

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS DE BAURU**

**FACULDADE DE CIÊNCIAS – DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO
BÁSICA**

EVA APARECIDA DE GOIS CAIO

**A CONSTRUÇÃO DO JOGO KOGOCA NA INTERFACE ENTRE AVALIAÇÃO EM
LARGA ESCALA E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

BAURU

2017

EVA APARECIDA DE GOIS-CAIO

**A CONSTRUÇÃO DO JOGO KOGOCA NA INTERFACE ENTRE AVALIAÇÃO EM
LARGA ESCALA E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - Câmpus de Bauru, na Linha: Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Básica. Programa de Pós Graduação para a Educação Básica.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Marisa da Silva Dias

Bauru

2017

GOIS-CAIO, Eva Aparecida de.
A construção do Jogo Kogoca na interface entre
Avaliação em Larga Escala e aprendizagem matemática /
Eva Aparecida de Gois Caio, 2017
201 f.

Orientadores: Marisa da Silva Dias
Marcos Jorge

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru



ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de EVA APARECIDA DE GOIS CAIO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 31 dias do mês de março do ano de 2017, às 15:00 horas, no(a) Sala 1 da Pós-graduação da Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Profa. Dra. MARISA DA SILVA DIAS do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Profa. Dra. ELIANE PATRICIA GRANDINI SERRANO do(a) UNESP/FAAC / UNESP/FAAC, Prof. Dr. ANTONIO FRANCISCO MARQUES do(a) Educação / UNESP/BAURU, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de EVA APARECIDA DE GOIS CAIO, intitulada **A construção do jogo Kogoca na interface entre avaliação em larga escala e aprendizagem matemática**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Profa. Dra. MARISA DA SILVA DIAS

Profa. Dra. ELIANE PATRICIA GRANDINI SERRANO

Prof. Dr. ANTONIO FRANCISCO MARQUES

Mais uma vez

*Mas é claro que o sol vai voltar amanhã
Mais uma vez, eu sei.
Escureidão já vi pior, de endoidecer gente sã
Espera que o sol já vem
Tem gente que está do mesmo lado que você
Mas deveria estar do lado de lá
Tem gente que machuca os outros
Tem gente que não sabe amar
Tem gente enganando a gente
Veja nossa vida como está
Mas eu sei que um dia a gente aprende
Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo quem acredita sempre alcança!
(...)*

*Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena
Acreditar no sonho que se tem
Ou que seus planos nunca vão dar certo,
Ou que você nunca vai ser alguém
Tem gente que machuca os outros
Tem gente que não sabe amar
Mas eu sei que um dia a gente aprende
Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo,
Quem acredita sempre alcança!*

Renato Russo

*Ao final de todas as suas buscas,
Depois de realizados todos os seus desejos,
Quando alcançadas todas as suas metas,*

*O que realmente sobra de importante,
Precioso e verdadeiro em sua vida são:
As PESSOAS e os MOMENTOS que viveu com elas.*

Reinaldo Luz Santos

Dedico este trabalho à minha filha Isadora e a todas as crianças que merecem uma educação de qualidade para formação plena...

Dedico aos meus pais, João C de Gois e Irene de Gois, que plantaram em mim a vontade de evoluir no conhecimento sempre, apesar de sua pouca escolarização...

Dedico ao meu esposo Fábio A. de Gois Caio pela sua colaboração para que pudesse não apenas fazer o curso, mas para poder refletir sobre o assunto e elaborar todas as análises e produção de material proposta nessa pesquisa...

A poucos e verdadeiros amigos que estiveram sempre por perto quando se passaram momentos difíceis...

Aos professores comprometidos com o desenvolvimento de seus alunos e responsáveis pela formação social de novas realidades a partir de atitudes particulares que incitam outros atores do processo...

Aos meus professores da Universidade, todos, em especial o professor dr. Marcos Jorge, quem terá meu respeito e carinho imenso eternamente.

Agradecimento

Agradeço a Deus pelo dom da vida, por permitir que continuasse a caminhada buscando maior aprofundamento nos estudos acadêmicos, visando aprimorar minha atuação profissional e possíveis contribuições a colegas de profissão.

Agradeço aos meus pais e esposo pelo apoio de sempre, pela cumplicidade no processo educacional e incentivo incondicional para a realização deste curso, inclusive, auxiliando no processo educativo de minha filha, ainda bebê ao início do mesmo, suprindo alguns momentos de ausência necessários para estudos, acompanhamento de disciplinas, produção de conhecimento e produto.

Agradeço, especialmente, a minha filha Isadora Koba de Gois Caio, que me fora inspiração para a elaboração de material voltado à faixa etária do Ensino Fundamental I, à qual ela ainda irá adentrar... que isto seja o início que lhe permita compreender o processo de construção do saber matemático, melhorando a qualidade de ensino do qual fará parte, no município onde vivemos no momento.

Agradeço grandemente ao meu professor orientador Dr. Marcos Jorge, hoje *in memoriam*, pelas indicações de leituras e reflexão, pelos encaminhamentos desta pesquisa, paciência com a ignorância do desconhecido e pela possibilidade de iluminar parte da escuridão do pensamento que possuía. Sem palavras para descrever o carinho que lhe tenho.

Agradeço, da mesma forma, minha professora orientadora Dra. Marisa da Silva Dias, que um dia me disse “(...) Na Universidade não temos apenas prazos, metas e burocracia, antes, cuidamos das pessoas...”, uma frase de acolhimento e conforto ao me aceitar como orientanda, dando continuidade ao trabalho do professor Dr. Marcos Jorge; Pela sua competência, posição e, principalmente, humanidade, me fez criar forças para seguir em frente - a ela, sem titubear em nenhum instante em assumir uma orientação já em finalização de trabalho, teórico e construção do produto em meados... minha eterna gratidão e admiração!

Agradeço, também, aos meus demais professores do curso, Dr. José Roberto Boettger Giardinetto, Dra. Marisa da Silva Dias, Dra. Eliana Marques Zanata, Dra. Maria do Carmo Kobayashi, Dr. Antonio Francisco Marques, Dra. Loriza Lacerda, Dr. Nelson Pirolla e Dr. Vitor Machado, pelo incentivo, compreensão, humanidade, parceria e, principalmente, pela oportunidade de aprender.

Agradeço aos professores Drs. Eliane Patrícia Gradini Serrano e Antonio Francisco Marques, que, compondo minha banca, contribuíram imensamente para melhoria do trabalho, para ampliação de limites de compreensão para além do trabalho, mas para a prática e para a vida.

Agradeço ao amigo, músico, poeta e professor Me Paulo da Silva, que com disposição e parceria de trabalho e de vida, sempre, concedeu-me parte de seu tempo para me ceder uma preciosidade – um pedacinho de seu trabalho para melodiar o jogo e deleitar aos meus alunos.

Agradeço à amiga Dorocelli Magdalena, uma amiga hoje que, enquanto mantenedora da faculdade de Pedagogia que cursei (FAFIP), desde o primeiro instante confiou no meu trabalho

e apostou em mim, antes mesmo de a conhecer, e me proporcionou estudar como bolsista – pois para ela eu já era alguém conhecida!

Agradeço ao professor José Alfredo Noronha Vianna que tanto me ensinou a pesquisar e encontrar dados favoráveis à educação e Renato Dardes Barbério, que sempre me apoiou e incentivou em eventos educativos e para que desse continuidade nos estudos pós-faculdade.

Agradeço a Andreia Morales Gonçalves da Silva, Maria Helena de Oliveira, que enquanto gestoras da educação no período em que realizei o trabalho de pesquisa, me permitiram chegar a dados escolares e me incentivaram a cada momento a realizar este sonho.

Agradeço a Ana Maria Padlas Strazzi, que como companheira de profissão e coração esteve sempre presente comigo nos momentos de realização dentro da UNESP e de construção de muito, fora da Universidade.

Agradeço a meus amigos de mestrado Dani, Elana, Marco e Marlene, em destaque dos demais, mas não os deixando de lado, pelos nossos almoços, trabalhos, apoio e realizações em grupo!

Agradeço, com graça e alegria, a meus alunos que jogaram meu sonho e estando dentro do jogo como objetivo, inspiração, desejo e paixão, aprovaram e deram seu aval para que o jogo prosseguisse. Kogoca é, também, por, para, pela e vindo das *crianças!* Imaginação, criatividade, encantamento e vontade... sem mais a descrever o educar, aprendendo sempre para tanto.

Agradeço, ainda, a diversos colegas de trabalho do meu município, que com os anos e cumplicidade se tornaram amigos de dentro de casa e em movimentos pela educação, e minhas amigas professoras da rede pública que me incentivaram, se encantaram, me compreenderam e apoiaram sempre... a educação de qualidade está, também, em nossas mãos... e a contribuição que podemos dar a nosso aluno, só ele para mensurar (e talvez não agora pelo amadurecimento da faixa etária!).

GOIS-CAIO, E. A. de. A Construção do Jogo Kogoca na Interface entre Avaliação em Larga Escala e a Aprendizagem Matemática. 2017. 201 fls. Dissertação (Mestre em Docência para a Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2017.

RESUMO

Desde os anos 90 até os dias atuais, as Avaliações de Larga Escala (ALEs) tornaram-se um mecanismo presente nos sistemas de ensino. Na Educação Básica, os principais instrumentos de avaliação da aprendizagem são o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia o Ensino Fundamental, e o Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM). A partir dos resultados do SAEB é calculado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que se tornou referencial de qualidade das redes municipal e estadual. Ao longo da série histórica de avaliações, é possível reconhecer que, em relação à aprendizagem matemática, os resultados mostram, sistematicamente, que a escola pública brasileira não tem conseguido produzir significativos índices em relação à aprendizagem das crianças. Tais resultados em Matemática, particularmente sensível quanto aos resultados da aprendizagem, reforça o caráter histórico dessa área de conhecimento escolar, que apresenta altos níveis de reprovação e rejeição por parte dos alunos. O presente estudo discute a respeito desse panorama de consolidação das ALEs e seus resultados em Matemática, e tem por objetivo a construção de um jogo na interface entre ALEs e aprendizagem matemática, a fim de contribuir com o ensino de Matemática para além das avaliações externas. Neste contexto, defende-se o desenvolvimento do pensamento teórico matemático de estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. Para tanto toma por base resultados de uma rede municipal do interior do Estado de São Paulo, especialmente em uma de suas escolas, tomado por universo de estudo em relação aos resultados da aplicação de um simulado da Prova Brasil, no 5º ano, que foram considerados para a formulação de questões (*quiz*). A metodologia da pesquisa é qualitativa e tem por base os princípios de construção de objetos de aprendizagem, o qual permite articular conhecimento matemático e jogos digitais. O resultado foi o jogo nomeado Kogoca, com características que integram: conteúdo matemático que atende os direitos de aprendizagem e descritores estabelecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP), história da matemática; pensamento teórico, linguagem adequada para faixa etária: tanto escrita como visual.

Palavras-Chave: Avaliações em Larga Escala. Ensino de Matemática. Objeto de aprendizagem. Jogo.

GOIS-CAIO, E. A. de. The construction of the Kogoca Game in the Interface between Large Scale Evaluation and Mathematical Learning. 2017. 201 fls. Dissertação (Mestre em Docência para a Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2017.

ABSTRACT

Since 90's until the present day, Large-Scale Assessments (ALEs) became a mechanism present in educational systems. Basic Education in Brazil has as main instruments of learning evaluation the Evaluation System of Basic Education (SAEB), which evaluates the Elementary School, and the National High School Exam (ENEM). From the results of SAEB is calculated the Basic Education Development Index (IDEB), which has become a benchmark of quality in municipal and state education networks. Along the historical series of evaluations, it is possible to recognize that, in relation to mathematics learning, the results show, systematically, that the Brazilian public school hasn't been able to produce significant indexes in relation to children's learning. Such results in Mathematics, particularly sensitive regarding learning outcomes, reinforces the historical character of this school knowledge area, which features high levels of disapproval and rejection by part of students. The present dissertation discusses about this overview of ALES consolidation and their results in the discipline of Mathematics, and has as objective to develop a game at the interface between ALEs and Math learning, in order to contribute to Mathematics teaching apart from the external evaluations. In this context, this work argues the development of theoretical and mathematical thinking of students from the early years of elementary school. For this purpose, this work has been based on municipal schools network results located in the State of São Paulo, especially in one of its schools, considering as universe of study the results of the application of a simulated Brazil Test, in the fifth grade, which are considered by formulation of issues (quiz). The research methodology is qualitative and is based on the principles of construction of learning objects, which allows articulate mathematical knowledge and digital games. The result was a game named Kogoga, with features that integrate: mathematical content that meets the learning rights and descriptors set out by National Institute of Studies and Research (INEP), mathematics history; theoretical thinking, suitable written and visual language for appropriated age.

Keywords: Large-Scale Evaluations. Mathematics Teaching. Learning Object. Game.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Evolução do IDEB na escola pesquisada	34
FIGURA 2: Proficiência em Matemática	38
FIGURA 3: Escala de aprendizado	39
FIGURA 4: Habilidades/Descritores da área de Matemática 5º Ano	54
FIGURA 5: Metas do IDEB para o decênio 2011-2020	56
FIGURA 6 – Mark	62
FIGURA 7 – Noryb	63
FIGURA 8 – Iv Kogoca	64
FIGURA 9 – Isa bebê	65
FIGURA 10 – Isa astronauta	65
FIGURA 11 – Drone	66
FIGURA 12 – Pulseira com pingente de teletransporte	67
FIGURA 13 – Tetraedro	68
FIGURA 14 – Hexaedro	68
FIGURA 15 – Octaedro	69
FIGURA 16 – Dodecaedro	69
FIGURA 17 – Icosaedro	69
FIGURA 18 – Cristal do Tempo	70
FIGURA 19 – Bolsa de Isa	70
FIGURA 20 – Nave Kogoca	71
FIGURA 21 – Nave Isa	71
FIGURA 22 – Isa Kogoca na Pré História	83
FIGURA 23 – Fundo Pré-fase: Stonehenge	84
FIGURA 24 – Isa Kogoca na Suméria	91
FIGURA 25 – Fundo Fase 1: Zigurate de Ur	92
FIGURA 26 – Isa Kogoca no Egito	99
FIGURA 27 – Fundo Fase 2: Pirâmides	101
FIGURA 28 – Isa Kogoca na Babilônia	108
FIGURA 29 – Fundo Fase 3: Templo de Ishtar	110
FIGURA 30 – Isa Kogoca na China	117
FIGURA 31 – Fundo Fase 4: Muralhas da China	119
FIGURA 32 – Isa Kogoca na Índia	126

FIGURA 33 – Fundo Fase 5: Taj Mahal	128
FIGURA 34 – Isa Kogoca na Arábia	134
FIGURA 35 – Fundo Fase 6: Ruínas Ait-Bem-Haddon	136
FIGURA 36 – Isa Kogoca na Grécia	142
FIGURA 37 – Fundo Desafio Grécia: Parthenon	143

LISTA DE SIGLAS

ALEs	Avaliações de Larga Escala
ANEb	Avaliação Nacional da Educação Básica
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultado da Primeira Aplicação da Provinha Brasil nos 2ºs anos	36
Tabela 2 – Resultado do Primeiro Simulado da Prova Brasil nos 5ºs anos	37

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	20
3 AVALIAÇÕES EXTERNAS E O CONTEXTO ESCOLAR.....	28
3.1 Uma Discussão dos Resultados das Avaliações de Larga Escala na Escola Pesquisada	34
4 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA E OBJETOS DE APRENDIZAGEM	41
5 O JOGO KOGOCA NO ENSINO DE MATEMÁTICA	47
5.1 A proposição do jogo Kogoca	53
5.1.1 Planta baixa do jogo Kogoca	56
5.1.2 Interface do <i>game</i>	57
5.1.3 Contexto do jogo	61
5.1.4 Objetos essenciais do jogo.....	61
5.1.5 Conflitos e soluções	78
5.1.6 Inteligência artificial.....	79
5.1.7 Fluxo do <i>game</i>	79
5.1.8 Controles	79
5.1.9 Algumas considerações sobre o <i>game</i> ser construído nesse perfil	80
5.2 Questões e Contextualizações	82
5.2.1 Pré-fase: Pré História	83
5.2.2 Fase 1: Suméria	91
5.2.3 Fase 2: Egito	99
5.2.4 Fase 3: Babilônia	108
5.2.5 Fase 4: China	117
5.2.6 Fase 5: Índia	126
5.2.7 Fase 6: Arábia	134
5.2.8 Desafio Grécia	142
CONSIDERAÇÕES FINAIS	154
REFERÊNCIAS	158
ANEXOS	163
ANEXO A – Questões do Simulado Aplicado na Rede.....	164

ANEXO B – Questões da Provinha Brasil Ano 2015	175
ANEXO C – Direitos de Aprendizagem em Matemática no Ciclo de Alfabetização	186
ANEXO D – Algumas Imagens Utilizadas no Jogo – Domínio Público	195
PRODUTO	200

1 INTRODUÇÃO

Este estudo teve como objetivo construir um jogo (KOGOCA), entendido como objeto de aprendizagem, sob a interface das ALEs (Avaliações em Larga Escala) e a aprendizagem em Matemática.

No decorrer da pesquisa, discuti sobre os impactos dos Sistemas de Avaliações de Larga Escala, em particular o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e seus desdobramentos no trabalho do professor e a conseqüente aprendizagem dos alunos.

Uma das preocupações recaiu, sobremaneira, na área da Matemática que, tradicionalmente, apresenta as notas mais baixas no SAEB, e em razão de o município de Piraju, ao longo das avaliações, apresentar índices que deixam aquém o saber matemático, primordial para gerações futuras em sociedade assistida pelos meios tecnológicos.

No que tange ao ensino fundamental, como professora polivalente, ao trabalhar com múltiplas disciplinas e assumindo a responsabilidade com diversas áreas do conhecimento, percebi que a área sobre a qual mais recaem dificuldades dos alunos são as que remetem ao saber matemático, ao raciocínio lógico-matemático; por outro lado, o desenvolvimento da criatividade e do pensamento acaba sendo tolhido pela prática e por políticas pedagógicas de grande parte das escolas por meio de ações docentes mais voltadas ao resultado final de aprendizagem, especialmente quando se tratam (por inúmeras razões) dos resultados das ALEs.

Alguns questionamentos me mobilizaram e me conduziram a refletir sobre o seguinte ponto: os resultados obtidos a partir dos Sistemas de Avaliação Externa podem contribuir, efetivamente, para a melhoria do ensino no cotidiano da sala de aula? As pressões sofridas pelo professorado, no sentido de modificar sua prática pedagógica para fazer frente a resultados em avaliações subsequentes, trazem resultados positivos para o efetivo aprendizado do aluno? A apreensão de conceitos acontece de fato, ou os resultados são alcançados sob práticas mais mecânicas de se resolver questões apresentadas?

Atualmente, os sistemas de avaliação, ao criarem essa dicotomia, contribuem para uma precarização maior do trabalho docente e do papel do professor propriamente dito, uma vez que as práticas pedagógicas cotidianas em sala de aula e a própria experiência do professor não são contempladas pelas ALES, assim como algumas particularidades dos alunos em questão, no momento da avaliação. Neste sentido, questiono a existência das ALES como impulsionadoras de uma pressão sobre o professor, a escola e todos os profissionais da educação – inclusive aqueles que cuidam da burocracia escolar.

Na busca de novas posturas, novas metodologias, materiais, técnicas de ensino e formas mais padronizadas e burocratizadas de avaliação, os professores se desdobram, e os resultados nem sempre são condizentes com os esforços das equipes escolares e o compromisso dos alunos.

Embora os profissionais busquem alternativas por iniciativa própria, entendemos isso como muito contraditório, uma vez que os professores (atores sociais mais importantes do ciclo de ensino-avaliação) são completamente destituídos de poder de sua real função, sendo-lhes negado acesso e conhecimento sobre as dinâmicas que fundamentam os Sistemas de Avaliação de Larga Escala, à medida que não são difundidos amplamente para a classe docente, consolidando aquela dicotomia entre o planejamento e a execução: as esferas mais altas do Governo criam as avaliações e apuram resultados sem que os professores se apropriem do conhecimento sobre como isso se dá e continuam buscando por maior número de acertos dos alunos para melhorar os índices das escolas em que atuam, ainda que isso não signifique aprendizado significativo e duradouro para os alunos.

Um ponto que instigou o estudo foi o fato de ter assumido a coordenação de uma escola da rede municipal, estudada nos anos em que se desenvolveu a pesquisa (2015 a 2016), com o ‘peso’ de adentrar a uma instituição com índices de aprendizagem muito baixos, segundo o IDEB. Neste sentido, consideramos interessante utilizar as bases de dados do MEC sobre as notas do IDEB e o *site* do QEdU, que também disponibilizam os resultados das avaliações de larga escala em diferentes configurações, para subsidiar nossa discussão oportunamente, com mais dados e análises sobre as dinâmicas de avaliação que impactam na escola estudada.

Em meu contexto de atuação, percebo que as ALES reforçam o que se convencionou a chamar, na área da Educação, de *concepção pedagógica tradicional*: as avaliações possuem um forte viés quantitativo e classificatório e, para o aluno, parece-nos que a memorização continua sendo a habilidade mais requerida, saber mais o empírico e o superficial dos conceitos, sob cunho prático e não teórico dos mesmos (termos que serão abordados e discutidos no decorrer deste texto).

Neste sentido, o estudo busca refletir criticamente a respeito da avaliação e das práticas contemporâneas das ALES, sem, no entanto, tomá-las como determinantes das nossas práticas pedagógicas e evitar vincular, de maneira direta, esta pesquisa com as “necessidades” exigidas pelas ALES - ou seja, ver o trabalho da escola em uma dimensão maior do que a sua “submissão” aos grandes sistemas de avaliação, nacionais ou internacionais – a aprendizagem não significa alcançar índices, embora seja balizadora para políticas educacionais.

Não se pode desvincular as necessidades dos alunos do trabalho do professor, e estes nem sempre vão ao encontro das solicitações das ALES. As ações pedagógicas dependem do nível de aprendizado dos alunos, da necessidade de retomar conteúdos de anos anteriores, ou de ir além, quando possível, ou seja, a adequação das tarefas é uma rotina intrínseca ao trabalho do professor; portanto, o desenvolvimento do aluno coloca-se acima das exigências formais das ALES, ainda que seus resultados não reflitam, necessariamente, uma qualidade educacional segundo padrões estabelecidos arbitrariamente, em uma ou outra situação específica de determinada classe, escola ou sistema.

Os resultados das ALEs podem ser utilizados em prol da melhoria da escola. É com base nestes que se traçam metas para as escolas, que se refletem direta, ou indiretamente, no trabalho pedagógico. Entretanto, entendo que as ALES são um processo sem retorno específico em relação ao indivíduo, foco da ação docente, o que pode prejudicar o planejamento das ações docentes para auxiliar os alunos. Como desfavorável ao trabalho docente, também compreendo o fato de os resultados serem mais diagnósticos da realidade, do que ponto de partida de efetivas mudanças, posto que, quando os resultados das avaliações bienais são divulgados sobre um ano, já é ido parte do ano póstumo, o que, em relação aos alunos do quinto ano, reflete-se na impossibilidade de a escola fazer algo por estes alunos, que, em virtude de terem concluído o quinto ano, passam a estar matriculados em outra unidade escolar, levando consigo as lacunas apuradas pelas avaliações em larga escala (que também não apontam, especificamente, qual conhecimento da área de Matemática não foi compreendido, já que os níveis de proficiência são gerais e não indicam descritores específicos).

Os sistemas de avaliação, ao longo do tempo, vão se consolidar e se incorporar às rotinas dos sistemas educacionais, independente de críticas ou resistências, seja de qual setor da sociedade provenham.

Entendo que a avaliação é um processo importante (mas que poderia ser melhorado) para o aluno como um mecanismo de autoconhecimento e superação de dificuldades. Porém, o ato de aferir não deve sair das responsabilidades do professor, pois é inerente ao docente ensinar e avaliar o trabalho, sendo necessário haver mudança no processo das ALEs para que o professorado tenha participação mais ativa nas práticas deste sistema.

Neste sentido, defendo que o professor deva ter acesso à elaboração e às considerações sobre a análise das ALES e a chegada a índices (IDEB) e o conhecimento sobre elas, o que possa influenciar, efetivamente, na retomada do sentido pedagógico das avaliações sob controle participativo da escola. O conjunto docente precisa ter acesso à interpretação destes dados para,

outrossim, utilizá-los com entendimento adequado, a fim de trazer melhorias no trabalho em sala de aula.

Essa pesquisa considera relevante avaliar o processo ensino e aprendizagem e entende ser esta uma prática que não pode ser dissociada do trabalho do professor (não no sentido tecnicista do termo, e sim quanto à responsabilidade docente) e que a avaliação precisa conseguir refletir não apenas o que o aluno aprendeu (ou não aprendeu), isso é o que alude o termo Prova (em que se é necessário provar algo) e não Avaliação (entendido como levantamento de pontos falhos e conteúdos apropriados), mas as próprias relações sociais desenvolvidas no ambiente escolar, ou seja, a avaliação deve ser o reflexo de uma determinada realidade com todas as suas contradições e particularidades, contribuindo com o desenvolvimento do aluno.

Portanto, a construção de um produto pedagógico relaciona-se, primeiramente, com a *aprendizagem dos alunos* e não com interesses classificatórios dos índices das ALEs. Deve-se objetivar o aprendizado dos alunos, que estes se apropriem de conceitos em diversas situações cotidianas, incorporem este conhecimento para a vida, ou seja, que a educação escolarizada faça sentido civilizatório, e não se resuma, apenas, a respostas a questões que possam propiciar a elevação dos índices da escola referente às ALEs.

Neste sentido, buscamos colaborar com a prática do professor a partir da elaboração de um jogo digital (KOGOCA), com o intuito de proporcionar a apropriação do saber matemático pelos alunos e que seja incorporado ao repertório de possibilidades disponíveis ao fazer pedagógico do professor. O intuito é que este objeto de aprendizagem não seja apenas mais uma ferramenta ou uma “técnica”, e sim um instrumento real de reflexão teórica para a sua prática pedagógica, por meio da análise dos contextos em que os conhecimentos foram sendo descobertos em função da necessidade humana, em seu processo de desenvolvimento civilizatório e na evolução das sociedades apresentados no jogo. O que, também, possibilita que os descritores, habilidades e competências presentes nas questões da Prova Brasil não sejam tratados apenas de modo mecânico para a realização das provas, mas que com o trabalho contínuo do professor com o uso desta ferramenta como base de levantamento de facilidades e dificuldades dos alunos, favoreça a apropriação de conceitos e efetivo aprendizado.

Por meio de tentativas anteriores de se introduzir a tecnologia em sala de aula e a utilização de *games* educativos para discorrer sobre conteúdos diversos, obtive resultados satisfatórios; daí a iniciativa e a certeza da relevância de se aprofundar os estudos que relacionam tecnologia com aquisição da linguagem matemática com todos os alunos (todos,

inclusive aqueles que são portadores de possíveis deficiências de aprendizagem), por meio da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs).

Para a elaboração do objeto de aprendizagem, utilizei-me dos resultados de uma escola da rede municipal de Piraju nas ALES, como insumos para a elaboração do produto educacional que, vale reforçar, visa auxiliar o trabalho docente na aprendizagem dos alunos e não, especificamente, para apenas alavancar, ou melhorar sua nota no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB): acredito que a análise de dados das ALES pode trazer subsídios positivos para a pesquisa e para o desenvolvimento de metodologias e materiais para uso em sala de aula, que possam melhorar resultados do processo de ensino e aprendizagem.

Tomando como experiência a atuação no Ensino Fundamental I como professora, noto que os alunos, ao se relacionarem com o contexto dos *games* sobre determinado conteúdo escolar, conseguem “aprender mais”, de maneira mais informal e que, mesmo quando essa relação (informalidade) não é constante, parece-me que ocorre a apropriação de saberes por parte desse aluno não tão familiarizado com o *game* enquanto parte do processo de ensino. Por outro lado, é inegável o valor e o caráter lúdico que o *game* comporta, funcionando como um elemento impulsionador do processo de aprendizagem, daí a escolha do tipo de produto educacional.

Por sua vez, a ideia da confecção de um *game* relaciona-se com a sua concepção de que este é um auxiliar, não substituindo o saber e as práticas dos professores e tampouco ignorar os próprios saberes que as crianças possuem; portanto, pretende reforçar a ideia da tecnologia como instrumento sob o controle do professor e motivador do aluno.

Isto posto, entendo ser uma falácia o discurso da tecnologia como estrutura autônoma, capaz de mudar uma realidade complexa como é a sala de aula brasileira, em particular as redes públicas de ensino.

Finalmente, compreendo que a prática docente e suas consequências na vida dos alunos interferem diretamente no comportamento, na aprendizagem e na qualidade das suas relações sociais futuras; daí a necessidade de o conhecimento ter significado para além dos muros escolares e índices educacionais: escolas educam, sobremaneira, para a vida.

Ressalto, também, que em diversos momentos utilizo a primeira pessoa do plural, em virtude de que orientanda e orientadores¹ participam do processo de pesquisa e dos registros.

¹ Professor Dr. Marcos Jorge participou do processo de pesquisa até o momento da qualificação, mas, em virtude de seu falecimento, foi substituído, legalmente, pela Prof.^a Dr.^a Marisa da Silva Dias.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A cientificidade da Pedagogia está ligada à característica que lhe atribuem como intrínseca, ou seja, a Pedagogia “pensa” uma prática, teoriza sobre essa prática, reelaborando-a no seu fazer cotidiano. De acordo com Libâneo (1996, p.118), “é a Pedagogia que pode postular o educativo, propriamente dito, e ser ciência integradora dos aportes das demais áreas”, o que lhe garante o devido reconhecimento como ciência.

Segundo o autor, ainda, a Pedagogia aproxima-se de outras ciências cujos saberes são relevantes para responder a seus problemas próprios, à contextualização do ensino e a formas de ensino e aprendizagem. Neste ponto, e a pedagogia em si não é pilar único da educação, mas uma área de conhecimento que envolve diversas outras, o que implica não só no conhecimento de como ensinar, mas de outras áreas para a formação do ser humano complexo.

Entendemos e aceitamos as pesquisas pedagógicas no interior do campo das Ciências Humanas, com as suas especificidades, seja enquanto grande objeto de estudo (Pedagogia), que obriga o pesquisador a buscar especificidades para encontrar um método adequado para pesquisá-lo, seja na validação dos seus resultados finais, que, invariavelmente, envolvem uma relação entre o pesquisador e o objeto pesquisado.

Nosso estudo buscou em Gil (1999, p.43) definir alguns conceitos que serviram de caminhos para entender o nosso percurso durante o estudo. Segundo esse autor, “a pesquisa aplicada está menos voltada para o desenvolvimento de teorias de valor universal que para a aplicação imediata numa realidade circunstancial” como é caso da pedagogia que explicitamos anteriormente.

Essa busca de solucionar um problema educacional como os ligados ao ensino e à aprendizagem (que é o objetivo maior do mestrado profissional) vem ao encontro dessa definição, segundo o autor. Coadunamos com essa concepção ao realizar uma pesquisa com certa profundidade teórica, mas focada no cotidiano da sala de aula, no trabalho do professor e nas dificuldades dos alunos, gerando um conhecimento novo, específico e adequado a uma determinada realidade.

Ainda segundo Gil (1999, p.43,44) as pesquisas podem ser divididas em três grandes modelos, o que o autor chama de *níveis de pesquisa*. São eles: a pesquisa exploratória, a pesquisa descritiva e a pesquisa explicativa.

Para esse autor, as pesquisas descritivas estão focadas no ato da descrição final de uma realidade recortada para estudo, além de estabelecerem as relações entre diversas variáveis que

marcam o objeto estudado e a sua ligação com o meio ambiente. A pesquisa explicativa “busca identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos” (GIL, 1999, p.44). Segundo o autor, esse tipo de pesquisa tem a característica de buscar um maior aprofundamento do conhecimento sobre a realidade estudada. Nosso estudo, segundo a classificação do autor, pode ser entendido como uma pesquisa exploratória uma vez que tem:

como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista, a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. De todos os tipos de pesquisas, essas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente, envolve levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso (GIL, 1999, p.43-44).

Para este estudo, foram realizados, seguindo a orientação do autor, estudo de “material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 1999, p.65) que versa sobre a questão das Avaliações em Larga Escala, sobre os Direitos de Aprendizagem dos alunos nas diversas áreas, com foco em Matemática, especialmente no que tange à apreensão de conceitos, além da bibliografia teórica sobre o tema recortado, que incide sobre a questão da aprendizagem da matemática no nível do Ensino Fundamental em seus anos iniciais.

Em outro procedimento metodológico, com o objetivo de definir o conteúdo matemático a ser incorporado no jogo, foi utilizada uma coleta de dados quantitativos provenientes das fontes: IDEB (dados relacionados a formação deste índice no *site* QEDu (*site* governamental que disponibiliza dados mais detalhados sobre os resultados da Prova Brasil de escolas do país todo; com o preenchimento de um cadastro simples, o usuário pode selecionar qualquer escola que deseje acessar) e dos dados levantados na rede municipal de ensino de Piraju referentes a simulado da Prova Brasil, aplicado em 2015, junto aos alunos de quinto ano de todas as escolas, do período que antecedeu a última avaliação externa, até o momento.

Esses dados foram utilizados para considerações referentes ao objetivo da pesquisa, que é a construção de um jogo (KOGOCA), a fim de contribuir com o ensino de Matemática para além das avaliações externas, buscando o desenvolvimento do pensamento matemático teórico de alunos do Ensino Fundamental I.

Os dados deste simulado foram tabulados e, para fins deste trabalho, os dados isolados da escola em que a pesquisa aconteceu foram inseridos na mesma tabela que os valores totais da rede, com o objetivo único de analisar se os pontos de dificuldades dos alunos desta instituição eram recorrentes nas demais escolas, ou não (e eram, como poderá ser apreciado adiante). Tal fato permitiu maior alcance dos resultados desta pesquisa.

Partindo dessa análise e dos dados referentes a todos os IDEBs da instituição, obtidos pelo *site* do Q-Edu, que implica a oscilação dos resultados dos alunos e a queda sucessiva em alguns anos seguidos, notou-se que algumas das questões em que as dificuldades foram recorrentes dependiam dos mesmos princípios conceituais, ou de maior análise e utilização de raciocínio por parte dos alunos – pontos que deveriam ser mais bem explorados em sala de aula, desde os anos iniciais, para que, até o quinto ano, fossem consolidados.

Para tanto, a elaboração do jogo KOGOCA voltou-se para este propósito – ser uma ferramenta para os professores utilizarem em prol do desenvolvimento do pensamento teórico, que se deu por outro procedimento metodológico, a escolha de princípios teórico-metodológicos que definiram a exposição e a sequência do conteúdo matemático. Esses princípios têm por base a perspectiva histórico-cultural, da qual destacamos os estudos de Dado (1986), o que, também, atende ao propósito da educação, como cita Moretti e Souza (2015, p.26):

A educação escolar diferencia-se de outras instâncias educativas pela intencionalidade de ensinar conceitos científicos e favorecer o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, ou seja, é o pensamento que se utiliza dos próprios conceitos e não de situações particulares que os representem.

A fim de alcançar este objetivo, de modo contextualizado com a história da Matemática, o jogo Kogoca aponta para situações cotidianas possíveis de remeter a criança a pensar sobre a criação e a consolidação conceitual dos diversos saberes matemáticos, essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático teórico, ainda que sejam situações fictícias.

Seguindo este pensamento e estes passos, pode-se identificar que a pesquisa tem por base dados quantitativos, mas seu aporte é qualitativo à medida que considera também os dados estatísticos para análise e, a partir desta análise, é que o restante da pesquisa se desenvolve.

Pensando na aplicação prática do jogo (como produto) buscou-se, então, utilizar o aporte de referências teóricas sobre jogos digitais, como Schuytema (2008) para a base de construção do jogo enquanto parte técnica; Melo (2015) sobre a utilização pedagógica dos jogos; Miguel (2009) sobre a introdução da história da Matemática em atividades didáticas; Moran (2015) sobre os novos desafios que a metodologia ativa implica; Smole, Diniz e Cândido (2007) sobre a importância dos jogos para aprendizagem em Matemática.

Na tentativa de confeccionar um objeto virtual de aprendizagem que viesse ao encontro do problema real - a não aprendizagem matemática - a construção de um *game* se mostrou interessante segundo a reflexão dos autores, em diversos momentos citados posteriormente.

Ressaltamos que, neste trabalho, por não ser a pesquisa de caráter técnico, e sim pedagógico, os termos *game* e *jogo* (aqui compreendido como objeto de aprendizagem) assumem o mesmo sentido que, nas palavras do autor, pode ser definido da seguinte maneira:

Um *game* é uma atividade lúdica composta por uma série de ações e decisões, limitado por regras e pelo universo do *game*, que resultam em uma condição final. As regras e o universo do *game* são apresentados por meios eletrônicos e controlados por um programa digital. As regras e o universo do *game* existem para proporcionar uma estrutura e um contexto para as ações de um jogador. As regras também existem para criar situações interessantes com o objetivo de desafiar e se contrapor ao jogador. As ações do jogador, suas decisões, escolhas e oportunidades, na verdade, sua jornada, tudo isso compõe a “alma do *game*”. A riqueza do contexto, o desafio, a emoção e a diversão da jornada de um jogador, e não simplesmente a obtenção da condição final é que determina o sucesso do *game*. (SCHUYTEMA, 2008, p.7).

Aliado aos referenciais citados, os indicativos legais sobre a necessidade de ensino e aprendizagem de cada faixa etária serão considerados, bem como autores que se voltam para a reflexão sobre o ensino de conceitos e o desenvolvimento do pensamento teórico, tais como Moretti e Souza (2015) e Davydov (1986).

Justifica-se a escolha do jogo como produto para esta pesquisa em face de que os estudos sobre os jogos digitais mostram que, no caso da Matemática, estes propiciam aos alunos a aquisição de conceitos matemáticos por meio de simulação de situações reais, nos moldes daquelas que impulsionaram as grandes descobertas matemáticas, e essas simulações, muitas vezes, são acessíveis aos alunos no decorrer do processo de familiarização e uso de *games* e *softwares* específicos.

.Sob a intenção de apontar os diferentes contextos em que essas descobertas ocorreram, o jogo conta com a caracterização da personagem em cada espaço histórico-temporal em que a fase do jogo se passa, adequando as vestes, apresentando monumentos construídos pelo homem (patrimônio artístico-cultural) e costumes/tradições locais, que implicam na incitação dos alunos em conhecer e respeitar a cultura e a arte de outros povos.

Desta maneira, o jogo não se faz apenas uma ferramenta de estudo matemático, foco maior do produto educacional, mas sob caráter transversal, perpassa pelos valores filosóficos e sociológicos de construção de grupos humanos. Perpassa também pelo ensino de história, de organizações sócio-políticas de diferentes nações, o reconhecimento do papel feminino na história (quase sempre oculto, mas que se revela pela personagem feminina e sua caracterização relacionada a grandes nomes femininos da história de cada povo abordado), pelo uso das ciências e das artes para impulsionamento de descobertas, avanços e consolidações de saberes matemáticos.

Com base nisso, pode-se dizer que o trabalho de cunho reflexivo da organização curricular brasileira de educação sob aspectos políticos, envolve todo o contexto de evolução das civilizações e da junção de diversas culturas, artes, costumes, tradições, crenças, religião e desenvolvimento empírico-científico, apoiando-se, principalmente, na arte visual como suporte motivador ao estudo da matemática.

Entende-se arte, para fins deste trabalho, a definição de Ana Mae Barbosa (2008, p.21) no livro “Arte educação como mediação cultural e social”:

A arte, como linguagem aguçadora dos sentidos, transmite significados que não podem ser transmitidos por nenhum outro tipo de linguagem, como a discursiva e a científica. O descompromisso da arte com a rigidez dos julgamentos que se limitam a decidir o que é certo e o que é errado estimula o comportamento exploratório, válvula propulsora do desejo de aprendizagem. Por meio da arte, é possível desenvolver a percepção e a imaginação para aprender a realidade do meio ambiente, desenvolver a capacidade crítica, permitindo analisar a realidade percebida e desenvolver a criatividade de maneira a mudar a realidade que foi analisada.

Não se pretende aprofundar em conceitos de arte e cultura visual neste trabalho, no entanto não poderiam os mesmos deixar de ser citados ao passo que o traçado na construção dos desenhos para a construção dos personagens, dos objetos do jogo, voltados para a história e seu contexto simbólico-representativo, a consonância com a cultura dos diversos locais, assim como os patrimônios artísticos-culturais, como contexto das questões, com base em obras de museus e de formação de identidade dos povos, são pontos presentes no estudo, possíveis de serem notados ao manipular o produto.

Mais que ser interdisciplinar, permitindo o diálogo da matemática com outras áreas do conhecimento, o caráter transdisciplinar permite o que Morin, em sua Teoria da Complexidade, dispõe nas palavras de Salles (2017, p.117):

A partir do momento em que os sujeitos são entendidos como seres inacabados, e se constroem ao longo da vida, nota-se a importância do pensar a partir da complexidade humana, uma vez que são seres biológicos e culturais. Tal complexidade é, ao mesmo tempo, a possibilidade de ampliar seu pensamento sobre o mundo e a vida e, junto a isso, seu maior desafio à fragmentação dos saberes humanos (...).

O ensino na matemática não pode ser compartimentalizado, portanto, abrir possibilidades de reflexão de outras áreas ao mesmo tempo contribui para o caráter pedagógico, que se ampara em outras áreas do conhecimento como já visto, e está em consonância com a compreensão de ser humano complexo em sua completude e complexidade do ambiente em que vive e é modificado por ele e por outros em função dos entrelaçamentos sociais e culturais.

Não se pretende, entretanto, uma discussão ampliada sobre resultados de aprendizagem neste momento; entretanto, incluímos um teste piloto que objetiva tão somente a verificação de possibilidade de utilização do jogo desde os anos iniciais.

Segundo os Direitos de Aprendizagem (2012), é possível e necessário trabalhar com determinados saberes em diferentes níveis de ensino a cada ano, o que implica afirmar que, em alguns momentos, certos conhecimentos serão apresentados, aprofundados ou consolidados, conforme faixa etária (e respeitando as potencialidades dos alunos).

Este teste foi aplicado com uma turma do Segundo Ano do Ensino Fundamental I, em que a professora e pesquisadora deste estudo levou o material referente a este ano/série em relação aos conteúdos trabalhados (Pré-Fase e Fase 1; aplicação para 21 alunos), já que estamos no início do ano letivo. Este ano (2º Ano) é a primeira turma que realiza, de modo diagnóstico, questões da Provinha Brasil. Sendo possível notar pela pesquisa que algumas das dificuldades perduram ao longo dos anos, mesmo o jogo sendo elaborado para que crianças do quinto ano consigam jogá-lo por inteiro, os anos iniciais podem ser beneficiados com a sua apresentação para levantamento do professor sobre o conhecimento dos alunos em áreas distintas.

As reações dos alunos e as possibilidades de intervenção da professora serão descritas no último capítulo. O objetivo deste procedimento cumpriu-se à medida que as impressões dos alunos e da professora da turma forneceram dados importantes para a conclusão do objeto de aprendizagem.

O jogo chamado KOGOCA encontra-se na parte final da pesquisa. Ele se constitui em um material de apoio ao docente; acredita-se, com uma aplicabilidade agradável para o aluno, e que, pelo teste piloto, mostra-se promissor ao professor que buscar, pela interação e coletividade, colher informações dos alunos e fazer intervenções necessárias para o sucesso da aprendizagem.

Para a construção do jogo, houve o estudo dos referenciais supracitados e sobre a elaboração de games, por meio de curso de programação da linguagem Unity, e na área de

game-designer para a construção dos personagens, ainda que em caráter amador, em um curso *online*².

O jogo pode ser uma alternativa interessante para que os professores trabalhem a história da Matemática e alguns conceitos que surgiram diretamente da necessidade de os homens relacionarem-se uns com os outros e, simultaneamente, os princípios matemáticos, pela propositura de problemas reais em seus contextos de aprimoramento histórico.

Essas fases, já com as questões e as considerações quanto ao seu propósito, serão mais bem detalhadas em capítulo específico para tratamento do jogo.

O enredo do jogo se trata de uma viagem espacial da personagem Isa em busca de sua mãe, Kogoca, uma astronauta que partira para o espaço e perdera a comunicação com a Terra. A viagem malsucedida de Isa acaba por levá-la numa saga em busca de cristais do tempo, que compõem o painel de sua nave e que lhe possibilitaria entrar em órbita novamente e voltar para seu tempo-espaço.

O KOGOCA é um *game* de 8 fases: na primeira, uma pré-fase (da primeira à sétima), compreende a apresentação e o aprofundamento de saberes matemáticos em formato de *quiz*³; e a última, uma de conclusão do *game*, que se constitui em uma espécie de simulado digital da Prova Brasil, com apuração de um escore ao término, objetivando (conforme metas do IDEB para até o ano de 2020), no mínimo, a conquista da pontuação 6.0 por parte do jogador. Neste momento, ao retornar um escore sobre os acertos das crianças, é possível que se tenha um retorno estatístico para o professor sobre o trabalho realizado com intervenções constantes, durante a utilização do material em sala de aula e, para o aluno, sobre as questões a que teve maior dificuldade responder.

As questões têm apresentação linear. As crianças precisam acertar todas as questões para mudar de fase. Cada vez que o jogo for iniciado, as perguntas, em efeito randômico, aparecerão para a criança em ordem aleatória. Além disso, tentando responder e errando, em todas as questões, a criança contará com uma dica sobre possível pensamento a ser seguido para se encontrar a resposta e, ainda assim não conseguindo, a questão voltará para o banco de dados, e nova questão será apresentada na tela (isto em função de que nem sempre, ao ter alunos

2 Para a construção do jogo houve apoio, no processo de construção do jogo em si (parte mais técnica), do músico e artista, mestre em Comunicação, Paulo da Silva, formado pela Universidade Metodista. Quanto a programação, apoio de Patrick Westphal Muniz, professor de Unity em cursos on-line. A pesquisadora desenvolveu o jogo com base nos conhecimentos expostos no curso realizado e dicas do programador/professor. Os desenhos foram feitos pela pesquisadora. Nota: O produto apresentado para este trabalho é uma versão Beta, prevendo atualizações e melhorias em função do aprimoramento da autora no que se refere a domínio da linguagem.

³ *Quiz* é um tipo de jogo baseado em perguntas e respostas, que, embora tenha o teor das questões elaborado de modo diferente do da Prova Brasil, assemelha-se a ela pelo modelo de perguntas de múltipla escolha.

jogando sozinhos, pode ser necessário, pelo número de alunos, aguardar o docente aproximar-se e, desta maneira, não poder dar prosseguimento ao jogo). Vale expor que, da última fase pode-se ter acesso às anteriores, mas os avanços da criança no jogo dependem de ter conseguido concluir a fase anterior.

Em cada fase do jogo, Isa deparar-se-á com um tempo-espaço histórico diferente, em que precisará resolver alguns problemas que aparecem na realidade dos povos a que faz referência cada fase (Pré-história, Suméria, Egito, Babilônia, China, Índia, Arábia, Grécia), a fim de, conseguindo resolvê-los, avance em sua caminhada até a chegada de portais dimensionais abertos pelos seus cristais, que a levam diretamente para outro espaço-tempo (nova fase do jogo), até o término do mesmo. Maiores detalhes do jogo estarão dispostos posteriormente.

Para que a criança jogue, será necessária a mediação do professor sempre que ele julgar necessário, ou conveniente.

A mediação dos docentes durante todo o processo de resolução é condição fundamental para explicitar o conceito presente no contexto explorado, superando a atividade apenas empírica e favorecendo o desenvolvimento do pensamento teórico (MORETTI e SOUZA, 2015, p.29).

Cada fase se propôs a trabalhar com diferentes níveis de abstração, sendo possível introduzir as fases mais simples já nos inícios de alfabetização matemática, e, paulatinamente, para os anos finais em que se consolida a conceituação mais complexa e incide maiores níveis de abstração.

Assim, espera-se contribuir com a área de Educação Matemática, bem como com o processo de ensino e aprendizagem em que os alunos possam explorar não apenas a história do saber matemático, mas também de resolver problemas de diferentes formatos propostos pela matriz curricular do município de Piraju.

3 AVALIAÇÕES EXTERNAS E CONTEXTO ESCOLAR

A avaliação externa não foi criada recentemente, mas ainda causa polêmicas quanto aos seus desdobramentos nos sistemas de ensino.

Não se pode afirmar que os resultados não auxiliam na possibilidade da melhoria na qualidade educacional quando bem utilizados pelas diferentes organizações das esferas governamentais ou privadas que ministram o processo educativo, o que por sua vez demanda prudência na análise dos dados alcançados e que não são simples de serem compreendidos se não forem contextualizados com cautela para fazerem diferença no cotidiano escolar.

Estabelecido primeiramente com o nome de SAEB, Sistema de Avaliação da Educação Básica, o sistema das ALEs começou a ser estruturado e posto em prática na década de 1990, sendo

composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala. Seu objetivo é realizar um diagnóstico do sistema educacional brasileiro e de alguns fatores que possam interferir no desempenho do estudante, fornecendo um indicativo sobre a qualidade do ensino que é ofertado. As informações produzidas visam subsidiar a formulação, reformulação e o monitoramento das políticas na área educacional nas esferas municipal, estadual e federal, contribuindo para a melhoria da qualidade, equidade e eficiência do ensino. (BRASIL(a), 2016, p.1)

No ano de 1990, aconteceu a primeira avaliação em caráter amostral, em que escolas que ofertavam 1^a, 3^a, 5^a e 7^a séries (Ensino Fundamental) puderam participar da avaliação, desde que fossem escolas públicas. Neste processo, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências foram avaliadas e, no caso das duas últimas, também foi realizada uma avaliação de redação (BRASIL (a), 2016).

Após cinco anos de avaliação implantada, adotou-se “uma nova metodologia de construção do teste e análise de resultados, a Teoria de Resposta ao Item (TRI), abrindo a possibilidade de comparabilidade entre os resultados das avaliações ao longo do tempo. (BRASIL, 2016, p.1).

Nesse período, também houve mudança quanto ao público a ser avaliado, que passou a ser 4^a e 8^a séries do Ensino Fundamental para (segundo a Lei de Diretrizes e Bases – LDB – atualizada) 5^o e 9^o ano do Ensino Fundamental, além de se estender para a rede privada de ensino. Nota-se maior abrangência e consolidação da verificação quanto à aquisição das linguagens de Matemática e Língua Portuguesa e, desta forma, não se procedeu ao teste no conteúdo de Ciências, exceto nos anos de 1997 e 1999.

Ao longo desse processo, embora o INEP apontasse a necessidade de avaliar outras disciplinas, a partir da edição de 2001, o Saeb passou a avaliar apenas as áreas de Língua Portuguesa e Matemática, e tal formato vem se mantendo desde 2003.

É preciso observar que toda essa dinâmica tem sido muito conflitiva entre os órgãos oficiais, os profissionais da educação e as entidades sindicais e outras que tecem críticas ao modelo estabelecido pelo INEP, centralizado em Português e Matemática, à total ausência de diálogo com os professores e, principalmente, quanto ao desconhecimento das metodologias utilizadas.

Contudo, o caráter amostral permitiu a mensuração apenas das escolas sorteadas para a realização das mesmas, mas não abarcava todas as escolas; assim, reestruturado em 2007, o SAEB passa a compor-se de duas avaliações: a ANEB (Avaliação Nacional da Educação Básica) e a ANRESC (Avaliação Nacional do Rendimento Escolar), popularmente conhecida como Prova Brasil, que compõe junto com os dados do fluxo escolar, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

A ANEB tem foco na gestão da educação básica, ou seja, concentra-se em dados para que as ações da gestão escolar possam atuar na estruturação/reestruturação dos sistemas de ensino, criar novas práticas internas e buscar meios para subsidiar o trabalho das escolas em função do aprendizado dos alunos.

A ANRESC passa a dedicar-se à avaliação censitária e foi “idealizada para atender a demanda dos gestores, educadores e da sociedade por informações mais detalhadas sobre o ensino oferecido em cada município e escola”. (BRASIL (a) 2016, p.1). Portanto, pode-se dizer que, atualmente, uma das principais fontes de dados para a elaboração de políticas públicas para a estruturação do sistema de ensino brasileiro provém da Prova Brasil, estabelecendo metas para a melhoria da qualidade de ensino.

A partir de 2011, os resultados do IDEB foram disponibilizados na Internet, mostrando os índices das escolas, a fim de que todas tivessem acesso a seus dados e, em 2013, instituiu-se, também, a ANA (Avaliação Nacional da Alfabetização), que avalia o nível de alfabetização dos alunos de terceiro ano, no que tange à aquisição das linguagens matemática e portuguesa, tendo atividades relacionadas à leitura e à interpretação textual, ortografia, pensamento lógico-matemático, situações problema, entre outros conteúdos previstos na grade curricular do referido ano, prevista no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (implantado em 2013) e também passou a integrar o cálculo do IDEB.

Outro fator importante a salientar é a evolução desses mecanismos de Avaliação de Larga Escala que trouxeram também formas de inferir sobre o trabalho dos professores em sala

de aula, das equipes pedagógicas e da gestão dos diretores. Neste sentido, Bonamino e Zákia (2012) observam um movimento de três gerações de avaliação de larga escala:

No Brasil, avaliações de primeira geração são aquelas cuja finalidade é acompanhar a evolução da qualidade da educação. De um modo geral, essas avaliações divulgam seus resultados na Internet, para consulta pública, ou utilizam-se da mídia ou de outras formas de disseminação, sem que os resultados da avaliação sejam devolvidos para as escolas (BONAMINO e SOUZA, 2012, p. 375).

Neste ponto, iniciam-se os problemas, posto que os resultados simplesmente divulgados não aludem ao contexto das escolas, e sim a apenas listas de valores de resultados alcançados, deixando que a própria sociedade faça desta informação a interpretação que acreditar mais adequada, quase de maneira unânime, optando pela classificação das escolas de qualidade como aquelas que atingem melhores resultados, ainda que haja suspeitas de que não sejam todos os alunos avaliados, ou conhecidas as condições das escola em que o processo ocorreu.

Ainda enquanto aspectos de primeira geração de avaliação de larga escala, pode-se dizer que a mesma funciona mais como um diagnóstico do que responsabilização da escola, mais especificamente dos professores, haja vista que

Seu desenho mostra-se adequado para diagnosticar e monitorar a evolução da qualidade da educação básica, mas não permite medir a evolução do desempenho individual de alunos ou escolas. Seus resultados são divulgados de forma bastante agregada e, portanto, não permitem apoiar a introdução de políticas de responsabilização de professores, diretores e gestores por melhorias de qualidade nas unidades escolares. (BONAMINO e SOUZA, 2012, p.377).

Até os dias atuais, parte do processo de avaliação externa recai sobre o diagnóstico. Embora tenha havido a inserção de processos de responsabilização dos professores e outros profissionais da educação, muitas vezes, a falta de conhecimento sobre a interpretação dos dados leva apenas à sua apreciação e não em mudanças efetivas de trabalho para a melhoria da qualidade da educação no interior das instituições escolares.

Finalmente, essas autoras apontam que a terceira geração de Avaliações de Larga Escala são aquelas que responsabilizam os professores e a escola pelos mecanismos de bônus. Os estados que estão na “vanguarda” desse movimento e, entre eles, podem-se citar: São Paulo, Minas Gerais, Ceará, Pernambuco.

A partir deste diagnóstico, a preocupação política com os resultados toma novos formatos de avaliação em larga escala em nível estadual, o que inicia um processo de responsabilização de escolas a respeito dos resultados, em função de as avaliações acontecerem em esferas menores e mais facilmente identificadas e acionáveis para ações diferenciadas.

A coexistência do Saeb com avaliações estaduais e, anos mais tarde, com a Prova Brasil faz com que a ênfase inicial na finalidade diagnóstica no uso dos resultados da avaliação perca força em face da tendência de focalizar esse uso como subsídio a políticas de responsabilização (BONAMINO e SOUZA, 2012, p.377).

Essa política, segundo Terraseca (*apud* ALMEIDA e OUCHANA, 2015), foca no ranqueamento das escolas, despertam denúncias de possíveis treinos e acabam ocultando o verdadeiro problema da educação brasileira, que é, efetivamente, o da desigualdade de oportunidade de aprendizagem, ou seja, nossos alunos estão matriculados nas escolas, frequentam as aulas, mas não se apropriam dos conhecimentos.

No que diz respeito ao Ensino Fundamental I, as dinâmicas de Avaliação de Larga Escala parecem-nos indicar um resultado mais próximo da realidade vivida pelas redes municipais de ensino, onde denúncias de “treinos” são menos frequentes e, portanto, as provas tendem a apontar, em muitos casos, um trabalho pedagógico, relativamente bem conduzido, nesses sistemas municipais que incorporaram o ciclo do Ensino Fundamental.

Na rede municipal de Piraju houve movimento para reestruturar as rotinas dos professores (especialmente pelos professores que passaram a compor o corpo docente municipal, tendo formação inicial sem experiência com alunos), com leituras e discussões sobre a necessidade de elevar o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação no Brasil) da escola, a partir da Prova Brasil. Tal movimento revelou que as Avaliações de Larga Escala implementaram (com muitos conflitos internos) mudanças nas rotinas dos profissionais da Educação em todos os níveis, caracterizadas por cursos de treinamentos destinados às burocracias internas das secretarias municipais, seguidos de chamamentos e reuniões de caráter administrativo e pedagógico para os diretores escolares e as coordenações pedagógicas e, finalmente, uma prática (que vem se tornando rotineira) que revela um certo nível de responsabilização ao professorado, no sentido de que se conscientizem da importância de mudanças em suas práticas pedagógicas quando não apresentam resultados esperados, a fim de fazer frente às políticas educacionais de avaliação que amplamente estão se consolidando no sistema público de ensino da educação básica do país.

Como reflexo da realidade exposta neste estudo, a escola em que se realizou a pesquisa apresenta preocupação em relação aos Índices (IDEB) por parte do corpo docente, que também tece considerações quanto ao fato de os índices não apresentarem de fato a realidade da escola, em função de ser uma avaliação padronizada para escolas do país inteiro, com contextos e necessidades diferentes.

É possível notar que o trabalho para melhorar a qualidade da educação vem sendo feito e buscado, mas nem sempre é representado nos índices, já que a conjuntura escolar é complexa, e os fatores envolvidos para o bom aprendizado são inúmeros, não dependendo apenas do professor, que sofre as maiores pressões para elevar as notas obtidas – embora seja responsável pelo processo de ensino institucionalizado.

Neste contexto, alguns apontamentos feitos durante reflexões da coordenação com o corpo docente são corroborados por estudos publicados. Essa busca por melhores resultados atrelada ao “ranqueamento” das escolas, como coloca Terraseca (*apud* Almeida e Ouchana, 2015, p.23), apontam situações delicadas e comprometedoras como casos de possíveis fraudes que não permitem explicitar o real estado da aprendizagem de cada aluno e, conseqüentemente, um panorama da realidade vivida pela escola como um todo.

Esse quadro compromete a qualidade da Educação, o trabalho dos profissionais da Educação, e a consequência maior disto é a permanência do fenômeno da desigualdade de oportunidade de aprendizagem que vitima as crianças. Segundo Almeida e Ouchana (2015, p.23), “a cultura do “treino” pode ter, momentaneamente, efeitos positivos na pontuação da escola, mas não significa, necessariamente, que os alunos, obviamente, saibam mais ou tenham conhecimentos mais consistentes”.

Práticas de treinamento para avaliações externas são rechaçadas pela gestão da rede municipal, o que implica revelar a realidade tal como se apresenta no cotidiano escolar, refletindo-se em notas nem sempre altas em relação a municípios circunvizinhos (redes de ensino menores do que a da cidade em questão), ou do restante do país, que podem revelar tanto melhor qualidade de ensino e estrutura, ou em alguns casos a maquiagem da realidade, cujas causas se poderá afirmar apenas pesquisando cada uma delas – o que não é objetivo desta pesquisa.

Esta realidade, na ótica das autoras citadas, é comum em muitas redes que implementaram o sistema de avaliação em larga escala. Observam, também, que é preciso refletir muito (no âmbito das redes e das escolas) sobre o uso que se faz do “ranqueamento” divulgado, muitas vezes com certo estardalhaço pela mídia, e o verdadeiro significado que os números representam para a realidade da rede, de cada escola e de cada aluno. Assim elas observam que:

Os rankings têm aspectos negativos e positivos. Eles são de fácil leitura, apenas uma lista de escolas. Porém, eles se constituem de dados ilusórios. Os números parecem ter grande exatidão, definindo quem é o primeiro, o segundo e o último da lista, mas não mostram a realidade do que se passa dentro das escolas. Sua leitura objetiva

esconde um mundo de indefinições e divergências (TERRÂSECA *in* ALMEIDA e OUCHANA, 2015, s.p).

Finalmente, as políticas educacionais atuais centradas nas Avaliações de Larga Escala (ALES) paulatinamente foram focalizando os sistemas escolares e terminaram centrando na responsabilização dos professores. Esse processo (que expomos resumidamente) ainda desperta muitas críticas e é extremamente conflitivo, pois interfere nas rotinas escolares e no interior da sala de aula, bem como implanta uma diferenciação no interior do sistema educacional entre as escolas e os professores, por meio do mecanismo do bônus, que, muitas vezes, é o elemento a ser buscado por todos.

Outra consequência apontada – reflexo da relação de bônus financeiro com avaliação da aprendizagem - é o comprometimento do desenvolvimento intelectual e pedagógico do alunado, pois há (por razões compreensíveis, tendo em vista os baixos salários dos professores) um conflito de interesses que envolve a possibilidade de um ganho salarial que interfere de forma significativa no cotidiano da escola.

O que se tem percebido por meio da prática docente é que, especialmente nos anos em que as escolas serão avaliadas pela Prova Brasil, os professores acabam trabalhando atividades semelhantes ao que se pede nesta prova, e alguns conceitos deixam de ser abordados em favor do aprender a fazer, do saber empírico e não da aquisição efetiva de conceitos e de situações em que estes possam ser aplicados, sejam reais, ou de cunho do pensamento abstrato.

Segundo Davydov, o pensamento empírico pode ser identificado segundo algumas características, que são a base da pedagogia tradicional (arraigada nas ALEs):

Então: a lógica formal tradicional e a psicologia pedagógica descrevem somente os resultados do pensamento empírico, que resolve as tarefas de classificar objetos segundo seus traços externos e identificá-los. Os processos de pensamento se limitam aqui: 1) à comparação dos dados sensoriais concretos com a finalidade de separar os traços formalmente gerais e realizar sua classificação; 2) à identificação dos objetos sensoriais concretos com a finalidade de sua inclusão em uma ou outra classe. (DAVYDOV, 1986, p.62)

Acreditamos que o pensamento empírico é necessário para o desenvolvimento teórico, ainda mais na faixa etária da qual trata este trabalho, alunos do Ensino Fundamental I; entretanto, o saber empírico deve ser aprofundado e abstraído de modo a dar espaço, também, para a estruturação do pensamento matemático teórico, com significado para os alunos.

Não sendo cobrado para além do conhecimento empírico nas ALEs, com aporte imagético, ou sem maior exigência de pensamento e raciocínio lógico-matemático, o saber matemático pode limitar o desenvolvimento do aluno à medida que toma mais espaço nas

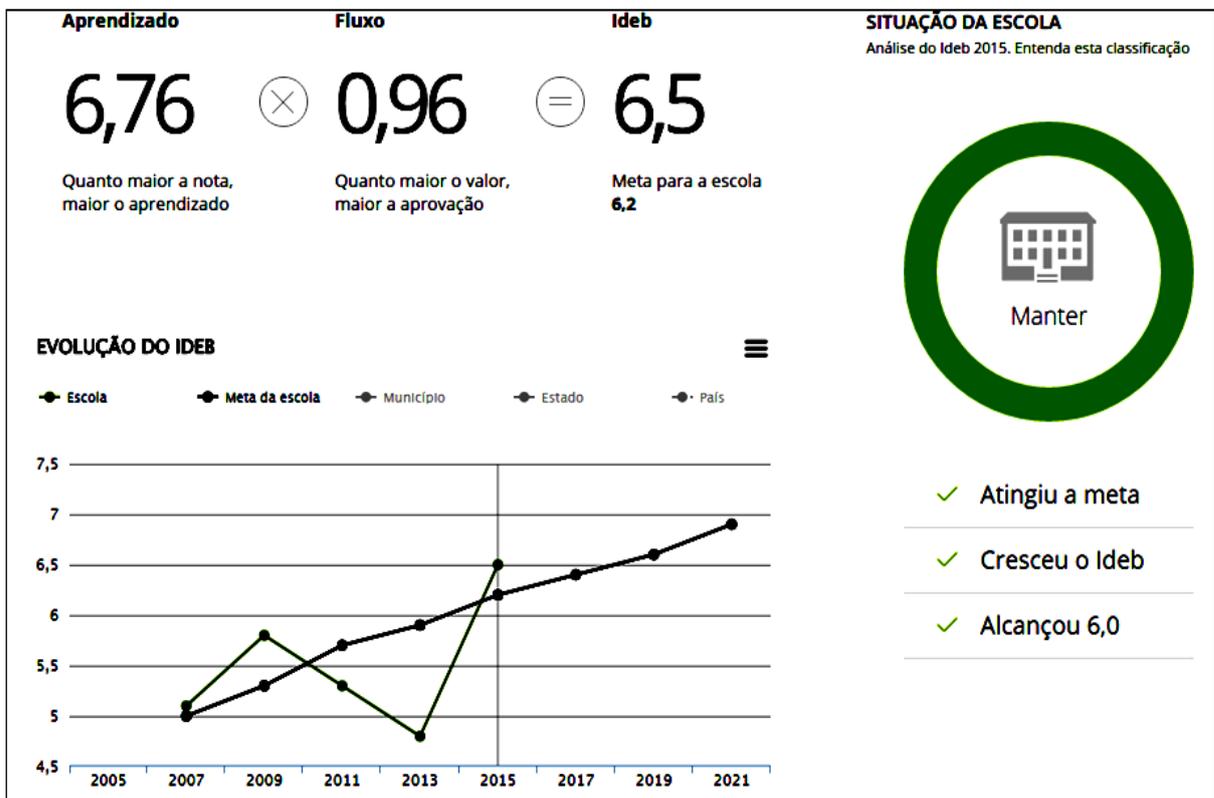
preocupações dos profissionais da Educação do que as pesquisas e reflexões sobre como criar situações que propiciem ambiente favorável ao desenvolvimento do pensamento teórico.

Essas reflexões contextualizam como o ensino pode ser influenciado pelas ALEs na direção do pensamento empírico, comprometendo o desenvolvimento teórico e conceitual dos alunos.

3.1 Uma Discussão dos Resultados das Avaliações de Larga Escala na Escola Pesquisada

O universo pesquisado é uma escola municipal com onze salas nos anos de 2015 e 2016, período em que o levantamento de dados aconteceu, abrangendo da pré-escola (Pré II) até o 5º ano. Possui uma infraestrutura física adequada ao trabalho pedagógico no que tange à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental (anos iniciais). Segundo a página do *site* educacional *Q Edu* (2016, p.1), o IDEB da escola está acima da meta estabelecida pelo MEC (IDEB 6,5 e a meta da escola 6,2), como aponta a Figura 1, como sequência de recorrente oscilação em que, no ano de 2013, revelava posição preocupante para os membros da escola, que se indagavam e levantavam hipóteses sobre os motivos de terem obtido índice tão baixo na ocasião.

Figura 1: Evolução do IDEB na escola pesquisada



Fonte: QEdu.org.bg. Dados do Ideb/Inep (2015).

Analisando a figura acima no que tange ao fluxo escolar, juntos, professores e coordenação, chegaram ao consenso de que, quanto à retenção, apesar de não influenciar diretamente na constituição da nota da escola, todo aluno deveria ter oportunidade de continuar seu desenvolvimento, tomando retenção em casos muito específicos e particulares, como alternativa deste *continuum* de aprendizagem.

As professoras mostraram relativo conhecimento sobre o cálculo do índice e sua relação com o fluxo escolar e puderam perceber que, mesmo tendo menor fluxo no último ano, a nota da escola fora maior, pois o nível de proficiência também aumentou significativamente – logo, foi possível mostrar o peso relativo ao fator fluxo como determinante para a nota da escola.

Entre os anos de 2007 a 2015, a escola apresentou uma curva de evolução do IDEB que mostra um ritmo oscilante nas notas. Esse movimento está de acordo com a tendência nacional e estadual, que mostra esse mesmo ritmo das escolas: em determinado ano, atingem a meta proposta e, no biênio seguinte, sofrem queda, voltando a subir no biênio seguinte e caindo no próximo.

Em 2007, a nota da escola foi 5,1, e o IDEB foi 5,1 (condição estável); em 2009, a escola conseguiu superar a meta que era de 5,3, e a nota fora de 5,8; no ano 2011, a meta foi 5,7, e a nota da escola, 5,3 – mostrando decréscimo, que se repetiu no ano de 2013, quando a escola ficou muito aquém, obtendo 4,8 em relação à meta estabelecida pelo MEC (5,9); em 2015, houve um ritmo instável ascensional, pois a escola conseguiu superar a meta do IDEB (6,2), obtendo um resultado de 6,5.

Ao longo da década, o que se verifica nos sistemas educacionais, entre 2005 e 2015, é um movimento muito instável que se caracteriza pela “corrida” da escola em relação às metas estabelecidas pelo IDEB. O que se percebe é: escolas buscam atingir as metas, e muitas delas conseguem; no entanto, esses resultados positivos não se sustentam. Para melhor análise dos dados da escola em questão, conheceu-se outras escolas de diferentes regiões do país em que isto também ocorre (as escolas não serão mencionadas por não ser este o objetivo desta pesquisa). Ora a escola atinge a meta, ou fica próxima, para, na avaliação seguinte, não consiga atingir as metas em muitos casos, como aconteceu em alguns momentos com a escola pesquisada.

Com base nos dados desses sites, a gestão municipal optou por realizar, no ano de 2015, um simulado (questões no Anexo A) com todos os alunos da rede municipal de 5º ano, a fim de levantar em quais pontos eles tinham maiores dificuldades. Notou-se que, na maioria das questões que os alunos da escola tinham dificuldades, os alunos das demais instituições da rede também tinham, e coincidiam, em muitos casos, com as dificuldades já encontradas pelos

alunos no segundo ano, conforme seguem tabelas da aplicação diagnóstica dos 2^{os} anos da rede municipal (questões - Anexo II) e da aplicação do simulado dos 5^{os} anos, respectivamente.

Tabela 1

RESULTADOS DA PRIMEIRA APLICAÇÃO DA PROVINHA BRASIL – 2^{os} ANOS

DESCRITOR	TOTAL DE ACERTOS REDE MUNICIPAL	TOTAL DE ACERTOS AMOSTRAGEM	PORCENTAGEM DE ACERTOS REDE MUNICIPAL	PORCENTAGEM DE ACERTOS AMOSTRAGEM
1	345	47	98,8%	100%
2	342	46	98%	97,9%
3	317	39	90,8%	83%
4	333	44	95,4%	93,6%
5	247	30	70,8%	63,8%
6	216	20	61,9%	42,5%
7	226	26	64,7%	55,3%
8	335	46	96%	97,9%
9	238	42	67,6%	89,3%
10	334	45	95,7%	95,7%
11	342	46	98%	97,9%
12	310	40	88,8%	85,1%
13	220	15	63%	40%
14	111	3	31,8%	6,4%
15	327	46	93,7%	97,9%
16	204	14	58,4%	29,8%
17	242	23	69,3%	49%
18	283	33	81,1%	70,2%
19	323	44	92,5%	93,6%
20	339	44	97,1%	93,6%

Dados da 1ª aplicação da Provinha Brasil em abril de 2015 na Rede Municipal de Piraju - manipulados pela autora

Tabela 2

RESULTADOS DO PRIMEIRO SIMULADO DA PROVA BRASIL – 5^{os} ANOS

DESCRITOR	TOTAL DE ACERTOS REDE MUNICIPAL	TOTAL DE ACERTOS AMOSTRAGEM	PORCENTAGEM DE ACERTOS REDE MUNICIPAL	PORCENTAGEM DE ACERTOS AMOSTRAGEM
1	193	22	82,13 %	84,62 %
2	194	20	82,55 %	76,92 %
3	208	25	88,51 %	96,15 %
4	75	4	31,91 %	15,38 %
5	180	15	76,60 %	57,69 %
6	183	23	77,87 %	88,46 %
7	129	14	54,89 %	53,85 %
8	179	20	76,17 %	76,92 %
9	161	17	68,51 %	65,38 %
10	119	14	50,64 %	53,85 %
11	82	8	34,89 %	30,77 %
12	93	5	39,57 %	19,23 %
13	84	9	35,74 %	34,62 %
14	136	9	57,87 %	34,62 %
15	149	18	63,40 %	69,23 %
16	161	17	68,51 %	65,38 %
17	152	20	64,68 %	76,92 %
18	145	18	61,70 %	69,23 %
19	78	7	33,19 %	26,92 %
20	98	7	41,70 %	26,92 %
21	134	17	57,02 %	65,38 %
22	159	18	67,66 %	69,23 %
23	145	14	61,70 %	53,85 %
24	52	12	22,13 %	46,15 %
25	96	11	40,85 %	42,31 %
26	96	13	40,85 %	50,00 %
27	190	19	80,85 %	73,08 %
28	115	12	48,94 %	46,15 %

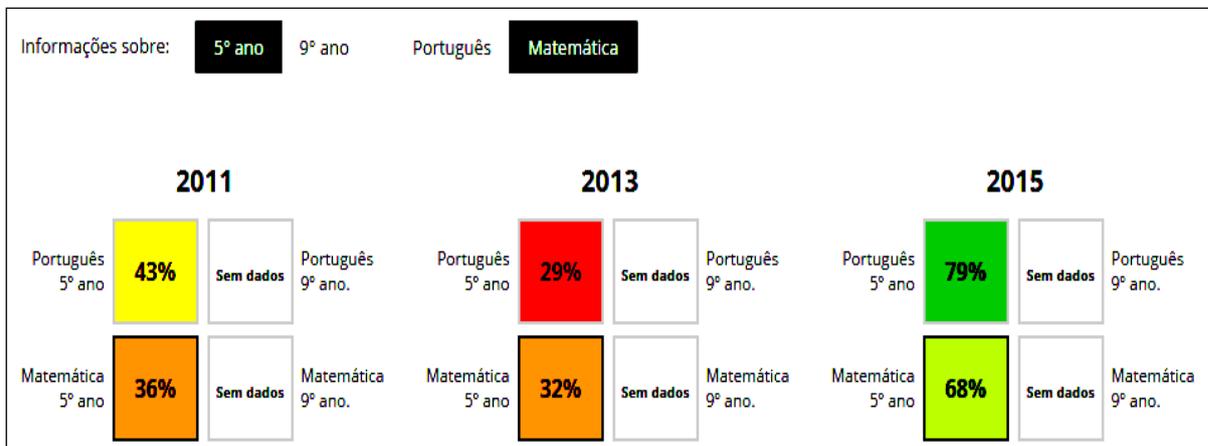
Dados do 1º simulado realizado em meados de agosto de 2015 na Rede Municipal de Piraju manipulados pela autora

A partir desses resultados, uma professora do quinto ano do período da manhã e uma professora substituta no quinto ano da tarde trabalharam os assuntos que envolviam as questões a que as crianças não conseguiram responder, não nos moldes da questão da Prova Brasil, mas em situações contextualizadas do cotidiano dos alunos, com apoio de imagens, discussão dos problemas em situações reais e por meio de manipulação de objetos.

Para tanto, ainda no ano de 2015, foram utilizados materiais lúdicos, como material dourado, atividades de raciocínio lógico-matemático com utilização de lápis de cor para a compreensão de estudo geométrico, de formas não redondas, perímetro, vértice e área. As professoras colaboraram com a coordenação na aplicação de tais questões.

A participação foi intensa em buscar estratégias para que as crianças compreendessem os assuntos, em vez de apenas utilizarem recursos a fim de encontrar respostas, compreender conceitos sem mesmo saber que estavam trabalhando com eles, em alguns casos. Isso permitiu o envolvimento das turmas para que o aprendizado e as atividades acontecessem a contento.

Figura 2: Proficiência em Matemática



Fonte: QEdu.org.bg. Dados do Ideb/Inep (2015).

A avaliação da Prova Brasil apontou que as crianças, em 2015, melhoraram muito em termos de proficiência em Matemática em relação aos anos anteriores. Vale ressaltar, no entanto, que um conjunto de fatores contribuiu para isso e não apenas a metodologia aplicada e os esforços da equipe: as crianças, suas histórias de vida, o contexto escolar, entre outros fatores que possam influenciar este complexo quadro avaliado, não podem ser desconsiderados.

Acreditamos que houve influência positiva das atividades realizadas nos resultados alcançados. Consideramos que é a metodologia de ensino que compõem estratégias imprescindíveis para o envolvimento dos alunos, que tendem a apresentar melhores resultados.

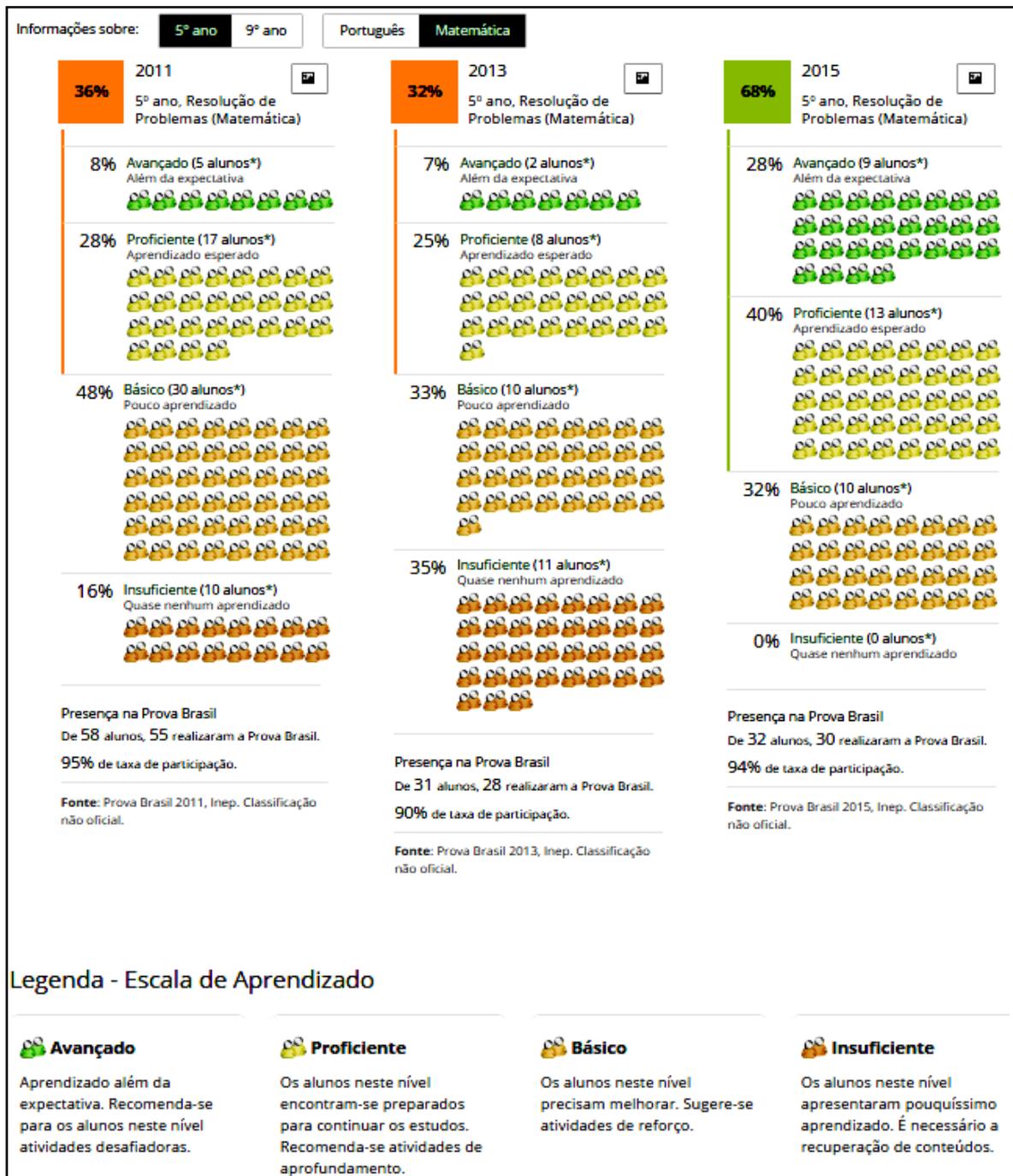
Analisando o nível de proficiência em Escala de Aprendizado da escola, pode-se dizer que houve decréscimo do IDEB em 2013 e ascensão significativa em percentuais referente a *nível avançado* e *nível proficiente*.

Trabalhar envolvendo os alunos do quinto ano após simulado, em atividades que lhes façam sentido, pode ter sido uma maneira de mobilizá-los ao aprender, elevando o percentual

de alunos em *nível insuficiente* de 35% no ano de 2013 chegasse a 0% em 2015, realidade almejada por todos os professores comprometidos com o bom desempenho de sua função.

Os níveis desejados como meta no município como escalas de aprendizado são os *Avançado e Proficiente*, e nesse sentido o trabalho realizado pode ter em muito contribuído para que de 32% a escola conquistasse 68% dos alunos nestes níveis, como demonstra a Figura 3, que inclusive por imagens explicam a separação percentual da escala de aprendizado.

Figura 3: Escala de Aprendizado



A oscilação dos índices apurados até o momento, desde 2007, é uma situação que preocupa, pois ainda mantém a situação de oscilação nas notas – o que torna a situação da escola desconfortável, além de ter falta de estabilidade na sua equipe gestora (funções designadas), ou na sua dinâmica interna, além das características de sala para sala que, de ano a ano, podem se alterar (maior número de alunos com dificuldades de aprendizagem, ou condições mais favoráveis ao próprio desenvolvimento).

Vale ressaltar que a escola pesquisada sofre de um fenômeno comum também em muitas periferias brasileiras, que se manifesta devido à grande rotatividade dos alunos, o que influenciou os índices, mas é um problema que vem sendo superado ao longo do tempo, e a estabilidade do corpo docente contribui para tal superação. Outra questão que é preciso apontar, vivenciada por essa realidade, é a presença de significativo número de alunos com defasagem de aprendizagem por diversas causas, como transtornos de aprendizagem, ou deficiências físicas/intelectuais (cujas definições não fazem parte deste estudo). Os casos de alunos com deficiências possuem indicativos nas avaliações de sua condição, mas os alunos com transtornos de aprendizagem, por exemplo, não o são; todos fazem a mesma avaliação externa – o que pode influenciar os resultados dos níveis de proficiência adquiridos.

Isto posto, compreendemos que temos o compromisso de levantar materiais, hipóteses e respaldo teórico para promover um planejamento adequado e condizente com a realidade dos alunos e que, com a apropriação de conceitos, possam transcender o cotidiano, o que implica considerar como os alunos aprendem e apreendem conhecimento historicamente acumulado, especialmente no que diz respeito à Matemática.

Isto se dá, nesta pesquisa, pela construção do jogo Kogoca, que, por meio de questões que tendem a mobilizar gradativamente o desenvolvimento do pensamento teórico matemático, visa propor-se como alternativa aos professores desta faixa etária para o trabalho com o saber matemático de modo significativo, atendendo, também, perspectivas contemporâneas sobre novos caminhos para o ensino da Matemática.

4 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA E OBJETOS DE APRENDIZAGEM

O ensino da Matemática tem sido desafiador aos professores do ciclo I Ensino Fundamental, pois não têm formação de graduação em Matemática, embora muitos adquiram, ao longo da experiência profissional, relativa competência em ensinar conceitos básicos desse campo do conhecimento.

De acordo com Lorenzato (2010), um conhecimento aprofundado da Matemática é essencial para que o professor polivalente realize sua tarefa de alfabetização matemática com um mínimo de competência e qualidade. Segundo esse autor, conhecer o que se pretende ensinar é o requisito primeiro para que os alunos aprendam os conteúdos matemáticos.

Ainda segundo o autor, uma boa didática aparece também como uma condição para que essa relação de ensino e aprendizagem ocorra. Toda criança tem o direito de aprender os conhecimentos científicos na escola e cabe ao professor mediar a apropriação para esse fim. Para isso, é preciso haver conhecimento:

tanto o conteúdo (matemática) como o modo de ensinar (didática); e ainda sabemos que ambos não são suficientes para uma aprendizagem significativa. Considerando que ninguém consegue ensinar o que não sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece (LORENZATO, 2010, p.3).

Concordamos com o autor que é fundamental o professor conhecer a Matemática e sua didática. No entanto, a qualidade das duas das competências (ensinar e dominar conhecimento matemático para além do que ensina) do professor, conhecimento da área e organização de saberes matemáticos, pode constituir empecilho para que o país obtenha um sucesso mínimo na alfabetização matemática, situação que se reflete nas baixas notas dos alunos, nas ALES e no PISA.

Uma crítica feita por Lorenzato (2010) é o caráter cíclico e pouco estudado que atinge os conteúdos matemáticos nas redes de ensino e que se caracteriza por certo modismo da parte dos professores. Sem muito critério, separam, aquilo que [julgam] “estar mais desatualizado ou “antigo” daquilo que é mais atual”, e, muitas vezes, o ensino, em tentativa de melhores resultados, acaba sendo direcionado para a utilização de tecnologias sem maiores aprofundamentos de estudos e domínio de caminhos metodológicos por ser o recurso mais “moderno”. Isso quer dizer que, muitas vezes, bons professores são tidos como obsoletos por não acompanharem a moda do ensino, ou que outros são bons por estarem na moda; entretanto,

não conseguem fazer com que os alunos tenham tão bom desenvolvimento quanto os primeiros – contudo, ambos têm falhas, pois sempre algo pode ser melhorado. Ainda nas palavras de Lorenzato (2010, p.8):

Em última instância, cabe aos professores a análise dos modismos, e sempre tendo em vista a procura do que pode ser melhorado para seus alunos, tentar separar, no antigo aquilo que é antiquado, e na moda, aquilo que é conveniente, pois nem sempre a novidade é boa e nem sempre o que é antigo é ruim.

Cabe a ressalva, corroborando o dito pelo autor, de que as tecnologias por si não fazem mudança na Educação: “É importante que o professor perceba que nenhuma delas é panaceia para todos os conteúdos, cursos e alunos, mas que deve utilizar-se dessas novidades conforme as exigências de cada situação de ensino” (LORENZATO, 2010, p.8).

O ensino precisa, sim, ser melhorado, haja vista os resultados do IDEB: se considerado isolado, entretanto, não serão os “modismos”, como nas palavras de Lorenzato (2010), que resolverão os problemas educacionais.

É sob a luz deste pensamento que o jogo Kogoca é proposto nesta pesquisa: utilizar os recursos tecnológicos da melhor maneira possível para, sem entender como obsoleta a explicação do professor, que, com a experiência da didática da sala de aula, tem possibilidade de fazer intervenções em momento oportuno e de maneira eficaz, de modo que o aluno aprenda. Assim, não se pretende seguir modismo algum, mas buscar os benefícios que práticas mais inovadoras e tradicionais contêm, e que podem promover o sucesso do ensino. Depende muito do professor, da maneira como aborda os assuntos, pois acreditamos ser válida a frase de Lorenzato (2010, p.3): “Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar que a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem”. Entretanto, dar condições para o aluno aprender, não é tarefa simples, exige dedicação, conhecimento e, fundamentalmente, formação.

As relações entre o professorado, a burocracia educacional (federal, estadual e municipal) e a própria dinâmica de produção de novos conhecimentos sobre os saberes matemáticos, realizados pelas universidades, também influenciam essa prática do professor. No entanto, muitos estudos não chegam até a escola por motivos diversos, e os professores nem sempre têm contato com suas contribuições. Defendemos a necessidade de se refletir sobre o uso das tecnologias em sala de aula, garantido o princípio de que seja responsável e planejado, de modo a modificar a aprendizagem dos alunos, voltando-se para a sociedade em que estão inseridos.

Uma competência necessária ao professor polivalente é a capacidade de organizar um planejamento mínimo para a sua turma de alfabetização, tendo como base um conhecimento da turma e de suas dificuldades reveladas ao longo do ano letivo, visando ao processo de desenvolvimento cognitivo do aluno durante os cinco anos do ciclo de do ensino fundamental I. Planejamento e replanejamento permitem alterar práticas e metodologias ao longo do ano, decidindo pelo momento mais adequado da inserção de tecnologias (ou jogos, no caso da proposta presente), buscando resultados efetivos.

Vale observar que as secretarias municipais de educação têm uma responsabilidade nessa questão ao proporem oferecer ao professorado cursos de metodologias inovadoras e atualização do próprio conhecimento matemático trabalhados no ciclo I. Na rede estudada, há uma relativa disponibilidade de materiais manipulativos e jogos que vêm sendo explorados em sala de aula, que estimulam o raciocínio abstrato, a compreensão de conceitos matemáticos elementares e permitem despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem em Matemática.

No entanto, esta prática é mais comum nos anos iniciais (os três primeiros anos do ciclo de alfabetização), enquanto que, nos anos finais, é menos comum, devido à complexidade que o ensino matemático vai adquirindo, e as crianças tendem a ter aulas mais tradicionais, sem a exploração de materiais didáticos adequados (e inovadores), podendo levar a um comprometimento na aprendizagem.

Às vezes, em função de características particulares do professor diante das condições objetivas, como por exemplo, o volume de conteúdo a ser trabalhado e o descompasso entre o que prescreve o currículo e os conhecimentos prévios insuficientes, com o passar dos anos, a escola deixa de utilizar recursos, optando por uma aceleração no processo de ensino. Porém a aprendizagem nem sempre acompanha a mesma velocidade. Essas práticas comprometem o desenvolvimento do pensamento teórico, que vai se arrastando ao longo da vida escolar do aluno, que, com esse resultado, tende a ser mais mecânico do que criativo, um trabalho mais voltado a resultados do que ao desenvolvimento do pensamento.

Nesse aspecto, Moran (2015) enfatiza que não se pode deixar de refletir continuamente sobre as metodologias utilizadas com alunos menores. Segundo ele, os alunos não podem perder o encantamento pelo conhecimento e a reflexão sobre novas metodologias:

precisam sempre acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa (MORAN, 2015, p.17).

Outro autor que traz elementos para nossa discussão é Assman (2000), ao afirmar que, na faixa etária do ciclo I, as crianças apresentam capacidade de abstração continuamente em expansão e despertar a criatividade e a curiosidade com a utilização de jogos e da ludicidade pode ser um recurso importante para a aprendizagem nas classes de alfabetização.

Na rede municipal de Piraju ocorrem, dentro das possibilidades, oficinas pedagógicas em conhecimento matemático e o uso de jogos nos anos iniciais com a intenção de que mais professores tenham mais opções para introduzir em suas práticas.

Vale observar que esses encaminhamentos são motivados, em grande parte, pelas avaliações externas, que induzem as redes de ensino interferirem significativamente no trabalho em sala de aula, em especial, nas disciplinas de Português e Matemática, pelas quais primam as ALEs. A escolha destas áreas para a realização das oficinas não é aleatória, mas entendidas como necessárias para enriquecer a prática docente com mais conhecimento de ferramentas e abordagem de assuntos ligados a estas matérias, entendendo-as como principais, inclusive, pela busca de índices melhores nas ALEs.

Refletir sobre a maneira de ensinar em particular estes dois conteúdos específicos (Língua Portuguesa e Matemática) tem sido o foco de reflexão constante da rede; por este motivo, corroboramos com Moran (2015) que acredita não podermos nos descuidar da:

criação de desafios, atividades, jogos que realmente trazem as competências necessárias para cada etapa, que solicitam informações pertinentes, que oferecem recompensas estimulantes, que combinam percursos pessoais com participação significativa em grupos, que se inserem em plataformas adaptativas, que reconhecem cada aluno e ao mesmo tempo aprendem com a interação, tudo isso utilizando as tecnologias adequadas (MORAN, 2015, p.18).

Entretanto, um dos problemas sobre o qual o país tem que refletir, e pensar em possíveis mudanças é a formação dos professores, principalmente nas deficiências de formação inicial. Como dito, sem que o professor tenha formação para atuar, seu desempenho não pode ser favorável ao desenvolvimento do aluno. O desafio é fazer os estudantes de Pedagogia adquirirem, na sua formação inicial, conhecimento de Matemática suficiente para trabalhar a aversão à Matemática, comumente encontrada na Pedagogia, além de aliar, neste processo, à sua própria conduta uma habilidade de organizar e transmitir esse conhecimento para as crianças.

Porém não ignoramos os outros aspectos sociopolíticos que compõem a formação inicial do pedagogo, como dispõe Alves e Dias (2013), pois, em cursos de graduação em Pedagogia, exigência para lecionar em anos iniciais do Ensino Fundamental I, (em alguns municípios,

como o de Piraju, o magistério é aceito como formação mínima de ingresso docente), não há a disciplina de Matemática como componente da grade curricular. Em diversos casos, os graduandos optam por este curso, segundo as autoras, pela iniciativa de distanciar-se da Matemática: “considerando que muitos dos graduandos desse curso o escolhem para fugir da Matemática, a aversão ao próprio conteúdo matemático, cuja causa pode estar relacionada à falta de compreensão dessa área do conhecimento” (ALVES e DIAS, 2013, p.1).

Neste ponto, suscita-se a reflexão citada por Lorenzato (2010) sobre apenas ensinar aquilo que se conhece e surge a possibilidade de que os estudantes possam não ter aprendido Matemática de modo adequado, distanciando-os da área. Entretanto, ao darem aula para esta faixa etária, não têm segurança para ensinar, podendo ocasionar outros casos de crianças que cresçam sem apropriar-se dos conhecimentos matemáticos a contento.

Diante disso, algo que pode auxiliar a prática profissional é a retomada dos estudos em leituras diversas, cursos de formação continuada de extensão, ou *lato e stricto sensu*.

Porém, há dificuldades para a formação continuada, necessária ao trabalho do professor. Segundo Lorenzato (2010, p.12), isso se dá pelo fato de que o docente

deve manter-se atualizado, mas por receber baixa remuneração precisa dar muitas aulas e, assim, ele não tem tempo nem dinheiro para investir em seus estudos. Além disso, muitas secretarias de educação desestimulam a formação continuada, não oferecem ao professor qualquer tipo de retorno. Todos esses obstáculos não eximem o professor da responsabilidade de ser competente e, considerando que o processo de formação é individual e intransferível, cabe a cada um preencher as lacunas herdadas de sua formação inicial (no curso superior, bem como providenciar a continuada.

Apenas por meio da formação constante é que o professor poderá adquirir conhecimento para, com ele e com a didática que vai sendo acumulada pela prática do magistério, conseguir ensinar, de fato, com conhecimento suficiente.

Este conhecimento suficiente, como dito, não diz respeito a aprofundamentos maiores que seriam obtidos por uma licenciatura específica. Refere-se à propriedade do assunto por parte do professor, voltado para a base da Matemática, a desmistificação da dificuldade da área e o trabalho com os alunos, para que eles adquiram vontade de estudar esta disciplina. Isto se coloca em função de que, grosso modo, muitos professores buscam formar-se em Pedagogia por não ser parte da área de exatas. No entanto, é preciso que se trabalhe esta área nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo que esta base permita aos alunos que se aprofundem no conhecimento matemático ao longo de sua vida acadêmica, que o ensino da Matemática não se faça por cumprimento do planejamento de modo exclusivo, mas que os alunos tenham as

respostas que precisam para melhor compreender o assunto – o que depende de o professor ter domínio e segurança sobre o que está colocando aos alunos.

Esse desafio necessita de práticas adequadas e defendemos que o uso de tecnologias nos ciclos de alfabetização de ensino fundamental pode ser uma aliada ferramenta para esse fim.

5 O JOGO KOGOCA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O jogo no ensino de Matemática é reconhecidamente na literatura voltada a este assunto, uma ferramenta capaz de permitir ao aluno interesse, diversão, aprendizado e, ao mesmo tempo, ser recurso didático ao professor em sala de aula.

Especificamente no ensino da Matemática, os jogos não podem ser entendidos como uma maneira de tornar a aula mais divertida, interessante, ou mesmo como momento de descontração aos alunos, uma espécie de prêmio por comportamento, ou qualquer outra justificativa do gênero.

Entende-se, para a perspectiva deste trabalho, que o jogo é uma ferramenta que possibilita desenvolver habilidades nos alunos, pelas oportunidades de resolução de problemas, da investigação e da descoberta de estratégias para a melhor jogada, ou meio de se chegar à resposta, o que exige que o aluno possa, nesta situação, “refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. Podemos dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática” (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007, p. 11).

Como uma alternativa de trabalho que se refere à metodologia de ensino, o jogo digital, enquanto objeto de aprendizagem, é uma ferramenta interessante, *a priori*, pela própria natureza lúdica que: “desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis” (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007, p. 12).

Esses mesmos autores afirmam que, em relação aos jogos matemáticos, diferentemente da cultura pedagógica atual que os veem como algo estático, temos, também, uma outra visão que enfatiza a dimensão dinâmica do jogo, e isto é determinante para que os alunos se sintam chamados a vivenciar as atividades com maior interesse.

Vale ressaltar, neste contexto sobre a formação dos alunos, que compreender as regras do jogo, assim como as de socialização, é um conhecimento agregado ao objeto de aprendizagem que, em segundo plano, também desenvolve o aspecto de desenvolvimento da personalidade e da interação com os colegas, seja apenas no que tange ao aluno e ao objeto de aprendizagem a ser manipulado virtualmente, seja pela troca de informações com os colegas e os professores.

Ainda de acordo com os autores, as aulas de Matemática mediadas pelo jogo não exigem esforço apenas dos alunos que objetivam vencer, galgar patamares mais elevados (novas fases), mas uma mudança do professor quanto a sua postura e metodologia, que não seguem apenas engessadas já que

(...) permite alterar o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades, como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionados ao chamado raciocínio lógico (SMOLE, DINIZ E CÂNDIDO, 2007, p. 11).

Segundo as autoras, as possibilidades de exploração do desenvolvimento do aluno são abrangentes, embora, muitas vezes, esta situação didática seja entendida por muitos como passatempo, ou algo similar. No entanto, a própria LDB estimula o uso de novas metodologias de ensino, entre elas as tecnologias educacionais, o que leva a uma situação em que a Lei permite o uso de certos recursos pedagógicos, mas, na prática, o professor acaba encontrando inúmeras dificuldades para operacionalizá-los.

Sabemos que outros fatores influenciam na escolha de recursos tecnológicos, principalmente o computador, nas aulas, como: disponibilidade de equipamento, perfeito funcionamento, preparação do *software* que vai ser utilizado e assistência para gerenciar problemas operacionais que podem surgir.

Contudo, quando tais recursos são escolhidos, é necessário que o aparato tecnológico não seja o centro da atenção docente no preparo e na condução das aulas, pois os conteúdos que estruturam o saber matemático precisam ser explorados a contento, para que a criança transcenda sua condição de aprendiz e se aproprie do conhecimento da Matemática, considerado como meio de compreensão do mundo em que se vive.

Santaló (2001, p.13) afirma que o ensino da Matemática se refere ao conhecimento de cálculo, de geometria, de conhecimento de saberes transcendentais, que elevam o olhar e propiciam a aproximação da “alma com a verdade”, permitindo que o ser humano passe “das trevas à luz”, compreendendo o mundo ao redor por meio desta linguagem; tais “ motivos que convenceram gerações sucessivas e fez com que a matemática tenha figurado sempre em todos os sistemas educativos”.

Contudo, como continua o mesmo autor, “Na atualidade, os motivos talvez não sejam os transcendentais que assinalava Platão, mas sim as necessidades práticas de poder entender e utilizar com proveito as tecnologias modernas” (SANTALÓ, 2001, p.14).

Seja para criação de novas ideias e conhecimentos, seja para manipulação dos sistemas de informação, atuação no trabalho, ou mesmo manuseio de objetos tecnológicos criados para o cotidiano, todos estamos envolvidos com a Matemática em todos os momentos do dia que digam respeito a interações humanas, o que não deixa nenhum indivíduo de fora da necessidade

de compreender a Matemática, que vem sendo motivo de nervosismo, ou distanciamento entre as aulas da disciplina e os alunos em geral.

O interessante, neste contexto, é refletir sobre a necessidade de os alunos adquirirem conhecimento matemático para que possam, conforme sua necessidade futura, bem desempenhar estudos e adquirir conhecimentos mais elaborados sobre práticas cotidianas conforme as exigências de seu entorno. Por isto,

Quando se fala de matemática e da necessidade de seu ensino, é importante indicar a que matemática nos referimos. Na época dos gregos, podia-se falar do cálculo e da geometria como partes únicas de um corpo de conhecimentos bem delimitado e não muito extenso. Hoje em dia, porém, a quantidade de matemática que se conhece é imensa e cresce constantemente, tornando-se difícil decidir qual deve ser a matemática que se aconselhe para o futuro dos alunos (SANTALÓ, 2001, p.14).

Neste sentido, ainda nas palavras do autor, mesmo que os alunos não consigam, ou não queiram aprofundar-se na área, é imprescindível que saibam muito bem o conhecimento de mecanismos de computação e memória, a fim de que consigam buscar, por si mesmos, o conhecimento de que precisarem. Por isso, Santaló (2001, p.16) afirma que

Os conceitos fundamentais devem repetir-se a partir de diferentes enfoques, indicando o caminho para suas possíveis extensões e aplicações que o aluno terá que buscar no futuro por conta própria, quando as necessitar.

Neste ponto é que o objeto de aprendizagem⁵ a que se propõe este trabalho se enquadra: enquanto ferramenta possível de influenciar na metodologia de ensino, o objeto virtual de aprendizagem é uma alternativa para aproximar a escola do interesse dos alunos do Ensino Fundamental I, sendo ela local de formação e de compreensão da realidade social, política e econômica como um todo através de atividades intencionalmente preparadas pelos professores.

O jogo digital permite que o professor tenha uma ferramenta, entre tantas outras, condizente com a faixa etária com a qual trabalha. O elo entre o jogo e o aprendizado, obviamente, é o professor, que é o mediador do saber no processo de aprendizagem.

⁵ De acordo com a Universidade Tecnológica Federal do Paraná “Um objeto de aprendizagem pode ser qualquer recurso, digital ou não, utilizado pelo sujeito no seu processo de aprendizagem. Como o termo foi forjado a partir da integração das áreas de conhecimento de informática e educação, o termo vem com a carga de significado da Orientação a Objetos, porém, sem agregar todos seus aspectos específicos. Características como reusabilidade e modularidade são os requisitos mínimos que conseguiram manter-se na conversão. Da educação herdou o conceito de que o objeto não é só o recurso em si mas, também, agrega a metodologia para o qual foi elaborado. Sendo assim, um objeto de aprendizagem contém, além do objeto em si, uma forma de utilização, uma finalidade de aplicação, e está associado a uma forma de avaliação. Sua etimologia induz a ideia de que o objeto é um recurso desenvolvido para a finalidade de aprendizagem do sujeito. De fato a intencionalidade na produção do objeto subjetiva o ensino. Porém, um objeto de aprendizagem pode ser um aplicativo desenvolvido para uma finalidade de produção, mas que, é utilizado pelo sujeito como ferramenta de aprendizado”. (UTFPR, 2016, p.1)

O jogo, por meio de suas imagens e desafios, tende a proporcionar uma melhor qualidade da atenção no assunto que permeia o jogo, além de ter a possibilidade de aprender o conhecimento, relacionando os assuntos, as imagens e as informações que serão necessárias para aprofundamentos futuros.

O jogo, no entanto, não pretende afastar-se da linguagem formal da Matemática; ao contrário, proporciona sua aprendizagem desde os primeiros anos de alfabetização.

É recorrente, grosso modo, em muitas realidades do município no que tange à aquisição da linguagem matemática, não diferente da realidade do país, a defasagem na aprendizagem mínima dos alunos quanto a termos matemáticos, cobrados em forma de avaliação externa (por exemplo, muitos alunos, já no final do Ensino Fundamental I, não reconhecem o termo *algarismo*, apenas *número* (isso para todas as situações, seja mais adequado usar *algarismo*, *número* ou numeral).

Em relação aos objetos virtuais de aprendizagem, eles permitem a possibilidade de manipular, ou operar mentalmente situações-problema, a fim de aprender conteúdos e imbricar conceitos que serão necessários para prosseguimento nos estudos da Matemática.

Na faixa etária de primeiro a quinto ano, os desafios ligados a contos e à imaginação são muito próximos da zona de interesse das crianças, assim como ambientes espaciais, viagens interplanetárias e desafios à sua capacidade de pensar, desde que apresentados em ambientes que lhes desperte interesse, como é o caso do ambiente virtual.

A construção do conhecimento pode acontecer nesses momentos, auxiliando o processo de abstração e de sistematização do conhecimento, como expressam os autores:

Por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre o qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, e capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente. Entendemos que a dimensão lúdica envolve desafio, surpresa, possibilidade de fazer de novo, de querer superar os obstáculos iniciais e o incômodo por não controlar todos os resultados. Esse aspecto lúdico faz do jogo um contexto natural para o surgimento de situações-problema cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e um certo esforço na busca por sua solução (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007, 12).

No que se refere a situações-problema no interior do objeto de aprendizagem, o favorecimento ao processo de desenvolvimento psíquico está na forma e no conteúdo do jogo, que melhor potencializa sua atividade.

Assim, o objeto virtual de aprendizagem permite refletir com o aluno, na situação de jogo, também a questão do erro. O fato de se errar não significa incompetência do aluno, mas será uma nova oportunidade, outra tentativa para o acerto, o que exige um *feedback* por parte

do professor e da dinâmica do próprio jogo à medida em que a criança pode fazer escolhas, ou mudar suas estratégias.

Assim sendo, a própria maneira de se trabalhar com o erro precisa ser pensada, pois ele não pode ser considerado um fracasso do processo educativo, mas parte integrante dele, já que auxilia o aluno a perceber suas falhas, sem perder sua autoestima, confiança e motivação em continuar tentando encontrar a resposta certa, como também o porquê do erro.

Nesse sentido, concordamos com Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 12) quando afirmam que, na situação de jogo, os erros podem ser revisados pela própria ação de jogar com sensações positivas, apenas por meio de possibilidade de novas tentativas quando não se acerta, estimulando estimativas e verificações de acertos, ou necessidade de maiores esclarecimentos; “O planejamento de melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos”.

Esta abordagem proposta pelas autoras - quando enfatizam que essa dinâmica permite o desenvolvimento de uma conscientização da parte do aluno e do professor, a compreensão maior do próprio processo de aprendizagem, que favorece a autonomia para continuar aprendendo - permite que a criança vá adquirindo uma percepção do “erro” e busque novos caminhos num processo de auto condução do seu percurso formativo, pelo autocontrole de erros e acertos, pela descoberta de novas maneiras de pensar, por meio das intervenções que o jogo possibilita (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007, p.12).

Em suma, para essas autoras, ainda que errar possa ser frustrante para uma criança, em contexto de jogo, o erro pode ser visto de maneira diferente:

o jogo é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo e insuperável. No jogo, os erros são revistos de forma natural na ação das jogadas, sem deixar marcas negativas, mas propiciando novas tentativas, estimulando previsões e checagem. O planejamento de melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam a aquisição de novas ideias e novos conhecimentos (SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO, 2007, 12).

Nesse sentido, entendemos que uma maneira encontrada como alternativa para potencializar o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula está em buscar formas de relacionar os conteúdos curriculares formais que a criança precisa aprender (no que tange à Matemática), por meio de tecnologia, ferramenta que ampara metodologias inovadoras, não no sentido de fazer de forma diferente a mesma ação cotidiana, mas de realmente criar situações diferentes de aprendizagem para os alunos, com a possibilidade de refletir sobre os conteúdos

que conseguiram aprender e avaliá-los para, assim, avançar. Daí a precisão de se preocupar com os métodos de ensino e com situações de aprendizagem no ambiente virtual.

É nesta ótica que a proposição do jogo Kogoca pode permitir, por parte da criança, a reflexão de ações comumente não incentivadas no dia-a-dia da sala de aula “como é o caso da curiosidade e da confiança em suas próprias ideias” (SMOLE, DINIZ E CÂNDIDO, 2007, p. 15).

Essas autoras também afirmam que o jogo leva a uma possibilidade de interação, *online* ou não, e favorece uma riquíssima troca de ideias entre alunos e professores, cuja dinâmica é intrínseca à própria necessidade de resolver os problemas propostos.

Isso se dá por meio de conversas virtuais ou presenciais sobre as impressões que as crianças têm a respeito do material. A possibilidade de explorar desta maneira um recurso faz deste compreendido como objeto de aprendizagem, definido por Melo e Silva (2015, p.7) como:

qualquer recurso digital que pode ser reusado para apoiar a aprendizagem, considerando como objetos de aprendizagem desde imagens e gráficos, vídeos, sons, ferramentas até qualquer outro recurso educacional digital a ser utilizado para fins educacionais e que contenha sugestões sobre o contexto de sua utilização. Os objetos de aprendizagem são exemplos de recursos tecnológicos que surgiram como forma de organizar materiais educacionais digitais.

Esta definição se aproxima do que se pretende com o jogo proposto como produto desta dissertação: um recurso digital que funciona como objeto de aprendizagem virtual no formato de jogo, que servirá como apoio ao trabalho docente, mas que não pretende, por si só, fazer com que as crianças aprendam – a intervenção do professor é fundamental, pois é pela interação entre professor e aluno que as dificuldades são descobertas e dúvidas são sanadas, promovendo aprendizagem e desenvolvimento.

Como outro aspecto positivo do objeto de aprendizagem proposto em formato de *quiz*⁶, destinado ao uso individual por meio do computador, ou coletivo, com escolhas grupais e intervenções gerais do professor, o fator tecnológico envolvido permite a envolvimento do aluno pela atividade que foge do cotidiano escolar mais tradicional.

Quando uma criança é submetida a uma sequência de questionamentos no papel sobre determinado assunto, ela não tem enredo, movimentação de tela, som e imagens interativas, características próprias de ambientes virtuais, o que pode resultar em desinteresse breve, em função de a sociedade estar imersa nesses modelos de comunicação. Já o *quis*, no computador, agrega estes fatores como condição de jogo, além do desafio de se acertar para avançar nas

⁶ Um jogo de perguntas e respostas que pode oferecer, por meio destes mecanismos, uma contagem de pontos, *score*, ao final do jogo.

questões, conquistar metas e pontuar nos escores ao final do jogo (última etapa) – o que une a necessidade de se pensar sobre respostas a questionamentos feitos pelo professor e a atenção da criança.

Dada a necessidade de atender aos novos paradigmas educacionais de inserção das mídias tecnológicas ao processo educativo, o jogo produto desta pesquisa tende a subsidiar o trabalho educativo dos professores junto aos alunos do primeiro ao quinto ano (com fases compostas com questões pareadas aos indicativos dos Direitos de Aprendizagem (2012) de cada ano e dos Descritores nos quais se baseiam as questões da Prova Brasil).

Propondo situações que exijam dos alunos o desenvolvimento do pensamento matemático para a resolução de cada problema posto, até chegar ao objetivo da resposta para avançar de fase, o jogo Kogoca pode favorecer a apropriação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento teórico pela contextualização dos saberes matemáticos a situações de exigência social, para a construção do pensamento matemático na história das civilizações.

5.1 A Proposição do Jogo Kogoca

A estrutura do jogo, produto desta pesquisa se dá com base no estudo do trabalho de *design* de jogos de Paul Shuytema (2008).

Para o autor, todo jogo necessita de uma espécie de “planta baixa”, tanto quanto uma casa precisa da mesma para ter solidez em sua estrutura. Este planejamento se dá por algumas fases, que, no caso, são esmiuçadas conforme a intencionalidade do aprendizado das questões matemáticas previstas pelas habilidades avaliadas nas edições já aplicadas da Prova Brasil desde o início de suas edições.

Tais questões são formuladas a partir de uma tabela de Habilidades e Descritores da área de Matemática.

A análise desta tabela para a produção das questões tem a intenção de que os alunos consigam respondê-las ao término desta modalidade de ensino, apontando para a apropriação do conhecimento direcionado a esta faixa etária.

As habilidades e descritores foram abordadas no jogo conforme a figura que segue:

Figura 4: Habilidades/Descritores da Área de Matemática 5º Ano

Tópico	Habilidades/Descritores
Descritores do Tema I. Espaço e Forma	<p>D1 – Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.</p> <p>D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.</p> <p>D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.</p> <p>D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).</p> <p>D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.</p>
Descritores do Tema II. Grandezas e Medidas	<p>D6 – Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.</p> <p>D7 – Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas, como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.</p> <p>D8 – Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.</p> <p>D9 – Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.</p> <p>D10 – Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.</p> <p>D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.</p> <p>D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo ou a estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.</p>
Descritores do Tema III. Números e Operações/ Álgebra e Funções	<p>D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.</p> <p>D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica.</p> <p>D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.</p> <p>D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.</p> <p>D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.</p> <p>D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.</p> <p>D19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).</p> <p>D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.</p> <p>D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.</p> <p>D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.</p> <p>D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.</p> <p>D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.</p> <p>D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.</p> <p>D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).</p>
Descritores do Tema IV. Tratamento da Informação	<p>D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.</p> <p>D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).</p>

Fonte: INEP (2015, p.10-117).

A análise do simulado aplicado na rede municipal de Piraju e das Provinhas Brasil apontam para que, quanto à qualidade das questões, algumas lacunas no conhecimento matemático permanecem desde os primeiros anos. Por este motivo, os Direitos de Aprendizagem (2012) para a alfabetização são considerados no jogo, assumindo que os Descritores da Figura 04 sejam a consolidação de todos os Direitos do ciclo de alfabetização nos 4^{os} e 5^{os} anos.

A saber, os Direitos de Aprendizagem (2012) que o jogo Kogoca tem por base em suas etapas seguem no Anexo C, e, pareadas à descrição do conhecimento de Direito de cada ano, as fases construídas são:

Pré-Fase: Ambientada na Pré-história, é referente aos conhecimentos matemáticos da II Etapa da Educação Infantil, aplicável no início do 1^o Ano;

Fase I: Ambientada na Suméria, é referente aos conhecimentos matemáticos de Direito dos alunos do 1^o ano;

Fase II: Ambientada no Egito tem questões referente aos conhecimentos matemáticos de Direito dos alunos do 2^o ano;

Fase III: Ambientada na Babilônia, as questões apresentadas referem-se aos conhecimentos matemáticos de Direito dos alunos do 2^o ano.

Fase IV: Ambientada na China Oriental, a ser trabalhada com a faixa etária do 3^o ano, esta fase aborda questões que se referem ao conhecimento matemático a ser introduzido/aprofundado.

Fase V: Ambientada na Índia, os assuntos são referentes a assuntos que devem ser aprofundados/consolidado no 3^o ano.

Fase VI: Ambientada na Arábia, esta fase refere-se aos Descritores de conhecimentos matemáticos do 5^o ano, com possibilidade de levar o aluno a reflexão sobre a matemática através a intervenção do professor, em alguns momentos até mais que em outras fases, pois trata-se de aprofundamento em todos os conteúdos do 1^o ao 3^o ano e preparo para o 5^o ano no que tange aos Descritores da Prova Brasil; A complexidade mais se dá não pela resolução dos problemas em si, mas pela compreensão dos mesmos e sua funcionalidade no cotidiano).

Fase VII: Fase final ou desafio – ambientada na Grécia, esta etapa pode ser explorada no quinto ano, como um conjunto de questões referente aos Descritores da Prova Brasil, na área de Matemática, e oferece um *feedback* para o aluno e o professor sobre o desenvolvimento do aluno a partir da análise de seu desempenho nesta fase, que retorna um *score* ao final das questões. Pretende-se que, nesse momento, os alunos consigam, no mínimo, o *score* 60, em

uma escala de 0-100 pontos, equivalente à meta 7 do Plano Nacional de Educação (PNE) do decênio 2011-2020, conforme figura 5:

Figura 5: Metas do IDEB para o decênio 2011-2020

Meta 7: Atingir as seguintes médias nacionais para o IDEB ⁸	2011^o	2013^o	2015^o	2017^o	2019^o	2021^o
Anos iniciais do ensino fundamental ⁹	4,6 ^o	4,9 ^o	5,2 ^o	5,5 ^o	5,7 ^o	6,0 ^o
Anos finais do ensino fundamental ⁹	3,9 ^o	4,4 ^o	4,7 ^o	5,0 ^o	5,2 ^o	5,5 ^o
Ensino médio ⁹	3,7 ^o	3,9 ^o	4,3 ^o	4,7 ^o	5,0 ^o	5,2 ^o

Fonte: PNE – Metas e Estratégias, 2015⁸.

Para cada fase ser liberada, será necessário que o aluno acerte todas as questões da fase anterior, o que depende do trabalho do professor, de suas intervenções em momentos oportunos, tanto em situação do jogo, quanto em situações diversas que possam subsidiar a compreensão do aluno sobre os conteúdos trabalhados. Deste modo, une a inovação do objeto de aprendizagem virtual e a experiência didática do professor, inclusive com exposições sobre o assunto, explicações verbais, ou com a apresentação de materiais manipulativos. Este contexto aponta para o aproveitamento dos aspectos positivos de cada prática, conforme discutido anteriormente, sobre a escolha de estratégias que dão melhores resultados e que não seguem, necessariamente, os modismos educacionais por si só, expostos por Lorenzato (2010).

5.1.1 Planta baixa do jogo kogoca

O planejamento, ou *design* do *game*, conhecido como a ‘planta baixa’ trabalhada por Shuytema (2008), é componente do GDD⁹ do jogo KOGOCA. O design deste jogo se configura, conforme apresentação do curso de construção de jogos no canal do *Youtube*, *Game Total* (2010, aula 6), conforme descrito a seguir.

A planta baixa de um jogo é entendida como a documentação que o *game designer* tem de criar para que os demais membros da equipe, ou ele próprio, tenham um planejamento em

⁸ http://fne.mec.gov.br/images/pdf/notas_tecnicas_pne_2011_2020.pdf.

⁹ GDD – *Game Designer Document*: bases do trabalho de construção do jogo, onde se encontram os registros dos parâmetros escolhidos pelo *designer* a fim de que os responsáveis pela arte e pela programação possam compreender as intenções e possibilidades do jogo projetado pelo *designer*. (GAME TOTAL, 2010)

mãos para executar a programação do jogo e sua testagem, como traz a ideia de Paul Schuytema (2008), ao explicar os passos que um *designer* de *games* precisa percorrer para não haver falhas no projeto, que pode ser necessário ser revisto diversas vezes.

No caso desta pesquisa, a planta-baixa foi alterada algumas vezes durante o processo de construção do jogo, na parte de produção e pós-produção, como Chuytema (2008) afirma ser possível (p.100-106) e, nesta situação, necessário.

5.1.2 Interface do *game*

O processo de construção do jogo não é, neste trabalho, apenas técnico, mas primordialmente pedagógico.

Por esta razão, em muitos momentos, o *design* do jogo aqui, segundo Schuytema (2008), está descrito por passos a serem observados para a programação e a utilização por *designers* gráficos. Além disso, notificações sobre os motivos de escolha de cada elemento estão pontuados, favorecendo a compreensão de professores sobre os passos pensados e objetivos planejados com cada ponto posto no jogo Kogoca.

Os simulados comprovam que algumas lacunas ficam no ensino da Matemática desde os primeiros anos, arrastando-se, ao longo da formação acadêmica, pelo aprofundamento em conceitos mal apropriados. Por este motivo, pensar em cada possibilidade de intervenção do professor frente a uma situação em que o aluno possa levantar questionamentos (seja por dúvidas, por ter cometido erros, ou por querer mais informações e se aprofundar) fez com que as decisões para a elaboração do jogo fossem tomadas de modo a abranger os anos do Ensino Fundamental I.

Essas notas também serão interessantes para que o docente perceba a legitimidade de seu trabalho frente ao planejamento de utilização da ferramenta, a condução metodológica das aulas e intervenções possíveis.

De caráter interdisciplinar, o contexto histórico envolvendo os personagens, as temáticas de História e Geografia são abordadas, pois os professores podem apresentar, como conteúdo complementar, não apenas a Matemática explícita nas questões, mas o enredo de fundo, as imagens, vestimentas, os locais, mapas, costumes, interesses das diferentes civilizações, desta forma agregando conhecimentos que se relacionam à história da própria Matemática, auxiliando no desenvolvimento do pensamento teórico.

A história da Matemática não é linear, e o jogo, embora apresente certa linearidade e aprofundamento gradativos, assumidos como ferramentas didáticas, não pretende senão apontar

que todos os povos são capazes, interessados e realizadores de feitos na história humana, de descobertas significativas que, por vezes, perduram ao longo do tempo.

Logo, o papel docente, mais uma vez, é evidenciado no sentido de explorar contextos sociais e filosóficos presentes, as Artes, a História, Geografia, a evolução e a sistematização das organizações dos povos. O jogo se propõe a ser ponto de partida e de investigação sobre o nível de desenvolvimento do conhecimento matemático; entretanto, coloca-se como possibilidade de outros aprofundamentos conforme o professor pensar pertinente e possível, a cada ano em que aplicar o jogo.

Com o intuito de detalhar o jogo e de explicitar os diferentes pontos que aborda, segue a documentação do jogo, observando-se as ressalvas anteriores.

a) **Resumo**

Contendo oito fases (conforme descrito anteriormente) com graus de dificuldades maiores ao início de cada uma delas, será estruturado na resolução de problemas práticos cotidianos, contextualizados com os diferentes momentos históricos abordados no jogo, considerando pontos principais dos saltos qualitativos matemáticos para a humanidade, considerando as relações interpessoais.

Utilizando-se da ambientalização de cada fase e com um conjunto de questões necessárias aos níveis posteriores, o professor pode explorar outras atividades e ir casando esses assuntos com o currículo e com materiais didáticos adotados pela rede de ensino, instigando os alunos a obterem mais pontos e a avançarem de fase. Em cada início, uma pequena introdução sobre o momento histórico em relação ao conteúdo matemático deverá constar como curiosidade, a fim de que a criança consiga se inserir no contexto daquele período da história, sentindo-se responsável pelo sucesso da missão da personagem.

No decorrer da história da humanidade, o desenvolvimento do conhecimento também dependeu de descobertas matemáticas e impulsionou-as, alcançando níveis elevados. Salientamos, também, o desenvolvimento de outras áreas; a Física Quântica, por exemplo, que trabalha, em um de seus aspectos, com a possibilidade de viagem no tempo e espaço por meio de dobraduras do espaço-tempo, também chamados, no senso comum, como viagens por ‘buracos de minhoca’¹⁰.

¹⁰ Um **buraco de minhoca** é uma passagem teórica por meio do espaço-tempo, que pode criar atalhos para viagens longas em todo o universo. Buracos de minhoca são previstos pela Teoria da Relatividade Geral, mas com a ressalva de que buracos trazem com eles os perigos do colapso repentino, da alta radiação e do contato perigoso

Os primeiros preceitos dessa possibilidade foram traçados nos estudos de Albert Einstein¹¹ e sua Teoria da Relatividade, como disposto nos documentários do History¹² sobre a possibilidade de se viajar no tempo no futuro, postados em 2014, em canais do *Youtube* para quem desejar saber mais sobre a História da Matemática - não é adequado para alunos desta faixa etária (6 a 11/12 anos), mas adequado para o professor trabalhar.

Além desses vídeos, outros com a História da Matemática, mais especificamente direcionada a cada povo, serviram como base de reflexão para a autora.

Além desses instrumentos para reflexão, foram realizadas pesquisas nos livros de “História da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito”, de Anne Rooney (2012), “História da Matemática em Atividades Didáticas”, de Antonio Miguel (2009) e “Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: princípios e práticas pedagógicas”, de Vanessa Dias Moretti e Neusa Maria Marques de Souza (2015).

As questões elaboradas para o jogo *quiz* voltaram-se para as competências e habilidades das crianças para prosseguimento nos estudos, contribuindo para não ficarem lacunas significativas na aquisição de conceitos básicos.

Alguns dos aspectos abordados no jogo podem ser aplicados junto a alunos desde o primeiro ano, sendo um conceito dependente do anterior. Por exemplo: ao se trabalhar com multiplicação que depende da soma de parcelas iguais, é necessário compreender o que é soma; assim como, para conseguir realizar uma soma, é necessário compreender quantidades e a sua relação com o símbolo que as representa. Isto ocorre em muitas situações, especialmente no que se refere à resolução de problemas.

Como meio de testar o protótipo do jogo, alunos do segundo ano, que realizam a diagnóstica da Provinha Brasil, trabalharam com as duas primeiras etapas do jogo, condizente com a faixa etária no início do ano de 2017 (momento da realização do teste piloto) segundo o caráter das questões presentes nas mesmas. Os resultados foram comentados em “Considerações sobre teste piloto”, no trabalho após as questões serem elencadas.

com a matéria exótica. Em 1935, os físicos **Albert Einstein** e **Nathan Rosen** usaram a Teoria da Relatividade Geral de propor a existência de “pontes”, através do espaço-tempo. Esses caminhos, chamados de Pontes de Einstein-Rosen, ou buracos de minhoca, ligam dois pontos diferentes no espaço-tempo, teoricamente, criando um atalho que poderia reduzir o tempo de viagem e a distância. (Redação da Equipe Ciência e Tecnologias, 1016, p.1) (Disponível em < <https://cienciaetecnologias.com/buraco-de-minhoca/>>)

¹¹ https://www.youtube.com/watch?v=WwX-G_E7MYk.

¹² <https://www.youtube.com/watch?v=EsMFxEDfzDY>.

b) Aspectos Fundamentais

O principal aspecto do jogo ligado à aprendizagem atende aos preceitos dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino de Matemática (1997), que envolvem os aspectos práticos da Matemática, ou seja, sua utilização no cotidiano, como em compras diárias que envolvem sistema monetário, por exemplo, além de serem objetos de aprendizagem que predizem metodologias adequadas, envolventes aos alunos e que devem, efetivamente, envolver os contextos históricos das descobertas dos conceitos a serem apreendidos (segundo concepção dos Direitos de Aprendizagem (2012)) pelos alunos, gradativamente, no decorrer do ensino fundamental, a fim de que as crianças possam compreender a relação da evolução das civilizações que aconteceram na época de descobertas e feitos matemáticos.

Desde o descobrimento dos registros numéricos, até as viagens espaciais e interdimensionais através do tempo-espaço, a Matemática se faz presente, e mesmo estes conceitos não sendo necessariamente conteúdo desta faixa etária, apresentá-los em situações que aproximem os alunos do Ensino Fundamental I a contextos históricos nos quais foram descobertos (ou criados), cumpre o papel de construção de significado em função das características psíquicas das crianças desta faixa etária e favorece o desenvolvimento do pensamento matemático teórico, disposto por Davydov (1986).

Segundo entendemos as palavras do autor, aprender conceitos teóricos depende de estar sempre os vendo, de diferentes maneiras, de modo que os mesmos vão sendo apropriados pelo indivíduo. Um exemplo é a viagem espacial e temporal, proposta como enredo do jogo, que, mesmo não sendo realidade, faz parte de estudos profundos da área de Exatas e colocada como possibilidade real, mesmo que para o futuro (alguns cientistas creem poder ser possível, como predito nos documentários assistidos).

A aprendizagem, portanto, teve como objetivo, durante a sua construção, envolver os alunos com história de ficção científica, com o propósito de suscitar possibilidades que a Matemática ainda não conseguiu resolver, como a viagem no tempo supracitada (instigando novos pesquisadores), além de permitir que a criança, pelo contexto da história, volte-se à resolução dos problemas do jogo em prol do auxílio à personagem.

O plano de fundo de cada fase é alterado conforme o tempo histórico em que a personagem está presente (caracterizada). Esta apresentação tem por finalidade remeter os alunos e professores aos primeiros papéis sociais existentes na história, pois são comumente lembrados quando se trata de escritos antigos. Imagens condizentes com cada povo constam neste fundo de tela e, após a personagem ter passado por uma fase, adentrando a outra, por meio

de um mapa, poderá retornar à tela de mapa inicial em que se inicia o jogo (trabalhando com localização espacial em registro planejado, neste caso, com apoio imagético em função de o jogo ser, também, destinado à utilização de alunos menores).

O contexto do jogo, portanto, em caráter interdisciplinar, teve como motivação pensar em diversos traços presentes no cotidiano escolar e nas explicações do professor, que, muitas vezes, precisa do envolvimento e da motivação por parte dos alunos, a fim de que as situações de “ensinagem” se calcem como aprendizagem.

5.1.3 Contexto do jogo

a) Principais personagens

Os personagens necessários para o enredo são: Iv Kogoca e Isa Kogoca, mãe e filha, respectivamente, astronautas que se perdem no espaço (Iv) e tempo histórico (Isa); Mark, padrinho de Isa, físico quântico responsável pelo direcionamento das naves; Noryb, matemática ajudante de Mark; e FAHG (drone de Isa).

Os protagonistas, Isa e Fahg, relacionam-se com diversas situações criadas como possíveis a cada período da história por onde passam para que, resolvendo os problemas, consigam avançar no jogo e, conquistando os cristais (prêmio ao final de cada fase), possam colocar a nave de Isa para funcionar novamente. Entretanto, apenas conseguem voltar para seu tempo histórico ao responder adequadamente à última etapa, espécie de simulado da Prova Brasil, que não permite solicitação de ajuda a cada questão respondida de modo inadequado, e sim, gera um score ao final da mesma (cujo objetivo é obter ao menos 60% de acertos das questões, remetendo à meta do IDEB, disposto na Figura 5).

Ao tratar de cada personagem, as justificativas de caracterização destes, tal como se apresentam no decorrer da documentação do jogo, serão expostas segundo motivos pedagógicos que levaram a formatá-los da maneira como seguem.

5.1.4 Objetos essenciais do jogo

a) Personagens

Todos os personagens do jogo apresentam características bastante familiares aos desenhos infantis, que remetem ao mundo imaginário dos desenhos próprios para a idade, mas

com uma fotografia que permite notar o traço de giz (lápiz de cor), adaptando-se facilmente ao gosto infantil e infanto-juvenil (de 6 a 11 anos).

O traço de pintura à mão em todas as ambientações e nos personagens também são propositais, remetendo aos desenhos que comumente as crianças fazem em ambiente escolar.

Os olhos são aguçados e a cabeça é maior do que o corpo, evidenciando grande atividade cerebral dos personagens e a necessidade de utilização dos olhos para a leitura.

A vestimenta da personagem Isa, em cada momento histórico, busca envolver os alunos e chamar mais a atenção para o ambiente em relação à descoberta matemática histórica, ou ao conhecimento matemático que se desenvolveu nas atividades cotidianas do povo em questão.

Desta feita, todos os elementos convergem para a harmonia fotográfica, de sonoplastia (arte em cordas), a didática e os objetivos da pesquisa.

Os personagens são poucos, mas com significação para exploração do professor em diversas áreas de conhecimento.

Figura 6 – Mark



Fonte: autoria própria.

Mark: homem de, aproximadamente, cinquenta anos, alto e magro, moreno claro, com olhos claros. Tem os cabelos um pouco grisalhos e com leves falhas na frente. Cientista formado em Física Quântica que não sai do laboratório de lançamento de foguetes (naves espaciais) até Isa ter crescido – quando se afasta, em função de sua idade (mais de 70 anos). Mark assume função suporte para Noryb, a distância, em caso de necessidade, no que se refere à orientação das astronautas que se distanciam e se aproximam no tempo e espaço em suas viagens.

Sugerindo a imagem de Albert Einstein em alguns aspectos, a viagem no tempo é proporcionada por ele para as personagens, o que implica junção imagética do cientista e sua Teoria da Relatividade, que precisa de algum modo ser superada para que a viagem no tempo, à velocidade da luz (acreditada por Einstein como impossível), possa se concretizar.

Figura 7 - Noryb



Fonte: autoria própria.

Noryb: mulher de, aproximadamente, 40 anos, cabelos castanhos como seus olhos, magra e parda. Auxiliar de Mark e orientadora de Isa Kogoca em sua viagem pelo espaço. Vê-se em aflição por não conseguir contato com Iv Kogoca em momento decisivo, quando um buraco negro tende a sugá-la, mas, incansável, após anos sem desistir, consegue sinal de Iv Kogoca novamente que a recebe com muito carinho, após terem-se passado 21 anos de espera.

Assume o controle do laboratório após o afastamento de Mark em razão de sua idade avançada, período em que Isa sai de viagem, orientando Isa por meio do Drone.

O nome Noryb é a inversão de Byron, sobrenome reconhecido de Ada Augusta King, Condessa de Lovelace, que criou um conjunto de algoritmos capaz de fazer a máquina analítica de Charles Babbage¹³ funcionar. Grande matemática, faz jus a ser mencionada e auxilia a

¹³ O precursor do computador moderno geralmente é considerado como o *Analytical Engine* projetado por Charles Babbage (1791-1871). Na época em que Babbage estava trabalhando, os cálculos complexos eram feitos usando tabelas de valores, incluindo logaritmos, compiladas por pessoas chamadas de “computadores”. As tabelas tinham a tendência de apresentar muitos erros – o desejo de Babbage era construir uma máquina que pudesse executar cálculos sem cometer erros. Ele começou desenhando uma primeira máquina, a *Difference Engine*, em 1822, para lidar com valores de funções polinomiais (funções contendo mais de um termo, como, por exemplo, $4x^2+5x$). (...) Ele nunca chegou a construí-la, mas projetou uma versão melhorada, a *Difference Engine* nº 2. Novamente, Babbage não a construiu, mas ela foi construída segundo seu projeto no Museu de Londres, em 1989-1991, de acordo com as limitações de engenharia do tempo de Babbage. Em seu primeiro teste, ela produziu uma solução com precisão de até 31 dígitos. Babbage abandonou os planos da *Difference Engine* e embarcou em um projeto

ligação imagética da personagem com a figura histórica da mulher capaz de iniciar o funcionamento da máquina hoje presente no cotidiano da maioria da população – o computador.

Embora sua aparência tenha pouca lembrança da personagem histórica, em função da arrumação do cabelo, a possibilidade que uma máquina fundamental para a história do jogo funcione por meio da intervenção de uma mulher já justifica que Ada Lovelace¹⁴ seja lembrada.

Figura 8 – Iv Kogoca



Fonte: autoria própria.

Iv Kogoca: mulher de, aproximadamente, 35 anos, alta, branca, com cabelos medianos e acastanhados como os olhos. Muitas vezes, chamada apenas por Kogoca, é astronauta formada em Matemática e Física que viaja para as estrelas, a fim de confirmar sua teoria de poder dominar a viagem à velocidade da luz. Fica presa próxima a um buraco negro, e o tempo para

mais ambicioso – desenhar uma Máquina Analítica que poderia aceitar instruções programadas em cartões perfurados. Mais uma vez, ele não a construiu, mas refinou o projeto repetidas vezes. A matemática Ada Lovelace leu seu projeto e construiu um programa de calcular os números de Bernoulli, usando a Máquina Analítica (*Analytical Engine*). Os números de Bernoulli são uma sequência de números racionais positivos e negativos, importantes na teoria e na análise de números.

¹⁴ Chamada a “princesa dos paralelogramos” Augusta Ada King, Condessa de Lovelace (1815-1852). Conforme Hooney (2012, p.49) descreve: “Augusta Ada King, muitas vezes chamada de Ada Lovelace, era filha do poeta Lord Byron e Annabella Milbanke, um casal que se separou dois meses após seu nascimento. Sua mãe esperava que o estudo da Matemática pudesse eliminar qualquer loucura que Ada pudesse ter herdado de seu pai e encarregou Augustus De Morgan, primeiro professor de Matemática na University College, Londres, de ensiná-la. Ada se interessou pelo trabalho de Babbage por volta de 1833. Durante um período de 9 meses, em 1842-43, ela traduziu o trabalho do matemático italiano Luigi Menabrea sobre a *Analytical Engine* de Babbage. Suas instruções para calcular números de Bernoulli usando a máquina são amplamente consideradas como o primeiro programa de computador no mundo, apensar de nunca terem sido implementadas. Ada trabalhou com Babbage até sua morte prematura, causada por sangria exagerada por parte dos doutores que a tratavam de um câncer no útero”.

ela não passa conforme o na Terra e, quando consegue retornar para o planeta natal, sua filha, crescida, acabara de retornar de uma aventura através do tempo e história das civilizações, no que tange à construção do conhecimento matemático. Ambas, no momento, diferem, aproximadamente, 15 anos em idade, apenas em função da passagem diferenciada de tempo, e, juntas, esboçam novos planos de alcançar o domínio não somente da luz, mas do espaço-tempo por meio de novas viagens e da exploração do universo.

O nome Kogoca remete ao sobrenome de família da pesquisadora, que pesquisa, na área da Educação, propostas e caminhos para que as crianças se apropriem do conhecimento matemático e tenham condições de se aprofundarem em pesquisas ligadas às Ciências Exatas, quiçá voltadas ao domínio do espaço.

Figura 9 – Isa bebê



Fonte: autoria própria.

Figura 10 – Isa astronauta



Fonte: autoria própria.

Isa Kogoca: filha de Iv Kogoca e personagem principal ‘comandada’ pelo jogador. No início, na contextualização do jogo, ainda é uma criança de 4 anos, com cabelos ondulados, louro-escuro, branca, olhos grandes e vivos. Responsável por encontrar as grandes descobertas sobre o uso da Matemática no cotidiano, em possíveis situações de descoberta prática dos saberes.

Para o jogo em si, aparece já crescida, magra, alta, branca, de olhos castanhos claros, com, aproximadamente, 25 anos, e que viaja pelo espaço em busca da mãe.

Em cada etapa do jogo, apresenta-se com uma roupa diferente, característica do período histórico em que se encontra, referente a cada povo ‘visitado’.

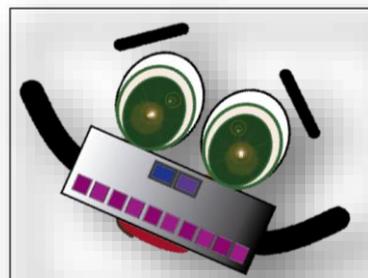
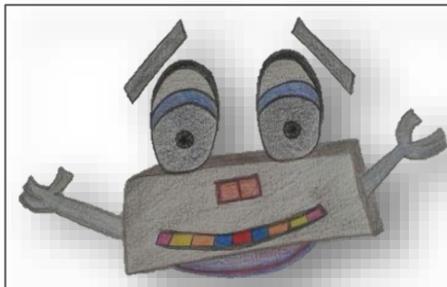
Isa remete à geração futura de possíveis pesquisadores, idealizado na filha da pesquisadora que, com quatro anos no início da pesquisa, demonstra interesse pela Matemática desde muito cedo; daí o nome da personagem.

Como personagem de apoio principal fora da academia para a realização da pesquisa, os membros da família se fizeram presentes e, neste ponto do jogo, seu esposo os representa – daí o nome do personagem.

A faceta de assumir a personagem que se identificará com o usuário, como uma jovem, mas que em imagem não aparenta ser mais do que adolescente, proporciona vínculo com os alunos que venham a jogar – daí a escolha dos traços dos personagens.

Sendo ficção, ao voltar no tempo, Isa aparece como uma menina, possivelmente pré-adolescente, com a idade dos alunos de 5º ano, o que aproxima as crianças da personagem e que, com o conhecimento acumulado que possui, pode motivar os alunos a terem domínio deste saber para conquistar seus feitos. Mundo imaginário e fictício que facilita a aprendizagem pelo enredo envolvente de algo que ainda não existe, mas que não é impossível.

Figura 11 – Drone



Fonte: autoria própria.

Drone: robô FAGH, responsável por acompanhar Isa em sua missão, por meio dos conhecimentos pré-programados de inteligência artificial que possui. Também se adapta às diferentes etapas do jogo; na Figura 12, ele está representando o período da Pré-História, Idade da Pedra. Robô provido de inteligência artificial, com acesso a um arquivo com todo o contexto da história da Matemática, feito por Noryb e descrição de recursos de montagem e (re) ativação da nave em caso de necessidade, por meio da junção de poliedros de diamante, que, juntos, transformam-se em cristal do tempo, inserido no Drone para que Isa tivesse acesso a ele, em caso de não ter contato com o laboratório por algum motivo).

Quando a criança/jogador erra a questão, o robô dá uma dica para que a mesma possa repensar a situação e conseguir resolvê-la, o que auxilia na tomada de decisões.

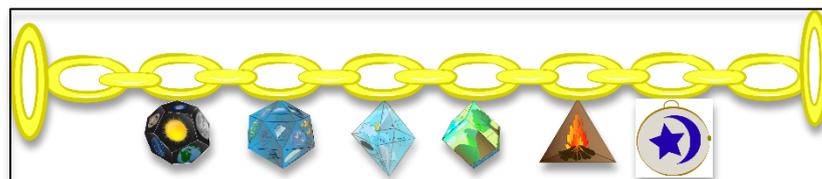
As perguntas são mostradas por ele e pela Isa em cada ponto da história, usando espécies de pergaminhos, cujas imagens possam favorecer a harmonia do material do pergaminho com o período histórico.

No início de cada etapa e para a contextualização inicial do jogo, é o Drone quem apresenta a fase junto com Isa, com voz humana, apresentando fatos estáticos, como imagens fotográficas dos acontecimentos que vão passando pela tela, conforme o contexto é descrito.

O drone relaciona-se ao processo de humanização da máquina, de aproximação da robótica ao ser humano, que pode construí-lo, dominá-lo, mas que, ao mesmo tempo, pode ser dependente de sua criação em situações específicas. A relação *homem x máquina* é comum para as crianças, caracterizada como normal, pois elas têm facilidade em animar seres inanimados e, em se tratando de seres com inteligência artificial, a separação entre ser humano e não humano, para as os anos iniciais, precisa começar a se delinear, embora o vínculo entre ambos seja um fator favorável ao enlace entre interesse da criança pelo jogo exposto.

b) Acessórios / Acompanhantes (personagem secundário)

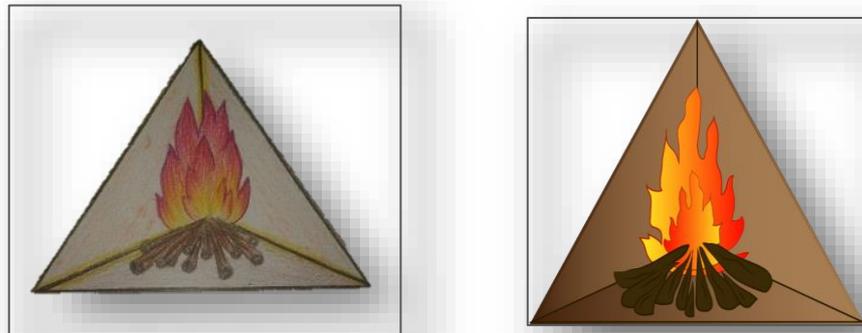
Figura 12 – Pulseira com pingentes de tele transporte



Fonte: autoria própria.

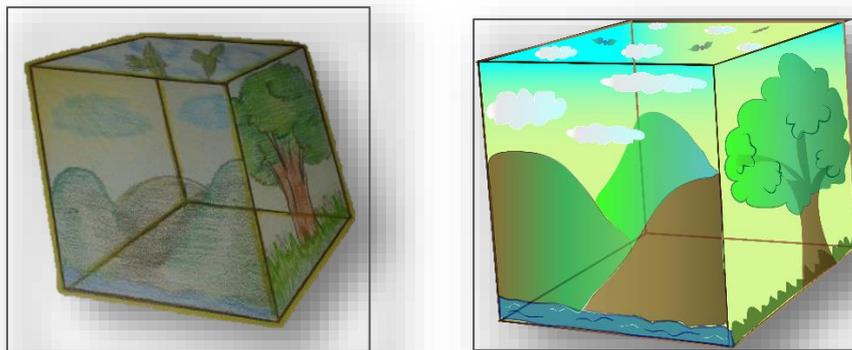
Pulseira com pingentes: A princípio a pulseira tem apenas o dispositivo que se modifica em bolsa. Os cristais aparecerão gradativamente a cada conquista, a cada fase que permite a transposição temporal da personagem de um local por outro, por meio da desintegração de suas partículas e da reintegração no tempo-espaço, na qual deverá aparecer. Os “pingentes” desta pulseira são cristais do tempo, que são encontrados ao término de cada fase e, postos juntos, ao final, integram-se todos em um único cristal multicolor do tempo, que dá possibilidade de a personagem voltar para casa por ter acesso novamente ao *multiverso*.

Figura 13 – Tetraedro



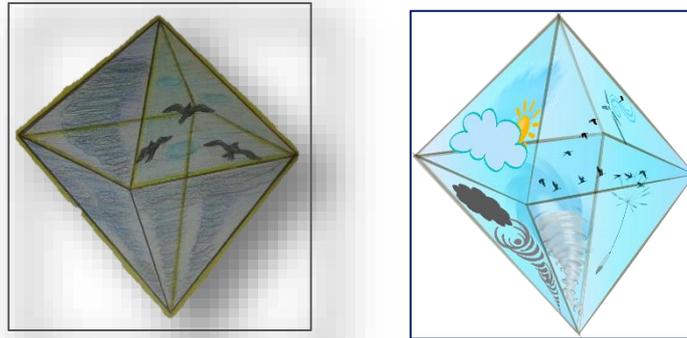
Fonte: autoria própria.

Figura 14 – Hexaedro



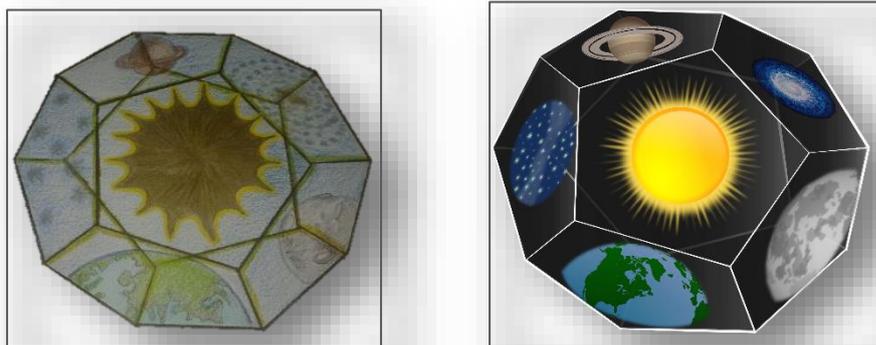
Fonte: autoria própria.

Figura 15 – Octaedro



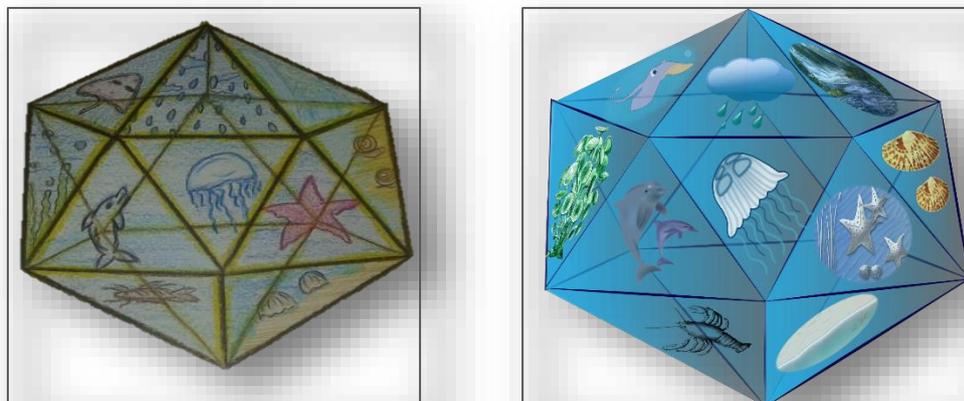
Fonte: autoria própria.

Figura 16 – Dodecaedro

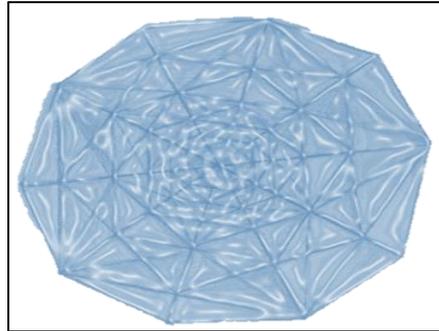


Fonte: autoria própria.

Figura 17 – Icosaedro



Fonte: autoria própria.

Figura 18 - Cristal do tempo

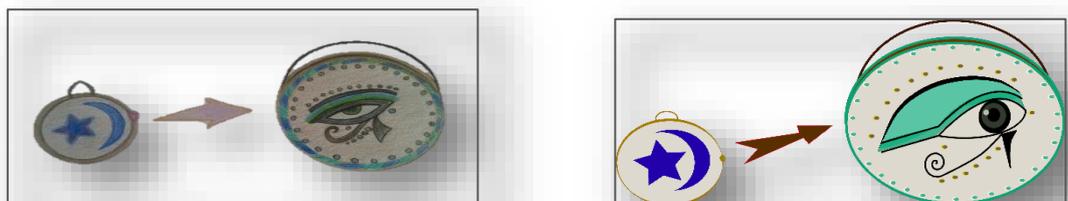
Fonte: autoria própria.

Cristais (sólidos geométricos de Platão): sólidos geométricos que permitem que Isa seja tele transportada de um local para outro no tempo e espaço do jogo: cada vez que um cristal é encontrado ao final da fase e integrado ao cinto, nova etapa do jogo é liberada.

A escolha do sólido envolve conceitos geométricos, como: polígonos, ângulos, faces, vértices, o que para Platão representava a perfeição dos elementos da natureza.

Quando todos os cristais são encontrados, a personagem é direcionada para o desafio final, uma fase similar ao simulado digital da Prova Brasil. O mesmo ocorre no Monte Olimpo da Grécia, onde sua nave se encontra. Entretanto, a fusão dos cristais só acontece se Isa conseguir a meta da última etapa.

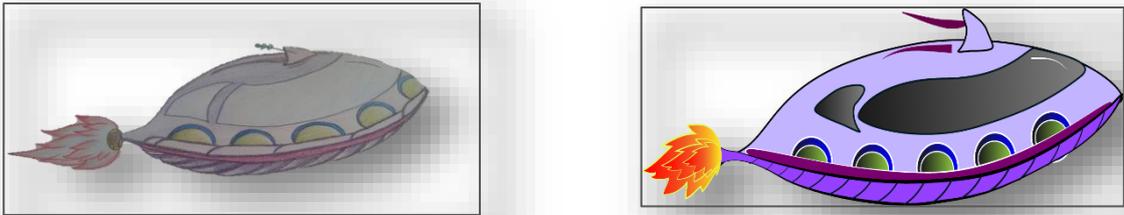
Nesta última etapa ter um escore maior do que 6 (meta do IDEB pelo Governo Federal para a Educação Brasileira até 2020 – como posto na Figura 5), um cristal azul do tempo é encontrado e a direciona para o presente, quando encontra com sua mãe no laboratório do seu padrinho, quando ele já não está presente. No entanto, há um quadro dele na parede como recordação de seus esforços para auxiliar na pesquisa de Kogoca, que culminou em grande descoberta por parte de Isa. Ambas, com um cristal do tempo em mãos, descobrem que têm a possibilidade de dominar o tempo e o espaço, o que as motiva a viajar pelo universo em busca de mais respostas.

Figura 19 – Bolsa da Isa

Fonte: autoria própria.

Mochila de pertences: em alguns momentos do jogo, Isa guarda, ou retira objetos de sua mochila para auxiliá-la a percorrer a saga. A mochila fica retraída em um pingente de sua pulseira e aparece em momentos oportunos apenas; muito pequena, pode ser acionada e, com um toque na esfera, a mesma se expande para mochila.

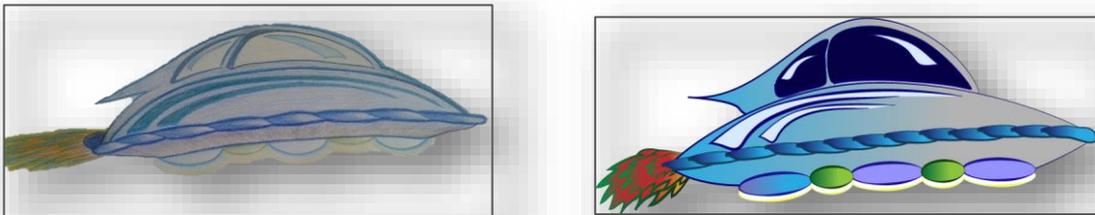
Figura 20 – Nave de Kogoca



Fonte: autoria própria.

A nave de Kogoca é o meio de transporte que, na contextualização do jogo e após terminado o desafio, aparece levando e trazendo Kogoca de volta ao lar.

Figura 22 – Nave de Isa



Fonte: autoria própria.

Nave utilizada por Isa, que aparece na contextualização do jogo e depois, na última fase (desafio), surge, necessitando de conserto e, após a inserção do cristal do tempo, mostra-se recuperada, pronta para a viagem de retorno.

c) Estrutura

Por alteração na conjuntura espacial (detalhada na história do jogo), Isa acaba se movimentando pelo tempo, retornando a momentos históricos diferentes em busca de seus

cristais do tempo. Nesta busca, o jogo sugere situações que podem propiciar aos alunos/jogadores a construção de conceitos matemáticos pela reflexão lógica e por estímulos de pensamento matemático.

Ao final de cada fase, coleciona as partes dos cristais que precisa até retomar o caminho de encontro com sua mãe, com quem perdera o contato quando criança. Na volta, planeja a retomada não do caminho para o passado sozinha, mas para qualquer ponto da história em companhia de sua progenitora, explorando o universo.

O jogo seguirá o caminho descrito no que tange aos locais e tempos históricos; no entanto, as fases envolvem problemas a serem respondidos por meio de alternativas que devem ser escolhidas entre possibilidades apresentadas, tanto sobre que caminho a personagem deverá seguir, segundo instruções dadas no jogo, quanto aos problemas matemáticos que devem ser respondidos para que a personagem avance.

A cada fase completada, um cristal é conquistado para ir para a fase seguinte, mudando de lugar em que a personagem está por meio de seu cinto.

Um dos problemas das crianças em Geometria tem sido reconhecer os sólidos, já que o trabalho tem se iniciado na rede municipal de Piraju, desde a Educação Infantil, na maioria das vezes, por meio das formas planificadas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), não tendo por hábito apresentar os sólidos geométricos. No entanto, as figuras planificadas são apenas faces dos sólidos, um conhecimento mais abstrato que precisa do saber palpável concreto para que, por meio da imbricação do conhecimento empírico e tátil, possa desenvolver o teórico.

Desta feita, haja vista que o mundo que cerca a criança é palpável, o aluno apreende a realidade social nos anos iniciais pelos objetos concretos que o circundam, a manipulação dos objetos; assim, os sólidos teriam de, por lógica, estar presentes no ensino ainda antes das imagens planificadas (já na educação infantil).

No intuito de chamar a atenção das crianças para formas pouco recorrentes em ambiente escolar, os cristais com estes formatos voltam-se para a familiarização do aluno com sólidos geométricos, que serão estudados de modo aprofundado em anos posteriores. Também servem para que o professor aponte para a diferença destes corpos geométricos em relação aos redondos, que podem ser aludidos pela aproximação ao icosaedro, grosso modo, que, para Platão, representaria o planeta Terra, de forma arredondada.

d) Objetos

O objeto que se tem por meta consertar é a nave de Isa.

Por fim, para encontrar o cristal do tempo que faz a máquina ser reparada e funcionar novamente, é necessário responder a um desafio que mobiliza diversos caminhos de pensamento. Assim, ela consegue voltar no tempo para o seu presente, quando encontrará com sua mãe com quem não estava se comunicando, mas já estava a caminho de volta quando de sua partida. Este objeto com função de transporte da personagem só voltará a funcionar, portanto, quando se responder ao simulado virtual de modo adequado, perante os índices do IDEB tidos como meta do ensino até 2020.

b) História do jogo

Após o afastamento da mãe (Iv Kogoca) que viajara para o cinturão de Orion¹⁵ a busca de informações sobre o local e com a intenção de provar a possibilidade de viagem espacial, e o quão a velocidade da luz pode ser dominada, Isa perde o contato com a mãe em função de uma falha no sinal de comunicação.

Iv Kogoca, no trajeto de volta, sem sinal de comunicação, fica por algum tempo presa à órbita de um buraco negro e consegue manobrar para sair, a muito custo. Como tempo é diferente nessas regiões e no planeta Terra, o que para ela fora muito pouco tempo, para Isa, durou sua infância e adolescência.

Com apenas quatro anos, quando se afastara da mãe e de quem nunca se esquecerá, Isa, já jovem, resolveu voltar no espaço em sua busca.

No entanto, como é possível acontecer em viagens pelos buracos de minhoca, Isa, acompanhada de seu drone, único companheiro de viagem, acabou parando na pré-história em função de um colapso do “atalho”.

Para reabilitar sua máquina e retomar seu destino inicial, seria necessário recolher alguns artefatos fundamentais para o funcionamento da mesma: cristais com o formato geométrico de face reta, entendidos como perfeitos por ter faces semelhantes. Esses sólidos, estudados e conceituados por Platão (poliedros: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) ficaram conhecidos como os “Sólidos de Platão”.

¹⁵ “Uma constelação fácil de enxergar é Órion (...). Para identificá-la, devemos localizar 3 estrelas próximas entre si, de mesmo brilho e alinhadas. Elas são chamadas Três Marias e formam o cinturão da constelação de Órion, o caçador. Seus nomes são: Mintaka, Alnilan e Alnitaka. A constelação tem a forma de um quadrilátero com as Três Marias no centro”. (Oliveira Filho e Saraiva, 2016, p.1). O cinturão de Órion, curiosamente, apresenta simetria com a localização das Pirâmides do Egito, o que faz desta constelação bastante popular e causa de diversas especulações. Esta popularidade pode favorecer o reconhecimento das crianças, especialmente quanto à localização das 3 Marias. Também pode ser interessante para o professor abordar o assunto, instigar o estudo dos corpos celestes, utilizados pelos povos antigos para nortear o plantio e a localização espacial, e responsáveis por muitos avanços na Matemática, em função de estudos astronômicos e astrológicos.

Os cinco sólidos de Platão fazem parte de um conjunto de cristais que, fundidos, formam o cristal do tempo, responsável pelo funcionamento de sua nave, que se quebrou e deu origem aos sólidos, perdidos no tempo e no espaço durante a explosão parcial da nave.

Na pré-fase do jogo, fase inicial voltada para alunos em início do 1º ano, alguns conceitos básicos de Matemática são colocados, com suporte imagético bastante explorado. Como são alunos que ainda estão em início do processo de alfabetização, as questões se apresentaram em letras maiúsculas e de forma e são verbalizadas quando cada uma é iniciada.

Nesta fase do jogo, verifica-se a relação biunívoca entre quantidades e símbolos que as representam, contando sobre o início do sistema de numeração, alguns conceitos sobre formas geométricas, grandezas e medidas e tratamento da informação. Tais assuntos são abordados de maneira mais simplificada em função da idade – relacionada com o término da pré-escola.

O prêmio do final desta fase é descobrir o que fazer para reestabelecer o funcionamento da máquina, que será encontrar novamente os cinco sólidos de cristal perdidos (que, quando unidos, após o simulado, fundem-se em um cristal do tempo para fazer a máquina voltar a funcionar). Estas informações são expostas pelo Drone ao término da fase, no formato de um menu.

Esse menu dá acesso a 5 (cinco) locais diferentes e, em cada qual, ocorrerá uma fase. A intenção para o trabalho em sala de aula é que o professor indique uma fase de cada vez para poder melhor direcionar o trabalho. Após ter passado pelas primeiras fases, a criança tem acesso à fase concluída e a que está por concluir.

Sempre com uma curiosidade da história da Matemática sobre a fase seguinte exposta na tela, o drone encerra a fase, passando com Isa pelo portal dimensional, que se abre toda vez que o cristal é tocado por Isa, como prêmio conquistado.

Isa terá de se tele transportar pelos portais até encontrar todos os cristais, viajando em períodos históricos diferentes e civilizações particulares, para reagrupá-los em um único cristal do tempo, permitindo que o objeto do jogo seja restaurado (sua nave).

Os locais convergem para as regiões em que grandes saltos no conhecimento da Matemática se constituíram. Isa deve resolver situações-problema matemáticas que vão se dispendo diante de si para, ultrapassando obstáculos, conseguir seu objetivo. Os obstáculos do jogo remetem, também, aos erros e às dificuldades que os alunos podem apresentar, mas que, por persistência e intervenção do professor, são superados. Os erros, no jogo, seguem a concepção do erro como oportunidade de construção do conhecimento com intervenção docente, e não como barreira que tolhe a criança de se desenvolver, contribuindo negativamente para o seu desenvolvimento.

Ao passar pelos locais: Suméria (1º Ano), Egito (2º Ano), Babilônia (2º Ano), China (3º Ano), Índia (3º Ano), Arábia (4º Ano) e Grécia (5º Ano), a personagem deverá se vestir como os civis e responder a questões ligadas ao contexto histórico local¹⁶.

A pré-fase (pré-história) remete ao professor o domínio dos pré-requisitos que devem ser construídos pelos alunos na educação infantil. Até o terceiro ano, período de Alfabetização Matemática, os alunos possuem 2 fases de jogo, com menos questões em cada uma para abarcar todos os Direitos de Aprendizagem (2012) sem que a atenção da criança se perca mais facilmente, já que o tempo de concentração dos alunos nesta faixa etária geralmente é menor. O conjunto imagético, gradativamente menor, está mais presente nessas fases do que nas últimas.

Na última fase, a personagem terá de responder a uma série de questões no Olimpo (Grécia), para Zeus. Ele lhe oferece uma recompensa justa: acertar a maioria de seus enigmas (60% deles) e conseguir que seus cristais se fundam para poder consertar sua nave, ou um raio fundirá sua nave, prendendo-a no passado – e que terá por chance retornar apenas se refizer todo o seu caminho na história (voltar para primeira fase).

1. Na pré-história a personagem busca encontrar um mapa que lhe aponte em que locais poderá encontrar os cristais em formato de poliedros, que juntos lhe permitirão reativar a nave e voltar para casa. Direitos de Aprendizagem (2012) voltados para o 1º ano estão presentes, com linguagem simples. O objetivo é que crianças já no início do primeiro ano tenham condições de respondê-lo.

2. Pelo segundo ambiente, Suméria, os Direitos de Aprendizagem (2012) voltados para o 1º Ano com indicação de introduzir/aprofundar o conteúdo são abordados. Busca-se conquistar o tetraedro, ligado ao elemento fogo.

3. No Egito, os problemas propostos voltam-se para o encontro de padrões das quantidades e da natureza (estações do ano) e primeiras maneiras de medida em função dos espaços de terra para plantio, conhecimento entre tratamento a escravos, aos faraós. Para tanto, trabalha com os eixos dos Direitos de Aprendizagem (2012) pela exploração de grandezas e

¹⁶ Não serão abordadas as regiões de Roma e dos Maias em fase inteira do jogo, como as regiões citadas. Isto se justifica pelo fato de que, em Roma, não houve significativos avanços na História da Matemática, como afirma o matemático Marcus du Sautoy no documentário sobre História da Matemática, publicado pela Secretaria do Educação do Estado do Paraná (www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7182). Apenas os numerais romanos serão parte de questões da fase final, haja vista que é conteúdo sobre o conhecimento dos números. Uma curiosidade sobre o assunto será inserida no jogo. No caso dos Maias, embora seja o primeiro povo a ter um sistema numérico completo e já fazer uso do zero, não serão abordados diretamente aqui, pois foram dizimados (assim como sua cultura) quando invadidos pelos espanhóis, segundo Hooney (2012, p.20).

medidas, tratamento da informação, números e operações, pensamento algébrico e Geometria, assim como acontece com a fase 1, até a fase 6, que se destina ao terceiro ano (2 fases para cada ano). Busca-se conquistar o hexaedro (cubo), ligado ao elemento terra.

4. Na Babilônia, a resolução de desafios ligados a soma e subtração são abarcadas, voltando-se para a contagem, equivalência, e sistemas de medida, além de algumas situações referentes à construção do registro da escrita matemática, que antecedeu a própria escrita da linguagem falada – isso em atividades também relacionadas aos Direitos de Aprendizagem (2012) voltada ao segundo ano, complementando as competências que as crianças precisam ter nesta faixa etária. Busca-se conquistar o octaedro, ligado ao elemento ar.

5. Ao chegar ao Oriente, mais precisamente na China, Isa se depara com problemas voltados para a construção de grandes monumentos, envolvendo quantidades de materiais, espaços, costumes locais e desafios de raciocínio lógico. Os Direitos de Aprendizagem (2012) referentes ao 3º ano, mais voltados para a introdução dos conteúdos, são abordados. Busca-se pelo icosaedro, ligado ao elemento água.

6. Ao passar pela Índia, Isa descobrirá que fora neste período (por volta de 458 d.C.) que descobriram o número zero, e que as posições numéricas não fazem sentido para a sua contemporaneidade com a ausência dele - interessante para ela, que sempre usou o zero em suas resoluções anteriores sem o mencionar. Neste local, os problemas que tinha de resolver voltam-se para a resolução de divisões e frações principalmente, assim como os que envolvem a multiplicação e remetem ao conceito de infinito. Os conteúdos referentes a aprofundar/consolidar no 3º ano no documento Direitos de Aprendizagem (2012) estão presentes.

Busca-se conquistar o dodecaedro, ligado ao Universo.

7. Por fim, adentrando a última etapa de sua busca de peças, Isa chega ao povo árabe, quando descobre a formação do sistema hindu-arábico, a junção dos conhecimentos da construção numérica da Índia e da Arábia. Neste patamar, problemas que possam estar presentes no contexto de Marrocos são abordados, de acordo com os Descritores da Prova Brasil, em nível de dificuldade um pouco menos abrangente do que no 5º ano, mas já preparando os alunos para a próxima fase.

O mercado árabe é bastante explorado. Agora é hora de fundir os cristais (prêmio da fase) em um cristal do tempo, assim como aprofundar todo o conhecimento dos Direitos de Aprendizagem (2012) com base nos Descritores da Prova Brasil para as próximas duas etapas (4º e 5º anos).

Busca-se como conquista que os cristais do tempo se fundam em um único cristal: o cristal do tempo, que com domínio dos elementos da natureza permite que se viaje no tempo da maneira que se quiser.

8. Estando com os poliedros na mão, Isa é tele transportada automaticamente para a Grécia, terra em que, além dos conhecimentos citados, a Geometria e Astronomia fizeram parte do pensamento matemático e foram consideradas partes elementares da Matemática, assim como a Música. Os Descritores presentes na Prova Brasil (2015) são abordados nesta fase, mas como são questões que permitem ajuda, não se pode apresentar ainda um *score* para o professor sobre o desempenho do aluno sozinho neste momento, daí a necessidade da última etapa: o Enigma de Zeus no Parthenon. Durante o questionário de Zeus o drone não acompanha Isa como nas outras fases, é um desafio que ela tem que fazer sozinha – não há dicas.

Busca-se atingir um score superior a 60 (de 100), que permite o encontro de Isa com sua nave e a partida: Um conjunto de questões desafiadoras envolvendo todos os conceitos abordados é sugerido como última etapa, e, ao ser concluída com êxito, (com *score* superior a 60% das 28 perguntas, por motivos já descritos), Isa aparece novamente dentro da nave já consertada e, com os cristais em seus lugares, retoma sua viagem espacial, retornando para a época em que partiu para a viagem, ao seu presente, a fim de reprogramar a viagem e elaborar o mais precisamente possível as coordenadas de viagem ao tempo e espaço em que sua mãe partira.

No entanto, ao retornar para apenas alguns dias após sua partida, sua mãe está de volta para sua surpresa.

Ambas com idade próxima, acabando de retornar do espaço, em um reencontro feliz com Noryb, com o quadro de Mark presente, em homenagem a quem lhes ajudara no início da saga e não mais presente no laboratório, felicitam-se pelo retorno das duas, sãs e salvas, através dos tempos e espaços.

Quando se encontram, sabendo da possibilidade de dominarem o tempo e o espaço e conhecerem cada vez mais coisas para que a ciência pudesse evoluir, concluem a fase, apontando para o espaço com um mapa da Via Láctea diante de si e de Noryb.

O jogo termina com abertura para que as personagens reiniciem uma nova saga, agora juntas. Quando as duas retornam, Noryb se dispõe a continuar orientando-as em novas viagens.

c) **Eventos anteriores**

À luz das ideias de dobradura do tempo e viagem à velocidade da luz, a personagem Iv Kogoca, uma cientista arrojada, jovem e à frente de seu tempo quanto à crença de ser possível conhecer de perto as estrelas, em parceria com seu amigo também cientista Mark e com apoio de Noryb, constrói um foguete capaz de transportar um ser humano até as estrelas do cinturão de Orion.

Por ausência de voluntários, ela própria se aventura a buscar resultados do uso do experimento do trio e adentra na nave, partindo para as estrelas e deixando sob os cuidados do amigo Mark e da auxiliar Noryb sua pequena Isa, de quatro anos na época.

Como o tempo e o espaço não são os mesmos de acordo com a Teoria de Einstein, após 3 anos de sua partida, para a cientista, sempre em contato com a Terra até então, o sinal se perde e, em seu retorno, por problemas passageiros no foguete, fica presa ao redor de um buraco negro no centro da galáxia. Neste período, Isa, já com 25 anos, crescida e formada em Física e Astronomia, resolve partir em busca da mãe.

Entretanto, o desespero da possibilidade de haver perdido a mãe sem lembrar-se de como era seu abraço ao menos, fez com que não considerasse a possibilidade de um colapso no buraco de minhoca, que poderia se desfazer e ligar-se a outro lugar que não fosse o seu desejo: chegar até o cinturão de Órion e tentar encontrar sua mãe. Com uma mudança de destino do buraco de minhoca, Isa perde-se de sua nave pelo trajeto, em meio a uma pane na nave, voltando a nave e ela para locais diferentes da História.

Apenas o drone encontra os portais para que Isa encontre sua nave por meio de um sinal que seu sensor consegue captar da nave e os cristais necessários para religá-la.

Com ela, segue seu drone, querido, como um animal de estimação e muito inteligente, com sua inteligência artificial, apoiando-a nas decisões que deveriam ser tomadas, a fim de reconstruir a máquina e retornar ao seu destino inicial.

Seu cinto serve de suporte para seus cristais e possui uma esfera que, quando necessário, podia ser acionada para se compor em uma mochila, com alguns apetrechos que poderiam ser necessários durante sua viagem.

5.1.5 Conflitos e soluções

Os conflitos são as situações-problema que precisam ser resolvidas pela personagem, e as soluções, a alternativa que precisa ser dada pelo aluno a partir de suas escolhas.

5.1.6 Inteligência artificial

A inteligência artificial pode projetar comportamentos inteligentes do computador em relação ao jogador, como a análise das respostas certa ou não dada como devolutiva à criança que joga.

5.1.7 Fluxo do *game*

As questões em cada etapa serão apresentadas aos alunos e, ao acertarem, Isa comemora e permite avanço para a próxima questão.

No caso de a criança não acertar e partindo-se da concepção de erro já comentada, a criança poderá pedir ajuda para conseguir responder à questão, mas não lhe será determinado apenas como erro.

Ao pedir ajuda, inicialmente, o Drone irá apresentar uma dica de forma didática e explicativa, ressaltando os conceitos matemáticos abordados para a pergunta, retornando para a mesma. No caso de a criança não acertar novamente, o drone reaparece, forçando um *loop* em que, para a criança sair, precisará acertar a questão e pode facilitar ao professor perceber em que ponto está a dificuldade do aluno.

Esta ordem de eventos é recorrente até o momento em que a criança conseguir acertar todas as questões para conquistar seu objetivo.

Em cada fase, o objetivo (encontrar o prêmio) deve ser alcançado.

As questões não serão sempre apresentadas na mesma ordem. Um banco de questões de cada fase é criado no jogo, a fim de serem apresentadas de modo aleatório (randômico) aos alunos.

Vale lembrar que uma fase de cada vez será liberada a partir de pré-fase, por meio de um menu de lugares diferentes na história. Como os níveis de dificuldade são maiores a cada etapa, a etapa que exigir maior conhecimento deverá ser indicada pelo professor apenas após todas as questões de a etapa subsequente serem acertadas pelo jogador.

5.1.8 Controles

Todo o jogo será manuseado pelo mouse. Quando a resposta selecionada não for a adequada e a ajuda solicitada, uma explicação aparecerá no conteúdo, a fim de auxiliar no desenvolvimento do pensamento do aluno.

Em níveis iniciais, as explicações não são textos apenas; elas são acompanhadas pela voz da pesquisadora que gravou as dicas do drone, já que o jogo pode ser utilizado com alunos menores, que nem sempre já dominam o sistema de escrita com autonomia.

Em fases posteriores ao período de alfabetização, a partir da segunda etapa voltada ao terceiro ano (ano em que as crianças, *a priori*, conseguem ler), não há mais sons de voz gravados – a leitura precisará ser exercitada, bem como a interpretação das mensagens lidas pelos alunos.

5.1.9 Algumas considerações sobre o *game* ser construído neste perfil

Seguindo a lógica proposta do jogo, acredita-se que a problematização necessária para a compreensão da Matemática enquanto fruto da ação humana seja, ainda que não profundamente, tratada a contento como ferramenta para que o professor desenvolva outras atividades que complementem o jogo e que permitam que ele seja complemento do currículo. Acredita-se que o jogo seja composto por situações problematizadoras na perspectiva de Somole, Diniz e Cândido (2007, p.15):

(...) as problematizações devem ter como objetivo alcançar algum conteúdo e um conteúdo deve ser aprendido, porque contém em si questões que merecem ser respondidas. No entanto, é preciso esclarecer que nossa compreensão do termo conteúdo inclui, além dos conceitos e fatos específicos, as habilidades necessárias para garantir a formação do indivíduo independente, confiante em seu saber, capaz de entender e usar os procedimentos ou as regras características de cada área do conhecimento (...).

Embora o jogo possa ser utilizado para a apropriação de conceitos ao longo do Ensino Fundamental I, para testar se é possível a sua utilização desde os primeiros anos, um teste-piloto foi destinado ao 2º ano, contando com 21 alunos presentes, no corrente ano de 2017.

As crianças se surpreenderam com as imagens, embora simples, próxima ao contexto deles – principalmente quando dito que os desenhos foram feitos à mão e que foram todos pintados conforme os desenhos que eles mesmos fazem.

O material apresentado foi apenas referente à Pré Fase e à Fase I, a que conseguiram responder com certa facilidade.

As questões que tiveram maior dúvida são referentes aos princípios de multiplicação e divisão – de onde se deduz que são conceitos trabalhados após apropriação de outros; a ideia sobre o que é dividir, ou multiplicar precisará ser retomada no ensino, mais profundamente, embora o conceito de metade, ou de duas vezes o mesmo valor (dobro – não reconheceram este termo), consigam fazer.

Quanto às formas geométricas, outro ponto que chamou a atenção, é que as crianças têm um pouco de dificuldade em identificar formas sólidas. Embora o contexto do aluno seja tridimensional e que a planificação não seja tão comum, pois é determinada pelo arranjo de polígonos de lados comuns, que podem retornar à forma tridimensional se dobrados, nota-se que é recorrente, na rede, apresentar os nomes das figuras planificadas. Neste momento, é outro ponto que pode ser explorado. Por exemplo, durante o jogo, a professora pode apresentar representações dos sólidos geométricos em madeira, acrílico etc.

O valor posicional também causou algumas dúvidas. Reconhecem que mais de dois algarismos em um número são mais que unidades (embora não reconheçam que mais de 1 dezena possam totalizar, também, unidades; em 12, por exemplo, reconhecem 1 dezena e 2 unidades, mas 12 unidades ou 1 dúzia poucos sabem). Muitas crianças acabaram por responder errado à questão, mas, com a ajuda do drone, conseguiram guiar-se para a resposta certa. Não houve impactos maiores do que o esperado por não conseguirem acertar a questão do jogo, pois crianças gostam, normalmente, de se manifestar quando o colega não consegue acertar, mas compreenderam – pela intervenção da professora – que se pode ensinar o colega para que ele não precise mais de ajuda. Deste momento em diante, quando um aluno sugeria determinada resposta, esta era escolhida pela professora, ainda que inadequada. Assim, pôde-se explorar as dicas explicativas trazidas pelo drone Fahg para pensar a questão de outro ângulo. Alguns alunos disseram que se não sabiam, que podiam ter perguntado que eles mesmos ajudavam, não sendo necessariamente preciso obter a ajuda do próprio jogo.

O interessante neste ponto é que alguns alunos se aproximaram mais para discutir os assuntos, o que leva a ideia de que jogos eletrônicos, dependendo da didática adotada para se trabalhar com a ferramenta, podem, antes de individualizar e afastar, promover a unidade do grupo de alunos. Mesmo na leitura, posto que o protótipo estava como as demais fases, sem o áudio gravado, os que sabiam ler com maior fluência leram para que todos pudessem compartilhar da resolução do problema matemático.

A classe está preparada para iniciar os trabalhos com conteúdo próprio do 2º ano e avançar, conforme os Direitos de Aprendizagem (2012), haja vista o diagnóstico conseguido por meio das etapas do jogo aplicadas.

A aceitação foi boa, e as discussões grupais ainda melhores, auxiliando o professor a perceber em que pontos os alunos ainda apresentam dificuldade para serem retomadas.

Em estudos futuros, é possível mensurar, a longo prazo (cinco anos possivelmente após a inserção do jogo como possibilidade de trabalho no ensino fundamental todo, frente a novas pesquisas), os resultados reais que o jogo pode trazer, já que, em dois anos, não seria possível

desenvolver esta pesquisa, aplicá-la e analisar possíveis resultados, dificuldades de implantação (se houver) e tecer as considerações necessárias. No entanto, uma vez que a pesquisa presente aponta para a possibilidade iminente de uso dessa ferramenta na busca de melhorar a qualidade de ensino e amplia oportunidades de aprendizagem, é válida a ação.

5.2 Questões e Contextualizações

Neste momento, serão descritas as questões das etapas do jogo e tecidas as considerações necessárias para que os professores melhor utilizem a ferramenta e tenham consciência de cada elemento do jogo.

Também serve este passo-a-passo como descrição dos elementos e das funções de cada um para o programador, que, por meio das imagens fornecidas, do elemento sonoro e das descrições que seguem, o jogo possa ser programado a contento.

Notas sobre o jogo: Algumas das indicações contidas nos Direitos de Aprendizagem (2012) que remetem a conhecimento através de expressão corporal não serão apresentadas no jogo em função do caráter da habilidade a ser explorada pelo professor; Para melhor contextualização dos alunos sobre a utilização matemática, embora em muitos momentos remetam à descoberta dos conteúdos, em algumas situações a relação do passado e do presente será feita, posto que algumas culturas são bastante diferentes da dos costumes adotados na região do desenvolvimento da pesquisa.

Vale ressaltar que não se pretende esgotar a fase toda em uma única aula, especialmente quando as fases forem aplicadas a anos menores (às quais são indicadas como possíveis). Os professores podem retomar o conteúdo, trabalhar o assunto de diversas maneiras e, então, voltar ao jogo conforme acreditar ser a melhor conduta para o aprendizado diante da potencialidade e realidade cognitiva manifestada pelos alunos no decorrer das aulas.

Outro ponto interessante de enfatizar é que, mesmo buscando contextualizar o pensamento da personagem há situações voltadas para as épocas destacadas no jogo como parte da história humana. Não foi possível fazer com que cada questão estivesse em sequência da próxima, posto que estarão em um banco de questões, de onde aparecerão para os alunos de modo randômico. Todas devem aparecer, mas cada vez que o aluno entrar no jogo, a ordem das questões não serão as mesmas, contribuindo para que o aluno não decore a sequência das respostas, mas, sim, precise se atentar ao conteúdo das questões.

Para a criança/jogador, uma imagem inicial de contextualização é posta com a devida descrição do enredo, e a saga se inicia ao clicar no botão avançar. Possíveis imagens:

- * Fundo laboratório – Isa pequena, Iv Kogoca, Mark e Noryb (despedida)
- * Fundo via láctea – Iv saindo na nave
- * Fundo laboratório – Mark e Noryb preocupados com Isa por perto
- * Fundo buraco negro – Nave de Iv
- * Fundo laboratório – Isa grande, astronauta, saindo para viagem com Mark e Noryb
- * Fundo via láctea – Nave de Isa
- * Fundo – buraco de minhoca em colapso

5.2.1 Pré Fase

Esta fase se passa no contexto da pré-história. O objetivo da personagem é responder as questões para, assim, liberar o mapa por onde deverá passar para conseguir os cristais.

Figura 22 – Isa Kogoca na pré-história



Fonte: autoria própria

Contextualização histórica:

No final da pré-história¹⁷ Isa se depara com algumas realidades próprias deste período histórico, o maior da história da humanidade, contudo, não de modo linear as situações postas tratam das descobertas humanas de todo o período (dividido em três Idades: Paleolítico, Neolítico e Idade dos Metais).

A princípio o homem não sabia fazer suas casas, tinha pouca linguagem, as mulheres faziam atividades mais próximas de abrigos e os homens saíam para caças. Neste momento o homem já se alimentava de carne e não apenas de frutos e plantas, mas ao mesmo tempo que

¹⁷ https://www.youtube.com/watch?v=sCBMPug_fe8

era caçador também era caça, precisando se organizar em grupos para ter maiores chances de sobreviverem.

O início do sistema de numeração ocorre neste período, como consta no documentário “A história do número 1¹⁸”, em que marcações em ossos foram as primeiras manifestações de compreensão de registro biunívoco.

Quando percebe onde está, aciona o drone Fagh que lhe diz ser necessário caminhar por dois dias e uma noite para chegar até o portal que os levariam para onde seu sensor informava estar a orientação sobre como conseguir voltar para casa, podendo continuar sua busca por Kogoca, sua mãe.

Para isso, ela passou este tempo participando de algumas situações da vida do homem na pré-história, em seus diversos períodos didaticamente divididos, e, para tanto, precisando resolver problemas e superar obstáculos.

Motivo do Fundo Utilizado

Figura 23 - Fundo Pré-Fase: Stonehenge



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/stonehenge-inglaterra-antigos-pedra-1053030/>. Acesso em: 01/03. 2017.

Stonehenge¹⁹ é um dos monumentos mais intrigantes já construídos pelo homem, datado de aproximadamente 4.500 anos atrás. Teoricamente, através do documentário apresentado pelo

¹⁸ <https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ>

¹⁹ O monumento Stonehenge, segundo Hooney (2012, p.73) é “um vasto conjunto de círculos concêntricos de rocha e buracos que talvez se destinava a conter colunas ou outras rochas próximo de Salisbury em Wiltshire, Inglaterra. Os restos do monumento, construído em três fases durante um período de aproximadamente 1.000 anos entre 3.000 e 2000 a.C., consiste em enormes rochas de apoio, algumas delas com vergas de rocha por cima. O

NatGeto²⁰, é possível que no período neolítico o homem já tivesse organização social em torno de inspiração religiosa. Neste período histórico o homem já dominava o fogo, e, logo após a Era do Gelo do planeta, dominaram agricultura e o fogo, construíam suas moradias e, pela hipótese apresentada no documentário, preocupavam-se com seus vivos, mortos e ciclos de vida.

Vale lembrar que ao tratar da pré-história não apenas os homens das cavernas devem ser relacionados (Idade da Pedra ou Paleolítico), mas o domínio da natureza e início das organizações sociais, cada vez mais complexas e contando com divisão de tarefas entre os membros.

O domínio dos metais, as primeiras tribos, as primeiras obras de engenharia surgiram neste período histórico (que é assim denominado em função dos homens, até então, não terem domínio da linguagem escrita, apenas imagética, no entanto, há-se que ter o cuidado ao definir deste modo simplista já que alguns grupos, ainda hoje, não se utilizam de língua escrita e convivem na contemporaneidade com o homem pós-moderno).

Interessante para suscitar questionamentos futuros, apresentar o Stonehenge é uma forma de contradição entre a ideia que se tem de pré-história e grandes monumentos arquitetônicos que surgiram neste período.

O conhecimento teórico, além de se basear no reconhecimento imagético, segue a premissa de tornar familiar aos indivíduos pelo contato contínuo com o saber a naturalização e a possibilidade de teorizar sobre o mesmo utilizando a abstração do que conhece.

Este princípio será utilizado em diversos objetos de imagem escolhidos no decorrer do jogo.

Questões do jogo (Quiz)

As questões elaboradas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Introduzidos/Aprofundados no 1º Ano do Ensino Fundamental. Se o conteúdo pode ser aprofundado em situações possíveis, logo, o primeiro contato pode ter acontecido na 2ª Etapa da Educação Infantil.

conjunto mostra uma habilidade para trabalhar com círculos no espaço, e as vergas de rocha curvas demonstram um entendimento dos arcos de um círculo – quando tudo estava montado, as vergas de rocha teriam formado um verdadeiro círculo, não uma série de rochas retas. As únicas ferramentas disponíveis para os construtores eram picaretas feitas com cornos de veados e machados de pedra, embora fossem capazes de calcular e medir partes de um círculo e distâncias. O eixo nordeste se alinha com a posição do sol nascente no solstício de verão, sugerindo que foi desenvolvida alguma forma de calendário.

20 <https://www.youtube.com/watch?v=Nlumpnjg2gw>

Sendo possível aplicar logo no início do 1º Ano, esta etapa do jogo serve, também, como diagnóstico ao professor.

A fim de haver sentido para os alunos, as questões serão envoltas por imagem neste momento, mas sem uma sequência obrigatória de contexto. Isto justifica-se pelo fato de que as questões estarão armazenadas em um banco de questões, randômicas, o que não permite uma história estática, mas dificulta apenas a memorização de respostas do aluno (favorecendo o aprendizado, já que apenas após acertar todas as questões a próxima fase será liberada).

Em seguida, organizadas aqui por eixos, são apresentadas as questões, o contexto em que elas são formuladas no jogo e as dicas caso o aluno selecione a opção incorreta.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1. Ao cair da nave, Isa percebe que perdeu não apenas sua nave, mas também seus sapatos. Gostaria de proteger seus pés. Pensou em fazer algo com folhas. Olhando para seus pés, qual folha seria melhor? (Grande, Média, **Pequena**)

Dica: O tamanho dos sapatos precisa ser parecido com o tamanho dos pés; Pés pequenos, sapatos pequenos; Pés grandes, sapatos grandes.

2 Isa está surpresa com tudo o que aconteceu em sua viagem e precisa descobrir em que época está. Observando a imagem: mulheres perto de cavernas, homens, animais e plantas próximos... qual momento histórico é esse? (Idade Antiga, **Idade da Pedra Lascada**, Idade Moderna)

DICA: Na Idade da Pedra Lascada os homens viviam em cavernas. Na Idade Antiga, os povos já organizavam civilizações, e na Idade Moderna, muitas invenções surgiram para auxiliar a vida do homem.

3 Isa cochilou um pouco. Sonhou que estava na trilha da floresta e encontrava uma passagem dimensional pela qual teria que passar. Sabendo que o portal precisava ser arredondado, qual a melhor escolha? (**Primeira**, Segunda, Terceira)

Dica: Uma passagem arredondada não tem lados, faces ou cantos.

4 Anoitecendo.... Logo ficará escuro e Isa precisará de um abrigo... se chovesse, seu drone não poderia se molhar! Para qual lado ela deveria seguir para chegar ao local mais adequado? (Em frente, À esquerda, **À direita**)

Dica: A escolha de um caminho refere-se a seguir em frente, pela direita ou para a esquerda. No caso, o melhor caminho é aquele que leva ao melhor abrigo que poderia ter no momento, em que ela e Fahg pudessem entrar, se esconder de perigos e descansar.

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

5 Isa resolveu levar consigo alguns objetos da pré-história como recordação. Viu algumas pedrinhas no local, mas achou interessante que algumas pareciam recortadas com ferramentas modernas, pois tinham faces planas. Isa separou as que tinham forma cúbica para levar. Observando a imagem, quantas pedrinhas levou? (Cinco pedras, **Sete pedras**, Nove pedras)

Dica: As pedrinhas que Isa levou são apenas as que tem formato quadrado em suas faces, as que não tem essa forma não farão parte da coleção, por isso não devem ser contadas.

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

6 Em outro desenho Isa viu um registro sobre alimentação dos homens através dos tempos. Primeiro eles comiam apenas frutas, depois passaram a comer restos de caça (carne crua), e por fim começaram a preparar seus alimentos. Qual imagem mostra a ordem correta? (**Frutas, carne crua, alimento preparado**; Carne crua, frutas, alimento preparado; Alimento preparado, carne crua, frutas)

Dica: A imagem que mostra os fatos na ordem de tempo certa é a que apresenta, da esquerda para a direita, o que o homem fez antes, depois e por último.

7 No mundo pré-histórico a linguagem falada não era como a nossa e a escrita não existia. Para entender como as coisas funcionavam, Isa ficou de frente a uma rocha. Olhando para o desenho, o que aconteceu primeiro? (O homem flechou o animal, O homem cozinhou o animal, **O homem cercou o animal com seus amigos**)

DICA: Pensando que o homem precisava caçar, o que acontece primeiro é localizar a caça, tentar se aproximar para depois matar e poder comer.

8 O que fez com que o homem começasse a dominar o mundo foi a façanha de ter domínio do fogo. Como o homem podia levar o fogo em suas caçadas sem se queimar? (Fogueira, **Tocha**, Árvore em chamas)

Dica: Para carregar o fogo, o homem primitivo não podia utilizar nada fixo no lugar, nem nenhuma ferramenta maior que ele mesmo ou muito pesada.

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

9 Isa e um novo colega caçaram aves juntos. Ela conseguiu abater dois pássaros e ele abateu três pássaros. Para registrar em desenhos, qual seria o registro correto? (Imagem 1, **Imagem 2**, Imagem 3)

Dica: O registro mais correto para o período pré-histórico é o desenho que conta o que aconteceu. As imagens eram diferentes para os homens e mulheres, e as quantias de caça deveriam ser desenhadas ao lado de quem as caçou.

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

10 Isa observa três arbustos floridos à sua frente. Quais tem mais flores? (Arbusto 1, Arbusto 2, **Arbusto 3**)

Dica: Para saber qual arbusto tem mais flores as quantias de cada um devem ser comparadas com os demais. Para cada duas plantas você pode cobrir uma flor de cada arbusto, e o que sobrar flores descobertas, terá mais.

11 Olhando para o lado Isa percebe que há restos de uma caçada por perto, e um osso lhe chama a atenção. Nele tem algumas marcas que, quando contadas, equivalem a que número em nossa linguagem escrita? (**10 marcas**, 12 marcas, 20 marcas)

Dica: Cada marca do osso vale um. Contando quantas marcas tem no osso, sabe-se qual a quantidade que fora marcada nele. Quantas marcas tem no osso?

12 Isa nota uma agitação entre as plantas e vê um grupo de homens está caçando. Dez alces correm em frente dos homens, três fugiram de encontro a Isa. Cada pessoa daria conta de se defender de um alce apenas, quantos homens precisariam estar com Isa para que pudessem se defender dos três alces que fugiram? (3 pessoas, 10 pessoas, 2 pessoas)

Dica: Para responder a esta pergunta você precisa pensar em uma pessoa para cada alce; Isa é uma pessoa, quantas pessoas a mais precisariam estar por perto para que Isa pudesse se defender dos três alces?

13 Depois de entrar em um abrigo para passar mais uma noite na pré-história, Isa está cansada. Ela precisa de uma pedra grande e de uma pequena para usar como colchão e travesseiro. Se seu drone precisar da metade de suas pedras para repousar, quantas pedras serão necessárias ao todo? (4 pedras, **3 pedras**, 2 pedras)

Dica: A metade de uma quantia é o mesmo que dividir esta quantia em duas partes. Isa precisa de duas pedras, e a metade é uma pedra. Logo, quantas pedras serão necessárias para que os dois possam repousar?

14 Quando Isa passar pelo portal terá dormido duas noites na pré-história. Se ela dormir oito horas em cada noite, quantas horas terá dormido nesta época? (10 horas, 8 horas, **16 horas**)

Dica: Em uma noite Isa dormiu oito horas, na outra, também dormiu oito horas. Se somarmos as horas de sono das duas noites, quantas horas Isa terá dormido?

15 A pedra lascada era muito importante no começo da história humana. Bater duas pedras até quebrar as duas ao meio permite que Isa consiga quantas lascas de pedra? (**4 lascas**, 3 lascas, 2 lascas)

Dica: Cada pedra quebrada ao meio faz existir duas pedras menores e lascadas. Se uma pedra se parte em duas menores, e a outra também se partir em duas menores, quantas pedras teremos no total?

16 Isa está muito curiosa e vai observar uma pessoa pescando perto de um rio. Isa nota que ao lado do pescador estão sete peixes. Isa gosta muito de dezenas e pensou... “De mais quantos peixes ele precisa para completar dez peixes? (**3 peixes**, 7 peixes, 10 peixes)

Dica: Uma dezena vale dez unidades. Se o pescador tem sete peixes, que é uma quantia menor que dez, quantos peixes a mais ele precisa pescar para conseguir ter os dez?

17 Depois de uma noite de sono, Isa percebe que alguém estava preparando alimentos ali perto. Já na pré-história, com o domínio do fogo, o homem começa a preparar seus alimentos. Ela vê que ele está cozinhando três pedaços de carne; depois, pondo as mãos no bolso, encontra 5 biscoitos. Quantos biscoitos a mais ela tem a relação aos pedaços de carne? (5 biscoitos, **2 biscoitos**, 3 biscoitos)

Dica: Para fazer comparação de quantidades é preciso fazer relação entre objetos de um e de outro conjunto. No caso, a diferença entre as quantidades dos pedaços de carne e de biscoitos permitem saber quantos biscoitos tem a mais.

18 O homem que estava preparando seu alimento não tinha muita prática com o fogo e deixou cair uma fagulha sobre um arbusto, que o incendiou. Ele ficou com medo e fugiu. Isa olha ao seu redor, qual objeto seria mais útil para ela trazer água do rio e apagar o fogo mais rápido? (Metade de um coco, **Cabaça média**, Tronco oco)

Dica: Os recipientes precisam ser carregados por Isa, portanto, não podem ser muito grandes, de modo que ela não possa carregar. Se o recipiente for muito pequeno, pode não caber água suficiente para apagar o fogo.

19 Isa está caminhando o dia inteiro e encontra algumas árvores com frutas. Contando as frutas de cada árvore, percebe que em uma existem três frutas maduras. Na outra, existem duas vezes a quantia de frutas maduras que a primeira. Quantas frutas maduras tem a segunda árvore? (Nove frutas, Três Frutas, **Seis frutas**)

Dica: Contar duas vezes a mesma quantia é o mesmo que contar uma vez todas as frutas e continuar a contagem, acrescentando um a cada fruta que se contar novamente, até passar por todas elas. Outra maneira, é somar a quantidade da primeira árvore duas vezes.

20 Já no fim do dia Isa chega frente a um precipício que a impedia de continuar. Para atravessar precisaria de uma ponte. Em sua mochila tinha uma placa de aço que podia ser ativada de diferentes tamanhos. Para atravessar uma distância de 12 passos largos seus, aproximadamente, 12 metros, ela terá que ativar sua placa para quantos metros de comprimento no mínimo a fim de atravessar o precipício? (10 metros, **20 metros**, 30 metros)

Dica: Cada passo de uma pessoa mede em média um metro. Se Isa precisa de uma ponte com comprimento maior que doze passos, ela precisará de ativar a placa para este tamanho. Lembre-se que toda ponte tem um ponto de apoio de cada lado do precipício, pois se fosse do mesmo tamanho cairia.

21 Tempo depois Isa encontra uma das primeiras tribos de seres humanos, um dos primeiros grupos que constroem suas casas com barro, pedras e folhas. Quando olha para a segunda casa, mais próxima de si, qual tipo de pedra mais se aproxima das que foram usadas? (**Retangular**, Pontaguda, Arredondada)

Dica: As pedras utilizadas para a construção são as que mais se parecem com as pedras que estão na parede da casa indicada.

Com todas as questões respondidas corretamente, Isa vê o portal por onde precisa passar, igual ao do seu sonho. Isa conquista a indicação de sua missão para fazer sua máquina funcionar. Neste ponto recebe a mensagem: *Para colocar a máquina para funcionar e viajar no tempo você precisa ter a natureza a seu favor: Fogo, Terra, Água e Ar, assim o Universo será seu. Busque por eles, você está no caminho certo e pronto para seguir em busca do fogo!!*

Libera-se o menu com os locais que terá que percorrer.

5.2.2 Fase 1 Suméria

Figura 24 – Isa Kogoca na Suméria



Fonte: autoria própria

Esta fase se passa no contexto da Suméria. O objetivo da personagem é encontrar o Tetraedro, poliedro associado ao elemento fogo.

Contextualização Histórica

Os sumérios foram um povo que viveu no sul da Mesopotâmia, atualmente região do sul do Iraque e arredores. Os Sumérios são a civilização mais antiga de que se tem conhecimento, e utilizavam-se das cheias do rio Tigre e Eufrates para estabelecer áreas de cultivo, dando origem a diversas cidades.

De acordo com Sousa (2017, p.1), já com organização avançada para a época, desenvolveram a escrita cuneiforme (feita em placas de argila com cunhas, e que levadas ao forno permitia que as informações permanecessem registradas).

Desenvolveram um sistema de numeração baseada em unidades, inicialmente, representados por cones de argila (documentário sobre a história do número 1²¹) onde cada uma representava uma unidade. Esse foi o começo das relações entre as quantidades, iniciando os processos de operações.

No entanto, fazer uma marcação de um cone em uma tábua de argila era mais útil do que tê-las fisicamente, e através da escrita cuneiforme os primeiros registros matemáticos foram criados.

Na matemática criaram o sistema sexagesimal (base 60), que até o momento é utilizado no caso da divisão do tempo, por exemplo, as horas que são divididas em 60 minutos e os minutos em 60 segundos.

Uma das grandes invenções deste povo, também utilizado para facilitar o transporte de mercadorias, foi a roda.

Os sumérios acabaram por ser conquistados pelo povo acádio, mas sua herança de conhecimento matemático, além de outros aspectos culturais, foram incorporados por este povo, originando a riqueza de saberes do povo babilônico.

Motivo do fundo utilizado

Imagem número - Fundo Fase 1: Suméria Zigurat de Ur



Fonte: Disponível em: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Ziggarat_of_Ur_001.jpg. Acesso em: 01/03. 2017.

O fundo utilizado para esta fase é o Zigurat da cidade de Ur. Segundo o *site* museu de imagens. De acordo com os documentários sobre a história da Suméria publicados no canal de Hiswender (2011), em 2 partes, as pessoas começaram a ser sedentárias, utilizando relações

²¹ <https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ>

comerciais, agricultura, permitindo que tivessem mais tempo para se dedicar à religião, já que não precisavam caminhar em busca de abrigo e comida.

Grandes templos foram construídos, e um deles fora o Zigurate da cidade de Ur.

Um zigurate (subir ao céu) era composto de grande escadaria, seu interior se destinava a moradia dos deuses.

Desta e das demais etapas do jogo os feitos arquitetônicos foram colocados como mérito dos homens, subsidiados pelo conhecimento matemático

Isa chegou na Suméria, este que é o povo mais antigo de que se tem conhecimento enquanto civilização. Ela precisa conhecer as primeiras formas de estrutura da sociedade, muitas que continuam existindo até hoje.

Isa aparece caracterizada com as roupas da deusa Ninlil.

Questões:

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Introduzidos no 1º Ano do Ensino Fundamental. Deste modo, dando sequência a gradativa dificuldade da primeira para a segunda fase, os conteúdos presentes serão aprofundados e/ou consolidados apenas no segundo ano.

A presença de imagens e a forma de apresentação das questões segue o mesmo padrão da pré fase.

Nota: Alguns conceitos trabalhados em um eixo estruturante se repetem em outro eixo, logo, pela extensão do jogo em quantidade de questões em relação ao tempo de concentração da criança, o mesmo princípio será sugerido como questionamento em apenas um eixo, como acontecerá em todas as fases daqui por diante, que remetam aos Direitos de Aprendizagem (2012). Apenas nas últimas fases em que se toma por referência os Descritores que embasam a Prova Brasil a organização será de acordo com a indicação do referido indicativo.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1 Caminhando pela cidade, Isa nota que havia um mercado, muito parecido com as feiras livres do Brasil Isa pega uma maçã em sua mão e, indo embora, observa: de longe, ela parecia diferente das outras. Quais as imagens que mais se aproxima da que Isa viu quando estava ainda longe das barracas? (Maçãs grandes, **Maçãs pequenas**, Nenhuma)

Dica: Quando estamos perto de um objeto, ele parece maior do que quando o vemos de longe.

2 Isa, muito curiosa, foi ver bem de perto uma casa suméria. Fahg esteve procurando por ela e a encontrou em uma parte da casa... qual resposta é mais adequada? (Fora, Dentro, **Em cima**)

Dica: Observe com atenção, procure por Isa. Se ela estivesse dentro da casa não poderia ser vista por inteiro porque a parede ficaria na frente dela.

3 As cheias dos rios auxiliavam os sumérios a realizar o plantio, pois em meio a uma terra seca, a água que transbordava do rio molhava a terra, que ficava boa para plantar. Quando a água abaixava, o rio ficava mais parecido com qual imagem? (**Rio estreito**, Rio largo, Rio seco)

Dica: Quando as águas transbordam o rio fica mais largo porque suas margens inundam. Quando as águas abaixam, a margem fica sem água, úmida, mas com espaço menor para as águas correrem. Rios secos são considerados ribeirões, com fios de água correndo apenas, ou nada.

4 Isa vê a roda, utilizada pelo povo sumério para construir as primeiras formas de veículo da humanidade. A qual forma geométrica a roda de madeira se assemelha? (Cubo, **Cilindro**, Cone)

Dica: Um cilindro tem duas bases redondas (circulares) e a lateral também é arredondada, de modo que possa rolar e manter a mesma direção. O cone tem uma base redonda (circular) e uma ponta (vértice), de modo que ao rodar muda de lado. O cubo tem todas as faces quadradas.

5 Ainda pensando na invenção da roda, pode-se dizer que ela é um exemplo de corpo redondo ou de um poliedro (faces planas)? (**Corpo redondo**, Poliedro, Cúbico)

Dica: Os corpos redondos têm superfícies curvas, formas arredondadas, circulares.

6 Observe o espaço de uma plantação do povo sumério. Contornando esta área, que figura geométrica se pode associar ao contorno? (**Quadrado**, Triângulo, Círculo)

Dica: Se o contorno não tiver nenhum ângulo, seu formato é redondo. Se tiver três ângulos (cantos) tem o formato de um triângulo. Se tiver 4 ângulos (cantos), pode ter a forma de um quadrado.

7 Isa estava passeando por uma rua e notou que ela tinha dois lados compridos cheios de casa, mas que não era tão larga. Em sua entrada havia dois pilares retangulares. Qual figura geométrica podemos encontrar um retângulo? (Esfera, Pirâmide, **Paralelepípedo**)

Dica: A projeção de um sólido geométrico é uma de suas faces, uma figura plana, como os retângulos para os paralelepípedos, os círculos para as esferas, os triângulos para as pirâmides. Para saber a forma plana, pode-se colocar a representação de um sólido sobre o papel e contornar com lápis, riscando o papel contornando a parte que está em contato com o papel.

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

8 Observando a frente de uma casa Isa notou algo interessante: o morador tinha feito uma decoração colocando um coqueiro, uma flor e um jarro do lado direito da porta, e do lado esquerdo repetiu a decoração com a mesma ordem. Qual enfeite ficará mais distante da porta? (Flores, **Jarros**, Coqueiros)

Dica: Observe a imagem, um dos objetos de decoração está faltando. O morador colocou as plantas em ordem inversa (espelhada em relação à porta).

9 O cuidado com os animais era prática dos sumérios e eles marcavam o número de animais com marcações na tábuca de argila. Observando a tábuca, qual a quantidade de animais estaria no próximo grupo? (2 (dois), 4 (quatro), **6 (seis)**)

Dica: Cada marca equivale a um animal, e na tábuca de argila os animais foram separados por quantidades. No primeiro existem dois animais, no segundo existem quatro animais. Qual a diferença entre a quantidade dos grupos?

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

10 Isa chega à Suméria e se depara com uma das maiores construções que já viu feita a partir da tecnologia, tão diferente da qual está acostumada: um zigurate. Ela se aproxima e percebe que ele é muito alto, seria possível colocar em torno de 15 pessoas do seu tamanho uma

sobre a outra para alcançar a mesma altura. Isa mede pouco menos de 2 metros de altura, quantos metros deve ter, aproximadamente, o zigurate? (15 metros, **28 metros**, 20 metros)

Dica: Altura em relação ao solo de uma pessoa colocada sobre a outra e a altura da pessoa de cima somada à altura da pessoa de baixo. No caso, se tem várias Isa, cada vez que a imagem dela aparece a altura deverá ser somada uma vez.

11 Isa andava pelo mercado, viu uma túnica com o preço embaixo. Observe as placas de argila com algumas marcas em formato de cunhas. Se cada marca equivalia a 10 reais do nosso dinheiro de hoje, contando as marcações da placa da esquerda, qual era o preço da túnica que Isa viu? (10 reais, 20 reais, 30 reais) (respostas: )

Dica: Ao contar quantas marcas, logo no início da criação dos números, daria para saber qual o valor indicado na “etiqueta” de hoje. Conte quantas marcas tem e você descobre o valor.

12 Os sumérios observavam o céu para saber o período das chuvas, propício para o plantio. Cada vez que a lua cheia aparece no céu, para nós, equivale a um mês. Se eles aguardassem por três luas cheias para a água baixar e poderem plantar, quantos meses duraria a cheia dos rios? (1 mês, 3 semanas, **3 meses**)

Dica: Se cada fase da lua (nova, crescente, cheia e minguante) se repete depois de um mês, o número de repetições da mesma fase da lua é a mesma quantidade de meses.

13 Os sumérios acreditavam que os deuses lhes davam um período grande de claridade para poder desenvolver suas atividades, e um período longo de escuridão, no qual aproveitavam para descansar. A este período de claridade e escuridão juntos, damos um nome, qual? (**Dia**, Noite, Semana)

Dica: A cada vez que observamos o sol nascer contamos o início de um novo dia, que só terminará quando o sol nascer novamente.

14 No tempo dos sumérios o comércio acontecia por troca (escambo) em muitas situações. Hoje, compramos alimentos líquidos e sólidos conforme a quantidade de unidades de medida. Para medir líquido e sólidos usamos quais unidades de medida, respectivamente? (Litro e peso, **Litro e quilo**, Volume e litro)

Dica: Nós padronizamos muitas unidades de medida: de massa em unidades de quilo; de líquidos, em unidades de litro; de tempo, em unidades de segundos; de comprimento em unidades de metro. Na questão, primeiro do está a medida de líquidos e depois com sólido.

15 Já no fim do dia, Isa olhou para o relógio que tinha em sua bolsa, pois nós temos o costume de buscar informações sobre as horas. Olhando a imagem, que horas eram naquele momento? (**Seis horas e trinta minutos**, Três horas e 6 minutos, Seis horas e três minutos)

Dica: Antes dos dois pontos os relógios digitais marcam as horas, e depois deles, os minutos. Uma hora tem sessenta minutos, trinta minutos é a metade de sessenta, então, é meia hora.

16 Isa levou 10 minutos para passar por 5 barracas de roupas, parando e olhando o que eles teciam. Se ainda havia mais cinco barracas para olhar, de quanto tempo Isa ainda precisaria, aproximadamente? (50 minutos, **25 minutos**, 10 minutos)

Dica: Se as pessoas utilizam um tempo para fazer uma atividade, se fosse repeti-la, é possível que utilize o mesmo tempo ou um bem semelhante. Para retomar uma atividade, as vezes leva alguns minutos a mais.

17 Um tecido azul lhe chamou a atenção, era muito bonito. Resolveu trocar o relógio digital que tinha pelo tecido. O comerciante ficou espantado com o objeto, e, muito curioso, aceitou. Disse que daria três partes de tecido pelo relógio. (Hoje conhecemos o metro como unidade de medida de comprimento, então, não seriam três partes, e sim três metros). Qual instrumento mais adequado para medir o tecido? (**Fita métrica**, Termômetro, Balança)

Dica: A quantidade de metros pode ser medida com fitas métricas, a quantidade de litros pode ser medida com recipientes com marcações de volume (ml). A quantidade de quilogramas pode ser medida com uma balança digital.

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

18 Durante o período de colheita uma família suméria conseguiu colher dez quilos de trigo, doze quilos de arroz e oito quilos de cevada. Colocando tudo em sacos apropriados, e considerando que cada quilograma de alimento ocupa aproximadamente o volume de um litro, qual das imagens identificam o conjunto de sacos adequados aos produtos colhidos? (8 l, 1 l, 1 l; 120 l, 100 l, 80 l; **12 l, 10 l, 8 l**)

DICA: Pensemos: Um quilo e um litro são medidas equivalentes. Observe a indicação nos sacos sobre a capacidade de cada um.

19 Isa observou em uma tábua de argila um desenho interessante próximo a uma construção: “Aqui faremos o maior zigurate da Suméria”. Como os zigurates possuíam grandes escadarias, qual escada melhor se adequaria ao zigurate pretendido de acordo com a descrição na placa? (**Escadaria 1**, Escadaria 2, Escadaria 3)

Dica: Quanto maior o número de degraus de uma escada, maior a escada será; Quanto maior a escada, maior a altura que alcançará.

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

20 A primeira forma dos sumérios contarem seus animais era colocar pequenos cones de argila em um potinho, também de argila, que era fechado em seguida. Isa encontrou dois desses potinhos com marcações de duas cunhas em cada um. Contando todos os animais juntos, quantos animais foram contados pelo pecuário em todos os potinhos? (20, **40**, 4)

DICA: A quantidade de potinhos encontrados é igual a quantidade de vezes que deverá se somar o valor de 20 unidades descrito no potinho, já que cada marcação equivale a 10 unidades.

21 Isa abriu dois saquinhos de argila para ver como eram os cones neles guardados. No primeiro saquinho haviam dez marcações e dez cones, mas no segundo saquinho tinha dez marcas mas tinha apenas 9 cones. Ora, então não havia 20 cones nos dois saquinhos.... Quantos cones tinham? (19, **10**, 8)

DICA: No nosso sistema de numeração decimal usamos dez algarismos para representar todos os números, são eles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Na sequência numérica, que número vem depois do nove?

22 Na contagem de ovelhas um pecuário separou 20 cones de argila quando as ovelhas saíram para pastar. Com os animais voltando da pastagem, já separou 10 cones, e ainda falta acomodar a outra metade referente às ovelhas restantes. Quantas vezes ele pode contar até o número dez até contar por todos os animais? (1 vez, **2 vezes**, 4 vezes)

DICA: Contar dez cones indica contar um grupo de dez, ou seja, uma dezena. Temos que juntar grupos de dez até saber quantas vezes chegaremos ao 10 até contar todos os cones.

23 Isa observou dois jarros com água, cada um com capacidade para três litros. Um jarro tinha um litro de água, e o outro estava cheio, com sua capacidade máxima. Quantos litros faltavam para completar o jarro que estava com menos água? (1 litro, **2 litros**, 4 litros)

Dica: Compare. Se o objetivo é chegar em três litros, um litro já se tem, você precisa descobrir quantos faltam.

24 Isa precisa guardar os cones de argila que encontrou espalhados por algum pastor de ovelhas que saiu em busca de um animal perdido. Ela contou e ao todo tinha um montinho de 3 cones, um com 2 cones e outro com 7 cones. Ela precisa agrupar estas pecinhas para ficar com 10 cones em um saquinho e o restante ficar de fora. Quantas pecinhas ficarão de fora do saquinho? (3, 2, 7)

DICA: Fazer a conta da soma de todos os cones e verificar quanto deu é um bom caminho. Se o resultado for maior que 10, subtrai o 10 (que é um saquinho inteiro). O resto é o que sobrou.

Com todas as questões acertadas, Isa conquista a pulseira, e também a liberação de um menu, espécie de mapa, que lhe mostra as regiões que terá que visitar e onde está cada cristal que necessita. Cada região será liberada após a conquista das regiões anteriores através do acerto de todas as questões propostas.

Parabéns! Você já tem domínio do Fogo, vamos buscar a Terra. Siga em frente!

5.2.3 Fase 2 Egito

Figura 26 – Isa Kogoca no Egito



Fonte: autoria própria

Esta fase está ambientada no Egito Antigo, na cultura e interesses egípcios. Isa tem como objetivo acertar as questões para conquistar o Cubo (hexaedro) – poliedro associado ao elemento Terra.

Contextualização histórica

Localizado na região mesopotâmica os egípcios antigos foram um povo que pode ser entendido como berço do conhecimento humano.

A escrita no Egito se desenvolveu em dois tipos de escrita: a demótica (escrita mais simples, utilizada por comerciantes e escribas) e a hieroglífica ou hierática (mais complexa, formada por desenhos e símbolos, utilizadas pelas classes mais nobres do Egito).

O primeiro registro matemático que se tem notícia é egípcio; já não utilizavam placas de argila, e sim o papiro, uma espécie de papel advinda da planta de mesmo nome.

O primeiro documento matemático conhecido é o papiro de Ahmes (às vezes chamado de papiro Rhind), do Egito. Ele foi escrito pelo escriba Ahmes por volta de 1650 a.C., copiando de um texto mais antigo, escrito aproximadamente 200 anos antes, que por si só deveria conter material ainda mais antigo. Trata-se de uma peça de 33cm de altura por 5 metros de comprimento (1 pé por 18 pés). Ele apresenta 84 problemas matemáticos, abrangendo tópicos em aritmética, álgebra, geometria e também pesos e medidas. (ROONEY, 2012,p.76)

De acordo com o documentário feito pelo matemático *Marcus du Santoy*²², entre seus feitos fizeram a padronização da medida a partir do cúbito – utilização do corpo como instrumento de medição (do ombro até a palma da mão do faraó). A partir de pedaços de madeira com esta medida, a geometria se expandiu através do cálculo de áreas de plantio e construções faraônicas, como as esfinges e as famosas Pirâmides (sendo as de Gizé conhecidas como uma das sete maravilhas do mundo antigo).

Ainda conforme consta no documentário, a proporção áurea está presente no trabalho dos arquitetos das pirâmides que estão presentes na natureza, ainda que não tivessem consciência dessa relação. O triângulo pitagórico fora compreendido na prática pelos egípcios, mesmo sem generalização, utilizando números concretos e cordas com nós – o que permitiu a construção das pirâmides e outros monumentos.

O sistema de numeração dos egípcios foi criado a partir de representações simbólicas, e desenvolveu-se o sistema de numeração de base 10 – significativo até os dias atuais. No entanto,

²² www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7181

este sistema simbólico não era posicional, como conta Rooney (2012, p.17), sendo os valores agrupados pela junção dos símbolos utilizados.

Relações de cálculo matemático como tabuadas, relações comerciais e projeções arquitetônicas foram recorrentes em sua história, assim como a religião.

O *Olho de Horus* é um exemplo místico presente no conhecimento egípcio. Hórus, um deus metade homem e metade falcão, batalhou com seu irmão Set, que cortou e espalhou os pedaços do olho de Hórus pelo Egito. Este olho fora reconstituído por outros deuses, mas as frações formadas pelo Olho de Hórus partido sempre com uma parte valendo a metade da outra, estão presentes nos estudos das origens do conhecimento das frações.

Muitas vezes, portanto, o conhecimento voltou-se para a construção de templos de deuses que regiam o mundo, a cálculos de oferendas, ou a relações mais cotidianas, como recolhimento de impostos e contagem de escravos.

No cotidiano os jogos matemáticos também foram difundidos pelo Egito, como a Mancala, que pode ter dado origem ao conhecimento do círculo (espaço em que as pedras do jogo ocupavam). Um estudo superficial da área do círculo surge da contação das pedras em relação ao raio e diâmetro do círculo.

Motivo da imagem de fundo

Figura 27 – Fundo Fase 2: Egito



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/star-c%C3%A9u-noturno-pir%C3%A2mides-esfinge-1096926/>. Acesso em: 01/03. 2017.

Um dos monumentos mais populares construídos pelos egípcios foram as pirâmides e a representação da esfinge (corpo de leão com a cabeça de faraó). Facilmente identificável como território egípcio através destas imagens, a ligação da localização das Pirâmides com a Constelação de Órion pode ser feita pelo professor, assim como o comentário sobre o que se

acreditava da esfinge, que, para eles, era famosa por propor perguntas para as pessoas que adentrassem seu território, e, não sendo respondida adequadamente, era devorada, ou simplesmente morta.

Em função das características de construção e estética das pirâmides, entre outros fatores, é tida como uma das sete maravilhas do mundo antigo.

Quando Isa chega ao Egito, seu encantamento logo acontece. A vida dos egípcios era regida por princípios de crença em deuses, em reconhecimento do faraó como um deus. Assim, Isa se entrega a este encantamento e vai em busca do cristal.

Caracterizada pela Cleópatra, rainha do Egito, Isa descobre diversas situações em que a matemática estava presente para este povo.

Questões (Quiz)

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Introduzidos/Aprofundados no 2º Ano do Ensino Fundamental. Deste modo, dando sequência a gradativa dificuldade da segunda para a terceira fase, os conteúdos presentes serão aprofundados e/ou consolidados apenas no segundo ano.

A presença de imagens e a forma de apresentação das questões segue o mesmo padrão da pré fase, gradativamente diminuindo o suporte imagético quando possível, como nas demais fases daqui por diante.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1 Isa vê muitos escritos egípcios durante sua passagem pelo Egito, e encontra em um de seus escritos, os deuses voltariam para as estrelas após morrerem. As pirâmides de Gizé ficam em qual posição em relação à constelação de Órion segundo a imagem? (À direita, À esquerda, **Embaixo**)

Dica: A partir da apreciação feita da Terra para as estrelas, sempre o cosmo fica acima de nossas cabeças.

2 Isa observou que em sua pulseira o elemento fogo tem o mesmo formato que a pirâmide, um dos principais símbolos do Egito. Que forma geométrica é esta? (**Pirâmide**, Prisma, Triângulo)

Dica: As pirâmides egípcias têm o mesmo nome de uma forma geométrica matemática, com algumas semelhanças e diferenças. Porém, elas sempre serão representações do tipo de sólido geométrico com faces triangulares e base triangular ou quadrada.

3 As pirâmides são poliedros, ou seja, tem faces e ângulos. Qual das imagens abaixo, referente ao Egito, Isa pode notar que não é um poliedro? (**Moeda Antiga**, Pedras de Calçamento, Blocos de Construção)

Dica: Poliedros são formas (sólidos geométricos) com faces planas, formadas por polígonos, e que possui ângulos. Corpos redondos não tem estas características.

4 Isa é muito esperta e presta atenção a alguns detalhes... durante a apreciação das pirâmides lembrou-se de que quando pequena gostava de pegar partes de papel e colar no formato de uma pirâmide. Quais destas planificações abaixo podem formar uma pirâmide? (Planificação 1, **Planificação 2**, Planificação 3)

Dica: Para formar uma pirâmide precisamos ter a quantidade de triângulos iguais à quantidade dos lados do polígono base. No caso de pirâmides de base quadrada precisamos de quatro triângulos, e um quadrado para que, sendo unidos de determinada forma, o quadrado fique como base e a união dos triângulos forme o topo

5 Durante sua caminhada pelas areias do deserto Isa encontrou um oásis e começou a desenhar à sombra de uma palmeira. Em seu desenho fez um quadrilátero no chão para reproduzir a pirâmide que visitara. Olhando o desenho e para tal pirâmide que trouxera uma foto, pode-se dizer que estão proporcionais? (**Sim**, Não, Parcialmente)

DICA: A profundidade dos desenhos faz com que os vejamos maiores ou menores. Ainda que as duas imagens estejam com tamanhos aproximados, o que está mais distante parece menor, por isso as medidas podem ser proporcionais, mas não seriam iguais.

6 Ainda fascinada pelas pirâmides Isa observou os blocos com os quais foram construídos. Um bloco de pedra é semelhante à forma de um sólido geométrico: paralelepípedo. Ele possui uma quantidade de faces... observando a imagem do paralelepípedo, quantas faces ele tem? (Quatro, Duas, **Seis**)

Dica: Não se esqueça de pensar que o lado da imagem que não se pode ver em um desenho em três dimensões está do outro lado, além dos lados de cima e de baixo.

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

7 Em um templo egípcio em homenagem ao deus Amon-Rá, o deus sol, ou deus da criação, muitos egípcios deixavam oferendas. Um deles deixou misturar sua oferenda (grãos) com as de um sacerdote (barras de ouro). Quantas barras de ouro a mais se podia contar que os grãos? (15 (quinze); 5 (cinco); **10 (dez)**)

Dica: As barrinhas de ouro fazem parte de um conjunto diferente dos sacos de grãos. Para cada barra de ouro, um saco de grãos deve ser contado. O que sobrar de ouro, é a quantia que se terá a mais. Como estão misturados, pode haver algumas barrinhas meio escondidas.

8 Isa viu em uma parede o desenho de uma oferta de flores a deusa Isis levada por soldados. Notou que as flores eram entregues na mesma sequência, mas o hieróglifo estava corrompido. Observe o hieróglifo abaixo e diga, qual a próxima flor que estaria desenhada na sequência? (Flor verde, Flor Branca, **Flor alaranjada**)

Dica: Quando se trata de uma sequência que há um padrão de repetição, os objetos sempre se repetem na mesma ordem apresentada anteriormente.

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

9 No Egito, para medir adequadamente o espaço de terra que cabia a cada agricultor quando as águas do Rio Nilo baixavam, foi criado o cúbito (unidade de medida de comprimento que abrange do ombro até a ponta do dedo médio do faraó). Para que todos utilizassem a mesma medida, o cúbito fora reproduzido em pedaços de madeira, e hoje utilizamos um instrumento que tem a mesma finalidade – medir comprimentos. Qual é esse instrumento? (Balança, **Régua**, Termômetro)

Dica: A padronização da medida de comprimento é bem posterior à vida no Egito, porém, o cúbito ser o parâmetro de medida de comprimento das coisas equivale a nós utilizarmos o metro.

10 No processo de mumificação muitos rolos de faixa eram utilizados. Isa, às escondidas, presenciou esta ação. Em cada rolo tinha 6 metros de faixa, e, faltavam dois rolos para serem utilizados inteiros, e metade de outro. Quantos metros ainda podiam ser utilizados? (10 metros, **15 metros**, 20 metros)

DICA: Encontrar a metade é dividir a quantia que se tem em duas partes iguais. Para encontrar o total, a quantidade de uma dessas partes precisa ser somada com a quantidade de metros dos outros rolos inteiros.

11 A o ler o Livro dos Mortos, Isa percebe que no pós-morte as pessoas tinham que oferecer seu coração ao deus Anúbis, e este tinha que ser mais leve que a pluma da justiça da deusa Maat. Caso pesasse mais, a pessoa não viveria eternamente. Essa pode ser a origem de um instrumento de medida de: (**Massa (quilograma)**, Tempo (segundos), Temperatura (graus))

Dica: Temos a balança hoje para a mesma função, e o resultado sempre é dado em quilos (kg).

12 Para os egípcios o escaravelho, o deus Khepri, rolava o sol durante a noite pelo céu a fim de trazê-lo renovado no dia seguinte. Isa estima que para haver mudança de uma lua cheia para outra lua cheia, os egípcios acreditavam que o deus Khepri rolava o sol 30 vezes no céu. Essa quantidade de dias, atualmente, entendemos pelo espaço de tempo de: (Um ano, **Um mês**, Um dia)

DICA: Cada vez que o deus Khepri rolava o sol pelas estrelas e o trazia de volta para iluminar e proteger os egípcios da escuridão se passa um dia. Em nosso calendário, 30 dias é o tempo aproximado de qual período de tempo?

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

13 Os egípcios tinham um sistema de numeração próprio deles, que utilizava símbolos para representar quantidades. A comparação entre o número de escravos pessoais presentes em uma festa do faraó Amenhotep IV e Nefertiti, sua esposa, em um culto ao deus Aton pode ser posta da maneira abaixo. Quem tinha mais escravos presentes? (Amenhotep, **Nefertiti**, Empate)

DICA: Os egípcios utilizavam símbolos que indicavam desde uma unidade até símbolos para 1000 unidades, e para cada valor utilizavam um símbolo diferente. Observe a tabela de valores, depois conte novamente.

14 Isa observou a escrita numérica dos egípcios e notou que o símbolo de um milhão era um escravo ajoelhado. Esse número é bastante alto. Que grupo poderia somar um total tão elevado mais facilmente? (**População**, Templos, Deuses)

Dica: O Egito era politeísta, tinha muitos deuses, por isso tinha muitos templos e sacerdotes. Porém, o trabalho para manter tudo isso era imenso e precisava de muitas mãos humanas que fizessem o trabalho pesado.

15 Quando os homens faziam algo de errado ofereciam sacrifícios de animais a deuses, mas os humanos não eram aceitos. Isa notou que todos os sacrifícios envolviam animais não domesticados (os animais domésticos eram mumificados e enterrados). Hoje, quais animais seriam mumificados no Brasil? (**Gatos e Cachorros**, Ratos e Cachorros, Cachorros e Cobras)

Dica: Animais domésticos são os que convivem com o homem em uma relação de estima, em que o homem deve cuidar do animal. Diferente dos animais selvagens, peçonhentos e que propagam doenças.

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

16 Os egípcios tinham exércitos muito fortes. Isa esteve observando blocos com fileiras de soldados organizados com 10 deles em cada linha de frente. Ela contou e tinha dez soldados em cada fileira. Quantos soldados Isa pode contar em cada bloco? (10 soldados, **100 soldados**, 1000 soldados)

Dica: Dez soldados na linha de frente indicam dez fileiras de soldados. Em cada fileira tinha, também, dez soldados. Agora é só contar, se achar mais fácil, use um papel para desenhar.

17 O pagamento para os escravos era feito em pão e cerveja. Isa estranhou o pão egípcio, que era redondo e fininho, parecendo um disco. Era comum aos últimos escravos chegarem para pegar seu alimento e não haver pães para todos. Assim, era necessário dividir o pão para alimentar a todos. Quanto de pão caberia a cada escravo? (O dobro, O triplo, **A metade**)

Dica: Dez é o dobro de 5, ou seja, existe duas quantias de escravos para uma quantia de pão inteiro. Assim, seria necessário repartir um pão para dois escravos.

18 No palácio de Ramsés o povo egípcio sempre levava oferendas, das quais o ouro era o que o faraó mais gostava de receber. Isa viu a entrega de três pessoas. Observe a ordem das ofertas postas. Qual oferenda agradou mais ao faraó? (**Primeira**, Segunda, Terceira)

Dica: Da esquerda para a direita, o número um equivale a primeiro (1º), o que vem depois, o segundo (2º) e o último o terceiro (3º), seguindo assim por diante.

19 Os egípcios foram o primeiro povo a contar numerais agrupados de dez em dez, o que denominamos de base decimal. Interessante... Isa ficou pensando que esta contribuição foi tão grande que a usamos até hoje. No quadro abaixo vemos o símbolo que vale 10. De quantos símbolos iguais a esse Isa precisaria para escrever o numeral quarenta? (**Quatro**, Dois, Três)

Dica: Usando a operação de adição, se um símbolo vale 10, podemos ir somando 10 até obter a quantidade de quarenta. Quantas vezes somamos 10 para obtermos a quantidade de 40?

20 Observando os símbolos egípcios para os numerais, o conjunto de símbolos abaixo soma 49 unidades. Isa quis registrar embaixo a escrita do nome desse número, como se escreve? (Noventa e quatro, Quatro e nove, **Quarenta e nove**)

Dica: No total de 49 unidades podem ser agrupados conjuntos de 10 e sobram unidades. O algarismo à esquerda representa as dezenas, e o à direita, as unidades.

21 Para Anúbis a pluma da justiça era a medida para comparar o peso dos corações. Isa, conversando com um morador de lá, ouviu uma história que ao colocar o coração na balança não se esperava mais que sete segundos para saber para onde a alma da pessoa iria. A partir do momento que se colocava o coração na balança, como era a contagem regressiva? (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; **7, 6, 5, 4, 3, 2, 1**; 7, 5, 6, 3, 2, 1.)

DICA: Fazer contagem regressiva é contar para trás, ou seja, sempre diminuir uma unidade do valor já dito.

22 Isa soube que os gatos eram animais sagrados para os egípcios, representando o guardião do mundo dos mortos. Assim, também, o número nove, que era a quantidade de dias que durava a caminhada no pós-morte até que a pessoa pudesse saber qual seu destino. Por esse motivo, as pessoas tratavam os gatos muito bem. Hoje, para comprar um quilo de ração para gato, custa em média R\$ 5,00. Isa olhou em seu bolso, tinha R\$ 4,90... se ela tivesse que alimentar um gato no preço de um quilo de ração, o dinheiro daria? (**Não, faltariam 10 centavos**; Não, faltariam 100 centavos; Sim, e sobriam 100 centavos)

DICA: A cada real contamos dez vezes o valor de dez centavos, pois um real é o mesmo que cem centavos.

Concluindo a fase com todas as questões respondidas corretamente Isa conquista seu primeiro cristal, na forma de tetraedro, sólido geométrico, que representa o fogo. Agora está apta para seguir para a Babilônia, fase liberada pela conquista.

“Parabéns, os elementos Fogo e Terra já são seus! Respire fundo, é hora de conquistar o Ar! Vamos lá!”

5.2.4 Fase 3 Babilônia

Figura 28 – Isa Kogoca na Babilônia



Fonte: autoria própria

Nesta etapa a personagem responde a questões referente ao povo babilônico. Seu objetivo é conquistar o Octaedro, poliedro ligado ao elemento Ar.

Os sumérios foram invadidos pelos acádios (babilônios) no século 23 a.C. que adotaram sua cultura, segundo Rooney (2012, p.20), o que justifica muito do conhecimento babilônico se assemelhar ao sumério e, em alguns registros da história da matemática, como os documentários utilizados como referência para este trabalho disponibilizados pela Secretaria de Educação do Paraná, não estar presente a história da matemática dos Sumérios, e sim apenas dos babilônios.

Também localizada na mesopotâmia antiga, os babilônios foram muito importantes para a evolução do pensamento matemático e a utilização de muitos destes saberes até hoje.

Os babilônios, assim como os egípcios estavam preocupados em resolver problemas práticos.

Segundo o documentário do matemático Marcus du Sautoy²³ os babilônios utilizavam a matemática para o comércio, como a comparação de pesos para comercialização de produtos,

²³ www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7181

o que sugere os primeiros pensamentos algébricos que duas quantidades na balança de pratos se equivalem quando a mesma está em equilíbrio.

Utilizavam, assim como os sumérios, a base sexagesimal. Através da utilização dos das juntas dos dedos (ao invés dos dez dedos da mão como os egípcios), conseguiam contar 12 nós em uma mão e 5 dedos da outra, que multiplicados pode-se contar 60. O número 60 tem muitos divisores, o que favorece cálculos matemáticos.

A notação posicional fora reconhecida contribuições dos babilônicos. E a posição de cada número registra quantos grupos de 60 estariam sendo contados.

Observar o céu noturno, os ciclos lunares, era o principal objetivo dos babilônios, que mediam o tempo e formavam o calendário. Os ângulos dos círculos também foram estudados por este povo.

Ainda de acordo com o documentário citado, para contar quantidades astronômicas deixavam, pela posição dos numerais, espaços em branco que acabou sendo marcado com algum símbolo para que se soubesse de sua presença. Mas apenas na China, até então ele era apenas um símbolo para ocupar o espaço vazio.

Equações de segundo grau também foram iniciadas pelos babilônicos através da implantação de métodos de irrigação em grandes áreas de terra, que dependiam, também, do conhecimento das medições dos terrenos. Uma quantidade desconhecida multiplicada por ela mesma resulta em uma área quadrada, por isso esse número, hoje, dizemos que está elevado ao quadrado.

Para exercitar o pensamento em momentos de lazer muitos jogos de tabuleiro faziam parte de seu cotidiano, uma forma de aritmética mental não como trabalho mental, mas maneira para ocupar momentos que poderiam ser tediosos sem ação para executar. O gamão é um exemplo do jogo, que favorecia muito o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e elaboração de estratégias.

Os princípios de multiplicação também foram estudados pelos babilônicos, que são utilizados até os dias atuais: as tabuadas; “Os matemáticos da antiga Babilônia escreviam seus trabalhos em tábuas de argila; muitas dessas tábuas apresentam tabelas matemáticas para multiplicação, quadrados e cubos, suas raízes e recíprocos”. (ROONEY, 2012, p.42)

As formas simétricas dos dados foram amplamente utilizadas pelos babilônicos, mas no que diz respeito ao triângulo muito conhecimento deste povo aponta para o conhecimento que os gregos iriam constatar pelo Teorema de Pitágoras (somados os quadrados dos catetos resulta no quadrado da hipotenusa).

Nos estudos babilônios já se percebia conhecimentos sobre o que entendemos a respeito do Teorema de Pitágoras, entretanto, eram exercícios matemáticos escolares sem especificações sobre generalizações (necessárias a um teorema). De acordo com a pedra Plimpton 322, os exercícios sobre o assunto, o que para a época era um grande avanço matemático.

A base de raiz quadrada de dois também está presente entre os artefatos babilônicos encontrados como exercícios escolares. Isso reforça o conhecimento do princípio do Teorema de Pitágoras séculos antes de ser descoberto. Entretanto, as propriedades dos triângulos retângulos não eram de conhecimento destes povos, como disposto nos documentários do matemático Marcus du Sautoy.

Motivo do fundo escolhido

Figura 29 – Fundo Fase 3: Babilônia



Fonte: Disponível em: https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Pergamon_Museum_Berlin_2007110.jpg. Acesso em: 01/03. 2017.

Para seguir um padrão de monumentos erguidos pelo homem, foi escolhido o Templo de Ishtar para colocar nesta etapa. Muito voltado a prática cotidiana em função de alcançar os deuses, utilizando até mesmo a personificação de um deus (no caso de Ninrod e Semíramis) em seus governantes de maneira similar ao povo egípcio.

O leão é um símbolo animal deste povo, e está destacado na frente do templo, e, pela importância do mesmo, já fora reproduzido em outras partes do mundo como referência histórica da Babilônia.

Isa vem para esta etapa caracterizada pela roupa de Semíramis, personagem histórica tida como fundadora da Babilônia, mãe de Ninrod, responsável pela construção da Torre de Babel.

Questões (*quiz*)

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Aprofundadas/Consolidadas no 2º Ano do Ensino Fundamental. Deste modo, dando sequência a gradativa dificuldade da terceira para a quarta fase.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1 Na Babilônia, um dos grandes objetivos dos homens era alcançar os céus. A lenda da Torre de Babel é de lá, indicando que os homens construíram uma torre muito alta para ficar mais perto dos deuses. Observe um desenho, veja Isa em cima da Torre e responda: Se cada andar equivalia a um metro e meio, Isa está a que altura do chão nesta imagem? (**13 metros e meio**, 9 metros, 9 metros e meio)

Dica: A cada andar haviam muitos pilares que formavam a imagem de portas. Cada uma delas sobre a outra equivale a um andar. Vale lembrar que metade mais metade resultaria em um inteiro.

2 Isa chegou aos “Jardins Suspensos da Babilônia”. Este nome era dado a uma construção muito grande com diversas plantas ornamentais cultivadas na parte externa desta estrutura. Não se sabe muito sobre a forma de regar as plantas, mas especula-se que havia um sistema de irrigação que levava a água até as partes superiores da construção. Esse sistema era movido por uma espécie de “roda d’água”, como chamamos hoje. Qual a forma geométrica plana da roda? (**Círculo**, Triângulo, Quadrado)

Dica: Se tirarmos uma foto da esfera, uma forma plana vista é parecida com o que temos ao cortar a esfera e observar a parte de dentro formada pelo corte. O contorno deste objeto recebe o nome de uma figura geométrica plana redonda.

3 Isa notou nas tábuas de argila que o lado das cunhas também tinha significado. Observando o exemplo do registro dos numerais babilônicos em sua escrita cuneiforme, para

que direção a cunha (semelhante à seta) que representa o número dois aponta? (**Para baixo**, Para a esquerda, Para cima)

Dica: Os símbolos têm significados, inclusive, pelo sentido para os quais apontam. Conhecendo os lados do seu corpo é possível identificar a direção para onde as cunhas apontam.

4 Olhando para a frente do templo de Ishtar Isa vê alguns leões. Observando a posição de alguns deles próximos à porta, a impressão que se tem é que eles estão entrando ou saindo do templo? (Caindo, Saindo, **Entrando**)

Dica: Para entrar em algum lugar, normalmente, as pessoas precisam estar com sua frente voltada para a porta do local.

5 Olhando para a Torre de Babel, Isa teve a impressão de já ter visto aquele formato antes, e, pensando bem, parece com uma forma geométrica sólida.... Qual sólido dá o nome ao formato da Torre? (**Cone**, Esfera, Círculo)

Dica: O formato de alguma coisa é dado pelo aspecto visual do sólido geométrico, sua parte externa. Lembre-se que o formato de um objeto se refere as faces dos poliedros e as suas laterais, principalmente, nos corpos redondos.

6 Ainda em frente ao templo de Ishtar Isa percebe que as colunas a caminho da entrada, embora saiba-se que a parte de cima não era fechada, qual a forma geométrica sólida as colunas lembram? (Losango, **Paralelepípedo**, Cone)

Dica: Vamos ter que exercitar a mente e pensar nas formas geométricas em diferentes posições, com brinquedos de montar em que os blocos podem ou não estar juntos. Imagine uma destas colunas como um bloco, ao ser retirado do contexto do Templo, que forma esta coluna lembra?

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

7 Isa nota que na fachada do templo de Ishtar há um padrão de cores utilizado e imagens. Sabendo que eles utilizavam o leão, seu símbolo, para compor a fachada, Isa se lembrou do símbolo de sua cidade, Piraju (PIRA - PEIXE, E YÚ – AMARELO, na língua indígena). Como seria, então, uma fachada em um templo erguido em Piraju, considerando esta relação de padrões? (**Fachada 1**, Fachada 2, Fachada 3)

Dica: Entre as imagens selecionadas como opções não se pode haver outro animal, que não seja o que representa a cidade, nem na forma, e no caso da cidade citada, nem na cor.

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

8 Os mesopotâmicos, em geral, se preocupavam muito com uma matemática prática cotidiana. As cheias dos rios e as áreas de plantio estava sempre em suas preocupações. Porém, nem sempre as áreas podiam ser iguais, e nem sempre formavam quadros de mesma medida. Na área demarcada da imagem abaixo, qual o formato de um dos quadros de plantação? (Triangular, Circular, **Retangular**)

Dica: Observe quantos lados e ângulos tem esta figura. Suas características são base e altura ligadas por linhas paralelas, e é um formato plano.

9 Para medir uma área triangular de plantio os babilônios utilizavam números de base 60 contando as falanges dos dedos. Em uma área com 20 metros de cada lado, quantas vezes eles passariam por todos os dedos até chegar no 60 (perímetro da área plantada), utilizando nosso sistema de numeração? (Uma vez, Três vezes, **Cinco vezes**)

Dica: O sistema sexagesimal (base 60) eram contados nos “nós” de quatro dedos de uma mão. Seguindo esta ideia e nosso sistema de numeração, conte nos dedos para responder quantas vezes temos que contar até doze para chegar no numeral sessenta.

10 Para tecer suas roupas os babilônios usavam muita franja como elemento decorativo, costume herdado do povo sumério conquistado. No corpo de Isa era necessário dar três voltas de franja para enfeitar sua roupa. A cada volta, gastava em média 2 metros de franja. Quantos metros de franja eram necessários para enfeitar a roupa de Isa em média? (Três metros, **Seis metros**, Cinco metros)

Dica: Pensando em quantidades, é possível saber o total de um tamanho juntando as partes do mesmo.

11 A região mesopotâmica é muito quente, Isa não está acostumada com tanto calor! Resolveu pegar um termômetro de sua bolsa para saber quantos graus estava fazendo... Nossa! 39° C (trinta e nove graus Celsius). Interessante esse instrumento de medir temperatura, como é o nome dele? (Balança, **Termômetro**, Biruta)

Dica: Existem vários modelos desse instrumento. Um muito conhecido é utilizado para saber a temperatura do corpo das pessoas, principalmente quando estão doentes.

12 Isa estava exausta de andar pela Babilônia e ver tantas coisas diferentes, embora com ânimo para chegar aos Jardins Suspensos mais uma vez. Ela ainda levaria meia hora para chegar até lá. Olhe no relógio que Isa tinha na sua bolsa, a que horas ela chegaria no lugar? (13:10 h, 10:30 h, **10:40 h**)

Dica: Em relógios analógicos o ponteiro grande aponta os minutos e o ponteiro pequeno aponta as horas. A cada número que o ponteiro grande aponta 5 minutos podem ser contados, por isso, o número 6 equivale a 30 minutos, ou seja, 6 grupos de 5 minutos, que é a metade de 1 hora.

13 Os babilônios utilizavam a polegada e os pés para medir objetos e espaços. Isa foi testar esta medição. No templo de Ishtar alguns grifos eram destacados na fachada. O leão, seu símbolo (como já vimos), ocupa 12 tijolos com 2 polegadas de altura cada tijolo. Sabendo que uma polegada mede aproximadamente 2,50 cm, quantos centímetros teria o leão nesta imagem? (**60 centímetros**, 30 centímetros, 42 centímetros)

Dica: Um tijolo tem 2 polegadas. Sendo que 1 polegada vale 2,5 centímetros, cada tijolo possui 5 centímetros de altura.

14 Isa foi até uma escola da Babilônia e viu os tabletas de argila que utilizavam para realizar seus estudos, que eram postos em grandes fornos depois. Usando seu termômetro, Isa pode saber qual a temperatura do forno. Como podemos ler esta temperatura? (40 Graus, 60 Graus, **20 Graus**)

Dica: A temperatura sempre é lida como se lê o número comumente, acrescentando a palavra graus, uma unidade de medida de temperatura. O padrão no Brasil tem sido o Grau Celsius.

15 Na escola que Isa visitou havia 5 alunos e cada um escrevia suas anotações em velocidades diferentes. Observe quantas tábuas de argila cada um produziu em um dia de aula. Quem produziu menos? (1º aluno, 3º aluno, 5º aluno)

Dica: Cada uma das tábuas está representada por um retângulo, como podiam ser vistas estas tábuas de lado quando enformadas para serem aquecidas. Quem produziu menos, tem

menor quantidade de tabletas de argila. Observe também que a comparação não é feita entre todos os alunos.

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

16 Isa colocou a quantidade de tabletas de argila de matemática de cada um dos 5 alunos que visitou em uma tabela. Observando a imagem do gráfico, qual a tabela mais adequada? (Tabela 1, Tabela 2, **Tabela 3**)

Dica: Uma tabela pode se referir a um gráfico apresentando os mesmos que o gráfico que a tabela apresenta. A tabela não traz as imagens como informação, mas os valores precisam ser iguais.

17 Isa notou que no mercado babilônico a comparação de pesos era feita por uma balança de dois pratos. Observando como acontecia o processo, notou que um peso era posto em um prato para ser cobrado por um peso equivalente da mercadoria. Para o preço ser justo, os pesos tinham que ser: (**Iguais**, Parecidos, Diferentes)

Dica: Você pode construir uma balança usando uma régua e dois copinhos. Pesos iguais deixam a balança equilibrada (régua na horizontal).

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

18 A base 60 dos numerais contados pelos babilônios são reconhecidos como úteis ainda hoje em nossa sociedade. Abaixo, Isa precisa reconhecer uma lista que apresenta onde encontramos a medição com este agrupamento numérico (contagem de 60 em 60). (**Primeira Lista**, Segunda Lista, Terceira Lista)

DICA: A contagem do tempo é a principal e mais recorrente forma de usarmos o sistema sexagesimal atualmente.

19 Para os babilônios poderia ser posto um indicativo de quantas vezes a base 60 seria contada. No caso da indicação 2(60), significava que iriam contar duas vezes o numeral 60. Isa brincou com esta informação, contou em sua mão até 12 como aparece na imagem. Depois repetiu o processo e contou mais 60. Quantos números contou ao todo? (110 no total, **120 no total**, 60 no total)

DICA: Cada vez que se conta um número ele faz parte de um todo. Se contarmos até o 2 duas vezes, teremos contado quatro números, se contarmos 4 duas vezes, teremos contado 8 números.

20 Os babilônios se encantavam pelos céus e tinham o hábito de apreciar as estrelas, e daí tiravam informações importantes sobre o posicionamento das estrelas, da lua, e algumas implicações que isso tinha na vida humana. A lua, por exemplo, para deixar de estar cheia e voltar a ficar novamente, levava 30 dias. Um mês equivale a 30 dias. Isa lembrou-se a utilidade do número 60 para os babilônios e se lembrou que este número é múltiplo de 30... Ora, se um mês tem 30 dias, 60 dias são quantos meses? (A metade, **O dobro**, O triplo)

DICA: A metade de um valor significa dividi-lo em duas partes. Ao contrário, o dobro significa multiplicar uma quantia por dois. O triplo indica que um número foi multiplicado por três, originando um total que, dividido por três, terá três partes iguais.

21 Isa fez uma relação importante entre o sistema sexagesimal e o sistema decimal: se o sistema decimal é baseado na contagem de grupos de 10, e o grupo sexagesimal é baseado na contagem de grupos de base 60, pensando apenas no sistema decimal, quantos grupos de 10 são necessários para formar apenas um grupo de 60 unidades? (12 grupos, **6 grupos**, 10 grupos)

DICA: Some grupos de 10 até que o resultado seja igual a 60. Qual foi a quantidade de grupos necessária?

22 Dividir o número 10 para resultados exatos não resulta em muitas possibilidades. Por exemplo, podemos dividir 10 doces para duas crianças, ou para cinco crianças, que nas duas situações as crianças receberão doces em igual quantidade. Se fossemos dividir 60 doces, as possibilidades de grupos de quantidades de crianças diferentes receberem a mesma quantidade de doces seria maior. Quais as possibilidades de se dividir 60 em grupos menores com resultados exatos? (1, 5, 6, 10, 13; **2, 3, 4, 5, 6, 10, 12**; 2, 5, 10, 11)

DICA: 60 balas podem ser dadas todas para uma só criança. A quantidade pode ser dividida ao meio e duas crianças teriam recebido partes iguais. Sugestão: Pegue 60 balas e distribua de forma a se ter iguais quantidades de balas para diferentes quantidades de crianças. Por exemplo, 60 doces para grupos de 5 crianças, quantos doces para cada uma? Faça testes, isso também é pesquisar.

Com todas as perguntas acertadas Isa conquista o cubo, liberando a fase que se passa na China.

Parabéns! Agora o Ar também é seu! Está na hora de conquistar a Água!

5.2.5 Fase 4 - China

Figura 30 – Isa Kogoca na China



Fonte: autoria própria

Nesta fase a personagem resolve problemas matemáticos em busca de conquistar o Icosaedro, poliedro vinculado ao elemento água. Todo o contexto das questões faz referência à China.

A história da matemática na china aconteceu independentemente da evolução da matemática ocorrida na região da mesopotâmia.

Possivelmente um fator motivador do desenvolvimento matemático chinês seja a construção da Grande Muralha da China – monumento utilizado como fundo desta etapa do jogo. Novamente percebe-se que, ainda que enquanto possibilidade, o início do desenvolvimento matemático parte da necessidade prática das atividades humanas.

Sistema de numeração já posicional através de gravetos de bambu, representando números de 1 a 9. Sua posição referia-se a unidade, dezena e centena, no entanto, segundo Marcus du Santoy²⁴, para registro o sistema posicional não era utilizado, e sim para cálculos com gravetos.

O sistema chinês contava com dezena, centena e unidade eram representadas por símbolos, o que dificultava os cálculos, até mesmo porque o zero não existia, era apenas deixado um espaço em branco onde o mesmo seria colocado na atualidade.

Diz a lenda que o Imperador Amarelo ordenou, que um deus criasse a matemática para a significação cósmica, e ainda hoje acreditam no misticismo dos números.

²⁴ <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7185>

O quadrado mágico²⁵, também conhecido como *quadrado Lo Shu*, é mérito chinês; Segundo a lenda descrita por Rooney (2012, p.57) os habitantes chineses tentavam apaziguar o espírito do rio Lo quando uma tartaruga saía das águas com um quadrado desenhado em seu casco representando um quadrado mágico (atualmente o conhecemos por sudoku).

Outras informações são postas pelo matemático Marcus du Santoy no mesmo documentário: A astronomia era de grande interesse para os chineses, e o imperador cumpria suas tarefas segundo o calendário, sistematicamente. Criaram a progressão geométrica para que o mesmo dormisse com 121 mulheres em 15 noites.

Os antigos Chineses também tinham sistema de peso, medida, dinheiro, de recolhimento de impostos desenvolvido. O mercado chinês da seda (internacional) se destaca como atividade econômica, necessitando de conhecimento matemático de cunho prático.

Havia 246 problemas de ordem prática organizados em um livro, e como objeto central se concentravam as equações. Pode-se dizer que os sistemas de equações surgiram de fato na China, especialmente as de terceiro grau que dependiam dos sistemas de numeração para serem resolvidas. De acordo com Rooney (2012, p.127)

O texto chinês *Os Nove Capítulos* (...) inclui um capítulo sobre como resolver equações lineares simultâneas para duas até sete incógnitas. Elas foram resolvidas usando uma tábua ou superfície de contagem e podiam incluir coeficientes negativos. A descrição de equações com coeficientes negativos é uso conhecido mais antigo dos números negativos.

Também fora na china que o Teorema dos Restos fora constituído, utilizado para medir o movimento planetário na astronomia, mas hoje, como um exemplo de sua utilização cotidiana, tem-se a criptografia de computadores.

Os chineses foram um povo que se guiava pelo céu e notou que o sol era capaz de lhes possibilitar a marcação do tempo, e criaram o relógio do Sol.

O ábaco, enquanto instrumento de operações numéricas e de valoração posicional teve seu precursor na Babilônia com tabelas posicionais em placas de argila, mas fora difundido como instrumento de cálculo na China; “Os antigos matemáticos chineses usavam hastes de diferentes comprimentos dispostos em uma matriz em uma mesa ou tabuleiro especial. O princípio era similar ao ábaco porque a posição das hastes indicava seu valor”. (ROONEY,

²⁵ Um quadrado mágico é um arranjo de números em grade, de forma que cada linha horizontal, vertical e diagonal de números quando somadas resultam no mesmo total, chamado de constante mágica. O menor quadrado mágico (excluindo-se o quadrado como número 1 dentro dele) tem três quadrados em cada lado e a constante mágica é 15. (ROONEY, 2012, p.57)

2012, p.43), e desta região foram amplamente utilizados no Japão e na Europa até o século XVII segundo a mesma autora.

Em se tratando de jogos, o Tangram, jogo composto por 7 formas geométricas que unidas formam um quadrado, e que podem se transformar em muitas outras figuras.

Pode-se dizer, grosso modo, que a matemática moderna teve origem na China, pois reconheceu o sistema de numeração posicional de base 10, os números negativos, a geometria descritiva e a primeira versão do triângulo de pascal (alguns destes conhecimentos só foram redescobertos na Europa com 2 séculos depois).

Questões

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Introduzidos/Aprofundadas no 3º Ano do Ensino Fundamental. Pode ser aplicado no primeiro semestre do ano letivo, posto que alguns itens devem ser aprofundados (e o professor precisa deste diagnóstico) até a aplicação da próxima etapa, que se volta para aprofundamento/consolidação de muitos dos indicativos de Direito dos alunos.

Motivo do fundo escolhido

Figura 31 - Fundo Fase 4: Muralha da China



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/grande-muralha-da-china-china-2030311/>. Acesso em 01/03. 2017.

A Grande Muralha da China é o monumento de construção humana de maior significado para este povo, que utilizou de inúmeros conhecimentos matemáticos e que pode ser vista até mesmo de fora do planeta. Facilmente reconhecida como símbolo chinês, pode facilitar a ambientação das crianças com o local onde se passa essa etapa.

Nesta etapa Isa vem vestida para lembrar Wu Zetian, mulher que passou de concubina a consorte, e de consorte a soberana: a única imperatriz da China na história.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1 Isa gostou muito de brincar com o Tangram na China, observe o que ele é observando a imagem e conte com ela: de quantos triângulos a figura seria composta se transformarmos os quadriláteros em dois triângulos cada um. (**Nove**, Cinco, Sete)

DICA: Muitas vezes um triângulo está dentro de outra figura, seja dentro de um trapézio, de um quadrado.... Enfim, em todos os polígonos. Possui três faces e três ângulos, é o contorno de uma das faces do sólido pirâmide.

2 Um pavão era símbolo da imperatriz Wu-Zetian, a única imperatriz que a China já teve. O pavão é uma ave, assim como um pássaro. Isa, em sua homenagem, utilizou o tangram para representar um pássaro. Qual forma geométrica representa o corpo da ave? (**Triângulo, Quadrado**, Losango)

DICA: O tronco é a maior parte do corpo humano, e das aves representa quase o corpo todo, exceto pelas asas, que quando abertas são maiores. Os pés, asas, cabeça e bico partem dele.

3 Isa visitou um museu na China. Na porta tinha uma pessoa que lhe apresentou moedas da sorte chinesas”. Qual o formato das moedas? (**Cilíndrico**, Cônico, Esférico)

DICA: As lanternas podem ser construídas com várias formas, e uma delas pode ser feita pela união das duas bases menores circulares, juntas a um retângulo colado ao redor das duas, dando origem a duas bases circulares e o corpo curvo.

4 Os leques são bastante utilizados na China, seja em golpes de luta ou para refrescar o calor. Quando Isa viu um aberto lembrou-se que seu contorno tem o formato de uma parte de circunferência. O contorno do leque, lhe fez lembrar, também, de um adereço utilizado para prender o cabelo, o arquinho. Pensando nisso, a associação do nome da presilha de cabelo e do contorno da circunferência fizeram sentido. Qual é o nome deste contorno? (**Elipse, Arco**, Esfera)

DICA: Muitas vezes apenas o contorno parcial de um círculo está presente na arquitetura, em cortes de vestimentas e em outros locais. O nome da presilha de cabelo é apenas

um diminutivo desta linha curva, pois sempre será pequeno (tamanho da cabeça) enquanto a parte circular em outros objetos pode assumir o tamanho desejado por quem a fizer.

5 Um dos esportes chineses mais famosos é o sumô. Dois lutadores se enfrentam com o objetivo de fazer com que o adversário toque o chão com uma parte do corpo que não seja os pés, ou seja arremessado para fora do ringue circular. Isa foi conhecer. Para tanto, quando ia começar a luta, Isa não sabia para que lado os adversários se moveriam... para onde seria? (**Os dois para frente**, Cada um para sua direita, Cada um para sua esquerda)

DICA: Os lutadores agem de forma a empurrar seu oponente para lhe causar desequilíbrio. Para tanto, ambos precisam se aproximar.

6 Saindo da luta, Isa viu que estava acontecendo uma das maiores tradições chinesas: “, o Festival das Lanternas”. Ligada a diversas lendas quanto a sua origem, que tipo de forma geométrica a lanterna que a chinesa vai levando possui? (Poliedro, **Corpo Redondo**, Forma indefinida)

DICA: Poliedros são formas geométricas com faces e ângulos, o que não acontece com o corpo redondo, que tem apenas uma face curva.

7 O primeiro imperador da China, Qin Shi Huang, foi enterrado com um exército de soldados esculpidos em pedra, cuja finalidade era proteger o governante em sua vida após a morte. Além de guerreiros também foram esculpidos cavalos. Observe a imagem abaixo e responda, os cavalos estão em que posição em relação aos guerreiros? (**Na frente**, Lado Esquerdo, Em cima)

DICA: Pense como se você não fosse um guerreiro da linha de frente, que estão adiante dos cavalos. Você estaria olhando para os cavalos.

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

8 Isa conheceu também uma das maiores tradições chinesas: cerâmicas e porcelanas. Muitas vezes decoradas com símbolos do horóscopo chinês (animais que regem a vida das pessoas durante um ano, como os signos do zodíaco, praticamente). Um dos animais mais presentes é o dragão. Qual dos padrões abaixo mais se assemelha a uma sequência de dragões? (Primeira, **Segunda**, Terceira)

DICA: Observe que todos os desenhos estão estilizados ou apenas sombreados, no entanto, as características principais de um dragão que é o corpo escamoso e o fogo que cospe, não deixam de estar presentes.

9 Isa encontrou entre as cerâmicas uma aplicação defeituosa. Além do dragão, dos peixes e das árvores, os chineses gostam de estilizar galhos, flores, simbologia abstrata. Observe a faixa que cobrirá o jarro chinês. Perceba que está faltando uma na parte central. Observando a ordem da sequência, qual imagem Isa deve desenhar no local para completar adequadamente a faixa? (**Bambu**, Moita de Bambus, Dragão)

DICA: Uma sequência só pode ser assim chamada quando as imagens se repetem em ciclos, chegando ao fim de uma sequência de imagens diferentes, retorna ao começo, ou seja, repetem-se as imagens da mesma maneira que ocorreu da primeira vez.

10 Mais adiante, Isa viu uma coleção de urnas chinesas, mas, entre elas uma não era parecida com as outras esteticamente. Qual delas não se encaixa no padrão? (A da esquerda, **A do centro**, A da direita)

DICA: Um padrão torna todos os elementos parecidos entre si de alguma maneira, quando um deles é diferente dos demais, com certeza não faz parte do padrão escolhido.

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

11 O povo chinês criou um relógio para marcação do tempo baseado pelo movimento do sol. À medida que o sol percorre o céu, promove sombra dos objetos na Terra. Isa viu um desses relógios, mas preferiu olhar as horas no seu, já que os relógios do sol não marcam horas exatas conforme o convencional. Em que horas isso ocorreu de acordo com o relógio da imagem? (**Meio dia ou 12 horas**, 11 horas, 1 hora)

DICA: O relógio do sol não é muito confiável quanto às horas exatas para os dias atuais poderia causar problemas segui-lo, por isso muitas vezes são objetos de decoração. Antigamente eram considerados eficientes e as projeções de suas sombras inspiraram a invenção dos ponteiros dos relógios analógicos, em que o pequeno indica as horas e o grande indica os minutos.

12 Os relógios de sol chineses funcionavam bem, mas tinham um problema. Durante a noite ou em dias chuvosos não se podiam marcar as horas. O sol brilhava no céu em média 12

horas (desde seu nascimento até se por) permitindo o funcionamento do relógio. O tempo restante, a noite, era semelhante. Quantas horas tem um dia? (12 horas, 18 horas, **24 horas**)

DICA: A quantidade de horas do dia e da noite são iguais, logo, apenas somar a quantidade duas vezes (uma vez para o dia e uma vez para a noite) já é o suficiente.

13 Observando os registros chineses Isa notou que as datas de início e fim de ano chinês e o ocidental são diferentes, não se comemora ano novo no Brasil e na China ao mesmo tempo, por exemplo. Contudo, ambos têm a mesma quantidade de meses: 12, e são chamados da mesma maneira, observando as diferentes línguas. Uma garotinha derrubou os nomes dos meses no chão a caminho da escola e Isa foi ajudar a organizar. Qual a ordem correta, a partir do Ano Novo ocidental? (**Ficha Azul**, Ficha Amarela, Ficha Rosa)

DICA: O Ano Novo ocidental é dia 1 de janeiro, e na China o dia 1 de janeiro acontece no mesmo momento, no entanto, pela regência dos signos chineses, o dia do ano novo deles, ligado a suas tradições, acontece algum tempo depois, de acordo com a mudança de signo que regerá o ano. Para ajudar a garotinha, pense na sequência dos meses seguida no Brasil.

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

14 O sistema linguístico da China é baseado em representações de palavras inteiras, e não de várias letras para a formação de uma palavra, como no Brasil, que temos 26 letras em nosso alfabeto. Na China existem diversos logogramas (nome dado aos símbolos utilizados na escrita). Observe como se escreve a palavra "Árvore" na imagem. Qual a melhor maneira de se escrever a palavra floresta? (Ficha Verde, Ficha Roxa, **Ficha Laranja**)

DICA: Escrever a palavra árvore indica um único elemento. Uma floresta representa um conjunto de elementos semelhantes.

15 O mercado chinês para o comércio é amplo. Isa gostava de visitar as lojas da China pelo computador para comparar preços. Observe uma tabela de preços de alguns enfeites para a casa que Isa conseguiu achar na nossa língua e responda: Qual objeto é mais caro? (Luminária, **Bonsai**, Buda)

DICA: Ser mais caro indica que a quantidade de dinheiro que deverá ser paga é maior.

16 Em um palácio chinês Isa encontrou uma placa com inscrição que não lhe era conhecida. Mas, ao lado havia um quadro com significados dos números chineses e os que Isa

conhece (nossos números atuais). Observando o quadro e a placa, qual o número que Isa encontrou? (5017, 2003, **2017**)

DICA: Buscar informações é sempre bom para conseguir descobrir as coisas sozinho. Através do quadro, compare as imagens, identifique um símbolo correspondente a cada um dos dispostos abaixo. Juntar as informações pesquisadas permite a descoberta.

17 A culinária chinesa é bastante peculiar e se desenvolveu através dos tempos. Algumas são bastante exóticas para Isa que, com fome, entrou em um restaurante. Alguns animais da lista do cardápio são peçonhentos e perigosos. Quais são? (**Cobras e Escorpions**, Tubarões e Gafanhotos, Ratos e Cachorros)

DICA: Peçonha é o mesmo que veneno; Quanto mais veneno o animal possui, maior o perigo para a vida humana se um indivíduo for picado.

18 Os chineses selecionavam números, que para eles tinham influência mística na vida das pessoas. O quatro, por exemplo, jamais poderia ser citado por atrair coisas ruins. O seis poderia, também, atrair maus presságios. Dos grupos abaixo, qual deles poderia ser utilizado na escolha de números para reger a vida de alguém? (Grupo um, Grupo dois, **Grupo três**)

DICA: Os números que para os chineses não trazem boas energias não podem estar presentes no grupo escolhido.

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

19 Uma outra tradição chinesa é trabalhar com a seda produzida pelo bicho da seda. Isa foi ver uma fábrica de fios e descobriu que de 6 a 7 casulos do bicho-da-seda da amoreira são necessários para produzir um único carretel de seda. Para produzir nove carreteis são estimados quantos casulos? (**De 54 a 63 casulos**, De 42 a 47 casulos, De 56 a 70 casulos)

DICA: Estimar é, criar uma hipótese que mais se aproxime do real. Estimar quantas bolinhas de gude cabem em um potinho, por exemplo, não quer dizer que se irá acertar de fato, mas que, ao testar a hipótese (quantidade de bolinhas), permite saber quem chegou mais perto de acertar conforme o palpite dado.

20 O imperador chinês proibiu que fossem vendidas mudas de amoreira para pessoas fora do país (estrangeiros). Assim, a produção da seda continuaria sendo apenas chinesa, o que traria mais lucro para o país. A cada peça chinesa vendida, o imperador recebia uma parte

grande desse lucro em impostos. Isa lembrou-se do imposto brasileiro, que de tão alto, pode chegar a 1/4 do preço do produto em média. Se lá acontecesse a mesma coisa, uma roupa feminina que custasse R\$ 100,00 daria quanto seria a parte do imperador? (R\$ 50,00, **R\$ 25,00**, R\$ 14,00)

DICA: O lucro é a parte que se recebe pela venda de algum produto, subtraindo o seu custo. Como o imperador não pagou nada na fabricação do produto, o imposto pode ser, de modo geral, entendido como lucro do imperador. Dividir 100 em quatro quantias iguais pode ajudar.

21 Isa não se conteve e comprou um ch'i-p'ao como o da imagem. Cada um custava R\$ 60,50. Somando-se mais R\$ 10,00 da embalagem e mais R\$ 10,00 do intercâmbio de moeda, na verdade, quanto Isa pagou pelo ch'i-p'ao? (R\$ 80,60, **R\$ 80,50**, R\$ 60,70)

DICA: O que se paga pelo produto envolve todo o custo de produção, o lucro de quem vende, os impostos a serem recolhidos e a relação de troca de dinheiro de um país pelo de outro e embalagem.

22 Quando criança Isa brincava muito com um ábaco, sem saber que tinha origem chinesa. O ábaco de Isa era um Soroban (não havia a parte menor do ábaco), mas era o mesmo princípio. Considerando que o valor posicional (da direita para a esquerda) de Unidade, Dezena, Centena e Unidade de Milhar, que número Isa registrou lembrando sua infância? (1.2004; **1.214**; 4.121)

DICA: Em cada indicação atribua o valor de 1 para unidade, de 10 para dezena, de 100 para centena e de 1.000 para Unidade de milhar.

23 Refletindo sobre uma compra feita de um pé de amoreira para plantar no local em que encontrasse o portal dimensional, Isa se lembrou que nem perguntara o preço e começou a pensar: "Se eu entreguei R\$ 50,00 para o chinês da loja e ele me voltou R\$ 12,90, quanto mesmo que custou a muda?" (**R\$ 37,10**; R\$ 47,10; R\$ 27,10)

DICA: Se ele voltou R\$ 12,90 (doze reais e noventa centavos), é só subtrair este valor do total pago (R\$ 50,00), que se encontra o valor da muda. Pode-se também fazer a conta mentalmente, para ser mais rápido; por exemplo, pensar o valor de R\$50,00-R\$13,00 e deste resultado tirar mais 10 centavos, que deixaram de ser postos na conta para facilitar o processo realizando cálculos com números inteiros.

24 Na China é comum encontrar parques de amoreira, ou seja, grandes extensões de terra com inúmeros pés de amoreira plantados. Além da fruta que é deliciosa, as folhas das amoreiras servem de alimento para os bichos-da-seda, e a paisagem de várias amoreiras é muito bonita para se olhar. Em um dos parques o Imperador mandou plantar dez lotes com uma dúzia de mudas em cada um. Isa viu um trabalhador contando isso para seu ajudante e pensou: "De quantas mudas os trabalhadores precisarão?" (**120 mudas**, 1200 mudas, 100 mudas)

DICA: Em um lote serão plantadas uma dúzia de amoreiras. A cada lote somado com o lote existente, uma dúzia de amoreira precisará ser somada à quantidade já plantadas. Assim, se são 10 lotes, as doze mudas devem ser somadas 10 vezes

25 Um dos jogos preferidos dos chineses é o Sudoku. É uma tabela de três colunas e três linhas cuja soma dos números seja sempre 15, os números somados devem estar dispostos na vertical, horizontal ou diagonal. Isa foi se aventurar a jogar, mas teve dúvidas. Qual dos tabuleiros abaixo está correto? (**SUDOKU 1**, SUDOKU 2, SUDOKU 3)

DICA: Para resolver o sudoku é necessário fazer a soma de todos os números, em ordem, de todas as linhas, de todas as colunas e das duas diagonais que cortam o quadrado. A tabela que tiver estas características é a mais adequada.

Ao acertar todas as questões Isa conquista o Octaedro, liberando a fase que se passa na Índia. *Parabéns, já temos o Fogo, a Terra, o Ar e a Água. Agora, vamos rumo ao domínio do Universo!*

5.2.6 Fase 5 Índia

Figura 32 – Isa Kogoca na Índia



Fonte: autoria própria

Com ambientação indiana, nesta fase a personagem segue buscando a conquista do dodecaedro, que está ligada ao Universo.

Os hindus deixaram grande legado matemático aos povos do ocidente. Os conhecimentos desenvolvidos na Índia, passando pela Arábia, deram origem ao sistema de numeração hindu-arábico adotado mundialmente nos dias atuais.

Por isso pode-se dizer que em relação ao sistema numérico, os hindus têm importância fundamental para o desenvolvimento da matemática ocidental; “O primeiro sistema posicional perfeito foi inventado pelos hindus, que usavam um ponto para representar uma posição vazia”. (ROONEY, 2012, p.20)

Além do número zero, os demais números foram inicialmente constituídos nesta região, conforme os ângulos que podia formar o símbolo que representaria cada número (número 5, 5 ângulos, número 9, 9 ângulos, assim como os demais). Posteriormente estes números seriam modificados pelos árabes quanto a escrita, mas são os mesmos até o momento atual.

A origem dos números mais antigos “1, 4 e 6, datam do terceiro século a.C. e foram encontrados nas inscrições do imperador indiano Asoka. (...). As inscrições Nana Ghat do segundo século a. C. acrescentaram 2, 7 e 9 à lista, e 3 e 5 foram encontrados nas cavernas de Nask, do 1º ao 2º século d.C. (ROONEY, 2012, p.21)

Algumas das regras de utilização do zero que temos até o momento foram criadas por Brhahmagupta. Segundo Rooney (2012, p.21), ele

dirigiu o observatório astronômico em Ujjain e publicou dois textos sobre matemática e astronomia. Seu trabalho introduziu o zero e regras para seu uso em aritmética, e proporcionou uma maneira de resolver equações quadráticas equivalente à fórmula ainda usada hoje: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Através das equações, como a da equação quadrática²⁶, geravam números negativos e zeros, o que implicava em desenvolver, também, uma matemática abstrata do que prática, como o fora feito em muitas épocas da história.

²⁶ Um antigo texto hindu, um dos Sulba Sutas escrito por Baudhayaba por volta do século 8 a.C., o primeiro cita e depois resolve equações quadráticas da forma de $ax^2 = c$ e $a^2 + bx = c$. essas equações ocorreram no contexto da construção de altares e, portanto, se relacionam a problema prático em três dimensões. (ROONEY, 2012, p.127)

Tinham conhecimento de trigonometria a fim de explorar o sistema solar sem precisar sair da Terra, o que resultou em um amplo estudo da função seno.

Com uma matemática voltada para atividades práticas cotidianas e, principalmente, contribuindo para a estrutura da matemática abstrata, os hindus conseguiram calcular, através da fórmula de Báscara a distância entre o planeta Terra e o sol, tendo a lua como outro ponto (vértice), que dava forma ao triângulo retângulo e permitia fazer tal cálculo.

Segundo du Santoy²⁷, entre outros estudos, Madava (em Querala, no sul da Índia) fora o indiano responsável por estudar frações e suas partes cada vez menores, estudando o princípio da soma infinita. Os engenheiros se utilizam muito do valor do Pi.

Questões

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Direitos de Aprendizagem (2012) que, segundo o documento, devem ser Aprofundadas/Consolidadas no 3º Ano do Ensino Fundamental.

Motivo da imagem de fundo

Figura 33 - Fundo Fase 5: Taj Mahal



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/taj-mahal-%C3%ADndia-agra-t%C3%BAmulo-grave-366/>. Acesso em 01/03. 2017.

O fundo escolhido para esta etapa é o Taj Mahal. Uma das construções mais facilmente identificada com a Índia na verdade é um mausoléu. É considerado uma das sete maravilhas do mundo, assim como pode ser considerado a maior prova de amor já construída. O imperador Shah Jahan mandou construir o Taj Mahal para sua esposa, que morreu no parto de seu 14º

²⁷ <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7186>

filho. O mausoléu feito de mármore branco fora construído sobre o túmulo de Muntaz Mahal (A joia do palácio, como ele a chamava).

Nesta etapa Isa vem caracterizada pela deusa Saraswati, a quem se acredita ser a deusa do conhecimento, da cultura e das artes. Saída das águas, tem o mesmo nome de um rio.

→ EIXO ESTRUTURANTE: ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA

1 A religião dos indianos diz respeito a purificar todos os chacras para ter equilíbrio com Brahma. Observe a imagem de uma pessoa meditando. Seus chacras foram representados por cores. Qual o chacra fica na indicação imediatamente acima do número 5? (**6 – Frontal**; 4 – Cardíaco; 7 – Coronário)

Dica: Conte os Chacras e observe os números de cada um, seguidos de seus nomes. Preste atenção no que está acima e abaixo de cada um, pode ajudar com a resposta.

2 A geometria indiana está muito presente nas estampas de seus tapetes. Olhando um deles em uma loja Isa percebeu que um era decorado apenas com imagens de corpos sólidos não redondos (poliedros). Das imagens abaixo, quais poderiam estar presentes na formação do desenho do tapete? (Cubo e Esfera, **Pirâmide e Cubo**, Pirâmide e Cone)

Dica: Corpos redondos não tem ângulos, ao contrário, são poliedros, que além de ângulos possuem faces planas.

3 Na Índia descobriu-se algo muito importante para a vida atual: Reconhecer medidas de triângulos e de circunferências. Isa testou uma de suas descobertas ao medir um afresco de um templo, cujo fundo era um arco de metade de uma circunferência. Medindo este arco (a parte dourada em destaque) ela obteve a medida de 5 metros, se não fosse metade, mas um círculo inteiro, quanto ela mediria como comprimento? (2,5 metros, metade desta medida; 5 metros, o comprimento é sempre o mesmo; **10 metros, um círculo é o dobro da metade**)

Dica: O comprimento de uma circunferência é a medida de todo o seu contorno.

4 Ao virar-se de costas ao Ganges a fim de voltar para a rua, seguindo seu caminho, Isa notou que havia muitos degraus de escada. Os degraus que dão acesso das pessoas ao rio Ganges são comuns, como qualquer outra escada, mas possui adornos bonitos. Qual o formato

destacado das pedras dos degraus desta escada vista de frente? (foto – adaptação) (Prismas, Triângulos, **Retângulos**)

Dica: Como Isa, pense nas faces dos sólidos geométricos. Uma delas se relaciona com a imagem plana destacada na figura (contorno de uma das faces do sólido usado na construção).

→ EIXO ESTRUTURANTE: PENSAMENTO ALGÉBRICO

5 Para os indianos a vaca é um animal sagrado, é auspicioso encontrar com uma vaca, principalmente para os negócios. Isa se assustou um pouco ao ver uma vaca no meio da rua na verdade... Quando retornaria para sua realidade? Neste momento, lembrou-se que dos sete dias que estava passando pela Índia, estava a um dia de ir embora. Há quanto tempo estava ali? (5 dias; **6 dias**; 4 dias)

Dica: Pensar no tempo como relações numéricas, quando as grandezas de medida de tempo são as mesmas, facilita para o feitiço das contas.

6 Isa passou no mercado indiano e fez algumas compras, depois calculou o quanto gastou. Suas notações ficaram assim: Tinha R\$ 60,00 no início do dia. Comprou um chá por R\$ 5,00. Depois, como estava muito quente, comprou água fresca por R\$ 3,00. Continuando no mercado, comprou uma pulseira para colocar ao lado da sua por R\$ 12,00. Ela ficou com algum dinheiro? (Sim, com R\$ 42,00; Sim, com R\$ 80,00; **Sim, com R\$ 40,00.**)

Dica: Se você somar tudo o que Isa comprou, saberá o quanto ela gastou. Lembre-se, quando se paga algo, o valor que se tinha no começo não pode ser maior no final das compras.

→ EIXO ESTRUTURANTE: GRANDEZAS E MEDIDAS

7 Isa permanece na Índia por sete dias, conhecendo a tradição deles e buscando encontrar sua passagem, onde poderia conquistar mais um cristal. Pelo calendário que conhecemos, qual fração do mês ela ficou lá? (Metade de um mês, **Um quarto do mês**, Um terço do mês)

Dica: Um mês é dividido em aproximadamente 4 semanas no calendário que utilizamos atualmente. Qual fração do mês Isa ficou lá (nome da fração)?

8 O Rio Ganges é muito importante para os hindus, é através dele que as pessoas se purificam tomando banhos ou devolvendo para a natureza os seus mortos. Ao chegar na Índia

Isa pegou um pouco de água em um grande pote de barro com um comerciante local, mas está com uma dúvida, olhando para a tina que tinha na hospedagem para tomar banho, a água ia caber? (**Sim, sobraria espaço na tina;** Não, sobraria água; Sim, o espaço da tina e do pote eram iguais.)

Dica: Observe o tamanho dos recipientes e imagine o volume de água de um espaço indo para outro espaço, se precisar, faça um teste com objetos de tamanhos parecidos em menor proporção que você tem em casa ou na escola.

9 Os tecidos são muito cobiçados pelas mulheres para fazerem lindos sares. Isa não é diferente e está olhando para um laranja com tecido transparente de seda e bordado que vai sobre a roupa. Junto estava observando joias que pudesse usar de adorno. Entre a roupa que Isa viu e o pingente, Isa notou que o pingente pesa 250 gramas de ouro, e o vestido pesa 2,5 kg. O que pesa mais? (O vestido, O pingente, Pesam igual)

Dica: Vale lembrar que um quilo equivale a cem gramas.

10 O chá é uma bebida muito apreciada pelos indianos, e feito com ervas frescas também podem funcionar como medicamentos. Ao visitar uma família indiana Isa tomou um copo de chá e havia mais quatro copos para que todos pudessem beber. Os copos possuíam capacidade para 200 ml de chá, quanto de chá precisaria estar feito para que todos pudessem tomar a mesma quantidade? (800 ml, meio litro (500 ml), 1 litro (1000 ml))

Dica: Quantidades individuais podem ter suas partes somadas para termos uma quantidade única total.

11 Isa despejou a água do Ganges para tomar banho em uma tina, depois notou que a tina tinha marcações sobre a quantidade de água. Olhando para a marcação de até onde a água estava, considerando o ângulo da foto, quantos litros de água Isa trouxe no recipiente de barro? (3500 ml, 7000 ml, 9500 ml)

Dica: As marcações em vasilhames servem para medir a capacidade de medida de líquidos postos em instrumentos de medida. Seguindo o valor das marcações é possível saber quanto de água é posto dentro de um instrumento assim, como era o caso da tina.

→ EIXO ESTRUTURANTE: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

12 A população indiana é dividida em castas. Nesta sociedade quem nasce pertencendo a uma casta não pode se mover para outra, pois é desejo de Brahma, o maior deus hindu, que tudo e todos tenham seu lugar. Observe o gráfico abaixo que Isa montou ao observar grupos de crianças que passavam perto do Ganges. Qual a tabela que representa os dados que Isa contou? (**Tabela 1**, Tabela 2, Tabela 3)

Dica: Os dados de um gráfico e uma tabela referentes a um mesmo assunto apresentam os mesmos dados.

→ EIXO ESTRUTURANTE – NÚMEROS E OPERAÇÕES

13 Isa encontrou dois grupos de indianos se dirigindo a casamentos distintos. Em um destes cortejos a caminho havia 10 brahmanes, a mais alta casta da Índia; no outro, de sudras, os artesãos e servos, havia o dobro de pessoas. Quantos grupos de 10 pessoas havia no cortejo dos sudras? (**Dois**, Um, Três)

Dica: Pense na quantidade de sudras que Isa viu e pense em quantas dezenas de pessoas existiam ali.

14 Passando pela biblioteca Isa leu um recorte de jornal sobre uma festa indiana: Kumbh Mela, um festival religioso que acontece quatro vezes a cada doze anos com intervalos de tempo iguais. O principal evento religioso do local, os homens se despem para se banhar nas águas sagradas, encontro dos rios Ganges, Yumana e Saraswati para se purificar. Ela tinha lido algo sobre essa tradição nos jornais de seu tempo antes da viagem, uma dessas festas aconteceu no ano de 2015. Quando seria a próxima? (2027, **2018**, 2016)

Dica: A medição do tempo não se restringe apenas a horas. Se o intervalo de tempo é de 4 festas em 12 anos, significa que a cada 3 anos há uma festa. Acrescentar 3 anos a data dita no enunciado ajuda a descobrir quando será a próxima.

15 Isa esteve olhando o trânsito na Índia: parecia bastante complicado, pois no lugar em que passou não tinha semáforos (e até hoje em alguns lugares não tem, como na imagem). A velocidade deles não passa de 40 km/h em locais em que dividem espaço com pessoas caminhando e possíveis animais (como vacas). Até quantos quilômetros se pode percorrer em 1 hora em velocidade máxima? (**40 quilômetros**, 20 quilômetros, 80 quilômetros)

Dica: O símbolo 1 km/h significa que em uma hora se caminha um quilômetro. O símbolo 15 km/h significa que se caminha 15 quilômetros por hora. Isto quer dizer que antes da barra indicamos a distância que se percorre no total de uma hora.

16 Olhando uma sequência numérica Isa viu: 10... 20... ... 60... 70... 100 (os números vão estar afastados uns dos outros na imagem, com uma lacuna no meio que precisa ser preenchido adequadamente). Esta sequência indicava a marcação de quantas dezenas de pessoas chegavam cada vez no tempo de Ganesha. Ficou intrigada. Qual era o número que faltava? (**50**; 40; 30)

Dica: conte de 10 em 10, pense na sequência que vem depois e compare para saber o intervalo utilizado antes. A sequência não é completa, algumas dezenas não fazem parte dela.

17 O sistema indiano também utilizou um ábaco, o modelo mais popular nas escolas que Isa estudou era proveniente de lá. Interessante para ela que viajava no tempo viajar também em suas lembranças quando viu um ábaco indiano. O que conhecia está ilustrado na imagem abaixo. Qual o número representado na imagem? (**2439**, 22307, 2437)

Dica: No caso da imagem, o numeral tem tantas unidades se possa contar, considerando o valor que cada peça possui em relação a posição indicada na base. Dependendo do lugar onde a peça está, podem ser contadas 10 unidades, 1 unidade ou 100 unidades.

18 Isa estava emocionada de conhecer a cultura de Gandhi, um indiano idealista e pacifista, promoveu lutas sem violência e inspira muitas pessoas a reagirem aos problemas sociais pacificamente até os dias atuais. Ele nasceu em 2 de outubro de 1869, e faleceu no ano de 30 de janeiro de 1948. Quantos anos ele viveu? (98 anos, 88 anos, **78 anos?**)

Dica: Para saber a idade de alguém é preciso contar os anos (os aniversários) que uma pessoa viveu, desde o ano que ela nasceu até quando faleceu.

19 Isa queria ver as ruínas de um antigo templo próximo a um lago. Olhou em seu aparelho celular mas não conseguia ver direito o mapa que tinha salvo, a viagem danificara a imagem. Qual das imagens mais aparenta ser um local próximo a um lago para que ela possa se orientar sobre para qual lugar seguir se observasse um mapa daquele período? (Imagem 1, **Imagem 2**, Imagem 3)

Dica: Em desenhos sem cor ou imagem sem muita nitidez, alguns poucos indícios precisam ser levados em consideração. Os rios, por exemplo, representam-se pelas ondas ou

nota-se pelo aspecto espelhado da superfície; construções, grosso modo, representam-se pelos telhados e linhas das paredes.

20 Assistindo um casamento na Índia soube há um acordo entre os pais dos noivos para que a cerimônia aconteça. Segundo a tradição, nem entre indianos e estrangeiros, nem entre castas diferentes a união podia ocorrer, especialmente se esta casta fosse de dáletis (pária, poeira de Brahma). No entanto, os noivos podem opinar sobre os noivos escolhidos por seus pais. Em um encontro religioso entre várias famílias com possibilidade de se casarem, com 30 moças em idade de se casar, uma família buscava uma noiva para seu filho. O sacerdote para tentar acertar o casamento. Qual a probabilidade de dar certo? ($\frac{1}{30}$; $\frac{2}{30}$; $\frac{30}{1}$)

Dica: Um fato ser provável relaciona-se entre a quantidade de eventos que podem acontecer, e a quantidade de chances que o mesmo teria de acontecer.

Com todas as questões certas, Isa encontra novo portal e pode continuar sua caminhada, liberando a fase da Arábia. “Parabéns, seu último cristal fora conquistado, agora, vamos fazê-lo se tornar um só para que possas dominar o tempo novamente!”

5.2.7 Fase 6 Arábia

Figura 34 – Isa Kogoca na Arábia



Fonte: autoria própria

Esta fase se passa ambientada na Arábia, representada pela cidade de Marrocos. O objetivo da personagem é conseguir responder a todas as questões a fim de que, com a vitória,

seus cristais se fundam em um único: o cristal do tempo. Com este cristal poderá colocar sua nave em funcionamento novamente.

Estudar para encontrar Meca auxiliou o desenvolvimento da matemática Árabe. Aprender era nada mais que uma exigência de Deus. No alcorão algumas obrigações são respeitadas até hoje, como calcular o tempo de oração e a direção de Meca impulsionou muito dos cálculos na Arábia, especialmente por não poderem fazer desenhos de representação humana.

O povo árabe tem cultura rica e comércio ativo até mesmo pela sua localização geográfica. Por este motivo o contato com o oriente fora intenso e por meio deste contato é que o conhecimento matemático indiano chegou à Arábia.

Segundo Rooney (2012, p.21) o sistema de numeração hindu chegara até a Arábia por meio de “um aluno indiano que entregou um livro para o segundo Abisid Caliph Abu Ja’far Abdallah ibn Muhammad al-Mansur (712-75) em Bagdá, Iraque, 766”. Pelo que se sabe, o possível livro seria “*Brahmasphutisaddahanta* (A Abertura do Universo), escrito pelo matemático indiano Brahmagupta em 628. (...) e os números hindus deram seu primeiro passo em direção ao Ocidente”. (ROONEY, 2012, p.21)

Além do sistema numérico ter sido estruturado como conhecemos hoje pela contribuição hindu e árabe (que formulou os símbolos numéricos baseado na quantidade de ângulos que cada um forma para ser registrado), outros conhecimentos matemáticos são de responsabilidade hindu.

Um dos tradutores de obras hindus foi Muhammad Ibn Musa Al-Khwarizmi, de cujo nome deriva a palavra *algarismo* como coloca Rooney (2012, p.22) – isso porque seus textos foram traduzidos para o latim, e o conteúdo fora creditado a ele e não ao povo hindu a princípio. Nesse sentido du Santoy²⁸ afirma no documentário “Gênios do Oriente” que os ocidentais costumavam não reconhecer os feitos orientais.

As medidas na Arábia também eram reconhecidas. Uma delas que utilizamos ainda nos dias atuais é o quilate (medida de ouro e pedras preciosas), que tem origem em sementes de alfarroba usadas originalmente pelos joalheiros árabes para pesar metais e pedras preciosas” (ROONEY, 2012, p.66)

O mercado de tecidos, de camelos, e joias utilizava muito da matemática, como padrões, misturas, proporções e cálculos monetários, além de todos os avanços algébricos.

²⁸ <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7186>

Motivo do tema de fundo

Figura 35 – Fundo Fase 6: Ruínas Ait-Bem-Haddou



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/marroc-os-fortaleza-adobe-castelo-1188581/>. Acesso em 01/03. 2017.

O fundo escolhido foi as Ruínas Ait-Bem-Haddou²⁹, localizada na cidade de Quazazarte. Uma cidade fortificada em Marrocos, ficava na antiga rota de caravanas entre o deserto do Saara e Marrakech. Local bastante explorado no cinema fora considerado patrimônio da humanidade em 2007.

Nesta etapa Isa vem caracterizada com a Rainha de Sabá, a mulher mais importante da história da África Antiga no sul da Arábia. Envoltas em mistérios, está presente na Bíblia cristã, no Antigo Testamento. Sob seu governo, homens e mulheres tinham os mesmos direitos, segundo Percília (2017, p.1).

As questões escolhidas para esta fase relacionam-se com os Descritores de habilidades e competências³⁰ dos alunos, nas quais se pauta a construção da Prova Brasil. Nesta fase e na próxima à base será a mesma, os Descritores da Prova Brasil de Matemática do 5º ano (2015). O conteúdo poderá ser repetido em questões diferentes nas duas fases, haja vista as maiores dificuldades apresentadas pelos alunos durante a realização do simulado (2015). Quando conteúdo de maior domínio dos alunos segundo o mesmo instrumento quantitativo, em função do número de questões, alguns conteúdos não serão abordados nesta fase, e sim no simulado final (próxima etapa).

²⁹ <https://pt.wikipedia.org/wiki/A%C3%Aft-Ben-Haddou>

³⁰ Vide anexo C

DESCRITORES ESPAÇO E FORMA (D1-D5)

1 O deserto é uma paisagem recorrente no Marrocos. O deserto do Saara se localiza neste local. Isa caminhou pelo deserto e notou que a areia formava diversas dunas. A maior delas pelas quais Isa passou media 18 pés até o topo (o que equivalia a 6 pés se não fosse a inclinação para o alto). Qual o tamanho da inclinação? (12 pés, 6 pés, **9 pés**)

Dica: Um triângulo é a metade de um quadrado. Se pensarmos em um quadrado, a linha que o divide em dois triângulos se chama diagonal. Se um quadrado tem todos os lados iguais, quanto mede a altura do triângulo?

2 Isa estava se sentindo muito cansada caminhando pelo deserto, o sol era muito forte. Na área do deserto que Isa percorreu no final de sua caminhada, uma duna gigante (pode-se traçar um quadriculado). Quantos metros ela andou aproximadamente se o chão era irregular? (Cada diagonal da malha quadriculada vale 1 metro) (3,5 metros, aproximadamente; 9,5 metros, aproximadamente; **5,5 metros, aproximadamente**).

Dica: Isa pode caminhar apenas a parte de cima da duna, já que a parte de baixo é a base da montanha. Como as linhas de trajetória não são retas, a medida é aproximada apenas.

3 Isa foi visitar Meca e percebeu que um pátio lateral é decorado com lajotas quadradas muito trabalhadas. São 20 lajotas de 1 metro de lado cada uma. Desde a entrada as lajotas se alinham, lado a lado, por 30 fileiras do mesmo piso. Sabendo disso, rapidamente Isa calculou a área do pátio, em que cabia 1 pessoa por m^2 para orações. Quantas pessoas podiam orar nesse pátio ao mesmo tempo? (50 pessoas, 60 pessoas, **600 pessoas**).

Dica: $1 m^2$ é o resultado da área de um quadrado de 1 metro de largura por 1 metro de comprimento: O mesmo formato de uma lajota que Isa encontrou no pátio próximo à Meca.

4 Em um momento de oração Isa contou que estavam presentes uma centena e meia de pessoas dentro de Meca. Quantas pessoas estavam lá? (**150 pessoas**, 1050 pessoas, 105 pessoas).

Dica: Saber o valor da posição de um algarismo na composição de um numeral ajuda a saber quanto é e como escrevê-lo.

DESCRITORES GRANDEZAS E MEDIDAS (D6-D12)

5 Já pensando em seu próximo destino, a Grécia, Isa lembrou-se de uma pergunta recorrente entre os matemáticos gregos que andaram pelo deserto do Egito: "Quantos grãos de areia existem?" Isa não poderia saber isso, entretanto, com a areia pode contar quanto tempo levou sua caminhada pelo deserto utilizando uma ampulheta, espécie de relógio. Eram 2:00h da tarde quando Isa chegou, e a ampulheta era capaz de marcar até 3:00h até cair toda a areia, mas tinha caído apenas a metade. A que horas Isa entrara no deserto? (2:30h; 5:00h; **3:30h**).

Dica: Sabendo a hora que se chegou é possível chegar até a hora que se saiu de determinado lugar, quando se tem o tempo que a pessoa levou no trajeto. A ampulheta marca 3 horas quando cai toda a areia, somando a metade deste tempo com o horário que Isa saiu, é possível saber a que horas chegou.

6 Uma das maiores atrações na cidade de Marrakesh, vizinha à Marrocos, são os encantadores de serpente. Isa conversou com um deles, que lhes explicou que cada cobra pode dar um bote de até 1 metro de distância. Nunca fora picado, mas precisa ficar no mínimo a que distância de suas serpentes? (1,00 m, **1,05 m**, 0,95 m)

Dica: Um metro equivale a 100 centímetros e escreve-se 1,00m, ou seja, 1 metro e nenhum centímetro, ou 100 centímetros exatos. Para a cobra não alcançar a pessoa, não se pode ficar até onde ela alcança, a distância tem que ser maior.

DESCRITORES NÚMEROS E OPERAÇÕES / ÁLGEBRA E FUNÇÕES (D13-D26)

7 Um encantador de serpentes possui um depósito com diversas caixas com espécies diferentes de cobras venenosas. Isa visitou um desses locais e notou que em um cômodo estavam 10 caixas com 60 cobras no total. Estando elas distribuídas igualmente, quantas cobras em cada caixa estariam? (**6 cobras**; 5 cobras; 10 cobras).

Dica: Dividir quantias iguais não admite estimativa, precisa calcular. O total precisa ser distribuído entre as partes até que as unidades acabem, e cada parte precisa ficar comum a quantia igual no final, senão a divisão não será exata, e sim com resto.

8 Uma das coisas mais comuns na Arábia é a mulher coberta por um véu, deixando seus cabelos escondidos e apenas o rosto visível (ou os olhos, no caso das burcas). Para fazer

um véu e caminhar pelo mercado de Medina Isa precisaria de 2,20 metros de comprimento do tecido (a largura é padrão), assim ele cobriria sua cabeça com dobras elegantes. Para fazer um vestido para combinar com o véu, ela precisaria de mais 2 metros e meio. Quanto de tecido teria que comprar? (4,20 metros; **4,70 metros**; 4,50 metros)

Dica: Os tecidos são vendidos pelo seu comprimento, á que a largura é fixa. Somar peças de tecido implica em somar os comprimentos do tecido que se pretende comprar.

9 Passando pelo mercado de camelos Isa notou um detalhe curioso, até mais de 1 ano de idade o camelo ainda toma leite de sua mãe. Um camelo bebê consegue tomar até 15 litros de leite cada vez, mama 4 vezes em um dia para passar até 2 dias sem alimentar. Quantos litros de leite ele toma, em média, em três dias, tendo se alimentado apenas no primeiro dia? (5 litros de leite em média; 20 litros de leite em média; **60 litros de leite em média**).

Dica: No período que o bebê camelo não se alimenta não se pode contar o leite como alimento ingerido. A quantidade total de leite do primeiro dia, portanto, precisaria ser distribuído pelos três dias, já que se pede a média. É como o camelo faz ao consumir nutrientes.

10 A culinária dos árabes é interessante e diferente da brasileira. Alguns deles se referem ao cozimento de animais bastante exóticos para a cultura brasileira, como olhos e cérebro de ovelhas. No preparo de uma sopa, em um lar que Isa visitou, a cozinheira utilizou ovelhas. Para cada prato eram postos $\frac{1}{4}$ de um cérebro dividido e utilizados 2 olhos. O filho da mulher se alimenta muito bem, enquanto Isa pediu 1 porção de alimento ele pediu 3. Quantas ovelhas teriam que ser sacrificadas apenas para os dois se alimentarem? (Precisaria de metade de uma ovelha por causa dos olhos; **Precisaria de 2 ovelha por causa dos olhos, iria sobrar cérebro**; Precisaria de 1 ovelha por causa do cérebro, iria sobrar olhos).

Dica: Somar as partes para se chegar ao todo pode auxiliar na contagem..., mas é preciso raciocinar! O cérebro sempre fora dividido em 4 partes, e cada animal tinha apenas dois olhos.

11 O comprimento de uma serpente do encantador com que Isa conversou, chegava a 5 metros. Durante as demonstrações do encantador, 1 caixa caiu sobre a serpente e a cortou. Em uma das partes sobrou $\frac{1}{4}$ de sua cauda. Como a cobra ficou dividida? (75% de cauda e 25 % do corpo restante; **25% de cauda e 75 % do corpo restante**; 50% de cauda e 50 % do corpo restante).

Dica: Sempre que o denominador é quatro significa que o inteiro poderá ser dividido em quatro partes, e cada uma dessas partes equivale a 25% do todo.

12 O curtume: Isa descobriu que um curtume é o local de tratamento de couro retirado dos animais. O custo para produzir uma bolsa de couro é alto, o trabalho é imenso e às vezes envolve até mesmo abater os animais dentro do curtume. As peles precisam passar por diversas etapas. Pagar por uma bolsa R\$ 85,00 é pouco pelo trabalho segundo o que Isa analisou. Sabendo que Isa pegou isso e ficou com R\$ 35,00 restantes, quanto de dinheiro tinha quando foi comprar a bolsa? (Tinha R\$ 115,00; Tinha R\$ 110,00; **Tinha R\$ 120,00**).

Dica: Quando pagamos algo entregamos para o recebedor uma parte do todo que temos, e o que nos resta é outra parte do mesmo todo. O que se tem inicialmente, antes do pagamento, é a soma das partes do que se pagou e do que sobrou.

13 Em um curtume chega carregamento de peles todos os dias, ainda nos animais. A maioria deles chegam mortos, mas alguns podem chegar ainda vivos, necessitando que se terminasse o sacrifício. Em um carregamento chegaram 5 dúzias de animais mortos e 15 necessitando de abate. Quantos animais estavam já prontos para terem a pele retirada? (**60 animais vivos**; 12 animais vivos; 15 animais vivos)

Dica: O registro escrito refere-se à quantidade de elementos que se pode contar. No caso de animais vivos, precisa-se considerar apenas o número referente aos vivos.

14 Tomar chá em Marrocos não é uma questão apenas de gosto, mas de obrigação. Ofereceram para Isa em uma das casas pelas quais passou, Isa aceitou. Enquanto tomava, olhou para o copo e a jarra do chá servido como um suco no Brasil. A jarra tinha um litro. Comparando os dois recipientes, quantos ml possivelmente teria o copo? (**Menos de meio litro**, Meio litro. Mais de meio litro)

Dica: Deduz-se a quantidade que um recipiente pode comportar olhando para ele em comparação com outro, que já se sabe quanto o outro comporta. Mais da metade, menos da metade e outros parâmetros podem ser utilizados para ponderação inicial.

15 Isa passara pelo mercado de camelos. Notou que um beduíno estava comprando um camelo por metade do preço pedido pelo dono do camelo a princípio. Isa percebeu que o importante era saber negociar! Qual a fração representa o que foi pago pelo camelo? (**1/2 (metade)**; 1/4 (um quarto); 1/3 (um terço))

Dica: Quando se pede determinado valor para um produto, o valor é inteiro. Ao se pagar um valor inferior, como a metade (nesta questão), o valor inteiro foi dividido em uma fração do todo.

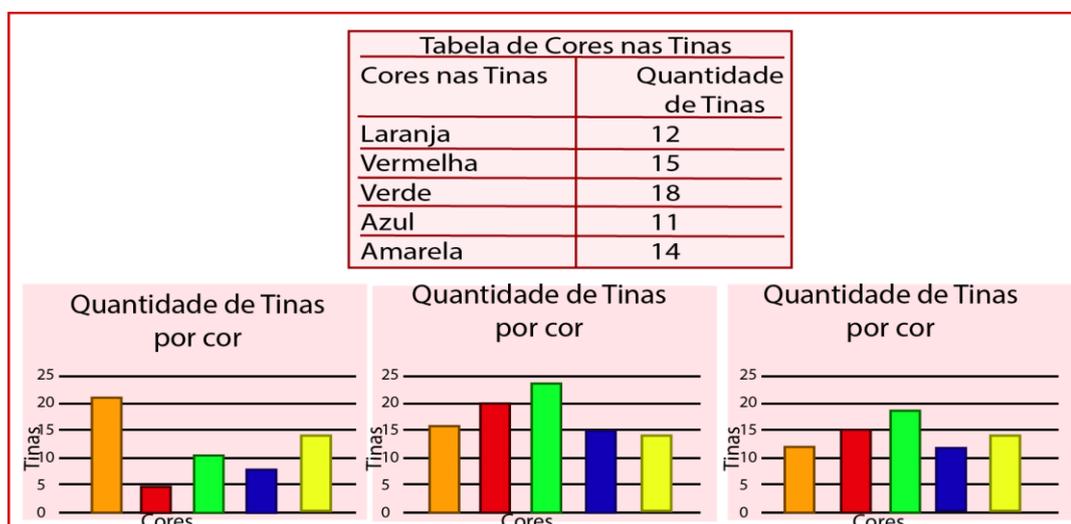
16 As mulheres marroquinas são vaidosas, se maquiam, usam roupas bonitas e muitas joias. Isa, cada vez mais perto de voltar para casa e buscar por sua mãe, quis levar para ela uma pulseira marroquina. O peso da pulseira era 42 gramas de ouro e 13 gramas de pedras preciosas. Para ter 100 gramas de joia pelas quais poderia pagar, quantas gramas ainda poderia escolher para o joalheiro enfeitasse ainda mais o presente de sua mãe? (405 gramas, **45 gramas**, 54 gramas).

Dica: Somar a quantidade utilizada e pensar na diferença do que se tem e do que se pode ter é uma boa maneira de chegar a um resultado.

DESCRITORES TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO (D27-D28)

17 Isa visitou as tinas de coloração de tecidos de um beduíno muito reconhecido no mercado de tecidos. Observou as tinas e organizou as informações em uma tabela. Qual gráfico fora produzido corretamente a partir da tabela? (Gráfico 1; Gráfico 2; **Gráfico 3**)

Dica: Um gráfico apresenta as quantidades referentes a cada informação da tabela, uma ao lado da outra. Observando as cores e seguindo as linhas que sugerem a quantidade de tinas, pode ser mais rápido compreender os resultados da tabela.



Concluídas as questões, estando todas respondidas corretamente, os cristais são fundidos em um Cristal do Tempo, todos aparecem na tela se juntando em um só no centro. Com este cristal, furta-cor e movediço, Isa poderá colocar sua máquina para funcionar, bastando conquistar sua máquina de volta na Grécia!

Parabéns, agora o cristal do tempo é seu! Basta recuperar sua nave, agora é a hora de mostrar o que conseguiu até aqui! Vamos lá!

Nota: alguns descritores foram unificados nas questões.

Consideramos que o exercício de raciocínio lógico matemático no quarto ano para se utilizar dos conhecimentos consolidados e, ao mesmo tempo, introduzir os saberes necessários para os aprofundamentos previstos no 5º ano é fundamental, e deve acontecer em muitas situações com o auxílio do professor.

As crianças tendo respondido as etapas anteriores de modo a tê-las acertado todas, dá condições para que, com as intervenções docentes, os alunos compreendam a linha de raciocínio necessária para as questões mais complexas, facilitando o aprimoramento do saber referente ao quinto ano, que será explicitado na fase seguinte, não com os descritores unificados pelo caráter de *score* e função de simulado, mas que mobilizarão as habilidades trabalhadas nesta fase.

5.2.8 Enigma Final Grécia

Figura 36 – Isa Kogoca na Grécia



Fonte: autoria própria

Esta fase é ambientada na Grécia, mais especificamente junto ao Parthenon, onde Zeus irá falar com ela e lhe colocará um desafio: Acertar o mínimo de 60% de suas questões e voltar para casa, ou iniciar o jogo novamente.

O objetivo, portanto, é conseguir acertar o percentual mínimo e ter acesso à nave, podendo retornar para sua época.

Como fundo da imagem o Parthenon, um dos monumentos arquitetônicos mais famosos da Grécia, estará presente:

Figura 37 – Fundo Desafio Grego: Parthenon



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/nashville-tennesse-eua-am%C3%A9rica-1651731/>. Acesso em 01/03. 2017.

De acordo com a wikipedia (2017, p.1) o Parthenon (Partenon ou Partenão) foi um “templo dedicado à deusa grega Atena, construído no século V a.C. na Acrópole de Atenas, na Grécia Antiga”. A deusa patrona da cidade, Atenas Partenos deu, também, origem ao nome do monumento. Ainda segundo o mesmo *site*:

O Partenon é o mais conhecido dos edifícios remanescentes da Grécia Antiga e foi ornado com o melhor da arquitetura grega. Suas esculturas decorativas são consideradas um dos pontos altos da arte grega. O Partenon é um símbolo duradouro da Grécia e da democracia, e é visto como um dos maiores monumentos culturais da história da humanidade. O nome Partenon deriva da estátua de Atena Partenos. (GOMBRICH, 1993, p.66)

Em se tratando de cultura e o tema deuses que para os gregos era extremamente relevante para tomadas de decisão e ações cotidianas, nada melhor que um templo erguido a uma deusa com o nome relacionado a sua Capital Atenas para ser posto como imagem de fundo a uma personagem caracterizada também como uma deusa – Hera (cuja escolha justifica-se adiante).

Os gregos chegaram à mesopotâmia e deram sequência aos estudos matemáticos, e como colonizadores tinham estratégia interessante de se apropriar do que de melhor as civilizações conquistadas podiam oferecer. Adeptos pelo conhecimento pelo conhecimento e através do ócio contemplativo, as contribuições gregas em diversas áreas do conhecimento influenciam a humanidade e seus avanços, e uma dessas áreas é a matemática.

De acordo com o documentário “Vida Matemática #2 Grécia: A origem dos Elementos³¹”, neste momento da história, por meio de hipóteses matemáticas, as provas por meio de axiomas constituíram a matemática tal qual a conhecemos. Muitos conhecimentos matemáticos foram sistematizados, e grandes nomes da história da matemática fazem parte do contexto grego, como Pitágoras, Arquimedes, Euclides e Platão.

O matemático Marcus du Santoy³² descreve que na escola pitagórica a matemática era apenas um dos conhecimentos e ações que uniam os seguidores de Pitágoras, que também admitia mulheres. Os princípios do triângulo retângulo, permite generalização para todos os triângulos retângulos – transcendendo o que a civilização babilônica tinha alcançado.

Ainda segundo o matemático Marcus du Santoy, a música e a série harmônica também foram creditadas a Pitágoras, que implicou em reconhecer a matemática nas escalas musicais, com intervalos sempre representados como razões de números inteiros.

Continuando sua descrição no documentário “A história da matemática, a linguagem do universo” du Santoy³³ comenta que outro grande nome da Grécia em matemática fora o filósofo Platão. A relação entre as formas geométricas e os elementos da natureza. A geometria é fundamental para Platão, e para ele 5 formas de polígonos regulares sólidos representavam a natureza. Devido a ligação da geometria matemática com os elementos que constituem a natureza, a visão que Platão tinha do universo, estas formas foram postas como prêmios a cada etapa do jogo, a fim de que se possa aludir a ideia de que dominando os elementos naturais se possa, também, dominar o tempo e o espaço com o auxílio da matemática.

Euclides fora um matemático grego que compilou várias descobertas matemáticas no seu livro “Os elementos”, considerado o auge da matemática grega. A chamada geometria euclidiana é fundamental para as descobertas matemáticas atuais, no entanto, seu complexo conteúdo não condiz com a faixa etária a que o jogo se destina, sendo de difícil adaptação. Por este motivo seus estudos não estão apresentados no jogo.

Outro feito de Euclides foi a descoberta da infinidade de números primos, entendidos como uma classe de números inteiros especiais, pois só permitem divisibilidade por 1 e por si próprio; “O matemático grego Euclides foi o primeiro a provar que há uma sequência sem fim de números primos, por volta de 300 a.C. E mais de 2000 anos depois, não temos uma fórmula para prever os números primos”. (ROONEY, 2012,p.52)

³¹ <https://www.youtube.com/watch?v=Kt5ulOxzIzU&t=346s>

³² <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7186>

³³ <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=7186>

Sobre este assunto, a maneira de prever um número primo desenvolveu-se, também, na Grécia Antiga pelo matemático Eratóstenes, que conforme as palavras da autora, “desenvolveu um algoritmo simples para determinar os números primos, chamado de crivo de Eratóstenes” (ROONEY, 2012, p.53). Estes assuntos, de modo aprofundado, não são abordados neste trabalho pelo conteúdo não abranger o currículo desta faixa etária.

Aparentemente fora o mesmo matemático, segundo Eusébio de Cesaréia, nas palavras de Rooney (2012, p.54), que calculara a “distância da Terra ao sol, que é precisa dentro de 1 por cento do valor aceito nos dias de hoje”.

Já Arquimedes fora visionário, trabalhou com polígonos, gravidade e armas de guerra. Entretanto a matemática pura era seu objeto de estudo, usar fórmulas para calcular áreas de formas regulares. No entanto, também pela complexidade do conteúdo, os estudos de Arquimedes não compõem o jogo, mesmo sendo reconhecido como uma das bases da evolução do pensamento matemático.

Questões

Um simulado abrangendo 28 questões (uma para cada descritor) pode não ser necessariamente atraente para os alunos, soar como uma espécie de treino para a prova oficial, mas responder a enigmas enquanto desafios pode ser uma alternativa interessante para concluir o jogo, e, ao mesmo tempo, auxiliar o professor a notar o nível de aprendizagem dos alunos enquanto apreciação dos resultados das crianças sob o olhar de alguém que os conduz ao conhecimento e que, também, tem responsabilidade quanto a nota dos alunos.

A mitologia era muito forte na condução das ações do povo grego, e a magia mítica pode ser envolvente o suficiente para a faixa etária dos alunos, daí a escolha de Zeus, o deus mais poderoso do Olimpo, fazer parte do final da saga de Isa proposta no jogo. De acordo com o professor Michel Goulart (2013) os deuses da mitologia grega são 12 no Olimpo.

Os governantes do Olimpo eram Zeus e Hera, que simbolizavam a união homem-mulher. Conforme Michel Goulart (2013) coloca no *site*³⁴ Hera, a rainha do Olimpo, era esposa de Zeus,

a deusa do matrimônio, do parto e da família. Extremamente ciumenta, é vingativa com as amantes do marido e com os filhos de Zeus que elas geram. Íris, a deusa do arco-íris, era a servente e mensageira de Hera, e o pavão, a sua ave favorita. Para os gregos, Hera e Zeus simbolizam a união homem-mulher.

³⁴ <http://www.historiadigital.org/curiosidades/12-deuses-do-olimp-na-mitologia-grega/>

Como maior autoridade feminina do Olimpo, Hera fora escolhida como caracterização de Isa para esta etapa.

Pelo poder de governo no Olimpo, Zeus fora escolhido para participar do simulado que gera o *score*.

É o deus principal, governante do Monte Olimpo, rei dos deuses e dos homens. Era o senhor do céu e o deus da chuva, aquele que tinha o terrível poder do relâmpago. A tempestade representava a sua fúria. Sua arma era o raio e sua ave a águia, animal em que costumava se transformar. Zeus era um tanto mulherengo e teve diversas esposas e casos com deusas, ninfas e humanas, tendo vários filhos semideuses, entre eles, Hércules e Perseu. (GOULART, 2013, p.1)

A intenção é de que, se o aluno acertar a questão, a imagem de uma nuvem se aproximando do Parthenon apareça na tela em um céu limpo. Caso a resposta seja errada, um raio clareie a tela e a próxima pergunta “caia” do céu como chuva como nova oportunidade.

A imagem que aparece às crianças que não conseguem atingir 60% do score da última fase é uma tempestade, na qual Zeus aparece (imagem no jogo) com a seguinte mensagem na tela: *Precisa se preparar um pouco melhor, penso que tenha que estudar mais para desafiar o maior Governante do Olimpo*. Neste ponto as fases do jogo se bloqueiam, apenas a pré fase estará habilitada novamente para que o aluno refaça o percurso.

Já a conquista do *score* desejado permite a conquista da nave em funcionamento e o retorno para as estrelas em viagem de volta é um prêmio dos deuses para respostas adequadas aos enigmas propostos.

Nesta situação, a Nave de Isa e seu drone aparecem ao lado dela ao invés do local de perguntas. Com flashes de foto como efeito visual, Isa aparece de Astronauta com seu drone por perto, ao lado da nave, depois aparece apenas a nave, e esta, perdendo a gravidade e com propulsores ligados, sobe em direção ao céu.

Desafio:

DESCRITORES ESPAÇO E FORMA (D1-D5)

1 Isa chegou à Grécia. Ficou encantada ao visitar as Ilhas Gregas, que são muitas. Para sua surpresa, já que nunca tinha visitado o lugar, do meio do mar viu a capital grega banhada pelas águas... linda paisagem! Qual o nome dessa cidade? (Brasil, **Atenas**, Piraju)

2 Entre gregos o filósofo e matemático Platão descreveu o mundo através de 5 formas geométricas: Os 5 poliedros de Platão que representavam o ar, a água, o fogo, a terra e o universo (como os cristais conquistados por Isa). Qual a diferença quanto a forma que se vê entre estes poliedros e a representação do globo terrestre? (**Os sólidos de Platão são poliedros, e o globo terrestre é corpo redondo**; Os sólidos de Platão são corpos redondos, e o globo terrestre é corpo cilíndrico; Os sólidos de Platão são cúbicos, e o globo terrestre é corpo redondo).

3 Os triângulos podem ser diferentes entre si. Pitágoras era apaixonado por triângulos e estudou muito sobre eles na Escola Pitagórica. Isa observou alguns desenhos de triângulos, alguns bastante diferentes dos que estava acostumada a ver. Depois de muito analisar, Isa percebeu que, realmente, uma das formas não era um triângulo, qual era a imagem não triangular? (Primeira, **Segunda**, Terceira)

4 Observando as imagens esboçadas da Grécia (representações), Isa notou que alguns telhados tinham formas arredondadas e outras com formas planas. Muitos dos que tinham formas planas em suas faces obedeciam um padrão: Duas bases (uma maior e uma menor), e dois lados que, se fossem prolongadas as linhas, elas se cruzariam (estas linhas fecham a figura). Paralelogramos com estas características são chamados como? (**Trapézio**, Retângulo, Losango)

5 Para ajudar um artista local construir uma estatueta a fim de comercializar em barracas como lembranças do Parthenon, Isa mostrou como é possível utilizar uma malha quadriculada para reduzir o tamanho. Pegou um desenho do lugar e o quadriculou em quadros grandes. Com quadriculado menor seria mais adequado. O artista fez um desenho, Isa notou que havia falhas, e redesenhou no quadriculado menor. Qual era o desenho completo que Isa refez? (**Primeiro**, Segundo, Terceiro)

DESCRITORES GRANDEZAS E MEDIDAS (D6-D12)

6 O teatro grego era um espetáculo na Grécia Antiga muito apreciado. Era comum que as histórias terminassem de modo trágico, o que chamamos hoje de “Tragédia Grega”. Um dos lugares que aconteciam estes eventos era no “Teatro de Herodes”. Se fosse possível assistir uma

peça lá que se iniciasse as 18:00h e terminasse as 20:30 h, por quanto tempo Isa apreciaria esta arte? (2 horas, 2 horas e 3 minutos, **2 horas e meia**)

7 A inspiração de Pitágoras para o estudo dos triângulos retângulos foi a Pirâmide. Se uma linha reta perpendicular fosse traçada do cume da pirâmide até o chão se podia descobrir a altura da pirâmide. Eles descobriram que quando a lateral da pirâmide tivesse 8 metros, a distância entre o ponto em que a reta perpendicular cruza a base do triângulo e o vértice da base mediria 2 metros. Desse modo, quanto mediria a altura da pirâmide? (**2 metros**; 3 metros; 4 metros)

8 Isa ficou parada diante do Parthenon sem palavras ao pensar... "Como poderiam ter construído algo tão bonito?". Ela tem 1,80cm de altura, e o lugar era muito mais alto. Quantas vezes mais alto que Isa o Parthenon pode ser, observando a imagem? (Menos de 3 metros, **Mais de 4 metros**, Aproximadamente 2 vezes)

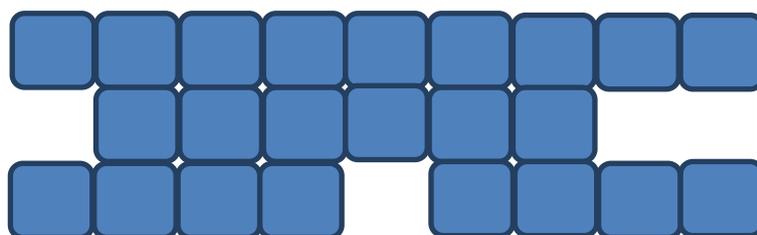
9 Isa ficou um tempo próxima ao Parthenon, atualmente monumento de visitação turística. Lembrou-se da placa que vira a respeito do monumento, o que lhe permitiu chegar à resposta: Qual a largura do Parthenon? (46 metros; **32 metros**; 70 metros)

Tipo – Templo	Estilo dominante – clássico
Arquiteto – Ictinos, Calícrates	Início da Construção: 447 a.C
Proprietário atual: Governo Grego	Fim da construção: 432 a.C
Largura: 32 metros	Local: Atenas, Grécia
Comprimento: 72 metros	Número de Colunas: 46

10 Uma curiosidade intrigante para Isa se referia aos monumentos que a Antiguidade produziu enquanto estavam descobrindo a matemática. O Parthenon, por exemplo, fora construído com quase 2000 anos depois das Pirâmides do Egito. Se ele fora terminado aproximadamente 400 anos antes de Cristo, há quantos anos atrás o Parthenon foi construído em relação a 2017? (2.400 anos, 2.417 anos, 4.417 anos)

11 Para comprar na Grécia Isa precisa trocar o real pelo Dracma, moeda grega. Assim como o real, 1 dracma grego pode ser dividido em 100 leptas (no Brasil, seriam 100 centavos de Real). O valor de R\$ 2,00 vale 207 GRD (símbolo do dracma). Se Isa trocar 8 moedas de R\$ 0,25, quantos dracmas Isa teria? (25 GRD, 2 GRD, 207 GRD)

12 Os gregos buscavam construir uma forma de governo chamada democracia, em que todos os cidadãos poderiam também participar das decisões políticas. Um dos espaços públicos onde os problemas podiam ser expostos pode ser representado por uma imagem semelhante a que segue. Caso fosse assim e a medida do lado da pedra de forma quadrada do chão fosse equivalente a 2 metros, qual o perímetro desse espaço? (**64 metros**, 58 metros, 50 metros)



DESCRITORES NÚMEROS E OPERAÇÕES / ÁLGEBRA E FUNÇÕES (D13-D26)

13 Pitágoras gostava de escrever na areia e de fazer seus desenhos com pedras, pois era fácil modificar as imagens. Isa viu uma caixa cúbica transparente com bolinhas de argila utilizada por Pitágoras. Ao todo tinha 64 bolinhas na caixa, como marcava na inscrição externa. Tinham 4 camadas de bolinhas, e, sendo a caixa cúbica, todas as camadas tinham a mesma quantidade. Como se representa o cálculo (produto) que totaliza a quantidade de bolinhas da caixa? (**$(4 \times 4) \times 4 = 64$** ; $(4 \times 4) = 64$; $(4 \times 4) + 4 = 64$)

14 Isa pensou sobre quanto tempo ela estava longe de casa passando pela Grécia, o berço do conhecimento ocidental. A civilização grega clássica viveu em torno de meio século antes de Cristo (500 anos). Hoje já vivemos mais de dois milênios após o nascimento de Cristo. Dois milênios podem ser escritos de que maneira? (1.000 anos; **2.000 anos**; 4.000 anos)

15 Os gregos tinham uma maneira particular de escrever seus números. Observe a reta numérica, sobre a linha os números estão escritos com símbolos gregos, e abaixo, uma sequência falha com números hindu-arábicos. A que número indo-arábico equivale o símbolo Σ ? (**5 unidades**, 7 unidades, 3 unidades)

16 Isa conseguiu um convite para assistir a uma peça grega de teatro chamada "Édipo-Rei". Nesse dia tinha muitos ingressos vendidos: Um total de 1980 bilhetes vendidos quando

Isa conseguiu comprar o último. Se todas as pessoas estivessem presentes, quantas dezenas de pessoas pagantes estariam assistindo à peça? (1980 dezenas, **198 dezenas**, 109 dezenas)

17 No centro comercial da Grécia não existia muitas opções de alimentos cultivados por causa de terrenos bastante acidentados e clima oscilante naquele momento. Isa comprou 200 gramas de uvas, um dos principais cultivos existentes no local, e pagou R\$ 5,00. Recebeu de troco R\$ 1,70. Isa pensou... "como esta uva está cara!". Quanto custaram os 200gr de uvas? (R\$ 2,30; R\$ 3,20. **R\$ 3,30**)

18 Conversando com um contador de histórias Isa ouve uma das grandes histórias gregas: "Cavalo de Troia". Conta-se que os gregos, em batalha com os troianos, não tinham chance de vencer a menos que usassem de estratégia. Reconhecendo que os troianos eram mais fortes (e gostavam de cavalos), os gregos construíram um cavalo de madeira e o deram a seus inimigos. Porém, o cavalo era oco e durante a noite, com a guarda reduzida, os soldados gregos saíram do cavalo e tomaram Tróia. Neste dia, dos 100 soldados que foram dentro do cavalo, é possível que tenham morrido 25% deles. Quantos seriam? (**25 soldados**; 50 soldados; 75 soldados)

19 A plantação de uva para vinho na Grécia era bastante apreciada. Isa soube que o vinho era um presente do deus Dionísio, o deus do vinho, das festas e das farras. Certa vez, Isa acompanhou a produção de vinho. Na casa de vinhos visitada, para cada cacho da fruta 100 ml (ou 0,1 l) de vinho era produzido. Para um litro, quantos cachos seriam precisos? (0,10 cachos, 5 cachos, **10 cachos**)

20 Durante a passagem de Isa pela Grécia um vulcão entrou em erupção. Segundo a crença do local, Hefesto, o deus das construções, deveria estar finalizando alguma nova criação. Pode ser que seja através de Hefesto que a Pangeia (único bloco de terra habitável no planeta Terra no início) se dividira em 5 continentes. Comumente vulcões em erupção podem provocar terremotos, mas se ocasionasse nova divisão de continentes por mais 2 vezes seguidas, partindo os continentes existentes ao meio, quantos continentes a Terra passaria a ter? (**20 continentes**, 30 continentes, 24 continentes)

21 A certa altura do questionário de Zeus para Isa envolvendo matemática no cotidiano científico e mitológico na Grécia, ele percebe que ela já tinha acertado pouco mais da metade

das questões. Para conseguir voltar para casa ela precisava acertar 0,6 da prova. A cada questão acertada uma parte de sua nave se formava. Se estivesse com 0,6 da nave toda aparecendo, Zeus permitiria sua volta com a nave reconstruída. A que porcentagem equivale 0,6 de 1 inteiro? (16 %, **60 %**, 6%)

22 Para Isa a meta é conseguir 0,6 de um total de 10 da nota do questionário de Zeus. Qual a fração da prova inteira isso representa? ($1/6$; **$6/10$** ; $1/2$)

23 Outro deus sempre lembrado no litoral de Atenas que Isa pode saber é Poseidon. Passando pela praia Isa viu alguns barcos saindo para a pesca e os pescadores orando para que o mar ficasse calmo. Poseidon possuía um tridente capaz de provocar tsunamis e tempestades no mar. Infelizmente, no dia que Isa passou por ali, dos 135 barcos que saíram, apenas 119 voltaram. Quantos barcos foram tomados por Poseidon? (15, **16**, 26)

24 Isa ouviu a história do "Cavalo de Tróia" e ficou impressionada com a arte da guerra desenvolvida na Grécia, já que sempre estudara sobre a Grécia o seu legado científico para a sociedade. Quando soube que podiam ter perdido 25% dos soldados em batalha, relacionou o número com a representação de uma fração. Era muita gente! Qual fração representa o valor dos que sobreviveram? ($25/100$; $50/100$; **$75/100$**)

25 Isa sempre estudou que os gregos deram importantes contribuições para o desenvolvimento da matemática. Um deles foi a prova. Sem provar a exatidão das hipóteses como verdadeiras, a matemática não seria uma ciência exata – daí a importância da Prova Real. Se uma pessoa diz que possui 36 livros de matemática e que possui 32 de português, afirma que a diferença entre a soma dos livros e a quantidade dos livros de matemática é 32. Pode-se afirmar que ele está correto? (**Sim. De 68 no total subtrai-se os livros de português, que resulta em 32 de matemática**; Sim. De 68 no total subtrai-se os livros de matemática, que resulta em 36 de português; Sim. De 68 no total subtrai-se os livros de matemática, que resulta em 32 de matemática).

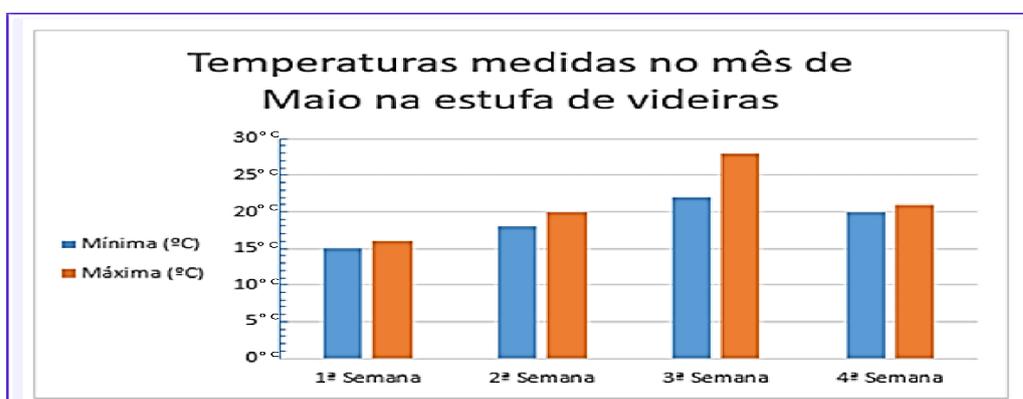
26 Em uma venda no comércio grego o dono estava nervoso e pediu ajuda para Isa que estava passando. Ele tinha a encomenda de entregar 100 caixas de vinho para o porto vizinho, mas ele tinha 79 em seu estabelecimento, tinha que buscar mais no estoque da fábrica mas não sabia quantas caixas trazer. Tendo feito a conta certa, qual a resposta de Isa para ele? (**21 caixas**, 31 caixas, 19 caixas)

DESCRITORES TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO (D27-D28)

27 Demeter era a deusa das plantações e estações do ano. Isa analisou a tabela de produção de um dos adoradores de Demeter que afirmava ter recebido ajuda da deusa. Observando a tabela em que foram anotados os quilos produzidos em quatro verões seguidos, quanto ele produziu de uva ao longo de 4 estações de verão? (2.250 quilos, **2.350 quilos**, 22.250 quilos)

ANO	PRODUÇÃO DE UVA
477 AC	480 quilos
476 AC	560 quilos
475 AC	610 quilos
474 AC	700 quilos

28 Isa acredita que o comércio de uvas está colocando um preço de venda muito alto e fora visitar uma plantação, onde descobre muitas coisas, entre elas, que a produção de uvas está relacionada a temperatura ambiente (como se pode acompanhar no gráfico). A temperatura ideal para o cultivo das uvas é entre 15°C e 30°C. Em apenas durante uma semana a temperatura quase colocou a plantação local a perder com temperaturas muito baixas, qual foi ela? (**Primeira semana**, Terceira semana, Quarta semana)



Aguarde! Zeus está processando suas respostas para saber se você está pronta para viajar pelo espaço!

Como finalização, aparece uma mensagem:

Parabéns, agora Isa pode voltar para sua casa graças à sua ajuda! Mas as surpresas ainda não pararam!

Ainda com fotos e escrita narrando de fundo aparecem as seguintes imagens:

- Isa na porta do laboratório com Fahg vê sua mãe junto à Noryb.
- Nave de Iv Kogoca próxima a um buraco negro.
- Isa e Iv Kogoca se abraçam. Ao lado delas estão o drone e um quadro de Mark na parede.
- Isa e Iv aparecem em close perto uma da outra com balões de pensamento (Iv pensando nas estrelas, e Isa em suas passagens pela história, que se percebe por sua caracterização).
- Iv e Isa sentadas ao redor de uma mesa com Noryb olhando um mapa da Via Láctea, com Fahg ao lado delas.
- Noryb apresenta uma nova nave para as duas.
- Os personagens juntos e felizes, com a imagem de Mark na parede.

“Isa reencontrou sua mãe, que após quase ser sugada por um buraco negro voltou para casa. Ambas se abraçam, contam uma a outra suas aventuras pelo tempo e espaço. Por fim, reencontrando-se por meio da tecnologia e unidas pelo amor à ciência, ambas resolvem viajar juntas. Testando novos inventos em que Noryb ficaram trabalhando, agora querem testar se o cristal do tempo funciona para qualquer lugar que se queira viajar, ainda que não seja para o passado ou futuro. No entanto, apenas de uma coisa eles tem certeza, que estarão juntos!”

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No percurso da pesquisa a preocupação em ensinar matemática para além do que se pede em Avaliações de Larga Escala norteou o caminho aqui percorrido.

Embora o sistema de ensino seja, atualmente, regido pelos resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, o ensino é mais que isso, envolve a formação de crianças para a vida e prosseguimento nos estudos, precisando mais que o conhecimento empírico (saber resolver questões), alcançando o saber teórico (o que estrutura, qual o motivo de se conceber determinado conhecimento, que pode ser generalizado a outras situações e que não tem caminho específico do pensar para se resolver determinada questão).

A partir dos anos 90 as Avaliações Externas se tornam cada vez mais presentes no cotidiano das escolas e, muitas vezes, indicando os caminhos que devem ser seguidos para que se estabeleça educação de qualidade. No entanto, vale refletir que o termo qualidade é relativo, à medida que o que apresenta qualidade para um pode não representar para outro. Em outras palavras, nota-se que através da mídia que expõe os resultados do IDEB, a grande maioria das pessoas acredita que as escolas que alcançaram maiores notas são as melhores escolas. As condições do processo de ensino e o nível de aprendizagem dos alunos (além dos fatores pessoais de cada criança) precisam ser levados em conta.

Salas com déficit de aprendizagem por n razões podem conseguir avanços bastante significativos no que diz respeito ao desenvolvimento dos alunos, mas que, em se tratando de comparação com índices de outras escolas, pode não representar nota tão satisfatória assim.

A problemática das ALEs pelo que se percebe, não é a sua existência, sua divulgação, ou tampouco as análises que se podem fazer a respeito dos dados quantitativos que levanta, mas da relação de ranqueamento das escolas e a conduta que muitos locais podem adotar no sentido de apresentar índices mais altos, como os *treineiros* apontados por alguns autores no decorrer da pesquisa.

De modo particular a inquietação nesta pesquisa prende-se a área de matemática que, grosso modo, sempre apresenta índices menores do que em língua portuguesa (áreas de conhecimento que se consolidaram como as únicas avaliadas até o momento nas ALEs).

A área de matemática na sociedade da informação, sustentada por recursos tecnológicos na maioria das profissões e funções existentes na contemporaneidade, é fundamental, tanto para manuseio das diferentes ferramentas (conhecer o código e ter raciocínio lógico-matemático para bem utilizar máquinas), quanto para o aprimoramento e invenção de novos aparatos que possam proporcionar melhor qualidade de vida e conquista de novos

horizontes, como a manutenção da vida na Terra, ou na conquista do espaço com maior propriedade.

Enfim, de fatos reais a realização do que hoje temos por ficção científica (lembrando que muito do que hoje é real também fora considerado ficção em eras passadas), o ensino de matemática sustenta vasta gama de possibilidades.

Assim, esta pesquisa buscou dados para descobrir como as crianças melhor compreendem conceitos matemáticos e que pode auxiliar na imbricação do conhecimento lógico-matemático, a leitura do mundo através da matemática, que historicamente vem sendo considerada alavanca importante para impulsionar o crescimento das civilizações.

Neste ponto, buscou-se mais informações sobre a história das civilizações e sua ligação com a matemática, percebendo que quanto mais complexa era a sociedade, maior profundidade no conhecimento matemático. Logo outra questão: porque não se ensinar a matemática, então, através da história das civilizações, que muitas vezes se estuda na área de matemática como a história da matemática.

Considera-se que a contextualização é fundamental para a compreensão de assuntos, logo, o ensino da história da matemática não pode estar desvinculada do ensino de história

Sob esta reflexão foi pensado um objeto de aprendizagem buscando motivar os alunos para aprendizagem dos saberes matemáticos básicos para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático que permita avanço nos estudos, além de bem executar as práticas diárias (duas funções próprias da matemática, a praticidade na relação em sociedade e a matemática pura, que por meio da abstração se pode alçar grandes voos nas conquistas científicas).

Ao realizar leituras novas, e considerando a prática profissional, os jogos digitais vêm se mostrando interessante alternativa para o ensino, ainda mais se for construído por educadores para este fim. Assim, pela unificação de meios tecnológicos (fundamentados e viabilizados por conceitos matemáticos) enquanto ferramenta de ensino e a história da matemática, optou-se criar um objeto de aprendizagem, nomeado por Kogoca, um jogo de questões objetivas (tal qual a Prova Brasil), com explicações que induzem a generalização de utilização de conceitos presentes na questão (através de dicas quando a criança não acerta a questão).

O jogo Kogoca está estruturado em formato de *quiz* (haja vista os modelos de Prova e Provinha Brasil serem questões de múltipla escolha). Talvez não o ideal de formato para um jogo de apropriação de conceitos e desenvolvimento do pensamento teórico, mas uma interface entre as ALEs e o ensino da matemática, que possa propiciar o desenvolvimento dos alunos não apenas para tirar notas nas ALEs, mas para aprenderem o máximo possível.

Com esse objetivo, se estruturou o jogo, a planta baixa do mesmo, como trabalhar com possíveis dicas para o aprendizado da matemática de forma lúdica e mais aprofundada, simultaneamente, a contextualização dos conhecimentos explorados nas questões, a qual ficou por conta do período em que o saber fora consolidado ou explorado, abordando características sociais e culturais dos diferentes povos para abordar os diversos assuntos referentes aos Direitos de Aprendizagem dos alunos (2012), que versa sobre o saber matemático até o 3º ano segundo a faixa etária, e posteriormente, pelos Descritores da Prova Brasil (2015).

Neste contexto o personagem principal na interface do jogo para com os alunos é o professor. Assim, o jogo é um instrumento que pode apoiar o professor e instigar os alunos a fazerem parte da busca pelas metas do jogo, que precisam do conhecimento lógico-matemático, mas que depende da intervenção do professor desde o planejamento da aula, as pontuações que precisam ser feitas, o esclarecimento de dúvidas, até a conquista da maior meta do jogo que ali nem se apresenta como tal: o aprendizado do aluno.

No jogo as metas para as crianças são claras, conquistar cristais para que a nave de Isa consiga sair da fenda no tempo pela qual seguiu, voltar para o presente e novamente sair em busca de sua mãe que se perdera no espaço quando Isa ainda era uma criança muito pequena. Para os professores, a meta também não se faz menos clara: trabalhar todos os conteúdos de direito dos alunos de modo que os mesmos se apropriem de tais conhecimentos e possam, assim, alcançar boas notas.

Por motivo de 2 anos ser pouco tempo para o levantamento de dados, criação do produto e aplicação do mesmo como teste piloto em todas as classes para uma análise mais detalhada e qualitativa, o teste foi realizado com uma sala de 2º ano no ano de 2017, contando com 23 alunos presentes. Justifica-se esta escolha por este ser o ano em que a Provinha Brasil (caráter diagnóstico) é aplicada com os alunos, e para se mensurar a possibilidade de o jogo surtir efeito quanto a elaboração de questões voltadas a cada faixa etária de acordo com a fase a que se tem acesso.

Os resultados foram satisfatórios, as crianças gostaram bastante dos personagens e se envolveram com a busca pelas respostas. No dia de aplicação, as crianças trabalharam com contextos diferentes, diálogo sobre as culturas presentes nas fases. Como são contextos voltados para o 1º ano e a sala apresenta um bom desempenho e nível de desenvolvimento adequado para esse ano escolar, conseguiram passar pelas fases em um dia de aula, em que história, geografia e sociedade de outros povos foram assuntos paralelos a matemática (e não utilizou o dia todo de aula). Ainda como resultado, notou-se a necessidade de um intervalo entre uma fase e outra devido ao volume de questões.

O jogo, até o terceiro ano, tem 2 fases para o mesmo ano, portanto, no mínimo 6 meses de trabalho para cada fase é disponível. Sugere-se que o professor trabalhe os conceitos para que, mais ao final do semestre o mesmo seja utilizado como uma possibilidade de diagnóstico (se for utilizado de modo coletivo, muito do pensamento dos alunos são expostos e o levantamento sobre as dificuldades neste modelo de atividade pode facilitar que o professor identifique com quem e onde está a maior dificuldade de aprendizado da sala, podendo auxiliar individualmente em momentos posteriores).

No quarto e quinto ano as fases já são mais complexas, por isso, um ano todo pode ser destinado ao trabalho dos diversos conceitos abordados, pois a quantidade de questões é próxima à quantidade dos anos anteriores, mas com graus maiores em complexidade.

Embora a meta da escola seja melhorar o índice das escolas da rede municipal, que é conquistada pelo 5º ano, compreende-se que a educação é um processo e que, portanto, o saber precisa ir sendo apresentado, aprofundado e internalizado (como termos utilizados nos Direitos de Aprendizagem (2015)) desde o início do processo de escolarização. Por este motivo o jogo ser estruturado em fases com diferentes graus de dificuldade, permitindo que anos anteriores possam ir construindo os conceitos matemáticos necessários para que, ao final do 5º ano, tenham se apropriado de saberes necessários para prosseguimento nos estudos, atuação na sociedade, e, como consequência, conquistar mais altos índices no IDEB.

Ao final do jogo, na última fase, a criança precisa conseguir conquistar um score que alude à meta do Governo Federal para o decênio da educação, que aponta para até 2020 se ter alcançado índice 6,0 em todo o país. Esta *nota* da criança está associada a conquista da meta do jogo, Isa voltar para seu tempo e espaço histórico para continuar à procura de sua mãe.

O jogo pode não ser tão simples para ser trabalho em classe, pois a cultura de vários povos (pré-históricos, sumérios, babilônicos, egípcios, chineses, indianos, árabes e gregos) são abordados, o que implica em maior trabalho para o professor que precisa, também, conhecer o contexto da história matemática. Mas, haja vista a aplicação do teste piloto, acredita-se que os resultados podem ser bastante positivos. Salientamos que o professor pode substanciar seus estudos partindo das referências utilizadas nesta pesquisa.

Considera-se como continuidade tratar resultados com turmas ao longo dos 5 anos do Ensino Fundamental I, contando com a aplicação do jogo e de outras atividades que, por intervenção do professor, possam permitir avanços significativos nos conhecimentos dos alunos. Deixa-se, então, em aberto para novas pesquisas, favorecendo maior conhecimento dos professores acerca da ferramenta e os resultados que podem propiciar quando bem direcionado.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Marina; OUCHANA, Deborah. **Por trás da neutralidade dos números.** Entrevista com Manuela Terrâseca, de Porto. Publicado em 05/12/2013. Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/29080/por-tras-da-neutralidade-dos-numeros/>>. Acesso em: 12 dez. 2015.
- ALVES, Vanessa Alves.; DIAS, Marisa da Silva. **O ensino-aprendizagem dos números:** uma experiência na formação inicial do professor. In: XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba. Anais. Guarapuava: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. v. 1. p. 1-8.
- APPOLINÁRIO, Fábio. **Dicionário de metodologia científica:** um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo: Atlas, 2004.
- ASSMANN, Hugo. **A metamorfose do aprender na sociedade da informação.** Ci. Inf. Brasília, v. 29, n. 2, p. 7-15, maio/ago. 2000.
- BARBOSA, Ana Mae; COUTINHO, Rejane Galvão. (orgs.) **Arte/Educação como mediação cultural e social.** São Paulo: Editora UNESP, 2009.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Publicada em 20 de dezembro de 1996: Brasília. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 13 out. 2015.
- _____. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental. Vol. 3 – Matemática.** Brasília, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2015.
- BRASIL(a), INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **ANEB e ANRESC (Prova Brasil) – Perguntas Frequentes.** Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/perguntas-frequentes>>. Acesso em: 04 dez. 2015.
- _____(b). **Prova Brasil: Avaliação do Rendimento Escolar 2013.** Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2013/caderno_prova_brasil_2013.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2015.
- BONAMINO, Alícia; SOUZA, Sandra Zákia. Três gerações de avaliação da educação básica no Brasil: interfaces com o currículo da/na escola. **Educação e Pesquisa.** São Paulo, v. 38, n. 2, p. 373-388, abr./jun. 2012.
- CIENCIA E TECNOLOGIA. **Buraco de minhoca – entendendo a teoria dos buracos de minhoca.** Publicado em 5 de Setembro de 2013. Disponível em: <<https://cienciaetecnologias.com/buraco-de-minhoca/>>. Acesso em: 01 nov. 2016.
- DAVYDOV, Vasili. Problemas do ensino desenvolvimental – a experiência da pesquisa teórica e experimental na Psicologia. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. **Revista Soviet Education.** August/VOL XXX, N° 8, 1986.

EDUDoc. **A história do número um (dublado)**. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ>>. Acesso em: 12 set. 2015.

ELIAS, Marcos. **Expedição Marrocos – Jornal da Record**. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=Jib5ILRhDFU>>. Acesso em 02 fev. 2017.

GAME TOTAL. **Como Criar Jogos: Aula #6 GDD**. Publicado em 2010. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=XV8H8yOQWz8>>. Acesso em: 03 dez. 2015.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GOULART, Michel. **12 deuses do Olimpo na mitologia grega**. Publicado em 18 de março de 2013. Disponível em: <<http://www.historiadigital.org/curiosidades/12-deuses-do-olimp-na-mitologia-grega/>>. Acesso em 07 jan. 2017.

GOMBRICH, E.H. *A História da Arte*. Tradução de Álvaro Cabral. Editora Guanabara Koogan, Rio de Janeiro: 1993, 15.a edição, p.66.

HISWENDER. **Sumérios 1/2**. Publicado em 23 de abril de 2011. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=gEAbXbYjf2k>>. Acesso em: 12 jan. 2017.

_____. **Sumérios 2/2**. Publicado em 23 de abril de 2011. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=zUL8m2PTgxM>>. Acesso em: 12 jan. 2017.

LIBÂNEO, José Carlos. *Que destino os educadores darão à pedagogia?* IN: PIMENTA, Selma Garrido (Org.). **Pedagogia, ciência da educação?**. São Paulo: Cortez. 1996

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LUSITAN DOCS. **Vida Matemática #1**. Egito, o berço dos números. Publicado em 3 de outubro de 2015. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=Xflj6vBB7TY&t=332s>>. Acesso em 01 dez. 2016.

_____. **Vida Matemática #2**. Grécia, a origem dos Elementos. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=Kt5ulOxzIzU>>. Acesso em 01 dez. 2016.

_____. **Vida Matemática #3**. Índia, a divindade dos números. Publicado em 3 de outubro de 2015. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=LLrJVgZS2VQ>>.

Acesso em 01 dez. 2016.

_____. **Vida Matemática #4**. O mundo em movimento, cálculo diferencial e integral. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=q9ywLsY36dg>>. Acesso em 01 dez. 2016.

_____. **Vida Matemática #5**. À conquista das novas fronteiras da matemática.

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=QZOE0WC_uo>. Acesso em 01 dez. 2016.

MEC. **O PNE 2011-2010: Metas e Estratégias.** Disponível em: http://fne.mec.gov.br/images/pdf/notas_tecnicas_pne_2011_2020.pdf. Acesso em: 22 maio 2015.

_____. **Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem (Ciclo de Alfabetização, 1º, 2º e 3º Anos) do Ensino Fundamental.** Publicado em Brasília, 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 28 abr. 2015.

MENTE AGUÇADA. **O Homem Pré-Histórico – Vivendo entre as feras – Episódio I – Caçar ou ser caçado.** Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=sCBMPug_fE8. Acesso em: 20 dez. 2016.

MELO, Diógenes Maclyne Bezerra de; SILVA, Kátia Cilene da. **Jogos Digitais e Objetos de Aprendizagem no Ensino da Matemática.** Artigo apresentado em: III Encontro Regional em Educação Matemática: Diálogos de Educação Matemática e outros saberes. Eixo 5: Educação Matemática e Novas Tecnologias. Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/objetos/CC_Melo_e_Silva.pdf. Acesso em: 02 nov. 2015.

MIGUEL, Antonio. **História da matemática em atividades didáticas.** 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORÁN, José. **Mudando a educação com metodologias ativas.** Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Vol. II] Carlos Alberto de Souza e Ofelia Elisa Torres Morales (orgs.). PG: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 10 jun. 2016.

MORETTI, Vanessa Dias. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas pedagógicas.** São Paulo: Cortez, 2015.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Constelações.** Atualizado em 9 de Agosto de 2016. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/const.htm>. Acesso em: 01 mar. 2017.

QEd. **Resultados e Metas.** Disponível em: <http://www.qedu.org.br/escola/191566-emeief-leonel-lowande-mendes-goncalves/proficiencia>. Acesso em: 13 out. 2016.

_____. **Evolução do IDEB.** Disponível em: <http://www.qedu.org.br/escola/191566-emeief-leonel-lowande-mendes-goncalves/ideb>. Acesso em: 13 out. 2016.

ROONEY, Anne. **A história da matemática – desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito.** São Paulo: M. Books do Brasil Editora LTDA, 2012.

SALLES, Virgínia Ostroski. A Teoria da Complexidade de Edgar Morin e o Ensino de Ciência e Tecnologia. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa, v. 10. p.116-127, jan/abr, 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/5687/pdf>. Acesso em 30 jun. 2017.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não matemáticos. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. (org.). Trad. Juan Acuña Llorens. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. 2ª reimpressão, 2001.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. **Jogos matemáticos de 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SCHUYTEMA, Paul. **Design de games: uma abordagem prática**. Tradução de Cláudia Mello Belhassof. Revisão técnica: Paulo Marcos Figueiredo de Andrade. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

SEUHISTORY.COM. **Segundo a Física Viagem no Tempo será possível**. Publicado em 5 de março de 2014. Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=EsMFxEDfzDY>>. Acesso em: 09 out. 2015.

_____. **A história de Albert Einstein**. Publicado em 2 de fevereiro de 2014. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=WwX-G_E7MYk>. Acesso em: 09 out. 2015.

SILVA, Thiago Ferreira da. **Babilônia**. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/civilizacoes-antigas/babilonia/>>. Acesso em 16 jan. 2017.

SOUSA, Rainer Gonçalves. Sumérios e Acádios. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/historiageral/sumerios-acadios.htm>>. Acesso em 12 jan. 2017.

_____. **Babilônia**. Disponível em: <<http://historiadomundo.uol.com.br/babilonia/>> Acesso em 16 jan. 2017.

SUA PESQUISA.COM. **Vida no Antigo Egito**. Disponível em: <http://www.suapesquisa.com/egito/vida_egito_antigo.htm>. Acesso em 13 jan. 2017.

THE CHANNEL. **Globo Repórter - Viagem a Índia 01/02/2002**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=aPFbIVE6QXI>> Acesso em 12 fev. 2017.

UFTPR. **Revisão de Conceitos – Objetos de Aprendizagem**. Disponível em: <<http://www.uftpr.edu.br/estrutura-universitaria/pro-reitorias/prograd/cotedu/recursos-educacionais-digitais/conceitos>>. Acesso em: 01 out. 2016.

UNIVESPTV. **A história da Matemática 1 – A linguagem do universo**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=BWtrVYNS3BI>> . Acesso em: 07 set. 2015.

_____. **A história da Matemática 2 – Os gênios do Oriente**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Gyz7-VxoA1I>> . Acesso em: 07 set. 2015.

_____. **A história da Matemática 3 – As fronteiras do espaço**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=AkUSSFwtldM>> . Acesso em: 07 set. 2015.

_____. **A história da Matemática 4 – Além do Infinito**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=XxexMO1xZL0>> . Acesso em: 07 set. 2015.

WILL, Fábio. **Grandes Civilizações Grécia Antiga Parte 1 e 2**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=dcxzu55DRII>>. Acesso em 15 fev. 2017.

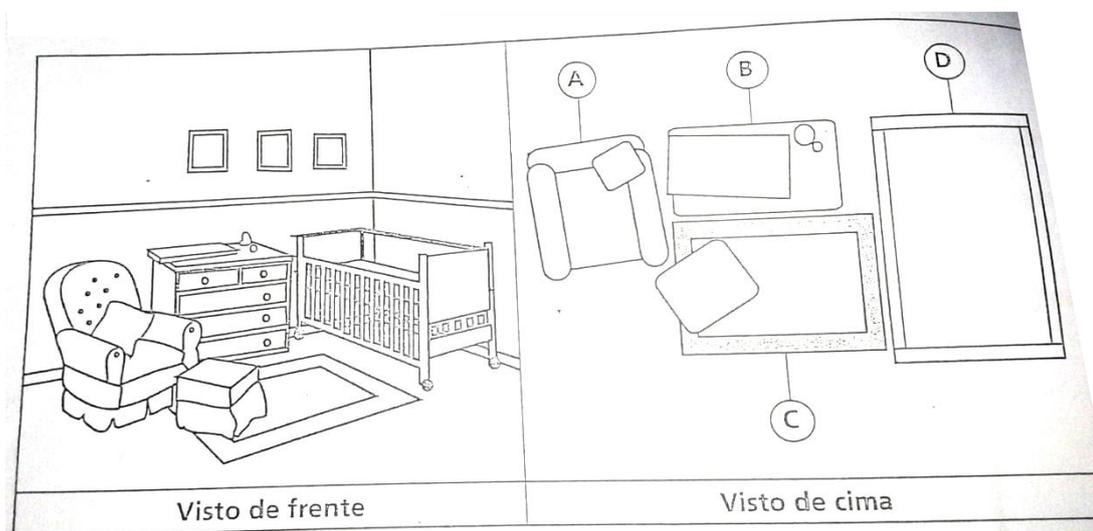
WIKIPEDIA. Partenon. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Partenon>>. Acesso em 30 maio 2017.

ANEXOS

ANEXO A

Questões Aplicadas Bloco 1 – Matemática

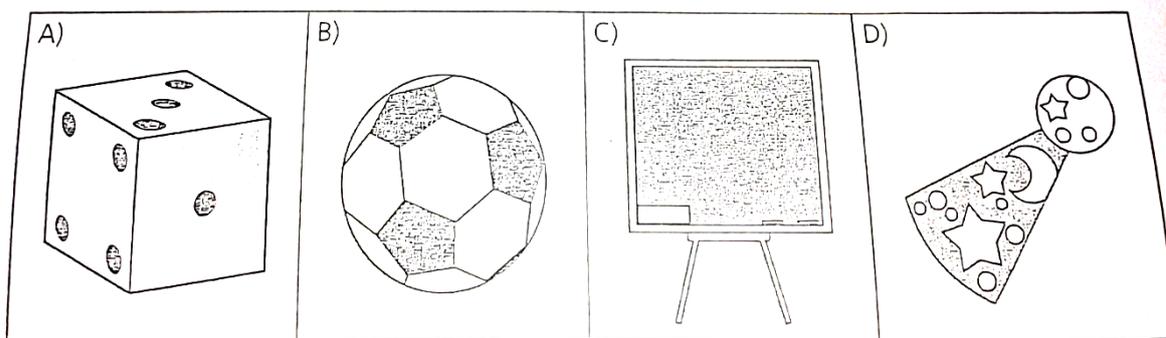
1- Veja como é o quarto do bebê:



Observe as duas figuras, identifique os objetos correspondentes às letras e marque as alternativas corretas.

- (A) A = cômoda; B = poltrona; C = berço; D = tapete.
 (B) A = cômoda; B = tapete; C = poltrona; D = berço.
 (C) A = poltrona; B = cômoda; C = berço; D = tapete.
 (D) A = poltrona; B = cômoda; C = tapete; D = berço.

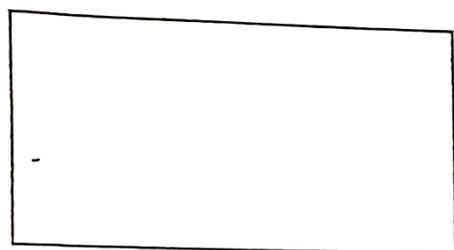
2- Carla foi a uma loja comprar brinquedos para um bebê. Ela só pode comprar brinquedos com superfícies arredondadas.



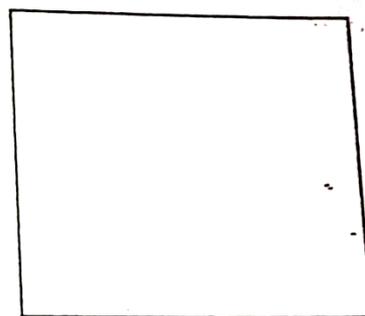
Quais brinquedos ela poderá comprar?

- (A) A e B.
 (B) A e D.
 (C) B e C.
 (D) B e D.

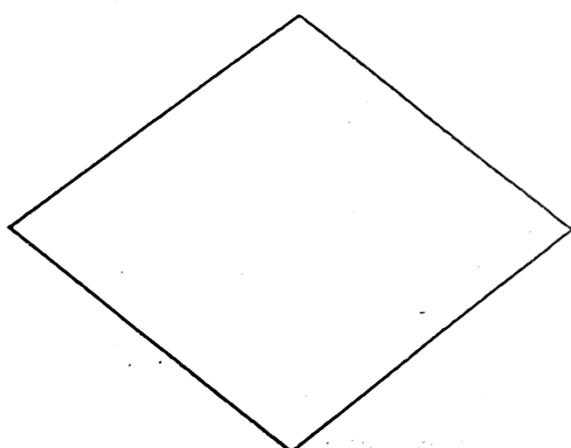
3- Alfredo desenhou corretamente um polígono com três ângulos.



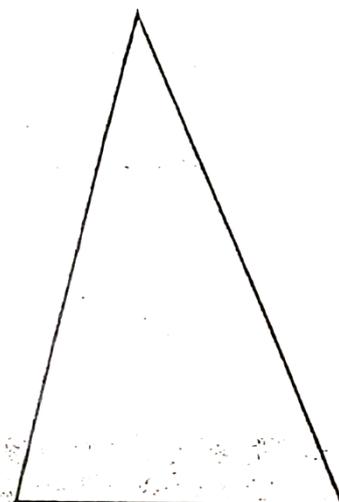
retângulo



quadrado



losango



triângulo

Qual dos polígonos acima ele desenhou?

- (A) Triângulo.
- (B) Retângulo.
- (C) Quadrado.
- (D) Losango.

Abaixo estão representados quatro polígonos.



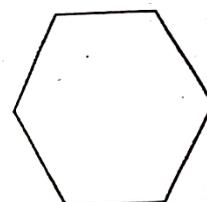
Retângulo



Triângulo



Trapézio

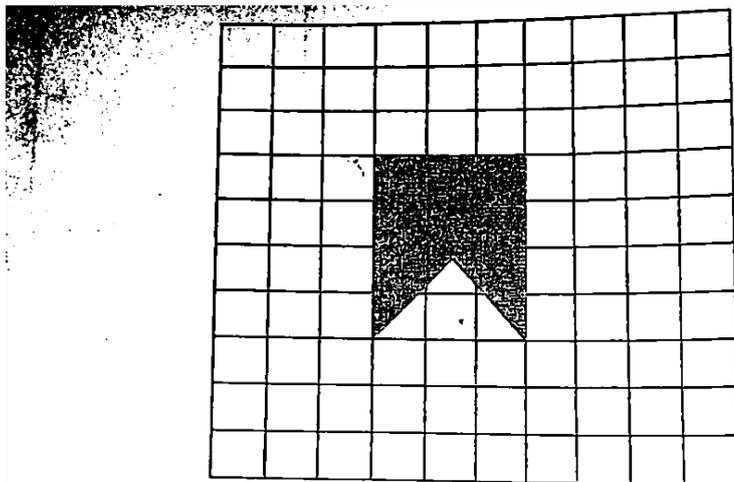


Hexágono

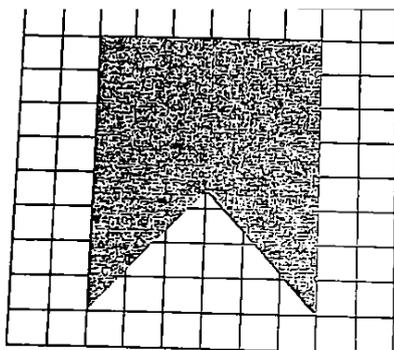
Qual dos polígonos representados não possui lados paralelos?

- (A) Retângulo.
- (B) Triângulo.
- (C) Trapézio.
- (D) Hexágono

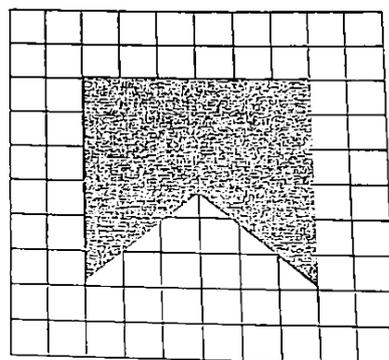
5- A figura abaixo foi ampliada por quatro pessoas para servir de molde na confecção de bandeirinhas juninas.



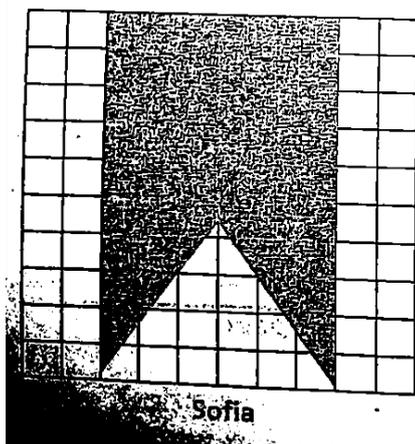
Veja as ampliações feitas.



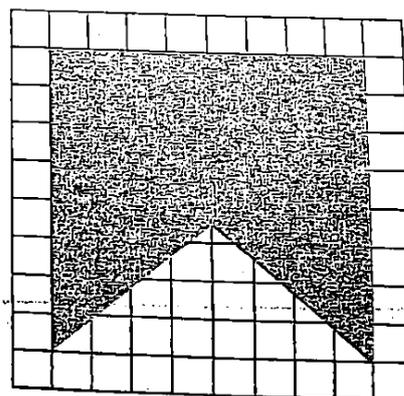
João Pedro



Lucas



Sofia

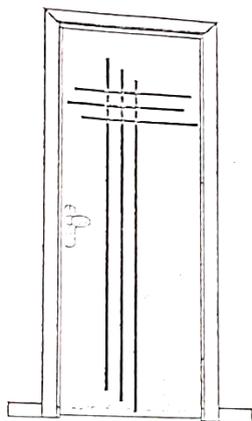


Adriana

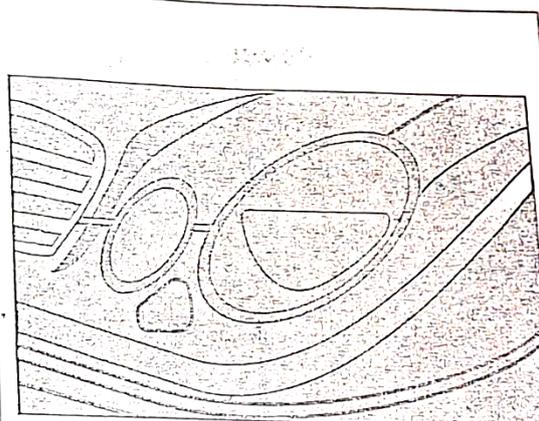
Quem ampliou corretamente a figura?

- (A) Adriana.
- (B) João Pedro.
- (C) Lucas.
- (D) Sofia.

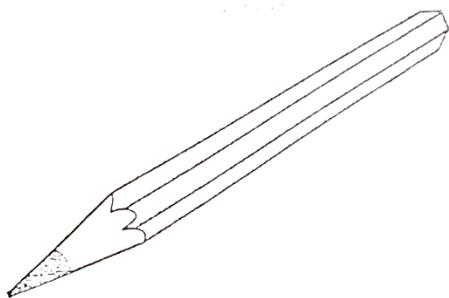
6- Para qual dos objetos abaixo é preciso comprar mais e 1 metro de papel para embrulhá-lo?



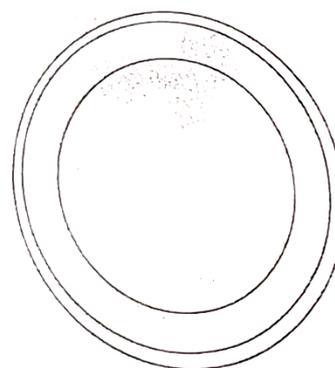
Porta de uma residência



farol de um carro



Lápis



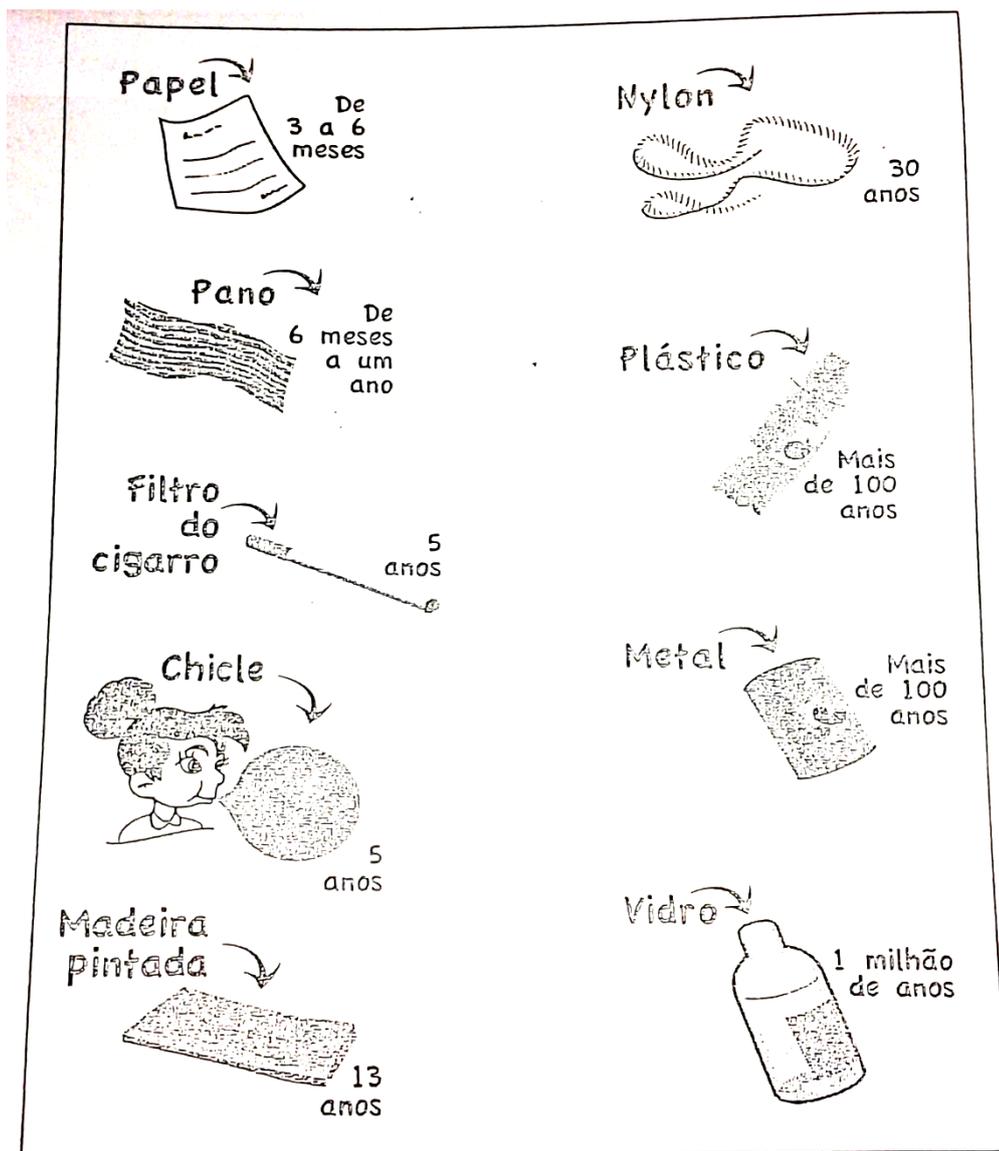
Prato

- (A) Farol de um carro.
- (B) Lápis.
- (C) Porta de uma residência.
- (D) Prato.

7- O Pico do Itacolomi, em Ouro Preto – Minas Gerais, possui 1772 metros de altitude. A quantos quilômetros corresponde essa medida?

- (A) 1,772.
- (B) 17,72.
- (C) 177,2.
- (D) 1 772.

8- Veja o tempo que cada material leva para se decompor.



Qual deles leva exatamente três décadas para se decompor?

- (A) Chicle.
- (B) Filtro de Cigarro.
- (C) Madeira pintada.
- (D) Nylon.

9- O recreio da escola começa às 15h 25min e acaba às 15h 45 min. Quantos minutos dura o recreio?

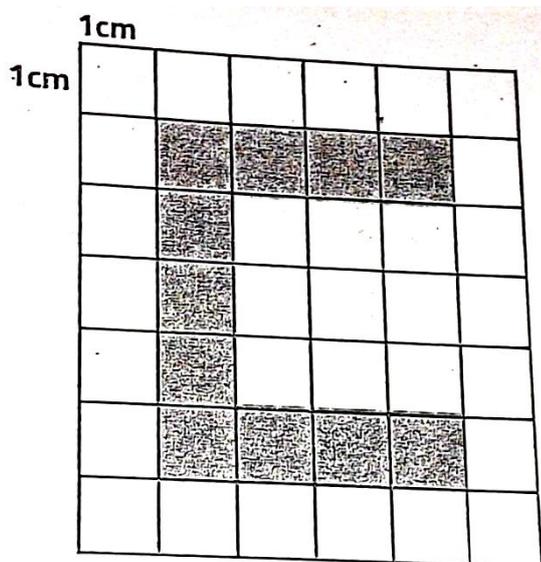
- (A) 20.
- (B) 25.
- (C) 30.
- (D) 70.

10- Luzia foi a uma sapataria e comprou um tênis por R\$ 105,00 e uma bota por R\$ 175,00.

Quais as cédulas que Luzia poderá usar para pagar sua compra?

- (A) 4 cédulas de 50 reais e 5 cédulas de 5 reais.
- (B) 4 cédulas de 50 reais e 15 cédulas de 5 reais.
- (C) 5 cédulas de 50 reais e 3 cédulas de 10 reais.
- (D) 5 cédulas de 50 reais e 2 cédulas de 10 reais.

11- Numa toalha de banho foi bordada a letra inicial do nome Carmem. Cada quadrado mede 1 cm.



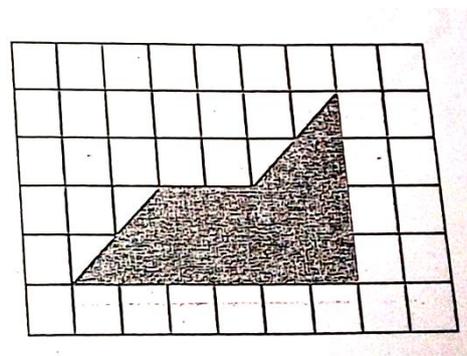
Quantos centímetros de fita serão necessários para contornar completamente o bordado?

- (A) 11.
- (B) 24.
- (C) 31.
- (D) 34.

12- No piso de uma loja foram colocados azulejos pretos e brancos formando a figura representada na malha quadriculada ao lado.

Quantos azulejos pretos foram usados nesse piso, sabendo que cada quadrinho corresponde a um azulejo?

- (A) 12.
- (B) 14.
- (C) 42.
- (D) 48.



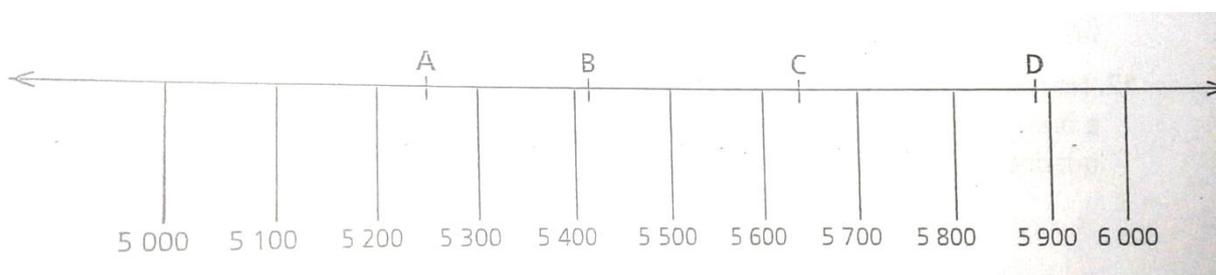
13- O rio Tietê, em São Paulo, tem 1 010 quilômetros de extensão. Esse número possui quantas dezenas?

- (A) 1010.
- (B) 101.
- (C) 10.
- (D) 1.

14- Os pontos mais altos de cada continente são:

Continente	Nome da montanha	Altura em metros
África	Kilimanjaro	5 895
América	Aconcágua	6 962
Ásia	Everest	8 848
Europa	Elbrus	5 642
Oceania	Kosciusko	2 229

Na reta numerada, identifique as letras que correspondem às alturas das montanhas Elbrus e Kilimanjaro, respectivamente.



- (A) A e C.
- (B) B e C.
- (C) B e D.
- (D) C e D.

Bloco 2 – Matemática

15- Segundo dados do IBGE, em 2010, a população de Palmas, capital do Tocantins, era de 228 297 habitantes. Decompondo esse número nas suas diversas ordens, tem-se:

- (A) 228 unidades de milhar e 297 unidades.
- (B) 28 unidades de milhar, 29 dezenas e 7 unidades.
- (C) 22 dezenas de milhar e 8 297 centenas.
- (D) 2 282 centenas de milhar e 97 unidades.

16- Um número pode ser decomposto em $8 \times 1000 + 3 \times 100 + 9$. Qual é esse número?

- (A) 3 890.
- (B) 3 908.
- (C) 8 309.
- (D) 8 390.

17- Na tabela abaixo, estão representadas as capacidades de quatro estádios reformados para a Copa no Mundo FIFA de 2014, no Brasil, ou seja, quantas pessoas esses estádios podem receber de uma só vez.

Estádio	Cidade	Capacidade
Mineirão	Belo Horizonte	69 950
Arena Pantanal	Cuiabá	43 600
Castelão	Fortaleza	66 700
Arena Pernambuco	Recife	46 214

Qual é a diferença de capacidade entre a do estádio Mineirão e a da Arena Pernambuco?

- (A) 23 730.
- (B) 23 736.
- (C) 23 744.
- (D) 23 746.

18- Júlia resolveu a conta de multiplicar abaixo:

$$\begin{array}{r}
 6743 \\
 \times 43 \\
 \hline
 \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}9 \\
 \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}97\boxed{} \\
 \hline
 \boxed{}89949
 \end{array}$$

O número que substitui corretamente cada é:

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 5.
- (D) 8.

19- A população de São Tomé e Príncipe (África) é de 206 178 e a de Tonga (Oceania) é de 119 009. Então, a diferença entre elas é de 87 169 habitantes. Se, daqui a dez anos, cada população aumentar exatamente 1000 habitantes, qual será a diferença entre elas?

- (A) 88 169.
- (B) 87 169.
- (C) 89 169.
- (D) 87 179.

20- Rosa comprou 180 guloseimas para dividir em lembrancinhas de aniversário. Ela deseja dividir as guloseimas, igualmente, entre as 15 crianças convidadas. Quantas guloseimas terá cada lembrancinha?

- (A) 24.
- (B) 18.
- (C) 15.
- (D) 12.

21- A professora Márcia comprou um pacote com 500 folhas de papel e gastou 0,6 dele fazendo atividades para seus alunos.

Qual é a fração que representa essa parte?

- (A) $\frac{1}{2}$.
- (B) $\frac{3}{6}$.
- (C) $\frac{5}{6}$.
- (D) $\frac{6}{10}$.

22- Durante um encontro dos *Vigilantes do peso*, várias pessoas foram verificar quanto estavam pesando. Roberto pesa 69,7 kg, Mariana 69,2 kg e Karina 64 Kg. Qual é a pessoa que está representada pela seta na reta numérica?

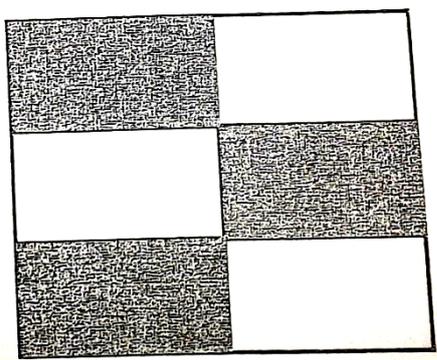


- (A) Frederico.
- (B) Karina.
- (C) Mariana.
- (D) Roberto.

23- Adelaide tinha R\$ 254,50. Usou 119,41 para pagar uma prestação. Com quanto dinheiro ela ainda ficou?

- (A) R\$ 135,09.
- (B) R\$ 135,11.
- (C) R\$ 145,09.
- (D) R\$ 145,11.

24- A figura abaixo está dividida em partes iguais. A parte pintada de preto corresponde a que fração da figura?



- (A) $\frac{6}{3}$.
- (B) $\frac{1}{2}$.
- (C) $\frac{1}{6}$.
- (D) $\frac{2}{6}$.

25- O apartamento onde Regina mora tem $54,3 \text{ m}^2$ de área e Paulo mora num apartamento de 77 m^2 . Quantos metros quadrados o apartamento de Regina tem a menos que o de Paulo?

- (A) 12,3.
- (B) 22,3.
- (C) 22,7.
- (D) 23,7.

26- Um conjunto de prédios possui 800 apartamentos. Apenas 25% deles já foram vendidos. Quantos apartamentos já foram vendidos?

- (A) 80.
- (B) 100.
- (C) 200.
- (D) 400.

27- A tabela abaixo apresenta a quantidade de calorias em alguns tipos de carne.

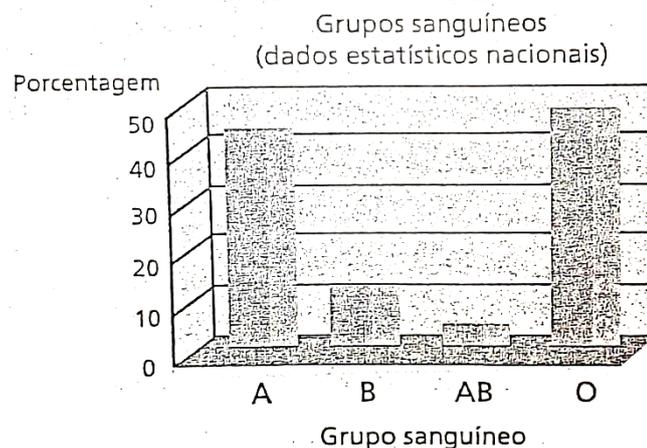
Tipos de carne	Porção	Calorias
Alcatra	2 fatias (150g)	301
Bisteca de porco	1 fatia (100g)	337
Coxa de frango	1 coxa (100g)	144
Cupim	2 fatias (150g)	375
Fígado de boi	1 fatia (100g)	210
Filé de frango	2 filés (100g)	101
Filé mignon	1 fatia (100g)	140
Língua de boi	2 pedaços (100g)	287
Lombo suíno	1 fatia (100g)	272
Picanha	1 fatia (100g)	287

Fonte: www.dietasaude.org

Das carnes citadas abaixo, qual tem maior quantidade de calorias por porção?

- (A) Alcatra.
- (B) Cupim.
- (C) Filé mignon.
- (D) Lombo suíno.

28- O gráfico abaixo apresenta a porcentagem dos grupos sanguíneos no Brasil. Por meio dele é possível saber os grupos sanguíneos mais frequentes e os mais raros.



Fonte: www.saude.pr.gov.br

Quais os grupos sanguíneos mais raros?

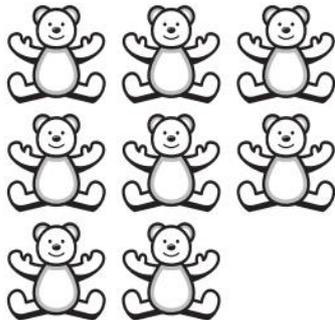
- (A) A e B.
- (B) B e AB.
- (C) A e O.
- (D) AB e O.

ANEXO B
Provinha Brasil Matemática – 2015

A aplicação da Provinha Brasil é feita por um professor que lê o que deve ser feito pelos alunos. As informações a que as crianças não tem acesso são marcadas com o símbolo de um megafone, pois são instruções que o professor lê, repetindo no máximo 2 vezes.

Questão exemplo:

 Veja na figura os ursinhos que Patrícia tem em seu quarto.



 Faça um X no quadradinho que indica quantos ursinhos Patrícia tem.

(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 9

Questão 1

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Cláudia tem quatro irmãos: Aldo, Bruno, Carlos e Daniel.



 Marque um X no quadradinho que indica o irmão mais alto de Cláudia.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

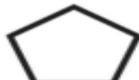
Questão 2

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja o boneco que Alice recortou.



 Faça um X no quadradinho que indica a figura que tem o mesmo formato do chapéu do boneco.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 3

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Magali ganhou 7 bombons. Ela comeu 2.

 Marque um X no quadradinho que indica quantos bombons ela ainda tem.

- (A) 2
- (B) 5
- (C) 7
- (D) 9

Questão 4

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 A mãe de Gustavo tem trinta e cinco anos.

 Faça um X no quadradinho que indica a idade da mãe de Gustavo.

- (A) 3
- (B) 5
- (C) 35
- (D) 53

Questão 5

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja o relógio de Lucas.



 Marque um X no quadradinho que indica o horário marcado no relógio de Lucas.

- (A)  11 HORAS.
- (B)  30 MINUTOS.
- (C)  11 HORAS E 30 MINUTOS.
- (D)  30 HORAS E 11 MINUTOS.

Questão 6

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Caio distribuirá igualmente 8 bombons em 2 saquinhos.



 Faça um X no quadradinho que indica quantos bombons serão colocados em cada saquinho.

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 8

Questão 7

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja a quantidade de bombons que cada criança ganhou.

CRIANÇAS	BOMBONS
	
	
	
	

 Faça um X no quadradinho que mostra a criança que ganhou mais bombons.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 8

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes. Dê tempo suficiente para que os alunos observem a figura.

 **Veja as bonecas.**



 **Faça um X no quadradinho que mostra a boneca mais baixa.**

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 9

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 **Carla usa um armário para guardar seus livros de histórias.**



 **Marque um X no quadradinho que indica o número de livros que Carla tem no armário.**

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 5
- (D) 6

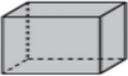
Questão 10

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja a forma do chapéu do palhaço.



 Marque um X no quadradinho que indica a figura geométrica que lembra a forma do chapéu do palhaço.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 11

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Faça um X no quadradinho da galinha que tem mais pintinhos.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 12

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja a numeração dos calçados.

19	38	36	28
			

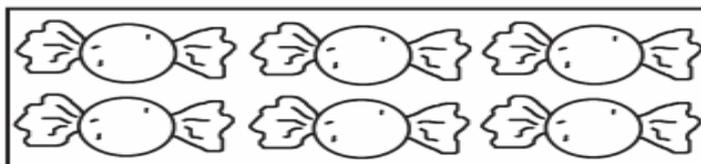
 Marque com um X o quadradinho que mostra o número do maior calçado.

- (A) 38
- (B) 36
- (C) 28
- (D) 19

Questão 13

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja a caixa de bombons.



 Rita ganhou 2 caixas iguais a essa, com 6 bombons em cada uma.

 Faça um X no quadradinho que representa o número total de bombons que Rita recebeu.

- (A) 14
- (B) 12
- (C) 6
- (D) 2

Questão 14

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Observe a quantidade de patas da aranha e do besouro.



ARANHA



BESOIRO

 Faça um X no quadradinho que representa a quantidade de patas que a aranha tem a mais que o besouro.

- (A) 8
- (B) 6
- (C) 3
- (D) 2

Questão 15

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja as frutas preferidas dos alunos do segundo ano.

	5
	12
	8
	11

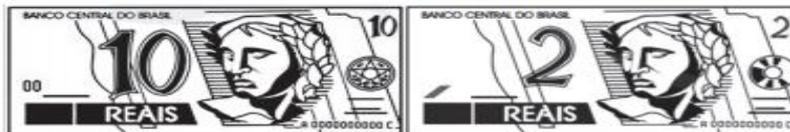
 Faça um X no quadradinho da fruta que recebeu mais votos.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

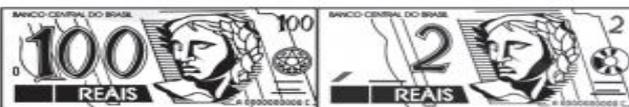
Questão 16

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja as cédulas. Elas representam a quantia que Malu tem.



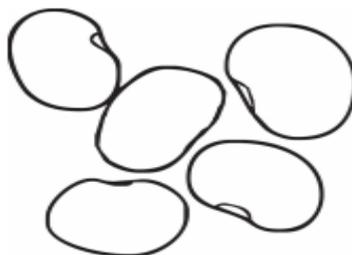
 Faça um X no quadradinho que mostra a mesma quantia que Malu tem.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 17

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Observe os 5 grãos de feijão.



 Faça um X no quadradinho que representa a quantidade de grãos que faltam para completar 12 grãos de feijão.

- (A) 5
- (B) 7
- (C) 12
- (D) 17

Questão 18

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Veja o gráfico que mostra a quantidade de brinquedos vendidos por uma loja.



 Faça um X no quadradinho que indica o brinquedo menos vendido pela loja.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 19

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos SOMENTE as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 Carlos quer comprar um trenzinho que custa 10 reais.



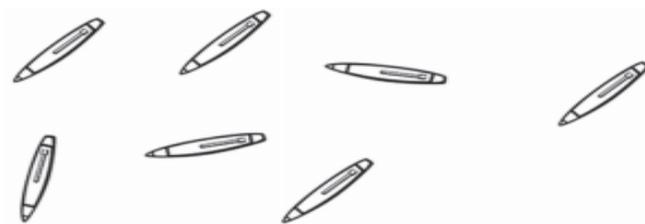
 Faça um X no quadradinho que indica quanto custa o trenzinho.

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Questão 20

Professor(a)/Aplicador(a): leia para os alunos **SOMENTE** as instruções em que aparece o megafone. Repita a leitura, no máximo, duas vezes.

 **Veja as canetas que Lúcia comprou.**



 **Faça um X no quadradinho que representa o número de canetas que Lúcia comprou.**

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 7
- (D) 8

ANEXO C

Direitos de Aprendizagem em Matemática no Ciclo de Alfabetização

EIXO ESTRUTURANTE NÚMEROS E OPERAÇÕES Objetivos de Aprendizagem	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Estabelecer relações de semelhança e de ordem, utilizando critérios pessoais, diversificados e ampliados nas interações com os pares e com o professor, para classificar, seriar e ordenar coleções, compreendendo melhor situações vivenciadas e tomar decisões.	I/A	A/C	A/C
Identificar números nos diferentes contextos e em suas diferentes funções como indicador de: posição ou de ordem, em portadores que registram a série intuitiva (1,2,3,4,5,... - como nas páginas de um livro, no calendário; em trilhas de jogos), ou números ordinais (1º; 2º; 3º; ...); código (número de camiseta de jogadores, de carros de corrida, de telefone, placa de carro etc.); quantidade de elementos de uma coleção discreta (cardinalidade); medida de grandezas (2 quilogramas, 3 litros, 3 dias, 2 horas, 5 reais, 50 centavos etc.).	I/A	A/C	
Quantificar elementos de uma coleção, em situações nas quais as crianças reconheçam sua necessidade, utilizando diferentes estratégias (correspondência termo a termo, contagem oral, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos), e comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção.	I/A	A/C	
Representar graficamente quantidades de coleções ou de eventos utilizando registros simbólicos espontâneos (não convencionais) e notação numérica.	I/A	A/C	
Compartilhar, confrontar, validar e aprimorar os registros das suas produções, nas atividades que envolvem a quantificação numérica.	I/A	A/C	A/C
Ler e escrever os signos numéricos em diferentes portadores, apoiando-se ou não na contagem da série numérica intuitiva (1, 2, 3, 4, 5,...; 10, 20, 30,; 100, 200, 300, ...) para localização do número.	I/A/C	I/A/C	I/A/C
Ampliar progressivamente o campo numérico, investigando as regularidades do sistema de numeração decimal para compreender o princípio posicional de sua organização (dez unidades agrupadas formam uma dezena, dez dezenas agrupadas formam uma centena, dez centenas agrupadas formam um mil etc.)			



Reproduzir seqüências numéricas em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado: orais (em atividades rítmicas corporais coordenando o movimento à contagem oral e realizando modificações nos gestos para destacar os números redondos - dez, vinte, trinta etc.; ou em seqüência de dez em dez, de cem em cem) e escritas.	I/A	I/A/C	I/A/C
Elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita e a oral.	I	I/A/C	C
Reconhecer regularidades do sistema, tais como: a série cíclica de 0 a 9 como referência na ampliação do sistema decimal; o sucessor de um número natural terminado em 9 é sempre um número redondo; as funções do zero enquanto ausência de elementos e marcador de posição.	I	I/A/C	C
Ordenar, ler e escrever números redondos (10, 20, 30, ...; 100, 200, 300, ...; 1000, 2000, 3000, ...).	I	A/C	A/C
Quantificar coleções numerosas em contextos e materiais diversos, recorrendo aos agrupamentos de dez em dez, construindo a inclusão hierárquica ao compreender que o dez está incluído no vinte, o vinte no trinta, o trinta no quarenta etc.	I	A/C	A/C
Compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica, compondo e decompondo números.	I	A/C	A/C
Utilizar a calculadora, cédulas ou moedas do sistema monetário para explorar, produzir e comparar valores e escritas numéricas.	I	A	C
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados			
Composição (juntar e separar).	I/A	A/C	A/C
Comparação (comparar e completar).	I	A	A/C
Transformação (acrescentar e retirar).	I/A	A/C	A/C
Construir a notação aditiva, lendo, escrevendo e interpretando situações vivenciadas; produzir diferentes composições aditivas para uma mesma soma.	I/A	A/C	C
Descobrir regularidades da estrutura aditiva que permitam o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.	I	A/C	A/C
Calcular adição sem agrupamento e subtração sem desagrupamento (sem reserva ou sem troca)			

<p>Recorrendo ao apoio de diferentes materiais agrupados de dez em dez.</p> <p>Recorrendo a representações pictóricas (desenhos e imagens) dos agrupamentos.</p> <p>Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática.</p> <p>Recorrendo ao uso de técnicas operatórias convencionais.</p>	I	I/A	A/C
Calcular adição com agrupamento e subtração com desagrupamento (com reserva ou com troca)			
<p>Recorrendo ao apoio de diferentes materiais agrupados de dez em dez.</p> <p>Recorrendo a representações pictóricas (desenhos e imagens) dos agrupamentos.</p> <p>Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática.</p> <p>Recorrendo ao uso de técnicas operatórias convencionais.</p>		I/A	A/C
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais por meio de diferentes linguagens e explorando os diferentes significados			
Proporcionalidade na multiplicação.	I	A/C	C
Combinação na multiplicação.	I	I/A	A/C
Disposição retangular na multiplicação.	I	I/A	A/C
Medida na divisão	I	I/A	A
Partilha na divisão.	I	I/A	A
Confrontar e diferenciar os significados da organização do registro da multiplicação quando se refere à proporcionalidade ($\times 2$; $\times 3$; $\times 4$; $\times 5$ – multiplicando constante) ou quando se refere à noção de dobro de um número ($2 \times n^{\circ}$), triplo ($3 \times n^{\circ}$) – multiplicador constante.		I	I/A/C
Produzir registros espontâneos para representar quantidades, procedimentos de cálculo, a resolução de situações-problema do campo aditivo e do multiplicativo, comunicando, compartilhando, confrontando, validando e aprimorando suas produções.	I/A	A/C	C
Construir, progressivamente, um repertório de estratégia de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos			
Produzir as diferentes composições aditivas do total dez.	I/A	A/C	C
<p>Resolver adições pela contagem progressiva a partir do valor de uma das parcelas</p> <p>Contagem progressiva: $8 + 4 = 12$ – “guardo o 8 na cabeça e conto mais 4: nove, dez, onze e doze”. (Com possível apoio em 4 dedos da mão).</p>	I/A	A/C	C

Resolver subtrações pela contagem regressiva do subtraendo a partir do valor do minuendo. Contagem regressiva: $22 - 3 = 19$ – guardo o 22 na cabeça e tiro 3: vinte e um, vinte, dezenove. (Com possível apoio em 3 dedos da mão).	I	I/A	A/C
Realizar estimativas, aproximando os resultados para dezenas, centenas e milhar para números redondos.	I/A	A/C	C
Decompor uma das parcelas para formar dez. Exemplo: na adição $8 + 7$: oito para dez faltam dois, então, oito mais dois mais cinco são dez mais cinco que é igual a quinze; ou sete para dez faltam três, com mais cinco dos que sobraram do oito, fica quinze.	I	A/C	C
Operar com base na soma de iguais. Exemplo: na adição $8 + 7$: sete mais sete são quatorze, com mais um quinze; ou: oito mais oito são dezesseis menos um quinze.	I	A/C	C
Reconhecer a decomposição de quantidades pelo valor posicional como fundamento às estratégias de cálculo.	I	A/C	C
Reconhecer frações unitárias usuais (um meio ou uma metade, um terço, um quarto) de quantidades contínuas (parte de: um chocolate, um bolo etc.) e discretas (partes de: coleção de botões, doces, brinquedos etc.) em situação de contexto familiar, sem recurso à representação simbólica.		I	A
Elaborar, interpretar e resolver situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais			
Em linguagem verbal (com suporte de materiais de manipulação ou imagens).	I	A/C	
Em linguagem escrita (com suporte de materiais de manipulação ou imagens).	I	A	A/C
Recorrendo ao emprego de procedimentos próprios fazendo uso da linguagem matemática.	I	I/A	A/C
Construir equivalências entre um real e cem centavos, explorando suas diferentes possibilidades de composições (quatro moedas de vinte e cinco centavos têm o mesmo valor de duas moedas de cinquenta centavos; dez moedas de dez centavos, que correspondem a cem centavos e são equivalentes a um real).		I/A	A/C
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

EIXO ESTRUTURANTE PENSAMENTO ALGÉBRICO Objetivos de Aprendizagem	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos.	I	I/A	A/C
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

EIXO ESTRUTURANTE ESPAÇO E FORMA / GEOMETRIA Objetivos de Aprendizagem	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Explicitar e/ou representar informalmente a posição de pessoas e objetos e dimensionar espaços, utilizando vocabulário pertinente nos jogos, nas brincadeiras e nas diversas situações nas quais as crianças considerarem necessária essa ação, por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas.	I	A	C
Construir noções de localização e movimentação no espaço físico para a orientação espacial em diferentes situações do cotidiano			
Reconhecer seu próprio corpo como referencial de localização no espaço (em cima e embaixo, acima e abaixo, frente e atrás, direita e esquerda).	I/A	A/C	C
Identificar diferentes pontos de referências para a localização de pessoas e objetos no espaço, estabelecendo relações entre eles e expressando-as através de diferentes linguagens: oralidade, gestos, desenho, maquete, mapa, croqui, escrita.	I/A	A/C	C
Observar, experimentar e representar posições de objetos em diferentes perspectivas, considerando diferentes pontos de vista e por meio de diferentes linguagens.	I	A	C
Reconhecer seu próprio corpo como referencial de deslocamento no espaço (para cima e para baixo, para frente e para atrás, para dentro e para fora, para direita e para esquerda,).	I	A	C
Identificar e descrever a movimentação de objetos no espaço a partir de um referente, identificando mudanças de direção e de sentido.	I	A	C
Reconhecer formas geométricas tridimensionais e bidimensionais presentes no ambiente			
Observar, manusear estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura.	I	I/A	A/C
Reconhecer corpos redondos e não redondos (poliédricos).	I	A/C	C
Planificar superfícies de figuras tridimensionais e construir formas tridimensionais a partir de superfícies planificadas.	I	I/A	A/C
Reconhecer as partes que compõem diferentes figuras tridimensionais.		I	A
Perceber as semelhanças e diferenças entre diferentes prismas (cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos).		I	A

Construir e representar formas geométricas planas, reconhecendo e descrevendo informalmente características como número de lados e de vértices.		I	A
Descrever, comparar e classificar verbalmente figuras planas ou espaciais por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições (por translação, rotação ou reflexão), descrevendo a transformação de forma oral.	I	A	C
Conhecer as transformações básicas em situações vivenciadas: rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: faixas decorativas, logomarcas, animações virtuais).	I	A	C
Antecipar resultados de composição e decomposição de figuras bidimensionais e tridimensionais (quebra cabeça, tangam, brinquedos produzidos com sucatas).	I	I/A	A
Desenhar objetos, figuras, cenas, seres mobilizando conceitos e representações geométricas tais como: pontos, curvas, figuras geométricas, proporções, perspectiva, ampliação e redução.	I	I/A	A/C
Utilizar a régua para traçar e representar figuras geométricas e desenhos.	I	I/A	A/C
Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise das figuras geométricas e na resolução de situações-problema em Matemática e em outras áreas do conhecimento.	I/A	A/C	C
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

EIXO ESTRUTURANTE GRANDEZAS E MEDIDAS	1º	2º	3º
Objetivos de Aprendizagem	Ano	Ano	Ano
Compreender a ideia de diversidade de grandezas e suas respectivas medidas			
Experimentar situações cotidianas ou lúdicas, envolvendo diversos tipos de grandezas: comprimento, massa, capacidade, temperatura e tempo.	I	I/A	A/C
Construir estratégias para medir comprimento, massa, capacidade e tempo, utilizando unidades não padronizadas e seus registros; compreender o processo de medição, validando e aprimorando suas estratégias.	I	I/A	A/C
Reconhecer os diferentes instrumentos e unidades de medidas correspondentes.	I	I/A	A/C
Selecionar e utilizar instrumentos de medida apropriados à grandeza (tempo, comprimento, massa, capacidade), com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido.	I	A	C
Comparar grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos — fita métrica, balança, recipientes de um litro etc.	I	A/C	C
Ler resultados de medições realizadas pela utilização dos principais instrumentos de medidas: régua, fita métrica, balança, recipiente graduado.		I	I/A
Produzir registros para comunicar o resultado de uma medição.	I	A/C	C
Comparar comprimento de dois ou mais objetos de forma direta (sem o uso de unidades de medidas convencionais) para identificar: maior, menor, igual, mais alto, mais baixo etc.	I	A/C	C
Identificar a ordem de eventos em programações diárias, usando palavras como: antes, depois etc.	I/A/ C		
Reconhecer a noção de intervalo e período de tempo para o uso adequado na realização de atividades diversas.	I	I/A	A/C
Construir a noção de ciclos por meio de períodos de tempo definidos através de diferentes unidades: horas, semanas, meses e ano.	I	I/A	A/C
Identificar unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano - e utilizar calendários e agenda.	I	I/A	A/C
Estabelecer relações entre as unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano.	I	A	C
Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.	I	A/C	
Estimar medida de comprimento, massa, capacidade, temperatura e tempo.	I	A/C	
Comparar intuitivamente capacidades de recipientes de diferentes formas e tamanhos.	I	A/C	
Identificar os elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição.	I	A	C
Reconhecer cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores em experiências com dinheiro em brincadeiras ou em situações de interesse das crianças.	I	I/A	A/C

EIXO ESTRUTURANTE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Objetivos de Aprendizagem	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Reconhecer e produzir informações, em diversas situações e diferentes configurações			
Ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos, códigos.	I	A	C
Ler, interpretar e fazer uso em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais.	I	A	C
Formular questões sobre fenômenos sociais que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos.	I	A	A
Coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos).	I	A/C	C
Ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos.	I/A	I/A/C	A/C
Elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias.	I/A	I/A/C	A/C
Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.	I	I/A	A
Problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos.		I	A
Reconhecer na vivência situações determinística e probabilística (podem ou não acontecer).		I	A
Identificar maior ou menor chance de um evento ocorrer.	I	I/A	A
LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.			

Fonte: Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em 05/04/2015.

ANEXO D

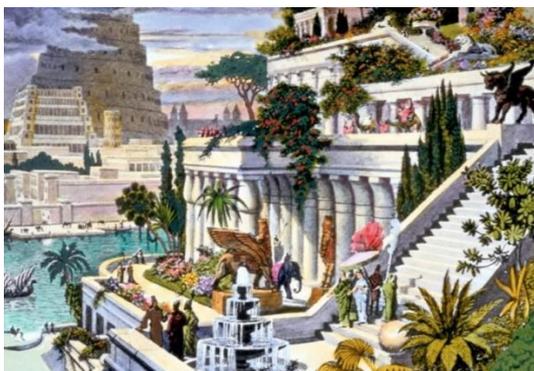
Imagens Utilizadas no Jogo – Domínio Público

Torre de Babel – Imagem de questão da etapa Babilônia



Fonte: Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Pieter_Bruegel_the_Elder_-_The_Tower_of_Babel_\(Rotterdam\)_-_Google_Art_Project.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Pieter_Bruegel_the_Elder_-_The_Tower_of_Babel_(Rotterdam)_-_Google_Art_Project.jpg). Acesso em 01/03. 2017.

Jardins Suspensos da Babilônia – Imagem de questão da etapa Babilônia



Fonte: Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hanging_Gardens_of_Babylon.jpg. Acesso em 01/03. 2017.

Tinas de Tingimento – Marrocos



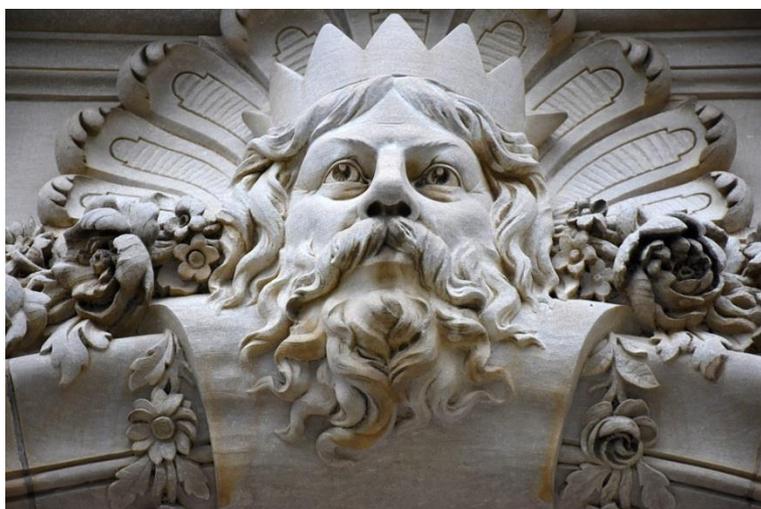
Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/fez-curtume-marrocos-antigo-1691601/>. Acesso em 01/03. 2017.

Raio de Zeus: Etapa Grécia



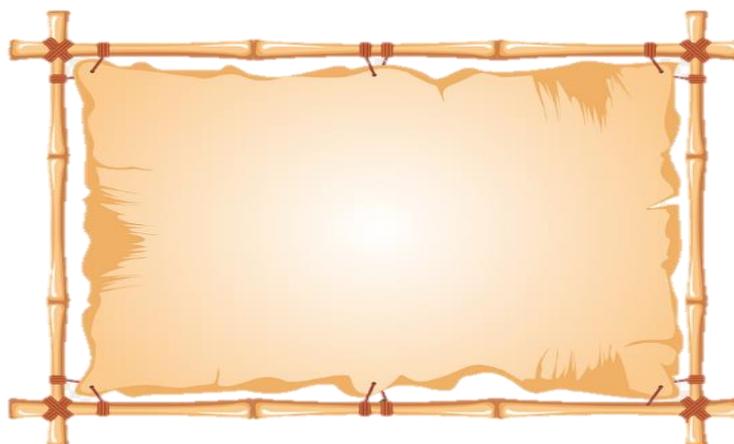
Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/eletricista-punho-poder-1969132/>. Acesso em 01/03. 2017.

Zeus (aparece no início do score, e com raios na tela se o score final for inferior a 60%)



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/deus-grego-zeus-mitologia-escultura-1165599/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho de questões – Pré Fase



Fonte: Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/fundo-bambu-fronteira-caribe-frame-1297485/>. Acesso em: 01/03. 2017.

Pergaminho Suméria



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/pedra-parede-textura-fundo-antigo-1587586/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho – Egito



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/papel-idade-textura-pergaminho-1074136/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho Babilônia



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/papel-textura-cabelo-multa-idade-1330858/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho China



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/textura-papel-verde-1072525/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho Índia



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/recados-pap%C3%A9is-antigo-letras-1371946/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho de questões – Arábia



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/rolar-antiguidade-deixar-fonte-1760402/>. Acesso em 01/03. 2017.

Pergaminho – Grécia



Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/fundo-desenho-vintage-pergaminho-1210572/>. Acesso em 01/03. 2017.

Gois-Caio, Eva Aparecida de.
Jogo Kogoca / Eva Aparecida de Gois Caio, 2017
1 CD-ROM.

Orientadores: Marisa da Silva Dias
Marcos Jorge

Produto educacional elaborado a partir da
Dissertação: A construção do Jogo Kogoca na interface
entre Avaliação em Larga Escala e aprendizagem
matemática do programa de Mestrado Profissional em
Docência para Educação Básica da Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017

Informações sobre o produto vinculado a esta Dissertação:

Título: KOGOCA: No espaço-tempo com a Matemática

Link para visualização: www.fc.unesp.br/posdocencia

**COLE NESSE ESPAÇO O ENVELOPE
CONTENDO O CD/DVD COM O PRODUTO**