

unesp



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**ESTUDO DE FUNÇÕES DE LYAPUNOV PARA
A ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

Regiani Crystina Barbazelli

Ilha Solteira - SP

1210001674



unesp



Estudo de Funções de Lyapunov para a Estabilidade de Sistemas de Potência

Regiani Crystina Barbazelli

Orientador: Prof. Dr. Laurence Duarte Colvara

1210001674



UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA 02.02.06	DATA DE TOMBO 28.04.06
REGISTRADO POR Ailza	TOMBO Te. 1674
AQUISIÇÃO Wesley Anten R\$ 10,00	CLASSIFICAÇÃO B232e

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Ilha Solteira, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Co Sys 455905
Sys 59633

Ilha Solteira – SP, novembro de 2005

BCNIS - FEIS - UNESP



FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

Barbazelli, Regiani Crystina

B232e Estudo de funções de Lyapunov para a estabilidade de sistemas de potência / Regiani Crystina Barbazelli. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2005
124 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2005

Orientador: Laurence Duarte Colvara

Bibliografia: p. 104-105

1. Lyapunov, Funções de. 2. Sistemas de energia elétrica – Estabilidade. 3. Tempo crítico.
4. Função energia.

30404002

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Estudos de Funções de Lyapunov para a Estabilidade de Sistemas de Potência

AUTORA: REGIANI CRYSTINA BARBAZELLI

ORIENTADOR: Prof. Dr. LAURENCE DUARTE COLVARA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. LAURENCE DUARTE COLVARA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. PERCIVAL BUENO DE ARAUJO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. GIDEON VILLAR LEANDRO

Departamento de Tecnologia Detec, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUI - IJUI/RS

Data da realização: 23 de novembro de 2005.



Presidente da Comissão Examinadora
Prof. Dr. LAURENCE DUARTE COLVARA

Agradecimentos

Agradeço ao Dr. Laurence Duarte Colvora, por sua expertise e minha profunda gratidão por sua orientação, por ter estado sempre pronto para discutir minhas ideias e ajudar-me a desenvolvê-las, que eu poderia não ter tido sucesso sem ele.

A minha família que sempre me fez sentir forças para vencer os obstáculos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES que financiou minha bolsa de estudos e o desenvolvimento do presente trabalho.

*Aos meus pais, Maria e Gervásio,
pelo exemplo de vida, amor e apoio
em todos os momentos.*

BCpIS - FEIS - UNESP

BCpIS - FEIS - UNESP

ESTUDO DE FUNÇÕES DE LYAPUNOV PARA A ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Laurence Duarte Colvara, quero expressar a minha profunda gratidão, mestre e orientador, por ter estado sempre pronto para dirimir minhas dúvidas e sugerir novas idéias para que eu pudesse atingir meus intentos.

À minha família que sempre me fez reunir forças para vencer os obstáculos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES que forneceu suporte financeiro ao desenvolvimento do presente trabalho.

ESTUDO DE FUNÇÕES DE LYAPUNOV PARA A ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Autor: Regiani Crystina Barbazelli
Orientador: Laurence Duarte Colvara

Resumo

Neste estudo, objetiva-se a compreensão do problema da estabilidade do Sistema de Energia Elétrica com vistas à metodologia de análise por método direto ou automático, considerando modelos detalhados em abordagem de sistemas não lineares e não conservativos, a partir dos métodos diretos e/ou automáticos existentes pela interpretação física dos termos que constituem as Funções de Lyapunov dos sistemas, incluindo termos de dissipação e dispositivos de controle e compensação.

O trabalho remete a uma metodologia para análise de estabilidade direta de sistemas de potência que incluem modelo detalhado para representação de máquina e efeitos de controle e dispositivos de compensação. Funções de Lyapunov são consideradas para os sistemas, e as análises são realizadas com respeito à ação de cada dispositivo. Especificamente, o interesse encontra-se primeiramente em entender o efeito de cada elemento/dispositivo no desempenho dinâmico (transitório) do sistema, notadamente, com respeito à sua influência na função energia e sua derivada e, conseqüentemente, utilizar esse conhecimento para analisar o desempenho dinâmico e transitório do sistema via função energia.

Então, começando com o modelo clássico, a representação de sistema é melhorada somando decaimento de fluxo, Regulador Automático de Tensão e FACTS (Flexible AC Transmission Systems). Cada uma dessas entidades implica em torque de sincronização e/ou de amortecimento efetivos, e, por conseguinte, em modificações na energia potencial. Nota-se que alguns elementos/dispositivos implicam em torque de amortecimento com conseqüências na dissipação de energia, propriedades de não conservatividade.

Para isso, é mostrado que os extremos da energia potencial acontecem nos pontos de equilíbrio dos sistemas, e, também, é mostrado o modo pelo qual cada elemento/dispositivo afeta a "barreira potencial" a ser vencida pelo sistema quando for instável.

Além disso, observa-se que o uso da energia transitória do sistema para a avaliação do tempo crítico de chaveamento com a metodologia tradicional leva a resultados muito pessimistas por causa da natureza não conservativa do sistema representado pela energia dissipada. Então, propõe-se uma nova formulação para se estimar tempos críticos, utilizando uma Aproximação Exponencial da Função de Lyapunov, com bons resultados.

Palavras-chave: *método de Lyapunov, função energia, estabilidade transitória e tempo crítico.*

A STUDY ON LYAPUNOV FUNCTIONS FOR POWER SYSTEMS STABILITY ANALYSIS

Author: Regiani Crystina Barbazelli

Advisor: Laurence Duarte Colvara

Abstract

In this study, the understanding of the problem of the stability of Electric Power System is focused in the analysis methodology by means of direct - or automatic - method, taking into account detailed models in approach of nonlinear and non conservative systems, starting from the existent methods by means of the physical interpretation of the constituting terms of the Lyapunov Functions of the systems, including dissipation terms and control devices and compensation.

The work leads to a direct method for stability analysis of power systems including detailed model for machine representation and control and compensation devices effects. Lyapunov Functions are considered for the systems, and the analysis are accomplished with regard to the action of each device. Specifically, the interest lies in firstly understanding the effect of each element/device in the dynamic (transient) action of the system, especially, with regard to their influence in the energy function and their time-derivative and, consequently, to use this knowledge in order to analyze the dynamic and transient action of the system by means of energy function.

Then, starting with the classic model, the system representation is improved adding flux decay, Automatic Voltage Regulator and FACTS (Flexible AC Transmission Systems).



Each one of these entities implies in synchronization and/or damping torques, and, consequently, in modifications in the potential energy. It is noticed that some elements/devices lead to damping torque implying in dissipation of energy. This is property of non conservativeness.

It is shown that the extrema of the potential energy happen in the equilibrium points of the systems, and, it is also shown the way each element/device affect the "potential barrier" that have to be crossed by the system when it goes unstable.

Besides, it is observed that the traditional use of the transient energy of the system for the evaluation of the fault critical clearing time leads to very pessimistic results because of the non conservative nature of the system caused by the energy dissipation. Then, new formulation to estimate critical clearing times, using an Exponential Approach of the Lyapunov Function is proposed, with good results.

Keywords: *method of Lyapunov, energy function, transitory stability and critical clearing time.*

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Diagrama Fasorial de MS para Modelo de Dois Eixos.....	22
Figura 2.2 – Diagrama de Blocos para o Regulador de Velocidade (o governador).....	24
Figura 2.3 – Diagrama de Blocos do RAT	25
Figura 4.1 – RSP, CTN e MTI.....	37
Figura 5.1 – Sistema Máquina x Barra Infinita com a presença de CSC.....	46
Figura 5.2 – Sistema Máquina x Barra Infinita com a presença do SVC.....	49
Figura 6.1 – Curva de Oscilação (δ) do Sistema MBI com Modelo Clássico	52
Figura 6.2 – Curva de Energia Potencial vs. Ângulo do Modelo Clássico.....	53
Figura 6.3 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com DF	54
Figura 6.4 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com DF	55
Figura 6.5 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com DF e RAT	56
Figura 6.6 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com DF e RAT.....	57
Figura 6.7 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$), DF e RAT	58
Figura 6.8 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$), DF e RAT.....	59
Figura 6.9 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$), DF e RAT	60
Figura 6.10 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$), DF e RAT.....	61
Figura 6.11 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$) e DF.....	61
Figura 6.12 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$) e DF	62
Figura 6.13 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$) e DF.....	62
Figura 6.14 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$) e DF	63
Figura 6.15 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com SVC, DF e RAT.....	63
Figura 6.16 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com SVC, DF e RAT	65
Figura 6.17 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com SVC e DF	65
Figura 6.18 – Curvas de Nível (σ x e) do Modelo com SVC e DF	66
Figura 7.1 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI Conservativo para o Modelo Clássico	71
Figura 7.2 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p) e Total ($V(x)$) do Sistema MBI Conservativo para o Modelo Clássico	71

Figura 7.3 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI com Modelo Clássico.....	74
Figura 7.4 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI com Modelo Clássico.....	74
Figura 7.5 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com Decaimento de Fluxo.....	75
Figura 7.6 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com Decaimento de Fluxo.....	75
Figura 7.7 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com CSC, RAT e DF.....	77
Figura 7.8 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com CSC, RAT e DF.....	77
Figura 7.9 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com CSC.....	78
Figura 7.10 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com CSC.....	78
Figura 7.11 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com SVC, RAT e DF.....	79
Figura 7.12 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com SVC, RAT e DF.....	79
Figura 7.13 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com SVC.....	79
Figura 7.14 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com SVC.....	80
Figura 7.15 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 1 ($t_{ch}=0.3$).....	87
Figura 7.16 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 3 ($t_{ch}=0.3$).....	87
Figura 7.17 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 4 ($t_{ch}=0.1$).....	87
Figura 7.18 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 1 ($t_{ch}=0.3$).....	88
Figura 7.19 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 2 ($t_{ch}=0.3$).....	88
Figura 7.20 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 3 ($t_{ch}=0.1$).....	89
Figura 7.21 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 4 ($t_{ch}=0.1$).....	89
Figura 7.22 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 1 ($t_{ch}=0.3$).....	90
Figura 7.23 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 2 ($t_{ch}=0.3$).....	90
Figura 7.24 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 3 ($t_{ch}=0.3$) – Sem Limitador.....	90
Figura 7.25 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 4 ($t_{ch}=0.1$).....	91
Figura 8.1 – FL e Determinação de Tempo Crítico em Sistema Conservativo.....	93

Figura 8.2 – FL para Sistema não Conservativo	94
Figura 8.3 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cri}=0,3935$) para o Modelo Clássico (Caso 1).....	95
Figura 8.4 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cri}=0,3252$) para o Modelo com DF (Caso 1)	96
Figura 8.5 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cri}=0,32$) para o Modelo com DF e $D=0$ (Caso 1).....	97
Figura 8.6 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cri}=0,4389$) para o Modelo com DF e RAT (Caso 1)	97

Lista de Tabelas

Tabela 6.1 – Tempos críticos de chaveamento e a energia potencial crítica.....67

Tabela 7.1 – Dados para simulações.....86

Tabela 8.1 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 1.....98

Tabela 8.2 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 2.....98

Tabela 8.3 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 3.....99

Tabela 8.4 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 4.....99

Notação e Simbologia

∂	- Derivada parcial
∇^T	- Gradiente (grad) transposto
$\int$	- Integral
Δ	- Variação de uma grandeza
δ	- Posição angular da máquina síncrona
σ	- Variação da posição angular em relação ao equilíbrio ($\delta - \delta^0$)
ω	- Velocidade angular
α	- Constante de regulação secundária de velocidade
a	- $1/R$ (estatismo)
B	- Matriz susceptância de barra
D	- Constante de amortecimento [s]
e	- Variação da tensão interna da máquina síncrona ($E' - E'^0$)
E'	- Tensão interna da máquina síncrona
ε	- Variação da tensão de excitação ($E_{fd} - E_{fd}^0$)
E_{fd}	- Tensão de excitação
E'_d	- Tensão proporcional ao enlace de fluxo de enrolamento amortecedor de eixo em quadratura
E'_q	- Tensão proporcional ao enlace de fluxo do campo (eixo direto)
E_T	- Energia total do sistema
E_c	- Energia cinética
E_p	- Energia potencial
E_d	- Energia dissipada
E_{ST}	- Energia referente ao sistema de transmissão
E_{DF}	- Energia referente ao decaimento de fluxo
E_{RAT}	- Energia referente ao regulador automático de tensão
E_{cr}	- Energia potencial crítica calculada no ponto de equilíbrio instável de menor energia
E	- Vetor tensões na barra
f_0	- Frequência nominal do sistema (60Hz)
$f(\sigma, e)$	- Potência ativa (ou torque) líquida nos terminais da máquina
$g(\sigma)$	- Parte (não linear) de variações da corrente de eixo direto
H	- Constante de inércia [s ²]
I	- Vetor injeções de correntes de barra
i_d	- Componente de eixo direto da corrente terminal da máquina
i_q	- Componente de eixo em quadratura da corrente terminal da máquina
K_R	- Ganho transitório (modelo reduzido RAT)
K_e	- Ganho da excitatriz
K_c	- Ganho do CSC
K_{xpcsc}	- Ganho do coeficiente do CSC com relação a P_e
K_{xicsc}	- Ganho do coeficiente do CSC com relação a i_d
K_{xvcsc}	- Ganho do coeficiente do CSC com relação a V_T

K_f	- Ganho da função transferência de realimentação
K_{psvc}	- Ganho do coeficiente do SVC com relação a P_e
K_{vsvc}	- Ganho do coeficiente do SVC com relação a V_T
K_{isvc}	- Ganho do coeficiente do SVC com relação a i_d
M	- Constante de inércia ($2H/2\pi f_0$)
P_e	- Potência elétrica entregue pela máquina síncrona
P_m	- Potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona)
P_g	- Sinal de valor de potência na saída do governador
T'_{d0}	- Constante de tempo de circuito aberto de eixo direto
T'_{q0}	- Constante de tempo de circuito aberto de eixo em quadratura
T_g	- Constante de tempo do governador
T_m	- Constante de tempo da turbina
T_R	- Constante de tempo do RAT
T_{csc}	- Constante de tempo do CSC
t_{ch}	- Tempo de chaveamento
t_{cri}	- Tempo crítico de chaveamento
V_T	- Tensão terminal
V_T^0	- Tensão terminal no equilíbrio
$V(x)$	- Função de Lyapunov (FL)
$\dot{V}(x)$	- Derivada temporal da Função de Lyapunov
$V(t)$	- Função Exponencial dependente do tempo
x'_d	- Reatância transitória de eixo direto
x_d	- Reatância de eixo direto
x'_q	- Reatância transitória de eixo em quadratura
x_q	- Reatância de eixo em quadratura
x_e	- Reatância da linha de transmissão
x_{csc}	- Variação de reatância do CSC ($X_{csc} - X_{csc}^0$)
X_{csc}	- Reatância variável do CSC
$\dot{x}$	- Derivada temporal da variável x (dx/dt)
y_I	- Controle de erro de área
Y	- Matriz admitância de barra

O sobrescrito “0” indica valores de equilíbrio.

Sumário

Introdução.....	17
1.1 – Sistemas Elétricos de Potência.....	17
1.2 – Estabelecimento do Problema.....	18
1.3 – Métodos de Análise.....	18
Representação do Sistema Elétrico de Potência.....	21
2.1 – Rede Elétrica.....	21
2.2 – Máquina Síncrona.....	22
2.3 – Cargas.....	23
2.4 – Reguladores.....	23
2.4.1 – Regulador de Velocidade.....	23
2.4.2 – Regulador Automático de Tensão.....	25
Estudos de Estabilidade Transitória.....	26
Metodologias de Análise.....	28
4.1 – Método Clássico.....	28
4.2 – Métodos Diretos.....	29
4.2.1 – Método de Lyapunov.....	29
4.2.2 – Ponto de Equilíbrio Instável de Menor Energia.....	32
4.2.3 – Método PEBS.....	33
4.2.4 – Método BCU.....	34
4.3 – Método Automático – RSP.....	36
Função de Lyapunov.....	38
5.1 – Obtenção de Função de Lyapunov para Sistemas de Persidskii Generalizado.....	38
5.2 – Função Energia Transitória.....	39
5.2.1 – Sistema Máquina Contra Barra Infinita.....	39
5.2.1.1 – Modelo Clássico.....	41
5.2.1.2 – Modelo com Decaimento de Fluxo.....	42
5.2.1.3 – Modelo com Decaimento de Fluxo e Regulador Automático de Tensão.....	43
5.2.1.4 – Modelo com Decaimento de Fluxo e Regulador de Velocidade.....	44

5.2.1.5 – Modelo com Inclusão de Dispositivos FACTS.....	46
5.2.1.5.1 – F. Lyapunov para o Sistema MBI com Compensador Série Controlado.....	46
5.2.1.5.2 – F. Lyapunov para o Sistema MBI com Compensador Estático de Reativos.....	49
Funções Potenciais.....	51
6.1 – Modelo Clássico.....	52
6.2 – Modelo com Decaimento de Fluxo.....	54
6.3 – Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT.....	56
6.4 – Modelo com Inclusão de Dispositivos FACTS.....	58
6.4.1 – Modelo com Compensador Série Controlado e RAT.....	58
6.4.2 – Modelo com Compensador Estático de Reativos e RAT.....	63
Estimativas para o Decaimento da FL.....	70
7.1 – Energia Dissipada.....	70
7.1.1 – Modelo Clássico.....	73
7.1.2 – Modelo com Decaimento de Fluxo.....	74
7.1.3 – Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT.....	76
7.1.4 – Modelo com Compensador Série Controlado.....	76
7.1.5 – Modelo com Compensador Estático de Reativos.....	78
7.2 – Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função Energia.....	80
7.3 – Validação da Aproximação Exponencial para o Decaimento da FL.....	85
7.3.1 – Modelo Clássico.....	86
7.3.2 – Modelo com Decaimento de Fluxo.....	88
7.3.3 – Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT.....	89
Estimativas de Tempos Críticos.....	92
8.1 – Determinação de Tempos Críticos.....	94
8.1.1 – Simulação para o Caso 1.....	95
8.1.2 – Simulação para o Caso 2.....	98
8.1.3 – Simulação para o Caso 3.....	99
8.1.4 – Simulação para o Caso 4.....	99
Conclusão.....	100
Referências	104
Apêndice (Artigos publicados).....	106

1 Introdução

1.1- Sistemas Elétricos de Potência

Os Sistemas Elétricos de Potência são projetados com o principal objetivo de atender à demanda de potência e energia requerida pelos seus consumidores dentro de limites especificados de tensão e frequência. Além de os sistemas serem capazes de operar satisfatoriamente em regime permanente, eles devem ser flexíveis à presença de defeitos ou perturbações de forma a garantir a continuidade da prestação de serviço mesmo quando sujeitos a anomalias.

Muitas são as causas de defeitos ou perturbações em sistemas de potência: curtos-circuitos, rompimento de linhas de transmissão, descargas atmosféricas, entrada ou saída de cargas de grande porte, etc. são alguns exemplos de anomalias às quais os sistemas estarão sempre sujeitos. Essas perturbações afastam o sistema do seu ponto de operação original. Basicamente os estudos de estabilidade analisam o comportamento transitório do sistema durante e após tais perturbações. Deve-se determinar se o sistema será capaz de encontrar um novo ponto de operação e quais os procedimentos necessários para que isso aconteça.



1.2- Estabelecimento do Problema

O sistema permanecerá indefinidamente em um ponto de operação estável até que algum distúrbio ou perturbação o remova desse estado. Quando isso ocorrer, deseja-se saber se o sistema encontrará uma situação de operação estável, aproximando-se de um novo ponto de equilíbrio, ou se tornará instável afastando-se indefinidamente de um possível ponto de operação.

Faz-se ainda distinção entre pequenas perturbações e grandes impactos. São chamadas pequenas perturbações as flutuações normais das condições de operação e seu estudo é usualmente feito sob o título “Estabilidade Dinâmica”. Os grandes impactos, por sua vez, são eventos que podem levar as máquinas (os geradores) do sistema à perda de sincronismo, causando a desagregação do sistema e conseqüentemente a interrupção do fornecimento de energia, os indesejáveis blecautes. O estudo de Estabilidade Transitória tem por objeto a verificação da capacidade de que o sistema tenha (ou não) de se manter em sincronismo após uma perturbação (FOUAD; VITAL, 1992; KUNDUR, 1994; SAUER; PAI, 1998). A este estudo se dedica o presente trabalho, sob o enfoque do Segundo Método de Lyapunov (PAI, 1981).

1.3- Métodos de Análise

Tradicionalmente a análise de estabilidade de SEE (Sistemas de Energia Elétrica) tem sido efetuada através das soluções das equações diferenciais não-lineares que descrevem o movimento do sistema – equação de oscilação da máquina síncrona – e análise da evolução da posição angular de cada máquina síncrona ao longo do tempo (simulação), apresentada na forma de curvas de oscilação (ou oscilogramas) a serem analisadas por um analista. As técnicas utilizadas para a simulação são precisas e não apresentam restrições quanto ao tipo de modelo empregado, contudo, consomem uma grande quantidade de tempo para a realização

dos cálculos e na obtenção da análise. Essa é uma tarefa demorada mesmo quando realizada através de computadores modernos. Portanto, este método só poderá ser utilizado para estudos “off-line” de projeto e planejamento. Este método é denominado método passo-a-passo.

Os métodos diretos são mais adequados a aplicações em tempo real, pois são capazes de analisar a estabilidade dos sistemas, sem a necessidade do conhecimento da solução das equações diferenciais e, principalmente, sem a necessidade da intervenção de um analista. Baseiam-se fundamentalmente na agregação das informações sobre o desempenho dinâmico em uma função (CHIANG; CHU; CAULEY, 1995), dita Função de Lyapunov, e a questão da estabilidade/instabilidade do movimento do sistema – que pode ser de grande dimensão – fica reduzida à verificação de condições sobre esta função e sua derivada temporal. Muitos avanços ocorreram na utilização de métodos diretos para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, sendo que uma tendência bem estabelecida é a consideração da FL (Função de Lyapunov) com forma de energia transitória. Entretanto, a função energia largamente empregada em diversas abordagens de análise de estabilidade de sistemas de potência encontra-se formalmente estabelecida considerando as máquinas representadas pelo chamado modelo clássico, segundo o qual somente a dinâmica mecânica é efetivamente considerada, sendo o sistema conservativo. E a propriedade de conservação da energia ensejou os métodos de análise denominados diretos, que, desse ponto de vista (modelo clássico, sistema conservativo) produzem resultados de alta qualidade. Por outro lado, nos sistemas reais as máquinas têm outras dinâmicas além da mecânica, bem como o sistema, inclusive por decorrência dessas dinâmicas, não é conservativo.

Então, aspectos adicionais devem ser levados em conta e neste estudo objetiva-se a compreensão do problema da estabilidade do SEE com vistas à metodologia de análise por método direto ou automático, considerando modelos detalhados em abordagem de sistemas não lineares e não conservativos, bem como a clarificação dos métodos diretos e/ou



automáticos existentes pela interpretação física dos termos que constituem as Funções de Lyapunov dos sistemas incluindo termos de dissipação e dispositivos de controle e compensação.



2 Representação do Sistema Elétrico de Potência

2.1- Rede Elétrica

Considerando a rede de energia elétrica em regime permanente, ou seja, as dinâmicas ultra-rápidas de natureza eletromagnética das linhas de transmissão são desconsideradas diante das dinâmicas eletromecânicas (ANDERSON; FOUAD, 2000), sua representação genérica é:

$$I = YE \quad (2.1)$$

sendo:

I = vetor injeções de correntes de barra;

E = vetor tensões na barra;

Y = matriz admitância de barra;

e

$$Y = G + jB \quad (2.2)$$

G = matriz condutância de barra;

B = matriz susceptância de barra.



2.2- Máquina Síncrona

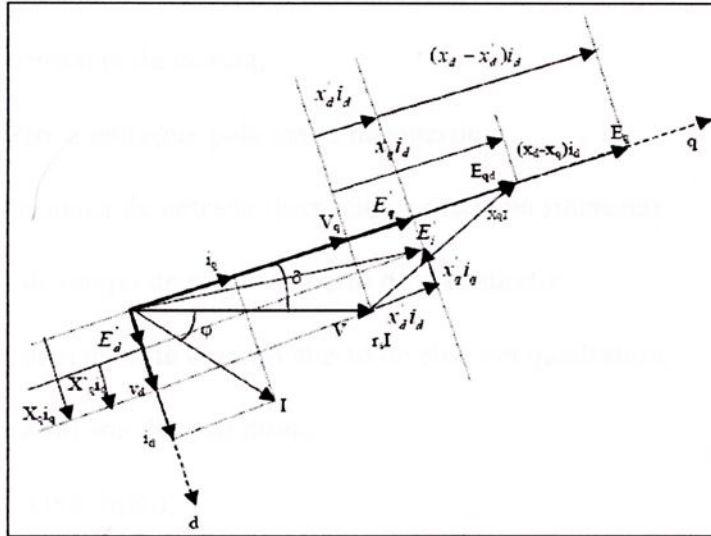


Figura 2.1 – Diagrama Fasorial de MS para Modelo de Dois Eixos

Para a máquina síncrona, de acordo com Fitzgerald, Kingsley e Kusko (1975), considerando modelo de dois eixos descrito pelas variáveis $(\delta, \omega, e'd, e'q)$, como no diagrama fasorial mostrado na figura 2.1, as equações de estado podem ser escritas como:

$$\dot{\delta} = \omega$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{M}(-D\omega + P_m - P_e)$$

$$T'_{d0} \dot{E}'_d = -E'_d - (x_d - x'_d)i_d + E_{fd} \quad (2.3)$$

$$T'_{q0} \dot{E}'_q = -E'_q + (x_q - x'_q)i_q$$

$$E_{fd} = E'_q - (x_d - x'_d)i_d$$

sendo:

δ = posição angular medida em relação a um eixo que gira à velocidade síncrona;

ω = desvio de velocidade angular da máquina síncrona com relação a velocidade síncrona;

D = constante de amortecimento [s];

E'_d = tensão proporcional a enlace de fluxo de enrolamento amortecedor de eixo em quadratura;

E'_q = tensão proporcional ao enlace de fluxo do campo (eixo direto);

E_{fd} = tensão de excitação;

i_d = componente de eixo direto da corrente terminal da máquina;

i_q = componente de eixo em quadratura da corrente terminal da máquina;

$M = 2H/2\pi f_0$ = constante de inércia;

P_e = potência elétrica entregue pela máquina síncrona;

P_m = potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona)

T'_{d0} = constante de tempo de circuito aberto de eixo direto;

T'_{q0} = constante de tempo de circuito aberto de eixo em quadratura;

x'_d = reatância transitória de eixo direto;

x_d = reatância de eixo direto;

x'_q = reatância transitória de eixo em quadratura; e

x_q = reatância de eixo em quadratura.

A Potência Elétrica (P_e), de acordo com Fitzgerald, Kingsley e Kusko (1975), é dada por:

$$P_e = E'_d i_d + E'_q i_q + (x'_q - x'_d) i_d i_q \quad (2.4)$$

2.3- Cargas

As cargas são representadas por modelos adequados aos estudos a desenvolver, podendo ser impedância constante, corrente constante, potência constante e dinâmica (motor).

2.4- Reguladores

2.4.1- Regulador de Velocidade (RV)

O Regulador de Velocidade é considerado (LOURENÇO; COLVARA, 1995) como ilustrado na figura 2.2 e equações de estado como segue.

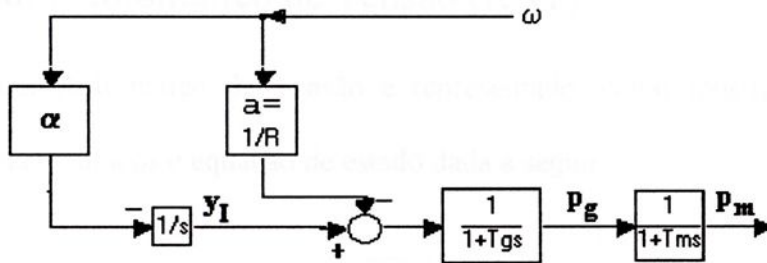


Figura 2.2 – Diagrama de Blocos para o Regulador de Velocidade (o governador)

$$\dot{p}_g = \frac{1}{T_g} (-p_g - a\omega + y_I) \quad (2.5)$$

$$\dot{p}_m = \frac{1}{T_m} (-p_m + p_g) \quad (2.6)$$

$$\dot{y}_I = -\alpha\omega \quad (2.7)$$

Como $T_g \ll T_m$ e desconsiderando termo do controle integral, o RV é reduzido:

$$\dot{p}_m = \frac{1}{T_m} (-p_m - a\omega) \quad (2.8)$$

sendo:

α = constante de regulação secundária de velocidade;

$a = 1/R$ (estatismo);

P_g = sinal de valor de potência na saída do governador;

P_m = potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona);

T_g = constante de tempo do governador;

T_m = constante de tempo da turbina; e

y_I = controle de erro de área.

2.4.2- Regulador Automático de Tensão (RAT)

O Regulador Automático de Tensão é representado, como mostrado em Colvara (1988), no diagrama de blocos e equação de estado dada a seguir

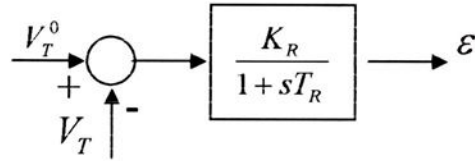


Figura 2.3 – Diagrama de Blocos do RAT

$$\varepsilon = E_{fd} - E_{fd}^0 \quad (2.9)$$

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{1}{T_{Ri}} (-\varepsilon_i - K_{Ri} \Delta V_{Ti}) \quad (2.10)$$

sendo:

K_R = ganho transitório (modelo reduzido RAT);

T_R = constante de tempo do RAT;

V_T = tensão terminal; e

V_T^0 = tensão terminal no equilíbrio.

3 Estudos de Estabilidade Transitória

O problema da Estabilidade Transitória é extensamente tratado na bibliografia especializada e se apresenta a seguir uma breve descrição.

Imagine-se que um sistema de potência esteja operando em regime permanente com as velocidades das máquinas constantes e iguais a ω_0 e com os ângulos das forças eletromotrizes das máquinas δ_i 's constantes em relação a uma referência síncrona. Nessas condições, a potência mecânica fornecida aos geradores é exatamente igual à potência consumida nas cargas mais a potência perdida nas linhas. Suponha-se que no tempo $t=t_0$, ocorra um grande distúrbio como a perda de uma linha ou um curto-circuito em algum barramento. O distúrbio causará um desequilíbrio de potência; surgirá, então, um excesso ou déficit de potência nas máquinas, que ocasionará a aceleração ou desaceleração de seus rotores. Conseqüentemente, os ângulos das máquinas alterar-se-ão no tempo, na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência.

Se o defeito não é muito grave, o sistema pode, por si só, encontrar um novo ponto de operação restabelecendo o balanço de potências para uma nova configuração de ângulos δ_i 's. Quando o distúrbio é mais significativo, o sistema torna-se instável, ou seja, não encontra um

estado no qual ocorra o equilíbrio de potência. Nessa situação, é necessário atuar no sistema isolando o defeito ou até realizando rejeição de algumas cargas. Ao se fazer isto, o sistema passa a ter uma nova configuração e deseja-se saber se o excesso de energia cinética, adquirida durante o defeito pelos rotores das máquinas, pode ser absorvido pelo novo sistema de forma a manter-se estável.

Se após a eliminação do defeito o sistema encontrar um ponto de operação estável, este é dito ser estável transitoriamente. A atuação no sistema de forma a eliminar o defeito deve ser feita rapidamente para que se garanta a estabilidade. O tempo máximo em que isto poderá ser feito, tal que o sistema permaneça estável, é conhecido como tempo crítico de abertura " t_{cri} ". Assim, a eliminação do defeito antes do tempo crítico proporciona um sistema estável, e após o tempo crítico um sistema instável. A determinação do tempo crítico de abertura é o principal objetivo dos estudos de estabilidade transitória e, daqui em diante, objetiva-se apresentar os métodos existentes na atualidade para obtenção de tal tempo.

4.1- Método Clássico (passo-a-passo)

Deseja-se determinar se um sistema é transitoriamente estável para uma determinada contingência (STEVENSON, 1986), isto é, uma falta. Imagine-se um sistema operando em regime permanente: nessa situação os ângulos δ_i 's permanecem constantes e a matriz admitância utilizada no fluxo de carga é obtida da topologia da rede em operação normal. Suponha-se que no tempo $t=0$ ocorra uma falta, ela ocasiona alterações na topologia da rede e conseqüentemente na matriz admitância correspondente, obtém-se então um conjunto de equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema durante a falta do tempo $t=0$ até o tempo de eliminação do defeito t_a . Na eliminação do defeito, ocorre alteração na topologia da rede e um novo conjunto de equações diferenciais passa a descrever o comportamento do sistema (BOYCE; DIPRIMA, 2002).

Ficam caracterizados, portanto, três intervalos de tempo precisamente definidos, nos quais a topologia da rede é distinta. Esses períodos são identificados por Sistema Pré-Falta, Sistema em Falta e Sistema Pós-Falta. Em cada um deles, as equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema são diferentes devido a alterações nos parâmetros da rede. Pode-se dizer que as equações diferenciais do sistema possuem descontinuidades estruturais no tempo, isto é:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e = 0 \quad \begin{cases} t \leq 0, P_e = P_e^{pf} \\ 0 < t \leq t_a, P_e = P_e^f \\ t > t_a, P_e = P_e^{pf} \end{cases} \quad (4.1)$$

Essa representação compacta mostra as descontinuidades das equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema. Tal conjunto de equações diferenciais pode ser escrito como três conjuntos de equações diferenciais distintos.

O sistema pré-falta está em equilíbrio. Sua solução apresenta valores constantes no tempo, que podem ser obtidos através de um fluxo de carga (o cálculo de ponto de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais). Esses pontos são as condições iniciais do sistema em falta. As condições iniciais para as equações de pós-falta são determinadas pela solução do sistema de equações diferenciais do sistema em falta calculado no tempo de abertura t_a . Dada uma contingência, deseja-se determinar o valor máximo para o tempo de abertura, de forma que o sistema ainda permaneça estável.

Não há solução analítica para estas equações diferenciais; portanto a solução só poderá ser encontrada através de métodos numéricos. O método mais simples de solução numérica de equações diferenciais é o método de Euler. Após diversas simulações com análise dos gráficos de oscilações verifica-se qual é o tempo crítico de abertura.

4.2- Métodos Diretos:

4.2.1- Método de Lyapunov

Nos sistemas não-lineares, a estabilidade global nem sempre ocorre; em geral, apenas um conjunto de condições iniciais, contido no espaço R^n , origina trajetórias que convergem para o ponto de equilíbrio estável x_o . Em sistemas de potência, isso acontece, e a determinação deste conjunto de condições iniciais (MOON; CHOI; ROH, 2000) é o principal

objetivo dos métodos diretos de análises. Matematicamente, esse conjunto é denominado área de atração ou região de estabilidade e é definido por:

$$A(x_o) \overset{\Delta}{=} \{x \in R^n : \varphi(t, x) \rightarrow x_o, \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \quad (4.2)$$

Além de estudar a estabilidade de pontos de equilíbrio, o método fornece um caminho para estimar a região de estabilidade.

A Estabilidade do sistema é determinada usando funções ditas de Lyapunov definidas no espaço de estado considerando seu sinal e o de sua derivada temporal.

A seguir, apresenta-se o teorema de Lyapunov (SAUER; PAI, 1998) para sistemas autônomos. A estabilidade da origem é estudada sem perda de generalidade, uma vez que uma translação pode transformar o problema de um ponto de equilíbrio qualquer em um problema em que o ponto de equilíbrio esteja na origem.

Teorema: Considere-se um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x), x \in R^n, f : R^n \rightarrow R^n$, com $f(0)=0$ (a origem é ponto de equilíbrio). Se existe uma função positiva definida (negativa definida), isto é, $V(x) > 0$ (< 0) com derivada $\dot{V}(x) < 0$ (> 0) nas trajetórias do sistema dinâmico então o sistema é assintoticamente estável em torno de $x=0$. Se existe $V(x) > 0$ com $\dot{V} \leq 0$, a origem é ponto de equilíbrio estável L (no sentido de Lyapunov).

Portanto, o sistema é estável na região em que $\dot{V}(x)$ é semi-definida negativa e assintoticamente estável se $\dot{V}(x)$ é definida negativa.

A função $V(x)$ é conhecida como função de Lyapunov (PAI, 1981). Embora não existam procedimentos sistemáticos para encontrar funções de Lyapunov para o sistema, as funções energia (CHIANG; CHU; CAULEY, 1995) provenientes dos conceitos físicos em geral são boas tentativas para se encontrar uma função de Lyapunov. Na maior parte das

abordagens a FL (Função de Lyapunov) considerada é a chamada energia transitória do sistema composta de energia cinética e energia potencial. A energia cinética é armazenada na massa inercial dos rotores das máquinas em função do desvio de velocidade em relação ao valor de operação normal. A energia potencial é armazenada em campos magnéticos, principalmente no sistema de transmissão, e elétricos em capacitores de compensação (por exemplo), e é função dos desvios das variáveis que definem o torque de restauração do equilíbrio em torno do ponto de operação. Estas variáveis, tipicamente os ângulos de defasagem dos rotores das máquinas e magnitudes das tensões internas das máquinas e possivelmente outras (quando consideradas), constituem um subespaço do espaço de estado. Nesse subespaço, aqui denominado espaço do torque, existe um campo de forças, que confere a qualificação de estável ou instável aos pontos de equilíbrio, uma vez que são restaurativas em torno de uns e anti-restaurativas em torno de outros. Então, a energia potencial pode ser considerada como o trabalho necessário para deslocar o sistema do ponto de equilíbrio considerado até um outro ponto no espaço do torque e é definida-positiva em uma vizinhança em torno de pontos de equilíbrio estável.

A questão da estabilidade é considerada em termos da função energia transitória, sendo a energia potencial utilizada para estimar uma região (ou domínio) de estabilidade em torno do ponto de operação estável. Os extremos da energia potencial se localizam em pontos de equilíbrio do sistema. Além disto, verifica-se que no ponto de equilíbrio estável δ^s se localiza um mínimo local da energia potencial do sistema enquanto que nos pontos de equilíbrio instável se localizam outros extremos (máximo ou mini-max) locais da mesma energia. Sendo a energia potencial uma (hiper-) superfície, existe em torno do ponto de equilíbrio estável uma depressão energética, cuja fronteira contém pontos extremos da energia potencial, que são pontos de equilíbrio instável do sistema. No interior desta região o torque é restaurativo e a conclusão de estabilidade é obtida quando se assegura que a trajetória do



sistema não abandona esta região. O critério utilizado consiste em determinar se o sistema tem energia suficiente para superar a barreira de energia potencial na fronteira da região de torque restaurativo. Isto se faz mediante avaliação da energia do sistema em uma determinada condição inicial e comparação com o valor da energia potencial na fronteira, dita energia crítica. A questão que se coloca, então é a determinação do valor da energia crítica e diversas metodologias foram desenvolvidas, como as que consideram pontos de equilíbrio instável em diversas formulações ou as que utilizam a definição de uma fronteira da região de estabilidade denominada Superfície Limite de Energia Potencial (SLEP, ou PEBS do original "Potential Energy Boundary Surface").

4.2.2- Ponto de Equilíbrio Instável (PEI) de Menor Energia

Neste método (CHIANG; THORP, 1989), propôs-se o cálculo de todos os pontos de equilíbrio instáveis ao redor do ponto de equilíbrio estável em estudo, ou seja, o ponto de equilíbrio estável pós-falta θ^s . Sejam x_i 's os pontos de equilíbrio. Calculam-se as energias potenciais $E_p(x_i)$ em todos os pontos de equilíbrio instáveis e a energia crítica é definida como sendo a energia do ponto de equilíbrio que tivesse a menor energia entre eles.

$$E_{cr} = \min E_p(x_i) \quad (4.3)$$

O ponto de equilíbrio instável que possui a menor energia é o ponto que está mais próximo energeticamente do ponto de equilíbrio estável em estudo. Dada uma condição inicial tal que $-\pi - \theta_{ij} < \theta_{ij} < \pi - \theta_{ij}$, se $V(\theta, \omega) \leq E_{cr}$ então o sistema evolui para a estabilidade. Caso $V(\theta, \omega) > E_{cr}$, nada se afirma, mas assume-se instabilidade.

Este método produz resultados freqüentemente afetados por uma forte conservatividade, ou seja, tem uma acentuada tendência de ser pessimista conduzindo a conclusões de instabilidade quando o sistema na verdade apresenta comportamento estável. Isto se deve a trajetória criticamente estável tangenciar a fronteira do Domínio de Estabilidade

sem abandoná-lo, não tangencia a fronteira necessariamente no ponto de equilíbrio instável de mínima energia potencial. Esta constatação levou à necessidade de se desenvolver outros métodos de análise que considera não apenas a fronteira da região de atração, mas também a trajetória do sistema. Estes métodos são descritos na sequência.

4.2.3- Método PEBS (Potential Energy Boundary Surface)

O método PEBS (CHIANG; WU; VARAYA, 1988) surgiu para tentar solucionar o problema da estimativa da área de atração eliminando a necessidade do cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis. Por este motivo, é um método bastante rápido, pode efetuar estimativas não conservativas do ponto de vista da estabilidade.

A idéia do método é bastante simples. Estima-se o ponto de equilíbrio de controle, depois integra-se numericamente a equação diferencial do sistema de falta mantida até que a projeção da trajetória do sistema em falta nos eixos dos ângulos δ cruze o PEBS. O ponto em que a trajetória cruzar o PEBS será conhecido como exit point.

Algoritmo:

- i) verifica-se o ponto no qual a trajetória do sistema em falta $x_f(t)$ cruza a PEBS. (Ponto no qual a energia potencial atinge um máximo em cima da trajetória da falta). Seja δ^* este ponto.
- ii) o valor da energia potencial em δ^* será a energia crítica $E_{cr} = E_p(\delta^*)$. Se no tempo de abertura t_a , $V(t_a) < E_{cr}$, o sistema será estável.

O algoritmo PEBS foi criado baseado em conjecturas físicas e por este motivo, gera resultados muitas vezes não conservativos, sendo estimativa muito boa do verdadeiro tempo crítico de abertura. Matematicamente, o PEBS (CHIANG; WU; VARAYA, 1988) é a fronteira da área de atração do sistema gradiente reduzido:

$$\dot{\delta} = -\frac{\partial E_p(\delta)}{\partial \delta} = P_m - P_e \quad (4.4)$$

associado ao modelo original:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ M\dot{\omega} &= -\frac{\partial E_p(\delta)}{\partial \delta} - D\omega = P_m - P_e - D\omega \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2.4- Método BCU (Boundary Controlling Ustable Equilibrium Point)

Este método fundamenta-se no conceito de ponto de equilíbrio instável de controle para efetuar a estimativa da área de atração. A idéia deste conceito reside no fato de que não é necessário estimar a área de atração do sistema por completo. Apenas a parte importante, relativa ao defeito em estudo, deve ser estimada.

Para encontrar o ponto de equilíbrio de controle, o método (CHIANG; WU; VARAYA, 1994) utiliza-se da relação existente entre a fronteira de estabilidade do sistema original e a fronteira de estabilidade do sistema reduzido.

Algoritmo BCU:

- i) da trajetória do sistema em falta $x_f(t) = (\delta(t), \omega(t))$, detecta-se o ponto de saída ("exit point") δ^* que é o ponto em que a projeção da trajetória $\delta(t)$ cruza a fronteira de estabilidade do sistema reduzido (PEBS);
- ii) utiliza-se o ponto δ^* como condição inicial e resolvem-se numericamente as equações diferenciais do sistema reduzido para encontrar o mínimo local de $\sum_{i=1}^n \|f_i(d)\|$ (é uma medida da distância entre um ponto δ qualquer e os pontos de equilíbrio do sistema reduzido); seja este ponto δ_o^* ;

- iii) utiliza-se o ponto δ_o^* como condição inicial para encontrar o zero da função $f(\delta)$, ou seja, encontrar o ponto de equilíbrio instável de controle do sistema reduzido δ_{co}^* ;
- iv) o ponto de equilíbrio instável de controle do sistema pós-falta será $(\delta_{co}^*, 0)$;
- v) determina-se o valor da energia crítica como sendo o valor da função energia calculada no ponto de equilíbrio instável de controle: $E_{cr} = V(\delta_{co}^*, 0)$. Utilizar-se-á a superfície de energia constante $\partial S(E_{cr})$ como sendo a aproximação da parte importante da fronteira da área de atração;
- vi) calcula-se a função energia do sistema pós-falta no instante da abertura: $V_{ab} = V(x_f(t_{ab}))$ e
- vii) se $V_{ab} < E_{cr}$ o sistema é estável, caso contrário é instável.

O BCU tem se mostrado eficiente, pois tem uma definição precisa, baseada em teoria matemática, do ponto de equilíbrio instável de controle. Mas todos os métodos que se utilizam do conceito de ponto de equilíbrio de controle, por mais eficientes que sejam, garantem apenas a existência de estabilidade para a primeira oscilação (LLAMAS; LOPEZ; MILI; PHADKE; THORP, 1995).

Os métodos diretos se baseiam no princípio da conservação da energia e, portanto, seus resultados são a rigor aplicáveis a sistemas conservativos tal como é o sistema de potência representado pelo modelo clássico das máquinas e rede não dissipativa. Mas há que se considerar que as máquinas têm dinâmicas em elementos não representadas no modelo clássico, tais como o campo, enrolamentos amortecedores e dispositivos de controle e compensação, bem como a rede é com frequência apreciavelmente dissipativa. Então, a conservação de energia deixa de ser uma qualidade do sistema e deve-se ter cautela ao se utilizar métodos de análise baseados nessa qualidade. Com isto em vista desenvolveu-se um

método que não pode ser considerado direto, mas que, por prescindir de um “analista” para chegar a uma conclusão sobre estabilidade/instabilidade, é automático. Baseia-se na consideração da fronteira da região de torque restaurativo dada pelo próprio torque e verificação da trajetória com respeito a estas fronteiras durante simulação digital, considerando a energia potencial como auxiliar no processo.

4.3- Método Automático – RSP (Região de Sincronização Positiva)

A Região de Sincronização Positiva (COLVARA, 1988) é definida como a região em torno de um ponto de operação do sistema onde os torques no eixo da máquina síncrona (MS) são forças restaurativas do equilíbrio. Fora desta região, nenhuma ação do sistema livre leva o sistema ao equilíbrio, sendo então este conceito usado para definir a instabilidade do SEE.

Considerando para fins de ilustração o caso do sistema de uma máquina contra barra infinita (MBI), o torque líquido no eixo da máquina é dado por:

$$\begin{aligned} f'(\sigma, e_d, e_q, P_m) &= f(\sigma, e_d, e_q) - P_m = \\ &= BV[(E'_{qo} + e_q) \sin(\sigma + \delta^o) - (E'_{do} + e_d) \cos(\sigma + \delta^o) - E'_{qo} \sin \delta^o + E'_{do} \cos \delta^o] - P_m \end{aligned} \quad (4.6)$$

De modo que:

$$RSP = \{(\sigma, e) : \exists \sigma_e(e) \text{ e } [\sigma - \sigma_e(e)] f(\sigma, e) > 0 \text{ para } (\sigma \neq \sigma_e(e))\} \quad (4.7)$$

Portanto, para que exista a ação restaurativa, a trajetória do sistema deve se encontrar dentro dos limites da RSP, conforme a Figura 4.1 (ilustração para o caso de sistema MBI com a MS representada pelo modelo de 1 eixo), chamados Curvas de Torque Nulo (CTN), onde $f(\sigma, e) = 0$ e acima da linha de Mínima Tensão Interna (MTI) definida por $\dot{e}^* = E'^o (\sin \delta^o - 1)$.

Encontra-se na literatura especializada uma grande diversidade de métodos para obtenção de Funções de Lyapunov (PAI, 1981), e, mesmo para Sistemas de Potência, há várias proposições. Aqui, apresenta-se o método dos sistemas de Persidskii, em vista de permitir a determinação de FL para diversas formulações de Sistemas de Potência, incluindo controladores e compensadores.

5.1- Obtenção de Função de Lyapunov para Sistema de Persidskii Generalizado.

De acordo com Hsu e Kaszkurewicz (1980), para sistemas da forma de Persidskii perturbados

$$\dot{x} = A\phi(x) + F(x) \quad (5.1)$$

com $x \in \mathbb{R}^n$; $A \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$; $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$; $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, e sendo a origem ponto de equilíbrio. Para esse sistema, propõe-se uma Função de Lyapunov da forma

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \int_0^{x_i} \phi_i(\tau) d\tau_j, \quad (5.2)$$

em que p_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) são elementos de uma matriz $P = [p_{ij}]$. A derivada temporal de $V(x)$, nas trajetórias do sistema (5.1), é dada por

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2}[P^{-1}\nabla V(x)]^T Q[P^{-1}\nabla V(x)] + \nabla V^T(x)[F(x) - AP^{-1}\psi(x)] \quad (5.3)$$

sendo $\psi(x) = [\psi_1(x)\psi_2(x)...\psi_n(x)]^T$ com

$$\psi_i = \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n p_{kl} \int_0^{x_i} \frac{\partial \phi_l(\tau)}{\partial x_i} d\tau; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

e

$$Q = -(A^T P + P^T A) \quad (5.5)$$

5.2- Função Energia Transitória

A estabilidade é estudada utilizando-se uma Função de Lyapunov (FL), desenvolvida com base nas equações que regem o comportamento do sistema. Na maior parte das abordagens, a FL considerada é a chamada energia transitória do sistema, composta de energia cinética e energia potencial.

Funções de Lyapunov com a forma de energia, começando com o modelo clássico até a consideração do modelo de 2 eixos da MS, são apresentadas a seguir, considerando o sistema Máquina contra Barra Infinita (MBI).

5.2.1- Sistema Máquina Contra Barra Infinita (MBI)

Sabidamente, vide Kundur (1994), a dependência da tensão terminal da máquina, com o defasamento angular, conduz a questões de amortecimento de oscilações como o estudado sob o enfoque de estabilidade dinâmica, via o bem conhecido parâmetro K_S , definido no modelo de Heffron-Philips. No presente trabalho, trata-se de estudo de estabilidade transitória em que o interesse está focado no torque de sincronização e não no torque de amortecimento. Então, sem incorrer em erro apreciável de representação, desconsidera-se a parcela da tensão

terminal dependente da defasagem angular, e, a partir do modelo empregado em Colvara (1988), considera-se o sistema MBI com RAT, sendo a máquina dada pelo modelo de 1 eixo, expresso na estrutura de Persidskii generalizada, descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\eta_h & \eta_b \\ 0 & 0 & -\eta_b & -\eta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

sendo

$$\eta_h = \frac{x_e + x_d}{x_e + x_d' T_{do}} \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_b = (x_d - x_d') \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_b = \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_4 = \frac{1}{T_R} \quad e \quad \eta_b = \frac{K_R K_e}{T_R} \quad (5.7)$$

Para escrever o sistema em uma estrutura mais conveniente, uma mudança de variável é executada, definindo

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \alpha e + \varepsilon, \quad \alpha = \frac{\eta_5}{\eta_4} = K_R K_e \\ \bar{\eta}_1 &= \eta_1 + \alpha \eta_3, \quad \bar{\eta}_5 = \eta_5 + \alpha \bar{\eta}_1 - \alpha \eta_4, \quad \bar{\eta}_4 = \eta_4 - \alpha \eta_3 \end{aligned} \quad (5.8)$$

E o sistema é agora

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\bar{\varepsilon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\eta}_1 & \eta_3 \\ 0 & 0 & -\bar{\eta}_5 & -\bar{\eta}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \bar{\varepsilon} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g(\sigma) \\ -\alpha \eta_2 g(\sigma) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Uma vez que se assegure que a segunda parcela do segundo membro de (5.3) seja nula, basta verificar o sinal da matriz Q para se concluir sobre o sinal de $\dot{V}(x)$. Se Q é positiva definida, então $\dot{V}(x)$ é definida negativa.

5.2.1.1- Modelo Clássico

Com $K_R = 0$, $T_R = \infty$, $\varepsilon \equiv 0$, $T'_{do} = \infty$ e $e \equiv 0$, em (5.6), permanecem apenas as duas primeiras linhas e colunas, representando o modelo clássico da máquina, e se obtém a conhecida função energia (COLVARA, 1988):

$$V(x) = \frac{1}{2}M\omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau)d\tau \quad (5.10)$$

A função dada na equação (5.10) é positiva definida e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (E_c)

$$E_c = \frac{1}{2}M\omega^2 \quad (5.11)$$

Trata-se da energia armazenada na massa girante do(s) rotor(es) da(s) máquina(s).

- Energia potencial (E_p)

$$E_p = \int_0^\sigma f(\tau)d\tau \quad (5.12)$$

Nessa última, a integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão, ou seja, a energia armazenada no campo magnético das linhas de transmissão e transformadores. Nesse caso, o sistema de transmissão é o único responsável pela barreira de energia potencial a ser vencida para o sistema tornar-se instável.

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

de modo que a taxa de decaimento da energia total do sistema depende unicamente do amortecimento da própria máquina síncrona.

5.2.1.2- Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)

O modelo considerado é dado por (5.6), eliminadas as últimas linha e coluna (correspondente ao RAT) com $K_R = 0$, $T_R = \infty$ e $\varepsilon \equiv 0$. Para esse sistema, a função de Lyapunov obtida é (COLVARA, 1988):

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (5.14)$$

A função (5.14), energia transitória, tem a mesma energia cinética que a função (5.10), mas com a energia potencial dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (5.15)$$

A integral representa a energia potencial, já presente no caso do modelo clássico e agora também afetada pelas variações da tensão interna da máquina. A primeira parcela é devida às variações da tensão interna da máquina com relação ao valor de equilíbrio, significando os efeitos das variações da tensão interna da máquina (do decaimento de fluxo do campo) na energia transitória do sistema. Nota-se que o efeito do campo da máquina síncrona se apresenta como uma alteração da barreira de energia potencial a vencer no caso de o sistema ir para a instabilidade.

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

e expressa, por intermédio do maior decaimento da função energia, o reforço de amortecimento proporcionado pelo decaimento de fluxo no amortecimento das oscilações eletromecânicas, de acordo com resultados já bem conhecidos da literatura sobre estabilidade dinâmica (DEMELLO; CONCÓRDIA, 1969; KUNDUR, 1994; ANDERSON; FOUAD, 2000).

5.2.1.3- Modelo com Decaimento de Fluxo e Regulador Automático de Tensão (RAT)

O modelo considerado é dado por (5.9), e a função desenvolvida é apresentada a seguir:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^{\sigma} f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\bar{\eta}_1}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} p_4 \bar{e}^2 \quad (5.17)$$

em que

$$p_4 = \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} = \frac{1}{(x_d - x'_d) K_R K_e} \quad (5.18)$$

Os termos da função (5.17) são:

- Energia cinética (E_c)

$$E_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.19)$$

- Energia potencial (E_p)

$$E_p = \int_0^{\sigma} f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\bar{\eta}_1}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} p_4 \bar{e}^2 \quad (5.20)$$

A inclusão dos efeitos do RAT, além daqueles que se manifestam nas variações mais acentuadas da tensão interna, corresponde à parcela dada a seguir:

$$E_{RAT} = \frac{1}{2} p_4 \bar{e}^2 \quad (5.21)$$

O efeito da ação do RAT na energia potencial do sistema está expresso no coeficiente p_4 e em $\bar{\eta}_1 = \eta_1 + \alpha \eta_3$; com $\alpha = \frac{\eta_5}{\eta_4} = K_R K_e$ em adição aos efeitos da dinâmica própria do campo.

Nota-se que o RAT adiciona mais uma parcela à energia potencial, proporcionada pelo campo, expressa pela parcela em e^2 , dependente do ganho do regulador. Com RAT de alto ganho, significa uma elevação substancial na barreira de energia potencial a ser vencida pelo sistema para ir à instabilidade.

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{\eta_3}{\eta_2} \frac{\eta_4^2}{\eta_5} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

5.2.1.4- Modelo com Decaimento de Fluxo e Regulador de Velocidade (RV)

Trata-se aqui do sistema MBI com a máquina descrita pelo modelo de dois eixos e RV (COLVARA, 1995). Sendo as variáveis de estado definidas por:

(P_m, y_l) = regulador de velocidade (variável de estado)

$(\omega, \sigma, e_d, e_q)$ = máquina síncrona (variável de estado)

(e_q, ε) = laço de regulação de tensão (variável de estado)

O sistema fica dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_m \\ \dot{y}_l \\ \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e}_d \\ \dot{e}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_M} + \frac{\alpha}{a} & -\frac{1}{T_M} & -\frac{a}{T_M} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha^2 T_M}{a^2} - \frac{\alpha}{a} & -\frac{\alpha}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 & -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_{ld} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_{lq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_m \\ y_l \\ \omega \\ f(\sigma, e_d, e_q) \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \eta_{2d}h(\sigma) \\ -\eta_{2q}g(\sigma) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

com

$$\eta_{lq} = \frac{x_e + x_d}{x_e + x_d'} \frac{1}{T_{d0}}, \quad \eta_{ld} = \frac{x_e + x_q}{x_e + x_q'} \frac{1}{T_{q0}}, \quad \eta_{2q} = \frac{x_d - x_d'}{x_e + x_d'} \frac{1}{T_{d0}}, \quad \eta_{2d} = \frac{x_q - x_q'}{x_e + x_q'} \frac{1}{T_{q0}} \quad (5.24)$$

Considerando uma matriz $P = \text{diag}[p_i]$, obtém-se (COLVARA, 1995)

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2a} P_m^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha(1 - \frac{\alpha}{T_m})} \bar{y}_1^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e_d, e_q) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{ld}}{\eta_{2d}} e_d^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_{lq}}{\eta_{2q}} e_q^2 \quad (5.25)$$

com

$$Q = \begin{bmatrix} 2 \frac{a - \alpha T_M}{a^2} & \frac{2}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{a} & 2 \frac{1}{a - \alpha T_M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \frac{\eta_{1d}^2}{\eta_{2d}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\eta_{10} \frac{\eta_{1q}}{\eta_{2q}} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

A função dada por (5.25) é a energia transitória do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio estável, considerando a ação do regulador de velocidade.

Nota-se o efeito do regulador de velocidade na Energia potencial (E_p):

$$E_p = \frac{1T_m}{2a} P_m^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha(1 - \frac{\alpha}{a} T_m)} \bar{y}_1^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e_d, e_q) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1d}}{\eta_{2d}} e_d^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1q}}{\eta_{2q}} e_q^2 \quad (5.27)$$

Ainda, dentro da E_p , observa-se que, tratando-se de máquina de rotor liso ($\eta_{1d} = \eta_{1q}$ e $\eta_{2d} = \eta_{2q}$), têm-se que o termo dependente da tensão interna é idêntico ao termo obtido para o modelo de 1 eixos.

5.2.1.5- Modelo com Inclusão de Dispositivos FACTS

5.2.1.5.1- Função de Lyapunov para o Sistema MBI com Compensador Série Controlado (CSC)

O sistema tratado (COLVARA, 1999) é apresentado em diagrama unifilar na figura 5.1.

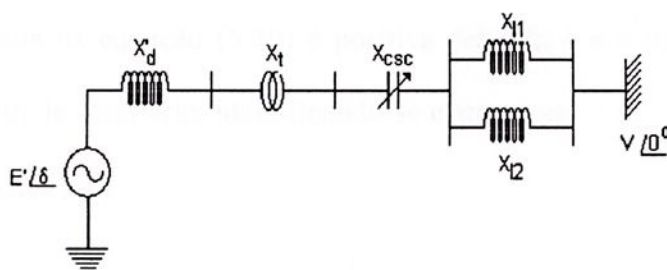


Figura 5.1 – Sistema Máquina x Barra Infinita com a presença do CSC.

O modelo do sistema MBI, incluindo o RAT reduzido, com a presença dinâmica do CSC e com uma mudança de variáveis, é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{x}_{csc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & -\frac{K_{xp\,csc}}{M} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -\eta_{10} & a_{34} \\ \frac{K_c}{T_{csc}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{csc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f_1(\sigma, e) \\ e \\ x_{csc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g_1(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

em que

$$\eta_1 = \left(\frac{X_e - X_{csc}^0 + X_d}{X_e - X_{csc}^0 + X_d} \right) \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_2 = \frac{(X_d + X_d')}{T_{do}}, \quad \eta_3 = \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_{10} = \eta_1 + \eta_3 K_R K_e \quad (5.29)$$

$$a_{31} = K_R K_f \eta_3 D, \quad a_{34} = -\eta_2 K_{xi\,csc} + \eta_3 K_R (K_{xp\,csc} K_f - K_{xv\,csc})$$

A função de Lyapunov (COLVARA, 1999) para a estabilidade da origem é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{xp\,csc}}{k_c} x_{csc}^2 \quad (5.30)$$

com

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & -K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 0 & 2 \frac{\eta_{10}^2}{\eta_2} & -a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} \\ 0 & 0 & -a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 2 \frac{K_{xp\ csc}}{K_c} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

A função dada na equação (5.30) é positiva definida e é a energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (E_c)

$$E_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.32)$$

- Energia potencial (E_p)

$$E_p = \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{xp\ csc}}{k_c} x_{csc}^2 \quad (5.33)$$

Nessa última, pode-se ainda destacar cada uma das parcelas. A integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão; a segunda parcela é inteiramente devida ao laço eletromagnético: a variável e é a tensão interna da máquina, e o coeficiente depende exclusivamente de parâmetros do campo e do RAT, como no caso descrito no item 5.2.1.3; e, finalmente, a terceira e última parcela depende unicamente – tanto coeficiente como variável – do compensador série controlado (CSC). Essas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina, e, nesse caso, destaca-se a atuação do TCSC, que adiciona uma parcela à barreira de energia potencial do sistema, aumentando a necessidade de energia para o sistema ir à instabilidade, consequência do reforço de torque sincronizante, proporcionado pelo dispositivo de compensação.

Quanto à matriz Q , é semi-definida positiva para valores usuais dos parâmetros especialmente considerados pontos de operação estáveis. Visando isolar, para análise, os

efeitos do TCSC sobre as oscilações eletromecânicas, eliminam-se da representação do sistema a presença do RAT e do campo da máquina: então a energia potencial fica dada por

$$E_p(\sigma, x_{\text{csc}}) = \int_0^{\sigma} f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} T_{\text{csc}} \frac{K_{xp\text{csc}}}{k_c} x_{\text{csc}}^2 \quad (5.34)$$

em que permanece como antes a contribuição do TCSC à energia potencial e ao torque restaurativo.

A matriz Q , agora é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \frac{K_{xp\text{csc}}}{K_c} \end{bmatrix}, \quad (5.35)$$

evidenciando a contribuição do TCSC ao decaimento da energia total do sistema e, portanto, ao amortecimento das oscilações eletromecânicas. Se, adicionalmente, considerar-se que o TCSC atua instantaneamente ($T_{\text{csc}}=0$), então

$$E_p(\sigma) = \int_0^{\sigma} f(\tau, e) d\tau \quad (5.36)$$

como no caso de modelo clássico sem FACTS, ou seja, a presença do TCSC não implica em qualquer alteração da barreira de energia potencial. Sua atuação ocorre exclusivamente no amortecimento das oscilações eletromecânicas. De fato, a matriz

$$Q = \begin{bmatrix} 2(D + K_c K_{xp\text{csc}}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

expressa a influência do TCSC no decaimento da energia total do sistema, ou seja, no amortecimento das oscilações eletromecânicas. Nota-se que essa influência depende diretamente do valor do ganho do TCSC.

e a função de Lyapunov (FESTRAITS, 2002) para o sistema (5.38) é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f_3(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_9}{\eta_2} e^2 \quad (5.42)$$

A função dada na equação (5.42) é positiva definida em uma região que contém o ponto de equilíbrio estável e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (E_c)

$$E_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.43)$$

- Energia potencial (E_p)

$$E_p = \int_0^\sigma f_3(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_9}{\eta_2} e^2 \quad (5.44.)$$

Nessa última, pode-se ainda destacar cada uma das parcelas. A integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão, enquanto que a segunda parcela é devida ao laço eletromagnético e ao SVC: a variável e é a tensão interna da máquina, e o coeficiente depende de parâmetros do campo, do RAT e do SVC. Essas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido, restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina. A atuação do SVC fornece grande contribuição ao amortecimento das oscilações, como evidenciado pela expressão (5.41) da matriz Q .

Uma das formas de análise de estabilidade transitória de Sistemas de Energias Elétrica (SEE) é através do método da Região de Sincronização Positiva (RSP), que utiliza o conceito da FL, utilizando a energia do sistema, considerando a energia potencial como auxiliar no processo, e conclui a análise, observando (monitorando) a evolução da trajetória pós-falta do sistema em relação às fronteiras da RSP.

O princípio básico do método consiste em verificar se a trajetória do sistema abandona a RSP (concluindo pela instabilidade) ou não (concluindo pela estabilidade).

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos no estudo do sistema MBI desde o modelo clássico até os modelos com a inclusão de dispositivos FACTS. Apresentando:

- o comportamento dinâmico do sistema MBI, em que é estudada a validade dos modelos obtidos, bem como da capacidade de sincronização e amortecimento das oscilações de cada modelo do sistema. Para avaliar o comportamento dinâmico do sistema MBI, simulou-se o sistema com uma falta do tipo curto-circuito, eliminada no tempo de chaveamento $t_{ch}=0,1s$; e

- o comportamento transitório do sistema MBI, baseado na função Potencial do sistema e no comportamento da trajetória pós-falta do sistema com relação à “Região de Sincronização Positiva”, onde, a função potencial é mostrada graficamente em termos de suas curvas de nível. A função potencial possui extremos que são identificados pela nulidade do gradiente da função de Lyapunov (FL), ou seja, $\nabla V(x) = P\Phi(x) + \Psi(x) = 0$.

Nota-se que $\nabla V(x) = 0$ reproduz as equações dos pontos de equilíbrio do sistema.

As simulações foram realizadas utilizando-se o programa Simulink versão 6.1 (toolbox do Matlab®).

6.1- Modelo Clássico

Na Figura 6.1, apresenta-se a variação do ângulo (δ) da máquina, mostrando o comportamento dinâmico do sistema MBI, e que, em 20 segundos, a amplitude de δ reduz-se substancialmente.

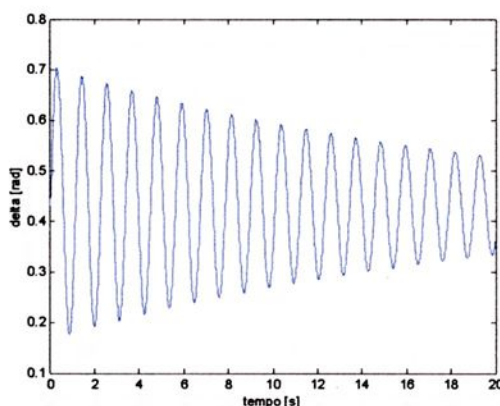


Figura 6.1 – Curva de Oscilação (δ) do Sistema MBI com Modelo Clássico

A energia potencial, dada pela equação (5.12), é mostrada graficamente na Figura 6.2.

A função potencial possui extremos que são identificados pela nulidade de sua derivada como mostrado a seguir:

$$\frac{\partial E_p(\sigma)}{\partial \sigma} = [p_2 f(\sigma)] + [0] = [f(\sigma)] = 0 \quad (6.1)$$

sendo

$$p_2 = 1 \quad (6.2)$$

Nota-se que 6.1 reproduz a equação do ponto de equilíbrio do sistema, ou seja, $f(\sigma) = 0$. A última evidência que os pontos de equilíbrio são extremos locais da energia potencial (E_p), com a origem sendo um mínimo, e os outros, máximos.

O valor da energia potencial, no ponto de equilíbrio instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p = 1,6516$ [pu].

A energia potencial depende exclusivamente de σ , e o sistema depende exclusivamente do laço eletromecânico, em que se verifica o comportamento das trajetórias pós-falta, notando que, com tempo de chaveamento $t_{ch} = 0,3927$ s, a trajetória pós-falta do sistema não alcança o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável em primeira oscilação. No caso de $t_{ch} = 0,3928$ s, a trajetória pós-falta ultrapassa o ponto de equilíbrio instável, abandonando a RSP, ou seja, o sistema MBI é instável em primeira oscilação.

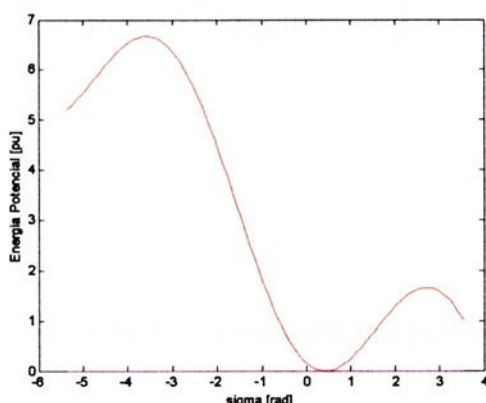


Figura 6.2 – Curva de Energia Potencial vs. Ângulo do Modelo Clássico.

6.2- Modelo com Decaimento de Fluxo

O decaimento de fluxo acentua o amortecimento das oscilações eletromecânicas, conforme nota-se na figura seguinte.

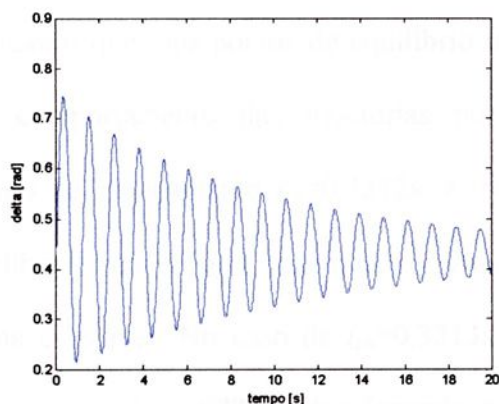


Figura 6.3 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com DF

A função dada pela equação (5.15) pode ser mostrada, graficamente, em termos de suas curvas de nível. A função potencial possui extremos que são identificados pela nulidade do gradiente da FL, como mostrado a seguir:

$$\nabla E_p(x) = \begin{bmatrix} p_2 f(\sigma, e) \\ p_3 e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 g(\sigma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\sigma, e) \\ \frac{\eta_1}{\eta_2} e + g(\sigma) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.3)$$

sendo

$$p_3 = \frac{\eta_1}{\eta_2} \quad (6.4)$$

Nota-se que $\nabla E_p(x) = 0$ reproduz as equações dos pontos de equilíbrio do sistema, ou seja, $f(\sigma) = 0$ e $\eta_1 e + \eta_2 g(\sigma) = 0$. As duas últimas evidenciam que os pontos de equilíbrio são extremos locais da energia potencial (E_p), com a origem sendo um mínimo, e os outros, mini-max.

Traçando as curvas (equipotenciais) de nível da E_p , no plano $\sigma \times e$, obtém-se a Figura 6.4, apresentada a seguir. Nota-se que o valor da energia potencial no ponto de equilíbrio

instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p = 0,4480$ [pu], e, que o coeficiente de e^2 representa a contribuição da própria máquina, ou seja, p_3 depende exclusivamente de parâmetros da máquina e do sistema de transmissão.

Pode-se observar na Figura 6.4 que, no ponto de equilíbrio estável (Centro), a função apresenta um mínimo, enquanto que, nos pontos de equilíbrio instável (Sela), apresenta um mini-max. Verifica-se o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP, observando que, com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,3312s$, a trajetória pós-falta do sistema aproxima do ponto de equilíbrio instável (pei), porém não cruza a CTN, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch}=0,3313s$, a trajetória pós-falta passa próximo ao pei, nesse caso, cruzando a CTN e abandonando a RSP, o que significa que o sistema MBI é instável em primeira oscilação.

O decaimento de fluxo introduz amortecimento ao sistema e, como decorrência, tem-se um decaimento da energia do sistema. Por outro lado, nota-se que a energia potencial do sistema é devida não exclusivamente ao laço eletromecânico, mas também ao laço eletromagnético, por meio da variável e .

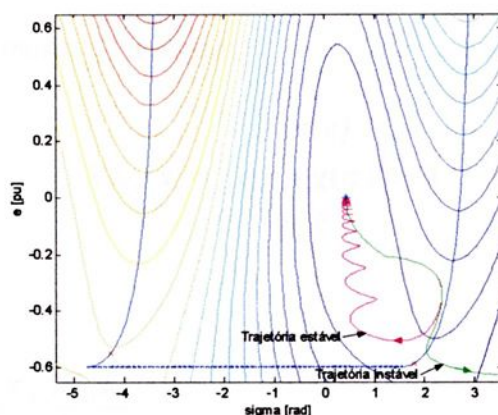


Figura 6.4 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com DF

6.3- Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

Na Figura 6.5, apresenta-se a variação do ângulo (δ) da máquina, que, em 20 segundos, a amplitude de δ reduz-se substancialmente.

Esse sistema proporcionou um aumento significativo em relação aos sistemas anteriores, no amortecimento das oscilações eletromecânicas, conforme podemos notar na figura 6.5.

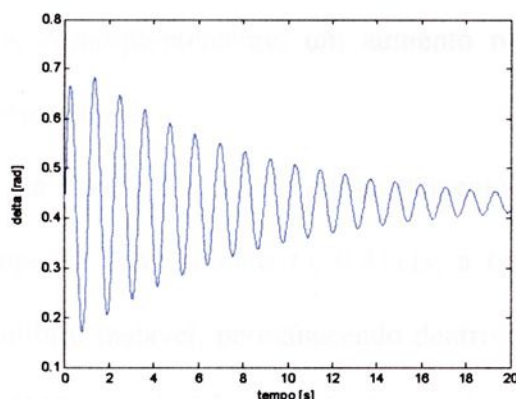


Figura 6.5 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com DF e RAT

A função dada pela equação (5.20) pode ser mostrada, graficamente, em termos de suas curvas de nível. A função potencial possui extremos que são identificados pela nulidade do gradiente da FL, como mostrado a seguir:

$$\nabla E_p(x) = \begin{bmatrix} f(\sigma, e) \\ p_3 e + g(\sigma) \\ p_4 \bar{e} \end{bmatrix} = 0 \quad (6.5)$$

em que

$$p_3 = \frac{\bar{\eta}_1}{\eta_2} = \frac{x_e + x_d + (x_e + x'_d)K_R K_e}{(x_d - x'_d)(x_e + x'_d)} \quad (6.6)$$

$$p_4 = \frac{\eta_3}{\bar{\eta}_5} p_3 = \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} = \frac{1}{(x_d - x'_d)K_R K_e}$$

Nota-se que $\nabla E_p(x) = 0$ reproduz as equações dos pontos de equilíbrio do sistema, ou seja, $f(\sigma, e) = 0$, $p_3 e + g(\sigma) = 0$ e $p_4 \bar{e} = 0$. As três últimas evidenciam que os pontos de

equilíbrio são extremos locais da energia potencial (E_p), com a origem sendo um mínimo, e os outros, mini-max.

Traçando as curvas (equipotenciais) de nível da E_p , no plano $\sigma \times e$, obtém-se a Figura 6.6, apresentada a seguir. Note-se que o valor da energia potencial no ponto de equilíbrio instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p = 1,5009$ [pu].

Esse modelo proporcionou um aumento significativo na energia potencial, ou seja, uma elevação nos extremos da energia potencial que coincidem com as posições dos pontos de equilíbrio instáveis, e, conseqüentemente, um aumento na depressão energética, que contém o ponto de equilíbrio estável.

Pode-se observar, na Figura 6.6, que o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP. Com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,4111$ s, a trajetória pós-falta do sistema tangencia o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch}=0,4112$ s, a trajetória pós-falta tangencia o ponto de equilíbrio instável, porém cruzando a CTN, ou seja, abandonando a RSP, com comportamento instável em primeira oscilação.

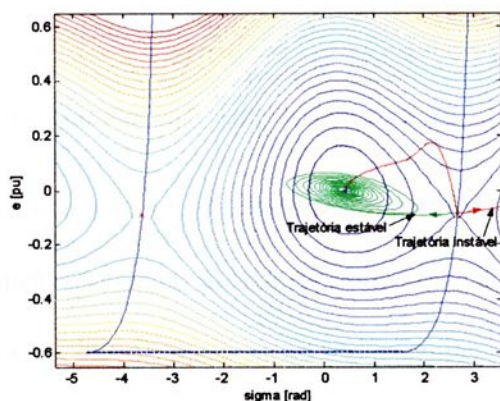


Figura 6.6 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com DF e RAT

6.4- Modelo com Inclusão de Dispositivos FACTS

6.4.1- Modelo com Compensador Série Controlado (CSC) e RAT

Para fins de análise da influência do CSC no sistema, considerou-se o seu comportamento dinâmico ($X_{csc}=x_{csc}+X_{csc}^0$), a reatância total do CSC, a qual é composta por uma parcela equivalente ao ponto de equilíbrio (X_{csc}^0) e uma equivalente à variação em torno desse ponto (x_{csc}).

Na Figura 6.7, apresenta-se a variação do ângulo (δ) da máquina, e com a inclusão de dispositivo FACTS (CSC), nota-se que o estado de equilíbrio é alcançado antes de 8s.

O modelo é empregado para K_c relativamente pequeno ($K_c=0,05$). O resultado pode-se notar nas Figuras 6.7 e 6.8, em que o amortecimento das oscilações eletromecânicas foi acentuado.

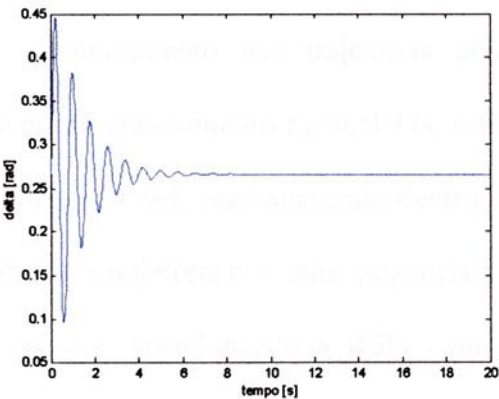


Figura 6.7– Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$), DF e RAT

A função dada pela equação (5.33) pode ser mostrada, graficamente, em termos de suas curvas de nível. A função potencial possui extremos que são identificados pela nulidade do gradiente da FL (FESTRAITS, 2002), como mostrado a seguir:

$$\nabla E_p(x) = \begin{bmatrix} p_2 f_1(\sigma, e) \\ p_3 e \\ p_4 x_{csc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 g(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\sigma, e) \\ \frac{\eta_{10}}{\eta_2} e + g_1(\sigma) \\ p_4 x_{csc} \end{bmatrix} = 0 \tag{6.7}$$

em que

$$\begin{aligned}
 p_3 &= \frac{\eta_{10}}{\eta_2} \\
 p_4 &= T_{\text{csc}} \frac{K_{xp\text{csc}}}{K_c}
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

Nota-se que $\nabla E_p(x) = 0$ reproduz as equações dos pontos de equilíbrio do sistema, ou seja, $f_1(\sigma, e) = 0$, $\eta_{10}e + \eta_2 g_1(\sigma) = 0$ e $x_{\text{csc}} = 0$. As três últimas evidenciam que os pontos de equilíbrio são extremos locais da energia potencial (E_p), com a origem sendo um mínimo, e os outros, mini-max.

Traçando as curvas (equipotenciais) de nível da E_p , no plano $\sigma \times e$, obtém-se a Figura 6.8, apresentada a seguir. Note-se que o valor da energia potencial no ponto de equilíbrio instável do 1º quadrante do ângulo, para este caso, é $E_p = 3,2578$ [pu].

Pode-se observar na Figura 6.8 que, no ponto de equilíbrio estável (Centro), a função apresenta um mínimo, enquanto que nos pontos de equilíbrio instável (Sela) apresenta um mini-max. Verifica-se o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP, apresentando que, com tempo de chaveamento $t_{ch} = 0,5047\text{s}$, a trajetória pós-falta do sistema tangencia o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch} = 0,5048\text{s}$, a trajetória pós-falta tangencia o ponto de equilíbrio instável, porém cruzando a CTN, ou seja, abandonando a RSP, com comportamento instável em primeira oscilação.

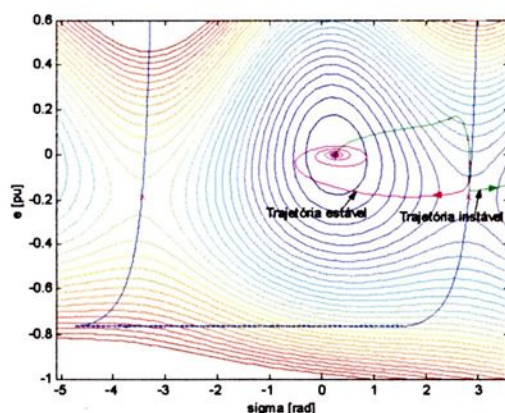


Figura 6.8 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com CSC ($K_c = 0,05$), DF e RAT

Para fins de análise do desempenho do CSC no sistema, considerou-se um valor maior para o ganho do TCSC, ou seja, para $K_c=0,2$.

Na Figura 6.9, apresenta-se a variação do ângulo (δ) da máquina. O modelo apresentou um acentuado amortecimento nas oscilações eletromecânicas.

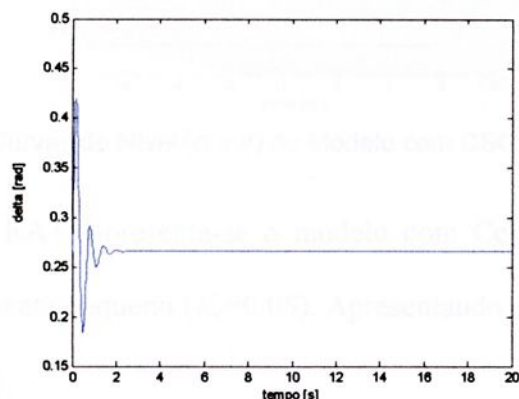


Figura 6.9 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$), DF e RAT

Traçando as curvas de nível da E_p , no plano $\sigma x e$, obtém-se a Figura 6.10, apresentada a seguir. Note-se que o valor da energia potencial, no ponto de equilíbrio instável do 1º quadrante, para este caso, é $E_p=3,2578$ [pu].

Pode-se observar, na Figura 6.10, o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP. Com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,5550s$, a trajetória pós-falta do sistema tangencia o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch}=0,5551s$, a trajetória pós-falta tangencia o ponto de equilíbrio instável, porém cruzando a CTN, ou seja, abandonando a RSP, com comportamento instável em primeira oscilação.

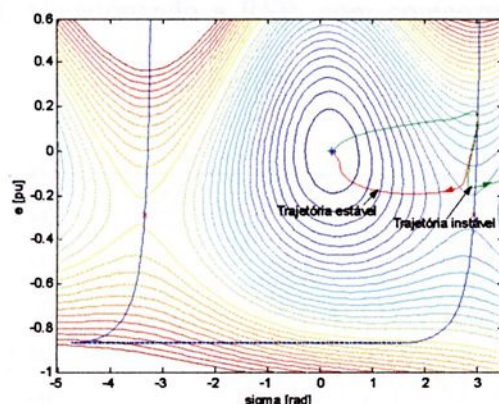


Figura 6.10 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$), DF e RAT

Sem atuação do RAT, apresenta-se o modelo com Compensador Série Controlado (CSC) para K_c , relativamente pequeno ($K_c=0,05$). Apresentando a seguinte curva de oscilação (tempo δ) na Figura 6.11.

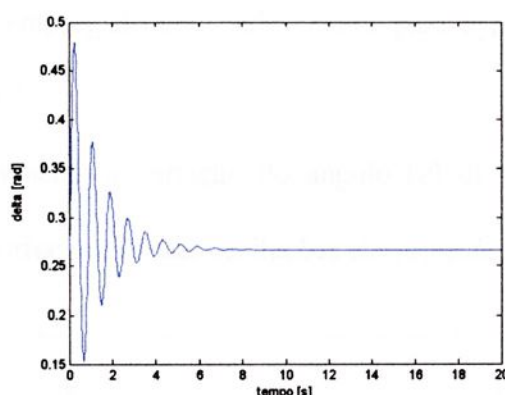


Figura 6.11 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$) e DF

Comparando-se a Figura 6.11 com o modelo clássico (Figura 6.1), nota-se a grande capacidade de amortecimento do laço eletromecânico introduzido pelo dispositivo FACTS (CSC).

O valor da energia potencial, no ponto de equilíbrio instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p=1,0470$ [pu].

Verifica-se na Figura 6.12 o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP. Com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,4527s$, a trajetória pós-falta do sistema tangencia o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch}=0,4528s$, a trajetória pós-falta tangencia o ponto de equilíbrio instável, porém

cruzando a CTN, ou seja, abandonando a RSP, com comportamento instável em primeira oscilação.

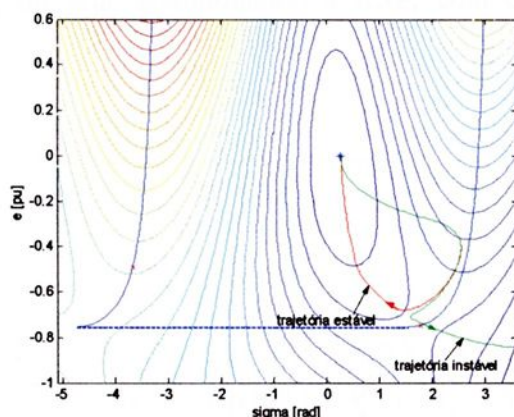


Figura 6.12 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com CSC ($K_c=0,05$) e DF

Novamente, sem atuação do RAT, apresenta-se o modelo com Compensador Série Controlado (CSC) agora empregado com valor maior para o ganho do dispositivo FACTS (CSC), ou seja, para $K_c=0,2$.

A Figura 6.13 apresenta a variação do ângulo (δ) da máquina, em que o modelo ganhou um acentuado amortecimento nas oscilações eletromecânicas.

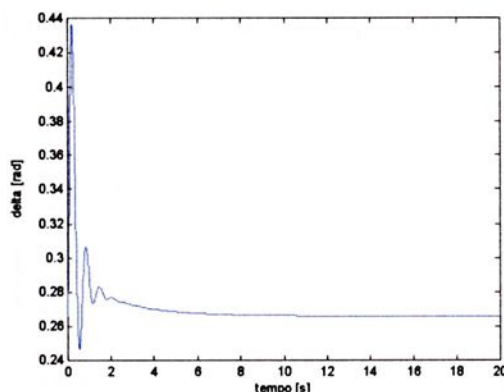


Figura 6.13 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com CSC ($K_c=0,2$) e DF

O valor da energia potencial, no ponto de equilíbrio instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p=1,0470$ [pu].

Pode-se observar, na Figura 6.14, o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP. Com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,5173s$, a trajetória pós-falta do sistema

$$\nabla E_p(x) = \begin{bmatrix} p_2 f_3(\sigma, e) \\ p_3 e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 g_3(\sigma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_3(\sigma, e) \\ \frac{\eta_9}{\eta_2} e + g_3(\sigma) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.9)$$

sendo

$$p_3 = \frac{\eta_9}{\eta_2} \quad (6.10)$$

Nota-se que $\nabla E_p(x) = 0$ reproduz as equações dos pontos de equilíbrio do sistema, ou seja, $f_3(\sigma, e) = 0$, e $\eta_9 e + \eta_2 g_3(\sigma) = 0$. As duas últimas evidenciam que os pontos de equilíbrio são extremos locais da energia potencial (E_p), com a origem sendo um mínimo, e os outros, mini-max.

Traçando as curvas (equipotenciais) de nível da E_p , no plano $\sigma \times e$, obtém-se a Figura 6.16, apresentada a seguir. Note-se que o valor da energia potencial no ponto de equilíbrio instável do 1º quadrante, para este caso, é $E_p = 1,9040$ [pu].

Pode-se observar, na Figura 6.16, que no ponto de equilíbrio estável (Centro), a função apresenta um mínimo, enquanto que nos pontos de equilíbrio instável (Sela) apresenta um mini-max. Verifica-se o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP, notando que, com tempo de chaveamento $t_{ch} = 0,4509$ s, a trajetória pós-falta do sistema permanece dentro da RSP, mostrando, dessa forma, que o sistema é estável em primeira oscilação. No caso de $t_{ch} = 0,4510$ s, a trajetória pós-falta abandona a RSP, indicando que o sistema MBI é instável em primeira oscilação.

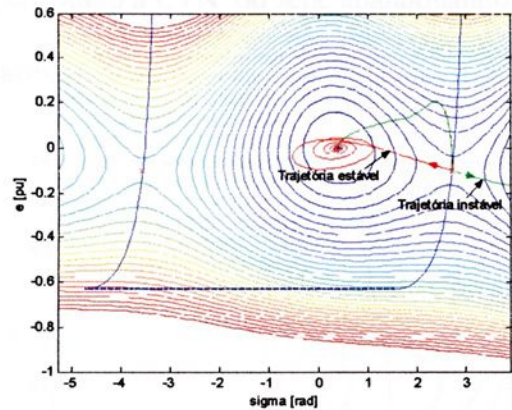


Figura 6.16 – Curvas de Nível ($\sigma \times e$) do Modelo com SVC, DF e RAT

Sem atuação do RAT, o modelo com Compensador Estático de Reativos (SVC), mostrado na Figura 6.17, apresenta a seguinte curva de oscilação (δ).

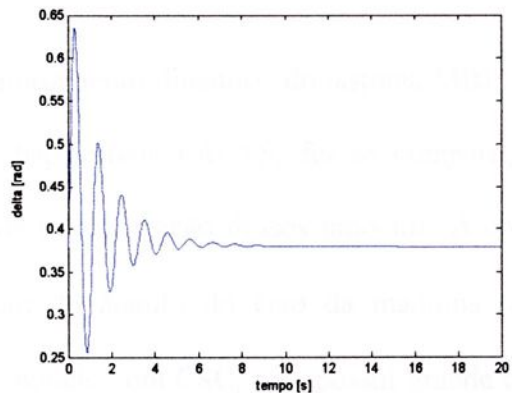


Figura 6.17 – Curva de Oscilação (δ) do Modelo com SVC e DF

Comparando-se a Figura 6.17 com a Figura 6.11 (curva de oscilação do modelo com CSC e DF), verifica-se uma capacidade de sincronização um pouco menor, e uma capacidade de amortecimento das oscilações tão acentuada quanto ao do CSC.

O valor da energia potencial, no ponto de equilíbrio instável de menor energia, ou seja, a energia potencial crítica é $E_p=0,5535$ [pu].

Pode-se observar na Figura 6.18, que o comportamento das trajetórias pós-falta em relação à RSP, apresentando que, com tempo de chaveamento $t_{ch}=0,3864$ s, a trajetória pós-falta do sistema tangencia o ponto de equilíbrio instável, permanecendo dentro da RSP, ou seja, o sistema é estável. No caso de $t_{ch}=0,3865$ s, a trajetória, pós-falta tangencia o ponto de

equilíbrio instável, porém cruzando a CTN, ou seja, abandonando a RSP, com comportamento instável em primeira oscilação.

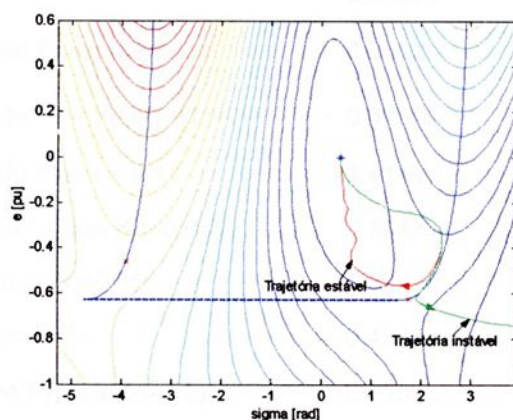


Figura 6.18 – Curvas de Nível($\sigma \times e$) do Modelo com SVC e DF

Resultados:

- no estudo do comportamento dinâmico do sistema MBI, desde o modelo clássico até os modelos com dispositivos FACTS, fez-se comparações entre a capacidade de amortecimento e de sincronização desses modelos. A comparação dá-se através das curvas de oscilação do ângulo do eixo da máquina (δ). O modelo com melhor desempenho foi o modelo com CSC, pois possui grande capacidade de sincronização, ou seja, mostrando ter uma maior frequência de oscilação que os outros modelos, especialmente para o ganho maior ($K_c=0,2$); e também de amortecimento das oscilações eletromecânicas. No caso do dispositivo SVC, se comparado com a atuação do CSC, verifica-se uma capacidade de sincronização um pouco menor, e uma capacidade de amortecimento das oscilações tão acentuada quanto ao do CSC; e
- no estudo do comportamento transitório do sistema MBI desde o modelo clássico até os modelos com dispositivos FACTS, fez-se uma comparação entre os tempos críticos de chaveamento (t_{ch}), determinados com as simulações e as energias potenciais críticas, calculadas no ponto de equilíbrio instável de menor energia (pei), conforme apresentado na Tabela 6.1 abaixo.

Tabela 6.1 – Tempos críticos de chaveamento e a energia potencial crítica

Modelo do Sistema MBI	Tempo Crítico (t_{ch})	Energia Potencial Crítica (E_{cr})
Modelo Clássico	0,3927s	1,6537 [pu]
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)	0,3312s	0,4480 [pu]
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF) e $D=0$	0,3256s	0,4480 [pu]
Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT	0,4111s	1,5009 [pu]
Modelo com CSC, DF e RAT (para $K_c=0.05$)	0,5047s	3,2578 [pu]
Modelo com CSC e DF (para $K_c=0.05$)	0,4527s	1,0470 [pu]
Modelo com CSC (para $K_c=0.05$)	0,4948s	3,7790 [pu]
Modelo com CSC, DF e RAT (para $K_c=0.2$)	0,5550s	3,2578 [pu]
Modelo com CSC e DF (para $K_c=0.2$)	0,5173s	1,0470 [pu]
Modelo com CSC (para $K_c=0.2$)	0,5515s	3,7790 [pu]
Modelo com CSF, DF e RAT	0,4843s	3,2578 [pu]
Modelo com CSF e DF	0,4213s	1,0470 [pu]
Modelo com CSF	0,4716s	3,7790 [pu]
Modelo com SVC, DF e RAT	0,4509s	1,9040 [pu]
Modelo com SVC e DF	0,3864s	0,5535 [pu]
Modelo com SVC	0,4347s	2,1033 [pu]

* CSF: Compensação Série Fixa (atuação estática do CSC).

Nota-se no comportamento transitório do sistema MBI, que com a introdução do decaimento de fluxo (DF) no sistema, acontece uma diminuição no tempo crítico do sistema (pior tempo crítico), isso devido à diminuição da barreira de energia potencial do sistema, conforme pode-se notar na Figura 6.4. Mas, ao mesmo tempo, o DF contribui para o amortecimento das oscilações eletromecânicas (Figura 6.3), isso devido ao aumento da energia dissipada do sistema, conforme será analisado no próximo capítulo. Pode-se notar que, no Modelo com DF, o tempo crítico é 0,3312s, e, com a anulação do termo de amortecimento próprio da máquina ($D=0$), há uma diminuição do tempo crítico (0,3256s), a energia potencial crítica permanece a mesma. Portanto, o amortecimento das oscilações eletromecânicas é responsável pela perda de energia durante o movimento do sistema, e essa

por sua vez ocasiona o melhoramento do tempo crítico, embora a barreira de energia potencial permanece a mesma.

Já o regulador automático de tensão (RAT) atua no sentido oposto ao decaimento de fluxo (especialmente quando são consideradas faltas do tipo curto-circuito) e, com alto valor de ganho (K_R) e baixo valor de constante de tempo (T_R), pode superar o efeito do decaimento de fluxo com conseqüências positivas para a estabilidade, pela via do reforço do torque sincronizante com conseqüente elevação da energia potencial (Figura 6.6). Nesse caso, a E_{cr} não é maior do que a do modelo clássico. O RAT contribui para o amortecimento das oscilações eletromecânicas, ou seja, introduzindo um aumento da dissipação de energia, acarretando na perda da energia na trajetória do sistema, e, conseqüentemente, um melhoramento do tempo crítico. Já com o aumento da energia potencial do sistema há uma modificação na fronteira da região de estabilidade.

Com a introdução de dispositivos FACTS ao sistema, há um melhoramento significativo no tempo crítico do sistema, isso devido à perda da energia na trajetória do sistema. Embora o sistema com a perturbação tivesse uma oscilação bem grande, comparada às anteriores, ganhou mais amortecimento, tornou-se mais robusto, pois teve um aumento na dissipação de sua energia transitória. O melhor desempenho é para o modelo do sistema com CSC, DF e RAT, especialmente para ganho maior ($K_c=0.2$), pois, a atuação do TCSC ocorre exclusivamente no amortecimento das oscilações eletromecânicas. Nota-se que essa influência depende diretamente do valor do ganho (Figura 6.11 e Figura 6.13). No entanto, não acontece o mesmo com a energia potencial crítica, por não depender da atuação dinâmica do CSC. Por isso, a energia potencial crítica se manteve igual para atuação dinâmica e estática.

No caso do dispositivo SVC, apresenta uma capacidade de amortecimento das oscilações tão acentuada quanto ao do CSC e um melhoramento no tempo crítico do sistema,

embora não seja com o mesmo desempenho que ao do CSC, isso devido à perda da energia na trajetória do sistema ser um pouco inferior ao modelo com CSC. Para comprovar essa idéia basta comparar o amortecimento das oscilações eletromecânicas (Figura 6.13 e Figura 6.17). Além disso, a energia potencial crítica E_{cr} do modelo, só com CSC, é bem maior do que o modelo só com SVC, pois o aumento das parcelas de energia potencial do sistema com CSC é superior, isso devido ao fato do torque de sincronização ser maior.



7 Estimativas para o Decaimento da FL

7.1- Energia Dissipada

Existem diversas formulações (PAI, 1981) para a Função de Lyapunov, considerando o SEE formulado com as máquinas, descritas pelo modelo clássico, e, desde que se desconsidere o termo de amortecimento próprio das máquinas, a FL apresenta-se constante no tempo.

Para avaliar o comportamento dinâmico do sistema MBI, simulou-se o sistema com uma falta do tipo curto-circuito eliminado no tempo de chaveamento $t_{ch}=0,3s$, desde o modelo clássico até os modelos com a inclusão de dispositivos FACTS. É apresentado na sequência, o comportamento das curvas de oscilações (δ, ω) , energia cinética, energia potencial, energia cinética + potencial (FL), energia dissipada e energia total do sistema.

A Figura 7.1 apresenta o comportamento das curvas de oscilações (δ, ω) para o sistema conservativo.

A Figura 7.2 é uma apresentação da energia total do sistema, decomposta em energia cinética e potencial para o sistema sem perdas, ou seja, com $D=0$, o que significa a matriz Q

(5.13) nula, de modo que a taxa de decaimento da energia total do sistema é nula. De fato, a energia total do sistema se conserva, ocorrendo trocas entre as formas potencial e cinética.

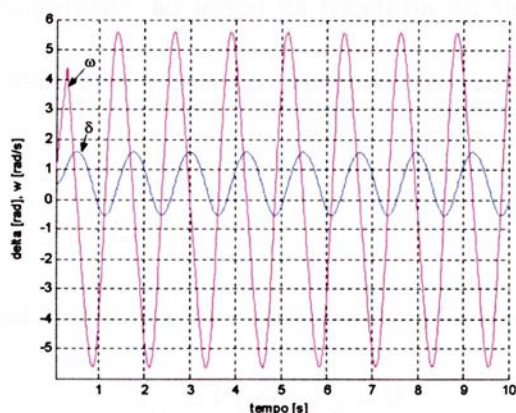


Figura 7.1 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI Conservativo para o Modelo Clássico

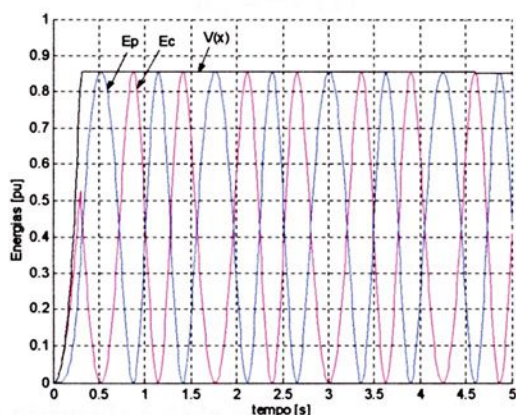


Figura 7.2 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p) e Total ($V(x)$) do Sistema MBI Conservativo para o Modelo Clássico

Ao se adicionar ao modelo representativo do sistema outras dinâmicas, além da mecânica, introduz-se não-conservatividades, e, retratando essa realidade, a FL passa a ter um comportamento de decaimento no tempo (nos casos de movimento estável), podendo esse decaimento ser bastante acentuado. Nota-se que os termos de energia cinética e potencial continuam a existir, preservando a forma e significado, enquanto que outros termos passam a integrar aditivamente a energia do sistema, alguns – a grande maioria – com clara qualificação de energia potencial. Por outro lado, supõe-se que as outras parcelas, seja a energia cinética ou as que “desaparecem”, ou, mais apropriadamente, dissipam-se ao longo da trajetória do

sistema, relacionando-se mais (se não exclusivamente) com a trajetória do que com a região de estabilidade, e é pelo efeito da dissipação que influenciam o desempenho do sistema.

A energia que “desaparece”, ao longo da trajetória do sistema, é a chamada energia dissipada (E_d). Portanto, incluindo a energia dissipada, tem-se que a energia total (E_T) do sistema é dada por:

$$E_T = E_c + E_p + E_d = V(x) + E_d \quad (7.1)$$

Como a energia total do sistema, incluindo a dissipação, é constante, tem-se que

$$\dot{E}_T = \dot{V}(x) + \dot{E}_d = 0 \quad (7.2)$$

de onde

$$\dot{E}_d = -\dot{V}(x) \quad (7.3)$$

como

$$\dot{V}(x) = \nabla^T V(x) \cdot \dot{x} \quad (7.4)$$

então

$$\dot{E}_d = \nabla^T E_d \cdot \dot{x} \quad (7.5)$$

Portanto, a energia dissipada é dada por:

$$E_d = \int \nabla^T E_d \cdot \dot{x} \cdot dt, \quad (7.6)$$

mas, como

$$\frac{\partial \nabla E_{d_i}}{\partial x_j} \neq \frac{\partial \nabla E_{d_j}}{\partial x_i}, \quad (7.7)$$

a função (7.6) não pode ser integrada analiticamente, devendo ser efetuada numericamente.

Portanto, dado o exposto acima, conclui-se que

$$\dot{E}_d = -\dot{V}(x) \Rightarrow \nabla^T E_d \cdot \dot{x} = -\dot{V}(x) \Rightarrow \int \nabla^T E_d \cdot \dot{x} \cdot dt = \int -\dot{V}(x) \cdot dt \Rightarrow E_d = \int -\dot{V}(x) \cdot dt \quad (7.8)$$

ou seja, a energia dissipada E_d é a integral de $-\dot{V}(x)$ no tempo.

$$E_d = \int -\dot{V}(x) \cdot dt \quad (7.9)$$

Para se chegar a E_d , basta calcular a derivada temporal de $V(x)$ para cada modelo do sistema e efetuar a integração numericamente.

De acordo com a seção 5.1 (Sistema de Persidskii Generalizado), a derivada temporal de $V(x)$, nas trajetórias do sistema (5.1), é dada por:

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2} [P^{-1} \nabla V(x)]^T Q [P^{-1} \nabla V(x)] + \nabla V^T(x) [F - AP^{-1} \psi(x)], \quad (7.10)$$

uma vez que se determinaram os coeficientes da FL de modo a assegurar que a segunda parcela do segundo membro seja nula, então $\dot{V}(x)$ é (semi-) definida negativa, na forma

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2} [P^{-1} \nabla V(x)]^T Q [P^{-1} \nabla V(x)]. \quad (7.11)$$

É apresentada a seguir a derivada temporal de $V(x)$, e conseqüentemente as energias dissipada para as diversas formulações do sistema, começando com o modelo clássico e evoluindo até a consideração de modelo com a inclusão de dispositivos FACTS.

7.1.1- Modelo Clássico

Considerando apenas as duas primeiras linhas e colunas do sistema descrito por (5.6), e, com a função de Lyapunov (5.10), a derivada temporal é

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2. \quad (7.12)$$

Conseqüentemente, de acordo com a função (7.9) a energia dissipada encontrada é dada por:

$$E_d = \int D\omega^2 \cdot dt \quad (7.13)$$

Nessa última, a integral representa a parcela responsável pela energia dissipada do sistema, em que o coeficiente D é o mesmo encontrado na matriz Q (5.13), que é a taxa de decaimento da energia total do sistema.

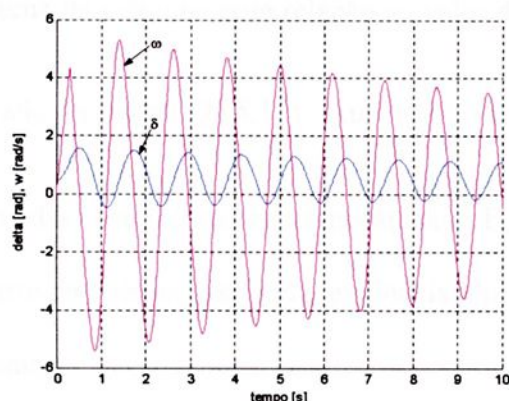


Figura 7.3 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI com Modelo Clássico

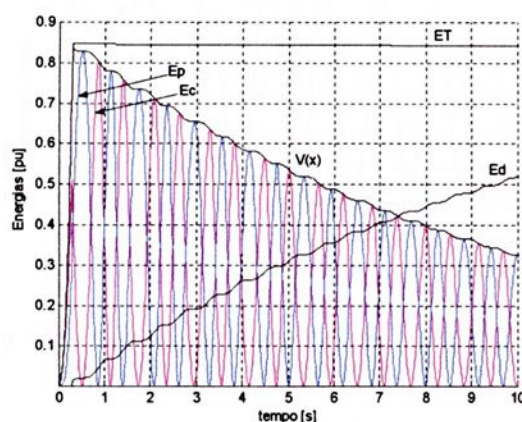


Figura 7.4 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI com Modelo Clássico

7.1.2- Modelo com Decaimento de Fluxo

O modelo considerado é dado por (5.6), eliminadas as últimas linha e coluna, com a função de Lyapunov (5.14). Para essa função, a derivada temporal obtida é:

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 \quad (7.14)$$

De acordo com a função (7.9) a energia dissipada do sistema é

$$E_d = \int D\omega^2 \cdot dt + \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \int \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 \cdot dt \quad (7.15)$$

A função dada na equação acima representa a energia dissipada do sistema, em que a primeira integral já presente no caso do modelo clássico, mais a segunda integral que é devida

às variações da tensão interna da máquina com relação ao valor de equilíbrio, cujo coeficiente

$\frac{\eta_1^2}{\eta_2}$ é o mesmo encontrado na matriz Q (5.16), expressando a influência do decaimento de

fluxo no amortecimento das oscilações eletromecânicas. E, essa última parcela é a responsável pela maior parte da energia dissipada, evidenciando a contribuição efetiva do DF ao amortecimento do sistema.

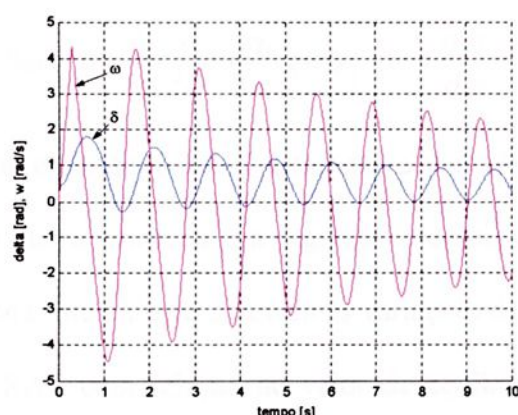


Figura 7.5 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com Decaimento de Fluxo

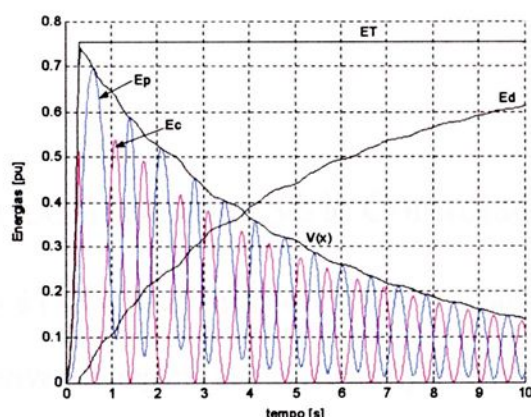


Figura 7.6 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com Decaimento de Fluxo

7.1.3- Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

O modelo considerado é dado por (5.9), e a derivada temporal da função de Lyapunov (5.17) é apresentada a seguir:

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 - \frac{\eta_3 \eta_4^2}{\eta_2 \eta_5} \bar{\varepsilon}^2, \quad (7.16)$$

e como resultado da função (7.9) têm-se que

$$E_d = \int D\omega^2 \cdot dt + \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \int \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 \cdot dt + \frac{\eta_3 \eta_4^2}{\eta_2 \eta_5} \int \bar{\varepsilon}^2 \cdot dt \quad (7.17)$$

A função dada na equação acima representa a parcela responsável pela energia dissipada do sistema, em que a primeira e a segunda integrais estão presentes no caso do modelo com DF, e a terceira integral que é devida às variações da tensão interna da máquina, afetada pela atuação do RAT com relação ao valor de equilíbrio. Os coeficientes são os encontrados na matriz Q (5.22), expressando a influência do RAT no amortecimento das oscilações eletromecânicas. E essa última parcela é a responsável pela maior parte da energia dissipada.

7.1.4- Modelo com Compensador Série Controlado (CSC)

O sistema tratado é (5.28), e a função de Lyapunov considerada é (5.30). De acordo com a função (7.11), a derivada temporal da função de Lyapunov é

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 + K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} \omega \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) + a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} x_{csc} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) - \frac{\eta_{10}^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right)^2 - \frac{K_{xp \text{ csc}}}{K_c} x_{csc}^2, \quad (7.18)$$

e a energia dissipada é

$$E_d = \int D\omega^2 \cdot dt - \int K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} \omega \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) \cdot dt - \int a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} x_{csc} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) \cdot dt + \int \frac{\eta_{10}^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right)^2 \cdot dt + \int \frac{K_{xp \text{ csc}}}{K_c} x_{csc}^2 \cdot dt \quad (7.19)$$

Na equação acima, trata-se da energia dissipada do sistema, em que se pode notar que todos os coeficientes das integrais são os encontrados na matriz Q (5.31) que expressa a influência no decaimento da energia total do sistema. E os maiores responsáveis por isso são a penúltima e a última integral da equação acima, que dependem inteiramente do laço eletromagnético e unicamente do compensador série controlado, respectivamente. Destaca-se aqui a contribuição do CSC ao decaimento de energia dependente diretamente do ganho K_{xpsc} .

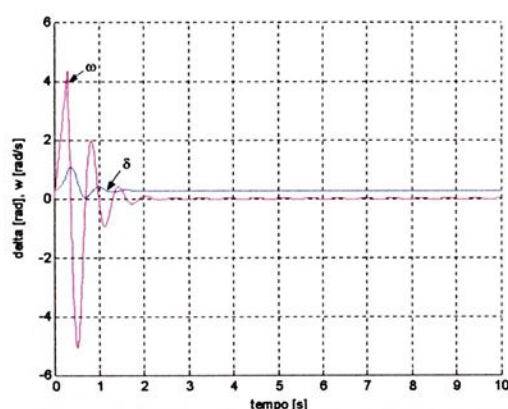


Figura 7.7 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com CSC, RAT e DF

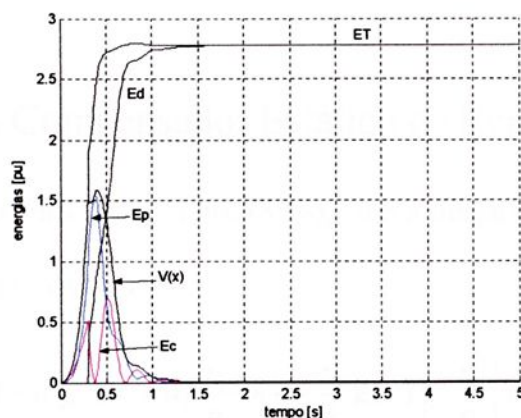


Figura 7.8 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com CSC, RAT e DF

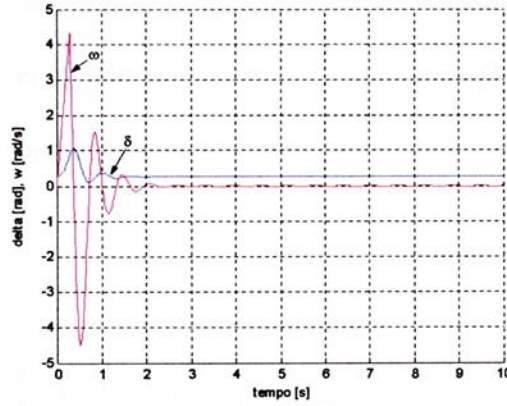


Figura 7.9 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com CSC

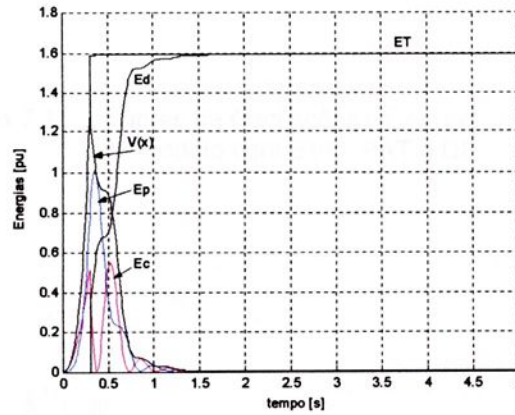


Figura 7.10 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com CSC

7.1.5- Modelo com Compensador Estático de Reativos (SVC)

Considerando o sistema descrito por (5.38), com a função de Lyapunov (5.42), tem-se que a derivada temporal da mesma é

$$\dot{V}(x) = -(D + K_{psvc})\omega^2 + a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} \omega \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_9} g(\sigma) \right) - \frac{\eta_9^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_9} g(\sigma) \right)^2, \quad (7.20)$$

e conseqüentemente, conforme a função (7.9), a energia dissipada do sistema é

$$E_d = \int (D + K_{psvc})\omega^2 \cdot dt - \int a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} \omega \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_9} g(\sigma) \right) \cdot dt + \int \frac{\eta_9^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_9} g(\sigma) \right)^2 \cdot dt. \quad (7.21)$$

Nessa última são representadas as parcelas responsáveis pela energia dissipada do sistema, em que os coeficientes são os encontrados na matriz Q (5.41), que expressam a taxa de decaimento da energia total do sistema.

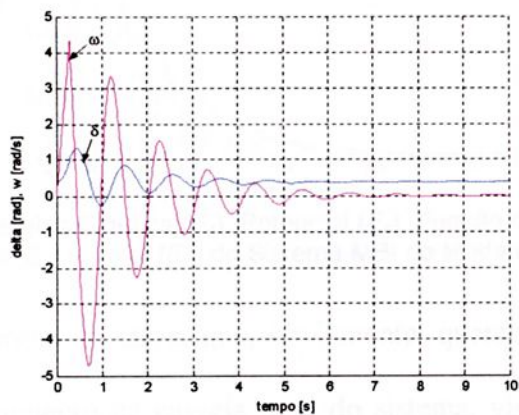


Figura 7.11 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com SVC, RAT e DF

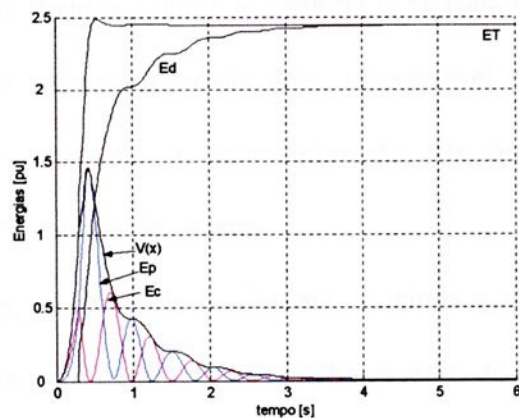


Figura 7.12 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com SVC, RAT e DF

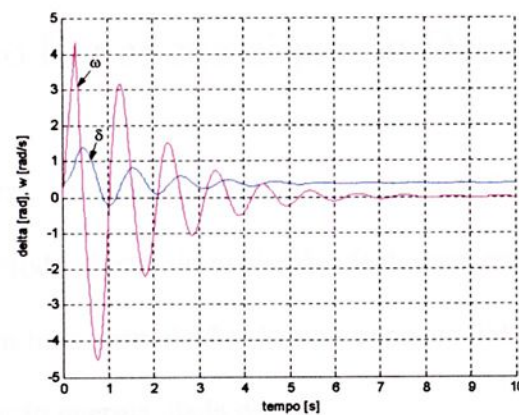


Figura 7. 13 – Curvas de Oscilações (δ, ω) do Sistema MBI do Modelo com SVC

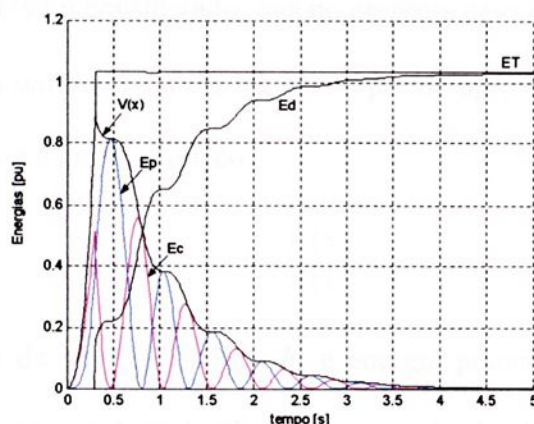


Figura 7. 14 – Energias Cinética (E_c), Potencial (E_p), Função de Lyapunov ($V(x)$), Dissipada (E_d) e Total (E_T) do Sistema MBI do Modelo com SVC

As Figuras de energias mostram que, obviamente, quanto maior a energia dissipada maior o aumento do decaimento da energia total do sistema, visto que a energia dissipada mais a energia cinética e potencial do sistema equivalem à energia total do sistema, conforme analisado na equação (7.1). Pode-se notar que a matriz Q de cada modelo do sistema possui os coeficientes da função da energia dissipada dele, responsável pela taxa de decaimento da energia total do sistema. Portanto, o amortecimento das oscilações eletromecânicas é equivalente à dissipação de energia do sistema.

A perda de energia, na trajetória do sistema, ocasiona o amortecimento das oscilações eletromecânicas e acarreta para o sistema um melhoramento do tempo crítico de eliminação da falta, conforme analisado no capítulo anterior.

7.2- Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função Energia

Visando considerar de modo expedito as atuações de dispositivos de controle e compensação em um método direto de avaliação de tempo crítico, tentou-se encontrar um parâmetro λ , tal que, em uma formulação do tipo exponencial, possa ser uma aproximação para o decaimento da função energia, dada por

$$V(t) = V(t_0)e^{\lambda(t-t_0)} \quad (7.22)$$

t_0 : instante inicial do intervalo considerado, que no presente caso é o próprio t_{ch} .

Procura-se então um valor de λ , tal que expresse aproximadamente a razão entre a derivada temporal da FL e a própria função.

$$\lambda = \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} \quad (7.23)$$

$V(x)$ é composta de energia cinética E_c e energia potencial E_p , que, por sua vez, é composta de energia do sistema de transmissão E_{ST} , energia decaimento de fluxo E_{DF} e outras energias, dependendo das dinâmicas dos dispositivos incluídos no modelo do sistema. À vista disso, procura-se determinar uma constante λ para cada parcela de energia que está contida na $V(x)$, respeitando-se cada modelo do sistema.

Modelo Clássico

Considerando a FL para o sistema MBI com a máquina dada pelo modelo clássico

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^{\sigma} f(\tau) d\tau \quad (7.24)$$

e a sua derivada

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2, \quad (7.25)$$

a razão entre elas é

$$\frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{-D\omega^2}{\frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^{\sigma} f(\tau) d\tau}. \quad (7.26)$$

Se a função $V(x)$ tem um decaimento aproximadamente exponencial, como sugerem as curvas apresentadas anteriormente, e admitindo uma aproximação exponencial, então essa relação é suposta constante, e, nessa hipótese, poderia ser avaliada em qualquer instante.

Escolhendo-se um instante em que a energia é na sua totalidade cinética, têm-se

$$\sigma = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{-D\omega^2}{\frac{1}{2}M\omega^2}, \quad (7.27)$$

e, então, para o sistema MBI clássico, ter-se-ia uma taxa de decaimento da energia dada por

$$\lambda = -2\frac{D}{M}. \quad (7.28)$$

Diversas simulações mostraram que esse valor produz, sistematicamente, decaimento superior ao da própria função energia, que se supõe devido ao artifício, destituído de rigor matemático, empregado na sua determinação. Ainda em diversas simulações realizadas, considerando diversos valores de parâmetros do sistema, chegou-se ao valor bastante razoável de $\lambda = -\frac{D}{M}$. Então, a energia do sistema, no regime pós-falta, é expressa por

$$V(t) \cong V(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} = E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})}. \quad (7.29)$$

Resultados mostrados adiante atestam a validade dessa expressão.

Modelo com Decaimento de Fluxo

Considerando a FL para o sistema MBI com Decaimento de Fluxo, tem-se

$$V(x) = \frac{1}{2}M\omega^2 + \frac{1}{2}\frac{\eta_1}{\eta_2}e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e)d\tau, \quad (7.30)$$

com derivada temporal nas trajetórias do sistema que pode ser expressa por

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 \quad (7.31)$$

Tem-se por objetivo encontrar um valor de λ , tal que expresse aproximadamente a razão entre a derivada temporal da FL e a própria função. Focando separadamente cada uma das energias do sistema, tem-se:

- em um instante particular, toda energia do sistema está em forma de energia cinética,

logo λ_c é

$$\sigma = e = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_c}{E_c} = \frac{-D\omega^2}{\frac{1}{2}M\omega^2} = -2\frac{D}{M}, \quad (7.32)$$

- considerando apenas a energia do decaimento de fluxo, λ_{DF} é

$$\omega = \sigma = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{DF}}{E_{DF}} = \frac{-\frac{\eta_1^2}{\eta_2}e^2}{\frac{1}{2}\frac{\eta_1}{\eta_2}e^2} = -2\eta_1. \quad (7.33)$$

Existe uma parcela de energia associada ao sistema de transmissão (E_{ST}), ou seja, a integral presente na função de Lyapunov (7.30) e sua derivada (7.31) a qual está definida com relação às variáveis (σ, e) , admitindo que as derivadas sejam constantes, e com alguma “liberalidade”, o λ_{ST} pode-se escrever

$$\frac{\dot{V}(x)}{V(x)} \cong \frac{\dot{E}_{ST}}{E_{ST}} \approx -2\left(\frac{D}{M} + \eta_1\right). \quad (7.34)$$

Utilizando o arrazoado apresentado no caso de sistema clássico, e com resultados de simulações com diversos conjuntos de parâmetros, elimina-se o fator 2 dos expoentes, de modo que, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de Fluxo, é

$$V(t) \cong E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M} + \eta_1\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta_1(t-t_{ch})} \quad (7.35)$$

Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

Considerando agora a FL para o sistema MBI, com decaimento de fluxo e RAT, tem-se

$$V(x) = \frac{1}{2}M\omega^2 + \frac{1}{2}\frac{\bar{\eta}_1}{\eta_2}e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e)d\tau + \frac{1}{2}\frac{\eta_3\eta_4}{\eta_2\eta_5}\bar{e}^2, \quad (7.36)$$

com derivada temporal nas trajetórias do sistema que pode ser expressa por

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 - \frac{\eta_3 \eta_4^2}{\eta_2 \eta_5} \bar{\varepsilon}^2. \quad (7.37)$$

Como, anteriormente, já foi encontrado o valor da constante λ para a parcela da energia cinética e para a energia do decaimento de fluxo, basta agora focar separadamente a energia do RAT, e ter-se-á λ_{RAT} :

$$\sigma = \omega = e = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{RAT}}{E_{RAT}} = \frac{-\frac{\eta_3 \eta_4^2}{\eta_2 \eta_5} \bar{\varepsilon}^2}{\frac{1}{2} \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} \bar{\varepsilon}^2} = -2\eta_4. \quad (7.38)$$

Portanto, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de fluxo e RAT, é, eliminando, como antes, o fator 2 dos expoentes

$$V(t) \cong E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M} + \eta_1\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta_1(t-t_{ch})} + E_{RAT}(t_{ch})e^{-\eta_4(t-t_{ch})}. \quad (7.39)$$

Para uma simplificação no caso de T_R ser muito pequeno, o que é fato em excitatrizes estáticas, tem-se

$$T_R \dot{\varepsilon} \approx 0 \rightarrow \varepsilon \cong -K_R \Delta V_T = -K_R K_e e, \quad (7.40)$$

logo,

$$\dot{e} \cong -\bar{\eta}_1 e - \eta_2 g(\sigma) + \eta_3 \bar{\varepsilon} = -\left(\eta_1 + \eta_3 \frac{\eta_5}{\eta_4}\right)e - \eta_2 g(\sigma) + \eta_3 (\varepsilon + K_R K_e e) = -\left(\eta_1 + \eta_3 \frac{\eta_5}{\eta_4}\right)e - \eta_2 g(\sigma). \quad (7.41)$$

Chegando-se a uma nova função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de fluxo e RAT

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} p_3 e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau, \quad (7.42)$$

com

$$p_3 = \frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} = \frac{x_e + x_d + (x_e + x'_d) K_R K_e}{(x_d - x'_d)(x_e + x'_d)}, \quad (7.43)$$

com derivada temporal nas trajetórias do sistema que pode ser expressa por

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{1}{p_3} g(\sigma) \right)^2, \quad (7.44)$$

focando a energia do DF e RAT, tem-se λ , obtido de

$$\sigma = \omega = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{RAT}}{E_{RAT}} = \frac{-\frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} e^2}{\left(\frac{1}{2} \frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} e^2 \right)} = -2 \left(\frac{\bar{\eta}_1^2 \eta_4}{\eta_4 \eta_1 + \eta_3 \eta_5} \right). \quad (7.45)$$

Portanto, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de fluxo e RAT, é

$$V(t) \cong E_c(t_{ch}) e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch}) e^{-\left(\frac{D}{M} + \eta_h\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch}) e^{-\frac{\bar{\eta}_1^2 \eta_4}{\eta_4 \eta_1 + \eta_3 \eta_5}(t-t_{ch})}. \quad (7.46)$$

7.3- Validação da Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função de Lyapunov

A Tabela a seguir apresenta dados (4 casos) para simulações de validação da aproximação de decaimento exponencial da FL.

Sendo que:

- caso 1 apresenta os dados padrão do trabalho presente;
- caso 2 há uma modificação no valor de T'_{d0} para testar a validade da função exponencial que é influenciada por η_1 ;
- caso 3 é proposto para ver o efeito do RAT, quando o ganho é grande, na função exponencial; e
- caso 4 é proposto para ver como o ganho pequeno do RAT e o alto valor do amortecimento próprio da máquina influencia na validade da função exponencial.

Tabela 7.1 – Dados para simulações

Dados para Simulações de Validação da Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função de Lyapunov			
Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<u>Máquina</u>	<u>Máquina</u>	<u>Máquina</u>	<u>Máquina</u>
$X_d=0.7244$	$X_d=0.7244$	$X_d=1.0$	$X_d=0.7244$
$X_q=0.7244$	$X_q=0.7244$	$X_q=1.0$	$X_q=0.7244$
$X'_d=0.1328$	$X'_d=0.1328$	$X'_d=0.05$	$X'_d=0.1328$
$M=0.0545$	$M=0.0545$	$M=0.0545$	$M=0.0545$
$D=0.0055$	$D=0.0055$	$D=0.0055$	$D=0.02$
$T'_{d0}=5.36$	$T'_{d0}=8.00$	$T'_{d0}=5.36$	$T'_{d0}=5.36$
<u>RAT</u>	<u>RAT</u>	<u>RAT</u>	<u>RAT</u>
$K_R=30$	$K_R=30$	$K_R=50$	$K_R=10$
$T_R=0.06$	$T_R=0.06$	$T_R=0.06$	$T_R=0.06$
$V_t^0=1.0$	$V_t^0=1.0$	$V_t^0=1.0$	$V_t^0=1.0$
<u>Transmissão</u>	<u>Transmissão</u>	<u>Transmissão</u>	<u>Transmissão</u>
$X_e=0.4$	$X_e=0.4$	$X_e=0.4$	$X_e=0.4$
<u>Despacho</u>	<u>Despacho</u>	<u>Despacho</u>	<u>Despacho</u>
$P0=0.8$	$P0=0.8$	$P0=0.8$	$P0=1.2$
$Pe0=0.8$	$Pe0=0.8$	$Pe0=0.8$	$Pe0=1.2$
$V=0.995$	$V=0.995$	$V=0.995$	$V=0.995$

7.3.1- Modelo Clássico

A aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, para o modelo clássico, é dada pela equação (7.29).

São apresentadas abaixo simulações, onde se analisa a função de Lyapunov (7.24) mais sua aproximação exponencial para os casos descritos na Tabela 7.1.

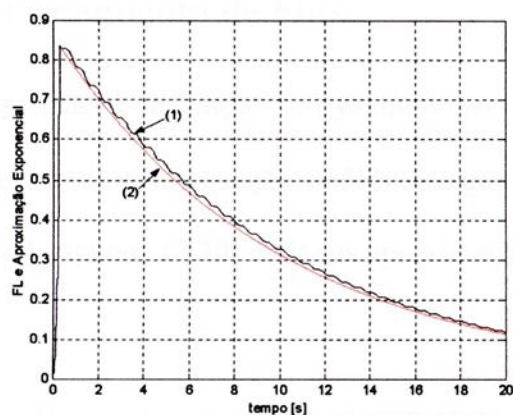


Figura 7.15 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 1 ($t_{ch}=0.3$)

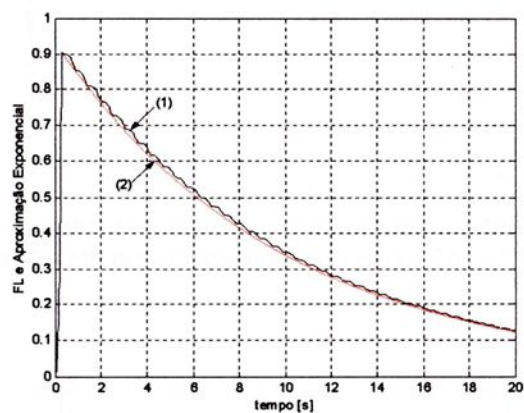


Figura 7.16 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 3 ($t_{ch}=0.3$)

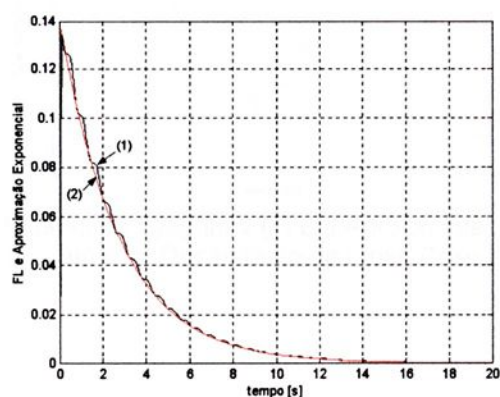


Figura 7.17 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo Clássico Caso 4 ($t_{ch}=0.1$)

7.3.2- Modelo com Decaimento de Fluxo

A aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de fluxo, é dada pela equação (7.35). A seguir apresentam-se simulações, onde se analisa a função de Lyapunov (7.30) mais sua aproximação exponencial para os casos descritos na Tabela 7.1.

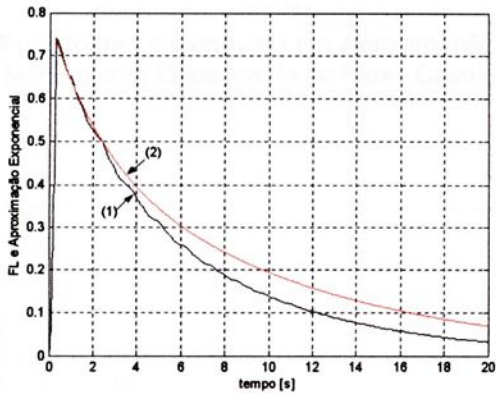


Figura 7.18 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 1 ($t_{ch}=0.3$)

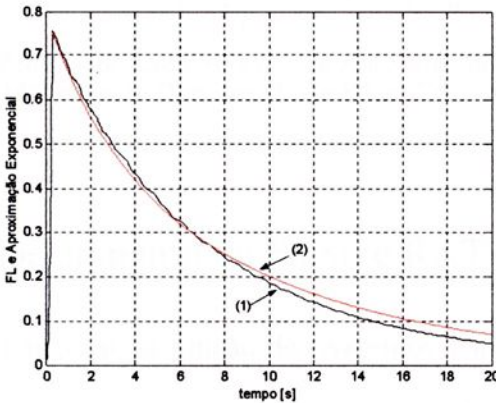


Figura 7.19 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 2 ($t_{ch}=0.3$)

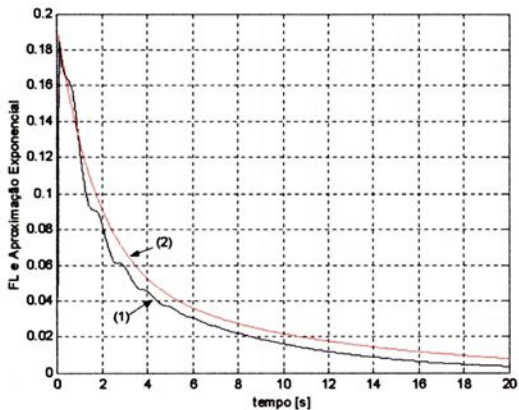


Figura 7.20 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 3 ($t_{ch}=0.1$)

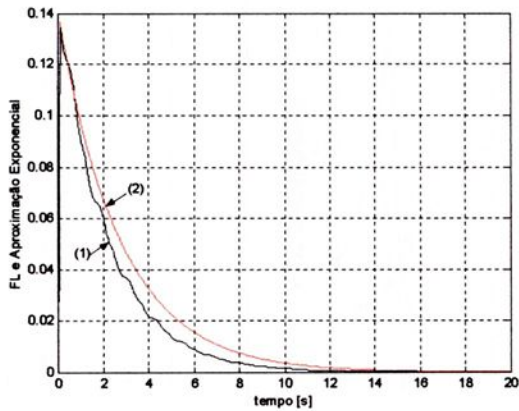


Figura 7.21 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo Caso 4 ($t_{ch}=0.1$)

7.3.3- Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

A aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI, com decaimento de fluxo e RAT, é dada pela equação (7.39). A seguir apresentam-se simulações, onde se analisa a função de Lyapunov (7.36) mais sua aproximação exponencial para os casos descritos na Tabela 7.1

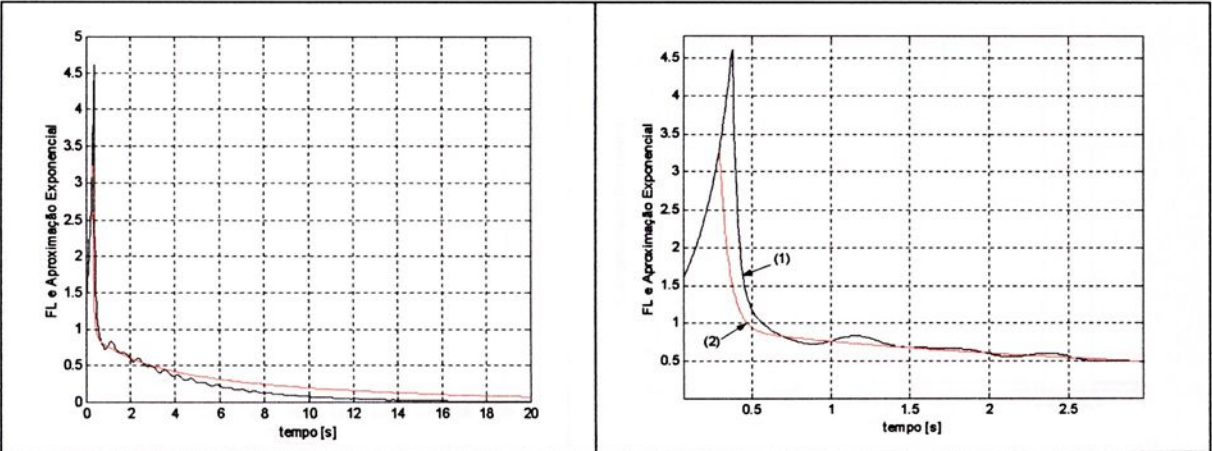


Figura 7.22 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 1 ($t_{ch}=0.3$)

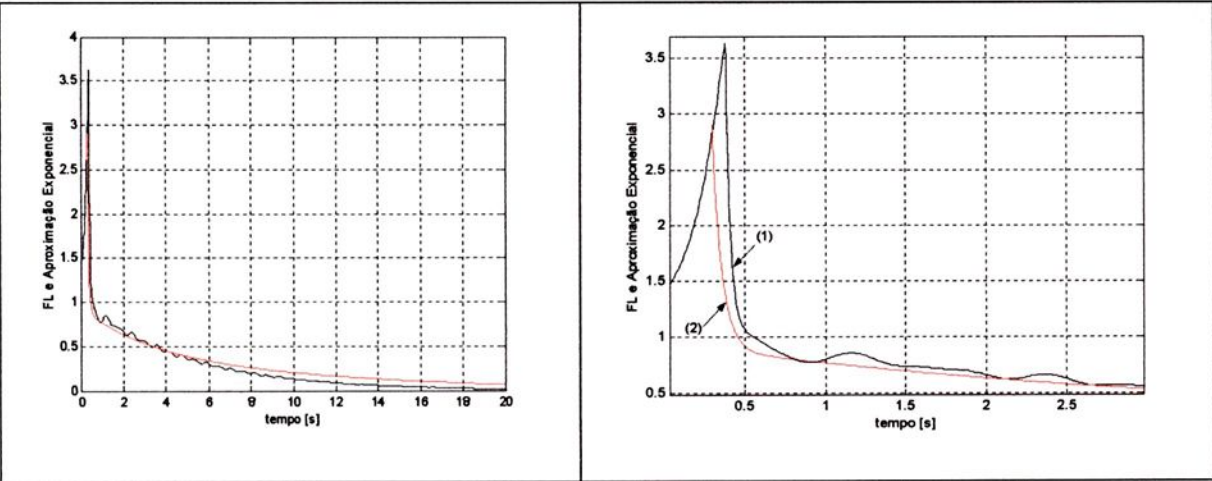


Figura 7.23 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 2 ($t_{ch}=0.3$)

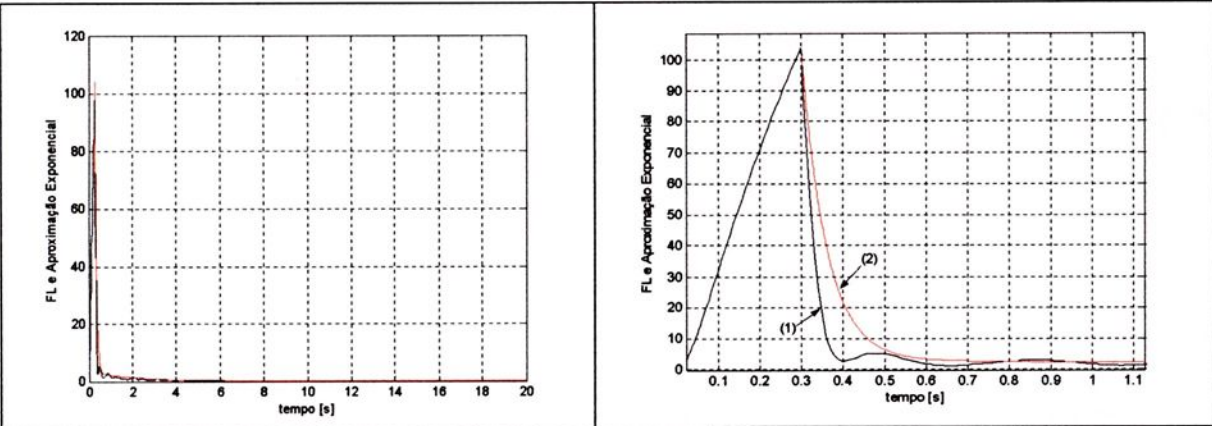


Figura 7.24 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 3 ($t_{ch}=0.3$) – Sem Limitador

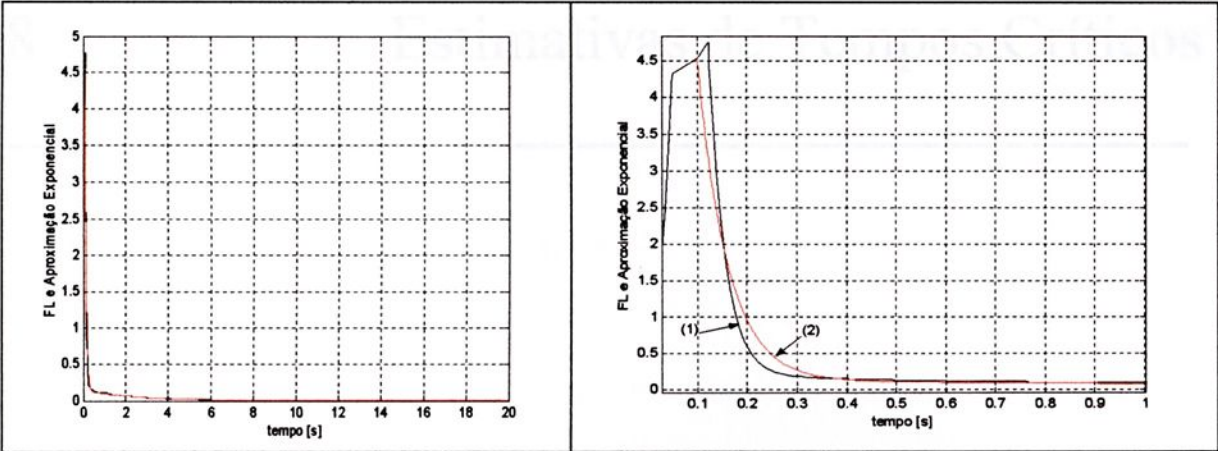


Figura 7.25 – Função de Lyapunov (1) e a Aproximação Exponencial (2) para o Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT Caso 4 ($t_{ch}=0.1$)

8

Estimativas de Tempos Críticos

De acordo com o Segundo Método de Lyapunov, a estabilidade de um sistema não linear, a partir de uma certa condição inicial x^i , é verificada pela investigação desse ponto pertencer a uma região denominada Domínio de Estabilidade, definido em torno do ponto de equilíbrio estável de interesse como os pontos em que a Função de Lyapunov apresenta valor inferior a um valor limite, usualmente calculado sobre um ponto de equilíbrio instável x^u . Então, enuncia-se o critério de estabilidade como segue. Considere-se o ponto de equilíbrio (estável) x^0 de interesse, determinada a Função de Lyapunov $V(x)$ ($V(x^0) = 0$; $V(x) > 0, x \neq x^0$; $\dot{V}(x) \leq 0$ em uma vizinhança do ponto x^0), calcula-se o valor limite $V(x^u)$. Dada uma condição inicial x^i , se $x^i \in \nu(x^0)$ sendo $\nu(x^0)$ uma vizinhança de x^0 e $V(x^i) < V(x^u)$, então o movimento do sistema a partir de x^i é estável e assintoticamente estável se $\dot{V}(x) < 0$. Note-se que:

1. a condição enunciada é uma condição suficiente, mas não necessária, ou seja, $V(x^i) < V(x^u)$ assegura estabilidade, mas $V(x^i) > V(x^u)$ não implica em instabilidade;
2. a instabilidade é assumida no caso de $V(x^i) > V(x^u)$, o que é bastante razoável no caso de sistema conservativo, ou seja, sistema com $\dot{V}(x) = 0$;
3. por outro lado, se $\dot{V}(x) < 0$, assumir instabilidade nos casos de $V(x^i) > V(x^u)$ conduz freqüentemente a resultados excessivamente conservativos (pessimistas), ou seja, indica instabilidade quando, na verdade, o sistema é estável.

Considere-se então a avaliação de tempos críticos de eliminação de curto-circuito em um sistema de potência. Durante o tempo em que a falta está instalada no sistema, ocorre elevação da energia transitória. Caso se tenha um sistema conservativo, o instante em que a energia alcança o valor crítico (avaliado por algum critério, por exemplo a energia potencial calculada em um ponto de equilíbrio instável) é o tempo crítico de eliminação da falta, como ilustrado na Figura 8.1(a). O princípio é o de que, uma vez que a energia se conserva após a eliminação da falta em t_{ch} , como ilustrado na Figura 8.1(b), se neste instante o sistema não tem energia suficiente para vencer a barreira de energia potencial e deixar o Domínio de Estabilidade, isso não ocorrerá em tempo algum posterior.

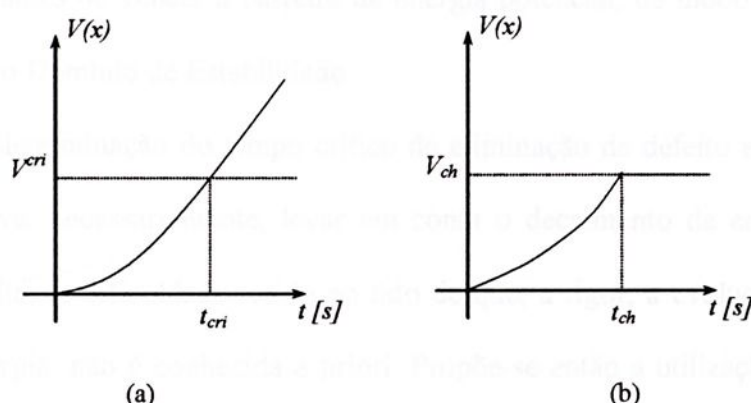


Figura 8.1 – FL e Determinação de Tempo Crítico em Sistema Conservativo

Por outro lado, se o sistema é não conservativo, tem-se o comportamento da energia como ilustrado na Figura 8.2, onde se mostra um valor de tempo crítico obtido com o procedimento anterior de sistema conservativo $t_{cri(cons)}$, que conduz a resultado pessimista, e o tempo crítico real $t_{cri(nãocons)}$ que leva em conta o fato de a energia apresentar decaimento no regime pós-falta. Mostra-se ainda a evolução da energia no regime pós-falta, supondo o defeito eliminado imediatamente antes de $t_{cri(nãocons)}$.

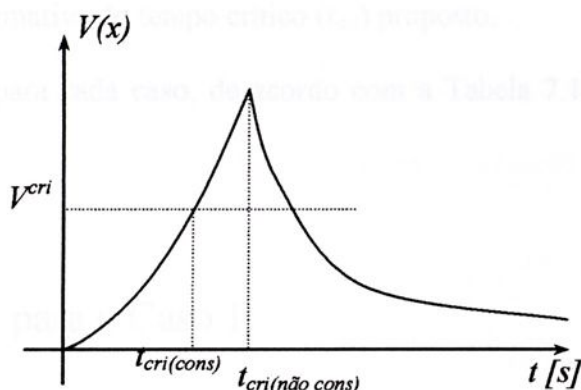


Figura 8.2 – FL para Sistema não Conservativo

É evidente que o regime pós-falta inicia com energia total superior à crítica, mas decai a valor inferior antes de vencer a barreira de energia potencial, de modo que o sistema não pode abandonar o Domínio de Estabilidade.

Então a determinação do tempo crítico de eliminação de defeito em um sistema não conservativo deve, necessariamente, levar em conta o decaimento da energia ao longo da trajetória pós-falta. A dificuldade reside no fato de que, a rigor, a evolução da trajetória, e, portanto, da energia, não é conhecida a priori. Propõe-se então a utilização da aproximação exponencial desenvolvida anteriormente para fazer uma estimativa de tempos críticos.

8.1- Determinação de Tempos Críticos

Com a aproximação exponencial da Função de Lyapunov, pode-se fazer estimativas diretas de tempos críticos.

A estimativa de tempo crítico é feita então da seguinte maneira:

- 1) durante a falta mantida do sistema, traça-se a Função de Lyapunov (FL) e a energia potencial (E_p);
- 2) monitora a aproximação exponencial da FL, sem a influência da energia cinética, que passa pelo ponto máximo da E_p ; e

3) ocorrendo a interseção entre a FL e a aproximação exponencial da mesma, nesse instante é a estimativa do tempo crítico (t_{cri}) proposto.

Simulando-se para cada caso, de acordo com a Tabela 7.1, conforme apresentado a seguir.

8.1.1- Simulação para o Caso 1

- Modelo Clássico

Simula-se, durante a falta mantida ($t_{ch}=0,6$ e simulação= $0,6$), a função de Lyapunov (5.10) e a energia potencial (5.12). Monitora-se a aproximação exponencial da FL (7.29), sem a influência da energia cinética, ou seja, $E_c=0$. Logo, a aproximação exponencial da FL é

$$V(t) \cong E_{ST}(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})}$$
 (8.1)

A aproximação exponencial tangencia o ponto máximo da energia potencial e intercepta a função de Lyapunov, nesse instante é a estimativa do tempo crítico proposto, $t_{cri}=0,3935$.

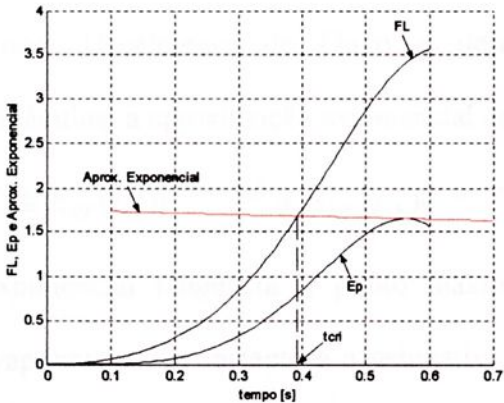


Figura 8.3 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cn}=0,3935$) para o Modelo Clássico (Caso 1)

- Modelo com Decaimento de Fluxo

Simula-se, durante a falta mantida ($t_{ch}=0,6$ e simulação=0,6), a função de Lyapunov (5.14) e a energia potencial (5.15). Monitora-se a aproximação exponencial da FL (7.35), sem a influência da energia cinética, ou seja, $E_c=0$. Logo, a aproximação exponencial da FL é

$$V(t) \cong E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M}+\eta\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta_h(t-t_{ch})}. \quad (8.2)$$

A aproximação exponencial tangencia o ponto máximo da energia potencial e intercepta a função de Lyapunov, nesse instante é a estimativa do tempo crítico proposto, $t_{cri}=0,3252$.

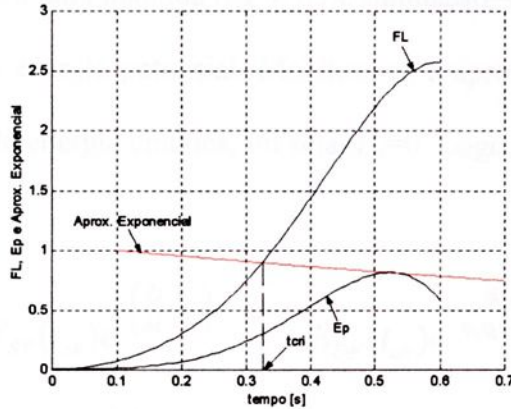


Figura 8.4 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cri}=0,3252$) para o Modelo com DF (Caso 1)

Para o Modelo com Decaimento de Fluxo e desconsiderando o termo de amortecimento próprio da máquina, a aproximação exponencial da FL é o (8.2) com $D=0$.

$$V(t) \cong E_{ST}(t_{ch})e^{-\eta_h(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta_h(t-t_{ch})}. \quad (8.3)$$

A aproximação exponencial tangencia o ponto máximo da energia potencial e intercepta a função de Lyapunov, nesse instante é a estimativa do tempo crítico proposto, $t_{cri}=0,32$.

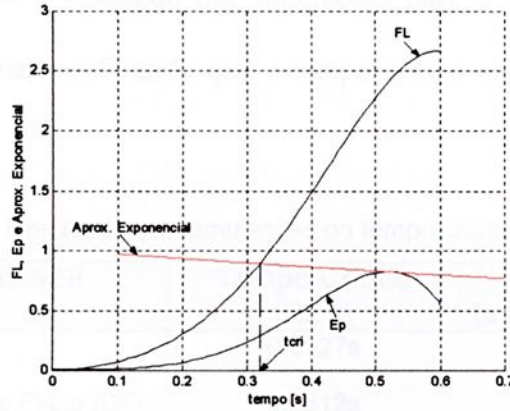


Figura 8.5 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cr}=0,32$) para o Modelo com DF e $D=0$ (Caso 1)

- Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

Simula-se, durante a falta mantida ($t_{ch}=0,65$ e simulação=0,65), a função de Lyapunov (7.42) e a sua parcela de energia potencial. Monitora-se a aproximação exponencial da FL (7.46), sem a influência da energia cinética, ou seja, $E_c=0$. Logo, a aproximação exponencial da FL é

$$V(t) \cong E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M}+\eta\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\frac{\bar{\eta}_h^2\eta_4}{\eta_4\eta_h+\eta_3\eta_5}(t-t_{ch})}. \quad (8.4)$$

A aproximação exponencial tangencia o ponto máximo da energia potencial e intercepta a função de Lyapunov, nesse instante é a estimativa do tempo crítico proposto, $t_{cri}=0,4389$.

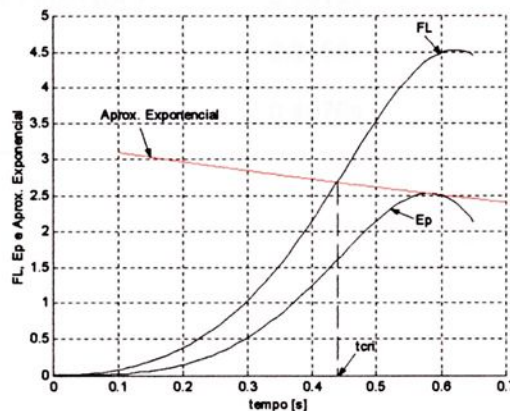


Figura 8.6 – Estimativa de Tempo Crítico ($t_{cr}=0,4389$) para o Modelo com DF e RAT (Caso 1)

A seguir, mostra-se o resultado das simulações para o caso 1, junto com o tempo crítico real de cada sistema, verificando que o tempo crítico encontrado mostra-se bastante razoável.

Tabela 8.1 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 1

Modelo do Sistema MBI	Tempo Crítico (RSP)	Tempo Crítico (aproximação exponencial)
Modelo Clássico	0,3927s	0,3935s
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)	0,3312s	0,3252s
Modelo com DF e $D=0$	0,3256s	0,3200s
Modelo com DF e RAT	0,4111s	0,4389s

Em seguida são apresentados os resultados das simulações para os Casos 2, 3 e 4, conforme Tabela 7.1. O procedimento e as funções são os mesmos do Caso 1.

8.1.2- Simulação para o Caso 2

Mostra-se o resultado das simulações para o caso 2, junto com o tempo crítico real de cada sistema. Verifica-se que o tempo crítico encontrado mostra-se muito razoável.

Tabela 8.2 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 2

Modelo do Sistema MBI	Tempo Crítico (RSP)	Tempo Crítico (aproximação exponencial)
Modelo Clássico	0,3927s	0,3935s
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)	0,3519s	0,3456s
Modelo com DF e $D=0$	0,3459s	0,3396s
Modelo com DF e RAT	0,4070s	0,4260s

8.1.3- Simulação para o Caso 3

A seguir, mostra-se o resultado das simulações para o caso 3, junto com o tempo crítico real de cada sistema, verificando que o tempo crítico encontrado mostra-se bastante razoável.

Tabela 8.3 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 3

Modelo do Sistema MBI	Tempo Crítico (RSP)	Tempo Crítico (aproximação exponencial)
Modelo Clássico	0,4230s	0,4241s
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)	0,1960s	0,2191s
Modelo com DF e $D=0$	0,1935s	0,2186s
Modelo com DF e RAT	0,3588s	0,4150s

8.1.4- Simulação para o Caso 4

A seguir, mostra-se o resultado das simulações para o caso 4, junto com o tempo crítico real de cada sistema, verificando que o tempo crítico encontrado mostra-se bastante razoável.

Tabela 8.4 – Resultado das simulações do tempo crítico para o Caso 4

Modelo do Sistema MBI	Tempo Crítico (RSP)	Tempo Crítico (aproximação exponencial)
Modelo Clássico	0,2460s	0,2453s
Modelo com Decaimento de Fluxo (DF)	0,1954s	0,1794s
Modelo com DF e $D=0$	0,1830s	0,1712s
Modelo com DF e RAT	0,2628s	0,2815s

Conclusão

Este trabalho foi iniciado por descrever os modelos utilizados para a rede, máquina síncrona e controles, através da representação por variáveis de estado.

Foram descritas metodologias de análise de estabilidade transitória. Inicialmente apresentou-se o método clássico ou tradicional, que é um método preciso e não apresenta restrições quanto ao tipo de modelo empregado, contudo é inadequado a aplicações em tempo real. Apresentaram-se também os métodos diretos que possibilitam uma conclusão do tipo estável/instável sem resolver as equações do sistema, mas verificando condições sobre a chamada “Função de Lyapunov”. Na maior parte das abordagens, a FL considerada é a chamada energia transitória do sistema, composta de energia cinética e energia potencial.

Apresentou-se o conceito do método da Região de Sincronização Positiva, que não prescinde da integração da trajetória, mas é automático uma vez que não necessita da intervenção de um analista para chegar a uma conclusão quanto à estabilidade.



Muitos avanços ocorreram na utilização de métodos diretos e/ou automáticos, para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, mas no presente estudo apenas foram apresentados na sua fundamentação, não se avançando nas técnicas e desenvolvimento.

Foram apresentadas e interpretadas fisicamente, funções de Lyapunov desde o modelo clássico até a representação de dispositivos FACTS. Identificou-se a função potencial de cada uma delas e o modo como esses dispositivos afetam a energia potencial do sistema, ou seja, como modificam a barreira de energia potencial que o sistema necessita vencer para abandonar o domínio de estabilidade e, portanto, como afetam a estabilidade. No caso dos dispositivos FACTS, observa-se que, além da elevação da barreira de energia potencial, também podem contribuir no decaimento da FL, o que significa acentuar o amortecimento das oscilações.

No capítulo 6, apresentaram-se resultados referentes aos testes de estabilidade dinâmica e estabilidade transitória dos modelos tratados. Traçaram-se as curvas de nível das funções potenciais, possibilitando a visualização de seu comportamento nos pontos de equilíbrio estável e instável dos modelos do sistema, e verificou-se em todos eles a grande capacidade de amortecimento e sincronização de que estes dotam o sistema.

Considerou-se que o sistema real é dotado de outras dinâmicas além da mecânica, e quando uma maior sofisticação de representação é adicionada, como com a introdução da regulação automática de tensão e outros dispositivos de controle e compensação, o sistema torna-se não conservativo. Nessa situação, conseqüentemente, a energia transitória do sistema não se conserva, apresentando comportamento decrescente no tempo, e essa energia que “desaparece” é chamada energia dissipada do sistema. Desenvolveu-se o equacionamento da energia dissipada do sistema para cada modelo tratado, verificou-se que a energia dissipada é



a integral de $-\dot{V}(x)$ no tempo, e que a matriz Q contém todos os coeficientes da energia dissipada, que é a taxa de decaimento da energia total do sistema.

Com os capítulos 6 e 7, concluiu-se que o torque de sincronização é responsável por parcelas de energia potencial e, conseqüentemente, definem – ou modificam – a fronteira da região de estabilidade. Por outro lado, a energia dissipada do sistema se relaciona mais (se não exclusivamente) com a trajetória do que com a região de estabilidade, e é por esse efeito que influenciam o desempenho do sistema.

Estimou-se o decaimento da Função de Lyapunov, com uma aproximação exponencial para o modelo do sistema clássico, com DF e com RAT.

Considerou-se que durante o tempo em que a falta – do tipo curto-circuito – está instalada no sistema, ocorre elevação da energia transitória. Caso se tenha um sistema conservativo, o instante em que a energia alcança o valor crítico é o tempo crítico de eliminação da falta. O princípio é o de que, uma vez que a energia se conserva após a eliminação da falta em t_{ch} , se neste instante o sistema não tem energia suficiente para vencer a barreira de energia potencial e deixar o Domínio de Estabilidade, isso não ocorrerá em tempo algum posterior. Por outro lado, se o sistema é não conservativo, deve-se levar em conta o fato de a energia apresentar decaimento no regime pós-falta e ainda a evolução da energia no regime pós-falta. É então evidente que uma trajetória estável pode iniciar o regime pós-falta com energia total superior à crítica, mas decaindo a valor inferior antes de vencer a barreira de energia potencial, de modo que o sistema não abandona o Domínio de Estabilidade.

Então a determinação do tempo crítico de eliminação de defeito em um sistema não conservativo deve, necessariamente, levar em conta o decaimento da energia ao longo da trajetória pós-falta. A dificuldade reside no fato de que, a rigor, a evolução da trajetória, e, portanto, da energia, não é conhecida a priori. Então, propôs-se uma nova formulação para se

estimar tempos críticos, utilizando-se uma aproximação exponencial da energia potencial do sistema.

E, por último, comparando o tempo crítico obtido utilizando o método proposto e o tempo crítico real obtido pelo método da RSP, em sucessivas simulações, observou-se que os resultados são bastante razoáveis. Embora o método possa produzir resultados não absolutamente precisos diante do tempo crítico real, essa imprecisão é da ordem de milésimos de segundos, ou seja, não importante em termos práticos. Para essa análise foi utilizado o método da RSP obtendo-se resultados automaticamente, mas, em todos os casos, a verificação visual das curvas de oscilação confirmou o resultado.

Propostas para trabalhos futuros:

Os resultados alcançados são interessantes, mas ainda restritos ao sistema simples Máquina vs. Barra Infinita. É importante que se estude a possibilidade de estendê-los para o caso mais geral e mais prático de sistemas multimáquinas.

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. The Iowa State University Press, 2000.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

CHIANG, H-D.; CHU, C-C.; CAULEY, G. Direct Stability Analysis of Electric Power Systems Using Energy Functions: Theory, Applications, and Perspective. **Proceedings of the IEEE**, v. 83, n. 11, 1995.

CHIANG, H-D.; THORP, J.S. The closest unstable equilibrium point method for power system dynamic security assessment. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v. 36, n. 9, 1989.

CHIANG, H-D.; WU, F.F.; VARAYA, P.P. Foundations of the potential energy boundary surface method for power system transient stability analysis. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v. 35, n.6, 1988.

CHIANG, H-D.; WU, F.F.; VARAYA, P.P. A BCU method for direct analysis of power system transient stability. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 8, n.3, p. 1194-1208, 1994.

COLVARA, L.D. **Análise de estabilidade transitória de sistemas de energia elétrica com reguladores automáticos de tensão usando funções de Lyapunov**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1988.

COLVARA, L.D. **Método automático de análise de estabilidade transitória de sistemas de energia elétrica considerando modelos detalhados: um desenvolvimento**. Tese (Livre Docência em "Introdução a Sistemas de Energia Elétrica") - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 1995.

COLVARA, L.D. Uma abordagem de análise de estabilidade de sistemas de potência incluindo a ação de dispositivos FACTS. In: SEMINÁRIO BRASILEIRO SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA (SBQEE), 3, 1999, Brasília-DF. **Anais...** Brasília: s.n., 1999, p. 291-296.



DEMELLO, F.P.; CONCÓRDIA, C. Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, v. PAS 98, n.4, p. 316-329, 1969.

FESTRAITS, E.B. **Consideração da ação de dispositivos FACTS em um método automático de análise de estabilidade de sistemas de energia elétrica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2002.

FITZGERALD, A.E.; KINGSLEY, C. JR.; KUSKO, A. **Máquinas elétricas**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975.

FOUAD, A. A.; VITAL, V. **Power system stability analysis using the transient energy function method**. New Jersey: Prentice-Hall, 1992.

HSU, L.; KASZKUREWICZ, E. **Structural properties in systems**. Proceedings of the Second IFAC Symposium on Large Scale Systems. Theory and Applications. Toulouse: France, p. 67-77, 1980.

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. New York: McGraw-Hill, 1994.

LLAMAS, A.; LOPEZ, J. DE L.R.; MILI, L.; PHADKE, A.G.; THORP, J.S. Clarifications of the BCU method for transient stability analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n.1, 1995.

LOURENÇO, F.E.; COLVARA, L.D. Um método automático de análise de estabilidade transitória de sistemas de potência considerando a atuação de reguladores de tensão e velocidade". In: CONGRESSO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA, 11, 1995, Punta Arenas. **Anais...** Punta Arenas: Universidad de Magallanes, 1995. v. 1, p. A-133-138.

MOON, Y-H.; CHOI, B-K.; ROH, T-H. Estimating the domain of attraction for power systems via a group of damping-reflected energy functions. **Automatica**, v. 36, p. 419-425, 2000.

PAI, M. A. **Power system stability-analysis by direct of Lyapunov**. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1981.

SAUER, P. W.; PAI, M. A. **Power system dynamics and stability**. New Jersey: Prentice-Hall, 1998.

STEVENSON, W. D. JR. **Elementos de análise de sistemas de potência**. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1986.



Apêndice

Artigos Publicados

BARBAZELLI, R. C.; COLVARA, L. D. Estudo de Funções de Lyapunov para a estabilidade de sistemas de potência. In: CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA E CONTROLE DA SBMAC – DINCON, 3, 2004, Ilha Solteira. **Anais...** Ilha Solteira: ABCM, 2004. 084 (CD-ROM).

BARBAZELLI, R. C.; COLVARA, L. D. Funções de Lyapunov para sistemas de potência com controladores e dispositivos de compensação. In: SIXTH LATIN-AMERICAN CONGRESS: ELECTRICTY GENERATION AND TRANSMISSION, 2005, Mar del Plata-Argentina. **Anais...** Mar del Plata: s.n., novembro 2005. A-155 (CD-ROM).



Estudo de Funções de Lyapunov para a Estabilidade de Sistemas de Potência

Regiani Crystina Barbazelli, Laurence Duarte Colvara

Depto de Engenharia Elétrica, UNESP,

Av. Brasil Norte, 364, 15385-000, Ilha Solteira, SP

E-mail: regiani@dec.feis.unesp.br, laurence@dec.feis.unesp.br,

Resumo: *O presente estudo apresenta e interpreta a Função Energia Transitória para Sistemas de Energia Elétrica especialmente no que se refere à introdução de detalhamento de modelos e/ou adição de dispositivos de controle e de compensação.*

Palavras-chave: Lyapunov, energia, elétrica, transitória e estabilidade.

1- Introdução

1.1 - Sistemas Elétricos de Potência

Os Sistemas Elétricos de Potência são projetados com o principal objetivo de atender à demanda de potência e energia requerida pelos seus consumidores dentro de limites especificados de tensão e frequência. Além de os sistemas serem capazes de operar satisfatoriamente em regime permanente, eles devem ser flexíveis à presença de defeitos ou perturbações de forma a garantir a continuidade da prestação de serviço mesmo quando sujeitos a anomalias.

Muitas são as causas de defeitos ou perturbações em sistemas de potência, as quais afastam o sistema do seu ponto de operação original. Basicamente os estudos de estabilidade analisam o comportamento transitório do sistema durante e após tais perturbações.

1.2 - Estabelecimento do problema

O sistema permanecerá indefinidamente em um ponto de operação estável até que algum distúrbio ou perturbação o remova desse estado. Quando isso ocorrer, deseja-se saber se o sistema encontrará uma situação de operação estável, aproximando-se de um novo ponto de equilíbrio, ou se tornará instável afastando-se indefinidamente de um possível ponto de operação.

São chamadas pequenas perturbações as flutuações normais das condições de operação e seu estudo é usualmente feito sob o título “Estabilidade Dinâmica”. Os grandes impactos, por sua vez, são eventos que podem levar as máquinas (os geradores) do sistema à perda de sincronismo, causando a desagregação do sistema e consequentemente a interrupção do fornecimento de energia, os indesejáveis blecautes. O estudo de Estabilidade Transitória tem por objeto a capacidade que o sistema tenha de manter o

sincronismo após uma perturbação ([1], [2], [3]), e neste trabalho se explora o o enfoque sob o Segundo Método de Lyapunov ([6]).

1.3 - Métodos de Análise

Tradicionalmente a análise de estabilidade de Sistemas de Energia Elétrica tem sido efetuada através das soluções das equações diferenciais não-lineares que descrevem o movimento do sistema – equação de oscilação da máquina síncrona – e análise da evolução da posição angular de cada máquina síncrona ao longo do tempo (simulação), apresentada na forma de curvas de oscilação (ou oscilogramas) a serem analisadas por um analista. As técnicas utilizadas para a simulação são precisas e não apresentam restrições quanto ao tipo de modelo empregado, contudo consomem uma grande quantidade de tempo para a realização dos cálculos e na obtenção da análise. Portanto, este método, denominado passo-a-passo, só pode ser utilizado para estudos “off-line” de projeto e planejamento

Os métodos diretos são mais adequados a aplicações em tempo real, pois são capazes de analisar a estabilidade dos sistemas, sem a necessidade do conhecimento da solução das equações diferenciais e, principalmente, sem a necessidade da intervenção de um analista. Baseiam-se fundamentalmente na agregação das informações sobre o desempenho dinâmico em uma função, dita Função de Lyapunov, e a questão da estabilidade/instabilidade do movimento do sistema – que pode ser de grande dimensão – fica reduzida à verificação de condições sobre esta função e sua derivada temporal. Muitos avanços ocorreram na utilização de métodos diretos para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, sendo que uma tendência bem estabelecida é a consideração da função de Lyapunov com forma de energia Transitória. Entretanto, a função energia largamente empregada em diversas abordagens de análise de estabilidade de sistemas de potência encontra-se formalmente estabelecida considerando as máquinas representadas pelo chamado modelo clássico, segundo o qual somente a dinâmica mecânica é efetivamente considerada, sendo o sistema conservativo. E a propriedade de conservação da

energia ensinou os métodos de análise denominados diretos, que, desse ponto de vista (modelo clássico, sistema conservativo) produzem resultados de alta qualidade. Por outro lado, nos sistemas reais as máquinas têm outras dinâmicas além da mecânica, bem como o sistema, inclusive por decorrência dessas dinâmicas, não é conservativo.

Então, aspectos adicionais devem ser levados em conta e neste estudo objetiva-se a compreensão do problema da estabilidade do SEE com vistas à metodologia de análise por método direto ou automático, considerando modelos detalhados em abordagem de sistemas não lineares e não conservativos, bem como a clarificação dos métodos diretos e/ou automáticos existentes pela interpretação física dos termos que constituem as Funções de Lyapunov dos sistemas incluindo termos de dissipação e dispositivos de controle e compensação.

2- Representação do Sistema Elétrico de Potência

2.1- Rede Elétrica

Considerando a rede de energia elétrica em regime permanente, ou seja, as dinâmicas ultra-rápidas de natureza eletromagnética das linhas de transmissão são desconsideradas diante das dinâmicas eletromecânicas [4], e sua representação genérica é:

$$I = YE \quad (2.1)$$

sendo:

I = vetor injeções de correntes de barra;
 E = vetor tensões na barra;
 Y = matriz admitância de barra;

e

$$Y = G + jB \quad (2.2)$$

G = matriz condutância de barra;
 B = matriz susceptância de barra.

2.2- Máquina Síncrona

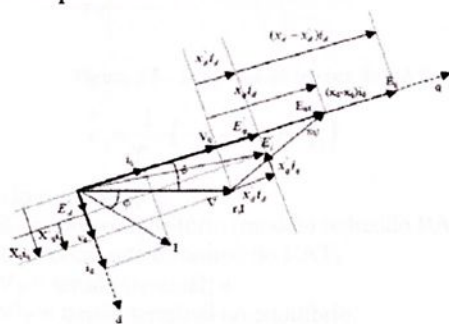


Figura 2.1 – Diagrama Fasorial da Máquina Síncrona para modelo de dois eixos

Para a máquina síncrona, vide [5], considerando modelo de dois eixos descrito pelas variáveis (δ , ω , e'_d , e'_q), como no diagrama fasorial mostrado na figura 2.1, as equações de estado podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{M} (-D\omega + P_m - P_e) \\ \tau'_{dq} \dot{E}'_q &= -E'_q - (x_d - x'_d) \dot{i}_d + E_{fd} \\ \tau'_{qd} \dot{E}'_d &= -E'_d + (x_q - x'_q) \dot{i}_q \\ E_{fd} &= E_q - (x_d - x'_d) \dot{i}_d \end{aligned} \quad (2.3)$$

sendo:

δ = posição angular medida em relação a um eixo que gira à velocidade síncrona;

ω = desvio de velocidade angular da máquina síncrona com relação a velocidade síncrona;

D = constante de amortecimento [s];

E'_d = tensão proporcional a enlace de fluxo de enrolamento amortecedor de eixo em quadratura;

E'_q = tensão proporcional ao enlace de fluxo do campo (eixo direto);

E_{fd} = tensão de excitação;

i_d = componente de eixo direto da corrente terminal da máquina;

i_q = componente de eixo em quadratura da corrente terminal da máquina;

$M = 2H/2\pi f_0$ = constante de inércia;

P_e = potência elétrica entregue pela máquina síncrona;

P_m = potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona)

τ'_{do} = constante de tempo de circuito aberto de eixo direto;

τ'_{qo} = constante de tempo de circuito aberto de eixo em quadratura;

x'_d = reatância transitória de eixo direto;

x_d = reatância de eixo direto;

x'_q = reatância transitória de eixo em quadratura; e

x_q = reatância de eixo em quadratura.

A Potência Elétrica (P_e), vide [5], é dada por:

$$P_e = E'_d i_d + E'_q i_q + (x'_q - x'_d) i_d i_q \quad (2.4)$$

2.3- Cargas

Neste estudo, as cargas são representadas por modelo de impedância constante.

2.4- Os Reguladores

2.4.1- Regulador de Velocidade (RV)

O Regulador de Velocidade (RV) é considerado como ilustrado na figura 2.2 e equações de estado como segue.

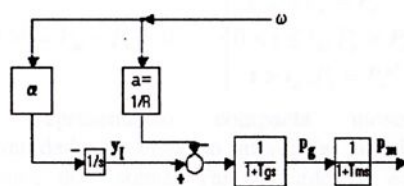


Figura 2.2 – Diagrama de blocos para o governador

$$\dot{p}_g = \frac{1}{T_g} (-p_g - a\omega + y_I) \quad (2.5)$$

$$\dot{p}_m = \frac{1}{T_m} (-p_m + p_g) \quad (2.6)$$

$$\dot{y}_I = -\alpha\omega \quad (2.7)$$

Como $T_g \ll T_m$ e desconsiderando termo do controle integral, o RV é reduzido:

$$\dot{p}_m = \frac{1}{T_m} (-p_m - a\omega) \quad (2.8)$$

sendo:

α = constante de regulação secundária de velocidade;
 $a = 1/R$ (estatismo); P_g = sinal de valor de potência na saída do governador; P_m = potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona); T_g = constante de tempo do governador; T_m = constante de tempo da turbina; e Y_I = controle de erro de área.

2.4.2- Regulador Automático de Tensão (RAT)

O Regulador Automático de Tensão (RAT) é representado como mostrado no diagrama de blocos e equação de estado dada a seguir

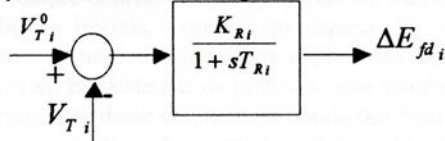


Figura 2.3 – Diagrama de blocos do RAT

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{1}{T_{Ri}} (-\varepsilon_i - K_{Ri} \Delta V_{Ti}) \quad (2.9)$$

sendo $\varepsilon = E_{fdi} - E_{fdi}^0$ e

K_R = ganho transitório (modelo reduzido RAT);

T_R = constante de tempo do RAT;

V_T = tensão terminal; e

V_T^0 = tensão terminal no equilíbrio.

3- Estudos de Estabilidade Transitória

3.1- O Problema da Estabilidade

Na condição de regime permanente, a potência mecânica fornecida aos geradores é exatamente igual à potência consumida nas cargas mais a potência perdida nas linhas. Suponha-se que no tempo $t=t_0$,

ocorra um grande distúrbio como a perda de uma linha ou um curto-circuito em algum barramento. O distúrbio causará um desequilíbrio de potência; surgirá, então, um excesso ou déficit de potência nas máquinas, que ocasionará a aceleração ou desaceleração de seus rotores. Consequentemente, os ângulos das máquinas alterar-se-ão no tempo, na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência.

Dependendo da severidade do defeito, o sistema pode encontrar um novo ponto de operação restabelecendo o balanço de potência ou tornar-se instável, não encontrar um estado de equilíbrio. Nessa situação, é necessário atuar no sistema isolando o defeito ou até realizando rejeição de algumas cargas. Ao se fazer isto, o sistema passa a ter uma nova configuração e deseja-se saber se o excesso de energia cinética, adquirida durante o defeito pelos rotores das máquinas, pode ser absorvido pelo novo sistema de forma a manter-se estável.

Se após a eliminação do defeito o sistema encontrar um ponto de operação estável, este é dito ser estável transitariamente. A atuação no sistema de forma a eliminar o defeito deve ser feita rapidamente para que se garanta a estabilidade. O tempo máximo em que isto poderá ser feito, tal que o sistema permaneça estável, é conhecido como tempo crítico de abertura " t_a ". Assim, a eliminação do defeito antes do tempo crítico proporciona um sistema estável, e após o tempo crítico um sistema instável. A determinação do tempo crítico de abertura é o principal objetivo dos estudos de estabilidade transitória e, daqui em diante, objetiva-se apresentar os métodos existentes na atualidade para obtenção de tal tempo.

4- Metodologias de Análise

4.1- Método Clássico (passo-a-passo)

Suponha-se que no tempo $t=0$ ocorra uma falta, ela ocasiona alterações na topologia da rede e consequentemente na matriz admitância correspondente, obtém-se então um conjunto de equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema durante a falta do tempo $t=0$ até o tempo de eliminação do defeito t_a . Na eliminação do defeito, ocorre alteração na topologia da rede e um novo conjunto de equações diferenciais passa a descrever o comportamento do sistema.

Ficam caracterizados, portanto, três intervalos de tempo precisamente definidos nos quais a topologia da rede é distinta. Esses períodos são identificados por Sistema Pré-Falta, Sistema em Falta e Sistema Pós-Falta. Em cada um deles, a equação diferencial que descreve o comportamento do sistema é diferente devido a alterações nos parâmetros da rede. Pode-se dizer que a equação diferencial do sistema possui descontinuidades estruturais no tempo, isto é:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e = 0 \quad \begin{cases} t \leq 0, P_e = P_e^{pf} \\ 0 < t \leq t_a, P_e = P_e^f \\ t > t_a, P_e = P_e^{ff} \end{cases} \quad (4.1)$$

Essa representação compacta mostra as descontinuidades da equação diferencial que descreve a dinâmica do sistema. Tal conjunto de equações diferenciais pode ser escrito como três conjuntos de equações diferenciais distintos.

O sistema pré-falta está em equilíbrio. Sua solução apresenta valores constantes no tempo, que podem ser obtidos através de um fluxo de carga (o cálculo de ponto de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais). Esses pontos são as condições iniciais do sistema em falta. As condições iniciais para as equações de pós-falta são determinadas pela solução do sistema de equações diferenciais do sistema em falta calculado no tempo de abertura t_a . Dada uma contingência, deseja-se descobrir qual o valor máximo para o tempo de abertura, de forma que o sistema ainda permaneça estável.

Não há solução analítica para estas equações diferenciais; portanto a solução só poderá ser encontrada através de métodos numéricos. O método mais simples de solução numérica de equações diferenciais é o método de Euler. Após diversas simulações com análise dos gráficos de oscilações verifica-se qual é o tempo crítico de abertura.

4.2- Métodos Diretos:

4.2.1- Método de Lyapunov

Nos sistemas não-lineares, a estabilidade global nem sempre ocorre; em geral, apenas um conjunto de condições iniciais, contido no espaço R^n , origina trajetórias que convergem para o ponto de equilíbrio estável x_0 . Em sistemas de potência, isso acontece, e a determinação deste conjunto de condições iniciais é o principal objetivo dos métodos diretos de análises. Matematicamente, esse conjunto é denominado área de atração ou região de estabilidade e é definido por:

$$A(x_0) = \{x \in R^n : \varphi(t, x) \rightarrow x_0, \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \quad (4.2)$$

Além de estudar a estabilidade de pontos de equilíbrio, o método fornece um caminho para estimar a área de atração.

A Estabilidade do sistema é determinada usando funções ditas de Lyapunov definidas no espaço de estado considerando seu sinal e o de sua derivada temporal.

A seguir, apresenta-se o teorema de Lyapunov para sistemas autônomos. A estabilidade da origem é estudada sem perda de generalidade, uma vez que uma translação pode transformar o problema de um ponto de equilíbrio qualquer em um problema em que o ponto de equilíbrio esteja na origem.

Teorema: Dado um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x), x \in R^n, f: R^n \rightarrow R^n$, com $f(0)=0$ (a origem é ponto de equilíbrio). Se existe uma função positiva definida, isto é, $V(x) > 0$ (< 0) com derivada $\dot{V}(x) < 0$ (> 0) nas trajetórias do sistema dinâmico então o sistema é assintoticamente estável em torno de $x=0$. Se existe $V(x) > 0$ com $\dot{V} \leq 0$, a origem é ponto de equilíbrio estável L (no sentido de Lyapunov). ([6])

Portanto, o sistema é estável na região em que $\dot{V}(x)$ é semi-definida negativa e assintoticamente estável se $\dot{V}(x)$ é definida negativa.

A função $V(x)$ é conhecida como função de Lyapunov ([6]). Embora não existam procedimentos sistemáticos para encontrar funções de Lyapunov para o sistema, as funções energia provenientes dos conceitos físicos em geral são boas tentativas para se encontrar uma função de Lyapunov. Na maior parte das abordagens a FL (Função de Lyapunov) considerada é a chamada energia transitória do sistema composta de energia cinética e energia potencial. A energia cinética é armazenada na massa inercial dos rotores das máquinas em função do desvio de velocidade em relação ao valor de operação normal. A energia potencial é armazenada em campos magnéticos, principalmente no sistema de transmissão, e elétricos em capacitores de compensação (por exemplo), e é função dos desvios das variáveis que definem o torque de restauração do equilíbrio em torno do ponto de operação. Estas variáveis, tipicamente os ângulos de defasagem dos rotores das máquinas e magnitudes das tensões internas das máquinas e possivelmente outras (quando consideradas), constituem um subespaço do espaço de estado. Neste subespaço, aqui denominado espaço do torque, existe um campo de forças, que confere a qualificação de estável ou instável aos pontos de equilíbrio, uma vez que são restaurativas em torno de uns e anti-restaurativas em torno de outros. Então, a energia potencial pode ser considerada como o trabalho necessário para deslocar o sistema do ponto de equilíbrio considerado até um outro ponto no espaço do torque e é definida-positiva em uma vizinhança de torno de pontos de equilíbrio estável.

A questão da estabilidade é considerada em termos da função energia transitória, sendo a energia potencial utilizada para estimar uma região (ou domínio) de estabilidade em torno do ponto de operação estável. Os extremos da energia potencial se localizam em pontos de equilíbrio do sistema. Além disto, verifica-se que no ponto de equilíbrio estável δ^* se localiza um mínimo local da energia potencial do sistema enquanto que nos pontos de equilíbrio instável se localizam outros extremos (máximo ou mini-max)

locais da mesma energia. Sendo a energia potencial uma (hiper-) superfície, existe em torno do ponto de equilíbrio estável uma depressão energética, cuja fronteira contém pontos extremos da energia potencial, que são pontos de equilíbrio instável do sistema. No interior desta região o torque é restaurativo e a conclusão de estabilidade é obtida quando se assegura que a trajetória do sistema não abandona esta região. O critério utilizado consiste em determinar se o sistema tem energia suficiente para superar a barreira de energia potencial na fronteira da região de torque restaurativo. Isto se faz mediante avaliação da energia do sistema em uma determinada condição inicial e comparação com o valor da energia potencial na fronteira, dita energia crítica. A questão que se coloca, então é a determinação do valor da energia crítica e diversas metodologias foram desenvolvidas, como as que consideram pontos de equilíbrio instável em diversas formulações ou as que utilizam a definição de uma fronteira da região de estabilidade denominada Superfície Limite de Energia Potencial (SLEP, ou PEBS do original “Potential Energy Boundary Surface”).

4.2.2- Ponto de Equilíbrio Instável (PEI) de menor Energia

Neste método ([7]), propõe-se o cálculo de todos os pontos de equilíbrio instáveis ao redor do ponto de equilíbrio estável em estudo, ou seja, o ponto de equilíbrio estável pós-falta θ^s . Sejam x_i 's os pontos de equilíbrio. A energia crítica era definida como sendo a energia do ponto de equilíbrio que tivesse a menor energia entre eles.

$$E_{cr} = \min Ep(x_i) \quad (4.3)$$

O ponto de equilíbrio instável que possui a menor energia é o ponto que está mais próximo energeticamente do ponto de equilíbrio estável em estudo. Dada uma condição inicial tal que $-\pi - \theta_{ij} < \theta_{ij} < \pi - \theta_{ij}$, se $V(\theta, \omega) \leq E_{cr}$ então o sistema evolui para a estabilidade. Caso $V(\theta, \omega) > E_{cr}$, nada se afirma, mas assume-se instabilidade.

Este método produz resultados freqüentemente afetados por uma forte conservatividade, ou seja, tem uma acentuada tendência de ser pessimista conduzindo a conclusões de instabilidade quando o sistema na verdade apresenta comportamento estável. Isto se deve ao fato de que o ponto de tangência da trajetória criticamente estável na fronteira não é necessariamente o ponto de equilíbrio instável de mínima energia potencial. Esta constatação levou à necessidade de se desenvolver outros métodos de análise que considerem não apenas a fronteira da região de atração, mas também a trajetória do sistema. Estes métodos são descritos na seqüência.

4.2.3- Método PEBS (Potential Energy Boundary Surface)

O método PEBS surgiu para tentar solucionar o problema da estimativa da área de atração eliminando a necessidade do cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis. Por este motivo, é um método bastante rápido, pode efetuar estimativas não conservativas do ponto de vista da estabilidade.

A idéia do método é bastante simples. Estima-se o ponto de equilíbrio de controle, depois integra-se numericamente a equação diferencial do sistema de falta mantida até que a projeção da trajetória do sistema em falta nos eixos dos ângulos δ cruze o PEBS. O ponto em que a trajetória cruzar o PEBS será conhecido como exit point.

Algoritmo:

- Verifica-se o ponto no qual a trajetória do sistema em falta $x_f(t)$ cruza a PEBS. (Ponto no qual a energia potencial atinge um máximo em cima da trajetória da falta). Seja δ^* este ponto.
- O valor da energia potencial em δ^* será a energia crítica $V_{cr} = V_p(\delta^*)$. Se no tempo de abertura t_a , $V(t_a) < V_{cr}$, o sistema será estável.

O algoritmo PEBS foi criado baseado em conjecturas físicas e gera resultados muitas vezes não conservativos.

4.2.4- Método BCU (Boundary Controlling Ustable Equilibrium Point)

Este método fundamenta-se no conceito de ponto de equilíbrio instável de controle para efetuar a estimativa da área de atração. A idéia deste conceito reside no fato de que não é necessário estimar a área de atração do sistema por completo. Apenas a parte importante, relativa ao defeito em estudo, deve ser estimada.

Para encontrar o ponto de equilíbrio de controle, o método utiliza-se da relação existente entre a fronteira de estabilidade do sistema original e a fronteira de estabilidade do sistema reduzido.

O BCU tem se mostrado eficiente pois tem uma definição precisa, baseada em teoria matemática, do ponto de equilíbrio instável de controle. Mas todos os métodos que se utilizam do conceito de ponto de equilíbrio de controle, por mais eficientes que sejam, garantem apenas a existência de estabilidade para a primeira oscilação([9]).

Os métodos diretos se baseiam no princípio da conservação da energia e, portanto, seus resultados são a rigor aplicáveis a sistemas conservativos tal como é o sistema de potência representado pelo modelo clássico das máquinas e rede não dissipativa. Mas há que se considerar que as máquinas têm dinâmicas em elementos não representadas no modelo clássico, tais como o campo, enrolamentos amortecedores e dispositivos de controle e compensação, bem como a rede é com freqüência apreciavelmente dissipativa.

Então, a conservação de energia deixa de ser uma qualidade do sistema e deve-se ter cautela ao se utilizar métodos de análise baseados nessa qualidade. Com isto em vista desenvolveu-se um método que não pode ser considerado direto, mas que, por prescindir de um “analista” para chegar a uma conclusão sobre estabilidade/instabilidade, é automático. Baseia-se na consideração da fronteira da região de torque restaurativo dada pelo próprio torque e verificação da trajetória com respeito a estas fronteiras durante simulação digital, considerando a energia potencial como auxiliar no processo ([9]).

5- Função de Lyapunov

Encontra-se na literatura especializada uma grande diversidade de métodos para obtenção de Funções de Lyapunov e mesmo para Sistemas de Potência há várias proposições. Aqui, apresenta-se o método dos sistemas de Persidskii, em vista de permitir a determinação de FL para diversas formulações de Sistemas de Potência, incluindo controladores e compensadores.

5.1- Obtenção de Função de Lyapunov para Sistema de Persidskii generalizado.

O sistema da forma dita de Persidskii perturbado é

$$\dot{x} = A\phi(x) + F(x) \quad (5.1)$$

com $x \in \mathbb{R}^n$; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$,

$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é a chamada perturbação a origem é um ponto de equilíbrio. Para este sistema propõe-se uma Função de Lyapunov da forma [12].

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \int_0^{x_i} \phi_j(\tau) d\tau_j \quad (5.2)$$

onde p_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) são elementos de uma matriz $P = [p_{ij}]$. A derivada temporal de $V(x)$ nas trajetórias do sistema (5.1) é dada por

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2} [P^{-1} \nabla V(x)]^T Q [P^{-1} \nabla V(x)] + \nabla V^T(x) [F - AP^{-1}\psi(x)] \quad (5.3)$$

onde $\psi(x) = [\psi_1(x) \psi_2(x) \dots \psi_n(x)]^T$ com

$$\psi_i = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n p_{kl} \int_0^{x_k} \frac{\partial \phi_l(\tau)}{\partial x_i} d\tau_k; i = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

e

$$Q = -[A^T P + P^T A] \quad (5.5)$$

5.2- A Função Energia Transitória

A estabilidade é estudada utilizando uma Função de Lyapunov (FL), desenvolvida com base nas equações que regem o comportamento do sistema. Na maior parte das abordagens a FL considerada é a chamada energia transitória do sistema composta de energia cinética e energia potencial.

Funções de Lyapunov com a forma de energia, começando com o modelo clássico até a consideração do modelo de 2 eixos da MS, são apresentados a seguir, considerando o sistema Máquina contra Barra Infinita (MBI).

5.2.1- Sistema Máquina contra barra infinita (MBI)

Sendo a máquina dada pelo modelo de 1½ eixos e incluindo o RAT o sistema MBI é expresso na estrutura de Persidskii generalizada como ([12]):

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\eta_1 & \eta_3 \\ 0 & -\eta_2 & -\eta_3 & -\eta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_2 g(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\text{onde } \eta_1 = \frac{x_s + x_d}{x_s + x'_d} \frac{1}{T'_{do}}, \eta_2 = (x_d - x'_d) \frac{1}{T'_{do}}, \eta_3 = \frac{1}{T'_{do}}, \eta_4 = \frac{1}{T_R}$$

$$\eta_5 = \frac{K_R K_e}{T_R}, \eta_6 = \frac{K_R K_f}{T_R} \quad (5.7)$$

Uma vez que se assegure que a segunda parcela do segundo membro de (5.3) seja nula, basta verificar o sinal da matriz Q para se concluir sobre o sinal de $\dot{V}(x)$. Se Q é positiva definida, então $\dot{V}(x)$ é definida negativa.

5.2.1.1- Modelo clássico

Com $K_R = 0$, $T_R = \infty$, $\varepsilon \equiv 0$, $T'_{do} = 0$ e $e \equiv 0$, em (5.6) permanecem apenas as duas primeiras linhas e colunas representando o modelo clássico da máquina e se obtém a conhecida função energia:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau) d\tau \quad (5.8)$$

A função dada na equação (5.8) é positiva definida e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (V_c)

$$V_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.9)$$

Trata-se da energia armazenada na massa girante do(s) rotor(es) da(s) máquina(s).

- Energia potencial (V_p)

$$V_p = \int_0^\sigma f(\tau) d\tau \quad (5.10)$$

Nesta última, a integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão, ou seja, a energia armazenada no campo magnético das linhas de transmissão e transformadores. Neste caso, o sistema de transmissão é o único responsável pela barreira de energia potencial a ser vencida para o sistema tornar-se instável.

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

de modo que a taxa de decaimento da energia total do sistema depende unicamente do amortecimento da própria máquina síncrona.

5.2.1.2- Modelo com Decaimento de Fluxo

O modelo considerado é dado por (5.6) eliminadas as últimas linha e coluna (correspondente ao RAT) com $K_R = 0$, $T_R = \infty$ e $\varepsilon \equiv 0$. Para este sistema a função de Lyapunov obtida é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \eta_1 e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (5.12)$$

Esta função (5.12) energia transitória tem a mesma energia cinética que a função (5.8), mas com a energia potencial dada por:

$$V_p = \frac{1}{2} \eta_1 e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (5.13)$$

A integral representa a energia potencial, já presente no caso do modelo clássico e a primeira parcela é devida às variações da tensão interna da máquina com relação ao valor de equilíbrio, significando os efeitos das variações da tensão interna da máquina (do decaimento de fluxo do campo) na energia transitória do sistema. Nota-se que o efeito do campo da máquina síncrona se apresenta como uma elevação da barreira de energia potencial necessária vencer no caso do sistema ir para a instabilidade.

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{\eta_1}{\eta_2} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

expressando a influência do decaimento de fluxo no amortecimento das oscilações eletromecânicas, de acordo com resultados já bem conhecidos da literatura sobre estabilidade dinâmica ([1], [4]).

5.2.1.3- Modelo com Decaimento de Fluxo e RAT

O modelo considerado é dado por (5.6), e a função desenvolvida em [12] é apresentada a seguir:

$$V(x) = \frac{1}{2} (1 + \eta_1^2 M p_3) M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} p_3 e^2 + \frac{1}{2} p_4 e'^2 - \eta_1 M p_4 e' \omega \quad (5.15)$$

onde

$$p_4 = \frac{1}{(x_d - x'_d) K_R K_e} \quad (5.16)$$

Os termos da função (5.15) são:

- Energia cinética (V_c)

$$V_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.17)$$

- Energia potencial (V_p)

$$V_p = \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} p_3 e^2 \quad (5.18)$$

- A inclusão dos efeitos do RAT corresponde à parcela dada a seguir:

$$V_{RAT} = \frac{1}{2} \eta_1^2 M^2 p_4 \omega^2 + \frac{1}{2} p_4 e'^2 - \eta_1 M p_4 e' \omega \quad (5.19)$$

O efeito da ação do RAT na energia potencial do sistema está expresso no coeficiente p_3 em adição os efeitos do campo já considerados:

$$p_3 = \frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} = \frac{x_e + x_d + (x_e + x'_d) K_R K_e}{(x_d - x'_d)(x_e + x'_d)} \quad (5.20)$$

Nota-se que o RAT adiciona mais uma parcela à energia potencial proporcionada pelo campo dependente do ganho do regulador. Com RAT de alto ganho, significa uma elevação substancial na barreira de energia potencial a ser vencida pelo sistema para ir à instabilidade.

A matriz Q é desenvolvida em [12] sendo a definição de sinal fortemente dependente do ponto de operação, o que não surpreende, uma vez que se sabe dos estudos de estabilidade dinâmica que o amortecimento das oscilações eletromecânicas deste sistema depende fortemente de parâmetros associados às variações da tensão terminal e ao RAT.

5.2.1.4- Modelo com Decaimento de Fluxo e RV ([10])

Trata-se aqui o sistema MBI com a máquina descrita pelo modelo de dois eixos e RV. Sendo as variáveis de estado definidas por:

(P_m, y_1) = regulador de velocidade (variável de estado)
(ω, σ, e_d, e_q) = máquina síncrona (variável de estado)
(e_q, ε) = laço de regulação de tensão (variável de estado)

O sistema fica dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_m \\ \dot{y}_1 \\ \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e}_d \\ \dot{e}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_m} + \frac{\alpha}{a} & \frac{1}{T_m} & \frac{\alpha}{T_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha^2 T_m}{a^2} & \frac{\alpha}{a} & \frac{\alpha}{a} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 & \frac{D}{M} & \frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_m \\ y_1 \\ \omega \\ \sigma \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \eta_d f(\sigma, e_d, e_q) \\ -\eta_q g(\sigma) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

com

$$\eta_{hq} = \frac{x_e + x_d}{x_e + x'_d T_{d0}}, \quad \eta_{hd} = \frac{x_e + x_q}{x_e + x'_q T_{q0}}, \quad \eta_{2q} = \frac{x_d - x'_d}{x_e + x'_d T_{d0}} \quad (5.22)$$

$$\eta_{2d} = \frac{x_q - x'_q}{x_e + x'_q T_{q0}},$$

Considerando uma matriz $P = \text{diag}[p_i]$, obtém-se

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{a} P_m^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha(1-\frac{\alpha}{a} T_m)} \bar{y}_1^2 + \int_0^{\sigma} f(\tau, e_d, e_q) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1d}}{\eta_{2d}} e_d^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1q}}{\eta_{2q}} e_q^2 \quad (5.23)$$

com

$$Q = \begin{bmatrix} 2 \frac{a - \alpha T_m}{a^2} & \frac{2}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{a} & 2 \frac{1}{a - \alpha T_m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \frac{\eta_{1d}}{\eta_{2d}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \eta_{10} \frac{\eta_{1d}}{\eta_{2d}} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

A função dada por (5.23) é a energia transitória do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio estável, considerando a ação do regulador de velocidade.

Nota-se o efeito do regulador de velocidade na Energia potencial (V_p):

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{1}{a} P_m^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha(1-\frac{\alpha}{a} T_m)} \bar{y}_1^2 + \int_0^{\sigma} f(\tau, e_d, e_q) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1d}}{\eta_{2d}} e_d^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_{1q}}{\eta_{2q}} e_q^2 \quad (5.25)$$

Ainda, dentro da V_p , observa-se que, se tratando de máquina de rotor liso ($\eta_{1d} = \eta_{1q}$ e $\eta_{2d} = \eta_{2q}$), têm-se que o termo dependente da tensão interna é idêntico ao termo obtido para o modelo de 1½ eixos.

5.2.1.5- Modelo com Inclusão de Dispositivos FACTS

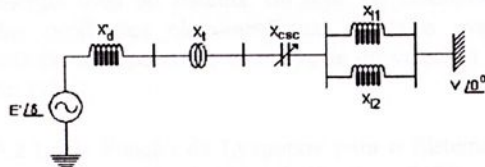


Figura 5.1 – Sistema Máquina x Barra Infinita com CSC

5.2.1.5.1- Função de Lyapunov para o Sistema MBI com Compensador Série Controlado ([13]).

O sistema tratado é apresentado em diagrama unifilar na figura 5.1.

O modelo do sistema MBI, incluindo o RAT reduzido, com a presença dinâmica do CSC, e com uma mudança de variáveis é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{e} \\ \Delta \dot{X}_{csc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & -\frac{K_{qpcsc}}{M} \\ \frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -\eta_{10} & a_{34} \\ \frac{K_c}{T_{csc}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{csc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ e \\ \Delta X_{csc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_{21} g_1(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

onde

$$\eta_1 = \frac{(X_c - X_{csc}^0 + X_d)}{(X_c - X_{csc}^0 + X_d)} \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_2 = \frac{(X_d + X_d^0)}{T_{do}}, \quad \eta_3 = \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_{10} = \eta_1 + \eta_2 K_R K_c$$

$$a_{31} = K_R K_f \eta_3 D, \quad a_{34} = -\eta_2 K_{scsc} + \eta_2 K_R (K_{scsc} K_f - K_{scsc}) \quad (5.27)$$

A função de Lyapunov para a estabilidade da origem é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^{\sigma} f(\sigma, e) d\sigma + \frac{1}{2} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{scsc}}{k_c} \Delta X_{csc}^2 \quad (5.28)$$

com

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & -K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 0 & 2 \frac{(\eta_{10})^2}{\eta_2} & -a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} \\ 0 & 0 & -a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} & 2 \frac{K_{scsc}}{K_c} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

A função dada na equação (5.29) é positiva definida e é a energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (V_c)

$$V_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.30)$$

- Energia potencial (V_p)

$$V_p = \int_0^{\sigma} f(\sigma, e) d\sigma + \frac{1}{2} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{scsc}}{k_c} \Delta X_{csc}^2 \quad (5.31)$$

Nesta última, pode-se ainda destacar cada uma das parcelas. A integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão; a segunda parcela é inteiramente devida ao laço eletromagnético: a variável e é a tensão interna da máquina e o coeficiente depende exclusivamente de parâmetros do campo e do RAT; como no caso descrito no item 5.2.1.3, e finalmente, a terceira e última parcela depende unicamente – tanto coeficiente como variável – do compensador série controlado (CSC). Estas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina e neste caso se destaca a atuação do TCSC, que adiciona uma parcela à barreira de energia potencial do sistema, aumentando a necessidade de energia para o sistema ir à instabilidade, consequência do reforço de torque sincronizante proporcionado pelo dispositivo de compensação.

Quanto à matriz Q , é semi-definida positiva para valores usuais dos parâmetros especialmente considerados pontos de operação estáveis. Visando isolar para análise os efeitos do TCSC sobre as oscilações eletromecânicas, elimina-se da representação do sistema a presença do RAT e do

campo da máquina: então a energia potencial fica dada por

$$V_p(\sigma, x_{csc}) = \int_0^\sigma f(\sigma, e) d\sigma + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{xpcsc}}{k_c} \Delta X_{csc}^2 \quad (5.32)$$

onde permanece como antes a contribuição do TCSC à energia potencial e ao torque restaurativo.

A matriz Q, agora é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \frac{K_{xpcsc}}{K_e} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

evidenciando a contribuição do TCSC ao decaimento da energia total do sistema e, portanto, ao amortecimento das oscilações eletromecânicas. Se, adicionalmente, se considerar que o TCSC atua instantaneamente ($T_{csc}=0$), então

$$V_p(\sigma) = \int_0^\sigma f(\sigma, e) d\sigma \quad (5.34)$$

como no caso de modelo clássico sem FACTS, ou seja, a presença do TCSC não implica em qualquer alteração da barreira de energia potencial. Sua atuação ocorre exclusivamente no amortecimento das oscilações eletromecânicas. De fato, a matriz

$$Q = \begin{bmatrix} 2D + K_c K_{xpcsc} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

expressa a influência do TCSC no decaimento da energia total do sistema, ou seja, no amortecimento das oscilações eletromecânicas. Nota-se que esta influência depende diretamente do valor do ganho do TCSC.

5.2.1.5.2- Função de Lyapunov para o Sistema MBI com Compensador Estático de Reativos ([13]).

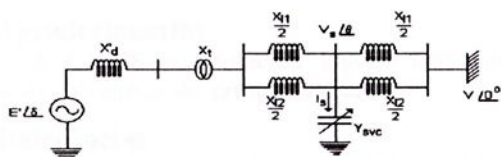


Figura 5.2 – Sistema MBI com SVC

O sistema tratado é apresentado em diagrama unifilar na figura 5.2.

Descreve-se o modelo do sistema MBI, com RAT modelado de forma reduzida ($T_R=0$), sob a ação do SVC e numa realização definida por uma mudança de variáveis por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(D + K_{pvc}) & -\frac{1}{M} & 0 \\ \frac{M}{1} & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -\eta_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega \\ f_3(\sigma, e) \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_b g_3(\sigma) \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

onde:

$$\begin{aligned} \eta_b &= \frac{(X_d + X'_d)}{T_{do}}, \quad \eta_b = \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_a = \left(\frac{X'_a - (X_d - X'_d)}{X'_a T_{do}} \right) \\ \eta_b &= \frac{K_R}{T_R} K_{RVC}, \quad \eta_b = \eta_a + \eta_b K_R K_e \\ a_{31} &= [-\eta_b \eta_a M + \eta_b K_{RVC} + \eta_b K_R K_{RVC} + K_R K_f M (1 + D + K_{pvc})] \end{aligned} \quad (5.37)$$

A candidata a Função de Lyapunov é definida por $P = \text{diag}[p_i]$ e, com

$$p_1 = M; \quad p_2 = 1; \quad p_3 = \frac{\eta_9}{\eta_2} \quad (5.38)$$

chega-se a

$$Q = \begin{bmatrix} 2(D + K_{pvc}) & 0 & -a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} & 0 & 2 \frac{(\eta_9)^2}{\eta_2} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

e a função de Lyapunov para o sistema (5.36) é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f_3(\sigma, e) d\sigma + \frac{1}{2} \frac{\eta_9}{\eta_2} e^2 \quad (5.40)$$

A função dada na equação (5.40) é positiva definida em uma região que contém o ponto de equilíbrio estável e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente:

- Energia cinética (V_c)

$$V_c = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (5.41)$$

- Energia potencial (V_p)

$$V_p = \int_0^\sigma f_3(\sigma, e) d\sigma + \frac{1}{2} \frac{\eta_9}{\eta_2} e^2 \quad (5.42)$$

Nesta última, pode-se ainda destacar cada uma das parcelas. A integral representa a parcela relativa ao sistema de transmissão, enquanto que a segunda parcela é devida ao laço eletromagnético e ao SVC: a variável e é a tensão interna da máquina e o coeficiente depende de parâmetros do campo, do RAT e do SVC. Estas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina. A atuação do SVC fornece grande contribuição ao amortecimento das oscilações, como evidenciado pela expressão (5.39) da matriz Q.

6- Conclusão

Este trabalho foi iniciado por descrever os modelos utilizados para a rede, máquina síncrona e controles, através da representação por variáveis de estado.

Foram descritas metodologias de análise de estabilidade transitória. Inicialmente apresentou-se o método clássico ou tradicional, que é um método preciso e não apresenta restrições quanto ao tipo de modelo empregado, contudo é inadequado a aplicações em tempo real. Apresentaram-se também os métodos diretos que possibilitam uma conclusão do tipo estável/instável sem resolver as equações do sistema, mas verificando condições sobre a chamada “Função de Lyapunov”. Na maior parte das abordagens a FL considerada é a chamada energia transitória do sistema composta de energia cinética e energia potencial.

Apresentou-se o conceito do método da Região de Sincronização Positiva, que não prescinde da integração da trajetória, mas é automático uma vez que não necessita da intervenção de um analista para chegar a uma conclusão quanto à estabilidade.

E, por último, foram apresentadas e interpretadas fisicamente funções de Lyapunov desde o modelo clássico até a representação de dispositivos FACTS. Foram apresentadas as influências do RAT, RV, TCSC e SVC, e o modo como estes dispositivos afetam a energia potencial do sistema, ou seja, como modificam a barreira de energia potencial que o sistema necessita vencer para abandonar o domínio de estabilidade e, portanto, como afetam a estabilidade. No caso dos dispositivos FACTS, observa-se que, além da elevação da barreira de energia potencial, também podem contribuir no decaimento da FL, o que significa acentuar o amortecimento das oscilações.

Agradecimentos

À CAPES que forneceu suporte financeiro ao desenvolvimento do presente trabalho.

Referências

- [1] Kundur, P.. “Power System Stability and Control Mc Graw-Hill”, 1994.
- [2] Sauer, P. W.; Pai, M. A.. “Power System Dynamics and Stability”, Prentice-Hall, 1998.
- [3] Fouad, A. A.; Vital, V.. “Power System Stability Analysis Using the Transient Energy Function Method”. Prentice-Hall, Inc, 1992.
- [4] Anderson, P. M.; Fouad, A. A.. “Power System Control and Stability”, IEEE Press, 2000.
- [5] Fitzgerald, A.E.; Kingsley Jr.; C. & Kusko A.. “Máquinas Elétricas”, São Paulo, McGraw Hill do Brasil, 1975.

- [6] Pai, M. A.. “Power System Stability-Analysis by Direct of Lyapunov”, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1981.
- [7] Chiang, H-D.; Thorp, J.S.. “The Closest Unstable Equilibrium Point Method for Power System Dynamic Security Assessment”. IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 36, n. 9, set., 1989.
- [8] Chiang, H-D.; Wu, F.F.; Varaya, P.P.. “Foundations of the Potential Energy Boundary Surface Method for Power System Transient Stability Analysis”, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 35, n.6, jun., 1988.
- [9] Llamas, A.; Lopez, J.De L.R.; Mili, L.; Phadke, A.G.; Thorp, J.S.. “Clarifications of the BCU Method for transient Stability Analysis”, IEEE Trans. on Power Systems, vol. 10, n.1, fev., 1995.
- [10] Colvara, L.D.. “Método Automático de Análise de Estabilidade Transitória de Sistemas de Energia Elétrica Considerando Modelos Detalhados: Um Desenvolvimento”. Tese de Livre Docência em “Introdução a Sistemas de Energia Elétrica” – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 1995.
- [11] Lourenço, F.D.; Colvara, L.D.. “Método Automático de Análise de Estabilidade Transitória de Sistemas de Potência Considerando a Atuação de Reguladores de Tensão e Velocidade”. Inc: XI CONGRESSO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA, 1995, Punta Arenas, p.A-133 – 138.
- [12] Colvara, L.D.. “Análise de Estabilidade Transitória de Sistemas de Energia Elétrica com Reguladores Automáticos de Tensão Usando Funções de Lyapunov”. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia da Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-R.J., 1988.
- [13] Festraits, E.B.. “Consideração da Ação de Dispositivos FACTS em Um Método Automático de Análise de Estabilidade de Sistemas de Energia Elétrica”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira-S.P., 2002.

FUNÇÕES DE LYAPUNOV PARA SISTEMAS DE POTÊNCIA COM CONTROLADORES E DISPOSITIVOS DE COMPENSAÇÃO

Regiani Crystina Barbazelli, Laurence Duarte Colvara

Departamento de Engenharia Elétrica, FEIS - UNESP

Av. Brasil Norte, 364 – Caixa Postal 31

Telefone: (18) 3743-1150 - Fax: (18) 3743-1163

CEP 15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil

e-mails: regiani@dee.feis.unesp.br, laurence@dee.feis.unesp.br

Resumo: Este trabalho aborda a estabilidade de Sistemas de Energia Elétrica pelo ponto de vista do Segundo Método de Lyapunov, considerando a inclusão de diversos dispositivos, desde a representação de fenômenos internos às máquinas até controle e compensação, incluindo dispositivos FACTS. Os efeitos de cada dispositivo sobre o desempenho do sistema é estudado, bem como os reflexos na Energia Transitória associados, utilizando estas informações para avaliar comportamento do sistema com e dispositivos de controle e compensação por método direto. Então propõem-se uma nova formulação para se estimar tempos críticos, utilizando uma Aproximação Exponencial da Função de Lyapunov.

LYAPUNOV FUNCTIONS FOR POWER SYSTEMS WITH CONTROL AND COMPENSATION DEVICES

Abstract: This work approaches the stability of Systems of Electric power for the point of view of the Second Method of Lyapunov, considering the inclusion of several devices, from the representation of internal phenomena to the machines even control and compensation, including devices FACTS. The effects of each device on the acting of the system are studied, as well as the reflexes in the Energy Transitory associates, using these information to evaluate behavior of the system with and control devices and compensation for direct method. Then they intend a new formulation to esteem critical times, using an Exponential Approach of the Function of Lyapunov.

Keywords: Method of Lyapunov, Energy Function, Transitory stability.

1. Introdução

O estudo de Estabilidade Transitória tem por objeto a capacidade que o sistema tenha de manter o sincronismo após uma perturbação (Kundur, 1994 e Sauer, 1998), e neste trabalho se explora o enfoque sob o Segundo Método de Lyapunov (Pai, 1981).

Tradicionalmente a análise de estabilidade de Sistemas de Energia Elétrica tem sido efetuada através das soluções das equações diferenciais não-lineares que descrevem o movimento do sistema – equação de oscilação da máquina síncrona – e análise da evolução da posição angular de cada máquina síncrona ao longo do tempo (simulação), apresentada na forma de curvas de oscilação (ou oscilogramas) a serem analisadas por um analista. As técnicas utilizadas para a simulação são precisas e não apresentam restrições quanto ao tipo de modelo empregado, contudo consomem uma grande quantidade de tempo pa-

ra a realização dos cálculos e na obtenção da análise. Portanto, este método, denominado passo-a-passo, só pode ser utilizado para estudos "off-line" de projeto e planejamento.

Os métodos diretos são mais adequados a aplicações em tempo real, pois são capazes de analisar a estabilidade dos sistemas, sem a necessidade do conhecimento da solução das equações diferenciais e, principalmente, sem a necessidade da intervenção de um analista. Baseiam-se fundamentalmente na agregação das informações sobre o desempenho dinâmico em uma função, dita Função de Lyapunov, e a questão da estabilidade/instabilidade do movimento do sistema – que pode ser de grande dimensão – fica reduzida à verificação de condições sobre esta função e sua derivada temporal. Muitos avanços ocorreram na utilização de métodos diretos para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, sendo que uma tendência bem estabelecida é a consideração da

função de Lyapunov com forma de energia Transitória. Entretanto, a função energia largamente empregada em diversas abordagens de análise de estabilidade de sistemas de potência encontra-se formalmente estabelecida considerando as máquinas representadas pelo chamado modelo clássico, segundo o qual somente a dinâmica mecânica é efetivamente considerada, sendo o sistema conservativo. E a propriedade de conservação da energia ensejou os métodos de análise denominados diretos, que, desse ponto de vista (modelo clássico, sistema conservativo) produzem resultados de alta qualidade. Por outro lado, nos sistemas reais as máquinas têm outras dinâmicas além da mecânica, bem como o sistema, inclusive por decorrência dessas dinâmicas, não é conservativo.

Então, aspectos adicionais devem ser levados em conta e neste estudo objetiva-se a interpretação física dos termos que constituem as Funções de Lyapunov dos sistemas incluindo termos de dissipação e dispositivos de controle e compensação.

2. Representação do Sistema Elétrico de Potência

A máquina síncrona (vide Fitzgerald, 1945) é dado pelo modelo de dois eixos descrito pelas variáveis $(\delta, \omega, e'_d, e'_q)$, e as equações de estado podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{M}(-D\omega + P_m - P_e) \\ \tau'_{d0} \dot{e}'_d &= -E'_d - (x_d - x'_d)i_d + E_{fd} \\ \tau'_{q0} \dot{e}'_q &= -E'_q + (x_q - x'_q)i_q \\ E_{fd} &= E'_q - (x_d - x'_d)i_d\end{aligned}\quad (1)$$

sendo δ = posição angular medida em relação a um eixo que gira à velocidade síncrona; ω = desvio de velocidade angular da máquina síncrona com relação à velocidade síncrona; D = constante de amortecimento [s]; E'_d = tensão proporcional a enlace de fluxo de enrolamento amortecedor de eixo em quadratura; E'_q = tensão proporcional ao enlace de fluxo do campo (eixo direto); E_{fd} = tensão de excitação; i_d = componente de eixo direto da corrente terminal da máquina; i_q = componente de eixo em quadratura da corrente terminal da máquina; $M = 2H/2\pi f_0$ = constante de inércia; P_e = potência elétrica entregue pela máquina síncrona; P_m = potência mecânica de entrada (fornecida à máquina síncrona); τ'_{d0} = constante de tempo de circuito aberto de eixo direto; τ'_{q0} = constante de tempo de circuito aberto de eixo em quadratura; x'_d = reatância transitória de eixo direto; x_d = reatância de eixo direto; x'_q =

reatância transitória de eixo em quadratura; e x_q = reatância de eixo em quadratura.

A Potência Elétrica (P_e) é dada por:

$$P_e = E'_d i_d + E'_q i_q + (x'_q - x'_d) i_d i_q \quad (2)$$

2.1. Regulador Automático de Tensão (RAT)

O Regulador Automático de Tensão (RAT) é representado simplificada por um bloco linear de primeira ordem, com a equação de estado dada a seguir

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{1}{T_{Ri}} (-\varepsilon_i - K_{Ri} \Delta V_{Ti}) \quad (3)$$

sendo $\varepsilon = E_{Ti} - E_{Ti}^0$; K_R = ganho transitório (modelo reduzido RAT); T_R = constante de tempo do RAT; V_T = tensão terminal; e V_T^0 = tensão terminal no equilíbrio.

3. Função de Lyapunov

Encontra-se na literatura especializada uma grande diversidade de métodos para obtenção de Funções de Lyapunov e mesmo para Sistemas de Potência há várias proposições. Aqui, utilizou-se o método dos sistemas de Persidskii (Hsu, 1980), em vista de permitir a determinação de FL com a forma de energia, começando com o modelo clássico até modelos com dispositivos FACTS (Colvara, 1988 e Festrats, 2002), são apresentados a seguir, considerando o sistema Máquina contra Barra Infinita (MBI).

Sabidamente (vide Kundur, 1994), a dependência da tensão terminal da máquina com o defasamento angular conduz a questões de amortecimento de oscilações como estudado sob o enfoque de estabilidade dinâmica, via o bem conhecido parâmetro K_S definido no modelo de Hefron-Philips. No presente trabalho, trata-se de estudo de estabilidade transitória em que o interesse está focado no torque de sincronização e não no torque de amortecimento. Então, sem incorrer em erro apreciável de representação desprezamos a parcela da tensão terminal dependente da defasagem angular e, a partir do modelo empregado em (Colvara, 1988), considera-se o sistema MBI com RAT descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D & -1 & 0 & 0 \\ M & M & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\eta_1 & \eta_2 \\ 0 & 0 & -\eta_3 & -\eta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\eta_1 = \frac{x_e + x_d}{x_e + x_d' T_{do}}, \quad \eta_2 = (x_d - x_d') \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_3 = \frac{1}{T_{do}}, \quad (5)$$

$$\eta_4 = \frac{1}{T_R} \quad e \quad \eta_5 = \frac{K_R K_e}{T_R}$$

Uma estrutura mais conveniente é obtida por meio da mudança de variável definida por $\varepsilon = \alpha e + \varepsilon$, ficando o sistema descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\eta}_4 & \bar{\eta}_5 \\ 0 & 0 & -\bar{\eta}_5 & -\bar{\eta}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f(\sigma, e) \\ e \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_5 g(\sigma) \\ -\alpha \eta_5 g(\sigma) \end{bmatrix} \quad (6)$$

A matriz Q é

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.1. Modelo clássico

Com $K_R = 0$, $T_R = \infty$, $\varepsilon \equiv 0$, $T_{do}' = 0$ e $e \equiv 0$, em (4) permanecem apenas as duas primeiras linhas e colunas representando o modelo clássico da máquina e se obtém a conhecida função energia:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau) d\tau \quad (8)$$

A função dada na equação (8) é positiva definida e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente a primeira parcela como a energia cinética, trata-se da energia armazenada na massa girante do(s) rotor(es) da(s) máquina(s), e a segunda parcela como a energia potencial, representa a parcela relativa ao sistema de transmissão, ou seja, a energia armazenada no campo magnético das linhas de transmissão e transformadores. Neste caso, o sistema de transmissão é o único responsável pela barreira de energia potencial a ser vencida para o sistema tornar-se instável.

3.2. Modelo com Decaimento de Fluxo

O modelo considerado é dado por (4) eliminadas as últimas linha e coluna (correspondente ao RAT) com $K_R = 0$, $T_R = \infty$ e $\varepsilon \equiv 0$. Para este sistema a função de Lyapunov obtida é:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (9)$$

Sendo a energia potencial dada pela segunda e terceira parcela da função (9), onde a segunda parcela é devida às variações da tensão interna (devidas ao decaimento de fluxo do campo) da máquina com relação ao valor de equilíbrio. Nota-se que o efeito do campo da máquina síncrona se apresenta como uma elevação da barreira de energia potencial necessária vencer no caso do sistema ir para a instabilidade.

3.3. Modelo com Decaimento de Fluxo e Regulador Automático de Tensão (RAT)

O modelo considerado é dado por (6), e a função desenvolvida é apresentada a seguir:

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\bar{\eta}_1}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} \varepsilon^2 \quad (10)$$

A primeira parcela da função (10) representa a energia cinética do sistema e as outras parcelas representam a energia potencial. O efeito da ação do RAT na energia potencial do sistema está expresso no coeficiente p_4 e η_5/η_4 em adição os efeitos do campo. Nota-se que o RAT adiciona mais uma parcela à energia potencial proporcionada pelo campo dependente do ganho do regulador. Com RAT de alto ganho, significa uma elevação substancial na barreira de energia potencial a ser vencida pelo sistema para ir à instabilidade.

3.4. Modelo com Compensador Série Controlado

O modelo do sistema MBI, incluindo o RAT reduzido, com a presença dinâmica do CSC, e com uma mudança de variáveis é descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \\ \dot{x}_{csc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{1}{M} & 0 & -\frac{K_{xpsc}}{M} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -\eta_{10} & a_{34} \\ \frac{K_c}{T_{csc}} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{csc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f_1(\sigma, e) \\ e \\ x_{csc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g_1(\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\eta_1 = \left(\frac{X_e - X_{csc}^0 + X_d}{X_e - X_{csc}^0 + X_d'} \right) \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_2 = \frac{(X_d + X_d')}{T_{do}}, \quad \eta_3 = \frac{1}{T_{do}}, \quad (12)$$

$$\eta_{10} = \eta_1 + \eta_2 K_R K_e, \quad a_{31} = K_R K_f \eta_3 D,$$

$$a_{34} = -\eta_2 K_{xpsc} + \eta_3 K_R (K_{xpsc} K_f - K_{xpsc})$$

A função de Lyapunov para a estabilidade da origem e a matriz Q são respectivamente

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_0}{\eta_2} e^2 + \frac{1}{2} T_{csc} \frac{K_{xpcsc}}{k_c} x_{csc}^2 \quad (13)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2D & 0 & -K_R K_f \frac{D}{M} \frac{\eta_0}{\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_R K_f \frac{D}{M} \frac{\eta_0}{\eta_2} & 0 & 2 \frac{\eta_0^2}{\eta_2} & -a_{34} \frac{\eta_0}{\eta_2} \\ 0 & 0 & -a_{34} \frac{\eta_0}{\eta_2} & 2 \frac{K_{xpcsc}}{K_c} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Identificando-se claramente a primeira parcela da função (13) como a energia cinética e o restante como a energia potencial do sistema. Pode-se destacar a terceira parcela é inteiramente devida ao laço eletromagnético e a quarta e última parcela depende unicamente – tanto coeficiente como variável – do compensador série controlado (CSC). Estas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina e neste caso se destaca a atuação do TCSC, que adiciona uma parcela à barreira de energia potencial do sistema, aumentando a necessidade de energia para o sistema ir à instabilidade, consequência do reforço de torque sincronizante proporcionado pelo dispositivo de compensação.

Visando isolar para análise os efeitos do TCSC sobre as oscilações eletromecânicas, elimina-se da representação do sistema a presença do RAT e do campo da máquina. E, considera que o TCSC atua instantaneamente ($T_{csc}=0$), então

$$V_p(\sigma) = \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (15)$$

como no caso de modelo clássico sem FACTS, ou seja, a presença do TCSC não implica em qualquer alteração da barreira de energia potencial. Sua atuação ocorre exclusivamente no amortecimento das oscilações eletromecânicas. De fato, a matriz

$$Q = \begin{bmatrix} 2(D + K_c K_{xpcsc}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

expressa a influência do TCSC no decaimento da energia total do sistema, ou seja, no amortecimento das oscilações eletromecânicas. Nota-se que esta influência depende diretamente do valor do ganho do TCSC.

3.5. Modelo com Compensador Estático de Reativos

Descreve-se o modelo do sistema MBI, com RAT modelado de forma reduzida ($T_R=0$), sob a ação do SVC e numa realização definida por uma mudança de variáveis por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\sigma} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(D + K_{pvc})}{M} & -\frac{1}{M} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -\eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ f_3(\sigma, e) \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\eta_2 g_3(\sigma) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{(X_d + X'_d)}{T_{do}}, \quad \eta_3 = \frac{1}{T_{do}}, \quad \eta_4 = \left(\frac{X_{es}^0 + (X_d - X'_d)}{X_{es}^0 T_{do}} \right) \\ \eta_5 &= \frac{K_R}{T_R} K_{VSCV}, \quad \eta_6 = \eta_4 + \eta_5 K_R K_e \\ a_{31} &= [-\eta_5 \eta_6 M + \eta_2 K_{LVC} + \eta_3 K_R K_{VSCV} + K_R K_f M (1 + D + K_{pvc})] \end{aligned} \quad (18)$$

A matriz Q e a função de Lyapunov são respectivamente

$$Q = \begin{bmatrix} 2(D + K_{pvc}) & 0 & -a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -a_{31} \frac{\eta_9}{\eta_2} & 0 & 2 \frac{\eta_9^2}{\eta_2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \int_0^\sigma f_3(\tau, e) d\tau + \frac{1}{2} \frac{\eta_9}{\eta_2} e^2 \quad (20)$$

A função dada na equação (20) é positiva definida em uma região que contém o ponto de equilíbrio estável e pode ser vista como energia do sistema para afastamento do ponto de equilíbrio, identificando-se claramente a segunda e terceira parcela como a energia potencial do sistema. Pode-se destacar a terceira parcela que é devida ao laço eletromagnético e ao SVC: a variável e é a tensão interna da máquina e o coeficiente depende de parâmetros do campo, do RAT e do SVC. Estas parcelas de energia potencial estão diretamente associadas às respectivas contribuições de torque líquido restaurativo do equilíbrio no eixo da máquina. A atuação do SVC fornece grande contribuição ao amortecimento das oscilações, como evidenciado pela expressão (19) da matriz Q.

4. Funções Potenciais

No estudo do comportamento transitório do sistema MBI fez-se uma comparação entre os tempos críticos de chaveamento (t_{ch}) determina-

dos com as simulações e as energias potenciais críticas (E_{pcr}) calculadas no ponto de equilíbrio instável de menor energia (pei).

As simulações foram realizadas utilizando-se o programa Simulink versão 6.1 (toolbox do Matlab®). E os resultados apresentados na Tabela seguinte.

Tabela I
Tempos Críticos e Energia Potencial Crítica

Modelo do Sistema MBI	t_{ch}	E_{pcr}
Modelo Clássico	0,3927s	1,6537
Modelo com DF	0,3312s	0,4480
Modelo com DF e D=0	0,3256s	0,4480
Modelo com DF e RAT	0,4111s	1,5009
Modelo com CSC, DF, RAT ($K_c=0.05$)	0,5047s	3,2578
Modelo com CSC e DF ($K_c=0.05$)	0,4527s	1,0470
Modelo com CSC ($K_c=0.05$)	0,4948s	3,7790
Modelo com CSC, DF, RAT ($K_c=0.2$)	0,5550s	3,2578
Modelo com CSC e DF ($K_c=0.2$)	0,5173s	1,0470
Modelo com CSC ($K_c=0.2$)	0,5515s	3,7790
Modelo com CSC (estático), DF, RAT	0,4843s	3,2578
Modelo com CSC (estático) e DF	0,4213s	1,0470
Modelo com CSC (estático)	0,4716s	3,7790
Modelo com SVC, DF e RAT	0,4509s	1,9040
Modelo com SVC e DF	0,3864s	0,5535
Modelo com SVC	0,4347s	2,1033

Nota-se no comportamento transitório do sistema MBI, que com a introdução do decaimento de fluxo (DF) no sistema acontece uma diminuição no tempo crítico do sistema (pior tempo crítico) isto devido à diminuição da energia potencial do sistema. Mas ao mesmo tempo o DF contribui para o amortecimento das oscilações eletromecânicas. Pode-se notar que no Modelo com DF o tempo crítico é 0,3312 e com a anulação do termo de amortecimento próprio da máquina ($D=0$) há uma diminuição do tempo crítico (0,3256), mais a energia potencial crítica permanece a mesma. Portanto, o amortecimento das oscilações eletromecânicas é responsável pela perda de energia na trajetória do sistema, e essa por sua vez ocasiona no melhoramento do tempo crítico. No entanto não há nenhuma relação com a energia potencial do sistema.

Já o regulador automático de tensão (RAT) atua no sentido oposto ao decaimento de fluxo (especialmente quando são consideradas faltas do tipo curto-circuito) e, com alto valor de ganho (K_R) e baixo valor de constante de tempo (T_R), pode superar o efeito do decaimento de fluxo com consequências positivas para a estabilidade, levando a um aumento do tempo crítico e uma

elevação da energia potencial. Embora, nesse caso, a E_{pcr} não seja maior do que a do modelo clássico. O RAT contribui para o amortecimento das oscilações eletromecânicas, ou seja, introduzindo um aumento da dissipação de energia acarretando na perda da energia na trajetória do sistema, consequentemente um melhoramento do tempo crítico. Já com o aumento da energia potencial do sistema há uma modificação na fronteira da região de estabilidade.

Com a introdução de dispositivos FACTS ao sistema há um melhoramento significativo no tempo crítico do sistema, isto devido à perda da energia na trajetória do sistema. Embora o sistema com a perturbação tivesse uma oscilação bem grande comparada com as anteriores, o sistema ganhou mais amortecimento, tornou-se mais robusto, pois teve um aumento da energia dissipada do sistema. O melhor desempenho é para o modelo do sistema com CSC, DF e RAT especialmente para ganho maior ($K_c=0.2$), pois, a atuação do TCSC ocorre exclusivamente no amortecimento das oscilações eletromecânicas e esta influência depende diretamente do valor do ganho. No entanto, não acontece o mesmo com a energia potencial crítica, por não depender da atuação dinâmica do CSC. Por isso, a energia potencial crítica se manteve igual para atuação dinâmica e estática. No caso do dispositivo SVC, apresenta um melhoramento no tempo crítico do sistema, embora não seja com o mesmo desempenho que ao do CSC, isto devido à perda da energia na trajetória do sistema ser um pouco inferior que o modelo com CSC. Além disso, a energia potencial crítica E_{pcr} do modelo só com CSC é bem maior do que o modelo só com SVC, de fato, pois o aumento das parcelas de energia potencial do sistema com CSC é superior, isto devido o fato do torque de sincronização ser maior.

5. Energia Dissipada

A energia que "desaparece" ao longo da trajetória do sistema é a chamada energia dissipada (E_d). Portanto, incluindo a energia dissipada, tem-se que a energia total (E_T) do sistema é dada por:

$$E_T = E_C + E_P + E_d = V(x) + E_d \quad (21)$$

Como a energia total do sistema é constante, tem-se

$$\dot{E}_T = \dot{V}(x) + \dot{E}_d = 0 \quad (22)$$

Portanto,

$$\begin{aligned}\dot{E}_d = -\dot{V}(x) &\Rightarrow \nabla^T E_d \cdot \dot{x} = -\dot{V}(x) \Rightarrow \int \nabla^T E_d \cdot \dot{x} \cdot dt = \\ &\int -\dot{V}(x) \cdot dt \Rightarrow E_d = \int -\dot{V}(x) \cdot dt\end{aligned}\quad (23)$$

ou seja, a energia dissipada E_d é a integral de $-\dot{V}(x)$ no tempo. Portanto, basta calcular a derivada temporal de $V(x)$ para encontrar a energia dissipada do sistema.

Conforme o Sistema de Persidskii generalizado, a derivada temporal de $V(x)$ nas trajetórias do sistema, uma vez que se determinaram os coeficientes da FL de modo a assegurar que a segunda parcela do segundo membro seja nula, então $\dot{V}(x)$ é (semi-) definida negativa, é dada por:

$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2}[P^{-1}\nabla V(x)]^T Q [P^{-1}\nabla V(x)] \quad (24)$$

É apresentada a seguir a derivada temporal de $V(x)$, começando com o modelo clássico; modelo com DF; modelo com DF e RAT; modelo com CSC; e modelo com SVC.

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 \quad (25)$$

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 \quad (26)$$

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_1} g(\sigma) \right)^2 - \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2 \eta_5} \bar{e}^2 \quad (27)$$

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 + K_R K_f \eta_3 \frac{D}{M} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} a \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) + \quad (28)$$

$$a_{34} \frac{\eta_{10}}{\eta_2} x_{csc} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right) - \frac{\eta_{10}^2}{\eta_2} \left(e + \frac{\eta_2}{\eta_{10}} g(\sigma) \right)^2 - \frac{K_{xpcsc}}{K_c} x_{csc}^2$$

$$\dot{V}(x) = -(D + K_{pvc})\omega^2 + a_{31} \frac{\eta_b}{\eta_b} a \left(e + \frac{\eta_b}{\eta_b} g(\sigma) \right) - \frac{\eta_b^2}{\eta_b} \left(e + \frac{\eta_b}{\eta_b} g(\sigma) \right)^2 \quad (29)$$

Pode-se observar em todos os modelos apresentados que na energia dissipada do sistema todos os seus coeficientes são os mesmos encontrados na matriz Q de cada sistema, conforme apresentado anteriormente, que são a taxa de decaimento da energia total do sistema.

6. Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função Energia

Para uma análise de que a energia dissipada do sistema acarreta no melhoramento do tempo crítico, tentou-se encontrar um parâmetro λ , tal

que, em uma formulação do tipo exponencial possa ser uma aproximação para o decaimento da função energia. Procura-se então um valor de λ tal que expresse aproximadamente a razão entre a derivada temporal da FL e a própria função.

$$V(t) = V(t_0) e^{\lambda(t-t_0)} \rightarrow \lambda = \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} \quad (30)$$

Mas, como $V(x)$ é composta de energia cinética E_C e energia potencial E_P , que, por sua vez, é composta de energia do sistema de transmissão E_{ST} , energia decaimento de fluxo E_{DF} e outras energias dependendo das dinâmicas dos dispositivos incluídos no modelo do sistema. Então, para determinar a constante λ é preciso estimar seu valor separadamente para cada parcela de energia que está contida na $V(x)$ respeitando cada modelo do sistema.

Considerando a FL (9) para o sistema MBI com decaimento de Fluxo, com derivada temporal (26) nas trajetórias do sistema. Focando separadamente cada uma das energias do sistema, têm-se:

- em um instante particular, toda energia do sistema está em forma de energia cinética, logo λ_c é

$$\sigma = e = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_c}{E_c} = \frac{-D\omega^2}{\frac{1}{2}M\omega^2} = -2\frac{D}{M} \quad (31)$$

- considerando apenas a energia do decaimento de fluxo, λ_{DF} é

$$\omega = \sigma = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{DF}}{E_{DF}} = \frac{-\frac{\eta_1^2}{\eta_2} e^2}{\frac{1}{2} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^2} = -2\eta_1 \quad (32)$$

- e, existe uma parcela de energia associada ao sistema de transmissão, E_{ST} , que está definida com relação às variáveis (σ, e) , admitindo que as derivadas são constantes, e com alguma "liberdade", o λ_{ST} pode-se escrever

$$\frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{ST}}{E_{ST}} \cong -2 \left(\frac{D}{M} + \eta_1 \right) \quad (33)$$

Portanto, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI com decaimento de Fluxo é

$$V(t) \cong E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M}+\eta\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta(t-t_{ch})} \quad (34)$$

Considerando agora a FL (10) para o sistema MBI com decaimento de Fluxo e RAT, com derivada temporal (27) nas trajetórias do sistema. Focando separadamente a energia do RAT, têm-se λ_{RAT} :

$$\sigma = \omega = e = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{RAT}}{E_{RAT}} = \frac{-\frac{\eta_3 \eta_4^2}{\eta_2} \varepsilon^2}{\frac{1}{2} \frac{\eta_3 \eta_4}{\eta_2} \varepsilon^2} = -2\eta_4 \quad (35)$$

Portanto, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI com decaimento de Fluxo e RAT é

$$V(t) \cong E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M}+\eta\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\eta(t-t_{ch})} + E_{RAT}(t_{ch})e^{-\eta_4(t-t_{ch})} \quad (36)$$

Para uma simplificação no caso de T_R ser muito pequeno, o que é fato em excitatrizes estáticas, tem-se

$$T_R \dot{\varepsilon} \approx 0 \rightarrow \varepsilon \cong -K_R \Delta V_T = -K_R K_e e \quad (37)$$

então

$$\dot{\varepsilon} \cong -\bar{\eta}_1 e - \eta_2 g(\sigma) + \eta_3 \bar{\varepsilon} = -\left(\eta_1 + \eta_3 \frac{\eta_5}{\eta_4}\right) e - \quad (38)$$

$$\eta_2 g(\sigma) + \eta_3 (\varepsilon + K_R K_e e) = -\left(\eta_1 + \eta_3 \frac{\eta_5}{\eta_4}\right) e - \eta_2 g(\sigma)$$

Chegando-se a uma nova função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI com decaimento de Fluxo e RAT

$$V(x) = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} \right) e^2 + \int_0^\sigma f(\tau, e) d\tau \quad (39)$$

com derivada temporal nas trajetórias do sistema que pode ser expressa por

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} \left(e + \frac{1}{\frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4}} g(\sigma) \right)^2 \quad (40)$$

focando a energia do DF e RAT, têm-se λ_{RAT} obtido de

$$\sigma = \omega = 0 \rightarrow \frac{\dot{V}(x)}{V(x)} = \frac{\dot{E}_{RAT}}{E_{RAT}} = \frac{-\frac{\bar{\eta}_1^2}{\eta_2} e^2}{\left(\frac{1}{2} \frac{\eta_1 \eta_4 + \eta_3 \eta_5}{\eta_2 \eta_4} e^2 \right)} = -2 \left(\frac{\bar{\eta}_1^2 \eta_4}{\eta_4 \eta_1 + \eta_3 \eta_5} \right) \quad (41)$$

Portanto, a aproximação exponencial da função de Lyapunov para o modelo do sistema MBI com decaimento de Fluxo e RAT é

$$V(t) \cong E_c(t_{ch})e^{-\frac{D}{M}(t-t_{ch})} + E_{ST}(t_{ch})e^{-\left(\frac{D}{M}+\eta\right)(t-t_{ch})} + E_{DF}(t_{ch})e^{-\frac{\bar{\eta}_1^2 \eta_4}{\eta_4 \eta_1 + \eta_3 \eta_5}(t-t_{ch})} \quad (42)$$

Verificou-se através de simulações a validação da Aproximação Exponencial para o Decaimento da Função de Lyapunov chegando-se a um ótimo resultado.

7. Estimativas de Tempos Críticos

Observa-se que o uso da energia transitória do sistema para a avaliação do tempo crítico de chaveamento obtém resultados muito pessimistas por causa da natureza não conservativa do sistema representado pela energia dissipada. Então propõem-se uma nova formulação para se estimar tempos críticos, utilizando a Aproximação Exponencial da Função de Lyapunov.

A estimativa de tempo crítico (t_{cr}) é feita então da seguinte maneira:

- 1) Durante a falta mantida do sistema, traça-se a Função de Lyapunov (FL) e a energia potencial (E_P);
- 2) Monitora a aproximação exponencial da FL, sem a influência da energia cinética, que passa pelo ponto máximo da E_P ; e
- 3) Ocorrendo a interseção entre a FL e a aproximação exponencial da mesma, nesse instante é a estimativa do tempo crítico (t_{cr}) proposto.

Dados para Simulações: $X_d=0,7244$; $X_q=0,7244$; $X_{ld}=0,1328$; $M=0,0545$; $D=0,0055$; $T_{ld}=5,36$; $K_r=30$; $T_r=0,06$; $V_{t0}=1,0$; $X_e=0,4$; $P_0=0,8$; $Pe_0=0,8$ e $V=0,995$.

Para o modelo clássico a aproximação exponencial da FL é a função (34) com $E_c=E_{DF}=0$ e $\eta_1=0$; para o modelo com decaimento de Fluxo a aproximação exponencial da FL é a função (34)

com $E_c=0$; e para o modelo com DF e RAT a aproximação exponencial da FL é a função (42) com $E_c=0$. A seguir, mostra-se o resultado das simulações, junto com o tempo crítico real de cada sistema. Verificando que o tempo crítico encontrado mostra-se muito razoável.

Tabela II
Resultado das simulações

Modelo do Sistema MBI	t_{cr} (RSP)	t_{cr} (aproximação exponencial)
Modelo Clássico	0,3927s	0,3935s
Modelo com DF	0,3312s	0,3252s
Modelo com DF e D=0	0,3256s	0,3200s
Modelo com DF e RAT	0,4111s	0,4389s

8. Conclusão

Foram apresentadas e interpretadas fisicamente funções de Lyapunov desde o modelo clássico até a representação de dispositivos FACTS, identificou-se a função potencial de cada uma delas e o modo como estes dispositivos afetam a energia potencial do sistema, ou seja, como modificam a barreira de energia potencial que o sistema necessita vencer para abandonar o domínio de estabilidade e, portanto, como afetam a estabilidade. No caso dos dispositivos FACTS, observa-se que, além da elevação da barreira de energia potencial, também podem contribuir no decaimento da FL, o que significa acentuar o amortecimento das oscilações. Apresentaram-se resultados referentes aos testes de estabilidade transitória dos modelos tratados e verificou-se em todos eles a grande capacidade de amortecimento e sincronização de que estes dotam o sistema.

Considerou-se que o sistema real é dotado de outras dinâmicas além da mecânica, e quando uma maior sofisticação de representação é adicionada, como com a introdução da regulação automática de tensão e outros dispositivos de controle e compensação, o sistema torna-se não conservativo. Nesta situação, consequentemente, a energia transitória do sistema não se conserva, apresentando comportamento decrescente no tempo. E, a essa energia que "desaparecem" é a chamada energia dissipada do sistema. Verificou-se que a energia dissipada é a integral de $-\dot{V}(x)$ no tempo e que a matriz que Q contém todos os coeficientes da energia dissipada, que é a taxa de decaimento da energia total do sistema.

Analisou-se que o torque de sincronização é responsável por parcelas de energia potencial e, consequentemente, definem – ou modificam – a fronteira da região de estabilidade. Por outro lado, a energia dissipada do sistema se relaciona mais (se não exclusivamente) com a trajetória

que com a região de estabilidade e é por este efeito que influenciam o desempenho do sistema.

Estimou-se o decaimento da Função de Lyapunov com uma aproximação exponencial para o modelo do sistema clássico, com DF e com RAT. E, por último, utilizando a aproximação exponencial da energia potencial do sistema desenvolveu-se um procedimento para calcular tempo crítico e são obtidos resultados muito razoáveis.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio financeiro.

10. Referências Bibliográficas

- Colvara, L.D.. "Análise de Estabilidade Transitória de Sistemas de Energia Elétrica com Reguladores Automáticos de Tensão Usando Funções de Lyapunov". Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia da Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-R.J., 1988.
- Festraits, E.B.. "Consideração da Ação de Dispositivos FACTS em Um Método Automático de Análise de Estabilidade de Sistemas de Energia Elétrica". Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira-S.P., 2002.
- Fitzgerald, A.E.; Kingsley Jr.; C. & Kusko A.. "Máquinas Elétricas", São Paulo, McGraw Hill do Brasil, 1975.
- Hsu, L.; Kaszkurewicz, E.. "Structural Properties in Systems". Proceedings of the Second IFAC Symposium on Large Scale Systems. Theory and Applications. Toulouse: France, p. 67-77, 1980.
- Kundur, P.. "Power System Stability and Control Mc Graw-Hill", 1994.
- Pai, M. A.. "Power System Stability-Analysis by Direct of Lyapunov", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1981.
- Sauer, P. W.; Pai, M. A.. "Power System Dynamics and Stability", Prentice-Hall, 1998.

11. Copyright Notice

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo apresentado neste artigo.

unesp



**,UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dee.feis.unesp.br**

