



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

**Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá**

**HUGO LEME VARAJÃO PALAZZO**

**AVALIAÇÃO DE MOMENTOS FLETORES EM ESTRUTURAS DE FUNDAÇÃO  
TIPO RADIER EM CONCRETO ARMADO**

Guaratinguetá

2012

HUGO LEME VARAJÃO PALAZZO

AVALIAÇÃO DE MOMENTOS FLETORES EM ESTRUTURAS DE FUNDAÇÃO TIPO  
RADIÉR EM CONCRETO ARMADO

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Wanderley Terni

Guaratinguetá

2012

P155a	<p>Palazzo, Hugo Leme Varajão</p> <p>Avaliação de momentos fletores em estruturas de fundação tipo radier em concreto armado / Hugo Leme Varajão Palazzo – Guaratinguetá : [s.n], 2012</p> <p>46 f.</p> <p>Bibliografia : f. 36</p> <p>Trabalho de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012</p> <p>Orientador: Prof . Dr. Antonio Wanderley Terni</p> <p>Co orientador: Prof. Dr. Yzumi Taguti</p> <p>1. Estruturas 2. Concreto armado I.Título</p> <p style="text-align: right;">CDU 624.012.4</p>
-------	---

**unesp**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

Campus de Guaratinguetá

**ESTUDO DE MOMENTOS FLETORES EM ESTRUTURAS DE FUNDAÇÃO  
RADIAR EM CONCRETO ARMADO**

**HUGO LEME VARAJÃO PALAZZO**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE  
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
"GRADUADO EM ENGENHARIA CIVIL"

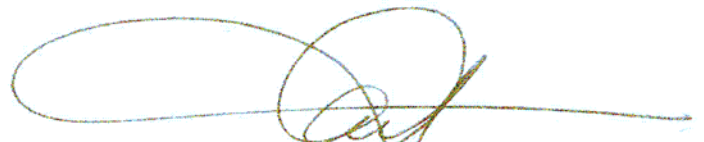
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Prof. Dr. YZUMI TAGUTI

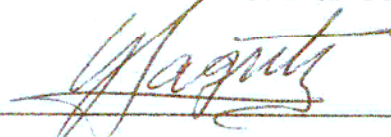
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Dr. ANTÔNIO WANDERLEY TERNI

Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. YZUMI TAGUTI

UNESP-FEG

## **DADOS CURRICULARES**

### **HUGO LEME VARAJÃO PALAZZO**

NASCIMENTO	10.11.1986 – CRUZEIRO / SP
FILIAÇÃO	Marcos Venício Palazzo Maria Lúcia Leme Varajão Palazzo
2007/2008	Curso de Graduação em Engenharia Civil, na Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista.
2008/2012	Curso de Graduação em Engenharia Civil, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

## **DEDICATÓRIA**

de modo especial, à minha namorada Aline, grande companheira e incentivadora para conclusão deste trabalho, e à minha família, Marcos, Maria Lúcia, Mateus e Breno.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos.

ao meu orientador, Prof. Dr. Antônio Wanderley Terni que sempre me incentivou, sua ausência impossibilitaria este trabalho.

aos meus pais Marcos e Maria Lúcia, que mesmo passando por diversas dificuldades, sempre me incentivaram e me deram força nos estudos.

à minha namorada Aline, que com grande paciência, inteligência e carinho muito me ajudou a atingir meus principais objetivos.

aos meus irmãos e amigos por estarem sempre me divertindo e compartilhando momentos de muita alegria.

**PALAZZO, H. L. V. Avaliação de momentos fletores em estruturas de fundação tipo radier em concreto armado.** 2012. 46 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

## **RESUMO**

Neste trabalho aborda-se o estudo de momentos fletores em fundações tipo radier em concreto armado, visando considerar a comparação destes momentos entre uma teoria de placas analítica e uma simulação numérica computacional. Ressaltam-se os detalhamentos dos estudos da teoria analítica bem como o processo, passo a passo, de um programa que tem como base o método dos elementos finitos. A teoria de placas tem grande importância no estudo de raders e toma como base algumas hipóteses fundamentais, onde a superfície média da placa é considerada plana e indeformável, os pontos que estão normais ao plano médio permanecem normais após a flexão, e a tensão normal transversal ao plano médio é desconsiderada, devido sua intensidade irrelevante perante as demais. Os programas computacionais oferecem bons resultados quando aplicados de maneira correta, resolvendo inúmeras funções em um pequeno intervalo de tempo. Tem-se como objetivo ressaltar a importância dos momentos fletores, seus pontos de máximo e mínimo, a fim de realizar um bom dimensionamento de armadura para uma estrutura em concreto armado. Além disso, pode propiciar uma economia de aço nas regiões menos solicitadas, antes dimensionadas para uma carga distribuída em toda a superfície da placa, de mesma intensidade.

**PALAVRAS-CHAVE:** Momento fletor. Flecha de uma placa. Estrutura de fundação tipo radier.

PALAZZO, H. L. V. **The study of bending moments in slab foundations in a reinforced concrete.** 2012. 46 f. Graduate Work (Graduation in Civil Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

### **ABSTRACT**

It aims the comparison of these moments between an analytical plates theory and a computational numerical simulation. It is accented the details of studies about analytical theory as well the process, step by step, of a program that has as an influence the method of finite elements. The theory of plates has an extremely importance when it is talked about slabs and it takes as a base some fundamental hypotheses (that the middle point of the plate is considered flat and under formable) the points that are normal in relation to the middle surface is not considered because of its intensity that is irrelevant in comparison to the rest. The computational programs offer good results when they are applied in a correct way and, it resolves numerous functions in a short period of time. The objective is to highlight the importance of bending moments, its points of maximum and minimum, that has the objective of realize a good reinforcement sizing for a reinforced concrete. Furthermore, it can propitiate an economy in places that is demanded a small quantity of steel, before dimensioned for a load that is distributed in all the surface of the plate, at the same intensity.

**KEYWORDS:** Bending moments. Arrow of plate. Slab foundation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pendente da superfície média na direção do eixo $x$ .....	14
Figura 2 – Vista superior da direção $an$ no plano $xy$ .....	15
Figura 3 – Distribuição uniforme de momentos fletores positivos.....	17
Figura 4 – Elemento isolado da placa.....	18
Figura 5 – Momentos fletores, torsões e esforços cortantes em dois planos.....	19
Figura 6 – Momentos positivos no plano médio.....	20
Figura 7 – Forças positivas no plano médio.....	20
Figura 8 – Diagrama do coeficiente de recalque.....	23
Figura 9 – Carga distribuída sobre retângulo hachurado.....	24
Figura 10 – Página inicial do ELPLA 9.1.....	26
Figura 11 – Definições de variações do subsolo.....	27
Figura 12 – Tipos e dimensões do radier.....	28
Figura 13 – Escolha do tipo de malha.....	29
Figura 14 – Dimensionamento da malha.....	30
Figura 15 – Definições das propriedades do solo.....	31
Figura 16 – Definições das propriedades da fundação.....	32
Figura 17 – $f_{ck}$ , $f_{yk}$ e cobrimento.....	32
Figura 18 – Locação da parede.....	33
Figura 19 – Locação do pilar.....	34
Figura 20 – Malha com os carregamentos criados.....	35

## LISTA DE SÍMBOLOS

$w$  deslocamento perpendicular ao plano médio

$t_x$  raio de giração

$r_x$  raio de curvatura

$M_x$  momento fletor

$M_{xy}$  momento torsor

$z$  distância do elemento à superfície média

$\varepsilon_x$  deformação longitudinal

$D$  rigidez da placa a flexão

$Q_x$  esforço cortante

$q$  carga distribuída

$\nu$  coeficiente de Poisson

$k$  coeficiente de recalque

$f_{ck}$  resistência característica à compressão do concreto

$f_{yk}$  resistência característica ao escoamento do aço

$k_s$  coeficiente de recalque do subsolo

$q_s$  capacidade última de suporte de carga

$E_{cs}$  módulo de elasticidade secante do concreto

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1</b>	<b>Flexão pura de placas.....</b>	<b>13</b>
<b>2.2</b>	<b>Relação entre momentos fletores e curvaturas na flexão pura de placas.....</b>	<b>16</b>
<b>2.3</b>	<b>Equação diferencial da deformada.....</b>	<b>18</b>
<b>2.4</b>	<b>Condições de contorno.....</b>	<b>21</b>
<b>2.5</b>	<b>Placas sobre base elástica.....</b>	<b>22</b>
<b>2.6</b>	<b>Placa retangular parcialmente carregada.....</b>	<b>23</b>
<b>2.7</b>	<b>Simulação computacional.....</b>	<b>25</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>36</b>
	<b>ANEXO A.....</b>	<b>37</b>
	<b>ANEXO B.....</b>	<b>38</b>
	<b>ANEXO C.....</b>	<b>39</b>
	<b>ANEXO D.....</b>	<b>40</b>
	<b>ANEXO E.....</b>	<b>41</b>
	<b>ANEXO F.....</b>	<b>42</b>
	<b>ANEXO G.....</b>	<b>43</b>
	<b>ANEXO H.....</b>	<b>44</b>
	<b>ANEXO I.....</b>	<b>45</b>
	<b>ANEXO J.....</b>	<b>46</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No estudo de Teoria de Placas, as propriedades de flexão dependem principalmente da espessura da placa analisada, podendo assim ser divididas em três grupos: placas finas com pequenas flechas, placas finas com grandes flechas e placas grossas.

Neste trabalho foi tomado como base uma estrutura de fundação cujo nome é radier, onde uma de suas dimensões(espessura) é de ordem muito inferior as outras duas(largura e comprimento). O radier é uma estrutura de fundação rasa que consiste em uma placa contínua em toda área da construção, como se fosse uma laje apoiada no terreno, com o objetivo de distribuir a carga em toda superfície. Geralmente feito em concreto armado, com armadura de aço nas duas direções, tanto na parte superior como na parte inferior(armadura dupla) e sendo simplesmente apoiado no solo, o radier transmite as cargas nele atuantes para o terreno. Seu uso é indicado para solos fracos e cuja espessura da camada é profunda.

Ao executar o radier de forma planejada e eficiente, algumas vantagens são relevantes mediante outros tipos de fundação, tais como:

- Economia: redução de custos podendo chegar a 30%;
- Agilidade: maior velocidade na execução;
- Praticidade: redução na mão de obra;
- Satisfação: posicionamento das paredes a critério do cliente;
- Elimina escavação;
- Elimina viga baldrame;
- Elimina contra-piso.

Para entender o princípio básico do funcionamento de um radier, deve-se levar em consideração um solo muito úmido. Se você pisar neste solo, certamente seu pé irá afundar, porém, se for colocado uma chapa de metal ou até mesmo de madeira, você poderá pisar tranquilamente, pois esta chapa, que neste estudo seria a nossa placa, irá distribuir a carga aplicada de modo que a chapa não afunde.

Como as flechas obtidas nos radiers são pequenas em relação a sua espessura, observa-se que estas estruturas se enquadram no primeiro grupo citado acima, placas finas com pequenas flechas, que levam em conta algumas hipóteses fundamentais que serão detalhadas mais adiante, como:

- Não há deformação no plano médio da placa;
- Os pontos situados em uma normal ao plano médio da placa permanecem normais ao plano médio após a flexão da placa;
- Não são consideradas as tensões normais transversais a placa, pois são irrelevantes quando comparadas as tensões normais.

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 Flexão pura de placas

Ao estudar as pequenas flechas de uma placa, deve-se inicialmente considerar um plano  $xy$  antes da flexão, denominado *plano médio*. Durante a flexão da placa, partículas que se encontravam no plano  $xy$  sofrem pequenos deslocamentos perpendiculares a este representados por  $w$ . A sucessão destes deslocamentos  $w$  irão compor a flecha da placa.

Se é considerado um plano normal a placa paralelo ao plano  $xz$ , conforme Figura 1, consegue-se obter o raio de giração segundo ao eixo  $x$  através de:

$$i_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

e igualmente para um plano normal a placa paralelo ao plano  $yz$ , temos:

$$i_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2)$$

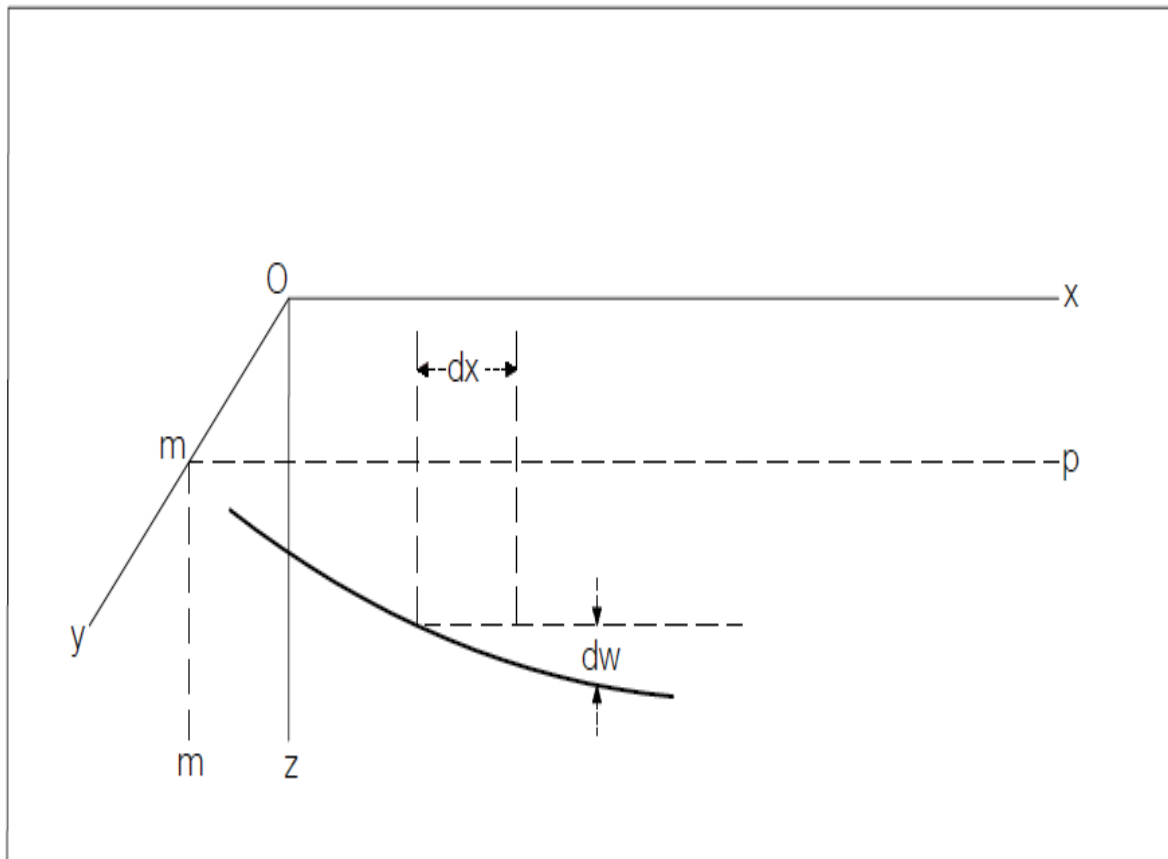


Figura 1 – Pendente da superfície média na direção do eixo  $x$  (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Agora, se for tomada uma direção qualquer ( $an$ ) no plano  $xy$ , e sendo  $\alpha$  o ângulo que esta direção faz com o eixo  $x$ , a diferença entre as flechas de dois pontos próximos conforme Figura 2 resulta na seguinte equação:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial w}{\partial y} \sin \alpha \quad (3)$$

que é a pendente correspondente ao ângulo  $\alpha$ .

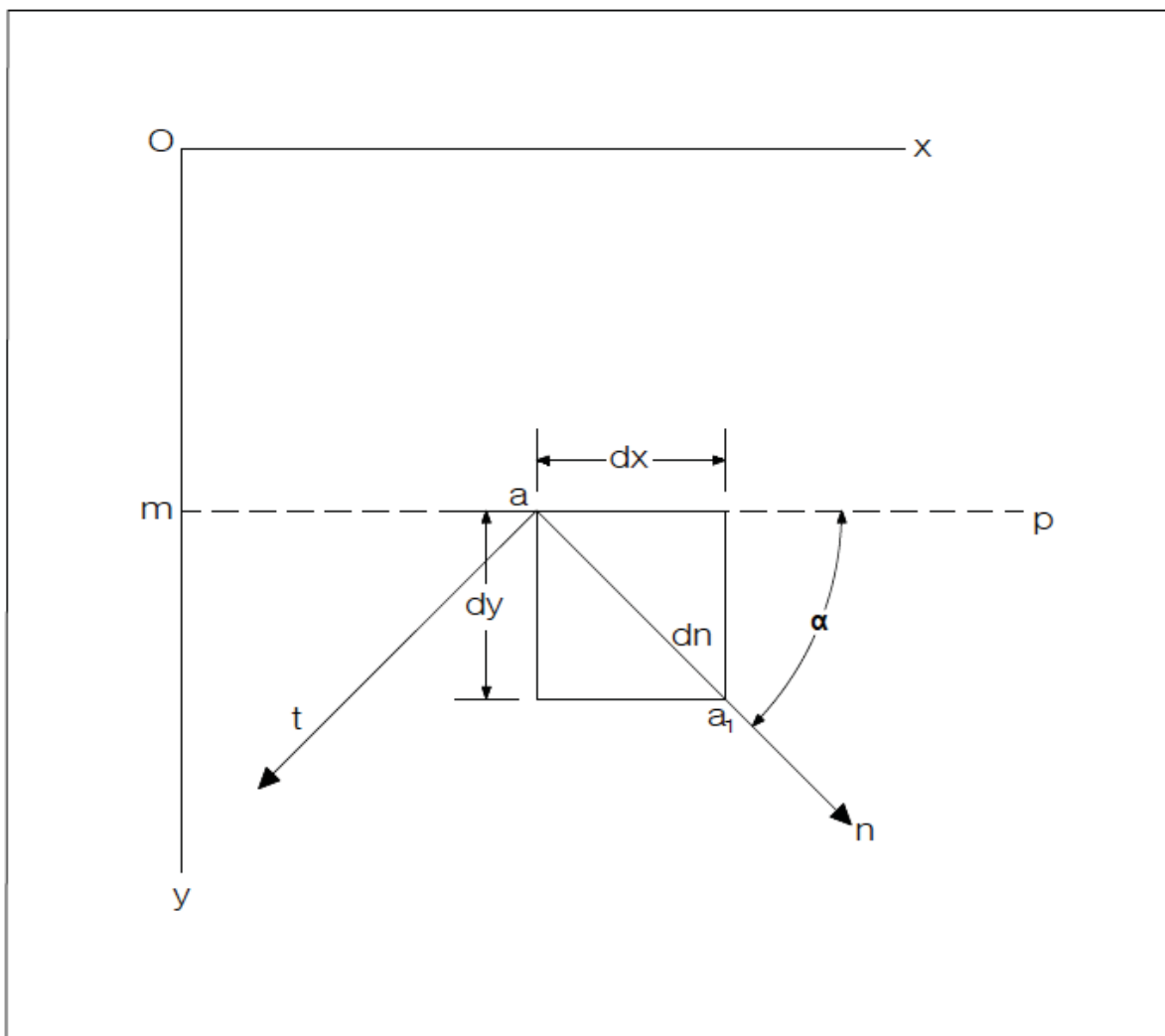


Figura 2 – Vista superior da direção  $an$  no plano  $xy$  (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Para determinar a curvatura da superfície de uma placa, considera-se que a tangente do ângulo da flecha com o plano  $xy$  é igual para todas as pendentes, já que as flechas são muito pequenas e elevando-as ao quadrado seriam praticamente desprezíveis. Sendo assim, a curvatura de uma superfície em um plano paralelo ao plano  $xz$  é igual a:

$$\frac{1}{r_x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

e da mesma forma para o plano  $yz$ :

$$\frac{1}{r_y} = - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) = - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (5)$$

o sinal negativo é justificado pela derivada segunda de  $w$  em relação aos respectivos eixos. Considera-se a curvatura positiva se a superfície for convexa para baixo. Estas equações são idênticas as de uma viga flexionada, relacionando a curvatura com a flecha.

Para a curvatura de superfície média segundo uma direção qualquer( $an$ ) tem-se:

$$\frac{1}{r_n} = - \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial w}{\partial n} \right) = - \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} \quad (6)$$

e arranjando a equação (3) com a equação (6) chega-se no seguinte resultado:

$$\frac{1}{r_n} = \frac{1}{r_x} \cos^2 \alpha - \frac{1}{r_{xy}} \sin 2\alpha + \frac{1}{r_y} \sin^2 \alpha \quad (7)$$

onde se vê que pode-se calcular a curvatura em uma direção  $an$ , se é conhecido suas curvaturas e sua torção em determinado ponto. A torção toma como referência os dois eixos e é representada pela fórmula abaixo:

$$\frac{1}{r_{xy}} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (8)$$

## 2.2 Relação entre momentos fletores e curvaturas na flexão pura de placas

Para se obter bons resultados na flexão de barras prismáticas, que neste caso seria uma retangular(radier), considera-se a hipótese de que as seções transversais da placa permanecem planas durante a flexão e apenas giram de modo a estar sempre normais a superfície média, como dito anteriormente. A combinação da flexão em duas direções perpendiculares nos leva a flexão pura de placas. O termo “pura” é utilizado sempre quando desprezamos o esforço cortante.

A Figura 3 apresenta a distribuição uniforme dos momentos fletores em uma placa retangular, sendo os eixos  $x$  e  $y$  dois dos bordos da placa. Também é possível observar na Figura 3 os sentidos positivos dos momentos, que são aqueles que produzem compressão na superfície superior da placa e tração na superfície inferior. Os momentos fletores  $M_x$  atuam no bordo paralelo ao eixo  $y$  e os momentos fletores  $M_y$  atuam no bordo paralelo ao eixo  $x$ .

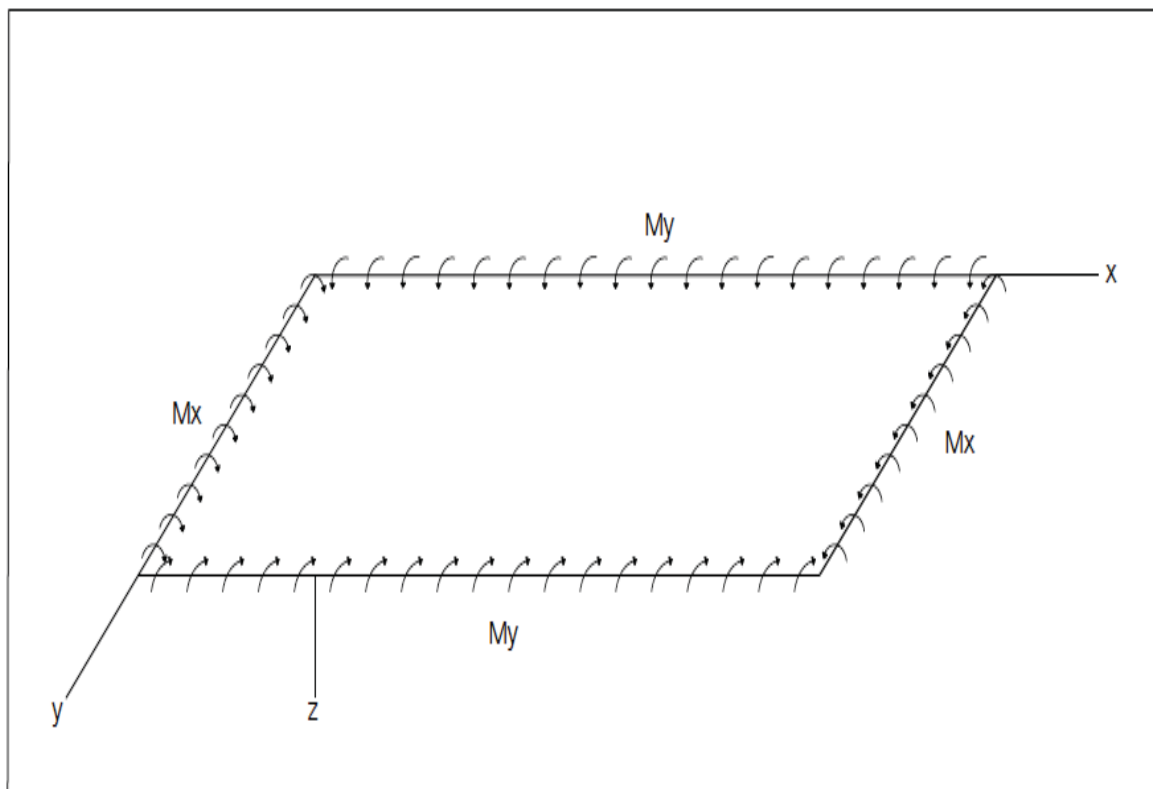


Figura 3 – Distribuição uniforme de momentos fletores positivos (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Ao considerar um elemento de superfície da Figura 3, na qual sua espessura é pequena demais comparado com as outras dimensões e que suas seções  $xz$  e  $yz$  permanecem planas na flexão, ou seja, apenas giram de modo a manterem-se normais a superfície média, pode-se concluir que a superfície média não sofre nenhuma variação de dimensão.

Este elemento citado acima é ilustrado na Figura 4, onde nele é considerado um plano  $abcd$  paralelo a superfície média e distante de  $z$  da mesma. Através deste elemento consegue-se descobrir as deformações longitudinais com respeito aos eixos  $x$  e  $y$  dividindo a distância  $z$  pelo seu respectivo raio de curvatura:

$$\epsilon_x = \frac{z}{r_x} \quad \text{e} \quad \epsilon_y = \frac{z}{r_y} \quad (9)$$

como a carga que atua na placa é normal a superfície e as flechas são muito pequenas quando comparadas com a espessura, pode-se desprezar as deformações no plano médio da placa considerando que os bordos estejam livres para se movimentar. As condições de bordo serão esclarecidas mais adiante.

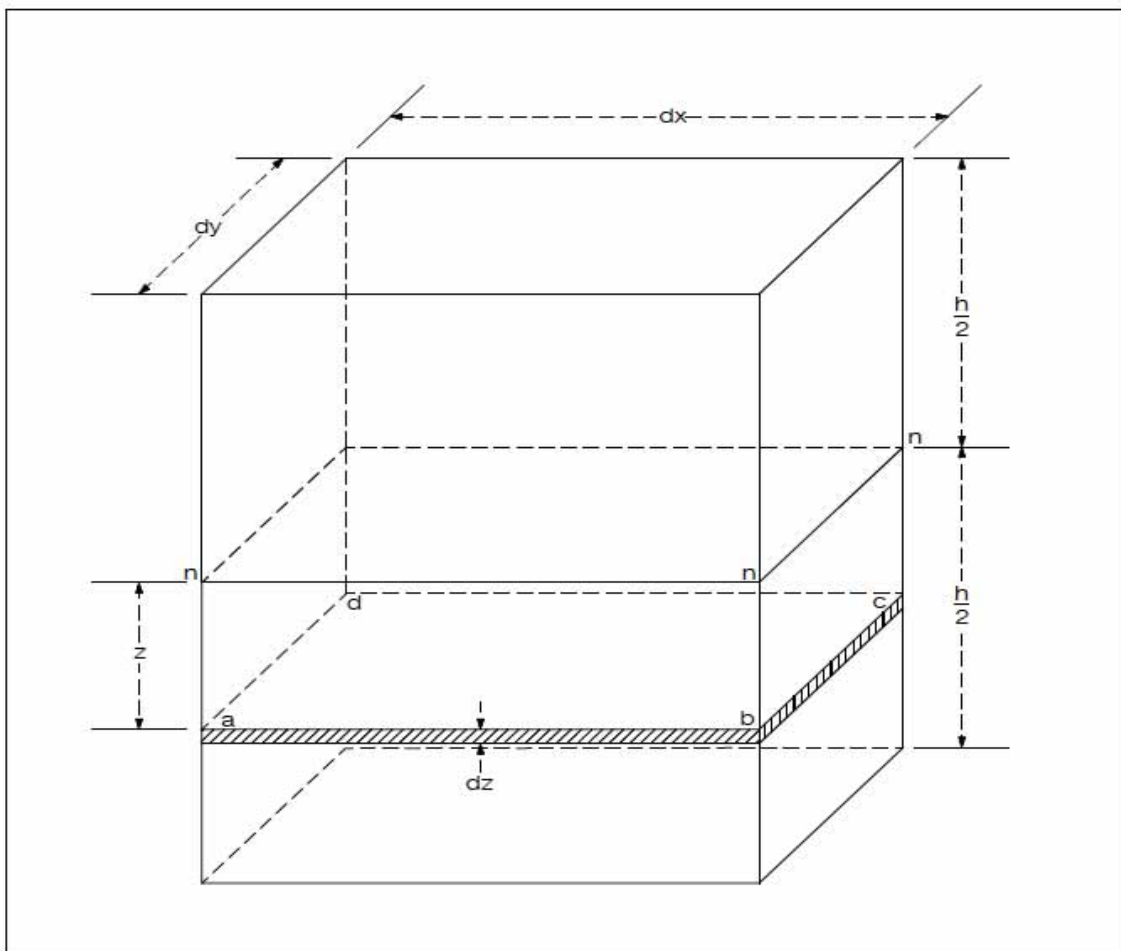


Figura 4 – Elemento isolado da placa (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Ainda na Figura 4, as tensões normais distribuídas nos planos  $xz$  e  $yz$  do elemento podem ser reduzidas a pares de forças, cujos valores são os mesmos dos momentos externos  $M_x$  e  $M_y$ :

$$M_x = D \left( \frac{1}{r_x} + \nu \frac{1}{r_y} \right) = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

$$M_y = D \left( \frac{1}{r_y} + \nu \frac{1}{r_x} \right) = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (11)$$

onde  $D$  representa a rigidez da placa a flexão, e é dada por:

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (12)$$

### 2.3 Equação diferencial da deformada

Voltando a considerar um elemento da placa, com o plano médio  $xy$  e o eixo  $z$  perpendicular a este plano, a Figura 5 nos mostra que além dos momentos fletores e momentos torsores considerados na flexão pura de placas, existem esforços cortantes verticais que atuam nas faces do elemento. Estes esforços são dados por:

$$Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} dz \quad Q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz \quad (13)$$

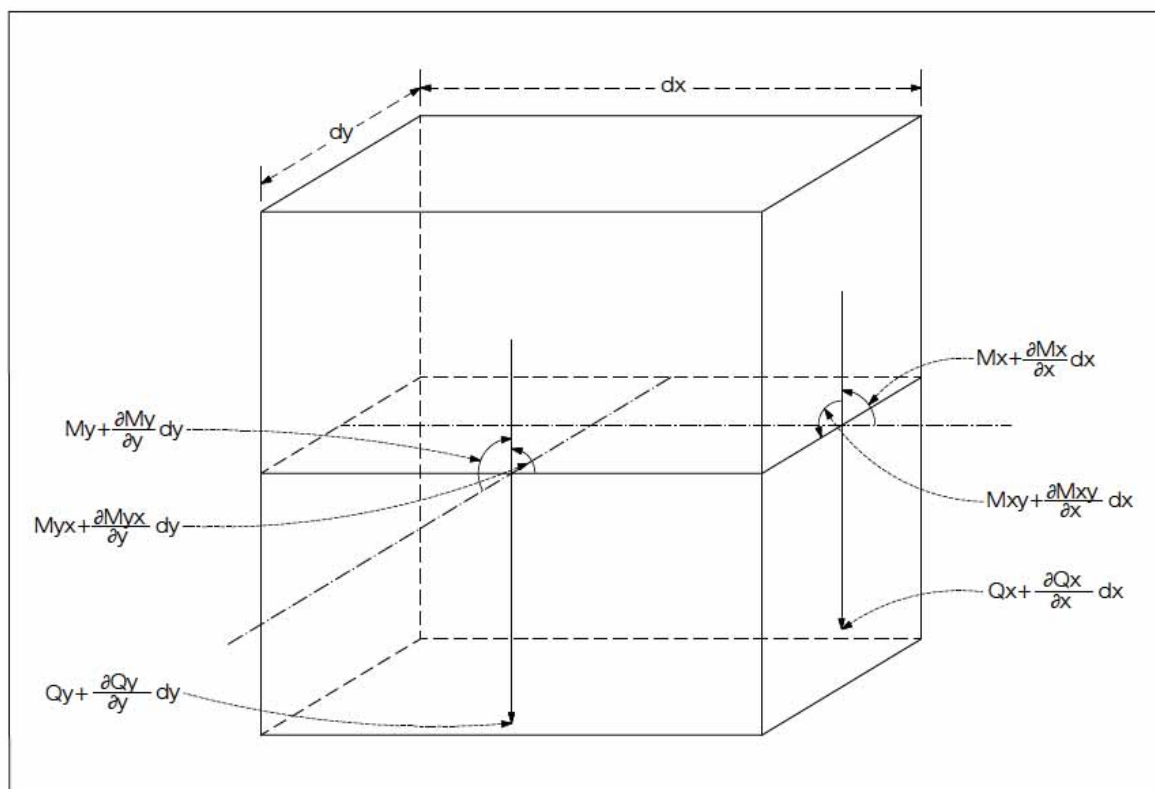


Figura 5 – Momentos fletores, torsores e esforços cortantes em dois planos (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

A Figura 6 e a Figura 7 representadas mais adiante nos mostram que os momentos e os esforços cortantes são funções das coordenadas  $x$  e  $y$ , assim como suas respectivas divisões elementares  $dx$  e  $dy$ . As direções observadas fazem referência aos sinais positivos dos esforços, afim de manter o equilíbrio do elemento. Também é considerado uma carga distribuída  $q$  atuando na superfície superior da placa, cujo valor da carga que atua no elemento das Figura 6 e Figura 7 é dado por  $qdx dy$ .

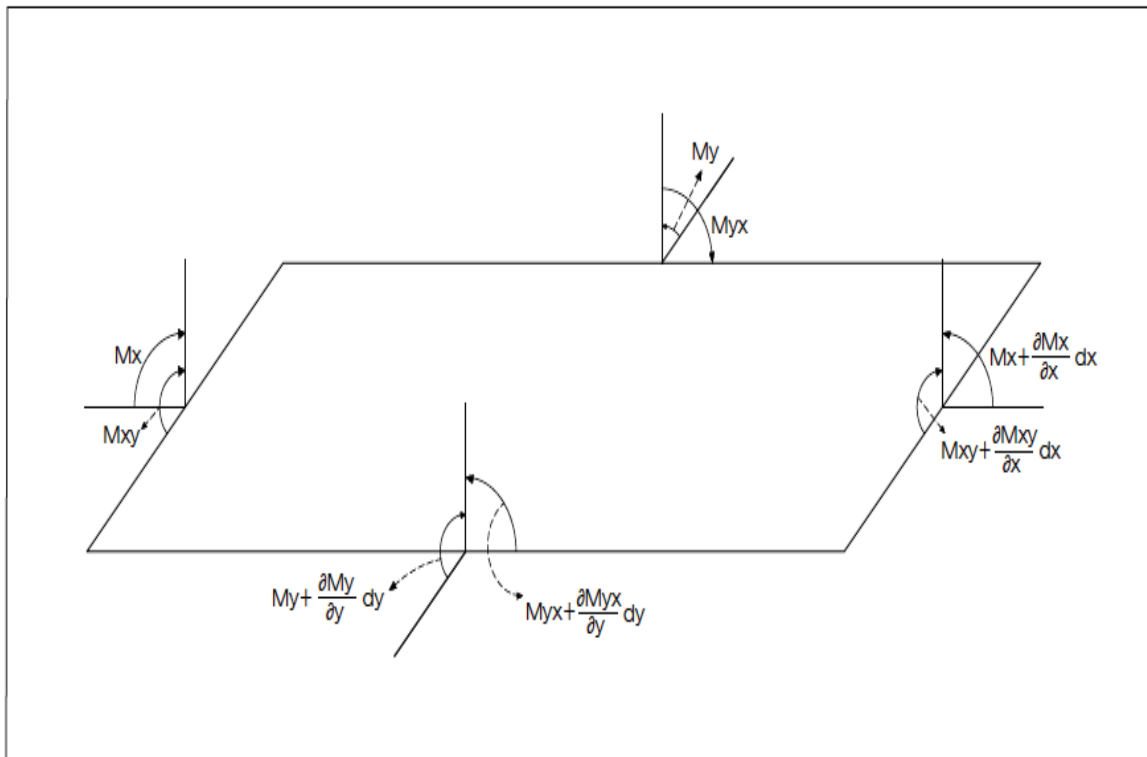


Figura 6 – Momentos positivos no plano médio (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

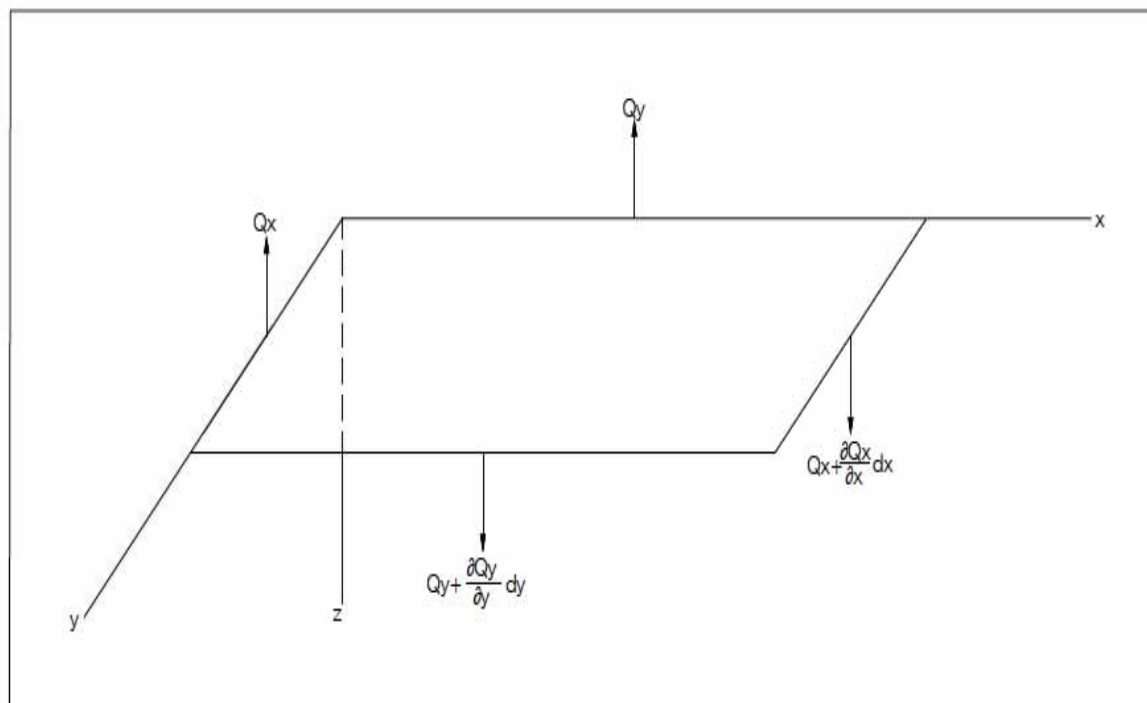


Figura 7 – Forças positivas no plano médio (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Projetando as forças que atuam no elemento representado anteriormente no eixo  $z$ , se obtém a seguinte equação de equilíbrio:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \quad (14)$$

Agora considerando todos os esforços que atuam sobre os eixos  $x$  e  $y$  neste elemento, chegam-se nas seguintes equações, respectivamente:

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0 \quad \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (15)$$

Considerando que não existem forças nos sentidos de  $x$  e de  $y$  nem momentos com relação ao eixo  $z$ , consegue-se então o equilíbrio do elemento. Isolando  $Q_x$  e  $Q_y$  nas equações (15) e posteriormente os substituindo na equação (14) obtém-se o resultado a seguir:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q \quad (16)$$

Para chegar ao objeto principal do estudo em questão, devem-se considerar as flechas  $w$  da placa na equação (16). Sendo assim, são aceitas as hipóteses em que se desprezam os esforços cortantes  $Q_x$  e  $Q_y$  e também a tensão  $\sigma_z$  devido a carga  $q$ .

Utilizando as equações (10) e (11) e considerando que:

$$M_{xy} = -M_{yx} = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (17)$$

chega-se a equação abaixo, que através de sua integração consegue-se resolver o problema de flexão de placas para baixas cargas transversais:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (18)$$

## 2.4 Condições de contorno

Primeiramente leva-se em conta neste estudo placas retangulares, aos quais dois de seus bordos coincidem com os eixos  $x$  e  $y$ . Existem três tipos de condições, bordo engastado, bordo simplesmente apoiado e bordo livre, onde cada uma delas possuem características

próprias. Para entender melhor estas condições, foi considerado um bordo  $a$  que coincide com o eixo  $x$ .

Se o bordo da placa está engastado, obviamente não existe flecha  $w$  ao longo deste bordo e também percebe-se que sua tangente coincide com o plano médio. Portanto as condições de contorno para este caso são:

$$(w)_{x=a} = 0 \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=a} = 0 \quad (19)$$

Se o bordo da placa está simplesmente apoiado, a flecha  $w$  ao longo deste bordo também deve ser nula, e como ele pode girar livremente não existem momentos fletores. Para este caso as condições são:

$$(w)_{x=a} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{x=a} = 0 \quad (20)$$

Se o bordo da placa está livre, logicamente não existem momentos fletores nem esforços cortantes nem momentos torsões atuantes neste bordo. Então as condições de contorno são:

$$(M_x)_{x=a} = 0 \quad (M_{xy})_{x=a} = 0 \quad (Q_x)_{x=a} = 0 \quad (21)$$

porém, Kirchhoff provou que três condições de contorno são excessivas, sendo duas suficientes para a completa determinação das flechas  $w$  que satisfazem a Equação 18. Sendo assim, o momento torsor se une ao esforço cortante para que existam apenas duas condições de contorno.

## 2.5 Placas sobre base elástica

Uma placa carregada transversalmente, por uma carga qualquer, pode se apoiar sobre uma base elástica, como por exemplo uma pista de aterrizagem ou uma estrada em concreto armado. A base por sua vez recebe reações pequenas do terreno em que está se apoiando, sendo proporcional as flechas que a placa possui quando submetida a flexão, e com intensidade  $kw$ . Esta reação possui um *coeficiente de recalque*  $k$ , expresso em quilogramas por centímetro cúbico.

O valor numérico do coeficiente depende em grande parte das propriedades do terreno de apoio, que no caso de uma fundação rasa do tipo radier, com grande extensão, pode ser estimado através da Figura 8:

Modulo K en Kg / cm						
3	4	5	6	7	8	9
Características del suelo como cemento, sub-base o base						
Cimiento muy malo	Cimiento malo	Cimiento de aceptable a bueno	Cimiento Excelente	Buena sub-base	Buena base	Base opti.
G = Grava S = Arena M - Arena muy fina, limo C = Arcilla F = Finos, particulas inferiores a 0,1 mm O = Orgánico W = Bien graduado	P = Mal graduado L = Compresibilidad baja o media H = Compresibilidad alta				GW GC	
				GP		
				GF		
				SW		
				SP		
				SF		
CH		ML				
OH		CL				
		OL				
MH						

Figura 8 – Diagrama do coeficiente de recalque (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

Pode-se dizer então que a superfície inferior da placa está carregada com reações elásticas do solo, que se subtraem a carga distribuída aplicada na superfície superior, chegando assim na seguinte expressão:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q - kw}{D} \tag{22}$$

### 2.6 Placa retangular parcialmente carregada

Considerando um elemento retangular(*prst*) de uma placa, com a zona hachurada de lados *u* e *v*, indicados na Figura 9, sujeito a flexão simétrica, devido uma carga *q* uniformemente distribuída, observa-se que ele se desenvolve através de uma série que representa a carga atuante no elemento. Esta série é descrita da seguinte forma:

$$\frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \int_{\frac{1}{2(a-u)}}^{\frac{1}{2(a+w)}} q \text{sen} \frac{m\pi \xi}{a} d\xi = \frac{4q}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(m-1)}{2}}}{m} \text{sen} \frac{m\pi u}{2a} \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \tag{23}$$

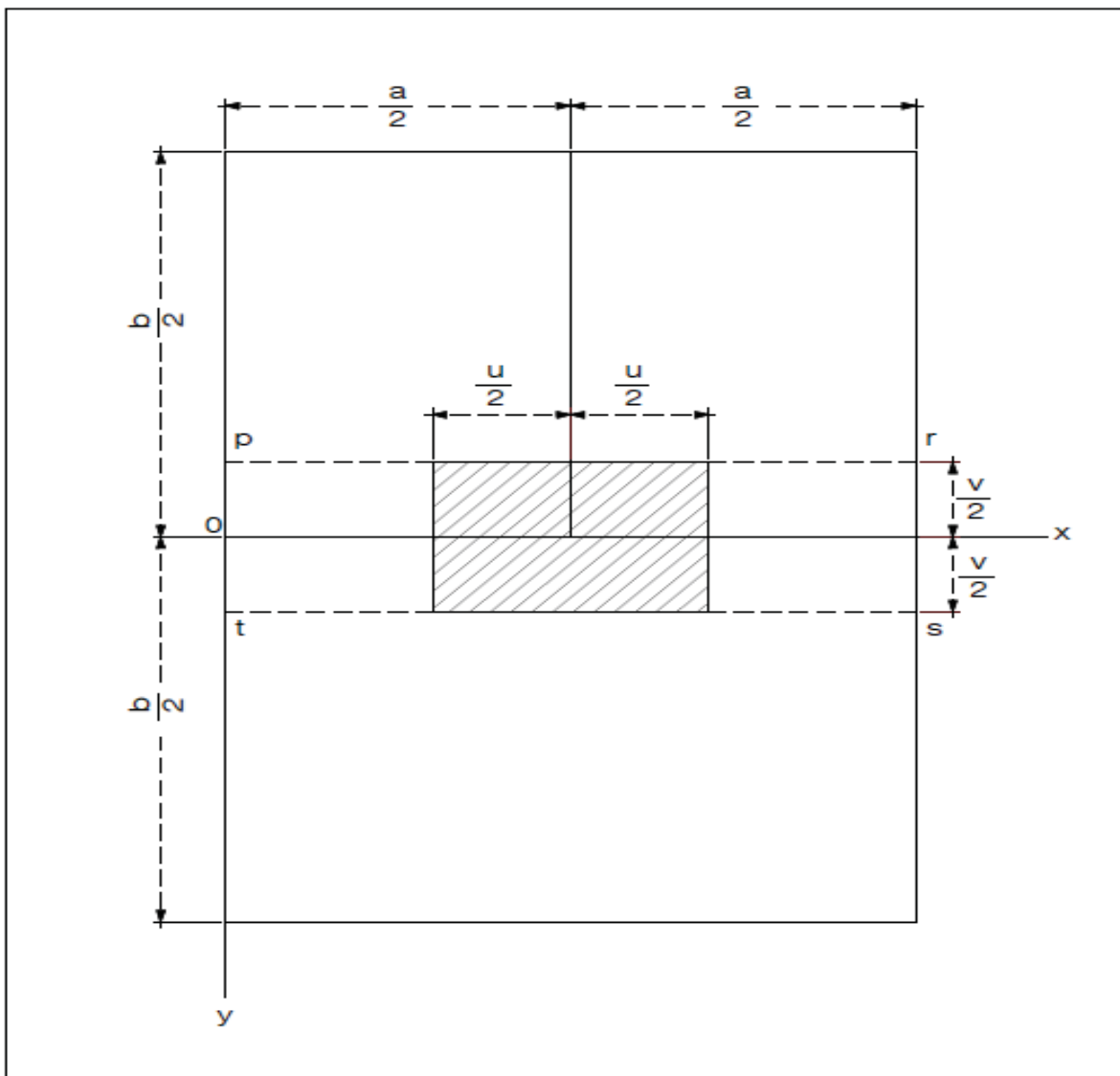


Figura 9 – Carga distribuída sobre retângulo hachurado (TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS, 1975).

e a flecha da placa correspondente a zona  $prst$  é obtida através de:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{4q}{\pi D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(m-1)}{2}}}{m} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (24)$$

Sendo a flecha decomposta em duas direções, temos:

$$w = w_1 + w_2 \quad (25)$$

onde  $w_1$  e  $w_2$  são soluções particulares da equação (24), independentes das variáveis  $y$  e  $x$ , respectivamente. Fazendo essas considerações, para o caso de  $w_1$ , a equação (24) transforma-se em:

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} = \frac{4q}{\pi D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(m-1)}{2}}}{m} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (26)$$

e integrando esta equação com respeito ao eixo  $x$ , obtém-se:

$$w_1 = \frac{4qa^4}{\pi^5 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(m-1)}{2}}}{m^5} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (27)$$

O mesmo deve ser feito com relação ao eixo  $y$ , para que se possa compor a flecha da zona  $prst$  da placa.

## 2.7 Simulação Computacional

As simulações numéricas e computacionais destinadas à previsão de comportamento do radier analisado neste trabalho foram feitas com o apoio do programa de análise por elementos finitos denominado ELPLA 9.1 (ELASTIC PLATE), em sua versão Demo e limitada em trezentos nós. Resumidamente, o programa analisa radiers de formas arbitrárias e com modelo real de subsolo, utilizando o método dos elementos finitos para a solução matemática do problema. Em sua versão profissional, pode analisar diferentes tipos de modelos de subsolo, especialmente o modelo contínuo tridimensional que considera qualquer número de camadas irregulares, além de possibilitar a escolha de fundação flexível, elástica ou rígida a fim de compará-las.

Para efeito de comparação, da simulação computacional com o método analítico apresentado anteriormente, considerou-se um radier com dimensões de 15,00m x 10,00m x 0,15m (comprimento x largura x espessura). Os dados utilizados para esta simulação foram:

- $f_{ck} = 20$  MPa;
- $f_{yk} = 500$  Mpa;
- $c = 3$  cm;
- Aço: CA-50;
- $k_s = 100$  kN/m<sup>3</sup>;

- $\sigma_s = 200 \text{ kN/m}^2$ ;
- $\nu = 0,20$ ;
- $E_{cs} = 21287 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$ ;
- $q_{paredes} = 10 \text{ kN/m}^2$ ;
- $q_{pilar} = 500 \text{ kN/m}^2$ .

Primeiramente, inicia-se o programa ELPLA 9.1 e escolhe-se a opção realizar um novo projeto, aparecendo a seguinte tela:

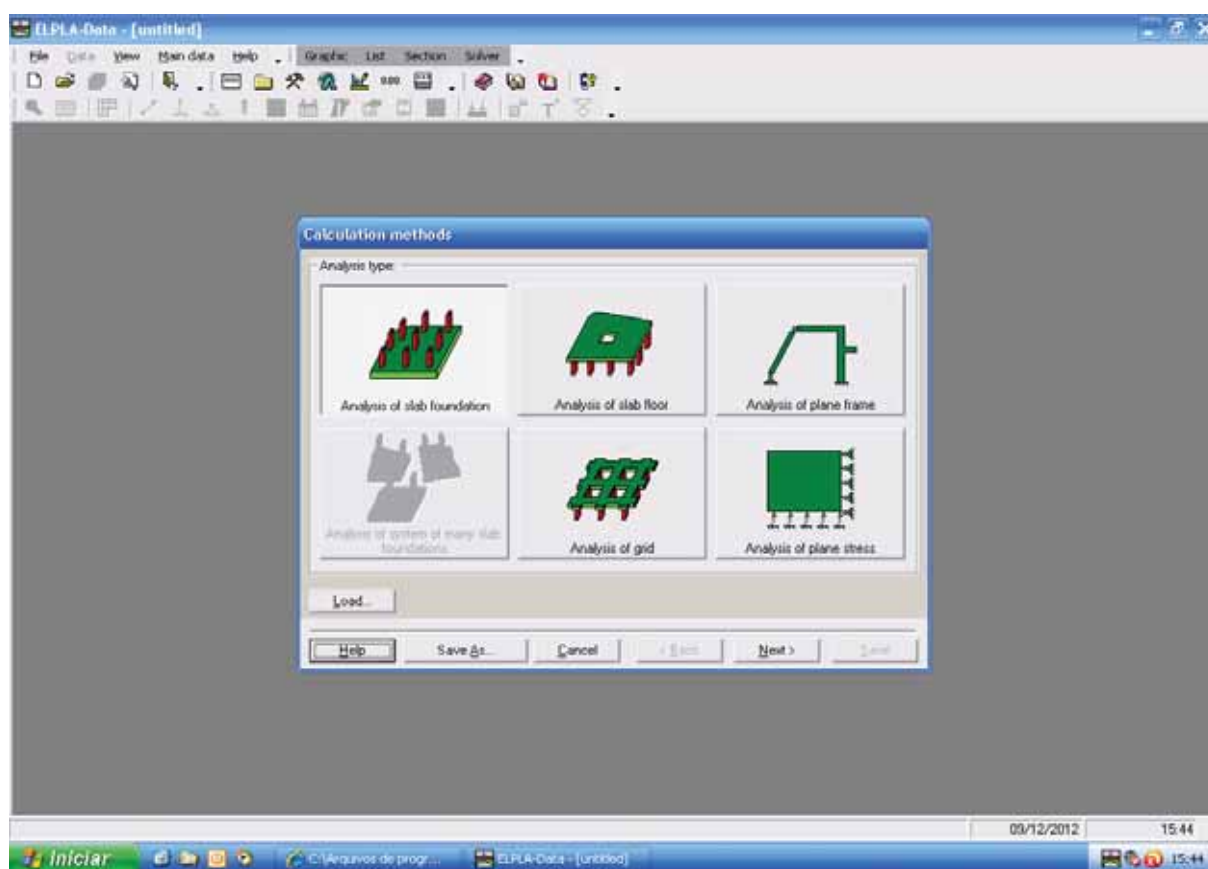


Figura 10 - Página inicial do ELPLA 9.1 (ELPLA 9.1).

Selecionando o ícone análises de fundação radier, deve-se escolher qual método de cálculo que será utilizado. Neste trabalho foi considerado o ítem 2/3 da Figura 11 adiante, que considera constante as variações de reação do subsolo e que devem ser definidas pelo usuário:

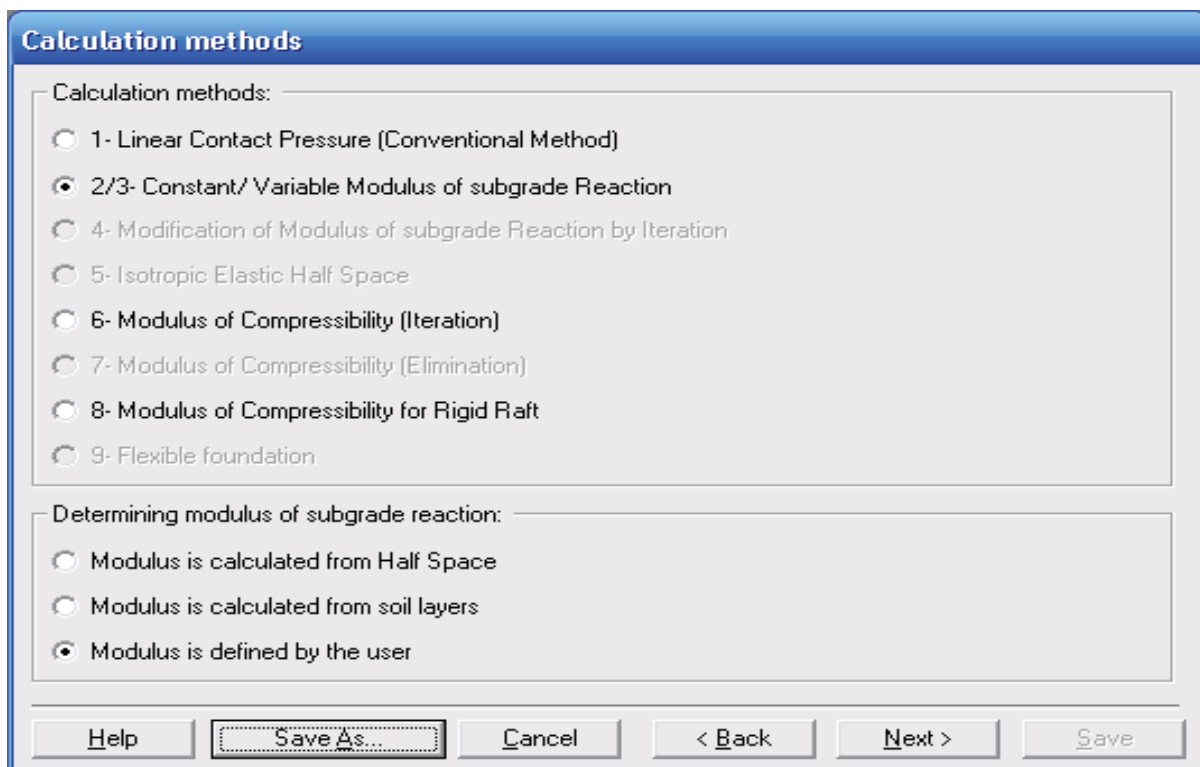


Figura 11 - Definições de variações do subsolo (ELPLA 9.1).

Depois de escolhidos os métodos de cálculos que serão utilizados, deve-se identificar o projeto com nome do autor, data e título, que será posteriormente representado no carimbo juntamente com os resultados finais.

Com o projeto devidamente identificado, o próximo passo é estabelecer as dimensões e o tipo de radier que será considerado neste trabalho através da seguinte janela:

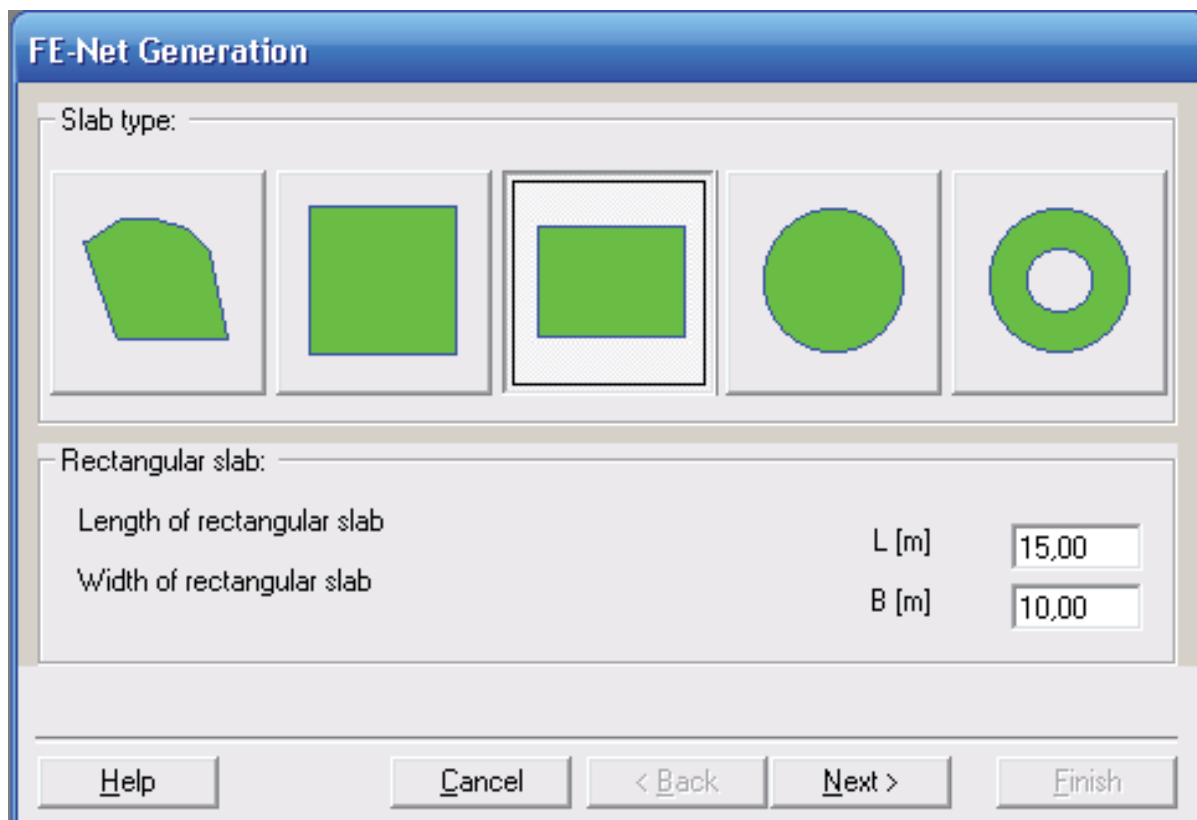


Figura 12 - Tipos e dimensões do radier (ELPLA 9.1).

Dando sequência ao projeto em questão, escolhe-se o tipo de malha que deseja-se utilizar. Lembrando que o número de nós e o espaçamento que existe entre esses nós em cada direção,  $x$  e  $y$ , deve ser adotado pelo usuário de forma que a malha não ultrapasse o número de 300 nós limitados por ser uma versão Demo. Alguns tipos de malhas estão disponíveis para utilização, sendo o primeiro modelo escolhido conforme mostrado a seguir:

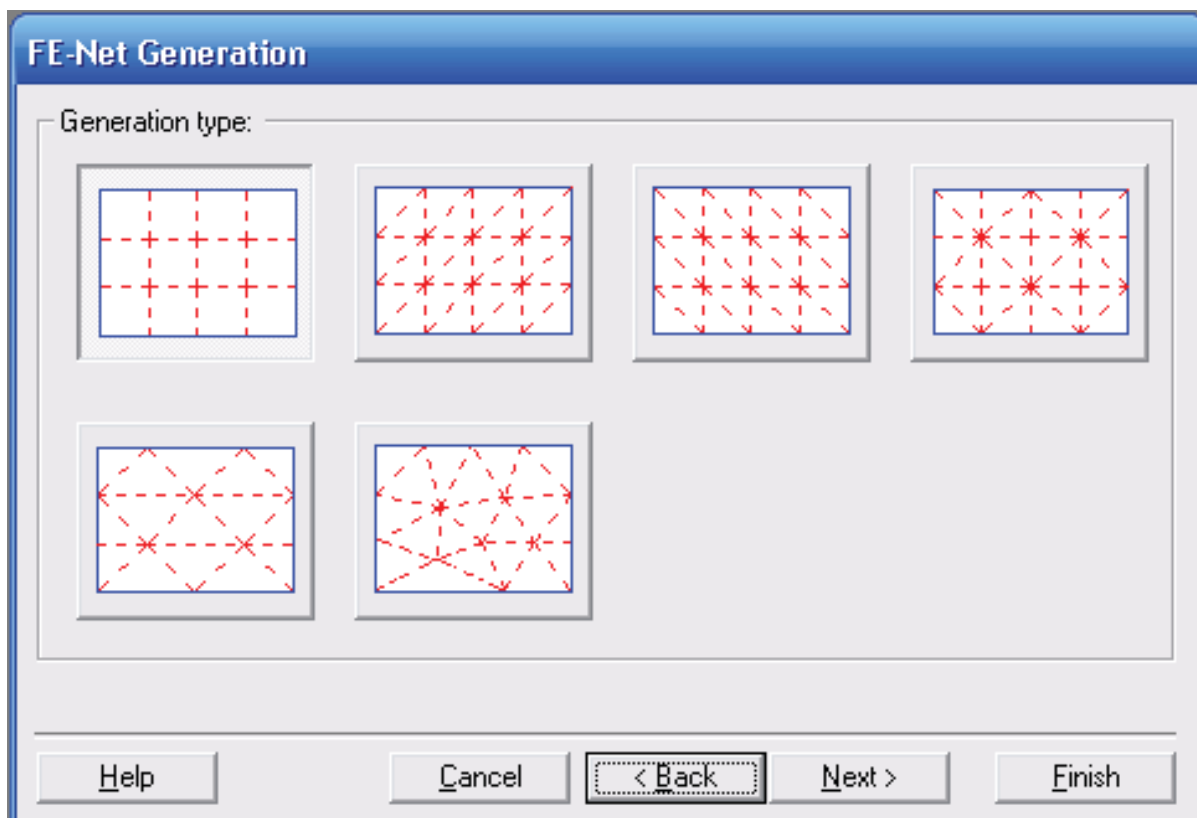


Figura 13 - Escolha do tipo de malha (ELPLA 9.1).

Para o melhor aproveitamento da versão Demo do programa, foi feito um cálculo para descobrir o número de nós e o número de cada espaçamento, tanto na direção  $x$ , como na direção  $y$ . Primeiramente deve-se tomar ciência de que o número de espaços ( $n_x$  e  $n_y$ ) vezes o comprimento de cada espaço ( $d_x$  e  $d_y$ ) devem ser iguais as dimensões da placa ( $l_x$  e  $l_y$ ). Considerando que o máximo número de nós possíveis é 300 e que eles são de uma unidade superior ao número de espaços, chegou-se na seguinte equação:

$$(1 + n_x)(1 + n_y) = 300 \quad (28)$$

que também pode ser escrita assim:

$$\left(1 + \frac{l_x}{d_x}\right) \left(1 + \frac{l_y}{d_y}\right) = 300 \quad (29)$$

Para que a malha fique com um aspecto de melhor visualização, forçou-se a equação acima para que ambos os lados fiquem com a mesma intensidade, ou seja,  $d_x = d_y = d$  tomando a seguinte forma:

$$\frac{(d + l_x)(d + l_y)}{d^2} = 300 \quad (30)$$

Desenvolvendo a Equação (30) e considerando que a somatória  $l_x + l_y$  é igual a uma constante  $k_1$  e que a multiplicação  $l_x \times l_y$  é igual a uma constante  $k_2$ , temos:

$$-299d^2 + k_1d + k_2 = 0 \quad (31)$$

Resolvendo essa equação que possui  $l_x = 15 \text{ m}$  e  $l_y = 10 \text{ m}$ , chegamos no valor de  $d = 0,75$  m. Agora, dividindo o comprimento de cada lado pelo resultado encontrado descobre-se o número de nós:

$$n_x = \frac{l_x}{d} = \frac{15}{0,75} = 20 \quad \text{e} \quad n_y = \frac{l_y}{d} = \frac{10}{0,75} = 13,3 \quad (32)$$

onde foram adotados os números inteiros 20 e 13. E o valor de cada espaçamento foi calculado da seguinte forma:

$$d_x = \frac{15}{20} = 0,75 \text{ m} \quad \text{e} \quad d_y = \frac{10}{13} = 0,7692 \text{ m} \quad (33)$$

a fim de tornar a malha com divisões próximas a quadrados. Estes dados foram colocados na Figura 14 a seguir:

### FE-Net Generation

Grid definition:

Grids in x-direction:

Constant grid interval

No. of grid intervals: 20

Grid interval Dx [m]: 0,75

Grids in y-direction:

Constant grid interval

No. of grid intervals: 13

Grid interval Dy [m]: 0,7692

Help Cancel < Back Next > Finish

Figura 14 - Dimensionamento da malha (ELPLA 9.1).

Após a definição da malha do radier, as propriedades do solo devem ser definidas, como a capacidade última de suporte de carga e o coeficiente de recalque do subsolo, representadas a seguir:

### Soil properties

Boring log No. I	Boring Log Label	X-coordinate of boring [m]	Y-coordinate of boring [m]	Modulus of subgrade reaction ks [kN/m3]	Ultimate bearing capacity qu [kN/m2]
1	BPN1	0,00	0,00	100	200

Groundwater:

Groundwater depth under the ground surface Gw [m]: 1

Save Cancel Insert Copy Delete Load... New Save As... Help

Figura 15 - Definições das propriedades do solo (ELPLA 9.1).

Em seguida deve-se fazer as considerações com respeito a fundação tipo radier, como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e espessura, retirados da “NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto” e mostrados adiante:

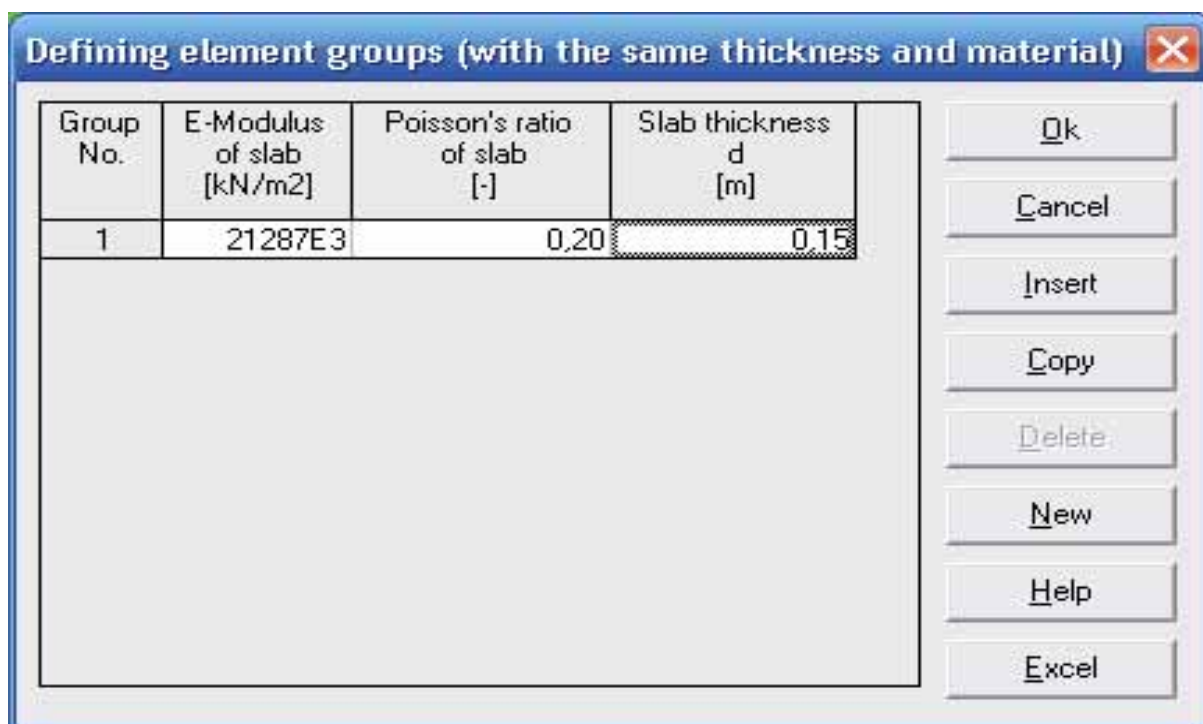


Figura 16 - Definições das propriedades da fundação (ELPLA 9.1).

As próximas considerações a serem feitas estão ligadas a estrutura em concreto armado:

**Reinforcement (Design for flexural moment)**

Design Code:

Concrete grade:

Characteristic compressive cylinder strength  $f_{ck}$  [kN/m<sup>2</sup>]

Another   
 C 12/15   
 C 16/20   
 C 20/25   
 C 25/30  
 C 30/37   
 C 35/45   
 C 40/50   
 C 45/55   
 C 50/60

Steel Grade:

Characteristic tensile yield strength  $f_{yk}$  [kN/m<sup>2</sup>]

Another   
 BSt 220   
 BSt 420   
 BSt 500   
 BSt 550   
 BSt 600

Concrete cover+ 1/2 bar diameter:

X-direction top  $d_{1x}$  [cm]

X-direction bottom  $d_{2x}$  [cm]

Y-direction top  $d_{1y}$  [cm]

Y-direction bottom  $d_{2y}$  [cm]

Save    Cancel    Help    Load...    Save As...

Figura 17 -  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$  e cobrimento (ELPLA 9.1).

Depois de feitas todas as considerações necessárias, devem-se ser colocadas as cargas que simulam os carregamentos existentes em uma estrutura de fundação tipo radier, como paredes, pilares, etc. Como esta versão Demo está limitada a apenas 300 nós e que cada tipo de carregamento gera uma infinidade de valores, será considerado apenas uma parede e um pilar neste trabalho, afim de verificar os momentos máximos que estas cargas geram na placa em questão. A seguir, mostra-se como a parede e o pilar foram gerados pelo usuário:

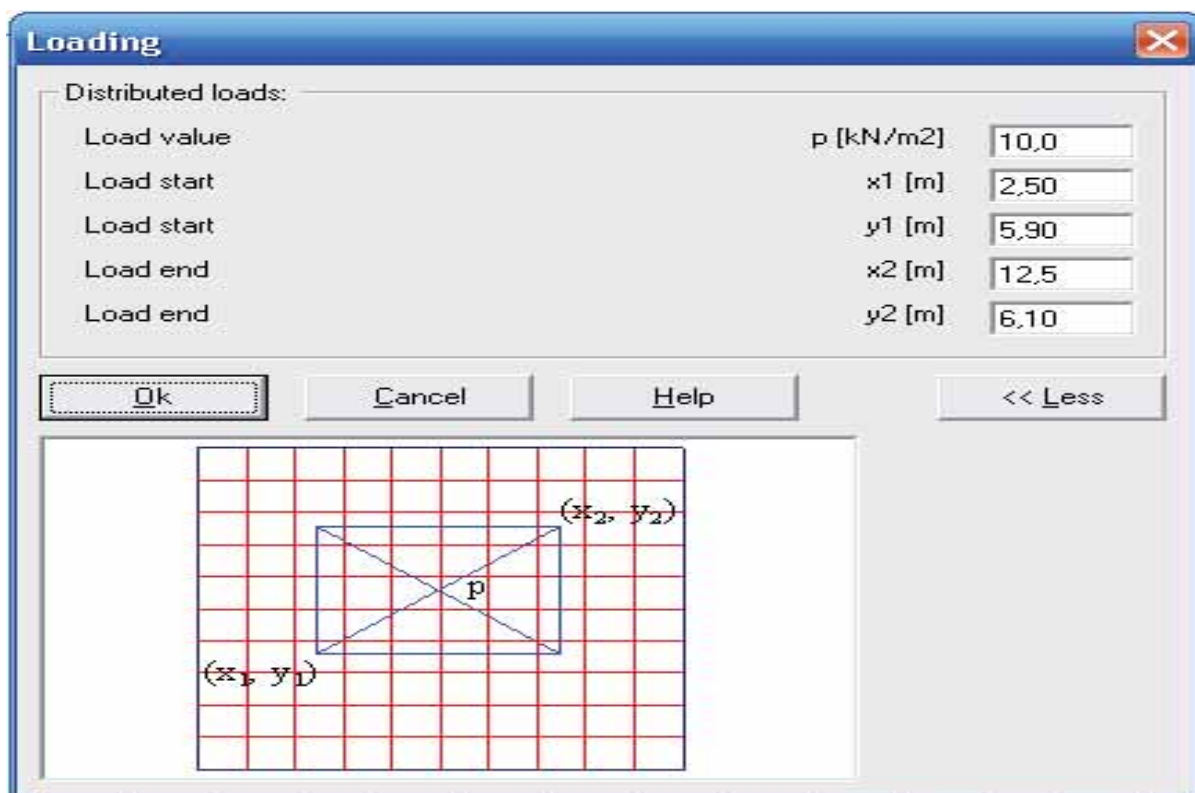


Figura 18 - Locação da parede (ELPLA 9.1).

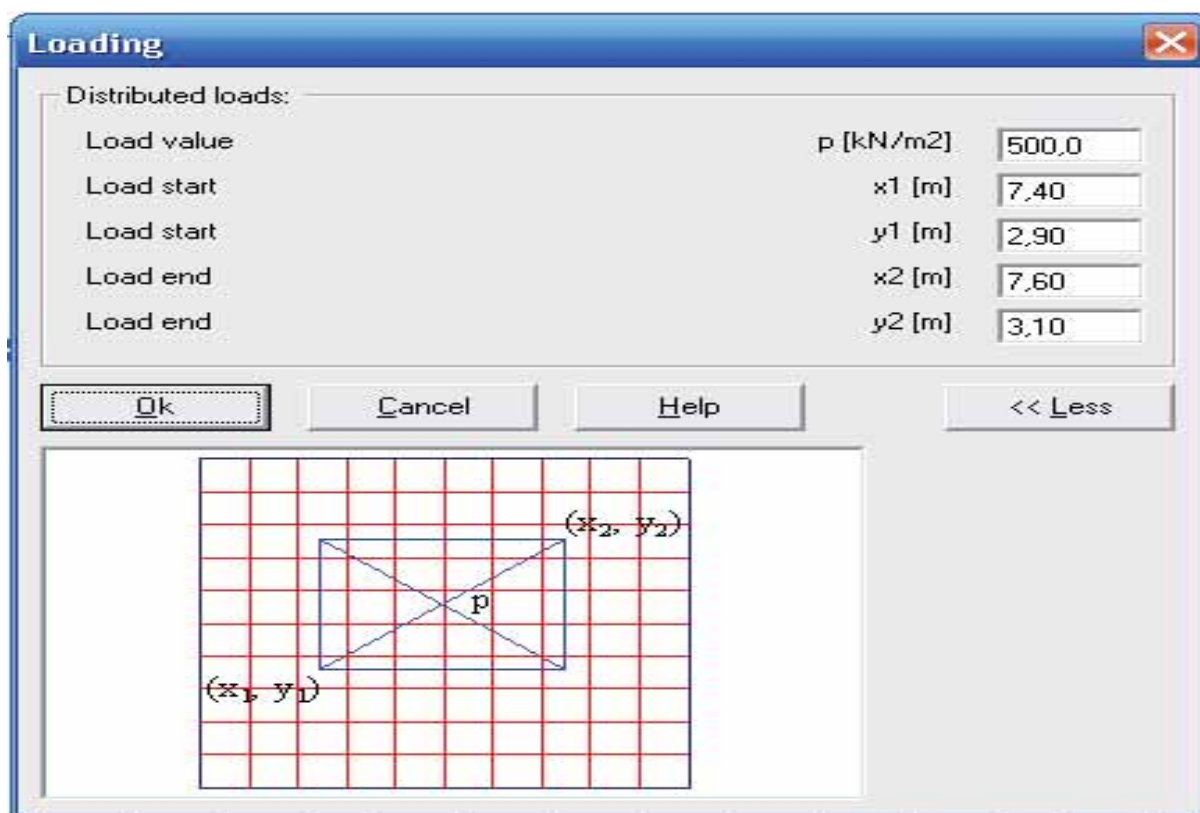


Figura 19 - Locação do pilar (ELPLA 9.1).

Finalmente após todas essas considerações, o radier é gerado conforme mostra a Figura 19, onde observa-se a malha gerada e os dois carregamentos devidamente localizados na placa:

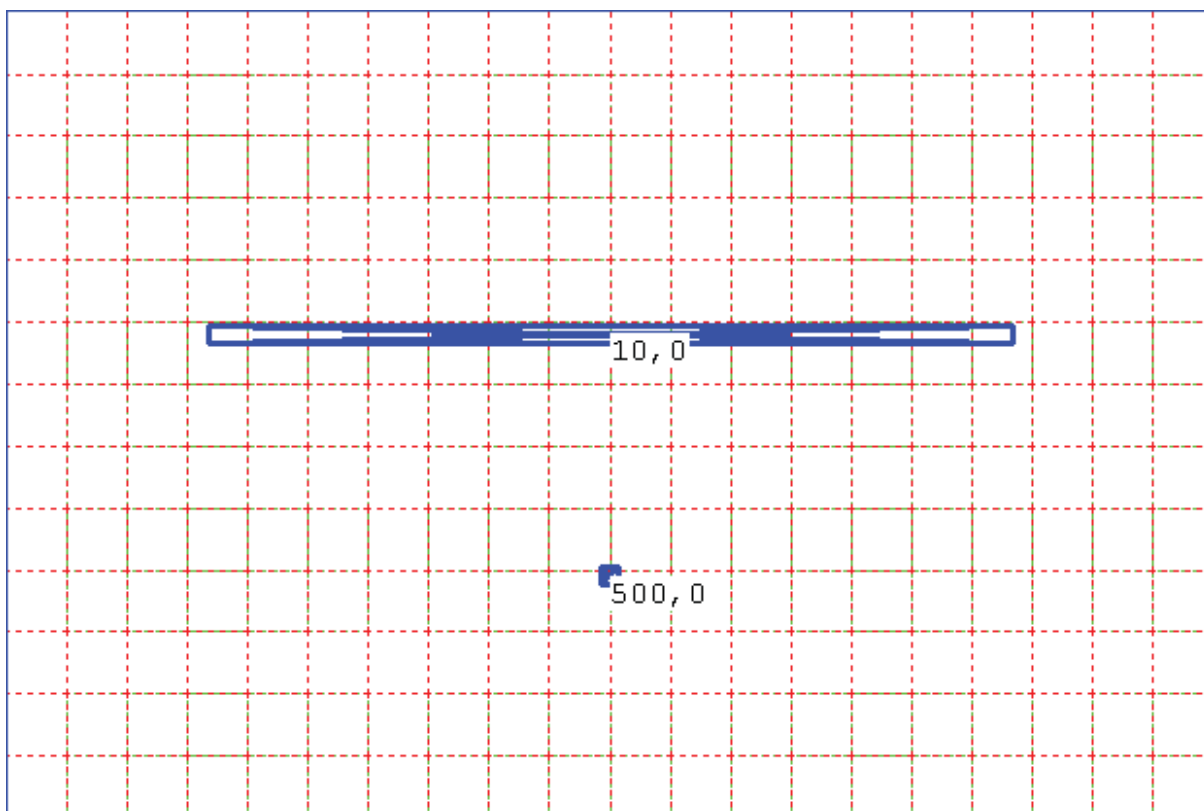


Figura 20 - Malha com os carregamentos criados (ELPLA 9.1).

Fazendo o ELPLA 9.1 calcular o radier criado, ele nos fornece inúmeras informações de muita importância para o dimensionamento da armadura de uma futura estrutura de fundação. Neste estudo em questão, as informações principais para a comparação com os resultados dos cálculos analíticos são apresentados a seguir, com o detalhamento gerado pelo programa em anexos indicados:

- $M_{x_{\max}} = 6,785 \text{ kN.m/m}$  (ANEXOS A, B e C);
- $M_{y_{\max}} = 5,812 \text{ kN.m/m}$  (ANEXOS D, E e F);
- $A_{s_x}^b = 1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$  (ANEXO G e H);
- $A_{s_y}^b = 1,60 \text{ cm}^2/\text{m}$  (ANEXO I e J);

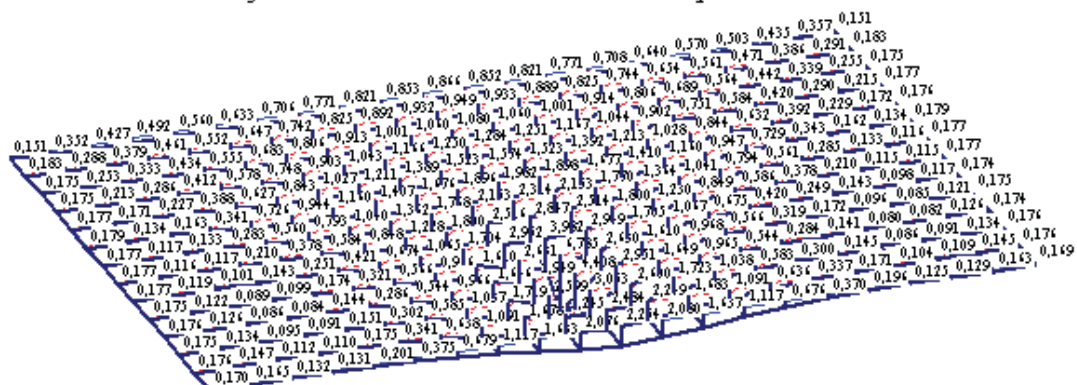
## REFERÊNCIAS

- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificação. NBR 7480. Rio de Janeiro, 2007.
- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. NBR 6118. Rio de Janeiro, 2003.
- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto e execução de fundações. NBR 6122. Rio de Janeiro, 1996.
- BOTELHO, M. H. C.; MARCHETTI, O. Concreto armado eu te amo. 6. Ed. totalmente rev. e ampl. segundo a nova norma de concreto armado NBR 6118/2007. São Paulo: Blucher – 2010.
- Teoria Clássica de Placas Finas. Capítulo 2. Disponível em:  
<<http://paginas.fe.up.pt/~ldinis/cap2placas.pdf>>. Acesso em: setembro 2012.
- TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. Teoria de placas y laminas. Urmo, S. A. de ediciones. Espartero, 10 – Bilbao – 9.

## ANEXO A

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user



Moments  $m_x$  [kN.m/m]

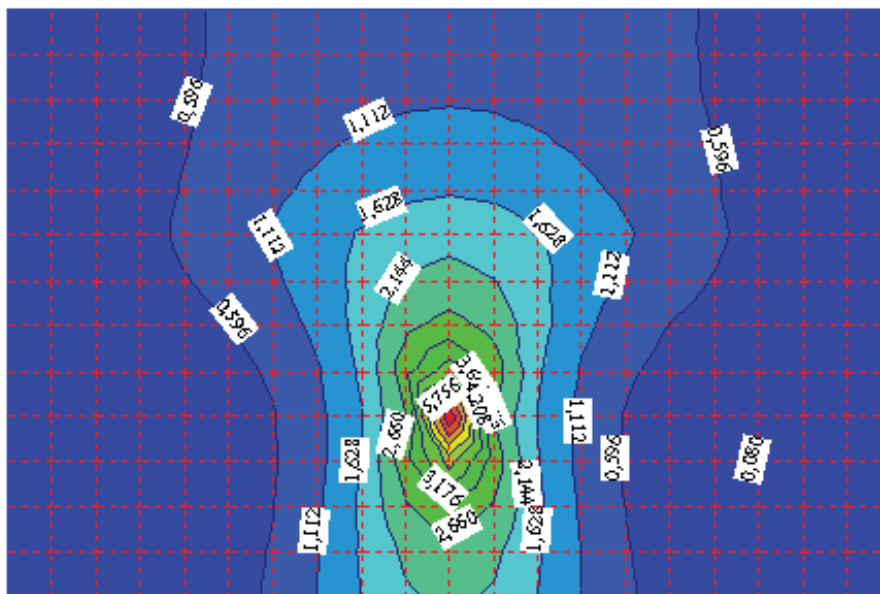
Max.  $m_x$  = 6,785 at node 133, Min.  $m_x$  = 0,080 at node 121

GEOTEC Software Vestnestrasse 5 B in D-90513 Birndorf, Germany	
Scale factor: 95	Title: Fundação tipo radier em concreto armado
File: tg	Date: domingo, 16 de dezembro de 2012
Page No.:	Project: Trabalho de Graduação - Hugo Lema Varajão Palazzo

## ANEXO B

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user



## ANEXO C

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user

```

0,151 0,332 0,427 0,492 0,540 0,433 0,704 0,771 0,821 0,833 0,844 0,852 0,821 0,771 0,708 0,440 0,570 0,503 0,435 0,357 0,151
0,183 0,288 0,379 0,441 0,352 0,447 0,742 0,825 0,892 0,932 0,949 0,953 0,889 0,825 0,744 0,434 0,541 0,471 0,384 0,291 0,183
0,175 0,233 0,333 0,434 0,355 0,483 0,804 0,913 1,001 1,040 1,080 1,040 1,001 0,914 0,804 0,489 0,544 0,442 0,339 0,233 0,175
0,175 0,215 0,284 0,412 0,378 0,748 0,903 1,043 1,144 1,250 1,284 1,231 1,147 1,044 0,902 0,751 0,584 0,420 0,290 0,215 0,175
0,177 0,171 0,227 0,388 0,427 0,843 1,027 1,211 1,389 1,523 1,574 1,523 1,392 1,215 1,028 0,844 0,432 0,392 0,229 0,171 0,174
0,179 0,134 0,143 0,341 0,714 0,944 1,140 1,407 1,474 1,894 1,982 1,898 1,477 1,410 1,140 0,947 0,729 0,343 0,142 0,134 0,179
0,177 0,117 0,133 0,283 0,540 0,793 1,040 1,342 1,748 2,133 2,314 2,153 1,770 1,344 1,041 0,794 0,541 0,283 0,133 0,114 0,177
0,177 0,114 0,117 0,210 0,378 0,584 0,848 1,228 1,800 2,514 2,847 2,514 1,800 1,230 0,849 0,584 0,378 0,210 0,115 0,115 0,177
0,177 0,119 0,101 0,143 0,251 0,421 0,474 1,043 1,704 2,932 3,982 2,949 1,705 1,047 0,475 0,420 0,249 0,143 0,098 0,117 0,174
0,175 0,122 0,089 0,099 0,174 0,321 0,544 0,944 1,410 2,431 4,783 2,430 1,410 0,948 0,544 0,319 0,172 0,094 0,083 0,121 0,175
0,174 0,124 0,084 0,084 0,144 0,284 0,544 0,944 1,444 2,949 4,408 2,951 1,449 0,945 0,544 0,284 0,141 0,080 0,082 0,124 0,174
0,175 0,134 0,095 0,091 0,151 0,302 0,585 1,037 1,719 2,599 3,033 2,400 1,723 1,038 0,583 0,300 0,145 0,084 0,091 0,134 0,174
0,174 0,147 0,112 0,110 0,175 0,341 0,438 1,091 1,478 2,245 2,484 2,249 1,483 1,091 0,434 0,337 0,171 0,104 0,109 0,145 0,174
0,170 0,145 0,132 0,131 0,201 0,375 0,479 1,117 1,433 2,074 2,234 2,080 1,437 1,117 0,474 0,370 0,194 0,125 0,129 0,143 0,149

```

Moments  $m_x$  [kN.m/m]

Max.  $m_x$  = 6,785 at node 133, Min.  $m_x$  = 0,080 at node 121

GEOTEC Software

Vestnerstrasse 5 B in D-90513 Zirndorf, Germany

Scale 1:95

Title: Fundação tipo radier em concreto armado

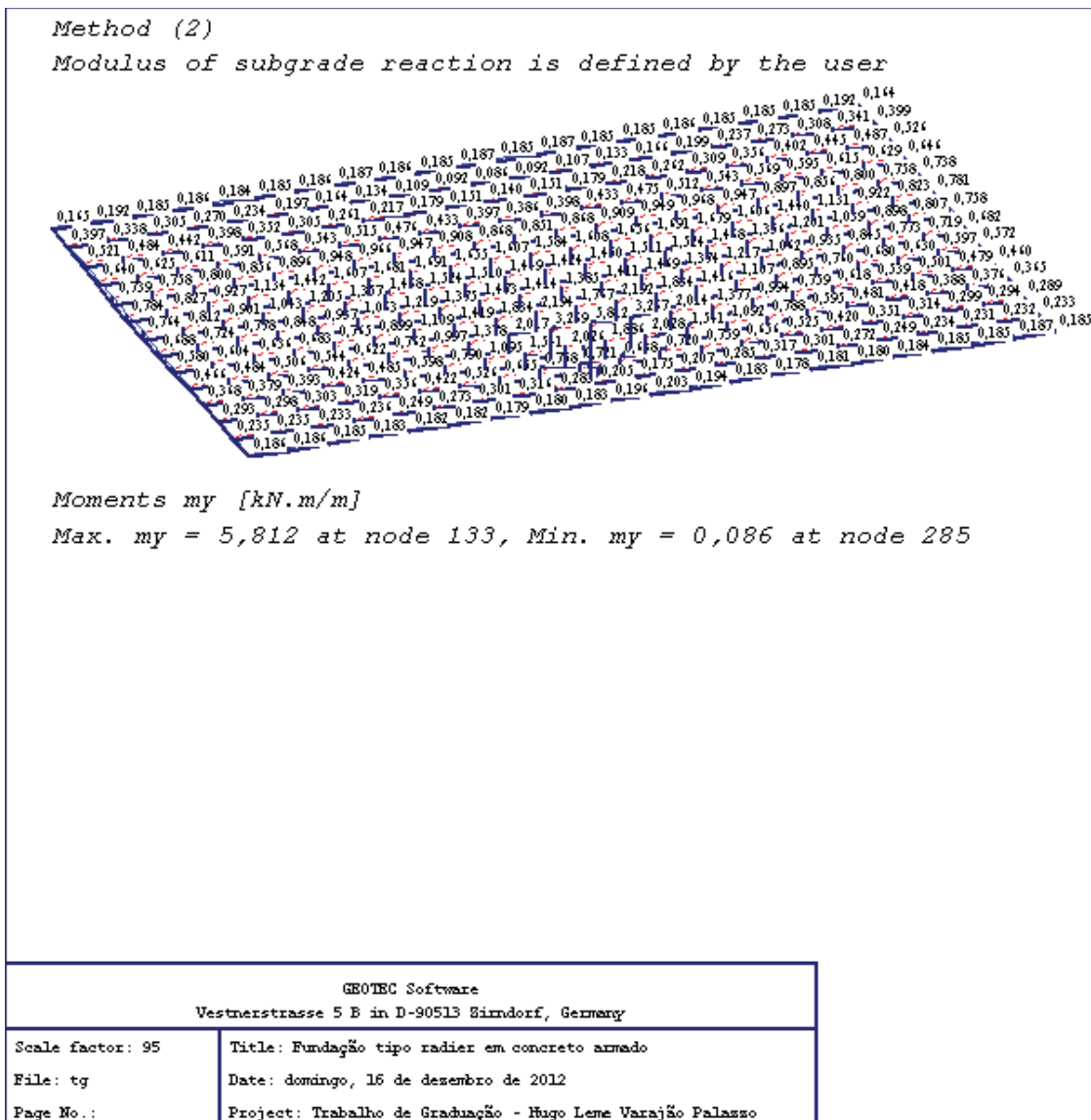
File: tg

Date: domingo, 16 de dezembro de 2012

Page No.:

Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leonardo Varajão Palazzo

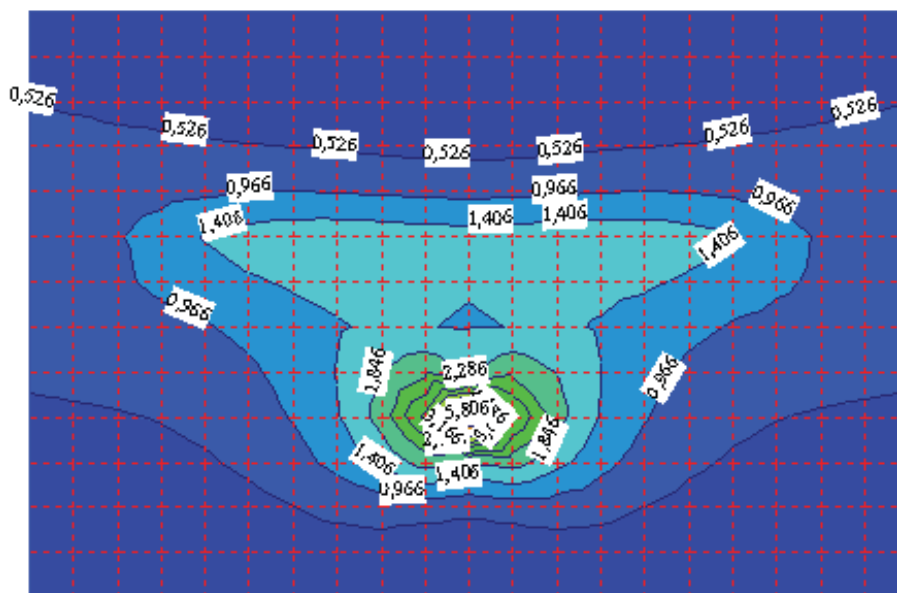
ANEXO D



## ANEXO E

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user



Moments  $m_y$  [kN.m/m]

Max.  $m_y = 5,812$  at node 133, Min.  $m_y = 0,086$  at node 285

GEOIRC Software

Vestnerstrasse 5 B in D-90513 Sindorf, Germany

Scale 1:95

Title: Fundação tipo radier em concreto armado

File: tg

Date: domingo, 16 de dezembro de 2012

Page No.:

Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leme Varajão Palazzo

## ANEXO F

*Method (2)*

*Modulus of subgrade reaction is defined by the user*

0,145	0,192	0,185	0,184	0,184	0,185	0,184	0,187	0,184	0,185	0,187	0,185	0,187	0,185	0,185	0,184	0,185	0,185	0,185	0,192	0,144
0,397	0,338	0,305	0,270	0,234	0,197	0,144	0,134	0,109	0,092	0,084	0,092	0,107	0,133	0,144	0,199	0,237	0,273	0,308	0,341	0,399
0,521	0,484	0,442	0,398	0,352	0,305	0,241	0,217	0,179	0,151	0,140	0,151	0,179	0,218	0,242	0,309	0,354	0,402	0,445	0,487	0,524
0,440	0,425	0,411	0,391	0,348	0,343	0,315	0,474	0,433	0,397	0,384	0,398	0,433	0,475	0,512	0,543	0,549	0,595	0,415	0,429	0,444
0,739	0,758	0,800	0,854	0,894	0,948	0,944	0,947	0,908	0,848	0,831	0,848	0,909	0,949	0,948	0,947	0,897	0,854	0,800	0,758	0,738
0,784	0,827	0,927	1,134	1,442	1,407	1,481	1,491	1,455	1,407	1,584	1,408	1,454	1,491	1,479	1,404	1,440	1,131	0,922	0,823	0,781
0,744	0,812	0,901	1,043	1,205	1,357	1,448	1,524	1,510	1,449	1,424	1,450	1,511	1,524	1,448	1,354	1,201	1,039	0,898	0,807	0,758
0,488	0,724	0,778	0,848	0,937	1,043	1,219	1,375	1,473	1,414	1,385	1,411	1,449	1,374	1,217	1,042	0,935	0,845	0,773	0,719	0,482
0,380	0,404	0,434	0,483	0,745	0,899	1,109	1,419	1,834	2,194	1,747	2,192	1,834	1,414	1,107	0,895	0,740	0,480	0,430	0,597	0,572
0,444	0,484	0,504	0,544	0,422	0,742	0,997	1,378	2,017	3,249	3,812	3,247	2,014	1,377	0,994	0,759	0,418	0,559	0,501	0,479	0,440
0,348	0,379	0,393	0,424	0,485	0,598	0,790	1,095	1,541	2,024	1,884	2,028	1,541	1,092	0,788	0,595	0,481	0,418	0,388	0,374	0,345
0,295	0,298	0,303	0,319	0,354	0,422	0,524	0,455	0,758	0,721	0,438	0,720	0,759	0,454	0,525	0,420	0,351	0,314	0,299	0,294	0,289
0,235	0,235	0,233	0,234	0,249	0,273	0,301	0,314	0,283	0,205	0,175	0,207	0,285	0,317	0,301	0,272	0,249	0,234	0,231	0,232	0,233
0,184	0,184	0,185	0,183	0,182	0,182	0,179	0,180	0,183	0,194	0,203	0,194	0,183	0,178	0,181	0,180	0,184	0,185	0,185	0,187	0,185

*Moments  $m_y$  [kN.m/m]*

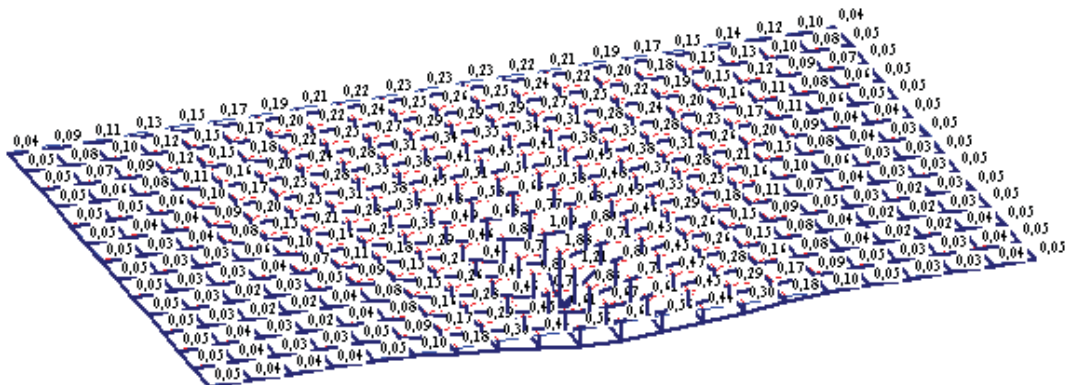
*Max.  $m_y = 5,812$  at node 133, Min.  $m_y = 0,086$  at node 285*

GROTEC Software Vestnerstrasse 5 B in D-90513 Sierdorf, Germany	
Scale 1:95	Title: Fundação tipo radier em concreto armado
File: tg	Date: domingo, 16 de dezembro de 2012
Page No.:	Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leme Varajão Palazzo

ANEXO G

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user



Bottom reinforcement in x-direction  $A_{s,botx}$  [cm<sup>2</sup>/m]

Max.  $A_{s,botx}$  = 1,88 at node 133, Min.  $A_{s,botx}$  = 0,02 at node 121

GEOTEC Software Vestnerstrasse 5 B in D-90513 Sindorf, Germany	
Scale factor: 95	Title: Fundação tipo radier em concreto armado
File: tg	Date: domingo, 16 de dezembro de 2012
Page No.:	Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leme Varajão Palazzo

## ANEXO H

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user

0,04	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19	0,21	0,22	0,23	0,23	0,23	0,22	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14	0,12	0,10	0,04
0,05	0,08	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,22	0,24	0,25	0,24	0,25	0,24	0,22	0,20	0,18	0,15	0,13	0,10	0,08	0,05
0,05	0,07	0,09	0,12	0,15	0,18	0,22	0,25	0,27	0,29	0,29	0,29	0,27	0,25	0,22	0,19	0,15	0,12	0,09	0,07	0,05
0,05	0,04	0,08	0,11	0,14	0,20	0,24	0,28	0,31	0,34	0,35	0,34	0,31	0,28	0,24	0,20	0,14	0,11	0,08	0,04	0,05
0,05	0,05	0,04	0,10	0,17	0,23	0,28	0,33	0,38	0,41	0,43	0,41	0,38	0,33	0,28	0,23	0,17	0,11	0,04	0,05	0,05
0,05	0,04	0,04	0,09	0,20	0,25	0,31	0,38	0,45	0,51	0,54	0,51	0,45	0,38	0,31	0,24	0,20	0,09	0,04	0,04	0,05
0,05	0,03	0,04	0,08	0,15	0,21	0,28	0,37	0,48	0,58	0,63	0,58	0,48	0,37	0,28	0,21	0,15	0,08	0,04	0,03	0,05
0,05	0,03	0,03	0,04	0,10	0,14	0,23	0,33	0,49	0,68	0,77	0,68	0,49	0,33	0,23	0,14	0,10	0,04	0,03	0,03	0,05
0,05	0,03	0,03	0,04	0,07	0,11	0,18	0,29	0,44	0,80	1,09	0,80	0,44	0,29	0,18	0,11	0,07	0,04	0,03	0,03	0,05
0,05	0,03	0,02	0,03	0,05	0,09	0,15	0,24	0,44	0,71	1,88	0,71	0,43	0,24	0,15	0,09	0,05	0,03	0,02	0,03	0,05
0,05	0,03	0,02	0,02	0,04	0,08	0,15	0,24	0,44	0,80	1,21	0,80	0,43	0,24	0,15	0,08	0,04	0,02	0,02	0,03	0,05
0,05	0,04	0,03	0,02	0,04	0,08	0,14	0,28	0,44	0,71	0,83	0,71	0,47	0,28	0,14	0,08	0,04	0,02	0,02	0,04	0,05
0,05	0,04	0,03	0,03	0,05	0,09	0,17	0,29	0,45	0,61	0,67	0,61	0,45	0,29	0,17	0,09	0,05	0,03	0,03	0,04	0,05
0,05	0,04	0,04	0,04	0,05	0,10	0,18	0,30	0,44	0,54	0,61	0,54	0,44	0,30	0,18	0,10	0,05	0,03	0,03	0,04	0,05

Bottom reinforcement in x-direction  $A_{s,botx}$  [cm<sup>2</sup>/m]

Max.  $A_{s,botx} = 1,88$  at node 133, Min.  $A_{s,botx} = 0,02$  at node 121

GROTEC Software

Vestnærstrasse 5 B in D-90513 Sierdorf, Germany

Scale 1:95

Title: Fundação tipo radier em concreto armado

File: tg

Date: domingo, 16 de dezembro de 2012

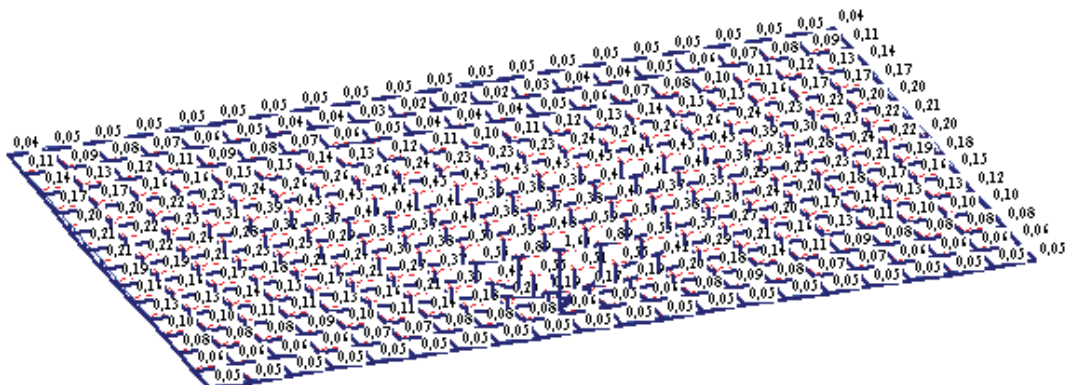
Page No.:

Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leme Varajão Palazzo

ANEXO I

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user



Bottom reinforcement in y-direction  $A_{s,boty}$  [cm<sup>2</sup>/m]

Max.  $A_{s,boty}$  = 1,60 at node 133, Min.  $A_{s,boty}$  = 0,02 at node 285

GEOTEC Software Vestnerstrasse 5 B in D-90513 Simsdorf, Germany	
Scale factor: 95	Title: Fundação tipo radier em concreto armado
File: tg	Date: domingo, 16 de dezembro de 2012
Page No.:	Project: Trabalho de Graduação - Hugo Leme Varajão Palazzo

### ANEXO J

Method (2)

Modulus of subgrade reaction is defined by the user

0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04
0,11	0,09	0,08	0,07	0,04	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,04	0,07	0,08	0,09	0,11	0,11
0,14	0,13	0,12	0,11	0,09	0,08	0,07	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,05	0,04	0,07	0,08	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,14
0,17	0,17	0,14	0,14	0,15	0,15	0,14	0,13	0,12	0,11	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,15	0,14	0,17	0,17	0,17	0,17
0,20	0,20	0,22	0,23	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,23	0,22	0,20	0,20	0,20
0,21	0,22	0,25	0,31	0,39	0,43	0,43	0,44	0,45	0,43	0,43	0,43	0,45	0,44	0,45	0,43	0,39	0,30	0,25	0,22	0,21	0,21
0,21	0,22	0,24	0,28	0,32	0,37	0,40	0,41	0,41	0,39	0,38	0,39	0,41	0,41	0,40	0,37	0,32	0,28	0,24	0,22	0,20	0,20
0,19	0,19	0,21	0,23	0,25	0,29	0,33	0,37	0,40	0,38	0,37	0,38	0,40	0,37	0,33	0,29	0,25	0,23	0,21	0,19	0,18	0,18
0,14	0,14	0,17	0,18	0,21	0,24	0,30	0,38	0,50	0,59	0,48	0,59	0,50	0,38	0,30	0,24	0,20	0,18	0,17	0,14	0,15	0,15
0,13	0,13	0,14	0,15	0,17	0,21	0,27	0,37	0,55	0,89	1,40	0,89	0,55	0,37	0,27	0,20	0,17	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12
0,10	0,10	0,11	0,11	0,13	0,14	0,21	0,30	0,42	0,55	0,51	0,55	0,42	0,29	0,21	0,14	0,13	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10
0,08	0,08	0,08	0,09	0,10	0,11	0,14	0,18	0,20	0,19	0,17	0,19	0,20	0,18	0,14	0,11	0,09	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
0,04	0,04	0,04	0,04	0,07	0,07	0,08	0,08	0,08	0,04	0,05	0,04	0,08	0,09	0,08	0,07	0,07	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

Bottom reinforcement in y-direction  $A_{s,boty}$  [cm<sup>2</sup>/m]

Max.  $A_{s,boty}$  = 1,60 at node 133, Min.  $A_{s,boty}$  = 0,02 at node 285

GROTEC Software Vestnertstrasse 5 B in D-90513 Sindorf, Germany	
Scale 1:95	Title: Fundação tipo radier em concreto armado
File: tg	Date: domingo, 16 de dezembro de 2012
Page No.:	Project: Trabalho de Graduação - Hugo Luis Varajão Palazzo