

**RODRIGO ALEXANDRE RIBEIRO**

**A astronomia no ensino da matemática: aplicações na educação básica.**

**Rodrigo Alexandre Ribeiro**

**A astronomia no ensino da matemática: aplicações na educação básica.**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

R484a Ribeiro, Rodrigo Alexandre  
Astronomia no ensino da matemática: aplicações na educação básica /  
Rodrigo Alexandre Ribeiro – Guaratinguetá, 2021.  
115 f. : il.  
Bibliografia: f. 103-106

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática –  
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de  
Guaratinguetá, 2021.  
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

1. Astronomia - Estudo e ensino. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3.  
Abordagem interdisciplinar do conhecimento na educação. I. Título.

CDU 52

Luciana Máximo

Bibliotecária CRB-8/3595

**RODRIGO ALEXANDRE RIBEIRO**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
“GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

*Silvia M. Giuliatti Winter*

Silvia M. Giuliatti Winter (Apr 27, 2021 22:42 ADT)

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA:**

*Othon Cabo Winter*

Prof. Dr. OTHON CABO WINTER  
Orientador/UNESP-FEG

*Ana Paula Marins Chiaradia*

Ana Paula Marins Chiaradia (Apr 28, 2021 10:36 ADT)

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. ANA PAULA MARINS CHIARADIA  
UNESP-FEG

*André Amarante Luiz*

Prof. Dr. ANDRÉ AMARANTE LUIZ  
Membro Externo

Março 2021

Dedico este trabalho de modo especial, à minha esposa Débora, aos meus filhos, Thomas e Hannah, e à memória de minha mãe Ivete, que se estivesse aqui hoje, tenho certeza que estaria muito orgulhosa.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a meu Deus, eterno criador, que me deu forças e me capacitou para buscar meus objetivos e não desistir. A Ele sou grato pela minha vida, pela minha família, pelo meu trabalho, pelos meus amigos e irmãos.

ao meu orientador, *Prof. Dr. Othon Cabo Winter*, pela sua disposição e orientação, sem a qual o estudo aqui apresentado não seria possível.

a todos os professores que contribuíram para minha formação intelectual e pessoal ao longo da minha vida acadêmica, em especial a *Profa. Dra. Ana Paula Martins Chiaradia*, que me deu total apoio quando precisei, me incentivando a me dedicar e não desistir.

aos supervisor de estágio na FEG, *Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza*, que me ajudou, sendo sempre atencioso e prestativo em tudo quanto foi necessário.

ao *Prof. Dr. André Amarante Luiz*, por sua disposição em participar da banca examinadora e pela contribuição de base bibliográfica para o desenvolvimento do presente trabalho.

aos alunos e amigos do *Instituto Alpha Lumen*, em especial aos professores *Maxsuel* e *José Lucivaldo* que me acompanharam durante o período de estágio.

a minha esposa *Débora* e aos meus filhos *Thomas* e *Hannah*, que souberam me apoiar nesses dias e noites de dedicação a este trabalho.

Aos meus pais *Ivete (in memorian)* e *Antonio*, que mesmo na simplicidade me ensinaram a importância do conhecimento.

“A finalidade da ciência não é abrir a porta ao saber infinito. Mas colocar um limite à infinitude do erro.”

Bertolt Brecht

## RESUMO

Não é segredo que assuntos relacionados a tecnologias como Robótica, Programação ou Astronomia, despertam interesse em jovens e crianças, podendo ser considerados como indutores para um trabalho pedagógico em diversas ciências, entre elas a Matemática. Muito embora a Astronomia seja considerada uma das primeiras ciências de estudo do homem, ela não encontra seu devido espaço dentro de um currículo escolar convencional. Estudantes tem concluído o ciclo básico de ensino, sem sequer ter tido acesso a conceitos essenciais da ciência, abrindo espaço para ciladas provocadas por ondas de desinformação, como teorias da conspiração, *fake news*, negacionismo, pós-verdade ou crença em fatos alternativos. E nesse sentido, para o desenvolvimento do tema, optou-se pela realização de uma pesquisa descritiva, apresentando o ponto de vista de especialistas na área e os resultados de observação realizada durante estágio de licenciatura, referente as práticas de ensino do “Projeto Escola” do Instituto Alpha Lumen, uma ONG que trabalha com estudantes de altas habilidades em São José dos Campos. Dessa forma, em virtude das situações levantadas, esse trabalho vem demonstrar a existência de uma interdisciplinaridade entre a Astronomia e a Matemática, bem como os resultados de uma prática de ensino que construa essa interligação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino da matemática. Astronomia. Altas habilidades.

## **ABSTRACT**

It is no secret that issues related to technologies such as Robotics, Programming or Astronomy, arouse interest in young people and children, and can be considered as inducers for pedagogical work in various sciences, including Mathematics. Although Astronomy is considered one of the first study sciences of man, it does not find its proper place within a conventional school curriculum. Students complete the basic teaching cycle, without even having access to essential concepts of science, making room for traps caused by waves of disinformation, such as conspiracy theories, fake news, negationism, post-truth or belief in alternative facts. In this sense, for the development of the theme, it was decided to carry out a descriptive research, presenting the point of view of specialists in the area and the results of observation carried out during the graduation's internship, regarding the teaching practices of the “School Project” from Alpha Lumen Institute, an NGO that works with high-skill students in São José dos Campos. Thus, due to the situations raised, this work comes to demonstrate the existence of an interdisciplinarity between Astronomy and Mathematics, as well as the results of a teaching practice that builds this interconnection.

**KEYWORDS:** Math teaching. Astronomy. High skills

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Gráfico - Nível de Proficiência 9º ano - IDEB 2019 .....	16
Figura 2: Gráfico - Nível de Proficiência 3º ano do Ensino Médio - IDEB 2019.....	17
Figura 3: Gravuras rupestres, Itacoatiara - Ingá-PB.....	23
Figura 4: Stonehenge <sup>4</sup> - Inglaterra.....	24
Figura 5: Callanish <sup>5</sup> - Escócia .....	24
Figura 6: Newgrange <sup>6</sup> – Irlanda.....	24
Figura 7: Carnac <sup>7</sup> – Bretanha.....	24
Figura 8: Esfera celeste visível para um certo lugar do hemisfério sul.....	30
Figura 9: Círculos fundamentais da esfera celeste.....	31
Figura 10: Modelo Proposto por Tales - Terra Plana .....	33
Figura 11: Epiciclo .....	35
Figura 12: Trajetória aparente de Marte .....	35
Figura 13: Cálculos de Aristarco, dos tamanhos relativos da Terra, Sol e Lua.....	35
Figura 14: Esquema observado por Erastóstenes .....	37
Figura 15: Representação do modelo de Kepler para a órbita planetária.....	42
Figura 16: Diagrama HR .....	62
Figura 17: Gráfico exercício 1.....	64
Figura 18: Visão de Aristarco - Triângulo Retângulo Terra-Sol-Lua .....	67
Figura 19: Triângulo Retângulo - Distâncias Terra Sol e Lua .....	68
Figura 20: Figura 1 do exercício, XV OBA de 2012.....	69
Figura 21: Figura 2 do exercício, XV OBA de 2012.....	70
Figura 22: Eventos de Bólidos - 1994-2013.....	72
Figura 23: Visão Aérea/Satélite - Serra da Cangalha.....	74
Figura 24: Diagrama – Frequência de impactos de acordo com diâmetro do objeto .....	76
Figura 25: Gráfico exercício – Probabilidade real de colisões.....	77
Figura 26: Núcleo STEAMS. Oficina de Robótica e Laboratório de Programação.....	83
Figura 27: RoboTruck - Projeto Robótica e Cidadania .....	84
Figura 28: Alphabot – FIRST Robotics Competition.....	85
Figura 29: Science Days - 2019.....	86
Figura 30: Logo OIMC 2020.....	87
Figura 31: MunIAL - Painel Black Lives Matter .....	88
Figura 32: Distribuição dos alunos participantes por série.....	93
Figura 33: Gráfico - Alunos que não participam de aulas extracurriculares .....	94
Figura 34: Gráfico - Escolha das disciplinas optativas.....	95
Figura 35: Gráfico – Motivação Principal.....	95
Figura 36: Gráfico – Nível de conhecimento antes de participar das aulas optativas.....	96
Figura 37: Gráfico – Nível de conhecimento após participar das aulas optativas.....	97
Figura 38: Gráfico – Avaliação da contribuição no aprendizado de Matemática .....	98
Figura 39: Gráfico 1 – Entrevista com professores .....	99
Figura 40: Gráfico 2 – Entrevista com professores .....	100
Figura 41: Exemplo de questão de avaliação de comportamento dos alunos .....	100

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Habilidades esperadas para o eixo Terra e Universo – Fundamental II.....	53
Quadro 2: Quadro organizador das habilidades de acordo com as unidades estruturadoras....	55
Quadro 3: Características de cada Tipo espectral.....	63

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Relação de causas e chances de mortes, nos Estados Unidos .....	75
Tabela 2: Participação dos Alunos na Pesquisa.....	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACNUR	Alto Comissariado das Nações Unidas para Refugiados
AEB	Agência Espacial Brasileira
AH	Altas Habilidades
AIMO	<i>Asia International Mathematical Olympiad</i>
APAHSD	Associação Paulista para Altas Habilidades/Superdotação
APP	<i>Application</i> : Softwares para dispositivos eletrônicos
BFCC	Câmara de Comércio Brasil-Flórida
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEB	Conselho Nacional de Educação
CEMADEN	Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais
CNE	Câmara de Educação Básica
Covid-19	<i>Corona Virus Disease</i> (Doença do Corona vírus) - 2019
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
ESA	<i>European Space Agency</i>
FIRST	<i>For Inspiration and Recognition of Science and Technology</i>
GeCAA	<i>Global e-Competition on Astronomy and Astrophysics</i>
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
IAL	Instituto Alpha Lumen
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IEDE	Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional
IFTF	<i>Institute For The Future</i>
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i>
MOBFOG	Mostra Brasileira de Foguetes
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NEO	<i>Near Earth Object</i>
OBA	Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica
OBB	Olimpíada Brasileira de Biologia

OBG	Olimpíada Brasileira de Geografia
OBI	Olimpíada Brasileira de Informática
OBRAC	Olimpíada Brasileira de Cartografia
OIMC	Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento
OMS	Organização Mundial da Saúde
ONC	Olimpíada Nacional de Ciências
ONG	Organização Não Governamental
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PEA UNESCO	Programa de Escolas Associadas da UNESCO
SAB	Sociedade Astronômica Brasileira
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SD	Superdotação
STEAMS	<i>Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics and Sports</i>
TI	Tecnologia da Informação
TNT	Trinitrotolueno
UA	Unidade Astronômica
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNIC RIO	Centro de Informações das Nações Unidas para o Brasil
UNIFESP	Universidade Federal de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO</b> .....	15
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	16
1.2 OBJETIVO .....	18
1.3 METODOLOGIA DE TRABALHO .....	18
1.4 ORGANIZAÇÃO .....	19
<b>CAPÍTULO 2 OBSERVANDO O PASSADO</b> .....	21
2.1 A ASTRONOMIA PRÉ-HISTÓRICA .....	21
2.2 A ASTRONOMIA CHINESA .....	25
2.3 A ASTRONOMIA ENTRE OS EGÍPCIOS .....	26
2.4 A ASTRONOMIA NA MESOPOTÂMIA .....	26
2.5 A ASTRONOMIA GREGA .....	28
<b>2.5.1 A Esfera Celeste</b> .....	29
<b>2.5.2 Os Astrônomos da Grécia Antiga</b> .....	32
2.6 A ASTRONOMIA NA IDADE MÉDIA .....	39
2.7 A NOVA ASTRONOMIA .....	43
2.8 A ASTRONOMIA MODERNA .....	44
<b>CAPÍTULO 3 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA</b> .....	46
3.1 DIRETRIZES DA EDUCAÇÃO NO BRASIL .....	46
3.2 SITUAÇÃO ATUAL DO ENSINO DA MATEMÁTICA .....	47
3.3 ASTRONOMIA COMO CIÊNCIA INTERDISCIPLINAR .....	49
3.4 CONTEÚDOS DAS OLIMPIADAS DE ASTRONOMIA - OBA .....	50
3.5 COMPETÊNCIAS REQUERIDAS PELO MEC .....	51
<b>3.5.1 Conceitos de Astronomia</b> .....	52
<b>3.5.2 Competências Específicas da Matemática</b> .....	54
3.6 PROPOSTA DE ABORDAGEM .....	58
<b>CAPÍTULO 4 PROPOSTA DE EXERCÍCIOS</b> .....	60
4.1 NÚMEROS E ÁLGEBRA .....	60
<b>4.1.1 Noção de Função e Análise Gráfica - Diagrama HR</b> .....	61
4.2 GEOMETRIA E MEDIDAS .....	65
<b>4.2.1 Semelhança e Congruência de Triângulos: Distâncias no Sistema Solar</b> .....	66
4.3 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA .....	71
<b>4.3.1 Estatística - Análise de dados: Colisões</b> .....	72

<b>CAPÍTULO 5 ALPHA LUMEN</b> .....	79
5.1 O QUE SÃO: ALTAS HABILIDADES OU SUPERDOTAÇÃO (AH/SD).....	79
5.2 O QUE É O INSTITUTO ALPHA LUMEN .....	81
5.3 METODOLOGIA DE ENSINO .....	82
5.4 PRINCIPAIS PROJETOS .....	83
<b>5.4.1 Projeto Robótica e Cidadania</b> .....	84
<b>5.4.2 Time AlphaBots #1860 – FIRST</b> .....	85
<b>5.4.3 Science Days</b> .....	85
<b>5.4.4 Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento – OIMC</b> .....	86
<b>5.4.5 MUNDIAL - Model United Nations Debate Instituto Alpha Lumen</b> .....	87
<b>5.4.6 Orquestra Jovem Alpha Lumen</b> .....	88
<b>5.4.7 Alpha On-Line</b> .....	89
<b>5.4.8 Alpha &lt;Ed/Tech&gt;</b> .....	89
5.5 PROGRAMA PEQUENOS GÊNIOS .....	89
5.6 DESTAQUES EM OLIMPÍADAS E ENEM.....	90
5.7 AS AULAS DE ASTRONOMIA .....	90
5.8 CONSIDERAÇÕES E PERCEPÇÕES.....	91
<b>CAPÍTULO 6 PESQUISA COM ALUNOS E PROFESSORES</b> .....	92
6.1 QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS.....	92
6.2 QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES.....	99
<b>CAPÍTULO 7 CONCLUSÃO</b> .....	102
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	104
<b>APÊNDICE A – Questionário Alunos</b> .....	109
<b>APÊNDICE B – Questionário Professores</b> .....	113

## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

*“O conhecimento que temos das coisas é pequeno, na verdade, quando comparado com a imensidão daquilo que ainda somos ignorantes.”*

*Pierre Simon Laplace (1749-1827)*

Ainda na primeira infância, desde o momento em que nascemos, estamos em constante construção de nossa percepção natural do espaço e das formas. Mesmo que inconscientemente, vamos formatando as primeiras noções geométricas e aos poucos vamos entendendo o funcionamento do espaço ao nosso redor, construindo mentalmente o mundo que nos cerca. Até o instante que olhamos para o céu e de repente tudo o que conhecemos até aquele momento, se mostra pouco eficiente para definir o que está diante de nossos olhos.

Na história da humanidade, a Astronomia é considerada uma das primeiras ciências de estudo do homem, e ao longo do tempo se mostrou muito importante em diversas atividades, incluindo as mais simples como caça, pesca, navegação, agricultura, gestão do clima, do tempo e datação de calendários. Ela está fortemente relacionada a Matemática, pois vemos pela história, que a partir da observação de corpos celestes se pode determinar diversos conceitos matemáticos conhecidos e utilizados até hoje.

Em toda e qualquer área do conhecimento, sabemos que quando há um despertar da curiosidade ou do interesse do indivíduo, as informações são absorvidas com maior qualidade, com a tendência de que seja gerada uma demanda ainda maior pela busca do saber. (STENGER, 2014). Dessa forma, se bem trabalhada a relação Matemática e Astronomia como fundamento elucidativo, podemos despertar nos alunos a motivação necessária para abordagem dos conteúdos matemáticos ou até mesmo de outras áreas.

No entanto, no atual aspecto escolar, essa relação é muito pouco explorada. A maior parte dos alunos que concluem as etapas de ensino, não detém conhecimento consistente desta ciência (DIAS; SANTA RITA, 2008). E esse fator é muito preocupante, ainda mais por estarmos vivendo em uma época de propagação da “desinformação”, que se coloca em xeque conceitos científicos básicos, como por exemplo o formato do planeta Terra.

Nas palavras de Leite e Winter (1999):

(...) a falta de informações científicas e/ou históricas e/ou filosóficas pode, por muitas vezes, causar graves problemas, como por exemplo o comodismo diante de informações enganosas que só contribuem para gerar outros males ainda piores. Talvez uma das melhores maneiras de evitar esses enganos seja um maior esclarecimento da sociedade de um modo geral. (LEITE; WINTER, 1999, p.131).

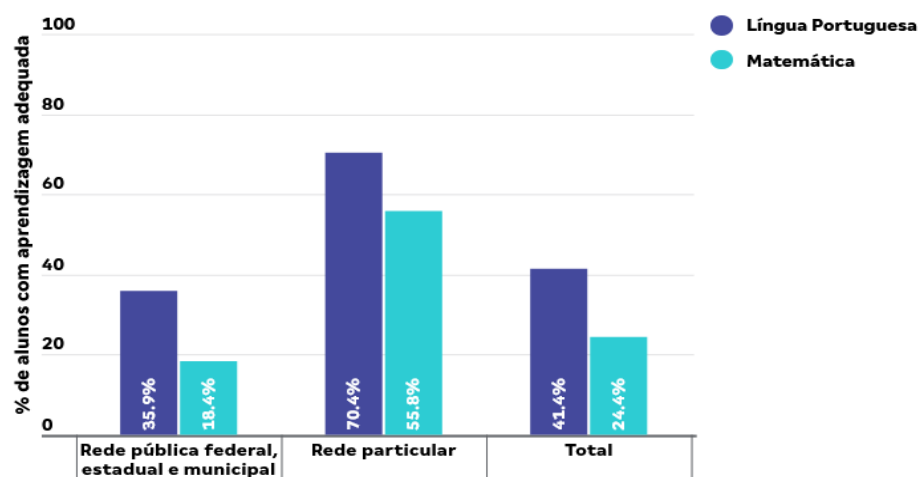
## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Muito embora não tenha se trabalhado em uma análise estatística específica, é fácil chegar à conclusão que o ambiente escolar atual é carente de um ensino eficaz dentro de disciplinas importantes como a Matemática. Isso pode ser constatado ao observar os resultados das avaliações oficiais aplicadas pelo Ministério da Educação, onde as médias das notas dos alunos ainda estão em sua maioria, aquém do esperado. De acordo com Faria (2020), o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) divulgou os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), obtidos pela última Prova Brasil<sup>1</sup> realizada em 2019, onde aponta uma evolução em todas as etapas de ensino. “O Ensino Médio registrou o maior salto: após três edições de estagnação e um aumento de apenas 0,1 entre 2015 e 2017, índice subiu de 3,8 para 4,2”. Ainda assim os resultados do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, ficaram abaixo da nota 5,0 (meta estabelecida pelo próprio Ministério da Educação – MEC).

Nos gráficos abaixo demonstrados pelas Figura 1 e

Figura 2, podemos verificar o percentual de alunos das redes pública e particular que atingiram um nível de proficiência considerado como mínimo ou adequado a cada etapa de ensino.

Figura 1: Gráfico - Nível de Proficiência 9º ano - IDEB 2019

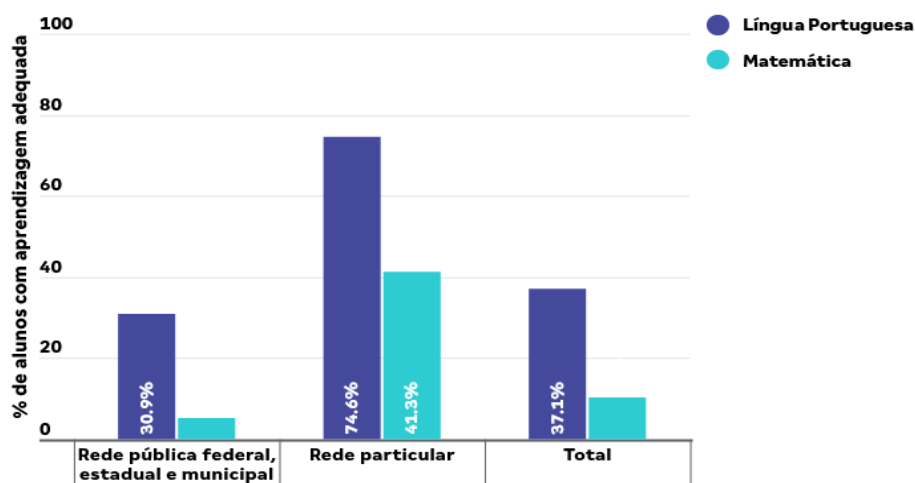


Nota: Tabulação realizada pelo Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional (IEDE) a partir dos dados do Ideb 2019, divulgados pelo Inep.

Fonte: Faria (2020).

<sup>1</sup> Prova Brasil: A cada dois anos, estudantes do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, de escolas da rede pública e particular realizam uma prova padronizada, aplicada pelo Ministério da Educação (MEC). Até 2018, ela se chamava Prova Brasil. A partir da edição de 2019, ela passou a ter o nome de Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Figura 2: Gráfico - Nível de Proficiência 3º ano do Ensino Médio - IDEB 2019



Nota: Tabulação realizada pelo Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional (IEDE) a partir dos dados do Ideb 2019, divulgados pelo Inep.  
Fonte: Faria (2020).

Outro ponto importante, é o apontamento de estudos relacionados ao mercado de trabalho, como o “Projetando 2030” do IFTF (*Institute For The Future*)<sup>2</sup>, que demonstram que aproximadamente 85% das profissões que teremos no futuro, ainda nem sequer são conhecidas. No entanto, é muito provável que muitas delas estejam fortemente relacionadas às novas tecnologias como Robótica, Programação e Astronomia. Estes mesmos estudos também apontam que estas novas profissões necessitarão de uma maior especialização em atividades raciocínio, gerenciamento, debates de escopos e testes e aplicação de novas ideias de inovação.

Uma vez que assuntos relacionados às novas tecnologias podem despertar o interesse dos alunos, é factível dizermos que esses temas são como catalizadores na construção do conhecimento científico matemático. E dentro desse cenário, considerando como uma dessas novas tecnologias a Astronomia, e dada sua forte ligação com a Matemática, optamos por escolhê-la como foco central do trabalho. De outro lado, vemos que dentro do currículo convencional de ensino básico a Astronomia é muito pouco favorecida, uma vez que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) insere a maior parte de seu conteúdo, dentro da disciplina de Física e Ciências, que por sua vez detém um número inferior de aulas/hora, principalmente quando comparado a Matemática. Ou seja, podemos dizer então que essa interligação

<sup>2</sup> Projetando 2030: uma visão dividida do futuro encomendado pela *Dell Technologies* ao IFTF (*Institute For The Future*), que contou com a participação de 3800 líderes de negócios de médias e grandes corporações em 17 países, incluindo o Brasil. Disponível em <https://www.projetodraft.com/85-das-profissoes-que-existirao-2030-ainda-nao-foram-criadas/>. Acesso em 15 out. 2020.

Astronomia-Matemática contribuiria favoravelmente no desenvolvimento dos alunos em ambas as ciências, pois ao mesmo tempo em que ajuda a compreensão do conteúdo de Matemática, os temas relacionados a Astronomia podem também ser abordados.

Como fonte de observação, escolhemos uma instituição de ensino, localizada na cidade de São José dos Campos, interior paulista, onde Astronomia, Robótica e Programação são trabalhadas como disciplinas extracurriculares. Essa instituição é uma ONG denominada Instituto Alpha Lúmen – IAL, que busca soluções de impacto social através de ações educativas. Dentre esses projetos está inserido o “Projeto Escola”, um núcleo de pesquisa educacional, onde foi montada uma “escola modelo” para todos os níveis do ensino básico, do infantil ao médio. Seu objetivo é desenvolver novas dinâmicas pedagógicas e metodologia educacionais, através de trabalhos com jovens e crianças identificadas como estudantes de altas habilidades (ou superdotados).

Foi nessa instituição que tive a oportunidade de exercer meu estágio de graduação. E a partir da observação e identificação de seu funcionamento como “escola modelo” é que se originou a ideia, para o tema desse trabalho de conclusão de curso. Dada essa oportunidade, realizamos então uma pesquisa (que será demonstrada ao final desse estudo), onde descreveremos a percepção de professores e alunos com relação a influência que essas disciplinas extracurriculares exercem nas aulas de Matemática.

## 1.2 OBJETIVO

Dado o exposto, podemos descrever então como objetivo geral deste trabalho: identificar e explorar as contribuições da utilização do tema Astronomia dentro no ensino de Matemática, na Educação Básica. Partindo da seguinte premissa: Existe uma interligação entre a Astronomia e a Matemática, que pode ser utilizada como ferramenta pedagógica em sala de aula, favorecendo ambas as ciências.

## 1.3 METODOLOGIA DE TRABALHO

Para construção desse trabalho realizou-se uma pesquisa descritiva, a partir de teses, artigos e dissertações publicadas por mestres, professores, educadores e especialistas em educação, sobre aplicações da Astronomia no ensino da Matemática. As obras que não foram citadas diretamente no texto, mas também foram utilizadas como fonte de referência, terão seus créditos atribuídos ao final do trabalho em item específico. Como base histórica e teórica,

optou-se pela utilização de obras de fácil acesso, que permitiram a consulta através de mídias e acervos digitais, dada a necessidade de distanciamento social que vivemos durante o ano de 2020, motivada pela Pandemia do Covid-19.

Na questão de diretrizes educacionais, optou-se por utilizar tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), quanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para os exercícios comentados, utilizamos como referências, provas e editais de Olimpíadas do Conhecimento, tomando como direcionamento, teses e dissertações que também trataram do mesmo assunto.

Também foi realizada uma pesquisa de campo, tomando como fonte de observação da pesquisa, o Instituto Alpha Lumen – IAL. Para a descrição e informações da instituição, utilizamos dados divulgados em seu portal oficial na internet e reportagens encontradas na mídia. Também foram acrescentadas informações colhidas presencialmente, bem como, percepções pessoais, frutos de meu período de estágio.

Por fim, na realização da pesquisa complementar junto aos alunos e professores da instituição de ensino, para avaliar o nível de influência que as disciplinas extracurriculares exercem no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, foi utilizada ferramenta de formulário digital, disponível gratuitamente na internet, Google Forms. Essa foi a melhor maneira encontrada, dado que durante o período de realização da pesquisa as aulas estavam sendo efetuadas em formato digital (videoconferência) devido também a necessidade de distanciamento social.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO

Este trabalho de conclusão de curso será organizado da seguinte forma:

**Conteúdo histórico:** Neste capítulo faremos uma abordagem sobre a evolução do conhecimento matemático ao longo da história, destacando os pontos importantes para construção da Astronomia como ciência.

**Conteúdo normativo:** Neste capítulo se faz referência aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, aos Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – PCNEM e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para identificação dos conceitos matemáticos exigidos a cada etapa de ensino.

**Exercícios Propostos:** A finalidade deste capítulo será a identificação de temas ligados a Astronomia que possam ser utilizados na formulação de relações entre conteúdo teórico e prática educativa, tomando como base as principais áreas da Matemática destacadas na BNCC.

Ao final de cada tema, serão aplicados exercícios extraído de Provas da Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica.

**Identificação da Escola (fonte da pesquisa):** Neste capítulo, faremos uma rápida apresentação do Instituto Alpha Lúmen, fonte de observação desta pesquisa, detalhando sua história, projetos, missão, valores, etc.

**Apresentação da pesquisa:** Nesse capítulo serão apresentados os dados obtidos na pesquisa realizada com alunos e professores, referente a percepção da contribuição das disciplinas optativas no Ensino de Matemática.

**Conclusão:** Por fim, serão apresentadas as considerações finais, incluindo principais contribuições e propostas do tema abordado.

## CAPÍTULO 2 OBSERVANDO O PASSADO

*“Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.”*

*Manuel Amoroso Costa (1885-1928)*

O céu sempre despertou o fascínio e curiosidade do homem. Desde os tempos mais remotos, soubemos utilizar astros e estrelas como ferramentas em atividades e tarefas. Os astros eram estudados com objetivos práticos, como medir a passagem do tempo (fazer calendários), para prever a melhor época para o plantio e a colheita ou com objetivos mais relacionados a astrologia, como fazer previsões de fenômenos futuros já que, não tendo qualquer conhecimento das leis da natureza (Física), acreditavam que os deuses (os astros do céu) tinham o poder da colheita, da chuva e mesmo da vida (LOPES, 2001; OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Por esse motivo, Mourão (1982, p. 13) afirma que a Astronomia é mais antiga das ciências.

Realmente não existe nada de *extraordinário* neste comportamento, pois sendo a vida cotidiana dos povos primitivos, regida pela sucessão dos dias e das noites, nada mais lógico que se preocupasse com os principais fenômenos celestes elementares, tais como as fases da Lua, os Eclipses, etc... Entretanto, as primeiras observações sistemáticas dos corpos celestes surgiram com os egípcios, babilônios e chineses. (MOURÃO, 1982, p. 13).

Dessa forma, veremos nesse capítulo uma abordagem sobre a evolução do conhecimento matemático ao longo da história, destacando os pontos importantes para construção da Astronomia como ciência.

### 2.1 A ASTRONOMIA PRÉ-HISTÓRICA

De acordo com Tourinho<sup>3</sup> (1950 apud MARTINS, BUFFON e NEVES, 2019, p. 811) a Astronomia pode ser dividida em quatro períodos: da Astronomia antiga até a fundação da Escola de Alexandria, da escola de Alexandria até a civilização árabe, do fim da civilização árabe ao Renascimento ocidental e, por fim, da Astronomia nos tempos modernos.

---

<sup>3</sup> SALVADOR, A. D. Métodos e técnicas da pesquisa bibliográfica. Porto Alegre: Sulina Ed., 1977 apud MARTINS, BUFFON e NEVES, A Astronomia na Antiguidade: Um Olhar Sobre as Contribuições Chinesas, Mesopotâmicas e Egípcias. Volta Redonda: Revista Valore, 2019

A origem da Astronomia remonta há milhares de anos, em uma época que pouco se tem registro, podendo se confundir até mesmo com o princípio do desenvolvimento humano. Observando povos antigos e culturas milenares, vemos que primitivos agricultores, pastores e caçadores nômades foram os primeiros estudiosos desta ciência, dada a necessidade de compreender os fenômenos celestes para orientação temporal e geográfica.

Segundo a Revista Galileu (2018), estudos divulgados pelo periódico *Athens Journal of History* indicam a possibilidade, de que nossas civilizações ancestrais, há milênios já detinham um conhecimento avançado de Astronomia. A partir de antigas pinturas rupestres encontradas na Europa, onde se observa o registro da representação de algumas constelações, pesquisadores chegaram à conclusão de que possivelmente a observação dos astros (Astronomia) era usadas para marcar datas e eventos astronômicos, como chuvas de meteoros e passagens de cometas.

“A arte rupestre mostra que as pessoas tinham conhecimento avançado do céu noturno na última era glacial. Intelectualmente, elas não eram muito diferentes de nós hoje”, afirma Martin Sweatman, da Escola de Engenharia da Universidade de Edimburgo. (REVISTA GALILEU, 2018).

O mesmo tipo de registro histórico também pode ser encontrado em diversas partes do mundo. Os Maias, na América Central, deixaram registros de calendários muito precisos e indicações de diversos fenômenos celestes. No Brasil há registros de civilizações e culturas indígenas, como a apresentada por Galdino (2011) e por Jalles e Imazio (2004). Um dos registros mais conhecidos é a Pedra de Ingá ou Itacoatiara (pedra pintada) encontrada no município de Ingá no estado da Paraíba. Conforme podemos ver na Figura 3, abaixo, neste monumento há indicação de pontos cardeais que apontavam para as posições da nascente e do poente de astros como o Sol, a Lua e constelações conhecidas pela cultura local. Algumas cavidades dão a entender que a pedra servia também para marcação de tempo ou algum tipo de calendário solar, bem como para orientação em terra ou no mar.

Figura 3: Gravuras rupestres, Itacoatiara - Ingá-PB.



Fonte: Jalles; Imazio (2004).

Segundo Jalles e Imazio (2004), as civilizações antigas olhavam para o céu com admiração, respeito e curiosidade.

Todas as civilizações demonstram reverência pelo *céu* e os objetos que nele vemos, tanto durante o dia quanto à noite. O movimento cíclico do Sol e da Lua, os planetas, bem como as estrelas, representam um tipo de perfeição e harmonia aparentes não alcançáveis pelos observadores. Os eventos regulares previsíveis do nascer e pôr do Sol e da Lua davam aos antigos algo seguro e ordenado, um pilar estável em que se apoiar seus conhecimentos. (JALLES; IMAZIO, 2004).

Enquanto que para Galdino (2011, p. 22), o conhecimento das estrelas era questão de sobrevivência: “O homem que desconhecesse a periodicidade das estações, das chuvas, das secas, das cheias e das geadas, sujeitava-se a perder suas colheitas e ver sua comunidade ameaçada pela fome”.

Outro tipo de registro histórico que podemos encontrar são os “sítios megalíticos”, construções monumentais, típicas das sociedades pré-históricas, formadas de grandes blocos de pedras, dispostas com um objetivo simbólicos, religiosos ou possivelmente astronômico.

Este tipo de achado histórico pode ser encontrado em locais como os das figuras abaixo: *Stonehenge* na Inglaterra, *Callanish* na Escócia, *Carnac* na Bretanha ou o *Newgrange* na Irlanda. São monumentos considerados por muitos pesquisadores, como evidências do conhecimento astronômico que estas civilizações pré-históricas detinham. Tratam-se de estruturas formadas por pedras de até 26 toneladas, incrivelmente alinhadas. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Figura 4: Stonehenge<sup>4</sup> - Inglaterra



Fonte: Monteiro (2019)

Figura 5: Callanish<sup>5</sup> - Escócia



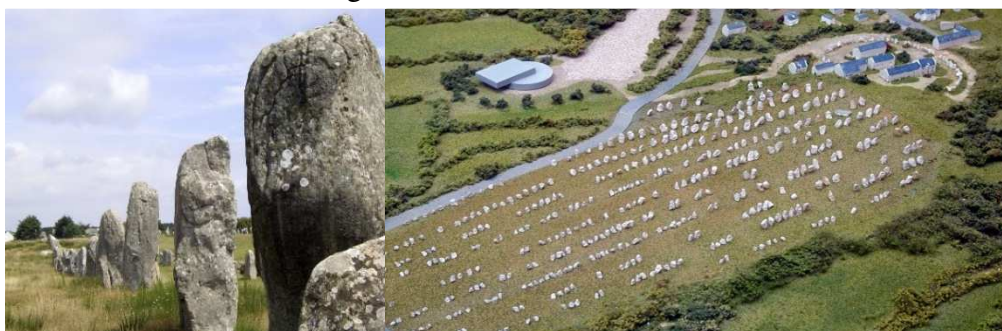
Fonte: Ross (2019)

Figura 6: Newgrange<sup>6</sup> – Irlanda



Fonte: O'Kelly (2020); Curry (2020)

Figura 7: Carnac<sup>7</sup> – Bretanha



Fonte: Rochas (2021); Castor (2014)

De acordo com Mourão (1982), pesquisadores astrônomos e arqueólogos consideram que esses alinhamentos possuem referência aos movimentos do Sol e da Lua no decorrer do ano,

<sup>4</sup> Stonehenge (data de 3000 a 1500 a.C.): É uma estrutura composta, formada por círculos concêntricos de pedras, que chegam a ter 5 m de altura e a pesar quase 50 t. As pedras se alinham com o nascer e pôr do Sol no início do verão e do inverno.

<sup>5</sup> Callanish (data de 3000 a.C.): É um conjunto de 49 pedras verticais disposta em uma forma, que vista de cima, sugere uma cruz celta.

<sup>6</sup> Newgrange (data de 3200 a.C.): É uma tumba do Conjunto Arqueológico do Vale do Boyne, no Condado de Meath, na Irlanda. No solstício de inverno o Sol ilumina o corredor e a câmara central.

<sup>7</sup> Rochas de Carnac (data de 2000 a.C.): É um conjunto de mais de 3000 megálitos alinhados, erguidos na comuna de Carnac, na Bretanha, França, por volta de 2000 a.C.

sendo considerados por alguns como autênticos observatórios astronômicos, podendo até prever a datação de eclipses ocorridos na Idade da Pedra.

“Ao aceitarmos os resultados dessas pesquisas, somos obrigados a concluir serem os conhecimentos astronômicos dos homens do neolítico muito mais avançados do que o que até recentemente se supunha” (MOURÃO, 1982, p. 13).

Ao longo do tempo, conforme o surgimento da escrita, fica mais claro como foi seguindo a evolução da Astronomia, de uma ferramenta de sobrevivência a uma ciência que estuda a origem, evolução, composição classificação e dinâmica dos corpos celestes.

## 2.2 A ASTRONOMIA CHINESA

A China é descrita como uma das civilizações mais antigas do mundo, sendo uma das primeiras a desenvolver uma forma escrita. Também é conhecida como uma das civilizações antigas, que possuía grande avanço científico, se atribuindo aos chineses a criação da bússola, da pólvora, do papel e da impressão. No entanto, muito de seu acervo bibliográfico ficou perdido, devido ao decreto imperial que ordenou a queima de livros e a morte de diversos intelectuais durante a dinastia *Qin*, no ano de 213 a.C. (MARTINS; BUFFON; NEVES, 2019)

Assim como na Mesopotâmia, a Astronomia chinesa se desenvolveu essencialmente com objetivo religioso ou astrológico. Daquilo que escapou ao trágico evento, pesquisadores puderam constatar que os astrônomos chineses eram especialistas no mapeamento de estrelas (ROSA, 2012) e no registro e datação de eventos astronômicos, como eclipses, passagem de cometas e o movimento da Lua, Sol e Planetas. Há milênios eles já conheciam a duração de um ano solar com 365 dias e  $\frac{1}{4}$  e a lunação com 29 dias e  $\frac{1}{2}$  (MOURÃO, 1982).

Através desses registros os chineses estabeleciam relações periódicas entre os eventos celestes, permitindo por exemplo a previsão de quando ocorreriam novamente. O registro mais antigo encontrado se referindo a um eclipse solar data de 1216 a.C. Também é atribuído a um astrônomo chinês o primeiro registro formal de uma supernova. Na ocasião o observador registrou o surgimento de uma estrela muito brilhante no céu, na posição onde hoje se observa a Nebulosa de Caranguejo. Eram também eram especialistas na observação do movimento dos corpos celestes e no mapeamento das estrelas, determinando a posição de um astro sobre a esfera celeste tomando como plano de referência o equador. (MARTINS; BUFFON; NEVES, 2019; OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

### 2.3 A ASTRONOMIA ENTRE OS EGÍPCIOS

A civilização egípcia se desenvolveu em torno do Rio Nilo, sendo sua economia essencialmente agrícola e regida pelas enchentes do rio. O ritmo de vida estava relacionado apenas com o Sol. As pirâmides por exemplo foram construídas, com suas faces voltadas, com grande precisão, para os quatro pontos cardeais. No entanto, comparado as demais civilizações antigas, sua Astronomia é considerada, na visão de Rosa (2012), um pouco rudimentar. Segundo Mourão (1982), as descrições do céu eram quase nulas e o zodíaco que conheciam era uma importação do criado pelos babilônicos. Na determinação da posição dos astros sobre a esfera celeste, tomavam como plano de referência o horizonte, que é um sistema bem menos elaborado que o utilizado pelos caldeus, que por sua vez se baseavam na eclíptica (projeção sobre a esfera celeste da trajetória aparente do Sol observada a partir da Terra).

De acordo com Lopes (2001, p. 14), os egípcios foram os responsáveis pela divisão do dia em 24 horas. Eles estabeleceram uma separação formal entre o dia e a noite, dividindo cada um em 12 partes (12 horas). Contudo, havia dificuldade nessa divisão, pois os períodos de escuridão e claridade variam muito ao longo ano. Tempos depois os estudiosos da época passaram há considerar as horas com duração constante, divididas em 60 partes, orientadas pelo sistema de numeração sexagesimal babilônico.

Os egípcios determinavam as horas do dia pela variação do comprimento de uma sombra utilizando aparelhos apropriados para isso. Esses “relógios solares” foram umas heranças egípcias que mais permaneceram ao longo dos anos, sendo utilizados posteriormente também pelos gregos e romanos, chegando até o período do Renascimento (MARTINS; BUFFON; NEVES, 2019).

Apesar do pouco desenvolvimento da Astronomia no Egito, Mourão (1982) destaca que é importante registrar seu papel na difusão das ideias e conhecimentos mesopotâmicos. Pois foi por intermédio dos egípcios que os astrólogos e os astrônomos babilônicos chegaram ao Ocidente.

### 2.4 A ASTRONOMIA NA MESOPOTÂMIA

Há cinco mil anos, a região onde se localiza hoje o Iraque, foi habitada por diversos povos. Essa área ocupada entre os Rios Tigre e Eufrates era denominada como Mesopotâmia, palavra grega que significa “entre rios”. Por três mil anos ela foi o lar de povos como os sumérios, acadianos, amoritas (do primeiro Império Babilônio), assírios e caldeus (do segundo Império

Babilônio), responsáveis por diversos avanços em ciências como a Matemática, Arquitetura, Agricultura, Direito e Astronomia. Eles desenvolveram um método de escrita cuneiforme, cujos caracteres eram impressos em tabletes de argila mole com um instrumento pontiagudo chamado de cunha. Muitos destes tabletes foram armazenados e resistem até hoje. O que nos permite conhecer um pouco mais de sua história e de sua ciência (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Através desses tabletes também pode-se observar o conhecimento da existência de outros astros no céu, os planetas Júpiter, Vênus, Mercúrio, Marte e Saturno, bem como suas posições ao longo do ano e também da posição do Sol (MOURÃO, 1982).

O modelo de universo do povo caldeu era geocêntrico, considerando a Terra como plana, conforme descrito por Lopes (2001):

Para os caldeus, herdeiros culturais dos povos sumérios, o Universo era uma região fechada. A Terra era plana, imóvel e flutuava no centro de um grande mar. Uma enorme muralha, muito distante, represava as águas desse mar onde flutuava a Terra. O céu, que fora construído por *Marduk*, era feito de um metal polido, de formato hemisférico e apoiava-se sobre a muralha que represava o mar. Durante o dia, o polimento do céu refletia a luz solar; à noite, o céu se escurecia para o aparecimento dos deuses, identificados com a Lua, os planetas e as estrelas. (LOPES, 2001, p.07).

A princípio a observação dos astros, que tinha uma motivação maior ligada ao misticismo e a profecias, foi aos poucos encontrando sua fundamentação teórica científica. Surgindo assim as primeiras aplicações de métodos matemáticos para exprimir as variações observadas nos movimentos da Lua e dos planetas. Essa inserção da Matemática, observada durante o primeiro milênio antes de Cristo na Mesopotâmia, foi o avanço fundamental no desenvolvimento da Astronomia como ciência. Nesse período, os “observadores dos céus” evoluíram de astrólogos a astrônomos (MOURÃO, 1982).

De acordo com Lopes (2001):

Em algum momento, que não foi determinado, passaram a ser realizadas observações do movimento dos planetas: seus movimentos para Leste, suas paradas e retro gradações em relação ao fundo estrelado; o nascimento helíaco de certas estrelas; a aparente trajetória do Sol em torno da Terra, que chamamos de Eclíptica; e o seu movimento anual dividido em quatro partes pelos solstícios e equinócios, representando as estações. Anotavam-se as datas de aparição de cometas, astros portadores de acontecimentos excepcionais, bem como as das chuvas de estrelas cadentes. (LOPES, 2001, p.09).

Nesse prisma, Rosa (2012) descreve que os pontos mais importantes do desenvolvimento astronômico na Mesopotâmia, desenvolvidos até então, eram os seguintes:

- a) Orientação pelos pontos cardeais;
- b) Determinação da posição dos astros sobre a esfera celeste, tomando como plano de referência a “eclíptica” (trajetória do Sol em um ano na esfera celeste);
- c) descoberta da existência de astros cuja posição relativa é fixa (as estrelas); o agrupamento desses astros dá origem às constelações, sendo estabelecidas 52, 12 delas na eclíptica (constelações zodiacais);
- d) estudo do movimento da Lua e do Sol, permitindo a elaboração de um primeiro calendário lunar;
- e) reconhecimento do movimento errático dos planetas em relação às estrelas;
- f) predição dos eclipses da Lua e do Sol pela observação de sua periodicidade;
- g) autoria da primeira descrição matemática das fases da Lua;
- h) elaboração de tabelas que fornecem as fases da Lua em seus movimentos diurnos.

No ano de 331 a.C., a região da Mesopotâmia foi conquistada pelo exército de Alexandre, o Grande, e é fato que a partir de então, as culturas da Babilônia e da Grécia estavam em contato direto. Por esse motivo a cultura e a ciência mesopotâmica foram de grande influência os gregos. No entanto, de acordo com o descrito por Boyer (1974), é difícil determinar, o que foi transmitido de uma civilização para a outra, nesse período.

Os babilônios antigos conheciam outras importantes relações geométricas. Como os egípcios, sabiam que a altura de um triângulo isósceles bissecta a base. Daí dado o comprimento de uma corda num círculo de raio conhecido, sabiam achar a apótema. Diferentemente dos egípcios, conheciam o fato que o ângulo inscrito num semicírculo é reto, proposição conhecida como teorema de Tales, apesar de Tales ter vivido bem mais de um milênio depois dos babilônios terem começado a usa-la. Esta denominação errônea de um teorema bem conhecido da geometria é sintomático da dificuldade em avaliar a influência da matemática pré-helênica sobre culturas posteriores (BOYER, 1974, p.30).

## 2.5 A ASTRONOMIA GREGA

Na Grécia Antiga vemos uma grande mudança na sistematização do conhecimento científico, por isso, ficou conhecida como o berço da civilização moderna. Os mais antigos registros da cultura grega, onde se é possível observar, qual a concepção de mundo da época, são os escritos dos poetas Homero (século IX ou VIII a.C.) e Hesíodo (séc. VIII a.C.). Segundo Lopes (2001), de acordo com estes escritos a concepção do universo também remontava a uma Terra plana coberta por um domo, onde os astros se moviam.

A Terra era representada como um disco achatado, cercado pelo rio *Okeanos*, que nascia ao norte das colunas de Hércules e girava no sentido horário em torno da Terra. O céu (*Ouranos*) era uma cúpula sólida cobrindo a Terra e *Okeanos*. Os astros se movem abaixo do céu, na região do éter, acima da atmosfera. Abaixo da Terra há o Tártaro, que é também circundado por uma casca sólida, metálica. A Aurora nasce de *Okeanos*, e o Sol nasce do “lago do Sol”, a leste. A região abaixo da Terra (o Tártaro) nunca é iluminada pelo Sol, e, portanto, não parecia existir a ideia de que o Sol se move sob a Terra, durante a noite. Um mito antigo (mas posterior a Homero) descrevia que o Sol, depois de sumir no horizonte, navegava em uma tigela dourada, ao longo de *Okeanos*, retornando ao oriente. (LOPES, 2001, p.09).

No entanto, com o passar do tempo, pelo esforço em conhecer a natureza do cosmos, e com o conhecimento herdado de povos mais antigos, sobre as suas aritméticas envolvendo o tempo e as distâncias angulares, os gregos conseguiram transformar as suas cosmologias especulativas em modelos geométricos, desenvolvendo a Astronomia como um ramo da Matemática (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

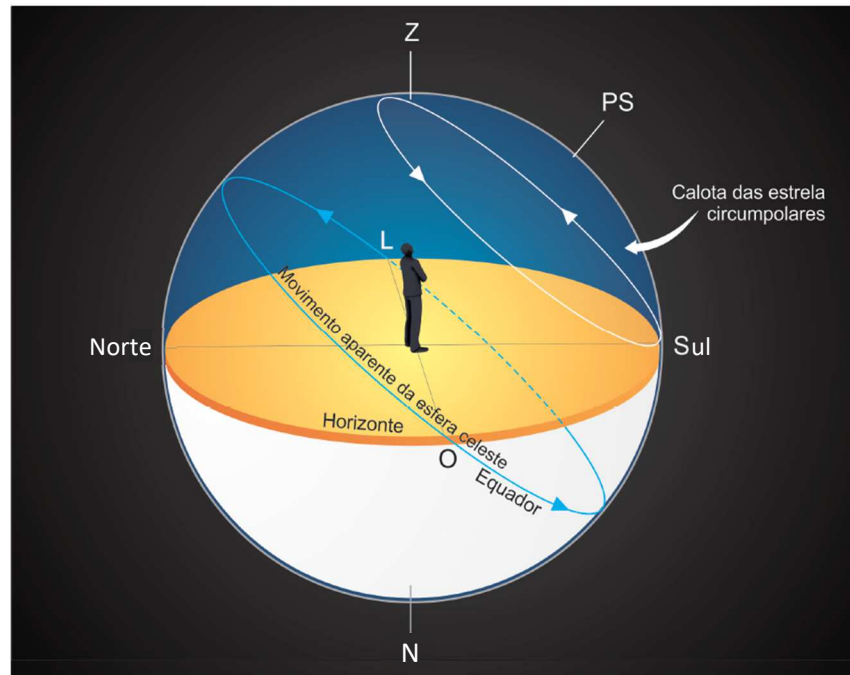
Para Mourão (1982), “foram os gregos que, afastando as ideias místicas, adotaram uma linguagem útil e extremamente consistente, que tornou possível, gradativamente, a compreensão dos fenômenos cósmicos.” (MOURÃO, 1982, p.15).

Surgiram assim, os primeiros conceitos de Esfera Celeste.

### 2.5.1 A Esfera Celeste

Na busca de uma modelagem para o universo, o filósofo e matemático **Platão (428-347 a.C.)** descreveu em seu livro República (Livro VII, 529, 50) uma esfera de material cristalino, onde as estrelas se posicionam, tendo a Terra como centro e um eixo giratório atravessando-a. Outras esferas mais próximas carregavam a Lua, o Sol, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Na visão dos gregos antigos, tudo girava em torno da Terra, e observando que todas as estrelas giram em torno de um ponto fixo no céu, consideraram esse ponto como uma das extremidades do eixo de rotação da esfera celeste, conforme representado na Figura 8 abaixo.

Figura 8: Esfera celeste visível para um certo lugar do hemisfério sul.



Fonte: Oliveira Filho; Saraiva (2014).

Segundo Oliveira Filho e Saraiva (2014), os antigos gregos definiram alguns planos e pontos na esfera celeste, que são úteis para a determinação da posição dos astros no céu. Podemos identificar esses pontos na Figura 9, abaixo:

**Horizonte:** é o plano tangente à Terra e perpendicular à vertical do lugar em que se encontra o observador. A vertical do lugar é definida por um fio a prumo. Como o raio da Terra é pequeno frente ao raio da esfera celeste, considera-se que o plano do horizonte intercepta a esfera celeste em um círculo máximo, ou seja, passa pelo centro.

**Zênite (Z):** é o ponto no qual a vertical do lugar intercepta a esfera celeste, acima do observador.

**Nadir (N):** é o ponto diametralmente oposto ao Zênite.

**Equador celeste:** é o círculo máximo em que o prolongamento do equador da Terra intercepta a esfera celeste.

**Polo Celeste Norte (PN):** é o ponto em que o prolongamento do eixo de rotação da Terra intercepta a esfera celeste, no hemisfério norte.

**Polo Celeste Sul (PS):** é o ponto em que o prolongamento do eixo de rotação da Terra intercepta a esfera celeste, no hemisfério sul.

**Círculo vertical:** é qualquer semicírculo máximo da esfera celeste que contem a vertical do lugar. Os círculos verticais começam no Zênite e terminam no Nadir.

**Ponto Geográfico Norte (Norte):** é o ponto da esfera celeste em que o círculo vertical que passa pelo Polo Celeste Norte intercepta o horizonte.

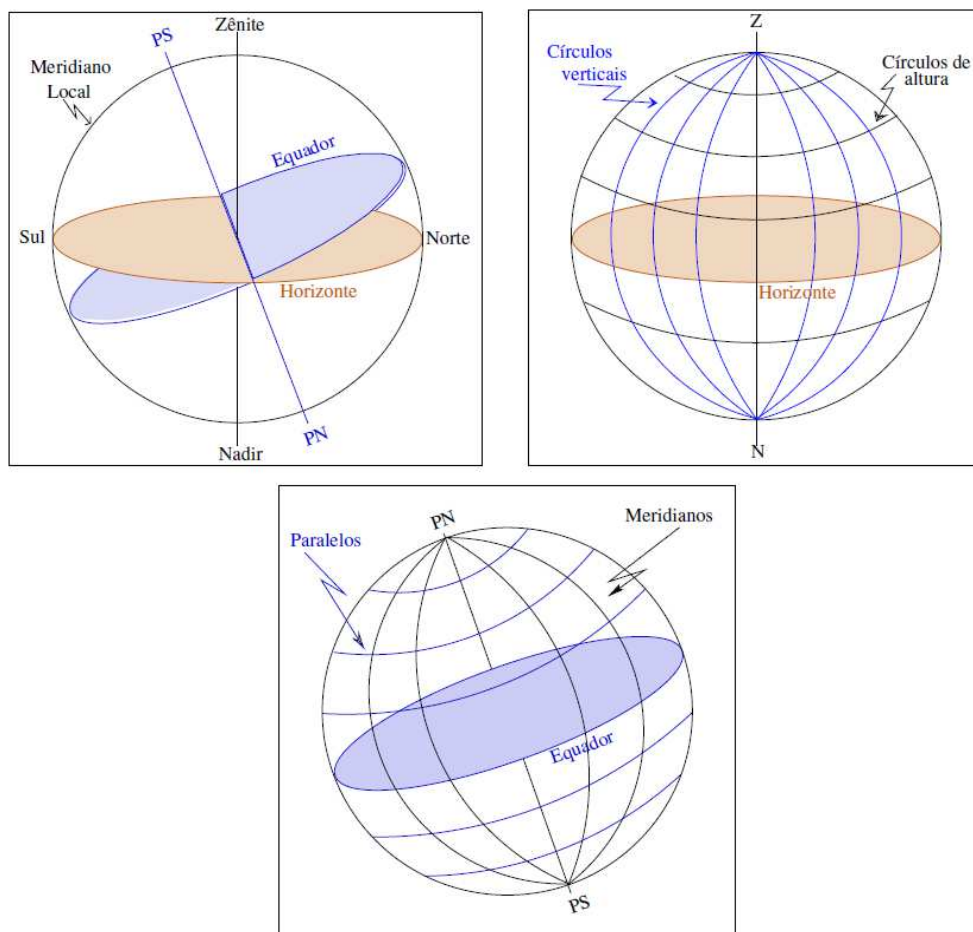
**Ponto Geográfico Sul (Sul):** é o ponto em que o círculo vertical que passa pelo Polo Celeste Sul intercepta o horizonte. A linha sobre o horizonte que liga os pontos cardeais Norte e Sul chama-se linha Norte-Sul, ou linha meridiana. A linha Leste-Oeste é obtida traçando-se, sobre o horizonte, a perpendicular à linha Norte-Sul.

**Círculos de altura:** são círculos da esfera celeste paralelos ao horizonte. São também chamados almocântaras, ou paralelos de altura.

**Círculos horários ou meridianos:** são semicírculos da esfera celeste que contém os dois polos celestes. O meridiano que passa também pelo zênite se chama Meridiano Local.

**Paralelos:** são círculos da esfera celeste paralelos ao equador celeste. São também chamados círculos diurnos.

Figura 9: Círculos fundamentais da esfera celeste.



Fonte: Oliveira Filho; Saraiva (2014).

Na Grécia, a Astronomia também esteve intimamente ligada ao desenvolvimento da geometria e principalmente da trigonometria. Conforme indicado por Boyer (1974):

Com os gregos pela primeira vez encontramos um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os submetem. As propriedades das cordas como medidas de ângulos centrais ou inscritas em círculos eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates, e é provável que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua. (BOYER, 1974, p.116).

### 2.5.2 Os Astrônomos da Grécia Antiga

A curiosidade e a vontade de descobrir os mistérios do universo, levaram os estudiosos da época, a inúmeras descobertas científicas tanto no segmento da Matemática quanto na Astronomia. Logo abaixo citaremos alguns nomes importantes que viveram nesse período da Grécia Antiga, e quais foram suas contribuições para a Astronomia.

Um dos primeiros filósofos gregos, responsável pela Escola Jônica foi **Tales de Mileto (~624-546 a.C.)**. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), podemos considerar que Tales foi o responsável por introduziu na Grécia os fundamentos da Geometria e da Astronomia, trazidos do Egito. Conforme apontado por Rosa (2012), Tales defendia o conceito de que a Terra seria um disco plano em uma vasta extensão de água de onde teria evoluído, por processos naturais, conforme ilustrado na Figura 10, abaixo. Ele considerava a água como formadora de todas as outras coisas.

Associado a Tales está a previsão de um eclipse solar do ano 585 a.C. (MOURÃO, 1982) e muitos teoremas matemáticos (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014). Porém de acordo com Luiz (2009) “é difícil saber, porém, se ele realmente conhecia o método de obtenção deste tipo de informação, ou se ele apenas teria se aproveitado de dados já existentes dos babilônios”.

Figura 10: Modelo Proposto por Tales - Terra Plana



Fonte: Luiz (2009).

Dentre seus discípulos, podemos destacar **Anaximandro de Mileto (~610-546 a.C.)**, o qual segundo Oliveira Filho e Saraiva (2014), “foi um dos primeiros a propor modelos celestes baseados no movimento dos corpos celestes e não manifestações dos deuses. “Atribui-se a ele também a descoberta da obliquidade da **eclíptica**”<sup>8</sup>. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014, grifo nosso).

Conforme descrito por Boyer (1974), “uma figura pouco menos discutida que Tales”, “envolto em lenda e apoteose”, foi **Pitágoras de Samos (~572-497 a.C.)**. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), Pitágoras acreditava na esfericidade da Terra, da Lua e de outros corpos celestes. Achava que os planetas, o Sol e a Lua eram transportados por esferas separadas da que carregava as estrelas.

Ainda sobre a figura de Pitágoras, Boyer (1974) afirma:

(...) Se Pitágoras permanece uma figura muito obscura isto se deve em parte à perda de documentos daquela época. Várias biografias de Pitágoras foram escritas na antiguidade, inclusive uma de Aristóteles, mas se perderam. Uma outra dificuldade para caracterizar claramente a figura de Pitágoras provém do fato de que a ordem que ele fundou era comunitária além de secreta. (...)” (BOYER, 1974, p36).

Essa ordem descrita por Boyer (1974) era a escola conhecida como “Os Pitagóricos”. Segundo Mourão (1982), entre eles já falavam em conceitos como esfericidade da Terra, Lua e

<sup>8</sup> Eclíptica: inclinação do plano do equador da Terra em relação à trajetória anual aparente do Sol no céu.

Sol, da rotação da Terra e da revolução de, pelo menos, dois planetas interiores, Mercúrio e Vênus, em torno do Sol. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014) é atribuído a eles também a primeira denominação do universo como “cosmos”, além da disseminação de um dos teoremas mais famosos da Matemática. O Teorema de Pitágoras: “num triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual à hipotenusa ao quadrado ( $a^2=b^2+c^2$ ).”

Um de seus discípulos **Filolaus de Cretona (~470-390 a.C.)** foi um dos primeiros a propor a ideia do movimento de rotação e translação da Terra. Conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014), em seu modelo de universo, “ele imaginava que a Terra girava em torno de seu próprio eixo e, juntamente com o Sol, a Lua e os planetas, girava em torno de um ‘fogo central’ que seria o centro do universo e fonte de toda a luz e energia.”

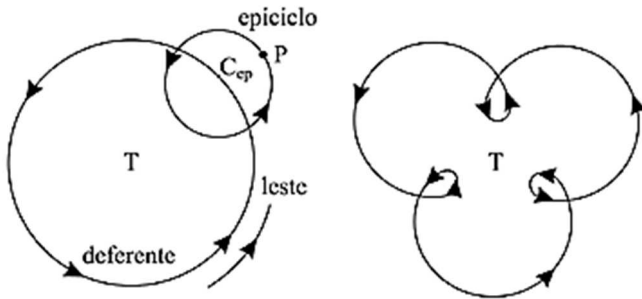
Na mesma época viveu também, **Eudoxio de Cnidos (408-344 a.C.)**, o qual, de acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014),

“(…) foi o primeiro a propor que a duração do ano era de 365 dias e 6 horas. Explicou os movimentos observados do Sol, da Lua e dos planetas através de um complexo e engenhoso sistema de 27 esferas concêntricas que se moviam a diferentes velocidades em torno da Terra, fixa no centro” (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Outro astrônomo de renome foi **Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.)**. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), ele “coletou e sistematizou o conhecimento astronômico de seu tempo, buscando explicações racionais para todos os fenômenos naturais”. Para Luiz (2009) foi a partir dele que “a concepção geocêntrica do cosmos voltou a ganhar força”. Ele foi um estudioso das fases da Lua, afirmando sua dependência de quanto da parte da face da Lua iluminada pelo Sol está voltada para a Terra. No mesmo sentido, ele estudou os eclipses e percebeu que a sombra da Terra sobre a Lua é sempre arredondada, o que lhe deu argumentos para afirmar que a Terra é esférica. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), Aristóteles, afirmava que o Universo é esférico e finito. “Ele aperfeiçoou a teoria das esferas concêntricas de Eudoxio de Cnidos, propondo em seu livro *De Caelo*, que o ‘Universo é finito e esférico, ou não terá centro e não pode se mover’.” (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

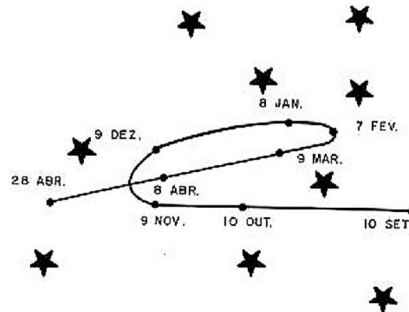
Um dos discípulos de Platão, **Heraclides de Pontus (388-315 a.C.)** foi o primeiro a afirmar o movimento de rotação da Terra e que Vênus e Mercúrio orbitavam o Sol. Ele afirmou também a existência de epíclis (Figura 11), trajetória que justifica a retrocessão dos planetas em determinados períodos (Figura 12).

Figura 11: Epiciclo



Fonte: Pilling; Dias (2007).

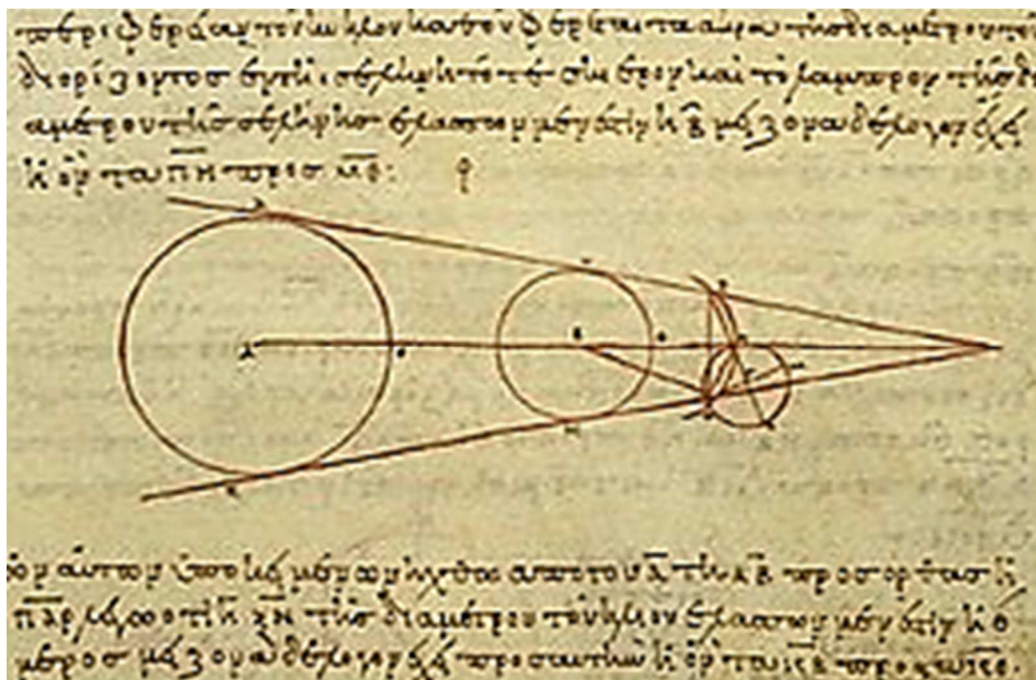
Figura 12: Trajetória aparente de Marte



Fonte: Luiz (2009).

De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014) o conterrâneo de Pitágoras, **Aristarco de Samos (310-230 a.C.)**, foi um dos primeiros a propor o modelo heliocêntrico na antiguidade (antecipando Copérnico em 2000 anos). Embora em sua única obra que foi conservada, “Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua”, não haja qualquer menção ao modelo heliocêntrico, outros autores como Arquimedes citam Aristarco como referência a sua posição (MACHADO, 2016). Também podemos encontrar referências de Aristarco na obra de Plutarco, indicando a proposta do duplo movimento da Terra, rotação e translação.

Figura 13: Cálculos de Aristarco, dos tamanhos relativos da Terra, Sol e Lua



Fonte: Heliocentrismo (2021).

Na Figura 13 acima vemos um dos trechos de seu manuscrito original: “Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua”. Nesta obra encontramos o desenvolvimento de métodos para determinar as distâncias e tamanhos relativos do Sol e da Lua. Nesse tratado Aristarco chegou a distância do Sol a Terra entre dezoito e vinte vezes a distância entre a Terra e a Lua, o que de fato passa longe da realidade, pois sabemos que essa relação é na média, cerca de 400 vezes. No entanto, o ângulo de visualização da Lua e do Sol previsto por Aristarco, foi errôneo, dada a falta de instrumentos precisos que se detinha na época.

Na opinião de Machado (2016):

Na realidade, a Lua subtende aproximadamente meio grau –bem como o Sol. Não se sabe ao certo por que motivo Aristarco teria superestimado esta grandeza, oferecendo nesta obra um valor quatro vezes maior que o correto. Por outro lado, Arquimedes afirma mais tarde que foi Aristarco quem descobriu que o Sol subtende  $1/720$  do círculo do zodíaco, ou seja, meio grau. (MACHADO, 2016)

Muito embora o resultado obtido por Aristarco esteja longe a realidade, é inegável sua contribuição para a Astronomia e para a Matemática.

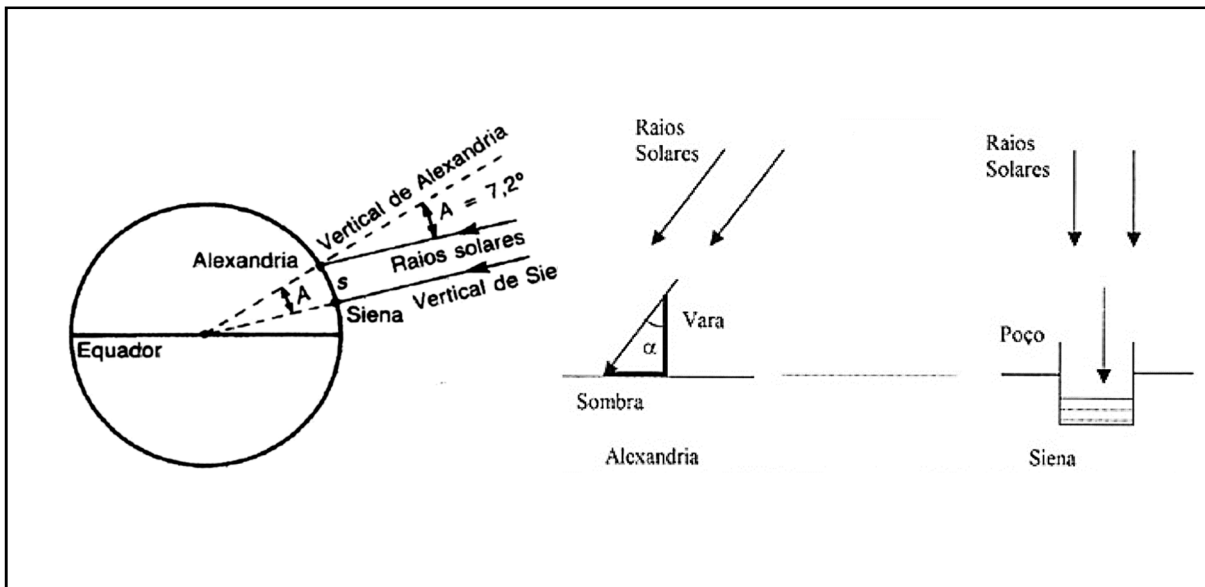
Para Mourão (1982), “as ideias de Aristarco estavam tão deslocadas de seu tempo, que as gerações que se sucederam não lhe deram importância, esquecendo-as”.

Logo após as descobertas de Aristarco, **Erastóstenes de Cirene (276-194 a.C.)**, um matemático e geógrafo, que por um tempo foi o terceiro bibliotecário-chefe da famosa Biblioteca de Alexandria. Seus trabalhos são de grande importância para diversos campos da ciência, como a Matemática, Astronomia e Geografia. É indicado por muitos autores como o criador do “Crivo” (ou Crivo de Erastóstenes), um método simples e prático para encontrar números primos até um certo valor limite, que é utilizado até hoje. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), foi talvez o primeiro a considerar a esfericidade da Terra e demonstrando um cálculo para a determinação de seu diâmetro.

Conforme descrito por Oliveira Filho e Saraiva (2014):

Ele notou que, na cidade egípcia de Siena (atualmente chamada de Aswân), no primeiro dia do verão, ao meio-dia, a luz solar atingia o fundo de um grande poço, ou seja, o Sol estava incidindo perpendicularmente à Terra em Siena. Já em Alexandria, situada ao norte de Siena, isso não ocorria; medindo o tamanho da sombra de um bastão na vertical, Eratóstenes observou que em Alexandria, no mesmo dia e hora, o Sol estava aproximadamente sete graus mais ao sul. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Figura 14: Esquema observado por Erastóstenes



Fonte: Bandeira (2020).

Da Figura 14 acima, Erastóstenes chegou a seguinte relação entre arco e ângulo:

$$\frac{s}{\rho} = \frac{7,2^\circ}{360^\circ} \quad (1)$$

Sendo  $s$  a distância de Siena a Alexandria (estimada em 5.000 *estádios*) e  $\rho$  o perímetro da Terra, temos  $\rho = \frac{500 \times 360}{7,2} = 250.000$  *estádios* ou 39.375 km. Considerando a medida de um *estádio* equivalente a 157,5m e dado o perímetro da circunferência igual a  $2\pi R$ , em que  $R$  é o raio da Terra (assumindo a Terra como esférica), chegamos à:

$$R = \frac{39.375}{2\pi} = 6.270\text{km} \quad (2)$$

Sabe-se hoje que o raio médio da Terra é de 6.371km, portanto uma excelente aproximação quando considerados os instrumentos de observação disponíveis para a época.

Importante destacar que Erastóstenes ainda não dispunha dos conhecimentos trigonométricos que temos hoje. Nesse sentido, a angulação obtida foi na verdade  $\frac{1}{50}$  do arco da circunferência, obtendo pela relação acima, que o perímetro da Terra era 50 vezes a distância entre Siena e Alexandria, ou seja, 250.000 *estádios*.

De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), **Hiparco de Nicéia (160-125 a.C.)** pode ser “considerado o maior astrônomo da era pré-cristã”. Ele foi capaz de fazer uma compilação, catalogando mais de 850 estrelas, referente a suas posições e magnitudes. Isso foi possível através de observações realizadas em seu observatório na ilha de Rodas, durante o período de 160 a 127 a.C. Ele classificou a magnitude das estrelas colocando-as em seis categorias, de 1 a 6, sendo 1 a mais brilhante, e 6 a mais fraca visível a olho nu. (OLIVEIRA; SARAIVA, 2014).

De acordo com Verdet (1991), “a primeira observação que se lhe pode atribuir sem qualquer dúvida é a do equinócio do outono, a 26 de setembro de 147 a.C. e a última, a da posição da Lua em 7 de julho de 127 a.C.”

Conforme descrito por Marinho (2018), “embora seu tratado ‘Sobre Tamanhos e Distâncias’ não tenha chegado até nós, relatos feitos por Ptolomeu, Pappus e outros poderiam nos permitir refazer seus cálculos”.

De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), Hiparco também estimou a razão de 8/3 para a razão entre o tamanho da sombra da Terra e o tamanho da Lua, que por sua vez está posicionada a 59 vezes o raio da Terra de distância. Estimativa bem próximo do real que é de 60 vezes.

De acordo com Mourão (1982), tanto Filolau, quanto Eudoxo, Heraclides ou outros da mesma época, tentaram constituir modelos para a representação dos movimentos planetários, estabelecendo movimentos circulares cada vez mais complexos de explicar. Em sua opinião, “foi somente mais tarde que a Astronomia e a teoria do movimento dos planetas adquiriram formas definitivas, através de Ptolomeu” (MOURÃO, 1982).

**Ptolomeu (87-150 d.C.)** é o autor do **Almagesto**, ou *al-majist*, que significa “A Grande Compilação”. Pois trata-se de uma compilação de treze volumes dedicados a Astronomia. Por muito tempo essa foi a maior fonte de conhecimento sobre a Astronomia na Grécia. Boa parte dos trabalhos descritos por Ptolomeu são atribuídos a Hiparco, inclusive um que apresenta a rejeição do modelo heliocêntrico de Aristarco. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014): “A contribuição mais importante de Ptolomeu foi uma representação geométrica do sistema solar, geocêntrica, com círculos e epiciclos, que permitia prever o movimento dos planetas com considerável precisão e que foi usado até o Renascimento, no século XVI”.

Por uma questão natural o caminho da ciência acompanhou a transferência de poder dos grandes impérios na antiguidade. Do Império Babilônico de Nabucodonosor as grandes conquistas de Alexandre, o Grande, o conhecimento foi sendo transferido de uma cultura a outra. No campo da Astronomia, não foi diferente. Entretanto, na opinião de Rosa (2012), foi o período da Grécia Antiga o mais importante e complexo na história da ciência.

## 2.6 A ASTRONOMIA NA IDADE MÉDIA

Com as conquistas romanas de boa parte do território antigo, a ciência passou por um longo período de estagnação. Os Romanos foram de fato muito importantes para a área da Política e do Direito, porém não havia muito interesse pelas outras ciências.

Além disso, de acordo com Rosa (2012):

A maioria esmagadora, para não dizer a totalidade, dos estudiosos da evolução do pensamento científico e da História da Ciência considera que a civilização romana, por suas características, não deu nenhuma contribuição substantiva e inovadora para o desenvolvimento científico. (ROSA, 2012).

Por outro lado, como descreve Rosa (2012), no mesmo período houve o despontamento da Astronomia nas culturas hindu e árabes, influenciadas pelos escritos gregos, principalmente pelo *Almagesto*. Podemos citar nesses casos as obras *Aryabatiya* (movimento de rotação da Terra e teoria dos epiciclos), do matemático indiano **Aryabhata (476-499)**, qual foi refutado posteriormente pela obra de cálculos astronômicos de **Brahmagupta (598-668)**. Na cultura árabe-muçulmana, já a partir do Século VIII, o “Califa al-Mamum (813-833), responsável pela “Casa da Sabedoria”, mandou construir dois observatórios principais: em Bagdá (*Shammasiya*) e em Damasco (*Qasyun*) ” (ROSA, 2012). Um dos célebres astrônomos da época, erudito da Casa da Sabedoria, foi al-**Khwarizmi (~780–850)**, considerado como fundador da Álgebra.

A partir do Século XIII, na Europa ocidental, iniciou o período histórico chamado de Renascimento Científico.

Conforme vemos em Oliveira Filho e Saraiva (2014)

Em 1252, Afonso X, o Sábio, Rei de Castela (Espanha), que em 1256 foi proclamado rei e no ano seguinte imperador do Sacro Império Romano, convocou 50 astrônomos para revisar as tabelas astronômicas calculadas por Ptolomeu, que incluíam as posições dos planetas no sistema geocêntrico, publicado por Ptolomeu em 150 d.C., no *Almagesto*. Os resultados foram publicados como as Tabelas Alfonsinas. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014)

Para Rosa (2012), essa introdução de obras da Filosofia e da Ciência gregas, além de outros debates filosóficos desencadeados por pensadores na Sicília e em Castela, seriam os principais promotores da renovação científica. Nas palavras do autor: “Príncipes esclarecidos, como o Imperador Frederico II, da Alemanha, e Afonso X, de Castela, promoveriam a difusão

e o estudo do conhecimento científico, ao mesmo tempo em que apareceriam, na Europa, os primeiros filósofos naturais” (ROSA, 2012)

Em consequência do Renascimento Científico surgiram nomes de extrema importância para o desenvolvimento da Astronomia, são eles:

**John Holywood (1200 - 1256):** também conhecido como Johannes de Sacrobosco, responsável pela publicação das seguintes obras: *Tractatus de Sphaera*, que trata entre outros assuntos da forma e lugar da Terra e de movimento dos corpos celestes; *De anni Ratione*, no qual apresentou estudos sobre o Tempo, Calendários e sobre a Lua. (ROSA, 2012).

**Campanus de Novara (1220-1296):** de acordo com Rosa (2012), foi considerado como um dos 4 maiores matemáticos de seu tempo. Foi responsável pela tradução de *Elementos*, de Euclides, para o latim, além de suas obras *Theorica Planetarum*, *Tractatus de Sphaera* e *Calendarium*.

**Nicolau Copérnico (1473 - 1543):** foi um astrônomo e matemático polonês, responsável em nossa era, por apresentar um modelo heliocêntrico, em contraponto ao já bastante refutada Cosmologia aristotélico-ptolomaica. Segundo Mourão (1982), “a base deste novo pensamento veio, em parte, das escolas bizantinas. Manteve durante toda a vida a ideia da perfeição do movimento circular, sem supor a existência de outra forma de movimento”. Em sua obra, *Commentariolus* (Pequeno Comentário) demonstrou: “que o Sol era o centro da órbita de todos os planetas, e, portanto, do Universo; que a Lua girava em torno da Terra; que girava em torno de seu eixo; e que a Terra e demais planetas giravam em torno do Sol em órbitas circulares”.

Em 1543 apresentou sua obra completa, o *Revolutionibus Orbium Coelestium*, que representou “uma ruptura, uma verdadeira revolução, tanto na compreensão do Universo quanto em suas implicações, ao deslocar a Terra (geocentrismo) do centro do sistema, como nos diversos modelos anteriores, colocando em seu lugar o Sol (heliocentrismo).” (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Ao mesmo tempo que as descobertas de Copérnico causavam divisões na comunidade científica da época, a Igreja Católica já enfrentava uma situação crítica com o avanço da Reforma Protestante de Calvino e Lutero (que a princípio também se colocaram como opositores a teoria de Copérnico).

No intuito de demonstrar zelo na defesa da Fé e dos princípios e dogmas da Igreja, ideias e obras consideradas perigosas passariam a ser perseguidas e proibidas, dado que a curiosidade científica foi equiparada ao pecado original, no dizer do já citado Pierre Rousseau. (ROSA, 2012).

Dessa forma, sua obra *De Revolutionibus* entrou para a lista dos livros proibidos no início do século XVII (1616).

**Tycho Brahe (1546 - 1601):** foi um astrônomo dinamarquês, considerado um dos representantes mais prestigiosos da ciência renascentista. De acordo Rosa (2012), aos 13 anos, adentrou na Universidade de Copenhague, estudando Retórica e Filosofia, porém quando pode presenciar o evento do eclipse do Sol em 1560, passou a si interessar pela Astronomia. Ele era um criador de instrumentos de observação (sextantes, quadrantes, globos, astrolábio, etc.), que o auxiliavam na medição e posicionamento das estrelas e outros objetos cósmicos. Essas observações vieram a contribuir para diversos trabalhos realizados na área da Astronomia, inclusive de outros cientistas.

De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), “o excelente trabalho de Tycho como observador lhe propiciou o patrocínio do rei da Dinamarca, Frederic II (1534-1588, e assim Tycho pôde construir seu próprio observatório”. Conforme descrito por Rosa (2012) esse observatório “receberia o nome de Uraniburgo, na ilha de Hveen, primeiro observatório dos tempos modernos. ”

Brahe também foi um dos defensores na idade média do modelo geocêntrico. Chegou a defender um modelo geo-heliocêntrico, onde todos os planetas giravam em torno do Sol, que por sua possuía uma órbita sobre a Terra.

Nos últimos anos de sua vida acabou sendo obrigado a deixar a Dinamarca, devido a desentendimentos com o novo rei, indo trabalhar como astrônomo da corte para o imperador da Boêmia, em Praga, onde conheceu **Johannes Kepler (1571 - 1630)**.

Kepler foi um astrônomo e matemático alemão, considerado como figura chave da revolução científica do século XVII. De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014) foi na Universidade em que ele conheceu os princípios de Copernico, se tornando logo um “entusiástico defensor do heliocentrismo”. Conforme descrito por Mourão, ele descobriu as três leis que regem o movimento planetário: “As duas primeiras, resultado de árdua computação trigonométrica, na qual usou as observações de Marte, realizadas por Tycho Brahe”. (MOURÃO, 1982). Já a Terceira Lei, a que diz que “o quadrado do período é proporcional ao cubo da distância média do planeta ao Sol”, foi descoberta em 1618, e foi publicada em seu tratado *Harmonices Mundi*.

#### **As três Leis de Kepler:**

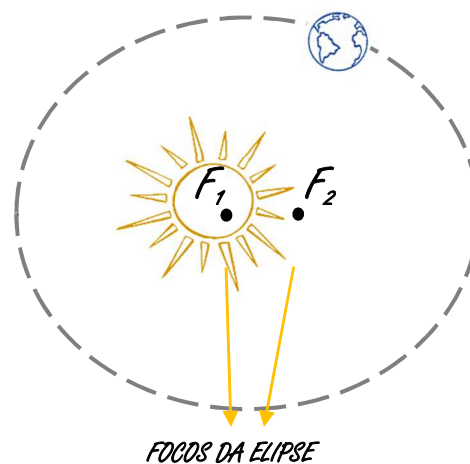
(i) Lei das órbitas elípticas (1609): a órbita de cada planeta e uma elipse, com o Sol em um dos focos. Como consequência da órbita ser elíptica distância do Sol ao planeta varia ao longo de sua órbita.

(ii) Lei das áreas (1609): a reta unindo o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. O significado físico dessa lei é que a velocidade orbital não é uniforme, mas varia de forma regular: quanto mais distante o planeta está do Sol, mais devagar ele se move. Dizendo de outra maneira, essa lei estabelece que a velocidade areal é constante.

(iii) Lei harmônica (1618): o quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol. Essa lei estabelece que planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente em torno do Sol e, portanto, isso implica que a força entre o Sol e o planeta decresce com a distância ao Sol.

Conforme descrito por Oliveira Filho e Saraiva (2014): baseado nas observações precisas de Tycho, “Kepler conseguiu também determinar a órbita de Marte, mas, ao tentar ajustá-la com um círculo, não teve sucesso”. Foi então que ao tentar aproximá-la a uma forma oval, descobriu que os planetas na verdade descrevem sua órbita em formato de elipse, tendo o Sol como um dos focos, conforme representado pela Figura 15 abaixo. Isso explicou a trajetória da Terra, muito próxima a de um círculo, porém com o Sol afastado do centro.

Figura 15: Representação do modelo de Kepler para a órbita planetária.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na mesma época, o astrônomo **Galileo Galilei (1564 - 1642)** ouvia falar de um instrumento criado pelo holandês Hans Lippershey, para auxiliar na observação à longas distâncias, era o telescópio. E com base na descrição do instrumento (se sequer ter visto pessoalmente), construiu o seu próprio, com um aumento de 3 vezes. E vendo a efetividade do instrumento, na sequência construiu um melhor ainda com aumento de 30 vezes (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Ainda conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014). Com essa nova ferramenta, Galileu pode fazer várias descobertas muito importantes para a Astronomia, como por exemplo que a Via Láctea é constituída por uma infinidade de estrelas ou que Júpiter possui satélites, ou luas, orbitando em torno dele. Galileu pode observar 4 desses satélites, os quais são chamados hoje de “galileanos” (Io, Europa, Ganimedes e Calisto); descobriu a superfície em relevo da Lua, e as manchas do Sol.

Ao ver que a Lua tem cavidades e elevações assim como a Terra, e que o Sol também não tem a superfície lisa, mas apresenta marcas, provou que os corpos celestes não são esferas perfeitas, mas sim têm irregularidades, assim como a Terra. Portanto a Terra não é diferente dos outros corpos, e pode ser também um corpo celeste. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Infelizmente as descobertas de Galileu, embora importantes para a ciência, e sustentáveis a defesa do modelo heliocêntrico, levaram-no a ser chamado a depor diante da corte da Inquisição Romana, sob acusação de heresia, obrigando o a negar as suas descobertas.

## 2.7 A NOVA ASTRONOMIA

Conforme descrito por Mourão (1982), uma nova era da Astronomia surge a partir de Newton. “Sua obra monumental fixa as bases da mecânica teórica. Da combinação de suas teorias com sua lei de gravitação, surge a confirmação das leis de Kepler e num só golpe, o estabelecimento, em bases científicas, a mecânica terrestre e celeste” (MOURÃO, 1982).

Nas palavras de Rosa (2012), “as atividades observacionais astronômicas prosseguiriam nas décadas seguintes, aumentando bastante o conhecimento dos diversos planetas e das estrelas, e ampliando a aceitação do sistema heliocêntrico, ao menos nas esferas intelectuais e científicas.”

Galileu havia estudado o movimento dos corpos e descoberto que “um corpo que se move, continuará em movimento a menos que uma força seja aplicada e o que o force a parar”. A mesma analogia foi feita também para um corpo em repouso. Conforme descrito por Oliveira Filho e Saraiva (2014), diante da descoberta dos satélites de Júpiter, Galileu compartilhou seus dados com Kepler que verificou uma adequação a suas três leis, porém com uma constante K diferente na 3ª Lei.

Posteriormente, ao analisar os mesmos dados, Isaac Newton foi capaz de dar uma explicação mais completa ao movimento e a forma como as forças atuam, descrevendo assim suas 3 leis. Segundo (ROSA, 2012):

**1ª Lei de Newton ou Lei da Inércia:** “Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças aplicadas sobre ele”.

**2ª Lei de Newton ou Lei do Movimento:** “A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida e é produzida na direção de linha reta na qual aquela força é aplicada”.

**3ª Lei de Newton ou Lei da Cinética:** “A toda ação há sempre uma reação oposta e de igual intensidade: as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos”.

É notável que a obra de **Isaac Newton (1642-1727)** ultrapasse os limites da Astronomia e da Cosmologia para englobar a Matemática e a Física. Na opinião de Mourão (1982), “os trabalhos astronômicos de Newton são apenas comparáveis aos de Gauss, que contribuiu para a Astronomia com a teoria da determinação de órbitas”.

Para Mourão (1982), outros trabalhos notáveis de mecânica celeste foram desenvolvidos por astrônomos e matemáticos na mesma época. Foram eles: **Euler, Lagrange e Laplace**, e os dos grandes observadores como **F.W. Herschel, J.F.W. Herschel, Bessel, F.G.W. Struve e O.W. Struve**.

## 2.8 A ASTRONOMIA MODERNA

A história nos mostra um avanço contínuo do conhecimento no decorrer da história. No entanto é fácil constatar que a ciência evolui mais nestes últimos cinquenta anos do que nos cinco milênios de toda sua história. Isso não foi diferente com a Astronomia.

De acordo com Rosa (2012), a partir de nossa era moderna, por consequência do desenvolvimento tecnológico da segunda metade do século XX, a Astronomia deixa o seu aspecto de ciência de observação para se tornar, também, uma nova ciência experimental, onde aparecem inúmeros ramos.

As principais divisões da Astronomia são a Astrometria, que trata da determinação da posição e do movimento dos corpos celestes; a mecânica celeste, que estuda o movimento dos corpos celestes e a determinação de suas órbitas; a Astrofísica, que estuda as propriedades físicas dos corpos celestes; a Astronomia estelar, que se ocupa da composição e dimensões dos sistemas estelares; a cosmogonia, que trata da origem do universo, e a cosmologia, que estuda a estrutura do universo como um todo.

Para Mourão (1982), “a pesquisa espacial deu não só à cartografia, mas a todos os estudos das ciências na Terra e, em especial, aos levantamentos dos recursos naturais do planeta, um

novo dimensionamento”. A teoria da relatividade geral de **Albert Einstein (1879-1955)**, publicada em 1915, revolucionou completamente a compreensão da ciência sobre o universo provocando inúmeras modificações na Ciência, que possibilitaram o surgimento de novas descobertas sobre as leis fundamentais do Universo.

Por fim, com a construção de potentes telescópios, capazes de alcançar distantes galáxias, e com a ajuda de outras tecnologias como a Espectroscopia, o desenvolvimento inovador da RadioAstronomia, as novas teorias da formação do Universo (Big Bang) e os diversos programas de exploração do Espaço os conhecimentos astronômicos aumentaram de forma muito rápida. Atualmente, inúmeras observações são realizadas não só nos muitos observatórios espalhados pelo mundo, mas também através de sondas lançadas ao espaço.

## CAPÍTULO 3 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

*“A unidade é a variedade, e a variedade na unidade é a lei suprema do universo”  
Isaac Newton (1643-1727)*

Entre os professores da educação básica, é muito comum ouvirmos relatos de que a maioria dos estudantes não conseguem compreender o porquê de aprender Matemática. Isso pode nos indicar que a abordagem atual não tem sido satisfatória, no objetivo de conseguir contextualizar a Matemática como uma “ciência da natureza”, presente no cotidiano.

Nesse capítulo, iremos discorrer como esse assunto vem sendo tratado, e quais as diretrizes propostas pelo governo, através dos Planos Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular, no que tange aos temas relacionados a Astronomia. Demonstraremos também uma visão de interdisciplinaridade entre a Astronomia e outras disciplinas, dando foco principal a Matemática.

### 3.1 DIRETRIZES DA EDUCAÇÃO NO BRASIL

A educação básica no Brasil é orientada por duas leis básicas: a Lei de Diretrizes e Bases da Educação – Lei n.º 9.394 de 1996, conhecida como LDB – e as diretrizes gerais da Constituição Federal de 1988 – que dentro do Capítulo III determina que “a educação básica é um direito de todos os cidadãos”. Além disso, decenalmente é elaborado o Plano Nacional de Educação – PNE, que determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional do país para o período. Por exemplo, a PNE atual, que foi estabelecida pela Lei nº 13.005/2014, que está vigente pelo período de 2014 a 2024. A partir daí, são elaboradas as bases curriculares.

Em 1998, foram aprovados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), um conjunto de textos de cada uma das áreas de ensino, com objetivo de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras, respeitando as diversidades regionais, culturais e políticas existentes no país (BRASIL, 1998). Os PCN não constituem em uma imposição de conteúdo a serem ministrados nas escolas, mas são propostas nas quais as Secretarias e as unidades escolares poderão se basear para elaborar seus próprios planos de ensino. Em 2017, foi homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), unificando todo o conteúdo das PCN em um só documento. O documento foi validado, inicialmente, apenas para o Ensino Fundamental e o do Ensino Médio aprovado, apenas, no final de 2018. Por meio da BNCC, as redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma referência única nacional, ou seja, um documento para adequar os currículos, reduzir

as desigualdades educacionais no Brasil e promover a equidade e qualidade das aprendizagens (BRASIL, 2018).

Dado que o a BNCC é a consolidação e complemento dos PCN, sendo ambos não muito distintos entre si, e ainda considerando que a maior parte da base bibliográfica utilizada como referência deste trabalho é anterior a 2017, adotaremos como referência principal os PCN.

### 3.2 SITUAÇÃO ATUAL DO ENSINO DA MATEMÁTICA

O PCN introdutório do ensino fundamental (BRASIL, 1998), ao citar a Declaração Mundial sobre Educação para Todos, afirma que “toda a pessoa – criança, adolescente ou adulto – deve poder se beneficiar de uma formação concebida para responder às suas necessidades educativas fundamentais”

Nesse mesmo contexto, entende-se como necessidades de aprendizado fundamentais: leitura, escrita, expressão oral, cálculo, resolução de problemas. Enquanto que, necessidades educativas consistem em: conceitos, atitudes e valores. Proporcionando ao educando, no final do curso, a possibilidade de vida com dignidade, tomada de decisões de forma esclarecida, participação do desenvolvimento social, político e econômico. (BRASIL, PCN- Introdução 5ª a 8ª séries, 1998, p.17).

E ainda pelas Orientações Educacionais Complementares (Brasil, 2006).

Que ao final do Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômeno em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (Brasil, Orientações Educacionais Complementares, 2006, p. 85).

No entanto, para Langhi (2011), havia um descompasso entre a proposta dos PCN e o trabalho efetivo nas escolas com o tema Astronomia. Conforme seu artigo no tema, “apesar de alguns tópicos de Astronomia já fazerem parte do currículo escolar, a grande maioria dos professores não foi capacitada para ministrar esse conteúdo durante seus cursos de graduação”, tendo em vista serem ministrados, no Ensino Fundamental, pelos professores de Geografia ou de Ciências – esses, muitas vezes, formados em Biologia.

Essa é a mesma visão de Leite (2006), a qual aponta a existência de uma deficiência muito grande, relacionada também a distribuição do ensino de Ciências a professores de outras áreas.

Ao longo da história da disciplina Ciências no Brasil várias foram as exigências em habilitações para ministrar esta disciplina, dentro da qual encontram-se os conteúdos de Astronomia. Dentre as áreas citadas estão: ciências, matemática, física e química. No entanto, em boa parte dos anos, os professores habilitados para ministrar Ciências foram os licenciados em Biologia. [...] Não precisamos pesquisar muito para verificar isto. Quem de nós teve como professor de Ciências um físico ou químico? Até porque mesmo para os cargos de professor do ensino médio há falta de profissionais com formação em física e química. (LEITE, 2006, p.51 e 52)

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática, para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) também havia uma indicação no mesmo sentido, apontando os problemas no ensino de Matemática ao processo de formação dos educadores da rede, além da “qualidade insatisfatória” dos livros didáticos.

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática está relacionada ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, PCN Matemática – Ensino Fundamental, 1998, p. 22).

Também apontando problemas com os livros didáticos, Bucciarelli (2001) indica em seu trabalho, que “atualmente no Brasil, os livros didáticos não passam por árbitros na área, e, ao que tudo indica, nem mesmo por uma correção prévia de conteúdo antes da impressão.”

Nada obstante, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, dedicadas às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006), apontam como uma solução, a adoção de “Temas Estruturadores” que articulem competências e conteúdos para novas práticas pedagógicas. Um desses “Temas Estruturadores” sugeridos é: “Tema 6: Universo, Terra e vida (unidades temáticas: Terra e sistema solar, o universo e sua origem, compreensão humana do universo).” (BRASIL, 2006); o qual envolve e remete diretamente a conceitos de Astronomia.

Ou seja, ponderando que na grande maioria das instituições educacionais públicas, encontramos um ensino fragmentado e desarticulado, um processo educativo interdisciplinar poderia ser a base para construção do conhecimento. E nesse sentido, alguns pesquisadores na área da educação, como Dias e Santa Rita (2008), sugerem que a Astronomia poderia exercer esse papel estruturador, para a interligação entre as diversas áreas do conhecimento.

Devido ao seu elevado caráter interdisciplinar e à possibilidade de diversas interfaces com outras disciplinas (Física, Química, Biologia, História, Geografia, Educação Artística), os conteúdos de Astronomia podem proporcionar aos alunos uma visão menos fragmentada do conhecimento, pensando mais adiante, esta disciplina ainda poderia atuar como integradora de conhecimentos (DIAS; SANTA RITA, 2008, p56).

### 3.3 ASTRONOMIA COMO CIÊNCIA INTERDISCIPLINAR

Na prática, vemos que as escolas têm pouco utilizado a Astronomia no ensino da Matemática. No modelo tradicional a ênfase maior é para o conteúdo e não para a construção da aprendizagem. Ou seja, se vista apenas como uma matéria acessória (no modelo tradicional), a Astronomia fica desfavorecida e perde um pouco de seu espaço.

De acordo com o PCNEM (2002), verificamos que Astronomia é uma ciência multidisciplinar incorporada em várias outras disciplinas, como Matemática, Química, Física e Biologia:

A Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como Ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. É necessário explicitar vínculos e aspectos comuns entre as disciplinas da área, assim como mostrar como as Ciências da Natureza e a Matemática traduzem as competências gerais. [...] Na elaboração do programa de ensino de cada uma das quatro disciplinas (Matemática, Química, Física e Biologia), está se levando em conta o fato de que elas incorporam e compartilham, de forma explícita e integrada, conteúdos de disciplinas afins, como Astronomia e Geologia. (BRASIL, PCNEM+, 2002, p.24).

No entanto, analisando os PCN, Dias e Santa Rita (2008) concluem que: “Praticamente todas as áreas de conhecimento de Astronomia estão inseridas na área de Física”. E nessa questão levantam mais uma dificuldade, que “o professor de Física da rede pública de ensino se vê incapacitado para trabalhar tantos conteúdos tendo apenas duas aulas por semana, sabendo que a Física também trata de outros assuntos, não ligados à Astronomia, que também são de alta relevância para o aluno do ensino médio”.

Olhando por esse cenário, uma vez que o número de aulas semanais de Matemática é maior, poderíamos dizer então que uma interligação entre Astronomia e Matemática contribuiria favoravelmente no desenvolvimento dos alunos em ambas as ciências. Pois estando ligada a diversos avanços científicos, a Astronomia pode despertar o interesse dos alunos em evoluir seu conhecimento. Para Moraes (2003):

A interação permanente entre Astronomia e Matemática, de alguma forma pode ser aproveitada para tentar ultrapassar essa visão tradicionalista. As dificuldades que a maioria dos alunos experimenta, quer na compreensão dos conceitos matemáticos, quer na sua aplicação à realidade, podem ser vencidas tirando partido da Astronomia, pois ela por si só é bastante motivadora pela curiosidade que desperta nas pessoas (MORAIS, 2003, p 08 e 09).

De acordo com Dias e Santa Rita (2008), algo que pode demonstrar a interdisciplinaridade da Astronomia, está relacionada à evolução tecnológica que seu estudo tem propiciado a diversas áreas do conhecimento. Citando como exemplo, o desenvolvimento de antenas, espelhos, telescópios, que permitem o monitoramento do espaço e da própria Terra e facilitam a pesquisa nas áreas das ciências espaciais, meteorologia, telecomunicações e geociências. Outro exemplo seria a colaboração da Astronomia para solução de problemas oftalmológicos ou para diagnóstico de tumores, como é o caso de sensores de luz fraca e infravermelho que foram desenvolvidos a partir de pesquisas astronômicas (DIAS; SANTA RITA, 2008).

Yun (2004) também cita outros exemplos de legado deixado pela Astronomia, como detectores de raios-X, empregados a princípio em estudos astronômicos, e que atualmente estão adequados à pesquisa biomédica e às ciências dos materiais. A constante utilização de imagens de raios-X, inclusive, permitiu à NASA o registro de uma patente de um microscópio de raios-X, que hoje é utilizado em cirurgias de neonatal, cirurgia geral e diagnose de lesões desportivas.

#### 3.4 CONTEÚDOS DAS OLIMPIADAS DE ASTRONOMIA - OBA.

O edital de regulamento, a para a Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA) de 2020 afirma que as provas aplicadas são totalmente “compatíveis com os conteúdos abordados pela maioria dos livros didáticos do ensino fundamental e médio”. Isso nos indicaria então que qualquer estudante que frequentou o ensino básico, estaria apto a reconhecer tais conteúdo. No entanto, não é isso que observamos na prática. Em seu trabalho, Bucciarelli (2001) apresenta um estudo que analisa algumas séries de livros didáticos do Ensino Fundamental, indicando diversas falhas de conteúdos referentes a Astronomia, encontrados nesses livros. O motivo principal, segundo Bucciarelli (2001) seriam a falta de avaliação dos livros, por especialistas da área.

Mesmo assim, pelos temas avaliados pela OBA relativos aos ciclos de ensino Fundamental II e Médio, podemos entender a ligação da Astronomia com a Matemática e demais disciplinas. De acordo com seu edital, os conteúdos esperados a cada nível são os seguintes:

a) **Nível 3 (6º ao 9º ano):** Espera-se do aluno de 6º a 9 série o desenvolvimento dos conteúdos relacionados a:

Terra: origem, estrutura interna, forma, alterações na superfície, marés, atmosfera, rotação, polos, equador, pontos cardeais, bússola, dia e noite horas e fusos horários;

rotação, pontos cardeais, coordenadas geográficas, estações do ano, marés, solstícios, equinócios, zonas térmicas, horário de verão.

Lua: fases da Lua, meses e eclipses.

Sol: translação da Terra, eclíptica, ano, estações do ano.

Sistema Solar: descrição, origem, Terra como planeta e objetos do sistema solar.

Corpos celestes: planetas, satélites, asteroides, cometas, estrelas, galáxias.

História, origem e desenvolvimento da Astronomia.

Conquista do espaço.

Origem do Universo.

Fenômenos físicos e químicos: elementos químicos e origem.

Gravitação: força gravitacional e peso.

Unidade Astronômica, ano-luz, mês-luz, dia-luz e segundo-luz.

Constelações e reconhecimento do céu.

b) **Nível 4 (Ensino Médio):** Além dos temas do ciclo anterior. Espera-se do aluno do Ensino Médio o desenvolvimento dos conteúdos relacionados a: Lei da Gravitação universal, leis de Kepler, lei de Hubble, história da Astronomia, espectro eletromagnético, ondas, comprimento de onda, frequência, velocidade de propagação, efeito Doppler, calor, magnetismo, campo magnético da Terra, manchas solares, evolução estelar, estágios finais da evolução estelar (buracos negros, pulsares, anãs brancas), origem do sistema solar e do universo. Constelações e reconhecimento do céu e Galáxias.

### 3.5 COMPETÊNCIAS REQUERIDAS PELO MEC

Dentro da classificação definida pelos PCN e BNCC, a Astronomia se situa especificamente na área de Ciências da Natureza e suas tecnologias, onde os objetivos evoluem de acordo com a maturidade do aluno. De acordo com Dias e Santa Rita (2008).

No ensino fundamental é priorizada a compreensão da natureza como um processo dinâmico em relação à sociedade, atuando como agente transformador, além de um forte conhecimento histórico do processo. Já no ensino médio, valorizam-se mais os conhecimentos abstratos, priorizando as rupturas no processo de desenvolvimento das ciências, além da compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, resolver problemas, planejar, avaliar as interações homem natureza e desenvolver modelos explicativos para sistemas tecnológicos. (DIAS; SANTA RITA, 2008).

Nesse sentido, a nova Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), separou a matriz de Ciências em três unidades temáticas: Matéria e Energia, Vida e Evolução e Terra e Universo.

Na unidade temática Terra e Universo, busca-se a compreensão de características da Terra, do Sol, da Lua e de outros corpos celestes – suas dimensões, composição, localizações, movimentos e forças que atuam entre eles. Ampliam-se experiências de observação do céu, do planeta Terra, particularmente das zonas habitadas pelo ser humano e demais seres vivos, bem como de observação dos principais fenômenos celestes. [...] A partir de uma compreensão mais aprofundada da Terra, do Sol e de sua evolução, da nossa galáxia e das ordens de grandeza envolvidas, espera-se que os alunos possam refletir sobre a posição da Terra e da espécie humana no Universo. (BRASIL, BNCC, 2018).

Para Leão e Teixeira (2020), isso “reforça a retomada dos conteúdos de maneira geral, incluindo os relacionados à Astronomia”.

### 3.5.1 Conceitos de Astronomia

Tomando como base que o foco desse estudo é abordar os conteúdos de Astronomia no ensino da Matemática, procuremos então identificar quais são os conceitos esperados pelos normativos.

Ao analisarmos o conteúdo esperado para os anos finais do Ensino Fundamental, dentro da BNCC (2018), verificamos que os conteúdos de Astronomia estão inseridos na matriz de Ciências da Natureza, dentro do eixo “Terra e Universo”, o qual aborda além da Astronomia, também outros temas. Façamos então, uma conta hipotética simples: Dado que o eixo Terra Universo corresponde a 1/3 das aulas de Ciências, considerando que existam ainda no mínimo outros dois temas que concorrem entre si dentro desse mesmo eixo, podemos concluir então que a Astronomia é abordada somente em 1/9 das aulas de Ciências, que já são poucas dentro da grade curricular tradicional.

Para entender melhor, montamos o quadro abaixo, onde constam somente as habilidades relacionadas a Astronomia, que estão inseridas no eixo **Terra e Universo**, e na última coluna inserimos a quantidade de temas que são abordados nas aulas de Ciência, para os últimos anos do Ensino Fundamental:

Quadro 1: Habilidades esperadas para o eixo Terra e Universo – Fundamental II

Ano	Objetos de Conhecimento	Habilidades – somente as relacionadas a Astronomia	Total Temas
6º	Forma, estrutura e movimentos da Terra	(EF06CI11) - Identificar as diferentes camadas que estruturam o planeta Terra (da estrutura interna à atmosfera) e suas principais características. (EF06CI13) - Selecionar argumentos e evidências que demonstrem a esfericidade da Terra. (EF06CI14) - Inferir que as mudanças na sombra de uma vara (gnômon) ao longo do dia em diferentes períodos do ano são uma evidência dos movimentos relativos entre a Terra e o Sol, que podem ser explicados por meio dos movimentos de rotação e translação da Terra e da inclinação de seu eixo de rotação em relação ao plano de sua órbita em torno do Sol.	14
7º	Composição do ar Efeito estufa Camada de ozônio Fenômenos naturais (vulcões, terremotos e tsunamis) Placas tectônicas e deriva continental	(EF07CI13) - Descrever o mecanismo natural do efeito estufa, seu papel fundamental para o desenvolvimento da vida na Terra, discutir as ações humanas responsáveis pelo seu aumento artificial (queima dos combustíveis fósseis, desmatamento, queimadas etc.) e selecionar e implementar propostas para a reversão ou controle desse quadro (EF07CI14) Justificar a importância da camada de ozônio para a vida na Terra, identificando os fatores que aumentam ou diminuem sua presença na atmosfera, e discutir propostas individuais e coletivas para sua preservação.	16
8º	Sistema Sol, Terra e Lua Clima	(EF08CI12) - Justificar, por meio da construção de modelos e da observação da Lua no céu, a ocorrência das fases da Lua e dos eclipses, com base nas posições relativas entre Sol, Terra e Lua. (EF08CI13) - Representar os movimentos de rotação e translação da Terra e analisar o papel da inclinação do eixo de rotação da Terra em relação à sua órbita na ocorrência das estações do ano, com a utilização de modelos tridimensionais.	16
9º	Composição, estrutura e localização do Sistema Solar no Universo Astronomia e cultura Vida humana fora da Terra Ordem de grandeza astronômica Evolução estelar	(EF09CI14) - Descrever a composição e a estrutura do Sistema Solar (Sol, planetas rochosos, planetas gigantes gasosos e corpos menores), assim como a localização do Sistema Solar na nossa Galáxia (a Via Láctea) e dela no Universo (apenas uma galáxia dentre bilhões). (EF09CI15) - Relacionar diferentes leituras do céu e explicações sobre a origem da Terra, do Sol ou do Sistema Solar às necessidades de distintas culturas (agricultura, caça, mito, orientação espacial e temporal etc.). (EF09CI16) - Selecionar argumentos sobre a viabilidade da sobrevivência humana fora da Terra, com base nas condições necessárias à vida, nas características dos planetas e nas distâncias e nos tempos envolvidos em viagens interplanetárias e interestelares. (EF09CI17) - Analisar o ciclo evolutivo do Sol (nascimento, vida e morte) baseado no conhecimento das etapas de evolução de estrelas de diferentes dimensões e os efeitos desse processo no nosso planeta.	17

Fonte: Brasil (2018).

Cada tema é codificado pela sigla (EE00CC01), composta na seguinte forma:

EF – O primeiro par de letras indica a etapa de ensino, nesse caso Ensino Fundamental.

00 – O primeiro par de números indica o ano ou bloco de anos (no caso de outras ciências).

CC – O segundo par de letras indica o “componente curricular”, ou seja, a disciplina.

01 – O último par de números sequenciais que indicam a posição da habilidade.

Dessa forma, podemos inferir então a quantidade de habilidades esperadas para cada componente curricular, em cada ano, em cada etapa de ensino. Ou seja, em relação aos demais temas dentro da matriz de Ciências nos anos finais do Ensino Fundamental, a Astronomia corresponde a 3/14 das habilidades de esperadas para o 6º ano, 2/16 do 7º ano, 2/16 do 8º ano e 4/17 do 9º ano (no último ano a Astronomia é tema exclusivo dentro eixo “Terra Universo”).

O mesmo tipo de avaliação poderia ser realizado também para os conteúdos do Ensino Médio, e nos levaria a uma conclusão análoga. Entretanto, para não tornar o assunto muito extenso, limitaremos essa análise somente ao Ensino Fundamental, para não tornar o texto cansativo ao leitor. Pelo mesmo motivo, no item seguinte, faremos a avaliação dos conteúdos matemáticos exigidos pela BNCC, somente de um nível de ensino. Porém dessa vez, escolhemos trabalhar com o Ensino Médio, para que seja feita uma interligação com a proposta de abordagem e de exercícios dos itens seguintes.

### **3.5.2 Competências Específicas da Matemática**

Para o Ensino da Matemática, o PCNEM+ (Brasil, 2006) explica que “há um conjunto de conhecimentos que são necessários ao aluno para que ele compreenda a sua realidade e possa nela intervir com autonomia e competência”. A BNCC (Brasil, 2018) classifica que esse conjunto de conhecimento, “deve garantir aos estudantes o desenvolvimento de competências específicas”. Relacionando a cada uma delas, habilidades a serem alcançadas.

Na proposta da nova Base Curricular Nacional, ainda que a Matemática (assim como Língua Portuguesa) seja disciplina obrigatória nos três anos do Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017), essas habilidades específicas não são apresentadas com a divisão para cada ano, mas sim de forma consolidada para todo o Ensino Médio, permitindo assim, maior flexibilidade para a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas em cada escola.

De acordo com a BNCC (2018), as competências específicas de Matemática e Suas Tecnologias para o Ensino Médio são:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, BNCC, 2018, p.531)

Muito embora essa forma de abordagem flexível no Ensino Médio seja uma proposta inovadora, a BNCC (2018) admite a possibilidade de se adotar uma organização mais próxima da utilizada pelo Ensino Fundamental, abrindo a opção para a classificação das habilidades da seguinte forma: “Números e Álgebra, Geometria e Medidas, e Probabilidade e Estatística.”

Diante disso, organizamos no quadro abaixo, as habilidades esperadas para o ensino da Matemática no Ensino Médio, em cada um dos “temas estruturadores”:

Quadro 2: Quadro organizador das habilidades de acordo com as unidades estruturadoras.

Tema Estrut.	Habilidade Esperada
Números e Álgebra	<p>(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.</p> <p>(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.</p> <p>(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.</p> <p>(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.</p> <p>(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.</p> <p>(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.</p> <p>(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar</p>

Tema Estrut.	Habilidade Esperada
	<p>algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo <math>y = ax^2</math>.</p> <p>(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p> <p>(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p> <p>(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.</p> <p>(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.</p> <p>(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.</p> <p>(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.</p> <p>(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da Lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.</p> <p>(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.</p> <p>(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.</p>
Geometria e Medidas	<p>(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.</p> <p>(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.</p> <p>(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).</p>

Tema Estrut.	Habilidade Esperada
	<p>(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.</p> <p>(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de Algarismos significativos e Algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.</p> <p>(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).</p> <p>(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.</p> <p>(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.</p> <p>(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.</p> <p>(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.</p>
Probabilidade e Estatística	<p>(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p> <p>(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.</p> <p>(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.</p> <p>(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.</p> <p>(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).</p> <p>(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.</p> <p>(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).</p> <p>(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.</p> <p>(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p> <p>(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.</p>

Analisando o Quadro 2 acima, podemos perceber na descrição de várias habilidades que há um possível direcionamento para que em seu desenvolver sejam utilizadas ferramentas de apoio pedagógico, relacionadas às novas tecnologias, como softwares e aplicativos. Também observamos como que um indutor, o direcionamento para a abordagem de temas práticos ou relacionados a outras ciências e disciplinas. Como os destaques feitos nos exemplos abaixo:

(EM13MAT301) Resolver e elaborar **problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento**, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em **contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros**.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em **contextos que envolvem fenômenos periódicos reais** (ondas sonoras, fases da Lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem **apoio de aplicativos de álgebra e geometria**. (BRASIL, BNCC, 2018, grifo nosso)

### 3.6 PROPOSTA DE ABORDAGEM

Já vimos até aqui, que tanto a Astronomia quanto a Matemática podem ser consideradas ciências interdisciplinares. Nesse sentido, se fizermos a ligação entre os três “temas estruturadores” da Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, BNCC, 2018), e os conteúdos de Astronomia acima elencados (OBA, 2020), podemos produzir alguns conteúdos a serem trabalhados como fonte de desenvolvimento nas aulas de Matemática. De acordo com Magalhães (2016), podemos elencar alguns exemplos:

#### (i) Números e Álgebra

- A disposição das estrelas em um diagrama permite estimar a evolução delas.
- A declividade de uma reta da função afim permite estimar a idade do Universo e a velocidade de afastamento dos planetas.
- A taxa de variação permite calcular a velocidade areolar dos planetas. A relação entre a distância dos planetas e o Sol no Sistema Solar é uma sequência numérica.
- A relação entre a distância de uma estrela e o seu brilho é uma função logarítmica.
- O uso de funções trigonométricas permite mostrar, por exemplo, a regularidade das órbitas dos planetas em torno do Sol.

(ii) Geometria e Medidas

- Semelhança de triângulos permite medir o raio da Terra.
- Razões trigonométricas permitem calcular a distância Terra - Lua.
- A elipse permite representar as órbitas dos planetas, de acordo com Kepler.

(iii) Probabilidade e Estatística

- Os dados estatísticos permitem analisar a possibilidade de colisões de objetos extraterrestres na superfície da Terra.
- A probabilidade permite mostrar a possibilidade de vida fora do Sistema Solar.

Diante do exposto, tomando como referência alguns trabalhos nessa área, como Magalhães (2016) e Luiz (2009), traremos na sequência, uma proposta a se trabalhar em sala de aula, para cada um dos temas estruturadores, aplicando ao final de cada tema, um exercício comentado, extraído de provas da OBA - Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica.

## CAPÍTULO 4 PROPOSTA DE EXERCÍCIOS

*“Os problemas significativos que enfrentamos não podem ser resolvidos no mesmo nível de pensamento em que estávamos quando os criamos.”*

*Albert Einstein (1879-1955)*

Vimos que ao relacionarmos o conteúdo teórico e prático, podemos identificar em cada um dos temas estruturadores da Matemática, como a Astronomia pode contribuir para os processos de raciocínio e produção do conhecimento. Na visão de Moraes (2003), “a compreensão dos conceitos matemáticos pode de alguma forma ser facilitada aos alunos com o recurso a situações onde a aplicação da Astronomia seja determinante na resolução de problemas concretos.”

Por ser considerado um tema extenso, tomaremos como foco apenas alguns dos assuntos abordados no Ensino Médio, buscando opções metodológicas, que possam ser associadas a Astronomia. Ao final de cada tema, será aplicado um exercício para aplicação.

### 4.1 NÚMEROS E ÁLGEBRA

De acordo com o PCENEM+, “o primeiro tema ou eixo estruturador (Álgebra: números e funções) apresenta-se com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais.” (BRASIL, 2002). Na visão da nova BNCC (2018), a unidade temática Números e Álgebra, tem por finalidade: “desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades”, bem como desenvolver “um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos”.

Tomando como base o Quadro 2 apresentado no Capítulo anterior, podemos destacar dentro de Números e Álgebra, os seguintes conteúdos:

- Noção de Função; funções analíticas e não analíticas; análise gráfica; sequências numéricas; função exponencial ou logarítmica.
- Trigonometria do triângulo retângulo.
- Funções seno, cosseno e tangente.
- Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.
- Taxas de variação de grandezas.

Dessa forma, separamos abaixo, alguns assuntos ligados a Astronomia que possam ser abordados, dentro desse contexto.

#### **4.1.1 Noção de Função e Análise Gráfica - Diagrama HR**

(i) Habilidade requerida, segundo a BNCC (2018):

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, BNCC, 2018)

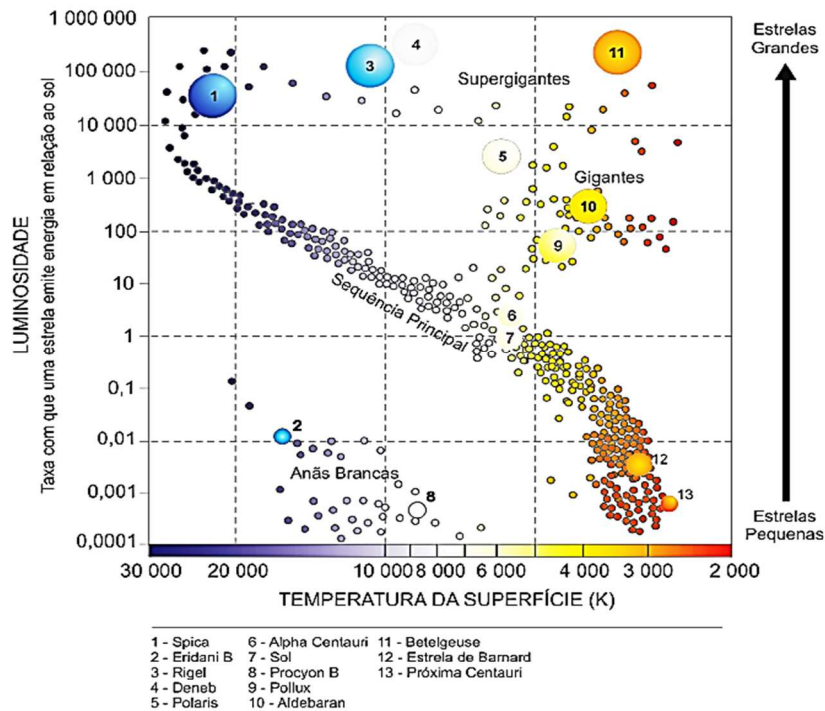
(ii) Desenvolvimento do Tema:

De acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014), no início do século XX, dois astrônomos de forma independente trabalharam na classificação das estrelas e obtiveram resultados muito similares. A uma compilação do trabalho destes dois astrônomos gerou o chamado Diagrama de Hertzsprung Russell ou Diagrama HR.

O Diagrama de Hertzsprung Russell, conhecido como Diagrama HR, foi descoberto independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873 - 1967), em 1911, e pelo americano Henry Norris Russell (1877 - 1957), em 1913, como uma relação existente entre a luminosidade de uma estrela e sua temperatura superficial (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014, p.234).

No diagrama de HR há uma relação entre a cor da estrela e a temperatura de sua superfície. Hertzsprung descobriu que estrelas da mesma cor podiam ser divididas entre luminosas, que ele chamou de gigantes, e estrelas de baixa luminosidade, que ele chamou de anãs. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014).

Figura 16: Diagrama HR



Fonte: Oliveira Filho; Saraiva (2014).

Analisando o Gráfico da Figura 16, na visão de Oliveira Filho e Saraiva (2014):

A primeira coisa que se nota no Diagrama HR é que as estrelas não se distribuem igualmente nele, mas se concentram em algumas partes. A maior parte das estrelas da vizinhança solar está alinhada ao longo de uma estreita faixa na diagonal que vai do extremo superior esquerdo (estrelas quentes e muito luminosas), até o extremo inferior direito (estrelas frias e pouco luminosas). Essa faixa é chamada sequência principal. O fator que determina onde uma estrela se localiza na sequência principal é a sua massa e há um caráter evolutivo: estrelas mais massivas são mais quentes e mais luminosas. As estrelas da sequência principal têm, por de infecção, classe de luminosidade V, e são chamadas de anãs. Um número substancial de estrelas também se concentra acima da sequência principal. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014)

No meio do século passado, quando ainda não se compreendia como os átomos produziam linhas espectrais, as primeiras classificações das estrelas foram baseadas nas intensidades das linhas do hidrogênio, sendo adotada a sequência A,B,C...P, para a nomenclatura das classes espectrais, onde estrelas tipo A tinham as mais fortes linhas de hidrogênio, cujas intensidades diminuía até chegar no tipo P. (HETEM; PEREIRA, 2011).

“Com o melhor entendimento dos sub níveis da estrutura atômica, que foi possível por volta de 1920, um novo esquema foi adotado para a classificação espectral, que estabelecia uma sequência mais significativa em função da temperatura da estrela. ” (HETEM; PEREIRA, 2000).

Ao se arranjar os grupos formados na classificação inicial segundo este novo critério de temperatura, os tipos espectrais se distribuíram da seguinte maneira: O, B, A, F, G, K, M em que o tipo “O” corresponde às estrelas mais quentes, e as do tipo “M”, às mais frias. Este sistema é comumente chamado de sistema MKK (Morgan, Keenan e Kelman) de classificação espectral, conforme disposto no

Quadro 3 abaixo:

Quadro 3: Características de cada Tipo espectral.

Tipo espectral	Cor	T <sub>sup</sub> (K)	Linhas proeminentes de absorção	Exemplos
O	Azul	30.000	He ionizado (fortes), elementos pesados ionizados (OIII, NIII, SiIV), fracas linhas de H.	
B	Azulada	20.000	He neutro (moderadas), elementos pesados 1 vez ionizados	Rigel
A	Branca	10.000	He neutro (muito fracas), ionizados, H (fortes)	Vega Sirius
F	Amarelada	7.000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros (FeI, CaI), H (moderadas)	Canopus
G	Amarela	6.000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (relativamente fracas)	Sol Alfa Centaury
K	Laranja	4.000	elementos pesados 1 vez ionizados, metais neutros, H (fracas)	Arcturus Aldebaran
M	Vermelha	3.000	Átomos neutros (fortes), moleculares (moderadas), H (muito fracas)	Betelgeuse

Fonte: Hetem; Pereira (2000).

A tabela acima resume as principais características de cada tipo espectral, relacionando a sua respectiva temperatura em Kelvin. Com base nisso trabalhamos o seguinte exercício.

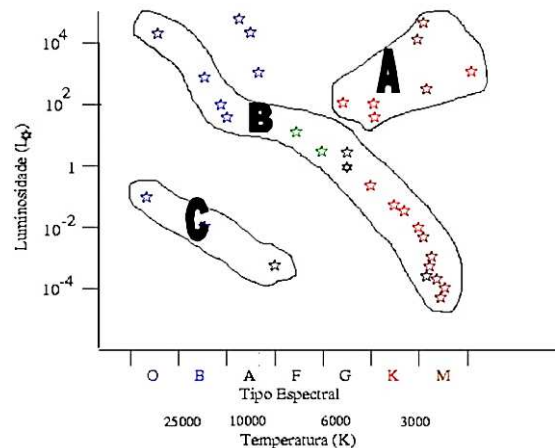
(iii) Exercício (OBA, 2000, p. 3 a 4)

O Diagrama de Hertzsprung-Russell, conhecido como diagrama HR, foi descoberto independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873-1967), em 1911, e pelo americano Henry Norris Russell (1877-1957), em 1913. Russel representou algumas estrelas estudadas em um diagrama Luminosidade X Temperatura superficial. A partir do estudo desse diagrama, podemos determinar propriedades das estrelas. Uma das aplicações mais importantes do diagrama HR é a determinação de distâncias estelares. O fator que determina onde uma

estrela se localiza na sequência principal é a sua massa: estrelas mais massivas são mais quentes e mais luminosas).

Observação: A luminosidade 1 é a luminosidade do Sol.

Figura 17: Gráfico exercício 1.



Fonte: OBA (2000).

a) De acordo com a figura acima, associe os nomes das áreas assinaladas como A, B e C aos grupos de estrelas conhecidos como gigantes vermelhas, anãs brancas e sequência principal.

**Resolução:** Aqui o aluno deverá analisar o gráfico, observando os conceitos de “gigante vermelhas” (estrelas com luminosidade maiores que o Sol e temperaturas mais elevadas) e “anãs brancas” (estrelas com luminosidade menores que o Sol e temperaturas mais baixas), dado que a luminosidade do Sol é igual a 1.

**Resposta:** A = Gigantes Vermelhas, B = Sequência Principal, C = Anãs Brancas.

b) Determine em qual faixa espectral se localiza o Sol e a que região (A, B ou C) ele atualmente pertence, sabendo que sua temperatura superficial é algo em torno de 6000K.

**Resolução:** Ao observar o gráfico, o aluno deverá logo perceber que a faixa de temperatura de 6000K está ligada a faixa espectral G, e sabendo que a luminosidade do Sol é igual a 1 (dado do exercício, “observação”), poderá fazer a ligação dos eixos luminosidade e temperatura, indicando, portanto, que o Sol pertence a região B.

**Resposta:** Faixa espectral G=600K, região B=Sequencia Principal.

c) Determine em qual faixa espectral se localiza uma estrela bem mais quente que o Sol e quando ainda estão na fase de queima de Hidrogênio.

**Resolução:** Dadas as informações anteriores sobre o Sol: luminosidade = 1 e temperatura = 6000K (região G), as faixas espectrais bem mais quentes que o Sol são O, B, A e F.

A fase de queima de hidrogênio é característica da primeira fase da evolução de uma estrela, colocando-a então na Sequência Principal.

**Resposta:** A região superior da sequência principal (B).

d) Em sua evolução o Sol passará pelos três estágios definidos pelos grupos A, B e C. Determine esta sequência e diga em qual região do gráfico ele permanecerá por menos tempo.

**Resolução:** Considerando as respostas anteriores, sabemos que o Sol é uma estrela de sequência principal, de categoria anã amarela. Dessa forma, pela sequência de evolução das estrelas, podemos então atribuir que a próxima fase do Sol seria na categoria das gigantes vermelhas, que é uma fase mais curta em comparação as outras. Por fim, dada sua massa estimada, o Sol finalizaria sua vida na categoria das estrelas anãs brancas.

**Resposta:** Sequencia principal, gigantes vermelhas e anãs brancas. Gigantes vermelhas.

e) Explique porque a ideia de evolução estelar (isto é, a ideia de que as estrelas mudam de aspecto ao longo de suas vidas) nasceu da montagem do Diagrama HR.

**Resposta:** Esta resposta é mais sutil. A ideia geral é a de que as estrelas não estão distribuídas aleatoriamente no Diagrama HR, mas sim estão concentradas nas regiões já descritas. Segundo que a maior presença de estrelas na sequência principal indica que ela deve corresponder a uma fase que todas as estrelas, de alguma forma, atravessam na maior parte de suas existências.

## 4.2 GEOMETRIA E MEDIDAS

De acordo com o PCNEM+ (BRASIL, 2002):

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas. (BRASIL, PCNEM+, 2002, p. 123).

No mesmo sentido a nova BNCC (2018) descreve que a Geometria “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do

mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”, enquanto que o estudo das Grandezas e Medidas, “quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade”, favorecendo “integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.)”. (BRASIL, BNCC, 2018)

Tomando como base o Quadro 2 apresentado no Capítulo anterior, podemos destacar dentro de Geometria e Medidas, os seguintes conteúdos:

- Geometria Plana: Semelhança e congruência; representação de figuras.
- Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição, inscrição e circunscrição de sólidos.
- Métricas: áreas e volumes; estimativas.
- Geometria Analítica: Representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

Dessa forma, separamos abaixo, alguns assuntos ligados a Astronomia que possam ser abordados, dentro desse contexto.

#### **4.2.1 Semelhança e Congruência de Triângulos: Distâncias no Sistema Solar**

(i) Habilidade requerida, segundo a BNCC (2018):

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos. (BRASIL, BNCC, 2018)

(ii) Desenvolvimento do Tema:

Como vimos no CAPÍTULO 2 (2.5.2), Aristarco de Samos (310-230 a.C.), foi um dos primeiros estudiosos, que se tem registro, que propôs que a Terra se movia em torno do Sol, antecipando Copérnico em quase 2.000 anos. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2014). Só sabemos disso através de citações em escritos de Arquimedes, pois de todas as suas obras a única que sobreviveu foi a “Sobre tamanhos e distâncias do Sol e da Lua”. De acordo com a análise de Machado (2016), embora nesse livro esteja implícita a noção de que a Terra gira em torno do Sol, o conceito de heliocentrismo não é mencionado.

O texto de Aristarco inicia com seis hipóteses das quais ele deriva as dimensões da Terra, Lua e Sol, utilizando a Geometria que conhecida até aquela época (MACHADO, 2016).

Hipóteses de Aristarco:

1. A Lua recebe sua luz do Sol.
2. A Terra pode ser considerada um ponto, e é o centro da esfera da Lua (ou órbita lunar).
3. Quando a Lua nos parece dicotoma (dividida em duas partes iguais), o grande círculo que separa a parte iluminada da parte escura está na direção de nossos olhos (Isto é, nossa linha de visada é coplanar com este grande círculo).
4. Quando a Lua nos parece dicotoma, sua separação do Sol é menor que um quadrante por um trigésimo de quadrante.
5. A largura da sombra da Terra equivale a duas Luas.
6. A Lua subentende a décima quinta parte de um signo do zodíaco.

(MACHADO, 2016)

Diante dessas proposições, podemos reconstruir o método adotado por Aristarco para a determinação da razão entre as distâncias do Sol e da Lua.

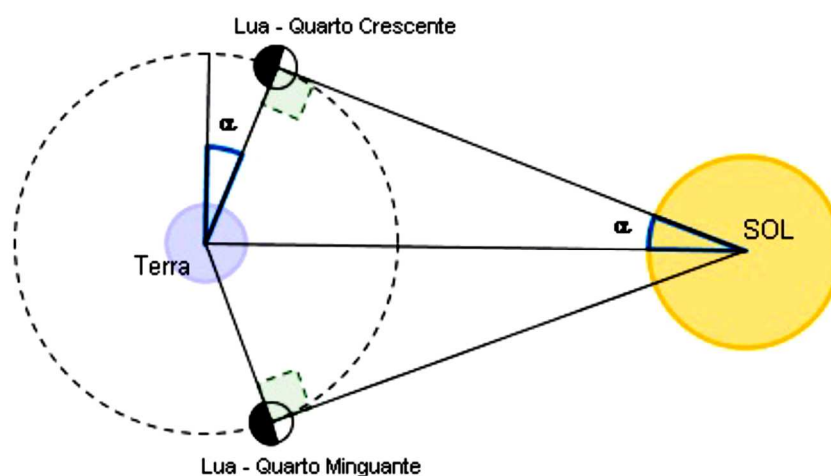
Para determinar tal razão, podemos imaginar a construção geométrica dada pela Figura 18 abaixo, considerando que a formulação e o dado observacional provêm das hipóteses 3 e 4.

Da hipótese 3 temos: Nas fases de quarto crescente ou quarto minguante a Lua é iluminada exatamente pela metade, o que significa dizer que, para um observador na Terra, os Raios de Sol incidem sobre a Lua perpendicularmente formando um ângulo reto.

Da hipótese 4 temos: No mesmo momento, para o observador, a posição Sol em relação a Lua forma um vértice de ângulo  $\beta$  “menor que um quadrante por um trigésimo de quadrante”, ou seja:  $\beta = 90^\circ - \frac{1}{30}90^\circ = 90^\circ - 3^\circ = 87^\circ$

Em outras palavras: vista a partir do Sol, a distância Terra-Lua subentenderia um ângulo muito pequeno, equivalente a  $3^\circ$ .

Figura 18: Visão de Aristarco - Triângulo Retângulo Terra-Sol-Lua



Fonte: Oliveira Filho; Saraiva (2014).

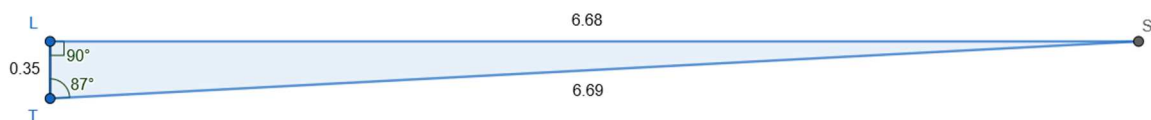
Poderíamos, então, determinar a razão entre as distâncias da Lua (L) e do Sol (S) em relação à Terra, utilizando apenas trigonometria:

$$\frac{L}{S} = \cos(\beta) \quad (3)$$

No entanto, de acordo com Machado (2016), no século III a.C., antes do desenvolvimento da trigonometria, Aristarco não dispunha de métodos gerais para calcular senos e cossenos de um ângulo qualquer (MACHADO, 2016). Nessa época não havia nem sequer uma estimativa numérica tolerável para o valor de  $\pi$ . Por estes motivos, sua abordagem precisava ser puramente geométrica. Então faremos também nossos cálculos utilizando semelhança de triângulos.

Por definição, sabemos que “dois triângulos são semelhantes se possuírem dois ângulos correspondentes congruentes” (SILVA, 2021). Então, como vemos na Figura 19 abaixo, com o auxílio de um software gráfico é possível construir o triângulo precisamente com os ângulos de  $90^\circ$ ,  $87^\circ$  e  $3^\circ$ , triângulo semelhante ao triângulo de Aristarco, obtendo as medidas de cada um dos lados.

Figura 19: Triângulo Retângulo - Distâncias Terra Sol e Lua



Fonte: Elaborado pelo autor.

Então calculamos a razão:

$$\frac{S}{L} = \frac{6,68}{0,35} \cong 19,09 \quad (4)$$

Em sua obra “Sobre tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua”, Aristarco fez essa demonstração, apresentado um resultado na forma de desigualdades. Para o cálculo estimado da distância entre a Terra e o Sol, por exemplo, seu resultado foi: “A distância do Sol à Terra é maior que dezoito vezes, mas menor que vinte vezes, a distância da Lua à Terra. (Proposição VII)”. (MACHADO, 2016).

Na verdade, sabemos que a distância média da Terra ao Sol é cerca de 400 vezes a distância da Terra à Lua. Embora Aristarco não tenha chegado nem perto desse valor, seus métodos para os cálculos estavam corretos, o que não estava correto era a medida do ângulo, que devido à tecnologia a que temos acesso hoje, sabemos que é na verdade  $89,86^\circ$ . (MACHADO, 2016).

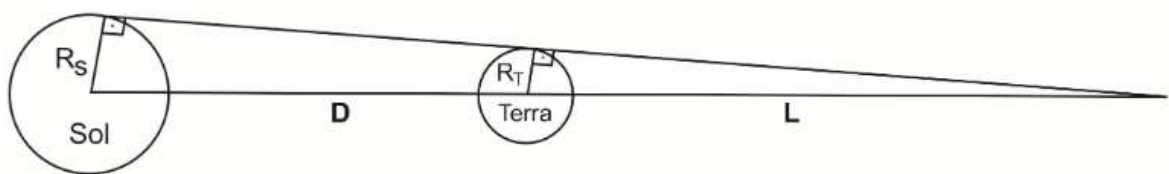
Infelizmente, ocorre que este erro aparentemente pequeno traduz-se em um erro de um fator  $\sim 20$  na razão das distâncias, já que:

$$\cos 89^\circ 51' 10'' \approx \frac{1}{389} \quad (5)$$

(iii) Exercício (XV OBA, 2012, p. 5 a 6)

O eclipse total do Sol é impressionante, pois o céu fica escuro, podemos ver as estrelas e planetas e podemos ver também a fabulosa “coroa solar”. Mas, infelizmente, o eclipse solar total tem curta duração, no máximo alguns minutos. O da Lua, por outro lado, pode durar horas. Vejamos porquê. Abaixo está um esquema mostrando o Sol, de raio  $R_S$ , a Terra, de raio  $R_T$  e metade do “cone de sombra” da Terra. Sabemos que  $R_S = 109 R_T$ . A distância,  $D$  entre os centros do Sol e da Terra é  $D = 23.680 R_T$ .

Figura 20: Figura 1 do exercício, XV OBA de 2012



Fonte: OBA (2012)

a) Com base na Figura 20 acima, calcule, em termos do raio da Terra,  $R_T$ , qual é o comprimento,  $L$ , da sombra da Terra, mostrado na figura acima. Observação:  $L$  é medido do vértice do cone de sombra até o centro da Terra.

**Resolução:** Usaremos apenas semelhança de triângulos para resolvê-la.

$$\frac{R_S}{R_T} = \frac{D+L}{L} \rightarrow \left(\frac{R_S}{R_T}\right)L = D + L \rightarrow \left(\frac{R_S}{R_T} - 1\right)L = D \therefore L = \frac{D}{\left(\frac{R_S}{R_T} - 1\right)} \quad (6)$$

Como  $R_S = 109 R_T$ , então temos:

$$L = \frac{D}{\left(\frac{109R_T}{R_T}-1\right)} \rightarrow L = \frac{D}{(109-1)} \rightarrow L = \frac{D}{108} \quad (7)$$

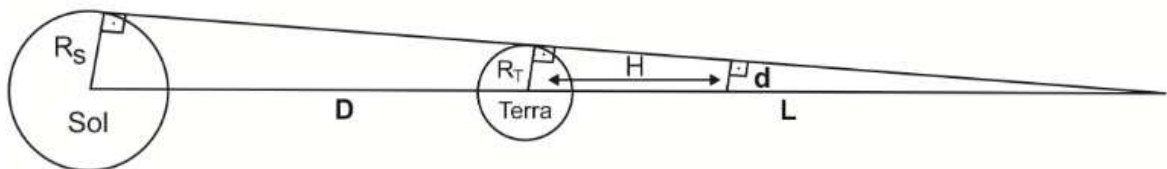
E substituindo  $D = 23.680 R_T$  em (7) obtemos:

$$L = \frac{23.680}{108} R_T \rightarrow L = 219,3 R_T \quad (8)$$

**Resposta:**  $L = 219,3 R_T$

b) A Lua cruza o cone de sombra da Terra à distância  $H = 60 R_T$ . Com base na Figura 21 abaixo, calcule o raio,  $d$ , do cone de sombra nesta distância  $H$ , medido entre os centros da Terra e da Lua (não desenhada na figura), em função do raio da Terra,  $R_T$ .

Figura 21: Figura 2 do exercício, XV OBA de 2012



Fonte: OBA (2012)

**Resolução:** Usaremos apenas semelhança de triângulos para resolvê-la.

$$\frac{R_T}{d} = \frac{L}{L-H} \rightarrow d = \frac{R_T}{L} (L - H) \rightarrow d = R_T \left(1 - \frac{H}{L}\right) \quad (9)$$

Dado que  $H = 60 R_T$  e  $L = 219,3 R_T$ , obtido no exercício anterior, temos:

$$d = R_T \left(1 - \frac{60 R_T}{219,3 R_T}\right) \rightarrow d = R_T \left(1 - \frac{60}{219,3}\right) \rightarrow d = R_T(1 - 0,27) \rightarrow d = 0,73 R_T \quad (10)$$

**Resposta:**  $d = 0,73 R_T$

c) Sabendo que  $R_T = 3,6 R_L$ , onde  $R_L$  é o raio da Lua, calcule quantas vezes “d” é maior do que  $R_L$ . Isso explica o porquê de o eclipse lunar ser longo.

**Resolução:** Para obtermos a resposta é só substituir no resultado anterior  $R_T = 3,6 R_L$

$$d = 0,73 R_T \rightarrow d = 0,73 \times 3,6 R_L, \text{ ou seja } d = 2,63 R_L \quad (11)$$

**Resposta:**  $d = 2,63 R_L$

Chegando a esse resultado podemos observar que  $d = 2,63 R_L$  é apenas a metade da distância que a Lua vai caminhar sob a sombra da Terra. Ou seja, a distância total que a Lua caminha sob a sombra é igual a  $d = 5,26 R_L$ .

### 4.3 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

De acordo com o PCNEM+ (BRASIL, 2002):

(...) A análise de dados permite o desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sociocultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática. (BRASIL, PCNEM+, 2002, p. 123).

No mesmo sentido a nova BNCC (2018) descreve que o estudo de Probabilidade e Estatística “propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia”. Se justificando, pois, “todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas”. (BRASIL, BNCC, 2018).

Tomando como base o Quadro 2 apresentado no Capítulo anterior, podemos destacar dentro de Probabilidade e Estatística, os seguintes conteúdos:

- Estatística: Descrição de dados, representação gráfica.
- Estatística: Análise de dados.
- Contagem.
- Probabilidade.

Dessa forma, separamos abaixo, alguns assuntos ligados a Astronomia que possam ser abordados, dentro desse contexto.

### 4.3.1 Estatística - Análise de dados: Colisões

(i) Habilidade requerida, segundo a BNCC (2018):

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

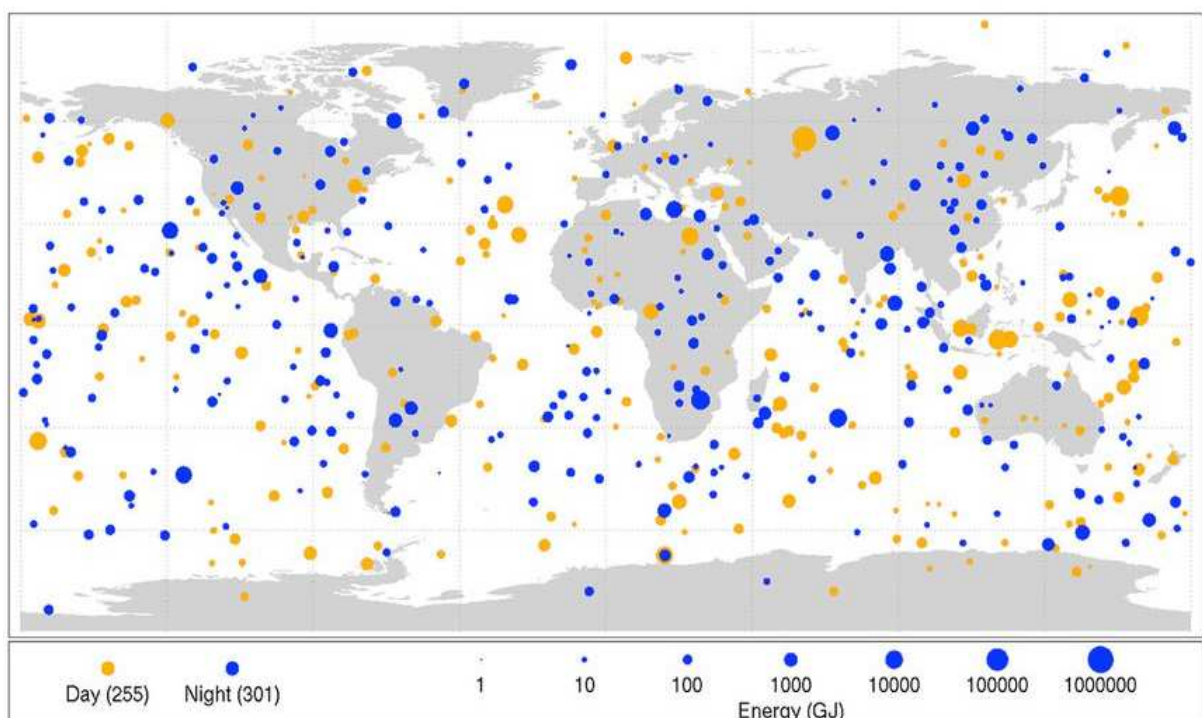
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade. (BRASIL, BNCC, 2018)

(ii) Desenvolvimento do Tema:

Embora não percebamos, a Terra recebe frequentemente a visita de pequenos objetos cósmicos que em contato com nossa atmosfera, acabam se desintegrando antes mesmos de chegarem ao chão. Eventualmente, alguns desses objetos, dado seu tamanho, chegam a atingir o solo, e quando isso acontece as consequências podem ser drásticas.

Um mapa divulgado em 2014, pelo programa *Near Earth Object* (NEO) da NASA, demonstrado pela Figura 22 abaixo, apresenta a frequência que esses eventos ocorreram no período de 1994 e 2013, bem como sua distribuição no globo.

Figura 22: Eventos de Bólidos - 1994-2013



Fonte: Brown (2014).

Conforme descrito pelo artigo divulgado no site da NASA:

Este diagrama mapeia os dados coletados de 1994-2013 em pequenos asteroides impactando a atmosfera da Terra para criar meteoros muito brilhantes, tecnicamente chamados de "bólidos" e comumente chamados de "bolas de fogo". Os tamanhos dos pontos vermelhos (impactos diurnos) e azuis (impactos noturnos) são proporcionais à energia óptica irradiada dos impactos medidos em bilhões de Joules (GJ) de energia e mostram a localização dos impactos de objetos a cerca de 1 metro (3 pés) até quase 20 metros (60 pés) de tamanho. (BROWN, 2014, tradução nossa).

De acordo com Leite e Winter (1999), há evidências de que impactos de asteroides e cometas tenham ocorrido com bastante frequência na Terra: pelo menos 150 crateras provocadas por esses impactos são conhecidas em nosso planeta”. Incluindo a mais famosa delas em Yucatã no México, que segundo cientistas, teria causado a extinção dos dinossauros.

Já houve, no passado, impactos cujas consequências foram tão drásticas quanto as que há 65 milhões de anos, no fim do período cretáceo e início do terciário, provocaram o desaparecimento de 70% das espécies existentes então, como os dinossauros. O que provocou esse cataclismo foi provavelmente a queda de um meteorito de aproximadamente 10km de diâmetro na península de Yucatã, no golfo do México. O impacto, que gerou 10 milhões de megatons de energia, levantou uma quantidade de poeira da ordem de dez a 100 vezes a massa do meteorito. A extinção dos dinossauros está relacionada ao fato de que a nuvem de poeira levantada teria obstruído a penetração dos raios solares por cerca de quatro anos, reduzindo drasticamente a fotossíntese e rompendo o equilíbrio alimentar dos animais. Por outro lado, essa catástrofe também pode ser vista como parte do processo evolutivo que possibilitou o surgimento da raça humana. (LEITE; WINTER, 1999, p.121).

Para Oliveira Filho e Saraiva (2014): “Esse não é um evento único; a cada dia, a Terra é atingida por corpos interplanetários, a maioria deles microscópicos, [...] e a cada aproximadamente 30 milhões de anos, um grande impacto ocorre na Terra”.

No Brasil, na cidade de Campos Lindos – TO, existe uma cratera de aproximadamente 13 km de diâmetro exterior e 3 km de diâmetro interno. Ela é chamada de Serra da Cangalha. Conforme podemos ver pelas fotos aéreas apresentadas na Figura 23, leva esse nome devido a sua formação, com um anel externo que não chega a se fechar inteiramente. Estima-se que essa cratera tenha se formado há aproximadamente 220 milhões de anos (LEITE; WINTER, 1999).

Figura 23: Visão Aérea/Satélite - Serra da Cangalha



Fonte: Serra da Cangalha<sup>9</sup> (2021).

Diferente do que pensamos, este tipo de evento não está limitado ao passado. De acordo com Mourão (1996), há pouco mais de 30 anos a Terra quase passou novamente por um evento de escala astronômica. Por uma diferença de aproximadamente 6 horas, a órbita da Terra teria se encontrado com o do asteroide 4581 Asclepius (1989 FC), de 800 metros de diâmetro. “Ele passou a 690 mil quilômetros da Terra (duas vezes a distância que separa o planeta de seu satélite, a Lua). ” (MOURÃO, 1996). O maior problema, na visão de Mourão (1996), é que nossos astrônomos só puderam registrar essa ocorrência uma semana após a sua maior aproximação. E isso preocupou muito a comunidade científica.

De acordo com Leite e Winter (1999):

Por razões deste tipo, o Congresso norte-americano aprovou o programa *Spaceguard Survey*, com a finalidade de detectar todos os objetos que possam representar algum perigo para a Terra nas próximas décadas, evitando-se assim uma catástrofe que pudesse levar à destruição parcial da civilização ou à completa extinção da raça humana. Acredita-se que a maioria dos asteroides que têm órbitas próximas à da Terra e possuem mais de 1km de diâmetro já esteja sendo monitorada, enquanto apenas 10% dos que possuem entre 100m e 1km de diâmetro – que também são uma ameaça à Terra – foram devidamente encontrados. Mas mesmo que se usasse a mais alta tecnologia atual e uma soma de 50 milhões de dólares para a instalação de equipamentos, estima-se que seriam necessários vários séculos para se encontrar esses pequenos objetos. (LEITE; WINTER, 1999, p122).

Em 1908 sobre a cidade de Tunguska, na Sibéria, um objeto celeste explodiu a uma altura de 8,5km na atmosfera, provocando devastação de uma área de aproximadamente 1.500km<sup>2</sup>.

Em fevereiro de 2013, na Rússia, um meteoróide adentrou a atmosfera terrestre, explodindo sobre a cidade de Cheljabinsk, causando uma enorme onda de choque e explosão,

<sup>9</sup> Cratera Serra da Cangalha, Campos Lindos, TO. (20 fev. 2021). Google Maps. Google. Disponível em: <https://goo.gl/maps/BhSJafGryuejEh2X6>. Acesso em: 20 fev. 2021.

quebrando vidros e deixando quase mil feridos. De acordo com a Brumfiel (2013), estima-se que o asteroide, ao adentrar a atmosfera terrestre, tinha aproximadamente 10 mil toneladas de massa e 17 m de diâmetro, liberando o equivalente a 500 quilotons de TNT de energia durante o evento.

Ainda que, nos 4,5 bilhões de anos que a Terra possui, haja indícios de que possam ter ocorrido poucos eventos de proporções catastróficas, não podemos descartar o fato de que nosso planeta tem como vizinho, um cinturão de asteroides. Ainda que a maior parte deles esteja situado entre Marte e Júpiter (2,06 e 3,65 UA), isso não deixa de ser uma questão alarmante.

Na visão de Leite e Winter (1999), o maior problema que peritos em queda de asteroides encontram, é o de demonstrar os riscos que a colisão de um asteroide representa a humanidade, comparativamente a outros fatores de risco mais comuns. “Por exemplo, a chance de que um asteroide de 1km de diâmetro venha a colidir com a Terra no tempo de vida de um ser humano e a probabilidade de esse mesmo ser humano morrer em um acidente aéreo são praticamente iguais” (LEITE; WINTER, 1999). No entanto, fica muito complicado classificar qual a situação de maior risco, quando comparamos um acidente que acontece com mais frequência e tem um baixo número de vítimas a um impacto que raramente ocorre, mas que gera um grande número de vítimas. Podemos fazer essa comparação usando a Tabela 1 abaixo.

Tabela 1: Relação de causas e chances de mortes, nos Estados Unidos

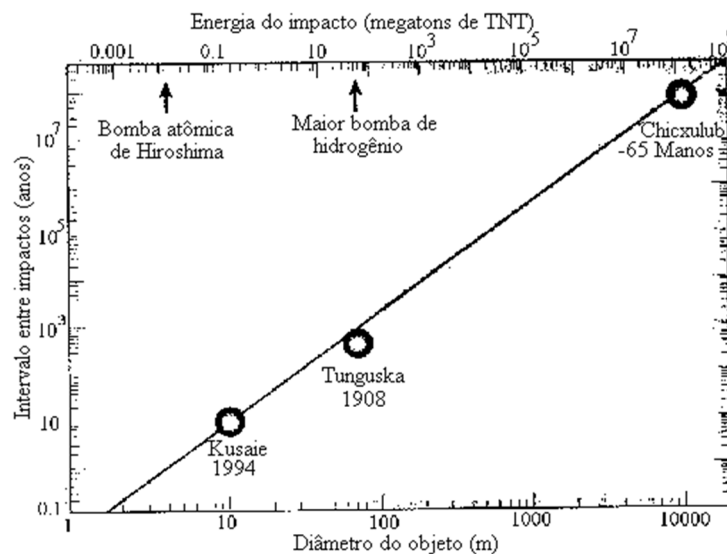
Causa de morte	Chance de morte
Acidente automobilístico	1 em 100
Assassinato	1 em 300
Incêndio	1 em 800
Acidente com armas de fogo	1 em 2.500
Impacto de asteroide/cometa (mínima)	1 em 3.000
Eletrocussão	1 em 5.000
Impacto de asteroide/cometa (media)	1 em 20.000
Acidente aéreo	1 em 20.000
Enchente	1 em 30.000
Tornado	1 em 60.000
Mordida ou picada venenosa	1 em 100.000
Impacto de asteroide/cometa (máxima)	1 em 250.000
Acidente com fogos de artifício	1 em 1 milhão

Fonte: Chapman, C.R. E Morrison, D. (1994), apud Leite; Winter (1999).

Pesquisadores estimam que existam mais de 500.000 asteroides no sistema solar. Desses, aproximadamente 2.000 teriam tamanho grande o suficiente (mais de 140 metros de diâmetro) ou órbita próxima o suficiente (distância relativa a 7,5 milhões de quilômetros da Terra), para trazer algum perigo de colisão com o nosso planeta. Entretanto, segundo a agência espacial americana – NASA (2014), não há nenhum asteroide conhecido que represente um risco significativo de atingir a Terra nos próximos 100 anos. Na visão de Leite e Winter (1999), “embora impactos dessa magnitude sejam frequentes numa escala geológica maior”, seria então mais apropriado compararmos estes eventos a outros desastres naturais mais familiares, como enchentes, terremotos, maremotos ou furacões.

No diagrama dado pela Figura 24 abaixo, podemos observar a frequência histórica destes eventos, de acordo com o diâmetro do objeto. Vemos que conforme maior o objeto maior é o intervalo entre esses impactos.

Figura 24: Diagrama – Frequência de impactos de acordo com diâmetro do objeto



Fonte: Oliveira Filho; Saraiva (2014).

De acordo com Leite e Winter (1999), quanto à eventualidade dos impactos, pode-se dizer que um evento como o de Tunguska acontece cerca de uma vez a cada 250 anos, um impacto de proporção catastrófica ocorre a cada 70 mil anos e um da dimensão do que teria extinguido os dinossauros há 65 milhões de anos pode acontecer a cada 100 milhões de anos. Mas nada impede que qualquer um desses impactos ocorra amanhã ou a daqui a 1 milhão de anos.

Todas essas estimativas são realizadas com base na frequência em que os eventos ocorreram, gerando uma base de dados suficientes para calcular e estimar, através de cálculos probabilísticos, quando ocorrerão novamente.

Como não encontramos exercícios relacionados a este tema dentro das provas aplicadas a Olimpíadas de Astronomia – OBA, elaboramos um exercício dentro do assunto abordado.

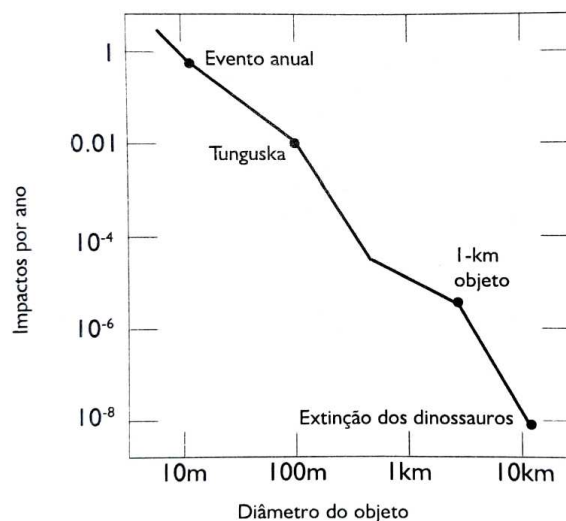
(iii) Exercício Proposto:

“Em março de 1998, uma circular da União Astronômica Internacional comunicou que o asteroide XFII – descoberto no ano anterior pela equipe do programa Spacewatch, da Universidade do Arizona – era um objeto potencialmente perigoso para a Terra, e que, portanto, deveria ser monitorado a partir daquele momento. Segundo os primeiros cálculos orbitais, foi previsto que o asteroide deveria fazer sua maior aproximação com a Terra em outubro de 2028, chegando a uma distância semelhante à que existe entre a Terra e a Lua. Essa distância que pode parecer enorme na escala humana, foi considerada a menor já prevista. ” (LEITE; WINTER, 1999)

Com base em dados históricos e observações de crateras existentes em nosso planeta, cientistas conseguem estabelecer uma relação entre o tamanho de objetos celestes que colidiram com a Terra e o intervalo dessas ocorrências.

Com base no gráfico dado pela Figura 25 abaixo, que indica o intervalo típico entre impactos na Terra de asteroides e cometas de diferentes tamanhos. Responda as seguintes as questões abaixo.

Figura 25: Gráfico exercício – Probabilidade real de colisões



Fonte: Leite; Winter (1999).

a) Qual a probabilidade e que um objeto com mais de 10km de diâmetro, similar ao que possivelmente causou a extinção dos dinossauros, possa acontecer novamente.

**Resolução:** com base no gráfico, estima-se que anualmente caiam  $10^{-8}$  objetos maiores que 10km de diâmetro, ou seja:

$$\frac{10^{-8} \text{ impactos}}{1 \text{ ano}} = \frac{1 \text{ impacto}}{x \text{ anos}} \rightarrow x = \frac{1}{10^{-8}} \rightarrow x = 10^8 \rightarrow x = 100.000.000 \quad (12)$$

**Resposta:** a probabilidade de 1 a cada 100 milhões de anos

b) Supondo que você viva até os 100 anos, a probabilidade maior de que você presencie (ou tenha notícia) de eventos de queda de objetos de até qual tamanho?

**Resposta:** considerando que  $\frac{1}{100} = 0,01$ , então pelo gráfico em 100 anos provavelmente será possível presenciar a queda de objetos de até 100m de diâmetro.

## CAPÍTULO 5 ALPHA LUMEN

*“O maior bem que você pode fazer pelo outro não é somente dividir suas riquezas, mas revelar a ele as dele.”*

*Benjamin Disraeli*

Se “Alpha” é o nome dado à estrela mais brilhante de uma constelação. “Alpha Lumen” são todas as estrelas mais brilhantes do céu. Esse é o conceito principal do Instituto Alpha Lumen (IAL), uma ONG (Organização Não Governamental), que busca impacto social através e ações educativas, trabalhando principalmente com crianças e jovens com altas habilidades, ou comumente conhecidos, “superdotados”.

O objetivo principal deste capítulo é contextualizar o leitor, fazendo um breve histórico da instituição e de seu principal projeto, o “Projeto Escola”. Nesse sentido, falaremos um pouco de sua origem, seus projetos e sua metodologia de ensino, destacando o impacto e a transformação que a instituição tem gerado na vida de diversos jovens e crianças. Mas primeiramente precisamos entender um pouco sobre sua principal área de trabalho: Alunos de Altas Habilidades ou Superdotados.

### 5.1 O QUE SÃO: ALTAS HABILIDADES OU SUPERDOTAÇÃO (AH/SD)

As políticas educacionais, baseadas pelas diretrizes básicas da Secretaria de Educação Especial do Ministério da Educação e do Desporto (Brasil, 1995) definiam os superdotados ou portadores de altas habilidades, como:

“Superdotados: educandos que apresentam notável desempenho e/ou elevada potencialidade nos seguintes aspectos, isolados ou combinados: capacidade intelectual, aptidão acadêmica, pensamento criador, capacidade de liderança, talento especial para artes, habilidades psicomotoras, necessitando atendimento educacional especializado”. (BRASIL, 1995, p11, aspas do autor).

Segundo o artigo 5º, parágrafo III, da Resolução CNE/CEB Nº 2, de 2001, que instituiu as Diretrizes nacionais para a educação especial na educação básica, consideram-se alunos de AH/SD, os que apresentam “grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes”. (BRASIL, 2001). Aqui pode-se incluir toda e qualquer área do conhecimento, seja científica, acadêmica ou artística.

De acordo com a Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva:

[...] Estudantes com altas habilidades/superdotação demonstram potencial elevado em qualquer uma das seguintes áreas, isoladas ou combinadas: intelectual, acadêmica, liderança, psicomotricidade e artes. Também apresentam elevada criatividade, grande envolvimento na aprendizagem e realização de tarefas em áreas de seu interesse. (BRASIL, 2014).

Em todos essas diretrizes e documentos que tratam de Educação Inclusiva, o MEC destaca a necessidade de tratamento diferenciado a estes alunos, colocando-os em situação equivalente (quanto a importância) de crianças com deficiências e natureza física, mental ou sensorial, conforme conclui o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2001): “A educação especial se destina às pessoas com necessidades especiais no campo da aprendizagem, originadas quer de deficiência física, sensorial, mental ou múltipla, quer de características como altas habilidades, superdotação ou talentos.” (BRASIL, 2001).

No mesmo sentido, para a Associação Paulista para Altas Habilidades/Superdotação (APAHSD, 2020), “pessoas com Altas Habilidades são indivíduos com necessidades educacionais especiais, com direitos garantidos pela legislação brasileira e internacional. Porém, as iniciativas para o seu apoio ainda são insuficientes na sociedade brasileira. ”

Ou seja, pela lei, a escola, do ensino básico ao superior, deveria ser um espaço inclusivo, que pudesse acolher todos os alunos, em cada uma de suas especificidades, seja por proficiência ou deficiência.

Olhando por esse prisma, de acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), cerca de 5% por cento de qualquer população possuem perfil de AH/SD (APAHSD, 2020), ou seja, para cada 100 pessoas (em qualquer população), 5 teriam Altas Habilidades.

Trazendo isso para um ambiente escolar, considerando uma instituição de ensino com 500 alunos, podemos considerar então que 25 estudantes possuem perfil de Altas Habilidades. Seguindo esse mesmo raciocínio, a APAHSD (2020) considera então, que existam cerca de 4 milhões de superdotados somente no estado de São Paulo.

Indo um pouco mais além, a APAHSD (2020) destaca que esse número pode ser ainda muito maior ao considerarmos outros tipos de habilidades como artísticas por exemplo:

Entretanto, o índice da OMS leva em conta somente pessoas com Altas Habilidades cognitivas, ou seja, não estão incluídos neste índice Habilidades Artísticas, Corporais, Musicais, etc.. A estimativa que se faz, segundo pesquisas da APAHSD, é de que a porcentagem de Altos Habilidosos em uma população, seja de 10% (dez por cento), em média. (APAHSD, 2020)

E é nesse conceito que está inserido o Instituto Alpha Lumen – IAL. Sua criação e foco é voltado esse segmento da população, principalmente jovens e crianças de baixa renda. Uma vez que muitos desses alunos passam despercebidos com frequência em uma escola convencional,

seja ela pública ou privada. São como “diamantes descartados”, muitas vezes subaproveitados, gerando inclusive resultados pessoais negativos, como frustração, ansiedade e até depressão.

## 5.2 O QUE É O INSTITUTO ALPHA LUMEN

O projeto que deu origem a essa instituição, se iniciou em meados de 1995. Ele se baseava em ações junto a escolas públicas e comunidades carentes, com implementação de oficinas de Astronomia, que servia como fio condutor para trabalhar também a autoestima e a ampliação de perspectivas nos estudantes. A partir desse trabalho, foi criado o “Projeto Escola Aberta”, que possuía a finalidade de promover cursos de Astronomia e Física, focados na preparação para olimpíadas do conhecimento e iniciação científica. Nessa oportunidade, também foi desenvolvido um trabalho específico com os estudantes que eram identificados com AH/SD. A partir de 2009, a Escola Aberta trouxe então a sede para São José dos Campos e iniciou suas atividades com as escolas públicas da região.

Foi então que em 2013 foi fundada a ONG, Instituto Alpha Lumen – IAL, definida pela sua fundadora, Nuricel Villalonga Aguilera<sup>10</sup>, como uma ONG que busca “soluções de impacto social através de ações educativas, desenvolvendo inúmeros projetos de ação e inspiração junto à comunidade”. (IAL, 2020). Dentre esses projetos se destaca o “Projeto Escola”. Um núcleo de pesquisa educacional, a partir do qual criou-se o colégio para os ensinos fundamental e médio, servindo como um tipo de “escola modelo”. Seu principal objetivo é desenvolver novas dinâmicas pedagógicas e metodologia educacionais, através de trabalhos com jovens e crianças identificadas como estudantes com AH/SD e perfil de liderança.

São na maioria, jovens e crianças de baixa renda, identificados através de um denso processo seletivo entre alunos da comunidade e escolas públicas da região. Dessa forma, busca-se oferecer condições mais favoráveis ao desenvolvimento multidisciplinar desses alunos, ajudando a potencializar seus talentos e habilidades, colocando-os no caminho para o crescimento científico-tecnológico, permitindo assim, a construção de ações que gerem impacto e inovação. (IAL, 2020).

A seleção é feita com base na sinergia com os valores e o propósito do IAL, ou seja, estudantes que gostem de aprender, apreciam enfrentar desafios e multiplicar seus conhecimentos. Do 6º ano do Ensino Fundamental à 1ª série do Ensino Médio o processo é realizado em duas fases: a primeira, um formulário de perfil e uma avaliação cognitiva

---

<sup>10</sup> Nuricel Villalonga Aguilera. Física e Astrônoma. Mestranda em Tecnologias da Inteligência Digital, Educadora e pesquisadora. CV Lattes. Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/7348079395962602>. Acesso em: 15 jan. 2020.

(Português e Matemática), ambos on-line, e a segunda envolve avaliação cognitiva e oficina presenciais.

Atualmente, o Projeto Escola dispõe de 450 estudantes, com talentos e habilidades nas diversas áreas de conhecimento, sendo aproximadamente 70% bolsistas, apoiados por empresários e doadores, de forma integral ou parcial, através do projeto “Clube dos Sonhos<sup>11</sup>”.

O lema da Escola é: “As pessoas não são iguais o que elas precisam é ter oportunidades iguais!” (IAL, 2020).

### 5.3 METODOLOGIA DE ENSINO

No IAL os alunos são chamados de “aprendizes” e o currículo trabalhado vai muito além do que o exigido pelo MEC. Através de dinâmicas e processos pedagógicos inovadores, o ensino é realizado de forma adaptativa, voltado para a preparação de lideranças com olhar social. Para tanto, são desenvolvidas novas tecnologias, dinâmicas pedagógicas numa metodologia educativa de perspectiva embasada nas teorias da Complexidade, Múltiplas inteligências e Inteligência Emocional. (IAL, 2020).

Os fazeres pedagógicos são divididos em “Núcleos”, cada qual com o propósito de desenvolver as estruturas necessárias para compor a formação integral dos estudantes/aprendizes. São eles:

(i) Núcleo Acadêmico: com disciplinas curriculares obrigatórias. O Currículo obrigatório é antecipado em um ano, de forma a permitir que já a partir do 2º ano do Ensino Médio, os alunos possam focar na preparação para o Enem e Vestibulares. No último ano os alunos têm a opção de participar de turmas preparatórias para universidades, incluindo aulas de Física e Matemática lecionados por professores nativos do inglês, a fim de prepara-los para concorrência em universidades internacionais.

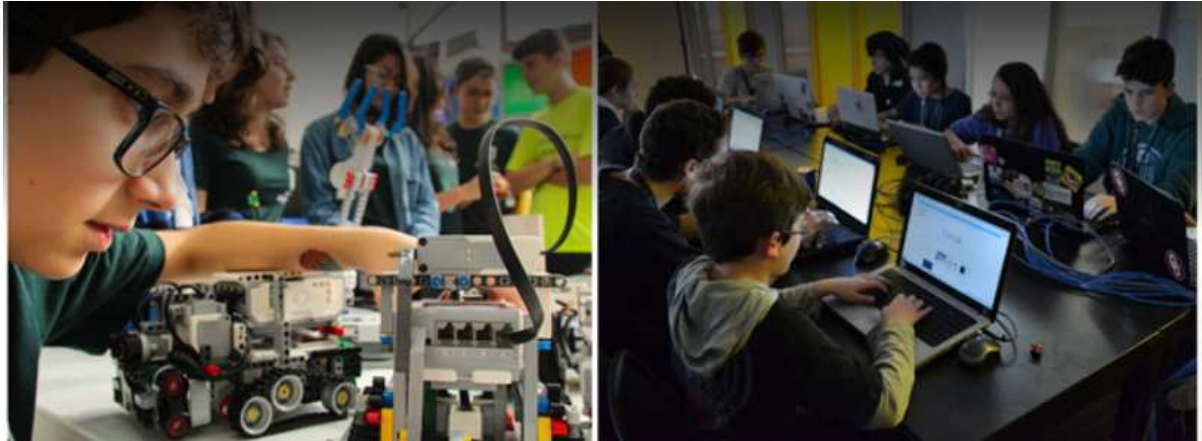
(ii) Núcleo STEAMS (*Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics and Sports*): com as disciplinas formativas que desenvolvem habilidades específicas. Sendo oferecidas diversas disciplinas optativas (extracurriculares) voltadas para às múltiplas áreas do conhecimento, como: Artes, Música, Teatro, Cenografia, Cinematografia, Línguas (inglês extra, espanhol, alemão, francês, japonês e mandarim), Aulas Esportivas, Astronomia, Programação, Robótica, Criação de APPs, Empreendedorismo, Relações Internacionais e Oficina de Ideias. Além disso há também turmas específicas preparatórias para cada Olimpíadas

---

<sup>11</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/clube-dos-sonhos/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

do Conhecimento que a escola participa, incluindo competições de Robótica, nacionais e internacionais. Na Figura 26 podemos ver alguns destes exemplos.

Figura 26: Núcleo STEAMS. Oficina de Robótica e Laboratório de Programação.



Fonte: IAL (2020)

(iii) Núcleo Socioemocional: que visa desenvolver um conjunto de competências interpessoais, como comunicação, colaboração, criatividade, pensamento crítico, proatividade e perseverança que impactam a vida pessoal e coletiva. Os alunos são chamados a participar como protagonistas da construção do próprio conhecimento.

As salas de aula por exemplo, são formatadas de forma não convencional. Não há carteiras na sala de aula. Os alunos são posicionados em mesas redondas, de modo a permitir trabalharem sempre em grupo, os quais são montados de maneira a facilitar a aprendizagem e incentivar a multidisciplinaridade entre os alunos. Ou seja, em cada grupo existe um aluno que se destaca em exatas, um em humanas e etc. Assim eles também aprendem ensinando. Esse método de ensino se chama “*flipped classroom*”<sup>12</sup>, ou na tradução, “sala de aula invertida”.

Além do desenvolvimento pessoal, cada aprendiz tem a responsabilidade de ser multiplicador em um projeto do Núcleo Social, já desenvolvido pela escola ou proposto por ele, para se conectar com a realidade do mundo e contribuir com soluções junto à comunidade.

## 5.4 PRINCIPAIS PROJETOS

<sup>12</sup>Flipped classroom ou sala de aula invertida: É um modelo de ensino que coloca, o discente como protagonista, aproximando-o dos temas e conteúdo antes mesmo de a aula começar. Disponível em: <https://tecnologia.educacional.com.br/blog-inovacao-e-tendencias/flipped-classroom-invertendo-a-maneira-de-ensinar/>. Acesso em: 20 fev. 2021.

Por ter nascido com objetivos que envolvem a geração de impacto social, o IAL está hoje muito inserido na comunidade local. Os aprendizes do IAL são chamados a disseminar os conhecimentos adquiridos em sua vida estudantil, realizando inúmeros projetos sociais voltados a comunidade, principalmente em instituições públicas de ensino básico. Em exemplo disso é que os alunos do último ano do Ensino Médio são incentivados a montar turmas preparatórias para vestibular em outras escolas públicas, ministrando eles próprios as aulas desse “cursinho”. Em 2020 devido a Pandemia do Covid-19, muitas dessas ações tiveram que ser adiadas ou adaptadas ao ambiente digital. Por outro lado, isso acabou favorecendo a amplitude desses projetos, atingindo diversas áreas em outras regiões do país através de plataformas digitais. Desses projetos, destacamos os principais:

#### 5.4.1 Projeto Robótica e Cidadania<sup>13</sup>

Figura 27: RoboTruck - Projeto Robótica e Cidadania



Fonte: IAL (2020).

O projeto Robótica e Cidadania foi inicialmente desenvolvido com patrocínio do Instituto Embraer. Conforme vemos nas fotos da Figura 27 acima, trata-se de um Laboratório de Robótica itinerante montado dentro de uma carreta, que tem como objetivo levar ensinamentos de robótica aos estudantes da rede pública e crianças e adolescentes de baixa renda. O projeto denominado “*Robotruck*” percorre as escolas públicas para trabalhar as oficinas de robótica com estudantes de 7º, 8º e 9º anos do Fundamental e 1ª série do Ensino Médio, levando palestras, oficinas, cursos e exposições, focadas em atividades atrativas de robótica e

<sup>13</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/robotica-e-cidadania/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

programação de computadores. Desde 2015 já esse projeto já visitou mais de 40 escolas públicas da região. Em cada escola pública visitada é criado um núcleo para aprendizagem de robótica que conta com apoio dos alunos do IAL.

#### 5.4.2 Time AlphaBots #1860 – FIRST<sup>14</sup>

Figura 28: Alphabot – FIRST Robotics Competition



Fonte: IAL (2020)

Os estudantes do IAL juntamente com outros estudantes das escolas públicas participantes do “Projeto Robótica e Cidadania”, formaram uma equipe de competição para participar da FIRST, uma competição internacional de robôs realizada na cidade de Troy nos Estados Unidos. Na última competição, a equipe Alphabots #1860, cujo projeto é apresentado na Figura 28 acima, foi a melhor classificada entre todas as equipes brasileiras, ficando em 4º lugar na classificação geral, recebendo o prêmio de destaque da Motorola de melhor qualidade de engenharia.

#### 5.4.3 Science Days<sup>15</sup>

É um grande evento, inspirado no *Florida Space Day* (Estados Unidos), que visa abrir portas e expor oportunidades para crianças, jovens e o público em geral, nas áreas STEM

<sup>14</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/time-alphabots-1860-first/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

<sup>15</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/science-days/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

(*Science, Technology, Engineering and Mathematics*). São palestras, oficinas, shows e mostras de ciências e tecnologias, interações e experimentações, atividade com realidade virtual em parceria com NASA, BFCC, AEB, ESA, INPE, LNA, CEMADEN, MIT-BRAZIL, IAE, ITA, UNESP, UNIFESP, USP, dentre outros.

Figura 29: Science Days - 2019



Fonte: IAL (2020)

É um grande evento, inspirado no Florida Space Day (Estados Unidos), que visa abrir portas e expor oportunidades para crianças, jovens e o público em geral, nas áreas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). São palestras, oficinas, shows e mostras de ciências e tecnologias, interações e experimentações, atividade com realidade virtual em parceria com NASA, BFCC, AEB, ESA, INPE, LNA, CEMADEN, MIT-BRAZIL, IAE, ITA, UNESP, UNIFESP, USP, dentre outros.

A foto da Figura 29 acima, mostram partes do evento realizado em 2019, o qual também mostrou seu lado filantrópico. Durante a realização do evento os alunos arrecadaram mais de 1 ton. de alimentos que foram doados ao Fundo Social da cidade de São José dos Campos.

#### 5.4.4 Olimpíada Internacional de Matemática e do Conhecimento – OIMC<sup>16</sup>

O Instituto Alpha Lumen, em parceria com a *Hope Cup International*, promoveu em 2020 a 1ª edição da Olimpíada OIMC (logo apresentado na Figura 30 abaixo). A participação foi totalmente gratuita e aberta a estudantes de toda rede pública e privada do país. As primeiras

<sup>16</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/olimpiada-brasil-china/>. Acesso em: 20 dez. 2020.



- Câmara dos deputados – Pantanal em chamas;
- Gabinete – Corrida da vacina;
- G20 – *The future of on-line business*

Figura 31: MunIAL - Painel Black Lives Matter



Fonte: IAL(2020)

Além disso, o MundIAL promoveu um comitê lúdico para alunos de 11 a 13 anos, com o tema: “Heróis da Marvel – Invasão Skrull”; e outro especial para os educadores: “Reunião de estados – a democratização do acesso à educação”.

#### 5.4.6 Orquestra Jovem Alpha Lumen<sup>18</sup>

É um projeto dedicado ao envolvimento de jovens e crianças de escolas públicas em comunidades carentes que demonstrem grande interesse e talento pela música erudita. O foco do projeto é o aprendizado e a formação musical desses jovens conforme suas aptidões e interesses, abrindo espaço para que desenvolvam suas habilidades e também para superação de

<sup>18</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/projects/orquestra-jovem/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

suas realidades culturais. O projeto conta como padrinho o Maestro João Carlos Martins, que já participou de eventos com o grupo.

#### 5.4.7 Alpha On-Line<sup>19</sup>

Em 2020 devido a Pandemia do Covid-19, o IAL criou um portal de livre acesso, voltado principalmente a alunos de escolas públicas. A ideia é disponibilizar a alunos da rede pública, vários cursos que hoje a instituição promove de forma presencial, expandindo assim sua atuação na comunidade. São cursos de apoio e preparação para Enem e Vestibulares, além de outros como Música, Artes, Robótica e Programação. São todos cursos gratuitos realizados em formato digital.

#### 5.4.8 Alpha <Ed/Tech><sup>20</sup>

Em 2020 o IAL desenvolveu um projeto como solução para atender a demanda do mercado por profissionais de TI. A iniciativa foi criada em um formato de *code academy* (academia de programação), selecionando jovens aprendizes em estado de vulnerabilidade, em todo o território nacional, como trainees remunerados (aspirantes a desenvolvedores), de forma a permitir dedicação integral no seu desenvolvimento. Esse projeto só foi possível devido a parceria formada com empresas do segmento de tecnologia, que contribuem com bolsas de estudo e ainda concedem profissionais que acompanham os alunos em um processo de *mentoring*.

### 5.5 PROGRAMA PEQUENOS GÊNIOS<sup>21</sup>

Em 2020 foi realizado pela Rede Globo de Televisão, um projeto que deu destaque a crianças que possuem altas habilidades de aprendizado. Esse quadro foi denominado de “Pequenos Gênios”<sup>21</sup>. A consultoria para a elaboração do projeto, foi realizada pelo Instituto Alpha Lumen em parceria com o Instituto Virgolim. Ambas as instituições, também foram responsáveis pela elaboração das questões apresentadas aos participantes desse quadro.

---

<sup>19</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/edtech-2020/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

<sup>20</sup>Portal Instituto Alpha Lumen. Disponível em: <https://sejaalphaedtech.org.br/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

<sup>21</sup>Pequenos Gênios: Disponível em: <https://alphalumen.org.br/ial-responsavel-pelos-desafios-no-programa-pequenos-genios-da-globo-fala-sobre-altas-habilidades/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

## 5.6 DESTAQUES EM OLIMPÍADAS E ENEM

De acordo com divulgado em seu portal, mais de 1/3 de seus alunos, já conquistaram medalhas em olimpíadas do conhecimento, nas mais variadas disciplinas. Atualmente a escola acumula 1.143 medalhas individuais em olimpíadas nacionais, se posicionando entre as top5 do país.

Entre as conquistas mais importantes estão:

- 137 medalhas na Olimpíada Brasileira de Astronomia – OBA
- 6 medalhas na Olimpíada Brasileira de Informática - OBI 2020
- 67 premiados na Copa Brasil de Matemática- Mangahigh
- 41 medalhas na Mostra Brasileira de Foguetes - MOBFOG
- 43 medalhas na Olimpíada Canguru de Matemática
- 6 medalhas em olimpíadas internacionais: *Global e-Competition on Astronomy and Astrophysics* (GeCAA) e *Asia International Mathematical Olympiad* (AIMO)

Com relação as provas do ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio, o IAL (2020) se destaca também pela posição de seus aprendizes nas avaliações recentes, alcançando por exemplo a maior nota da região do Vale do Paraíba em Matemática e 2º lugar na classificação geral da cidade de São José dos Campos.

Além disso, através de aulas especializadas, de Física e Matemática ministradas por professores estrangeiros, os alunos que se interessam pelo estudo acadêmico em outros países, são preparados para concursos internacionais. Cerca de 30 alunos/aprendizes já foram encaminhados a universidades em outros países (IAL, 2020).

## 5.7 AS AULAS DE ASTRONOMIA

No IAL, as aulas de astronomia são lecionadas por professores formados em Física ou Matemática, com especialização nas áreas de Astronomia ou Aeronáutica.

As turmas são montadas de acordo com o nível de conhecimento do aluno e não por idade, tomando como base de estudo os editais anuais da Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA) e da Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), divulgados pela Sociedade Astronômica Brasileira (SAB) e pela Agência Espacial Brasileira (AEB).

Destas turmas é que são montadas as equipes de participação nos campeonatos e olimpíadas, nacionais e internacionais ligadas a Astronomia. Em 2020, dois alunos do IAL

foram selecionados para representar o Brasil na Competição Eletrônica Global de Astronomia e Astrofísica (GeCAA). Estes alunos acumulam também diversas outras conquistas em competições diversas, como por exemplo a Olimpíada Brasileira de Geografia (OBG), a Olimpíada Brasileira de Cartografia (OBRAC), a Olimpíada Nacional de Ciências (ONC) e a Olimpíada Brasileira de Biologia (OBB), demonstrando a interdisciplinaridade entre a Astronomia e outras ciências.

## 5.8 CONSIDERAÇÕES E PERCEPÇÕES

Algumas coisas me chamaram bastante a atenção durante as atividades na Escola. Os alunos são muito incentivados a autodisciplina e auto-organização. Não há sinal ou alarme na escola, todos sabem os horários de cada aula e se organizam para cumpri-los.

Enquanto haviam aulas presenciais, os próprios alunos eram responsáveis pela manutenção e limpeza da sala de aula. Ao final do período eles mesmos se organizam, colocam as cadeiras empilhadas e limpam a sala. Segundo os próprios alunos essa cultura visa o bem-estar do próximo e deles mesmos: “Se eu gosto de um ambiente limpo, tenho que deixar limpo para o próximo colega”, me disse um dos alunos. A escola incentiva esse tipo de ação. Todos os dias as funcionárias responsáveis pela limpeza da escola, passam pela sala validando a organização da turma. Ao final do ano, as turmas que mais tiverem validações positivas são premiadas pela escola.

Outro ponto importante é o respeito que os alunos possuem com o professor e demais funcionários. Impressionou me muito ver que ao final de cada aula, os alunos possuem como prática aplaudir o professor e agradecer-lo pela aula dada.

Um lugar assim parece até difícil de existir, normalmente o que encontramos nas escolas, sejam públicas ou particulares, é um cenário totalmente diferente. Hoje em dia as escolas se tornaram como se uma “fábrica de alunos”. Seus produtos finais, são alunos “formados”, porém despreparados. Isso se reflete nas avaliações de ensino e deixam o Brasil em uma das últimas posições no ranking mundial (atualmente o Brasil ocupa a 60ª posição em um ranking de 76 países).

Por fim, conhecendo um pouco de sua história e de seus projetos, vimos então, o real impacto e transformação que o “Projeto Escola” do Instituto Alpha Lumen – IAL tem gerado na vida de diversos jovens e crianças, que por suas características e necessidades acabam não se encaixando no modelo de escola convencional.

## CAPÍTULO 6 PESQUISA COM ALUNOS E PROFESSORES

*“Tudo aquilo que o homem ignora, não existe para ele. Por isso o universo de cada um, se resume no tamanho de seu saber.”*

*Albert Einstein*

No decorrer desse trabalho, conhecemos um pouco da história e do funcionamento do Instituto Alpha Lumen, e vimos que em seu Projeto Escola há o estabelecimento de uma Escola Modelo, onde é trabalhado um currículo diferenciado, com aulas adicionais, entre elas Astronomia, Programação e Robótica.

Foi a partir da observação e identificação de seu funcionamento como “escola modelo” é que se originou a ideia, para realizarmos uma pesquisa, onde pudéssemos coletar a percepção de professores e alunos com relação a influência que essas disciplinas extracurriculares exercem nas aulas de Matemática.

Para a realização da pesquisa, foram criados dois questionários: um direcionado aos alunos e outro aos professores. A participação foi em caráter voluntário, pois dada a necessidade de afastamento social, do momento em que vivemos, houve-se a necessidade de envio dos questionários através de ferramenta digital. As questões foram elaboradas através da ferramenta GoogleForms, sendo gerado um link de participação encaminhado aos entrevistados, via WhatsApp. Considerando a idade dos alunos, procuramos utilizar no questionário uma linguagem mais informal permitindo maior liberdade nas respostas.

### 6.1 QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS

O primeiro questionário foi direcionado aos alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. No total, a escola possui aproximadamente 240 alunos matriculados entre o 6º ano do EF e 3º ano do EM. Destes, somente 15 responderam à pesquisa.

Considerando esse número estatisticamente pouco representativo diante da totalidade de alunos, não podemos afirmar que os dados obtidos indicam o comportamento de toda a escola. No entanto, tomaremos como base que as respostas daqueles que participaram, podem então indicar uma possível tendência de opinião.

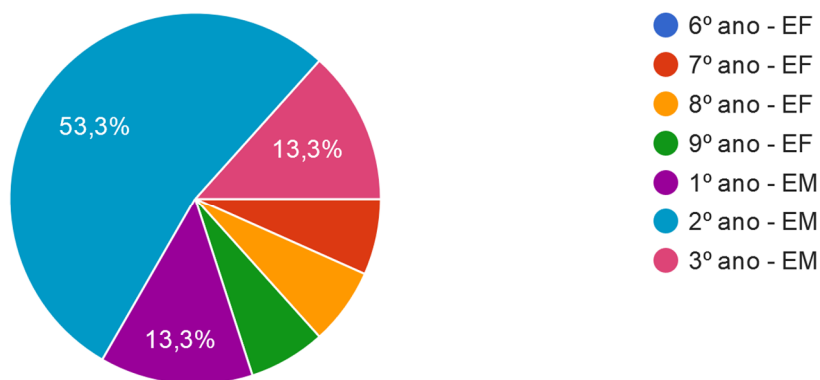
Dito isso, apresentamos na Tabela 2 e Gráfico de Distribuição dos alunos participantes por série de ensino (Figura 32):

Tabela 2: Participação dos Alunos na Pesquisa

Ano	Alunos
6º ano - EF	0
7º ano - EF	1
8º ano - EF	1
9º ano - EF	1
1º ano - EM	2
2º ano - EM	8
3º ano - EM	2

Fonte: Produção do próprio autor

Figura 32: Distribuição dos alunos participantes por série



Fonte: Produção do próprio autor

A pesquisa foi separada em blocos de modo a facilitar a navegação e permitir a participação de todos independente se frequentam ou não as disciplinas optativas.

Nessa questão, 20% dos alunos entrevistados (n=3) indicaram não participar de nenhuma aula optativa. Para esses alunos, o formulário foi direcionado a um bloco adicional com a seguinte questão e opções:

Qual o principal motivo de você não participar de aulas extracurriculares?

- Não tive tempo
- Não me interessei por nenhuma aula disponível
- Outros: (espaço de livre preenchimento)

Nessa questão, 2 dos alunos responderam que “Não se interessaram por nenhuma aula disponível” e apenas 1 optou pelo espaço livre, para descrever que “estava passando por um momento difícil”, conforme mostrado no gráfico da Figura 33:

Figura 33: Gráfico - Alunos que não participam de aulas extracurriculares



Fonte: Produção do próprio autor

Desses dados podemos extrair dois cenários de interferência na motivação dos alunos. O primeiro podemos chamar de “cenário interno” ou da “instituição”, que é falta de interesse pelo conteúdo disponível; e o outro que podemos chamar de “cenário externo” ou “familiar”.

No cenário interno, vemos que mesmo em uma instituição que buscar trabalhar a individualidade do aluno, tendo como lema que “As pessoas não são iguais - elas têm singularidades que devem ser trabalhadas com estruturas adaptativas que se ajustem a aprendizagem do indivíduo”, ainda podem haver situações que dispersem o interesse do aluno.

Por outro lado, temos um fator de interferência muito importante, que é o externo. A família, a comunidade, a vida pessoal dos alunos também deve estar em consonância com a vida escolar.

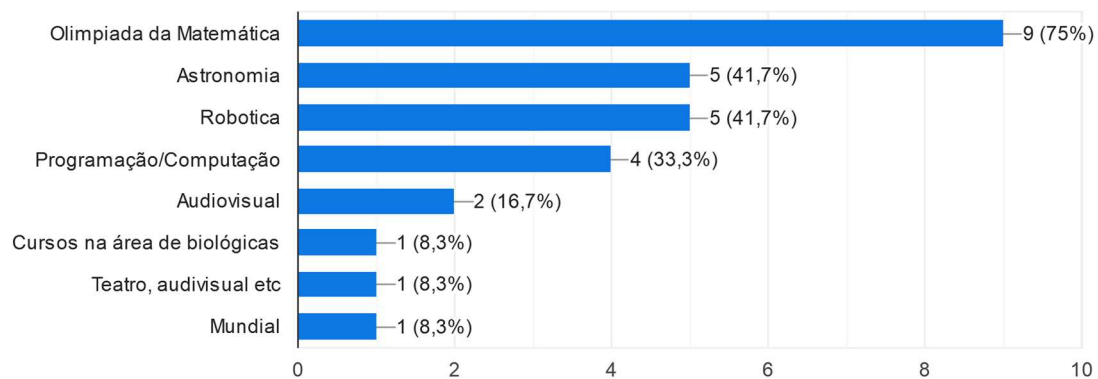
Para os alunos que indicaram a participação em aulas extracurriculares, montamos o seguinte bloco de questões:

Selecione as aulas extracurriculares das quais você participa (marque quantas forem):

- Olimpíada da Matemática
- Astronomia
- Robótica
- Programação/Computação
- Outros (texto livre)

Nessa questão obtivemos o resultado representado pelo gráfico da Figura 34:

Figura 34: Gráfico - Escolha das disciplinas optativas

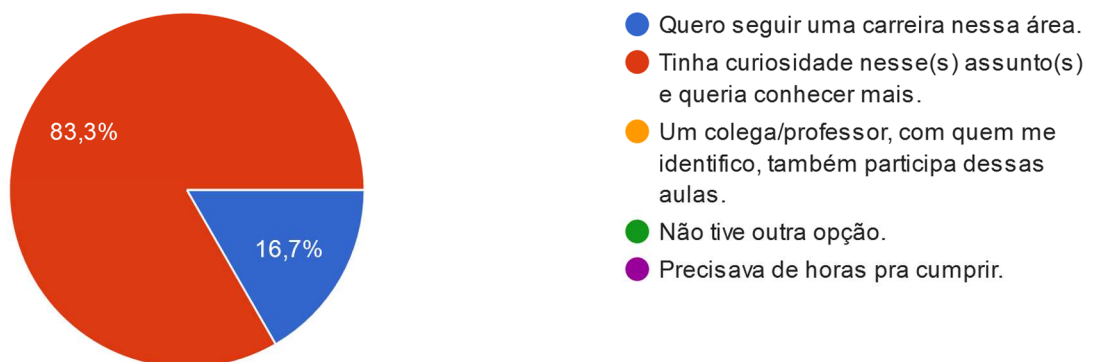


Fonte: Produção do próprio autor

Percebe-se que a maior parte dos alunos, 75% dos que optaram por participar de uma aula extracurricular possui interesse ou familiaridade com a área de exatas, tendo em comum entre eles a participação na turma de Olimpíadas da Matemática. Os outros 25% dos alunos indicaram maior interesse na área de humanas, escolhendo disciplinas como MunIAL (Sócio Política), Teatro (Artes) e Audiovisual (Radio-TV).

Com relação às motivações para a escolha desses temas. Conforme disposto no gráfico da Figura 35, as respostas foram concentradas em apenas duas das opções dadas. A maioria 83,3%, indicou que a curiosidade no assunto foi o principal motivador que despertou interesse na disciplina, enquanto que outros 2 alunos (16,7%) indicaram ter como principal motivador, a carreira que irão seguir no futuro. Mais especificamente Programação/Computação e Astronomia/Robótica.

Figura 35: Gráfico – Motivação Principal



Fonte: Produção do próprio autor

Quanto ao conteúdo das aulas, 83,3% dos alunos confirmaram que durante as aulas optativas, foi possível identificar o uso de conceitos matemáticos. Dos outros 16,7% (2 alunos), um respondeu que “não” pode identificar nenhum conceito e outro disse que “talvez”. Ambos os alunos frequentam disciplinas optativas exclusivamente a área de humanas. Sendo respectivamente alunos correspondentes aos cursos de Sociopolítica e Teatro/Audiovisual.

Os conceitos matemáticos identificados pelos alunos foram os seguintes:

- Estruturas de lógica, operações básicas, conceito de função (em programação no caso)
- PA, PG, leis de Kepler e logaritmo.
- Cálculo.
- Aritmética, trigonometria, geometria e matrizes.
- Trigonometria, Álgebra e Lógica.

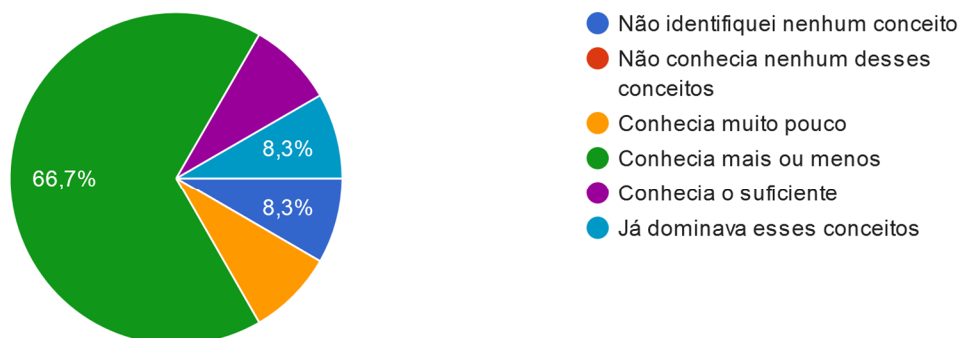
Nessa resposta, um dos alunos nos deu uma opinião mais detalhada com relação a interligação entre a Matemática e a Robótica:

Aluno 11: “Vários assuntos se inter-relacionam na robótica um deles é Matemática. Matérias como Geometria Analítica se usa bastante, Cálculo Infinitesimal (Principalmente Integral), entre muitas outras. Em geral, o raciocínio lógico desenvolvido na Matemática pura é de extrema importância no desenvolvimento de qualquer área da robótica.”

Para avaliação do nível de influência que essas disciplinas extracurriculares exercem nas aulas de Matemática (objetivo principal da pesquisa), montamos um bloco específico com duas questões, cujas respostas estão identificadas nos gráficos das Figura 36 e Figura 37:

- Desses conceitos que você identificou. Quanto já conhecia antes de iniciar essas aulas?

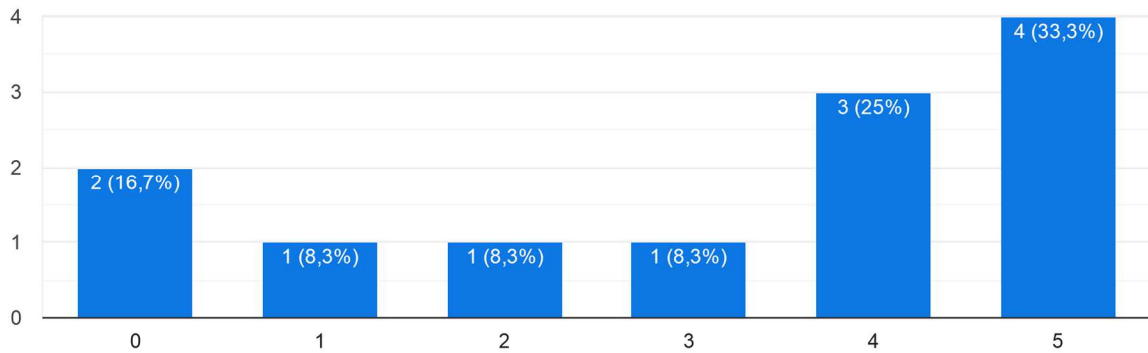
Figura 36: Gráfico – Nível de conhecimento antes de participar das aulas optativas.



Fonte: Produção do próprio autor

- Sua participação nessas aulas ajudou a compreender melhor as matérias de Matemática? (Avaliação em escala de 0 a 5 sendo 0 para “nem um pouco” e 5 para “ajudou muito”)

Figura 37: Gráfico – Nível de conhecimento após participar das aulas optativas.



Fonte: Produção do próprio autor

Analisando os dados obtidos, podemos constatar ainda o seguinte:

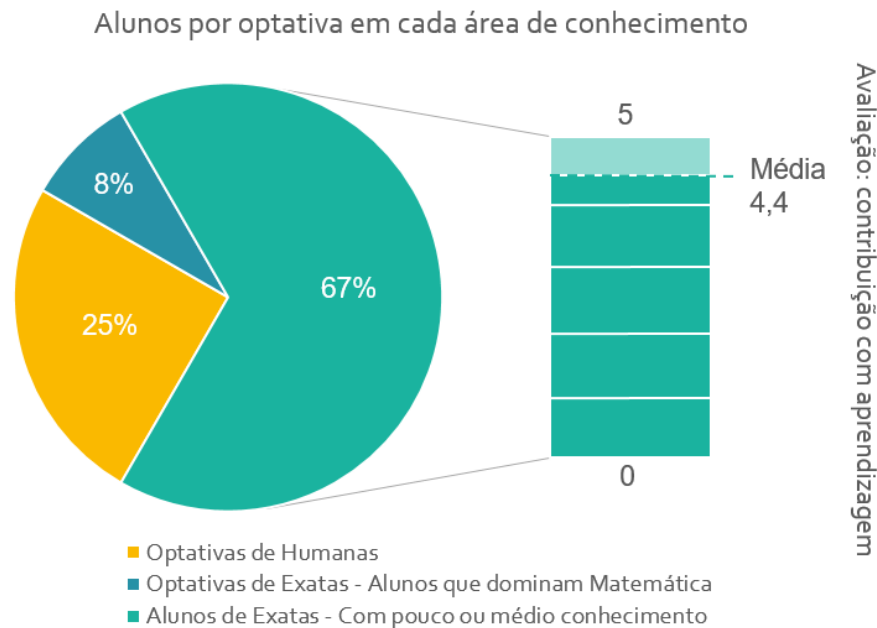
a) Os alunos que participaram somente de aulas relacionadas a área de humanas não puderam afirmar com certeza o reconhecimento de conceitos matemáticos nas respectivas disciplinas, indicando que as mesmas não contribuíram “nem um pouco” para as aulas de Matemática.

b) Alunos que demonstraram que já dominavam a Matemática indicaram que as disciplinas optativas contribuíram “pouco” ou “nem um pouco” a compreender melhor as matérias de Matemática.

c) Dos alunos que participaram de disciplinas ligadas à área de exatas, e detinham pouco ou médio conhecimento de Matemática, indicaram na média que a participação nas aulas optativas “ajudou um pouco a compreender melhor as matérias de Matemática” (média de 4,4 na escala de 0 a 5).

Dessa forma, sintetizamos em um único gráfico, dado pela Figura 38, a visão referente ao item “c” acima.

Figura 38: Gráfico – Avaliação da contribuição no aprendizado de Matemática



Fonte: Produção do próprio autor.

Na conclusão do formulário, todos os participantes foram direcionados ao bloco final de questões. Nesse bloco deixamos um espaço de livre manifestação para o aluno opinar sobre a pesquisa. E também uma questão para que ele pudesse indicar, quais outras aulas optativas gostaria de ter disponível na escola. O objetivo aqui foi observar quais outros assuntos também podem despertar o interesse dos alunos, principalmente os que até o momento não encontraram no currículo atual da escola algo em que se identificasse.

Os cursos propostos pelos alunos foram:

- Curso de Cálculo
- Culinária
- Jardinagem
- Mais cursos na área de biológicas
- Yoga e Física Avançada
- Escrita criativa e Lógica
- Economia, Finanças, Ed. Financeira, Investimentos, Filosofia Clássica, Latim
- Desenvolvimento Web
- Tênis
- Italiano, Game Design

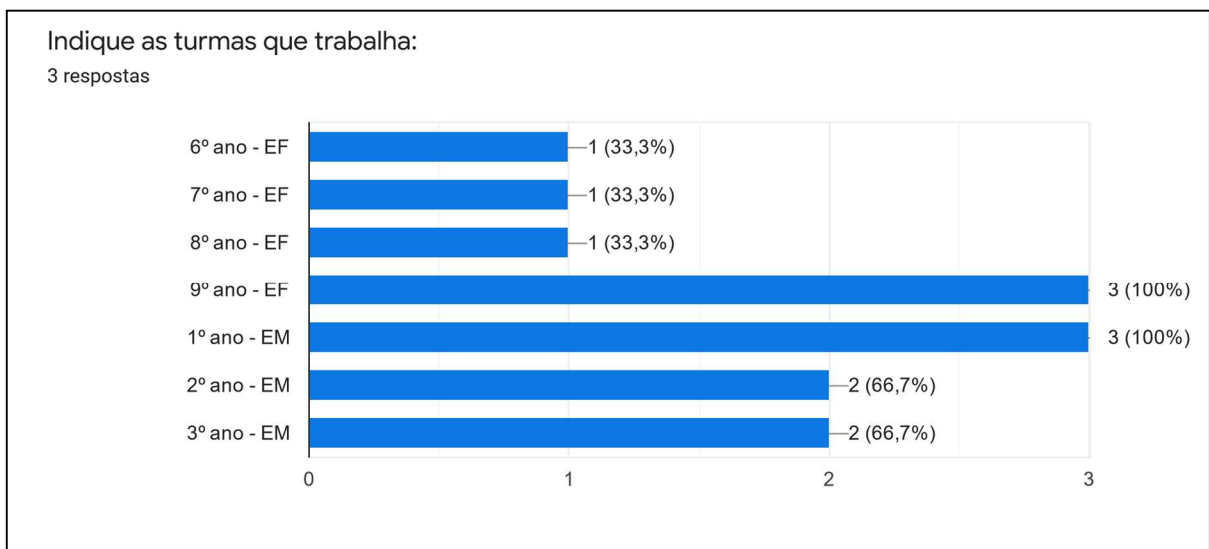
No final foi deixado um campo para registro de opiniões, onde apenas um dos alunos se manifestou. Sua mensagem foi a seguinte:

Aluno 13: “Acho que em geral temos muitas optativas, mas vejo recorrentemente a ‘rapaziada de humanas’ reclamando pela falta de atividades e olimpíadas para eles, decorrente disso talvez seja interessante a criação de cursos e optativas com esse enfoque.”

## 6.2 QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES

O segundo questionário foi direcionado aos professores do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. As questões foram elaboradas em formato de entrevista, a fim de apurar a percepção dos professores, se os alunos que participam das disciplinas de Astronomia, Programação e Robótica, se destacam dos demais de maneira geral e com relação à: facilidade de assimilar conteúdos e motivação durante as aulas. Dos 11 professores de Matemática e Física da escola, apenas 3 retornaram o questionário, sendo: 1 de Matemática, 1 de Física e 1 de ambas as matérias. Pela Figura 39, podemos ver a divisão de classes em que eles lecionam:

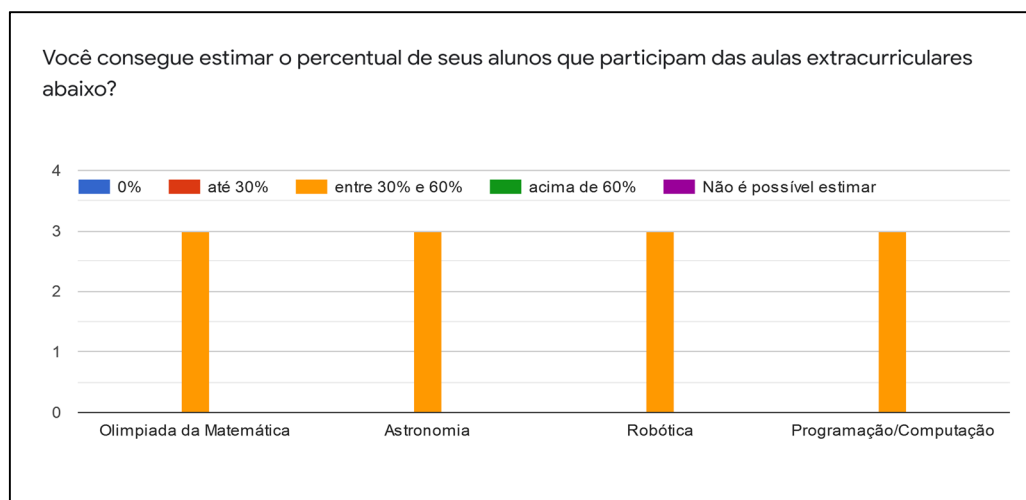
Figura 39: Gráfico 1 – Entrevista com professores



Fonte: Produção do próprio autor

De forma geral, os professores estimaram que de 30% a 60% dos alunos, de suas respectivas turmas, participam em cada uma das aulas citadas, conforme gráfico da Figura 40.

Figura 40: Gráfico 2 – Entrevista com professores



Fonte: Produção do próprio autor

Nas questões de avaliação de comportamento dos alunos nas aulas de Matemática e Física, apresentamos três “afirmativas” as quais os professores emitiram seu grau de concordância, utilizando uma escala de Likert<sup>22</sup>, conforme exemplo da Figura 41:

- Os alunos que frequentam Astronomia, Robótica ou Programação se destacam dos demais nas aulas de Matemática.
- Os alunos que frequentam Astronomia, Robótica ou Programação demonstram maior facilidade em assimilar conteúdos de Matemática, em comparação com os demais.
- Os alunos que frequentam Astronomia, Robótica ou Programação se demonstram maior motivação nas aulas de Matemática, em comparação com os demais.

Figura 41: Exemplo de questão de avaliação de comportamento dos alunos

Os alunos que frequentam Astronomia, Robótica ou Programação se destacam dos demais, nas aulas de Matemática. \*

Utilize a escala abaixo para indicar se concorda ou discorda dessa afirmação.

0    1    2    3    4    5

Discordo totalmente                            Concordo totalmente

Fonte: Produção do próprio autor

<sup>22</sup>A escala de Likert é um tipo de escala de resposta usada habitualmente em pesquisas de opinião. Ao responderem a um questionário baseado nesta escala, os entrevistados especificam seu nível de concordância com uma afirmação. Wikipédia. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala\\_Likert](https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala_Likert). Acesso em: 15 fev. 2021.

Por fim, ainda que se trate de uma amostra pouco representativa estatisticamente. Podemos considerar que os dados obtidos, nos indicam que a utilização de temas relacionados a novas tecnologias, como Astronomia, Robótica ou Programação, podem contribuir favoravelmente para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

## CAPÍTULO 7 CONCLUSÃO

*“Algumas pessoas gostam de dançar, outras não. Há quem vibre ao dirigir automóveis e quem sinta sono na direção. Como tudo na vida, há quem goste de Matemática e quem não a veja com bons olhos. Mas para gostar de alguma coisa, é preciso conhecê-la. É preciso experimentá-la e ter a chance de sentir algum prazer neste contato.”*

*Luiz Márcio Imenes*

Uma regra que vale em qualquer área do conhecimento é, que, quando há um despertar da curiosidade ou do interesse do indivíduo, as informações são absorvidas com muito mais qualidade. E no decorrer desse trabalho, pudemos avaliar o quanto os assuntos relacionados às novas tecnologias, como Astronomia, Robótica ou Programação, podem despertar o interesse nos alunos. Favorecendo, dessa forma, seu uso como catalizadores na construção do conhecimento científico matemático.

Por outro lado, vimos que dentro do currículo convencional de ensino básico, a Astronomia ainda é pouco explorada, uma vez que a maior parte de seu conteúdo, é disposto dentro da disciplina de Física ou de Ciências, que por sua vez detém um número inferior de aulas/hora quando comparado a Matemática.

Dado esse cenário, utilizamos nesse trabalho, uma extensa pesquisa bibliográfica, onde foi possível identificar diversas teses e dissertações, além de outras obras, que tratavam do mesmo assunto, apontando tanto para a necessidade de desenvolver o tema de Astronomia no ensino básico, quanto para sua utilização como ferramenta pedagógica no Ensino da Matemática.

Nesse sentido nossa proposta de trabalho tomou como premissa três pontos: A importância da Astronomia para a Matemática ao longo da história; A existência de uma interligação entre ambas as ciências, com base em normativos do Ministério da Educação; e A observação da prática de ensino de uma “Escola Modelo”, o Instituto Alpha Lumen. Nessa escola, observamos uma proposta curricular diferenciada, tendo justamente como aulas extras, dentre outros assuntos, a Astronomia. Isso nos permitiu avaliar através de uma pesquisa, a percepção de professores e alunos, quanto a contribuição dessas disciplinas extras no processo de ensino/aprendizagem da Matemática.

Também obtivemos como resultado, uma proposta a se trabalhar em sala de aula, para cada um dos temas estruturadores da Matemática, aplicando ao final de cada tema, um exercício interligado com a Astronomia. A exploração dessa proposta poderia ser aproveitada em

pesquisas futuras, podendo avaliar em contraponto, os resultados da aplicação deste tema em uma escola de currículo convencional.

Contudo, seja pela base histórica, normativa ou pela vivência da prática de ensino, o que se pode obter como resultado final do presente estudo, é o entendimento que a Astronomia pode ser considerada uma ciência interdisciplinar e que seu uso como ferramenta pedagógica no Ensino da Matemática, pode ser favorável a disseminação do conhecimento de ambas as ciências.

## REFERÊNCIAS

- APAHSO, Associação Paulista para Altas Habilidades / Superdotação. **O que é a APAHSO?** São Paulo: APAHSO, [2020]. Disponível em <http://apahsd.org.br/institucional/>. Acesso em 20 dez. 2020
- BANDEIRA, Edvan G. S. **O mínimo que você precisa saber sobre astronomia**. Paranavaí: Clube de Autores. 2020. *E-book*.
- BOYER, Carl B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- BRASIL. Secretaria de Educação Especial. **Diretrizes gerais para o atendimento educacional aos alunos portadores de altas habilidades: superdotação e talentos**. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1995. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002299.pdf>. Acesso em 20 dez. 2020.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros curriculares nacionais: ciências naturais (5ª a 8ª séries)**. Brasília, DF: MEC/SEMT, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencias.pdf>. Acesso em 20 dez. 2020.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio + (PCNEM+): ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: MEC/SEMT, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em 20 dez. 2020.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica, **Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais (PCN+ Ensino Médio): ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <http://www.iq.ufrgs.br/aeq/producao/PCNEM.pdf>. Acesso em 20 dez. 2020.
- BRASIL. **Lei nº 13.415/2017** – Reforma do Ensino Médio de 2017. Brasília: Governo Federal, 2017. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm). Acesso em: 20 fev. 2021.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base nacional comum curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 15 fev. 2021.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP. **Resultados e metas IDEB**. Brasília, DF: MEC/INEP, 2020. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/>. Acesso em: 20 nov. 2020.
- BROWN, Dwayne. New map shows frequency of small asteroid impacts, provides clues on larger asteroid population. **Jet Propulsion Laboratory/NASA**, Pasadena, 2014. Disponível em: <https://www.jpl.nasa.gov/news/new-map-shows-frequency-of-small-asteroid-impacts-provides-clues-on-larger-asteroid-population>. Acesso em: 20 fev. 2021.

BRUMFIEL, Geoff. Russian meteor largest in a century. **Nature**, [Londres], 2013. Disponível em: <https://www.nature.com/news/russian-meteor-largest-in-a-century-1.12438>. Acesso em: 20 fev. 2021.

BUCCIARELLI, Pablo. **Recursos didáticos de astronomia para o ensino médio e fundamental**. Orientador: Marcos Perez Diaz. 2001. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <https://sites.google.com/site/ansastro/recursos-didaticos-de-astronomia-para-o-ensino-medio-e-fundamental/Monoglic.zip?attredirects=0&d=1>. Acesso em: 15 nov. 2020.

CASTOR, Orlando. Você já ouviu falar no mistério das rochas de Carnac?!. *In: Fato e farsa!*. Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <http://fatoefarsa.blogspot.com/2014/09/voce-ja-ouviu-falar-no-misterio-das.html>. Acesso em: 15 out. 2020.

CURRY, Andrew. DNA from ancient Irish tomb reveals incest and an elite class that ruled early farmers. **Science**, Washington, DC, 2020. Disponível em: <https://www.sciencemag.org/news/2020/06/dna-ancient-irish-tomb-reveals-incest-and-elite-class-ruled-early-farmers>. Acesso em: 15 out. 2020.

DIAS, Claudio A. C. M.; SANTA RITA, Josué R. Inserção da astronomia como disciplina curricular do ensino médio. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA**, [São Carlos], n. 6, p. 55-65, 2008. Disponível em: <https://www.relea.ufscar.br/index.php/relea/article/view/121/145>. Acesso em: 20 nov. 2020.

FARIA, Ernesto. O que os dados do Ideb 2019 dizem sobre a aprendizagem dos alunos. **Revista Nova Escola**, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/19892/o-que-os-dados-do-ideb-2019-dizem-sobre-a-aprendizagem-dos-alunos>. Acesso em: 20 nov. 2020.

GALDINO, Luiz. **A astronomia indígena**. São Paulo: Editora Nova Alexandria, 2011.

GALILEU, Redação. Artes pré-históricas revelam conhecimento astronômico de povos antigos. **Galileu**, [São Paulo], 2018. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/noticia/2018/11/artes-pre-historicas-revelam-conhecimento-astronomico-de-povos-antigos.html>. Acesso em: 18 nov. 2020.

HELIOCENTRISMO. *In: WIKIPEDIA: the free encyclopedia*. [San Francisco, CA: Wikimedia Foundation, 2021]. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Heliocentrismo>. Acesso em: 20 jan. 2021.

HETEM, Gregorio; PEREIRA, Jatenco. **Observatórios virtuais: fundamento de astronomia**. São Paulo: USP - Instituto de Astronomia e Geofísica, 2011. Disponível em: <http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/>. Acesso em 15 dez. 2020.

IAL. **Instituto Alpha Lúmen**. São José dos Campos: Instituto Alpha Lumen, [2020]. Disponível em: <https://alphalumen.org.br/>. Acesso em 20 dez. 2020.

JALLES, Cíntia; IMAZIO, Maura. **Olhando o céu da pré-história: registros arqueoastronômicos no Brasil**. Rio de Janeiro: MAST, 2004.

LANGHI, Rodolfo. Educação em astronomia: da revisão bibliográfica sobre concepções alternativas à necessidade de uma ação nacional. **Caderno Brasileiro de Ensino em Física - UFSC**, Campo Grande, v. 28, n. 2: p. 373-399, 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2011v28n2p373/19323>. Acesso em 20 nov. 2020.

LEAO, Renata S. C.; TEIXEIRA, Maria R. F. A educação em astronomia na era digital e a BNCC: convergências e articulações. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA**, [São Carlos], n. 30, p. 115-131, 2020. Disponível em: <https://www.relea.ufscar.br/index.php/relea/article/view/498/454>. Acesso em: 02 fev. 2021.

LEITE, Bertília; WINTER, Othon. **Fim do milênio: uma história dos calendários, profecias e catástrofes cósmicas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 1999.

LEITE, Cristina. **Formação do professor de ciências em astronomia: uma proposta com enfoque na espacialidade**. Orientadora: Yassuko Hosoume. Tese (Doutorado em Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-05062007-110016/publico/TeseCristinaLeite.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2020.

LOPES, Maria H. O. **A retrogradação dos planetas e suas explicações: os orbes dos planetas e seus movimentos, da antiguidade a Copérnico**. Orientador: Roberto de Andrade Martins. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001. Disponível em: <http://www.ghtc.usp.br/server/Teses/Maria-Helena-Oliveira-Lopes.PDF>. Acesso em: 20 dez. 2020.

LUIZ, André A. **História da astronomia e uma introdução aos princípios matemáticos da filosofia natural**. Orientador: Masayoshi Tsuchida. Relatório de Iniciação Científica (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2009. Disponível em: [https://www.feg.unesp.br/Home/PaginasPessoais/profandreamarante/a\\_amarante\\_2009a.pdf](https://www.feg.unesp.br/Home/PaginasPessoais/profandreamarante/a_amarante_2009a.pdf). Acesso em: 21 nov. 2020.

MACHADO, Rubens E. G. **Aristarco de Samos: sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua**. Santiago: Creative Commons, 2016.

MAGALHÃES, Thiago A. C. **Explorando a astronomia como contexto para o ensino de matemática no ensino médio**. Orientador: Marcelo Pedro dos Santos. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016. Disponível em: <http://www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/dissertacao-thiago.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2020.

MARINHO, Elaine R. M. **A história da matemática como motivação para aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo**. Orientador: Francisco Cesar Polcino Milies. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-25042019-204602/publico/dissertacaoelainermmarinhocorrigida.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2020.

MARTINS, Milene R.; BUFFON, Alessandra D.; NEVES, Marcos C. D. A astronomia na antiguidade: um olhar sobre as contribuições chinesas, mesopotâmicas e egípcias. **Revista Valore**, Volta Redonda, n. 4: pag.810-823, 2019. Disponível em: <https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/197/209>. Acesso em: 20 nov. 2020.

MONTEIRO, Luiza. Povo que construiu Stonehenge veio do Mediterrâneo, aponta teste de DNA. **Super Interessante**, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://super.abril.com.br/historia/povo-que-construiu-stonehenge-veio-do-mediterraneo-aponta-teste-de-dna/>. Acesso em: 15 out. 2020.

MORAIS, Carlos A.L. **A astronomia no ensino da matemática**: uma proposta para o ensino secundário. Orientador: João Manuel de Moraes Barros Fernandes. Dissertação (Mestrado em Ensino de Astronomia) – Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, 2003. Disponível em: [https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9666/4/5128\\_TM\\_01\\_C.pdf](https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9666/4/5128_TM_01_C.pdf). Acesso em: 20 dez. 2020.

MOURÃO, Ronaldo R. F. **Da Terra as galáxias: uma introdução a astrofísica**. Petrópolis: Ed. Vozes. 1982.

MOURÃO, Ronaldo R. F. Asteroides passam perto. **Folha de São Paulo**, São Paulo, 1996. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/fsp/1996/6/09/mais!/32.html>. Acesso em: 28 dez. 2020.

OBA. Olimpíada Brasileira de Astronomia. **III OBA - Prova nível 3**. São Paulo: Sociedade Astronômica Brasileira – SAB, 2000. Disponível em: [http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob\\_arquivos/provas\\_gabaritos/2000/2000\\_provas\\_09\\_05\\_2011/2000\\_prova\\_niv\\_3\\_iii\\_oba\\_doc.pdf](http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/provas_gabaritos/2000/2000_provas_09_05_2011/2000_prova_niv_3_iii_oba_doc.pdf). Acesso em: 20 set. 2020.

OBA. Olimpíada Brasileira de Astronomia. **XV OBA - Prova nível 4**. São Paulo: Sociedade Astronômica Brasileira, 2012. Disponível em: [http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob\\_arquivos/provas\\_gabaritos/2012/GABARITO%20Prova%20nivel%204%20da%20XV%20OBA%20DE%202012.pdf](http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/provas_gabaritos/2012/GABARITO%20Prova%20nivel%204%20da%20XV%20OBA%20DE%202012.pdf). Acesso em: 20 set. 2020.

OBA. Olimpíada Brasileira de Astronomia. **Regulamento da 23ª olimpíada brasileira de astronomia e astronáutica – 23ª OBA**. São Paulo: Sociedade Astronômica Brasileira, 2020. Disponível em: [http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob\\_arquivos/REGULAMENTO%20DA%20OBA%20DE%202020%20VIRTUAL.pdf](http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/REGULAMENTO%20DA%20OBA%20DE%202020%20VIRTUAL.pdf). Acesso em: 20 set. 2020.

O'KELLY, Claire. **Description of Newgrange**. In: Newgrange.com. [Newgrange: Boyne Valley Tours, 2007]. Disponível em: <https://newgrange.com/description.htm>. Acesso em: 15 out. 2020.

OLIVEIRA FILHO, Kepler S.; SARAIVA, Maria F. **Astronomia e astrofísica**. Porto Alegre: Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014. *E-book*. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/livro.pdf>. Acesso em 15 out. 2020.

PILLING, Diana P. A.; DIAS, Penha M. C. A hipótese heliocêntrica na Antiguidade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, [Osasco], 2007, n. 4, v. 29, p. 613-623. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbef/v29n4/a21v29n4.pdf>. Acesso em: 10 out. 2020.

ROCHAS de Carnac. *In*: WIKIPEDIA: the free encyclopedia. [San Francisco, CA: Wikimedia Foundation, 2021]. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Rochas\\_de\\_Carnac](https://pt.wikipedia.org/wiki/Rochas_de_Carnac). Acesso em: 20 jan. 2021.

ROSA, Carlos A. P. **História da ciência: da antiguidade ao renascimento científico**. 2. ed., Brasília: FUNAG, 2012. Disponível em: [http://funag.gov.br/biblioteca/download/1019-Historia\\_da\\_Ciencia\\_-\\_Vol.I\\_-\\_Da\\_Antiguidade\\_ao\\_Renascimento\\_Cientifico.pdf](http://funag.gov.br/biblioteca/download/1019-Historia_da_Ciencia_-_Vol.I_-_Da_Antiguidade_ao_Renascimento_Cientifico.pdf). Acesso em: 15 de jan. 2020.

ROSS, Peter. Magic and mystery on the Isle of Lewis, Scotland. **The Guardian**, Londres, 2019. Disponível em: <https://www.theguardian.com/travel/2019/jun/15/isle-of-lewis-callanish-pride-island-culture-stornoway>. Acesso em: 15 out. 2020.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Semelhança de triângulos. **Brasil Escola**, [S.l., 2020]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/semelhanca-triangulos.htm>. Acesso em 22 de fev. de 2021.

STENGER, Marianne. Why curiosity enhances learning. **Edutopia**, [S.l.], 2014. Disponível em <https://www.edutopia.org/blog/why-curiosity-enhances-learning-marianne-stenger>. Acesso em 20 de nov. 2020.

VERDET, Jean P. **Uma história da astronomia**: Apresentação Ronaldo Rogerio de Freitas Mourão. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991.

YUN, João L. Astronomia e astrofísica, a ciência do universo. **O Observatório**, Lisboa, 2004, n. 7, v.10, 2004. Disponível em: <http://www.oal.ul.pt/oobservatorio/vol10/n7/pagina4.html>. Acesso em: 28 dez. 2020.

## APÊNDICE A – Questionário Alunos



## Pesquisa para TCC de Licenciatura em Matemática

Pesquisador: Rodrigo Ribeiro - [r.ribeiro85@outlook.com](mailto:r.ribeiro85@outlook.com)

**\*Obrigatório**

Nome de tratamento: \*

Obs: As respostas deste questionário não serão tratadas individualmente. Os nomes não serão identificados no estudo.

Sua resposta \_\_\_\_\_

Ano: \*

Escolher ▼

Você participa de alguma aula extracurricular em sua escola? \*

Sim

Não

### Sobre as aulas optativas

Selecione as aulas extracurriculares das quais você participa (marque quantas forem): \*

Obs: Marque mais de uma se necessário

- Olimpíada da Matemática
- Astronomia
- Robótica
- Programação/Computação
- Outro: \_\_\_\_\_

O que te motivou a escolha dessas aulas: \*

Indique a resposta que mais se aproxima da realidade, ou utilize o espaço "Outros" para descrever o motivo.

- Quero seguir uma carreira nessa área.
- Tinha curiosidade nesse(s) assunto(s) e queria conhecer mais.
- Um colega/professor, com quem me identifico, também participa dessas aulas.
- Não tive outra opção.
- Precisava de horas pra cumprir.
- Outro: \_\_\_\_\_

## Relação com a Matemática

Nessas aulas, você já identificou algum conceito comum a Matemática? \*

- Sim
- Não
- Talvez

Você pode indicar alguns?

Caso tenha respondido "Sim" indique quais assuntos você pode observar. (texto livre)

Sua resposta

---

Desses conceitos que você identificou. O quanto você já conhecia antes de iniciar essas aulas? \*

- Não identifiquei nenhum conceito
- Não conhecia nenhum desses conceitos
- Conhecia muito pouco
- Conhecia mais ou menos
- Conhecia o suficiente
- Já dominava esses conceitos

Sua participação nessas aulas ajudou a compreender melhor as matérias de Matemática? \*

Utilize a escala de 0 a 5 para descrever o quanto essas aulas te ajudaram a entender melhor as aulas de Matemática.

0      1      2      3      4      5

Nem um pouco.                            Ajudou muito.

Caso você tenha indicado não possuir aulas extracurriculares, responda as questões abaixo:

Qual o principal motivo de você não participar de aulas extracurriculares? \*

- Não tive tempo
- Não me interessei por nenhuma aula disponível
- Outro: \_\_\_\_\_

Quais outras aulas optativas você gostaria de ter disponível na escola?

Campo livre. Indique quantas quiser.

Sua resposta \_\_\_\_\_

Deixe sua opinião sobre a pesquisa:

Caso queira fazer alguma observação sobre o assunto, utilize o campo abaixo:

Sua resposta \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B – Questionário Professores



## Pesquisa para TCC de Licenciatura em Matemática

Pesquisador: Rodrigo Ribeiro - [r.ribeiro85@outlook.com](mailto:r.ribeiro85@outlook.com)

O objetivo dessa pesquisa é avaliar o nível de interdisciplinaridade das aulas de Astronomia, Robótica e Programação dentro da Matemática e Física.

**\*Obrigatório**

Nome de tratamento: \*

Obs: As respostas deste questionário não serão tratadas individualmente. Os nomes não serão identificados no estudo.

Sua resposta

---

Indique as matérias que leciona na Alpha Lumen: \*

- Física
- Matemática
- Matemática e Física

Indique as turmas que trabalha: \*

- 6º ano - EF
- 7º ano - EF
- 8º ano - EF
- 9º ano - EF
- 1º ano - EM
- 2º ano - EM
- 3º ano - EM

Você consegue estimar o percentual de seus alunos que participam das aulas extracurriculares abaixo? \*

Obs: Pode ser uma estimativa aproximada, baseado somente na observação ou no que já conhece dos alunos.

	0%	até 30%	entre 30% e 60%	acima de 60%	Não é possível estimar
Astronomia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Programação/Computação	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Olimpiada da Matemática	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Robótica	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



Deixe sua opinião sobre a pesquisa:

Caso queira fazer alguma observação sobre o assunto, utilize o campo abaixo:

Sua resposta

---