

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

**NATHAMY FREITAS ALVES**

**DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS MECÂNICOS COM  
ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DA  
METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO**

Ilha Solteira

2019

**NATHAMY FREITAS ALVES**

**DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS MECÂNICOS COM  
ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DA  
METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - Unesp como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo  
Orientador

Ilha Solteira

2019

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A474d      Alves, Nathamy Freitas.  
Detecção de falhas em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de  
vibração através da metodologia dos observadores de estado / Nathamy  
Freitas Alves. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019  
122 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de  
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2019

Orientador: Gilberto Pechoto de Melo  
Inclui bibliografia

1. Absorvedores dinâmicos de vibração. 2. Monitoramento da integridade  
estrutural. 3. Observadores de estado.

  
Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção  
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação  
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação  
CRB/8 - 9990

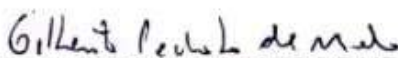
**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

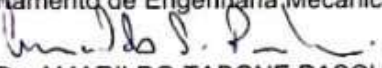
**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:** Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos com Absorvedores Dinâmicos de Vibração Através da Metodologia dos Observadores de Estado

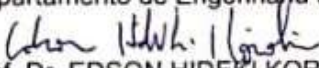
**AUTORA:** NATHAMY FREITAS ALVES

**ORIENTADOR:** GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em ENGENHARIA MECÂNICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO  
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI  
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

  
Prof. Dr. EDSON HIDEKI KOROISHI  
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Ilha Solteira, 18 de dezembro de 2019



## AGRADECIMENTOS

E primeiro lugar, agradeço a Deus pela vida e pelas oportunidades que me trouxeram até aqui.

A minha família, em especial a minha mãe Edvânia e a minha irmã Nallanda que sempre compreenderam minha ausência, por todo carinho e incentivo em todos os momentos. Agradeço também a Felipa por todo apoio e carinho.

Ao meu amor, Carlos Felipe, pelo afeto, carinho, compreensão e amizade, por compartilhar esta jornada ao meu lado todos os dias, me ajudando a superar os desafios.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo, pela orientação, incentivo e ao conhecimento transmitido ao longo desses anos.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica, em especial ao Prof. Eduardo Turra, pelas contribuições.

Ao apoio do técnico de laboratório, Carlos Santana, sem sua participação os testes experimentais não poderiam ter sido realizados com sucesso.

Aos colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da Unesp-feis, que por diversas vezes me ajudaram quando precisei. Em especial, ao Lucas Rangel e ao Lucas Zanovello por toda ajuda e ensinamentos.

Agradeço por fim, a todos que participaram na elaboração deste trabalho de forma direta ou indireta.

## RESUMO

Neste trabalho propõe-se uma metodologia de detecção e localização de danos em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibração. Devido à sua relevância tecnológica nos domínios acadêmico e industrial, os absorvedores dinâmicos de vibração representam um assunto de interesse permanente. Estes dispositivos têm a capacidade de atenuar as amplitudes de vibração de sistemas mecânicos quando acoplados corretamente. A metodologia de monitoramento da integridade estrutural é baseada em observadores de estados, que utilizam o resíduo obtido a partir da diferença entre a medida e a estimativa de dada resposta dinâmica do sistema para o processo de detecção de danos. Para verificar a validade da metodologia desenvolvida foram simulados três sistemas mecânicos: uma viga engastada livre com absorvedor dinâmico de vibração do tipo massa-mola, uma viga biapoiada com absorvedor dinâmico de vibração do tipo massa-mola e um sistema massa-mola-amortecedor de três graus de liberdade com absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante. Por fim, foram apresentados resultados obtidos experimentalmente com a construção de um absorvedor dinâmico do tipo lâmina vibrante e um sistema de mesas vibratórias pertencente ao laboratório de vibrações mecânicas do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP, Campus de Ilha Solteira. Os resultados apresentados com a metodologia proposta permitem comprovar a eficiência dos absorvedores dinâmicos de vibração para atenuação das amplitudes de vibração bem como o uso dos observadores de estado para detecção de danos.

**Palavras-chave:** Absorvedores dinâmicos de vibração. Monitoramento da integridade estrutural. Observadores de estado.

## ABSTRACT

This work proposes a methodology for detection and localization of damage in mechanical systems with dynamic vibration absorbers. Due to their technological relevance in the academic and industrial domains, dynamic vibration absorbers represent a subject of permanent interest. These devices have the ability to attenuate the vibration amplitudes of mechanical systems when properly coupled. The structural integrity monitoring methodology is based on state observers, which use the residue obtained from the difference between the measurement and the estimation of a given system dynamic response for the damage detection process. To verify the validity of the developed methodology, three mechanical systems were simulated: cantilever beam with dynamic vibration absorber type mass-spring, simply supported beam with dynamic vibration absorber type mass-spring and system mass-spring-damper of 3 degree of freedom with vibrating blade dynamic absorber. Finally, results obtained experimentally with the construction of a vibrating blade dynamic absorber and a vibrating table system belonging to the mechanical vibration laboratory of the Department of Mechanical Engineering of UNESP, Ilha Solteira. The results presented with the proposed methodology allow to prove the efficiency of dynamic vibration absorbers for attenuation of vibration amplitudes and the use of state observers for damage detection.

**Keywords:** Dynamic vibration absorbers. Structural health monitoring. State observers.

## LISTA DE FIGURAS

|    |                                                                                        |    |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1  | Modelo de um sistema primário com ADV não amortecido . . . . .                         | 26 |
| 2  | FRF da massa primária $m_1$ , para $m_2/m_1 = 0,1$ . . . . .                           | 29 |
| 3  | Variação das frequências naturais do sistema acoplado em função de $\mu$ . . .         | 30 |
| 4  | Sistema primário de múltiplos graus de liberdade . . . . .                             | 31 |
| 5  | ADV de 1 grau de liberdade . . . . .                                                   | 31 |
| 6  | Sistema primário múltiplos graus de liberdade com ADV de 1 grau de liberdade . . . . . | 32 |
| 7  | Observador de estado de ordem plena . . . . .                                          | 37 |
| 8  | Banco de observadores para monitoramento da integridade estrutural . . .               | 41 |
| 9  | Elemento de viga Euler-Bernoulli . . . . .                                             | 43 |
| 10 | Viga discretizada com $n$ elementos . . . . .                                          | 44 |
| 11 | Modelo de um absorvedor dinâmico do tipo lâmina vibrante . . . . .                     | 46 |
| 12 | Absorvedor acoplado a um sistema mecânico de 3 graus de liberdade . . .                | 49 |
| 13 | Viga com trinca . . . . .                                                              | 50 |
| 14 | Seção transversal da região trincada . . . . .                                         | 50 |
| 15 | Viga engastada livre com 20 graus de liberdade . . . . .                               | 53 |
| 16 | Modos de vibrar da viga engastada livre . . . . .                                      | 54 |
| 17 | Resposta da viga engastada livre com ADV 1 acoplado em diferentes pontos               | 56 |
| 18 | Resposta da viga engastada livre com ADV 1 . . . . .                                   | 56 |
| 19 | Resposta da viga engastada livre com ADV 2 acoplado em diferentes pontos               | 57 |
| 20 | Resposta da viga engastada livre com ADV 2 . . . . .                                   | 58 |
| 21 | Resposta da viga engastada livre com ADV 3 acoplado em diferentes pontos               | 59 |
| 22 | Resposta da viga engastada livre com ADV 3 . . . . .                                   | 59 |
| 23 | Resposta do sistema real e do observador de estado global . . . . .                    | 60 |
| 24 | Sistema com falha X observador robusto . . . . .                                       | 61 |
| 25 | Índice de dano do sistema monitorado . . . . .                                         | 62 |
| 26 | Resposta do sistema com falha e do observador de estado global . . . . .               | 63 |
| 27 | Sistema com falha X observador robusto . . . . .                                       | 64 |
| 28 | Índice de dano do sistema monitorado . . . . .                                         | 64 |
| 29 | Viga biapoiada com $n$ elementos . . . . .                                             | 65 |
| 30 | Modos de vibrar da viga biapoiada . . . . .                                            | 66 |

|    |                                                                                                                                                                                      |    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 31 | Resposta da viga biapoiada com ADV 1 acoplado em diferentes pontos . .                                                                                                               | 68 |
| 32 | Resposta da viga biapoiada com ADV 1 . . . . .                                                                                                                                       | 68 |
| 33 | Resposta da viga biapoiada com ADV 2 acoplado em diferentes pontos . .                                                                                                               | 69 |
| 34 | Resposta da viga biapoiada com ADV 2 . . . . .                                                                                                                                       | 70 |
| 35 | Resposta da viga engastada livre com ADV 3 acoplado em diferentes pontos                                                                                                             | 71 |
| 36 | Resposta da viga biapoiada com ADV 3 . . . . .                                                                                                                                       | 71 |
| 37 | Resposta do sistema real e do observador de estado global . . . . .                                                                                                                  | 73 |
| 38 | Sistema com falha X observador robusto . . . . .                                                                                                                                     | 74 |
| 39 | Índice de dano do sistema monitorado . . . . .                                                                                                                                       | 74 |
| 40 | Resposta do sistema com falha e do observador de estado global . . . . .                                                                                                             | 75 |
| 41 | Sistema com falha X observador robusto . . . . .                                                                                                                                     | 76 |
| 42 | Índice de dano do sistema monitorado . . . . .                                                                                                                                       | 76 |
| 43 | Sistema massa-mola-amortecedor de 3 GDL . . . . .                                                                                                                                    | 77 |
| 44 | Deslocamento máximo sistema do primário submetido a uma força de ex-<br>citação $f = 1 \text{ sen } 90,79t$ sem ADVLV 1 e com ADVLV 1 em diferentes<br>loais . . . . .               | 80 |
| 45 | Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 1 e com ADVLV 1                                                                                                                    | 80 |
| 46 | Deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor submetido a<br>uma força de excitação $f = 1 \text{ sen } 198,49t$ sem ADVLV 2 e com ADVLV 2<br>em diferentes locais . . . . . | 81 |
| 47 | Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 2 e com ADVLV 2                                                                                                                    | 82 |
| 48 | Deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor submetido a<br>uma força de excitação $f = 1 \text{ sen } 303,9t$ sem ADVLV 3 e com ADVLV 3<br>em diferentes locais . . . . .  | 83 |
| 49 | Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 3 e com ADVLV 3                                                                                                                    | 83 |
| 50 | Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 3 e com ADVLV 3                                                                                                                    | 85 |
| 51 | Sistema monitorado com falha X observador robusto . . . . .                                                                                                                          | 86 |
| 52 | Índice de dano para a perda de rigidez de 10% em $k_1$ . . . . .                                                                                                                     | 87 |
| 53 | Sistema com dano X observador de estado global . . . . .                                                                                                                             | 87 |
| 54 | Índice de dano para a perda de rigidez em $k_1$ de 10% e 20 % em $k_a$ . . . .                                                                                                       | 88 |
| 55 | Montagem experimental da estrutura primária . . . . .                                                                                                                                | 89 |
| 56 | Sistema massa-mola-amortecedor de 3 GDL . . . . .                                                                                                                                    | 91 |
| 57 | Montagem experimental da mesa inferior . . . . .                                                                                                                                     | 92 |
| 58 | Montagem experimental da mesa intermediária . . . . .                                                                                                                                | 93 |
| 59 | Montagem experimental da mesa superior . . . . .                                                                                                                                     | 94 |
| 60 | Montagem experimental do ADVLV para verificação da frequência natural                                                                                                                | 95 |

|    |                                                                                                                           |     |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 61 | Resposta da mesa inferior . . . . .                                                                                       | 96  |
| 62 | Resposta da mesa intermediária . . . . .                                                                                  | 97  |
| 63 | Resposta da mesa superior . . . . .                                                                                       | 98  |
| 64 | Frequências naturais do sistema primário . . . . .                                                                        | 99  |
| 65 | Montagem experimental do ADVLV 1 acoplado a mesa superior para o<br>primeiro modo . . . . .                               | 101 |
| 66 | Resposta da mesa superior sem ADVLV 1 e com ADVLV 1. . . . .                                                              | 102 |
| 67 | Montagem experimental do ADVLV 2 acoplado a mesa superior para o<br>segundo modo . . . . .                                | 103 |
| 68 | Resposta da mesa superior sem ADVLV 2 e com ADVLV 2. . . . .                                                              | 103 |
| 69 | Montagem experimental do ADVLV 3 acoplado a mesa superior para o<br>terceiro modo . . . . .                               | 104 |
| 70 | Resposta da mesa superior sem ADVLV 3 e com ADVLV 3. . . . .                                                              | 105 |
| 71 | Comparação da resposta do observador global e do sistema sem dano . . .                                                   | 106 |
| 72 | Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano -<br>Perda de 2 lâminas da mesa intermediária . . . . . | 107 |
| 73 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - caso 1 . . . . .                                                          | 107 |
| 74 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - caso 1 . . . . .                                                          | 108 |
| 75 | Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano -<br>Perda de 3 lâminas da mesa intermediária . . . . . | 108 |
| 76 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 2 . . . . .                                                          | 109 |
| 77 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 2 . . . . .                                                          | 109 |
| 78 | Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano -<br>Perda de 4 lâminas da mesa intermediária . . . . . | 110 |
| 79 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 3 . . . . .                                                          | 111 |
| 80 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 3 . . . . .                                                          | 111 |
| 81 | Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano -<br>Perda de 6 lâminas da mesa intermediária . . . . . | 112 |
| 82 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 4 . . . . .                                                          | 112 |
| 83 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 4 . . . . .                                                          | 113 |
| 84 | Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano -<br>Perda de 7 lâminas da mesa intermediária . . . . . | 113 |
| 85 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 5 . . . . .                                                          | 114 |
| 86 | Índice de dano para perda de rigidez em $k_2$ - Caso 5 . . . . .                                                          | 114 |

## LISTA DE TABELAS

|    |                                                                         |     |
|----|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1  | Parâmetros físicos e geométricos da viga engastada livre . . . . .      | 53  |
| 2  | Frequências naturais da viga engastada livre . . . . .                  | 54  |
| 3  | Parâmetros ADV massa-mola . . . . .                                     | 55  |
| 4  | Parâmetros físicos e geométricos da viga biapoiada . . . . .            | 65  |
| 5  | Frequências naturais da viga biapoiada . . . . .                        | 66  |
| 6  | Parâmetros ADV massa-mola . . . . .                                     | 67  |
| 7  | Parâmetros físicos do sistema massa-mola-amortecedor . . . . .          | 77  |
| 8  | Frequências naturais do sistema massa-mola amortecedor . . . . .        | 78  |
| 9  | Variáveis de projeto para o ADVLV . . . . .                             | 78  |
| 10 | Parâmetros ADVLV . . . . .                                              | 79  |
| 11 | Variáveis de projeto para o ADVLV . . . . .                             | 95  |
| 12 | Parâmetros físicos da mesa inferior . . . . .                           | 97  |
| 13 | Parâmetros físicos da mesa intermediária . . . . .                      | 97  |
| 14 | Parâmetros físicos da mesa superior . . . . .                           | 98  |
| 15 | Comparação das frequências naturais experimentais e simuladas . . . . . | 99  |
| 16 | Parâmetros ADVLV . . . . .                                              | 100 |
| 17 | Frequência natural experimental do ADVLV . . . . .                      | 100 |
| 18 | Comprimento da Lâmina . . . . .                                         | 100 |
| 19 | Casos de perda de rigidez em $k_2$ . . . . .                            | 106 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                      |   |                                                                           |
|----------------------|---|---------------------------------------------------------------------------|
| <b>A</b>             | - | Matriz de estado                                                          |
| <b>B</b>             | - | Matriz de entrada para espaço de estados                                  |
| <b>b</b>             | - | Base da lâmina vibrante                                                   |
| <b>C</b>             | - | Matriz de saída para espaço de estados                                    |
| <b>D</b>             | - | Matriz de transmissibilidade                                              |
| <b>E</b>             | - | Módulo de elasticidade                                                    |
| <b>e(t)</b>          | - | Vetor de erro                                                             |
| <b>F</b>             | - | Vetor de forças                                                           |
| <b>g</b>             | - | Razão de frequências forçadas                                             |
| <b>I</b>             | - | Momento de inércia da área da seção transversal da viga                   |
| <b>I<sub>d</sub></b> | - | Índice de dano                                                            |
| <b>I<sub>t</sub></b> | - | Momento de inercia da área da seção transversal da viga com dano          |
| <b>I<sub>d</sub></b> | - | Índice de dano                                                            |
| <b>J</b>             | - | Índice de desempenho                                                      |
| <b>K</b>             | - | Matriz de rigidez                                                         |
| <b>k<sub>d</sub></b> | - | Elemento de mola com dano                                                 |
| <b>K<sub>e</sub></b> | - | Rigidez do absorvedor                                                     |
| <b>L</b>             | - | Matriz de ganho do observador                                             |
| <b>l</b>             | - | Comprimento do elemento de viga                                           |
| <b>M</b>             | - | Matriz de massa                                                           |
| <b>M<sub>a</sub></b> | - | Massa do absorvedor                                                       |
| <b>mc</b>            | - | Massa concentrada do absorvedor dinâmico de vibração tipo lâmina vibrante |
| <b>O</b>             | - | Matriz de observabilidade                                                 |
| <b>T</b>             | - | Matriz que satisfaz a equação de Ricatti                                  |
| <b>Q</b>             | - | Matriz do método LQR                                                      |
| <b>R</b>             | - | Matriz do método LQR                                                      |
| <b>t</b>             | - | Tempo                                                                     |
| <b>T</b>             | - | Energia Cinética                                                          |
| <b>V</b>             | - | Energia Potencial                                                         |
| <b>u</b>             | - | Razão de massas                                                           |



- $\mathbf{u}(t)$  - Vetor de entrada
- $\mathbf{x}(t)$  - Vetor de estados
- $\hat{\mathbf{a}}$  - Vetor de estado estimado
- $\ddot{\mathbf{x}}$  - Vetor de acelerações
- $\mathbf{y}(t)$  - Vetor de saída
- $\hat{\mathbf{y}}$  - Vetor de saída estimado
- $\mathbf{y}_{\text{ior}}$  - Vetor de saída do observador robusto

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                                                       |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                                                                                     | <b>15</b> |
| 1.1      | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .                                                                                                       | 18        |
| 1.1.1    | <b>Absorvedores dinâmicos de vibração</b> . . . . .                                                                                   | 18        |
| 1.1.2    | <b>Observador de estado</b> . . . . .                                                                                                 | 21        |
| 1.2      | OBJETIVOS . . . . .                                                                                                                   | 23        |
| 1.3      | CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO . . . . .                                                                                                   | 23        |
| 1.4      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .                                                                                                     | 24        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES</b>                                                                  | <b>25</b> |
| 2.1      | TEORIA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS NÃO AMORTECIDOS<br>APLICADOS A SISTEMAS PRIMÁRIOS DE UM GRAU DE LIBERDADE                           | 25        |
| 2.2      | TEORIA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS DE UM GRAU DE LIBERDADE<br>APLICADOS A SISTEMAS PRIMÁRIOS DE VÁRIOS GRAUS<br>DE LIBERDADE . . . . . | 30        |
| <b>3</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS OBSERVADORES DE ESTADO</b>                                                                               | <b>33</b> |
| 3.1      | REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS . . . . .                                                                                          | 33        |
| 3.2      | OBSERVABILIDADE E CONTROLABILIDADE . . . . .                                                                                          | 34        |
| 3.3      | METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADOS . . . . .                                                                                     | 36        |
| 3.3.1    | <b>Determinação da matriz de ganho do observador</b> . . . . .                                                                        | 38        |
| 3.4      | METODOLOGIA DE DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE DANOS POR<br>OBSERVADOR DE ESTADO . . . . .                                                  | 39        |
| <b>4</b> | <b>MODELAGEM ESTRUTURAL</b>                                                                                                           | <b>42</b> |
| 4.1      | VIGA . . . . .                                                                                                                        | 42        |
| 4.2      | ABSORVEDOR DINÂMICO DO TIPO LÂMINA VIBRANTE . . . . .                                                                                 | 46        |
| 4.3      | MODELAGEM DO DANO ESTRUTURAL . . . . .                                                                                                | 49        |
| <b>5</b> | <b>SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL</b>                                                                                                        | <b>52</b> |
| 5.1      | VIGA ENGASTADA LIVRE COM ADV . . . . .                                                                                                | 52        |

|          |                                                                                                           |            |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.1.1    | Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre . .                                          | 53         |
| 5.1.2    | Monitoramento da integridade estrutural . . . . .                                                         | 60         |
| 5.1.2.1  | <i>Trinca no elemento 2 com profundidade de 10 %</i> . . . . .                                            | 60         |
| 5.1.2.2  | <i>Trinca no elemento 3 com profundidade de 30 % e no elemento 10 com profundidade de 15%</i> . . . . .   | 62         |
| 5.2      | VIGA BIAPOIADA COM ADV . . . . .                                                                          | 65         |
| 5.2.1    | Atenuação das amplitudes de vibração da viga biapoiada . . . . .                                          | 66         |
| 5.2.2    | Monitoramento da integridade estrutural . . . . .                                                         | 72         |
| 5.2.2.1  | <i>Trinca no elemento 12 com profundidade de 35 %</i> . . . . .                                           | 72         |
| 5.2.2.2  | <i>Trinca no elemento 11 com profundidade de 10 % e no elemento 17 com profundidade de 15 %</i> . . . . . | 75         |
| 5.3      | SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR . . . . .                                                                  | 77         |
| 5.3.1    | Atenuação das amplitudes de vibração do sistema massa-mola-amortecedor . . . . .                          | 78         |
| 5.3.2    | Monitoramento da integridade estrutural . . . . .                                                         | 84         |
| <b>6</b> | <b>METODOLOGIA EXPERIMENTAL</b>                                                                           | <b>89</b>  |
| 6.1      | MONTAGEM DA BANCADA DE TESTES - SISTEMA PRIMÁRIO . . .                                                    | 89         |
| 6.2      | MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA PRIMÁRIO . . . . .                                                           | 90         |
| 6.3      | DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS DO SISTEMA PRIMÁRIO . . . . .                                         | 91         |
| 6.3.1    | Determinação dos parâmetros físicos da mesa inferior . . . . .                                            | 92         |
| 6.3.2    | Determinação dos parâmetros físicos da mesa intermediária . . . .                                         | 92         |
| 6.3.3    | Determinação dos parâmetros físicos da mesa superior . . . . .                                            | 93         |
| 6.4      | OTIMIZAÇÃO DO ADVLV . . . . .                                                                             | 94         |
| <b>7</b> | <b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>                                                                           | <b>96</b>  |
| 7.1      | PARÂMETROS FÍSICOS DO SISTEMA PRIMÁRIO . . . . .                                                          | 96         |
| 7.1.1    | Parâmetros físicos da mesa inferior . . . . .                                                             | 96         |
| 7.1.2    | Parâmetros físicos da mesa intermediária . . . . .                                                        | 97         |
| 7.1.3    | Parâmetros físicos da mesa superior . . . . .                                                             | 98         |
| 7.1.4    | Frequências naturais do sistema primário . . . . .                                                        | 98         |
| 7.1.5    | Redução das amplitudes de vibração do sistema primário . . . . .                                          | 99         |
| 7.1.6    | Monitoramento da integridade estrutural . . . . .                                                         | 105        |
| <b>8</b> | <b>CONCLUSÕES</b>                                                                                         | <b>116</b> |
| 8.1      | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .                                                                | 117        |



## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos inúmeros fatores econômicos, de segurança, confiabilidade, alto desempenho em operações e redução nos custos de manutenção, vem conduzindo pesquisadores e engenheiros para o desenvolvimento de técnicas de detecção e identificação de danos em sistemas estruturais de engenharia mecânica, civil e aeroespacial (GOPALAKRISHNAN; RUZZENE; HANAGUD, 2011; CAVALINI JUNIOR, 2009; INMAN *et al.*, 2005; DERAEMAERKER; WORDEN, 2010). Segundo Inman *et al.* (2005), o conceito referente a dano em sistemas estruturais e mecânicos é definido como alterações intencionais ou não do material ou propriedades geométricas de uma estrutura que podem afetar severamente seu desempenho atual ou futuro, fazendo com que o mesmo não opere em suas condições ideais, mas consiga ainda exercer a função para qual foi desenvolvido.

Em sistemas estruturais e mecânicos os danos podem estar presentes em formas de trincas, ruptura ou afrouxamento dos elementos de ligação, deformações excessivas, além do desgaste e corrosão. Em muitos casos, o dano leva a falha do sistema, impedindo que o mesmo consiga desempenhar sua função (BITENCOURT; STEFFEN JÚNIOR, 2010).

Nesse contexto, para que esses sistemas possam continuar a serem utilizados com segurança, tem sido desenvolvido e pesquisado o uso de técnicas de monitoramento da integridade estrutural (SHM), ou do inglês, *structural health monitoring* (FARRAR; WORDEN, 2013; OLIVEIRA, 2019; BUENO, 2019).

Segundo Gopalakrishnan, Ruzzene e Hanagud (2011), o SHM tem o objetivo de fornecer as ferramentas para o monitoramento constante ou periódico de ativos estruturais críticos, a fim de determinar a necessidade de ação corretiva e evitar falhas catastróficas.

Um sistema de classificação apresentado por Rytter (1993), define quatro níveis de identificação de danos:

- Nível 1: Determinação de danos presente na estrutura;
- Nível 2: Determinação da localização geométrica do dano;

- Nível 3: Quantificação da severidade do dano;
- Nível 4: Previsão da vida útil restante da estrutura.

Na maioria dos casos quanto maior o nível de classificação maior será o conhecimento a respeito do dano, entretanto a metodologia se torna mais complexa. Em casos práticos considerando as influências do ambiente operacional (tais como. variação de temperatura, carga, folga nos sistemas de fixação, processos de desgaste entre outras variáveis), a garantia de alta confiabilidade em um sistema SHM Nível 1 já é bastante trabalhosa (BUENO, 2019).

Entre as diversas metodologias desenvolvidas nos últimos anos, os sistemas de monitoramento estrutural que utilizam medições de vibrações, são comumente utilizados para avaliação da estrutura (FAN; QIAO, 2010; SARRAFI *et al.*, 2018; ZHANG *et al.*, 2019). Através da caracterização das propriedades dinâmicas estruturais, os dados de vibração fornecem um quadro global da estrutura, obtidos por meio de instrumentos como acelerômetros ou sensores de deformação (CAVALINI JUNIOR, 2009; SARRAFI *et al.*, 2018).

A avaliação do dano estrutural pode ser realizada através de uma comparação entre dados medidos e simulados. Para fornecer os dados simulados, é necessário um modelo matemático que represente o comportamento do sistema monitorado (ZHU; WU, 2014; LOPES; JORGE; CUNHA, 2010).

Existem grandes dificuldades na predição do comportamento dinâmico de certos componentes estruturais e diagnose de falhas, seja pela inexatidão do modelo matemático ou pela dificuldade de medição de algumas variáveis devido a pontos de difícil acesso ou inacessibilidade para o posicionamento de sensores em sistemas que se deseja monitorar (MELO, 1998; MATTEI, 2019).

Com o propósito de contornar as dificuldades expostas, o uso de observadores de estado vem sendo comumente utilizado (MELO, 1998; CAVALINI JUNIOR, 2009; RIBEIRO, 2015; MATTEI, 2019). Com base em um modelo físico-matemático que represente o comportamento do sistema monitorado, o observador pode ser capaz de estimar a saída do sistema a partir das respostas medidas e do conhecimento das fontes de excitação.

Os observadores de estados além de serem usados para determinar os estados não medidos do sistema, podem ser empregados para detecção e localização de falha a partir da metodologia baseada em um modelo físico-matemático que represente o comportamento do sistema monitorado. Com base em um resíduo gerado entre a comparação da resposta medida por sensores do sistema monitorado e o observador de estado é possível a detec-

ção e localização de falhas (MELO, 1998; ARAÚJO, 2005; CAVALINI JUNIOR, 2009; WATANABE; MELO, 2018; LEÃO *et al.*, 2019; JEONG *et al.*, 2019).

Outra questão, amplamente aprimorada e aplicada por diversos pesquisadores é a minimização de danos em sistemas estruturais e mecânicos. Na prática é muito comum sistemas de engenharia atuando com níveis de vibrações elevados. A presença de vibração excessiva pode resultar muitas vezes em desgaste prematuro, formação de trincas, afrouxamento de parafusos, falhas estruturais e mecânicas, mau funcionamento de equipamentos eletrônicos devido a fratura de juntas soldadas, resultando em manutenção frequente, integridade física comprometida e redução da vida útil do sistema (RAO, 2011).

Segundo Rao (2011), alguns métodos utilizados para que sistemas estruturais e mecânicos funcionem com um nível de vibração aceitável, dentro de certas faixas de amplitude são:

- Atuar sobre as excitações externas ;
- Atuar sobre a estrutura, modificando parâmetros de massa, rigidez ou introduzindo um mecanismo de amortecimento;
- Adição de um sistema secundário para reduzir a resposta do sistema.

Atuar sobre as forças de excitação, em muitos casos práticos é impossível, modificar as características originais do sistema, em algumas circunstâncias pode ser uma alternativa eficaz, porém pode comprometer o funcionamento do mesmo devido à alteração da função original para a qual foi projetada. A terceira técnica tem-se apresentada como uma excelente alternativa, consiste em adicionar um sistema secundário denominado absorvedor dinâmico de vibração (ADV), que tem o propósito de controlar ou reduzir vibrações indesejáveis (SILVA, 2005; MÉNDEZ, 2014; RIBEIRO, 2015; GODOY, 2016; DEL CLARO, 2016).

Os ADVs podem ser aplicados em sistemas que já estão em operação sendo usados como medidas paliativas, evitando danos e/ou falhas estruturais. Normalmente apresentam custo relativamente baixo, são leves e pequenos, além atuarem para qualquer frequência que tenham sido projetados (CUNHA JUNIOR, 1999; MEIROVITCH, 2001; BONSEL, 2003; DEL CLARO, 2016).

Em sua forma mais simples, os ADVs são sistemas de um grau de liberdade, constituídos de parâmetros concentrados de massa e rigidez podendo conter ou não amortecimento

. Estes dispositivos são acoplados a uma estrutura ou máquina <sup>1</sup> sujeita a vibrações, com o objetivo de absorver a energia vibratória, reduzindo as amplitudes de movimento (CUNHA JUNIOR, 1999; STEFFEN; RADE, 2001; KOTINDA, 2005).

## 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 1.1.1 Absorvedores dinâmicos de vibração

Sinteticamente, os parâmetros físicos do ADV são determinados de modo que a frequência de ressonância coincida com uma dada frequência de interesse, diz-se então que o absorvedor está sintonizado. Quando o ADV é acoplado no sistema primário, e a partir de uma força de excitação o sistema vibra em uma frequência próxima a qual o dispositivo foi projetado, as amplitudes de vibração são amplamente reduzidas se comparadas com aquelas que ocorreriam para o sistema sem absorvedor (GODOY, 2016; DEL CLARO, 2016).

Existem diferentes tipos de absorvedores dinâmicos de vibração, que empregam diversos conceitos e princípios de funcionamento diferentes. Os ADVs projetados para atuarem com uma frequência fixa, denominados absorvedores passivos podem ter sua eficiência reduzida quando a frequência de excitação se desvia mesmo que ligeiramente da frequência de sintonização. (CUNHA JUNIOR, 1999; STEFFEN; RADE, 2001; KOTINDA, 2005). Com o propósito de contornar estes problemas, algumas estratégias podem ser empregadas. Uma delas consiste na otimização dos parâmetros físicos do ADV de modo a obter amplitudes mínimas de vibração em uma banda de frequência mais larga possível (HARTOG, 1956). Para casos em que as vibrações são produzidas por forças periódicas contendo harmônicos, vários ADVs podem ser usados, cada um sintonizado em um componente de frequência específico. Também é possível usar elementos estruturais de parâmetro distribuído, como vigas ou placas, como absorvedores dinâmicos. Estas configurações apresentam a vantagem de poderem ser ajustáveis para vários valores de frequência simultaneamente (STEFFEN; RADE, 2001).

Outra forma de superar as limitações expostas, é através da utilização de ADVs adaptativos ou ADVs ativos. ADVs adaptativos possuem a capacidade de se ajustar para mitigar a vibração no seu ponto de conexão através da variação automática dos seus parâmetros físicos (massa, amortecimento e rigidez), de modo que os mesmos estejam sempre sintonizados, independentemente das variações na frequência de excitação. Geralmente esta alteração é regida por uma lei de controle que introduz energia externa, permitindo

---

<sup>1</sup>Estas estruturas ou máquinas são denominadas sistema primário



que o sistema atue em uma faixa de frequências mais ampla (FRANCHEK; RYAN; BERNHARD, 1996; BONELLO; BRENNAN; ELLIOTT, 2005). No entanto, segundo Tso, Yuan e Wong (2012) o ADV adaptável só pode ter um bom desempenho no controle de vibração com uma frequência de excitação com variação lenta no tempo.

ADV's ativos fazem o uso de um elemento ativo (atuador), normalmente colocado em paralelo ao elemento de rigidez e amortecimento do ADV, com o objetivo de gerar uma força que atua contra a força de excitação a fim de reduzir a vibração da sistema primário (SUN; JOLLY; NORRIS, 1995; OLGAC; HOLM-HANSEN, 1994). A força exercida pelo elemento ativo é calculada através de uma estratégia de controle previamente estabelecida (MARQUES, 2000). Estes dispositivos apresentam a vantagem de atuarem em uma faixa de frequência maior, porém a desvantagem desse design é que todos os esforços de contração são criados pelo um elemento ativo e, portanto pelo consumo de energia o que torna o atuador ativo muito grande em casos que necessitam de um grande controle de vibração (TSO; YUAN; WONG, 2012; HUA; WONG; CHENG, 2018).

Nas últimas décadas, diversas pesquisas foram realizadas sobre o uso de dispositivos mecânicos para o controle de vibração. O primeiro trabalho atribuído ao controle de vibração por meio da inclusão de um sistema secundário foi elaborado e patenteado por FRAHM (1911), que ficou conhecido como *dynamic vibration absorber* (DVA), que em português significa absorvedor dinâmico de vibrações. O primeiro modelo matemático foi em 1928, proposto por Ormondroyd e Hartog (1928), onde se considerou um absorvedor dinâmico de vibração de um grau de liberdade acoplado a um sistema primário de um grau de liberdade. Um dos primeiros trabalhos para otimização de um ADV com amortecimento foi o de Hartog (1956), no qual se buscou reduzir as amplitudes de vibração em uma banda de frequência mais larga possível.

Nagaya *et al.* (1999) aborda um método de controle de vibração utilizando um ADV adaptativo sem amortecimento com rigidez variável, para o primeiro modo de vibração, e a utilização de um ADV passivo com amortecimento para controlar os modos mais altos. No trabalho de Cunha Junior (1999) é realizado um estudo abrangente com aplicações numéricas para diferentes configurações de ADVs. O estudo é iniciado com um ADV simples e posteriormente ADVs múltiplos e contínuos, diferentes procedimentos de otimização de parâmetros construtivos dos absorvedores são abordados. O autor afirma que o uso de algoritmos genéticos para o projeto ótimo de ADVs, se revelou bastante eficiente e de fácil instalação.

Marques (2000) realiza um estudo de configurações de ADVs ativos com diferentes ti-

pos de realimentação e ADVs adaptativos, sendo um ADV tipo corda vibrante, um ADV pendular e um ADV tipo viga bi-engastada com atuadores piezelétricos. O autor apresenta simulações numéricas no domínio do tempo e da frequência avaliando o desempenho dos ADVs propostos, que segundo o autor apresentam um melhor desempenho quando comparado a ADVs passivos.

Rustighi, Brennan e Mace (2004), descreve um ADV adaptável sintonizado utilizando elementos de liga de memória de forma (SMA, do inglês *Shape Memory Alloy*). O dispositivo possui uma estrutura semelhante a uma viga e é fabricado a partir de um fio SMA de 2 mm. Ao passar uma corrente através do fio SMA, uma mudança na sua temperatura pode ser alcançada, o que resulta em uma mudança no módulo de Young, portanto, uma mudança na rigidez do ATVA pode ser obtida. Segundo o autor, este dispositivo tem a vantagem de não ter partes móveis, mas tem as desvantagens de exigir uma fonte de alimentação para manter uma condição estável, além do tempo de resposta lento.

Kotinda (2005), aborda o projeto de um ADV do tipo corda vibrante e um ADV do tipo lâmina vibrante. Foram realizadas simulações computacionais e experimentais utilizando o método de elementos finitos. O autor ressalta que o ADV do tipo corda vibrante mostrou resultados insatisfatórios para o caso proposto, em contrapartida o ADV tipo lâmina vibrante apresentou resultados satisfatórios devido a possibilidade de alteração dos parâmetros construtivos que podem ser alterados para se obter uma faixa de atenuação maior para um mesmo absorvedor.

Viana *et al.* (2008), fizeram o uso da técnica de otimização de colônia de formigas, para o projeto de um absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante e um absorvedor multimodal com o objetivo de reduzir as amplitudes de vibrações de sistemas principais.

Chen e Wu (2013) propõe uma simulação numérica e experimental para determinação de parâmetros ótimos de absorvedores dinâmicos de vibração distribuído. Os ADVs são acoplados a uma viga para reduzir as amplitudes de vibração à uma faixa de frequência de interesse, onde cada absorvedor é projetado para uma frequência única.

Méndez (2014), aborda a utilização de ADVs passivos multimodais, que podem ser utilizados em diferentes sistemas para controle de vibrações mecânicas. O autor, por meio métodos heurísticos de otimização global acopladas à rotina de elementos finitos obtêm os parâmetros construtivos dos ADVs propostos.

Hua, Wong e Cheng (2018), a fim de contornar alguns problemas que o ADV passivo

tipo massa-mola-amortecedor apresenta, propõe o uso de um ADV passivo tipo viga com uma massa concentrada em sua extremidade, onde ambos são otimizados com base na teoria dos pontos fixos. Segundo o autor, os resultados mostram que os ADVs do tipo viga podem apresentar um melhor resultado para a redução de vibração sob a mesma razão de massa do que o ADV massa-mola-amortecedor devido a flexibilidade no projeto de sua geometria e propriedades físicas

Love, Haskett e Morava (2018), apresentam resultados de monitoramento estrutural em tempo real em dois edifícios, que foram equipados com ADVs para reduzir o movimento induzido pelo vento.

Barredo *et al.* (2019), apresentam um estudo comparativo sobre o comportamento dinâmico de diferentes tipos de absorvedores dinâmicos de vibração passivos de alto desempenho, sob o efeito de cargas aleatórias.

### 1.1.2 Observador de estado

A teoria dos observadores de estado foi estudada inicialmente em Luenberger (1964), Luenberger (1966) e Luenberger (1971), em casos determinísticos, com o objetivo de estimar as variáveis de estado, a partir do conhecimento das suas entradas e saídas, desde que o sistema seja controlável <sup>2</sup> e observável <sup>3</sup>.

No trabalho de Melo (1998), é proposto uma metodologia para projeção de observadores de estados, que possam monitorar todos os parâmetros do sistema sujeitos a falhas. A falha do sistema foi definida como perda de amortecimento e rigidez do sistema físico monitorado. Além da detecção e localização de falha, o método proposto pode reconstruir os estados ou valores provenientes de difícil acesso. O autor apresenta resultados computacionais e experimentais de um observador de estado global, utilizado para detecção de dano no sistema e um banco de observadores de estado robustos a falhas, que localizam o parâmetro com falha.

Araújo (2005), apresenta uma metodologia computacional e experimental para detecção e localização de trincas, em uma viga engastada através dos observadores de estados que, são também usados para reconstrução dos estados não medidos do sistema. Foram feitas diversas análises com diferentes profundidades de trinca, e um caso de trinca simultânea. A partir do modelo físico-matemático do sistema contendo trinca foi construído um banco de observadores, no qual cada observador é dedicado a um percentual de pro-

---

<sup>2</sup>O conceito de controlabilidade é apresentado no cap. 3

<sup>3</sup>O conceito de observabilidade é apresentado no cap. 3

fundidade de trinca. Já Cavalini Junior (2009), fez o uso de observadores de estado modal para monitoramento estrutural de sistemas mecânicos, onde o domínio do tempo é substituído pelo domínio modal a fim de analisar a influência do dano nos modos de vibrar da estrutura.

Koroish (2009), aplica a metodologia dos observadores de estados para detectar e localizar falhas em sistemas rotativos submetidos a excitações desconhecidas.

Rocha (2012), emprega uma estratégia para detecção de falhas em sistemas lineares a tempo contínuo sujeitos a retardo no tempo e incertezas paramétricas, baseada no projeto de filtros robustos como observadores de estado. Através do resíduo gerado entre a saída do sistema e do observador, calcula-se um limiar de operação normal, assim quando o resíduo é maior que o limiar o sistema é considerado como falho.

No estudo de Ribeiro (2015), é proposto uma metodologia de análise computacional para detecção e localização de falhas utilizando observadores de estado em uma placa apoiada sobre molas discretizada por elementos finitos acoplada com absorvedores dinâmicos de vibração do tipo lâmina vibrante, com o objetivo de atenuar a amplitude de vibração da placa. A falha é simulada como perda de rigidez nas quatro molas de apoio e no elemento que acopla o absorvedor a plataforma.

Cunha Filho (2017), através da metodologia dos observadores de estado global e robusto, apresenta resultados computacionais e experimentais, para identificação de falhas em sistemas mecânicos discretizados como placa de Kirchhoff por elementos finitos. Para simulação de falha no sistema mecânico foi considerado perda de rigidez, massas desconhecidas, trincas e entalhes.

Asgari e Yazdizadeh (2017), desenvolve um esquema de detecção e isolamento de falhas em uma turbina eólica, apresentando as falhas mais comuns em atuadores, sensores e componentes do sistema, com o uso de observadores robustos com entradas desconhecidas.

Watanabe e Melo (2018), propõe o uso de observadores de estados para detecção e localização de trincas de diferentes profundidades em treliças modeladas por elementos finitos. A trinca é simulada como redução na área da seção transversal em diferentes elementos da treliça.

Mattei (2019), apresenta uma metodologia de monitoramento da integridade estrutural em sistemas mecânicos, utilizando dois observadores de estados de ordem plena em paralelo. A detecção de dano é feita através do resíduo obtido a partir da diferença entre as estimativas, que são geradas pelo observador de estado. Dois tipos de danos, que

representam o comportamento dinâmico do sistema contendo trinca, são considerados: o modelo de *open crack* e o de *breathing crack*.

Leão *et al.* (2019), desenvolvem uma metodologia de detecção de falhas em uma máquina rotativa, baseada em um observador de estado modal. O observador de estado de Luenberger é formulado no domínio modal para estimar as respostas de vibração do rotor descritas no domínio modal, determinando os modos de vibração mais afetados devido a existência de trincas.

Jeong *et al.* (2019), apresentam uma metodologia baseada em simulações numéricas para detecção e identificação de falhas em sensores, atuadores e componentes, em um modelo de rotor, utilizando observadores de estado. A abordagem proposta identifica as falhas extraindo informações do sinal de falha, como a magnitude ou a forma da falha, baseada em uma relação definida entre um sinal de falha e a teoria do observador

## 1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo desse trabalho é detectar danos em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibração, utilizando a metodologia dos observadores de estado.

Os objetivos específicos são:

- Atenuação das amplitudes de vibração de vigas com diferentes condições de apoio utilizando absorvedores dinâmicos de vibração passivo do tipo massa-mola;
- Atenuação das amplitudes de vibração em um sistema de três graus de liberdade utilizando absorvedores dinâmicos de vibração do tipo lâmina vibrante;
- Obter o ponto de acoplamento do absorvedor dinâmico de vibração ao sistema mecânico que apresenta o melhor desempenho para atenuação das amplitudes de vibração;
- Localizar e quantificar danos no sistema mecânico com absorvedores de vibração utilizando observadores robustos.

## 1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho busca contribuir com os tópicos:

- Proposição de uma alternativa para monitorar sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibração através de uma comparação entre dados medidos e simulados;

- Mostrar experimentalmente a eficácia dos absorvedores dinâmicos de vibração do tipo lâmina vibrante para atenuação de vibração em sistemas mecânicos. Em especial, é ressaltado e detalhado que esta configuração de ADV pode-se ajustar para que sua frequência natural coincida com a frequência de interesse;
- Análise da eficiência de um banco de observadores em paralelo para detecção de danos em sistemas mecânicos.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em sete capítulos, sendo organizado da seguinte forma:

**Capítulo 1** : aborda um breve resumo sobre técnicas de monitoramento da integridade estrutural. É realizada uma breve revisão bibliográfica sobre o uso de observadores de estados para detecção de danos. O uso de absorvedores dinâmicos de vibração em sistemas mecânicos, com o intuito de atenuar as amplitudes de vibração. Ainda são descritos os objetivos deste trabalho.

**Capítulo 2** : descreve os fundamentos teóricos dos absorvedores dinâmicos de vibração. É discutido a teoria dos absorvedores dinâmicos de vibração aplicados a sistemas primário de um grau de liberdade e a sistemas primários de vários graus de liberdade.

**Capítulo 3** : aborda a fundamentação teórica dos observadores de estado. O conceito de representação em espaços de estados, observabilidade e controlabilidade que são utilizados na metodologia proposta para o monitoramento da integridade estrutural são apresentados.

**Capítulo 4** : apresenta a modelagem do sistema mecânico definido como sistema primário e do absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante. Também são apresentados os modelos de danos empregados no sistema.

**Capítulo 5** : são apresentados simulações computacionais e discussões dos resultados para a metodologia proposta neste trabalho.

**Capítulo 6** : são apresentados resultados experimentais para detecção e localização de falha em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibração.

**Capítulo 7** : apresenta as considerações finais e as propostas para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES

Neste capítulo é abordado os conceitos teóricos pertinentes aos absorvedores dinâmicos de vibração. Estes conceitos apresentam formulações básicas para o entendimento do princípio de funcionamento dos ADVs e características relevantes para um bom desempenho.

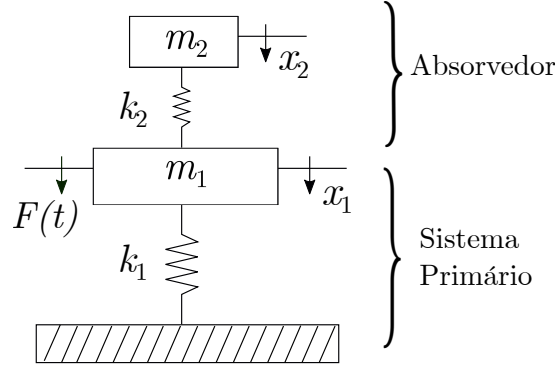
Será percorrido primeiramente a formulação para ADVs passivos de 1 grau de liberdade acoplados a sistemas primários de 1 grau de liberdade não amortecidos, e em seguida, ADVs passivos de 1 grau de liberdade não amortecidos, acoplados a sistemas primários de vários graus liberdades amortecidos.

### 2.1 TEORIA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS NÃO AMORTECIDOS APLICADOS A SISTEMAS PRIMÁRIOS DE UM GRAU DE LIBERDADE

O modelo mais simples de ADV descrito na literatura é o de um grau de liberdade não amortecido, determinado para uma única frequência de excitação harmônica e para uma única frequência de ressonância da estrutura-base. O modelo físico deste ADV é o de um sistema massa-mola (INMAN, 2013).

A Figura 1 ilustra um sistema de dois graus de liberdade sem amortecimento, no qual, o subsistema  $(m_1, k_1)$  representa a estrutura-base, denominada sistema primário cujas vibrações devem ser atenuadas por meio do acoplamento do subsistema  $(m_2, k_2)$ , que representa o absorvedor dinâmico de vibrações, denominado sistema secundário.

Figura 1 – Modelo de um sistema primário com ADV não amortecido



Fonte: Adaptado de Cunha Junior (1999).

Assume-se que o sistema primário é excitado por uma força harmônica externa de amplitude  $F_0$  e frequência de excitação  $\Omega$  constante, dada por:

$$F(t) = F_0 e^{i\Omega t} \quad (1)$$

Para sintonizar o ADV, os parâmetros físicos  $(m_2, k_2)$  devem ser escolhidos adequadamente de modo a anular a força de excitação  $F(t)$ . Adotando-se a frequência natural do ADV,  $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$ , igual a frequência de excitação  $\Omega$ , a resposta harmônica da massa do sistema primário  $m_1$  terá amplitude nula para esta frequência de excitação. Para validar esta afirmação, é necessário que se tenha conhecimento das equações do movimento do sistema acoplado, representado na Figura 1. Utilizando o princípio de D'Alembert, tem-se as seguintes equações de movimento:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2)x_1(t) - k_2 x_2 &= F(t) \\ m_2 \ddot{x}_2(t) + k_2(x_2(t) - x_1(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

As respostas harmônicas em regime permanente são dada por:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= X_1 e^{i\Omega t} \\ x_2(t) &= X_2 e^{i\Omega t} \end{aligned} \quad (3)$$

em que  $x_1$  refere-se a amplitude da massa do sistema primário e  $x_2$  a amplitude da massa do ADV. Realizando as diferenciações e substituindo as equações (3) nas equações (2), obtêm-se as equações algébricas:

$$\begin{aligned} -m_1 X_1 \Omega^2 e^{i\Omega t} + (k_1 + k_2)X_1 e^{i\Omega t} - k_2 X_2 e^{i\Omega t} &= F_0 e^{i\Omega t} \\ -m_2 X_2 \Omega^2 e^{i\Omega t} + k_2(X_2 - X_1)e^{i\Omega t} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$



Dividindo a equação (4) pelo termo em comum  $e^{i\Omega t}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} X_1(-m_1\Omega^2 + k_1 + k_2) - k_2X_2 &= F_0 \\ -k_2X_1 + X_2(-m_2\Omega^2 + k_2) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Introduzindo a notação,

$$\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1} \quad (6)$$

$$\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2} \quad (7)$$

no qual,  $\omega_1$  é a frequência natural do sistema primário e  $\omega_2$  é a frequência natural do absorvedor, quando ambos são considerados isoladamente.

Inserindo as frequências naturais de cada subsistema isolado, representado pelas equações (6) e (7) nas equações (5), obtém-se as expressões para as amplitudes do sistema primário e secundário:

$$\frac{X_1}{F_0k_1^{-1}} = \frac{[1 - (\frac{\Omega}{\omega_2})^2]}{[1 + \frac{k_2}{k_1} - (\frac{\Omega}{\omega_1})^2][1 - (\frac{\Omega}{\omega_2})^2] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (8)$$

$$\frac{X_2}{F_0k_1^{-1}} = \frac{1}{[1 + \frac{k_2}{k_1} - (\frac{\Omega}{\omega_1})^2][1 - (\frac{\Omega}{\omega_2})^2] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (9)$$

Na equação (8) pode-se constatar que a amplitude do sistema primário  $X_1$  é nula quando o numerador  $[1 - (\frac{\Omega}{\omega_2})^2]$  é igual a zero, o que ocorre quando a frequência de excitação  $\Omega$  é a mesma que a frequência natural do absorvedor  $\omega_2$ . Neste caso, considera-se que o absorvedor está sintonizado à frequência de excitação, comprovando a afirmação feita anteriormente a respeito do princípio básico do funcionamento dos ADVs, no qual as vibrações do sistema primário serão totalmente anuladas para uma dada frequência de excitação  $\Omega$ , se os parâmetros do ADV forem escolhidos de modo que  $\Omega = \omega_2$  (CUNHA JUNIOR, 1999).

Estabelecendo  $X_1 = 0$  e  $\Omega = \omega_2$  na primeira das equações (5), tem-se que a amplitude de vibração da massa  $m_2$  é dada por:

$$X_2 = -\frac{F_0}{k_2} \quad (10)$$

Neste caso, a força exercida pela estrutura secundária sobre a estrutura primária é

dada por:

$$F_0 = -k_2 X_2 \quad (11)$$

O ADV exerce sobre o sistema primário uma força igual e oposta à força de excitação, tendo como consequência o equilíbrio do sistema.

É importante ressaltar que as relações acima são verdadeiras para qualquer valor da razão  $\Omega/\omega_2$ , no entanto, na grande maioria das vezes, os ADVs são utilizados para alcançar a atenuação das vibrações harmônicas da estrutura original, quando este encontra-se operando na ressonância ou próxima dela. Deste modo, os ADVs devem ser projetados de tal forma que sua frequência natural coincida com a do sistema primário, satisfazendo as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 = \Omega \\ \frac{k_2}{m_2} &= \frac{k_1}{m_1} \end{aligned} \quad (12)$$

Utilizando as relações descritas acima, nas equações (5) é possível escrever as FRFs do sistema primário e do ADV em termos de parâmetros adimensionais:

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{(1 - g^2)}{(1 - g^2)(1 - g^2 + \mu) - \mu} \quad (13)$$

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{1}{(1 - g^2)(1 - g^2 + \mu) - \mu} \quad (14)$$

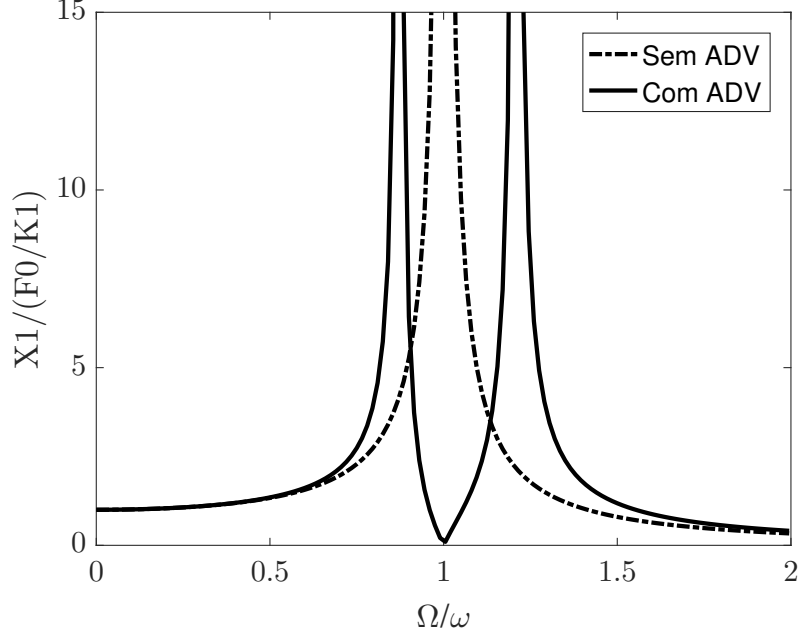
sendo:

$$\begin{aligned} g &= \frac{\Omega}{\omega_1} \\ \mu &= \frac{m_2}{m_1} \\ \omega_n^2 &= \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \end{aligned} \quad (15)$$

A equação (13) é exemplificada na Figura 2, onde nota-se a função de resposta em frequência de um sistema de dois graus de liberdade. São apresentadas duas FRFs: a do sistema primário sem o acoplamento do ADV e do sistema primário com ADV acoplado. Observa-se na Figura 2 que com o acoplamento do ADV há total absorção da amplitude de vibração do sistema primário já que o pico de ressonância é substituído por uma antir-ressonância. Porém, com o acoplamento do ADV surgem dois novos picos de ressonância que correspondem às frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade resultante

(CUNHA JUNIOR, 1999).

Figura 2 – FRF da massa primária  $m_1$ , para  $m_2/m_1 = 0,1$



Fonte: Adaptado de Cunha Junior (1999).

As frequências naturais do sistema primário com ADV acoplado, podem ser obtidas analisando as equações (13) e (14). Observa-se que seus denominadores são iguais, quando se expande o denominador, o mesmo contém um termo proporcional a  $(g^4)$ , um termo proporcional a  $(g^2)$  e um termo independente. Quando igualado a zero o denominador é uma função quadrática em  $(g^2)$  que tem necessariamente duas raízes ou seja, existem dois valores de frequência de excitação  $\omega$  que zeram ambos denominadores e tornam as amplitudes  $X_p$  e  $X_s$  infinitamente grandes. Estas frequências são as frequências naturais das estruturas acopladas podendo ser encontradas a partir da relação:

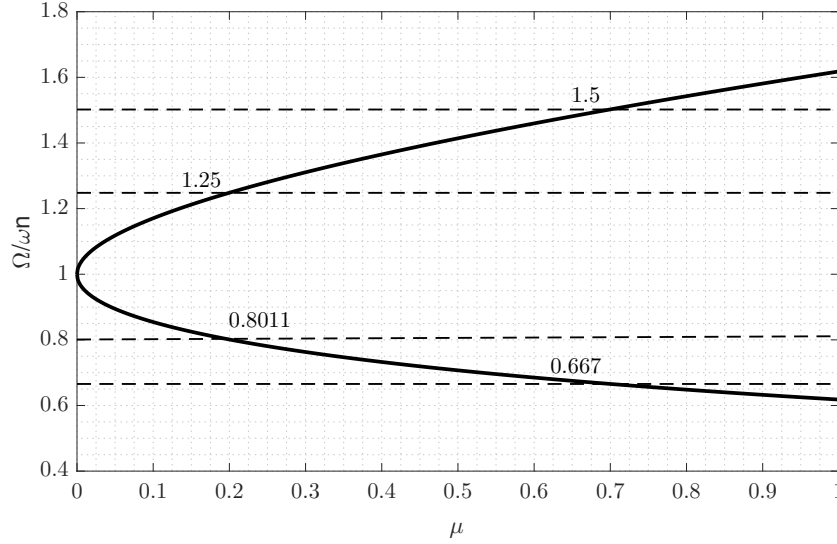
$$g^2 = 1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (16)$$

Desta forma é possível saber quais serão as frequências naturais antes mesmo do acoplamento do ADV ao sistema primário, devido ao fato delas serem exclusivamente dependentes da razão de massa entre sistema primário e o ADV.

A equação (16) é exemplificada na Figura 3, as variações das frequências naturais em relação a  $\mu$  mostram que quando  $\mu$  se aproxima de zero, o sistema se aproxima de um grau de liberdade, em contrapartida, a medida que a massa do ADV aumenta no sentido

de se aproximar da massa do sistema primário, surgem duas novas frequências que se distanciam da frequência natural do sistema primário de 1 grau de liberdade (RIBEIRO, 2015).

Figura 3 – Variação das frequências naturais do sistema acoplado em função de  $\mu$



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2015).

Pode-se observar através da Figura 3, que para um mesmo sistema, a utilização de um ADV de massa igual a  $2/10$  da massa do sistema primário ocasiona a presença de duas frequências naturais de aproximadamente 0,8 e 1,25 vezes a frequência natural do sistema primário sem o acoplamento do ADV enquanto, em um sistema com ADV de massa igual a  $7/10$  da massa do sistema primário, as frequências naturais serão de aproximadamente 0,67 e 1,5 vezes a frequência natural do sistema primário, considerado isoladamente.

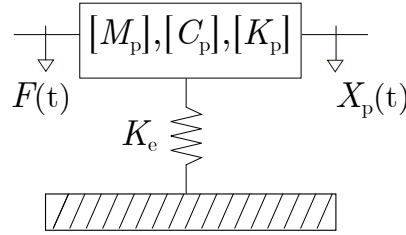
## 2.2 TEORIA DOS ABSORVEDORES DINÂMICOS DE UM GRAU DE LIBERDADE APLICADOS A SISTEMAS PRIMÁRIOS DE VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

A teoria apresentada na seção anterior consiste em um modelo simples de um grau de liberdade, tanto do sistema primário quanto do ADV, entretanto na maioria das situações práticas os sistemas primários são convenientemente modelados como sistemas de vários graus de liberdade.

Para o desenvolvimento desta teoria, considera-se um sistema com  $n$  graus de liberdade de geometria qualquer representado pela Figura 4, constituído por diversos elemento de massa, rigidez e amortecimento  $([M_p], [C_p], [K_p])$ , sendo excitado por uma força harmônica

$F(t)$ .

Figura 4 – Sistema primário de múltiplos graus de liberdade



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2015).

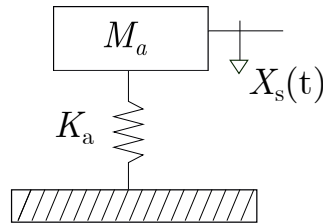
Para este sistema primário, tem-se a seguinte equação de movimento:

$$[M_p]_{n \times n} \{\ddot{x}_p\}_{n \times 1} + [C_p]_{n \times n} \{\dot{x}_p\}_{n \times 1} + [K_p]_{n \times n} \{x_p\}_{n \times 1} = \{F(t)\}_{n \times 1} \quad (17)$$

no qual,  $\ddot{x}_p$  é o vetor de aceleração de ordem  $n$ ,  $\dot{x}_p$  é o vetor de velocidade de ordem  $n$  e  $x_p$  é o vetor de  $n$  graus de liberdade que representa o deslocamento do sistema primário.

Considera-se agora o absorvedor dinâmico ou sistema secundário constituído por 1 grau de liberdade, representado na Figura 5.

Figura 5 – ADV de 1 grau de liberdade

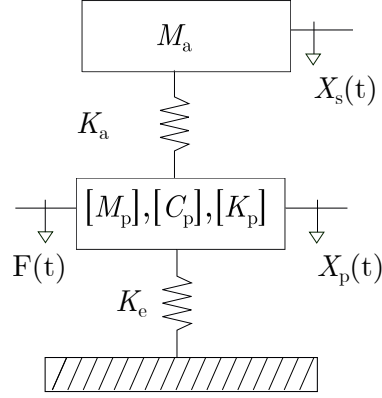


Fonte: Próprio autor.

A equação do movimento para o ADV de 1 grau de liberdade, é descrita na equação 2.

O ADV é acoplado ao sistema primário de  $n$  graus de liberdade, tornando-se um sistema de  $g = m + n$  graus de liberdade, como ilustra a Figura 6.

Figura 6 – Sistema primário múltiplos graus de liberdade com ADV de 1 grau de liberdade



Fonte: Próprio autor.

Para o sistema acoplado, tem-se a seguinte equação de movimento:

$$[M]_{g \times g} \{\ddot{x}\}_{g \times 1} + [C]_{g \times g} \{\dot{x}\}_{g \times 1} + [K]_{g \times g} \{x\}_{g \times 1} = \{F(t)\}_{g \times 1} \quad (18)$$

Considerando que as estruturas estão acopladas por somente uma única coordenada de conexão, tem-se:

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_p]_{n \times n} & [0]_{n \times m} \\ [0]_{m \times n} & [M_a]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{g \times g} \quad (19)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} [C_p]_{n \times n} & [0]_{n \times m} \\ [0]_{m \times n} & [0]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{g \times g} \quad (20)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_p]_{n \times n} + k_a & -k_a \\ -k_a & [K_a]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{g \times g} \quad (21)$$

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} \{F(t)\}_{n \times 1} \\ \{0\}_{1 \times 1} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

no qual,  $[M]_{g \times g}$ ,  $[C]_{g \times g}$  e  $[K]_{g \times g}$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez com  $g$  graus de liberdade; e  $\{F(t)\}$  um vetor coluna de ordem  $g$  das forças de excitação presentes na estrutura primária.

A análise apresentada na Seção 2.1, pode ser estendida a sistemas primários de vários graus de liberdade, considerando cada um de seus modos individualmente.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS OBSERVADORES DE ESTADO

Neste capítulo é abordado os conceitos teóricos pertinentes aos observadores de estado, para compreensão da utilização da metodologia de detecção e localização de danos proposta neste trabalho. Será discorrido a representação em espaços de estado, o conceito de observabilidade e controlabilidade de sistemas lineares e invariantes no tempo, observadores de estado de ordem plena, determinação da matriz de ganho, além da metodologia proposta para detecção e localização de danos utilizando o conceito de observadores de estado.

#### 3.1 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Diversos sistemas de engenharia realizam tarefas complexas e de alta precisão, e normalmente estes sistemas possuem entradas e saídas múltiplas, podendo ser lineares ou não e invariantes ou variantes no tempo. Em razão da necessidade de atender a crescentes e complexos sistemas de controle desenvolveu-se a teoria de controle moderno. Esta teoria tem como base o conceito de estado (OGATA, 2010).

O estado de um sistema dinâmico pode ser definido como o menor conjunto de variáveis<sup>1</sup> que determinam completamente o comportamento do sistema para qualquer instante  $t \geq t_0$  a partir do conhecimento destas variáveis em  $t = t_0$  e do sinal de entrada para  $t \geq t_0$ . Se forem necessárias  $n$  variáveis de estado para descrever completamente o comportamento de dado sistema, elas serão arranjadas em um vetor  $n \times 1$ , denominado vetor de estados. O espaço  $n$ -dimensional formado por  $x_1, x_2, \dots, x_n$  recebe o nome de espaço de estados no qual, qualquer estado pode ser representado por um ponto no espaço de estado (OGATA, 2010).

A análise em espaços de estado envolve as variáveis de entrada, variáveis de saída e as variáveis de estado presentes na modelagem de sistemas dinâmicos. As equações de estado de um sistema com  $r$  entradas,  $n$  vetores de estado e  $m$  saídas pode ser descrito

---

<sup>1</sup>Denominadas variáveis de estado

como:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_r; t) \\
 \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_r; t) \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_r; t)
 \end{aligned} \tag{23}$$

A saída deste mesmo sistema, é dada pela equação:

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_n; t) \\
 y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_n; t) \\
 &\vdots \\
 y_n(t) &= g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2 \dots, u_n; t)
 \end{aligned} \tag{24}$$

Considerando as variáveis de estado das equações (23) e (24) , e transformando-as em vetores de estado, obtêm-se:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \tag{25}$$

$$y(t) = g(x, u, t) \tag{26}$$

Considerando o sistema invariante no tempo, tem-se as equações de estados e saídas linearizadas:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{27}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{28}$$

sendo,  $A$  a matriz de estado ou matriz dinâmica,  $B$  a matriz de entrada,  $C$  a matriz de saída e  $D$  a matriz de transmissibilidade.

### 3.2 OBSERVABILIDADE E CONTROLABILIDADE

Os conceitos de observabilidade e controlabilidade foram introduzidos por Kalman. Estes conceitos carregam informações de fundamental importância na teoria do controle moderno, baseado em espaços de estados. As condições de observabilidade e controlabilidade podem determinar a existência de uma solução completa para o problema de projeto do sistema de controle. Sistemas não controláveis podem não possuir soluções, enquanto sistemas não observáveis podem não ser capazes de estimar as variáveis de es-



tado não-mensuráveis a partir das variáveis mensuráveis. Apesar da maioria dos sistemas físicos ser controláveis e observáveis, os modelos matemáticos correspondentes podem não apresentar estas características (OGATA, 2010).

Segundo Gawronski (2004), uma estrutura flexível é controlável se os atuadores instalados excitarem todos os seus modos estruturais, e é observável se os sensores instalados detectarem os movimentos de todos os modos. Esta informação, embora essencial em muitas aplicações é muito limitada, este fato leva a outras definições quantitativas sobre os conceitos de observabilidade e controlabilidade.

Ogata (2010), define os seguintes conceitos para observabilidade e controlabilidade :

- Um sistema é dito completamente observável se qualquer estado  $x(t_0)$  pode ser determinado a partir da observação da saída  $y(t)$  durante um intervalo de tempo finito,  $t_0 \leq t \leq t_f$ , ou seja, se toda a transição de estado afeta finalmente cada um dos elementos do vetor de saída, o sistema é observável. Para sistemas lineares e invariantes no tempo, pode-se considerar  $t_0 = 0$ , sem perda de generalidade. Em sistemas que possuem estados não observáveis, porém os mesmo são estáveis, o sistema pode ser considerado detectável.
- Um sistema é dito de estado controlável em  $t = t_0$  se for possível construir um sinal de controle não limitado que transfira o sistema de um estado inicial para qualquer estado final, em um intervalo de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_f$ .

Existem diversos critérios para determinar a observabilidade e controlabilidade do sistema. O critério clássico de observabilidade é definido da seguinte forma: um sistema linear invariante no tempo, como descrito nas equações (27) e (28), com  $m$  saídas é completamente observável se, e somente se, a matriz de observabilidade de dimensão  $mn \times n$ , definida na equação (29), possuir posto completo, ou seja igual a  $n$ .

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

No critério de controlabilidade clássico, se todo o sistema for de estado controlável, a matriz de controlabilidade dada pela equação (30) de dimensão  $n \times n$  deverá ter posto

completo, ou seja igual a  $n$ .

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (30)$$

Existem outros critérios de observabilidade e controlabilidade que podem ser aplicados a sistemas lineares invariantes no tempo, entre eles tem-se teste do posto de Popov, Belevitch e Hautus e o teste do autovetor de Popov, Belevitch e Hautus (CHEN, 1999; WILLIAMS; LAWRENCE, 2007; HESPANHA, 2009).

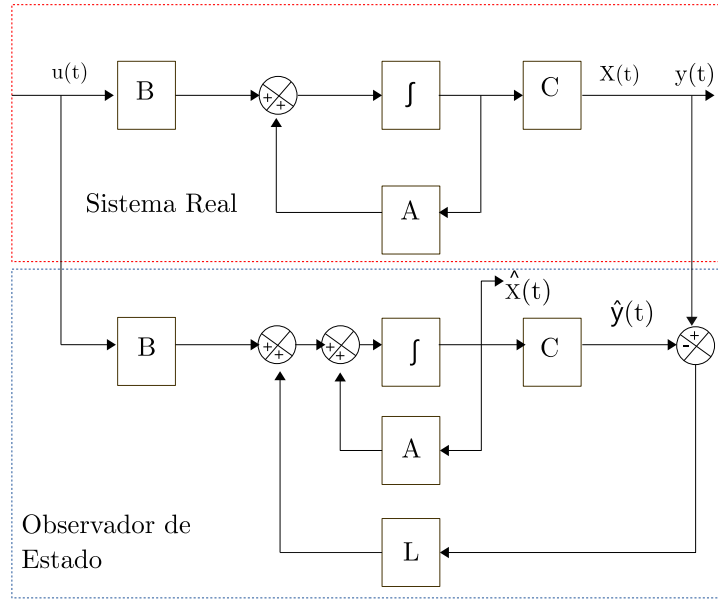
### 3.3 METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADOS

O conceito de observador de estado para sistemas dinâmicos, foi inicialmente proposto por Luenberger (1964), onde demonstrou-se que as entradas e saídas disponíveis de um sistema podem ser utilizadas para reconstruir uma estimativa do mesmo, desde que o sistema fosse observável, ou ao menos, detectável. Este dispositivo para reconstrução de estados foi denominado Observador de Luemberg ou simplesmente Observador.

Em situações em que o observador estima todas as variáveis de estado do sistema, mesmo se algumas delas não estiverem disponíveis para medição direta, este dispositivo é então denominado como observador de estado de ordem plena. Entretanto existem circunstâncias em que não se faz necessário a observação de todas as variáveis de estado, sendo observado apenas as variáveis não-mensuráveis, ou seja, caso observa-se um número  $n$  de variáveis de estado, onde  $n < m$ , sendo  $n$  a dimensão do vetor de estado, este observador é chamado de observador de ordem reduzida. Se a ordem do observador de estado de ordem reduzida for a menor possível, o observador será então denominado observador de estado de ordem mínima.

Um observador de estado para um sistema dinâmico real  $S(x(t), u(t), y(t))$ , sendo  $x(t)$  o vetor de estado,  $u(t)$  o vetor de entrada e  $y(t)$  o vetor de saída, é um sistema auxiliar, ou seja trata-se de uma cópia do sistema original que possui a mesma entrada do sistema  $S$  e que tem a capacidade de estimar os estados desconhecidos a partir de estados conhecidos. O observador de estado é um sistema abstrato, implementado computacionalmente e sua construção depende do modelo matemático do sistema real. Um modelo de um observador de estado de ordem plena por meio de diagramas de blocos pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Observador de estado de ordem plena



Fonte: Adaptado de Ogata (2010).

O observador de estado de ordem plena é definido pelas equações:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (31)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (32)$$

no qual,  $\hat{x}(t)$  é o vetor de estado estimado,  $\dot{\hat{x}}(t)$  sua derivada primeira e  $\mathbf{L}$  é denominada a matriz de ganho do observador. Como pode-se observar o modelo do observador é basicamente o mesmo da planta em espaços de estados representada pelas equações (27) e (28), exceto pelo termo adicional, que incorpora o erro de estimação da saída para compensar as incertezas nas matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  e a ausência do erro inicial.

A equação do erro de estimação é obtida a partir da diferença entre o vetor de estado do sistema e o vetor de estado estimado:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (33)$$

derivando a equação (33), e substituindo os valores de  $\dot{x}(t)$  e  $\dot{\hat{x}}(t)$  dados pela equações (27) e (31), obtêm-se a equação para a dinâmica do erro:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (34)$$

Com base na equação (34), pode-se observar que o comportamento dinâmico do ve-

tor de erro é estabelecido com base nos auto-valores da matriz  $(A - LC)$ . Se a matriz  $(A - LC)$  for estável, o vetor de erro convergirá para zero para qualquer que seja o vetor de erro inicial  $e(0)$ , ou seja,  $\hat{x}(t)$  convergirá para  $x(t)$  independentemente do valor  $x(t)$  e  $\hat{x}(t)$ . Se os autovalores da matriz  $(A - LC)$  são escolhidos de maneira que o comportamento dinâmico do vetor de erro é assintoticamente estável e adequadamente rápido, então, qualquer erro tende a zero com uma velocidade adequada (OGATA, 2010).

É possível escolher a matriz  $L$  desde que o sistema dinâmico  $S$  seja completamente observável, dessa forma, a matriz de ganho do observador pode ser determinada para fornecer a matriz  $(A - LC)$  desejada. Em alguns casos práticos o sistema dinâmico pode não ser completamente observável, porém se o sistema for detectável, pode-se escolher arbitrariamente os autovalores dos estados observáveis, enquanto os autovalores dos estados não observáveis, não podem ser modificados, porém se os mesmos forem estáveis, um observador estável poderá ser construído.

### 3.3.1 Determinação da matriz de ganho do observador

O cálculo da matriz de ganho  $L$  para sistemas dinâmicos lineares representados por equações diferenciais lineares, pode ser obtido através da minimização de uma função quadrática de índice de desempenho para controladores. Este método é pertencente à teoria do controle ótimo, sendo denominado regulador linear quadrático ou, do inglês, *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.

Para um sistema contínuo descrito pela equação (27), o *LQR* tem o objetivo de determinar um controlador de realimentação completa de estado que minimize o índice de desempenho:

$$J = \int_0^{\infty} (x^t(t)Qx(t) + u^t(t)Ru(t))dt \quad (35)$$

sendo,  $Q$  uma matriz simétrica semi-definida positiva,  $R$  uma matriz simétrica definida positiva e  $u(t)$  é o vetor de controle ótimo dado por:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (36)$$

Substituindo a equação (36) em (35), tem-se:

$$J = \int_0^{\infty} x^t(t)(Q + K^tRK)x(t)dt \quad (37)$$

Admitindo-se:

$$f x^t(t)(Q + K^t R K)x(t) = -\frac{d}{dt}(x^t(t)P x(t)) \quad (38)$$

sendo,  $P$  uma matriz hermitiana definida positiva ou simétrica real. Substituindo a equação (36) em (27), e expandindo a equação (38), tem-se expressão:

$$(A + BK)^t P + P(A + BK) = -(Q + K^t R) \quad (39)$$

Como  $R$  é uma matriz real simétrica definida positiva, pode-se escrever:

$$R = T^t T \quad (40)$$

no qual,  $T$  é uma matriz não singular.

Substituindo a equação (40) em (39), e após algumas manipulações algébricas chega-se a relação para a minimização de  $J$  em relação a  $K$ :

$$K = T^{-1}(T^t)B^t P = R^{-1}B^t P \quad (41)$$

sendo,  $P$  uma matriz que satisfaça a equação matricial reduzida de Riccati, dada por:

$$A^t P + P A - P^t B R^{-1} B^t P = 0 \quad (42)$$

### 3.4 METODOLOGIA DE DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE DANOS POR OBSERVADOR DE ESTADO

Na metodologia proposta para detecção e localização de danos em sistemas com absorvedores dinâmicos de vibrações, dois observadores de estado são utilizados. Estes observadores são denominados observador global e observador robusto (MELO, 1998).

O observador global é uma cópia do sistema físico sem dano, sendo o mesmo responsável por monitorar o sistema, ou seja, detectar alguma avaria. Logo quando o sistema funciona sem qualquer indício de dano, o referido observador responde exatamente como o sistema monitorado. Através de uma métrica que analisa a diferença entre a resposta do observador global e o sistema monitorado, é possível estabelecer se há ou não a presença de dano, entretanto este observador não é capaz de localizar o dano, nem determinar sua severidade.

Um banco de observadores denominados observadores robustos são projetados de forma a englobar a maioria dos danos que possam vir a afetar o sistema. Desta forma,

para cada um dos observadores robustos é projetado um modelo matemático dedicado especialmente a um dano específico a uma dada severidade. Estes observadores serão responsáveis por supervisionar o sistema completo, ou seja, serão capazes de localizar e quantificar a severidade do dano presente no sistema (CAVALINI JUNIOR, 2009).

Tanto o observador global quanto os observadores robustos podem ser representados pela equação (31) e (32), o que irá diferir um sistema do outro será a representação da matriz dinâmica do sistema.

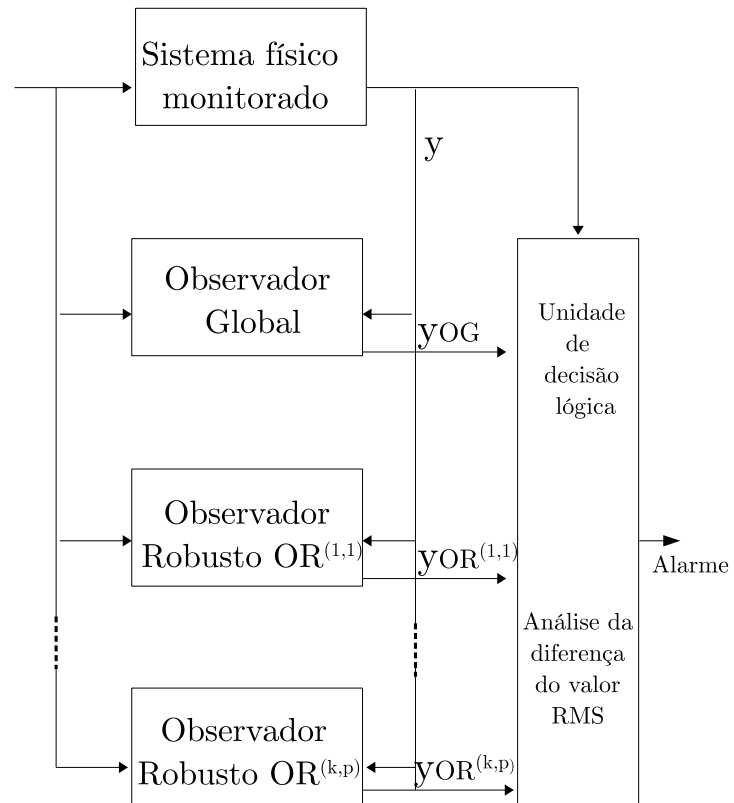
Na metodologia proposta o primeiro passo consiste em analisar a saída medida do sistema monitorado com a saída estimada pelo observador global, pois o mesmo é sensetivo a qualquer irregularidade que possa ocorrer no sistema. Após a confirmação da presença de dano, é realizado uma comparação entre a saída medida do sistema monitorado e a saída dos observadores robustos. O dano é identificado quando ocorre a convergência entre a saída medida e a saída estimada. A métrica utilizada para comparar as respostas do sistema monitorado com o observador é o inverso do valor RMS da diferença entre as duas respostas, dado pela equação (43).

$$I_d = \left( \frac{1}{RMS(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{ior}^{(k,p)})} \right) \quad (43)$$

sendo,  $I_d$  o índice de dano,  $\mathbf{y}_i$  o vetor contendo a  $i$ -ésima saída medida do sistema monitorado, e  $\mathbf{y}_{ior}$  o vetor contendo a correspondente saída estimada do observador robusto. O primeiro índice sobrescrito associado ao observador indica a rigidez danificada e o segundo a porcentagem de perda de rigidez.

O observador global e os observadores robustos ficam armazenados em um banco de observadores e as diferenças do valor RMS entre a saída medida do sistema monitorado e os observadores são analisadas em uma unidade de decisão lógica que analisa a tendência da progressão do dano, e aciona quando necessário, um sistema de alarme. A Figura (8) apresenta uma esquematização da metodologia.

Figura 8 – Banco de observadores para monitoramento da integridade estrutural



Fonte: Adaptado de Koroish (2009).

## 4 MODELAGEM ESTRUTURAL

A representação do comportamento dinâmico de estruturas flexíveis, comumente encontradas em aplicações de engenharia, pode ser representada por modelos estruturais lineares na forma de equações diferenciais de segunda ordem ou na forma de equações diferenciais de primeira ordem (como representação de espaço de estados). Sendo que, no primeiro caso, usa-se os graus de liberdade <sup>1</sup> de uma estrutura para descrever a dinâmica estrutural, enquanto que no segundo caso, usa-se os estados do sistema para descrever a dinâmica. Estes modelos podem ser obtidos através de leis da física, como as leis de movimento de Newton ou princípio de D'Alembert, por meio do método de elementos finitos, do inglês *Finite Element Method (FEM)*, ou de dados de teste usando métodos de identificação do sistema (GAWRONSKI, 2004).

Neste capítulo é abordado o modelo-físico matemático que pode representar o comportamento dinâmico dos sistemas mecânicos monitorados. Será discutida a modelagem da estrutura correspondente a uma viga e a do absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante (ADVLV).

### 4.1 VIGA

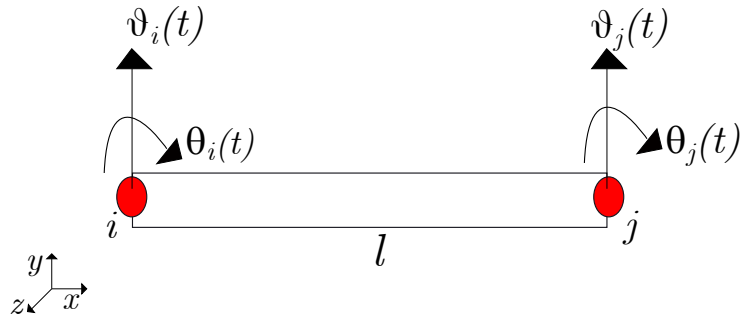
O modelo físico-matemático que representa o comportamento dinâmico da viga é obtido através do método dos Elementos Finitos, sendo utilizado o elemento de viga de Euler-Bernoulli, no qual considera-se o elemento em estado de flexão pura, apresentado na Figura 9.

---

<sup>1</sup>número mínimo de coordenadas independentes necessárias para descrever o comportamento do sistema em qualquer instante de tempo (RAO, 2011).



Figura 9 – Elemento de viga Euler-Bernoulli



Fonte: Próprio autor.

No elemento de viga da Figura 9 com comprimento  $l$ , é considerado dois nós (i,j), sendo que cada nó possui dois graus de liberdade. O vetor de deslocamentos nodais para este elemento é dado pela equação:

$$\delta_{ij} = \{\theta_i(t) \quad \vartheta_i(t) \quad \theta_j(t) \quad \vartheta_j(t)\}^T \quad (44)$$

em que,  $\theta_i(t)$  é a rotação do nó  $i$  em torno do eixo  $z$ ,  $\vartheta_i(t)$  é a translação do nó  $i$  no eixo  $y$ ,  $\theta_j(t)$  é a rotação do nó  $j$  em torno do eixo  $z$ ,  $\vartheta_j(t)$  é a translação do nó  $j$  no eixo  $y$ .

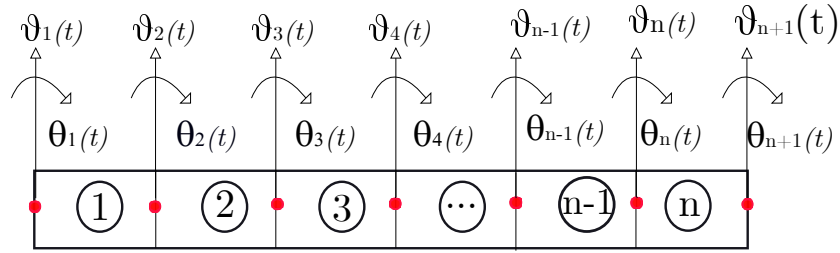
Segundo Dawe (1984), as matrizes de massa  $[M_e]$  e de rigidez  $[K_e]$  deste elemento, são dadas pelas equações:

$$M_e = \frac{\rho S l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22 & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$K_e = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ 12 & -6l & 12 & -6l \\ -6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

na qual,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $I$  é o momento de inércia de área da seção transversal,  $l$  é o comprimento do elemento,  $\rho$  é a densidade do material e  $S$  é a área da seção transversal da viga.

Considerando-se uma viga discretizada com  $n$  elementos como mostra a Figura 10, tem-se  $n$  matrizes de massa e  $n$  matrizes de rigidez, referente a cada elemento.

Figura 10 – Viga discretizada com  $n$  elementos

Fonte: Próprio autor.

O vetor de deslocamentos nodais para a viga discretizada em  $n$  elementos é dado pela equação:

$$q(t) = \left\{ \begin{matrix} \vartheta_1(t) & \theta_1(t) & \vartheta_2(t) & \theta_2(t) & \vartheta_3(t) & \theta_3(t) & \vartheta_4(t) & \theta_4(t) \\ \vartheta_{n-1}(t) & \theta_{n-1}(t) & \vartheta_n(t) & \theta_n(t) & \vartheta_{n+1}(t) & \theta_{n+1}(t) \end{matrix} \right\}^T \quad (47)$$

Segundo Dawe (1984), para casos em que há mais de um elemento, deve-se agrupar as matrizes dos elementos em matrizes globais, de acordo com as equações a seguir:

$$M_g = \sum_{j=1}^{ne} \bar{M}_e \quad (48)$$

$$K_g = \sum_{j=1}^{ne} \bar{K}_e \quad (49)$$

sendo,  $M_g$  a matriz de massa global,  $K_g$  a matriz de rigidez global,  $ne$  o número de elementos,  $\bar{M}_e$  e  $\bar{K}_e$  as matrizes de massa e rigidez de cada elemento alocada em seu grau de liberdade correspondente.

A partir das matrizes globais, referentes as equações (48) e (49), pode-se obter a equação do movimento através da equação de Lagrange, dado por:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial E_d}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad (50)$$

sendo,  $T$  a energia cinética,  $U$  a energia potencial,  $E_d$  a energia dissipativa,  $Q_i$  as forças externas e  $q_i$  as coordenadas generalizadas.

Para o sistema estudado, as energias cinéticas dependem exclusivamente das velocidades, devido a isto  $\frac{\partial T}{\partial q_i} = 0$ . A partir das equações (48) e (49), pode-se obter a energia cinética e a energia potencial de cada elemento com seus respectivos graus de liberdade,

como mostra as equações a seguir:

$$T_i = \frac{1}{2} \{\dot{q}_i\}^T [M_e] \{\dot{q}_i\} = \frac{1}{2} \frac{\rho S l}{420} \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \dot{\vartheta}_i + 1 \\ \dot{\theta}_i + 1 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22 & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \dot{\vartheta}_i + 1 \\ \dot{\theta}_i + 1 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \{q_i\}^T [K_e] \{q_i\} = \frac{1}{2} \frac{EI}{l^3} \begin{Bmatrix} \vartheta_i \\ \theta_i \\ \vartheta_i + 1 \\ \theta_i + 1 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ 12 & -6l & 12 & -6l \\ -6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vartheta_i \\ \theta_i \\ \vartheta_i + 1 \\ \theta_i + 1 \end{Bmatrix} \quad (52)$$

As energias cinéticas e potenciais como um todo, são dadas pelas equações:

$$T = \sum_{i=1}^{ne} T_i \quad (53)$$

$$U = \sum_{i=1}^{ne} U_i \quad (54)$$

A energia dissipativa, é obtida através da matriz de amortecimento do sistema. Em sistemas mecânicos em que a natureza do amortecimento não é conhecida exatamente, seus valores são mais ou menos aproximados, usando a matriz de amortecimento proporcional ou amortecimento de Rayleigh, no qual se tem uma combinação linear das matriz de massa e rigidez (GAWRONSKI, 2004; CUNHA FILHO, 2017), que podem ser expressa pela equação:

$$[C] = \alpha[K] + \beta[M] \quad (55)$$

sendo  $\alpha$  e  $\beta$  escalares não negativos,  $[K]$  a matriz global de rigidez e  $[M]$  a matriz global de massa.

Segundo Petyt (2010), o amortecimento proporcional à massa pode representar a dissipação de energia por fricção, enquanto o amortecimento proporcional à rigidez pode representar o efeito do amortecimento interno do material. Devido a isto, considera-se apenas o amortecimento proporcional a rigidez, quando se tem pequenos deslocamentos de amplitudes medidos. A equação de amortecimento é então reescrita, resultando na

equação:

$$[C] = \alpha[K] \quad (56)$$

A energia dissipada é dada pela equação:

$$E_d = \sum_{i=1}^{ne} \frac{1}{2} \{q_i\}^T [C] \{q_i\} \quad (57)$$

Substituindo as equações (53), (54) e (57), na equação (50), e resolvendo-a na sua forma matricial, obtêm-se a equação do movimento, dado por:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \quad (58)$$

sendo,  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$ , as matrizes de massa rigidez e amortecimento, com dimensões  $n_g \times n_g$ , no qual  $n_g$  se refere ao número total de graus de liberdade da estrutura,  $q$ ,  $\dot{q}$  e  $\ddot{q}$  são os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração com dimensão  $n_g \times 1$  e  $F$  é o vetor que contem as forças que excitam o sistema com dimensão  $n_g \times 1$ .

## 4.2 ABSORVEDOR DINÂMICO DO TIPO LÂMINA VIBRANTE

Baseando-se na teoria apresentada do Capítulo 2, propõe-se um modelo de absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante para ser acoplado ao sistema primário, com o objetivo de minimizar as resposta do mesmo. O projeto do ADVLV consiste na determinação das dimensões da lâmina e da massa concentrada em sua extremidade, de modo que sua primeira frequência natural coincida com a frequência de interesse.

Devido as condições de contorno de engastamento do ADVLV ao sistema primário, considera-se que o modelo matemático correspondente ao ADVLV, seja o de uma viga modelada de acordo com a teoria Euler-Bernoulli engastada livre com massa concentrada em sua extremidade, como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Modelo de um absorvedor dinâmico do tipo lâmina vibrante



Fonte: Próprio autor.

Para este modelo de absorvedor, o comprimento da lâmina  $L$ , a base  $b$ , e o peso da massa concentrada são considerados como variáveis de projetos. Entretanto, pode-se considerar combinações diferentes para as variáveis de projetos, como por exemplo, apenas o comprimento da lâmina e o peso da massa concentrada, enquanto os valores  $b$  e  $h$  são considerados fixos.

O projeto se inicia com a análise das frequências naturais do sistema primário isoladamente, e posteriormente são escolhidas as frequências de interesse para atenuação das amplitudes de vibrações. O projeto deve ser feito a partir de modelos numéricos que permitem estabelecer relações entre os valores das variáveis de projeto e o valores das frequências naturais do ADVLV.

Segundo Blevins (2001), a primeira frequência natural de uma viga engastada livre com massa concentrada em sua extremidade é dada por:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M_c + 0,24M)}} \quad (59)$$

sendo que:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad : \text{Momento de inercia da seção transversal da viga} \quad (60)$$

$$M = \rho.L.b.h \quad : \text{Massa do ADVLV} \quad (61)$$

$E$  é o módulo de elasticidade do material e  $M_c$  é a massa concentrada na extremidade do ADVLV.

A equação 59 possui uma relação entre as variáveis de projetos e a frequência natural do ADVLV. Entretanto, segundo Barros (2009) a dependência dos valores das frequências naturais do ADVLV em relação as variáveis de projetos são complexas, podendo não ser possível obtê-la de forma analítica. Para contornar este problema utiliza-se técnicas de otimização numérica que permitem a determinação das variáveis de projetos.

A partir de uma rotina de otimização escrita no *software* Matlab<sup>®</sup> é possível determinar os variáveis de projetos do ADVLV. Utilizando a função *fmincon*, é adotado como função objetivo, a diferença entre a frequência natural de interesse do sistema primário e a primeira frequência do ADVLV, na condição engastada livre. Considerando que as variáveis de projetos sejam  $L, b$  e o peso da massa concentrada as equações de restrição e

a função objetivo, são dada pelas respectivas equações:

$$\begin{aligned} m_{cmin} &\leq m_c \leq m_{cmax} \\ Lmin &\leq L \leq Lmax \\ bmin &\leq b \leq bmax \end{aligned} \tag{62}$$

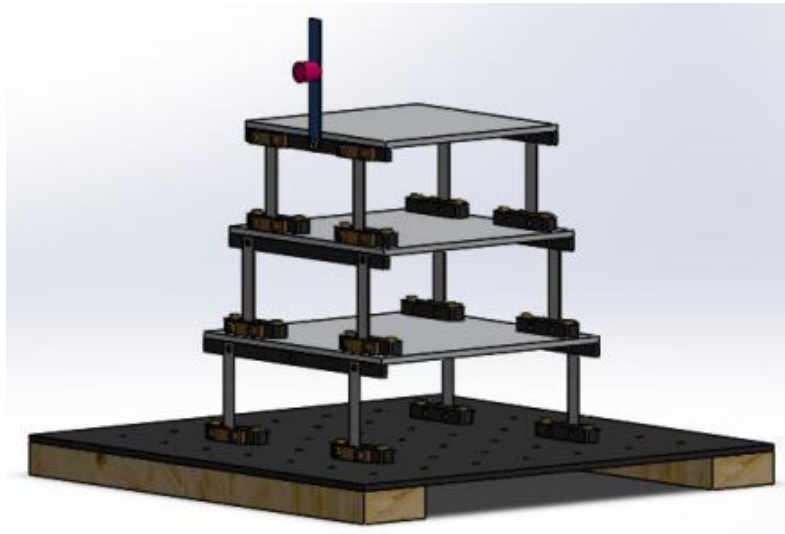
$$f_{obj} = \min |f_{sistemaprimario} - f_{ADV LV}| \tag{63}$$

É necessário uma análise dos possíveis locais para o acoplamento do ADVLV ao sistema primário. Silva (2005) mostra que se um sistema de absorção for posicionado em um local inadequado, para um certo modo de interesse, fará com que o absorvedor tenha seu desempenho reduzido. Yang, Li e Cheng (2011) mostra que um absorvedor acoplado em uma placa na posição ideal para o modo de interesse resulta em uma redução de 7,9 db, enquanto um absorvedor acoplado a uma posição não ideal resulta em uma redução de 4,9 db. Portanto, visando o obter o ponto de acoplamento do ADVLV ao sistema primário, que apresente o melhor desempenho são analisados diversos pontos de acoplamento.

É importante ressaltar, que em situações práticas as frequências naturais do sistema primário podem sofrer alterações, resultando na perda da eficiência do absorvedor, porém este modelo de absorvedor passivo desenvolvido apresenta a característica de alteração da sua frequência natural alterando a posição da massa concentrada.

Na Figura 12, tem-se a ilustração do ADVLV acoplado em um sistema de 3 graus de liberdade.

Figura 12 – Absorvedor acoplado a um sistema mecânico de 3 graus de liberdade



Fonte: Próprio autor.

### 4.3 MODELAGEM DO DANO ESTRUTURAL

Como consequência de defeitos de fabricação, uso inadequado, desgastes, fadigas, fatores ambientais e cargas aplicadas, sistemas de engenharia estão sujeitos a danos ao longo de sua vida útil. O dano, sob qualquer forma que se manifeste, pode comprometer consideravelmente a integridade estrutural e a funcionalidade do sistema podendo levar potencialmente a uma falha catastrófica (XU *et al.*, 2011; ZHANG *et al.*, 2019).

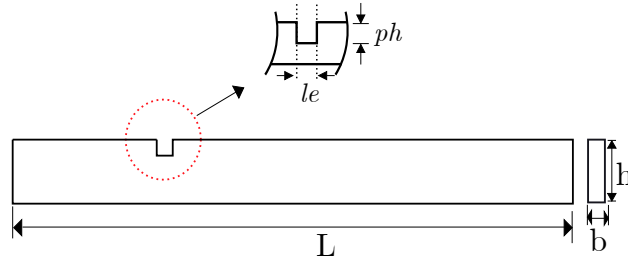
As trincas são um dos efeitos mais comuns de danos presentes em sistemas mecânicos, sendo as mesmas amplamente investigadas por engenheiros e pesquisadores, como pode ser visto em (CHANG; PETROSKI, 1986; KANNINEN, 1973; DIMAROGONAS, 1996; CHONDROS; DIMAROGONAS; YAO, 2001; MORAIS; STEFFEN JÚNIOR; MAHFOUD, 2012; BARAD; SHARMA; VYAS, 2013; ELSHAMY; CROSBY; ELHADARY, 2018). O dano provocado pela presença de trinca, em um membro estrutural introduz uma flexibilidade local que afeta sua resposta dinâmica, ou seja, as trincas alteram rigidez, e portanto altera suas características dinâmicas, como as frequências naturais e o amortecimento modal (CHONDROS; DIMAROGONAS; YAO, 2001; MESHRAM; PAWAR, 2015; PONNUDURAI, 2016).

Neste trabalho considerou-se a presença de trincas e a alteração da rigidez nos elementos de mola para simular a presença de dano no sistema mecânico.

O modelo físico-matemático que representa o comportamento da trinca é baseado no

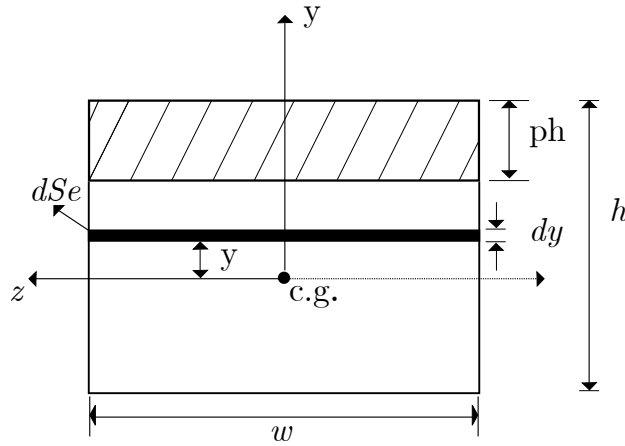
trabalho de Mattei (2019). Na Figura 13, tem-se uma viga com um elemento de trinca e na Figura 14 a área da seção transversal da região com trinca.

Figura 13 – Viga com trinca



Fonte: Adaptado de Mattei (2019).

Figura 14 – Seção transversal da região trincada



Fonte: Adaptado de Mattei (2019).

Na Figura 14 a trinca é representada pela área hachurada,  $p$  é o fator que determina a severidade (profundidade) da trinca; cg é o centro geométrico da área da seção transversal;  $dS_e = bdy$  e  $y$  representa a distância entre o eixo  $z$  e  $dS_e$ . A partir do cálculo do momento de inércia de área em torno do eixo  $z$  da região que não está trincada, é então obtido o modelo físico-matemático que representa a trinca, podendo ser expresso por:

$$I_t = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}-ph} y^2 dS_e \quad (64)$$

resolvendo esta integral, tem-se:

$$I_t = w \left[ \frac{\left(\frac{h}{2} - ph\right)^3}{3} - \frac{\left(-\frac{h}{2}\right)^3}{3} \right] \quad (65)$$



rearranjando esta equação, tem-se:

$$I_t = \frac{wh^3}{24} (-8p^3 + 12p^2 - 6p + 2) \quad (66)$$

multiplicando o numerador e o denominador por 0,5, tem-se:

$$I_t = \frac{wh^3}{12} (-4p^3 + 6p^2 - 3p + 1) \quad (67)$$

Como pode ser visto na equação (67), o termo  $\frac{wh^3}{12}$ , refere-se ao momento de inercia de área para a condição que não existe trinca, portanto:

$$I_t = I(-4p^3 + 6p^2 - 3p + 1) \quad (68)$$

de modo que  $I > I_t$ , sendo a profundidade da trinca definida no intervalo  $0 < p < 1$ .

De acordo com Mattei (2019), o modelo referente ao dano é baseado na redução do momento de inércia da área do elemento de viga Euler-Bernoulli em que o dano está localizado.

Na alteração da rigidez nos elementos de mola, o elemento com falha é dado pela equação:

$$k_d = (1 - \mu)k_n \quad (69)$$

no qual,  $k_d$  é o elemento de mola com dano,  $\mu$  é o parâmetro que determina a severidade do dano, sendo  $0 < \mu < 1$  e  $k_n$  o elemento sem dano. Neste modelo físico-matemático de dano, é considerado que a rigidez do elemento com dano é reduzida permanentemente.

## 5 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Este capítulo é dedicado à apresentação das simulações computacionais realizadas com o objetivo de validar a metodologia proposta neste trabalho. Para o desenvolvimento das rotinas e simulações computacionais utilizou-se o *software* Matlab<sup>®</sup>, sendo analisado vigas com distintas configurações de apoio com absorvedores dinâmicos do tipo massa-mola e um sistema massa-mola-amortecedor de 3 graus de liberdade com um absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante.

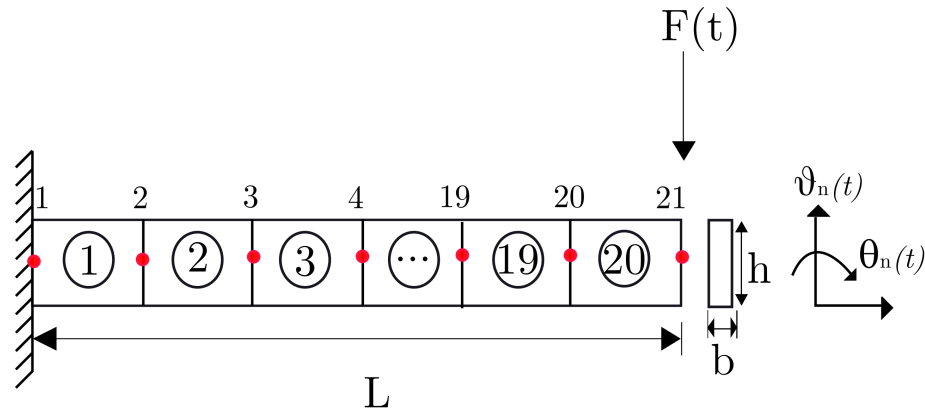
Primeiramente são utilizadas rotinas computacionais para simular o comportamento dinâmico do sistema primário. Posteriormente, são projetados absorvedores dinâmicos de vibração, de modo que a sua primeira frequência natural coincida com a frequência de interesse, sendo que para todos os sistemas mecânicos estudados, é considerado como frequência de interesse as três primeiras frequências naturais do sistema primário, portanto são projetado três absorvedores dinâmicos para cada sistema mecânico estudado. É necessário o estudo prévio do posicionamento do ADV ao sistema primário, que apresente o melhor desempenho para redução das amplitudes de vibração.

Após a atenuação das amplitudes de vibração do sistema primário, é feito o monitoramento da integridade estrutural do sistema mecânico. Um observador de estado global é projetado para detecção de dano no sistema e observadores de estado robustos para localização e determinação da severidade do dano, através do índice de dano. Para o sistema mecânico estudado na configuração de viga, o dano considerado foi a presença de trincas, enquanto no sistema massa-mola-amortecedor alteração da rigidez nos elementos de mola.

### 5.1 VIGA ENGASTADA LIVRE COM ADV

A Figura 15 ilustra o modelo do sistema primário empregado nas simulações, constituído de uma viga engastada livre modelada com 20 elementos de viga Euler-bernouli. O modelo possui 21 nós e 42 graus de liberdade.

Figura 15 – Viga engastada livre com 20 graus de liberdade



Fonte: Próprio autor.

Devido as condições de contorno de engastamento, os graus de liberdade referente ao nó 1 foram desconsiderados. As características físicas e geométricas do sistema são apresentadas na Tabela 1, sendo que as dimensões atribuídas foram escolhidas aleatoriamente por se tratar de um estudo computacional.

Tabela 1 – Parâmetros físicos e geométricos da viga engastada livre

|                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| Comprimento            | $L = 0,8m$                   |
| Base                   | $b = 0,035m$                 |
| Altura                 | $h = 0,012m$                 |
| Modulo de Elasticidade | $E = 210GPa$                 |
| Densidade              | $\rho = 7800 \text{ kg}/m^3$ |

Fonte: Próprio autor.

A viga engastada livre é submetida a uma força harmônica do tipo  $f = A \text{ sen } \omega t$ , sendo A a amplitude da força com valor de 1 N e  $\omega$  a frequência de excitação que terá o valor da frequência natural de interesse. A força de excitação é aplicada no nó 21 na direção transversal, indicada pelo deslocamento  $v$ .

### 5.1.1 Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre

Desenvolveu-se uma rotina computacional com o intuito de determinar as frequências naturais e os modos de vibração da viga engastada livre. Somente os três primeiros

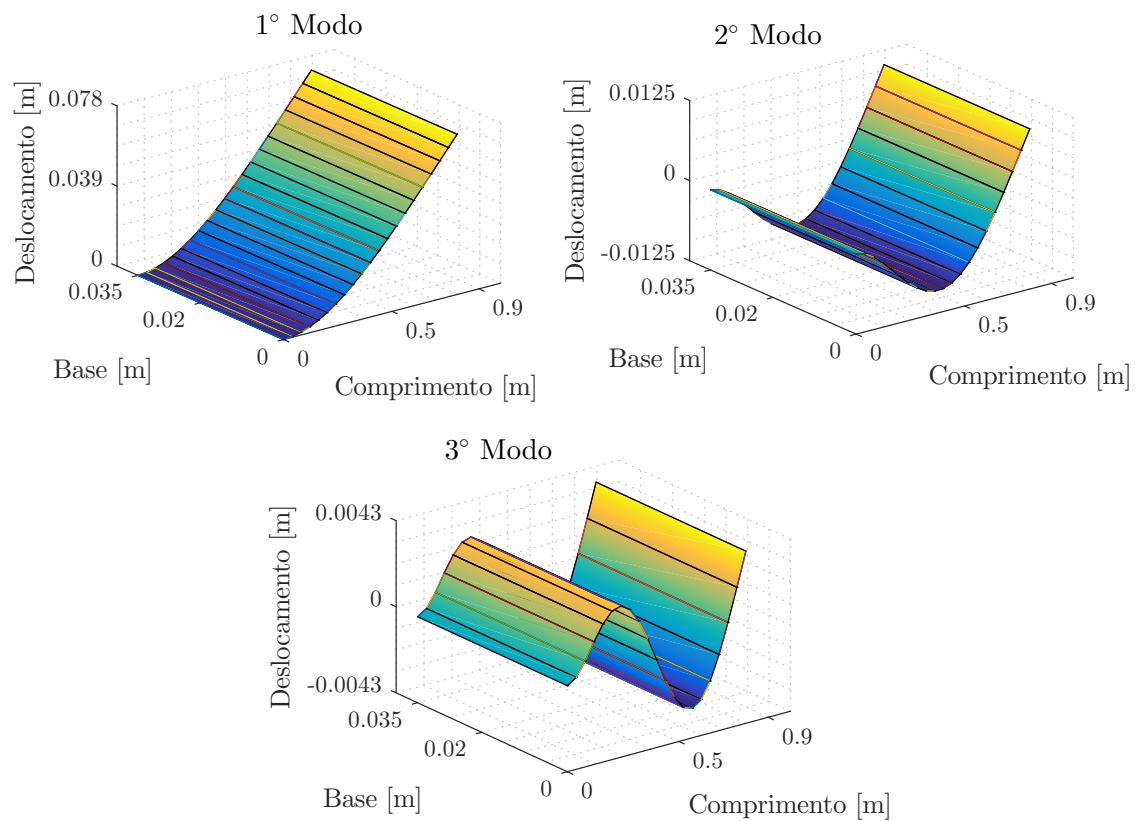
modos são levados em consideração para redução das amplitudes de vibração, ou seja, são extraídos os três primeiros modos e suas respectivas frequências naturais, denominadas frequências de interesse. As frequências de interesse são apresentadas na Tabela 2 e os modos de vibrar podem ser vistos na Figura 16.

Tabela 2 – Frequências naturais da viga engastada livre

| Modos   | Frequência[Hz]   |
|---------|------------------|
| 1º modo | $f_1 = 15,7161$  |
| 2º modo | $f_2 = 98,4911$  |
| 3º modo | $f_3 = 275,7819$ |

Fonte: Próprio autor.

Figura 16 – Modos de vibrar da viga engastada livre



Fonte: Próprio autor.

Para reduzir as amplitudes de vibração são acoplados absorvedores dinâmicos de vibração do tipo massa-mola ao sistema primário. Foram projetados três absorvedores sendo um para cada frequência de interesse. Para determinar os parâmetros do ADV foi adotado uma razão de massas de  $\mu = m_2/m_1 = 0,1$  por ser um valor comumente utilizado na literatura e apresentar um ótimo desempenho. Os valores de massa e rigidez de cada absorvedor pode ser visto na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros ADV massa-mola

| Modo de vibrar | Freq. Natural [Hz] | ADV | Massa [kg] | Rigidez [N/m] |
|----------------|--------------------|-----|------------|---------------|
| 1º modo        | 15,716             | 1   | 0,26       | 2535,3        |
| 2º modo        | 98,491             | 2   | 0,26       | 99570         |
| 3º modo        | 275,781            | 3   | 0,26       | 780660        |

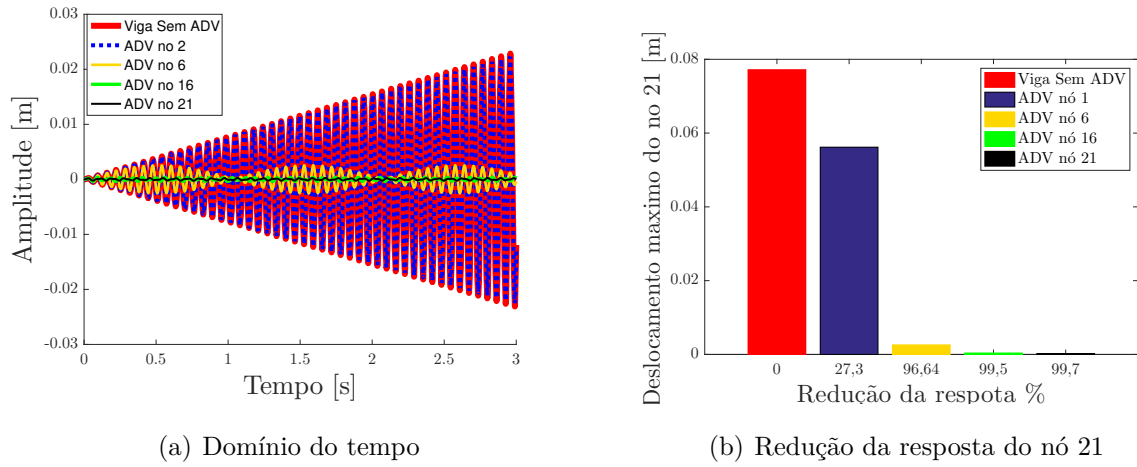
Fonte: Próprio autor.

Com o intuito de obter o ponto de acoplamento do ADV ao sistema primário que apresente o melhor desempenho, desenvolveu-se uma rotina computacional na qual, o ADV é acoplado em diferentes graus de liberdade do sistema primário. O ADV foi acoplado ao nó 2, 6, 16 e 21 no grau de liberdade de translação, em todos os casos estudados.

#### **a) Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre em ressonância na primeira frequência natural**

Na Figura 17 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga engastada livre sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \text{ sen } 98,7470t$  com ADV 1 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.

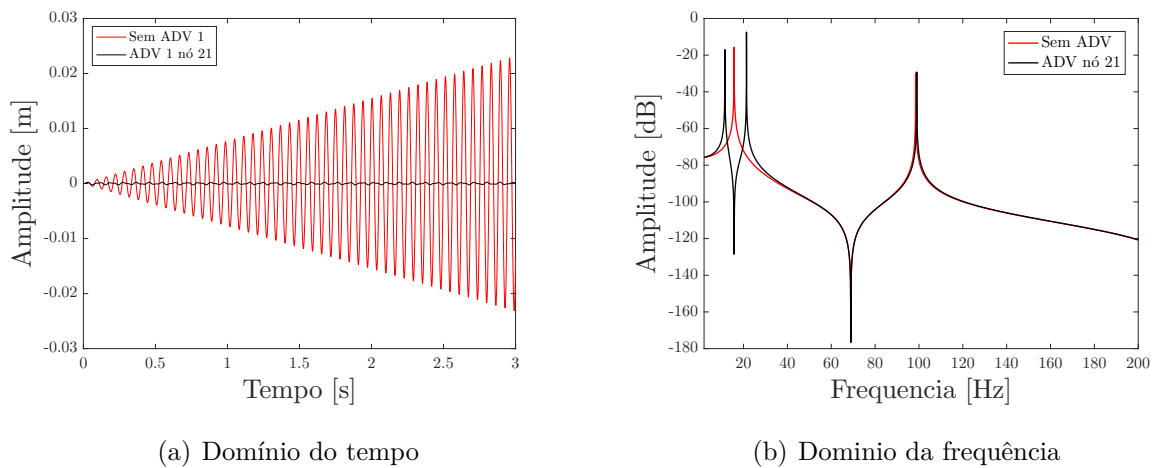
Figura 17 – Resposta da viga engastada livre com ADV 1 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, o ponto de acoplamento do ADV ao sistema primário que apresenta maior redução das amplitudes de vibração é o nó 21 com 99,7 %. O ponto mais desfavorável para o acoplamento do ADV seria o nó 2, por se tratar de um nó próximo a um ponto nodal. Para o controle de vibração da primeira frequência natural o ADV foi acoplado ao nó 21 do sistema primário, por ser o ponto com melhor desempenho do ADV. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga engastada livre sem ADV e com ADV acoplado ao nó 21 pode ser vista na Figura 18.

Figura 18 – Resposta da viga engastada livre com ADV 1



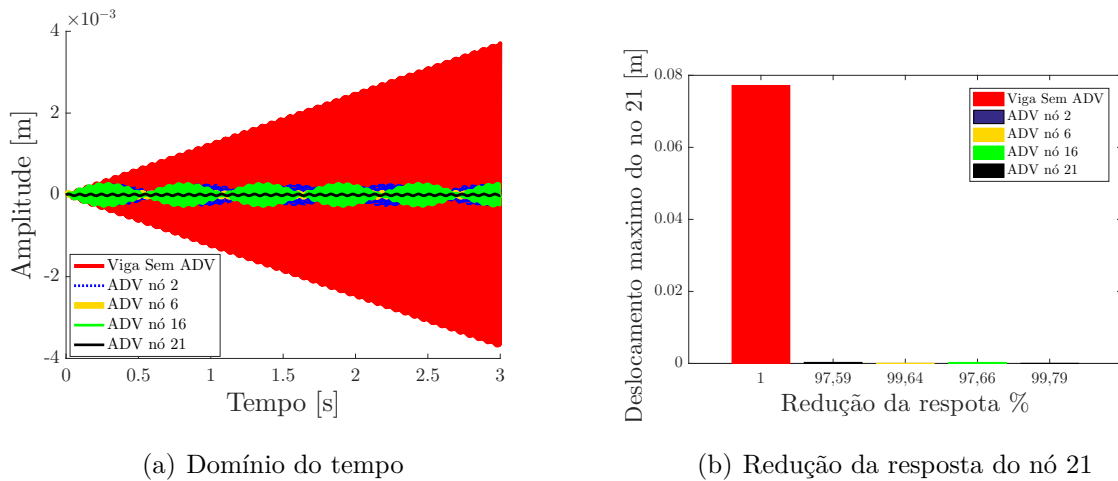
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 18, pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração após o acoplamento do ADV 1. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que o pico de ressonância correspondente a primeira frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

#### b) Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre em ressonância na segunda frequência natural

Na Figura 19 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga engastada livre sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1\text{sen}618,83t$ , com ADV 2 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.

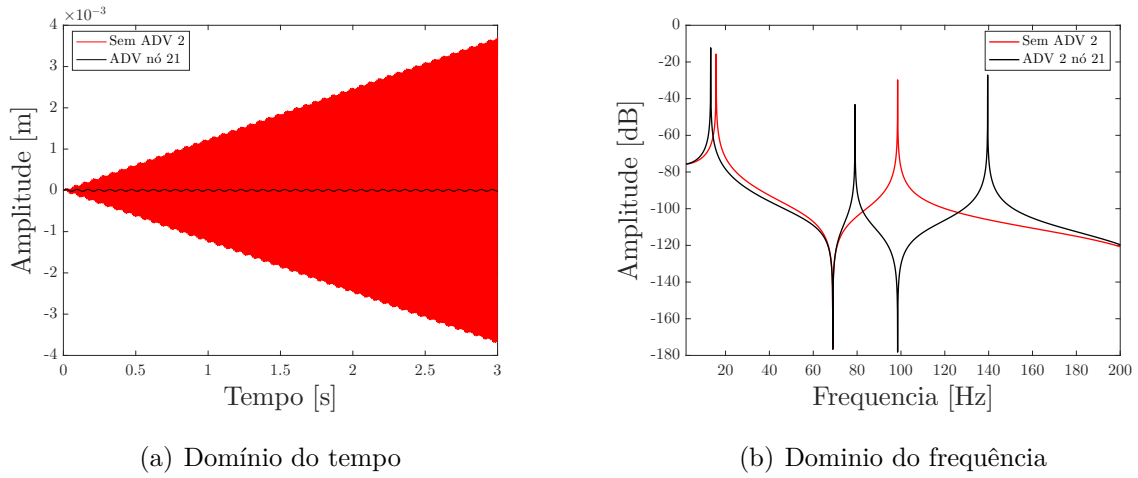
Figura 19 – Resposta da viga engastada livre com ADV 2 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, todos os pontos de acoplamento do ADV 2 ao sistema primário apresentam resultados satisfatórios, entretanto tem-se uma maior redução das amplitudes de vibração quando o ADV 2 é acoplado ao nó 21. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga engastada livre sem ADV 2 e com ADV 2 acoplado ao nó 21 pode ser visto na Figura 20.

Figura 20 – Resposta da viga engastada livre com ADV 2



Fonte: Próprio autor.

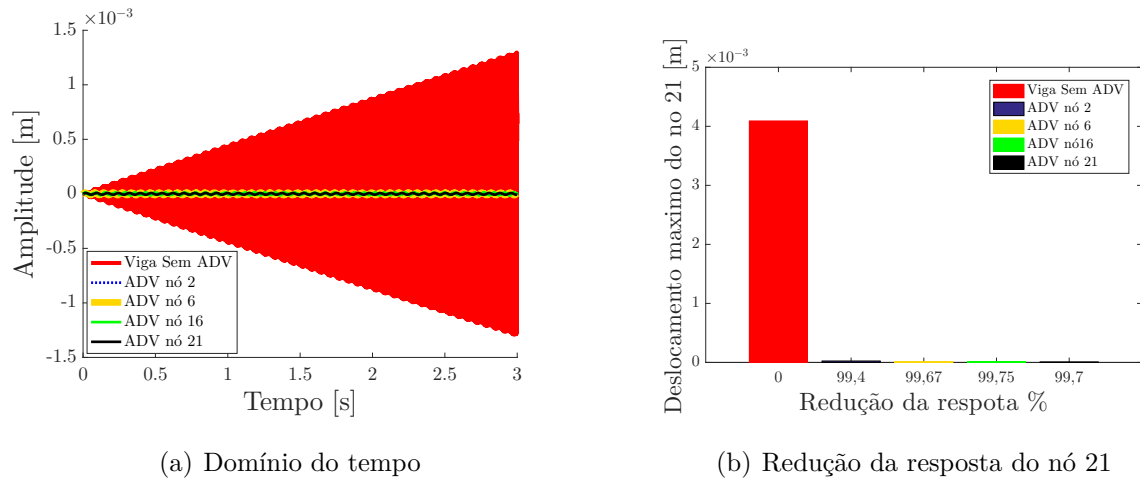
Na Figura 20, pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração após o acoplamento do ADV 2. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que o pico de ressonância correspondente a segunda frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

### c) Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre em ressonância na terceira frequência natural

Na Figura 21 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga engastada livre sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1\text{sen}1732t$ , com ADV 3 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.



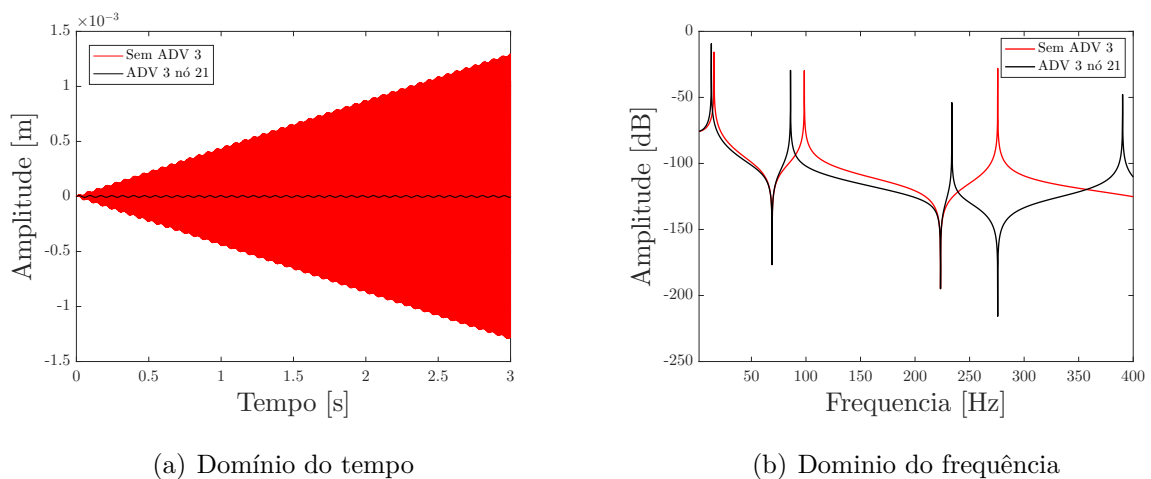
Figura 21 – Resposta da viga engastada livre com ADV 3 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, todos os pontos de acoplamento do ADV 3 ao sistema primário apresentam resultados satisfatórios, entretanto tem-se uma maior redução das amplitudes de vibração quando o ADV 3 é acoplado ao nó 21. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga engastada livre sem ADV 3 e com ADV 3 acoplado ao nó 21 pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 – Resposta da viga engastada livre com ADV 3



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 22, pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração após o acoplamento do ADV 3. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que

o pico de ressonância correspondente a terceira frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

### 5.1.2 Monitoramento da integridade estrutural

Após concluir a otimização dos ADV e acoplá-los ao sistema primário, iniciou-se o procedimento de monitoramento da integridade estrutural através do uso de observadores de estado para detecção, localização e quantificação da severidade de danos presentes no sistema primário e secundário (ADV). Considerou-se o primeiro caso, onde o absorvedor é projetado para atenuar as amplitudes de vibração do primeiro modo do sistema primário.

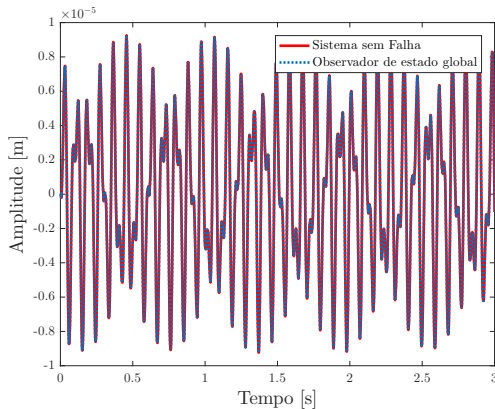
O monitoramento é realizado a partir da estimativa do deslocamento transversal do nó 4, que corresponde ao estado  $x_5(t)$  para o sistema real e  $\hat{x}_5$  para o observador de estado.

Os parâmetros considerados sujeitos a falha foram os elementos 2,3,9,10 e 11 da viga engastada livre. Os observadores robustos foram projetados para detectar a presença de trincas com profundidade de 5 a 75 %, em intervalos de 5%. Para validar a metodologia proposta dois casos foram simulados.

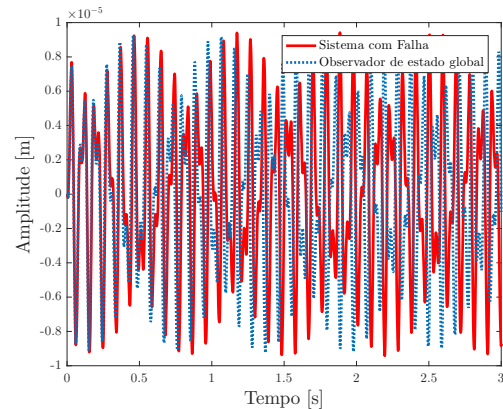
#### 5.1.2.1 Trinca no elemento 2 com profundidade de 10 %

Na Figura 23 tem-se as repostas de deslocamento transversal do nó 4 para o caso do sistema sem dano, com dano e do observador de estado global.

Figura 23 – Resposta do sistema real e do observador de estado global



(a) Sistema sem falha X Observador global



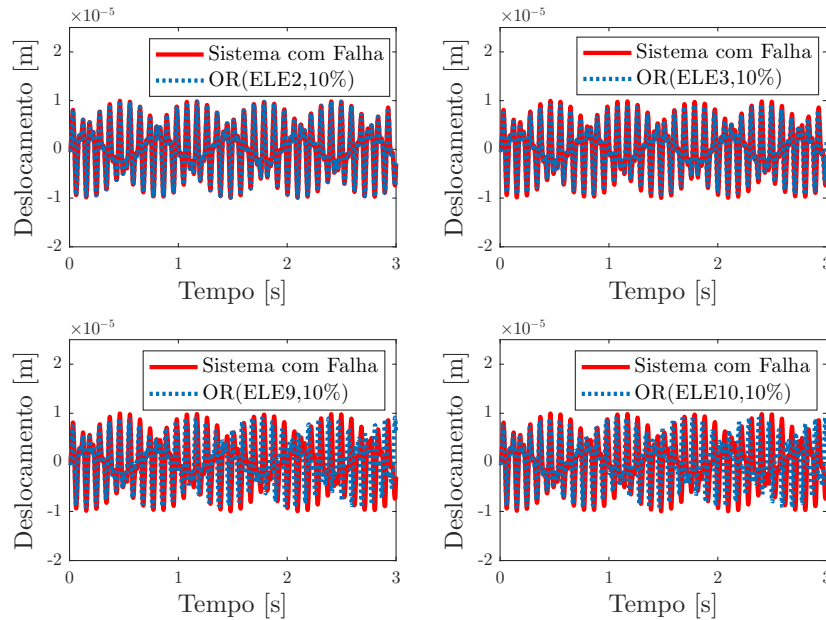
(b) Sistema com falha X Observador global

Fonte: Próprio autor.

Nota-se que a resposta do sistema sem dano e a do observador global são coincidentes, portanto o observador não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico. Já a resposta do sistema com falha e a do observador global não são coincidentes, o que leva a presença de um possível dano no sistema.

A localização e quantificação da severidade do dano, é feita através do índice de dano, dado pela Equação (43), que fornece uma métrica para comparar a resposta do sistema monitorado com os observadores robustos. O dano é identificado quando ocorre a convergência entre a resposta medida do sistema monitorado e a saída estimada dos observadores robustos. Na Figura 24, tem-se a resposta do sistema com falha e de alguns observadores robustos.

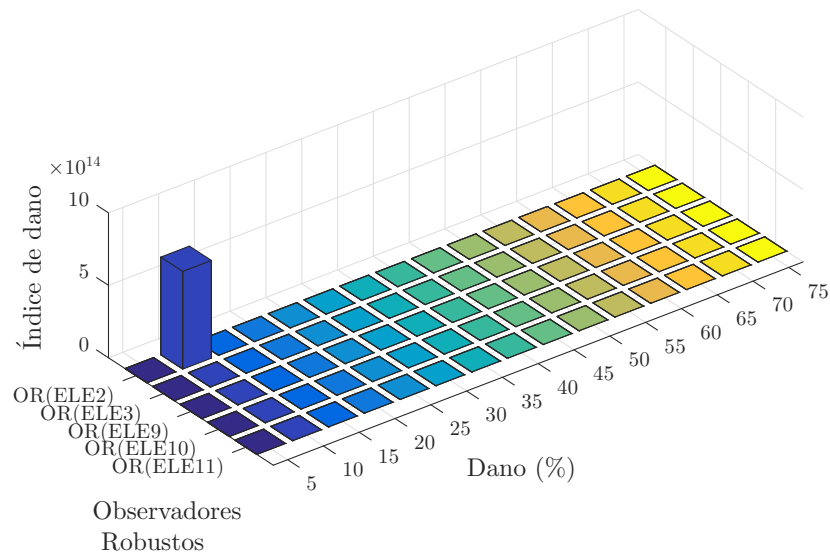
Figura 24 – Sistema com falha X observador robusto



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar que a resposta do sistema com falha se converge com o observador robusto a trinca no elemento 2 com profundidade de 10%. Na Figura 25 tem-se o índice de dano do sistema monitorado.

Figura 25 – Índice de dano do sistema monitorado

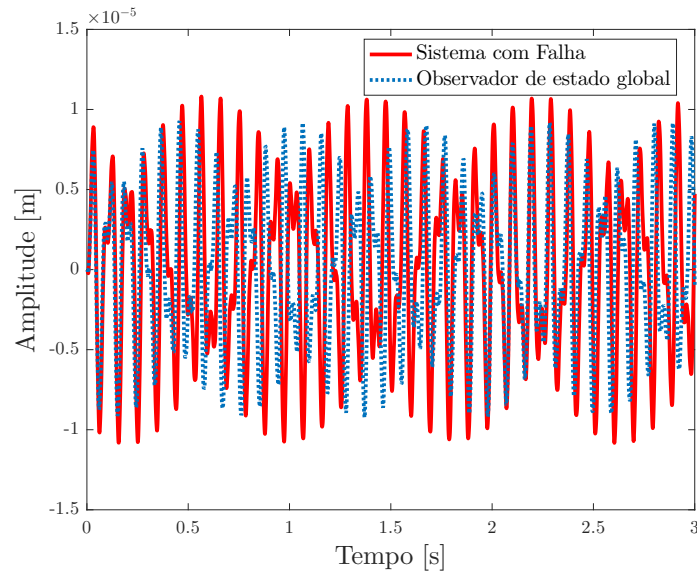


Fonte: Próprio autor.

#### 5.1.2.2 *Trinca no elemento 3 com profundidade de 30 % e no elemento 10 com profundidade de 15%*

Na Figura 26 tem-se as repostas de deslocamento transversal do nó 4 para o caso do sistema com dano e do observador de estado global.

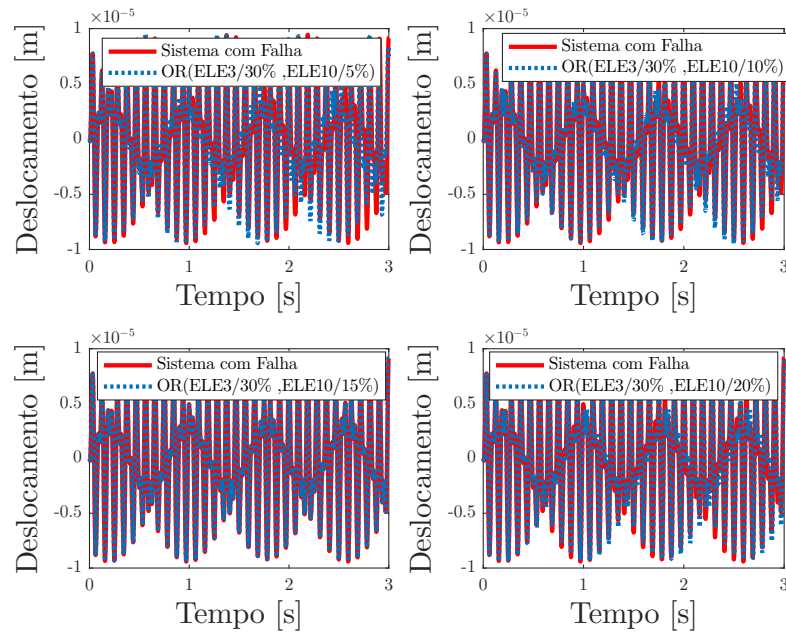
Figura 26 – Resposta do sistema com falha e do observador de estado global



Fonte: Próprio autor.

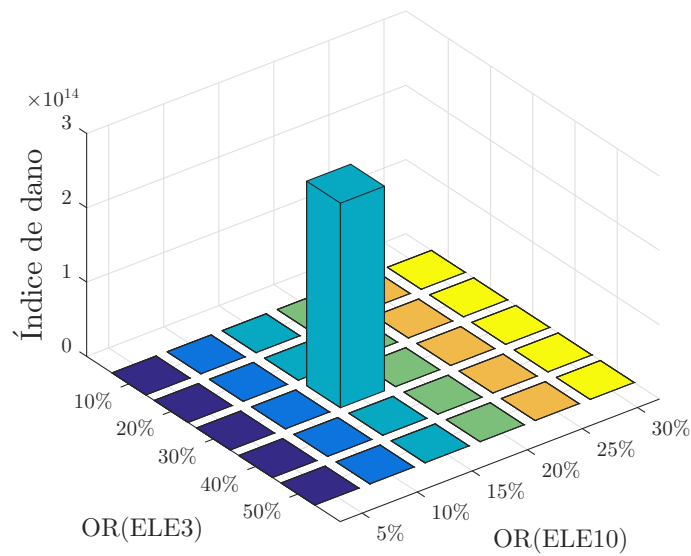
Nota-se que a resposta do sistema com falha e a do observador global não são coincidentes, o que leva a presença de um possível dano no sistema. A localização e quantificação da severidade do dano, é feita através do índice de dano, dado pela equação (43), que fornece uma métrica para comparar a resposta do sistema monitorado com os observadores robustos. Na Figura 27 tem-se a resposta do sistema com falha e de alguns observadores robustos e na Figura 28 o índice de dano.

Figura 27 – Sistema com falha X observador robusto



Fonte: Próprio autor.

Figura 28 – Índice de dano do sistema monitorado

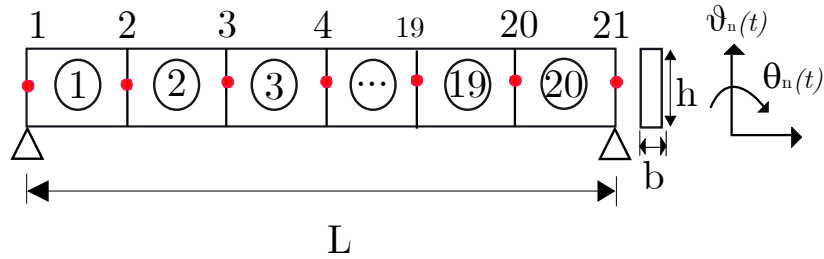


Fonte: Próprio autor

## 5.2 VIGA BIAPOIADA COM ADV

A Figura 29 ilustra o modelo do sistema primário empregado nas simulações, constituído de uma viga biapoçada modelada com 20 elementos de viga Euler-bernouli. O modelo possui 21 nós e 42 graus de liberdade.

Figura 29 – Viga biapoçada com  $n$  elementos



Fonte: Próprio autor.

Devido as condições de contorno, os graus de liberdade de translação referente ao nó 1 e nó 21 foram desconsiderados. As características físicas e geométricas do sistema são apresentadas na Tabela 4, sendo que as dimensões atribuídas foram escolhidas aleatoriamente por se tratar de um estudo computacional.

Tabela 4 – Parâmetros físicos e geométricos da viga biapoçada

|                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| Comprimento            | $L = 1m$                     |
| Base                   | $b = 0,05m$                  |
| Altura                 | $h = 0,0114m$                |
| Modulo de Elasticidade | $E = 210GPa$                 |
| Densidade              | $\rho = 7800 \text{ kg}/m^3$ |

Fonte: Próprio autor.

A viga biapoçada é submetida a uma força harmônica do tipo  $f = A \sin \omega t$ , sendo  $A$  a amplitude da força com valor de 1 N e  $\omega$  a frequência de excitação que terá o valor da frequência natural de interesse. A força de excitação é aplicada no nó 12 na direção transversal, indicada pelo deslocamento  $\vartheta$ .

### 5.2.1 Atenuação das amplitudes de vibração da viga biapoçada

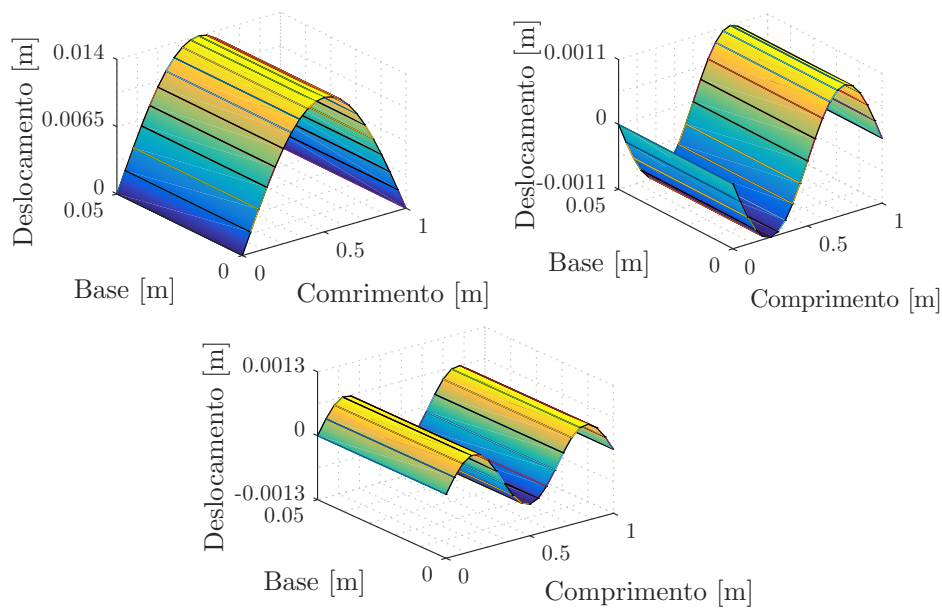
Desenvolveu-se uma rotina computacional com o intuito de determinar as frequências naturais e os modos de vibração da viga engastada livre. Somente os três primeiros modos são levados em consideração para redução das amplitudes de vibração, ou seja, são extraídos os três primeiros modos e suas respectivas frequências naturais, denominadas frequências de interesse. As frequências de interesse são apresentadas na Tabela 5 e os modos de vibrar podem ser vistos na Figura 30.

Tabela 5 – Frequências naturais da viga biapoçada

| Modos   | Frequência[Hz]   |
|---------|------------------|
| 1º modo | $f_1 = 26,82$    |
| 2º modo | $f_2 = 107,29$   |
| 3º modo | $f_3 = 241,4092$ |

Fonte: Próprio autor.

Figura 30 – Modos de vibrar da viga biapoçada



Fonte: Próprio autor.



Para reduzir as amplitudes de vibração são acoplados absorvedores dinâmicos de vibração do tipo massa-mola ao sistema primário. Foram projetados três absorvedores sendo um para cada frequência de interesse. Para determinar os parâmetros do ADV foi adotado uma razão de massas de  $\mu = m_2/m_1 = 0,1$ , por ser um valor comumente utilizado na literatura e apresentar um ótimo desempenho. Os valores de massa e rigidez de cada absorvedor pode ser visto na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros ADV massa-mola

| Modo de vibrar | Freq. Natural [Hz] | ADV | Massa [kg] | Rigidez [N/m] |
|----------------|--------------------|-----|------------|---------------|
| 1º modo        | 26,82              | 1   | 0,450      | 12781         |
| 2º modo        | 107,29             | 2   | 0,450      | 204500        |
| 3º modo        | 241,4092           | 3   | 0,450      | 1035300       |

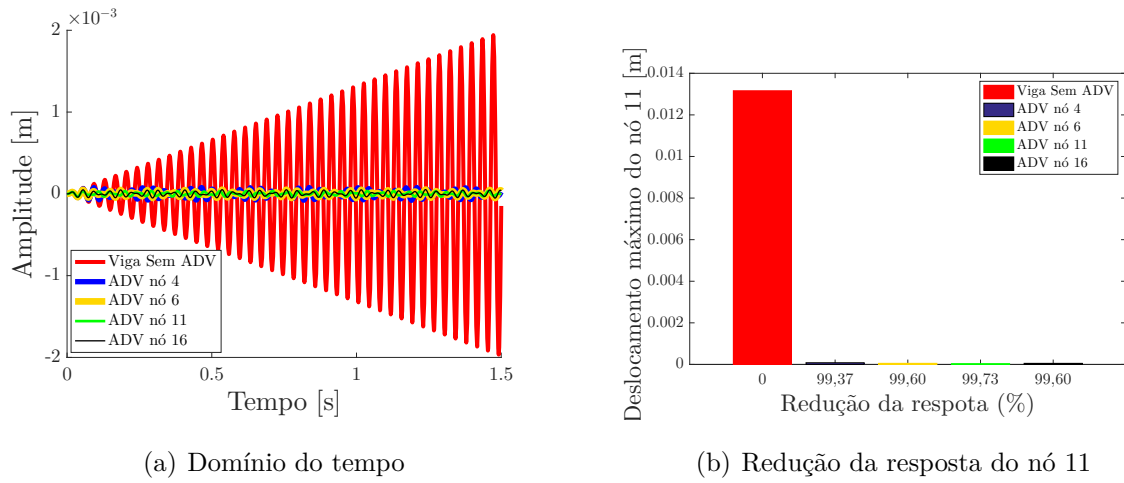
Fonte: Próprio autor.

Com o intuito de obter o ponto de acoplamento do ADV ao sistema primário que apresente o melhor desempenho, desenvolveu-se uma rotina computacional na qual, o ADV é acoplado em diferentes graus de liberdade do sistema primário. O ADV foi acoplado ao nó 4, 6, 11 e 16 no grau de liberdade de translação, em todos os casos estudados.

#### **a) Atenuação das amplitudes de vibração da viga engastada livre em ressonância na primeira frequência natural**

Na Figura 31 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga biapoiada sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \sin 168,52t$  com ADV 1 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.

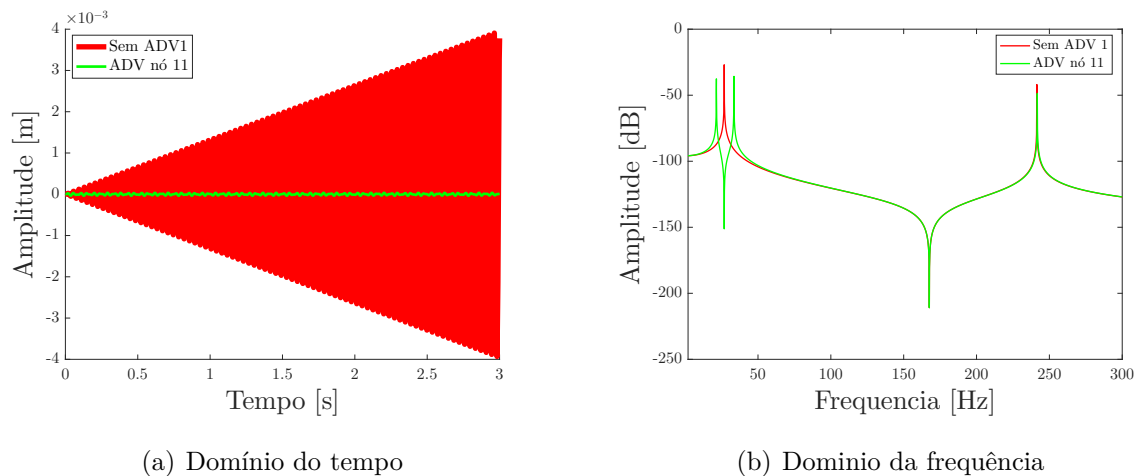
Figura 31 – Resposta da viga biapoiada com ADV 1 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, o ponto de acoplamento do ADV ao sistema primário que apresenta maior redução das amplitudes de vibração é o nó 11 com 99,73 %. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga engastada livre sem ADV e com ADV acoplado ao nó 11 pode ser vista na Figura 32.

Figura 32 – Resposta da viga biapoiada com ADV 1



Fonte: Próprio autor.

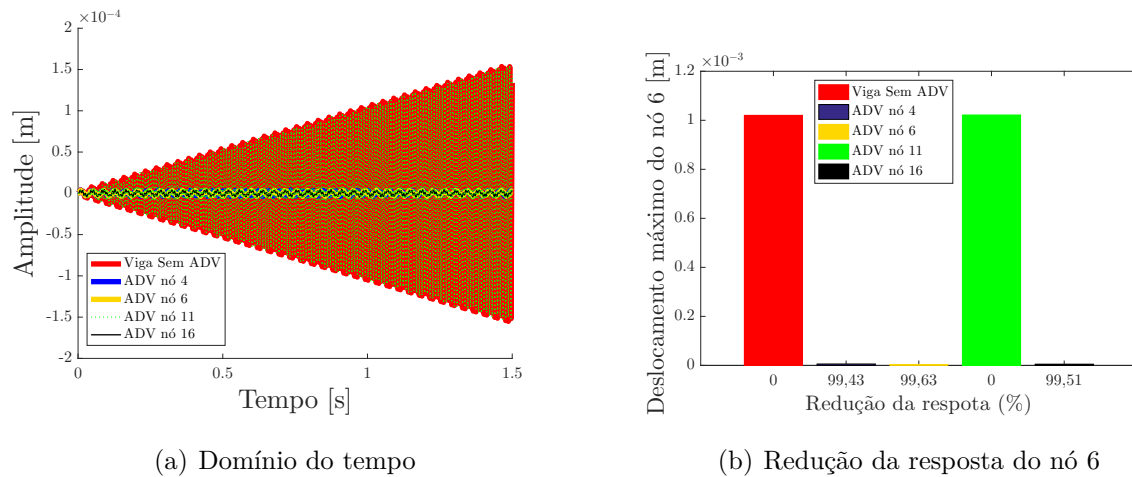
Na Figura 32 pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração após o acoplamento do ADV 1. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que

o pico de ressonância correspondente a primeira frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

### b) Atenuação das amplitudes de vibração da viga biapoiada em ressonância na segunda frequência natural

Na Figura 33 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga biapoiada sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1\text{sen}674,12t$ , com ADV 2 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.

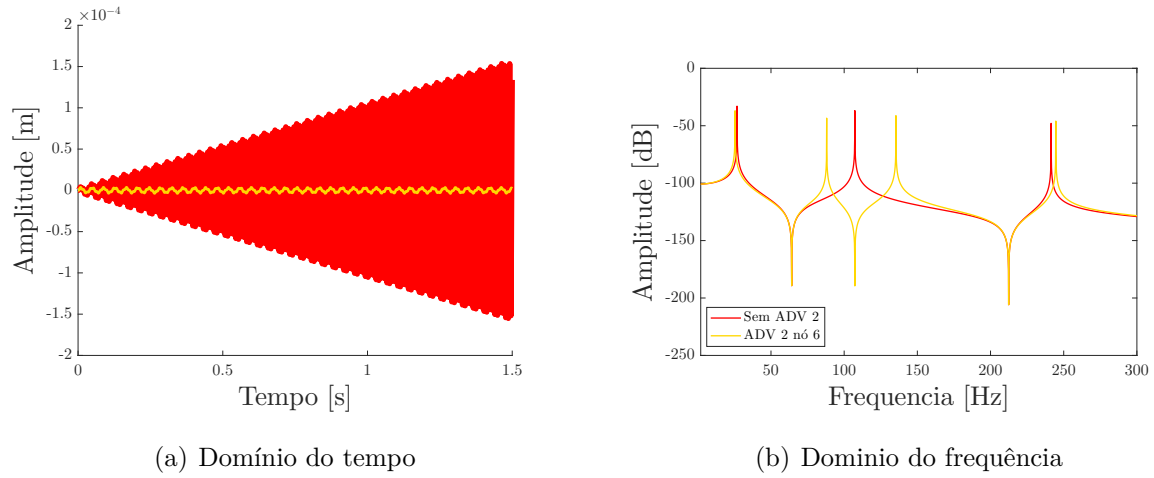
Figura 33 – Resposta da viga biapoiada com ADV 2 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, tem-se uma maior redução das amplitudes de vibração quando o ADV 2 é acoplado ao nó 6. O ponto mais desfavorável para o acoplamento do ADVLV seria no nó 11 por ser um ponto nodal. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga biapoiada sem ADV 2 e com ADV 2 acoplado ao nó 6 pode ser visto na Figura 34.

Figura 34 – Resposta da viga biapoiada com ADV 2



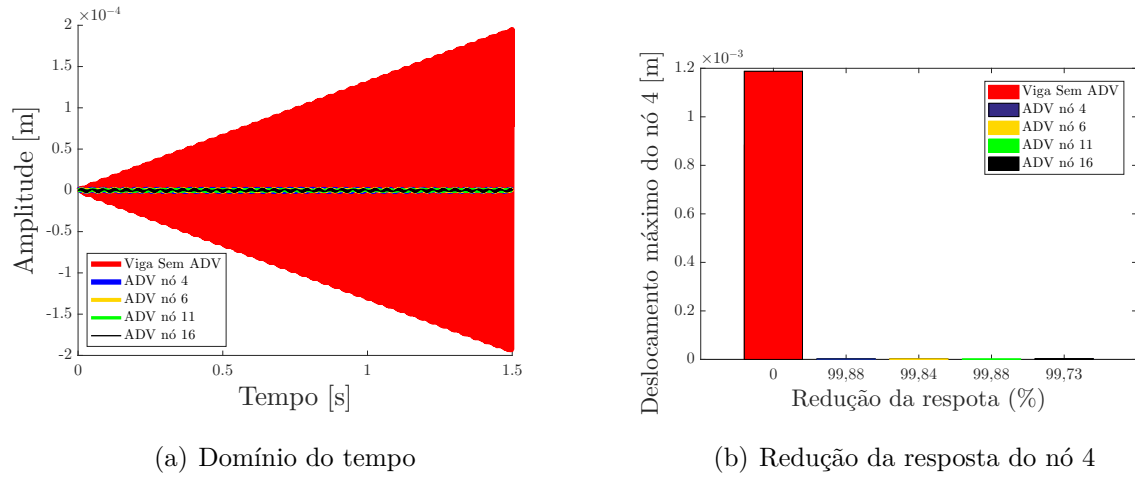
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 34 pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração após o acoplamento do ADV 2. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que o pico de ressonância correspondente a segunda frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

### c) Atenuação das amplitudes de vibração da viga biapoiada em ressonância na terceira frequência natural

Na Figura 35 tem-se a resposta no domínio do tempo do grau de liberdade de deslocamento máximo da viga biapoiada sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \text{ sen}1516,8t$ , com ADV 3 acoplado em diferentes pontos e os valores de deslocamento máximos em termos de redução da resposta.

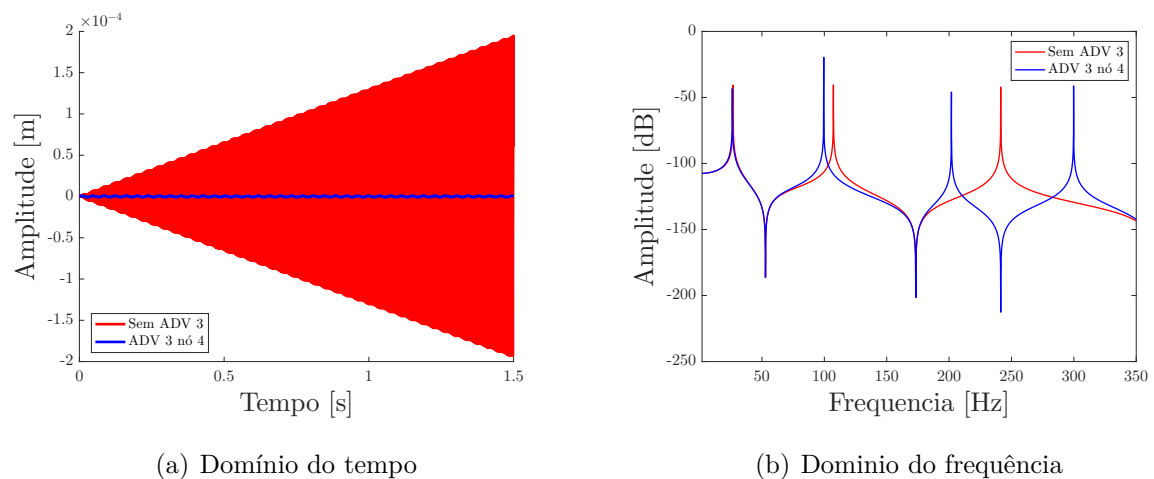
Figura 35 – Resposta da viga engastada livre com ADV 3 acoplado em diferentes pontos



Fonte: Próprio autor.

Baseando-se nos resultados obtidos através das simulações computacionais, todos os pontos de acoplamento do ADV 3 ao sistema primário apresentam resultados satisfatórios, entretanto tem-se uma maior redução das amplitudes de vibração quando o ADV 3 é acoplado ao nó 4 e ao nó 11, pontos onde se tem maiores amplitudes de vibração. A resposta no domínio do tempo e da frequência da viga biapoçada sem ADV 3 e com ADV 3 acoplado ao nó 4 pode ser visto na Figura 36.

Figura 36 – Resposta da viga biapoçada com ADV 3



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 36 pode-se observar uma significativa redução das amplitudes de vibração

após o acoplamento do ADV 3. Na resposta no domínio da frequência, observa-se que o pico de ressonância correspondente a terceira frequência natural foi eliminado, sendo substituído por uma anti-ressonância.

### 5.2.2 Monitoramento da integridade estrutural

Após concluir a otimização dos ADVs e acoplá-los ao sistema primário, iniciou-se o procedimento de monitoramento da integridade estrutural através do uso de observadores de estado para detecção, localização e quantificação da severidade de danos presentes no sistema mecânico. Considerou-se o segundo caso, onde o absorvedor é projetado para atenuar as amplitudes de vibração do segundo modo do sistema primário.

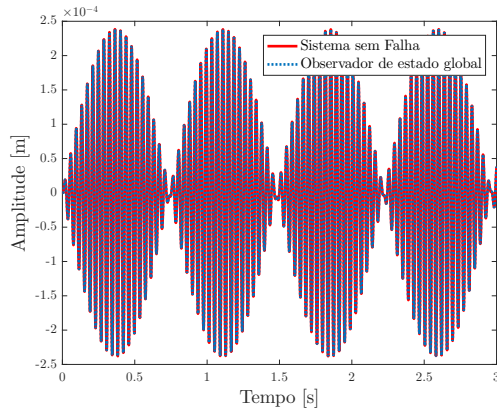
O monitoramento é realizado a partir da estimativa do deslocamento transversal do nó 7, que corresponde ao estado  $x_{12}(t)$  para o sistema real e  $\hat{x}_{12}$  para o observador de estado.

Os parâmetros considerados sujeitos a falha foram os elementos 10,11,12,17 e 18 da viga biapoiada. Os observadores robustos foram projetados para detectar a presença de trincas com profundidade de 5 a 75 %, em intervalos de 5%. Para validar a metodologia proposta dois casos foram simulados.

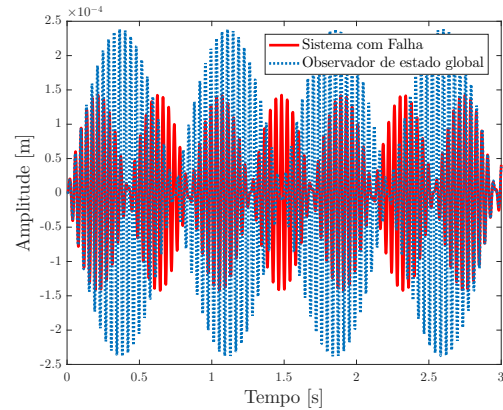
#### 5.2.2.1 *Trinca no elemento 12 com profundidade de 35 %*

Na Figura 37 tem-se as respostas de deslocamento transversal do nó 7 para o caso do sistema sem dano, com dano e do observador de estado global.

Figura 37 – Resposta do sistema real e do observador de estado global



(a) Sistema sem falha X Observador global



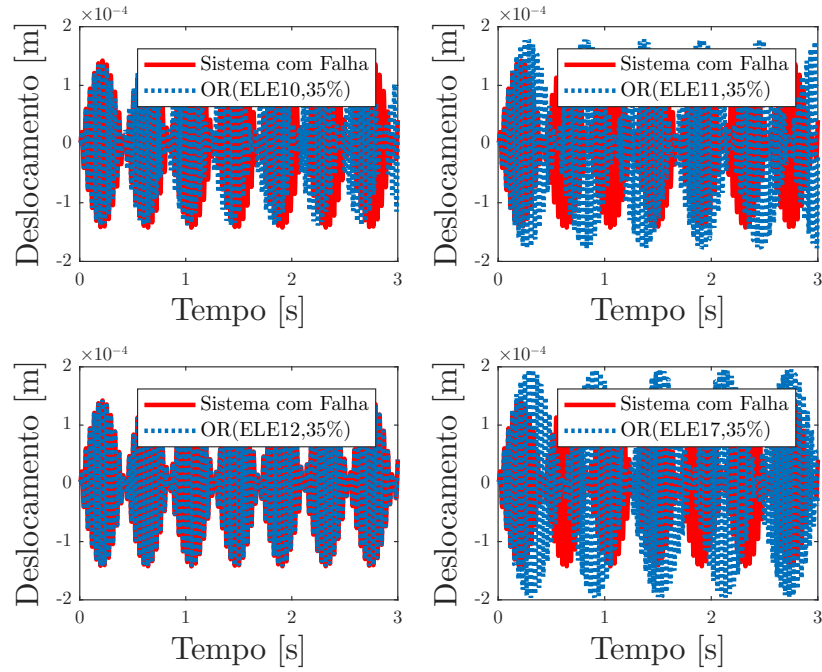
(b) Sistema com falha X Observador global

Fonte: Próprio autor.

Nota-se que a resposta do sistema sem dano e a do observador global são coincidentes, portanto o observador não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico. Já a resposta do sistema com falha e a do observador global não são coincidentes, o que leva a presença de um possível dano no sistema.

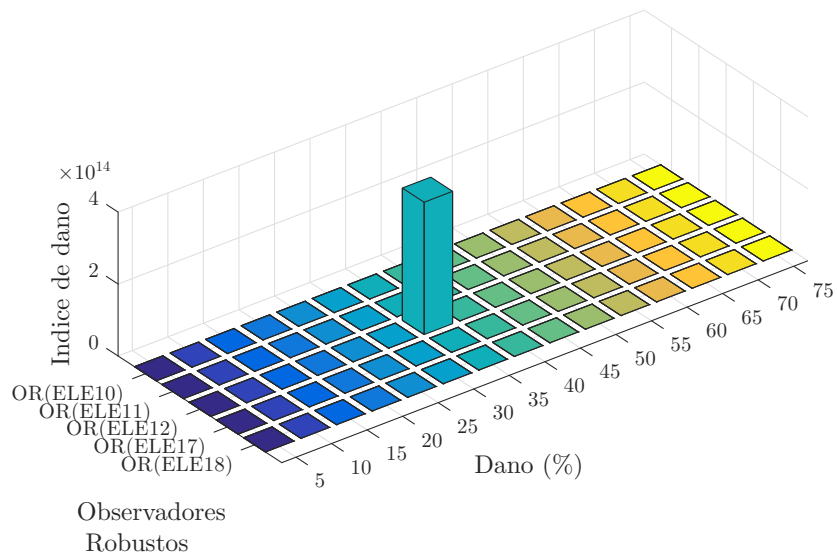
A localização e quantificação da severidade do dano, é feita através do índice de dano, dado pela Equação (43), que fornece uma métrica para comparar a resposta do sistema monitorado com os observadores robustos. O dano é identificado quando ocorre a convergência entre a resposta medida do sistema monitorado e a saída estimada dos observadores robustos. Na Figura 38, tem-se a resposta do sistema com falha e de alguns observadores robustos e na Figura 39 o índice de dano do sistema monitorado.

Figura 38 – Sistema com falha X observador robusto



Fonte: Próprio autor.

Figura 39 – Índice de dano do sistema monitorado



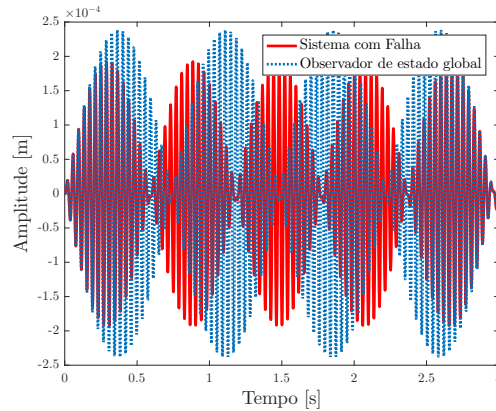
Fonte: Próprio autor.



### 5.2.2.2 *Trinca no elemento 11 com profundidade de 10 % e no elemento 17 com profundidade de 15 %*

Na Figura 40 tem-se as repostas de deslocamento da transversal do nó 7 para o caso do sistema com dano e do observador de estado global.

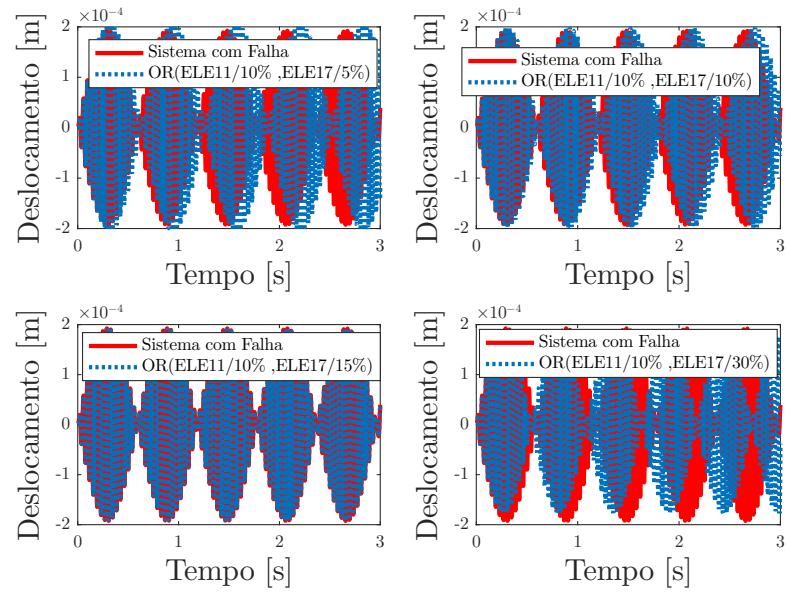
Figura 40 – Resposta do sistema com falha e do observador de estado global



Fonte: Próprio autor.

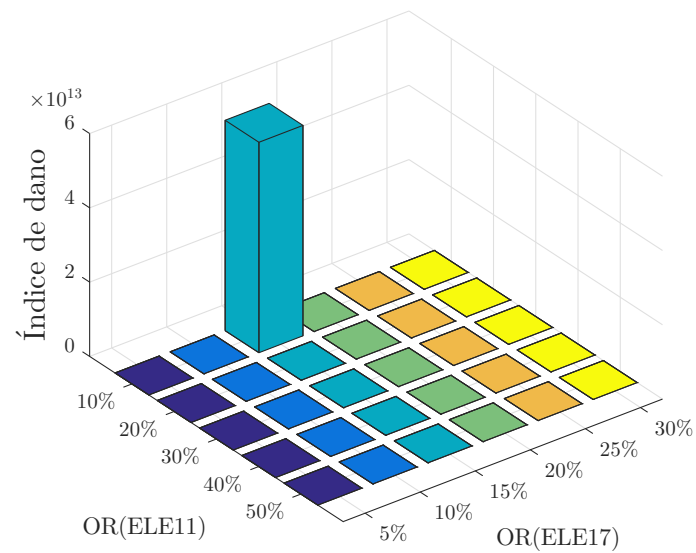
Nota-se que a resposta do sistema com falha e a do observador global não são coincidentes, o que leva a presença de um possível dano no sistema. Na Figura 41, tem-se a resposta do sistema com falha e de alguns observadores robustos e na Figura 42 o índice de dano do sistema monitorado.

Figura 41 – Sistema com falha X observador robusto



Fonte: Próprio autor.

Figura 42 – Índice de dano do sistema monitorado



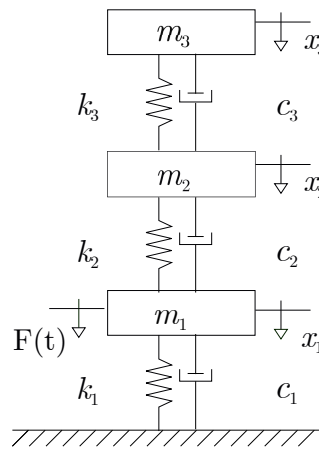
Fonte: Próprio autor.

### 5.3 SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR

Nesta seção são apresentadas simulações computacionais para análise do comportamento dinâmico de um sistema massa-mola-amortecedor de três graus de liberdade, submetido a uma força harmônica do tipo  $f = A \sin \omega t$ , sendo  $A$  a amplitude da força e  $\omega$  a frequência de excitação.

A Figura 43 ilustra o sistema massa-mola-amortecedor de 3 graus de liberdade, cujos parâmetros físicos são apresentados na Tabela 7.

Figura 43 – Sistema massa-mola-amortecedor de 3 GDL



Fonte: Próprio autor.

Tabela 7 – Parâmetros físicos do sistema massa-mola-amortecedor

|                     |                             |
|---------------------|-----------------------------|
| Massa, $m_1$        | $4 \text{ kg}$              |
| Massa, $m_2$        | $2 \text{ kg}$              |
| Massa, $m_3$        | $1 \text{ kg}$              |
| Rigidez, $k_1$      | $8 \times 10^4 \text{ N/m}$ |
| Rigidez, $k_2$      | $6 \times 10^4 \text{ N/m}$ |
| Rigidez, $k_3$      | $5 \times 10^4 \text{ N/m}$ |
| Amortecimento $c_1$ | $60 \text{ N.s/m}$          |
| Amortecimento $c_2$ | $45 \text{ N.s/m}$          |
| Amortecimento $c_3$ | $40 \text{ N.s/m}$          |

Fonte: Próprio autor.

### 5.3.1 Atenuação das amplitudes de vibração do sistema massa-mola-amortecedor

Desenvolveu-se uma rotina computacional com o intuito de determinar as frequências naturais do sistema massa-mola-amortecedor. Seus respectivos valores podem ser vistos na Tabela 8.

Tabela 8 – Frequências naturais do sistema massa-mola amortecedor

| Modos de vibrar | Frequência[Hz] |
|-----------------|----------------|
| 1º modo         | $f_1 = 14.45$  |
| 2º modo         | $f_2 = 31.59$  |
| 3º modo         | $f_3 = 48.37$  |

Fonte: Próprio autor.

São projetados absorvedores dinâmicos de vibração do tipo lâmina vibrante para atuarem na atenuação das amplitudes de vibração nas três frequências naturais do sistema. O material utilizado na concepção dos ADVLV foi aço.

Os parâmetros definidos não variáveis considerados neste projeto foram as propriedades físicas e a altura da lâmina, sendo:

$$\begin{aligned}
 E &= 210 \text{ GPa} \\
 \rho &= 7800 \text{ Kg/m}^3 \\
 h &= 1 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{70}$$

No processo de otimização, as variáveis de projeto foram as propriedades geométricas, que podem ser vistas na Tabela 9 assim como os valores de restrições.

Tabela 9 – Variáveis de projeto para o ADVLV

| Variável (descrição)        | Restrições (limites)                 |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| $L$ , Comprimento da lâmina | $50 \leq L \leq 250 \text{ mm}$      |
| $b$ , base da lâmina        | $10 \leq b \leq 30 \text{ mm}$       |
| $m_c$ , massa concentrada   | $0.2 \leq m_c \leq 0.550 \text{ kg}$ |

Fonte: Próprio autor.

Definido quais são as variáveis de projetos e suas restrições, usou-se a rotina de otimização para definição dos valores otimizados das variáveis de projetos. Para atenuação das

amplitudes de vibração 3 ADVLV foram projetados, de modo que sua primeira frequência natural coincida com a frequência de interesse.

Os valores otimizados das variáveis de projetos na concepção do ADVLV para o controle de vibração podem ser vistos na Tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros ADVLV

| Modo    | ADVLV | Comprimento<br>[mm] | Base<br>[mm] | Massa<br>[kg] | Freq. Natural<br>[Hz] |
|---------|-------|---------------------|--------------|---------------|-----------------------|
| 1º modo | 1     | 98,1                | 24,5         | 0,153         | 14,45                 |
| 2º modo | 2     | 56,1                | 30           | 0,2125        | 31,59                 |
| 3º modo | 3     | 50,1                | 29,5         | 0,1243        | 48,37                 |

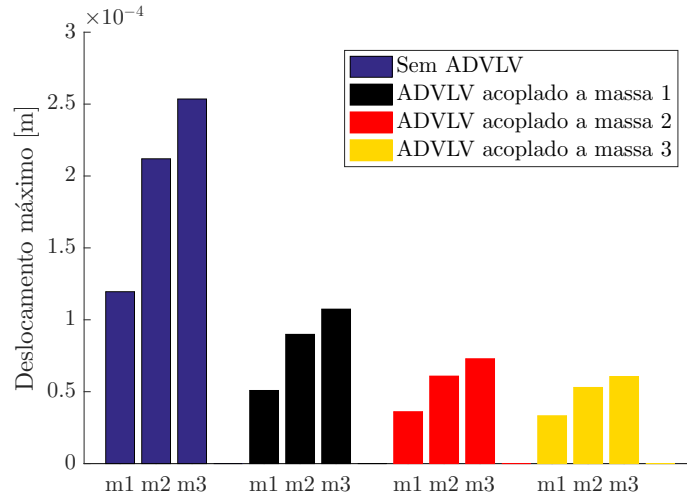
Fonte: Próprio autor.

Com o intuito de estabelecer a posição de acoplamento do ADVLV ao sistema primário no qual o desempenho do ADVLV seja o mais eficiente, desenvolveu-se uma rotina computacional na qual, o ADVLV é acoplado a massa 1, massa 2 e a massa 3 em todos os casos estudados.

#### **a) Atenuação das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-Mola-Amortecedor em Ressonância na 1ª Frequência Natural**

Para atenuação das amplitudes de vibração do primeiro modo, foram analisados os valores de deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \text{ sen } 90,79t$ , em um período de tempo de 10 segundos sem ADVLV 1 e com ADVLV 1 acoplado em diferentes pontos, como mostra a Figura 44. Cabe notar que os deslocamentos máximos não ocorrem em um mesmo instante de tempo.

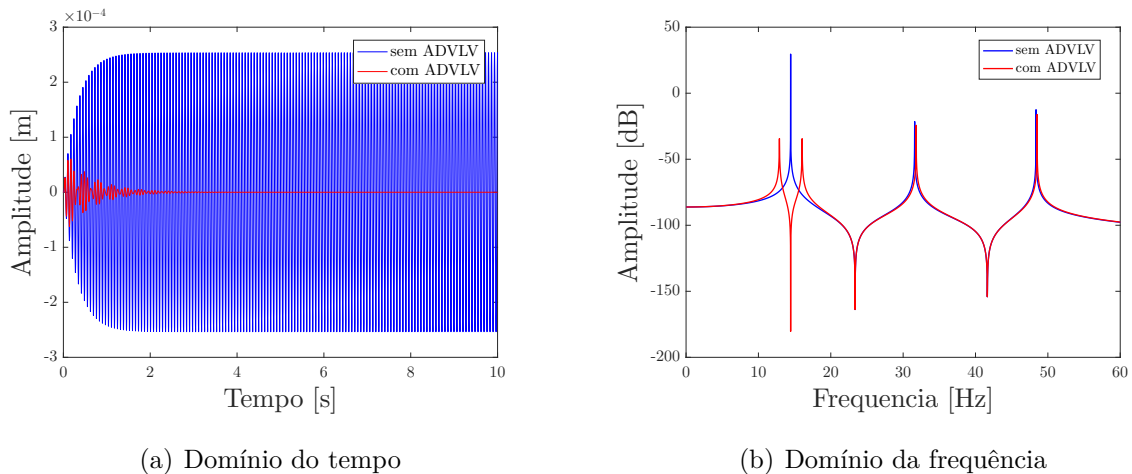
Figura 44 – Deslocamento máximo sistema do primário submetido a uma força de excitação  $f = 1 \text{ sen } 90,79t$  sem ADVLV 1 e com ADVLV 1 em diferentes locais



Fonte: Próprio autor.

Com base nos deslocamentos máximos do sistema primário mostrado na Figura 44, pode-se notar que para o controle de vibração do primeiro modo, tem-se uma maior redução do deslocamento máximo quando o ADVLV 1 é acoplado a massa 3 do sistema primário, ou seja, no mesmo local em que se tem o máximo deslocamento. Portanto o ADVLV 1 é acoplado a massa 3, por ser o local mais eficiente para a redução das amplitudes de vibração do sistema primário no primeiro modo. O efeito do acoplamento do ADVLV 1 ao sistema primário pode ser visto na Figura 45.

Figura 45 – Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 1 e com ADVLV 1



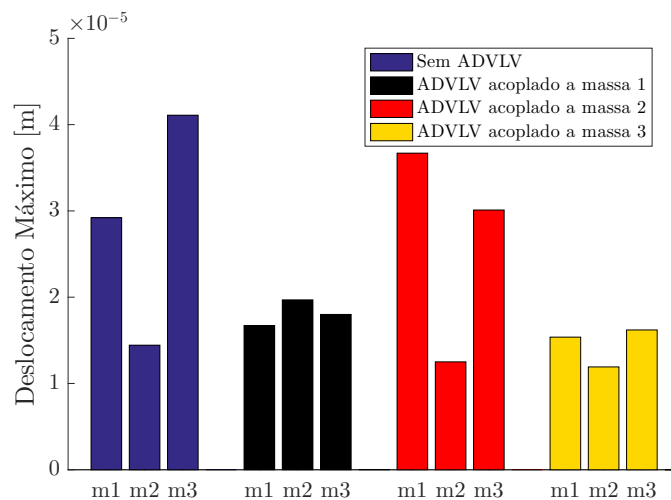
Fonte: Próprio autor.

A Figura 45, permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da massa 3 local de maior amplitude de vibração, antes e após o acoplamento do ADVLV 1, no qual pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da massa 3 antes e após o acoplamento do ADVLV apresenta uma redução de 96 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 1 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a primeira frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

#### b) Atenuação das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-Mola-Amortecedor em Ressonância na 2ª Frequência Natural

Para atenuação das amplitudes de vibração do segundo modo, foram analisados os valores de deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \text{ sen } 198,49t$ , em um período de tempo de 10 segundos sem ADVLV 2 e com ADVLV 2 acoplado em diferentes pontos, como mostra a Figura 46. Cabe notar que os deslocamentos máximos não ocorrem em um mesmo instante de tempo.

Figura 46 – Deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor submetido a uma força de excitação  $f = 1 \text{ sen } 198,49t$  sem ADVLV 2 e com ADVLV 2 em diferentes locais

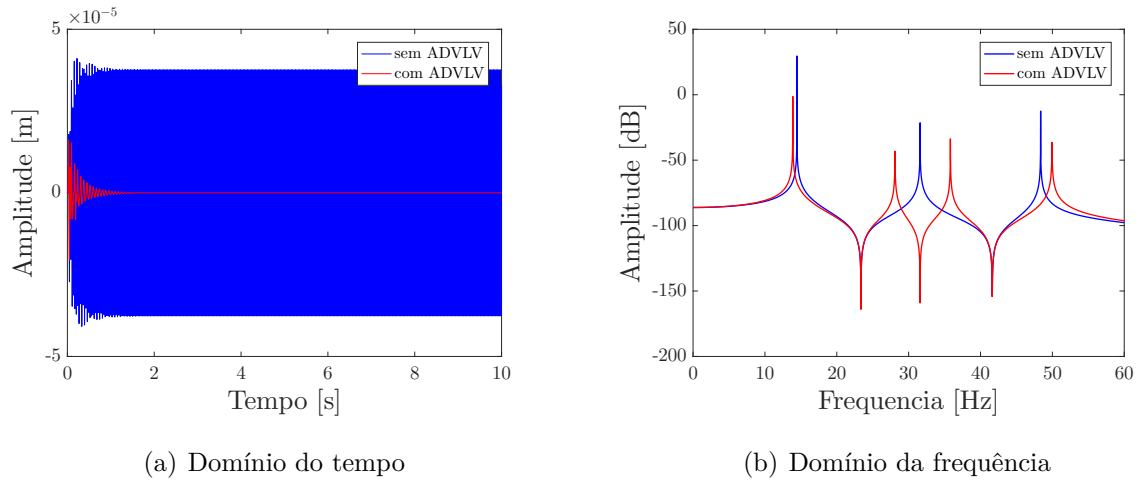


Fonte: Próprio autor.

Assim como no primeiro modo, o ADVLV 2 é mais eficiente quando acoplado a massa 3 do sistema primário, ou seja, no mesmo local em que se tem o máximo deslocamento. Com base na Figura 46, pode-se observar que o local mais desfavorável para o acoplamento do ADVLV 2 seria a massa 2, devido ao aumento do deslocamento máximo da massa 1.

Portanto o ADVLV 2 é acoplado a massa 3, por ser o local mais eficiente para a redução das amplitudes de vibração do sistema primário no segundo modo. O efeito do acoplamento do ADVLV 2 ao sistema primário pode ser visto na Figura 47.

Figura 47 – Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 2 e com ADVLV 2



Fonte: Próprio autor.

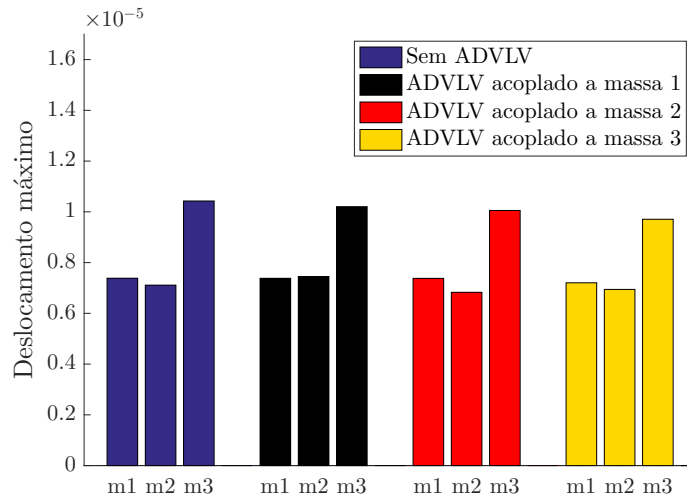
A Figura 47 permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da massa 3 local de maior amplitude de vibração, antes e após o acoplamento do ADVLV 2, no qual pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da massa 3 antes e após o acoplamento do ADVLV 2 apresenta uma redução de 95 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 2 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a segunda frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

### c) Atenuação das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-Mola-Amortecedor em Ressonância na 3ª Frequência Natural

Para atenuação das amplitudes de vibração do terceiro modo, foram analisados os valores de deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor sob o efeito do carregamento harmônico dado por  $f = 1 \text{ sen } 303,9t$ , em um período de tempo de 10 segundos sem ADVLV 3 e com ADVLV 3 acoplado em diferentes pontos, como mostra a Figura 48. Cabe notar que os deslocamentos máximos não ocorrem em um mesmo instante de tempo.



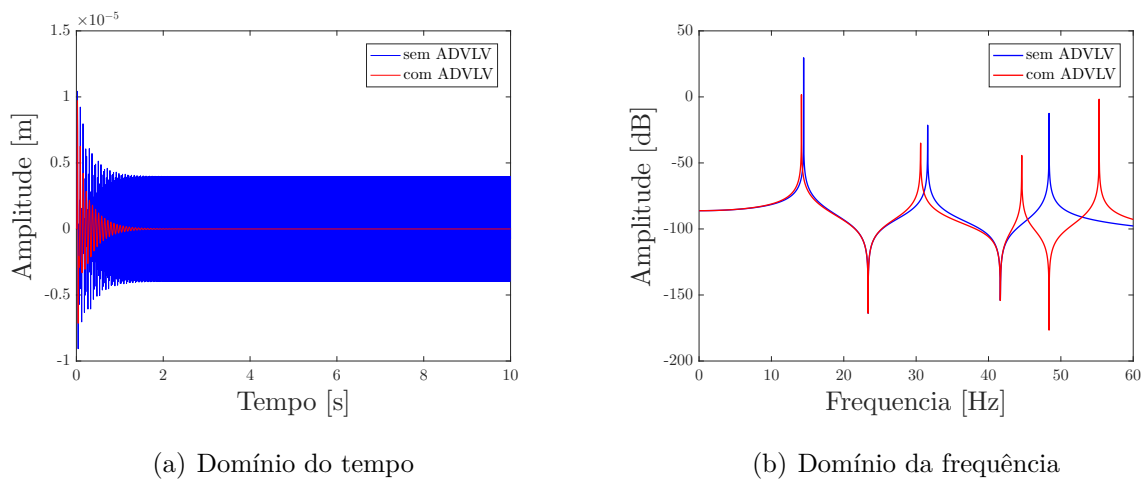
Figura 48 – Deslocamento máximo do sistema massa-mola-amortecedor submetido a uma força de excitação  $f = 1 \text{ sen } 303,9t$  sem ADVLV 3 e com ADVLV 3 em diferentes locais



Fonte: Próprio autor.

Com base nos valores apresentados na Figura 48, pode-se observar que em relação ao deslocamento máximo todos os pontos de acoplamento do ADVLV 3 ao sistema primário se apresentaram semelhantes, entretanto houve uma maior redução quando o ADVLV é acoplado a massa 3. O efeito do acoplamento do ADVLV 3 ao sistema primário pode ser visto na Figura 49.

Figura 49 – Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 3 e com ADVLV 3



Fonte: Próprio autor.

A Figura 49 permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da

massa 3 local de maior amplitude de vibração, antes e após o acoplamento do ADVLV 3, no qual pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da massa 3 antes e após o acoplamento do ADVLV 3 apresenta uma redução de 80 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 3 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a segunda frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

### 5.3.2 Monitoramento da integridade estrutural

Após concluir a otimização dos ADVLV e acoplá-los ao sistema primário, iniciou-se o procedimento de monitoramento da integridade estrutural através do uso de observadores de estado para detecção e localização de danos no sistema primário e secundário (ADVLV). Considerou-se o primeiro caso, onde o absorvedor é projetado para atenuar as amplitudes de vibração do primeiro modo do sistema primário.

O monitoramento é realizado a partir da estimativa de velocidade da massa 3, que corresponde ao estado  $x_6(t)$ , para o sistema real e  $\hat{x}_6(t)$ , para o observador. Esta posição foi escolhida após realizar alguns testes em outras posições, no qual identificou-se uma melhor interpretação dos resultados, entretanto, não significa que esta seja a melhor escolha.

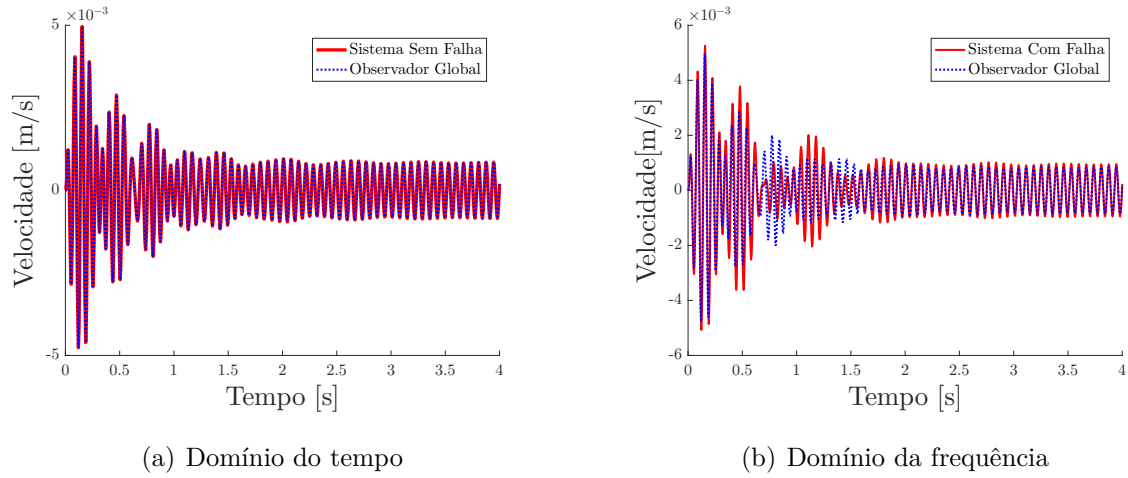
Os parâmetros considerados sujeitos a falha, foram as rigidez do sistema primário e do ADVLV, ou seja,  $k_1, k_2, k_3, k_a$ . Os observadores robustos são projetados para detectar danos de perda de rigidez de 5 a 75%, em intervalos de 5%.

Para validar a metodologia proposta, dois casos foram simulados.

#### a) Perda de 10 % de rigidez em $k_1$

Na Figura 50 tem-se as repostas de velocidade da massa 3, para o caso do sistema sem dano, com dano e os valores reconstruídos do observador de estado global.

Figura 50 – Resposta da massa 3 do sistema primário sem ADVLV 3 e com ADVLV 3

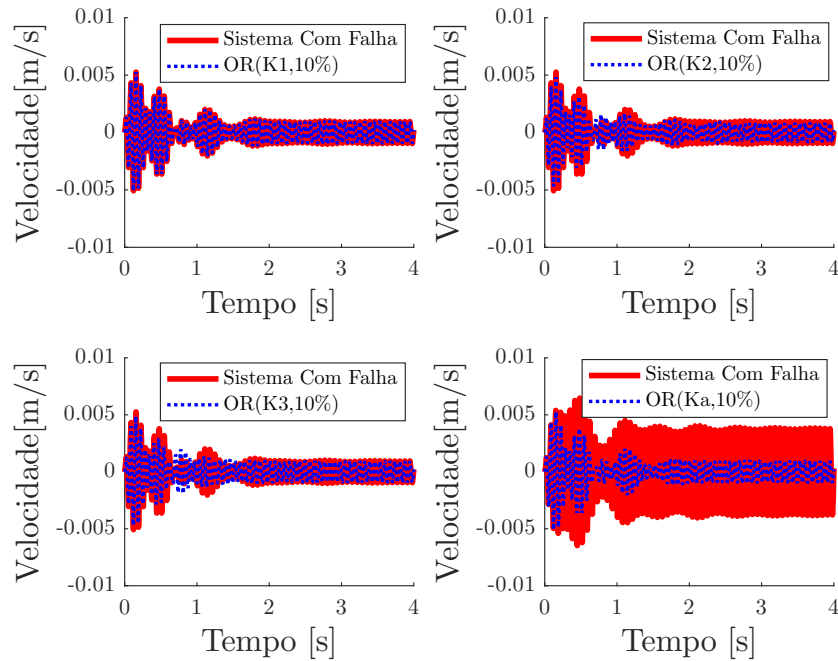


Fonte: Próprio autor.

Nota-se que a resposta do sistema sem dano e a do observador global são coincidentes, portanto o observador não detectou nenhuma irregularidade no sistema mecânico. Já a resposta do sistema com falha e a do observador global não são coincidentes, o que leva a presença de um possível dano no sistema.

A localização e quantificação da severidade do dano, é feita através do índice de dano, dado pela equação (43), que fornece uma métrica para comparar a resposta do sistema monitorado com os observadores robustos. O dano é identificado quando ocorre a convergência entre a resposta medida do sistema monitorado e a saída estimada dos observadores robustos. Na Figura 51 tem-se a resposta de velocidade da massa 3 e de alguns observadores robustos.

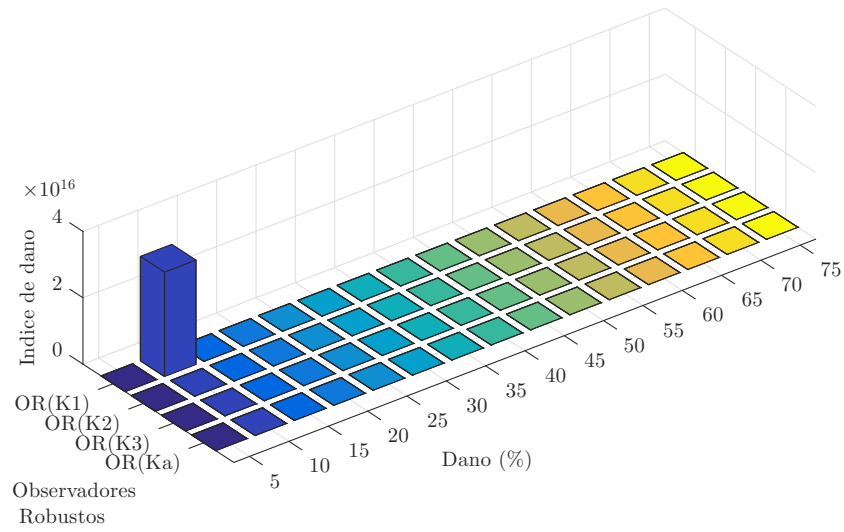
Figura 51 – Sistema monitorado com falha X observador robusto



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar que a resposta de saída do sistema monitorado se converge com a resposta do observador robusto a  $k_1$  com perda de 10 % de rigidez. Na Figura 52 tem-se o índice da dano para a perda de rigidez de 10% em  $k_1$ .

Figura 52 – Índice de dano para a perda de rigidez de 10% em  $k_1$

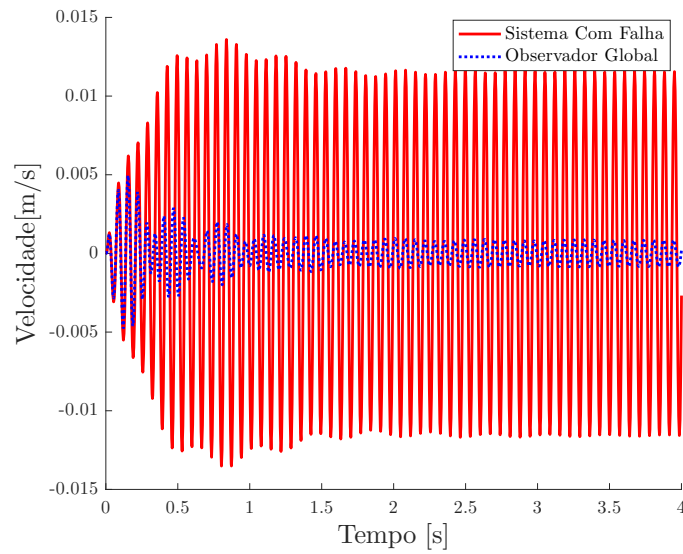


Fonte: Próprio autor.

**b) Perda de 10 % de rigidez em  $k_1$  e 20 % em  $k_a$**

Na Figura 53 tem-se as repostas de velocidade da massa 3, para o caso com dano em  $k_1$  e  $k_a$  e os valores reconstruídos do observador de estado global.

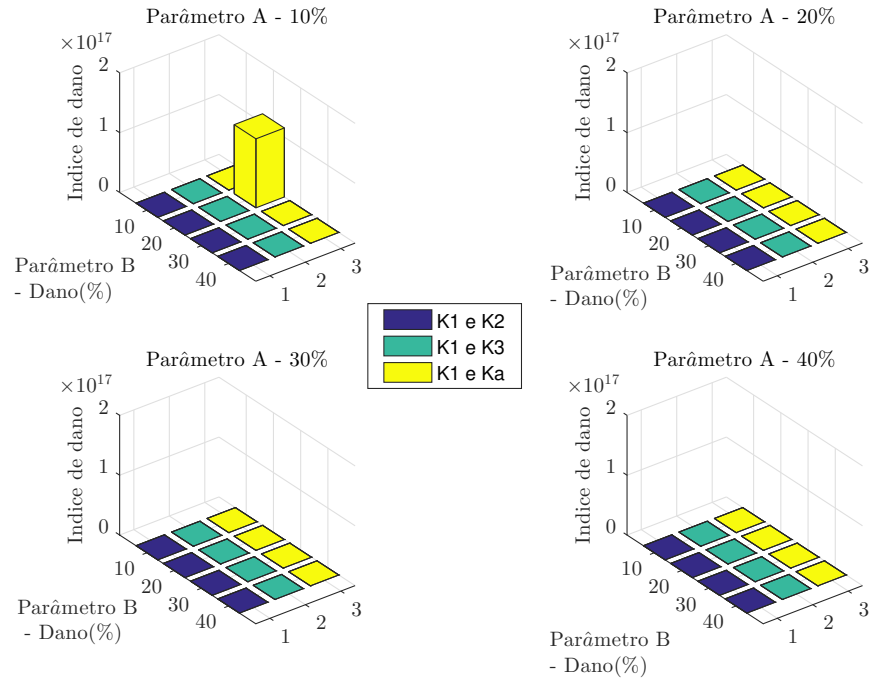
Figura 53 – Sistema com dano X observador de estado global



Fonte: Próprio autor.

Verifica-se que as respostas não são coincidentes, o que leva a presença de dano no sistema. Para este caso, tem-se observadores robustos sujeitos a dois parâmetros com falha. O índice de dano para dois parâmetros com falha pode ser visto na Figura 54.

Figura 54 – Índice de dano para a perda de rigidez em  $k_1$  de 10% e 20 % em  $k_a$ .



Fonte: Próprio autor.

## 6 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Com o intuito de verificar a validade da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falha em sistemas com absorvedores dinâmicos de vibração, utilizou-se um sistema dinâmico de mesas vibratórias do laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM/FEIS).

### 6.1 MONTAGEM DA BANCADA DE TESTES - SISTEMA PRIMÁRIO

Montou-se uma bancada de testes, no qual foi utilizado um sistema dinâmico com três mesas vibratórias, constituídas de lâminas metálicas de aço inoxidável para proporcionar rigidez ao sistema, placa de alumínio para construção das mesas e borrachas para simular o amortecimento viscoso, como pode ser visto na Figura 55.

Figura 55 – Montagem experimental da estrutura primária



Fonte: Próprio autor.

Para o sistema dinâmico da Figura 55, foram utilizado os seguintes materiais e equipamentos

Materiais:

- 3 Chapas de alumínio com dimensões de  $(0.350 \times 0.0350 \times 0.01)\text{m}$ ,  $(0.255 \times 0.255 \times 0.01)\text{m}$  e  $(0.158 \times 0.158 \times 0.01)$ ;
- 28 lâminas metálicas de aço inoxidável;
  - mesa inferior : 8 lâminas com dimensões de  $(0.420 \times 0.250 \times 0.001)\text{m}$ ;
  - mesa intermediária : 12 lâminas com dimensões de  $(0.597 \times 0.250 \times 0.001)$
  - mesa superior : 8 lâminas com dimensões de  $(0.622 \times 0.250 \times 0.001)$ ;
- 12 tabletes de borracha com 0.006m de espessura nas dimensões das lâminas;
- Parafuso para fixação, chapas de aço para o suporte lateral e a base.

Equipamentos:

- Acelerômetro KS50 N° 2079 da MFF ;
- Softwares de Controle em Tempo Real: WinCon-Simulink-RTX.
- Condicionador de sinais Schwingungsmesser 00 042 da Robotron
- Placa de Aquisição Quanser Q-8
- Martelo de Impacto modelo 086C4 da PCB Piezotronics
- Condicionador de sinais modelo 480E09 da PCB Piezotronics
- Célula de carga modelo 208C02 da PCB Piezotronics
- Shaker Veb Robotron Messelektronik modelo: 1076 ELN138
- Amplificador de sinal modelo xli 2500 da Crown

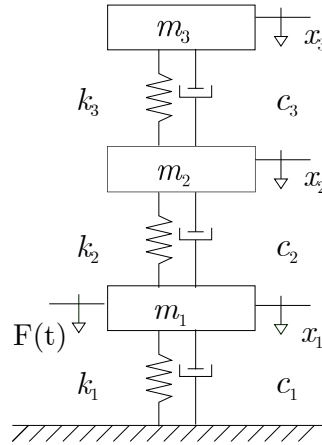
## 6.2 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA PRIMÁRIO

A estrutura primária foi modelada como um sistema massa-mola-amortecedor de três graus de liberdade, sendo que a mesa inferior é considerada como massa 1, mesa intermediária como massa 2 e a mesa superior como massa 3, como mostra a Figura 56.



Foi aplicada uma força  $F(t)$  somente na mesa inferior,  $m_1$ . As equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema primário na forma matricial são descritas na Equação (71).

Figura 56 – Sistema massa-mola-amortecedor de 3 GDL



Fonte: Próprio autor.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & 0 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (71)$$

### 6.3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS DO SISTEMA PRIMÁRIO

Com o intuito de determinar os parâmetros físicos do sistema primário foi necessário desacoplar o conjunto composto pelas mesas, transformando-os em três sistemas de um grau de liberdade. Os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez foram determinados separadamente para cada uma das mesas.

Os parâmetros de rigidez e amortecimento foram determinados a partir do peso da massa e da frequência natural de cada mesa considerada isoladamente. Para determinação da frequência natural de cada mesa, excitou-se a estrutura com o uso do martelo de

impacto. As massas foram encontradas através da utilização de uma balança digital.

O cálculo da rigidez de cada mesa é dada pela equação:

$$K_n = (2.\pi.f_n)^2.M_n \quad (72)$$

sendo,  $f_n$  a frequência natural da mesa,  $M_n$  a massa da mesa.

O amortecimento é definido através do fator de amortecimento determinado por de-  
cremento logaritmo, dado pela equação:

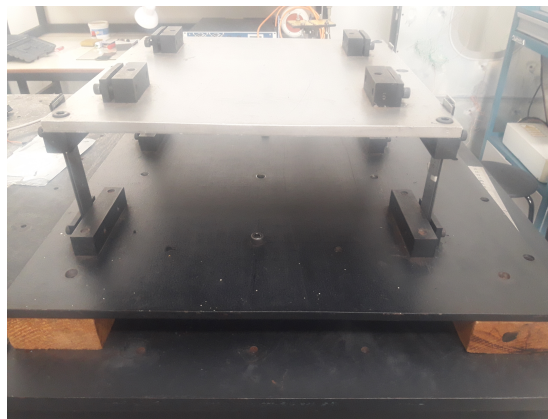
$$\xi = \frac{C}{C_c} \quad (73)$$

$$C_c = (2.\pi.f_n)2.M_n \quad (74)$$

### 6.3.1 Determinação dos parâmetros físicos da mesa inferior

A mesa inferior é composta por 8 lâminas metálicas, sendo duas fixadas em cada extremidade, 4 borrachas fixadas entre as lâminas para simular o amortecimento viscoso e uma placa de alumínio, como pode ser visto na Figura 57.

Figura 57 – Montagem experimental da mesa inferior



Fonte: Próprio autor.

### 6.3.2 Determinação dos parâmetros físicos da mesa intermediária

A mesa intermediária é composta por 12 lâminas metálicas, sendo 3 fixadas em cada extremidade, 4 borrachas fixadas entre as lâminas para simular o amortecimento viscoso e uma placa de alumínio, como pode ser visto na Figura 58. A mesa inferior foi travada por chapas de aço para garantir o movimento apenas da mesa intermediária, para que a mesma possa ser considerado como um sistema de um grau de liberdade.

Figura 58 – Montagem experimental da mesa intermediária

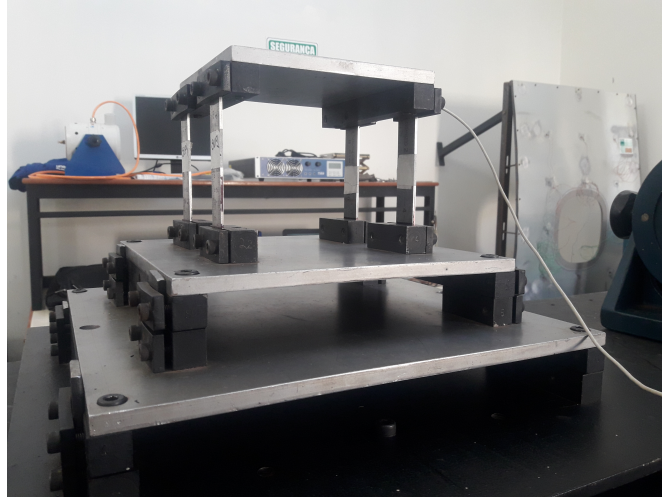


Fonte: Próprio autor.

### 6.3.3 Determinação dos parâmetros físicos da mesa superior

A mesa superior é composta por 8 lâminas metálicas, sendo duas fixadas em cada extremidade, 4 borrachas fixadas entre as lâminas para simular o amortecimento viscoso e uma placa de alumínio, como pode ser visto na Figura 59. As mesas inferior e intermediária foram travadas por chapas de aço para garantir o movimento apenas da mesa superior, para que a mesma possa ser considerado como um sistema de um grau de liberdade.

Figura 59 – Montagem experimental da mesa superior



Fonte: Próprio autor.

#### 6.4 OTIMIZAÇÃO DO ADVLV

Com o intuito de reduzir as amplitudes de vibração do sistema primário, 3 ADVLV foram projetados. Conhecendo os valores das frequências naturais do sistema primário, pôde-se realizar a otimização para construção dos absorvedores dinâmicos de vibração tipo lâmina vibrante.

Cada ADVLV foi projetado para uma frequência natural do sistema primário. Foi delimitado minimizar a amplitude de vibração da mesa superior por ser o ponto com maior amplitude de deslocamento, portanto os ADVLVs foram acoplados a mesa superior, por ser o ponto que apresenta o melhor desempenho como pode ser visto na Seção 5.2.1.

Para otimização das variáveis de projeto do ADVLV foram consideradas as frequências naturais do sistema primário obtidas experimentalmente, afim de obter um melhor desempenho do ADVLV.

O material utilizado na concepção do ADVLV foi o aço. Os parâmetros definidos não variáveis foram as propriedades físicas e a altura da lâmina, sendo:

$$E = 200 \text{ Gpa} \quad (75)$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \quad (76)$$

$$h = 1 \text{ mm} \quad (77)$$

No processo de otimização, as variáveis de projeto foram as propriedades geométricas

que podem ser vista na Tabela 11, assim como os valores de restrições.

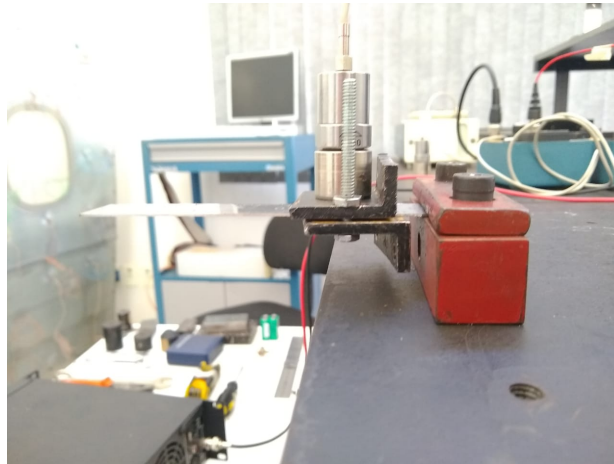
Tabela 11 – Variáveis de projeto para o ADVLV

| Variável (descrição)        | Restrições (limites)                 |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| $L$ , Comprimento da lâmina | $50 \leq L \leq 250 \text{ mm}$      |
| $b$ , base da lâmina        | $10 \leq b \leq 30 \text{ mm}$       |
| $m_c$ , massa concentrada   | $0.2 \leq m_c \leq 0.600 \text{ kg}$ |

Fonte: Próprio autor.

Após determinar os valores otimizados para concepção dos ADVLV, realizou-se uma serie de ensaios com o intuito de verificar se a primeira frequência natural do ADVLV correspondia a frequência de interesse. O ADVLV foi engastado em uma de suas extremidades como pode ser visto na Figura 60.

Figura 60 – Montagem experimental do ADVLV para verificação da frequência natural



Fonte: Próprio autor.

## 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

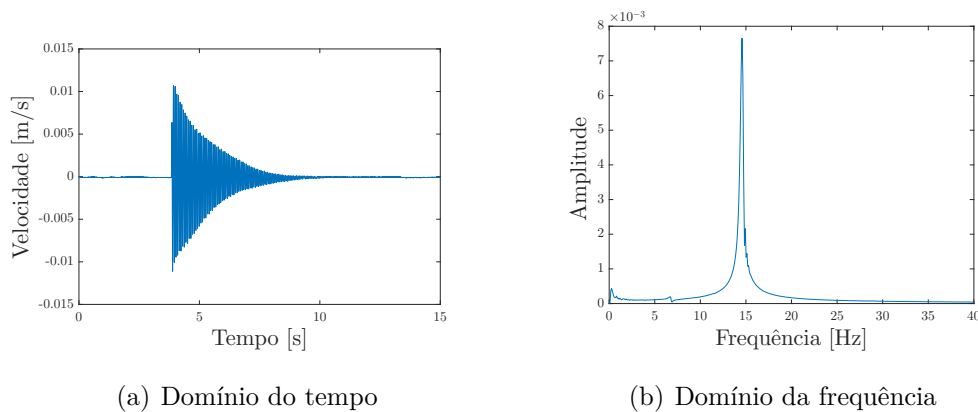
Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos experimentalmente para validar a metodologia proposta neste trabalho.

### 7.1 PARÂMETROS FÍSICOS DO SISTEMA PRIMÁRIO

#### 7.1.1 Parâmetros físicos da mesa inferior

A resposta no domínio do tempo e da frequência obtida experimentalmente da mesa inferior pode ser vista na Figura 61.

Figura 61 – Resposta da mesa inferior



Fonte: Próprio autor.

Obteve-se os seguintes parâmetros para a mesa inferior:

Tabela 12 – Parâmetros físicos da mesa inferior

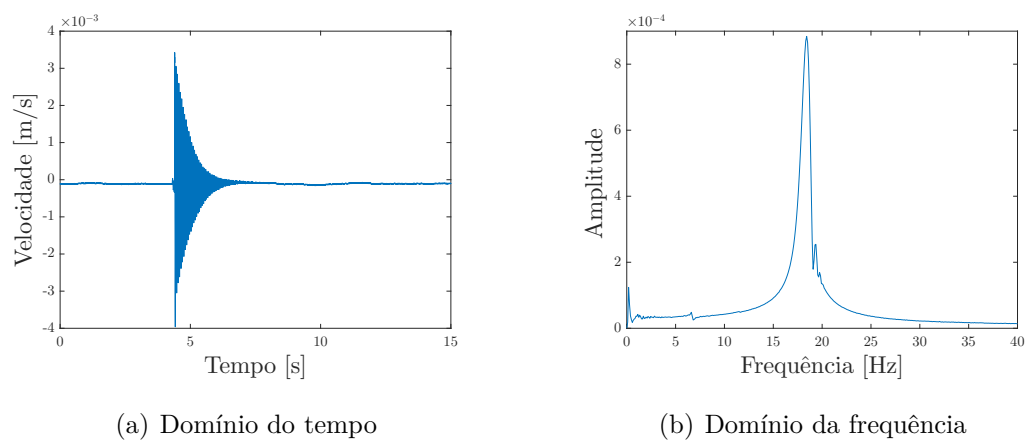
|                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| Massa da mesa inferior - $m_1$ [Kg] | 6,658        |
| Rigidez - $k_1$ [N/m]               | 5,60285314e4 |
| Fator de amortecimento              | 0,025        |
| Amortecimento - $c_1$ [N.s/m]       | 28,99        |
| Frequência Natural [Hz]             | 14,6         |

Fonte: Próprio autor.

### 7.1.2 Parâmetros físicos da mesa intermediária

A resposta no domínio do tempo e da frequência obtida experimentalmente da mesa intermediária pode ser vista na Figura 62.

Figura 62 – Resposta da mesa intermediária



Fonte: Próprio autor.

Obteve-se os seguintes parâmetros para a mesa intermediária:

Tabela 13 – Parâmetros físicos da mesa intermediária

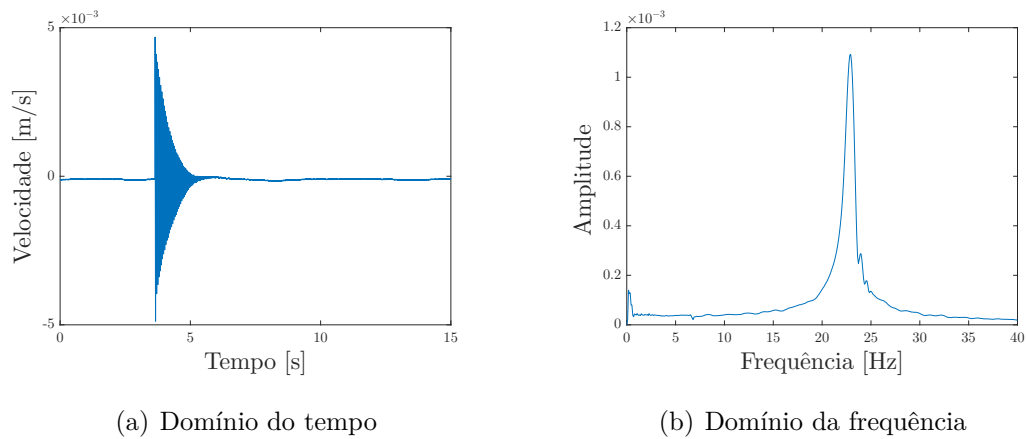
|                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| Massa da mesa inferior - $m_2$ [Kg] | 4,6412       |
| Rigidez - $k_2$ [N/m]               | 6,13609677e4 |
| Fator de amortecimento              | 0,011        |
| Amortecimento - $c_2$ [N.s/m]       | 11,62        |
| Frequência Natural [Hz]             | 18,3         |

Fonte: Próprio autor.

### 7.1.3 Parâmetros físicos da mesa superior

A resposta no domínio do tempo e da frequência obtida experimentalmente da mesa superior pode ser vista na Figura 63.

Figura 63 – Resposta da mesa superior



Fonte: Próprio autor.

Obteve-se os seguintes parâmetros para a mesa superior:

Tabela 14 – Parâmetros físicos da mesa superior

|                                     |             |
|-------------------------------------|-------------|
| Massa da mesa inferior - $m_3$ [Kg] | 1,9595      |
| Rigidez - $k_3$ [N/m]               | 4,0638178e4 |
| Fator de amortecimento              | 0,011       |
| Amortecimento - $c_3$ [N.s/m]       | 6,013       |
| Frequência Natural [Hz]             | 22,92       |

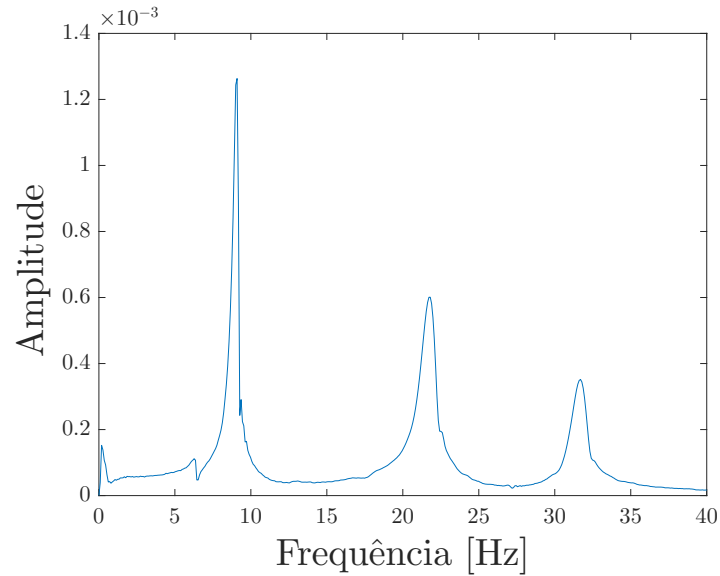
Fonte: Próprio autor.

### 7.1.4 Frequências naturais do sistema primário

Após a determinação dos parâmetros físicos do sistema considerado isoladamente, o sistema primário foi excitado com martelo de impacto, afim de obter os valores das frequências naturais do sistema. A Figura 64, mostra os valores das frequências naturais obtidas experimentalmente.



Figura 64 – Frequências naturais do sistema primário



Fonte: Próprio autor.

Na Tabela 15, tem-se uma comparação entre as frequências naturais experimentais e simuladas obtidas através do software Matlab.

Tabela 15 – Comparação das frequências naturais experimentais e simuladas

| Modo | Frequência Natural Experimental | Frequência Natural Simulada | Diferença (%) |
|------|---------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 1    | 8,97 [Hz]                       | 8,99 [Hz]                   | 0,22          |
| 2    | 21,33 [Hz]                      | 21,88 [Hz]                  | 2,57          |
| 3    | 31,13 [Hz]                      | 31,12 [Hz]                  | 0,032         |

Fonte: Próprio autor.

Verifica-se um desvio médio de 0,94 % entre os valores de frequência natural experimental e simulada. Este é um valor relativamente pequeno, portanto pode-se concluir a validade do modelo utilizado.

#### 7.1.5 Redução das amplitudes de vibração do sistema primário

Para reduzir as amplitudes de vibração do sistema primário, 3 ADVLV foram construídos. Os valores otimizados das variáveis de projetos para concepção do ADVLV podem ser vistos na Tabela 16.

Tabela 16 – Parâmetros ADVLV

| Modo    | ADVLV | Comprimento<br>[mm] | Base<br>[mm] | Massa<br>[kg] | Freq. Natural Simulada<br>[Hz] |
|---------|-------|---------------------|--------------|---------------|--------------------------------|
| 1º modo | 1     | 94,31               | 29           | 0,539         | 8,97                           |
| 2º modo | 2     | 63,42               | 24           | 0,259         | 21,33                          |
| 3º modo | 3     | 49,33               | 24           | 0,259         | 31,13                          |

Fonte: Próprio autor.

Os valores da primeira frequência natural de cada ADVLV obtidos experimentalmente podem ser visto na Tabela 17.

Tabela 17 – Frequência natural experimental do ADVLV

| ADVLV | Frequência Natural Experimental [Hz] |
|-------|--------------------------------------|
| 1     | 8,21                                 |
| 2     | 20,7                                 |
| 3     | 26,32                                |

Fonte: Próprio autor.

Como pode ser visto na Tabela 17, as frequências obtidas experimentalmente não correspondem a frequência de interesse, portanto para a sintonização do ADVLV foi necessário deslocar a posição da massa concentrada alterando o comprimento da lâmina. Os valores alterados do comprimento da lâmina podem ser visto na Tabela 18.

Tabela 18 – Comprimento da Lâmina

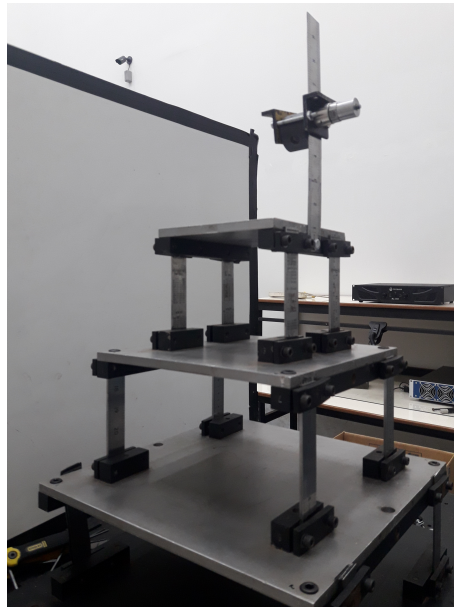
| ADVLV | Comprimento da Lâmina [mm] |
|-------|----------------------------|
| 1     | 66                         |
| 2     | 46                         |
| 3     | 31                         |

Fonte: Próprio autor.

#### a) Redução das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-mola-amortecedor em Ressonância na 1ª Frequência Natural

O sistema primário foi submetido a uma força de excitação harmônica com frequência de excitação de  $56,36 \text{ rad/s}$  na mesa inferior para obter a resposta no domínio do tempo e posteriormente a uma excitação do tipo chirp para uma faixa de frequência de 1 a  $60 \text{ Hz}$  para obter a resposta no domínio da frequência, com a utilização de um shaker. Foi posicionado um acelerômetro na mesa superior do sistema primário para obtenção da resposta dinâmica. Em seguida, acoplou-se o ADVLV 1 na mesa superior do sistema primário, para reduzir as amplitudes de vibração da mesa superior, como mostra a Figura 65.

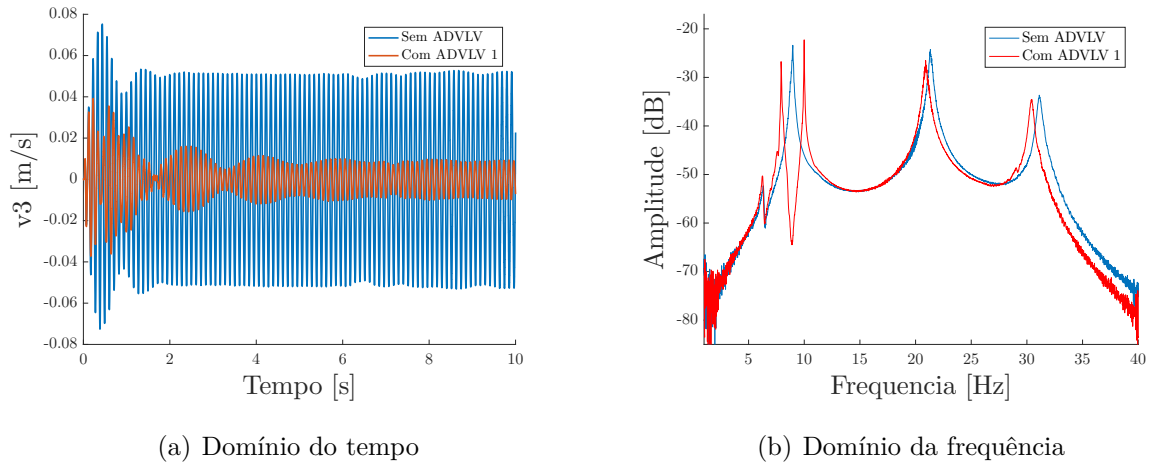
Figura 65 – Montagem experimental do ADVLV 1 acoplado a mesa superior para o primeiro modo



Fonte: Próprio autor.

A Figura 66 mostra a resposta da mesa superior sem ADVLV 1 e com ADVLV 1.

Figura 66 – Resposta da mesa superior sem ADVLV 1 e com ADVLV 1.



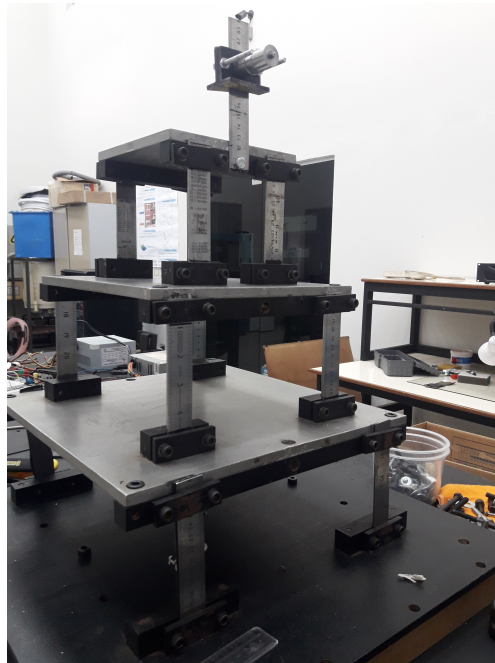
Fonte: Próprio autor.

A Figura 66 permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da mesa superior, antes e após o acoplamento do ADVLV 1. Pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da mesa superior antes e após o acoplamento do ADVLV 1 apresenta uma redução de 78,44 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 1 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a primeira frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

#### **b) Redução das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-mola-amortecedor em Ressonância na 2ª Frequência Natural**

O sistema primário foi submetido a uma força de excitação harmônica com frequência de excitação de 134,02 rad/s na mesa inferior para obter a resposta no domínio do tempo e posteriormente a uma excitação do tipo chirp para uma faixa de frequência de 1 a 60 Hz para obter a resposta no domínio da frequência, com a utilização de um shaker. Foi posicionado um acelerômetro na mesa superior do sistema primário para obtenção da resposta dinâmica. Em seguida, acoplou-se o ADVLV 2 na mesa superior do sistema primário, para reduzir as amplitudes de vibração da mesa superior, como mostra a Figura 67.

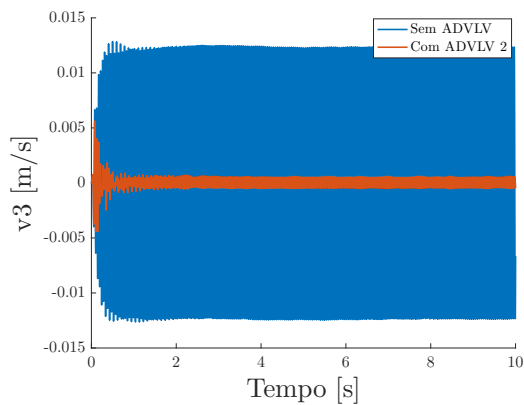
Figura 67 – Montagem experimental do ADVLV 2 acoplado a mesa superior para o segundo modo



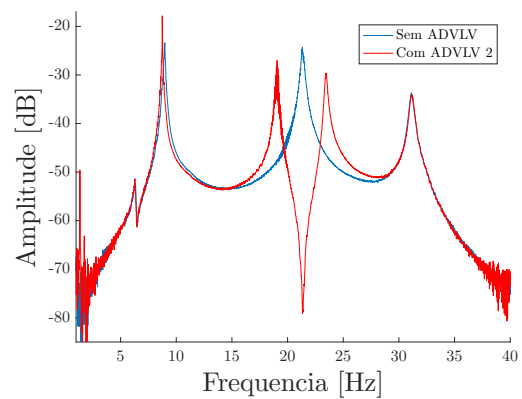
Fonte: Próprio autor.

A Figura 68, mostra a resposta da mesa superior sem ADVLV 2 e com ADVLV 2.

Figura 68 – Resposta da mesa superior sem ADVLV 2 e com ADVLV 2.



(a) Domínio do tempo



(b) Domínio da frequência

Fonte: Próprio autor.

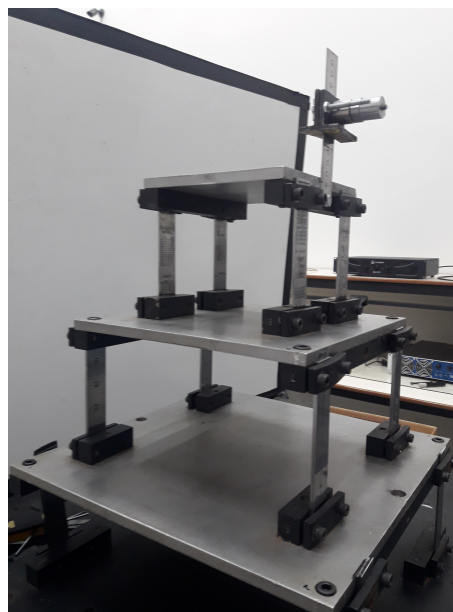
A Figura 68 permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da mesa superior, antes e após o acoplamento do ADVLV 2. Pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da mesa superior

antes e após o acoplamento do ADVLV 2 apresenta uma redução de 95,31 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 2 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a segunda frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

### **c) Redução das Amplitudes de Vibração do Sistema Massa-mola-amortecedor em Ressonância na 3ª Frequência Natural**

O sistema primário foi submetido a uma força de excitação harmônica com frequência de excitação de 195,6 rad/s na mesa inferior para obter a resposta no domínio do tempo e posteriormente a uma excitação do tipo chirp para uma faixa de frequência de 1 a 60  $Hz$  para obter a resposta no domínio da frequência, com a utilização de um shaker. Foi posicionado um acelerômetro na mesa superior do sistema primário para obtenção da resposta dinâmica. Em seguida, acoplou-se o ADVLV 3 na mesa superior do sistema primário, para reduzir as amplitudes de vibração da mesa superior, como mostra a Figura 69.

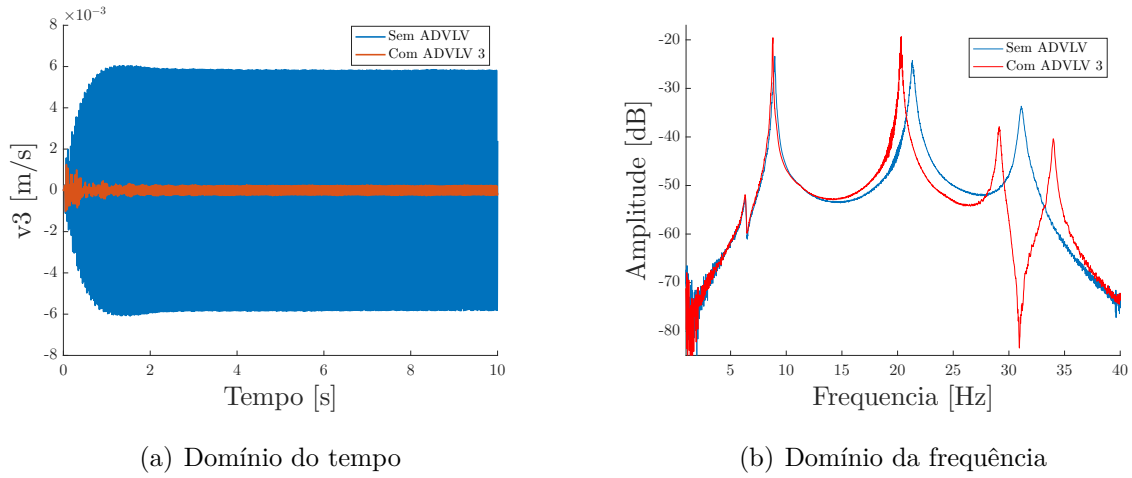
Figura 69 – Montagem experimental do ADVLV 3 acoplado a mesa superior para o terceiro modo



Fonte: Próprio autor.

A Figura 70 mostra a resposta da mesa superior sem ADVLV 3 e com ADVLV 3.

Figura 70 – Resposta da mesa superior sem ADVLV 3 e com ADVLV 3.



Fonte: Próprio autor.

A Figura 70 permite comparar as respostas no domínio do tempo e da frequência da mesa superior, antes e após o acoplamento do ADVLV 3. Pode-se observar uma significativa redução nas amplitudes de vibração. O valor RMS da amplitude da mesa superior antes e após o acoplamento do ADVLV 3 apresenta uma redução de 95,32 %, em relação ao valor anterior. Ao acoplar o ADVLV 3 ao sistema primário, surge uma antirressonância no valor correspondente a terceira frequência natural do sistema primário, entretanto surgem duas novas ressonâncias próximas a frequência de interesse.

### 7.1.6 Monitoramento da integridade estrutural

Após concluir a otimização dos ADVLV e acoplá-los ao sistema primário, iniciou-se o procedimento de monitoramento da integridade estrutural através do uso de observadores de estado para detecção e localização de danos. Considerou-se o segundo caso, onde o absorvedor é projetado para atenuar as amplitudes de vibração do segundo modo do sistema primário. O sistema primário é submetido a uma força de harmônica na mesa inferior, com frequência de excitação de 134,02 rad/s.

O monitoramento é realizado a partir da estimativa de velocidade da mesa superior, que corresponde ao estado  $x_6(t)$ , para o sistema real e  $\hat{x}_6(t)$ , para o observador global.

Para simular um possível dano no sistema foram retiradas as lâminas da mesa intermediária, ou seja, perda de rigidez em  $k_2$ . Os mesmos procedimentos apresentados na Seção 6.3.2 foram realizados para identificar o valor de perda de rigidez ao retirar as lâminas da

mesa intermediária. Foram considerados 5 casos de perda de rigidez em  $k_2$ , como pode ser visto na Tabela 19.

Tabela 19 – Casos de perda de rigidez em  $k_2$

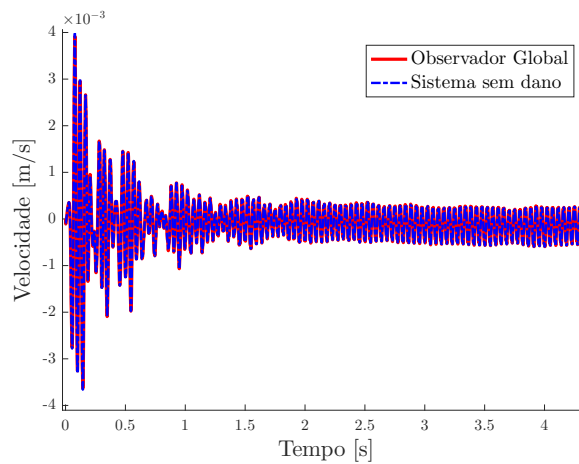
| Caso | Sistema sem dano - $k_2$ | Sistema com dano - $k_2$ | Perda de rigidez (%) |
|------|--------------------------|--------------------------|----------------------|
| 1    | 12 lâminas               | 10 lâminas               | 11,8                 |
| 2    | 12 lâminas               | 9 lâminas                | 18,4                 |
| 3    | 12 lâminas               | 8 lâminas                | 26,7                 |
| 4    | 12 lâminas               | 6 lâminas                | 53,1                 |
| 5    | 12 lâminas               | 5 lâminas                | 61,4                 |

Fonte: Próprio autor.

Os observadores robustos são projetados para detectar perda de rigidez em  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  de 1 a 80 %, em intervalos de 1 %.

Na Figura 71, tem-se as respostas de velocidade da mesa superior, para o caso do sistema sem dano e os valores reconstruídos do observador de estado global.

Figura 71 – Comparação da resposta do observador global e do sistema sem dano



Fonte: Próprio autor.

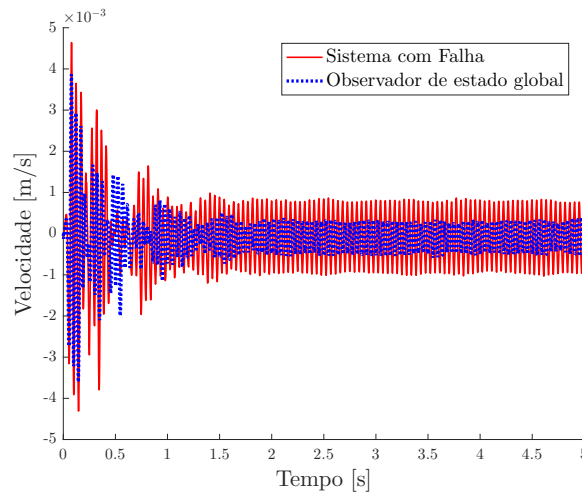
Nota-se que a resposta do sistema sem dano e a do observador global são coincidentes, portanto o observador não detectou nenhuma irregularidade no sistema.

### Caso 1 - Perda de 2 lâminas da mesa intermediária

Na Figura 72 tem-se a resposta de velocidade da massa 3 do sistema com dano e do observador de estado global.



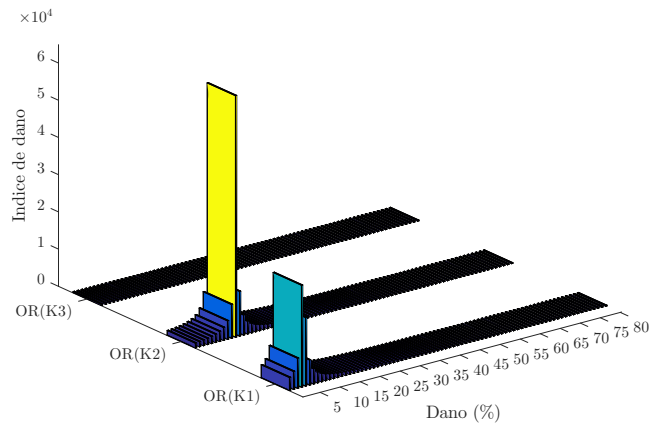
Figura 72 – Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano - Perda de 2 lâminas da mesa intermediária



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar uma diferença entre o observador global e o sistema com dano. A localização e quantificação da severidade do dano é obtida através do índice de dano que pode ser visto na Figura 73.

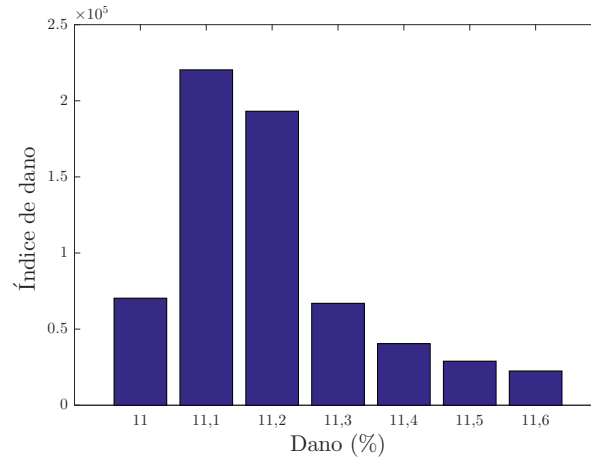
Figura 73 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - caso 1



Fonte: Próprio autor.

Através do índice dano é possível verificar que o sistema monitorado apresenta uma falha em K2 variando entre 11 e 12 % de perda de rigidez. Para uma melhor análise foram projetados observadores robustos variando a 0,10 %, como pode ser visto na Figura 74.

Figura 74 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - caso 1



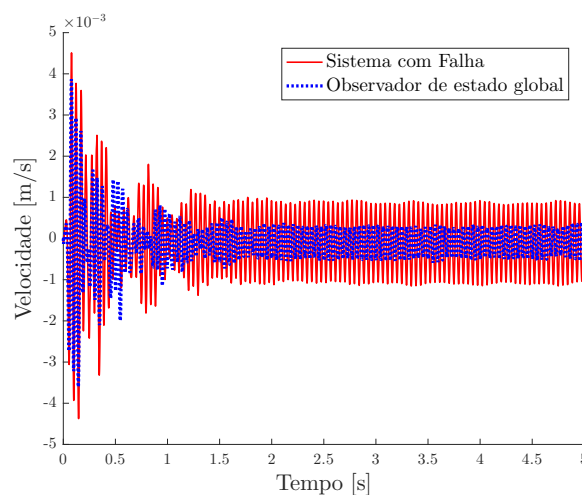
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 74, pode-se verificar que o sistema apresenta um dano de 11,1 % de perda de rigidez em  $k_2$ , resultando em um valor menor do que o esperado.

### Caso 2 - Perda de 3 lâminas da mesa intermediária

Na Figura 75 tem-se a resposta de velocidade da massa 3 com dano e do observador de estado global.

Figura 75 – Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano - Perda de 3 lâminas da mesa intermediária

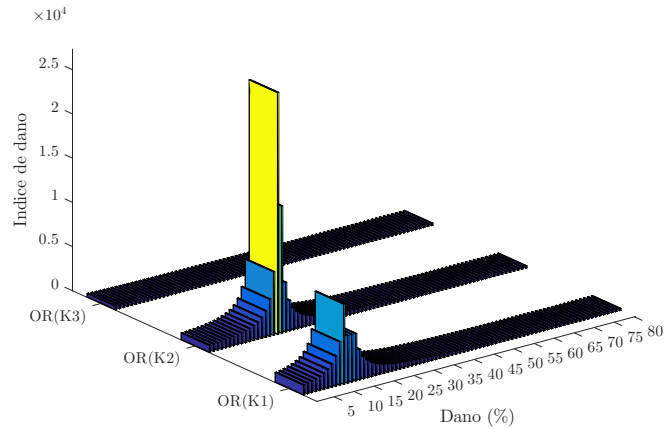


Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar uma diferença entre o observador global e o sistema com dano. A

localização e quantificação da severidade do dano é obtida através do índice de dano que pode ser visto na Figura 76.

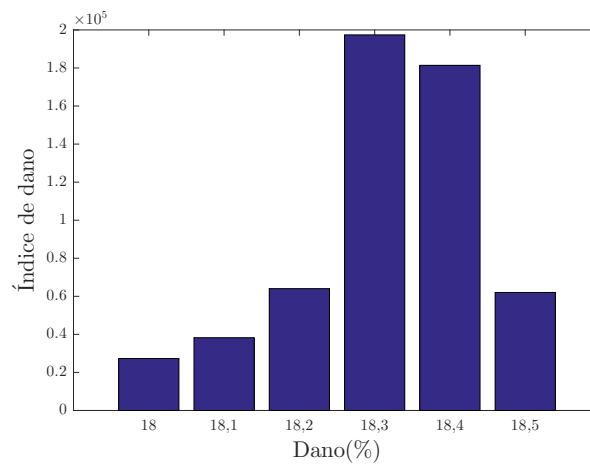
Figura 76 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 2



Fonte: Próprio autor.

Através do índice da dano é possível verificar que o sistema monitorado apresenta uma falha em K2 variando entre 18 e 19 % de perda de rigidez. Para uma melhor análise foram projetados observadores robustos variando a 0,10 %, como pode ser visto na Figura 77.

Figura 77 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 2



Fonte: Próprio autor.

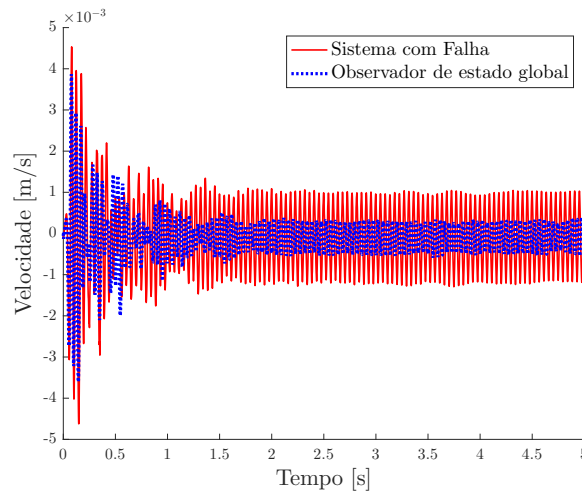
Na Figura 77, pode-se verificar que o sistema apresenta um dano de 18,3 % de perda

de rigidez em  $k_2$ , resultando em valor muito próximo ao esperado.

### Caso 3 - Perda de 4 lâminas da mesa intermediária

Na Figura 78, tem-se a resposta de velocidade da massa 3 do sistema com dano e do observador de estado global.

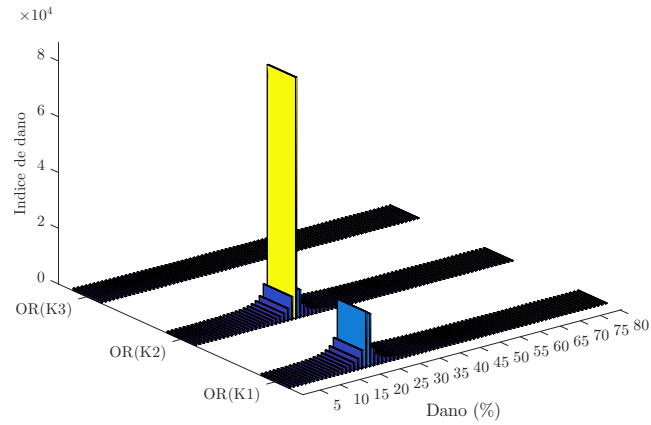
Figura 78 – Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano - Perda de 4 lâminas da mesa intermediária



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar uma diferença entre o observador global e o sistema com dano. A localização e quantificação da severidade do dano é obtida através do índice de dano que pode ser visto na Figura 79.

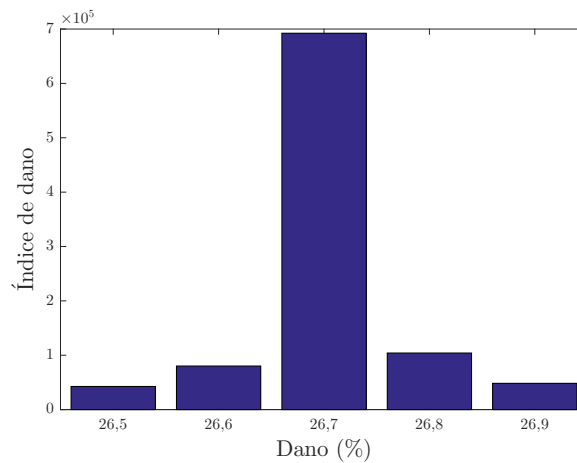
Figura 79 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 3



Fonte: Próprio autor.

Através do índice da dano é possível verificar que o sistema monitorado apresenta uma falha em  $k_2$  variando entre 26 e 27 % de perda de rigidez. Para uma melhor análise foram projetados observadores robustos variando a 0,10 %, como pode ser visto na Figura 80.

Figura 80 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 3



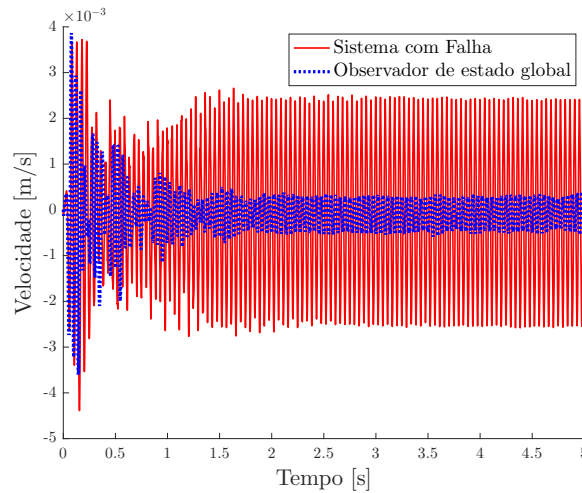
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 80, pode-se verificar que o sistema apresenta um dano de 26,7 % de perda de rigidez em  $k_2$ , resultando no valor esperado.

#### Caso 4 - Perda de 6 lâminas da mesa intermediária

Na Figura 81, tem-se a resposta de velocidade da massa 3 do sistema com dano e do observador de estado global.

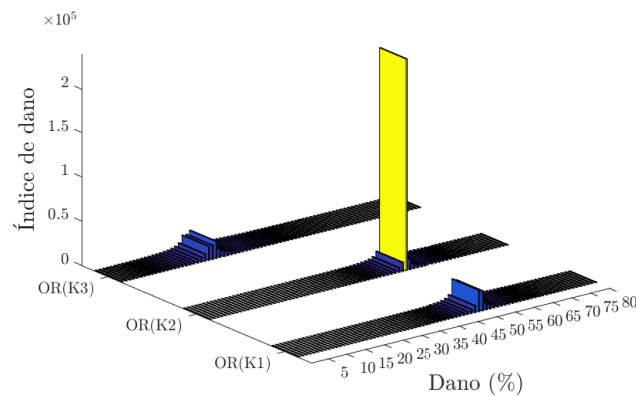
Figura 81 – Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano - Perda de 6 lâminas da mesa intermediária



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar uma diferença entre o observador global e o sistema com dano. A localização e quantificação da severidade do dano é obtida através do índice de dano que pode ser visto na Figura 82.

Figura 82 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 4

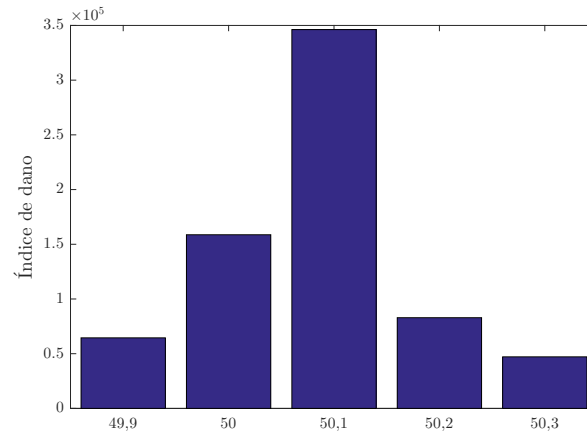


Fonte: Próprio autor.

Através do índice da dano é possível verificar que o sistema monitorado apresenta uma falha em  $k_2$  variando entre 53 e 54 % de perda de rigidez. Para uma melhor análise

foram projetados observadores robustos variando a 0,10 %, como pode ser visto na Figura 83.

Figura 83 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 4



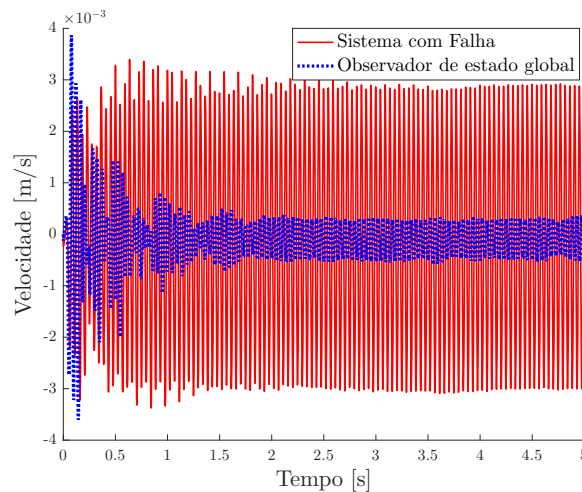
Fonte: Próprio autor.

Na Figura 80, pode-se verificar que o sistema apresenta um dano de 53,1 % de perda de rigidez em  $k_2$ , resultando no valor esperado.

#### Caso 5 - Perda de 7 lâminas da mesa intermediária

Na Figura 83, tem-se a resposta de velocidade da massa 3 do sistema com dano e do observador de estado global.

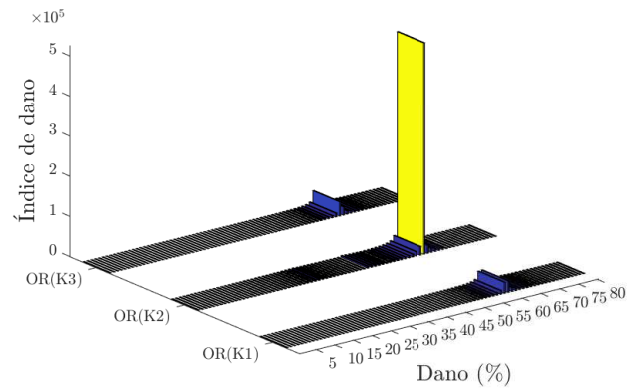
Figura 84 – Comparação da resposta do observador global e do sistema com dano - Perda de 7 lâminas da mesa intermediária



Fonte: Próprio autor.

Pode-se verificar uma diferença entre o observador global e o sistema com dano. A localização e quantificação da severidade do dano é obtida através do índice de dano que pode ser visto na Figura 85.

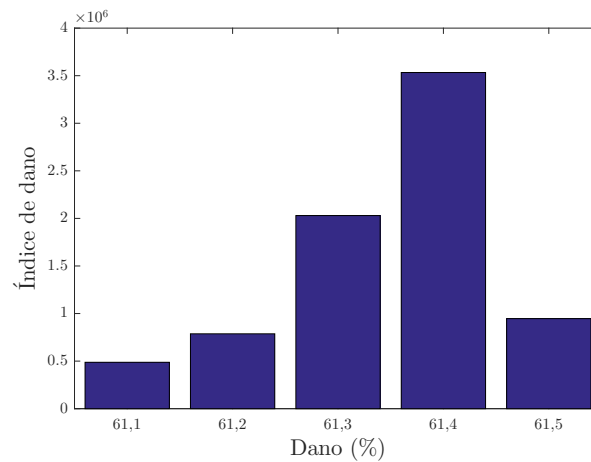
Figura 85 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 5



Fonte: Próprio autor.

Através do índice da dano é possível verificar que o sistema monitorado apresenta uma falha em  $k_2$  variando entre 61 e 62 % de perda de rigidez. Para uma melhor análise foram projetados observadores robustos variando a 0,10 %, como pode ser visto na Figura 86.

Figura 86 – Índice de dano para perda de rigidez em  $k_2$  - Caso 5



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 86, pode-se verificar que o sistema apresenta um dano de 61,4 % de perda



de rigidez em  $k_2$ , resultando no valor esperado.

## 8 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo desenvolver uma metodologia para detecção de danos em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibração. Primeiramente foi realizado um levantamento da bibliografia referente aos absorvedores dinâmicos de vibração e posteriormente a detecção de falha. Após concluir o levantamento bibliográfico, desenvolveu-se rotinas computacionais com o uso do *software* Matlab<sup>®</sup>, no qual foi simulado numericamente três sistemas mecânicos. A fim de verificar a validade da metodologia proposta, foi realizado uma etapa experimental.

Para os modelos numéricos, pode-se reafirmar que a posição ótima para o acoplamento do absorvedor dinâmico de vibração é o ponto de deslocamento máximo. Em casos que o absorvedor foi acoplado em um ponto nodal ou próximo a ele, sua eficiência foi reduzida.

Do estudo numérico realizado para atenuação das amplitudes de vibração concluiu-se que, tanto os absorvedores dinâmicos de vibração do tipo massa-mola quanto os absorvedores de vibração do tipo lâmina vibrante são eficientes quando bem sintonizados e acoplados no ponto de deslocamento máximo ou próximo a ele.

O uso de observadores de estado para detecção de danos se mostrou eficiente quando aplicado numericamente em diferentes sistemas mecânicos. Através do uso de observadores de estado em paralelo denominado observadores robustos foi possível localizar e quantificar a presença de diferentes tipos de danos nos sistemas mecânicos.

Na etapa experimental, no qual foi analisado um sistema mecânico de mesas vibratórias considerando somente seus três primeiros modos de vibrar, pôde-se concluir que os absorvedores dinâmicos de vibração do tipo lâmina vibrante além de apresentarem um baixo custo para sua concepção, podem ter sua frequência natural alterada modificando um dos seus parâmetros construtivos, como a posição da massa concentrada, o comprimento e a base da lâmina, com isso o ADVLV pode garantir sua eficiência quando a frequência de excitação se desvia da frequência de sintonização. Em relação a redução das amplitudes de vibração, o ADVLV se mostrou eficiente quando acoplado no ponto

de deslocamento máximo. O uso de observadores de estados na etapa experimental, se mostraram uma excelente alternativa para técnicas de monitoramento da integridade estrutural utilizando medições de vibrações. Introduzindo um dano de perda de rigidez no sistema mecânico, foi possível através da comparação da resposta medida do sistema e da resposta simulado dos observadores de estado global detectar a presença de dano no sistema. Os observadores robustos apresentaram resultados satisfatórios para localização e quantificação da severidade de danos.

## 8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Incluir amortecimento nos absorvedores;
- Utilizar outros modos do ADVLV;
- Estudar a aplicação da metodologia do ADVLV desenvolvida em sistemas mecânicos mais complexos;
- Analisar a influência das matrizes  $Q$  e  $R$ , que são utilizadas para determinar o ganho dos ótimo dos observadores de estado através do método LQR.
- Monitorar a integridade estrutural de sistemas com diferentes forças de excitação.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, M. A. C. **Utilização de modelos de falhas na metodologia dos observadores de estado para detecção de trincas em sistemas contínuos**. 2005. 151 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2005.
- ASGARI, S.; YAZDIZADEH, A. Robust model-based fault diagnosis of mechanical drive train in v47/660 kW wind turbine. **Energy Systems**, Berlin, v. 9, n. 4, p. 921–952, jan 2017.
- BARAD, K. H.; SHARMA, D.; VYAS, V. Crack detection in cantilever beam by frequency based method. **Procedia Engineering**, Amsterdam, v. 51, n. 3, p. 770–775, 2013.
- BARREDO, E.; LARIOS, J. M.; MAYÉN, J.; FLORES-HERNÁNDEZ, A.; COLÍN, J.; MONTIEL, M. A. Optimal design for high-performance passive dynamic vibration absorbers under random vibration. **Engineering Structures**, Oxford, v. 195, n. 15, p. 469–489, sep 2019.
- BARROS, M. B. **Proposição, avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações multimodal**. 2009. 80 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, 2009.
- BITENCOURT, T. F.; STEFFEN JÚNIOR, V. Monitoramento da integridade estrutural de aeronaves. **Horizonte Científico**, Uberlândia, v. 3, n. 2, p. 18, fev. 2010. ISSN 1808-3064.
- BLEVINS, R. D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. California: Krieger Pub Co, 2001. ISBN 1575241846.
- BONELLO, P.; BRENNAN, M. J.; ELLIOTT, S. J. Vibration control using an adaptive tuned vibration absorber with a variable curvature stiffness element. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 14, n. 5, p. 1055–1065, sep 2005.
- BONSEL, J. **Application of a dynamic vibration absorber to a piecewise linear beam system**. 2003. 74 f. Tese (Doutorado) — Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2003.
- BUENO, C. G. G. **An investigation into the way in which longitudinal and flexural waves interact with corrosion-like damage**. 2019. 169 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2019.
- CAVALINI JUNIOR, A. A. **Monitoramento da integridade estrutural de sistemas mecânicos via observadores de estado modal**. 2009. 206 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2009.

CHANG, H.-Y.; PETROSKI, H. On detecting a crack by tapping a beam. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, London, v. 22, n. 1, p. 41–55, jan 1986.

CHEN, C. **Linear system theory and design**. 3. ed. New York: Oxford University Press, 1999. ISBN 9780195117776.

CHEN, R.; WU, T. Vibration control of base system using distributed dynamic vibration absorbers. **Journal of Vibration and Control**, London, v. 20, n. 10, p. 1589–1600, apr 2013.

CHONDROS, T.; DIMAROGONAS, A.; YAO, J. Vibration of a beam with a breathing crack. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 239, n. 1, p. 57–67, jan 2001.

CUNHA FILHO, O. F. **Detecção de falhas em placas de Kirchhoff através da metodologia de observadores de estados**. 2017. 125 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita de Filho”-UNESP, Ilha Solteira, 2017.

CUNHA JUNIOR, S. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações**. 199. 92 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, 1999.

DAWE, D. **Matrix and finite element displacement analysis of structures**. New York: Oxford University Press, USA, 1984.

DEL CLARO, V. T. S. **Concepção e avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações termicamente sintonizável**. 2016. 102 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, 2016.

DERAEMAER, A.; WORDEN, K. **New trends in vibration based structural health monitoring**. New York: Springer, 2010. ISBN 3709103983.

DIMAROGONAS, A. D. Vibration of cracked structures: A state of the art review. **Engineering Fracture Mechanics**, Oxford, v. 55, n. 5, p. 831–857, nov 1996.

ELSHAMY, M.; CROSBY, W.; ELHADARY, M. Crack detection of cantilever beam by natural frequency tracking using experimental and finite element analysis. **Alexandria Engineering Journal**, Alexandria, v. 57, n. 4, p. 3755–3766, dec 2018.

FAN, W.; QIAO, P. Vibration-based damage identification methods: A review and comparative study. **Structural Health Monitoring: An International Journal**, Lancaster, v. 10, n. 1, p. 83–111, apr 2010.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. **Structural health monitoring**. 1. ed. United Kingdom: John Wiley & Sons, 2013.

H. FRAHM. **Device for damping vibrations of bodies**. 1911. US989958A.

FRANCHEK, M.; RYAN, M.; BERNHARD, R. Adaptive passive vibration control. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 189, n. 5, p. 565–585, feb 1996.

GAWRONSKI, W. **Advanced structural dynamics and active control of structures**. New York: Springer Science & Business Media, 2004. ISBN 0-387-40649-2.

GODOY, W. R. A. **Projeto, análise e otimização de um absorvedor dinâmico de vibrações não linear**. 2016. 115 f. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo - EESC, São Carlos, 2016.

GOPALAKRISHNAN, S.; RUZZENE, M.; HANAGUD, S. **Computational techniques for structural health monitoring**. London: Springer, 2011. ISBN 0857292838.

HARTOG, J. P. D. **Mechanical vibrations**. New York: McGraw-Hill, 1956.

HESPANHA, J. **Linear systems theory**. New Jersey: Princeton University Press, 2009. ISBN 9781400831890.

HUA, Y.; WONG, W.; CHENG, L. Optimal design of a beam-based dynamic vibration absorber using fixed-points theory. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 421, p. 111–131, may 2018.

INMAN, D. J. **Engineering vibration**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, Pearson, 2013.

INMAN, D. J.; FARRAR, C. R.; LOPES JUNIOR, V.; STEFFEN JÚNIOR, V. **Damage prognosis for aerospace, civil and mechanical systems**. London: John Wiley & Sons, 2005.

JEONG, H.; PARK, B.; PARK, S.; MIN, H.; LEE, S. Fault detection and identification method using observer-based residuals. **Reliability Engineering & System Safety**, New York, v. 184, p. 27–40, apr 2019.

KANNINEN, M. F. An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest. **International Journal of Fracture**, Dordrecht, v. 9, n. 1, p. 83–92, mar. 1973. ISSN 1573-2673. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF00035958>>.

KOROISH, E. H. **Diagnose de falhas em sistemas rotativos com excitações desconhecidas, através da metodologia dos observadores de estado**. 2009. 158 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita de Filho”- UNESP, Ilha Solteira, 2009.

KOTINDA, G. I. **Absorvedor dinâmico de vibração do tipo lâmina vibrante**. 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, 2005.

LEÃO, L.; CAVALINI, A.; MORAIS, T.; MELO, G.; STEFFEN, V. Fault detection in rotating machinery by using the modal state observer approach. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 458, p. 123–142, oct 2019.

LOPES, P. da S.; JORGE, A. B.; CUNHA, S. S. Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques. **Inverse Problems in Science and Engineering**, Abingdon, v. 18, n. 4, p. 439–463, jun 2010.

LOVE, J.; HASKETT, T.; MORAVA, B. Effectiveness of dynamic vibration absorbers implemented in tall buildings. **Engineering Structures**, Oxford, v. 176, n. 6, p. 776–784, dec 2018.

LUENBERGER, D. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. 16, n. 6, p. 596–602, dec 1971.

LUENBERGER, D. G. Observing the state of a linear system. **IEEE Transactions on Military Electronics**, Piscataway, v. 8, n. 2, p. 74–80, 1964.

LUENBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 190–197, apr 1966.

MARQUES, R. F. A. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibração ativos e adaptativos**. 2000. 120 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Uberlândia, 2000.

MATTEI, R. D. **Detecção de danos em sistemas mecânicos via observadores de estado de ordem plena em paralelo**. 2019. 107 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2019.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. Virgínia: McGraw-Hill, 2001.

MELO, G. P. **Detecção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida**. 1998. 143 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1998.

MÉNDEZ, Y. A. D. **Um estudo dos absorvedores dinâmicos de vibrações multimodais**. 2014. 113 f. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI, Itajubá, 2014.

MESHRAM, N. A.; PAWAR, P. V. S. Analysis of crack detection of a cantilever beam using finite element analysis. **International Journal of Engineering Research and**, Bhopal, v. 4, n. 4, apr 2015.

MORAIS, T. S.; STEFFEN JÚNIOR, V.; MAHFOUD, J. Control of the breathing mechanism of a cracked rotor by using electro-magnetic actuator: numerical study. **Latin American Journal of Solids and Structures**, Recife, v. 9, n. 5, p. 581–596, oct 2012.

NAGAYA, K.; KURUSU, A.; IKAI, S.; SHITANI, Y. Vibration control of a structure by using a tunable absorber and an optimal vibration absorber under auto-tuning control. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 228, n. 4, p. 773–792, dec 1999.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. New Jersey: Prentice Hall, Pearson, 2010.

OLGAC, N.; HOLM-HANSEN, B. A novel active vibration absorption technique: Delayed resonator. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 176, n. 1, p. 93–104, sep 1994.

OLIVEIRA, L. R. D. **Concepção de um índice para localização de trincas em eixos rotativos através da análise do sdi (shape and directivity index)**. 2019. 104 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita de Filho” - UNESP, Ilha Solteira, 2019.

ORMONDROYD, J.; HARTOG, J. D. The theory of the dynamic vibration absorber. **Transactions of ASME**, Piscataway, v. 50, n. 7, p. 9–22, 1928.

PETYT, M. **Introduction to finite element vibration analysis**. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2010. ISBN 0521191602.

PONNUDURAI, C. R. D. R. Finite element analysis of beam having crack at various locations. **International Journal of Scientific and Research Publications**, Islamabad, v. 6, n. 12, p. 113–118, 2016.

RAO, S. **Mechanical vibrations**. 5. ed. Miami: Prentice Hall, Pearson, 2011.

RIBEIRO, V. H. **Diagnose de falhas utilizando observadores de estado em placas de kirchoff com absorvedores dinâmicos de vibração**. 2015. 90 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita de Filho”- UNESP, Ilha Solteira, 2015.

ROCHA, J. S. **Detecção de falhas em sistemas dinâmicos sujeitos a retardo no tempo e incertezas paramétricas**. 2012. 69 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia da Mecânica, Universidade Federal de Minas Gerais- UFMG, Belo Horizonte, 2012.

RUSTIGHI, E.; BRENNAN, M. J.; MACE, B. R. A shape memory alloy adaptive tuned vibration absorber: design and implementation. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 14, n. 1, p. 19–28, nov 2004.

RYTTER, A. **Vibrational based inspection of civil engineering structures**. 1993. 124 f. Tese (Doutorado) — Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 1993.

SARRAFI, A.; MAO, Z.; NIEZRECKI, C.; POOZESH, P. Vibration-based damage detection in wind turbine blades using phase-based motion estimation and motion magnification. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 421, p. 300–318, may 2018.

SILVA, C. **Projeto e localização ótimos de sistemas de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos usando algoritmos genéticos**. 2005. 155 f. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná- UTFP, Curitiba, 2005.

STEFFEN, V.; RADE, D. Absorbers vibration. In: **ENCYCLOPEDIA of vibration**. New Yor: Elsevier, 2001. p. 9–26.

SUN, J. Q.; JOLLY, M.; NORRIS, M. A. Passive, adaptive and active tuned vibration absorbers – a survey. **Journal of Mechanical Design**, New York, v. 117, n. 6, p. 234–242, 1995.

TSO, M.; YUAN, J.; WONG, W. Suppression of random vibration in flexible structures using a hybrid vibration absorber. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 331, n. 5, p. 974–986, feb 2012.



VIANA, F. A. C.; KOTINDA, G. I.; RADE, D. A.; STEFFEN, V. Tuning dynamic vibration absorbers by using ant colony optimization. **Computers & Structures**, Oxford, v. 86, n. 13-14, p. 1539–1549, jul 2008.

WATANABE, L.; MELO, G. P. Modelagem de análise de falhas para identificação em treliças. **Journal of Experimental Techniques and Instrumentation**, v. 1, n. 4, p. 17–27, dec 2018.

WILLIAMS, R. L.; LAWRENCE, D. A. **Linear state-space control systems**. Canada: Wiley, 2007. ISBN 0471735558.

XU, H.; CHENG, L.; SU, Z.; GUYADER, J.-L. Identification of structural damage based on locally perturbed dynamic equilibrium with an application to beam component. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 330, n. 24, p. 5963–5981, nov 2011.

YANG, C.; LI, D.; CHENG, L. Dynamic vibration absorbers for vibration control within a frequency band. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 330, n. 8, p. 1582–1598, apr 2011.

ZHANG, C.; CHENG, L.; QIU, J.; JI, H.; JI, J. Structural damage detections based on a general vibration model identification approach. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 123, p. 316–332, may 2019.

ZHU, F.; WU, Y. A rapid structural damage detection method using integrated ANFIS and interval modeling technique. **Applied Soft Computing**, Amsterdam, v. 25, p. 473–484, dec 2014.