (1985, 1987).



a) Força vs. Tempo



b) Força vs. Deslocamento



c) Força vs. Velocidade

Figura 2.4: Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bingham. (obtido em Spencer et al. (1996)).

Continuando as pesquisas, em busca de um modelo que captasse todos os fenômenos recorrentes do amortecedor, Spencer Jr. et al (1996) estudaram o modelo proposto por Gamota e Filisko, (1991), que é uma extensão do modelo Bingham, sendo que o mesmo é colocado em série com um modelo de um sólido linear visco-plástico Shames e Cozzareli, (1992), Fig. (2.5), percebeu-se que as equações deste modelo captam também as respostas não lineares próximas de zero. Devido à grande dificuldade em simular estas equações, os autores utilizaram passos de integração na ordem de 10^{-6} seg, captando as resposta não linear do amortecedor e exibindo um loop histerético para velocidades nesta região, Fig. (2.6). As equações governantes deste modelo são mostradas abaixo e a representação mecânica do modelo é apresentada na figura (2.5):

$$\left. \begin{aligned} F &= k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f_0 \\ &= c_0\dot{x}_1 + f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) + f_0 \\ &= k_2(x_3 - x_2) + f_0 \end{aligned} \right\}, \quad |F| > f_c \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} F &= k_1(x_2 - x_1) + c_1\dot{x}_2 + f_0 \\ &= k_2(x_3 - x_2) + f_0 \end{aligned} \right\}, \quad |F| \leq f_c \quad (2.4)$$

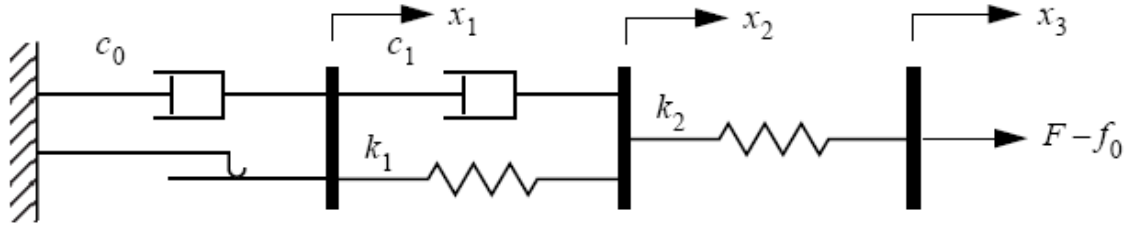
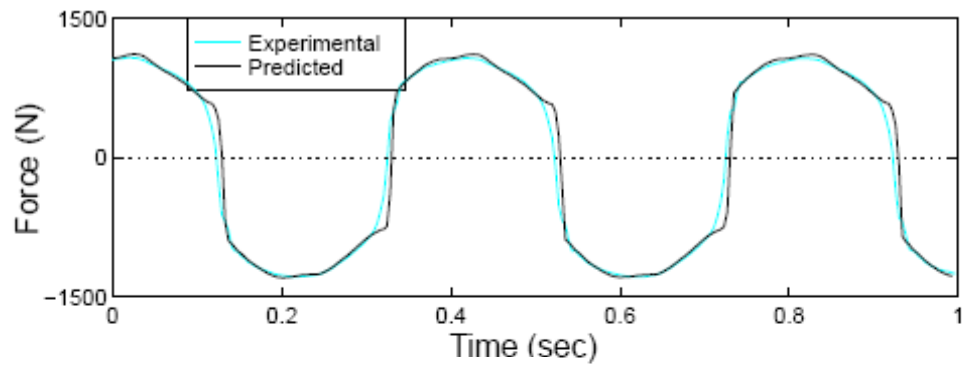


Figura 2.5: Modelo proposto por (Gamota e Fillisko, 1991).

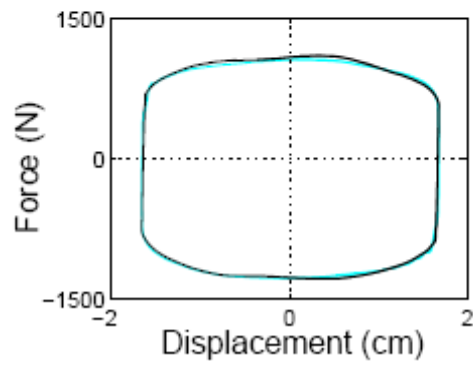
Em Fig. (2.6c) é possível perceber o loop histerético capitado em baixas velocidades.

Ainda na busca de um modelo que se aproximasse mais ainda da resposta experimental, foi adaptado a este tipo de dispositivos, o modelo Bouc-Wen (Wen, 1976), para modelar o comportamento de amortecedores magneto reológicos por ser de fácil tratamento numérico, apresentar uma grande variedade de respostas histeréticas e ser bastante versátil na modelagem de sistemas que apresentam este fenômeno. Um esquema do modelo mecânico do modelo Bouc-Wen é apresentado na Fig. (2.6).

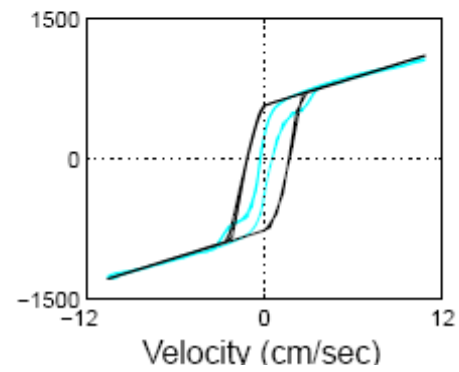
O modelo Bouc-Wen capta a resposta força vs. deslocamento do amortecedor muito bem e possui uma resposta força vs. velocidade que está bem perto da resposta experimental obtida; porém, similarmente ao modelo Bingham, ele não capta a resposta não linear do amortecedor em velocidades próximas de zero e quando a velocidade e a aceleração têm sinais diferentes; as respostas para este modelo podem ser vistas na Fig.(2.7).



a) Força vs. Tempo



b) Força vs. Deslocamento



c) Força vs. Velocidade

Figura 2.6: Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo proposto por Gamota e Filisko, (1991), (obtido em Spencer et al. 1996).

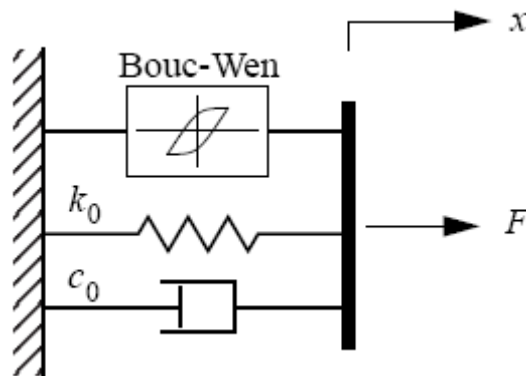
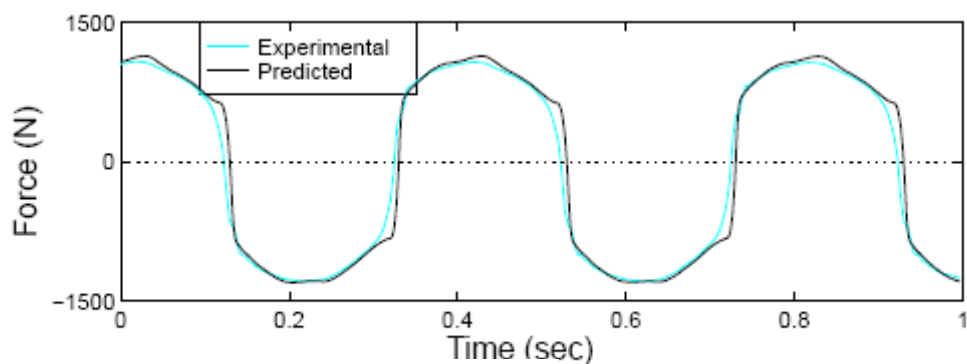
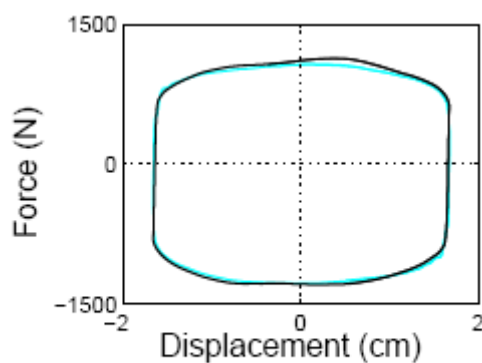


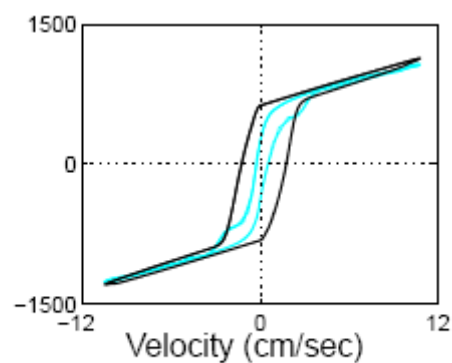
Figura (2.7): Modelo Bouc-Wen para amortecedores MR.



a) Força vs. Tempo



b) Força vs. Deslocamento



c) Força vs. Velocidade

Figura (2.8): Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bouc-Wen, (obtido em Spencer et al. (1996)).

As equações que governam este modelo são dadas a seguir:

$$F = c_0 \dot{x} + k_0 (x - x_0) + \alpha z \quad (2.5)$$

onde a variável z é governada por:

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} - \beta \ddot{x} |z|^n + A \dot{x} \quad (2.6)$$

Para obter uma resposta mais próxima do real, foi proposta por eles, uma modificação do modelo Bounc-Wen, com a introdução de um amortecedor viscoso e uma mola linear no modelo. A resposta obtida passa a ser mais próxima da resposta experimental, ou seja, o modelo proposto capta bem melhor a resposta do amortecedor em todas as regiões, mesmo quando as acelerações e velocidades têm sinais opostos e quando a magnitude das velocidades

são bem pequenas. O modelo e as respostas obtidas nas simulações numéricas podem ser observados nas Figs. (2.9) e (2.10).

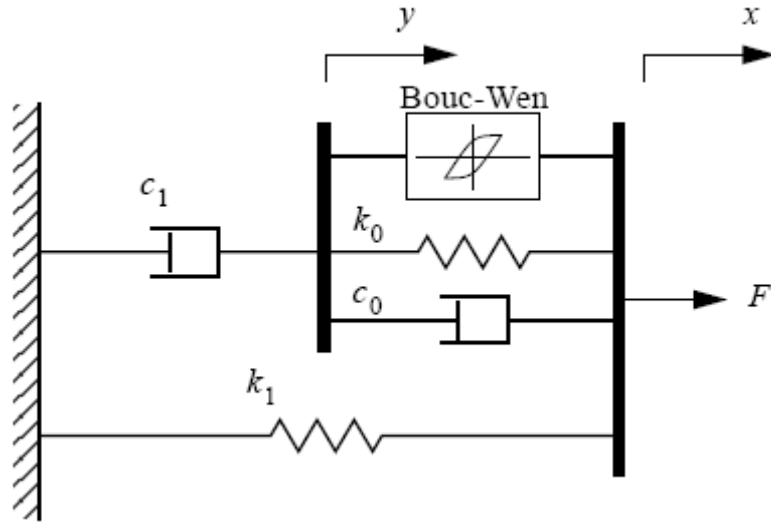


Figura (2.9): Modificação feita no modelo Bouc-Wen para amortecedores MR proposta por (Spencer Jr. et al, 1996).

A força total de amortecimento pode ser dada por:

$$F = c_0 \dot{y} + k_1 (x - x_0) \quad (2.7)$$

sendo

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 + c_1)} \{ \alpha z + c_0 \dot{x} + k_0 (x - y) \} \quad (2.8)$$

E a variável z é governada por

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A (\dot{x} - \dot{y}) \quad (2.9)$$

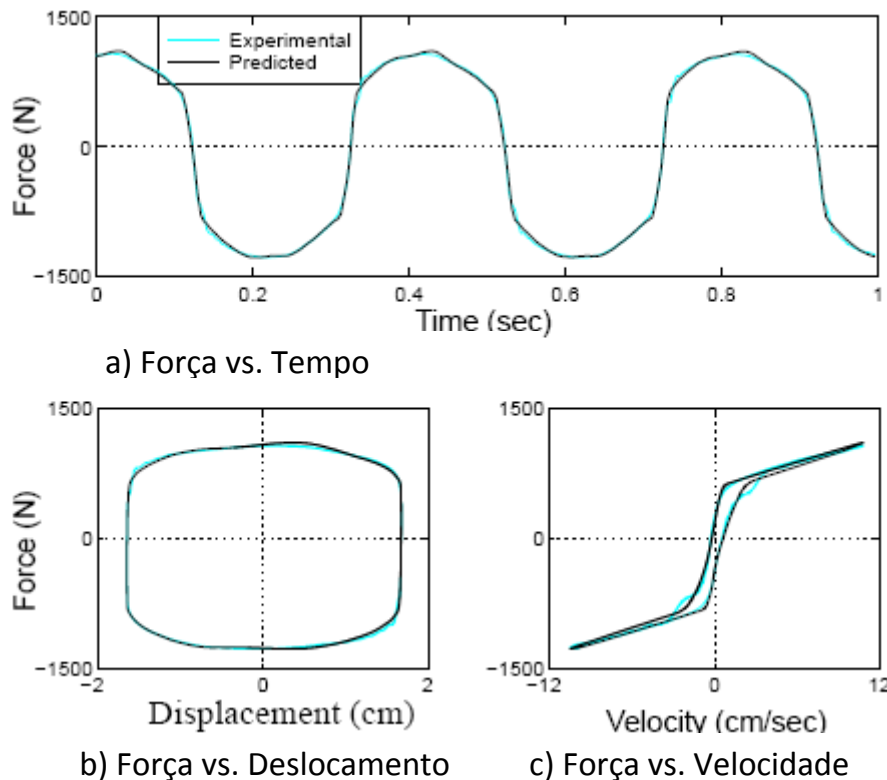


Figura (2.10): Comparação entre a resposta experimental e a simulação numérica com o modelo Bouc-Wen modificado, (obtido em Spencer et al. 1996).

Para evidenciar a melhora que este modelo apresenta, os autores fizeram um estudo dos erros entre os dados experimentais e a resposta do modelo. Estes erros foram calculados em função do tempo, do deslocamento e da velocidade em apenas dois ciclos completos.

Gavin et al. (2001) procura um design ótimo para os amortecedores magneto reológicos (MR). Através de experimentos e modelos dinâmicos e algébricos, realiza um estudo aprofundado sobre o comportamento do amortecedor sujeito a vibrações em altas frequências. A partir deste estudo, concluiu que o projeto do circuito magnético envolve variáveis múltiplas, como pode ser visto em seu trabalho, o que permite que o engenheiro otimize vários atributos eletromagnéticos do dispositivo MR, tal como a corrente aplicada.

Mete et al., (2004) usou o modelo Bingham simplificado para realizar o controle do tipo LQR para um “quarter car model” (modelo de $\frac{1}{4}$ de carro) para controlar as vibrações transmitidas ao automóvel pela resposta da suspensão à variação da pista. Foram usados os modelos linear e não linear e com essa análise, percebeu que a introdução de um amortecedor

MR diminui a aceleração transmitida para a massa suspensa (automóvel) e aumenta o conforto do passageiro, procurando mostrar a superioridade do amortecedor semi-ativo.

Borowiec et al. (2006) utilizou o Método das Múltiplas Escalas para encontrar uma solução analítica aproximada para os valores do amortecimento MR, mostrando algumas possibilidades para este amortecimento. Verificou que o efeito das excitações de rápidas (ligadas as escalas do MME), podem aparecer por vários caminhos, incluindo forças externas de vários tipos e até outro grau de liberdade. Percebeu também que assimetrias nos termos originais do amortecimento podem modificar o ponto de equilíbrio.

Kecik e Warminsk, (2007) investigaram a absorção de vibrações de um sistema auto-paramétrico suspenso em uma mola não-linear e um amortecedor magneto reológico. Em seus estudos, perceberam que o amortecedor magneto reológico é um meio efetivo de eliminação das vibrações transmitidas para a fundação. A existência de instabilidade na resposta pode ser perigosa para a estrutura, pois o aumento incontrolável dessas vibrações pode, eventualmente, destruí-la; mas este tipo de movimento foi eliminado pela introdução do amortecedor magneto reológico e pelo controle de suas taxas de amortecimento. Nota-se em seu trabalho que o aumento dessas taxas pode diminuir as amplitudes do movimento nas regiões de ressonância.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA NÃO IDEAL

6.2 Utilizando-se o modelo Bingham de amortecimento.

O modelo estudado é visto como uma viga flexível engastada em uma das suas extremidades e na outra encontra-se um motor de corrente contínua desbalanceado e com potência limitada, a partir daí, constrói-se a representação física do modelo, que é constituído pelos seguintes componentes: um motor com uma massa desbalanceada, acoplado a um suporte ligado a uma mola não-linear e a um amortecedor magneto reológico. O modelo de amortecimento utilizado será o modelo Bingham, descrito no capítulo anterior.

Sendo M a massa do conjunto suporte + motor CC, m a massa desbalanceada de excentricidade r , k_l e k_{nl} as constantes linear e não-linear da mola, J o momento de inércia do rotor, de acordo com a Fig. (3.1).

A seguir, obtêm-se as Energias Cinética e Potencial do modelo. Para isso, definem-se o deslocamento horizontal, (x) , e vertical, (y) , da massa desbalanceada como sendo:

$$\begin{aligned} x_{massa\ desb} &= x + r \cos \theta \\ \dot{x}_{massa\ desb} &= \dot{x} - r \dot{\theta} \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{massa\ desb} &= r \sin \theta \\ \dot{y}_{massa\ desb} &= r \dot{\theta} \cos \theta \end{aligned}$$

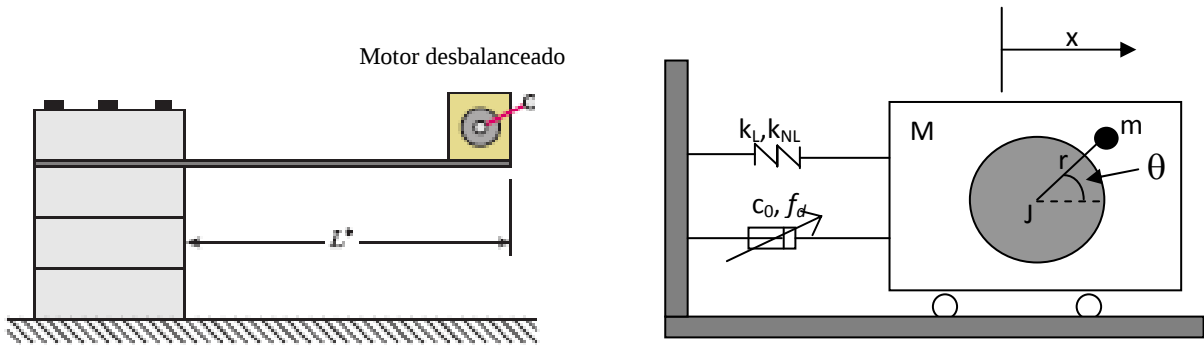


Figura 3.1: Modelo real (obtido em El-Badawy (2007)) e representação física do mesmo.

Nota-se que o deslocamento vertical do modelo real, torna-se o deslocamento horizontal do modelo discretizado.

Calculando a Energia cinética e potencial do sistema, tem-se:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x} - r\dot{\theta}\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}m(r\dot{\theta}\cos\theta)^2 \quad (3.1)$$

$$V = \frac{1}{2}K_L x^2 + \frac{1}{4}K_{NL} x^4 \quad (3.2)$$

o primeiro termo da energia cinética é relacionado com o movimento oscilatório do sistema, o segundo é relativo ao momento de inércia do rotor e os outros termos restantes são relacionados ao movimento giratório da massa desbalanceada, considerando-se suas componentes vertical e horizontal. Os dois termos da energia potencial estão ligados diretamente às forças da mola, com componentes lineares e não lineares.

E o Lagrangeano do sistema é dado por:

$$L = T - V = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x} - r\dot{\theta}\sin\theta)^2 + \frac{1}{2}m(r\dot{\theta}\cos\theta)^2 - \frac{1}{2}K_L x^2 - \frac{1}{4}K_{NL} x^4 \quad (3.3)$$

Com a obtenção do lagrangiano, calcula-se as seguintes derivadas espaciais e temporais:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} + m\dot{x} - mr\dot{\theta}\sin\theta = (M + m)\dot{x} - mr\dot{\theta}\sin\theta \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = (M + m)\ddot{x} - mr((\sin\theta)\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2(\cos\theta)) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -K_L x - K_{NL} x^3 \quad (3.6)$$

Donde se obtém as equações de Lagrange, Meirovitch (1970):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = (M + m)\ddot{x} - mr((\sin\theta)\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2(\cos\theta)) + K_L x + K_{NL} x^3 = -F_B(\dot{x}) \quad (3.7)$$

Sendo que $F_B(\dot{x}) = (c_0\dot{x} + f_d \operatorname{sgn}(\dot{x}))$, é a função que representa o modelo Bingham de amortecimento, onde f_d é a força relacionada ao termo da função sinal do modelo matemático do amortecedor magneto reológico conectado ao bloco oscilante e c_0 é o coeficiente de amortecimento viscoso linear, também ligado ao amortecedor. Então, obtêm-se a seguinte equação:

$$(M + m)\ddot{x} - mr((\sin\theta)\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2(\cos\theta)) + k_L x + k_{NL} x^3 = -F_B(\dot{x}) \quad (3.8)$$

e:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = J\dot{\theta} - mr\dot{x}\sin\theta + mr^2\dot{\theta}\sin^2\theta + mr^2\dot{\theta}\cos^2\theta = J\dot{\theta} - mr\dot{x}\sin\theta + mr^2\dot{\theta} \quad (3.9)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = (J + mr^2)\ddot{\theta} - mr(\ddot{x}\sin\theta + \dot{x}\dot{\theta}\cos\theta) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = -mr\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + mr^2\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta - mr^2\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta \quad (3.11)$$

então, as equações de Lagrange tem a forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = (J + mr^2)\ddot{\theta} - mr\ddot{x}\sin\theta = c - d\dot{\theta} \quad (3.12)$$

A partir de (2.9) e (2.14), obtêm-se as seguintes equações governantes do movimento:

$$(M + m)\ddot{x} - mr((\sin\theta)\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2(\cos\theta)) + k_L x + k_{NL} x^3 = -F_B(\dot{x}) \quad (3.13)$$

$$(J + mr^2)\ddot{\theta} - mr\ddot{x}\sin\theta = c - d\dot{\theta} \quad (3.14)$$

onde $c - d\dot{\theta}$ é a equação que descreve as curvas características do motor CC na forma simplificada. (ver apêndice).

Com o objetivo de facilitar a análise do problema, utilizaremos as variáveis na forma adimensional (sem dimensão física), para isto defini-se $z = \frac{x}{X} \Rightarrow x = zX \Rightarrow \dot{x} = \dot{z}X \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{z}X$,

onde X é um comprimento característico no modelo em estudo, substituindo esta variável nas equações (2.15) e (2.16), obtêm-se:

$$(M + m)X\ddot{z} + k_l Xz + k_{nl} X^3 z^3 - mr[\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta] = -(c_0 X\dot{z} + f_d \operatorname{sgn}(X\dot{z}))^2 \quad (3.15)$$

$$(J + mr^2)\ddot{\theta} - mrX\ddot{z}\sin\theta = S(\dot{\theta}) \quad (3.16)$$

e define-se também $\tau = \frac{t}{T} \Rightarrow t = \tau T$, onde T é o período de vibração do sistema, substitui-se nas equações (3.15) e (3.16), obtendo-se:

$$\frac{(M+m)X}{T^2} z'' + k_l X z + k_{nl} X^3 z^3 - \frac{mr}{T^2} [\theta'' \sin \theta + \theta'^2 \cos \theta] = - \left(\frac{c_0 X \dot{z}}{T} + f_d \operatorname{sgn} \left(\frac{X}{T} z' \right) \right) \quad (3.17)$$

$$\frac{(J+mr^2)}{T^2} \theta'' - \frac{mrX}{T^2} z'' \sin \theta = S(\dot{\theta}) \quad (3.18)$$

ou:

$$z'' + \frac{k_l T^2}{(M+m)} z = \frac{mr}{(M+m)X} [\theta'' \sin \theta + \theta'^2 \cos \theta] - \frac{k_{nl} X^2 T^2}{(M+m)} z^3 - \left(\frac{c_0 T}{(M+m)} z' + \frac{T^2 f_d}{X(M+m)} \operatorname{sgn}(z') \right) \quad (3.19)$$

$$\theta'' = \frac{mrX}{(J+mr^2)} z'' \sin \theta + \frac{T^2}{(J+mr^2)} S \left(\frac{\theta'}{T} \right) \quad (3.20)$$

Nota-se que as constantes que multiplicavam o termo da velocidade dentro da função sinal foram descartadas, isto ocorreu por que estas constantes têm o sinal positivo, o que significa que não interfeririam no sinal da função durante as simulações.

Considera-se $\frac{c_0 T}{(M+m)} = 2\xi$ como a taxa de amortecimento, $\varepsilon_1 = \frac{mr}{X(M+m)}$ um termo adimensional suficientemente pequeno e pode-se definir $\omega_0^2 T^2 = \frac{k_l T^2}{(M+m)} = 1 \Rightarrow T^2 = \frac{(M+m)}{k_l}$, assim obtêm-se as seguintes equações diferenciais:

$$z'' + z = \varepsilon_1 [\theta'' \sin \theta + \theta'^2 \cos \theta] - \hat{k} z^3 - (\xi z' + \gamma \operatorname{sgn}(z')) \quad (3.21)$$

$$\theta'' = \eta z'' \sin \theta + \hat{M}(\theta') \quad (3.22)$$

onde:

$$\hat{k} = \frac{X^2}{k_l} k_{nl} \quad \gamma = \frac{f_d}{(M+m)X\omega_0^2} \quad \eta = \frac{mrX}{(J+mr^2)},$$

$$\hat{M}(\theta') = \frac{T^2}{J+mr^2} S(\dot{\theta}) = \chi - \delta\theta', \quad \chi = va \frac{k_m}{R_a(J+mr^2)\omega_0^2}, \quad \delta = \frac{k_m^2}{R_a(J+mr^2)\omega_0}$$

então tem-se as equações da seguinte forma:

$$z'' + z = \varepsilon_1 [\theta'' \sin \theta + \theta'^2 \cos \theta] - \hat{k}z^3 - F_B(z') \quad (3.23)$$

$$\theta'' = \eta z'' \sin \theta + \hat{M}(\dot{\theta}) \quad (3.24)$$

Tabela 3.1: Descrição dos parâmetros.

Parâmetro	Descrição
$\hat{k}$	Coefficiente adimensional da mola não linear
γ	Força adimensional ligada ao comportamento reológico do amortecedor
ξ	Coefficiente adimensional de amortecimento viscoso
ε_1, η	Termos adimensionais relacionados à interação motor-oscilador
χ	Termo adimensional ligado à tensão aplicada ao motor
δ	Termo adimensional ligado às características do motor escolhido

Com o objetivo de facilitar ainda mais a análise do problema, faz-se uso de variáveis de estado, para isto, toma-se o seguinte vetor de estado:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

e reescreve-se as equações na forma de variáveis de estado:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{1 - \varepsilon_1 \eta \sin^2 x_3} (A_1 + A_2) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(\frac{-1}{1 - \varepsilon_1 \eta \sin^2 x_3} (B_1 + B_2) \right) - \delta x_4 + \chi \end{cases} \quad (3.25)$$

com:

$$\begin{cases} A_1 = F_B(x_2) + x_1 + \hat{k}x_1^3 \\ A_2 = \varepsilon_1 \delta(x_4) \sin(x_3) - \varepsilon_1 \chi \sin(x_3) - \varepsilon_1 (x_4)^2 \cos(x_3) \\ B_1 = F_B(x_2) \eta \sin(x_3) + x_1 \eta \sin(x_3) + \hat{k} \eta \sin(x_3) x_1^3 \\ B_2 = \varepsilon_1 \eta \delta(x_4) \sin^2(x_3) - \varepsilon_1 \eta \chi \sin^2(x_3) - \varepsilon_1 \eta (x_4)^2 \sin(x_3) \cos(x_3) \end{cases} \quad (3.26)$$

Que são as equações para o modelo estudado com o modelo Bingham para o amortecedor magneto reológico modelado pela função sinal, no qual $F_B(z') = (\xi z' + \gamma \operatorname{sgn}(z'))$ é a função do que representa o modelo Bingham na forma adimensional e $F_B(x_2) = (\xi x_2 + \gamma \operatorname{sgn}(x_2))$ é a função do que representa o modelo Bingham na forma de variáveis de estado.

No momento em que se toma $\varepsilon_1 = 0$, tem-se o problema ideal, haja visto que a massa desbalanceada acoplada ao eixo do rotor, não tem mais influência na excitação do sistema, pois este é um dos dois parâmetros responsáveis pela interação do motor com o sistema e vice versa, ele dita qual a magnitude do termo excitador (o termo que transmite energia de movimento do motor ao sistema) no problema não ideal. Da mesma forma, o termo η é o termo responsável pela resposta transmitida do sistema ao motor, pois esta influencia diretamente na excitação

A seguir obtém-se as equações do modelo não ideal com o modelo Bingham suavizado.

6.3 Utilizando-se o modelo Bingham Suavizado.

Utiliza-se no próximo conjunto de equações, uma suavização para o termo de amortecimento reológico no modelo Bingham, feito pela função tangente hiperbólica onde se introduz uma constante $\underline{a}$ no argumento da função, que será o responsável por ajustar a aproximação da função sinal. Com esta mudança, chega-se as seguintes equações:

$$(M + m)\ddot{x} - mr((\sin\theta)\ddot{\theta} + \dot{\theta}^2 \cos\theta) + k_l x + k_{nl} x^3 = -F_{BS}(\dot{x}) \quad (3.27)$$

$$(J + mr^2)\ddot{\theta} - mr\ddot{x}\sin\theta = c - d\dot{\theta} \quad (3.28)$$

Sendo $F_{BS} = (c_0 \dot{x} + f_d \tanh(a\dot{x}))$ a função que representa o modelo Bingham suavizado pela função tangente hiperbólica. Depois de feitas as adimensionalizações e colocando as

equações na forma de variáveis de estado, como foi efetuado no item anterior, têm-se o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{1 - \varepsilon_1 \eta \sin^2 x_3} (A_1 + A_2) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(\frac{-1}{1 - \varepsilon_1 \eta \sin^2 x_3} (B_1 + B_2) \right) - \delta x_4 + \chi \end{cases} \quad (3.29)$$

com

$$\begin{cases} A_1 = F_{BS}(x_2) + x_1 + \hat{k}x_1^3 \\ A_2 = \varepsilon_1 \delta(x_4) \sin(x_3) - \varepsilon_1 \chi \sin(x_3) - \varepsilon_1 (x_4)^2 \cos(x_3) \\ B_1 = F_B(x_2) \eta \sin(x_3) + x_1 \eta \sin(x_3) + \hat{k} \eta \sin(x_3) x_1^3 \\ B_2 = \varepsilon_1 \eta \delta(x_4) \sin^2(x_3) - \varepsilon_1 \eta \chi \sin^2(x_3) - \varepsilon_1 \eta (x_4)^2 \sin(x_3) \cos(x_3) \end{cases} \quad (3.30)$$

Que são as equações para o modelo estudado com o modelo Bingham para o amortecedor Magneto-reológico suavizado pela função tangente hiperbólica onde $F_{BS}(x_2) = (\xi x_2 + \gamma_t \tanh(\kappa x_2))$ é a função do que representa o modelo na forma de variáveis de estado.

Nota-se que este conjunto de equações tem os parâmetros adimensionais idênticos aos parâmetros do conjunto anterior, com a exceção do termo que aproxima a função sinal pela função tangente hiperbólica, que no primeiro conjunto não aparece e é dado por:

$$\kappa = aX\omega_0 \quad (3.31)$$

Com estes conjuntos de equações, dá-se início às simulações numéricas, no próximo capítulo.

4. RESULTADOS DOS ENSAIOS NUMÉRICOS.

Neste capítulo apresenta-se os resultados numéricos para o modelo matemático obtido no capítulo anterior, obtidos pela integração direta das equações de movimento. Primeiramente, apresenta-se os resultados numéricos evidenciando a passagem pela ressonância para certos valores do amortecimento Magneto-reológico. Posteriormente, analisa-se o efeito deste amortecimento quando o sistema apresenta movimentos caóticos.

4.1 Introdução

Investigando a literatura ressalta-se que os resultados teóricos e experimentais sugerem que a dinâmica do acoplamento entre a fonte de energia (fonte de potência limitada) e sua estrutura de suporte não pode ser ignorada nos problemas de Engenharia Moderna, tomando este fato como incentivo, investiga-se a dinâmica não linear de sistemas vibratórios não ideais, ou seja, com fontes de potência limitada, tomando como foco principal a presença do amortecedor magneto-reológico no modelo estudado.

Neste capítulo serão buscados os resultados numéricos decorrentes da integração direta das equações de movimento do sistema não ideal, inicialmente realizadas com o modelo usual de amortecimento viscoso linear e posteriormente com a introdução do termo amortecimento Magneto-reológico (modelo Bingham) usando-se a função $\text{sign}(\dot{x})$, (sinal de $\dot{x}$), para modelagem do mesmo. Com a intenção de “suavizar” a descontinuidade encontrada, substitui-se a função sinal, no conjunto de equações, pela função $\tanh(a\dot{x})$, (tangente hiperbólica de $\dot{x}$), onde compara-se os resultados obtidos por estas equações com os resultados do primeiro conjunto para verificação de sua validade.

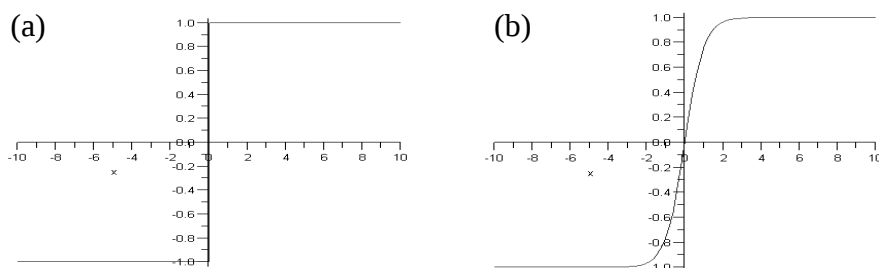


Figura 4.1: (a) função sinal; (b) função Tangente Hiperbólica

10.2 Resultado dos ensaios numéricos

Nestas simulações utilizam-se três modelos de amortecimento: o modelo usual de amortecimento viscoso, o modelo Bingham para amortecimento Magneto-reológico ($F_B(x_2)$) e o modelo Bingham suavizado ($F_{BS}(x_2)$). Os valores dos parâmetros ξ , ν e (γ, γ_t) , que são componentes das funções serão modificados durante as simulações, com a intenção de analisar o efeito do amortecedor Magneto-reológico no sistema e a aproximação feita pela função tangente hiperbólica.

Nota-se que os parâmetros destas simulações foram escolhidos de tal forma que os fenômenos decorrentes da interação do motor com a estrutura fossem facilmente observados, seguindo-se este pensamento selecionou-se dois conjuntos de parâmetros a serem utilizados nas integrações das equações (3.25) e (3.29), que se apresentam a seguir.

Os parâmetros do utilizados no item 4.2.1 foram obtidos em El Badawi (2007) e os parâmetros utilizados no item 4.2.2 foram obtidos em Cveticanin et al. (2006). Foram escolhidos estes parâmetros por apresentarem, durante as simulações, os fenômenos que se procurava analisar neste trabalho.

Faz-se a análise do problema durante a passagem pela ressonância do sistema, que é a região considerada como sendo os valores numéricos da frequência de rotação do motor CC (média da frequência) $\dot{\theta}$, estando próximo do valor numérico da frequência natural do sistema $\omega_0 = 1$, ($\dot{\theta} \approx \omega_0$). Serão feitas simulações para valores da frequência do motor em condições antes da ressonância, na ressonância e após a ressonância.

As condições iniciais consideradas são diferentes para as duas situações e serão apresentadas no devido tempo.

Nas simulações computacionais das equações (3.25) e (3.29) considera-se apenas a interação entre o sistema não ideal e o motor de corrente contínua, isto é, considerou-se apenas a variação do torque gerado pelo motor como constante, que representaria as curvas características do motor elétrico, tomadas como sendo na forma de linhas retas:

$$\hat{M}(\theta) = \chi - \delta\theta' \quad (3.42)$$

de modo que o parâmetro δ depende do tipo de motor utilizado e o parâmetro χ está ligado diretamente à tensão aplicada no motor, que será modificado durante as simulações.

4.2.1 Ensaios numéricos 1:

As simulações, neste item, foram realizadas utilizando-se as equações (3.25) e (3.29), com os seguintes parâmetros: $\chi = 0.3058 \cdot v_a$, $\delta = 1.5$, $\varepsilon_1 = 0.002$, $\eta = 0.06$, $\hat{k} = 0.1296$, $\kappa = 100$; e as seguintes condições iniciais: $x_1 = 0$, $x_2 = 0.000001$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$.

4.2.1.1 Modelo de amortecimento viscoso usual.

A Figura 4.2 representa as amplitudes, no regime permanente, das oscilações do sistema bloco + motor, para rotações crescentes do motor CC, durante a passagem pela ressonância ($\omega_0=1$).

Nota-se que as amplitudes plotadas na figura são calculadas como sendo a amplitude máxima encontrada no vetor de deslocamentos no estado estacionário e a frequência é tomada como a média da velocidade rotacional do motor de corrente contínua. Os valores dos parâmetros responsáveis pelo amortecimento Magneto-reológico também são modificados durante as simulações para observar-se a influência dele no modelo não ideal.

Neste item, efetua-se as simulações numéricas das equações (3.25) com o modelo de amortecimento viscoso usual. Para obtermos este modelo de amortecimento, basta tomar $\gamma = 0$ na equação (3.25) e o parâmetro $\xi=0.005616$:

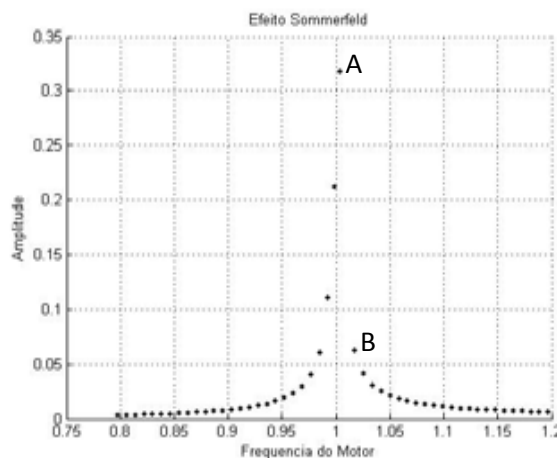


Figura 4.2: Efeito Sommerfeld; modelo de amortecimento viscoso usual.

Percebe-se na figura, os saltos nas amplitudes do ponto A até o ponto B, nota-se que a amplitude do movimento aumenta conforme nos aproximamos da região de ressonância, o que significa um aumento da energia transmitida do motor ao sistema, logo após esta passagem, a energia diminui abruptamente, causando o salto. Este é o fenômeno conhecido como Efeito Sommerfeld.

Nas figuras (4.4), (4.7) e (4.10), nota-se a interação entre o motor e movimento do sistema, enquanto o sistema continua no estado transiente, existe uma variação nos valores da rotação do motor e quando o movimento torna-se periódico, a rotação do motor também estaciona.

Nas próximas figuras, usa-se o valor $v_a=4.90$ V e obtêm-se o sistema em condição antes da ressonância, $x_4=0.997$, este valor numérico (que também será obtido nas outras simulações) é o valor da rotação média do motor, toma-se este valor para ter-se uma estimativa da proximidade entre a rotação do motor e a frequência natural do sistema.

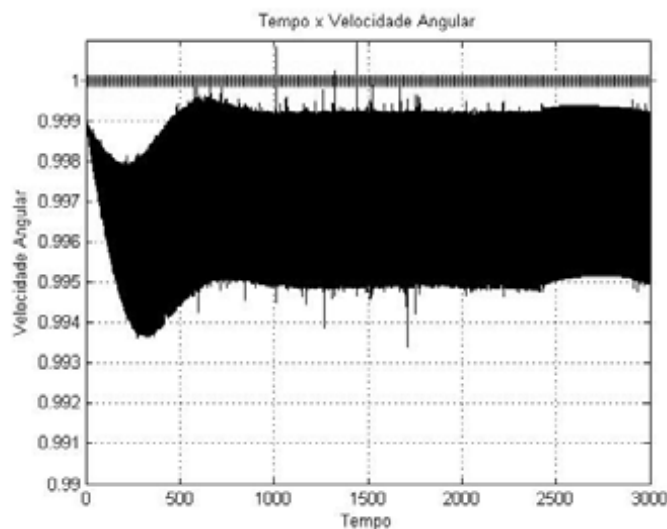


Figura 4.3: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.90$ V

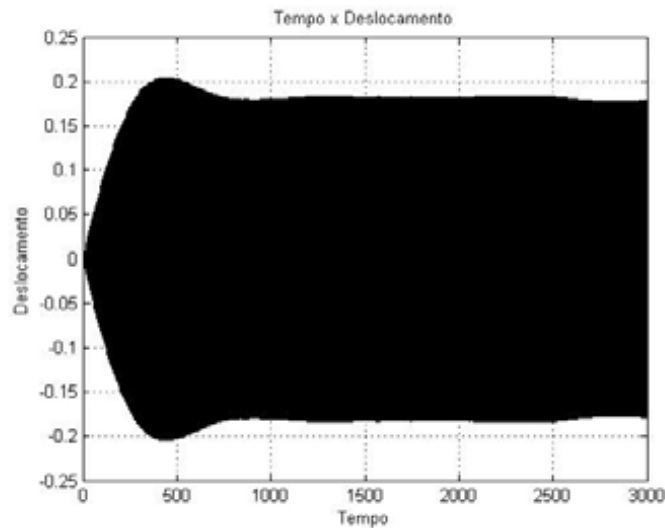


Figura 4.4: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.90$ V

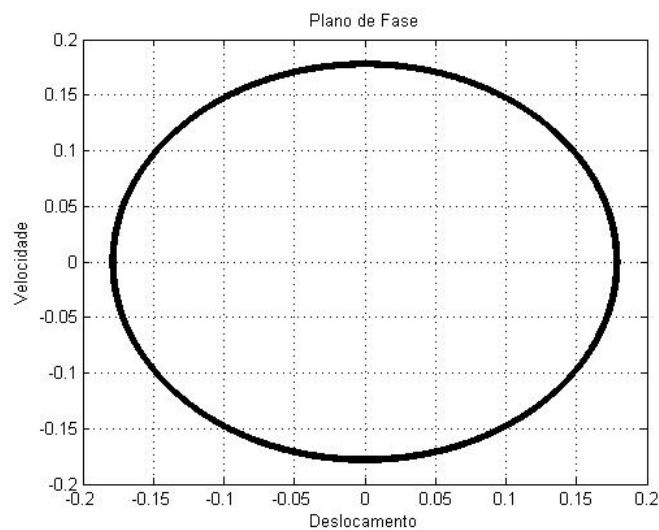


Figura 4.5: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.90$ V

Observando as Fig. (4.3), (4.4) e (4.5), nota-se que o movimento do sistema encontra-se muito próximo da ressonância e que o movimento do sistema apresenta características regulares. Serão apresentadas mais ferramentas para se caracterizar os tipos de movimento encontrados.

Nas Fig. (4.6), (4.7) e (4.8) usa-se o valor $v_a=4.93$ V e obtêm-se o sistema em condição de ressonância, $x_4=1.001$:

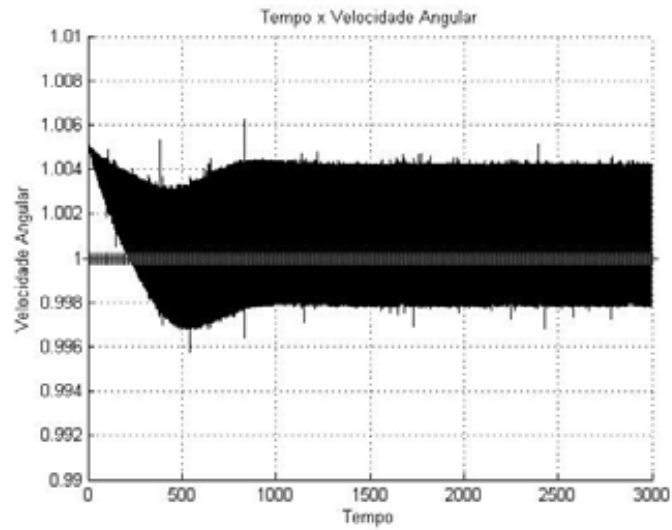


Figura 4.6: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V

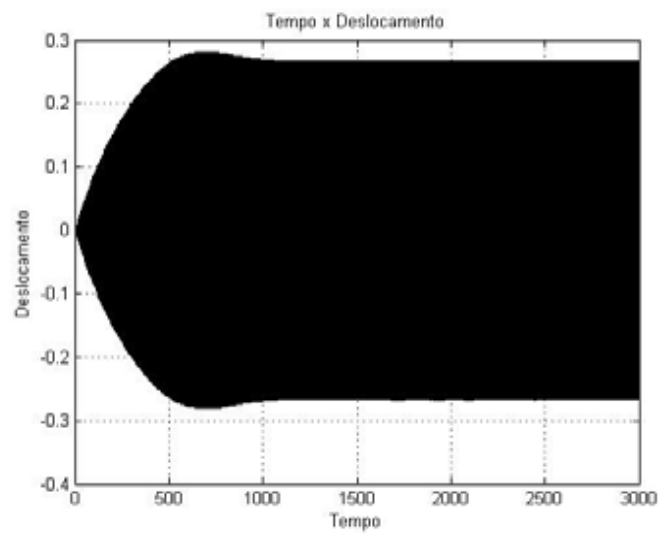


Figura 4.7: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

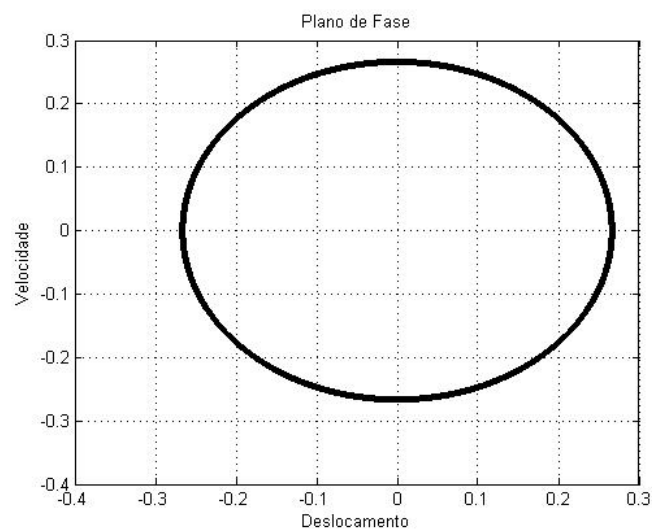


Figura 4.8: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V

Nota-se, observando-se a Figura (4.6), a maior interação do motor com a estrutura, que pode ser percebido observando-se o aumento das amplitudes de oscilação da rotação do motor. Notamos que a rotação do motor se inicia acima da região de ressonância, sendo por ela capturada, devido sua proximidade e à alta magnitude das oscilações da rotação do motor.

Nas Figura (4.9), (4.10) e (4.11), usa-se o valor $v_a=4.96$ V e obtêm-se o sistema em condição acima da ressonância $x_4=1.0105$:

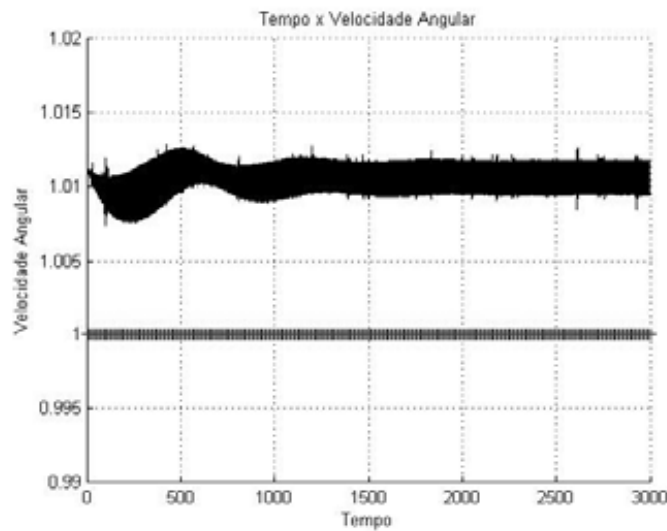


Figura 4.9: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

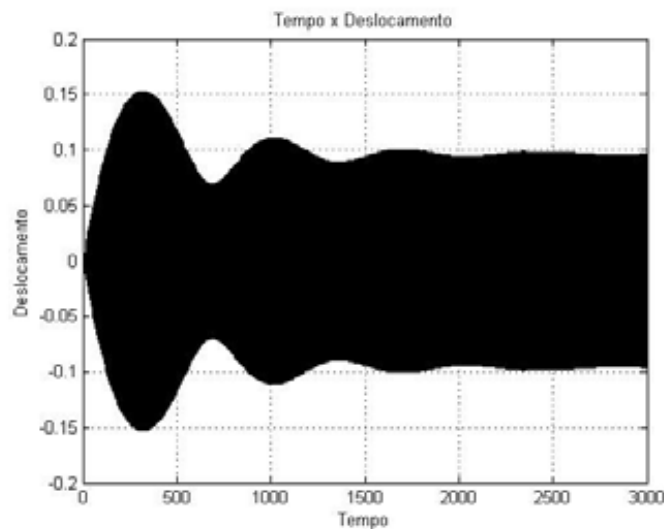


Figura 4.10: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

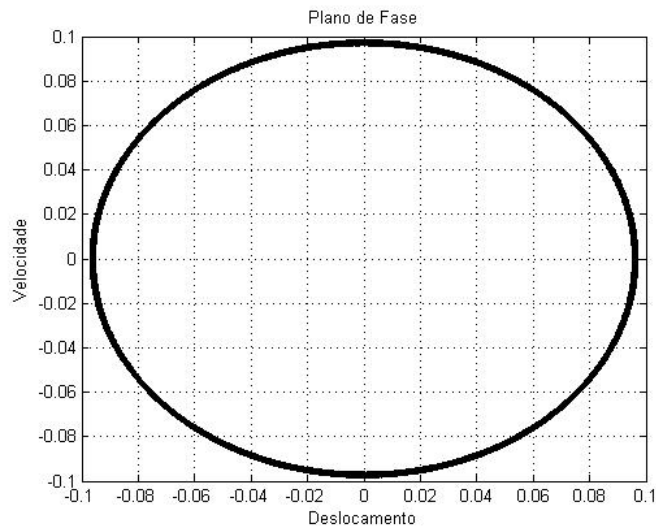


Figura 4.11: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V

Neste caso, em que o sistema está em condições acima da ressonância, a relação entre o motor e sistema é bastante grande, há uma grande oscilação da rotação do motor e transferência de energia entre eles (sistema e motor), aumentando o período de transiente e as oscilações do movimento do sistema em relação às simulações feitas antes da ressonância e na ressonância.

Tabela 4.1: Expoentes de Lyapunov ($\xi = 0.005616$).

Expoentes de Lyapunov			
Expoente	$v_a=4.90$	$v_a=4.93$	$v_a=4.96$
λ_1	0	0	0
λ_2	-0,00433	-0,002425	-0,001
λ_3	-0,00455	-0,004565	-0,00533
λ_4	-1,4976	-1.498.335	-1,5026

Observando a Figura (4.12) e a tabela 4.1 é possível perceber a periodicidade do movimento durante a passagem pela ressonância, através das FFTs que apresentam apenas um pico frequência e os Expoentes de Lyapunov que apresentam nas três simulações, atratores periódicos. (quando tem-se um expoente igual a zero e todos os outros negativos, o movimento é caracterizado como sendo periódico).

A seguir apresentam-se as FFTs, para ajudar na análise das características do movimento:

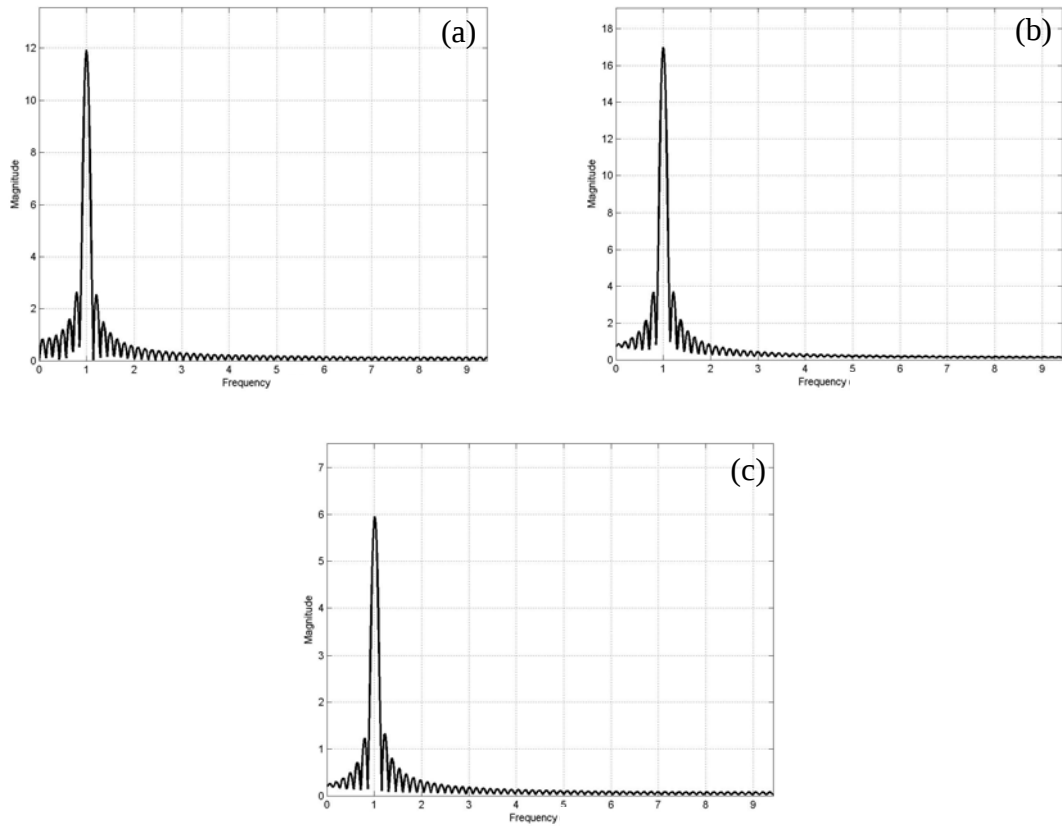


Figura 4.12: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Estes resultados que utilizam o modelo viscoso linear usual foram colocados para servirem como parâmetro de comparação para a dinâmica do sistema com o amortecedor Magneto-reológico. A seguir, apresenta-se a análise da dinâmica do sistema sob a ação de amortecedores Magneto-reológicos.

10.2.1.2 Modelo de amortecimento Magneto-reológico

A seguir, efetuam-se as simulações numéricas das equações (3.25) e (3.29) com o modelo de amortecimento Magneto-reológico, onde se utiliza os parâmetros $\gamma=\gamma_r=0.0001988988$ e $\xi=0.0028081$, (caso 1):

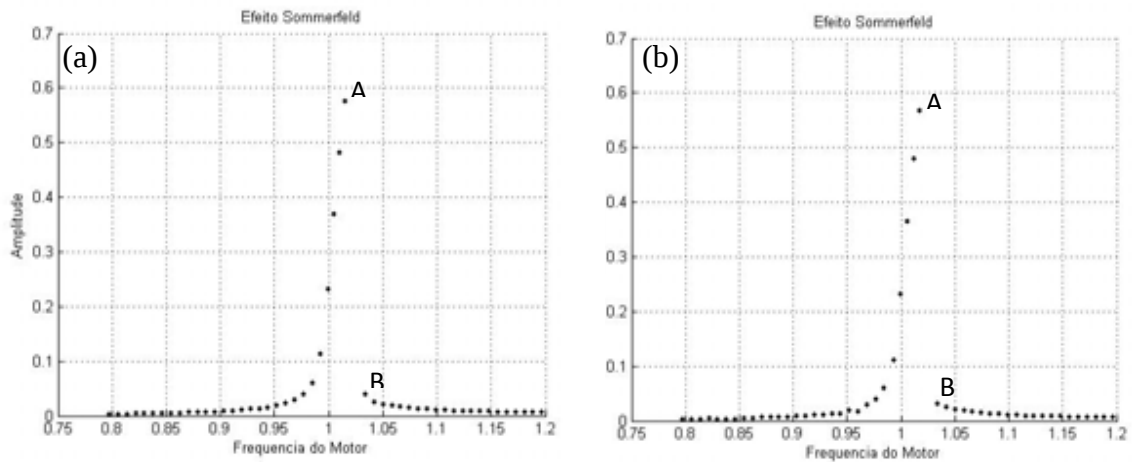


Figura 4.13: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$.

Observando a Figura 4.13, é notável que a introdução do amortecedor Magneto-reológico com parâmetros de amortecimento viscoso e de comportamento reológico baixos, aumenta a faixa de frequências do motor em que o sistema encontra-se em ressonância, isto deve-se principalmente ao baixo amortecimento produzido pelo amortecedor, o que permite que seja notada a ação das não linearidades introduzidas no modelo, principalmente pela mola não linear. Sabe-se, investigando a vasta literatura sobre o assunto, que a não linearidade introduzida pela mola faz com que a curva frequência X amplitude tenha seu perfil modificado, de acordo com a “importância” que este parâmetro apresenta nas simulações. Percebe-se também que a aproximação feita pela função tangente hiperbólica é extremamente boa, sendo que a mesma não apresenta praticamente nenhuma diferença da função sinal.

A seguir apresenta-se o comportamento do sistema durante a passagem pela ressonância para os valores do amortecedor MR citados acima.

Nas Figuras 4.14, 4.15 e 4.16, usa-se o valor $v_a=4.90$ V e tem-se o sistema em condição antes de ressonância, $x_4=0.9973$.

Com a adição do amortecedor Magneto-reológico, percebe-se que a frequência do motor apresenta uma oscilação mais uniforme depois que encontra o equilíbrio, pois a força oppositora ao movimento é maior. Vimos também que a frequência do motor se aproxima bastante da ressonância, até passando por ela e voltando para valores abaixo dela, isso ocorre

porque o motor não tem potencia suficiente para manter-se perto da ressonância e ser capturada pela mesma, deve-se também à resistência maior do amortecedor.

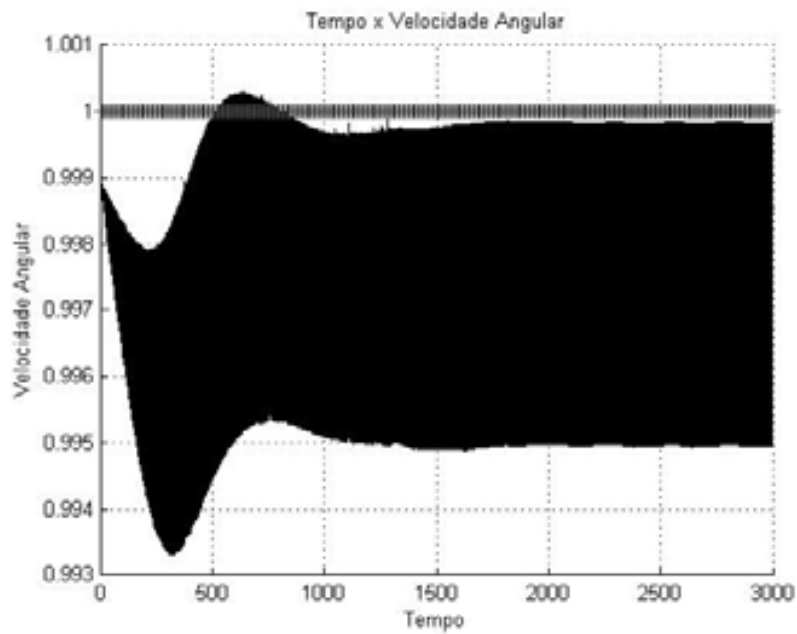


Figura 4.14: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.90$ V

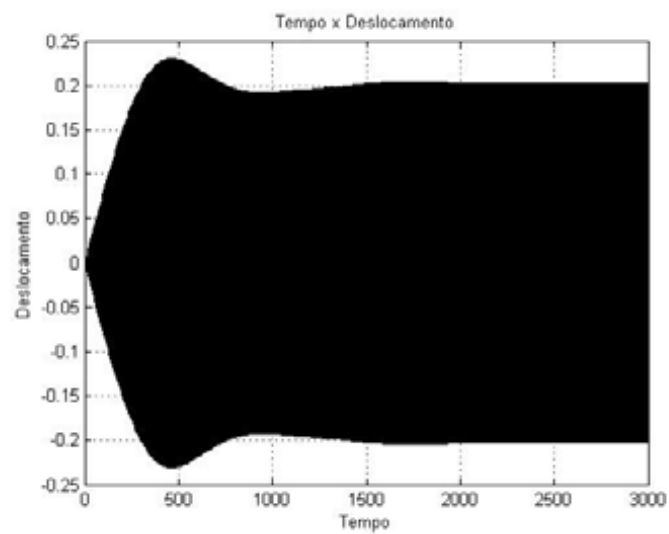


Figura 4.15: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.90$ V

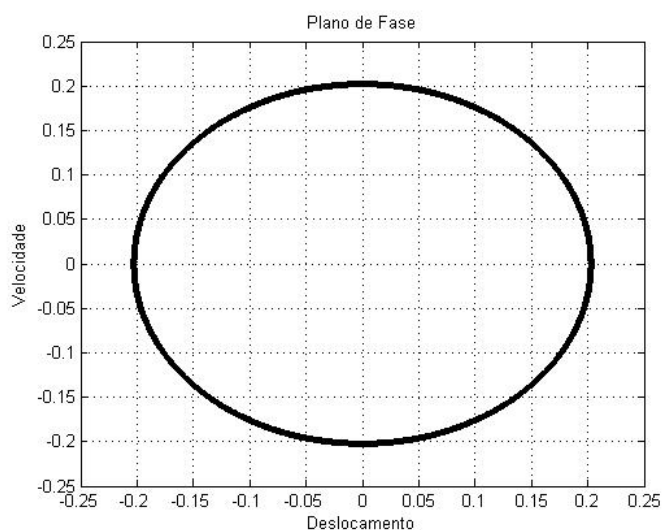


Figura 4.16: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.90$ V

Com a introdução do amortecedor MR com valores baixos para o amortecimento gerado (gerando menos amortecimento que o amortecedor viscoso observado no item anterior), nota-se que as amplitudes do movimento foram aumentadas, o que seria um fator preocupante se as vibrações do sistema com grandes amplitudes forem indesejáveis durante seu funcionamento em regiões antes da ressonância, a mesma região de estudo da Figura 4.3.

Nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19 usa-se o valor $v_a=4.93$ V e obtêm-se o sistema em condições de ressonância, $x_4=1.002$.

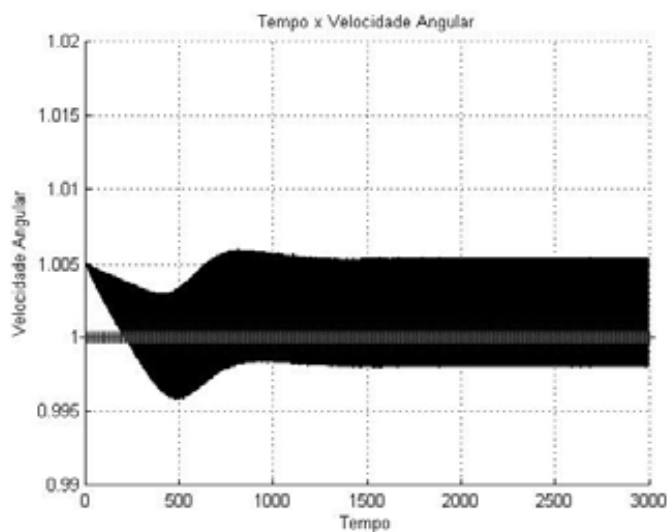


Figura 4.17: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V

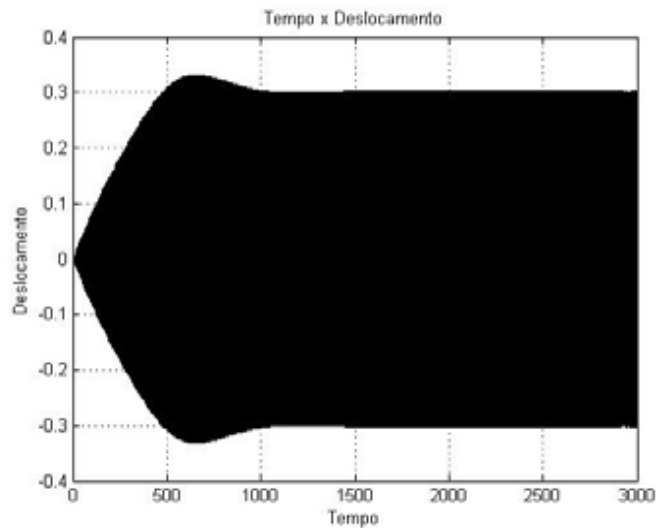


Figura 4.18: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

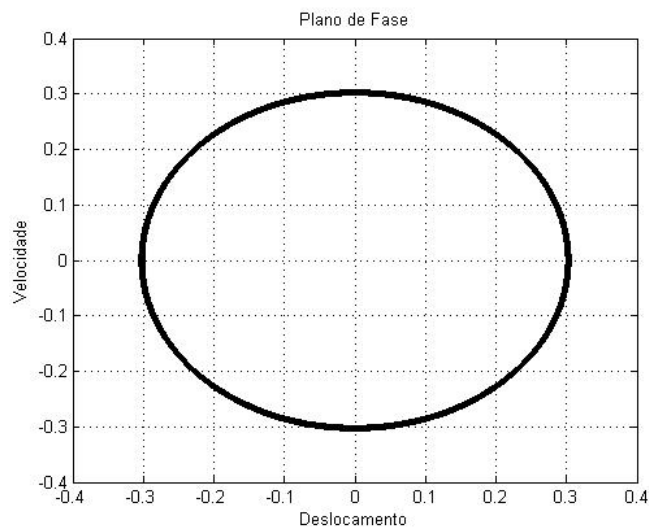


Figura 4.19: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V.

Percebe-se que o movimento na região de ressonância para estes valores do amortecimento (MR) é muito parecido com o comportamento para o modelo de amortecimento viscoso usual, sem muitas mudanças.

Nas figuras 4.20, 4.21 e 4.22 usa-se o valor $v_a=4.96$ V e tem-se o sistema em condição acima da ressonância, $x_4=1.0106$.

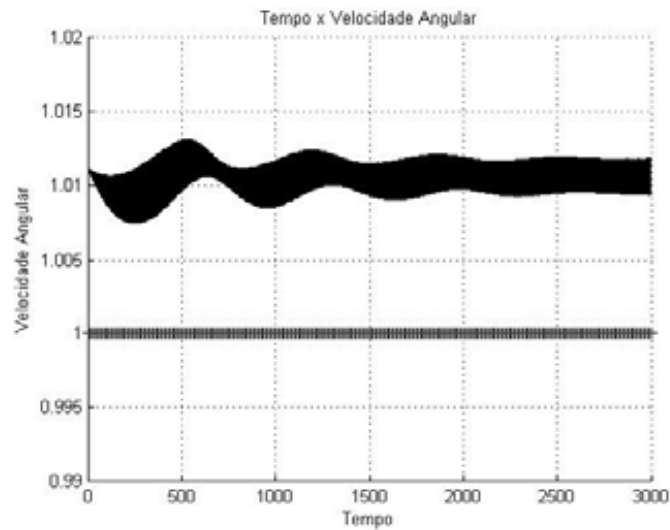


Figura 4.20: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

Nota-se que aumentando o parâmetro de controle, o motor alcança potência suficiente para ultrapassar a região de ressonância. A oscilação no início do movimento deve-se a interação com o sistema, que neste aumenta o período transiente e aumenta as oscilações.

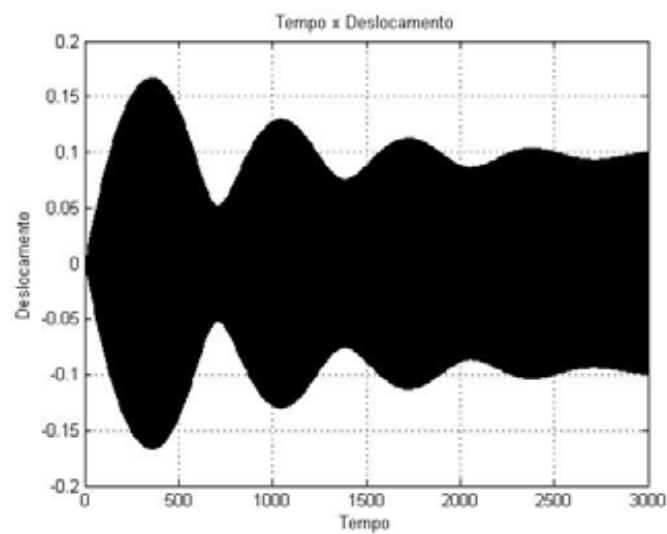


Figura 4.21: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

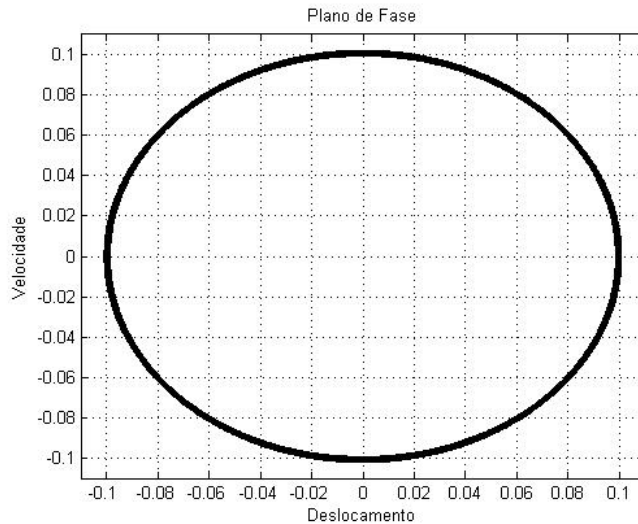


Figura 4.22: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V.

Aqui se pode perceber que os movimentos encontrados para este valores do parâmetro de controle são todos periódicos.

A seguir apresentam-se as FFTs e os Expoentes de Lyapunov, para ajudar na análise das características do movimento:

Tabela 4.2: Expoentes de Lyapunov. ($\gamma=0.0001988988$ e $\xi=0.0028081$)

Expoentes de Lyapunov			
Expoente	$v_a=4.90$	$v_a=4.93$	$v_a=4.96$
λ_1	0	0	0
λ_2	-0,00383	-0,0027435	-0,00102
λ_3	-0,003438	-0,003675	-0,0050039
λ_4	-1,497192	-1,498199	-1,4993

Observando-se Figura 4.23 juntamente com os retratos de fase apresentados, é possível notar a periodicidade do movimento durante a passagem pela ressonância, através das FFTs que apresentam apenas um pico de frequência e os Expoentes de Lyapunov, que apresentam, todos os quatro, atratores periódicos (um expoentes igual a zero e todos os outros negativos).

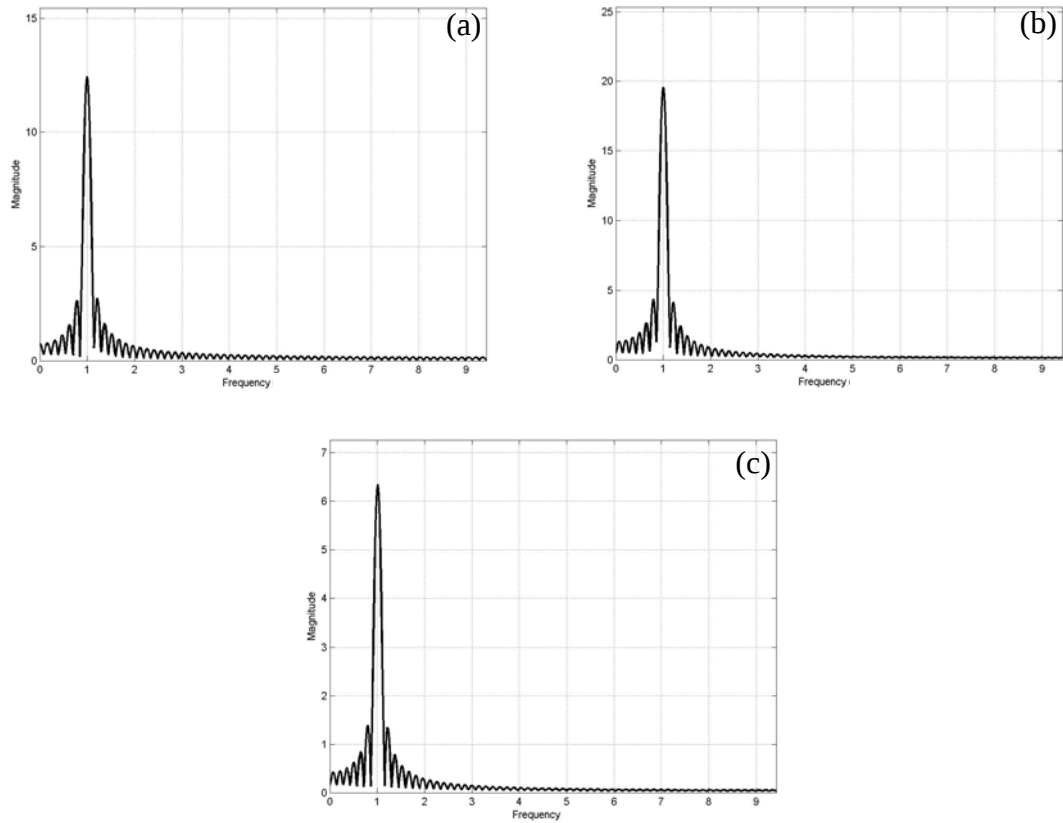


Figura 4.23: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

A seguir, efetuam-se as simulações numéricas das equações (3.25) e (3.29) com o modelo de amortecimento Magneto-reológico, onde se utiliza os parâmetros $\gamma=\gamma_t=0.0011939$ e $\xi=0.00561610$, (caso2):

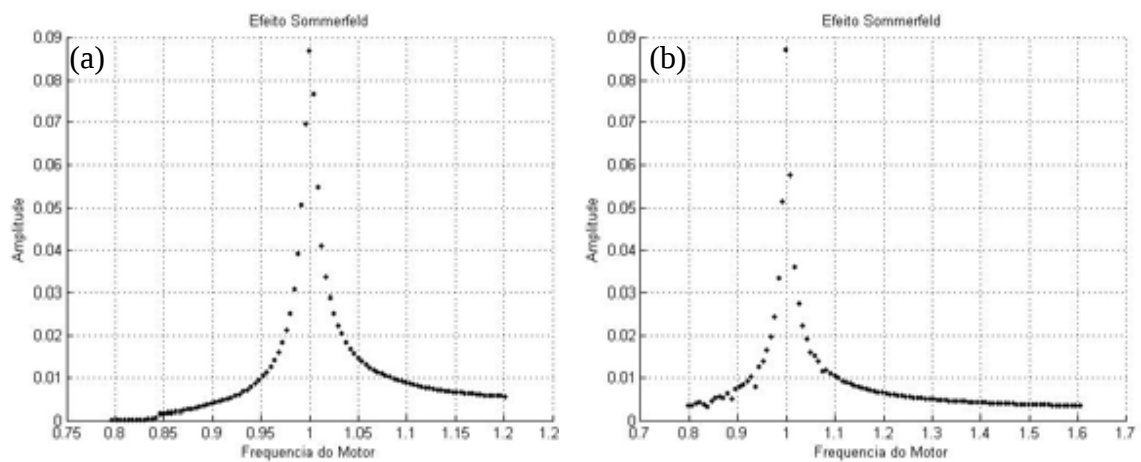


Figura 4.24: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$

Nota-se, observando a Figura 4.24, que apesar de existirem algumas variações grandes nas amplitudes do movimento, que o salto que caracteriza o Efeito Sommerfeld foi diminuído substancialmente, ou seja, quando o motor passa pela ressonância, não existe uma variação muito elevada na energia transmitida do motor ao sistema, pois os níveis de energia antes e depois da ressonância estão muito próximos, fato atribuído ao amortecedor MR colocado no sistema. Percebe-se também que o aumento do amortecimento inibiu o efeito da mola não linear, fazendo com que a região de salto do sistema chegasse mais perto da ressonância do sistema.

A seguir apresenta-se o comportamento do sistema durante a passagem pela ressonância para os valores do amortecedor MR citados acima.

Nas Figuras 4.25, 4.26 e 4.27, usa-se o valor $v_a=4.90$ V e obtêm-se o sistema em condição antes da ressonância, $x_4=0.9976$.

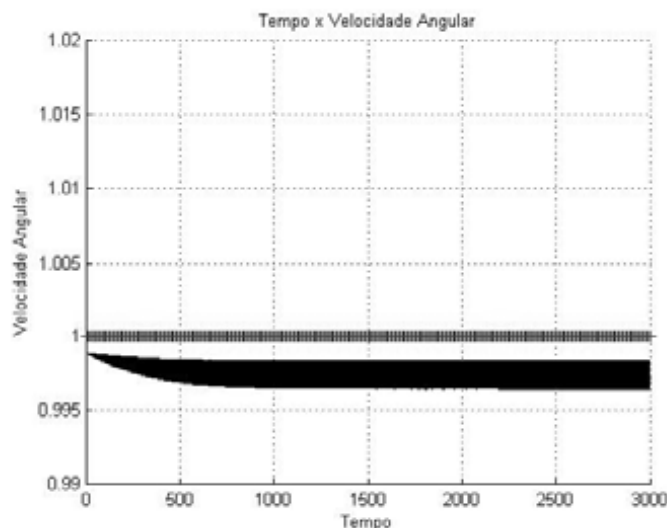


Figura 4.25: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.9$ V.

Os resultados mostram que quando se aumenta os valores do amortecedor MR, as vibrações do sistema acontecem de uma forma mais suave e chegam ao equilíbrio mais rapidamente sem uma variação grande das oscilações na fase transiente e também uma variação bem menor das amplitudes da frequência do motor.

Quando os valores do amortecimento eram menores, a variação da oscilação da frequência do motor era grande e chegava próximo à ressonância, influenciando a mesma e causando efeitos indesejados no movimento do sistema. Com o aumento do amortecimento, essas

variações diminuiram. Como as oscilações da frequência do motor agora são menores, esta fica bem mais “longe” da ressonância, podendo chegar ao equilíbrio com mais facilidade e rapidez.

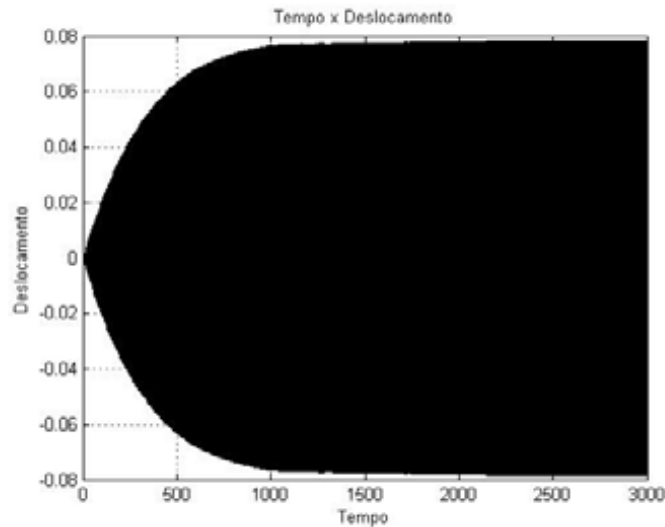


Figura 4.26: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.9$ V

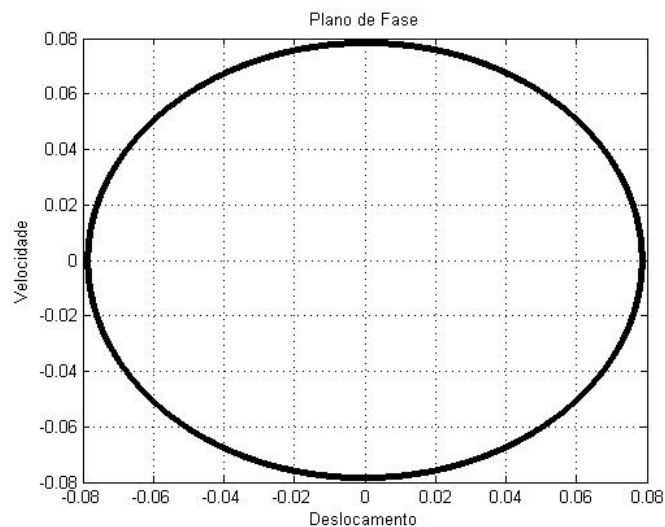


Figura 4.27: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.9$ V.

Observando-se as figuras apresentadas, notamos que o amortecedor Magneto-reológico quando age no sistema, elimina as variações grandes no período transiente do movimento e até diminui o tempo de transiente, levando o sistema mais rápido para o equilíbrio, diminuindo as vibrações indesejadas transmitidas ao sistema.

Nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30, usa-se o valor $v_a=4.93$ V e obtêm-se o sistema em condição de ressonância, $x_4=1.004$.

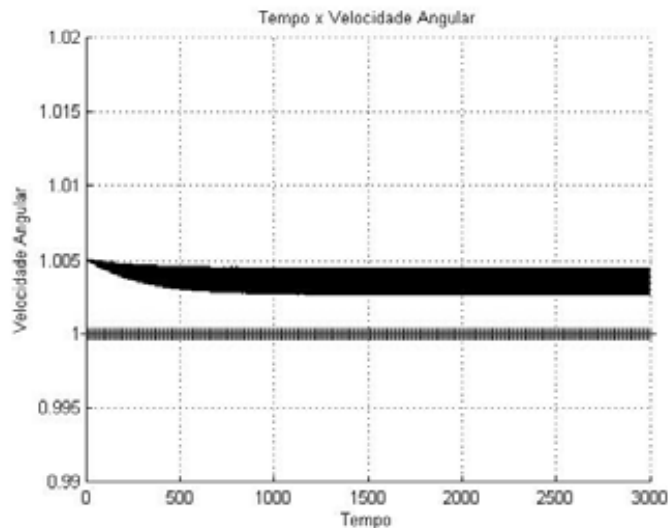


Figura 4.28: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V.

Nota-se que nesta região, que para os valores anteriores do amortecimento, tinha-se o sistema em ressonância, mas agora se percebe que, aumentando-se os valores do amortecimento Magneto-reológico, a diminuição das oscilações na rotação do motor, permitindo que o motor passe pela ressonância sem problemas e encontre o equilíbrio em regiões acima da mesma.

Percebe-se também que a energia transmitida do motor para o sistema é bem grande, conseqüentemente, a energia dissipada pelo amortecimento também o é, sendo assim, percebemos um controle das vibrações nesta região.

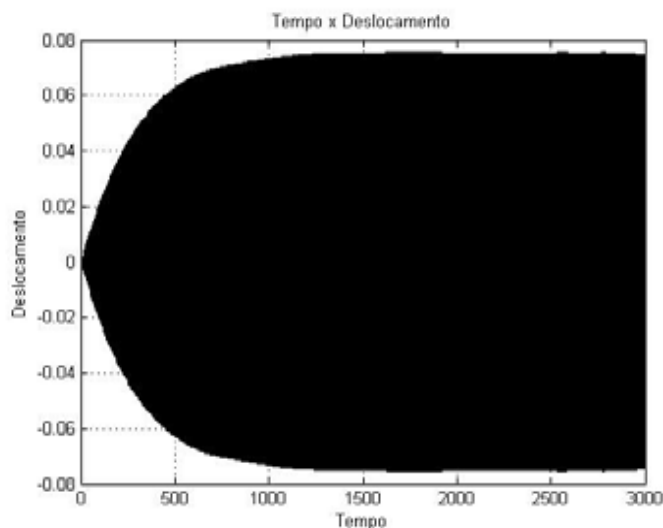


Figura 4.29: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.93$ V

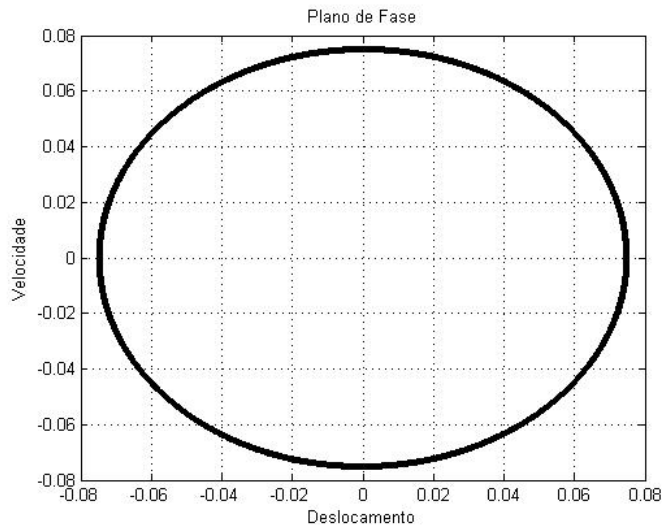


Figura 4.30: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V.

Nota-se que, na região de ressonância com estes valores para o amortecimento, há um pequeno aumento no período transiente do que quando fora da ressonância, mas as pequenas variações das amplitudes continuam, mostrando que o amortecedor Magneto-reológico exerce um bom controle das vibrações também nesta região.

Nas Figuras 4.31, 4.32 e 4.33, usa-se o valor $v_a=4.96$ V e obtém-se o sistema em condição depois da ressonância, $x_4=1.0104$.

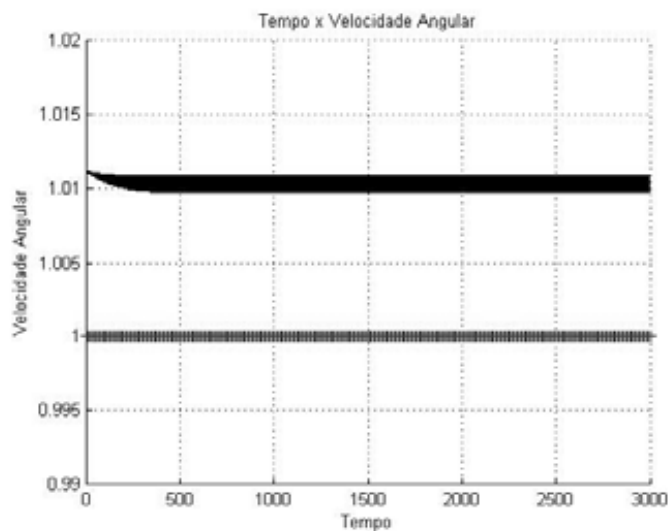


Figura 4.31: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V

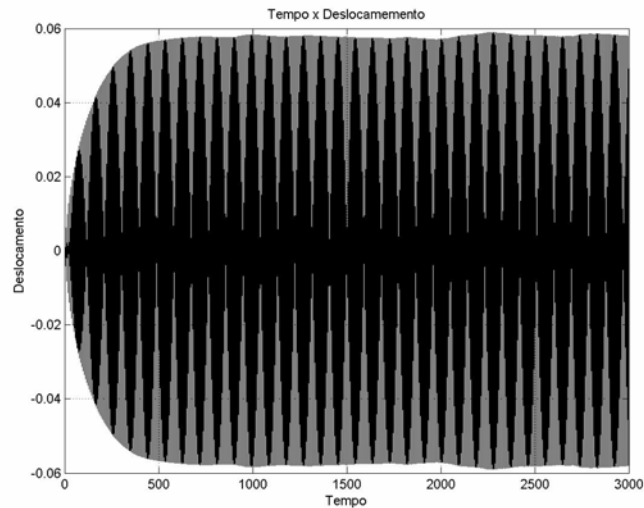


Figura 4.32: Histórico no tempo do deslocamento do sistema, $v_a=4.96$ V

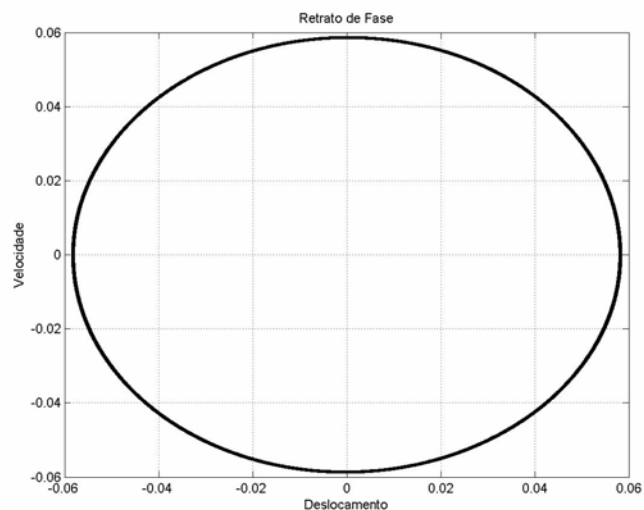


Figura 4.33: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V.

Notamos uma diminuição das amplitudes do movimento, devido à diminuição da energia do sistema e à ação do amortecedor, percebe-se também a facilidade do sistema ao passar pela ressonância, o motor, que com outros valores de amortecimento, tem uma maior dificuldade para chegar a estes valores de rotação, com este valor do parâmetro de controle, pois o amortecedor começa a agir justamente quando a rotação do motor chega a um valor próximo do equilíbrio.

A seguir apresentam-se as FFTs e Expoentes de Lyapunov para ajudar na análise das características do movimento:

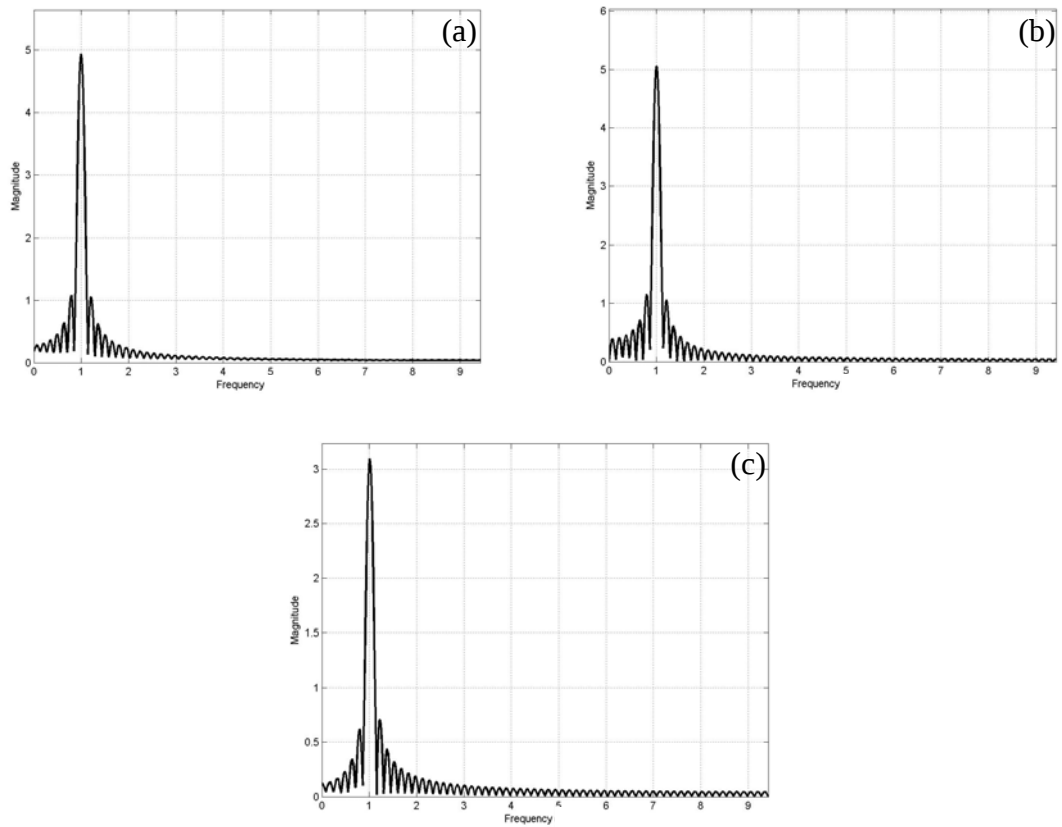


Figura 4.34: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Tabela 4.3: Expoentes de Lyapunov ($\gamma=\gamma_t=0.0011939$ e $\xi=0.00561610$)

Expoentes de Lyapunov			
Expoente	va=4.90	va=4.93	va=4.96
λ_1	0	0	0
λ_2	-0,00788	-0,007346	-0,00976
λ_3	-0,0099	-0,011901	-0,011
λ_4	-1,49993	-1,499900	-1,5004

A seguir, efetuam-se as simulações numéricas das equações (3.25) e (3.29) com o modelo de amortecimento Magneto-reológico, onde se utiliza os parâmetros $\gamma=\gamma_t=0.00198988$ e $\xi=0.008424$, (caso 3):

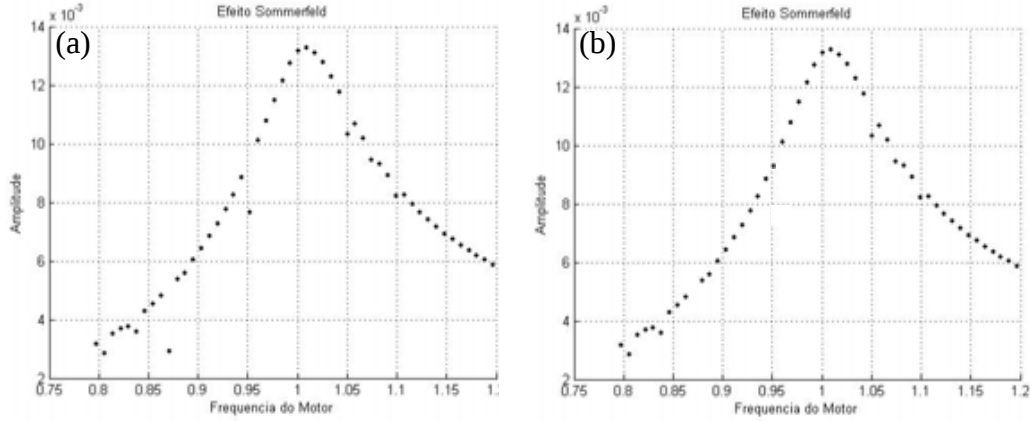


Figura 4.35: Efeito Sommerfeld; (a) $F_B(x_2)$; (b) $F_{BS}(x_2)$

Nota-se observando a Figura 4.35, que apesar de existirem algumas variações nas amplitudes do movimento, neste caso o salto que caracteriza o Efeito Sommerfeld não existe mais, as alterações abruptas de amplitude não acontecem como aconteciam para valores menores do amortecimento viscoso usual e do amortecimento Magneto-reológico e, ou seja, quando o motor passa pela ressonância, não existe uma grande variação na energia transmitida do motor ao sistema, pois os níveis de energia antes e depois da ressonância estão muito próximos, este fato acontece devido às maiores forças de amortecimento geradas pelo amortecedor.

A seguir apresenta-se o comportamento do sistema durante a passagem pela ressonância para os valores do amortecedor MR citados acima.

Nas Figuras 4.36, 4.37 e 4.38, usa-se o valor $v_a=4.90$ V e obtém-se o sistema em condição antes da ressonância, $x_4=0.998$.

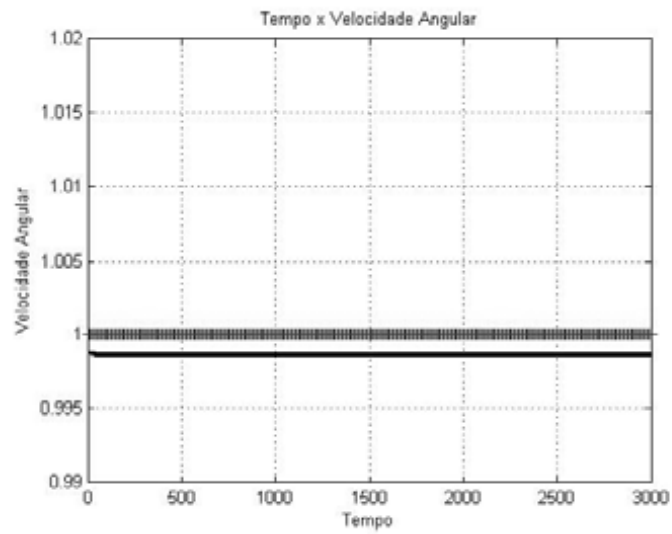


Figura 4.36: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.9$ V.

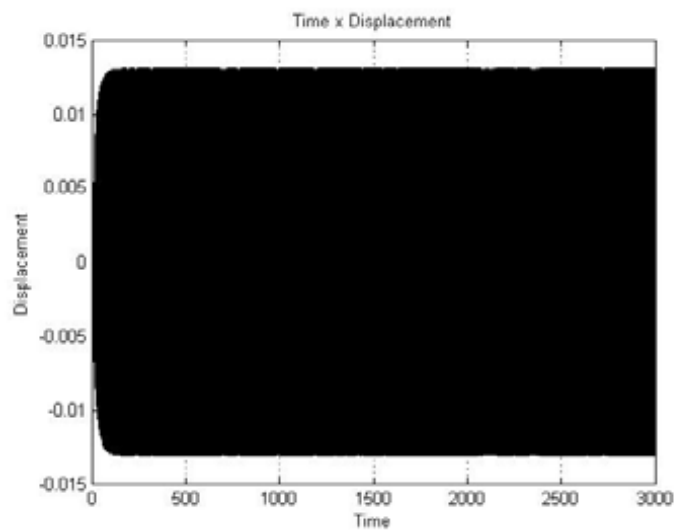


Figura 4.37: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.9$ V.

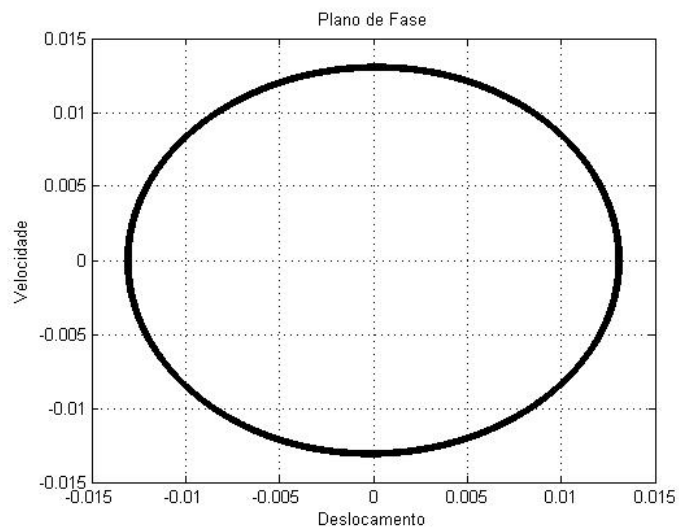


Figura 4.38: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.9$ V

Nota-se que o movimento chega rapidamente ao equilíbrio devido ao forte amortecimento provido pelo amortecedor ao sistema e as amplitudes do movimento são muito baixas, mostrando a grande eficiência dos amortecedores MR quando se busca o controle e a supressão das vibrações.

Nas Figuras 4.39, 4.40 e 4.41, usa-se o valor $v_a=4.93$ V e obtém-se o sistema em condição de ressonância, $x_4=1.0047$.

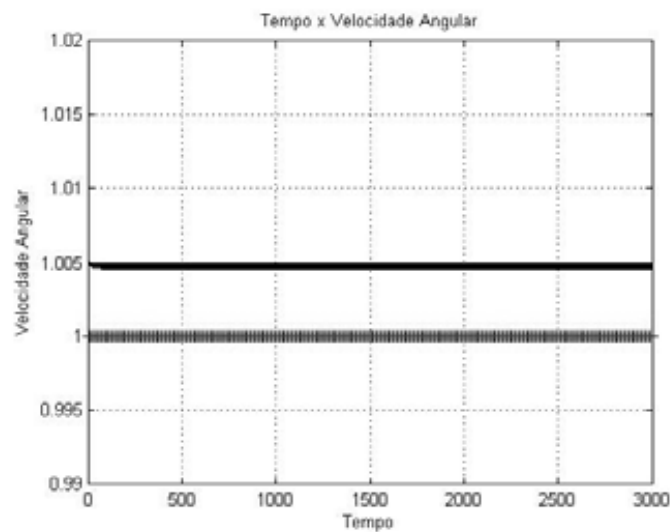


Figura 4.39: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.93$ V.

Percebe-se, nesta situação, a pequena oscilação na rotação do motor, forçada pelo amortecedor Magneto-reológico, ajustado com grandes forças de amortecimento permite a rápida chegada à condição de equilíbrio. Percebe-se nas figuras (3.40) e (3.41) que a variação nas amplitudes do movimento nesta região é bastante pequena, em relação à região antes da ressonância.

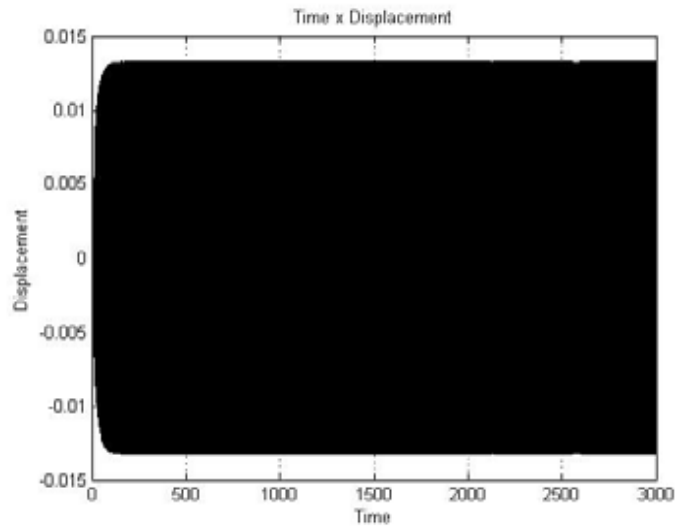


Figura 4.40: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.93$ V.

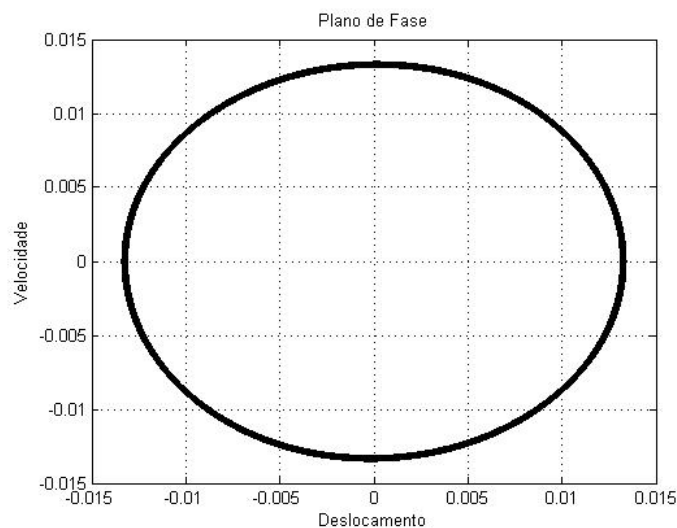


Figura 4.41: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.93$ V

Como foi dito e como pode ser visto na figura 4.40, o sistema encontra rapidamente o equilíbrio, diminuindo fase de transiente do movimento, devido ao grande amortecimento gerado pelo amortecedor. Percebemos que as amplitudes do movimento são bem parecidas com as amplitudes do movimento no caso anterior, mesmo na região de ressonância, onde quase sempre se encontram grandes amplitudes devido à grande transferência de energia do motor ao sistema.

Nas Figuras 4.42, 4.43 e 4.44, usa-se o valor $v_a=4.96$ V e obtém-se o sistema em condição de ressonância, $x_4=1.0109$.

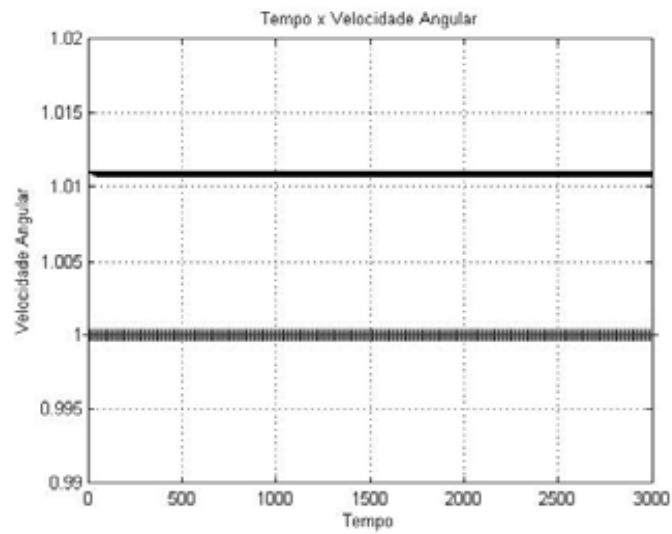


Figura 4.42: Histórico no tempo da rotação do motor, $v_a=4.96$ V.

Neste caso, o motor passa pela ressonância sem nenhum problema e alcança o equilíbrio bem rapidamente, mostrando a qualidade do controle de vibrações efetuado pelo amortecedor MR.

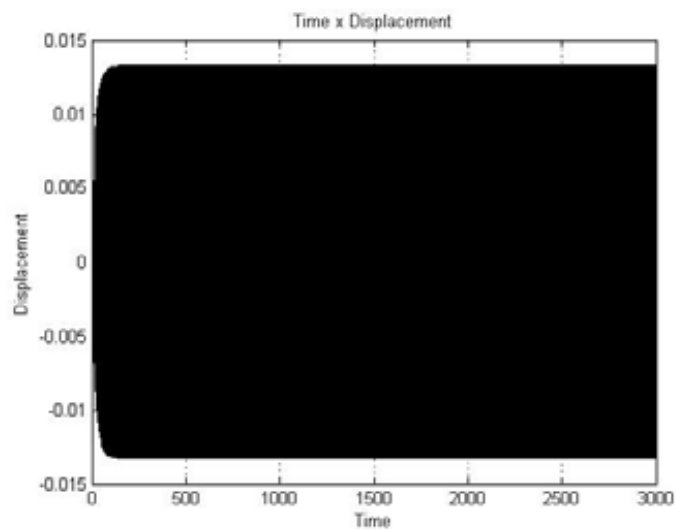


Figura 4.43: Histórico no tempo do deslocamento, $v_a=4.96$ V.

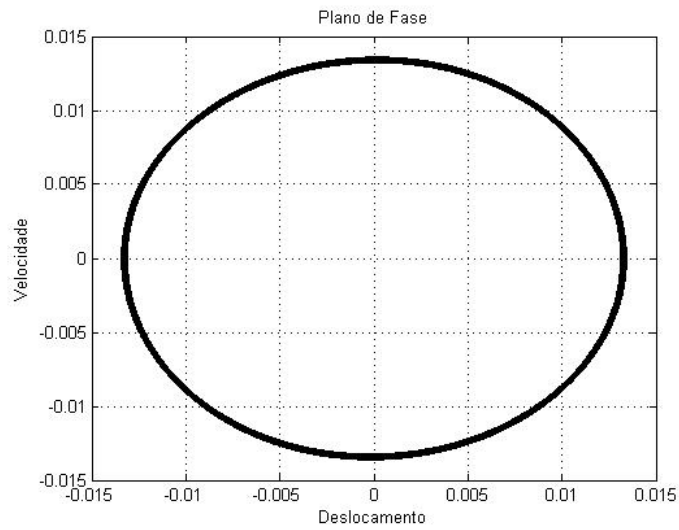


Figura 4.44: Plano de fase, caracterizando o tipo de movimento, $v_a=4.96$ V

Tabela 4.4: Expoentes de Lyapunov. ($\gamma=0.00198988$ e $\xi=0.008424$)

Expoentes de Lyapunov			
Expoente	$v_a=4.90$	$v_a=4.93$	$v_a=4.96$
λ_1	0	0	0
λ_2	-0,0424	-0,04233	-0,04703
λ_3	-0,070661	-0,074286	-0,067564
λ_4	-1,500018	-1,500015	-1,5006

Observando-se a figura 4.45 e a tabela 4.4, percebemos que o movimento do sistema continua periódico, isto já era esperado devido ao alto grau de amortecimento aplicado neste caso.

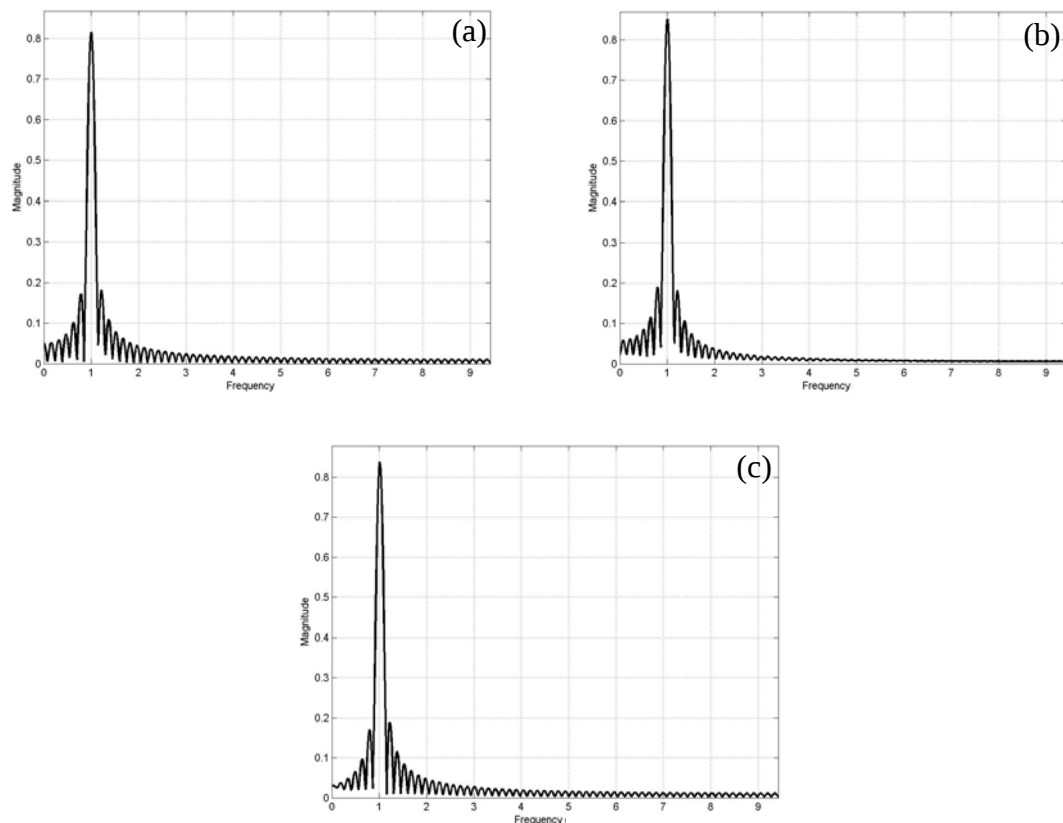


Figura 4.45: FFT: (a) antes da ressonância; (b) na ressonância; (c) depois da ressonância.

Percebe-se que o amortecedor Magneto-reológico efetua um controle também da rotação do motor. Pôde ser visto que aumentando o valor do amortecimento aplicado ao sistema, as oscilações de grande amplitude que eram vistas na frequência do motor diminuíram bastante, sendo assim, as oscilações no movimento do sistema também diminuíram.

Mesmo com a interação pequena entre motor e estrutura, percebe-se a grande influência que o desbalanceamento do motor pode trazer ao problema. Neste trabalho utiliza-se um valor baixo de interação, mesmo assim nota-se que a resposta do sistema influencia diretamente o comportamento do motor e vice-versa e nota-se também que o amortecimento aplicado pode amenizar os efeitos causados por esta interação.

No próximo item, verifica-se o efeito do amortecedor em condições de movimento caótico.

4.2.2 Ensaios numéricos 2: Rota para o caos.

As próximas simulações numéricas foram feitas utilizando-se as equações (3.25), $\chi = v_a$, $\delta = 1.5$, $\varepsilon_1 = 8.373$, $\eta = 0.00$, $\hat{k} = 0.1296$, e as seguintes condições iniciais: $x_1 = 1$, $x_2 = 0.000001$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$.

A seguir apresentam-se as simulações efetuadas com o objetivo de se descobrir os valores da tensão aplicada ao motor CC em que obtemos movimentos caóticos. Inicialmente, efetua-se as simulações durante a passagem pela ressonância e aumenta-se o valor da tensão do motor até obter-se o movimento caótico (figuras 4.46 a . A partir daí, introduz-se o modelo de amortecimento Magneto-reológico nas equações, com o objetivo de analisar a influência do dispositivo no sistema estudado. Nestas simulações, utiliza-se o valor de $\xi = 0.2$ e $\gamma = 0$.

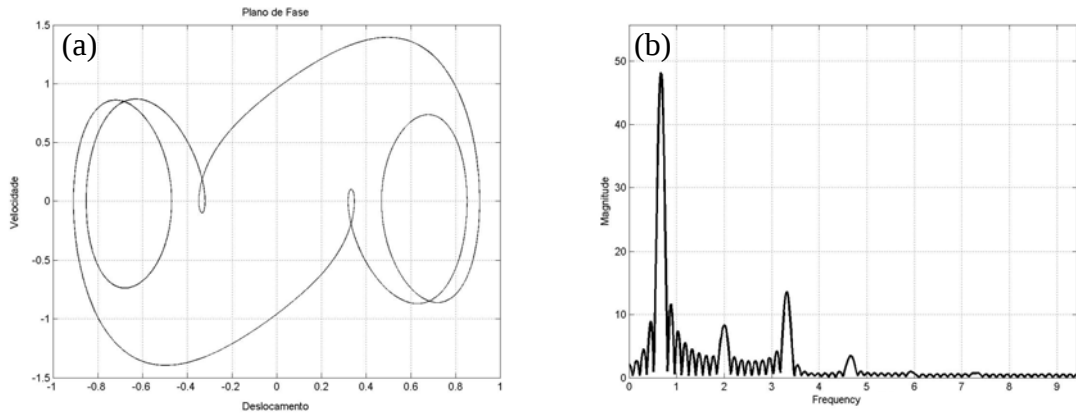


Figura 4.46: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 1$ V.

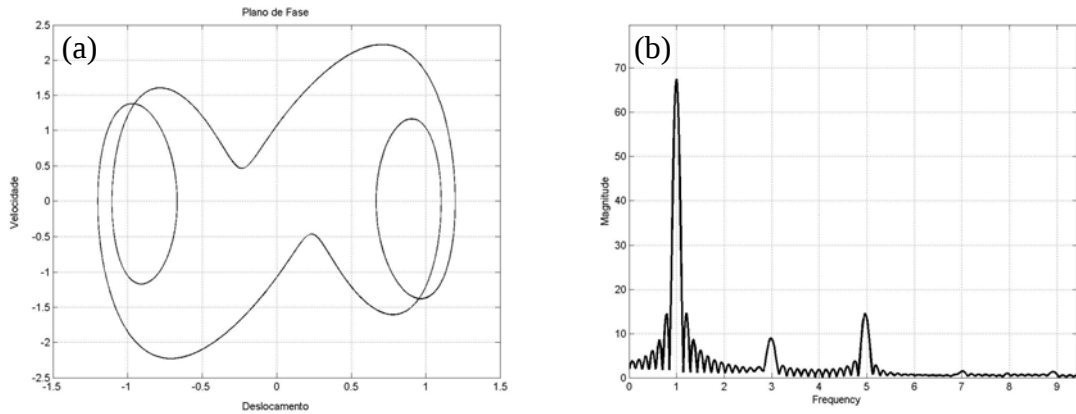


Figura 4.47: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 1.495$ V.

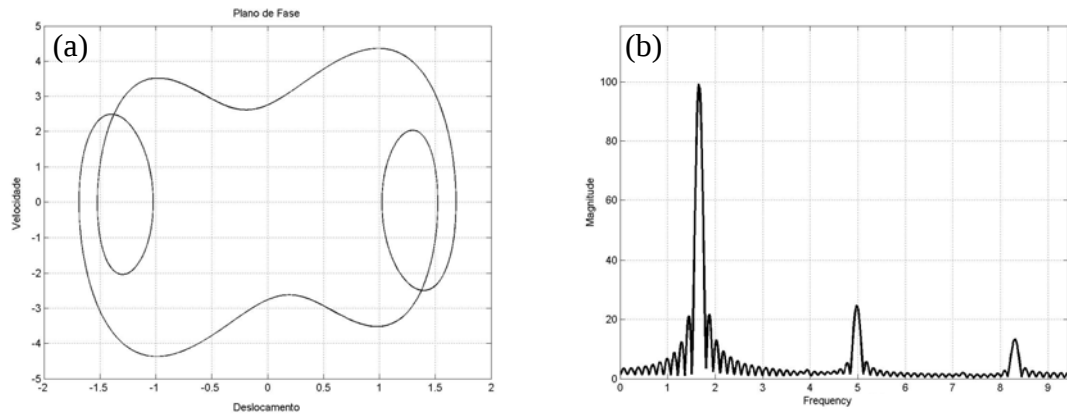


Figura 4.48: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 2.5$ V.

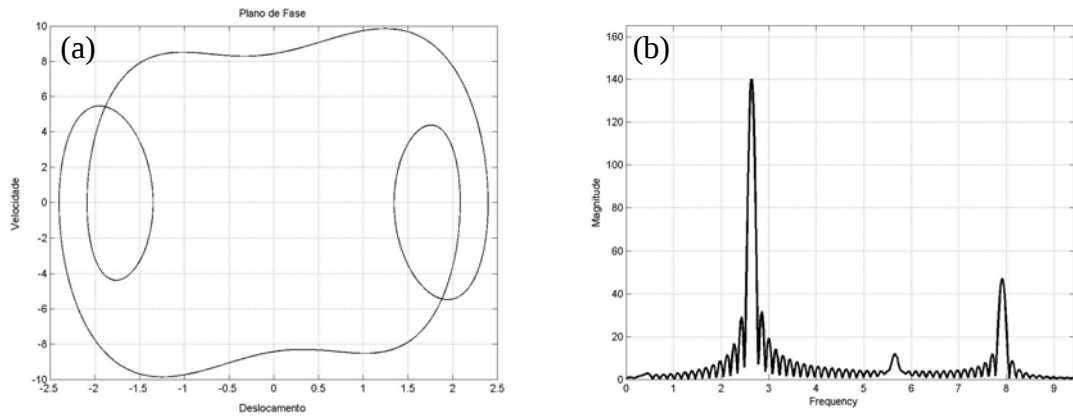


Figura 4.49: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 4$ V.

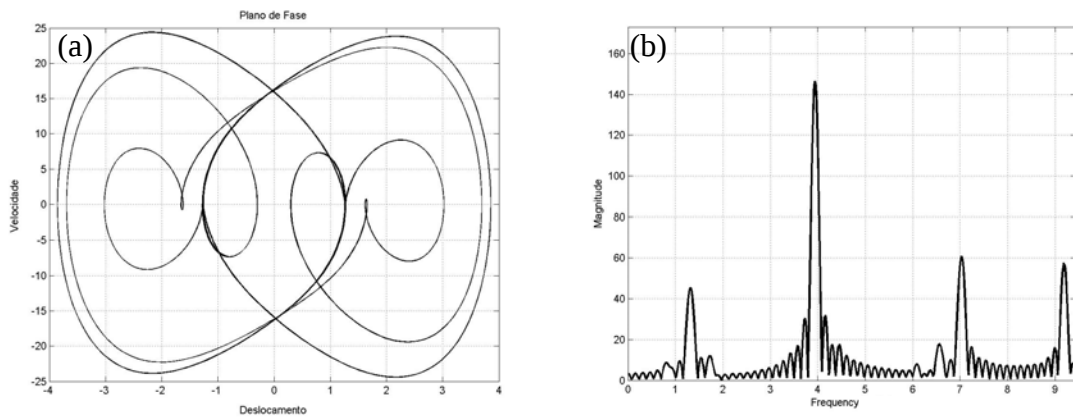


Figura 4.50: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 6$ V.

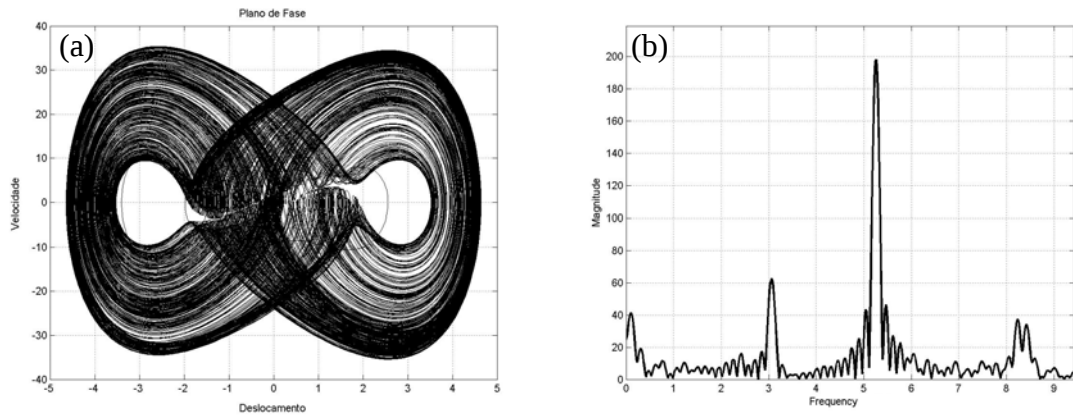


Figura 4.51: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 8$ V.

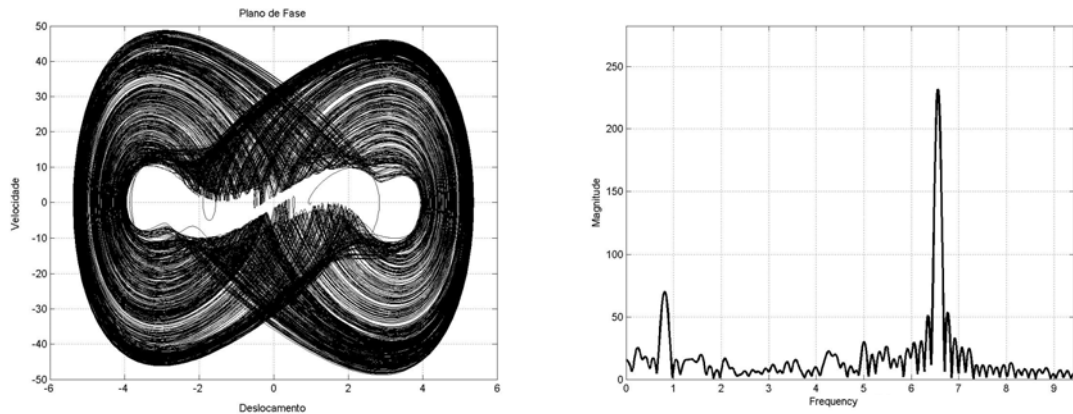


Figura 4.52: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 10$ V.

Nota-se que o modelo não ideal com estes parâmetros apresenta caos para um valor alto da tensão aplicada ao motor. Para baixos valores da tensão, o sistema apresenta movimentos periódicos e a medida que aumenta-se esta tensão, o motor começa a transmitir cada vez mais energia para o oscilador, até chegar a um nível que o sistema apresenta movimento caótico. Como é conhecido da literatura, ao aumentar-se o valor do amortecimento viscoso, o movimento caótico desaparece e o sistema passa a ter movimentos periódicos, mesmo com o alto valor da tensão.

A seguir são apresentados os planos de Fase, FFT e os Expoentes de Lyapunov para condições em que são modificados os parâmetros de amortecimento Magneto-reológico, o valor da tensão aplicada ao motor é constante, $v_a = 10$ V. Inicialmente encontra-se caos para um dado valor do amortecimento viscoso usual, a partir daí, introduz-se o modelo de amortecimento Magneto-reológico e verifica-se o efeito deste amortecimento no sistema não ideal.

Tabela 4.5: Expoentes de Lyapunov

Expoentes de Lyapunov						
Expoente	$\gamma=0;$ $\xi=0,2$	$\gamma=12,72;$ $\xi=0,1$	$\gamma=25,45;$ $\xi=0,2$	$\gamma=38.18;$ $\xi=0,3$	$\gamma=63.64;$ $\xi=0,5$	$\gamma=190.92;$ $\xi=1,0$
λ_1	0.653509	0.666454	0.408544	-0.000528	0	0
λ_2	-0.000683	-0.013303	-0.011807	-0.059324	-0.976467	-1.374264
λ_3	-1.033438	-1.042032	-1.071048	-1.098049	-0.964265	-4.572580
λ_4	-1.830202	-2.183615	1.789309	-1.516691	-1.154633	-60.240691

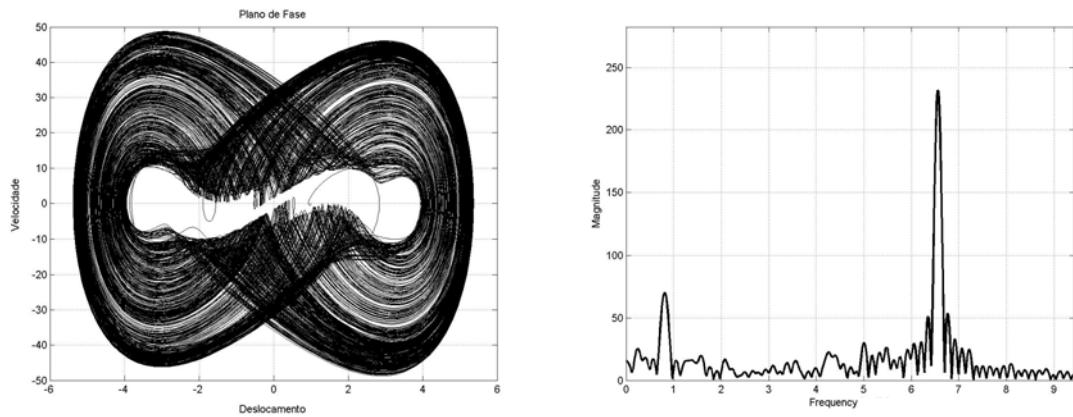


Figura 4.53: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0$; $\xi = 0,2$, $v_a = 10$ V.

Para os parâmetros utilizados nestas simulações, percebe-se que para o modelo usual de amortecimento viscoso existe a presença de movimentos irregulares (caóticos) devido a alta interação entre o motor e o sistema, ($\varepsilon=8.373$), e ao baixo valor do amortecimento, como pode ser visto pela irregularidade do plano de fase e pela FFT.

A seguir, apresentam-se os planos de fase e FFT do movimento não ideal submetido ao amortecimento Magneto-reológico. Percebe-se que, para baixos valores do amortecimento, tem-se também a presença de movimentos irregulares.

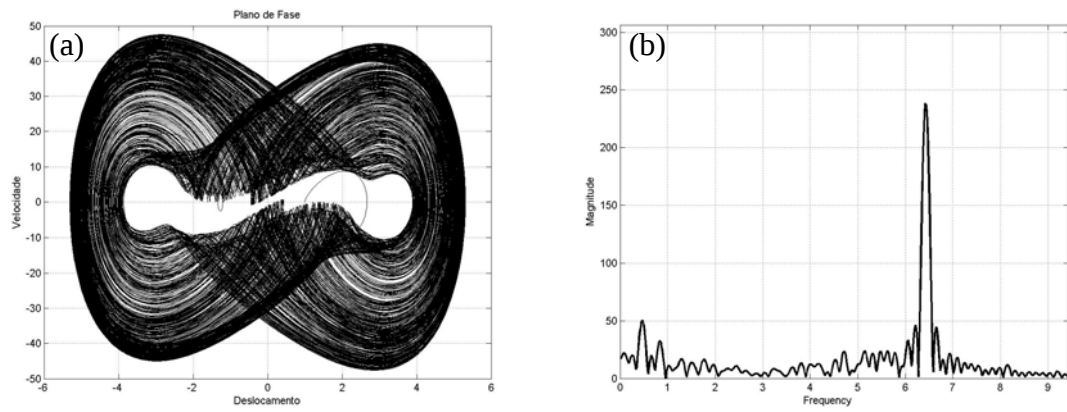


Figura 4.54: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0,2$; $\xi = 0,1$, $v_a = 10$ V.

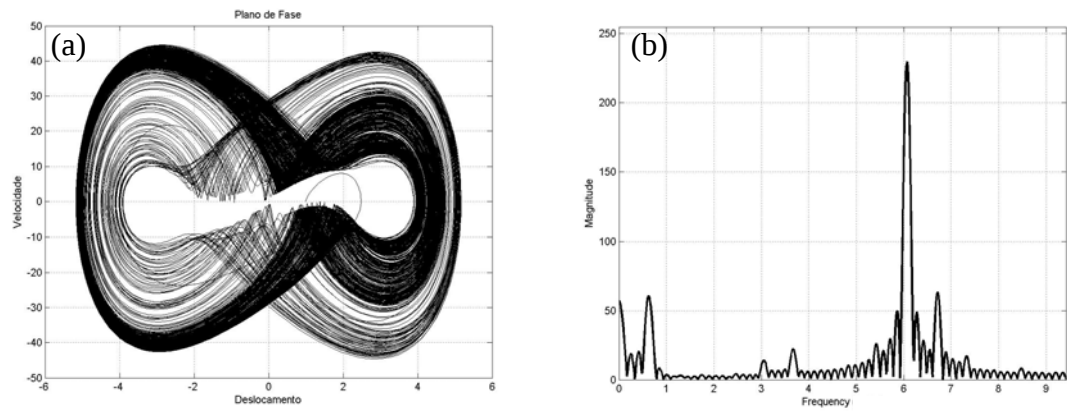


Figura 4.55: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0,4$; $\xi = 0,2$, $v_a = 10$ V.

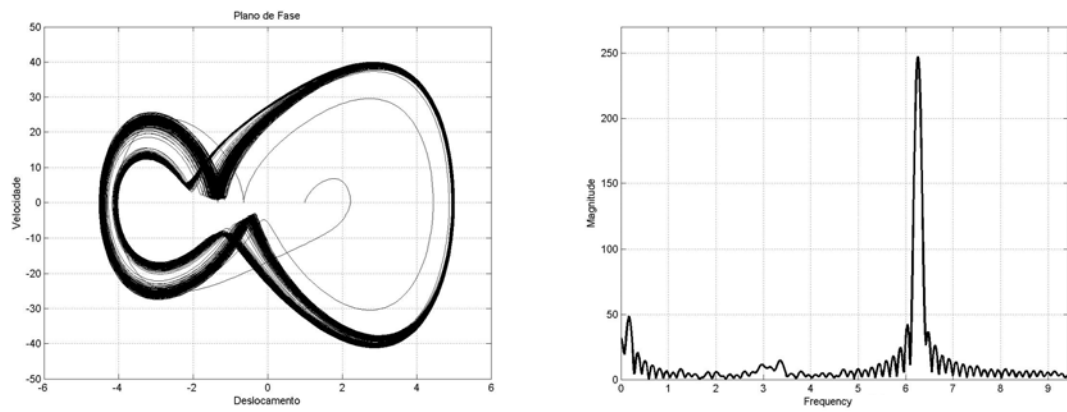


Figura 4.56: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 0,6$; $\xi = 0,3$, $v_a = 10$ V.

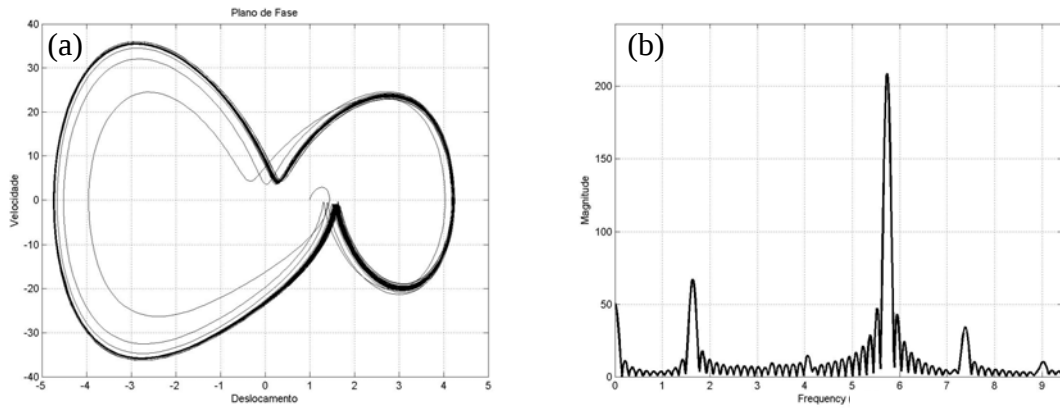


Figura 4.57: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 1,0$, $\xi = 0,5$, $v_a = 10$ V.

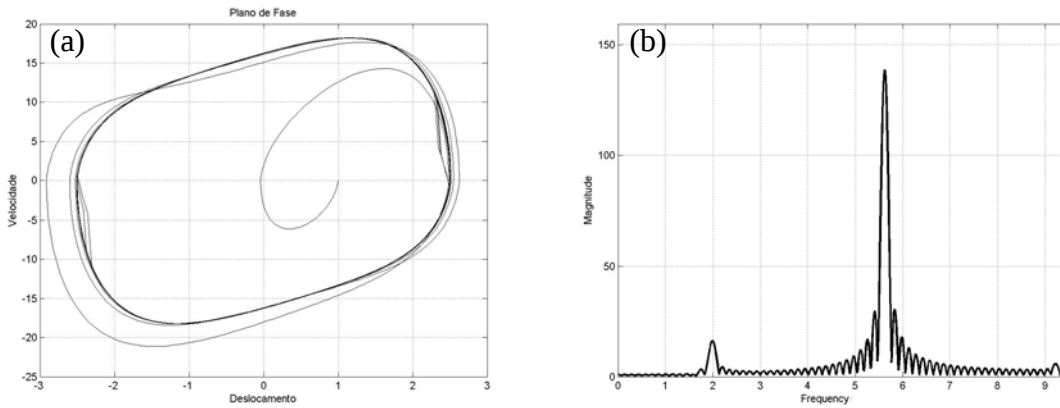


Figura 4.58: (a) Plano de fase, (b) FFT. $\gamma = 3,0$, $\xi = 1,0$, $v_a = 10$ V.

Como pode ser visto na evolução do plano de fase e FFT apresentada, introdução do amortecimento Magneto-reológico com baixos valores não implica diferença na qualidade do movimento, pois se mantém irregular. Ao aumentarem-se os valores para o amortecimento MR, o movimento começa a mudar seu comportamento, passando de caótico para duplamente periódico e depois periódico, evidenciando a presença de bifurcações. Sendo assim, percebe-se que a adição deste tipo de amortecimento representa uma forma relativamente fácil de controlar movimentos caóticos (controle semi-ativo), na medida em que se queira eximir-se de movimentos irregulares, sem se preocupar com a amplitude dos deslocamentos e velocidades alcançadas.

Como é empregado o amortecedor MR neste caso, somente modificando as correntes aplicadas ao dispositivo obteríamos os resultados esperados, sendo que se aplicássemos o amortecedor viscoso usual, teríamos que efetuar uma troca de dispositivo para obter o

resultado desejado. Observando isto, conclui-se que a aplicação do amortecedor MR é bem mais vantajosa em relação à aplicação do amortecedor viscoso usual, visto que é possível obter-se uma grande “variedade de dispositivos em apenas um”, o que diminui os gastos com manutenção (troca) de dispositivos e, em alguns casos específicos, descarta a elaboração de um projeto de controle para o sistema.

10.3 Resumo comparativo

A seguir apresenta-se um resumo com as principais comparações feitas no item anterior.

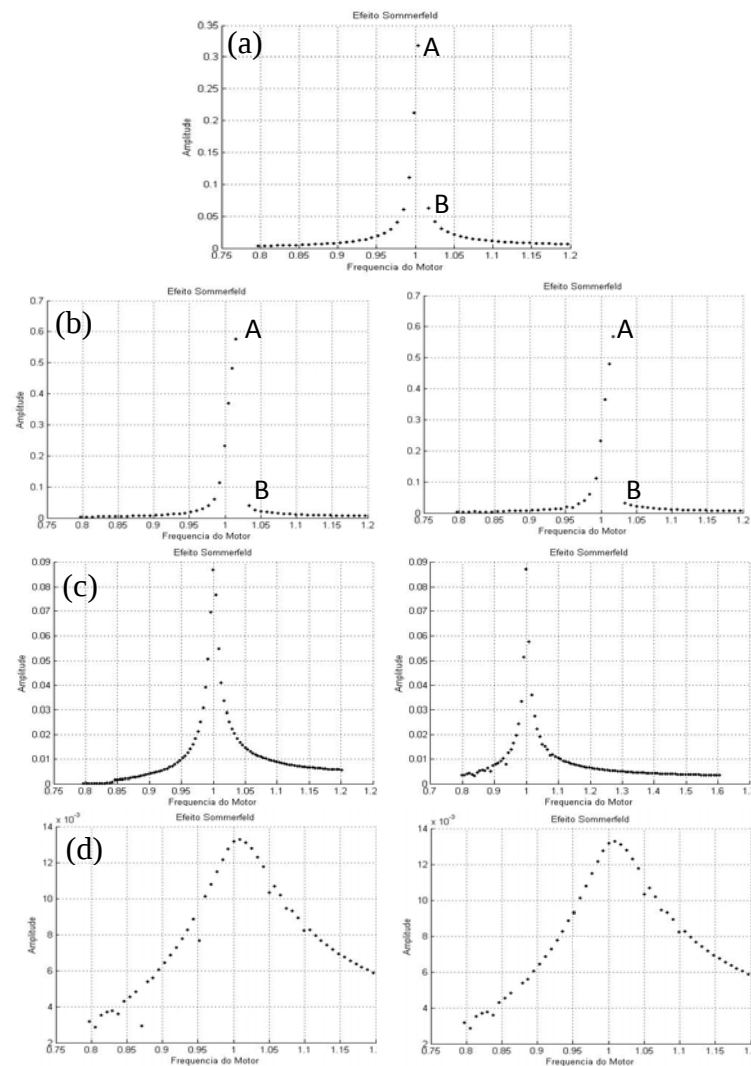


Figura 4.59: Efeito Sommerfeld: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso 3.

Observando-se a Figura 4.59, que apresenta novamente o efeito Sommerfeld, nota-se que o amortecimento MR atua diretamente no controle deste efeito, percebe-se que aumentando-

se este amortecimento, este efeito pode ser suprimido e eliminado do comportamento do sistema. Isto é um fato deveras importante para solução de alguns problemas de engenharia, tendo em vista que este efeito não é desejado no sistema. Isto acontece porque o amortecedor MR atua como um controlador no sistema, diminuindo a transmissão de energia entre o motor e o oscilador e também as grandes variações nesta transmissão. Percebe-se aí uma grande vantagem deste amortecimento sobre o amortecimento usual.

Nota-se, observando a Figura 4.60, que a rotação do motor com o modelo de amortecimento viscoso usual apresenta algumas oscilações não desejadas, adicionando-se o modelo de amortecimento MR com um nível menor de amortecimento percebe-se que essas oscilações desaparecem, resultando numa oscilação mais suave.

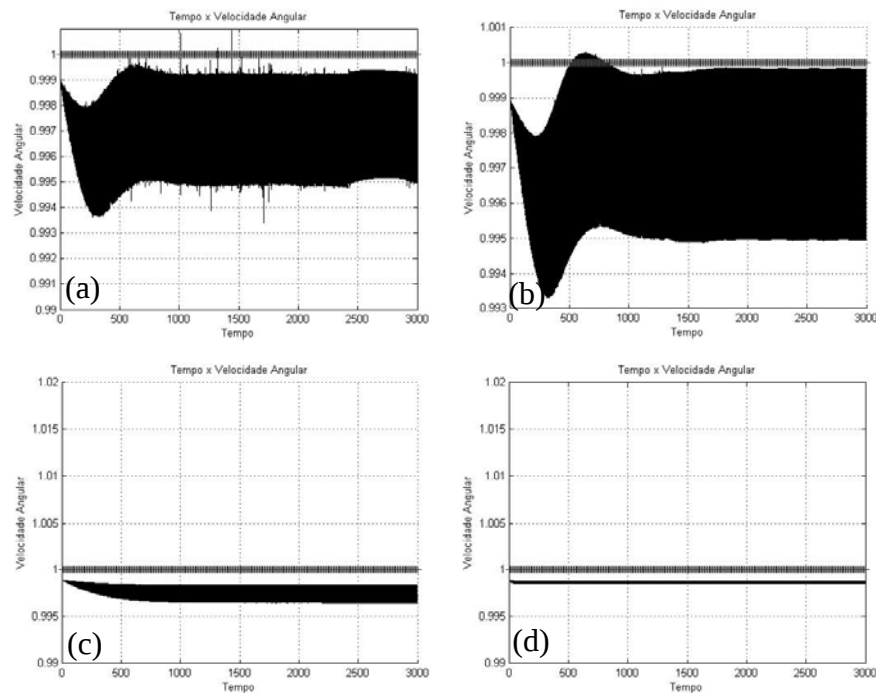


Figura 4.60: Rotação do motor antes da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso 3.

Aumentando-se o amortecimento MR, percebe-se que ocorre uma diminuição das oscilações do motor, isso acontece principalmente porque o amortecedor controla a energia transmitida do motor ao sistema, diminuindo assim a influência do sistema no comportamento do motor.

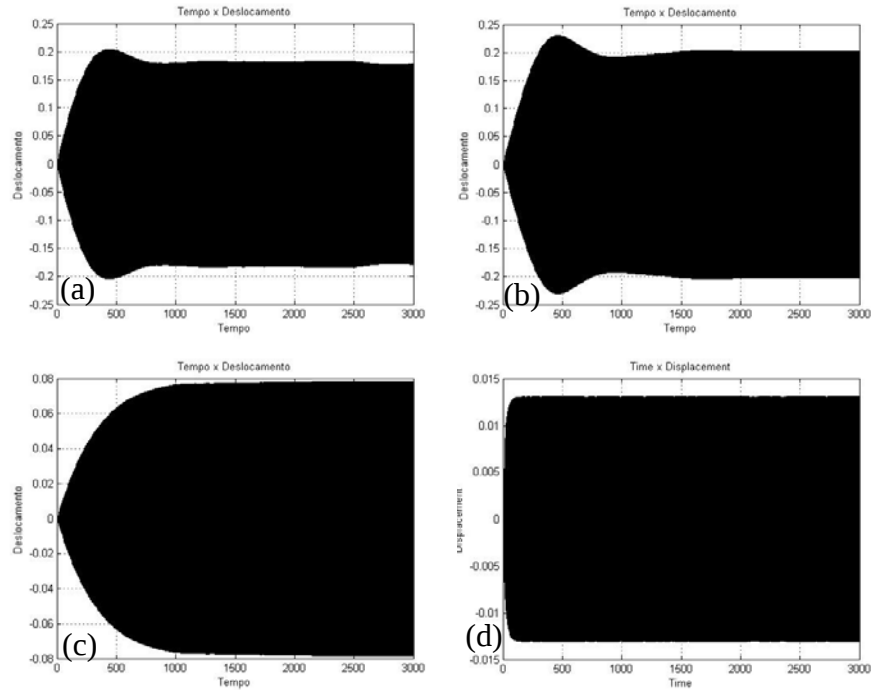


Figura 4.61: Deslocamento do oscilador motor antes da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Observando-se a Figura 4.61, percebe-se a mudança do comportamento do sistema com a adição do amortecimento MR, principalmente em relação à amplitude e à diminuição do comportamento transiente. Com maior amortecimento, mais rápido o sistema chega ao comportamento permanente.

A seguir, apresenta-se as rotações do motor para o caso em que o mesmo está em ressonância com o sistema. Nota-se, além do controle das oscilações e a diminuição das suas amplitudes, que o amortecimento MR afasta a rotação da região de ressonância, permitindo que o motor trabalhe em melhores condições e necessite de menos potência para passar por essa região.

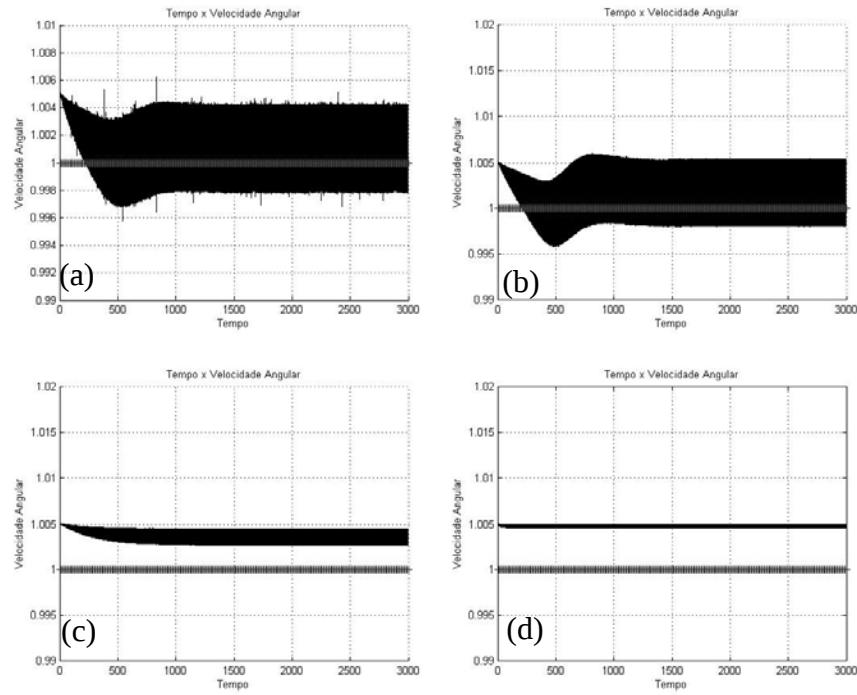


Figura 4.62: Rotação do motor em ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

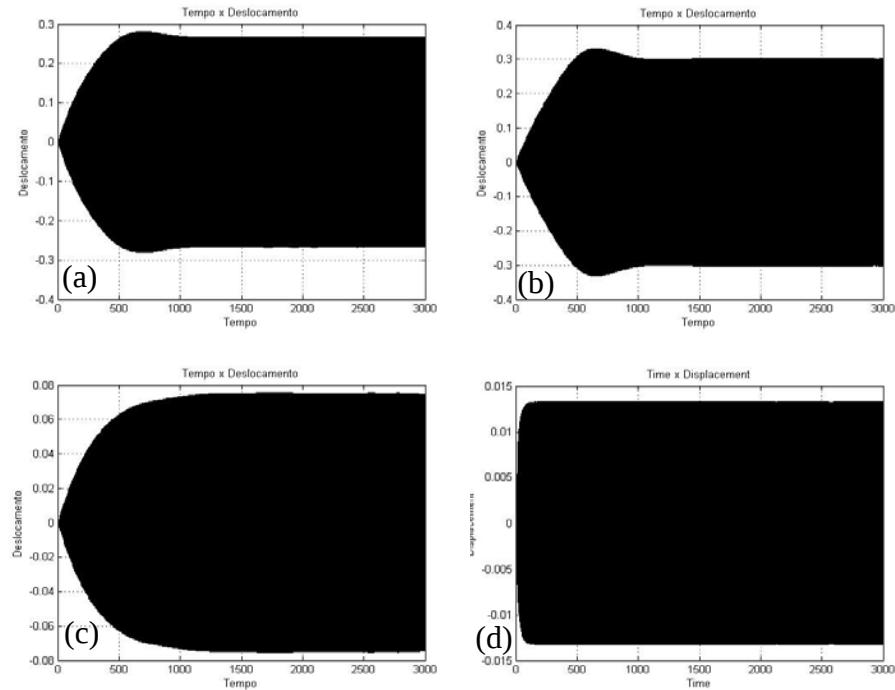


Figura 4.63: Deslocamento do oscilador motor em ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso3.

Na Figura 4.63 mostra-se o efeito do amortecedor MR no movimento do sistema em condições de ressonância, que é o mesmo no caso do motor estar antes da ressonância, as amplitudes dos movimentos foram diminuídas devido ao aumento do amortecimento aplicado ao sistema e o período transiente da resposta diminuiu também.

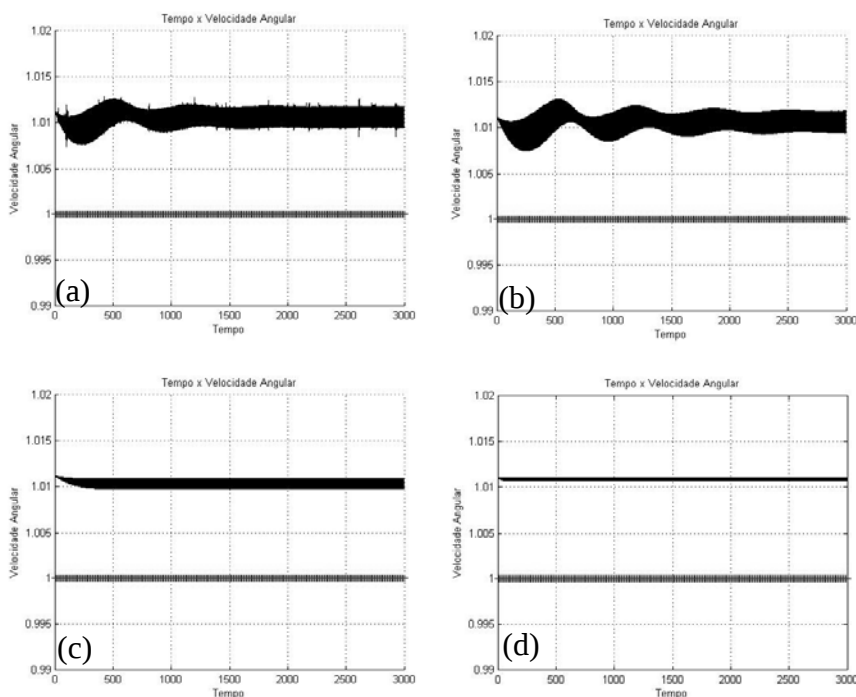


Figura 4.64: Rotação do motor depois da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR caso 3.

Na Figura 4.64 apresentam-se as rotações do motor quando a mesma já ultrapassou a região de ressonância do sistema. Nota-se que as oscilações diminuíram, o que reforça a informação de que o amortecedor diminui a energia transmitida, desta forma tem-se a impressão que a interação entre o sistema e o motor diminuiu, mas na realidade foi o efeito do amortecimento que escondeu este efeito. Percebe-se que o motor encontra o comportamento permanente mais rápido, ou seja, diminui o período transiente da resposta, isto também se deve ao aumento do amortecimento MR.

Na Figura 4.65 apresentam-se os deslocamentos do sistema quando o motor já passou pela ressonância do sistema, nota-se que para baixos amortecimento (tanto o viscoso usual quanto o MR), o sistema tem um grande período de transiente e bastante oscilações de uma amplitude

em alta, isto se deve à grande transmissão de energia entre o motor e o sistema. Aumentando-se o amortecimento MR, percebe-se que estas oscilações tornam-se controladas e o período transiente do movimento diminui consideravelmente. Isto é visto nos casos anteriores, porém mostra-se com maior nitidez neste caso. Ressalta-se que as amplitudes do movimento diminuíram visivelmente.

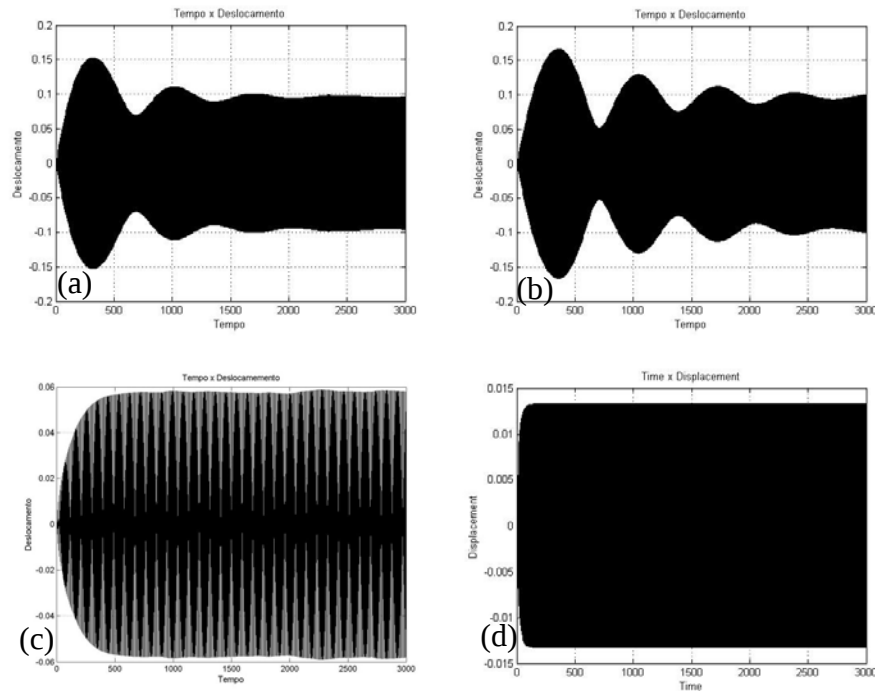


Figura 4.65: Deslocamento do oscilador motor depois da ressonância: (a) amortecimento viscoso usual; (b) amortecimento MR caso 1, (c) amortecimento MR caso 2, (d) amortecimento MR

Observando-se as Figuras 4.46 a 4.52 percebe-se que o sistema tem o movimento sempre periódico para valores baixos da tensão aplicada ao motor. Ao aumentar-se estes valores, o motor começa “gerar” mais energia e a transmiti-la ao sistema, desta forma o movimento começa a mudar as suas características, isto ocorre também porque o amortecimento empregado é baixo ($\xi = 0.2$ e $\gamma = 0$) e não consegue “segurar” o comportamento do sistema quando aumenta-se a tensão. Nota-se que há um valor acima de $v_a = 8$, o motor começa a apresentar movimentos caóticos, e para valores menores que este, o movimento é periódico e quase-periódico.

Nas Figuras 4.53 a 4.58, as quais mostram os movimentos do sistema para dados valores dos amortecimentos MR, percebe-se que aumentando este valores, muda-se novamente as

características do movimento. Começa-se a observação utilizando-se apenas o amortecimento viscoso usual, e depois aplica-se o amortecimento MR e aumentamos o valor deste até que desaparece este movimento irregular e para valores maiores ainda, obtemos até movimentos periódicos.

5. CONCLUSÕES

Nesta dissertação estuda-se a dinâmica não linear de um sistema não ideal sob o efeito de amortecedores do tipo magneto reológicos, fez-se uma série de simulações numéricas a partir das equações do movimento encontradas utilizando-se as equações de Lagrange. Buscou-se estudar o comportamento deste sistema em algumas regiões específicas da frequência de excitação, que neste caso, é gerada pelo motor CC.

Percebeu-se que a interação do motor CC com a estrutura pode influenciar fortemente o comportamento do sistema vibratório, no que diz respeito à periodicidade do movimento encontrado. Dependendo dos parâmetros escolhidos para a simulação, pode ser observado que o movimento mantém-se periódico onde tem-se uma pequena interação entre o motor CC e a estrutura ou apresenta movimentos irregulares onde tem-se uma alta interação entre a estrutura e o motor CC. Neste sentido, podemos concluir que:

Com o primeiro conjunto de parâmetros, a estrutura apresenta somente movimentos periódicos, evidenciados pelos planos de fase, espectro de frequência e expoentes de Lyapunov calculados e apresentados no texto.

Observou-se a presença do efeito Sommerfeld (motor CC é capturado pela ressonância do sistema) que é um fenômeno intrínseco nesta classe de problemas, do tipo não ideal.

Percebeu-se, em comparação com o comportamento do sistema com o modelo de amortecimento viscoso usual, que para baixos valores do amortecimento magneto reológico, o motor CC fica em condição de ressonância para valores maiores da tensão aplicada ao motor CC do que o sistema com amortecimento viscoso apenas principalmente porque, com baixo amortecimento, nota-se o efeito da mola não linear no sistema, fazendo com que o motor CC necessite de um pouco mais de potência para ultrapassar esta condição.

Notou-se que, o aumento do amortecimento magneto reológico, o motor CC passa pela região de ressonância com mais facilidade, necessitando de menos potência fornecida ao motor CC para esta passagem, trazendo este “salto” na magnitude das amplitudes para regiões bem mais próximas à região de ressonância.

Aumentando-se ainda mais estes valores do amortecimento, nota-se que o salto foi totalmente suprimido do comportamento da estrutura, sendo que as mudanças na amplitude na passagem pela ressonância acontecem de uma maneira mais suave, sem mudanças bruscas. Nota-se também que a variação deste amortecimento pode modificar a quantidade de potência necessária para o motor CC atingir a região de ressonância.

Ressalta-se que a aproximação feita pela função tangente hiperbólica para a função sinal é bastante vantajosa, sendo visto nas figuras apresentadas que exibem o efeito Sommerfeld. Sabendo-se que as figuras que foram geradas utilizando-se a função tangente hiperbólica gastou 30% menos tempo de computação, esta serve principalmente para evitar problemas computacionais referentes à integração da função sinal, pois esta sendo descontínua, carrega um esforço computacional maior e aumenta substancialmente o tempo de simulação.

As aproximações feitas eliminam estes problemas, desde que o parâmetro responsável pela aproximação do perfil das funções seja de um tamanho satisfatório. Em alguns testes percebeu-se que esta aproximação pode ser usada com um valor do parâmetro na ordem de 10^2 , abaixo destes valores, as simulações geram erros considerados grandes.

Para o segundo conjunto de parâmetros utilizados percebeu-se a ocorrência de movimentos irregulares (caótico), devido à alta interação entre o motor CC e a estrutura. Observou-se que existe o aumento nas variações das oscilações da rotação do motor CC de corrente contínua, confirmando a influência da resposta da estrutura sobre a dinâmica do motor CC.

Utilizou-se como ferramentas o espectro de frequência e Expoente de Lyapunov de cada resposta para evidenciar a presença de movimentos irregulares e regulares para certos valores do amortecimento magneto reológico e da tensão aplicada ao motor CC. A investigação dos planos de fase do revelou uma dinâmica bastante rica. A variação dos valores para o amortecimento Magneto-reológico mostra, na evolução do espaço de fase do sistema, a modificação da sua topologia caracterizando a mudança do tipo de movimento, subentende-se a existência de bifurcações.

Na medida em que se aumenta o valor do amortecimento percebe-se o controle efetuado pelo dispositivo aplicado, observando a mudança das características do movimento, saindo de movimento caótico para o movimento periódico, tornando possível visualizar a eficiência do amortecedor MR como dispositivo de controle.

Como sugestão para trabalhos futuros, pretende-se encontrar a solução analítica do problema não ideal apresentado neste trabalho e a utilização dos outros modelos matemáticos para o amortecimento MR.

Como também encontrar a solução analítica para o modelo não ideal apresentado no apêndice deste trabalho.

A aplicação da técnica de controle ótimo linear realimentado, além do controle efetuado pelo amortecedor.

Referências:

- Balthazar, J. M., Mook, D. T., Weber, H. I., Reyolando, M. L. R. F., Fenili, A., Belato, D., Felix, J. L. P. *An overview on non-ideal vibrations*. Meccanica, 2003
- Balthazar, J. M., Pontes, B. R. *On friction induced non-linear vibrations*. In : A source of Fadigue, Damage Prognosis for Aerospace, Civil and Mechanical Systems, Inman, D., Farrar, C.R., Lopes Jr, V., Steffesen J., V., Eds. 1th ed., Vol 1, Parte I , Chapter 5, p. 91-110, Springer-Verlag, (2005), 473 p.
- Balthazar, J. M., Reyolando, M. L. R. F., Weber, H. I., Fenili, A., Belato, D., Felix, J. L. P., Garzelli, F. J. *A review of new vibrating issues due to non-ideal energy sources*. Dynamical Systems and Control, Taylor & Francis Group, edited by: F. Udwadia, H. I. Weber, G. Leimann. ISBN: 0415309972.
- Balthazar, J. M., Mook, D. T., Brasil, R. M. L. R. F., Weber, H. I., Fenili, A., Belato, D., Felix, J. L. P., Garzelli, F. J. *A review on new vibration issues due to non-ideal sources*. In: Dynamical Systems and Control, edited by: F. Udwadia, H. I. Weber, G. Leitmann. Stability and Control: Theory, Methods and Applications. (22), Chapman & Hallick, 237-258, 2004.
- Bolla, M., Balthazar, J. M., Felix, J. L. P., *On an approximate analytical solution to a nonlinear vibrating problem, excited by a non-ideal motor*, Nonlinear Dynamics 50, 841-847, 2007.
- Dantas M. J. H., Balthazar, J. M., *On the existence and stability of periodic orbits on non ideal problem: general results*, Z. Angew Math Phys. 58, 940-956, 2007.
- Dyke, S. J., Spencer, B. F., Sain., M. K. Carlson., J. D. “*Modeling and Control of magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction*” ACSE Journal of Engineering Mechanics, 1996 (a).
- Dyke, S. J., Spencer, B. F., Sain., M. K. Carlson., J. D. “*Phenomenological model of a Magneto-rheological damper*”. ACSE Journal of Engineering Mechanics, 1996 (b).
- El-Badawy, A.A., *Behavior Investigation of a nonlinear non – ideal vibrating system*, Journal Vibration and Control, vol. 13, p. 203 – 217, 2007.
- Kecik K., Warminski J. “*Control of a Regular and Chaotic Motions of an Autoparametric System with Pendulum by using MR damper*”. 9th Conference on Dynamical System: theory and applications. December 17-20, Lodz, Poland., pp. 649-656. 2007
- Kononenko, V. O. *Vibrating System of Limited Power Supply*. ILife, p. 236, 1969.
- Liu Y., Gordaninejad F. ; Evrensel C. A. ; Wang X., Hitchcock A ,*Semi active Control of A Bridge Using Controllable Magneto-Rheological Dampers*, Proceedings of SPIE Conference on Smart Materials and Structures, Newport Beach, California, March 2000.

- Meirovitch, L., *Methods of Analytical Dynamics*, USA: McGraw – Hill, 1970.
- Mete, A. N., Kulkarni, S. D., Gerbracht, M., Fehrenbacher, N., *Quarter car model using a semi-active MRF damper*. Class project. Department of Electrical and Computer Engineering University of California
- Nayfeh, A. H., *Introduction to Perturbations Techniques*, Wiley, New York, 1980.
- Nayfeh, A. H., Mook, D. T. *Nonlinear Oscillations*. Wiley, New York, 1979.
- Nayfeh, A.H., Balachandran, B., *Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computation and Experimental Methods*. John Wiley and Sons, N.Y., 1995.
- Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J., *Controlling chaos*, Physics Review Letters, 64, p. 1196-1199, 1990.
- Palácios, J. L., *Teoria de sistemas vibratórios aporticados não lineares e não ideais*. Tese de Doutorado, UNICAMP – Campinas, 2002.
- Peruzzi, N., Balthazar, J.M., Pontes Jr., B.R., *Nonlinear dynamics and control of an ideal/nonideal load transportation system with periodic coefficients*. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, v. 2, p. 32-39, 2007.
- Pontes Jr., B. R., *Dinâmica e controle de sistemas não lineares com interação auto-excitadora, sujeitos a fontes de energia do tipo ideal e não ideal*. Tese de Doutorado, EESC/USP – São Carlos, 2003. PVP, 179, ASME NY, p. 181 – 185, 1989.
- Rafikov, M. Balthazar, J.M., von Bremen, H.F., *Mathematical Modeling and Control of Population Systems: Applications in Biological Pest Control*, Journal of Computational and Applied Mathematics, in press, 2007(a)
- Rafikov, M., Balthazar, J.M., *On an optimal control design for Rossler system* Physic Letter A, v.333, p.241-245, 2004.
- Rafikov, M., Balthazar, J.M., *On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic system via linear feedback control*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2008.
- Rafikov, M., Balthazar, J.M., *Optimal Linear and Control Design for Chaotic System*. In: ASME - International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Long Beach. Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, 2005.
- Sinha, S.C., Henrichs, J.T., Ravindra, B.A., *A general approach in the design of active controllers for nonlinear systems exhibiting chaos*, International Journal of Bifurcation and Chaos, 165- 178, 2000.

- Sommerfeld, A., *Beiträge zum dynamischen ausbau der festigkeitslehe*, Physikal Zeitschr 3, p. 266 – 286, 1904.
- Stanway R., Sproston J. L., and Stevens N.G., N.G. “*Non-linear Identification of an Electro-rheological Vibration Damper.*” IFAC Identification and System Parameter Estimation, pp. 195–200. 1985.
- Stanway R., Sproston J.L., and Stevens., N.G “*Non-linear Modelling of an Electro-rheological Vibration Damper.*” J. Electrostatics, Vol. 20, pp. 167–184. 1987
- Tang D, Gavin H., Dwell E., “*Study of airfoil gust response alleviation using an electromagnetic dry friction damper. Part 1: Theory*”, Journal of Sound and Vibration, pp. 853–874. 2004
- Unsal, M. *Force Control of a New Semi-Active Piezoelectric-based Friction Damper*, Master Thesis Presented to the Graduate School of the University of Florida, 2002.
- Warminski, J., Balthazar, J.M., *Vibrations of a parametrically and self – excited system with ideal and non – ideal energy sources*, RBCM - Journal of the Brazilian Society Mechanical Science, Vol. 25, n°4, p. 413 – 419, 2003.
- Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L., Vastano, J.A., *Determining Lyapunov exponents from a Time Series*, Physica D, Vol. 16, p. 285-315. 1985.
- Yamanaka, H., Murakami, S., *Optimum design of operating curves for rotating shaft systems with limited power supply*. In: Chung, H (ed.), Current Topics in Structural Mechanics PVP, 179, ASME NY, p. 181 – 185, 1989.
- Zukovic, M, Cveticanin, L., *Chaotic response in a stable Duffing system of non – ideal type*, Journal of Vibration and Control, vol. 13, No. 6, p. 751 – 767, 2007.

Apêndice A

Curvas características do motor CC.

Segundo Dorf e Bishop (1997), o motor CC controlado pela armadura utiliza uma corrente de campo constante e a relação eletro-mecânica do torque magnético desenvolvido pelo motor é dada por

$$T_m = K_m I_a \quad (A1)$$

onde

T_m é o torque magnético (ou motriz) desenvolvido pelo motor;

I_a é a corrente elétrica;

K_m é a constante de torque do motor;

Admite – se motores de corrente contínua esquematizada, através da figura A1 cujas equações de controle representativas de seus circuitos elétricos, são dadas pela equação, desejável abaixo:

$$U - e_a = R_a I_a + L_a \left(\frac{dI_a}{dt} \right) \quad (A2)$$

onde

U é a tensão elétrica aplicada aos terminais do motor;

e_a é a força contra – eletromotriz;

R_a é a resistência elétrica do motor;

L_a a indutância elétrica do motor;

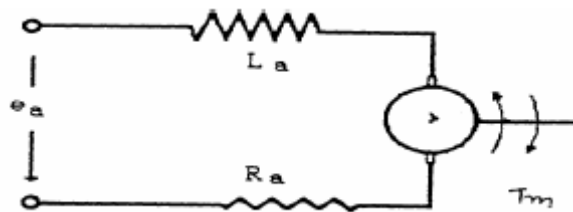


Figura A1: modelo de armadura do motor.

A tensão relativa à força contra-eletromotriz e_a é proporcional a velocidade angular do motor e é expressa como

$$e_a = K_b \dot{\phi} \quad (A3)$$

onde

K_b é a constante da tensão elétrica do motor;

$\dot{\phi}$ é a velocidade angular do motor;

Substituindo as equações (A1) e (A3) em (A2), obtém – se a seguinte expressão,

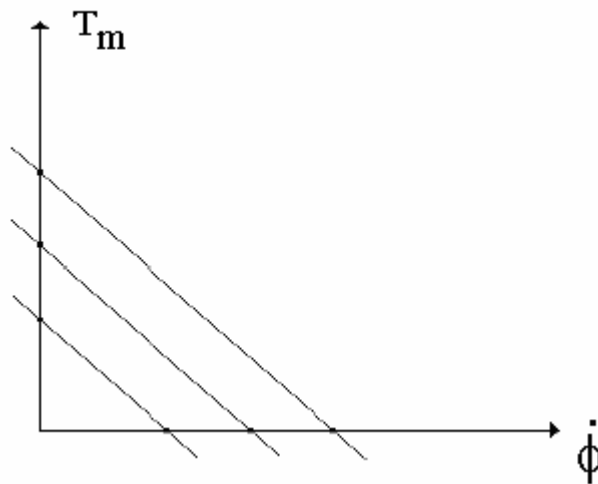
$$U - K_b \dot{\phi} = \left(\frac{R_a}{K_m} \right) T_m + \left(\frac{L_a}{K_m} \right) \frac{dT_m}{dt} \quad (A4)$$

A equação (A4) relaciona as seguintes grandezas: a velocidade angular do motor, a tensão elétrica aplicada, o torque magnético e a variação do torque.

Em regime estacionário, e desprezando a indutância ($L_a = 0$), a variação do torque é zero e a equação (A4) é reduzida para

$$T_m = \frac{K_m}{R_a} U - \frac{K_b K_m}{R_a} \dot{\phi} \quad (A5)$$

Observa – se, então se a tensão aplicada U for mantida constante, a relação existente entre o torque e a velocidade angular é do tipo linear, portanto as curvas características deste motor são retas interceptando os dois eixos, como mostrado na figura abaixo



Curvas características do motor CC

Apêndice B

Técnicas de perturbação – Método da Média

Em alguns casos, a solução exata de um sistema não ideal torna-se extremamente difícil de ser encontrada, sendo necessária a utilização de métodos específicos para a obtenção de uma solução aproximada, conhecidos como métodos de perturbação, que consiste em supor uma solução para o sistema homogêneo e que o mesmo está sendo perturbado. A seguir, apresenta-se uma breve descrição do método para esclarecimentos do leitor.

B.1 Método da média

O método da média é vantajoso na análise de sistemas fracamente não lineares. A idéia básica é utilizá-lo para estudar pequenas perturbações em um oscilador linear. Este método foi desenvolvido por Krylov e Bogoliubov, e é aplicado em sistemas da forma

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}) \quad (\text{B1})$$

onde ε é um pequeno parâmetro adimensional, os pontos indicam derivadas com relação ao tempo adimensional t , x é a variável dependente adimensional e a função $f(x, \dot{x})$ é uma função que depende dos deslocamento e das velocidades.

Quando $\varepsilon = 0$, a solução de (B1) pode ser escrita como

$$x = a \cos(\omega_0 t + \beta) \quad (\text{B2})$$

sendo $\phi = \omega_0 t + \beta$ onde a e β são constantes, pode-se reescrever a equação (B2) da seguinte forma

$$x = a \cos(\phi) \quad (\text{B3})$$

Quando $\varepsilon \neq 0$, a solução da equação (B1) pode ser expressa da forma (B3), mas a e β são agora funções do tempo t e assim não sendo mais constantes. Logo, (B3) pode ser vista como uma variável dependente $x(t)$ e novas variáveis independentes $a(t)$ e $\beta(t)$. Desde que as equações (B1) e (B3) constituem duas equações com três variáveis x , a e β , é possível impor uma condição adicional. Convenientemente, deve-se considerar que a velocidade tenha a mesma forma como no caso onde $\varepsilon = 0$, isto é

$$\dot{x} = -a\omega_0 \sin(\phi) \quad (B4)$$

Para determinar as equações que descrevem $a(t)$ e $\beta(t)$, deriva-se (B2) com relação ao tempo t e assim se obtém que

$$\dot{x} = -a\omega_0 \sin(\phi) + \dot{a} \cos(\phi) - a\dot{\beta} \sin(\phi) \quad (B5)$$

Comparando (B4) e (B5), encontra-se que

$$\dot{a} \cos(\phi) - a\dot{\beta} \sin(\phi) = 0 \quad (B6)$$

Diferenciando (B4) com relação ao tempo t , tem-se que

$$\ddot{x} = \omega_0^2 a \cos(\phi) - \omega_0 \dot{a} \sin(\phi) - \omega_0 a \dot{\beta} \cos(\phi) \quad (B7)$$

Substituindo para $\dot{x}$ e $\ddot{x}$ na equação (B1) obtém-se

$$\omega_0 \dot{a} \sin(\phi) - \omega_0 a \dot{\beta} \cos(\phi) = -\varepsilon f(a \cos(\phi), -\omega_0 a \sin(\phi)) \quad (B8)$$

Resolvendo (B6) e (B8), $\dot{a}$ e $\dot{\beta}$ tornam-se

$$\dot{a} = -\frac{\varepsilon}{\omega_0} \sin(\phi) f(a \cos(\phi), -\omega_0 a \sin(\phi)) \quad (B9)$$

$$\dot{\beta} = -\frac{\varepsilon}{\omega_0 a} \cos(\phi) f(a \cos(\phi), -\omega_0 a \sin(\phi)) \quad (B10)$$

As equações (B3), (B9) e (B10) são exatamente equivalentes a equação (B1), desde que nenhuma aproximação foi feita até aqui.

Para ε pequenos, tem-se que $\dot{a}$ e $\dot{\beta}$ são pequenos, portanto a e β variam muito mais devagar com relação ao tempo t do que $\phi = \omega_0 t + \beta$. Em outras palavras, a e β variam durante o período de oscilação $2\pi/\omega_0$ de $\sin(\phi)$ e $\cos(\phi)$. Isto permite calcular a média da variação de ϕ em (B9) e (B10). A média destas equações sobre o período $2\pi/\omega_0$ e considerando $a, \beta, \dot{a}$ e $\dot{\beta}$, como sendo constantes neste intervalo de integração (média), obtém-se as seguintes equações que descrevem a variação de a e β .

$$\dot{a} = -\frac{\varepsilon}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\phi) f(a \cos(\phi), -\omega_0 a \sin(\phi)) d\phi \quad (\text{B11})$$

$$\dot{\beta} = -\frac{\varepsilon}{2a\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\phi) f(a \cos(\phi), -\omega_0 a \sin(\phi)) d\phi \quad (\text{B12})$$

B.2 Método da media aplicado ao sistema não ideal sob o efeito de um amortecedor MR utilizando-se o modelo Bingham para o amortecimento.

Tomando-se as equações na forma adimensional e introduzindo o termo ε como um termo adimensional e suficientemente pequeno, responsável pelo balanço de ordem na equação, tem-se o seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$z'' + z = \varepsilon \varepsilon_1 [\theta'' \sin \theta + \theta'^2 \cos \theta] - \varepsilon \hat{k} z^3 - \varepsilon F_B(z') \quad (\text{B13})$$

$$\theta'' = \varepsilon b z'' \sin \theta + \varepsilon \hat{M}(\theta') \quad (\text{B14})$$

onde:

$$\begin{aligned} \varepsilon \hat{k} &= \frac{X^2}{k_l} k_{nl} & \varepsilon \gamma &= \frac{f_d}{(M+m)X\omega_0^2} & \varepsilon b &= \frac{mrX}{(J+mr^2)}, & \varepsilon \xi &= \frac{c}{\sqrt{k_l(M+m)}} \\ \varepsilon \hat{M}(\theta') &= \frac{T^2}{J+mr^2} S(\dot{\theta}) = \chi - \delta \theta', & \chi &= V_a \frac{k_m}{R_a(J+mr^2)\omega_0^2}, & \delta &= \frac{k_m^2}{R_a(J+mr^2)\omega_0} \end{aligned}$$

Então têm-se as equações da seguinte forma:

$$z'' + z = \varepsilon \left[\varepsilon_1 \theta'' \sin \theta + \varepsilon_1 \theta'^2 \cos \theta - \hat{k} z^3 - F_B(z') \right] \quad (\text{B15})$$

$$\theta'' = \varepsilon \left[b z'' \sin \theta + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B16})$$

Com essas equações em mãos, utilizar-se-á o método da média para encontrar uma solução analítica para o problema. Desta forma, toma-se

$$z = \alpha \cos(\theta + \beta) \quad (\text{B17})$$

e impõe-se que

$$z' = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (\text{B18})$$

Agora, deriva-se z em relação a τ , obtêm-se:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\theta' + \beta') \sin(\theta + \beta) = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (\text{B19})$$

como a análise é feita na região de ressonância do sistema, usa-se a aproximação $\theta' = (1 + \Delta)$, onde Δ é um parâmetro de sintonia e tem-se:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (\text{B20})$$

e então obtêm-se uma primeira restrição:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = 0 \quad (\text{B21})$$

Deriva-se z' em relação a τ , tem-se também:

$$z'' = -\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \quad (\text{B22})$$

e substitui-se (6.46), (6.47), e (6.51) em (6.44) e (6.45), tem-se:

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) + \alpha \cos(\theta + \beta) = \varepsilon \left[\varepsilon_1 \Delta' \sin \theta + \varepsilon_1 (1 + \Delta)^2 \cos \theta - \hat{k} \alpha^3 \cos^3(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \right] \quad (\text{B23})$$

$$\Delta' = \varepsilon \left[b(-\alpha' \sin(\theta + \beta) \sin \theta - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \sin \theta) + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B24})$$

Faz-se as devidas simplificações e obtêm-se:

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) = \varepsilon f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B25})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta), \quad (\text{B26})$$

onde:

$$f_1(\alpha, \beta, \Delta) = \left[\varepsilon_1 \Delta' \sin \theta + \varepsilon_1 (1 + \Delta)^2 \cos \theta - \hat{k} \alpha^3 \cos^3(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \right] \quad (\text{B27})$$

$$f_2(\alpha, \beta, \Delta) = \left[b(-\alpha' \sin(\theta + \beta) \sin \theta - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \sin \theta) + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B28})$$

Com isso chega-se em um sistema com três equações:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = 0 \quad (\text{B29})$$

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) = \varepsilon f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B30})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B31})$$

faz-se uso da regra de Crammer para solucionar as duas primeiras equações, obtendo-se:

$$\alpha' = -\varepsilon \sin(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B32})$$

$$\alpha(\Delta + \beta') = -\varepsilon \cos(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B33})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B34})$$

que podem ser escritas como:

$$\alpha' = -\varepsilon \sin(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B35})$$

$$\beta' = -\frac{\varepsilon}{\alpha} \cos(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) - \Delta \quad (\text{B36})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B37})$$

Agora, substitui-se $\Delta = \varepsilon \sigma$ e elimina-se os termos de $O(\varepsilon^2)$:

$$\begin{aligned} \alpha' = & -\varepsilon \left[\varepsilon_1 \cos \theta \sin(\theta + \beta) - \hat{k} \alpha^3 \cos(\theta + \beta)^3 \sin(\theta + \beta) \right. \\ & \left. - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \sin(\theta + \beta) \right] \end{aligned} \quad (\text{B38})$$

$$\begin{aligned} \beta' = & \varepsilon \left[-\frac{1}{\alpha} \left[\varepsilon_1 \cos \theta \cos(\theta + \beta) - \hat{k} \alpha^3 \cos^4(\theta + \beta) \right. \right. \\ & \left. \left. - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \cos(\theta + \beta) \right] - \sigma \right] \end{aligned} \quad (\text{B39})$$

$$\Delta' = \varepsilon \left[-\alpha b \cos(\theta + \beta) \sin \theta + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B40})$$

De acordo com o método da média, σ , α e β são considerados constantes durante o intervalo integração igual a 2π (o período de uma função circular), pois suas variações são da ordem de ε , desta forma, aproxima-se os valores da amplitude e da fase pela eliminação dos termos de variação rápida nas equações (B38), (B39) e (B40) através da integração destas equações em relação à rotação do motor CC (θ) no intervalo mencionado.

Para efetuar-se esta integração, é necessário analisar o sinal destas funções em determinados intervalos como fez Nayfeh (1993). Faz-se então a análise nos seguintes intervalos:

$0 \rightarrow \pi$:

Neste intervalo, a função seno apresenta somente valores positivos, desta forma pode-se fazer a seguinte observação:

$$\int_0^{\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \sin(\theta + \beta) = \int_0^{\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) - \gamma) \sin(\theta + \beta) \quad (a)$$

$\pi \rightarrow 2\pi$:

Neste intervalo acontece o inverso do intervalo anterior, a função seno atinge somente valores negativos, então se utiliza a seguinte integral:

$$\int_{\pi}^{2\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \sin(\theta + \beta) = \int_{\pi}^{2\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma) \sin(\theta + \beta) \quad (b)$$

Esta mesma análise que foi feita para a integral da função sinal para a equação de amplitude (Eq. (6.67)), foi feita para a Eq. (6.68). Daí obteve-se as seguintes integrais:

$$\int_0^{\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \cos(\theta + \beta) = \int_0^{\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) - \gamma) \cos(\theta + \beta) \quad (c)$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma \operatorname{sgn}(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \cos(\theta + \beta) = \int_{\pi}^{2\pi} (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma) \cos(\theta + \beta) \quad (d)$$

Desta forma, integram-se equações (B38), (B39) e (B40), utilizando-se (a), (b), (c) e (d), no período de uma função circular (média). De acordo com o método da média, σ , α e β são considerados constantes durante o intervalo integração igual a 2π (o período de uma função circular), pois suas variações são da ordem de ε , desta forma, aproxima-se os valores da amplitude e da fase pela eliminação dos termos de variação rápida nas equações (B38), (B39) e (B40) através da integração destas equações em relação ao deslocamento angular da massa desbalanceada (θ) no intervalo mencionado.

Porém encontraram-se algumas dificuldades na integração destas equações, inicialmente para se integrar a função sinal utilizada no modelo Bingham, pois, sendo esta descontínua, deve-se integrá-la nos intervalos em que a mesma se apresenta contínua. Feito isso, percebeu-se que seria necessário fazer um balanço de ordem dos parâmetros apresentados no modelo,

pois mantendo-se os parâmetros na mesma ordem, não foi possível perceber o efeito do modelo na solução analítica encontrada, infelizmente não teve-se tempo para efetuar este balanço e apresentar a solução procurada.

B.3 Método da media aplicado ao sistema não ideal sob o efeito de um amortecedor MR utilizando-se o modelo Bingham Suavizado para o amortecimento.

Agora, obtêm-se a resposta analítica para o modelo estudado utilizando o modelo Bingham suavizado para o amortecedor magneto reológico.

$$z'' + z = \varepsilon \left[\varepsilon_1 \theta'' \sin \theta + \varepsilon_1 \theta'^2 \cos \theta - \hat{k} z^3 - F_{BS}(z') \right] \quad (B41)$$

$$\theta'' = \varepsilon \left[b z'' \sin \theta + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (B42)$$

A partir daí, utiliza-se o método da media para encontrar uma solução analítica para o problema. Desta forma, toma-se

$$z = \alpha \cos(\theta + \beta) \quad (B43)$$

e impõe-se que

$$z' = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (B44)$$

Agora, deriva-se z em relação a τ , obtendo-se:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\theta' + \beta') \sin(\theta + \beta) = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (B45)$$

como a análise é feita na região próxima a ressonância do sistema, usa-se a aproximação $\theta' = (1 + \Delta)$, onde Δ é um parâmetro de sintonia e chega-se em:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = -\alpha \sin(\theta + \beta) \quad (B46)$$

e então obtêm-se uma primeira restrição:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = 0 \quad (\text{B47})$$

Deriva-se z' em relação a τ , obtendo-se:

$$z'' = -\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \quad (\text{B48})$$

e substitui-se (6.81), (6.82), e (6.86) em (6.79) e (6.80), tem-se:

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) + \alpha \cos(\theta + \beta) = \varepsilon \left[\varepsilon_1 \Delta' \sin \theta + \varepsilon_1 (1 + \Delta)^2 \cos \theta - \hat{k} \alpha^3 \cos^3(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma_t \tanh(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \right] \quad (\text{B49})$$

$$\Delta' = \varepsilon \left[b(-\alpha' \sin(\theta + \beta) \sin \theta - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \sin \theta) + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B50})$$

Faz-se as devidas simplificações, obtendo-se:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = 0 \quad (\text{B51})$$

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) = \mathcal{F}_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B52})$$

$$\Delta' = \mathcal{F}_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B53})$$

onde:

$$f_1(\alpha, \beta, \Delta) = \left[\varepsilon_1 \Delta' \sin \theta + \varepsilon_1 (1 + \Delta)^2 \cos \theta - \hat{k} \alpha^3 \cos^3(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma_t \tanh(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \right] \quad (\text{B54})$$

$$f_2(\alpha, \beta, \Delta) = \left[b(-\alpha' \sin(\theta + \beta) \sin \theta - \alpha(1 + \Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) \sin \theta) + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B55})$$

Com isso obtêm-se um sistema com três equações:

$$\alpha' \cos(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \sin(\theta + \beta) = 0 \quad (\text{B56})$$

$$-\alpha' \sin(\theta + \beta) - \alpha(\Delta + \beta') \cos(\theta + \beta) = \mathcal{F}_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B57})$$

$$\Delta' = \mathcal{F}_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B58})$$

faz-se uso da regra de Crammer para solucionar as duas primeiras equações, obtendo-se:

$$\alpha' = -\varepsilon \sin(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B59})$$

$$\alpha(\Delta + \beta') = -\varepsilon \cos(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B60})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B61})$$

que podem ser escritas como:

$$\alpha' = -\varepsilon \sin(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B62})$$

$$\beta' = -\Delta - \frac{\varepsilon}{\alpha} \cos(\theta + \beta) f_1(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B63})$$

$$\Delta' = \varepsilon f_2(\alpha, \beta, \Delta) \quad (\text{B64})$$

Agora, substituí-se $\Delta = \varepsilon \sigma$ e elimina-se os termos de $O(\varepsilon^2)$:

$$\alpha' = -\varepsilon \left[\varepsilon_1 \cos \theta \sin(\theta + \beta) - \hat{k} \alpha^3 \cos(\theta + \beta)^3 \sin(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma_t \tanh(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \sin(\theta + \beta) \right] \quad (\text{B65})$$

$$\beta' = -\varepsilon \left[\sigma + \frac{1}{\alpha} \left[\varepsilon_1 \cos \theta \cos(\theta + \beta) - \hat{k} \alpha^3 \cos^4(\theta + \beta) - (c_1(-\alpha \sin(\theta + \beta)) + \gamma_t \tanh(-\alpha \sin(\theta + \beta))) \cos(\theta + \beta) \right] \right] \quad (\text{B66})$$

$$\Delta' = \varepsilon \left[-\alpha b \cos(\theta + \beta) \sin \theta + \hat{M}(\dot{\theta}) \right] \quad (\text{B67})$$

De acordo com o método da média, σ , α e β são considerados constantes durante um intervalo de integração igual a 2π (o período de uma função circular), pois suas variações são da ordem de ε , desta forma, aproxima-se os valores da amplitude e da fase pela eliminação dos termos de variação rápida nas equações (B65), (B66) e (B67) através da integração destas equações em relação ao ângulo de rotação do motor CC (θ) no intervalo mencionado.

Nota-se, porém, que é extremamente complicado encontrar as respostas analíticas das seguintes integrais:

$$\int \tanh(-\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \sin(\theta + \beta) d\theta \quad (a)$$

$$\int \tanh(-\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \cos(\theta + \beta) d\theta \quad (b)$$

e que

$$\int \tanh(-\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \sin(\theta + \beta) d\theta = - \int \tanh(\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \sin(\theta + \beta) d\theta \quad (c)$$

$$\int \tanh(-\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \cos(\theta + \beta) d\theta = - \int \tanh(\alpha\kappa \sin(\theta + \beta)) \cos(\theta + \beta) d\theta \quad (d)$$

Para resolver este problema, tentaram-se a integração direta estas equações pelas técnicas de integração convencionais. Não obtendo sucesso, optou-se por encontrar a expansão em series de potências, a expansão em serie de Taylor e a expansão em Séries de Fourier das funções do integrando nas integrais com a intenção de transformá-las em polinômios. As duas primeiras foram efetuadas, porém esbarrou-se na dificuldade imposta pelo “tamanho” da derivada de altas ordens da função tangente hiperbólica. Percebe-se que as aproximações polinomiais teriam um grau muito elevado, necessitando assim destas derivadas, o que torna o polinômio praticamente impossível de ser manipulado. Além disso, o fato de existir uma variável dentro do argumento da função tangente hiperbólica, não permite fixar um valor para $\alpha\kappa$ aumentado ainda mais o “tamanho” do polinômio. A segunda não foi possível ser executada pelo fato de que as funções do integrando não têm integrais definidas, tornando extremamente complicado o cálculo dos coeficientes da expansão.

Apêndice C

Análise da passagem pela ressonância de um oscilador simples, sujeito ao efeito de um amortecedor Magneto-reológico.

A seguir faz-se a análise da passagem pela ressonância de um oscilador simples, sujeito ao efeito de um amortecedor MR. Apresenta-se a seguir o modelo físico do oscilador estudado:

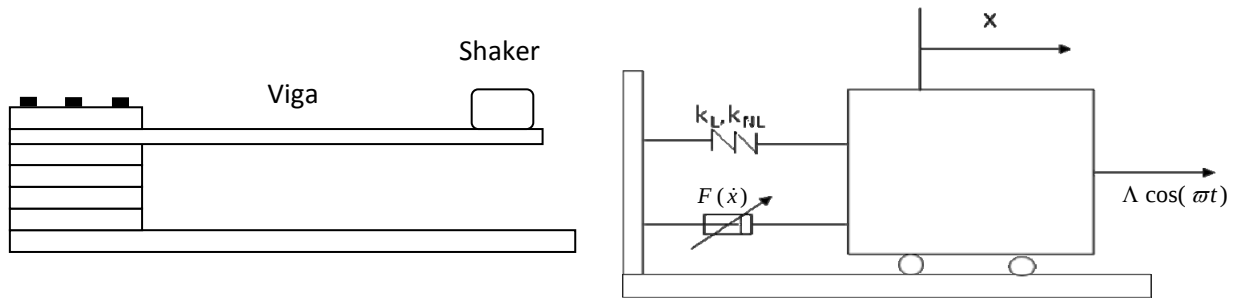


Figura (C1): Modelo real e representação física do modelo estudado.

Utilizando-se o modelo acima e a formulação de Lagrange, pode-se obter as equações seguintes para o modelo estudado:

$$M\ddot{x} + k_l x + k_{nl} x^3 = -F_B(\dot{x}) + \Lambda \sin(\omega t) \quad (C1)$$

Com posse desta equação inicia-se o estudo proposto, para isto utiliza-se o processo de adimensionalização, toma-se $z = \frac{x}{X} \Rightarrow x = zX \Rightarrow \dot{x} = \dot{z}X \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{z}X$ e substitui-se na equação (C1), obtendo-se

$$MX\ddot{z} + k_l Xz + k_{nl} X^3 z^3 = -(cX\dot{z} + f_d \text{sign}(X\dot{z})) + \Lambda \sin(\omega t) \quad (C2)$$

E então, utiliza-se $\tau = \frac{t}{T} \Rightarrow t = \tau T$ como o tempo adimensional e obtém-se

$$\frac{MX}{T^2} z'' + k_l Xz + k_{nl} X^3 z^3 = -\left(\frac{cX}{T} z' + f_d \text{sign}\left(\frac{X}{T} z'\right)\right) + \Lambda \sin(\omega T \tau) \quad (C3)$$

Então pode-se obter a seguinte equação sem dimensões e em variáveis de estado:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (C4)$$

$$\dot{x}_2 = B \sin(\delta \tau) - x_1 - x_1^3 - F_B(x_2) \quad (C5)$$

onde $F_B(x_2) = \xi x_2 + \gamma \operatorname{sgn}(x_2)$ é a função que representa o modelo Bingham de amortecimento MR e os parâmetros adimensionais são dados por:

$$T^2 = \frac{1}{\omega_0^2}, \quad \sigma = \frac{k_{nl} X^2}{M \omega_0^2}, \quad 2\xi = \frac{c}{M \omega_0^2}, \quad \gamma = \frac{f_d}{M X \omega_0^2}, \quad B = \frac{\Lambda}{M X \omega_0^2},$$

$$\delta = \frac{\varpi}{\omega_0} = \text{razão de frequência}$$

tendo-se estas equações, pode-se verificar a passagem pela ressonância para certo valores do amortecimento MR.

Tabela (C1)

Parâmetros adimensionais	Valores
σ	0.1296
B	0.003
δ	€ [0.95 1.05]

Apresenta-se agora a figura que mostra as amplitudes do movimento do oscilador durante a passagem pela ressonância para o modelo de amortecimento usual, ou seja, $\xi = \mathbf{0.005616}$ e $\gamma = \mathbf{0}$.

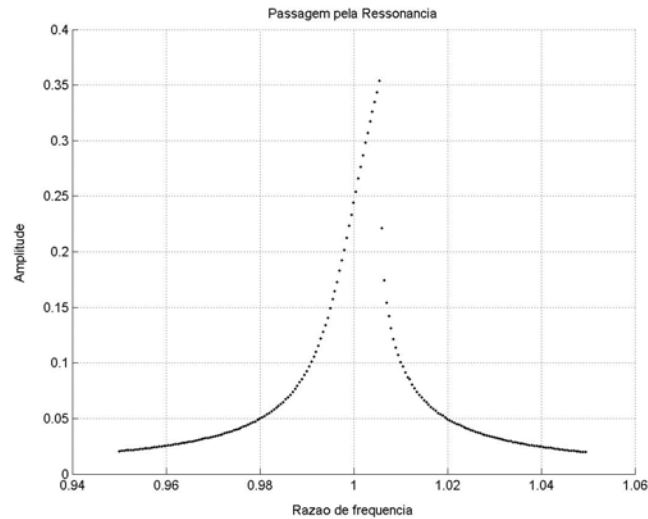


Figura (C2): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\xi = 0.005616$)

Nota-se na figura (C2) que ocorre o fenômeno de salto da amplitude o movimento do oscilador. Percebe-se, comparando com o caso em que o oscilador possui motor, que a magnitude do salto bem menor, isto se deve ao fato de o sistema não possuir o motor como excitador, daí este salto ocorre devido às características do sistema.

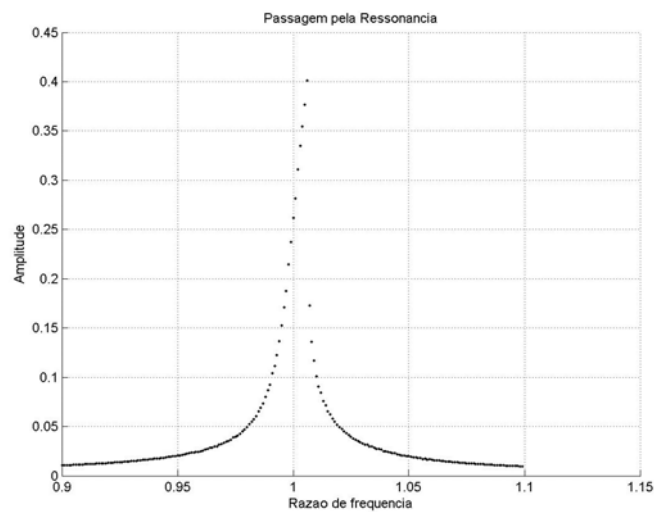


Figura (C3): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.0001988988$ e $\xi = 0.0028081$)

Nesta caso, optou-se por um baixo valor do amortecimento MR, obtendo-se maiores amplitudes e um salto maior em relação à figura anterior, devido ao fato de ter-se menos amortecimento.

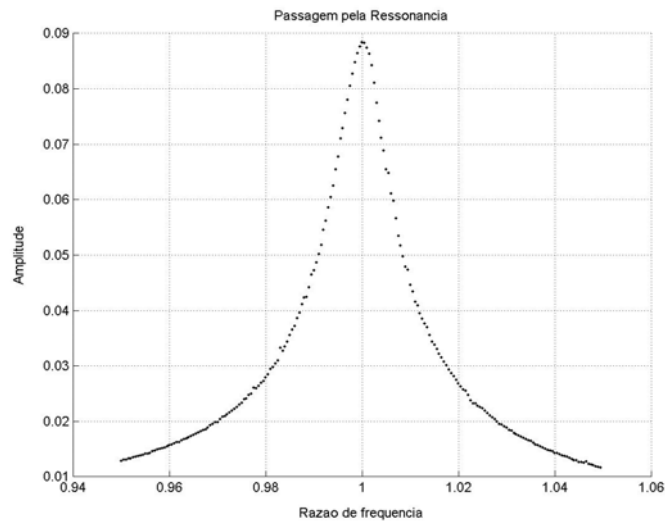


Figura (C4): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.0011939$ e $\xi = 0.00561610$)

Percebe-se que com a escolha de um valor médio para o amortecimento MR obteve-se a supressão total do fenômeno de salto, porém ainda percebe-se uma variação indesejável nas proximidades da ressonância do sistema, que pode ser suprimida também com o aumento do amortecimento MR aplicado ao sistema.

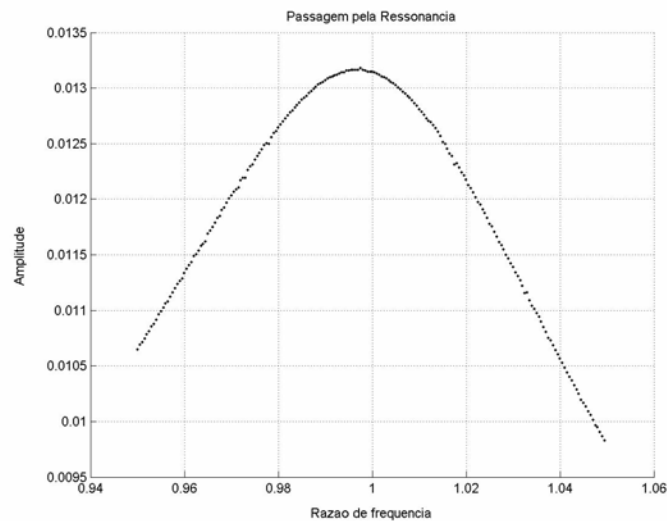


Figura (C5): Fenômeno de salto durante a passagem pela ressonância. ($\gamma = 0.00198988$ e $\xi = 0.008424$)

Como foi dito e pode ser visto na figura (C5) as grandes variações de amplitudes foram suprimidas durante a passagem pela ressonância, afirmando que o amortecimento MR seria

uma boa opção na supressão de vibrações também em modelos em que não encontra-se um motor acoplado ao oscilador.

Ressalta-se que a análise deste oscilador necessita de uma análise mais profunda e também da busca de soluções analíticas, possibilitando uma análise paramétrica do problema, o que proporcionaria uma melhora na utilização deste tipo de amortecimento. Sugere-se a utilização dos outros modelos de previsão do amortecimento MR para a análise, tanto deste oscilador, como o oscilador não ideal utilizado no decorrer desta dissertação.

Apêndice D

Rotinas computacionais utilizadas

A seguir apresenta-se as rotinas computacionais utilizadas para obter-se os resultados desta dissertação:

1. "Function nonideal" utilizada no cálculo dos deslocamentos e das velocidades do modelo não ideal com o modelo de amortecimento Bingham:

```
function yprime = nonideal(t,y)
```

```
global va ats pum
```

```
md=0.0728; r=0.0268; M=5; X=0.3; kl=500/2; knl=720/2; km=0.437; Ra=5.25; J=0.001256;
```

```
epsilon=0.002;
```

```
c1=0.02808025*0.3; % AMORTECIMENTO VISCOSO
```

```
gamma=0.198988*ats; %COMPORTAMENTO REOLOGICO
```

```
sigma=0.1296; %MOLA NAO LINEAR
```

```
eta=0.06;
```

```
beta=1.5;
```

```
alpha=(1/2)*0.6116*va; % va parametro de controle
```

```
Aa=(gamma.*sign(y(2))+y(1)+c1.*y(2)+sigma.*(y(1)).^3);
```

```
Ab=((epsilon.*beta.*y(4)-epsilon.*alpha).*sin(y(3))-(epsilon.*(y(4)).^2).*cos(y(3)));
```

```
Ba=(Aa).*(eta.*sin(y(3)));
```

```
Bb=(Ab).*(eta.*sin(y(3)));
```

```
yprime=[y(2);    (((-Aa+Ab))/(1-epsilon.*eta.*(sin(y(3)).^2)));    y(4);    (((-Ba+Bb))/(1-epsilon.*eta.*(sin(y(3)).^2)))-(beta.*y(4))+alpha)];
```

2. Rotina utilizada para calcular as amplitudes máximas e frequências medias e plotar o Efeito Sommerfeld no modelo não ideal com amortecimento Bingham:

```
clear all

close all

clc

tic;

format('long');

global va am fm ats

am=[]; fm=[]; y22=[]; y12=[]; ytt=[];

k=1; %numero de graficos

ats=0; %coeficiente do comportamento reologico inicial

m=100; %numero de pontos de cada grafico

i=1;

while i<=k;

va=4.93; %parametro de controle\\\\\\\\\\\\\\\\4.93 => ressonancia

ats=0.001; %valor do atrito seco

j=1

%Calculo do historico no tempo
```

```

ci=[0 0.000001 0 0];

while j<=m;

    [t,y]=ode113('nonideal',[0:0.005:3000],ci);

    y1=t;

    y2=y(:,1);

    y3=y(:,2);

    y4=y(:,3);

    y5=y(:,4);

    %eliminando o transiente para calcular amplitudes maximas e frequencias medias

    y21=y2(390000:length(y1));

    y51=y5(390000:length(y1));

    %amplitudes maximas e frequencias medias

    am(j)=max(y21);

    fm(j)=median(y51);

    %condicoes iniciais (manter ou nao o motor ligado)

    tt=length(y1);

    ci(1,1)=y2(tt,1); ci(1,2)=y3(tt,1);

    ci(1,3)=y4(tt,1); ci(1,4)=y5(tt,1);

    %variação da tensao e do passo

    va=va+0.04;

    j=j+1

```

```

end

figure(1); hold on;

plot(fm,am,'k. ');

title('Efeito Sommerfeld');

xlabel('Frequencia do Motor');ylabel('Amplitude');grid on;

figure(2);

plot(y1,y2,'k'); title('Time x Displacement');

grid on;xlabel('Time');ylabel('Displacement');

omegazero=ones(1,301);

ttt=0:10:3000;

figure(3);hold on;

plot(y1,y5,'k'); title('Tempo x Velocidade Angular');

plot(ttt,omegazero,'r');

grid on; xlabel('Temp'); ylabel(' Velocidade Angular');

%axis([0 3000 0.99 1.01]);

figure(4);

y22=y2(595000:length(y1));

y33=y3(595000:length(y1));subplot(1,3,1);

plot(y22,y33,'k. ');title('Plano de Fase');

grid on;xlabel('Deslocamento');ylabel('Velocidade');

%axis([-0.001 0.001 -0.001 0.001]);

```

```

figure(5);

plot(y22,y33,'k.');
```

title('Plano de Fase');

```

grid on;xlabel('Deslocamento');ylabel('Velocidade');

ats=ats+0.02;

i=i+1;

end

toc;
```

3. “Function nonideal_tanh” utilizada no cálculo dos deslocamentos e das velocidades do modelo não ideal com o modelo de amortecimento Bingham:

```

function yprime = naoideal_tanh(t,y)

global va ats gamma c1

md=0.0728; r=0.0268; M=5; X=0.3; kl=250; knl=360; km=0.437; Ra=5.25; J=0.001256;

kappa=100;%APROXIMAÇÃO PARA A FUNÇÃO SINAL;

epsilon=0.002;

c1=0.0280805*0.05 %AMORTECIMENTO VISCOSO

gamma=0.19898869648*ats;%COMPORTAMENTO REOLOGICO

Sigma=0.1296;

eta=0.06;

beta=1.5;
```

```
alpha=3058.*va;; % va parametro de controle
```

```
Aa=(gamma.*tanh(kappa.*y(2))+c1.*y(2)+y(1)+sigma.*(y(1)).^3);
```

```
Ab=((epsilon.*beta.*y(4)-epsilon.*alpha).*sin(y(3))-(epsilon.*(y(4)).^2).*cos(y(3)));
```

```
Ba=(Aa).*(eta.*sin(y(3)));
```

```
Bb=(Ab).*(eta.*sin(y(3)));
```

```
yprime=[y(2);    (((-Aa+Ab))/(1-epsilon.*eta.*(sin(y(3)).^2)));    y(4);    (((-Ba+Bb))/(1-  
epsilon.*eta.*(sin(y(3)).^2)))-(beta.*y(4))+alpha)];
```

4. Rotina utilizada para calcular as amplitudes máximas e frequências medias e plotar o Efeito Sommerfeld no modelo não ideal com amortecimento Bingham suavizado:

```
clear all
```

```
close all
```

```
clc
```

```
tic;
```

```
format('long');
```

```
global va am fm ats
```

```
am=[]; fm=[];
```

```
k=1; %numero de graficos
```

```
ats=0; %coeficiente do comportamento reologico inicial
```

```
m=100; %numero de pontos de cada grafico
```

```
i=1;
```

```

while i<=k;

va=4.93; %parametro de controle\\\\\\\\\\\\4.93 => ressonancia

ats=0.01; %valor do comportamento reologico

j=1

%Calculo do historico no tempo

ci=[0 0.000001 0 0];

while j<=m;

    [t,y]=ode113('nonideal_tanh',[0:0.005:3000],ci);

    y1=t;

    y2=y(:,1);

    y3=y(:,2);

    y4=y(:,3);

    y5=y(:,4);

    %eliminando o transiente para calcular amplitudes maximas e frequencias medias

    y21=y2(590000:length(y1));

    y51=y5(590000:length(y1));

    %amplitudes maximas e frequencias medias

    am(j)=max(y21);

    fm(j)=median(y51);

    %condicoes iniciais (manter ou nao o motor ligado), se desligado colocar

    %          "%"antes do comando

```

```

tt=length(y1);

ci(1,1)=y2(tt,1); ci(1,2)=y3(tt,1);

ci(1,3)=y4(tt,1); ci(1,4)=y5(tt,1);

%variação da tensao e do passo

va=va+0.04;

j=j+1

end

median(y5)

figure(1); hold on;

plot(fm,am,'k. ');

title('Efeito Sommerfeld');

xlabel('Frequencia do Motor');ylabel('Amplitude');grid on;

figure(5);

plot(y1,y2,'k'); title('Time x Displacement');

grid on;xlabel('Time');ylabel('Displacement');

figure(6);

plot(y1,y5,'k'); title('Time x Velocity');

grid on;xlabel('Time');ylabel('Angular Velocity');

figure(10);

y22=y2(150000:length(y1));

y33=y3(150000:length(y1));%subplot(1,3,2);

```

```

plot(y22,y33,'k.');
```

title('Plano de Fase');

```

grid on;xlabel('Deslocamento');ylabel('Velocidade');
```

```

%figure(5);
```

```

%plot(y1,y5,'k')
```

```

ats=ats+0.01;
```

```

i=i+1;
```

```

end
```

```

toc;
```

Em conjunto com estas rotinas, utilizou-se também ferramentas do Mat Lab tais como o Simulink e o pacote de ferramentas MATDS, para análise de sistemas dinâmico para no Mat Lab.