

VANESSA DE OLIVEIRA

Cálculo mental e a produção do conhecimento matemático

Vanessa de Oliveira

Cálculo Mental e a Produção do Conhecimento Matemático

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador (a): Prof.^a Dr.^a Rosa Monteiro Paulo

O48c

Oliveira, Vanessa de
Cálculo mental e a produção do conhecimento matemático / Vanessa de
Oliveira – Guaratinguetá, 2015.
75 f : il.
Bibliografia: f. 67-69

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade
Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2015.

Orientador: Prof. Dr. Rosa Monteiro Paulo

1. Matemática - Estudo e ensino 2. Aritmética mental 3. Fenomenologia I.
Título

CDU 51:371.3

Vanessa de Oliveira

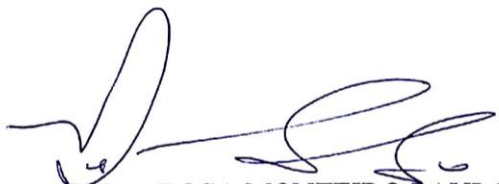
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

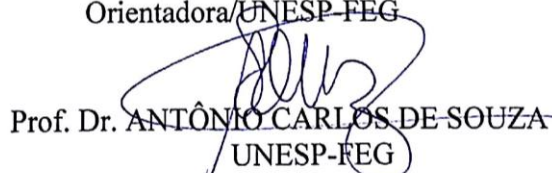


Profa. Dra. VIVIAN MARTINS GOMES
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dra. ROSA MONTEIRO PAULO
Orientadora/UNESP-FEG



Prof. Dr. ANTÔNIO CARLOS DE SOUZA
UNESP-FEG



Profa. Dra. TÂNIA MARIA VILELA SALGADO
UNESP-FEG

Dezembro de 2015

AGRADECIMENTOS

À Deus, Eterno orientador de meus passos.

À minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Rosa Monteiro Paulo, cuja competência profissional é fonte constante de inspiração, que aliada ao carinho permitiu que esse trabalho se tornasse aprendizado.

À minha avó Maria, cujo carinho e amor permitiu que minha estrada fosse sempre tão iluminada e abençoada por Deus e à minha tia Fátima, cujo cuidado se faz presente até hoje.

À minha mãe Meire, fonte inesgotável de amor e dedicação a mim e minha irmã, que sempre orientou e apoiou minhas decisões e que será sempre minha motivação na busca para ser uma pessoa melhor.

Ao meu pai Reginaldo, cujo amor é eterno pela família, que com seus conselhos me mostra o quanto o mundo pode cobrar de nós, mas o quanto somos capazes de enfrentá-lo.

À minha irmã Viviane, companheira desde sempre e para sempre, mostrando-me que o amor fraternal é incondicional.

À minha família, fonte de minha inspiração e alicerce de meus sonhos.

Aos professores de toda a caminhada até aqui, aos que me ajudaram a construir o conhecimento matemático: Miriam, Alessandro, Glauco, Maurício, Nilton e Rosa, e em especial a professora Renata, que mostrou que a vontade de construir um mundo mais crítico vai além da experiência profissional.

À direção, colegas e funcionários do Colégio Jardim das Nações que permitiram que minha caminhada profissional se iniciasse de uma maneira tão rica e gratificante.

Às colegas Karina, Cláudia e Mariah que dividiram comigo momentos tão importantes na minha vida profissional e que sempre estarão em minhas orações.

Aos colegas Sérgio, Bruna, Andreza, Carol e Raissa que caminharam comigo na graduação e sempre estiveram presente nos momentos difíceis.

Aos colegas de van, que transformaram as viagens diárias em momentos alegres e divertidos.

À direção e alunos do integral da Escola Padre Silvino Vicente Kunz que com sua vontade e dedicação permitiram que a pesquisa de campo desenvolvida nesta pesquisa pudesse trazer experiências tão ricas.

“Tudo posso naquele que me fortalece.”

Filipenses 4:13

OLIVEIRA,V. **Cálculo mental e a produção do conhecimento matemático**. 2015. 75 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

Neste texto apresenta-se a pesquisa desenvolvida com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Taubaté-SP, envolvidos na resolução de problemas que envolveram o Cálculo Mental. Os autores lidos mostram que o Cálculo Mental é relevante para a produção do conhecimento matemático uma vez que favorece a autonomia dos alunos, tornando-os mais críticos. Documentos oficiais que orientam as práticas pedagógicas, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, também enfatizam que o trabalho com cálculo mental deve ser incentivado pois tem potencialidade para o incentivar a produção do conhecimento matemático pelo aluno. Nesta pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso as tarefas propostas aos alunos, que se constituíram no trabalho de campo para produção de dados, foram elaboradas, desenvolvidas e analisadas numa postura fenomenológica. A intenção, na pesquisa foi compreender a percepção dos alunos frente às situações que os estimulem a aplicar técnicas e procedimentos de cálculo mental. Analisamos como os alunos expressam e percebem as estratégias usadas para o cálculo mental na busca de solução para situações problemas.

PALAVRAS-CHAVE: Fenomenologia. Estratégias de investigação. Educação Matemática.

OLIVEIRA,V. **Mental calculation and mathematical knowledge production.** 2015. 75 f. Graduate Work (Graduate in Math Licentiate) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

ABSTRACT

This text presents the research developed with students of the 5th year of elementary school at a public school in the city of Taubaté-SP, involved in solving problems involving the Mental Calculation. The read authors show that the Mental Calculation is relevant for the production of mathematical knowledge as it favors the autonomy of students, making it the most critical. Official documents that guide educational practices, such as the Parâmetros Curriculares Nacionais also emphasize that working with mental arithmetic should be encouraged as it has the potential to encourage the production of mathematical knowledge by the student. In this research work Completion of course the tasks proposed to students, who constituted the fieldwork to production data, were designed, developed and analyzed in a phenomenological approach. The intention, the research was to understand the perception of students in the face of situations that encourage them to implement appropriate technical and mental calculation procedures. We analyze how students express and realize the strategies for mental calculation in the search for solution to problem situations.

KEYWORDS: Phenomenology. Investigation strategics. Math Education

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Charge: "Dia do show"	34
Figura 2 - Charge: "Hora do remédio"	34
Figura 3 - Atividade: "Colorindo a resposta certa "	58
Figura 4 - Atividade: "Dia do show"	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Análise Ideográfica.....	37
Quadro 2: Análise Nomotética - Categorias Abertas	49

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	10
2.1 PESQUISA QUALITATIVA	12
2.2 PESQUISA QUALITATIVA NA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA	13
2.2.1 Fenomenologia	13
2.2.2 Pesquisa Fenomenológica	14
2.2.3 Procedimentos de análise	18
CAPÍTULO 3: ESTUDO TEÓRICO	21
3.1 ASPECTOS GERAIS	21
3.2 DOCUMENTOS OFICIAIS: PCN E ORIENTAÇÕES CURRICULARES DO ESTADO DE SÃO PAULO	26
CAPÍTULO 4: PESQUISA DE CAMPO	31
4.1 SUJEITOS DA PESQUISA	31
4.2 TAREFAS PROPOSTAS	31
4.2.1 Aula 1	32
4.2.2 Aula 2	33
4.2.3 Aula 3	33
4.2.4 Aula 4	35
4.2.5 Aula 5	35
4.2.6 Aula 6	36
CAPÍTULO 5: ANÁLISE DOS DADOS	37
5.1 DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS	50
5.1.1 Estimativa e Aproximações	50
5.1.2 Nomeação Numérica	55
5.1.3 Estruturação pelo algoritmo	59
CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS	67
ANEXO A – ATIVIDADE 1º ENCONTRO	70
ANEXO B – ATIVIDADE 2º ENCONTRO	71
ANEXO C – ATIVIDADE 3º ENCONTRO	72
ANEXO D – ATIVIDADE 4º ENCONTRO	73
ANEXO E – ATIVIDADE 5º ENCONTRO	74
ANEXO F – QUESTIONÁRIO	75

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Temos presente em nosso cotidiano situações onde precisamos tomar decisões, avaliar possibilidades e escolher um caminho a seguir. A Matemática, uma área do conhecimento considerada nas ciências exatas, propicia o desenvolvimento de habilidades que nos ajudam a enfrentar situações dessa natureza.

Entre os recursos que a Matemática nos oferece para enfrentar a situações problemas, podemos destacar o Cálculo Mental que permite aos alunos desenvolverem técnicas, procedimentos e habilidades que os auxiliem tanto no enfrentamento de situações de sala de aula, como na sociedade.

Em nossas leituras iniciais vimos que o Cálculo Mental possibilita ao cidadão a aquisição (ou desenvolvimento) de determinadas características e habilidades que os tornem capazes de enfrentar os desafios da sociedade atual. A resolução de problemas, hoje tão aclamada no cenário educacional, como uma estratégia para favorecer o desenvolvimento de alunos críticos, necessita de um domínio, por parte do aluno, cada vez maior tanto de técnicas e procedimentos de cálculos (escrito e mental) quanto do próprio raciocínio matemático. Por isso torna-se importante compreender o modo pelo qual os alunos expressam o seu raciocínio diante de situações matematizadas. Interessa-nos na pesquisa, especialmente, as situações que envolvem o Cálculo Mental.

Com isso procuramos compreender, nos autores lidos, o sentido do Cálculo Mental e as possibilidades de trabalhar com ele na sala de aula de Matemática.

Assumindo uma abordagem fenomenológica na pesquisa procuramos compreender a forma como os alunos expressam seu raciocínio matemático perante situações em que se trabalha com o Cálculo Mental - situações nem sempre estimuladas nas escolas, uma vez que na escola, na maioria das vezes, se enfatiza o uso de algoritmos na realização de cálculos. Procuramos valorizar o Cálculo Mental como estratégia de resolução de problemas.

Notamos, no decorrer das tarefas desenvolvidas que, ao ser incentivado a usar técnicas e procedimentos não estabelecidos a priori, o aluno sente-se valorizado, pois pode optar por um caminho que também o levará ao resultado final, mesmo que sua opção seja distinta da de seu colega.

As aulas consideradas na pesquisa foram filmadas e transcrita para que, mediante a análise fosse possível explicitar “*Como alunos do 5º ano do Ensino Fundamental expressam o raciocínio matemático na resolução de situações problemas envolvendo o Cálculo Mental ?*”, questão que orientou nosso caminhar na pesquisa.

Trazemos, portanto, a investigação realizada, organizada em 5 capítulos. No primeiro trazemos esta introdução e nos demais explicitamos a postura metodológica assumida, o referencial teórico considerado, o trabalho de campo, a análise de dados e as considerações finais. Por último apresentamos nossas referências.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a opção metodológica assumida na pesquisa. Explicitamos o sentido que fez para nós a pesquisa qualitativa e a fenomenologia que nos orientou a elaboração das tarefas a serem desenvolvida com os alunos e a análise dos dados que foram produzidos.

2.1 PESQUISA QUALITATIVA

A pesquisa qualitativa tem seu campo de abrangência em diversas áreas acadêmicas, tendo destaque nas Ciências Humanas, neste trabalho restringiremos sua abrangência na área da Educação Matemática.

Segundo Bicudo (2012) a pesquisa qualitativa em educação é uma maneira de conduzir a pesquisa colocando os sujeitos envolvidos no processo em destaque, porém não evidenciá-lo isoladamente, mas sim contextualizado, levando em consideração aspectos sociais, políticos e culturais quando necessários. Essa consideração deve fazer parte de toda a pesquisa, já que o trabalho realizado envolve diretamente as ações dos sujeitos, vulneráveis e suscetíveis constantemente a mudanças de comportamentos e atitudes dependendo do contexto que estão inseridos.

“O termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível” (CHIZZOTTI, 2003, p. 221). O trecho destacado nos mostra que a pesquisa qualitativa tem sua raiz no trabalho com a qualidade, tal qualidade envolve todos e tudo que constituem a realidade escolhida pelo pesquisador.

Quando discutimos sobre a pesquisa qualitativa, precisamos destacar como o estudo das qualidades dos dados se procede. A escolha entre os pares: objeto/observado e fenômeno/percebido, nos orientará sobre a postura que a pesquisa qualitativa tomará.

Na concepção de Bicudo (2011, 2012), o par objeto/observado nos aponta para uma postura de separação entre o sujeito que efetua a observação (pesquisador) e o objeto observado. A procura pela qualidade, foco da pesquisa, seria concentrada apenas na observação do pesquisador, já que a mesma seria passível de ser observada.

“Para tanto, seriam tomadas categorizações dessa qualidade e a observação dirigida por essas categorizações” (BICUDO, 2011, p. 18). Isto é, a qualidade procurada pelo pesquisador

se dá através de uma orientação já prévia e definida das qualidades que se esperam observar do objeto.

Enquanto o par fenômeno/percebido, “indica que a qualidade é percebida, mostrando-se na percepção do sujeito [...] não há uma separação entre o percebido e a percepção de quem percebe.” (BICUDO, 2011, p. 19). Por não haver uma separação entre os envolvidos na pesquisa, a busca por qualidades no par fenômeno/percebido não assume definições formadas e explicativas sobre o que será analisado e sim se adota uma postura de atenção ao que é percebido, já que nessa perspectiva a percepção é dada no momento, no ato de perceber do sujeito. “Assim, o que se tem é a expressão do percebido pela linguagem – falada, escrita, artística, mítica, etc.” (BICUDO, 2011, p.19). Portanto, para que se obtenha êxito ao escolher trabalhar com o fenômeno/percebido na pesquisa qualitativa, o uso da descrição para produzir os dados é primordial.

A pesquisa qualitativa pode assumir diferentes abordagens e procedimentos, variando sempre com o que se pretende alcançar. Neste trabalho adotaremos a pesquisa qualitativa na abordagem fenomenológica, que como o nome sugere, trabalha com o par fenômeno/percebido para a constituição de seus dados. Essa abordagem norteará a pesquisa e terá suas definições, concepções e procedimentos discutidos nos próximos itens.

2.2 PESQUISA QUALITATIVA NA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

2.2.1 Fenomenologia

A fenomenologia, segundo Coltro (2000), teve como um de seus maiores percussores Edmund Husserl (1859 – 1938), que desenvolveu as principais linhas da abordagem fenomenológica. Podemos destacar também outros pensadores que contribuíram para a consolidação da abordagem fenomenológica, como: Martin Heidegger, Karl Jaspers, Jean Paul Sartre e Maurice Merleau-Ponty.

Ao tratarmos da pesquisa na abordagem fenomenológica é necessário, antes de iniciarmos destacando suas características e procedimentos que a validam esclarecer o que significa fenômeno nessa modalidade de pesquisa, já que esta abordagem se orienta para o estudo de fenômenos.

“Fenômeno é o que se mostra em um ato de intuição ou de percepção.” (BICUDO, 2011, p. 30). Isto é, o fenômeno é o que se mostra, se manifesta, o que aparece na percepção de um sujeito (pesquisador) consciente do contexto em que se situa o fenômeno (objeto de

estudo). Tal sujeito tem seu olhar atento para perceber o que se mostra no momento, num recorte da realidade vivida.

Diante de tal concepção de fenômeno, adotada na abordagem fenomenológica, a fenomenologia pode ser entendida como “um pensar a realidade de modo rigoroso” (BICUDO, 1994, p.17). Ou seja, a fenomenologia busca compreender recortes da realidade através do estudo dos fenômenos. Porém, tal compreensão se dá a partir de um rigor assumido na análise e interpretação dos dados construídos pelo pesquisador.

O fenômeno, entendido como parte da realidade, não se abre necessariamente a interpretações e compreensões oriundas de uma única pesquisa. “A realidade é o compreendido, o interpretado e o comunicado. É, portanto, *perspectival*, não havendo uma única realidade, mas tantas quantas forem suas interpretações e comunicações.” (BICUDO, 2000, p. 18). Entendemos então, que o fenômeno a ser percebido é suscetível à interpretações e por revelar parte da realidade cujas pessoas, ambientes e situações podem ser alterados a qualquer momento, dá a pesquisa a potencialidade de buscar compreendê-lo em determinada situação e contexto.

Segundo BICUDO (2012), vemos que as investigações que são desenvolvidas na pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica não se esgotam por completo, não são conclusivas, uma vez que expõem compreensões oriundas de acontecimentos dinâmicos e complexos da realidade. Isso indica que as compreensões a que se chega ao final da pesquisa são geradas a partir de um fenômeno.

As compreensões do fenômeno que a fenomenologia busca, exige um rigor na pesquisa para que as raízes do fenômeno possam ser mostradas. “O rigor do pesquisador fenomenólogo se impõe a cada momento em que interroga o fenômeno e ao seu próprio pensar esclarecedor” (BICUDO, 1994, p.20). Portanto, para se atingir a essência do fenômeno em estudo, isto é, para expor o que é essencial à compreensão do que se pesquisa, é necessário que o pesquisador a todo o momento esteja atento às ações (sejam elas escritas, orais ou gestos) do sujeito envolvido no fenômeno. Tais ações são registradas por meio de “depoimentos escritos pelos sujeitos, descrições efetuadas pelo pesquisador em *cadernos de campo*, gravações de voz, vídeos, por exemplo.” (BICUDO, 2011, p. 39).

Tendo compreendido do sentido da fenomenologia como o estudo dos fenômenos vamos, a seguir, detalhar um pouco mais a abordagem fenomenológica na pesquisa.

2.2.2 Pesquisa Fenomenológica

Ao se adotar a modalidade fenomenológica como metodologia da pesquisa qualitativa o pesquisador opta por uma “discussão dos pressupostos tidos como naturais, óbvios, na ação humana”, de acordo com Coltro (2000, p,38). Isto é, na pesquisa busca-se compreender características de fenômenos já conhecidos na vida cotidiana que fazem parte da ação humana. Porém, tal busca é orientada para uma compreensão além da percepção usual, captando a essência de determinado fenômeno.

“A pesquisa fenomenológica parte da compreensão do viver e não de definições ou conceitos, é uma compreensão voltada para os significados do perceber” (COLTRO, 2000, p. 39). Com isso pode-se entender que a abordagem fenomenológica, na pesquisa, se sustenta em uma postura ou atitude fenomenológica do pesquisador que, ao optar por ela para desenvolver sua pesquisa, precisa estar disposto a direcioná-la para a compreensão do fenômeno, tomando como ponto de partida uma investigação sem conceitos e concepções já formadas, definidas e formalizadas. Ou seja, sem ater-se a teorias que expliquem o fenômeno que se quer compreender, pois se trata de uma abordagem que tem como objetivo a compreensão de fenômenos envolvendo a ação humana, sujeita a modificações e alterações com origens diversas, entre elas o contexto ou situação em que o fenômeno se dá.

Tal característica nos traz a orientação inicial da pesquisa. A pesquisa em fenomenologia exige que o pesquisador tome, como ponto de partida e orientação, uma questão que lhe faça sentido, uma interrogação, no caso dessa pesquisa a interrogação orientadora do desenvolvimento do trabalho: *“Como alunos do 5º ano do Ensino Fundamental expressam o raciocínio matemático na resolução de situações problemas envolvendo o Cálculo Mental ? ”*

Segundo Paulo, Amaral e Santiago (2010), ao considerar esse ponto de partida, a pesquisa orienta-se para esclarecer as incertezas, dúvidas e questionamentos que o pesquisador traz sobre determinadas características dos fenômenos que podem ser já conhecidos, porém causam ainda certo desconforto ao pesquisador. Assim, a descrição é um ponto chave, embora não seja suficiente.

Ao adotar o modo fenomenológico de conduzir pesquisas em educação, é preciso que o pesquisador esteja atento para a perspectiva básica de seu trabalho, que será sempre o de descrever o fenômeno e não de explicá-lo, não se preocupando em buscar relações causais e, também, que esta descrição supõe um rigor, pois é através dela que se chega à essência do fenômeno. (FINI, 1994, p.24)

Temos em evidência então, que a abordagem fenomenológica procurará compreender o fenômeno descrevendo-o, tal qual ele é percebido, do modo mais detalhado possível para que se chegue a uma compreensão e seja possível evidenciar ou colocar em destaque a essência (ou o essencial) do que foi compreendido.

Como a pesquisa de abordagem fenomenológica busca compreender determinados fenômenos da ação humana ou da vida cotidiana é praticamente impossível ver todas as características que envolvem tais fenômenos, já que esse se constitui na realidade vivida, e ela é influenciada constantemente pela ação dos sujeitos. Desse modo, a interrogação, a insatisfação ou as dúvidas acerca do que se busca compreender deve orientar o olhar do pesquisador e estar situada.

Esse contexto no qual se situa o fenômeno investigado constitui a região de inquérito da pesquisa e deve orientar tanto a busca do pesquisador quanto o caminho que ele irá trilhar. Ou seja, “essas dúvidas situam-se numa região de inquérito, na qual se [situa] o fenômeno e que se constituirá como uma trajetória de pesquisa.” (MACHADO, 1994, p. 36).

Como já dito anteriormente, a abordagem fenomenológica visa à compreensão do fenômeno sem que se tome de partida concepções formadas. Porém é preciso que o pesquisador possua certa familiaridade com o contexto no qual o fenômeno se situa. Essa familiaridade lhe dá uma orientação inicial que não é concebida por teorias explicativas e previamente definida, mas é sim originada da vivência do pesquisador no contexto no qual o fenômeno se situa e que gera a interrogação que conduzirá a pesquisa.

Esse conhecimento da vivência orienta a descrição do percebido, do vivido pelo pesquisador, mas não a análise do que se mostra nessa descrição.

Ao analisar uma descrição, é necessário despojar-se de seu referencial teórico paradigmático. Isto não significa que o pesquisador exclua o seu pensar, que não tenha uma postura prévia, pois ao interrogar sistematicamente um fenômeno, ele já está sendo dirigido por um compreender pré-reflexivo do que ali vai encontrar. Ao recusar os pré-conceitos, as teorias explicativas, ele não parte de um marco zero ou vazio conceitual; ele parte de um nível pré-reflexivo que se torna reflexivo à medida que toma consciência e vai chegando a uma inteligibilidade do fenômeno (MACHADO, 1994, p. 38).

Como já citado, a abordagem fenomenológica busca compreender os fenômenos sem procurar explicá-los lançando mão de conceitos e pressupostos já estabelecidos, por exemplo, pela teoria. Para que a pesquisa atinja seu objetivo é necessário recorrer a recursos que permitam explicitar características e concepções dos sujeitos envolvidos.

De acordo com Coltro (2000), para a obtenção de resultados que validem a pesquisa qualitativa, o pesquisador deve ater-se ao que se mostra nas descrições ou discursos dos sujeitos. Esses discursos dos sujeitos podem ser obtidos por meio de entrevistas, questionários, filmagens, dentre outras formas. Neles há indícios da experiência vivida e “ao descrevê-las, espera-se que os sujeitos simplesmente relatem de modo preciso o que ocorre com eles ao viver suas experiências” (FINI, 1994, p. 28). Isto é, não se espera dos sujeitos uma análise crítica ou reflexiva, mas um relato que exponha sua vivência.

Por se tratar de uma abordagem que considera recortes da realidade, é significativo captar as ações humanas que possam levar o pesquisador a compreensão do fenômeno. Por isso a descrição dos sujeitos acerca da experiência vivida é tão valiosa. Essa explicitação da experiência vivida,

é uma forma de o sujeito colocar sua experiência rigorosamente como ela está acontecendo; ela contém significados da totalidade da experiência vivida, porém nem sempre totalmente explicitados no texto. (MACHADO, 1994, p.39).

As descrições obtidas vão descrever a estrutura dos fenômenos (as experiências) sem enfatizar este ou aquele conteúdo, buscando a *estrutura fundamental* do fenômeno (as essências). (FINI, 1994, p. 30).

Destaca-se ainda, segundo Machado (1994), que esses discursos e descrições são repletos de significados. Significados esses que são atribuídos pelos sujeitos envolvidos no recorte (fenômeno situado) da realidade vivida e a compreensão desses significados é o principal objetivo da pesquisa fenomenológica. Entendemos, então que esses discursos e descrições são obtidos pela comunicação entre pesquisador e sujeito, e entre os sujeitos que vivenciam o fenômeno. A partir dessa comunicação se obtém as descrições e os discursos que farão parte da pesquisa, constituindo-se nos *dados do pesquisador*.

Com os dados em mãos, a busca por significados por parte do pesquisador se concentrará na sua interpretação. Tais interpretações devem ser orientadas pelo contexto que o fenômeno se situa, para que a pesquisa tenha êxito, isto é, revele aspectos significativos do fenômeno investigado.

Como toda pesquisa científica, a fenomenológica, precisa de validação. Sua validade é baseada nessas interpretações do pesquisador e, portanto, este deve seguir procedimentos bem definidos, rigorosos e organizados para analisar os dados. “A validação da prova científica é buscada no processo lógico da interpretação e na capacidade de reflexão do pesquisador sobre o fenômeno objeto do seu estudo” (COLTRO, 2000, p. 39). Desse modo, pode-se dizer que a

pesquisa na abordagem fenomenológica, buscará explicitar a compreensão do pesquisador acerca do investigado, através de uma percepção não usual do cotidiano, sendo os sujeitos envolvidos na pesquisa a principal fonte de produção de dados. A validação da pesquisa é dada pelo rigor com que os procedimentos de análise e interpretação dos dados são construídos.

2.2.3 Procedimentos De Análise

Como citado anteriormente o êxito da pesquisa qualitativa na abordagem fenomenológica se dá na compreensão do fenômeno situado. Tal compreensão é possibilitada pelo rigor a que está submetido o processo de análise e interpretação dos dados produzidos pelos sujeitos envolvidos no fenômeno.

“Para a análise do fenômeno situado [...] abandonamos a maneira comum de olhar, estabelecendo contato direto com o fenômeno vivido através de uma leitura cuidadosa de todas as descrições.” (MACHADO, 1994, p. 40). Ou seja, diante dos dados produzidos o pesquisador, com um olhar além do habitual, inicia a análise dos dados. Tal análise envolve dois grandes momentos: a Análise Ideográfica e a Análise Nomotética.

Na Análise Ideográfica as primeiras leituras dos dados são feitas. Essas primeiras leituras são realizadas para se conhecer as descrições de uma maneira geral. Segundo Paulo, Amaral e Santiago (2010) e Machado (1994), após a leitura inicial o pesquisador realiza uma nova leitura buscando destacar *unidades de significado*. Ou seja, através da compreensão que tem do que foi dito pelo sujeito, o pesquisador coloca em sua própria linguagem o que compreende, o que lhe chama a atenção, o que se lhe revela a priori, levando em consideração sua interrogação.

Com as unidades de significados definidas, torna-se necessário sintetizá-las, mantendo-se, porém, fiel aos discursos dos sujeitos e as descrições produzidas, orientando-se sempre pela questão inicial da pesquisa (interrogação) que orienta a busca pela essência do fenômeno situado.

Faz-se então, [...] uma síntese das proposições consistentes apresentadas nas expressões reveladoras do pensar do sujeito, constituindo agrupamentos por temas, entendidos como categorias abertas. Este movimento caracteriza-se pela busca da essência ou da estrutura do fenômeno. (MACHADO, 1994, p. 41).

Importante destacar que as interpretações construídas a partir das categorias abertas não têm, conforme já dissemos, caráter conclusivo, uma vez que se está na abordagem fenomenológica e o objetivo não é a universalidade, mas a explicitação do compreendido.

Segundo Paulo, Amaral e Santiago (2010), partindo das unidades de significado o pesquisador buscará, através de interpretações, convergências de ideias. Esse procedimento dará início a Análise Nomotética.

“O termo nomotético deriva-se de *nomos*, que significa uso de leis, portanto, normatividade ou generalidade, assumindo um caráter de princípio ou lei” (MACHADO, 1994, p.42). Assim, quando se realiza a Análise Nomotética busca-se uma passagem do nível individual para o nível geral, trazendo à tona as relações vividas que se apresentam de modo geral, que levem à compreensão do investigado.

Essas estruturas gerais são resultado do movimento que se iniciou com a análise ideográfica em busca das convergências e divergências do fenômeno situado de modo que sejam destacadas as ideias centrais para se chegar ao objetivo da pesquisa, de acordo com Machado (1994). “Essas convergências dos aspectos individuais, percebidas nos discursos dos sujeitos, levam o pesquisador às Categorias Abertas, grandes regiões de generalidades que passam a ser interpretadas pelo pesquisador.” (PAULO, AMARAL e SANTIAGO, 2010, p. 74). Isto é, a passagem do nível individual para o geral se dá através das interpretações das unidades de significados cujas convergências de ideias são destacadas e agrupadas em temas mais abrangentes: as Categorias Abertas. Segue-se, posteriormente, para a discussão das mesmas.

Com as categorias, originadas do movimento de análise e interpretação dos dados, o pesquisador inicia a sua discussão elaborando o discurso sobre as compreensões acerca do investigado. Essas compreensões do pesquisador,

Determinam quais aspectos das estruturas individuais manifestam uma verdade geral, podendo ser tomadas como afirmações verdadeiras e quais não o podem. As convergências passam a caracterizar a estrutura geral do fenômeno. As divergências indicam percepções individuais resultantes de modos pessoais de reagir mediante agentes externos. (MACHADO, 1994, p.42).

Conforme mencionado, esses aspectos gerais percebidos pelo pesquisador, não são universalidades sobre o fenômeno investigado, pois não pertencem a uma única realidade nem a um único grupo de sujeitos, pertencem, antes, a várias realidades e sujeitos. Portanto, se

obtem proposições de ordem geral e não universal. De acordo com Machado (1994) tais proposições nos revelam uma perspectiva do fenômeno investigado.

A compreensão do fenômeno, portanto, se dá através da interpretação e análise dos dados produzidos na Análise Ideográfica e Análise Nomotética e tais momentos de análise exigem atenção e rigor devendo, o pesquisador, seguir os procedimentos para colocar em relevo a estrutura/essência do fenômeno. Lembramos que esse processo de análise e interpretação é desencadeado pela interrogação, bem como pela familiaridade do pesquisador com aspectos do fenômeno.

CAPÍTULO 3: ESTUDO TEÓRICO

3.1 ASPECTOS GERAIS

As necessidades atuais da sociedade estão se modificando a cada dia. Parte disso se deve a facilidade de acesso à informação, devida, em sua maioria, pelo avanço da tecnologia. Com isso fez-se necessário uma participação mais consciente dos cidadãos na sociedade. Ou seja, é preciso que eles, cada vez mais, tenham consciência do que os cerca e desempenhem papel ativo. Para que haja essa conscientização é importante, entre outros fatores, que a autonomia e a criticidade sejam habilidades dos cidadãos. Tais habilidades, porém, precisam ser desenvolvidas ao longo de toda a vida, e tem suas raízes na educação básica.

“Dentre outras atribuições, a escola deve propiciar um ambiente que favoreça a aprendizagem autônoma e a formação crítica do cidadão.” (SANTOS, 2014, p.16). Com esse cenário salienta-se a importância de voltar-se para as competências e habilidades que a escola tem como dever desenvolver.

Dentre as áreas do conhecimento capazes de permitir o desenvolvimento ou o aprimoramento de habilidades como autonomia, argumentação, avaliação e seleção de possibilidades e trabalho coletivo, está a Matemática, uma vez que ela permite que os alunos possam, se bem orientados, explorar sua potencialidade por meio do raciocínio e da argumentação.

Parra (1996) defende que várias vertentes de estudos indicam que a Matemática deve orientar-se para a resolução de problemas, mas ao mesmo tempo a resolução de problemas está vinculada ao desenvolvimento do cálculo, seja ele escrito ou mental. “Dominar várias modalidades, é sem dúvidas, indispensável no cotidiano, devido às nossas relações sociais. A ênfase no cálculo escrito e no ensino de algoritmos, em sala de aula, não tem sido suficiente para cobrir as novas demandas da sociedade” (SANTOS, 2014, p.45 e 46).

Essa valorização do cálculo escrito relega o cálculo mental ao segundo plano. No entanto, é importante que no desenvolvimento das habilidades acima mencionadas, as diversas modalidades de cálculo tenham lugar de destaque uma vez que, “responder à necessidade social indica uma aproximação com o cálculo que torne os alunos capazes de escolher os procedimentos apropriados, encontrar resultados e julgar a validade das respostas” (PARRA, 1996, p.193).

Isso nos leva a compreensão do sentido que o cálculo tem para uma série de atividades da vida cotidiana que exigem a tomada de decisões e isso nos faz discutir com maior

profundidade, neste trabalho, o cálculo mental, ramo da aritmética que se bem orientado pelo professor pode trazer inúmeros benefícios aos alunos.

Durante muito tempo, se acreditou que a economia de etapas e a rapidez na resolução de problemas fossem os objetivos máximos a serem alcançados na disciplina de Matemática. Nesse sentido, ensinar algoritmos para fazer contas parecia ser o mais indicado. Se por um lado o uso de fórmulas permite organizar o raciocínio, registrá-lo, lê-lo e chegar à resposta exata, por outro fixa o aprendizado somente nessa estratégia e leva o aluno a conhecer apenas uma prática cada vez menos usada e, pior, a realizá-la automaticamente, sem entender o que está fazendo. (GENTILE e GURGEL, 2007, p.1)

Percebe-se, nos dizeres dos autores acima que a prática e a valorização de um único procedimento de cálculo sem a compreensão do seu sentido pode levar o aluno a uma série de compreensões parciais sobre um determinado conteúdo, conduzindo-o a uma limitação da criatividade e da potencialidade da produção do conhecimento matemático. O cálculo mental se mostra uma prática a ser levada em consideração pelos docentes em suas aulas uma vez que favorece distintas estratégias para as quais o sujeito tem liberdade de escolha.

O Cálculo Mental divide opiniões quanto ao seu significado, mas assumiremos, com Parra (1996) que o cálculo mental está associado ao “conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (PARRA, 1996, p.195). Ou seja, o cálculo mental está associado aos procedimentos utilizados para a resolução de problemas que não se valem de algoritmos pré-definidos.

Muitas vezes encontramos o cálculo mental associado a concepções que, no nosso ver, fogem da proposta anteriormente citada e defendida por Parra (1996). Os procedimentos de cálculo mental não devem ser abandonados no momento da validação de um resultado por serem considerados cálculos rápidos ou sem registros escritos. No entanto, devem ser usadas essas características para apoiar e colaborar com a comprovação do obtido, isto é, o cálculo mental pode ser uma estratégia de verificação do obtido, sem se limitar a isso.

Porém, é preciso desmistificar a ideia de que a importância do trabalho com o cálculo mental se alicerça na rapidez dos cálculos, ou seja, fazer associação entre o cálculo mental e os cálculos rápidos é um equívoco, no nosso entender. Os procedimentos de cálculo mental levem os alunos para algo mais à frente que essa agilidade, segundo Gentile e Gurgel (2007).

Esses procedimentos devem levar o aluno a uma participação ativa e criativa no processo de escolha para resolver determinado cálculo ou problema. “O aspecto central do cálculo mental pode ser compreendido pela sua importância e utilização de *procedimentos confiáveis* e não na rapidez” (FONTES, 2010, p.39). Existe a possibilidade de a agilidade vir com a prática contínua do cálculo mental, permitindo que o aluno possa, futuramente, ter como habilidade a rapidez em determinados cálculos, mas esse não é o foco do trabalho. O cálculo mental:

Pode ser o caminho mais rápido ou não de resolução, o mais importante é a segurança com que o indivíduo resolve esse cálculo, o controle que ele tem sobre esse processo da resolução, propiciando maior autonomia e validação dos resultados. (FONTES, 2010, p.32).

Outra concepção muitas vezes adotada, porém que nos afasta dos estudos sobre o cálculo mental, diz da sua substituição ao cálculo escrito. Isso, todavia, impossibilitaria o aluno de registrar seus procedimentos e técnicas particulares, ao passo que o registro escrito pudesse ser um caminho para retomar os procedimentos feitos identificando falhas ou lacunas ou até mesmo uma maneira de validar seu raciocínio.

De acordo com Fontes (2010) o registro de um resultado parcial ou de modos de pensar pode auxiliar a criança na seleção do próximo passo, próxima estratégia a ser utilizada para solucionar um determinado cálculo ou situação problema. Com o apoio do registro escrito a criança melhora sua compreensão de situações problema e amplia as possibilidades de utilizar estratégias diferentes para a determinação de resultados.

Considerando essa perspectiva do cálculo mental que visa algo além da rapidez de cálculos e da extinção do registro escrito, deve-se focar a atenção no desenvolvimento de estratégias de resolução. Tais estratégias devem envolver criatividade, criticidade e autonomia de escolha, e não se fundamentar em procedimentos “certos” ou “errados”, mas sim por uma questão de habilidade e segurança individual para a resolução do problema.

Quando falamos em desenvolver estratégias de cálculo é importante destacar que os alunos devem ter acesso a todas elas, sem exclusividade. Com isso o estudante tem a oportunidade de conhecer vários procedimentos e ser capaz de selecionar qual(is) o mais adequado para cada situação proposta na escola ou no cotidiano. “Cada problema é novo e a aprendizagem vai consistir essencialmente em compreender que para uma mesma operação determinados cálculos são mais simples que outros “ (PARRA, 1996, p. 207). Segundo Santos

(2014), a escola deve ensinar, estimular e valorizar os diferentes procedimentos de resolução dos discentes, sempre buscando o equilíbrio no processo de ensino e de aprendizagem.

“É preciso que o aluno tenha experiências Matemáticas próprias, isto é, que participe da construção de conceitos matemáticos, compreendendo as possibilidades implicadas em cada operação.” (BENITES, 2011, p.13). Nesse sentido o cálculo mental pode ser estimulado a partir de situações problema, onde os alunos são instigados a criar relações entre os dados do problema e os conhecimentos que possuem até aquele momento. De acordo com Parra (1996) cada problema que é proposto ao aluno é novo e a aprendizagem será construída na compreensão que uma mesma operação pode exigir cálculos mais simples ou não, e que um caminho mais longo pode ser a solução mais viável, por exemplo.

Ainda, segundo a concepção de Parra (1996), os alunos precisam desenvolver habilidades de representar o maior número possível de relações existentes entre os dados que lhe são propostos em uma situação problema e, com o desenvolvimento dessas habilidades, serem capazes de definir métodos que os levem a compreensão do problema proposto. “Espera-se o uso de estratégias pessoais, criativas e que demonstrem a compreensão dos números implicados” (SANTOS, 2014, p. 43).

Uma vez que a perspectiva através da qual propomos o cálculo mental se define principalmente pelo fato de que, frente a uma situação e a partir da análise dos dados, os alunos devem buscar os procedimentos que lhes pareçam mais úteis, discutir suas escolhas e analisar pertinência e sua validade, acreditamos que, através disto, inserimos no âmbito do cálculo o que constitui o desafio central de toda didática: que os alunos possam articular o que sabem com o que têm que aprender. (PARRA, 1996, p.205)

Essa articulação de conhecimentos e conceitos se dá também pela confiança que o aluno tem em seus procedimentos de cálculo e essa segurança se constrói em um ambiente onde o mesmo é estimulado a analisar e refletir sobre os processos e seus resultados para que possa ir construindo um repertório de procedimentos e compreensões acerca dos resultados. “A ideia é que a criança tenha cada vez mais recursos para chegar ao resultado das operações com segurança, de maneira progressivamente econômica e, acima de tudo, compreendendo a resolução.” (GENTILE e GURGEL, 2007, p.3).

O Cálculo Mental visa mais que o desenvolvimento de procedimentos e técnicas de cálculo, destina-se a expandir as relações que os alunos criam para tentar estabelecer um vínculo entre o que se tem e o que se pretende obter, ou seja, que sejam capazes de articular o

conhecimento já adquirido com uma situação de aprendizagem nova, enfrentando desafios sem se ater a busca de algoritmos ou fórmula que levem à resposta.

Assim, temos que diferentes situações geram procedimentos e técnicas de cálculo distintas, “a partir do problema o indivíduo vai mobilizar seus conhecimentos para avaliar a necessidade que a situação requer: se é preciso realizar um cálculo *exato* ou *aproximado*” (FONTES, 2010, p.41). Caso a opção escolhida seja o cálculo aproximado um caminho possível é o cálculo mental com estimativa, sendo o trabalho com estimativa um dos primeiros passos para o desenvolvimento e aprimoramento do cálculo mental.

“Cálculo mental e estimativa possuem significados muitos próximos. A relação entre eles está no fato do cálculo mental pode ser feito a partir de estimativa (cálculo aproximado mais geral) e estimamos a partir de um cálculo mental” (FONTES, 2010, p.42). A prática do cálculo mental por estimativa permite que os alunos explorem outras habilidades em Matemática que os tornam aptos a resolver situações do cotidiano que apresentam, em sua maioria, situações onde os cálculos aproximados são de grande valia.

“Desde as primeiras experiências os alunos devem construir competências no sentido de apresentar diferentes estratégias que os levem a perceber o significado de um valor aproximado, justificando e comprovando suas opiniões.” (BENITES, 2011, p. 24). Assim, o trabalho com cálculo mental por meio de estimativa leva o aluno a perceber que determinado valor estimado e seu significado são viáveis à solução de uma situação problema sendo, portanto, muito mais que arriscar valores.

De acordo com Fontes (2010) o trabalho com estimativa deve ser feito durante todo o ensino de Matemática e sua prática levará os alunos a uma compreensão sobre os resultados encontrados. Além disso, deve ser aliado a outros procedimentos e técnicas de cálculo, seja mental ou escrito, a fim de proporcionar aos alunos uma maneira de controlar, analisar e julgar os resultados que encontram no enfrentamento de situações problema.

Alguns documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trazem o trabalho com estimativa como ponto importante para o desenvolvimento do cálculo mental, o que retomaremos ainda neste trabalho.

Por ora vamos retomar o que anteriormente discutimos acerca da potencialidade do cálculo mental para situações que exigem cálculos aproximados ou exatos. No primeiro caso discutimos o uso de estimativa e sua importância na compreensão de resultados. No segundo caso, o *cálculo exato*, também pode ser trabalhado com o auxílio do cálculo mental. Segundo Parra (1996) o cálculo mental permite aos alunos compreender os algoritmos, uma vez que auxilia no desenvolvimento da compreensão dos mesmos. A decomposição numérica, por

exemplo, pode levar o aluno a entender os algoritmos de adição com valores que extrapolam o permitindo em cada ordem de grandeza numérica. Além dessa compreensão do algoritmo, o aluno será capaz de, caso seu procedimento algorítmico falhe, identificar e estimar o erro cometido.

De acordo com Fontes (2010) o entendimento de um algoritmo não necessariamente significa a compreensão do mesmo e o cálculo mental permite que essa compreensão das técnicas e regras para a realização de uma determinada operação seja desenvolvida pelo aluno. Ao se deparar com uma situação problema e usar um determinado algoritmo para resolver o que é proposto, o aluno que tem bom desempenho em cálculo mental é capaz de estimar o resultado e ver se o obtido através do algoritmo tem sentido, será capaz de analisar se o valor encontrado satisfaz o problema proposto. Caso contrário, a resolução do problema pode ser apenas aplicação mecânica de um algoritmo já executado em sala de aula.

O ato de questionar e duvidar dos resultados é importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático e das habilidades citadas no início do capítulo, como desenvolvimento da autonomia, criatividade, seleção e avaliação de estratégias, dentre outras. Tais habilidades permitem aos alunos se envolverem com a resolução de problemas tornando-os capazes de analisar a relevância de um procedimento adotado ou de um resultado encontrado, seja ele em uma operação com algoritmo, realizado em sala de aula, ou em uma situação do cotidiano.

3.2 DOCUMENTOS OFICIAIS: PCN E ORIENTAÇÕES CURRICULARES DO ESTADO DE SÃO PAULO

Como citado no início deste capítulo, as necessidades do indivíduo estão em constante transformação e para enfrentar os desafios que a realidade lhe impõe são necessárias novas competências e habilidades. Com isso a escola também precisa se transformar de modo que seja capaz de orientar seus alunos para viverem nesse novo contexto social, econômico e cultural.

Para tanto, há documentos oficiais que procuram orientar a prática pedagógica das escolas. Em nosso país tais documentos orientam para uma educação que esteja voltada para além da transmissão de conhecimentos, visando a educação para a vida.

Os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL, 1997) são documentos oficiais dessa natureza que orientam discussões, planejamentos e reflexões acerca das práticas educativas

nas diferentes disciplinas. Propõem práticas que promovam uma educação voltada para o perfil do cidadão autônomo, reflexivo e consciente de seus direitos e deveres.

Dentre os objetivos expostos nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN) alguns merecem destaque em nossa pesquisa, tais como:

- Desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
- Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação;
- Utilizar as diferentes linguagens — verbal, Matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos. (BRASIL, 1997, p.6)

Nota-se que, de acordo com os PCN, a Matemática é uma área do conhecimento que é fundamental na construção da cidadania sendo, portanto, necessário que ela esteja ao alcance de todos. Para tanto seu ensino deve se pautar na construção e compreensão do conhecimento que deve ser visto como produzido e não como algo pronto e inquestionável.

O processo de produção de conhecimento ou de compreensão de conceitos e conteúdos deve, portanto, ser valorizado e estimulado, sendo fortemente influenciado por fatores sociais e culturais o que torna importante que se preze por toda e qualquer forma de produção de conhecimento.

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade Matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (BRASIL, 1997, p.29)

Novamente as habilidades de criticidade, criatividade, autonomia e seleção de possibilidades são ressaltadas evidenciando o quanto a Matemática pode contribuir para o seu desenvolvimento. Os procedimentos de cálculo são, portanto, ferramentas importantes e necessárias para a produção do conhecimento matemático e, com isso, os PCN trazem os benefícios que o desenvolvimento de um repertório de cálculo traz para a aprendizagem:

- Possibilita o exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização;
- Permite a descoberta de princípios matemáticos como a equivalência, a decomposição, a igualdade e a desigualdade;
- Propicia o desenvolvimento de conceitos e habilidades fundamentais para aprofundar os conhecimentos matemáticos;
- Favorece o desenvolvimento da criatividade, da capacidade para tomar decisões e de atitudes de segurança para resolver problemas numéricos cotidianos. (BRASIL, 1997, p.76)

Nos PCN, o cálculo mental é um conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Ganha destaque a construção de procedimentos de cálculo que permitam que os alunos sejam capazes de, ao longo do tempo, identificar modos que melhor se adequam a determinadas situações. De acordo com os PCN, a construção de uma variedade de procedimentos de cálculo se inicia principalmente com a compreensão da utilidade e do significado do cálculo escrito e do cálculo mental.

Assim, é recomendável que a organização do estudo do cálculo privilegie um trabalho que explore concomitantemente procedimentos de cálculo mental e cálculo escrito, exato e aproximado, de tal forma que o aluno possa perceber gradativamente as relações existentes entre eles e com isso aperfeiçoar seus procedimentos pessoais, para torná-los cada vez mais práticos, aproximando-os das técnicas usuais. (BRASIL, 1997, p. 76)

O cálculo mental é evidenciado como estratégia para desenvolver e apoiar o cálculo escrito. Ou seja, o trabalho com um não leva à exclusão do outro, sendo relevante ao aluno avaliar e julgar qual a melhor maneira (estratégia) de resolver um problema.

Como em diversas situações da vida cotidiana não se tem a necessidade de um cálculo exato, mas antes de uma estimativa ou aproximação, pode-se dizer que, “uma das finalidades atuais do ensino do cálculo consiste em fazer com que os alunos desenvolvam e sistematizem procedimentos de cálculo por estimativa e estratégias de verificação e controle de resultados.” (BRASIL, 1997, p.77). Logo, a prática do cálculo aproximado ou estimado deve ser desenvolvida e valorizada na sala de aula, permitindo que os alunos sejam capazes de avaliar um resultado e sua coerência no contexto que está inserido.

Ainda, de acordo com os PCN, o cálculo por estimativa deve ser trabalhado de maneira paralela ao cálculo mental, oportunizando o desenvolvimento da competência de avaliar resultados em diversas situações, até mesmo em problemas onde o cálculo exato é a melhor solução. Ao estimar um possível valor para o cálculo, o aluno é capaz de verificar se sua resposta está coerente com a estimativa inicial diminuindo a prática de cálculos mecânicos.

Ainda, “a utilização da estimativa pode reduzir a incidência de erros” (BRASIL, 1997, p.77) uma vez que o trabalho com aproximações e estimativa permite que os alunos aprimorem suas habilidades de cálculo.

No documento oficial, versão preliminar, *Orientações Curriculares Do Estado De São Paulo Anos Iniciais Do Ensino Fundamental – Matemática* (SÃO PAULO, 2014), ganha destaque a educação Matemática do aluno. Afirma-se que,

É preciso enfim, que sejam educadas, matematicamente. Esta educação deve contribuir principalmente para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática. (SÃO PAULO, 2014, p.6)

Nesse documento o cálculo mental também vem como um procedimento que deve ser trabalhado para além da reprodução, oportunizando o desenvolvimento criativo de estratégias pessoais, permitindo que o aluno articule-as de maneira consciente quando deparado com situações problemas, como percebemos no trecho em destaque:

O cálculo é, naturalmente, parte integrante da Matemática, mas aprender procedimentos de cálculo isolados, por si só, não promove o contato dos alunos com as ideias e os modos de pensar fundamentais da Matemática e não garante que eles sejam capazes de mobilizar os conhecimentos relevantes quando tiverem que enfrentar de fato, situações problemáticas mais simples surgidas em um contexto diferente. (SÃO PAULO, 2014, p.3)

Nesse documento há ênfase em algumas práticas que devem ser desenvolvidas durante o ano letivo valorizando o planejamento de determinadas atividades dentre as quais há destaque para as que envolvem as ideias de cálculo mental; “não é suficiente realizá-las apenas no corpo de uma dada sequência didática, mas é um trabalho a ser planejado e realizado ao longo do ano” (SÃO PAULO, 2014, p.42).

Com a leitura das orientações curriculares é possível ver que a prática do cálculo mental deve ser valorizada e estimulada desde o início do Ensino Fundamental, logo no 1º ano, uma vez que a partir desse trabalho as crianças vão criando suas próprias estratégias para resolver problemas que lhe são propostos. O cálculo mental vem, nesse documento, apoiar e subsidiar o trabalho inicial com o agrupamento e o valor posicional, por exemplo.

Dentre os motivos para a prática de atividades de cálculo mental, apresentados nas orientações curriculares, podemos destacar também o desenvolvimento da confiança dos

alunos para criar estratégias diferentes e pessoais para resolver situações-problema e, também, de despertar o interesse dos alunos em conhecer procedimentos variados de cálculos o que amplia o repertório de técnicas tornando-os capazes de avaliar uma situação e decidir o melhor a ser utilizado. (SÃO PAULO, 2014).

No documento o estímulo ao desenvolvimento do cálculo mental está presente, por exemplo, na decomposição numérica no 2º ano; no aprimoramento das técnicas de cálculo aproximado propostas no 3º ano para resolver situações problema e, no 4º ano, para a busca de estratégias pessoais de validação de resultados para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão (ressaltando o cálculo exato, aproximado, a estimativa e o arredondamento).

Com isso vê-se que o cálculo mental é incentivado ao longo dos anos iniciais do ensino fundamental sendo que, ao final desse nível de escolaridade, propõe-se que,

Os diferentes tipos de cálculo - mental, com papel e lápis e com uso da calculadora - também devem estar presentes nas atividades propostas no quinto ano em que os alunos devem se perceber também capazes de formular situações-problema e validar os procedimentos e os resultados apresentados por um colega ou suas próprias produções. (SÃO PAULO, 2014, p.37)

Com isso nota-se que, desde os anos iniciais, as orientações curriculares do Estado de São Paulo prevê e incentiva a prática do cálculo mental em diferentes níveis para o desenvolvimento da autonomia de cálculo do aluno e produção de sentido para as operações Matemáticas.

CAPÍTULO 4: PESQUISA DE CAMPO

4.1 SUJEITOS DA PESQUISA

Para o desenvolvimento da pesquisa, que descrevemos neste texto, realizamos um trabalho de campo em uma escola da rede pública da cidade de Taubaté: Escola Municipal de Ensino Fundamental e Integral Padre Silvino Vicente Kunz. Essa escola atende alunos de 6 a 14 anos, abrangendo o Ensino Fundamental (1º ao 9º ano) nos períodos matutino e vespertino.

A escola oferece aos alunos um período além daquele das aulas regulares, chamado de período integral. Com isso os alunos ficam na escola nos períodos inversos aos das aulas regulares. Durante esse período os alunos possuem aulas (50 minutos) de teatro, dança, artes, esportes e há um momento destinado à realização das tarefas das aulas regulares. Essas aulas do período integral são ministradas por profissionais da área, capacitados e com experiência, que buscam o desenvolvimento de diversas habilidades dos alunos. Para as aulas, os alunos são separados em grupos da mesma faixa etária, já que o período integral é oferecido para todos os alunos da escola.

A pesquisa de campo que realizamos envolveu os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental I que possuíam aulas regulares no período matutino e ficavam à tarde no período integral. Na turma de alunos do 5º ano havia entre 10 e 15 alunos na faixa etária dos 9 a 12 anos.

Para o desenvolvimento das tarefas da pesquisa a escola cedeu seis aulas de 50 minutos com os alunos da turma do 5º ano que ficavam no período integral, assim o grupo formado para a pesquisa era heterogêneo. Em cada dia a tarefa proposta atendia a objetivos específicos que pudessem aproveitar o tempo disponibilizado pela escola. Os professores do período integral também participaram das tarefas e, inclusive, auxiliaram a pesquisadora no decorrer das atividades. As aulas acontecerem durante duas semanas, sendo três aulas em cada uma.

As aulas foram filmadas em vídeos e, por isso, todos os alunos receberam uma autorização sobre o direito de uso de imagem para que os pais assinassem. Porém, visando à preservação de suas identidades, na exposição da pesquisa, iremos usar nomes fictícios. Salientamos que, na primeira aula, os alunos foram informados do que se tratava e, ao longo das tarefas, mostraram-se receptivos e participativos.

4.2 TAREFAS PROPOSTAS

Conforme mencionado, o trabalho de campo consistiu na proposta de algumas tarefas que incentivassem os alunos a praticarem o cálculo mental em situações distintas. A seguir descrevemos cada uma das tarefas realizadas com os alunos. Destacamos que cópias de algumas tarefas encontram-se no anexo ao final deste trabalho.

4.2.1 Aula 1

A primeira aula consistiu na realização de três atividades de cálculo mental por estimativa, a primeira intitulada de “O mais perto possível”.

A atividade consiste em, de posse de duas cartas numeradas com algarismos distintos de 0 à 9, formar o número mais próximo possível do número dado pela pesquisadora. O objetivo da atividade é permitir que os alunos praticassem o cálculo mental por estimativa e que pudessem discutir e argumentar com o grupo, possibilitando-lhes conhecer novas maneiras de estimar um resultado.

Para a realização da tarefa a turma foi dividida em grupos de 4 a 5 alunos cada. Passando em cada grupo pedia-se que eles escolhessem duas cartas dentre as 10 disponíveis (numeradas de 0 à 9). Após todos os grupos estarem com as duas cartas, a pesquisadora escreveu na lousa o número 40 e pediu que formassem, com as cartas escolhidas aleatoriamente, o número que mais se aproximava do registrado na lousa (o número 40). Após cada grupo formar os números, discutiu-se com a sala as soluções apresentadas.

Na segunda rodada cada grupo escolheu, novamente, duas cartas dentre as 10 e o número escrito na lousa foi 65. Seguiu-se o mesmo procedimento.

A segunda tarefa proposta foi “Maior ou menor?”. Ela foi dividida em três partes e os alunos continuaram organizados nos mesmos grupos da tarefa anterior. A tarefa baseia-se em afirmar ou não (classificar como verdadeira ou falsa) uma sentença escrita na lousa pela pesquisador. Essas sentenças são comparações entre um resultado e uma determinada operação. O objetivo da atividade era oportunizar que os alunos explorassem seus procedimentos de cálculo mental para realizar comparações numéricas.

Na primeira rodada a sentença escrita foi: “ $125+125$ é maior ou menor que 200?”, os alunos discutiram em grupos e expuseram suas conclusões acerca da afirmação, baseados em procedimentos de cálculo mental. As afirmações “ $73+86$ é maior ou menor que 200?” e “ $243-120$ é maior ou menor que 150?” foram da segunda e terceira rodada, respectivamente.

A última tarefa, “Aproximando”, foi baseada nas duas tarefas anteriores. Foi entregue aos alunos, individualmente, uma folha com algumas operações e possíveis resultados aproximados para cada operação. Dentre os valores apresentados, os alunos deveriam escolher aquele que mais se aproximava da resposta exata. Havia três possibilidades. O objetivo era explorar os procedimentos de cálculo mental com registro escrito e finalizar a aula com uma atividade que abrangesse o que foi realizado durante aula.

4.2.2 Aula 2

Na segunda aula foram realizadas duas tarefas: “Quantas tampinhas?” e “Qual o resultado?”.

Para a primeira tarefa, “Quantas tampinhas?”, foi entregue a cada aluno uma folha de papel impressa com falas de personagens. Numa delas a personagem dizia: “João tem 13 tampinhas. Juntos, ele e Pedro têm 35”. Quantas tampinhas Pedro têm?”. O objetivo era que os alunos compreendessem a fala e a pergunta proposta e fossem capazes de determinar o número de tampinhas de Pedro através do cálculo mental exato. Para tanto poderia utilizar procedimentos e técnicas distintas como contagem ou operação inversa. Após cada aluno responder discutiram-se as respostas e os procedimentos usados para resolver o problema proposto.

Na segunda tarefa, “Qual o resultado?”, os alunos foram divididos em duplas e receberam uma folha com um “caminho” a ser percorrido. Esse caminho continha uma sequência de adições e subtrações indicadas. Ao final das operações era pedido o resultado. O objetivo era estimular a realização de operações de adição e subtração, com números de um ou dois dígitos, por meio do cálculo mental. Nesse caso sem o apoio do registro escrito. Cada dupla, ao chegar ao resultado, expressou-o oralmente e relatou o procedimento usado para argumentar sobre a validade do resultado obtido.

4.2.3 Aula 3

Duas tarefas foram realizadas no terceiro encontro: “Dia do Show” e “Hora do remédio”. Cada uma delas trouxe aos alunos situações problemas que poderiam ser resolvidas por meio do cálculo mental. Nessas tarefas pedimos que os alunos escrevessem como

pensaram para determinar a solução de cada uma delas. O objetivo é identificar estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos.

A tarefa “Dia do Show” trazia a seguinte charge:

Figura 1- Charge: “Dia do show”



Fonte: GALVÃO, Nova Escola, ed. 227, 2009

Outra charge também foi trazida para os alunos na tarefa “Hora do remédio”:

Figura 2 - Charge: “Hora do remédio”



Fonte: GALVÃO, Nova Escola, ed. 227, 2009

Os alunos receberam uma folha com ambas as charges e questões para serem respondidas. No primeiro caso perguntou-se: qual o dia do show? E, no segundo caso, quais os horários que o garoto poderá tomar o remédio? O objetivo era que os alunos fizessem estimativas e elaborassem soluções para o problema expondo o seu raciocínio.

4.2.4 Aula 4

No quarto encontro foram realizadas tarefas com uso da calculadora. Duas tarefas foram propostas. Na primeira, “Qual o maior?”, os alunos individualmente receberam uma folha com operações de multiplicação e lhes foi solicitado que determinassem, sem a calculadora, qual multiplicação teria produto maior. O objetivo era explorar a comparação numérica com operações de multiplicação e, novamente, praticar o registro escrito de suas ideias. Cada aluno deveria registrar seu motivo de escolha.

Na segunda tarefa do dia, “Calculadora com defeito, e agora?”, o objetivo era trabalhar com o cálculo mental através da decomposição numérica, instigando os alunos a refletirem sobre as propriedades numéricas e a maneira de escrever os números.

Nesta tarefa, em cada uma das situações propostas, uma tecla da calculadora não poderia ser usada. Por exemplo, os alunos precisavam determinar quanto é 2×8 e 6×8 , porém a tecla 8 não podia ser usada. A regra é que eles construíssem uma sequência de ‘teclas a serem apertadas’ para chegar ao resultado da multiplicação. Em outro exemplo, 3×6 e 5×6 , a tecla 6 não poderia ser usada e volta-se a mesma situação. Cada aluno fez o registro de quais teclas deveriam apertar para chegar ao resultado correto e, ao final, as opções foram apresentadas e discutidas.

4.2.5 Aula 5

No quinto encontro duas tarefas foram propostas “Colorindo a resposta certa” e “Escrevendo de maneiras diferentes”. Em ambas o registro escrito foi incentivado.

Na primeira tarefa, “Colorindo a resposta certa”, o objetivo era estimular o cálculo mental com operações de multiplicação, usando a comparação numérica. Os alunos receberam individualmente folhas com as tarefas que consistiam em ‘descobrir’ se os produtos de duas multiplicações eram ‘maiores’, ‘menores’ ou ‘iguais’. Por exemplo, 42×4 é maior, igual ou menor que 21×8 ? Logo abaixo da pergunta havia uma tabela com três colunas: maior, menor ou igual. Em cada uma das situações os alunos precisavam colorir, na tabela, a coluna com a resposta mais adequada e registrar seus procedimentos para a escolha.

Na segunda tarefa, “Escrevendo de maneiras diferentes”, o objetivo era trabalhar o cálculo mental com a decomposição numérica. Novamente os alunos receberam uma folha e uma calculadora. Na folha havia dois números. Para cada um deles o aluno deveria elaborar uma adição, uma subtração e uma multiplicação cujas, soma, diferença e produto resultassem

no número previamente determinado. Por exemplo, o número 15 era um dos que estava proposto na folha. Os alunos precisavam encontrar dois números cuja soma resultasse em 15, dois números cuja diferença fosse 15 e dois números cujo produto fosse 15. Esses números poderiam ser iguais ou distintos. A calculadora permitia que os alunos pudessem explorar suas possibilidades de escolha.

4.2.6 Aula 6

No último encontro foi realizado um jogo: “Mãos iguais”. O objetivo era proporcionar aos alunos um momento de descontração e ao mesmo tempo explorar situações anteriores, como estimativa, comparação numérica e decomposição numérica.

A meta no jogo era alcançar “Mãos iguais”, isto é, diante de um número par de cartas numeradas com algarismo de um ou dois dígitos, cada pessoa da dupla deveria ficar com cartas cuja soma fosse igual a da sua dupla, sem haver sobra de cartas.

Na primeira rodada cada dupla recebeu as cartas com os algarismos 5, 4, 6 e 3. Assim, como eram quatro cartas, cada integrante da dupla deveria ficar com 2 cartas com a condição de que a soma das cartas fosse a mesma para os dois colegas de dupla. Por exemplo, um poderia escolher 5 e 4 e o outro 6 e 3, já que $5+4 = 9$ e $6+3 = 9$.

A cada rodada os números aumentavam e a quantidade de cartas também. Na segunda rodada as quatro cartas foram: 9, 6, 7, e 8. E na terceira rodada foram 6 cartas: 1, 12, 13, 9, 11 e 12. Essa última rodada foi a que mais exigiu tempo, paciência e estratégia dos alunos.

Ainda neste último encontro, os alunos receberam um questionário para responder. Nele havia perguntas sobre as tarefas propostas e a participação deles, o que mais gostaram durante os encontros, etc. O objetivo era ver o que o aluno sentia, percebia, pensava acerca dos encontros.

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DOS DADOS

Após o desenvolvimento das atividades na escola, os vídeos foram transcritos para que se iniciasse a análise ideográfica. Num primeiro momento foi feita uma leitura do texto com o objetivo de captar o sentido do todo. Em seguida, iniciou-se o destaque de falas dos sujeitos da pesquisa que indicassem possíveis perspectivas para a compreensão da questão inicial orientadora do trabalho.

Para poder explicitar o que foi destacado das transcrições, foram utilizados alguns códigos identificando o aluno, a atividade, a tarefa e as partes (itens) de uma mesma tarefa. Por exemplo, ao utilizarmos código Vitor A1T1P1, estamos nos referindo à fala do aluno Vitor na atividade um, na primeira tarefa e na parte 1 dessa tarefa. Isso possibilitou a construção do quadro abaixo que denominamos Análise Ideográfica. Para a compreensão do leitor identificamos as diferentes tarefas em linhas que, na tabela, estão intercaladas com as unidades de significados. Assim, temos, na primeira coluna da tabela, o código identificativo, acima explicitado, na segunda coluna a transcrição da fala do aluno e na terceira coluna a interpretação da fala do sujeito feita pelo pesquisador com o objetivo de expor sua compreensão.

Quadro 1: Análise Ideográfica

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Em A1T1P1, a tarefa consiste em, usando duas fichas numeradas de 0 a 9, montar o número mais próximo possível de 40.			
Vitor A1T1P1	Se a gente colocasse o 1 ficaria muito longe, ia ficar menos. O 10 falta 30 e o 1 ia faltar 39.	Vitor percebe que o número 10 é mais próximo do 30 do que o número 01 ao analisar as possibilidades de formação numérica com suas fichas.	Comparação numérica
Natan A1T1P1	Porque o 73 ia ser muito pra cima. Falta 3.	Natan diz que o número 73 ia ficar muito longe do 40- enquanto o número 37 seria mais próximo pois falta apenas 3 para o 40.	Estimativa
Ana A1T1P1	Porque se formasse o 85 ia ficar muito longe.	Ana fala primeiro que o 85 não seria conveniente.	Estimativa usando a

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
	Porque o 40 vem antes do 58 e o 8 vai um pouquinho mais.	Considera o fato de 40 anteceder o 58 um pouco só.	comparação numérica
Laís A1T1P1	(complementando a fala da Ana): Uns 40 , mais ou menos	A aluna procura completar a fala da colega dizendo que o 85 ficaria mais ou menos uns 40 de diferença.	Estimativa.
Natan A1T1P1	O nosso era o mais pertinho	Natan, atento aos números formados pelos colegas, chega a conclusão de que o número formado pelo seu grupo (37) era o mais perto do 40.	Estimativa
Em A1T1P2 a tarefa consiste em, usando duas fichas numeradas de 0 a 9, montar o número mais próximo possível de 65.			
Raissa A1T1P2	Porque tá mais perto (faz o número 1 com a mão)	Para a montagem do 65, Raissa vê que os números recebidos, 6 e 4, ficam próximos do desejado identificando que falta apenas 1. Mostra o que falta com os dedos.	Contagem. Verificação com o auxílio dos dedos.
Ana A1T1P2	(complementando a fala de Raissa): Porque só falta um número	Ana completa a ideia iniciada por Raissa dizendo que falta 1 para 65.	Uso do algoritmo para escolher.
Isaias A1T1P2	Ia faltar mais 23	Isaias monta o número 37 e realiza o cálculo mentalmente para descobrir o que falta para chegar a 65.	Estimativa

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTCICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Danilo A1T1P2	(complementando a fala de Isaias): Ia faltar não, ultrapassou 8	Danilo faz o cálculo para saber quanto o número formado por ele se aproxima do número da lousa e vê que ultrapassa 8.	Contagem com o auxílio dos dedos.
Natan A1T1P2	Porque o 29 ia ficar mais longe. Uns 40 e pouco e o 92 uns 30.	Natan faz uma estimativa usando a ordem das dezenas para saber qual valor está mais próximo de 65, 29 ou 92.	Estimativa. Decomposição numérica.
Em A1T2P1 a tarefa consiste em classificar 125+125 em maior ou menor que 200.			
Natan A1T2P1	Eu fiz a conta	Natan faz a conta (o algoritmo) mentalmente para dar a resposta.	Arma a conta 'de cabeça'.
Vitor A1T2P1	É só somar os dois 100 que dá 200, e os dois 25 que dá 50, então é maior que 200	O aluno realiza o cálculo mentalmente com a decomposição dos números	Decomposição numérica.
Ana A1T2P1	É que eu imaginei a conta na minha cabeça, a gente fez o resultado que é maior	Ana diz que fez a conta mentalmente para chegar ao resultado.	Faz a conta "de cabeça".
Em A1T2P2 a tarefa consiste em classificar 73+86 em maior ou menor que 200.			
Natan e Bianca A1T2P2	Natan – Deixa 1 sobe 5 Bianca – Primeiro começa pela... Natan – Ah verdade, dá 159	Natan e Bianca recorrem ao algoritmo para resolver o problema, mas se confundem com os valores posicionais dos números.	Faz uso do algoritmo mentalmente. Confusão com valor posicional.
Ana A1T2P2	Deu... cento e alguma coisa	Ana realizou os cálculos aproximados usando	Estimativa. Decomposição

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTCICULADA	IDEIAS NUCLEARES
		somente os algarismos das dezenas	numérica.
Vitor A1T2P2	Vai dá 159 que é menor	Vitor usa o algoritmo e faz a conta, com os números escritos na lousa	Operação por meio do algoritmo.
Em A1T2P3 a tarefa consiste em classificar 243-120 em maior ou menor que 150.			
Natan A1T2P3	2 menos 1 dá 1, 4 menos 2 , dá 2 e o 3-0 é 3. 123..... é menor	Natan usa o algoritmo para realizar a operação e, chegando ao resultado, conclui que é menor.	Operação por meio de algoritmo. Comparação numérica.
Ana A1T2P3	A gente tá tentando fazer a conta na imaginação, mas daí a gente se perde nos números.	Para Ana o registro escrito é importante para se localizar no cálculo. Ela escreve a conta (armada) na mesa com os dedos.	Escreve, com os dedos, a conta.
Julio A1T2P3	Porque se tira 20 do 43 vai ficar menor e se tira 1 do 2 .	Júlio realiza o cálculo mentalmente, decompondo os números dados.	Decomposição numérica.
Em A1T3 a tarefa consiste em colorir o número que mais se aproxima das operações dadas.			
Isaias A1T3	Porque ia dá 57 e o mais próximo de 57 é 55.	Mesmo não sendo necessário o cálculo exato, Isaias o fez para poder escolher a resposta correta (no caso, a resposta aproximada).	Algoritmo. Busca do valor exato.
Vitor A1T3	Eu coloquei 55, porque o resultado ia dar 57. Se eu colocasse 50 ia ficar muito longe e se eu colocasse 68 ia ficar	Vitor realiza o algoritmo escrito no papel e compara o resultado com os escritos na folha escolhendo o que mais se aproxima.	Algoritmo. Comparação numérica. Estimativa

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
	muito longe também.		
Em A2T1 a tarefa consiste em resolve uma situação problema envolvendo uma incógnita.			
Danilo A2T1	Pelas minhas contas de subtração eu cheguei num ponto que dá...Pedro tem 22 tampinhas. Se eu fizesse continha de adição ia dá mais que o valor 35, então tinha que fazer o valor subtração.	Danilo analisa os números dados e faz algumas operações com os números do problema percebendo que a melhor operação para resolver o problema é a subtração.	Testa operações. Analisa possibilidades. Avalia coerência de resultados.
Julio A2T1	Ô tia, na verdade é 35 – 13 porque é o número maior em cima.	Júlio chama a atenção para o modo como a operação deve ser feita (o algoritmo).	Algoritmo da subtração.
Em A2T2 a tarefa consiste em montar uma trilha numérica usando adições e subtrações sucessivas indicadas ao longo do caminho.			
Natan A2T2	Somando esse (3) mais esse (7), mais esse (5) que deu 15 e mais 15 (valor dado inicial) que deu 30. Daí a gente fez a conta. Esses dois (-1 e -2) deu 3, mais esse (-3) que deu 6. Aí “nois” fizemos 30 menos 6 que deu 24	Natan diz que sua equipe somou todos os valores positivos e depois os negativos para chegar ao resultado final da trilha.	Agrupa as operações de mesma natureza.
Célia A2T2	15 mais 3 dá 18, tiro 1 dá 17, 17 mais 7 dá 24. 24 tiro 2 dá 22, mais 5....27, daí menos 3 , 24.	Célia realiza cada operação de uma vez usando contagem e segue a ordem dada para chegar ao resultado.	Contagem.

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Isaias A2T2	15 mais 3 é 8 (para e pensa um pouco) ... não! Fazer melhor 15 mais 5 é 20, mais 7,27, mais 3, 30, menos 1, 29, menos 3, 26, menos 2, 24	Isaias inicia um raciocínio (usando o algoritmo), mas depois muda de opinião. Faz primeiro as adições e depois as subtrações (sucessivamente).	Avalia possibilidades Agrupa as operações por natureza.
Julio A2T2	Eu fiz primeiro as de menos, depois as de mais: 15 menos 1, 14. Menos 2, 12. Menos 3, 9. Agora 9 mais 3, 12. Mais 7, 17 (para, pensa), não ! (faz a conta na cabeça fechando os olhos) 19. Mais 5, 24	Júlio realiza as subtrações primeiro e posteriormente as adições, dizendo o resultado. Diz, em voz alta, a sequência de operações feitas.	Agrupa as operações de mesma natureza.
Em A3T1 a tarefa consiste em determinar quantos dias faltam para o show. Informa-se o dia atual (3 de novembro) e a data do show (18 de dezembro).			
Thiago A3T1	30 tira 3, fica 27. 28,29,30,31,32,33,34,35, 36,37,38,39,40, 41,42,43,44,45	Thiago tira os dias já passados do mês de novembro e acrescenta, com o auxílio da contagem nos dedos, os dias que faltam do mês de dezembro para dar a resposta.	Contagem com auxílio dos dedos.
Vitor A3T1	O mês de novembro tem 30 dias, tirando 3 de dezoito, vai dar 15. 15 mais 30 igual a 45	Vitor inicia o raciocínio eliminando 3 dias dos 18 de dezembro e soma o restante com 30 dias de novembro.	Calcula formando dezenas exatas Arredonda e faz a compensação

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Natan A3T1	Fiz no dedo - 30 menos 3 mais 18	Natan diz que recorreu a contagem nos dedos para chegar a resposta. Mostra que elimina os dias passados de novembro e adiciona os de dezembro.	Contagem com auxílio dos dedos. Calcula formando dezenas exatas.
Danilo A3T1	Pra chegar no resultado eu fiz 30 menos 18. Aí cheguei a conclusão que falta 20 dias para o show	Danilo usou parcialmente os dados fornecidos pelo problema e realizou o algoritmo de maneira incorreta.	Estimativa Uso de algoritmo.
Em A3T2 a tarefa consiste em determinar três possíveis horários para o garoto tomar o remédio de maneira que as doses respeitem o intervalo de 8 horas.			
Thiago e Natan A3T2	Thiago - 7,8,9... (usando os dedos) Natan - 7,8,9... (usando os dedos)	Thiago e Natan determinam um horário inicial e recorrem a contagem com os dedos para determinar os próximos horários.	Contagem com o auxílio dos dedos.
Natan A3T2	Ô tia, eu coloquei das 7 as 15, das 15 as 9, das 9 as seis e meia	Natan trouxe intervalos de tempo para o menino tomar o remédio e não os horários fixos.	Estimativa
Danilo A3T2	Ele tem que tomar meia-noite, depois às oito da manhã e depois às três	Danilo determina 3 horários (com o auxílio dos dedos), porém não cumpre totalmente as especificações do problema dado.	Contagem com auxílio dos dedos.
Em A5T1 a tarefa consiste em comparar os números dados (4x15 e 60, 10x12 e 1000, 21x8 e 42x4) para classificá-los em maior, menor ou igual.			

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Vitor A5T1	Porque o resultado vai dá 60. Porque 2 vezes 15 , 30 e...mais 30 vai dar 60.	Vitor realiza o algoritmo com a decomposição dos números dados para escolher a resposta correta.	Decomposição numérica.
Danilo A5T1	Porque 10 vezes 10 é 100, aí 10 vezes 11, 110, e 10 vezes 12, 120.	Danilo realiza o algoritmo a partir de resultados já conhecidos por ele para escolher a resposta correta. Faz uso do produto por dezenas exatas.	Calcula formando dezenas exatas.
Bianca A5T1	A gente fez 4 vezes o 5 que dá 20, e depois a gente fez 4 vezes o 1 que vai dá 4 e mais o 2 que deu 60.	Bianca realiza o algoritmo, respeitando o valor posicional dos números e fala o resultado final.	Opera com dezenas exatas.
Julio A5T1	Não precisa fazer a conta, olha, 42 vezes 4... É 168, mas é só você tirar. Mas é só você tirar 42 vezes 4 e colocar 21, vai dar o mesmo resultado. E se colocar esse números vezes 2 vai dá o mesmo resultado	Júlio chega a conclusão da resposta, realizando a decomposição dos números, percebendo 21 como metade de 42 e 8 como dobro de 4.	Decomposição numérica. Relação entre dobro e metade.
Ana A5T1	Eu acho que é igual porque é 21 vezes 8, daí a tabuada do 8 é mais ou menos igual a tabuada do 4, por causa 4 mais 4 é 8. Daí é igual	Ana faz uma comparação usando (21×8) e associando com a tabuada. Justifica que as tabuadas do 8 e do 4 são comparáveis e chega a conclusão que o resultado será o mesmo.	Comparação numérica. Opera usando a similaridade da tabuada do 8 e do 4.

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTCICULADA	IDEIAS NUCLEARES
Em A5T2 a tarefa consiste em determinar, com o auxílio da calculadora que tem restrição para algumas teclas, pares de números que adicionados, subtraídos ou multiplicados formem os números 15 e 36			
Danilo A5T2	Tia como não pode colocar 10 não dá pra fazer mais!	Danilo diz que, antes mesmo de apertar as teclas, não consegue dois números adicionados que resultem em 36, já que não poderá usar o 10.	Estimativa. Análise da ordem de grandeza do número.
Isaias A5T2	Ô tia, nessa daqui eu ia colocar 10 mais 5, mas não tinha, daí eu fiz 8 mais 7 igual....	Isaias percebe que pode escrever o número 15 como a soma de dois números de um só algarismo.	Decomposição numérica
Danilo A5T2	E na última pode colocar 9 menos 6 e dá 3. Ah não, tem que dá 15. Ô tia, o de menos também vai ter que colocar.	Danilo usa os mesmos números da adição para realizar o cálculo da subtração percebendo, porém, que não consegue obter o número desejado (15).	Efetua operações mentalmente
Danilo A5T2	Eu coloquei 20 dividido por 5 e deu 4! (expressão de espanto). Então fica 15.!	Danilo ao realizar a divisão 20:5 se assusta com o resultado encontrado na calculadora, já que esperava 15 como resposta e não 4.	Explora a ideia de divisão.
Danilo A5T2	Calma aí. Que tabuada tem o 15 ?	Danilo busca encontrar o número 15 em alguma tabuada conhecida.	Busca o produto 15 na tabuada
Laís A5T2	Tia, eu já percebi o 36 !!!	Laís, apesar de estar ainda	Reconhece 36

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTCICULADA	IDEIAS NUCLEARES
		na primeira parte da atividade, já localiza dois números que multiplicados resulte em 36.	como produto de dois fatores
Em A6P1, P2 e P3 a tarefa consiste em cada dupla, ao receber uma quantidade par de cartas, distribuí-las igualmente de modo que cada um da dupla possua em mãos cartas que, ao serem somadas, resultem no mesmo valor.			
Ana A6P1	Acho que vai ter que trocar!!!	Ana e sua dupla, Raissa, pegam cada um duas cartas aleatórias, somam os valores de cada (com os dedos) e decidem trocar já que não chegam na mesma soma.	Contagem com uso dos dedos
Ana A6P1	(Usando os dedos) O meu já deu o resultado !!!	Com o auxílio dos dedos, Ana novamente soma as cartas que trocou com sua dupla, Raissa.	Contagem com auxílio dos dedos.
Ana A6P1	(Vendo sua dupla Raissa, mostrando nove dedos) Deu nove!!!	Raissa usa os dedos para somar os valores de suas cartas e as de sua colega e diz o resultado encontrado por ela.	Contagem com auxílio dos dedos.
Marcos A6P2	Vamos trocar o 9 pelo 6 e o 7 com o 8.	Marcos diz (olhando para as cartas) para seu colega Isaias, que é necessário trocar as cartas para ficar com a mesma soma cada um.	Estimativa
Bianca e Marcela A6P3	Marcela – Abre !!! Bianca – Põe no chão	Bianca e Marcela distribuem as cartas no chão e com o auxílio dos	Contagem com auxílio dos dedos.

IDENTIFICAÇÃO	FALA DO SUJEITO	ASERSSÃO ARTCICULADA	IDEIAS NUCLEARES
		dedos iniciam a contagem dos pares das cartas.	
Raissa A6P3	Não, tem que trocar !!!	Raissa, de posse das mesmas 3 cartas escolhidas no início da rodada, as troca de posição e inicia a contagem, acreditando que o resultado será alterado.	Contagem Falta de percepção da propriedade comutativa da adição
Bianca e Marcela A6P3	(Usando os dedos) Bianca- 9,10,11 (Usando os dedos) Marcela – Não deu!	Bianca e Marcela, com o auxílio dos dedos, somam os valores das cartas e não chegam ao resultado. Novamente as distribuem no chão e conferem.	Contagem com os dedos. Comparação de resultados
Danilo e Elton A6P3	Danilo – Vamo trocar !	Danilo e Elton reúnem todas as seis cartas novamente e as distribuem em grupos de 3 e iniciam novamente a contagem.	Tentativa e erro. Agrupam parcelas para fazer a soma.
Danilo A6P3	Tia é muita conta!	Danilo com 3 cartas nas mãos já considera muitos cálculos a serem realizados com números de 2 algarismos.	Percebe a ordem de grandeza dos números.
Elton A6P3	Tia! Não tá dando todas as formas	Elton e sua dupla, Danilo, realizam diversas trocas, mas não conseguem ficar com três cartas cada um de maneira que a soma delas seja a mesma.	Tentativa e erro. Estimativa

Fonte: Autoria própria

Finalizado o processo da análise ideográfica e continuando o procedimento de análise dos dados, iniciou-se a análise nomotética, momento onde buscamos compreender o investigado, através de uma visão geral sobre o fenômeno situado investigado. Após o destaque das unidades de significados, buscaram-se convergências das ideias nucleares que permitissem a constituição das categorias abertas, que possibilitassem as interpretações acerca do fenômeno.

Na pesquisa desenvolvida, houve duas reduções (busca por convergências de ideias) das ideias nucleares que originaram as categorias abertas. Na primeira redução, buscou-se agrupar as ideias nucleares relativas às estratégias utilizadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades propostas e na segunda redução buscou-se agrupar as estratégias que convergiam para maneiras de expressão de raciocínio de mesma natureza. A seguir destacamos ambas as reduções realizadas, que permitiram a constituição das categorias abertas que posteriormente foram interpretadas pela pesquisadora. Para identificar as convergências das ideias nucleares, utilizamos de cores.

Quadro 2: Análise Nomotética - Categorias Abertas

1ª Redução	Identificação das falas dos sujeitos	2ª Redução	
Comparação numérica	Vitor A1T1P1, Vitor A1T3, Ana A5T1, Bianca e Marcela A6P3	Nomeação Numérica	<ul style="list-style-type: none"> • Comparação numérica • Decomposição numérica
Estimativa	Natan A1T1P1, Ana A1T1P1, Laís A1T1P1, Natan A1T1P1, Isaias A1T1P2, Natan A1T1P2, Ana A1T2P2, Vitor A1T3, Danilo A3T1, Natan A3T2, Danilo A5T2,		
Contagem	Raissa A1T1P2, Danilo A1T1P2, Célia A2T2, Thiago A3T1, Natan A3T1, Thiago e Natan A3T2, Danilo A3T2, Ana A6P1, Ana A6P1, Bianca e Marcela A6P3, Raissa A6P3, Bianca		
Algoritmo para cálculos exatos	Ana A1T1P2, Natan e Bianca A1T2P2, Vitor A1T2P2, Natan A1T2P3, Isaias A1T3, Vitor A1T3, Julio A2T1, Danilo A3T1		
Decomposição numérica	Natan A1T1P2, Vitor A1T2P1, Ana A1T2P2, Julio A1T2P3, Vitor A5T1, Julio A5T1, Isaias A5T2		
Faz a conta de “cabeça”	Natan A1T2P1, Ana A1T2P1, Natan e Bianca A1T2P2, Danilo A5T2, Ana A1T2P3	Estimativa e aproximações	<ul style="list-style-type: none"> • Análise de possibilidades e de resultados • Estimativa • Operações de mesma natureza • Cálculo com valores posicionais • Ordem de grandeza
Análise de possibilidades e de resultados	Danilo A2T1, Isaias A2T2, Laís A5T2, Danilo A5T2, Danilo e Elton A6P3, Elton A6P3, Isaias A5T2		
Operações de mesma natureza	Natan A2T2, Isaias A2T2, Julio A2T2		
Cálculo com valores posicionais	Vitor A3T1, Natan A3T1, Danilo A5T1, Bianca A5T1	Estruturação pelo algoritmo	<ul style="list-style-type: none"> • Contagem • Algoritmo para cálculos exatos • Faz a conta de “cabeça”
Ordem de grandeza	Danilo A5T2, Danilo A6P3		

Fonte: Autoria própria

5.1 DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS

Na análise dos dados procuramos compreender o interrogado e, para tanto, as convergências de ideias foi essencial. Mostraram-se, nesse movimento interpretativo, algumas regiões de generalidade que nomeamos *categorias abertas*.

Para isso houve duas reduções, entendidas como movimento que caminha na direção de compreender as generalidades e originam as categorias abertas. Na primeira redução, compreendemos ideais nucleares relativas às estratégias utilizadas pelos alunos, e na segunda redução estratégias que convergiam para expressão de raciocínio de mesma natureza.

Agora, nesta fase do texto, pretende-se discutir essas categorias abertas trazendo a interpretação acerca do que no discurso dos sujeitos se mostrou significativo à compreensão do investigado. A partir das ideias nucleares que foram obtidas da análise ideográfica, convergências de significados geraram três categorias abertas para discussão e compreensão da questão norteadora da pesquisa: *Como alunos do 5º ano do Ensino Fundamental expressam o raciocínio matemático na resolução de situações problemas envolvendo o Cálculo Mental?*

Das categorias *Estimativa e Aproximações*, *Nomeação Numérica* e *Estruturação pelo Algoritmo*, espera-se articular expressões significativas dos sujeitos e fazer uma interlocução com os estudos teóricos realizados de modo que seja possível interpretar o que se mostra revelando aspectos do fenômeno estudado.

5.1.1 Estimativa e Aproximações

Durante as atividades realizadas na pesquisa de campo, os sujeitos fizeram uso constante de estimativas e aproximações de valores como modos de resolver os problemas propostos. Isso nos inspirou a nomeação desta categoria para a qual convergiram ideias relativas à: Análise de resultados e possibilidades, Estimativa, Operações de mesma natureza, Cálculo com valores posicionais e Ordem de grandezas, que são ideias nucleares apresentadas anteriormente no procedimento de análise dos dados. Todos esses eixos (ou ideias nucleares) nos indicam que o trabalho com estimativa e aproximações se constitui de recursos apresentados aos alunos no decorrer da escola básica.

Em várias situações do cotidiano nos deparamos com a necessidade de estimar valores, principalmente na tomada de decisões imediatas. Nos documentos oficiais, a habilidade de

estimar valores e grandezas vem ressaltada para orientar as práticas pedagógicas de docentes, se mostrando essencial ao desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Porém, qual o sentido do ‘estimar’? “O Estimar consiste em formar um juízo aproximado a um valor, a um cálculo, a uma quantia ou a uma grandeza.” (GIONGO, QUARTIERI E REHFELDT, 2013, p.1). A definição de estimar adotada por esses autores mostra que o ato de estimar não se trata de uma escolha ao acaso, de um modo de destacar um valor aleatório. A estimativa é uma suposição inteligente, baseada no raciocínio, na observação e nas estratégias das crianças desenvolvidas com a intenção de solucionar um problema que lhe é proposto.

Na realização das primeiras atividades com os alunos, sujeitos da pesquisa, destacam-se algumas falas que nos revelam o uso da estimativa através da comparação numérica para escolher uma dentre as diversas possibilidades que se mostram.

Porque o 73 ia ser muito pra cima (Natan A1T1P1)
 Porque se formasse o 85 ia ficar muito longe (Ana A1T1P1)
 Uns quarenta mais ou menos (Lais A1T1P1)
 Uns 40 e pouco (Natan A1T1P2)
 Deu.....cento e alguma coisa (Ana A1T2P2)
 Eu coloquei 55, porque o resultado ia dar 57. Se eu colocasse 50 ia ficar muito longe e se eu colocasse 68 ia ficar muito longe também (Vitor A1T3)

Essas frases revelam a compreensão dos alunos que, ao optar pelas respostas, escolhiam as possibilidades mais aproximadas sabendo justificar suas escolhas. Ou seja, não era uma escolha aleatória. O conhecimento e o uso da comparação numérica se revelou grande aliado dos alunos nessas atividades que, a todo o momento, buscavam expressar modos de raciocínio através da comparação numérica para tomarem decisões, validando e justificando o que estava sendo feito. Nisso revela-se, também, a compreensão do sentido numérico, pois as comparações explícitas dizem do quão longe ou do quão perto um valor esta relativamente ao desejado. Segundo os PCN, essa estratégia é significativa à aprendizagem Matemática uma vez que,

A estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões. O trabalho com estimativas supõe a sistematização de estratégias. Seu desenvolvimento e aperfeiçoamento depende de um trabalho contínuo de aplicações, construções, interpretações, análises, justificativas e verificações a partir de resultados exatos. (BRASIL, 1997, p.77)

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2014) indica que a criança necessita desenvolver conceitos matemáticos que se referem a noções de quantificações, porém ressalta que a estimativa e julgamentos do tipo *maior que*, *menor que*, *igual a*, se mostram essenciais para o desenvolvimento das estratégias de quantificação.

As estratégias de quantificação são uma forma de utilizar o cálculo por estimativa, permitem que os alunos possam solucionar problemas e sejam capazes de subsidiar e validar seus resultados, já que, o cálculo por estimativa, se trata de uma estratégia de cálculo mental:

O cálculo por estimativas apoia-se em aspectos conceituais referentes aos números e às operações (ordem de grandeza, valor posicional, proporcionalidade e equivalência), em procedimentos (como decompor, substituir, arredondar, compensar), na aplicação de estratégias de cálculo mental. (BRASIL, 1997, p. 77)

Os dizeres dos PCN mostram que o cálculo por estimativas e aproximações envolve e expõe o conhecimento dos alunos relativo aos números e às operações, suas decisões são tomadas segundo uma organização criada por eles e ‘criada’ para determinada situação. Na pesquisa de campo, se destacam falas dos sujeitos que confirmam esse modo de proceder ao uso do cálculo por estimativas.

Em vários momentos do diálogo entre os sujeitos percebemos que os alunos utilizaram principalmente estratégias em que operaram com números de mesma natureza utilizando valores posicionais para adicionar ou subtrair os valores e ordenar estimando a ordem de grandeza.

Somando esse (3) mais esse (7), mais esse (5) que deu 15 e mais 15 (valor dado inicial) que deu 30. Daí a gente fez a conta. Esses dois (-1 e -2) deu 3, mais esse (-3) que deu 6. Ai “nois” fizemos 30 menos 6 que deu 24. (Thiago A2T2).

Nota-se, nas falas dos sujeitos essa organização que busca a natureza dos valores. Ou seja, os alunos buscam agrupar as quantidades positivas, as quantidades negativas e, em seguida, fazer a diferença. Esse procedimento do cálculo mental, ao ser expresso, permite-nos compreender a natureza do pensar. Ou seja, ao analisarmos o modo pelo qual os alunos procedem para resolver os problemas que lhes são propostos pode-se entender se há compreensão do sentido numérico (valores negativos e positivos) e mesmo da operação (o resultado positivo ou negativo).

Além disso, pode-se compreender o próprio caminho do pensar, isto é, a forma que o aluno escolhe para, de modo mais confortável ou que tenha menor probabilidade de erro, buscar as respostas.

15 mais 3 é 8 (para e pensa um pouco), não. Fazer melhor 15 mais 5 é 20, mais 7,27, mais 3, 30, menos 1, 29, menos 3, 26, menos 2, 24. (Isaias A2T2)
 Eu fiz primeiro as continhas de menos, depois eu fiz as de mais. (Julio A2T2)
 O mês de novembro tem 30 dias, tirando 3 de dezoito, vai dar 15. 15 mais 30 igual a 45. (Vitor A3T1)
 A gente fez 4 vezes o 5 que dá 20, e depois a gente fez 4 vezes o 1 que vai dá 4 e mais o 2 que deu 60. (Bianca A5T1)
 Porque 10 vezes 10 é 100, aí 10 vezes 11, 110, e 10 vezes 12, 120. (Danilo A5T1)

Pode-se ver que, as falas destacadas acima evidenciam que o cálculo mental por estimativa e aproximações permite que os alunos trabalhem habilidades apresentadas em sala de aula de forma diferenciada. Na atividade que envolvia um caminho com várias operações de adição e subtração, uma opção adotada por alguns alunos foi realizar as operações que apresentavam mesma natureza.

Nota-se também que se evidencia, nas expressões do sujeito, no cálculo por estimativa, a análise de possibilidades e de resultados. O cálculo por estimativa mostra que cada aluno pode escolher uma maneira de solucionar um determinado desafio e essa liberdade - permitida pelo incentivo ao uso do cálculo mental - dá abertura para que os alunos sejam capazes de avaliar os resultados obtidos e determinar quais são as possibilidades disponíveis escolhendo àquela que melhor atenda a demanda do problema.

Entende-se que o trabalho com o cálculo mental em sala de aula é significativo pelo que os sujeitos de nossa pesquisa vão revelando em termos de desenvolvimento de habilidades relacionadas à aritmética bem como pelo que enfatiza os PCN.

A estimativa, além de possibilitar um tipo de aprendizagem que favorece uma relação pessoal com um novo conhecimento matemático, permite que a criança faça descobertas e vivencie situações coletivas em que deve considerar a solução do outro. (BRASIL, 2014, p.66)

No diálogo entre os sujeitos de nossa pesquisa esse modo de relação pessoal se expõe em algumas situações, como as expressas pelas falas a seguir.

E na última pode colocar 9 menos 6 e dá 3. Ah não, tem que dá 15. Ô tia, o de menos também vai ter que colocar....(Danilo A5T2)
 Não, 19 menos 4! (Julio A5T2)
 Mas não tem 19 aqui na calculadora! (Danilo A5T2)
 Ô tia, o de menos vai ter que colocar mais de 10! (Danilo A5T2)

Eu coloquei 20 dividido por 5 e deu 4! (Faz cara de espanto) (Danilo A5T2)
 Não tem como você dividir, então fica com 4. Já sei, já sei: 50 dividido por 5! (Julio A5T2)
 Calma aí. Que tabuada tem o 15? (Danilo A5T2)
 A tabuada do 5! (Julio A5T2)

Acho que vai ter que trocar. O meu já deu o resultado! (Ana A6P1)
 Raissa- dupla de Ana- usa os dedos para contar
 Fica com o quatro, fica com o quatro ! (Ana para Raissa A6P1)
 Mas é pra somar tudo junto? (Ana A6P1)
 Sim!!! (Raissa A6P1)
 Deu nove!!!!(Ana A6P1)

A calculadora foi um recurso de auxílio ao desenvolvimento da habilidade de cálculo mental, permitindo aos alunos fazerem investigações. A fala dos sujeitos, em diversos momentos, revela que o cálculo por estimativa associado com o uso da calculadora permite aos alunos avaliar e validar os resultados obtidos.

De acordo com Brasil (1997) o uso concomitantemente da estimativa e da calculadora favorece um modo de trabalhar com o instrumento de forma que ele não seja usado simplesmente de maneira mecânica pelos alunos e sim que os tornem capazes de, diante do resultado obtido com a calculadora, avaliá-lo e julgar sua confiabilidade. O aluno deve “explorar as situações problemáticas, utilizando um ou mais procedimentos, procurando regularidades [...], pensando de maneira lógica e consciente” (FONTES, 2012, p. 67)

Segundo Fontes (2012) o exercício constante da estimativa possibilita que os alunos sejam agentes ativos e conscientes no processo de resolução de problemas e na produção do conhecimento matemático.

Na interpretação da categoria “estimativa e aproximações” pode-se entender que esses são modos de o aluno desenvolver habilidades de cálculo mental revelando que ele se mostrou muito ligado ao trabalho com estimativa podendo ser, no contexto do nosso objeto de estudo, atribuída à estimativa uma maneira de se conceber o cálculo mental por promover liberdade e criatividade de escolha por parte dos alunos e, ao mesmo tempo, subsidiar modos de validação dos resultados encontrados.

Logo, interpreta-se que essa categoria nos revelou que uma das maneiras que os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental expressam o raciocínio matemático na resolução de situações problemas é através de estratégias de estimativas e aproximações, utilizando comparação numérica, natureza das operações e análise de resultados para validar os

resultados por eles obtidos, nos mostrando que a estimativa permite que os alunos vivenciem situações que possam trocar informações, já que se trata de resultados aproximados, as experiências de um colega podem agregar algum novo conhecimento ou maneiras de melhorar as habilidades resolver problemas que envolvam cálculo mental, através de estratégias de estimativas e aproximações.

5.1.2 Nomeação Numérica

Nas atividades propostas aos sujeitos da pesquisa no trabalho de campo emergiu, na análise das discussões, a ideia de ordenação numérica, isto é, havia tarefas nas quais os alunos estabeleciam relações de ordem entre quantidades. Essas convergências de ideias nomeamos: Comparação numérica e Decomposição numérica da qual foi possível a categoria aberta Nomeação Numérica que passaremos a discutir.

De acordo com Brasil (2014) desde a infância até a fase adulta somos postos constantemente diante de situações que nos exigem lidar com números, seja para comparar, ordenar, identificar, de modo que, em cada momento, temos um propósito distinto. Isso nos leva a considerar, como já citamos no capítulo que discutimos as literaturas sobre o cálculo mental, que situações diferentes exigem comportamentos e estratégias distintas dos alunos.

Durante o desenvolvimento das tarefas que lhes foram propostas na pesquisa de campo se mostrou evidente que tanto a comparação quanto a decomposição numérica estão no repertório de procedimentos utilizados pelos alunos quando os mesmos são instigados e tomar decisões.

Na primeira atividade “O mais perto possível” os alunos precisavam escolher, diante de duas possibilidades, qual número era mais próximo do escrito na lousa. Para tal escolha eles fizeram uso, primordialmente, da comparação numérica para decidir qual opção escolher.

“ O 10 falta 30 e o 1 ia faltar 39” (Vitor A1T1P1)

“ Ia faltar mais 23, e no outro.....Ia faltar não, ultrapassou 8” (Danilo A1 T1P2)

O primeiro sujeito, cuja fala está em destaque acima, ao possuir em mãos as cartas 1(um) e 0 (zero) tem a possibilidade de formar os números 1 e 10, e faz uso da comparação numérica para determinar qual número deve escolher quando comparado ao número 40 escrito na lousa. Já o segundo sujeito enfatiza a escolha do grupo ao optar, diante das possibilidades 37 e 73, pelo número 73 já que o número escrito na lousa era 65. Essas

expressões dos alunos colocam em destaque tanto a liberdade de escolha para solucionar o problema proposto quanto a estratégia utilizada por eles. Nota-se, no procedimento uma comparação.

Segundo Michellis (2009) *comparar* significa examinar simultaneamente duas ou mais coisas para lhes determinar semelhanças, diferenças ou estabelecer uma possível relação. Essa procura de argumentos que permita ao aluno comparar quantidades numéricas envolve estratégias distintas que são influenciadas pelo conhecimento adquirido pelo aluno até o momento. Quando colocados diante de situações onde precisam comparar números os alunos utilizam estratégias variadas.

É que 125 mais 125, é só somar os dois 100 que dá 200 e os dois 25 que dá 50, então é maior que 200. (Vitor A1T1P1)

Porque não pode ser maior que 150. Porque se tira 20 do 43 vai ficar menor e se tira 1 do 2. (Julio A1T2P3)

Eu acho que é igual porque é 21 vezes 8, daí a tabuada do 8 é mais ou menos igual a tabuada do 4, por causa 4 mais 4 é 8. Daí é igual. (Ana A5T1)

Diminiu 2 do 4 e 1 do 2, 21....é igual [...]É igual!!! [...] Não precisa fazer a conta, olha, 42 vezes 4[...] É 168, mas é só você tirar. Mas é só você tirar 42 vezes 4 e colocar 21, vai dar o mesmo resultado. E se colocar esse números (21) vezes 2 vai dá o mesmo resultado . (Julio A5T1)

Porque o resultado vai dá 60. Porque 2 vezes 15 , 30 e...Mais 30 vai dar 60. (Vitor A5T1)

Uma estratégia usada para estabelecer a comparação numérica por grande parte dos sujeitos da pesquisa foi a decomposição numérica. A decomposição numérica é grande aliada quando estamos desenvolvendo habilidades de cálculo mental que, como já discutido, contribui para a agilidade dos cálculos bem como a compreensão do cálculo escrito. O sentido do número enquanto quantidade é mobilizado.

“O que caracteriza o cálculo mental é o fato de se operar sobre os números e não sobre os algarismos, o que favorece que o aluno não perca o significado das operações que realiza, associando sempre os números a algum referente” (BRASIL, 2014, p. 23)

Portanto, quando falamos sobre operar com números nos referimos a compreender o número e sua natureza, compreender o significado dos algarismos que compõe o número, da ordem que cada algarismo ocupa na constituição do numeral.

A composição e a decomposição tem por base a noção de valor posicional e, em última instância, a compreensão do sistema numérico decimal (entender que 534 pode ser decomposto em $500 + 30 + 4$) e das operações aritméticas (compreender que R\$ 23,80 equivale a 2 cédulas de R\$ 10 + 3 moedas de R\$ 1 + 8 moedas de 10 centavos), sobretudo em situações-problema que envolvem a adição ou a subtração. (BRASIL, 2014, p.23)

Fontes (2010) também destaca o papel da composição e decomposição numérica focando a compreensão dos números uma vez que o cálculo pode estar na compreensão da própria organização do sistema numérico decimal (ou na composição numérica). Desse modo a compreensão acerca dos números está subsidiada pela sua composição e decomposição.

Esse aspecto da compreensão dos números também é destacado no Plano Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Tais estratégias de cálculo mental que envolvem a composição e decomposição numérica pode levar os alunos a compreender os algoritmos que lhe são apresentados ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

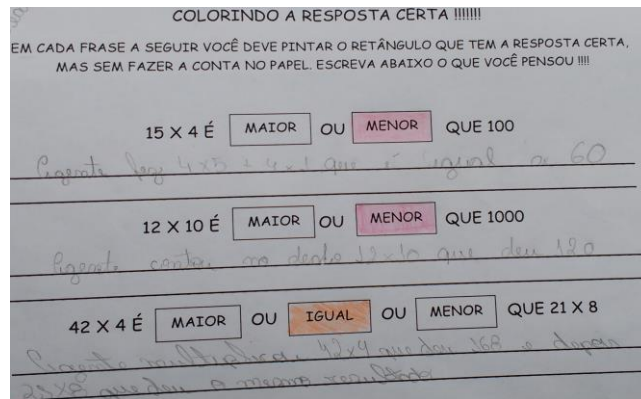
Por exemplo, se para multiplicar 14 por 7 o aluno faz $7 \times 7 + 7 \times 7$ isso mostra que, nessa situação, ele recorre à decomposição de um dos termos e à distributividade para encontrar o resultado, de uma forma bastante simples. Partindo desse raciocínio é possível fazer com que ele verifique que existe uma outra forma de decompor o número que também leva à obtenção do resultado: $10 \times 7 + 4 \times 7$. Esta forma de decomposição — nas unidades das diversas ordens que compõem o número — é utilizada na técnica usual da multiplicação. (BRASIL, 1997, p. 74)

As expressões dos sujeitos revelaram como o uso da decomposição numérica os auxilia a realizar os cálculos sem apoio do registro escrito ou sem o uso dos algoritmos já formalizados,

A gente fez 4 vezes o 5 que dá 20, e depois fez 4 vezes o 1 que dá 4 e mais o 2 que deu 60. (Bianca A5T1)

2 menos 1 dá 1, 4 menos 2, dá 2 e 3 - 0 é 3. Hum... 123... é menor “ (Natan A1T1P3)

Figura 3 - Atividade: "Colorindo a resposta certa"



Fonte: Autoria própria

Vê-se que para realizar a multiplicação 15×4 , a aluna opta por multiplicar por 4 cada ordem do número, isto é, 4 vezes a unidade (5) e 4 vezes a dezena (10) e por fim adiciona os resultados obtidos. Já o segundo sujeito expressa que subtraiu as ordens de grandeza de maneira isolada para conseguir realizar a comparação.

A composição e a decomposição numérica permitem que os alunos possam trabalhar com o cálculo mental argumentando acerca de suas decisões (ou escolhas). Uma das atividades realizadas com os alunos “Escrevendo de maneiras diferentes” que, como o próprio nome sugere, trabalhou com a competência da escrita dos números, teve como objetivo “evidenciar o estabelecimento de correspondência entre as unidades das diversas ordens” (BRASIL, 1997, p. 74).

Nessa tarefa os alunos precisavam determinar somas, subtrações e multiplicações que resultassem em determinado número. A identificação dos valores posicionais era fundamental e, para auxiliá-los, o uso da calculadora foi incentivado. Nota-se que, mesmo usando a calculadora, a composição e decomposição numérica foi estratégia de busca da resposta ao problema.

Ô tia, nessa daqui (dois números somados que resultem em 15) eu ia colocar 10 mais 5, mas não tinha, daí eu fiz 8 mais 7 igual... a 15. (Isaias A5T2)

Três vezes 5 que dá 15! (Lais A5T2)

E quanto dá 15? 9 mais 6! (dois números somados que resultem em 15) (Julio A5T2)

Outra atividade que envolveu decomposição numérica e fez uso da calculadora foi “Calculadora com defeito, e agora?”. Nela era solicitado ao aluno que, além do cálculo

mental, fizessem o registro escrito de suas conclusões. Tais atividades permitiram que os alunos explorassem outros tipos de raciocínio e argumentos para validarem suas respostas.

O cálculo deve ser incentivado nas mais diferentes situações de aprendizagem. O recurso às calculadoras é uma delas. Na elaboração de atividades envolvendo o uso de calculadoras é importante que a criança seja colocada diante de desafios e estimulada a explicitar, verbalmente ou por escrito, os procedimentos que utiliza. (BRASIL, 1997, p. 76)

Tal qual compreendemos na análise desta categoria, a nomeação numérica foi sendo construída pelos alunos a partir da comparação e, para tanto, a composição e decomposição numérica se revelou uma estratégia relevante, pois permitiu aos alunos realizar explorações distintas de comparação buscando validar suas respostas.

5.1.3 Estruturação pelo algoritmo

Nas tarefas desenvolvidas com os alunos do 5º ano, sujeitos da pesquisa, percebemos que eles fazem uso constante da contagem e do algoritmo, mesmo que usado mentalmente, para resolver problemas. Devido a isso, essa categoria expressa convergência de ideias relativas à Contagem, ao Algoritmo usado para cálculos exatos e o ato de fazer a conta de cabeça, ideias nucleares apresentadas no procedimento de análise dos dados. Tais ideias nucleares nos revelaram que a contagem e a estruturação mental do algoritmo estão presentes como recursos utilizados pelos alunos para resolver situações problemas.

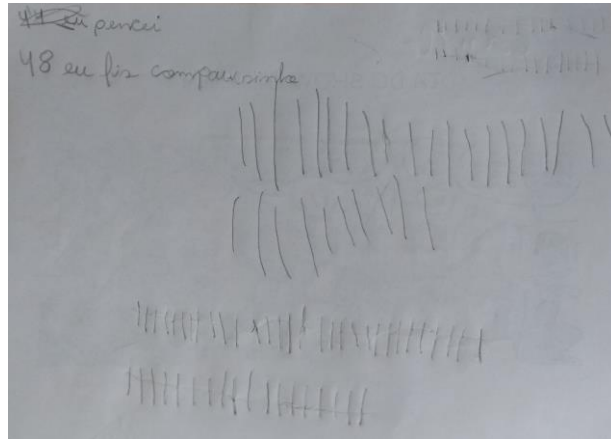
Com o desenvolvimento da humanidade, as atividades de sobrevivência exigiram que o homem controlasse quantidades de alimentos, animais e ferramentas. Isto é, era preciso conhecer quantidades para controlá-las. Com isso, para sobreviver, o homem descobriu a quantidade, que levou ao que conhecemos hoje como contagem.

Uma das primeiras maneiras de controlar as quantidades criadas pelo homem foi a correspondência um a um. “Correspondência um a um é a relação que se estabelece na comparação unidade a unidade entre os elementos de duas coleções” (BRASIL, 2014, p.11). Dessa maneira o homem começou a relacionar objeto como pedras e ossos, aos animais, por exemplo.

Na atividade desenvolvida na pesquisa de campo nomeada Dia do Show, que envolvia dois meses do ano, uma das formas usadas pelos alunos para resolver o problema foi a associação da quantidade de dias a traços verticais desenhados na folha.

Tia, pode fazer pauzinho na folha? (Vitor A3T1)
 Eu fiz trinta (traços verticais) em cima e 18 embaixo (Bianca A3T1)

Figura 4 - Atividade: "Dia do show"



Fonte: Autoria própria

Alguns alunos desenharam traços para todos os 60 dias dos meses e contaram os dias envolvidos. Isso, segundo o que interpretamos, revela a necessidade que os alunos tinham de algum apoio para realizar a contagem de maneira que se sentissem seguros com o resultado encontrado – eles podiam, de algum modo, conferir o que estavam dizendo.

“Contar os objetos de uma coleção significa atribuir a cada um deles uma palavra ou símbolo que corresponde a uma posição na sequência numérica e que indica a quantidade que ele representa nessa posição” (BRASIL, 2014, p.15). O trecho destacado do PNAIC nos diz do sentido da contagem que nomeia o objeto contado de acordo com sua posição em uma sequência. A contagem que se mostrou presente no desenvolvimento das atividades de campo com os alunos de 5º ano do Ensino Fundamental uso diferentes recursos como apoio, dentre eles os dedos das mãos foi o que mais se evidenciou.

Ia faltar não, ultrapassou 1, 2 (usando os dedos) 8. (Danilo A1T1P2)
 Bom, 15 mais 3: (usa os dedos) 16, 17, 18. Menos 1, 17. 17 mais 7: (usa os dedos)
 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27. 27 menos 3 é 24. Aí a gente chegou nessa conclusão
 (Danilo A2T2)
 30 tira 3, fica 27. (usando os dedos)
 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45 (Thiago A3T1)

A contagem também é destacada pelos PCN relatando que “uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas” (BRASIL, 1997, p. 70). Isso nos mostra que um problema envolvendo cálculo, no caso de nossa pesquisa, cálculo mental, pode e deve incentivar os

alunos a buscarem formas criativas de solucioná-lo. Essa busca propicia aos alunos o desenvolvimento da habilidade para articular mais de uma opção de solução subsidiando a construção de argumentos válidos o que, segundo Brasil (2014), é fundamental tanto no âmbito escolar como na vida em sociedade.

Em nossa pesquisa percebemos que a contagem se mostrou como apoio ao desenvolvimento de outras técnicas de cálculo mental. De acordo com Brasil (1997) a contagem apoia técnicas de comparação, ordenação e quantificação numérica, organização de dados por agrupamento, entre outras e de acordo que o aluno avança em seus estudos em Matemática tem a oportunidade de ampliar suas ideias e procedimentos de contagem.

Como já citado, a contagem auxilia outras técnicas de cálculo mental, por isso torna-se importante que a criança consiga ir, gradualmente, aprimorando suas técnicas para resolver situações problemas. Outro recurso utilizado pelos sujeitos da pesquisa de campo que nos revela um avanço em técnicas de cálculo é estruturação do algoritmo mentalmente, uma técnica que também tem como apoio a contagem.

Sobre a estruturação do algoritmo mentalmente:

Trata-se, ao mesmo tempo, de favorecer a representação mental das situações e a construção, por parte dos alunos, de soluções desprovidas da própria ação, quer dizer, que permitam antecipar os resultados de uma ação ainda não realizada. (PARRA, 1996, p. 219)

A representação mental das situações foi muito evidenciada nos discursos dos sujeitos da pesquisa:

É que eu imaginei a conta na minha cabeça, daí eu e ela (Raissa) imaginamo a conta e daí a gente fez o resultado (Ana A1T2P1)
 Porque a gente imaginou a conta (organiza o algoritmo na mesa) (Ana A1T2P2)
 Ô tia, a gente tá tentando fazer a conta na imaginação. Mas daí a gente se perde nos números (usando os dedos) (Ana A1T2P2)
 Eu fiz a conta na cabeça (Vitor A3T1)
 É que eu fiz a conta, na minha cabeça (A5T1)

Percebemos, durante o desenvolvimento das atividades, muitos alunos associando o cálculo mental ao cálculo sem registro escrito dizendo que “armaram” a conta na cabeça. Ao utilizaram esse procedimento alguns encontraram dificuldade em estruturar o algoritmo, levando a resultados confusos que não conseguiram justificar.

Outra característica sobre o raciocínio para resolver problemas que envolviam cálculo mental, que se destacou durante as atividades, está relacionada a cálculos exatos ou

aproximados. Alguns alunos optaram por realizar o algoritmo (mesmo que mentalmente) com a intenção de determinar o resultado exato para depois concluir e dar uma resposta.

Por exemplo, nas atividades do primeiro encontro, o intuito era realizar comparações numéricas ($125 + 125$ é maior ou menor que 200?). Nesses casos alguns alunos realizaram a operação indicada usando o algoritmo usual da adição (armaram a conta) para, somente depois, responder se consideravam que o número obtido na operação era maior ou menor que o valor dado. Percebeu-se que, para realizar a operação proposta, os alunos usaram a estruturação mental do algoritmo, isto é, ‘fizeram a conta na cabeça’, conforme dizem.

Porque você acha que é maior? (Pesquisador) Eu fiz a conta de cabeça, $125 + 125$ (Natan A1T2P1)
 (Usando os dedos) 2 menos 1 dá 1, 4 menos 2 dá 2 e 3 menos 3 é 0. Hum...123, é menor (Natan A1T2P3)
 Tia ... porque 243 menos 120 é menor. Porque 243 menos 120 é 123 (Vitor A1T2P3)

Nas falas percebemos que os alunos buscam a execução dos algoritmos, isto é, procuram ‘fazer a conta’.

Quando falamos sobre a estruturação mental dos algoritmos outra característica que se mostra relevante nas expressões dos sujeitos é a utilização de resultados já conhecidos, ou resultados já memorizados pelos alunos para tentar resolver a nova situação proposta. Acerca disso, Fontes (2010) destaca que,

As crianças precisam utilizar certos fatos de memória para enfrentarem com mais autonomia e segurança as situações-problemas. Mas como memoriza-los? Não de maneira mecânica e repetitiva, sem a compreensão de cada um, mas construindo as listas de fatos fundamentais ao longo das séries, discutindo suas relações e contextualizando-os em problemas. (FONTES, 2010, p.62).

O trecho de falas abaixo indica que há, por parte dos alunos, memorização de alguns resultados que são mobilizados na busca de solução para novos problemas.

Segundo Parra (1996) é importante que o aluno conheça os procedimentos que irá utilizar para solucionar um problema e, mais do que isso, saiba o que já conhece e como isso que conhece pode ser utilizado para resolver novos problemas.

Nas falas abaixo percebemos que os alunos utilizam resultados já conhecidos para resolver problemas com cálculo exatos ou aproximados, bem como se valem dos fatos fundamentais da multiplicação (tabuada):

Porque 10 vezes 10 é 100, aí 10 vezes 11, 110 e 10 vezes 12, 120 (Danilo A5T1)
 Tia, eu já percebi o 36 (escreve imediatamente na folha 6x6) (Lais A5T1)

Percebemos que os cálculos memorizados pelo aluno possuem significados. As multiplicações de fatores iguais foram evidenciadas em várias situações ao longo da pesquisa. Na segunda fala em destaque, a aluna precisa determinar dois números cujo produto resulte 36, e logo ao receber a atividade expressa o conhecimento da resposta. Conhecer o resultado de algumas multiplicações específicas contribuiu para que os alunos pudessem realizar outros cálculos. Percebemos que cada aluno passa a criar suas próprias estruturas e modos de agir, ou seja, eles constroem uma “memória Matemática” que, no nosso entender, levam a compreender e propor soluções para diversos tipos de problemas mesmo que a solução de alguns deles exijam uma combinação de estratégias.

Na interpretação da categoria “estruturação pelo algoritmo” pode-se compreender que a contagem e a estrutura, mesmo que mental, do algoritmo é um modo de o aluno buscar efetuar os cálculos para resolver problemas. Com isso questiona-se: ainda assim é um cálculo mental? Pelo que pudemos analisar, mostra-se de modo distinto da contagem, da aproximação, da estimativa, mas visa à resolução de problemas. Os alunos têm, na cultura escolar, um hábito: o de “armar” a conta. Isso atravessa a sua compreensão Matemática.

Quando lhe solicitamos que procurem “pensar” para resolver os problemas sem usar lápis e papel estamos impondo-lhes novas regras do jogo que precisam ser compreendidas e assimiladas. “Armar a conta” na cabeça, para o aluno, é fazer cálculo mental, uma vez que ele não se vale do lápis e papel.

Talvez, de modo análogo, a contagem – usando os dedos das mãos – destaca-se como o algoritmo mentalmente, a ordenação, a decomposição e a quantificação numérica. Ou seja, são modos de o aluno pensar, de se envolver com o fazer conta com organização distinta embora também passe pelo processo de validação. A memorização é, portanto, um modo de organização. Porém essa memorização é individual e cada aluno a obtém de maneiras distintas que, no diálogo, é compartilhada e posta a prova visando a argumentação e abrindo possibilidades de novas investigações.

A interpretação dessa categoria nos revela que uma das formas que os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam para expressar o raciocínio matemático na resolução de situações problema é através da estruturação do algoritmo, usada como apoio a argumentação e a busca de resultados tanto quanto outras técnicas como ordenação e decomposição numérica.

Evidencia-se, nas falas, que a contagem traz aos alunos uma segurança dos resultados obtidos, enquanto a estruturação mental do algoritmo exige que eles busquem outras técnicas

– no caso da pesquisa, principalmente a contagem – para validar e sustentar os resultados obtidos.

CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscando compreender a interrogação inicial da pesquisa: *Como alunos do 5º ano do Ensino Fundamental expressam o raciocínio matemático na resolução de situações problema envolvendo o Cálculo Mental?*, em uma abordagem fenomenológica, as estratégias utilizadas pelos alunos sujeitos da pesquisa para resolver as situações problemas envolvendo Cálculo Mental se revelaram diversas, evidenciando a autonomia que a prática do Cálculo Mental possibilita.

Em nossos estudos teóricos percebemos que o Cálculo Mental motiva o desenvolvimento de estratégias de investigação, isto é, possibilita que o aluno articule conhecimentos adquiridos com situações de aprendizagem nova, enfrentando situações e buscando modos de resolver problemas. Em nossa pesquisa de campo, algumas estratégias de resolução de problemas se mostraram relevantes como, por exemplo, a estimativa e as aproximações, a comparação e a ordenação numérica e a estrutura do algoritmo. Tais estratégias nos inspiraram a nomear as categorias abertas (na análise de dados).

Na análise desses dados percebemos que o modo pelo qual os alunos expressam o raciocínio matemático na solução de problemas é particular, isto é, cada aluno possui um repertório e, a partir dele, busca desenvolver estratégias de investigação e resolução quando é posto diante de uma situação. No entanto essas estratégias particulares são compartilhadas, discutidas e ganham sentido para o grupo. Ou seja, ao mesmo tempo em que esse repertório é único e individual, o diálogo e a discussão sobre o mesmo permite a troca de informações entre os alunos e entre este e o professor, possibilitando o compartilhar de procedimentos adotados na investigação e na resolução das situações propostas.

A expressão do raciocínio matemático para resolver tarefas que envolvem o Cálculo Mental revelou-se, portanto, autônoma e livre de procedimentos prévios, isto é, apresentados em situações de sala de aula. Em cada tarefa os alunos utilizavam estratégias diferentes revelando que não buscavam um padrão que pudesse ser seguido. A investigação diante de situações novas revela-se mais significativa que a busca de padrão de resolução. Porém, os alunos conseguiam validar e justificar as respostas revelando estarem num processo de produção do conhecimento matemático. Habilidades de comparação e decomposição numérica se mostraram recursos dos quais os alunos lançavam mão para explicitarem a compreensão do sentido numérico.

A análise dos dados permite-nos dizer que os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com os quais trabalhamos, *expressam o raciocínio matemático na resolução de situações*

problemas envolvendo o Cálculo Mental por meio de estratégias que envolvem a análise e comparação de grandezas numérica, a contagem, estimativas e aproximações através da composição e comparação numérica e por meio da estruturação do algoritmo.

REFERÊNCIAS

BENITES, M. C. P. **Cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: dúvidas e expectativas.** Dissertação (Mestrado em Educação) – UNIOESTE – Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, SP. 2011. 94f. Disponível em:<http://apeclx.unoeste.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=269>. Acesso em 14 jul 2015

BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (Orgs) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico.** Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. 233p.

BICUDO, M.A.V. **Fenomenologia: Confrontos e Avanços.** São Paulo: Cortez editora, 2000.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica.** 1 ed. São Paulo: Cortês, 2011

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.**, vol5, núm. 2, mai-ago. 2012

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, Registros e Agrupamentos /** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: SEC/SEF, 1997.

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evoluções e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga ,v.16, n.002, p 221 – 236, 2003.

COLTRO, A. A fenomenologia: um enfoque metodológico para além da modernidade. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, v.1, 1º trim. 2000. Disponível em :<<http://www.ead.fea.usp.br/cad-pesq/arquivos/c11-art05.pdf>>. Acesso em 06 jan 2015

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (Orgs) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 23-33.

FONTES, C. G. **O valor e o papel da cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. 220 f. Dissertação (Mestre em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2010. Disponível em: < <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-11112010-162005/pt-br.php> >. Acesso em 11 jul 2015

GENTILE, P ; GURGEL, T. **Conta de cabeça**. Revista Nova Escola. Encarte 2. Abril, 2007. Disponível em: < <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/especial/calculo-mental/teoria.pdf>>. Acesso em 11 jul 2015

GIONGO, I. M. ; QUARTIERI, M. T. e REHFELDT, M. J. H. **Problematizando o uso da estimativa em aulas de Matemática da escola básica**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA : RETROSPECTIVAS E PERSPECTIVAS, 11., 2013, Curitiba. *Anais...*Curitiba, 2013. p. 1-9.

MACHADO, O. V. M. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (Orgs) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 35-46.

PARRA, C. et AL. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**.ed. 18. Porto Alegre: Artmed,1996. 258 p. 263.

PAULO, R. M. ; AMARAL, C. L. C. e SANTIAGO, R. A. A pesquisa fenomenológica: explicitando uma possibilidade de compreensão do ser-professor de Matemática. **Rev. Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, vol.10, n 3, 2010.

SANTOS, D. M. **Estratégias de Cálculo Mental de alunos da 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental**. 2014. 172 f. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) – Centro em Educação , Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014. Disponível em :<

<http://repositorio.ufes.br/bitstream/10/1148/1/Dissertacao.DanielMoreira.pdf>>. Acesso em 09 jul 2015

SÃO PAULO. **Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental Matemática (versão preliminar)**: Coordenadoria de Gestão da Educação Básica CGEB. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014. Disponível em:<<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/962.pdf>>. Acesso em 18 jul 2015.

ANEXO A – ATIVIDADE 1º ENCONTRO

APROXIMANDO !!!!!!!

Para cada um dos cálculos a seguir , você vai encontrar três opções de resposta. Sem fazer a conta no papel, analise cada uma delas e marque a que achar que mais se aproxima da correta:

$$22 + 35 = \begin{array}{|c|} \hline 55 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 50 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 68 \\ \hline \end{array}$$

$$18 + 78 = \begin{array}{|c|} \hline 78 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 98 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 88 \\ \hline \end{array}$$

$$57 + 96 = \begin{array}{|c|} \hline 146 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 116 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 126 \\ \hline \end{array}$$

ANEXO B – ATIVIDADE 2º ENCONTRO

QUANTAS TAMPINHAS ??????????



Quantas tampinhas Pedro tem ?

QUAL O RESULTADO ????

	+ 3	-1	+7	-2	+5	-3
	↑	↑	↑	↑	↑	↑
15						

ANEXO C – ATIVIDADE 3º ENCONTRO

DIA DO SHOW !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!



HORA DO REMÉDIO !!!!!!!!



QUAIS OS HORÁRIOS QUE O GAROTO DEVERÁ TOMAR O REMÉDIO ?

ANEXO D – ATIVIDADE 4º ENCONTRO

QUAL O MAIOR ?

PARA CADA PAR DE CONTAS A SEGUIR, VOCÊ DEVARÁ MARCAR QUAL TEM O MAIOR RESULTADO, SEM FAZER A CONTA !!!! ESCREVA DO LADO O QUE VOCÊ PENSOU PARA TOMAR A DECISÃO DE QUAL MARCAR

8 X 5

8 X 7

4 X 6

4 X 4

CALCULADORA COM DEFEITO, E AGORA ?

VOCÊ PRECISA FAZER ALGUMAS CONTAS NA CALCULADORA, MAS ALGUMAS TECLAS NÃO ESTÃO FUNCIONANDO. SE A TECLA 8 NÃO ESTIVER FUNCIONANDO, COMO VOCÊ FARIA AS CONTAS ABAIXO ? ESCREVA QUAIS TECLAS VOCÊ APERTARIA, E **LEMBRE-SE : A TECLA 8 NÃO ESTÁ FUNCIONANDO !!!**

$2 \times 8 =$

$6 \times 8 =$

AGORA É A TECLA 6 QUE NÃO ESTÁ FUNCIONANDO. QUAIS TECLAS VOCÊ APERTARIA NA CALCULADORA PARA ACHAR O RESULTADO DAS SEGUINTESS CONTAS. E **LEMBRE-SE : A TECLA 6 NÃO ESTÁ FUNCIONANDO !!!**

$3 \times 6 =$

$5 \times 6 =$

ANEXO E – ATIVIDADE 5º ENCONTRO

COLORINDO A RESPOSTA CERTA !!!!!!!

EM CADA FRASE A SEGUIR VOCÊ DEVE PINTAR O RETÂNGULO QUE TEM A RESPOSTA CERTA, MAS SEM FAZER A CONTA NO PAPEL. ESCREVA ABAIXO O QUE VOCÊ PENSOU !!!!

15 X 4 É MAIOR OU MENOR QUE 100

12 X 10 É MAIOR OU MENOR QUE 1000

42 X 4 É MAIOR OU IGUAL OU MENOR QUE 21 X 8

ESCREVENDO DE MANEIRAS DIFERENTES !!!

COM A AJUDA DA CALCULADORA, VOCÊS DEVEM PENSAR MANEIRAS DIFERENTES DE FORMAR O MESMO NÚMERO.

ESCREVA EM CADA QUADRADINHO ABAIXO, OS NÚMEROS QUE VOCÊS APERTARIAM NA CALCULADORA PARA FORMAR OS SEGUINTE NÚMEROS. ATENÇÃO NAS OPERAÇÕES INDICADAS !!!

15

$$\square + \square$$

$$\square \times \square$$

$$\square - \square$$

36

$$\square + \square$$

$$\square \times \square$$

$$\square - \square$$

ANEXO F – QUESTIONÁRIO

A SUA OPINIÃO É MUITO IMPORTANTE !!!!!

BOM , NÓS PASSAMOS UM TEMPINHO JUNTOS, E AGORA CHEGOU A SUA VEZ DE DIZER O QUE ACHOU DE NOSSOS ENCONTROS.

1. O QUE VOCÊ ACHOU DE NOSSOS ENCONTROS ?

() CHATOS () LEGAL () MUITO LEGAL

2. O QUE VOCÊ MAIS GOSTOU DE FAZER ?

3. QUAIS ATIVIDADES VOCÊ MAIS GOSTOU ?

- () ATIVIDADE COM CALCULADORA
 () ATIVIDADE DE ACHAR MAIOR OU MENOR
 () AS HISTÓRIAS EM QUADRINHOS
 () OUTRAS _____

4. O QUE VOCÊ APRENDEU DE NOVO ?

5. CASO OS ENCONTROS CONTINUASSEM, VOCÊ GOSTARIA DE PARTICIPAR ?

() SIM () NÃO

POR QUE ?

6. O QUE VOCÊ ACHOU QUE PODERIA TER SIDO MAIS LEGAL ?

MUITO OBRIGADA POR SUA PARTICIPAÇÃO !!!