

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MARCO ALONSO MENESES ORIONDO

PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS
DE TRANSMISSÃO CONSIDERANDO O MODELO
CA E DESLIGAMENTO NA OPERAÇÃO DE
LINHAS DE TRANSMISSÃO

Ilha Solteira
2020



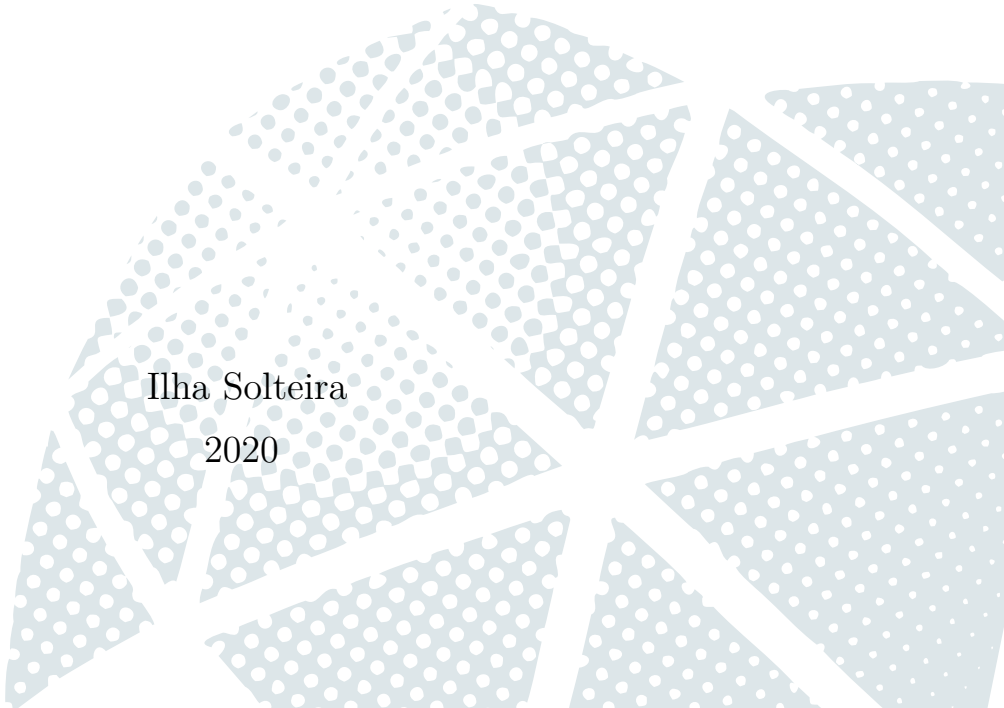
MARCO ALONSO MENESES ORIONDO

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS
DE TRANSMISSÃO CONSIDERANDO O MODELO
CA E DESLIGAMENTO NA OPERAÇÃO DE
LINHAS DE TRANSMISSÃO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como
parte dos requisitos para obtenção do título
de Doutor em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira
2020



FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Meneses Oriondo, Marco Alonso.
M543p Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando o
modelo ca e desligamento na operação de linhas de transmissão / Marco
Alonso Meneses Oriondo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
242 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia
de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Sistemas de Potência, 2020

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia

1. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. 2. Desligamento
ótimo de linhas de transmissão. 3. Modelo CC. 4. Modelo CA. 5. AMPL.


Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

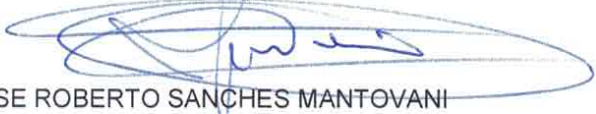
TÍTULO DA TESE: Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando vários modelos e o desligamento na operação de linhas de transmissão

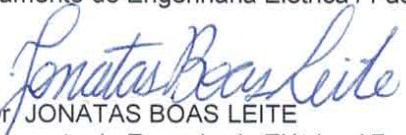
AUTOR: MARCO ALONSO MENESES ORIONDO

ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

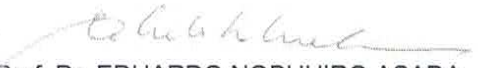
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. JONATAS BOAS LEITE
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP


Prof. Dr. WALMIR DE FREITAS FILHO
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP


Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos - USP

Ilha Solteira, 10 de agosto de 2020

À minha família, que sempre me apoiou nas minhas decisões, acompanhou-me à distancia durante este tempo e que teve paciência comigo ao longo destes anos.

AGRADECIMENTOS

A meus familiares, amigos e companheiros de pesquisa, professores do departamento de Engenharia Elétrica e funcionários da FEIS-UNESP e à funcionária da minha casa Sandra que de uma forma ou de outra, direta ou indireta, me ajudaram no processo de desenvolvimento da tese e nos meus estudos. Mais especificamente, dedico meus agradecimentos à:

- Minha mãe Carmen, pelo amor, compreensão e a força dada em cada passo do meu desenvolvimento pessoal e profissional, por suas mensagens de encorajamento, mente positiva e apoio constante em todas as necessidades que apresentaram-se;
- Meu avô Abraham e minha tia Rosa, pelo amor e paciência ao longo dos meus estudos e momentos na vida, pela confiança e incentivo muitas vezes na distância;
- Meu orientador Rubén Romero, pelas discussões, ideias para melhorar meu trabalho de pesquisa, aclaração de conceitos com que não me encontrava familiarizado, amizade desinteressada durante a orientação no meu mestrado e doutorado e ajuda para me adaptar na cidade de Ilha Solteira para a qual me desloquei desde meu hogar em Chaclacayo, Lima, Perú desde o começo do meu mestrado;
- Meus companheiros do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LaPSEE) pela amizade, bons momentos e troca de ideias constantes para melhorar, não apenas academicamente, mas também como pessoa. Em especial a Leonardo Macedo, Renzo Vargas, Mauro Viegas, Laura Escobar, Moisés Flores, Joel Villavicencio, Esaú Figueroa, Nicolás Melchor, Patricia Freitas e Juan Home por terem contribuído de forma importante para a realização deste trabalho.
- Meus companheiros de república, que foram mudando com o percurso dos anos na minha estadia em Ilha Solteira, com os quais aprendi a conviver mesmo tendo diferenças de pensamento e obtive deles muitas lições de vida que guardarei em mim. Assim como às funcionárias da república, que também mudaram com o tempo, que deram um amor de mãe e que realizando o trabalho doméstico me permitiram ter mais tempo para realizar minha pesquisa.
- Ao CNPq, por ter-me outorgado a bolsa de estudos entre agosto de 2016 e janeiro de 2020, sem a qual não poderia ter realizado meus estudos no Brasil e por ter fornecido as ferramentas ao laboratório que foram indispensáveis no transcurso desta tese, respectivamente.

A todos e todas aqueles que, adicionalmente, com alguma deferência, gesto ou palavra tiveram contribuído para este trabalho e cujos nomes não apareceram, agradeço de igual modo e espero me perdoem pelo esquecimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Não acredito nem na infalibilidade da ciência, nem no poder que ela teria de tudo explicar, nem em sua missão que seria a de regulamentar a conduta dos homens [...] Só acredito no que pode ser provado; mas sei muito bem que as provas são relativas e de fato continuamente ultrapassadas e eliminadas por outros fatos provados; acredito pois, que a dúvida deve ser a atitude do espírito de todos os que aspiram a aproximar-se sempre mais da verdade, de toda a porção de verdade, ao menos, que é possível estabelecer...”
(Enrico Malatesta)

RESUMO

Neste trabalho, um modelo de programação não linear inteiro misto (PNLIM) para o problema de planejamento da expansão da rede de transmissão estático CA (PERTECA) é apresentado, considerando o desligamento ótimo de linhas de transmissão (DOLT). Considera-se também como referência o modelo de programação linear inteiro misto (PLIM) para o problema de planejamento da expansão da rede de transmissão estático CC (PERTECC) considerando DOLT, o qual tem sido chamado de “modelo generalizado”. Adicionalmente é introduzido um modelo de planejamento da expansão da rede de transmissão multi-estágio CC (PERTMCC) considerando DOLT.

Os modelos de PLIM e PNLIM foram implementados usando a linguagem de modelagem algébrica AMPL e solucionados usando os *solvers* comerciais CPLEX e KNITRO, respectivamente. Os sistemas testes: Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e IEEE de 118 barras; e os sistemas reais: Sul Brasileiro de 46 barras, Boliviano de 57 barras e Colombiano de 93 barras foram usados para avaliar os modelos. Para os sistemas de grande porte, ou reais, uma estratégia de redução do espaço combinatório de busca do problema é apresentada para reduzir o esforço computacional e, portanto, o tempo computacional necessário para encontrar uma solução ótima.

Palavras-chave: Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Desligamento ótimo de linhas de transmissão. Modelo CC. Modelo CA. AMPL.

ABSTRACT

In this work, a mixed integer nonlinear programming model (MINLP) is presented for the AC static transmission network expansion problem (AC-STNEP) considering optimal transmission switching (OTS) of the transmission lines. As a reference, a mixed integer linear programming model (MILP) is considered for the static DC transmission network expansion problem (DC-STNEP) considering OTS of transmission lines, which has also been called a “generalized model”. In addition, a multi-stage DC transmission network expansion model is introduced considering OTS, even among stages.

The MILP and MINLP models were implemented using the algebraic modeling language AMPL and solved using the commercial solvers CPLEX and KNITRO, respectively. The benchmark systems: 6-bus Garver, 24-bus IEEE and 118-bus IEEE; and the real systems: 46-bus Southern Brazilian, 57-bus Bolivian and 93-bus Colombian were used to test the models. In the case of the large-sized, or real systems, a reduction of the combinatorial search space is presented to reduce the computational effort and, therefore, computational time required to get an optimal solution.

Keywords: Transmission network expansion planning. Optimal transmission switching. DC model. AC model. AMPL.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Evolução do Sistema de Transmissão Brasileiro	33
Figura 2 – População mundial total	35
Figura 3 – Armazenamento de linhas clássico para o modelo multiestágio	75
Figura 4 – Armazenamento de linhas no modelo multiestágio proposto	76
Figura 5 – Sistema Garver	80
Figura 6 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver sem redespacho	81
Figura 7 – Sistema Garver com redespacho	81
Figura 8 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver com redespacho	82
Figura 9 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver no estágio 1	83
Figura 10 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver no estágio 2	84
Figura 11 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver no estágio 3	84
Figura 12 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 1	85
Figura 13 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 2	86
Figura 14 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 3	86
Figura 15 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 4	87
Figura 16 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG1	88
Figura 17 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG1 e DOLT	89
Figura 18 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG2	90
Figura 19 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG2 e DOLT	91
Figura 20 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG3	92
Figura 21 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG3 e DOLT	93
Figura 22 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG4	94
Figura 23 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG4 e DOLT	95
Figura 24 – Sistema IEEE de 24 barras com Redespacho	96
Figura 25 – Sistema IEEE de 24 barras com redespacho por Escobar (2008)	97
Figura 26 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com redespacho	98
Figura 27 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com redespacho e DOLT	99
Figura 28 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras por Escobar (2008) com redespacho	100
Figura 29 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras por Escobar (2008) com redespacho e DOLT	101
Figura 30 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 1	103
Figura 31 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com DOLT no estágio 1	104
Figura 32 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 2	105

Figura 33 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com DOLT no estágio 2	106
Figura 34 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 3	107
Figura 35 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com DOLT no estágio 3	108
Figura 36 – Sistema Sul Brasileiro de 46 barras	110
Figura 37 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras	112
Figura 38 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT	113
Figura 39 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho	115
Figura 40 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho e DOLT	116
Figura 41 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 1	119
Figura 42 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 1	120
Figura 43 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 2	121
Figura 44 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 2	122
Figura 45 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 3	123
Figura 46 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 3	124
Figura 47 – Sistema Boliviano de 57 barras	126
Figura 48 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras	128
Figura 49 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT	129
Figura 50 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 1	131
Figura 51 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 1	132
Figura 52 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 2	133
Figura 53 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 2	134
Figura 54 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 3	135
Figura 55 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 3	136
Figura 56 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 4	137

Figura 57 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 4	138
Figura 58 – Sistema Colombiano	140
Figura 59 – Sistema Garver em CA	144
Figura 60 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver em CA	145
Figura 61 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver em CA com alocação de fonte de potência reativa	147
Figura 62 – Sistema IEEE de 24 barras em CA	148
Figura 63 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras em CA	150
Figura 64 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras em CA com alocação de fontes de potência reativa	152
Figura 65 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras em CA com DOLT e alocação de fontes de potência reativa	153
Figura 66 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA	155
Figura 67 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com DOLT	156
Figura 68 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com alocação de fontes de potência reativa	158
Figura 69 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com DOLT e alocação de fontes de potência reativa	159
Figura 70 – Sistema IEEE de 118 barras	161

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados do modelo linear disjuntivo sem redespacho, com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Garver.	80
Tabela 2 – Resultados do modelo linear disjuntivo com redespacho, com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Garver.	82
Tabela 3 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema Garver.	83
Tabela 4 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 1.	87
Tabela 5 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 2.	90
Tabela 6 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 3.	92
Tabela 7 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 4.	94
Tabela 8 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com redespacho.	97
Tabela 9 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com redespacho por Escobar (2008).	100
Tabela 10 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema IEEE de 24 barras.	102
Tabela 11 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Sul Brasileiro.	111
Tabela 12 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Sul Brasileiro com redespacho.	114
Tabela 13 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema Sul Brasileiro de 46 barras.	118
Tabela 14 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Boliviano.	127
Tabela 15 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema Boliviano de 57 barras.	130

Tabela 16 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Colombiano.	141
Tabela 17 – Sumário dos resultados obtidos usando o modelo CC com DOLT. . . .	142
Tabela 18 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Garver.	144
Tabela 19 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Garver com compensação de potência reativa.	146
Tabela 20 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras.	149
Tabela 21 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras com compensação de potência reativa.	151
Tabela 22 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Sul Brasileiro.	154
Tabela 23 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Sul Brasileiro com compensação de potência reativa.	157
Tabela 24 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 118 barras.	161
Tabela 25 – Sumário dos resultados obtidos usando o modelo CA com DOLT. . . .	162
Tabela 26 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CC.	185
Tabela 27 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CC multiestágio. . . .	185
Tabela 28 – Dados das linhas do Sistema Garver de 6 barras CC.	186
Tabela 29 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CA.	186
Tabela 30 – Dados das linhas do Sistema Garver de 6 barras CA.	187
Tabela 31 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC sem redespacho. .	187
Tabela 32 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho. .	188
Tabela 33 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio. . . .	189
Tabela 34 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CC.	190
Tabela 35 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CA.	192
Tabela 36 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CA.	193
Tabela 37 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC.	194
Tabela 38 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio.	196
Tabela 39 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC.	198
Tabela 40 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.	200
Tabela 41 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.	202
Tabela 42 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC.	205
Tabela 43 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio. .	206
Tabela 44 – Dados das linhas do Sistema Boliviano de 57 barras CC.	208
Tabela 45 – Dados das barras do Sistema Colombiano de 93 barras CC.	212
Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC.	215

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.	219
Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA.	223
Tabela 49 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras com múltiplos cenários de geração. .	231

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABT	Meta-heurística Algoritmo de Busca Tabu
AC	<i>Alternating Current</i>
AC-STNEP	<i>AC Static Transmission Network Expansion Problem</i>
AED	Meta-heurística Algoritmo da Evolução Diferencial
AEP	Meta-heurística Algoritmo do Enxame de Partículas
AG	Meta-heurística Algoritmo Genético
AGCB	Meta-heurística Algoritmo Genético de Chu-Beasley
AHC	Algoritmo Heurístico Construtivo
ARS	Meta-heurística Algoritmo de Recozimento Simulado
AMPL	<i>A Mathematical Programming Language</i>
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CPLEX	<i>Solver</i> “Algoritmo Simplex com linguagem C++”
DC	<i>Direct Current</i>
DC-STNEP	<i>DC Static Transmission Network Expansion Problem</i>
DOLT	Desligamento Ótimo de Linhas de Transmissão
GRASP	<i>Greedy randomized adaptive search procedure</i>
KNITRO	Solver “Otimização Não-Linear de Ponto Interior com região de confiança”
MILP	<i>Mixed Integer Linear Programming</i>
MINLP	<i>Mixed Integer Nonlinear Programming</i>
MLDR	Modelo Linear Disjuntivo Reduzido
MPI	Método de Pontos Interiores
OTS	<i>Optimal Transmission Switching</i>

PERT	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão
PERTE	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Estático
PERTM	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multi-estágio
PBGAA	Heurística Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo
PERTE	Planejamento Estático da Expansão da Rede de Transmissão
PERTECA	Planejamento Estático da Expansão da Rede de Transmissão CA
PERTECC	Planejamento Estático da Expansão da Rede de Transmissão CC
PERTM	Planejamento Multiestágio da Expansão da Rede de Transmissão
PERTMCC	Planejamento Multiestágio da Expansão da Rede de Transmissão CC
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteiro Misto
PNLIM	Programação Não Linear Inteiro Misto

LISTA DE SÍMBOLOS

α_t	Índice de correção de preços do estágio t para valores atuais
$\overline{\theta}_i$	Ângulo de fase máximo para o sistema
θ_i	Ângulo de fase na barra i
$\theta_{i,t}$	Ângulo de fase na barra i no estágio t
θ_{ij}	Diferença angular entre as barras i e j
Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l^1	Conjunto de caminhos nos quais existem linhas na configuração base
Ω_l^2	Conjunto de caminhos novos (onde serão adicionadas novas linhas)
Ω_l^0	Conjunto de linhas existentes na configuração base
Ω_i	Conjunto de ramos
b_{ij}	Susceptância da linha no ramo ij
b_{ij}^{sh}	Susceptância <i>shunt</i> da linha no ramo ij
b_i^{sh}	Susceptância na barra i
c_{ij}	Custo de construção das linhas no ramo ij
$\overline{f}_{ij}$	Fluxo de potência máximo permitida no ramo ij para uma linha nova
f_{ij}^0	Fluxo de potência ativa para o conjunto de linhas já existentes no ramo ij
$f_{ij,t}^0$	Fluxo de potência ativa para o conjunto de linhas já existentes no ramo ij no estágio t
f_{ij}^1	Fluxo de potência ativa para o conjunto de linhas já existentes ou linhas adicionadas em paralelo
f_{ij}^2	Fluxo de potência ativa nos ramos do conjunto de linhas correspondentes a novos caminhos
f_{ij}	Fluxo de potência ativa no ramo ij
$f_{ij,t}$	Fluxo de potência ativa no ramo ij no estágio t

$f_{ij,y}$	Fluxo de potência ativa na linha y do ramo ij
g_{ij}	Condutância da linha no ramo ij
g_i^{sh}	Condutância <i>shunt</i> na barra i
$\bar{n}_{ij}^1$	Número máximo de linhas que podem ser adicionadas em paralelo às linhas dos caminhos já existentes
$\bar{n}_{ij}^2$	Número máximo de linhas em caminhos novos
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser adicionados no ramo ij
M	Parâmetro <i>Big-M</i> usado na formulação disjuntiva
n_{ij}^2	Número de linhas novas adicionadas no ramo ij
n_{ij}^1	Número de linhas adicionadas em paralelo às linhas já existentes
n_{ij}^0	Número de linhas existentes na configuração base no ramo ij
n_{ij}'	Número de linhas da configuração base que podem ou não serem adicionadas no ramo ij
n_{ij}	Número de linhas adicionadas no ramo ij
ij	Ramo da barra i para a barra j
P_{d_i}	Demanda de potência ativa na barra i
$P_{d_i,t}$	Demanda de potência ativa na barra i no estágio t
$\overline{P}_{g_i}$	Limite máximo de geração de potencia ativa na barra i
P_{g_i}	Geração de potência ativa na barra i
$P_{g_i,t}$	Geração de potência ativa na barra i no estágio t
P_{ij}^{de}	Fluxo de potência ativa no ramo ij saindo do terminal i
P_{ij}^{para}	Fluxo de potência ativa no ramo ij chegando no terminal i
Q_{d_i}	Demanda de potência reativa na barra i
$\overline{Q}_{g_i}$	Limite máximo de geração de potência reativa na barra i
Q_{g_i}	Geração de potência reativa na barra i
Q_{ij}^{de}	Fluxo de potência reativa no ramo ij saindo do terminal i
Q_{ij}^{para}	Fluxo de potência reativa no ramo ij chegando no terminal i

r_{ij}	Resistência do circuito ij
$\bar{S}_{ij}$	Limite de fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij
v	Investimento devido às adições de linhas no sistema – Função Objetivo
$\bar{V}_i$	Limite máximo da magnitude de tensão na barra i
$\underline{V}_i$	Limite mínimo da magnitude de tensão na barra i
V_i	Magnitude de tensão na barra i
$w_{ij,y}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij
$w_{ij,y,t}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij no estágio t
W	Conjunto das linhas da configuração base que podem ou não serem adicionadas no ramo ij
x_{ij}	Reatância do circuito ij
Y	Conjunto das linhas que podem ou não serem adicionadas no ramo ij
z_{ij,y_0}	Variável binária correspondente à linha da configuração base y_0 candidata a ser adicionada ou não no ramo ij

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	33
1.1	MOTIVAÇÃO	35
1.1.1	Relevância do Tema	36
1.1.2	Objetivos	36
1.1.3	Contribuições do Trabalho	37
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	37
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	41
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA	42
2.1.1	Modelo de Transportes	43
2.1.2	Modelos Híbridos	44
2.1.2.1	Modelo Híbrido Não Linear	44
2.1.2.2	Modelo Híbrido Linear	46
2.1.3	Modelo CC	47
2.1.4	Modelo Linear Disjuntivo	48
2.1.5	Modelo CA	52
2.1.6	Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio	53
2.2	TÉCNICAS DE SOLUÇÃO	55
2.2.1	Métodos Exatos de Otimização Matemática	55
2.2.1.1	Descomposição de Benders	56
2.2.1.2	Branch and Bound	56
2.2.2	Métodos Heurísticos	57
2.2.2.1	Algoritmo Heurístico Construtivo	57
2.2.3	Métodos Meta-Heurísticos	58
2.2.3.1	Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo	59
2.2.3.2	Algoritmo Genético	59
2.2.3.3	Algoritmo Genético de Chu-Beasley	61
2.2.3.4	Recozimento Simulado	63
2.2.3.5	Busca Tabu	63
2.2.3.6	Evolução Diferencial	65
2.2.3.7	Algoritmo do Enxame de Partículas	65
2.2.3.8	Algoritmo de Colônia de Formigas	67
2.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	68
3	MODELOS MATEMÁTICOS CONSIDERANDO DESLIGAMENTO NA OPERAÇÃO DO PROBLEMA PERT	69

3.1	INTRODUÇÃO	69
3.2	MODELO CC COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	69
3.3	MODELO LINEAR DISJUNTIVO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO E RESTRIÇÃO DE CERCA	70
3.3.1	Estratégia para reduzir o espaço de busca no modelo linear disjuntivo com DOLT	72
3.4	MODELO CC MULTIESTÁGIO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	73
3.5	MODELO CA COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	76
3.5.1	Estratégia para reduzir o espaço de busca no modelo CA com DOLT	78
3.6	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	78
4	TESTES COM O MODELO LINEAR DISJUNTIVO ESTÁTICO E MULTIESTÁGIO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	79
4.1	INTRODUÇÃO	79
4.2	SISTEMA GARVER CC	79
4.2.1	Sistema Garver CC sem redespacho	79
4.2.2	Sistema Garver CC com redespacho	81
4.2.3	Sistema Garver CC multiestágio	82
4.3	SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CC	84
4.3.1	Sistema IEEE de 24 barras CC sem redespacho	85
4.3.2	Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho	96
4.3.3	Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio	101
4.4	SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CC	109
4.4.1	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC sem redespacho	111
4.4.2	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC com redespacho	114
4.4.3	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio	117
4.5	SISTEMA BOLIVIANO DE 57 BARRAS CC	125
4.5.1	Sistema Boliviano de 57 barras CC sem redespacho	126
4.5.2	Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio	130
4.6	SISTEMA COLOMBIANO DE 93 BARRAS CC	139
4.6.1	Sistema Colombiano de 93 barras CC sem redespacho	139
4.7	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	141
5	TESTES COM O MODELO CA COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	143

5.1	INTRODUÇÃO	143
5.2	SISTEMA GARVER CA	143
5.2.1	Sistema Garver CA clássico	144
5.2.2	Sistema Garver CA com alocação de fontes de potência reativa	145
5.3	SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CA	147
5.3.1	Sistema IEEE de 24 barras CA clássico	149
5.3.2	Sistema IEEE de 24 barras CA com alocação de fontes de potência reativa	151
5.4	SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CA	154
5.4.1	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA clássico	154
5.4.2	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA com alocação de fontes de potência reativa	157
5.5	SISTEMA IEEE DE 118 BARRAS CA	160
5.5.1	Sistema IEEE de 118 barras CA clássico	161
5.6	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	162
6	CONCLUSÃO DO TRABALHO	165
6.1	CONCLUSÕES	165
6.2	TRABALHOS FUTUROS	166
	REFERÊNCIAS	167
	APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS TESTES	185
A.1	SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS CC	185
A.2	SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS CA	186
A.3	SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CC	187
A.4	SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CA	192
A.5	SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CC	194
A.6	SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CA	200
A.7	SISTEMA BOLIVIANO DE 57 BARRAS CC	204
A.8	SISTEMA COLOMBIANO DE 93 BARRAS CC	211
A.9	SISTEMA IEEE de 118 BARRAS CA	219
	ANEXO A – MODELO CC CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM DESLIGA- MENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANS- MISSÃO	229
A.1	MODELO MATEMÁTICO DO PERTECC COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	229

A.2	SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	231
-----	---	-----

1 INTRODUÇÃO

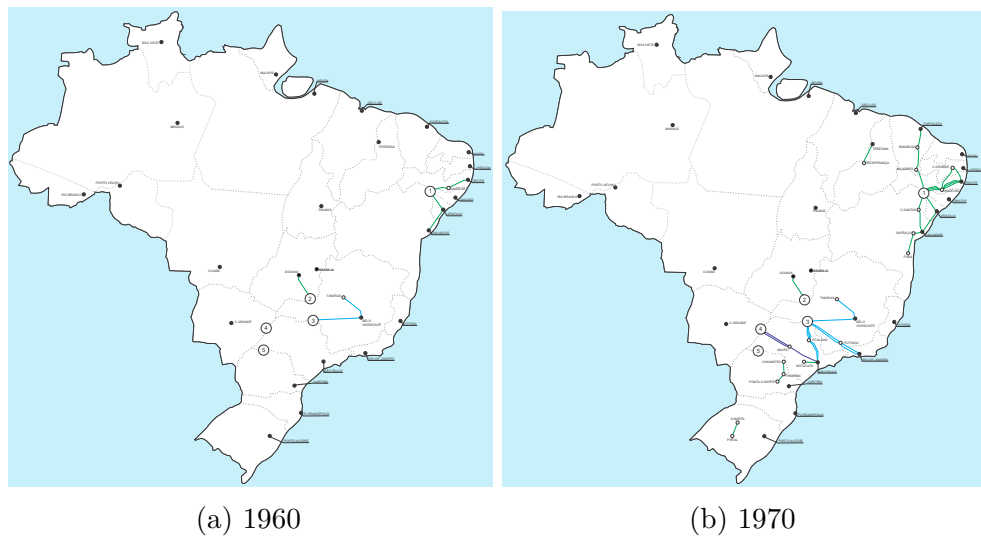
O Problema da Expansão da Rede de Transmissão (PERT) originalmente proposto na forma sistematizada por [Garver \(1970\)](#) busca determinar, a partir de uma topologia base do sistema de transmissão, o plano ótimo de expansão para um cenário futuro de geração e demanda, pela adição de circuitos ao sistema a um custo mínimo. Este plano de expansão do PERT deve responder às perguntas ([MONTICELLI *et al.*, 1982](#)):

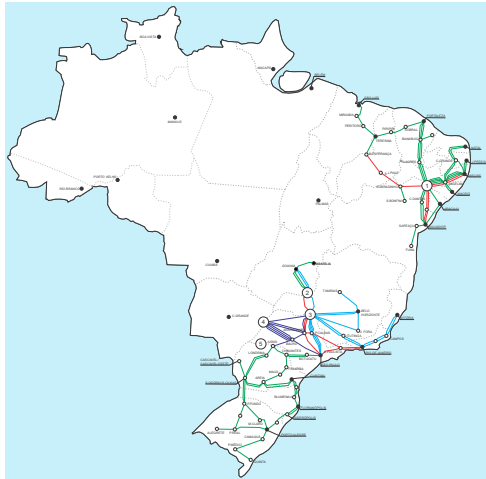
- a) Onde devem ser instalados novos elementos?
- b) Quais elementos devem ser instalados?
- c) Quantos elementos devem ser instalados?
- d) Qual o melhor momento para adicionar os novos elementos?

Para responder estas questões, são desenvolvidos modelos matemáticos para encontrar planos ótimos de expansão que devem atender às condições de operação, demanda e geração futura.

Nas Figuras [1a-1h](#), é mostrada a evolução do sistema de transmissão brasileiro, o qual em 1960 era desconexo e ilhado, encontrando-se progressivamente mais conectado, podendo-se distinguir claramente nos seus inícios os sistemas Sul, Sudeste e Norte-nordeste, os quais atualmente se encontram conectados um ao outro. Para o ano 2027 se encontra prevista a expansão para atender novas nós ou barras, e também vão ser instalados reforços às linhas de transmissão existentes.

Figura 1 – Evolução do Sistema de Transmissão Brasileiro





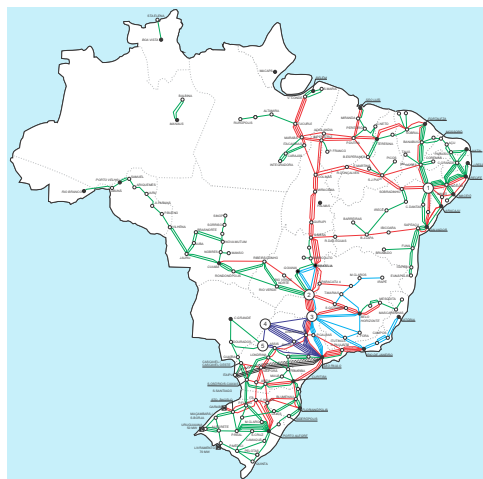
(c) 1980



(d) 1990



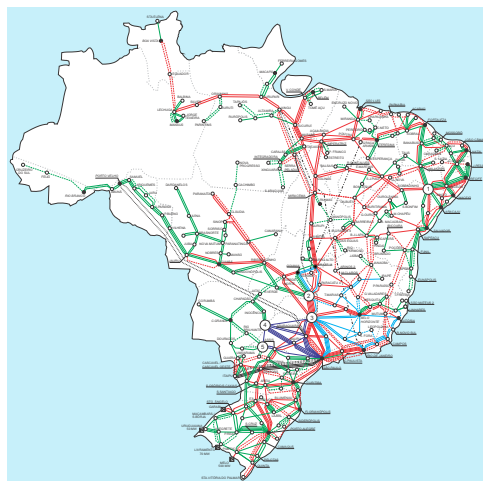
(e) 2000



(f) 2010



(g) 2018



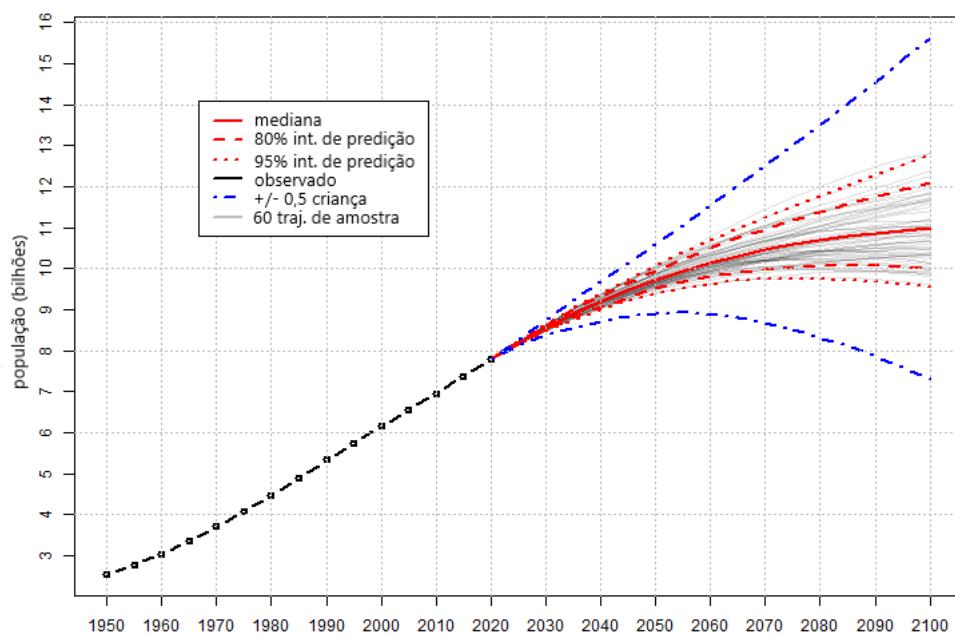
(h) 2027

Fonte: ([ELETROBRAS, 2018](#)).

1.1 MOTIVAÇÃO

No cenário global atual, a população mundial encontra-se num crescimento sustentado, mas com taxa de crescimento decrescente de acordo com [United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division \(2019\)](#), a qual mantém estatísticas que datam desde o ano 1950 e abrangem todos os países do mundo e cuja evolução é mostrada na Figura 2. Para atender a esta nova população emergente e à população existente que cada vez mais depende da tecnologia na vida diária é importante que a capacidade do sistema energético possa suprir esta demanda. Ou seja, as fontes de energia devem contar com um sistema de transmissão com capacidade suficiente, e cujo crescimento deve ser realizado de uma forma econômica e utilizando os recursos à disposição da melhor forma possível. Este crescimento deve levar em conta aspectos como o de evitar grandes impactos ambientais ou o aproveitamento das fontes de energia renováveis.

Figura 2 – População mundial total



Fonte: [United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division \(2019\)](#).

De acordo com [Löfquist \(2019\)](#), nos debates concernentes a se a eletricidade deveria ser considerada um direito humano, ou seja inerente ao ser humano, existem três posturas principais:

1. Não há direito humano à eletricidade, mas talvez direitos contratuais relacionados a várias sociedades.
2. A eletricidade é um direito humano derivado, baseado em outros direitos.
3. Existe um direito humano universal à eletricidade.

Entre estas três posturas, Löfquist (2019) argumenta que a segunda é a que tem maior sentido, já que o acesso à eletricidade não deve ser entendida como um direito contratual nem um direito humano, mas esta é um meio mas não um fim. Sem duvidar que é claro que a eletricidade é uma maneira muito eficiente de promover o bem-estar humano, independentemente da sua localização geográfica. O motivo dele não aceitar o acesso à eletricidade como nenhum dos dois tipos de direitos baseia-se em que o acesso universal à eletricidade pode colidir com a sustentabilidade ambiental.

Então, seria desejável que a eletricidade possa se tornar algum dia um direito humano, mas para isso devemos superar as dificuldades técnicas para atingir isso.

Tomando em conta as limitações econômicas e de sustentabilidade ambiental para dar um maior acesso à eletricidade, resulta atrativa uma proposta de expansão da rede de transmissão de energia elétrica na qual possa se reaproveitar a configuração base para gerar propostas de planos de expansão de menor custo ao fazer mudanças na sua topologia.

O uso do desligamento temporário de linhas de transmissão têm sido bem sucedido na literatura para o alívio de sobrecargas na operação de sistemas de transmissão e na expansão do sistema de transmissão, mas com o modelo linearizado CC.

1.1.1 Relevância do Tema

O tema proposto nesta pesquisa tem especial importância, já que busca comprovar se o paradigma de que todas as linhas de transmissão da configuração base de um sistema elétrico de potência são necessárias e precisam ficar ligadas na operação do planejamento da rede futura. Sendo que sempre foi considerado que apenas adições de linhas de transmissão novas podem preparar ao sistema para as condições de demanda e geração futura, desconsiderando que a rede da configuração base foi idealizada para condições de demanda e geração passadas e, portanto, provavelmente não mais aplicáveis.

1.1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um modelo de programação não linear inteiro misto (PNLIM) para o PERT usando o modelo CA considerando o desligamento de linhas de transmissão (DOLT) da topologia base. O segundo objetivo é explorar de forma mais exaustiva o modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para o PERT usando o modelo CC considerando DOLT para usá-lo em sistemas de grande porte. O terceiro objetivo, não menos importante, é a procura de técnicas de solução que permitam obter o ótimo global ou se aproximar ao máximo a este.

Para atingir os dois objetivos acima mencionados, o trabalho foi desenvolvido da seguinte forma:

- a) Resolver o modelo matemático do PERT com desligamento ótimo de linhas de

transmissão (DOLT) para o modelo linear disjuntivo de PLIM por meio de um *solver* linear em sistemas de pequeno, médio e grande porte;

- b) Formular e resolver o modelo matemático do PERT com DOLT em Corrente Alternada (CA) de PNLIM por meio de um *solver* não linear em sistemas de pequeno, médio e grande porte;
- c) Criar uma estratégia para resolver problemas de grande porte para o PERTE com DOLT através de restrições adicionais e pontos de partida de boa qualidade.

1.1.3 Contribuições do Trabalho

Este trabalho busca continuar a exploração do conceito de DOLT no PERTE proposto por [Escobar \(2008\)](#) e [Nascimento \(2014\)](#), os quais fazendo uso dos modelos de PERTE CC e linear disjuntivo com DOLT obtiveram planos de expansão de menor custo dos que os obtidos sem DOLT. Considerando o conceito de DOLT no PERTE com formulação CA, que representa de forma mais real o sistema de transmissão, é desenvolvido neste trabalho. Vale a pena observar que planos de expansão do sistema de transmissão obtidos pelos modelos CC ou linear disjuntivo podem não ser factíveis quando avaliado o fluxo de potência CA na topologia final.

Também procura-se aprimorar o modelos linear disjuntivo proposto por [Nascimento \(2014\)](#), para que ele possa resolver problemas de grande porte em tempos computacionais aceitáveis, devido a que naquele tempo a capacidade computacional era mais limitada e que os *solvers* comerciais CPLEX e KNITRO têm sido implementados com os últimos avanços de técnicas de PLIM e PNLIM.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho se encontra organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica. Na Seção 2.1 é apresentada uma introdução respeito aos principais modelos matemáticos clássicos. Na Subseção 2.1.1 é apresentado o modelo de transportes junto com uma descrição das suas equações e restrições e alguns comentários. Na Subseção 2.1.2 são apresentados os modelos híbridos não linear e linear, respectivamente, junto com uma descrição das suas equações e restrições e alguns comentários. Na Subseção 2.1.3 é apresentado o modelo de CC junto com uma descrição dos seus elementos e alguns comentários. Na Subseção 2.1.4 é apresentado o modelo linear disjuntivo, mostrando-se como este pode ser obtido a partir do modelo CC passo a passo. Na Subseção 2.1.5 é apresentado o modelo de CA junto com descrições sobre os elementos que o compõem e alguns comentários. Na Subseção 2.1.6 é apresentado o modelo linear disjuntivo multiestágio junto com alguns comentários históricos sobre este e uma descrição dos seus elementos. Na Seção 2.2 é feito um levantamento bibliográfico sobre os principais

trabalhos a respeito das técnicas de solução utilizadas para resolver o PERT. Finalmente na Seção 2.3 são apresentadas as conclusões do capítulo.

No Capítulo 3 é apresentada uma introdução sobre o problema PERT considerando DOLT. Na Seção 3.2 é apresentado o modelo CC que considera DOLT junto com uma descrição dos seus elementos e alguns comentários. Na Seção 3.3 é apresentado o modelo linear disjuntivo que considera DOLT e uma restrição de cerca junto com uma descrição dos seus elementos e alguns comentários. Na Subseção 3.3.1 é mostrada uma estratégia para a redução de espaço de busca do problema em CC. Na Seção 3.4 é apresentado o modelo linear disjuntivo multiestágio que considera DOLT o qual é proposto neste trabalho, junto com uma descrição dos seus elementos e alguns comentários. Na Seção 3.5 é apresentado o modelo CA que considera DOLT o qual é proposto neste trabalho, junto com uma descrição dos seus elementos e alguns comentários. Na Subseção 3.5.1 é mostrada uma estratégia para a redução do espaço de busca para o problema em CA. Finalmente, na Seção 3.6 são apresentadas as conclusões do capítulo.

No Capítulo 4 são apresentados testes e resultados usando o modelo linear disjuntivo que considera DOLT apresentado no capítulo anterior na Seção 3.3, escrito em AMPL e resolvidos pelo *solver* CPLEX. Nos casos com PERTECC, os resultados são anteriormente conhecidos pelos ótimos globais encontrados por Nascimento (2014) mas nos casos com PERTMCC, os resultados são inéditos. Na Seção 4.2 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Garver de 6 barras em CC para os casos PERTECC e PERTMCC junto com alguns comentários. Na Seção 4.3 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema IEEE de 24 barras em CC com 4 planos de geração e com redespacho, resolvendo-se os casos PERTECC e PERTMCC juntos com alguns comentários. Na Seção 4.4 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Sul Brasileiro de 46 barras em CC para os casos PERTECC e PERTMCC juntos com alguns comentários. Na Seção 4.5 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Boliviano de 57 barras em CC para os casos PERTECC e PERTMCC junto com alguns comentários. Na Seção 4.6 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Colombiano de 93 barras em CC para o caso PERTECC, obtendo-se um resultado melhor que o apresentado na literatura especializada. Finalmente na Seção 4.7 são apresentadas as conclusões do capítulo.

No Capítulo 5 são apresentados testes e resultados usando o modelo CA que considera DOLT apresentado na Seção 3.5 que é o aporte desta tese, escrito em AMPL e resolvido pelo *solver* KNITRO. Na Seção 5.2 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Garver de 6 barras em CA juntos com alguns comentários. Na Seção 5.3 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema IEEE de 24 barras em CA juntos com alguns comentários. Na Seção 5.4 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema Sul Brasileiro de 46 barras em CA junto com alguns comentários. Na Seção 5.5 são apresentados os resultados obtidos usando o sistema IEEE de 118 barras em CA junto com

alguns comentários. Finalmente na Seção 5.6 são apresentadas as conclusões do capítulo.

Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas algumas considerações finais (conclusões) na Seção 6.1 e perspectivas de trabalhos futuros na Seção 6.2, os quais aprofundem e melhorem o presente trabalho de pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A modelagem do PERT assume uma forma bastante complexa, podendo contemplar aspectos adicionais como a inclusão de uma maior quantidade de objetivos de otimização, restrições adicionais no problema, a inclusão de incertezas em algum dos parâmetros ou a proposta que esta expansão seja realizada em vários estágios. Mas em todas essas formulações, tem-se duas etapas consecutivas claramente definidas: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida.

O PERT se caracteriza por ser multimodal, ou seja com um elevado número de ótimos locais, o qual leva à maioria dos métodos de solução heurísticos ou meta-heurísticos a encontrar ótimos locais, muitas vezes de baixa qualidade, enquanto que aos métodos exatos custa-lhes muito esforço computacional encontrar a solução ótima.

No levantamento bibliográfico sobre os artigos com revisões bibliográficas realizadas acerca do PERT encontram-se as revisões realizadas por:

- [Galiana, McGillis e Marin \(1992\)](#), a qual foi a primeira em ser realizada, abrange o período 1970-1991, com 87 referências e foi realizada por pesquisadores Canadenses;
- [Latorre *et al.* \(2003\)](#), a qual abrange o período 1970-2002 sendo a mais referenciada entre as revisões apresentadas, com 111 referências e foi realizada por pesquisadores Colombianos;
- [Lee *et al.* \(2006\)](#), a qual classifica os algoritmos para o PERT para sistemas de transmissão regulados e desregulados, com 150 referências e foi realizada por pesquisadores Hongkoneses;
- [Molina e Rudnick \(2010\)](#), a qual se centra no problema de PERT tendo em conta mercados energéticos, com 214 referências e foi realizada por pesquisadores chilenos;
- [Mahdavi e Monsef \(2011\)](#), a qual trata sobre métodos de solução para o PERTE, com 77 referências e foi realizada por pesquisadores Iranianos;
- [Hemmati, Hooshmand e Khodabakhshian \(2013\)](#), a qual atualiza as revisões de ([LATORRE *et al.*, 2003](#)) e ([LEE *et al.*, 2006](#)) por ser mais compreensiva e completa, com 118 referências e foi realizada por pesquisadores Iranianos;
- [Niharika, Verma e Mukherjee \(2016\)](#), a qual é sucinta, tem 47 referências e foi realizado por pesquisadores Indianos;
- [Lumbreras e Ramos \(2016\)](#), a qual analisa os desafios do contexto europeu, contém 98 referências e foi realizada por pesquisadores Espanhóis;

- [Alhamrouni et al. \(2016\)](#), a qual é sucinta, tem 19 referências e foi realizada por pesquisadores Malasianos;
- [Mahdavi et al. \(2019\)](#), a qual é bastante abrangente, apresenta uma grande quantidade de classificações baseadas em modelos, métodos de solução, estudos de caso e inovações até o ano 2018, tem 103 referências e foi realizada por pesquisadores Iranianos, Hondurenhos e Peruanos;
- [Gomes e Saraiva \(2019\)](#), a qual realiza um estudo histórico da evolução do PERT no passo dos anos, e identifica lacunas com pensamento crítico, tem 144 referências e foi realizada por pesquisadores Portugueses;
- [Gideon, Yskandar e Coneth \(2019\)](#), a qual também é bastante abrangente, apresenta classificações por modelamento matemático, meta-heurísticas usadas e algoritmos híbridos de solução, tem 182 referências e foi realizada por pesquisadores Sul-africanos e Franceses.

Neste capítulo apresentam-se os principais modelos do estado da arte para o PERT, ou seja os mais usados na literatura e uma revisão da literatura especializada das técnicas de solução usadas na solução dos modelos.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática do PERT deve representar, uma abstração do sistema elétrico de potência o suficientemente precisa para que sua solução seja de factível implementação na vida real, mas não tão complexa que as técnicas de solução disponíveis não consigam encontrar uma solução num tempo computacional aceitável ou da qual não seja possível encontrar uma solução válida, portanto, tem-se um compromisso entre a qualidade das soluções e do modelo. No planejamento também precisa-se levar em conta o prazo da expansão, podendo ser este de curto ou longo prazo.

No caso do problema PERT, a modelagem matemática ideal do problema é por meio das relações matemáticas do fluxo de potência CA. Mas desde a introdução do problema PERT por [Garver \(1970\)](#), foi considerado muito complicado trabalhar com o modelo de carga CA para este problema por causa da complexidade das suas relações matemáticas, sendo que a partir dessa época o modelo CC com as simplificações do modelo de transportes e modelo híbrido foram os mais usados nos trabalhos de pesquisa. Já na atualidade, uma grande parte dos pesquisadores concordam que o modelo ideal para trabalhar o PERT é o modelo CC, na sua versão disjuntiva ou Modelo Linear Disjuntivo. Mas na atualidade, pelo aumento da capacidade computacional e o grande avanço em técnicas de solução usadas em métodos exatos de otimização, não parece haver motivos para não trabalhar diretamente com o modelo CA.

O uso do modelo CA é preferível, devido a que as soluções ótimas encontradas para o modelo CC ou linear disjuntivo são quase sempre inactíveis quando é rodado o fluxo de carga CA. Sendo que uma fase posterior na qual é tomada em conta a potência reativa, deverá construir linhas de transmissão adicionais às do plano ótimo encontrado. Pelo qual, pelo uso do modelo CA esta segunda fase é evitada e o plano ótimo de expansão garante a factibilidade da implementação desta solução.

2.1.1 Modelo de Transportes

O modelo de transportes proposto por [Garver \(1970\)](#), baseado no modelo de transportes clássico usado em pesquisa operacional proposto por [Hitchcock \(1941\)](#), representou um grande avanço na pesquisa pela obtenção do plano ótimo de expansão do sistema de transmissão porque foi uma abordagem prática e inédita para otimizar o problema PERT, fazendo uso das técnicas de otimização e capacidade computacional disponíveis naquela época. Este modelo relaxado foi o primeiro da família dos chamados modelos de síntese de sistemas de transmissão.

Este modelo apenas considera o fluxo de potência ativa no sistema, e, que a lei de correntes de Kirchhoff seja obedecida em cada barra do sistema, sendo, portanto, uma aproximação com pouca exatidão ao problema real.

A grande vantagem deste modelo é que ele é de PLIM, já que ao desconsiderar a lei de tensões de Kirchhoff, pode ser usado para otimizar tanto sistemas conexos como ilhados. A modelagem, portanto, assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (1a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{j \in \Omega_l \\ i > j}} f_{ji} - \sum_{\substack{i \in \Omega_l \\ i < j}} f_{ij} + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1c)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1e)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1f)$$

no qual Ω_b e Ω_l representam os conjuntos de barras e ramos do sistema, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} e $\bar{P}_{gi}$ representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa e a capacidade máxima do gerador na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (1a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão; a restrição (1b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (1c) representa os limites de capacidade de transmissão em cada circuito do sistema, sendo necessário incluir o valor absoluto nela devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (1d) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (1e) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito e finalmente a restrição (1f) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

Porém, sua principal desvantagem é que a solução obtida por este modelo esteja distante da solução obtida usando um modelo CC pela omissão da lei tensões de Kirchhoff e, portanto, seja infactível e muito otimista, resultando em poucos investimentos na adição de novas linhas de transmissão.

A solução deste problema é complexa devido à restrição (1f), a qual o diferencia de um problema de programação linear para o qual existem técnicas de solução eficientes.

2.1.2 Modelos Híbridos

Nos modelos híbridos, procura-se aprimorar o modelo de transportes, aproximando-o ao modelo CC fazendo que uma parcela das linhas de transmissão obedecam a lei de tensões de Kirchhoff. Estes podem ser divididos em modelos híbrido não linear e híbrido linear.

2.1.2.1 Modelo Híbrido Não Linear

Este modelo proposto por Cabral e Praça (1984) é uma mistura do modelo de transportes com o modelo CC e divide os ramos em:

- a) Ramos da configuração base n_{ij}^0 ;
- b) Ramos adicionados em circuitos que já tinham linhas de transmissão na configuração base n_{ij}^1 ;
- c) Ramos adicionados em circuitos que não tinham linhas de transmissão na configuração base n_{ij}^2 .

Destes conjuntos, n_{ij}^0 e n_{ij}^1 devem atender as duas leis de Kirchhoff, enquanto que n_{ij}^2 apenas a de correntes. A modelagem matemática assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l^1} c_{ij} n_{ij}^1 + \sum_{ij \in \Omega_l^2} c_{ij} n_{ij}^2 \quad (2a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{j \in \Omega_l^2 \\ i > j}} f_{ji}^2 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l^2 \\ i < j}} f_{ij}^2 + \sum_{\substack{j \in \Omega_l^1 \\ i > j}} f_{ji}^1 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l^1 \\ i < j}} f_{ij}^1 + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2b)$$

$$f_{ij}^1 = (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2c)$$

$$|f_{ij}^1| \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2d)$$

$$|f_{ij}^2| \leq n_{ij}^2 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2e)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2f)$$

$$0 \leq n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij}^1 \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2g)$$

$$0 \leq n_{ij}^2 \leq \bar{n}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2h)$$

$$n_{ij}^1 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2i)$$

$$n_{ij}^2 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2j)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (2k)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (2l)$$

no qual Ω_b , Ω_l^1 e Ω_l^2 representam o conjuntos de barras, o conjunto de caminhos com circuitos já construídos na configuração base e o conjunto de caminhos sem circuitos construídos na configuração base, respectivamente. c_{ij} , n_{ij}^0 , n_{ij}^1 , n_{ij}^2 , $\bar{n}_{ij}^1$, $\bar{n}_{ij}^2$, f_{ij}^1 , f_{ij}^2 , $\bar{f}_{ij}$ e x_{ij} representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos existentes na configuração base, o número de circuitos adicionados em paralelo aos já existentes, o número de circuitos adicionados em caminhos novos, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados em paralelo aos já existentes, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados em caminhos novos, o fluxo total de potência ativa em circuitos construídos em paralelo aos já existentes, o fluxo total de potência ativa em caminhos novos, o fluxo de potência que passa pelas linhas existentes na topologia base e as adicionadas em paralelo com elas, o fluxo de potência máximo permitido por linha correspondentes aos caminhos novos e a reatância do circuito, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} , $\bar{P}_{gi}$ e θ_i representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (2a) representa o investimento total devido às adições de novas linhas de transmissão, incluindo às construídas em paralelo a ramos já existentes e às construídas em caminhos novos; a restrição (2b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (2c) representa a lei de tensões de Kirchhoff, a qual deve ser obedecida para linhas construídas em paralelo às já existentes, note-se que esta restrição introduz uma não linearidade no modelo por multiplicar uma variável inteira com a diferença de dois variáveis contínuas; as restrições (2d) e (2e) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário incluir o valor absoluto nelas devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (2f) representa o

limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; as restrições (2g) e (2h) representam o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas e, finalmente, as restrições (2i) e (2j) definem a integralidade das variáveis n_{ij}^1 e n_{ij}^2 , respectivamente, as quais representam a maior fonte de complexidade do problema.

Este modelo é pouco atrativo para os pesquisadores, devido a ele ser de PNLIM, e portanto precisa das mesmas técnicas de solução que o modelo CC. Sendo apenas diferente do modelo CC pela não inclusão da equação:

$$f_{ij}^2 = n_{ij}^2 \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^2$$

2.1.2.2 Modelo Híbrido Linear

O modelo híbrido linear proposto Villasana, Garver e Salon (1985) como uma relaxação do modelo híbrido não linear é mais fácil de resolver por ser de PLIM e, portanto, de possível solução com os recursos da época.

No modelo proposto, apenas os circuitos da configuração base devem obedecer a lei de tensões de Kirchhoff, enquanto a lei de correntes de Kirchhoff deve ser respeitada por todos os circuitos. A modelagem matemática portanto segue a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (3a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} f_{ji} - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} f_{ij} + \sum_{\substack{ji \in \Omega_l^0 \\ i > j}} f_{ji}^0 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l^0 \\ i < j}} f_{ij}^0 + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (3c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (3d)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3e)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3f)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3g)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3h)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (3i)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (3j)$$

no qual Ω_b , Ω_l^0 e Ω_l representam os conjuntos de barras, ramos do sistema existentes na configuração base e ramos do sistema, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, f_{ij}^0 , f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa nos ramos existentes na configuração

base, o fluxo total de potência ativa pelos circuitos adicionados e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} , $\overline{P}_{gi}$ e θ_i representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (3a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão; a restrição (3b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (3c) representa a lei de tensões de Kirchhoff, a qual é obedecida apenas pelas linhas existentes; as restrições (3d) e (3e) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário incluir o valor absoluto nela devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (3f) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (3g) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito e finalmente a restrição (3h) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

Por ser este modelo de PLIM, as técnicas de solução usadas para resolve-lo são as mesmas que as do problema de transportes, portanto, tornou-se preferível seu uso. Uma aplicação interessante deste modelo é como técnica auxiliar para encontrar uma solução de boa qualidade para o modelo CC quando se quer usar algum modelo mais complexo ou em meta-heurísticas. Neste contexto, Villasana, Garver e Salon (1985) propuseram um algoritmo heurístico construtivo para o modelo CC.

2.1.3 Modelo CC

O modelo CC foi proposto por vários autores como uma generalização do fluxo de carga CC, devidamente explicado em (MONTICELLI, 1983), sendo este o mais explorado no problema de PERT pela sua relativamente aceitável aproximação ao modelo CA. Mesmo assim, este modelo é de PNLIM e requer técnicas de solução sofisticadas, sendo até o momento objeto de muitas pesquisas em curso. Neste modelo são obedecidas as duas leis de Kirchhoff e, portanto, foi por muito tempo considerado o ideal para representar o problema de PERT. A modelagem matemática assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (4a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} f_{ji} - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} f_{ij} + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (4c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4d)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4g)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (4h)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (4i)$$

no qual Ω_b e Ω_l representam os conjuntos de barras e ramos do sistema, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} , $\bar{P}_{gi}$ e θ_i representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (4a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão; a restrição (4b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (4c) representa a segunda lei de tensões de Kirchhoff, a qual agora deve ser obedecida em todas as linhas, a qual introduz uma não linearidade no modelo; a restrição (4d) representa os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário incluir o valor absoluto nela devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (4e) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (4f) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito e finalmente a restrição (4g) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

2.1.4 Modelo Linear Disjuntivo

O modelo CC pode ser transformado num modelo de PLIM, mediante a decomposição da variável inteira em várias variáveis binárias e pelo uso de técnicas de programação disjuntiva *Big-M* (BALAS, 1979) no modelo linear disjuntivo, o qual foi independentemente proposto por Villasana (1984), Granville e Pereira (1985) e Sharifnia e Aashtiani (1985).

Para entender como é feita a manipulação algébrica do modelo CC para o modelo linear disjuntivo, primeiramente é separar as linhas da configuração base das linhas adicionadas, assim como os fluxos que passam por elas como mostrado em (5):

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (5a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} (f_{ji} + f_{ji}^0) - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} (f_{ij} + f_{ij}^0) + P_{g_i} = P_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5d)$$

$$f_{ij} = n_{ij} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5e)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5f)$$

$$0 \leq P_{g_i} \leq \bar{P}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5g)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5h)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5i)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (5j)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (5k)$$

Neste modelo pode-se verificar que a não linearidade se encontra na equação (5e) a qual é multiplicada por uma variável inteira n_{ij} com a diferença de duas variáveis contínuas $(\theta_i - \theta_j)$.

A seguir a variável inteira n_{ij} é transformada num conjunto Y de variáveis binárias $w_{ij,y}$ de tamanho $\bar{n}_{ij}$, representando $w_{ij,y} = 1$ que uma linha y foi adicionada no ramo ij e caso contrario, $w_{ij,y} = 0$. Portanto, têm-se a equivalência de $\bar{n}_{ij}$ com $\sum_{y \in Y} w_{ij,y}$. De forma similar, o fluxo f_{ij} passa agora a ser separado em $f_{ij,y}$, o qual representa o fluxo em cada linha y do ramo ij . Então o modelo (5) pode ser reformulado da seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (6a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} (\sum_{y \in Y} (f_{ji,y}) + f_{ji}^0) - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} (\sum_{y \in Y} f_{ij,y}) + f_{ij}^0 + P_{g_i} = P_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (6b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6d)$$

$$f_{ij,y} = w_{ij,y} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6f)$$

$$0 \leq P_{g_i} \leq \bar{P}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (6g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (6i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6j)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (6k)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (6l)$$

neste novo modelo, a restrição (6i) garante que as linhas y sejam adicionadas de forma sequencial, no conjunto Y , evitando assim soluções iguais. Agora, é na restrição (6e) que aparece uma não linearidade, pela multiplicação de uma variável binária $w_{ij,y}$ com a diferença de duas variáveis contínuas $(\theta_i - \theta_j)$. Pode-se observar que se nas equações (6e) e (6f) a variável $w_{ij,y} = 1$, estas ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} (\theta_i - \theta_j) &= x_{ij} f_{ij,y} \\ |f_{ij,y}| &\leq \bar{f}_{ij} \end{aligned}$$

e caso $w_{ij,y} = 0$, estas ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 0(\theta_i - \theta_j) &= 0 \\ f_{ij,y} &= 0 \end{aligned}$$

Da substituição anterior pode-se observar que a diferença angular $(\theta_i - \theta_j)$ se encontra livre. Portanto, pelo uso da técnica de programação disjuntiva Big-M, a restrição (6e) pode ser representada por uma inequação equivalente:

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (9a)$$

na qual a variável M (big-M) é um valor constante que deve ser o suficientemente grande para manter o problema na região factível e representar o grau de liberdade da diferença angular $(\theta_i - \theta_j)$ nos ramos ij . Atribuir um valor muito alto de M pode levar a um incremento de erros de arredondamento e criar problemas de instabilidade numérica, especialmente quando o problema é de grande porte. A modelagem matemática final assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (10a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} &\sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} (\sum_{y \in Y} (f_{ji,y}) + f_{ji}^0) - \\ &\sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} (\sum_{y \in Y} (f_{ij,y}) + f_{ij}^0) + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \end{aligned} \quad (10b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (10e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (10f)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (10g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (10i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (10j)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (10k)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (10l)$$

Neste modelo, a função a minimizar v em (10a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão; a restrição (10b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (10c) representa a segunda lei de tensões de Kirchhoff para as linhas da topologia base enquanto que a restrição (10e), aplica-se às novas linhas adicionadas; as restrições (10d) e (10f) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário considerar o valor absoluto devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativo; a restrição (10g) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (10h) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito; a restrição (10i) representa a adição sequencial de linhas novas e finalmente a restrição (10j) define que a variável $w_{ij,y}$ é binária, a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

A principal desvantagem do modelo linear disjuntivo é precisamente o aumento da dimensão do problema, já que para cada linha de transmissão a ser adicionada é usada uma variável binária $w_{ij,y}$. Para contornar a essa desvantagem, têm-se a proposta de um modelo linear disjuntivo reduzido (MLDR) proposto por Rahmani (2013), no qual o conjunto Y é interpretado pelo modelo como se estivesse codificado no sistema binário, transformando $\sum_{y \in Y} w_{ij,y}$ em $\sum_{y \in Y} 2^{y-1} w_{ij,y}$ e fazendo outras manipulações, o qual reduz a dimensão desse conjunto da forma $\dim(Y_{MLDR}) = \log_2(\dim(Y_{MLD}) + 1)$.

Uma análise exaustiva sobre o parâmetro M deste modelo foi realizada por Binato (2000), enquanto que em (BINATO; PEREIRA; GRANVILLE, 2001) é apresentada uma metodologia para calcular o valor mínimo de M mediante a resolução de problemas de caminho mínimo e máximo baseada na teoria de grafos e numa análise detalhada sobre as vantagens e desvantagens da utilização do modelo linear disjuntivo a respeito do modelo não linear DC. Mais recentemente foi proposto e testado por (VINASCO; RIDER; ROMERO,

2011) que o valor de M de forma mais simplificada pode tomar no máximo o valor de $2\bar{\theta}$, onde $\bar{\theta}$ é o máximo valor permitido para a magnitude da tensão nas barras do sistema.

2.1.5 Modelo CA

O modelo em CA do PERT é a formulação mais completa do problema, baseada nas relações do fluxo de carga CA analisadas em (STEVENSON, 1962) e (MONTICELLI, 1983). A partir das relações do fluxo de carga CC foram propostos os modelos apresentados nas subseções anteriores, os quais são simplificações das relações do fluxo de carga CA. A modelagem matemática assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (11a)$$

s.a.

$$P_{g_i} - g_i^{sh} V_i^2 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} P_{ij}^{de} - \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} P_{ji}^{para} = P_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (11b)$$

$$Q_{g_i} + b_i^{sh} V_i^2 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} Q_{ij}^{de} - \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} Q_{ji}^{para} = Q_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (11c)$$

$$P_{ij}^{de} = (n_{ij} + n_{ij}^0) (V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11d)$$

$$P_{ij}^{para} = (n_{ij} + n_{ij}^0) (V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11e)$$

$$Q_{ij}^{de} = (n_{ij} + n_{ij}^0) (-V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11f)$$

$$Q_{ij}^{para} = (n_{ij} + n_{ij}^0) (-V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11g)$$

$$(P_{ij}^{de})^2 + (Q_{ij}^{de})^2 \leq ((n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{S}_{ij})^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11h)$$

$$(P_{ij}^{para})^2 + (Q_{ij}^{para})^2 \leq ((n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{S}_{ij})^2 \quad (11i)$$

$$\underline{P}_{g_i} \leq P_{g_i} \leq \bar{P}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (11j)$$

$$\underline{Q}_{g_i} \leq Q_{g_i} \leq \bar{Q}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (11k)$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \bar{V}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (11l)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11m)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11n)$$

$$P_{ij}^{de}, P_{ij}^{para}, Q_{ij}^{de}, Q_{ij}^{para} \text{ irrestritos} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11o)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (11p)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (11q)$$

no qual Ω_b e Ω_l representam os conjuntos de barras e ramos do sistema, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, P_{ij}^{de} , P_{ij}^{para} , Q_{ij}^{de} , Q_{ij}^{para} , $\bar{S}_{ij}$, g_{ij} , b_{ij} , b_{ij}^{sh} , θ_{ij} representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, os fluxos totais de potência ativa saindo e entrando da barra i , os fluxos totais de potência reativa saindo e entrando da barra i , o fluxo de potência máximo permitido por linha, a condutância, a susceptância, a susceptância *shunt* e a diferença angular $\theta_i - \theta_j$ da magnitude dos ângulos das tensões, no ramo ij . V_i , P_{di} , P_{gi} , Q_{di} , Q_{gi} , $\underline{P}_{gi}$, $\overline{P}_{gi}$, $\underline{Q}_{gi}$, $\overline{Q}_{gi}$, g_i^{sh} , b_i^{sh} representam, respectivamente, o módulo da tensão, a demanda e geração de potência ativa, a demanda e geração de potência reativa, as capacidades mínimas e máximas do gerador de potência ativa, as capacidades mínimas e máximas do gerador de potência reativa, a condutância *shunt* e a susceptância *shunt* na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (11a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão; as restrições (11b) e (11c) representam as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências ativa e reativa em cada barra do sistema; as restrições (11d), (11e), (11f), (11g) representam os fluxos de potências ativa e reativa saindo e entrando da barra i , respectivamente, de acordo com a lei de tensões de Kirchhoff, multiplicadas pelo número total de linhas por caminho, as quais são altamente não lineares pela existência de funções trigonométricas, multiplicação de variáveis contínuas e multiplicação de variáveis inteiras com contínuas; as restrições (11h) e (11i) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, os quais agora dependem do fluxo máximo de potência aparente $\bar{S}_{ij}$; as restrições (11j) e (11k) representam os limites de geração de potência ativa e reativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (11l) representa os limites da magnitude de tensão nas barras; a restrição (11m) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito e finalmente a restrição (11n) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

2.1.6 Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio

O problema da expansão da rede de transmissão multiestágio (PERTM) ou planejamento coordenado, define não apenas as localizações ótimas das linhas de transmissão a serem construídas, mas, também, os tempos apropriados para realizar sua construção, de maneira que o aumento progressivo da demanda e da geração em cada estágio são considerados (WANG; WANG; MAO, 2001). Com esta finalidade, o horizonte de planejamento é dividido em vários estágios, em cada qual a configuração base de cada estágio é o plano de expansão do estágio anterior. A função objetivo deste problema é a minimização do valor presente da soma de todos os investimentos para todos os estágios. Reporta-se que em geral, as soluções obtidas pelo PERTM são mais econômicas das obtidas pelo PERTE.

O modelo matemático linear inteiro misto do problema PERTM foi publicado por [Haffner *et al.* \(1999\)](#), baseando-se no modelo de transportes apresentado na subseção 2.1.1, enquanto que o modelo matemático não linear inteiro misto do problema PERTM foi publicado por [Escobar, Gallego e Romero \(2004\)](#), baseando-se no modelo CC apresentado na subseção 2.1.3.

O modelo linear disjuntivo multiestágio publicado por [Vinasco, Rider e Romero \(2011\)](#) é mostrado nas equações (12a)-(12m). Este modelo têm a vantagem de ser de PLIM, e portanto é possível encontrar a solução ótima, apesar do aumento da complexidade pela quantidade de estágios.

$$\begin{aligned} \min \quad v = & \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \\ & \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \end{aligned} \quad (12a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} (\sum_{y \in Y} (f_{ji,y,t}) + f_{ji,t}^0) - \\ & \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} (\sum_{y \in Y} (f_{ij,y,t}) + f_{ij,t}^0) + P_{g_{i,t}} = P_{d_{i,t}} \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (12b)$$

$$f_{ij,t}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,t} - \theta_{j,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12c)$$

$$|f_{ij,t}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,t} - (\theta_{i,t} - \theta_{j,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (12e)$$

$$|f_{ij,y,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (12f)$$

$$0 \leq P_{g_{i,t}} \leq \bar{P}_{g_{i,t}} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (12g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (12h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y | y > 1 \quad (12j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y | t > 1 \quad (12k)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (12l)$$

$$\omega_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T | i = \text{ref} \quad (12m)$$

no qual Ω_b , Ω_l , Y , T representam os conjuntos de barras, ramos do sistema, linhas que podem ser adicionadas e estágios, respectivamente. $c_{ij,t}$, $w_{ij,y,t}$, n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, $f_{ij,t}^0$, $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o conjunto de circuitos adicionados por ramo em representação binária, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa, o

fluxo total de potência ativa em linhas da configuração base e o fluxo de potência máximo permitido por linha para cada estágio, no ramo ij . $P_{di,t}$, $P_{gi,t}$, $\overline{P}_{gi}$ e $\theta_{i,t}$ representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão para cada estágio na barra i . α_t representa o índice de correção dos custos futuros para valores atuais para cada estágio t . $\bar{\theta}$ é o limite máximo do ângulo da fase.

Neste modelo, a função a minimizar v em (12a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão nos diferentes estágios; a restrição (12b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema para cada estágio; a restrição (12c) representa a segunda lei de tensões de Kirchhoff para as linhas da topologia base enquanto que a restrição (12e) aplica-se às novas linhas adicionadas para cada estágio, no qual o parâmetro M é agora substituído por $2\bar{\theta}$ de acordo com o proposto em Vinasco, Rider e Romero (2011); as restrições (12d) e (12f) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos para cada estágio; a restrição (12g) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (12h) representa os limites dos ângulos de fases proposto por Vinasco, Rider e Romero (2011); a restrição (12i) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito em cada estágio; a restrição (12j) representa a adição sequencial de linhas novas e, finalmente, a restrição (12k), também chamada restrição de acoplamento, garante que as linhas adicionadas no estágio $(t-1)$ sejam consideradas como linhas existentes no seguinte estágio, a restrição (12l) define que a variável $w_{ij,y,t}$ é binária, a qual junto com a quantidade de estágios representa a maior fonte de complexidade do problema e a restrição (12m) define que o ângulo de fase na barra de referência deve ser 0 em todos os estágios.

2.2 TÉCNICAS DE SOLUÇÃO

Nesta seção são apresentadas as técnicas de solução usadas na literatura especializada para resolver os modelos apresentados na seção anterior, para dar uma visão geral do estado da arte no problema PERT na atualidade.

2.2.1 Métodos Exatos de Otimização Matemática

Devido a que o problema PERT nos modelos de transportes, híbrido linear, CC, disjuntivo linear e CA possuem variáveis inteiras que são as variáveis complicantes, é preciso usar técnicas de programação inteira para resolver esses problemas. No campo da pesquisa operacional, têm-se desenvolvido diversas técnicas para a solução exata de problemas de programação inteira, sendo as principais a decomposição de Benders e o algoritmo de *Branch and Bound* apresentadas a seguir.

2.2.1.1 Descomposição de Benders

A descomposição proposta por [Benders \(1962\)](#) explora a estrutura dos modelos de otimização matemática com variáveis complicantes, as quais se temporariamente fixadas, fazendo com que o restante do problema seja de programação linear, para o qual existem técnicas eficientes de otimização. Para isto, deve-se decompor o problema num problema mestre e outro escravo, dependentes entre si.

[Romero \(1989\)](#) propôs a descomposição do problema PERT nos subproblemas de operação e investimento para a geração de cortes de Benders e foram resolvidos os problemas PERTE com modelo de transportes e modelo CC para o sistema Garver de 6 barras.

[Romero \(1993\)](#) propôs uma hierarquização na descomposição de Benders clássica e de Benders generalizada, desenvolvida por [Geoffrion \(1972\)](#), nos subproblemas de operação e investimento com níveis de dificuldade progressivos, começando de formulações relaxadas e passando pelos modelos de transporte e híbrido até o modelo CC, e foram resolvidos os sistemas de 3 barras, Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras. Este trabalho foi depois publicado como artigo em ([ROMERO; MONTICELLI, 1994](#)). Um mérito adicional deste trabalho foi ter encontrado pela primeira vez na literatura o ótimo global do sistema Sul Brasileiro.

[Binato \(2000\)](#) propôs uma técnica de descomposição de Benders na qual acrescentam-se os cortes de [Gomory \(1958\)](#), e resolveu o problema PERTE com modelo linear disjuntivo para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras.

[Dilwali et al. \(2016\)](#) propuseram uma técnica de descomposição de Benders acelerada usando ramificação local para dividir o espaço de busca em sub-regiões e resolveram o problema PERTE com modelo CC para o sistema Sul Brasileiro de 46 barras.

2.2.1.2 Branch and Bound

O algoritmo ou heurística *Branch and Bound* proposto por [Benichou et al. \(1971\)](#) para a otimização de problemas de programação inteira mista, no qual a partir do problema relaxado, para cada variável inteira é dividido o espaço de busca adicionando restrições do valor da variável arredondado para cima e para baixo. Uma árvore é usada para explorar as possibilidades dos valores das variáveis inteiras, tendo pseudo custos nos nós, e é possível cortar ramos quando uma solução incumbente inteira tiver melhor valor do que os nós com alguma relaxação.

[Haffner \(2000\)](#) propôs um algoritmo *branch and bound* para resolver o problema de investimento num PERTE com modelo de transportes com descomposição de Benders para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras. Este trabalho foi depois publicado como artigo em ([HAFFNER et al., 2000](#)).

Haffner *et al.* (2001) propuseram um algoritmo *branch and bound* diretamente aplicado ao PERTE com modelo de transportes para os sistemas de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras. Este é de desempenho computacional mais rápido do que o reportado em (HAFFNER, 2000).

Rider, Garcia e Romero (2008) propuseram um algoritmo de *branch and bound* para o PERTE com modelo CC considerando perdas elétricas para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras.

2.2.2 Métodos Heurísticos

Os algoritmos heurísticos baseiam-se na lógica de que se pode obter uma solução de boa qualidade por meio de um processo iterativo de exploração no espaço de busca de acordo com algum critério que seja dedicado ao problema com que está sendo resolvido.

Porem, não é possível comprovar se as soluções obtidas por métodos heurísticos sejam as soluções ótimas globais para os problemas que estejam sendo resolvidos, mas por sua fácil implementação, são a forma mais lógica de abordar problemas novos.

Estes métodos dependem tanto de técnicas de programação linear como de programação não linear para avaliar a construção do plano de expansão, usando os fluxos de carga CC ou CA, segundo o modelo usado.

2.2.2.1 Algoritmo Heurístico Construtivo

O uso de algoritmos heurísticos construtivos (AHC) é muito útil na solução de problemas complexos, sendo que a solução é “construída” passo a passo, de forma iterativa. No caso de PERT, na proposta do AHC procura-se algum índice de sensibilidade que indique alguma linha de transmissão a ser construída, até que a demanda de energia futura seja atendida. Estes algoritmos são de fácil implementação, mas não garantem soluções ótimas. Segundo seja o caso, após a adição de uma nova linha de transmissão, o fluxo de carga CC ou CA é processado para a seguinte adição de linha de transmissão.

Garver (1970) resolveu o PERTE com o modelo de transportes para o sistema de 6 barras proposto pelo autor baseado no sistema de exemplo para fluxo de carga CA mostrado no livro (STEVENSON, 1962) usando um AHC com índice de sensibilidade do maior valor de n_{ij} da solução do modelo de transportes, com a integralidade de n_{ij} relaxada, ou seja um problema de programação linear (PL). Sendo que a cada linha adicionada, a topologia base vai mudando e a seguinte linha a adicionar pode ser diferente da sugerida no passo anterior e finalmente é obtida uma solução factível para o modelo de transportes. Esta foi a primeira técnica heurística de solução a ser aplicada no PERT.

Monticelli *et al.* (1982) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras

usando um AHC com o índice de sensibilidade do esforço mínimo, onde se procura o maior valor de $\frac{(\theta_i - \theta_j)^2}{2x_{ij}c_{ij}}$, ou seja a linha de menor custo que ao ser construída permita passar o maior fluxo de potência ativa possível.

Pereira *et al.* (1985) resolveram o PERTE com o modelo de transportes e CC para o sistema Sul Brasileiro de 46 barras usando um AHC com índice de sensibilidade baseado no mínimo corte de carga.

Villasana, Garver e Salon (1985) resolveram o PERTE com o modelo híbrido linear para o sistema Garver de 6 barras usando um AHC com índice de sensibilidade do maior valor n_{ij} da solução do modelo híbrido linear, com a integralidade de n_{ij} relaxada, ou seja um PL. A cada linha adicionada, a nova linha passa a formar parte da topologia base obedecendo as duas leis de Kirchhoff e, finalmente, é obtida uma solução factível para o modelo CC.

Rider, Garcia e Romero (2004) resolveram o PERTE com o modelo CA para o sistema Garver de 6 barras usando um AHC com índice de sensibilidade similar ao proposto por Garver (1970) no qual se procura o maior valor do produto $n_{ij}\bar{S}_{ij}$ da resposta do modelo em que é relaxada a integralidade de n_{ij} . Numa fase posterior, após ter encontrado uma solução factível, tentam-se retirar os circuitos adicionados um a um, de menor a maior custo, e se retirando o circuito, a solução continua sendo factível, então, deve-se remover esse circuito da solução.

Romero *et al.* (2005) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando um AHC com um índice de sensibilidade igual ao proposto por Rider, Garcia e Romero (2004) e com a mesma fase posterior para economizar na construção de circuitos que não são necessários, usando os *solvers* comerciais CONOPT e MINOS. Sánchez *et al.* (2005) usaram o mesmo método, mas resolveram os problemas não lineares usando um método de pontos interiores (MPI).

Rider, Garcia e Romero (2007) resolveram o PERTE com o modelo CA para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras, usando um AHC dependente de um MPI que soluciona os PNLs do problema de PNLIM relaxado.

Bustamante e Arora (2009) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando um AHC que usa um índice de sensibilidade baseado no congestionamento das linhas e pode adicionar mais de um circuito por iteração, além de ser multipartida.

2.2.3 Métodos Meta-Heurísticos

Os métodos meta-heurísticos, como seu nome indica, são heurísticas avançadas da procura do ótimo global de uma função que incluem fases de intensificação e diversificação

de busca ([GENDREAU; POTVIN, 2019](#)).

Estes métodos meta-heurísticos também dependem de técnicas de programação linear ou não linear para avaliar as propostas de solução ou de fluxos de carga CC ou CA dependendo do modelo usado.

2.2.3.1 Procedimento de Busca Guloso, Aleatório e Adaptativo

O procedimento de busca guloso, aleatório e adaptativo (PBGAA) proposto por [Feo, Resende e Smith \(1994\)](#), também conhecido como *Greedy randomized adaptive search procedure* ou GRASP, é composto por uma fase de construção, parecida com o AHC, e outra de busca local que busca aprimorar a qualidade da solução encontrada na fase de construção. A implementação computacional desta meta-heurística exige baixo esforço computacional.

[Binato, Oliveira e Araujo \(2001\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras usando a meta-heurística PBAGAA.

[Binato e Oliveira \(2002\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras usando a meta-heurística PBAGAA reativo, na qual são usadas funções lineares na fase de construção e é utilizada uma estratégia reativa para autoajustar os parâmetros da meta-heurística baseando-se em resultados anteriores.

[Wu et al. \(2010\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC com incerteza na demanda e critério de contingência $N-1$ para os sistemas Garver de 6 barras e um sistema de 77 barras usando a meta-heurística PBAGAA.

[Figueiredo, Silva e Poss \(2011\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC e considerando DOLT para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras usando a meta-heurística PBAGAA.

[Lopes \(2013\)](#) resolveu o PERTE com o modelo de transportes e CC para o sistema Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística PBAGAA programada em FORTRAN.

2.2.3.2 Algoritmo Genético

A técnica meta-heurística Algoritmo Genético (AG) proposta por [Holland \(1975\)](#) inspirada no processo da seleção natural e reformulado por [Goldberg \(1989\)](#) foi o primeiro algoritmo evolutivo proposto e é o mais usado na literatura especializada, sobretudo porque esta é uma das meta-heurísticas que têm maior antiguidade, fácil implementação e bons resultados. Esta meta-heurística depende de uma população de cromossomos os quais por um processo iterativo de evolução passam pelos processos de recombinação e mutação.

Rudnick *et al.* (1996) resolveram o PERTE com modelo CC para o sistema Chileno de 8 barras usando a meta-heurística AG, sendo esta a primeira aplicação da técnica no PERT.

Gallego (1997) realizou um estudo comparativo entre as técnicas meta-heurísticas Algoritmo de Recozimento Simulado (ARS), AG e Algoritmo Busca Tabu (ABT), além da criação de uma técnica híbrida combinando essas 3, onde resolveu o PERTE com modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras com plano de expansão 2008. Este trabalho depois foi publicado como artigo em (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1997), no qual foi encontrada uma solução de menor custo para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro do que a reportada por (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1998).

Gallego, Monticelli e Romero (1998) resolveram o PERTE com modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 com plano de expansão 2008 usando a meta-heurística AG estendida, com taxa de mutação variável e controlada pela meta-heurística ARS, limitação da porcentagem de descendentes dos melhores indivíduos da população, inicialização da população inicial usando o algoritmo de Garver (1970) e penalização do corte de carga variável. No caso do sistema Norte-Nordeste, foi obtida uma solução de menor custo do que a reportada por (ROMERO; GALLEGO; MONTICELLI, 1995).

Silva, Gil e Areiza (1999) resolveram o PERTE com modelo CC para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras, Sudeste Brasileiro de 79 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AG melhorado, usando representação inteira das linhas a ser construídas, seleção por torneio e taxa de mutação determinada pela meta-heurística ARS.

Escobar (2002) resolveu o PERTM com modelo CC para os sistemas Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurística AG com as melhoras propostas em (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1998). Este trabalho depois foi publicado como artigo em (ESCOBAR; GALLEGO; ROMERO, 2004).

Fonseka e Miranda (2004) propuseram uma técnica híbrida combinando ARS, AG e BT com a qual resolveram o PERTM com modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e da Sri Lanka de 70 barras.

Escobar (2008) resolveu o PERTE com modelo CC multiobjetivo, sendo os objetivos o congestionamento das linhas e o custo de investimento, com incerteza na demanda e na geração e múltiplos cenários de geração para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AG na sua formulação NSGA-II (DEB *et al.*, 2002).

Rahmani *et al.* (2010) resolveram o PERTE com modelo CA e considerando alocação de fontes de energia reativa para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AG com codificação binária

e real.

Escobar, Gallego e Romero (2011) resolveram o PERTE com modelo CC para os sistemas Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurística AG com inicialização da população inicial por algoritmos heurísticos construtivos.

Correa, Salcedo e Panesso (2016) resolveram o PERTE com modelo CC multiobjetivo, sendo os objetivos o corte de energia eólica e o custo de investimento, com incerteza na demanda e na geração de fontes eólicas para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AG na sua formulação NSGA-II (DEB *et al.*, 2002).

2.2.3.3 Algoritmo Genético de Chu-Beasley

A técnica meta-heurística Algoritmo Genético de Chu-Beasley (AGCB) proposta por Chu e Beasley (1997) como uma modificação da meta-heurística AG na qual é considerada além da função de aptidão, uma função em base às infactibilidades para priorizar soluções de alta qualidade sem infactibilidades.

Gallego e Escobar (2006) resolveram o PERTE com modelo o CC usando contingências $N-1$ para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AGCB.

Romero, Rider e Silva (2007) resolveram o PERTE e PERTM com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB aprimorada, acrescentando uma fase de melhoria de soluções infactíveis usando o AHC proposto por Villasana, Garver e Salon (1985), população inicial criada com a estratégia proposta por Gallego (1997) e verificando que as novas soluções criadas não sejam diferentes às que se encontram na população.

Escobar (2008) resolveu o PERTE com o modelo CC considerando DOLT para os sistemas IEEE de 24 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AGCB. Nesse trabalho também foi resolvido o PERTE com modelo CC considerando múltiplos cenários de geração de potência ativa para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AGCB. Neste trabalho também foi resolvido o PERTE com modelo CC considerando múltiplos cenários de geração de potência ativa para o sistema IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AGCB e depois publicado em (ESCOBAR; ROMERO; GALLEGO, 2008).

Correa, Bolaños e Escobar (2008) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB.

Bolaños, Correa e Escobar (2008) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando incerteza na potência ativa demandada e redespacho para os sistemas Garver de 6

barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB.

Gallego *et al.* (2009) resolveram o PERTE com o modelo CA para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AGCB juntamente com um MPI.

Gallego *et al.* (2012) resolveram o PERTE e PERTM com o modelo CC para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AGCB aprimorado, criando uma população inicial de boa qualidade por métodos heurísticos, reparação de soluções ineficazes e incorporação de apenas soluções distintas na população, de forma similar à proposta por Romero, Rider e Silva (2007).

Domínguez (2012) resolveu o PERTE com o modelo CC considerando diferentes níveis de tensão nos corredores de linhas de transmissão para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB. Este trabalho depois foi publicado como artigo em (DOMÍNGUEZ; ESCOBAR; GALLEGO, 2012).

Correa, Bolaños e Escobar (2014a) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando múltiplos cenários de geração de potência ativa e múltiplos objetivos, investimento e corte de carga, para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AGCB. Este trabalho foi posteriormente publicado em (CORREA; BOLAÑOS; ESCOBAR, 2014b).

Correa, Bolaños e Escobar (2014c) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando múltiplos cenários de geração de potência ativa e incerteza na demanda de potência ativa para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AGCB.

Domínguez, Escobar e Gallego (2014) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando diferentes tipos de condutores para o sistema Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AGCB.

Domínguez, Escobar e Gallego (2015) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando diferentes tipos de condutores e incerteza na demanda para o sistema Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AGCB.

Correa, Bolaños e Garcés (2015) resolveram o PERTE com o modelo CC multi-objetivo, sendo os objetivos o corte de carga e o custo de investimento, com critério de contingência $N-1$ para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB hibridizada com o algoritmo NSGA-II (DEB *et al.*, 2002).

Correa, Sanchez e Marulanda (2016) resolveram o PERTE com o modelo CC com incertezas na demanda e na geração de fontes eólicas para os sistemas Garver de 6 barras,

IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AGCB.

[Gallego et al. \(2017\)](#) resolveram o PERTE e PERTM com o modelo CC para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras, Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando uma meta-heurística AGCB híbrida, na qual a população inicial é inicializada sem infactibilidades por um algoritmo heurístico construtivo, *path relinking* e com uma técnica de relaxação usando o algoritmo dual Simplex restrito ([GARCÉS; GALLEGO; ROMERO, 2013](#)).

2.2.3.4 Recozimento Simulado

A técnica da meta-heurística Algoritmo de Recozimento Simulado (ARS) proposta por [Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi \(1983\)](#) para a busca do mínimo global de uma função de custo, baseia-se na emulação do processo físico do recozimento onde um objeto sólido é aquecido e lentamente esfriado para que eventualmente sua estrutura se encontre “congelada”, o qual acontece na configuração de energia mínima ([LACAGNINA, 1988](#)). Na prática esta meta-heurística é de convergência lenta, mas sua implementação computacional é fácil.

[Romero, Gallego e Monticelli \(1995\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística ARS, sendo esta a primeira aplicação da técnica no PERT.

[Gallego et al. \(1997\)](#) exploraram o paralelismo inerente à meta-heurística ARS resolveram o problema PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras.

[Cortés, Palma e Moya \(2009\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e o sistema interconectado do Norte Grande Chileno de 45 barras usando a meta-heurística ARS híbrido que acrescenta uma fase de busca local em cada temperatura do processo de busca.

2.2.3.5 Busca Tabu

A técnica da meta-heurística Algoritmo de Busca Tabu (ABT) foi proposta em duas partes nos artigos ([GLOVER, 1989](#)) que trata sobre seus princípios básicos e ([GLOVER, 1990](#)) que trata sobre seus aspectos mais avançados e suas aplicações em problemas de PLIM. Esta técnica baseia-se num processo de busca iterativa em vizinhança, usando uma memória na qual se armazenam movimentos proibidos ou tabu para não cair em ótimos locais.

[Wen e Chang \(1997\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, de 18 barras tomado de ([WANG; MCDONALD, 1994](#)) e da Nova

Inglaterra de 39 barras usando a meta-heurística ABT, sendo esta a primeira aplicação da técnica no PERT.

Areiza (1997) resolveu o PERTE com o modelo CC para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras usando a meta-heurística ABT, encontrando no primeiro sistema uma solução de menor custo do que a reportada por (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1997) e no segundo sistema, uma solução de menor custo do que a reportada por (BINATO; OLIVEIRA; ARAUJO, 2001), sendo que este último artigo foi submetido em 1995.

Gallego, Romero e Monticelli (2000) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurística ABT paralela aprimorada com *path relinking*, uso de configurações elite, inicialização inteligente, uso de oscilações estratégicas, redução da vizinhança e características híbridas tomadas de outras meta-heurísticas.

Silva *et al.* (2001) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e Sudeste Brasileiro de 79 barras usando a meta-heurística ABT adicionando fases de intensificação e diversificação.

Mansano (2008) resolveu o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste brasileiro de 78 barras usando a meta-heurística ABT paralelizada.

Silva *et al.* (2008) resolveram o PERTE com o modelo CC considerando perdas elétricas e custos de interrupção de serviço para os sistemas Garver de 6 barras e da rede de sub-transmissão da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG) de 12 barras usando a meta-heurística ABT com uma fase inicial na qual é usada a heurística PBAGA.

Escobar, Gallego e Toro (2009) resolveram o PERTE com o modelo CC usando DOLT para os sistemas IEEE de 24 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística ABT.

Sousa (2009) resolveu o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras, Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 78 barras usando a meta-heurística ABT na segunda fase de uma abordagem híbrida com a primeira fase na qual é usado um Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) com tomada de decisões *fuzzy*.

Escobar, Gallego e Toro (2010) resolveram o problema PERTE com o modelo CC para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurística ABT com uma nova proposta de *path relinking*.

García, Espinosa e Melgoza (2015) resolveram o PERTE com o modelo CA para os sistemas IEEE de 24 barras e Mexicano de 190 barras usando a meta-heurística ABT

multiobjetivo, reduzindo o custo de investimento e perdas elétricas.

2.2.3.6 Evolução Diferencial

A técnica meta-heurística Algoritmo de Evolução Diferencial (AED) proposta por [Storn e Price \(1995\)](#) é um algoritmo computacional evolutivo de simples implementação que tem como finalidade procurar a solução ótima de funções complexas. A parte principal desta meta-heurística está na proposta de estratégias de mutação DEA, tendo sido propostas as DEA 1 a 5 por [Storn \(1996\)](#)

[Dong et al. \(2006\)](#) resolveram o problema PERTE com o modelo CC para os modelos IEEE de 8 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AED com as 5 propostas de mutação originais, sendo esta a primeira aplicação desta técnica no PERT.

[Sum-Im et al. \(2009\)](#) resolveram os problemas PERTE e PERTM com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AED com as 5 propostas de mutação originais e 5 adicionalmente propostas pelos autores.

[Alhamrouni et al. \(2014b\)](#) resolveram o PERT com o modelo CA para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AED com as 5 propostas de mutação originais e as outras 5 propostas de mutação propostas por [Sum-Im et al. \(2009\)](#). Uma versão mais curta deste artigo foi apresentada em ([ALHAMROUNI et al., 2014c](#)) onde foi resolvido um sistema Garver de 6 barras.

[Alhamrouni et al. \(2014a\)](#) resolveram o PERTM com o modelo CA para o sistema Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AED com as 5 propostas de mutação originais.

[Alhamrouni et al. \(2018\)](#) resolveram o PERTM com o modelo CA para os sistemas IEEE de 24 barras e Colombiano de 93 barras usando a meta-heurística AED com as 5 propostas de mutação originais.

2.2.3.7 Algoritmo do Enxame de Partículas

A técnica meta-heurística Algoritmo de Enxame de Partículas (AEP) proposta por [Kennedy e Eberhart \(1995\)](#) foi inspirada por um modelo social simplificado, é bastante potente na solução de problemas complexos devido a que as “partículas” que usa a técnica percorrem o espaço de busca de forma eficiente e existe um intercâmbio de informação entre elas.

[Niu et al. \(2006\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Sudoeste Chinês de 18 barras proposto por [Wang \(1990\)](#) e outro sistema de tamanho não especificado usando a meta-heurística AEP com estratégia de busca limítrofe.

[Jin et al. \(2007\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Sudoeste Chinês de 18 barras usando a meta-heurística AEP discreta proposta nesse mesmo trabalho pelos próprios autores.

[Shayeghi, Mahdavi e Kazemi \(2009\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Garver de 6 barras, incluindo na função objetivo a adequação da rede, usando a meta-heurística AEP discreta inspirada na que foi usada por ([JIN et al., 2007](#)).

[Shayeghi, Mahdavi e Bagheri \(2010b\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e Noroeste do Irã de 18 barras tomando em conta a taxa de adequação das linhas de transmissão usando a meta-heurística AEP discreta inspirada na que foi usada por ([JIN et al., 2007](#)). Estes mesmos autores resolveram em ([SHAYEGHI; MAHDAVI; BAGHERI, 2010a](#)) o PERTE com o modelo CC o sistema Garver de 6 barras e Noroeste do Irã de 18 barras tomando em conta a taxa de adequação das linhas de transmissão mas usando a meta-heurística AEP com mutação baseada em similaridade proposta por [Liu, Fan e Qu \(2007\)](#).

[Ren e Li \(2010\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Leste Iugoslavo de 61 barras introduzido por [Levi e Čalović \(1991\)](#) usando a meta-heurística AEP com os operadores de seleção da meta-heurística ED.

[Rocha \(2011\)](#) resolveu o PERTM com o modelo CC considerando incerteza na demanda para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AEP discreta evolucionária, proposta pelo próprio autor. A partir desta tese são feitas as publicações, ([ROCHA; SARAIVA, 2011](#)), ([ROCHA, 2011](#)) e ([ROCHA; SARAIVA, 2012](#)) as quais resolvem o PERTM com modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras com a meta-heurística AEP discreta evolucionária proposta em ([ROCHA, 2011](#)).

[Rocha e Saraiva \(2013\)](#) resolveram o PERTM com o modelo CC considerando incerteza na demanda e contingências $N-1$ para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística AEP discreta evolucionária proposta em ([ROCHA, 2011](#)).

[Torres et al. \(2011\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando 2 variantes da meta-heurística AEP que nesse momento representavam o estado da arte, a de AEP evolucionário proposto por [Miranda \(2005\)](#) e a de AEP unificado ([PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2004](#)), demonstrando que a segunda delas tinha melhores resultados.

[Torres e Castro Jr. \(2012\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando um AEP local proposto por [Clerc e Kennedy \(2002\)](#) implementado de forma paralela.

[Barreto \(2013\)](#) resolveu o PERTE com o modelo CC e restrição de segurança $N-1$

para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando as 4 variantes da meta-heurística AEP quântica proposta por [Sun, Feng e Xu \(2004\)](#), sendo as variantes usadas as que foram propostas por [Sun, Xu e Feng \(2004\)](#), [Sun, Xu e Liu \(2005\)](#) e as outras 2 propostas pelo próprio autor. Numa publicação a partir desta tese, [Barreto \(2013\)](#) resolveu o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando o AEP normal, o AEP local ([CLERC; KENNEDY, 2002](#)) e o AEP quântico ([SUN; FENG; XU, 2004](#)) nas quatro variantes antes mencionadas.

[Torres, Castro Jr. e Rider \(2013\)](#) resolveram o PERTE com os modelos CC e CA para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurísticas AEP global ou clássico, AEP local ([CLERC; KENNEDY, 2002](#)), AEP evolucionário ([MIRANDA, 2005](#)), AEP adaptativo ([ZHAN *et al.*, 2009](#)). Da comparação realizada, é provado que o AEP local é a que melhor funciona para este problema.

[Resende \(2014\)](#) resolveu o PERTE com o modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras, Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras usando a meta-heurística AEP discreta e o modelo de transportes, e também resolveu uma formulação com múltiplos cenários de geração para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística AEP e o modelo disjuntivo. Uma versão mais curta com a primeira metodologia e para os sistemas Garver de 6 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Colombiano de 93 barras foi apresentada em ([RESENDE; ARCARI; ROMERO, 2014](#))

[Mahdavi e Bagheri \(2018\)](#) resolveram o PERTE com o modelo CC para o sistema Garver de 6 barras tomando em conta a taxa de adequação das linhas de transmissão usando a meta-heurística AEP binária proposta por [Kennedy e Eberhart \(1997\)](#) com as atualizações de fórmulas mostradas em ([JIN; RAHMAT, 2007](#)).

2.2.3.8 Algoritmo de Colônia de Formigas

A técnica meta-heurística Algoritmo de Colonia de Formigas (ACF) proposta por [Dorigo, Caro e Gambardella \(1999\)](#) foi inspirada no comportamento das formigas saindo da sua colônia em busca de comida, as quais progressivamente preferem o caminho mais curto através do uso de feromônios nos caminhos de ida e volta.

[Rezende \(2006\)](#) resolveu o PERTE e PERTM com modelo CC para os sistemas de 6 barras proposto pelo autor e de subtransmissão de 12 barras pertencente à Companhia Energética de Minas Gerais usando a meta-heurística ACF.

[Bolaños e Correa \(2009\)](#) resolveram o PERTE com modelo CC para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras usando a meta-heurística ACF.

Limsakul, Pothiya e Leeprechanon (2009) resolveram o PERTE e restrição de segurança $N-1$ para os sistemas Garver de 6 barras e Sul Brasileiro de 46 barras usando a meta-heurística ACF.

Silva *et al.* (2010) resolveram o PERTM com modelo CC e índice de custo de perda de carga para sistemas de 6 barras proposto por Rezende (2006) e de subtransmissão de 12 barras pertencente à Companhia Energética de Minas Gerais usando a meta-heurística ACF.

Huang e Yan (2016) resolveram o PERTE com modelo CC para um sistema de 18 barras proposto pelos autores usando a meta-heurística ACF melhorada.

Alvarez *et al.* (2018) resolveram o PERTM com modelo CC considerando custos de operação para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 118 barras usando a meta-heurística ACF.

Alvarez *et al.* (2019) resolveram o PERTM com modelo CC considerando o aumento na tensão nas barras, recondutoramento das linhas de transmissão e compensação em série para os sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 118 barras, modificados para ter uma alta penetração de fontes de energia renovável, usando a meta-heurística ACF.

2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os principais modelos matemáticos que descrevem o PERT na Seção 2.1, os quais são tomados como base para o uso das técnicas de solução mostradas na Seção 2.2.

Entre os modelos apresentados, o modelo de transporte representa o mais simples, mas menos exatos para o PERT, enquanto que o modelo em CA é o mais completo e, ainda, na atualidade, apresenta-se como muito complexo, ainda com as capacidades computacionais de hoje em dia. Espera-se que no futuro, os *solvers* de programação linear sejam mais desenvolvidos para permitir encontrar soluções globalmente ótimas para problemas de grande porte. Também procura-se que sejam feitas propostas de linearização que permitam contornar as não linearidades do modelo em CA.

Quanto às técnicas de solução, pode-se observar que as técnicas exatas são as ideais para resolver o PERT, embora ainda seja necessário um maior desenvolvimento dos *solvers* comerciais e dos *solvers* de uso livre. Os métodos heurísticos e meta-heurísticos têm a vantagem de encontrar soluções de boa qualidade em problemas de alta complexidade que em muitos casos, não podem ser resolvidos em tempos computacionalmente aceitáveis pelo uso de técnicas exatas, mas sempre renunciando à otimalidade global.

3 MODELOS MATEMÁTICOS CONSIDERANDO DESLIGAMENTO NA OPERAÇÃO DO PROBLEMA PERT

3.1 INTRODUÇÃO

Na literatura tradicional sobre expansão do sistema de transmissão, assume-se implicitamente que a adição de linhas de transmissão só podem melhorar a operação do sistema eléctrico de transmissão e não se leva em conta a ineficiência da topologia original do sistema a otimizar para o cenário atual. Considerando a possibilidade de que o sistema a otimizar se encontre mal planejado e ainda pretenda-se adicionar novas linhas, é claro que o novo sistema mesmo funcionando corretamente, possa não aproveitar plenamente as linhas construídas, podendo-se ter investido uma quantidade de dinheiro maior do que a necessária, realmente se a topologia original tivesse sido distinta por sobredimensionamento. Esta premissa é explorada em profundidade no problema da operação de sistemas eléctricos de potência por [Fisher, O'Neill e Ferris \(2008\)](#) que introduziram o conceito de DOLT.

O paradoxo apresentado por [Braess \(1968\)](#) num artigo na lingua Alemã, traduzido ao inglês em ([BRAESS; NAGURNEY; WAKOLBINGER, 2005](#)), foi inicialmente idealizado para o problema de planejamento de tráfego, no qual ao aumentar o número de estradas não necessariamente significa que, em forma geral, cada motorista chegue mais rápido ao seu destino, pode ser aplicado analogamente ao problema dos fluxos de potência num sistema eléctrico de transmissão. Por isto, é possível que este conceito ajude no planejamento de sistemas de potência de forma eficiente.

3.2 MODELO CC COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

O modelo proposto por [Escobar \(2008\)](#) mostrado em (13a)-(13j) modifica o modelo CC mostrado em 2.1.3 ao considerar a possibilidade de desligamento de circuitos, outorgando-se a denominação de "Modelo generalizado" para o problema PERT. Considera-se que os circuitos que impedem uma melhor solução para o sistema eléctrico devem ser desligados. Este modelo, da mesma forma que o modelo CC, é de PNLIM.

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} - \sum_{ij \in \Omega_l} n'_{ij} \quad (13a)$$

s.a.

$$\sum_{\substack{j \in \Omega_l \\ i > j}} f_{ji} - \sum_{\substack{i \in \Omega_l \\ i < j}} f_{ij} + P_{gi} = P_{di} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (13b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n'_{ij}) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (13c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n'_{ij})\bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13d)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (13e)$$

$$0 \leq n'_{ij} \leq n_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13f)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13g)$$

$$n_{ij}, n'_{ij} \text{ inteiros} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13h)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (13i)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (13j)$$

no qual Ω_b , Ω_l e Ω_0 representam os conjuntos de barras, ramos do sistema e ramos do sistema com os circuitos na topologia base, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n'_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos da configuração base ligados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} , $\bar{P}_{gi}$ e θ_i representam, respectivamente, a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (13a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão, menos o custo dos circuitos adicionados a custo negativo (-1) para promover o não desligamento de linhas que não aumentam os custos da expansão; a restrição (13b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (13c) representa a lei de tensões de Kirchhoff, a qual deve ser obedecida em todas as linhas e introduz uma não linearidade no modelo; a restrição (13d) representa os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário incluir o valor absoluto nela devido que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (13e) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (13f) representa o número de linhas de transmissão máximas da configuração base que podem se encontrar ligadas; a restrição (13g) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito e, finalmente, a restrição (13h) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

3.3 MODELO LINEAR DISJUNTIVO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO E RESTRIÇÃO DE CERCA

O modelo linear disjuntivo proposto por Nascimento (2014) mostrado em (14a)-(14p) aprimora o modelo mostrado em 3.2 ao converte-lo em um problema de PLIM pela técnica de programação disjuntiva mostrada em 2.1.4. Este novo modelo pode ser resolvido usando-se *solvers* de programação linear que asseguram a obtenção de soluções ótimas ao problema.

A restrição mostrada na equação (14g) cria uma limitante inferior para o número de circuitos que devem estar conectados na barra i . A razão desta restrição é que uma barra deve ter conectada com o mínimo um número de linhas que permitam que o valor absoluto da diferença entre a potência demandada e a potência gerada na barra possa sair ou entrar na barra. Para isso, escolhe-se o maior valor da capacidade máxima de fluxo entre todas as linhas que se encontram ou não construídas em torno da barra. Esta restrição permitiu resolver o problema da expansão do sistema Colombiano de 93 barras em um tempo de solução alto e com *gap* não igual a zero como reportado por Nascimento (2014). Sendo que ao não incluir esta restrição, a solução desse sistema não foi possível por exceder a capacidade do computador em que estava sendo processado o *solver* comercial CPLEX (IBM Corporation, 2020).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0} \quad (14a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} \sum_{y \in Y} f_{ji,y} + \sum_{\substack{ji \in \Omega_0 \\ i > j}} \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ji,y_0}^0 - \\ & \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} \sum_{y \in Y} f_{ij,y} - \sum_{\substack{ij \in \Omega_0 \\ i < j}} \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ij,y_0}^0 + P_{gi} = P_{di} \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14b)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y_0}^0 - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - z_{ij,y_0}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y_0 \in Y_0 \quad (14c)$$

$$|f_{ij,y_0}^0| \leq z_{ij,y_0} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0, \forall y_0 \in Y_0 \quad (14d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (14e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (14f)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{y \in Y} w_{ij,y} + \sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0} + \sum_{y \in Y} w_{ji,y} + \\ & \sum_{y_0 \in Y_0} z_{ji,y_0} \geq 1 + \left\lfloor \frac{\text{abs}(P_{gi} - P_{di})}{\max(\max(\bar{f}_{ij}), \max(\bar{f}_{ji}))} \right\rfloor \end{aligned} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14g)$$

$$0 \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14h)$$

$$\sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0} \leq n_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14i)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14j)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (14k)$$

$$z_{ij,y_0} \leq z_{ij,y_0-1} \quad \forall ij \in \Omega_0, \forall y_0 \in Y_0 | y_0 > 1 \quad (14l)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (14m)$$

$$z_{ij,y_0} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y_0 \in Y_0 \quad (14n)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14o)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (14p)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (14q)$$

em que Ω_b , Ω_l , Ω_0 , Y , Y_0 representam os conjuntos de barras, ramos do sistema, linhas do sistema com circuitos na configuração base, linhas que podem ser adicionadas e linhas da configuração base, respectivamente. c_{ij} , $w_{ij,y}$, z_{ij,y_0} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, f_{ij} , f_{ij}^0 e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o conjunto de circuitos adicionados por ramo em representação binária, o número de circuitos da configuração base ligados em representação binária, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa, o fluxo total de potência ativa em linhas da configuração base e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . P_{di} , P_{gi} , $\bar{P}_{gi}$ e θ_i representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e a magnitude do ângulo da tensão na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (14a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão, menos o número de linhas da topologia base que são adicionadas a um custo negativo (-1); a restrição (14b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema; a restrição (14c) representa a lei de tensões de Kirchhoff para as linhas da topologia base enquanto que a restrição (14e), aplica-se às novas linhas adicionadas; as restrições (14d) e (14f) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, sendo necessário considerar o valor absoluto devido a que os fluxos podem fluir nos dois sentidos, positivos ou negativos; a restrição (14g) representa o limitante inferior do número de linhas conectadas à barra i , o qual deve ser maior que o valor absoluto da potência gerada menos a potência demandada, dividido pela capacidade máxima de fluxo entre as linhas conectadas à barra i , considerando o conjunto inteiro de linhas, as construídas e as não construídas, e mais uma unidade e arredondado para baixo; a restrição (14h) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (14i) representa o número máximo de linhas de transmissão da topologia base que podem se encontrar ligadas; a restrição (14j) representa o número máximo de linhas de transmissão que podem ser construídas em cada circuito; a restrição (14k) representa a adição sequencial de linhas novas e finalmente a restrição (14l) define que a variável $w_{ij,y}$ é binária, a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

3.3.1 Estratégia para reduzir o espaço de busca no modelo linear disjuntivo com DOLT

Uma estratégia interessante e que ajuda a reduzir o espaço de busca em sistemas de grande porte na resolução do problema PERT com DOLT na formulação disjuntiva é

limitar a função objetivo usando as soluções de formulações menos complexas para reduzir o espaço de busca e obter uma convergência mais rápida.

Usa-se o valor da função objetivo do modelo de transportes como limitante inferior, porque sabe-se que as soluções dadas por este modelo são muito otimistas e muito mais baratas que as soluções dadas por outros modelos. Como limitante superior, usa-se a função objetivo do modelo linear disjuntivo, devido a que no pior dos casos, a solução encontrada com DOLT deve ser igual à solução do modelo linear disjuntivo. Na equação 15 resume-se a restrição adicionada ao modelo.

$$v_{mod-transportes} \leq \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq v_{mod-disjuntivo} \quad (15)$$

Também é considerado que o ponto de partida do processo de otimização comece com todas as linhas da configuração base ligadas e as adições de linhas novas sejam iguais às encontradas pela solução do modelo linear disjuntivo mostrado na subseção 2.1.4.

A vantagem desta estratégia é que no *solver* CPLEX, o *gap* relativo inicial é baixo, devido a que se começa com uma solução ótima de um modelo distinto, e que soluções com valores superiores do valor da solução do modelo linear disjuntivo são desconsideradas, da mesma forma que relaxações encontradas inferiores do valor da solução do modelo de transportes.

3.4 MODELO CC MULTIESTÁGIO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

A partir do modelo para o PERTECC com DOLT da seção 3.3 e considerando o modelo PERTM para CC da subseção 2.1.6, é proposto o modelo PERTM em CC com DOLT, no qual é possível desligar linhas de transmissão em cada estágio do plano de expansão, inclusive com a possibilidade de desligar circuitos construídos em estágios anteriores. O nível de dificuldade na resolução do modelo deve aumentar significativamente em relação ao planejamento estático. Este modelo é mostrado em (16)-(16p).

$$\min v = \sum_{t \in T} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} w_{ij,y,t} - \sum_{t \in T} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0,t} \quad (16a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} \left(\sum_{y \in Y} (f_{ji,y,t}) + \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ji,y_0,t}^0 \right) - \\ & \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} \left(\sum_{y \in Y} (f_{ij,y,t}) + \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ij,y_0,t}^0 \right) + \end{aligned}$$

$$P_{g_{i,t}} = P_{d_{i,t}} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (16b)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y_0,t}^0 - (\theta_{i,t} - \theta_{j,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - z_{ij,y_0,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y_0 \in Y_0 \quad (16c)$$

$$|f_{ij,y_0,t}^0| \leq z_{ij,y_0,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y_0 \in Y_0 \quad (16d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,t} - (\theta_{i,t} - \theta_{j,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (16e)$$

$$|f_{ij,y,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (16f)$$

$$0 \leq P_{gi,t} \leq \bar{P}_{gi,t} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (16g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (16h)$$

$$\sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0,t} \leq n_{ij,t}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T | t = 1 \quad (16i)$$

$$\sum_{y_0 \in Y_0} z_{ij,y_0,t} \leq n_{ij,t}^0 + \sum_{\substack{q \in T \\ q < t}} \sum_{y \in Y} \sum_{ij \in \Omega_l} w_{ij,y,q} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T | t > 1 \quad (16j)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (16k)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y | y > 1 \quad (16l)$$

$$z_{ij,y_0,t} \leq z_{ij,y_0-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_0, \forall t \in T, \forall y_0 \in Y_0 | y_0 > 1 \quad (16m)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (16n)$$

$$z_{ij,y_0,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y_0 \in Y_0 \quad (16o)$$

$$\omega_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T | i = \text{ref} \quad (16p)$$

no qual Ω_b , Ω_l , Ω_0 , Y , Y_0 , T representam os conjuntos de barras, ramos do sistema, linhas do sistema com circuitos na configuração base, linhas que podem ser adicionadas, linhas existentes em cada estágio e os estágios, respectivamente. $c_{ij,t}$, $w_{ij,y,t}$, $z_{ij,y,t}$, $n_{ij,t}^0$, $n_{ij,t}$, $\bar{n}_{ij}$, $f_{ij,t}$, $f_{ij,t}^0$ e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o conjunto de circuitos adicionados por ramo na representação binária, o conjunto de circuitos existentes por ramo na representação binária, o número de circuitos existentes na configuração base, o número total de circuitos em um circuito em certo estágio, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo de potência ativa total, o fluxo total de potência ativa nas linhas da configuração base e o fluxo de potência máximo permitido por linha para cada estágio, no ramo ij . $P_{di,t}$, $P_{gi,t}$, $\bar{P}_{gi}$ e $\theta_{i,t}$ representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a capacidade máxima do gerador e o módulo do ângulo da tensão para cada estágio na barra i . α_t representa o índice de correção dos custos futuros para valores atuais para cada estágio t . $\bar{\theta}$ é o limite máximo do ângulo da fase.

Neste modelo, a função a minimizar v em (16a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão nos diferentes estágios e o cujo segundo termo visa para que não sejam desligados mais circuitos do que os necessários; a restrição (16b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema para cada estágio; a restrição (16c) representa a lei de tensões de Kirchhoff para as linhas da topologia base, incluindo nela também as linhas construídas em estágios anteriores, em cada estágio enquanto que a restrição (16e) aplica-se às novas

linhas adicionadas para cada estágio, o parâmetro M continua sendo substituído por $2\bar{\theta}$ de acordo [Vinasco, Rider e Romero \(2011\)](#); as restrições (16d) e (16f) representam os limites de capacidade de transmissão dos circuitos para cada estágio; a restrição (16g) representa o limite de geração de potência ativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (16h) representa os limites dos ângulos de fases proposto por [Vinasco, Rider e Romero \(2011\)](#); as restrições (16i)-(16j) representam o limite máximo de linhas na topologia base em cada estágio, a que é composta pela topologia base no primeiro estágio, e posteriormente, esta topologia base vai se acrescentando à medida que são construídas mais linhas, a restrição (16k) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em cada circuito em cada estágio; a restrição (16l) representa a adição sequencial de linhas novas, a restrição (16m) representa a adição sequencial de linhas da topologia base, junto com as linhas construídas em estágios anteriores, a restrição (16n) define que a variável $w_{ij,y,t}$ é binária, a restrição (16o) define que a variável $z_{ij,y,t}$ é binária, e, (16p) define que o ângulo de fase na barra de referência deve ser 0 em todos os estágios.

É importante indicar que foi mudada a forma em que a codificação binária armazena as linhas construídas no caso multiestágio com DOLT, sendo que no modelo mostrado na subseção 2.1.6 as linhas eram armazenadas de forma sucessiva no corredor de transmissão N_{ij} no vetor w_{ij} e as linhas da topologia base N_0 se mantinham inalteradas. Na codificação proposta neste modelo, o vetor w_{ij} que representa N_{ij} armazena para cada estágio apenas as linhas que foram construídas nesse estágio e o vetor Z_{ij} que representa N_0 passa a armazenar as linhas existentes para cada estágio. Um exemplo prático da forma de acumulação de linhas no vetor Z_{ij} é mostrado nas Figuras 3 e 4 na qual N_0 inicial tinha uma linha construída, e são construídas uma linha adicional no estágio 1 e outra no estágio 3 nesse corredor.

Figura 3 – Armazenamento de linhas clássico para o modelo multiestágio

	N_0	N_{ij}			
1	1	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	1	1	0	0
4	1	1	1	0	0

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4 – Armazenamento de linhas no modelo multiestágio proposto

	N_0				N_{ij}			
1	1	0	0	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0

Fonte: Elaboração do autor.

3.5 MODELO CA COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

A partir do modelo CA mostrado em 2.1.5, usando a mesma lógica que a usada por Escobar (2008) para generalizar o modelo CC, é desenvolvido o modelo generalizado da expansão da transmissão usando o modelo CA, que é mostrado em (17a)-(17r).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} - \sum_{ij \in \Omega_l} n'_{ij} \quad (17a)$$

s.a.

$$P_{g_i} - g_i^{sh} V_i^2 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} P_{ij}^{de} - \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} P_{ji}^{para} = P_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17b)$$

$$Q_{g_i} + b_i^{sh} V_i^2 - \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} Q_{ij}^{de} - \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} Q_{ji}^{para} = Q_{d_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17c)$$

$$P_{ij}^{de} = (n_{ij} + n'_{ij}) (V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17d)$$

$$P_{ij}^{para} = (n_{ij} + n'_{ij}) (V_j^2 g_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17e)$$

$$Q_{ij}^{de} = (n_{ij} + n'_{ij}) (-V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17f)$$

$$Q_{ij}^{para} = (n_{ij} + n'_{ij}) (-V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17g)$$

$$(P_{ij}^{de})^2 + (Q_{ij}^{de})^2 \leq ((n_{ij} + n'_{ij}) \bar{S}_{ij})^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17h)$$

$$(P_{ij}^{para})^2 + (Q_{ij}^{para})^2 \leq ((n_{ij} + n'_{ij}) \bar{S}_{ij})^2 \quad (17i)$$

$$\underline{P}_{g_i} \leq P_{g_i} \leq \overline{P}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17j)$$

$$\underline{Q}_{g_i} \leq Q_{g_i} \leq \overline{Q}_{g_i} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17k)$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17l)$$

$$0 \leq n'_{ij} \leq n_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17m)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17n)$$

$$n_{ij}, n'_{ij} \text{ inteiros} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17o)$$

$$P_{ij}^{de}, P_{ij}^{para}, Q_{ij}^{de}, Q_{ij}^{para} \text{ irrestritos} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17p)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} \quad (17q)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = \text{ref} \quad (17r)$$

no qual Ω_b e Ω_l representam os conjuntos de barras e ramos do sistema, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, n'_{ij} , P_{ij}^{de} , P_{ij}^{para} , Q_{ij}^{de} , Q_{ij}^{para} , $\bar{S}_{ij}$, g_{ij} , b_{ij} , b_{ij}^{sh} , θ_{ij} representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o número de linhas ligadas na topologia base, os fluxos totais de potência ativa saindo e entrando na barra i , os fluxos totais de potência reativa saindo e entrando na barra i , o fluxo de potência máximo permitido por linha, a condutância, a susceptância, a susceptância *shunt* e a diferença angular $\theta_i - \theta_j$ da magnitude dos ângulos das tensões, no ramo ij . V_i , P_{di} , P_{gi} , Q_{di} , Q_{gi} , $\underline{P}_{gi}$, $\overline{P}_{gi}$, $\underline{Q}_{gi}$, $\overline{Q}_{gi}$, g_i^{sh} , b_i^{sh} representam, respectivamente, o módulo da tensão, a demanda e geração de potência ativa, a demanda e geração de potência reativa, as capacidades mínimas e máximas do gerador de potência ativa, as capacidades mínimas e máximas do gerador de potência reativa, a condutância *shunt* e a susceptância *shunt* na barra i .

Neste modelo, a função a minimizar v em (17a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão, menos o número de linhas da topologia base ligadas, isto é para promover que linhas da topologia base que se encontravam ligadas e que não prejudicam o custo da expansão do sistema se mantenham ligadas; as restrições (17b) e (17c) representam as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências ativa e reativa em cada barra do sistema; as restrições (17d), (17e), (17f), (17g) representam os fluxos de potências ativa e reativa saindo e entrando da barra i , respectivamente, de acordo com a lei de tensões de Kirchhoff, os quais são multiplicados pela soma do número de linhas por caminho adicionadas com o número de linhas da topologia base que se mantêm ligadas, as quais são não lineares pela existência de funções trigonométricas, multiplicação de variáveis contínuas e multiplicação de variáveis inteiras com contínuas; as restrições (17h) e (17i) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos, os quais agora dependem do fluxo máximo de potência aparente $\bar{S}_{ij}$, o qual é multiplicado pela soma do número de linhas por caminho adicionadas com o número de linhas da topologia base que se mantêm ligadas; as restrições (17j) e (17k) representam os limites de geração de potências ativa e reativa nas barras que têm geradores conectados; a restrição (17l) representa os limites da magnitude de tensão nas barras; a restrição (17m) representa o número de linhas de transmissão da topologia base máximas que se podem encontrar ligadas, ou seja, com o limite do número de circuitos já construídos; a restrição (17n) representa o número de linhas de transmissão máximas que podem ser construídas em

cada circuito, e finalmente, a restrição (17o) define a integralidade da variável n_{ij} , a qual representa a maior fonte de complexidade do problema.

Este modelo é de PNLIM e muito complexo, pela já existência de variáveis inteiras na formulação original e ainda a adição de novas variáveis inteiras que são o número de linhas da topologia base para cada circuito, pelo qual é necessário o uso de métodos meta-heurísticos ou *solvers* de PNLIM potentes na sua solução.

3.5.1 Estratégia para reduzir o espaço de busca no modelo CA com DOLT

De forma similar à estratégia apresentada na subseção 15, é aplicada uma estratégia para limitar o valor da função objetivo e portanto reduzir o espaço de busca para ter uma convergência mais rápida.

Usa-se o valor da função objetivo do modelo de CA como limitante superior, devido que no pior dos casos, a solução encontrada com DOLT deve ser igual à solução do modelo CA. Na equação 18 apresenta-se a restrição adicionada no modelo.

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \leq v_{mod-ca} \quad (18)$$

Também é considerado que o ponto de partida do processo de otimização comece com todas as linhas da configuração base ligadas e as adições de linhas novas sejam iguais às encontradas pela solução do modelo CA mostrado na subseção 2.1.5.

A vantagem desta estratégia é que no *solver* KNITRO, o *gap* de integralidade inicial é baixo, devido que se começa com uma solução ótima de um modelo distinto, e que soluções com valores superiores ao valor da solução do modelo CA clássico são desconsideradas.

3.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os já pesquisados na literatura especializada para a modelagem generalizada do problema de expansão do sistema de transmissão e é proposto um novo modelo o qual permitirá provar se os ganhos em (ESCOBAR, 2008) e Nascimento (2014) usando a formulação em CC, podem ser obtidos usando a formulação CA.

Também são propostas estratégias de redução do espaço de busca e do ponto de partida correspondentes aos modelos apresentados para diminuir o esforço computacional exigido para encontrar a solução ótima dos problemas.

4 TESTES COM O MODELO LINEAR DISJUNTIVO ESTÁTICO E MULTIESTÁGIO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Com o objetivo de provar que o desligamento de circuitos ajuda a economizar na construção de novos circuitos no problema de PERT DC, são utilizados os cinco sistemas elétricos mais usados na literatura especializada, com a finalidade de comparar os resultados tradicionais do modelo disjuntivo mostrado na Subseção (2.1.4) com os resultados do modelo mostrado na Seção 3.3. Serão analisados os resultados obtidos com os modelos dos sistemas Garver, IEEE de 24 barras, Brasileiro de 46 barras, Boliviano de 57 barras e Colombiano de 93 barras.

Para os testes mostrados neste capítulo, os modelos foram escritos em AMPL (Modeling Language for Mathematical Programming) (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos usando o *solver* comercial CPLEX 12.10.0.0 (IBM Corporation, 2020) em um computador DELL XPS 8930 com processador Intel Core i7-8700 de 6 núcleos a uma frequência de 3.20Ghz e 16GB de memória RAM.

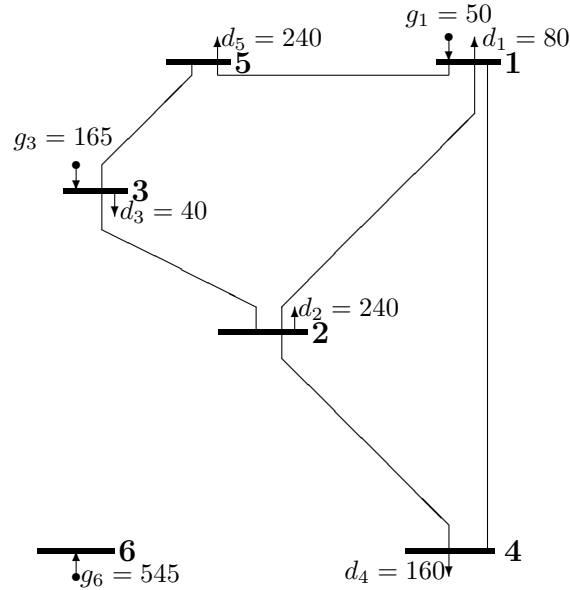
4.2 SISTEMA GARVER CC

Como foi mencionado anteriormente, este baseia-se no exemplo de fluxo de carga CA do livro (STEVENSON, 1962) e desde que foi proposto, este sistema destaca-se como um dos mais usados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão de pequeno porte.

4.2.1 Sistema Garver CC sem redespacho

O Sistema Garver CC de 6 barras possui 15 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, 5 barras com demanda total de 760 MW, 3 geradores com geração total de 760 MW e permite construir até 5 linhas novas por circuito. Este sistema com plano de geração fixo está com o seu diagrama unifilar ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Sistema Garver



Fonte: Adaptado de [Romero \(1993\)](#).

Para este sistema, primeiro foi resolvido o modelo linear disjuntivo mostrado na subseção 2.1.4 como referência e depois o modelo mostrado na seção 3.3 que tem desligamento de linhas de transmissão e restrição de cerca, ambos sem redespacho de potência ativa, ou seja fixando o valor de P_{g_i} . Os resultados são mostrados na Tabela 1, e a topologia encontrada é mostrada na Figura 6, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho.

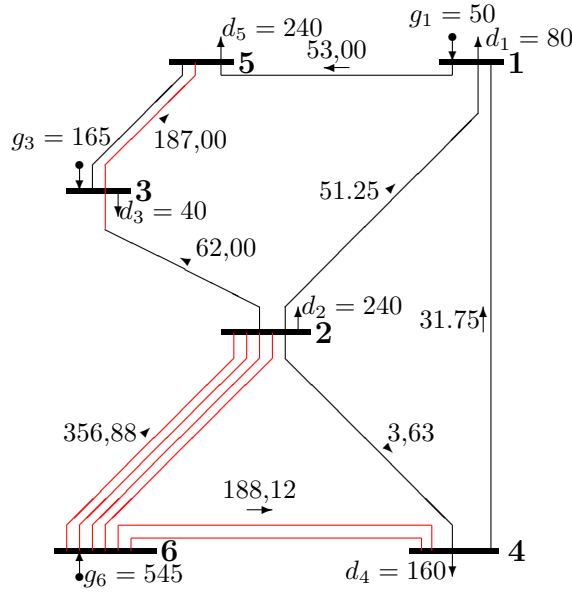
Tabela 1 – Resultados do modelo linear disjuntivo sem redespacho, com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Garver.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	200	200
Tempo (s)	0,16	0,06
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{2-6} = 4$, $l_{3-5} = 1$, $l_{4-6} = 2$	$l_{2-6} = 4$, $l_{3-5} = 1$, $l_{4-6} = 2$
Circuitos desligados	–	–

Fonte – Elaboração do autor.

Neste caso, ambos modelos chegam à mesma solução ou plano de expansão, o que significa que nenhuma linha da topologia inicial estava prejudicando a operação. A solução para o modelo disjuntivo é o ótimo global reportado em ([GARVER, 1970](#)).

Figura 6 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver sem redespacho

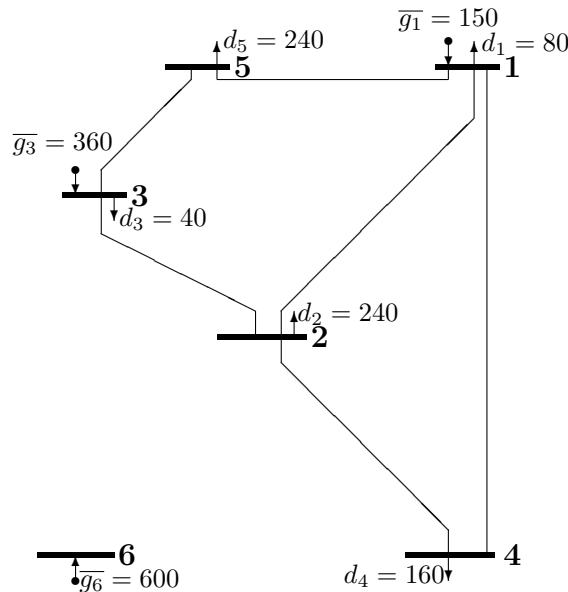


Fonte: Elaboração do autor.

4.2.2 Sistema Garver CC com redespacho

Em segundo lugar, foi resolvido este mesmo sistema permitindo o redespacho nos geradores de potência ativa, usando igualmente os modelos mostrados na Subseção 2.1.4 e na Seção 3.3. O diagrama unificar deste sistema com geradores de potência ativa ajustáveis pode ser observado na Figura 7.

Figura 7 – Sistema Garver com redespacho



Fonte: Adaptado de Romero (1993).

Os resultados usando este sistema são mostrados na Tabela 2 e a topologia encontrada é mostrada na Figura 8, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho..

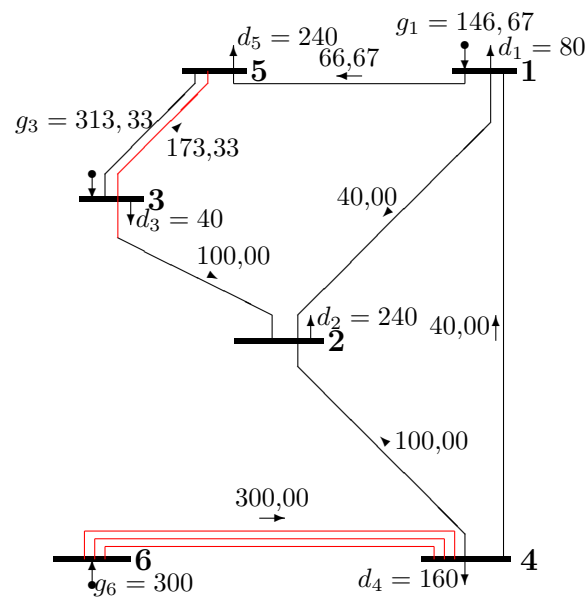
Tabela 2 – Resultados do modelo linear disjuntivo com redespacho, com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Garver.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	110	110
Tempo (s)	0,17	0,11
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{3-5} = 1, l_{4-6} = 3$	$l_{3-5} = 1, l_{4-6} = 3$
Circuitos desligados	–	–

Fonte – Elaboração do autor.

Neste caso, novamente ambos modelos chegam ao mesmo plano de expansão, o que significa que nenhuma linha da topologia inicial se encontrava prejudicando a operação.

Figura 8 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver com redespacho

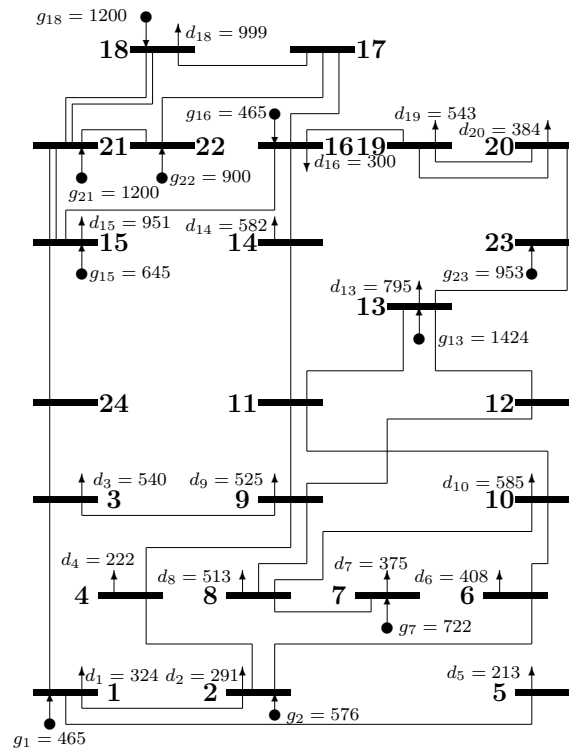


Fonte: Elaboração do autor.

4.2.3 Sistema Garver CC multiestágio

O Sistema Garver multiestágio possui 3 estágios, com demanda total de 456MW no primeiro estágio, 608 MW no segundo estágio e 760 MW no terceiro estágio e capacidade de geração instalada de 1130 MW, que não muda nos 3 estágios. Para resolver este sistema com, e sem desligamento de linhas de transmissão foram usados os modelos mostrados na

Figura 13 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 2



Fonte: Adaptado de Romero *et al.* (2005).

Figura 14 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 3

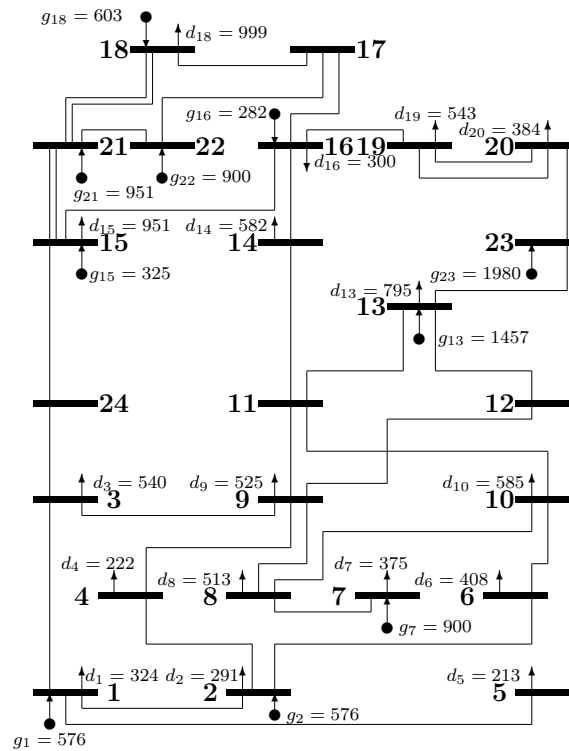
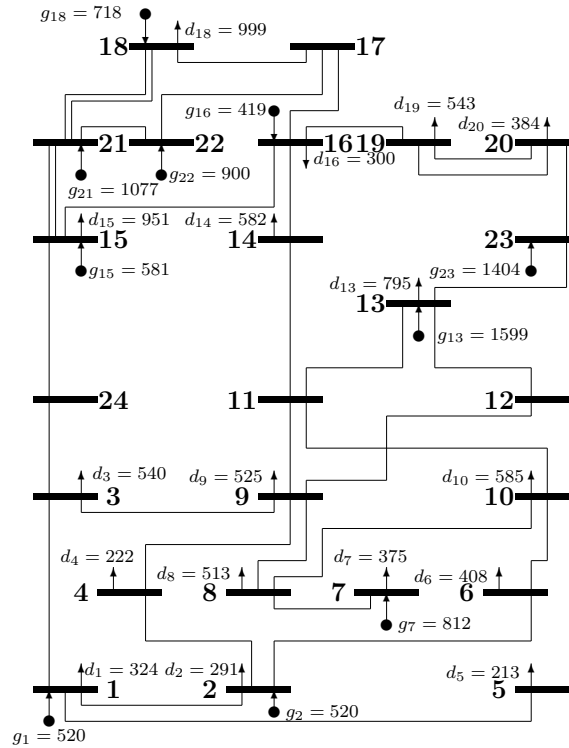


Figura 15 – Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 4



Fonte: Adaptado de [Romero et al. \(2005\)](#).

Neste sistema, primeiro foi resolvido o modelo linear disjuntivo mostrado na Subseção 2.1.4 como referência e depois foi resolvido o modelo disjuntivo mostrado na Seção 3.3 que adiciona desligamento de linhas de transmissão e restrição de cerca.

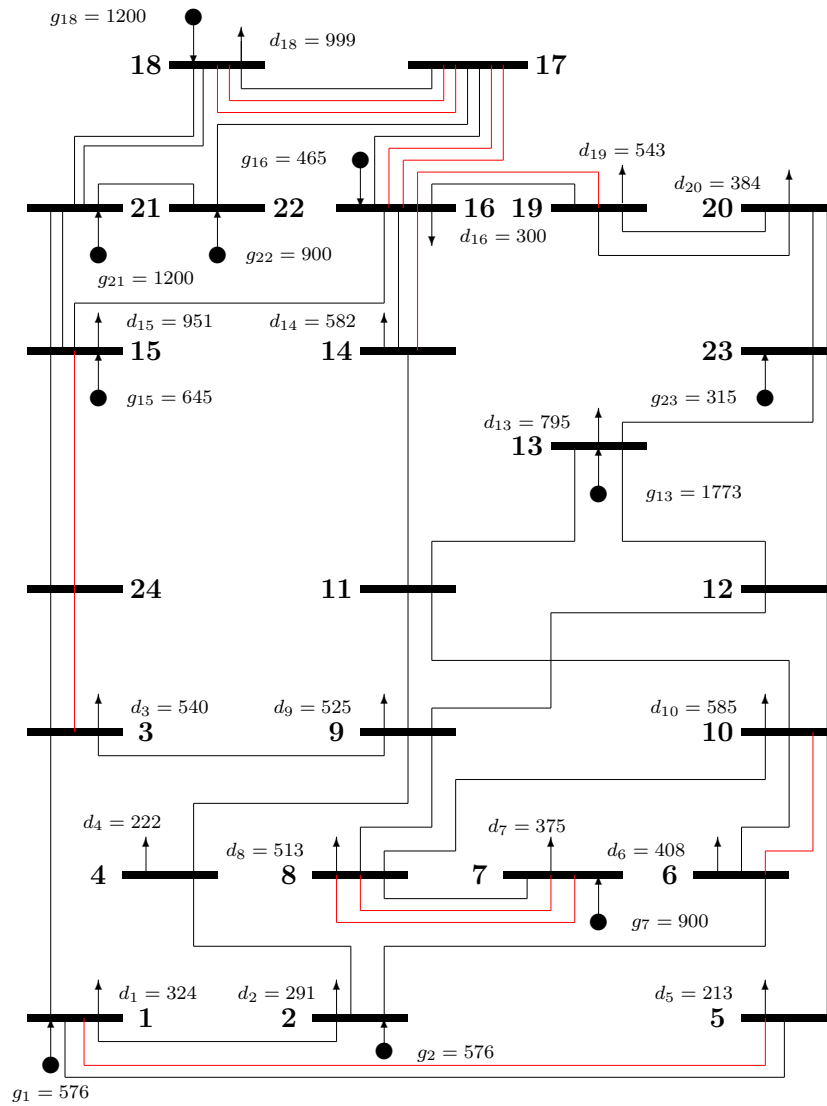
Os resultados obtidos para o plano de geração 1 são mostrados na Tabela 4 assim como nas Figuras 16 e 17, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 65 milhões de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 4 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Tabela 4 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 1.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	390	325
Tempo (s)	0,85	15,44
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{6-10} = 1$ $l_{7-8} = 2, l_{14-16} = 1, l_{15-24} = 1$ $l_{16-17} = 2, l_{16-19} = 1, l_{17-18} = 2$	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{4-9} = 1$ $l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{14-16} = 1$ $l_{16-17} = 2, l_{16-19} = 1, l_{17-18} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{2-4} = 1, l_{3-9} = 1, l_{8-9} = 1$ $l_{20-23} = 1$

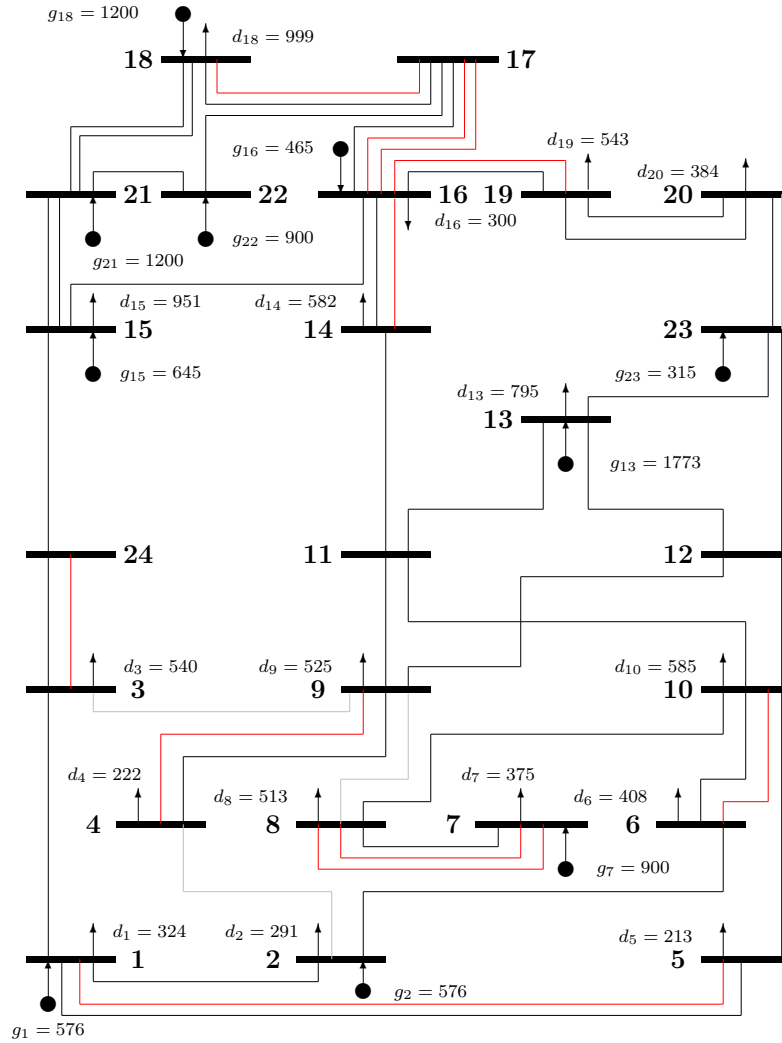
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 16 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG1



Fonte: Elaboração do autor.

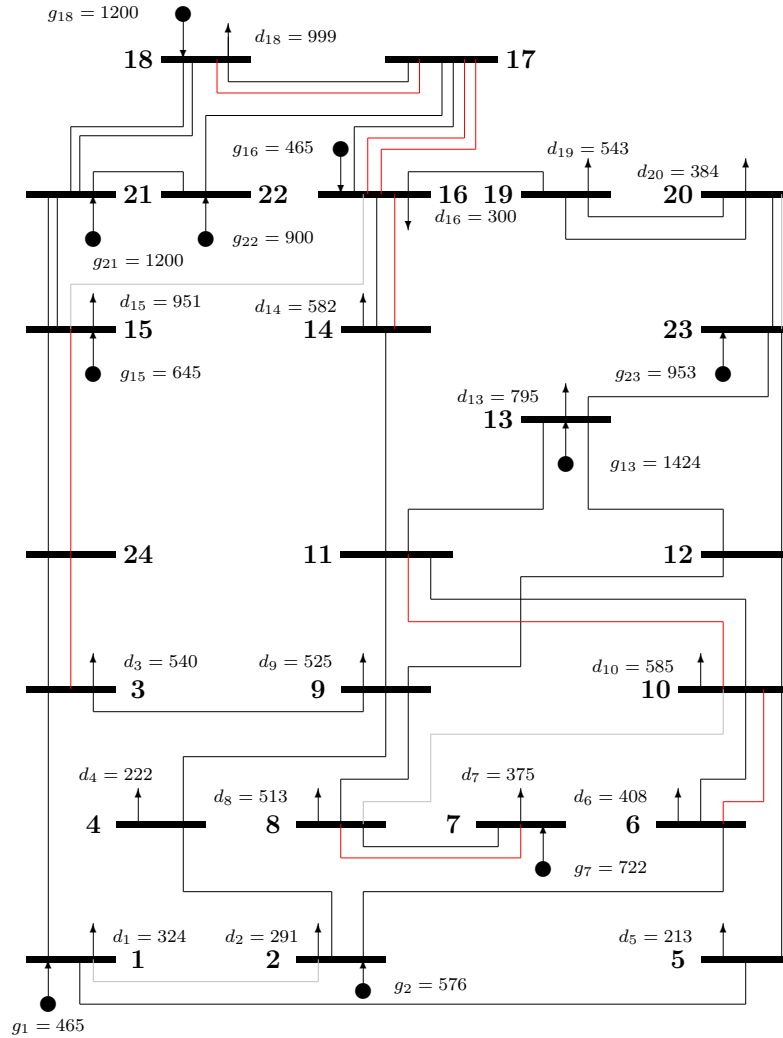
Figura 17 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG1 e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados obtidos para o plano de geração 2 são mostrados na Tabela 5 assim como nas Figuras 18 e 19, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 42 milhões de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 4 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Figura 19 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG2 e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

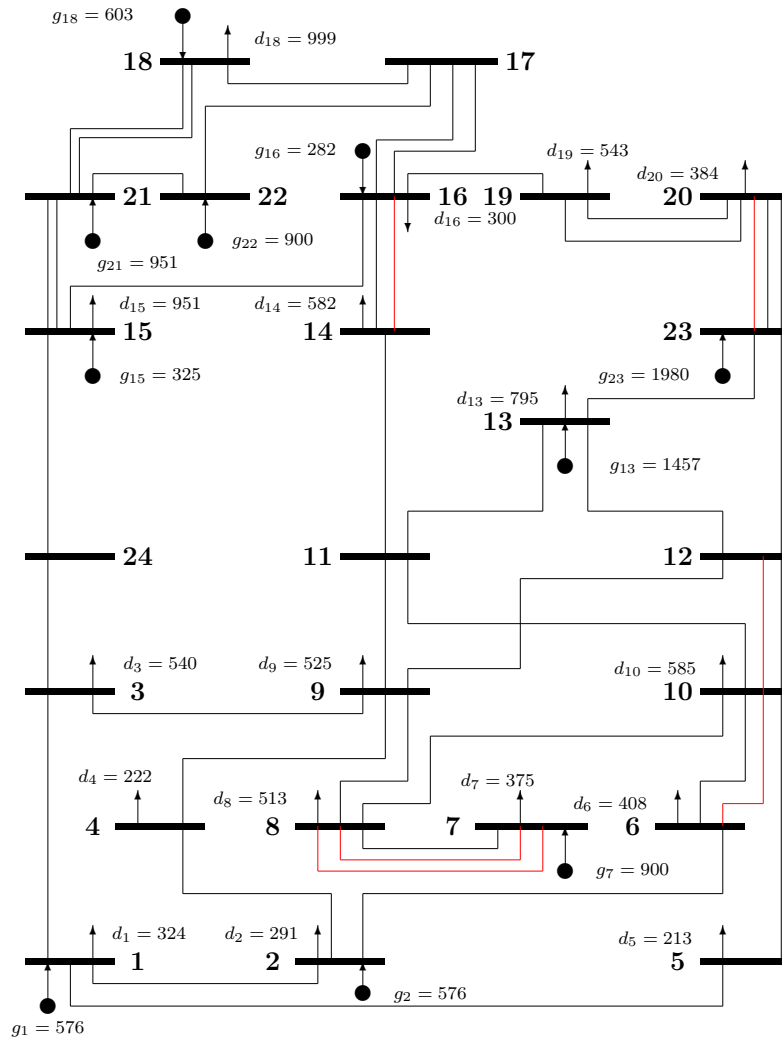
Os resultados obtidos para o plano de geração 3 são mostrados na Tabela 6 assim como nas Figuras 20 e 21, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 36 milhões de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 2 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Tabela 6 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 3.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	218	182
Tempo (s)	0,31	1,48
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{14-16} = 1, l_{16-17} = 1, l_{20-23} = 1$	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{14-16} = 1, l_{20-23} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{8-9} = 1, l_{18-21} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 20 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG3



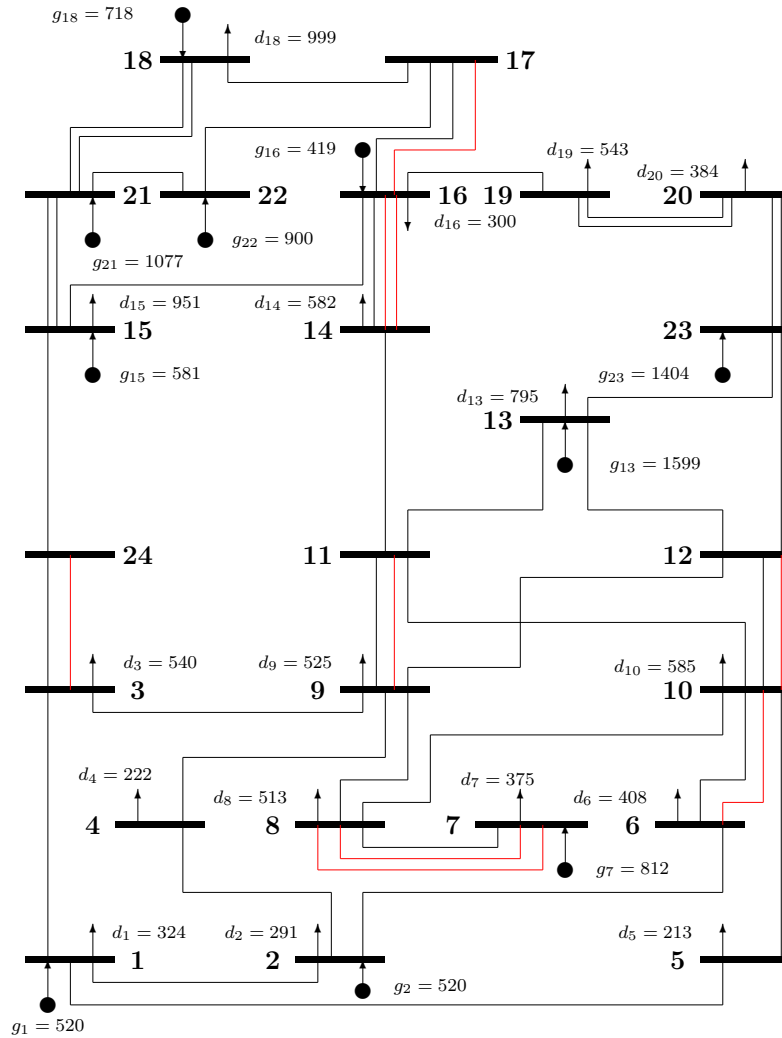
Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 7 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com plano de geração 4.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	342	287
Tempo (s)	0,99	8,56
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{3-24} = 1, l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2$ $l_{9-11} = 1, l_{10-12} = 1, l_{14-16} = 2$ $l_{16-17} = 1$	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{4-9} = 1$ $l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{14-16} = 1, l_{16-17} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{2-4} = 1, l_{3-9} = 1, l_{5-10} = 1$ $l_{8-9} = 1, l_{13-23} = 1, l_{16-19} = 1$

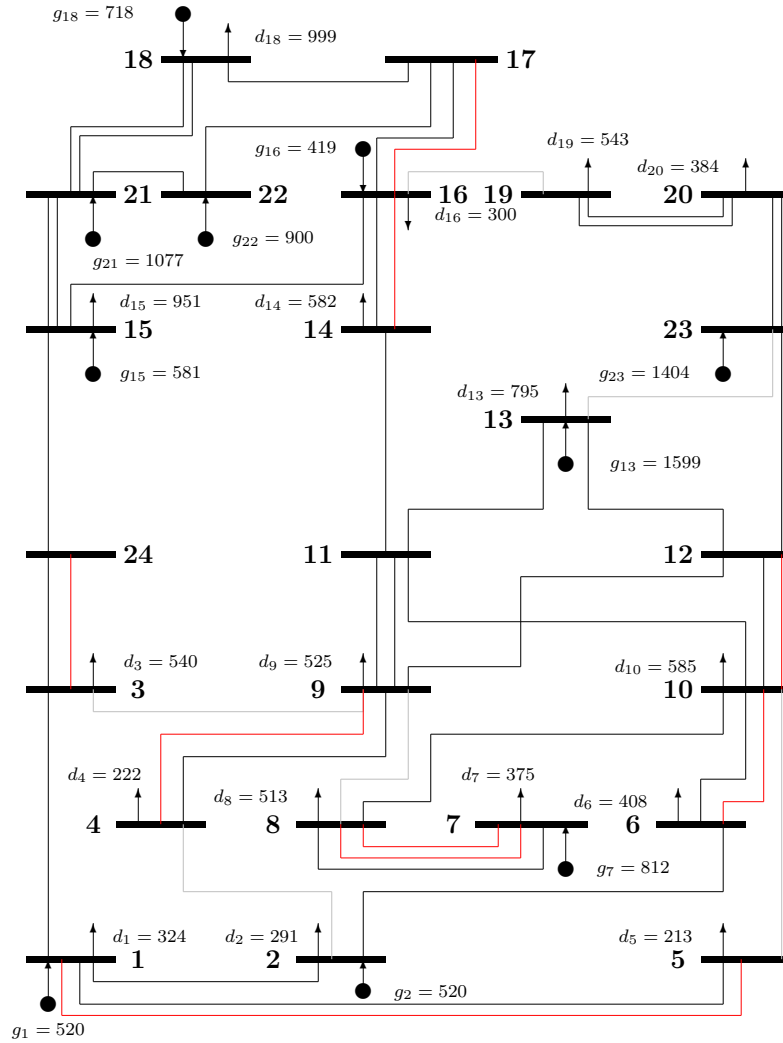
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 22 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG4



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 23 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com PG4 e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Dos 4 planos de expansão para o sistema IEEE de 24 barras testados, pode-se observar uma economia de 65, 42, 36 e 55 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, respectivamente, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão. Estes resultados são consistentes com os ótimos globais para o modelo CC encontrados por [Miasaki \(2006\)](#) e para o modelo generalizado encontrados para o plano 1 por [Escobar \(2008\)](#) e para os planos 2 a 4 por [Nascimento \(2014\)](#).

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base a custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento apenas das linhas que reduzem o desempenho da rede futura e para os 4 planos de geração. A quantidade de linhas desligadas para os 4 planos de geração foram de 4, 4, 1 e 6, respectivamente, as quais são quantidades razoáveis do ponto de vista da operação, com o benefício de economizar uma boa quantidade de recursos financeiros na fase da construção.

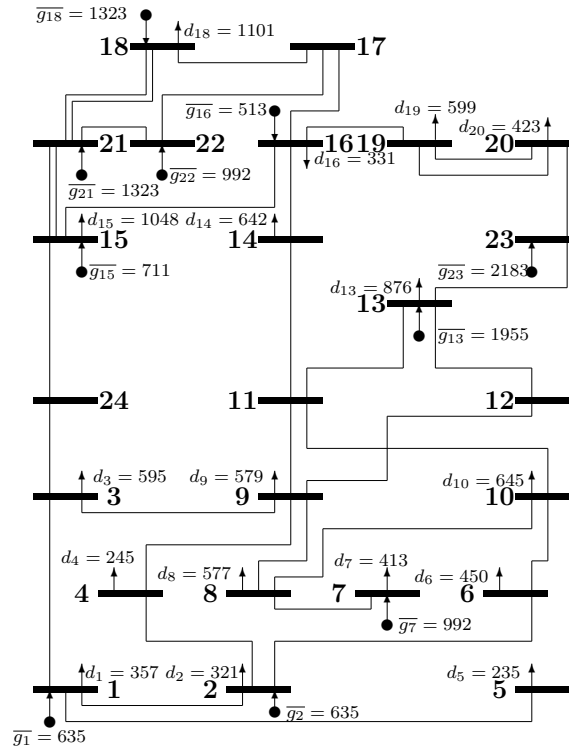
4.3.2 Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho

O Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho clássico possui 41 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, 17 barras com demanda total de 9.437 MW, 10 geradores com geração total de 11.262 MW e permite construir até 5 linhas novas por ramo.

Enquanto que o Sistema IEEE de 24 barras com redespacho CC proposto por Escobar (2008) têm 17 barras com demanda total de 8.550 MW, 10 geradores com geração total de 10.215 MW.

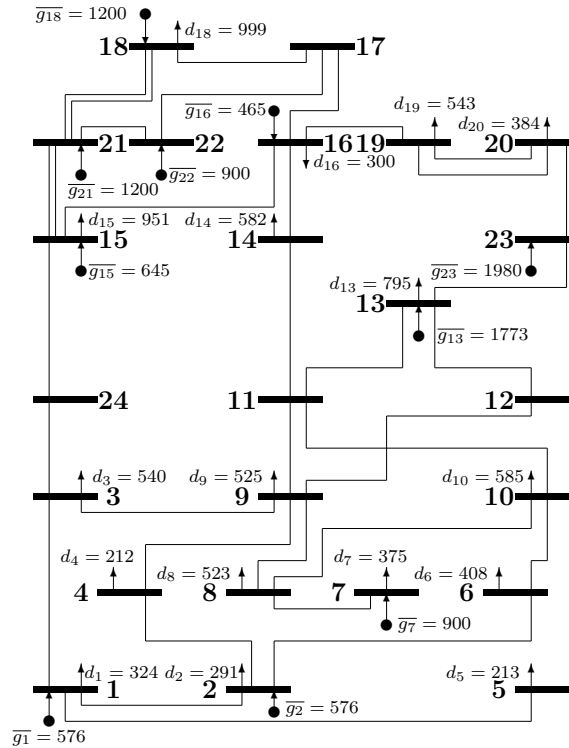
Estes 2 sistemas são mostrados nas figuras 24 e 25, indicando as gerações de potência ativa máximas por cada gerador.

Figura 24 – Sistema IEEE de 24 barras com Redespacho



Fonte: Adaptado de Romero *et al.* (2005).

Figura 25 – Sistema IEEE de 24 barras com redespacho por Escobar (2008)



Fonte: Adaptado de Romero *et al.* (2005).

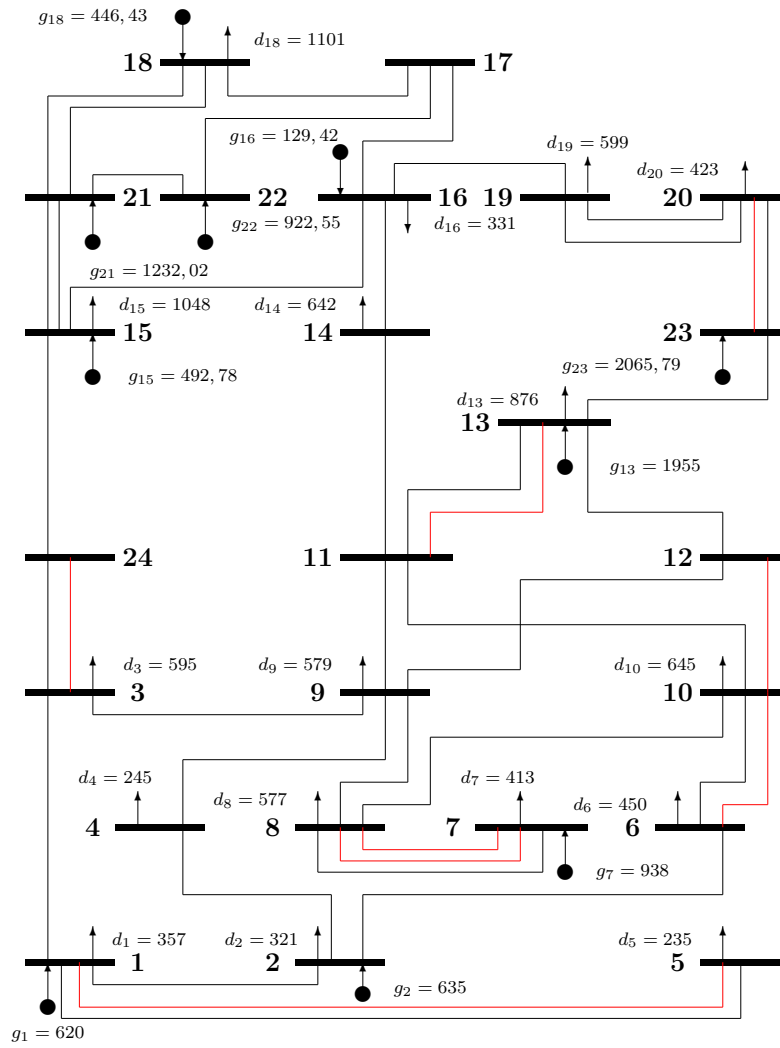
Os resultados obtidos para sistema IEEE de 24 barras com redespacho são mostrados na Tabela 8 assim como nas Figuras 26 e 27, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 44 milhões de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 4 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Tabela 8 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com redespacho.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	266	222
Tempo (s)	0,56	0,95
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{6-10} = 1$ $l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1, l_{11-13} = 1$ $l_{20-23} = 1$	$l_{1-5} = 1, l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 3$ $l_{10-12} = 1, l_{14-23} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{8-9} = 1, l_{15-16} = 1, l_{17-18} = 1$ $l_{21-22} = 1$

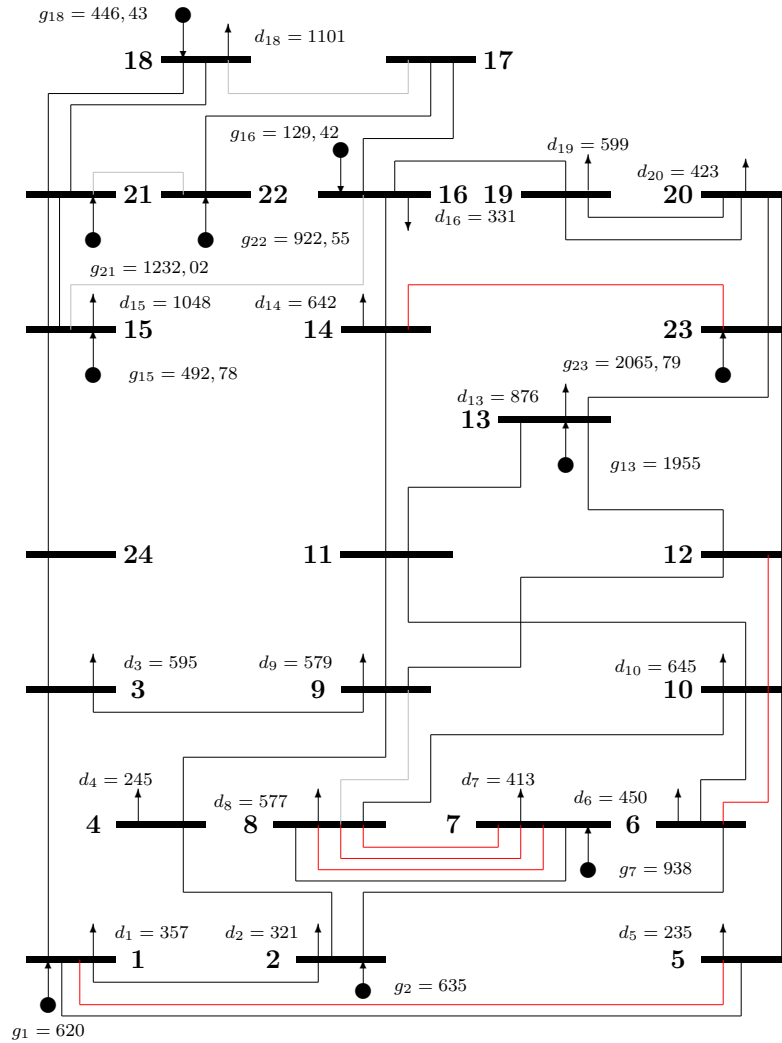
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 26 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com redespacho



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 27 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com redespacho e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

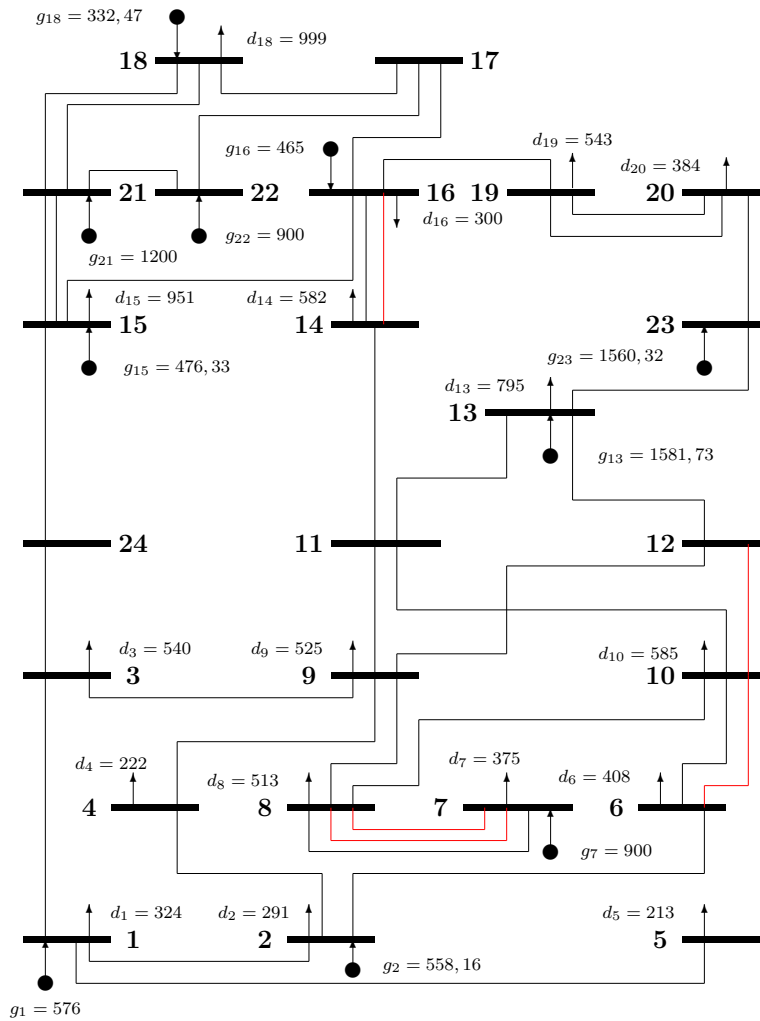
Os resultados obtidos para sistema IEEE de 24 barras com redespacho são mostrados na Tabela 9 assim como nas Figuras 28 e 29, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 1 milhão de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 3 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Tabela 9 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema IEEE de 24 barras com redespacho por Escobar (2008).

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	152	151
Tempo (s)	0,13	0,34
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{14-16} = 1$	$l_{11-13} = 1, l_{1-8} = 1, l_{6-7} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{2-6} = 1, l_{6-10} = 1, l_{19-20} = 1$

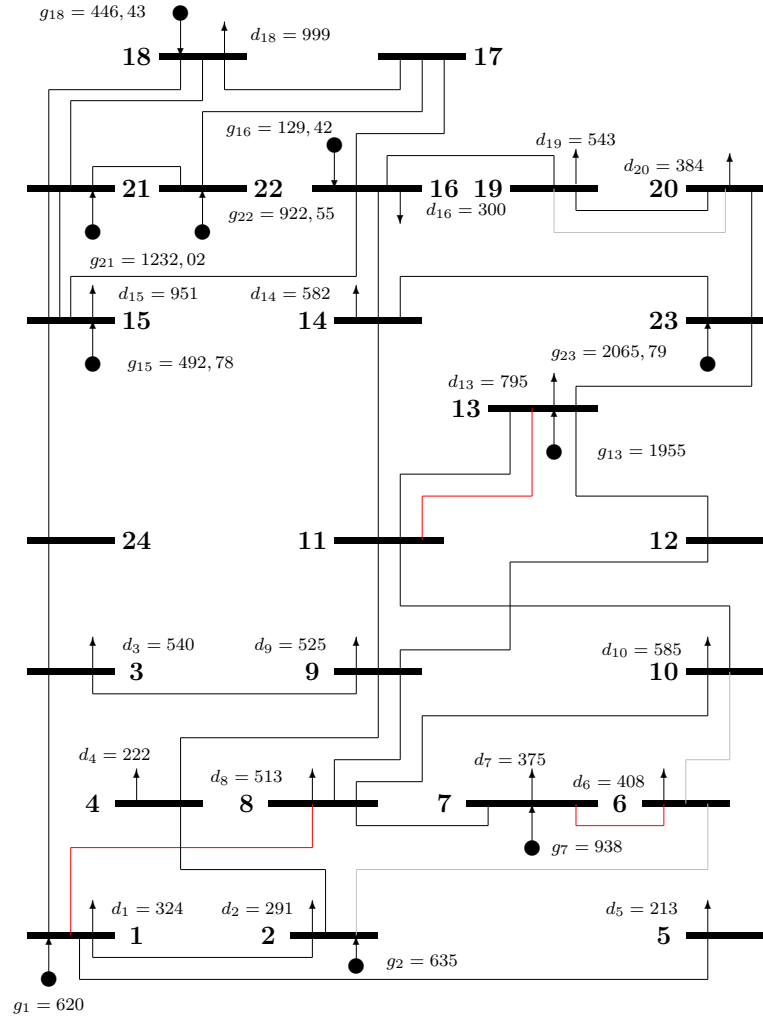
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 28 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras por Escobar (2008) com redespacho



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 29 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras por Escobar (2008) com redespacho e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Os resultados para o sistema IEEE de 24 barras com redespacho mostram que, pode ser obtida uma economia de 44 e 1 milhão de dólares, respectivamente, quando o modelo com DOLT é usado. Em comparação com os sistemas com plano de geração fixo, o custo de expansão quando é realizado redespacho torna-se menor por introduzir flexibilidade na operação do sistema.

4.3.3 Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio

O Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio possui 3 estágios, com demanda total de 8.560MW no primeiro estágio, 8.988 MW no segundo estágio e 9437 MW no terceiro estágio e capacidade de geração instalada de 10.215 MW no primeiro estágio, 10.726 MW no segundo estágio e 11.262 MW no terceiro estágio. Para resolver este sistema com, e sem desligamento de linhas de transmissão foram usados os modelos mostrados na Subseção 2.1.6 de multiestágio clássico e o da Seção 3.4 proposto neste trabalho. Neste

caso foram usados os índices de correção α para os estágios 2 e 3 foram de 0,729 e 0.478, respectivamente.

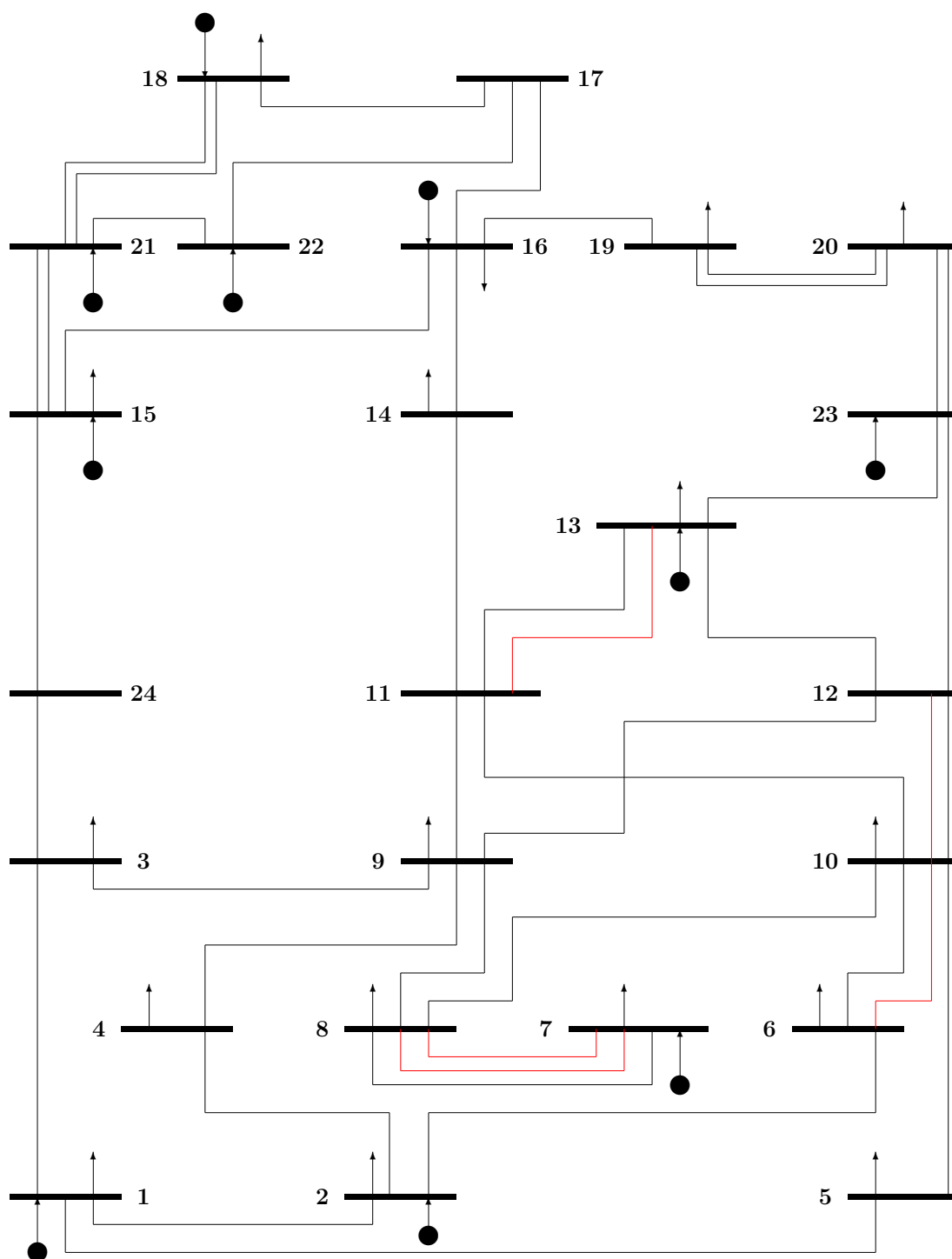
Os resultados usando este sistema são mostrados na Tabela 10 e as topologias encontradas para o caso sem DOLT nos 3 estágios são mostradas nas Figuras 30, 32, 34 e as topologias encontradas para o caso com DOLT para os 3 estágios são mostradas nas Figuras 31, 33 e 35, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Dos resultados encontrados, pode ser verificada uma economia de 28.738 milhões de dólares usando o modelo proposto, mediante o desligamento temporário de cinco linhas de transmissão no segundo estágio e três linhas de transmissão no terceiro estágio.

Tabela 10 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema IEEE de 24 barras.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	220,286	191,548
Tempo (s)	3,45	46,75
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos est. 1	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{11-13} = 1$	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1$ $l_{13-14} = 1$
Circuitos desligados est. 1	–	–
Circuitos construídos est. 2	$l_{20-23} = 1$	–
Circuitos desligados est. 2	–	$l_{3-9} = 1, l_{15-16} = 1, l_{18-21} = 2$
Circuitos construídos est. 3	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1$	$l_{3-24} = 1, l_{7-8} = 1$
Circuitos desligados est. 3	–	$l_{1-2} = 1, l_{3-9} = 1, l_{15-16} = 1$

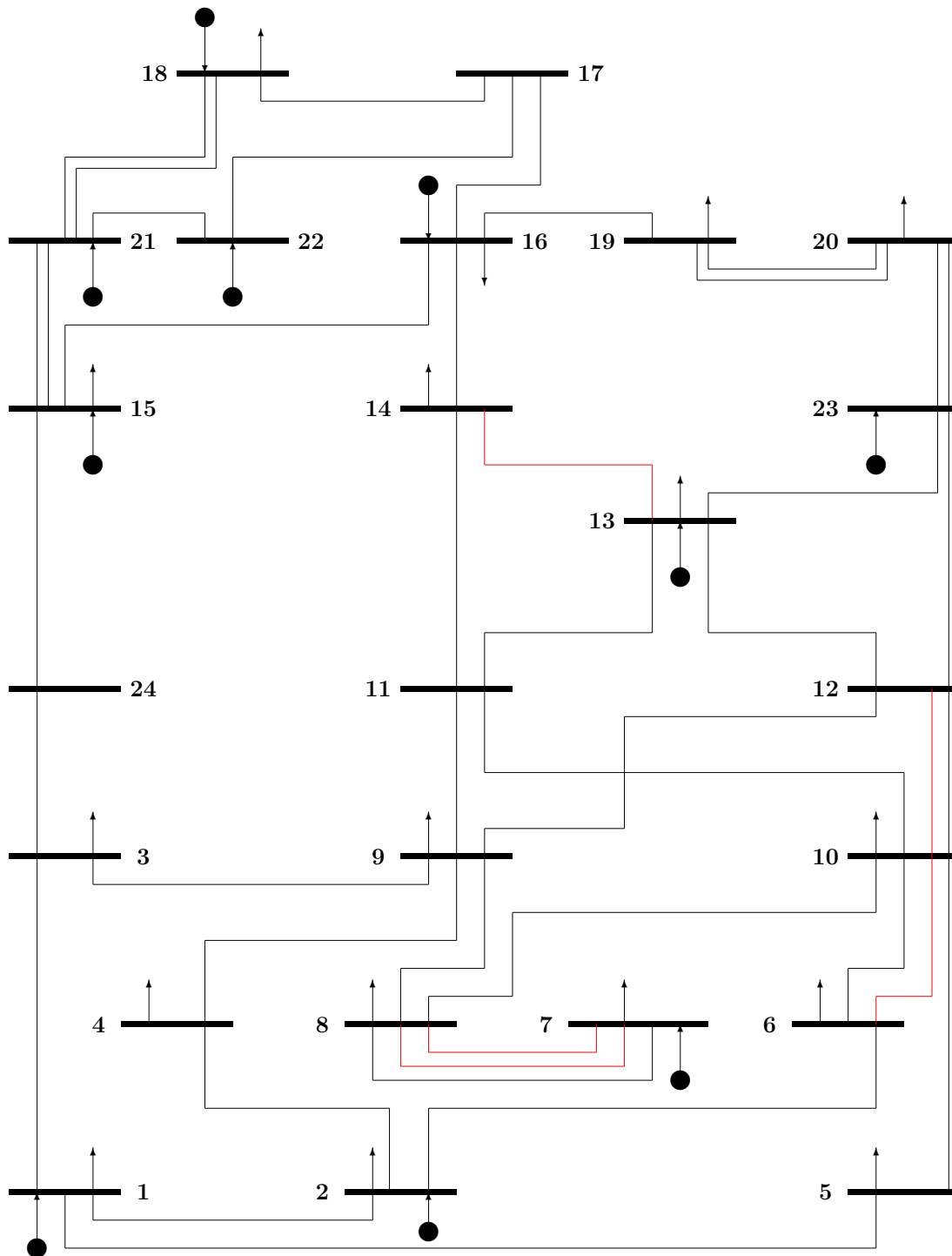
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 30 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 1



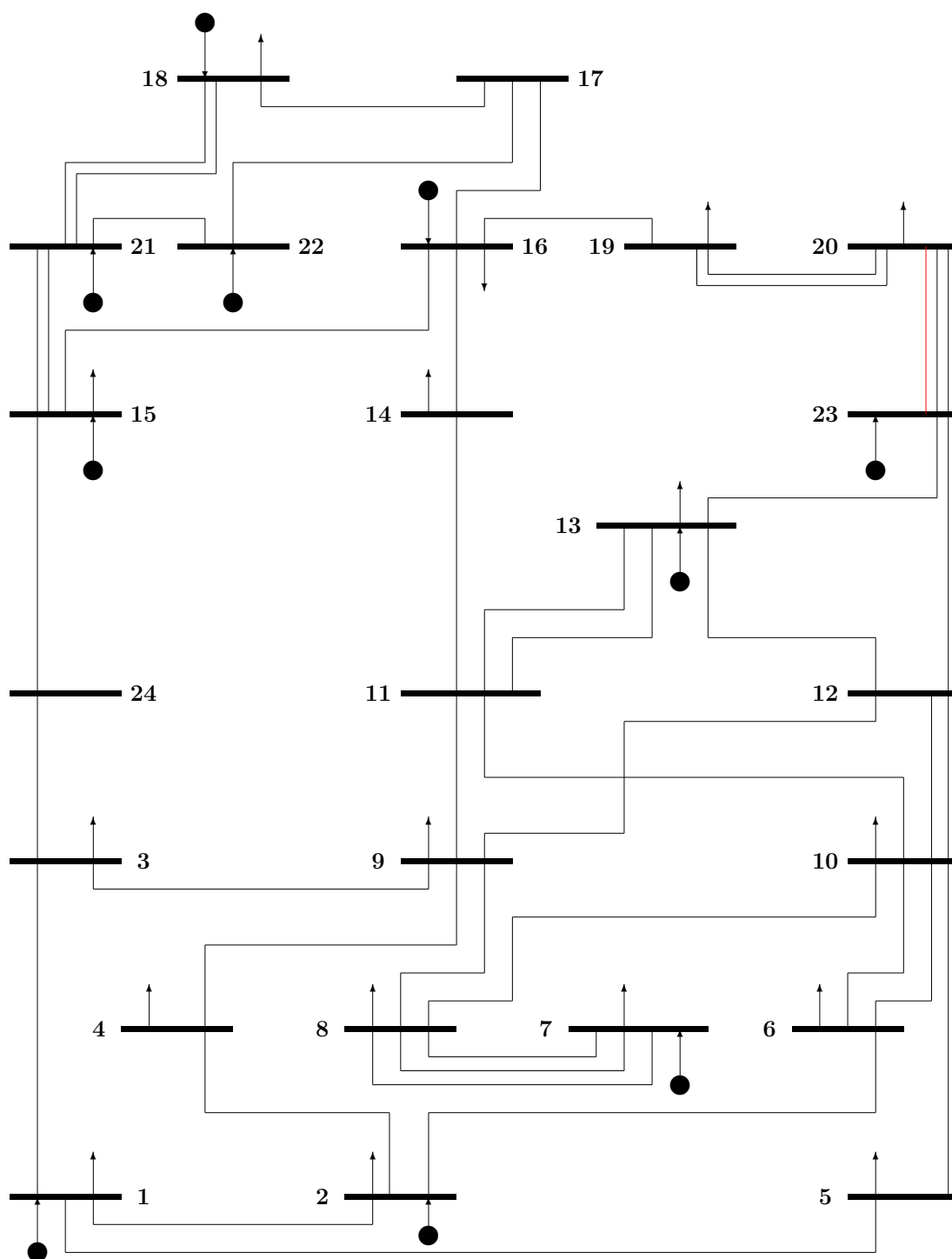
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 31 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com DOLT no estágio 1



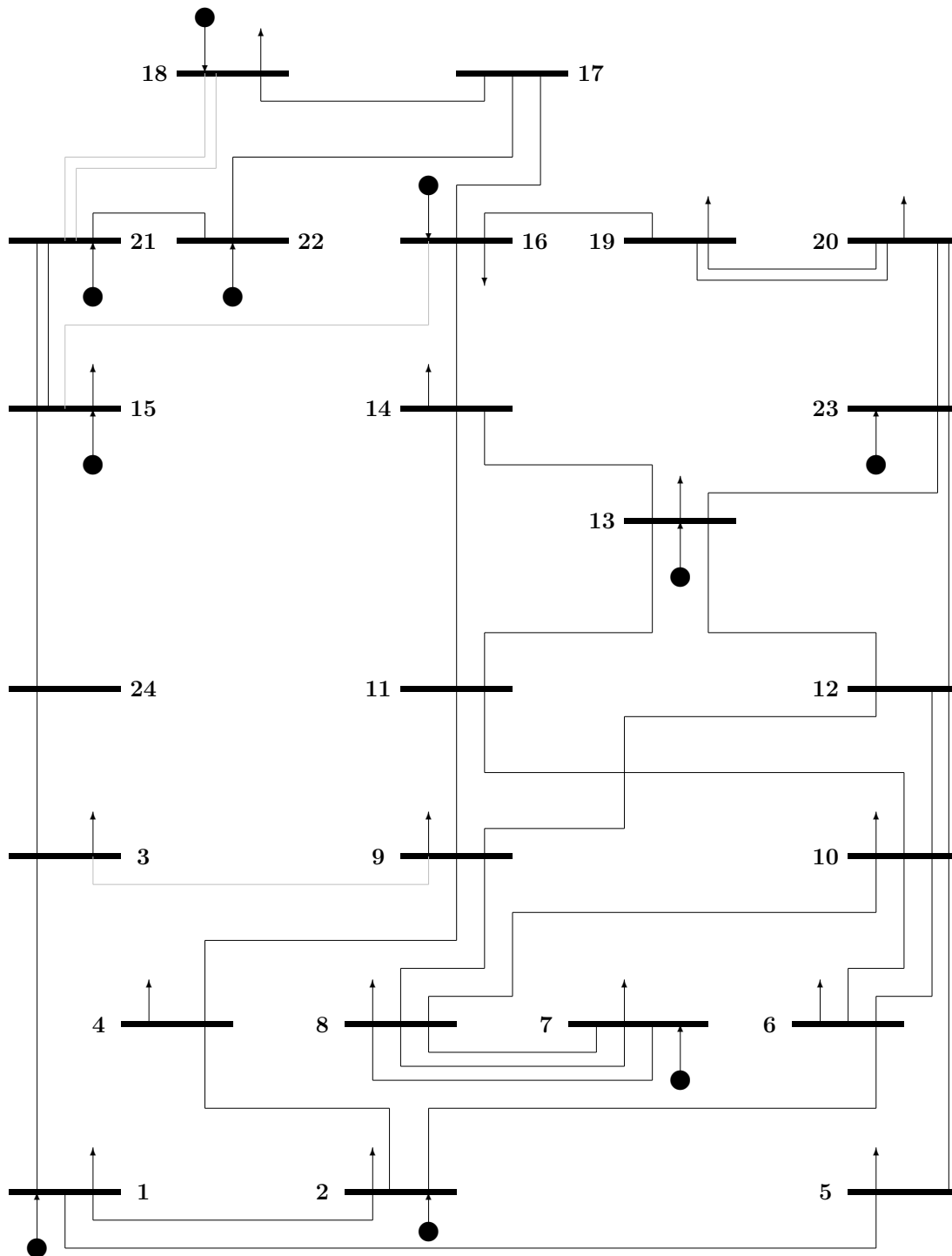
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 32 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 2



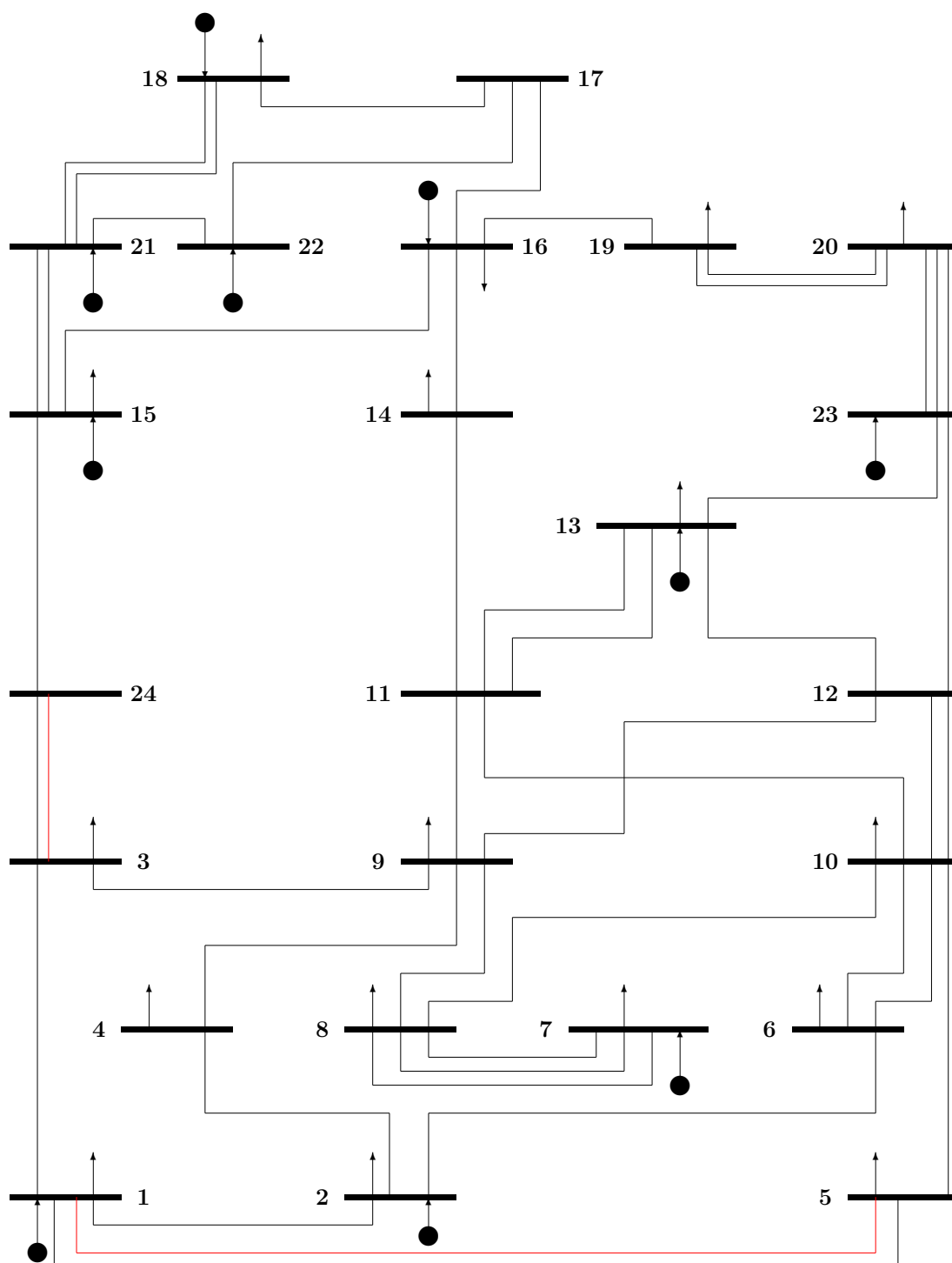
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 33 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras com DOLT no estágio 2



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 34 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras no estágio 3



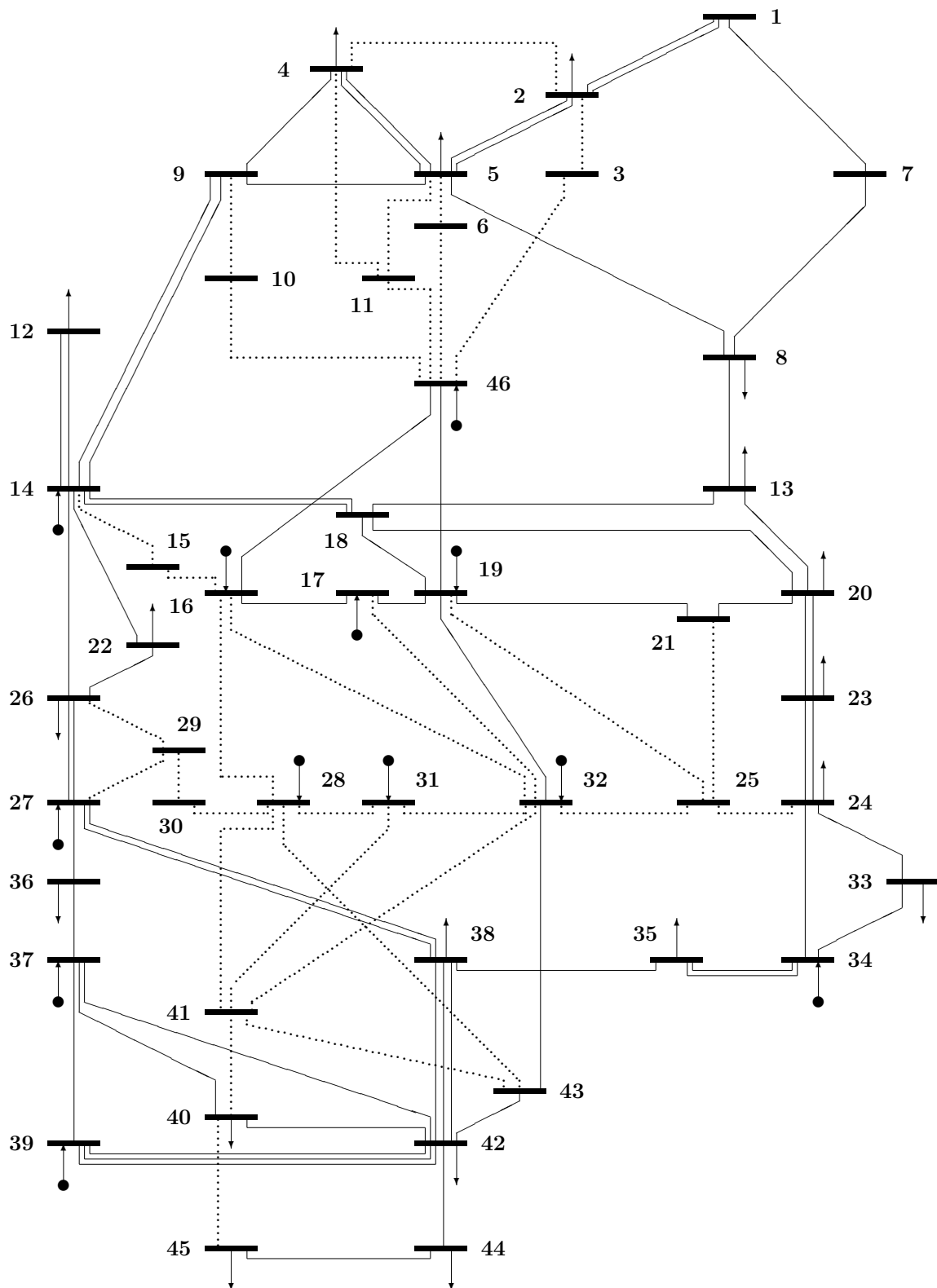
Fonte: Elaboração do autor.

a construção dela mediante o desligamento temporário de 4 linhas de transmissão. No terceiro estágio, os 2 modelos precisaram da construção de 2 linhas de transmissão, sendo que o modelo com DOLT desligou 3 linhas de transmissão, ligando novamente 2 linhas anteriormente consideradas desnecessárias pelo modelo. Outra observação é que neste caso, apesar do modelo proposto permitir o desligamento de linhas de transmissão previamente construídas, neste sistema não foi necessário no plano de expansão encontrado com DOLT.

4.4 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CC

Este sistema é uma síntese do sistema elétrico do Sul Brasileiro proposta por [Monticelli *et al.* \(1982\)](#) e também é um dos sistemas mais utilizados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na Figura [36](#).

Figura 36 – Sistema Sul Brasileiro de 46 barras



Fonte: (ROMERO, 1993).

4.4.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC sem redespacho

O Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC sem redespacho, possui 79 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, 19 barras com demanda total de 6.880 MW, 12 geradores preparados para atender uma geração total de 6.880 MW e permite construir até 3 linhas novas por circuito.

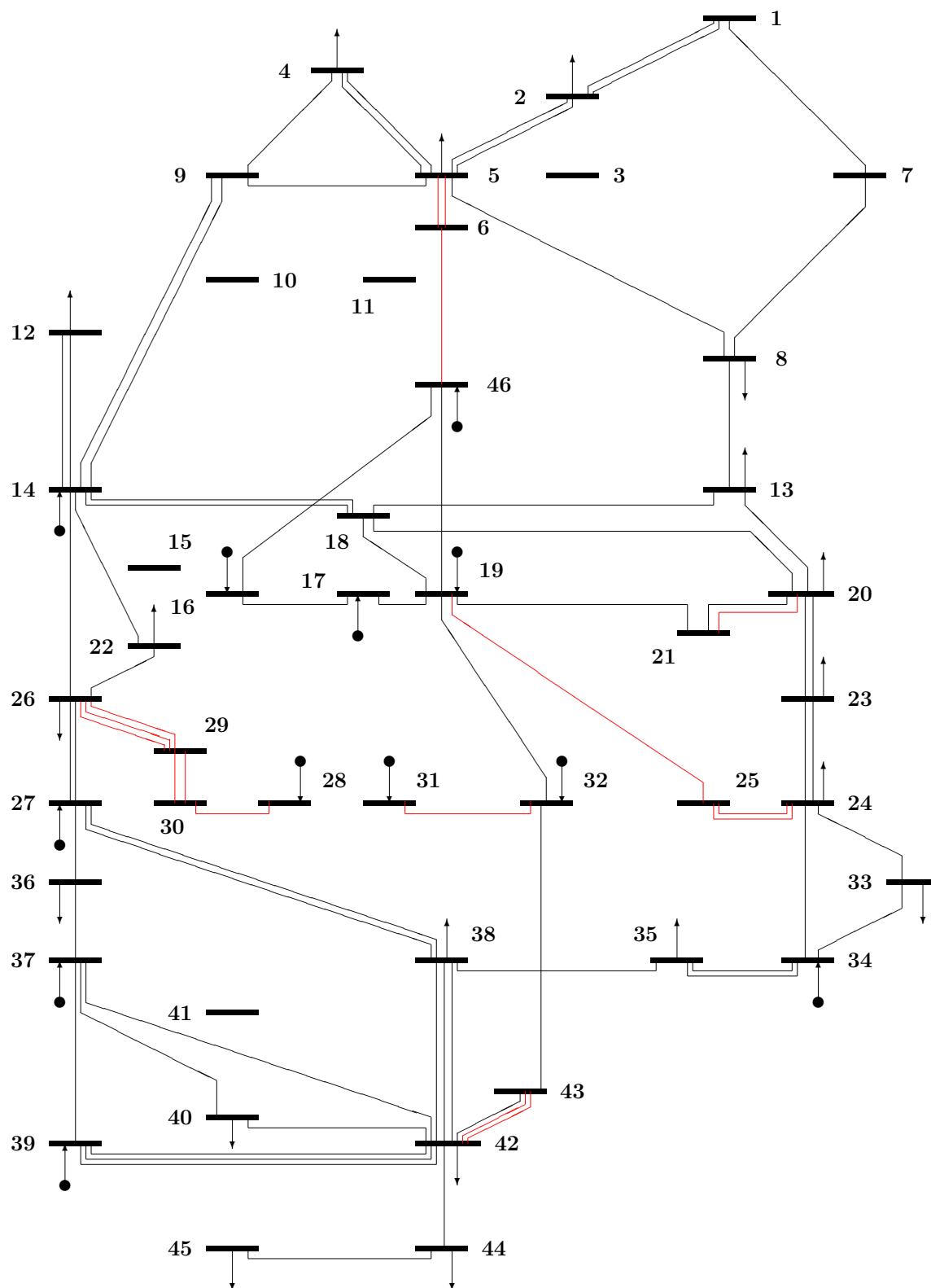
Neste sistema, primeiro foi resolvido o modelo linear disjuntivo mostrado na Subseção 2.1.4 como referência, e depois foi resolvido o modelo mostrado na Seção 3.3 que tem desligamento de linhas de transmissão e restrição de cerca. Os resultados são mostrados na Tabela 11 assim como nas figuras 37 e 38, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza.

Tabela 11 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Sul Brasileiro.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	154,420	146,242
Tempo (s)	1,75	112,41
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{20-21} = 1, l_{42-43} = 2, l_{46-6} = 1$ $l_{19-25} = 1, l_{31-32} = 1, l_{28-30} = 1$ $l_{26-29} = 3, l_{24-25} = 2, l_{29-30} = 2,$ $l_{5-6} = 2$	$l_{20-21} = 1, l_{42-43} = 2, l_{46-6} = 1$ $l_{19-25} = 1, l_{31-32} = 1, l_{28-30} = 1$ $l_{26-29} = 3, l_{24-25} = 2, l_{29-30} = 2$ $l_{5-6} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{5-8} = 1, l_{7-8} = 1, l_{14-18} = 2$ $l_{14-26} = 1, l_{14-22} = 1, l_{20-23} = 1$ $l_{23-24} = 1, l_{33-34} = 1, l_{37-39} = 1$ $l_{40-42} = 1$

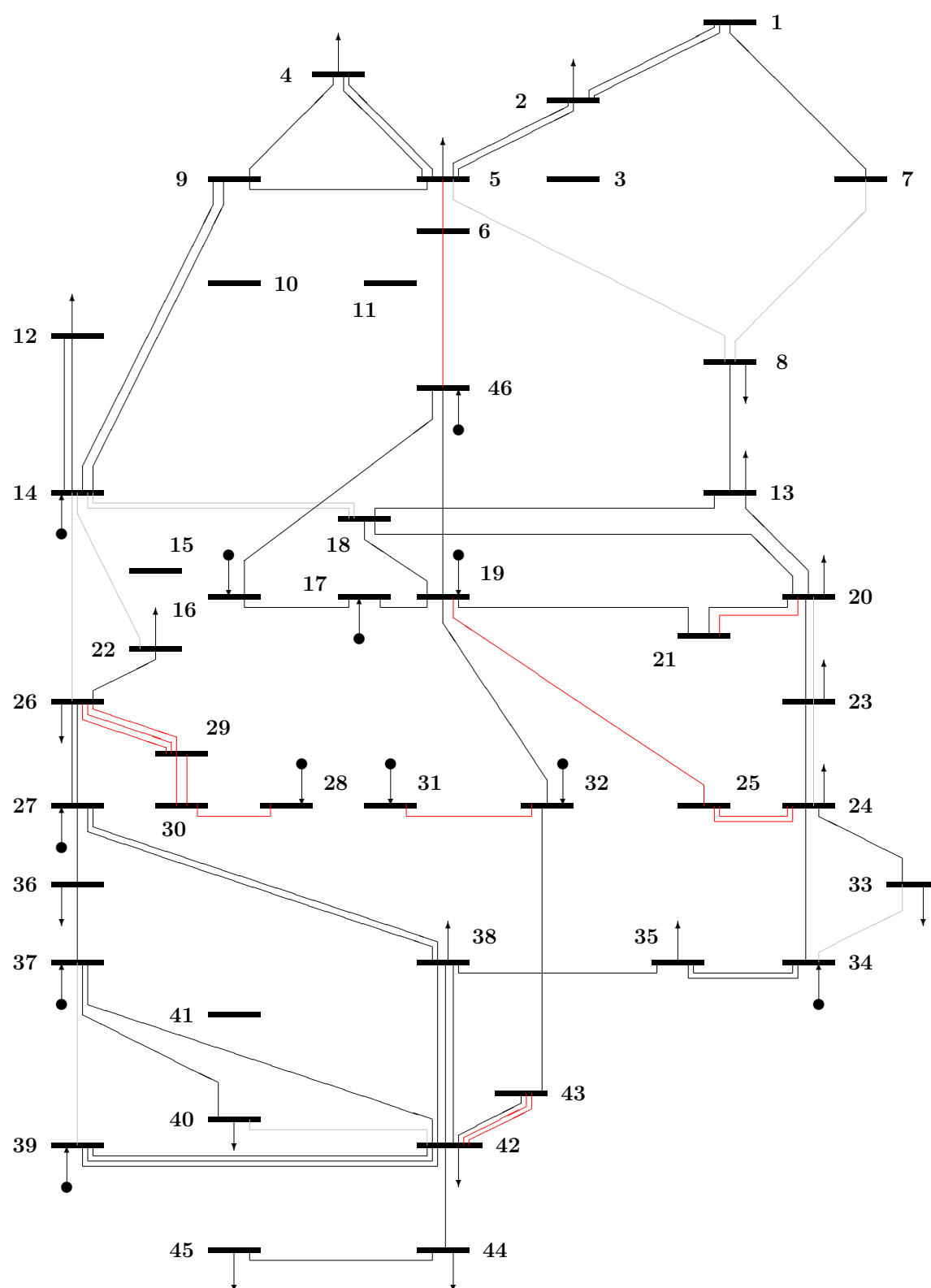
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 37 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras CC



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 38 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Neste caso, pode-se observar uma economia de 8,229 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão. Estes resultados são consistentes com o ótimo global do modelo DC reportado por [Haffner \(2000\)](#) e o ótimo do modelo generalizado encontrado por [Nascimento \(2014\)](#).

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base a custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento apenas das linhas que reduzem o desempenho da rede futura. A quantidade de linhas desligadas é de 11, quantidade razoável do ponto de vista da operação, sendo que permite uma economia na fase da construção.

Comparando as Figuras 37 e 38, o modelo com DOLT deixou as barras que se encontram na parte superior da figura do sistema dependentes da linha entre as barras 5 e 6, sendo um risco na segurança, o que mostra a tendência do modelo de deixar o sistema menos malhado.

4.4.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC com redespacho

O Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC com redespacho, possui 79 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, 19 barras com demanda total de 6.880 MW, 12 geradores com geração total de 10.545 MW e permite construir até 3 linhas novas por circuito.

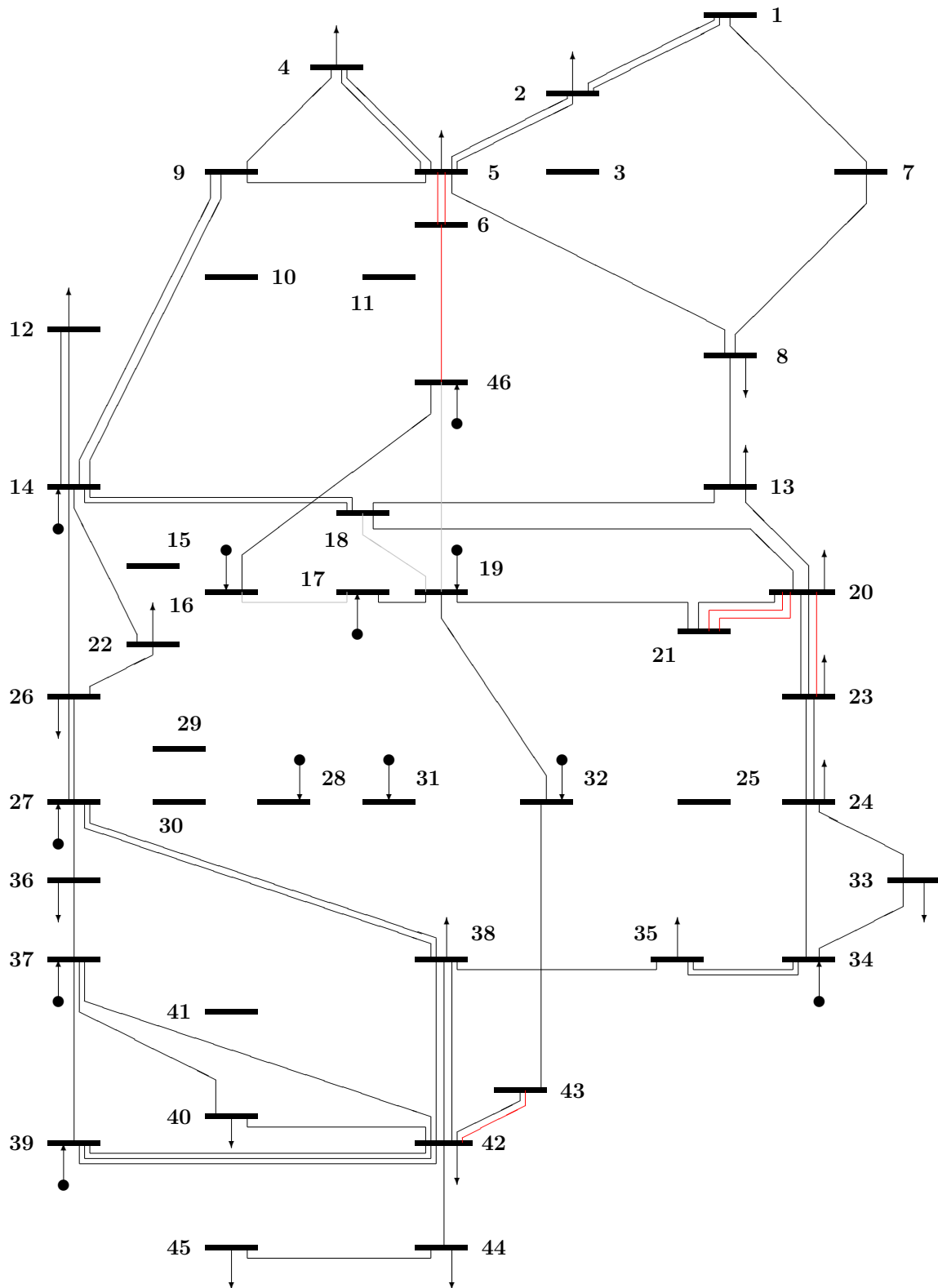
Os resultados obtidos para o sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho são mostrados na Tabela 12 assim como nas Figuras 39 e 40, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Destes resultados pode ser observada uma economia de 9,707 milhões de dólares quando o modelo mostrado na Seção 3.3 é usado, o qual desliga temporariamente 3 circuitos, sem tornar o sistema desconexo.

Tabela 12 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Sul Brasileiro com redespacho.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	72,870	63,163
Tempo (s)	0,25	1,08
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{2-5} = 1, l_{13-20} = 1, l_{20-23} = 1$ $l_{20-21} = 2, l_{42-43} = 1, l_{46-6} = 1$ $l_{5-6} = 2$	$l_{20-23} = 1, l_{20-21} = 2, l_{42-43} = 1$ $l_{46-6} = 1, l_{5-6} = 2$
Circuitos desligados	–	$l_{16-17} = 1, l_{46-19} = 1, l_{18-19} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 40 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho e DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Comparando as Figuras 39 e 40 pode-se observar que não foi necessário usar os geradores nas barras 28 e 31 em nenhum dos dois casos, já que aumentando a geração em outras barras já conexas, foi possível suprir a demanda nas barras. No caso com DOLT, a diferença da Figura 38 em que não havia redespacho de potência ativa, na figura 40 foram desligadas menos linhas de transmissão e o sistema não ficou tão desconexo na parte superior da figura do sistema como no caso sem redespacho.

4.4.3 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio

O Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio proposto por Domínguez (2017) possui 3 estágios, com demanda total de 7.743,52 MW no primeiro estágio, 8.976,63 MW no segundo estágio e 10.406,02 MW no terceiro estágio e capacidade de geração instalada de 10.895 MW nos 3 estágios. Para resolver este sistema com e sem desligamento de linhas de transmissão foram usados os modelos mostrados na Subseção 2.1.6 de multiestágio clássico e o da Seção 3.4 proposto neste trabalho. Neste caso os índices de correção α para os estágios 2 e 3 foram de 0,729 e 0.478, respectivamente.

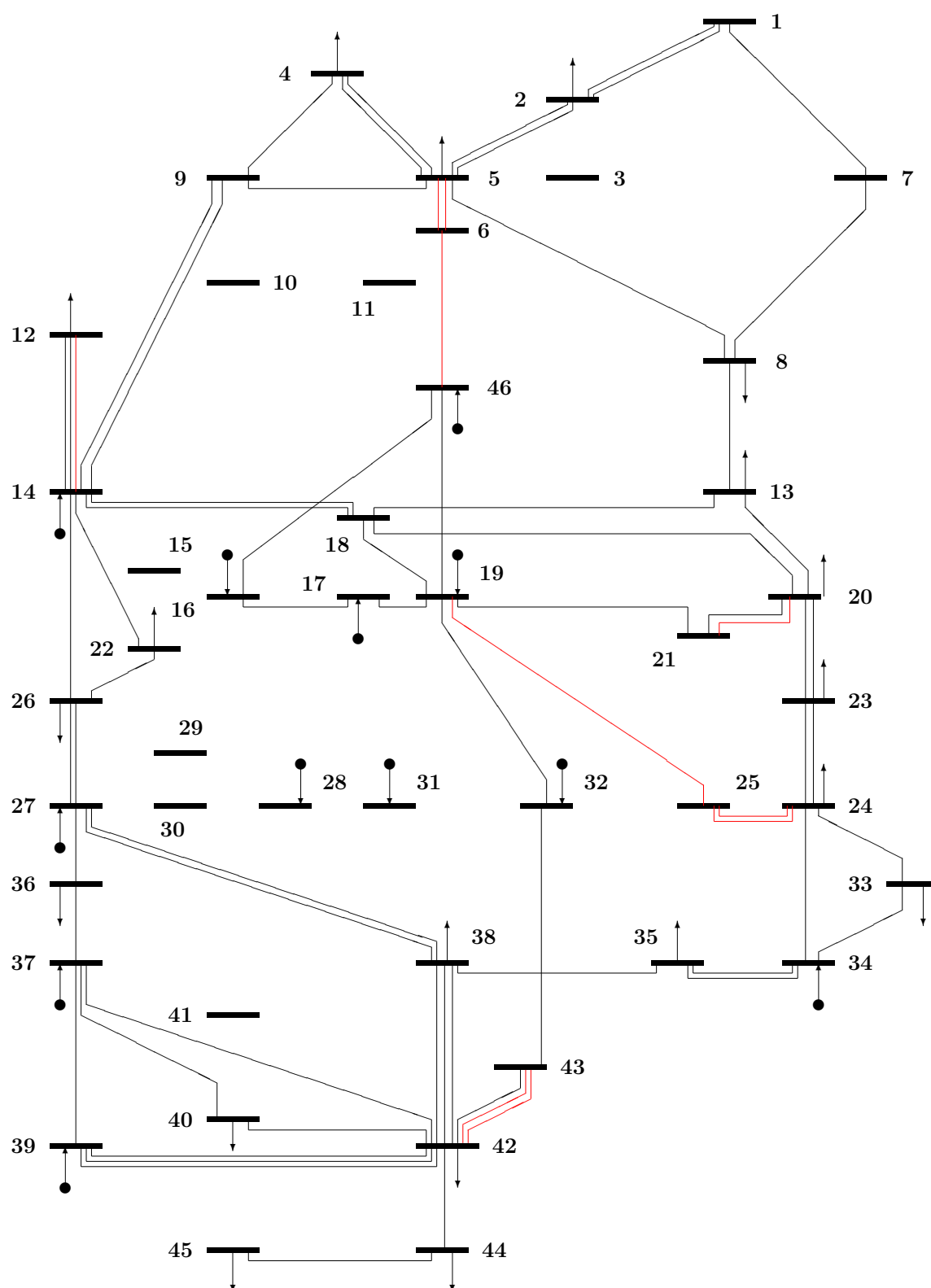
Os resultados usando este sistema são mostrados na Tabela 13 e as topologias encontradas para o caso sem DOLT nos 3 estágios são mostradas nas Figuras 41, 43, 45 e as topologias encontradas para o caso com DOLT para os 3 estágios são mostradas nas Figuras 42, 44 e 46, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Dos resultados encontrados, pode ser obtida uma economia de 14,263 milhões de dólares usando o modelo proposto, mediante o desligamento temporário de quatro linhas de transmissão no primeiro estágio, dez linhas de transmissão no segundo estágio e oito linhas de transmissão no terceiro estágio.

Tabela 13 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema Sul Brasileiro de 46 barras.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	183,221	168,957
Tempo (s)	72,94	68691,02
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos est. 1	$l_{12-14} = 1, l_{20-21} = 1, l_{42-43} = 2$ $l_{46-6} = 1, l_{19-25} = 1, l_{24-25} = 2$ $l_{5-6} = 2$	$l_{12-14} = 1, l_{20-21} = 1, l_{42-43} = 1$ $l_{46-6} = 1, l_{19-25} = 1, l_{24-25} = 2$ $l_{5-6} = 2$
Circuitos desligados est. 1	–	$l_{24-34} = 1, l_{37-39} = 1, l_{38-42} = 1$ $l_{46-19} = 1$
Circuitos construídos est. 2	$l_{2-5} = 1, l_{32-43} = 1, l_{20-21} = 1$ $l_{5-6} = 1$	$l_{2-5} = 1, l_{32-43} = 1, l_{20-21} = 1$ $l_{42-43} = 1$
Circuitos desligados est. 2	–	$l_{14-18} = 2, l_{20-23} = 1, l_{24-34} = 1$ $l_{27-38} = 2, l_{37-39} = 1, l_{38-42} = 2$
Circuitos construídos est. 3	$l_{18-20} = 2, l_{18-19} = 1, l_{42-43} = 1$ $l_{31-32} = 1, l_{28-31} = 1$	$l_{18-20} = 1, l_{42-43} = 1, l_{31-32} = 1$ $l_{28-31} = 1, l_{5-6} = 1$
Circuitos desligados est. 3	–	$l_{4-9} = 1, l_{9-14} = 2, l_{13-20} = 1$ $l_{16-17} = 1, l_{20-23} = 1, l_{26-27} = 1$ $l_{27-36} = 1$

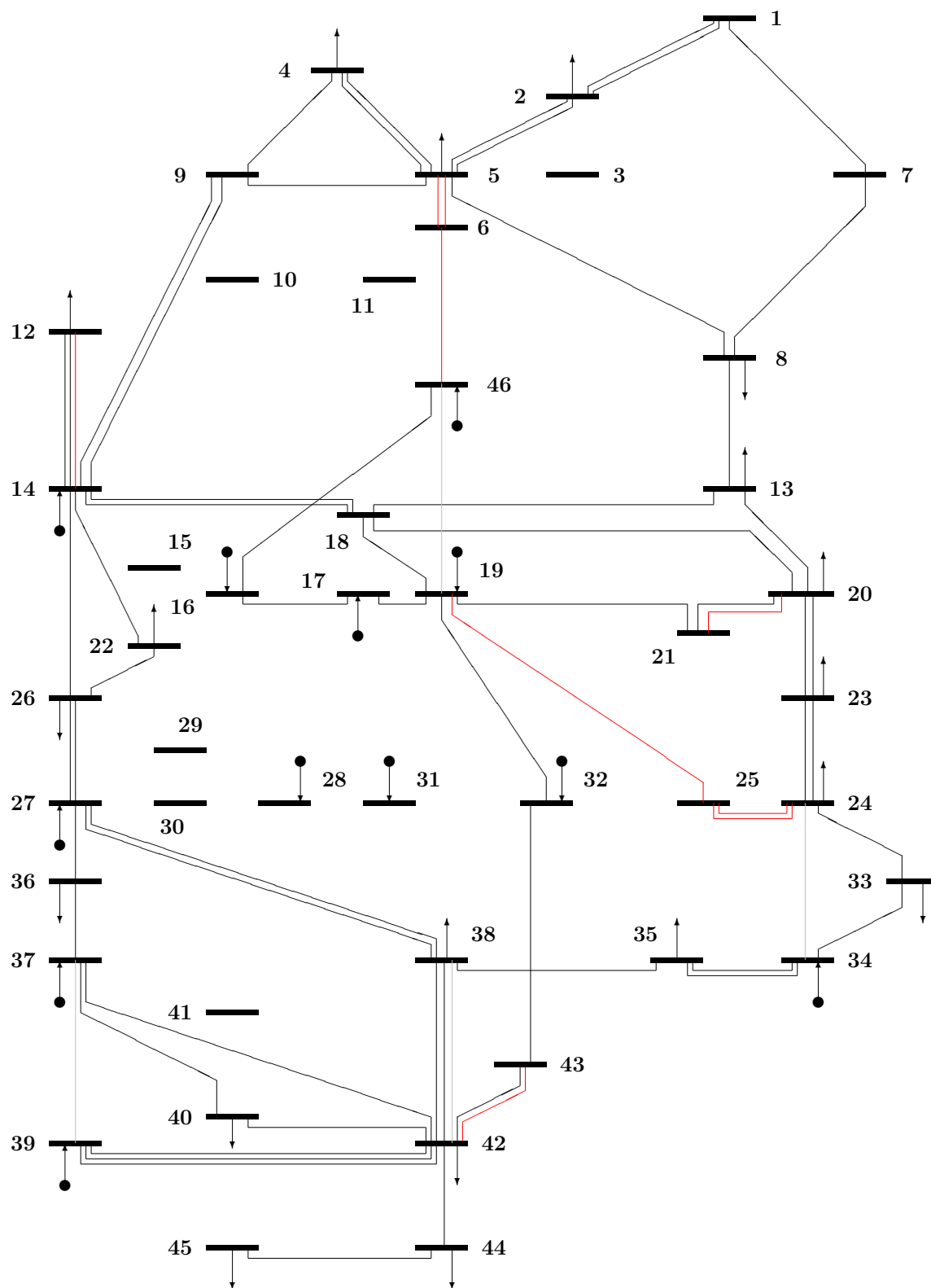
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 41 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 1



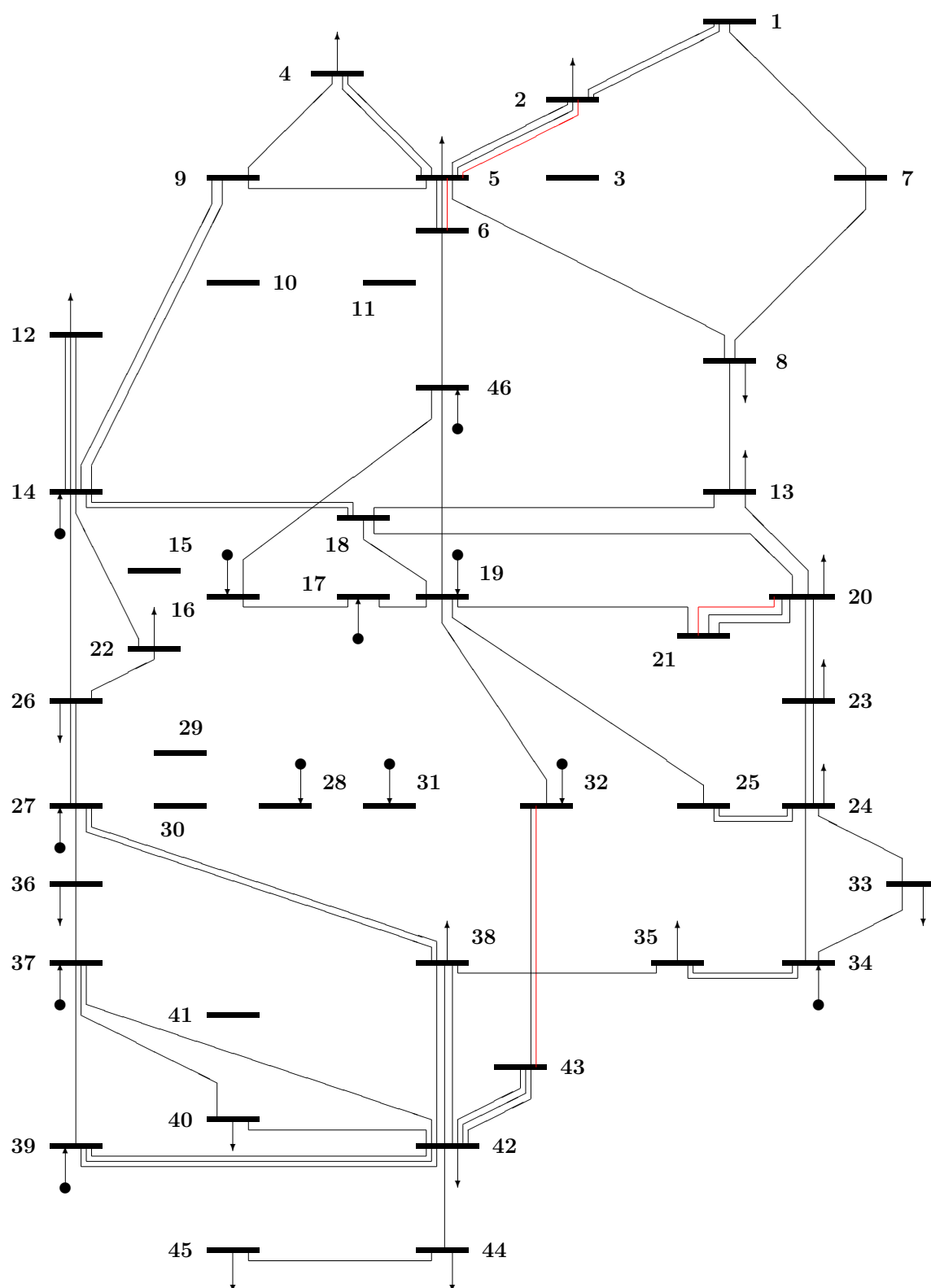
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 42 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 1



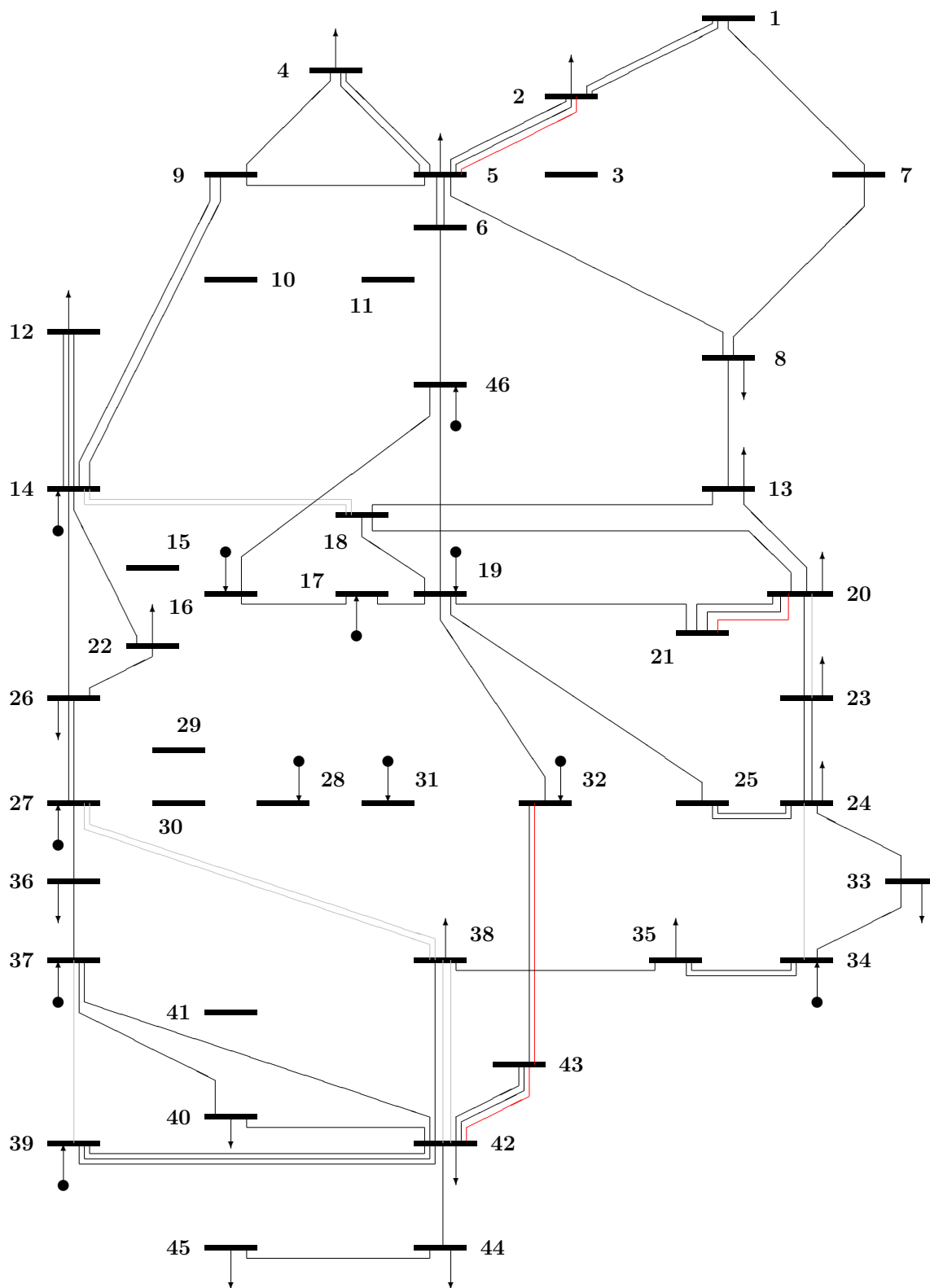
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 43 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 2



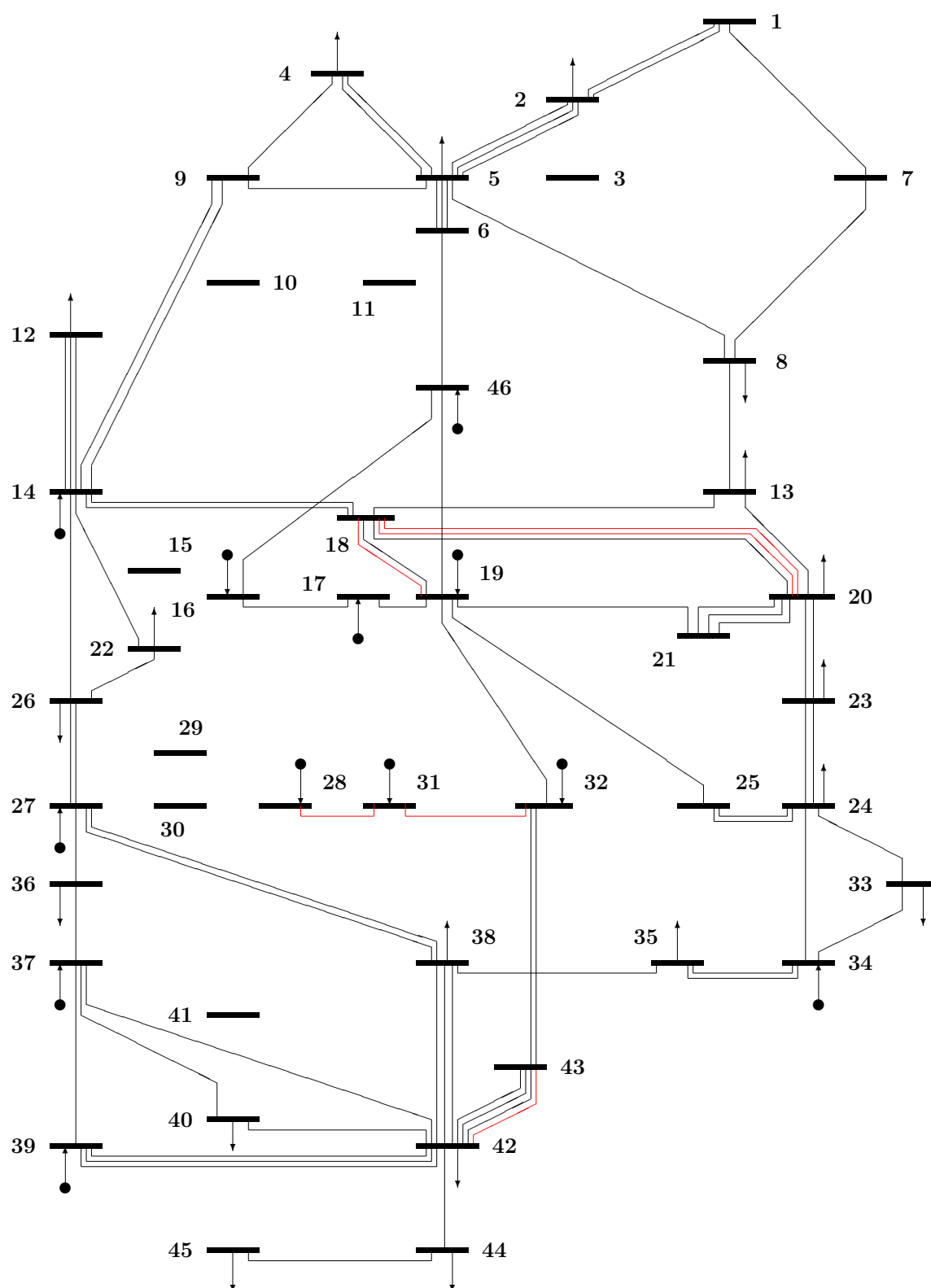
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 44 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 2



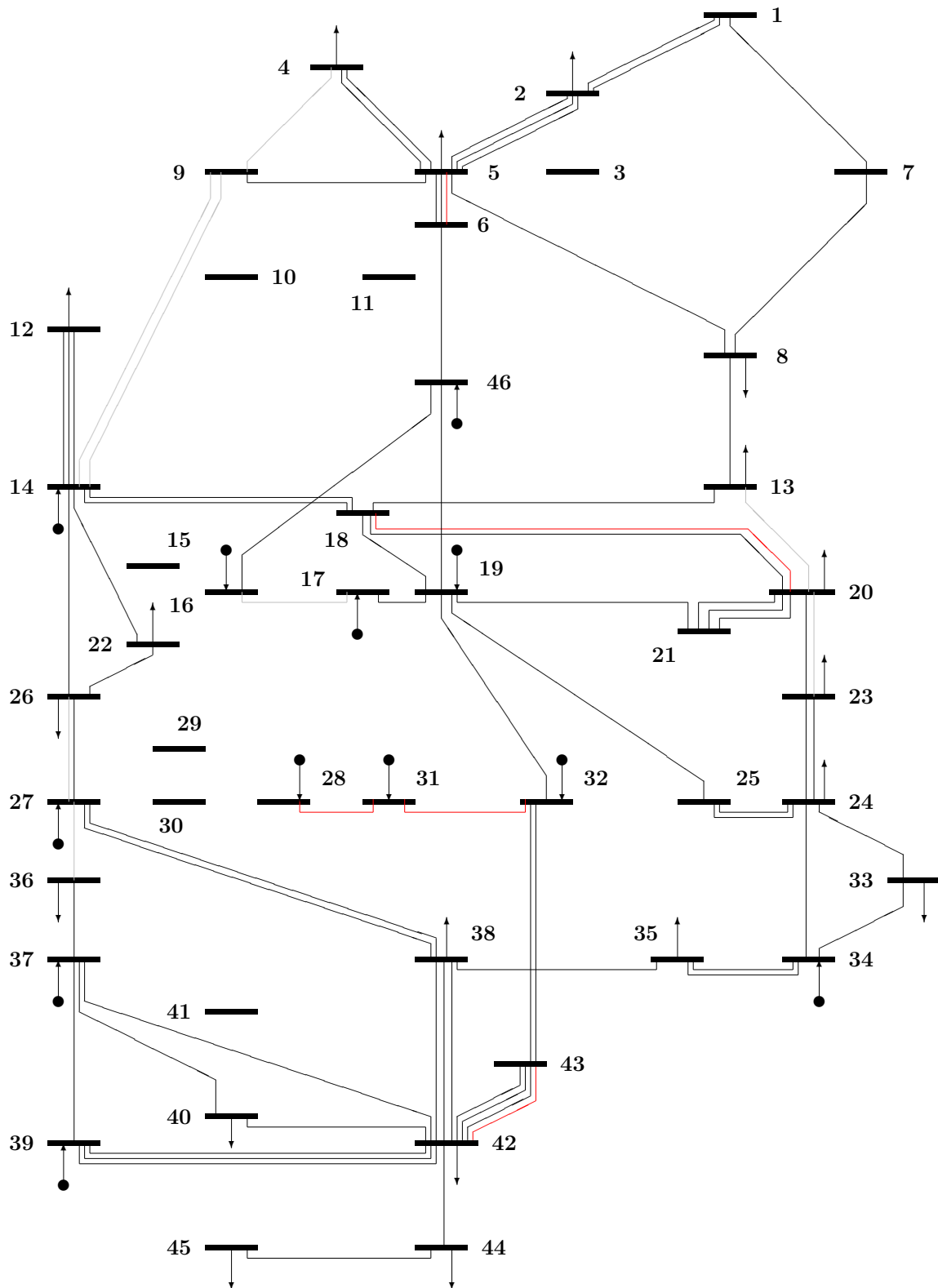
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 45 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras no estágio 3



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 46 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras com DOLT no estágio 3



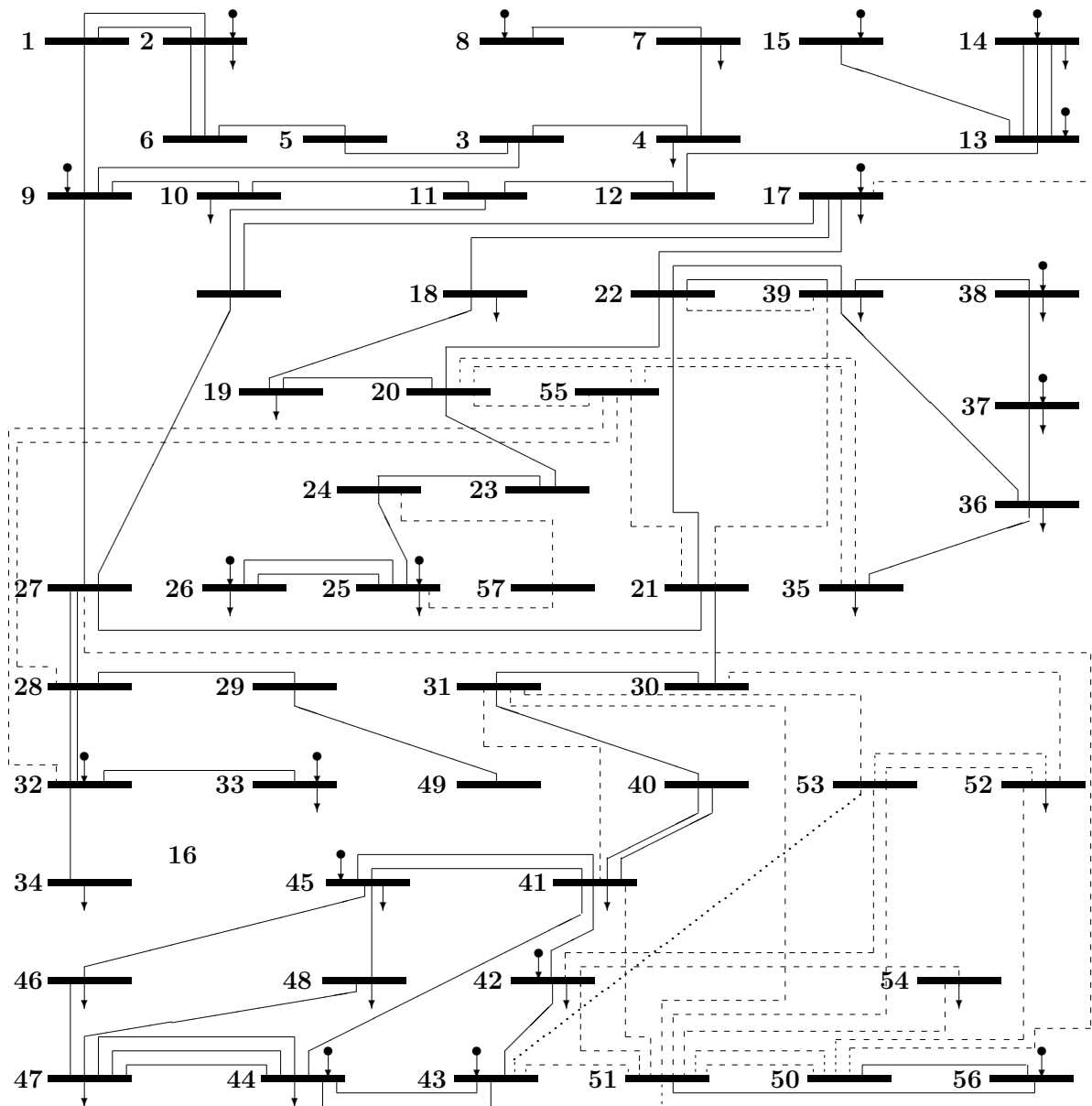
Fonte: Elaboração do autor.

Nas Figuras (41)-(46) pode-se verificar que no primeiro estágio, o plano de expansão foi quase o mesmo nos 2 modelos, sendo que no modelo com DOLT foi construída uma linha de transmissão a menos entre as barras 42 e 43, o qual foi possível pelo desligamento temporário de 4 linhas de transmissão. No segundo estágio os planos de expansão foram muito semelhantes, sendo que neste estágio, o modelo com DOLT resultou no desligamento temporário de 9 linhas de transmissão. No terceiro estágio os planos de expansão foram muito semelhantes entre os 2 modelos, sendo que neste estágio o modelo com DOLT precisa do desligamento temporário de 8 linhas de transmissão.

4.5 SISTEMA BOLIVIANO DE 57 BARRAS CC

O Sistema Boliviano de 57 barras CC de 4 estágios foi introduzido por [Silva \(2013\)](#) para o estudo do modelo PERTM com restrições de segurança. Este sistema é pouco utilizado na literatura especializada e apresenta valores distintos de linhas que podem ser construídas por circuito e permite a construção de linhas de distintas capacidades entre as barras. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na Figura 47.

Figura 47 – Sistema Boliviano de 57 barras



Fonte: (SILVA; RAHMANI; RIDER, 2015).

4.5.1 Sistema Boliviano de 57 barras CC sem redespacho

O Sistema Boliviano de 57 barras DC possui 92 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 1.733,3 MW, geração total instalada de 1.733,3 MW e permite construir até 3 linhas novas por circuito. Este sistema é pouco usado em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é de médio porte. Para transformar o caso de multiestágio a estático, foi considerada a expansão usando a demanda de potência ativa no terceiro estágio.

Neste sistema, primeiro foi resolvido o modelo linear disjuntivo mostrado na Subseção 2.1.4 como referência e depois foi resolvido o modelo mostrado na Seção 3.3 que

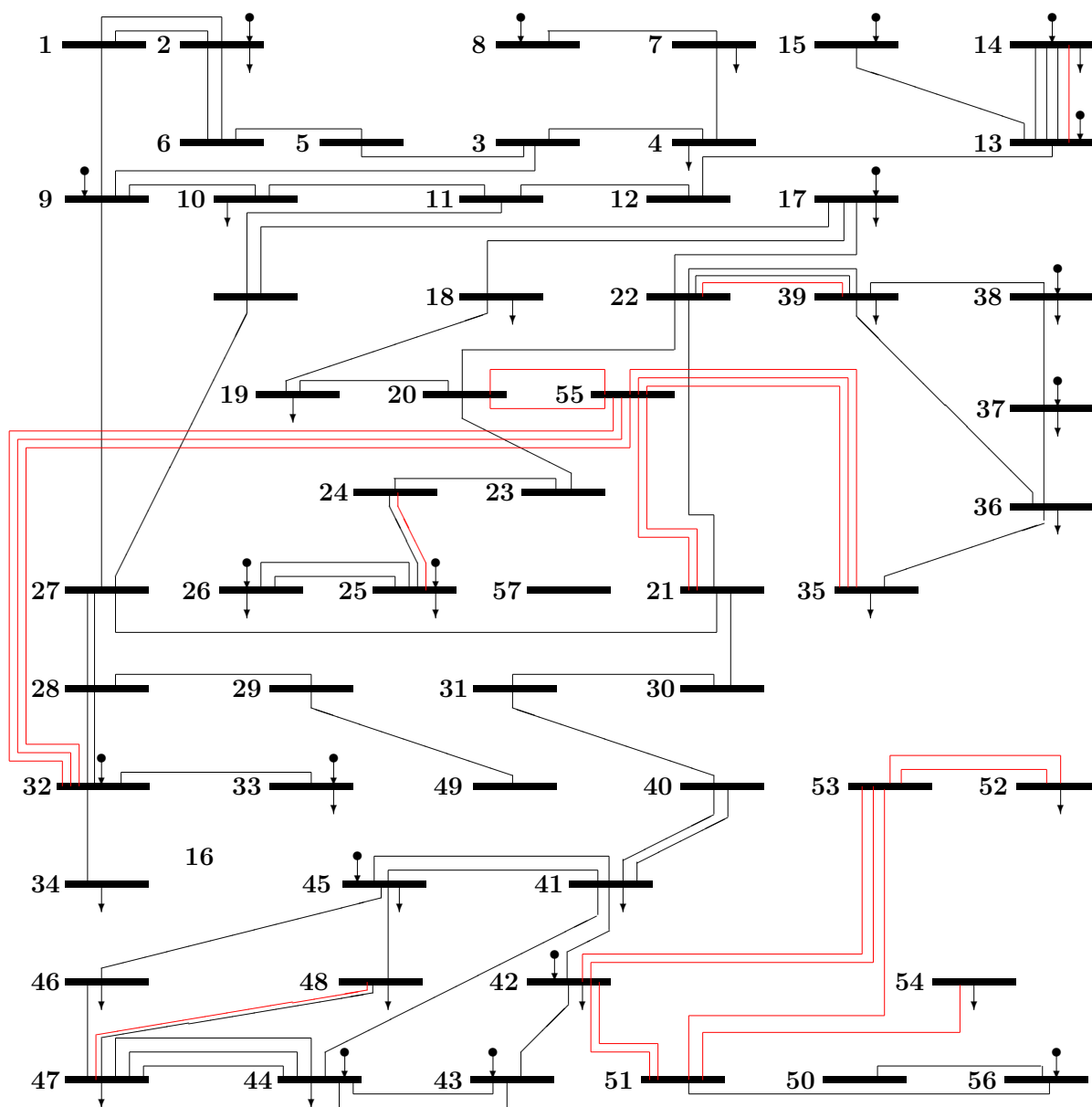
tem desligamento de linhas de transmissão e restrição de cerca. Os resultados são mostrados na Tabela 14 assim como nas Figuras 48 e 49, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza.

Tabela 14 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Boliviano.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	152,24	103,66
Tempo (s)	13,73	2,03
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{13-14} = 1, l_{24-25} = 1, l_{22-39} = 1$ $l_{47-48} = 1, l_{42-51} = 2, l_{52-53} = 2$ $l_{42-53} = 2, l_{53-51} = 1, l_{51-54} = 1,$ $l_{21-55} = 2, l_{55-20_{t2}} = 2, l_{55-32} = 3$ $l_{55-35} = 3$	$l_{13-14} = 1, l_{24-25} = 2, l_{22-39} = 1$ $l_{43-51} = 1, l_{52-53} = 2, l_{42-53} = 2$ $l_{52-50} = 1, l_{51-54} = 1, l_{55-20_{t1}} = 1$ $l_{55-20_{t2}} = 1, l_{55-32} = 2, l_{20-35} = 1$ $l_{55-35} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{16-27} = 1, l_{21-22} = 1, l_{42-43} = 2$

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 48 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 49 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Neste caso, pode-se observar uma economia de 48,58 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão. O resultado do modelo disjuntivo DC é consistente com o encontrado por [Silva \(2013\)](#) e o resultado do modelo generalizado é inédito na literatura.

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base a custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento apenas das linhas que reduzem o desempenho da rede futura. A quantidade de linhas desligadas é de 4, quantidade muito razoável do ponto de vista da operação, sendo que permite uma economia do 31.91% na fase da construção.

4.5.2 Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio

O Sistema Boliviano de 57 barras multiestágio proposto por [Silva \(2013\)](#) possui 4 estágios, com demanda total de 962,3 MW no primeiro estágio, 1.029,9 MW no segundo estágio, 1.229,2 MW no terceiro estágio e 1.733,3 MW no quarto estágio e capacidade de geração instalada de 970,3 MW no primeiro estágio, 1.029,9 MW no segundo estágio, 1.229,2 MW no terceiro estágio e 1.733,5 MW no quarto estágio. Para resolver este sistema com e sem desligamento de linhas de transmissão foram usados os modelos mostrados na Subseção 2.1.6 de multiestágio clássico e o da Seção 3.4 proposto neste trabalho. Neste caso os índices de correção α para os estágios 2, 3 e 4 foram de 0,729, 0.478 e 0,349, respectivamente.

Os resultados usando este sistema são mostrados na Tabela 15 e as topologias encontradas para o caso sem DOLT nos 4 estágios são mostradas nas Figuras 50, 52, 54, 56 e as topologias encontradas para o caso com DOLT para os 4 estágios são mostradas nas Figuras 51, 53, 55 e 57, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza. Dos resultados encontrados, pode ser verificada uma economia de 17,222 milhões de dólares usando o modelo proposto, mediante o desligamento temporário de duas linhas de transmissão no primeiro estágio, três linhas de transmissão no segundo estágio, quatro linhas de transmissão no terceiro estágio e seis linhas de transmissão no quarto estágio.

Tabela 15 – Resultados do modelo linear disjuntivo multiestágio para o Sistema Boliviano de 57 barras.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	71,777	54,555
Tempo (s)	341,09	6056,55 (2h aprox)
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos est. 1	$l_{13-14} = 1, l_{36-39} = 1, l_{21-39} = 1$	$l_{20-35} = 1$
Circuitos desligados est. 1	–	$l_{13-14} = 1, l_{36-39} = 1$
Circuitos construídos est. 2	$l_{27-50} = 1, l_{21-39} = 1$	$l_{22-39} = 1, l_{27-50} = 1$
Circuitos desligados est. 2	–	$l_{13-14} = 1, l_{21-27} = 1, l_{37-38} = 1$
Circuitos construídos est. 3	$l_{43-51} = 2$	$l_{43-51} = 2, l_{21-39} = 1$
Circuitos desligados est. 3	–	$l_{13-14} = 1, l_{22-39} = 1, l_{35-36} = 1$ $l_{36-37} = 1$
Circuitos construídos est. 4	$l_{24-25} = 1, l_{41-45} = 1, l_{52-53} = 2$ $l_{43-53} = 2, l_{53-51} = 1, l_{51-54} = 1$ $l_{21-55} = 2, l_{55-20_{t1}} = 1, l_{55-20_{t2}} = 1$ $l_{55-32} = 3, l_{55-35} = 2$	$l_{13-14} = 1, l_{24-25} = 1, l_{52-53} = 2$ $l_{43-53} = 2, l_{53-51} = 1, l_{51-54} = 1$ $l_{55-20_{t1}} = 1, l_{55-20_{t2}} = 1, l_{55-32} = 2$ $l_{55-35} = 1$
Circuitos desligados est. 4	–	$l_{16-27} = 1, l_{21-22} = 1, l_{9-27} = 1$ $l_{41-42} = 1, l_{45-46} = 1, l_{21-39} = 1$

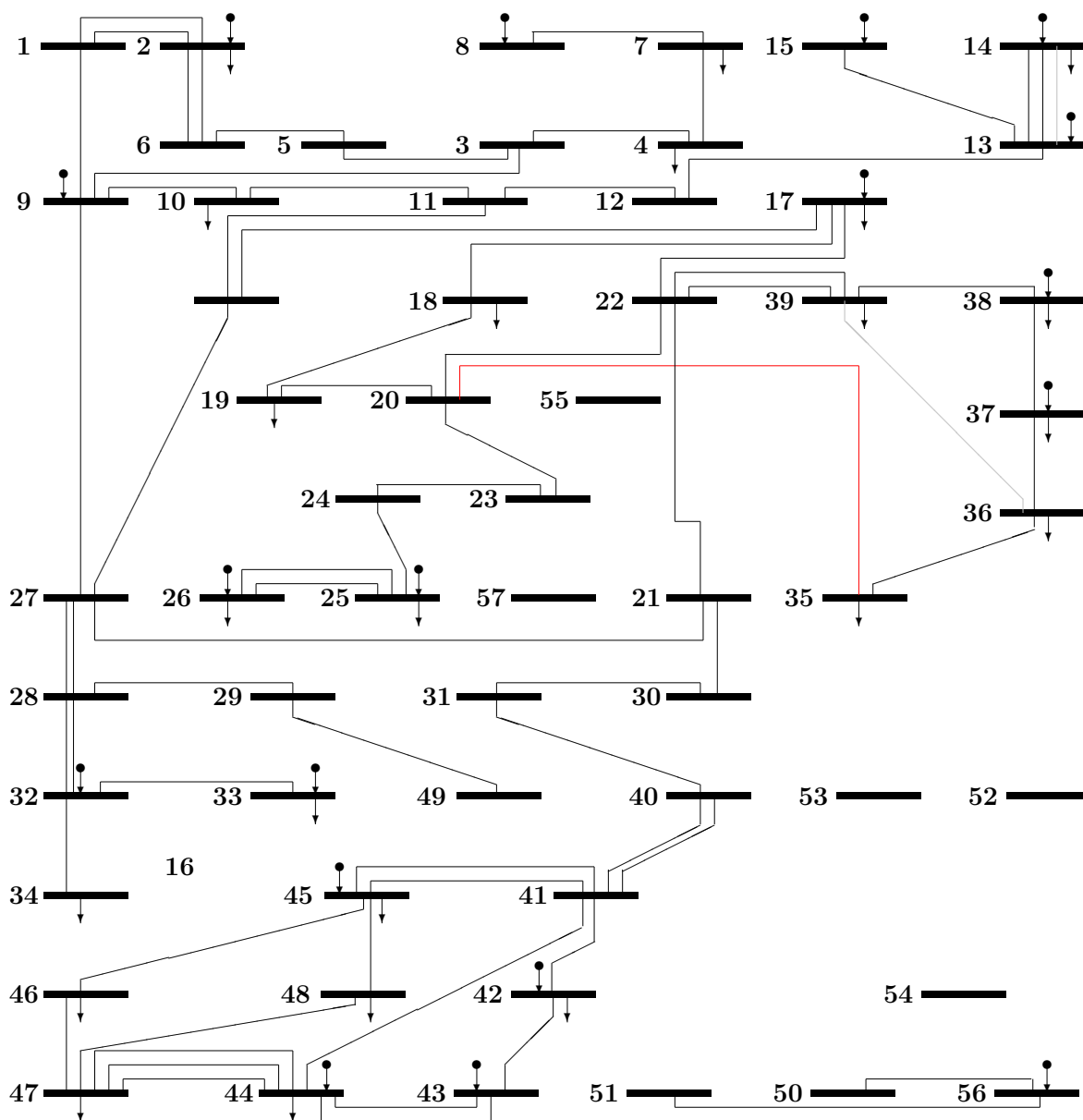
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 50 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 1



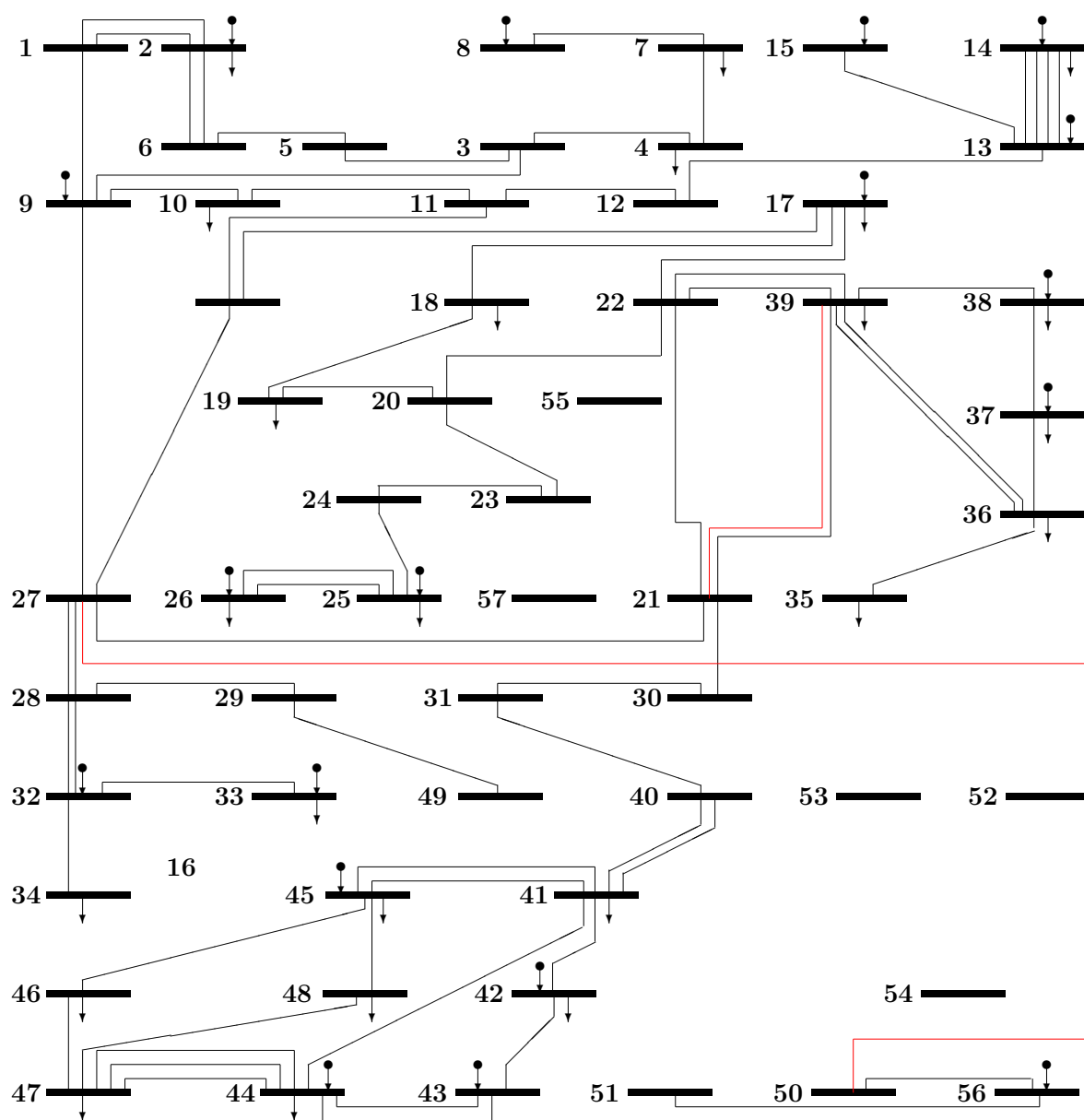
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 51 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 1



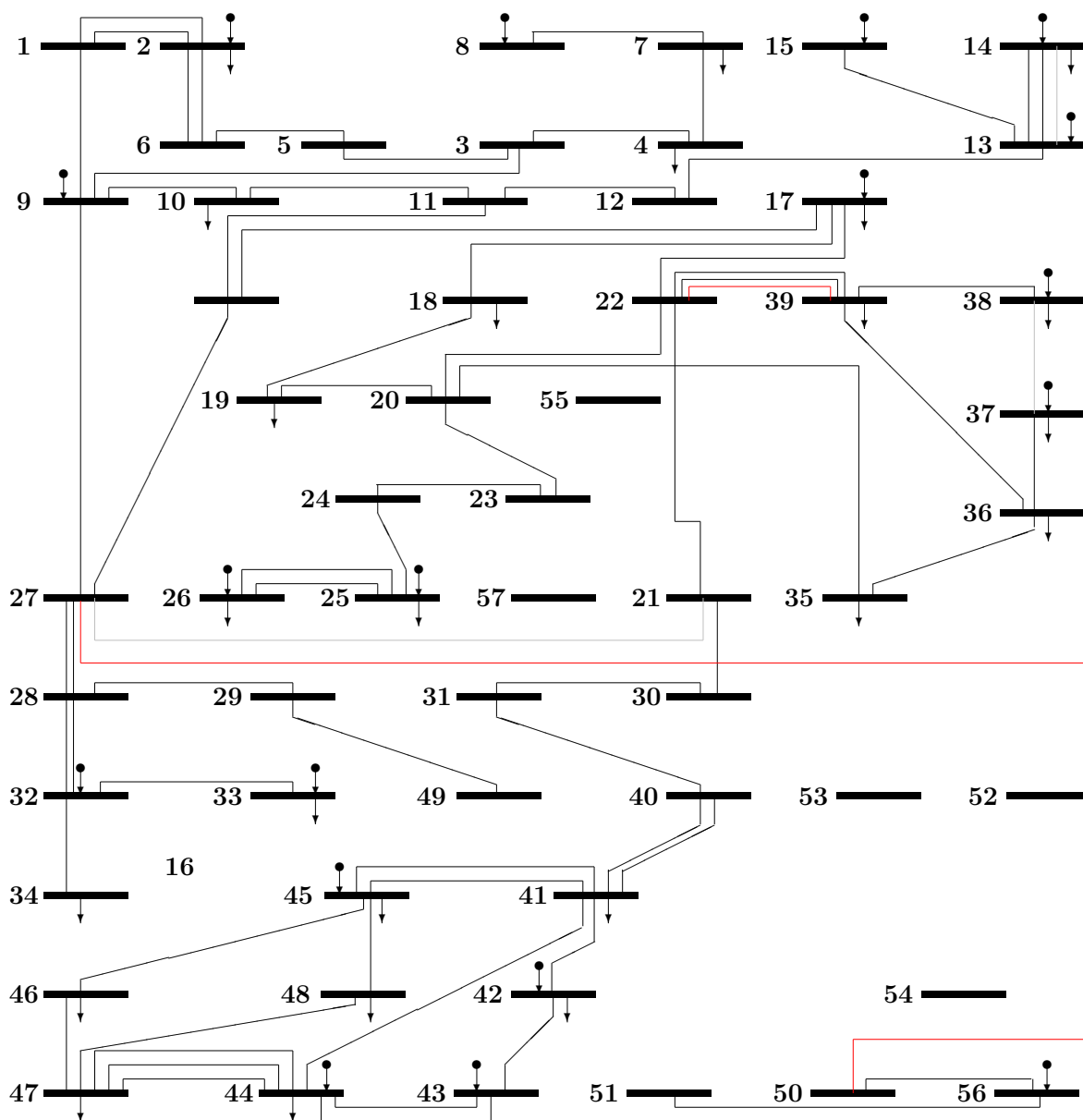
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 52 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 2



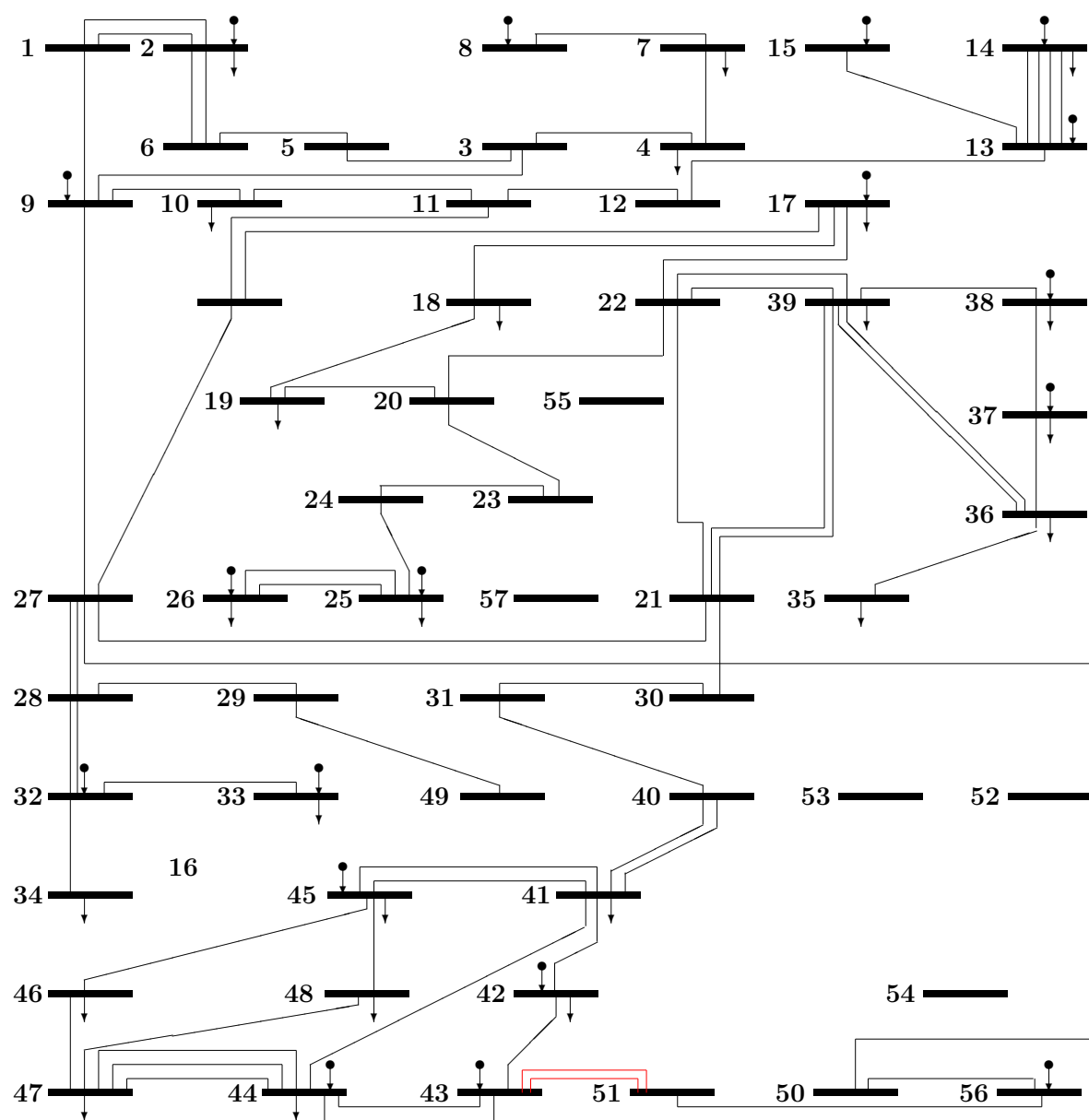
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 53 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 2



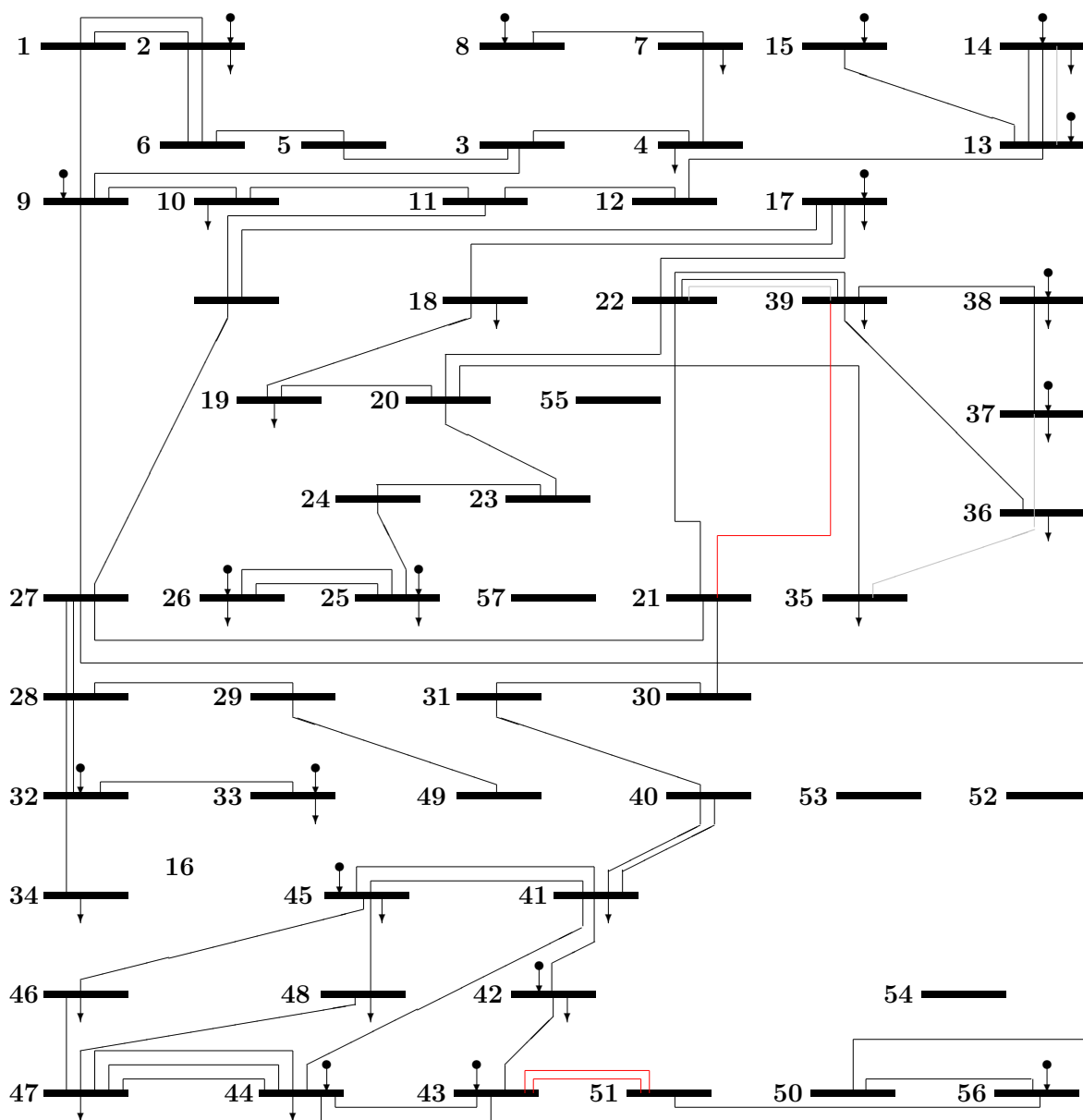
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 54 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 3



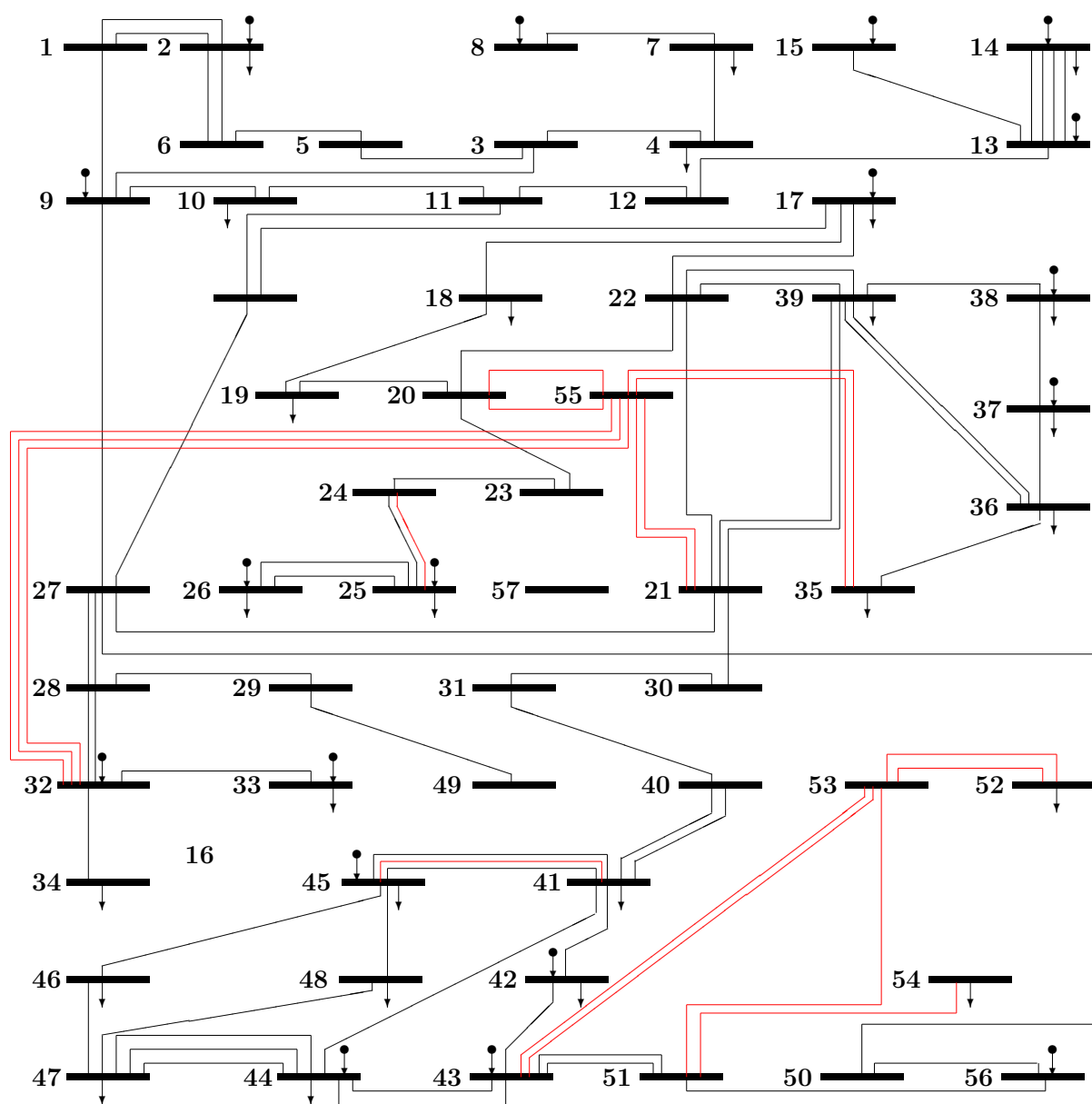
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 55 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 3



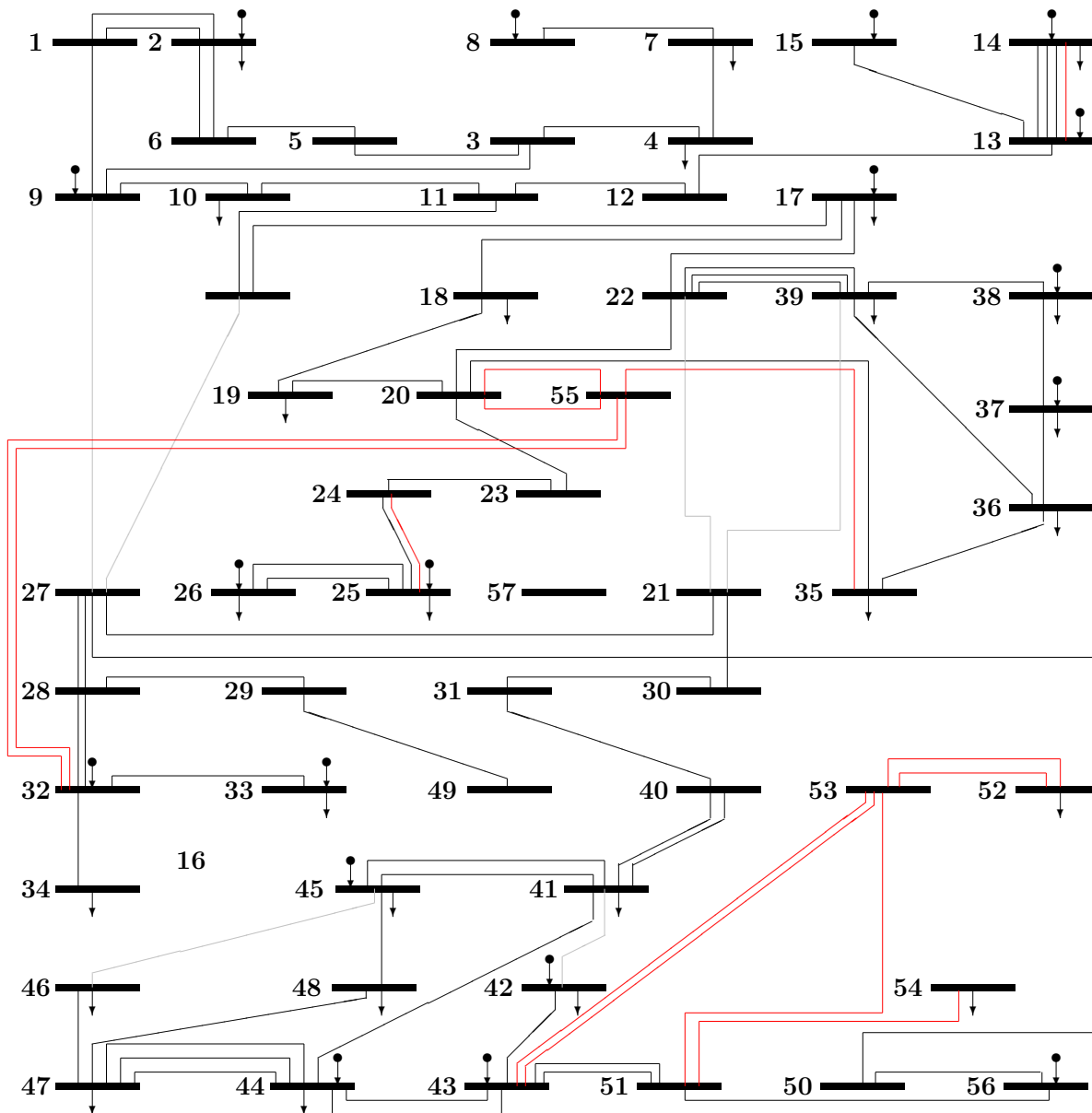
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 56 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras no estágio 4



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 57 – Plano ótimo de expansão do sistema Boliviano de 57 barras com DOLT no estágio 4



Fonte: Elaboração do autor.

Nas Figuras (50)-(57) pode-se verificar que no primeiro estágio, os dois modelos propõem a construção de linhas de transmissão sem nenhuma proposta em comum, sendo que no modelo clássico devem ser construídas 3 linhas de transmissão e no modelo com DOLT apenas uma, precisando do desligamento de 2 linhas de transmissão. No segundo estágio ambos modelos propõem a construção de 2 linhas de transmissão, com uma linha em comum, e o modelo com DOLT precisa do desligamento de 3 linhas de transmissão. No terceiro estágio o modelo clássico propõe a construção de 2 linhas, enquanto o modelo com DOLT propõe a construção de 3 linhas, coincidindo 2 delas com as do modelo clássico, e desligando temporariamente 4 linhas de transmissão, incluindo a linha de transmissão

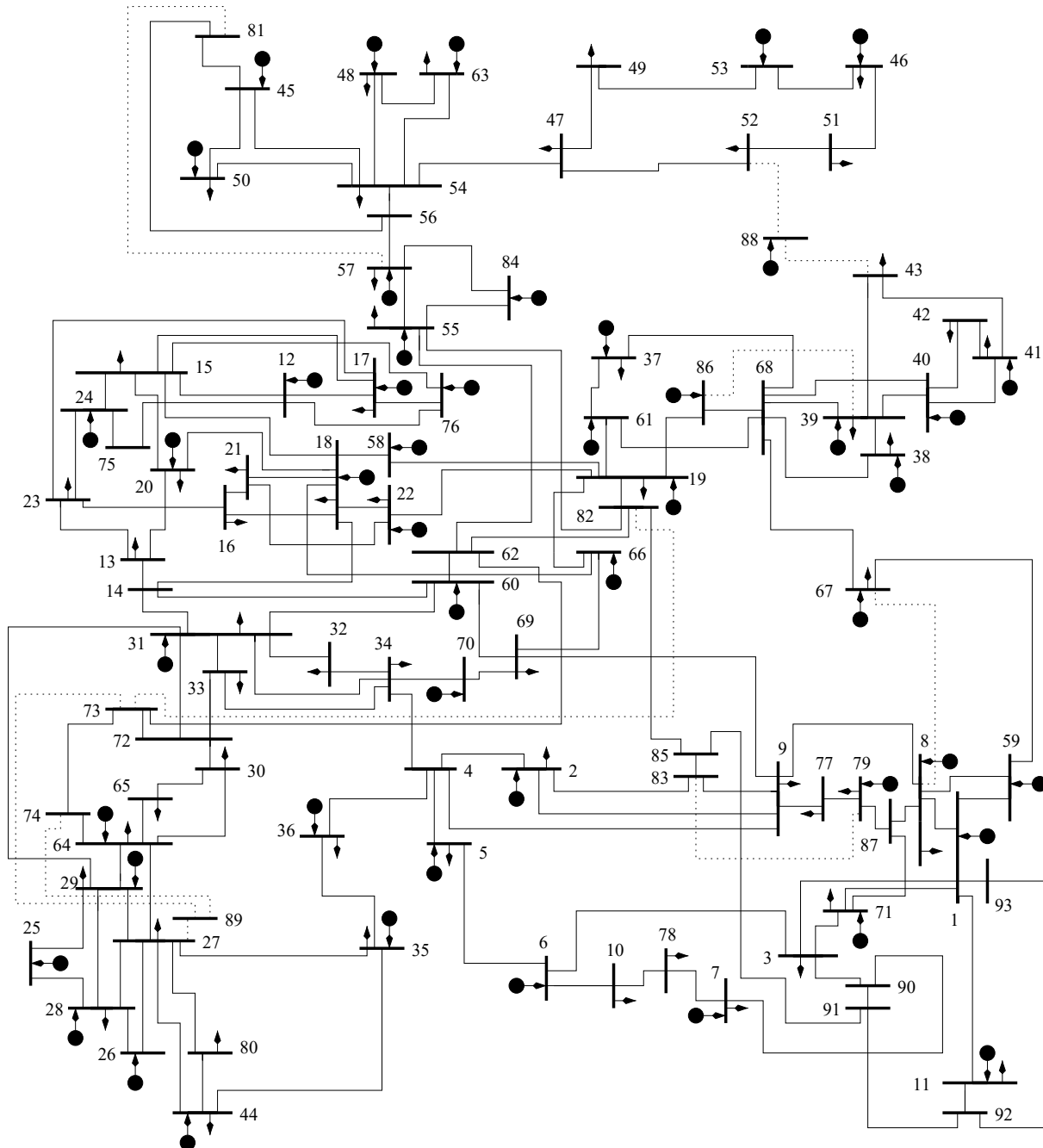
entre as barras 22 e 39, construída no estágio anterior. No quarto estágio ambos modelos apresentam planos de expansão com maior divergência, sendo que o modelo clássico propõe a construção de 17 linhas de transmissão e o modelo com DOLT propõe a construção de 13 linhas de transmissão, desligando 6 linhas de transmissão incluindo a linha de transmissão entre as barras 21 e 39 construída no estágio anterior.

4.6 SISTEMA COLOMBIANO DE 93 BARRAS CC

4.6.1 Sistema Colombiano de 93 barras CC sem redespacho

O Sistema Colombiano de 93 barras CC é uma síntese do sistema elétrico Colombiano realizada por [Silva, Gil e Areiza \(1999\)](#) e disponibilizado por [Escobar \(2002\)](#) para a expansão necessária no período 2002–2012. Este possui 155 caminhos para adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 14.559 MW, geração total instalada de 14.559 MW e permite construir até 4 linhas novas por circuito. Este sistema é bastante usado em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é de grande porte. O diagrama unifilar deste está ilustrado na [Figura 58](#).

Figura 58 – Sistema Colombiano



Fonte: [Escobar \(2002\)](#).

Neste sistema, primeiro foi resolvido o modelo linear disjuntivo mostrado na Subseção 2.1.4 como referência e depois foi resolvido o modelo mostrado na Seção 3.3 que tem desligamento de linhas de transmissão e restrição de cerca. Os resultados são mostrados na Tabela 16. Pela complexidade do problema, foi necessário usar a estratégia apresentada na Subseção 3.3.1.

Tabela 16 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos e restrição de cerca para o Sistema Colombiano.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	562,417	451,810
Tempo (s)	75,37	150603,77 (42h aprox)
Gap relativo (%)	0	20,22
Circuitos construídos	$l_{43-88} = 2, l_{15-18} = 1, l_{30-65} = 1$ $l_{30-72} = 1, l_{55-57} = 1, l_{55-84} = 1$ $l_{56-57} = 1, l_{55-62} = 1, l_{27-64} = 1,$ $l_{27-29} = 1, l_{50-54} = 1, l_{62-73} = 1$ $l_{54-56} = 1, l_{72-73} = 1, l_{59-82} = 2$ $l_{82-85} = 1, l_{68-86} = 1$	$l_{43-88} = 2, l_{30-65} = 1, l_{55-57} = 1$ $l_{55-84} = 1, l_{56-57} = 1, l_{55-62} = 1$ $l_{27-29} = 1, l_{19-66} = 1, l_{50-54} = 1$ $l_{54-56} = 1, l_{19-82} = 1, l_{82-85} = 1$ $l_{68-86} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{5-8} = 1, l_{7-8} = 1, l_{14-18} = 2$ $l_{13-23} = 1, l_{44-80} = 1, l_{7-78} = 1$ $l_{30-64} = 1, l_{3-6} = 1, l_{31-72} = 2$ $l_{17-23} = 1, l_{27-44} = 1, l_{73-74} = 1$ $l_{23-24} = 1, l_{33-72} = 1, l_{62-82} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Neste caso, pode-se observar uma economia de 110,607 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão. O resultado para o modelo disjuntivo é consistente com o ótimo global encontrado por [Escobar \(2002\)](#) sem corte de carga e o resultado para o modelo generalizado é melhor do que o encontrado em ([NASCIMENTO, 2014](#)) que era de 474,962 milhões de dólares, ou seja o novo resultado é 23,152 milhões de dólares mais barato e portanto inédito.

Enquanto ao gap relativo, este ficou estagnado em 20% após quase 2 dias de simulação, pelo qual ainda é possível encontrar um melhor plano de expansão. Este novo resultado é justificado devido à melhora do *solver* CPLEX nos últimos anos, já que nos testes realizados por [Nascimento \(2014\)](#), mesmo o gap relativo foi de 0,07%, o *solver* CPLEX dessa época foi incapaz de fornecer a solução aqui apresentada.

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base a custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento apenas das linhas que reduzem o desempenho da rede futura. A quantidade de linhas desligadas é de 17, quantidade não muito razoável do ponto de vista da operação, sendo que permite uma economia na fase da construção.

4.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Na tabela [17](#) é apresentado um sumário dos resultados obtidos neste capítulo.

Tabela 17 – Sumário dos resultados obtidos usando o modelo CC com DOLT.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Garver sem redespacho	200	200
Garver com redespacho	110	110
Garver multiestágio	80,79	80,79
IEEE24 G1	390	325
IEEE24 G2	392	350
IEEE24 G3	218	182
IEEE24 G4	342	287
IEEE24 com redespacho	266	222
IEEE24 com redespacho (ESCOBAR, 2008)	152	151
IEEE24 multiestágio	220,286	191,548
Sul Brasileiro sem redespacho	154,420	146,242
Sul Brasileiro com redespacho	72,870	63,163
Sul Brasileiro multiestágio	183,221	168,957
Boliviano sem redespacho	152,24	103,66
Boliviano multiestágio	71,777	54,555
Colombiano sem redespacho	562,417	≤451,810

Fonte – Elaboração do autor.

Dos resultados obtidos para os casos de PERTECC para o sistema Garver, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras, Boliviano de 57 barras e Colombiano de 93 barras, pode-se observar que a modelagem generalizada permite obter resultados de mais baixo custo em sistemas de médio e grande porte. Esta redução no custo de expansão se deve a o fato que o modelo desliga temporariamente linhas que criam malhas desnecessárias na topologia que no caso com DOLT, é lei de tensões de Kirchhoff que faz necessário a construção de linhas adicionais.

Enquanto aos resultados obtidos para o modelo proposto de PERTMCC, no sistema Garver não foi verificada uma economia no custo de expansão pelo pequeno porte do sistema, mas nos sistemas IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras e Boliviano de 57 barras foi apreciada uma economia no custo de expansão, já que nos estágios intermediários foi permitido o desligamento temporário de linhas, inclusive as que tinham sido construídas em estágios anteriores. Os planos de expansão encontrados pelo modelo proposto apresentam bastante dinamismo, devido que linhas desligadas em certo estágio, são religadas em estágios posteriores de acordo com a necessidade de transmissão. Finalmente deve-se observar que no caso do Sistema Colombiano a redução de custos de expansão é muito elevada.

5 TESTES COM O MODELO CA COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

5.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi provado que no problema PERTE e PERTM DC é possível encontrar soluções de menor custo quando é permitido o desligamento temporário de circuitos. Neste capítulo é explorada a eficiência desta estratégia quando é usada a formulação CA.

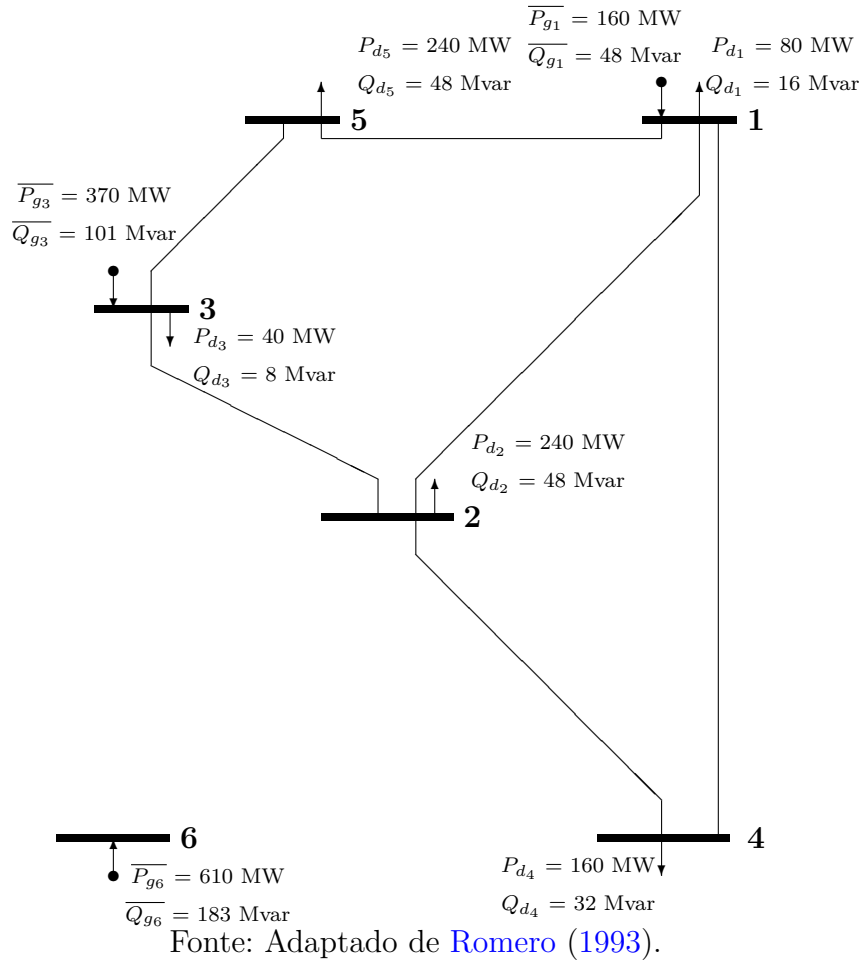
Nos testes, são utilizados quatro sistemas elétricos muito usados na literatura especializada com a finalidade de comparar os resultados tradicionais do modelo mostrado na Subseção 2.1.5 com os resultados do modelo mostrado na Seção 3.5. Serão analisados os resultados obtidos com os modelos Garver, IEEE de 24 barras, Brasileiro de 46 barras e IEEE de 118 barras.

Para os testes mostrados neste capítulo, os modelos foram escritos em AMPL (Modeling Language for Mathematical Programming) (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos usando o *solver* comercial KNITRO 12.1 (ARTELYS, 2019) em um computador DELL XPS 8930 com processador Intel Core i7-8700 de 6 núcleos a uma frequência de 3.20Ghz e 16GB de memória RAM.

5.2 SISTEMA GARVER CA

O Sistema Garver CA de 6 barras possui 15 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 760 MW e 152 MVA, geração total de potência ativa instalada de 1.140 MW e geração total de potência reativa com um intervalo de variação de entre -40 MVar e 382 MVar e permite construir até 5 linhas novas por circuito. Este sistema se destaca como um dos mais usados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é de pequeno porte. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na Figura 59.

Figura 59 – Sistema Garver em CA



5.2.1 Sistema Garver CA clássico

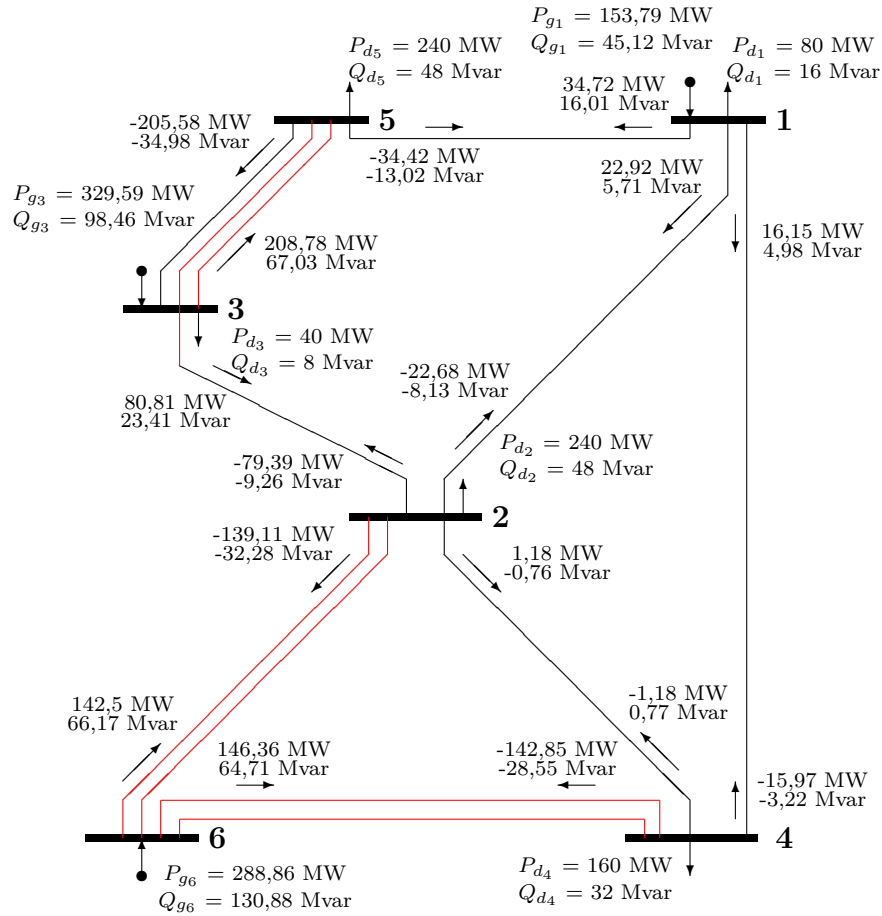
Para este sistema, primeiro foi resolvido o modelo CA mostrado na Subseção 2.1.5 como referência e depois o modelo mostrado na Seção 3.5 que tem desligamento de linhas de transmissão. Os resultados são mostrados na Tabela 18 e na Figura 60, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho.

Tabela 18 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Garver.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	160	160
Tempo (s)	0,311	0,891
Gap de integralidade	0	0
Circuitos construídos	$l_{2-6} = 2, l_{3-5} = 2, l_{4-6} = 2$	$l_{2-6} = 2, l_{3-5} = 2, l_{4-6} = 2$
Circuitos desligados	–	–

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 60 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver em CA



Fonte: Elaboração do autor.

Neste caso, ambos os modelos fornecem mesma solução ou plano de expansão, o que significa que nenhuma linha da topologia inicial encontrava-se prejudicando a operação. Este resultado é consistente com o encontrado em 4.2 para o modelo DC no qual, por este ser um sistema de pequeno porte e de teste, o sistema, encontra-se trabalhando quase no limite da sua capacidade. A solução para o modelo CA é o ótimo global reportado em (RIDER, 2006) usando um algoritmo heurístico construtivo (AHC).

5.2.2 Sistema Garver CA com alocação de fontes de potência reativa

De acordo com Rider (2006), quando o modelo CA é usado, uma forma eficiente de reduzir o investimento em linhas de transmissão é considerar a possibilidade de alocação de fontes de potência reativa em barras selecionadas, para descentralizar a geração de potência reativa e fazer menor uso das linhas de transmissão para transportar esta potência. A seleção destas barras é de acordo com um índice de sensibilidade sugerido no trabalho realizado por Almeida e Galiana (1996), no qual este índice é a derivada parcial da função objetivo com relação à demanda de potência reativa de cada barra como mostrado na

equação (19).

$$ID_i = \frac{\partial d}{\partial Q_{d_i}} \quad (19)$$

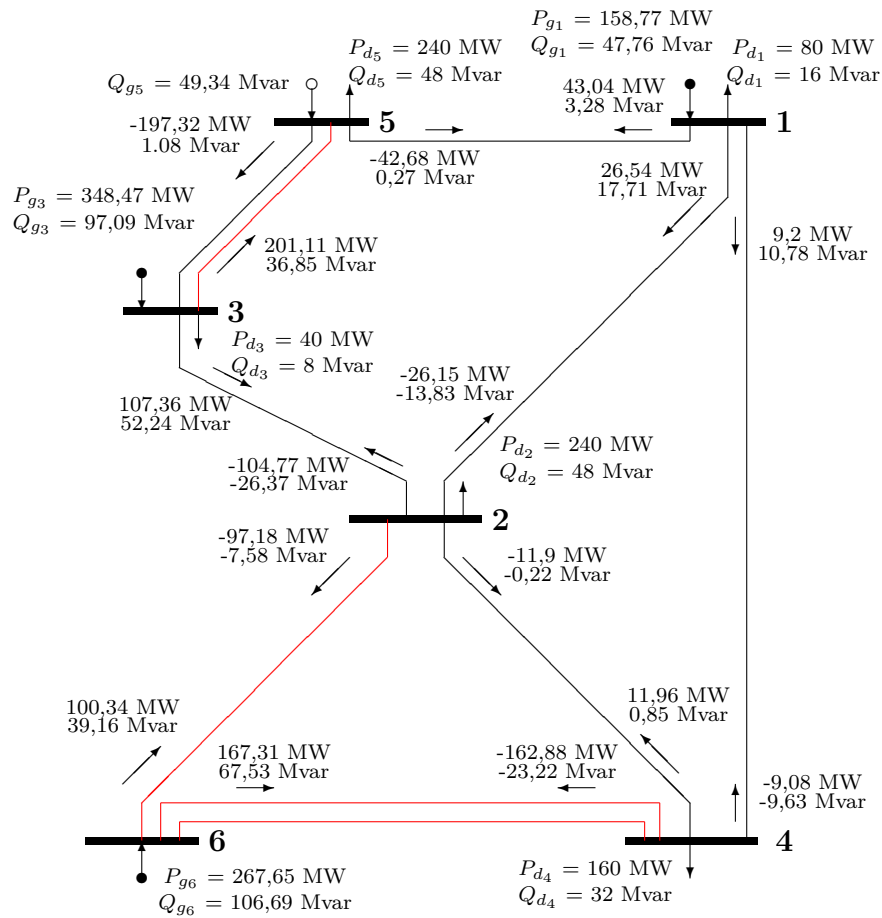
Por motivos de comparação, nos testes realizados neste trabalho são usados os compensadores síncronos alocados nas mesmas barras do que no trabalho de (RIDER, 2006) e também é considerado DOLT nesse caso. No caso do sistema Garver, é considerada uma fonte adicional de potência reativa na barra 5, com limites de entre -10 Mvar e 50 Mvar. Os resultados são apresentados na Tabela 19 e na Figura 61, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho.

Tabela 19 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Garver com compensação de potência reativa.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	110	110
Tempo (s)	0,39	0,38
Gap de integralidade	0	0
Circuitos construídos	$l_{2-6} = 1, l_{3-5} = 1, l_{4-6} = 2$	$l_{2-6} = 1, l_{3-5} = 1, l_{4-6} = 2$
Circuitos desligados	–	–

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 61 – Plano ótimo de expansão do sistema Garver em CA com alocação de fonte de potência reativa



Fonte: Elaboração do autor.

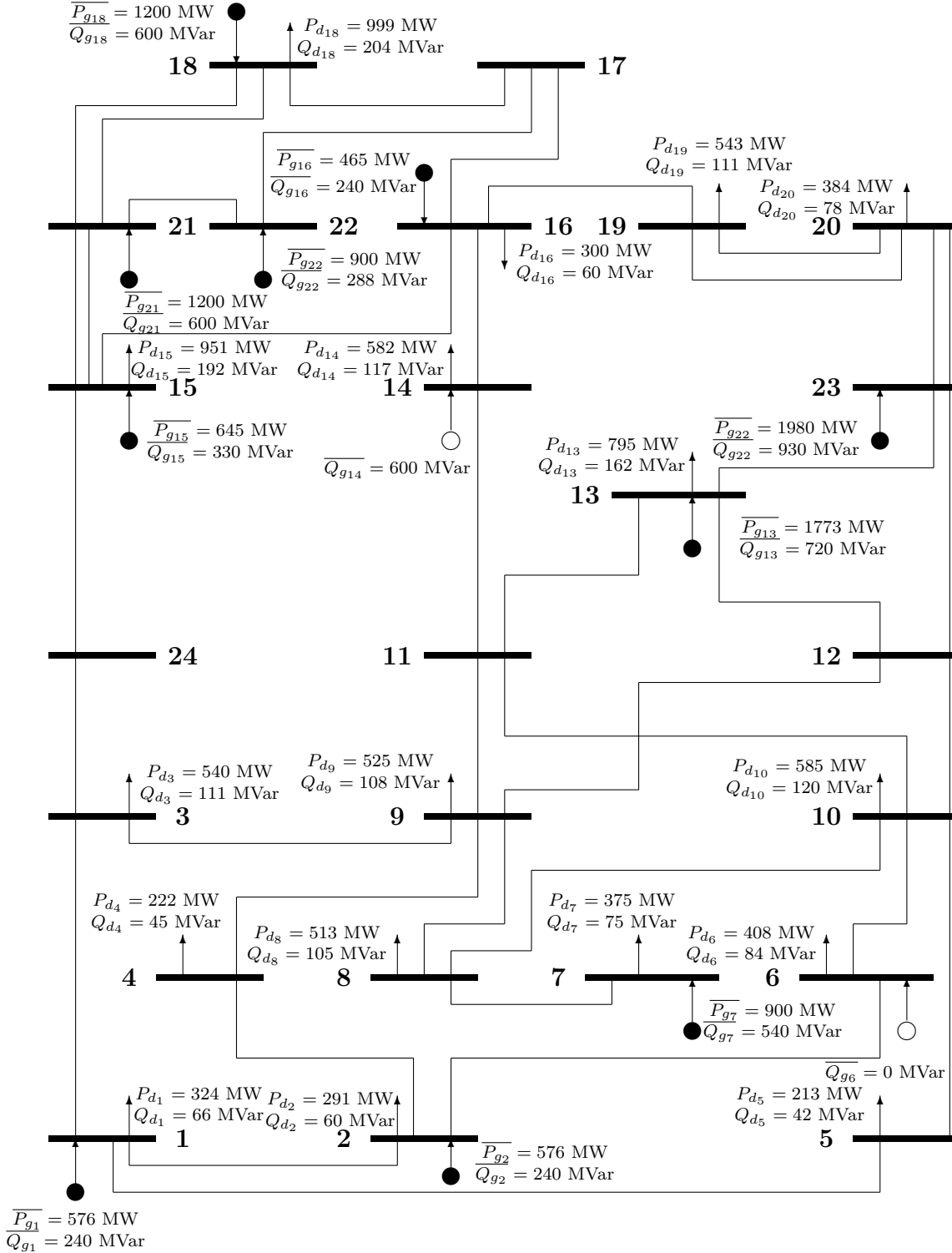
Igualmente que no caso da subseção anterior, sem compensação de fontes de potência reativa, as modelagens com e sem DOLT obtêm a mesma solução, o que mostra que o DOLT não é particularmente útil em sistemas de pequeno porte como este, já que o sistema não é muito malhado e todas as linhas encontram-se trabalhando nos seus limites. No plano de expansão ótimo comum para os dois casos, a geração total de potência ativa foi de 774,89 MW e a geração total de potência reativa foi de 300,88 MVar.

5.3 SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CA

O Sistema IEEE de 24 barras CA possui 41 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 8.550 MW e 1.740 MVar, geração total de potência ativa instalada de 10.215 MW, geração total de potência reativa instalada com limites entre -3905 MVar e 7.328 MVar e permite construir até 3 linhas novas por circuito. Este sistema se destaca como um dos mais utilizados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é de médio porte. Em comparação ao modelo IEEE de 24 barras em CC,

este sistema contém 2 geradores adicionais de potência reativa e é significativamente mais complexo. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na Figura 62.

Figura 62 – Sistema IEEE de 24 barras em CA



Fonte: Adaptado de Romero (1993).

5.3.1 Sistema IEEE de 24 barras CA clássico

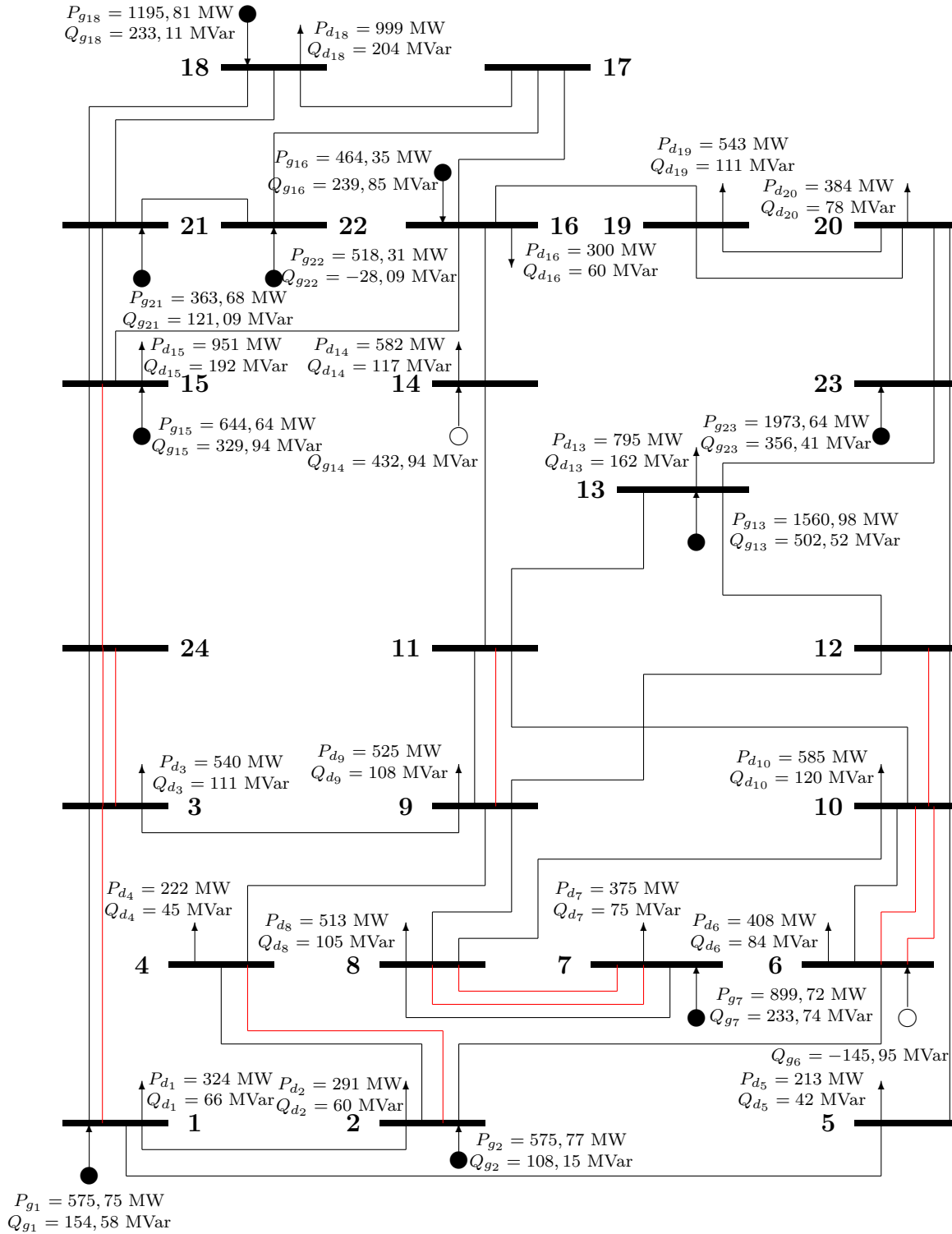
Para este sistema, primeiro foi resolvido o modelo CA clássico mostrado na Subseção 2.1.5 como referência e depois o modelo mostrado na Seção 3.5 que tem desligamento de linhas de transmissão. Os resultados são mostrados na Tabela 20 e na Figura 63, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho.

Tabela 20 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	424	424
Tempo (s)	42,45	416,89
Gap de integralidade	0	-0.122
Circuitos construídos	$l_{1-3} = 1, l_{2-4} = 1, l_{3-24} = 2$ $l_{6-10} = 2, l_{7-8} = 2, l_{9-11} = 1$ $l_{10-12} = 1, l_{15-24} = 1$	$l_{1-3} = 1, l_{2-4} = 1, l_{3-24} = 2$ $l_{6-10} = 2, l_{7-8} = 2, l_{9-11} = 1$ $l_{10-12} = 1, l_{15-24} = 1$
Circuitos desligados	–	–

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 63 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras em CA



Neste caso, a diferença dos resultados encontrados na Seção 4.3 usando o modelo em CC com distintos planos de geração, não é observada uma economia na construção de linhas de transmissão por ter considerado a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão, o que pode significar que este sistema não tinha linhas de transmissão

prejudicando a operação do sistema. No plano de expansão ótimo comum para os dois casos, a geração total de potência ativa foi de 8.771,49 MW e a geração total de potência reativa foi de 2.526,49 MVar.

5.3.2 Sistema IEEE de 24 barras em CA com alocação de fontes de potência reativa

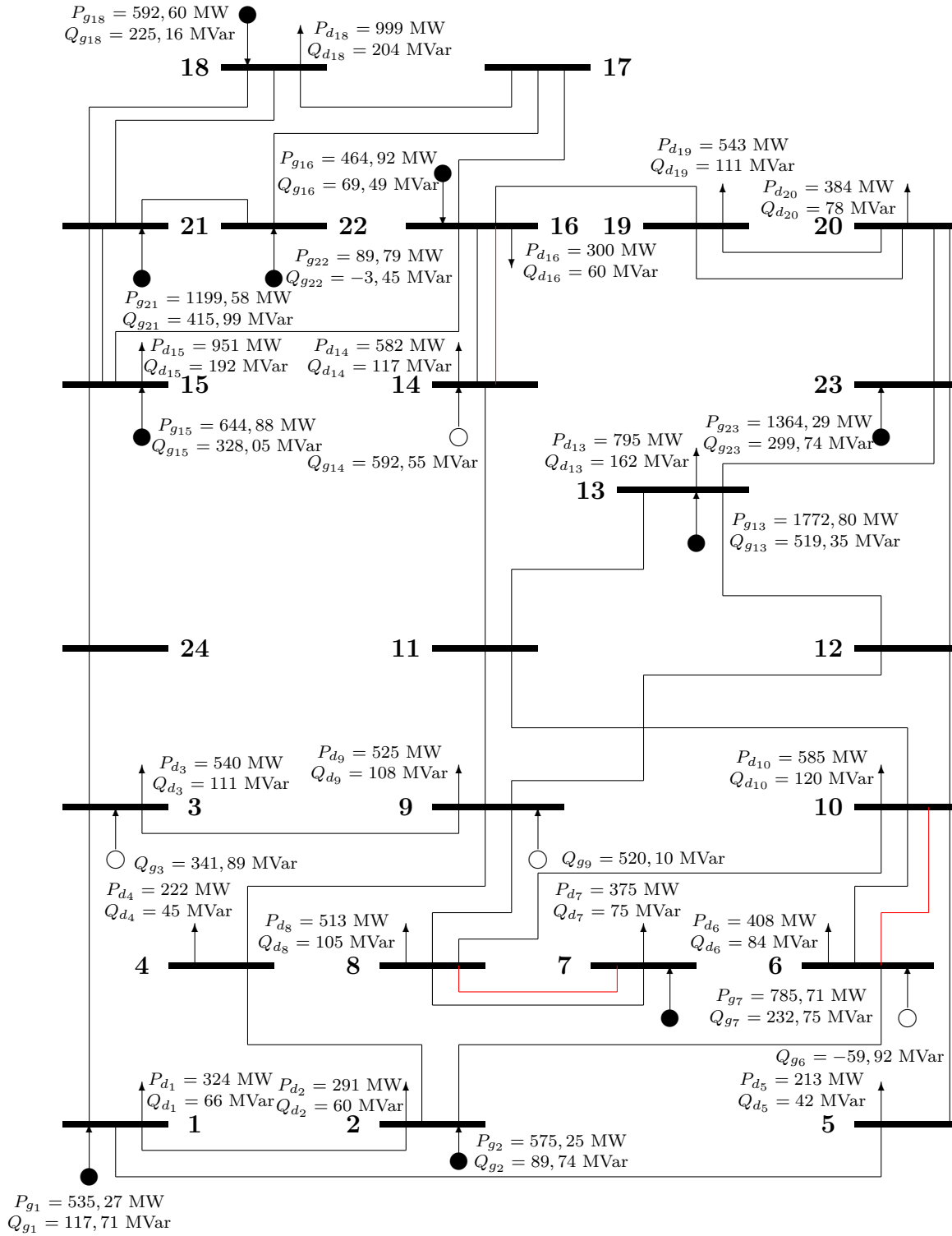
De acordo com (RIDER, 2006), as barras 3 e 9 são as melhores candidatas para a instalação de fontes de potência reativa de capacidade ilimitada, e devido a esta característica o sistema IEEE de 24 barras é modificado para incluir esses geradores. Os resultados são mostrados na tabela 21 e nas Figuras 64 e 65, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza.

Tabela 21 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras com compensação de potência reativa.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	86	64
Tempo (s)	3,00	153,03
Gap de integralidade	0	0
Circuitos construídos	$l_{6-10} = 1, l_{7-8} = 1, l_{14-16} = 1$	$l_{6-10} = 2, l_{7-8} = 2$
Circuitos desligados	–	$l_{9-11} = 1, l_{18-21} = 1, l_{19-20} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Figura 64 – Plano ótimo de expansão do sistema IEEE de 24 barras em CA com alocação de fontes de potência reativa



Fonte: Elaboração do autor.

geração total foi de 8.833,25 MW e 3.689,13 MVar, enquanto que com desligamento ótimo de linhas de transmissão foi de 8.793,77 MW e 3.129,72 MVar. Desta forma, o desligamento ótimo de linhas de transmissão ajuda também a reduzir as perdas do sistema pela redução de circuitos desnecessários. As fontes de geração de potência reativa instaladas geraram em total 861,99 MVar no caso sem DOLT e 850,80 MVar no caso com DOLT.

5.4 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CA

O Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA adaptado por [Rider \(2006\)](#) a partir do modelo CC possui 79 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 6.880 MW e 1.032,1 MVar, geração total de potência ativa instalada de 11.288 MW, geração total de potência reativa instalada com limites de entre -1.128,8 MVar e 3.386,4 MVar e permite construir até 5 linhas novas por circuito. Este sistema também é um dos mais utilizados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é considerado de médio porte. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na [Figura 36](#).

5.4.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA clássico

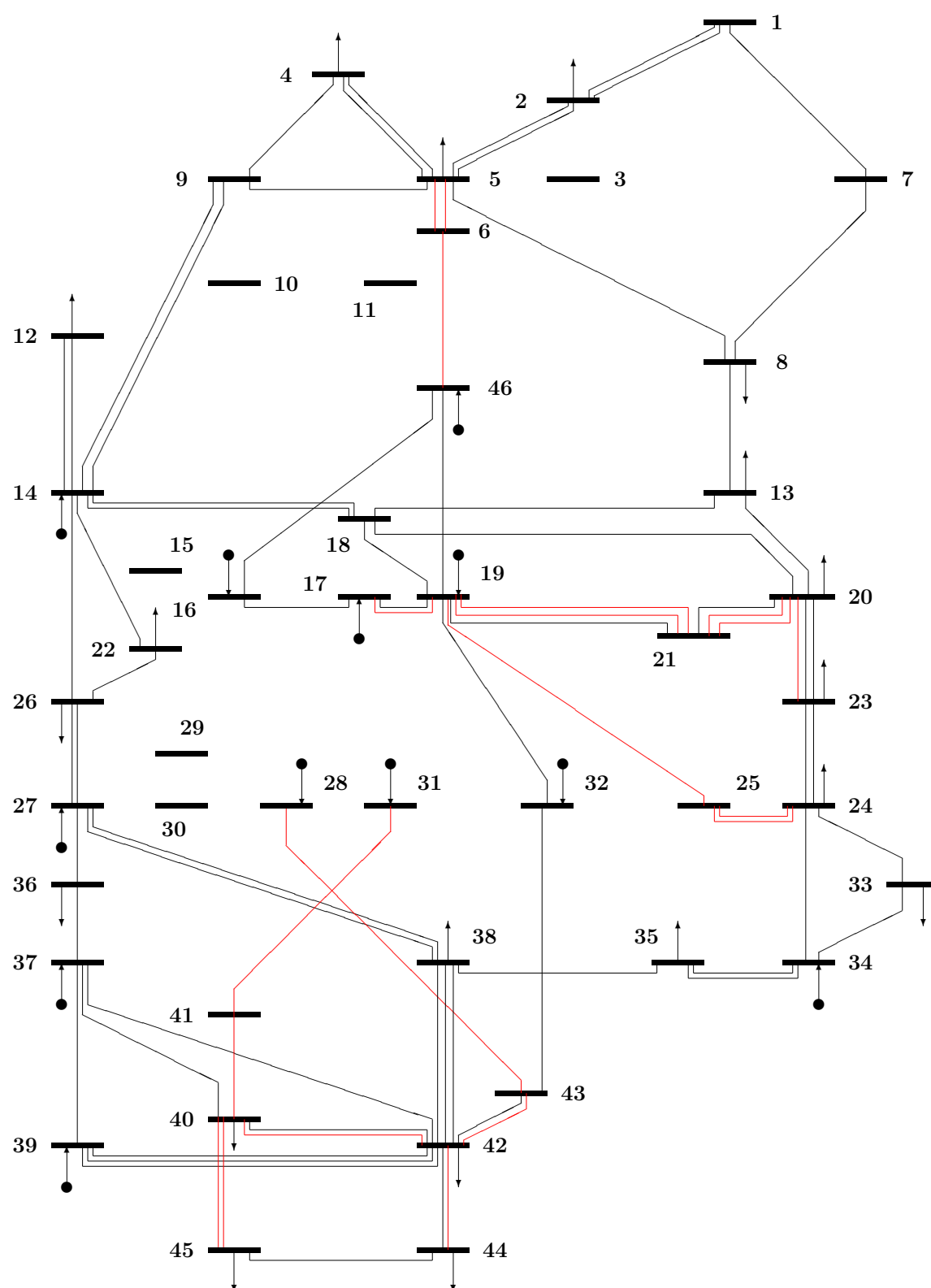
Para este sistema de 46 barras, primeiro foi resolvido o modelo CA clássico mostrado na Subseção [2.1.5](#) como referência e depois o modelo proposto na Seção [3.5](#) que tem desligamento de linhas de transmissão. Os resultados são mostrados na Tabela [22](#) e nas Figuras [66](#) e [67](#), com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza.

Tabela 22 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Sul Brasileiro.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	320,947	309,120
Tempo (s)	2.047,41	104.061,82 (29h aprox)
Gap de integralidade	0	0
Circuitos construídos	$l_{19-21} = 2, l_{17-19} = 1, l_{20-23} = 1$ $l_{40-42} = 1, l_{42-44} = 1, l_{20-21} = 2$ $l_{42-43} = 1, l_{46-6} = 1, l_{19-25} = 1$ $l_{28-43} = 1, l_{31-41} = 1, l_{40-45} = 2$ $l_{24-25} = 2, l_{40-41} = 1, l_{5-6} = 2$	$l_{2-5} = 1, l_{13-18} = 1, l_{19-21} = 1$ $l_{17-19} = 1, l_{20-23} = 2, l_{23-24} = 1$ $l_{33-34} = 1, l_{42-44} = 1, l_{20-21} = 2$ $l_{42-43} = 2, l_{46-6} = 1, l_{19-25} = 1$ $l_{31-32} = 1, l_{28-43} = 1, l_{31-41} = 1$ $l_{40-45} = 1, l_{24-25} = 1, l_{40-41} = 1$ $l_{5-6} = 2$
Circuitos desligados	–	$l_{26-27} = 2, l_{27-36} = 1, l_{40-42} = 1$ $l_{19-32} = 1, l_{46-19} = 1$

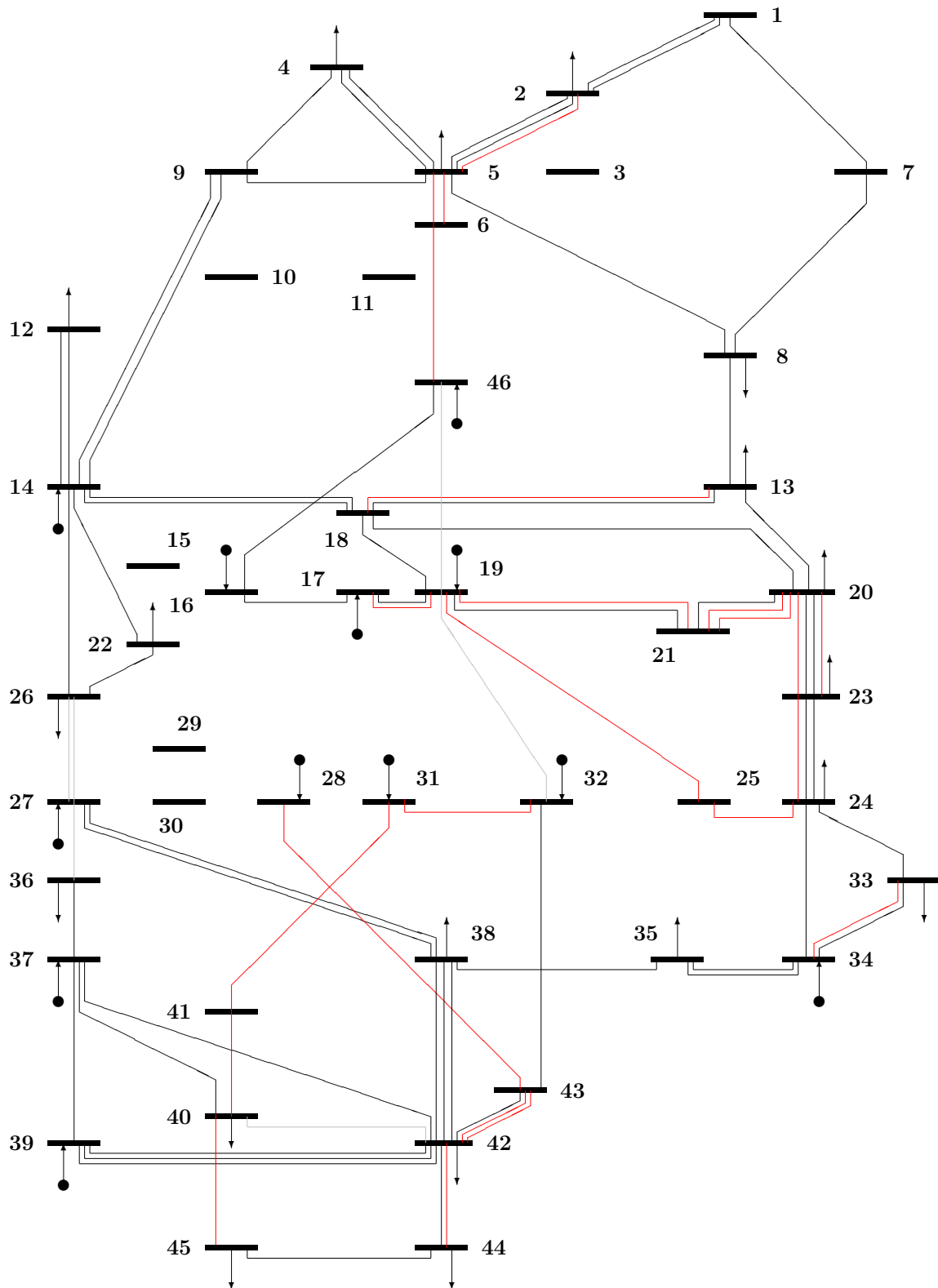
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 66 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 67 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com DOLT



Fonte: Elaboração do autor.

Neste caso, pode-se observar uma economia de 11,827 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão.

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base com custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento apenas das linhas que reduzem o desempenho da rede futura. A quantidade de linhas desligadas é de 7, quantidade razoável do ponto de vista da operação, sendo que permite uma economia na fase da construção.

O tempo de processamento para ambos modelos é particularmente alto, apesar da técnica de redução do espaço de busca ter sido aplicada no PERTECA com DOLT, na qual o custo máximo da expansão foi adicionado como restrição e a inicialização das variáveis do modelo foram no plano de expansão encontrado para o modelo PERTECA.

5.4.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA com alocação de fontes de potência reativa

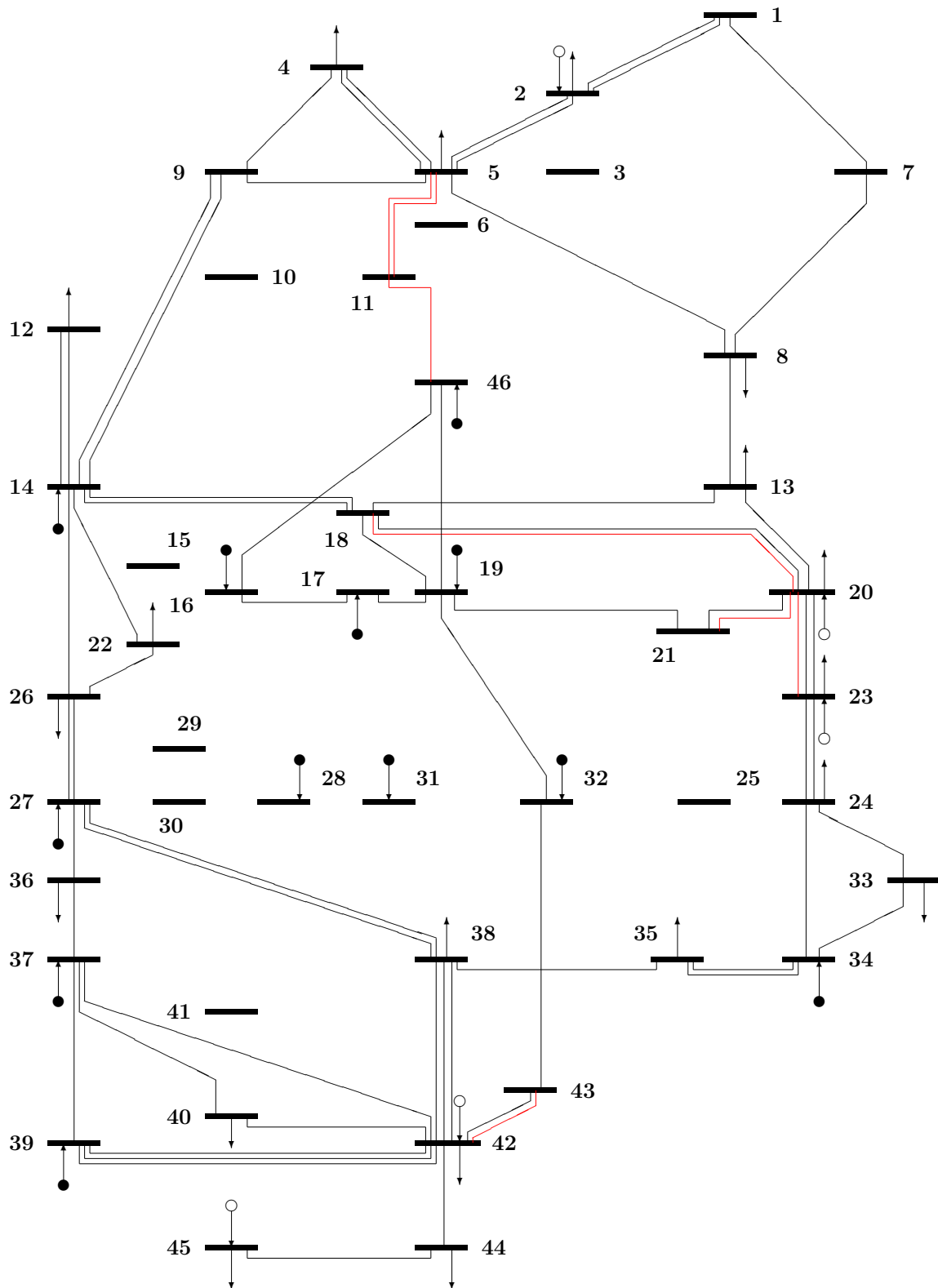
De acordo com (RIDER, 2006), as barras 2, 20, 23, 42 e 45 são as melhores candidatas para a instalação de fontes de potência reativa de capacidade ilimitada, pelo qual o sistema Sul Brasileiro de 46 barras é modificado para incluir esses geradores. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 23 e nas Figuras 68 e 69, com as novas linhas de transmissão sendo destacadas em vermelho e as linhas de transmissão temporariamente desligadas em cinza.

Tabela 23 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema Sul Brasileiro com compensação de potência reativa.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	55,868	51,314
Tempo (s)	100,709	6.065,475 (2h aprox)
Gap de integralidade	-0.208	0
Circuitos construídos	$l_{18-20} = 1, l_{20-23} = 1, l_{20-21} = 1$ $l_{42-43} = 1, l_{5-11} = 2, l_{46-11} = 1$	$l_{20-23} = 1, l_{20-21} = 2, l_{42-43} = 1$ $l_{5-11} = 2, l_{46-11} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{5-8} = 1, l_{16-17} = 1, l_{26-27} = 2$ $l_{27-38} = 2, l_{36-37} = 1, l_{18-19} = 1$

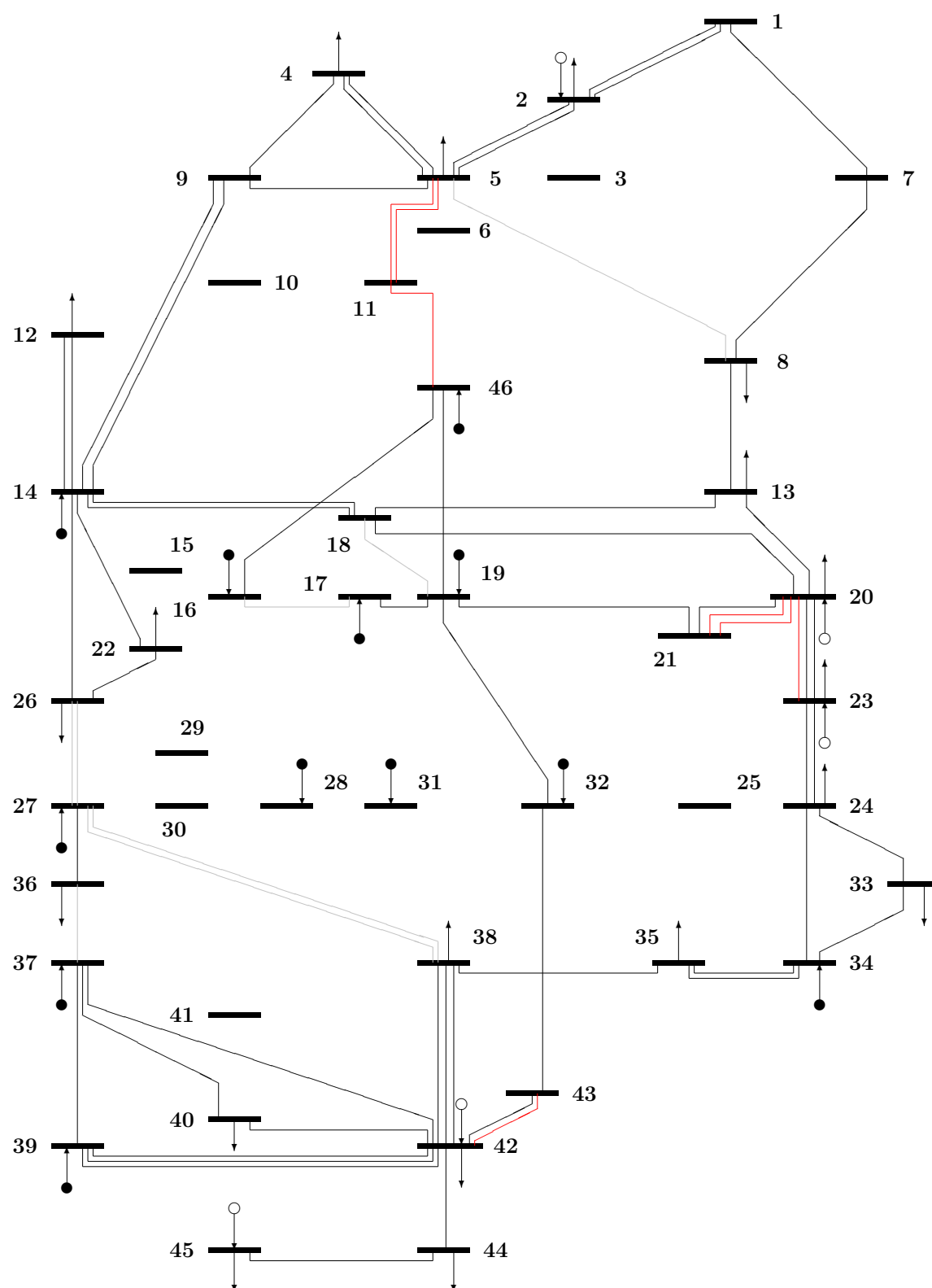
Fonte – Elaboração do autor.

Figura 68 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com alocação de fontes de potência reativa



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 69 – Plano ótimo de expansão do sistema do Sul Brasileiro de 46 barras em CA com DOLT e alocação de fontes de potência reativa



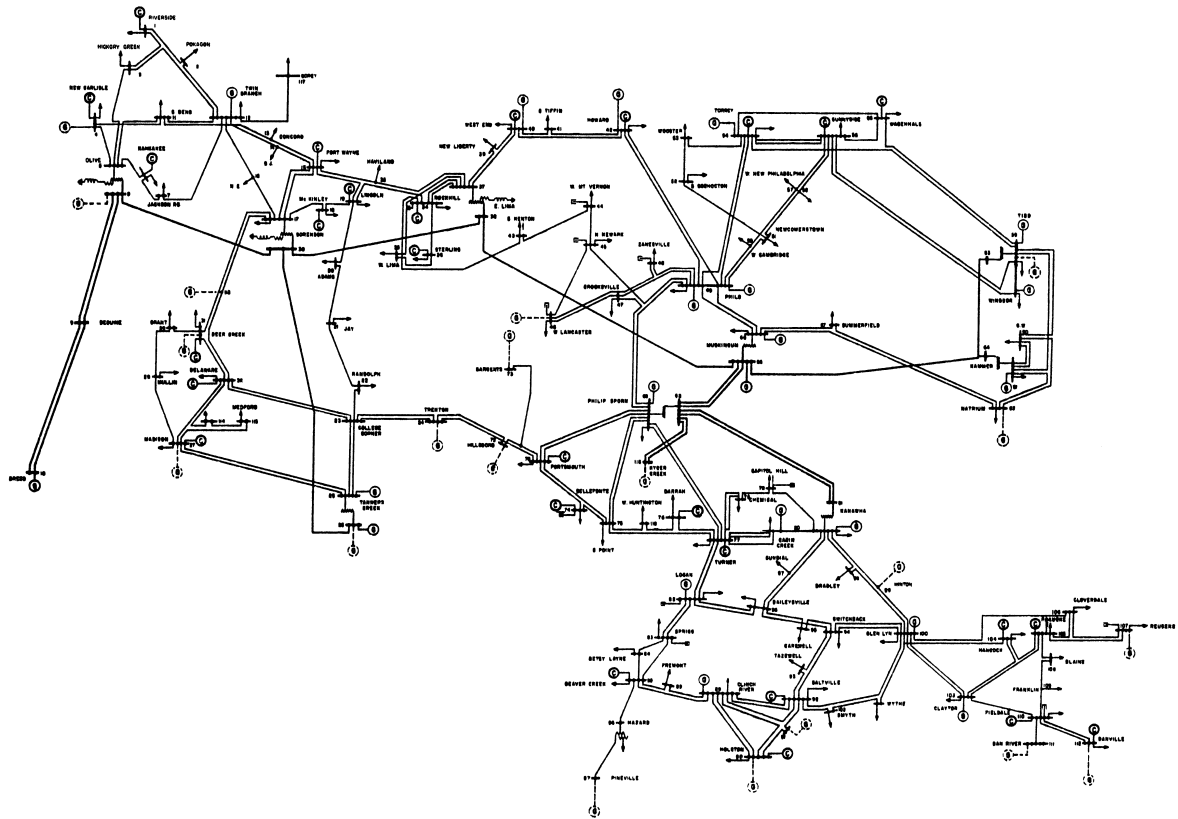
Fonte: Elaboração do autor.

Neste caso houve um pequeno ganho quando foi usado DOLT na expansão do sistema usando o modelo CA, sendo que foram poupados 4,654 M US\$. Quanto às gerações de potências ativas e reativa totais, no caso sem desligamento de linhas de transmissão a geração total foi de 7.117,46 MW e 4.475,627 MVar, enquanto que com desligamento ótimo de linhas de transmissão foi de 7.110,254 MW e 4.725,512 MVar. Desta forma, o desligamento ótimo de linhas de transmissão ajuda também a reduzir as perdas do sistema pela redução de circuitos desnecessários. As fontes de geração de potência reativa instaladas geraram um total 2.707,906 MVar no caso sem DOLT e 2.811,36 MVar no caso com DOLT.

5.5 SISTEMA IEEE DE 118 BARRAS CA

O Sistema IEEE de 118 barras CA, o qual representa uma parcela do sistema Centro-Oeste dos Estados Unidos em 1962, disponibilizado na internet pela primeira vez por [Christie \(1993\)](#), possui 179 caminhos de adição de linhas (circuitos) de transmissão, demanda total de 4.674,5 MW e 1.793,5 MVar, geração total de potência ativa instalada de 6.670 MW, geração total de potência reativa instalada com limites de entre -7.240 MVar e 11.472 MVar e permite construir até 3 linhas novas por circuito. Este sistema também é um dos mais utilizados em testes de novos modelos de expansão do sistema de transmissão e é considerado de médio porte. O diagrama unifilar deste sistema está ilustrado na [Figura 70](#).

Figura 70 – Sistema IEEE de 118 barras



Fonte: [Christie \(1993\)](#).

5.5.1 Sistema IEEE de 118 barras CA clássico

Para este sistema de 118 barras, primeiro foi resolvido o modelo CA clássico mostrado na Subseção 2.1.5 como referência e depois o modelo proposto na Seção 3.5 que tem desligamento de linhas de transmissão. Os resultados são mostrados na Tabela 24.

Tabela 24 – Resultados do modelo CA com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 118 barras.

	Modelo CA	Modelo CA com DOLT
Função objetivo (M US\$)	63,630	49,900
Tempo (s)	64,556	176.508,688 (49h aprox)
Gap de integralidade	-2,36	-0,01
Circuitos construídos	$l_{8-9} = 1, l_{9-10} = 1, l_{8-30} = 1$ $l_{26-30} = 1, l_{93-94} = 1, l_{99-100} = 1$	$l_{8-9} = 1, l_{9-10} = 1, l_{93-94} = 1$ $l_{99-100} = 1, l_{117-113} = 2$
Circuitos desligados	–	$l_{23-25} = 1, l_{46-47} = 1, l_{61-62} = 1$ $l_{64-61} = 1, l_{65-66} = 1, l_{68-69} = 1$ $l_{69-70} = 1, l_{70-74} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Neste caso, pode-se observar uma economia de 13,73 milhões de dólares na construção de linhas de transmissão novas, por ter incluído a possibilidade de desligamento de linhas de transmissão.

Pelo fato do modelo usado incluir a construção de linhas da topologia base a custo negativo (-1), foi incentivado o desligamento de apenas as linhas que reduzem o desempenho da rede futura. A quantidade de linhas desligadas é de 8, quantidade razoável do ponto de vista da operação, sendo que permite uma economia na fase da construção.

O tempo de processamento para ambos os modelos é particularmente alto, especialmente no caso do PERTECA com DOLT que é o teste que mais demorou neste trabalho totalizando pouco mais de 2 dias, apesar da técnica de redução do espaço de busca ter sido aplicada no PERTECA com DOLT, na qual o custo máximo da expansão foi adicionado como restrição e a inicialização das variáveis do modelo foi a solução encontrada para o modelo PERTECA.

5.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Na tabela 25 é apresentado um sumário dos resultados obtidos neste capítulo.

Tabela 25 – Sumário dos resultados obtidos usando o modelo CA com DOLT.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Garver	160	160
Garver com compensação de reativos	110	110
IEEE24	424	424
IEEE24 com compensação de reativos	86	64
Sul Brasileiro	320,947	309,120
Sul Brasileiro com compensação de reativos	55,868	51,314
IEEE118	63,630	49,900

Fonte – Elaboração do autor.

Dos resultados obtidos nas subseções 5.2.1, 5.2.2 e 5.3.1 pode-se observar que não houve uma melhora no valor da função objetivo quando foi aplicado o DOLT. No caso do sistema Garver, pode-se entender esta situação já que ao igual que no caso CC mostrado na Seção 4.2, o sistema é pequeno e todas as linhas de transmissão da topologia base são necessárias. Enquanto no segundo caso do sistema IEEE de 24 barras CA, a introdução de redespacho de geração de potência ativa e o fato que agora se está considerando a potência reativa pode ser o motivo pelo qual não foi possível encontrar uma solução a menor custo usando DOLT.

Dos resultados obtidos nas subseções 5.3.2, 5.4.1, 5.4.2 e 5.5.1 onde o PERTECA com DOLT foi resolvido em sistemas maiores, nos quais existem uma maior quantidade de malhas, é onde o PERTECA obtém o maior benefício pela retirada de funcionamento de

linhas de transmissão. Estes resultados são promissores para fazer testes em sistemas teste maiores como o do Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras que é significativamente mais complexo.

A estratégia de redução do espaço de busca, apesar de ser intuitiva, parece não melhorar muito a convergência pelo fato do problema ser não convexo, pelo qual a futuro devem se propor estratégias que permitam diminuir de forma mais eficiente o espaço de busca ou usar as emergentes complexificações do modelo CA na literatura.

6 CONCLUSÃO DO TRABALHO

6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma nova modelagem matemática com fluxo de potência CA para o PERT. Este modelo busca superar os paradigmas das modelagens tradicionais, nas quais apenas são consideradas adições de linhas novas no processo de planejamento da rede futura. Sendo que estas adições podem cair no paradoxo proposto por [Braess \(1968\)](#), já que, de forma global, podem aumentar os caminhos que os fluxos têm de percorrer pelo excesso de circuitos na rede de transmissão.

Dos testes realizados para o PERTECC com DOLT, pode-se observar que para todos os casos, exceto para o sistema Garver de 6 barras, a modelagem sempre resulta num plano de expansão de menor custo do que com a modelagem tradicional, desligando temporariamente um conjunto reduzido de linhas de transmissão.

Pelos avanços no campo de otimização matemática implementados na versão mais nova do *solver* comercial CPLEX 12.10.0.0 e o uso da estratégia de redução do espaço de busca, foi possível encontrar uma solução de melhor qualidade do que a reportada na literatura para o caso do PERTCC com DOLT, mas ainda com um *gap* não igual a zero para o sistema Colombiano de 93 barras.

Dos testes realizados para o PERTMCC com DOLT, pode-se observar que para todos os casos, exceto para o sistema Garver de 6 barras, foram encontrados planos de expansão que podiam adiar a construção de linhas de transmissão para estágios posteriores, com menor custo no valor presente, pelo desligamento de linhas de transmissão nos estágios intermediários, resultando em planos de expansão de menor custo. A quantidade de circuitos desligados em cada estágio não foi muito alto e melhorou a redução de perdas e custos de expansão.

Dos testes realizados para o PERTECA com DOLT, observa-se que para os casos dos sistemas Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras, não foi possível encontrar um plano de expansão de menor custo do que com a modelagem tradicional, mas nos sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e IEEE de 118 barras, foi possível encontrar planos de expansão de menor custo. Estes resultados são coerentes com a premissa de que enquanto maior o tamanho do sistema, maior a probabilidade de ter linhas prejudicando a eficiência do sistema e, portanto, a inclusão do DOLT torna-se necessária, sobretudo quando se aplica em sistemas de grande porte ou reais.

Pela limitação do problema PERTECA com DOLT ser do tipo de PNLIM, o *solver* comercial KNITRO 12.1 não garante soluções ótimas e o tempo de processamento é alto,

como pode ser observado nas tabelas dos resultados. Também deve ser mencionado que este *solver* foi bastante aprimorado até a nova versão, com técnicas heurísticas de busca de soluções factíveis, sendo que o KNITRO 9.0.0 não era capaz de resolver o PERTECA com DOLT e considerava os testes com os sistemas Sul Brasileiro de 46 barras e IEEE de 118 como infactíveis.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

- a) Implementar meta-heurísticas eficientes como o AGCB com os AHCs especializados para o PERTECA com DOLT para diminuir o tempo de processamento e obter soluções de boa qualidade;
- b) Convexificar o modelo PERTECA com DOLT para conseguir encontrar soluções globalmente ótimas;
- c) Propor e implementar novas estratégias de redução de espaço de busca para diminuir o tempo de processamento necessário para sistemas de grande porte ou reais;
- d) Obter soluções ótimas para o problema do Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras nos planos de geração e demanda de 2002 e 2008 usando o modelo PERTECC com DOLT.
- e) Obter soluções ótimas usando o modelo proposto com DOLT para o PERTMCC para os sistemas Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras e Colombiano de 93 barras.

REFERÊNCIAS

- ALBRECHT, P. F. *et al.* IEEE reliability test system. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-98, n. 6, p. 2047–2054, novembro 1979. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4113721>. Citado na página 84.
- ALHAMROUNI, I. *et al.* Differential evolution algorithm for multistage transmission expansion planning based on AC load flow model. In: IET INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLEAN ENERGY AND TECHNOLOGY, 3., 2014, Kuching. **Proceedings...** Kuching: IET, 2014. p. 1–4. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6967540>. Citado na página 65.
- ALHAMROUNI, I. *et al.* Transmission expansion planning using AC-based Differential Evolution algorithm. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 8, n. 10, p. 1637–1644, outubro 2014. ISSN 1751-8687. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6910352>. Citado na página 65.
- ALHAMROUNI, I. *et al.* Differential evolution algorithm for transmission network expansion planning based on AC load flow model. In: IEEE CONFERENCE ON ENERGY CONVERSION, 1., 2014, Johor Bahru. **Proceedings...** Johor Bahru: IEEE, 2014. p. 418–422. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6967540>. Citado na página 65.
- ALHAMROUNI, I. *et al.* Review on transmission expansion planning models. **Applied Mechanics and Materials**, Baech, v. 818, p. 129–133, janeiro 2016. Disponível em: <http://www.scientific.net/AMM.818.129>. Citado na página 42.
- ALHAMROUNI, I. *et al.* AC-Based differential evolution algorithm for dynamic transmission expansion planning. **Telkomnika**, Bantul, v. 16, n. 5, p. 2316–2330, 2018. Disponível em: <http://journal.uad.ac.id/index.php/TELKOMNIKA/article/view/10578>. Citado na página 65.
- ALMEIDA, K. C. D.; GALIANA, F. D. Critical cases in the Optimal Power Flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 11, n. 3, p. 1509–1518, agosto 1996. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/535692>. Citado na página 145.
- ALVAREZ, R. J. *et al.* Ant colony optimization algorithm for the multiyear transmission network expansion planning. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 20., 2018, Rio de Janeiro. **Proceedings...** Rio de Janeiro: IEEE, 2018. p. 1–8. ISBN 9781509060177. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8477760>. Citado na página 68.
- ALVAREZ, R. J. *et al.* A novel meta-heuristic model for the multi-year transmission network expansion planning. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, London, v. 107, p. 523–537, maio 2019. ISSN 01420615. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061518308342>. Citado na página 68.
- AREIZA, J. M. **Metodologia de expansão automática da transmissão utilizando um algoritmo de busca tabu**. 1997. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia

Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/111675>. Citado na página 64.

ARTELYS. **Artelys Knitro User's Manual 12.1**. 2019. Disponível em: http://www.artelys.com/docs/knitro/3_referenceManual.html. Acesso em: 12 dezembro de 2019. Citado na página 143.

BALAS, E. Disjunctive Programming. **Annals of Discrete Mathematics**, Amsterdam, v. 5, p. 3–51, agosto 1979. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016750600870342X>. Citado na página 48.

BARRETO, W. E. **Estudo de variantes da Particle Swarm Optimization aplicadas ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão**. 2013. 83 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 2013. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/261312>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 67.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. **Numerische Mathematik**, Heidelberg, v. 4, n. 1, p. 238–252, dezembro 1962. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF01386316>. Citado na página 56.

BENICHO, M. *et al.* Experiments in mixed-integer linear programming. **Mathematical Programming**, Heidelberg, v. 1, n. 1, p. 76–94, dezembro 1971. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF01584074>. Citado na página 56.

BINATO, S. **Expansão ótima de sistemas de transmissão através de decomposição de Benders e técnicas de planos cortantes**. 2000. 223 f. Tese (Doutorado em de Sistemas e Computação) — Departamento de Engenharia de Sistemas e Computação, Universidade Federal de Rio de Janeiro, 2000. Disponível em: <http://www.cos.ufrj.br/index.php/pt-BR/publicacoes-pesquisa/details/15/831>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 56.

BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C. de. A reactive GRASP for transmission network expansion planning. In: RIBEIRO, C. C.; HANSEN, P. (Org.). **Essays and Surveys in Metaheuristics**. Boston: Springer USA, 2002. cap. 4, p. 81–100. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-1507-4_4. Citado na página 59.

BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C. de; ARAUJO, J. L. de. A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 247–253, maio 2001. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/918294>. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 64.

BINATO, S.; PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S. A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 235–240, maio 2001. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/918292>. Citado na página 51.

BOLAÑOS, R. A.; CORREA, C. A. Optimización por colonia de hormigas aplicada al problema de planeamiento de la transmisión. **Revista de Ingeniería Universidad de los Andes**, Bogotá, v. 30, p. 33–40, 2009. Citado na página 67.

BOLAÑOS, R. A.; CORREA, C. A.; ESCOBAR, A. H. Planeamiento de la expansión de la transmisión considerando incertidumbre en la demanda y reprogramación de la generación. **Scientia et Technica**, Pereira, v. 24, n. 40, p. 13–18, dezembro 2008. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84920454004>. Citado na página 61.

BRAESS, D. Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. **Unternehmensforschung Operations Research - Recherche Opérationnelle**, Heidelberg, v. 12, n. 1, p. 258–268, dezembro 1968. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF01918335>. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 165.

BRAESS, D.; NAGURNEY, A.; WAKOLBINGER, T. On a paradox of traffic planning. **Transportation Science**, Catonsville, v. 39, n. 4, p. 446–450, novembro 2005. Disponível em: <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1050.0127>. Citado na página 69.

BUSTAMANTE, E.; ARORA, S. Multi-step simultaneous changes Constructive Heuristic Algorithm for transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 79, n. 4, p. 586–594, abril 2009. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779608002344>. Citado na página 58.

CABRAL, P. M.; PRAÇA, J. C. G. An interactive software for optimizing transmission network expansion. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE, 8., 1984, Helsinki. **Proceedings...** Helsinki: Elsevier, 1984. p. 121–127. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780408014687500230>. Citado na página 44.

CHRISTIE, R. **Power System Test Case Archive**. 1993. Disponível em: http://labs.ece.uw.edu/pstca/pf118/pg_tca118bus.htm. Citado 2 vezes nas páginas 160 e 161.

CHU, P. C.; BEASLEY, J. E. A genetic algorithm for the generalised assignment problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 24, n. 1, p. 17–23, janeiro 1997. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054896000329>. Citado na página 61.

CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm - Explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, Piscataway, v. 6, n. 1, p. 58–73, agosto 2002. ISSN 1089778X. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/985692>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 67.

CORREA, C. A.; BOLAÑOS, R. A.; ESCOBAR, A. H. Planeamiento de la transmisión utilizando punto interior no lineal y algoritmo genético de Chu-Beasley. **Scientia et Technica**, Pereira, n. 38, p. 65–70, 2008. Disponível em: <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/3665>. Citado na página 61.

CORREA, C. A.; BOLAÑOS, R. A.; ESCOBAR, A. H. Multi-objective transmission expansion planning considering multiple generation scenarios. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier Ltd, London, v. 62, p. 398–409, novembro 2014. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061514002683>. Citado na página 62.

- CORREA, C. A.; BOLAÑOS, R. A.; ESCOBAR, A. H. Multiobjective transmission expansion planning considering multiple generation scenarios. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 7., 2014, Medellín. **Proceedings...** Medellín: IEEE, 2014. p. 1–7. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6955236>. Citado na página 62.
- CORREA, C. A.; BOLAÑOS, R. A.; ESCOBAR, A. H. Transmission expansion planning considering multiple generation scenarios and demand uncertainty. **Ingeniare**, Arica, v. 22, n. 2, p. 177–188, 2014. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77231016004>. Citado na página 62.
- CORREA, C. A.; BOLAÑOS, R. A.; GARCÉS, A. Enhanced multiobjective algorithm for transmission expansion planning considering N-1 security criterion. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, Oxford, v. 25, n. 10, p. 2225–2246, outubro 2015. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/etep.1958>. Citado na página 62.
- CORREA, C. A.; SALCEDO, A. S.; PANESSO, A. F. Multi-objective transmission expansion planning considering uncertainty in wind power and demand. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 8., 2016, Morelia. **Proceedings...** Morelia: IEEE, 2016. p. 1–6. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7805681>. Citado na página 61.
- CORREA, C. A.; SANCHEZ, A.; MARULANDA, G. A. Expansion of transmission networks considering large wind power penetration and demand uncertainty. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1235–1244, março 2016. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7459604>. Citado na página 62.
- CORTÉS, M.; PALMA, R.; MOYA, O. Transmission network expansion planning by a hybrid simulated annealing algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEMS APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 15., 2009, Curitiba. **Proceedings...** Curitiba: IEEE, 2009. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5352951>. Citado na página 63.
- DEB, K. *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 182–197, agosto 2002. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/996017>. Citado 3 vezes nas páginas 60, 61 e 62.
- DILWALI, K. *et al.* Transmission expansion planning using benders decomposition and local branching. In: IEEE POWER AND ENERGY CONFERENCE AT ILLINOIS, 7., 2016, Urbana. **Proceedings...** Urbana: IEEE, 2016. p. 1–8. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7459265>. Citado na página 56.
- DOMÍNGUEZ, A. H. **Planeamiento de la expansión de redes de transmisión basado en cambio de nivel de tensión**. 2012. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, 2012. Disponível em: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/handle/11059/3034>. Citado na página 62.
- DOMÍNGUEZ, A. H. **Planeamiento multietapa a largo plazo de redes de transmisión considerando alternativas HVDC, pérdidas y contingencias**.

2017. 227 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidad Tecnológica de Pereira, 2017. Disponível em: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/handle/11059/8310>. Citado 2 vezes nas páginas 117 e 197.

DOMÍNGUEZ, A. H.; ESCOBAR, A. H.; GALLEGO, R. A. Un método híbrido de optimización para el planeamiento de la transmisión considerando diferentes niveles de tensión. **Revista Facultad de Ingeniería**, Medellín, n. 63, p. 154–164, junho 2012. Disponível em: <http://revistas.udea.edu.co/index.php/ingenieria/article/view/12494/0>. Citado na página 62.

DOMÍNGUEZ, A. H.; ESCOBAR, A. H.; GALLEGO, R. A. Transmission expansion planning considering conductor proposals with different wire size and technology. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 7., 2014, Medellín. **Proceedings...** Medellín: IEEE, 2014. p. 1–6. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6955197>. Citado na página 62.

DOMÍNGUEZ, A. H.; ESCOBAR, A. H.; GALLEGO, R. A. Metodología de solución para planeamiento de la transmisión considerando incertidumbre en la demanda y propuestas de diferentes conductores. **Revista Escuela de Ingeniería de Antioquia**, Envigado, v. 11, n. 21, p. 97–109, maio 2015. Disponível em: <http://revistas.eia.edu.co/index.php/reveia/article/view/623>. Citado na página 62.

DONG, Z.-Y. *et al.* A differential evolution based method for power system planning. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 8., 2006, Vancouver. **Proceedings...** Vancouver: IEEE, 2006. p. 2699–2706. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1688646>. Citado na página 65.

DORIGO, M.; CARO, G. D.; GAMBARDILLA, L. M. Ant Algorithms for Discrete Optimization. **Artificial Life**, Cambridge, v. 5, n. 2, p. 137–172, abril 1999. ISSN 1064-5462. Disponível em: <http://www.mitpressjournals.org/doi/10.1162/106454699568728>. Citado na página 67.

ELETROBRAS. **Evolução da Transmissão - Rede Básica - Horizonte 2027**. Rio de Janeiro: Eletrobras, 2018. Ilustração de 880x440mm. Disponível em: http://eletrobras.com/pt/AreasdeAtuacao/Evolu%C3%A7%C3%A3o%20da%20Transmiss%C3%A3o_horizontal%202027%20-%20880x440mm%20_2018.pdf. Citado na página 34.

ESCOBAR, A. H. **Planeamiento dinámico de la expansión de sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales**. 2002. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidad Tecnológica de Pereira, 2002. Disponível em: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/handle/11059/3752>. Citado 6 vezes nas páginas 60, 139, 140, 141, 214 e 219.

ESCOBAR, A. H. **Análise crítica de aspectos de modelagem matemática no planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão**. 2008. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2008. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/100331>. Citado 15 vezes nas páginas 15, 19, 37, 60, 61, 69, 76, 78, 95, 96, 97, 100, 101, 142 e 189.

- ESCOBAR, A. H.; GALLEGGO, R. A.; ROMERO, R. A. Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 735–744, maio 2004. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1294976>. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 60.
- ESCOBAR, A. H.; GALLEGGO, R. A.; ROMERO, R. A. Aplicación de algoritmos heurísticos en la construcción de la población inicial de algoritmos genéticos que resuelven el problema de planeamiento de la expansión de la transmisión. **Ingeniería e Investigación**, Bogotá, v. 31, n. 1, p. 127–143, 2011. Disponível em: <http://revistas.unal.edu.co/index.php/ingeninv/article/view/20534>. Citado na página 61.
- ESCOBAR, A. H.; GALLEGGO, R. A.; TORO, E. Búsqueda tabú aplicado al planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión considerando desplanificación. **Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia**, n. 47, p. 164–175, 2009. Disponível em: <http://revistas.udea.edu.co/index.php/ingenieria/article/view/16693>. Citado na página 64.
- ESCOBAR, A. H.; GALLEGGO, R. A.; TORO, E. Encadenamiento de trayectorias aplicado al problema del planeamiento de la transmisión. **Revista Facultad de Ingeniería**, Envigado, n. 53, p. 185–195, 2010. Disponível em: <http://revistas.udea.edu.co/index.php/ingenieria/article/view/14789>. Citado na página 64.
- ESCOBAR, A. H.; ROMERO, R. A.; GALLEGGO, R. A. Transmission network expansion planning considering multiple generation scenarios. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 4., 2008, Bogotá. **Proceedings...** Bogotá: IEEE, 2008. p. 1–6. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4641804>. Citado na página 61.
- FANG, R.-S.; HILL, D. J. A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 1, p. 374–380, fevereiro 2003. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1178822>. Citado 3 vezes nas páginas 85, 188 e 231.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C.; SMITH, S. H. A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for maximum independent set. **Operations Research**, Catonsville, v. 42, n. 5, p. 860–878, outubro 1994. Disponível em: <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.42.5.860>. Citado na página 59.
- FIGUEIREDO, R. M. V.; SILVA, P. H. G.; POSS, M. Uma meta-heurística GRASP para o problema de planejamento de expansão de redes de transmissão com redimensionamento. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 43., 2011, Ubatuba. **Anais...** Ubatuba: Instituto Militar de Engenharia, 2011. p. 851–861. Disponível em: <http://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/cadmat/article/view/11857>. Citado na página 59.
- FISHER, E. B.; O'NEILL, R. P.; FERRIS, M. C. Optimal transmission switching. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 23, n. 3, p. 1346–1355, agosto 2008. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4492805>. Citado na página 69.
- FONSEKA, J.; MIRANDA, V. A hybrid meta-heuristic algorithm for transmission expansion planning. **COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering**, Bingley, v. 23, n. 1,

p. 250–262, março 2004. Disponível em: <http://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/03321640410507789/full/html>. Citado na página 60.

FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. **AMPL: A modeling language for mathematical programming**. 2. ed. California: Duxbury Press, 2003. 517 p. ISBN 0534388094. Disponível em: <http://vanderbei.princeton.edu/307/textbook/AMPLbook.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 143.

GALIANA, F. D.; MCGILLIS, D. T.; MARIN, M. A. Expert systems in transmission planning. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 80, n. 5, p. 712–726, maio 1992. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/137226>. Citado na página 41.

GALLEGO, L. A.; ESCOBAR, A. H. Planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica considerando contingencias. **Scientia et Technica**, Pereira, n. 30, p. 7–12, janeiro 2006. Disponível em: <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/6461>. Citado na página 61.

GALLEGO, L. A. *et al.* High-performance hybrid genetic algorithm to solve transmission network expansion planning. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 11, n. 5, p. 1111–1118, março 2017. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7921721>. Citado na página 63.

GALLEGO, L. A. *et al.* An enhanced Genetic Algorithm to solve the static and multistage transmission network expansion planning. **Journal of Electrical and Computer Engineering**, London, p. 1–12, 2012. Disponível em: <http://www.hindawi.com/journals/jece/2012/781041>. Citado na página 62.

GALLEGO, L. A. *et al.* A specialized genetic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning. In: IEEE BUCHAREST POWERTECH, 8., 2009, Bucharest. **Proceedings...** Bucharest: IEEE, 2009. p. 1–7. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5281970>. Citado na página 62.

GALLEGO, R. A. **Planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão usando técnicas de otimização combinatorial**. 1997. 243 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260615>. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 61.

GALLEGO, R. A. *et al.* Parallel simulated annealing applied to long term transmission network expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 12, n. 1, p. 181–188, fevereiro 1997. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/574938>. Citado na página 63.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. J.; ROMERO, R. A. Comparative studies on nonconvex optimization methods for transmission network expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATIONS, 20., 1997, Columbus. **Proceedings...** Columbus: IEEE, 1997. p. 24–30. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/599370>. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 64.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. J.; ROMERO, R. A. Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm. **IEE Proceedings - Generation**,

Transmission and Distribution, Stevenage, v. 145, n. 3, p. 329, maio 1998. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/685316>. Citado na página 60.

GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. A.; MONTICELLI, A. J. Tabu search algorithm for network synthesis. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 490–495, maio 2000. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/867130>. Citado na página 64.

GARCÉS, L. P.; GALLEGÓ, L. A.; ROMERO, R. Bounded dual simplex algorithm: Definition and structure. In: ZELINKAVÁCLAV, I.; ABRAHAM, S. (Org.). **Handbook of Optimization: From classical to modern approach**. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013, (Intelligent Systems Reference Library, v. 38). cap. 2, p. 29–50. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-30504-7_2. Citado na página 63.

GARCÍA, S.; ESPINOSA, E.; MELGOZA, J. J. R. Expansion of electrical networks considering power quality aspects by applying a multi-objective Tabu Search technique. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, 2., 2015, Las Vegas. **Proceedings...** Las Vegas: IEEE, 2015. p. 53–58. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7424063>. Citado na página 64.

GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-89, n. 7, p. 1688–1697, setembro 1970. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4074249>. Citado 9 vezes nas páginas 33, 42, 43, 57, 58, 60, 80, 185 e 186.

GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. **Handbook of Metaheuristics**. 3. ed. Cham: Springer International Publishing, 2019. 604 p. ISBN 9783319910857. Citado na página 59.

GEOFFRION, A. M. Generalized Benders decomposition. **Journal of Optimization Theory and Applications**, New York, v. 10, n. 4, p. 237–260, outubro 1972. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/BF00934810>. Citado na página 56.

GIDEON, N.; YSKANDAR, H.; CONETH, R. A Comprehensive State-of-the-Art Survey on the Transmission Network Expansion Planning Optimization Algorithms. **IEEE Access**, IEEE, Piscataway, v. 7, p. 123158–123181, 2019. ISSN 2169-3536. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8808878>. Citado na página 42.

GLOVER, F. Tabu Search – Part I. **ORSA Journal on Computing**, Catonsville, v. 1, n. 3, p. 190–206, agosto 1989. Disponível em: <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/ijoc.1.3.190>. Citado na página 63.

GLOVER, F. Tabu Search – Part II. **ORSA Journal on Computing**, Catonsville, v. 2, n. 1, p. 4–32, fevereiro 1990. Disponível em: <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/ijoc.2.1.4>. Citado na página 63.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. 1. ed. Boston: Addison-Wesley Professional, 1989. 432 p. Citado na página 59.

GOMES, P. V.; SARAIVA, J. P. T. State-of-the-art of Transmission Expansion Planning: A survey from restructuring to renewable and distributed electricity markets. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, London, v. 111, p. 411–424, outubro 2019. ISSN 01420615. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151831888X>. Citado na página 42.

GOMORY, R. E. Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs. **Bulletin of the American Mathematical Society**, Providence, v. 64, n. 5, p. 275–278, maio 1958. Disponível em: <http://projecteuclid.org/euclid.bams/1183522679>. Citado na página 56.

GRANVILLE, S.; PEREIRA, M. V. F. **Analysis of the linearized power flow model in Benders decomposition**. Stanford, 1985. 182 p. Citado na página 48.

HAFFNER, S. L. **O planejamento da expansão dos sistemas elétricos no contexto de um ambiente competitivo**. 2000. 168 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260331>. Citado 3 vezes nas páginas 56, 57 e 114.

HAFFNER, S. L. *et al.* Planejamento dinâmico da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica considerando múltiplos estágios. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 15., 1999, Foz de Iguaçu. **Anais...** Foz de Iguaçu: Centro de Gestão de Tecnologia e Inovação, 1999. p. 1–6. Disponível em: <http://www.cgti.org.br/publicacoes/planejamento-dinamico-da-expansao-de-sistemas-de-transmissao-de-energia-eletrica-considerando-multiplos-estagios/>. Citado na página 54.

HAFFNER, S. L. *et al.* Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model. **IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 147, n. 3, p. 149, 2000. ISSN 13502360. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/848584>. Citado na página 56.

HAFFNER, S. L. *et al.* Specialised branch-and-bound algorithm for transmission network expansion planning. **IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 148, n. 5, p. 482, 2001. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/959688>. Citado na página 57.

HEMMATI, R.; HOOSMAND, R.-A.; KHODABAKHSHIAN, A. State-of-the-art of transmission expansion planning: Comprehensive review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, Oxford, v. 23, p. 312–319, julho 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032113001743>. Citado na página 41.

HITCHCOCK, F. L. The distribution of a product from several sources to numerous localities. **Journal of Mathematics and Physics**, Hoboken, v. 20, n. 1-4, p. 224–230, abril 1941. ISSN 00971421. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sapm1941201224>. Citado na página 43.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. 1. ed.

Michigan: University of Michigan Press, 1975. 183 p. ISBN 0472084607. Disponível em: <http://mitpress.mit.edu/books/adaptation-natural-and-artificial-systems>. Citado na página 59.

HUANG, Y.-J.; YAN, A.-M. Research on transmission network planning based on improved ant colony algorithm. **Journal of Residuals Science & Technology**, Lancaster, v. 13, n. 3, p. 535–543, 2016. Disponível em: <http://www.destechpub.com/product/journal-of-residuals-science-technology-2>. Citado na página 68.

IBM Corporation. **IBM ILOG CPLEX Optimization Studio V12.10.0 documentation**. New York, 2020. Disponível em: http://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.10.0/COS_KC_home.html. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 79.

JIN, N.; RAHMAT, Y. Advances in Particle Swarm Optimization for Antenna Designs: Real-Number, Binary, Single-Objective and Multiobjective Implementations. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, Piscataway, v. 55, n. 3, p. 556–567, março 2007. ISSN 0018-926X. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4120267>. Citado na página 67.

JIN, Y.-X. *et al.* New discrete method for particle swarm optimization and its application in transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 77, n. 3-4, p. 227–233, março 2007. ISSN 03787796. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779606000526>. Citado na página 66.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle Swarm Optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 3., 1995, Perth. **Proceedings...** Perth: IEEE, 1995. p. 1942–1948. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/488968>. Citado na página 65.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. A discrete binary version of the Particle Swarm Algorithm. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, 27., 1997, Orlando. **Proceedings...** Orlando: IEEE, 1997. p. 4104–4108. ISBN 0-7803-4053-1. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/637339>. Citado na página 67.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, Washington, DC, v. 220, n. 4598, p. 671–680, maio 1983. Disponível em: <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.220.4598.671>. Citado na página 63.

LACAGNINA, I. V. Simulated Annealing. **Statistical Science**, Shaker Heights, v. 8, n. 1, p. 81–85, fevereiro 1988. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2246034>. Citado na página 63.

LAPSEE. **Sistemas Testes**. 2020. Disponível em: <http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/>. Acesso em: 9 de setembro de 2020. Citado 5 vezes nas páginas 189, 192, 196, 200 e 223.

LATORRE, G. *et al.* Classification of publications and models on transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 938–946, maio 2003. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1198335>. Citado na página 41.

LEE, C. W. *et al.* Transmission expansion planning from past to future. In: IEEE/PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2., 2006, Atlanta. **Proceedings...** Atlanta: IEEE, 2006. p. 257–265. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4075756>. Citado na página 41.

LEVI, V. A.; ČALOVIĆ, M. S. A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 6, n. 3, p. 937–943, agosto 1991. ISSN 08858950. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/119232>. Citado na página 66.

LIMSAKUL, P.; POTHIA, S.; LEEPRECHANON, N. Application of ant colony optimization to transmission network expansion planning with security constraint. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN POWER SYSTEM CONTROL, OPERATION AND MANAGEMENT, 8., 2009, Hong Kong. **Proceedings...** Hong Kong: IET, 2009. p. 1–6. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5526690>. Citado na página 68.

LIU, J.-H.; FAN, X.-P.; QU, Z.-H. An Improved Particle Swarm Optimization with Mutation Based on Similarity. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NATURAL COMPUTATION, 3., 2007, Haikou. **Proceedings...** Haikou: IEEE, 2007. p. 824–828. ISBN 0-7695-2875-9. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4344786>. Citado na página 66.

LÖFQUIST, L. Is there a universal human right to electricity? **The International Journal of Human Rights**, Taylor & Francis, Abingdon, p. 1–13, outubro 2019. ISSN 1364-2987. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13642987.2019.1671355>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

LOPES, V. S. **Metaheurística GRASP para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica**. 2013. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2013. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/87168>. Citado na página 59.

LUMBRERAS, S.; RAMOS, A. The new challenges to transmission expansion planning. Survey of recent practice and literature review. **Electric Power Systems Research**, Elsevier B.V., Amsterdam, v. 134, p. 19–29, maio 2016. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378779615003090>. Citado na página 41.

MAHDAVI, M.; BAGHERI, A. BPSO applied to TNEP considering adequacy criterion. **American Journal of Neural Networks and Applications**, New York, v. 4, n. 1, p. 1–7, janeiro 2018. Disponível em: <http://www.sciencepublishinggroup.com/journal/paperinfo?journalid=339&doi=10.11648/j.ajna.20180401.11>. Citado na página 67.

MAHDAVI, M.; MONSEF, H. Review of static transmission expansion planning. **Journal of Electrical and Control Engineering**, New York, v. 1, n. 1, p. 11–18, 2011. Citado na página 41.

MAHDAVI, M. *et al.* Transmission Expansion Planning: Literature Review and Classification. **IEEE Systems Journal**, IEEE, Piscataway, v. 13, n. 3, p. 3129–3140, setembro 2019. ISSN 1932-8184. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8482504>. Citado na página 42.

MANSANO, E. M. **Algoritmos Busca Tabu paralelos aplicados ao planejamento da expansão da transmissão de energia elétrica**. 2008. 144 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2008. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/87228>. Citado na página 64.

MENESES, M. A. *et al.* Transmission Network Expansion Planning Considering Line Switching. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 115148–115158, junho 2020. ISSN 2169-3536. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/9121992/>. Citado na página 229.

MIASAKI, C. T. **Planejamento da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica utilizando controladores FACTS**. 2006. 137 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2006. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/100368>. Citado na página 95.

MIRANDA, V. Evolutionary Algorithms with Particle Swarm Movements. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEMS APPLICATION TO POWER SYSTEMS, 13., 2005, Arlington. **Proceedings...** Arlington: IEEE, 2005. p. 6–21. ISBN 1-59975-174-7. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1599236>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 67.

MOLINA, J. D.; RUDNICK, H. Transmission of electric energy: A bibliographic review. **IEEE Latin America Transactions**, Piscataway, v. 8, n. 3, p. 245–258, junho 2010. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5538399>. Citado na página 41.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blücher, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 52.

MONTICELLI, A. J. *et al.* Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-101, n. 10, p. 3919–3925, outubro 1982. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4111207>. Citado 3 vezes nas páginas 33, 57 e 109.

NASCIMENTO, E. **Modelagem generalizada do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão**. 2014. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/111137>. Citado 8 vezes nas páginas 37, 38, 70, 71, 78, 95, 114 e 141.

NIHARIKA; VERMA, S.; MUKHERJEE, V. Transmission expansion planning: A review. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENERGY EFFICIENT TECHNOLOGIES FOR SUSTAINABILITY, 2., 2016, Nagercoil. **Proceedings...** Nagercoil: IEEE, 2016. p. 350–355. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7583779>. Citado na página 41.

NIU, D.-X. *et al.* An improved particle swarm optimization method based on borderline search strategy for transmission network expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND CYBERNETICS, 5., 2006, Dalian. **Proceedings...** Dalian: IEEE, 2006. p. 2846–2850. ISBN 1-4244-0061-9. ISSN 00029610. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4028546>. Citado na página 65.

PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. UPSO: A Unified Particle Swarm Optimization Scheme. In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF COMPUTATIONAL METHODS IN SCIENCES AND ENGINEERING, 1., 2004, Attica. **Proceedings...** Attica: VSP International, 2004. p. 868–873. Disponível em: <http://www.taylorfrancis.com/books/9781482284201/chapters/10.1201/9780429081385-222>. Citado na página 66.

PEREIRA, M. V. F. *et al.* A decomposition approach to automated generation/transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-104, n. 11, p. 3074–3083, novembro 1985. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4112986>. Citado na página 58.

RAHMANI, M. **Análise de novos modelos matemáticos para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.** 2013. 142 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2013. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/100352>. Citado na página 51.

RAHMANI, M. *et al.* Efficient method for AC transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Elsevier B.V., Amsterdam, v. 80, n. 9, p. 1056–1064, setembro 2010. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779610000398>. Citado na página 60.

REN, P.; LI, N. Optimal expansion planning of high-voltage transmission network using the composite Particle Swarm optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, 2., 2010, Sanya. **Proceedings...** Sanya: IEEE, 2010. p. 170–173. ISBN 978-1-4244-8432-4. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5656637>. Citado na página 66.

RESENDE, A. S. **Particle swarm optimization aplicada ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão.** 2014. 161 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/110515>. Citado na página 67.

RESENDE, A. S.; ARCARI, I.; ROMERO, R. A. Particle swarm optimization aplicada ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 20., 2014, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidad Federal de Minas Gerais, 2014. p. 1466–1473. Citado na página 67.

REZENDE, L. S. **Planejamento da expansão de sistemas de transmissão através de otimização por Colônia de Formigas.** 2006. 99 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Itajubá, 2006. Disponível em: <http://saturno.unifei.edu.br/bim/0030236.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 68.

RIDER, M. J. **Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando os modelos CC-CA e técnicas de programação não-linear.**

2006. 236 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 2006. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260508>. Citado 11 vezes nas páginas 145, 146, 151, 154, 157, 187, 193, 194, 202, 204 e 228.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. A. A constructive heuristic algorithm to short term transmission network expansion planning. In: IEEE/PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 1., 2004, Denver. **Proceedings...** Denver: IEEE, 2004. p. 2108–2114. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1373255>. Citado na página 58.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. A. Power system transmission network expansion planning using AC model. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 1, n. 5, p. 731, agosto 2007. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4295000>. Citado na página 58.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. A. Transmission system expansion planning by a branch-and-bound algorithm. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 2, n. 1, p. 90, janeiro 2008. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4436109>. Citado na página 57.

ROCHA, M. J. C. da. **Transmission expansion planning: A multiyear approach considering uncertainties**. 2011. 345 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade do Porto, 2011. Disponível em: <http://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/64688>. Citado na página 66.

ROCHA, M. J. C. da; SARAIVA, J. P. T. Multiyear transmission expansion planning using discrete evolutionary particle swarm optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE EUROPEAN ENERGY MARKET, 8., 2011, Zagreb. **Proceedings...** Zagreb: IEEE, 2011. p. 802–807. ISBN 978-1-61284-285-1. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5953119>. Citado na página 66.

ROCHA, M. J. C. da; SARAIVA, J. P. T. Transmission expansion planning - A multiyear dynamic approach using a discrete evolutionary particle swarm optimization algorithm. **EPJ Web of Conferences**, Les Ulis, v. 33, p. 04003, outubro 2012. ISSN 2100-014X. Disponível em: <http://www.epj-conferences.org/10.1051/epjconf/20123304003>. Citado na página 66.

ROCHA, M. J. C. da; SARAIVA, J. P. T. A discrete evolutionary PSO based approach to the multiyear transmission expansion planning problem considering demand uncertainties. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier Ltd, London, v. 45, n. 1, p. 427–442, 2013. ISSN 01420615. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151200539X>. Citado na página 66.

ROMERO, R. A. **Planejamento da expansão da geração de sistemas de transmissão por decomposição de benders hierarquizada**. 1989. 139 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1989. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260872>. Citado na página 56.

ROMERO, R. A. **Um método de decomposição para planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão**. 1993. 163 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/260359>. Citado 6 vezes nas páginas 56, 80, 81, 110, 144 e 148.

ROMERO, R. A.; GALLEGOS, R. A.; MONTICELLI, A. J. Transmission system expansion planning by simulated annealing. In: POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATIONS CONFERENCE, 19., 1995, Salt Lake City. **Proceedings...** Salt Lake City: IEEE, 1995. p. 278–283. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/515195>. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 63.

ROMERO, R. A.; MONTICELLI, A. J. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 373–380, 1994. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/317588>. Citado na página 56.

ROMERO, R. A.; RIDER, M. J.; SILVA, I. d. J. A metaheuristic to solve the transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 2289–2291, novembro 2007. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4349121>. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.

ROMERO, R. A. *et al.* Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 277, abril 2005. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1421148>. Citado 6 vezes nas páginas 58, 85, 86, 87, 96 e 97.

RUDNICK, H. *et al.* Economically adapted transmission systems in open access schemes-application of genetic algorithms. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 11, n. 3, p. 1427–1440, agosto 1996. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/535684>. Citado na página 60.

SÁNCHEZ, I. G. *et al.* Transmission-expansion planning using the DC model and nonlinear-programming technique. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 152, n. 6, p. 763, novembro 2005. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1532093>. Citado na página 58.

SHARIFNIA, A.; AASHTIANI, H. Z. Transmission network planning: A method for synthesis of minimum-cost secure networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-104, n. 8, p. 2025–2034, agosto 1985. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4113343>. Citado na página 48.

SHAYEGHI, H.; MAHDAVI, M.; BAGHERI, A. An improved DPSO with mutation based on similarity algorithm for optimization of transmission lines loading. **Energy Conversion and Management**, Elsevier Ltd, London, v. 51, n. 12, p. 2715–2723, dezembro 2010. ISSN 01968904. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890410002177>. Citado na página 66.

SHAYEGHI, H.; MAHDAVI, M.; BAGHERI, A. Discrete PSO algorithm based optimization of transmission lines loading in TNEP problem. **Energy Conversion and Management**, Elsevier Ltd, London, v. 51, n. 1, p. 112–121, janeiro 2010. ISSN 01968904.

Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890409003409>. Citado na página 66.

SHAYEGHI, H.; MAHDAVI, M.; KAZEMI, A. Discrete particle swarm optimization algorithm used for TNEP considering network adequacy restriction. **International Journal of Electrical and Computer Engineering**, Bantul, v. 3, n. 3, p. 521–528, março 2009. Disponível em: <http://zenodo.org/record/1061432>. Citado na página 66.

SILVA, A. M. L. da *et al.* Tabu search applied to transmission expansion planning considering losses and interruption costs. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABLISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS, 10., 2008, Rincon. **Proceedings...** Rincon: IEEE, 2008. p. 1–7. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4912634>. Citado na página 64.

SILVA, A. M. L. da *et al.* Reliability worth applied to transmission expansion planning based on ant colony system. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier Ltd, London, v. 32, n. 10, p. 1077–1084, dezembro 2010. ISSN 01420615. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061510001079>. Citado na página 68.

SILVA, E. F. da. **Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança**. 2013. 181 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2013. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/100350>. Citado 8 vezes nas páginas 125, 129, 130, 185, 190, 206, 208 e 211.

SILVA, E. F. da; RAHMANI, M.; RIDER, M. J. A search space reduction strategy and a mathematical model for multistage transmission expansion planning with N-1 security constrains. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 26, n. 1, p. 57–67, fevereiro 2015. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s40313-014-0154-2>. Citado na página 126.

SILVA, E. L. da *et al.* Transmission network expansion planning under a tabu search approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 62–68, fevereiro 2001. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/910782>. Citado na página 64.

SILVA, E. L. da; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved Genetic Algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATIONS, 21., 1999, Santa Clara. **Proceedings...** Santa Clara: IEEE, 1999. p. 315–321. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/779513>. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 139.

SOUSA, A. S. **Tomada de decisão fuzzy e busca tabu aplicadas ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão**. 2009. 128 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, 2009. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18154/tde-27052009-142518/pt-br.php>. Citado na página 64.

STEVENSON, W. D. **Elements of power system analysis**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1962. 388 p. ISBN 007061282X. Citado 3 vezes nas páginas 52, 57 e 79.

STORN, R. On the usage of differential evolution for function optimization. In: CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, 15., 1996, Berkeley. **Proceedings...** Berkeley: IEEE, 1996. p. 519–523. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/534789>. Citado na página 65.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution - A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces**. Berkeley, 1995. Disponível em: <http://www.icsi.berkeley.edu/ftp/global/global/pub/techreports/1995/tr-95-012.pdf>. Citado na página 65.

SUM-IM, T. *et al.* Differential evolution algorithm for static and multistage transmission expansion planning. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Stevenage, v. 3, n. 4, p. 365–384, março 2009. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4806235>. Citado na página 65.

SUN, J.; FENG, B.; XU, W.-B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 6., 2004, Portland. **Proceedings...** Portland: IEEE, 2004. p. 325–331. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1330875>. Citado na página 67.

SUN, J.; XU, W.-B.; FENG, B. A global search strategy of quantum-behaved Particle Swarm Optimization. In: IEEE CONFERENCE ON CYBERNETICS AND INTELLIGENT SYSTEMS, 1., 2004, Singapore. **Proceedings...** Singapore: IEEE, 2004. p. 111–116. ISBN 0-7803-8643-4. ISSN 1578-1275. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1460396>. Citado na página 67.

SUN, J.; XU, W.-B.; LIU, J. Parameter Selection of Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization. In: WANG, L.; CHEN, K.; ONG, Y. S. (Org.). **Advances in Natural Computation: First International Conference, ICNC 2005, Changsha, China, August 27-29, 2005, Proceedings, Part III**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, (Lecture Notes in Computer Science, v. 3612). cap. 66, p. 543–552. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/11539902_66. Citado na página 67.

TORRES, S. P.; Castro Jr., C. A. de. Parallel particle swarm optimization applied to the static Transmission Expansion Planning problem. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 6., 2012, Montevideo. **Proceedings...** Montevideo: IEEE, 2012. p. 1–6. ISBN 978-1-4673-2673-5. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6319053>. Citado na página 66.

TORRES, S. P. *et al.* Comparison of Particle Swarm based meta-heuristics for the Electric Transmission Network Expansion Planning problem. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 9., 2011, Detroit. **Proceedings...** Detroit: IEEE, 2011. p. 1–7. ISBN 978-1-4577-1000-1. ISSN 19449925. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6039571>. Citado na página 66.

TORRES, S. P.; Castro Jr., C. A. de; RIDER, M. J. Transmission Expansion Planning by using DC and AC models and Particle Swarm Optimization. In: FORNARELLI, G.; MESCIA, L. (Org.). **Swarm Intelligence for Electric and Electronic Engineering**. 1. ed. Pennsylvania: IGI Global, 2013. cap. 13, p. 260–284. ISBN 1466626666. Disponível em: <http://services.igi-global.com/resolvedoi/resolve.aspx?doi=10.4018/978-1-4666-2666-9.ch013>. Citado na página 67.

United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. **World Population Prospects 2019: Methodology of the United Nations population estimates and projections**. New York: United Nations, 2019. 61 p. Disponível em: <http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/index.asp>. Citado na página 35.

VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-104, n. 2, p. 349–356, fevereiro 1985. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4113089>. Citado 4 vezes nas páginas 46, 47, 58 e 61.

VILLASANA, R. V. **Transmission network planning using linear and linear mixed integer programming**. 1984. 257 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Computação e Sistemas, Instituto Politécnico Ressenlaer, 1984. Citado na página 48.

VINASCO, G.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 26, n. 4, p. 2574–2576, novembro 2011. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5744145>. Citado 4 vezes nas páginas 52, 54, 55 e 75.

WANG, X.-F. **Power system optimizing planning**. Beijing: Hydraulic and Electric Power Press, 1990. Citado na página 65.

WANG, X.-F.; MCDONALD, J. R. **Modern power system planning**. New York: McGraw-Hill, 1994. 465 p. ISBN 0077074149. Citado na página 63.

WANG, X.-L.; WANG, X.-F.; MAO, Y.-B. Improved genetic algorithm for optimal multistage transmission system planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 3., 2001, Vancouver. **Proceedings...** Vancouver: IEEE, 2001. p. 1737–1742. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/970338>. Citado na página 53.

WEN, F.-S.; CHANG, C. S. Transmission network optimal planning using the tabu search method. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 42, n. 2, p. 153–163, agosto 1997. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877969601200X>. Citado na página 63.

WU, P. *et al.* Transmission network expansion planning under interval load. In: CHINA INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICITY DISTRIBUTION, 4., 2010, Nanjing. **Proceedings...** Nanjing: IEEE, 2010. p. 365–389. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5735977>. Citado na página 59.

ZHAN, Z.-H. *et al.* Adaptive Particle Swarm Optimization. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)**, IEEE, Piscataway, v. 39, n. 6, p. 1362–1381, dezembro 2009. ISSN 1083-4419. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4812104>. Citado na página 67.

APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS TESTES

Neste apêndice serão apresentados os dados dos sistemas de barras usados no presente trabalho de pesquisa.

A.1 SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS CC

Neste sistema a barra de referência é a barra 1 e a base usada nos cálculos é de 100 MVA.

Tabela 26 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CC.

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)	$\overline{P_i^g}$ (MW)
1	80	50	150
2	240	0	0
3	40	165	360
4	160	0	0
5	240	0	0
6	0	545	600

Fonte: ([GARVER, 1970](#))

Tabela 27 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CC multiestágio.

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$\overline{P_{i,1}^g}$ (MW)	$\overline{P_{i,2}^g}$ (MW)	$\overline{P_{i,3}^g}$ (MW)
1	48	64	80	160	160	160
2	144	192	240	0	0	0
3	24	32	40	360	360	360
4	96	128	160	0	0	0
5	144	192	240	0	0	0
6	0	0	0	610	610	610

Fonte: ([SILVA, 2013](#))

Tabela 28 – Dados das linhas do Sistema Garver de 6 barras CC.

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
1-2	0,40	1	100	40	5
1-3	0,38	0	100	38	5
1-4	0,60	1	80	60	5
1-5	0,20	1	100	20	5
1-6	0,68	0	70	68	5
2-3	0,20	1	100	20	5
2-4	0,40	1	100	40	5
2-5	0,31	0	100	31	5
2-6	0,30	0	100	30	5
3-4	0,59	0	82	59	5
3-5	0,20	1	100	20	5
3-6	0,48	0	100	48	5
4-5	0,63	0	75	63	5
4-6	0,30	0	100	30	5
5-6	0,61	0	78	61	5

Fonte: (GARVER, 1970)

Fim.

A.2 SISTEMA GARVER DE 6 BARRAS CA

Neste sistema a barra de referência é a barra 1, a base usada nos cálculos é de 100 MVA e os limites de tensão são de 0.95 p.u e 1.05 pu.

Tabela 29 – Dados das barras do Sistema Garver de 6 barras CA.

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)
1	Ref	80	16	160	0	48	-10
2	PQ	240	48	0	0	0	0
3	PV	40	8	370	0	101	-10
4	PQ	160	32	0	0	0	0
5	PQ	240	48	0	0	0	0
6	PV	0	0	610	0	183	-10

Fonte: (RIDER, 2006)

Tabela 30 – Dados das linhas do Sistema Garver de 6 barras CA.

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
1–2	0,040	0,40	1	120	40	5
1–3	0,038	0,38	0	120	38	5
1–4	0,060	0,60	1	100	60	5
1–5	0,020	0,20	1	120	20	5
1–6	0,068	0,68	0	90	68	5
2–3	0,020	0,20	1	120	20	5
2–4	0,040	0,40	1	120	40	5
2–5	0,031	0,31	0	120	31	5
2–6	0,030	0,30	0	120	30	5
3–4	0,059	0,59	0	102	59	5
3–5	0,020	0,20	1	120	20	5
3–6	0,048	0,48	0	120	48	5
4–5	0,063	0,63	0	95	63	5
4–6	0,030	0,30	0	120	30	5
5–6	0,061	0,61	0	98	61	5

Fonte: (RIDER, 2006)

Fim.

A.3 SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CC

Neste sistema a barra de referência é a barra 1 e a base usada nos cálculos é de 100 MVA.

Tabela 31 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC sem redespacho.

Barras	P_i^d (MW)	$P_{i,1}^g$ (MW)	$P_{i,2}^g$ (MW)	$P_{i,3}^g$ (MW)	$P_{i,4}^g$ (MW)
1	324	576	465	576	520
2	291	576	576	576	520
3	540	0	0	0	0

continua.

Tabela 31 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC sem redespacho (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	$P_{i,1}^g$ (MW)	$P_{i,2}^g$ (MW)	$P_{i,3}^g$ (MW)	$P_{i,4}^g$ (MW)
4	222	0	0	0	0
5	213	0	0	0	0
6	408	0	0	0	0
7	375	900	722	900	812
8	513	0	0	0	0
9	525	0	0	0	0
10	585	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	795	1773	1424	1457	1599
14	582	0	0	0	0
15	951	645	645	325	581
16	300	465	465	282	419
17	0	0	0	0	0
18	999	1200	1200	603	718
19	543	0	0	0	0
20	384	0	0	0	0
21	0	1200	1200	951	1077
22	0	900	900	900	900
23	0	315	953	1980	1404
24	0	0	0	0	0

Fonte: (FANG; HILL, 2003)

Fim.

Tabela 32 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho.

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,1}^g$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,2}^g$ (MW)
1	357	635	324	576
2	321	635	291	576
3	595	0	540	0
4	245	0	212	0

continua.

Tabela 32 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC com redespacho (Continuação).

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,1}^g$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,2}^g$ (MW)
5	235	0	213	0
6	450	0	408	0
7	413	992	375	900
8	577	0	523	0
9	579	0	525	0
10	645	0	585	0
11	0	0	0	0
12	0	0	0	0
13	876	1955	795	1773
14	642	0	582	0
15	1048	711	951	645
16	331	513	300	465
17	0	0	0	0
18	1101	1323	999	1200
19	599	0	543	0
20	423	0	384	0
21	0	1323	0	1200
22	0	992	0	900
23	0	2183	0	1980
24	0	0	0	0

Fonte: (LAPSEE, 2020) e (ESCOBAR, 2008)

Fim.

Tabela 33 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio.

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)
1	324	340	357	576	605	635
2	291	306	321	576	605	635
3	540	567	595	0	0	0
4	222	233	245	0	0	0
5	213	224	235	0	0	0

continua.

Tabela 33 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CC multiestágio (Continuação).

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)
6	408	428	450	0	0	0
7	375	394	413	900	945	992
8	523	549	577	0	0	0
9	525	551	579	0	0	0
10	585	614	645	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	795	835	876	1773	1862	1955
14	582	611	642	0	0	0
15	951	999	1048	645	677	711
16	300	315	331	465	488	513
17	0	0	0	0	0	0
18	999	1049	1101	1200	1260	1323
19	543	570	599	0	0	0
20	384	403	423	0	0	0
21	0	0	0	1200	1260	1323
22	0	0	0	900	945	992
23	0	0	0	1980	2079	2183
24	0	0	0	0	0	0

Fonte: (SILVA, 2013)

Fim.

Tabela 34 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CC.

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f}_{ij}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n}_{ij}$
1-2	0,0139	1	175	3	5
1-3	0,2112	1	175	55	5
1-5	0,0845	1	175	22	5
2-4	0,1267	1	175	33	5
2-6	0,1920	1	175	50	5
3-9	0,1190	1	175	31	5

continua.

Tabela 34 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
3–24	0,0839	1	400	50	5
4–9	0,1037	1	175	27	5
5–10	0,0883	1	175	23	5
6–10	0,0605	1	175	16	5
7–8	0,0614	1	175	16	5
8–9	0,1651	1	175	43	5
8–10	0,1651	1	175	43	5
9–11	0,0839	1	400	50	5
9–12	0,0839	1	400	50	5
10–11	0,0839	1	400	50	5
10–12	0,0839	1	400	50	5
11–13	0,0476	1	500	66	5
11–14	0,0418	1	500	58	5
12–13	0,0476	1	500	66	5
12–23	0,0966	1	500	134	5
13–23	0,0865	1	500	120	5
14–16	0,0389	1	500	54	5
15–16	0,0173	1	500	24	5
15–21	0,0490	2	500	68	5
15–24	0,0519	1	500	72	5
16–17	0,0259	1	500	36	5
16–19	0,0231	1	500	32	5
17–18	0,0144	1	500	20	5
17–22	0,1053	1	500	146	5
18–21	0,0259	2	500	36	5
19–20	0,0396	2	500	55	5
20–23	0,0216	2	500	30	5
21–22	0,0678	1	500	94	5
1–8	0,1344	0	500	35	5
2–8	0,1267	0	500	33	5
6–7	0,1920	0	500	50	5
13–14	0,0447	0	500	62	5
14–23	0,0620	0	500	86	5
16–23	0,0822	0	500	114	5

continua.

Tabela 34 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
19–23	0,0606	0	500	84	5

Fonte: ([LAPSEE, 2020](#))*Fim.*

A.4 SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS CA

Neste sistema a barra de referência é a barra 1, a base usada nos cálculos é de 100 MVA e os limites de tensão são de 0.95 p.u e 1.05 pu.

Tabela 35 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CA.

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P_i^g}$ (MW)	$\underline{P_i^g}$ (MW)	$\overline{Q_i^g}$ (MVar)	$\underline{Q_i^g}$ (MVar)
1	Ref	324	66	576	0	240	-150
2	PV	291	60	576	0	240	-150
3	PQ	540	111	0	0	0	0
4	PQ	222	45	0	0	0	0
5	PQ	213	42	0	0	0	0
6	PV	408	84	0	0	0	-300
7	PV	375	75	900	0	540	0
8	PQ	513	105	0	0	0	0
9	PQ	525	108	0	0	0	0
10	PQ	585	120	0	0	0	0
11	PQ	0	0	0	0	0	0
12	PQ	0	0	0	0	0	0
13	PV	795	162	1773	0	720	0
14	PV	582	117	0	0	600	-150
15	PV	951	192	645	0	330	-150
16	PV	300	60	465	0	240	-150
17	PQ	0	0	0	0	0	0
18	PV	999	204	1200	0	600	-150
19	PQ	543	111	0	0	0	0
20	PQ	384	78	0	0	0	0

continua.

Tabela 35 – Dados das barras do Sistema IEEE de 24 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)
21	PV	0	0	1200	0	600	-150
22	PV	0	0	900	0	288	-180
23	PV	0	0	1980	0	930	-375
24	PQ	0	0	0	0	0	0

Fonte: ([RIDER, 2006](#))*Fim.*

Tabela 36 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CA.

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f}_{ij}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n}_{ij}$
1-2	0,0026	0,0139	0,4611	1	200	3	3
1-3	0,0546	0,2112	0,0572	1	220	55	3
1-5	0,0218	0,0845	0,0229	1	220	22	3
1-8	0,0348	0,1344	0,0000	0	220	35	3
2-4	0,0328	0,1267	0,0343	1	220	33	3
2-6	0,0497	0,1920	0,0520	1	220	50	3
2-8	0,0328	0,1267	0,0000	0	220	33	3
3-9	0,0308	0,1190	0,0322	1	220	31	3
3-24	0,0023	0,0839	0,0000	1	600	50	3
4-9	0,0268	0,1037	0,0281	1	220	27	3
5-10	0,0228	0,0883	0,0239	1	220	23	3
6-7	0,0497	0,1920	0,0000	0	220	50	3
6-10	0,0139	0,0605	2,4590	1	200	16	3
7-8	0,0159	0,0614	0,0166	1	220	16	3
8-9	0,0427	0,1651	0,0447	1	220	43	3
8-10	0,0427	0,1651	0,0447	1	220	43	3
9-11	0,0023	0,0839	0,0000	1	600	50	3
9-12	0,0023	0,0839	0,0000	1	600	50	3
10-11	0,0023	0,0839	0,0000	1	600	50	3
10-12	0,0023	0,0839	0,0000	1	600	50	3
11-13	0,0061	0,0476	0,0999	1	625	66	3
11-14	0,0054	0,0418	0,0879	1	625	58	3

continua.

Tabela 36 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 24 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
12–13	0,0061	0,0476	0,0999	1	625	66	3
12–23	0,0124	0,0966	0,2030	1	625	134	3
13–14	0,0057	0,0447	0,0000	0	625	62	3
13–23	0,0111	0,0865	0,1818	1	625	120	3
14–16	0,0050	0,0389	0,0818	1	625	54	3
14–23	0,0080	0,0620	0,0000	0	625	86	3
15–16	0,0022	0,0173	0,0364	1	625	24	3
15–21	0,0063	0,0490	0,1030	2	625	68	3
15–24	0,0067	0,0519	0,1091	1	625	72	3
16–17	0,0033	0,0259	0,0545	1	625	36	3
16–19	0,0030	0,0231	0,0485	1	625	32	3
16–23	0,0105	0,0822	0,0000	0	625	114	3
17–18	0,0018	0,0144	0,0303	1	625	20	3
17–22	0,0135	0,1053	0,2212	1	625	146	3
18–21	0,0033	0,0259	0,0545	2	625	36	3
19–20	0,0051	0,0396	0,0833	2	625	55	3
19–23	0,0078	0,0606	0,0000	0	625	84	3
20–23	0,0028	0,0216	0,0455	2	625	30	3
21–22	0,0087	0,0678	0,1424	1	625	94	3

Fonte: (RIDER, 2006)

Fim.

A.5 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CC

Neste sistema a barra de referência é a barra 14 e a base usada nos cálculos é de 100 MVA.

Tabela 37 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC.

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)	$\overline{P_i^g}$ (MW)
1	0	0	0
2	443,1	0	0
3	0	0	0

continua.

Tabela 37 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)	$\overline{P}_i^g$ (MW)
4	300,7	0	0
5	238	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	72,2	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	511,9	0	0
13	185,8	0	0
14	0	944	1257
15	0	0	0
16	0	1366	2000
17	0	1000	1050
18	0	0	0
19	0	773	1670
20	1091,2	0	0
21	0	0	0
22	81,9	0	0
23	458,1	0	0
24	478,2	0	0
25	0	0	0
26	231,9	0	0
27	0	54	220
28	0	730	800
29	0	0	0
30	0	0	0
31	0	310	700
32	0	450	500
33	229,1	0	0
34	0	221	748
35	216	0	0
36	90,1	0	0
37	0	212	300

continua.

Tabela 37 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)	$\overline{P}_i^g$ (MW)
38	216	0	0
39	0	221	600
40	262,1	0	0
41	0	0	0
42	1607,9	0	0
43	0	0	0
44	79,1	0	0
45	86,7	0	0
46	0	599	700

Fonte: ([LAPSEE, 2020](#))*Fim.*

Tabela 38 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio.

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)
1	0	0	0	0	0	0
2	498,71	578,14	670,23	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	338,44	392,35	454,84	0	0	0
5	267,87	310,54	360	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	81,26	94,2	109,21	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	576,15	667,91	774,29	0	0	0
13	209,12	242,43	281,04	0	0	0
14	0	0	0	1257	1257	1257
15	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	2000	2000	2000
17	0	0	0	1050	1050	1050

continua.

Tabela 38 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC multiestágio (Continuação).

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)
18	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1670	1670	1670
20	1228,16	1423,77	1650,54	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0
22	92,18	106,86	123,88	0	0	0
23	515,6	597,72	692,92	0	0	0
24	538,22	623,94	723,32	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0
26	261,01	302,58	350,77	0	0	0
27	0	0	0	220	220	220
28	0	0	0	800	800	800
29	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	700	700	700
32	0	0	0	850	850	850
33	257,85	298,92	346,53	0	0	0
34	0	0	0	748	748	748
35	243,11	281,83	326,72	0	0	0
36	101,41	117,56	136,28	0	0	0
37	0	0	0	300	300	300
38	243,11	281,83	326,72	0	0	0
39	0	0	0	600	600	600
40	295	341,98	396,45	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0
42	1809,71	2097,94	2432,09	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0
44	89,03	103,21	119,65	0	0	0
45	97,58	113,12	131,14	0	0	0
46	0	0	0	700	700	700

Fonte: (DOMÍNGUEZ, 2017)

Fim.

Tabela 39 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC.

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
1-7	0,0616	1	270	4349	3
1-2	0,1065	2	270	7076	3
4-9	0,0924	1	270	6217	3
5-9	0,1173	1	270	7732	3
5-8	0,1132	1	270	7480	3
7-8	0,1023	1	270	6823	3
4-5	0,0566	2	270	4046	3
2-5	0,0324	2	270	2581	3
8-13	0,1348	1	240	8793	3
9-14	0,1756	2	220	11267	3
12-14	0,0740	2	270	5106	3
14-18	0,1514	2	240	9803	3
13-18	0,1805	1	220	11570	3
13-20	0,1073	1	270	7126	3
18-20	0,1997	1	200	12732	3
19-21	0,0278	1	1500	32632	3
16-17	0,0078	1	2000	10505	3
17-19	0,0061	1	2000	8715	3
14-26	0,1614	1	220	10409	3
14-22	0,0840	1	270	5712	3
22-26	0,0790	1	270	5409	3
20-23	0,0932	2	270	6268	3
23-24	0,0774	2	270	5308	3
26-27	0,0832	2	270	5662	3
24-34	0,1647	1	220	10611	3
24-33	0,1448	1	240	9399	3
33-34	0,1265	1	270	8288	3
27-36	0,0915	1	270	6167	3
27-38	0,2080	2	200	13237	3
36-37	0,1057	1	270	7025	3
34-35	0,0491	2	270	3591	3
35-38	0,1980	1	200	12631	3
37-39	0,0283	1	270	2329	3

continua.

Tabela 39 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
37–40	0,1281	1	270	8389	3
37–42	0,2105	1	200	13388	3
39–42	0,2030	3	200	12934	3
40–42	0,0932	1	270	6268	3
38–42	0,0907	3	270	6116	3
32–43	0,0309	1	1400	35957	3
42–44	0,1206	1	270	7934	3
44–45	0,1864	1	200	11924	3
19–32	0,0195	1	1800	23423	3
46–19	0,0222	1	1800	26365	3
46–16	0,0203	1	1800	24319	3
18–19	0,0125	1	600	8178	3
20–21	0,0125	1	600	8178	3
42–43	0,0125	1	600	8178	3
2–4	0,0882	0	270	5965	3
14–15	0,0374	0	270	2884	3
46–10	0,0081	0	2000	10889	3
4–11	0,2246	0	240	14247	3
5–11	0,0915	0	270	6167	3
46–6	0,0128	0	2000	16005	3
46–3	0,0203	0	1800	24319	3
16–28	0,0222	0	1800	26365	3
16–32	0,0311	0	1400	36213	3
17–32	0,0232	0	1700	27516	3
19–25	0,0325	0	1400	37748	3
21–25	0,0174	0	2000	21121	3
25–32	0,0319	0	1400	37109	3
31–32	0,0046	0	2000	7052	3
28–31	0,0053	0	2000	7819	3
28–30	0,0058	0	2000	8331	3
27–29	0,0998	0	270	6672	3
26–29	0,0541	0	270	3894	3
28–41	0,0339	0	1300	39283	3
28–43	0,0406	0	1200	46701	3

continua.

Tabela 39 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
31–41	0,0278	0	1500	32632	3
32–41	0,0309	0	1400	35957	3
41–43	0,0139	0	2000	17284	3
40–45	0,2205	0	180	13994	3
15–16	0,0125	0	600	8178	3
46–11	0,0125	0	600	8178	3
24–25	0,0125	0	600	8178	3
29–30	0,0125	0	600	8178	3
40–41	0,0125	0	600	8178	3
2–3	0,0125	0	600	8178	3
5–6	0,0125	0	600	8178	3
9–10	0,0125	0	600	8178	3

Fonte: (LAPSEE, 2020)

Fim.

A.6 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS CA

Neste sistema a barra de referência é a barra 14, a base usada nos cálculos é de 100 MVA e os limites de tensão são de 0.95 p.u e 1.05 pu.

Tabela 40 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)
1	PQ	0	0	0	0	0	0
2	PQ	443,1	66,5	0	0	0	0
3	PQ	0	0	0	0	0	0
4	PQ	300,7	45,1	0	0	0	0
5	PQ	238	35,7	0	0	0	0
6	PQ	0	0	0	0	0	0
7	PQ	0	0	0	0	0	0
8	PQ	72,2	10,8	0	0	0	0
9	PQ	0	0	0	0	0	0

continua.

Tabela 40 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)
10	PQ	0	0	0	0	0	0
11	PQ	0	0	0	0	0	0
12	PQ	511,9	76,8	0	0	0	0
13	PQ	185,8	27,9	0	0	0	0
14	Ref	0	0	2000	0	600	-200
15	PQ	0	0	0	0	0	0
16	PV	0	0	2000	0	600	-200
17	PV	0	0	1050	0	315	-105
18	PQ	0	0	0	0	0	0
19	PV	0	0	1670	0	501	-167
20	PQ	1091,2	163,7	0	0	0	0
21	PQ	0	0	0	0	0	0
22	PQ	81,9	12,3	0	0	0	0
23	PQ	458,1	68,7	0	0	0	0
24	PQ	478,2	71,7	0	0	0	0
25	PQ	0	0	0	0	0	0
26	PQ	231,9	34,8	0	0	0	0
27	PV	0	0	220	0	66	-22
28	PV	0	0	800	0	240	-80
29	PQ	0	0	0	0	0	0
30	PQ	0	0	0	0	0	0
31	PV	0	0	700	0	210	-70
32	PV	0	0	500	0	150	-50
33	PQ	229,1	34,4	0	0	0	0
34	PV	0	0	748	0	224,4	-74,8
35	PQ	216	32,4	0	0	0	0
36	PQ	90,1	13,5	0	0	0	0
37	PV	0	0	300	0	90	-30
38	PQ	216	32,4	0	0	0	0
39	PV	0	0	600	0	180	-60
40	PQ	262,1	39,3	0	0	0	0
41	PQ	0	0	0	0	0	0
42	PQ	1607,9	241,2	0	0	0	0
43	PQ	0	0	0	0	0	0

continua.

Tabela 40 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)
44	PQ	79,1	11,9	0	0	0	0
45	PQ	86,7	13	0	0	0	0
46	PV	0	0	700	0	210	-70

Fonte: (RIDER, 2006)

Fim.

Tabela 41 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f}_{ij}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n}_{ij}$
1-7	0,0060	0,0616	0,0006	1	324	4349	5
1-2	0,0104	0,1065	0,0011	2	324	7076	5
4-9	0,0091	0,0924	0,0009	1	324	6217	5
5-9	0,0115	0,1173	0,0012	1	324	7732	5
5-8	0,0111	0,1132	0,0011	1	324	7480	5
7-8	0,0100	0,1023	0,0010	1	324	6823	5
4-5	0,0056	0,0566	0,0006	2	324	4046	5
2-5	0,0032	0,0324	0,0003	2	324	2581	5
8-13	0,0132	0,1348	0,0013	1	288	8793	5
9-14	0,0172	0,1756	0,0018	2	264	11267	5
12-14	0,0072	0,0740	0,0007	2	324	5106	5
14-18	0,0149	0,1514	0,0015	2	288	9803	5
13-18	0,0177	0,1805	0,0018	1	264	11570	5
13-20	0,0105	0,1073	0,0011	1	324	7126	5
18-20	0,0196	0,1997	0,0020	1	240	12732	5
19-21	0,0010	0,0278	0,0003	1	1800	32632	5
16-17	0,0003	0,0078	0,0001	1	2400	10505	5
17-19	0,0002	0,0061	0,0001	1	2400	8715	5
14-26	0,0158	0,1614	0,0016	1	264	10409	5
14-22	0,0083	0,0840	0,0008	1	324	5712	5
22-26	0,0078	0,0790	0,0008	1	324	5409	5
20-23	0,0092	0,0932	0,0009	2	324	6268	5
23-24	0,0076	0,0774	0,0008	2	324	5308	5

continua.

Tabela 41 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
26–27	0,0081	0,0832	0,0008	2	324	5662	5
24–34	0,0162	0,1647	0,0016	1	264	10611	5
24–33	0,0142	0,1448	0,0014	1	288	9399	5
33–34	0,0124	0,1265	0,0013	1	324	8288	5
27–36	0,0089	0,0915	0,0009	1	324	6167	5
27–38	0,0204	0,2080	0,0021	2	240	13237	5
36–37	0,0104	0,1057	0,0011	1	324	7025	5
34–35	0,0048	0,0491	0,0005	2	324	3591	5
35–38	0,0194	0,1980	0,0020	1	240	12631	5
37–39	0,0028	0,0283	0,0003	1	324	2329	5
37–40	0,0125	0,1281	0,0013	1	324	8389	5
37–42	0,0206	0,2105	0,0021	1	240	13388	5
39–42	0,0199	0,2030	0,0020	3	240	12934	5
40–42	0,0092	0,0932	0,0009	1	324	6268	5
38–42	0,0089	0,0907	0,0009	3	324	6116	5
32–43	0,0010	0,0309	0,0003	1	1680	35957	5
42–44	0,0118	0,1206	0,0012	1	324	7934	5
44–45	0,0182	0,1864	0,0019	1	240	11924	5
19–32	0,0007	0,0195	0,0002	1	2160	23423	5
46–19	0,0008	0,0222	0,0002	1	2160	26365	5
46–16	0,0007	0,0203	0,0002	1	2160	24319	5
18–19	0,0000	0,0125	0,0001	1	720	8178	5
20–21	0,0000	0,0125	0,0001	1	720	8178	5
42–43	0,0000	0,0125	0,0001	1	720	8178	5
2–4	0,0086	0,0882	0,0009	0	324	5965	5
14–15	0,0037	0,0374	0,0004	0	324	2884	5
46–10	0,0003	0,0081	0,0001	0	2400	10889	5
4–11	0,0220	0,2246	0,0022	0	288	14247	5
5–11	0,0089	0,0915	0,0009	0	324	6167	5
46–6	0,0004	0,0128	0,0001	0	2400	16005	5
46–3	0,0007	0,0203	0,0002	0	2160	24319	5
16–28	0,0008	0,0222	0,0002	0	2160	26365	5
16–32	0,0010	0,0311	0,0003	0	1680	36213	5
17–32	0,0008	0,0232	0,0002	0	2040	27516	5

continua.

Tabela 41 – Dados das linhas do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
19–25	0,0011	0,0325	0,0003	0	1680	37748	5
21–25	0,0006	0,0174	0,0002	0	2400	21121	5
25–32	0,0011	0,0319	0,0003	0	1680	37109	5
31–32	0,0001	0,0046	0,0000	0	2400	7052	5
28–31	0,0002	0,0053	0,0001	0	2400	7819	5
28–30	0,0002	0,0058	0,0001	0	2400	8331	5
27–29	0,0098	0,0998	0,0010	0	324	6672	5
26–29	0,0053	0,0541	0,0005	0	324	3894	5
28–41	0,0012	0,0339	0,0003	0	1560	39283	5
28–43	0,0014	0,0406	0,0004	0	1440	46701	5
31–41	0,0010	0,0278	0,0003	0	1800	32632	5
32–41	0,0010	0,0309	0,0003	0	1680	35957	5
41–43	0,0005	0,0139	0,0001	0	2400	17284	5
40–45	0,0216	0,2205	0,0022	0	216	13994	5
15–16	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
46–11	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
24–25	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
29–30	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
40–41	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
2–3	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
5–6	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5
9–10	0,0000	0,0125	0,0001	0	720	8178	5

Fonte: (RIDER, 2006)

Fim.

A.7 SISTEMA BOLIVIANO DE 57 BARRAS CC

Neste sistema a barra de referência é a barra 1 e a base usada nos cálculos é de 100 MVA.

Tabela 42 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC.

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)
1	0,0	0,0
2	451,4	243,0
3	0,0	0,0
4	10,8	0,0
5	0,0	0,0
6	0,0	0,0
7	23,4	0,0
8	0,0	18,9
9	0,0	176,0
10	13,5	0,0
11	0,0	0,0
12	0,0	0,0
13	0,0	83,5
14	156,1	6,8
15	0,0	50,8
16	0,0	0,0
17	59,7	66,8
18	10,3	0,0
19	0,7	0,0
20	0,0	0,0
21	0,0	0,0
22	0,0	0,0
23	0,7	0,0
24	0,0	0,0
25	53,4	12,6
26	25,2	10,5
27	0,0	0,0
28	0,0	0,0
29	0,0	0,0
30	0,0	0,0
31	0,0	0,0
32	0,0	504,3
33	55,3	16,8

continua.

Tabela 42 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)
34	79,1	0,0
35	25,8	0,0
36	42,6	0,0
37	10,4	1,6
38	48,1	13,3
39	6,8	0,0
40	0,0	0,0
41	11,4	0,0
42	5,3	70,0
43	0,0	142,4
44	117,3	48,0
45	47,1	8,0
46	32,2	0,0
47	22,4	0,0
48	74,3	0,0
49	0,0	0,0
50	0,0	0,0
51	0,0	0,0
52	300,0	0,0
53	0,0	0,0
54	50,0	0,0
55	0,0	0,0
56	0,0	260,0
57	0,0	0,0

Fonte: (SILVA, 2013)

Fim.

Tabela 43 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio.

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$P_{i,4}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,4}^g$
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	316,6	356,3	401,1	451,4	244,2	173,8	243,1	243,1

continua.

Tabela 43 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio (Continuação).

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$P_{i,4}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,4}^g$ (MW)
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	7,6	8,6	9,6	10,8	0,0	0,0	0,0	0,0
5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	16,4	18,5	20,8	23,4	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	0,0	0,0	18,9	18,9	18,9	18,9
9	0,0	0,0	0,0	0,0	176,0	176,0	176,0	176,0
10	9,5	10,7	12,0	13,5	0,0	0,0	0,0	0,0
11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
13	0,0	0,0	0,0	0,0	83,5	83,5	83,5	83,5
14	109,5	123,2	138,7	156,1	6,8	6,8	6,8	6,8
15	0,0	0,0	0,0	0,0	50,8	50,8	50,8	50,8
16	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17	41,9	47,2	53,1	59,7	66,8	66,8	66,8	66,8
18	7,2	8,1	9,1	10,3	0,0	0,0	0,0	0,0
19	0,5	0,6	0,6	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0
20	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23	0,5	0,6	0,6	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0
24	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25	37,4	42,2	47,5	53,4	12,6	12,6	12,6	12,6
26	17,7	19,9	22,4	25,2	10,5	10,5	10,5	10,5
27	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
28	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
29	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
31	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
32	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	504,3
33	38,8	43,7	49,2	55,3	16,8	16,8	16,8	16,8
34	55,5	0,0	70,3	79,1	0,0	0,0	0,0	0,0
35	18,1	20,4	22,9	25,8	0,0	0,0	0,0	0,0

continua.

Tabela 43 – Dados das barras do Sistema Boliviano de 57 barras CC multiestágio (Continuação).

Barras	$P_{i,1}^d$ (MW)	$P_{i,2}^d$ (MW)	$P_{i,3}^d$ (MW)	$P_{i,4}^d$ (MW)	$\overline{P}_{i,1}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,2}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,3}^g$ (MW)	$\overline{P}_{i,4}^g$
36	29,9	33,7	37,9	42,6	0,0	0,0	0,0	0,0
37	7,3	8,2	9,2	10,4	1,6	1,6	1,6	1,6
38	33,7	38,0	42,7	48,1	13,3	13,3	13,3	13,3
39	4,8	5,4	6,1	6,8	0,0	0,0	0,0	0,0
40	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
41	0,0	9,0	10,1	11,4	0,0	0,0	0,0	0,0
42	3,7	4,2	4,7	5,3	70,0	70,0	70,0	70,0
43	0,0	0,0	0,0	0,0	142,4	142,4	142,4	142,4
44	82,3	92,6	104,3	117,3	48,0	48,0	48,0	48,0
45	33,0	37,1	41,8	47,1	8,1	8,1	8,1	8,1
46	22,6	25,4	28,6	32,2	0,0	0,0	0,0	0,0
47	15,7	17,7	19,9	22,4	0,0	0,0	0,0	0,0
48	52,1	58,6	66,0	74,3	0,0	0,0	0,0	0,0
49	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
50	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
51	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
52	0,0	0,0	0,0	300,0	0,0	0,0	0,0	0,0
53	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
54	0,0	0,0	0,0	50,0	0,0	0,0	0,0	0,0
55	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
56	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	130,0	260,0	260,0
57	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: (SILVA, 2013)

Fim.

Tabela 44 – Dados das linhas do Sistema Boliviano de 57 barras CC.

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f}_{ij}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n}_{ij}$
1-2	0,10	2	75	1,23	2
2-6	0,05	1	115	0,46	2
2-6	0,05	1	115	0,46	2

continua.

Tabela 44 – Dados das linhas do Sistema Boliviano de 57 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
5–6	0,06	1	150	2,47	2
3–4	0,08	1	100	1,65	2
3–5	0,05	1	147	9,30	2
4–7	0,15	1	79	3,79	2
7–8	0,01	1	79	0,51	2
3–9	0,08	1	147	15,30	2
1–9	0,13	1	135	27,00	2
9–10	0,05	1	137	11,40	2
10–11	0,06	1	137	11,80	2
11–12	0,08	1	75	1,23	2
12–13	0,03	1	77	0,71	2
16–17	0,05	1	150	2,47	2
13–14	0,01	1	77	0,43	2
13–14	0,13	1	77	3,43	2
13–14	0,14	1	77	3,63	2
13–15	0,02	1	77	0,51	2
17–18	0,14	1	77	3,59	2
17–22	0,49	1	77	11,69	2
20–22	0,25	1	77	6,08	2
18–19	0,13	1	77	3,31	2
19–20	0,13	1	77	3,47	2
20–23	0,32	1	77	7,74	2
23–24	0,28	1	77	6,71	2
24–25	0,10	1	50	0,82	2
25–26	0,98	1	23	3,30	2
25–26	0,65	1	31	2,40	2
16–27	0,01	1	135	3,45	2
16–11	0,04	1	135	9,00	2
21–27	0,09	1	135	18,60	2
21–22	0,08	1	75	1,65	2
22–39	0,10	2	25	0,41	3
22–39	0,10	0	50	0,82	3
9–27	0,18	1	135	33,90	2
27–28	0,19	1	135	36,90	2

continua.

Tabela 44 – Dados das linhas do Sistema Boliviano de 57 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
28–29	0,17	1	60	0,99	2
29–49	0,10	1	44	0,39	2
21–30	0,07	1	135	34,92	2
30–31	0,05	1	150	2,45	2
28–32	0,14	1	135	26,55	2
32–33	0,17	1	60	0,99	2
32–34	0,13	1	135	25,80	2
35–36	0,68	1	32	2,67	2
36–37	0,28	1	32	1,11	2
37–38	0,66	1	32	2,60	2
38–39	0,89	1	65	3,49	2
36–39	0,07	1	43	0,29	2
31–40	0,02	1	135	0,63	2
40–41	0,02	2	135	0,63	2
41–42	0,08	1	135	2,20	2
42–43	0,10	1	135	2,68	2
43–44	0,09	2	135	2,44	2
41–44	0,06	1	135	1,73	2
41–45	0,17	2	40	0,66	2
44–47	0,17	3	40	0,66	2
45–46	0,10	1	68	0,42	2
47–46	0,04	1	68	0,18	2
45–48	0,08	1	68	0,33	2
47–48	0,06	1	68	0,26	2
50–51	0,05	0	150	2,47	2
50–51	0,08	0	100	1,65	2
41–51	0,36	0	79	9,48	2
42–51	0,36	0	79	9,48	2
43–51	0,36	0	79	9,48	2
17–51	0,45	0	79	11,45	2
31–41	0,06	0	79	1,58	2
31–51	0,36	0	79	9,48	2
30–52	0,13	0	150	6,75	2
52–53	0,05	0	150	2,47	3

continua.

Tabela 44 – Dados das linhas do Sistema Boliviano de 57 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
52–53	0,08	0	100	1,65	2
31–53	0,13	0	150	3,55	2
42–53	0,06	0	135	1,58	2
43–53	0,06	0	135	1,58	2
53–51	0,39	0	79	10,20	2
27–50	0,39	0	150	19,5	2
52–50	0,39	0	150	19,5	2
42–54	0,60	0	79	15,80	2
51–54	0,60	0	79	15,80	2
21–55	0,24	0	150	12,00	3
55–20	0,05	0	150	2,47	2
55–20	0,08	0	100	1,65	2
55–28	0,36	0	150	18,0	3
55–32	0,45	0	150	22,5	3
50–56	0,01	1	900	0,0	0
51–56	0,01	1	900	0,0	0
20–35	0,10	0	50	0,82	3
55–35	0,20	0	50	0,82	3
21–39	0,20	0	50	0,82	3
57–25	0,20	0	50	0,82	3
57–24	0,17	0	50	0,82	3

Fonte: (SILVA, 2013)

Fim.

A.8 SISTEMA COLOMBIANO DE 93 BARRAS CC

Neste sistema a barra de referência é a barra 60 e a base usada nos cálculos é de 100 MVA.

Tabela 45 – Dados das barras do Sistema Colombiano de 93 barras CC.

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)
1	0	240
2	486,66	165
3	587,08	0
4	0	0
5	351,42	40
6	0	34
7	448,03	136
8	505,87	230
9	519,69	0
10	88,84	0
11	220,15	108
12	0	47
13	260,08	0
14	0	0
15	562,84	0
16	351,9	0
17	203	35
18	54,1	540
19	29,28	1340
20	302,27	45
21	277,44	0
22	79,17	200
23	302,27	0
24	0	150
25	0	86
26	0	70
27	396,71	0
28	486,39	14
29	505,96	618
30	199,55	0
31	391,88	189
32	188,33	0
33	247,24	0

continua.

Tabela 45 – Dados das barras do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)
34	115,81	0
35	256,86	200
36	167,29	44
37	176,3	138
38	129,72	15
39	268,19	15
40	0	305
41	81,85	100
42	152,39	0
43	52,9	0
44	384,64	23
45	0	1208
46	181,62	150
47	61,6	0
48	896,26	885
49	193,27	0
50	632,75	240
51	190,45	0
52	55,6	0
53	0	320
54	114,19	0
55	333,59	40
56	0	0
57	336,94	130
58	0	190
59	0	160
60	0	1216
61	0	155
62	0	0
63	52,77	1090
64	132,35	280
65	197,58	0
66	0	300
67	397,98	474

continua.

Tabela 45 – Dados das barras do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Barras	P_i^d (MW)	P_i^g (MW)
68	0	0
69	106,61	0
70	0	180
71	471,21	424
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	0	40
77	82,85	0
78	54,07	0
79	146,87	300
80	88,34	0
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	0	500
85	0	0
86	0	850
87	0	0
88	0	300
89	0	0
90	0	0
91	0	0
92	0	0
93	0	0

Fonte: ([ESCOBAR, 2002](#))*Fim.*

Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC.

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
52–88	0,0980	0	300	34,190	4
43–88	0,1816	0	250	39,560	4
57–81	0,0219	0	550	58,890	4
73–82	0,0374	0	550	97,960	4
27–89	0,0267	0	450	13,270	4
74–89	0,0034	0	550	14,570	4
73–89	0,0246	0	550	66,650	4
79–83	0,0457	0	350	15,400	4
8–67	0,2240	0	250	29,200	4
39–86	0,0545	0	350	9,880	4
25–28	0,0565	1	320	9,767	4
25–29	0,0570	1	320	9,882	4
13–14	0,0009	2	350	3,902	4
13–20	0,0178	1	350	5,742	4
13–23	0,0277	1	350	7,007	4
14–31	0,1307	2	250	18,622	4
14–18	0,1494	2	250	20,232	4
14–60	0,1067	2	300	15,977	4
2–4	0,0271	2	350	6,662	4
2–9	0,0122	1	350	5,282	4
2–83	0,0200	1	570	5,972	4
9–83	0,0200	1	400	5,972	4
15–18	0,0365	1	450	7,927	4
15–17	0,0483	1	320	9,422	4
15–20	0,0513	1	320	9,652	4
15–76	0,0414	1	320	9,882	4
15–24	0,0145	1	350	5,282	4
37–61	0,0139	1	350	4,937	4
19–61	0,1105	2	250	16,092	4
61–68	0,0789	1	250	12,412	4
37–68	0,0544	1	320	9,652	4
40–68	0,1320	1	320	18,162	4
12–75	0,0641	1	320	11,492	4

continua.

Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
24–75	0,0161	1	350	5,512	4
35–36	0,2074	1	250	27,362	4
27–35	0,1498	1	250	22,072	4
35–44	0,1358	2	250	20,347	4
38–68	0,0389	1	350	7,927	4
38–39	0,0300	1	350	6,317	4
27–80	0,0242	1	350	7,007	4
44–80	0,1014	1	250	17,587	4
56–81	0,0114	1	550	32,858	4
45–54	0,0946	1	320	13,562	4
45–50	0,0070	2	350	4,362	4
10–78	0,0102	1	350	4,937	4
7–78	0,0043	1	350	4,132	4
30–64	0,1533	1	250	20,577	4
30–65	0,0910	1	250	13,677	4
30–72	0,0173	2	350	5,512	4
55–57	0,0174	1	600	46,808	4
57–84	0,0087	1	600	26,658	4
55–84	0,0087	1	600	26,658	4
56–57	0,0240	2	600	62,618	4
9–77	0,0190	1	350	5,857	4
77–79	0,0097	1	350	5,167	4
1–59	0,0232	2	350	6,202	4
59–67	0,1180	2	250	16,667	4
8–59	0,1056	2	250	15,402	4
1–3	0,1040	1	250	15,862	4
3–71	0,0136	1	450	5,167	4
3–6	0,0497	1	350	9,422	4
55–62	0,0281	1	550	70,988	4
47–52	0,0644	1	350	10,572	4
51–52	0,0859	1	250	12,872	4
29–31	0,1042	2	250	32,981	4
41–42	0,0094	1	350	4,707	4
40–42	0,0153	1	350	5,167	4

continua.

Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
46–53	0,1041	2	250	14,597	4
46–51	0,1141	1	250	16,322	4
69–70	0,0228	2	350	6,202	4
66–69	0,1217	2	250	17,127	4
9–69	0,1098	2	350	15,747	4
60–69	0,0906	2	350	13,677	4
31–32	0,0259	1	350	6,547	4
32–34	0,0540	1	350	9,767	4
16–18	0,0625	1	350	10,917	4
16–23	0,0238	1	350	6,892	4
16–21	0,0282	1	350	6,892	4
31–34	0,0792	1	250	12,412	4
31–33	0,0248	2	350	6,432	4
31–60	0,1944	2	250	25,982	4
31–72	0,0244	2	350	6,317	4
47–54	0,1003	2	250	14,252	4
47–49	0,0942	2	250	13,562	4
18–58	0,0212	2	350	5,742	4
18–20	0,0504	1	350	9,537	4
18–66	0,0664	2	350	11,377	4
18–21	0,0348	1	350	7,467	4
18–22	0,0209	1	350	6,432	4
19–22	0,0691	1	350	11,722	4
4– 5	0,0049	3	350	4,247	4
5– 6	0,0074	2	350	4,477	4
17–23	0,0913	1	250	12,987	4
17–76	0,0020	1	350	3,902	4
12–17	0,0086	1	350	4,707	4
1–71	0,0841	2	250	14,367	4
1– 8	0,0810	1	250	13,217	4
1–11	0,0799	1	250	12,527	4
4–36	0,0850	2	250	13,562	4
19–58	0,0826	1	320	11,722	4
27–64	0,0280	1	350	6,777	4

continua.

Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
27–28	0,0238	1	350	6,202	4
27–44	0,0893	1	250	16,322	4
26–27	0,0657	1	350	10,917	4
27–29	0,0166	1	350	5,052	4
19–66	0,0516	1	350	9,307	4
73–74	0,0214	1	600	58,278	4
64–65	0,0741	1	350	11,837	4
29–64	0,0063	1	350	4,362	4
4–34	0,1016	2	270	14,942	4
34–70	0,0415	2	350	8,272	4
33–34	0,1139	1	320	16,322	4
8–71	0,0075	1	400	4,477	4
54–63	0,0495	3	320	9,077	4
48–63	0,0238	1	350	6,317	4
67–68	0,1660	2	250	22,072	4
39–68	0,0145	1	350	5,282	4
8–9	0,0168	1	350	5,972	4
79–87	0,0071	1	350	4,477	4
8–87	0,0132	1	350	5,167	4
39–43	0,1163	1	250	16,552	4
41–43	0,1142	1	250	16,322	4
23–24	0,0255	1	350	6,317	4
21–22	0,0549	1	350	9,882	4
26–28	0,0512	1	350	9,307	4
28–29	0,0281	1	350	6,777	4
6–10	0,0337	1	350	7,582	4
33–72	0,0228	1	350	6,202	4
39–40	0,1020	2	250	16,207	4
12–76	0,0081	1	350	4,707	4
48–54	0,0396	3	350	8,042	4
50–54	0,0876	2	250	12,872	4
62–73	0,0272	1	750	73,158	4
49–53	0,1008	2	250	14,252	4
40–41	0,0186	1	350	5,742	4

continua.

Tabela 46 – Dados das linhas do Sistema Colombiano de 93 barras CC (Continuação).

Ramos	x_{ij} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
45–81	0,0267	1	450	13,270	4
64–74	0,0267	1	500	13,270	4
54–56	0,0267	3	450	13,270	4
60–62	0,0257	3	450	13,270	4
72–73	0,0267	2	500	13,270	4
19–82	0,0267	1	450	13,270	4
55–82	0,0290	1	550	77,498	4
62–82	0,0101	1	600	30,998	4
83–85	0,0267	2	450	13,270	4
82–85	0,0341	1	700	89,898	4
19–86	0,1513	1	300	20,922	4
68–86	0,0404	1	350	8,272	4
7–90	0,0050	2	350	4,247	4
3–90	0,0074	1	350	4,592	4
90–91	0,0267	1	550	13,270	4
85–91	0,0139	1	600	40,298	4
11–92	0,0267	1	450	13,270	4
1–93	0,0267	1	450	13,270	4
92–93	0,0097	1	600	30,068	4
91–92	0,0088	1	600	27,588	4

Fonte: ([ESCOBAR, 2002](#))*Fim.*

A.9 SISTEMA IEEE DE 118 BARRAS CA

Neste sistema a barra de referência é a barra 69, a base usada nos cálculos é de 100 MVA e os limites de tensão são de 0.95 p.u e 1.05 pu.

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA.

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)	g_i^{sh} (p.u)
1	PQ	64,9	10,3	0	0	0	0	0,2

continua.

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)	g_i^{sh} (p.u)
2	PQ	25,4	11,4	0	0	0	0	0,2
3	PQ	49,7	12,7	0	0	0	0	0,2
4	PV	38,2	15,2	30	0	300	-300	0,2
5	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
6	PV	66,2	28	30	0	50	-13	0,2
7	PQ	24,1	2,5	0	0	0	0	0,2
8	PV	0	0	30	0	300	-300	0,2
9	PQ	36	3,7	0	0	0	0	0,2
10	PV	48	6,4	20	0	10	-147	0,2
11	PQ	89,2	29,3	0	0	0	0	0,2
12	PV	59,8	12,7	300	0	120	-35	0,2
13	PQ	43,2	20,3	0	0	0	0	0,2
14	PQ	17,8	1,2	0	0	0	0	0,2
15	PV	114,6	38,2	30	0	30	-10	0,2
16	PQ	31,8	12,7	0	0	0	0	0,2
17	PQ	13,9	3,7	0	0	0	0	0,2
18	PV	76,3	43,2	100	0	50	-16	0,2
19	PV	57,2	31,8	30	0	24	-8	0,2
20	PQ	22,9	3,7	0	0	0	0	0,2
21	PQ	17,8	10,1	0	0	0	0	0,2
22	PQ	12,7	6,4	0	0	0	0	0,2
23	PQ	8,9	3,7	0	0	0	0	0,2
24	PV	0	0	30	0	300	-300	0,2
25	PV	0	0	300	0	140	-47	0,2
26	PV	0	0	350	0	1000	-1000	0,2
27	PV	79	16,6	30	0	300	-300	0,2
28	PQ	21,6	8,9	0	0	0	0	0,2
29	PQ	30,5	5	0	0	0	0	0,2
30	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
31	PV	54,7	34,3	30	0	300	-300	0,2
32	PV	75,1	29,3	100	0	42	-14	0,2
33	PQ	29,3	11,4	0	0	0	0	0,2
34	PV	75,1	33,1	30	0	24	-8	0,2
35	PQ	42	11,4	0	0	0	0	0,2

continua.

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)	g_i^{sh} (p.u)
36	PV	39,5	21,6	100	0	24	-8	0,2
37	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
38	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
39	PQ	32,4	13,2	0	0	0	0	0,2
40	PV	24	27,6	30	0	300	-300	0,2
41	PQ	44,4	12	0	0	0	0	0,2
42	PV	44,4	27,6	30	0	300	-300	0,2
43	PQ	21,6	8,4	0	0	0	0	0,2
44	PQ	19,2	9,6	0	0	0	0	0,2
45	PQ	63,6	26,4	0	0	0	0	0,2
46	PV	33,6	12	100	0	100	-100	0,2
47	PQ	40,8	0	0	0	0	0	0,2
48	PQ	24	13,2	0	0	0	0	0,2
49	PV	104,4	36	250	0	210	-85	0,2
50	PQ	20,4	4,8	0	0	0	0	0,2
51	PQ	20,4	9,6	0	0	0	0	0,2
52	PQ	21,6	6	0	0	0	0	0,2
53	PQ	27,6	13,2	0	0	0	0	0,2
54	PV	135,6	38,4	250	0	300	-300	0,2
55	PV	75,6	26,4	100	0	23	-8	0,2
56	PV	100,8	21,6	100	0	15	-8	0,2
57	PQ	14,4	3,6	0	0	0	0	0,2
58	PQ	14,4	3,6	0	0	0	0	0,2
59	PV	332,4	135,6	200	0	180	-60	0,2
60	PQ	93,6	3,6	0	0	0	0	0,2
61	PV	0	0	200	0	300	-100	0,2
62	PV	92,4	16,8	100	0	20	-20	0,2
63	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
64	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
65	PV	0	0	420	0	200	-67	0,2
66	PV	46,8	21,6	420	0	200	-67	0,2
67	PQ	33,6	8,4	0	0	0	0	0,2
68	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
69	Ref	0	0	300	0	100	-100	0,2

continua.

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)	g_i^{sh} (p.u)
70	PV	79,2	24	80	0	32	-10	0,2
71	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
72	PV	0	0	30	0	100	-100	0,2
73	PV	0	0	30	0	100	-100	0,2
74	PV	81,6	32,4	20	0	9	-6	0,2
75	PQ	56,4	13,2	0	0	0	0	0,2
76	PV	81,6	43,2	100	0	23	-8	0,2
77	PV	73,2	33,6	100	0	70	-20	0,2
78	PQ	85,2	31,2	0	0	0	0	0,2
79	PQ	46,8	38,4	0	0	0	0	0,2
80	PV	156	31,2	300	0	280	-165	0,2
81	PQ	0	0	0	0	0	0	0,2
82	PV	64,8	32,4	100	0	100	-100	0,2
83	PQ	24	12	0	0	0	0	0,2
84	PQ	13,2	8,4	0	0	0	0	0,2
85	PV	28,8	18	30	0	23	-8	0,2
86	PQ	25,2	12	0	0	0	0	0,2
87	PV	0	0	300	0	1000	-100	0,2
88	PQ	57,6	12	0	0	0	0	0,2
89	PV	0	0	200	0	300	-210	0,2
90	PV	93,6	50,4	20	0	300	-300	0,2
91	PV	0	0	50	0	100	-100	0,2
92	PV	78	12	300	0	9	-3	0,2
93	PQ	66,8	51,2	0	0	0	0	0,2
94	PQ	36	19,2	0	0	0	0	0,2
95	PQ	50,4	37,2	0	0	0	0	0,2
96	PQ	45,6	18	0	0	0	0	0,2
97	PQ	18	10,8	0	0	0	0	0,2
98	PQ	40,8	9,6	0	0	0	0	0,2
99	PV	60	10,8	30	0	100	-100	0,2
100	PV	44,4	21,6	300	0	155	-50	0,2
101	PQ	26,4	18	0	0	0	0	0,2
102	PQ	6	3,6	0	0	0	0	0,2
103	PV	27,6	19,2	20	0	40	-15	0,2

continua.

Tabela 47 – Dados das barras do Sistema Sul Brasileiro de 46 barras CA (Continuação).

Barras	Tipo	P_i^d (MW)	Q_i^d (MVar)	$\overline{P}_i^g$ (MW)	$\underline{P}_i^g$ (MW)	$\overline{Q}_i^g$ (MVar)	$\underline{Q}_i^g$ (MVar)	g_i^{sh} (p.u)
104	PV	45,6	30	100	0	23	-8	0,2
105	PV	37,2	31,2	100	0	23	-8	0,2
106	PQ	51,6	19,2	0	0	0	0	0,2
107	PV	33,6	14,4	20	0	200	-200	0,2
108	PQ	2,4	1,2	0	0	0	0	0,2
109	PQ	9,6	3,6	0	0	0	0	0,2
110	PV	46,8	36	50	0	23	-8	0,2
111	PV	0	0	100	0	1000	-100	0,2
112	PV	30	15,6	100	0	1000	-100	0,2
113	PV	0	0	100	0	200	-100	0,2
114	PQ	10,1	3,7	0	0	0	0	0,2
115	PQ	28	8,9	0	0	0	0	0,2
116	PV	0	0	50	0	1000	-1000	0,2
117	PQ	25,4	10,1	0	0	0	0	0,2
118	PQ	39,6	18	0	0	0	0	0,2

Fonte: (LAPSEE, 2020)

Fim.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA.

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f}_{ij}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n}_{ij}$
1–2	0.03030	0.09990	0.02540	1	87.5	17.98	3
1–3	0.01290	0.04240	0.01082	1	87.5	7.63	3
4–5	0.00176	0.00798	0.00210	1	250	1.79	3
3–5	0.02410	0.10800	0.02840	0	87.5	16.2	3
5–6	0.01190	0.05400	0.01426	0	87.5	9.72	3
6–7	0.00459	0.02080	0.00550	1	87.5	4.68	3
8–9	0.00244	0.03050	1.16200	0	250	5.49	3
8–5	0.00000	0.02670	0.00000	0	250	6	3
9–10	0.00258	0.03220	1.23000	0	250	5.79	3
4–11	0.02090	0.06880	0.01748	1	87.5	12.38	3
5–11	0.02030	0.06820	0.01738	1	87.5	12.27	3

continua.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
11–12	0.00595	0.01960	0.00502	1	87.5	4.41	3
2–12	0.01870	0.06160	0.01572	1	87.5	11.08	3
3–12	0.04840	0.16000	0.04060	1	87.5	24	3
7–12	0.00862	0.03400	0.00874	1	87.5	6.12	3
11–13	0.02225	0.07310	0.01876	1	87.5	13.15	3
12–14	0.02150	0.07070	0.01816	1	87.5	12.72	3
13–15	0.07440	0.24440	0.06268	1	87.5	36.66	3
14–15	0.05950	0.19500	0.05020	1	87.5	29.25	3
12–16	0.02120	0.08340	0.02140	1	87.5	15.01	3
15–17	0.03320	0.04370	0.04440	2	250	7.86	3
16–17	0.04540	0.18010	0.04660	1	87.5	27.01	3
17–18	0.04230	0.05050	0.01298	1	87.5	9.09	3
18–19	0.04119	0.04930	0.01142	1	87.5	8.87	3
19–20	0.05520	0.11700	0.02980	1	87.5	17.55	3
15–19	0.03200	0.03940	0.01010	1	87.5	7.09	3
20–21	0.04830	0.08490	0.02160	1	87.5	15.28	3
21–22	0.05090	0.09700	0.02460	1	87.5	17.46	3
22–23	0.06420	0.15900	0.04040	1	87.5	23.85	3
23–24	0.03350	0.04920	0.04980	1	87.5	8.85	3
23–25	0.01560	0.08000	0.08640	1	250	14.4	3
26–25	0.02000	0.03820	0.00000	1	250	6.87	3
25–27	0.03180	0.16300	0.17640	1	250	24.45	3
27–28	0.01913	0.08550	0.02160	1	87.5	15.39	3
28–29	0.02370	0.09430	0.02380	1	87.5	16.97	3
30–17	0.02000	0.03880	0.00000	1	250	6.98	3
8–30	0.00831	0.05040	0.51400	1	87.5	9.07	3
26–30	0.02799	0.08600	0.90800	0	300	15.48	3
17–31	0.06740	0.15630	0.03990	1	87.5	23.44	3
29–31	0.01080	0.03310	0.00830	1	87.5	5.95	3
23–32	0.03170	0.11530	0.11730	0	70	17.29	3
31–32	0.02980	0.09850	0.02510	1	87.5	17.73	3
27–32	0.02290	0.07550	0.01926	1	87.5	13.59	3
15–33	0.03800	0.12440	0.03194	1	87.5	18.66	3
19–34	0.07520	0.24700	0.06320	1	87.5	37.05	3

continua.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
35–36	0.02224	0.01020	0.00268	1	87.5	2.29	3
35–37	0.03100	0.04970	0.01318	1	87.5	8.94	3
33–37	0.04150	0.14200	0.03660	1	87.5	21.3	3
34–36	0.00871	0.02680	0.00568	1	87.5	6.03	3
34–37	0.02256	0.00940	0.00984	1	250	2.11	3
38–37	0.02000	0.03750	0.00000	0	250	6.75	3
37–39	0.03210	0.10600	0.02700	1	87.5	15.9	3
37–40	0.05930	0.16800	0.04200	1	87.5	25.2	3
30–38	0.02464	0.05400	0.42200	1	95	9.72	3
39–40	0.01840	0.06050	0.01552	1	87.5	10.89	3
40–41	0.01450	0.04870	0.01222	1	87.5	8.76	3
40–42	0.05550	0.18300	0.04660	1	87.5	27.45	3
41–42	0.04100	0.13500	0.03440	1	87.5	20.25	3
43–44	0.06080	0.24540	0.06068	1	87.5	36.81	3
34–43	0.04130	0.16810	0.04226	1	87.5	25.21	3
44–45	0.02240	0.09010	0.02240	1	87.5	16.21	3
45–46	0.04000	0.13560	0.03320	1	87.5	20.34	3
46–47	0.03800	0.12700	0.03160	1	87.5	19.05	3
46–48	0.06010	0.18900	0.04720	1	87.5	28.35	3
47–49	0.01910	0.06250	0.01604	1	87.5	11.25	3
42–49	0.07150	0.32300	0.08600	2	87.5	48.45	3
45–49	0.06840	0.18600	0.04440	1	87.5	27.9	3
48–49	0.01790	0.05050	0.01258	1	87.5	9.09	3
49–50	0.02670	0.07520	0.01874	1	87.5	13.53	3
49–51	0.04860	0.13700	0.03420	1	87.5	20.55	3
51–52	0.02030	0.05880	0.01396	1	87.5	10.58	3
52–53	0.04050	0.16350	0.04058	1	87.5	24.52	3
53–54	0.02630	0.12200	0.03100	1	87.5	18.3	3
49–54	0.07995	0.29000	0.07340	2	87.5	43.5	3
54–55	0.01690	0.07070	0.02020	1	87.5	12.72	3
54–56	0.00275	0.00955	0.00732	1	87.5	2.14	3
55–56	0.00488	0.01510	0.00374	1	87.5	3.39	3
56–57	0.03430	0.09660	0.02420	1	87.5	17.38	3
50–57	0.04740	0.13400	0.03320	1	87.5	20.1	3

continua.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
56–58	0.03430	0.09660	0.02420	1	87.5	17.38	3
51–58	0.02550	0.07190	0.01788	1	87.5	12.94	3
54–59	0.05030	0.22930	0.05980	1	87.5	34.39	3
56–59	0.08140	0.24500	0.05525	2	87.5	36.75	3
55–59	0.04739	0.21580	0.05646	1	87.5	32.37	3
59–60	0.03170	0.14500	0.03760	1	87.5	21.75	3
59–61	0.03280	0.15000	0.03880	1	87.5	22.5	3
60–61	0.00264	0.01350	0.01456	1	250	3.03	3
60–62	0.01230	0.05610	0.01468	1	87.5	10.09	3
61–62	0.00824	0.03760	0.00980	1	87.5	6.76	3
63–59	0.02000	0.03860	0.00000	1	250	6.94	3
63–64	0.02172	0.02000	0.21600	1	250	4.5	3
64–61	0.02000	0.02680	0.00000	1	250	6.03	3
38–65	0.00901	0.09860	1.04600	1	250	17.74	3
64–65	0.02269	0.03020	0.38000	1	250	5.43	3
49–66	0.01800	0.09190	0.02480	2	250	16.54	3
62–66	0.04820	0.21800	0.05780	1	87.5	32.7	3
62–67	0.02580	0.11700	0.03100	1	87.5	17.55	3
65–66	0.02000	0.03700	0.00000	1	250	6.66	3
66–67	0.02240	0.10150	0.02682	1	87.5	15.22	3
65–68	0.00138	0.01600	0.63800	1	250	3.6	3
47–69	0.08440	0.27780	0.07092	1	87.5	41.67	3
49–69	0.09850	0.32400	0.08280	1	87.5	48.6	3
68–69	0.02000	0.03700	0.00000	1	250	6.66	3
69–70	0.03000	0.12700	0.12200	1	250	19.05	3
24–70	0.00221	0.41150	0.10198	1	87.5	61.72	3
70–71	0.00882	0.03550	0.00878	1	87.5	6.39	3
24–72	0.04880	0.19600	0.04880	1	87.5	29.4	3
71–72	0.04460	0.18000	0.04444	1	87.5	27	3
71–73	0.00866	0.04540	0.01178	1	87.5	8.17	3
70–74	0.04010	0.13230	0.03368	1	87.5	19.84	3
70–75	0.04280	0.14100	0.03600	1	87.5	21.15	3
69–75	0.04050	0.12200	0.12400	1	250	18.3	3
74–75	0.01230	0.04060	0.01034	1	87.5	7.3	3

continua.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
76–77	0.04440	0.14800	0.03680	1	87.5	22.2	3
69–77	0.03090	0.10100	0.10380	0	87.5	15.15	3
75–77	0.06010	0.19990	0.04978	1	87.5	29.98	3
77–78	0.00376	0.01240	0.01264	1	87.5	2.79	3
78–79	0.00546	0.02440	0.00648	1	87.5	5.49	3
77–80	0.02320	0.07675	0.03500	2	250	12.24	3
79–80	0.01560	0.07040	0.01870	1	87.5	12.67	3
68–81	0.02175	0.02020	0.80800	1	250	4.54	3
81–80	0.02000	0.03700	0.00000	1	250	6.66	3
77–82	0.02980	0.08530	0.08174	1	100	15.35	3
82–83	0.01120	0.03665	0.03796	0	100	6.59	3
83–84	0.06250	0.13200	0.02580	1	87.5	19.8	3
83–85	0.04300	0.14800	0.03480	1	87.5	22.2	3
84–85	0.03020	0.06410	0.01234	1	87.5	11.53	3
85–86	0.03500	0.12300	0.02760	1	250	18.45	3
86–87	0.02828	0.20740	0.04450	1	250	31.11	3
85–88	0.02000	0.10200	0.02760	1	87.5	15.3	3
85–89	0.02390	0.17300	0.04700	1	87.5	25.95	3
88–89	0.01390	0.07120	0.01934	1	250	12.81	3
89–90	0.03780	0.14385	0.07940	2	250	23.07	3
90–91	0.02540	0.08360	0.02140	1	87.5	16.4	3
89–92	0.02460	0.10430	0.04810	2	250	9.09	3
91–92	0.03870	0.12720	0.03268	1	87.5	19.08	3
92–93	0.02580	0.08480	0.02180	1	60	15.26	3
92–94	0.04810	0.15800	0.04060	1	60	23.7	3
93–94	0.02230	0.07320	0.01876	0	87.5	13.17	3
94–95	0.01320	0.04340	0.01110	1	87.5	7.81	3
80–96	0.03560	0.18200	0.04940	1	87.5	27.3	3
82–96	0.01620	0.05300	0.05440	1	87.5	9.54	3
94–96	0.02690	0.08690	0.02300	1	87.5	15.64	3
80–97	0.01830	0.09340	0.02540	1	87.5	16.81	3
80–98	0.02380	0.10800	0.02860	1	87.5	16.2	3
80–99	0.04540	0.20600	0.05460	0	100	30.9	3
92–100	0.06480	0.29500	0.04720	1	87.5	44.25	3

continua.

Tabela 48 – Dados das linhas do Sistema IEEE de 118 barras CA (Continuação).

Ramos	r_{ij} (p.u)	x_{ij} (p.u)	b_{ij}^{sh} (p.u)	n_{ij}^0	$\overline{f_{ij}}$ (MW)	c_{ij} (M US\$)	$\overline{n_{ij}}$
94–100	0.01780	0.05800	0.06040	0	87.5	10.44	3
95–96	0.01710	0.05470	0.01474	1	87.5	9.84	3
96–97	0.01730	0.08850	0.02400	1	87.5	15.93	3
98–100	0.03970	0.17900	0.04760	1	87.5	26.85	3
99–100	0.01800	0.08130	0.02160	0	87.5	14.63	3
100–101	0.02770	0.12620	0.03280	1	87.5	18.93	3
92–102	0.01230	0.05590	0.01464	1	87.5	10.06	3
101–102	0.02460	0.11200	0.02940	1	87.5	16.8	3
100–103	0.01600	0.05250	0.05360	1	250	9.45	3
100–104	0.04510	0.20400	0.05410	1	87.5	30.6	3
103–104	0.04660	0.15840	0.04070	1	87.5	23.76	3
103–105	0.05350	0.16250	0.04080	1	87.5	24.37	3
100–106	0.06050	0.22900	0.06200	1	87.5	34.35	3
104–105	0.00994	0.03780	0.00986	1	87.5	6.8	3
105–106	0.01400	0.05470	0.01434	1	87.5	9.84	3
105–107	0.05300	0.18300	0.04720	1	87.5	27.45	3
105–108	0.02610	0.07030	0.01844	1	87.5	12.65	3
106–107	0.05300	0.18300	0.04720	1	87.5	27.45	3
108–109	0.01050	0.02880	0.00760	1	87.5	6.48	3
103–110	0.03906	0.18130	0.04610	1	87.5	27.19	3
109–110	0.02780	0.07620	0.02020	1	87.5	13.71	3
110–111	0.02200	0.07550	0.02000	1	87.5	13.59	3
110–112	0.02470	0.06400	0.06200	1	87.5	11.52	3
17–113	0.00913	0.03010	0.00768	0	87.5	5.41	3
32–113	0.06150	0.20300	0.05180	1	250	30.45	3
32–114	0.01350	0.06120	0.01628	1	87.5	11.01	3
27–115	0.01640	0.07410	0.01972	1	87.5	13.33	3
114–115	0.00230	0.01040	0.00276	1	87.5	2.34	3
68–116	0.02034	0.00405	0.16400	1	250	0.91	3
12–117	0.03290	0.14000	0.03580	1	87.5	21	3
75–118	0.01450	0.04810	0.01198	1	87.5	8.65	3
76–118	0.01640	0.05440	0.01356	1	87.5	9.79	3

Fonte: (RIDER, 2006)

Fim.

ANEXO A – MODELO CC CONSIDERANDO MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

No desenvolvimento deste trabalho também foi idealizado um modelo linear disjuntivo para o problema PERTECC que considera múltiplos cenários de geração, o qual tem o grau de liberdade de poder desligar em distintos cenários linhas de transmissão que se encontram no plano de expansão ótimo, mas que de acordo com cenário, podem prejudicar a operação do sistema. Em base a esta proposta foi realizada a publicação (MENESES *et al.*, 2020) incluída no final deste anexo.

A.1 MODELO MATEMÁTICO DO PERTECC COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

O modelo proposto para resolver o PERTECC com múltiplos cenários de geração introduz uma variável adicional $u_{ij,y,s}$, a qual depende da variável $w_{ij,y}$ de linhas construídas pelo modelo. Esta variável permite que linhas que se encontram no plano de expansão ótimo do modelo, possam estar desligadas em forma distinta para cada cenário.

$$\begin{aligned} \min \quad v = & \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} + \\ & \frac{c^{sw}}{|\Omega_s|} \left[\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y_0 \in Y_0} \sum_{s \in \Omega_s} (1 - z_{ij,y_0,s}) + \right. \\ & \left. \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} \sum_{s \in \Omega_s} (w_{ij,y} - u_{ij,y,s}) \right] \end{aligned} \quad (20a)$$

s.a.

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{ji \in \Omega_l \\ i > j}} \sum_{y \in Y} f_{ji,y,s} + \sum_{\substack{ji \in \Omega_0 \\ i > j}} \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ji,y_0,s}^0 - \\ & \sum_{\substack{ij \in \Omega_l \\ i < j}} \sum_{y \in Y} f_{ij,y,s} + \sum_{\substack{ij \in \Omega_0 \\ i < j}} \sum_{y_0 \in Y_0} f_{ij,y_0,s}^0 + \end{aligned}$$

$$P_{g_{i,s}} = P_{d_{i,s}} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in \Omega_s \quad (20b)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y_0,s}^0 - (\theta_{i,s} - \theta_{j,s})| \leq M(1 - z_{ij,y_0,s}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y_0 \in Y_0 \quad (20c)$$

$$|f_{ij,y_0,s}^0| \leq z_{ij,y_0,s} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0, \forall s \in \Omega_s, \forall y_0 \in Y_0 \quad (20d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,s} - (\theta_{i,s} - \theta_{j,s})| \leq M(1 - u_{ij,y,s}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y \in Y \quad (20e)$$

$$|f_{ij,y,s}| \leq u_{ij,y,s} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y \in Y \quad (20f)$$

$$u_{ij,y,s} \leq w_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y \in Y \quad (20g)$$

$$\begin{aligned}
u_{ij,y,s} &\leq u_{ij,y-1,s} & \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y \in Y | y > 1 & \quad (20h) \\
u_{ij,y,s} &\leq z_{ij,n_{ij}^0,s} & \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, |n_{ij}^0| > 0 & \quad (20i) \\
w_{ij,y} &\leq w_{ij,y-1} & \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 & \quad (20j) \\
z_{ij,y_0,s} &\leq z_{ij,y_0-1,s} & \forall ij \in \Omega_0, \forall s \in \Omega_s, \forall y_0 \in Y_0 | y_0 > 1 & \quad (20k) \\
u_{ij,y,s} &\text{ binário} & \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in \Omega_s, \forall y \in Y & \quad (20l) \\
w_{ij,y} &\text{ binário} & \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y & \quad (20m) \\
z_{ij,y} &\text{ binário} & \forall ij \in \Omega_l, \forall y_0 \in Y_0 & \quad (20n) \\
f_{ij} &\text{ irrestrito} & \forall ij \in \Omega_l & \quad (20o) \\
-\bar{\theta} &\leq \theta_{i,s} \leq \bar{\theta} & \forall s \in \Omega_s, \forall i \in \Omega_b, i \neq \text{ref} & \quad (20p) \\
\theta_{ref} &= 0 & i = \text{ref} & \quad (20q)
\end{aligned}$$

no qual Ω_b , Ω_s , Ω_l , Ω_0 , Y , Y_0 representam os conjuntos de barras, cenários, ramos do sistema, linhas do sistema com circuitos na configuração base, linhas que podem ser adicionadas e linhas da configuração base, respectivamente. c_{ij} , $w_{ij,y}$, $u_{ij,y,s}$, $z_{ij,y_0,s}$, n_{ij}^0 , $\bar{n}_{ij}$, $f_{ij,s}$, $f_{ij,s}^0$ e $\bar{f}_{ij,s}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o conjunto de circuitos adicionados por ramo em representação binária, o conjunto de circuitos adicionados e ligados por ramo em representação binária por cenário, o número de circuitos da configuração base ligados em representação binária por cenário, o número de circuitos existentes na configuração base, o número máximo de circuitos que podem ser adicionados, o fluxo total de potência ativa por cenário, o fluxo total de potência ativa em linhas da configuração base por cenário e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . $P_{di,s}$, $P_{gi,s}$, $\theta_{i,s}$ e $\bar{\theta}_i$ representam, respectivamente a demanda de potência ativa, a geração de potência ativa, a magnitude do ângulo da tensão, a magnitude máxima do ângulo da tensão na barra i por cenário.

Neste modelo, a função a minimizar v em (20a) representa o investimento devido às adições de novas linhas de transmissão e cujo segundo termo visa que não sejam desligados mais circuitos dos necessários, penalizando com um pequeno valor o desligamento de linhas da topologia base e de linhas construídas pelo modelo em todos os cenários; a restrição (20b) representa as equações da lei de correntes de Kirchhoff no balanço de potências em cada barra do sistema para cada cenário; a restrição (20c) representa a lei de tensões de Kirchhoff para as linhas da topologia base, enquanto que a restrição (20e) aplica-se às novas linhas adicionadas e ligadas para cada estágio, as restrições (20d) e (20f) representam os limites de capacidade de transmissão nos circuitos para cada cenário; a restrição (20g) é a mais importante deste modelo, já que visa que o número de linhas construídas e ligadas seja menor que o número de linhas construídas; as restrições (20h) e (20k) representam a adição sequencial de linhas novas; a restrição (20l) representa o ligamento ordenado de linhas existentes; a restrição (20j) não permite que uma linha seja construída se no circuito já tem uma linha existente; a restrição (20m) define que a variável $u_{ij,y,t}$ é binária, a restrição (20n) define que a variável $w_{ij,y,t}$ é binária, a restrição (20o) define que a variável $z_{ij,y,t}$ é binária (20q) define que o ângulo de fase na barra de referência deve ser 0 em todos os estágios.

A.2 SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS COM MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO COM DESLIGAMENTO ÓTIMO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Com o objetivo de testar o modelo proposto, foram usados os cenários de geração apresentados na Subseção 4.3.1, os quais foram propostos por Fang e Hill (2003). Os resultados podem ser observados na Tabela 49. O valor do parâmetro c^{sw} foi de 0,001 milhões de dólares, mas quando este parâmetro foi mudado a 0, a solução do modelo com DOLT continuou sendo a mesma.

Tabela 49 – Resultados do modelo linear disjuntivo com desligamento de circuitos para o Sistema IEEE de 24 barras com múltiplos cenários de geração.

	Modelo Disjuntivo	Modelo Disjuntivo com DOLT
Função objetivo (M US\$)	532	450
Tempo (s)	4,63	3.472,97
Gap relativo (%)	0	0
Circuitos construídos	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{6-10} = 1$ $l_{7-8} = 2, l_{10-11} = 1, l_{13-14} = 1$ $l_{14-16} = 1, l_{15-24} = 1, l_{16-17} = 2$ $l_{16-19} = 1, l_{17-18} = 2, l_{20-23} = 1$	$l_{1-5} = 1, l_{3-24} = 1, l_{6-10} = 1$ $l_{7-8} = 2, l_{10-12} = 1, l_{14-16} = 1$ $l_{15-24} = 1, l_{16-17} = 2, l_{16-19} = 1$ $l_{17-18} = 1, l_{20-23} = 1$
Circuitos desligados	–	$l_{10-12,1} = 1, l_{15-16,1} = 1, l_{1-3,2} = 1$ $l_{15-16,2} = 1, l_{13-23,4} = 1$

Fonte – Elaboração do autor.

Dos resultados obtidos, pode ser observada uma economia de 82 milhões de dólares por ter considerado o desligamento temporário de linhas de transmissão. É interessante observar que apesar de que o plano de expansão com DOLT construiu uma linha no circuito l_{10-12} , no cenário de geração 1 esta é considerada desnecessária e é desligada, já que esta deve estar prejudicando a operação. Estes resultados são consistentes com os obtidos na Subseção 4.3.1 na qual, para os planos de geração individuais, o modelo com DOLT em todos os casos obteve um menor custo de expansão.

Received May 16, 2020, accepted June 17, 2020, date of publication June 22, 2020, date of current version July 1, 2020.

Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2020.3003973

Transmission Network Expansion Planning Considering Line Switching

MARCO MENESES¹, EDGAR NASCIMENTO², LEONARDO H. MACEDO¹, (Member, IEEE), AND RUBÉN ROMERO¹, (Senior Member, IEEE)

¹Department of Electrical Engineering, São Paulo State University, Ilha Solteira 15385-000, Brazil

²Federal Institute of Education, Science, and Technology of Mato Grosso, Cuiabá 78050-000, Brazil

Corresponding author: Leonardo H. Macedo (leohfmp@ieee.org)

This work was supported in part by the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) Finance Code 001, in part by the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) under Grant 305852/2017-5, and in part by the São Paulo Research Foundation (FAPESP) under Grant 2015/21972-6, Grant 2018/20355-1, and Grant 2019/19632-3.

ABSTRACT Commonly, in the transmission network expansion planning (TNEP) problem, the objective is to define the minimal-cost investment in new transmission devices, e.g., the transmission lines and transformers, for the system to operate adequately in a planning horizon. In addition to the traditional approach of considering the installation of new components, the presented model considers the enhancement of the system operation performance through the modification of its topology in each operation scenario. This modification is made by switching off the lines that degrade the system's performance. By using an illustrative example, we discuss why congestion is eliminated by switching off specific lines from the system, thereby improving the performance of the existing network and constructed candidate lines and leading to lower investment costs. The proposed method also considers a strategy to reduce the number of lines switched off in order to improve the reliability of the system and avoid alternative optimal solutions with unnecessary lines switched. The tests are carried out using the 46-bus southern Brazilian system and the IEEE 24-bus system, which are usually used as benchmarks for the TNEP problem. The results are compared with the solutions of the traditional model for TNEP to show the efficiency of the proposed approach.

INDEX TERMS Disjunctive model, mixed-integer linear programming, network planning, transmission switching.

NOMENCLATURE

Functions:

v Investment cost for the system expansion
 v' Penalized investment cost

Indices:

i, j Indices for buses
 ij, ji Indices for corridors
 i^* Index for the reference bus
 s Index for scenarios
 y Index for lines

Sets:

Ω_b Set of buses
 Ω_o Set of corridors with existing lines
 Ω_c Set of corridors with candidate lines
 Ω_s Set of scenarios

Parameters:

$\bar{f}_{ij}$ Maximum power flow of a line on corridor ij

The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Pietro Varilone¹.

C_{ij} Construction cost of a line on corridor ij
 C^{sw} Penalty cost for switching off a line
 $G_{i,s}$ Scheduled generation at bus i , scenario s
 n_{ij}^o Number of existing lines on corridor ij , equal to n_{ji}^o
 $\bar{n}_{ij}$ Number of lines that can be constructed on corridor ij
 $D_{i,s}$ Demand at bus i , scenario s
 X_{ij} Reactance of a line on corridor ij
 M Big-M factor
 $\bar{\theta}$ Maximum phase angle

Continuous Variables:
 $f_{ij,s}$ Total power flow on corridor ij , scenario s
 $f_{ij,y,s}$ Power flow on candidate line y of corridor ij , scenario s
 $f_{ij,s}^o$ Total power flow on the existing lines of corridor ij , scenario s
 $f_{ij,y,s}^o$ Power flow on existing line y of corridor ij , scenario s

$\theta_{i,s}$	Voltage phase angle at bus i , scenario s
n_{ij}	Number of lines constructed on corridor ij
$n'_{ij,s}$	Number of lines switched off on corridor ij , scenario s

Binary Variables:

$u_{ij,y,s}^o$	Binary variable that indicates whether the existing line y on corridor ij is operating, $u_{ij,y,s}^o = 1$, or not, $u_{ij,y,s}^o = 0$, in scenario s
$u_{ij,y,s}$	Binary variable that indicates whether the candidate line y on corridor ij is operating, $u_{ij,y,s} = 1$, or not, $u_{ij,y,s} = 0$, in scenario s
$w_{ij,y}$	Binary variable that indicates whether line y on corridor ij is constructed, $w_{ij,y} = 1$, or not, $w_{ij,y} = 0$

I. INTRODUCTION

The most basic objective of the transmission network expansion planning (TNEP) problem involves defining the transmission lines and transformers that must be constructed in the base (current) topology of the network in order to satisfy the operating conditions of the system with growing power demand, with minimal investment cost. Generally, the possibility of switching off lines is not considered, because it is assumed that all lines will be essential for the adequate operation of the network, even when different operation scenarios are taken into account. This paper demonstrates that some lines of the base topology or new constructed lines may interfere with the solutions of the TNEP problem, affecting the system's performance in some operation scenarios. It is possible that some of the existing lines can cause congestions that cannot be completely eliminated by simply constructing new transmission lines, and, therefore, modifications in the base topology of the network may be necessary while the system is being expanded. Besides that, constructed candidate lines may also cause congestions on some operation scenarios, what also requires modifications of the system's topology in each scenario. Such modifications can significantly decrease the costs related to the investments in the transmission infrastructure, allowing greater efficiency.

There are many studies on TNEP that focus on different aspects of the problem. Some propose new planning models, which in addition to their technical aspects, also depend on policy and regulatory issues, such as market-driven expansion models [1]. The TNEP problem can become even more complex when considerations such as multi-stage planning [2] or planning with N-1 security constraints [3]–[5] are taken into account.

Other studies propose new optimization tools for solving this complex problem. In this area, there are three major groups of research: (i) exact methods, (ii) approximate methods, and (iii) mathematical programming. The exact methods are the classic techniques for solving mixed-integer nonlinear programming (MINLP) problems, such as the branch-and-bound algorithm (and other variations) and Benders decomposition [6]–[8]. The approximate methods

consist of heuristic and meta-heuristic techniques. For solving the TNEP problem, constructive heuristic algorithms are the most frequently employed approach, while recently, meta-heuristics, such as particle swarm optimization, harmony search, genetic algorithms, tabu search, and ant colony optimization, were also used [9]–[13].

The third alternative consists of proposing new mathematical formulations allied with new optimization procedures for the TNEP problem. The TNEP problem can be represented by a mathematical optimization problem, in which the objective is to define, at minimum cost, the location and number of new transmission lines and transformers that must be installed in the system to satisfy future scenarios of generation and demand, subject to the technical and physical operational conditions. In this case, the expansion plan is defined as follows: a unique agent (centralized planning) is used; only physical limits are considered; and the data used are the system topology of the base year, the corridors in which transmission lines and transformers can be installed, the future scenarios of generation and demand, and the planning period. The model is generally based on the DC power flow equations, and it considers only the active power (generation and demand) and an approximate representation of Kirchhoff's voltage law. Recently, new formulations based on the AC power flow equations have been proposed [14]–[16]. However, the AC model for the TNEP problem is still recent, and there are difficulties with finding its optimal solution, due to its high complexity [16]. Additionally, the traditional linear disjunctive formulation for multi-scenario TNEP [17], which has the same optimal solution as the DC model, is one of the best-suited approaches for comparison with the model proposed in this paper: since it is an equivalent linear formulation, optimality can be ensured. In fact, the proposed model is an extension, or a generalization, of the traditional formulation for multi-scenario TNEP. Moreover, it is possible to find the solution for both the traditional and the new models using commercial optimization solvers. Finally, it should be highlighted that the proposed approach and discussions presented in this paper can be extended to the TNEP problem considering the AC model.

Line switching is not a novelty in power systems operation [18]. Indeed, it has been proposed as a corrective action to relieve overloads, voltage magnitude control, power loss minimization, and so forth. In this paper, the most important aspect to be considered is the use of transmission switching to relieve congestion [19]–[21]. Therefore, it also may be appropriate to use this type of approach to achieve flexibility in the TNEP problem.

Few papers have solved the TNEP problem considering line switching by addressing some aspects of the problem with different solution techniques. In [22], the authors treat this problem by using the traditional disjunctive formulation, but they consider that the system has no lines installed in the base topology—these lines, however, can be installed, with no cost, in the system. The authors also recognize that adding a line to a system may worsen its operational condition.

No discussion or explanation about this fact, however, is presented in the paper. The tests are conducted using five systems, and the discussion of the results is related to the computational efficiency of the model. Reference [23] presents a Benders decomposition scheme to solve the combined transmission and generation expansion planning problem considering line switching. The problem is decomposed into a master problem, which defines the investments, and two sub-problems, which define the system's operation and evaluate its security. The approach is tested in two systems, and it is verified by the researchers that line switching enhances system security and it is cost-effective. In [24], the authors propose an MILP formulation to solve the TNEP problem with line switching and repowering of lines and transformers. The method is tested with two different systems, and the authors conclude that the savings obtained by the proposed approach were due to the greater search space of the problem. Reference [25] applies the Dantzig-Wolfe decomposition to the stochastic TNEP problem with line switching. In the problem, it is assumed that the future demand and maximum generation are uncertain. Tests are conducted with two systems, and the discussion of the results basically pertains to the advantages of a column-generation algorithm over the branch-and-bound algorithm.

It should be highlighted that the solutions for the TNEP problem must be evaluated and reinforced with the use of other tools, such as power flow, reactive power planning, short circuit, transient, and stability analysis. Even solutions that are feasible to the DC model, with very high investment costs, may be infeasible when the AC operation is considered [14]. Considering line switching simultaneously with the traditional TNEP problem will render solutions with lower investment costs.

It should be made clear that the reduction in the investment cost attained by performing line switching together with TNEP does not mean that the existing network was not adequately planned. This fact can be explained by the following points: (i) the demand and generation for the current system (in the base year) is different from the one that is considered in the TNEP (future demand) and (ii) other considerations may have been addressed in the planning of the current network, and reinforcements could have been made. Both aspects impact the power flow distributions in the final solution of the TNEP problem, and therefore, the existing network may influence this distribution due to the necessity of complying with Kirchhoff's voltage law in all the loops of the system, leading to investments with higher costs.

The main contributions of this paper are the following: (i) a new MILP model for the multi-scenario TNEP problem considering line switching; (ii) a formulation that avoids the switching of an excessive number of lines, without degrading the quality of the solution and ensuring that the operation topology of the resulting system will be connected if the resulting network is connected; and (iii) an intuitive explanation of why line switching can improve the operation of an electrical system, leading to reductions in the investment

costs for the TNEP problem. Item (ii) is especially important since the switching of an excessive number of lines can compromise the reliability of the system and, mainly, due to the simplicity with which this problem is solved when compared with other proposals presented in the literature. Finally, item (iii) is also very important, because in the literature it is well-known that line switching can improve the operation of an electrical system, but there is no explanation for why this apparently contradictory behavior occurs. This work shows that this behavior occurs because line switching eliminates constraints related to Kirchhoff's voltage law from the model for loops that disappear with the switching operation. From the optimization perspective, constraints related to Kirchhoff's voltage law are eliminated from the problem, which makes the optimization problem less constrained (the feasible region becomes larger), but also the Kirchhoff's current law constraints become more restrictive at two buses. In this context, line switching can produce a gain in terms of optimization when the benefit provided by eliminating some constraints related to Kirchhoff's voltage law is greater than the loss of capacity caused in Kirchhoff's current law. For this reason, the optimal solutions for the transportation model (in which Kirchhoff's voltage law constraints are not considered) with and without line switching are the same. Section III discusses this topic using examples. The presented formulation is a generalization of the linear disjunctive model for the traditional TNEP presented in [17]. Additionally, the mathematical modeling is an extension of former proposals [22]–[25].

The remainder of this paper is organized as follows: Section II presents and discusses the traditional linear disjunctive model for the single-stage multi-scenario TNEP problem, Section III presents an illustrative example to explain the particularities of the problem discussed in this work, Section IV introduces the proposed formulation for the multi-scenario TNEP problem with line switching, Section V presents the results of the proposed method for two test systems of different complexity, and, finally, Section VI presents the conclusions of the work.

II. TRADITIONAL MODEL FOR MULTI-SCENARIO TNEP

The traditional linear disjunctive model for the single-stage multi-scenario TNEP problem (which has the same optimal solution as the DC model), in which all the lines must stay connected in the final expansion plan, is presented in (1)–(10) [26].

$$\text{minimize } v = \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} C_{ij} w_{ij,y} \quad (1)$$

subject to

$$\begin{aligned} \sum_{ji \in \Omega_o} f_{ji,s}^o + \sum_{ji \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ji}} f_{ji,y,s} - \sum_{ij \in \Omega_o} f_{ij,s}^o - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} f_{ij,y,s} \\ + G_{i,s} = D_{i,s} \\ \forall i \in \Omega_b, s \in \Omega_s \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_{ij,s}^o = n_{ij}^o \frac{(\theta_{i,s} - \theta_{j,s})}{X_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_o, s \in \Omega_s \quad (3)$$

$$|f_{ij,s}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_o, s \in \Omega_s \quad (4)$$

$$|X_{ij} f_{ij,y,s} - (\theta_{i,s} - \theta_{j,s})| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad (5)$$

$$|f_{ij,y,s}| \leq \bar{f}_{ij} w_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}, s \in \Omega_s \quad (6)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (7)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, s \in \Omega_s \quad (8)$$

$$\theta_{i^*,s} = 0 \quad \forall s \in \Omega_s \quad (9)$$

$$w_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (10)$$

In (1)–(10), the binary variable $w_{ij,y}$ is related to the construction of candidate line y in corridor ij (if $w_{ij,y} = 1$, then the line is constructed; otherwise, the line is not constructed). The number of lines constructed in corridor ij is $n_{ij} = \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} w_{ij,y}$. The power flow in corridor ij , scenario s , is $f_{ij,s} = f_{ij,s}^o + \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} f_{ij,y,s}$.

The objective function v in (1) minimizes the investment cost in the system. Constraint (2) represents the power flow balance at each bus of the system in each scenario, i.e., the application of Kirchhoff's current law to the system; constraint (3) represents the application of Kirchhoff's voltage law to the fundamental loops of the base topology, formed by the existing lines of each corridor and the loads at their terminal buses, in each scenario; and constraint (4) is the power flow limit for the existing lines of the base topology. Constraint (5) represents the application of Kirchhoff's voltage law to the fundamental loops of the candidate network, formed by each candidate line and the loads at its terminal buses, in each scenario, while (6) represents the power flow limits for the candidate lines. Note that when $w_{ij,y} = 0$, in (6), $f_{ij,y,s} = 0$, and in (5), $\theta_{i,s}$ and $\theta_{j,s}$ are independent. On the other hand, if $w_{ij,y} = 1$, in (6), $|f_{ij,y,s}| \leq \bar{f}_{ij}$, and in (5), $f_{ij,y,s} = (\theta_{i,s} - \theta_{j,s}) / X_{ij}$. Constraint (7) requires the sequential construction of candidate lines in each corridor ij , i.e., line y can be constructed only if line $y-1$ was already constructed in corridor ij , and is used to break the symmetry of the model. Constraint (8) represents the maximum phase angle allowed at a bus. Constraint (9) imposes the angular reference to the system in each scenario, and constraint (10) indicates that the decision variable related to the construction of a new line must be binary.

The greatest advantages of the equivalent disjunctive model (1)–(10) in comparison with the original mixed-integer nonlinear DC model for TNEP are that optimality can be ensured and the model can be efficiently solved by MILP solvers, which become increasingly efficient. In addition, if the solver presents convergence, the solution found by the disjunctive model (1)–(10) for the problem is optimal for the mixed-integer nonlinear DC model. The disadvantage of this model is the increment in the number of binary variables, which must be efficiently circumvented for large-sized systems. Finally, the parameter M must be adequately

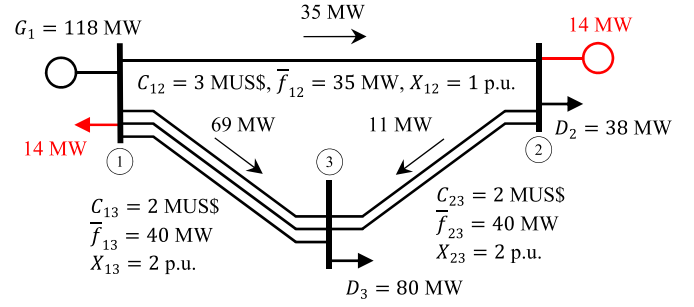


FIGURE 1. Initial topology of the 3-bus system.

determined to improve the convergence performance of the model. In this paper, $M = 2\bar{\theta}$, in which $\bar{\theta} = 90^\circ$ [27], [28].

III. THE TNEP PROBLEM WITH LINE SWITCHING

In this section, we present an illustrative example of a case in which the topology of a transmission system is modified in the TNEP problem, resulting in different optimal topologies.

Fig. 1 shows a 3-bus system for which the optimal expansion plan will be defined considering a single operation scenario. Therefore, the index for scenarios, s , is omitted in the parameters and variables. The data for the system are the following: $G_1 = 118$ MW, $D_2 = 38$ MW, $D_3 = 80$ MW, $X_{12} = 1$ p.u., $X_{13} = X_{23} = 2$ p.u., $C_{12} = 3$ MUS\$, $C_{13} = C_{23} = 2$ MUS\$, $\bar{f}_{12} = 35$ MW, $\bar{f}_{13} = \bar{f}_{23} = 40$ MW, $n_{12}^o = 1$, $n_{13}^o = 3$, $n_{23}^o = 2$, and $\bar{n}_{12} = \bar{n}_{13} = \bar{n}_{23} = 4$. When a DC power flow problem is solved for this system, it can be verified that its operation is infeasible. Consider an artificial generation of 14 MW at bus 2 and an artificial load of 14 MW at bus 1; it is possible to find a point of operation for the system in which the limits of the lines are fulfilled [29] (in this case, the operation of the original system is still infeasible, since there is load shedding on bus 2), as shown in Fig. 1. According to the traditional approach for TNEP, additional lines are required so that the demands are adequately supplied.

Using the traditional formulation for TNEP, the solution results in an investment of $v = 3$ MUS\$ and consists of constructing one transmission line in corridor 1–2 (making $n_{12} = 1$). Fig. 2 shows the optimal expansion plan for the system with the corresponding active power flow distribution.

Assuming that the existing lines can be switched off from the system with no cost, it is possible to find a feasible operating solution for it with no investment. The solution results in the system illustrated in Fig. 3. It can be observed that the demands are satisfied by switching off the line in corridor 1–2, and the resulting investment cost is $v = 0$ MUS\$.

Another alternative optimal solution in this case, when line switching is considered, is presented in Fig. 4. However, due to reliability requirements for the solution, it can be concluded that the topology shown in Fig. 3 is more reliable than that of Fig. 4.

This example shows that it is possible to find solutions for the TNEP problem with lower investment costs by allowing line switching. This behavior is due to Kirchhoff's

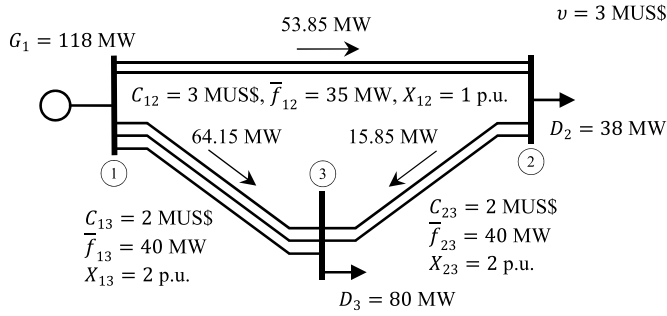


FIGURE 2. Optimal topology for the traditional TNEP formulation.

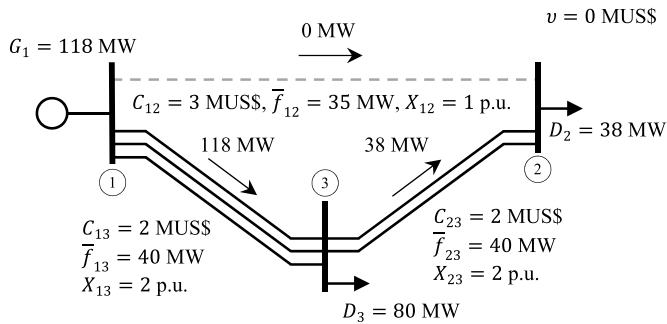


FIGURE 3. Optimal topology for the strategy that switches off one line.

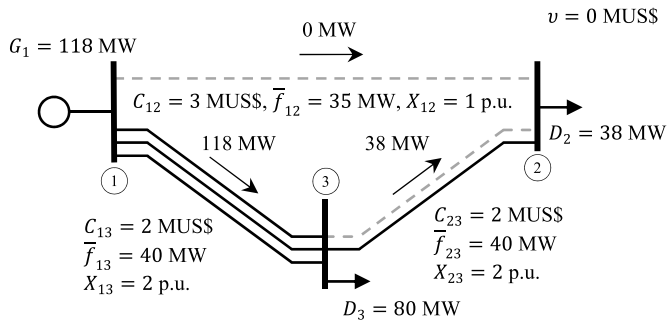


FIGURE 4. Alternative optimal topology.

voltage law, which must be satisfied in every loop of the system. In Fig. 1, it can be observed that the line in corridor 1–2 is operating at its limit, with $\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2 = X_{12}f_{12}^0/n_{12}^0 = 1 \times 0.35/1 = 0.35$ p.u. Kirchhoff's voltage law requires that $\theta_{13} + \theta_{32} = \theta_{12}$, limiting the power transfer on lines 1–3 and 2–3. Indeed, the lines in corridors 1–3 and 2–3 are underutilized, operating at 57.50% and 13.75% of their rated capacities, respectively. By switching off the line in corridor 1–2, a loop is eliminated from the system (as well as the necessity of satisfying Kirchhoff's voltage law in this loop), and the lines in corridors 1–3 and 2–3 can be fully utilized. In this context, it can be concluded that line 1–2 is limiting the operation of the network for this load and generation profile and, consequently, by switching it off, the system's performance can be improved. It should be emphasized that line switching is being considered for alleviating congestions, therefore, the status of the lines can be defined in the operation planning of the system.

Further studies and evaluations of the resulting topologies to provide more complete performance indicators, such as

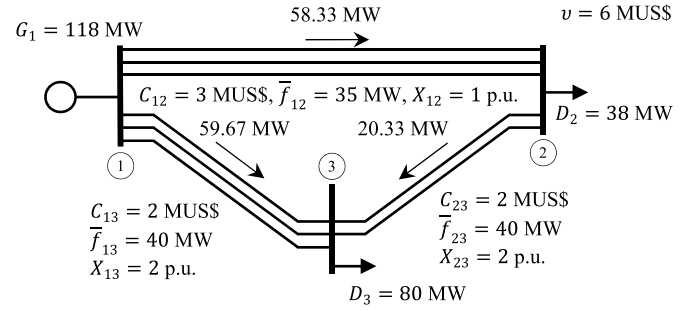


FIGURE 5. Optimal plan considering the N-1 security criterion.

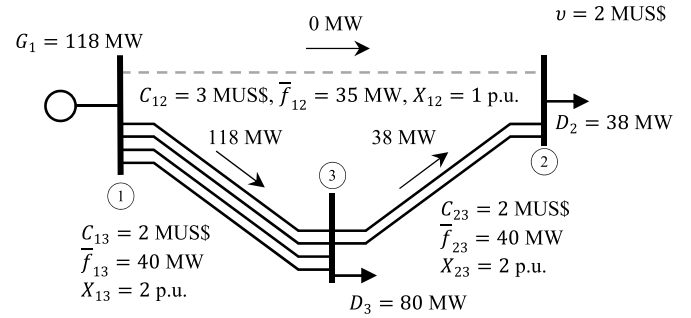


FIGURE 6. Optimal plan considering the N-1 security criterion for the lines and line switching.

stability and reliability analyses, are not presented in this paper. However, it will be demonstrated for the 3-bus system that, by considering line switching, better solutions can be achieved for the TNEP problem with the N-1 security constraint for the lines. Fig. 5 shows the optimal expansion plan using the traditional TNEP model with N-1 security constraint. The optimal plan results in an investment of $v = 6$ MUS\$, with the construction of two lines in corridor 1–2, i.e., $n_{12} = 2$.

For the 3-bus system, the solution for the TNEP problem with N-1 security constraint considering line switching is illustrated in Fig. 6.

The resulting plan has an investment cost of $v = 2$ MUS\$, with the construction of one line in corridor 1–3 ($n_{13} = 1$), which represents a reduction of 66.67% in the investment cost when compared to the expansion plan presented in Fig. 5.

The discussion presented in this section brings our attention to two important aspects of the problem: (i) it is desirable to avoid unnecessary line switching operations, as the one described in Fig. 4, since they do not improve the operation of the system, and (ii) line switching brings flexibility to the operation of the system as long as loops are eliminated from the network. By penalizing line switching in the objective function of the problem, unnecessary switching operations are avoided. Moreover, this penalization also ensures that, if the resulting network (of the expansion plan) is connected, then the operation topology of the system in all scenarios must also be connected, since no improvement is obtained by disconnecting a line that separates two regions of a system but does not form any loop with other lines. The formulation presented in this paper contemplates both aspects, which are desirable due to reliability requirements [30].

IV. NEW MODEL FOR MULTI-SCENARIO TNEP

A new mathematical model for the multi-scenario TNEP problem considering line switching, based on the disjunctive formulation, is presented in (11)–(26).

$$\text{minimize } v = \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} C_{ij} w_{ij,y} \quad (11)$$

subject to

$$\begin{aligned} & \sum_{ji \in \Omega_o} \sum_{y=1}^{n_{ji}^o} f_{ji,y,s}^o + \sum_{ji \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ji}} f_{ji,y,s} - \sum_{ij \in \Omega_o} \sum_{y=1}^{n_{ij}^o} f_{ij,y,s}^o \\ & - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} f_{ij,y,s} + G_{i,s} = D_{i,s} \\ & \forall i \in \Omega_b, s \in \Omega_s \end{aligned} \quad (12)$$

$$|X_{ij} f_{ij,y,s}^o - (\theta_{i,s} - \theta_{j,s})| \leq M (1 - u_{ij,y,s}^o) \quad (13)$$

$$|f_{ij,y,s}^o| \leq \bar{f}_{ij} u_{ij,y,s}^o \quad \forall ij \in \Omega_o, y \in \{1, \dots, n_{ij}^o\}, s \in \Omega_s \quad (14)$$

$$|X_{ij} f_{ij,y,s} - (\theta_{i,s} - \theta_{j,s})| \leq M (1 - u_{ij,y,s}) \quad (15)$$

$$|f_{ij,y,s}| \leq \bar{f}_{ij} u_{ij,y,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}, s \in \Omega_s \quad (16)$$

$$u_{ij,y,s} \leq w_{ij,y} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}, s \in \Omega_s \quad (17)$$

$$u_{ij,y,s}^o \leq u_{ij,y-1,s}^o \quad \forall ij \in \Omega_o, y \in \{2, \dots, n_{ij}^o\}, s \in \Omega_s \quad (18)$$

$$u_{ij,y,s} \leq u_{ij,y-1,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\}, s \in \Omega_s \quad (19)$$

$$u_{ij,1,s} \leq u_{ij,n_{ij}^o,s}^o \quad \forall ij \in \Omega_c, s \in \Omega_s | n_{ij}^o > 0 \quad (20)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{2, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (21)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, s \in \Omega_s \quad (22)$$

$$\theta_{i^*,s} = 0 \quad \forall s \in \Omega_s \quad (23)$$

$$u_{ij,y,s}^o \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_o, y \in \{1, \dots, n_{ij}^o\}, s \in \Omega_s \quad (24)$$

$$u_{ij,y,s} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\}, s \in \Omega_s \quad (25)$$

$$w_{ij,y} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_c, y \in \{1, \dots, \bar{n}_{ij}\} \quad (26)$$

In this model, the new variables are $f_{ij,y,s}^o$, the power flow through the existing line y ($y = 1, \dots, n_{ij}^o$) in corridor ij , scenario s , $u_{ij,y,s}^o$, a binary variable related to the operation of the existing line y in corridor ij , scenario s (if $u_{ij,y,s}^o = 1$, then the line is connected; otherwise, the line is not connected to the system in scenario s), and $u_{ij,y,s}$, a binary variable related to the operation of the candidate line y in corridor ij , scenario s . In this context, transmission lines that exist in the base topology can be disconnected in each corridor ij and each scenario s , with no cost, up to the limit n_{ij}^o . Additionally, transmission lines can be constructed in each corridor ij , up to the limit $\bar{n}_{ij}$. The constructed lines can also be disconnected from the system in specific scenarios.

The objective function (11) remains the same as in (1). The power balance constraint (12) now considers the power flow for each individual existing and candidate line.

Constraints (13) and (14) represent the application of Kirchhoff's voltage law to the fundamental loops formed by each existing line and the loads at its terminal buses, similar to (5) and (6) in the previous model, but now considering the operation status of the existing lines in each scenario, $u_{ij,y,s}^o$. Constraints (15) and (16) represent the systematic application of Kirchhoff's voltage law to the fundamental loops formed by each candidate line and the loads at its terminal buses, considering the status of these lines in each scenario, $u_{ij,y,s}$. Constraint (17) requires that a candidate line can be only connected to the system in a scenario if it was installed, so that its cost is accounted in the objective function.

Constraints (18)–(21) are used to break the symmetry of the model. Constraint (18) requires the sequential connection of existing lines in each corridor ij , scenario s , i.e., existing line y can be connected only if line $y - 1$ was already connected in corridor ij , scenario s . Constraint (19) requires sequential connection of candidate lines, (20) imposes that a candidate line can be connected in a corridor in scenario s only if all existing lines are connected in this corridor in this scenario, while (21) is the same as (7). Constraint (22) imposes the maximum phase angle at a bus. Constraint (23) imposes the angular reference to the system in each scenario, while (24)–(26) indicate that the decision variables related to the operation of the lines in each scenario and the construction of lines, must be binary.

It should be noted that finding a solution for the new mathematical model is much more complex than finding one for the traditional TNEP model because the number of binary variables is increased significantly, as well as the number of disjunctive constraints that represent the application of Kirchhoff's voltage law to the network.

In the solution of model (11)–(26), lines that belong to the base topology and the candidate lines that are installed in the system can be disconnected without any cost. Therefore, for each corridor ij , if all the lines that exist in the base topology and the new lines are necessary for the system's operation in a scenario, they will appear naturally in the solution. Those lines in a corridor ij that are not necessary or that degrade the operation of the system in a scenario will be excluded automatically by the solving process. For each corridor ij , the number of lines switched off in scenario s , $n'_{ij,s}$, can be identified by (27).

$$n'_{ij,s} = \sum_{y=1}^{n_{ij}^o} (1 - u_{ij,y,s}^o) + \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} (w_{ij,y} - u_{ij,y,s}) \quad (27)$$

In (11)–(26), the new variables $u_{ij,y,s}^o$ and $u_{ij,y,s}$ are not considered in the objective function. This fact can, however, lead to alternative optimal solutions for the TNEP problem in which a high number of lines are switched off from the system in some scenarios, without leading to any additional cost reduction of the expansion plan. To avoid this issue, a modification in the objective function of the problem is proposed below.

In an operation scenario, the lines of the system can be classified into three groups:

- i. Essential transmission lines in the given generation and demand profile;
- ii. Transmission lines that are not essential but do not negatively affect the operation of the system in the given generation and demand profile;
- iii. Transmission lines that negatively affect the operation of the system in the given generation and demand profile.

The transmission lines that belong to the second group increase the difficulty in solving the TNEP problem considering line switching because, since they do not interfere significantly in the operation of the system in the operation scenario, they generate several different alternative optimal solutions. Fortunately, it is possible to modify the proposed formulation to identify these cases in order to obtain more consistent solutions. Thus, the objective function (11) changes slightly and takes the form shown in (28).

$$\begin{aligned} \text{minimize } v' = & \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} C_{ij} w_{ij,y} \\ & + \frac{C^{sw}}{|\Omega_s|} \left[\sum_{ij \in \Omega_o} \sum_{y=1}^{n_{ij}^o} \sum_{s \in \Omega_s} (1 - u_{ij,y,s}^o) \right. \\ & \left. + \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{y=1}^{\bar{n}_{ij}} \sum_{s \in \Omega_s} (w_{ij,y} - u_{ij,y,s}) \right] \quad (28) \end{aligned}$$

Notice that (28) consists of (11) with an additional term. Thus, if a line is switched off from the system in a scenario, the objective function is penalized with a small cost. The purpose of this strategy is to only switch off those lines that have a negative effect on the system operation; therefore, the other lines should remain connected to the system. In this equation, C^{sw} is the cost for switching a line, which should be small, i.e., $C^{sw} \ll C_{ij}, \forall ij \in \Omega_c$, so that line switching becomes appealing for reducing the investment cost, but it should be different from zero, so that alternative optimal solutions, in which lines of the second group are switched off, are eliminated.

The new model has the advantage of being able to find expansion plans with better quality than that of the traditional multi-scenario TNEP model and of revealing operational inconsistencies in the electrical system through the identification of transmission lines that are irrelevant or that restrict the operation of the network in a given generation and demand profile. The main disadvantage of the proposed model is the increased complexity of the problem: the number of binary variables is increased significantly, as well as the number of disjunctive constraints, which can lead to a high computational effort to solve the model, even for instances in which the traditional TNEP problem can be easily solved. If additional features are to be considered in the TNEP problem, such as the multi-stage planning and N-1 security

criterion, it may be more appropriate to use a meta-heuristic [31] as a solution method.

V. TESTS AND RESULTS

In order to demonstrate the effectiveness of the proposed mathematical model, tests were carried out with the 46-bus southern Brazilian system, with a single operation scenario [32], and the IEEE 24-bus system, with four operation scenarios [33]. The purpose of considering the first system with a single operation scenario is to carefully analyze the impact of line switching in the TNEP problem, while the tests considering multiple operation scenarios are used to evaluate the effectiveness of the model in reducing the investment costs when compared to the traditional multi-scenario formulation. Besides that, tests are conducted considering the transportation model for TNEP with and without line switching. The objective of these tests is to show that when Kirchhoff's voltage law is not considered in the formulation, the solutions for the TNEP problem with and without line switching are the same, and, therefore, Kirchhoff's voltage law is responsible for the difference in the investment costs of the TNEP problem with and without line switching when the DC model is considered. The proposed models were implemented in the AMPL [34] modeling language and solved with the CPLEX [35] solver, version 12.9, with default settings, on a computer with a 3.2 GHz Intel®Core™i7-8700 processor and 16 GB of RAM.

A. 46-BUS SOUTHERN BRAZILIAN SYSTEM

The 46-bus southern Brazilian system, illustrated in Fig. 7, presents 46 buses, 79 corridors with 62 lines in the base topology, and a total demand of 6880 MW. A single future operation scenario is considered and a maximum number of five new lines is allowed to be constructed in each corridor. The value used for the switching cost is $C^{sw} = 0.001$ MUS\$. This is one of the most used systems in TNEP and represents a benchmark for the algorithms that have been proposed in the literature.

Table 1 presents the results obtained using three different formulations for TNEP for the 46-bus southern Brazilian system. The first one is the transportation model, presented in [29], which considers only the application of Kirchhoff's voltage law to the network and can be represented by equations (1), (2), (4), (6), (7), and (10). The second one is the disjunctive formulation for the DC model (1)–(10), which considers both Kirchhoff's current and voltage laws. The third formulation is the proposed model (11)–(26), which considers the disjunctive formulation for the DC model and line switching.

According to Table 1, for the transportation model with and without line switching, 13 new lines were constructed, with an investment cost of 127.272 MUS\$. The computational time to solve the model was 0.61 s. For the traditional DC model, 16 new lines were constructed, with an investment cost of 154.420 MUS\$. In this case, the model was solved in 1.61 s. For the DC model with line switching, 15 new

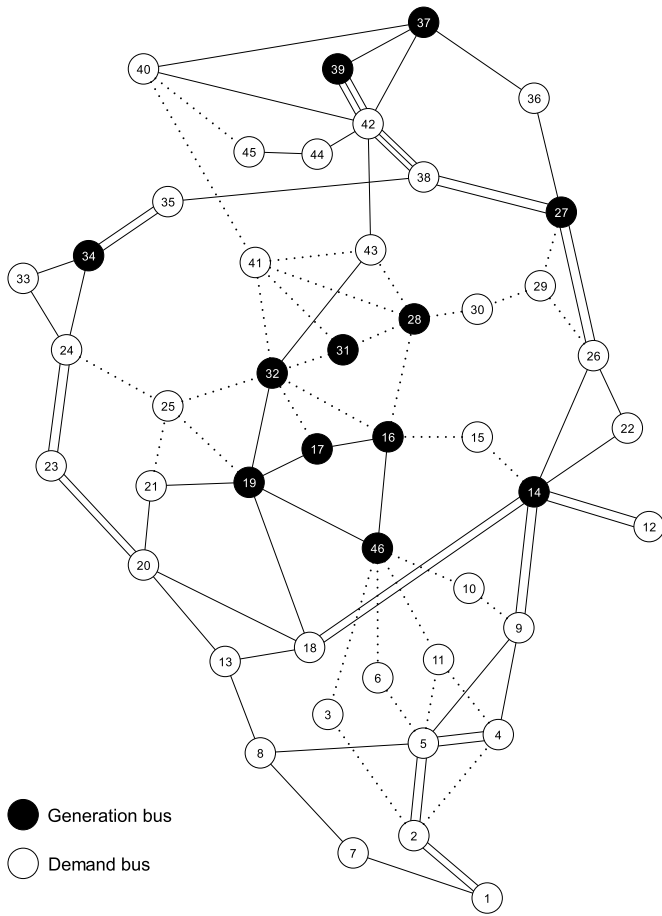


FIGURE 7. 46-bus southern Brazilian system.

TABLE 1. Solutions for the 46-bus southern Brazilian system.

Model	Number of lines constructed	Lines constructed	Number of lines switched off	Lines switched off	Investment cost (MUS\$)	Computational time (s)
Transportation with and without line switching	13	$n_{14-22} = 1, n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 2, n_{5-11} = 2, n_{25-32} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-31} = 1, n_{46-11} = 1, n_{24-25} = 2$	0	—	127.272	0.61
DC	16	$n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{5-6} = 2$	0	—	154.420	1.61
DC with line switching	15	$n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{5-6} = 1$	11	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{20-23} = 1, n'_{23-24} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{37-39} = 1, n'_{40-42} = 1$	146.242	179.70

lines were constructed, and 11 existing lines were switched off from the base topology. The solution, in this case, had an investment cost of 146.242 MUS\$, which represents a reduction of 5.30% in the cost in comparison to the solution of the

DC model. The computational time to solve the model was 179.70 s, much higher when compared to the computational time to solve the other two models.

It should be noted that the investment cost of the solution for the DC model with line switching will always be between the cost of the solution for the transportation model (it can be considered to be a lower bound for the investment cost) and the DC model (it can be considered to be an upper bound for the investment cost). This is due to the following facts: (i) the transportation model is a relaxation of the DC model, since Kirchhoff's voltage law is not considered in the former and (ii) the solutions of the proposed formulation comply with Kirchhoff's voltage law, but the model presents more flexibility than the DC model, since the lines that constrain the power flow on other lines of their same loops can be switched off, relieving congestion. The potential for savings in the investment cost of the proposed formulation can be calculated as the difference in the investment costs of the solutions for the DC model and the transportation model.

By considering $C^{sw} = 0$ MUS\$ in the DC TNEP model with line switching, the same expansion plan presented in Table 1, with an investment cost of 154.420 MUS\$, is obtained. However, the solution presents 17 lines switched off, on branches 1–7, 1–2 $\times$ (2), 5–8, 7–8, 4–5, 14–18 $\times$ (2), 16–17, 14–26, 14–22, 20–23, 23–24, 33–34, 37–39, 39–42, and 40–42. Moreover, the computational time to solve the problem is 809.11 s.

An interesting analysis would be to determine why the operation of the 46-bus southern Brazilian system with the constructed lines in the solution of the DC model with line switching is not feasible when all the lines must be connected.

Table 2 presents the results for the operation (in the case, the load shedding in the system) of the 46-bus southern Brazilian system when the lines constructed in the solution of the proposed model are fixed and always connected to the system, while it is possible to switch off the lines from the base topology.

From Table 2, it is possible to verify that the solution with no line switched off has a total load shedding of 352.1400 MW (114.1400 MW at bus 2 and 238.0000 MW at bus 5). Conversely, the solution in which eleven lines in the base topology are allowed to be switched off from the system has no load shedding (indeed, this is the solution for the problem presented in Table 1).

By comparing the solutions in which no line is switched off from the system with the one in which two lines are switched off, the following aspects can be verified: (i) by switching two lines (1–7 and 5–8), the load shedding is reduced by 126.3409 MW (35.88%); (ii) before switching off the lines, bus 46 was generating 352.1400 MW less than the scheduled power, and after the switching, bus 46 began to generate 225.7991 MW less than the scheduled power; and (iii) before switching off the lines, line 5–6 was operating at its limit, and after the switching operations, lines 13–18 and 5–6 started to operate at their limits. Additionally, the loop formed by lines 1–7, 1–2, 5–8, 7–8, and 2–5 (see Fig. 7) does not allow line

TABLE 2. Analysis of the solution of the DC model with line switching for the 46-bus southern Brazilian system.

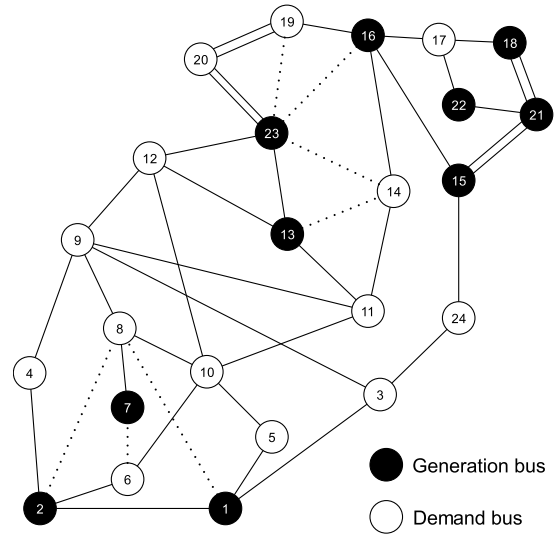
Maximum number of lines switched off	Lines switched off	Load shedding per node (MW)	Total load shedding (MW)
0	—	2 (114.1400), 5 (238.0000)	352.1400
1	$n'_{8-13} = 1$	2 (51.1582), 5 (238.0000)	289.1582
2	$n'_{1-7} = 1, n'_{5-8} = 1$	5 (222.3978), 13 (3.4013)	225.7991
3	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 1$	2 (190.6598)	190.6598
4	$n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1$	5 (100.2769), 12 (7.9000), 42 (21.0272)	129.2042
5	$n'_{6-13} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1$	5 (14.0000), 12 (7.9000), 42 (26.2083)	48.1083
6	$n'_{6-13} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{33-34} = 1$	5 (21.9000), 42 (0.1718)	22.0718
7	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{40-42} = 1$	45 (1.8087)	1.8087
8	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{40-42} = 1$	44 (0.9642)	0.9642
9	$n'_{1-7} = 1, n'_{5-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{37-39} = 1, n'_{40-42} = 1$	42 (0.1893)	0.1893
10	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{37-39} = 1, n'_{40-42} = 1$	45 (0.1893)	0.1893
11	$n'_{5-8} = 1, n'_{7-8} = 1, n'_{14-18} = 2, n'_{14-26} = 1, n'_{14-22} = 1, n'_{20-23} = 1, n'_{23-24} = 1, n'_{33-34} = 1, n'_{37-39} = 1, n'_{40-42} = 1$	—	0.0000

5–2 to transfer a greater amount of power, since Kirchhoff's voltage law must be fulfilled in this loop (it should be noted that buses 1 and 7 are transfer buses, i.e., their demands are zero). Therefore, by switching off lines 1–7 and 5–8, this loop (among others) is eliminated, which improves the performance of the system.

By allowing more lines to be switched off from the system (with the limit of eleven lines), the total load shedding decreases. Note, however, that by switching off up to seven lines, substantial reductions are achieved in the value of load shedding (from 352.1400 MW when all the lines are connected to the system down to 1.8087 MW when seven lines are switched off). When the eighth line up to the eleventh line is switched off, there is an observed reduction of only 1.8087 MW in load shedding. This behavior is typical of the transmission switching problem [36]. Finally, note that when ten lines are allowed to be switched off from the system, only nine lines are switched off, and an alternative optimal solution to the case when nine lines are allowed to be switched off is found, with load shedding of 0.1893 MW (also note that the buses in which this load shedding occurs are different in both cases).

B. IEEE 24-BUS SYSTEM

The IEEE 24-bus system, illustrated in Fig. 8, presents 24 buses and 41 corridors with 38 lines in the base topology. Four operation scenarios, with different generation profiles, are considered [33]. A maximum number of three new

**FIGURE 8.** IEEE 24-bus system.**TABLE 3.** Solutions for the IEEE 24-bus system.

Model	Number of lines constructed	Lines constructed	Number of lines switched off	Lines switched off	Investment cost (MUS\$)	Computational time (s)
Transportation with and without line switching	10	$n_{6-10} = 1, n_{7-8} = 2, n_{10-12} = 1, n_{12-13} = 1, n_{14-16} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1, n_{17-18} = 1$	0	—	342.000	0.61
DC	15	$n_{1-5} = 1, n_{3-24} = 1, n_{6-10} = 1, n_{7-8} = 2, n_{10-11} = 1, n_{13-14} = 1, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1, n_{17-18} = 2, n_{20-23} = 1$	0	—	532.000	4.63
DC with line switching	13	$n_{1-5} = 1, n_{3-24} = 1, n_{6-10} = 1, n_{7-8} = 2, n_{10-12} = 1, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1, n_{17-18} = 1, n_{20-23} = 1$	5	$n'_{10-12,1} = 1, n'_{15-16,1} = 1, n'_{1-3,2} = 1, n'_{15-16,2} = 1, n'_{13-23,4} = 1$	450.000	3,472.97

constructed lines is allowed in each corridor. The value used for the switching cost is $C^{sw} = 0.001$ MUS\$.

Table 3 presents the results obtained using the three different formulations for TNEP using the IEEE 24-bus system. According to Table 3, for the transportation model with and without line switching, 10 new lines were constructed, with an investment cost of 342.000 MUS\$. The computational time to solve the model was 0.61 s. For the traditional DC model, 15 new lines were constructed, with an investment cost of 532.000 MUS\$. In this case, the model was solved in 4.63 s.

For the DC model with line switching, 13 new lines were constructed. Regarding the operation of the system, in scenario 1, two lines are switched off from the system, one in corridor 10–12 and one in corridor 15–16, in scenario 2, two lines are switched off, one in corridor 1–3 and one in corridor 15–16, in scenario 3, no line is switched off, and in scenario 4, one line is switched off in corridor 13–23. The solution, in this case, has an investment cost of 450.000 MUS\$, which

represents a reduction of 15.41% in the cost in comparison to the solution of the DC model. The computational time to solve the model was 3,472.97 s.

By considering $C^{sw} = 0$ MUS\$ in the DC TNEP model with line switching, the same expansion plan presented in Table 3, with investment cost of 450.000 MUS\$, is obtained. However, the solution presents nine lines switched off from the system in scenario 1, seven in scenario 2, four in scenario 3, and seven in scenario 4.

The results obtained for this system indicate the potential for savings in the investment cost provided by the proposed model when multiple operation scenarios are considered in the TNEP problem.

VI. CONCLUSION

This paper presented a mixed-integer linear programming model to the multi-scenario transmission network expansion planning (TNEP) problem considering line switching. By using an illustrative 3-bus system, it was shown that the strategy can lead to expansion plans with lower investment costs, even when additional requirements, such as the N-1 security criterion, is considered in the TNEP problem. In the illustrative example, it was also possible to identify situations in which the existing lines can severely limit the performance of the transmission system. The explanation for this is that Kirchhoff's voltage law must be satisfied in the loops of the network, what constrains the power flows on other loops.

Tests were conducted using the 46-bus southern Brazilian system and the IEEE 24-bus system. For both systems, the obtained expansion plans using the proposed disjunctive formulation for the DC model with line switching have lower investment costs than the plans obtained by the traditional formulation, with savings of 5.30% for the southern Brazilian system and 15.41% for the IEEE 24-bus system. An important feature of the new model is that it identifies systems that are poorly conditioned to meet the Kirchhoff's voltage law in future scenarios.

Further research can be conducted considering other requirements for the TNEP problem, such as multi-stage planning and N-1 security criterion. Additionally, more precise and realistic mathematical formulations for the TNEP problem, such as the AC model, should be considered.

REFERENCES

- [1] A. Arabali, M. Ghofrani, M. Etezadi-Amoli, M. S. Fadali, and M. Moeini-Aghaie, "A multi-objective transmission expansion planning framework in deregulated power systems with wind generation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 29, no. 6, pp. 3003–3011, Nov. 2014.
- [2] R. Garcia-Bertrand and R. Minguez, "Dynamic robust transmission expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 32, no. 4, pp. 2618–2628, Jul. 2017.
- [3] Y. Zhang, J. Wang, Y. Li, and X. Wang, "An extension of reduced disjunctive model for multi-stage security-constrained transmission expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 1, pp. 1092–1094, Jan. 2018.
- [4] P. V. Gomes and J. T. Saraiva, "A two-stage strategy for security-constrained AC dynamic transmission expansion planning," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 180, Mar. 2020, Art. no. 106167.
- [5] G. Gutiérrez-Alcaraz, N. González-Cabrera, and E. Gil, "An efficient method for contingency-constrained transmission expansion planning," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 182, May 2020, Art. no. 106208.
- [6] M. Rider, A. Garcia, and R. Romero, "Transmission system expansion planning by a branch-and-bound algorithm," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 2, no. 1, pp. 90–99, 2008.
- [7] S. Binato, M. V. F. Pereira, and S. Granville, "A new benders decomposition approach to solve power transmission network design problems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 16, no. 2, pp. 235–240, May 2001.
- [8] M. Majidi-Qadikolai and R. Baldick, "A generalized decomposition framework for large-scale transmission expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 2, pp. 1635–1649, Mar. 2018.
- [9] P. Murugan, "Modified particle swarm optimisation with a novel initialisation for finding optimal solution to the transmission expansion planning problem," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 6, no. 11, pp. 1132–1142, Nov. 2012.
- [10] A. Verma, B. K. Panigrahi, and P. R. Bijwe, "Harmony search algorithm for transmission network expansion planning," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 4, no. 6, pp. 663–673, Jun. 2010.
- [11] A. L. Da Silva, L. Rezende, L. Honório, and L. A. F. Manso, "Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion planning problem," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 5, no. 3, pp. 360–367, Mar. 2011.
- [12] I. Alhamrouni, A. K. Ferdavani, M. Salem, and A. Khairuddin, "Transmission expansion planning using AC-based differential evolution algorithm," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 8, no. 10, pp. 1637–1644, Oct. 2014.
- [13] L. A. Gallego, L. P. Garcés, M. Rahmani, and R. A. Romero, "High-performance hybrid genetic algorithm to solve transmission network expansion planning," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 11, no. 5, pp. 1111–1118, Mar. 2017.
- [14] M. J. Rider, A. V. Garcia, and R. Romero, "Power system transmission network expansion planning using AC model," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 1, no. 5, pp. 731–742, Sep. 2007.
- [15] H. Zhang, G. T. Heydt, V. Vittal, and J. Quintero, "An improved network model for transmission expansion planning considering reactive power and network losses," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 3471–3479, Aug. 2013.
- [16] L. H. Macedo, C. V. Montes, J. F. Franco, M. J. Rider, and R. Romero, "MILP branch flow model for concurrent AC multistage transmission expansion and reactive power planning with security constraints," *IET Gener. Transmiss. Distrib.*, vol. 10, no. 12, pp. 3023–3032, Sep. 2016.
- [17] Z. Zhuo, E. Du, N. Zhang, C. Kang, Q. Xia, and Z. Wang, "Incorporating massive scenarios in transmission expansion planning with high renewable energy penetration," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 35, no. 2, pp. 1061–1074, Mar. 2020.
- [18] H. Glavitsch, "Switching as means of control in the power system," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 7, no. 2, pp. 92–100, Apr. 1985.
- [19] K. W. Hedman, R. P. O'Neill, E. Bartholomew Fisher, and S. S. Oren, "Optimal transmission switching-sensitivity analysis and extensions," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 1469–1479, Aug. 2008.
- [20] K. W. Hedman, R. P. O'Neill, E. B. Fisher, and S. S. Oren, "Optimal transmission switching with contingency analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 3, pp. 1577–1586, Aug. 2009.
- [21] W. E. Brown and E. Moreno-Centeno, "Transmission-line switching for load shed prevention via an accelerated linear programming approximation of AC power flows," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 35, no. 4, pp. 2575–2585, Jul. 2020.
- [22] L. S. Moulin, M. Poss, and C. Sagastizábal, "Transmission expansion planning with re-design," *Energy Syst.*, vol. 1, no. 2, pp. 113–139, May 2010.
- [23] A. Khodaei, M. Shahidehpour, and S. Kamalinia, "Transmission switching in expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 3, pp. 1722–1733, Aug. 2010.
- [24] J. C. Villumsen and A. B. Philpott, "Investment in electricity networks with transmission switching," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 222, no. 2, pp. 377–385, Oct. 2012.

- [25] D. Tejada, J. M. López-Lezama, M. J. Rider, and G. Vinasco, "Transmission network expansion planning considering repowering and reconfiguration," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 69, pp. 213–221, Jul. 2015.
- [26] M. Mahdavi, C. Sabillon Antunez, M. Ajalli, and R. Romero, "Transmission expansion planning: Literature review and classification," *IEEE Syst. J.*, vol. 13, no. 3, pp. 3129–3140, Sep. 2019.
- [27] G. Vinasco, M. J. Rider, and R. Romero, "A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, no. 4, pp. 2574–2576, Nov. 2011.
- [28] M. Rahmani, R. Romero, and M. J. Rider, "Strategies to reduce the number of variables and the combinatorial search space of the multistage transmission expansion planning problem," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 2164–2173, Aug. 2013.
- [29] R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia, and S. Haffner, "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning," *IEE Proc.-Gener., Transmiss. Distrib.*, vol. 149, no. 1, pp. 27–36, Jan. 2002.
- [30] J. Ostrowski, J. Wang, and C. Liu, "Transmission switching with connectivity-ensuring constraints," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 29, no. 6, pp. 2621–2627, Nov. 2014.
- [31] F. Glover and G. A. Kochenberger, *Handbook of Metaheuristics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 2003.
- [32] (2019). *LaPSEE Power System Test Cases Repository*. Accessed: Apr. 4, 2020. [Online]. Available: <http://www.feis.unesp.br/#/lapsee>
- [33] R. Fang and D. J. Hill, "A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 1, pp. 374–380, Feb. 2003.
- [34] R. Fourer, D. M. Gay, and B. W. Kernighan, *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, 2nd ed. Duxbury, MA, USA: Thomson, 2003.
- [35] (2018). *CPLEX Optimization Studio v12.9*. Accessed: Aug. 20, 2019. [Online]. Available: <http://www-01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg27050618>
- [36] E. B. Fisher, R. P. O'Neill, and M. C. Ferris, "Optimal transmission switching," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 1346–1355, Aug. 2008.

MARCO MENESES received the B.Sc. degree in electronics engineering from the Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Lima, Peru, in 2010, and the M.Sc. degree in electrical engineering from São Paulo State University, Ilha Solteira, Brazil, in 2016, where he is currently pursuing the Ph.D. degree in electrical engineering.

His current research interests include the development of mathematical models and optimization techniques for electrical power systems problems.

EDGAR NASCIMENTO received the B.Sc. degree in mathematics from the Federal University of Mato Grosso, Mato Grosso, Brazil, in 1999, and the Ph.D. degree in electrical engineering from São Paulo State University, Ilha Solteira, Brazil, in 2014.

He is currently a Professor of mathematics with the Federal Institute of Education, Science, and Technology of Mato Grosso, Mato Grosso. His current research interests include optimization methods applied to power systems and education.

LEONARDO H. MACEDO (Member, IEEE) received the B.Sc., M.Sc., and Ph.D. degrees from São Paulo State University, São Paulo, Brazil, in 2012, 2015, and 2019, respectively.

He is currently a Postdoctoral Researcher with São Paulo State University. His current research interest includes the development of methods for the optimization, planning, and control of electrical power systems.

RUBÉN ROMERO (Senior Member, IEEE) received the B.Sc. and P.E. degrees from the National University of Engineering, Lima, Peru, in 1978 and 1984, respectively, and the M.Sc. and Ph.D. degrees from the University of Campinas, Campinas, Brazil, in 1990 and 1993, respectively. He is currently a Professor of electrical engineering with São Paulo State University, Ilha Solteira, Brazil.

His research interests include methods for the optimization, planning, and control of electrical power systems, applications of artificial intelligence in power systems, and operations research.

...