

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

LUCAS IOHAN DUTRA DE CASTRO

**MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS AO PROJETO DE ARRAYS
ESPARSOS LINEARES PARA IMAGEM POR ULTRASSOM**

Ilha Solteira
2022

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LUCAS IOHAN DUTRA DE CASTRO

**MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS AO PROJETO DE ARRAYS
ESPARSOS LINEARES PARA IMAGEM POR ULTRASSOM**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação

Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti
Orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C355m Castro, Lucas Iohan Dutra de.
Métodos de otimização aplicados ao projeto de arrays esparsos lineares para imagem por ultrassom / Lucas Iohan Dutra de Castro. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
150 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2022

Orientador: Ricardo Tokio Higuti
Inclui bibliografia

1. Arrays esparsos. 2. Imagens ultrassônicas. 3. Padrão de radiação. 4. Função objetivo. 5. Métodos de busca. 6. Point Spread Function.

Raiane da Silva Santos
Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Métodos de otimização aplicados ao projeto de arrays esparsos lineares para imagem por ultrassom

AUTOR: LUCAS IOHAN DUTRA DE CASTRO

ORIENTADOR: RICARDO TOKIO HIGUTI

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. VANDER TEIXEIRA PRADO (Participação Virtual)
Campus de Cornélio Procópio / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Prof. Dr. FLÁVIO BUIOCHI (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos / Escola Politécnica da USP

Ilha Solteira, 31 de agosto de 2022

*Dedico este trabalho aos meus pais, Gérson e Tânia,
e ao meu irmão, Erick.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti pela grande orientação durante todo o meu vínculo ao curso de mestrado: sua paciência, seus ensinamentos e sua empatia contribuíram fortemente para o andamento adequado de grande parte dos estudos e trabalhos envolvidos neste curso, cujo tempo precisou ser estendido devido a motivos pessoais.

Aos membros externos da comissão examinadora: Prof. Dr. Vander Teixeira Prado, e Prof. Dr. Flávio Buiochi, pela disposição para avaliar o trabalho e pela contribuição extra ao mesmo.

Agradeço aos ex-integrantes do Laboratório de Ultrassom (LUS) da UNESP de Ilha Solteira que se dispuseram a ajudar e que contribuíram, de alguma forma, para o bom progresso deste trabalho: Júlio Cesar Eduardo de Souza, e Vander (acima citado). Também, ao Prof. Dr. Cláudio Kitano do Laboratório de Optoeletrônica (LOE) pela sua grande disposição para colaborar e ensinar, e por muito agregar aos trabalhos do LUS e aos seus integrantes.

Agradeço ao Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC, Madrid) pelo fornecimento dos dados experimentais abordados neste trabalho, e pelo seu conjunto de conteúdos disponíveis na literatura que bem contribui para o desenvolvimento de trabalhos no LUS.

Ao amigo de longa data Cleberton Reiz, do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LaPSEE), por me apoiar e me encorajar antes e depois do meu ingresso ao curso de mestrado.

Agradeço à UNESP de Ilha Solteira e a todos os professores do Departamento de Engenharia Elétrica, que, de alguma forma, me motivaram e contribuíram para a minha formação acadêmica.

O presente trabalho, por sua vez, foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Por fim, agradeço imensamente aos meus pais, Gérson Belém Henriques de Castro e Tânia Aparecida Ribeiro Dutra de Castro, por toda a educação e por todo o amor dedicado, pois seus apoios contribuem expressivamente para o meu desenvolvimento pessoal, acadêmico e cultural.

*"A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou
sobre aquilo que todo mundo vê."
(Arthur Schopenhauer)*

*"Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas
do homem foram conquistadas do que parecia impossível."
(Charles Chaplin)*

RESUMO

As ondas ultrassônicas são úteis para a formação de imagens de materiais utilizados na indústria, assim como para diagnósticos médicos por imagem. No âmbito das imagens ultrassônicas, os métodos que otimizam custos físicos e computacionais são alvos de pesquisa, pois mantêm certos níveis de qualidade em inspeções preventivas e corretivas de componentes, e também na caracterização de tecidos moles e de materiais rígidos biológicos. Os *arrays* de transdutores ultrassônicos são utilizados para obter imagens, existindo um padrão de qualidade associado ao espaçamento (*pitch*) entre os elementos que os compõem de até metade do comprimento de onda ($\lambda/2$). Esse padrão pode não ser seguido se houver a finalidade de reduzir custos relacionados ao tempo de processamento, assim como a redução do número de elementos do *array*. Isso é feito recorrendo-se aos *arrays* esparsos, nos quais estão incluídos *itches* variados e maiores do que $\lambda/2$, existindo muitas divergências na qualidade das imagens resultantes de um número muito grande de combinações possíveis de *arrays* esparsos. O presente trabalho tem como principal proposta desenvolver duas funções objetivo capazes de avaliar adequadamente os *arrays* esparsos, sendo a primeira relacionada às intensidades dos artefatos presentes em alguns cenários de imagem simulados por *Point Spread Function* (PSF), e a segunda associada a diversas métricas provenientes do padrão de radiação e de outras funções que representam as configurações de *array* esparso linear. A primeira função objetivo é validada através de uma comparação de pontuações finais entre imagens por PSF e por dados experimentais, e as pontuações são associadas a um grupo de 18 configurações de *array* esparso. A segunda função objetivo, que é desenvolvida com base na primeira, requer processamentos mais rápidos e então é utilizada em alguns métodos de busca capazes de encontrar desejáveis configurações de *array* esparso. Através das duas funções objetivo, são obtidos dois conjuntos de pontuações finais, sendo relativamente próximos entre si para um grupo de 31 configurações de *array* esparso, o qual inclui os 18 *arrays* anteriores. Para 4 *arrays* com desempenhos distantes entre si, a classificação numérica conjunta é a mesma entre as duas funções objetivo, e também a mesma em relação aos desempenhos gerais por dados experimentais.

Palavras-chave: *arrays* esparsos; imagens ultrassônicas; padrão de radiação; função objetivo; métodos de busca; *Point Spread Function*.

ABSTRACT

Ultrasonic waves are useful for imaging of materials used in industry, as well as for medical imaging diagnostics. In the scope of ultrasonic imaging, methods that optimize physical and computational costs are research targets, because they maintain certain levels of quality in preventive and corrective inspections of components, as well as in the characterization of soft tissues and stiff biological materials. Ultrasonic transducer arrays are used to obtain images, where there is a quality standard associated with the spacing (pitch) between the elements that compose them of up to half wavelength ($\lambda/2$). This standard may not be followed if the purpose is to reduce costs related to processing time, as well as reducing the number of elements in the array. This is done using sparse arrays, which include varying pitches greater than $\lambda/2$, and there are many divergences in the quality of the images resulting from a very large number of possible combinations of sparse arrays. The main purpose of this work is to develop two objective functions capable of properly evaluating sparse arrays, the first being related to the intensities of artifacts present in some image scenarios simulated by Point Spread Function (PSF), and the second associated with several metrics from the radiation pattern and other functions that represent linear sparse array configurations. The first objective function is validated through a comparison of final scores between images by PSF and by experimental data, and the scores are associated with a group of 18 sparse array configurations. The second objective function, which is developed based on the first, requires less processing resources and is therefore used in some search methods capable of finding desirable sparse array configurations. Through the two objective functions, two sets of final scores are obtained, being the sets relatively close to each other for a group of 31 sparse array configurations, which includes the previous 18 arrays. For 4 arrays with distant performances, the joint numerical classification is the same between the two objective functions, and also the same in relation to the general performances by experimental data.

Keywords: sparse arrays; ultrasonic imaging; radiation pattern; objective function; search methods; Point Spread Function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Faixas de frequência de algumas aplicações ultrassônicas e hipersônicas	25
Figura 2	– Tipos de <i>array</i> : (a) <i>Array</i> linear (1D); (b) <i>Array</i> linear (1D) de elementos retangulares; (c) <i>Array</i> esparso linear; (d) <i>Array</i> 1.5D; (e) <i>Array</i> bidimensional (2D); (f) <i>Array</i> esparso 2D; (g) <i>Array</i> completo 2D de <i>subarrays</i> aleatoriamente esparsos; (h) <i>Array</i> anular; (i) <i>Array</i> setorial de elementos distribuídos em torno de três círculos concêntricos; (j) <i>Array</i> de elementos circulares distribuídos em torno de um único círculo.....	35
Figura 3	– Pressão acústica de uma abertura linear contínua de comprimento L	36
Figura 4	– Padrão de radiação $ \eta(\theta) $ de fontes acústicas de comprimentos diferentes	38
Figura 5	– Trem de impulsos exercidos por elementos pontuais	39
Figura 6	– Diagrama de radiação de <i>arrays</i> lineares completos (<i>pitch</i> de $\lambda/2$) considerando diferentes quantidades M de elementos pontuais	40
Figura 7	– Diagrama de radiação do <i>array</i> linear periódico de 32 elementos, com <i>pitch</i> de: (a) $\lambda/2$; (b) λ ; (c) 2λ ; (d) 4λ	41
Figura 8	– <i>Array</i> linear de elementos não pontuais	42
Figura 9	– Diagrama de radiação de um <i>array</i> periódico de 32 elementos de comprimento $\lambda/2,377$, espaçados com 2λ de distância	42
Figura 10	– Funções de apodização: Retangular, Hanning e Kaiser ($\beta = 4,54$)	43
Figura 11	– Diagrama de radiação de elementos pontuais para diferentes apodizações	44
Figura 12	– <i>Coarray</i> resultante de elementos que atuam em emissão-recepção.....	45
Figura 13	– <i>Coarray</i> resultante de diferentes elementos ativos entre emissão e recepção	46
Figura 14	– Matriz de emissão-recepção	46
Figura 15	– Diagrama de radiação dos <i>arrays</i> emissor e receptor, e do <i>coarray</i> resultante: (a) $ H_{pe}(\theta) $ do $Array_{00}$ operando em emissão; (b) $ H_{pe}(\theta) $ do $Array_{01}$ operando em recepção; (c) $ \vec{H}(\theta) $ resultante; (d) $ H_{ER}(\theta) $ resultante	47
Figura 16	– Detecção de irregularidades por meio de um transdutor monoelemento (esquerda), e por elementos de um <i>array</i> linear (direita)	49
Figura 17	– Deflexão do feixe acústico	49
Figura 18	– Focalização em transmissão	50
Figura 19	– Representação da técnica SAR, onde a composição das ondas de rádio é utilizada para gerar imagens do solo	52
Figura 20	– Representação do funcionamento do algoritmo SAFT na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$, para M elementos.....	53
Figura 21	– <i>Coarray</i> resultante da matriz de emissão-recepção SAFT para 5 elementos.....	53

Figura 22 – Representação do funcionamento do algoritmo 2R-SAFT na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$, para M elementos.....	55
Figura 23 – <i>Coarray</i> resultante da matriz de emissão-recepção 2R-SAFT para 5 elementos	56
Figura 24 – Representação do funcionamento do algoritmo TFM na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$: (a) instante em que o elemento 1 atua em pulso-eco e os demais como receptores; (b) idem para o elemento 2	57
Figura 25 – <i>Coarray</i> resultante da matriz de emissão-recepção TFM para 5 elementos	58
Figura 26 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 32 elementos e 497×497 amostras espaciais: (a) $ I_{RF_TFM}(x, z) $, em dB; (b) $I_{TFM}(x, z)$, em dB; (c) $I_{TFM}(x, z)$, na escala linear	59
Figura 27 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 64 elementos e 253×253 amostras espaciais: (a) $I_{TFM}(x, z)$, em dB; (b) $I_{TFM}(x, z)$, na escala linear	60
Figura 28 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 128 elementos e 128×128 amostras espaciais: (a) $I_{TFM}(x, z)$, em dB; (b) $I_{TFM}(x, z)$, na escala linear	61
Figura 29 – Pulso de excitação com envoltória gaussiana: (a) 4 ciclos de senoide; (b) 6 ciclos de senoide	62
Figura 30 – PSFs com 3 discos de tamanhos diferentes: (a) $I_{TFM}(x, z)$, em dB; (b) $I_{TFM}(x, z)$, na escala linear	63
Figura 31 – <i>Arrays</i> lineares. (a) <i>Array</i> completo de 29 elementos (não esparso). (b) <i>Array</i> esparso periódico de 8 elementos com <i>pitch</i> 2λ . (c) <i>Array</i> esparso “semi-periódico” de 8 elementos, com <i>pitches</i> alternados de $\lambda/2$ e $7\lambda/2$ entre o segundo e o penúltimo elemento. (d) <i>Array</i> esparso não periódico de 8 elementos	64
Figura 32 – Efeito da adição de um elemento distante do <i>array</i> completo: (a) $ H_{PR}(\theta) $ do <i>array</i> completo de 31 elementos pontuais; (b) $ H_{PR}(\theta) $ do <i>array</i> com elemento pontual extra a 47λ de distância; (c) Configuração dos <i>arrays</i> correspondentes	66
Figura 33 – Efeito da adição de um <i>array</i> semelhante distante do <i>array</i> original: (a) $ H_{PR}(\theta) $ do <i>array</i> completo de 16 elementos pontuais; (b) $ H_{PR}(\theta) $ do <i>array</i> duplicado, com distância de 47λ entre as extremidades mais próximas; (c) Configuração dos <i>arrays</i> correspondentes	66
Figura 34 – Diagramas do <i>Array</i> ₀₁ : (a) $H_{PR}(\theta)$; (b) $H_{S\psi\boxtimes}(\theta)$; (c) $H_{S\bowtie}(\theta)$; (d) $H_{S\boxtimes}(\theta)$	72
Figura 35 – Diagramas do <i>Array</i> ₁₀ : (a) $H_{PR}(\theta)$; (b) $H_{S\psi\boxtimes}(\theta)$; (c) $H_{S\bowtie}(\theta)$; (d) $H_{S\boxtimes}(\theta)$	72
Figura 36 – Esquema de uma baleia jubarte produzindo rede de bolhas em espiral	75
Figura 37 – Comportamento alimentar de baleias jubarte por rede de bolhas	75

Figura 38 – Pseudocódigo do algoritmo WOA	78
Figura 39 – Pseudocódigo do algoritmo AOA	80
Figura 40 – Cenários de refletor único: (a) PSF_{N1} com $Array_{00}$; (b) $Array_{01}$; (c) PSF_{M1} com $Array_{00}$; (d) $Array_{01}$; (e) PSF_{F1} com $Array_{00}$; (f) $Array_{01}$	85
Figura 41 – Áreas elípticas do cenário: (a) PSF_{N7} ; (b) PSF_{M7} ; (c) PSF_{F7} ; (d) PSF_{M10}	87
Figura 42 – Cenários de 7 refletores: (a) PSF_{N7} com $Array_{00}$; (b) $Array_{01}$; (c) PSF_{M7} com $Array_{00}$; (d) $Array_{01}$; (e) PSF_{F7} com $Array_{00}$; (f) $Array_{01}$	89
Figura 43 – Comportamento da função $I''_{TFM}(x, z)$ para $M = 32$ e $\Psi = 4,8$: (a) escala linear; (b) dB	90
Figura 44 – $Array_{01}$ em PSF_{M10} : (a) $I_{TFM}(x, z)$; (b) $I''_{TFM}(x, z)$	91
Figura 45 – $Array_{10}$ no cenário: (a) PSF_{N7} ; (b) PSF_{M7} ; (c) PSF_{F7} ; (d) PSF_{M10}	94
Figura 46 – Esquema do bloco de alumínio com 9 furos duplos: (a) estrutura original; (b) indicação das áreas não consideradas na função $I''_{TFM}(x, z)$	96
Figura 47 – $Array_{00}$ no cenário $data_{Alum}$: (a) sem filtro no intervalo 1 a 125; (b) sem filtro no intervalo 4 a 128; (c) com filtro no intervalo 1 a 125; (d) com filtro no intervalo 4 a 128	97
Figura 48 – Filtro FIR de ordem 60: (a) $\varphi_a[k]$; (b) $w_k[k]$; (c) $\varphi[k]$; (d) $ \Phi(e^{j\omega}) $, em dB	97
Figura 49 – Cenário $data_{Alum}$ com o intervalo dos elementos 1 a 125: (a) $I_{TFM}(x, z)$ do $Array_{01}$; (b) $I_{TFM}(x, z)$ do $Array_{10}$; (c) $I''_{TFM}(x, z)$ do $Array_{01}$; (d) $I''_{TFM}(x, z)$ do $Array_{10}$	99
Figura 50 – <i>Phantom</i> com <i>array</i> posicionado no intervalo dos elementos 4 a 128: (a) esquema da região considerada nas imagens; (b) imagem resultante do $Array_{00}$	100
Figura 51 – Cenário $data_{Phant}$ com o intervalo dos elementos 4 a 128: (a) $I_{TFM}(x, z)$ do $Array_{01}$; (b) $I_{TFM}(x, z)$ do $Array_{10}$; (c) $I''_{TFM}(x, z)$ do $Array_{01}$; (d) $I''_{TFM}(x, z)$ do $Array_{10}$	101
Figura 52 – Pontuações normalizadas por f_{IM} e $expdata$	102
Figura 53 – $ H_{PR}(\theta) $ de elementos pontuais do: (a) $Array_{00}$; (b) $Array_{01}$; (c) $Array_{13}$; (d) $Array_{14}$	105
Figura 54 – Funções $ \hat{\eta}(\theta) $, com $\mathcal{L} = 1$ mm aplicado ao padrão radiação do: (a) $Array_{00}$; (b) $Array_{01}$; (c) $Array_{00}$ (dB); (d) $Array_{01}$ (dB)	107
Figura 55 – Indicação dos picos laterais em $ H_{PR}(\theta) $ do $Array_{01}$, com $\mathcal{L} = 0,53$ mm	110
Figura 56 – Pontuações normalizadas por f_{HD} , f_{IM} e $expdata$	117
Figura 57 – $Array_{28}$ no cenário: (a) PSF_{N1} ; (b) PSF_{N7} ; (c) PSF_{M1} ; (d) PSF_{M7} ; (e) PSF_{F1} ; (f) PSF_{F7}	129
Figura 58 – Desempenhos no bloco de alumínio pelo: <i>array</i> completo de 128 elementos, (a) em dB e (b) na escala linear; $Array_{28}$, (c) em dB e (d) na escala linear	130

Figura 59 – Pontuações por f_{IM} e expdata das 31 configurações de <i>array</i>	131
Figura 60 – Pontuações por f_{HD} , f_{IM} e expdata das 31 configurações de <i>array</i>	133
Figura 61 – Comparação de $ H_{\text{PR}}(\theta) $ com $\mathfrak{L}/\lambda = 2,377^{-1}$, entre: (a) Array ₁₀ e Array ₂₆ ; (b) Array ₁₀ e Array ₂₈ ; (c) Array ₂₆ e Array ₂₈ ; (d) Array ₂₈ e Array ₂₉	134

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Algoritmos de otimização baseados em inteligências de enxame	32
Tabela 2 – Parâmetros iniciais das configurações de <i>arrays</i> e de imagens	82
Tabela 3 – Propriedades de simetria e modos de obtenção das configurações de <i>array</i>	84
Tabela 4 – Propriedades dos cenários de PSF e de dados experimentais	87
Tabela 5 – Pontuações e colocações por f_{TFM} nos cenários simétricos.....	92
Tabela 6 – Pontuações e colocações por f_{TFM} no cenário PSF _{M10}	92
Tabela 7 – Pontuações normalizadas com pesos e classificação final por f_{IM}	94
Tabela 8 – Pontuações e classificação no cenário $\text{data}_{\text{Alum}}$	98
Tabela 9 – Pontuações e classificação no cenário $\text{data}_{\text{Phant}}$	100
Tabela 10 – Pontuações normalizadas e classificações por dados experimentais	102
Tabela 11 – Parâmetros gerais dos diagramas	106
Tabela 12 – Pontuações e classificações pelas métricas $ST(pd)_{\text{PR}}$	109
Tabela 13 – Pontuações e classificações pelas métricas $ST(5)_{\text{S}\psi\boxtimes}$ e $ST(6)_{\text{S}\psi\boxtimes}$	110
Tabela 14 – Pontuações e classificações pelas métricas SD_{PR} , $SD\bar{\Delta}_{\text{PR}}$ e $M\bar{\Delta}(N_{\text{mp}})_{\text{PR}}$	112
Tabela 15 – Pontuações e classificações pelas métricas $AP(N_{\text{mp}})_{\text{PR}}$	113
Tabela 16 – Pontuações e classificações pelas métricas $AP(N_{\text{mp}})_{\text{S}\bowtie}$ e $AP(N_{\text{mp}})_{\text{S}\boxtimes}$	113
Tabela 17 – Pontuações e classificações pelas métricas $GPSD(N_{\text{mp}})$	115
Tabela 18 – Pontuações e classificações por f_{HD} , f_{IM} e expdata	116
Tabela 19 – <i>Arrays</i> encontrados através de buscas totalmente aleatórias com seleção da incumbente	119
Tabela 20 – <i>Arrays</i> encontrados através do método SDH ₁	121
Tabela 21 – <i>Arrays</i> encontrados através do WOA	125
Tabela 22 – <i>Arrays</i> encontrados através do AOA	127
Tabela 23 – Propriedades de simetria e modos de obtenção das novas configurações	128
Tabela 24 – Pontuações normalizadas e classificação final por f_{IM} das novas configurações	129
Tabela 25 – Pontuações e classificações dos novos <i>arrays</i> por dados experimentais.....	131
Tabela 26 – Pontuações normalizadas e classificações gerais por f_{HD} , f_{IM} e expdata	132

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1D	one-dimensional (linear)
2D	two-dimensional (bidimensional)
2R-SAFT	2 Receivers Synthetic Aperture Focusing Technique
ABC	Artificial Bee Colony
ACO	Ant Colony Optimization
ACROA	Artificial Chemical Reaction Optimization Algorithm
AFSA	Artificial Fish Swarm Algorithm
AOA	Arithmetic Optimization Algorithm
BA	Bat-inspired Algorithm
BBBC	Big-Bang Big-Crunch
BBO	Biogeography-Based Optimizer
BCPA	Bee Collecting Pollen Algorithm
BH	Black Hole
BMO	Bird Mating Optimizer
BPSO	Binary Particle Swarm Optimization
CBO	Colliding Bodies Optimization
CFO	Central Force Optimization
CS	Cuckoo Search
CSIC	Consejo Superior de Investigaciones Científicas
CSO	Curved Space Optimization
CSS	Charged System Search
DAS	delay-and-sum (atraso-e-soma)
DE	Dolphin Echolocation
DPO	Doctor and Patient Optimization
DTFT	Discrete-Time Fourier Transform
EMA	Exchange Market Algorithm
END	Ensaio Não-Destrutivo
ES	Evolution Strategy
FA	Firefly Algorithm
FIR	Finite Impulse Response
FOA	Firefly Optimization Algorithm

GA	Genetic Algorithm (Algoritmo Genético)
GbSA	Galaxy-based Search Algorithm
GCO	Group Counseling Optimization Algorithm
GLSA	Gravitational Local Search
GP	Genetic Programming
GSA	Gravitational Search Algorithm
GSO	Group Search Optimizer
GWO	Grey Wolf Optimizer
HS	Harmony Search
HS	Hunting Search
ICA	Imperialist Competitive Algorithm
ISA	Interior Search Algorithm
KH	Krill Herd
LCA	League Championship Algorithm
MBA	Mine Blast Algorithm
MBO	Migrating Birds Optimization
MS	Monkey Search
NDT	Nondestructive Testing
PA	Phased Array
PBIL	Probability-Based Incremental Learning
PSA	Periodic Sparse Array (Array Esparso Periódico)
PSF	Point Spread Function
PSO	Particle Swarm Optimization
RAM	Random Access Memory
RF	radio frequency (radiofrequência)
RO	Ray Optimization
RVNS	Reduced Variable Neighborhood Search
SA	Simulated Annealing
SA	Synthetic Aperture (Abertura Sintética)
SAFT	Synthetic Aperture Focusing Method
SAR	Synthetic Aperture Radar
SBA	Social-Based Algorithm
SDH	Steepest Descent Heuristic
SLC	Soccer League Competition Algorithm

SNR	Signal-to-Noise Ratio (Relação sinal-ruído);
SOA	Seeker Optimization Algorithm
SWOA	Small-World Optimization Algorithm
TA	Termite Algorithm
TFM	Total Focusing Method
TLBO	Teaching Learning Based Optimization
TS	Tabu Search
WOA	Whale Optimization Algorithm
WPS	Wolf Pack Search
WSA	Wasp Swarm Algorithm

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{\mathbf{1}}$	vetor de valores unitários;
$\bar{\mathbf{3}}$	vetor de valores iguais a 3;
$a(t)$	valor que diminui linearmente de 2 para 0 ao longo das iterações;
$a_{\text{np}}(x)$	amplitude de vibração do <i>array</i> linear de elementos não pontuais;
$a_{\text{pe}}(x)$	amplitude de vibração do <i>array</i> linear de elementos pontuais;
$a_E(x)$	amplitude de vibração do <i>array</i> emissor;
AP	média aritmética dos maiores picos laterais;
AGP	grupo de métricas baseadas em médias aritmética e geométrica;
$\mathbf{A}_{\text{WOA}}, \mathbf{C}_{\text{WOA}}, \mathbf{D}_{\text{WOA}},$ $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}}, \delta_{\text{WOA}}$	vetores de coeficientes do método WOA;
b	parâmetro de forma da espiral logarítmica;
c	velocidade de propagação da onda acústica;
$C_{M,2}$	número de combinações de M elementos tomados 2 a 2;
CEN_m	vetor coluna de pontuações f_{TFM} do m -ésimo cenário;
CEN_m'	vetor coluna de pontuações normalizadas do m -ésimo cenário;
d	espaçamento periódico entre elementos (<i>pitch</i>);
dp	elemento infinitesimal da pressão acústica;
dx	elemento infinitesimal do comprimento x ;
$\text{data}_{\text{Alum}}$	cenário experimental de imagem do bloco de alumínio;
$\text{data}_{\text{Phant}}$	cenário experimental de imagem do <i>phantom</i> ;
∇PL	módulo da derivada de PL ;
\mathfrak{D}	espaçamento médio;
expdata	pontuações por dados experimentais com pesos atribuídos;
f	frequência;
f_c	frequência de operação;
f_s	frequência de amostragem;
$f(x)$	função objetivo qualquer a ser minimizada;
f_{HD}	função objetivo dos diagramas;
f_{IM}	função objetivo de imagens;
f_{TFM}	função objetivo de um cenário de imagem;

\mathbb{F}	conjunto de soluções factíveis;
\mathcal{F}	transformada de Fourier;
GP	média geométrica dos maiores picos laterais;
$GPSD$	fusão das variáveis GP e SDB ;
$h_d[k]$	resposta impulsiva do transformador de Hilbert ideal;
$\vec{H}(\theta)$	padrão de radiação do <i>coarray</i> (DTFT da abertura efetiva);
$H_{pe}(\theta)$	padrão de radiação do <i>array</i> linear de elementos pontuais;
$H_{PR}(\theta)$	padrão de radiação genérico do <i>array</i> linear;
$H_E(\theta)$	padrão de radiação do <i>array</i> emissor;
$H_{ER}(\theta)$	padrão de radiação $\vec{H}(\theta)$ adaptado para o sistema unidirecional;
$H_R(\theta)$	padrão de radiação do <i>array</i> receptor;
$H_{S\Leftarrow}(\theta)$	função do diagrama secundário à direita;
$H_{S\Rightarrow}(\theta)$	função do diagrama secundário à esquerda;
$H_{S\bowtie}(\theta)$	função do diagrama secundário de junção;
$H_{S\boxtimes}(\theta)$	função do diagrama secundário de módulos;
$H_{S\updownarrow\boxtimes}(\theta)$	função do diagrama secundário aproximado;
HD_i	magnitude da i -ésima amostra do diagrama;
$\mathcal{H}_d(e^{j\omega})$	resposta em frequência do transformador de Hilbert ideal;
i	i -ésimo;
ig	ig -ésima iteração global;
il	il -ésima iteração local;
$I_0(\cdot)$	função de Bessel modificada do primeiro tipo e de ordem zero;
IG	número de iterações globais;
IL	número de iterações locais;
IT	número total de iterações;
IT_{AOA}	número máximo de iterações do método AOA;
$I_{HTFM}(x, z)$	função de geração de imagens do modo TFM considerando a transformada de Hilbert;
$IRF_{2R-SAFT}(x, z)$	função de geração de imagens do modo 2R-SAFT;
$IRF_{SAFT}(x, z)$	função de geração de imagens do modo SAFT;
$IRF_{TFM}(x, z)$	função de geração de imagens do modo TFM;
$\mathbb{I}_{TFM}(x, z)$	função padronizada de geração de imagens;
$\mathbb{I}'_{TFM}(x, z)$	função de imagens com áreas elípticas anuladas;

$\mathbb{I}_{\text{TFM}}''(x, z)$	função de imagens de penalização;
j	unidade imaginária, ou j -ésimo;
k	constante de propagação, ou k -ésimo;
l	valor aleatório no intervalo $[-1; 1]$;
L	comprimento da fonte acústica;
\mathcal{L}	comprimento fictício da fonte acústica;
m	m -ésimo elemento ativo do <i>array</i> ;
η	η -ésima métrica;
M	número de elementos ativos do <i>array</i> ;
MOA	função <i>Math Optimizer Accelerated</i> ;
MOP	função <i>Math Optimizer Probability</i> ;
$M\bar{d}$	média aritmética dos maiores valores de $\bar{d}PL$;
\mathcal{M}	representação de determinada métrica;
n	n -ésima posição periódica do <i>array</i> ;
\mathfrak{m}	\mathfrak{m} -ésimo cenário;
N	número de posições periódicas do <i>array</i> ;
N_{CEN}	número de cenários considerados para a pontuação final;
N_{hd}	número de amostras do diagrama;
N_{mp}	quantidade selecionada dos maiores picos laterais do diagrama;
N_{pl}	número de picos laterais do diagrama;
N_E	número de posições periódicas do <i>array</i> emissor;
N_R	número de posições periódicas do <i>array</i> receptor;
N_x, N_z	números de linhas horizontais e verticais da imagem;
NM	número total de métricas adotadas;
$N(\chi)$	vizinhança de uma solução χ ;
p	valor aleatório no intervalo $[0; 1]$;
pd	coeficiente de potência do diagrama;
pgp	coeficiente de potência da média geométrica;
psd	coeficiente de potência do desvio padrão;
$p(r, \theta, t)$	pressão acústica nas coordenadas (r, θ) ;
$P(x, z)$	coordenadas (x, z) do ponto P da imagem;
$P_{ax}(r)$	amplitude da pressão axial no campo distante;
PL	vetor de magnitudes dos picos laterais do diagrama;

PL_{imp}	magnitude dos picos laterais em ordem decrescente;
PR	subscrito que associa o padrão de radiação (diagrama principal);
PSF_F	cenários de PSF mais distantes do <i>array</i> ;
PSF_M	cenários de PSF na distância intermediária ao <i>array</i> ;
PSF_N	cenários de PSF mais próximos ao <i>array</i> ;
$[p \circ m \circ t \circ N]_m$	pontuação normalizada de um <i>array</i> no m -ésimo cenário;
r	distância entre a posição (r, θ) e o centro da abertura contínua;
r'	distância entre a posição (r, θ) e o elemento dx ;
r_i	distância de ida entre o elemento i e o ponto $P(x, z)$;
$r_{1AOA}, r_{2AOA}, r_{3AOA}$	valores aleatórios no intervalo $[0; 1]$;
$\mathbf{r}(t)$	vetores de valores aleatórios no intervalo $[0; 1]$;
R	distância do centro do <i>array</i> ao ponto de focalização;
R_n	distância do n -ésimo elemento ao foco;
\mathbf{S}	vetor codificação de determinada solução;
$\mathbf{S}(t)$	solução corrente da t -ésima iteração;
$\mathbf{S}_{Icb}(t)$	solução incumbente da t -ésima iteração;
$\mathbf{S}_{Icrand}(t)$	incumbente local aleatória da t -ésima iteração;
SD	desvio padrão dos picos laterais do diagrama;
SDB	desvio padrão dos maiores picos laterais em dB do diagrama;
$SD\bar{A}$	desvio padrão das amostras de $\bar{A}PL$;
ST	somatório de todas as magnitudes do diagrama;
$S\bowtie$	subscrito que associa o diagrama secundário de junção;
$S\boxtimes$	subscrito que associa o diagrama secundário de módulos;
$S\psi\boxtimes$	subscrito que associa o diagrama secundário aproximado;
SDD	grupo de métricas baseadas em desvio padrão e derivação;
STM	grupo de métricas baseadas no somatório de todas as magnitudes;
t	variável de tempo agregada a outra grandeza, ou t -ésima iteração;
U_0	amplitude de vibração;
$v_i[\tau_i(x, z)]$	sinais armazenados no modo SAFT;
$v_{ij}[\tau_{ij}(x, z)]$	sinais armazenados nos modos 2R-SAFT e TFM;
\check{v}_{ij}	transformada de Hilbert do sinal v_{ij} ;
\hat{v}_{ij}	sinal original v_{ij} com sua transformada de Hilbert agregada à parte imaginária;

$V_{ij}(e^{j\omega})$	resposta em frequência do sinal v_{ij} ;
$w_{[m]}$	função de apodização amostrada em m ;
$w_{(nd)}$	função de apodização amostrada em n ;
$w(x)$	função de apodização contínua;
$w_{E[n]}$	função de apodização do <i>array</i> emissor
$w_{ER[n]}$	abertura efetiva (<i>coarray</i>)
w_H	apodização de Hanning;
w_K	apodização de Kaiser;
$w_{R[n]}$	função de apodização do <i>array</i> receptor;
\mathcal{W}	peso de intensificação de uma métrica dos diagramas;
$[w_{\tilde{m}}]_m$	peso de contribuição do m -ésimo cenário;
x	variável de comprimento do eixo horizontal;
x_n	posição do n -ésimo elemento do <i>array</i> ;
x_p	coordenada x do refletor da PSF;
$y(t)$	forma de onda atribuída a um refletor pontual;
z	variável de comprimento do eixo vertical;
z_p	coordenada z do refletor da PSF;
$\alpha_{MOP}, \mu_{AOA}, \epsilon_{AOA},$ \min_{MOA}, \max_{MOA}	parâmetros do método AOA;
β	parâmetro de forma da apodização de Kaiser;
$\gamma_L(x)$	amplitude de vibração da abertura linear;
$\Gamma_L(\theta)$	transformada de Fourier espacial de $\gamma_L(x)$;
$\delta(x)$	impulso espacial;
ζ	variável espacial análoga à frequência temporal;
$\eta(\theta)$	padrão de radiação da abertura contínua linear;
$\tilde{\eta}(\theta)$	padrão de radiação da abertura contínua linear fictícia;
θ	variável angular agregada a outra grandeza;
θ_f	ângulo de deflexão;
κ	κ -ésima amostra de <i>PL</i> ;
λ	comprimento de onda;
Λ, Ψ, Ω	coeficientes da função de penalização $\mathbb{I}''_{TFM}(x, z)$;
ξ	constante de eliminação de áreas elípticas;
Ξ	constante de normalização das pontuações;

$\overline{\omega}_n, \vartheta_n$	coeficientes auxiliares de ajuste das funções secundárias;
ρ_0	densidade de equilíbrio do meio;
$\tau_i(x, z)$	tempo de propagação do modo SAFT;
$\tau_{ij}(x, z)$	tempo de propagação dos modos 2R-SAFT e TFM;
τd_n	atraso de excitação na deflexão;
τf_n	atraso de excitação na focalização;
τp_{ij}	atraso de excitação aplicado aos sinais simulados;
$\varphi[k]$	resposta impulsiva do filtro FIR, com janelamento;
$\varphi_d[k]$	resposta impulsiva ideal do filtro FIR;
$\Phi(e^{j\omega})$	resposta em frequência do filtro FIR;
χ	proposta de solução;
ψ	distância entre elementos ativos (<i>pitch</i> variável);
ω	frequência angular;
ω'	frequência angular normalizada em radianos;
ω'', ω'''	frequências angulares normalizadas ao <i>pitch</i> variável;
ψ	<i>pitch</i> variável dependente do espaçamento médio.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	25
1.1	REVISÃO DE LITERATURA.....	28
1.2	JUSTIFICATIVAS	33
1.3	OBJETIVOS	33
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	34
2	ARRAYS DE FONTES ACÚSTICAS	35
2.1	CAMPO ACÚSTICO DE ABERTURAS LINEARES	36
2.2	ARRAYS LINEARES	39
2.3	APODIZAÇÃO	43
2.4	COARRAYS	44
3	IMAGENS ULTRASSÔNICAS	48
3.1	<i>PHASED ARRAYS</i>	48
3.1.1	DEFLEXÃO E FOCALIZAÇÃO	49
3.2	TÉCNICAS DE ABERTURA SINTÉTICA	51
3.2.1	RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA.....	51
3.2.2	SAFT – <i>SYNTHETIC APERTURE FOCUSING TECHNIQUE</i>	52
3.2.3	2R-SAFT – <i>2 RECEIVERS SYNTHETIC APERTURE FOCUSING TECHNIQUE</i>	54
3.2.4	TFM – <i>TOTAL FOCUSING METHOD</i>	56
3.2.5	PSF – <i>POINT SPREAD FUNCTION</i>	61
4	ARRAYS ESPARSOS – MÉTODOS DE PROJETO E DE BUSCA	64
4.1	FUNÇÕES REPRESENTATIVAS DE ARRAYS LINEARES	67
4.2	HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS	73
4.2.1	<i>STEEPEST DESCENT HEURISTIC</i>	73
4.2.2	<i>WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM</i>	74
4.2.3	<i>ARITHMETIC OPTIMIZATION ALGORITHM</i>	79
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	82
5.1	CLASSIFICAÇÃO NUMÉRICA DE ARRAYS POR IMAGENS	84

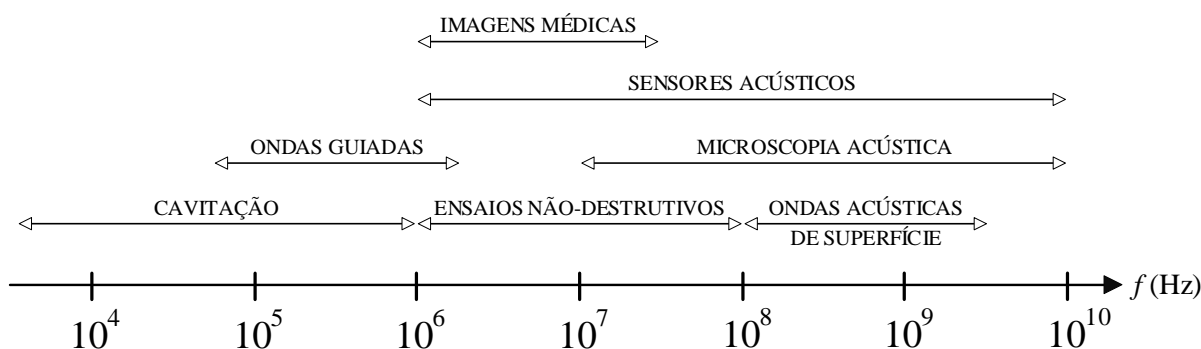
5.1.1	DADOS EXPERIMENTAIS	95
5.1.2	COMENTÁRIOS	103
5.2	CLASSIFICAÇÃO NUMÉRICA DE <i>ARRAYS</i> POR DIAGRAMAS.....	104
5.2.1	GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS NO SOMATÓRIO DE TODAS AS MAGNITUDES	108
5.2.2	GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS EM DESVIO PADRÃO E DERIVAÇÃO	110
5.2.3	GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS EM MÉDIAS ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA.....	112
5.2.4	FUNÇÃO OBJETIVO DOS DIAGRAMAS	115
5.2.5	COMENTÁRIOS	117
5.3	MÉTODOS DE BUSCA E NOVAS CONFIGURAÇÕES	118
5.3.1	BUSCAS ALEATÓRIAS	118
5.3.2	BUSCAS UTILIZANDO SDH.....	119
5.3.3	BUSCAS UTILIZANDO WOA	123
5.3.4	BUSCAS UTILIZANDO AOA	125
5.3.5	NOVAS CONFIGURAÇÕES E CLASSIFICAÇÕES GERAIS.....	127
5.3.6	COMENTÁRIOS	134
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS.....	136
	REFERÊNCIAS.....	138
	APÊNDICE A – <i>ARRAYS</i> ESPARSOS DE 32 ELEMENTOS	143
	APÊNDICE B – PADRÕES DE RADIAÇÃO	144
	APÊNDICE C – IMAGENS NO CENÁRIO PSF_{F7}	147

1 INTRODUÇÃO

A ciência das ondas eletromagnéticas e acústicas é extremamente importante para a compreensão da natureza como um todo e para o avanço tecnológico. A física das ondas eletromagnéticas é a mais relevante em termos da telecomunicação, assim como está amplamente envolvida com a caracterização de materiais, por exemplo. Já as ondas acústicas, em variadas faixas de frequência, são responsáveis por fornecer informações exclusivas acerca das propriedades de sólidos e líquidos. Outro grande motivo para o desenvolvimento das técnicas acústicas está relacionado ao mar, pois, debaixo d'água, as ondas eletromagnéticas perdem grande significado quando se trata das capacidades de longo alcance, diferentemente das ondas acústicas, as quais são mais eficientes para realizar detecções a grandes distâncias em meios aquáticos (CHEEKE, 2002).

No âmbito da acústica, as teorias de ondas estão associadas ao estresse nos meios materiais, seja por faixas de infrassom, áudio ou ultrassom. O espectro de áudio, por exemplo, considerado aquele em que o ser humano pode ser capaz de ouvir, corresponde à faixa de frequências de 20 Hz até 20 kHz. Acima de 20 kHz, define-se o espectro ultrassônico, que continua até um valor em torno de 1 GHz: este, por sua vez, dá início ao espectro convencionalmente chamado de regime hipersônico (CHEEKE, 2002). A Figura 1 apresenta o espectro com indicações de algumas importantes aplicações.

Figura 1 – Faixas de frequência de algumas aplicações ultrassônicas e hipersônicas.



Fonte: Adaptado de Cheeke (2002).

Quando de forma não natural, as ondas ultrassônicas são tipicamente produzidas e recebidas por um transdutor piezelétrico excitado por uma fonte de tensão elétrica. As frequências típicas do ultrassom gerado estão na faixa de 0,1 MHz a 50 MHz, e a maioria das aplicações industriais requer frequências entre 0,5 MHz e 15 MHz (OLYMPUS, 2007).

Muitos materiais utilizados em usinas, refinarias, geradores, turbinas, vasos de pressão, aeronaves, ferrovias e pontes estruturadas vão se tornando obsoletos, enquanto novos produtos são construídos com padrões de qualidade cada vez maiores. Como parte dessa tendência, os

Ensaaios Não-Destrutivos (END, ou do inglês, NDT – *Nondestructive Testing*) contribuem na inserção de técnicas que buscam confiabilidade e credibilidade em inspeções preventivas e corretivas de componentes críticos. Para isso, a análise de dados e os relatórios devem ser otimizados para inspeções e análises remotas em intervalos de tempo adequados.

Assim como para os ensaios não-destrutivos, existe muita demanda quando se trata da utilização de aparelhos ultrassônicos para a realização de diagnósticos médicos por imagem, os quais também requerem técnicas que otimizam custos físicos e de processamento. O diagnóstico médico por ultrassom é importante para caracterizar tecidos moles, assim como materiais mais rígidos (os quais não são linearmente elásticos) presentes em tecidos biológicos como ossos, dentes e pele (LINTS, 2017).

Os *arrays*, por sua vez, são compostos por vários elementos, os quais podem estar associados a antenas ou a transdutores piezelétricos, por exemplo. No âmbito da acústica, um *array* pode ser definido como um conjunto de transdutores monoelementos, ou como um único transdutor composto por elementos conectados individualmente. Os *arrays* de fontes acústicas, com seus variados tipos e formatos, possibilitam melhorar a qualidade e o tempo de inspeção, devido às suas maiores flexibilidades em relação aos métodos tradicionais que envolvem transdutores de elemento único (DRINKWATER; WILCOX, 2006).

Existe grande demanda para a implementação de sistemas capazes de detectar pequenos defeitos ou obstáculos em altas velocidades de varredura, o que induz uma grande diversidade de pesquisas envolvendo ultrassom, e com inúmeras abordagens distintas. No caso do presente trabalho, a velocidade de inspeção e a detecção de obstáculos ou irregularidades estão associados aos seguintes tópicos: geração de imagens ultrassônicas e *arrays* esparsos, sendo estes últimos importantes para redução dos custos de material e de processamento computacional. A geração de imagens por ultrassom pode ser realizada por *Phased Arrays* (PA) ou por técnicas de Abertura Sintética (SA), sendo estas de menor custo, e também um dos focos deste trabalho.

No caso das imagens ultrassônicas que são geradas por técnicas de abertura sintética, as mesmas são alvo de pesquisa desde o final da década de 1960. Nas décadas de 1970 e 1980, a técnica foi explorada principalmente para ensaios não-destrutivos. Com a introdução dos *arrays* de transdutores na década de 1970, o foco foi gradualmente direcionado para esta área de aplicação, de forma a se buscar a implementação em intervalos de tempo mais curtos (JENSEN *et al*, 2006).

Quanto aos *arrays* esparsos, estes são objetos de grande interesse no que se refere à geração de imagens ultrassônicas, devido às suas capacidades promissoras de reduzir custos,

complexidade eletrônica, requisitos de transferência de dados, armazenamento em sistemas de ultrassom e redução no tempo de geração das imagens (PERDIOS *et al*, 2020). No caso dos *arrays* esparsos lineares, os mesmos são compostos por elementos em que existe pelo menos alguma distância, entre vizinhos mais próximos, que seja superior à metade do comprimento de onda.

A qualidade das imagens ultrassônicas varia muito entre uma quantidade muito grande de possibilidades para uma configuração de *array* esparsos com um pré-estabelecido número de elementos, por exemplo, e essa grande variação pode ser observada quando as configurações são geradas aleatoriamente. Caso o estudo aborde diferentes intensidades de excitação entre os elementos ativos (isto é, apodização não constante), o número de possibilidades cresce ainda mais, e com maior variação na qualidade das imagens. Devido a isso, recorre-se a diversos métodos de otimização para projetar *arrays* esparsos que atendem aos requisitos de redução de custos e de qualidade em inspeções.

Visto que o espaço de busca é muito vasto, a comparação entre diversos métodos possíveis para se obter a melhor configuração é inviável, pois a comparação deve ser feita para cada parâmetro e/ou referência de avaliação, que nos caso dos padrões de radiação, varia entre largura do lóbulo principal, lóbulo lateral máximo e níveis dos lóbulos laterais e de espaçamento, por exemplo (LOCKWOOD *et al*, 1996; PRADO, 2014; HU *et al*, 2017).

No caso específico de *arrays* esparsos, há registros de diversos projetos de otimização pertinentes. Muitas estratégias envolvidas já foram propostas, no entanto, ainda é um desafio projetar um *array* esparsos ideal para satisfazer simultaneamente os requisitos de especificação de um sistema e os critérios de desempenho (SONG *et al*, 2020).

Muitas vezes os projetos de otimização envolvem heurísticas e/ou metaheurísticas, as quais consistem em métodos específicos de busca destinados a encontrar uma solução ótima local, mas normalmente não a solução ótima global (melhor solução possível). Nas últimas décadas, as metaheurísticas têm recebido muita atenção nas comunidades científicas com desenvolvimentos significativos, especialmente para resolver diversos problemas complexos. Esses algoritmos de otimização têm se tornado cada vez mais populares em aplicações de engenharia, haja vista que dependem de conceitos relativamente simples para a implementação e podem ser utilizados em uma ampla gama de problemas cobrindo diferentes áreas.

1.1 REVISÃO DE LITERATURA

O projeto de *arrays* esparsos mais básico consiste em atribuir elementos ativos de forma aleatória, e foi proposto por Steinberg (1976). Tal aleatoriedade é capaz de reduzir os lóbulos de espaçamento devido à quebra da periodicidade da distribuição dos elementos, mas com grandes chances de resultar na elevação de lóbulos laterais.

Lockwood *et al* (1996) desenvolveram um método para projetar *arrays* esparsos periódicos. Observam que, para imagens ultrassônicas, muitas vezes apenas uma aproximação da abertura efetiva desejada pode ser encontrada, apresentando diferentes estratégias para se obter soluções aproximadas. O padrão de radiação de um *array* esparsos projetado por meio do conceito de abertura efetiva (*coarray*) foi comparado experimentalmente com os padrões de radiação de um *array* completo, de *arrays* esparsos com espaçamento periódico, e de *arrays* com espaçamento aleatório de elementos, e com isso foi mostrado que o número de elementos em um *array* linear de 128 elementos pode ser reduzido em pelo menos quatro vezes de modo a manter o controle dos baixos níveis nos lóbulos laterais e de espaçamento, e conseqüentemente manter uma certa qualidade nas imagens geradas.

Austeng *et al* (1997) apresentaram um critério de minimização dos lóbulos laterais com peso máximo. Este critério foi aplicado, juntamente com o uso do Algoritmo Genético, ao problema de distribuição de elementos discretos em um *array* linear. Ao processar dados de radiofrequência (RF), os *arrays* esparsos resultantes são comparados experimentalmente com *arrays* esparsos periódicos e com *arrays* encontrados com base em um critério de otimização de mínimos quadrados. As imagens mostram que os layouts otimizados pelo algoritmo podem ser encontrados com resolução lateral e contraste comparável a *arrays* esparsos periódicos. Segundo os autores, as vantagens dessa abordagem estão relacionadas à flexibilidade na escolha da largura do feixe, ao potencial de troca da largura desse feixe, ao nível máximo do lóbulo lateral e à sua energia, além da não necessidade de apodizações não constantes, e da possibilidade de não demandar sobreposição entre elementos de recepção e transmissão.

Moffet (1968) mostra que existe uma classe de *arrays* lineares que atinge a resolução máxima para um determinado número de elementos, caso o número de espaçamentos redundantes presentes no *array* sejam reduzidos, permitindo assim que a abertura (comprimento) do *array* seja ampliada. Segundo o autor, o processamento dos dados de um *array* é simplificado significativamente se a amostragem for feita em intervalos uniformes, ressaltando os graus de redundância de alguns *arrays* discutidos quanto às suas aplicações nas técnicas de Abertura Sintética (SA).

Michaels e Michaels (2007) sugerem que a complexidade dos sinais, incluindo efeitos dispersivos, pode ser reduzida pela filtragem digital passa-banda, e as mudanças nesses sinais filtrados ao longo do tempo podem ser monitoradas para detectar e localizar danos. Apresentaram, então, um estudo experimental no qual um *array* esparsos foi estimulado com pulsos de banda larga em uma placa de alumínio com vários orifícios e alguns sensores, produzindo muitas imagens individuais com frequências diferentes. As imagens individuais foram combinadas de modo a aprimorar a localização de danos e ruídos de fundo, e então as individuais e fundidas foram analisadas para quantificar sua capacidade de localizar danos. Segundo os autores, os resultados mostram a eficácia do método, pois houve melhora significativa resultante da fusão de imagens, onde os danos foram detectados e os artefatos de imagem reduzidos.

Prado *et al* (2013) apresentam resultados de uma inspeção ultrassônica em uma placa de alumínio onde foram inseridos defeitos artificiais utilizando ondas acústicas guiadas e *arrays* esparsos. No estudo, técnicas de abertura sintética foram utilizadas para obter um conjunto de imagens posteriormente processadas com técnicas de composição de imagens (antes avaliada apenas com *arrays* completos), a fim de se aumentar a resolução e o contraste das imagens geradas. Os resultados com *arrays* esparsos são equivalentes aos obtidos com *arrays* completos em termos de resolução. Observam que, embora o uso de *arrays* esparsos ocasione uma redução em torno de 8 dB no contraste das imagens, a detecção de defeitos continua preservada e ainda há a vantagem de uma redução no número de elementos do transdutor e no volume de dados obtidos.

Souza (2018) apresentou algumas técnicas para obtenção de *arrays* esparsos lineares utilizando buscas através do Algoritmo Genético, o qual foi utilizado para encontrar configurações de *arrays* esparsos que gerassem imagens com boa qualidade, sendo propostas duas novas funções aptidão para avaliação desses *arrays*: uma baseada em diagramas de radiação e outra em imagens por PSF (*Point Spread Function*). As configurações encontradas pelo algoritmo foram comparadas aos *arrays* esparsos disponibilizados na literatura, e foram consideradas imagens obtidas a partir de dados experimentais. De maneira geral, os resultados mostram que a metodologia desenvolvida no estudo conseguiu encontrar configurações de *arrays* esparsos com qualidade adequada para diagnósticos médicos e avaliação de falhas em ensaios não destrutivos.

Song *et al* (2020) apresentam uma abordagem analítica para o projeto de um par ideal de *arrays* esparsos periódicos (PSAs – *Periodic Sparse Arrays*), sendo um para transmissão e outro para recepção. Tal abordagem é baseada em teoremas que descrevem as propriedades mais importantes dos dois PSAs, incluindo sua relação com o padrão de radiação. A abordagem proposta pode ser utilizada para projetar pares de *arrays* esparsos lineares com fatores de

esparsidade arbitrários, atendendo a determinados critérios de desempenho. A simulação em computador verificou que a resolução espacial de um *Phased Array* (PA) de 64 elementos pode ser obtida com um par PSA consistindo em emitir e receber com menos elementos, sendo 32 emissores e 22 receptores.

Zhang *et al* (2020) apresentam um método automático para transformar o *array* completo (*full array*) em *array* esparso, com lóbulos laterais e o lóbulo principal bem controlados. Ao calcular os padrões de *phased array* linear que podem refletir o seu desempenho, o Algoritmo de Otimização Populacional de Partículas Binárias (BPSO – *Binary Particle Swarm Optimization*) é utilizado para otimizar o *layout* do *array*, o que implica na capacidade de fornecer um projeto de otimização eficaz para *arrays* esparsos. O método se inicializa a partir de um *array* completo e diminui vários elementos passo a passo, até que, é obtido um *array* esparso com desempenho acústico abrangente e próximo ao do *array* completo de referência. Ao aplicar a técnica proposta ao projeto de *arrays* esparsos juntamente com o Método de Focalização Total (TFM – *Total Focusing Method*), os resultados da simulação indicam que o TFM esparso proposto pode aumentar muito a eficiência computacional, ao mesmo tempo em que é fornecida uma imagem de qualidade significativamente boa.

No caso das metaheurísticas, as inspiradas na natureza resolvem problemas de otimização imitando fenômenos biológicos ou físicos, podendo ser agrupados em três categorias principais: métodos baseados na evolução, métodos baseados na física e métodos baseados em população.

Os métodos baseados na evolução são inspirados nas leis da evolução natural. O processo de busca começa com uma população gerada aleatoriamente que evolui ao longo das gerações subsequentes. O ponto forte desses métodos é que os melhores indivíduos são sempre combinados para formar a próxima geração de indivíduos. Isso permite que a população seja otimizada ao longo das gerações. A técnica mais popular inspirada na evolução é o Algoritmo Genético (GA – *Genetic Algorithm*), o qual simula a evolução darwiniana. Quanto a outros algoritmos inspirados na evolução, pode-se citar (MIRJALILI; LEWIS, 2016): *Evolution Strategy* (ES), *Probability-Based Incremental Learning* (PBIL), *Genetic Programming* (GP) e *Biogeography-Based Optimizer* (BBO).

Os métodos baseados na física imitam as leis físicas do universo. Quanto aos algoritmos relacionados, os mais populares são (MIRJALILI; LEWIS, 2016): *Simulated Annealing* (SA), *Gravitational Local Search* (GLSA), *Big-Bang Big-Crunch* (BBBC), *Gravitational Search Algorithm* (GSA), *Charged System Search* (CSS), *Central Force Optimization* (CFO), *Artificial Chemical Reaction Optimization Algorithm* (ACROA), *Black Hole* (BH), *Ray Optimization* (RO), *Small-World Optimization Algorithm* (SWOA), *Galaxy-based Search Algorithm* (GbSA) e *Curved Space Optimization* (CSO).

Os métodos baseados em populações, também chamados de inteligência de enxame, constituem uma das principais categorias de algoritmos inspirados na natureza, desenvolvidos simulando ou imitam o comportamento social de alguns organismos simples ou grupos de animais (BOZORGI; YAZDANI, 2019).

Deste grupo, o algoritmo mais popular é o *Particle Swarm Optimization* (PSO), proposto e desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), o qual é inspirado no comportamento social de um bando de pássaros e utiliza um número de elementos (soluções possíveis) que voam no espaço de busca para encontrar a posição ideal (melhor solução). Enquanto isso, todos eles traçam a melhor localização (melhor solução) em seus caminhos. Em outras palavras, os elementos consideram suas próprias melhores soluções, bem como a melhor solução que o bando obteve até então. Outro algoritmo baseado em população se trata da técnica *Ant Colony Optimization* (ACO), proposta pela primeira vez por Dorigo *et al* (2006). Esse algoritmo é inspirado no comportamento social das formigas em uma colônia: tal inspiração está relacionada à inteligência social das formigas em encontrar o caminho mais próximo do ninho e de uma fonte de alimento. Neste trabalho, é abordado (no Capítulo 4) o método *Whale Optimization Algorithm* (WOA), proposto por Mirjalili e Lewis (2016). Tal método também é baseado em populações (neste caso, de baleias jubarte), sendo um dos recursos utilizados neste trabalho para a busca de *arrays* esparsos.

A classe dos métodos baseados em populações começou a ser atrativa desde que o PSO mostrou ser muito competitivo em relação aos algoritmos baseados na evolução e na física. De um modo geral, os algoritmos baseados em população possuem algumas vantagens sobre os baseados em evolução. Uma das vantagens está associada à preservação das informações do espaço de busca nas iterações subsequentes, enquanto os algoritmos baseados na evolução descartam qualquer informação assim que uma nova população é formada. Outra vantagem se trata da inclusão de menos operadores em comparação com abordagens evolucionárias (seleção, cruzamento, mutação, elitismo, etc.), e, portanto, são mais fáceis de implementar (MIRJALILI; LEWIS, 2016).

Vale ressaltar que, na literatura, também existem metaheurísticas inspiradas em comportamentos humanos. A seguir, são citados alguns dos algoritmos mais populares: *Teaching Learning Based Optimization* (TLBO), *Harmony Search* (HS), *Tabu Search* (TS), *Group Search Optimizer* (GSO), *Imperialist Competitive Algorithm* (ICA), *League Championship Algorithm* (LCA), *Firework Algorithm*, *Colliding Bodies Optimization* (CBO), *Interior Search Algorithm* (ISA), *Mine Blast Algorithm* (MBA), *Soccer League Competition Algorithm* (SLC), *Seeker Optimization Algorithm* (SOA), *Social-Based Algorithm* (SBA), *Exchange Market Algorithm* (EMA) e *Group Counseling Optimization Algorithm* (GCO) (MIRJALILI; LEWIS, 2016).

Os algoritmos baseados em populações compartilham outra grande característica em comum, independentemente de sua natureza. Trata-se do processo de busca, o qual é dividido em duas fases: diversificação (exploração) e intensificação (exploração/aproveitamento) (OLORUNDA; ENGELBRECHT, 2008). Essa característica, no entanto, pode fazer parte também de algoritmos que não estão associados a comportamentos sociais, como é o caso da metaheurística *Arithmetic Optimization Algorithm* (AOA) proposta por Abualigah *et al* (2021).

Na fase de diversificação, o algoritmo deve incluir operadores de modo a explorar o espaço de busca da forma mais ampla possível. Além disso, a população enfrenta algumas mudanças abruptas nessa etapa. Já a fase de intensificação segue a fase de diversificação e pode ser definida como o processo de investigação detalhada das soluções promissoras obtidas na etapa de exploração. Encontrar um equilíbrio adequado entre exploração e exploração é uma tarefa desafiadora no desenvolvimento de qualquer metaheurística, em virtude da natureza aleatória do processo de otimização (ALBA; DORRONSORO, 2005).

Na Tabela 1, são listados diversos algoritmos de otimização desenvolvidos na literatura, e que foram baseados em inteligências de enxame.

Tabela 1 – Algoritmos de otimização baseados em inteligências de enxame.

ANO DA PROPOSTA	ALGORITMO	INSPIRAÇÃO
1995	Particle Swarm Optimization (PSO)	Bando de pássaros
2001	Migrating Birds Optimization (MBO)	Enxame de Abelhas
2003	Artificial Fish Swarm Algorithm (AFSA)	Cardume de peixes
2005	Termite Algorithm (TA)	Colônia de cupins
2006	Ant Colony Optimization (ACO)	Colônia de formigas
2006	Artificial Bee Colony (ABC)	Enxame de Abelhas
2007	Wasp Swarm Algorithm (WSA)	Vespas parasitas
2007	Monkey Search (MS)	Macacos
2007	Wolf Pack Search (WPS)	Matilha de lobos
2008	Bee Collecting Pollen Algorithm (BCPA)	Abelhas
2009	Cuckoo Search (CS)	Cuco (pássaro)
2009	Doctor and Patient Optimization (DPO)	Golfinhos
2010	Bat-inspired Algorithm (BA)	Bando de morcegos
2010	Firefly Algorithm (FA)	Vaga-lumes
2010	Hunting Search (HS)	Grupo de animais
2012	Bird Mating Optimizer (BMO)	Acasalamento de pássaros
2012	Krill Herd (KH)	Cardume de krills
2012	Firefly Optimization Algorithm (FOA)	Moscas das Frutas
2013	Dolphin Echolocation (DE)	Golfinhos
2016	Whale Optimization Algorithm (WOA)	Baleias jubarte

Fonte: Mirjalili e Lewis (2016).

1.2 JUSTIFICATIVAS

A realização do presente trabalho tem como principais justificativas a exploração da teoria e das práticas de implementação computacional (realizadas na plataforma MATLAB®) que envolvem imagens ultrassônicas, padrões de radiação e outras funções (diagramas) que representam *arrays* esparsos lineares. A partir disso surgem propostas envolvendo problemas na avaliação dos *arrays* esparsos, a qual é importante para a realização de buscas através de heurísticas ou metaheurísticas. A avaliação de configurações de *array* por meio de imagens é mais direta e precisa, embora seja relativamente subjetiva. Já a avaliação por diagramas não é trivial e requer manipulações matemáticas, contudo é muito mais rápida em comparação com as imagens. Para alcançar resultados mais precisos possíveis sobre a eficiência nas buscas de *arrays* esparsos desejáveis, propõe-se utilizar como referência as avaliações por imagens, para então buscar maneiras adequadas de avaliar *arrays* pelos diagramas. Pela rapidez do processamento de um conjunto de funções, uma quantidade grande de configurações poderá ser avaliada, possibilitando encontrar *arrays* de ótima qualidade além de comparar brevemente alguns métodos de busca propostos, que neste trabalho se tratam de uma heurística e das duas metaheurísticas mais recentes citadas na seção anterior: WOA e AOA.

1.3 OBJETIVOS

Os principais objetivos deste trabalho consistem em:

- Apresentar e aplicar metodologias para avaliar e classificar *arrays* esparsos lineares, e que podem ser utilizadas em outras linhas de pesquisa;
- Desenvolver funções objetivo que possibilitam buscas adequadas de *arrays* esparsos desejáveis, os quais devem resultar em imagens ultrassônicas de boa qualidade;
- Propor métodos heurísticos e metaheurísticos para a busca de desejáveis configurações de *array* esparsos e indicar a proposta mais satisfatória aos resultados.

Dentre os objetivos secundários, procura-se:

- Realizar estudos envolvendo várias configurações de *array* esparsos lineares;
- Apresentar modelos matemáticos que permitem a ampliação de futuros estudos sobre projeto, avaliação e classificação de *arrays* esparsos;
- Apresentar diversas métricas provenientes de funções que representam os *arrays* esparsos lineares;
- Apresentar métodos relativamente eficazes para a avaliação de *arrays* esparsos por imagens;
- Apresentar os *arrays* mais desejáveis no que tange aos resultados deste trabalho.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 2 são apresentados conceitos básicos sobre *arrays* de fontes acústicas, onde são envolvidas as características representadas por padrões de radiação, referentes a transdutores monoelementos, *arrays* lineares (de elementos pontuais e não pontuais), apodização e abertura efetiva (*coarray*).

O capítulo 3 aborda brevemente alguns conceitos sobre *phased array*, e apresenta de forma mais detalhada as técnicas de abertura sintética para a obtenção de imagens ultrassônicas, abordando os métodos SAFT, 2R-SAFT e TFM, e destacando exemplos de geração de imagens por dados experimentais e por *Point Spread Function* (PSF).

O início do capítulo 4 aborda a proposta de projeto de *arrays*, seguida da apresentação de novas funções baseadas no padrão de radiação, as quais também representam os *arrays* lineares na forma de diagramas. Depois, se parte a assuntos distintos ao âmbito de *arrays* e imagens, mas úteis para aplicações ao projeto de *arrays* esparsos. Trata-se de conceitos sobre os métodos de busca propostos neste trabalho: a heurística SDH (*Steepest Descent Heuristic*), e as metaheurísticas WOA (*Whale Optimization Algorithm*) e AOA (*Arithmetic Optimization Algorithm*).

O capítulo 5, que trata de resultados e discussões, é iniciado com a apresentação dos parâmetros de imagens e das configurações propostas de *array* esparsos. Depois, são detalhados os procedimentos adotados em relação à avaliação por imagens do grupo proposto de *arrays*, sendo apresentada a função objetivo específica para cenários de imagem por PSF, além da discussão sobre os desempenhos dos *arrays* em imagens por dados experimentais. Em seguida, diversas métricas são propostas para compor a função objetivo referente aos diagramas, a qual é utilizada para as buscas. No fim, é apresentado o conjunto de métodos de busca adaptados para o projeto de *arrays*, seguido das discussões finais relacionadas às novas configurações encontradas.

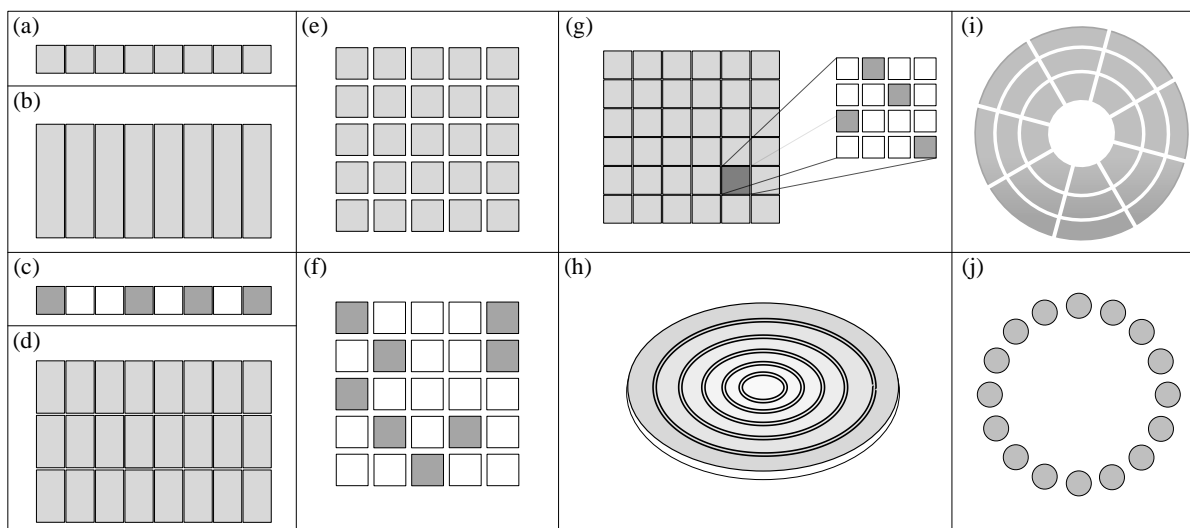
O capítulo 6 destaca as considerações finais sobre resultados e principais propostas do trabalho, incluindo as diversas dificuldades encontradas para avaliar as configurações de *array* e para desenvolver as funções objetivo. Em seguida, são destacados os trabalhos futuros relacionados a *arrays*, imagens e padrões de radiação.

2 ARRAYS DE FONTES ACÚSTICAS

Os *arrays* de fontes acústicas são utilizados nos sistemas modernos de processamento e geração de imagem ultrassônica, e são formados por transdutores ultrassônicos monoelementos, ou simplesmente chamados de elementos. Um *array* também pode ser definido como um único transdutor composto por vários elementos conectados individualmente.

Recorrer-se a *arrays* em vez de transdutores de elemento único é vantajoso devido à maior flexibilidade, a qual está associada à realização de várias inspeções diferentes e à maior capacidade de produzir imagens, de forma rápida e precisa, referentes a determinada estrutura (DRINKWATER; WILCOX, 2006). São vários os tipos de *array*, cujos elementos podem ter diversos formatos, além de poderem estar posicionados de várias maneiras possíveis, o que depende dos tipos de inspeção e de outras finalidades. A Figura 2 mostra os principais exemplos, sendo os *arrays* 1D aqueles que envolvem os conceitos primordiais sobre padrões de radiação e geração de imagens ultrassônicas. Nos itens (c), (f) e (g), os elementos brancos estão associados a elementos inativos ou inexistentes.

Figura 2 – Tipos de *array*: (a) *Array* linear (1D); (b) *Array* linear (1D) de elementos retangulares; (c) *Array* esparso linear; (d) *Array* 1.5D; (e) *Array* bidimensional (2D); (f) *Array* esparso 2D; (g) *Array* completo 2D de *subarrays* aleatoriamente esparsos; (h) *Array* anular; (i) *Array* setorial de elementos distribuídos em torno de três círculos concêntricos; (j) *Array* de elementos circulares distribuídos em torno de um único círculo.



Fonte: Adaptado de Drinkwater e Wilcox (2006).

Inicialmente, será abordado o campo acústico proveniente de um elemento único linear e contínuo, onde o campo é representado pelo padrão de radiação resultante da pressão acústica em todos os pontos da região. Posteriormente, será abordado o campo amostrado proveniente de vários elementos dispostos linearmente, os quais compõem um *array* linear.

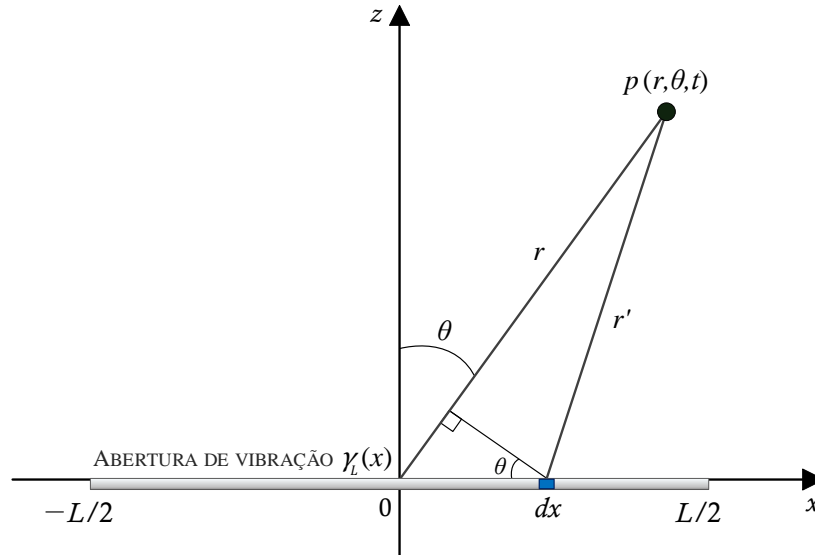
2.1 CAMPO ACÚSTICO DE ABERTURAS LINEARES

Seja uma fonte acústica linear de comprimento L , conforme apresentada na Figura 3. As partículas da fonte vibram com velocidade harmônica $U_0 \gamma_L(x) e^{j\omega t}$, onde U_0 é a amplitude de vibração e ω é a frequência angular (JENSEN, 2001). Um elemento dx gera um incremento na pressão $p(r, \theta, t)$, tal que (KINSLER *et al*, 2000):

$$dp = \frac{j\rho_0 ck}{4\pi r'} U_0 \gamma_L(x) e^{j(\omega t - kr')} dx, \quad (1)$$

onde ρ_0 é a densidade de equilíbrio do meio, c a velocidade de propagação da onda acústica, $k = \omega/c$ a constante de propagação, e $\gamma_L(x)$ uma função que determina a amplitude de vibração de cada elemento dx da abertura linear.

Figura 3 – Pressão acústica de uma abertura linear contínua de comprimento L .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Obtém-se a pressão total por meio da contribuição de todos os elementos dx , de modo que:

$$p(r, \theta, t) = \frac{j\rho_0 ck U_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} dx. \quad (2)$$

A partir da Figura 3, nota-se que r' pode assumir valores bem próximos de $r - x \sin \theta$. Neste caso, o termo r' no numerador da função deve substituído por $r - x \sin \theta$. E considerando um ponto distante em que $r' \gg L$, pode-se adotar $r' \cong r$ para o denominador. Sendo assim, chega-se à expressão da pressão acústica no campo distante:

$$p(r, \theta, t) = \frac{j\rho_0 ck U_0}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) e^{jkx \sin \theta} dx. \quad (3)$$

Definindo $P_{ax}(r)$ como sendo a amplitude da pressão axial no campo distante:

$$P_{ax}(r) = \frac{j\rho_0 ck U_0}{4\pi r} L, \quad (4)$$

e $\eta(\theta)$ a variação do campo em função do ângulo:

$$\eta(\theta) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) e^{jkx \text{sen } \theta} dx, \quad (5)$$

pode-se reescrever a equação da pressão instantânea, de modo que (KINSLER *et al*, 2000):

$$p(r, \theta, t) = P_{ax}(r) \cdot \eta(\theta) \cdot e^{j(\omega t - kr)}. \quad (6)$$

A variação do campo $\eta(\theta)$, chamada principalmente de padrão de radiação angular da abertura, pode ser reescrita considerando $k = 2\pi f/c$ e $\zeta = -(f \text{sen } \theta)/c$:

$$\eta(\theta) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) e^{j2\pi x \frac{f \text{sen } \theta}{c}} dx = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) e^{-j2\pi \zeta x} dx = \eta(\zeta). \quad (7)$$

Percebe-se que parte da expressão $\eta(\zeta)$ corresponde à transformada de Fourier espacial de $\gamma_L(x)$, baseando-se na analogia de que x é associado ao tempo t , e ζ à frequência f :

$$\eta(\zeta) = \frac{1}{L} \mathcal{F}\{\gamma_L(x)\}. \quad (8)$$

Supõe-se que a fonte $\gamma_L(x)$ possui excitação uniforme, resultando em uma função retangular de modo que:

$$\gamma_L(x) = \text{rect}(x/L) = \begin{cases} 1, & |x| \leq L/2 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (9)$$

Calculando a transformada de Fourier de $\gamma_L(x)$, obtém-se $\Gamma_L(\theta)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\gamma_L(x)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_L(x) e^{-j2\pi \zeta x} dx = \int_{-L/2}^{L/2} e^{-j2\pi \zeta x} dx = \left[\frac{e^{-j2\pi \zeta x}}{-j2\pi \zeta} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{e^{j\pi L(-\zeta)} - e^{-j\pi L(-\zeta)}}{j2\pi(-\zeta)}, \\ \Gamma_L(\theta) &= \mathcal{F}\{\gamma_L(x)\} = \frac{\text{sen}(\pi L \zeta)}{\pi \zeta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Multiplicando o termo $1/L$ com $\Gamma_L(\theta)$, chega-se ao padrão de radiação $\eta(\theta)$:

$$\eta(\theta) = \frac{1}{L} \mathcal{F}\{\gamma_L(x)\} = \frac{1}{L} \frac{\text{sen}(\pi L \zeta)}{\pi \zeta} = \text{sinc}(L \zeta) = \text{sinc}\left(L \frac{f \text{sen } \theta}{c}\right). \quad (11)$$

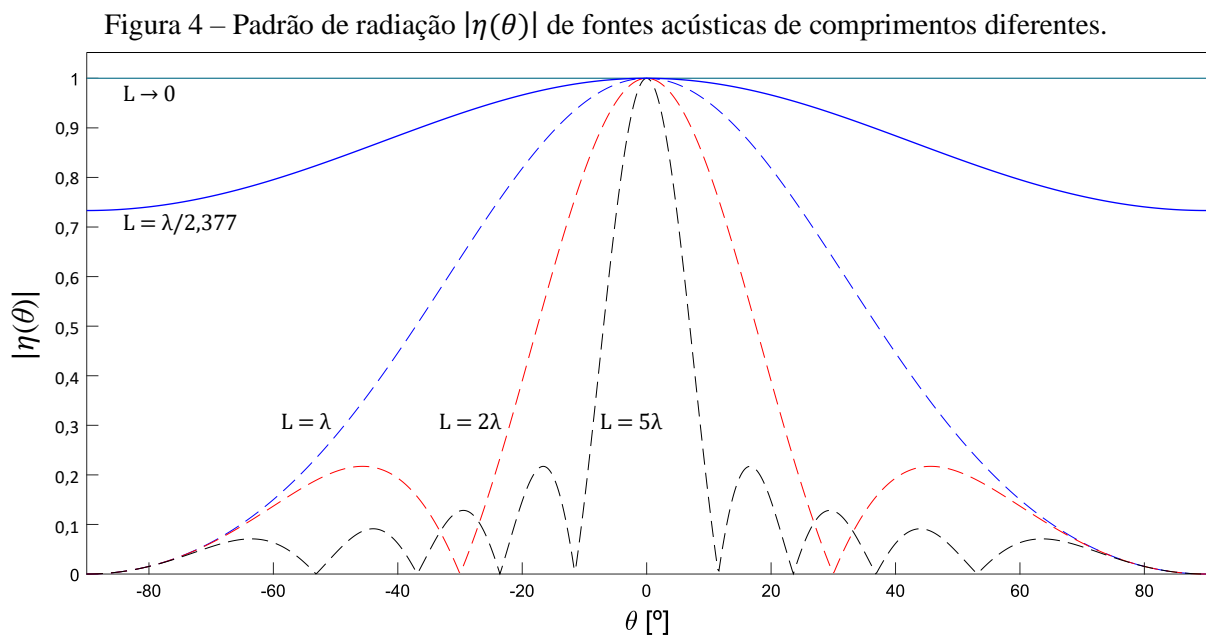
Substituindo o termo c/f pelo comprimento de onda λ , chega-se à equação genérica e usual do padrão de radiação angular da fonte acústica linear:

$$\eta(\theta) = \text{sinc}\left(\frac{L}{\lambda} \text{sen } \theta\right). \quad (12)$$

Caso a fonte acústica se trate de um ponto e não de uma abertura linear, a função $\gamma_L(x)$ corresponderá a um impulso espacial $\delta(x)$. No caso da fonte pontual, a radiação é unitária em virtude do comprimento infinitesimal $L \rightarrow 0$, tal que:

$$\eta(\theta)|_{L \rightarrow 0} = \lim_{L \rightarrow 0} \left[\text{sinc} \left(\frac{L}{\lambda} \text{sen } \theta \right) \right] = \text{sinc}(0) = 1. \quad (13)$$

É apresentado, na Figura 4, o padrão de radiação (em módulo) referente a alguns valores para o comprimento L , incluindo o parâmetro $\lambda/2,377$ que é tomado como base para algumas aplicações realizadas neste trabalho. Para $L = 5\lambda$, por exemplo, o lóbulo principal corresponde ao trecho da curva central que decresce à medida que θ se distancia de 0° , enquanto os lóbulos laterais se tratam das demais curvas que decrescem quando θ se distancia do ângulo de pico do lóbulo correspondente.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se que, quanto maior a relação L/λ , mais estreito é o lóbulo principal e maior é a quantidade de lóbulos laterais, os quais surgem para $L > \lambda$. Isso também implica na maior resolução lateral da fonte acústica. No caso oposto, em que a abertura L é tão pequena de modo a se comportar como um emissor pontual ($L \rightarrow 0$), a fonte irá emitir de forma homogênea para todas as direções.

Da mesma forma em que o campo $\eta(\theta)$ caracteriza o padrão de radiação angular de uma abertura única, outra função (denotada por $H(\theta)$) representa o padrão (ou diagrama) de radiação angular de um conjunto de aberturas, a ser apresentada adiante. Ambas possuem aspectos parecidos referentes ao lóbulo principal e aos lóbulos laterais.

2.2 ARRAYS LINEARES

Considera-se uma linha de N fontes pontuais (elementos de comprimento $L \rightarrow 0$) espaçadas com distância d (*pitch*, que indica a distância entre os centros dos elementos de um *array*), conforme a Figura 5. Caso todos os elementos exerçam a mesma intensidade de pressão e com a mesma fase, o sistema pode ser representado por um trem de impulsos (KINSLER *et al*, 2000), tal que:

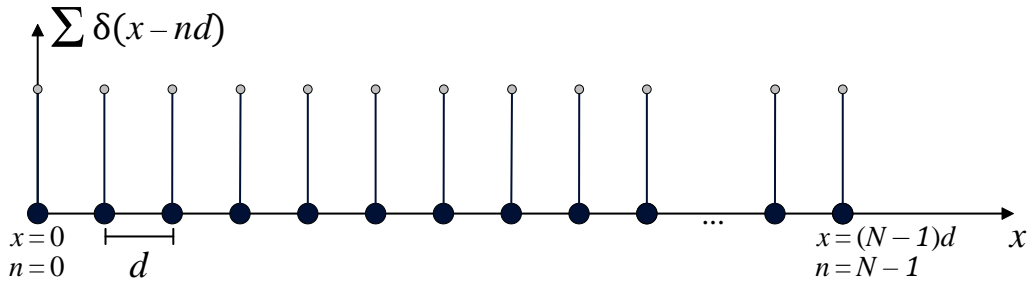
$$a_{pe}(x) = \sum_{n=0}^{N-1} w(x) \delta(x - nd), \quad (14)$$

onde $w(x)$ é a função de apodização do *array*, e $a_{pe}(x)$ a função de abertura do *array* linear, a qual representa a amplitude de vibração de todos os elementos pontuais. A transformada de Fourier da função $a_{pe}(x)$ resulta no padrão de radiação do *array* de elementos pontuais, denotado por $H_{pe}(\theta)$:

$$H_{pe}(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} e^{-j\omega'n}, \quad (15)$$

onde $\omega' = kd \sin \theta = 2\pi f c^{-1} d \sin \theta$, em radianos, e $w_{(nd)}$ é a função de apodização amostrada em n .

Figura 5 – Trem de impulsos exercidos por elementos pontuais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

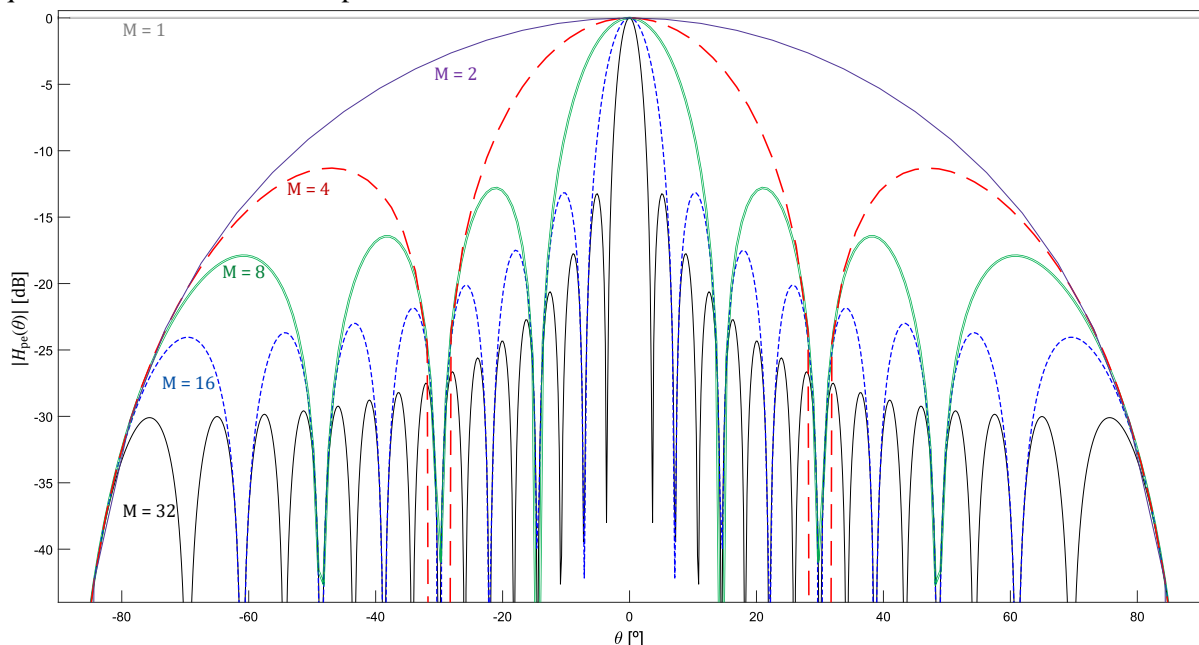
Seja M o número de elementos sempre ativos, tal que $w_{[m]} \neq 0$ para $0 \leq m \leq M - 1$, sendo m um número inteiro. O caso mais comum é quando todos os M elementos ativos emitem e/ou recebem sinais de mesma intensidade. Isso implica que a função de apodização é constante segundo m (onde $w_{[m]} = 1$), mas não necessariamente segundo n , já que as denotações n e N obedecem a alguma periodicidade e dessa forma não deixam de incluir elementos inativos ao longo da abertura do *array*, a qual deve estar amostrada de tal forma que $x = nd$. Na situação em que todos os elementos estão ativos, ou seja, quando $M = N$, o *array* é periódico independentemente do *pitch* d . Se, além disso, a apodização for constante (onde $w_{[m]} = w_{(nd)} = 1$), o padrão de radiação de elementos pontuais poderá ser obtido conforme a seguinte equação:

$$|H_{pe}(\theta)| = \left| \frac{\text{sen}\left(\frac{N}{2}kd \text{sen } \theta\right)}{\text{sen}\left(\frac{1}{2}kd \text{sen } \theta\right)} \right|. \quad (16)$$

Nessas condições, a periodicidade da função $|H_{pe}(\theta)|$ ocorre a cada intervalo angular de π , pois se repete sempre que o termo $kd \text{sen } \theta$ for múltiplo de 2π . Se o espaçamento d for superior a $\lambda/2$, a periodicidade irá gerar lóbulos de espaçamento (do inglês, *grating lobes*) (BARDSLEY *et al*, 1982). Neste caso, apesar da periodicidade, esses *arrays* são classificados como esparsos, pois o espaçamento $d > \lambda/2$ implica que o *array* possui menos elementos ativos ao longo de sua abertura (LOCKWOOD *et al*, 1996). Caso contrário, o *array* é classificado como completamente preenchido no *grid* de $\lambda/2$, ou simplesmente chamado de *array* completo. O que significa que, um *array* é esparsos se pelo menos um elemento estiver inativo ou ausente no referido *grid*.

Por conveniência adotada no trabalho, os chamados diagramas de radiação correspondem à forma gráfica das funções denotadas por $H(\theta)$ (padrões de radiação) e estão sempre normalizados com a magnitude máxima unitária (0 dB). Na Figura 6 é apresentado o diagrama da função $|H_{pe}(\theta)|$ referente a *arrays* completos com diferentes quantidades de elementos pontuais.

Figura 6 – Diagrama de radiação de *arrays* lineares completos (*pitch* de $\lambda/2$) considerando diferentes quantidades M de elementos pontuais.



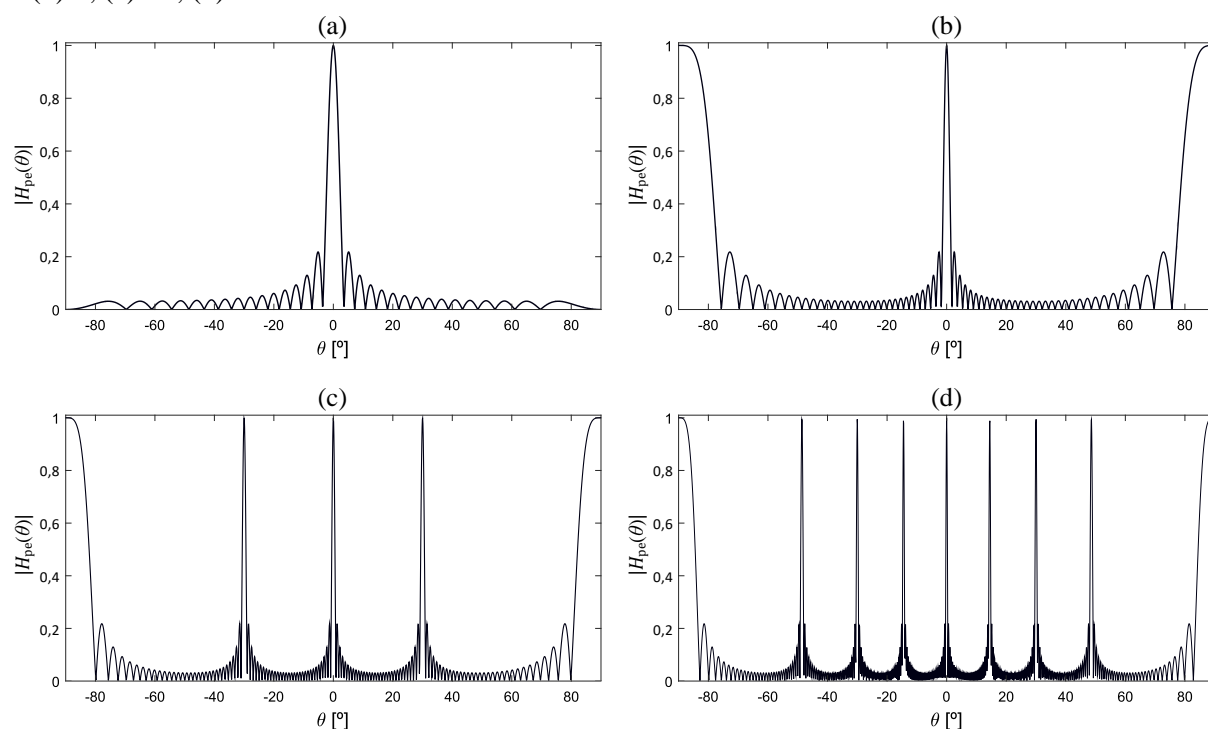
Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando há apenas 1 elemento pontual, não existem lóbulos e a pressão acústica é irradiada com a mesma intensidade em todas as direções angulares ($-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$). Para $M = 2$, o lóbulo principal é extremamente largo e não há lóbulos laterais, indicando que a intensidade

possui uma forma quase angular e se reduz à medida que o ângulo em direção ao centro do *array* se distancia de 0° . Conforme o acréscimo de elementos espaçados em $\lambda/2$, a quantidade de lóbulos laterais é ampliada, suas intensidades são reduzidas, e o lóbulo principal se estreita. Quanto menor a largura do lóbulo principal, maior é a resolução lateral da imagem a ser gerada.

A Figura 7 apresenta um comparativo de quatro configurações de *arrays* periódicos compostos por 32 elementos pontuais operando na frequência de 5 MHz e irradiando em uma estrutura de alumínio (onde $c = 6300$ m/s): o primeiro diagrama de radiação é do *array* completo, e os demais são referentes a *arrays* esparsos.

Figura 7 – Diagrama de radiação do *array* linear periódico de 32 elementos, com *pitch* de: (a) $\lambda/2$; (b) λ ; (c) 2λ ; (d) 4λ .



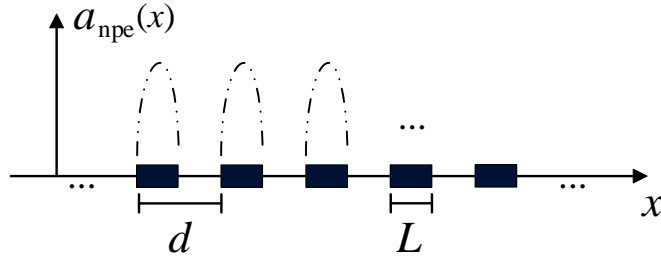
Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando se amplia o espaçamento periódico sem alteração da quantidade de elementos, a abertura do *array* aumenta (associada aos lóbulos mais estreitos), o que implica na melhoria da resolução lateral das imagens. Porém, surgem os lóbulos de espaçamento (Figura 7(b)), e os lóbulos laterais de alta intensidade vão aparecendo em maior número para $d > \lambda$ (Figura 7(c) e (d)). Isso resulta em artefatos visíveis em frente ao *array* que comprometem a qualidade das imagens geradas.

As abordagens iniciais mais comuns assumem que os elementos são pontuais. Já no caso de uma representação mais realística, a função de abertura $a_{pe}(x)$ do *array* deve ser adaptada para elementos não pontuais, também chamados de elementos com dimensão finita. Caso os elementos sejam retangulares (Figura 8), a abertura de elementos não pontuais pode ser representada pela função $a_{npe}(x)$, de modo que:

$$a_{\text{npe}}(x) = \frac{\gamma_L(x)}{L} * \sum_{n=0}^{N-1} w(x) \delta(x - nd) = \frac{\gamma_L(x)}{L} * a_{\text{pe}}(x). \quad (17)$$

Figura 8 – *Array* linear de elementos não pontuais.



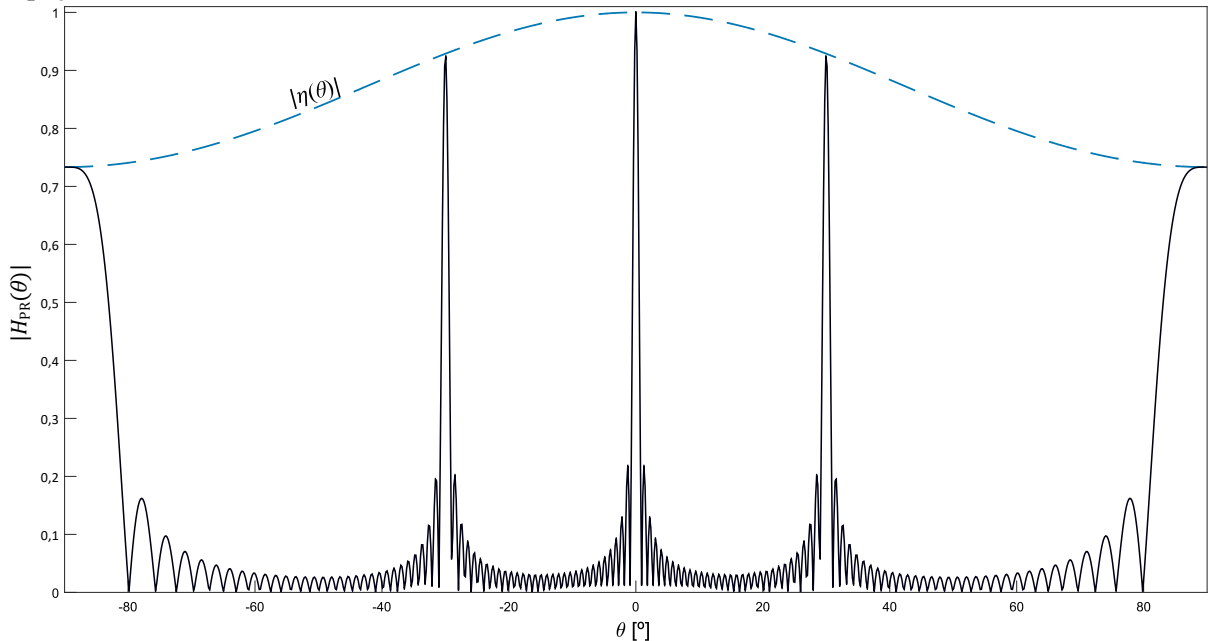
Fonte: Elaborada pelo autor.

Aplicando a transformada de Fourier e a propriedade da convolução, chega-se à forma genérica do padrão de radiação de *arrays* lineares (FRIEDRICH *et al*, 1990):

$$H_{\text{PR}}(\theta) = \mathcal{F}\{a_{\text{npe}}(x)\} = \eta(\theta) \cdot H_{\text{pe}}(\theta) = \eta(\theta) \sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} e^{-j\omega'n}. \quad (18)$$

A Figura 9 apresenta o diagrama de radiação da função $|H_{\text{PR}}(\theta)|$, considerando os seguintes parâmetros: $M = 32$; $d = 2\lambda$; $L = \lambda/2,377$; $f = 5$ MHz ; $c = 6300$ m/s ; $\lambda = c/f$ e apodização constante ($w_{[m]} = w_{(nd)} = 1$).

Figura 9 – Diagrama de radiação de um *array* periódico de 32 elementos de comprimento $\lambda/2,377$, espaçados com 2λ de distância.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se que a função $|\eta(\theta)|$ atenua um pouco os lóbulos laterais (menos de 10%), e com maior significância os lóbulos de espaçamento (mais de 25%). Trata-se de um cenário relativamente adequado para avaliar e comparar *arrays* esparsos, pois, sob tais parâmetros, a

dimensão (comprimento) de cada elemento se trata de um caso real (HOLMES *et al*, 2005), não é grande e equivale a 0,53 mm, enquanto $\lambda/2$ mede 0,63 mm.

2.3 APODIZAÇÃO

A função de apodização $w(x)$ determina a amplitude de vibração de todos os elementos de um *array*, e a mais comum é a retangular (constante), conforme adotada anteriormente. Diferentes apodizações não mudam apenas as amplitudes de vibração, mas também resultam em padrões de radiação bem distintos, cada um contendo vantagens e desvantagens específicas, como por exemplo, relacionadas ao lóbulo principal e aos lóbulos laterais (STANKWITZ *et al*, 1995). Logo, a escolha da função adequada depende muito de cada aplicação.

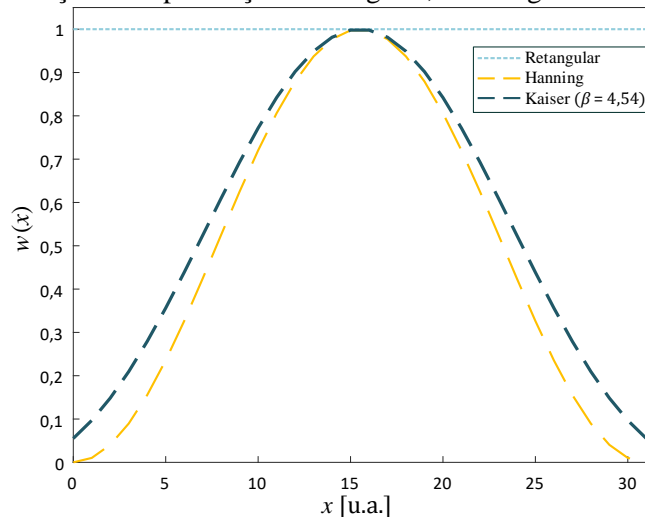
A Figura 10 apresenta, para $N = 32$ e $d = \lambda/2$, três funções de apodização: Retangular, Hanning e Kaiser com $\beta = 4,54$. As duas últimas funções, também chamadas de janelamento, são úteis no âmbito de filtros digitais e são, respectivamente, equacionadas da seguinte forma (OPPENHEIM; SCHAFER, 1999):

$$w_H[n] = \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{2}, \quad 0 \leq n \leq N, \quad (19)$$

$$w_K[n] = \frac{I_0 \left[\beta \sqrt{1 - [(n - N/2)/(N/2)]^2} \right]}{I_0(\beta)}, \quad \beta \geq 0, \quad 0 \leq n \leq N' \quad (20)$$

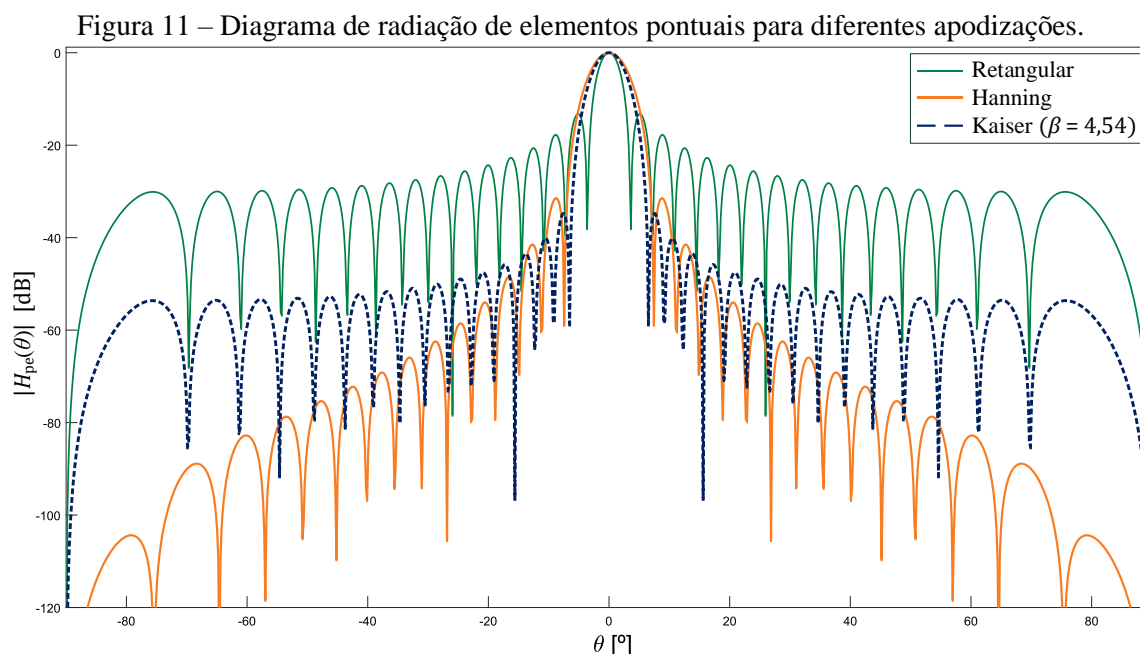
onde $I_0(\cdot)$ é a função de Bessel modificada do primeiro tipo e de ordem zero, e β um parâmetro de forma. As equações estão descritas em função de n e N , o que implica que, todos os elementos ativos estão posicionados de forma periódica ao longo do *array*. Dependendo do tipo de aplicação, as equações podem estar em função de m e M (no lugar de n e N , respectivamente), o que difere bastante caso o *array* correspondente não for periódico.

Figura 10 – Funções de apodização: Retangular, Hanning e Kaiser ($\beta = 4,54$).



Fonte: Elaborada pelo autor.

As funções de apodização aparentemente pouco diferem entre si quando se visualiza as formas gráficas em função de $x = nd$ ou em função de m . Mas elas são projetadas para surtir efeitos específicos e bem notáveis nos diagramas de radiação, como se pode observar na Figura 11, onde os elementos são pontuais para melhor observação das atenuações provocadas por cada apodização.



Observam-se as grandes atenuações nos lóbulos laterais provocadas pelas apodizações não retangulares, especialmente no caso da função de Hanning. No entanto, isso é compensado pelo aumento da largura do lóbulo principal, o que diminui a resolução lateral das imagens. Quanto à comparação entre as funções de Hanning e Kaiser, as larguras dos lóbulos principais são relativamente próximas para pouca vantagem da Kaiser neste aspecto, o que pode indicar preferência à função de Hanning devido ao maior decaimento geral dos lóbulos laterais. Entretanto, os lóbulos laterais mais próximos do principal são na prática mais significativos do que os mais afastados, em virtude da dimensão finita dos elementos: neste caso, há outra vantagem da função de Kaiser, cujos lóbulos laterais mais próximos do principal são menores. Por outro lado, as vantagens e desvantagens de cada função, muitas vezes difíceis de prever, variam demasiadamente entre as inúmeras configurações possíveis de *arrays*.

2.4 COARRAYS

Considera-se um *array* linear composto por N elementos pontuais com *pitch* igual a d . Assumindo-se que os elementos emissores compõem a apodização $w_{E[n]}$, o padrão de radiação será dado por $H_E(\theta)$, tal que:

$$a_E(x) = \sum_{n=0}^{N-1} w_{E[n]} \delta(x - nd) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_E(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_{E[n]} e^{-j\omega'n}. \quad (21)$$

Em um dos casos mais comuns, em que os elementos receptores são os mesmos dos emissores, o modo pulso-eco pode ser representado pela própria função $H_E(\theta)$. Mas, se os elementos utilizados na recepção forem diferentes, deve-se recorrer a uma combinação de funções que represente o sistema bidirecional de emissão e recepção (HOCTOR; KASSAM, 1990). Neste caso, o padrão de radiação do sistema bidirecional deve ser representado por $\vec{H}(\theta)$, cujo termo é obtido pela multiplicação dos padrões de emissão $H_E(\theta)$ com o de recepção $H_R(\theta)$ (CHIAO; THOMAS, 1996):

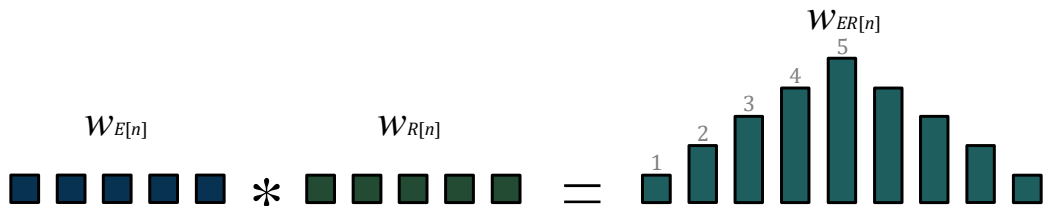
$$\vec{H}(\theta) = H_E(\theta) \cdot H_R(\theta). \quad (22)$$

A DTFT (Transformada de Fourier de Tempo Discreto) inversa de $\vec{H}(\theta)$ corresponde à chamada abertura efetiva (*coarray*), representada por $w_{ER[n]}$. Recorrendo-se à propriedade do par transformado referente à multiplicação na frequência e convolução no tempo, obtém-se o *coarray* pela convolução das apodizações de emissão $w_{E[n]}$ e de recepção $w_{R[n]}$:

$$w_{ER[n]} = w_{E[n]} * w_{R[n]}. \quad (23)$$

Considerando que o *array* em emissão tenha N_E elementos e o *array* em recepção N_R elementos, o *coarray* será composto por $N_E + N_R - 1$ elementos virtuais (HOCTOR; KASSAM, 1990), como mostra a Figura 12, onde todos os elementos de emissão e recepção possuem magnitude unitária, enquanto as magnitudes do *coarray* resultante possuem uma proporção em forma de triângulo.

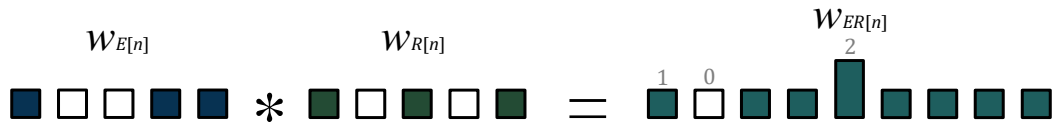
Figura 12 – *Coarray* resultante de elementos que atuam em emissão-recepção.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando há elementos inativos que não estão na primeira nem na última posição dos emissores e receptores, o *coarray* continuará sendo composto por $N_E + N_R - 1$ elementos, mas podendo conter algum elemento inativo que não esteja na primeira nem na última posição, como mostra o exemplo da Figura 13, onde a configuração de elementos ativos na emissão é diferente em relação à recepção.

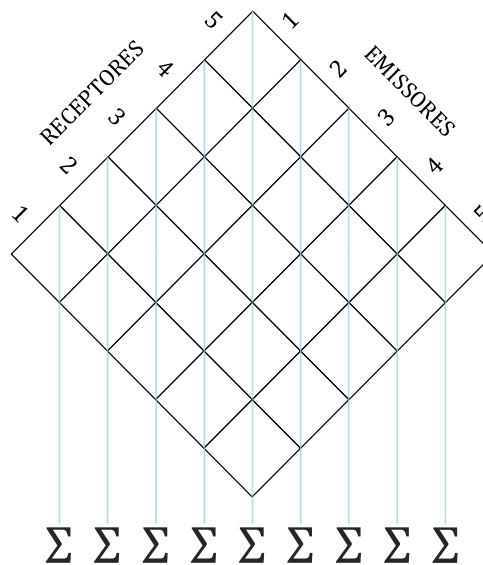
Figura 13 – *Coarray* resultante de diferentes elementos ativos entre emissão e recepção.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A obtenção da abertura efetiva pode ser analisada com detalhes por meio de um esquema (Figura 14) denominado matriz de emissão-recepção. Trata-se de uma matriz quadrada de dimensão $N \times N$, onde são indicadas as possíveis combinações de emissão e recepção (CHIAO; THOMAS, 1996). A magnitude de cada combinação corresponde ao produto da intensidade de um emissor $w_{E[n]}$ com a de um receptor $w_{R[n]}$, e a soma das magnitudes de cada diagonal resulta nos valores individuais que compõem o *coarray*.

Figura 14 – Matriz de emissão-recepção.



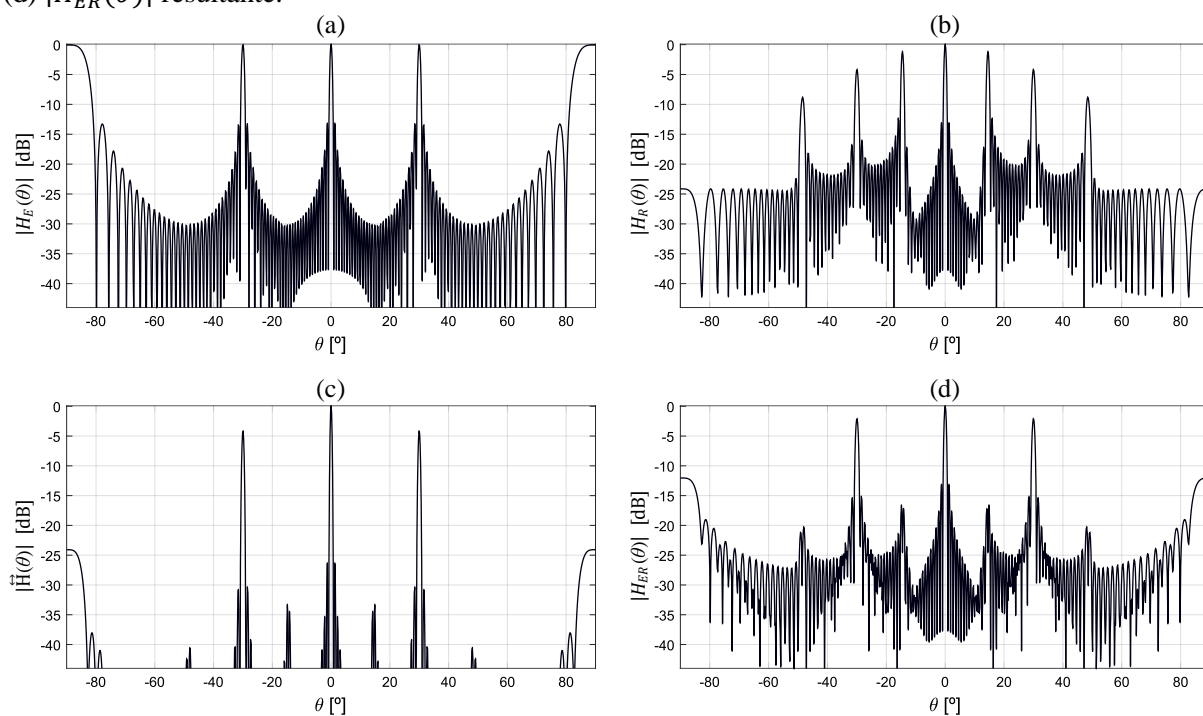
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao efetuar-se estudos que necessitam comparar sistemas representados por $H_E(\theta)$ (padrão de radiação do *array*) com outros representados por $\vec{H}(\theta)$ (padrão de radiação do *coarray*), a equação descrita em (22) deve ser adaptada, já que os lóbulos laterais de $\vec{H}(\theta)$ são em média reduzidos ao quadrado, em virtude da multiplicação de $H_E(\theta)$ com $H_R(\theta)$, cujas magnitudes máximas são de 0 dB. Uma adaptação adequada consiste em tratar as magnitudes de $\vec{H}(\theta)$ como se este fosse um sistema unidirecional, tal que:

$$\begin{cases} |H_{ER}(\theta)| = \sqrt{|H_E(\theta) \cdot H_R(\theta)|} \\ |H_{ER}(\theta)|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} |H_E(\theta) \cdot H_R(\theta)|, \end{cases} \quad (24)$$

onde $H_{ER}(\theta)$ representa o padrão de radiação $\vec{H}(\theta)$ adaptado para o sistema unidirecional. A Figura 15 apresenta diagramas de radiação para diferentes elementos entre emissão e recepção, com base em duas configurações de *array* esparso composto por 32 elementos ativos com apodização constante. Tais configurações se referem ao Array₀₀ e ao Array₀₁, cujos esquemas são apresentados no Apêndice A. É possível observar que a função $|H_{ER}(\theta)|$ é mais apropriada do que $|\vec{H}(\theta)|$, em termos da comparação com os diagramas individuais de cada *array*.

Figura 15 – Diagrama de radiação dos *arrays* emissor e receptor, e do *coarray* resultante: (a) $|H_{pe}(\theta)|$ do Array₀₀ operando em emissão; (b) $|H_{pe}(\theta)|$ do Array₀₁ operando em recepção; (c) $|\vec{H}(\theta)|$ resultante; (d) $|H_{ER}(\theta)|$ resultante.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3 IMAGENS ULTRASSÔNICAS

Os métodos de imagem ultrassônica em ensaios não-destrutivos são extremamente úteis para avaliar estruturas e detectar defeitos ou obstáculos. Tornam-se populares devido à maior facilidade de interpretação quando comparados aos resultados apresentados por meio de ondas de radiofrequência, as quais podem ser complexas e de difícil análise, além do eventual custo superior que pode ser requerido quando se necessita de um sofisticado sistema de equipamentos (ROSE, 2014).

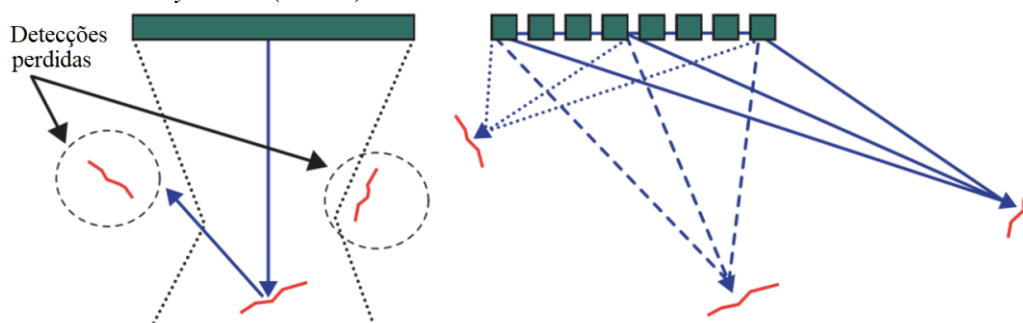
A formação de imagens por ultrassom basicamente envolve uma das técnicas: *Phased Arrays* (PA) ou Abertura Sintética (SA). Cada dispositivo de ultrassom registra dois parâmetros básicos de um sinal de eco: a amplitude e o tempo de propagação do pulso, o qual corresponde à relação entre, a distância percorrida pela onda entre o emissor e o receptor, e a velocidade. Na primeira seção, serão abordados brevemente alguns conceitos de *Phased Arrays*, e na segunda, as técnicas de Abertura Sintética, sendo estas melhor detalhadas.

3.1 PHASED ARRAYS

A tecnologia *Phased Array* (PA) consiste em ferramentas de inspeção avançada, capazes de coletar dados e processá-los de modo a gerar imagens em tempo real (OLYMPUS, 2007). Isso é possível graças à excitação simultânea dos elementos de um *array*, seja esparso ou completo. Essa simultaneidade possibilita aplicar os recursos da deflexão e da focalização dinâmica em emissão e recepção, o que implica em alta sensibilidade e flexibilidade no caso de componentes complexos (HU *et al*, 2018). Entretanto, em determinadas aplicações torna-se necessário reduzir parte da complexidade eletrônica, ou até mesmo recorrer às técnicas de Abertura Sintética (SA) em vez da tecnologia PA. A redução da complexidade pode estar associada, por exemplo, ao aumento do tempo de aquisição e de processamento, e/ou à redução da qualidade das imagens.

Da mesma forma em que a obtenção de imagens ultrassônicas em tempo real é muito utilizada para diagnósticos médicos, no âmbito dos ensaios não-destrutivos podem ser detectadas com precisão algumas irregularidades estruturais, tais como fissuras, corrosões e defeitos, de modo que se mantenha a continuidade operacional dos equipamentos sem que haja exposição individual ou coletiva a diversos efeitos nocivos. Os recursos da tecnologia PA incluem velocidade e flexibilidade, as quais viabilizam as diversas aplicações de maneira mais rápida comparada a outras tecnologias de inspeção ultrassônica (OLYMPUS, 2007).

Figura 16 – Detecção de irregularidades por meio de um transdutor monoelemento (esquerda), e por elementos de um *array* linear (direita).



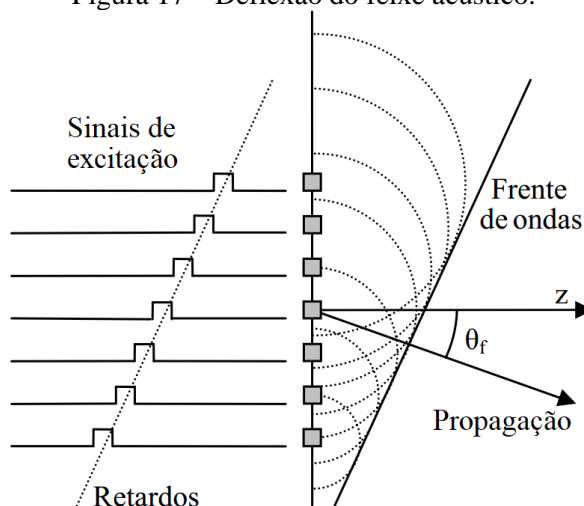
Fonte: Adaptado de Olympus (2007).

A tecnologia PA também tem como grande característica a possibilidade de excitar cada elemento do *array* de forma independente, em termos da amplitude e do atraso. Para um *array* linear, por exemplo, os feixes são orientados por vários ângulos, possibilitando a detecção de obstáculos ou irregularidades estruturais na maioria das orientações. Já para um transdutor monoelemento, existe a grande desvantagem da divergência dos feixes, os quais são emitidos e/ou recebidos por um único elemento, o que resulta em altas probabilidades de se perder detecções de discontinuidades ou defeitos localizados longe do eixo do feixe, como mostra a Figura 16 (OLYMPUS, 2007).

3.1.1 DEFLEXÃO E FOCALIZAÇÃO

Os *phased arrays* têm como grande vantagem o maior controle do feixe acústico, o qual pode ser defletido em determinada direção ou focalizado em determinada profundidade. Isso é feito através do controle dos atrasos de excitação proveniente de cada elemento emissor. No caso da deflexão, os atrasos são linearmente crescentes entre os elementos, de modo a resultar em uma frente de ondas que se propaga em determinada direção (ANGELSEN *et al*, 1995).

Figura 17 – Deflexão do feixe acústico.



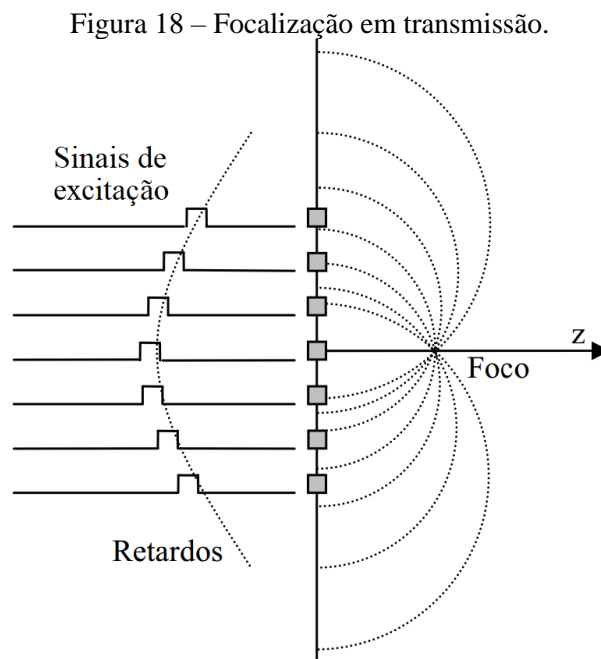
Fonte: Dias (2011).

Na deflexão (Figura 17), o atraso da excitação de cada elemento pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\tau d_n = \frac{x_n \text{sen}(\theta_f)}{c}, \quad (25)$$

onde c é a velocidade de propagação no meio e x_n a posição do n -ésimo elemento do *array*, tal que: $x_n = nd$, $0 \leq n \leq N - 1$.

Na emissão, a focalização do feixe acústico pode ser fixada ou modificada em qualquer ponto de alcance do *array*. Como na deflexão, isso também é realizado por meio de atrasos diferentes na excitação dos elementos, mas em vez de se ter uma forma linear, os atrasos se assemelham a uma função parabólica (Figura 18), de modo que as frentes de onda individuais coincidam sobre o foco (DIAS, 2011).



Fonte: Dias (2011).

Neste caso, os atrasos são dados por:

$$\tau f_n = \frac{R - R_n}{c}, \quad (26)$$

onde R é a distância do centro do *array* ao ponto em que se deseja focalizar, e R_n a distância do n -ésimo elemento ao foco.

3.2 TÉCNICAS DE ABERTURA SINTÉTICA

As técnicas de Abertura Sintética (SA – *Synthetic Aperture*) consistem em métodos alternativos aos *Phased Arrays*. Tais métodos se baseiam na utilização de um *array* com determinado número de elementos: um elemento é usado como emissor e pelo menos um elemento é usado como receptor a cada sinal transmitido. Os elementos podem ser ativados em subgrupos ou sub-aberturas, tanto na emissão quanto na recepção. Os dados necessitam ser pós-processados e os sinais são atrasados e somados ponderadamente pelo método atraso-e-soma (DAS – *delay-and-sum*), de modo a focar dinamicamente a região de interesse da estrutura. A complexidade do *hardware* para a implementação do sistema é reduzida sem que haja a necessidade de se reduzir o número de elementos. Como em geral a dinâmica da estrutura é relativamente lenta, o pós-processamento é adequado para este tipo de aquisição, pois não há a necessidade de se obter muitas imagens por segundo (YLITALO; ERMERT, 1994).

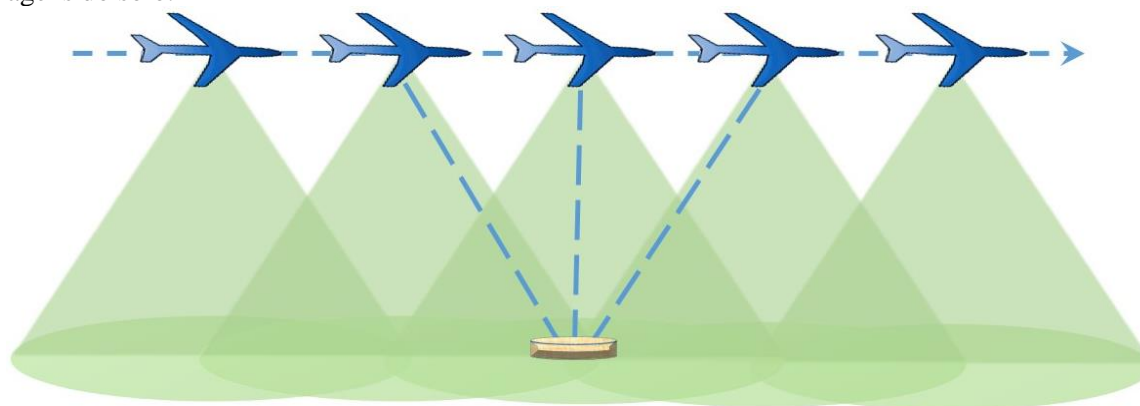
3.2.1 RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA

O modelo SA foi criado com base na técnica Radar de Abertura Sintética (SAR – *Synthetic Aperture Radar*), a qual é normalmente montada em uma plataforma móvel, como uma aeronave ou nave espacial, de onde pulsos de ondas de rádio são emitidos e recebidos em diferentes posições, capturando diversas imagens do solo (Figura 19). Tais imagens são, posteriormente, processadas de modo a se obter um ganho de resolução equivalente à de uma antena com as mesmas dimensões (SHERWIN *et al*, 1962).

A distância que o dispositivo SAR percorre sobre um alvo, no tempo que os pulsos do radar levam para retornarem à antena, cria uma grande abertura “sintética” da antena (equivalente ao tamanho da antena). Como regra geral, pode-se supor que, quanto maior a abertura, maior a resolução da imagem formada. Para criar uma imagem SAR, pulsos sucessivos de ondas de rádio são transmitidos para “iluminar” o alvo, sendo o eco de cada pulso recebido e registrado. Os pulsos são transmitidos e os ecos recebidos por meio de uma única antena que capta e organiza os feixes.

À medida que o dispositivo SAR a bordo da aeronave se move, a localização da antena em relação ao alvo muda com o tempo. O processamento de sinal dos sucessivos ecos de radar registrados permite a combinação das gravações dessas múltiplas posições de antena. Esse processo forma uma antena com abertura sintética, permitindo a criação de imagens de resolução maior do que seria possível com uma determinada antena física (STIMSON, 1998).

Figura 19 – Representação da técnica SAR, onde a composição das ondas de rádio é utilizada para gerar imagens do solo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Traçando-se um paralelo com a técnica PA, na qual os elementos são acionados simultaneamente com atrasos para focalizar e direcionar o feixe de ultrassom, a técnica SA opera multiplexando os elementos que atuam em instantes diferentes (em semelhança com a técnica SAR). E embora apresente menor relação sinal-ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) quando comparado ao *phased array*, pode apresentar o mesmo diagrama de radiação.

No caso em que um único elemento de largura estreita atua na emissão e na recepção, a sensibilidade é muito baixa, o que implica em uma relação sinal ruído (SNR) bastante ruim. Já com a utilização simultânea de vários elementos emissores, consegue-se uma melhora significativa na SNR (YLITALO, 1996).

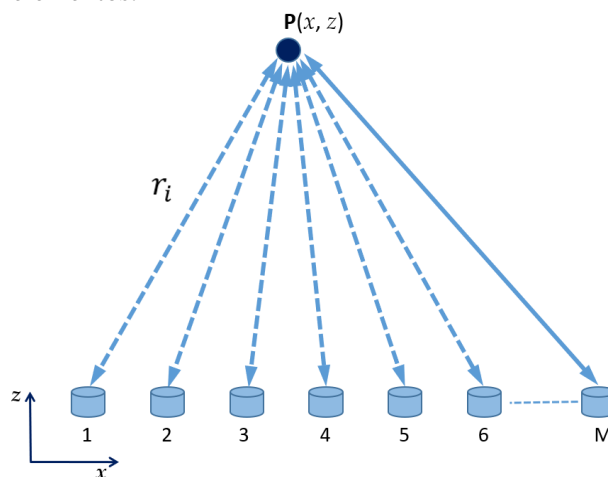
Para o processamento e formação das imagens de sinais ultrassônicos adquiridos pela técnica SA, podem ser utilizados apenas os sinais de pulso-eco, como também a combinação dos sinais de alguns ou de todos os elementos do *array*. Existem alguns algoritmos desenvolvidos para possibilitar esses processos. Os mais comuns são o SAFT (*Synthetic Aperture Focusing Technique*), o 2R-SAFT (*2 Receivers Synthetic Aperture Focusing Technique*) e o TFM (*Total Focusing Method*).

3.2.2 SAFT – *SYNTHETIC APERTURE FOCUSING TECHNIQUE*

O algoritmo SAFT (Técnica de Focalização por Abertura Sintética), de maneira similar ao SAR, atua manipulando os elementos de um *array*, os quais operam sequencialmente e no modo pulso-eco (Figura 20). Dessa forma, para um *array* com M elementos, é necessário apenas um canal para transmissão e recepção, o que implica na simplificação dos requisitos de hardware e na implementação menos complexa do algoritmo (THOMSON, 1984; KARAMAN *et al*, 1995). Os M sinais de ultrassom armazenados devem ser processados posteriormente para a

geração da imagem, a qual pode ser projetada de várias formas possíveis, como em termos da faixa dinâmica, da escala e da utilização de artifícios como os filtros digitais e a transformada de Hilbert.

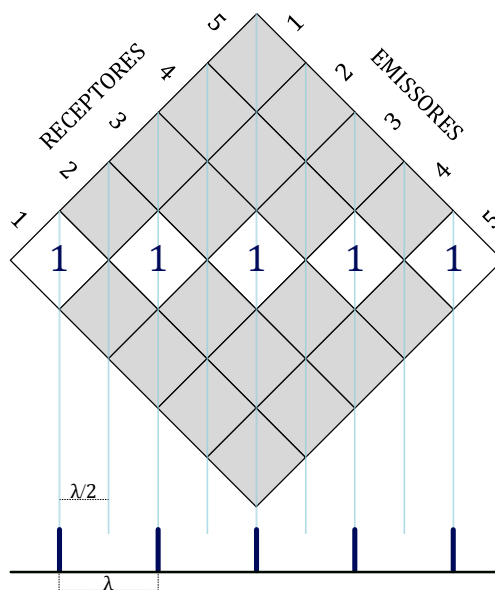
Figura 20 – Representação do funcionamento do algoritmo SAFT na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$, para M elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso do SAFT, se os elementos de um *array* linear completo (*pitch* $\lambda/2$) operarem sob apodização constante e unitária, o *coarray* resultante será composto por elementos virtuais unitários espaçados de λ , como é possível observar na Figura 21, onde há lacunas no *grid* de $\lambda/2$ do *coarray*. Com isso, já surgem lóbulos de espaçamento no padrão de radiação resultante.

Figura 21 – *Coarray* resultante da matriz de emissão-recepção SAFT para 5 elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Seja $v_i(\tau_i)$ o sinal armazenado no elemento i que opera em modo pulso-eco, c a velocidade de propagação da onda, $\tau_i(x, z)$ o tempo de propagação correspondente à ida mais a volta, e r_i

a distância de ida entre o elemento i e o ponto $P(x, z)$. O tempo $\tau_i(x, z)$ é dado pela seguinte relação:

$$\tau_i(x, z) = 2 \frac{|r_i|}{c}. \quad (27)$$

Assume-se que cada elemento seja pequeno o suficiente para gerar campos esféricos ou cilíndricos, e que não há focalização nas emissões. Após ou durante a aquisição de todos os sinais, é realizada a focalização dinâmica em emissão-recepção, de modo que o valor da amplitude associada à imagem IRF_{SAFT} em cada ponto (x, z) seja composto pelos M sinais armazenados (THOMSON, 1984; KARAMAN *et al*, 1995):

$$\text{IRF}_{\text{SAFT}}(x, z) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i v_i[\tau_i(x, z)]. \quad (28)$$

O somatório das amostras de vários sinais é denominado *delay-and-sum* (DAS). Caso exista um refletor (defeito ou obstáculo) em determinado ponto, o sinal refletido deve retornar aos elementos do *array* em instantes diferentes. Recorre-se ao DAS para somar amplitudes conforme as posições do refletor e dos emissores, o que é útil para realizar somas construtivas de eventuais sinais refletidos em caso de alguma irregularidade, ou seja, tais somas correlatas devem indicar os eventuais refletores (JENSEN *et al*, 2006).

No SAFT e nos métodos posteriores, o padrão de radiação do *coarray* pode ser modificado através da apodização, na qual os pesos desejados são multiplicados pelos sinais referentes a cada elemento. Essa operação pode ser feita na etapa pós-processamento, possibilitando a utilização de outras apodizações (MARTÍN *et al*, 2008).

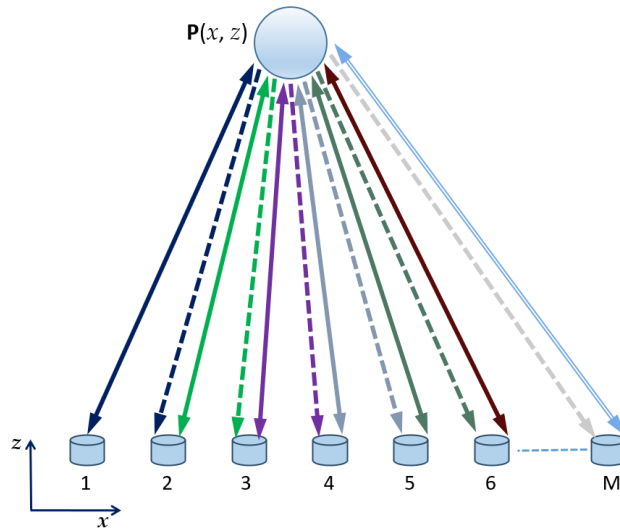
3.2.3 2R-SAFT – 2 RECEIVERS SYNTHETIC APERTURE FOCUSING TECHNIQUE

Apesar da simplicidade na implementação da técnica SAFT, a qual utiliza apenas um canal transmissor e outro receptor, existe a desvantagem de que, para se evitar os lóbulos de espaçamento, é necessário haver elementos espaçados de $\lambda/4$, de forma que no *coarray* os elementos virtuais estejam espaçados de $\lambda/2$, o que implicaria em uma quantidade maior de elementos para determinada abertura de um *array* (MARTÍN-ARGUEDAS *et al*, 2012).

No entanto, existe a possibilidade de se alterar o algoritmo SAFT integrando-se mais elementos atuando em conjunto, como acontece no funcionamento do algoritmo 2R-SAFT. Dessa forma, os elementos de um *array* periódico podem estar espaçados de $\lambda/2$ sem impedir que o *coarray* resultante também tenha elementos virtuais espaçados de $\lambda/2$. Em determinado instante, no caso do 2R-SAFT, um elemento opera em pulso-eco e o seu adjacente seguinte atua como receptor da onda ultrassônica (Figura 22), e assim sucessivamente até M . Ou seja, para

determinado canal i atuando como transmissor, haverá os canais i e $i + 1$ atuando como receptores, com exceção do último disparo, o qual se trata apenas de um pulso-eco. Ou seja, com exceção do primeiro elemento, todos são receptores duas vezes, mas o último transdutor é o único a receber o último disparo. Dessa forma, um elemento é utilizado para emitir a onda ultrassônica e dois para receber a informação. E, mesmo com a necessidade do acréscimo de um canal de recepção, a complexidade ainda permanece baixa (MARTÍN *et al*, 2010).

Figura 22 – Representação do funcionamento do algoritmo 2R-SAFT na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$, para M elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Enquanto no SAFT a quantidade de sinais capturados é igual a M , o algoritmo 2R-SAFT necessita de $2M - 1$ armazenamentos. Esse aumento não implica em nenhum atraso adicional no tempo de aquisição, já que existem dois canais atuando simultaneamente na recepção. Porém, é introduzido um atraso adicional no tempo necessário para formar cada pixel da imagem, visto que, cada ponto da imagem é constituído por praticamente o dobro do número de sinais (MARTÍN *et al*, 2010).

No método 2R-SAFT, a imagem correspondente aos sinais em função de (x, z) pode ser representada pela seguinte equação (MARTÍN-ARGUEDAS *et al*, 2012):

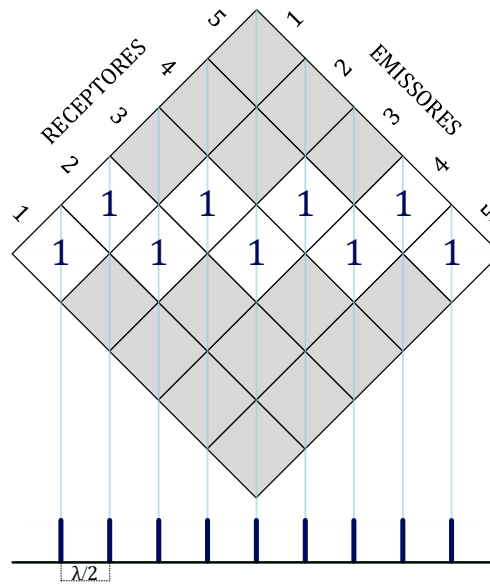
$$\text{IRF}_{2\text{R-SAFT}}(x, z) = \frac{1}{2M - 1} \left[\sum_{i=1}^M w_i v_i [\tau_i(x, z)] + \sum_{i=1}^{M-1} w_{ij} v_{ij} [\tau_{ij}(x, z)] \right], \quad (29)$$

onde $j = i + 1$ (apenas em 2R-SAFT), e $\tau_{ij}(x, z)$ é o tempo de propagação correspondente à distância entre o emissor i (cuja posição é (x_i, z_i)) até o ponto (x, z) , mais a distância entre esse ponto e o receptor j (cuja posição é (x_j, z_j)). Esse tempo é obtido pela seguinte equação:

$$\tau_{ij}(x, z) = \left[\sqrt{(x_i - x)^2 + (z_i - z)^2} + \sqrt{(x_j - x)^2 + (z_j - z)^2} \right] c^{-1}. \quad (30)$$

No 2R-SAFT, cada forma de onda $v_i[\tau_i(x, z)]$ ou $v_{ij}[\tau_{ij}(x, z)]$ pode ser multiplicada por uma apodização (w_i ou w_{ij}) específica para o sinal, possibilitando a alteração dos valores originais do *coarray*, cujos elementos são todos iguais a 1 quando a apodização é constante e unitária (Figura 23).

Figura 23 – *Coarray* resultante da matriz de emissão-recepção 2R-SAFT para 5 elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2.4 TFM – TOTAL FOCUSING METHOD

Outro algoritmo utilizado para gerar imagens ultrassônicas pela técnica SA é o TFM (Método de Focalização Total), o qual utiliza todas combinações de elementos como emissores e receptores. Normalmente possui melhores desempenhos quanto à qualidade da imagem, mas o custo computacional é mais elevado em relação a outros algoritmos de geração de imagens.

Nesse método, cada um dos elementos emite e todos recebem (incluindo o emissor), de forma sequencial e normalmente com emissão não simultânea. Isso é feito para todas as combinações possíveis de emissor-receptor. A principal possibilidade consiste em se ter, simultaneamente, apenas um canal de transmissão e M canais de recepção, mas também é possível utilizar apenas um canal de recepção por vez. No último caso, tem-se a desvantagem do maior tempo de aquisição, pois torna-se necessário realizar M^2 emissões, diferentemente do caso anterior, em que são apenas M emissões (HOLMES *et al*, 2005). A Figura 24 ilustra o funcionamento do TFM na geração de imagem em dois instantes.

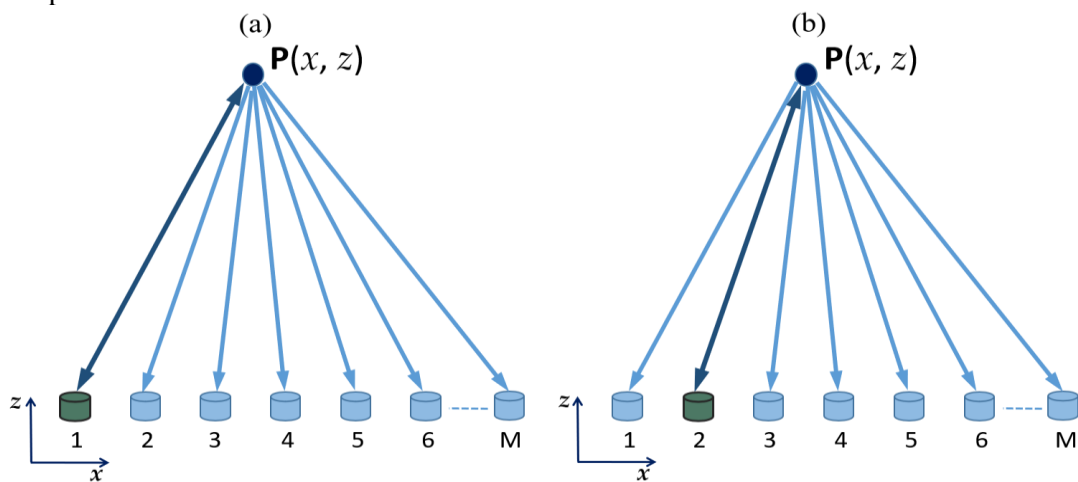
De qualquer forma, neste método são armazenados M^2 formas de onda, as quais correspondem a $v_{ij}(\tau_{ij})$: o sinal emitido pelo elemento i e recebido pelo elemento j . A imagem

correspondente ao sinal em cada ponto (x, z) com focalização dinâmica é representada pela seguinte equação (HOLMES *et al.*, 2005):

$$\text{IRF}_{\text{TFM}}(x, z) = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M w_{ij} v_{ij} [\tau_{ij}(x, z)], \quad (31)$$

onde $\tau_{ij}(x, z)$, descrito em (30), corresponde ao tempo de atraso referente à trajetória do emissor i até o ponto $P(x, z)$, incluindo a volta até o receptor j .

Figura 24 – Representação do funcionamento do algoritmo TFM na geração de imagem ultrassônica no ponto $P(x, z)$: (a) instante em que o elemento 1 atua em pulso-eco e os demais como receptores; (b) idem para o elemento 2.

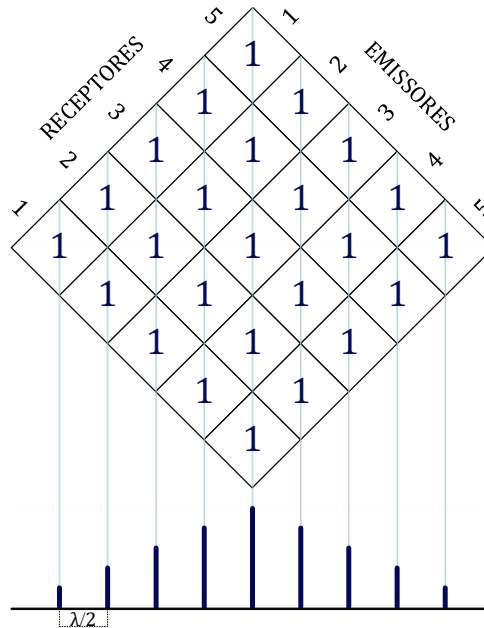


Fonte: Elaborada pelo autor.

No modo TFM, o *coarray* corresponde à matriz de emissão-recepção equivalente ao do *phased array*: todos os elementos operam em emissão e recepção, e assim todas as células da matriz são preenchidas. No caso em que a apodização é constante, os valores das células são todos iguais e resultam em uma abertura efetiva triangular (Figura 25), cuja soma de todos os valores corresponde a M^2 . Se, em TFM, os elementos emissores são os mesmos dos receptores como na Figura 25, o padrão de radiação do sistema pode ser representado de forma unidirecional, diferentemente dos casos SAFT e 2R-SAFT, onde necessariamente deve-se atentar aos conceitos de abertura efetiva.

A utilização da técnica de abertura sintética com TFM apresenta a vantagem de gerar imagens de alta qualidade. Entretanto, mesmo que haja equivalência entre o SA e o PA quanto ao aspecto de emissão-recepção, no PA a relação sinal-ruído é maior em virtude da simultaneidade de irradiação (para cada emissão) por parte dos M elementos, enquanto no SA existe apenas um elemento irradiando em cada emissão, fazendo com que a detecção de defeitos ou obstáculos apresente algumas limitações devido à menor relação sinal-ruído dos sinais individuais.

Figura 25 – *Coarray* resultante da matriz de emissão-recepção TFM para 5 elementos.



A projeção das imagens varia conforme o processamento dos sinais armazenados. Um dos artifícios comumente utilizados para melhorar a visualização dos detalhes de uma imagem consiste em aplicar a transformada de Hilbert aos dados armazenados, de forma a suavizar as ondulações que são apresentadas em imagens sem o uso dessa transformada, a qual é considerada uma ferramenta matemática útil, também, para estimar o atraso entre dois sinais. No domínio do tempo discreto, a aplicação desse recurso a um sinal bidirecional ocorre de tal forma que (CABOT, 1981):

$$\check{v}_{ij}[k] = v_{ij}[k] * h_d[k]. \quad (32)$$

O sinal bidirecional (emitido pelo elemento i e recebido pelo elemento j) é denotado por $v_{ij}[k]$, e o parâmetro $h_d[k]$ é a resposta impulsiva do transformador de Hilbert ideal, cuja resposta em frequência está de acordo com as seguintes condições:

$$\mathcal{H}_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j, & 0 < \omega < \pi \\ j, & -\pi < \omega < 0. \end{cases} \quad (33)$$

Dessa forma, o sinal resultante $\check{v}_{ij}[k]$ (transformada de Hilbert de $v_{ij}[k]$) também pode ser equacionado da seguinte maneira:

$$\check{v}_{ij}[k] = \mathcal{F}^{-1}\{V_{ij}(e^{j\omega}) \cdot \mathcal{H}_d(e^{j\omega})\}, \quad (34)$$

onde $V_{ij}(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência do sinal original.

Para que esse recurso tenha o efeito desejado nas imagens, o termo v_{ij} da equação de $\text{IRF}_{\text{TFM}}(x, z)$ deve ser trocado por \hat{v}_{ij} , sendo:

$$\hat{v}_{ij}[k] = v_{ij}[k] + j\check{v}_{ij}[k]. \quad (35)$$

Com o termo $\check{v}_{ij}[k]$ agregado à parte imaginária dos sinais originais, obtém-se as imagens com o efeito desejado a partir da seguinte equação:

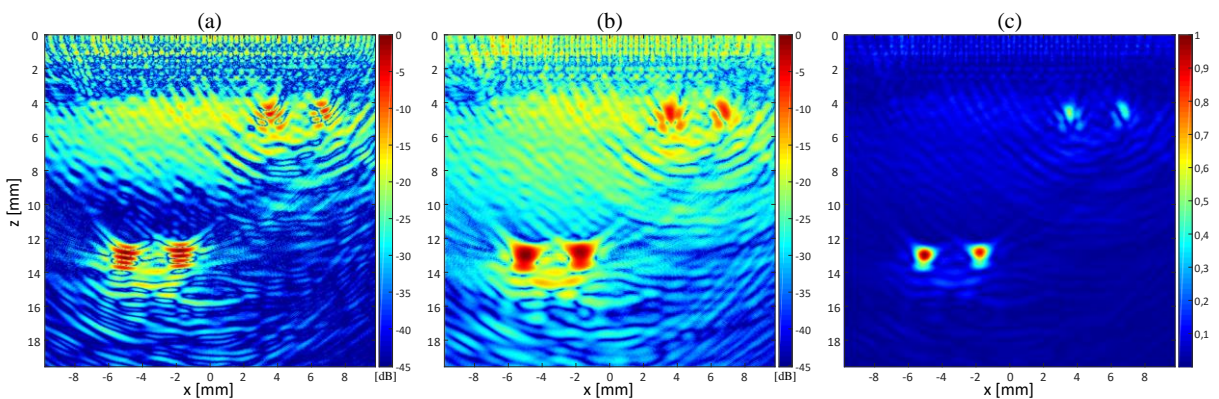
$$I_{H_{TFM}}(x, z) = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M w_{ij} \hat{v}_{ij}[\tau_{ij}(x, z)]. \quad (36)$$

Essa função é o padrão de geração de imagens ($\mathbb{I}_{TFM}(x, z)$) adotado para as aplicações realizadas neste trabalho, tal que $\mathbb{I}_{TFM}(x, z) = |I_{H_{TFM}}(x, z)|$.

A Figura 26 apresenta três maneiras de gerar uma imagem quando se parte dos mesmos sinais iniciais. Neste caso, os sinais são referentes a uma parcela de dados experimentais disponibilizados pelo CSIC (Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información, Madrid, Espanha). Esses dados são relativos a 128 elementos (com *pitch* $\lambda/2$) que emitem e recebem pulsos de ultrassom com frequência de 5 MHz e velocidade de propagação de 6300 m/s, onde o meio é um bloco de alumínio contendo 9 furos duplos dispostos diagonalmente. No total, tratam-se de 128×128 sinais, cada um composto por 1260 amostras temporais, sendo a frequência de amostragem igual a 40 amostras/ μ s.

As imagens da Figura 26 possuem alta resolução espacial, contendo 497×497 pixels (amostras espaciais) dedicados a 32 elementos que emitem e recebem, os quais estão espaçados de $\lambda/2$. As linhas horizontais das imagens correspondem ao mesmo tamanho da abertura do *array* completo de 32 elementos, de modo que o centro do *array* esteja localizado no ponto $(x, z) = (0, 0)$. Gerou-se, por meio das funções $I_{R_{TFM}}(x, z)$ e $I_{H_{TFM}}(x, z)$, as imagens dos itens (a) e (b), respectivamente. Com o processador Intel® Core™ i7-8550U 1,8 GHz e memória RAM de 12 GB, cada imagem levou em torno de 24 segundos para ser processada e gerada. As magnitudes, por sua vez, estão normalizadas aos valores de 0 a 1.

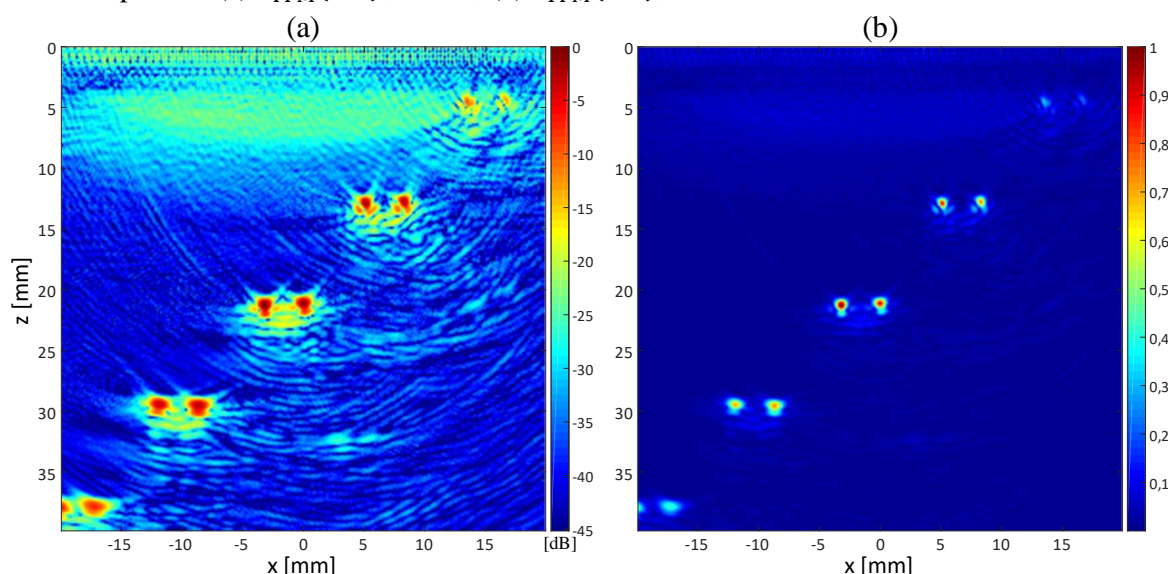
Figura 26 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 32 elementos e 497×497 amostras espaciais: (a) $|I_{R_{TFM}}(x, z)|$, em dB; (b) $\mathbb{I}_{TFM}(x, z)$, em dB; (c) $\mathbb{I}_{TFM}(x, z)$, na escala linear.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 27, são apresentadas imagens por meio da função padronizada $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$. Desta vez, considerando 64 elementos que compõem um *array* completo de abertura equivalente às dimensões x e z das imagens, as quais são formadas por 253×253 pixels. Apesar de representar uma região maior do bloco, a quantidade de pixels é menor comparada ao caso anterior. O processamento correspondeu a um tempo em torno de 28 segundos, pouco mais do que no caso anterior. Porém, para uma quantidade de amostras espaciais, por exemplo, equivalente a 379×379 (ainda menor do que na Figura 26), as informações podem não ser processadas adequadamente em termos do consumo de tempo e de memória, como aconteceu sob as condições computacionais relacionadas à realização deste trabalho. Isso mostra que, o aumento da quantidade de elementos deve ser compensado com a redução da quantidade de pixels, de forma relativamente imprevisível e não linear, e que deve ser feita cuidadosamente com testes de adequação ao tempo de processamento possível ou desejado.

Figura 27 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 64 elementos e 253×253 amostras espaciais: (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, em dB; (b) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, na escala linear.

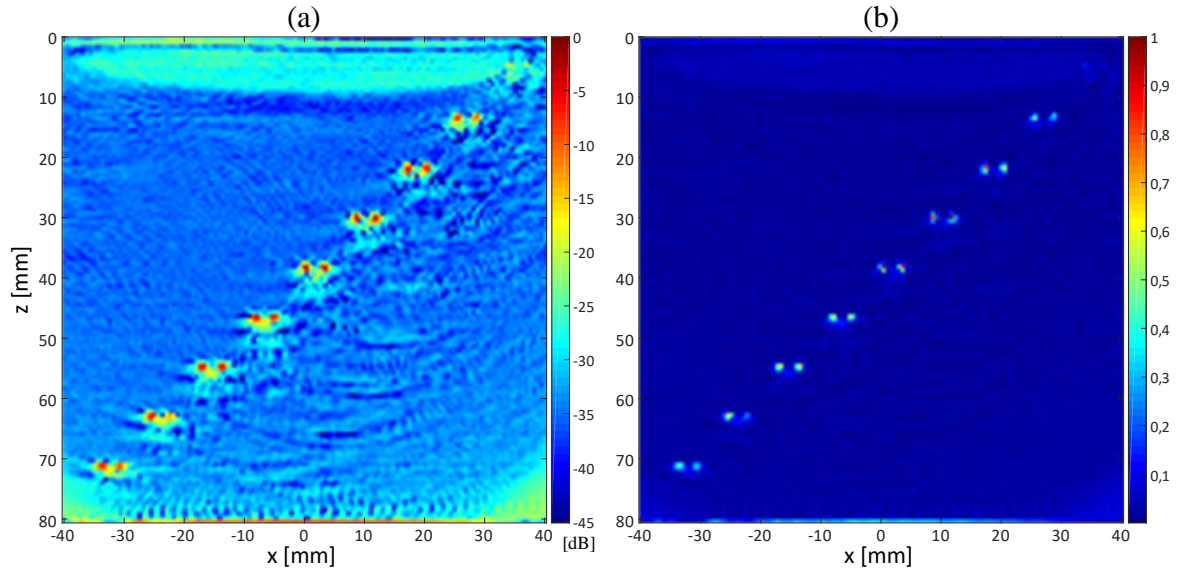


Fonte: Elaborada pelo autor.

Por fim, a Figura 28 apresenta imagens $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ considerando todos os sinais dos dados experimentais, ou seja, provenientes dos 128 elementos. Enquanto nos casos anteriores as imagens são de boa qualidade, as da Figura 30 estão relativamente degradadas devido à baixa resolução espacial, a qual resulta em 128×128 pixels: cada amostra espacial equivale ao comprimento de $\lambda/2$ e é representada pelo tamanho da posição ocupada por um transdutor monoelemento, o que não significa que o transdutor tenha, fisicamente, este comprimento. Por haver muitos elementos, o processamento levou em torno de 172 segundos, mesmo com baixa resolução.

Para otimizar o processamento, a quantidade de sinais utilizados não obedeceu à permutação M^2 , e sim à combinação $C_{M,2}$ que considera $v_{ij} = v_{ji}$. Para todas as imagens geradas no trabalho, a quantidade de sinais processados equivale a $C_{M,2} + M$.

Figura 28 – TFM de dados experimentais do bloco de alumínio, com 128 elementos e 128×128 amostras espaciais: (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, em dB; (b) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, na escala linear.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pela Figura 28, observa-se que em determinados casos pode haver vantagens dos algoritmos SAFT e 2R-SAFT sobre o método TFM, pois nesse último, é necessário reduzir drasticamente a resolução espacial quando muito se aumenta o número de elementos, enquanto para os casos SAFT e 2R-SAFT a redução da resolução requerida não deve ser tão grande como ocorre no modo TFM. E dependendo da quantidade de elementos e do cenário de refletores, pode ser que estes sejam melhor visualizados quando se adota o SAFT ou 2R-SAFT com maior resolução, em vez da utilização do TFM com menor resolução espacial.

3.2.5 PSF – POINT SPREAD FUNCTION

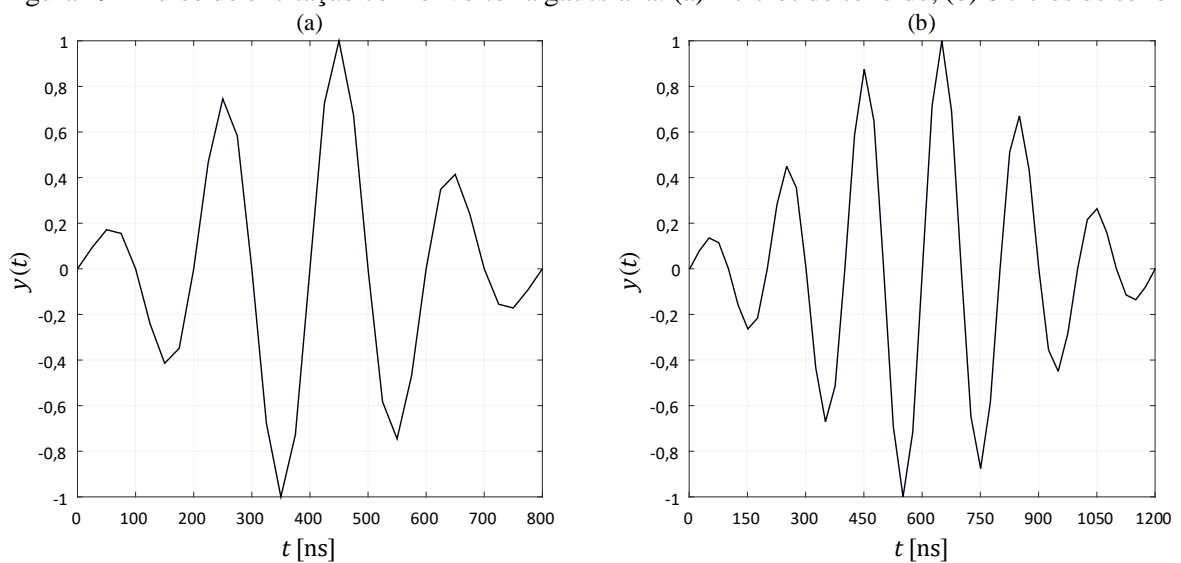
No melhor cenário possível, ou seja, na ausência de perturbações, a imagem de um objeto pontual não é um ponto, mas um padrão de distribuição de energia que consiste no disco central brilhante rodeado por anéis concêntricos que enfraquecem gradativa e rapidamente. Esta é a imagem de uma fonte pontual em uma abertura livre de perturbações e é descrita matematicamente como Função de Dispersão de Pontos (*Point Spread Function* – PSF), a qual expressa a resposta de um sistema de imagem a uma única fonte ou objeto pontual (SACEK, 2006). E genericamente, a PSF pode estar simplesmente associada à resposta impulsiva de um sistema, seja, por exemplo, no âmbito de óptica ou de imagens ultrassônicas (AHI, 2017).

No caso das imagens ultrassônicas, a modelagem pelo método PSF se baseia em um refletor pontual e isotrópico previamente localizado. Com essa modelagem, gera-se imagens através de uma simulação de dados, a qual irá compor os sinais como se estes fossem experimentais. Havendo os sinais, sejam experimentais ou simulados, aplica-se algum algoritmo de geração de imagens, como SAFT ou TFM. Em relação aos elementos de um *array*, são geradas formas de onda pelas combinações de emissão-recepção para determinado refletor pontual, como se este fosse um defeito ou obstáculo estrutural. Da mesma forma em que a informação dos atrasos é obtida para cada ponto da imagem, os sinais simulados devem estar atrasados conforme a localização do refletor, a qual é representada por um ponto (x_p, z_p) na imagem. Uma das maneiras de atribuir os atrasos consiste em aplicá-los em impulsos, para que seja realizada a convolução dos impulsos atrasados com as formas de onda. Os atrasos dos sinais simulados (denotados por τp_{ij}) podem ser obtidos pela seguinte equação:

$$\tau p_{ij} = \left[\sqrt{(x_i - x_p)^2 + (z_i - z_p)^2} + \sqrt{(x_j - x_p)^2 + (z_j - z_p)^2} \right] c^{-1}. \quad (37)$$

As imagens por PSF podem conter vários refletores pontuais, os quais são agregados ao sinal de cada combinação de emissor e receptor, e as formas de onda são responsáveis por determinar o tamanho e o formato do disco que envolve o refletor (o que seria o defeito ou obstáculo). Usualmente, adotam-se alguns ciclos de senoide com envoltória gaussiana para cada combinação de um refletor com um emissor e um receptor. A Figura 29 apresenta duas formas de onda $y(t)$ referentes ao pulso de excitação com envoltória gaussiana, um contendo 4 ciclos de senoide e o outro 6.

Figura 29 – Pulso de excitação com envoltória gaussiana: (a) 4 ciclos de senoide; (b) 6 ciclos de senoide.



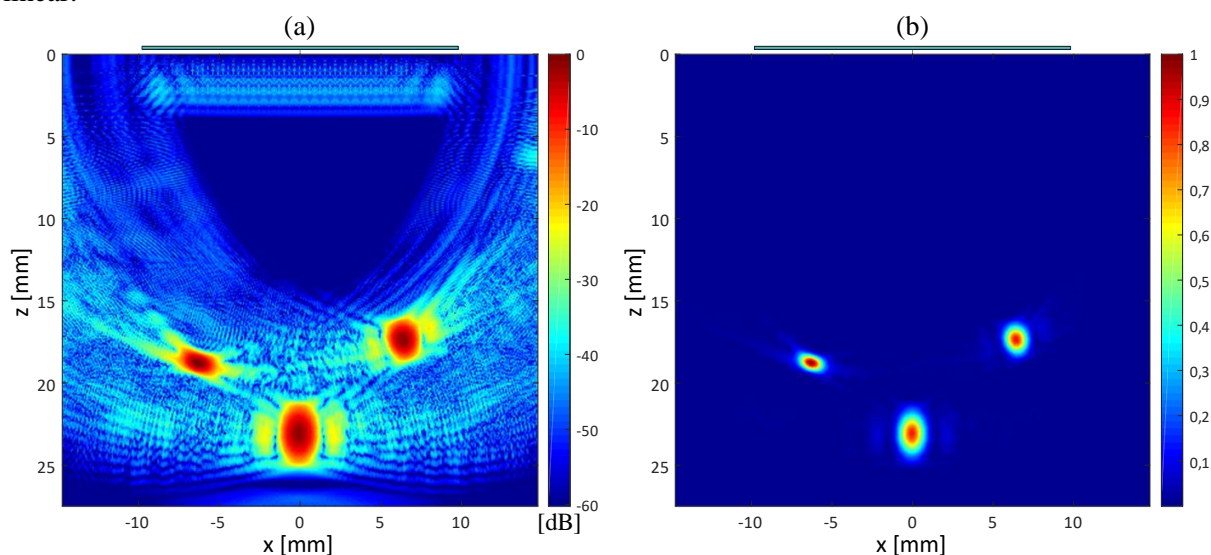
Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 30 apresenta imagens por PSF contendo 3 refletores que resultam em discos de tamanhos diferentes, cada um associado a uma forma de onda específica: o menor disco (da

esquerda) é resultante de pulsos de excitação de 2 ciclos de senoide com envoltória gaussiana; o disco médio e mais circular (da direita) é referente a 4 ciclos (Figura 29(a)); e o maior disco (localizado no meio), resultante de 6 ciclos (Figura 29(b)).

Com o uso do algoritmo TFM, gerou-se imagens (Figura 30) resultantes de um *array* completo de 32 elementos pontuais (sem efeitos da dimensão L). Considerando $\lambda/2$ igual a 0,63 mm (onde $f = 5$ MHz e $c = 6300$ m/s), o comprimento (abertura) do *array* corresponde, aproximadamente, a 19,5 mm, sendo representado pela barra superior das imagens da Figura 30, onde constam detalhes laterais que representam artefatos de intensidade muito baixa. Na Figura 30(b), nota-se que a imagem é praticamente limpa além dos discos, os quais apresentam pequenos artefatos em volta.

Figura 30 – PSFs com 3 discos de tamanhos diferentes: (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, em dB; (b) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$, na escala linear.



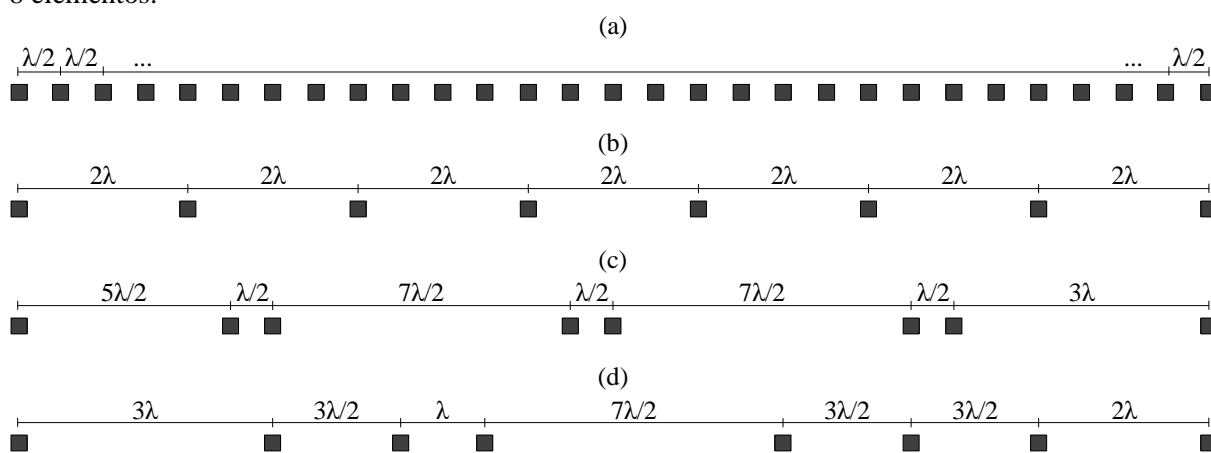
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os sinais emitidos e armazenados experimentalmente são formados por pulsos de duração muito baixa, comumente correspondendo a meio ciclo de senoide, o que contrasta com 4 ciclos de senoide para PSFs, por exemplo. Neste caso, maiores e variáveis durações para os pulsos podem estar relacionadas com o objetivo de simular formatos e tamanhos específicos de um defeito ou obstáculo. Entretanto, as formas de onda de PSFs não devem ser associadas aos pulsos de excitação experimental, pois as estruturas simuladas dependem das formas de onda enquanto as estruturas reais são independentes. Por outro lado, as simulações podem se aproximar mais de dados experimentais se for considerada uma quantidade muito grande de refletores pontuais na região em que se deseja simular um defeito, e com formas de onda suficientemente pequenas que podem se assemelhar com os pulsos de excitação experimental. Outros artifícios consistem em aplicar efeitos físicos nas simulações, o que pode tornar o processo muito mais complexo.

4 ARRAYS ESPARSOS – MÉTODOS DE PROJETO E DE BUSCA

Os *arrays* esparsos lineares são compostos por elementos em que existe pelo menos alguma distância (*pitch*) superior a $\lambda/2$, entre elementos mais próximos um do outro. Um *array* esparsos linear pode ser periódico, cujas distâncias entre elementos vizinhos são todas iguais e maiores que $\lambda/2$ (Figura 31(b)), ou não periódico, no qual existem distâncias diferentes entre os elementos, sendo pelo menos uma delas maior que $\lambda/2$ (Figura 31(c) e (d)).

Figura 31 – *Arrays* lineares. (a) *Array* completo de 29 elementos (não esparsos). (b) *Array* esparsos periódico de 8 elementos com *pitch* 2λ . (c) *Array* esparsos “semi-periódico” de 8 elementos, com *pitches* alternados de $\lambda/2$ e $7\lambda/2$ entre o segundo e o penúltimo elemento. (d) *Array* esparsos não periódico de 8 elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

As configurações dos *arrays* são responsáveis por definir a qualidade de uma imagem ultrassônica, que depende basicamente do número de elementos, dos *pitches*, da apodização e do uso ou não de configurações diferentes entre transmissores e receptores (as quais formam o *coarray*, cuja DTFT resulta em um padrão de radiação que irá representar a dupla configuração de transmissão-recepção). No projeto de *arrays* esparsos, é necessário traçar os objetivos que se deseja atingir com base em condições pré-estabelecidas, sejam laboratoriais, ou simuladas que podem representar situações práticas. A seguir, são destacadas duas possibilidades:

- Todos os elementos do *array* completo são existentes e fixos em determinada estrutura (com *pitch* de $\lambda/2$). Então o objetivo de projetar *arrays* esparsos seria reduzir o custo de processamento computacional, possibilitando assim a utilização de elementos diferentes entre transmissão e recepção, mas com a restrição de que as distâncias entre os elementos devem ser múltiplas de $\lambda/2$ (isto é, o projeto deve ser realizado em *grid* de $\lambda/2$);
- Inicialmente existe uma quantidade limitada de elementos não fixados, mas que estão destinados a uma determinada inspeção. Dessa forma, há uma grande possibilidade de se utilizar todos os elementos no processamento (após estarem fixos). Neste caso, pretende-se obter uma configuração para que as futuras imagens sejam as melhores possíveis, dentro das

condições de processamento. Esse cenário poderia impossibilitar a utilização de elementos diferentes entre transmissão e recepção (caso todos já estiverem ativos), mas possibilitaria, teoricamente, a construção de um *array* cujos *itches* não estão em *grid* de $\lambda/2$ (ou seja, as distâncias entre os elementos podem ser múltiplas de valores inferiores a $\lambda/2$).

Recorrer-se a elementos diferentes entre transmissão e recepção pode facilitar a redução dos lóbulos laterais e de espaçamento, o que deve resultar em imagens com artefatos menos intensos. Quanto ao *grid* de distâncias inferiores a $\lambda/2$, o projeto também seria vantajoso, conforme testes feitos que mostraram a tendência em encontrar configurações melhores. No entanto, é incomum a construção de *arrays* com essas distâncias. Logo, este trabalho propõe a realização de buscas de boas configurações em *grid* de $\lambda/2$, além da condição que se restringe à utilização dos mesmos elementos para transmissão e recepção.

Um projeto adequado de *arrays* esparsos deve incluir o desenvolvimento de uma função objetivo cujos valores ótimos representem *arrays* que resultam em imagens de boa qualidade. A função objetivo pode depender, por exemplo, de métricas associadas ao padrão de radiação, ou de intensidades dos artefatos presentes nas imagens. Com uma função objetivo estabelecida, a busca de *arrays* pode ser feita aleatoriamente, por heurísticas ou por metaheurísticas. Quando se deseja fazer uma busca de *arrays* esparsos, o projeto depende da codificação do problema e das restrições, sendo estas as que definem as soluções factíveis do problema.

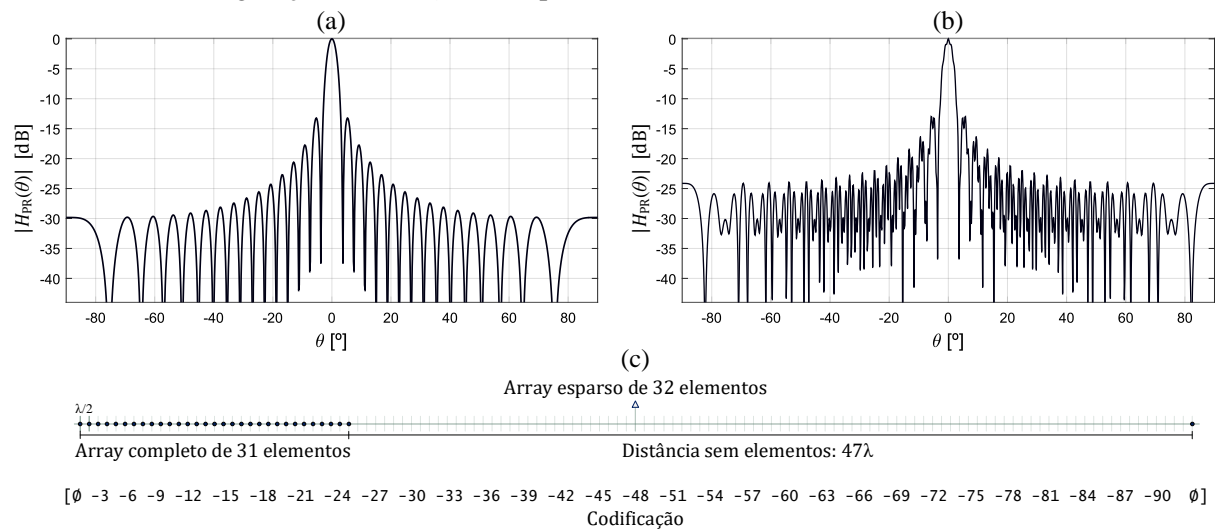
As propostas de solução do problema de *arrays* esparsos podem ser codificadas de várias formas possíveis, onde os valores do vetor codificação possuem determinado significado, assim como a própria quantidade de valores. Por exemplo, a codificação pode estar relacionada à eliminação ou permanência de elementos que partem de um *array* inicialmente completo (podendo haver, no final, uma quantidade não prevista de elementos ativos), ou ao deslocamento de elementos que partem de um *array* esparsos inicialmente periódico (quando o projeto é realizado considerando um número fixo de elementos). O último exemplo é o caso proposto neste trabalho, pois se deseja comparar *arrays* com o mesmo número de elementos ativos para então encontrar excelentes configurações em termos da condição citada. A seguir, é destacada a codificação de duas configurações de 32 elementos (apresentadas no Apêndice A) que posteriormente são objetos de estudo:

```
Array00 [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
Array01 [0 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 0]
```

O Array₀₀ é a referência inicial, é periódico e possui *pitch* de 2λ . Cada unidade dos valores da codificação representa um deslocamento de comprimento igual a $\lambda/2$: o elemento correspondente com sinal negativo é transladado para a esquerda, e o positivo para a direita. Os valores são sempre inteiros para estar de acordo a restrição do *grid*, fazendo com que os deslocamentos sejam sempre múltiplos de $\lambda/2$. Os estudos realizados neste trabalho conside-

ram *arrays* de 32 elementos ativos, cuja codificação correspondente possui 30 valores habilitáveis, enquanto os elementos 1 e 32 devem ser fixos, os quais são desabilitados pela letra \emptyset que também atribui valor nulo. Dessa forma, o comprimento (abertura total) dos *arrays* é preservado, fazendo com que pelo menos o extremo superior do lóbulo principal tenha uma largura reduzida, como é possível observar na Figura 32(b).

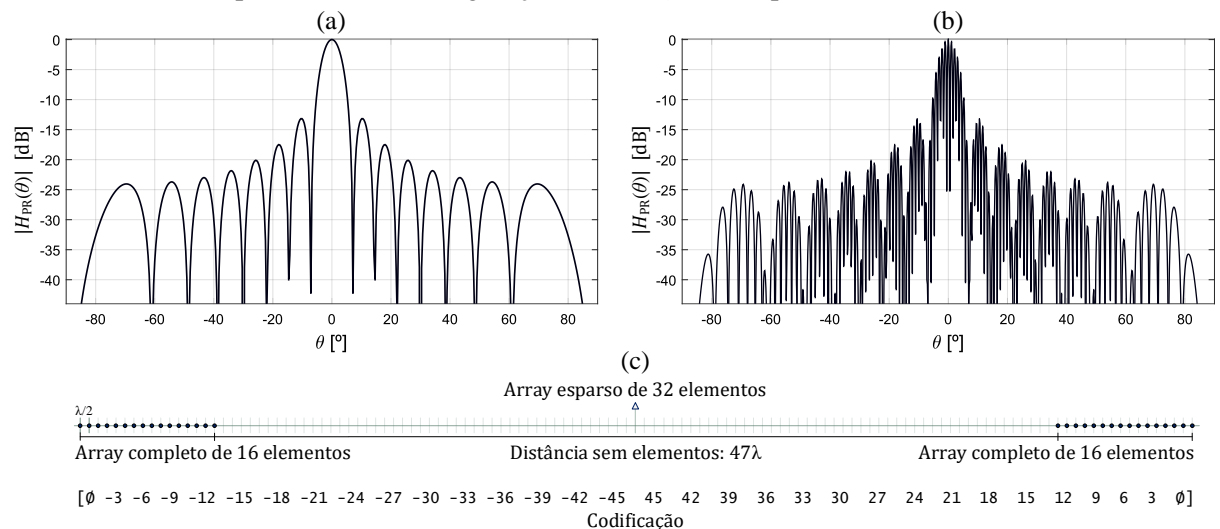
Figura 32 – Efeito da adição de um elemento distante do *array* completo: (a) $|H_{PR}(\theta)|$ do *array* completo de 31 elementos pontuais; (b) $|H_{PR}(\theta)|$ do *array* com elemento pontual extra a 47λ de distância; (c) Configuração dos *arrays* correspondentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os *arrays* esparsos das Figuras 32(c) e 33(c) possuem a mesma abertura do padrão adotado para os estudos deste trabalho, mas configurações como essas não serão comparadas com outros *arrays*, pelo fato de que, o efeito na geração de imagens é similar ao de um *array* completo de

Figura 33 – Efeito da adição de um *array* semelhante distante do *array* original: (a) $|H_{PR}(\theta)|$ do *array* completo de 16 elementos pontuais; (b) $|H_{PR}(\theta)|$ do *array* duplicado, com distância de 47λ entre as extremidades mais próximas; (c) Configuração dos *arrays* correspondentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

31 elementos no caso da Figura 32, e de um *array* completo de 16 elementos em relação à Figura 33, os quais possuem aberturas bem menores, o que implica em menores resoluções laterais. Dessa forma, as imagens geradas ficarão limitadas a uma região bem reduzida, embora a qualidade seja muito boa devido à concentração de elementos, a qual pode ser verificada nos dois diagramas da Figura 32, onde não há grandes magnitudes nos lóbulos laterais, mas sim uma grande largura do lóbulo principal. Já na Figura 33(b), a largura do lóbulo principal é teoricamente pequena, mas os lóbulos laterais mais próximos possuem altas magnitudes e estão bem concentrados, de modo a resultar no mesmo formato de um lóbulo principal largo, semelhante ao do diagrama da Figura 33(a).

Além das condições citadas, a factibilidade escolhida para o projeto implica que, os valores da codificação devem estar no intervalo fechado de -2 a 2, para que todo o *array* esteja com elementos bem distribuídos, e dessa forma a largura do lóbulo principal estará praticamente toda preservada, evitando situações como as apresentadas nas Figuras 32 e 33. Sendo assim, são ineficazes as codificações que representam os *arrays* das Figuras 32(c) e 33(c), devido às restrições impostas pelo tipo de projeto escolhido. Também são consideradas ineficazes as propostas de solução em que, a diferença entre um valor da codificação e o seu sucessor resulta em 4 (quando existe a sequência 2 e -2), pois nesse caso ocorre a sobreposição de elementos. Mas tal ineficácia pode facilmente ser contornada programando um ajuste que altera a unidade de um dos valores envolvidos.

4.1 FUNÇÕES REPRESENTATIVAS DE ARRAYS LINEARES

Sabe-se que uma das principais formas de representar qualquer *array* linear é por meio de seu padrão de radiação, que pode ser obtido com base na equação descrita em (18):

$$H_{PR}(\theta) = \eta(\theta) \sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} e^{-j\omega'n},$$

onde: $\eta(\theta) = \text{sinc}(\lambda^{-1}L \text{sen } \theta)$; $\omega' = 2\pi\lambda^{-1}d \text{sen } \theta$, em radianos. A função $\eta(\theta)$ é genérica e atribui o efeito do comprimento L de cada elemento, sendo unitária caso os elementos forem dados como pontuais (quando $L \rightarrow 0$).

Chamemos $H_{PR}(\theta)$, também, de diagrama principal, visto que neste trabalho também são propostas outras funções que podem representar um *array* linear, possibilitando assim diversificar as maneiras de avaliar cada configuração. Denominemos tais funções (denotadas por $H_S(\theta)$) de diagramas secundários ou alternativos, os quais não representam os *arrays* fisicamente, mas sim, como proposta, matematicamente. Entretanto, todos os diagramas

secundários abordados nesta seção resultam no próprio diagrama principal quando o *array* linear é periódico.

As abordagens de outras funções representativas se devem às análises realizadas no decorrer desta pesquisa, acerca de diversas formas possíveis de avaliação dos *arrays*, com os quais se podem obter informações além do padrão de radiação. Um pouco dessas informações foram então agregadas, como complemento ao padrão de radiação, em uma das funções objetivo propostas neste trabalho.

São várias as possibilidades de representar um *array* linear através de uma função, sendo algumas propostas nesta seção. A equação a seguir apresenta a função $H_{S\pm}(\theta)$, denominada diagrama secundário à direita:

$$H_{S\pm}(\theta) = \frac{\eta(\theta)}{2} \sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} [\varpi_n e^{-j\omega''n} + \vartheta_n e^{-j\omega'''n}], \quad (38)$$

onde $\begin{cases} \omega'' = 2\pi\lambda^{-1} \psi_n^- \sin \theta \\ \omega''' = 2\pi\lambda^{-1} \psi_n^+ \sin \theta \end{cases}$ em radianos.

Sabe-se que a distância d é fixa e independe dos valores da apodização $w_{(nd)}$, ou seja, é periódica. Já o termo ψ difere do *pitch* d por sempre estar de acordo com a distância entre elementos ativos, isto é, elementos em que $w_{(nd)} \neq 0$. O termo ψ_n^- é referente à distância entre a posição n e o último elemento ativo (anterior a essa posição), enquanto o termo ψ_n^+ se trata da distância entre a posição n e o elemento ativo seguinte (posterior à referida posição). Em n , independe se o elemento está ativo ou não, pois, caso esteja inativo ou não exista, todo o termo referente à posição será nulo por $w_{(nd)}$ ser igual a zero, implicando assim o efeito das distâncias apenas entre elementos ativos. Vale ressaltar que, nas abordagens desta seção, a posição $n = 0$ está associada sempre à primeira posição da esquerda.

Os termos ϖ_n e ϑ_n são auxiliares que ajustam a função nos casos excepcionais em que o elemento ativo é o primeiro ou o último do *array* linear, visto que existe apenas uma distância ψ associada a cada um desses elementos ativos, diferentes dos demais em que sempre existem as duas distâncias ψ_n^- e ψ_n^+ associadas. Os coeficientes dos termos auxiliares devem seguir algumas condições, tal que:

$$\varpi_n = \begin{cases} 0, & \text{se } |n| = m_1 \\ 2, & \text{se } |n| = m_M \\ 1, & \text{se } m_1 < |n| < m_M \end{cases} \quad \vartheta_n = \begin{cases} 2, & \text{se } |n| = m_1 \\ 0, & \text{se } |n| = m_M \\ 1, & \text{se } m_1 < |n| < m_M, \end{cases} \quad (39)$$

onde os termos m_1 e m_M são referentes à posição do primeiro e do último elemento ativo, respectivamente.

Para duas configurações em que uma é o espelho da outra, o diagrama principal $H_{PR}(\theta)$ é o mesmo. Mas isso não acontece pela função $H_{S\sqsubset}(\theta)$, quando determinado *array* é assimétrico. Essa última é obtida considerando a contagem da esquerda para a direita, o que difere quando se considera a direção contrária de contagem, a qual está associada à configuração espelhada. A função $H_{S\sqsubset}(\theta)$ do *array* linear espelhado é a mesma do diagrama secundário à esquerda da configuração original, denotado por $H_{S\sqsupset}(\theta)$. Tal função é obtida recorrendo-se à seguinte equação:

$$H_{S\sqsupset}(\theta) = \frac{\eta(\theta)}{2} \sum_{n=1-N}^0 w_{(-nd)} [\vartheta_n e^{-j\omega''(n+N-1)} + \bar{\omega}_n e^{-j\omega'''(n+N-1)}]. \quad (40)$$

Fazendo-se a junção das funções $H_{S\sqsubset}(\theta)$ e $H_{S\sqsupset}(\theta)$, obtém-se o diagrama secundário de junção, o qual é denotado por $H_{S\bowtie}(\theta)$ e obtido do seguinte modo:

$$H_{S\bowtie}(\theta) = \frac{H_{S\sqsubset}(\theta) + H_{S\sqsupset}(\theta)}{2}. \quad (41)$$

Essa é outra maneira de representar uma configuração já considerando sua forma espelhada, como acontece nos padrões de radiação. Dentre as três funções secundárias já apresentadas, apenas $H_{S\bowtie}(\theta)$ está incluído em uma das funções objetivo propostas.

O processo de obtenção da função $H_{S\bowtie}(\theta)$ é desprovido de termos com módulo e uma parcela das exponenciais complexas é anulada em operações de soma, fazendo com que $|H_{S\bowtie}(\theta)|$ tenha, geralmente, magnitudes (em média) menores do que $|H_{PR}(\theta)|$, nos casos em que o *array* não é periódico. A implementação das funções $H_{S\sqsubset}(\theta)$ e $H_{S\sqsupset}(\theta)$ não foi realizada diretamente pelas equações descritas em (42) e (43), e sim de forma separada, tal que:

$$H_{S\sqsubset}(\theta) = \eta(\theta) \frac{H_{S\sqsubset 1}(\theta) + H_{S\sqsubset 2}(\theta)}{2}, \quad (42)$$

$$H_{S\sqsupset}(\theta) = \eta(\theta) \frac{H_{S\sqsupset 1}(\theta) + H_{S\sqsupset 2}(\theta)}{2}, \quad (43)$$

onde:

$$\begin{cases} H_{S\sqsubset 1}(\theta) = \left[\sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} [\vartheta_n e^{-j\omega'''n}] \right] - w_{(0d)} + w_{(Nd-d)} e^{-j\omega''(N-1)} \\ H_{S\sqsubset 2}(\theta) = \left[\sum_{n=0}^{N-1} w_{(nd)} [\bar{\omega}_n e^{-j\omega''n}] \right] + w_{(0d)} - w_{(Nd-d)} e^{-j\omega''(N-1)}, \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{cases} H_{S\sqcup 1}(\theta) = \left[\sum_{n=1-N}^0 w_{(-nd)} [\vartheta_n e^{-j\omega''(n+N-1)}] \right] - w_{(0d)} e^{-j\omega''(N-1)} + w_{(Nd-d)} \\ H_{S\sqcup 2}(\theta) = \left[\sum_{n=1-N}^0 w_{(-nd)} [\varpi_n e^{-j\omega'''(n+N-1)}] \right] + w_{(0d)} e^{-j\omega''(N-1)} - w_{(Nd-d)}. \end{cases} \quad (45)$$

Se, antes de qualquer junção, forem aplicados módulos nas funções individuais $H_{S\sqcup 1}(\theta)$, $H_{S\sqcup 2}(\theta)$, $H_{S\sqcap 1}(\theta)$ e $H_{S\sqcap 2}(\theta)$, uma parcela dos somatórios e os termos externos aos somatórios não serão anulados. Com essa mudança, a função $H_{S\boxtimes}(\theta)$ se torna o chamado diagrama secundário de módulos, o qual é denotado por $H_{S\boxtimes}(\theta)$ e obtido da seguinte forma:

$$H_{S\boxtimes}(\theta) = \eta(\theta) \frac{|H_{S\sqcup 1}(\theta)| + |H_{S\sqcup 2}(\theta)| + |H_{S\sqcap 1}(\theta)| + |H_{S\sqcap 2}(\theta)|}{4}. \quad (46)$$

Com base em $H_{S\boxtimes}(\theta)$ ou em $H_{S\boxtimes}(\theta)$, é possível obter inúmeras outras funções, e muitas delas podem ser bem parecidas com o diagrama principal. Além dessas duas funções secundárias, é utilizada neste trabalho a terceira e última, cujo processo de obtenção é apresentado a seguir.

Se os espaçamentos de cada configuração de *array* pudessem ser redimensionados igualmente com um fator multiplicativo maior do que 1, surgiriam outros lóbulos de magnitude alta e/ou moderada no padrão de radiação. O termo ψ_n^\pm , por sua vez, atribui o efeito de um fator multiplicativo variável que pode incorporar na função informações do *array* redimensionado, devido aos valores superiores ao espaçamento médio que ψ_n^\pm pode assumir. Porém, os diagramas resultantes possuem formas bem diferentes do padrão de radiação. Para que se obtenha diferentes funções, mas um tanto parecidas com o padrão de radiação, os termos ψ_n^\pm das funções já apresentadas podem ser substituídos por outros de menor impacto. Isso pode ser feito atribuindo um termo que não depende apenas do *pitch* variável ψ_n^\pm , mas também de um espaçamento fixo: neste caso, não se trata do *pitch* d que independe do número de elementos ativos, e sim do espaçamento médio \mathfrak{D} , que depende desse parâmetro. Tal dependência faz com que o diagrama a ser apresentado seja igual ao padrão de radiação no caso em que o *array* é periódico. O termo \mathfrak{D} , por sua vez, é dado pela seguinte equação:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^{M-1} \psi_m^+, \quad (47)$$

onde ψ_m^+ é a distância entre os elementos ativos m e $m+1$.

O *pitch* variável proposto que substitui ψ_n^\pm é denotado por ψ_n^\pm e obtido da seguinte maneira:

$$\psi_n^\pm = \mathfrak{D} \left(e^{\psi_n^\pm - \mathfrak{D}} \right). \quad (48)$$

Ao trocar, em ω'' e ω''' , todos os termos ψ_n^\pm por η_n^\pm , as funções denotadas por $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$ e $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$, por exemplo, passam a ser $H_{S_{\updownarrow\bowtie}}(\theta)$ e $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$. Mas dentre as duas últimas, apenas a função $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$ é utilizada neste trabalho, sendo denominada diagrama secundário aproximado.

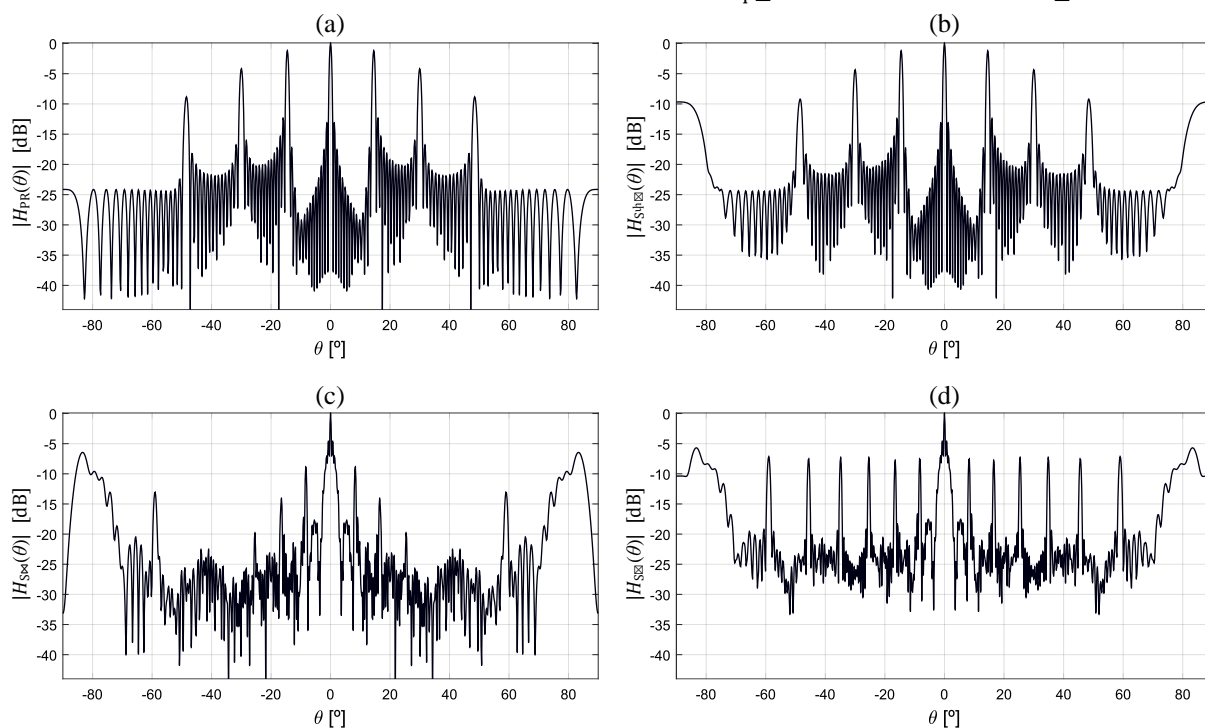
Para os *arrays* periódicos, as funções de todos os diagramas aqui abordados ($H_{PR}(\theta)$, $H_{S_{\sqsubset}}(\theta)$, $H_{S_{\sqsupset}}(\theta)$, $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$, $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$, $H_{S_{\updownarrow\bowtie}}(\theta)$ e $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$) são idênticas porque há simetria na configuração e mesma distância entre todos os elementos ativos vizinhos. Caso o *array* não seja periódico, mas simétrico, as funções $H_{S_{\sqsubset}}(\theta)$, $H_{S_{\sqsupset}}(\theta)$ e $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$, por exemplo, serão iguais, mas diferentes do diagrama principal devido às variações de espaçamento entre os elementos ativos.

O conjunto dos diagramas utilizados nas métricas é composto pelo principal $H_{PR}(\theta)$ e pelos secundários $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$, $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$ e $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$. As Figuras 34 e 35 apresentam os 4 diagramas, respectivamente, dos Arrays 01 e 10 (configurações de 32 elementos do Apêndice A). Em tais casos, os elementos são dados como pontuais.

Os modos secundários $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$ e $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$ não devem ser tomados como referência para indicar significados físicos, no entanto, os mesmos possuem características gráficas que podem se assemelhar com algumas informações do diagrama principal, como é possível perceber através dos 6 maiores lóbulos laterais do Array₀₁ em $H_{PR}(\theta)$, cuja sequência de picos pode ser observada nas duas funções secundárias citadas, nas quais também consta um acréscimo de outros picos laterais em decorrência da associação do Array₀₁ com seus espaçamentos redimensionados. Comparando-se $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$ com $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$, nota-se que o último possui magnitudes maiores em virtude dos módulos que evitam a anulação de uma parcela das exponenciais complexas. Em relação ao lóbulo principal, as mudanças apresentadas em $H_{S_{\bowtie}}(\theta)$ e $H_{S_{\boxtimes}}(\theta)$ são muito específicas para cada configuração e podem resultar em traços bem deformados que não indicam significado físico.

Quanto ao diagrama $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$, nota-se que há uma grande semelhança com $H_{PR}(\theta)$ em virtude do menor impacto de mudança proporcionado pelo *pitch* variável. Comparando-se com o diagrama principal, em $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$ surgem formas bem semelhantes com lóbulos de espaçamento, sendo estes ausentes em $H_{PR}(\theta)$. Em compensação, os altos lóbulos laterais em $H_{S_{\updownarrow\boxtimes}}(\theta)$ são um pouco menores do que em $H_{PR}(\theta)$. A última mudança mencionada, apesar de não ser grande, é suficiente para manter-se a preferência pela utilização de $H_{PR}(\theta)$ na maior parcela de métricas que compõem uma das funções objetivo propostas nos resultados deste trabalho.

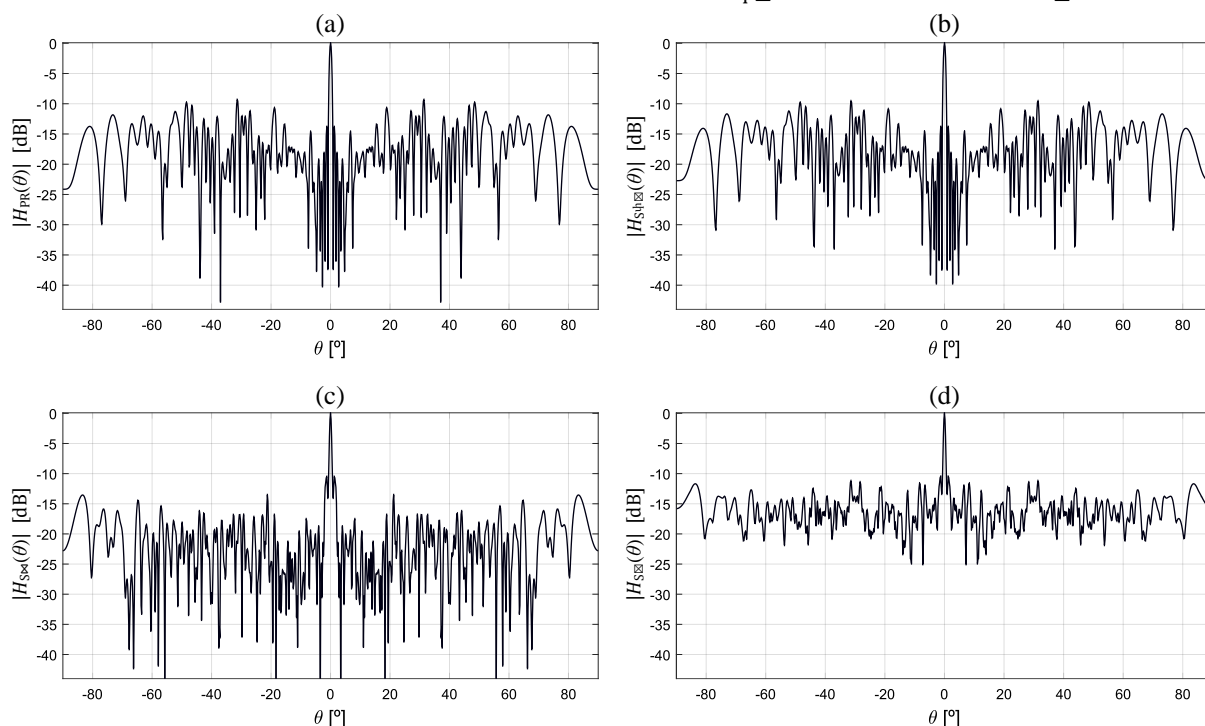
Figura 34 – Diagramas do Array₀₁: (a) $H_{PR}(\theta)$; (b) $H_{S\psi\boxtimes}(\theta)$; (c) $H_{S\boxtimes}(\theta)$; (d) $H_{S\boxtimes}(\theta)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em comparação com o Array₀₁, nota-se que as semelhanças entre $H_{PR}(\theta)$ e $H_{S\psi\boxtimes}(\theta)$ são maiores para o Array₁₀ (Figura 35), pois neste os maiores espaçamentos são em média menores, além de que, as possíveis formas redimensionadas do Array₁₀ não revelam picos tão altos nos lóbulos laterais.

Figura 35 – Diagramas do Array₁₀: (a) $H_{PR}(\theta)$; (b) $H_{S\psi\boxtimes}(\theta)$; (c) $H_{S\boxtimes}(\theta)$; (d) $H_{S\boxtimes}(\theta)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS

Um projeto de *arrays* esparsos geralmente envolve um número extremamente grande de possibilidades. Se o projeto de *arrays* lineares depender de uma pequena codificação de 7 amostras com 4 valores possíveis e de outras 7 amostras com 5 valores possíveis, o número de possibilidades alcança 1 bilhão e 280 milhões ($4^7 5^7$), ou 640 milhões ($4^7 5^7 2^{-1}$) se as configurações espelhadas não forem contabilizadas. No caso da proposta deste trabalho, o projeto envolve uma explosão combinatória relacionada a uma codificação de 30 elementos: pelo menos 15 possuem 5 valores possíveis, enquanto os outros 15 variam de 4 a 5 valores possíveis. Neste caso, e desconsiderando as configurações espelhadas, o número altíssimo de possibilidades é maior do que $1,6384 \times 10^{19}$ ($4^{15} 5^{15} 2^{-1}$). Se cada configuração demandasse apenas 2 milésimos de segundo para ser avaliada, o tempo total para processar todas seria superior a 1 bilhão de anos. Logo, isso já indica a importância de se recorrer a métodos heurísticos ou metaheurísticos para encontrar soluções de ótima qualidade em curtos intervalos de tempo: tratam-se de ótimos locais, pois, em condições como as citadas, é praticamente impossível encontrar a solução ótima global, a não ser que, sejam descobertas sequências lógicas capazes de indicar a melhor solução dentro de um cenário de restrições, o que poderia dispensar a recorrência aos métodos de busca.

As heurísticas são técnicas de otimização com grande potencial de se encontrar soluções desejáveis no âmbito de problemas complexos, e em intervalos de tempo computacional relativamente rápidos. As metaheurísticas, por sua vez, são similares às heurísticas, e consistem em métodos mais complexos que envolvem inspirações e critérios específicos, sendo comumente compostas por heurísticas em suas estruturas de programação.

Para as buscas de *arrays*, são propostas neste trabalho as aplicações de técnicas relacionadas aos seguintes algoritmos: *Steepest Descent Heuristic* (SDH), *Whale Optimization Algorithm* (WOA) e *Arithmetic Optimization Algorithm* (AOA). Nesta seção, os métodos de busca são apresentados na sua forma original, enquanto há, nos resultados, variações e estruturas de algoritmos que são próprias deste trabalho.

4.2.1 STEEPEST DESCENT HEURISTIC

A técnica *Steepest Descent Heuristic* (também conhecida como busca local de melhor progresso) é uma heurística de busca através de vizinhança, cuja estrutura deve ser definida de acordo com alguma estratégia adotada. Tal estrutura está relacionada à forma de identificação das soluções que são consideradas vizinhas da solução corrente. No início do processo, a solução inicial corresponde à solução corrente, a qual, então, assume a melhor solução vizinha.

O término do processo, por sua vez, ocorre quando nenhuma solução vizinha é melhor do que a solução corrente.

Outra maneira de definir essa heurística consiste em considerar um problema de otimização combinatória ou global definido por: $\min f(\chi)$, sujeito a $\chi \in \mathbb{F}$, onde $f(\chi)$ é a função objetivo a ser minimizada e \mathbb{F} o conjunto de soluções factíveis. Em SDH, é estabelecida uma solução inicial χ , e então é encontrada uma direção de descida mais íngreme de χ dentro de uma vizinhança $N(\chi)$, de modo a atualizar a solução corrente para o mínimo de $f(\chi)$ dentro dessa vizinhança. Se não houver direção de descida, o processo heurístico termina, e caso contrário, o processo continua (HANSEN; MLADENOVIC, 2003).

4.2.2 WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM

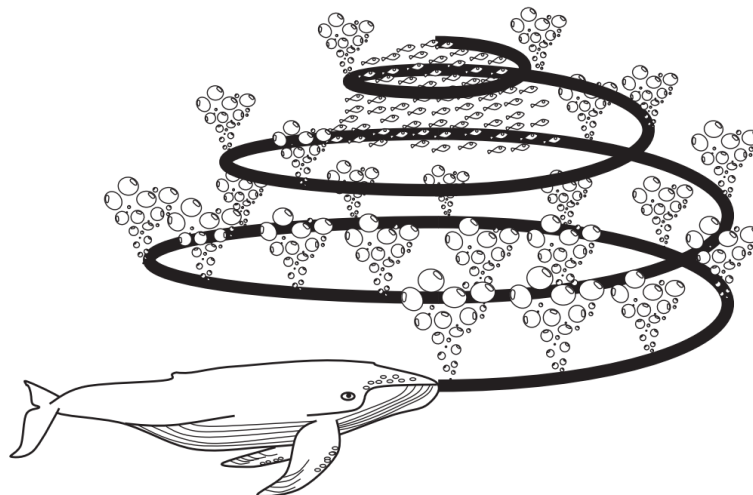
A técnica *Whale Optimization Algorithm* (Algoritmo de Otimização de Baleias) é uma metaheurística inspirada na natureza, a qual simula o comportamento de caça das baleias jubarte. O método inclui três etapas principais de caça: procurar, cercar e atacar a presa. Sua inspiração, por sua vez, é baseada na estratégia de alimentação por rede de bolhas: essa tática de caça cooperativa ocorre dentro de um grupo de baleias e se constitui em um conjunto de comportamentos complexos e altamente sincronizados que envolvem comunicação e cooperação, o que demonstra sinais de alta inteligência e interação populacional (MIRJALILI; LEWIS, 2016).

De acordo com Hof e Van Der Gucht (2007), as baleias possuem células comuns em certas áreas de seus cérebros semelhantes às do homem, chamadas células fusiformes, as quais são responsáveis por julgamentos, emoções e comportamentos sociais, e além disso, as baleias têm cerca do dobro dessas células em relação aos humanos adultos. Nesse sentido, pode-se acreditar que as baleias conseguem pensar, aprender, julgar, se comunicar e até se emocionar. Ressalta-se, também, o comportamento social de algumas espécies de baleia (como as orcas), que podem viver em família durante todo o seu período de vida.

As baleias jubarte (*Megaptera novaeangliae*) são espécies de grande porte, e em especial, são muito eficientes e interativas. No método especial de caça, as baleias criam suas próprias redes para caçar cardumes de *krill* ou pequenos peixes perto da superfície. Este comportamento de busca é chamado de método de alimentação por rede de bolhas (WATKINS; SCHEVILL, 1979). Nessa estratégia, as baleias mergulham nas profundezas dos cardumes e usam bolhas para atordoar e prender peixes e crustáceos mais perto da superfície. Geralmente, há uma baleia líder, a qual é responsável por soprar as bolhas e por ser seguida pelo resto do grupo, cujos

membros cercarão os cardumes e os acompanharão até a superfície, nadando em padrões espirais para mantê-los encurralados e mantendo a boca aberta para engoli-los.

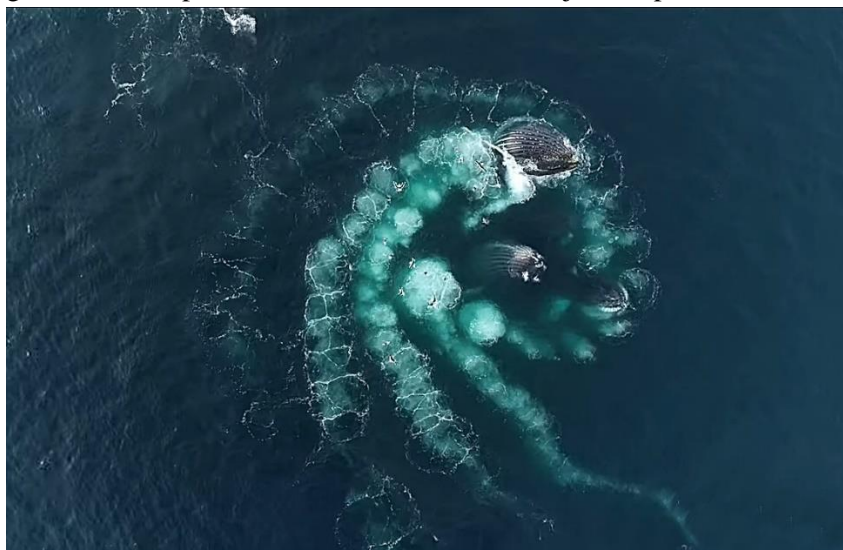
Figura 36 – Esquema de uma baleia jubarte produzindo rede de bolhas em espiral.



Fonte: Mirjalili e Lewis (2016).

As baleias caçam criando bolhas distintas ao longo de um caminho circular (Figura 36) ou em forma de “9”, enquanto circundam a presa. Esse comportamento foi investigado por Goldbogen *et al* (2013), que, utilizando sensores específicos, capturaram 300 eventos de alimentação por rede de bolhas de 9 baleias jubarte individuais, encontrando duas manobras associadas à bolha, as quais chamaram de “espirais para cima” e “*loops* duplos”. Com a ajuda dessas manobras especiais, as baleias jubarte podem mergulhar cerca de 10 a 15 metros para baixo e então começam a criar bolhas em forma de espiral ao redor da presa, nadam em direção à superfície (Figura 37) para, então, cercar a presa com suas nadadeiras, mantendo-a contida e evitando que escape.

Figura 37 – Comportamento alimentar de baleias jubarte por rede de bolhas.



Fonte: Sidey (2020).

Semelhante a outros algoritmos baseados em população, o método WOA utiliza um conjunto de soluções candidatas aleatórias (população) e adota três regras para atualizar e melhorar a posição das soluções candidatas em cada etapa: cerco à presa; atualização da posição da rede de bolhas em espiral; e busca por uma presa. Dessa forma, a manobra de alimentação da rede de bolhas em espiral pode ser modelada matematicamente para realizar a otimização de determinado problema (BOZORGI; YAZDANI, 2019).

CERCO À PRESA

As baleias jubarte podem reconhecer a localização das presas e cercá-las. Uma vez que o posicionamento ideal no espaço de busca não é conhecido preliminarmente, o algoritmo WOA assume que a presa-alvo é a melhor solução candidata ou a mais próxima do ideal, atualizando sua posição em relação ao melhor agente de busca com o número crescente de iterações do início até um número máximo. Depois que o melhor agente de busca for definido, os outros agentes tentarão, portanto, atualizar suas posições em relação a este. Após se ter a primeira posição (solução inicial) a qual é de origem aleatória, deve-se aplicar as seguintes equações para representar o comportamento do cerco à presa:

$$\mathbf{D}_{\text{WOA}} = |\mathbf{C}_{\text{WOA}} \cdot \mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) - \mathbf{S}(t)|, \quad (49)$$

$$\mathbf{S}(t + 1) = \mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) - \mathbf{A}_{\text{WOA}} \cdot \mathbf{D}_{\text{WOA}}, \quad (50)$$

onde: t indica a iteração atual; $\mathbf{S}(t)$ é o vetor posição atual; $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ é o vetor posição da incumbente atual (melhor solução obtida até o dado momento); $\mathbf{S}(t + 1)$ é o vetor posição da solução sucessora a ser atualizada de acordo com as equações descritas em (49) e (50); e o ponto “ \cdot ” indica a multiplicação elemento por elemento dos vetores (denotados em negrito). Os vetores \mathbf{D}_{WOA} , \mathbf{A}_{WOA} e \mathbf{C}_{WOA} são coeficientes próprios do WOA e são atualizados a cada iteração, sendo os dois últimos obtidos da seguinte maneira:

$$\mathbf{A}_{\text{WOA}} = [\mathbf{C}_{\text{WOA}} - \bar{\mathbf{1}}]a(t), \quad (51)$$

$$\mathbf{C}_{\text{WOA}} = 2\mathbf{r}(t), \quad (52)$$

onde: $a(t)$ é reduzido linearmente de 2 para 0 ao longo das iterações (nas fases de diversificação e intensificação); $\mathbf{r}(t)$ é um vetor aleatório cujos elementos pertencem ao intervalo $[0; 1]$; e $\bar{\mathbf{1}}$ é o vetor de valores unitários, cuja dimensão é a mesma dos outros vetores.

Vale ressaltar que, os parâmetros de posição \mathbf{S} estão relacionados a um tipo de codificação do algoritmo e, dependendo do tipo de problema, os valores da codificação devem ser arredondados, como normalmente acontece no caso de um projeto de *arrays* esparsos.

MÉTODO DE ATAQUE POR REDE DE BOLHAS

As baleias jubarte também atacam a presa com a estratégia da rede de bolhas. Para modelar matematicamente tal comportamento, duas abordagens são projetadas: a escolha do mecanismo de encolhimento envolvente, e a posição de atualização da espiral.

A escolha do mecanismo de encolhimento ocorre por meio do parâmetro $a(t)$, cujo valor é reduzido de 2 para 0 ao longo das iterações. Analisando o vetor \mathbf{A}_{WOA} , verifica-se que seus valores são aleatórios de modo a pertencer ao intervalo $[-a; a]$, fazendo com que \mathbf{A}_{WOA} varie cada vez menos e com magnitudes cada vez menores.

Em relação à espiral, a distância entre a baleia (representada por $\mathbf{S}(t)$) e a presa ($\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$) é dada por $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}}$:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}} = |\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) - \mathbf{S}(t)|. \quad (53)$$

Através de $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}}$ e de uma função com forma de espiral, pode-se representar o movimento em forma de hélice das baleias jubarte, de modo que:

$$\mathbf{S}(t + 1) = \mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) + \tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}} e^{bl} \cos(2\pi l), \quad (54)$$

onde b é uma constante responsável por definir a forma da espiral logarítmica, e l um número aleatório do intervalo $[-1; 1]$.

É importante observar que as baleias jubarte nadam ao redor da presa dentro de um círculo que diminui, e ao longo de um caminho em forma de espiral, simultaneamente. Assim, para modelar este comportamento simultâneo, assume-se que há uma probabilidade de 50% de se escolher entre o mecanismo de encolhimento ou o modelo espiral para atualizar a posição das baleias durante a otimização. O modelo matemático é descrito da seguinte forma:

$$\mathbf{S}(t + 1) = \begin{cases} \mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) - \mathbf{A}_{\text{WOA}} \cdot \mathbf{D}_{\text{WOA}} & p < 0,5 \\ \mathbf{S}_{\text{Icb}}(t) + \tilde{\mathbf{D}}_{\text{WOA}} e^{bl} \cos(2\pi l) & p \geq 0,5, \end{cases} \quad (55)$$

onde p é um número do intervalo $[0; 1]$, sendo gerado aleatoriamente a cada iteração e para cada agente de busca.

BUSCA POR PRESAS

Além do método da rede de bolhas, as baleias jubarte procuram aleatoriamente por presas. Essa procura é muito semelhante ao cerco à presa. Sendo assim, a mesma abordagem baseada na variação do vetor \mathbf{A}_{WOA} pode ser utilizada para a busca de presas (fase de exploração). As baleias jubarte procuram aleatoriamente de acordo com a posição umas das outras. Quando a variável \mathbf{A}_{WOA} está sujeita a assumir valores (aleatórios) maiores que 1 ou menores que -1 , \mathbf{A}_{WOA} pode ser utilizada para forçar os agentes de busca a se afastarem de uma baleia de

referência. Em vez de se adotar $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ na busca por uma presa, uma solução candidata $\mathbf{S}_{\text{Icrand}}(t)$ é selecionada aleatoriamente (BOZORGI; YAZDANI, 2019). O modelo matemático correspondente está de acordo com as seguintes equações:

$$\delta_{\text{WOA}} = |\mathbf{C}_{\text{WOA}} \cdot \mathbf{S}_{\text{Icrand}}(t) - \mathbf{S}(t)|, \quad (56)$$

$$\mathbf{S}(t + 1) = \mathbf{S}_{\text{Icrand}}(t) - \mathbf{A}_{\text{WOA}} \cdot \delta_{\text{WOA}}, \quad \text{para } |\mathbf{A}_{\text{WOA}}| > 1, \quad (57)$$

onde $\mathbf{S}_{\text{Icrand}}(t)$ é um vetor de posição aleatória (associada a uma baleia aleatória).

O algoritmo WOA começa com um conjunto de soluções aleatórias. A cada iteração, os agentes de pesquisa atualizam suas posições com relação a um agente de pesquisa escolhido aleatoriamente ou à melhor solução obtida até o momento. O parâmetro $a(t)$ é reduzido de 2 para 0 a fim de fornecer exploração e exploração, respectivamente. O pseudocódigo do algoritmo WOA é apresentado na Figura 38.

Figura 38 – Pseudocódigo do algoritmo WOA.

```

Inicializar a população de baleias  $\mathbf{S}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )
Calcular a pontuação (fitness) de cada agente de busca  $\mathbf{S}_i$ 
 $\mathbf{S}_{\text{Icb}}$  (solução incumbente) assume a melhor solução  $\mathbf{S}_i$ 
while ( $t <$  número máximo de iterações)
    Atualizar  $a(t)$ 
    for cada agente de busca
        Atualizar  $\mathbf{A}_{\text{WOA}}$ ,  $\mathbf{C}_{\text{WOA}}$ ,  $l$  e  $p$ 
        if1 ( $p < 0,5$ )
            if2 ( $|\mathbf{A}_{\text{WOA}}| \leq 1$ )
                Atualizar a posição do agente de busca pela equação descrita em (50)
            else if2 ( $|\mathbf{A}_{\text{WOA}}| > 1$ )
                Selecionar um agente de busca aleatório  $\mathbf{S}_{\text{Icrand}}(t)$ 
                Atualizar a posição do agente de busca pela equação descrita em (57)
            end if2
        else if1 ( $p \geq 0,5$ )
            Atualizar a posição do agente de busca pela equação descrita em (54)
        end if1
    end for
    Corrigir os agentes inactivos (fora do espaço de busca), tornando-os factíveis
    Calcular a pontuação (fitness) de cada agente de busca
    Atualizar a incumbente  $\mathbf{S}_{\text{Icb}}$  se existir uma solução melhor
     $t$  assume  $t + 1$ 
end while
Apresentar a incumbente  $\mathbf{S}_{\text{Icb}}$ 

```

Fonte: Adaptado de Mirjalili e Lewis (2016).

Kaur e Arora (2018) comentam que, estudos provam que o algoritmo WOA é capaz de mostrar resultados muito competitivos em comparação com outras metaheurísticas na resolução de vários problemas do mundo real, como dimensionamento ideal de recursos renováveis para

redução de perdas em sistemas de distribuição, seleção de recursos, otimização de dimensionamento para estruturas esqueléticas e agrupamento de dados, embora observam que, semelhante a outras metaheurísticas, o WOA tem como principal problema a lentidão na velocidade de convergência e apresentaram a Teoria do Caos para o WOA como uma alternativa para melhorar seu desempenho, através do ajuste de parâmetros críticos.

Contudo, do ponto de vista teórico, o WOA pode ser considerado um otimizador global porque inclui a capacidade de exploração e exploração nas fases de procura, cerco e ataque às presas. O mecanismo proposto teve seu desempenho testado por Mirjalili e Lewis (2016) através de um estudo feito em 29 funções otimizadas de *benchmark* e cerca de 6 problemas de projeto estrutural. Os resultados indicam a eficácia do WOA em comparação com outras metaheurísticas de última geração inspirados na natureza.

4.2.3 ARITHMETIC OPTIMIZATION ALGORITHM

O método *Arithmetic Optimization Algorithm* (Algoritmo de Otimização Aritmética), proposto por Abualigah *et al* (2021), é uma metaheurística que se baseia no comportamento de distribuição dos operadores aritméticos de multiplicação, divisão, subtração e adição. Embora se trate, teoricamente, de um método baseado em populações, o mesmo não está associado a comportamentos sociais de humanos ou animais, e sim, ao comportamento de funções desenvolvidas para o método, o qual também consiste nos processos de diversificação (exploração) e intensificação (exploração/aproveitamento).

Em AOA, o processo é iniciado com um conjunto de soluções (denotadas por **S**) geradas aleatoriamente. A seleção do processo de busca de exploração ou exploração depende da função *Math Optimizer Accelerated* (MOA), que resulta no coeficiente denotado por $MOA(t)$ e obtido por meio da seguinte equação:

$$MOA(t) = \min_{MOA} + t \frac{\max_{MOA} - \min_{MOA}}{IT_{AOA}}, \quad (58)$$

onde t é a t -ésima iteração, IT_{AOA} o número máximo de iterações, e \min_{MOA} e \max_{MOA} os valores mínimo e máximo da função MOA, respectivamente. Os parâmetros \min_{MOA} e \max_{MOA} adotados originalmente correspondem aos valores de 0,2 e 0,9, respectivamente.

Outra função do método AOA se trata do chamado *Math Optimizer Probability* (MOP), que resulta no coeficiente $MOP(t)$:

$$MOP(t) = 1 - \left(\frac{t}{IT_{AOA}} \right)^{1/\alpha_{MOP}}, \quad (59)$$

onde α_{MOP} é um parâmetro de sensibilidade que define a precisão de exploração das iterações, sendo α_{MOP} igual a 5 para o método original (ABUALIGAH *et al.*, 2021).

Em cada iteração, todas as soluções \mathbf{S} modificam-se por meio dos processos de diversificação e intensificação, e a melhor solução \mathbf{S}_{Icb} (incumbente) obtida até o dado momento é atualizada. Quando o processo é de diversificação, os operadores utilizados são os de divisão e multiplicação, sendo apenas um dos dois o responsável por modificar determinada amostra de uma solução \mathbf{S} . Da mesma forma para o processo de intensificação, onde os operadores aplicados são os de subtração e adição.

Figura 39 – Pseudocódigo do algoritmo AOA.

```

Inicializar os parâmetros  $\alpha_{MOP}$  e  $\mu_{AOA}$ 
Inicializar o conjunto de soluções  $\mathbf{S}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) geradas aleatoriamente
while ( $t < IT_{AOA}$ )
    Calcular a pontuação (fitness) de cada solução  $\mathbf{S}_i$ 
     $\mathbf{S}_{Icb}$  (solução incumbente) assume a melhor solução apresentada até o dado momento
    Atualizar o valor de  $MOA(t)$  através da equação descrita em (58)
    Atualizar o valor de  $MOP(t)$  através da equação descrita em (59)
    for1 cada solução  $\mathbf{S}_i$ 
        for2 cada amostra  $j$  da solução  $\mathbf{S}_i$ 
            Gerar valores aleatórios no intervalo  $[0; 1]$  para  $r_{1AOA}$ ,  $r_{2AOA}$  e  $r_{3AOA}$ 
            if1 ( $r_{1AOA} > MOA(t)$ )
                PROCESSO DE DIVERSIFICAÇÃO (EXPLORAÇÃO)
                if2 ( $r_{2AOA} > 0,5$ )
                    Aplicar o operador aritmético de Divisão ( $\div$ ),
                    atualizando a amostra  $j$  da solução  $\mathbf{S}_i$  através da equação descrita em (60)
                else if2 ( $r_{2AOA} \leq 0,5$ )
                    Aplicar o operador aritmético de Multiplicação ( $\times$ ),
                    atualizando a amostra  $j$  da solução  $\mathbf{S}_i$  através da equação descrita em (61)
                end if2
            else if1 ( $r_{1AOA} \leq MOA(t)$ )
                PROCESSO DE INTENSIFICAÇÃO (EXPLORAÇÃO / APROVEITAMENTO)
                if3 ( $r_{3AOA} > 0,5$ )
                    Aplicar o operador aritmético de Subtração ( $-$ ),
                    atualizando a amostra  $j$  da solução  $\mathbf{S}_i$  através da equação descrita em (62)
                else if3 ( $r_{3AOA} \leq 0,5$ )
                    Aplicar o operador aritmético de Adição ( $+$ ),
                    atualizando a amostra  $j$  da solução  $\mathbf{S}_i$  através da equação descrita em (63)
                end if3
            end if1
        end for2
    end for1
     $t$  assume  $t + 1$ 
end while
Apresentar a incumbente  $\mathbf{S}_{Icb}$ 

```

Para cada amostra (denotada por j) de uma solução, geram-se valores aleatórios no intervalo $[0; 1]$ para r_{1AOA} , r_{2AOA} e r_{3AOA} . Se r_{1AOA} for maior do que o coeficiente $MOA(t)$, o processo será de diversificação, com a utilização do operador de divisão se r_{2AOA} for maior do que 0,5 ou do operador de multiplicação no caso contrário. Se r_{1AOA} for menor ou igual a $MOA(t)$, o processo consiste na intensificação, com a aplicação da subtração se r_{3AOA} for maior do que 0,5 ou da adição no caso oposto. Tais condições são detalhadas no pseudocódigo da Figura 39. As alterações das amostras, por sua vez, são realizadas de acordo com as seguintes equações (ABUALIGAH *et al*, 2021):

$$\mathbf{S}_j \begin{pmatrix} r_{1AOA} > MOA(t) \\ r_{2AOA} > 0,5 \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{S}_{Icbj}(t)}{[MOP(t) + \epsilon_{AOA}] \times [\mathbf{S}_{j-1} + (\mathbf{S}_{j+1} - \mathbf{S}_{j-1}) \times \mu_{AOA}]}, \quad (60)$$

$$\mathbf{S}_j \begin{pmatrix} r_{1AOA} > MOA(t) \\ r_{2AOA} \leq 0,5 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{Icbj}(t) \times \{MOP(t) \times [\mathbf{S}_{j-1} + (\mathbf{S}_{j+1} - \mathbf{S}_{j-1}) \times \mu_{AOA}]\}, \quad (61)$$

$$\mathbf{S}_j \begin{pmatrix} r_{1AOA} \leq MOA(t) \\ r_{3AOA} > 0,5 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{Icbj}(t) - \{MOP(t) \times [\mathbf{S}_{j-1} + (\mathbf{S}_{j+1} - \mathbf{S}_{j-1}) \times \mu_{AOA}]\}, \quad (62)$$

$$\mathbf{S}_j \begin{pmatrix} r_{1AOA} \leq MOA(t) \\ r_{3AOA} \leq 0,5 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{Icbj}(t) + \{MOP(t) \times [\mathbf{S}_{j-1} + (\mathbf{S}_{j+1} - \mathbf{S}_{j-1}) \times \mu_{AOA}]\}, \quad (63)$$

onde: o subscrito j indica a j -ésima amostra de uma solução \mathbf{S} ; ϵ_{AOA} é um número inteiro pequeno a ser selecionado arbitrariamente; e μ_{AOA} é um parâmetro de controle que ajusta o processo de busca, sendo igual a 0,5 o valor adotado no método original.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As duas primeiras partes dos resultados consistem no desenvolvimento de duas funções objetivo que indicam melhor classificação numérica quanto menor a pontuação, sendo a primeira função referente às imagens (f_{IM}) e a segunda aos diagramas (f_{HD}). A terceira parte está relacionada às buscas de *arrays* esparsos que envolvem a aplicação da heurística SDH (*Steepest Descent Heuristic*) e das metaheurísticas WOA (*Whale Optimization Algorithm*) e AOA (*Arithmetic Optimization Algorithm*), as quais são brevemente comparadas quanto à eficiência na obtenção de *arrays* esparsos que possuem grandes chances de gerar imagens com artefatos pouco concentrados, e de intensidade relativamente baixa.

Os algoritmos devem realizar a busca de *arrays* classificados numericamente por uma das funções objetivo propostas neste trabalho, a qual é composta por diversas métricas referentes aos diagramas, cada uma intensificada por determinado peso. Para as buscas, a preferência da utilização dos diagramas em vez das imagens é devido ao tempo de processamento muito menor para se analisar cada configuração de *array*: sob as condições computacionais para a realização desses estudos, um conjunto de diagramas leva aproximadamente 8 décimos de segundo para ser analisado, enquanto o processamento de apenas uma imagem por PSF com refletor único consome em torno de 20 segundos, cujo tempo é 25 vezes maior.

Inicialmente, procurou-se fixar uma classificação entre determinadas configurações de *array*, as quais foram escolhidas arbitrariamente. A ideia consistiu em tomar essa classificação como a maior referência para desenvolver uma função objetivo que não dependesse de imagens, e sim apenas de métricas relacionadas a diagramas. A classificação de referência foi obtida através de imagens por PSF, e então comparada com outra obtida por meio de dados experimentais fornecidos pelo Consejo Superior de Investigaciones Científicas – CSIC: tratam-se de dois conjuntos de dados, um referente a um bloco de alumínio, e outro a um *phantom* (Dansk Fantom Service, modelo 525). Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros relacionados a *arrays* e imagens por PSF e por dados experimentais.

Tabela 2 – Parâmetros iniciais das configurações de *arrays* e de imagens.

PARÂMETROS	PSFS	BLOCO DE ALUMÍNIO	PHANTOM
Número total de elementos (N)	¹ 125	128	128
Número de elementos ativos (M)	32	32	32
Frequência de operação (f_c)	5 MHz	5 MHz	3,5 MHz
Frequência de amostragem (f_s)	40 amostras/ μ s	40 amostras/ μ s	35 amostras/ μ s
Velocidade de propagação (c)	6300 m/s	6300 m/s	1540 m/s
Comprimento do <i>array</i> ($62\lambda + L$)	~ 78 mm	~ 78 mm	~ 27 mm
Dimensão da amostra espacial	$0,315^2$ mm ²	$0,1575^2$ mm ²	$0,220^2$ mm ²
Amostras espaciais por $\lambda/2$	2	4	1
Valor inferior da faixa dinâmica	$20 \log_{10}(1/M^2)$	$20 \log_{10}(1/M^{1,5})$	$20 \log_{10}(1/M^{1,2})$

Fonte: Elaborada pelo autor.

¹ Na eliminação periódica de $\frac{3}{4}$ dos elementos ativos, o *array* com $N = 128$ perde parte do comprimento que corresponde aos últimos 3 elementos eliminados. Considerando a preservação do comprimento dos *arrays* esparsos de 32 elementos, o *array* completo correspondente teria 125 elementos ativos em vez de 128.

Vale ressaltar que, embora o valor inferior padrão da faixa dinâmica no método TFM seja de $20 \log_{10}(1/M^2)$, optou-se por utilizar $20 \log_{10}(1/M^{1,5})$ e $20 \log_{10}(1/M^{1,2})$ para a visualização das imagens por dados experimentais, de modo a melhor visualizar os refletores experimentais sem comprometer a comparação visual de artefatos gerados por diferentes configurações de *array*. A resolução da imagem, por sua vez, é basicamente determinada pela quantidade de amostras espaciais por $\lambda/2$, a qual deve corresponder preferencialmente a um número inteiro para melhor atender à restrição do *grid* de $\lambda/2$ e às posições possíveis de cada elemento do *array*.

As pontuações por imagens foram obtidas para 18 configurações (numeradas de 00 a 17, e apresentadas no Apêndice A), sendo a maior parte previamente encontrada em algoritmos de busca com a função objetivo dos diagramas em fase de desenvolvimento (Arrays 02 a 17). São apresentadas a seguir as codificações, cada uma associada a determinada configuração de *array*:

```

Array00 [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
Array01 [0 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 1 -2 0]
Array02 [0 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 1 -2 -2 -2 -2 1 -2 -2 0 -2 -2 -2 -2 -2 -2 0]
Array03 [0 -1 -1 2 -1 -2 -2 0 0 2 2 -1 -2 -1 2 -1 1 -2 1 2 1 -2 -2 0 0 2 2 1 -2 1 1 0]
Array04 [0 2 1 -2 0 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 0 -2 1 -1 2 0 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 0 2 -1 -2 0]
Array05 [0 2 -1 -2 -1 -2 -1 0 -2 1 0 -2 1 1 0 2 2 0 1 1 -2 0 1 -2 0 -1 -2 -1 -2 -1 2 0]
Array06 [0 -2 -1 1 -2 -1 -2 2 1 -2 -2 -2 0 1 -2 0 0 -2 1 0 -2 -2 -2 1 1 -2 -1 -2 1 -1 -2 0]
Array07 [0 0 -1 -2 -1 1 -1 0 -1 -1 -1 1 -2 1 1 -2 -2 1 1 -2 1 -1 -1 -1 0 -1 1 -1 -2 -1 0 0]
Array08 [0 1 -2 2 1 2 -1 2 1 -2 -1 1 1 -2 0 -1 -1 0 -2 2 1 -1 -2 1 2 -1 2 1 1 -2 2 0]
Array09 [0 1 0 2 -1 -1 1 -2 -1 1 -2 1 0 2 -1 1 1 -1 2 0 1 -2 1 -1 -2 1 -1 -1 2 0 1 0]
Array10 [0 -1 -2 -1 2 -1 -2 2 0 0 1 -2 1 2 1 -1 1 -1 0 -2 0 1 -1 -1 -2 -1 -1 -1 -2 -1 -1 0]
Array11 [0 -1 -2 -2 -2 1 -2 -1 -1 -1 1 1 1 -2 -1 2 0 -2 -1 -2 1 -2 -1 0 -2 -2 0 -2 -1 1 -2 0]
Array12 [0 0 1 1 1 -2 2 -1 -2 -1 2 0 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 0 2 -1 -2 -1 1 -2 2 1 1 0 0]
Array13 [0 0 -1 -2 1 -1 -2 0 -1 -1 1 -2 0 1 -2 2 1 0 -2 1 -2 -2 -2 2 1 -2 1 1 -2 -1 -2 0]
Array14 [0 -1 0 0 0 0 -1 -1 0 2 1 -2 1 -1 -1 -2 -1 -2 -2 -1 -1 -2 -2 -2 1 -1 0 -2 0 1 -1 0]
Array15 [0 0 -1 -2 1 2 1 2 -1 -2 -1 -1 -2 -1 -1 -1 -1 0 -2 -2 0 0 1 -1 2 2 1 -1 1 -2 1 0]
Array16 [0 -2 1 -1 0 2 1 1 1 2 2 1 1 -1 0 0 0 0 -1 1 1 2 2 1 1 1 2 0 -1 1 -2 0]
Array17 [0 -1 1 1 0 -1 0 2 1 0 1 0 1 -2 0 -1 -1 0 -2 2 0 1 0 1 2 0 -1 0 1 1 -1 0]

```

Nas buscas prévias de configurações, foram programados alguns critérios acerca da simetria da codificação de um *array* e da distribuição dos elementos correspondentes, embora apenas a distribuição represente um *array* fisicamente. Para cada *array*, geralmente, pelo menos um dos atributos citados é assimétrico (codificação ou distribuição). Na Tabela 3 consta essa informação para os 18 *arrays*, e que pode ser verificada no Apêndice A e na codificação apresentada. Devido à restrição de não poder haver, na codificação, a sequência 2 e -2, determinadas codificações programadas para serem simétricas deixam de ser, como é o caso dos Arrays 06 e 08, cujas codificações são quase simétricas.

Tabela 3 – Propriedades de simetria e modos de obtenção das configurações de *array*.

CONFIGURAÇÃO	CODIFICAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO	MODO DE OBTENÇÃO
Array ₀₀	Simétrica	Simétrica	Manual
Array ₀₁	Quase simétrica	Quase simétrica	Manual
Array ₀₂	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e pessimizado com WOA
Array ₀₃	Assimétrica	Simétrica	Aleatório e pessimizado com SDH
Array ₀₄	Assimétrica	Simétrica	Aleatório e pessimizado com SDH
Array ₀₅	Simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH
Array ₀₆	Quase simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH
Array ₀₇	Simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH
Array ₀₈	Quase simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH
Array ₀₉	Simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH
Array ₁₀	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA
Array ₁₁	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA
Array ₁₂	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA
Array ₁₃	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA
Array ₁₄	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA
Array ₁₅	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com AOA
Array ₁₆	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com AOA
Array ₁₇	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com AOA

Fonte: Elaborada pelo autor.

O processo de busca das configurações que envolvem aleatoriedade parte de codificações obtidas aleatoriamente, a partir das quais são feitas as buscas através de alguma heurística ou metaheurística. No caso das metaheurísticas WOA e AOA, não foram envolvidas manipulações para a busca de configurações simétricas em algum atributo (codificação ou distribuição). Quanto à heurística SDH, a vizinhança foi majoritariamente desenvolvida com base em trechos da codificação corrente que correspondem à metade dos elementos, para então gerar as configurações vizinhas com simetria em um dos atributos.

Em relação à qualidade dessas 16 configurações encontradas, as mesmas não devem ser tomadas como referência para avaliar os métodos de busca envolvidos, visto que a função f_{HD} utilizada nessas buscas ainda estava em fase de desenvolvimento, e, portanto, não é a mesma da que será apresentada posteriormente. Cada uma das configurações dos Arrays 05 a 17 foi indicada separadamente como a melhor de um grupo de *arrays* encontrados em determinado processo individual de busca, e em relação a três desses processos, foram escolhidos para fazer parte do estudo o pior de cada grupo (Arrays 02 a 04), em termos da f_{HD} utilizada.

5.1 CLASSIFICAÇÃO NUMÉRICA DE ARRAYS POR IMAGENS

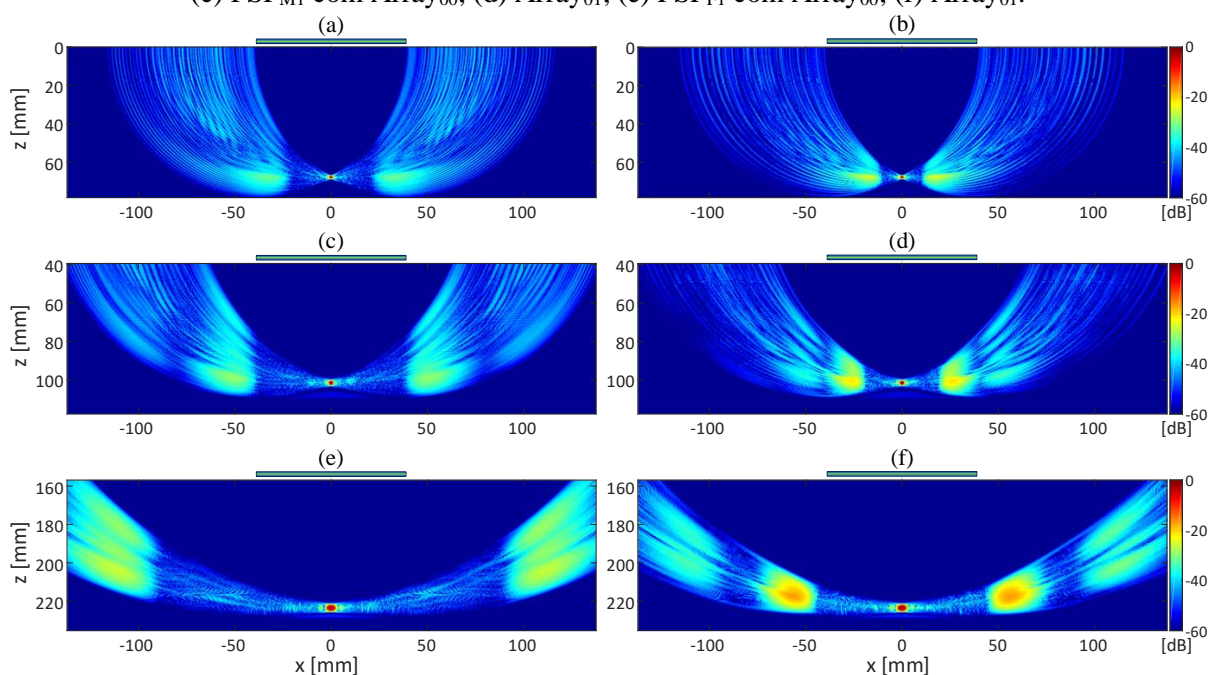
A classificação de *arrays* por imagens foi obtida por meio de uma metodologia de avaliação das intensidades dos artefatos, estando diretamente associada a uma função objetivo (f_{TFM}). Essa função foi aplicada a diversos cenários de imagem por PSF, cada um com uma parcela de contribuição para a pontuação final das configurações de *array*, chegando-se a outra função objetivo (f_{IM}), a qual resulta em uma determinada classificação.

Cada cenário de imagem por PSF é projetado em uma das três regiões de área igual: uma mais próxima ao *array* e denotada por PSF_N , cujo intervalo do eixo z é de 0 a 78 mm; a intermediária e denotada por PSF_M , cujo intervalo do eixo z é de 40 a 118 mm; e uma mais distante do *array* e denotada por PSF_F , cujo intervalo do eixo z é de 157 a 235 mm. Nas três regiões, o intervalo do eixo x é de -137 a 137 mm. Cada *array* esparsa do estudo possui um comprimento de $62\lambda + L$, é representado pela barra acima das imagens e está localizado no ponto 0 do eixo z , com seu centro localizado no ponto 0 do eixo x .

Como padrão adotado neste trabalho, as imagens são formadas pelo método TFM com a aplicação da transformada de Hilbert aos sinais, sendo estes agregados às partes imaginárias dos sinais originais v_{ij} correspondentes, resultando em \hat{v}_{ij} (35). Para a geração de cada PSF, os elementos foram excitados com um pulso v_{ij} contendo determinado número de ciclos de senoide com envoltória gaussiana, e desprovido de efeitos físicos como atenuação, difração, dispersão e ruídos. O número de ciclos, por sua vez, varia de acordo com cada cenário de PSF.

O $Array_{00}$, por ser esparsa e periódica com *pitch* de 2λ , apresenta em seu padrão de radiação altos picos nos lóbulos laterais e de espaçamento, o que resulta em artefatos de imagem grandes e intensos. Apesar de ser classificada como uma configuração indesejável, partiu-se da hipótese de que uma configuração como a do $Array_{01}$ poderia resultar em imagens piores, já que é “semi-periódica” com altos *pitches* de $7\lambda/2$ a cada dois elementos. Pela Figura 40 é possível observar, nos três cenários de refletor único, os grandes e intensos artefatos resultantes dessas configurações de *array*. Tais cenários, denotados por PSF_{N1} , PSF_{M1} , e PSF_{F1} , estão incluídos na proposta do estudo que determina uma classificação por imagens, e seus refletores se localizam, respectivamente, em $(x, z) = (0, 68)$, $(0, 101)$ e $(0, 223)$ mm.

Figura 40 – Cenários de refletor único: (a) PSF_{N1} com $Array_{00}$; (b) $Array_{01}$; (c) PSF_{M1} com $Array_{00}$; (d) $Array_{01}$; (e) PSF_{F1} com $Array_{00}$; (f) $Array_{01}$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os artefatos formados pelo Array₀₀, apesar de maiores, são menos intensos quando comparados aos que provêm do Array₀₁, como é possível observar na Figura 40. Além disso, os artefatos mais intensos do Array₀₁ tendem estar mais próximos ao refletor, o que é mais indesejável devido ao maior comprometimento da visualização de defeitos ou obstáculos no caso de imagens experimentais. A comparação geral entre as estruturas dos artefatos mais intensos, assim como suas localizações, permite associar as imagens com os padrões de radiação (presentes no Apêndice B): no caso do Array₀₀, as maiores magnitudes se concentram nos lóbulos de espaçamento, enquanto para o Array₀₁, se concentram nos lóbulos laterais.

Com o intuito de classificar as configurações em termos da intensidade dos artefatos, procurou-se destacar a contribuição destes nas pontuações de penalização. As maiores magnitudes das imagens $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ normalmente são referentes às representações de obstáculos ou defeitos estruturais, que no caso de simulações, podem ser representados pelas formas elípticas com maiores magnitudes nas imagens. Com base nisso, propõe-se modificar a função $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ de modo a desconsiderar as magnitudes de quase toda a área correspondente às elipses. Isso pode ser feito atribuindo uma magnitude muito baixa a essas áreas (que tende a zero), cujo valor escolhido corresponde a $1/M^3$, sendo de 3×10^{-5} (-90 dB) para 32 elementos. Dessa forma, chega-se à seguinte função modificada:

$$\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z) = \begin{cases} 1/M^3, & \text{se } \mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z) \geq \xi \\ \mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z), & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (64)$$

Por padrão, os valores da função $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ estão dentro do intervalo de 0 a 1. Para cada cenário de PSF e de dados experimentais, há um valor específico atribuído à constante ξ . No caso dos cenários de PSF, cada valor foi determinado de modo a eliminar, aproximadamente, as futuras pontuações de penalização que as áreas elípticas provocariam, mantendo-se as demais informações de magnitude de todos os artefatos. Dentre as configurações do estudo, o Array₀₁ é o que gera os artefatos mais intensos. Logo, as constantes ξ foram determinadas com base nas imagens resultantes desse *array*, para então serem utilizadas em todas as configurações.

A Tabela 4 apresenta informações dos cenários de PSF e de dados experimentais (denotados por *data*): a propriedade de simetria dos cenários, onde os refletores se localizam de forma simétrica ou assimétrica; a quantidade de ciclos de senoide com envoltória gaussiana da forma de onda (pulso de excitação), a qual é determinante para a formação das elipses do cenário; o valor de ξ ; e a equivalência da função $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$. O número de cada subscrito corresponde ao número de refletores do cenário.

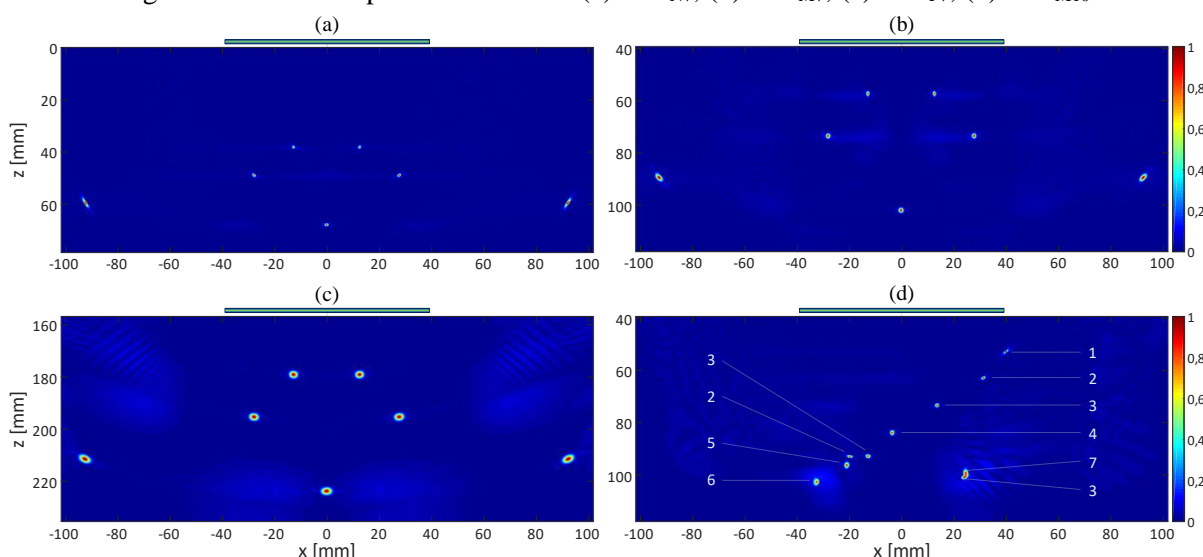
Tabela 4 – Propriedades dos cenários de PSF e de dados experimentais.

CENÁRIO	SIMETRIA	FORMA DE ONDA	ξ	$\mathbb{I}'_{TFM}(x, z)$
PSF _{N1}	Simétrico	2 ciclos	0,057	$\begin{cases} 1/M^3, & \text{se } \mathbb{I}_{TFM}(x, z) \geq \xi \\ \mathbb{I}_{TFM}(x, z), & \text{caso contrário} \end{cases}$
PSF _{N7}	Simétrico	2 ciclos	0,083	
PSF _{M1}	Simétrico	4 ciclos	0,090	
PSF _{M7}	Simétrico	4 ciclos	0,122	
PSF _{F1}	Simétrico	6 ciclos	0,139	
PSF _{F7}	Simétrico	6 ciclos	0,188	
PSF _{M10}	Assimétrico	Variável (de 1 até 7 ciclos)	0,229	
data _{Alum}	Assimétrico		0,250	$\mathbb{I}_{TFM}(x, z)$
data _{Phant}	Assimétrico			

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 41 apresenta, com o Array₀₀, as áreas elípticas dos cenários de PSF compostos por vários refletores, onde as magnitudes estão em escala linear para melhor visualização dessas áreas em relação aos artefatos pouco destacados. No cenário PSF_{M10}, o número de ciclos de senoide varia entre os 10 refletores, conforme a indicação, na Figura 41(d), em cada área elíptica gerada por meio da forma de onda correspondente. Os dois refletores bem próximos entre si (em $(x, z) = (24, 98)$ e $(23, 100)$ mm) simulam um formato único, o qual pode representar um furo ou obstáculo de dimensões específicas. Vale ressaltar que, a variação de ciclos foi estabelecida apenas para simular obstáculos ou defeitos estruturais, e, portanto, tal variação não deve ser associada ao que seriam os pulsos de excitação experimental – enquanto as estruturas simuladas por PSFs dependem das formas de onda, as estruturas reais são independentes e a forma de onda experimental está relacionada ao sistema dos transdutores ultrassônicos.

Figura 41 – Áreas elípticas do cenário: (a) PSF_{N7}; (b) PSF_{M7}; (c) PSF_{F7}; (d) PSF_{M10}.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas simulações por PSF desprovidas de efeitos físicos como atenuação e difração, as maiores intensidades de uma área elíptica não variam entre as configurações de *array*, e a maior parte da área de determinada elipse permanece inalterada após uma troca de configuração

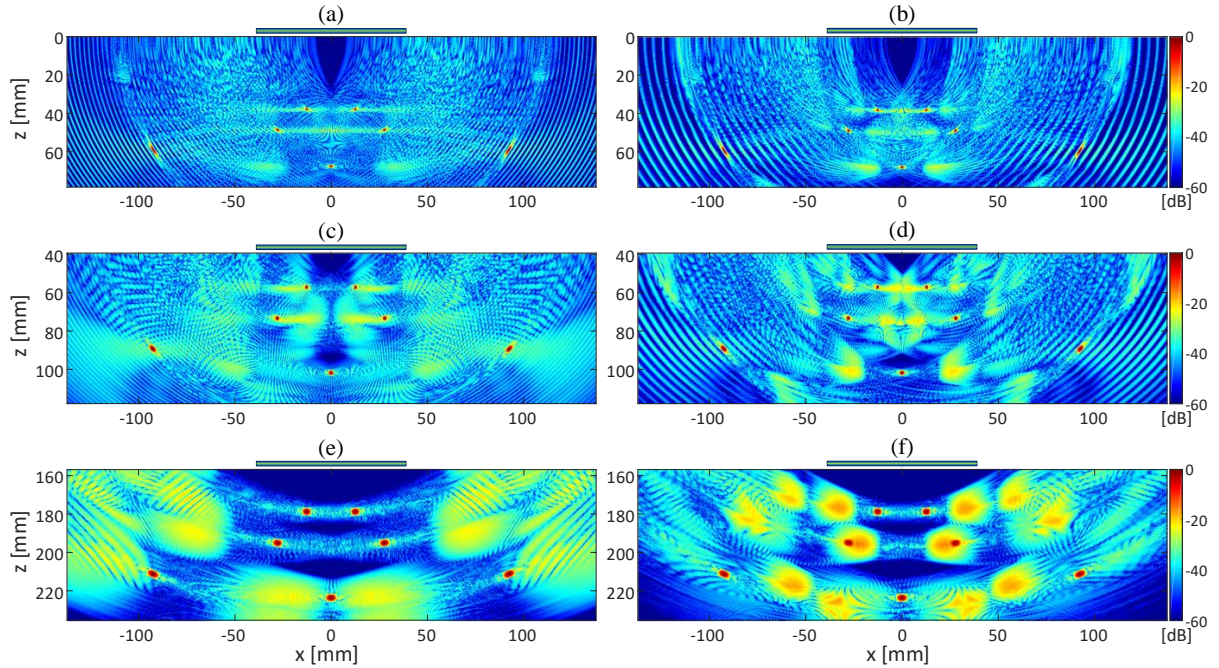
(considerando que esta deve atender aos requisitos do projeto proposto), sendo possível desconsiderar essas áreas com facilidade na função $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$. Mas isso não acontece nos dados experimentais, pois cada defeito ou obstáculo comumente apresenta intensidades diferentes nas imagens quando se muda uma configuração de *array*, além de que, é possível que um artefato seja mais intenso do que pontos na imagem referentes a refletores experimentais de grande relevância. Com isso, a precisão do valor estabelecido para ξ acaba sendo bem menor em dados experimentais, e dessa forma, optou-se por não descartar nenhuma magnitude em relação a tais dados, onde $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z) = \mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$. Como os sinais experimentais envolvem maior complexidade em comparação com os simulados, a tendência é que haja artefatos mais intensos nos casos experimentais. Sendo assim, a constante ξ selecionada para esses dados consistiu em um valor um pouco acima do maior dentre os demais. Nos cenários experimentais verificou-se que o valor de ξ , embora não estabelecido com precisão, geralmente não desconsidera pontos na imagem relacionados a artefatos, assim como é inferior à magnitude da grande maioria dos pontos associados a refletores experimentais relevantes.

Quando, nas simulações, os refletores pontuais estão muito próximos do *array*, a tendência é que as elipses fiquem verticalmente distorcidas, o que é intensificado quando se aumenta o número de ciclos de senoide da forma de onda. E ao distanciar os refletores do *array*, as elipses vão se distorcendo horizontalmente. Um modo de amenizar as distorções elípticas consiste em atribuir menos ciclos às ondas quando o refletor é muito próximo do *array*, e mais ciclos quando o refletor é mais distante. E para melhor representar os defeitos e seus diferentes formatos, optou-se por variar a quantidade de ciclos levando em consideração a localização dos refletores em relação ao *array*, embora os formatos obtidos por artifícios como esse não sejam uma representação fiel de um refletor experimental.

Quanto mais ciclos atribuídos ao refletor, maiores e mais intensos são os artefatos, como é possível observar na Figura 42, a qual apresenta outro comparativo entre os Arrays 00 e 01: desta vez, nos cenários de 7 refletores. Visualmente, pode-se considerar que as imagens geradas com o Array₀₁ são mais indesejáveis do que as geradas pelo Array₀₀, devido à maior intensidade de artefatos proporcionada pelo Array₀₁, além da maior proximidade em relação aos refletores. Logo, trata-se de uma configuração que pode comprometer demasiadamente a qualidade de uma imagem.

Após a definição da função $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$, procurou-se uma maneira de aumentar as intensidades que partem de um valor muito baixo até aqueles que estão associados aos artefatos moderados e intensos. O valor mínimo desse intervalo foi fixado para $1/M^2$, que corresponde a -60 dB para 32 elementos. Dessa forma, as intensidades de valor abaixo de $1/M^2$ não sofrem alterações, enquanto as demais intensidades são modificadas de acordo com uma nova função aplicada, a qual deve ser estabelecida de forma estratégica e cuidadosa para que haja

Figura 42 – Cenários de 7 refletores: (a) PSF_{N7} com Array_{00} ; (b) Array_{01} ; (c) PSF_{M7} com Array_{00} ; (d) Array_{01} ; (e) PSF_{F7} com Array_{00} ; (f) Array_{01} .



Fonte: Elaborada pelo autor.

coerência na comparação das pontuações de penalização com a visualização das imagens resultantes das diversas configurações de *array*. Isso pode ser feito através de várias análises com fatores de multiplicação e de potência, de modo a se ter certo equilíbrio entre a pontuação e a visualização das imagens originais. Com o objetivo de intensificar os pontos de artefatos mais indesejáveis, adotou-se o seguinte modelo matemático:

$$\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z) = \begin{cases} e^{[\Omega \mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)]} \Lambda[\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)]^\Psi, & \text{se } \mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z) \geq 1/M^2 \\ \mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (65)$$

onde $\Lambda = M^{2\Psi-2}$ e $\Omega = -\Psi/\xi$.

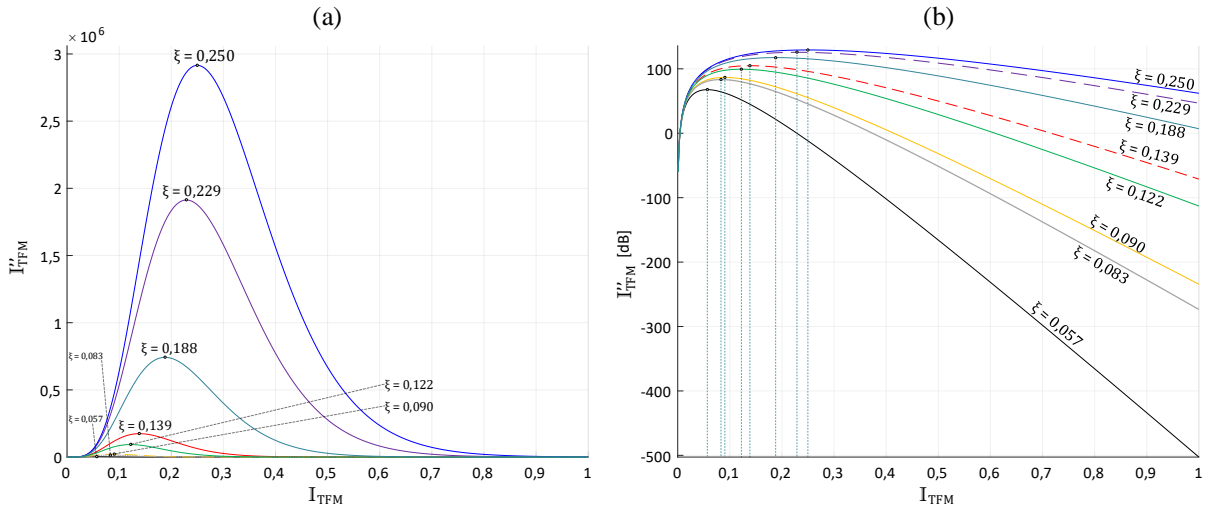
Para que a função $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ seja válida, os *arrays* a serem pontuados devem possuir o mesmo número de elementos ativos, e determinado cenário deve sempre ter o mesmo número de amostras espaciais. Caso algum estudo consista em pontuar *arrays* com diferentes valores de M , a função deverá, de alguma forma, ser adaptada, como pela utilização única do maior valor de M dentre todos os *arrays* a serem avaliados. Uma adaptação também será necessária caso haja o intuito de comparar configurações sob diferentes condições: se as apodizações e/ou as aberturas dos *arrays* forem diferentes, por exemplo, determinadas regiões de um cenário podem ter definições e contrastes bem distintos entre imagens de diferentes configurações.

A constante Ψ , por sua vez, é decisiva para o rumo da função e envolve muita subjetividade na escolha do seu valor, sendo conveniente adotar aquele que leva a melhores resultados quanto à comparação entre visualização de imagens e classificação numérica de *arrays*: o valor de 4,8

para a constante é o adotado para todos os cenários deste trabalho (PSFs e dados experimentais), e foi determinado com base nas simulações por PSF após vários ajustes de adequação.

Quanto à variável Λ , esta é responsável por garantir que o termo $\Lambda[\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)]^\Psi$ seja sempre maior ou igual a $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$ quando $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z) \geq 1/M^2$, e no caso em que $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$ é igual a $1/M^2$, o termo $\Lambda[\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)]^\Psi$ também é igual a $1/M^2$, passando a aumentar drasticamente à medida que $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$ aumenta. Esse aumento pode ser tão drástico a ponto de haver desvantagens de pontuação excessiva em relação às intensidades originais cujos valores são um pouco menores do que ξ : aqueles que podem estar associados às proximidades dos refletores. O problema em questão pode ser contornado com o uso da exponencial $e^{\Omega \mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)}$, onde o valor negativo de Ω é responsável por reduzir o crescimento drástico de $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ quando $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$ se aproxima de ξ . Fixando $\Omega = -\Psi/\xi$, necessariamente $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ atinge o pico em $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z) = \xi$. A Figura 43 apresenta o comportamento da função $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ para diferentes valores de ξ , onde $M = 32$ e $\Psi = 4,8$.

Figura 43 – Comportamento da função $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ para $M = 32$ e $\Psi = 4,8$: (a) escala linear; (b) dB.



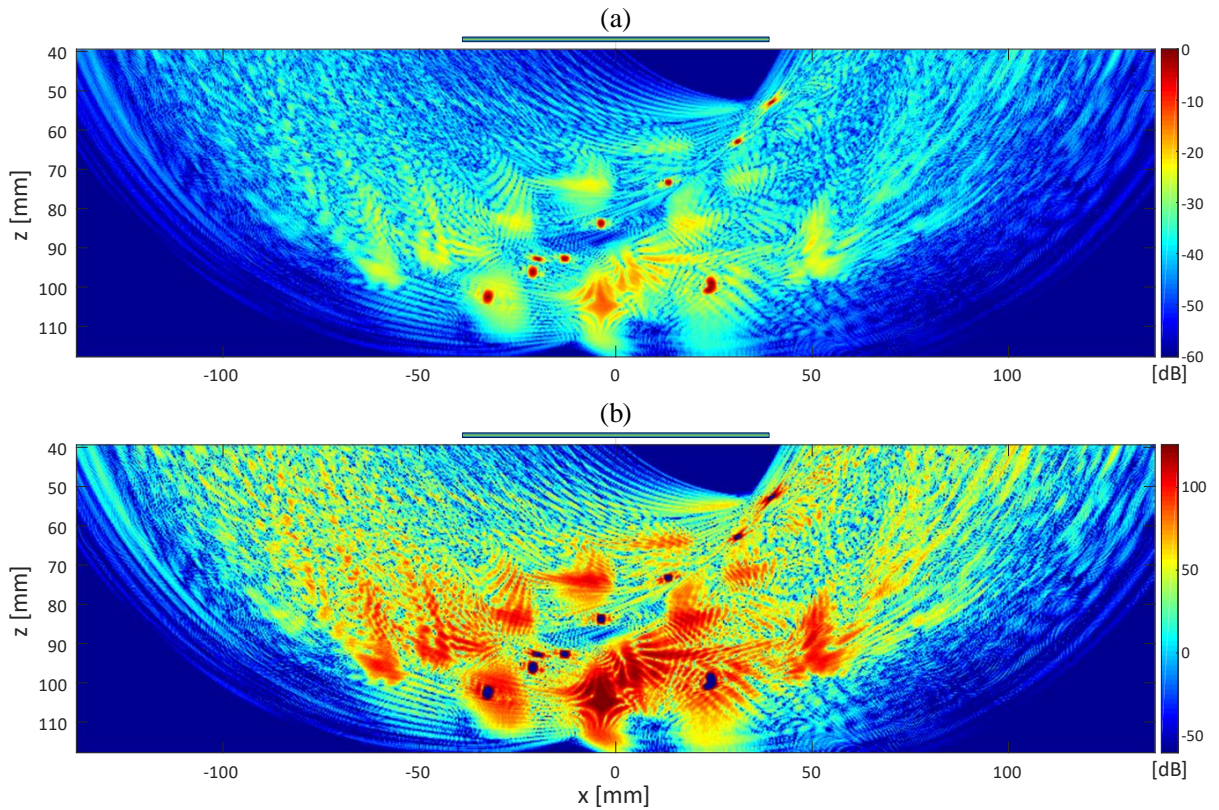
Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 43, cada curva é referente a um cenário do presente estudo, de acordo com os valores de ξ descritos na Tabela 4. Substituindo a função $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$ pela original $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ na equação descrita em (65), os valores de $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ decaem a partir de $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z) = \xi$ conforme as curvas apresentadas, mas em relação à função $\mathbb{I}'_{\text{TFM}}(x, z)$, o mesmo acontece apenas para dados experimentais, enquanto para PSFs os valores de $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ são iguais a $1/M^3$ quando $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z) \geq \xi$. No caso dos cenários *data*, se um *array* resultar em intensidades maiores dentro da área de um refletor experimental em relação a outro *array*, aquele sofrerá menores pontuações nessa área de acordo com a função $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$, já que supostamente há uma definição melhor do refletor.

Nota-se o quanto é difícil visualizar adequadamente as curvas de $\xi = 0,083$ e $0,090$ na Figura 43(a), devido às dimensões maiores das outras curvas. Quanto à curva de $\xi = 0,057$, só é possível visualizá-la com as demais quando se adota outra escala. Isso pode ser contornado passando os valores de $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ para dB, conforme apresentados na Figura 43(b).

Para melhor visualizar os efeitos da função $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$, a Figura 44 apresenta imagens resultantes do Array_{01} no cenário PSF_{M10} , onde a primeira é referente à imagem original $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ e a segunda à imagem $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$.

Figura 44 – Array_{01} em PSF_{M10} : (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$; (b) $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para pontuar, conforme a proposta, as configurações através das imagens em determinado cenário, deve-se somar todas as amostras espaciais da imagem $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$, o que corresponde à seguinte função objetivo:

$$f_{\text{TFM}} = \sum_{x=1}^{N_X} \sum_{z=1}^{N_Z} \mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z), \quad (66)$$

onde N_X é o número de amostras de uma linha da imagem e N_Z o número de amostras de uma coluna.

Aplicando f_{TFM} às imagens dos cenários simétricos e para as 18 configurações de *array*, chega-se aos valores da Tabela 5, onde as colunas dos cenários PSF_{N1} , PSF_{N7} , PSF_{M1} , PSF_{M7} ,

PSF_{F1} e PSF_{F7} são da ordem de 10^5 , 10^6 , 10^6 , 10^7 , 10^7 e 10^8 , respectivamente. Em cada cenário, consta a classificação numérica obtida de acordo com as pontuações de penalização.

Tabela 5 – Pontuações e colocações por f_{TFM} nos cenários simétricos.

CONFIG.	PSF _{N1}		PSF _{N7}		PSF _{M1}		PSF _{M7}		PSF _{F1}		PSF _{F7}	
Array ₀₀	12,3467	17°	17,0998	17°	7,4862	17°	11,3034	17°	10,8589	17°	18,8960	17°
Array ₀₁	24,8023	18°	19,5365	18°	26,9908	18°	18,4019	18°	45,2495	18°	44,2505	18°
Array ₀₂	6,0920	16°	9,9727	16°	3,5899	16°	5,7838	16°	4,3125	16°	6,8978	16°
Array ₀₃	5,4265	11°	9,0140	14°	3,1734	13°	4,3483	14°	1,9596	15°	4,3855	15°
Array ₀₄	5,1929	9°	9,3417	15°	3,2244	14°	4,4303	15°	1,1883	3°	3,9038	14°
Array ₀₅	4,7149	6°	8,1296	6°	2,3195	2°	3,6713	3°	1,2386	4°	3,0481	2°
Array ₀₆	4,5889	4°	7,7791	1°	2,4540	3°	3,4552	1°	1,5527	12°	3,2562	6°
Array ₀₇	4,2709	1°	8,0737	3°	2,7599	9°	3,7536	4°	1,5516	11°	3,2901	10°
Array ₀₈	5,5143	13°	8,9088	13°	2,7245	8°	4,0539	11°	1,4932	10°	3,2652	7°
Array ₀₉	4,8329	8°	8,1731	7°	3,1308	12°	4,1080	13°	1,6525	13°	3,4395	13°
Array ₁₀	4,4670	3°	8,0781	4°	2,2819	1°	3,5215	2°	1,1242	2°	3,0969	3°
Array ₁₁	5,4720	12°	8,1845	8°	3,2744	15°	3,9330	8°	1,4198	8°	3,3862	11°
Array ₁₂	4,7450	7°	8,7676	12°	3,0917	11°	3,9630	9°	1,9172	14°	3,4068	12°
Array ₁₃	4,3697	2°	8,0123	2°	2,6205	5°	3,7763	5°	1,2957	5°	3,2713	9°
Array ₁₄	5,3697	10°	8,1220	5°	2,5761	4°	3,8774	7°	1,4034	7°	3,1103	4°
Array ₁₅	4,6495	5°	8,7571	11°	2,6249	6°	4,1026	12°	1,3820	6°	3,1389	5°
Array ₁₆	5,5430	14°	8,5809	10°	2,7749	10°	3,8020	6°	1,4334	9°	3,2663	8°
Array ₁₇	5,6444	15°	8,5307	9°	2,7015	7°	3,9694	10°	1,0252	1°	2,9379	1°

Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso em que o cenário é assimétrico, a pontuação é a média de duas: uma referente à configuração original do *array*, e outra à configuração espelhada, em virtude da assimetria dos *arrays*. Dentre os cenários de PSF, apenas PSF_{M10} é assimétrico, cujas pontuações e colocações dos *arrays* são apresentadas na Tabela 6, onde os valores são da ordem de 10^8 .

Tabela 6 – Pontuações e colocações por f_{TFM} no cenário PSF_{M10}.

CONFIGURAÇÃO	ORIGINAL	ESPELHADA	PSF _{M10}	
Array ₀₀	12,8649	12,8649	12,8649	17°
Array ₀₁	20,0021	17,2702	18,6362	18°
Array ₀₂	6,5410	6,0301	6,2856	16°
Array ₀₃	4,2788	4,2788	4,2788	12°
Array ₀₄	4,3147	4,3147	4,3147	13°
Array ₀₅	4,1120	4,2867	4,1993	9°
Array ₀₆	4,0688	4,1675	4,1182	4°
Array ₀₇	4,2385	4,0367	4,1376	6°
Array ₀₈	4,2730	4,0453	4,1592	7°
Array ₀₉	4,1515	4,2420	4,1968	8°
Array ₁₀	3,8967	3,9379	3,9173	1°
Array ₁₁	4,1907	4,0590	4,1249	5°
Array ₁₂	4,0688	4,1078	4,0883	3°
Array ₁₃	3,8661	4,0311	3,9486	2°
Array ₁₄	4,2213	4,2599	4,2406	11°
Array ₁₅	4,5601	4,2802	4,4201	14°
Array ₁₆	4,6932	4,4091	4,5511	15°
Array ₁₇	4,1877	4,2124	4,2001	10°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Devido às discrepâncias de pontuação entre os cenários, torna-se conveniente normalizar, de alguma forma, as pontuações de penalização. Para cada cenário, procurou-se converter a menor pontuação para 1 e a maior para 10. Isso pode ser feito através das equações descritas em (67) e (68), onde CEN_m corresponde ao vetor coluna de pontuações f_{TFM} do m -ésimo cenário, CEN'_m ao vetor coluna de pontuações normalizadas ($p_{\text{m}tN}$) do m -ésimo cenário, e Ξ à constante responsável por realizar a conversão de valores do respectivo cenário. Quanto maior o valor de Ξ , maior é a razão entre a pior pontuação e a melhor: em PSF_{F1} , a discrepância foi a maior, e em PSF_{N7} , a menor.

$$CEN'_m = \left[\frac{CEN_m}{\min[CEN_m]} \right]^{1/\Xi} \quad (67)$$

$$\Xi = \log_{10} \left\{ \max \left[\frac{CEN_m}{\min[CEN_m]} \right] \right\} \quad (68)$$

Se o estudo fosse feito apenas com um cenário, f_{TFM} seria a função objetivo final associada às intensidades dos artefatos de imagem, sem necessitar-se de alguma normalização de pontuações. Por haver vários cenários, a função objetivo final de imagens (f_{IM}) é proposta pela seguinte equação:

$$f_{\text{IM}} = \sum_{m=1}^{N_{\text{CEN}}} [wi]_m [p_{\text{m}tN}]_m, \quad (69)$$

onde $[wi]_m$ é o peso de contribuição do m -ésimo cenário, $[p_{\text{m}tN}]_m$ a pontuação normalizada do *array* no m -ésimo cenário, e N_{CEN} o número de cenários considerados para a obtenção da pontuação final de cada configuração.

Assim como alguns parâmetros já apresentados, o critério de pesos de contribuição também é um fator que envolve subjetividade. A fim de se ter uma representatividade mais generalizada em f_{IM} , o critério adotado levou em consideração o número de refletores, mas sem grandes diferenças nos pesos por haver a normalização das pontuações: para os cenários de refletor único, o peso é unitário; para os de 7 refletores, igual a 1,5; e para o de 10 refletores, igual a 2. Já com seus pesos atribuídos, a Tabela 7 apresenta as pontuações normalizadas dos *arrays* em cada cenário, assim como as pontuações finais por f_{IM} , chegando-se à classificação apresentada.

Nota-se, então, que o $Array_{01}$ é classificado como o pior nos 7 cenários propostos. Apesar disso, uma configuração como essa ajuda a classificar melhor outras configurações, por servir de base, por exemplo, para a normalização das pontuações, e por geralmente não envolver tanta subjetividade nas comparações visuais das imagens desse *array* com as de outro, como é possível observar no Apêndice C, onde são apresentadas imagens no cenário PSF_{F7} pelos $Arrays$ 00, 01, 02, 03, 04, 09 e 17: neste cenário, os 6 primeiros possuem os piores desempenhos, enquanto o $Array_{17}$ é o que resulta na melhor pontuação dentre os 18 *arrays* do estudo.

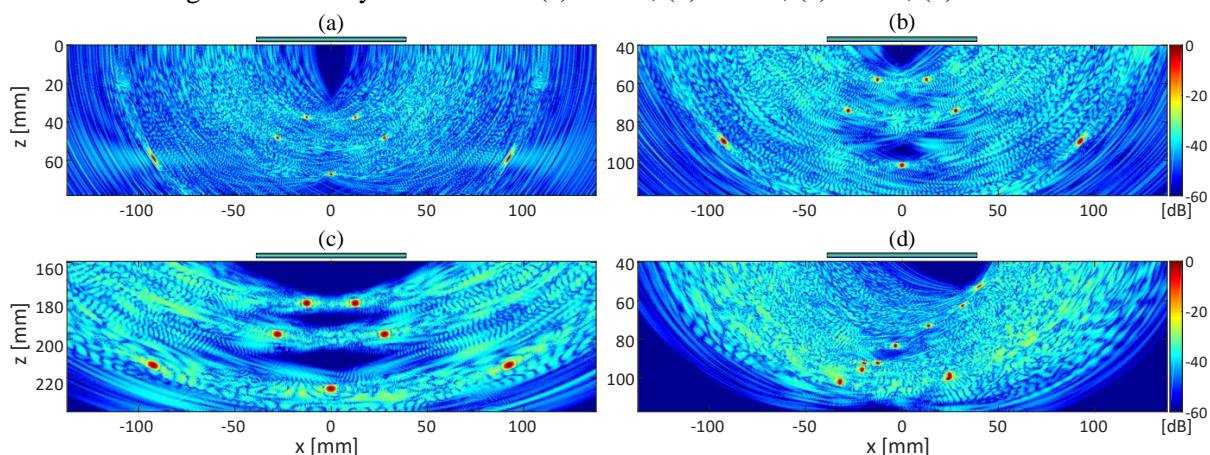
Tabela 7 – Pontuações normalizadas com pesos e classificação final por f_{IM} .

CONFIG.	PSF _{N1}	PSF _{N7}	PSF _{M1}	PSF _{M7}	PSF _{F1}	PSF _{F7}	PSF _{M10}	f_{IM}	CLASSIF. FINAL
Array ₀₀	4,013	10,750	3,026	7,669	4,199	7,284	11,572	48,513	17°
Array ₀₁	10,000	15,000	10,000	15,000	10,000	15,000	20,000	95,000	18°
Array ₀₂	1,592	2,792	1,525	3,049	2,395	3,096	4,020	18,468	16°
Array ₀₃	1,368	2,168	1,360	2,058	1,483	2,108	2,278	12,823	15°
Array ₀₄	1,292	2,371	1,380	2,112	1,094	1,909	2,307	12,465	14°
Array ₀₅	1,138	1,675	1,015	1,631	1,122	1,548	2,216	10,345	4°
Array ₀₆	1,099	1,500	1,070	1,500	1,287	1,637	2,153	10,246	2°
Array ₀₇	1,000	1,646	1,194	1,681	1,287	1,651	2,168	10,627	5°
Array ₀₈	1,397	2,106	1,180	1,869	1,257	1,641	2,185	11,634	13°
Array ₀₉	1,176	1,697	1,343	1,903	1,337	1,715	2,214	11,385	10°
Array ₁₀	1,060	1,648	1,000	1,540	1,058	1,569	2,000	9,875	1°
Array ₁₁	1,383	1,703	1,400	1,793	1,219	1,692	2,158	11,349	8°
Array ₁₂	1,148	2,023	1,327	1,812	1,463	1,701	2,130	11,604	12°
Array ₁₃	1,030	1,615	1,138	1,695	1,153	1,643	2,024	10,298	3°
Array ₁₄	1,349	1,671	1,120	1,758	1,210	1,574	2,248	10,931	6°
Array ₁₅	1,118	2,017	1,139	1,900	1,199	1,587	2,390	11,350	9°
Array ₁₆	1,407	1,917	1,200	1,711	1,226	1,641	2,496	11,598	11°
Array ₁₇	1,440	1,889	1,170	1,816	1,000	1,500	2,217	11,032	7°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Entre as primeiras 7 configurações do Apêndice C, as pontuações no cenário PSF_{F7} possuem diferenças relativamente significativas, e com isso, a subjetividade envolvida nas comparações visuais é bem menor do que as eventuais comparações entre desempenhos próximos. Dessa forma, pôde-se determinar uma função que classificasse, adequadamente, pelo menos alguns dos inúmeros possíveis grupos de *arrays* com desempenhos distantes entre si.

Em todos os cenários, os Arrays 00 e 02 ficaram na penúltima e na antepenúltima colocação, respectivamente. Em relação ao Array₀₂, sua colocação já podia ser prevista devido ao fato de haver em sua configuração grandes trechos com espaçamentos periódicos de 2λ , e sendo assim, tal configuração se assemelha parcialmente ao Array₀₀.

Figura 45 – Array₁₀ no cenário: (a) PSF_{N7}; (b) PSF_{M7}; (c) PSF_{F7}; (d) PSF_{M10}.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 45 apresenta imagens resultantes do Array₁₀ nos cenários de vários refletores. Esta configuração não teve o melhor desempenho em todos os cenários, mas ficou na primeira posição em relação à classificação geral obtida por f_{IM} . Comparando essas imagens com as anteriores, nota-se a grande diferença nas intensidades dos artefatos, que são bem menores para o Array₁₀.

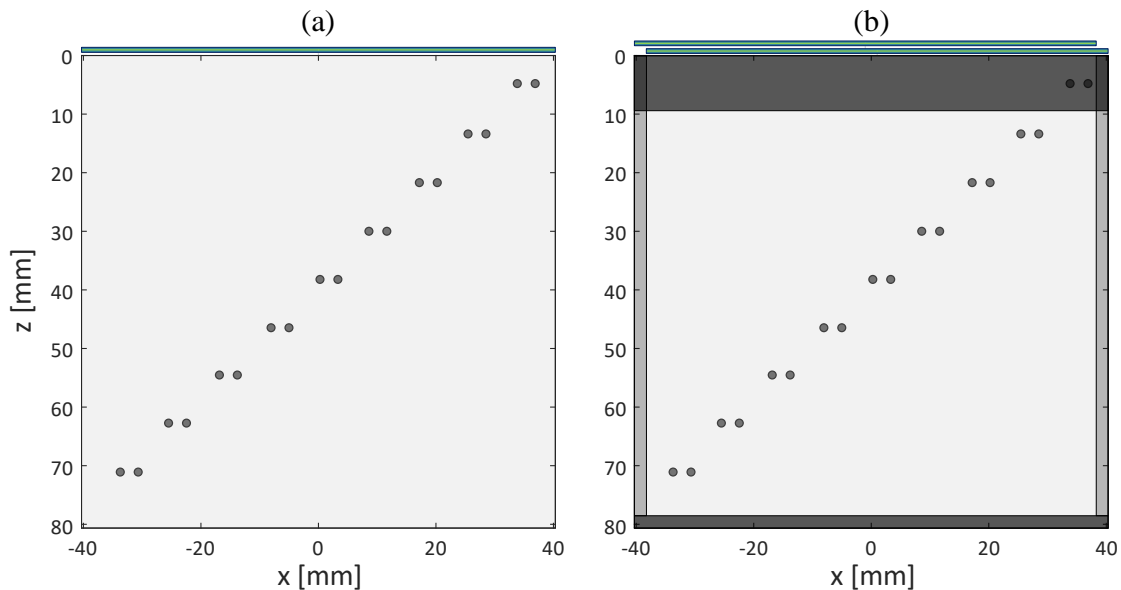
5.1.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Com o intuito de comparar a classificação geral obtida por PSFs com a de dados experimentais, gerou-se um conjunto de pontuações referentes ao bloco de alumínio ($\text{data}_{\text{Alum}}$) e ao *phantom* ($\text{data}_{\text{Phant}}$). Como nos dados experimentais o número total de elementos é de 128, e os *arrays* deste estudo possuem o mesmo comprimento de um *array* completo de 125 elementos, foram obtidas, com o $\text{data}_{\text{Alum}}$ e com o $\text{data}_{\text{Phant}}$, pontuações para 4 casos: no primeiro, a posição dos *arrays* corresponde ao intervalo de 1 a 125 em relação aos elementos experimentais; no segundo, de 2 a 126; no terceiro, de 3 a 127; e no quarto, de 4 a 128. As pontuações finais de cada conjunto de dados foram obtidas pela soma dos 4 casos, cujas dimensões de área consideradas são iguais entre si. Quando o *array* é assimétrico, a pontuação em cada caso consiste na média das pontuações resultantes das configurações original e espelhada.

Os dados do bloco de alumínio são referentes a um *array* de 128 elementos com *pitch* $\lambda/2$, os quais emitiram, de forma pulsada, sinais ultrassônicos de 5 MHz sobre o bloco, onde a velocidade de propagação é de 6300 m/s. O bloco contém 9 furos duplos dispostos diagonalmente, sendo o furo duplo mais próximo do *array* praticamente imperceptível nas imagens quando faltam elementos ativos na proximidade. Cada sinal possui 1260 amostras temporais, e está associado a um emissor e a um receptor, totalizando 16384 (128×128) sinais.

A Figura 46 apresenta um esquema do bloco de alumínio: em (a), a barra superior representa o *array* completo de 128 elementos, e as imagens podem ser geradas de forma bem definida sobre qualquer região da estrutura; em (b), a primeira barra superior representa um *array* esparsos posicionado no intervalo dos elementos 1 a 125, e a segunda barra referente ao intervalo de 4 a 128. As regiões superior e inferior destacadas na Figura 46(b) não são consideradas na função $I''_{\text{TFM}}(x, z)$, por não haver uma boa definição nas imagens resultantes dos *arrays* esparsos deste estudo. A área lateral esquerda destacada não é considerada para o intervalo de 4 a 128, e a área lateral direita não é considerada no intervalo de 1 a 125, de modo que as extremidades dos *arrays* coincidam com as extremidades laterais das imagens $I''_{\text{TFM}}(x, z)$. Essa lógica também vale para os intervalos de 2 a 126 e de 3 a 127.

Figura 46 – Esquema do bloco de alumínio com 9 furos duplos: (a) estrutura original; (b) indicação das áreas não consideradas na função $\mathbb{I}_{\text{TFM}}''(x, z)$.



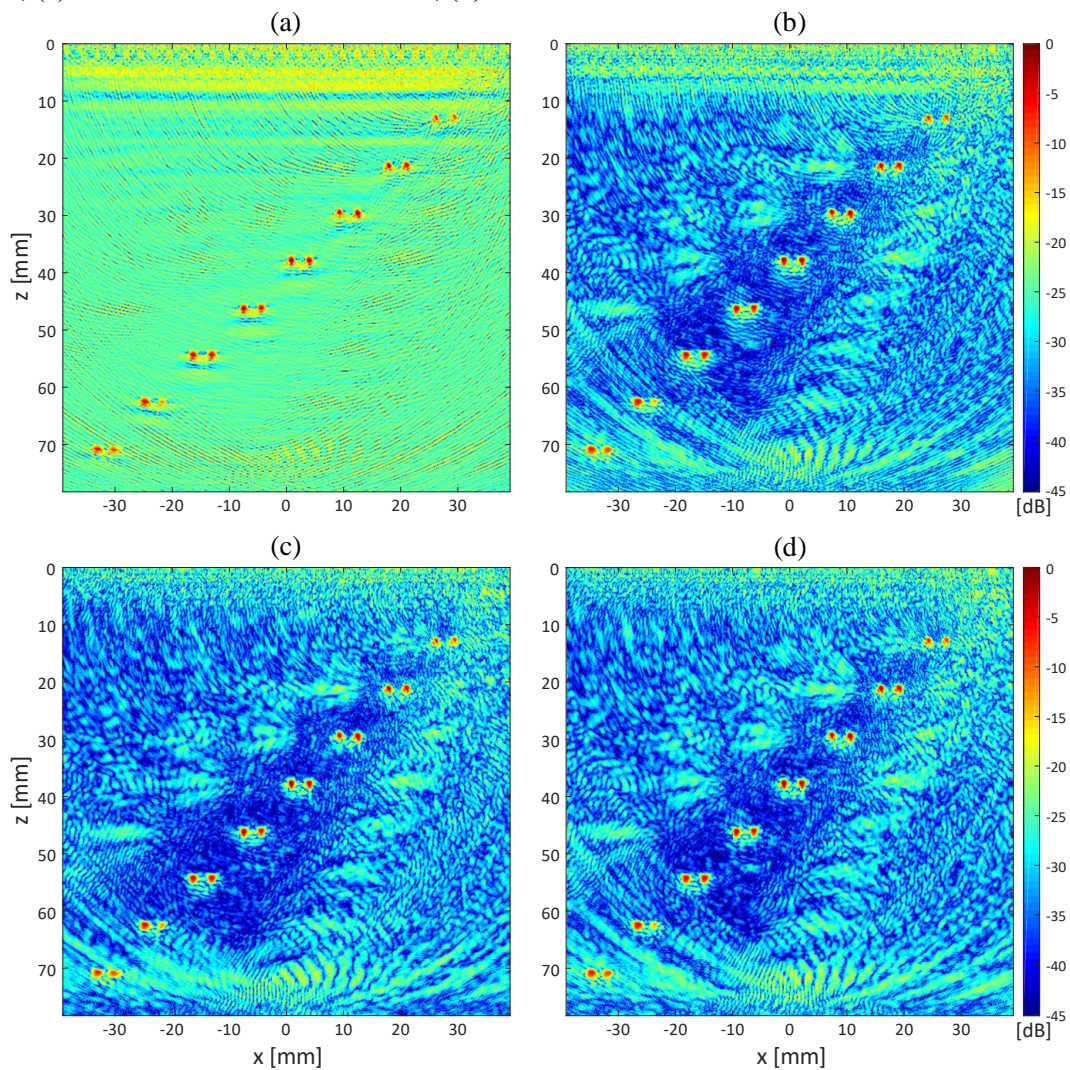
Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a obtenção das pontuações, os sinais do $\text{data}_{\text{Alum}}$ foram programados para serem filtrados antes da aplicação da transformada de Hilbert. Optou-se pela utilização do filtro devido às discrepâncias de sinais muito mais ruidosos do que outros. Isso pode ser notado na Figura 47, onde a imagem resultante do Array_{00} é muito mais ruidosa no intervalo de 1 a 125 quando comparada à de outro intervalo, como o de 4 a 128. Se os ruídos fossem mantidos, a pontuação f_{TFM} do Array_{00} seria mais de 5 vezes maior no primeiro intervalo do que no último, por exemplo.

Aplicando-se, aos sinais do $\text{data}_{\text{Alum}}$, um filtro digital tipo FIR (*Finite Impulse Response*) passa-banda, de ordem 60 e com janela de Kaiser ($\beta = 4,54$) (OPPENHEIM; SCHAFER, 1999), chega-se às imagens dos itens (c) e (d) da Figura 47, onde há uma grande melhoria na qualidade da imagem no intervalo 1 a 125, enquanto a mudança notável no intervalo 4 a 128 é referente apenas à região superior do bloco, onde há um par de furos praticamente imperceptível. As frequências de corte escolhidas são de 1,24 e 8,76 MHz, sendo a frequência central (f_c) igual a 5 MHz. Com o objetivo apenas de evitar as discrepâncias de ruído entre os sinais, a ordem do filtro e as frequências de corte foram selecionadas de modo a não se ter uma largura de banda muito estreita, e assim permitir os diversos efeitos dos dados experimentais, como se pode observar pela pouca diferença entre os itens (b) e (d) da Figura 47.

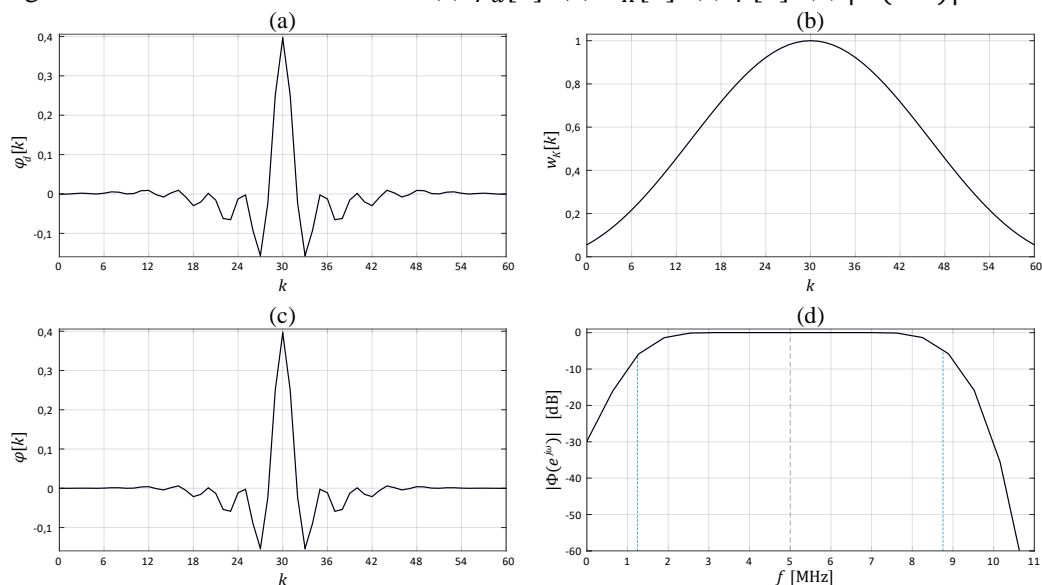
Os sinais filtrados consistem na convolução dos sinais originais com a resposta impulsiva do filtro FIR ($\varphi[k]$), sendo esta resultado da multiplicação da resposta impulsiva ideal ($\varphi_d[k]$) com algum janelamento (no caso, a função $w_K[k]$ descrita em (20) no Capítulo 2). Como o filtro é de ordem 60, a função $\varphi[k]$ aplicada possui 61 amostras ao longo de k , correspondendo ao intervalo 0 a 60. A Figura 48 apresenta as três funções citadas, além da resposta em frequência $\Phi(e^{j\omega})$ do filtro, a qual consiste na DTFT de $\varphi[k]$.

Figura 47 – Array₀₀ no cenário $\text{data}_{\text{Alum}}$: (a) sem filtro no intervalo 1 a 125; (b) sem filtro no intervalo 4 a 128; (c) com filtro no intervalo 1 a 125; (d) com filtro no intervalo 4 a 128.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 48 – Filtro FIR de ordem 60: (a) $\varphi_a[k]$; (b) $w_K[k]$; (c) $\varphi[k]$; (d) $|\Phi(e^{j\omega})|$, em dB.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Tabela 8, cujos valores são da ordem de 10^9 , apresenta as pontuações e a classificação dos *arrays* no cenário $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$, onde também constam as pontuações em cada caso já considerando a média das configurações original e espelhada. Os Arrays 00 e 01 se mantiveram nas duas últimas posições, mas o Array₀₂, indicado como o terceiro pior nas classificações por PSFs, acabou ficando com uma pontuação melhor do que a dos Arrays 03 e 09 em $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$.

Tabela 8 – Pontuações e classificação no cenário $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$.

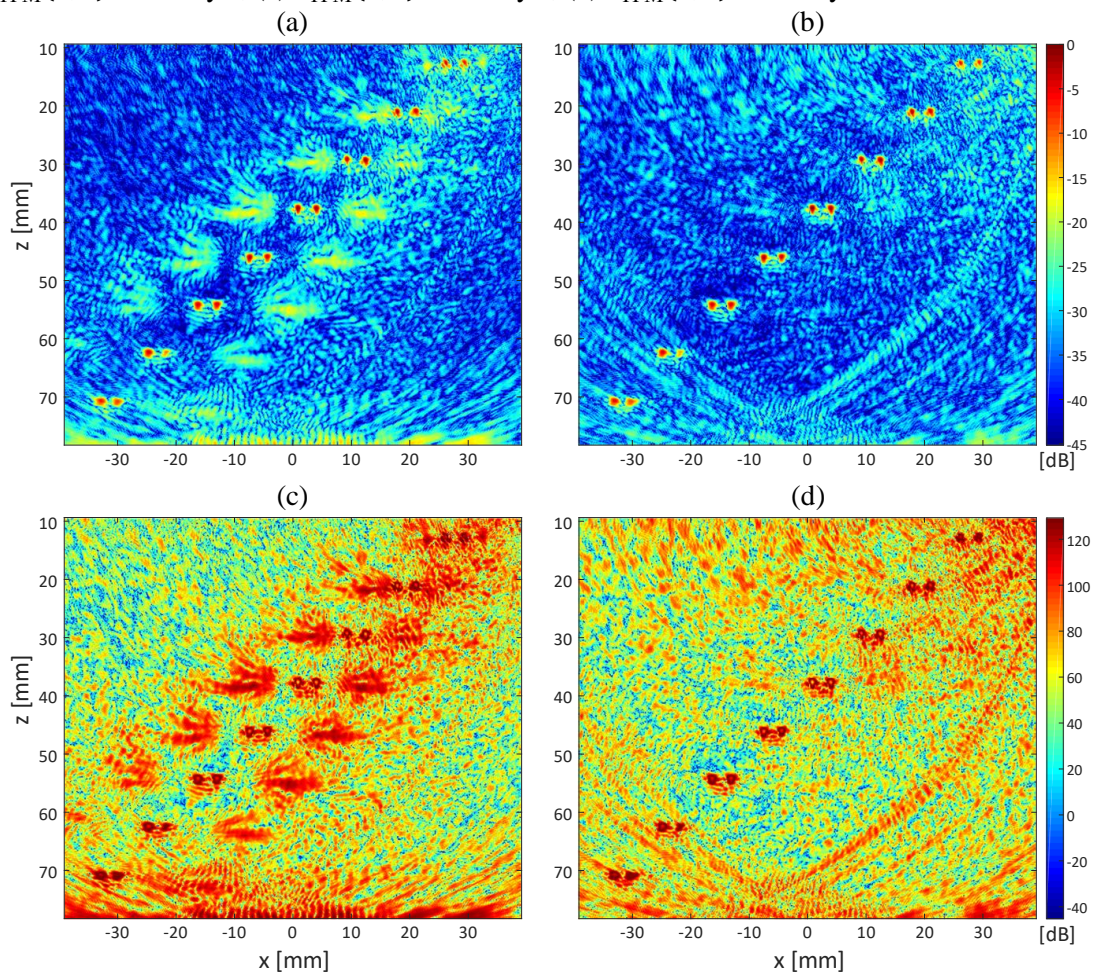
CONFIG.	$\mathcal{data}_{\text{Alum}}$ 1 a 125	$\mathcal{data}_{\text{Alum}}$ 2 a 126	$\mathcal{data}_{\text{Alum}}$ 3 a 127	$\mathcal{data}_{\text{Alum}}$ 4 a 128	$\mathcal{data}_{\text{Alum}}$ Total	
Array ₀₀	6,2754	7,1214	6,9000	7,0275	27,3243	17°
Array ₀₁	9,7173	10,0556	10,8077	11,7395	42,3202	18°
Array ₀₂	5,3598	5,4852	5,4017	6,0602	22,3067	14°
Array ₀₃	5,4519	5,8617	5,7422	5,8650	22,9208	16°
Array ₀₄	4,8506	5,0410	4,8404	5,0019	19,7339	2°
Array ₀₅	4,9865	4,9725	5,0517	5,3360	20,3467	3°
Array ₀₆	4,9558	4,9134	5,4193	5,4717	20,7602	4°
Array ₀₇	5,0750	5,0486	5,4827	5,4642	21,0706	7°
Array ₀₈	5,2138	5,3096	5,1284	5,6209	21,2727	11°
Array ₀₉	5,5924	5,4749	5,5745	5,8975	22,5393	15°
Array ₁₀	4,8327	4,7729	4,8103	5,0845	19,5005	1°
Array ₁₁	5,2059	5,3499	5,4083	5,8919	21,8560	12°
Array ₁₂	5,0906	5,0565	5,4163	5,5595	21,1230	8°
Array ₁₃	5,1898	5,1197	5,4541	5,4571	21,2208	10°
Array ₁₄	4,8599	5,2868	5,3055	5,5557	21,0080	6°
Array ₁₅	5,2652	5,3220	5,5713	5,7519	21,9103	13°
Array ₁₆	4,7897	5,1140	5,5353	5,5613	21,0003	5°
Array ₁₇	5,0527	5,1704	5,4692	5,4916	21,1838	9°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quanto às melhores pontuações, o Array₁₀ ficou na primeira colocação assim como em f_{IM} , mas o Array₀₄, que ocupa a 14ª posição em f_{IM} , ficou em segundo lugar em $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$. Embora tenha ocorrido alguma discrepância entre as classificações, não há grandes diferenças entre as pontuações dos primeiros 15 colocados por f_{IM} , e sim a partir da 16ª (antepenúltima) colocação. Já para o $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$, a pontuação começa a se distanciar muito apenas entre o 16° e o 17° colocado.

A Figura 49 apresenta, no intervalo 1 a 125 do cenário $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$, imagens $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ e $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ dos Arrays 01 e 10, cujos desempenhos (em f_{IM} e $\mathcal{data}_{\text{Alum}}$) são os piores e os melhores, respectivamente.

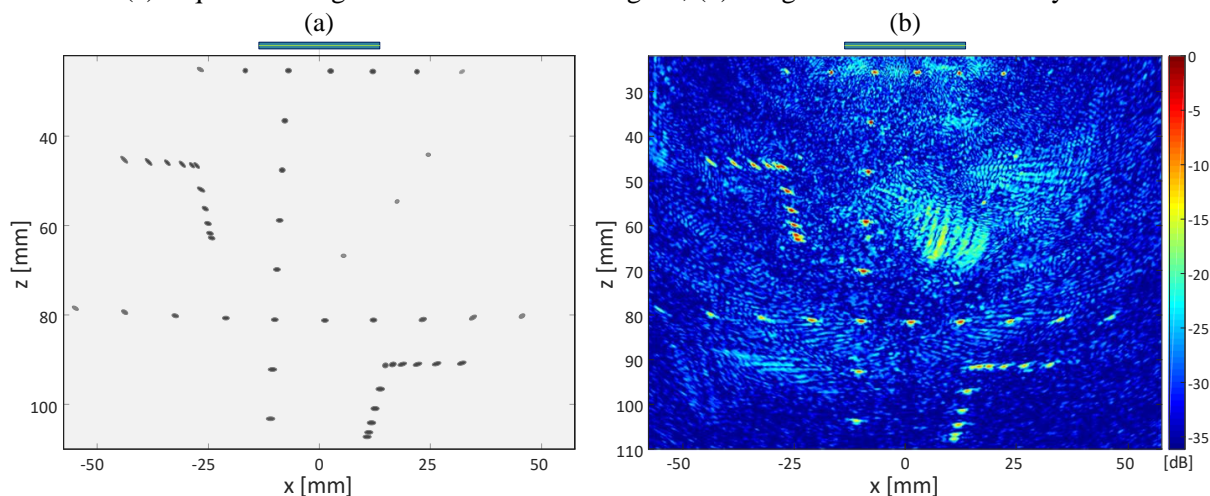
Figura 49 – Cenário $\text{data}_{\text{Alum}}$ com o intervalo dos elementos 1 a 125: (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₀₁; (b) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₁₀; (c) $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₀₁; (d) $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₁₀.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quanto aos dados experimentais do *phantom*, estes também são referentes a um *array* de 128 elementos com *pitch* $\lambda/2$, embora o valor de λ seja diferente. A frequência de operação dos transdutores é de 3,5 MHz, e a velocidade de propagação no meio é de 1540 m/s, que é relativamente próxima da velocidade na água ou em um tecido humano, sendo este simulado pelo sistema do *phantom*, onde constam diversos pontos alinhados de sutura artificial. Neste trabalho, as imagens $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ e $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ do *phantom* são geradas nos intervalos de -57 a 57 mm do eixo x e de 22 a 110 mm do eixo z, e assim como no bloco de alumínio, o eixo x, o *array* e a área são deslocados horizontalmente quando se muda o intervalo de elementos experimentais, de modo que o centro do *array* sempre esteja no ponto $(x, z) = (0, 0)$. A Figura 50 apresenta um esquema do *phantom*, desta vez referente apenas à região estabelecida para a formação das imagens quando se considera o intervalo 4 a 128 dos elementos experimentais.

Figura 50 – *Phantom* com *array* posicionado no intervalo dos elementos 4 a 128:
 (a) esquema da região considerada nas imagens; (b) imagem resultante do *Array*₀₀.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 9 – Pontuações e classificação no cenário $\text{data}_{\text{phant}}$.

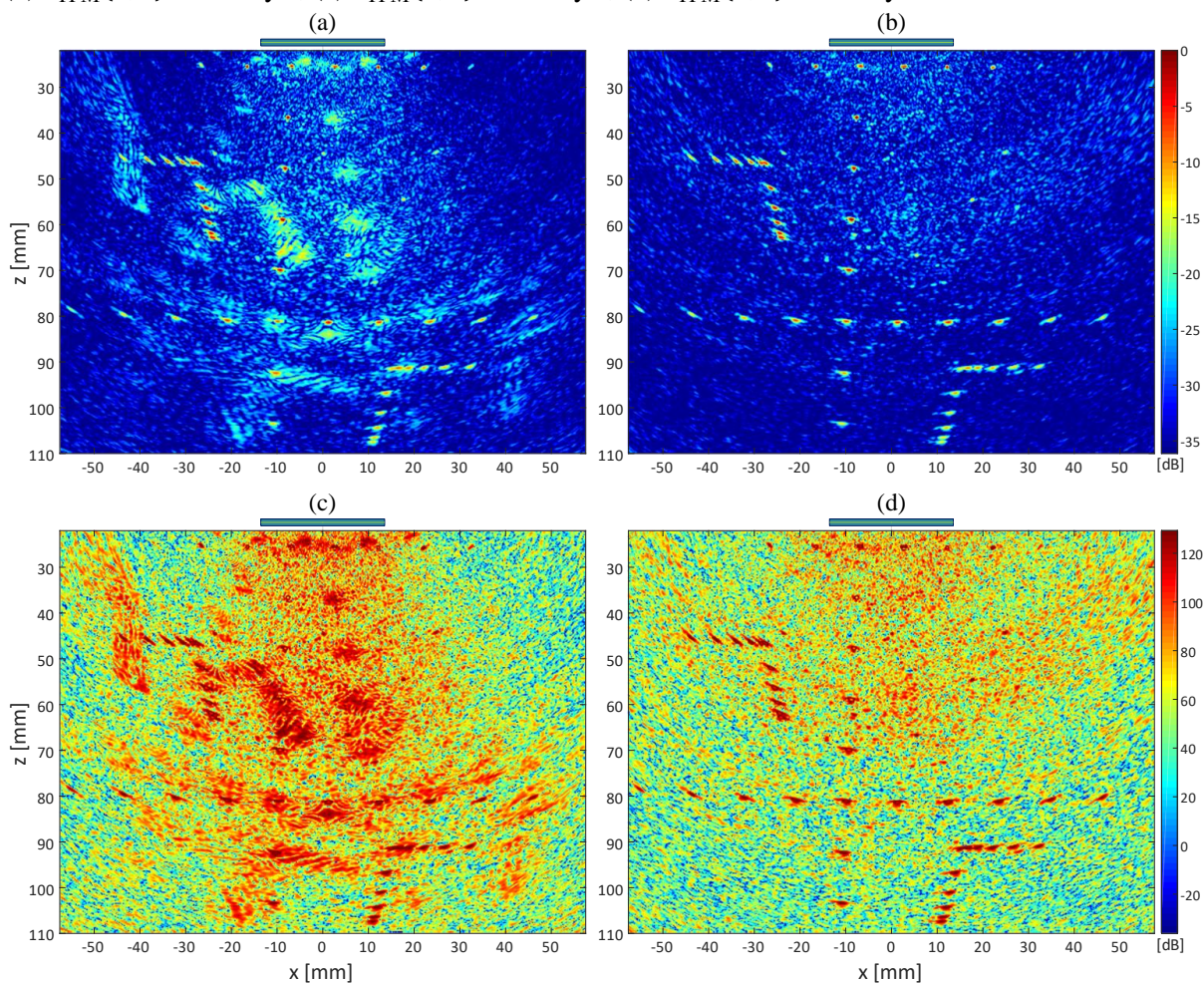
CONFIG.	$\text{data}_{\text{phant}}$ 1 a 125	$\text{data}_{\text{phant}}$ 2 a 126	$\text{data}_{\text{phant}}$ 3 a 127	$\text{data}_{\text{phant}}$ 4 a 128	$\text{data}_{\text{phant}}$ Total	
Array ₀₀	7,0518	7,8405	7,8834	7,2781	30,0538	17°
Array ₀₁	8,7589	8,5593	8,6532	9,8676	35,8389	18°
Array ₀₂	4,6617	4,5317	4,4677	4,9670	18,6281	16°
Array ₀₃	3,8509	3,8338	3,9960	4,0484	15,7291	14°
Array ₀₄	3,8770	3,8198	3,8846	4,1769	15,7583	15°
Array ₀₅	3,8146	3,7578	3,6784	4,0579	15,3087	11°
Array ₀₆	3,7617	3,7430	3,7041	3,9194	15,1281	7°
Array ₀₇	3,7591	3,7763	3,7214	3,8059	15,0626	6°
Array ₀₈	4,0015	3,6871	3,6914	3,7803	15,1602	8°
Array ₀₉	3,8117	3,9573	3,8348	3,7872	15,3909	12°
Array ₁₀	3,8170	3,7496	3,6887	3,6940	14,9493	3°
Array ₁₁	3,6288	3,6915	3,6753	3,9825	14,9781	4°
Array ₁₂	3,7669	3,6587	3,8515	3,7418	15,0189	5°
Array ₁₃	3,8335	3,4867	3,8194	4,1676	15,3072	10°
Array ₁₄	3,5591	3,8272	3,7960	3,7089	14,8912	2°
Array ₁₅	4,0931	3,5202	3,5899	3,6649	14,8681	1°
Array ₁₆	3,8672	3,8419	3,8129	3,9396	15,4617	13°
Array ₁₇	3,8283	3,7012	3,9635	3,7791	15,2722	9°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Cada sinal dos dados do *phantom* possui 7280 amostras temporais. Desta vez, os sinais não foram filtrados, por não haver discrepâncias entre as pontuações pelos 4 intervalos de elementos, como se pode notar na Tabela 9 (cujos valores são da ordem de 10^9).

Pela pontuação total da Tabela 9, os *arrays* que ocupam as três últimas posições são os mesmos das classificações em todos os cenários de PSF. O Array₁₀, que ocupa a primeira posição na classificação geral por f_{OIM} , é o terceiro colocado em $\text{data}_{\text{phant}}$ e possui uma pontuação muito próxima à do primeiro colocado. A Figura 51 apresenta imagens do *phantom* (no intervalo dos elementos 4 a 128) referentes aos Arrays 01 e 10.

Figura 51 – Cenário $\text{data}_{\text{Phant}}$ com o intervalo dos elementos 4 a 128: (a) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₀₁; (b) $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₁₀; (c) $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₀₁; (d) $\mathbb{I}''_{\text{TFM}}(x, z)$ do Array₁₀.



Fonte: Elaborada pelo autor.

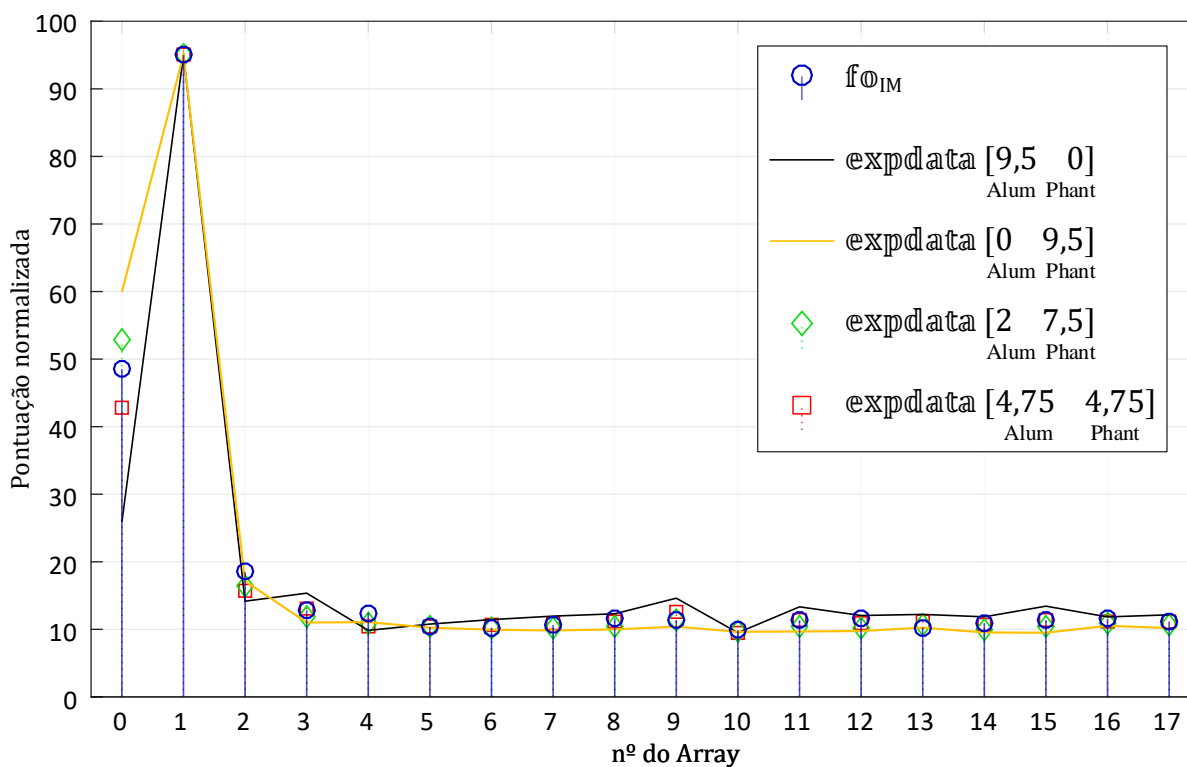
A fim de se ter uma comparação geral entre classificações, as pontuações dos dados experimentais foram normalizadas com o mesmo método aplicado aos cenários de PSF, e então somadas através de dois pares diferentes de pesos: no primeiro caso, os pesos de $\text{data}_{\text{Alum}}$ e $\text{data}_{\text{Phant}}$ são os mesmos entre si e iguais a 4,75, para que a maior pontuação referente aos dados experimentais (expdata) se iguale à maior pontuação por f_{OIM} ; no segundo caso, o peso de $\text{data}_{\text{Alum}}$ é igual a 2 e o de $\text{data}_{\text{Phant}}$ igual a 7,5, de modo que a maior pontuação por expdata também se iguale à maior pontuação por f_{OIM} . No último caso, os pesos foram atribuídos de forma a se ter maior aproximação entre as classificações por expdata e f_{OIM} , as quais são apresentadas na Tabela 10, onde também constam as pontuações normalizadas por $\text{data}_{\text{Alum}}$ e $\text{data}_{\text{Phant}}$. Com esses pesos atribuídos é possível notar, além da classificação, certa proximidade entre as pontuações por f_{OIM} e por expdata , principalmente quando se adota o segundo par de pesos.

Tabela 10 – Pontuações normalizadas e classificações por dados experimentais.

CONFIG.	data _{Alum}		data _{Phant}		expdata [4,75 4,75]		expdata [2 7,5]		f _{IM} (PSFs)	
Array00	2,725	17°	6,308	17°	42,908	17°	52,762	17°	48,513	17°
Array01	10,000	18°	10,000	18°	95,000	18°	95,000	18°	95,000	18°
Array02	1,491	14°	1,804	16°	15,652	16°	16,513	16°	18,468	16°
Array03	1,616	16°	1,159	14°	13,182	15°	11,923	15°	12,823	15°
Array04	1,036	2°	1,164	15°	10,452	2°	10,805	13°	12,465	14°
Array05	1,135	3°	1,079	11°	10,516	3°	10,365	7°	10,345	4°
Array06	1,204	4°	1,046	7°	10,692	4°	10,257	4°	10,246	2°
Array07	1,259	7°	1,035	6°	10,893	6°	10,277	5°	10,627	5°
Array08	1,295	11°	1,052	8°	11,149	8°	10,482	9°	11,634	13°
Array09	1,538	15°	1,095	12°	12,504	14°	11,286	14°	11,385	10°
Array10	1,000	1°	1,014	3°	9,568	1°	9,608	1°	9,875	1°
Array11	1,403	12°	1,019	4°	11,509	13°	10,453	8°	11,349	8°
Array12	1,268	8°	1,027	5°	10,901	7°	10,237	3°	11,604	12°
Array13	1,286	10°	1,079	10°	11,233	11°	10,665	11°	10,298	3°
Array14	1,248	6°	1,004	2°	10,696	5°	10,026	2°	10,931	6°
Array15	1,414	13°	1,000	1°	11,465	12°	10,328	6°	11,350	9°
Array16	1,246	5°	1,108	13°	11,182	10°	10,802	12°	11,598	11°
Array17	1,279	9°	1,073	9°	11,170	9°	10,603	10°	11,032	7°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Pela Tabela 10, percebe-se que podem existir grandes diferenças de colocações entre um cenário e outro, como é o caso dos Arrays 04 e 15: cada um destes ocupa uma das duas primeiras posições em um cenário experimental enquanto no outro ocupa uma das seis últimas. Isso pode

Figura 52 – Pontuações normalizadas por f_{IM} e expdata.

Fonte: Elaborada pelo autor.

acontecer principalmente quando há muitas configurações analisadas cujas pontuações são relativamente próximas entre si. Através da Figura 52, é possível observar com mais clareza a proximidade envolvida entre os desempenhos de algumas configurações, assim como a proximidade de pontuações entre f_{OIM} e expdata , a qual é mais significativa e satisfatória do que a proximidade entre classificações. No caso expdata , são apresentadas na Figura 52 as pontuações pelos dois pares de pesos da Tabela 10, além das pontuações normalizadas, por $\text{data}_{\text{Alum}}$ e $\text{data}_{\text{Phant}}$, multiplicadas pelo peso de 9,5.

De modo geral, as classificações e as pontuações pelos cenários experimentais corresponderam de forma relativamente satisfatória quando comparadas ao que foi obtido com os cenários simulados. Essa correspondência pode estar relacionada à diversidade envolvida entre os diferentes cenários de PSF, o que inclui diferentes valores de ξ . Isso pode contribuir para a redução da subjetividade envolvida nas pontuações, além de compensar a ausência de exatidão dos valores.

5.1.2 COMENTÁRIOS

Pelas imagens, pôde-se mostrar que é muito válido considerar a configuração do Array_{01} como a pior dos 18 *arrays* analisados, visto que essa configuração teve a maior pontuação de penalização em todos os cenários. Porém, pode não ser trivial classificar, por exemplo, o Array_{01} como pior do que o Array_{00} com base apenas em informações e valores obtidos pelos diagramas de radiação: na próxima seção, serão apresentados alguns artifícios que podem contornar as dificuldades envolvidas na obtenção de uma classificação apropriada. Estas, por sua vez, também estão relacionadas à necessidade de se considerar várias outras configurações para que a função objetivo dos diagramas avalie os *arrays* de forma mais adequada possível, diminuindo assim os riscos de se encontrar uma solução aparentemente ótima pelos diagramas, mas que nas imagens a configuração demonstra não ser uma das melhores dentre as já analisadas.

Quanto aos melhores desempenhos, não se pode afirmar qual configuração é a melhor, já que as pontuações não são tão distantes entre os Arrays_{05} a 17 . Porém, é possível concluir que o Array_{10} provavelmente é melhor em relação a determinado duelo com outra configuração deste estudo, e que dentre as 18 configurações, o Array_{10} possui a maior probabilidade de ser a configuração mais desejável. Tal hipótese acaba sendo intensificada pelos dados experimentais, onde o Array_{10} também teve o melhor desempenho geral.

Logo, pode-se dizer que, considerar uma configuração mais desejável do que outra torna-se mais válido quanto maior for a diferença de pontuação entre as diversas configurações. E, quanto mais próximas forem as pontuações, maior será a subjetividade em classificar os *arrays*.

5.2 CLASSIFICAÇÃO NUMÉRICA DE ARRAYS POR DIAGRAMAS

Ao contrário do que se pode imaginar, apenas uma ou duas métricas provenientes de diagramas dificilmente são suficientes para pontuar as configurações adequadamente, visto que ainda não se conhece uma métrica capaz de indicar, com exatidão ou garantia, que determinada configuração é melhor do que outra de qualidade próxima; ou, que seja capaz de aproximar, significativamente, uma grande classificação por diagramas com outra obtida por imagens. E mesmo considerando várias métricas, uma aproximação de classificações ou pontuações não é uma tarefa trivial.

Nesta seção, é apresentada uma função objetivo cujos valores resultam de uma somatória de várias métricas intensificadas com seus respectivos pesos: cada um destes possui dimensão inversa à da métrica associada, de modo que os valores da função sejam sempre adimensionais e sem significado físico, e assim representando apenas pontuações de caráter classificatório.

Visto que, nas pontuações por imagens, há desempenhos bem próximos dentre *arrays* de certo grupo, assim como desempenhos bem distantes quando se comparam determinados *arrays*, a função objetivo dos diagramas (f_{HD}) deverá ser capaz de classificar adequadamente as configurações com desempenhos relativamente distantes entre si. Neste caso, o critério inclui que f_{HD} deverá ser capaz de: indicar que o Array_{01} é a pior configuração dentre as 18 analisadas, que o Array_{00} é a segunda pior, e que o Array_{02} é a terceira pior; posicionar os Arrays 03 e 04 entre a quarta e a quinta pior colocação, ou pontuá-los de forma que estejam próximos a essas colocações. Adicionalmente aos 18 *arrays* esparsos, constará nas tabelas das métricas o *array* completo de 125 elementos (denotado por AR125), cuja abertura é a mesma das demais configurações, assim como a largura do lóbulo principal. O AR125 é a referência de desempenho ideal em relação aos *arrays* que possuem a abertura de 125 elementos. Sendo assim, cada métrica utilizada deverá indicar que a pontuação do AR125 é a melhor (classificada como “I”) dentre todos os *arrays* deste estudo. No Apêndice B, são apresentados os padrões de radiação referentes a esses 19 *arrays*.

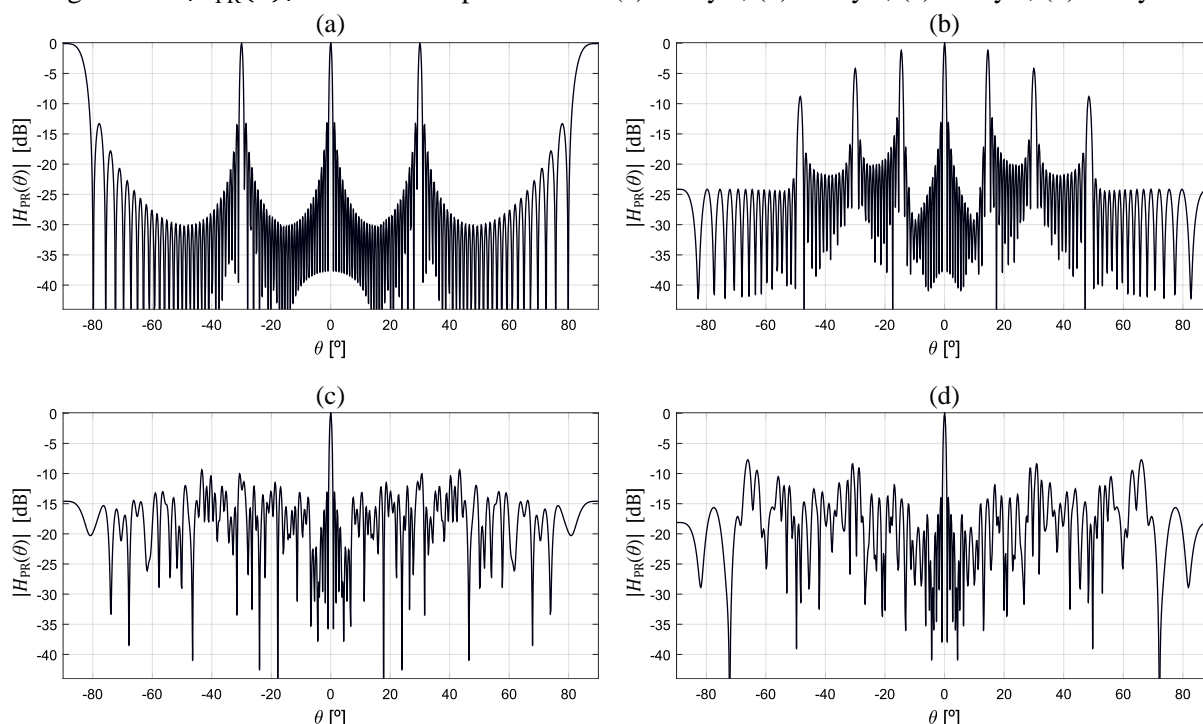
É importante ressaltar que, as métricas adotadas e seus respectivos pesos atribuídos não envolvem exatidão e não garantem eficácia associada à função objetivo final, a qual pode ou não resultar em configurações excelentes nas buscas futuras. Apesar disso, f_{HD} é composta por 25 métricas e nenhuma delas deve resultar em grande impacto individual na função, o que demonstra certo nível de diversificação e equilíbrio da metodologia. Esses parâmetros, com testes realizados apenas entre *arrays* de mesmo comprimento e mesmo número de elementos, foram estabelecidos para resultarem em classificações ou pontuações próximas entre diagramas e imagens, com base nas 18 configurações apresentadas na seção anterior. Dessa forma, são reduzidas as chances de se encontrar configurações relativamente ruins ou indesejáveis que podem ser indicadas enganosamente como ótimas pela função objetivo dos diagramas.

Um dos parâmetros comumente utilizados no projeto de *arrays* esparsos se trata da largura do lóbulo principal, que é uma grandeza angular correspondente à abertura deste lóbulo no padrão de radiação, onde o ponto de medição deve ser determinado cautelosamente em um valor baixo de magnitude (por exemplo, -20 dB). Isso depende, por exemplo, do número de amostras do diagrama e do quanto o valor mais baixo do lóbulo principal varia entre as configurações.

A medida em questão pode ser utilizada quando são levados em consideração *arrays* de quantidades diferentes de elementos, ou quando são comparados *arrays* de comprimentos diferentes; ou ainda, quando os elementos estão muito concentrados em um trecho do comprimento enquanto há grande ausência em outro trecho do *array*. Essa métrica é muito válida também para comparar apodizações diferentes para determinada configuração, pois as larguras de todos os lóbulos, incluindo a do principal, variam muito com a apodização adotada.

No entanto, a proposta do trabalho consiste em comparar, sempre com apodização constante para elementos ativos, *arrays* de mesmo comprimento e de mesma quantidade de elementos, para que se faça a busca de configurações ótimas sob as mesmas condições, fazendo dessa forma com que a largura do lóbulo principal seja semelhante entre as inúmeras configurações, como é possível observar no Apêndice B e na Figura 53, onde os dois primeiros exemplos pertencem a configurações indesejáveis (Arrays 00 e 01), enquanto os outros dois estão associados a boas configurações (Arrays 13 e 14). Logo, esse parâmetro não está presente em \mathbb{f}_{HD} .

Figura 53 – $|H_{\text{PR}}(\theta)|$ de elementos pontuais do: (a) Array₀₀; (b) Array₀₁; (c) Array₁₃; (d) Array₁₄.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando se considera elementos pontuais, não há atenuação dos lóbulos laterais e de espaçamento, como é o caso dos padrões de radiação da Figura 53. Nessa condição, os picos laterais do Array₀₀ assumem valores máximos, fazendo com que as pontuações de penalização do Array₀₀ ultrapassem facilmente as do Array₀₁, cuja configuração é a mais indesejável. Devido a isso, tornou-se inviável a escolha dessa condição. Foram, então, selecionadas três condições, as quais se tratam de diferentes comprimentos atribuídos aos elementos: as medidas são de 0,53 mm, 0,9 mm e 1 mm. A primeira medida, que é a mais utilizada nas métricas deste trabalho, se trata de um caso possivelmente real por ser inferior a $\lambda/2$, sendo λ igual a 1,26 mm nesta seção, cujo valor é o mesmo dos cenários de PSF e do bloco de alumínio. As outras duas medidas não poderiam ser reais por serem superiores a $\lambda/2$. Entretanto, essas três medidas são consideradas fictícias, com o propósito apenas de aplicar diferentes atenuações nos diagramas. A função $\eta(\theta)$, por sua vez, é um parâmetro real, assim como o comprimento L . Nesta seção, tais parâmetros são fictícios e denotados, respectivamente, por $\tilde{\eta}(\theta)$ e \mathcal{L} , tal que:

$$\tilde{\eta}(\theta) = \text{sinc}\left(\frac{\mathcal{L}}{\lambda} \text{sen } \theta\right). \quad (70)$$

As métricas estão separadas em três grupos: as baseadas no somatório de todas as magnitudes (STM); as baseadas em desvio padrão e derivação (SDD); e as baseadas em médias aritmética e geométrica (AGP). A utilização das medidas \mathcal{L} varia conforme os grupos: em STM, são utilizados apenas os valores de 0,9 e 1 mm, enquanto nos grupos SDD e AGP apenas o comprimento de 0,53 mm é considerado. A Tabela 11 apresenta os parâmetros gerais dos 4 diagramas utilizados nesta seção, onde as diferenças estão relacionadas apenas aos grupos de métricas em que estão inseridos. Como consequência, os diagramas secundários $H_{S\boxtimes}(\theta)$ e $H_{S\updownarrow\boxtimes}(\theta)$ são atenuados apenas por $\mathcal{L} = 0,53$ mm, $H_{S\updownarrow\boxtimes}(\theta)$ apenas por $\mathcal{L} = 0,9$ mm, e $H_{PR}(\theta)$ pelas três medidas possíveis, já que a utilização desse diagrama está presente em todos os grupos.

Tabela 11 – Parâmetros gerais dos diagramas.

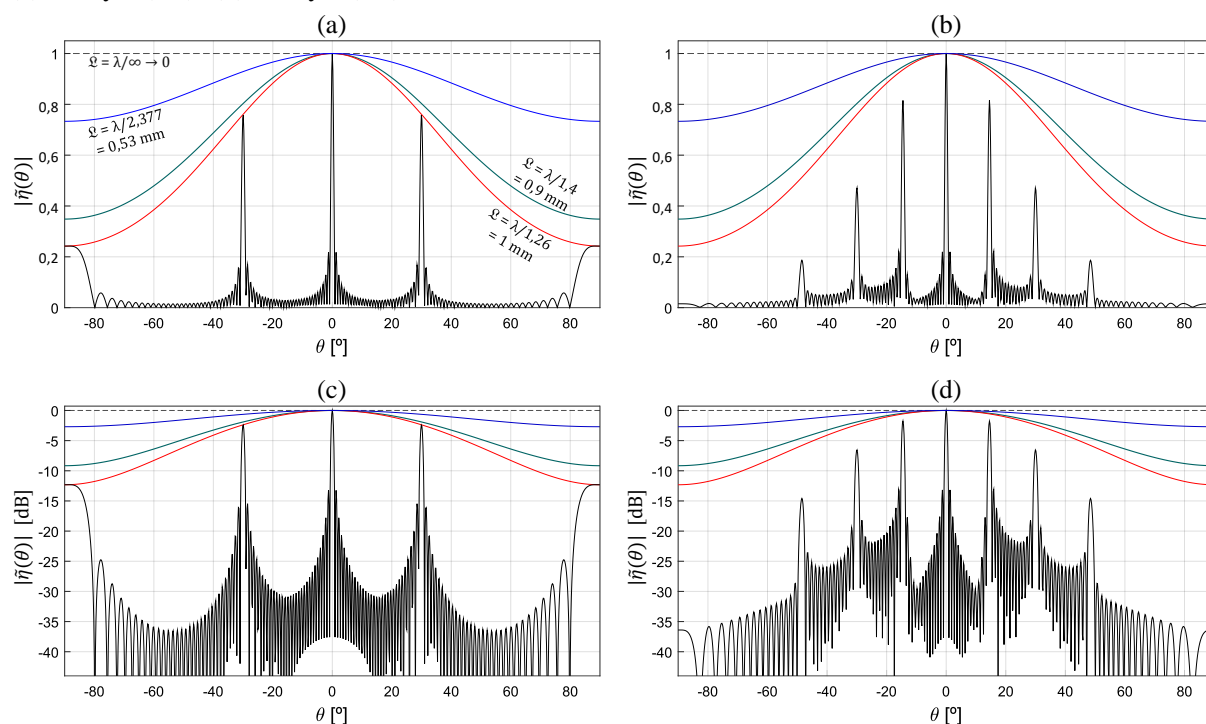
PARÂMETROS	$H_{PR}(\theta)$	$H_{S\boxtimes}(\theta)$	$H_{S\boxtimes}(\theta)$	$H_{S\updownarrow\boxtimes}(\theta)$
Número total de elementos (N)	125	125	125	125
Número de elementos ativos (M)	32	32	32	32
Número de amostras do diagrama (N_{hd})	993	993	993	993
Comprimento de onda (λ)	1,26 mm	1,26 mm	1,26 mm	1,26 mm
Comprimento(s) fictício(s) do elemento (\mathcal{L})	[0,53 0,9 1] mm	0,53 mm	0,53 mm	0,9 mm
Efeito(s) de atenuação do diagrama (\mathcal{L}/λ)	[2,377 ⁻¹ 1,4 ⁻¹ 1,26 ⁻¹]	2,377 ⁻¹	2,377 ⁻¹	1,4 ⁻¹
Grupo(s) de métricas	[STM SDD AGP]	AGP	AGP	STM
Número de métricas	14	5	4	2

Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme associações feitas entre o padrão de radiação e as imagens, assume-se que os lóbulos laterais mais próximos do principal são relativamente mais significativos para atribuir pontuações de penalização, quando comparados aos lóbulos laterais mais afastados e aos de

espaçamento. Devido a isso, optou-se por aplicar diferentes funções de atenuação $\tilde{\eta}(\theta)$, cujos valores de ϱ devem ser escolhidos com cautela para não atenuar em excesso os lóbulos mais afastados. As curvas das três funções $\tilde{\eta}(\theta)$ estão presentes na Figura 54, onde também consta, para os Arrays 00 e 01, o padrão de radiação atenuado por $\varrho = 1 \text{ mm}$. Comparando as Figuras 53 e 54, é possível observar que as atenuações provocadas no diagrama do Array₀₀ são consideravelmente maiores do que as provocadas no do Array₀₁. Dessa forma, torna-se mais simples a atribuição de pontuações maiores ao Array₀₁.

Figura 54 – Funções $|\tilde{\eta}(\theta)|$, com $\varrho = 1 \text{ mm}$ aplicado ao padrão radiação do: (a) Array₀₀; (b) Array₀₁; (c) Array₀₀ (dB); (d) Array₀₁ (dB).



Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir, são apresentadas apenas as métricas que compõem f_{HD} , cujas denotações são providas de um subscrito que indica o diagrama associado (PR, S \bowtie , S \boxtimes ou S $\updownarrow\boxtimes$). O principal critério para a utilização de uma métrica levou em consideração o objetivo de fixar, em f_{HD} , as três piores configurações. Em cada métrica, pode haver alguma variação entre as colocações dos três *arrays* em questão, desde que estes ocupem as três últimas posições. As tabelas das métricas apresentam os valores individuais, sem peso, de cada configuração do estudo. Também constam nas tabelas as classificações individuais por cada métrica, onde os destaques em **negrito** indicam a correspondência de colocação de um *array* com a classificação por f_{IM} , sendo esta considerada, neste trabalho, a principal referência para desenvolver f_{HD} . Os pesos de intensificação, por sua vez, são denotados por \mathcal{W} e apresentados no decorrer desta seção.

5.2.1 GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS NO SOMATÓRIO DE TODAS AS MAGNITUDES

As métricas deste grupo são denotadas por $ST(pd)$, cujo termo consiste no somatório de todas as magnitudes, tal que:

$$ST(pd) = \sum_{i=1}^{N_{hd}} (HD_i)^{pd}, \quad (71)$$

onde N_{hd} é o número de amostras do diagrama, e HD_i a magnitude da i -ésima amostra, sendo igual a 1 o valor máximo de HD_i .

O termo pd é o coeficiente de potência do diagrama e se trata de um valor que pode atribuir maior importância às magnitudes mais altas ou às mais baixas: o valor unitário não provoca alteração; um valor positivo abaixo de 1 aumenta a penalização pelas magnitudes mais baixas; e um valor acima de 1 amplia a relevância das magnitudes mais altas em detrimento da maior redução das magnitudes menores. Com o intuito de dar predominância a maiores magnitudes, as métricas deste grupo possuem $pd = 2, 3, 4, 5$ e 6 .

O número de amostras dos diagramas é igual a 993, e é atribuído o valor zero às 7 amostras centrais quando se utiliza a equação descrita em (71), pois tais amostras são referentes ao lóbulo principal dos *arrays* com abertura de 125 elementos. Em caso de diferentes condições como as relacionadas ao lóbulo principal ou ao número de amostras, é provável que a quantidade de amostras associadas ao lóbulo principal será diferente. E, caso algum estudo consista em comparar *arrays* com diferentes lóbulos principais, pode ser válido recorrer às métricas baseadas em ST com a inclusão de todas as magnitudes centrais.

Neste trabalho, o grupo de métricas ST_{MI} é o mais relevante quando se trata da aproximação desejada entre classificações, e também o que melhor se aplica aos diagramas principais. No entanto, os parâmetros devem ser estabelecidos com muita cautela: o $Array_{01}$, que é a pior configuração do estudo, fica na primeira colocação se $pd = 1$ e $\mathcal{L} = 0,53$ mm. Isso acontece devido à alta quantidade de magnitudes baixas do padrão de radiação do $Array_{01}$, que juntas acabam tendo maior relevância em comparação com os altos picos dos lóbulos laterais.

Acompanhada pelas classificações individuais, a Tabela 12 apresenta as pontuações pelas métricas $ST(pd)_{PR}$, com $pd = 2$ a 6 . Nas três primeiras, $\mathcal{L} = 1$ mm, sendo tal medida capaz de resultar na mesma classificação dos 4 últimos colocados por f_{IM} . Para as duas últimas métricas, foi selecionado $\mathcal{L} = 0,9$ mm, pois, dentre essa e outras opções vizinhas como $0,8$ e 1 mm, a escolha foi capaz de melhor atender à classificação desejada, onde o primeiro e os três últimos colocados são os mesmos em relação às duas métricas. Com a seleção desses valores em \mathcal{L} , evita-se que haja pontuação excessiva às configurações relativamente boas que possuem magnitudes intermediárias nos lóbulos de espaçamento, ao mesmo tempo em que não há grande favorecimento de configurações ruins com baixas magnitudes nesses lóbulos, como é o caso do

Array₀₁. No grupo STM, todas as amostras dos lóbulos de espaçamento são consideradas, diferentemente dos demais grupos: isso é um dos motivos relacionados à seleção de $\varrho > \lambda/2$ em STM, enquanto $\varrho < \lambda/2$ em SDD e AGP.

Tabela 12 – Pontuações e classificações pelas métricas $ST(pd)_{PR}$.

CONFIG.	$ST(2)_{PR}$ $\varrho = 1 \text{ mm}$		$ST(3)_{PR}$ $\varrho = 1 \text{ mm}$		$ST(4)_{PR}$ $\varrho = 1 \text{ mm}$		$ST(5)_{PR}$ $\varrho = 0,9 \text{ mm}$		$ST(6)_{PR}$ $\varrho = 0,9 \text{ mm}$	
AR125	0,5979	I	0,0898	I	0,0171	I	0,0036	I	0,0008	I
Array ₀₀	11,7276	17°	4,9306	17°	2,7802	17°	2,6010	17°	1,7873	17°
Array ₀₁	11,8514	18°	5,8135	18°	3,6619	18°	2,7443	18°	2,0014	18°
Array ₀₂	11,2359	16°	2,7174	16°	0,9589	16°	0,6312	16°	0,3034	16°
Array ₀₃	10,1016	15°	2,0038	15°	0,4789	15°	0,1569	14°	0,0460	14°
Array ₀₄	9,1630	6°	1,8341	14°	0,4656	14°	0,1826	15°	0,0610	15°
Array ₀₅	9,2974	7°	1,3980	7°	0,2462	9°	0,0596	8°	0,0126	8°
Array ₀₆	9,6958	12°	1,4991	11°	0,2762	11°	0,0690	11°	0,0154	12°
Array ₀₇	9,3858	8°	1,4513	10°	0,2602	10°	0,0642	10°	0,0136	9°
Array ₀₈	9,8140	14°	1,5953	13°	0,2937	13°	0,0691	12°	0,0145	11°
Array ₀₉	9,6081	11°	1,5174	12°	0,2825	12°	0,0694	13°	0,0156	13°
Array ₁₀	8,9180	4°	1,2531	2°	0,2067	2°	0,0488	1°	0,0100	1°
Array ₁₁	9,4483	9°	1,3814	6°	0,2332	6°	0,0525	3°	0,0105	3°
Array ₁₂	9,4557	10°	1,4066	8°	0,2406	8°	0,0549	6°	0,0110	6°
Array ₁₃	9,7193	13°	1,4329	9°	0,2385	7°	0,0532	5°	0,0103	2°
Array ₁₄	8,6804	2°	1,2923	4°	0,2294	5°	0,0617	9°	0,0141	10°
Array ₁₅	8,9315	5°	1,3092	5°	0,2262	4°	0,0555	7°	0,0119	7°
Array ₁₆	8,6447	1°	1,2651	3°	0,2099	3°	0,0527	4°	0,0105	3°
Array ₁₇	8,7002	3°	1,2293	1°	0,2015	1°	0,0497	2°	0,0105	3°

Fonte: Elaborada pelo autor.

As pontuações por $ST(2)_{PR}$ são as maiores dentre as 25 métricas. Sendo assim, o peso \mathcal{W} atribuído à $ST(2)_{PR}$ é unitário, enquanto são maiores os demais pesos de intensificação. Quanto maior o valor de pd , menores são as pontuações: em $ST(6)_{PR}$, por exemplo, os valores mais baixos possuem pouco significado quando comparados com as métricas anteriores, chegando a corresponder a 0,1% em relação à $ST(2)_{PR}$; mas para as piores configurações a proporção é bem diferente, como é o caso do Array₀₁, cuja pontuação em $ST(6)_{PR}$ é apenas 6 vezes menor do que em $ST(2)_{PR}$. Devido a isso, os critérios para a atribuição dos pesos levam em consideração o equilíbrio entre as métricas e estão parcialmente relacionados às proporções: para $ST(3)_{PR}$, $ST(4)_{PR}$, $ST(5)_{PR}$ e $ST(6)_{PR}$, os pesos são iguais a 2, 8, 16 e 48, respectivamente.

A Tabela 13 apresenta as informações pelas outras duas métricas do grupo STM, sendo elas $ST(5)_{S\varphi\boxtimes}$ e $ST(6)_{S\varphi\boxtimes}$. Por meio destas, respectivamente, as classificações e as pontuações são próximas quando comparadas a $ST(5)_{PR}$ e $ST(6)_{PR}$, devido às semelhanças entre $H_{PR}(\theta)$ e $H_{S\varphi\boxtimes}(\theta)$. Dessa forma, os pesos de $ST(pd)_{S\varphi\boxtimes}$ foram atribuídos da mesma maneira que em $ST(pd)_{PR}$.

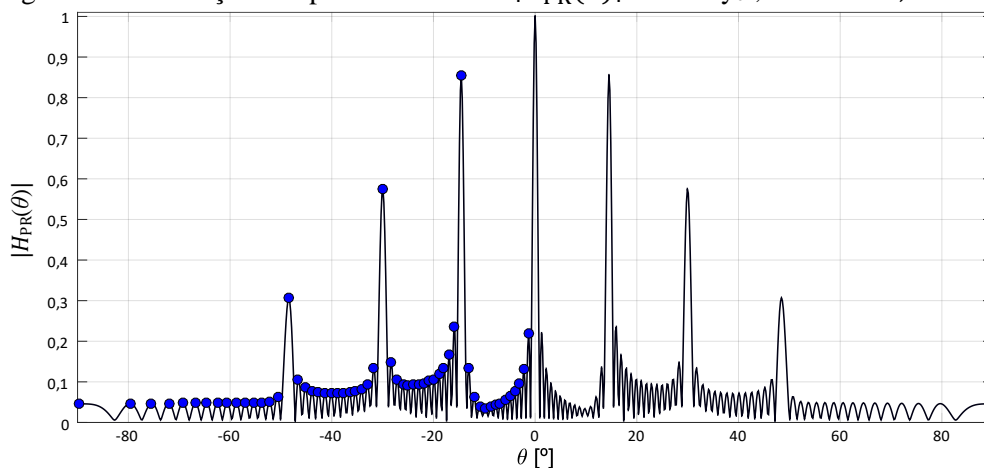
Tabela 13 – Pontuações e classificações pelas métricas $ST(5)_{S\psi\boxtimes}$ e $ST(6)_{S\psi\boxtimes}$.

CONFIG.	$ST(5)_{S\psi\boxtimes}$ $\varrho = 0,9 \text{ mm}$		$ST(6)_{S\psi\boxtimes}$ $\varrho = 0,9 \text{ mm}$	
AR125	0,0036	I	0,0008	I
Array00	2,6010	17°	1,7873	17°
Array01	2,6976	18°	1,9662	18°
Array02	0,6268	16°	0,3015	16°
Array03	0,1456	14°	0,0420	14°
Array04	0,1801	15°	0,0599	15°
Array05	0,0579	8°	0,0122	8°
Array06	0,0680	12°	0,0152	12°
Array07	0,0631	10°	0,0133	9°
Array08	0,0679	11°	0,0142	10°
Array09	0,0680	12°	0,0153	13°
Array10	0,0465	1°	0,0094	1°
Array11	0,0516	4°	0,0103	4°
Array12	0,0541	6°	0,0108	6°
Array13	0,0512	3°	0,0098	2°
Array14	0,0623	9°	0,0143	11°
Array15	0,0542	7°	0,0115	7°
Array16	0,0516	4°	0,0102	3°
Array17	0,0491	2°	0,0103	4°

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.2 GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS EM DESVIO PADRÃO E DERIVAÇÃO

No grupo anterior, os valores são dobrados por se considerar os dois lados dos diagramas, cujas formas são todas simétricas, e por haver métricas com valores muito baixos, convém não os dividir por 2. Já as métricas deste grupo, assim como as do grupo seguinte, dependem apenas dos picos laterais dos diagramas, e são determinadas por uma quantidade específica de picos – estes, por sua vez, correspondem a todos os valores maiores em relação às amostras anterior e posterior. Por isso, enfatiza-se que apenas a metade dos diagramas é considerada em \mathbb{SDD} e \mathbb{AGP} , conforme o exemplo da Figura 55 onde são indicadas as informações a serem agregadas às métricas.

Figura 55 – Indicação dos picos laterais em $|H_{PR}(\theta)|$ do Array01, com $\varrho = 0,53 \text{ mm}$.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A primeira métrica deste grupo se trata do desvio padrão dos picos laterais, o qual é obtido pela equação descrita em (72):

$$SD = \sqrt{\frac{1}{N_{pl} - 1} \sum_{i=1}^{N_{pl}} \left| PL_i - \frac{1}{N_{pl}} \sum_{j=1}^{N_{pl}} PL_j \right|^2}, \quad (72)$$

onde N_{pl} é o número de picos laterais do diagrama, PL o vetor ordenado de magnitudes dos picos laterais, e $N_{pl} - 1$ o termo que indica o fator de normalização adotado.

A demais métricas deste grupo partem do termo denotado por $\bar{d}PL$, que consiste no módulo da derivada de PL em função das amostras κ de seu vetor, tal que:

$$\bar{d}PL = \left| \frac{d}{d\kappa} PL(\kappa) \right|. \quad (73)$$

Dessa forma, $\bar{d}PL$ possui uma amostra a menos em comparação com PL .

A segunda métrica consiste no desvio padrão das amostras de $\bar{d}PL$ e é representada pela equação descrita em (74):

$$SD\bar{d} = \sqrt{\frac{1}{N_{pl} - 2} \sum_{i=1}^{N_{pl}-1} \left| \bar{d}PL_i - \frac{1}{N_{pl} - 1} \sum_{j=1}^{N_{pl}-1} \bar{d}PL_j \right|^2}. \quad (74)$$

As duas últimas métricas do grupo $S\mathbb{D}\mathbb{D}$ são denotadas por $M\bar{d}(N_{mp})$, cujo termo consiste na média aritmética dos maiores valores de $\bar{d}PL$:

$$M\bar{d}(N_{mp}) = \frac{1}{N_{mp}} \sum_{imp=1}^{N_{mp}} \bar{d}PL_{imp}, \quad (75)$$

onde N_{mp} é a quantidade estabelecida dos maiores valores, e imp o termo que indica a contagem dos valores em ordem decrescente.

A Tabela 14 apresenta as pontuações e classificações pelas métricas SD_{PR} , $SD\bar{d}_{PR}$, $M\bar{d}(2)_{PR}$ e $M\bar{d}(4)_{PR}$, as quais são úteis para dar um peso de preferência às configurações com picos mais equilibrados nos diagramas principais. A tendência é que as configurações mais indesejáveis apresentem altos picos que contrastam com vários picos de baixa magnitude, como é o caso dos Arrays 00 e 01, e o favorecimento de *arrays* com magnitudes mais estáveis pode ser verificado nas pontuações atribuídas adequadamente, tanto pela métrica SD_{PR} quanto pelas demais que envolvem derivação. Quanto às classificações, também pode ser observado que as mesmas possuem certo nível de equilíbrio entre as métricas deste grupo. Os pesos \mathcal{W} , por sua vez, foram atribuídos igualmente, e com o valor de 16.

Tabela 14 – Pontuações e classificações pelas métricas SD_{PR} , $SD\bar{d}_{PR}$ e $M\bar{d}(N_{mp})_{PR}$.

CONFIG.	SD_{PR}		$SD\bar{d}_{PR}$		$M\bar{d}(2)_{PR}$		$M\bar{d}(4)_{PR}$	
	$\varrho = 0,53$ mm		$\varrho = 0,53$ mm		$\varrho = 0,53$ mm		$\varrho = 0,53$ mm	
AR125	0,0326	I	0,0126	I	0,0636	I	0,0395	I
Array ₀₀	0,1453	18°	0,1467	17°	0,7253	18°	0,5276	17°
Array ₀₁	0,1300	17°	0,1488	18°	0,6701	17°	0,5523	18°
Array ₀₂	0,1163	16°	0,1043	16°	0,4758	16°	0,3642	16°
Array ₀₃	0,1075	14°	0,0907	15°	0,3566	15°	0,3188	15°
Array ₀₄	0,1152	15°	0,0903	14°	0,3260	14°	0,3001	14°
Array ₀₅	0,0708	8°	0,0491	4°	0,1649	3°	0,1582	4°
Array ₀₆	0,0690	7°	0,0586	11°	0,1904	7°	0,1854	9°
Array ₀₇	0,0736	11°	0,0606	12°	0,1990	9°	0,1858	10°
Array ₀₈	0,0807	13°	0,0623	13°	0,2191	11°	0,2025	13°
Array ₀₉	0,0681	6°	0,0558	10°	0,2404	13°	0,1988	12°
Array ₁₀	0,0594	2°	0,0471	2°	0,1599	2°	0,1528	2°
Array ₁₁	0,0615	4°	0,0486	3°	0,1711	4°	0,1562	3°
Array ₁₂	0,0614	3°	0,0516	7°	0,1957	8°	0,1736	6°
Array ₁₃	0,0585	1°	0,0361	1°	0,1365	1°	0,1286	1°
Array ₁₄	0,0761	12°	0,0535	9°	0,2055	10°	0,1818	8°
Array ₁₅	0,0617	5°	0,0515	6°	0,1879	6°	0,1775	7°
Array ₁₆	0,0733	10°	0,0529	8°	0,2286	12°	0,1886	11°
Array ₁₇	0,0720	9°	0,0512	5°	0,1862	5°	0,1725	5°

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.3 GRUPO DE MÉTRICAS BASEADAS EM MÉDIAS ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA

As métricas do grupo \mathbb{AGP} são as que mais se distanciam da classificação de referência por f_{IM} , mas são úteis para compensar diversas pontuações relativamente inadequadas que provém dos grupos anteriores, de forma a resultar em maior equilíbrio na função f_{HD} . Devido a isso, os pesos das 14 métricas deste grupo foram atribuídos de modo que, essas resultem em menores impactos individuais quando comparadas com as métricas dos grupos anteriores, que juntas compõem 11. Neste grupo, os pesos \mathcal{W} são todos iguais a 4.

As métricas baseadas em média aritmética são denotadas por $AP(N_{mp})$, cujo termo é dado pela seguinte equação:

$$AP(N_{mp}) = \frac{1}{N_{mp}} \sum_{imp=1}^{N_{mp}} PL_{imp}. \quad (76)$$

Essas métricas consistem na média dos maiores picos laterais, onde N_{mp} é a quantidade selecionada dos maiores picos. Autores como Hu *et al* (2017) e Souza (2018) adotam métricas de forma equivalente a $AP(N_{mp})$, onde consideram, por exemplo, apenas o maior pico lateral ($N_{mp} = 1$), ou todos ($N_{mp} = N_{pl}$). Já neste grupo, N_{mp} varia entre 1, 2, 3, 4, 8, 12 e 16.

A Tabela 15 apresenta as quatro primeiras métricas do grupo: $AP(1)_{PR}$, $AP(2)_{PR}$, $AP(3)_{PR}$ e $AP(4)_{PR}$. Nestas, as classificações variam pouco e são as que menos se aproximam da

classificação desejada. No entanto, há uma grande relevância atribuída aos maiores picos laterais, que podem impedir buscas indesejáveis de configurações com magnitudes críticas nesses lóbulos, como é o caso do Array₁₆: este, por sua vez, é indevidamente favorecido no grupo STML, enquanto é bem penalizado nas quatro métricas da Tabela 15.

Tabela 15 – Pontuações e classificações pelas métricas $AP(N_{mp})_{PR}$.

CONFIG.	$AP(1)_{PR}$		$AP(2)_{PR}$		$AP(3)_{PR}$		$AP(4)_{PR}$	
	$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$	
AR125	0,2150	I	0,1694	I	0,1422	I	0,1240	I
Array ₀₀	0,9238	18°	0,8285	18°	0,6250	18°	0,5192	18°
Array ₀₁	0,8551	17°	0,7149	17°	0,5789	17°	0,4929	17°
Array ₀₂	0,6691	16°	0,6324	16°	0,5026	16°	0,4370	16°
Array ₀₃	0,4167	14°	0,4006	14°	0,3902	14°	0,3815	14°
Array ₀₄	0,5401	15°	0,4577	15°	0,4187	15°	0,3931	15°
Array ₀₅	0,3003	6°	0,2987	6°	0,2898	6°	0,2844	7°
Array ₀₆	0,3115	7°	0,3031	9°	0,2965	9°	0,2927	10°
Array ₀₇	0,2924	4°	0,2915	4°	0,2905	7°	0,2869	8°
Array ₀₈	0,2850	2°	0,2818	3°	0,2795	3°	0,2761	3°
Array ₀₉	0,3460	11°	0,3265	11°	0,3077	11°	0,2982	11°
Array ₁₀	0,3157	8°	0,3000	8°	0,2919	8°	0,2842	6°
Array ₁₁	0,2912	3°	0,2745	1°	0,2665	1°	0,2604	1°
Array ₁₂	0,2822	1°	0,2753	2°	0,2718	2°	0,2695	2°
Array ₁₃	0,2957	5°	0,2936	5°	0,2845	4°	0,2778	5°
Array ₁₄	0,3527	12°	0,3404	12°	0,3337	13°	0,3165	12°
Array ₁₅	0,3205	9°	0,2991	7°	0,2869	5°	0,2771	4°
Array ₁₆	0,3727	13°	0,3462	13°	0,3306	12°	0,3173	13°
Array ₁₇	0,3405	10°	0,3200	10°	0,3019	10°	0,2918	9°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 16 – Pontuações e classificações pelas métricas $AP(N_{mp})_{S\bowtie}$ e $AP(N_{mp})_{S\boxtimes}$.

CONFIG.	$AP(4)_{S\bowtie}$		$AP(4)_{S\boxtimes}$		$AP(8)_{S\bowtie}$		$AP(8)_{S\boxtimes}$		$AP(12)_{S\bowtie}$	
	$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$\varrho = 0,53 \text{ mm}$	
AR125	0,1240	I	0,1240	I	0,0852	I	0,0852	I	0,0664	I
Array ₀₀	0,5192	18°	0,5192	18°	0,3351	18°	0,3351	17°	0,2561	16°
Array ₀₁	0,4337	17°	0,4630	17°	0,3277	17°	0,4236	18°	0,2694	18°
Array ₀₂	0,4317	16°	0,4340	16°	0,3100	16°	0,3246	16°	0,2587	17°
Array ₀₃	0,2628	14°	0,2914	14°	0,2323	14°	0,2555	11°	0,2166	14°
Array ₀₄	0,2817	15°	0,3338	15°	0,2541	15°	0,3044	15°	0,2319	15°
Array ₀₅	0,2395	11°	0,2891	13°	0,1954	8°	0,2535	10°	0,1747	8°
Array ₀₆	0,2199	8°	0,2472	5°	0,1992	10°	0,2421	8°	0,1865	10°
Array ₀₇	0,2597	13°	0,2850	12°	0,2197	13°	0,2642	14°	0,2002	13°
Array ₀₈	0,1781	2°	0,2390	3°	0,1692	4°	0,2290	3°	0,1640	7°
Array ₀₉	0,2038	7°	0,2818	10°	0,1787	7°	0,2577	12°	0,1631	6°
Array ₁₀	0,2013	6°	0,2672	9°	0,1693	5°	0,2513	9°	0,1573	3°
Array ₁₁	0,2537	12°	0,2835	11°	0,2072	11°	0,2600	13°	0,1872	11°
Array ₁₂	0,2294	10°	0,2653	8°	0,1968	9°	0,2418	7°	0,1795	9°
Array ₁₃	0,2283	9°	0,2526	7°	0,2083	12°	0,2365	6°	0,1940	12°
Array ₁₄	0,1553	1°	0,2343	2°	0,1454	1°	0,2163	1°	0,1387	1°
Array ₁₅	0,1859	4°	0,2263	1°	0,1686	2°	0,2197	2°	0,1564	2°
Array ₁₆	0,1841	3°	0,2451	4°	0,1688	3°	0,2359	4°	0,1610	5°
Array ₁₇	0,1885	5°	0,2520	6°	0,1705	6°	0,2360	5°	0,1598	4°

Fonte: Elaborada pelo autor.

As métricas $AP(N_{mp})$ da Tabela 16 provêm apenas de diagramas secundários, onde N_{mp} varia entre 4, 8 e 12. Algumas configurações, que parecem excelentes pelo padrão de radiação, podem não ter desempenhos tão bons nas imagens, como é o caso do Array₁₁, cujas pontuações por $H_{PR}(\theta)$ são muito boas, enquanto por $H_{S\bowtie}(\theta)$ e $H_{S\boxtimes}(\theta)$ tal configuração é bem penalizada. Isso mostra que os diagramas secundários podem agregar um pouco mais de equilíbrio às pontuações.

A partir de um valor mais elevado para N_{mp} , como 12, o Array₀₀ começa a ser pouco penalizado em $AP(N_{mp})$ devido à grande quantidade de picos de magnitude muito baixa em seu diagrama. Então, para considerar mais picos a partir de $N_{mp} = 12$, torna-se conveniente adotar outra estratégia que pode se assemelhar um pouco às médias $AP(N_{mp})$. Nesse caso, o método consistiu em uma fusão de variáveis, as quais possuem um efeito compensativo mútuo: trata-se da multiplicação de uma média geométrica com um desvio padrão, ambos referentes à mesma quantidade N_{mp} de maiores picos laterais. A utilização única da média geométrica seria mais desfavorável do que a aritmética para penalizar o Array₀₀, por exemplo, já que há muitos picos bem próximos de zero. Mas o desvio padrão dos picos dessa configuração é alto, em virtude dos altos picos que contrastam com os baixos. Com isso, a compensação necessária pode ser atribuída e controlada por parâmetros adicionais.

As últimas métricas são baseadas nessa fusão de variáveis. A média geométrica, por sua vez, é obtida pela seguinte equação:

$$GP(N_{mp}) = \left(\prod_{imp=1}^{N_{mp}} PL_{imp} \right)^{1/N_{mp}}. \quad (77)$$

Para essa fusão, no entanto, o desvio padrão é calculado considerando os valores em decibéis, de modo que a média geométrica na escala linear corresponda à média aritmética na escala em dB. Neste caso:

$$GP(N_{mp})_{(dB)} = \frac{1}{N_{mp}} \sum_{imp=1}^{N_{mp}} PL_{imp(dB)}. \quad (78)$$

Quanto ao desvio padrão deste grupo, o mesmo é dado pela seguinte equação:

$$SDB(N_{mp})_{(dB)} = \sqrt{\frac{1}{N_{mp} - 1} \sum_{imp=1}^{N_{mp}} |PL_{imp(dB)} - GP(N_{mp})_{(dB)}|^2}. \quad (79)$$

A fusão das variáveis depende de dois parâmetros e sua forma é na escala linear, tal que:

$$GPSD(N_{mp}) = [GP(N_{mp})]^{p_{gp}} [10^{SDB(N_{mp})_{(dB)}/20}]^{p_{sd}}, \quad (80)$$

onde pgp e psd são os coeficientes de potência da média geométrica e do desvio padrão, respectivamente.

Tabela 17 – Pontuações e classificações pelas métricas $GPSD(N_{mp})$.

CONFIG.	$GPSD(12)_{PR}$ $\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$GPSD(12)_{S\bowtie}$ $\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$GPSD(12)_{S\boxtimes}$ $\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$GPSD(16)_{S\bowtie}$ $\varrho = 0,53 \text{ mm}$		$GPSD(16)_{S\boxtimes}$ $\varrho = 0,53 \text{ mm}$	
AR125	0,1022	I	0,1022	I	0,1022	I	0,0972	I	0,0972	I
Array ₀₀	0,3931	17°	0,3931	18°	0,3931	17°	0,3677	17°	0,3677	16°
Array ₀₁	0,3964	18°	0,3881	17°	0,4702	18°	0,3807	18°	0,4997	18°
Array ₀₂	0,3852	16°	0,3712	16°	0,3838	16°	0,3555	16°	0,3699	17°
Array ₀₃	0,3672	14°	0,2607	14°	0,2844	14°	0,2559	14°	0,2798	14°
Array ₀₄	0,3775	15°	0,2767	15°	0,3263	15°	0,2722	15°	0,3261	15°
Array ₀₅	0,2823	7°	0,2239	10°	0,2788	10°	0,2182	10°	0,2742	10°
Array ₀₆	0,2894	11°	0,2131	8°	0,2477	6°	0,2113	8°	0,2506	7°
Array ₀₇	0,2838	8°	0,2446	13°	0,2796	12°	0,2397	13°	0,2780	13°
Array ₀₈	0,2745	5°	0,1759	2°	0,2376	3°	0,1756	2°	0,2365	3°
Array ₀₉	0,2853	10°	0,1975	7°	0,2793	11°	0,1938	7°	0,2760	11°
Array ₁₀	0,2783	6°	0,1943	6°	0,2658	9°	0,1905	6°	0,2640	9°
Array ₁₁	0,2602	1°	0,2370	12°	0,2798	13°	0,2312	12°	0,2763	12°
Array ₁₂	0,2649	2°	0,2197	9°	0,2595	8°	0,2157	9°	0,2566	8°
Array ₁₃	0,2718	3°	0,2248	11°	0,2488	7°	0,2226	11°	0,2470	6°
Array ₁₄	0,3054	12°	0,1554	1°	0,2282	2°	0,1545	1°	0,2267	2°
Array ₁₅	0,2725	4°	0,1798	3°	0,2245	1°	0,1782	3°	0,2258	1°
Array ₁₆	0,3060	13°	0,1822	4°	0,2433	4°	0,1807	4°	0,2428	4°
Array ₁₇	0,2840	9°	0,1825	5°	0,2464	5°	0,1807	4°	0,2454	5°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas métricas $GPSD(N_{mp})$, N_{mp} varia entre 12 e 16: nos dois casos pgp é unitário, enquanto $psd = 1$ e $1,2$, respectivamente. No segundo caso, a maior quantidade de picos implicou na necessidade de haver um pequeno ajuste de psd , o qual é responsável por adequar as pontuações à classificação desejada. As métricas em questão foram utilizadas majoritariamente em diagramas secundários, e as pontuações estão apresentadas conforme a Tabela 17.

5.2.4 FUNÇÃO OBJETIVO DOS DIAGRAMAS

A função objetivo dos diagramas é apresentada conforme a equação descrita em (81):

$$f_{\text{HD}} = \sum_{m=1}^{NM} \mathcal{W}_m \mathcal{M}_m, \quad (81)$$

onde: \mathcal{M} representa determinada métrica; m indica a m -ésima métrica; e NM é o número total de métricas adotadas.

A numeração das métricas \mathcal{M} e dos pesos de intensificação \mathcal{W} está de acordo com a ordem de apresentação, onde:

$$\mathcal{W} \begin{pmatrix} ST(2)_{PR} & ST(3)_{PR} & ST(4)_{PR} & ST(5)_{PR} & ST(6)_{PR} \\ ST(5)_{S\psi\boxtimes} & ST(6)_{S\psi\boxtimes} & SD_{PR} & SD\bar{d}_{PR} & M\bar{d}(2)_{PR} \\ M\bar{d}(4)_{PR} & AP(1)_{PR} & AP(2)_{PR} & AP(3)_{PR} & AP(4)_{PR} \\ AP(4)_{S\boxtimes} & AP(4)_{S\boxtimes} & AP(8)_{S\boxtimes} & AP(8)_{S\boxtimes} & AP(12)_{S\boxtimes} \\ G\bar{P}SD(12)_{PR} & G\bar{P}SD(12)_{S\boxtimes} & G\bar{P}SD(12)_{S\boxtimes} & G\bar{P}SD(16)_{S\boxtimes} & G\bar{P}SD(16)_{S\boxtimes} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \mathcal{W}_1 & \mathcal{W}_2 & \mathcal{W}_3 & \mathcal{W}_4 & \mathcal{W}_5 \\ \mathcal{W}_6 & \mathcal{W}_7 & \mathcal{W}_8 & \mathcal{W}_9 & \mathcal{W}_{10} \\ \mathcal{W}_{11} & \mathcal{W}_{12} & \mathcal{W}_{13} & \mathcal{W}_{14} & \mathcal{W}_{15} \\ \mathcal{W}_{16} & \mathcal{W}_{17} & \mathcal{W}_{18} & \mathcal{W}_{19} & \mathcal{W}_{20} \\ \mathcal{W}_{21} & \mathcal{W}_{22} & \mathcal{W}_{23} & \mathcal{W}_{24} & \mathcal{W}_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 16 & 48 \\ 16 & 48 & 16 & 16 & 16 \\ 16 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Com os pesos atribuídos às métricas, chega-se à classificação e às pontuações por f_{HD} apresentadas na Tabela 18, onde também constam, para comparação, as pontuações e classificações por f_{IM} e expdata [2 7,5] obtidas anteriormente. Para melhor comparação entre as pontuações, a segunda coluna da Tabela 18 apresenta valores normalizados, os quais foram obtidos de modo que a maior pontuação de f_{IM} seja igual à maior de f_{HD} adaptada.

Tabela 18 – Pontuações e classificações por f_{HD} , f_{IM} e expdata .

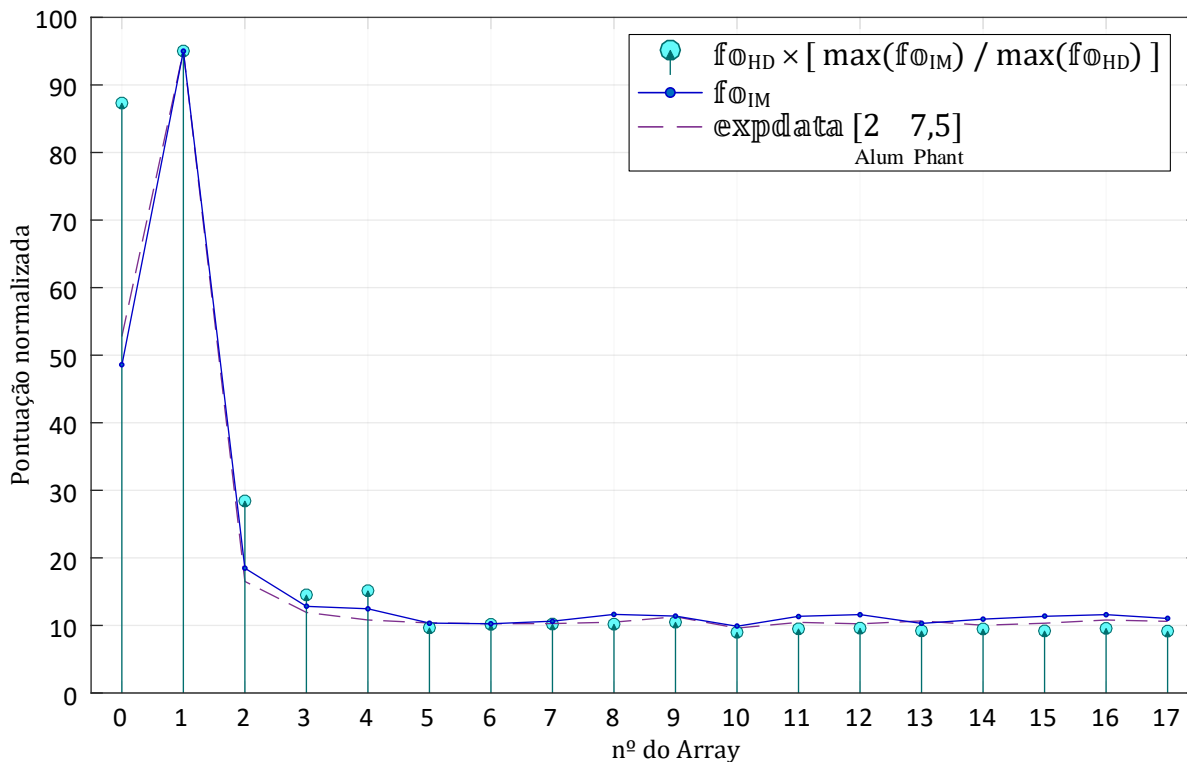
CONFIG.	f_{HD}	$\frac{f_{\text{HD}} \times \max(f_{\text{IM}})}{\max(f_{\text{HD}})}$		f_{IM}		expdata [2 7,5]	
AR125	10,0214	2,498	I				
Array00	350,4640	87,366	17°	48,513	17°	52,762	17°
Array01	381,0859	95,000	18°	95,000	18°	95,000	18°
Array02	113,9389	28,404	16°	18,468	16°	16,513	16°
Array03	58,1641	14,500	14°	12,823	15°	11,923	15°
Array04	60,6479	15,119	15°	12,465	14°	10,805	13°
Array05	38,6329	9,631	9°	10,345	4°	10,365	7°
Array06	40,6621	10,137	10°	10,246	2°	10,257	4°
Array07	40,8606	10,186	12°	10,627	5°	10,277	5°
Array08	40,7671	10,163	11°	11,634	13°	10,482	9°
Array09	41,9757	10,464	13°	11,385	10°	11,286	14°
Array10	35,9642	8,965	1°	9,875	1°	9,608	1°
Array11	38,0113	9,476	6°	11,349	8°	10,453	8°
Array12	38,4140	9,576	8°	11,604	12°	10,237	3°
Array13	36,8287	9,181	4°	10,298	3°	10,665	11°
Array14	37,9296	9,455	5°	10,931	6°	10,026	2°
Array15	36,7836	9,170	3°	11,350	9°	10,328	6°
Array16	38,2786	9,542	7°	11,598	11°	10,802	12°
Array17	36,6563	9,138	2°	11,032	7°	10,603	10°

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 56 apresenta um gráfico com as pontuações normalizadas da Tabela 18. No gráfico é possível observar com mais clareza, em relação aos Arrays 05 a 17, a proximidade envolvida entre as pontuações por f_{HD} e f_{IM} , enquanto há maiores distâncias de pontuações em relação aos Arrays 00, 02, 03 e 04. Considerando que o Array01 é neutro em relação às pontuações, pode-se afirmar que é mais fácil atribuir penalizações aos Arrays 00, 02, 03 e 04 por meio dos diagramas, devido às pontuações maiores em f_{HD} do que em f_{IM} . Essa facilidade pode ser observada no Apêndice B, onde tais configurações apresentam altos picos nos diagramas em

comparação com os demais *arrays*, cujos padrões de radiação podem sugerir que as qualidades nas imagens são muito próximas.

Figura 56 – Pontuações normalizadas por f_{HD} , f_{IM} e *expdata*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2.5 COMENTÁRIOS

Pode-se afirmar que, os resultados desta seção possuem um bom nível de satisfação, visto que as pontuações obtidas por imagens e por diagramas foram relativamente próximas entre si, embora as classificações não tenham correspondido tanto, principalmente em relação às configurações que foram encontradas em processos de otimização.

Ao visualizar apenas os padrões de radiação (Anexo II), pode-se ter uma ideia sobre as grandes diferenças de desempenho entre algumas configurações, como é o caso dos Arrays 00, 01, 02 e 10. Porém, alguns padrões de radiação podem sugerir enganosamente que uma configuração possui desempenhos piores nas imagens do que outra, como é o caso dos Arrays 03 e 04: o segundo possui alguns picos nitidamente mais críticos nos diagramas, mas resulta em artefatos um pouco menos intensos nas imagens, de modo geral. Contudo, ainda não se pode afirmar qual dessas duas configurações é mais indesejável, já que suas pontuações não são muito distantes entre si, tanto pelos diagramas quanto pelas imagens.

Quanto às melhores configurações, é reforçada a hipótese de que o Array₁₀ possui a maior probabilidade de ser a configuração mais desejável dentre as 18 do estudo, visto que os diagramas também favoreceram tal configuração de modo a indicá-la à primeira colocação em f_{HD} .

A seção seguinte aborda a terceira e última parte dos resultados onde serão apresentadas novas configurações em processos de busca, sendo a função f_{HD} minimizada em cada processo por uma configuração que supostamente possui bons desempenhos nas imagens.

5.3 MÉTODOS DE BUSCA E NOVAS CONFIGURAÇÕES

As quatro primeiras partes desta seção apresentam os métodos envolvidos nos processos de busca e as codificações encontradas, cada uma indicada por f_{HD} como a melhor configuração (incumbente) dentro de determinado processo. Na primeira parte as buscas são totalmente aleatórias e compõem 10 processos, cada um com 100 configurações pontuadas por f_{HD} . Na segunda parte, são propostas 3 estruturas de vizinhança referentes à heurística SDH, e apenas uma estrutura está relacionada às buscas dessa subseção, as quais compõem 5 processos cujos números de configurações analisadas são variáveis e dependentes das pontuações vizinhas. Em relação à terceira e à quarta subseção, as buscas foram realizadas por meio das metaheurísticas WOA e AOA, respectivamente, e em ambos os casos, a quantidade de processos e de configurações pontuadas é a mesma da primeira subseção. Para cada método de busca, as duas configurações com melhor pontuação em f_{HD} são selecionadas (e destacadas em negrito) para fazerem parte de um novo grupo de *arrays*, os quais são pontuados por imagens.

5.3.1 BUSCAS ALEATÓRIAS

Nesta subseção, são propostas as buscas totalmente aleatórias, as quais poderão servir de parâmetro neutro para qualquer outro método, isto é, um método específico pode ser considerado satisfatório se a eficiência nas buscas for superior à do método simplista que consiste apenas na aleatoriedade.

Nas buscas aleatórias propostas, não há um critério de parada dependente do processo, e sim um parâmetro inicial que corresponde ao número total de iterações (*IT*), sendo cada iteração referente a uma configuração analisada e pontuada no algoritmo. Neste caso, tratam-se de 100 iterações para cada um dos 10 processos. A Tabela 19 apresenta a codificação da melhor solução (incumbente) de cada processo e a respectiva pontuação em f_{HD} .

Tabela 19 – Arrays encontrados através de buscas totalmente aleatórias com seleção da incumbente.

BUSCAS ALEATÓRIAS		
PROCESSO DE BUSCA	CODIFICAÇÃO DA INCUMBENTE	f_{HD}
1º	[2 2 -1 -1 1 1 0 2 0 2 0 0 1 -1 0 -2 1 0 1 1 -1 2 2 -1 1 -1 -1 -2 1 0]	36,0321
2º	[-2 1 1 0 0 -1 0 -2 0 -2 -2 0 1 1 -1 1 1 0 2 1 0 1 1 1 -2 2 0 -2 2 2]	35,3122
3º	[-1 0 0 2 -1 -1 1 -1 -2 -2 0 -2 0 0 -2 -1 1 0 0 0 -1 -2 1 1 0 1 0 1 -1 1]	33,9769
4º	[1 1 -1 2 0 2 2 2 0 1 0 1 -2 0 0 2 0 -2 -2 1 -1 0 1 1 -1 1 -1 -2 1 1]	35,7068
5º	[-2 1 0 -1 -2 1 -1 0 1 -1 -1 -1 0 2 0 1 -1 1 0 -2 -2 -2 0 -2 2 2 0 0 -2 -1]	33,8213
6º	[-2 2 1 0 0 2 1 -1 -2 0 -1 -2 -1 -1 1 -1 0 2 1 -2 -2 2 1 1 1 1 -1 2 0 1]	35,2494
7º	[-1 1 -2 -2 0 -2 -1 -1 1 1 0 1 1 -1 1 -2 -1 2 0 1 -2 -2 -2 -1 -2 2 2 1 -2 1]	34,7573
8º	[0 -2 1 -1 -1 -1 1 0 2 1 0 2 0 2 1 0 -2 1 1 1 -2 0 0 1 -1 0 -2 -2 1 -1]	34,6760
9º	[0 1 -2 0 1 1 -1 1 -1 -2 -1 1 -1 1 -1 2 2 1 0 -2 1 1 1 -1 2 0 -1 2 1 0]	33,8579
10º	[-1 -2 2 0 -2 -2 2 0 1 2 2 -1 2 2 2 0 1 0 -1 1 -1 -1 1 -2 2 0 -1 2 -1 0]	35,5305

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3.2 BUSCAS UTILIZANDO SDH

Um algoritmo baseado no método SDH é provido de uma estrutura de vizinhança específica que pode ser arbitrariamente criada. Nesta subseção, apresenta-se buscas com soluções iniciais aleatórias, além de três estruturas de vizinhança propostas, cada uma pertencente a um dos métodos denotados por SDH₁, SDH₂ e SDH₃. As buscas com soluções iniciais aleatórias fazem parte apenas do método SDH₁, enquanto as aplicações dos métodos SDH₂ e SDH₃ são dedicadas a configurações específicas. A seguir, são apresentadas as informações que compõem as características do SDH₁, no qual existe um critério de parada que depende das configurações consideradas vizinhas em cada processo de busca, cuja duração está relacionada ao número de iterações locais (*IL*) para cada iteração global (*IG*), sendo o número total de iterações (*IT*) igual a $IL \times IG$.

STEEPEST DESCENT HEURISTIC ⁽¹⁾

il é a *il*-ésima iteração local;

ig é a *ig*-ésima iteração global;

t é a *t*-ésima iteração;

IL é o número de iterações locais, sendo igual a 104;

IG é o número de iterações globais, cujo valor é indeterminado;

IT é o número total de iterações, sendo igual a $IL \times IG$;

S denota um vetor codificação que representa determinada configuração;

S possui $M - 2 = 30$ valores inteiros no intervalo $[-2; 2]$;

S(*t* = 1) é uma configuração aleatória;

S_{Icb}(*t*) é a incumbente geral (configuração com menor pontuação até o dado momento);

S($\begin{matrix} il = 1 \\ ig > 1 \end{matrix}$) é a incumbente da iteração global anterior;

S(*il* = 1) é a configuração de referência para a análise das configurações vizinhas;

S(*il* > 1) é referente às configurações vizinhas de **S**(*il* = 1);

$\mathbf{S}(il = 2) = -\mathbf{S}(il = 1)$;

$\mathbf{S}(il = 3)$ é o vetor codificação cujos valores das amostras pares são opostos aos de $\mathbf{S}(il = 1)$, enquanto os valores das amostras ímpares são iguais aos de $\mathbf{S}(il = 1)$;

$\mathbf{S}(il = 4) = -\mathbf{S}(il = 3)$;

Em $\mathbf{S}(il = 5)$, os valores assumem $\mathbf{S}(il = 1)$ e depois são alterados de modo que:

Os valores nulos de amostras ímpares assumam -1 ;

Os valores nulos de amostras pares assumam 1 ;

Os valores ± 2 assumam 0 ;

Os valores ± 1 assumam ∓ 2 ;

Em $\mathbf{S}(il = 6)$, os valores assumem $\mathbf{S}(il = 5)$ e depois são alterados de modo que:

Os valores ∓ 2 assumam ± 2 ;

Em $\mathbf{S}(il = 7)$, os valores assumem $\mathbf{S}(il = 1)$ e depois são modificados de tal forma que:

Os valores das amostras pares recebem o incremento $+1$, e as eventuais infactibilidades são contornadas com alteração dos valores envolvidos;

Em $\mathbf{S}(il = 8)$, os valores assumem $\mathbf{S}(il = 1)$ e depois são modificados de tal forma que:

Os valores das amostras ímpares recebem o incremento $+1$, e as eventuais infactibilidades são contornadas com alteração dos valores envolvidos;

No intervalo $il = 9$ a $il = 24$, as configurações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 1)$, de tal forma que a metade direita de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(25 - il)$ a $(39 - il)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 1)$;

No intervalo $il = 25$ a $il = 40$, as configurações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 1)$, de tal forma que a metade esquerda de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(il - 24)$ a $(il - 10)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 1)$;

No intervalo $il = 41$ a $il = 56$, as codificações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 1)$, de tal forma que a metade direita de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(57 - il)$ a $(71 - il)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 1)$;

No intervalo $il = 57$ a $il = 72$, as codificações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 1)$, de tal forma que a metade esquerda de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(il - 56)$ a $(il - 42)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 1)$;

No intervalo $il = 73$ a $il = 88$, as codificações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 2)$, de tal forma que a metade direita de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(89 - il)$ a $(103 - il)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 2)$;

No intervalo $il = 89$ a $il = 104$, as codificações são simétricas com base na codificação

$\mathbf{S}(il = 2)$, de tal forma que a metade esquerda de $\mathbf{S}(il)$ corresponda ao intervalo de amostras $(il - 88)$ a $(il - 74)$ da codificação $\mathbf{S}(il = 2)$.

Nos casos em que a incumbente $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ é referente a $\mathbf{S}(il > 1)$, o processo é continuado com a realização de outra análise (iteração global), desta vez com as soluções vizinhas de $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$, as quais correspondem à mesma estrutura de vizinhança proposta. Outras análises são realizadas até que $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(il = 104; ig = IG) = \mathbf{S}(il = 1; ig = IG)$, ou seja, a última análise do processo de busca se trata daquela em que, nenhuma solução vizinha possui uma pontuação em f_{HD} menor do que a de $\mathbf{S}(il = 1)$. Vale ressaltar que, se cada iteração necessariamente corresponder a um processamento de dados de determinada configuração, geralmente são processadas muitas configurações redundantes que são repetidas ou espelhadas, em virtude de $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ comumente ser referente a uma codificação simétrica: neste caso, a partir da segunda análise ($ig \geq 2$), o algoritmo pode ser alterado de forma que sejam processadas, na iteração

global, 70 configurações em vez de 104, e quando a codificação de $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ não é simétrica, são necessárias 103 configurações (descontando $\mathbf{S}(il = 1)$, já presente na iteração global anterior).

A Tabela 20 apresenta 5 processos de busca realizados com SDH₁, cada um com uma quantidade específica de iterações globais (*IG*). Embora o oficial número total de iterações (*IT*) seja igual a $104 \times IG$, o algoritmo pode ser ajustado para não processar configurações redundantes. Sem as quais, a quantidade de configurações cujos dados foram processados é de 207, 244, 417, 207 e 174, referente, respectivamente, aos 5 processos ordenados de busca da Tabela 20. Pelo método SDH₁, o número total de configurações processadas corresponde a 1249, superior à quantidade de 1000 *arrays* processados no âmbito da proposta de buscas totalmente aleatórias. Mesmo assim, as pontuações pela proposta SDH₁ foram menos satisfatórias do que pela completa aleatoriedade, demonstrando que, para o projeto proposto de *arrays*, não é conveniente recorrer-se a SDH₁. Entretanto, o método SDH₁ pode ser útil quando se deseja buscar uma configuração mais desejável do que outra específica, sendo esta a solução inicial $\mathbf{S}(t = 1)$.

Tabela 20 – *Arrays* encontrados através do método SDH₁.

STEEPEST DESCENT HEURISTIC (1)			
PROCESSO DE BUSCA	<i>IG</i>	CODIFICAÇÃO DA INCUMBENTE	f_{HD}
1º	2	[0 0 2 1 1 -2 -1 0 2 1 0 -1 -2 1 0 0 1 -2 -1 0 1 2 0 -1 -2 2 1 2 0 0]	35,3009
2º	3	[1 -1 0 -1 1 1 0 1 2 1 1 -2 -1 0 0 0 0 -1 -2 1 1 2 1 0 1 1 -1 0 -1 1]	35,0057
3º	5	[1 1 -1 -2 -1 2 1 2 1 2 1 0 -2 0 0 0 0 -2 0 1 2 1 2 1 2 -1 -2 -1 1 1]	34,9088
4º	2	[-2 1 -2 -1 -2 -2 -1 2 2 1 -1 -2 2 2 1 2 1 0 -1 1 1 0 2 -1 -1 2 2 0 -2 1]	34,5947
5º	2	[1 -1 0 2 -1 1 1 2 0 -2 0 2 0 -1 2 2 -1 0 2 0 -2 0 2 1 1 -1 2 0 -1 1]	34,5817

Fonte: Elaborada pelo autor.

Em todas as 14 iterações globais da Tabela 20, a pior pontuação em f_{HD} foi referente a um *array* simétrico ou quase simétrico, mesmo com a estrutura de vizinhança contendo 32 vizinhos programados para serem simétricos, enquanto os outros 71 vizinhos são programados de outra forma. E em relação à melhor pontuação de cada iteração global, não houve casos referentes a configurações simétricas ou quase simétricas. Isso mostra que há uma tendência, de modo geral, de as configurações simétricas serem menos desejáveis, pelo menos em relação ao padrão de radiação. Essa hipótese pode ser intensificada pelo fato de que, existe uma grande redundância nas configurações simétricas que está associada à sequência de espaçamento duplicada, a qual é responsável por elevar alguns lóbulos laterais do padrão de radiação.

A seguir, é apresentado o conjunto de informações referentes a SDH₂, no qual também existe um critério de parada que consiste na ausência de uma configuração vizinha cuja pontuação é melhor do que a configuração de referência.

 STEEPEST DESCENT HEURISTIC ⁽²⁾

il é a il -ésima iteração local;

ig é a ig -ésima iteração global;

t é a t -ésima iteração;

IL é o número de iterações locais, sendo igual a 121;

IG é o número de iterações globais, cujo valor é indeterminado;

IT é o número total de iterações, sendo igual a $IL \times IG$;

$IG - 1$ é o número de variantes da configuração inicial;

\mathbf{S} denota um vetor codificação que representa determinada configuração;

\mathbf{S} possui $M - 2 = 30$ valores inteiros no intervalo $[-2; 2]$;

$\mathbf{S}(t = 1)$ é a configuração inicial, podendo ser aleatória ou arbitrariamente selecionada;

$\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ é a incumbente geral (configuração com menor pontuação até o dado momento);

$\mathbf{S} \begin{pmatrix} il = 1 \\ ig > 1 \end{pmatrix}$ é a incumbente e também a variante da iteração global anterior;

$\mathbf{S} \begin{pmatrix} il = 1 \\ ig = 4 \end{pmatrix}$, por exemplo, é a 3ª variante de $\mathbf{S}(t = 1)$, possuindo no máximo três valores diferentes na codificação em comparação com $\mathbf{S}(t = 1)$;

$\mathbf{S}(il = 1)$ é a configuração de referência para a análise das configurações vizinhas;

$\mathbf{S}(il > 1)$ é referente às configurações vizinhas de $\mathbf{S}(il = 1)$;

Um vizinho $\mathbf{S}(il > 1)$ da configuração $\mathbf{S}(il = 1)$ possui, em seu vetor codificação, 29 amostras idênticas e igualmente posicionadas em relação às amostras de $\mathbf{S}(il = 1)$, enquanto apenas 1 amostra é diferente, e caso essa amostra resulte em uma configuração infactível, a mesma é alterada e possivelmente igualada a de $\mathbf{S}(il = 1)$;

Para cada \mathbf{S} , o número de vizinhos é igual a 120, por haver 4 possibilidades de valores diferentes em cada uma das 30 amostras do vetor codificação.

Em SDH_2 , assim como em SDH_1 , o processo de busca é continuado com outra iteração global quando a incumbente $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ pertence a $\mathbf{S}(il > 1)$, ou seja, uma nova iteração global analisa as soluções vizinhas de $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$, e outras iterações globais são realizadas até que $\mathbf{S}_{\text{Icb}}(il = 121; ig = IG) = \mathbf{S}(il = 1; ig = IG)$, onde nenhuma configuração vizinha possui uma pontuação em f_{HD} menor do que a de $\mathbf{S}(il = 1)$.

O método SDH_2 é simples e muito útil para buscar configurações com pontuação melhor do que a do *array* inicial, visto que a alteração de apenas um valor da codificação pode acarretar em mudanças relevantes no padrão de radiação, na pontuação f_{HD} e também na pontuação por imagens. Essa aplicação foi dedicada a configurações iniciais já com boas pontuações, e os exemplos relacionados são apresentados posteriormente.

Por último, é apresentado a seguir o conjunto de informações do método SDH_3 , onde não há um critério de parada dependente do processo de busca, e sim um número fixo de iterações.

Esse método é destinado à busca de configurações simétricas de boa qualidade, as quais são baseadas em trechos de uma configuração inicial específica, normalmente assimétrica.

STEEPEST DESCENT HEURISTIC ⁽³⁾

t é a t -ésima iteração;

IT é o número total de iterações, sendo igual a 64;

\mathbf{S} denota um vetor codificação que representa determinada configuração;

\mathbf{S} possui $M - 2 = 30$ valores inteiros no intervalo $[-2; 2]$;

$\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ é a incumbente do grupo de configurações simétricas analisadas;

\mathbf{S}_{inic} é a configuração inicial, podendo ser aleatória ou arbitrariamente selecionada;

$\mathbf{S}(t \geq 1)$ é referente às configurações vizinhas de \mathbf{S}_{inic} ;

No intervalo $t = 1$ a $t = 16$, as configurações são simétricas com base na codificação

\mathbf{S}_{inic} , de tal forma que a metade direita de $\mathbf{S}(t)$ corresponda ao intervalo de amostras $(17 - t)$ a $(31 - t)$ da codificação \mathbf{S}_{inic} ;

No intervalo $t = 17$ a $t = 32$, as configurações são simétricas com base na codificação

\mathbf{S}_{inic} , de tal forma que a metade esquerda de $\mathbf{S}(t)$ corresponda ao intervalo de amostras $(t - 16)$ a $(t - 2)$ da codificação \mathbf{S}_{inic} ;

No intervalo $t = 33$ a $t = 48$, as configurações são simétricas com base na codificação

\mathbf{S}_{inic} , de tal forma que a metade direita de $\mathbf{S}(t)$ corresponda ao intervalo de amostras $(49 - t)$ a $(63 - t)$ da codificação $-\mathbf{S}_{\text{inic}}$;

No intervalo $t = 49$ a $t = 64$, as configurações são simétricas com base na codificação

\mathbf{S}_{inic} , de tal forma que a metade esquerda de $\mathbf{S}(t)$ corresponda ao intervalo de amostras $(t - 48)$ a $(t - 34)$ da codificação $-\mathbf{S}_{\text{inic}}$.

A estrutura de vizinhança do método SDH_3 é similar ao do método SDH_1 : na vizinhança deste, constam 32 vizinhos programados para serem simétricos, e com o objetivo de comparar as configurações simétricas com as assimétricas, em termos das piores e melhores pontuações. Enquanto, todos os 64 vizinhos em SDH_3 são programados para serem simétricos, e com o objetivo direto de obter uma configuração simétrica de boa qualidade. Essa aplicação foi dedicada a configurações iniciais já com excelentes pontuações, e os exemplos relacionados são apresentados posteriormente.

5.3.3 BUSCAS UTILIZANDO WOA

As buscas através da metaheurística WOA foram realizadas com uma solução inicial aleatória e sem critério de parada dependente do processo de busca, existindo um número fixo de iterações locais e globais. Nesta subseção, as configurações iniciais de cada iteração global também são aleatórias e o parâmetro IG corresponde ao número de configurações geradas aleatoriamente, sendo cada uma delas submetidas a $IL - 1$ alterações. A seguir, são apresentados os parâmetros gerais do WOA adotados para a busca de *arrays* esparsos.

 WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM

il é a il -ésima iteração local;

ig é a ig -ésima iteração global;

t é a t -ésima iteração;

IL é o número de iterações locais, sendo igual a 10;

IG é o número de iterações globais, sendo igual a 10;

IT é o número total de iterações, sendo igual a $IL \times IG = 100$;

\mathbf{S} denota um vetor codificação que representa determinada configuração;

\mathbf{S} possui $M - 2 = 30$ valores inteiros no intervalo $[-2; 2]$;

\mathbf{S} é submetido ao arredondamento de seus valores no final de cada iteração, e as eventuais infactibilidades são contornadas com alteração dos valores envolvidos;

$\mathbf{S}(il = 1)$ é uma configuração aleatória;

$\mathbf{S}(t)$ é a configuração corrente;

$\mathbf{S}_{Icb}(t)$ é a incumbente geral (configuração com menor pontuação até o dado momento);

$\mathbf{S}_{Icrand}(t)$ é uma incumbente local aleatória;

$\mathbf{r}(t)$ é um vetor de tamanho $M - 2$, cujos valores são aleatórios no intervalo $[0; 1]$;

$\mathbf{r}(t)$ é gerado a cada iteração;

$a(il)$ é um valor que diminui linearmente de $2 \frac{IL}{IL-1}$ para 0 ao longo das iterações locais;

p é um valor aleatório no intervalo $[0; 1]$, gerado a cada iteração;

l é um valor aleatório no intervalo $[-1; 1]$, gerado a cada iteração;

b é uma constante que define a forma da espiral logarítmica, sendo igual a 1;

$\bar{\mathbf{1}}$ é um vetor de tamanho $M - 2$, cujos valores são todos unitários;

$\bar{\mathbf{3}}$ é um vetor de tamanho $M - 2$, cujos valores são todos iguais a 3;

$$\mathbf{C}_{WOA} = 2\mathbf{r}(t)$$

$$\mathbf{A}_{WOA} = [2\mathbf{r}(t) - \bar{\mathbf{1}}]a(il)$$

$$\mathbf{S} \begin{pmatrix} il > 1 \\ p < 0,5 \end{pmatrix} = \begin{cases} \mathbf{S}_{Icrand}(t) - \mathbf{A}_{WOA} \cdot |\mathbf{C}_{WOA} \cdot (\mathbf{S}_{Icrand}(t) + \bar{\mathbf{3}}) - \mathbf{S}(t) - \bar{\mathbf{3}}| & il \leq IL/2 \\ \mathbf{S}_{Icb}(t) - \mathbf{A}_{WOA} \cdot |\mathbf{C}_{WOA} \cdot (\mathbf{S}_{Icb}(t) + \bar{\mathbf{3}}) - \mathbf{S}(t) - \bar{\mathbf{3}}| & il > IL/2 \end{cases}$$

$$\mathbf{S} \begin{pmatrix} il > 1 \\ p \geq 0,5 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{Icb}(t) + |\mathbf{S}_{Icb}(t) - \mathbf{S}(t)| e^{bl} \cos(2\pi l)$$

Os termos $\mathbf{S} \begin{pmatrix} il > 1 \\ p < 0,5 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{S} \begin{pmatrix} il > 1 \\ p \geq 0,5 \end{pmatrix}$ são referentes à iteração posterior ($t + 1$), para $\mathbf{S}(t + 1) \neq \mathbf{S}(il = 1)$.

Para cada um dos 10 processos de busca pelo método WOA, a incumbente e a pontuação resultante são apresentadas na Tabela 21. Desta vez, as buscas demonstraram que provavelmente é preferível aplicar o método WOA ao projeto proposto (em comparação com as buscas totalmente aleatórias), visto que a menor pontuação possui uma diferença considerável, de modo geral, com as demais incumbentes das três subseções apresentadas até

aqui. E, embora o método WOA dependa de processos que envolvem aleatoriedade, é mais provável que as menores pontuações sejam alcançadas por meio dessa técnica do que pelas buscas unicamente aleatórias.

Tabela 21 – Arrays encontrados através do WOA.

WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM		
PROCESSO DE BUSCA	CODIFICAÇÃO DA INCUMBENTE	f_{HD}
1°	[-1 1 0 -2 0 -2 -1 -1 2 1 -1 -2 -1 0 -2 -1 -2 1 1 -1 0 0 1 -1 -2 1 -1 0 -2 -1]	34,2353
2°	[-2 -1 -1 -1 0 -2 1 2 1 -2 -2 0 -2 0 1 -1 -2 -1 -2 0 -2 -1 -2 1 -1 0 -2 0 -1 -2]	33,4152
3°	[-1 -2 1 1 -2 1 -1 0 -1 -2 -1 2 1 2 -1 -2 -1 1 -2 -1 0 -2 0 0 1 2 2 0 -2 2]	31,8651
4°	[-2 1 -1 0 0 -2 1 -1 1 -1 -1 2 0 -2 -1 -2 -2 -1 -1 1 -1 0 1 -1 -1 1 0 -1 -2 1]	35,3117
5°	[0 1 1 1 -1 1 0 -2 -2 0 0 -1 0 -1 1 -1 -2 -1 -1 0 -1 -2 0 -1 2 -1 2 0 -1 1]	33,8102
6°	[-2 -2 2 0 -1 1 0 -2 -2 -2 -1 1 1 0 1 1 -1 -2 0 -2 1 -2 -2 0 -2 -1 -2 -2 1 0]	34,5901
7°	[0 -1 -2 -1 0 2 0 -1 -1 1 -2 2 1 -1 0 1 -1 0 2 0 -2 1 1 -1 1 1 -1 -1 0 -1]	36,2938
8°	[1 2 -1 2 1 -2 -2 -1 -1 -1 1 -1 -1 -2 0 2 1 1 -2 -2 0 -1 0 -2 2 1 2 1 1 -1]	34,3540
9°	[-2 -1 1 -1 -1 -2 -2 0 0 -1 -2 -1 -2 1 1 0 -2 -1 -2 1 -1 -1 -1 1 0 -2 0 0 -2 -2]	34,1559
10°	[-1 -1 1 0 2 0 1 2 2 0 -1 0 -2 1 -1 2 0 -2 -2 1 2 2 -1 0 1 0 2 0 -1 2]	36,0203

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3.4 BUSCAS UTILIZANDO AOA

Assim como em WOA, as buscas utilizando AOA foram realizadas com solução inicial aleatória e sem critério de parada dependente das pontuações, havendo números fixos de iterações. As configurações iniciais de cada iteração global também são aleatórias, de modo que o parâmetro IG corresponda ao número de configurações geradas aleatoriamente, sendo cada uma delas submetidas a $IL - 1$ alterações. É apresentado a seguir o conjunto das informações mais relevantes acerca do método AOA proposto para a busca de outras configurações.

ARITHMETIC OPTIMIZATION ALGORITHM

il é a il -ésima iteração local;

ig é a ig -ésima iteração global;

t é a t -ésima iteração;

IL é o número de iterações locais, sendo igual a 10;

IG é o número de iterações globais, sendo igual a 10;

IT é o número total de iterações, sendo igual a $IL \times IG = 100$;

\mathbf{S} denota um vetor codificação que representa determinada configuração;

\mathbf{S} possui $M - 2 = 30$ valores inteiros no intervalo $[-2; 2]$;

$\bar{\mathbf{3}}$ é um vetor de tamanho $M - 2$, cujos valores são todos iguais a 3;

$\mathbf{S3}$ possui $M = 32$ valores inteiros no intervalo $[1; 5]$, sendo $\mathbf{S3} = [3 \quad (\mathbf{S} + \bar{\mathbf{3}}) \quad 3]$;

\mathbf{S} é submetido ao arredondamento de seus valores no final de cada iteração, e as eventuais inactabilidades são contornadas com alteração dos valores envolvidos;

\mathbf{S}_j denota o valor da amostra j do vetor \mathbf{S} , onde $2 \leq j \leq M - 1$;

$\mathbf{S3}_j$ denota o valor da amostra j do vetor $\mathbf{S3}$, onde $2 \leq j \leq M - 1$;

$\mathbf{S}(il = 1)$ é uma configuração aleatória;

$\mathbf{S}(t)$ é a configuração corrente;

$\mathbf{S}_{\text{Icb}}(t)$ é a incumbente geral (configuração com menor pontuação até o dado momento);

$\mathbf{S3}_{\text{Icb}}(t)$ é a incumbente geral adaptada de \mathbf{S} para $\mathbf{S3}$;

$r_{1\text{AOA}}$, $r_{2\text{AOA}}$ e $r_{3\text{AOA}}$ são valores aleatórios no intervalo $[0; 1]$, gerados para todo j inteiro pertencente ao intervalo $[2; M - 1]$;

$\min_{\text{MOA}} = 0,2$ (valor do método AOA original);

$\max_{\text{MOA}} = 0,9$ (valor do método AOA original);

$\alpha_{\text{MOP}} = 5$ (valor do método AOA original);

$\mu_{\text{AOA}} = 0,5$ (valor do método AOA original);

$\epsilon_{\text{AOA}} = 1$ (número inteiro pequeno selecionado arbitrariamente);

$$\text{MOA}(il - 1) = \min_{\text{MOA}} + (il - 1) \frac{\max_{\text{MOA}} - \min_{\text{MOA}}}{IL - 1}$$

$$\text{MOP}(il - 1) = 1 - \left(\frac{il - 1}{IL - 1} \right)^{1/\alpha_{\text{MOP}}}$$

Cada configuração $\mathbf{S}(il > 1)$ é gerada com a aplicação de variados operadores aritméticos às amostras de $\mathbf{S}(t)$, para todos os valores inteiros de j pertencentes ao intervalo $[2; M - 1]$:

Se $r_{1\text{AOA}} > \text{MOA}(il - 1)$, então:

$$\mathbf{S}_{j-1} \left(\begin{array}{l} il > 1 \\ r_{2\text{AOA}} > 0,5 \end{array} \right) = \frac{\mathbf{S3}_{\text{Icb } j}(t)}{[\text{MOP}(il - 1) + \epsilon_{\text{AOA}}] \times [\mathbf{S3}_{j-1} + (\mathbf{S3}_{j+1} - \mathbf{S3}_{j-1}) \times \mu_{\text{AOA}}]} - \bar{3}$$

$$\mathbf{S}_{j-1} \left(\begin{array}{l} il > 1 \\ r_{2\text{AOA}} \leq 0,5 \end{array} \right) = \mathbf{S3}_{\text{Icb } j}(t) \times \{ \text{MOP}(il - 1) \times [\mathbf{S3}_{j-1} + (\mathbf{S3}_{j+1} - \mathbf{S3}_{j-1}) \times \mu_{\text{AOA}}] \} - \bar{3}$$

Se $r_{1\text{AOA}} \leq \text{MOA}(il - 1)$, então:

$$\mathbf{S}_{j-1} \left(\begin{array}{l} il > 1 \\ r_{3\text{AOA}} > 0,5 \end{array} \right) = \mathbf{S3}_{\text{Icb } j}(t) - \{ \text{MOP}(il - 1) \times [\mathbf{S3}_{j-1} + (\mathbf{S3}_{j+1} - \mathbf{S3}_{j-1}) \times \mu_{\text{AOA}}] \} - \bar{3}$$

$$\mathbf{S}_{j-1} \left(\begin{array}{l} il > 1 \\ r_{3\text{AOA}} \leq 0,5 \end{array} \right) = \mathbf{S3}_{\text{Icb } j}(t) + \{ \text{MOP}(il - 1) \times [\mathbf{S3}_{j-1} + (\mathbf{S3}_{j+1} - \mathbf{S3}_{j-1}) \times \mu_{\text{AOA}}] \} - \bar{3}$$

Os termos $\mathbf{S}_{j-1}(il > 1)$ são referentes à iteração posterior $(t + 1)$, para $\mathbf{S}(t + 1) \neq \mathbf{S}(il = 1)$.

A fim de evitar valores nulos nas operações, torna-se conveniente adaptar, de alguma forma, os valores da codificação. Nos processos do método AOA proposto, os valores foram modificados com o incremento de 3 unidades para que o menor valor fosse igual a 1, de modo a manter a codificação com seus valores no intervalo $[-2; 2]$ ao final de cada iteração.

Na Tabela 22 são apresentadas as incumbentes e suas pontuações pelos 10 processos de busca com o método AOA. Em relação a esses processos, o método foi menos satisfatório do que a proposta das buscas totalmente aleatórias. Entretanto, o método AOA pode ser adaptado para diferentes parâmetros e diferentes codificações, de modo que seja possível obter melhores resultados, os quais estão fora do escopo deste trabalho.

Tabela 22 – Arrays encontrados através do AOA.

ARITHMETIC OPTIMIZATION ALGORITHM		
PROCESSO DE BUSCA	CODIFICAÇÃO DA INCUMBENTE	f_{HD}
1º	[-2 -1 0 -2 -2 0 -2 -1 -2 1 -1 -2 -2 0 -1 -2 1 -1 -2 -2 1 0 -2 -2 -2 -1 -2 -1 -2 0]	34,8273
2º	[-2 -1 -2 1 -2 -2 2 1 -2 1 1 1 0 -2 -1 2 0 -2 2 1 0 -1 1 -2 -2 -2 -2 0 -2 0]	36,0629
3º	[2 2 1 1 -2 -1 -2 -1 0 -2 -2 -2 0 -2 -2 0 0 -2 -2 -1 -2 -2 -1 2 0 -2 1 -1 1 1]	34,4268
4º	[-2 -2 1 -2 -1 0 2 0 -1 -1 1 -1 2 1 -2 -2 -2 -2 1 -2 -1 1 0 -2 -2 1 -1 1 -2 1]	36,7239
5º	[-2 -2 -1 -2 -1 0 0 -2 -2 0 -1 1 -2 -1 -2 1 -1 -2 -2 -2 -2 -1 -2 -2 -2 1 -2 0 0 -1]	35,5131
6º	[-2 1 -2 -2 -1 -2 -1 0 1 1 -2 1 -1 0 -2 -1 -1 -1 -2 0 -2 -2 2 0 0 -1 1 -2 -1 1]	36,4699
7º	[1 -1 0 -1 -2 -2 -2 -1 -2 -2 -1 0 0 0 -2 -1 -1 -2 -2 -2 -2 -1 -2 -1 -2 1 -1 0 -2 -2]	34,2060
8º	[-1 -2 -2 -2 -1 -2 -2 -2 -2 0 -1 -1 -1 1 -2 -2 -1 0 -2 -1 -2 -2 1 -1 0 2 0 -2 1 -2]	36,0374
9º	[-2 1 0 -2 -2 -1 -2 1 -1 -2 -2 -2 -1 -2 -2 0 0 -2 1 0 -2 -1 -2 -2 -1 1 -1 -2 -2 -2]	35,2116
10º	[-2 -1 -2 -2 -1 2 0 -1 2 0 1 1 1 0 -1 -2 0 -2 0 -2 -1 -2 0 0 -2 -1 -2 1 -2 -2]	35,2338

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3.5 NOVAS CONFIGURAÇÕES E CLASSIFICAÇÕES GERAIS

Por meio dos métodos de busca propostos, foram obtidas novas configurações, sendo 13 selecionadas para agregarem ao grupo dos 18 *arrays* anteriores. A seguir, são apresentadas as codificações referentes às 13 novas configurações (numeradas de 18 a 30), as quais estão presentes no Apêndice A:

Array₁₈ [0 -2 1 -2 -1 -2 -2 -1 2 2 1 -1 -2 2 2 1 2 1 0 -1 1 1 0 2 -1 -1 2 2 0 -2 1 0]
 Array₁₉ [0 1 -1 0 2 -1 1 1 2 0 -2 0 2 0 -1 2 2 -1 0 2 0 -2 0 2 1 1 -1 2 0 -1 1 0]
 Array₂₀ [0 2 2 1 1 -2 -1 -2 -1 0 -2 -2 -2 0 -2 -2 0 0 -2 -2 -1 -2 -2 -1 2 0 -2 1 -1 1 1 0]
 Array₂₁ [0 1 -1 0 -1 -2 -2 -2 -1 -2 -2 -1 0 0 0 -2 -1 -1 -2 -2 -2 -2 -1 -2 -1 -2 1 -1 0 -2 -2 0]
 Array₂₂ [0 0 1 -2 0 1 1 -1 1 -1 -2 -1 1 -1 1 -1 2 2 1 0 -2 1 1 1 -1 2 0 -1 2 1 0 0]
 Array₂₃ [0 -2 1 0 -1 -2 1 -1 0 1 -1 -1 -1 0 2 0 1 -1 1 0 -2 -2 -2 0 -2 2 2 0 0 -2 -1 0]
 Array₂₄ [0 -2 -1 -1 -1 0 -2 1 2 1 -2 -2 0 -2 0 1 -1 -2 -1 -2 0 -2 -1 -2 1 -1 0 -2 0 -1 -2 0]
 Array₂₅ [0 -1 -2 1 1 -2 1 -1 0 -1 -2 -1 2 1 2 -1 -2 -1 1 -2 -1 0 -2 0 0 1 2 2 0 -2 2 0]
 Array₂₆ [0 -1 -2 1 0 -2 1 -1 0 -1 -2 -1 2 1 2 -1 -2 -1 1 -2 -1 0 -2 0 0 1 2 2 0 -2 2 0]
 Array₂₇ [0 -1 -2 1 0 -2 1 -1 0 -1 -2 -1 2 1 2 -1 -2 -1 1 -1 -1 0 -2 0 0 1 2 2 0 -2 2 0]
 Array₂₈ [0 -1 -2 -1 2 0 -2 2 0 0 0 -2 1 2 1 -1 1 -1 0 -2 0 1 -1 -1 -2 0 -1 -1 1 -1 -1 0]
 Array₂₉ [0 -1 -1 0 -2 -1 -1 1 0 -2 0 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 1 0 2 0 -1 1 1 2 0 1 1 0]
 Array₃₀ [0 -1 -2 1 0 -2 1 -1 0 -1 -2 -1 2 1 2 -1 1 -2 -1 -2 1 2 1 0 1 -1 2 0 -1 2 1 0]

As propriedades de simetria dos *arrays* e os modos de obtenção constam na Tabela 23, onde também são apresentadas as pontuações por f_{HD} , as quais decrescem do Array₁₈ ao Array₂₈. As duplas de melhores incumbentes apresentadas nas subseções anteriores referem-se aos

Arrays 18 a 25, enquanto os Arrays 26 a 30 foram obtidos a partir de uma solução inicial específica, conforme as informações da Tabela 23.

Tabela 23 – Propriedades de simetria e modos de obtenção das novas configurações.

CONFIGURAÇÃO	CODIFICAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO	MODO DE OBTENÇÃO	f_{HD}
Array ₁₈	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH ₁	34,5947
Array ₁₉	Simétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com SDH ₁	34,5817
Array ₂₀	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com AOA	34,4268
Array ₂₁	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com AOA	34,2060
Array ₂₂	Assimétrica	Assimétrica	Totalmente aleatório com seleção da incumbente	33,8579
Array ₂₃	Assimétrica	Assimétrica	Totalmente aleatório com seleção da incumbente	33,8213
Array ₂₄	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA	33,4152
Array ₂₅	Assimétrica	Assimétrica	Aleatório e otimizado com WOA	31,8651
Array ₂₆	Assimétrica	Assimétrica	Iniciado com Array ₂₅ e otimizado com SDH ₂ (1ª variante do Array ₂₅)	30,6961
Array ₂₇	Assimétrica	Assimétrica	Iniciado com Array ₂₆ e otimizado com SDH ₂ (2ª variante do Array ₂₅)	29,3961
Array ₂₈	Assimétrica	Assimétrica	Iniciado com Array ₁₀ e otimizado com SDH ₂ (4ª variante do Array ₁₀)	29,2210
Array ₂₉	Assimétrica	Simétrica	Iniciado com Array ₂₈ e adaptado com SDH ₃	41,8804
Array ₃₀	Assimétrica	Simétrica	Iniciado com Array ₂₆ e adaptado com SDH ₃	41,9793

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Array₂₅, que teve a menor pontuação das subseções anteriores, foi tomado como base para a busca de *arrays* com pontuações melhores (sendo o Array₂₇ a incumbente final do processo de SDH₂); da mesma forma para o Array₁₀, que nas seções anteriores apresentou as melhores pontuações em f_{IM} e f_{HD} (sendo o Array₂₈ a incumbente final do processo de SDH₂). E por fim, constam neste estudo duas novas configurações simétricas, sendo cada uma a incumbente de determinado processo de SDH₃, onde a configuração inicial se trata de um *array* com excelente pontuação em f_{HD} .

Para as novas configurações, a Tabela 24 apresenta as pontuações, já normalizadas com seus pesos, referentes aos 7 cenários de PSF, além das pontuações por f_{IM} e da respectiva classificação final, onde são consideradas as colocações dos 31 *arrays* do Apêndice A. Neste caso, a conversão das pontuações foi realizada mantendo-se os valores mínimos anteriores, a fim de evitar a alteração das pontuações obtidas para os 18 *arrays* do primeiro grupo. Nessa tabela, constam os *arrays* determinantes para a obtenção dos valores de Ξ da equação descrita em (68), sendo as menores pontuações anteriores destacadas em negrito. Quanto aos 13 *arrays* do segundo grupo, são destacadas em azul as pontuações menores do que as mínimas do grupo anterior.

Visto que as pontuações por f_{HD} do segundo grupo de *arrays* são todas menores do que a mínima do grupo anterior, é possível observar, pela Tabela 24, que determinados cenários correspondem melhor à função objetivo dos diagramas: no cenário PSF_{F7} houve o maior índice

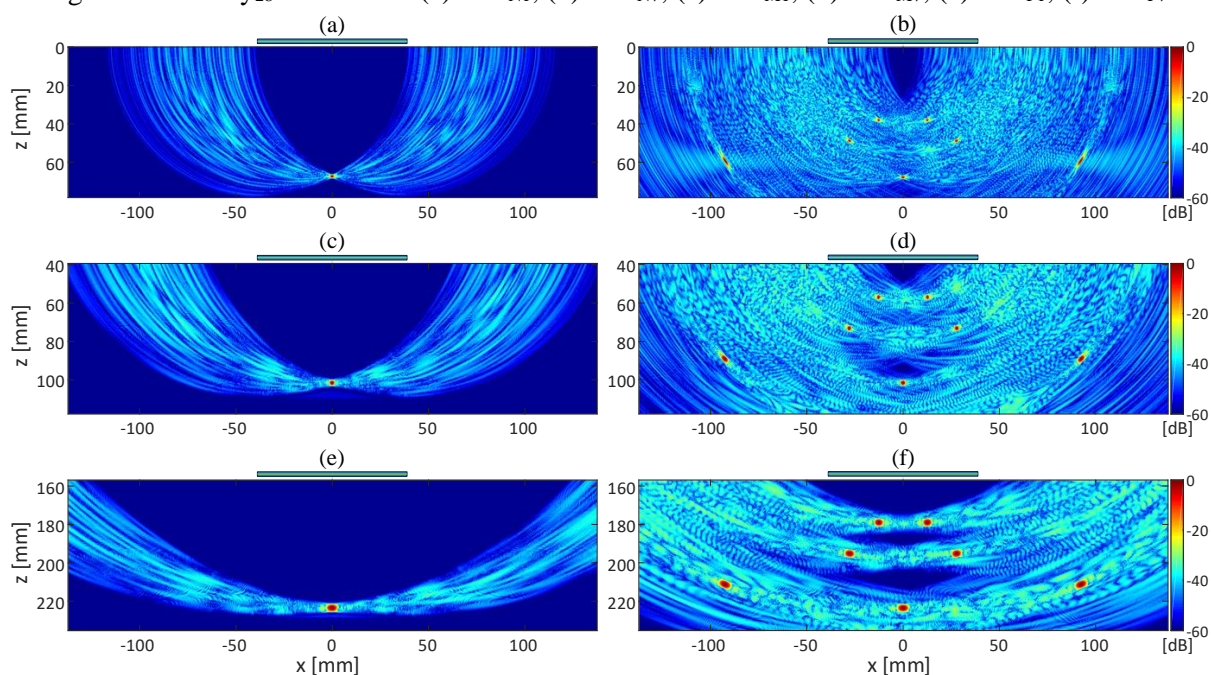
Tabela 24 – Pontuações normalizadas e classificação final por f_{IM} das novas configurações.

CONFIG.	PSF _{N1}	PSF _{N7}	PSF _{M1}	PSF _{M7}	PSF _{F1}	PSF _{F7}	PSF _{M10}	f_{IM}	CLASSIF. FINAL
Array ₀₁	10,000	15,000	10,000	15,000	10,000	15,000	20,000	95,000	31°
Array ₀₆	1,099	1,500	1,070	1,500	1,287	1,637	2,153	10,246	7°
Array ₀₇	1,000	1,646	1,194	1,681	1,287	1,651	2,168	10,627	13°
Array ₁₀	1,060	1,648	1,000	1,540	1,058	1,569	2,000	9,875	2°
Array ₁₇	1,440	1,889	1,170	1,816	1,000	1,500	2,217	11,032	18°
Array ₁₈	1,306	1,965	1,274	1,768	1,292	1,577	2,021	11,203	19°
Array ₁₉	1,158	2,029	1,193	1,667	1,041	1,493	2,047	10,628	14°
Array ₂₀	1,124	1,983	1,034	1,711	1,064	1,596	2,327	10,839	16°
Array ₂₁	1,336	1,918	1,039	1,727	1,227	1,546	2,469	11,262	20°
Array ₂₂	1,100	1,854	1,117	1,832	0,945	1,390	2,170	10,407	11°
Array ₂₃	1,128	1,869	1,079	1,772	0,987	1,430	2,270	10,535	12°
Array ₂₄	1,169	1,797	1,010	1,612	1,025	1,527	2,083	10,223	6°
Array ₂₅	1,094	1,767	1,107	1,659	1,086	1,465	1,970	10,148	5°
Array ₂₆	0,954	1,770	1,081	1,681	1,025	1,390	1,987	9,888	3°
Array ₂₇	0,984	1,706	1,113	1,684	1,016	1,376	2,082	9,961	4°
Array ₂₈	0,992	1,709	0,888	1,658	0,946	1,449	2,127	9,769	1°
Array ₂₉	1,188	1,794	0,929	1,924	0,926	1,557	2,417	10,736	15°
Array ₃₀	0,887	1,816	0,872	1,888	1,018	1,740	2,146	10,368	10°

Fonte: Elaborada pelo autor.

de novas configurações com pontuação melhor do que a mínima do primeiro grupo, enquanto isso não ocorreu para nenhuma configuração do segundo grupo nos cenários PSF_{N7} e PSF_{M7}.

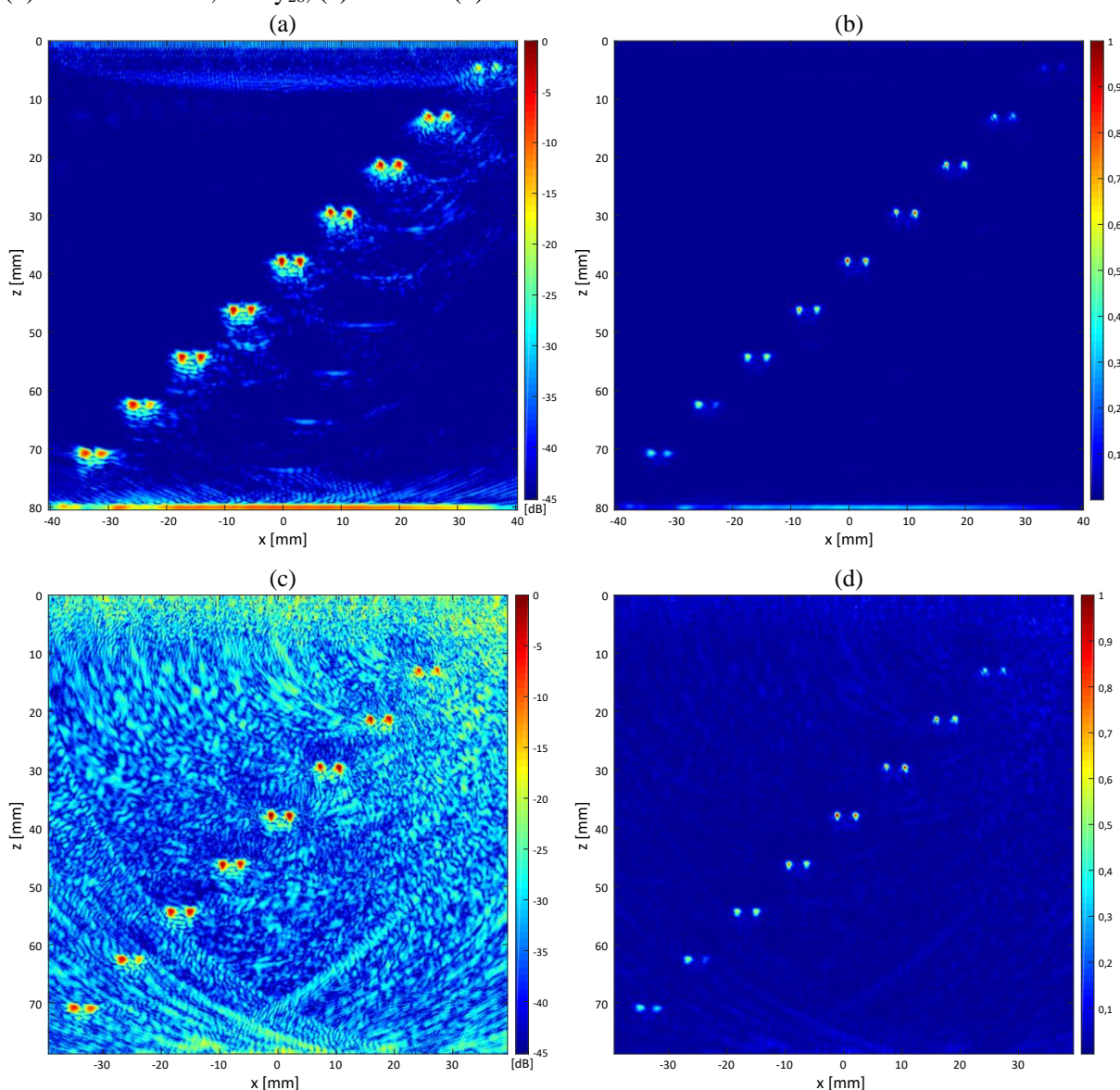
Em relação ao novo grupo de configurações, no Apêndice C constam imagens no cenário PSF_{F7} pelos Arrays 27 (melhor pontuação no cenário), 28 (melhor pontuação em f_{IM}), 29 e 30 (configurações simétricas de bom desempenho geral). Na Figura 57, são apresentadas imagens nos cenários simétricos pelo primeiro colocado em f_{IM} (Array₂₈).

Figura 57 – Array₂₈ no cenário: (a) PSF_{N1}; (b) PSF_{N7}; (c) PSF_{M1}; (d) PSF_{M7}; (e) PSF_{F1}; (f) PSF_{F7}.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o intuito de comparar uma excelente configuração esparsa com um *array* completo, a Figura 58 apresenta imagens no cenário $\text{data}_{\text{Alum}}$ considerando os sinais experimentais de todos os 128 elementos (itens (a) e (b)), além do desempenho referente ao Array_{28} no intervalo 4 a 128 dos elementos experimentais (itens (c) e (d)). Diferentemente das imagens pelo *array* completo apresentadas no Capítulo 3, os sinais foram filtrados (mesmos parâmetros anteriores) para a geração das imagens da Figura 58, além da alta resolução utilizada (4 amostras espaciais por $\lambda/2$). Para o *array* completo com alta resolução, recorreu-se à divisão da imagem em 32 partes, de modo a processar os dados separadamente para depois unir todas as partes da imagem – em cada trecho, o processamento correspondeu a um tempo entre 150 e 200 segundos.

Figura 58 – Desempenhos no bloco de alumínio pelo: *array* completo de 128 elementos, (a) em dB e (b) na escala linear; Array_{28} , (c) em dB e (d) na escala linear.



Fonte: Elaborada pelo autor.

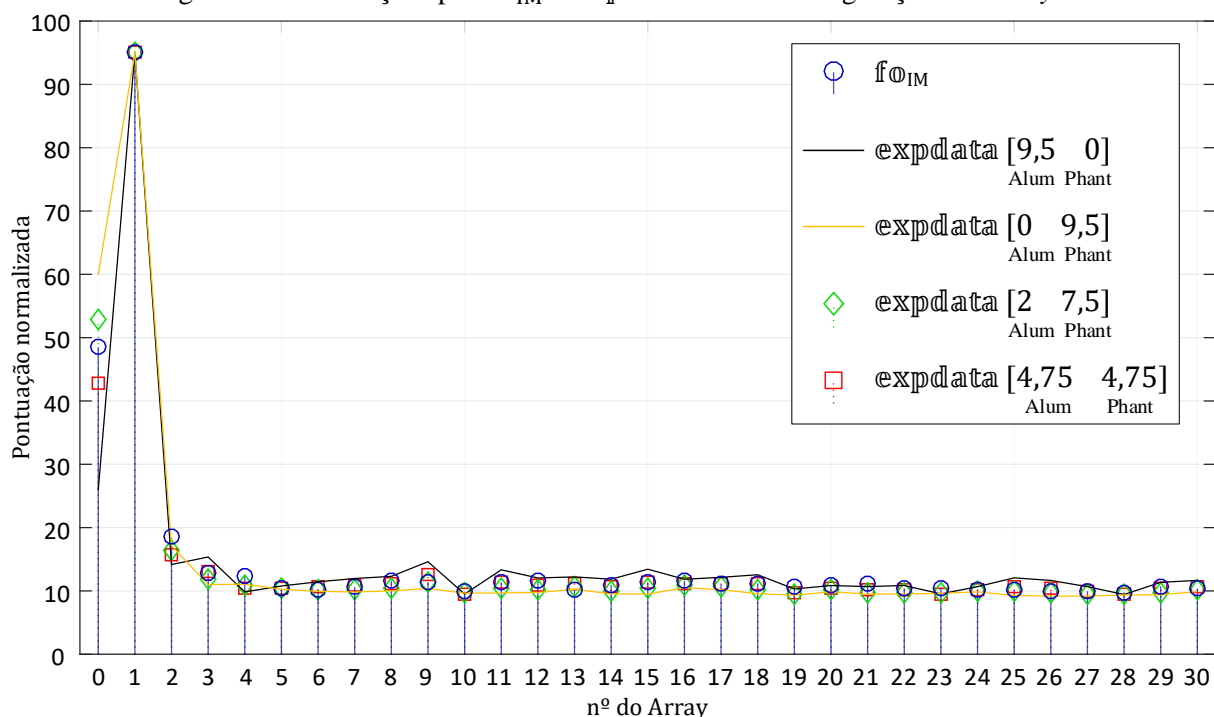
Seguindo os mesmos critérios anteriores, foram obtidas as pontuações por dados experimentais do segundo grupo de *arrays*, cujos desempenhos são apresentados na Tabela 25. Assim como em PSF_{F7} , algumas configurações do segundo grupo apresentaram desempenhos melhores no cenário $data_{Phant}$, de modo a contrastar com o baixo índice de apenas uma configuração, em $data_{Alum}$, com pontuação menor do que a mínima do grupo anterior. Em $expdata$, o $Array_{28}$ manteve o melhor desempenho geral, e em relação ao cenário $data_{Phant}$, a pontuação é significativamente próxima à do primeiro colocado.

Tabela 25 – Pontuações e classificações dos novos *arrays* por dados experimentais.

CONFIG.	$data_{Alum}$		$data_{Phant}$		$expdata$ [4,75 4,75]		$expdata$ [2 7,5]		f_{IM} (PSFs)	
Array ₀₁	10,000	31°	10,000	31°	95,000	31°	95,000	31°	95,000	31°
Array ₁₀	1,000	2°	1,014	13°	9,568	2°	9,608	5°	9,875	2°
Array ₁₅	1,414	26°	1,000	7°	11,465	25°	10,328	19°	11,350	22°
Array ₁₈	1,321	24°	1,007	11°	11,059	20°	10,194	14°	11,203	19°
Array ₁₉	1,085	5°	0,982	4°	9,818	4°	9,536	3°	10,628	14°
Array ₂₀	1,142	10°	1,039	18°	10,360	9°	10,076	13°	10,839	16°
Array ₂₁	1,125	8°	1,000	8°	10,094	6°	9,751	7°	11,262	20°
Array ₂₂	1,143	11°	1,002	9°	10,185	7°	9,797	8°	10,407	11°
Array ₂₃	1,004	3°	1,013	12°	9,577	3°	9,601	4°	10,535	12°
Array ₂₄	1,123	7°	1,037	17°	10,259	8°	10,022	11°	10,223	6°
Array ₂₅	1,270	20°	0,977	3°	10,671	14°	9,866	10°	10,148	5°
Array ₂₆	1,227	14°	0,966	1°	10,417	11°	9,698	6°	9,888	3°
Array ₂₇	1,123	6°	0,966	2°	9,923	5°	9,492	2°	9,961	4°
Array ₂₈	0,993	1°	0,985	5°	9,398	1°	9,375	1°	9,769	1°
Array ₂₉	1,195	12°	0,989	6°	10,376	10°	9,810	9°	10,736	15°
Array ₃₀	1,228	15°	1,041	19°	10,777	17°	10,264	17°	10,368	10°

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 59 – Pontuações por f_{IM} e $expdata$ das 31 configurações de *array*.



Para as 31 configurações do Apêndice A, a Figura 59 apresenta o gráfico das pontuações normalizadas por f_{IM} e expdata . Nota-se que as pontuações em $\text{data}_{\text{phant}}$ são consideravelmente equilibradas, o que não acontece em $\text{data}_{\text{alum}}$, onde as pontuações apresentam maior instabilidade e desacordo com f_{IM} e f_{HD} , de forma a sugerir maior imprevisibilidade em relação aos desempenhos de inúmeras configurações, sejam elas previamente conhecidas por boas ou ruins pontuações em f_{IM} e/ou f_{HD} . Entretanto, as junções expdata resultam em pontuações relativamente equilibradas e se assemelham mais com a função f_{IM} , do que os casos em que se considera apenas um cenário de dados experimentais.

A Tabela 26 apresenta as pontuações normalizadas e as classificações gerais pelos casos f_{HD} , f_{IM} e expdata , onde os valores da coluna f_{HD} são adaptados de modo que sua pontuação máxima assuma o mesmo valor da maior pontuação por f_{IM} . Nessa tabela, são destacadas em negrito as informações das quatro configurações que ocupam, entre as colunas,

Tabela 26 – Pontuações normalizadas e classificações gerais por f_{HD} , f_{IM} e expdata .

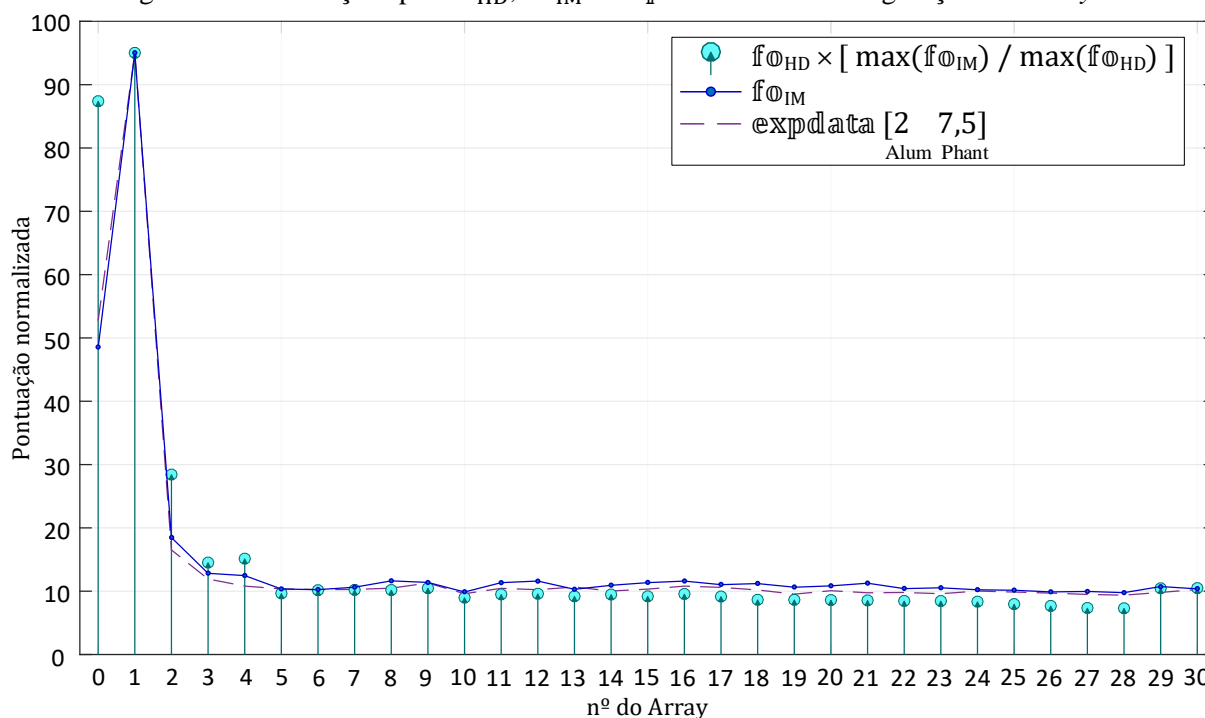
CONFIG.	$\frac{f_{\text{HD}} \times \max(f_{\text{IM}})}{\max(f_{\text{HD}})}$		f_{IM}		expdata [4,75 4,75]		expdata [2 7,5]	
Array ₀₀	87,366	30°	48,513	30°	42,908	30°	52,762	30°
Array ₀₁	95,000	31°	95,000	31°	95,000	31°	95,000	31°
Array ₀₂	28,404	29°	18,468	29°	15,652	29°	16,513	29°
Array ₀₃	14,500	27°	12,823	28°	13,182	28°	11,923	28°
Array ₀₄	15,119	28°	12,465	27°	10,452	12°	10,805	26°
Array ₀₅	9,631	20°	10,345	9°	10,516	13°	10,365	20°
Array ₀₆	10,137	21°	10,246	7°	10,692	15°	10,257	16°
Array ₀₇	10,186	23°	10,627	13°	10,893	18°	10,277	18°
Array ₀₈	10,163	22°	11,634	26°	11,149	21°	10,482	22°
Array ₀₉	10,464	25°	11,385	23°	12,504	27°	11,286	27°
Array ₁₀	8,965	12°	9,875	2°	9,568	2°	9,608	5°
Array ₁₁	9,476	17°	11,349	21°	11,509	26°	10,453	21°
Array ₁₂	9,576	19°	11,604	25°	10,901	19°	10,237	15°
Array ₁₃	9,181	15°	10,298	8°	11,233	24°	10,665	24°
Array ₁₄	9,455	16°	10,931	17°	10,696	16°	10,026	12°
Array ₁₅	9,170	14°	11,350	22°	11,465	25°	10,328	19°
Array ₁₆	9,542	18°	11,598	24°	11,182	23°	10,802	25°
Array ₁₇	9,138	13°	11,032	18°	11,170	22°	10,603	23°
Array ₁₈	8,624	11°	11,203	19°	11,059	20°	10,194	14°
Array ₁₉	8,621	10°	10,628	14°	9,818	4°	9,536	3°
Array ₂₀	8,582	9°	10,839	16°	10,360	9°	10,076	13°
Array ₂₁	8,527	8°	11,262	20°	10,094	6°	9,751	7°
Array ₂₂	8,440	7°	10,407	11°	10,185	7°	9,797	8°
Array ₂₃	8,431	6°	10,535	12°	9,577	3°	9,601	4°
Array ₂₄	8,330	5°	10,223	6°	10,259	8°	10,022	11°
Array ₂₅	7,944	4°	10,148	5°	10,671	14°	9,866	10°
Array ₂₆	7,652	3°	9,888	3°	10,417	11°	9,698	6°
Array ₂₇	7,328	2°	9,961	4°	9,923	5°	9,492	2°
Array ₂₈	7,284	1°	9,769	1°	9,398	1°	9,375	1°
Array ₂₉	10,440	24°	10,736	15°	10,376	10°	9,810	9°
Array ₃₀	10,465	26°	10,368	10°	10,777	17°	10,264	17°

Fonte: Elaborada pelo autor.

as mesmas posições, sendo os Arrays 00, 01 e 02 mantidos nas últimas três colocações, enquanto o Array₂₈ é o primeiro colocado nas quatro colunas.

Na Figura 60, é apresentado o gráfico com as pontuações da Tabela 26, referentes às colunas de f_{HD} , f_{IM} e expdata [2 7,5]. Nota-se, a partir do Array₁₈, que as pontuações por imagens não variam muito, tendendo a decair pouco até o Array₂₈, enquanto é maior a redução das pontuações pelos diagramas. E a partir do Array₂₉, a pontuação por f_{HD} é significativamente maior, enquanto as pontuações por imagens apresentam um aumento menos expressivo. Isso demonstra que, para determinado *array* desconhecido comparado com outro de referência, quanto menor a pontuação por f_{HD} , maior é a probabilidade de as pontuações por imagens serem menores, embora estes valores não tenham a tendência de ser expressivamente menores no caso de uma comparação entre duas configurações relativamente desejáveis.

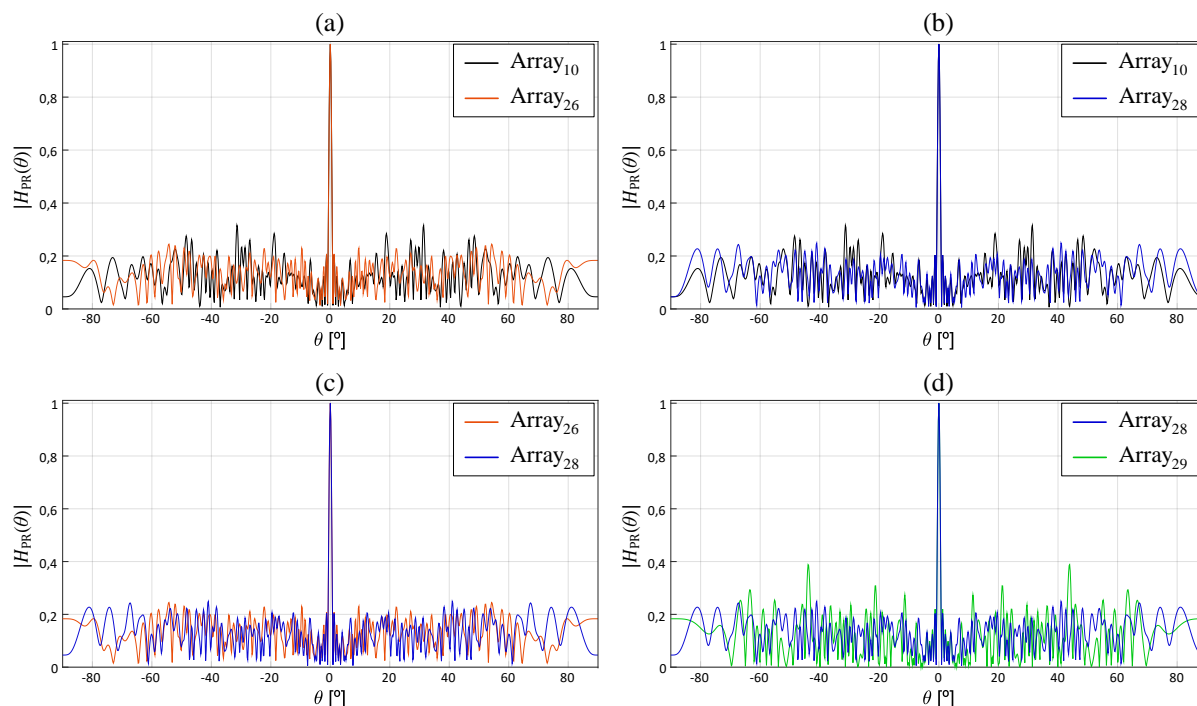
Figura 60 – Pontuações por f_{HD} , f_{IM} e expdata das 31 configurações de *array*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em determinadas comparações entre uma configuração e outra, as diferenças de pontuação por imagens podem não correspondem bem às diferenças de pontuação pelos diagramas, mesmo que a visualização destes já permita prever qual configuração provavelmente é mais desejável. Na Figura 61, são apresentadas algumas comparações entre duas configurações por meio do padrão de radiação $|H_{\text{PR}}(\theta)|$, onde o efeito de atenuação \mathcal{L}/λ é igual a $2,377^{-1}$, sendo este o valor mais utilizado nas métricas dos diagramas. Tais comparações permitem visualizar com facilidade os lóbulos maiores de uma configuração em relação à outra, embora a análise individual esteja comprometida (vide Apêndice B).

Figura 61 – Comparação de $|H_{PR}(\theta)|$ com $\mathcal{E}/\lambda = 2,377^{-1}$, entre: (a) Array₁₀ e Array₂₆; (b) Array₁₀ e Array₂₈; (c) Array₂₆ e Array₂₈; (d) Array₂₈ e Array₂₉.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nos itens (a) e (b) da Figura 61, o Array₁₀ possui lóbulos laterais mais críticos em comparação com os Arrays 26 e 28, o que reflete nas diferenças consideráveis de pontuação em f_{HD} . Mesmo assim, as pontuações por imagens são expressivamente próximas entre esses *arrays*. No item (c), nota-se que há muita proximidade entre os picos mais altos dos lóbulos laterais, sendo estes de baixa magnitude, o que muito contribui para as excelentes pontuações dos Arrays 26 e 28 em f_{HD} . E no item (d), o Array₂₉ possui lóbulos significativamente mais críticos, apesar de seus espaçamentos serem baseados em um grande trecho do Array₂₈. Isto pode ser a principal causa do bom desempenho do Array₂₉ nas imagens, e que não é tão distante dos melhores desempenhos deste estudo.

5.3.6 COMENTÁRIOS

Por meio das novas configurações, pôde-se verificar que a função f_{HD} dificilmente deve resultar em incumbentes relativamente indesejáveis nas buscas otimizadas, isto é, configurações com pontuação acima de 11,5 em f_{IM} , visto que é muito comum encontrar configurações com pontuação abaixo desse valor. E para que seja maior a probabilidade de as pontuações por imagens estarem abaixo de 10, deve-se priorizar a minimização do valor de f_{HD} nas buscas, o que pode ser feito com mais facilidade por meio de um algoritmo híbrido, que no caso deste trabalho, consiste na preferível utilização da metaheurística WOA seguida do método heurístico SDH₂. E no caso da busca de *arrays* simétricos, é recomendável encontrar

primeiramente um *array* assimétrico com excelente pontuação em f_{HD} (como é o caso do Array₂₈), e adaptá-lo através do método SDH₃, de forma a se chegar em uma configuração simétrica provavelmente desejável.

Pelas pontuações, notam-se que alguns cenários de imagem (como PSF_{F7} e $\text{data}_{\text{phant}}$) estão mais de acordo com os diagramas, enquanto existe, no caso geral dos cenários propostos, uma relação menos interligada com os diagramas: as variações otimizadas de determinada configuração já conhecida com excelentes desempenhos nas imagens possuem grandes chances de serem desejáveis, mesmo que haja picos mais críticos nos lóbulos laterais, como é o caso dos Arrays 29 e 30, que são simétricos, sendo tal característica responsável por contribuir na elevação dos lóbulos laterais. A menor relação das imagens com os diagramas é verificada, então, nas divergências de colocações dos *arrays* simétricos citados (Tabela 26). E apesar dos eventuais desacordos, pouco se sabe, no âmbito deste trabalho, o quanto os diagramas corresponderiam melhor ou pior às imagens no caso de um número expressivamente maior de cenários.

Quanto aos *arrays* com melhores desempenhos nas imagens, pode-se afirmar que o Array₂₈ provavelmente é mais desejável dentro de um duelo com outra excelente configuração aleatória deste estudo, e que dentre as configurações analisadas, o Array₂₈ possui a maior probabilidade de ser a configuração mais desejável, já que sua pontuação por f_{HD} também é a menor. O Array₁₀, por sua vez, é o segundo colocado em f_{IM} , mas sua pontuação é muito próxima com a do terceiro e com a do quarto colocado, além de estar em 12º lugar na pontuação por f_{HD} , o que impossibilita de concluir algo similar ao que foi enfatizado sobre o Array₂₈.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Alguns estudos que envolvem a medição da qualidade dos *arrays* em termos da imagem ultrassônica podem sugerir que não há grandes dificuldades de avaliar uma configuração de *array* com base apenas nos padrões de radiação, e que talvez o maior desafio estaria relacionado aos métodos de busca de *arrays* esparsos desejáveis. Um *array* esparsa periódico, muitas vezes o exemplo base para estudos e pesquisas deste âmbito, indica em seu padrão de radiação altas intensidades nos lóbulos laterais e de espaçamento, o que reflete de forma clara na qualidade indesejável das imagens, onde existem artefatos concentrados e de alta intensidade. Entretanto, a dificuldade de avaliação por meio dos padrões de radiação já começa a ser mais notável quando outro *array* esparsa, cujos lóbulos de espaçamento possuem baixas magnitudes, apresenta em suas imagens artefatos ainda mais intensos em comparação com o *array* periódico.

Essa dificuldade, então, foi enfrentada no projeto proposto de *arrays* esparsos, onde inicialmente não existe uma função objetivo como há em diversos problemas que envolvem exatidão, isto é, problemas em que as variáveis indicam exatamente se uma proposta de solução é ou não melhor do que outra. A proposta deste trabalho, por sua vez, envolveu o desenvolvimento de duas importantes funções objetivo, que ao longo do processo, foram sujeitas a inúmeras alterações: inicialmente, pelas condições pré-estabelecidas da codificação e dos *arrays*, recorreu-se às métricas iniciais do padrão de radiação, para que então fossem realizadas algumas buscas de configurações; depois, visualizou-se as imagens resultantes de determinadas configurações, para então classificá-las numericamente através de métodos iniciais; depois, ajustou-se a função objetivo dos diagramas, para que fossem realizadas outras buscas; e na continuação do processo, os diversos métodos passaram por revisões e ajustes até que fosse possível pontuar e classificar, de forma coerente, as configurações por imagens e por diagramas. Com isso, nota-se que o projeto de *arrays* envolve um certo nível de subjetividade, e que pode ser melhorado com maiores investimentos de tempo em pesquisa.

Os resultados, por sua vez, foram satisfatórios principalmente pelo cumprimento do objetivo de estabelecer uma função objetivo que requer rápidos processamentos, e que nas buscas é capaz de indicar diversas configurações desejáveis, sendo algumas consideradas excelentes nas imagens. Além disso, as pontuações normalizadas pelos cenários de PSF, comparadas com as pontuações por dados experimentais e por diagramas, foram relativamente próximas para muitas configurações, apesar das divergências observadas nas pontuações e colocações de alguns *arrays*.

Embora os resultados estejam associados a algumas condições fixas, como número de elementos e tamanho da abertura do *array*, toda a metodologia proposta neste trabalho pode ser

aproveitada e adaptada para outras condições, e até mesmo para a realização de estudos que irão comparar *arrays* com diferentes parâmetros.

Em termos da codificação e das restrições adotadas para o projeto de *arrays* esparsos, verificou-se que as eficiências dos métodos de busca podem não diferir muito, e que provavelmente é preferível recorrer-se a um método híbrido para alcançar pontuações muito desejáveis na função objetivo. Entretanto, é possível que os diversos métodos de busca da literatura tenham eficiências bem diferentes quando se adota outros tipos de codificação e de restrição, principalmente aqueles que envolvem *coarrays* e apodizações não constantes entre elementos ativos, pois nesses casos a explosão combinatória é muito maior do que a envolvida no projeto de *arrays* deste trabalho.

As principais contribuições deste trabalho, por sua vez, estão relacionadas ao(à):

- Desenvolvimento de uma função objetivo que se baseia nas intensidades dos artefatos presentes em imagens ultrassônicas, e que pode ser adaptada para outros tipos de problemas envolvendo *arrays* esparsos;
- Desenvolvimento de uma função objetivo adequada para a indicação de *arrays* esparsos desejáveis, que pode ser adaptada para outras condições, e que requer processamentos rápidos, sendo composta por diversas métricas provenientes de funções representativas de *arrays* esparsos lineares;
- Desenvolvimento de modelos matemáticos baseados no padrão de radiação que representam as configurações de *array* esparso linear, e que podem ser alvos de investigações e de eventuais aproveitamentos futuros;
- Proposta de um método híbrido adequado para a busca de *arrays* esparsos lineares, em termos da codificação adotada;
- Apresentação de *arrays* esparsos desejáveis compostos por 32 elementos na abertura de 62λ , incluindo configurações simétricas e assimétricas.

Levando em consideração os estudos, as investigações e as implementações computacionais realizadas para a criação deste texto de dissertação, os trabalhos futuros devem estar relacionados principalmente a diversas abordagens que podem dar continuidade ou complemento ao que foi desenvolvido, assim como abordagens que permitem aproveitar métodos aqui propostos, de tal forma que possa haver comparações de resultados. Para as possíveis linhas de pesquisa, destacam-se as abordagens com: projeto de *coarrays*; projeto de *arrays* esparsos bidimensionais; projeto de *arrays* envolvendo apodizações não constantes entre elementos ativos; otimização do tempo de geração de imagens ultrassônicas; *phased arrays*; padrões de radiação banda-larga; e *arrays* de antenas.

REFERÊNCIAS

ABUALIGAH, L.; DIABAT, A.; MIRJALILI, S.; ELAZIZ, M. A.; GANDOMI, A. H. The arithmetic optimization algorithm. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Amsterdam, v. 376, 2021.

AHI, Kiarash. Mathematical modeling of THz point spread function and simulation of THz imaging systems. **IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology**, Piscataway, v. 7, n. 6, p. 747–754, 2017.

ALBA, E.; DORRONSORO, B. The exploration/exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 126–142, 2005.

ANGELSEN, B. A. J.; TORP, H.; HOLM, S.; KRISTOFFERSEN, K.; WITTINGHAM, T. A. Which transducer array is best? **European Journal of Ultrasound**, Shannon, v. 2, p. 151–164, 1995.

AUSTENG, Andreas; HOLM, Sverre; WEBER, Peter K.; AAKVAAG, Niels; IRANPOUR, Kambiz. 1D and 2D algorithmically optimized sparse arrays. *In: IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM*, 36., 1997, Toronto. **Proceedings [...]** Toronto: IEEE, 1997. v. 2, p. 1683–1686.

BARDSLEY, B. G.; CHRISTENSEN, D. A.; PRYOR, T. A. Multifrequency and nonuniformly-spaced arrays: effect on grating lobe amplitude. **Ultrasonic Imaging**, Thousand Oaks, v. 4, p. 351–354, 1982.

BOZORGI, Seyed Mostafa; YAZDANI, Samaneh. IWOA: An improved whale optimization algorithm for optimization problems. **Journal of Computational Design and Engineering**, Oxford, v. 6, n. 3, p. 243–259, 2019.

CABOT, Richard C. A note on the application of the Hilbert Transform to time delay estimation. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, Piscataway, v. 29, n. 3, p. 607–609, 1981.

CHEEKE, J. David N. **Fundamentals and applications of ultrasonic waves**. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press LLC, 2002.

CHIAO, Richard Y.; THOMAS, Lewis J. Aperture formation on reduced-channel arrays using the transmit-receive apodization matrix. *In: IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM*, 1996, San Antonio. **Proceedings [...]** San Antonio: IEEE, 1996. v. 2, p. 1567–1571.

DIAS, Jorge Camacho Sosa. **Imagen ultrasónica por coherencia de fase**. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid, 2011.

DORIGO, Marco; BIRATTARI Mauro; STUTZLE, Thomas. Ant colony optimization. **IEEE Computational Intelligence Magazine**, Piscataway, v. 1, n. 4, p. 28–39, 2006.

DRINKWATER, Bruce W.; WILCOX, Paul D. Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation: a review. **NDT & E International**, London, v. 39, n. 7, p. 525–541, 2006.

FRIEDRICH, W.; KAARMANN, H.; LERCH, R. Finite element modeling of acoustic radiation from piezoelectric phased array antennas. *In: IEEE SYMPOSIUM ON ULTRASONICS*, 1990, Honolulu. **Proceedings** [...] Honolulu: IEEE, 1990. v. 2, p. 763–767.

GOLDBOGEN, Jeremy A. *et al.* Integrative approaches to the study of baleen whale diving behavior, feeding performance, and foraging ecology. **BioScience**, Cary, v. 63, n. 2, p. 90–100, 2013.

HANSEN, Pierre; MLADENović, Nenad. Variable Neighborhood Search. *In: Glover, Fred; Kochenberger, Gary A (eds). Handbook of Metaheuristics*. International Series In Operations Research & Management Science. Capítulo 6. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 145–184, 2003.

HOCTOR, Ralph T.; KASSAM, Saleem A. The unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 78, n. 4, p. 735–752, 1990.

HOF, Patrick R.; VAN DER GUCHT, Estel. Structure of the cerebral cortex of the humpback whale, *Megaptera novaeangliae* (Cetacea, Mysticeti, Balaenopteridae). **The Anatomical Record**, Hoboken, v. 290, n. 1, p. 1–31, 2007.

HOLMES, C.; DRINKWATER, B.W.; WILCOX, P.D. Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation. **NDT & E International**, London, v. 38, n. 8, p. 701–711, 2005.

HU, H.; DU, J.; XU, N.; JEONG, H.; WANG, X. Ultrasonic sparse-TFM imaging for a two-layer medium using genetic algorithm optimization and effective aperture correction. **NDT & E International**, London, v. 90, p. 24–32, 2017.

HU, Hongwei; DU, Jian; YE, Chengbao; LI, Xiongbing. Ultrasonic phased array sparse-TFM imaging based on sparse array optimization and new edge-directed interpolation. **Sensors**, Basel, v. 18, n. 6, 2018.

JENSEN, J. A.; NIKOLOV, S. I.; GAMMELMARK, K. L.; PEDERSEN, M. H. Synthetic aperture ultrasound imaging. **Ultrasonics**, Amsterdam, v. 44, n. 1, p. e5–e15, 2006.

JENSEN, Jørgen Arendt. Linear description of ultrasound imaging systems. *In: Notes for the International Summer School on Advanced Ultrasound Imaging*. Technical University of Denmark, 2001.

KARAMAN, Mustafa; LI, Pai-Chi; O'DONNELL, Matthew. Synthetic aperture imaging for small scale systems. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, Piscataway, v. 42, n. 3, p. 429–442, 1995.

KAUR, Gaganpreet; ARORA, Sankalop. Chaotic whale optimization algorithm. **Journal of Computational Design and Engineering**, Oxford, v. 5, n. 3, p. 275–284, 2018.

KENNEDY, James; EBERHART, Russell. Particle swarm optimization. **Proceedings of ICNN'95 – International Conference on Neural Networks**, Perth, v. 4, p. 1942–1948, 1995.

KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. **Fundamentals of acoustics**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2000.

LINTS, Martin. **Optimised signal processing for nonlinear ultrasonic nondestructive testing of complex materials and biological tissues**. Signal and Image processing. Institut National des Sciences Appliquées – Centre Val de Loire, 2017.

LOCKWOOD, Geoffrey R.; LI, Pai-Chi; O'DONNELL, Matthew; FOSTER, F. Stuart. Optimizing the radiation pattern of sparse periodic linear arrays. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, Piscataway, v. 43, n. 1, p. 7–14, 1996.

MARTÍN-ARGUEDAS, C. J.; ROMERO-LAORDEN, D.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, O.; PÉREZ-LOPEZ, M.; GÓMEZ-ULLATE, L. An ultrasonic imaging system based on a new SAFT approach and a GPU beamformer. **IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control**, Piscataway, v. 59, n. 7, p. 1402–1412, 2012.

MARTÍN, Carlos J.; MARTÍNEZ, Oscar; ROMERO, David; HIGUTI, Ricardo T.; ULLATE, Luis G. Linear scanning method based on the SAFT coarray. **Review of progress in quantitative nondestructive evaluation**, New York, v. 29, p. 2023–2030, 2010.

MARTÍN, C. J.; MARTÍNEZ, O.; ULLATE, L. G.; OCTAVIO, A.; GODOY, G. Reduction of grating lobes in SAFT images. *In: IEEE INTERNATIONAL ULTRASONICS SYMPOSIUM – IUS*, 47., 2008, Beijing. **Proceedings** [...] Beijing: IEEE, 2008. p. 721–724.

MICHAELS, J. E.; MICHAELS, T. E. Guided wave signal processing and image fusion for in situ damage localization in plates. **Wave Motion**, Amsterdam, v. 44, n. 6, p. 482–492, 2007.

MIRJALILI, Seyedali; LEWIS, Andrew. The whale optimization algorithm. **Advances in Engineering Software**, Oxford, v. 95, p. 51–67, 2016.

MOFFET, Alan T. Minimum-redundancy linear arrays. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, New York, v. 16, n. 2, p. 172–175, 1968.

OLORUNDA, Olusegun; ENGELBRECHT, Andries P. Measuring exploration/exploitation in particle swarms using swarm diversity. **IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence)**, Hong Kong, p. 1128–1134, 2008.

OLYMPUS. **Introduction to phased array ultrasonic technology applications: R/D Tech Guideline**. Advanced Practical NDT Series. Waltham, Massachusetts, USA: Olympus NDT, 2007.

OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W. **Discrete-time signal processing**. Upper Saddle River, New Jersey, USA: Prentice Hall, 1999.

PERDIOS, Dimitris; VONLANTHEN, Manuel; MARTINEZ, Florian; ARDITI, Marcel; THIRAN, Jean-Philippe. Single-shot CNN-based ultrasound imaging with sparse linear arrays. *In: IEEE INTERNATIONAL ULTRASONICS SYMPOSIUM – IUS, 2020, Las Vegas. Proceedings [...]* Las Vegas: IEEE, 2020.

PRADO, Vander Teixeira; HIGUTI, Ricardo Tokio; KITANO, Cláudio.; MARTÍNEZ-GRAULLERA, Óscar. Sparse arrays and image compounding techniques for non-destructive testing using guided acoustic waves. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 24, p. 263–271, 2013.

PRADO, Vander Teixeira. **Ultrasonic non-destructive testing of plate-like structures using piezoelectric array transducers**. Tese de doutorado. Ilha Solteira, SP, Brasil: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2014.

ROSE, Joseph L. **Ultrasonic guided waves in solid media**. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2014.

SACEK, Vladimir (org.). Point Spread Function (PSF). *In: Notes on amateur telescope optics*, 2006.

SHERWIN, C. W.; RUINA, J. P.; RAWCLIFFE, R. D. Some early developments in synthetic aperture radar systems. **IRE Transactions on Military Electronic**, v. MIL-6, n. 2, p. 111–115, 1962.

SIDEY, Richard. **Six whales bubble-net feeding in Antarctica**. Richard Sidey/Galaxiid Ltd, 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Y-DCP3zPhTc>>. Acesso em: 12 jul. 2021.

SONG, Jae Hee; LEE, Jaejin; YEO, Sunmi; KIM, Gi-Duck; SONG, Tai-Kyong. An analytical approach to designing optimal sparse 1-D phased arrays for handheld ultrasound imaging. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, Piscataway, v. 67, n. 7, p. 1354–1365, 2020.

SOUZA, Julio Cesar Eduardo de. **Técnicas para obtenção de arrays lineares esparsos usando algoritmo genético**. Dissertação de mestrado. Ilha Solteira, SP, Brasil: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2018.

STANKWITZ, H. C.; DALLAIRE, R. J.; FIENUP, J. R. Nonlinear apodization for sidelobe control in SAR imagery. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, Piscataway, v. 31, n. 1, p. 267–279, 1995.

STEINBERG, Bernard D. **Principles of aperture and array system design**: including random and adaptive arrays. [S.l.]: Wiley, 1976.

STIMSON, George W. **Introduction to airborne radar**. Raleigh, NC, USA: SciTech Publishing Inc, 1998.

THOMSON, R. N. Transverse and longitudinal resolution of the synthetic aperture focusing technique. **Ultrasonics**, Amsterdam, v. 22, n. 1, p. 9–15, 1984.

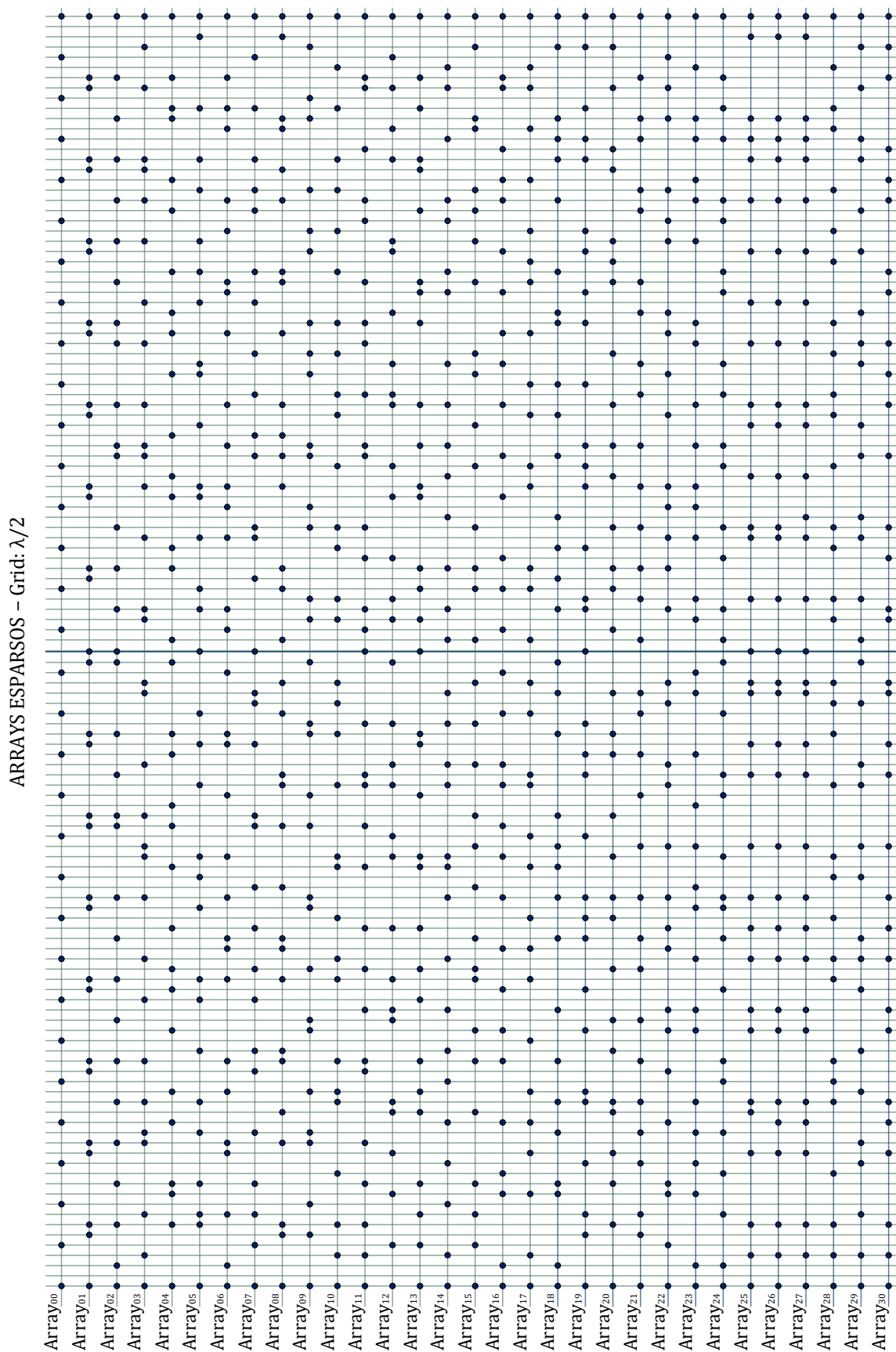
WATKINS, William A.; SCHEVILL, William E. Aerial observation of feeding behavior in four baleen whales: *Eubalaena glacialis*, *Balaenoptera borealis*, *Megaptera novaeangliae*, and *Balaenoptera physalus*. **Journal of Mammalogy**, Cary, v. 60, n. 1, p. 155–163, 1979.

YLITALO, Juha Tapani. A fast ultrasonic synthetic aperture imaging method: application to NDT. **Ultrasonics**, Amsterdam, v. 34, n. 2–5, p. 331–333, 1996.

YLITALO, Juha Tapani; ERMERT, Helmut. Ultrasound synthetic aperture imaging: monostatic approach. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, Piscataway, v. 41, n. 3, p. 333–339, 1994.

ZHANG, Han; BAI, Bichao; ZHENG, Jianfeng; ZHOU, Yun. Optimal design of sparse array for ultrasonic total focusing method by binary particle swarm optimization. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 111945–111953, 2020.

APÊNDICE A – ARRAYS ESPARSOS DE 32 ELEMENTOS

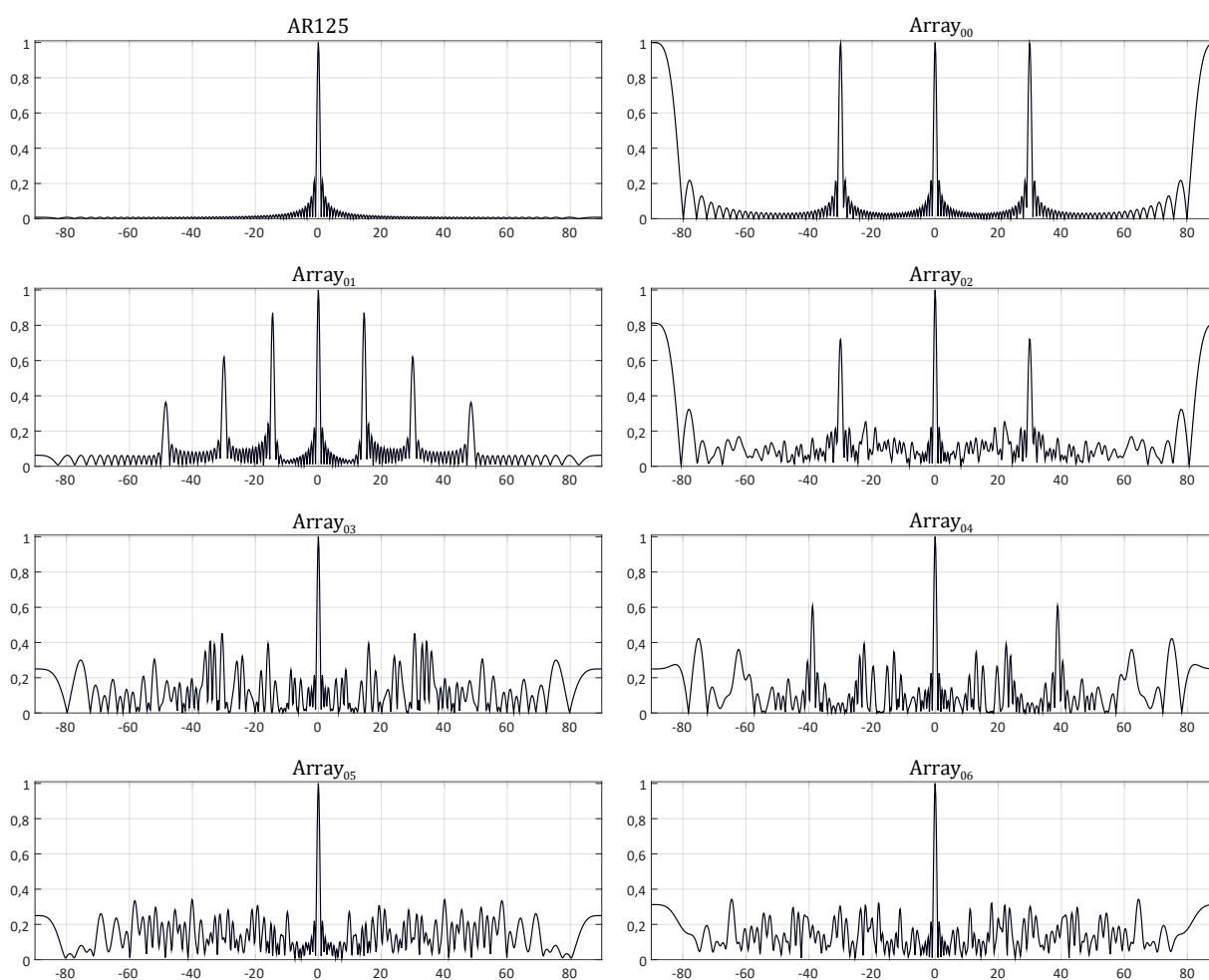


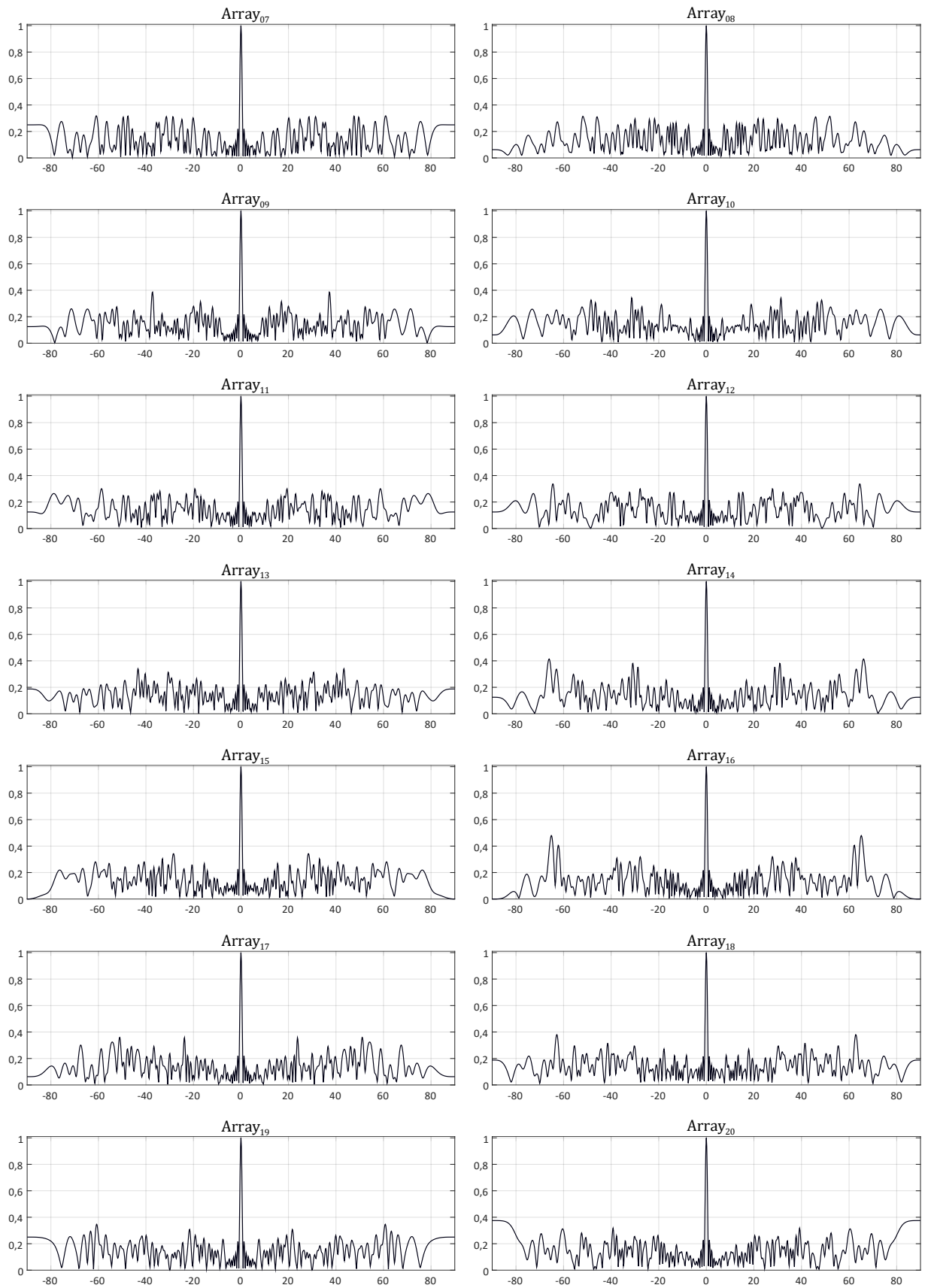
APÊNDICE B – PADRÕES DE RADIAÇÃO

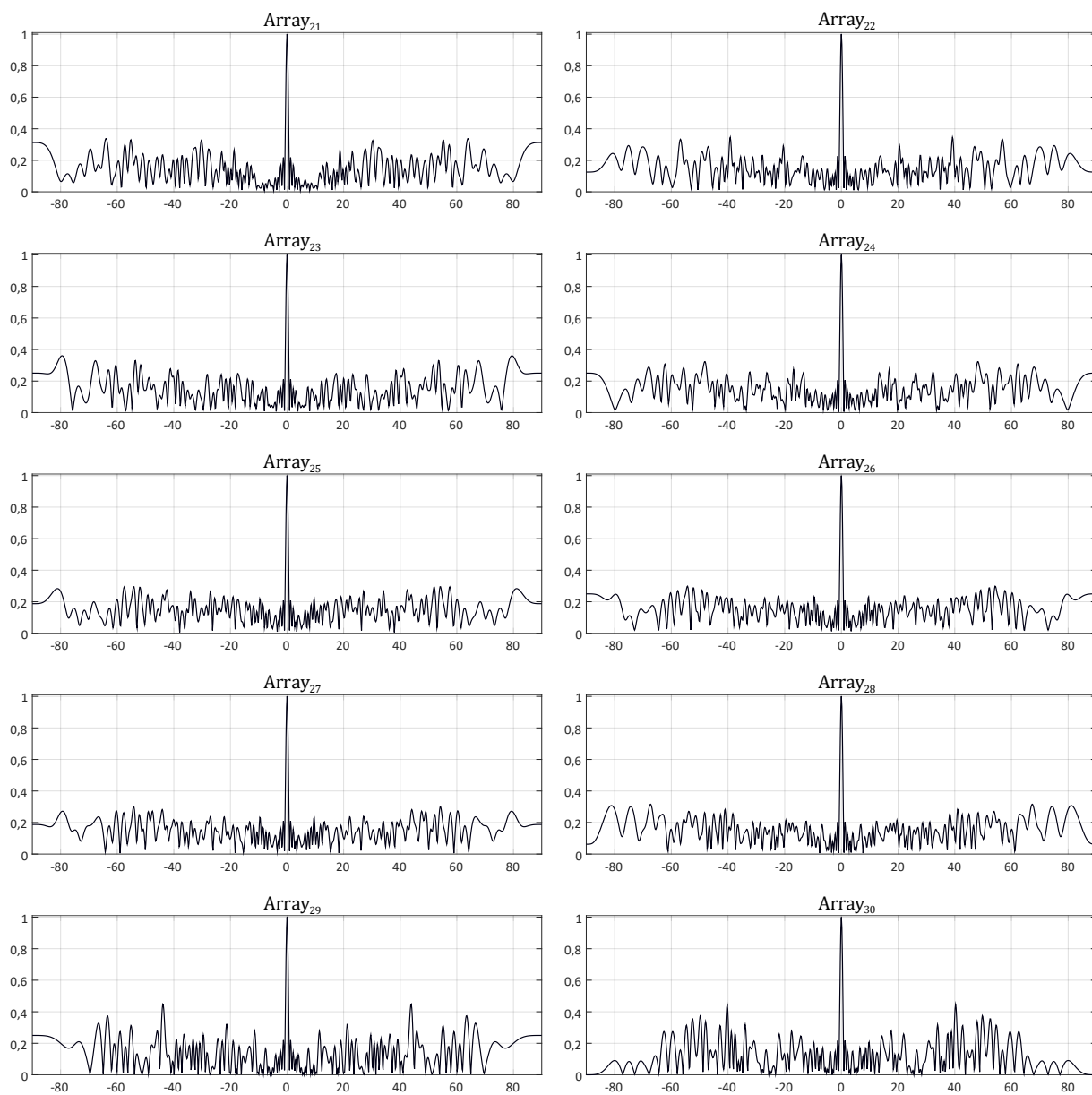
Neste Apêndice é apresentado, para cada *array* e na forma de diagrama, o padrão de radiação $|H_{PR}(\theta)|$ em função do ângulo θ [°], sendo as magnitudes de $|H_{PR}(\theta)|$ normalizadas de 0 a 1. As configurações de *array* possuem abertura de 62λ , e os elementos são dados como pontuais, de forma a não ser consideradas nos diagramas as atenuações decorrentes de elementos com dimensão finita. O primeiro diagrama é referente ao *array* completo de 125 elementos (AR125), sendo a referência de desempenho ideal em termos da abertura de 62λ . Os demais diagramas apresentados são resultantes dos *arrays* numerados de 0 a 30 (configurações de 32 elementos do Apêndice A).

$|H_{PR}(\theta)|$ versus θ [°]

ARRAYS DE ELEMENTOS PONTUAIS E ABERTURA DE 62λ







APÊNDICE C – IMAGENS NO CENÁRIO PSF_{F7}

Este Apêndice apresenta algumas imagens $\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$ por *Point Spread Function* no cenário PSF_{F7} (abordado no Capítulo 5), o qual é composto por 7 refletores pontuais localizados de forma simétrica, sendo associados às ondas formadas por 6 ciclos de senoide com envoltória gaussiana. As presentes imagens, cujas magnitudes estão em decibéis (dB), são resultantes dos *arrays* esparsos de número 00, 01, 02, 03, 04, 09, 17, 27, 28, 29 e 30 (configurações apresentadas no Apêndice A).

Em relação ao primeiro grupo de *arrays* abordados nos resultados, foram selecionadas algumas configurações com desempenhos distantes entre si no cenário PSF_{F7} (Arrays 00, 01, 02, 03, 04, 09 e 17), de modo a bem visualizar as diferentes intensidades dos artefatos resultantes dessas configurações. Sobre o segundo grupo de *arrays*, foram selecionados os de número 27, 28, 29 e 30 devido às suas relevâncias em termos de desempenho: o primeiro possui a melhor pontuação no cenário PSF_{F7}; o segundo possui a melhor pontuação nas duas funções objetivo (f_{IM} e f_{HD}); e os dois últimos se tratam de configurações simétricas de bom desempenho geral nas imagens.

Anteriormente às imagens, são apresentadas as pontuações normalizadas no cenário PSF_{F7} e pela função objetivo de imagens (f_{IM}), além das colocações no grupo geral dos 31 *arrays* do Apêndice A. Analisando as imagens, é possível associar as maiores intensidades resultantes de determinado *array* com a maior pontuação apresentada, salvo quando pontuações são relativamente próximas em determinada comparação. Entre os Arrays 17, 27 e 28, as diferenças de intensidade são menos notáveis, o que reflete nas poucas diferenças de pontuação, apesar da subjetividade e da falta de exatidão envolvidas.

PONTUAÇÕES NORMALIZADAS E COLOCAÇÕES EM PSF_{F7} E f_{IM}

CONFIGURAÇÃO	PSF _{F7}	COLOCAÇÕES EM PSF _{F7}	f_{IM}	COLOCAÇÕES EM f_{IM}
Array ₀₀	7,284	30°	48,513	30°
Array ₀₁	15,000	31°	95,000	31°
Array ₀₂	3,096	29°	18,468	29°
Array ₀₃	2,108	28°	12,823	28°
Array ₀₄	1,909	27°	12,465	27°
Array ₀₉	1,715	25°	11,385	23°
Array ₁₇	1,500	8°	11,032	18°
Array ₂₇	1,376	1°	9,961	4°
Array ₂₈	1,449	5°	9,769	1°
Array ₂₉	1,557	12°	10,736	15°
Array ₃₀	1,740	26°	10,368	10°

$$\mathbb{I}_{\text{TFM}}(x, z)$$

ARRAYS DE N° 00, 01, 02, 03, 04, 09, 17, 27, 28, 29 E 30

