

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Renê Federici Júnior

**ESTUDO DO MODELO PERIDINÂMICO COM ÊNFASE
EM MANUTENÇÃO PREDITIVA**

Ilha Solteira, SP
2024

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DO MODELO PERIDINÂMICO COM ÊNFASE EM MANUTENÇÃO PREDITIVA

Trabalho de Graduação apresentado à Faculdade
de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP - como
parte dos requisitos para obtenção do título de
de Engenheiro Mecânico.

Renê Federici Júnior
Discente

Prof Dr. Márcio Antônio Bazani
Orientador

Ilha Solteira, SP
2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

F293e Federici Júnior, Renê.
Estudo do modelo peridinâmico com ênfase em manutenção preditiva /
Renê Federici Júnior. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
42 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) -
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2024

Orientador: Márcio Antônio Bazani

Inclui bibliografia

1. Peridinâmica. 2. Matlab. 3. Propagação de trincas. 4. Manutenção
preditiva. 5. Prognóstico. 6. Abordagem não-local.


Amanda Sertori dos Santos
Bibliotecária - CRB/8-9061
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao
Usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA
FILHO FACULDADE DE ENGENHARIA CÂMPUS DE ILHA
SOLTEIRA**

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**TÍTULO: ESTUDO DO MODELO PERIDINÂMICO COM ÊNFASE
EM MANUTENÇÃO PREDITIVA**

Aluno: Renê Federici Júnior **RA:** 171052072

Orientador: Prof. Dr. Marcio Antônio Bazani

Aprovado (X) Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 9,5

Comissão examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 18/12/2024 15:06:26-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcio Antônio Bazani

Documento assinado digitalmente
 **MATHEUS DE MORAES**
Data: 17/12/2024 13:33:04-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Me. Matheus de Moraes

Documento assinado digitalmente
 **TIAGO FOLONI TESSAROLLI**
Data: 18/12/2024 19:20:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Tiago FOLONI TESSAROLLI

Documento assinado digitalmente
 **RENE FEDERICI JUNIOR**
Data: 17/12/2024 13:14:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do aluno

Ilha Solteira (SP) 17 de dezembro de 2024

Dedicatória

Dedico este trabalho de graduação a minha mãe, meu pai e irmã que estiveram ao meu lado desde o primeiro dia em que pisei em Ilha Solteira e nunca deixaram eu desanimar, mesmo passando por todas as dificuldades que o meio acadêmico pode oferecer.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer todas as pessoas que passaram em minha vida durante esse período em que estive em Ilha, lembrando de todos os momentos felizes e de aprendizado que levarei pra vida.

Agradeço também aos ensinamentos de todos os docentes que contribuíram para minha formação, em especial, ao professor Márcio Bazani, que com muita paciência e resiliência transmite de forma clara os ensinamentos de curso e de vida.

E um agradecimento especial para minha mãe, que de todas as pessoas, é a que mais me apoia e nunca me abandona, independente das circunstâncias.

”Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”

Charles Chaplin

RESUMO

Este estudo tem como objetivo avaliar o método peridinâmico como uma possível ferramenta de prognóstico para aplicação na indústria, com ênfase na manutenção preditiva. A pesquisa começa com uma introdução, abordando as principais modalidades de manutenção utilizadas na indústria e o papel dos métodos numéricos nesse contexto, seguido pelos objetivos e escopo do trabalho. Em seguida, é apresentada uma revisão teórica dos conceitos fundamentais da teoria peridinâmica, destacando aspectos cruciais como sua abordagem não-local, o horizonte, a energia crítica de fratura e a consideração do dano (incluindo a propagação e ramificação de trincas). A metodologia inclui uma descrição geral do processo de desenvolvimento do estudo, acompanhada de uma explicação sobre a implementação computacional realizada no software MATLAB. A partir dessa implementação, são gerados diversos resultados gráficos, seguidos por uma análise detalhada e discussão dos dados obtidos. O trabalho é finalizado com uma conclusão, onde são apresentados os resultados alcançados, as dificuldades enfrentadas e a confirmação da viabilidade do método peridinâmico como uma ferramenta promissora para o prognóstico na manutenção preditiva.

Palavras chave: manutenção preditiva; peridinâmica; propagação de trincas; MATLAB

ABSTRACT

This study aims to evaluate the peridynamic method as a potential prognostic tool for industrial applications, with a focus on predictive maintenance. The research begins with an introduction addressing the main types of maintenance used in the industry and the role of numerical methods in this context, followed by the objectives and scope of the work. Next, a theoretical review of the basic principles of peridynamic theory is presented, highlighting key aspects such as its non-local approach, horizon, critical fracture energy, and the inclusion of damage (including crack propagation and branching). The methodology includes an overview of the work development process, followed by an explanation of the computational implementation carried out using MATLAB software. Based on this implementation, various relevant graphical results are generated, followed by a detailed analysis and discussion of the obtained data. The work concludes with a summary of the results, the challenges encountered, and confirmation of the peridynamic method's effectiveness as a promising prognostic tool for predictive maintenance.

Keywords: predictive maintenance; peridynamics; crack propagation; MATLAB.

Lista de Figuras

1	Diferenças entre os três tipos de manutenção	13
2	Exemplo esquemático de manutenção preditiva	15
3	Modelo contínuo local x não-local.	17
4	Horizonte Peridinâmico	18
5	Cinemática de pontos materiais na Peridinâmica	19
6	Organograma para função <i>experiment_template</i>	22
7	Organograma da função <i>generateMesh</i>	22
8	Organograma para a função <i>prescribedBC</i>	23
9	Domínio discretizado na Peridinâmica	24
10	Corpo de prova sem dano	31
11	Condições de contorno no corpo de prova	32
12	Campo de deslocamento do eixo cartesiano	32
13	Dispersão dos pontos de malha após aplicação dos esforços externos	33
14	Deformação adimensional	34
15	Índice de dano	34
16	Densidade de energia de deformação	35
17	Balanco de energia	36
18	Corpo de prova com dano	36
19	Campo de deslocamento com presença de trinca	37
20	Dispersão dos pontos de malha após aplicação dos esforços externos com trinca	38
21	Deformação adimensional com trinca	39
23	Densidade de energia de deformação com trinca	39
22	Índice de dano com trinca	40
24	Balanco de energia com trinca	41

Lista de Tabelas

1 Propriedades do soda-lime glass 31

Sumário

1	Introdução	13
1.1	CONSIDERAÇÕES SOBRE MANUTENÇÃO	13
1.1.1	MANUTENÇÃO CORRETIVA	14
1.1.2	MANUTENÇÃO PREVENTIVA	14
1.1.3	MANUTENÇÃO PREDITIVA	14
2	ELEMENTOS FINITOS x MÉTODO PERIDINÂMICO	15
3	OBJETIVO	17
4	DESENVOLVIMENTO	17
5	METODOLOGIA	21
5.1	VISÃO GERAL SOBRE AS FUNÇÕES	21
5.2	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	23
5.2.1	SOLVER: QUASI-STATIC OR DYNAMIC/EXPLICIT	25
5.2.2	QUASI-STATIC	25
5.2.3	DYNAMIC/EXPLICIT	26
5.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO	26
5.3.1	RESTRIÇÃO DE DESLOCAMENTO	27
5.3.2	RESTRIÇÃO DE VELOCIDADE	27
5.3.3	CARREGAMENTO EXTERNO	27
5.3.4	BALANÇO DE ENERGIA	28
5.4	MODELOS CONSTITUTIVOS IMPLEMENTADOS	29
5.4.1	LINEARIZED BOND-BASED MODEL	29
5.4.2	PROTOTYPE MICRO BRITTLE MODEL (PMB)	30
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
6.1	SIMULAÇÃO INICIAL SEM TRINCA	30
6.2	SIMULAÇÃO INICIAL COM TRINCA	36
7	CONCLUSÃO	42
8	REFERÊNCIAS	43

1 Introdução

1.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE MANUTENÇÃO

Sabe-se que na indústria como um todo, sua linha de produção equivale a capacidade que uma fábrica tem de produzir certo tipo de produto, ou seja, a cada minuto, com suas máquinas e trabalhadores parados, essa companhia está perdendo dinheiro.

A manutenção desempenha um papel crucial na operação eficiente e segura de equipamentos e processos produtivos. Ela é responsável por garantir que as máquinas e sistemas funcionem de maneira confiável, minimizando paradas não programadas e aumentando a produtividade. Uma abordagem proativa à manutenção não apenas reduz custos operacionais, mas também estende a vida útil dos ativos, promovendo um uso mais sustentável dos recursos. Além disso, a manutenção adequada é essencial para a segurança dos trabalhadores, já que equipamentos mal conservados podem representar riscos significativos, como falhas mecânicas ou acidentes.

Além dos benefícios econômicos e de segurança, a manutenção eficaz também contribui para a qualidade dos produtos fabricados. Processos produtivos que dependem de máquinas bem mantidas são mais propensos a produzir itens com padrões elevados, atendendo às expectativas dos clientes e melhorando a reputação da empresa no mercado. A implementação de estratégias de manutenção, como a manutenção preditiva e preventiva, pode resultar em melhorias contínuas, favorecendo a inovação e a competitividade. Dessa forma, investir em manutenção é fundamental para qualquer organização que busca excelência operacional e sustentabilidade a longo prazo.

De acordo com a norma técnica NBR 5462, que aborda os conceitos e terminologias principais de Confiabilidade e Manutenibilidade, há três tipos de manutenção: a Manutenção Corretiva, a Manutenção Preventiva e a Manutenção Preditiva (Marinelli, 2019). Na Figura ?? podemos observar as três principais diferenças as manutenções mais usuais nas indústrias.

Figura 1: Diferenças entre os três tipos de manutenção



Fonte: Tractian(2021)

1.1.1 MANUTENÇÃO CORRETIVA

A manutenção corretiva é a ação que será realizada após a falha de um equipamento, provavelmente realiza-se a troca de uma peça que foi danificada. Dependendo da situação temos dois tipos de correção: Programada ou emergencial. A primeira refere-se à manutenção prevista no cronograma de funcionamento do equipamento, ou seja, já é sabido que tal falha ocorreria. Já na emergencial é aquela em que não existe um plano de execução, sendo que a equipe é acionada após ocorrer o incidente, sem que estejam totalmente preparados para tal situação. O custo com peças e materiais até a ocorrência é zero, mas após acontecer, geralmente é muito acima do que é gasto com os outros tipos de manutenção, pois também envolve perdas de produção e compras de emergência de novas peças (Teles, 2018).

1.1.2 MANUTENÇÃO PREVENTIVA

A Manutenção Preventiva visa reduzir ou evitar falhas e quedas no desempenho dos equipamentos por meio de ações programadas em intervalos específicos ou com base em critérios definidos previamente. Trata-se de uma manutenção sistemática e planejada, que engloba atividades como inspeções, reapertos, substituição de componentes desgastados, limpezas, lubrificações, ajustes, entre outras. Normalmente, o planejamento desse tipo de manutenção se apoia em dados estatísticos, independentemente da necessidade imediata de reparo do equipamento. Ela é amplamente adotada devido ao seu baixo custo e simplicidade, ajudando a aumentar e garantir a confiabilidade e disponibilidade dos equipamentos. A frequência de execução pode variar conforme o tempo, quilometragem, produtividade ou outros fatores específicos.

1.1.3 MANUTENÇÃO PREDITIVA

A Manutenção Preditiva é uma abordagem de manutenção baseada no monitoramento da condição atual dos equipamentos ou componentes. Esse método é mais avançado e requer conhecimentos técnicos especializados, além de instrumentos específicos para coleta e análise de dados. Entre as técnicas comuns de manutenção preditiva estão: termografia, ultrassonografia, análise de vibrações, medição de corrente elétrica e ferrografia. Esses dados monitoram fenômenos como desgaste, temperatura e vibração, permitindo detectar sinais de deterioração antes que os valores atinjam níveis críticos.

Ao identificar alterações anormais, a manutenção preditiva permite planejar intervenções antes que falhas ocorram, reduzindo o risco de paradas inesperadas e custos elevados associados a quebras repentinas. Esse método oferece um nível de precisão que possibilita maior controle sobre a vida útil dos equipamentos, pois as manutenções são realizadas conforme a real necessidade de cada componente, e não em intervalos fixos. Com isso, as empresas conseguem otimizar seus processos de manutenção, melhorar a disponibilidade

dos equipamentos e maximizar o retorno sobre o investimento em manutenção, uma vez que os reparos são realizados apenas quando realmente necessários. Na Figura 2 temos o exemplo esquemático de como funciona esse tipo de manutenção.

Figura 2: Exemplo esquemático de manutenção preditiva



Fonte: ResearchGate(2023).

2 ELEMENTOS FINITOS x MÉTODO PERIDINÂMICO

Dos modelos matemáticos existentes e que são utilizados dentro do domínio da Mecânica do Contínuo, a grande maioria é baseada no método numérico dos elementos finitos, ou finite element method, FEM (Azevedo, 2003). Esse método é amplamente adotado tanto na indústria quanto no meio acadêmico para a modelagem de problemas que envolvem danos estruturais. Ele permite a resolução de equações diferenciais parciais que governam o comportamento do sistema, considerando as condições de contorno específicas e promovendo a discretização do sistema em vários elementos. Cada elemento é composto por nós, ou pontos materiais, que podem se deslocar sob a aplicação de forças ou carregamentos externos. Por meio das equações constitutivas do método numérico, torna-se possível analisar as interações entre esses pontos materiais, o que possibilita uma compreensão abrangente do comportamento global do sistema(Azevedo, 2003).

Este método é muito interessante quando o interesse é prever a ruptura de um componente/sistema. A quebra é derivada da nucleação e propagação de trincas. Tais trincas dependem de condições como carregamentos no material, como: Amplitude, frequência, razão de tensão e fatores sujeitos ao ambiente, sendo esses a variação de temperatura e alguns processos químicos. Todos os fatores citados são incertos, pois para que pudessem ser considerados na integra precisaríamos de um sistema totalmente controlado, o que torna o estudo dessas trincas muito difícil(Gonçalves e Bazani, 2017). O FEM apresenta muitas limitações, principalmente no estudo de trincas, o que torna muito complexo seu desenvolvimento, pois temos muito esforço computacional e formulações matemáticas.

No que diz respeito à formulação matemática, uma limitação do método padrão de elementos finitos (FEM) é a suposição de que o corpo analisado permanece contínuo mesmo após sofrer deformações. No entanto, essa premissa não se sustenta em situações que envolvem danos, como a propagação de trincas. Assim, torna-se complexo formular modelos matemáticos que representem adequadamente regiões de descontinuidade, como fissuras ou falhas. Nas proximidades das pontas de fissuras, surgem singularidades de tensão, as quais o FEM tradicional não é capaz de definir com precisão (Gonçalves e Bazani, 2017). Sabemos também que no FEM não podemos realizar as derivadas espaciais em torno da superfície de uma trinca. Quando, por acaso, a borda de uma malha do método de elementos finitos (FEM) coincide com a superfície de uma falha, é possível utilizar técnicas específicas para tratar as tensões nas trincas. Contudo, essa situação é rara, pois a propagação de uma trinca geralmente ocorre de forma aleatória pelo material, dificultando a previsão de seu trajeto e, conseqüentemente, o alinhamento natural com as bordas da malha. Todas essas questões justificam o grande esforço computacional que é necessário nesse tipo de modelagem. Resumidamente, modelos contínuos não são recomendados para esse tipo de problema (Gonçalves e M. Bazani, 2017).

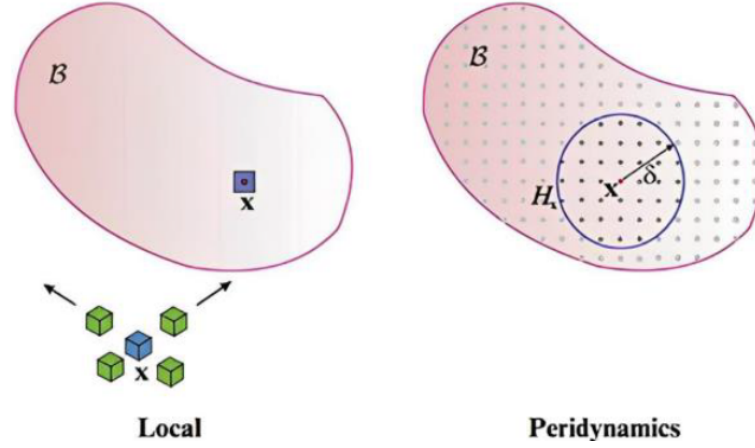
O Método Peridinâmico (PD), proposto por Stewart Silling (2000), trouxe uma contribuição importante ao campo da mecânica dos materiais, especialmente na simulação de fenômenos como a propagação de fissuras. Diferentemente do Método dos Elementos Finitos (FEM), que possui limitações na representação de descontinuidades como fissuras, a Peridinâmica adota uma abordagem que considera interações entre todos os pontos de um material dentro de uma determinada distância. Isso possibilita uma modelagem mais precisa de processos físicos complexos, como a iniciação e propagação de fissuras em materiais submetidos a cargas cíclicas e condições ambientais severas (Gonçalves e Bazani, 2018).

A principal vantagem do PD em relação ao FEM é sua habilidade de capturar o comportamento não-local do material, considerando interações de longo alcance entre partículas ou elementos discretizados. Essa característica é especialmente útil em aplicações que envolvem materiais expostos a condições extremas, onde as propriedades mecânicas podem variar de maneira significativa no espaço e no tempo. Além disso, a peridinâmica dispensa o uso de derivadas espaciais de deslocamentos, o que simplifica a formulação das equações constitutivas e aumenta a eficiência computacional em comparação com métodos tradicionais (Gonçalves e Bazani, 2018).

Utilizamos o MATLAB para fazer análises peridinâmicas utilizando o solver `dynamic/explicit`. Este oferece uma abordagem em engenharia analisando e simulando problemas envolvendo materiais complexos e com comportamento não-linear. A capacidade da Peridinâmica de modelar com precisão a propagação de trincas e outros fenômenos de falha é fundamental para a engenharia de materiais, oferecendo análises valiosas que contribuem para o desenvolvimento de componentes mais seguros e duráveis. Ademais, a

integração da Peridinâmica com técnicas avançadas de monitoramento de condição, como o Prognóstico e Monitoramento de Saúde (PHM), abre novas oportunidades para a manutenção preditiva e a otimização do ciclo de vida de equipamentos industriais. A Figura 3 ilustra o exemplo estudado em FEM (Local) e em Peridinâmica(Peridynamics).

Figura 3: Modelo contínuo local x não-local.



Fonte: Madenci and Oterkus, 2014.

3 OBJETIVO

Este trabalho traz como principal objetivo analisar o método peridinâmico como ferramenta de manutenção preditiva. Nele será estudado os fundamentos teóricos deste modelo e a partir de implementação numérica usando MATLAB será feita a discussão da sua eficácia.

Neste trabalho utilizaremos a comparação do material exposto a uma trinca e o mesmo sem esta e ver como o material se comporta.

4 DESENVOLVIMENTO

A partir de um corpo qualquer e um determinado instante de tempo, este pode ser discretizado ou dividido em infinitos pontos materiais. Em um instante inicial, quando não há deformação, cada ponto material pode ser descrito como $x_{(k)}$, sendo $(k = 1, 2, \dots, \infty)$, e a estes pontos são associados um volume incremental $V_{(k)}$, e uma densidade de massa $\rho(x_{(k)})$ (Madenci and Oterkus, 2014).

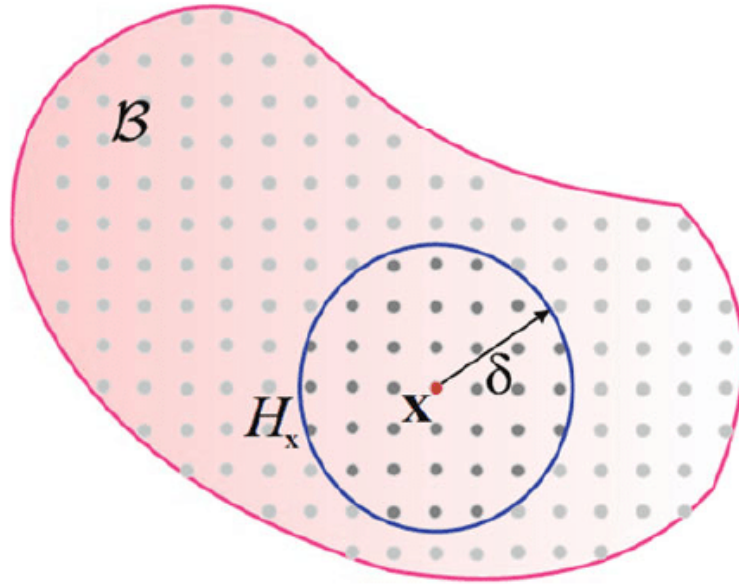
No caso em que há movimentos e deformação, estes pontos estão sofrendo carregamentos, velocidades ou deslocamentos. Sendo assim, o ponto material $x_{(k)}$ passa por um deslocamento $u_{(k)}$ e sua localização no sistema de coordenadas é definida por $y_{(k)}$ em seu

novo estado deformado. As representações para carregamento externo e deslocamento que estão relacionadas a esse fato são, respectivamente, $\mathbf{b}_{(\mathbf{k})}(\mathbf{x}_{(\mathbf{k})}, \mathbf{t})$ e $\mathbf{u}_{(\mathbf{k})}(\mathbf{x}_{(\mathbf{k})}, \mathbf{t})$ (Madenci and Oterkus, 2014).

Uma condição fundamental da teoria Peridinâmica é considerar as iterações não apenas o ponto material $\mathbf{x}_{(\mathbf{k})}$ e seus vizinhos, mas também com os pontos na região de vizinhança $\mathbf{H}_{\mathbf{x}(\mathbf{k})}$. Cada ponto recebe influência das relações com outros pontos $\mathbf{x}_{(\mathbf{j})}$, sendo $(\mathbf{j} = 1, 2, \dots, \infty)$, dentro da região $\mathbf{H}_{\mathbf{x}(\mathbf{k})}$. Dessa mesma forma o ponto $\mathbf{x}_{(\mathbf{j})}$ interage com os pontos em sua vizinhança $\mathbf{H}_{\mathbf{x}(\mathbf{j})}$. Essas iterações são consideradas caso a distância entre os pontos for igual ou menor que o raio δ , chamado de "horizonte" (Madenci e Oterkus, 2014).

Cada um dos elementos da teoria peridinâmica apresentados podem ser representados pela Figura 4 a seguir. Estes são os conceitos centrais do método PD, contendo ponto material, vizinhança, $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}$ e o raio δ .

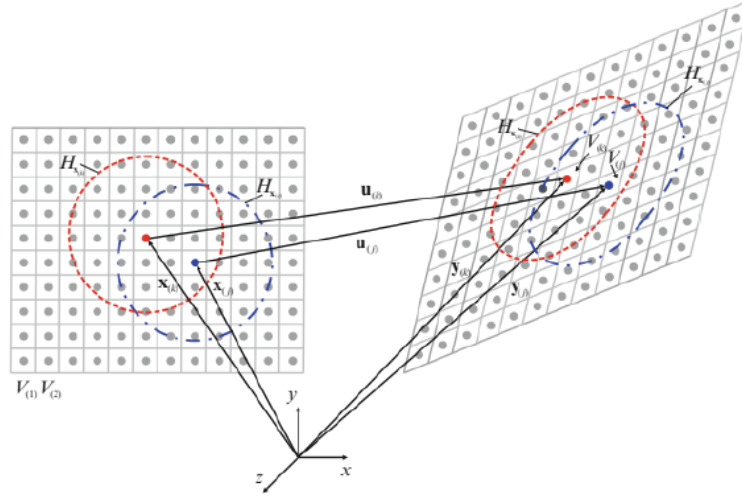
Figura 4: Horizonte Peridinâmico



Fonte: E. Madenci and E, Oterkus, 2014

A Figura 5 ilustra como cada ponto material, representado por $\mathbf{x}_{(\mathbf{k})}$ ou $\mathbf{x}_{(\mathbf{j})}$, além de interagir, é também afetado pela deformação combinada dos pontos dentro de suas respectivas famílias de vizinhança, $\mathbf{H}_{\mathbf{x}(\mathbf{k})}$ e $\mathbf{H}_{\mathbf{x}(\mathbf{j})}$.

Figura 5: Cinemática de pontos materiais na Peridinâmica



Fonte: MADENCI E OTERKUS, 2014

No caso em que não temos deformação, seu vetor de posição relativa inicial (posição relativa entre dois pontos de diferentes horizontes) é definido como:

$$\xi_{(k)(j)} = x_{(j)} - x_{(k)} \quad (1)$$

Os deslocamentos $\mathbf{u}_{(k)}$ e $\mathbf{u}_{(j)}$ também podem ser expressos através das posições a seguir:

$$u_{(k)} = y_{(k)} - x_{(k)} \quad \text{e} \quad u_{(j)} = y_{(j)} - x_{(j)} \quad (2)$$

Na Equação 3 a seguir temos o deslocamento relativo representativo de dois horizontes distintos

$$\eta_{(k)(j)} = u_{(j)} - u_{(k)} \quad (3)$$

O deslocamento relativo S a seguir relaciona estados de deformados e não-deformados quando analisamos dois pontos distintos.

$$S_{(k)(j)} = \frac{|y_{(j)} - y_{(k)}| - |x_{(j)} - x_{(k)}|}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \quad (4)$$

A partir das Equações (1), (3), podemos reescrever a Equação (4):

$$S_{(k)(j)} = \frac{|\xi_{(k)(j)} + \eta_{(k)(j)}| - |\xi_{(k)(j)}|}{|\eta_{(k)(j)}|} \quad (5)$$

Assumindo que, dentro do domínio ou vizinhança Ω , as interações entre os pares de pontos materiais seguem a Segunda Lei de Newton, a equação de movimento para a Peridinâmica pode ser expressa de maneira mais geral como (Monelli, 2020):

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_{H_x} f(\eta, \xi) dV_x + b(x, t) \quad (6)$$

Neste equação temos a representação da aceleração, $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$, sendo a segunda derivada do vetor de deslocamento. Ao lado direito temos as forças internas por unidade de volume, $\mathbf{f}(\eta, \xi)$, que será exercida entre os pontos materiais. Essas forças internas podem provocar deformações e, conseqüentemente, o surgimento de trincas no material, sendo o termo integrado sobre a vizinhança $\mathbf{H}_x$. O carregamento interno é definido por $b(x, t)$, também pode ser forças que foram aplicadas ao material como tração, compressão, cisalhamento.

A função $f(\eta, \xi)$ proposta por Stewart Silling (Silling, 2000), que relaciona-se com a microelasticidade linear, pode ser modelada a partir da energia potencial microelástica.

$$f(\eta, \xi) = \frac{\partial}{\partial \eta} \omega(\eta, \xi) \quad (7)$$

Pela teoria, o material alonga-se linearmente com a força aplicada entre um par de pontos, e assim a energia potencial microelástica fica:

$$\omega(\eta, \xi) = \frac{C(\xi)S^2\xi}{2} \quad (8)$$

Na Equação 8 temos que $C(\eta)$ é definido como o micro-módulo de elasticidade ou constante de ligação (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017), representando a rigidez da ligação entre os pontos materiais, sendo proporcional a característica do material. Considerando este valor constante, temos:

$$C = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)} \quad (9)$$

Na Equação , o micro-módulo de elasticidade é diretamente proporcional ao módulo de Young (ou de elasticidade), E , e inversamente proporcional ao coeficiente de Poison, ν , propriedades que, como dito, são intrínsecas ao material (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017). Essa equação é derivada ao estabelecer uma correspondência entre a função de energia de deformação convencional e a da peridinâmica. A formulação da energia de deformação peridinâmica, por sua vez, é obtida através da integração do micropotencial elástico ao longo do horizonte (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017):

$$W(x) = \frac{1}{2} \int_{H_x} w(\eta, \xi) dx = \frac{1}{2} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{C(\xi)S^3r}{2} 2\pi r dr = \frac{\pi}{6} C(\xi) S^2 \delta^3 \quad (10)$$

EM Peridinâmica, quando temos o deslocamento/estiramento $S(k)(j)$ supera o valor crítico Sc , os pontos materiais já não tem mais interação entre si, ou sejam, suas forças de contato não existem mais, tal fato nos indica que houve formação de uma trinca ou falha (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

Nas equações de movimento, a trinca é modelada como a 'eliminação' dos vetores de densidade de força entre os pontos, de forma que esse processo seja irreversível. Isso resulta no crescimento espontâneo da trinca e na consequente redistribuição das forças aplicadas entre os pontos, originada pela remoção das interações. À medida que a falha se propaga, as interações entre os pontos são progressivamente suprimidas, fornecendo informações cruciais sobre a direção e a velocidade de propagação da trinca (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

Este valor crítico, Sc , para o estiramento depende da energia crítica de fratura, G_0 , módulo de Young, E e raio do horizonte, δ . Este valor pode ser definido pela Equação 11.

$$Sc = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (11)$$

Por fim, ao fazermos a manipulação com as Equações 5 e 8 na Equação 7, e ao considerar o valor crítico na Equação 11, a função que relaciona as forças internas nos pares de pontos é expressa por:

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} c(\xi)S_{\frac{\xi+\eta}{\|\xi+\eta\|}}, & S(k)(j) < Sc \\ 0, & S(k)(j) \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

5 METODOLOGIA

5.1 VISÃO GERAL SOBRE AS FUNÇÕES

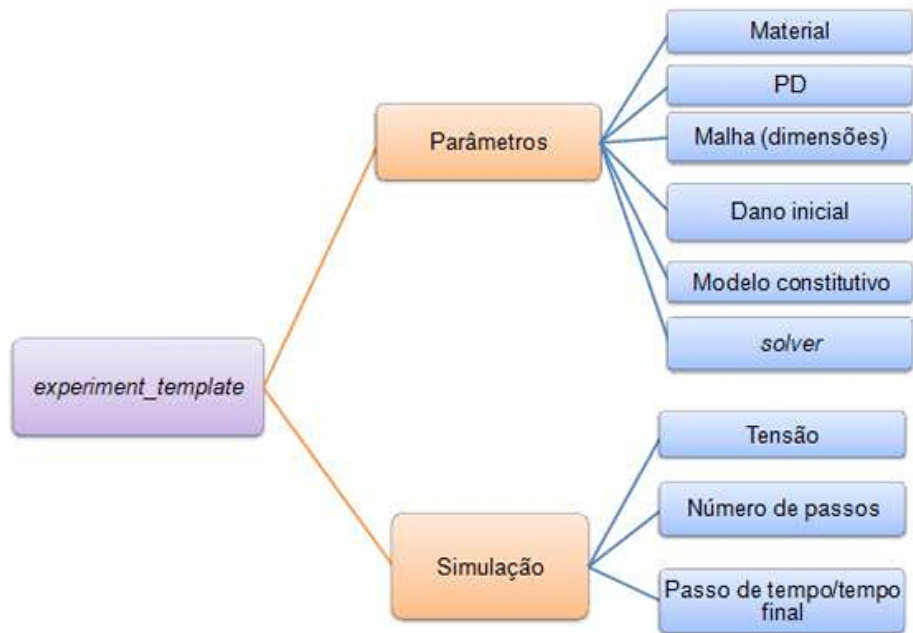
Este trabalho de Graduação tem como objetivo a investigação do modelo Peridinâmico, a partir da análise de trabalhos acadêmicos (*papers*, teses, artigos, dissertações e literatura). Dentre estes, temos o trabalho do Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), que foi responsável pelo desenvolvimento dos programas em Matlab utilizados, e do André Moraes de Vinha (Vinha, 2022).

A implementação numérica no Matlab compreende diversas funções com intuito de investigar com o maior grau de clareza os fenômenos, por isso detém uma alta complexidade. No programa utilizado, teremos três templates principais, sendo eles: *experiment_template*, *generateMesh* e *prescribedBC*, os quais iremos abordar a seguir:

A primeira a ser discutida será *experiment_template*, sendo apresentada de forma esquematizadas na Figura 6. Esta é a mais importante dentre as três, pois os parâmetros utilizados são as características físicas do material (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade, energia crítica de deformação), parâmetros peridinâmicos, geometria, dano ou entalhe inicial, tipo de modelo que será utilizado para cálculo de forças internas e energia de deformação, tensão aplicada, passo de tempo, tempo final, *solver*(solucionador), entre outros.

No segundo caso, temos a *generateMesh*, que é uma função simples, onde será manipu-

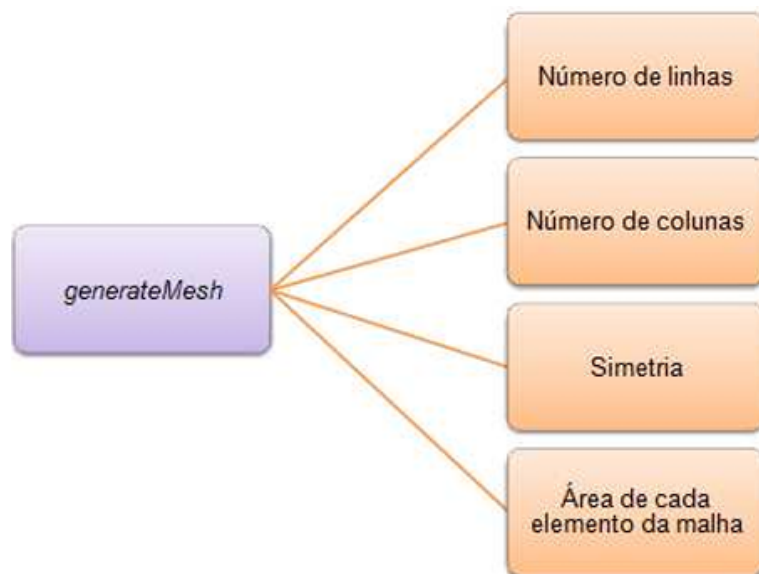
Figura 6: Organograma para função *experiment_template*



Fonte: (Vinha, 2022)

lado alguns parâmetros da malha, ou seja, influenciará na simulação e pós-processamento (representações gráficas). Um ponto importante para discussão é de que, no programa em específico, só serão aceitas geometrias retangulares ou quadradas. Novamente temos uma representação de organograma extraído do trabalho de André Moraes de Vinha (Vinha, 2022) na Figura 7.

Figura 7: Organograma da função *generateMesh*

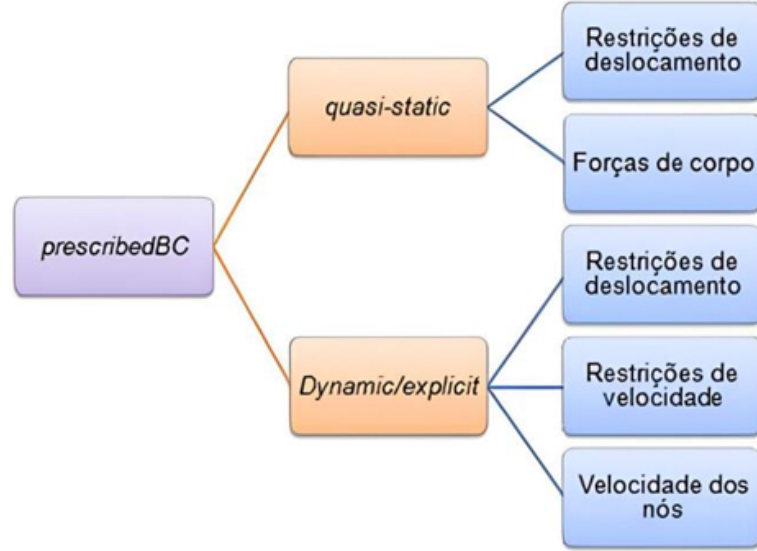


Fonte: (Vinha, 2022).

Por último temos uma função (*prescribedBC*) que manipulará as condições de contorno da simulação estudada. Temos duas variações para as condições, dependendo de qual

solver será usado para cada caso, sendo eles: *quasi-static* e *dynamic/explicit*. Para o primeiro caso temos que especificar restrições de forças e deslocamento. Já no segundo, temos restrições de velocidade e deslocamento, assim como prescrever a velocidade para cada um dos nós. A Figura 8 ilustra essa função.

Figura 8: Organograma para a função *prescribedBC*



Fonte: (Vinha, 2022).

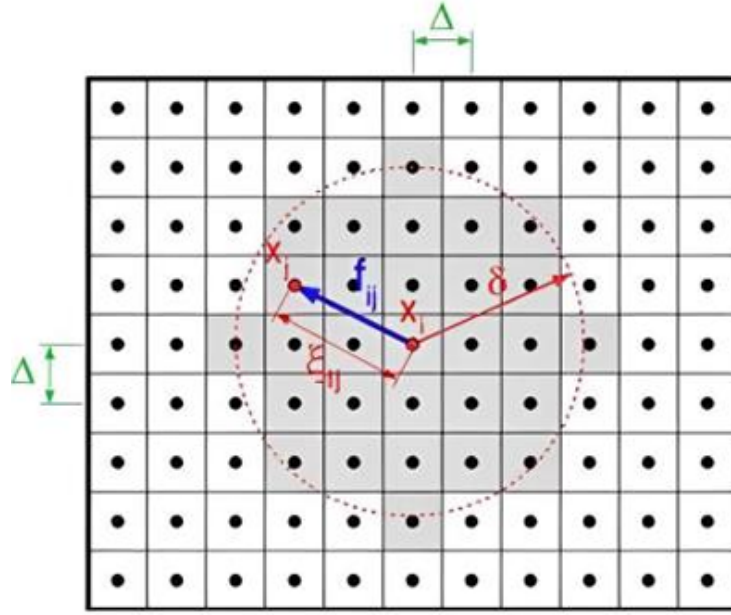
5.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Neste tópico serão apresentados de forma geral os pontos mais importantes da implementação numérica realizada pelo autor do programa, Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018). As soluções analíticas para problemas peridinâmicos normalmente são desconhecidos devido por serem complexas, portanto, é necessária uma 28 simulação numérica para obter uma solução aproximada desses problemas para se avançar no entendimento ou aplicação prática (Patriota, 2018).

A Figura 9 representa o domínio bidimensional total BD , sendo B o domínio bidimensional de referência, aproximado por uma malha homogênea. Cada ponto i é localizado em x_i no centro de uma célula quadrada τ_i , com lado $\Delta = h$, densidade ρ_i e área h^2 . Temos forças internas (f_{ij}) atuando entre os pontos materiais i e j , o raio δ que define o horizonte de interação, a posição relativa entre dois pontos (η_{ij}), e Δ que representa a distância entre pontos vizinhos (Patriota, 2018).

As variáveis físicas do problema estão representadas por meio desses pontos, nos quais a Segunda Lei de Newton (Equação 6) é aplicada de forma espacial, utilizando-se a regra de quadratura do ponto médio. Para um ponto ($x_i \in BD$), a equação de movimento que rege a Peridinâmica discretizada é expressa conforme a formulação de Patriota (2018):

Figura 9: Domínio discretizado na Peridinâmica



Fonte: DIAS, BAZANI, PASCHOALINI, BARBANTI, 2017

$$\rho_i \ddot{u}_i = \sum_{j \in F_i} F_{ij} \Delta V_{ij} + b_i \quad (13)$$

Na Equação 13, $\ddot{u}_i$ representa a aceleração, b_i a força ou carregamento externo, F_i o conjunto de índices relacionando com i , e ΔV_{ij} o volume do ponto material j no horizonte do ponto paterial i

Um δ pequeno ira limitar as iterações em uma delimitação local, ficando próximo da teoria da elasticidade clássica. Ja quando possuímos um δ maior, há uma precisão computacional maior sem alta exigência computacional (Patriota, 2018).

O tamanho do horizonte na teoria da Peridinâmica segue a seguinte propoção de malha ou *Mesh Ratio*(Patriota, 2018).

$$d = \frac{\delta}{h} \quad (14)$$

A partir da análise feita fori determinado que quanto maior for essa proporção, tem-se uma precisão maior na vizinhança de raio δ .

$$\begin{cases} 4 < d < 6, & \text{para simulação 2D} \\ 6 < d < 9, & \text{para simulações 3D} \end{cases}$$

Quando escolhemos esse valor, verificamos a convergência de δ , sendo esta descrita em dois modos: δ -convergência, mantendo d fixo e diminuindo δ , aproximando a solução da abordagem local clássica e a d -convergência, mantendo-se δ fixo e aumentando d para solução convergente a solução analítica peridinâmica. Soluções imprecisas podem surgir

caso haja combinações inadequadas de δ e d (Patriota, 2018).

5.2.1 SOLVER: QUASI-STATIC OR DYNAMIC/EXPLICIT

Para realizar as simulações e testes com o programa fornecido por Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), existem dois *solvers*, sendo eles: *QUASE-ESTÁTICO* e *DINÂMICO-EXPLÍCITO*. No caso estudado usaremos o primeiro para estudo de caso.

5.2.2 QUASI-STATIC

A partir do termo $\rho_i \ddot{u}_i$, a Equação 13 tem forma dinâmica. Devido a isso ela não seria aplicável diretamente para casos estáticos ou *quase-estático*. Com intuito de contornar essa situação, aplica-se alguns tratamentos para convergi-lo para uma condição estática em um curto período de tempo. Normalmente, essas técnicas se baseiam na premissa de que a solução estática constitui uma parte do estado estacionário da resposta transitória da solução (Patriota, 2018).

Com essas informações, querendo realizar simulações em estado estacionário, zera-se o termo de inércia $\rho_i \ddot{u}_i$, fazendo a equação governante discretizada, obtém-se (Patriota, 2018):

$$\sum_{j \in F_i} f_{ij} \Delta V_{ij} + b_i = 0 \quad (15)$$

Para uma representação vetorial desta equação, assumindo l e k como graus de liberdade dos primeiros e segundos componentes cartesianos do campo de deslocamento do nó i , temos (Patriota, 2018):

$$0 = \bar{f}_{int} + \bar{b} \quad (16)$$

A partir disso, é possível obter f_{ij1} e f_{ij2} . Ambos irão representar os componentes cartesianos da força de interação f_{ij} . A notação com e sem a sobrelinha diferencia os índices de nó dos graus de liberdade, o que simplifica o tratamento das restrições cinemáticas (Patriota, 2018).

A partir da Equação 16, as componentes l e k de $\bar{f}_{int}$ ficam na forma:

$$\bar{f}_{int,l} = \sum_{i \in F_i} f_{ij,1} \Delta V_{ij}, \quad \bar{f}_{int,k} = \sum_{i \in F_i} f_{ij,2} \Delta V_{ij} \quad (17)$$

Para simular a condição em estado estacionário, o programa adota o *quasi-static implicit time solver*, que se baseia no método de Newton, um procedimento numérico utilizado para estimar as raízes de uma função. Em vez de avançar em intervalos de tempo, as condições de carregamento são ajustadas a cada iteração, gerando uma configuração desbalanceada que resulta em uma solução atualizada para o campo de deslocamento. Assim

como em outros métodos numéricos, o algoritmo deste solver busca a solução do campo de deslocamento que minimiza o residual escalar a cada etapa de carregamento.

Nesse pensamento, em cada etapa de carregamento, o valor de r , possuindo unidade de força, deve ser nulo na solução da Equação 15. Assim, um método iterativo é usado para a esta Equação, aproximando r para um valor menor que r_{ϵ} .

5.2.3 DYNAMIC/EXPLICIT

Para realizar simulações dinâmicas, é empregada uma integração no tempo utilizando um método de diferença central, que adota o esquema de tempo explícito conhecido como *Velocity Verlet*. Este esquema está detalhado no Algoritmo 1 (Patriota, 2018), apresentado no Anexo A.

No programa desenvolvido por Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), que adota um método explícito, o incremento de tempo Δ deve ser suficientemente pequeno para assegurar a estabilidade do sistema. Para isso, é definido um valor crítico para o incremento de tempo:

$$\Delta t_{crit} = \min \left(\sqrt{\frac{2\rho}{\sum_{j \in F_i} C_{ij} \Delta V_{ij}}} \right) \quad (18)$$

Na Equação 11, C_{ij} é o micro-módulo de elasticidade calculado em relação ao vetor de posição relativa: $\xi_{ip} = x_p - x_i$. Em um caso 2D, esta equação é derivada como se segue:

$$C_{ij} = |C_{ij}| C_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (19)$$

Na Equação 18, temos f como uma função de ligação, ou seja, forças internas exercidas entre pares de pontos materiais e η como o deslocamento relativo entre esses. A partir manipulações matemáticas entre Equação 18 e a Equação 12, temos:

$$C(\xi) = \frac{C\omega_{\delta}(|\xi|)}{|\xi|^3} \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_2\xi_1 \\ \xi_1\xi_2 & \xi_2^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Na expressão apresentada, os índices subscritos ξ representam os componentes cartesianos do vetor de ligação, que define a posição relativa inicial. A constante de ligação C , também conhecida como micro-módulo de elasticidade, é indicada por , e pode ser determinada utilizando a Equação 9.

5.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Há três condições de contorno a serem aplicadas no estudo: Restrição de velocidade, restrição de deslocamento e carga externa (Madenci; Oterkus, 2014).

As condições de contorno estão diretamente associadas aos solucionadores ou *solvers*.

Tanto o solver dinâmico quanto o estático utilizam restrições de deslocamento; contudo, o solver dinâmico opera exclusivamente com restrições de velocidade, enquanto o estático lida com o carregamento externo.

5.3.1 RESTRIÇÃO DE DESLOCAMENTO

No código desenvolvido pelo autor, as restrições são aplicadas diretamente nos pontos materiais ou nós, permitindo apenas a prescrição de deslocamentos constantes. Para essa finalidade, é utilizado um vetor que contém os componentes dos deslocamentos em um instante específico de tempo. Esse vetor pode ser representado como:

$$u^{-n}(\Gamma_d) = u_p \quad (21)$$

neste equação, temos que Γ_d representa o conjunto de graus de restrição de liberdade, onde o deslocamento será estabelecido, n é um instante discreto do tempo e u_p é o vetor que contém os deslocamentos definidos.

5.3.2 RESTRIÇÃO DE VELOCIDADE

Este caso é semelhante ao anterior, com a principal diferença de que Γ_V representa o conjunto de graus de liberdade sujeitos a restrição, onde é definida uma velocidade constante. O vetor v_p contém as velocidades prescritas para esse conjunto, enquanto Δt corresponde ao incremento de tempo (Patriota, 2018).

$$u^{-n}(\Gamma_V) = u^{-n-1}(\Gamma_V) + v_p \Delta t \quad (22)$$

A expressão representa o vetor que contém os componentes de deslocamento em Γ_V para um determinado instante discreto de tempo n . Essa relação orienta o funcionamento do *Dynamic/Explicit Solver* e possibilita a inclusão de trincas na simulação.

5.3.3 CARREGAMENTO EXTERNO

As forças de contato externas são aplicadas como forças de tração por unidade de área em rotinas fundamentadas em modelos da mecânica clássica. Por outro lado, na Peridinâmica, as forças de interação entre pontos materiais atuam a distância e, conseqüentemente, não podem ser diretamente impostas na superfície.

Na simulação em questão, essas forças são aproximadas como forças de corpo por unidade de volume, aplicadas em uma camada fina próxima à fronteira. Na Equação 23 apresentada, Ωt denota o conjunto de nós localizados na fronteira do domínio discretizado B_D onde as forças são prescritas, Δx é o comprimento da célula perpendicular à força aplicada na fronteira ou condição de contorno, d representa a razão de malha e $A_{\Omega t} = h^2$.

$$b(X_{\Omega t}) = \frac{T \Delta x}{dA_{\Omega t}} \quad (23)$$

A força de tração (T) representada contém o tenso σ e o vetor unitário normal em relação à superfície N:

$$T = \sigma N \quad (24)$$

5.3.4 BALANÇO DE ENERGIA

Outro aspecto crucial na análise de resultados, tanto sob a perspectiva teórica quanto na implementação numérica, é o balanço de energia. A evolução desse balanço ao longo do tempo é fundamental para avaliar a estabilidade das simulações no programa. A energia total do sistema não pode aumentar e, na ausência de dissipação, deve permanecer constante (Patriota, 2018).

A energia total $E(t^n)$ do sistema ou corpo deformado será a soma da energia cinética $K(t^n)$, potencial $P(t^n)$ e trabalho externo $W^E(t^n)$, sendo esta representada na Equação ??:

$$E(t^n) = K(t^n) + P(t^n) - W^E(t^n) \quad (25)$$

Cada termo destes componentes da equação apresentam a validação no tempo $t^n = n\Delta t$, sendo n o tempo e Δt um incremento de tempo.

As energias potenciais e cinéticas podem são definidas como:

$$P(t^n) = \sum_{i \in B_D} W(x_i, t^n) V_i \quad (26)$$

$$K(t^n) = \frac{1}{2} \sum_{i \in B_D} W(x_i, t^n) V_i \quad (27)$$

Recordando alguns termos presentes nas Equações 26 e 27, V_i representa o volume da célula, B corresponde ao domínio bidimensional discretizado, v_i é o vetor de velocidade associado a cada ponto, e W é a função da densidade de energia de deformação, cuja forma depende do modelo adotado (LBB ou PMB).

Ja o trabalho $W^E(t^n)$ exercido será dependente da condição de contorno aplicada na simulação, influenciando o tipo de *solver* a ser usado. Considerando um carregamento externo e um tempo constante, tem-se a expressão a seguir:

$$W^E(t^n) = \sum_{i \in B_D} b_i u_i^n V_i \quad (28)$$

Quando a condição de contorno envolve a restrição de velocidade, o equacionamento

torna-se mais complexo. Ao prescrever uma velocidade, implicitamente também se prescreve uma força externa, que pode ser expressa e calculada de maneira análoga à Equação 13, destacando o papel do carregamento externo. O trabalho de Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018) aborda essa questão com mais detalhes.

A ideia principal do balanço de energia é que, na ausência de dissipação no sistema, todo o trabalho externo deve ser convertido em aceleração dos pontos e em "deformação" dos mesmos. Isso garante que o balanço de energia total seja igual a zero (T. V. B. Patriota, 2018):

$$E(t) = 0, \quad \forall t \in [0, t_{final}] \quad (29)$$

Agora, se possuir dissipação:

$$\frac{dE}{dt} < 0, \quad (30)$$

5.4 MODELOS CONSTITUTIVOS IMPLEMENTADOS

"No trabalho de Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), são apresentadas diversas opções para a implementação de modelos constitutivos em simulações. Esses modelos têm como objetivo calcular a densidade das forças internas f_{int} e a densidade de energia de deformação W . Para os resultados apresentados neste estudo, foram considerados e utilizados apenas dois modelos: o Linearized Bond-based Model (LBB) e o Prototype Micro Brittle Model (PMB)."

5.4.1 LINEARIZED BOND-BASED MODEL

Este é o modelo mais simples utilizado no trabalho de Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), sendo uma versão linearizada do modelo subsequente (*Prototype Micro Brittle Model*), porém sem a inclusão de dano. A questão da relação entre o modelo de dano e sua aplicação nas simulações será discutida em outra seção. Neste modelo, o cálculo da densidade das forças internas é descrito pela Equação 31.

$$f_{int}(x_i, u) = \sum_{j \in F_i} C_{LBB} \omega(\xi_{ij}) \frac{\xi_{ij} \otimes \xi_{ij}}{|\xi_{ij}|^2} \eta_{ij} \Delta V_{ij} \quad (31)$$

Na Equação 31 $\otimes$ refere-se ao produto dos tensores ξ_{ij} e C_{LBB} é o micro-modulo de elasticidade, sendo calculado na forma:

$$C_{LBB} = \frac{6E}{m} \quad (32)$$

Nesta Equação 32, E é o módulo de Young do material escolhido e m será o termo referente a volume ponderado.

A densidade de energia de deformação é definida como:

$$W_{LBB}(x_i) = \frac{1}{4} \sum_{j \in F_i} C_{LBB} \frac{\omega_\delta}{|\xi_{ij}|} (|\xi_{ij}|)(\eta_{ij}\xi_{ij})^2 \Delta V_{ij} \quad (33)$$

5.4.2 PROTOTYPE MICRO BRITTLE MODEL (PMB)

Com este modelo, já é possível realizar simulações que incluem a adição de dano ou uma trinca inicial. Isso é viabilizado pela introdução de uma função binária, também conhecida como fator de dano (Patriota, 2018):

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \leq S_c, \\ 0, & x \geq S_c \end{cases} \quad (34)$$

Nesta equação, surge novamente um termo importante, que é o valor crítico de deslocamento entre dois pontos. Pode-se observar uma semelhança entre a Equação 34 e a Equação 12, apresentada nos Fundamentos Teóricos, ambas descrevendo uma função relacionada às forças internas exercidas entre os pares de pontos materiais. No modelo PMB, a função que descreve a densidade das forças internas é calculada da seguinte forma:

$$f_{int}(x_i) = \sum_{j \in F_i} C_{PMB} \omega_\delta (|\xi_{ij}|) \mu(S_{ij,max}) \frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|} e_{ij} \Delta V_{ij} \quad (35)$$

Na Equação 35, o micro-módulo de elasticidade do modelo, C_{PMB} , é calculado da mesma forma que no modelo anterior, conforme mostrado na Equação 32. Os outros dois termos novos da expressão são o vetor unitário na direção da ligação deformada:

$$e_{ij} = \frac{(\xi_{ij} + \eta_{ij})}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \quad (36)$$

$S_{ij,max}$ é o estiramento ou alongamento máxima entre os nós i e j na simulação. A densidade de energia de deformação é dada por:

$$W_{PMB}(x_i) = \frac{1}{4} \sum_{j \in F_i} C_{PMB} \omega_\delta (|\xi_{ij}|) \mu(S_{ij,mass}) \left(\frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|} \right)^2 |\xi_{ij}| \Delta V_{ij} \quad (37)$$

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 SIMULAÇÃO INICIAL SEM TRINCA

Serão apresentadas duas simulações referentes a uma placa de $1000 \times 250 \text{ mm}$, sendo esta uma análise bidimensional devido a limitações do código usado. O corpo de estudo

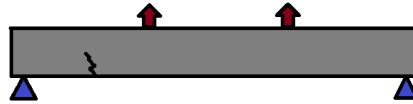
Tabela 1: Propriedades do soda-lime glass

Propriedades	Valor
Módulo de Young E (GPa)	72
Densidade ρ (kgm^{-3})	2440
Coefficiente de Poisson	0.3
Energia Crítica de Fratura (Jm^{-2})	3.8

Fonte: PATRIOTA, 2018

está fixado em dois pontos fixos nas extremidades e sujeito a duas forças aplicadas como ilustrado na Figura 10.

Figura 10: Corpo de prova sem dano



Fonte: Elaborado pelo autor

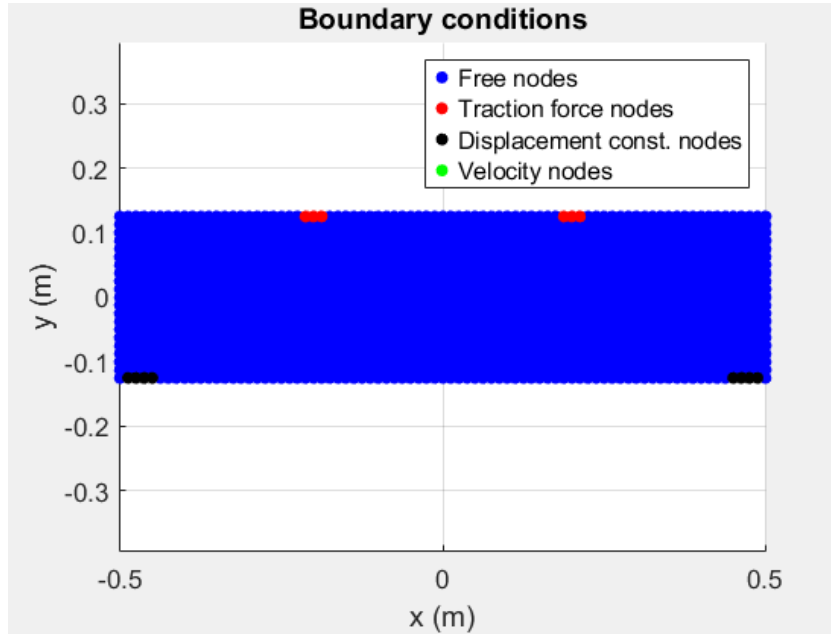
Para realização mais fidedigna a realidade, utilizou-se o material soda-lime glass, visto que seus parâmetros já são conhecidos. A Tabela 1 a seguir contém as informações necessárias deste material.

Os parâmetros Peridinâmicos utilizados foram: horizonte δ de 50mm e razão de malha d igual a 4. Este horizonte, quando comparado com o tamanho do corpo, apresenta uma malha grosseira, mas por razões computacionais foi o escolhido.

Já para o *solver Dynamic/Explicit* optou-se por um incremento de tempo de $1\mu s$ e tempo final de simulação de $450\mu s$.

A Figura 11 a seguir mostra as condições de contorno para o corpo de prova, sendo estes os pontos de apoio, aplicação de força e os tipos de nós (Azul: Nós livres, Vermelho: Carregamento externo, Preto: Nós restritos e Verde: Nós de velocidade)

Figura 11: Condições de contorno no corpo de prova

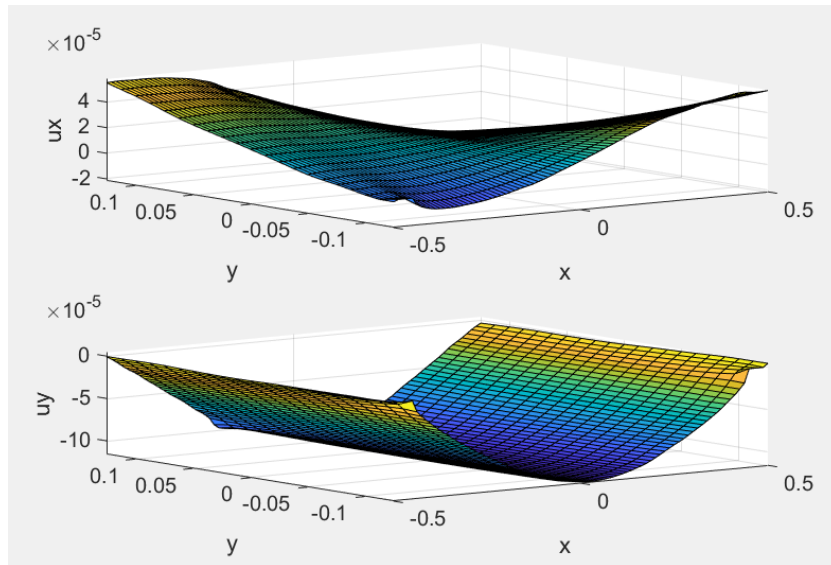


Fonte: Elaborado pelo autor

Devido ao método utilizado, se fossemos restringir a velocidade o programa não seria executado corretamente.

A Figura 12 a seguir nos mostra como ocorreram os deslocamentos cartesianos nos eixos a partir de uma tensão nominal de $\delta = 9MPa$.

Figura 12: Campo de deslocamento do eixo cartesiano



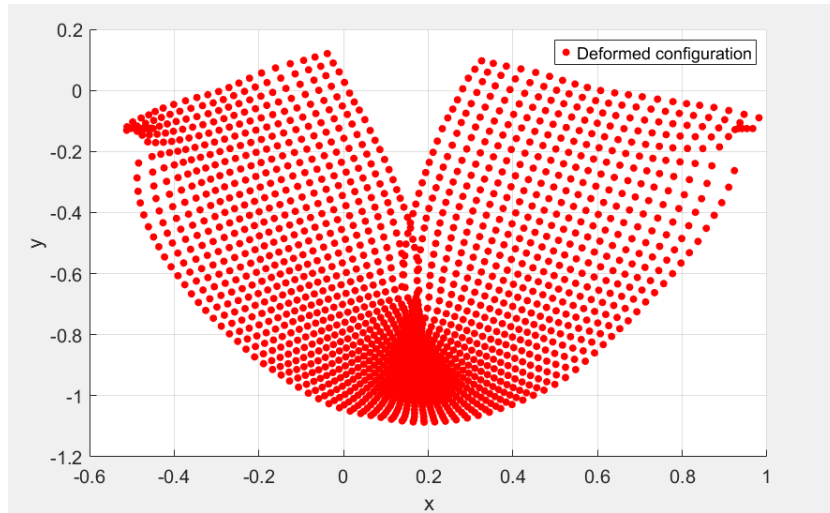
Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico do campo, temos um deslocamento máximo no eixo x de $\bar{u}_x = 5.5 \times 10^{-5}$ m, notando que há diminuição ao se aproximar dos pontos fixados no corpo até um

deslocamento nulo no centro. Para o eixo y, teremos seu deslocamento máximo na parte central de x de $\bar{u}_y = 1.13 \times 10^{-4}$ m.

Na Figura 13 tem-se o gráfico representando a malha estudada após exercida as forças externas no componente. Esta dispersão dos pontos evidencia como esta sendo a deformação resultante. Nas extremidades temos um maior afastamento dos nós quando comparado com o centro, isto evidencia a questão dos deslocamentos mostrados na Figura 12.

Figura 13: Dispersão dos pontos de malha após aplicação dos esforços externos

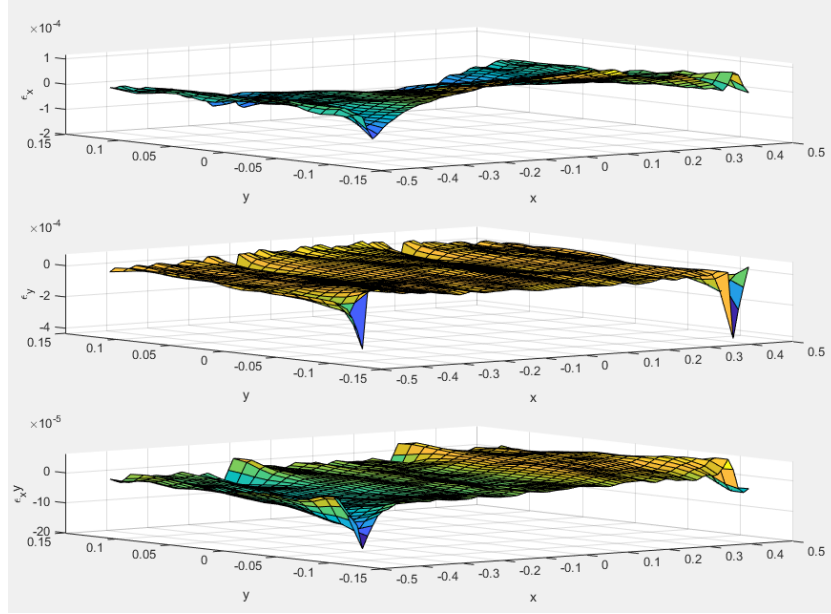


Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dessa imagem nota-se pontos com maior dispersão para $y = 0.13$. Nesta análise podemos tirar a informação de que na região onde estão localizados os pontos fixos esta deformação diminui. Dessa forma o gráfico nos mostra que a deformação máxima foi no ponto $[x,y] = [0.04, 0.13]$.

Atrelado a Figura 12, temos o gráfico da Figura 14. Nesta tem-se três gráficos com deformação de y em x.

Figura 14: Deformação adimensional

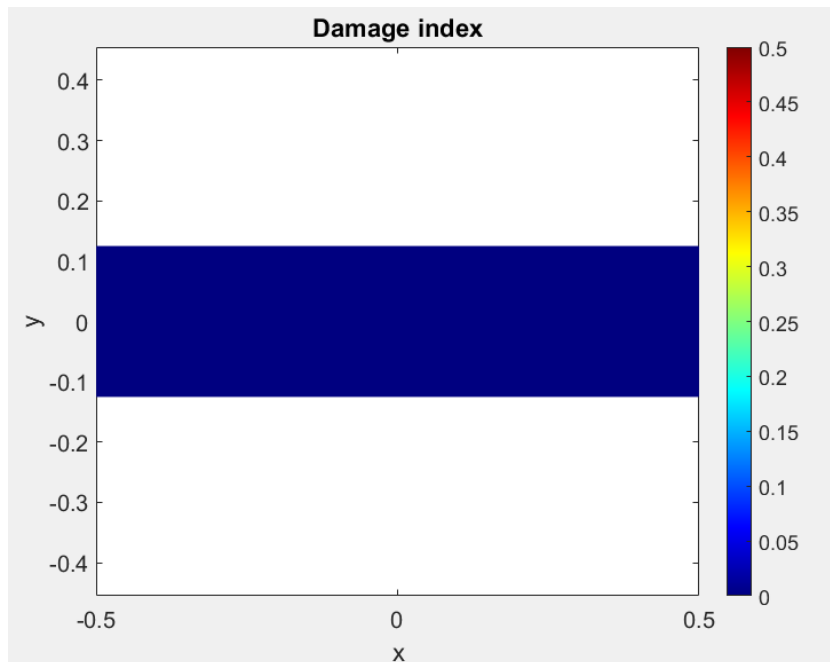


Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme mostrado neste gráfico, teremos as deformações máximas do eixo x e y , sendo estes: $\epsilon_x = 1.452 \times 10^{-4}$ e $\epsilon_y = 4.653 \times 10^{-4}$. Já o último traz a informação da deformação de cisalhamento com seu valor máximo de $\epsilon_{xy} = 1.521 \times 10^{-4}$.

A Figura 15 apresenta o índice de dano na placa, mas como o primeiro caso de estudo não o considera, temos um gráfico sem valores representativos.

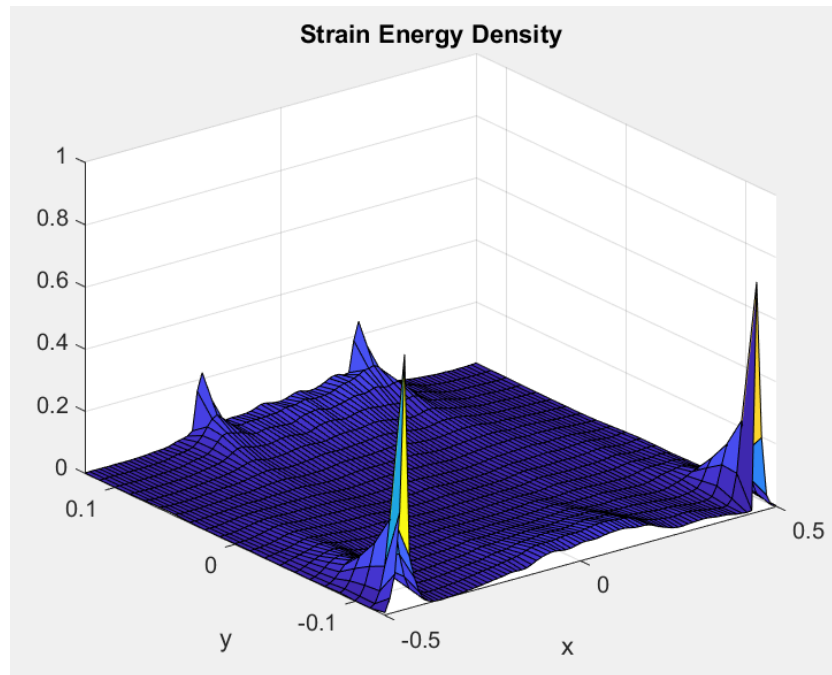
Figura 15: Índice de dano



Fonte: Elaborado pelo autor

Pela Figura 16, temos a representação da energia de deformação que assemelha-se ao gráfico de deformação adimensional relacionando o eixo y . Ao analisar este gráfico podemos concluir que esta de acordo com os resultados esperados, pois a energia de deformação é proporcional ao deslocamento relativo. Para este caso houve um valor máximo de densidade de energia de deformação de 0,83. Com esse valor pode-se concluir que o trabalho esta de acordo com os deslocamentos gerados.

Figura 16: Densidade de energia de deformação

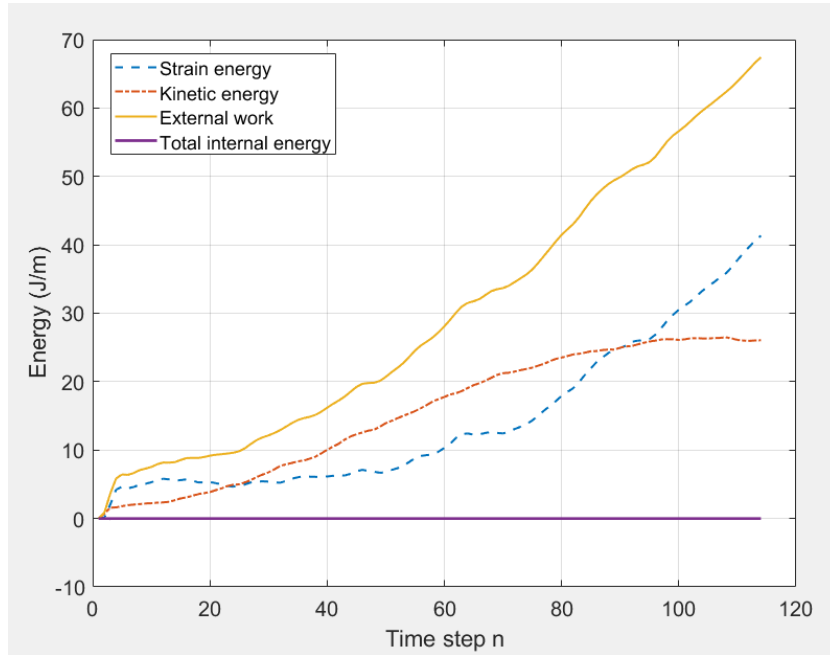


Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, a Figura 17 nos mostra como o balanço de energia se comportará ao longo de todo o tempo em que há esforços atuantes. Energia de deformação e trabalho externo são os dois casos em que a curva aumenta parabolicamente, sugerindo uma energia inicialmente mais baixa devido ao fato de o material ainda estar em um estado compacto, com alta resistência e sem deformações significativas, mas esta aumenta ao ponto que o material cede. Já a energia cinética apresenta um crescimento seguido de uma estabilidade.

Estes dados nos mostram que o modelo apresenta uma fidelidade com a realidade representando como a energia se comporta ao longo do processo.

Figura 17: Balanço de energia

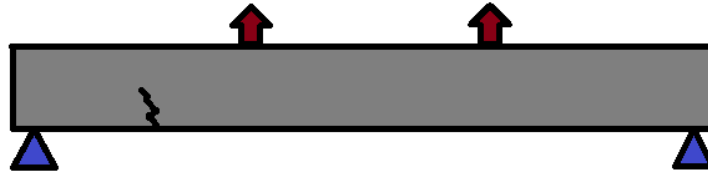


Fonte: Elaborado pelo autor

6.2 SIMULAÇÃO INICIAL COM TRINCA

Neste estudo todos os parâmetros Peridinômicos foram mantidos, assim como as condições de contorno do material em questão. Agora o intuito é analisar comportamento deste corpo ao apresentar um dano inicial. Para que fosse possível esta análise foi ativada a variável `damage.damageOn = true` no código `experiment_template`. Na linha deste programa onde temos `damage.crackIn` define-se os pontos onde a trinca irá iniciar e terminar a fim de delimita-la. A Figura 18 ilustra a condição que queremos estudar.

Figura 18: Corpo de prova com dano

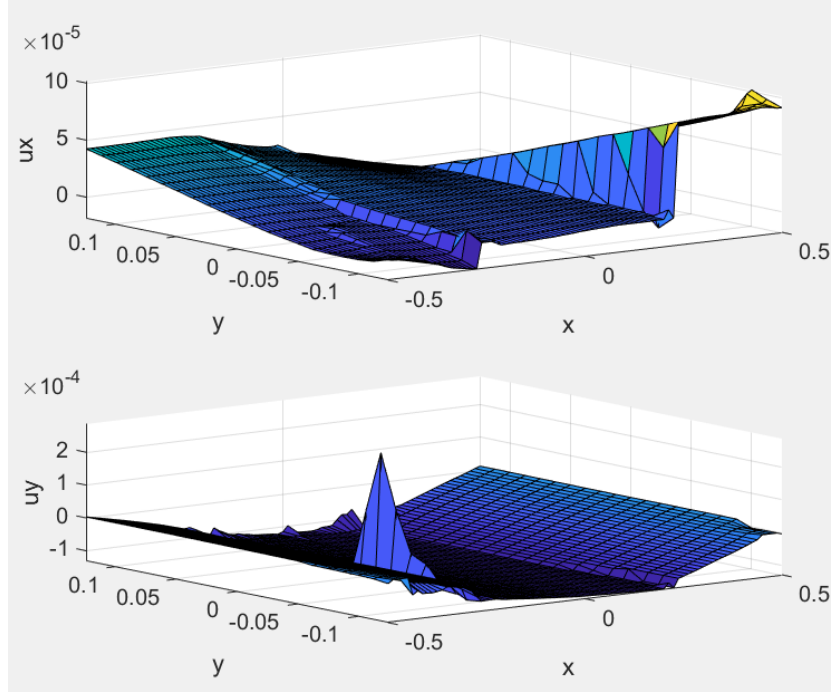


Fonte: Elaborado pelo autor

A trinca ilustrada nesta imagem tem posicionamento em $x = 0.25m$ e a trinca possui um comprimento na vertical de $y = 70mm$.

A Figura 19 apresenta o campo de deslocamento assim como apresetnado na Figura 12.

Figura 19: Campo de deslocamento com presença de trinca

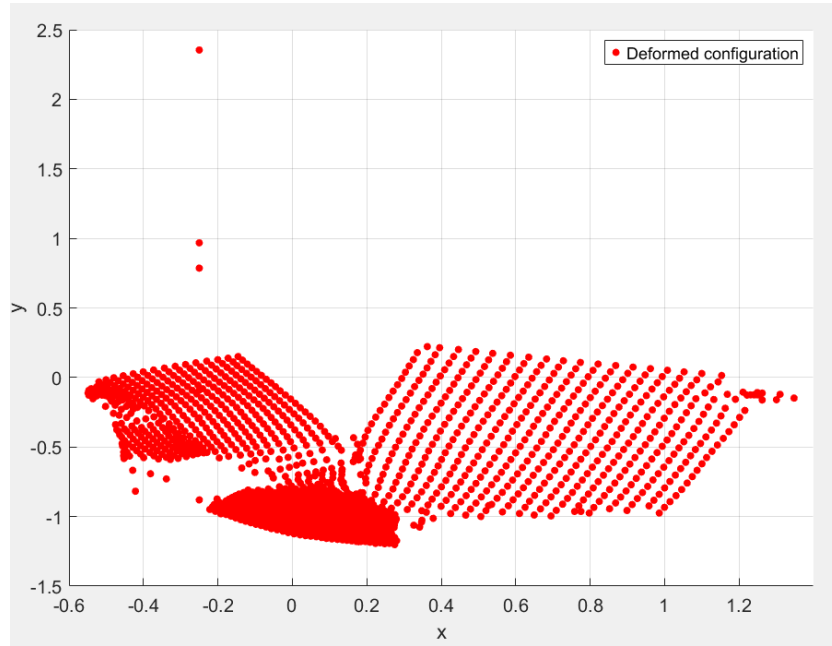


Fonte: Elaborado pelo autor

Neste caso temos deslocamentos máximos para as duas extremidades da placa, sendo $\bar{u}_{x1} = 4.22 \times 10^{-5}\text{m}$ na posição com presença da trinca e $\bar{u}_{x2} = 1.01 \times 10^{-4}\text{m}$ na região à direita. Já para o eixo y , temos $\bar{u}_{y1} = 2.85 \times 10^{-4}\text{m}$ no local sobre a trinca e $\bar{u}_{y2} = 1.28 \times 10^{-4}\text{m}$ fora da trinca. Com os dados apresentados temos que as trincas tem capacidade de influenciar não só a área em que se localiza, mas também áreas mais afastadas.

A seguir temos a malha após a ruptura advinda da trinca inicial, demonstrada na Figura 20.

Figura 20: Dispersão dos pontos de malha após aplicação dos esforços externos com trinca



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao observar a imagem nota-se que na região a esquerda temos a fratura resultante da presença da trinca (rompeu no exatamento no local) e com isso as forças já não atuam mais. Já na parte direita o corpo permanece sob pressão. Pelo comportamento ilustrado, conclui-se que a trinca gerou a ruptura por comprometer a resistência do corpo de prova.

O gráfico de deformação adimensional do eixo cartesiano será mostrado na Figura 21. Assim como no gráfico sem trinca, temos dos componentes de deformação ex , ey e exy .

Observa-se uma maior deformação onde não há presença de trincas, diferente do que apresentado no gráfico sem dano inicial.

Para $ex1 = 1.04 \times 10^{-3}$ e $ex2 = 3.21 \times 10^{-3}$, temos os pontos $x = -0.275$ e $x = 0.275$. No eixo y obteve-se $ey1 = 1.55 \times 10^{-2}$ e $ey2 = 1.12 \times 10^{-3}$. Por fim, no terceiro registrou-se $exy1 = 6.94 \times 10^{-3}$ e $exy2 = 1.76 \times 10^{-3}$.

Os gráficos nos mostram que as maiores deformações ocorrem onde os esforços externos são aplicados, já os menores valores estão representando a região próxima a fratura.

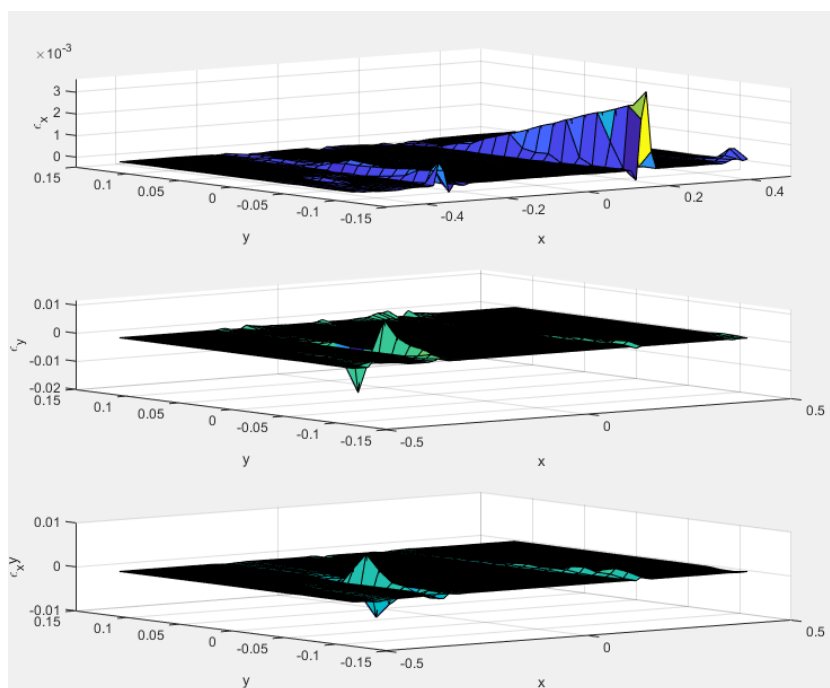
A próxima Figura 22 nos mostra como foi o comportamento da propagação da trinca nesta placa:

No local onde há trinca podemos notar como esta se propagou até o esforço externo aplicado, diferente do lado direito da imagem que seguiu o padrão do carregamento.

Isso comprova que onde há trincas, a chance desta se propagar é muito alta quando aplicado algum tipo de esforço externo.

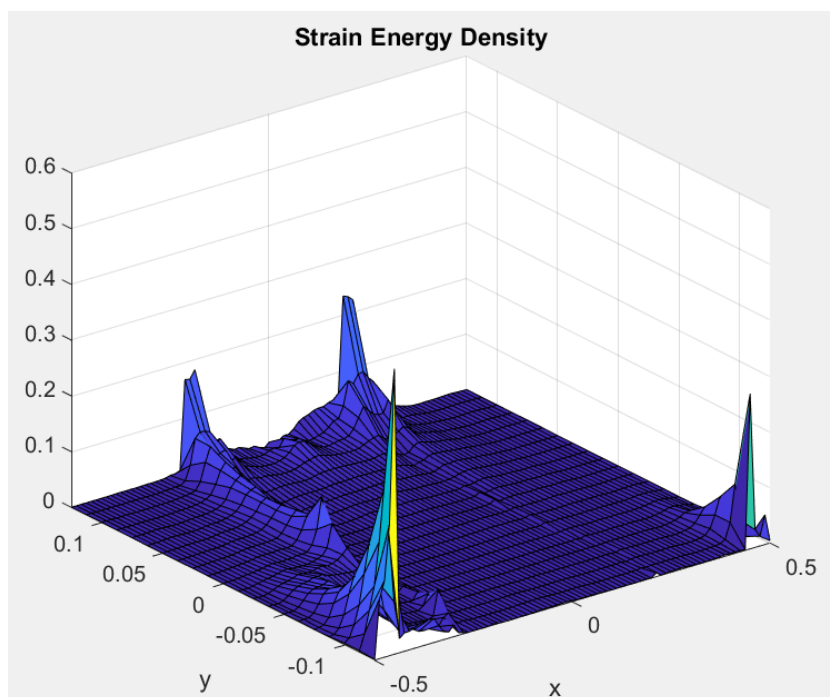
Outra mudança observada foi na Figura 23 abaixo:

Figura 21: Deformação adimensional com trinca



Fonte: Elaborado pelo autor

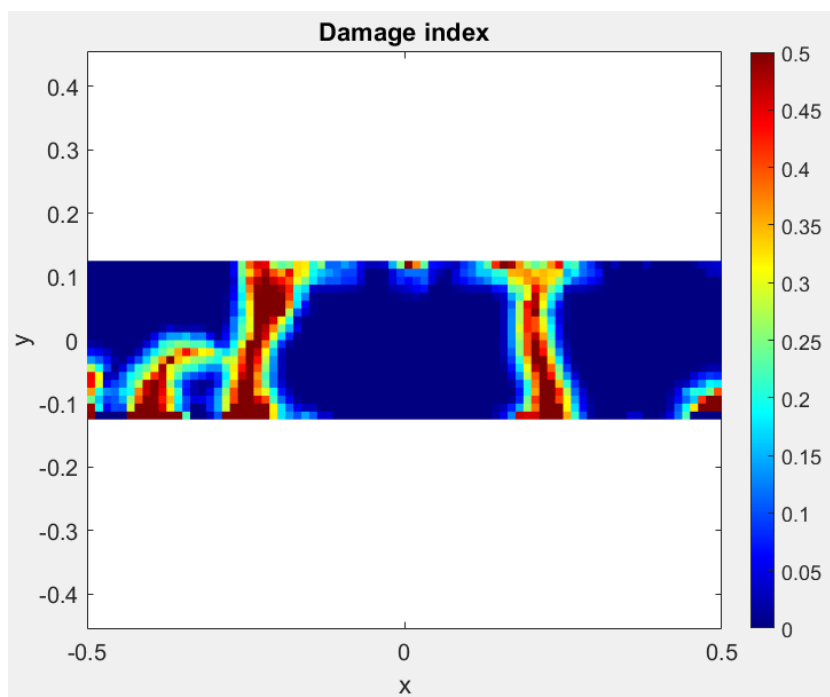
Figura 23: Densidade de energia de deformação com trinca



Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores do gráfico, quando comparados com o da Figura 16, são menores. Na análise sem trinca foi constatado uma densidade de 0,83, mas quando colocou-se a trinca este

Figura 22: Índice de dano com trinca



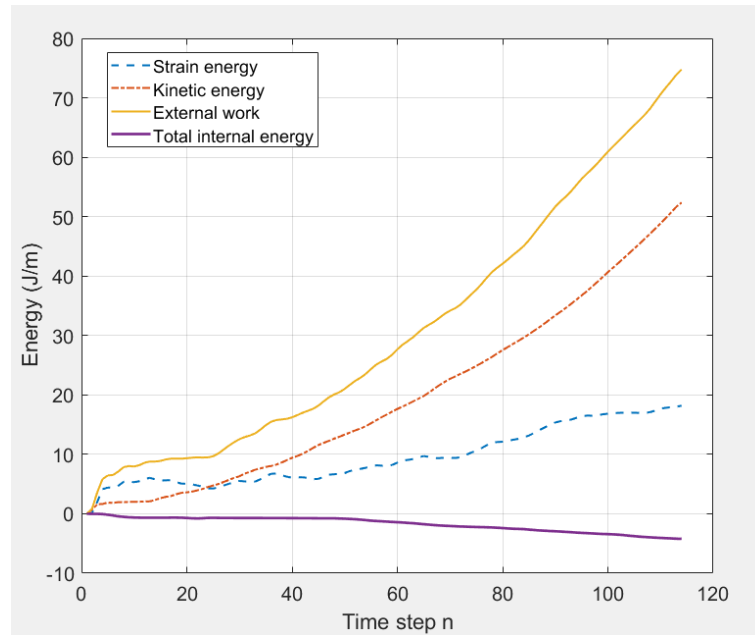
Fonte: Elaborado pelo autor

valor caiu para 0,51, um valor de 38,5%.

A trinca gera pontos de concentração de tensão, modificando a distribuição da energia de deformação e resultando em densidades de energia reduzidas nas regiões adjacentes. Esse fenômeno evidencia a importância de se considerar descontinuidades no material ao avaliar a integridade estrutural, uma vez que essas falhas influenciam de maneira significativa a distribuição de tensões e a capacidade do material de absorver e dissipar energia.

Por fim, temos a Figura 24 que representa o balanço de energia com a trinca:

Figura 24: Balanço de energia com trinca



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao notar a energia interna total desse sistema conclui-se que há dissipação de energia. Seu valor negativo demonstra que existe nucleação e propagação de trinca, assim como mostra a teoria estudada.

Pode-se observar também que a energia de deformação diminuiu, comparado com o que foi mostrado na Figura 17, isto é explicado devido a ruptura do corpo, o que faz a distribuição de tensões mudar, e assim, menor será a densidade energética deste material.

A energia cinética é outra característica que mudou, aumentando seu valor quando comparada com o corpo sem dano. De maneira similar à primeira simulação, o trabalho externo se eleva conforme o material reage à força imposta. Esse aumento no trabalho externo provoca deslocamentos que indicam um crescimento da energia cinética, gerando curvas com comportamentos semelhantes.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo a validação do método Peridinâmico para utilização investigativa na propagação de trincas e consequentemente uma melhor aplicação de métodos de manutenção.

Ao utilizar o código em MATLAB fornecido por Patriota (2018), foi possível entender melhor como uma trinca influencia na distribuição de tensões, e, desta forma, na ruptura de estruturas. Os métodos utilizados foram *dynamic/explicit* e *BPM*. A partir destes a análise do comportamento de uma trinca foi satisfatório quando comparou-se o caso com e sem dano inicial. Estes resultados foram categóricos quando atrelados aos conceitos teóricos observados na literatura base.

Algumas dificuldades surgiram durante a realização deste estudo: Primeiro foi necessário entender o código criado por Túlio V. B. Patriota e como cada função interagiu entre si. Em segundo a questão da limitação de material, uma vez que faltam análises experimentais para que possamos determinar a energia crítica de deformação G_0 e assim não limitar-se apenas ao *soda-lime glass* e aumentar a aplicabilidade do modelo em diversos setores industriais.

8 REFERÊNCIAS

A. C. Gonçalves and M. A. Bazani, UTILIZAÇÃO DA PERIDINÂMICA COMO FERRAMENTA DE MANUTENÇÃO PREDITIVA PARA ACOMPANHAMENTO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Unesp, Ilha Solteira, 2018.

A. M. Vinha, Análise do Método Peridinâmico como potencial ferramenta de Manutenção Preventiva, trincas - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Unesp, Ilha Solteira, 2022.

E. Madenci and E. Oterkus, Peridybamic Theory and Its Applications, Springer, New York, 2014.

J. P. Dias, M.A. Bazani, A.T. Paschoalini, L. Barbanti, A Review of Crack Propagation Modeling using Peridynamics, Springer, New York, 2017.

T. V. B. Patriota, Numerical investigation of damage models in two dimensional peridynamics using MATLAB. 2018. 174 f. Tese (Mestrado de ciências em Engenharia Mecânica) – Politecnico di Milano, School of Industrial and Information Engineering, 2018.