

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

MATTEUS JUSTO

**ESTUDO DO DESEMPENHO DE HÉLICES DA FAMÍLIA CLARK Y UTILIZANDO O
MÉTODO BLADE ELEMENT MOMENTUM**

São João da Boa Vista

2022

Matteus Justo

**ESTUDO DO DESEMPENHO DE HÉLICES DA FAMÍLIA CLARK Y UTILIZANDO O
MÉTODO BLADE ELEMENT MOMENTUM**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de
Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do
Campus de São João da Boa Vista, Universidade
Estatual Paulista, como parte dos requisitos para
obtenção do diploma de Graduação em Engenharia
Aeronáutica.

Orientador: Profº Dr. Luiz Augusto Camargo Ara-
nha Schiavo

São João da Boa Vista
2022

J96e Justo, Matteus
Estudo do desempenho de hélices da família CLARK Y
utilizando o método blade element momentum / Matteus
Justo. -- São João da Boa Vista, 2022
55 p. : il., tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado -
Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo

1. Aerodinâmica. 2. Desempenho. 3. Métodos de
simulação. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da
Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo
autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ESTUDO DO DESEMPENHO DE HÉLICES DA FAMÍLIA CLARK Y UTILIZANDO
O MÉTODO BLADE ELEMENT MOMENTUM**

Aluno: Matteus Justo

Orientador: Prof. Dr. Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo

Banca Examinadora:

- Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo (Orientador)
- Leandra Isabel de Abreu (Examinadora)
- Murilo Sartorato (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 006/2022)
--

São João da Boa Vista, 14 de julho de 2022

Dedico este trabalho aos meus familiares, amigos e aos que sempre me apoiaram.

AGRADECIMENTOS

Este foi um trabalho no qual eu não conseguiria concluí-lo se não fosse por algumas pessoas que me apoiaram, me incentivaram e me ajudaram de alguma maneira. A estas pessoas gostaria de separar este espaço para agradecimento:

Ao meu pai, Marco, e minha mãe, Denise, que fizeram o possível e impossível por mim. Sempre apoiando meus sonhos e fornecendo todas as ferramentas necessárias para que eu alcançasse meus objetivos.

Às minhas irmãs Gabriella e Marianna, que sempre buscam me auxiliar com quaisquer dúvidas e dificuldades que eu possa ter.

Aos meus familiares, padrinho e madrinha, que sempre me incentivaram durante o curso.

À minha namorada, Mayara Alencas Jorqueira, que todos os dias me incentiva, me apoia e me ajuda a conquistar os meus objetivos. Que me ajuda a dar a volta por cima em momentos de dificuldade.

À toda turma de engenharia aeronáutica do ano de 2017 da Unesp, local que pude construir várias amizades, uma sala muito unida, onde todos se ajudaram. E ao meu grande amigo de infância, Gustavo Antônio Ferreira de Souza.

Por fim, a todo o corpo docente da Unesp, campos São João da Boa Vista, com professores sempre dispostos a auxiliar os alunos. Um agradecimento em especial ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo, que me auxiliou a construir este trabalho, dedicando seu tempo sempre que possível.

“O insucesso é apenas uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência.”
Henry Ford

RESUMO

Fazer grupos motopropulsores mais eficientes é algo que a indústria aeronáutica constantemente busca. O aumento da eficiência de tais dispositivos está ligado ao aumento alcance de aeronaves, assim como reduções de gastos na compra de combustíveis e também na emissão de gases poluentes. Uma das maneiras de conseguir isso é através do estudo de desempenho de hélices. O presente estudo tem como objetivo estudar o desempenho de hélices geradas a partir do aerofólio CLARK-Y e comparar resultados numéricos obtidos com experimentos. Este estudo será realizado por meio de comparações entre um estudo realizado pela NASA em 1938, onde eles realizaram testes em túnel de vento. As simulações numéricas foram realizadas com o software JBLADE, onde ele utiliza a teoria blade element momentum (BEM) como metodologia, além de fornecer alguns tipos de correções para melhoria dos resultados. Com as comparações observa-se que de modo geral os resultados para altos valores de razão de avanço são mais próximos da referência experimental, porém para baixos valores da razão de avanço seus resultados destoam da literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Aerodinâmica. Desempenho. Métodos de simulação.

ABSTRACT

Making aircraft propulsion systems more efficient is something that the aeronautical industry is constantly striving for. The increase in the efficiency of such devices is linked to the increase in the aircraft range, as well as reductions in spending on fuel purchases and also in green gas emission. One of the ways to achieve this is through the study of propeller performance. The present study aims to study the performance of propellers generated from the CLARK-Y airfoil and compare numerical results obtained with experiments. This study is carried out through comparisons with a study carried out by NASA in 1938, where they performed wind tunnel tests. Numerical simulations were performed with JBLADE software, which uses Blade Element Momentum (BEM) as a methodology, in addition to providing some types of corrections to improve results. With the comparisons, it is observed that, in general, the results for high values of advance ratio are closer to the experimental reference, but for low values of advance ratio their results are far from the literature.

KEYWORDS: Aerodynamics. Performance. Simulation methods.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Grupo Moto-propulsor	16
Figura 2	Características hélice.	19
Figura 3	Grupo Moto-propulsor.	19
Figura 4	Representação do movimento combinado.	21
Figura 5	Passo Geométrico Vs Passo Efetivo	21
Figura 6	Volume de controle para teoria do Disco atuador.	25
Figura 7	Volume de controle para teoria do Disco atuador.	25
Figura 8	Ângulos na seção da pá.	29
Figura 9	JBLADE Estrutura representando as iterações internas para simulação.	35
Figura 10	Mapa da geometria da hélice com perfil CLARK Y.	36
Figura 11	Seções do aerofólio em diferentes regiões do raio obtidas para Passo = 15°. . .	36
Figura 12	JBLADE - Batch Analysis.	37
Figura 13	JBLADE - Batch Analysis Parâmetros.	38
Figura 14	Curva $C_D \times \alpha$ extrapolada 360°.	38
Figura 15	JBLADE - Blade View - visão 3D.	39
Figura 16	JBLADE - Blade View - Introdução geometria da pá.	39
Figura 17	JBLADE - Simulação BEM.	40
Figura 18	JBLADE - Representação das seções em uma pá	41
Figura 19	Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice bi-pá.	46
Figura 20	Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice tri-pá.	47
Figura 21	Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice quadri-pá.	48
Figura 22	Comparação da eficiência para as hélices bi-pá, tri-pá e quadri-pá.	51
Figura 23	Dados de eficiência das hélices utilizando diferentes correções.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Correções utilizadas em cada simulação.	45
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BEM	Blade Element Momentum Theory
RANS	Reynolds-average Navier Stokes
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NACA	Nacional Advisor Committee for Aeronautics

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
a	Fator de entrada do escoamento (axial inflow factor)
a_a	Fator axial da teoria do momento do elemento de pá
a_t	Fator tangencial da teoria do momento do elemento de pá
b	Fator de escorregamento do escoamento (slipstream factor)
c	Corda do elemento
C_a	Coefficiente da força axial
C_D	Coefficiente de arrato
C_L	Coefficiente de sustentação
C_P	Coefficiente de potência
C_Q	Coefficiente de torque
C_s	Coefficiente de velocidade
C_t	Coefficiente de tração
D	Diâmetro da hélice
dD	Diferencial do componente do arrato
dF	Diferencial da força resistiva
dL	Diferencial do componente da sustentação
dR	Diferencial do força resultante
dT	Diferencial da tração
e	Número de Euler
J	Razão de avanço
\dot{m}	Fluxo mássico
N	Rotação da hélice
P	Potência
Q	Torque

r	Raio
Re	Número de Reynolds
T	Força de tração
V_0	Velocidade da aeronave
V_a	Velocidade axial induzida no disco da hélice
V_r	Velocidade resultante
V_t	Velocidade do escoamento axial
W_a	Componente axial da velocidade
W_t	Coponente tangencial da velocidade
α	ângulo de ataque
β	Ângulo helicoidal
γ	Ângulo da força resultante
η	Eficiência
θ	Ângulo incidente
ϑ	Velocidade induzida
μ	Viscosidade do ar
π	Número de pi
ρ	Densidade do ar
ϕ	Ângulo de deslizamento
Ω	Velocidade angular

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivação	16
1.2	Objetivos	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Hélices	19
2.1.1	Características das hélices	20
2.1.2	Parâmetros adimensionais	22
2.2	Métodos teóricos para cálculo de desempenho	24
2.2.1	Teoria do disco atuador	24
2.2.1.1	Formulação	25
2.2.1.2	Eficiência	28
2.2.2	Teoria dos elementos de pá	29
2.2.2.1	Definindo tração	30
2.2.2.2	Definindo torque	31
2.2.3	Teoria do momento do elemento de pá	32
3	METODOLOGIA	34
3.1	Método do JBLADE	34
3.1.1	Simulação	34
3.1.1.1	Design dos aerofólios	34
3.1.1.2	Análises dos aerofólios	37
3.1.1.3	Extrapolção 360° das curvas Polares	37
3.1.1.4	Design da pá	38
3.1.1.5	Definição e simulação da hélice	39
3.1.2	Correções do JBLADE	41
3.1.2.1	Interpolação entre aerofólios	41
3.1.2.2	Correção de Prandtl - perdas na ponta e na raiz da pá	42
3.1.2.3	Correção de Shen - perdas na ponta e na raiz da pá	42
3.1.2.4	Correções 3D	43
4	RESULTADOS	45
4.1	Simulações	45
4.1.1	Comparação - Coeficientes de Potência e Tração	45
4.1.2	Comparação Eficiência	50
5	CONCLUSÃO	52

6	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	53
	REFERÊNCIAS	54
	APÊNDICE A – DADOS DE EFICIÊNCIA DAS HÉLICES.	56

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Dentro da indústria aeronáutica existe uma grande necessidade para o desenvolvimento de aeronaves mais eficientes e com um baixo impacto ambiental. Para conseguir tal requisito, umas das maneiras é pensando em grupos motopropulsores mais eficientes, melhorando o desempenho deles, fazendo com que a aeronave percorra distâncias maiores e gastando menos combustível.

O grupo motopropulsor é formado por elemento motor e elemento propulsivo. O elemento motor tem a função de gerar a energia mecânica utilizada para acionar o elemento propulsivo, que por sua vez é o responsável por gerar a força propulsiva, podendo ser um elemento rotativo tipo hélice ou um elemento fixo como um bocal de exaustão (Figura 1). Colocando o foco do estudo no desempenho de hélices, atualmente existem diferentes teorias para estimar o desempenho de uma hélice como a teoria dos elementos de pá (do inglês Blade Element Theory em tradução livre), a teoria do disco atuador, também conhecida como teoria de Rankine–Froude, entre outras metodologias híbridas.

Figura 1 – Grupo Moto-propulsor



Fonte: (MMA, 2022a)

O estudo do desempenho de uma hélice é muito importante em vários fatores. Se tratando de meio ambiente, a análise de desempenho ajuda na diminuição de gases do efeito estufa na atmosfera uma vez que com hélices otimizadas é possível percorrer grandes distâncias consumindo menos combustível. Outro fator da análise de desempenho que tem grande importância é no projeto da aeronave, uma vez que se sabe qual a missão da aeronave a ser projetada é importante escolher um grupo motopropulsor que atenda as necessidades do projeto como altitude de operação, velocidade de

cruzeiro, empuxo necessário e distância de decolagem.

Os métodos para o estudo do desempenho de hélices foram desenvolvidas ao longo do tempo. Os primeiros desenvolvimentos a respeito da teoria de hélices foi realizado em 1865 por Rankine & Froude, um estudo que ficou conhecido como teoria do disco atuador ou momentum theory (RANKINE, 1865). Em 1892, Drzewiecki apresentou uma teoria que considerava onde os elementos de pá eram tratados individualmente, como superfícies de sustentação movimentando-se de forma helicoidal, não considerando a velocidade induzida da própria hélice, esta teoria ficou conhecida como teoria dos elementos de pá (Blade Element Theory) (DRZEWIECKI, 1892).

Essas teorias são utilizadas até hoje, porém com algumas variações. Com o passar do tempo percebeu-se que algumas situações não eram consideradas nas teorias iniciais, dessa forma, varias outras formulações complementares foram criadas de modo a complementar as teorias anteriores. Em 1919, Prandtl encontrou uma aproximação para o escoamento ao redor das esteiras de vórtice helicoidais, esta aproximação é boa considerando uma razão de avanço baixo, e melhora conforme aumenta o número de pás (PRANDTL, 1919). Em 1929, Goldstein encontrou uma solução para o campo potencial e para a distribuição de circulação para hélices de baixa razão de avanço (GOLDSTEIN, 1929). Esta solução estava limitada para hélices levemente carregadas, mas em 1948 Theodorsen concluiu que a teoria de Goldstein era válida mesmo para hélices muito carregadas (THEODORSEN, 1948). Em 1936, Biermann desenvolveu um estudo paramétrico onde era realizado uma análise da redução no “ângulo pitch” do projeto como uma função da velocidade de operação e do aumento da tração ou torque. Em 1937, Caldwell estudou quais eram os efeitos do diâmetro e da velocidade de rotação em diferentes condições (CALDWELL, 1937). Em 1948, Ribner & Foster desenvolveram um código computacional que permitia determinar a eficiência de uma hélice ideal (RIBNER; FOSTER, 1990). Em 1965, Young derivou as equações de força e momento faixa do ângulo de ataque de uma hélice de 0° a 90° (YOUNG, 1965). Em 1968, Hall desenvolveu um novo método para a análise das pás de hélice para grandes ângulos de ataque, muito parecido com o modelo de perda na ponta da pá de Prandtl (HALL, 1969). Em 1980, Larrabee apresentou uma teoria para hélices com mínimas perdas induzidas, esta teoria é uma junção da teórico da disco atuador, com a teoria dos elementos de pá e da teoria de vortex (LARRABEE, 1979).

Hoje em dia, para realizar análises sobre o desempenho de hélices existem alguns métodos disponíveis dependendo do nível de precisão que for necessário para o projeto. O mais sofisticado é o CFD (Computational Fluid Dynamics). Nele é possível realizar simulações em modelos tridimensionais de escoamentos viscosos, incluindo equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS), entre outros tipos de simulações. Porém, um fator negativo para este método é a dificuldade de serem implementado devido ao alto custo computacional (MORGADO, 2016).

Outra teoria que é utilizada atualmente é a teoria do momento do elemento de pá (Blade Element Momentum Theory - BEM) é essencialmente para casos bidimensionais e menos sofisticada, entretanto não necessita de altos recursos computacionais e apresenta bons resultados quando comparado com dados experimentais. Devido ao baixo custo computacional e a facilidade de implementar a simulação, foram desenvolvidos correções afim de melhorar o resultado da simulação e continuar sendo uma ferramenta de fácil manipulação e com pouca carga computacional. Tomando como base as correções

do software Jblade (MORGADO, 2016), uma de suas correções é a interpolação entre os aerofólios (Foil interpolation), onde uma interpolação é realizada entre dois aerofólios utilizando os dados das curvas polares do mesmo aerofólios. Prandtl introduziu o conceito de perda na ponta da pá (Tip loss), ele percebeu que a circulação de uma hélice tende a zero quando nos aproximamos da ponta da pá. O BEM formulada de tal maneira que não considera a perda na ponta da pá. Algumas formulações foram desenvolvidas para com o intuito de melhorar a acurácia do BEM e contabilizar algumas das perdas devido aos efeitos tridimensionalidade do escoamento.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo o estudo de desempenho de hélices formadas por aerofólios da família CLARK Y e comparar a acuracidade de simulações BEM com experimentos. A escolha pelo aerofólio CLARK Y se deve ao fato de haver uma ampla gama de estudos detalhando o desempenho de hélices baseadas neste perfil. Este aerofólio também apresenta uma boa razão sustentação-arrasto e seu estol é suave, porém o intradorso tem uma geometria plana, o que não é algo positivo no ponto de vista aerodinâmico, e dessa forma pouco usada em novos projetos (STRINGFIXER, 2022). No estudo são feitas comparações entre o coeficiente de potência, coeficiente de tração e eficiência obtidos por simulação com experimentos para hélices (passo de 15°, 25° e 35°; bi-pá, tri-pá e quadri-pá). As simulações foram realizadas em um software de código aberto, JBLADE que utiliza BEM. Com este estudo, será possível ver a precisão das metodologias de correção que o utilizadas no BEM para contemplar efeitos tridimensionais do escoamento.

Para tal análise, será utilizado um software chamado JBLADE (um código desenvolvido partindo dos códigos QBLADE (DRELA, 2006) e XFLR5 e utiliza versões da teoria dos elementos de pá) para realizar simulações, fornecendo gráficos de desempenho.

Os dados para comparação dos resultados foram retirados de um estudo realizado pela NASA em 1938, onde nele foram realizados testes em um túnel de vento de pesquisa de vinte pés que pertence ao National advisor committee for aeronautics (N.A.C.A) capaz de produzir escoamentos de 110 milhas por hora (aproximadamente 177 km/h), a sessão de teste apresenta dimensões de 15.20m × 18.20m × 16.7m (WEICK; WOOD, 1928). A metodologia utilizada foi manter a velocidade do motor constante enquanto a velocidade do túnel aumentava aos poucos até perder a tração (HARTMAN; BIERMANN, 1938).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 HÉLICES

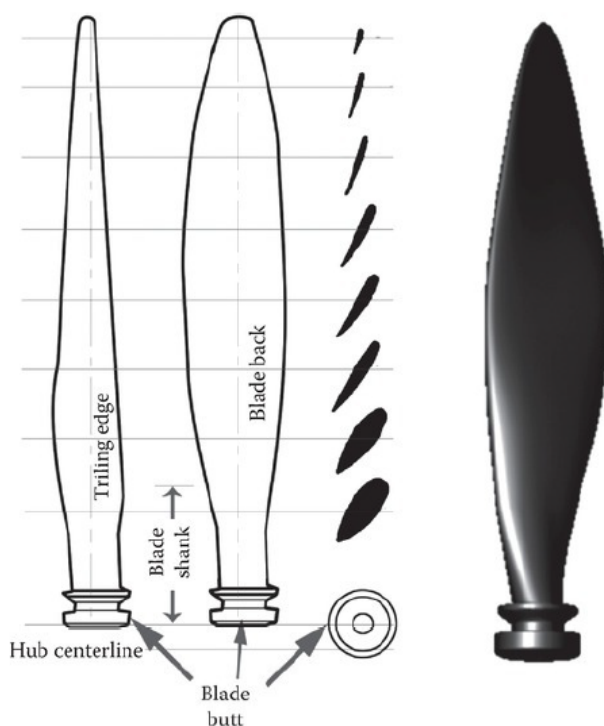
Na aviação as hélices são utilizadas como elementos propulsivos, convertendo o movimento rotativo dos motores a pistão ou turbohélices em força propulsiva para movimentação da aeronave. Elas são formadas por pás (blade) e pelo cubo da hélice. As pás por sua vez tem como componentes a raiz e a ponta da pá, o bordo de ataque e de fuga, além de uma região não propulsiva com a função de resistência estrutural, suportando os esforços de tração e torção na raiz das pás (Figura 2 e Figura 3). (El-Sayed, 2017)

Figura 2 – Características hélice.



Fonte: (33, 2022).

Figura 3 – Grupo Moto-propulsor.



Fonte: (El-Sayed, 2017).

A geometria das hélices pode ser descritas por alguns dos seguintes parâmetros:

- Diâmetro;
- Quantidade de pás;
- Fator de efetividade;
- Rotação e velocidade de ponta;
- Torção e perfilagem.

2.1.1 Características das hélices

→ Materiais utilizados: Madeira, alumínio, ligas de aço e materiais compósitos.

→ As hélices são classificadas de acordo com a quantidade de pás (Bi-pá, Tri-pá, Quadri-pá, etc). As pás são dispostas radialmente e simetricamente em relação ao eixo de rotação. O aumento do número de pás gera no projeto:

- Aumento do peso da hélice;
- Aumento da área molhada pelo escoamento;
- Diminui o nível de ruído;
- Aumenta a intensidade da turbulência no escoamento;
- Aumenta a tração para o mesmo diâmetro de pá;

→ Ângulo de incidência (ângulo geométrico da pá): varia em função da posição radial da pá, decrescendo da raiz para a ponta, na forma de uma torção geométrica.

→ Ângulo geométrico é medido em relação ao plano de rotação da hélice e a linha da corda, sendo positivo na direção do movimento da aeronave e negativo na direção contrária ao movimento da aeronave.

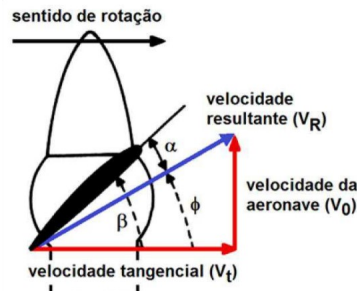
→ Movimento combinado: O aerofólio da pás realiza um movimento combinado de rotação com translação devido ao deslocamento da aeronave, este movimento combinado gera um vetor velocidade resultante, alterando o ângulo de ataque do aerofólio sobre o escoamento incidente. A Figura 4 é uma representação do movimento combinado.

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{60V_0}{2\pi rN} \right) . \quad (1)$$

A equação 1 é utilizada para encontrar o ângulo de deslizamento, ϕ , onde: V_0 é a velocidade da aeronave, r é o raio da pá e N é a rotação da hélice em rpm.

→ Ângulo de deslizamento da pá: é formado entre a velocidade resultante e o plano de rotação da hélice.

Figura 4 – Representação do movimento combinado.



Fonte: (LEITE, 2017).

→ Ângulo de ataque: Quando a aeronave está em repouso o ângulo de ataque da posição radial será igual ao ângulo geométrico da pá, na medida que a aeronave aumenta a velocidade, tende-se a reduzir o ângulo de ataque da pá devido ao aumento do ângulo de deslizamento.

→ Passo da hélice: O passo da hélice influencia na rotação da hélice, quanto maior o passo, maior será a resistência aerodinâmica ao movimento da hélice. Existem dois tipos de passos:

- Passo geométrico que é a distância horizontal percorrida pela hélice de diâmetro D a cada rotação, onde o ângulo helicoidal é o ângulo geométrico da pá (β). Ele é descrito pela equação 2

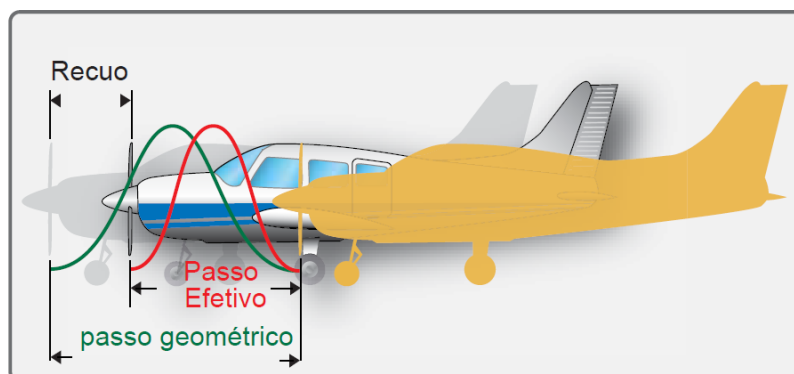
$$p = \pi D \tan(\beta) . \quad (2)$$

- Passo efetivo da hélice que é a distância horizontal real percorrida pela hélice de diâmetro D a cada rotação. Ele é descrito pela equação 3

$$p_e = \pi D \tan(\phi) . \quad (3)$$

- A diferença entre eles é que para o passo efetivo existe o ângulo de deslizamento da pá (ϕ) causado pela velocidade resultante entre a velocidade tangencial e a velocidade da aeronave. Na prática, o passo efetivo acaba sendo menor que o passo geométrico, como mostra Figura 5.

Figura 5 – Passo Geométrico Vs Passo Efetivo



Fonte: (MMA, 2022b)

É interessante para uma aeronave ter algum mecanismo para variar o passo da hélice para a aeronave ficar mais eficiente para uma determinada situação de voo, quanto maior o passo de uma hélice maior será a resistência aerodinâmica e menor será a rotação da hélice. Já quanto menor o passo, menor será a resistência aerodinâmica e maior será a rotação da hélice. Pensando nestas situações, existem alguns tipos de hélices que podem alterar o passo.

- Hélice de passo fixo: Nestas hélices não é possível alterar o passo dela.
- Hélices de passo ajustado: As pás são fixadas no cubo da hélice por um mecanismo que permite rotação, permitindo que o ângulo das pás seja alterado em solo.
- Hélice de passo variável: As pás são fixadas no cubo por um mecanismo giratório controlado por um atuador elétrico ou hidráulico chamado governador. Com este dispositivo, é possível alterar o passo da hélice durante voo.

→ Hélice embandeirada (Propeller feathering): É quando as pás de uma hélice se alinham no sentido do vento incidente da hélice. Esta configuração é utilizada para minimizar o arrasto gerado pelas pás quando o motor está inoperante.

2.1.2 Parâmetros adimensionais

Para definir o desempenho de uma hélice de passo fixo em voo subsônico são necessários nove variáveis independentes (El-Sayed, 2017). São elas:

- Força de tração T ;
- Torque Q ;
- Potência P ;
- Densidade do ar ρ ;
- Compressibilidade;
- Viscosidade do ar μ ;
- Diâmetro da hélice D ;
- Velocidade de voo V_0 ;
- Velocidade de rotação n (N em rpm).

Com estas variáveis e com três unidades fundamentais (massa, tempo e comprimento) é possível formar parâmetros adimensionais.

Os coeficientes adimensionais utilizados são o coeficiente de tração, coeficiente de torque e coeficiente de potência e são definidos como:

- Coeficiente de tração C_t :

$$C_t = \frac{T}{\rho n^2 D^4} , \quad (4)$$

ou

$$T_c = \frac{T}{\rho V^2 D^2} , \quad (5)$$

sendo C_T o coeficiente de tração normalizado pela escala de velocidade baseada na rotação do hélice $n.D$, enquanto T_c utiliza a velocidade da aeronave como escala de velocidade.

- Coeficiente de torque C_Q :

$$C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} , \quad (6)$$

ou

$$Q_c = \frac{Q}{\rho V^2 D^5} \quad (7)$$

sendo C_Q o coeficiente de torque normalizado pela escala de velocidade baseada na rotação do hélice $n.D$, enquanto Q_c utiliza a velocidade da aeronave como escala de velocidade.

- Coeficiente de potência C_p :

$$C_p = \frac{P}{\rho n^3 D^5} . \quad (8)$$

A razão de avanço é um parâmetro adimensional que relaciona a escala da velocidade de translação com a escala da velocidade de rotação, e é definida por:

$$J = \frac{V}{nD} . \quad (9)$$

Utilizando a razão de avanço, é possível relacionar o coeficiente de tração com o coeficiente de torque pelas seguintes formas:

$$C_T = T_c J^2 , \quad (10)$$

ou

$$C_Q = Q_c J^2 , \quad (11)$$

O número de Reynolds que é dado por:

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} . \quad (12)$$

O número de Mach que é dado por:

$$M = \frac{V}{a} = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}} . \quad (13)$$

→ É possível definir o coeficiente de velocidade, relacionando-o com o coeficiente de potência.

$$C_S = \left(\frac{\rho V^5}{P n^2} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (14)$$

Reescrevendo:

$$C_S^5 = \frac{\rho V^5}{P n^2} = \frac{\rho n^3 D^5}{P} \frac{V^5}{n^5 D^5} = \frac{J^5}{C_P}, \quad (15)$$

$$C_S = \frac{J}{C_P^{\frac{1}{5}}}. \quad (16)$$

Utilizando os parâmetros adimensionais, é possível calcular a eficiência de uma hélice.

$$\eta_p = \frac{TV}{P} = \frac{TV}{\Omega Q} = \frac{JC_t}{2\pi C_Q} = \frac{JC_t}{C_P}. \quad (17)$$

Trabalhando com os parâmetros adimensionais é possível reduzir o número de parâmetros que descreve o desempenho de uma hélice para 6 adimensionais: C_T , C_Q , C_P , J , Re e M .

2.2 MÉTODOS TEÓRICOS PARA CÁLCULO DE DESEMPENHO

O software Jblade utiliza a teoria do momento do elemento de pá (Blade element momentum theory) para realizar as simulações. Esta teoria é uma combinação da teoria do disco atuador com a teoria dos elementos de pá. Nesta sessão será descrito brevemente estas três teorias.

2.2.1 Teoria do disco atuador

Com a teoria do disco atuador, também conhecida como "Teoria Rankine-Froude" é possível ter uma ideia inicial a respeito o desempenho de uma hélice, porém não os dados de projeto necessários para as pás da hélice. Ela consiste em substituir a hélice por um disco "atuador" com um plano infinitamente fino, que transmite quantidade de movimento ao fluido que passa por ele, causando um aumento na velocidade axial ((El-Sayed, 2017)).

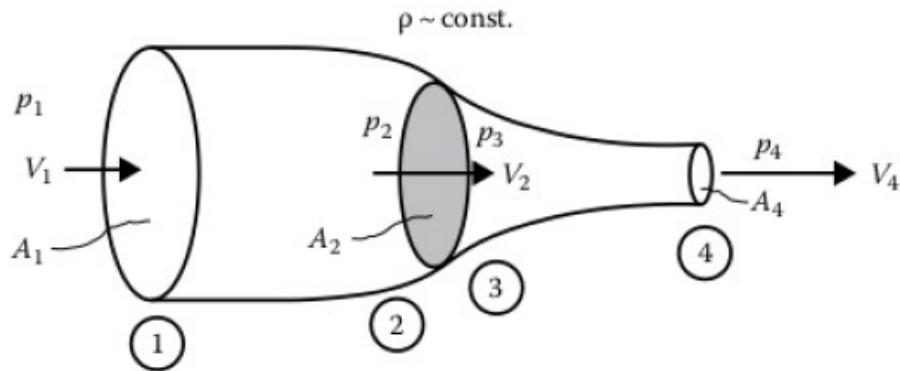
Para aplicar esta teoria é necessário levar em consideração algumas hipóteses:

- Escoamento unidirecional e estacionário;
- Fluido incompressível e isentrópico;
- Escoamento com propriedades uniformes exceto para velocidade e pressão;
- A rotação transmitida ao escoamento é ignorada;
- O tubo de escoamento tem seções cilíndricas tanto a montante quanto a jusante;
- O escoamento fora do tubo tem pressão de estagnação constante (não realiza trabalho).

2.2.1.1 Formulação

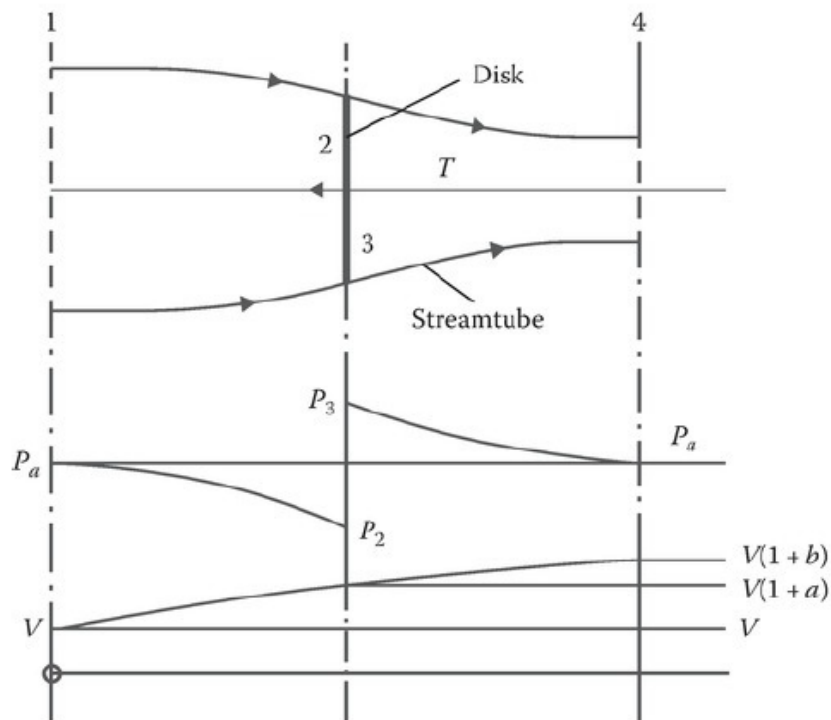
Para a formulação desta teoria, são considerados p , V e A respectivamente como pressão, velocidade e área inicial. A Figura 6 e a Figura 7 são esquemas para visualização do problema, onde a Área 1 está bem a frente da hélice, Área 2 logo a frente da hélice, Área 3 logo após a hélice e a Área 4 está bem atrás da hélice. A distância entre a área 2 e 3 é considerada infinitesimal.

Figura 6 – Volume de controle para teoria do Disco atuador.



Fonte: (El-Sayed, 2017) .

Figura 7 – Volume de controle para teoria do Disco atuador.



Fonte: (El-Sayed, 2017).

A Figura 7 mostra o comportamento da pressão e da velocidade dentro do volume de controle. Pode-se notar que as pressões p_1 e p_4 são iguais a pressão ambiente p_a e que a velocidade aumenta conforme percorre o volume de controle.

$$p_1 = p_4 = p_a . \quad (18)$$

Pelo disco atuador ter uma espessura infinitesimal, temos que:

$$V_2 = V_3 , \quad (19)$$

As velocidades são modeladas por acréscimo de velocidade:

$$V_2 = V_1(1 + a) , \quad (20)$$

$$V_4 = V_1(1 + b) , \quad (21)$$

onde as constantes a e b são definidas por:

$$a = \frac{V_2 - V_1}{V_1} , \quad (22)$$

$$b = \frac{V_4 - V_1}{V_1} . \quad (23)$$

- a : Fator de entrada do escoamento (Axial inflow factor);
- b : Fator de escorregamento do escoamento (Slipstream factor).

Aplicando a segunda lei de Newton para as faces 1 e 4, Obtemos uma equação para tração:

$$T = \dot{m}(V_4 - V_1) . \quad (24)$$

Considerando $V = V_1$ e reescrevendo V_4 em função da velocidade da aeronave:

$$T = \dot{m}[V(1 + b) - V] = \dot{m}bV . \quad (25)$$

O fluxo de massa que atravessa o disco é dado por:

$$\dot{m} = \rho AV_2 = \rho AV(1 + a) . \quad (26)$$

Substituindo a equação 26 na equação 25 e na equação 24, obtemos:

$$T = \rho AV_2(V_4 - V_1) = \rho AV^2(1 + a)b . \quad (27)$$

Equilíbrio de forças no volume de controle implica que $T = A\Delta p$ e temos que $\Delta p = p_3 - p_2$. Eliminando T da equação 27, obtemos:

$$\Delta p = \rho V^2(1 + a)b . \quad (28)$$

Sabendo que $T = A\Delta p$, é possível encontrar a variação de pressão no disco. Assumindo o escoamento incompressível, é possível utilizar a equação de Bernoulli nas seções 1 – 2 e 3 – 4:

- Seção 1 – 2:

$$p_a + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V^2(1 + a)^2 , \quad (29)$$

- Seção 3 – 4

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho V^2(1 + a)^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho V^2(1 + b)^2 , \quad (30)$$

Substituindo a equação 29 na equação 30, chegamos na seguinte relação:

$$p_3 - p_2 = \Delta p = \frac{1}{2}\rho V^2(1 + b)^2 - \frac{1}{2}\rho V^2 , \quad (31)$$

Ou

$$\Delta p = \rho V^2 b \left(1 + \frac{b}{2} \right) . \quad (32)$$

Igualando a equação 28 com a equação 32, encontramos que:

$$1 + a = 1 + \frac{b}{2} . \quad (33)$$

Com isso, $a = \frac{b}{2}$ ou $b = 2a$

Utilizando as definições iniciais de velocidade, é possível provar que a velocidade na seção 2 é a média entre V_1 e V_4

$$V_2 = V_1(1 + a) , \quad (34)$$

$$V_4 = V_1(1 + b) , \quad (35)$$

$$V_2 = \frac{V_1 + V_4}{2} . \quad (36)$$

Desta forma, quando $V_1 = 0 \rightarrow V_4 = 2V_2$

É possível utilizar a equação da tração para encontrar uma expressão que defina o fator de entrada do escoamento e o fator de escorregamento

$$T = \rho AV^2(1+a)2a = \rho AV^2 \left(1 + \frac{b}{2}\right) b, \quad (37)$$

$$a = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{T}{2\rho AV^2}}, \quad (38)$$

$$b = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{2T}{\rho AV^2}}, \quad (39)$$

E a velocidade induzida na sessão 2 é:

$$\vartheta = aV = -\frac{V}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{V}{2}\right)^2 + \frac{T}{2\rho A}}, \quad (40)$$

2.2.1.2 Eficiência

A eficiência propulsiva de uma hélice é a razão da potência disponível, também chamada de potência útil de empuxo ($P_a = TV$) e a potência fornecida para a hélice pelo motor.

$$\eta_p = \frac{P_a}{P} = \frac{TV}{P}. \quad (41)$$

Para o modelo do disco atuador, esta é a eficiência propulsiva ideal pois ela ignora todas as perdas exceto as associadas com as variações de energia cinética na direção do escoamento. A potência útil do disco é:

$$TV = \rho AV^3(1+a)(2a). \quad (42)$$

A potência transferida para o escoamento ou taxa de variação de energia cinética do disco é dada por:

$$P = \frac{1}{2} \dot{m} [V^2(1+b)^2 - V^2], \quad (43)$$

$$P = \rho AV^3(1+a)^2(2a). \quad (44)$$

A razão entre estas duas potências para o modelo do disco atuador ideal é chamado de "Eficiência ideal de Froude" (η_F) e ela é o limite superior para o desempenho da hélice.

$$\eta_F = \frac{1}{1+a} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V}{V+\vartheta}. \quad (45)$$

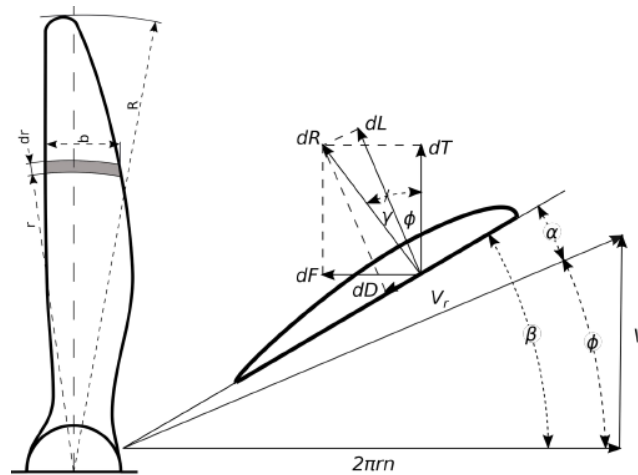
A equação 45 nos mostra que uma eficiência de propulsão alta pode ser alcançada por grandes rotores com um pequeno aumento na velocidade do fluido (obtendo uma maior potência por meio de grandes superfícies ao invés de maiores velocidades. A eficiência ideal de Froude é sempre maior que a eficiência propulsiva.

2.2.2 Teoria dos elementos de pá

Na teoria dos elementos de pá (Blade element theory), a pá de uma hélice é considerada como um aerofólio rotativo, descrevendo um movimento helicoidal e aerodinamicamente se comporta como um aerofólio convencional. A pá é dividida radialmente em elementos bi-dimensionais analisados separadamente, cada uma das divisões é um elemento aerodinâmico que apresenta suas próprias características geométricas e aerodinâmicas. Elas são definidas por um comprimento em relação a linha de centro da hélice, estação da pá, com o sentido indo da raiz para a ponta da pá.

Em cada um dos elementos são considerados os efeitos de sustentação e arrasto atuando no aerofólio, onde a resultante é a força aerodinâmica que está atuando sobre o aerofólio, com a direção da força dependendo do ângulo geométrico da pá e do ângulo resultante entre a sustentação e o arrasto gerado. Uma parte da força resultante é decomposta paralelamente ao plano de rotação da hélice, causando uma força contrária ao movimento rotativo da hélice, um torque resistivo de rotação (El-Sayed, 2017).

Figura 8 – Ângulos na seção da pá.



Fonte: (El-Sayed, 2017).

A Figura 8 é um esquema que mostra as relações de ângulos, velocidades, comprimento e diferenciais de força atuantes que são abordados. Temos que:

- α = ângulo de ataque da pá;
- β = ângulo geométrico da pá;
- ϕ = ângulo de deslizamento da pá;
- γ = ângulo da força resultante;
- c = Corda do elemento [m];
- r = Comprimento radial [m];
- V_0 = Velocidade da aeronave [m/s];

- V_r = Velocidade resultante $[m/s]$;
- N = Rotação $[rpm]$;
- dF = Diferencial de força resistiva;
- dL = Diferencial da componente de sustentação;
- dD = Diferencial da componente do arrasto;
- dR = Diferencial da força resultante;
- dT = Diferencial de tração.

Sendo que:

$$\beta = \alpha + \phi , \quad (46)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{dD}{dL} \right) , \quad (47)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{V_0}{V_t} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{60V_0}{2\pi r N} \right) . \quad (48)$$

2.2.2.1 Definindo tração

Descrevendo respectivamente os incrementos de sustentação e arrasto que são gerados por cada elemento de pá em um movimento rotativo:

$$dL = \frac{1}{2} C_L \rho V_R^2 dA = \frac{1}{2} C_L \rho V_R^2 c dr , \quad (49)$$

$$dD = \frac{1}{2} C_D \rho V_R^2 dA = \frac{1}{2} C_D \rho V_R^2 c dr , \quad (50)$$

onde a velocidade resultante do escoamento, V_R , é descrita como:

$$V_R = \frac{V_0}{\sin(\phi)} . \quad (51)$$

Utilizando a Figura 8, podemos descrever o incremento da força aerodinâmica resultante para cada elemento de pá:

$$dR = \frac{dL}{\cos(\gamma)} . \quad (52)$$

Já para o incremento de força propulsiva, podemos descreve-lo com o diferencial da resultante aerodinâmica:

$$dT = dR \cos(\gamma + \phi) = \frac{dL}{\cos(\gamma)} \cos(\phi + \gamma) . \quad (53)$$

Introduzindo a definição do incremento de sustentação na equação 53, obtemos:

$$dT = \frac{1}{2} C_L \rho V_R^2 c dr \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma)}, \quad (54)$$

substituindo V_R temos:

$$dT = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{V_0}{\sin(\phi)} \right)^2 C_L c dr \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma)}. \quad (55)$$

Como sabendo que a pressão dinâmica de referência é dada por $q = \frac{1}{2} \rho V_0^2$, é possível descrever a variação da tração com o comprimento radial da pá com a seguinte equação diferencial:

$$dT = q C_L c dr \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)}. \quad (56)$$

2.2.2.2 Definindo torque

Decompondo o incremento da força resultante aerodinâmica em um incremento de força resistiva, temos que:

$$dF = dR \sin(\phi + \gamma) = \frac{dL}{\cos(\gamma)} \sin(\phi + \gamma). \quad (57)$$

Como o incremento de torque resistivo, dQ , é igual ao produto do incremento da força resistiva pela posição radial do elemento de pá, encontramos que:

$$dQ = r dF = r dR \sin(\phi + \gamma) = r \frac{dL}{\cos(\gamma)} \sin(\phi + \gamma), \quad (58)$$

inserindo a definição do incremento da força aerodinâmica na equação 58, obtemos:

$$dQ = \frac{1}{2} \rho V_R^2 C_L c dr \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma)}, \quad (59)$$

substituindo a velocidade resultante, V_R , e a pressão dinâmica de referência, q , temos:

$$dQ = q C_L c dr \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\cos(\gamma) \sin^2(\phi)}. \quad (60)$$

Com as equações 60 e 56 é possível encontrar o valor de tração e torque por posição radial do elemento, em N/m e $N.m/m$, respectivamente. Para encontrar o valor total que uma pá gera de tração e torque é necessário integrar as equações dT/dr e dQ/dr ao longo de todo o comprimento radial da pá. E para encontrar o valor gerado de tração e torque total da hélice é preciso multiplicar os valores encontrados por pá pelo número de pás que a hélice possui.

2.2.3 Teoria do momento do elemento de pá

Com uma combinação das duas teorias descritas anteriormente, é possível determinar o desempenho de uma hélice qualquer, onde os valores do número de pá, velocidade de rotação e aerofólios são dados de entrada. Esta teoria é conhecida como “Blade Element Momentum Theory” (BEM).

A velocidade relativa do elemento da pá e o respectivo ângulo de deslizamento são computados através dos componentes axiais e tangenciais da velocidade (W_a e W_t , respectivamente). A velocidade axial resulta da soma da velocidade do escoamento livre com a velocidade axial induzida (V_a) no disco da hélice. Já a velocidade tangencial vem da soma da velocidade do elemento devido a rotação da hélice com a velocidade tangencial induzida. Os componentes das velocidades induzidas podem ser encontrados utilizando a teoria do disco atuador e são utilizados para calcular o ângulo de ataque (α), como a diferença do ângulo de deslizamento (ϕ) e o ângulo incidente (θ). Com o ângulo de ataque, é possível determinar os coeficientes de sustentação e arrasto a partir das características do aerofólio. E utilizando esses coeficientes, os coeficientes de forças axiais (equação 61) e tangenciais (equação 62) são obtidos em função do ângulo de deslizamento local (MORGADO, 2016).

$$C_a = C_L \cos(\phi) - C_D \sin(\phi) , \quad (61)$$

$$C_t = C_L \sin(\phi) + C_D \cos(\phi) . \quad (62)$$

Para descrever o desempenho geral da hélice, é utilizada a equação 63.

$$F_x = \frac{1}{2} \rho W^2 c C_x , \quad (63)$$

onde o x representa o componente axial ou tangencial.

A tração (equação 64) e torque (equação 65) total de uma hélice é calculada por uma integração numérica:

$$T = B \sum_{i=1}^n F_{a_i} , \quad (64)$$

$$Q = B \sum_{i=1}^n F_{t_i} r . \quad (65)$$

A potência é dado em função do torque total:

$$P = \Omega Q . \quad (66)$$

Temos que as variáveis de iteração do método BEM são os fatores de indução axial (equação 67) e tangencial (equação 68):

$$a_a = \frac{W_a - V}{V} , \quad (67)$$

$$a_t = \frac{\Omega r - W_t}{\Omega r} . \quad (68)$$

Ao incluir a dependência dos coeficientes de força dos elementos de acordo com os resultados da teoria do momento, os fatores axial e tangencial passam a ser:

$$a_a = \left(\frac{4\sin^2(\phi)}{\sigma_r C_a} - 1 \right)^{-1} , \quad (69)$$

$$a_t = \left(\frac{4\sin(\phi)\cos(\phi)}{\sigma_r C_t} + 1 \right)^{-1} , \quad (70)$$

Onde σ_r é dado por:

$$\sigma_r = \frac{cB}{2\pi r} . \quad (71)$$

3 METODOLOGIA

3.1 MÉTODO DO JBLADE

O JBLADE é um código desenvolvido partindo dos códigos QBLADE e XFLR5 e utiliza uma versão da teoria do elemento de pá que considera o equilíbrio tridimensional do escoamento, com o propósito de fazer projetos e análises de desempenho, capaz de prever o desempenho com um baixo valor de Reynolds. Nele é possível introduzir quantas seções o usuário desejar detalhando cada uma delas pela posição radial, corda, ângulo de incidência e comprimento perfil. Além disso, a visualização dos resultados é bem direta com uma interface gráfica. (MORGADO, 2016)

3.1.1 Simulação

A simulação inicia importando os aerofólios de cada sessão da pá no XFOIL. Uma análise de desempenho é realizada em cada uma das seções dentro de um intervalo de possíveis ângulos de ataque, gerando curvas polares. Estas curvas polares são utilizadas no 360° polar, onde uma polar é construída levando em consideração o ângulo de ataque variando em 360°, para cada um dos aerofólios. Após armazenar pelo menos uma das 360 polar, uma pá pode ser definida no módulo "Blade Object", onde nele pode ser armazenado os dados geométricos das pá, assim como as 360 polar que são associadas a cada aerofólio. Depois da criação da pá, uma hélice pode ser definida no módulo "Propeller", neste módulo é possível armazenar as dados da hélice e os parâmetros da simulação. Os resultados da simulação são obtidos no módulo "BEM simulation" e armazenados em "Blade Data Object". A Figura 9 é uma representação das iterações para realizar uma simulação no JBLADE.

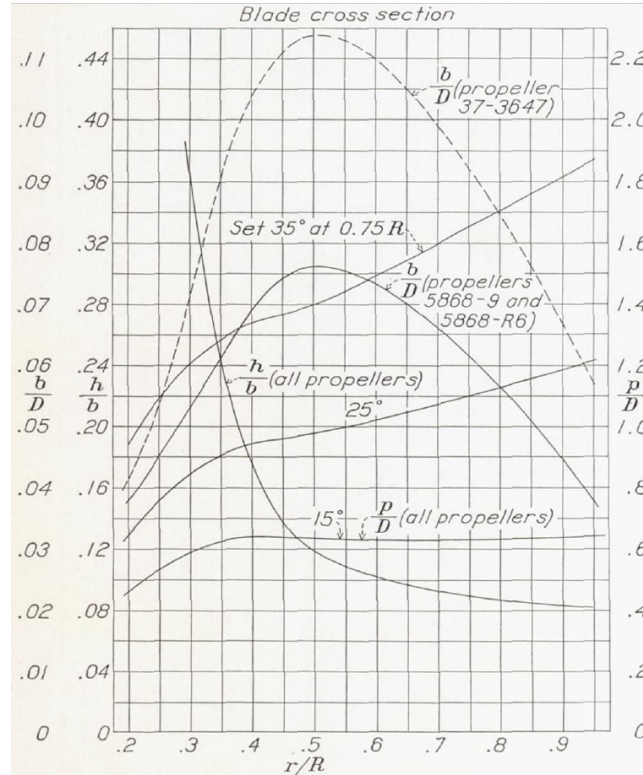
3.1.1.1 Design dos aerofólios

→ Antes de iniciar a simulação no JBLADE era necessário definir alguns parâmetros:

- Aerofólio utilizado para estudo foi o CLARK - Y;
- Simulação com hélices bi-pá, tri-pá e quadri-pá;
- Diâmetro da hélice de 20 cm;
- Obter geometria de perfil para oito seções;
- Realizar simulações para geometrias de hélice com passo de 15°, 25° e 35°. Esses valores representam o ângulo de geométrico que o perfil do aerofólio a 75% do raio da pá terá. Ou seja, quando for considerado o passo de 15°, isso significa que a 75% do comprimento da pá, o ângulo geométrico, *beta*, da sessão será de 15°.

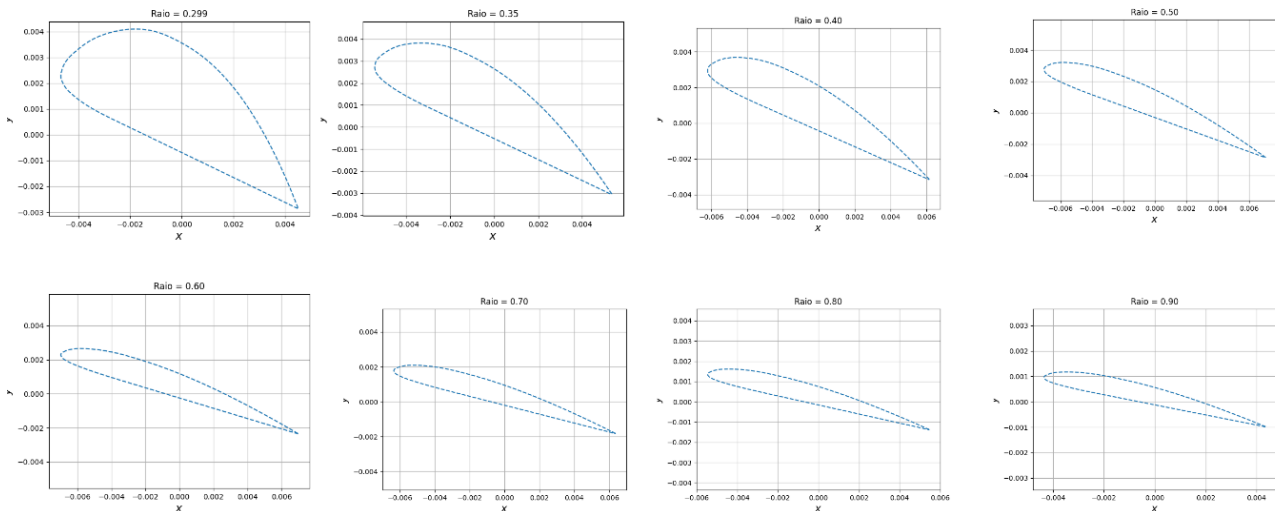
O primeiro passo foi definir as coordenadas, corda, espessura e ângulo geométrico do perfil de cada uma das seções que define a geometria da pá. Para isso utilizamos o mapa da geometria mostrado na

Figura 10 – Mapa da geometria da hélice com perfil CLARK Y.



Fonte: (HARTMAN; BIERMANN, 1938)

Figura 11 – Seções do aerofólio em diferentes regiões do raio obtidas para Passo = 15°.



Fonte: Elaborado pelo autor

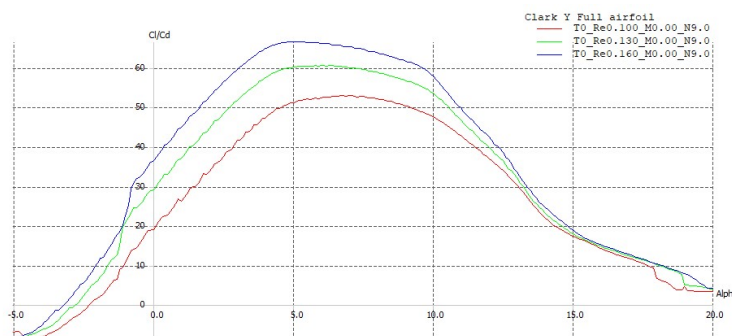
Utilizando a Figura 10 e um código Python foram obtidos os perfis para simulação. A Figura 11 mostra os perfis criados para o passo de 15°. O mesmo foi realizado para os passos de 25° e 35°. Podemos observar que os perfis próximos a raiz da pá apresentam uma maior espessura e um ângulo geométrico maior se comparados com os perfis próximos a ponta da pá. Essa variação se deve ao fato dos perfis estarem em diferentes velocidades, utiliza-se perfis mais espessos próximo a raiz, pois estes são mais eficientes a baixas velocidades. Para respeitar o diâmetro pré estabelecido de 20cm, a pá precisa ter 10cm de comprimento, porém os dados necessários para gerar os perfis para as extremidades

da pá (raio = 0 e raio = 1) não foram encontrados na literatura, desta forma, o perfil para raio = 0 tem a mesma geometria que o perfil para raio = 0.299 e o perfil para raio = 1 é o mesmo que o perfil para raio = 0.9, porém com a corda menor em 22%, aproximadamente. Os perfis gerados foram adicionados no JBLADE.

3.1.1.2 Análises dos aerofólios

Dentro do módulo “Airfoil Analysis”, os aerofólios são simulados e suas curvas polares são geradas. Existem duas opções para realizar a análise, “define an analysis” e “Batch analysis”. Para o estudo, escolheu-se o “Batch Analysis” pois ele permite que o usuário escolha um alcance para o número de Reynolds e também permite realizar a simulação para um grande número de aerofólios ao mesmo tempo. Para a simulação, o número de Reynolds variou de 100000 à 160000 com um passo de 30000, o ângulo de ataque α variou de -5° à 12° com passo de $0,1^\circ$ para todos os aerofólios que foram introduzidos no software, o valor para n crítico utilizado em todas as simulações foi 9.00. Esta análise gerou, para o todos os aerofólios inseridos, curvas polares $C_L \times \alpha$, $C_L \times C_d$, $C_L/C_d \times \alpha$ dentre outras curvas. A Figura 12 é um exemplo de uma curva polar $C_L \times \alpha$ gerada pelo software, podemos observar pela legenda do gráfico que cada uma das curvas é uma curva polar considerando diferentes números de Reynolds. A Figura 13 representa a interface onde é possível definir os parâmetros para a simulação.

Figura 12 – JBLADE - Batch Analysis.

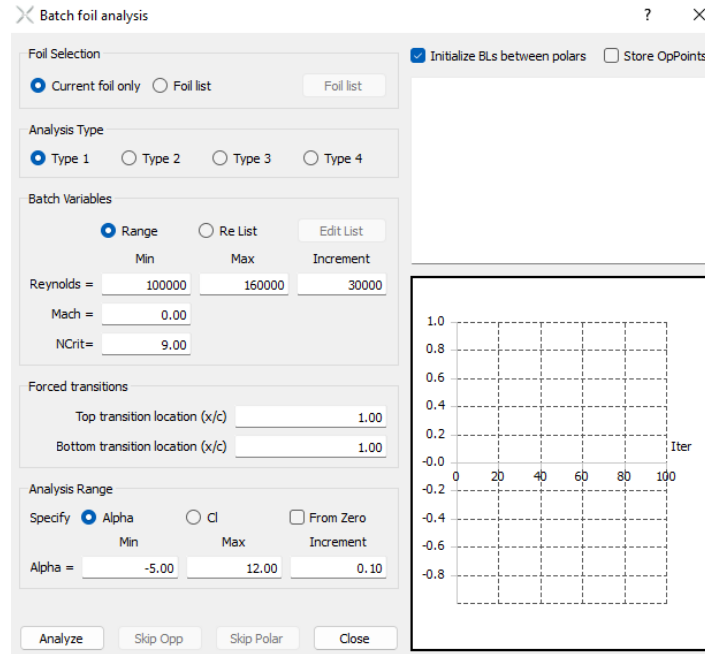


Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.1.3 Extrapolação 360° das curvas Polares

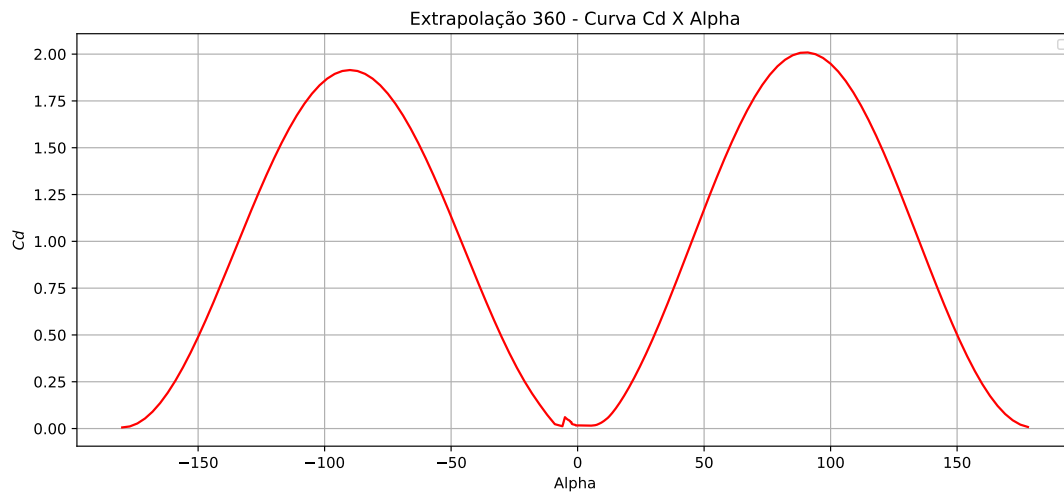
Após realizar a análise de desempenho para todos os aerofólios, o software disponibiliza realizar uma extrapolação das curvas polares. Uma vez que as seções das pás podem alcançar ângulos de ataque altos durante sua operação, os dados de desempenho dos aerofólios precisam ser extrapolados para que a simulação seja feita para todos os possíveis ângulos de ataque. Nesta etapa, os dados calculados anteriormente para cada aerofólio são estendidos para todo alcance do ângulo de ataque. Para realizar esta extrapolação, inicialmente era utilizada a metodologia de Montgomerie (MONTGOMERIE, 1996), porém posteriormente os métodos descritos na “Blade Element Theory” foram integrados. Estes métodos mostraram uma melhoria no processo de extrapolação, levando a uma diminuição nos erros introduzidos pelo usuário ((MORGADO, 2016)). As polares criadas em “360 polar extrapolation” serão utilizadas para os cálculos da performance das hélices dentro do JBLADE. A Figura 14 mostra a

Figura 13 – JBLADE - Batch Analysis Parâmetros.



Fonte: Elaborado pelo autor.

interface gráfica do JBLADE quando é realizado a extrapolação 360°. Nela podemos observar podemos observar um exemplo de extrapolação utilizado nas curvas $C_L \times \alpha$ e $C_D \times \alpha$ sendo extrapoladas para todos os ângulos.

Figura 14 – Curva $C_D \times \alpha$ extrapolada 360°.

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.1.4 Design da pá

O JBLADE permite a introdução da geometria da pá com um numero arbitrário de seções sendo caracterizadas pela sua posição radial, corda, ângulo de torção e a polar 360 que o aerofólio esta associado. O usuário deve especificar o número de pás e o raio do cubo da hélice. O software fornece uma representação gráfica 3D da pá/hélice (Figura 15), facilitando e ajudando o usuário a encontrar

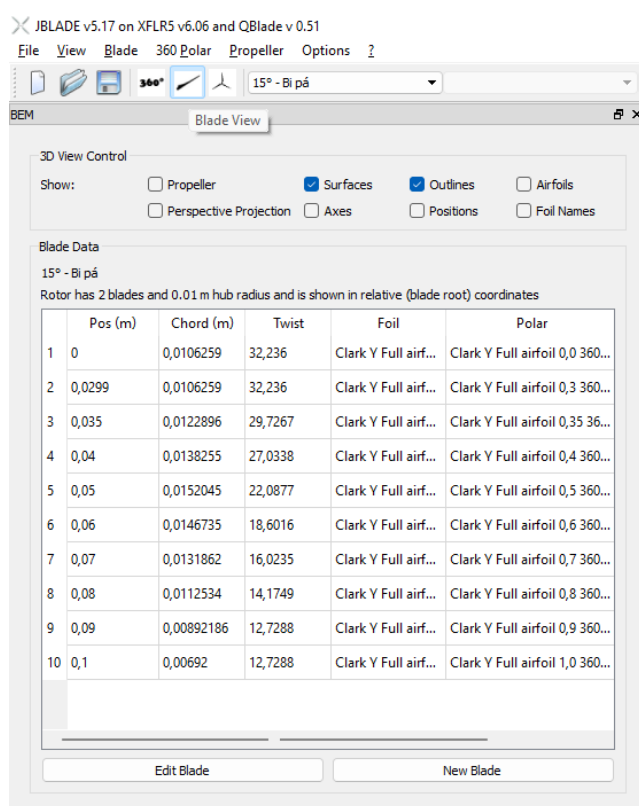
possíveis erros como por exemplo um conflito nas raízes das pás caso o raio do cubo esteja muito pequeno. A Figura 16 é mostra o modulo do software onde é possível introduzir as características da hélice como a posição de cada perfil, a ângulo do perfil, o número de pás, entre outras.

Figura 15 – JBLADE - Blade View - visão 3D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – JBLADE - Blade View - Introdução geometria da pá.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.1.5 Definição e simulação da hélice

Neste módulo, o usuário pode criar hélices compostas pelas hélices definidas anteriormente. Ela permite simulações com um intervalo de velocidade, para uma velocidade de rotação a hélice fixa e um ângulo pitch fixo. Para cada hélice é possível realizar mais de uma simulação, cada uma delas com especificações distintas. Para realizar as simulações o usuário deve informar o número de elementos ao longo da pá, o critério de convergência, a densidade e viscosidade do fluido e o número máximo de iterações realizadas. A estimativa do desempenho da hélice é obtida com uma simulação BEM (Figura 17). Para melhorar a precisão da simulação, o JBLADE disponibiliza ferramentas de correção.

Figura 17 – JBLADE - Simulação BEM.

Define BEM Parameters

Simulation Name
Propeller 15- bipá Simulation

Corrections

- ☒ Prandtl Tip Loss
- ☐ New Tip Loss
- ☒ Prandtl Root Loss
- ☐ New Root Loss
- ☒ Foil Interpolation
- ☒ 3D Correction
- ☒ 3D Equilibrium

Variables

50.00	Discretize Blade into N Elements
0.001	Max Epsilon for Convergence
1000.00	Max Number of Iterations
0.35	Relax. Factor
1.20	Rho
1.78e-05	Viscosity

Create

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a simulação, os dados da hélice utilizados foram:

- Velocidade de rotação: $2000rpm$;
- Velocidade inicial: $0m/s$;
- Velocidade Final: $12m/s$;
- Fixed pitch: 0.00.

Os parâmetros para a simulação utilizados foram:

- Densidade ρ : 1.2041;
- Viscosidade: 1.77999×10^{-5} ;
- Elementos ao longo da pá: 50;
- Máximo de iterações: 1000;
- Máximo ε para convergência: 0.001.

Ao finalizar a simulação, é possível visualizar e exportar os dados das simulações. Para este estudo foram extraídos os dados de coeficiente de tração, C_t , coeficiente de potência, C_p , eficiência da hélice, η , como função da razão de avanço J . Os gráficos obtidos serão discutidos na sessão "Resultados".

→ Critério de convergência:

O critério de convergência, ε , defini quando a iteração convergiu e é utilizado para parar a iteração. A convergência é atingida quando a diferença entre o fator de indução atual e o da última iteração é menor que o critério convergência adotado. O usuário pode alterar o valor de ε , porém, para a simulação foi utilizado o valor sugerido pelo software (MORGADO, 2016).

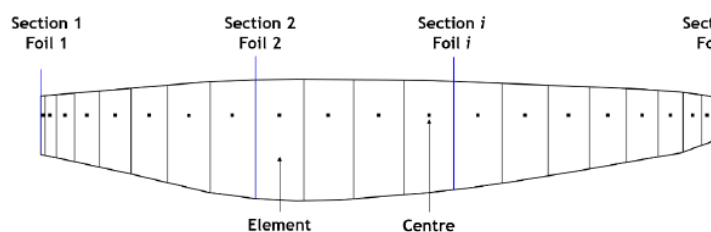
→ Relaxation Factor:

Um problema comum durante as iterações do BEM é o comportamento flutuante do fator de indução axial. Isso pode fazer com que a iteração pare depois que número máximo de iterações seja alcançado, causando problemas na precisão da simulação. O Relaxation Factor (Relax. factor) tem a função de minimizar este erro. O valor utilizado para a simulação foi o sugerido pelo software (MORGADO, 2016).

→ Elementos ao longo da pá:

Os elementos ao longo da pá representam as divisões que serão utilizadas durante o processo da simulação e é independente do número de seções que da pá. Os elementos são divididos senoidalmente ao longo da pá (Figura 18). Quando uma análise esta sendo executada, o algoritmo do BEM é executado uma vez para cada um dos elementos (MORGADO, 2016).

Figura 18 – JBLADE - Representação das seções em uma pá



Fonte: (MORGADO, 2016)

3.1.2 Correções do JBLADE

Como visto na sessão anterior, o JBLADE fornece tipos de correções para contabilizar efeitos tridimensionais e melhorar a simulação. As opções de correção no software são Prandtl Tip Loss, Prandtl Root Loss, New Tip Loss, New Root Loss, Foil Interpolation, 3D Correction e 3D Equilibrium. O software permite selecionar mais de um tipo de correção.

3.1.2.1 Interpolação entre aerofólios

A interpolação entre aerofólios (Foil interpolation) é uma interpolação linear das seções parametrizadas entre as duas seções mais próximas. Quando esta correção é ativada, os dados da polar utilizada nos cálculos do BEM para cada elemento é uma interpolação linear entre os dados da polar das seções do aerofólio da borda da hélice (ponta e raiz da hélice. Quando a opção não é selecionada, todos os elementos de pá que estão entre as posições 1 e 2 são conectadas aos dados da polar do aerofólio da sessão 1. Além disso, o último aerofólio na sessão “n” não é incluído na simulação (Figura 18). Além do mais, uma descontinuidade entre os elementos da pá pode aparecer uma vez que o aerofólio na sessão 1 pode ser diferente do aerofólio da sessão 2, portanto eles podem ter desempenhos diferentes. Apesar da interpolação linear não represente o comportamento verdadeiro do elemento intermediário, ela representa uma melhor aproximação à polar real entre os elementos (MORGADO, 2016).

3.1.2.2 Correção de Prandtl - perdas na ponta e na raiz da pá

A teoria “blade element momentum theory” não leva em consideração a influência dos vórtices da ponta das pás no escoamento no campo de velocidade induzida. Porém, como a pá cria uma diferença de pressão no escoamento, na ponta, este escoamento tende a se mover da parte inferior da superfície da pá para a parte superior da superfície da pá, reduzindo a força resultante na redondeza da ponta da pá. Prandtl formulou um fator de correção que compensa a quantidade de trabalho que pode realmente ser realizado pelo elemento de acordo com sua proximidade com a ponta da pá (equação 2). Esta formulação é estendida para o caso na raiz da pá (equação 3). Caso o elemento seja afetado pelos dois casos, o fator total é obtido multiplicando os dois fatores (MORGADO, 2016).

O fator é calculado de acordo com a expressão a seguir

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f}) , \quad (1)$$

sendo B o número de pás. F na região da ponta é calculado por

$$f_{tip} = \frac{B}{2} \frac{R - r}{r \sin(\phi)} , \quad (2)$$

e F na região da raiz é dado por

$$f_{hub} = \frac{B}{2} \frac{r - R_{hub}}{r \sin(\phi)} , \quad (3)$$

Este fator F é utilizado para alterar os fatores axial e tangencial da teoria do momento do elemento de pá (equações 69 e 70). Assim, eles passam a ser definidos como

$$a_a = \left(\frac{4F \sin^2(\phi)}{\sigma_r C_a} - 1 \right)^{-1} , \quad (4)$$

$$a_t = \left(\frac{4F \sin(\phi) \cos(\phi)}{\sigma_r C_t} + 1 \right)^{-1} . \quad (5)$$

3.1.2.3 Correção de Shen - perdas na ponta e na raiz da pá

Para um hélice com um número finito de pás, a velocidade axial na ponta da pá normalmente não é zero. Desta forma, de forma geral o ângulo de deslizamento na ponta não é zero. Quando aplicado a teoria dos elementos de pá para um aerofólio bidimensional, é gerado uma força diferente de zero nas pontas. Porém, de um ponto de vista físico, esta força deveria tender a zero na ponta da pá devido a equalização da pressão. Isso mostra que um tipo de correção é necessária. O trabalho (SHEN et al., 2005) propõe um modelo de correção que ficou chamado pelo software de New Tip Loss.

Nesta correção, a ideia é computar os coeficientes de força resultantes conforme definidos pelas equações 6 e 7:

$$C_n^r = F_l C_n \quad (6)$$

$$C_l^r = F_l C_l \quad (7)$$

Através da análise BEM (SHEN et al., 2005), podemos chegar em:

$$\frac{a'_B F (1 - a_B F)}{(1 + a'_B)(1 - a_B)} = \frac{\sigma C_l}{4 \sin(\phi) \cos(\phi)} F_1 \quad (8)$$

$$\frac{(1 - a_B F) a_B F}{(1 - a_B)^2} = \frac{\sigma C_n}{4 \sin^2(\phi)} F_1 \quad (9)$$

onde C_n e C_l são os coeficientes de força obtidos dos dados bidimensionais do aerofólio.

Para determinar a função correção temos que:

$$F_1 = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left(-g \frac{B(R-r)}{2R \sin(\phi_R)} \right) \right] \quad (10)$$

Onde:

$$g = \exp[-c_1(B\gamma - c_2)] \quad (11)$$

Os valores dos coeficientes c_1 e c_2 são determinados experimentalmente.

$$a_B = \frac{2 + Y_1 - \sqrt{4Y_1(1 - F) + Y_1^2}}{2(1 + FY_1)} \quad (12)$$

$$a'_B = \frac{1}{(1 - aF)Y_2/(1 - a) - 1} \quad (13)$$

Temos que para $a_B \leq a_c$:

$$C_T = 4a_B F (1 - a_B F) \quad (14)$$

E para $a_B \geq a_c$

$$C_T = 4[a_c^2 F^2 + (1 - 2a_c F)a_B F] \quad (15)$$

3.1.2.4 Correções 3D

Um dos problemas presente na formulação do JBLADE é que ele assumi que o escoamento na hélice é bidimensional, o que significa que ele não considera o movimento radial. Porém, para as condições de voo é necessário considerar uma formulação tridimensional. Para lidar com esse problema, um novo modelo baseado em equilíbrio de escoamento 3D (chamado no software 3D equilibrium) foi produzido, considerando que antes da hélice, a entalpia é radialmente uniforme no escoamento e que o gradiente de entalpia é zero (MORGADO, 2016).

$$W_A \frac{\partial W_a}{\partial r} + W_t \frac{\partial V_t}{\partial r} + \frac{W_t^2}{r} = 0 \quad (16)$$

Onde W_a é a velocidade do escoamento axial sob a hélice, V_t é velocidade de escoamento tangencial na hélice e r é a posição radial da hélice.

Caso W_a seja constante ao longo da hélice, a 16 se reduz para:

$$\frac{dW_t}{dr} = -\frac{W_t}{r} \longleftrightarrow W_t r = \text{const} \quad (17)$$

Neste caso, a rotação do escoamento varia inversamente com o raio, esse caso é conhecido como condição de vórtice livre.

Para implementar essa a condição, na primeira iteração os coeficientes de força são computados desconsiderando o fator de indução tangencial, o que significa que $a_t = 0$. O fluxo mássico do escoamento em um elemento radial arbitrário i e o fluxo mássico total do escoamento são calculados com as equações 18 e 19, respectivamente.

$$\dot{m}_i = 2\rho W_a \pi r dr \quad (18)$$

$$\dot{m}_{total} = \int_{R_{hub}}^R \dot{m}_i dr \quad (19)$$

Para satisfazer a conservação do momento, o torque total será uma integral do perfil de velocidade tangencial induzida por vórtice livre com uma velocidade axial média, \overline{W}_a através do disco da hélice.

A velocidade axial média é calculada através da equação 20:

$$\overline{W}_a = \frac{\dot{m}_{total}}{\pi \rho V^2} \quad (20)$$

A velocidade tangencial induzida para um dado elemento de pá, V_t , é dada pela equação 21:

$$V_t = \frac{0.75 R V_{t75}}{r} \quad (21)$$

O torque total é calculado pela equação 22

$$Q = \int 4\pi \rho \overline{W}_a V_t r dr \quad (22)$$

Resolvendo a integral em r , a velocidade tangencial correspondente a 75% do raio da pá é:

$$V_{t75} = \frac{2}{3} \frac{Q}{\pi \rho \overline{W}_a R (R^2 - R_{hub}^2)} \quad (23)$$

Desta forma, é possível atualizar o fator de indução tangencial (equação 24) e calcular novamente os coeficientes:

$$a_t = \frac{V_t}{\Omega r} \quad (24)$$

Existe outro modelo criado para solucionar o problema do bi-dimensionamento do escoamento chamado de “3D Correction” e ele pode ser estudo em (SNEL et al., 1993).

4 RESULTADOS

4.1 SIMULAÇÕES

Com os dados obtidos nas simulações realizadas no JBLADE, foram plotados gráficos comparando os resultados encontrados na literatura com os valores da simulação. Nos gráficos as curvas marcadas como literatura representam os dados experimentais da referência (HARTMAN; BIERMANN, 1938), enquanto todas as demais curvas representam simulações do JBLADE utilizando diferentes modelos. A tabela 1 detalha quais os tipos de correções foram utilizadas para cada uma das curvas observadas nos gráficos. A primeira coluna representa quais as possíveis correções que poderiam ser utilizadas na simulação, já as demais colunas representam cada uma das curvas presentes nos gráficos. As linhas representam os tipos de correções. Desta forma, quando a linha apresenta o "X" significa que para a curva daquela coluna a correção está ativada. Por exemplo na "Curva 2" a simulação foi realizada com as correções "Equilíbrio 3D" e "Correção 3D" ativadas.

Tabela 1 – Correções utilizadas em cada simulação.

Correção	Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 4	Curva 5	Curva 6	Curva 7	Curva 8
Foil Interpolation					X	X		
Equilíbrio 3D		X		X		X		
Correção 3D		X	X			X		
Prandtl Perda pá						X		X
Prandtl Perda raiz						X		X
Shen Perda na pá							X	
Shen Perda na raiz							X	

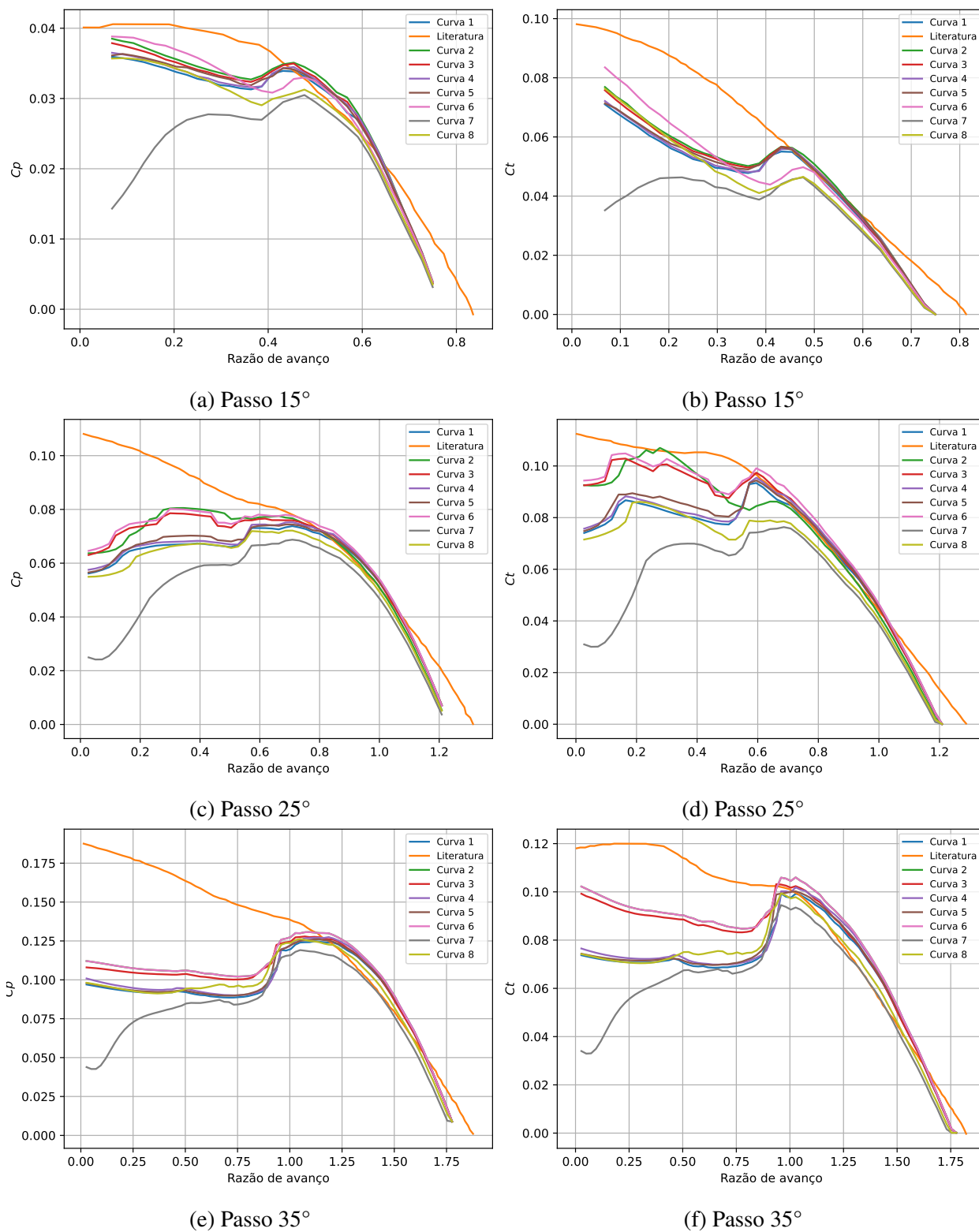
Fonte: Elaborado pelo Autor.

A escolha das correções para cada uma das curvas foi pensado com o intuito de ter curvas com apenas um tipo de correção, uma curva com todas as correções, uma sem correção e outra utilizando as duas correções 3D que o software disponibiliza. Devido ao fato de não poder utilizar a correção de Prandtl junto a correção de Shen, a curva com todas as correções foi realizada utilizando as correções de Prandtl.

4.1.1 Comparação - Coeficientes de Potência e Tração

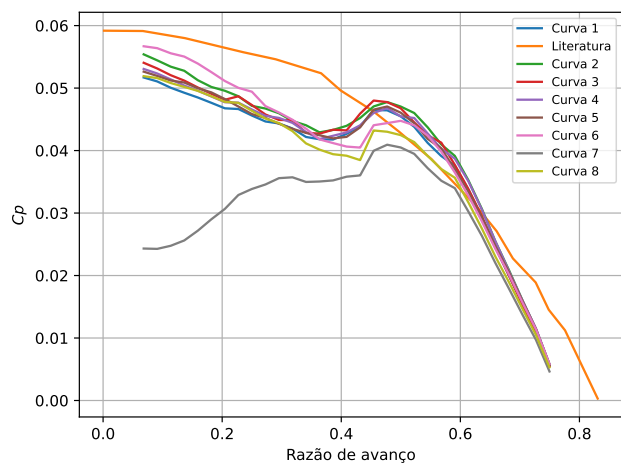
Com as simulações realizadas, foi possível gerar gráficos dos coeficientes de potência, C_p , e dos coeficientes de tração, C_T , em função da razão de avanço. Na Figura 19 as simulações foram realizadas para hélice bi-pá variando o passo dela em 15°, 25° e 35°. O mesmo foi realizado para hélices tri-pá (Figura 20) e para hélices quadri-pá (Figura 21). Nos gráficos estão presentes nove curvas, onde uma são dados retirados da literatura (HARTMAN; BIERMANN, 1938) e as outras oito representam as curvas descritas com a tabela 1.

Figura 19 – Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice bi-pá.

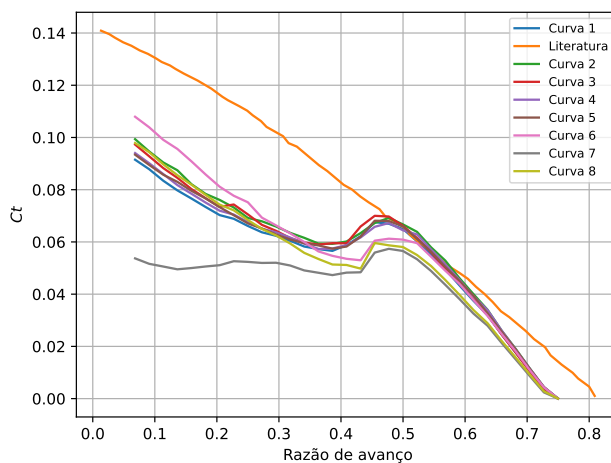


Fonte: Elaborado pelo autor.

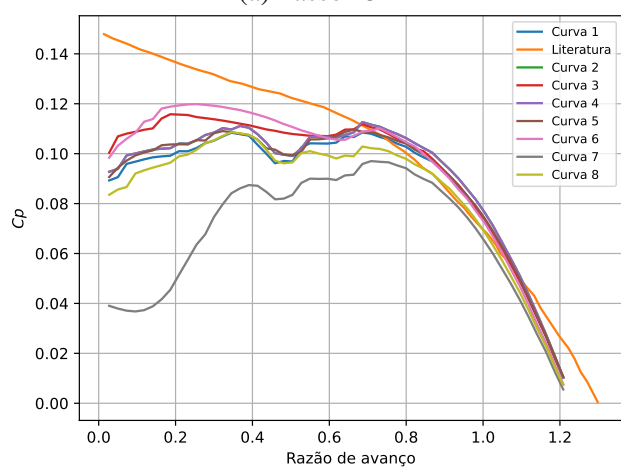
Figura 20 – Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice tri-pá.



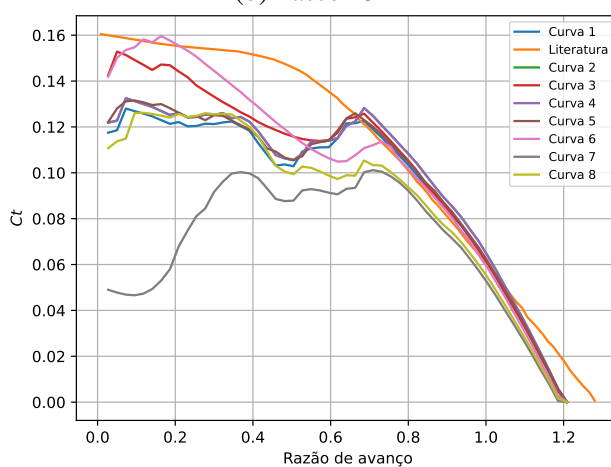
(a) Passo 15°



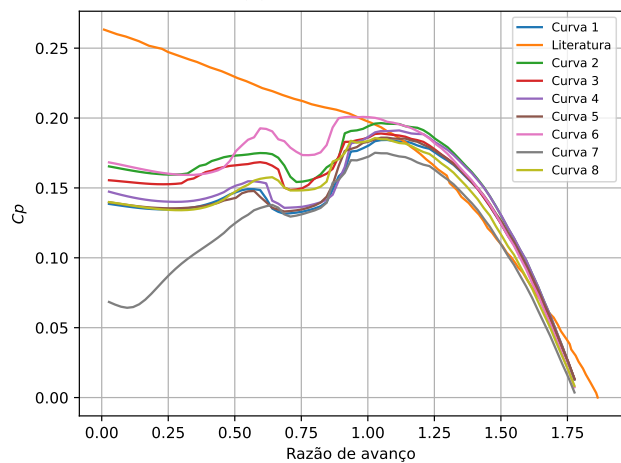
(b) Passo 15°



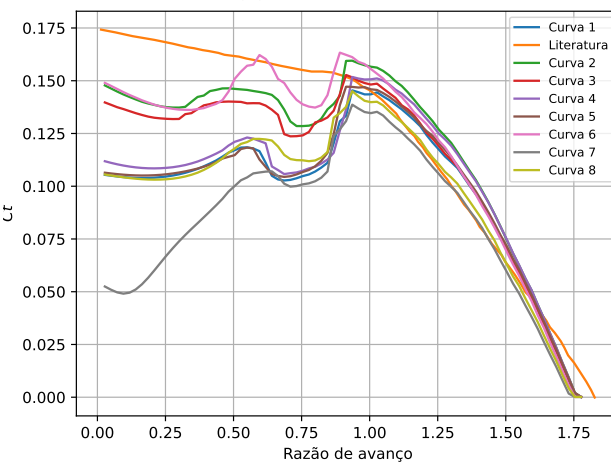
(c) Passo 25°



(d) Passo 25°



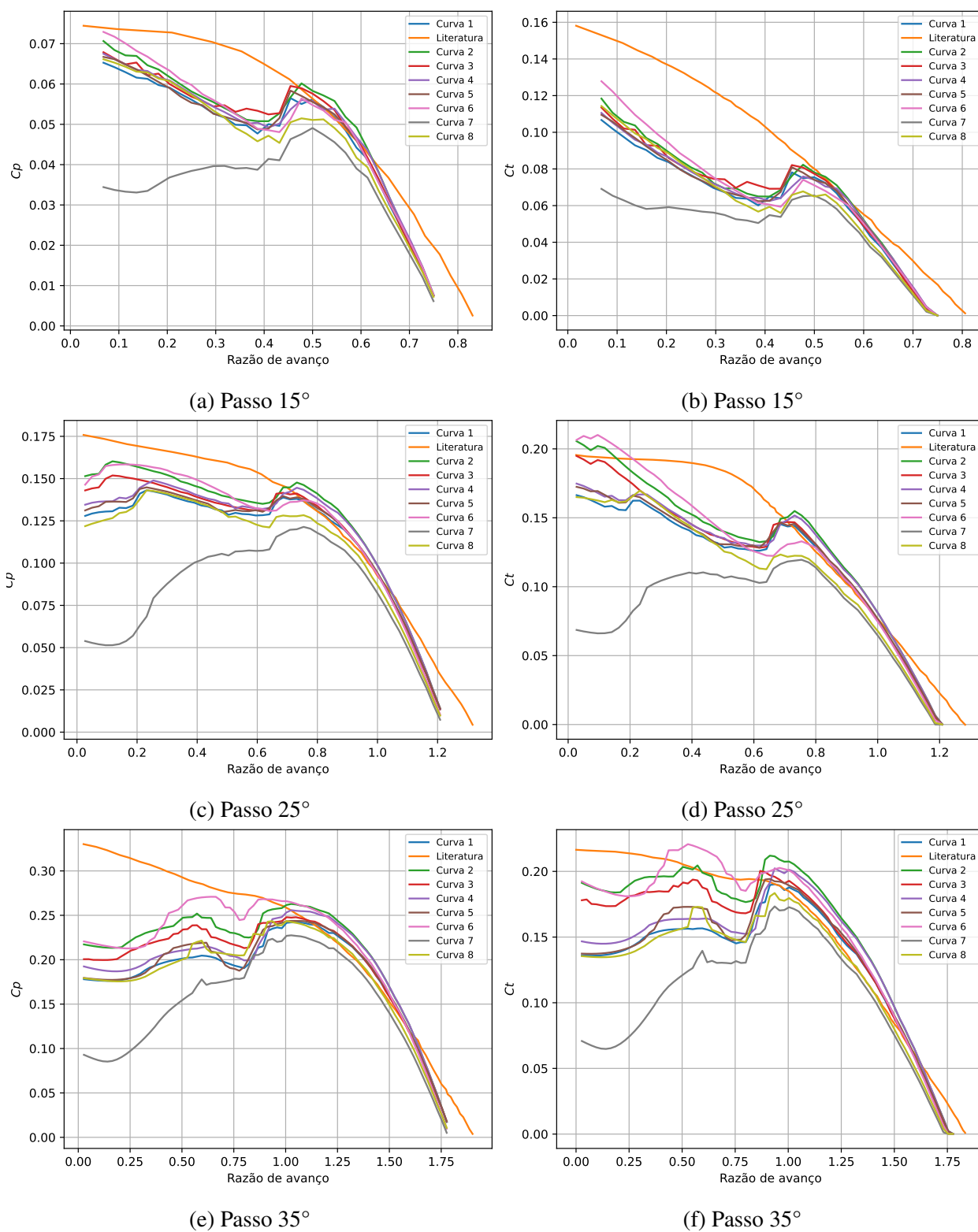
(e) Passo 35°



(f) Passo 35°

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Comparação de coeficiente de tração e potencia para hélice quadri-pá.



Fonte: Elaborado pelo autor.

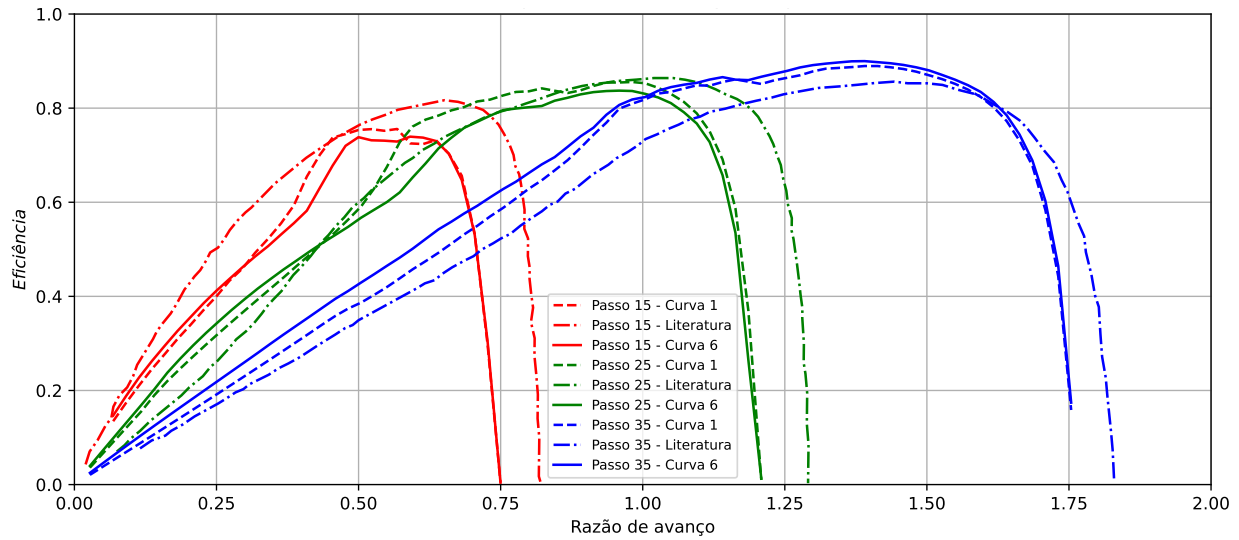
- Para baixos valores de razão de avanço as curvas da simulação apresentam uma grande divergência se comparadas com a curva retirada da literatura. Uma possível explicação para essa divergência é o fato de que a razão de avanço baixa implica em uma velocidade de escoamento baixa, como mostrado na equação 9, com isso conclui-se que as velocidades para esses casos é pequena. Uma velocidade de escoamento pequena implica em um ângulo de deslizamento pequeno, segundo a equação 1 e como pode ser observado na Figura 4, quanto menor for o ângulo de deslizamento maior será o ângulo de ataque. Então para esses casos o ângulo de ataque é máximo, desta forma, parte da hélice está em uma região próxima ao estol, onde o cálculo de C_L e C_D não é preciso. Isso justificaria essa divergência para razões de avanço baixas.
- Nota-se que as curvas que mais se aproximaram da literatura foram as curvas 2, 3 e 6. Estas curvas tem em comum a utilização de pelo menos uma das correções 3D.
- A curva 7 é a curva que utilizou a correção de Shen (SHEN et al., 2005) em perdas na ponta e na raiz da pá. Ela apresenta um comportamento que não era esperado, uma vez que seu resultado ficou pior que a curva 1, curva esta que não apresenta nenhum tipo de correção. Segundo o autor da correção, em seus testes esta correção apresentou uma melhora, porém não é possível observar isso nestas simulações.
- As curvas 4, 5 e 8 são curvas que tiveram resultados muito próximos com os da curva 1. Com variações superiores e inferiores ao experimental, porém nada significativo.
- Para razões de avanço intermediárias as curvas apresentam um bom comportamento, com resultados próximos aos resultados da literatura. Conforme a razão de avanço cresce, as curvas começam a ter uma leve divergência da curva da literatura. Porém entre as curvas das simulações seus comportamentos continuam parecidos entre si.
- Para passo de 15° observa-se que os resultados das simulações apresentam resultados muito semelhantes entre si, porém quando olhamos para as simulações para passo 35° nota-se que as simulações apresentam resultados bem distintos, se comparado entre elas. Principalmente para os gráficos do coeficiente de tração.
- Se comparado as simulações entre com diferentes números de pás, considerando o mesmo valor do passo, não se observa uma melhora ou piora devido influência do número de pás utilizadas.

4.1.2 Comparação Eficiência

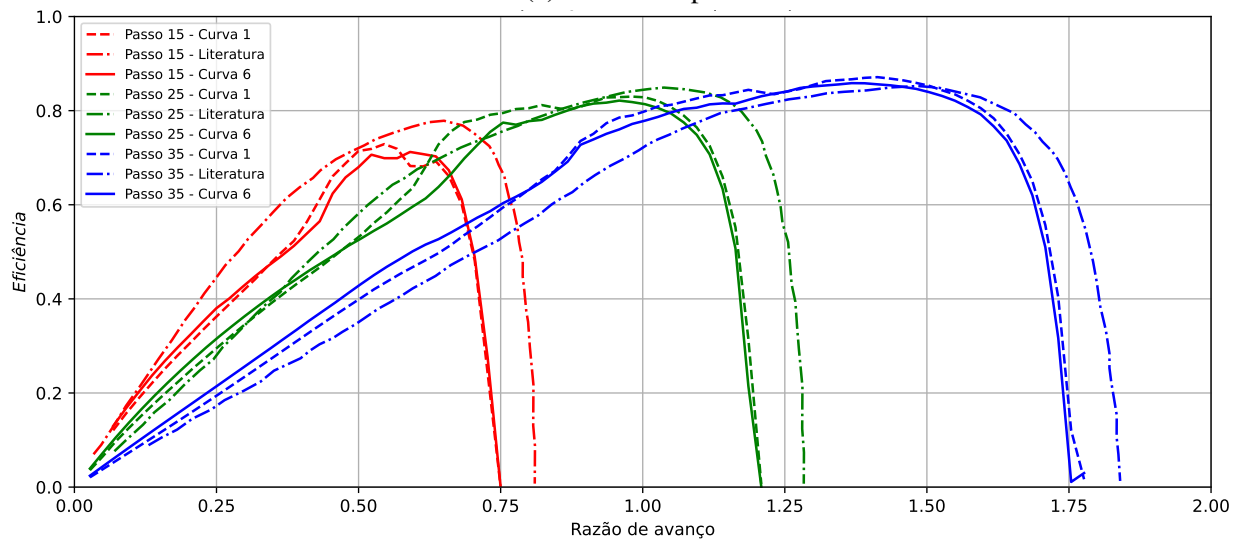
Na Figura 22 são apresentados três gráficos com curvas de eficiência em função da razão de avanço. Na figura 22a as simulações foram realizadas com hélice bi-pá, na figura 22b hélices tri-pá e na figura 22c hélices quadri-pá. Nos gráficos são plotados alguns tipos de curvas, as curvas em vermelho significam que o passo utilizado para a hélice foi de 15° , para as curvas verdes utilizou-se passo de 25° e as curvas azuis passo de 35° . As curvas 1 e 6 são descritas na Tabela 1. Dados de eficiência das demais curvas estão reportados no apêndice A).

- Diferentemente das simulações dos coeficientes de tração e potência, as simulações das eficiência não apresente grandes divergências para razões de avanço baixa, entretanto percebe-se que para as simulações o estol ocorre antes do que nas curvas retiradas da literatura.
- Entre as curvas retiradas da simulação (curva 1 e curva 6) não existe uma grande variação dos resultados. Eles se mantêm muito próximo ao longo de toda a curva.
- Percebe-se que quanto menor o valor do passo, maior é a divergência das simulações com os dados da literatura.
- É possível observar que para o passo de 15° , as curvas das simulações apresentam um bom comportamento, porém existe uma divergência nos resultados. Mas conforme o passo aumenta, as simulações ficam com uma leve melhora nos resultados. Outro ponto interessante a ser notado em relação ao passo é em sua grande maioria os resultados das simulações para passo 15° ficam abaixo da curva da literatura, os resultados para as simulações de 25° apresentam variações para baixo e para cima em relação a curva da literatura, e por fim, para as simulações realizadas com passo 35° os resultados ficam acima da curva da literatura.
- Se comparado as simulações entre o número de pás, considerando o mesmo valor do passo, seus comportamentos são semelhantes em sua maioria.

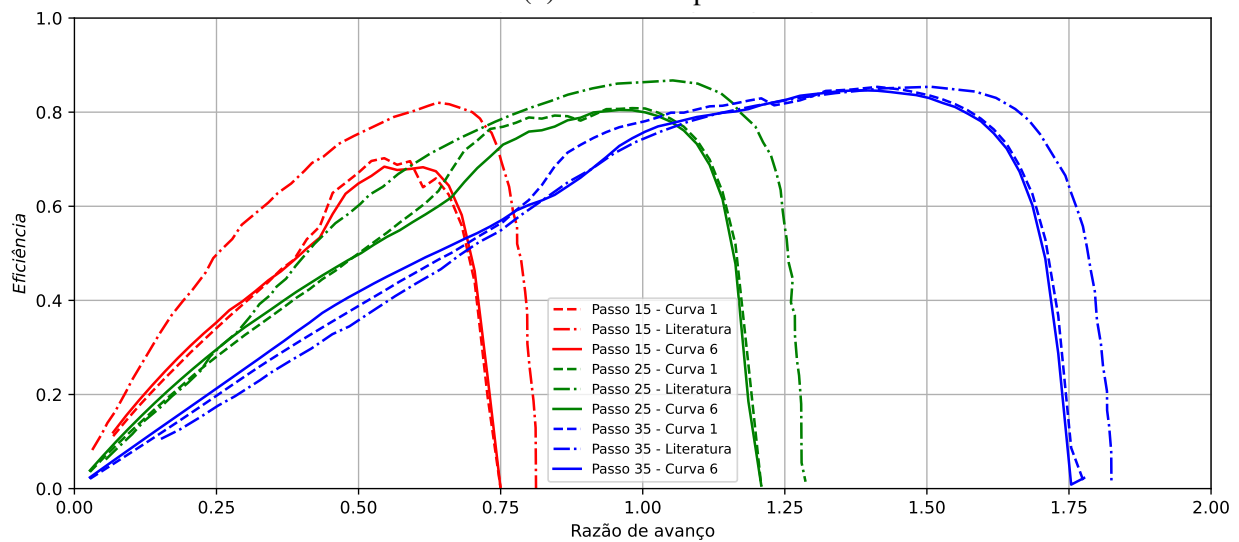
Figura 22 – Comparação da eficiência para as hélices bi-pá, tri-pá e quadri-pá.



(a) Hélices bi-pá



(b) Hélices tri-pá



(c) Hélices quadri-pá

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como premissa principal estudar o desempenho de hélices geradas a partir do aerofólio CLARK - Y a partir de uma comparação realizada entre estudos realizados em túnel de vento, feitos pela NASA em 1938 e uma simulação executada em um software de código aberto que utiliza como base para seu código a teoria do momento do elemento de pá (Blade element theory) e algumas correções para melhoria de seus resultados. A comparação foi feita através de gráficos de coeficiente de tração, coeficiente de potência e eficiência em função da razão de avanço. Foi considerado hélices 9 geometrias de hélices: bi-pá, tri-pá e quadri-pá variando seus passos entre 15° , 25° e 35° .

Feito as simulações e comparando os resultados dos coeficientes de tração e potência, observou-se que quando a razão de avanço é pequena as simulações realizadas com o jblade divergiram muito do resultado esperado, as melhores simulações realizadas foram as que tinham pelo menos uma das correções 3D que o software disponibiliza. Uma consideração importante é que para a simulação realizada com a correção das pontas e raiz da pá feitas por Shein ficaram piores do que a curva sem correção alguma.

Para as simulações das eficiências em função da razão de avanço, percebe-se que existe uma divergência para as razões de avanço altas, quando a hélice esta prestes a entrar em estol, onde a hélice da simulação entra em estol primeiro que a hélice do estudo realizado pela NASA. Outro ponto que pode ser notado é que nesta comparação quanto menor o passo utilizado, maior a divergência das simulações, observando o mesmo número de pás.

Com o presente estudo, é possível concluir que de maneira geral o JBLADE entrega bons resultados, suas correções (com exceção das correções de Shen) apresentam uma melhora nos resultados, porém para razões de avanço baixas a simulação entrega resultados bem distantes aos esperados.

6 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Quando observamos as extrapolações das polares 360° , percebemos que diferentes valores de coeficientes de arrasto quando o ângulo de ataque é superior ao estol pode levar a diferentes extrapolações das curvas polares 360° . Embora o JBLADE tenha alguns métodos que provaram uma melhora na extrapolação, diminuindo os erros, não foi possível ter uma exatidão do quanto este método melhora nas simulações.

Uma abordagem interessante seria verificar quais os impactos das extrapolações 360 na simulação. Essa verificação poderia ser feita utilizando CFD para obter as polares de arrasto e então validando as polares extrapoladas pelo JBLADE.

REFERÊNCIAS

- 33, H. *HANGAR 33*. 2022. Disponível em: <<http://blog.hangar33.com.br/como-as-helices-funcionam/>>.
- CALDWELL, F. W. Propellers for aircraft engines of high power output. **Journal of the Aeronautical Sciences**, v. 5, n. 2, p. 37–52, 1937.
- DRELA, M. Qprop formulation. **Massachusetts Inst. of Technology Aeronautics and Astronautics, Cambridge, MA**, 2006.
- DRZEWIECKI, S. **Bulletin de l'Association Technique Maritime**. Paris - França: Forgotten Books, 1892.
- El-Sayed, A. F. **Aircraft Propulsion and Gas Turbine Engines**. Boca Raton, FL - EUA: CRC Press, 2017.
- GOLDSTEIN, S. On the vortex theory of screw propellers. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, The Royal Society London, v. 123, n. 792, p. 440–465, 1929.
- HALL, G. F. A method of analysis for propellers at extreme angles-of-attack. **Journal of Aircraft**, v. 6, n. 1, p. 52–58, 1969.
- HARTMAN, E. P.; BIERMANN, D. **The aerodynamic characteristics of full-scale propellers having 2, 3, and 4 blades of Clark y and RAF 6 airfoil sections**. [S.l.], 1938.
- LARRABEE, E. E. Practical design of minimum induced loss propellers. **SAE Transactions**, JSTOR, p. 2053–2062, 1979.
- LEITE, C. d. O. Caracterização da força propulsiva de hélices aplicando a teoria de elemento de pá com comparação experimental. 2017.
- MMA, H. **HANGAR MMA**. 2022. Disponível em: <<https://hangarmma.com.br/blog/motores-alternativos-de-aeronaves/>>.
- MMA, H. **HANGAR MMA**. 2022. Disponível em: <<https://hangarmma.com.br/glossary/glossary-categories/principios-basicos-das-helices/>>.
- MONTGOMERIE, B. Drag coefficient distribution on a wing at 90 degrees to the wind. 1996.
- MORGADO, J. P. S. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional de Código Aberto para Projeto de Hélices no Âmbito do Projeto MAAT**. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR, Covilhã, Beira Baixa - Portugal, 2016. Nota sobre a Tese de Doutorado.
- PRANDTL, L. Appendix to betz's article: Schraubenpropeller mit geringstem energieverlust-mit einem zusatz von l. prandtl. **Göttinger Klassiker der Strömungsmechanik Bd**, v. 3, p. 89–92, 1919.
- RANKINE, W. On the mechanical principles of the action of the propellers. 1865.
- RIBNER, H. S.; FOSTER, S. P. Ideal efficiency of propellers-theodorsen revisited. **Journal of aircraft**, v. 27, n. 9, p. 810–819, 1990.

SHEN, W. Z. et al. Tip loss corrections for wind turbine computations. **Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology**, Wiley Online Library, v. 8, n. 4, p. 457–475, 2005.

SNEL, H. et al. Sectional prediction of sd effects for stalled flow on rotating blades and comparison with measurements. 1993.

STRINGFIXER. **Stringfixer**. 2022. Disponível em: <<https://stringfixer.com/pt/Clark-Y>>.

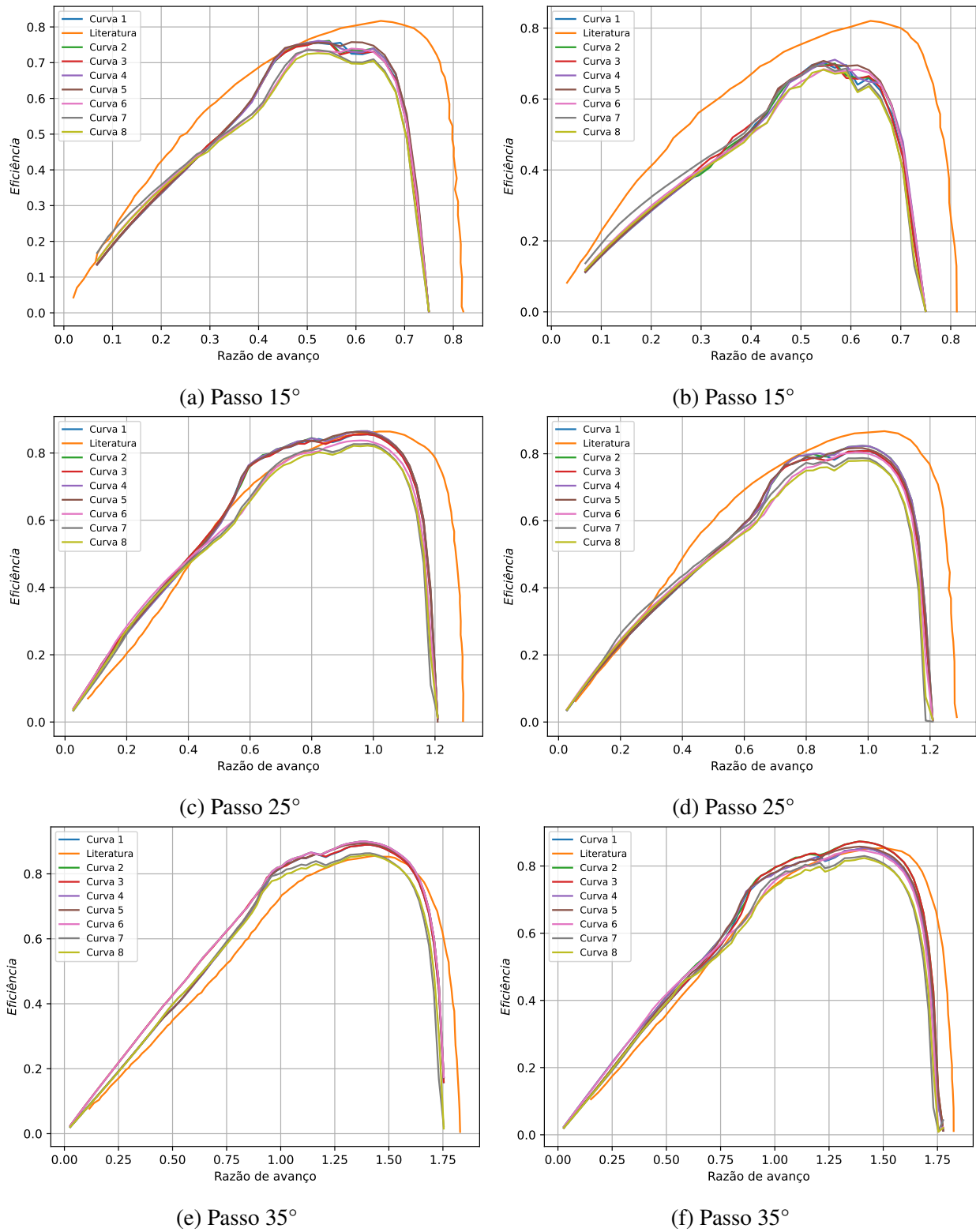
THEODORSEN, T. **Theory of propellers**. Nova York - EUA: New York, McGraw-Hill Book Co., 1948.

WEICK, F. E.; WOOD, D. H. The twenty-foot propeller research tunnel of the national advisory committee for aeronautics. **Annual Report-National Advisory Committee for Aeronautics**, US Government Printing Office, v. 14, p. 429, 1928.

YOUNG, J. D. Propeller at high incidence. **Journal of Aircraft**, v. 2, n. 3, p. 241–250, 1965.

APÊNDICE A – DADOS DE EFICIÊNCIA DAS HÉLICES.

Figura 23 – Dados de eficiência das hélices utilizando diferentes correções.



Fonte: Elaborado pelo autor.