



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

Marcos Vinicius Alves de Oliveira

**Identificação de Forças de Excitação em Sistemas Rotativos
utilizando Funções Ortogonais**

Ilha Solteira
2013

Marcos Vinicius Alves de Oliveira

**Identificação de Forças de Excitação em Sistemas Rotativos
utilizando Funções Ortogonais**

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo

Orientador

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia - UNESP
– Campus de Ilha Solteira, para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica
dos Sólidos

Ilha Solteira
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- Oliveira, Marcos Vinicius Alves.
- O482i Identificação de forças de excitação em sistemas rotativos utilizando funções ortogonais / Marcos Vinicius Alves Oliveira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013 97 f. : il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos , 2013
- Orientador: Gilberto Pechoto de Melo
Inclui bibliografia
1. Séries de Fourier. 2. Polinômios de legendre. 3. Sistema rotativo.
4. Identificação de parâmetros.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

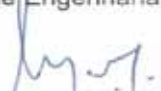
TÍTULO: Identificação de Forças de Excitação em Sistemas Rotativos utilizando Funções Ortogonais

AUTOR: MARCOS VINICIUS ALVES DE OLIVEIRA

ORIENTADOR: Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica ,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. EDSON HIDEKI KOROISHI
Faculdade de Engenharia Mecânica / Universidade Federal de Uberlândia

Data da realização: 19 de dezembro de 2013.

Dedico este trabalho aos meus pais Alipio Alves de Oliveira (*in memoriam*) e Ivone Magno de Oliveira, ao meu irmão Hélio Rubens Alves de Oliveira e a minha namorada Gabriela Mello dos Santos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças, por me fazer forte nas horas mais difíceis, que sem a ajuda dele jamais conseguiria tal feito.

A toda minha família que sempre me amparou e com palavras de incentivo me apoiou em momentos ruins.

Ao orientador Professor Gilberto Pechoto de Melo, que sempre colaborou, incentivou e prestou ensinamentos, auxiliando muito na realização deste trabalho.

Ao Professor João Antônio Pereira, que contribuiu de certa forma no momento inicial dos estudos.

A todos os professores, técnicos e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, em especial ao Carlos José Santana, que auxiliou na realização da parte experimental.

Aos meus grandes amigos, Lucas Rangel de Oliveira e Tiago Bernardes Firme, que de certa forma contribuíram bastante nessa caminhada.

A todos meus amigos, João Artur Fiuza Mazarini, José Camilo Carranza Lopez, Marcelo Francisco Maesta, Thiago Galbiati Lagoin, Felipe Carmo Carvalho, Vitor Suman Guirao, Fernando Henrique Camara, Luis Eduardo Zampar Filho, Lucas Guarnieri Marteli, Flavio Franzim, Julio Cesar Pereira Spada, Paulo Sérgio Barbosa Santos, entre outros que sempre estiveram presentes tanto nas horas de trabalho, quanto nas horas de descontração.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

"O êxito em qualquer coisa que empreendamos exige um objetivo definido. Aquele que desejar o verdadeiro êxito na vida deve conservar firmemente em vista o alvo digno de seus esforços".

E.G. White.

RESUMO

OLIVEIRA, M. V. A. **Identificação de forças de excitação em sistemas rotativos utilizando funções ortogonais**. 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2013.

Uma máquina rotativa é composta por inúmeros componentes interconectados, que atuam em conjunto e a influência mútua ocasiona uma enorme variedade de fenômenos durante seu funcionamento. Fenômenos indesejados como falhas, ou paradas inesperadas, podem ocasionar um transtorno enorme, fazendo com que se eleve a preocupação em manter esse conjunto imune de problemas. Uma das soluções para evitar tais problemas, é o monitoramento constante de máquinas para que se ocorrer alguma anomalia, possam ser tomadas decisões necessárias para que não ocorra um dano mais grave. Com isso, há a preocupação no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas, onde uma delas seria a identificação de parâmetros e forças de excitação. Com o conhecimento das forças atuantes, podem-se avaliar as alterações dos esforços devido à falta de lubrificação, desgastes e variações dimensionais e/ ou geométricas dos componentes mecânicos do sistema. Neste trabalho, aplicam-se as metodologias de identificação de parâmetros através das funções ortogonais das séries de Fourier e dos Polinômios de Legendre, e o Método de discretização por elementos finitos em sistemas rotativos. Para o sistema analisado neste trabalho são utilizados elementos de viga com quatro graus de liberdade por nó, dois deslocamentos e duas rotações. Os processos de identificação, a partir destes tipos de funções ortogonais, começam com a construção de uma matriz operacional para a integração de vetores de bases ortogonais, o que permite a conversão de um conjunto de equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas e, conseqüentemente, à obtenção das forças de excitação desconhecidas.

Palavras-chave: Séries de Fourier. Polinômios de Legendre. Sistema rotativo. Identificação de parâmetros.

ABSTRACT

OLIVEIRA, M. V. A. **Identification of excitation forces in rotating systems using orthogonal functions.** 2013. 94 f. Thesis (Master's)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2013.

Rotating machines are composed by several components which acts together causing a variety of phenomena. Undesirable phenomena as unexpected stops and failures can produce damage, this facts make engineers worry about the development of new techniques on structural health monitoring (SHM) of the whole set of components. In order to avoid severe damage, a constant monitoring of machines is usually employed. One of the new approaches on (SHM) is the identification of parameters and excitation forces. With the knowledge of the excitation forces in a rotating machine, it is possible to estimate the effort alterations caused by lack of lubrication, wear and geometrical variations in the system. In this dissertation the Fourier series and Legendre polynomials identification of parameters methods, based on orthogonal functions are used in rotating systems. These systems are discretized in beam elements in which each node have four degree of freedom: two displacements and two rotations. Force identification from this kind of orthogonal functions begins with the construction of an operational matrix for the integration of vectors from orthogonal bases, which enables a conversion of the set of key differential equations of the system by a set of algebraic equations; and then the to obtain the unknown excitation forces.

Keywords: Fourier series. Legendre polynomials. Rotating systems. Parameters identification.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Primeiros termos da base vetorial de Fourier e a soma deles	21
Figura 2	- Primeiras funções do Polinômio de Legendre e a soma delas	25
Figura 3	- Esquema de identificação de forças em sistemas rotor-suporte-estrutura	33
Figura 4	- Sistema de coordenadas de um disco.....	36
Figura 5	- Graus de liberdade do modelo F.E.M.....	38
Figura 6	- Modelo de rigidez e amortecimento em mancais	41
Figura 7	- Massa de desbalanceamento	42
Figura 8	- Organização das matrizes de cada elemento na matriz global	44
Figura 9	- Esquema do rotor para balanceamento	45
Figura 10	- Plano 1 com a massa de teste no disco 1	46
Figura 11	- Plano 2 com a massa de teste no disco 2	46
Figura 12	- Organograma do observador de estado.....	50
Figura 13	- Fluxograma do observador global para dados experimentais.....	52
Figura 14	- Fluxograma para identificação de parâmetros	53
Figura 15	- Sistema de três graus de liberdade utilizado para a identificação de parâmetros	55
Figura 16	- Deslocamentos X_1 , X_2 e X_3 do sistema de 3 graus de liberdade.....	57
Figura 17	- Velocidades V_1 , V_2 e V_3 do sistema de 3 graus de liberdade.....	57
Figura 18	- Identificação das forças F_1 , F_2 e F_3 por Fourier, respectivamente, com 30 termos.....	58
Figura 19	- Identificação das forças F_1 , F_2 e F_3 por Legendre, com 200 termos.	59
Figura 20	- Identificação das forças F_1 , F_2 e F_3 , por Fourier e Legendre, através de 200 termos.....	60
Figura 21	- Deslocamentos X_1 , X_2 e X_3 do sistema de 3 graus de liberdade sem ruído (a) e com ruído (b).....	62
Figura 22	- Velocidades V_1 , V_2 e V_3 do sistema de 3 graus de liberdade sem ruído (a) e com ruído (b).....	62
Figura 23	- Identificação das forças F_1 , F_2 e F_3 com ruído por Fourier, com 30 termos...	63
Figura 24	- Modelo desenhado em SolidWorks do sistema rotativo.....	64
Figura 25	- Modelagem do rotor	65
Figura 26	- Forças F_1 e F_2 estimadas no disco 2	70
Figura 27	- Deslocamentos do disco 2 nas direções (X e Z)	71

Figura 28 -	Velocidades do disco 2 nas direções (X e Z)	71
Figura 29 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Fourier, respectivamente, com 40 termos.	72
Figura 30 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Legendre, respectivamente, com 120 termos.....	73
Figura 31 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Fourier e Legendre, respectivamente, com 120 termos.....	74
Figura 32 -	Rotor para validação experimental	76
Figura 33 -	Modelo desenhado em SolidWoks do sistema rotativo	77
Figura 34 -	Fluxograma da aquisição de dados via software DASyLab®	78
Figura 35 -	Modelagem do rotor	79
Figura 36 -	Acelerômetros nos mancais 1 (a) e 2 (b) na direção do eixo X.....	80
Figura 37 -	Acelerômetros nos mancais 1 (a) e 2 (b) na direção do eixo Z.	81
Figura 38 -	Adicionamento de massa no disco.....	83
Figura 39 -	Deslocamentos do disco nas direções (X e Z)	84
Figura 40 -	Velocidades do disco nas direções (X e Z)	84
Figura 41 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Fourier, respectivamente, com 200 termos	85
Figura 42 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Legendre, respectivamente, com 200 termos.....	86
Figura 43 -	Identificação das forcas F_1 e F_2 por Fourier e Legendre, respectivamente, com 200 termos.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Dados do sistema massa-mola-amortecedor	56
Tabela 2	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Fourier com 30 termos.....	58
Tabela 3	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Legendre com 200 termos.....	60
Tabela 4	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Fourier e Legendre com 200 termos.....	61
Tabela 5	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Fourier com ruídos através de 30 termos.....	63
Tabela 6	- Parâmetros do sistema rotativo modelado com 36 G.D.L.....	65
Tabela 7	- Valores das vibrações originais do rotor	66
Tabela 8	- Valores das vibrações com a massa de teste no plano 1 do rotor.....	66
Tabela 9	- Valores das vibrações com a massa de teste no plano 2 do rotor.....	67
Tabela 10	- Valores das massas de correções nos dois planos do rotor	67
Tabela 11	- Valores em RMS dos mancais 1 e 2 fornecidos pelos acelerômetros	67
Tabela 12	- Rigidezes e amortecimentos de referências por Firme, 2013 dos mancais 1 e 2	68
Tabela 13	- Valores das rigidezes e amortecimentos encontrados pelo método nos mancais 1 e 2.....	68
Tabela 14	- Dados da força de desbalancimento no disco 2	70
Tabela 15	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 e F_2 simuladas e identificadas por Fourier com 40 termos.....	73
Tabela 16	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 e F_2 simuladas e identificadas por Legendre com 120 termos.....	74
Tabela 17	- Valores em <i>rms</i> das forças F_1 e F_2 simuladas e identificadas por Fourier e Legendre com 120 termos.....	75
Tabela 18	- Parâmetros do sistema rotativo real.....	79
Tabela 19	- Valores em RMS dos mancais 1 e 2 nas direções do eixo X e Z fornecidos pelos acelerômetros.....	81
Tabela 20	- Rigidezes e amortecimentos de referências por Firme, 2013 dos mancais 1 e 2 nas direções do eixo X e Z.....	82

Tabela 21 -	Valores das rigidezes e amortecimentos identificados pelo método nos mancais 1 e 2.....	82
Tabela 22 -	Dados da força de desbalanceamento no disco	84
Tabela 23 -	Valores em <i>rms</i> das forças $F1$ e $F2$ calculadas e identificadas por Fourier com 200 termos.....	85
Tabela 24 -	Valores em <i>rms</i> das forças $F1$ e $F2$ calculadas e identificadas por Legendre com 200 termos.....	87
Tabela 25 -	Valores em <i>rms</i> das forças $F1$ e $F2$ calculadas e identificadas por Fourier e Legendre com 200 termos.....	88

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	13
1.1	REVISÕES DA LITERATURA (ESTUDO DA ARTE).....	14
1.2	OBJETIVO	18
	CAPÍTULO 2.....	19
	MODELAGEM TEÓRICA - IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO EM SISTEMAS ROTATIVOS VIA FUNÇÕES ORTOGONAIS.....	19
2.1	FUNÇÕES ORTOGONAIS	19
2.1.1 -	Séries de Fourier	20
2.1.2	Polinômios de legendre	24
2.2	IDENTIFICAÇÕES DE FORÇAS EM SISTEMAS MECÂNICOS POR FUNÇÕES ORTOGONAIS	26
2.2.1	Sistema forçado - deslocamento.....	27
2.2.2	Sistema forçado - velocidade.....	29
2.2.3	Sistema forçado - aceleração.....	31
2.3	SISTEMA ROTATIVO	32
2.3.1	Representação do sistema rotor-suporte-estrutura	32
2.3.2	Modelagem matemática de sistemas rotativos	34
2.3.2.1	<i>Modelo do disco.....</i>	35
2.3.2.2	<i>Modelo do eixo.....</i>	37
2.3.2.3	<i>Modelos de mancais e rolamentos.....</i>	40
2.3.2.4	<i>Massa desbalanceada</i>	41
2.3.2.5	<i>Modelo global de sistemas rotativos.....</i>	43
2.3.3	Balanceamento dinâmico de rotor.....	44
2.4	ESPAÇO DE ESTADOS	48
2.5	OBSERVADORES DE ESTADO.....	49
2.5.1	Regulador linear quadrático.....	50
2.5.2	Observador de estado global.....	51

2.6	IDENTIFICAÇÕES DE PARÂMETROS E AJUSTE DE MODELO	52
2.6.1	Função objetivo	53
	CAPÍTULO 3	55
	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	55
3.1	SISTEMA MECÂNICO MODELADO COM 3 G.D.L (GRAUS DE LIBERDADE).....	55
3.1.1	Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL	58
3.1.2	Identificação das forças através dos polinômios de legendre aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL	59
3.1.3	Comparação entre a identificação das forças pelos métodos das séries de fourier e polinômios de legendre no sistema mecânico modelado com 3 GDL.....	60
3.2	SISTEMA MECÂNICO MODELADO COM 3 G.D.L COM ADIÇÃO DE RUÍDO ALEATÓRIO AO SINAL DE ENTRADA.....	61
3.2.1	Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL com adição de ruído.....	62
3.3	SISTEMA DE UM ROTOR MODELADO COM 36 G.D.L (GRAUS DE LIBERDADE).....	64
3.3.1	Modelo.....	64
3.3.1.1	<i>Balanceamento do rotor simulado para encontrar as rigidezes e amortecimentos dos mancais</i>	<i>66</i>
3.3.1.2	<i>Método quasi-newton para determinar as rigidezes e amortecimentos nos mancais do sistema simulado.....</i>	<i>67</i>
3.3.1.3	<i>Metodologia de observadores de estado global do sistema simulado.....</i>	<i>69</i>
3.3.1.4	<i>Massa de desbalanceamento do sistema simulado.....</i>	<i>69</i>
3.3.2	Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no rotor modelado com 36 GDL.	72
3.3.3	Identificação das forças através dos polinômios de legendre aplicado no rotor modelado com 36 GDL.	73

3.3.4	Comparação entre a identificação das forças pelos métodos das séries de fourier e polinômios de legendre no rotor modelado com 36 GDL.....	74
	CAPÍTULO 4.....	76
	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	76
4.1	DESCRIÇÃO DO ROTOR.....	76
4.1.1	Componentes do sistema rotativo.....	77
4.2	EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA ANÁLISE EXPERIMENTAL	77
4.3	SISTEMA PARA AQUISIÇÃO DE DADOS.....	78
4.4	MODELAGEM DO ROTOR EXPERIMENTAL.....	79
4.4.1	Método quasi-newton para determinar as rigidezes e amortecimentos nos mancais do sistema real.....	80
4.4.2	Metodologia de observadores de estado global do sistema real.....	82
4.4.3	Massa de desbalanceamento do sistema real.....	83
4.5	IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS ATRAVÉS DAS SÉRIES DE FOURIER APLICADO NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.	85
4.6	IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS ATRAVÉS DOS POLINÔMIOS DE LEGENDRE APLICADO NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.	86
4.7	COMPARAÇÃO ENTRE A IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS PELOS MÉTODOS DAS SÉRIES DE FOURIER E POLINÔMIOS DE LEGENDRE NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.	87
	CAPÍTULO 5.....	89
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	89
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	90
	REFERÊNCIAS.....	91

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A grande preocupação das indústrias está relacionada a uma sincronia de seu processo de produção, onde há todo um sistema ao qual equipamentos trabalham em harmonia. Um grande desafio é manter a disponibilidade e confiabilidade de tais equipamentos para que não perca posicionamento no mercado. Uma falha, ou parada inesperada, em qualquer que seja o equipamento, pode ocasionar um transtorno enorme, fazendo com que se eleve a preocupação em manter essa sincronia imune de problemas. Com a falha de sistemas, ocorrem perdas em produção e até mesmo, dependendo do equipamento, compromete a segurança levando a situações perigosas.

Grande parte das indústrias trabalham com máquinas rotativas, sendo bastante interesse monitorar as mesmas para trabalharem em segurança e não ocorrer paradas abruptas. Desbalanceamento, desalinhamento e falhas em mancais de rolamentos são os principais responsáveis pela vibração em equipamentos (ARCO-VERDE, 2008), que dependendo da intensidade podem causar danos.

Os equipamentos rotativos apresentam maior destaque na área de análise de vibrações, onde tanto a metodologia de análise quanto a instrumentação e aparelhagem, se encontram em um estado bastante avançado (PINTO; XAVIER, 2001).

Uma das soluções para evitar tais problemas é o monitoramento constante de máquinas para que, se ocorrer alguma anomalia, possa se intervir antes mesmo que ocorra um dano mais grave. Com isso, há a preocupação no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas, onde tal assunto está com bastante foco ultimamente.

Uma das técnicas que está bastante difundida atualmente é a identificação de parâmetros e forças de excitação (COOPER; DESFORGES, 1996; KUDVA; VISWANADHAM; RAMAKRISHNA, 1980; GERTLER, 1988; MELO, 1998), onde procura-se determinar os valores desconhecidos pela manipulação dos sinais de entrada e de saída do sistema com a ajuda das variáveis de estado.

Foram desenvolvidos vários métodos para identificação de parâmetros de sistemas dinâmicos utilizando funções ortogonais nos últimos anos (TRENDABILOVA et al., 2000), embora nenhum deles possa ser considerado universalmente adequado a todas as situações (RICO; HEYDT, 2000). A identificação de parâmetros estruturais dos sistemas mecânicos (massa, rigidez e amortecimento) é apontada como sendo uma tarefa com um alto índice de complexidade, razão pela qual se tem dado importância aos métodos voltados para a

identificação de parâmetros modais, seja no domínio do tempo, seja no domínio da frequência (COOPER; DESFORGES, 1996; PACHECO, 2001).

Conhecendo-se as forças de excitação dos sistemas, pode-se acompanhar, através de monitoramento e técnicas de identificação, a evolução de possíveis variações destes parâmetros. Para o desenvolvimento dessas metodologias, há a necessidade de construção de modelos matemáticos capazes de representar o comportamento mecânico dos mais variados tipos de sistemas (MORAIS, 2006). Através disto, escrevem-se as chamadas equações do movimento com base em leis que regem os fenômenos envolvidos, em seguida, a análise dinâmica depende da integração de tais equações, podendo ser feito tanto por métodos analíticos quanto numéricos. Os processos de identificação, a partir destes tipos de funções, começam com uma construção de uma matriz operacional para a integração de vetores com bases ortogonais, permitindo a conversão de um conjunto de equações diferenciais em um conjunto de equação algébricas, que se resolve para a obtenção dos parâmetros desconhecidos.

O uso de funções ortogonais limita o problema da análise de sensibilidade do vetor de estado para a solução de um sistema de equações algébricas lineares. Este procedimento precisa da inversão de matrizes que podem ser de ordem elevada, ou apresentar mal condicionamento numérico (SANTOS, 2004). Diversas funções ortogonais são aplicadas para a identificação de parâmetros desconhecidos, Walsh, Block-Pulse, Fourier, polinomiais de Chebyshev, Jacobi e Legendre (CHEN; PATTON, 1996; CHEN; HSIAO, 1975; CHEN; TSAY; WU, 1977; CHOW; WILLSKY, 1984). Neste trabalho foram utilizadas as técnicas de identificação de parâmetros através das funções de Fourier e polinômios de Legendre, em sistemas rotativos com vários graus de liberdade. Tais técnicas podem utilizar qualquer tipo de resposta no tempo, sendo em relação ao deslocamento, velocidade ou aceleração. Neste trabalho foi utilizado em relação ao deslocamento.

1.1 REVISÕES DA LITERATURA (ESTUDO DA ARTE)

Nos últimos tempos têm-se aumentado muito as pesquisas sobre identificação de parâmetros em sistemas mecânicos. Assim, será apresentado uma revisão da literatura que contribuirá muito com conceitos e métodos para a realização deste trabalho.

Em 1973, foi mostrada uma técnica que se utiliza a resposta livre de um sistema para criar um modelo matemático que consiga a determinação dos parâmetros do sistema. Através

de simulações, comprovou que a técnica criada por sistemas com parâmetros concentrados ou distribuídos apresenta resultados satisfatórios (IBRAHIM; MIKULCIK, 1973).

Em 1985 foi mostrada uma expressão geral que é análoga às outras expressões criadas previamente para outros tipos de funções ortogonais, tais como as funções de Walsh, Block-pulse, Laguerre, Legendre e Chebyshev. O trabalho tem como intuito a resolução do problema de integração das séries de Fourier. Foi desenvolvida pelos autores uma matriz com o nome Matriz Operacional de Integração, onde pode-se utilizá-la em casos de identificação de forças de excitação e também na estimação de parâmetros. De todos os tipos de funções ortogonais, apresentaram melhores resultados as séries de Fourier, por causa das propriedades de integração nas funções seno e cosseno (PARASKEVOPOULOS; SPARIS; MOUROUTSOS, 1985).

No mesmo ano, foi desenvolvido o Método dos polinômios de Legendre. O método foi proposto para o problema de estimação dos parâmetros do sistema. A resposta do sistema é dividida em diversos intervalos onde cada parte é mostrada por uma série de polinômios de Legendre. Um algoritmo é proposto para a resolução do sistema de equações que contém os coeficientes polinomiais de Legendre. Um número pequeno de coeficientes, resultantes da expansão polinomial, é suficiente para alcançar resultados precisos, com isso se obtém um ganho computacional (CHANG; WANG, 1985 citado por SANTOS, 2004).

Chung (1987), citado por Santos (2004), apresenta um método de estimação de parâmetros com base numa aproximação que resolve a integração das séries de Fourier. O algoritmo de resolução é similar a outros usados para o mesmo problema em funções ortogonais. Há um ganho computacional considerável, desde que a maioria dos elementos da Matriz Operacional de Integração sejam nulos. É um método mais simples que os outros conhecidos.

Melo (1992) apresenta um método para a identificação de parâmetros em sistemas mecânicos com vários graus de liberdade operando no domínio do tempo. O método tem como base a expansão das funções de excitação e de resposta do sistema em termos de séries de Fourier e na transformação das equações diferenciais do movimento em equações algébricas por meio de integrações sucessivas, utilizando então a matriz operacional de integração. Através dos parâmetros do sistema e da expansão das respostas, identifica forças de excitação periódicas. Através de simulações computacionais e um experimento com três graus de liberdade, a metodologia foi comprovada.

Em 1993 foi apresentado um método para identificação de parâmetros de sistemas mecânicos com vários graus de liberdade que opera no domínio do tempo, com base na

expansão das funções de excitação e de resposta do sistema em termos de séries de Fourier. Também apresentam-se um método que faz a mudança das equações diferenciais do movimento em equações algébricas por meio de integrações sucessivas e com a aplicação de uma matriz operacional para integração das funções que formam aquelas séries. O método proposto começa com uma expansão da excitação e da resposta em séries de Fourier. Em seguida, com a integração das equações do movimento e emprego de uma matriz operacional para integração das séries de Fourier. Por fim realiza uma aproximação dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados (MELO; STEFFEN JUNIOR, 1993).

Conforme Wang e Fellow (1994), citado por Santos (2004), apresentam um procedimento para a estimação de parâmetros com base em um sistema de elementos finitos no domínio do tempo. Para isto, o método não necessita do conhecimento das entradas do sistema, com isso, podem ser de qualquer natureza. Foram analisados três exemplos onde se discute também a presença de ruídos.

Silva (2000) apresenta três métodos para a identificação das forças de excitação em sistemas dinâmicos. O primeiro, Método das Coordenadas Modais, aplica um conjunto de auto soluções, ou seja, frequências naturais, massas generalizadas e autovetores. O segundo, Método Baseado na Deconvolução no Domínio do Tempo, é composto por um conjunto de respostas ao impulso. Por fim o terceiro, Método Baseado no Modelo Estrutural Inverso, faz trocas entre vetores de entrada e saída através das equações de estado.

Pacheco (2001) expõe um estudo de métodos no domínio do tempo que utilizam séries ortogonais aplicados à identificação e análise de sensibilidade de sistemas mecânicos. Desenvolve-se uma metodologia unificada baseada na propriedade de integração que tais séries possuem, a qual permite transformar as equações diferenciais do sistema em equações algébricas. A solução deste sistema de equações permite identificar parâmetros modais ou estruturais, forças de excitação e condições iniciais de deslocamento e velocidade, dependendo do enfoque desejado. Comprovou-se a eficiência da metodologia desenvolvida através de simulação numérica e testes experimentais.

Em 2004 foi mostrado uma metodologia para identificar parâmetros dos sistemas não-lineares. Funções ortogonais são utilizadas para representar sinais de entrada e de saída. Através disto, é possível transformar as equações diferenciais não-lineares de movimento em equações algébricas. Em seguida, depois das manipulações matemáticas, os parâmetros desconhecidos lineares e não-lineares são determinados. Realizaram-se simulações numéricas para confirmar a eficiência da metodologia (PACHECO; STEFFEN JUNIOR, 2004).

Santos (2004) apresentou uma metodologia para identificação de parâmetros aplicando a técnica de funções ortogonais das séries de Fourier, polinômios de Legendre e Chebyshev. Realizaram-se simulações computacionais e também testes experimentais para comprovar a metodologia proposta, onde os métodos mostraram-se bastante satisfatórios para a identificação dos parâmetros.

No mesmo ano é apresentada uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas rotativos considerando-se suas fundações através dos observadores de estado. A metodologia de identificação dos parâmetros utilizando funções ortogonais também foi utilizada, permitindo a verificação de possíveis variações de parâmetros em sistemas discretos, através de suas respostas. A metodologia desenvolvida foi validada através de simulações computacionais e análise experimental, com medidas provenientes de um sistema rotor-suporte-estrutura (LEMOS, 2004).

Morais (2006) desenvolveu metodologias de diagnósticos de falhas utilizando observadores de estado do tipo Filtro de Kalman, nas quais as entradas para os observadores são identificadas utilizando as funções ortogonais de Fourier, polinômios de Legendre e Chebyshev. Também foi apresentado o desenvolvimento de uma metodologia de identificação de parâmetros, bem como as forças de excitação através das funções ortogonais utilizando somente a resposta. Foram apresentados resultados obtidos por meio de simulações computacionais e testes experimentais.

Koroishi (2009) desenvolveu uma metodologia de detecção e localização de falhas via observadores de estado projetados via LQR (Regulados Linear Quadrático) e LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares) em sistema rotativo considerando-se suas fundações e excitações desconhecidas. Foram utilizadas funções ortogonais de Fourier, polinômios de Legendre e Chebyshev para a identificação das excitações desconhecidas. Foram feitas simulações computacionais e por fim, comprovação experimental.

Em 2010 foi apresentada uma metodologia usando Funções de Block-Pulse (BPFs) e Polinômios de Legendre Deslocados (SLPs), onde dois algoritmos recursivos são apresentados para a análise linear invariante no tempo de sistema de controle ótimo utilizando observadores de ordem reduzida. Um exemplo ilustrativo é incluído para demonstrar a superioridade de propostas de algoritmos recursivos sobre as abordagens existentes recursivas e não recursiva (MOHAN; KAR, 2010).

Morais (2010) apresenta um estudo que está inserido no contexto da dinâmica de máquinas rotativas com características não-lineares. Interessa-se pela não-linearidade causada por rotores que apresentam parâmetros variantes no tempo. Utiliza a identificação de

parâmetros variantes no tempo através da expansão dos sinais de entrada e saída do sistema, além da expansão dos parâmetros físicos do sistema em séries de funções ortogonais, permitindo, desta forma, a identificação dos parâmetros desconhecidos do sistema rotativo, tanto daqueles que são constantes como daqueles que variam no tempo.

Fernandes Júnior (2011) apresenta uma metodologia de detecção em tempo real de trincas estruturais em eixos rotativos através do monitoramento do sistema em operação utilizando observadores de estados. A validação numérica da metodologia de identificação de falhas proposta é feita através da alteração de parâmetros em um sistema massa-mola-amortecedor e da simulação de trincas, baseadas em um modelo de falha empírico, em um sistema rotativo. A validação experimental é feita aplicando-se descontinuidades transversais no eixo de um sistema rotativo.

Este trabalho teve como foco a identificação de forças através das Séries de Fourier e Polinômios de Legendre em sistemas rotativos com diferentes características, onde se utilizou a metodologia de observadores de estados para estimar os estados não medidos.

1.2 OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para identificação de forças de excitação, utilizando uma combinação de funções ortogonais (Fourier e Legendre). Aplicar-se-á tal metodologia em sistemas rotativos, validando a mesma através de simulações computacionais e uma análise experimental em rotores com diferentes características.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM TEÓRICA - IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO EM SISTEMAS ROTATIVOS VIA FUNÇÕES ORTOGONAIS

Neste capítulo é apresentada a modelagem teórica necessária para a identificação de parâmetros em sistemas rotativos. Primeiramente, é realizada uma abordagem sobre as funções ortogonais, expondo o conceito sobre o assunto e explicando sobre séries de Fourier e polinômios de Legendre. Com isso, é demonstrado como utilizar as funções para identificação em sistemas forçados utilizando o sinal em deslocamento, velocidade ou aceleração. Logo em seguida, expõe sobre sistemas rotativos, explicando sobre o modelo do rotor-suporte-estrutura, conceitos sobre balanceamento de rotor, espaço de estados e observadores de estado.

2.1 FUNÇÕES ORTOGONAIS

Seja um conjunto de funções reais $\varphi_k(t), k = 1, 2, 3 \dots$ definidas no intervalo $[a, b] \in \mathbb{R}$. Tal conjunto é dito ortogonal neste intervalo se (SPIEGEL, 1976):

$$\int_a^b \varphi_m(t) \varphi_n(t) dt = K \quad (1)$$

na qual K é uma constante igual a zero se $m \neq n$ e diferente de zero se $m = n$.

O conjunto de funções $\phi_k(t)$ é dito ortonormal se for válida a relação (SPIEGEL, 1976):

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = \delta_{mn} \quad (2)$$

na qual, δ_{mn} , denominado delta de Kronecker, se define como "0" se $m \neq n$ ou "1" se $m = n$ e $\phi_k(t)$ é o conjunto de funções ortonormais.

Se o conjunto $\phi_k(t)$ é ortonormal em relação à função densidade ou função peso $w(t)$ na qual $w(t) \geq 0$, então o conjunto de funções ortonormais é obtido através da equação:

$$\phi_k(t) = \sqrt{w(t)} \varphi_k(t), \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (3)$$

Verifica-se a relação:

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) w(t) dt = \delta_{mn} \quad (4)$$

Se uma função $f(t)$ é contínua ou seccionalmente contínua no intervalo $[a, b]$, então $f(t)$ pode ser expandida em séries de funções ortonormais, ou seja:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(t) \quad (5)$$

Tais séries, chamadas séries ortonormais, constituem generalizações das séries de Fourier. Admitindo que o somatório na Equação (5) convirja para $f(t)$, podem-se multiplicar ambos os membros por $\phi_m(t)$ e integrá-los no intervalo $[a, b]$, obtendo-se:

$$c_m = \int_a^b f(t) \phi_m(t) dt \quad (6)$$

na qual, c_m são os coeficientes generalizados de Fourier.

Calculam-se estes coeficientes, através da integral dada pela Equação (6) aplicando a Regra do Trapézio (HORNBECK, 1975).

Um conjunto finito de funções ortonormais possui a seguinte propriedade em relação à sua integração sucessiva no intervalo $[0, t]$:

$$\int_0^t \dots \int_0^t \{\phi(\tau)\} (d\tau) \cong [P]^n \{\phi(t)\} \quad (7)$$

0 n vezes 0

na qual, n é o número de vezes que a função foi integrada, $\{\phi_m(t)\} = \{\phi_0(t) \phi_1(t) \dots \phi_r(t)\}^T$ é o conjunto finito da série ortogonal e $[P]$ é uma matriz quadrada de ordem " r " com elementos constantes denominada matriz operacional de integração.

Na verdade, se for utilizada a base vetorial completa, ou seja, se a série não for truncada, a relação obtida na Equação (7) é de igualdade. Porém, na prática, isto se torna inviável, devido à ordem elevada da matriz $[P]$.

2.1.1 - Séries de Fourier

A base vetorial $\{\phi(t)\}$ das séries de Fourier, no intervalo $[0, T]$, é dada por (SPIEGEL, 1976):

$$\{\varphi(t)\} = \underbrace{\{\varphi_0(t)\varphi_1(t)\dots\varphi_s(t)\}}_{\varphi_n(t)} \underbrace{\{\varphi_1^*(t)\dots\varphi_s^*(t)\}}_{\varphi_n^*(t)}^T \quad (8)$$

na qual:

$$\varphi_n(t) = \cos \frac{2n\pi t}{T} \quad n = 0, 1, \dots, s$$

$$\varphi_n^*(t) = \text{sen} \frac{2n\pi t}{T} \quad n = 1, \dots, s$$

com T sendo definido como o período.

Utilizando as equações anteriores, pode-se obter as primeiras funções das séries de Fourier como pode ser visto na Equação (9).

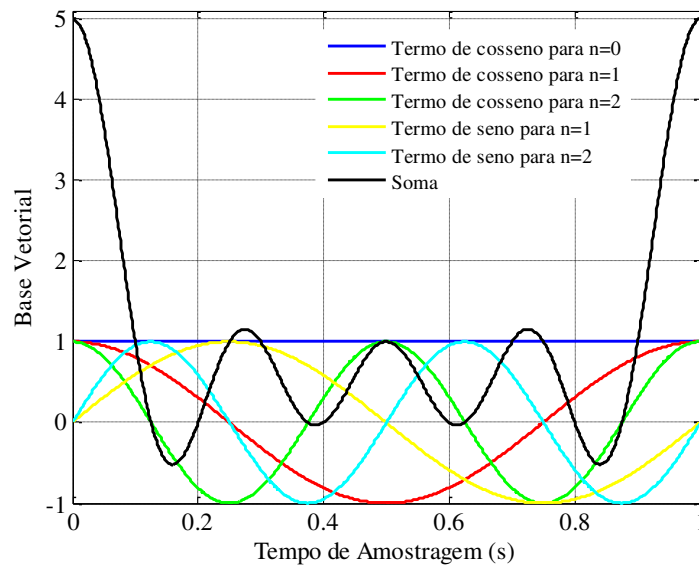
$$\varphi_0(t) = 1$$

$$\varphi_1(t) = \cos \frac{2\pi t}{T} \quad \varphi_1^*(t) = \text{sen} \frac{2\pi t}{T} \quad (9)$$

$$\varphi_2(t) = \cos \frac{4\pi t}{T} \quad \varphi_2^*(t) = \text{sen} \frac{4\pi t}{T}$$

Através das funções das séries de Fourier demonstradas na Equação (9), observam-se graficamente as mesmas na Figura 1, contendo também a soma das séries.

Figura 1 - Primeiros termos da base vetorial de Fourier e a soma deles



Fonte: Elaboração do próprio autor

Uma função $f(t)$ pode ser expandida em séries de Fourier através da Equação (10), conforme seguinte forma:

$$f(t) = a_0 \varphi_0(t) + \sum_1^{\infty} \{a_n \varphi_n(t) + b_n \varphi_n^*(t)\} \quad (10)$$

na qual os coeficientes de Fourier a_n e b_n são dados pelo conjunto de Equações (11):

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \quad n = 1, 2, \dots, s \quad (11)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt \quad n = 1, 2, \dots, s$$

Na prática, a expansão é feita truncando-se a série com " r " termos ($r = 2s + 1$); sendo s o número de termos em senos e cossenos.

$$f(t) \cong a_0 \varphi_0(t) + \sum_1^s \{a_n \varphi_n(t) + b_n \varphi_n^*(t)\} \quad (12)$$

Para a obtenção da matriz operacional de integração, cada função da base vetorial é integrada no intervalo $[0, t]$ (PARASKEVOPOULOS; KEKKERIS, 1984).

$$\int_0^t \varphi_0(\sigma) d\sigma = \int_0^t d\sigma = t \quad (13)$$

$$\int_0^t \varphi_n(\sigma) d\sigma = \int_0^t \cos \frac{2n\pi\sigma}{T} d\sigma = \frac{T}{2n\pi} \int_0^t d(\sin \frac{2n\pi\sigma}{T}) = \frac{T}{2n\pi} \varphi_n^*(t) \quad (14)$$

$$\int_0^t \varphi_n^*(\sigma) d\sigma = \int_0^t \sin \frac{2n\pi\sigma}{T} d\sigma = \frac{-T}{2n\pi} \int_0^t d(\cos \frac{2n\pi\sigma}{T}) = \frac{T}{2n\pi} \varphi_0(t) - \frac{T}{2n\pi} \varphi_n(t) \quad (15)$$

Aproximando-se da Equação (13) por uma série truncada de Fourier, resulta:

$$\int_0^t \varphi_0(\sigma) d\sigma = \int_0^t d\sigma = t \cong c_0 \varphi_0(t) + \sum_{n=1}^s \{c_n \varphi_n(t) + d_n \varphi_n^*(t)\} \quad (16)$$

Os coeficientes c_n e d_n são calculados através das Equações (11), obtendo-se:

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \frac{T}{2} \\
 c_n &= 0 \quad n = 1, 2, \dots, s \\
 d_n &= \frac{-T}{n\pi} \quad n = 1, 2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{17}$$

Considerando as Equações (14) e (17), tem-se:

$$\int_0^t \{\varphi(\tau)\} d\tau \cong [P] \{\varphi(t)\} \tag{18}$$

na qual, $[P]$ se obtém através da Equação (19).

$$[P] = \begin{bmatrix} \frac{T}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-T}{\pi} & \frac{-T}{2\pi} & \dots & \frac{-T}{s\pi} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{T}{2\pi} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{T}{4\pi} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{T}{2s\pi} \\ \frac{T}{2\pi} & \frac{-T}{2\pi} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{T}{4\pi} & 0 & \frac{-T}{4\pi} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \frac{T}{2s\pi} & 0 & 0 & \dots & \frac{T}{2s\pi} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

De uma forma mais compacta, a Equação (19) pode resultar na Equação (20),

$$[P] = \begin{bmatrix} \frac{T}{2} & \{0\}_{1 \times s} & -\frac{T}{\pi} \{\bar{e}\}_s^T \\ \{0\}_{s \times 1} & [0]_{s \times s} & \frac{T}{2\pi} [\bar{I}]_{s \times s} \\ \frac{T}{2\pi} \{\bar{e}\}_s & -\frac{T}{2\pi} [\bar{I}]_{s \times s} & [0]_{s \times s} \end{bmatrix}_{r \times r} \tag{20}$$

na qual, alguns termos são encontrados pelas Equações,

$$\{\tilde{e}\}_s = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \vdots \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$[\tilde{I}]_{sxs} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \frac{1}{2} & & \\ & & \frac{1}{3} & \\ & 0 & \ddots & \\ & & & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (22)$$

2.1.2 Polinômios de legendre

Os polinômios de Legendre $p_n(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, obtidos a partir da equação diferencial de Legendre são ortogonais no intervalo $z \in [-1, 1]$ e são gerados pela fórmula recursiva (HWANG; CHEN, 1985; SHIH; KUNG, 1985):

$$(n+1)p_{n+1}(z) = (2n+1)zp_n(z) - np_{n-1}(z), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (23)$$

com: $p_0(z) = 1$ e $p_1(z) = z$.

Para o uso prático dos polinômios de Legendre no intervalo de tempo de interesse, $t \in [0, t_f]$, é necessário fazer uma mudança no domínio de definição através da seguinte transformação de variáveis apresentada na Equação (24) (CHANG; WANG, 1985):

$$z = \frac{2t}{t_f} - 1 \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (24)$$

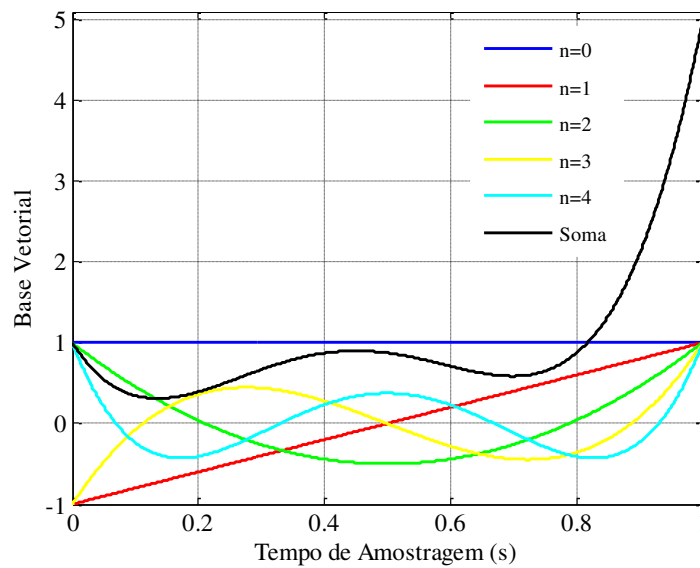
Os polinômios transformados de Legendre $p\left(\frac{2t}{t_f}-1\right)$, de agora em diante denominados $L_n(t)$, são obtidos a partir da fórmula recursiva da Equação (25).

$$L_{n+1}(t) = \frac{(2n+1)}{(n+1)} \left(\frac{2t}{t_f} - 1 \right) L_n(t) - \frac{n}{(n+1)} L_{n-1}(t), \quad n \geq 1 \quad (25)$$

com $L_0(t) = 1$ e $L_1(t) = \frac{2t}{t_f} - 1$.

Através das equações anteriores, podem-se obter as primeiras funções dos polinômios de Legendre como pode ser visto na Figura 2, contendo também a soma das funções.

Figura 2 - Primeiras funções do Polinômio de Legendre e a soma delas



Fonte: Elaboração do próprio autor

Os polinômios transformados de Legendre satisfazem a seguinte relação de ortogonalidade no intervalo $[0, t_f]$ (CHANG; WANG, 1985):

$$\int_0^{t_f} L_n(t) L_m(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{para } n \neq m \\ \frac{t_f}{(2n+1)} & \text{para } m = n \end{cases} \quad (26)$$

Uma função $f(t)$ pode ser aproximada por um número finito de termos de polinômios transformados de Legendre:

$$f(t) \cong \sum_{n=0}^{r-1} f_n L_n(t) \quad (27)$$

na qual: $f_n = \frac{2n+1}{t_f} \int_0^{t_f} f(t) L_n(t) dt$ são os coeficientes das séries de Legendre.

A fórmula derivativa recursiva dos polinômios transformados de Legendre é dada pela Equação (28).

$$L_n = \frac{t_f}{2(2n+1)} \left(\frac{d}{dt} L_{n+1}(t) - \frac{d}{dt} L_{n-1}(t) \right) \quad (28)$$

Considerando-se a base vetorial $\{L(t)\} = \{L_0(t) L_1(t) \dots L_{r-1}(t)\}$ e integrando-se a Equação (26) de $[0, t]$, obtém-se a matriz operacional de integração dos polinômios transformados de Legendre, conforme a Equação (29).

$$\int_0^t \{L(\tau)\} d\tau = [P] \{L(t)\} \quad (29)$$

na qual, $[P]$ se obtém através da Equação (30).

$$[P] = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2r-3} & 0 & \frac{1}{2r-3} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{2r-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

2.2 IDENTIFICAÇÕES DE FORÇAS EM SISTEMAS MECÂNICOS POR FUNÇÕES ORTOGONAIS

O método proposto neste trabalho atua no domínio do tempo. Podem-se utilizar respostas livres do sistema, em relação ao deslocamento, velocidade ou aceleração, ou também utilizar as repostas forçadas dependendo do caso a ser explorado. A principal característica desta técnica de identificação resulta da propriedade do cálculo de integrais das

funções ortogonais normalizadas, (CHEN; PATTON, 1996; CHEN; HSIAO, 1975; CHEN; TSAY; WU, 1977; CHOW; WILLISKY, 1984) a qual possibilita a transformação da equação diferencial de movimento do sistema mecânico em uma equação algébrica cuja resolução é muito mais simples e rápida.

Neste caso, utilizaram-se as respostas forçadas, onde serão mostradas as formulações para os inúmeros casos possíveis no que se refere ao tipo de excitação do sistema e o tipo do sinal de resposta empregado.

2.2.1 Sistema forçado - deslocamento

Se o sistema mecânico for sujeito a forças de excitação é possível identificar as matrizes dos parâmetros estruturais, permitindo a geração do modelo do sistema (SANTOS, 2004).

A equação de movimento de um sistema mecânico de n graus de liberdade sujeito excitação é dada por:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (31)$$

na qual: $[M]$, $[C]$ e $[K] \in \mathcal{R}^{n,n}$ são respectivamente, a matriz de massa, de amortecimento e de rigidez, $\{x(t)\} \in \mathcal{R}^{n,1}$ é o vetor deslocamento e $\{f(t)\} \in \mathcal{R}^{n,1}$ é o vetor das forças de excitação.

Integrando a Equação (31) duas vezes no intervalo $[0, t]$, obtém-se:

$$\begin{aligned} [M] \left(\{x(t)\} - \{x(0)\} - \{\dot{x}(0)\}t \right) + [C] \left(\int_0^t \{x(\tau)\} d\tau - \{x(0)\}t \right) + \\ + [K] \int_0^t \int_0^t \{x(\tau)\} d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t \{f(\tau)\} d\tau^2 \end{aligned} \quad (32)$$

Sendo τ empregado como variável na integração de 0 a t .

Os sinais $\{x(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são expandidos em séries de funções ortogonais truncadas com " r " termos:

$$\{x(t)\} = [X]\{\phi(t)\} \quad (33a)$$

$$\{\dot{x}(t)\} = [V]\{\phi(t)\} \quad (33b)$$

$$\{\ddot{x}(t)\} = [A]\{\phi(t)\} \quad (33c)$$

$$\{f(t)\} = [F]\{\phi(t)\} \quad (34)$$

na qual:

$[X]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{x(t)\}$.

$[V]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{\dot{x}(t)\}$.

$[A]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{\ddot{x}(t)\}$.

$[F]$ é a matriz $(n \times r)$ dos coeficientes da expansão de $\{f(t)\}$.

Substituindo a Equação (33a) e a Equação (34) na Equação (32), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & [M]([X]\{\phi(t)\} - \{x(0)\} - \{\dot{x}(0)\}t) + [C]\left(\int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau - \{x(0)\}t\right) + \\
 & + [K]\int_0^t \int_0^t [X]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t [F]\{\phi(\tau)\}d\tau^2
 \end{aligned} \tag{35}$$

Para as funções ortogonais descritas anteriormente, observa-se que a primeira função da série ortogonal é igual à unidade para qualquer instante " t ". Portanto, pode-se escrever o seguinte:

$$\{e\}^T \{\phi(t)\} = 1 \tag{36}$$

Na qual $\{e\}$ é um vetor constante de dimensões $(r \times 1)$ cuja forma depende da série ortogonal utilizada. Para o caso das séries de Fourier, Chebyshev e Legendre $\{e\}^T = \{1 \ 0 \ \dots \ 0\}$.

Integrando-se a Equação (36) no intervalo $[0, t]$ e aplicando-se a propriedade de integração da base ortogonal da Equação (7), se resulta na Equação,

$$t = \{e\}'[P]\{\phi(t)\} \tag{37}$$

na qual $[P]$ é a matriz operacional na integração específica para cada uma destas funções.

Substituindo as Equações (36) e (37) na Equação (35), aplicando a propriedade para integração da base ortogonal na Equação (7) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta-se na Equação (38).

$$[M] \quad -[M]\{x(0)\} \quad \{-[M]\{\dot{x}(0)\} - [C]\{x(0)\}\} \quad [C] \quad [K] \begin{bmatrix} [X] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \\ [X][P] \\ [X][P]^2 \end{bmatrix} = [F][P]^2 \quad (38)$$

A Equação (38) pode ser nomeada conforme a Equação,

$$[H][J] = [E] \quad (39)$$

na qual, cada termo da Equação (39) é descrito através das Equações,

$$[H] = [M] \quad -[M]\{x(0)\} \quad \{-[M]\{\dot{x}(0)\} - [C]\{x(0)\}\} \quad [C] \quad [K] \quad (40)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [X] \\ \{e\}^T \\ \{e\}^T [P] \\ [X][P] \\ [X][P]^2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$[E] = [F][P]^2 \quad (42)$$

Calculando $[E]$ da Equação (39), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidos.

2.2.2 Sistema forçado - velocidade

Integrando a Equação (31) uma vez no intervalo de $[0, t]$, obtêm-se:

$$[M] \int_0^t \{\ddot{x}(\tau)\} d\tau + [C] \int_0^t \{\dot{x}(\tau)\} d\tau + [K] \int_0^t \{x(\tau)\} d\tau = \int_0^t \{f(\tau)\} d\tau \quad (43)$$

Sendo τ empregado como variável na integração de 0 a t .

Assim temos a Equação (44).

$$[M] \{\dot{x}(t)\} - [M] \{\dot{x}(0)\} + [C] \int_0^t \{\dot{x}(\tau)\} d\tau + [K] \left(\int_0^t \int_0^t \{\dot{x}(\tau)\} d\tau^2 + \{x(0)\} t \right) = \int_0^t \{f(\tau)\} d\tau \quad (44)$$

Os sinais $\{\dot{x}(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são expandidos em séries de funções ortogonais truncadas com "r" termos. Substituindo as Equações (33b) e (34) na Equação (44), resulta na Equação,

$$[M][V]\{\phi(t)\} - [M]\{\dot{x}(0)\} + [C]\int_0^t [V]\{\phi(\tau)\}d\tau + \\ + [K]\left(\int_0^t \int_0^t [V]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 + \{x(0)\}t\right) = \int_0^t [F]\{\phi(\tau)\}d\tau \quad (45)$$

Substituindo as Equações (36) e (37) na Equação (45), aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal na Equação (7) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta na Equação,

$$[M] \quad -[M]\{\dot{x}(0)\} \quad [C] \quad [K] \quad [K]\{x(0)\} \begin{bmatrix} [V] \\ \{e\}^T \\ [V][P] \\ [V][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = [F][P] \quad (46)$$

na qual, cada termo da Equação (46) é descrito através das Equações,

$$[H] = [M] \quad -[M]\{\dot{x}(0)\} \quad [C] \quad [K] \quad [K]\{x(0)\} \quad (47)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [V] \\ \{e\}^T \\ [V][P] \\ [V][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$[E] = [F][P] \quad (49)$$

a Equação (46) pode ser reescrita da seguinte forma, conforme a Equação,

$$[H][J] = [E] \quad (50)$$

Da mesma maneira que na formulação anterior, através do deslocamento, calculando $[E]$ da Equação (50), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidos.

2.2.3 Sistema forçado - aceleração

Quando o sinal utilizado para identificação das forças é o de aceleração, temos a Equação (51).

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\left(\int_0^t \{\ddot{x}(\tau)\}d\tau + \{\dot{x}(0)\}\right) + [K]\left(\int_0^t \int_0^t \{\ddot{x}(\tau)\}d\tau^2 + \{\dot{x}(0)\}t + \{x(0)\}\right) = \{f(t)\} \quad (51)$$

Expandindo o sinal $\{\dot{x}(t)\}$ e $\{f(t)\}$ em séries de funções ortogonais truncadas com "r" termos e substituindo a Equação (33c) e a Equação (34) na Equação (51), resulta:

$$[M][A]\{\phi(t)\} + [C]\left(\int_0^t [A]\{\phi(\tau)\}d\tau + \{\dot{x}(0)\}\right) + [K]\left(\int_0^t \int_0^t [A]\{\phi(\tau)\}d\tau^2 + \{\dot{x}(0)\}t + \{x(0)\}\right) = [F]\{\phi(t)\} \quad (52)$$

Substituindo as Equações (36) e (37) na Equação (52), aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal na Equação (7) e igualando os coeficientes de $\{\phi(t)\}$, resulta na Equação,

$$[M] \quad [C] \quad [C]\{\dot{x}(0)\} + [K]\{x(0)\} \quad [K] \quad [K]\{\dot{x}(0)\} \begin{bmatrix} [A] \\ [A][P] \\ \{e\}^T \\ [A][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} = [F] \quad (53)$$

na qual, cada termo da Equação (53) é descrito através das Equações,

$$[H] = [M] \quad [C] \quad [C]\{\dot{x}(0)\} + [K]\{x(0)\} \quad [K] \quad [K]\{\dot{x}(0)\} \quad (54)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} [A] \\ [A][P] \\ \{e\}^T \\ [A][P]^2 \\ \{e\}^T[P] \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$[E] = [F] \quad (56)$$

a Equação (53) pode ser reescrita da seguinte forma, conforme a Equação (57) a seguir.

$$[H][J]=[E] \quad (57)$$

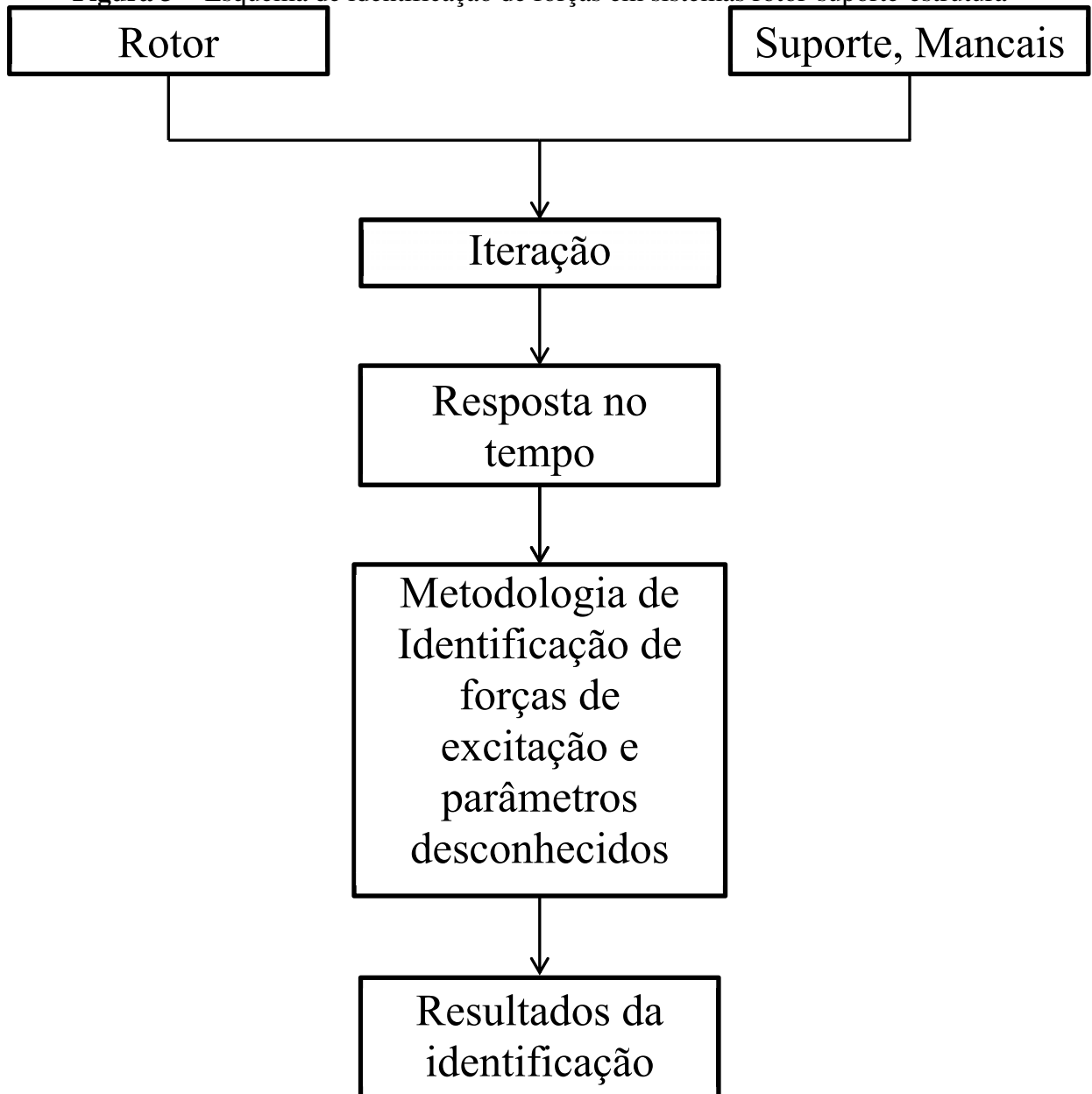
De forma semelhante aos casos anteriores, resolvendo $[E]$ através da Equação (57), obtêm-se os coeficientes das forças de excitação desconhecidos.

2.3 SISTEMA ROTATIVO

Serão abordados conceitos sobre sistemas rotativos, ou seja, uma abordagem sobre uma representação do sistema rotor-suporte-estrutura, uma modelagem matemática através de elementos finitos e também uma base sobre o balanceamento dinâmico de rotor.

2.3.1 Representação do sistema rotor-suporte-estrutura

O esquema para a detecção e localização de falhas e identificação de forças de excitação em um sistema rotativo (rotor-suporte-estrutura) encontra-se representado na Figura 3. Observa-se que o ponto inicial para a detecção e localização de falhas, assim como a identificação de forças de excitação, é a obtenção do modelo do sistema mecânico.

Figura 3- Esquema de identificação de forças em sistemas rotor-suporte-estrutura

Fonte: Koroishi (2009).

Na Figura 3 apresenta-se todo o processo de desenvolvimento da metodologia de identificação de parâmetros e forças de excitação. Inicialmente, através das características do rotor bem como componentes conectados no mesmo, realiza-se iterações dos dados físicos do sistema. Aplica-se a metodologia de Observadores de Estado para fornecer parâmetros desconhecidos e modela-se utilizando técnicas de Elementos Finitos. Por fim obtém-se uma resposta no tempo do sistema discretizado. Através das respostas no tempo, aplica-se a metodologia de identificação de forças por funções ortogonais, onde pode-se utilizar séries de Fourier e Polinômios de Legendre para encontrar as forças desconhecidas do sistema em questão.

2.3.2 Modelagem matemática de sistemas rotativos

A metodologia empregada para a modelagem do rotor é a dos Elementos Finitos. Nesta metodologia, há uma divisão do sistema contínuo em um número finito de elementos, os quais são conectados por nós. Sendo assim, pode-se determinar a energia cinética (T_i), energia de deformação (U_i) e a função de dissipação (R_i) de cada elemento i , em função dos deslocamentos dos nós em sua fronteira (BROL, 2011). Desta forma, a soma de energia de cada elemento determina a energia estrutural global, isso para uma estrutura com N elementos. Pode-se determinar a energia cinética (T_i), a energia de deformação (U_i) e a função de dissipação (R_i), de cada elemento i , em função dos deslocamentos dos nós de suas fronteiras, conforme Equação (58).

$$T = \sum_{i=1}^N T_i \quad U = \sum_{i=1}^N U_i \quad R = \sum_{i=1}^N R_i \quad (58)$$

As energias cinéticas, de deformação e de dissipação globais, são apresentadas na Equação (59).

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M] \{\dot{q}\} \quad U = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad R = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [C] \{\dot{q}\} \quad (59)$$

As matrizes de massa $[M]$, rigidez $[K]$ e amortecimento $[C]$, são obtidas a partir da aplicação da Equação de Lagrange (Equação 60) nos elementos de viga e de disco (LALLANE; FERRARIS, 1998).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = F_{q_i} \quad (60)$$

sendo,

- T energia cinética;
- V energia potencial (somatório da energia de deformação);
- R energia de dissipação;
- q_i i-ésima coordenada generalizada;

F_q força generalizada atuando em q_i

A equação do movimento resultante do sistema completo é dada pela Equação (61) (KRAMER, 1993):

$$[M](\ddot{q}) + ([C] + ([G])\Omega)(\dot{q}) + [K](q) = [F] \quad (61)$$

onde,

$[M]$, $[C]$, $[K]$ e $[G]$ são matrizes globais de massa, amortecimento, rigidez e efeito giroscópio, respectivamente;

$\{F\}$ é o vetor de excitação externa que contém forças de desbalanceamento e a força peso;

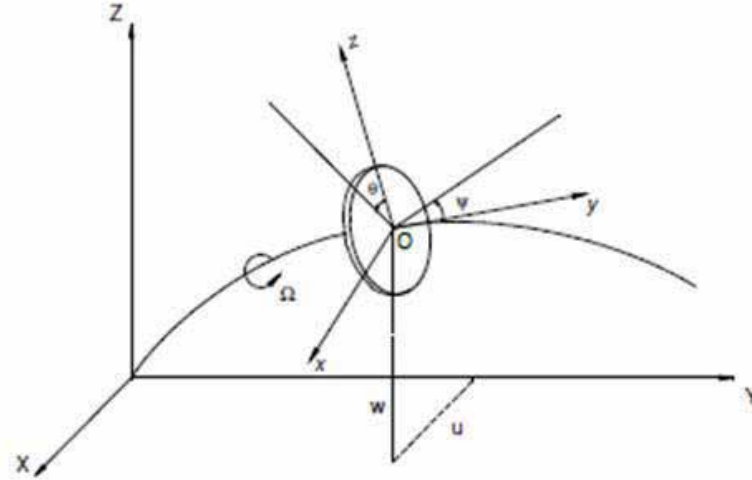
$\{q\}$ é o vetor dos graus de liberdade ou vetor de deslocamento relativo do sistema de coordenadas inerciais.

A matriz de massa final é dada pela Equação (62), que é o resultado do somatório da matriz de inércia de translação e da matriz de inércia de rotação.

$$[M] = [M_T] + [M_R] \quad (62)$$

2.3.2.1 Modelo do disco

O disco é assumido rígido, caracterizado apenas por sua energia cinética, o sistema de coordenadas $R_0[X Y Z]$ é fixo, e o sistema $R[X Y Z]$ é móvel e solidário ao disco, ele possui movimentos de translação e rotação em duas direções, além de rotação em torno do seu próprio eixo longitudinal.

Figura 4- Sistema de coordenadas de um disco

Fonte: Fernandes Junior (2011).

Seja Ψ deslocamento angular do disco em torno do eixo inercial Z, seguida pelo deslocamento angular θ em torno do eixo móvel x_1 e pelo deslocamento angular Φ em torno do eixo móvel y. A velocidade angular do disco é dada por,

$$\omega_{R/R_0} = \dot{\Psi}Z + \dot{\theta}x_1 + \dot{\Phi}y \quad (63)$$

Expressando todas as componentes da velocidade angular do disco no sistema de coordenadas inercial, tem-se,

$$\omega_{R/R_0}^R = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\Psi} \cos(\theta) \sin(\phi) + \dot{\theta} \cos(\phi) \\ \dot{\Phi} + \dot{\Psi} \sin(\theta) \\ \dot{\Psi} \cos(\theta) \cos(\phi) + \dot{\theta} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (64)$$

O movimento de translação do disco é representado pelos deslocamentos u e w do centro do disco O em R_0 . Lalanne e Ferraris (1990) demonstram a expressão para a energia cinética do disco em função de seus deslocamentos e de suas rotações na base inercial.

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) + \frac{1}{2} (I_{D_x} \omega_x^2 + I_{D_y} \omega_y^2 + I_{D_z} \omega_z^2) \quad (65)$$

Sendo:

m_D massa do disco;
 I_{D_x} , I_{D_y} e I_{D_z} componentes do tensor de inércia.

Por efeito de simplificação, algumas considerações são feitas. O disco é considerado simétrico ($I_{D_x} = I_{D_z}$), os ângulos θ e Ψ são pequenos e a velocidade angular é constante ($\dot{\phi} = \Omega$).

Desta forma, a Equação (63) se torna,

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) + \frac{1}{2} I_{D_x} (\dot{\theta}^2(t) + \dot{\psi}^2(t)) + \frac{1}{2} I_{D_y} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\psi}(t) \theta(t)) \quad (66)$$

Assim com a aplicação da equação de Euler-Lagrange podem-se obter as matrizes $[M_D]$ e $[G_D]$, que são respectivamente a matriz de massa e giroscópica do disco,

$$[M_D] = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{D_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{D_z} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$[G_D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{D_y} \\ 0 & 0 & I_{D_y} & 0 \end{bmatrix} \quad (68)$$

sendo,

m_D massa do disco

I_{D_x} inércia do disco na direção X ;

I_{D_y} inércia do disco na direção Y ;

I_{D_z} inércia do disco na direção Z .

2.3.2.2 Modelo do eixo

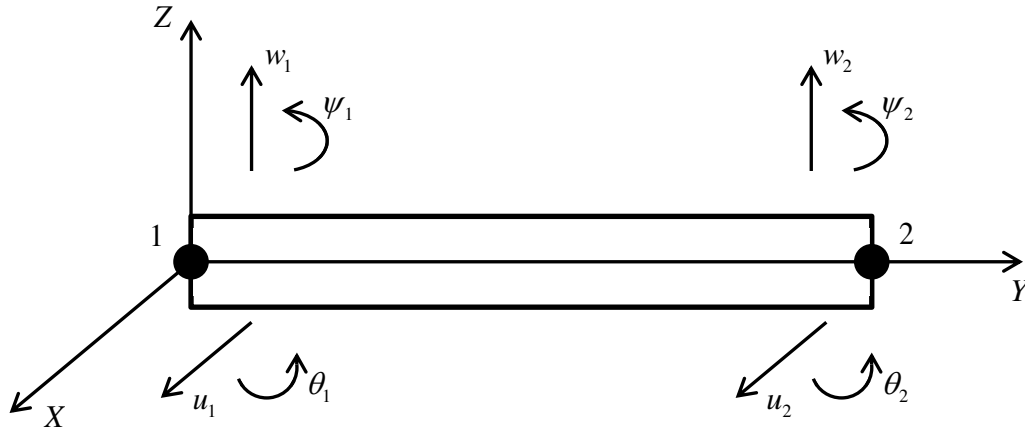
O eixo é representado como uma viga de secção circular, caracterizado pelas energias cinética e potencial. A formulação da energia cinética do eixo provem de uma extensão do disco (Equação 66), para um elemento de comprimento L temos que a energia cinética é dada por:

$$T_E(t) = \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L (\dot{\theta}^2(t) + \dot{\psi}^2(t)) dy + \rho I L \Omega^2 \int_0^L \psi(t) \theta(t) dy \quad (69)$$

O sistema de referência inercial XYZ adotado neste trabalho é conforme o da Figura 5, na qual os eixos X , Y e Z são respectivamente o transversal horizontal, o axial e o transversal vertical.

O elemento de viga usado possui dois nós com quatro graus de liberdade por nó, sendo dois de translação (u e w) e dois de rotação, θ (em torno de x) e ψ (em torno de z) por extremidade do elemento.

Figura 5- Graus de liberdade do modelo F.E.M.



Fonte: Koroishi (2009).

Utilizando a formulação padrão de elementos finitos, o vetor de deslocamento nodal para um elemento é definido por:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (70)$$

que incluem os deslocamentos δu e δw correspondente aos movimentos nas direções X e Z respectivamente, que são dados por:

$$\begin{aligned} \delta u &= [u_1, \theta_1, u_2, \theta_2]^T \\ \delta w &= [w_1, \psi_1, w_2, \psi_2]^T \end{aligned} \quad (71)$$

Aplicando a Equação de Lagrange para um elemento de viga entre os nós i e j , obtém-se:

$$[M_E] \begin{pmatrix} \ddot{q}_i \\ \ddot{q}_j \end{pmatrix} + [G_E] \begin{pmatrix} \dot{q}_i \\ \dot{q}_j \end{pmatrix} + [K_E] \begin{pmatrix} q_i \\ q_j \end{pmatrix} = [F] \quad (72)$$

onde,

$[M_E]$	matriz de inércia do elemento da viga composto pela matriz de inércia de translação e de rotação;
$[G_E]$	matriz giroscópica do elemento da viga;
$[K_E]$	matriz de rigidez do elemento de viga;
$[F]$	vetor da forças externas.

As matrizes $[M_E]$, $[G_E]$ e $[K_E]$ são dadas pelas Equações (73), (74), (75) e (76), respectivamente (NELSON; MCVAUGH, 1976):

$$[M_{ET}] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$[M_{ER}] = \frac{\rho d^2}{480L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$[G_E] = \frac{\rho A d^2}{240L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & 3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & -3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

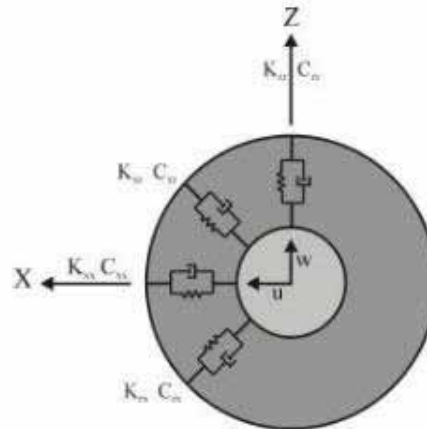
$$[K_E] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (76)$$

sendo,

- L comprimento do elemento;
- A área da seção transversal do elemento;
- ρ densidade do material;
- d diâmetro do elemento;
- E módulo de elasticidade do material.

2.3.2.3 Modelos de mancais e rolamentos

A rigidez e amortecimento de mancais e rolamentos são assumidos desconhecidos, e a influência da flexão pode ser negligenciada. A Figura 6 apresenta o modelo usado para representar mancais ou rolamentos.

Figura 6- Modelo de rigidez e amortecimento em mancais

Fonte: Lemos (2004).

O trabalho virtual das forças atuantes no eixo pode ser escrito como:

$$\delta w = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zx}u\delta w - k_{zz}w\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zx}\dot{u}\delta w - c_{zz}\dot{w}\delta w \quad (77)$$

ou

$$\delta w = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (78)$$

A partir das Equações 77 e 78 obtém-se a Equação 79, onde o primeiro termo representa a matriz de rigidez e o segundo termo a matriz de amortecimento. Essas matrizes geralmente são assimétricas (k_{xz} é diferente de k_{zx}) e esses termos podem variar significativamente com a rotação do sistema.

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (79)$$

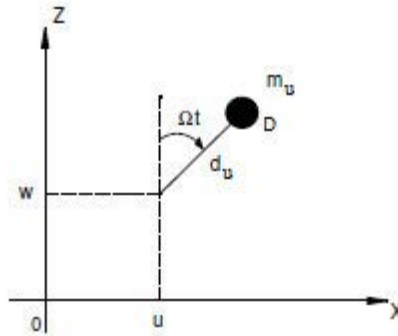
Em algumas aplicações pode-se ainda aplicar outra simplificação, fazendo com que os termos cruzados (k_{xz} , por exemplo) sejam iguais à zero. Essa simplificação facilita a obtenção dos valores de rigidez e amortecimento, já que estes são desconhecidos a priori.

2.3.2.4 Massa desbalanceada

As forças de desbalanceamento que agem em um sistema rotativo são produzidas por massas deslocadas do centro de rotação segundo (LALANNE; FERRARIS, 1990). A Figura

7 apresenta uma massa m_u a uma distância d_u do centro geométrico do eixo, perpendicular ao eixo y e mantendo-se sua coordenada constante ao longo do mesmo.

Figura 7 - Massa de desbalanceamento



Fonte: Fernandes Junior (2011).

O deslocamento da massa m_u em R_0 é dado por,

$$\overline{OD}_{R_0}(t) = \begin{bmatrix} u(t) + d_u \sin(\Omega t) \\ cte \\ w(t) + d_u \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (80)$$

Derivando a Equação 80 em relação ao tempo, obtém-se a velocidade da massa m em R_0 .

$$\frac{d\overline{OD}_{R_0}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u}(t) + d_u \Omega \cos(\Omega t) \\ cte \\ \dot{w}(t) - d_u \Omega \sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (81)$$

Desta forma a energia cinética da massa m é,

$$T_m(t) = \frac{m_u}{2} \left(\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t) + \Omega^2 d_u^2 + 2\Omega d_u \dot{u}(t) \cos(\Omega t) - 2\Omega d_u \dot{w}(t) \sin(\Omega t) \right) \quad (82)$$

A Equação 82 pode ser simplificada omitindo-se os termos invariantes no tempo e considerando que a massa m é muito menor que a massa do rotor. A expressão da energia cinética da massa desbalanceada é obtida a partir da equação resultante, com a aplicação da equação de Euler-Lagrange (Equação 60).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_m(t)}{\partial \dot{q}_m(t)} \right) - \frac{\partial T_m(t)}{\partial q_m(t)} = -m_u d_u \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (83)$$

sendo o vetor de translação do ponto nodal dado por,

$$q_m = [u(t) \quad w(t)]^T \quad (84)$$

Para uma massa desbalanceada situada em uma posição angular α em $t=0s$, o vetor de excitações generalizadas do sistema é:

$$F_q = \begin{bmatrix} f_u(t) \\ f_w(t) \end{bmatrix} = -m_u d_u \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) + \alpha \\ \cos(\Omega t) + \alpha \end{bmatrix} \quad (85)$$

2.3.2.5 Modelo global de sistemas rotativos

A partir do conhecimento das matrizes de massa e de rigidez de cada componente do sistema, e de cada elemento finito de eixo, pode-se determinar o modelo global.

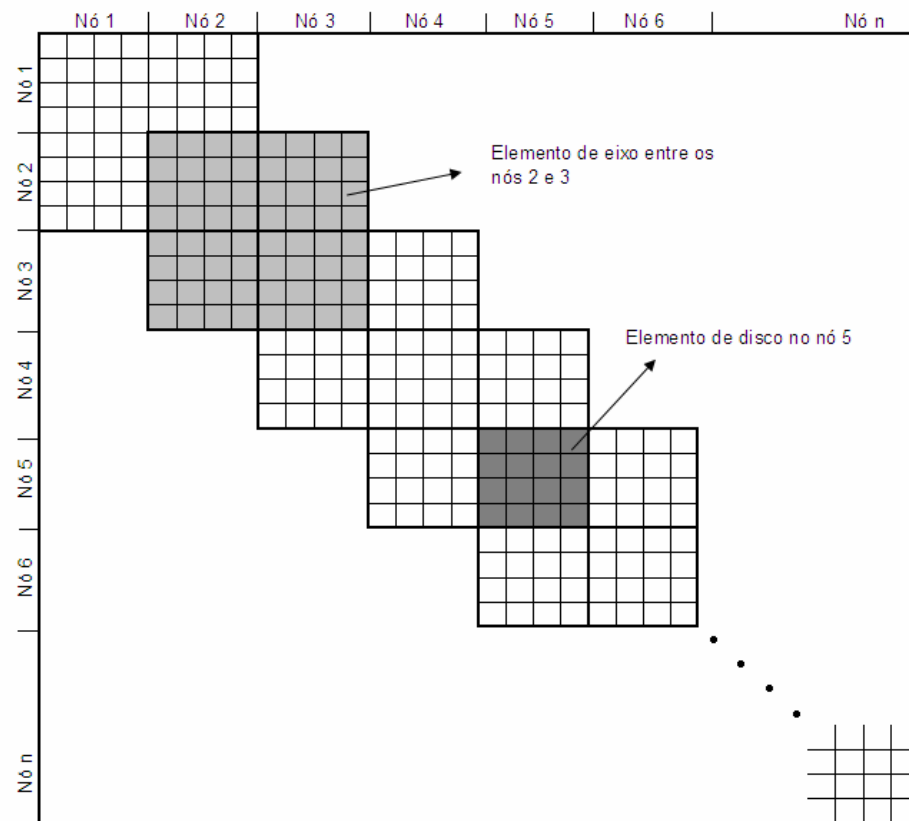
A matriz de amortecimento estrutural do rotor é considerada proporcional às matrizes de massa e rigidez, conforme Equação:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (86)$$

onde: α e β são os coeficientes de amortecimento proporcional, onde seus valores são baseados em metodologias já aplicadas anteriormente.

As matrizes de cada elemento são adicionadas em matrizes globais e suas posições na nova configuração estão relacionadas aos graus de liberdade. A adição das matrizes elementares na matriz global é efetuada por meio da superposição de matrizes. Os termos de cada matriz elementar são somados aos termos do grau de liberdade de outra matriz elementar, realizando assim a superposição de todas as matrizes elementares relativas ao eixo, mancais e disco, resultando na matriz global ilustrada pela Figura 8.

Figura 8 - Organização das matrizes de cada elemento na matriz global



Fonte: Castro (2007)

2.3.3 Balanceamento dinâmico de rotor

Excitação por desbalanceamento é a fonte de solicitação mais comumente encontrada nas máquinas rotativas. A causa do desbalanceamento é assumida como sendo o efeito produzido por massas excêntricas localizadas em planos e em posições angulares diferentes ao longo do rotor.

Portanto, para este tipo de excitação as informações de magnitude e fase na frequência de rotação, mensurados em diferentes pontos do rotor, trazem todas as informações necessárias à caracterização da fonte excitadora.

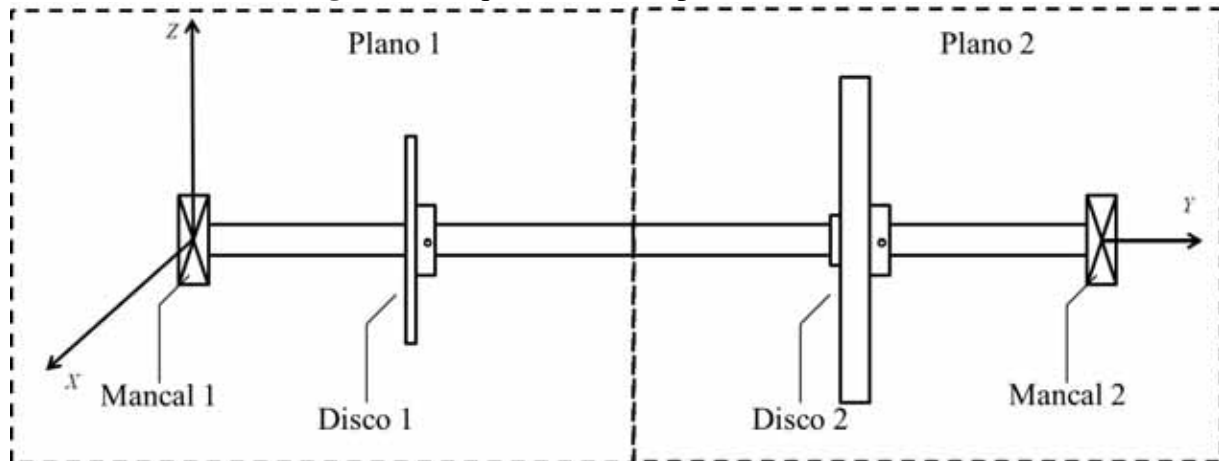
No caso da vibração alcançar um nível inaceitável, podemos minorá-la retirando a massa que está causando o desbalanceamento ou adicionando uma massa igual em uma posição tal que cancele o efeito do desbalanceamento. Para isso, necessita-se determinar experimentalmente o valor e a localização de tal massa, operação que constitui o chamado balanceamento dinâmico (em dois planos ou mais planos).

Para que seja obtido o balanceamento dinâmico, há a necessidade de se promover uma rotação do eixo principal de inércia do rotor de modo a fazê-lo coincidir com o eixo de

rotação. Assim, é preciso a utilização de dois planos de balanceamento, um a cada lado do centro de gravidade do rotor, onde deverão ser posicionadas massas de correção.

Na Figura 9 pode-se observar o sistema do rotor ao qual será apresentada toda metodologia de balanceamento, onde foi utilizado o método vetorial de dois planos.

Figura 9 - Esquema do rotor para balanceamento



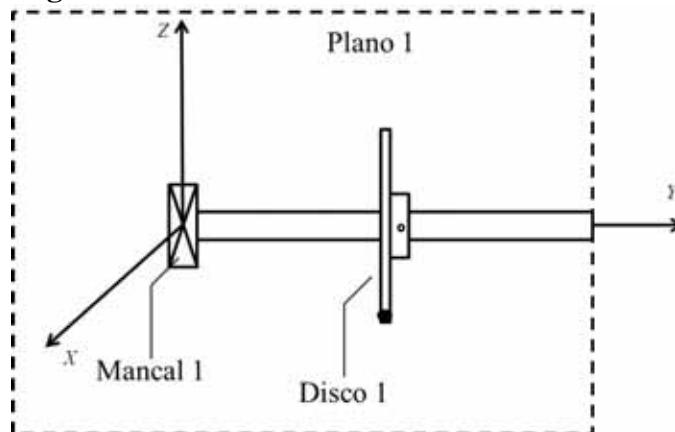
Fonte: Elaboração do próprio autor

No balanceamento em dois planos, quando uma massa de teste é colocada em um dos planos, é preciso verificar a sensibilidade dessa massa nos dois planos. É preciso utilizar dois índices nas notações de vibração, ou seja, índice 1 para o plano 1 e o índice 2 para o plano 2. Com isso temos as seguintes notações:

- $V_{1,0}$ - a vibração original no mancal 1;
- $V_{2,0}$ - a vibração original no mancal 2;
- $V_{1,1}$ - a vibração resultante no plano 1 com a massa de teste adicionada no disco 1 que se encontra no plano 1;
- $V_{1,2}$ - a vibração resultante no plano 1 com a massa de teste adicionada no disco 2 que se encontra no plano 2;
- $V_{2,2}$ - a vibração resultante no plano 2 com a massa de teste adicionada no disco 2 que se encontra no plano 2;
- $V_{2,1}$ - a vibração resultante no plano 2 com a massa de teste adicionada no disco 1 que se encontra no plano 1.

Para realizar o balanceamento, inicialmente fazem-se as medidas de vibração dos dois planos devido ao desbalanceamento original, obtendo-se $V_{1,0}$ e $V_{2,0}$. Em seguida, fazem-se as medições de vibrações com a massa de teste 1 colocada no plano 1 como pode-se observar na Figura 10, obtendo-se $V_{1,1}$ e $V_{2,1}$. Note que $(V_{1,1} - V_{1,0})$ e $(V_{2,1} - V_{2,0})$ representam, respectivamente, os efeitos ou influências da massa de teste colocada no plano 1 sobre os planos 1 e 2.

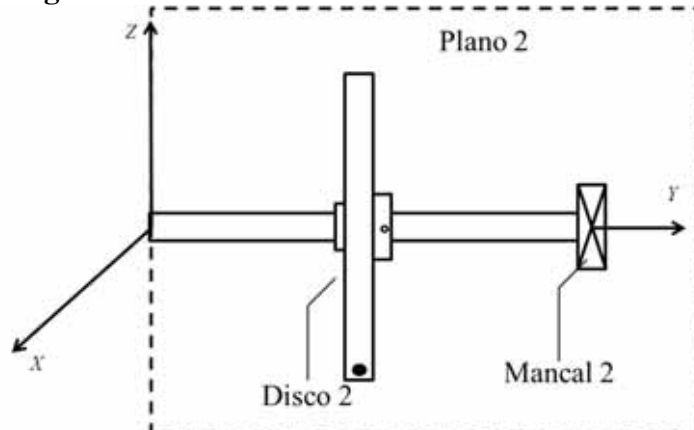
Figura 10 - Plano 1 com a massa de teste no disco 1



Fonte: Elaboração do próprio autor

Por fim, fazem-se as medições de vibrações com a massa de teste 2 colocada no plano 2 como pode-se observar na Figura 11 (a massa de teste fixada no plano 1 deve ser retirada), obtendo-se $V_{1,2}$ e $V_{2,2}$. Note que $(V_{1,2} - V_{1,0})$ e $(V_{2,2} - V_{2,0})$ representam, respectivamente, os efeitos ou influências da massa de teste colocada no plano 2 sobre os planos 1 e 2.

Figura 11 - Plano 2 com a massa de teste no disco 2



Fonte: Elaboração do próprio autor

Seja R_1 o efeito resultante das duas massas de teste sobre o plano 1, tal que:

$$R_1 + V_{1,0} = 0 \quad (87)$$

ou seja:

$$R_1 = -V_{1,0} \quad (88)$$

Com isso, as massas de teste balanceariam esse plano, isto é, elas anulariam o efeito do desbalanceamento original sobre o plano 1. Porém feito apenas para um plano não é suficiente, sendo assim, para que a condição de equilíbrio seja atendida é necessário mudar os valores das massas de testes 1 e 2, bem como suas respectivas posições. Dessa maneira os efeitos $(V_{1,1} - V_{1,0})$ e $(V_{1,2} - V_{1,0})$ deverão variar de tal maneira para garantir a Equação (89).

$$(V_{1,1} - V_{1,0}) + (V_{1,2} - V_{1,0}) = -V_{1,0} \quad (89)$$

Para impor essa condição utilizam-se dois operadores vetoriais Q_1 e Q_2 , de tal forma que se obtém:

$$Q_1 (V_{2,1} - V_{2,0}) + Q_2 (V_{2,2} - V_{2,0}) = -V_{2,0} \quad (90)$$

Assim, tem-se um sistema de equações vetoriais com duas incógnitas. Estas equações podem ser resolvidas, obedecendo-se as regras de operações com números complexos, para Q_1 e Q_2 , onde:

$$Q_2 = \frac{V_{2,0} (V_{1,1} - V_{1,0}) - V_{1,0} (V_{2,1} - V_{2,0})}{(V_{2,1} - V_{2,0})(V_{1,2} - V_{1,0}) - (V_{2,2} - V_{2,0})(V_{1,1} - V_{1,0})} \quad (91)$$

$$Q_1 = \frac{(-V_{1,0}) - Q_2 (V_{1,2} - V_{1,0})}{(V_{1,1} - V_{1,0})} \quad (92)$$

Uma vez obtidos Q_1 (módulo e fase) e Q_2 (módulo e fase), as massas de correção são calculadas pelas Equações (93) e (94), colocada de acordo com a fase de Q_1 e Q_2 , respectivamente.

$$m_{c1} = Q_1 m_{\text{teste}_1} \quad (93)$$

$$m_{c2} = Q_2 m_{\text{teste}_2} \quad (94)$$

2.4 ESPAÇO DE ESTADOS

O estado de um sistema, utilizado nos projetos de um sistema de controle no domínio do tempo, é um conjunto de variáveis tais que o conhecimento dos valores destas variáveis e das funções de entrada, com as equações que descrevem sua dinâmica, fornece os estados futuros e a saída futura do sistema (DORF; BISHOP, 1980). O estado de um sistema num instante t é descrito em termos de um conjunto de valores das variáveis de estado $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$.

O estado de um sistema é descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem escrito em função das variáveis de estado, tal como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \dots + a_{1n}x_n(t) + b_{11}u_1(t) + \dots + b_{1m}u_m(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \dots + a_{2n}x_n(t) + b_{21}u_1(t) + \dots + b_{2m}u_m(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \dots + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}u_1(t) + \dots + b_{nm}u_m(t) \end{aligned} \quad (95)$$

na qual, $\{\dot{x}(t)\} = \frac{dx}{dt}$.

Este sistema de equações diferenciais pode ser apresentado na forma matricial através da Equação,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (96)$$

na qual:

$$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \text{ é o vetor de estado;}$$

$\{u(t)\}$ é o vetor dos sinais de entrada.

Desta forma, a equação de estado pode ser representada por:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (97)$$

na qual:

$[A]$ é uma matriz quadrada $n \times n$ chamada de matriz de estado ou matriz dinâmica;

$[B]$ é uma matriz $n \times m$, chamada de matriz de entrada.

As saídas de um sistema linear podem ser relacionadas com as variáveis de estado e com os sinais de entrada pela Equação de saída,

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\} \quad (98)$$

na qual:

$\{y(t)\}$ é o conjunto dos sinais de saída;

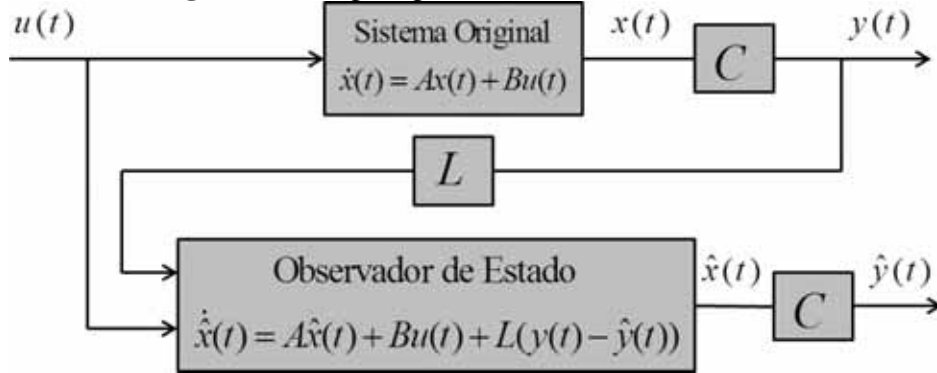
$[C]$ é a matriz de saída;

$[D]$ é a matriz de transmissão direta.

2.5 OBSERVADORES DE ESTADO

É indiscutível a importância de se conhecer completamente o comportamento de um sistema dinâmico. No entanto, muitas variáveis de um sistema dinâmico podem não estar disponíveis para medição ou, quando disponíveis, requerem um grande número de sensores. Muitas técnicas de controle e de monitoramento de sistemas são baseadas no conhecimento do vetor de estados completo do modelo numérico. Desta forma, a obtenção das respostas destas variáveis deve ser feita de forma estimada.

Um observador de estado para um sistema dinâmico original com estado $\{x(t)\}$, saída $\{y(t)\}$ e entrada $\{u(t)\}$ é um sistema dinâmico auxiliar. Ou seja, uma cópia do sistema original que possui a mesma entrada deste sistema e que tem a capacidade de estimar os estados desconhecidos do sistema a partir dos estados conhecidos. Na Figura 12, tem-se esta definição onde $[L]$ é a matriz do Observador de Estado.

Figura 12 - Organograma do observador de estado

Fonte: Moraes (2006)

A construção deste observador de estado é possível somente se o sistema dinâmico for observável. Um sistema é dito observável no instante t_0 , se e somente se é possível determinar o estado inicial $\{x(t_0)\}$ a partir da resposta $\{y(t)\}$ do sistema, durante o intervalo de tempo $t_0 \leq t \leq t_f$ (MEIROVITCH, 1990).

Isto implica que todas as variáveis de $\{x(t)\}$ influenciam a resposta de $\{y(t)\}$, conforme é apresentado na Equação (99).

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} = [C][\Phi(t-t_0)]\{x(t_0)\} + [C]\int_{t_0}^t [\Phi(t-\tau)][B]\{u(\tau)\}d\tau \quad (99)$$

onde:

$[C]$ é a matriz de medidas;

$\{x(t_0)\}$ é o estado inicial sendo o resultado das excitações de controle aplicadas antes de t_0 .

2.5.1 Regulador linear quadrático

A retroação através da matriz de ganho do observador L , é um sinal de correção para o modelo do processo a estimar, levando em conta a imprecisão de conhecimento do processo (FIRME, 2013). Para um modelo em espaço de estados discreto deve-se obter um ganho L , tal que $u[k] = -Lx[k]$ minimiza a Equação:

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} (z(k)^T Q' z(k) + u(k)^T R' u(k)) \quad (100)$$

onde Q' e R' são matrizes hermitianas positiva definidas que determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia dos sinais de controle respectivamente (OGATA, 2002).

2.5.2 Observador de estado global

O Observador Global nada mais é que uma cópia fiel do modelo do sistema original, sendo um conjunto de equações diferenciais ordinárias. Primeiramente, deve-se calcular a matriz dinâmica do sistema que contém as características do mesmo, ou seja, a matriz de massa, rigidez e amortecimento, conforme a Equação,

$$[A] = \begin{bmatrix} [0]_{NxN} & [I]_{NxN} \\ -\left(\frac{[K]}{[M]}\right)_{NxN} & -\left(\frac{[C]}{[M]}\right)_{NxN} \end{bmatrix} \quad (101)$$

A matriz dinâmica $[A]$ é utilizada para o cálculo do observador global. Agora o passo a ser tomado é a escolha da matriz de medidas; esta matriz indica o parâmetro que vai ser medido para a reconstrução dos demais. Para um sistema de três graus de liberdade, por exemplo, a matriz ficaria conforme a Equação (101), sendo que apenas se mede $\{x_1(t)\}$ (deslocamento da primeira massa) e o próprio observador reconstruirá as outras medidas, $\{x_2(t)\}$ e $\{x_3(t)\}$.

$$[C] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (102)$$

Estabelecida a matriz de medidas, verifica-se se o sistema é observável com as medidas estipuladas. Se isto não ocorrer, as medidas devem ser tomadas em outros pontos, e desta forma a nova matriz de medidas se daria pela Equação,

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (103)$$

É possível realizar uma comparação entre os parâmetros coletados com os parâmetros obtidos com a construção do Observador Global. Essa comparação se dá através da comparação das curvas do comportamento dinâmico da variável medida, se alguma diferença é encontrada entre as duas pode-se concluir que o sistema real possui algum ponto onde há variação dos seus parâmetros.

Para a comparação das curvas do comportamento dinâmico, utiliza-se o valor RMS (root mean square) do sinal da variável a ser medida, a partir de um sinal de resposta vibratório se pode calcular o seu valor RMS da seguinte forma:

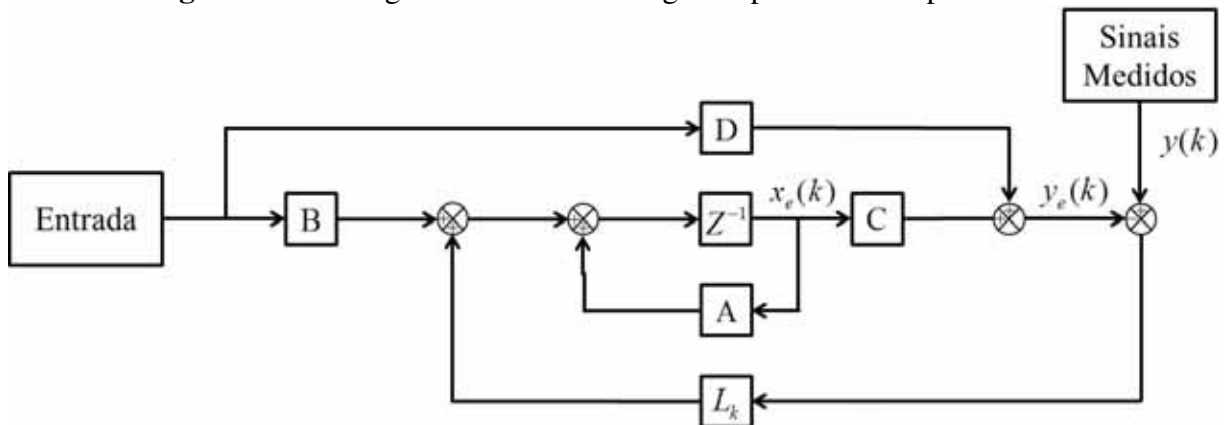
$$y_{rms} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N y_i^2} \quad (104)$$

onde y_i representa o i -ésimo termo do sinal y discreto, e N o número total de termos.

A comparação através do valor RMS do sinal leva vantagens em relação a comparação das curvas de comportamento dinâmico, pois através das curvas de comportamento é muito difícil detectar pequenas variações, e também facilita a criação de uma lógica de comparação e avaliação dos resultados.

Neste trabalho, o observador global utiliza-se dados coletados experimentalmente para a estimação dos estados, como pode se observar no fluxograma da Figura 13 (FIRME, 2013).

Figura 13 - Fluxograma do observador global para dados experimentais



Fonte: Fernandes Junior (2011).

2.6 IDENTIFICAÇÕES DE PARÂMETROS E AJUSTE DE MODELO

Quando se desenvolve uma modelagem para máquinas rotativas, o maior problema é ajustar alguns parâmetros físicos dos modelos adotados, obtendo-se assim uma maior correlação destes modelos com os dados práticos (JACON, 2000).

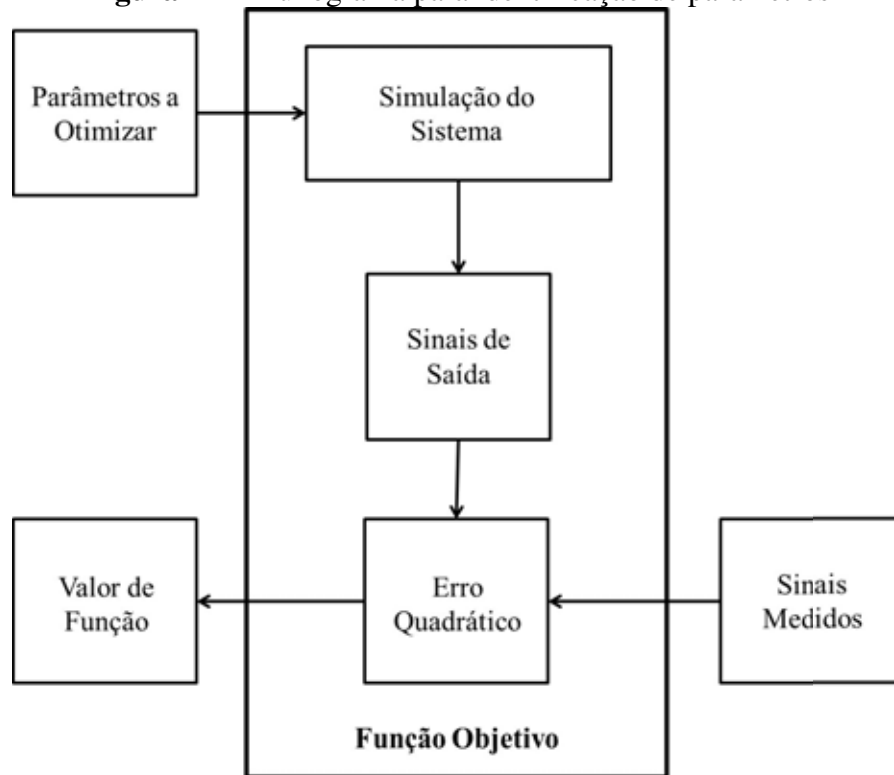
No caso dos rotores em estudo, não se conhece as rigidezes e os amortecimentos dos mancais. Os parâmetros são ajustados a partir de uma minimização da função objetivo em relação aos valores dos sinais medidos em campo, o mesmo método utilizado por Ccasa (2000), esta minimização é feita com o método híbrido utilizando um algoritmo genético e o método Quasi-Newton.

O algoritmo genético é utilizado inicialmente, assim este estima a região de mínimo da função objetivo, sem precisar de valores iniciais. Então o método Quasi-Newton é utilizado para refinar a resposta, obtendo assim o melhor valor dos parâmetros a estimar (FIRME, 2013).

2.6.1 Função objetivo

A função a ser minimizada, tem como entrada os parâmetros desconhecidos do sistema, suas saídas são sinais temporais simulados, estes são comparados com os valores medidos experimentalmente. A Figura 14 apresenta o fluxograma da metodologia utilizada.

Figura 14 – Fluxograma para identificação de parâmetros



Fonte: Firme (2013).

O erro é calculado através da Equação 105,

$$e_i = \sqrt{(rms_e - rms_s)^2} \quad (105)$$

Onde;

rms_e é o valor do sinal temporal experimental;

rms_s é o valor do sinal temporal simulado;

e_i é o erro para um sinal medido.

O valor da função objetivo é calculado pela soma de todas as parcelas de e_i .

CAPÍTULO 3

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

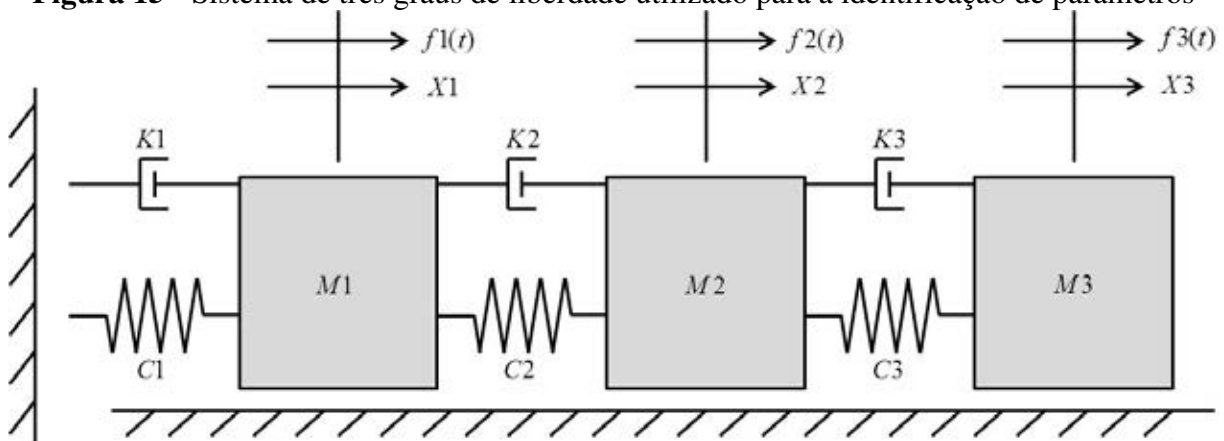
Ao decorrer dos anos, várias metodologias foram desenvolvidas para a identificação de parâmetros desconhecidos em sistemas mecânicos. Neste capítulo serão apresentadas simulações computacionais utilizando os métodos apresentados no Capítulo 2, sendo o Método das Séries de Fourier e o Método dos Polinômios de Legendre através da formulação utilizando os deslocamentos como respostas dos sistemas.

Tal metodologia é desenvolvida para a identificação de forças de excitação periódicas, havendo a necessidade de um modelo matemático adequado onde todos os parâmetros do sistema devem ser conhecidos previamente. Inicialmente foram implementadas rotinas computacionais para a identificação de parâmetros físicos desconhecidos em um sistema modelado com três graus de liberdade, e por fim para um sistema rotativo modelado com trinta e seis graus de liberdade.

3.1 SISTEMA MECÂNICO MODELADO COM 3 G.D.L (GRAUS DE LIBERDADE)

O sistema mecânico (massa-mola-amortecedor) modelado com três graus de liberdade simulado, composto por uma estrutura de parâmetros concentrados cujo modelo físico é apresentado na Figura 15.

Figura 15 - Sistema de três graus de liberdade utilizado para a identificação de parâmetros



Fonte: Elaboração do próprio autor

Adotando $X1 > X2 > X3$, a equação do movimento deste sistema dinâmico é dada por:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{Bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{Bmatrix} \quad (106)
\end{aligned}$$

Para a identificação de parâmetros foram gerados 1024 pontos das respostas $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$ do sistema, dentro de um intervalo de tempo de 1 segundo.

Foram adotados neste trabalho os seguintes dados presentes na Tabela 1, tais valores baseados em (SANTOS, 2004).

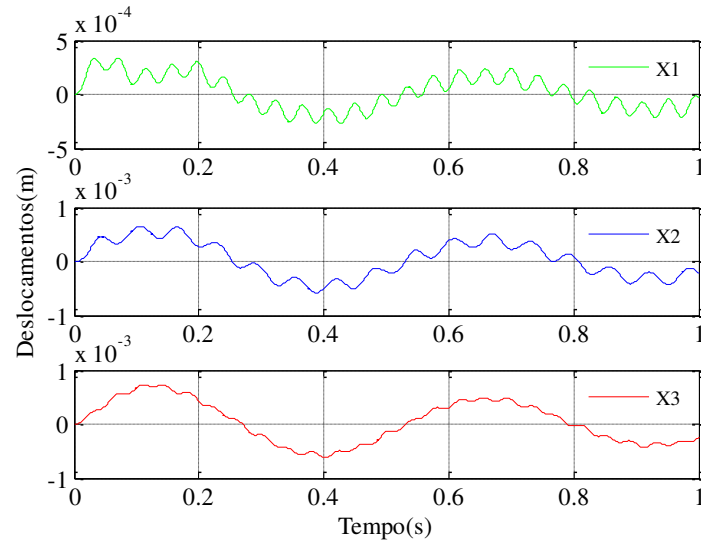
Tabela 1 - Dados do sistema massa-mola-amortecedor			
Parâmetros	Corpo 1	Corpo 2	Corpo 3
Massa (Kg)	3,00	2,00	5,00
Rigidez da Mola (N/m)	3.000,00	2.000,00	4.000,00
Amortecimento da Mola (Ns/m)	30,00	20,00	50,00
Deslocamento Inicial (m)	0	0	0
Velocidade Inicial (m/s)	0	0	0
Força de Excitação (N)	5sen(150t)	2sen(100t)	5sen(160t)

Fonte: Elaboração do próprio autor

A partir da matriz de massa, rigidez e amortecimento conforme a Equação (106) foi possível calcular a matriz dinâmica $[A]$ que pode ser definida de uma forma geral, para um sistema de N graus de liberdade, conforme a Equação (101) no capítulo anterior.

Através da matriz dinâmica consegue-se determinar os parâmetros modais do sistema (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar), calculando-se os autovalores e autovetores. No software Matlab[®] através do comando `lsim`, conseguem-se as respostas temporais de saída (deslocamento e velocidade), considerando um sinal de entrada $(u(t))$ definido pelo usuário, onde estão representadas graficamente a seguir.

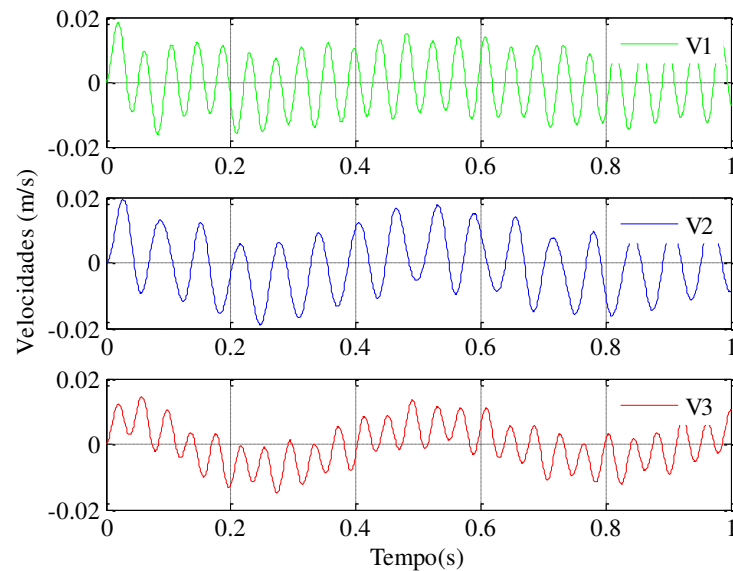
Figura 16 - Deslocamentos $X1$, $X2$ e $X3$ do sistema de 3 graus de liberdade



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 16 são apresentados os deslocamentos das três massas no tempo, sendo $X1(t)$, $X2(t)$ e $X3(t)$, respectivamente.

Figura 17 - Velocidades $V1$, $V2$ e $V3$ do sistema de 3 graus de liberdade



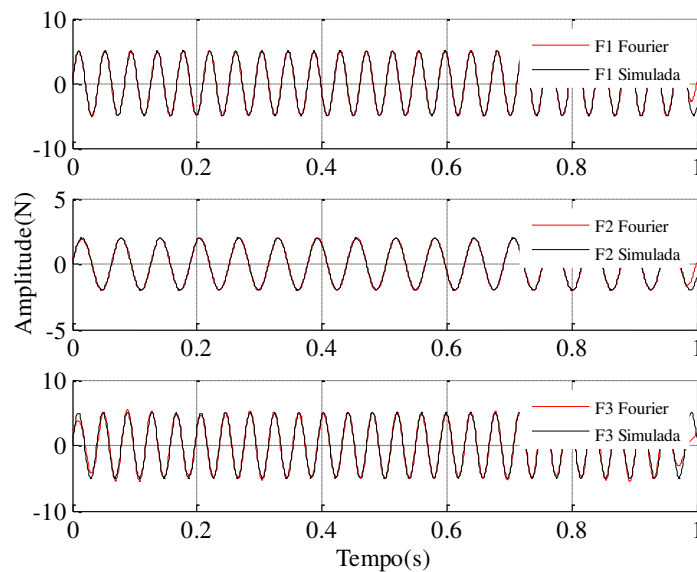
Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 17 são apresentadas as velocidades das três massas no tempo, sendo $V1(t)$, $V2(t)$ e $V3(t)$, respectivamente.

3.1.1 Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL

Utilizando as respostas do sistema através dos parâmetros da Tabela 1, aplicou-se a metodologia de identificação de parâmetros pelas Séries de Fourier. Foram truncados 30 termos ($r = 30$) do método e os resultados estão apresentados na Figura 18.

Figura 18 - Identificação das forças $F1$, $F2$ e $F3$ por Fourier, respectivamente, com 30 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 18, a onda de cor vermelha representa a força identificada através das Séries de Fourier e a de cor preta representa o comportamento da força simulada, sendo identificadas as forças nos três graus de liberdade ($F1$, $F2$ e $F3$).

Na Tabela 2, estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças simuladas e identificadas por Fourier. Tais valores foram calculados utilizando nove algarismos significativos, mas apresentados com somente dois algarismos significativos.

Tabela 2 - Valores em *rms* das forças $F1$, $F2$ e $F3$ simuladas e identificadas por Fourier com 30 termos

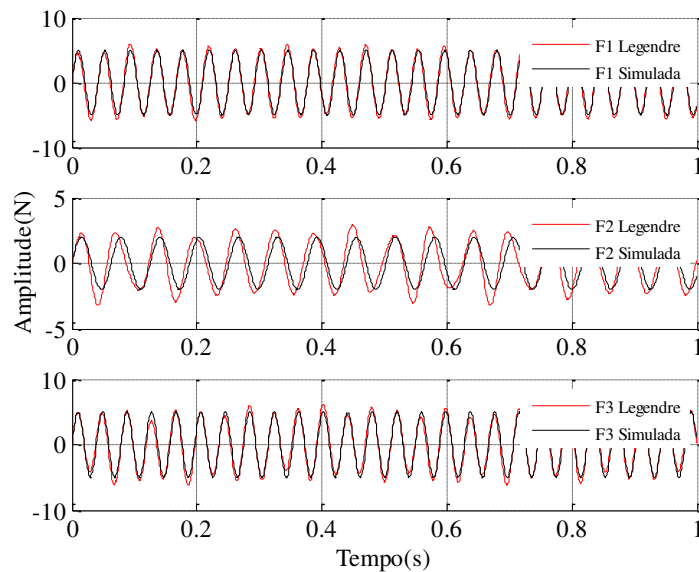
Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Fourier (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	3,53	3,52	0,23
F2 (N)	1,42	1,42	0,11
F3 (N)	3,55	3,54	0,30

Fonte: Elaboração do próprio autor

3.1.2 Identificação das forças através dos polinômios de Legendre aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL

Foram realizados os mesmos passos de anteriormente, porém na parte de identificação, foram implementadas as rotinas do método de identificação de forças através dos Polinômios de Legendre. Truncou-se 200 termos ($r = 200$) do método e os resultados estão apresentados na Figura 19.

Figura 19 - Identificação das forças $F1$, $F2$ e $F3$ por Legendre, com 200 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 19, da mesma forma que anteriormente, a onda de cor vermelha representa a força identificada através dos Polinômios de Legendre e a de cor preta representa o comportamento da força simulada, sendo identificadas as forças nos três graus de liberdade ($F1$, $F2$ e $F3$).

Na Tabela 3 são apresentados os valores em rms das forças simuladas e identificadas por Legendre. Utilizou-se a mesma análise que anteriormente, sendo aplicada em outros casos posteriormente ao longo deste trabalho.

Tabela 3 - Valores em *rms* das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Legendre com 200 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Legendre (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	3,53	3,77	7,10
F2 (N)	1,42	1,75	23,80
F3 (N)	3,55	3,65	2,77

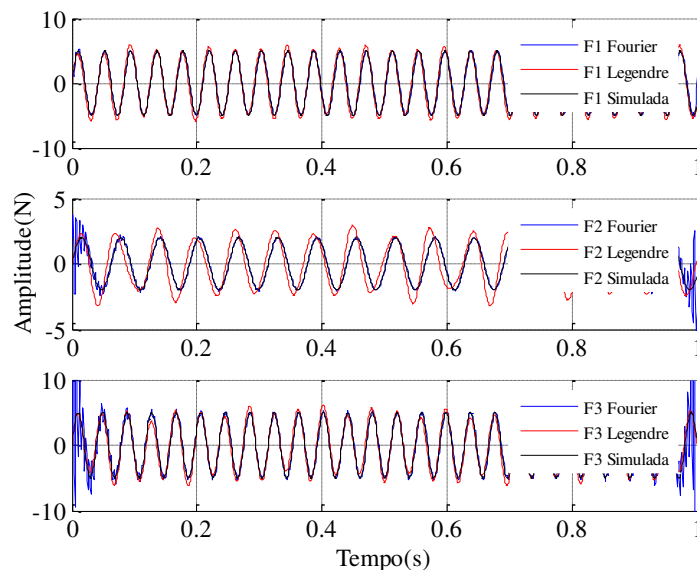
Fonte: Elaboração do próprio autor

3.1.3 Comparação entre a identificação das forças pelos métodos das séries de fourier e polinômios de legendre no sistema mecânico modelado com 3 GDL

Nesse item será apresentada a identificação através dos dois métodos propostos, isso para uma melhor visualização e entendimento. Foram truncados 200 termos ($r = 200$), isso para os dois métodos.

Na Figura 20 são apresentados os resultados das duas metodologias, onde a onda de cor azul representa a identificação através de Fourier, à de cor vermelho a identificação por Legendre e por fim, a de cor preta representa a força simulada do sistema.

Figura 20 - Identificação das forças F_1 , F_2 e F_3 , por Fourier e Legendre, através de 200 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Pode-se observar na Figura 20 o aparecimento do chamado Fenômeno de Gibbs, que também ocorre na identificação de forças através da velocidade. É um comportamento

fortemente oscilatório das somas das séries de Fourier (onda na cor azul) à medida que se aproximou do ponto de descontinuidade ($t = 0$). Conforme se vai aumentando os termos da série, obtêm-se uma aproximação maior da curva identificada, porém não é possível eliminar tais oscilações. O aparecimento deste fenômeno se dá pela somatória dos senos e cossenos das séries, e pode-se observar que para um número de termos menor (30 termos), não ocorre tal efeito.

Na Tabela 4 estão apresentados os valores em *rms* das forças simuladas, identificadas por Fourier e identificadas por Legendre. O método de identificação por Legendre apresentou uma resposta ruim em comparação com o método de Fourier para esse caso analisado, notando isso através de suas diferenças relativas comparadas a força simulada.

Tabela 4 - Valores em *rms* das forças F_1 , F_2 e F_3 simuladas e identificadas por Fourier e Legendre com 200 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Fourier (rms)	Valor por Legendre (rms)	Diferença Relativa Fourier (%)	Diferença Relativa Legendre (%)
F1 (N)	3,53	3,52	3,77	0,23	7,10
F2 (N)	1,42	1,42	1,75	0,11	23,80
F3 (N)	3,55	3,54	3,65	0,30	2,77

Fonte: Elaboração do próprio autor

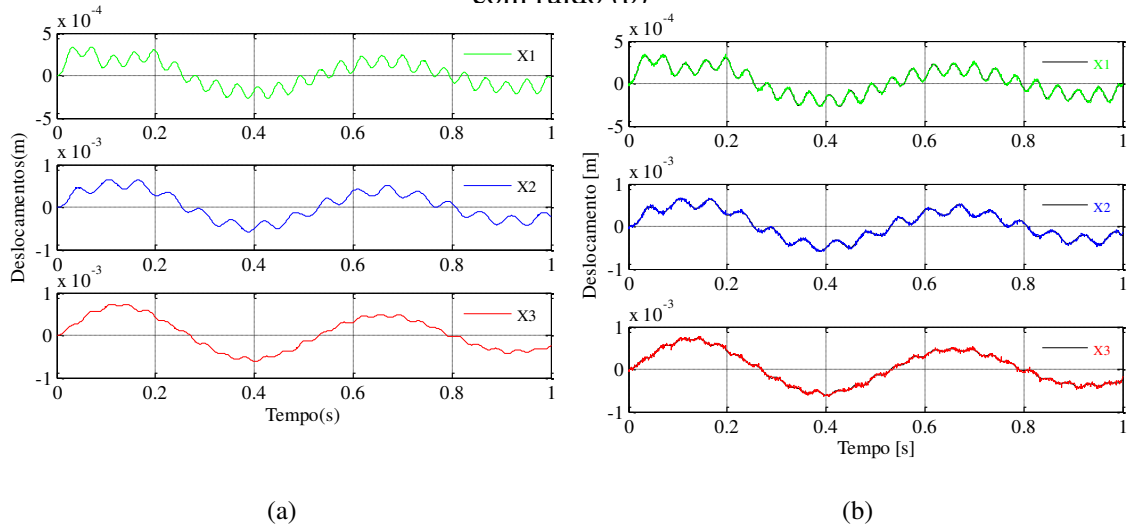
3.2 SISTEMA MECÂNICO MODELADO COM 3 G.D.L COM ADIÇÃO DE RUÍDO ALEATÓRIO AO SINAL DE ENTRADA

Conforme Santos (2004), realizou-se um estudo da consistência ou sensibilidade dos métodos de identificação de parâmetros a partir de sinais de resposta do sistema com a presença de ruído. Foi gerado um sinal aleatório (randômico) com média zero e desvio padrão um. Este sinal foi multiplicado por uma determinada porcentagem do desvio padrão do sinal de resposta $x(t)$ do sistema e adicionado a ele, sendo assim, ficando com uma resposta com ruído.

O sistema simulado é o mesmo da Figura 15, e utiliza os mesmos parâmetros da Tabela 1, sendo adicionados 7% de ruído aleatório.

As respostas dos deslocamentos do sistema no tempo, com e sem ruído, são apresentadas nas Figuras 21a e 21b, respectivamente.

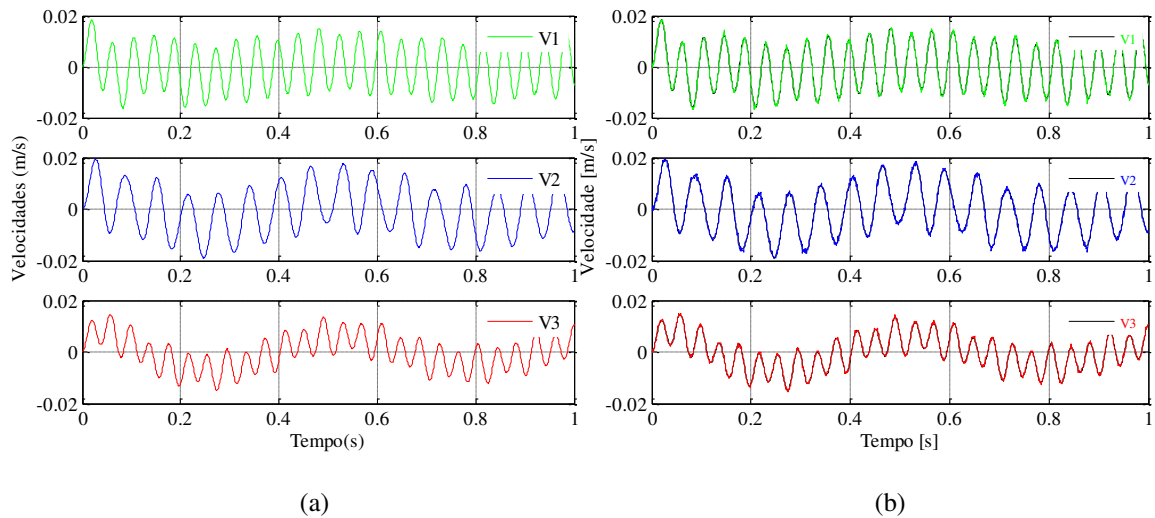
Figura 21 - Deslocamentos X_1 , X_2 e X_3 do sistema de 3 graus de liberdade sem ruído (a) e com ruído (b)



Fonte: Elaboração do próprio autor

As respostas das velocidades do sistema no tempo, com e sem ruído, são apresentadas nas Figuras 22a e 22b, respectivamente.

Figura 22 - Velocidades V_1 , V_2 e V_3 do sistema de 3 graus de liberdade sem ruído (a) e com ruído (b)

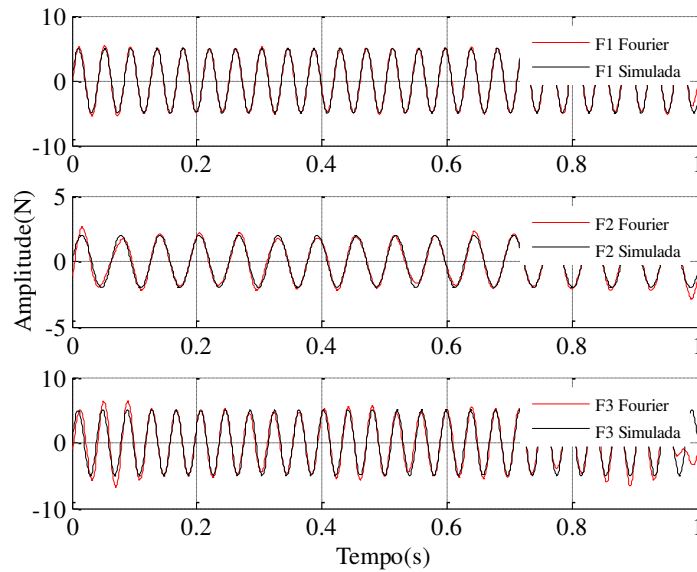


Fonte: Elaboração do próprio autor

3.2.1 Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no sistema mecânico modelado com 3 GDL com adição de ruído

A partir dos dados gerados anteriormente, foi aplicado o método de identificação pelas Séries de Fourier, truncando-se 30 termos das séries, conforme se pode observar na Figura 23.

Figura 23 - Identificação das forças $F1$, $F2$ e $F3$ com ruído por Fourier, com 30 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 23, a onda de cor vermelha representa a força identificada através das Séries de Fourier e a de cor preta representa o comportamento da força simulada, são identificadas as forças nos três graus de liberdade ($F1$, $F2$ e $F3$).

Na Tabela 5 estão apresentados os valores em *rms* das forças simuladas e identificadas por Fourier com ruídos. O método se comportou muito bem utilizando respostas com ruídos, podendo ser provado pela diferença relativa em comparação com o valor simulado, mostrando a eficiência do mesmo.

Tabela 5 - Valores em *rms* das forças $F1$, $F2$ e $F3$ simuladas e identificadas por Fourier com ruídos através de 30 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Fourier com Ruído (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	3,53	3,53	0,05
F2 (N)	1,42	1,43	0,51
F3 (N)	3,55	3,55	0,07

Fonte: Elaboração do próprio autor

A metodologia de identificação de forças aplicada no sistema mecânico modelado com três graus de liberdade se mostrou bastante eficaz, tendo um resultado satisfatório. Os dois métodos apresentaram bons resultados, porém no método das séries de Fourier, os resultados foram melhores do que nos polinômios de Legendre. Quanto à identificação de sistemas com

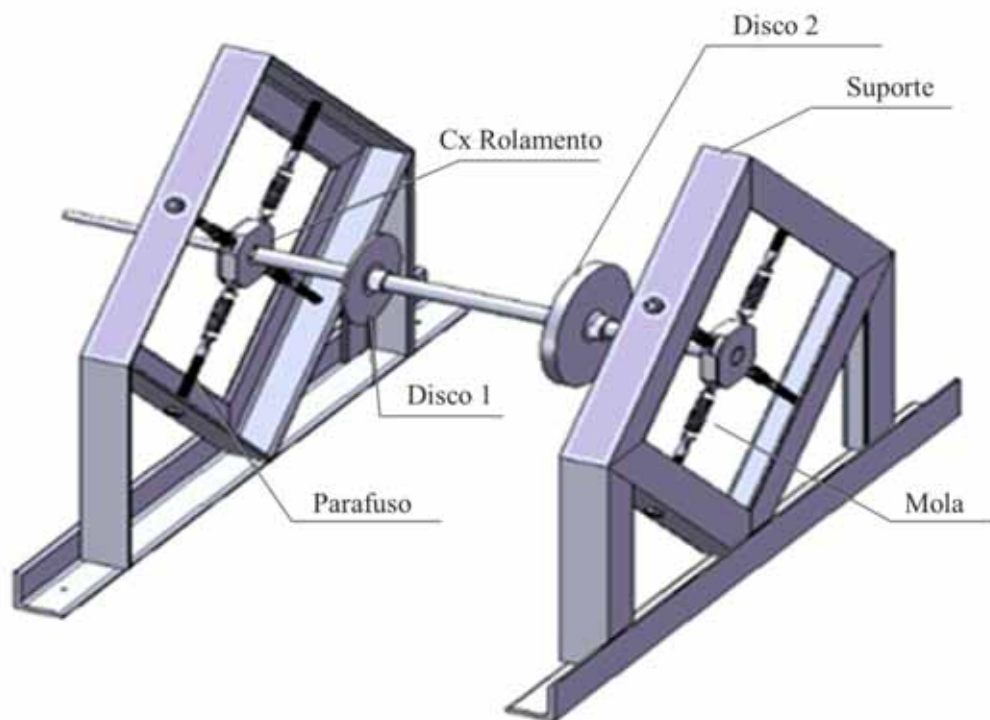
ruídos, o método de Fourier apresentou-se uma resposta convincente provando ter uma baixa sensibilidade na presença de instabilidades e demonstrou ser eficiente na identificação.

3.3 SISTEMA DE UM ROTOR MODELADO COM 36 G.D.L (GRAUS DE LIBERDADE)

3.3.1 Modelo

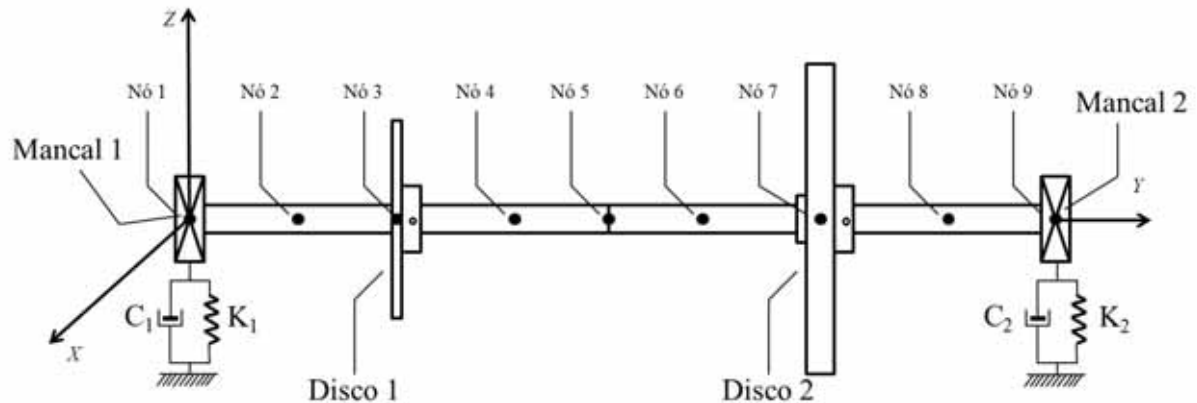
O sistema mecânico rotativo (rotor-mancal) analisado foi modelado com trinta e seis graus de liberdade, é composto por uma estrutura de parâmetros distribuídos cujo modelo físico é apresentado na Figura 24.

Figura 24 - Modelo desenhado em SolidWorks do sistema rotativo



Fonte: Guirao (2009).

O rotor é composto de um eixo rotativo, sobre a qual está fixado dois discos de desbalanceamento e é suportado por dois mancais em suas extremidades. O sistema foi discretizado utilizando as técnicas de elementos finitos apartir das Equações 58 a 79. O eixo será representado por oito elementos de viga, totalizando 36 graus de liberdade, conforme Figura 25.

Figura 25 - Modelagem do rotor

Fonte: Elaboração do próprio autor

Na modelagem, para cada nó de um elemento do eixo está previsto quatro graus de liberdade (4 gdl), porém nessa simulação somente iremos discutir a dinâmica representada no eixo z , considerando assim que o modelo é simétrico nos eixos x e y . Na Tabela 6 estão apresentados os parâmetros que foram utilizados na simulação do sistema.

Tabela 6 – Parâmetros do sistema rotativo modelado com 36 G.D.L

Descrição	Parâmetro (Unidade)	Valor
Densidade do material do eixo	ρ (Kg/m ³)	7800
Módulo de elasticidade	E (GPa)	210
Coefficiente de Poisson	ν	0,3
Diâmetro dos elementos 1 e 2	$d_{1,2}$ (m)	0,01395
Diâmetro dos elementos 3, 4, 5 e 6	$d_{3,4,5}$ (m)	0,01535
Diâmetro dos elementos 7 e 8	$d_{7,8}$ (m)	0,01450
Comprimento dos elementos 1 e 2	$L_{1,2}$ (m)	0,05650
Comprimento dos elementos 3 e 4	$L_{3,4}$ (m)	0,07550
Comprimento dos elementos 5 e 6	$L_{5,6}$ (m)	0,06000
Comprimento dos elementos 7 e 8	$L_{7,8}$ (m)	0,06250
Massa do mancal 1	MC1 (Kg)	0,4300
Massa do mancal 2	MC2 (Kg)	0,4000
Massa do disco 1	MD1 (Kg)	0,2800
Massa do disco 2	MD2 (Kg)	1,9000

Fonte: Elaboração do próprio autor

Os valores de α e β utilizados para calcular a matriz de amortecimento estrutural do rotor (Equação 86) foram $10e^{-3}$ e $10e^{-7}$ (sugerido por Fernandes Júnior (2011)), respectivamente.

3.3.1.1 Balanceamento do rotor simulado para encontrar as rigidezes e amortecimentos dos mancais

Para encontrar os valores das rigidezes e amortecimentos dos mancais 1 e 2, foi necessário realizar o balanceamento real do rotor para que os valores encontrados por acelerômetros acoplados nos mancais, não tenham a influencia de qualquer força de desbalanceamento.

Aplicou-se a metodologia do balanceamento do rotor em dois planos, Item 2.3.3 do capítulo anterior, inicialmente medindo a vibração devido ao desbalanceamento original nos planos, um em cada mancal, obtendo os valores presentes na Tabela 7.

Tabela 7 - Valores das vibrações originais do rotor

Descrição	Valor
Módulo do plano 1 [V1,0]	3,02
Fase do plano 1 (em graus)	225,70
Módulo do plano 2 [V2,0]	6,58
Fase do plano 2 (em graus)	224,30

Fonte: Elaboração do próprio autor

Porteriormente, foi adicionado-se ao disco 1 uma massa de teste com valor de $5,39 \times 10^{-3}$ Kg e fazendo-se as medições da vibração nos dois planos, obteve-se:

Tabela 8 - Valores das vibrações com a massa de teste no plano 1 do rotor

Descrição	Valor
Módulo do plano 1 [V1,1]	10,59
Fase do plano 1 (em graus)	214,70
Módulo do plano 2 [V2,1]	11,53
Fase do plano 2 (em graus)	213,30

Fonte: Elaboração do próprio autor

Após retirar a massa de teste 1, colocou-se a mesma massa de teste no disco 2 e fazendo-se as medições da vibração nos dois planos, obteve-se:

Tabela 9 - Valores das vibrações com a massa de teste no plano 2 do rotor

Descrição	Valor
Módulo do plano 1 [V1,2]	9,23
Fase do plano 1 (em graus)	208,60
Módulo do plano 2 [V2,2]	22,78
Fase do plano 2 (em graus)	209,90

Fonte: Elaboração do próprio autor

Através dos dados coletados, foram obtidas as massas necessárias para o balanceamento do rotor. A Tabela 10 apresenta os valores obtidos com a metodologia de balanceamento aplicada nos dois planos.

Tabela 10 - Valores das massas de correções nos dois planos do rotor

Descrição	Valor
Massa de correção 1 (Kg)	$0,49 \times 10^{-3}$
Posição da massa 1 (em graus)	-144,73
Massa de correção 2 (Kg)	2×10^{-3}
Posição da massa 2 (em graus)	-160,71

Fonte: Elaboração do próprio autor

Com o rotor balanceado, acoplou-se dois acelerômetros, um em cada mancal, colocados na posição do *eixo Z*, para coletar dados que serão utilizados para determinar as rigidezes e amortecimentos dos mancais 1 e 2; e posteriormente aplicar-se a metodologia de observadores de estado para a modelagem do sistema, obtendo os dados não medidos.

3.3.1.2 Método quasi-newton para determinar as rigidezes e amortecimentos nos mancais do sistema simulado

Na Tabela 11, são apresentados os valores em rms dos acelerômetros, os quais foram utilizados para determinar as rigidezes e amortecimentos nos mancais 1 e 2, respectivamente.

Tabela 11 - Valores em RMS dos mancais 1 e 2 fornecidos pelos acelerômetros

Descrição	Parâmetro	Valor ($\times 10^{-4}$)
Valor RMS mancal 1 acelerômetro	$RMS_{MANCAL1} (m/s)$	1,3810
Valor RMS mancal 2 acelerômetro	$RMS_{MANCAL2} (m/s)$	3,9085

Fonte: Elaboração do próprio autor

Devido à presença de muito ruído no sinal de velocidade, foi utilizado um filtro passa-banda cuja frequência de corte é de 11 a 17 Hz, respectivamente, em consequência a frequência de rotação do sistema de 13,3333 Hz (804 rpm).

Os valores das rigidezes e amortecimentos dos mancais 1 e 2 são obtidos através da metodologia descrita no Item 6.2 do capítulo anterior, visando à minimização de uma função na qual as rigidezes dos mancais e seus amortecimentos são incógnitas. No método foram introduzidos valores de referências utilizados por FIRME, 2013 (Tabela 12), para as rigidezes K_1 e K_2 e amortecimentos C_1 e C_2 , dos mancais 1 e 2, respectivamente.

Tabela 12 - Rigidezes e amortecimentos de referências por Firme, 2013 dos mancais 1 e 2

Descrição	Parâmetro	Valor
Rigidez do mancal 1 adotado	$K1_{REFERENCIA} (N / m)$	100.000,00
Rigidez do mancal 2 adotado	$K2_{REFERENCIA} (N / m)$	100.000,00
Amortecimento do mancal 1 adotado	$C1_{REFERENCIA} (Ns / m)$	20,00
Amortecimento do mancal 2 adotado	$C2_{REFERENCIA} (Ns / m)$	20,00

Fonte: Elaboração do próprio autor

Utilizando valores das Tabelas 11 e 12, foram estimados pelo método proposto os valores das rigidezes K_1 e K_2 e os valores dos amortecimentos C_1 e C_2 apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Valores das rigidezes e amortecimentos encontrados pelo método nos mancais 1 e 2

Descrição	Parâmetro	Valor
Rigidez do mancal 1 encontrada	$K1_{REAL} (N / m)$	50.639,3000
Rigidez do mancal 2 encontrada	$K2_{REAL} (N / m)$	35.437,1000
Amortecimento do mancal 1 encontrado	$C1_{REAL} (Ns / m)$	7,0040
Amortecimento do mancal 2 encontrado	$C2_{REAL} (Ns / m)$	7,0043

Fonte: Elaboração do próprio autor

3.3.1.3 Metodologia de observadores de estado global do sistema simulado

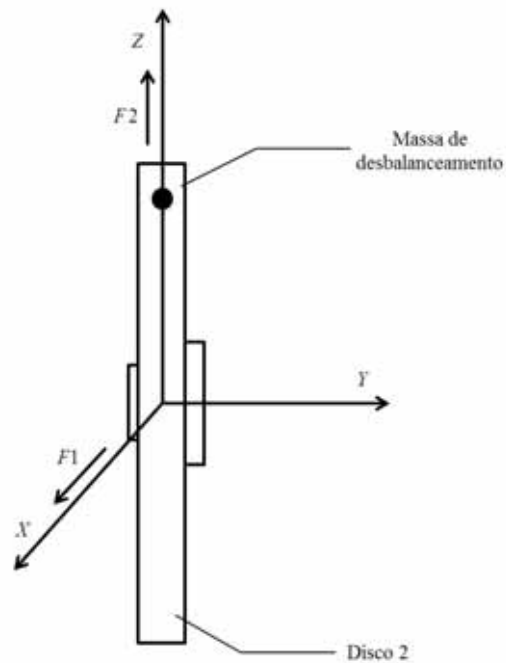
Com os valores das velocidades obtidas anteriormente com os acelerômetros nos dois mancais (Tabela 11), utilizou-se a metodologia de um observador de estado global (Item 2.5.2 do capítulo anterior) para estimar os dados não medidos. Com isso, foram determinados os valores de deslocamentos e velocidades em todos os nós do rotor.

Desse modo, com as matrizes globais de massa, de amortecimento (inclusive neste caso a matriz devido ao efeito giroscópio e a matriz devido ao amortecimento estrutural do eixo) e de rigidez obteve-se a matriz dinâmica, demonstrada na Equação (101). Assim, determinou-se os parâmetros modais do sistema (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar).

Através das respostas do observador global, considerando um sinal de entrada $u(t)$, conseguiram-se os dados de deslocamento e velocidade no tempo de todos os nós do rotor, inclusive os dados de deslocamentos e velocidades angulares, obtendo assim completamente os dados necessários para aplicar a metodologia de identificação de parâmetros. Foram gerados 1024 pontos das respostas do sistema, dentro de um intervalo de tempo de 1 segundo.

3.3.1.4 Massa de desbalanceamento do sistema simulado

Com o sistema modelado, simulou-se a fixação de uma massa de desbalanceamento no disco 2, gerando assim forças $F1$ e $F2$ (Equações 107a e 107b) nas direções $(X$ e $Z)$, respectivamente (Figura 26).

Figura 26 - Forças $F1$ e $F2$ estimadas no disco 2

Fonte: Elaboração do próprio autor

$$F1 = mrR^2 \cos((Rt) + ph) \quad (107a)$$

$$F2 = mrR^2 \sin((Rt) + ph) \quad (107b)$$

Onde:

$m(kg)$ é a massa de desbalanceamento acoplada no disco

$r(m)$ é o raio entre a massa de desbalanceamento e o centro do disco

$R(rad / s)$ é a rotação do sistema rotor-mancal

$t(s)$ vetor tempo

Os valores dos parâmetros para determinar as forças $F1$ e $F2$ estimadas, estão indicados na Tabela 14.

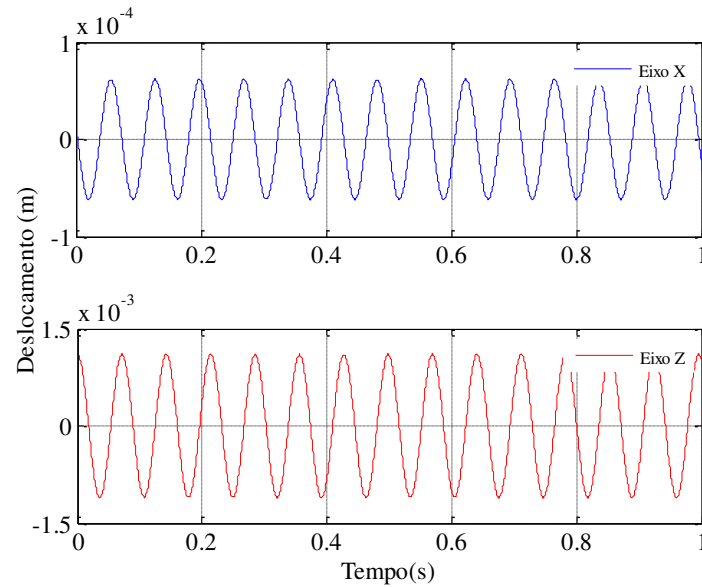
Tabela 14 - Dados da força de desbalanceamento no disco 2

Descrição	Parâmetro	Valor
Massa de desbalanceamento	$m(kg)$	0,00600
Raio entre a massa e o centro do disco	$r(m)$	0,06525
Rotação do sistema	$R(rad / s)$	88,37455

Fonte: Elaboração do próprio autor

Os dados de deslocamentos e velocidades do disco 2 nas direções (X e Z), estão representados nas Figuras 27 e 28.

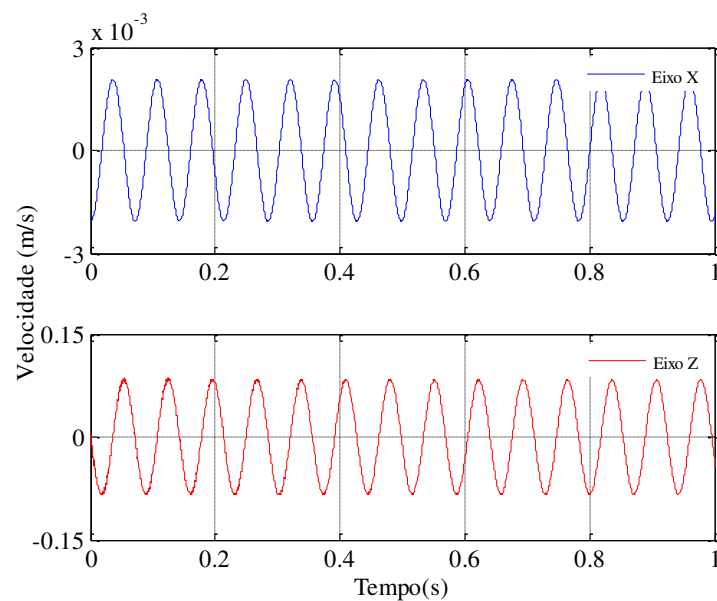
Figura 27 - Deslocamentos do disco 2 nas direções (X e Z)



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na figura 27, são apresentados os deslocamentos do disco 2 nas direções (X e Z), respectivamente.

Figura 28 - Velocidades do disco 2 nas direções (X e Z)



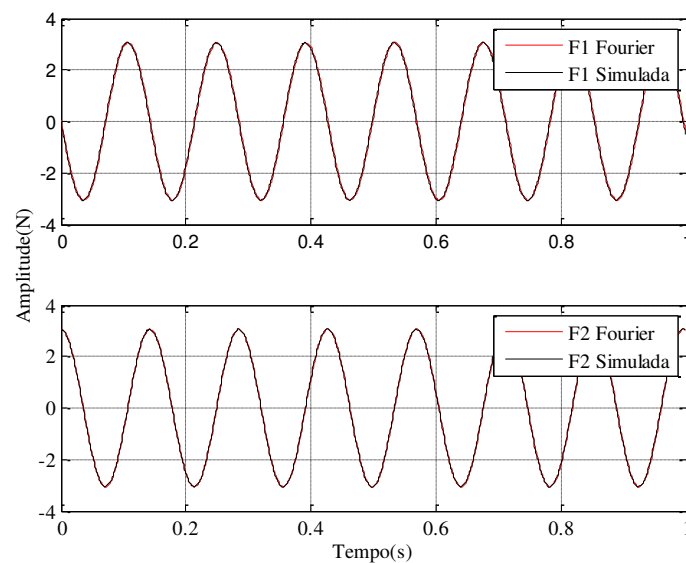
Fonte: Elaboração do próprio autor

Na figura 28, são apresentadas as velocidades do disco 2 nas direções (X e Z), respectivamente.

3.3.2 Identificação das forças através das séries de fourier aplicado no rotor modelado com 36 GDL.

De início, foi feita a simulação do sistema da Figura 24, onde utilizou-se os dados obtidos ao decorrer do Item 3.3.1 que serviram para a modelagem do sistema, ato imprescindível para a simulação e identificação de parâmetros do mesmo. Após a modelagem, aplicou-se a metodologia de identificação de parâmetros pelas Séries de Fourier (Itens 2.1.1 e 2.2 do capítulo anterior), onde foram truncados 40 termos ($r = 40$) do método, e os resultados estão disponíveis na Figura 29. A onda de cor vermelha representa a força identificada através das Séries de Fourier e a de cor preta representa o comportamento da força estimada, sendo identificadas as forças no disco 2 ($F1$ e $F2$).

Figura 29 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Fourier, respectivamente, com 40 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Tabela 15 estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças simuladas e identificadas por Fourier, isso para um melhor entendimento e visualização dos resultados da Figura 29.

Tabela 15 - Valores em *rms* das forças $F1$ e $F2$ simuladas e identificadas por Fourier com 40 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Fourier (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	2,16	2,16	0,01
F2 (N)	2,16	2,16	0,12

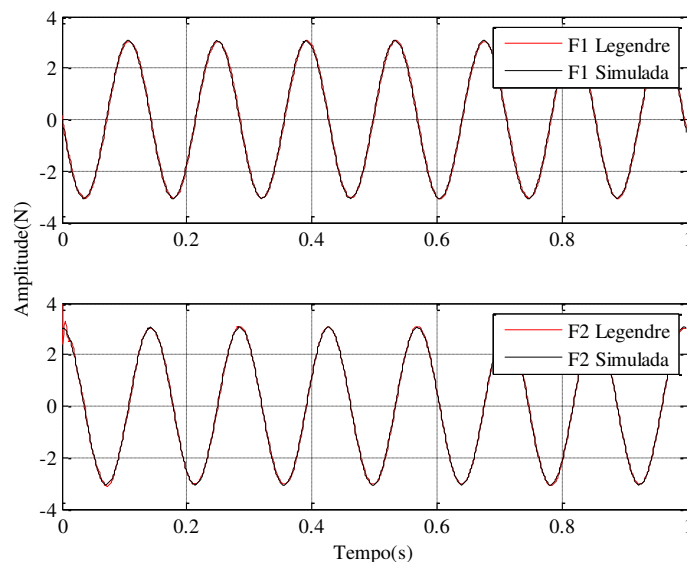
Fonte: Elaboração do próprio autor

Observando a Figura 29 e analisando os dados fornecidos pela Tabela 15, observa-se que o método comportou-se muito bem, obtendo uma resposta bem próxima da força simulada.

3.3.3 Identificação das forças através dos polinômios de legendre aplicado no rotor modelado com 36 GDL.

Foram realizados os mesmos passos de anteriormente, porém na parte de identificação, foram implementadas as rotinas do método de identificação de forças através dos Polinômios de Legendre (Itens 2.1.2 e 2.2 do capítulo anterior). Truncou-se 120 termos ($r=120$) do método, onde os resultados estão apresentados através da Figura 30.

Figura 30 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Legendre, respectivamente, com 120 termos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 30, da mesma forma que anteriormente, a onda de cor vermelha representa a força identificada através dos Polinômios de Legendre e a de cor preta representa o comportamento da força simulada, sendo identificadas as forças no disco 2 ($F1$ e $F2$).

Na Tabela 16, estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças simuladas e identificadas por Legendre, para uma melhor análise da Figura 30.

Tabela 16 - Valores em *rms* das forças $F1$ e $F2$ simuladas e identificadas por Legendre com 120 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Legendre (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	2,16	2,16	0,01
F2 (N)	2,16	2,16	0,14

Fonte: Elaboração do próprio autor

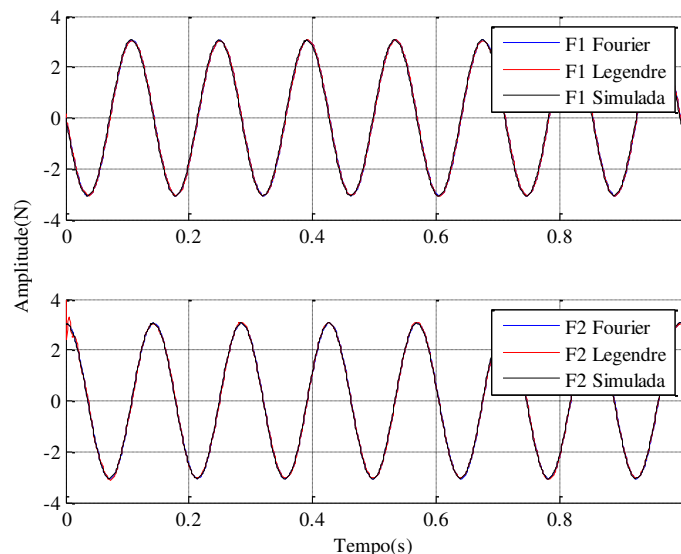
Conclui-se, que o método de Legendre apresentou-se um comportamento muito bom também, com resultados bem próximos do valor da força simulada.

3.3.4 Comparação entre a identificação das forças pelos métodos das séries de fourier e polinômios de legendre no rotor modelado com 36 GDL.

Nesse item será apresentada a identificação através dos dois métodos propostos, isso para uma melhor visualização e entendimento. Foram truncados 120 termos ($r=120$), isso para os dois métodos.

Na Figura 31 são apresentadas as duas metodologias, onde a onda de cor azul representa a identificação através de Fourier, a de cor vermelho a identificação por Legendre e por fim, a de cor preta representa a força simulada do sistema.

Figura 31 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Fourier e Legendre, respectivamente, com 120 termos



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Tabela 17 estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças simuladas e identificadas por Fourier e Legendre, para melhor visualização e uma melhor compreensão dos resultados.

Tabela 17 - Valores em *rms* das forças *F1* e *F2* simuladas e identificadas por Fourier e Legendre com 120 termos

Parâmetros	Valor Simulado (rms)	Valor por Fourier (rms)	Valor por Legendre (rms)	Diferença Relativa Fourier (%)	Diferença Relativa Legendre (%)
F1 (N)	2,16	2,16	2,16	0,01	0,01
F2 (N)	2,16	2,16	2,16	0,12	0,14

Fonte: Elaboração do próprio autor

Pode-se observar que o comportamento na identificação pelas séries de Fourier ficou bem próximo da força simulada, isso comprovado pela diferença relativa entre as duas ser bem pequena; acontece o mesmo na identificação pelos polinômios de Legendre, onde sua diferença relativa apresenta valores pequenos também, concluindo-se que os dois métodos são bem eficazes.

CAPÍTULO 4

VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Alguns trabalhos já demonstraram a eficiência dos métodos de identificação de forças desconhecidas através de funções ortogonais experimentalmente (MELO, 1992; PACHECO, 2001; LEMOS, 2004; SANTOS, 2004; MORAIS, 2006; KOROISHI, 2009). Neste capítulo é apresentada uma validação experimental através da identificação de forças desconhecidas em um sistema rotativo, onde aplicou-se a metodologia dos Elementos Finitos e também a de Observadores de Estado para a modelagem do sistema.

4.1 DESCRIÇÃO DO ROTOR

O rotor a ser validado experimentalmente é apresentado na Figura 32, consistindo de um eixo apoiado por mancais, contendo uma engrenagem e um disco para desbalanceamento.

Figura 32 - Rotor para validação experimental



Fonte: Elaboração do próprio autor

Pode-se observar que a Figura 32 contém dois rotores, mas a análise experimental deste trabalho foi realizada somente no rotor que está acoplado ao motor, e em consequência disto, o outro rotor não influenciou na identificação das forças do mesmo, pois não estavam conectados pelas engrenagens.

Para uma melhor visualização, foi desenhado o rotor analisado experimentalmente utilizando o software SolidWorks (Figura 33).

Figura 33 - Modelo desenhado em SolidWorks do sistema rotativo



Fonte: Firme (2013).

4.1.1 Componentes do sistema rotativo

O sistema rotativo é composto pelos seguintes componentes:

- 1 eixo de aço AISI 1020;
- 1 disco de aço AISI 1020 com 12 furos;
- 1 engrenagem de aço AISI 1020 com 25 dentes;
- 2 mancais de rolamentos P205;
- 1 suporte de apoio aos mancais;
- 1 suporte de apoio do motor;
- 1 motor de indução trifásico WEG 0,12 cv / 3360 rpm 220V;
- 1 acoplamento do eixo no motor;
- 1 mesa inercial.

4.2 EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA ANÁLISE EXPERIMENTAL

Para a aquisição dos sinais utilizou-se os seguintes equipamentos:

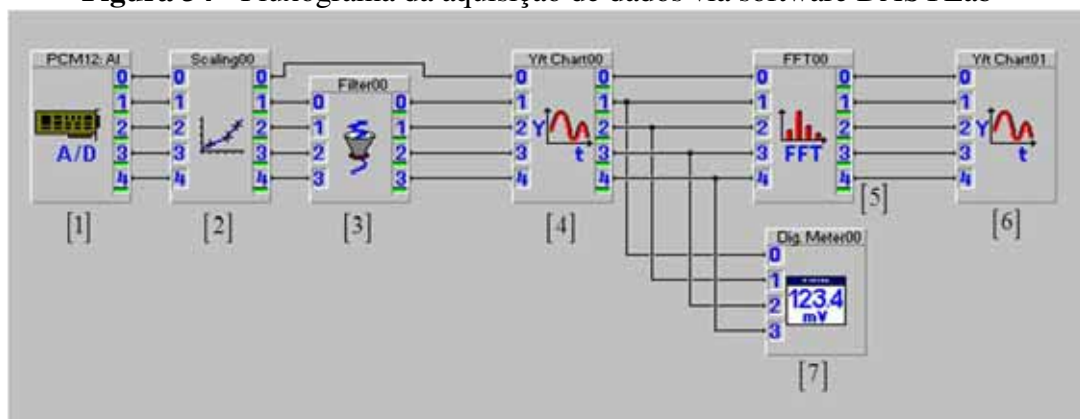
- 2 acelerômetros MMF KS50;
- 2 condicionadores de sinais Robotron[®] ;

- 1 placa de aquisição PCMCIA Superlogics com 16 canais;
- 1 notebook com o software DASYLab[®].

4.3 SISTEMA PARA AQUISIÇÃO DE DADOS

O sistema utilizado para a aquisição de dados, que através da placa PCMCIA Superlogics com 16 canais, com a interface do software DASYLab[®] é apresentado na Figura 34.

Figura 34 - Fluxograma da aquisição de dados via software DASYLab[®]



Fonte: Elaboração do próprio autor

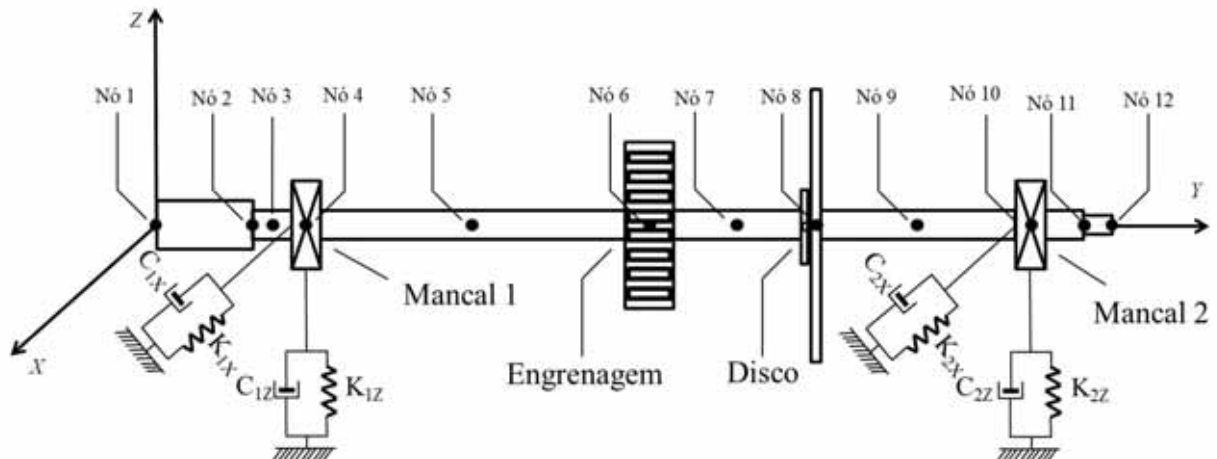
onde:

- [1] conversor analógico/digital;
- [2] escala de sensibilidade dos sensores;
- [3] filtro do sinal;
- [4] gráfico do sinal no tempo;
- [5] transformada de Fourier do sinal (FFT);
- [6] gráfico do sinal no domínio da frequência;
- [7] voltímetro digital.

4.4 MODELAGEM DO ROTOR EXPERIMENTAL

O eixo será representado por 11 elementos de viga (Figura 35), sendo assim modelado com 48 graus de liberdade, para cada nó de um elemento do eixo está previsto quatro graus de liberdade (4 gdl).

Figura 35 - Modelagem do rotor



Fonte: Elaboração do próprio autor

Da mesma forma que na simulação numérica, o sistema foi discretizado utilizando as técnicas de elementos finitos a partir das Equações 58 a 79. Na Tabela 18 estão apresentados os parâmetros que foram utilizados do sistema real.

Tabela 18 – Parâmetros do sistema rotativo real

Descrição	Parâmetro (Unidade)	Valor
Módulo de elasticidade	E (GPa)	200
Coefficiente de Poisson	ν	0,29
Diâmetro do elemento 1	d_1 (m)	0,02556
Diâmetro dos elementos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10	$d_{2,3,4,5,6,7,8,9,10}$ (m)	0,01900
Diâmetro do elemento 11	d_{11} (m)	0,01500
Comprimento do elemento 1	L_1 (m)	0,06000
Comprimento dos elementos 2 e 3	$L_{2,3}$ (m)	0,02050
Comprimento dos elementos 4 e 5	$L_{4,5}$ (m)	0,05000
Comprimento dos elementos 6 e 7	$L_{6,7}$ (m)	0,02750
Comprimento dos elementos 8 e 9	$L_{8,9}$ (m)	0,04000
Comprimento do elemento 10	L_{10} (m)	0,02200
Comprimento do elemento 11	L_{11} (m)	0,01660

Descrição	Parâmetro (Unidade)	Valor
Massa do mancal 1	MC1 (Kg)	0,58
Massa do mancal 2	MC2 (Kg)	0,58
Massa do disco 1	MD1 (Kg)	$239,39 \times 10^{-3}$
Massa do disco 2	MD2 (Kg)	$254,45 \times 10^{-3}$

Fonte: Elaboração do próprio autor

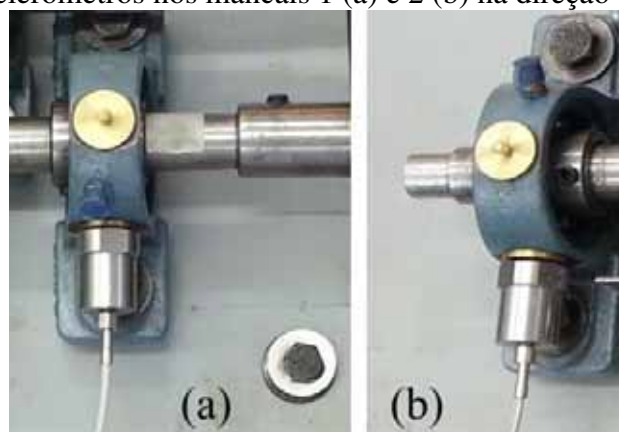
Da mesma maneira como na simulação computacional, os valores de α e β utilizados para calcular a matriz de amortecimento estrutural do rotor (Equação 86) foram $10e^{-3}$ e $10e^{-7}$ (sugerido por Fernandes Júnior (2011)), respectivamente.

4.4.1 Método quasi-newton para determinar as rigidezes e amortecimentos nos mancais do sistema real

Por ser um sistema rotativo novo e com uma alta rigidez aparente, foi decidido que não precisaria balanceá-lo. Caso haja alguma força de desbalanceamento ao longo do eixo, sua ação não teria influência nos valores a serem medidos por acelerômetros nos mancais 1 e 2.

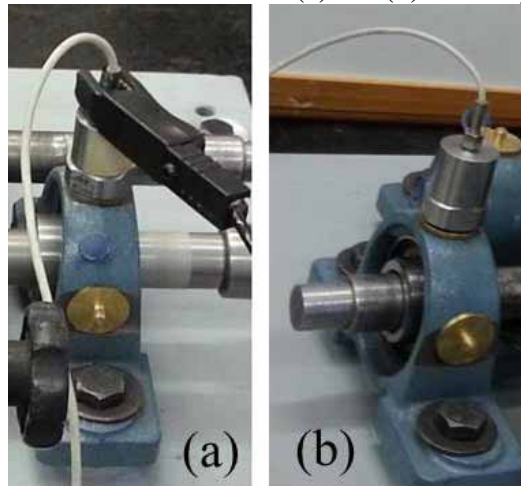
Acoplou-se dois acelerômetros, um em cada mancal, colocados nas posições dos eixos X (Figura 36) e Z (Figura 37), para coletar dados que serão utilizados para determinar as rigidezes e amortecimentos dos mancais 1 e 2; e posteriormente aplicar-se a metodologia de observadores de estado para a modelagem do sistema, obtendo os dados não medidos.

Figura 36 – Acelerômetros nos mancais 1 (a) e 2 (b) na direção do eixo X.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 37 – Acelerômetros nos mancais 1 (a) e 2 (b) na direção do eixo Z.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Tabela 19, são apresentados os valores em rms coletados pelos acelerômetros, nas direções do *eixo X* e *eixo Z*, no mancal 1 e 2, respectivamente.

Tabela 19 - Valores em RMS dos mancais 1 e 2 nas direções do eixo X e Z fornecidos pelos acelerômetros

Descrição	Parâmetro	Valor ($\times 10^{-4}$)
Valor RMS mancal 1 no eixo X	$RMS_{MANCAL1X} (m/s)$	2,4716
Valor RMS mancal 1 no eixo Z	$RMS_{MANCAL1Z} (m/s)$	1,5952
Valor RMS mancal 2 no eixo X	$RMS_{MANCAL2X} (m/s)$	4,3785
Valor RMS mancal 2 no eixo Z	$RMS_{MANCAL2Z} (m/s)$	0,4655

Fonte: Elaboração do próprio autor

Devido à presença de muito ruído no sinal de velocidade, foi utilizado um filtro passa-banda cuja frequência de corte é de 22,5 a 25,5 Hz, respectivamente, em consequência a frequência de rotação do sistema de 23,3333 Hz (1400 rpm).

Os valores das rigidezes e amortecimentos dos mancais 1 e 2 são obtidos através da metodologia descrita no Item 6.2 do Capítulo 2 deste trabalho, visando à minimização de uma função na qual as rigidezes dos mancais e seus amortecimentos são incógnitas, conforme foi realizado na simulação computacional. No método foram introduzidos valores de referências utilizados por FIRME, 2013(Tabela 20), para as rigidezes K_1 e K_2 e amortecimentos C_1 e C_2 , dos mancais 1 e 2 nas direções dos eixos X e Z , respectivamente.

Tabela 20 - Rigidezes e amortecimentos de referências por Firme, 2013 dos mancais 1 e 2 nas direções do eixo X e Z

Descrição	Parâmetro	Valor
Rigidez do mancal 1 no eixo X	$K1X_{REFERENCIA} (N / m)$	$1,19 \times 10^7$
Rigidez do mancal 1 no eixo Z	$K1Z_{REFERENCIA} (N / m)$	$1,60 \times 10^6$
Rigidez do mancal 2 no eixo X	$K2X_{REFERENCIA} (N / m)$	$3,53 \times 10^7$
Rigidez do mancal 2 no eixo Z	$K2Z_{REFERENCIA} (N / m)$	$1,06 \times 10^6$
Amortecimento do mancal 1 no eixo X	$C1X_{REFERENCIA} (Ns / m)$	$2,26 \times 10^3$
Amortecimento do mancal 1 no eixo Z	$C1Z_{REFERENCIA} (Ns / m)$	$5,23 \times 10^4$

Fonte: Elaboração do próprio autor

Os valores dos amortecimentos no mancal 2 nas direções dos eixos X e Z , são praticamente os mesmos que no mancal 1. Utilizando valores das Tabelas 19 e 20, foram estimados pelo método proposto os valores das rigidezes K_1 e K_2 e os valores dos amortecimentos C_1 e C_2 nas direções dos eixos X e Z , respectivamente (Tabela 21).

Tabela 21 - Valores das rigidezes e amortecimentos identificados pelo método nos mancais 1 e 2

Descrição	Parâmetro	Valor
Rigidez do mancal 1 no eixo X	$K1X_{REAL} (N / m)$	$0,6381 \times 10^7$
Rigidez do mancal 1 no eixo Z	$K1Z_{REAL} (N / m)$	$3,8187 \times 10^6$
Rigidez do mancal 2 no eixo X	$K2X_{REAL} (N / m)$	$0,2733 \times 10^7$
Rigidez do mancal 2 no eixo Z	$K2Z_{REAL} (N / m)$	$48,6071 \times 10^6$
Amortecimento do mancal 1 no eixo X	$C1X_{REAL} (Ns / m)$	$2,2599 \times 10^3$
Amortecimento do mancal 1 no eixo Z	$C1Z_{REAL} (Ns / m)$	$0,1281 \times 10^4$

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.4.2 Metodologia de observadores de estado global do sistema real

Com os valores das velocidades obtidas anteriormente com os acelerômetros nos dois mancais (Tabela 19), utilizou-se a metodologia de um observador de estado global (Item 2.5.2 do Capítulo 2) para estimar os dados não medidos. Com isso, foram determinados os valores de deslocamentos e velocidades em todos os nós do rotor. Diferentemente da metodologia proposta na simulação computacional, neste caso o observador global utiliza os valores

coletados através dos acelerômetros e estima somente os valores não fornecidos, sendo assim, trabalha com dados reais retirados do sistema proposto na análise experimental.

Desse modo, com as matrizes globais de massa, de amortecimento (inclusive neste caso a matriz devido ao efeito giroscópio e a matriz devido ao amortecimento estrutural do eixo) e de rigidez obteve-se a matriz dinâmica, demonstrada na Equação (101). Assim, determinou-se os parâmetros modais do sistema (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar).

Através das respostas do observador global, conseguiram-se os dados de deslocamento e velocidade no tempo de todos os nós do rotor, inclusive os dados de deslocamentos e velocidades angulares, obtendo assim completamente os dados necessários para aplicar a metodologia de identificação de parâmetros.

4.4.3 Massa de desbalanceamento do sistema real

Com o sistema modelado, simulou-se o efeito de uma massa de desbalanceamento no disco (Figura 38), gerando assim forças $F1$ e $F2$ (Equações 107a e 107b) nas direções (X e Z), isso para se terem parâmetros a serem seguidos e comparados quando se aplicar a metodologia de identificação de forças.

Figura 38 - Adicionamento de massa no disco



Fonte: Elaboração do próprio autor

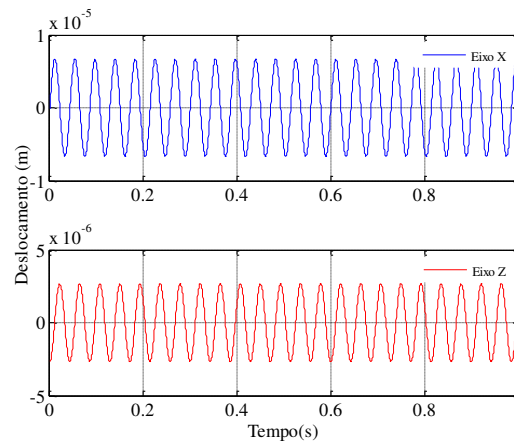
Os valores dos parâmetros para determinar as forças $F1$ e $F2$, estão indicados na Tabela 22.

Tabela 22 - Dados da força de desbalanceamento no disco

Descrição	Parâmetro	Valor
Massa de desbalanceamento	$m(kg)$	$86,89 \times 10^{-3}$
Raio entre a massa e o centro do disco	$r(m)$	$20,1 \times 10^{-3}$
Rotação do sistema	$R(rad / s)$	146,61

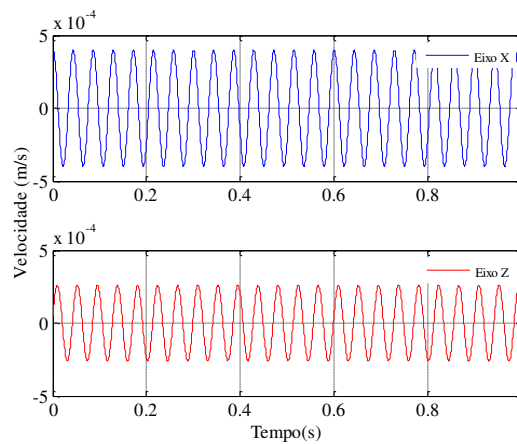
Fonte: Elaboração do próprio autor

Os dados de deslocamentos e velocidades do disco nas direções (X e Z), estão representados nas Figuras 39 e 40.

Figura 39 - Deslocamentos do disco nas direções (X e Z)

Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 39 são apresentados os deslocamentos do disco nas direções (X e Z).

Figura 40 - Velocidades do disco nas direções (X e Z)

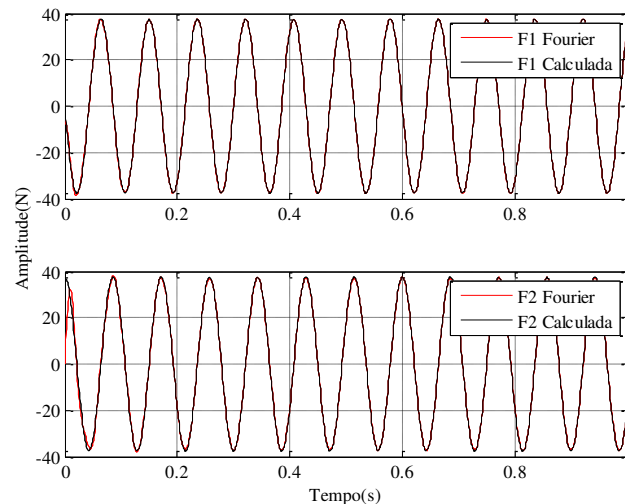
Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 40 são apresentadas as velocidades do disco nas direções (X e Z), respectivamente.

4.5 IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS ATRAVÉS DAS SÉRIES DE FOURIER APLICADO NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.

Após a modelagem do aparato experimental realizada neste capítulo, aplicou-se a metodologia de identificação de parâmetros pelas Séries de Fourier (Itens 2.1.1 e 2.2 do Capítulo 2), onde foram truncados 200 termos ($r = 200$) do método, e os resultados estão disponíveis na Figura 41. A onda de cor vermelha representa a força identificada através das Séries de Fourier e a de cor preta representa o comportamento da força calculada, sendo identificadas as forças no disco ($F1$ e $F2$).

Figura 41 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Fourier, respectivamente, com 200 termos



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Tabela 23 estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças calculadas e identificadas por Fourier, isso para um melhor entendimento e visualização dos resultados da Figura 41.

Tabela 23 - Valores em *rms* das forças $F1$ e $F2$ calculadas e identificadas por Fourier com 200 termos

Parâmetros	Valor Calculado (rms)	Valor por Fourier (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	26,54	26,56	0,09
F2 (N)	26,54	26,30	0,94

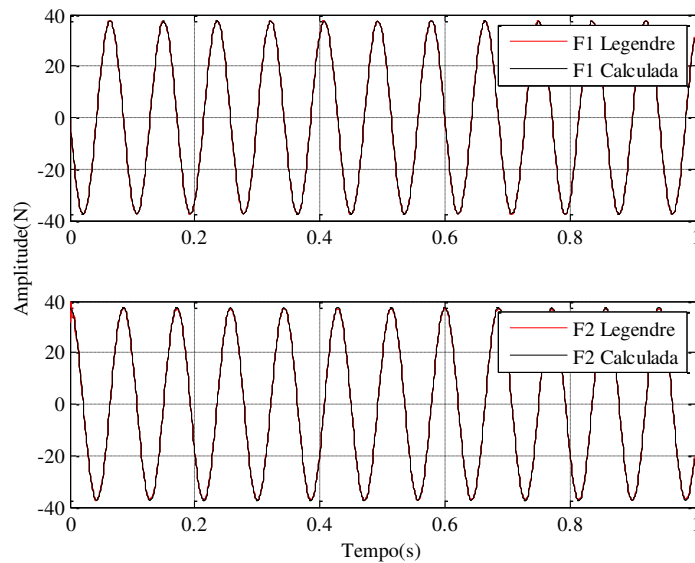
Fonte: Elaboração do próprio autor

Observando a Figura 41 e analisando os dados fornecidos pela Tabela 23, observa-se que o método comportou-se muito bem, obtendo uma resposta satisfatória, pois a diferença relativa é bem pequena entre a força calculada e a força identificada.

4.6 IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS ATRAVÉS DOS POLINÔMIOS DE LEGENDRE APLICADO NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.

Foram realizados os mesmos passos de anteriormente, porém na parte de identificação foram implementadas as rotinas do método de identificação de forças através dos Polinômios de Legendre (Itens 2.1.2 e 2.2 do Capítulo 2). Truncou-se 200 termos ($r = 200$) do método, e os resultados estão apresentados através da Figura 42.

Figura 42 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Legendre, respectivamente, com 200 termos



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 42, da mesma forma que anteriormente, a onda de cor vermelha representa a força identificada através dos Polinômios de Legendre e a de cor preta representa o comportamento da força calculada, sendo identificadas as forças no disco ($F1$ e $F2$).

Na Tabela 24 estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças calculadas e identificadas por Legendre, para uma melhor análise da Figura 42.

Tabela 24 - Valores em *rms* das forças $F1$ e $F2$ calculadas e identificadas por Legendre com 200 termos

Parâmetros	Valor Calculado (rms)	Valor por Legendre (rms)	Diferença Relativa (%)
F1 (N)	26,54	26,56	0,09
F2 (N)	26,54	26,34	0,77

Fonte: Elaboração do próprio autor

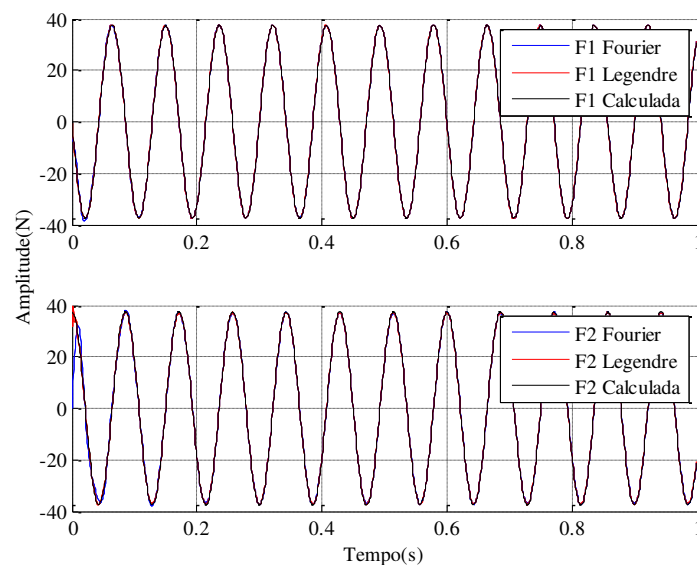
Conclui-se que o método de Legendre apresentou-se um comportamento parecido com o método de Fourier, com resultados bem próximos da força calculada.

4.7 COMPARAÇÃO ENTRE A IDENTIFICAÇÃO DAS FORÇAS PELOS MÉTODOS DAS SÉRIES DE FOURIER E POLINÔMIOS DE LEGENDRE NO ROTOR EXPERIMENTAL MODELADO COM 48 GDL.

Nesse item será apresentada a identificação realizada pelos dois métodos propostos, isso para uma melhor visualização e entendimento. Foram truncados 200 termos ($r = 200$), número igual para os dois métodos.

Na Figura 43 são apresentadas as duas metodologias, onde a onda de cor azul representa a identificação através de Fourier, a de cor vermelho a identificação por Legendre e por fim, a de cor preta representa a força calculada do sistema.

Figura 43 - Identificação das forças $F1$ e $F2$ por Fourier e Legendre, respectivamente, com 200 termos



Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Tabela 25 estão apresentados os valores em *rms* (root mean square) das forças calculadas e identificadas por Fourier e Legendre, para melhor visualização e uma melhor compreensão dos resultados.

Tabela 25 - Valores em *rms* das forças *F1* e *F2* calculadas e identificadas por Fourier e Legendre com 200 termos

Parâmetros	Valor	Valor por	Valor por	Diferença	Diferença
	Calculado	Fourier	Legendre	Relativa	Relativa
	(rms)	(rms)	(rms)	Fourier (%)	Legendre (%)
F1 (N)	26,54	26,56	26,56	0,09	0,09
F2 (N)	26,54	26,30	26,34	0,94	0,77

Fonte: Elaboração do próprio autor

Pode-se observar que o comportamento na identificação pelas séries de Fourier ficaram bem próximos da força calculada, isso comprovado pela diferença relativa entre as duas ser bem pequena; isso também acontece na identificação pelos polinômios de Legendre, onde sua diferença relativa apresenta valores pequenos, concluindo-se que os dois métodos são bem eficazes.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tem o propósito de identificar as forças de desbalanceamento que agem em um rotor promovendo desse modo alterações na resposta do sistema, a partir dos sinais de deslocamento ou velocidade em diferentes pontos do rotor, fornecendo informações necessárias à caracterização da fonte excitadora.

Através de um ambiente computacional, foram implementadas rotinas com a metodologia de observadores de estado visando contornar o problema da falta de parâmetros muito difíceis de conseguir a medição e obtenção dos mesmos. Houve também a utilização de um filtro para a eliminação de ruídos dos dados coletados através dos acelerômetros nos mancais. O método Quasi-Newton foi aplicado visando à minimização de uma função na qual as rigidezes e os amortecimentos dos mancais são desconhecidos. E por fim, a utilização do método de identificação de forças pelas Séries de Fourier e pelos Polinômios de Legendre.

Para a identificação das forças, na simulação computacional, pode-se observar que o número de termos em que se consegue uma boa aproximação entre a força obtida com a força simulada no sistema modelado com 3 graus de liberdade é de 30 termos nas séries de Fourier, porém já para o sistema rotativo modelado com 36 graus de liberdade, seria de 40 termos. Tal identificação obteve uma resposta satisfatória, com uma diferença relativa muito pequena entre a força simulada e a força identificada por Fourier (em torno de 1,02 % no sistema modelado com 3 gdl, e 0,06 % no sistema rotativo modelado com 36 gdl (valores médios das forças identificadas em cada sistema).

O método pelos Polinômios de Legendre necessita de um número de termos maior, de 200 termos para o sistema de 3 graus de liberdade e 120 termos para o sistema rotativo, porém apresenta bons resultados. Sua diferença relativa entre a força simulada e a força identificada por Legendre, como no outro método, apresentam valores próximos.

Na comparação entre os dois métodos, os mesmos apresentam respostas parecidas, com uma diferença irrelevante entre eles, como observado em suas diferenças relativas. Fourier utiliza menos termos truncados, porém Legendre, mesmo utilizando mais, o custo computacional não difere tanto de Fourier. Isso não seria um problema nesse caso avaliado, porém, para um sistema mais complexo com mais graus de liberdade, tal efeito necessita de uma melhor análise.

Na análise experimental, os dois métodos apresentaram bons resultados, com uma diferença relativa entre a força calculada e a identificada pelos métodos bem pequena, com

valores próximos (0,51% identificada por Fourier e 0,43 % por Legendre (valores médios das forças)).

Tanto na análise computacional quanto na experimental, a metodologia de observadores de estado global se comportou muito bem, estimando e fornecendo valores de pontos de difícil acesso ou difícil de obter experimentalmente.

Conclui-se que para os casos analisados, tanto o método das séries de Fourier quanto o dos polinômios de Legendre, apresentaram bons resultados na simulação numérica e na análise experimental.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros se propõe:

- Utilizar outras funções para identificar forças neste experimento tal como, funções de Walsh, Block-pulse, Laguerre, Chebyshev, e fazer uma comparação entre a identificação das mesmas;
- Realizar uma análise experimental em um sistema mais complexo, onde possa conter outro eixo acoplado ao analisado, sendo feito essa junção por engrenagens;
- Utilizar um banco de observadores e simular uma falha no sistema para que possa ser identificada pelos mesmos.

REFERÊNCIAS

- ABREU, D. S. **Localização de falhas via observadores de estado em sistemas com excitações harmônicas desconhecidas**. 2002. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2002.
- ARCO-VERDE, M. M. **Identificação de falhas em sistemas rotativos empregando técnicas não-lineares**. 2008. 135 f. Dissertação (Mestrado)- COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro- UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- BROL, K. A. **Modelagem de estrutura de suporte**. 2011. 119 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2011.
- CASTRO, H. F. **di. Análise de mancais hidrodinâmicos em rotores sob instabilidade fluidoinduzida**. 2007. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2007.
- CAVALCA, K. L.; BACHSCHMID, N. Dynamic behaviour analysis of multistage centrifugal pumps with interstage seals by a modal turnction method. **Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences**, Rio de Janeriro, v. 15, n. 3, p. 263-280,1993.
- CCASA INFANTES, J. E. **Ajuste de modelos usando técnicas de estimação de parâmetros**. 2000. 126 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2000.
- CHANG, R. Y.; WANG, M. L. The application of shifted Legendre polynomials to time-delay systems and parameter identification. **Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, New York, v. 107, p. 79-85, 1985.
- CHEN, C. F.; HSIAO, C. H. Time domain synthesis via Walsh functions. **Proceedings IEE**, London, v. 122, n. 5, p. 565-570, 1975.
- CHEN, C. F.; TSAY, Y. T.; WU, T. T. Walsh operational matrices for fractional calculus and their application to distributed systems. **Journal of the Franklin Institute**, Elmsford, v. 303, n. 3, p. 267- 284, 1977.
- CHEN, J.; PATTON, R. J. Optimal filtering and robust fault diagnosis of stochastic systems with unknown disturbances. **International Journal of Control**, London, v. 143, n.1, p. 31-36, 1996.
- CHOW, E. Y.; WILLSKY, A. S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 29, n. 7, p. 603-614, 1984.
- CHUNG, H. Y. System identification via Fourier series, discrete time nonlinear systems. **Systems & Control Letters**, Amsterdam, v. 18, n. 6, p. 1191-1194, 1987.
- COOPER, J. E.; DESFORGES, M. J. Physical parameter identification using na unknown random imput. In: **CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE ENGENHARIA DE RUÍDO E VIBRAÇÕES- ISMA**, 19., 1996. **Conference...** [S.l.: s.n.}, 1996. p.1123-1128.

DEDINI, G. F.; CAVALCA, K. L. Aplicação de métodos de identificação teórico experimental na análise de um turbo gerador com sete mancais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA- COBEM, 12., 1993, Brasília. **Congresso...** Brasília: [s.n.], 1993.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. [S.l.: s.n.], 1980. 493 p.

FERNANDES JUNIOR, J. A. **Diagnose de trincas em sistemas rotativos, utilizando modelos de falhas através da metodologia dos observadores de estados**. 2011. 128 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2011.

FIRME, T. B. **Desenvolvimento de modelos de falhas em redutores de engrenagens para diagnóstico via observadores de estado**. 2013. 64 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2013.

GERTLER, J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. **IEEE Control Systems Magazine**, New York, v. 8, p. 3-11, 1988.

GUIRAO, V. S. **Montagem de um rotor didático para estudo de balanceamento dinâmico**. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2009.

HORNBECK, R. W. **Numerical methods**. New York: Prentice-Hall, 1975.

HWANG, C.; CHEN, M. Y. Suboptimal control of linear time-varying multi-delay systems via shifted legendre polynomials. **International Journal of Systems Science**, Abingdon, v. 16, n. 12, p. 1517-1537, 1985.

IBRAHIM, S. R.; MIKULCIK, E. C. A time domain modal vibration test technique. **Shock and Vibration Bulletin**, Washington, n. 23, n.4, p. 21-37, 1973.

JACON, F. T. P. **Ajustes de modelos lineares aplicado à máquinas rotativas**. 2000. 156 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2000.

KOROISHI, E. H. **Diagnose de falhas em sistemas rotativos com excitações desconhecidas, através da metodologia dos observadores de estado**. 2009. 156 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2009.

KRÄMER, E. **Dynamics of rotors and foundations**. New York: Springer-Verlag, 1993. 383 p.

KUDVA, P.; VISWANADHAM, N.; RAMAKRISHNA, A. Observers for linear systems with unknown inputs. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. AC-25, n. 1, p. 113-115, 1980.

LEMOES, G. F. **Deteção de falhas via observadores de estado em sistemas rotativos, considerando-se suas fundações**. 2004. 126 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2004.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1990. 198 p.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**. 2. ed. New York: John Wiley and Sons, 1997. 254 p.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**. Chichester: John Wiley & Sons, 1998, 266 f.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1990. ISBN 0-471-62858-1.

MELO, G. P. **Detecção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida**. 1998. 125 f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 1998.

MELO, G. P. **Identificação de sistemas mecânicos através do método das séries de Fourier: um método no domínio do tempo**. 1992. 11 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia- UFU, Uberlândia, 1992.

MELO, G. P.; STEFFEN JUNIOR, V. Mechanical systems identification through Fourier series timedomain technique. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 2, p. 124-135, 1993.

MOHAN, B. M.; KAR, S. K. Estimation and optimal control with reduced order observers via Orthogonal Functions. **International Journal of Signal Control and Engineering Application 3**, Kharagpur v. 721302, p. 1-6, 2010. ISSN: 1997-5422.

MORAIS, T. S. **Diagnóstico de falhas via observadores de estado com excitações desconhecidas, identificadas via funções ortogonais**. 2006. 116 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2006.

MORAIS, T. S. **Contribuição ao estudo de máquinas rotativas contendo não-linearidades**. 2010. 159 f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia- UFU, Uberlândia, 2010.

NELSON, H. D.; McVAUGH, J. M. The dynamics of rotor-bearing systems using finite elements. **ASME Journal of Engineering for Industry**, New York, v. 98, n. 2, p. 593-600, 1976.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 2002.

PACHECO, R. P. **Identificação de sistemas mecânicos através de métodos no domínio do tempo**. 2001. 127 f. Tese (Doutorado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia- UFU, Uberlândia, 2001.

PACHECO, R. P.; STEFFEN JR., V. D. On the identification of non-linear mechanical systems using orthogonal functions. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elmsford, v. 39, p. 1147-1159, 2004.

PARASKEVOPOULOS, P. N.; KEKKERIS, G. T. Output sensitivity analysis using orthogonal functions. **International Journal of Control**, Abingdon, v. 40, n. 4, p. 763-772. 1984.

PARASKEVOPOULOS, P. N.; SPARIS, P. D.; MOUROUTSOS, S. G. The Fourier series operational matrix of integration. **International Journal of Systems Science**, Hants, v. 16, n. 2, p. 171-176, 1984.

PINTO, A. K.; XAVIER, J. A. N. **Manutenção: função estratégica**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001.

RAIZER, B. - **Aplicação de elementos finitos em máquinas rotativas para análise de vibrações**. 2009. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP, Campinas, 2009.

RICH, J.; HEYDT, G. T. Parameter estimation using an orthogonal series expansion. **Electric Machines & Power Systems**, Washington, v. 28, n. 8, p. 761 – 777, 2000.

SANTOS, K. A. C. **Técnica de identificação de parâmetros no domínio do tempo utilizando funções ortogonais**. 2004. 119 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Ilha Solteira, 2004.

SHIH, D. H.; KUNG, F. C. The shifted legendre approach to non-linear system analysis and identification. **International Journal of Control**, Abingdon, v. 42, n. 6, p. 1399-1410, 1985.

SILVA, L. A. **Time domain techniques for force identification**. Uberlândia: UFU, 2000. 223 f.

SPIEGEL, M. R. **Análise de Fourier**. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. (Coleção Schaum).

TRENDAFILOVA, I.; LENAERTS, V.; KERSCHEN, G.; GOLINVAL, J.C.; BRUSSEL, H.V.; HEYLEN, W. Detection, localization and identification of nonlinearities in structural dynamics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NOISE & VIBRATION ENGINEERING, 2000, Leuven. **Conference...** Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, 2000. p. 431-438.

VALER, C.; E. I. **Uma introdução ao controle robusto com aplicações a estruturas flexíveis**. 1999. 179 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 1999.

WANG, D.; FELLOW, A. H. Element-level system identification with unknown input. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v. 120, n.1, p.159-176, 1994.