

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá

1989



prof. Carlos

LAC

ANÁLISE DINÂMICA DO AMOR

JOSÉ ELIAS TOMAZINI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE "MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

UNIVERSIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM
PROJETOS DE MATERIAIS E, APROVADA EM SUA FORMA

ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECEDOR

STOCKBRIDGE

Prof. Dr. CARLOS DANIEL EBERT

José Elias Tomazini

Prof. Dr. HAZEN NASCIMENTO

Prof. Dr. ARAILDO LIMA DA SILVA

Prof. Dr. ROBERTO L. DE OLIVEIRA

07

1110000170



AMERICA DO ARQUITECTOS

STOCCOLMA

1912 1110000170

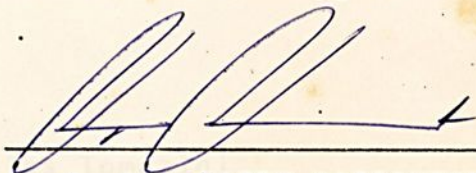


" ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE "

JOSÉ ELIAS TOMAZINI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE "MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM
PROJETOS E MATERIAIS E, APROVADA EM SUA FORMA
FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. NAZEM NASCIMENTO




Prof. Dr. CARLOS DANIEL EBINUMA

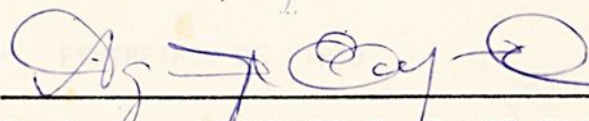
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. NAZEM NASCIMENTO



Prof. Dr. ARAILDO LIMA DA SILVA



Prof. Dr. AGAMENON R. E. DE OLIVEIRA

CARO LEITOR NÃO
RISQUE O LIVRO

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ - FACULDADE DE ENGENHARIA
Departamento de Mecânica

ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

José Elias Tomazini

Trabalho apresentado ao Conselho de Curso da área de concentração
Projetos e Materiais do curso de Pós-Graduação da Faculdade de En-
genharia, Campus de Guaratinguetá, para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica.

GUARATINGUETÁ - FEVEREIRO DE 1989

0-170

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ
BIBLIOTECA

170



Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Nazem Naschimoto, pela orientação e estímulo recebidos.

Aos Professores Dr. Araújo Lima da Silva, Mauro Hugo Mathias e Mauro Pedro Peres pelo apoio e sugestões recebidos.

A Sra. Zeila de Araújo Fedran pelos trabalhos de digitação.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.

Aos meus pais, esposa e filho

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Nazem Nascimento, pela orientação e estímulo recebidos.

Aos Professores Dr. Araildo Lima da Silva, Mauro Hugo Mathias e Mauro Pedro Peres pelo apoio e sugestões recebidos.

À Sra. Zélia de Araujo Pedran pelos trabalhos de datilografia.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a execução deste trabalho.



R E S U M O

Estuda-se, neste trabalho, o amortecedor Stockbridge utilizado na redução do nível de vibração eólica em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Primeiramente estuda-se a origem e as conseqüências das vibrações eólicas em condutores. A seguir, o amortecedor Stockbridge é modelado através de um sistema de dois graus de liberdade e do equacionamento do modelo são obtidas expressões para força transmitida ao condutor, potência dissipada pelo amortecedor e tensões mecânicas ao longo do cabo mensageiro; todas em função da frequência de excitação. É feita, também, uma análise simplificada, onde o amortecedor Stockbridge é considerado como sendo formado por dois sistemas separados de um grau de liberdade cada. Discute-se, então, as características de aplicabilidade das duas modelagens.

A B S T R A C T

This work is related to the use of Stockbridge damper in decreasing of the aeolian vibration level on overhead transmission lines. At first, the origin and consequences of aeolian vibrations in conductors are studied. Then, the Stockbridge damper is modelled by a system of two degrees of freedom. From the results of the analysis, expressions for transmitted force to the conductor, dissipated power by the damper and mechanical stress along the messenger cable are obtained. All these expressions are plotted as a function of the excitation frequency. A simplified analysis is also done, where the Stockbridge damper is modelled by two separated systems of one degree of freedom each. The aspects of application of the two modellings are also presented.

Stockbridge 33

1.6 Força Transmitida ao Condutor 42

1.7 Potência Dissipada pelo Amortecedor 46

1.8 Tensões no Cabo Mensageiro do Amortecedor Stockbridge 54

1.9 Não-linearidade do Amortecedor Stockbridge 63

CAPÍTULO 4 - AMORTECEDOR STOCKBRIDGE - ANÁLISE SIMPLIFICADA 66

4.1 Introdução 66

4.2 Análise do Primeiro Modo de Vibração 67

4.2.1 Força Transmitida ao Condutor 71

4.2.2 Potência Dissipada pelo Amortecedor 72

4.3 Análise do Segundo Modo de Vibração 74



ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO		01
CAPÍTULO 2 - VIBRAÇÕES EÓLICAS EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO		
2.1	Introdução	06
2.2	Origem da Vibração Eólica	08
2.3	Desenvolvimento da Vibração Eólica em um Conductor	11
2.4	Vibração de um Conductor-Freqüências Naturais	12
2.5	Conseqüências da Vibração Eólica	17
CAPÍTULO 3 - AMORTECEDOR STOCKBRIDGE - MODELO MATEMÁTICO DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE		
3.1	Introdução	19
3.2	Vibração Livre Não-Amortecida - Freqüências Naturais	22
3.3	Amortecimento do Cabo Mensageiro do Amortecedor Stockbridge	28
3.4	Vibração Forçada Amortecida do Amortecedor Stockbridge	35
3.5	Força Transmitida ao Conductor	47
3.6	Potência Dissipada pelo Amortecedor	50
3.7	Tensões no Cabo Mensageiro do Amortecedor Stockbridge	54
3.8	Não-Linearidade do Amortecedor Stockbridge .	63
CAPÍTULO 4 - AMORTECEDOR STOCKBRIDGE-ANÁLISE SIMPLIFICADA		
4.1	Introdução	66
4.2	Análise do Primeiro Modo de Vibrar	67
4.2.1	Força Transmitida ao Conductor	71
4.2.2	Potência Dissipada pelo Amortecedor	72
4.3	Análise do Segundo Modo de Vibrar	74

4.3.1	Força Transmitida ao Condutor	77
4.3.2	Potência Dissipada pelo Amortecedor	78
4.4	Comparação entre os modelos de Um e de Dois Graus de Liberdade	84
CAPÍTULO 5 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES		91
BIBLIOGRAFIA		95
APÊNDICE		98



CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Sabe-se que um fluido ao escoar em torno de uma estrutura pode provocar vibrações na mesma cujo efeito pode, até mesmo, ser destrutivo. Estas vibrações, nos últimos anos, têm sido alvo importante de estudos por parte de pesquisadores, pois, o conhecimento deste fenômeno possibilita ao homem a utilização de materiais trabalhando mais próximos dos seus limites de resistência mecânica e assim obter estruturas que são mais leves, mais flexíveis e mais econômicas. Dentro desta classe de vibrações, estão aquelas que surgem em linhas aéreas de transmissão, em pontes, em chaminés, em cabos submersos, em mastros, vibrações estas provocadas pela ação de um fluido, ainda que este tenha uma velocidade constante e modesta. Pode-se citar, como exemplo, o desastre ocorrido nos Estados Unidos em 07 de novembro de 1940 quando a ponte Tacoma Narrows rompeu-se devido às altas amplitudes desenvolvidas em seu vão principal,



como consequência da interação do vento com a estrutura.

São vários os mecanismos dinâmicos que levam uma estrutura a vibrar devido ao escoamento de um fluido.

No caso de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica pode ocorrer, por exemplo, vibrações devido à incidência de um vento horizontal e numa direção perpendicular ao eixo longitudinal do condutor, no caso do mesmo possuir uma seção transversal não circular, o que ocorre quando há deposição de gelo no condutor; este fenômeno é comum nos países de inverno rigoroso. Neste caso, para um movimento do condutor no sentido vertical de cima para baixo, pode corresponder uma ação do ar dirigida também para baixo oferecendo, assim, uma resistência negativa e resultando num movimento para baixo favorecido. Efeito análogo ocorre quando o condutor move-se para cima, ou seja, nestas condições o ar produz uma ação também para cima, favorecendo o movimento neste sentido. Desta forma produz-se uma oscilação vertical (auto-excitada) que pode culminar com a destruição do condutor. Este tipo de vibração é conhecido como galopping.

Outro fenômeno provocado pelo vento em linhas aéreas de transmissão corresponde às vibrações nos condutores devidas aos vórtices criados pelo vento atrás destes condutores, ou seja, na face oposta à de incidência do vento. Estes vórtices desprendem-se periodicamente, provocando pequenos impulsos verticais alternados. Este tipo de vibração é conhecido como vibração eólica e é o tipo mais freqüente de vibração que ocorre no Brasil. Uma das formas de diminuir os efeitos desta vibração é

a utilização de amortecedores e um dos mais utilizados é o amortecedor chamado Stockbridge, o qual é o principal objeto de estudo deste trabalho. Mais precisamente, o objetivo deste trabalho é obter informações técnicas básicas de um amortecedor Stockbridge pré-determinado, sujeito a condições de vibração conhecidas. A vantagem do conhecimento destas informações é um julgamento mais preciso da propriedade de emprego do amortecedor para uma certa linha aérea de transmissão.

Serão determinadas a força transmitida ao cabo condutor e a potência dissipada pelo amortecedor, ambas em função da frequência de excitação. Serão também determinados os níveis de tensão mecânica nos diversos pontos do cabo mensageiro, também em função da frequência de excitação.

Desde 1925 quando foi desenvolvido por George Stockbridge, o amortecedor Stockbridge tem sido objeto de estudos de vários pesquisadores. A seguir serão citados alguns trabalhos que merecem destaque, já que representam fontes importantes de informação a respeito da análise e projeto do amortecedor Stockbridge.

Em 1956, Tompkins, Merrill e Jones [T1] propuseram para o amortecedor Stockbridge um modelo mecânico de um grau de liberdade e sua análise foi feita usando analogia elétrica. Ainda neste trabalho, foram desenvolvidos métodos para se determinar a potência dissipada em condutores e amortecedores.

Um trabalho bastante completo foi realizado por Claren e Diana [C3],[C4],[C5] na metade da década de 60. Neste trabalho, o amortecedor Stockbridge é modelado por um sistema de dois graus de liberdade e é proposto um método de cálculo para a

determinação da potência dissipada e força transmitida ao condutor pelo amortecedor Stockbridge. Propuseram também um método experimental para a determinação das características elásticas e de amortecimento do cabo mensageiro do amortecedor.

Em meados da década de 70, Wagner e outros [W1] estudaram o amortecedor Stockbridge considerando-o também através de um modelo de dois graus de liberdade. Este trabalho é bastante similar ao de Claren e Diana sendo que a diferença reside principalmente no tratamento matemático adotado.

Desde o final da década de 70, Hagedorn e seus assistentes [H1],[H2],[S1] trabalharam com vibrações em linhas aéreas de transmissão e em seus trabalhos, atenção especial foi dada ao amortecedor Stockbridge o qual é caracterizado dinamicamente pela sua impedância complexa.

Esta dissertação foi baseada nos trabalhos acima citados e em alguns outros que são referenciados no decorrer dos capítulos.

No Brasil, alguns pesquisadores trabalharam com vibrações em linhas aéreas de transmissão e com o amortecedor Stockbridge mas, existe, ainda, muito trabalho que pode ser realizado com relação ao assunto. Neste trabalho foi dada ênfase ao equacionamento do comportamento dinâmico do amortecedor e foram deduzidas algumas expressões matemáticas relativas à sua resposta em frequência.

Este trabalho compõe-se, além deste capítulo introdutório, de mais quatro capítulos, os quais são descritos a seguir.

No capítulo 2 é descrito o fenômeno da vibração eólica, suas conseqüências e maneiras de combatê-la a fim de que seja caracterizado o uso do amortecedor Stockbridge.

No capítulo 3, o amortecedor Stockbridge é definido e analisado através de um modelo de dois graus de liberdade e são deduzidas expressões para força transmitida ao condutor, potência dissipada e tensões ao longo do cabo mensageiro do amortecedor. São apresentados gráficos mostrando estas grandezas em função da frequência de excitação. No final do capítulo são feitos comentários a respeito das discrepâncias entre o amortecedor real e o modelo linear adotado.

No capítulo 4 obtém-se informações do amortecedor considerando-o formado por dois sistemas separados, de um grau de liberdade cada um. As expressões obtidas neste capítulo são mais simples que as obtidas no capítulo 3 e através delas pode-se verificar a influência dos parâmetros do amortecedor sobre seu comportamento. As informações obtidas desta forma são comparadas com aquelas do capítulo 3.

No capítulo 5 são feitos comentários e discussões a respeito do trabalho e ainda são dadas sugestões para futuros trabalhos.

Após o capítulo 5 apresenta-se a bibliografia utilizada para a realização do trabalho e finalmente é apresentado um apêndice contendo os programas de computador, em linguagem Fortran, utilizados para a solução das equações constantes do trabalho.

CAPÍTULO 2

VIBRAÇÕES EÓLICAS EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO

2.1. INTRODUÇÃO

O objetivo de um sistema de distribuição de energia elétrica é fazer com que esta energia chegue até o consumidor de uma forma econômica e de boa qualidade.

Para chegar até o consumidor a energia elétrica é transportada por um meio mecânico, ou seja, por linhas aéreas de transmissão. Estas linhas devem ser adequadamente projetadas, pois qualquer falha traria graves conseqüências, tanto no aspecto econômico como no de segurança, já que a energia elétrica é transportada utilizando tensões elevadas as quais representam um alto risco à vida.

Com todos os elementos estruturais e acessórios que compõem uma linha de transmissão: torres, cabos condutores,

grampos de fixação, isoladores, etc... devidamente dimensionados e, desde que uma manutenção normal seja efetuada, espera-se que a linha não apresente falha durante sua vida. Mas, após o início dos grandes sistemas de distribuição de energia elétrica observou-se um novo problema: depois de algum tempo de serviço, os fios de uma linha aérea de transmissão rompiam-se numa região próxima aos grampos de fixação, ainda que os mesmos não estivessem submetidos a uma tensão estática excessiva. Assim, a razão para o problema parecia não ser de natureza estática, mas sim dinâmica. Concluiu-se, então, que os fios rompiam-se devido a fadiga nos cabos condutores, a qual era conseqüência da interação entre o vento e os condutores, fenômeno este conhecido como vibração eólica [A1],[A2],[C1].

Normalmente este tipo de vibração é observado em condições de ventos calmos e de baixa velocidade (de 0,5 a 10 m/s). Como será visto mais adiante, a freqüência de vibração é dependente da velocidade do vento e do diâmetro do condutor. Tem sido observado vibrações com freqüência variando numa faixa de 3 a 120 Hz [C1], valores estes considerados altos quando comparados com a freqüência fundamental de cabos de linhas aéreas de transmissão. A amplitude deste tipo de vibração é pequena, sendo normalmente da ordem de um diâmetro do condutor. Por estas razões, a vibração eólica é também conhecida como oscilação de alta freqüência e baixa amplitude.

A forma do terreno também desempenha um papel importante para a tendência de vibração; por exemplo, em terrenos planos e abertos o perigo de ocorrência de vibrações é bem maior do que em terrenos acidentados. Em particular, é provável que

ocorram vibrações no cruzamento de rios e vales, onde o terreno dirige a corrente de ar perpendicularmente à linha de transmissão [A1],[A2],[C1].

2.2. ORIGEM DA VIBRAÇÃO EÓLICA

Um fluido escoando em direção de um obstáculo cilíndrico, provoca a formação e desprendimento de vórtices periódicos atrás deste obstáculo (figura 2.1) [A1],[A2],[B1],[C1]. Esta esteira de vórtices é conhecida como "Esteira de vórtices de Von Karman".

Leonardo da Vinci, ainda no século XV, registrou este fenômeno quando esquematizou uma fileira de vórtices a jusante de um corpo íngreme [B1].

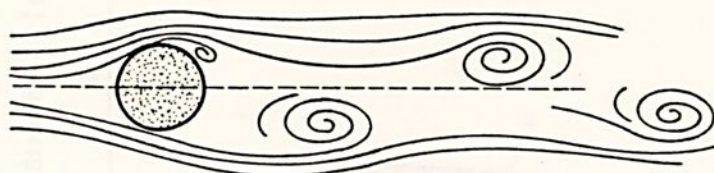


Figura 2.1 - Esteira de vórtices de Von Karman.

O desprendimento periódico de vórtices, alternadamente no sentido horário e anti-horário, provoca uma diferença de pressão de forma a originar uma força sobre o obstáculo, harmonicamente variável e numa direção perpendicular à direção do escoamento do fluido. A frequência destas forças harmônicas é a

mesma do desprendimento dos vórtices.

Strouhal encontrou a seguinte expressão empírica que relaciona a velocidade do fluido (v [m/s]), o diâmetro do cilindro (d [m]) e a frequência de desprendimento de vórtices (f [Hz]):

$$f = S \frac{v}{d} , \quad (2.1)$$

onde S é conhecido como número de Strouhal e é uma função do número de Reynolds. Para $400 < Re < 40.000$, S é aproximadamente constante e igual a $0,2$ [C1]. A figura 2.2 mostra o número de Strouhal como função do número de Reynolds.

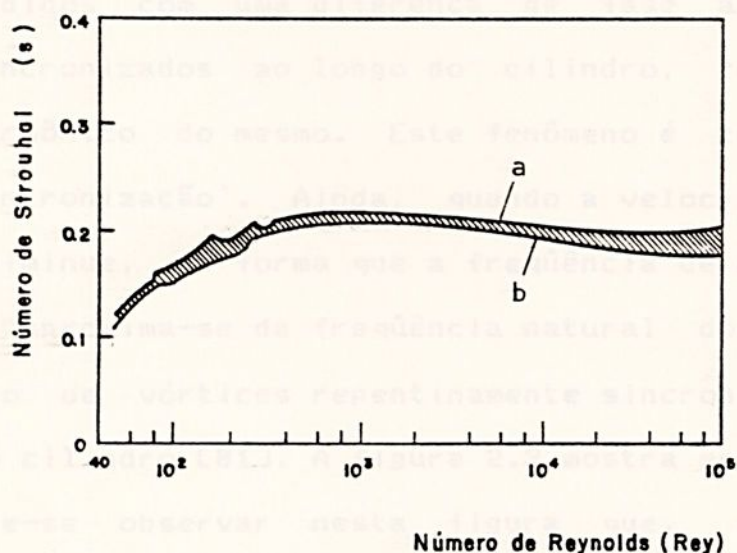


Figura 2.2 - Número de Strouhal (S) em função do número de Reynolds (Re).

- a - cilindros polidos
- b - cilindros rugosos

A freqüência de desprendimento dos vórtices é relativamente estável, enquanto que a amplitude das forças harmônicas atuando sobre o cilindro, ao longo do seu eixo longitudinal, tem um caráter aleatório e isto indica que a diferença de fase entre os vórtices desprendidos ao longo do vão do cilindro possui um caráter aleatório. Assim, num certo instante, forças ascendentes poderão estar atuando em alguns trechos do cilindro, enquanto que forças descendentes poderão atuar em outros trechos de tal forma que o efeito global destas forças sobre o cilindro é nulo e a vibração do mesmo não se desenvolve. Se, por algum motivo, o cilindro vibra com uma freqüência próxima à freqüência de Strouhal (numa faixa de aproximadamente 20%), os vórtices não mais são desprendidos na freqüência indicada por Strouhal, mas sim, na freqüência de oscilação do cilindro. Em outras palavras, os vórtices não são mais desprendidos com uma diferença de fase aleatória, mas tornam-se sincronizados ao longo do cilindro, resultando num movimento harmônico do mesmo. Este fenômeno é conhecido como "efeito de sincronização". Ainda, quando a velocidade do fluxo aumenta ou diminui, de forma que a freqüência de desprendimento de vórtices aproxima-se da freqüência natural do cilindro, o desprendimento de vórtices repentinamente sincroniza-se com a freqüência do cilindro [B1]. A figura 2.3 mostra este fato.

Pode-se observar nesta figura que, aumentando a velocidade do fluxo, a freqüência de desprendimento de vórtices segue a reta

$$f = S \frac{v}{d} .$$

No entanto, quando esta frequência se aproxima de f_n (frequência natural do cilindro), a frequência de desprendimento de vórtice passa a ser a própria frequência natural do cilindro. Vê-se então claramente o efeito da sincronização [B1].

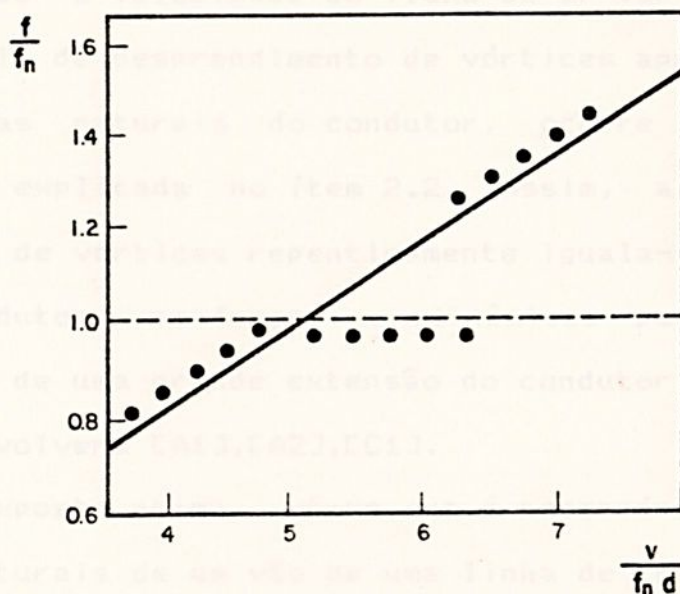


Figura 2.3 - Efeito de Sincronização;

— Frequência de Strouhal;

• • • Frequência de desprendimento de Vórtices.

2.3. DESENVOLVIMENTO DA VIBRAÇÃO EÓLICA EM UM CONDUTOR

A análise feita no item anterior pode ser estendida a um condutor de uma linha de transmissão sobre o qual atua uma corrente de ar, ou seja, o ar escoando perpendicularmente ao condutor provoca a formação e desprendimento de vórtices periódicos na face oposta à de incidência do vento, cuja frequência de desprendimento é dada pela equação 2.1.

A intensidade das forças oriundas do desprendimento de vórtices por unidade de comprimento do condutor é muito pequena,

como exemplificado por Almeida e Fuchs [A1] e Arruda [A2].

Assim, para que a vibração do condutor se desenvolva, é necessário que as forças aerodinâmicas estejam atuando em fase ao longo de uma grande extensão do vão do condutor.

Quando a velocidade do fluxo de ar varia de tal forma que a freqüência de desprendimento de vórtices aproxima-se de uma das freqüências naturais do condutor, ocorre o fenômeno da sincronização explicada no item 2.2. Assim, a freqüência de desprendimento de vórtices repentinamente iguala-se à freqüência natural do condutor; as forças aerodinâmicas passam a atuar em fase ao longo de uma grande extensão do condutor e a vibração do mesmo se desenvolverá [A1],[A2],[C1].

Do exposto acima, vê-se que é necessário conhecer as freqüências naturais de um vão de uma linha de transmissão, o que será visto no item seguinte.

2.4. VIBRAÇÃO DE UM CONDUTOR - FREQUÊNCIAS NATURAIS

A equação do movimento de vibração livre transversal de um cabo condutor, considerado biapoiado, sujeito a esforço axial e desprezando seu amortecimento é dada por :

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad (2.2)$$

com as condições de contorno:

$$y(0,t) = 0 \quad , \quad y(l,t) = 0 \quad , \quad (2.2a)$$

$$\left. \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0 \quad , \quad \left. \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0 \quad (2.2b)$$

onde

- EI = rigidez flexional do condutor,
- T = tensão mecânica axial,
- m = massa do condutor por unidade de comprimento,
- l = comprimento do condutor,
- y(x,t) = deslocamento vertical do condutor,
- x = distância horizontal ao longo do condutor e
- t = tempo,

sendo que os parâmetros EI, T, m e l são considerados constantes.

É considerado aqui, para o cálculo das freqüências naturais, um vão simplesmente apoiado nas duas extremidades. Deve-se, porém, ressaltar que a forma de fixação do cabo condutor à torre é tal que impede a deformação angular nos extremos tendo como consequência momentos fletores nestes pontos. No entanto Jordan mostrou que a diferença nas freqüências naturais considerando as duas formas de vinculação é desprezível, sendo que ocorre uma pequena variação para os modos mais altos de vibração do condutor.

Assumindo, como solução de (2.2) a expressão:

$$y(x,t) = \phi(x) \cdot \psi(t) \quad (2.3)$$

e substituindo-a em (2.2) obtém-se:

$$\frac{1}{m \phi(x)} \left[EI \frac{d^4 \phi}{dx^4} - T \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right] = - \frac{1}{\psi(t)} \frac{d^2 \psi}{dt^2} \quad (2.4)$$

Desde que um dos termos de (2.4) é somente função de x enquanto que o outro é somente função de t , ambos os termos devem ser iguais a uma constante. Assumindo que esta constante seja ω^2 , tem-se:

$$EI \frac{d^4 \phi}{dx^4} - T \frac{d^2 \phi}{dx^2} = m \omega^2 \phi(x) \quad (2.5)$$

e

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \omega^2 \psi(t) = 0. \quad (2.6)$$

A solução de (2.6) pode ser dada pela expressão:

$$\psi(t) = \bar{\psi} \text{ sen } (\omega t + \beta) \quad , \quad (2.7)$$

enquanto que para a equação (2.5) pode-se assumir uma solução do tipo:

$$\phi(x) = \bar{\phi} e^{\lambda x} \quad . \quad (2.8)$$

Substituindo-se esta expressão na equação (2.5) obtém-se:

$$\lambda^4 - \frac{T}{EI} \lambda^2 - \frac{m \omega^2}{EI} = 0, \quad (2.9)$$

cuja solução é:

$$\lambda_i = \pm \sqrt{\frac{T}{2EI} \pm \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{m \omega^2}{EI}}}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (2.10)$$

Assim, a solução geral da equação (2.5) é:

$$\phi(x) = A \sinh \lambda_1 x + B \cosh \lambda_2 x + C \sin a_1 x + D \cos a_2 x, \quad (2.11)$$

com

$$i a_1 = \lambda_3 \quad \text{e} \quad i a_2 = \lambda_4.$$

A partir das seguintes condições de contorno, decorrentes de 2.2a, 2.2b e 2.3 :

$$\phi(0) = 0, \quad \phi(\ell) = 0, \quad (2.12)$$

$$\left. \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right|_{x=\ell} = 0,$$

aplicadas à equação (2.11), obtém-se:

2.3. CONSEQUÊNCIAS DA VIBRAÇÃO ELÍTICA

$$A = B = D = 0 \quad (2.13a)$$

Seja w a deflexão transversal causada pela vibração em uma linha aérea de transmissão. Segundo observações de engenheiros da Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL) em uma linha de 132 kV (Marçal) $C \sin \frac{r \pi}{\ell} = 0$, naves, em Ribeirão Preto, Estado de São Paulo, foram constatados vários problemas como, por exemplo, parafusos e peças soltas, rompimentos nos grampos de suspensão e o

$$C \sin \frac{r \pi}{\ell} = 0 \quad (2.13b)$$

Da condição (2.13b) obtém-se:

$$\omega_r^2 = \left(\frac{r \pi}{\ell} \right)^2 \frac{T}{m} \left[1 + \left(\frac{r \pi}{\ell} \right)^2 \frac{EI}{T} \right], \quad (2.14)$$

onde ω_r são as freqüências naturais do condutor, isto é, as freqüências correspondentes aos modos principais de vibração do cabo. O índice $r = 1$ corresponde à primeira freqüência natural, denominada freqüência fundamental.

Infelizmente, cálculos da rigidez flexional EI são incertos pois, devido aos deslizamentos dos fios individuais do condutor, este não pode ser considerado como uma viga homogênea. Contudo, segundo Claren e Diana [C4], desprezando a rigidez flexional do condutor EI , introduz-se apenas um pequeno erro no valor das freqüências naturais. Procedendo desta maneira, pode-se obter, aproximadamente, as freqüências naturais do condutor através da seguinte expressão:

$$\omega_r = \frac{r \pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (2.15)$$

2.5. CONSEQUÊNCIAS DA VIBRAÇÃO EÓLICA

São muitos os prejuízos causados pela vibração em uma linha aérea de transmissão. Segundo observações de engenheiros da Companhia Paulista de Força e Luz [P1], em uma linha da Usina Marechal Mascarenhas de Moraes, em Ribeirão Preto, Estado de São Paulo, foram constatados vários problemas como, por exemplo, parafusos e peças soltos, desgastes nos grampos de suspensão e o mais sério de todos, cabos com fios rompidos.

Sem dúvida, os condutores são os mais prejudicados pela vibração. A ruptura em seus fios se dá por fadiga ou abrasão e, normalmente, localiza-se nos pontos de fixação do condutor com a estrutura (torre) [A1],[A2].

No condutor ACSR (condutor de alumínio reforçado com alma de aço), por exemplo, a camada mais externa de fios, durante a flexão, pressiona as camadas mais internas e devido ao atrito entre os fios destas duas camadas ocorre a formação de entalhes nos mesmos. Assim, nestes condutores, a falha começa internamente e, com apenas uma inspeção visual, não pode ser detectada.

Para diminuir os efeitos da vibração em linhas aéreas de transmissão, deve-se acrescentar amortecimento às mesmas, e isto pode ser feito através do uso de amortecedores de vibração. Tais amortecedores aumentam a taxa de dissipação de energia mecânica de forma que a amplitude de vibração aumenta até que seja atingido o equilíbrio entre a energia transferida pelo vento ao cabo condutor e a energia dissipada no sistema formado pelo condutor e amortecedor [T1].



Como exemplo, pode-se citar o amortecedor tipo ponte, amortecedor tipo festão, amortecedor de braço oscilante, amortecedor de impacto, amortecedor Helgra, amortecedor torcional, amortecedor Stockbridge e amortecedor Haro. Todos estes amortecedores e outros mais encontram-se descritos nos trabalhos de Arruda [A2], Nascimento e Peres [N1] e no livro de Almeida e Fuchs [A1].

Entre os vários amortecedores, o amortecedor Stockbridge é o mais comumente usado, devendo isto à sua simplicidade e seu baixo custo. Como o objetivo deste estudo é a análise dinâmica do amortecedor Stockbridge, todo o restante deste trabalho ser-lhe-á dirigido.

3.1. INTRODUÇÃO

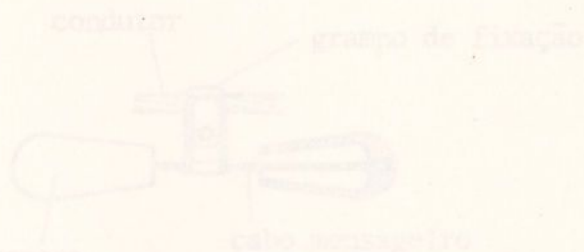
Desenvolvido em 1925 por George N. Stockbridge, o amortecedor Stockbridge consiste em dois pesos, normalmente chamados de contrapesos, rigidamente ligados aos extremos de um cabo de aço, denominado cabo amortecedor, o qual é ligado, em seu ponto médio, ao cabo condutor através de uma argilha de fixação. Quando, desta forma, duas vigas em balanço, simétricas uma à outra (figura 3.1). Ainda que seu projeto estrutural nos dias atuais tenha sido melhorado, o amortecedor Stockbridge difere pouco do modelo original tanto no tamanho, forma, posição e eficiência.

Existem várias outras versões comerciais do amortecedor Stockbridge como, por exemplo, os amortecedores Dumluxon ES-1 e

CAPÍTULO 3

AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

MODELO MATEMÁTICO DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE



3.1. INTRODUÇÃO

Desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, o amortecedor Stockbridge consiste em dois pesos, normalmente chamados de contrapesos, rigidamente ligados aos extremos de um cabo de aço, denominado cabo mensageiro, o qual é ligado, em seu ponto médio, ao cabo condutor através de uma presilha de fixação, formando, desta forma, duas vigas em balanço, simétricas uma à outra (figura 3.1). Ainda que seu projeto estrutural nos dias atuais tenha sido melhorado, o amortecedor Stockbridge difere pouco do modelo original tanto no tamanho, forma, posição e eficiência.

Existem várias outras versões comerciais do amortecedor Stockbridge como, por exemplo, os amortecedores Dumilson ES-1 e

ES-2, os quais correspondem ao amortecedor Stockbridge cujo cabo mensageiro foi envolvido com uma camada de neopreno; o amortecedor Salvi 4-R, o qual possui cabos mensageiros de comprimentos diferentes e também contrapesos de geometrias diferentes, formando assim uma estrutura assimétrica; e outros mais, os quais estão descritos nas referências [A1],[A2] e [N1]. Todas estas versões, guardam o mesmo princípio de funcionamento do amortecedor Stockbridge original.

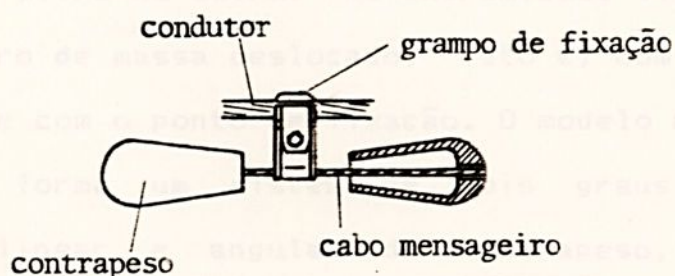


Figura 3.1 - Amortecedor Stockbridge.

Devido à rigidez do cabo mensageiro ser relativamente baixa e as massas dos contrapesos relativamente grandes, elas não conseguem acompanhar precisamente o movimento do condutor em todas as frequências com as quais o amortecedor é excitado. Assim, o amortecedor apresentará um movimento vibratório de flexão. Em consequência deste movimento vibratório ocorrem deslizamentos relativos entre os fios que compõem o cabo mensageiro do amortecedor havendo com isto dissipação de energia

por atrito. Esta dissipação é apreciável quando o amortecedor vibrar com grande intensidade, o que acontece quando estiver vibrando em uma de suas freqüências naturais [W1].

A análise que se segue refere-se ao amortecedor Stockbridge simétrico e, desta forma, será analisada apenas sua metade.

No modelo do amortecedor será desprezada a massa do cabo mensageiro já que é pequena comparada com a massa do contrapeso. Obtém-se assim uma viga formada por um cabo de aço, com propriedades elásticas e de amortecimento, engastada em uma extremidade e livre na outra. Na extremidade livre é presa uma massa com centro de massa deslocado, isto é, com centro de massa não coincidente com o ponto de fixação. O modelo resultante desta discretização forma um sistema de dois graus de liberdade: deslocamento linear e angular do contrapeso, medidos pelas coordenadas $y(t)$ e $\theta(t)$, respectivamente. A coordenada $y(t)$ representa o deslocamento do ponto de engaste do contrapeso e a coordenada $\theta(t)$ o deslocamento angular do contrapeso em relação ao eixo longitudinal. É considerado também que o condutor provoca um deslocamento no amortecedor em seu ponto de fixação dado por $u(t) = \tilde{u} \cos \Omega t$.

O modelo definido acima está representado na figura 3.2, onde EI representa a rigidez flexional do cabo mensageiro, l o seu comprimento e \bar{x} a posição do centro de massa do contrapeso, medido em relação ao ponto de fixação do mesmo no cabo mensageiro.

Como já mencionado, o sistema representado na figura 3.2 possui dois graus de liberdade, tendo, conseqüentemente, duas

freqüências naturais. O conhecimento destas duas freqüências é importante no projeto do amortecedor, já que nestas freqüências, o mesmo vibra com maior intensidade, dissipando uma maior quantidade de energia [W1]. A importância do conhecimento destas duas freqüências ficará mais clara posteriormente.

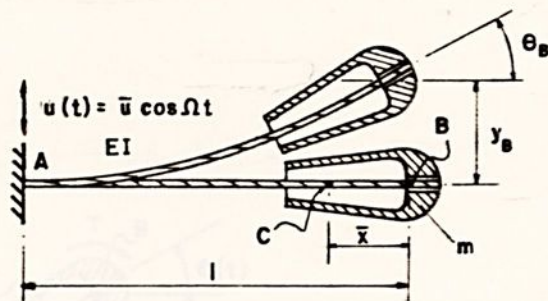


Figura 3.2 - Modelo do amortecedor Stockbridge com dois graus de liberdade.

3.2. VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA-FREQÜÊNCIAS NATURAIS

Considerando o amortecedor mostrado na figura 3.2 com o deslocamento do ponto A igual a zero, isto é, $u(t) = 0$ e desprezando o amortecimento do cabo mensageiro, pode-se efetuar a análise do movimento livre não-amortecido do amortecedor.

Imprimindo um deslocamento qualquer ao contrapeso, surgem esforços restauradores (força (F) e momento (T)), os quais provocam movimentos de translação e rotação do mesmo (figura 3.3a). Na figura, F e T representam a reação do cabo mensageiro sobre o contrapeso.

Considerando os esforços restauradores proporcionais aos deslocamentos linear ou angular e considerando ainda que estes esforços possam ser obtidos por superposição dos esforços que surgem quando $y(t) = 1$ e $\theta(t) = 0$ com os esforços que surgem quando $y(t) = 0$ e $\theta(t) = 1$ (figura 3.3b), pode-se chegar às equações do movimento de vibração livre do amortecedor após a aplicação da segunda lei de Newton.

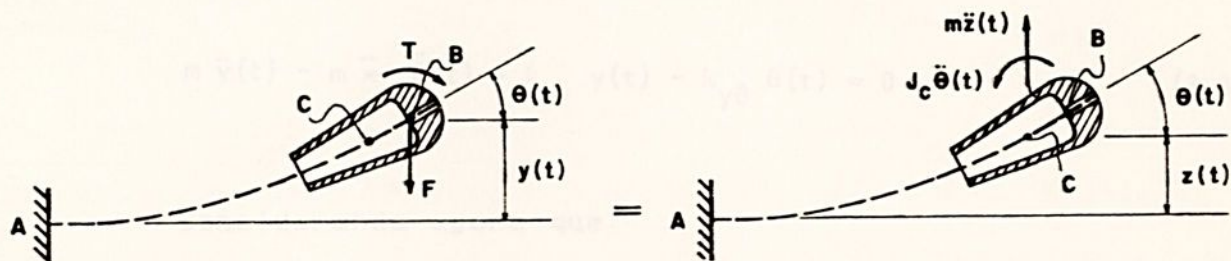


Figura 3.3a. - Esforços atuantes no contrapeso.

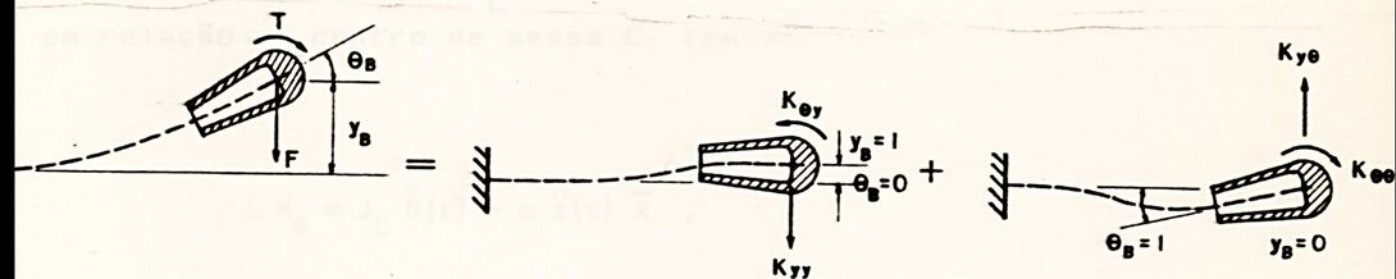


Figura 3.3b - Superposição dos esforços restauradores.

Sendo:

$$y(t) = z(t) + \bar{x} \theta(t) \quad (3.1)$$

onde $z(t)$ é o deslocamento do centro de massa do contrapeso e considerando que

$$\Sigma F_y = m \ddot{z}(t) \quad , \quad (3.2)$$

obtem-se:

$$m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) - k_{y\theta} \theta(t) = 0 \quad . \quad (3.3)$$

Considerando agora que:

$$J_B = J_C + m \bar{x}^2 \quad , \quad (3.4)$$

onde J_B é o momento de inércia do contrapeso em relação ao ponto de engastamento B e J_C o momento de inércia do mesmo contrapeso em relação ao centro de massa C, tem-se:

$$\Sigma M_B = J_C \ddot{\theta}(t) - m \ddot{z}(t) \bar{x} \quad , \quad (3.5)$$

de onde se obtém:

$$J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) - k_{\theta y} y(t) = 0 \quad . \quad (3.6)$$

Na forma matricial, as equações (3.3) e (3.6) tornam-se

$$(3.7) \quad \begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Nesta equação, a matriz de massa é facilmente obtida, enquanto que a matriz de rigidez deve ser obtida experimentalmente.

Claren e Diana [C3],[C5] realizaram experiências com o cabo mensageiro de amortecedores Stockbridge e concluíram que, embora o cabo mensageiro não seja uma barra homogênea, permanecem válidas as seguintes relações para os coeficientes de rigidez:

$$\begin{aligned} k_{yy} &= 4k, & k_{y\theta} &= 2kl, \\ k_{\theta y} &= 2kl, & k_{\theta\theta} &= \frac{4}{3}k\ell^2, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$k = \frac{3EI}{\ell^3}$$

sendo que EI representa uma rigidez flexional fictícia, já que o cabo não é uma barra homogênea e ocorrem movimentos relativos entre os vários fios que compõem o cabo. Esta rigidez flexional deve ser obtida experimentalmente e seu valor é menor que aquele obtido pela multiplicação do módulo de elasticidade E do cabo de

ção pelo momento de inércia I da área da seção transversal do cabo em relação à sua linha neutra $[W1]$.

Feitas estas considerações, pode-se resolver a equação (3.7) assumindo como solução a expressão:

$$\begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} e^{i\omega t}, \quad (3.9)$$

onde $i = \sqrt{-1}$. Substituindo as expressões (3.8) e (3.9) em (3.7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} (4k - m\omega^2) & -(2kl - m\bar{x}\omega^2) \\ -(2kl - m\bar{x}\omega^2) & \left(\frac{4}{3}kl^2 - J_B\omega^2\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Da álgebra linear, é sabido que o sistema acima tem solução diferente da trivial quando:

$$\Delta(\omega^2) = \begin{vmatrix} (4k - m\omega^2) & -(2kl - m\bar{x}\omega^2) \\ -(2kl - m\bar{x}\omega^2) & \left(\frac{4}{3}kl^2 - J_B\omega^2\right) \end{vmatrix} = 0. \quad (3.11)$$

Desenvolvendo o determinante (3.11) obtém-se:

$$(mJ_B - m^2 \bar{x}^2) \omega^4 + (4k\ell m \bar{x} - 4kJ_B - \frac{4}{3} k\ell^2 m) \omega^2 + \frac{16}{3} k^2 \ell^2 - 4k^2 \bar{x}^2 = 0 \quad (3.12)$$

Esta equação representa a equação característica ou equação em frequência do amortecedor. Suas raízes são dadas por:

$$\omega_{1,2}^2 = (2k) \frac{A \pm \sqrt{A^2 - BC}}{B} \quad (3.13)$$

com

$$A = \frac{1}{3} \ell^2 m + J_B - \ell m \bar{x},$$

$$B = m J_B - m^2 \bar{x}^2 \text{ e}$$

$$C = \ell^2 / 3.$$

A raiz quadrada da expressão (3.13) fornece as duas frequências naturais do amortecedor Stockbridge.

Deve-se ressaltar a importância desta expressão (3.13) para o projeto de um amortecedor. Conhecendo as frequências de maior incidência de vibração do condutor, pode-se ajustar os

vários parâmetros envolvidos de tal forma a obter um amortecedor cujas frequências naturais fiquem próximas destas frequências de vibração do condutor. O amortecedor trabalhando próximo de uma de suas frequências naturais, vibrará com maior intensidade, dissipando uma maior quantidade de energia.

Antes de prosseguir a análise da vibração forçada do amortecedor é necessário abordar o amortecimento de um cabo messageiro.

3.3. AMORTECIMENTO DO CABO MESSAGEIRO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

O amortecimento de um material que pode ser definido como sua habilidade em dissipar energia constitui uma questão extremamente complexa e torna-se ainda mais complexa no caso do cabo messageiro do amortecedor já que o mesmo resulta de uma combinação do amortecimento devido ao deslizamento entre os diversos fios do cabo e do amortecimento do próprio material que compõe cada fio.

Claren e Diana [C3],[C5] realizaram experiências com vários cabos messageiros de amortecedores com o objetivo de determinar a rigidez e o amortecimento destes cabos. Após a utilização de alguns métodos, que não levaram a um resultado preciso, chegaram ao método do ciclo de histerese. Neste método, o cabo de aço é preso em uma extremidade e livre na outra. À extremidade livre é dado um deslocamento conhecido, de baixa amplitude e variando senoidalmente com o tempo. Um sinal proporcional ao deslocamento é conectado ao eixo x de um



osciloscópio enquanto que um sinal proporcional à força necessária para imprimir tal deslocamento é conectado ao eixo y do mesmo osciloscópio. Procedendo desta maneira, uma elipse é formada na tela do osciloscópio. A área dentro desta elipse corresponde à energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro (figura 3.4).

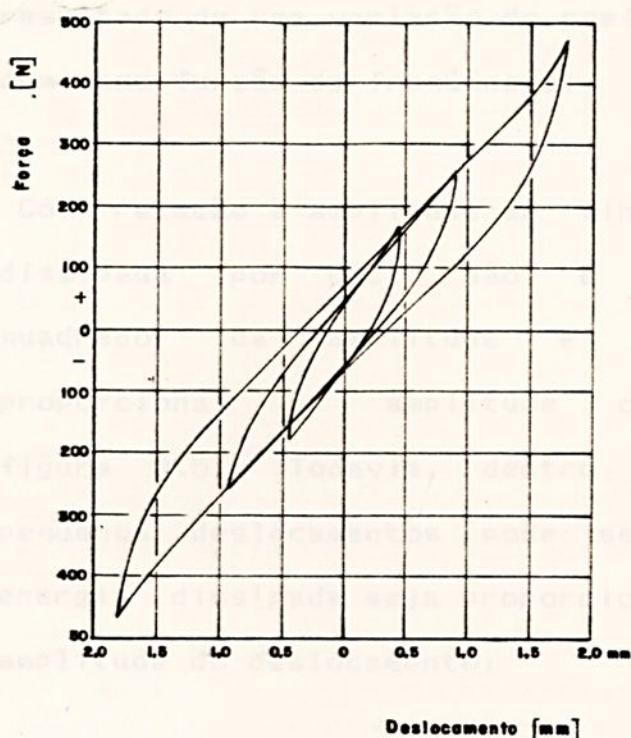


Figura 3.4 - Ciclos de histerese de um cabo mensageiro.

Após vários testes realizados desta forma, chegaram às seguintes conclusões:

quantificar o amortecimento interno do cabo mensageiro.

- (a) A energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro pode ser medida com boa precisão;
- (b) A energia dissipada por ciclo no cabo mensageiro é praticamente independente da freqüência de excitação. Uma dissipação levemente maior pode ser encontrada a baixas freqüências. Isto poderia ser resultado de uma variação do coeficiente de fricção como uma função da freqüência;
- (c) Com relação à amplitude de vibração, a energia dissipada por ciclo não é proporcional ao quadrado da amplitude e nem diretamente proporcional à amplitude como mostra a figura 3.5. Todavia, dentro de uma faixa de pequenos deslocamentos pode se assumir que a energia dissipada seja proporcional ao quadrado da amplitude do deslocamento;
- (d) Um valor muito preciso da rigidez do cabo mensageiro (k), pode ser obtido através da inclinação do ciclo de histerese.

Destas observações foi possível qualificar e quantificar o amortecimento interno no cabo mensageiro.

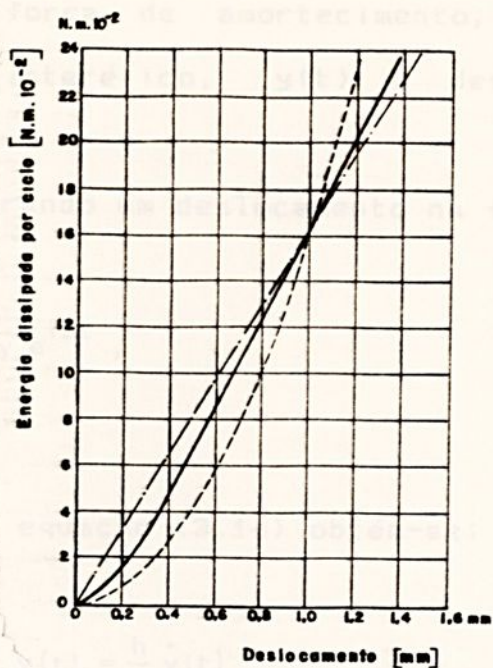


Figura 3.5 - Energia dissipada por ciclo em função do deslocamento do cabo messageiro;

- Energia dissipada proporcional ao quadrado de amplitude de deslocamento;
- Energia dissipada proporcional à amplitude de deslocamento;
- Resultado experimental encontrado.

Um modelo relativo ao amortecimento do cabo messageiro que se aproxima das observações anteriores é aquele onde a força de amortecimento é proporcional à amplitude de deslocamento e em quadratura com o mesmo, isto é, defasado de 90° em relação ao deslocamento [C2]. Este tipo de amortecimento é conhecido como amortecimento histerético e matematicamente pode ser expresso por:

$$F_d = h |y(t)| \frac{\dot{y}(t)}{|\dot{y}(t)|}, \quad (3.14)$$

onde F_d é a força de amortecimento, h a constante de amortecimento hysterético, $y(t)$ o deslocamento e $\dot{y}(t)$ a velocidade.

Considerando um deslocamento na forma:

$$y(t) = \bar{y} e^{i\Omega t}, \quad (3.15)$$

e substituindo na equação (3.14) obtém-se:

$$F_d = i h y(t) = \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) \quad (3.16)$$

Calculando, agora, a energia dissipada por ciclo tem-se:

$$U_d = \oint F_d dy = \int \frac{h}{\Omega} \dot{y}^2 dt = \pi h \bar{y}^2 \quad (3.17)$$

Vê-se que nesta expressão, a energia dissipada por ciclo é independente da freqüência de excitação e proporcional ao quadrado da amplitude do deslocamento, o que está de acordo com as observações experimentais de Claren e Diana.

Antes ainda de se efetuar a análise do movimento forçado do amortecedor Stockbridge é interessante definir o termo rigidez complexa. Para isto, seja um sistema de um grau de liberdade, constituído de uma massa m , uma mola cujo coeficiente de rigidez é k e um amortecedor de constante de amortecimento h

(amortecimento histerético) e excitado por uma força $F(t)$ como mostrado na figura 3.6.

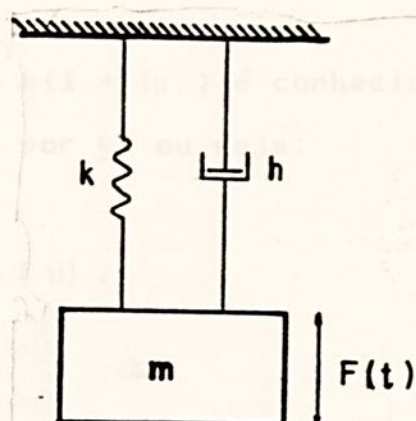


Figura 3.6 - Sistema massa-mola-amortecedor.

A equação do movimento deste sistema é:

$$m \ddot{y}(t) + \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) + k y(t) = F(t) \quad (3.18)$$

Como já visto na equação (3.16):

$$\frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) = i h y(t) \quad (3.19)$$

Substituindo-se (3.19) em (3.18) obtém-se:

$$m \ddot{y}(t) + (k + i h) y(t) = F(t), \quad (3.20)$$

ou

$$m \ddot{y}(t) + k(1 + i \mu) y(t) = F(t), \quad (3.21)$$

onde μ é o coeficiente de amortecimento adimensional dado por:

$$\mu = \frac{h}{k}.$$

O termo $k(1 + i\mu)$ é conhecido como rigidez complexa e será denotado aqui por \underline{k} , ou seja:

$$\underline{k} = k(1 + i\mu). \quad (3.22)$$

De acordo, ainda, com experiências de Claren e Diana, os coeficientes de amortecimento h_{yy} , $h_{y\theta}$, $h_{\theta y}$ e $h_{\theta\theta}$ guardam as mesmas relações que os coeficientes de rigidez, ou seja:

$$\begin{aligned} h_{yy} &= 4h, \\ h_{y\theta} &= 2hl, \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} h_{\theta y} &= 2hl, \\ h_{\theta\theta} &= \frac{4}{3} hl^2 \end{aligned}$$

Desta forma, os coeficientes de rigidez complexa tornam-se:

$$\begin{aligned} \underline{k}_{yy} &= k_{yy} (1 + i\mu) = k_{yy} + i h_{yy}, \\ \underline{k}_{y\theta} &= k_{y\theta} (1 + i\mu) = k_{y\theta} + i h_{y\theta}, \\ \underline{k}_{\theta y} &= k_{\theta y} (1 + i\mu) = k_{\theta y} + i h_{\theta y}, \\ \underline{k}_{\theta\theta} &= k_{\theta\theta} (1 + i\mu) = k_{\theta\theta} + i h_{\theta\theta}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Estes conceitos serão utilizados na análise seguinte.

3.4. VIBRAÇÃO FORÇADA AMORTECIDA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

A fim de se obter informações sobre o movimento forçado do amortecedor Stockbridge, será considerado o modelo já descrito anteriormente, mas levando em conta, agora, as propriedades de amortecimento do cabo mensageiro, de acordo com o modelo de amortecimento histerético e o movimento do grampo de fixação do amortecedor dado por $u(t) = \bar{u} e^{i\Omega t}$.

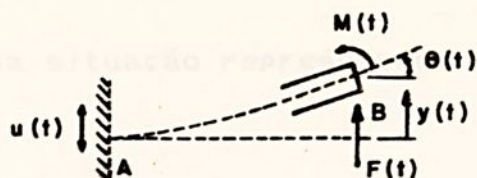
Pretende-se com esta análise, determinar os deslocamentos linear e angular da massa do contrapeso, a força que o amortecedor transmite ao condutor, a potência dissipada pelo amortecedor, e ainda, as tensões devidas à flexão no cabo mensageiro do amortecedor.

Para a determinação dos esforços no contrapeso, utiliza-se o princípio da superposição como mostrado na figura 3.7, isto é, os esforços atuantes no contrapeso são obtidos por superposição dos esforços que surgem quando:

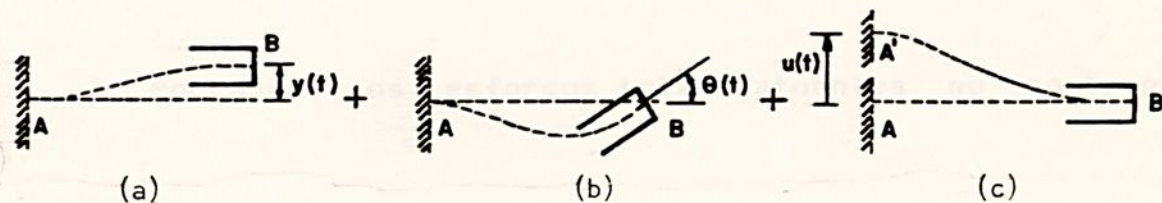
(a) $\theta(t) = 0$, $u(t) = 0$ e $y(t) \neq 0$;

(b) $y(t) = 0$, $u(t) = 0$ e $\theta(t) \neq 0$ e

(c) $y(t) = 0$, $\theta(t) = 0$ e $u(t) \neq 0$.



||



$$u(t) = 0,$$

$$\theta(t) = 0 \text{ e}$$

$$y(t) \neq 0.$$

$$u(t) = 0,$$

$$y(t) = 0 \text{ e}$$

$$\theta(t) \neq 0.$$

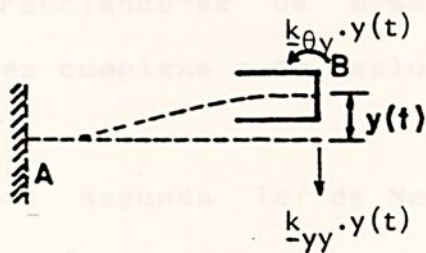
$$y(t) = 0,$$

$$\theta(t) = 0 \text{ e}$$

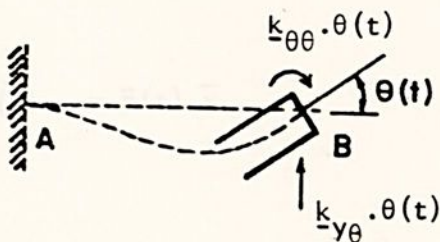
$$u(t) \neq 0.$$

Figura 3.7 - Superposição dos esforços.

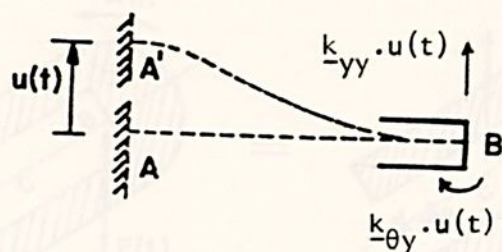
Na situação representada na figura 3.7a os esforços são:



Na situação representada na figura 3.7b os esforços são:



Ainda, na situação representada na figura 3.7c, obtém-se:



Portanto, os esforços totais atuantes no contrapeso são:

$$F(t) = -k_{yy} y(t) + k_{y\theta} \theta(t) + k_{yy} u(t) \quad (3.25)$$

e

$$M(t) = k_{\theta y} y(t) - k_{\theta\theta} \theta(t) - k_{\theta y} u(t) . \quad (3.26)$$

Nota-se que esta análise é semelhante à análise feita no item 3.2, diferenciando-se da mesma pela introdução do coeficiente de rigidez complexa e do deslocamento do grampo de fixação.

Aplicando a segunda lei de Newton para a massa do contrapeso, tanto para força como para momento, como esquematizado na figura 3.8, obtém-se:

$$F(t) = m \ddot{z}(t) \quad (3.27)$$

e

$$M(t) = J_c \ddot{\theta}(t) - m \ddot{z}(t) \bar{x} , \quad (3.28)$$

onde $z(t)$ é o deslocamento do centro de massa C e J_c o momento de inércia do contrapeso em relação a C .

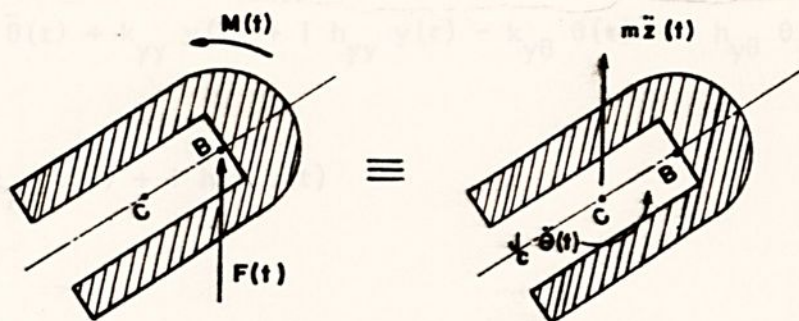


Figura. 3.8 - Equivalência dos esforços atuantes no contrapeso e esforços efetivos.

Lembrando que:

$$z(t) = y(t) - \bar{x} \theta(t)$$

e

(3.28)

$$J_c = J_B - m \bar{x}^2,$$

e substituindo-as juntamente com (3.25) e (3.26) em (3.27)

obtem-se:

$$m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + \underline{k}_{yy} y(t) - \underline{k}_{y\theta} \theta(t) = \underline{k}_{yy} u(t)$$

e

(3.29)

$$J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) - \underline{k}_{\theta y} y(t) + \underline{k}_{\theta\theta} \theta(t) = - \underline{k}_{\theta y} u(t) .$$

Lembrando o conceito de rigidez complexa:

$$\underline{k}_{pq} = k_{pq} (1 + i\mu) = k_{pq} + i h_{pq}$$

(3.30)

as equações (3.29) tornam-se:

$$\begin{aligned}
 m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) + i h_{yy} \dot{y}(t) - k_{y\theta} \theta(t) - i h_{y\theta} \dot{\theta}(t) &= \\
 &= k_{yy} u(t) + i h_{yy} \dot{u}(t)
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) - k_{\theta y} y(t) - i h_{\theta y} \dot{y}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) + i h_{\theta\theta} \dot{\theta}(t) &= \\
 &= -k_{\theta y} u(t) - i h_{\theta y} \dot{u}(t), \tag{3.31}
 \end{aligned}$$

que também podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned}
 m \ddot{y}(t) - m \bar{x} \ddot{\theta}(t) + k_{yy} y(t) + h_{yy}/\Omega \dot{y}(t) - k_{y\theta} \theta(t) - h_{y\theta}/\Omega \dot{\theta}(t) &= \\
 &= k_{yy} u(t) + h_{yy}/\Omega \dot{u}(t)
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t) - k_{\theta y} y(t) - h_{\theta y}/\Omega \dot{y}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) + h_{\theta\theta}/\Omega \dot{\theta}(t) &= \\
 &= -k_{\theta y} u(t) - h_{\theta y}/\Omega \dot{u}(t), \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

ou ainda, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + 1/\Omega \begin{bmatrix} h_{yy} & -h_{y\theta} \\ -h_{\theta y} & h_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{yy} \\ -k_{\theta y} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} h_{yy}/\Omega \\ h_{\theta y}/\Omega \end{bmatrix} \dot{u}(t). \quad (3.33)$$

Esta, representa a equação matricial do movimento de vibração forçada do amortecedor Stockbridge.

Adotando como solução de (3.33) as expressões:

$$\begin{aligned} y(t) &= \bar{y} e^{i\Omega t} \\ \theta(t) &= \bar{\theta} e^{i\Omega t}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

onde

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \bar{y} e^{i\alpha} \\ \bar{\theta} &= \bar{\theta} e^{i\beta} \end{aligned} \quad (3.35)$$

e substituindo-as, juntamente com suas derivadas, em (3.33) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -m\Omega^2 + k_{yy} + i h_{yy} & m\bar{x}\Omega^2 - k_{y\theta} - i h_{y\theta} \\ m\bar{x}\Omega^2 - k_{\theta y} - i h_{\theta y} & -J_B\Omega^2 + k_{\theta\theta} + i h_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{yy} + i h_{yy} \\ -k_{\theta y} - i h_{\theta y} \end{Bmatrix} \bar{u}. \quad (3.36)$$

Resolvendo este sistema, encontra-se:

$$\bar{y} = \frac{2k\bar{u}\bar{x}^2}{\Delta} \left\{ \left[-m\Omega^2(2\{1+\gamma\} - \eta) + 2/3 k \eta^2(1-\mu^2) \right] + i \left[-m\Omega^2 \mu(2\{1+\gamma\} - \eta) + 4/3 k \eta^2 \mu \right] \right\}, \quad (3.37)$$

e

$$\bar{\theta} = - \frac{2 u m \bar{x} k \Omega^2}{\Delta} (2 - \eta) (1 + i \mu) , \quad (3.38)$$

com

$$\Delta = \frac{4}{3} k \bar{x}^2 \left\{ \left[\frac{3 m^2 \gamma}{4 k} \Omega^4 + m(3\eta - \eta^2 - 3(1 + \gamma)) \Omega^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + k \eta^2 (1 - \mu^2) \right] + i \mu \left[m(3\eta - \eta^2 - 3(1 + \gamma)) \Omega^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 k \eta^2 \right] \right\} , \quad (3.39)$$

e podem ser transformadas em:

$$\bar{\theta} = \frac{(AR, DR + AI, DI) + (BI, DI) + (CI, DR + CR, DI)}{DR^2 + DI^2} \quad (3.40)$$

onde nestas expressões:

$$\gamma = \frac{J_B}{m \bar{x}^2} - 1 \quad (3.40)$$

e

$$\eta = \frac{\ell}{x} \quad (3.41)$$

ou ainda Vê-se que as expressões (3.37) e (3.38) estão na seguinte forma:

$$\bar{y} = \frac{AR + i AI}{DR + i DI} \quad (3.42)$$

e

$$\bar{\theta} = \frac{BR + i BI}{DR + i DI}, \quad (3.43)$$

e podem ser transformadas em:

$$\bar{y} = \frac{(AR \cdot DR + AI \cdot DI) + i(AI \cdot DR - AR \cdot DI)}{DR^2 + DI^2} \quad (3.44)$$

e

$$\bar{\theta} = \frac{(BR \cdot DR + BI \cdot DI) + i(BI \cdot DR - BR \cdot DI)}{DR^2 + DI^2} \quad (3.45)$$

ou ainda:

$$\underline{\tilde{y}} = \tilde{y} e^{i\alpha}, \quad (3.46)$$

com

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{AI \cdot DR - AR \cdot DI}{AR \cdot DR + AI \cdot DI} \quad (3.51)$$

$$\tilde{y} = \sqrt{\frac{AR^2 + AI^2}{DR^2 + DI^2}}, \quad (3.47)$$

As figuras (3.9) e (3.10) mostram respectivamente as amplitudes \tilde{y} e $\tilde{\theta}$ em função da frequência de excitação $\tilde{\omega}$ para um amortecedor Stockli com os parâmetros:

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{AI \cdot DR - AR \cdot DI}{AR \cdot DR + AI \cdot DI} \quad (3.48)$$

e

$$\underline{\tilde{\theta}} = \tilde{\theta} e^{i\beta}, \quad (3.49)$$

com

$$\bar{\theta} = \sqrt{\frac{BR^2 + BI^2}{DR^2 + DI^2}} \quad (3.50)$$

e

$$\beta = \text{arc tg} \frac{BI \cdot DR - BR \cdot DI}{BR \cdot DR + BI \cdot DI} \quad (3.51)$$

As figuras (3.9) e (3.10) mostram respectivamente as amplitudes \bar{y} e $\bar{\theta}$ em função da frequência de excitação Ω para um amortecedor Stockbridge com os parâmetros:

$$m = 2,61 \text{ kg} ,$$

$$J_B = 0,01593 \text{ kg.m}^2 ,$$

$$\ell = 0,165 \text{ m} ,$$

$$\bar{x} = 0,029 \text{ m} ,$$

$$\mu = 0,43 ,$$

$$k = 5054 \text{ N/m} ,$$

$$\bar{u} = 0,001 \text{ m} .$$

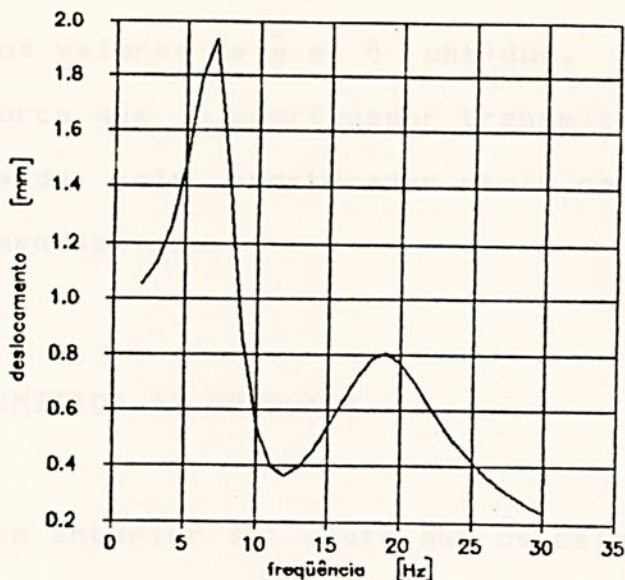


Figura 3.9 - Deslocamento do contrapeso em função da frequência de excitação.

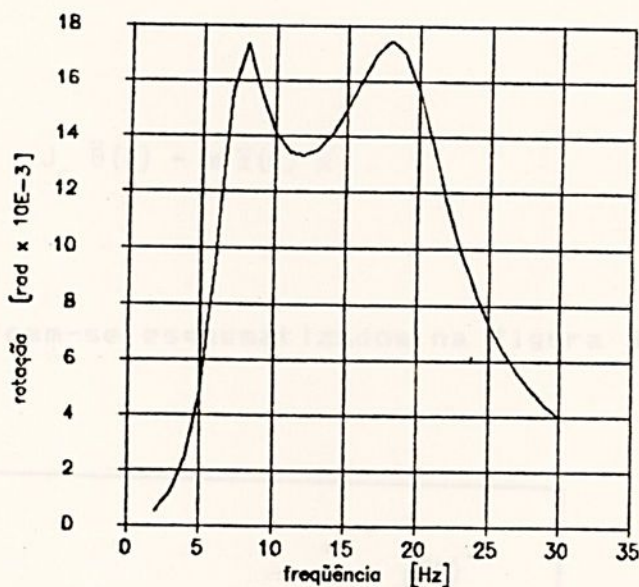


Figura 3.10 - Ângulo de rotação do contrapeso em função da frequência de excitação.

Vê-se através destas figuras que próximo às suas frequências naturais, o amortecedor oscila com amplitudes de deslocamento e de rotação bem maiores que aquelas observadas para outras frequências.

Com os valores de \tilde{y} e $\tilde{\theta}$ obtidos, torna-se possível determinar a força que o amortecedor transmite ao condutor, a potência dissipada pelo amortecedor assim como as tensões de flexão no cabo messageiro.

3.5. FORÇA TRANSMITIDA AO CONDUTOR

No ítem anterior foi visto que os esforços atuantes no ponto de fixação do contrapeso com o cabo messageiro são:

$$F(t) = m \ddot{z}(t) \quad (3.52a)$$

$$M_B(t) = J_c \ddot{\theta}(t) - m \ddot{z}(t) \bar{x} \quad (3.52b)$$

os quais encontram-se esquematizados na figura 3.11.

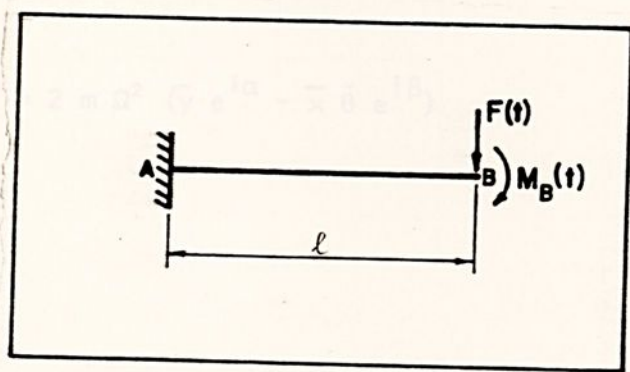


Figura 3.11 - Esforços atuantes no cabo messageiro.

Da análise desta figura, pode-se concluir que a força transmitida ao condutor é:

$$F_t(t) = -2 F(t) , \quad (3.53)$$

onde $F(t)$ é a força transmitida ao condutor e o fator 2 leva em conta as duas metades do amortecedor Stockbridge.

Substituindo (3.28) em (3.52a) e esta em (3.53), obtém-se:

$$F_t = -2 m \ddot{z}(t) = -2 m (\ddot{y}(t) - \bar{x} \ddot{\theta}(t)) . \quad (3.54)$$

Considerando as expressões (3.34) e (3.35), a expressão acima assume a forma:

$$F_t(t) = \underline{\tilde{F}} e^{i\Omega t} \quad (3.55)$$

com

$$\underline{\tilde{F}} = 2 m \Omega^2 (\tilde{y} e^{i\alpha} - \bar{x} \bar{\theta} e^{i\beta}) , \quad (3.56)$$

ou ainda,

$$\underline{\tilde{F}} = 2 m \Omega^2 \left[(\tilde{y} \cos \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \cos \beta) + i (\tilde{y} \sin \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \sin \beta) \right] \quad (3.57)$$

Figura 3.12 - força transmitida ao condutor em função da frequência de excitação.

a qual pode ser transformada, também, em:

$$\underline{\bar{F}} = \bar{F} e^{i\phi}, \quad (3.58)$$

com

$$\bar{F} = 2 m \Omega^2 \left[(\bar{y} \cos \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \cos \beta)^2 + (\bar{y} \sin \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \sin \beta)^2 \right]^{1/2} \quad (3.59)$$

e

$$\phi = \text{arc tg} \frac{\bar{y} \sin \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \sin \beta}{\bar{y} \cos \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \cos \beta}. \quad (3.60)$$

As figuras (3.12) e (3.13) mostram respectivamente o módulo da força transmitida ao condutor por unidade de deslocamento do grampo de fixação (\bar{F}/\bar{u}) e a fase ϕ em função da frequência Ω de excitação para o amortecedor cujos parâmetros foram dados anteriormente.

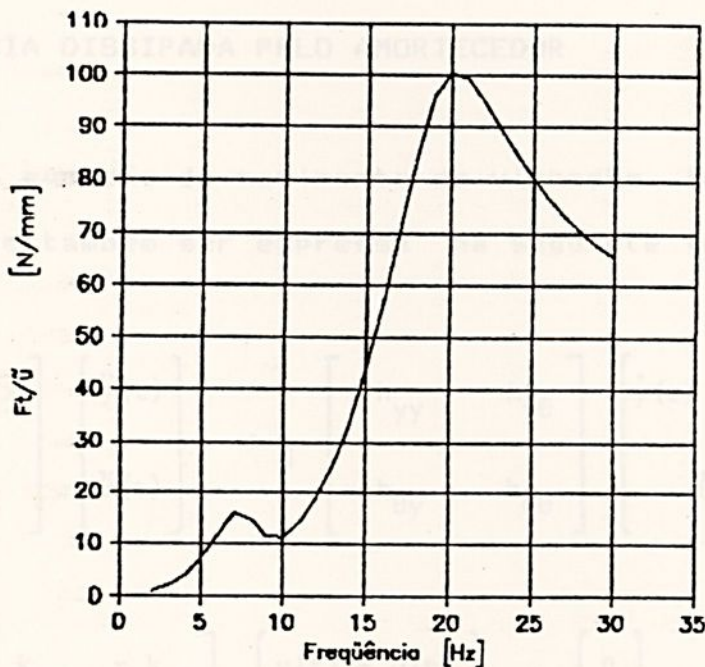


Figura 3.12 - Força transmitida ao condutor em função da frequência de excitação.

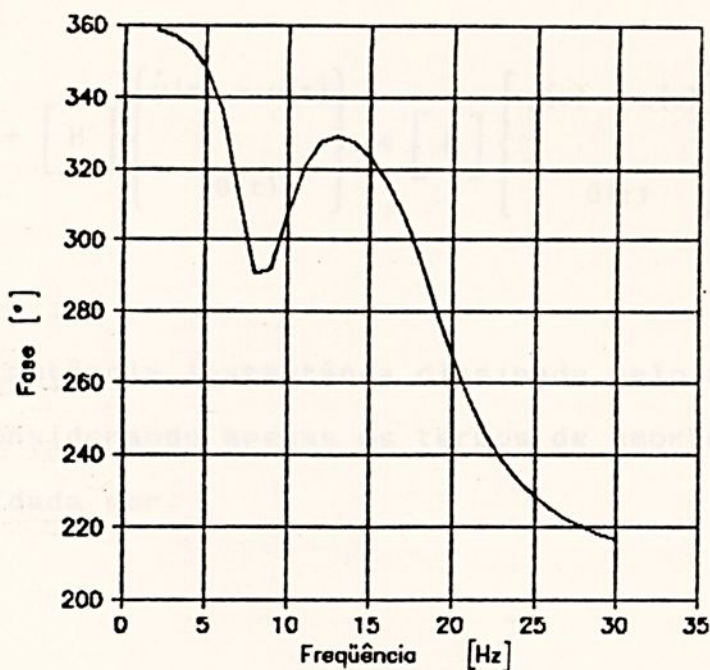


Figura 3.13 - Ângulo de fase entre a força transmitida e o deslocamento do grampo de fixação.

3.6. POTÊNCIA DISSIPADA PELO AMORTECEDOR

A equação do movimento de vibração forçada, expressão (3.32), pode também ser expressa na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & -m\bar{x} \\ -m\bar{x} & J_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} h_{yy} & -h_{y\theta} \\ -h_{\theta y} & h_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) - \dot{u}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \\
 + \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{y\theta} \\ -k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(t) - u(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.61)$$

ou, numa forma reduzida:

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + [H] \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) - u(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} y(t) - u(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.62)$$

A potência instantânea dissipada pelo amortecedor pode ser obtida considerando apenas os termos de amortecimento. Assim, a potência é dada por:

$$P(t) = 2 \cdot \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) - \dot{u}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix}^t [H] \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) - \dot{u}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix}, \quad (3.63)$$

onde o fator 2 leva em conta as duas metades do amortecedor e $[H]$ é a matriz de amortecimento.

Efetuada a multiplicação de (3.63) obtém-se:

$$P(t) = \frac{2}{\Omega} \left[h_{yy} (\dot{y}(t) - \dot{u}(t))^2 - 2 h_{\theta y} \dot{\theta}(t) (\dot{y}(t) - \dot{u}(t)) + h_{\theta\theta} \dot{\theta}^2(t) \right]. \quad (3.64)$$

Considerando as expressões: \bar{y} , a potência dissipada é

$$h_{yy} = 4h = 4 k \mu \quad , \quad (3.66)$$

$$h_{\theta y} = 2h \ell = 2 k \ell \mu \quad ,$$

$$h_{\theta\theta} = \frac{4}{3} h \ell^2 = \frac{4}{3} k \ell^2 \mu \quad , \quad (3.67)$$

Aplicando a expressão (3.65) em (3.66) resulta em:

$$y(t) = \bar{y} e^{i(\Omega t + \alpha)} \quad , \quad \text{Re} \{y(t)\} = \bar{y} \cos(\Omega t + \alpha),$$

$$\theta(t) = \bar{\theta} e^{i(\Omega t + \beta)} \quad , \quad \text{Re} \{\theta(t)\} = \bar{\theta} \cos(\Omega t + \beta), \quad (3.68)$$

$$u(t) = \bar{u} e^{i\Omega t} \quad , \quad \text{Re} \{u(t)\} = \bar{u} \cos \Omega t$$

e substituindo-as em (3.64), com \dot{y} , $\dot{\theta}$ e \dot{u} sendo derivadas das partes reais de y , θ e u , obtém-se:

$$P(t) = \frac{8}{3} k \mu \Omega \left[3 \bar{y}^2 \sin^2(\Omega t + \alpha) - 6 \bar{y} \bar{u} \sin(\Omega t + \alpha) \sin \Omega t + \right. \\ \left. + 3 \bar{u}^2 \sin^2 \Omega t + 3 \ell \bar{u} \bar{\theta} \sin(\Omega t + \beta) \sin \Omega t + \ell^2 \bar{\theta}^2 \sin^2(\Omega t + \beta) \right. \\ \left. - 3 \ell \bar{y} \bar{\theta} \sin(\Omega t + \alpha) \sin(\Omega t + \beta) \right] \quad . \quad (3.65)$$

Figura 3.14 - Potência dissipada por ciclo em função da frequência de excitação.

Durante um ciclo de vibração de período T , a potência dissipada é:

$$P_c = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt, \quad (3.66)$$

onde

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}. \quad (3.67)$$

Aplicando a expressão (3.65) em (3.66) resulta em:

$$P_c = \frac{4}{3} k \Omega \mu \left[3 \bar{y}^2 + 3 \bar{u}^2 + \ell^2 \bar{\theta}^2 - 6 \bar{y} \bar{u} \cos \alpha + 3 \ell \bar{u} \bar{\theta} \cos \beta - 3 \ell \bar{y} \bar{\theta} \cos (\alpha - \beta) \right]. \quad (3.68)$$

A figura (3.14) mostra a potência dissipada por ciclo P_c em função da frequência de excitação Ω para o amortecedor caracterizado anteriormente.

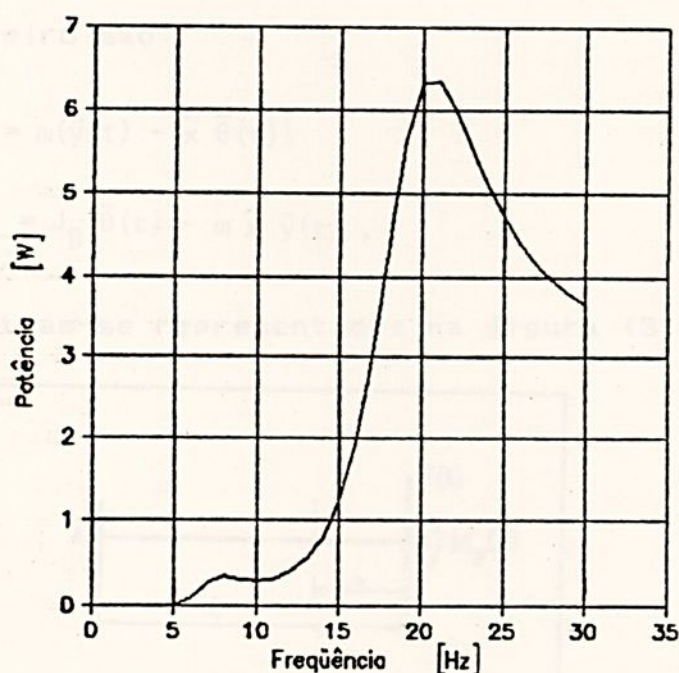


Figura 3.14 - Potência dissipada por ciclo em função da frequência de excitação.

Analisando esta figura, vê-se que próximo das frequências naturais a potência dissipada por ciclo é bem maior que nas outras frequências e consideravelmente maior em torno da segunda natural. (3.70)

3.7. TENSÕES NO CABO MENSAGEIRO DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

Como já visto, é interessante que o amortecedor Stockbridge trabalhe em uma de suas frequências naturais ou próximo delas, pois como se pode ver na figura 3.14, nestas frequências há uma dissipação maior de energia. Por outro lado, nestas duas frequências os esforços atuantes no cabo mensageiro são grandes e o mesmo poderá romper-se por fadiga. Assim, para o projeto do amortecedor, é importante que se conheçam as tensões devidas à flexão que atuam no seu cabo mensageiro.

Viu-se no item 3.5 que os esforços atuantes no ponto B do cabo mensageiro são:

$$F(t) = m(\ddot{y}(t) - \bar{x} \ddot{\theta}(t)) \quad (3.69a)$$

e

$$M_B(t) = J_B \ddot{\theta}(t) - m \bar{x} \ddot{y}(t), \quad (3.69b)$$

os quais encontram-se representados na figura (3.15):

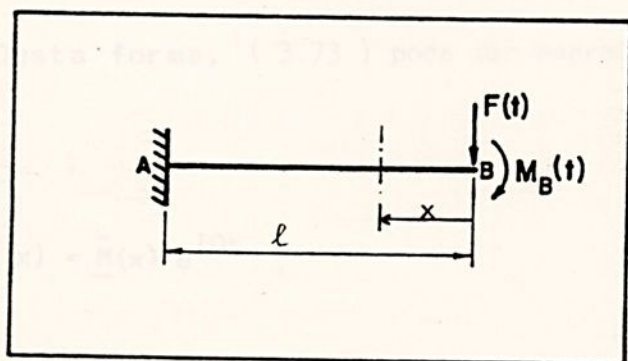


Figura 3.15 - Esforços atuantes no cabo mensageiro.

O momento fletor $M(x)$ a uma distância x do ponto B do cabo mensageiro é:

$$M(x) = - F(t) x - M_B(t) . \quad (3.70)$$

Substituindo (3.69a) e (3.69b) em (3.70) obtém-se:

$$M(x) = - m \ddot{y}(t)x + m \bar{x} \ddot{\theta}(t)x - J_B \ddot{\theta}(t) + m \bar{x} \ddot{y}(t) . \quad (3.71)$$

Considerando que:

$$\ddot{y}(t) = - \underline{\ddot{y}} \Omega^2 e^{i\Omega t}$$

$$\ddot{\theta}(t) = - \underline{\ddot{\theta}} \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (3.72)$$

$$J_B = (1 + \gamma)m \bar{x}^2 ,$$

a equação (3.71) torna-se:

$$M(x) = m \Omega^2 \{ \underline{\ddot{y}} (x - \bar{x}) + \underline{\ddot{\theta}} \bar{x} [\bar{x}(1 + \gamma) - x] \} e^{i\Omega t} . \quad (3.73)$$

Desta forma, (3.73) pode ser expressa por :

$$M(x) = \underline{\tilde{M}}(x) e^{i\Omega t} , \quad (3.74)$$

onde $\tilde{M}(x)$ é a amplitude complexa de $M(x)$.

Substituindo as expressões (3.35) em (3.73) e desenvolvendo-a obtém-se $\tilde{M}(x)$ escrito na forma:

$$\tilde{M}(x) = RM(x) + i IM(x) , \quad (3.75)$$

com

$$RM(x) = m \Omega^2 \left[\bar{y}(x - \bar{x}) \cos \alpha + \bar{x} \bar{\theta}(\bar{x} - x + \bar{x} \gamma) \cos \beta \right] \quad (3.76)$$

$$IM(x) = m \Omega^2 \left[\bar{y}(x - \bar{x}) \sin \alpha + \bar{x} \bar{\theta}(\bar{x} - x + \bar{x} \gamma) \sin \beta \right]$$

A expressão (3.75) pode, também, ser escrita na forma:

$$\tilde{M}(x) = \tilde{M}(x) e^{i\lambda} , \quad (3.77)$$

com

$$\tilde{M}(x) = \sqrt{[RM(x)]^2 + [IM(x)]^2} \quad (3.78a)$$

e

$$\lambda = \text{arc tg} \frac{IM(x)}{RM(x)} . \quad (3.78b)$$

As tensões normais no cabo mensageiro, em função da distância x , são dadas por:

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W} , \quad (3.79)$$

sendo W o momento resistente, dado por:

$$W = \frac{I}{c}, \quad (3.80)$$

onde I é o momento de inércia de área da seção transversal em relação à linha neutra e c a distância entre a linha neutra e a fibra mais externa.

Para um cabo mensageiro constituído de seis fios distribuídos em torno de um fio central, o momento resistente é dado por:

$$W = \frac{55}{81} \frac{\pi d_m^3}{32} \quad (3.81)$$

onde d_m é o diâmetro nominal do cabo mensageiro e o fator $55/81$ leva em conta o fato do cabo mensageiro não ser uma barra maciça.

Considerando as expressões (3.74) e (3.78), a expressão (3.80) pode ser escrita como:

$$\sigma(x) = \underline{\underline{\sigma}}(x) e^{i\Omega t}, \quad (3.82)$$

com

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) = \frac{\tilde{M}(x)}{W} = \frac{\tilde{M}(x) e^{i\lambda}}{W} = \bar{\sigma}(x) e^{i\lambda}, \quad (3.83)$$

onde $\tilde{\sigma}(x)$ é a amplitude complexa de $\sigma(x)$, $|\tilde{\sigma}(x)|$ seu módulo e λ a fase.

Para o cabo mensageiro constituído de 7 fios, o módulo da tensão normal é dado por:

$$|\tilde{\sigma}(x)| = \frac{81}{55} \frac{32}{\pi d_m^3} \tilde{M}(x) . \quad (3.84)$$

A figura 3.16 mostra as tensões normais em função da frequência de excitação para os pontos A e B do cabo mensageiro, isto é, para $x = 0$ e $x = l$. Novamente, para a construção desta figura foram utilizados os parâmetros do amortecedor já caracterizado anteriormente.

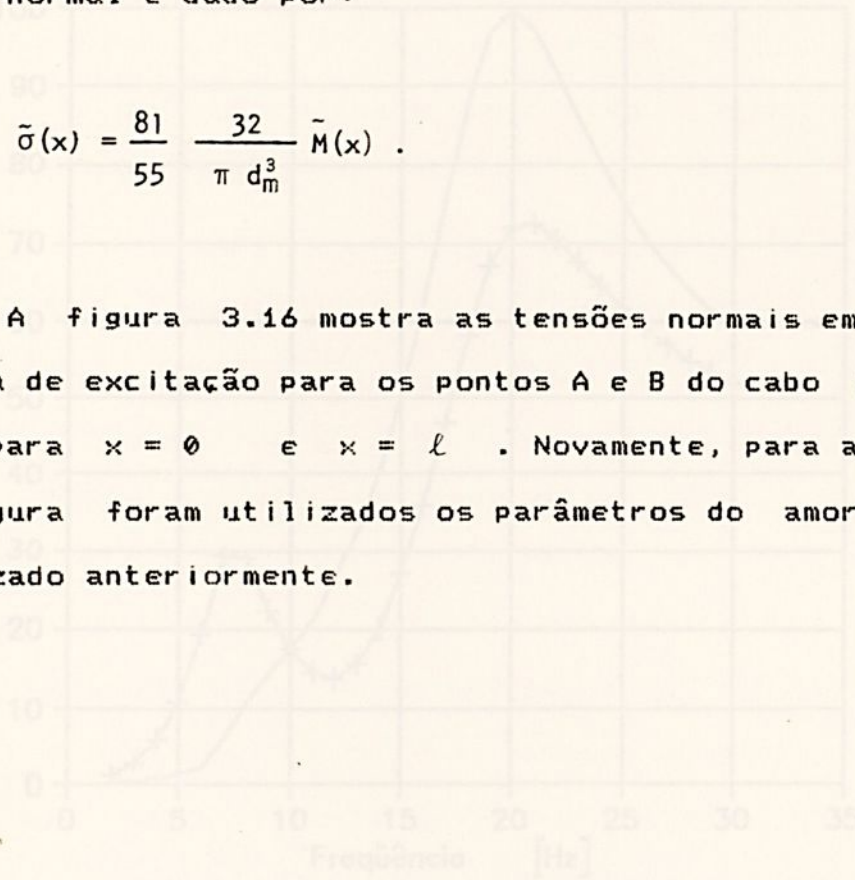


Figura 3.16 - Tensões nos pontos A e B (vide figura 3.15) do cabo mensageiro em função da frequência de excitação;

+++++ tensões no ponto A;
 ----- tensões no ponto B.

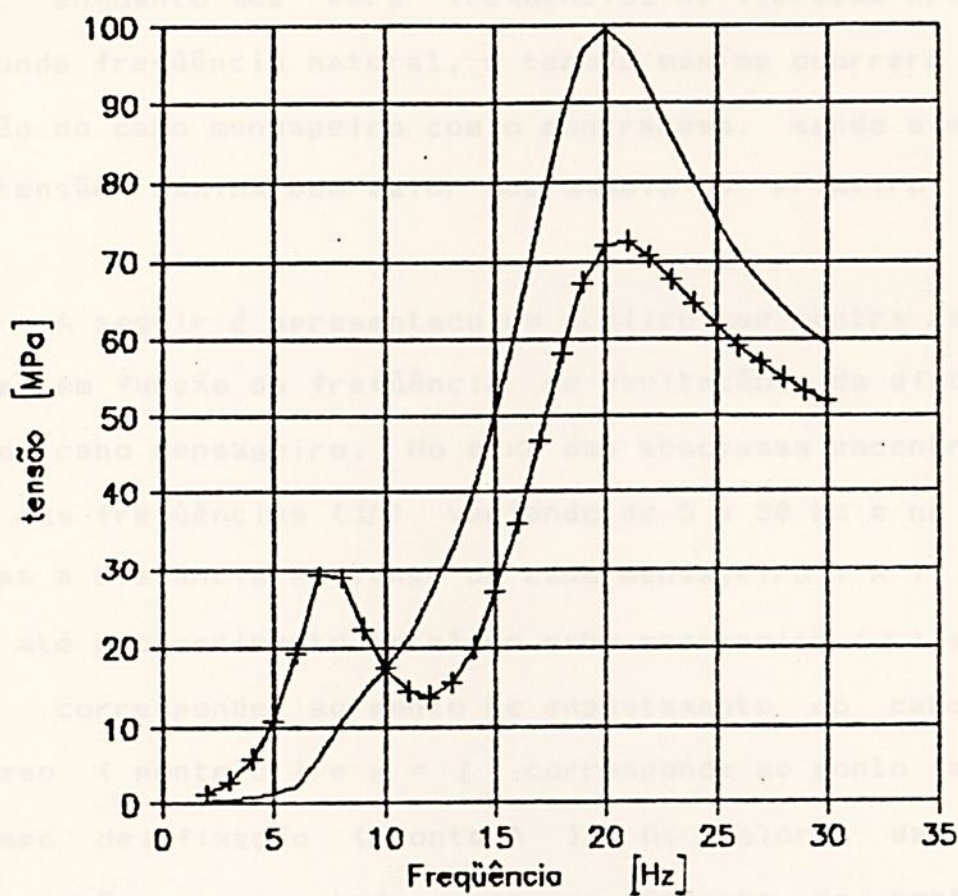


Figura 3.16 - Tensões nos pontos A e B (vide figura 3.15) do cabo mensageiro em função da frequência de excitação;

- +++++ tensões no ponto A;
 ————— tensões no ponto B.

Vê-se através desta figura 3.16 que se o amortecedor estiver vibrando próximo de sua primeira frequência natural, a máxima tensão normal ocorrerá nas proximidades do grampo de fixação, enquanto que para frequências de vibração próximas de sua segunda frequência natural, a tensão máxima ocorrerá no ponto de união do cabo mensageiro com o contrapeso, sendo a amplitude desta tensão máxima bem maior que aquela do primeiro modo de vibrar.

A seguir é apresentado um gráfico que mostra as tensões mecânicas em função da frequência de excitação e da distância ao longo do cabo mensageiro. No eixo das abscissas encontram-se os valores das frequências (Ω) variando de 5 a 30 Hz e no eixo das ordenadas a distância ao longo do cabo mensageiro (x) variando de zero até o comprimento total do cabo mensageiro (l) sendo que $x = 0$ corresponde ao ponto de engastamento do cabo com o contrapeso (ponto B) e $x = l$ corresponde ao ponto adjacente ao grampo de fixação (ponto A). Os valores das tensões mecânicas são representados por um conjunto de pontos cuja concentração depende do valor da tensão. Abaixo do gráfico encontra-se a escala mostrando a concentração de pontos com a respectiva faixa de valores das tensões.

Para $x = l$ observa-se duas regiões de maior concentração de pontos. As frequências onde ocorrem estas regiões são as frequências naturais do amortecedor. Entre as duas regiões, aquela correspondente à segunda frequência natural é notavelmente de maior concentração que a primeira. Para $x = 0$ observa-se uma região de grande concentração de pontos em torno da segunda frequência natural. Nesta região ocorrem as maiores

tensões mecânicas. Na segunda freqüência natural e aproximadamente na metade do cabo mensageiro as tensões possuem um valor muito pequeno, ou seja, percorrendo o cabo mensageiro, observa-se que as tensões possuem um valor alto em $x = 0$, decrescem em seguida e depois tornam a aumentar até $x = \ell$. Neste trecho ocorre uma inversão do sinal das tensões.

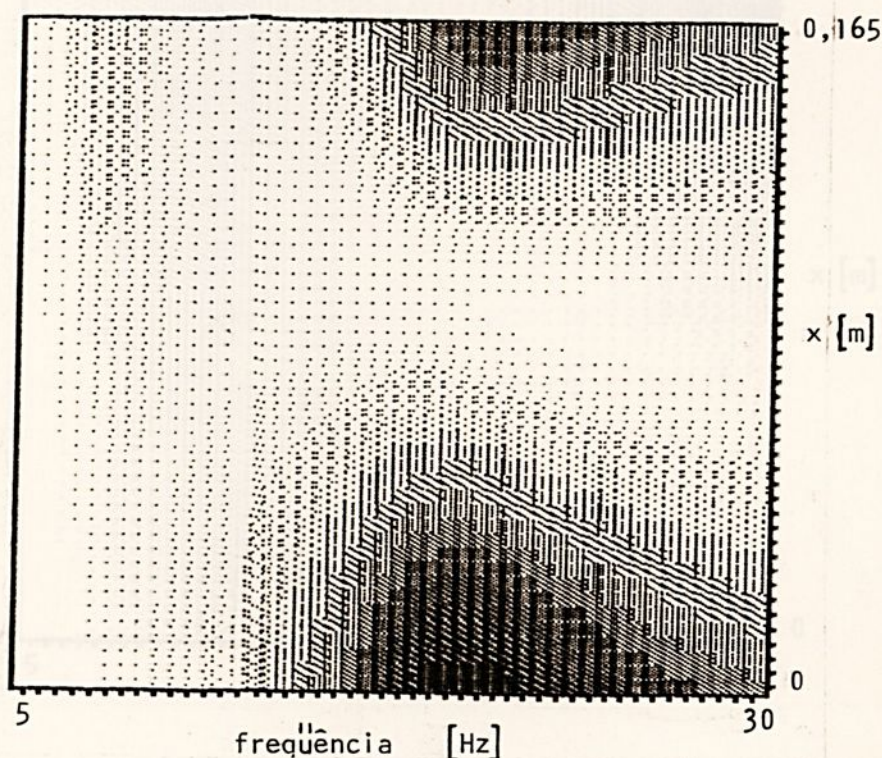


Figura 3.17 - Tensões mecânicas em função da freqüência (Ω) e da distância ao longo do cabo mensageiro (x).

Valores das tensões em MPa :

·	0.72	7.79	·	7.79	14.86
·	14.86	21.92	·	21.92	28.99
·	28.99	36.05	·	36.05	43.12
·	43.12	50.19	·	50.19	57.25
·	57.25	64.32	·	64.32	71.38
·	71.38	78.45	·	78.45	85.52
·	85.52	92.58	·	92.58	99.65

Na figura abaixo pode-se ver com "zoom" a parte superior à esquerda do gráfico anterior. Nesta figura observa-se com maior detalhe a região de grande concentração de pontos correspondentes às tensões próximas ao grampo de fixação e para frequências próximas à primeira natural.

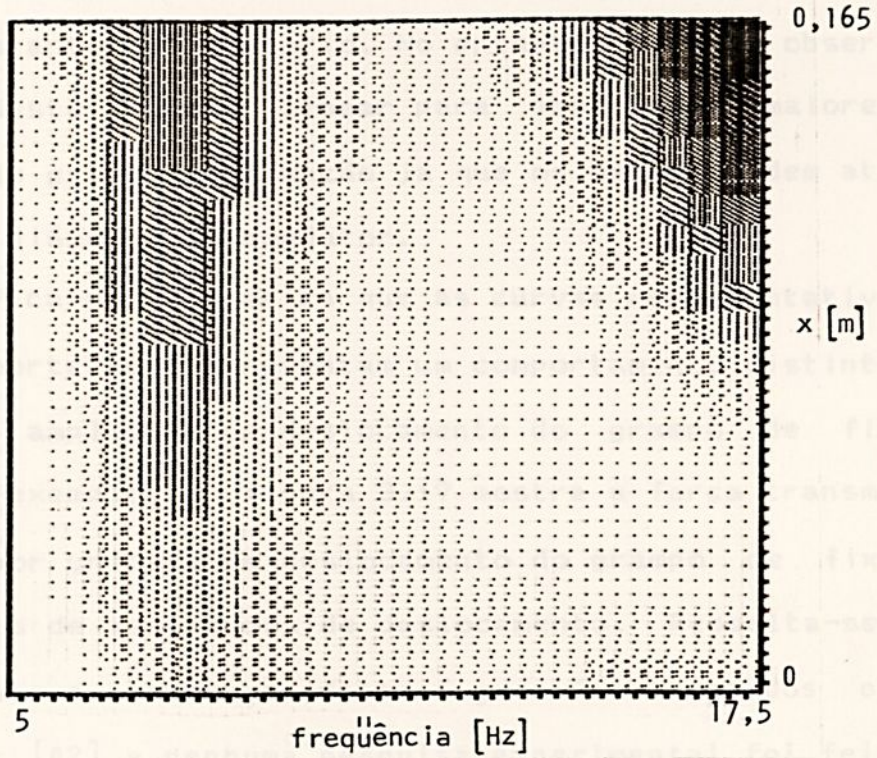


Figura 3.18 - Tensões mecânicas em função da frequência (Ω) e da distância ao longo do cabo mensageiro (x).

Valores das tensões em MPa :

·	5.18 - 8.35	·	8.35 - 11.51
· · ·	11.51 - 14.68	· · ·	14.68 - 17.85
· · · ·	17.85 - 21.02	· · · ·	21.02 - 24.19
· · · · ·	24.19 - 27.36	· · · · ·	27.36 - 30.52
· · · · · ·	30.52 - 33.69	· · · · · ·	33.69 - 36.86
· · · · · · ·	36.86 - 40.03	· · · · · · ·	40.03 - 43.20
· · · · · · · ·	43.20 - 46.37	· · · · · · · ·	46.37 - 49.54

3.8 NÃO - LINEARIDADE DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

Vários pesquisadores realizaram experiências com amortecedores Stockbridge e concluíram que, para pequenos deslocamentos do grampo de fixação que une o amortecedor ao condutor, o modelo de dois graus de liberdade, adotado neste trabalho, é bastante satisfatório. No entanto, deve-se observar a discrepância deste modelo linear para amplitudes maiores de deslocamentos do grampo de fixação já que os mesmos podem até ser da ordem de um diâmetro do condutor.

Verifica-se na prática que as curvas representativas da resposta do amortecedor apresentam um comportamento distinto, à medida que a amplitude de deslocamento do grampo de fixação aumenta. Como exemplo, a figura 3.19 mostra a força transmitida ao condutor por unidade de deslocamento do grampo de fixação, para três níveis de amplitudes de deslocamento. Ressalta-se aqui que os dados para a construção desta figura foram obtidos experimentalmente por [A2] e nenhuma pesquisa experimental foi feita no presente trabalho devido a falta de equipamentos necessários. Este efeito encontra-se também citado na referência [J1].

Figura 3.19 - Força transmitida ao condutor por unidade de deslocamento do grampo de fixação em função da frequência de excitação para três níveis de amplitude de deslocamento [A2].

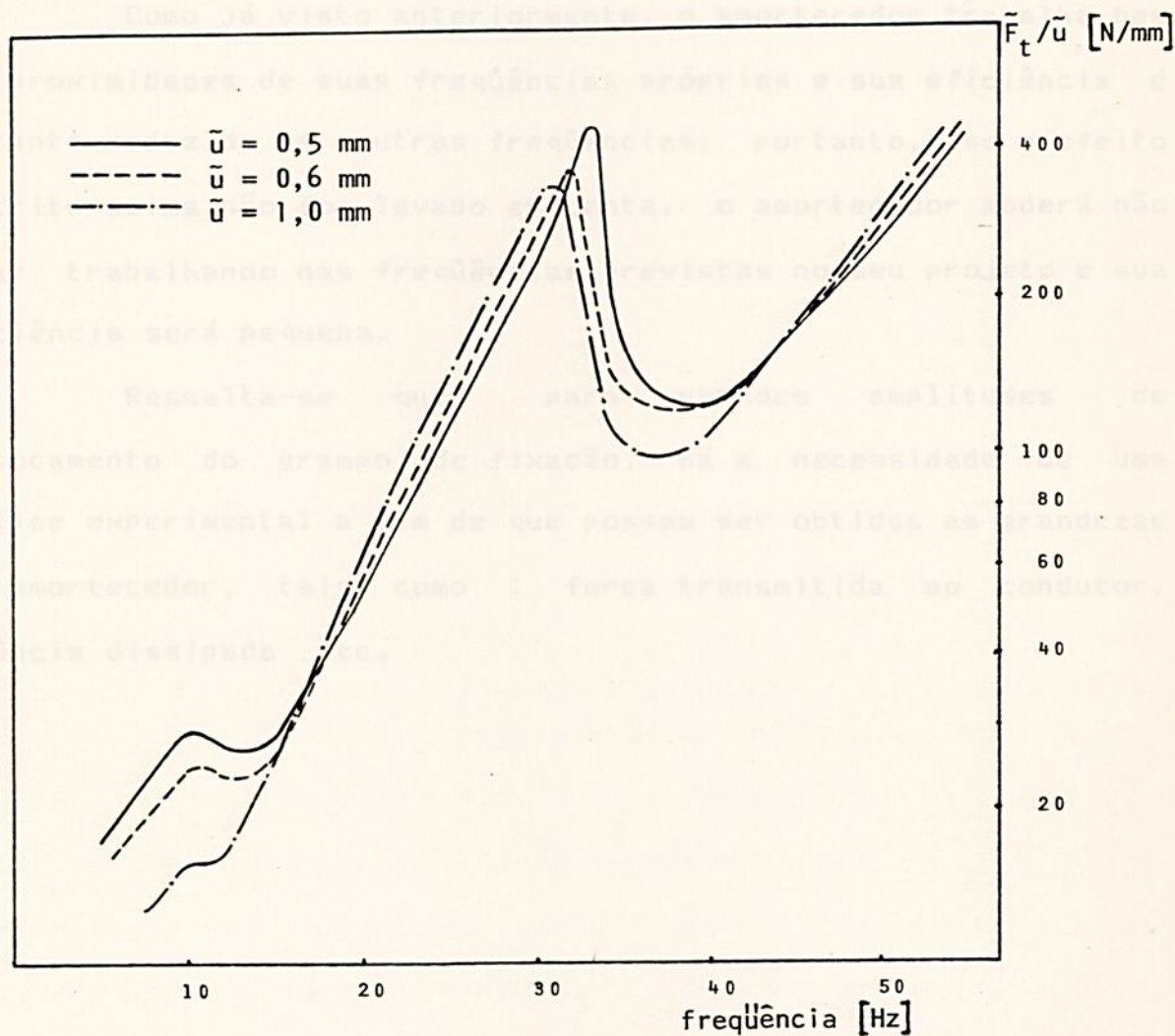


Figura 3.19 - Força transmitida ao condutor por unidade de deslocamento do grampo de fixação em função da frequência de excitação para três níveis de amplitude de deslocamento [A2].

Conclui-se da figura 3.19 que não existe uma única curva que caracteriza a resposta em freqüência do amortecedor. Observa-se alterações nos valores das freqüências naturais assim como alterações nos valores máximos destas curvas.

Como já visto anteriormente, o amortecedor trabalha bem nas proximidades de suas freqüências próprias e sua eficiência é bastante reduzida em outras freqüências; portanto, se o efeito descrito acima não for levado em conta, o amortecedor poderá não estar trabalhando nas freqüências previstas no seu projeto e sua eficiência será pequena.

Ressalta-se que, para grandes amplitudes de deslocamento do grampo de fixação, há a necessidade de uma análise experimental a fim de que possam ser obtidas as grandezas do amortecedor, tais como : força transmitida ao condutor, potência dissipada etc.



CAPÍTULO 4

AMORTECEDOR STOCKBRIDGE

ANÁLISE SIMPLIFICADA

4.1. INTRODUÇÃO

No capítulo 3 analisou-se o amortecedor através de um sistema de dois graus de liberdade e pela análise das figuras 3.9 e 3.10 constata-se que, para frequências próximas da primeira frequência natural do amortecedor, seu contrapeso experimenta principalmente um movimento de translação enquanto que, para frequências próximas da segunda frequência natural, seu contrapeso possui principalmente um movimento de rotação, com pequeno deslocamento vertical. Vê-se assim que, para estudar o comportamento do amortecedor em torno de suas frequências naturais pode-se esquematizá-lo através de dois sistemas separados, contendo cada um, apenas um grau de liberdade. Esta análise, ainda que forneça resultados menos precisos que a análise do capítulo 3, é particularmente importante para se obter



informações rápidas e qualitativas do comportamento do amortecedor. Consegue-se com esta análise avaliar mais facilmente a influência dos vários parâmetros do amortecedor sobre determinadas grandezas, como por exemplo, a força transmitida ao condutor e a potência dissipada pelo amortecedor [C3],[C5]. Esta análise é útil, também, para o projeto do amortecedor, pois facilita ao projetista a escolha dos valores de certos parâmetros básicos [H1].

4.2. ANÁLISE DO PRIMEIRO MODO DE VIBRAR

Como já visto, para freqüência próximas da primeira freqüência natural, o contrapeso do amortecedor possui principalmente um movimento vertical de translação. É admissível, portanto, esquematizar o amortecedor Stockbridge como sendo constituído de uma barra engastada em uma extremidade e livre na outra, sobre a qual se prende uma massa concentrada. Este esquema é mostrado na figura 4.1.

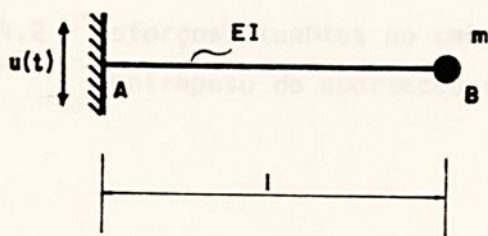


Figura 4.1 - Esquema do amortecedor Stockbridge quando vibra no primeiro modo.

Nesta figura, m é a massa concentrada na extremidade livre do cabo messageiro, EI sua rigidez flexional, l o comprimento do cabo e $u(t)$ o deslocamento do ponto de fixação do amortecedor. Para se obter a equação do movimento da massa m , é dado um deslocamento $y(t)$ à massa e analisa-se as forças atuantes na mesma. Nesta figura, k representa a rigidez complexa do cabo messageiro.

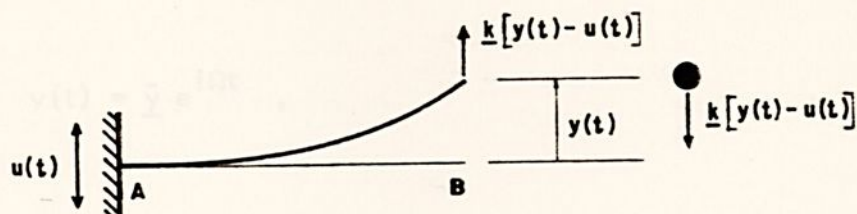


Figura 4.2 - Esforços atuantes no cabo messageiro e no "contrapeso" do amortecedor.

Aplicando a segunda lei de Newton para as forças atuantes na massa m , obtém-se a equação de seu movimento, dada por:

$$m \ddot{y}(t) + \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) + k y(t) = k u(t) + \frac{h}{\Omega} \dot{u}(t) . \quad (4.1)$$

Os parâmetros h e k são os mesmos definidos no capítulo 3. Considerando que o movimento do ponto de fixação do amortecedor é dado por:

$$u(t) = \bar{u} e^{i\Omega t} \quad (4.2)$$

e, supondo para solução da equação (4.1), a expressão:

$$y(t) = \bar{y} e^{i\Omega t} , \quad (4.3)$$

onde \bar{y} é a amplitude complexa de $y(t)$ e substituindo as expressões (4.2) e (4.3), juntamente com suas derivadas, em (4.1), obtém-se:

$$\bar{y} = \bar{u} \frac{1 + i \mu}{(1 - a_1^2) + i \mu} , \quad (4.4)$$

com: FORÇA TRANSMITIDA AO CONDUTOR

$$\mu = \frac{h}{k}, \quad (4.5)$$

$$a_1 = \frac{\Omega}{\omega_1} \quad (4.6)$$

e

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.7)$$

A quantidade $\sqrt{k/m}$ é a frequência natural do amortecedor esquematizado na figura 4.1 e corresponde à frequência do primeiro modo de vibrar do amortecedor.

A expressão (4.4) pode ser colocada na forma:

$$\underline{\tilde{y}} = \tilde{y} e^{i\alpha}, \quad (4.8)$$

com

$$\tilde{y} = \tilde{u} \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{(1 - a_1^2)^2 + \mu^2}} \quad (4.9)$$

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{\mu [(1 - a_1^2) - 1]}{(1 - a_1^2) + \mu^2}. \quad (4.10)$$

Estas duas expressões dão, respectivamente, a amplitude do deslocamento da massa concentrada m e o ângulo de fase deste deslocamento em relação ao deslocamento do grampo de fixação do amortecedor.

4.2.1. FORÇA TRANSMITIDA AO CONDUTOR

A figura 4.3 mostra as forças atuantes no cabo mensageiro do amortecedor.

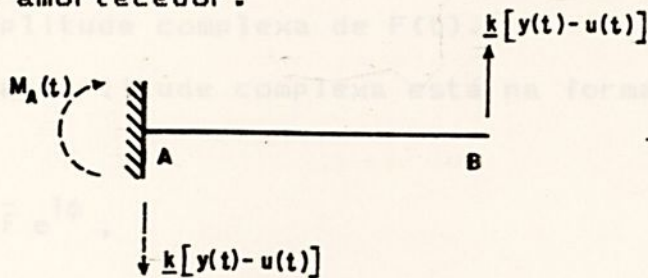


Figura 4.3 - Esforços atuantes no cabo mensageiro.

Desta figura, vê-se que a força transmitida ao condutor é:

$$\begin{aligned}
 F_t(t) &= 2 \underline{k}(y(t) - u(t)) = 2 \left[k y(t) + \frac{h}{\Omega} \dot{y}(t) - k u(t) - \frac{h}{\Omega} \dot{u}(t) \right] = \\
 &= - 2 m \ddot{y}(t) \quad , \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

onde o fator 2 leva em conta as duas metades do amortecedor.

Substituindo (4.3) em (4.11), após dupla derivação em relação ao tempo, obtém-se:

$$F_t(t) = 2 m \Omega^2 \bar{y} e^{i(\Omega t + \alpha)} \quad , \quad (4.12)$$

a qual está na forma:

$$F_t(t) = \bar{F} e^{i\Omega t} \quad , \quad (4.13)$$

com

$$\underline{\bar{F}} = 2 m \Omega^2 \bar{y} e^{i\alpha}, \quad (4.14)$$

sendo $\underline{\bar{F}}$ a amplitude complexa de $F(t)$.

Esta amplitude complexa está na forma:

$$\underline{\bar{F}} = \bar{F} e^{i\phi}, \quad (4.15)$$

com

$$\bar{F} = 2 m \Omega^2 \bar{y}, \quad (4.16)$$

e

$$\phi = \alpha. \quad (4.17)$$

4.2.2. POTÊNCIA DISSIPADA PELO AMORTECEDOR

A potência dissipada pelo amortecedor é dada por:

$$P(t) = F_d(t) \cdot v_d(t), \quad (4.18)$$

onde $F_d(t)$ é a força dissipativa e $v_d(t)$ a velocidade do elemento dissipador.

Assim,

$$P(t) = 2 \cdot \frac{h}{\Omega} (\dot{y}(t) - \dot{u}(t))^2, \quad (4.19)$$

onde, novamente, o fator 2 é devido às duas metades do amortecedor.

Considerando que:

$$y(t) = \bar{y} e^{i(\Omega t + \alpha)} \quad , \quad \text{Re}[y(t)] = \bar{y} \cos(\Omega t + \alpha) \quad , \quad (4.20)$$

$$\dot{y}(t) = i \bar{y} \Omega e^{i(\Omega t + \alpha)} \quad , \quad \text{Re}[\dot{y}(t)] = -\bar{y} \Omega \sin(\Omega t + \alpha) \quad , \quad (4.21)$$

$$u(t) = \bar{u} e^{i\Omega t} \quad , \quad \text{Re}[u(t)] = \bar{u} \cos \Omega t \quad , \quad (4.22)$$

$$\dot{u}(t) = i \bar{u} \Omega e^{i\Omega t} \quad , \quad \text{Re}[\dot{u}(t)] = -\bar{u} \Omega \sin \Omega t \quad , \quad (4.23)$$

e substituindo estas partes reais de \dot{y} e \dot{u} em (4.19), obtém-se a expressão para a potência instantânea dissipada pelo amortecedor:

$$P(t) = 2 h \Omega \left[\bar{u}^2 \sin^2 \Omega t + \bar{y}^2 \sin^2(\Omega t + \alpha) - 2 \bar{u} \bar{y} \sin \Omega t \sin(\Omega t + \alpha) \right]. \quad (4.24)$$

Em um ciclo de vibração, a potência dissipada é:

$$P_c = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt \quad , \quad (4.25)$$

onde

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \quad . \quad (4.25a)$$

Substituindo (4.24) em (4.25) e realizando a integração, têm-se:

$$P_c = k \mu \Omega \left[\bar{u}^2 + \bar{y}^2 - 2 \bar{u} \bar{y} \cos \alpha \right] \quad . \quad (4.26)$$

Esta expressão fornece a potência dissipada por ciclo em um amortecedor para freqüências próximas de sua primeira

freqüência natural.

4.3. ANÁLISE DO SEGUNDO MODO DE VIBRAR

Para freqüências próximas da segunda freqüência natural do amortecedor Stockbridge, seu contrapeso possui principalmente um movimento de rotação, com pequeno deslocamento vertical. Para representar esta forma de vibrar, pode-se esquematizar o amortecedor como sendo constituído de uma barra engastada em uma extremidade e tendo na extremidade oposta um disco que pode somente girar em torno de um eixo fixo que passa pelo seu centro de massa e tendo um momento de inércia em relação a tal eixo igual ao momento de inércia do contrapeso em relação ao seu centro de massa. O amortecedor, assim esquematizado, é mostrado na figura 4.4.

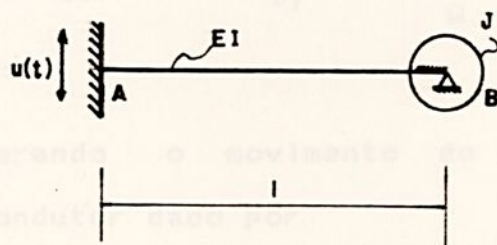


Figura 4.4 - Esquema do amortecedor Stockbridge quando vibra no segundo modo.

Para se obter a equação do movimento do disco imprime-se ao mesmo um deslocamento angular $\theta(t)$ e determina-se os esforços atuantes sobre ele. Para a determinação destes esforços, as suposições feitas no capítulo 3 são consideradas válidas. A figura 4.5 mostra os esforços atuantes no cabo mensageiro e no disco.

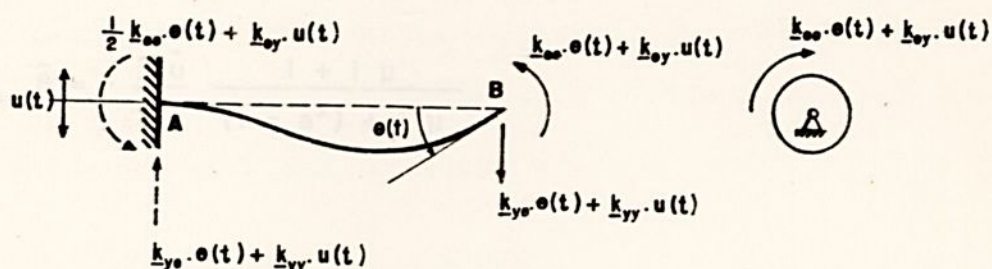


Figura 4.5 - Esforços atuantes no amortecedor no segundo modo de vibrar.

Aplicando a segunda lei de Newton para os momentos atuantes sobre o disco chega-se à seguinte equação:

$$J \ddot{\theta}(t) + \frac{h_{\theta\theta}}{\Omega} \dot{\theta}(t) + k_{\theta\theta} \theta(t) = -k_{\theta y} u(t) - \frac{h_{\theta y}}{\Omega} \dot{u}(t) . \quad (4.27)$$

Considerando o movimento do ponto de fixação do amortecedor ao condutor dado por:

$$u(t) = \tilde{u} e^{i\Omega t} \quad (4.28)$$

e supondo para solução da equação (4.27), a expressão:

$$\theta(t) = \bar{\theta} e^{i\Omega t}, \quad (4.29)$$

onde $\bar{\theta}$ é a amplitude complexa de $\theta(t)$ e substituindo estas últimas expressões, juntamente com suas derivadas, em (4.27) obtém-se:

$$\bar{\theta} = -\frac{3\bar{u}}{2\ell} \frac{1 + i\mu}{(1 - a_2^2) + i\mu} \quad (4.30)$$

com

$$\mu = \frac{h}{k}, \quad (4.31)$$

$$a_2 = \frac{\Omega}{\omega_2} \quad (4.32)$$

e

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_{\theta\theta}}{J}}. \quad (4.33)$$

A quantidade $\sqrt{k_{\theta\theta}/J}$ é a frequência natural do amortecedor esquematizado na figura 4.4 e corresponde à frequência do segundo modo de vibrar do amortecedor.

A expressão (4.30) pode ser colocada na forma:

$$\bar{\theta} = \bar{\theta} e^{i\beta}, \quad (4.34)$$

com

$$\bar{\theta} = \frac{3 \bar{u}}{2 \ell} \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{(1 - a_2^2)^2 + \mu^2}} \quad (4.35)$$

e

$$\beta = \arctg \frac{\mu [1 - (1 - a_2^2)]}{-(1 - a_2^2) - \mu^2} \quad (4.36)$$

as quais dão, respectivamente, o ângulo de rotação do disco e a defasagem deste ângulo de rotação em relação ao movimento do grampo de fixação que une o amortecedor ao condutor.

4.3.1. FORÇA TRANSMITIDA AO CONDUTOR

Observando a figura 4.5, vê-se que a força transmitida ao condutor é:

$$F(t) = -2 \left[k_{y\theta} \theta(t) + \frac{h_{y\theta}}{\Omega} \dot{\theta}(t) + k_{yy} u(t) + \frac{h_{yy}}{\Omega} \dot{u}(t) \right]. \quad (4.37)$$

Substituindo em (4.37) as relações (3.8) e (3.23), assim como (4.28) e (4.29), juntamente com suas derivadas, obtém-se:

$$F(t) = -4k \{ [\ell \bar{\theta} (\cos \beta - \mu \operatorname{sen} \beta) + 2 \bar{u}] + i [\ell \bar{\theta} (\operatorname{sen} \beta + \mu \cos \beta) + 2 \bar{u} \mu] \} e^{i\Omega t}. \quad (4.38)$$

Esta expressão está na forma:

$$F(t) = \underline{\tilde{F}} e^{i\Omega t} \quad , \quad (4.39)$$

com $\underline{\tilde{F}}$ sendo a amplitude complexa de $F(t)$.

A amplitude complexa $\underline{\tilde{F}}$ pode ainda ser expressa por:

$$\underline{\tilde{F}} = \bar{F} e^{i\phi} \quad , \quad (4.40)$$

com

$$\bar{F} = 4k \sqrt{(1 + \mu^2) [\ell^2 \bar{\theta}^2 + 4 \bar{u}^2 + 4 \bar{u} \ell \bar{\theta} \cos \beta]} \quad (4.41)$$

e

$$\phi = \text{arc tg} \frac{- [\ell \bar{\theta} (\text{sen } \beta + \mu \text{ cos } \beta) + 2 \bar{u} \mu]}{- [\ell \bar{\theta} (\text{cos } \beta - \mu \text{ sen } \beta) + 2 \bar{u}]} \quad . \quad (4.42)$$

4.3.2. POTÊNCIA DISSIPADA PELO AMORTECEDOR

A potência dissipada neste segundo modo de vibrar pode ser obtida por:

$$P_d(t) = F(t) \cdot v(t)$$

onde $F(t)$ é a força atuante no vínculo A (figura 4.5) e $v(t)$ é a velocidade deste vínculo.

A força $F(t)$ é dada pela expressão (4.37), a menos do

sinal, e $v(t)$ é dada pela derivada temporal de $u(t)$.

Assim, tem-se:

$$P_d(t) = 2 \left[k_{y\theta} \theta(t) \dot{u}(t) + \frac{h_{y\theta}}{\Omega} \dot{\theta}(t) \dot{u}(t) + \frac{h_{yy}}{\Omega} \dot{u}(t)^2 + k_{yy} u(t) \dot{u}(t) \right] \quad (4.44)$$

Substituindo-se, nesta expressão, as relações (3.8) e (3.23), assim como as partes reais de $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $u(t)$ e $\dot{u}(t)$, obtém-se a seguinte expressão para a potência instantânea dissipada:

$$P_d(t) = 4 k \bar{u} \Omega \left[\ell \bar{\theta} \mu \sin(\Omega t + \beta) \sin \Omega t - \ell \bar{\theta} \cos(\Omega t + \beta) \sin \Omega t - 2 \bar{u} \sin \Omega t \cos \Omega t + 2 \mu \bar{u} \sin^2 \Omega t \right] \quad (4.45)$$

Em um ciclo de vibração a potência dissipada é :

$$P_c = 2 k \bar{u} \Omega \left[\ell \bar{\theta} (\mu \cos \beta + \sin \beta) + 2 \mu \bar{u} \right] \quad (4.46)$$

Esta expressão fornece a potência dissipada por ciclo de vibração pelo amortecedor, nas frequências próximas de sua segunda frequência natural.

Os gráficos 4.6, 4.7 e 4.8 mostram, respectivamente, a

força transmitida ao condutor, ângulo de fase da força em relação ao deslocamento do grampo de fixação e potência dissipada por ciclo em função da frequência de excitação para um amortecedor com os seguintes parâmetros:

$$m = 2,61 \text{ kg,}$$

$$\ell = 0,165 \text{ m,}$$

$$J = 0,013734 \text{ kg.m,}$$

$$k = 5054 \text{ N/m,}$$

$$\mu = 0,43,$$

$$\bar{u} = 0,001 \text{ m.}$$

Para a construção de cada um destes gráficos foram utilizadas as expressões (4.16) e (4.41) para a força transmitida ao condutor, (4.17) e (4.42) para o ângulo de fase e (4.26) e (4.46) para a potência dissipada por ciclo. Por exemplo, para a construção da curva de potência dissipada por ciclo, a expressão (4.26) foi utilizada para uma faixa de frequência em torno da primeira frequência natural, enquanto que a equação (4.47) foi utilizada para valores de frequência em torno da segunda natural.

Figura 4.3 - força transmitida ao condutor em função da frequência de excitação.

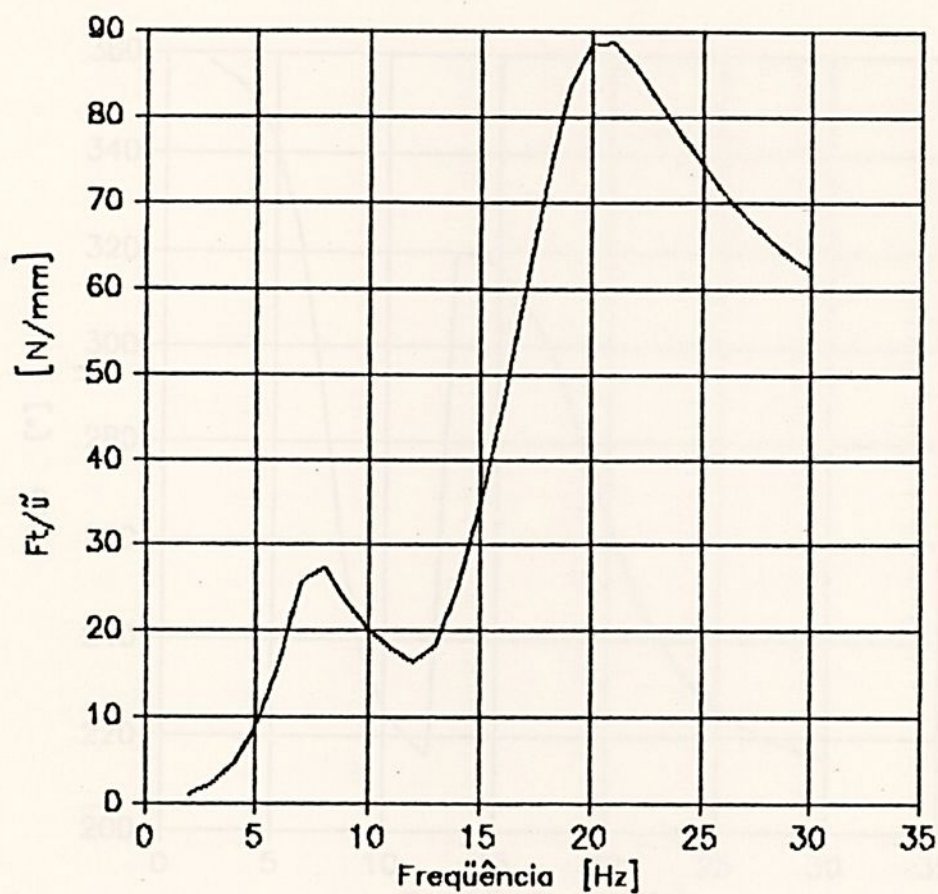


Figura 4.6 - Força transmitida ao condutor em função da frequência de excitação.

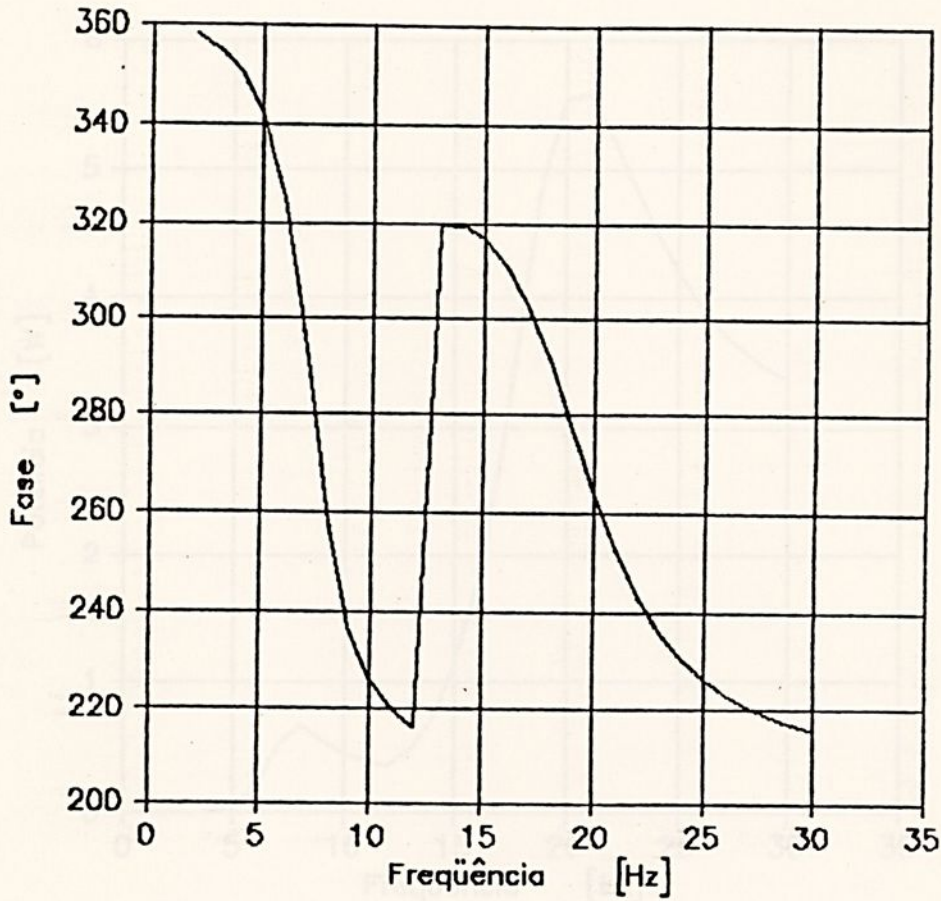


Figura 4.7 - Ângulo de fase entre a força transmitida ao condutor e deslocamento do grampo de fixação em função da frequência de excitação.

4.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE UM E DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

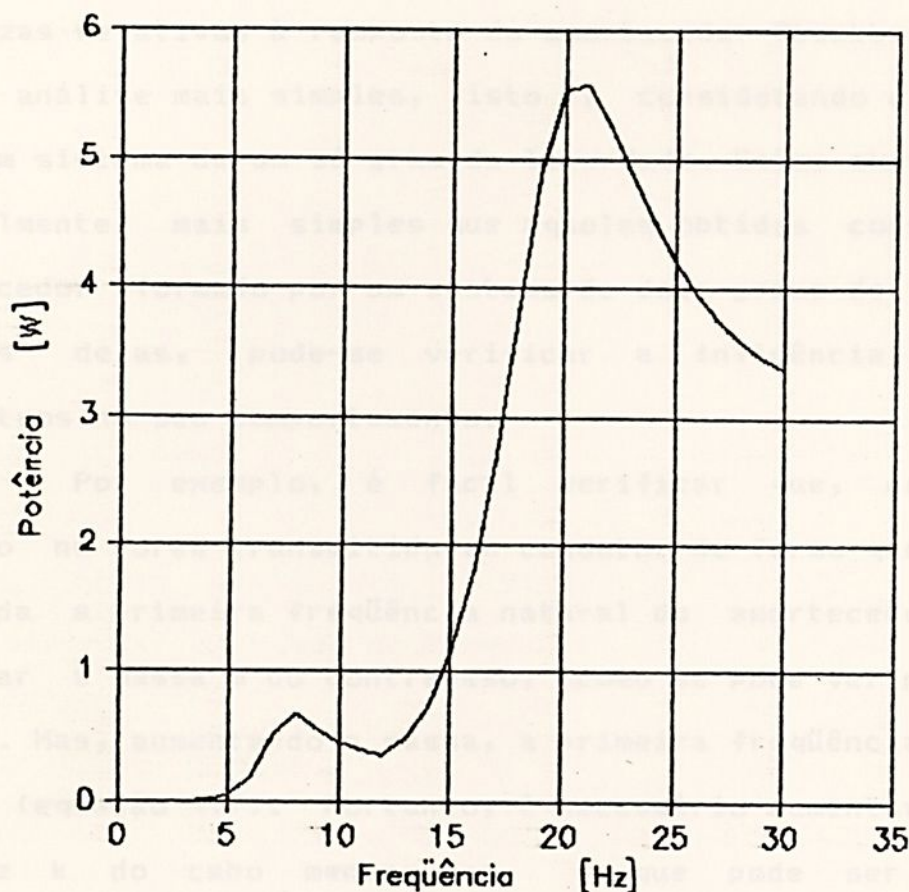


Figura 4.8 - Potência dissipada por ciclo em função da frequência de excitação.

4.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE UM E DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Neste capítulo foram obtidas expressões para algumas grandezas relativas à resposta do amortecedor Stockbridge através de uma análise mais simples, isto é, considerando o amortecedor como um sistema de um só grau de liberdade. Estas expressões são, naturalmente, mais simples que aquelas obtidas considerando o amortecedor formado por um sistema de dois graus de liberdade e, através delas, pode-se verificar a influência de certos parâmetros no seu comportamento.

Por exemplo, é fácil verificar que, desejando um aumento na força transmitida ao condutor de forma que não seja alterada a primeira frequência natural do amortecedor, deve-se aumentar a massa m do contrapeso, como se pode ver pela equação (4.16). Mas, aumentando a massa, a primeira frequência natural se altera (equação 4.7). Portanto, é necessário aumentar o valor da rigidez k do cabo mensageiro, o que pode ser conseguido diminuindo o comprimento do mesmo. A mesma análise pode ser feita para o segundo modo de vibrar, isto é, um aumento da força transmitida ao condutor de forma que não seja alterada a segunda frequência natural do amortecedor requer um aumento da rigidez, como se pode ver pela equação (4.41) e um aumento do momento de inércia J (equação 4.33) [C5].

Como outro exemplo, desejando-se construir um amortecedor Stockbridge que possua apenas uma frequência natural dentro de uma certa faixa de frequência, então, deve-se fazê-lo



com um contrapeso tendo um momento de inércia bem pequeno; assim, sua segunda frequência natural será bem alta. A primeira frequência natural de tal amortecedor será:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (4.47)$$

ou ainda

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{m\ell^3}}, \quad (4.48)$$

já que

$$k = \frac{3EI}{\ell^3}.$$

Sendo conhecidos os valores de m e f_1 , a equação (4.48) pode ser colocada na forma:

$$\frac{EI}{\ell^3} = \frac{4}{3} \pi^2 f_1^2 m, \quad (4.49)$$

a qual vincula os valores de ℓ e EI . Se nenhuma condição for imposta, os valores de ℓ e EI não são únicos. Entretanto, pode-se, por exemplo, impor um limite na amplitude de oscilação do contrapeso de forma que estes valores sejam únicos.

Vê-se, claramente, através dos exemplos acima, que o amortecedor modelado por um sistema de um grau de liberdade proporciona equações simples e muito úteis para a análise do comportamento do amortecedor e para seu projeto, já que certos parâmetros básicos podem ser adotados com maior facilidade.

A seguir serão comparados os resultados obtidos neste capítulo com aqueles do capítulo 3, a fim de que se possa comparar a 'precisão' do modelo do amortecedor de um grau de liberdade com o modelo de dois graus de liberdade. Para isto, foram construídos os gráficos de força transmitida ao condutor e potência dissipada por ciclo para um amortecedor cujos parâmetros já foram relatados anteriormente no capítulo 3. Estes gráficos encontram-se mostrados nas figuras (4.9) e (4.10).

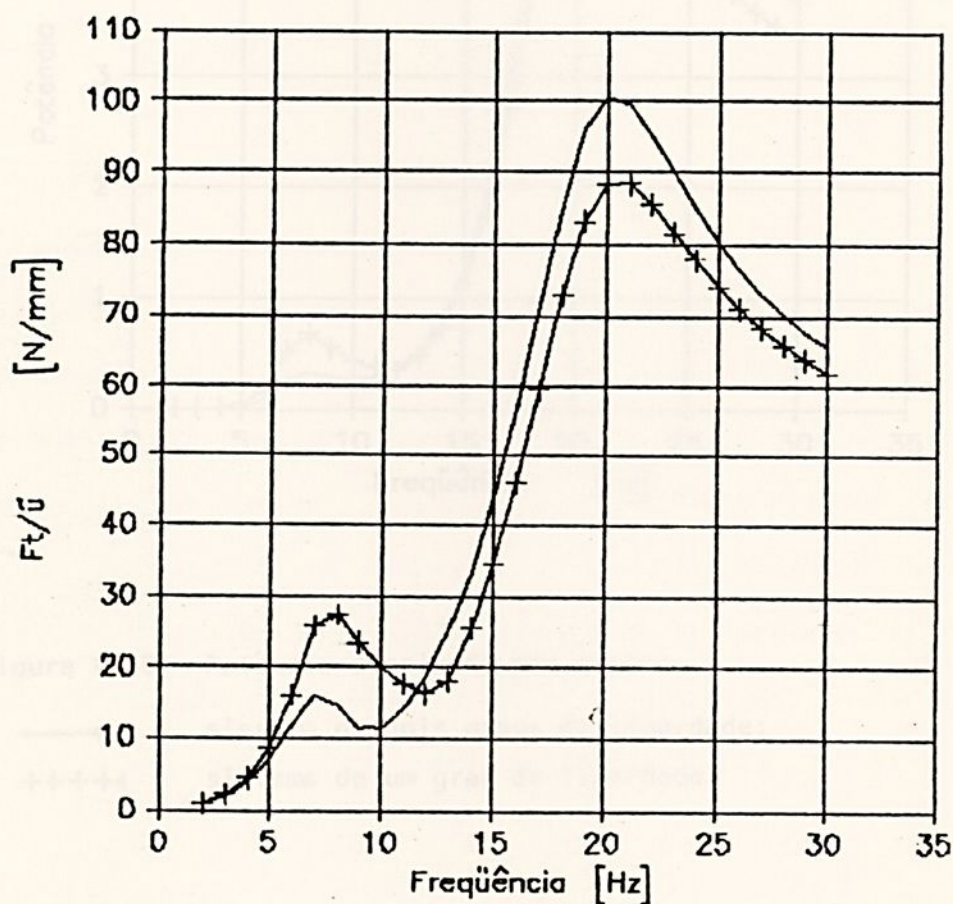


Figura 4.9 - Força transmitida ao condutor;

- sistema de dois graus de liberdade,
 +++++ sistema de um grau de liberdade.

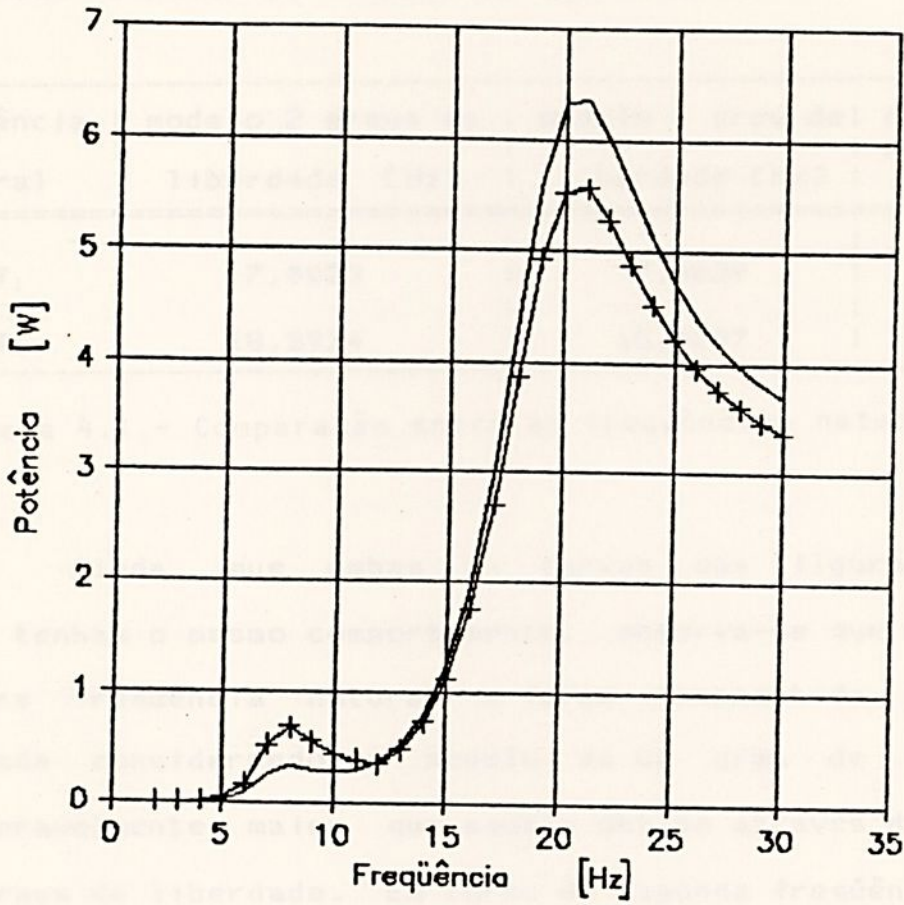


Figura 4.10 - Potência dissipada por ciclo;

- sistema de dois graus de liberdade;
 +++++ sistema de um grau de liberdade.

Observando as figuras (4.9) e (4.10), vê-se que ambas as curvas de cada gráfico apresentam o mesmo comportamento. As freqüências naturais obtidas considerando os dois modelos diferem muito pouco e podem ser vistas na tabela 4.1.

freqüência natural	modelo 2 graus de liberdade [Hz]	modelo 1 grau de liberdade [Hz]	diferença percentual %
f_1	7,0023	7,0039	0,0228
f_2	18,3974	18,3297	0,3680

Tabela 4.1 - Comparação entre as freqüências naturais.

Ainda que ambas as curvas das figuras (4.9) e (4.10) tenham o mesmo comportamento, observa-se que em torno da primeira freqüência natural a força transmitida ao condutor calculada considerando o modelo de um grau de liberdade é consideravelmente maior que aquela obtida através do modelo de dois graus de liberdade. Em torno da segunda freqüência natural ocorre o inverso, ou seja, a força transmitida ao condutor calculada pelo modelo de um grau de liberdade é menor que aquela calculada pelo modelo de dois graus de liberdade. Esta diferença pode ser explicada tendo em vista a equação 3.59:

$$\bar{F} = 2 m \Omega^2 \left[(\bar{y} \cos \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \cos \beta)^2 + (\bar{y} \sin \alpha - \bar{x} \bar{\theta} \sin \beta)^2 \right]^{1/2}$$

A expressão acima fornece o módulo da força transmitida ao condutor considerando o modelo de dois graus de liberdade.

No modelo de um grau de liberdade desprezou-se a rotação do contrapeso nas freqüências próximas à primeira natural e considerou-se apenas o deslocamento linear do mesmo. Já para freqüências próximas à segunda freqüência natural desprezou-se o deslocamento linear do contrapeso, considerando apenas a sua rotação. Para freqüências próximas à primeira natural os deslocamentos linear e angular encontram-se em fase (os ângulos α e β estão no mesmo quadrante do círculo trigonométrico ou seja, $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ têm o mesmo sinal de $\sin \beta$ e $\cos \beta$) e as duas parcelas da equação 3.59 contribuem no sentido de diminuir o valor de F , quando comparado com a força obtida no modelo de um grau de liberdade. Para freqüências próximas à segunda natural os deslocamentos linear e angular encontram-se em oposição de fase (os ângulos α e β encontram-se em quadrantes opostos no círculo trigonométrico, ou seja, $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ têm sinais contrários de $\sin \beta$ e $\cos \beta$) e as parcelas da equação 3.59 contribuem no sentido de aumentar o valor de F .

A mesma análise pode ser feita para as curvas de potência dissipada por ciclo onde se verifica o mesmo efeito.

Assim, modelar o amortecedor por um sistema de um grau de liberdade conduz a equações simples e que dão clara interpretação da influência dos parâmetros do amortecedor sobre o seu comportamento. Todavia, quando se estuda o sistema formado pelo amortecedor e condutor, é indispensável um método de cálculo que determina com a máxima precisão possível a força transmitida



do amortecedor ao condutor ou a potência dissipada pelo amortecedor.

Portanto, fica justificado o estudo efetuado no capítulo 3, onde se estudou o amortecedor através de um sistema de dois graus de liberdade.

Neste trabalho foi apresentado inicialmente no capítulo introdutório, contendo uma revisão bibliográfica sobre trabalhos relativos às vibrações de linhas de transmissão, assim como os objetivos da pesquisa aqui desenvolvida.

A seguir, no capítulo 2, foi descrito o fenômeno da vibração eólica, onde se evidenciou que a frequência de vibração de uma linha aérea de transmissão é dependente da velocidade do vento e do diâmetro do condutor. A frequência de vibração do condutor corresponde a uma das frequências naturais. Foi encontrado, também, que a amplitude da vibração é inversamente proporcional ao comprimento do condutor, tanto no Brasil como no exterior. Foi utilizado o amortecedor Stockbridge.



CAPÍTULO 5

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado inicialmente um capítulo introdutório, contendo uma revisão bibliográfica sobre trabalhos de vibrações de linhas de transmissão, assim como os objetivos da pesquisa aqui desenvolvida.

A seguir, no capítulo 2, foi descrito o fenômeno da vibração eólica, onde se evidenciou que a frequência de vibração de uma linha aérea de transmissão é dependente da velocidade do vento e do diâmetro do condutor. A frequência de vibração do condutor corresponde a uma das suas frequências naturais. Foi mostrado, também, que é possível reduzir o nível desta vibração através do emprego de amortecedores apropriados, sendo o de uso mais difundido atualmente, tanto no Brasil como no exterior, o amortecedor Stockbridge.



No capítulo 3 foi explicado o princípio de funcionamento do amortecedor Stockbridge e, para estudá-lo, foi adotado um modelo linear de dois graus de liberdade. Através do equacionamento do modelo, foi estudado o comportamento dinâmico do amortecedor em vibrações livres e forçadas. Do estudo das vibrações livres foram obtidas as frequências naturais do amortecedor em função dos seus parâmetros básicos. As expressões das frequências naturais permitem a escolha dos diversos parâmetros do amortecedor a fim de que o mesmo tenha grande eficiência nas frequências desejadas, ou seja, nas frequências de maior incidência de vibração do condutor.

Em seguida, foram estudadas as vibrações forçadas do amortecedor e obtidas as expressões para a força transmitida ao condutor, potência dissipada por ciclo e tensões mecânicas ao longo do cabo mensageiro. Foi verificado, então, que, próximo das frequências naturais, as grandezas citadas acima possuem um valor expressivo, sendo bem alto próximo da segunda frequência natural, enquanto que para outras frequências estas grandezas possuem um valor relativamente pequeno. Assim, a eficiência do amortecedor é pequena para frequências mais afastadas das suas frequências naturais. No caso das tensões no cabo mensageiro, verificou-se, ainda, que, próximo da primeira frequência natural, a tensão máxima ocorre no grampo de fixação. Nas proximidades da segunda frequência natural, a tensão máxima ocorre no ponto de engastamento do cabo mensageiro com o contrapeso, sendo que esta tensão máxima é bem maior que a tensão máxima que ocorre quando o amortecedor vibra próximo da primeira frequência natural. Ressalta-se aqui a importância de se conhecer as tensões no cabo



mensageiro do amortecedor, pois assim se pode ter uma indicação da vida do amortecedor com relação à fadiga.

No capítulo seguinte o amortecedor foi estudado como sendo formado por dois sistemas contendo cada um, apenas um grau de liberdade. Foi mostrado que a vantagem deste estudo é a obtenção de expressões mais simples para grandezas como força transmitida ao condutor e potência dissipada por ciclo; com isto, a influência de cada parâmetro do amortecedor sobre sua resposta pode ser avaliada mais facilmente.

Ainda que na pesquisa aqui desenvolvida não tenha sido feita parte experimental, já que não se dispunha do equipamento necessário, deve-se ressaltar que para a utilização do modelo linear de dois graus de liberdade adotado aqui, é sempre necessária uma análise experimental a fim de se obter a rigidez e o amortecimento do cabo mensageiro. Para baixos valores da amplitude de deslocamento do grampo de suspensão, o modelo linear representa com aproximação razoável o amortecedor real [A2],[C5],[W1]. Mas, deve-se ressaltar que, para grandes amplitudes de deslocamento do grampo de fixação, o modelo adotado não é mais válido, devendo nestes casos recorrer à ensaios experimentais ou à utilização de um outro modelo não-linear. Como discutido no capítulo 3, não se tem uma única curva que caracteriza o comportamento do amortecedor para diferentes níveis de vibração. Este tema é deixado aqui como sugestão para outros trabalhos.

Um outro problema que pode ser estudado mais profundamente está relacionado com o amortecimento do cabo



mensageiro. No modelo de amortecimento histerético é adotado um valor médio para a constante de amortecimento h , pois o mesmo apresenta uma variação em baixas frequências de vibração, como comprovado por [C5],[W1] e [O1]. Seria de grande interesse, então, verificar como ocorre a variação deste parâmetro h de amortecimento à medida que se varia a frequência de excitação. Este tema também é deixado aqui para ser pesquisado num outro trabalho.

- [61] BLEVINS, R.D., FLOW - INDUCED VIBRATION, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1977.
- [62] BERT, C.W., Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques, Journal of Sound and Vibration, 29(2), p.129-153, 1973.
- [63] CISRE STUDY COMMITTEE N. 32 80 81, Resistor Vibration on Overhead Lines, CISRE 22-11, 1976.
- [64] CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., Dynamics of Structures, MacGraw-Hill Kogakusha Ltda., Tokyo, Japan, 1975.
- [65] CLAREN, R., DIANA, G., Mathematical Analysis of Transmission Line Vibration, IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems, V.58, n. 12, 1969.
- [66] CLAREN, R., DIANA, G., Vibrazioni dei Conduttori - Part. 1. Vibrazioni trasversali di un conduttore teso, L'Energia Elettrica, n. 10, V. XLIII, 1966.

BIBLIOGRAFIA

- [CA1] ALMEIDA, M.T., FUCHS, R.D., *Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão*, Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1982.
- [CA2] ARRUDA, A.C.F., *Análise de Amortecedores para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica*, tese de Mestrado, UNICAMP, 1975.
- [CB1] BLEVINS, R.D., *FLOW - INDUCED VIBRATION*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1977
- [CB2] BERT, C.W., *Material Damping : An Introductory Review of Mathematical Models, Mesures and Experimental Techniques*, *Journal of Sound and Vibration*, 29(2), p.129-153, 1973.
- [CC1] CIGRE STUDY COMMITTEE N 22 WG 01, *Aeolian Vibration on Overhead Lines*, CIGRE 22-11, 1970.
- [CC2] CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., *Dynamics of Structures*, MacGraw-Hill Kogakusha Ltda, Tokyo, Japan, 1975.
- [CC3] CLAREN, R., DIANA, G., *Mathematical Analysis os Transmission Line Vibration*, *IEEE-Transaction on Power Apparatus and Systems*, V.88, n 12, 1969.
- [CC4] CLAREN, R., DIANA, G., *Vibrazioni dei Conduttori - Parte I : Vibrazioni trasversali di un conduttore tesato*, *L Energia Elettrica*, n 10, V.XLIII, 1966.

- [C5] CLAREN,R., DIANA,G., Vibrazioni dei Conduttori - Parte II : Ammortizzatore di vibrazioni a due gradi di libert  tipo Stockbridge,L Energia Elettrica, n 11, V.XLIII,1966 .
- [D1] DEN HARTOG, J.P.,Vibra es nos sistemas mec nicos,Ed.Edgard Blücher Ltda,S o Paulo, 1972.
- [F1] FARQUHARSON,F.B., McHUGH Jr, R.E.,Wind tunnel investigation of conductor vibration with use of rigid models,AIEE Trans. PAS 75, 1956.
- [H1] HAGEDORN, P., On the Optimal Design of Stockbridge Dampers,CIGR ,Symposium 22 - 81, Stockholm, 1981.
- [H2] HAGEDORN, P., On the computation of damped wind - excited vibrations of overhead transmission lines,Journal of Sound and Vibration,83(2),p. 253 - 271, 1982.
- [J1] JORDAN, R., Vibra es em linhas de transmissão de Energia Elétrica, Tese de Mestrado, UFSC, 1982.
- [M1] MEIROVITCH, L. , Elements of Vibration Analysis,McGraw - Hill,Tokyo, Japan, 1975.
- [N1] NASCIMENTO,N.,PERES,M.P., Tipos de amortecedores de vibra o de linhas de transmissão,trabalho a ser publicado nos anais do VI Seminário da Adunesp - Guaratinguetá de 1986.
- [O1] OLIVEIRA,A.R.E., RIPPER NETO,A.P., Estudo analítico e experimental do amortecedor Stockbridge, Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia, 1983.



- CP1] PEREIRA, E.V., MONTI,S.F. Vibração eólica em linhas de transmissão e análise de desempenho dos amortecedores utilizados, CPFL, 1973.
- CR1] RIPPER NETO, A. P., Vibrações em linhas de transmissão, CEPEL, 1976.
- CS1] SCHÄFER, B., Zur Entstehung und Unterdrückung Winderregter Schwingungen an Freileitungen, Dissertation, Darmstadt, 1980.
- CT1] TOMPKINS, J .S., MERRILL, L. L., JONES, B. L., Quantitative Relationships in Conductor Vibration Damping, AIEE Trans. PAS 75, p. 879-896, 1956.
- CW1] WAGNER, H. ET ALLI ,Dynamics of Stockbride Dampers, Journal of Sound and Vibration, 30(2), p. 207 - 220, 1973.



APÊNDICE

PROGRAMA: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE
(MODELO DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE)

47

```

C *****
C RESPOSTA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE EM FUNCAO DA FREQUENCIA
C PROGRAMADOR : JOSE ELIAS TOMAZINI
C DATA: 30-09-1 987
C *****
C *****
C DIMENSION Y(30),ALFR(30),ALF(30),T(30),BETR(30),BET(30),FT(30)
C DIMENSION FTR(30),FTI(30),RM(30,5),SIG(30,5),XX(5),FTU(30)
C DIMENSION FIR(30),FI(30),PC(30),U(30),DR(30),DI(30),D(30)
C REAL MC,L,JB,KC,M1,NYR(30),NYI(30),NTR(30),NTI(30),NY(30),NT(30)
C REAL IM(30,5),M(30,5),LBD(30,5)
C LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
C WRITE(*,1)
1  FORMAT(/////,5X,' MASSA DO CONTRAPESO ?')
   READ(*,2)MC
2  FORMAT(F10.5)
   WRITE(*,3)
3  FORMAT(/////,5X,' MOMENTO DE INERCIA JB ?')
   READ(*,2)JB
   WRITE(*,4)
4  FORMAT(/////,5X,' POSICAO DO CENTRO DE GRAVIDADE ?')
   READ(*,2)X
   WRITE(*,5)
5  FORMAT(/////,5X,' COMPRIMENTO DO CABO MENSAGEIRO ?')
   READ(*,2)L
   WRITE(*,6)
6  FORMAT(/////,5X,' RIGIDEZ DO CABO MENSAGEIRO ?')
   READ(*,2)KC
   WRITE(*,7)
7  FORMAT(/////,5X,' COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO ?')
   READ(*,2)M1
   WRITE(*,12)
12 FORMAT(/////,5X,' DIAMETRO DO CABO MENSAGEIRO ?')
   READ(*,2)DM
   WRITE(*,8)
8  FORMAT(/////,5X,' DESLOCAMENTO DO GRAMPO ?')
   READ(*,2)U
   WRITE(*,9)
9  FORMAT(/////,5X,' FREQUENCIA INICIAL ?')
   READ(*,2)W1
   WRITE(*,10)
10 FORMAT(/////,5X,' FREQUENCIA FINAL ?')
   READ(*,2)WF
   WRITE(*,11)
11 FORMAT(/////,5X,' INCREMENTO DE FREQUENCIA ?')
   READ(*,2)DW
C *****
C ARQUIVOS EM DISCOS
C *****
C OPEN(5,FILE='B:SIG1XW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(6,FILE='B:FTXW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(7,FILE='B:PCXW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(8,FILE='B:SIG4XW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(9,FILE='B:FIXW.DAT',STATUS='NEW')

```



```

C *****
C
C          IMPRESSAO DOS DADOS DE ENTRADA
C
C *****
C
C          WRITE(*,20)MC,JB,X,L,KC,M1,U,W1,WF,DW
20  FORMAT(////, ' RESPOSTA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE EM FUNCAO DA FR
1  EQUENCIA DE EXCITACAO',///,2X, ' MC= MASSA DO CONTRAPESO
1  =',F10.5, ' KG',/,2X, ' JB= MOMENTO DE INERCIA DO CONTRAPESO=',
1  F10.5, ' KGM2',/,2X, ' X = POSICAO DO CENTRO DE GRAVIDADE =',F10.5
1  , ' M',/,2X, ' L = COMPRIMENTO DO CABO MENSAGEIRO =',F10.5, ' M',/,2
1  X, ' KC= RIGIDEZ DO CABO MENSAGEIRO =',F10.5, ' N/M',/,2X, ' M1
1  = COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO =',F10.5, ' ',/,2X, ' U = DESLO
1  CAMENTO DO GRAMPO =',F10.5, ' M',/,2X, ' W1= FREQUENCIA I
1  NICIAL =',F10.5, ' HZ',/,2X, ' WF= FREQUENCIA FINAL
1  =',F10.5, ' HZ',/,2X, ' DW= INCREMENTO DE FREQUENCIA
1  =',F10.5, ' HZ',/)
C *****
C
C          CALCULOS
C
C *****
C
C          PI= 3.141593
C          A = (1./3.)*L**2*MC + JB - L*MC*X
C          B = MC*JB - (MC**2)*(X**2)
C          C = L**2/3.
C          W1= (2*KC)*(A - SQRT(A**2 - B*C))/B
C          W2= (2*KC)*(A + SQRT(A**2 - B*C))/B
C          WN1=SQRT(W1)/(2.*PI)
C          WN2=SQRT(W2)/(2.*PI)
15  WRITE(*,15)WN1,WN2
15  FORMAT(////,5X, ' FREQUENCIAS NATURAIS',/,3X, ' WN1=',F10.5,5X, ' W
1  N2=',F10.5,/)
C          WH = W1
C          RN = ((WF-W1)/DW) + 1.
C          RP = L/3.
C          N = INT(RN)
C          DO 25 I= 1,N
C          W(I) = 2.*PI*WH
C          GM = JB/(MC * X ** 2) - 1.
C          S = L/X
C          NYR(I) = 2.*KC*U*X**2 * (MC* W(I)**2 * (S - 2. *(1.+GM)) + (2./3.)
1  *KC* S**2 *(1.-MI**2))
C          NYI(I) = 2.*KC*U*X**2 * (MC* W(I)**2 * MI * (S - 2.*(1.+GM)) + (4.
1  /3.)* KC * S**2 *MI)
C          NTR(I)= (-2.)* U * MC * X * W(I)**2 * KC * (2. - S )
C          NTI(I)= NTR(I) * MI
C          DR(I)= (4./3.)*KC* X**2 * ((3.* MC**2 * GM *W(I)**4)/(4.*KC) + MC*
1  (3.*S- S**2 - 3.*(1.+ GM))* W(I)**2 + KC* S**2 * (1. - MI**2))
C          DI(I) =(4./3.)*KC* X**2 * MI *(MC*(3. *S-S**2 - 3*(1. +GM))* W(I)*
1  X**2 +2.* KC* S**2)
C          NY(I) = SQRT( NYR(I)**2 + NYI(I)**2 )
C          D(I) = SQRT( DR(I)** 2 + DI(I) **2)
C          Y(I) = NY(I)/D(I)
C          YR = NYR(I)*DR(I) + NYI(I)*DI(I)

```



```

YI = NYI(1)*DR(1) - NYR(1)*DI(1)
CALL PHASE(YR,YI,ALFR(1))
ALF(1) = 57.2958* ALFR(1)
NT(1) = SQRT(NTR(1)**2 + NTI(1)**2)
T(1) = NT(1)/D(1)
TR = NTR(1)*DR(1) + NTI(1)*DI(1)
TI = NTI(1)*DR(1) - NTR(1)*DI(1)
CALL PHASE(TR,TI,BETR(1))
BET(1) = 57.2958 * BETR(1)

C
C
FORCA TRANSMITIDA
FTR(1)= 2.*MC* W(1)**2*(Y(1)*COS(ALFR(1)) - X*T(1)*COS(BETR(1)))
FTI(1)= 2.*MC* W(1)**2*(Y(1)*SIN(ALFR(1)) - X*T(1)*SIN(BETR(1)))
FT(1)= SQRT(FTR(1)**2 + FTI(1)**2)
FTU(1)=FT(1)/(U*1000.)
CALL PHASE(FTR(1),FTI(1),FIR(1))
FI(1) = 57.2958* FIR(1)

C
C
POTENCIA DISSIPADA PELO AMORTECEDOR
PC(1)= (4./3.)*KC*W(1)*MI*(3.*Y(1)**2 +3.*U**2 +L**2 *T(1)**2 - 6.
1*Y(1)*U*COS(ALFR(1))+ 3.*L*U*T(1)*COS(BETR(1))-3.*L*Y(1)*T(1)*COS(
1ALFR(1)-BETR(1)))

C
C
TENSAO NO CABO MENSAGEIRO
XX(1)= 0.0
DO 16 J = 1,4
RM(1,J)= MC* W(1)**2 *(Y(1)*(XX(J) -X)*COS(ALFR(1))+ X*T(1)*(X- XX
1(J) + X*GM)* COS(BETR(1)))
IM(1,J)= MC* W(1)**2 *(Y(1)*(XX(J) -X)*SIN(ALFR(1))+ X*T(1)*(X- XX
1(J) + X*GM)* SIN(BETR(1)))
M(1,J) = SQRT(RM(1,J)**2 + IM(1,J)**2)
CALL PHASE(RM(1,J), IM(1,J),LBD(1,J))
SIG(1,J)= (81./55.)*(32.*M(1,J)/(PI* DM**3))* 0.000001
XX(J+1)=XX(J) + RP
16 CONTINUE
*****
C
C
C
C
IMPRESSAO DOS RESULTADOS
*****
30 WRITE(*,30) WH,Y(1),ALF(1),T(1),BET(1),FT(1),FI(1),PC(1)
30 FORMAT(///,10X,' W =',F10.5,/,10X,' Y =',F10.5,2X,' ALF=',F10.5,/,
110X,' T =',F10.5,2X,' BET=',F10.5,/,10X,' FT=',F10.5,2X,' FI=',F10
1.5,/,10X,' PC=',F10.5,/)
WRITE(5,40)WH,SIG(1,1)
WRITE(6,40)WH,FTU(1)
WRITE(7,40)WH,PC(1)
WRITE(8,40)WH,SIG(1,4)
WRITE(9,40)WH,FI(1)
40 FORMAT(F11.5,3X,F11.5)
WH = WH + DW
25 CONTINUE
STOP
END
SUBROUTINE PHASE(PR,PJ,ANG)

```

0-170



PROGRAMA: RESPOSTA EM FREQUENCIA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE
(MODELO DE UM GRAD DE LIBERDADE)

```

PI = 3.141593
IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 68
IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 69
IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 69
IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 70
68  ANG = ATAN(PJ/PR)
    GO TO 71
69  ANG = ATAN(PJ/PR) + PI
    GO TO 71
70  ANG = ATAN(PJ/PR) + 2*PI
71  CONTINUE
    RETURN
    END

```



PROGRAMA: RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE
(MODELO DE UM GRAU DE LIBERDADE)

```

C *****
C RESPOSTA DO AMORTECEDOR STOCKBRIDGE EM FUNCAO DA FREQUENCIA
C PROGRAMADOR : JOSE ELIAS TOMAZINI
C DATA: 30-09-1 987
C *****
C *****
C DIMENSION Y(30),ALF(30),T(30),BET(30),FT(30)
C DIMENSION FTU(30)
C DIMENSION FIR(30),FI(30),PC(30),W(30)
C REAL MC,L,JC,KC,M1
C LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA
C WRITE(*,1)
1  FORMAT(/////,5X,' MASSA DO CONTRAPESO ?')
  READ(*,2)MC
2  FORMAT(F10.5)
  WRITE(*,3)
3  FORMAT(/////,5X,' MOMENTO DE INERCIA JC ?')
  READ(*,2)JC
  WRITE(*,5)
5  FORMAT(/////,5X,' COMPRIMENTO DO CABO MENSAGEIRO ?')
  READ(*,2)L
  WRITE(*,6)
6  FORMAT(/////,5X,' RIGIDEZ DO CABO MENSAGEIRO ?')
  READ(*,2)KC
  WRITE(*,7)
7  FORMAT(/////,5X,' COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO ?')
  READ(*,2)M1
  WRITE(*,8)
8  FORMAT(/////,5X,' DESLOCAMENTO DO GRAMPO ?')
  READ(*,2)U
  WRITE(*,9)
9  FORMAT(/////,5X,' FREQUENCIA INICIAL ?')
  READ(*,2)W1
  WRITE(*,10)
10 FORMAT(/////,5X,' FREQUENCIA FINAL ?')
  READ(*,2)WF
  WRITE(*,11)
11 FORMAT(/////,5X,' INCREMENTO DE FREQUENCIA ?')
  READ(*,2)DW
C *****
C ARQUIVOS EM DISCOS
C *****
C OPEN(6,FILE='B:FTXW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(7,FILE='B:PCXW.DAT',STATUS='NEW')
C OPEN(9,FILE='B:FIXW.DAT',STATUS='NEW')
C *****
C *****
C CALCULOS
C *****
C PI= 3.141593
C W1= SQRT(KC/MC)
C W2= SQRT((4.*KC*L**2/3.)/JC)

```



```

WN1= W1/(2.*PI)
WN2= W2/(2.*PI)
WRITE(*,15)WN1,WN2
15  FORMAT(////,5X, ' FREQUENCIAS NATURAIS',//,3X, ' UN1=',F10.5,5X, ' W
1N2=',F10.5,/)
WH = W1
RN = ((WF-W1)/DW) + 1.
WM = (W1 + W2)/2.
N = INT(RN)
DO 25 I= 1,N
W(I) = 2.*PI*WH
IF(W(I).GE.WM)GO TO 50
A1= W(I)/W1
B1=1.-A1**2
Y(I)= U*SQRT((1.+M1**2)/((1.-A1**2)**2 +M1**2))
YR= B1 + M1**2
YI= M1*(B1-1.)
CALL PHASE1(YR,YI,ALF(I),PI)
FT(I)= 2.*MC*W(I)**2*Y(I)
FTU(I)= FT(I)/(U*1000.)
FIR(I)=ALF(I)
FI(I)=57.2958*FIR(I)
PC(I)=KC*M1*W(I)*(U**2 -2.*U*Y(I)*COS(ALF(I)) + Y(I)**2)
GO TO 51
50  A2=W(I)/W2
B2=1.-A2**2
T(I)=( 3.*U/(2.*L))* SQRT((1+M1**2)/((1-A2**2)**2+M1**2))
TR= (-1.)*(B2+M1**2)
TI= M1*(1.-B2)
CALL PHASE1(TR,TI,BET(I),PI)
FT(I)=4*KC*SQRT((1.+M1**2)*(4.*U**2 +(L**2)*(T(I)**2) + 4.*U*L*T(I)
1)*COS(BET(I))))
FTU(I)=FT(I)/(U*1000.0)
FTR=(-1.)*(2.*U+L*T(I)*(COS(BET(I))-M1*SIN(BET(I))))
FTI=(-1.)*(2.*M1*U+L*T(I)*(SIN(BET(I))+M1*COS(BET(I))))
CALL PHASE1(FTR,FTI,FIR(I),PI)
FI(I)=57.2958*FIR(I)
PC(I)= 2.*KC*U*W(I)*M1*(L*T(I))*((SIN(BET(I))/M1)+COS(BET(I)))+ 2.*
1U)
51  CONTINUE
C
C
C
C
C
*****
IMPRESSAO DOS RESULTADOS
*****
WRITE(*,30) WH,Y(I),ALF(I),T(I),BET(I),FT(I),FI(I),PC(I)
30  FORMAT(///,10X, ' W =',F10.5,/,10X, ' Y =',F10.5,2X, ' ALF=',F10.5,/,
110X, ' T =',F10.5,2X, ' BET=',F10.5,/,10X, ' FT=',F10.5,2X, ' FI=',F10
1.5,/,10X, ' PC=',F10.5,/)
WRITE(6,40)WH,FTU(I)
WRITE(7,40)WH,PC(I)
WRITE(9,40)WH,FI(I)
40  FORMAT(F11.4,3X,F11.4)
WH = WH + DW

```



```
25  CONTINUE
    STOP
    END
    SUBROUTINE PHASE(PR,PJ,ANG,PI)
    IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 64
    IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 65
    IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 65
    IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 66
64  ANG= -ATAN(PJ/PR) + 2.*PI
    GO TO 67
65  ANG= -ATAN(PJ/PR) + PI
    GO TO 67
66  ANG= -ATAN(PJ/PR)
67  CONTINUE
    RETURN
    END
    SUBROUTINE PHASE1(PR,PJ,ANG,PI)
    IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 68
    IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.GT.O.))GO TO 69
    IF((PR.LT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 69
    IF((PR.GT.O.).AND.(PJ.LT.O.))GO TO 66
68  ANG= ATAN(PJ/PR)
    GO TO 71
69  ANG= ATAN(PJ/PR) + PI
    GO TO 71
70  ANG= ATAN(PJ/PR) + 2.*PI
71  CONTINUE
    RETURN
    END
```





unesp



.1 12 13 14 15 16 17 18