



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO
INCOMPRESSÍVEIS TRIDIMENSIONAIS
TURBULENTOS E EM TRANSIÇÃO**

Luciene Muniz Frigo

Ilha Solteira - SP

1210001543





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS TRIDIMENSIONAIS TURBULENTOS E EM TRANSIÇÃO

Luciene Muniz Frigo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Said Mansur

Co-orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto (UFU)

Ilha Solteira, Julho de 2004

BCpIS - FEIS - UNESP



Proc. 055105 - NPD 008105

UNESP - "CAMPUS ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
<i>03.12.04</i>	<i>28.02.05</i>
REGISTRADO POR	TOMBO
<i>Orliza</i>	<i>Te. 1543</i>
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
<i>Worcas Auto R\$ 10,00</i>	<i>F912N</i>

1210001543



*Co. Sys 322820
Sys 58856*

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

Frigo, Luciene Muniz

F912s

Simulação numérica de escoamentos incompressíveis tridimensionais turbulentos e em transição / Luciene Muniz Frigo. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2004
139 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2004

Orientador: Sérgio Said Mansur

Co-orientador: Aristeu da Silveira Neto

Bibliografia: p. 117-124

1. Mecânica dos fluídos.

30501024



mulação Numérica de Escoamentos Incompressíveis Tridimensionais Turbulentos e em Transição

Luciene Muniz Frigo

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

NA ÁREA DE CONHECIMENTO: "CIÊNCIAS TÉRMICAS" E APROVADA
EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Gilberto Pechoto de Melo

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo – Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:

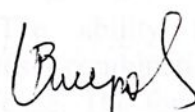
Prof. Dr. Sérgio Said Mansur - Orientador



Prof.^a Dr.^a Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva



Prof. Dr. João Batista Campos Silva



Ilha Solteira – SP, julho de 2004

BCpIS - FEIS - UNESP



The ability to analyze a problem involves a combination of inherent insight and experience. The former, unfortunately, cannot be learned but depends on the individual. However, the latter is of equal importance, and can be gained with pertinent study.

BCpIS - FEIS - UNESP Vedat S. Arpacı



aos meus pais Valdevir e Jovita, que,
incondicionalmente, fazem das
minhas conquistas as suas metas.

à minha filha Laura, que na sua pura
ingenuidade, adorna e fortalece a
minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

Logo após minha graduação em Matemática, pela UNESP de São José do Rio Preto, em 2001, iniciei meu mestrado em Engenharia Mecânica, na área de Ciências Térmicas, no campus da UNESP da Ilha Solteira, incentivada pelo Prof. Dr. Antônio Aparecido de Andrade, a quem sou muito grata.

Muitas pessoas, direta ou indiretamente, contribuíram para o êxito deste trabalho, aos quais registro, agora, meus sinceros agradecimentos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sérgio Said Mansur, pela sua paciência e humildade e, sobretudo, pela confiança que sempre depositou em mim.

Ao Prof. Dr. Aristeu da Silveira-Neto, da Universidade Federal de Uberlândia, pela valiosa co-orientação.

Ao colega Rubens Campregher, cuja colaboração foi decisiva para o sucesso deste projeto.

Ao Prof. Dr. João Batista Campos Silva, pela sua participação na Banca Examinadora e, ainda, pela ajuda oferecida durante o trabalho.

À Professora Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva que, na qualidade de membro externo da Banca Examinadora, aceitou a incumbência de julgar este trabalho.

Aos técnicos em informática Elias e Jean pelo auxílio recebido.

Aos colegas do curso de pós-graduação, em especial a Edlene, Rubia e Estaner, pela fraterna amizade.

À minha Família, pelo apoio incondicional.

A FAPESP, pelo suporte financeiro.



Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Lista de Símbolos

Resumo

Abstract

Preâmbulo

1. Introdução

1.1 A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)	1
1.2 A simulação de escoamentos turbulentos	2
1.3 Objetivos e escopo do trabalho	4
1.4 Organização do trabalho	5

2. Formulação Matemática

2.1 Equações governantes	7
2.2 Discretização espacial	7
2.3 Discretização temporal	10
2.4 Tratamento dos termos difusivos	11
2.5 Tratamento dos termos advectivos	13
2.5.1 Esquema de diferenças centrais	14
2.5.2 Esquema Upwind	14
2.5.3 Esquema Upwind de segunda ordem	14
2.5.4 Esquema Lei de Potência (Power Law)	15
2.5.5 Esquema QUICK consistente (QUICK-C)	16

2.6 A Equação discretizada	16
2.7 Solução do sistema linear de equações	17
2.8 Arranjo das variáveis no domínio	19
2.9 Condições de contorno	20
2.9.1 Condições de contorno na entrada do domínio	21
2.9.2 Condições de contorno na saída do domínio	21
2.9.3 Condições de contorno nas laterais do domínio	21
2.9.4 Obstáculos sólidos imersos no escoamento	22
2.10 Acoplamento pressão-velocidade	22
2.10.1 Método SIMPLE	23
2.10.2 O Método SIMPLEC	26
3 Modelagem da Turbulência	27
3.1 Simulação de Grandes Escalas (LES)	27
3.2 Processo de filtragem das equações governantes	27
3.3 Modelagem sub-malha da turbulência	29
3.4 Modelo sub-malha de Smagorinsky	31
4 Programa Computacional	35
4.1 Organização do código computacional	36
4.1.1 Solução numérica das equações de Navier-Stokes	37
4.2 Arquivo principal	39
4.3 Construção da malha	40
4.3.1 Compressibilidade da malha	42
4.4 Condições de contorno	44
4.5 Sondas Numéricas	46
4.6 Execução dos cálculos	48
5 Resultados	49
5.1. Escoamento entre placas paralelas	49
5.1.1 Placas paralelas 2D	50



5.2	Escoamento em cavidades com tampa deslizando (<i>lid-driven cavities</i>)	57
5.2.1	Cavidades quadradas com tampa deslizando	59
5.2.2	Cavidades cúbicas com tampa deslizando	66
5.3	Escoamento em cavidades abertas (<i>open cavities</i>)	82
5.3.1	Cavidades abertas 2D	83
5.3.2	Cavidades abertas 3D	93
5.4	Escoamento a jusante de degraus descendentes (<i>backward-facing step</i>)	99
5.4.1	Degaus descendentes 2D	100
5.4.2	Degaus descendentes 3D	104
6	Conclusão e Sugestões	113
	Referências Bibliográficas	117
	Apêndice A – Processo de filtração	125
A.1	Conceito de filtros	126
A.2	Propriedades associadas ao conceito de separação de escalas	128
	Apêndice B – Fluxogramas	131



LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Índice de esparsidade na matriz de coeficientes.....	18
Tabela 4.1	Subrotinas empregadas na rotina principal <i>Main</i>	36
Tabela 4.2	Descrição das subrotinas empregadas no módulo <i>solve_ns</i>	38
Tabela 4.3	Arquivo <i>main.txt</i> , contendo informações necessárias à execução do programa	39
Tabela 4.4	Arquivo <i>.msh</i> contendo as informações para o domínio e malhas numéricas.....	40
Tabela 4.5	Arquivo <i>.bnd</i> condições de contorno, propriedades do fluido e ajustes do Solver	45
Tabela 4.6	Arquivo <i>.prb</i> com as configurações das sondas numéricas.....	47
Tabela 5.1	Desvio percentual das malhas utilizadas relativas ao resultado de Targ (1951)	54
Tabela 5.2	Comparação entre os valores de u_{max} obtidos analítica e numericamente.....	56
Tabela 5.3	Definição dos domínios utilizados na simulação para as cavidades abertas.....	84
Tabela 5.4	Definição dos domínios dos cálculos utilizados nas simulações das cavidades abertas 3D.....	93
Tabela 5.5	Definição dos domínios utilizados na simulação para o degrau descendente...	105
Tabela B.1	Descrição das rotinas apresentadas no algoritmo da Figura B.5	138

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Domínio de cálculo	8
Figura 2.2	Volume elementar	9
Figura 2.3	Pontos nodais para o tratamento dos termos advectivos	13
Figura 2.4	Campo de pressões inconsistente (Maliska, 1995)	20
Figura 4.1	Regiões verticais e horizontais sob ação do f_c	42
Figura 4.2	Aviso que as malhas não estão propriamente distribuídas	44
Figura 5.1	Esquemas os cálculos efetuados para o escoamento entre placas paralelas.....	51
Figura 5.2	Condições de contorno para o escoamento entre placas paralelas	51
Figura 5.3	Perfis da componente u da velocidade em estações de x	52
Figura 5.4	Teste de malha.....	53
Figura 5.5	Esquemas advectivos em conjunto com método SIMPLEC	54
Figura 5.6	Esquemas advectivos em conjunto com método SIMPLE.....	55
Figura 5.7	Perfis de velocidades na região do escoamento completamente desenvolvido ..	56
Figura 5.8	Esquema da cavidade 2D, $z = 0,5$	60
Figura 5.9	Mapas de isovelocidades para $Re = 10^2$	61
Figura 5.10	Mapas de isovelocidades para $Re = 4 \cdot 10^2$	61
Figura 5.11	Mapas de isovelocidades para $Re = 10^3$	61
Figura 5.12	Mapas de isovelocidades para $Re = 5 \cdot 10^3$	62
Figura 5.13	Mapas de isovelocidades para $Re = 10^4$	62
Figura 5.14	Perfis de velocidades, para $Re = 10^2$	62
Figura 5.15	Perfis de velocidades, para $Re = 4 \cdot 10^2$	63
Figura 5.16	Perfis de velocidades, para $Re = 10^3$	63
Figura 5.17	Perfis de velocidades, para $Re = 5 \cdot 10^3$	63
Figura 5.18	Perfis de velocidades, para $Re = 10^4$	64

Figura 5.19	Mapas das linhas de corrente, para $z = 0,5$	65
Figura 5.20	Mapas de isovorticidade, para $z = 0,5$	65
Figura 5.21	Esquema da cavidade cúbica	66
Figura 5.22	Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, para $Re = 4.10^2$	67
Figura 5.23	Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, para $Re = 4.10^2$	67
Figura 5.24	Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 4.10^2$	67
Figura 5.25	Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 4.10^2$	68
Figura 5.26	Linhas de corrente junto a faces da cavidade, $Re = 4.10^2$	68
Figura 5.27	Mapas de linhas de corrente, $Re = 4.10^2$	69
Figura 5.28	Mapas de isovorticidades, $Re = 4.10^2$	69
Figura 5.29	Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 4.10^2$	70
Figura 5.30	Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, $Re = 10^3$	70
Figura 5.31	Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, $Re = 10^3$	70
Figura 5.32	Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, $Re = 10^3$	70
Figura 5.33	Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^3$	71
Figura 5.34	Linhas de corrente junto a faces da cavidade, $Re = 10^3$	71
Figura 5.35	Mapas de linhas de corrente, $Re = 10^3$	72
Figura 5.36	Mapas de isovorticidades, $Re = 10^3$	72
Figura 5.37	Isosuperfícies da vorticidade na direção x (ω_x), $Re = 10^3$	72
Figura 5.38	Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, $Re = 5.10^3$	73
Figura 5.39	Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, $Re = 5.10^3$	73
Figura 5.40	Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, $Re = 5.10^3$	73
Figura 5.41	Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 5.10^3$	74
Figura 5.42	Linhas de corrente junto às faces da cavidade, $Re = 5.10^3$	74
Figura 5.43	Mapas de linha de corrente, $Re = 5.10^3$	75
Figura 5.44	Mapas de isovorticidades, $Re = 5.10^3$	75
Figura 5.45	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 5.10^3$	76
Figura 5.46	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade e diferentes ângulos, para $Re = 5.10^3$	77
Figura 5.47	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 5.10^3$	77
Figura 5.48	Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 5.10^3$	77
Figura 5.49	Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, $Re = 10^4$	78
Figura 5.50	Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, $Re = 10^4$	78

Figura 5.51	Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, $Re = 10^4$	78
Figura 5.52	Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^4$	79
Figura 5.53	Linhas de corrente junto a faces da cavidade, $Re = 10^4$	79
Figura 5.54	Mapas de linha de corrente, $Re = 10^4$	80
Figura 5.55	Mapas de isovorticidades, $Re = 10^4$	80
Figura 5.56	Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$	81
Figura 5.57	Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$	81
Figura 5.58	Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$	81
Figura 5.59	Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 10^4$	82
Figura 5.60	Definição de parâmetros geométricos para o problema da cavidade aberta.	84
Figura 5.61	Perfis de velocidade u , $b/h = 1$ e $Re = 2648$	85
Figura 5.62	Campo de isovelocidades $b/h = 1$ e $Re = 2648$ (caso A)	86
Figura 5.63	Mapas da cavidade aberta $b/h = 1$ e $Re = 2648$ (caso A)	86
Figura 5.64	Linhas de corrente em evolução temporal, $b/h = 1$ e $Re = 2648$	88
Figura 5.65	Perfis de velocidade u , $b/h = 2$ e $Re = 2648$	89
Figura 5.66	Campo de isovelocidades $b/h = 2$ e $Re = 2648$ (caso E)	90
Figura 5.67	Mapas da cavidade aberta $b/h = 2$ e $Re = 2648$ (caso E)	90
Figura 5.68	Mapas de isovorticidades em evolução temporal, $b/h = 2$ e $Re = 2648$	91
Figura 5.69	Linhas de corrente em evolução temporal, $b/h = 2$ e $Re = 2648$	92
Figura 5.70	Definição de parâmetros geométricos para o problema da cavidade aberta 3D	93
Figura 5.71	Mapas no plano, $z = 0,5$ para o Caso A	94
Figura 5.72	Mapas no plano, $z = 0,5$ para o Caso B	95
Figura 5.73	Isosuperfícies de vorticidade na direção z (ω_z).	96
Figura 5.74	Escoamento no plano de simetria da cavidade aberta ($z = 0,5$), para o caso C	96
Figura 5.75	Escoamento no plano de simetria da cavidade aberta ($z = 0,5$), para o caso D	96
Figura 5.76	Isosuperfícies da vorticidade, caso C	97
Figura 5.77	Isosuperfícies da vorticidade, caso D	97
Figura 5.78	Perfis da componente de velocidade u , cavidade aberta b/h igual a 2, $z = 0,5$...	98
Figura 5.79	Definição de parâmetros geométricos e operacionais para o problema do degrau descendente 2D (<i>backward-facing step</i>)	101
Figura 5.80	Evolução temporal do campo de isovorticidade, $Re_h = 1,4 \times 10^4$	102
Figura 5.81	Evolução temporal do campo de isovorticidade, $Re_h = 4,5 \times 10^4$	103
Figura 5.82	Perfil da velocidade u , para $x = 2,77 h$, $Re_h = 4,5 \cdot 10^4$	104

Figura 5.83	Definição de parâmetros geométricos degrau descendente 3D	105
Figura 5.84	Isosuperfícies da vorticidade (ω_z), caso <i>A</i>	106
Figura 5.85	Isosuperfícies da vorticidade (ω_z) na região a jusante do degrau, para o caso <i>A</i> , mostradas em diferentes cortes na altura <i>y</i>	106
Figura 5.86	Evolução temporal das isosuperfícies (ω_z), a jusante do degrau, caso <i>A</i>	108
Figura 5.87	Perfil médio de velocidades (<i>u</i>), para $Re = 5,1 \cdot 10^3$	109
Figura 5.88	Isosuperfícies da vorticidade (ω_z), caso <i>C</i> , a jusante do degrau, em diferentes ângulos.....	109
Figura 5.89	Evolução temporal das isosuperfícies (ω_z), caso <i>C</i>	110
Figura 5.90	Perfil médio de velocidades (<i>u</i>), para $Re = 3,8 \cdot 10^4$	111
Figura A.1	Espectro e distribuição de energia (Silveira Neto, 2003).....	126
Figura A.2	Função filtro por volume	127
Figura A.3	Ilustração dos processos de filtragem de uma função qualquer (Silveira Neto, 2003)	128
Figura B.1	Fluxograma da estrutura <i>Main</i>	132
Figura B.2	Fluxograma representativo da subrotina <i>solve_ns</i>	134
Figura B.3	Algoritmo para solução das velocidades <i>u</i> , <i>v</i> e <i>w</i>	135
Figura B.4	Algoritmo para a solução da variável <i>pc</i> (correção da pressão).....	136
Figura B.5	Algoritmo simplificado de funcionamento do programa	137

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	coeficiente da célula na equação discretizada
B	termo fonte da equação discretizada
C_s	constante de Smagorinsky
D	coeficiente de difusão nas interfaces [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]
E	coeficiente de relaxação
f	frequência fundamental de emissão de vórtices [s^{-1}]
fc	fator de compressão da malha
F	fluxo nas interfaces do volume de controle elementar [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$]
ℓ	comprimento característico [m]
k	energia cinética turbulenta
N	ordem da matriz
N, S, E, W, B, F	pontos nodais adjacentes
P	ponto nodal principal
p	Pressão [Pa]
Sc	termo fonte da equação de transporte
t	tempo[s]
T	temperatura [K]
u_i	componentes cartesianas do vetor velocidade ($i = 1, 2, 3$)
U_∞	velocidade de corrente livre do fluido [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
V	volume da célula [m^3]
x, y, z	coordenadas cartesianas[m]

Símbolos Gregos

α	coeficiente de relaxação; coeficiente vertical de compressão da malha
β	coeficiente horizontal de compressão da malha
Γ	coeficiente de transporte [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
δ	distância entre pontos nodais adjacentes [m]
Δ	diferença ou intervalo
ϕ	variável discretizada
μ	viscosidade dinâmica do fluido [$\text{kg}.\text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}$]
ν	viscosidade cinemática do fluido [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
ν_{ef}	viscosidade efetiva [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
ν_t	viscosidade turbulenta [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
θ	coeficiente de interpolação temporal
ρ	densidade do fluido [$\text{kg}.\text{m}^{-3}$]
ω	escala turbulenta de tempo [s]
ξ	tolerância

Índices / expoentes

P	ponto nodal principal
N, S, E, W, F, B	pontos nodais adjacentes ao ponto principal
$NN, SS, EE...$	pontos nodais na vizinhança do ponto principal
n, s, e, w, f, b	faces do volume de controle principal
0	instante de tempo anterior
k	iteração atual
$*$	gerado a partir de valores estimados
i, j, k	índices da malha

Adimensionais



Pe	número de Peclet
Re	número de Reynolds
t*	tempo adimensional

Operadores matemáticos

∂	derivada parcial
$\int$	integral
Σ	somatória
∇	operador diferencial

Abreviaturas

CDS	Central Difference Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CPU	Central Processing Unit
LES	Large Eddy Simulation
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes equations
SIMPLE	Semi Implicit Method
SIMPLEC	SIMPLE Consistent
SIMPLER	SIMPLE Revised
SOR	Successive Over-Relaxation
SOU	Second Order Upwind
TDMA	Tri-Diagonal Matrix Algorithm
TGL	Taylor-Görtler like
VC	Volume de controle

RESUMO

O código computacional Fluids foi desenvolvido por Campregher (2002), no âmbito de seu trabalho de mestrado, para simular numericamente escoamentos isotérmicos e incompressíveis, sobre geometrias cartesianas bidimensionais, notadamente cilindros de seção transversal quadrada e retangular, em regime laminar, transicional ou turbulento. No presente trabalho, diversas implementações foram efetuadas neste programa, no sentido de torná-lo apto à realização de cálculos tridimensionais.

Na medida do possível, as principais características do programa original foram preservadas. Em linhas gerais, as equações do movimento – conservação da massa e Navier-Stokes – foram discretizadas no espaço através da metodologia dos volumes finitos, com uma discretização implícita no tempo. Na presente versão tridimensional, também são oferecidas ao usuário diferentes opções de acoplamento pressão-velocidade – SIMPLE, SIMPLEC – e de tratamento dos termos advectivos – Upwind, Upwind de Segunda ordem, Diferenças Centrais, Power-Law e QUICK. Para a simulação de escoamentos turbulentos, o programa permite o emprego da metodologia de simulação de grandes escalas, o uso do modelo sub-malha de Smagorinsky. Novas condições de contorno foram, ainda, inseridas no programa, possibilitando o cálculo de diferentes tipos de escoamentos forçados internos.

Para a validação do Fluids 3D, diferentes casos-teste foram simulados, quais sejam: o escoamento entre placas planas paralelas, o escoamento em cavidades com tampa deslizante (*lid-driven cavities*), escoamentos sobre cavidades abertas (*open cavities*) e o escoamento sobre um degrau em expansão brusca (*backward facing step*). Os resultados obtidos foram exaustivamente comparados com dados numéricos e experimentais da literatura, mostrando ótima concordância.



Abstract

The Fluids computational code has been fully developed by Campregher (2002), in the scope of his M.Sc. dissertation, in order to numerically calculate isothermal and incompressible flows around two-dimensional Cartesian bluff bodies, in laminar, transitional, or turbulent flow regime. In the present work, that program has been substantially extended and improved to allow three-dimensional simulations of external and internal flows.

As much as possible, the main structure of the program has been preserved. Like in the original code, the fluid motion equations – mass conservation and Navier-Stokes – have been spatially discretized by the finite volume method, while the time discretization have been kept fully implicit for all variables. Also, the wide choice in pressure-velocity coupling methods – SIMPLE, SIMPLEC – and advective schemes – Upwind, Second Order Upwind, Central Difference, Power-Law, and QUICK – has been kept. For turbulence modeling, large eddy simulation methodology has been employed associated to the classic Smagorinsky sub-grid scaling model.

Different classical problems on fluid dynamics – namely lid-driven and open cavities, as well as backward facing steps – have been simulated to ensure the validity of the code modifications. The results have been compared to experimental and numerical data from the literature and a good agreement has been reached.



PREÂMBULO

O Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional (LMFC) foi criado em 1998, com o apoio parcial da FAPESP. Na ocasião, com recursos de outras agências, foi adquirida a licença do programa comercial Fluent, para um período de dois anos. Além de bastante utilizado por docentes do Departamento de Engenharia Mecânica e alunos do curso de graduação, uma dissertação de mestrado foi desenvolvida pelo Eng. Odenir de Almeida, com o auxílio desta ferramenta computacional.

Numa etapa posterior, um programa de simulação passou a ser desenvolvido no próprio LMFC, no âmbito da dissertação de mestrado do Eng. Rubens Campregher Júnior. Este programa, batizado com o nome de Fluids, foi concebido para resolver escoamentos bidimensionais, isotérmicos e incompressíveis, via equações de Navier-Stokes, escritas em coordenadas cartesianas e discretizadas no espaço através do Método dos Volumes Finitos.

Nos dois últimos anos, um número crescente de alunos de graduação e de pós-graduação tem procurando se integrar à equipe do LMFC, para desenvolver trabalhos de iniciação científica ou de mestrado voltados para a simulação numérica de escoamentos. A presente pesquisa se insere neste contexto, tendo por objetivo maior o aprimoramento do programa Fluids, que já se tornou a principal ferramenta de simulação de escoamentos do LMFC.



CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1 A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)

Escoamentos de fluidos, com ou sem transferência de calor, estão presentes na maioria dos processos de produção de energia, nos fenômenos ambientais, nas engenharias aeronáutica e aeroespacial, na bioengenharia, dentre vários outros setores, constituindo uma área de grande interesse e fonte de muitas pesquisas experimentais e numéricas.

A representação matemática completa de um problema de dinâmica dos fluidos tornou-se possível a partir do século XIX, graças aos estudos dos franceses Claude Navier (1785-1836) e Siméon Poisson (1781-1840), que, em 1827 e em 1831, respectivamente, incorporaram na equação de Euler os efeitos da viscosidade, analisando as forças intermoleculares atuando no seio de um fluido em movimento. Em 1843, estas equações foram redescobertas pelo também francês Barré de Saint-Venant (1797-1886) e, em 1845, pelo inglês George Stokes (1819-1903), que avaliando macroscopicamente o movimento de uma partícula de fluido e as forças que lhe dão origem, consideraram a tensão de cisalhamento como uma função linear da taxa de deformação, e a pressão termodinâmica num ponto qualquer do escoamento igual à média aritmética das tensões normais agindo naquele ponto, tomadas em três direções mutuamente ortogonais. A equação vetorial assim obtida, hoje conhecida como equação de Navier-Stokes, associada à equação de conservação da massa e à equação da energia, permite a representação de qualquer tipo de escoamento, laminar ou turbulento, cujo número de Mach seja inferior a 15. Sob esta condição, mesmo as micro-escalas dissipativas de Kolmogorov são muitas ordens de grandeza superior ao livre caminho médio molecular e a hipótese do contínuo é, portanto, respeitada (Lesieur, 1994).

Ainda que as chamadas equações do movimento formem um sistema fechado, onde o número de equações é igual ao número de incógnitas, este conjunto de equações diferenciais

parciais não apresenta solução analítica conhecida para casos gerais. Em vista disso, diversas metodologias foram desenvolvidas para resolver numericamente este conjunto de equações. A partir dos anos 60, com o notável desenvolvimento de computadores e sua crescente disponibilidade nas universidades e centros de pesquisa, programas de simulação capazes de representar diferentes tipos de escoamentos passaram a ser implementados.

Indiferente ao forte ceticismo demonstrado por renomados experimentalistas sobre a confiabilidade de tais ferramentas, estes programas evoluíram e se proliferaram, transformando-se um instrumento de inestimável valor para a análise de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor. Esta forma de abordagem oferece uma interessante visão dos processos físicos, complementando informações experimentais e permitindo a observação de fenômenos muitas vezes difíceis ou impossíveis de serem medidos ou visualizados na prática. Além disso, o custo e o prazo de obtenção de resultados numéricos é, em geral, bastante inferior àquele requerido para a realização de testes experimentais. Por esta razão, códigos computacionais de grande versatilidade encontram-se, hoje, disponíveis no mercado e o hábito de utilizá-los se instala como cultura, não apenas no ambiente científico, mas também, nos meios industriais. Todavia, isso não diminui a importância dos ensaios experimentais, que continuam sendo necessários, inclusive para a validação de resultados numéricos.

1.2 A Simulação de Escoamentos Turbulentos

A turbulência é um regime de operação a que pode estar submetido um sistema dinâmico com elevado número de graus de liberdade. Dentre estes sistemas dinâmicos podem se enquadrar os escoamentos de fluidos a elevados números de Reynolds.

Em linhas gerais, os escoamentos turbulentos são irregulares, imprevisíveis, tridimensionais, altamente difusivos, dissipativos, dependentes do tempo e caracterizados por processos não lineares de troca de massa, energia e quantidade de movimento. Além disso, num escoamento turbulento, uma ampla variedade de escalas de comprimento e de tempo sempre estará presente. Esta última propriedade dificulta sobremaneira a simulação de escoamentos turbulentos.

De fato, as grandes estruturas turbilhonares possuem dimensão característica comparável à do meio físico onde se dá o escoamento, possuem baixa frequência e determinam o movimento médio do fluido. As menores estruturas, ou escalas de Kolmogorov, por sua vez, são



responsáveis pelo processo de dissipação viscosa. Assim, para bem representar um escoamento turbulento, via solução numérica das equações do movimento, todas estas escalas – ou pelo menos os seus efeitos – devem estar, de alguma forma, representados. Para isto, existem pelo menos três diferentes metodologias de simulação de escoamentos turbulentos, como resume a discussão que se segue.

A mais intuitiva das metodologias é a Simulação Numérica Direta (SND), que consiste na solução numérica das equações tridimensionais de Navier-Stokes, sem o emprego de nenhuma modelagem da turbulência. No entanto, como a relação entre as maiores e as menores escalas da turbulência aumenta proporcionalmente ao número de Reynolds, para que todas as escalas turbulentas sejam calculadas convenientemente, o uso de malhas extremamente refinadas é imprescindível. Sendo assim, por questões de limitação computacional, este tipo de simulação só tem sido utilizado na solução de escoamentos em geometrias pouco complexas e a números de Reynolds relativamente baixos. Uma contribuição importante deste tipo de simulação reside na geração de dados que possam ser empregados no processo de validação de outras metodologias ou novos modelos de turbulência.

Então, diante das atuais limitações para o uso da SND na solução de problemas de interesse prático, dois outros procedimentos alternativos foram desenvolvidos. O primeiro baseia-se na solução das clássicas Equações Médias de Reynolds, obtidas a partir da decomposição das variáveis características do escoamento, consideradas como a soma de um valor médio temporal e uma flutuação (Reynolds, 1894). Através deste procedimento, surge a necessidade da utilização de modelos de turbulência, para contornar o chamado problema de fechamento, decorrente da presença das tensões de Reynolds, que aparecem como incógnitas adicionais à solução do problema. A literatura da turbulência permite observar que, ao longo das últimas décadas, uma grande variedade de modelos foi desenvolvida para atender a esta exigência.

O segundo procedimento alternativo, conhecido como metodologia de Simulação de Grandes Escalas, foi proposto por Smagorinsky (1963), que se inspirou nas idéias de decomposição de Reynolds, para propor uma nova filosofia de modelagem. Neste caso, entretanto, a separação das variáveis em um campo médio e suas respectivas flutuações não é mais utilizada, mas sim, a separação das altas e das baixas frequências, mediante um processo de filtragem. No passo seguinte, as baixas frequências, que correspondem às maiores estruturas turbilhonares, são calculadas, enquanto as menores escalas são modeladas. Esta metodologia



pode ser considerada como intermediária entre a SND e a simulação via Equações Médias de Reynolds, exigindo um esforço computacional compatível com a capacidade das atuais máquinas, para a solução refinada de escoamentos de interesse na engenharia.

1.3 Objetivos e Escopo do Trabalho.

Ainda que já existam vários programas comerciais permitindo a solução eficiente de escoamentos turbulentos, sua utilização em laboratórios de pesquisa é bastante prejudicada pela impossibilidade de acesso ao código fonte. Além de dificultar a implementação de novos modelos ou metodologias de simulação, esta característica também compromete a interpretação de resultados, uma vez que nem todas as características do programa são tratadas de forma suficientemente clara em seus respectivos manuais de utilização. Em vista disso, é sempre interessante que cada laboratório que se dedique à simulação de escoamentos desenvolva seu próprio programa computacional ou que, pelo menos, tenha acesso à utilização de programas abertos. Dentro deste contexto, Campregher (2002) desenvolveu o programa Fluids, voltado para a simulação bidimensional de escoamentos não permanentes em malhas cartesianas, empregando o Método dos Volumes Finitos.

Embora possam fornecer resultados de grande utilidade prática, simulações bidimensionais de escoamentos turbulentos omitem importantes informações, uma vez que são incapazes de representar os mecanismos tridimensionais que caracterizam a turbulência nos fluidos. Com o objetivo de aprimorar o programa Fluids, a proposta fundamental deste trabalho consiste em introduzir modificações no código computacional, de maneira a permitir a realização de cálculos tridimensionais. Algumas implementações de condições de contorno também foram efetuadas, de modo a ampliar a gama de escoamentos possível de ser simulada com o auxílio desta ferramenta.

O desenvolvimento de um programa desta natureza envolve múltiplas etapas e, em cada uma delas, uma ou mais fontes de erros ou imprecisões são, em geral, introduzidas. Com efeito, no momento da elaboração do modelo, hipóteses simplificadoras são formuladas, a fim de que uma situação física complexa possa ser descrita matematicamente. Em seguida, novas simplificações são, quase sempre necessárias, para permitir que as equações que integram o modelo sejam colocadas numa forma adequada à solução em computador. Por último, os resultados dos cálculos trazem consigo os erros de truncamento, oriundos da forma discretizada



das equações, e os erros de arredondamento, decorrentes da representação finita dos números no computador. Por tudo isto, antes que os resultados de uma simulação possam ser empregados na análise física de problemas, é absolutamente imprescindível que o programa que lhes deu origem tenha sido submetido a um rigoroso processo de validação. O procedimento tipicamente adotado para cumprir este propósito consiste na realização de testes exaustivos, efetuados por intermédio da simulação de escoamentos com um certo grau de complexidade e para os quais se disponha de um bom volume de dados numéricos e/ou experimentais confiáveis, que possam servir como elementos de comparação – são os chamados casos-teste (*benchmarks*).

Com o propósito de atribuir a necessária confiabilidade ao programa Fluids 3D, diferentes casos-teste foram exaustivamente simulados durante a execução do presente trabalho, a saber: (a) o escoamento entre placas planas paralelas, cujo desenvolvimento espacial dos perfis de velocidade é bem conhecido; (b) o escoamento em cavidades com tampa deslizante (*lid-driven cavities*) e cavidades abertas (*open cavities*), que além de constituírem excelentes casos-teste, são fonte de interesse industrial e (c) o escoamento sobre um degrau em expansão brusca (*backward facing step*), que apesar de apresentar grande simplicidade geométrica, dá origem a um escoamento de grande complexidade. Para todos estes casos, simulações 2D e 3D foram realizadas, como forma de investigar a influência da terceira dimensão sobre o escoamento.

Por último, deve-se ressaltar que, embora sejam realizadas interpretações físicas dos resultados numéricos obtidos, a ênfase maior deste trabalho concentra-se nas implementações efetuadas no programa, que propiciaram sua utilização como instrumento de análise de escoamentos verdadeiramente turbulentos.

1.4 Organização do Trabalho.

Além deste capítulo introdutório, o presente trabalho contém outros cinco capítulos e dois apêndices. No Capítulo 2, procurou-se abordar, de forma cautelosa, toda a formulação matemática, incluindo os métodos de discretização espacial e temporal, os esquemas de aproximação dos termos advectivos e difusivos, assim como os métodos de acoplamento pressão velocidade programados no código.

O Capítulo 3 trata da modelagem da turbulência, enfatizando a Metodologia das Grandes Escalas (LES) e a modelagem Sub-Malha de Smagorinsky. O programa computacional é descrito no Capítulo 4, documentando as implementações efetuadas, para facilitar a sua utilização por



novos usuários ou a realização de novas implementações por outros pesquisadores. O Capítulo 5, por sua vez, é inteiramente dedicado à apresentação dos resultados que se prestaram à validação do programa Fluids 3D.

É interessante destacar que, para melhor organizar o texto, optou-se por não incluir um capítulo dedicado exclusivamente à revisão da literatura. Comentários sobre a bibliografia consultada aparecem, então, ao longo de toda a dissertação e, sobretudo, durante a apresentação dos resultados.

Para finalizar, o Capítulo 6 destina-se à conclusão do presente trabalho, onde são também apresentadas algumas sugestões para futuras pesquisas, que poderão contribuir para aperfeiçoar a ferramenta aqui desenvolvida.



CAPÍTULO 2 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

2.1 Equações governantes

Em geral, qualquer escoamento isotérmico de um fluido newtoniano pode ser matematicamente bem representado pelo sistema formado pelas equações de conservação da massa e de Navier Stokes. Sob as hipóteses de escoamento incompressível, sem dissipação viscosa, tais equações escritas, para um sistema de coordenadas cartesianas, podem ser colocadas na forma:

– Conservação da massa:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \text{ com } j = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

– Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + Sc_i, \text{ com } i = 1, 2, 3 \text{ e } j = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

onde ρ representa a densidade do fluido; ν a viscosidade cinemática, u_i as componentes do vetor velocidade e p a pressão.

2.2 Discretização espacial

Exceto para alguns casos particulares, onde grandes simplificações podem ser feitas, a não linearidade que caracteriza os termos advectivos das equações de Navier-Stokes inviabiliza, a solução analítica do sistema acima discriminado. Para contornar o problema, são empregados métodos numéricos, a partir dos quais as equações do movimento são discretizadas no tempo e

no espaço, Figura 2.1, onde uma solução aproximada do problema pode ser obtida.

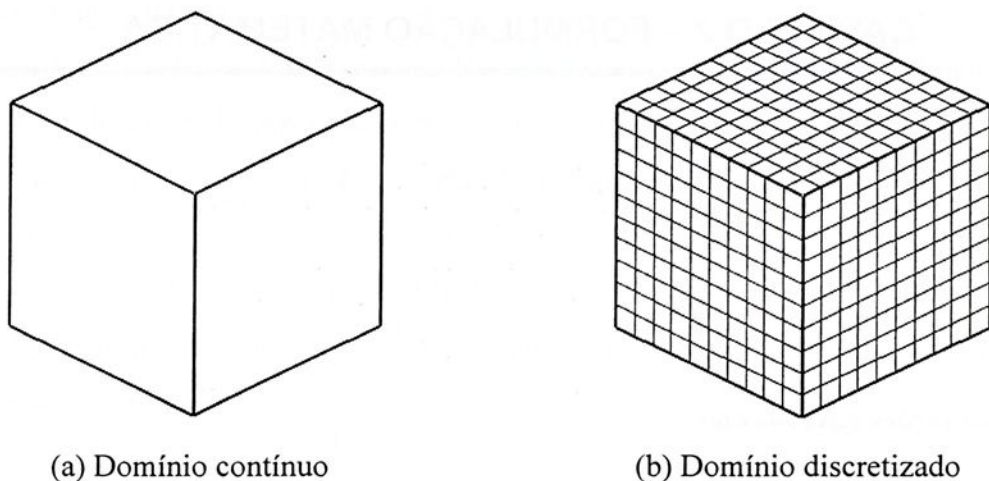


Figura 2.1 – Domínio de cálculo.

O Método dos Volumes Finitos, utilizado neste trabalho, destaca-se como um dos métodos de discretização espacial mais empregados na simulação numérica de problemas de dinâmica dos fluidos e de transferência de calor.

A Figura 2.2 representa um volume de controle (VC) tridimensional elementar do domínio discretizado, com centro no ponto P e vizinhos E (*east*), W (*west*), N (*north*), S (*south*), F (*front*) e B (*back*), como adotado por Maliska (1995).

As Equações (2.1) e (2.2), podem ser reescritas para uma grandeza escalar geral ϕ , da maneira como segue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \phi) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S^\phi \end{aligned} \quad (2.4)$$

Assim, a Equação (2.4) representa a conservação da massa, quando S^ϕ for igual a zero e $\phi = 1$. As equações de quantidade de movimento nas três direções são obtidas fazendo-se ϕ igual u , v e w , com o apropriado termo fonte, que, neste caso, inclui a respectiva componente do gradiente de pressão. Para as equações de Navier-Stokes, $\Gamma^\phi = \mu$.

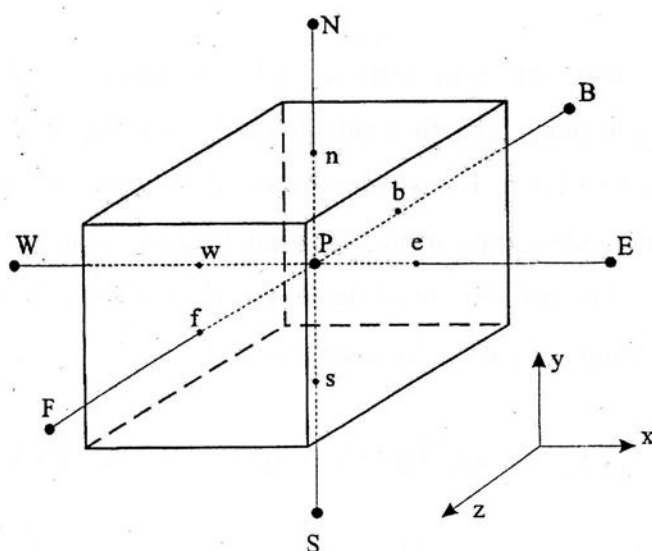


Figura 2.2 – Volume elementar.

Integrando-se a Equação (2.4) do instante t até o instante $t+\Delta t$, no volume elementar P , e transformando integrais de volumes em integrais de superfície sobre as faces e e w , s e n , f e b , nas direções x , y , e z , respectivamente, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^n \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) dx dy dz dt + \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_b^f \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \phi) dx dy dz dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_b^f \int_s^n \left[\frac{\partial}{\partial x} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_b^f \left[\frac{\partial}{\partial y} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dx dy dz dt + \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_b^f \left[\frac{\partial}{\partial z} \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_b^f S^\phi dx dy dz dt \Rightarrow (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + \\
 & \int_t^{t+\Delta t} (\rho u \phi|_e - \rho u \phi|_w) \Delta y \Delta z dt + \int_t^{t+\Delta t} (\rho v \phi|_n - \rho v \phi|_s) \Delta x \Delta z dt + \int_t^{t+\Delta t} (\rho w \phi|_f - \rho w \phi|_b) \Delta x \Delta y dt = \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w \right] \Delta y \Delta z dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s \right] \Delta x \Delta z dt + \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b \right] \Delta x \Delta y dt + S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.3 Discretização temporal

A discretização temporal visa fornecer relações entre o valor de ϕ , em instantes sucessivos de tempo, de forma a permitir o cálculo de ϕ^{n+1} em função de ϕ^n , onde n é o nível de tempo que se encontra a variável. Essas relações são determinadas durante a discretização da equação em um dos níveis de tempo n ou $n+1$. Denotando-se como $\theta=0$ a variável no tempo atual (ϕ^n) e $\theta=1$ a variável no próximo nível de tempo (ϕ^{n+1}), a Equação (2.5) pode ser integrada, deixando o expoente θ como um parâmetro a ser escolhido:

$$\begin{aligned}
 & (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho u \phi|_e^\theta - \rho u \phi|_w^\theta) \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho v \phi|_n^\theta - \rho v \phi|_s^\theta) \Delta x \Delta z \Delta t + \\
 & (\rho w \phi|_f^\theta - \rho w \phi|_b^\theta) \Delta x \Delta y \Delta t = \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w^\theta \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\
 & \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s^\theta \right] \Delta x \Delta z \Delta t + \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f^\theta - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b^\theta \right] \Delta x \Delta y \Delta t + \\
 & S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Dependo do valor escolhido para θ , pode-se obter uma formulação explícita ou totalmente implícita no tempo. Quando a opção for por uma formulação explícita, assume-se $\theta=0$. Através dessa formulação, o valor das variáveis pode ser obtido por uma equação algébrica. Todavia, o passo de tempo empregado para avançar a solução é limitado pelo critério de estabilidade, que leva em conta, entre outros fatores, o tamanho da malha. Quanto mais refinada a malha, menor o passo de tempo exigido para que o critério de estabilidade seja satisfeito.

Muitas vezes, quando a captura de detalhes refinados do escoamento é importante, a adoção de malhas irregulares é recomendada, aumentando-se a densidade da grade nas regiões do domínio de cálculo onde se verificam os maiores gradientes. Deste modo, uma formulação explícita não se apresenta como uma boa opção, pois a grande redução do passo de tempo aumentaria significativamente o tempo de cálculo. Assim, é mais recomendável o emprego de uma formulação totalmente implícita, onde se assume $\theta=1$, para todas as variáveis de interesse, como foi feito no presente trabalho. Para esta formulação, um sistema de equações deve ser resolvido, a fim de obter a distribuição da variável no domínio de cálculo.



Substituindo-se, então, o valor de $\theta = 1$ na Equação (2.6), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & (\rho \phi - \rho^0 \phi^0) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho u \phi|_e - \rho u \phi|_w) \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho v \phi|_n - \rho v \phi|_s) \Delta x \Delta z \Delta t + \\
 & (\rho w \phi|_f - \rho w \phi|_b) \Delta x \Delta y \Delta t = \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\
 & \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s \right] \Delta x \Delta z \Delta t + \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f - \Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b \right] \Delta x \Delta y \Delta t + \\
 & S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Outra formulação bastante utilizada é a chamada formulação implícita, também conhecida como semi-implícita, que consiste em tomar θ um valor intermediário entre $\theta=0$ e $\theta=1$. O esquema implícito de Crank-Nicholson, através da lei do trapézio, assume $\theta=1/2$. Mais detalhes sobre estas formulações podem ser encontradas no texto de Fortuna (2000).

2.4 Tratamento dos termos difusivos

O esquema de diferenças centrais é um dos mais simples esquemas de interpolação, freqüentemente utilizado para representar os fluxos difusivos das equações de transporte, admitindo-se um perfil linear para a variável ϕ entre os volumes de controle, de modo que as derivadas nas faces podem ser definidas da seguinte forma:

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_e = \Gamma_e^\phi \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_e} \right) = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} (\phi_E - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_s = \Gamma_s^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\delta_s} \right) = \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} (\phi_P - \phi_S)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w = \Gamma_w^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_w} \right) = \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} (\phi_P - \phi_W)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_f = \Gamma_f^\phi \left(\frac{\phi_F - \phi_P}{\delta_f} \right) = \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} (\phi_F - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Big|_n = \Gamma_n^\phi \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\delta_n} \right) = \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} (\phi_N - \phi_P)$$

$$\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_b = \Gamma_b^\phi \left(\frac{\phi_P - \phi_B}{\delta_b} \right) = \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} (\phi_P - \phi_B)$$

Substituindo os termos acima na Equação (2.7) e dividindo-se ambos os membros por Δt , tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_p \phi_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \frac{\rho^o \phi^o \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + \rho_e u_e \phi_e \Delta y \Delta z - \rho_w u_w \phi_w \Delta y \Delta z + \rho_n v_n \phi_n \Delta x \Delta z - \rho_s v_s \phi_s \Delta x \Delta z + \\ & \rho_f w_f \phi_f \Delta x \Delta y - \rho_b w_b \phi_b \Delta x \Delta y = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} (\phi_e - \phi_p) \Delta y \Delta z - \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} (\phi_p - \phi_w) \Delta y \Delta z + \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} (\phi_n - \phi_p) \Delta x \Delta z - \\ & \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} (\phi_p - \phi_s) \Delta x \Delta z + \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} (\phi_f - \phi_p) \Delta x \Delta y - \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} (\phi_p - \phi_b) \Delta x \Delta y + S^\phi \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (2.8)$$

Tomando

$$M_p = \rho_p \Delta x \Delta y \Delta z; \quad D_e = \frac{\Gamma_e^\phi}{\delta_e} \Delta y \Delta z;$$

$$M_p^0 = \rho^0 \Delta x \Delta y \Delta z; \quad D_w = \frac{\Gamma_w^\phi}{\delta_w} \Delta y \Delta z;$$

$$\dot{M}_e = \rho_e u_e \Delta y \Delta z; \quad D_n = \frac{\Gamma_n^\phi}{\delta_n} \Delta x \Delta z;$$

$$\dot{M}_w = \rho_w u_w \Delta y \Delta z; \quad D_s = \frac{\Gamma_s^\phi}{\delta_s} \Delta x \Delta z;$$

$$\dot{M}_n = \rho_n v_n \Delta x \Delta z; \quad D_f = \frac{\Gamma_f^\phi}{\delta_f} \Delta x \Delta y;$$

$$\dot{M}_s = \rho_s v_s \Delta x \Delta z; \quad D_b = \frac{\Gamma_b^\phi}{\delta_b} \Delta x \Delta y;$$

$$\dot{M}_f = \rho_f w_f \Delta x \Delta y; \quad \Delta \forall = \Delta x \Delta y \Delta z;$$

$$\dot{M}_b = \rho_b v_b \Delta x \Delta y;$$

a Equação (2.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{M_P \phi_P}{\Delta t} - \frac{M_P^0 \phi_P^0}{\Delta t} + \dot{M}_e \phi_e - \dot{M}_w \phi_w + \dot{M}_n \phi_n - \dot{M}_s \phi_s + \dot{M}_f \phi_f - \dot{M}_b \phi_b = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) + D_f(\phi_F - \phi_P) - D_b(\phi_P - \phi_B) + S^{\phi} \nabla \quad (2.9)$$

A Equação (2.9) requer uma avaliação da propriedade ϕ nas faces do VC. A forma como as variáveis (ϕ_e , ϕ_w , ϕ_n , ϕ_s , ϕ_f e ϕ_b) serão avaliadas nestas faces, ou seja, quantos e quais os pontos nodais serão considerados nos cálculos, é definida pelo tipo de esquema advectivo adotado. No presente trabalho, cinco esquemas bastante populares foram implementados no programa computacional, cujas características fundamentais são apenas esboçadas na apresentação a seguir. Para maiores detalhes, os trabalhos de Campregher (2002), Maliska (1995), Versteeg e Malalasekera (1995) e Fortuna (2000) podem ser consultados.

2.5 Tratamento dos termos advectivos

O tratamento dos termos advectivos constitui um dos procedimentos que mais influenciam na solução numérica das equações de Navier-Stokes. Funções de interpolação são empregadas para estimar a magnitude das variáveis e de suas derivadas nas faces do volume de controle, a partir de seus respectivos valores nos pontos nodais.

Como forma de generalizar o procedimento para todas as variáveis, uma variável genérica ϕ é adotada, considerando-se todas as velocidades previamente conhecidas. A Figura 2.3 será utilizada para melhor entendimento das funções de interpolação apresentadas.

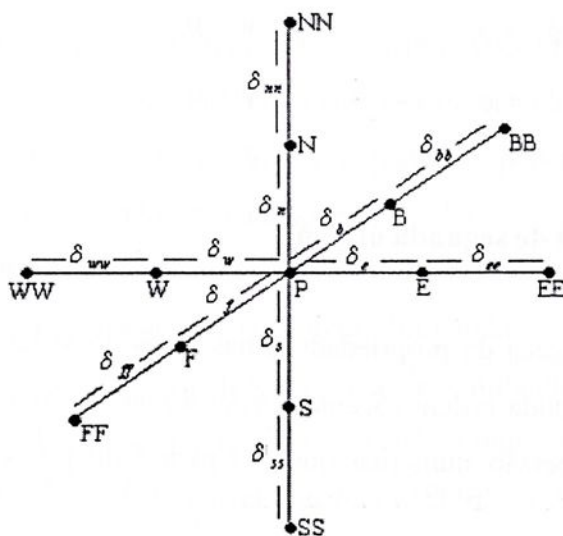


Figura 2.3 – Pontos nodais para o tratamento dos termos advectivos.

2.5.1 Esquema de diferenças centrais

O esquema de diferenças centrais (*Central Difference Scheme - CDS*) usa uma interpolação linear das variáveis e é bastante adequado para a representação de efeitos difusivos, por serem de natureza elíptica. Considerando-se que as faces do volume de controle estejam situadas no meio da distância entre os pontos nodais, tem-se :

$$\begin{aligned}\phi_w &= \frac{\phi_P + \phi_W}{2} & \phi_e &= \frac{\phi_E + \phi_P}{2} & \phi_n &= \frac{\phi_N + \phi_P}{2} \\ \phi_s &= \frac{\phi_P + \phi_S}{2} & \phi_f &= \frac{\phi_F + \phi_P}{2} & \phi_b &= \frac{\phi_P + \phi_B}{2}\end{aligned}$$

2.5.2 Esquema Upwind

O esquema Upwind é a forma mais simples de estimar o valor da propriedade ϕ nas faces de um volume de controle. Este esquema tem relação direta com o termo parabólico e estabelece que o valor da função na interface é igual ao valor da função no volume a montante. Tem-se, então, para as faces do volume de controle da Figura 2.3:

$$\begin{aligned}\phi_w &= \phi_W & ; & & \phi_e &= \phi_P & ; & & u &> 0 \\ \phi_w &= \phi_P & ; & & \phi_e &= \phi_E & ; & & u &< 0 \\ \phi_s &= \phi_S & ; & & \phi_n &= \phi_P & ; & & v &> 0 \\ \phi_s &= \phi_P & ; & & \phi_n &= \phi_N & ; & & v &< 0 \\ \phi_b &= \phi_B & ; & & \phi_f &= \phi_P & ; & & w &> 0 \\ \phi_b &= \phi_P & ; & & \phi_f &= \phi_F & ; & & w &< 0\end{aligned}$$

2.5.3 Esquema Upwind de segunda ordem

O cálculo dos valores da propriedade ϕ nas faces do volume de controle, utilizando o esquema Upwind de segunda ordem (*Second Order Upwind - SOU*), apesar de apresentar, em alguns casos, maior dispersão numérica que o Upwind de primeira ordem, introduz menor

difusão numérica. A título de exemplo, são apresentadas as expressões envolvidas no cálculo das propriedades ϕ_e e ϕ_w . As demais expressões podem ser escritas de maneira similar.

$$\phi_e = \begin{cases} \frac{3}{2}\phi_P - \frac{1}{2}\phi_W & \text{para } u \geq 0 \\ \frac{3}{2}\phi_E - \frac{1}{2}\phi_{EE} & \text{para } u < 0 \end{cases}$$

$$\phi_w = \begin{cases} \frac{3}{2}\phi_W - \frac{1}{2}\phi_{WW}, & \text{para } u \geq 0 \\ \frac{3}{2}\phi_P - \frac{1}{2}\phi_E, & \text{para } u < 0 \end{cases}$$

2.5.4 Esquema Lei de Potência (*Power-Law*)

A função de interpolação exata para uma equação de convecção-difusão, unidimensional e em regime permanente pode ser escrita como uma função do número de Péclet:

$$\phi_e = \phi_P + (\phi_E - \phi_P) \frac{e^{\frac{Pe}{2}} - 1}{e^{Pe} - 1} \quad (2.10)$$

Essa função de interpolação dá origem ao esquema exponencial e fornece a interpolação exata para qualquer tamanho da malha. Porém, como se não bastassem os custos computacionais elevados para o cálculo das exponenciais em cada volume elementar, os problemas reais raramente são unidimensionais e a extensão do esquema exponencial para duas ou mais dimensões é impraticável, inviabilizando o seu emprego.

Alguns métodos procuram interpolar o valor da variável, buscando uma precisão equivalente à fornecida pela Equação (2.10), porém, limitando os esforços computacionais requeridos. A idéia central é seguir a equação exponencial, imitando seu comportamento por faixas do número de Péclet. Estes esquemas são conhecidos como esquemas exponenciais e o mais comum deles é o esquema Lei de Potência (Patankar, 1980).



2.5.5 Esquema QUICK consistente (QUICK - C)

Em sua essência, o esquema QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*), proposto por Leonard (1979), emprega a equação de uma parábola, ajustada sobre os valores da variável ϕ em dois pontos à montante e um ponto à jusante do volume de controle centrado em P , para interpolar o valor na sua face.

A principal qualidade do esquema QUICK é o fato de ser $O(\Delta x^3)$. Porém, assim como todos os outros esquemas anteriormente apresentados, ele também não é monotônico, ou seja, na ausência de termo-fonte não se pode garantir que estas interpolações não desenvolvam oscilações numéricas.

Várias derivações desse método foram propostas por outros autores. Hayase *et al.* (1992), desenvolveram um esquema denominado QUICK Consistente, ou simplesmente QUICK-C, que interpola o valor da variável na face do volume de controle por um termo composto de duas parcelas – uma aproximação Upwind, mais uma parcela a ser acrescentada ao termo-fonte da equação discretizada. Este esquema tem sido empregado com sucesso por muitos autores, por apresentar uma boa taxa de convergência e soluções fisicamente mais consistentes que a maioria dos outros esquemas da família QUICK.

2.6 A equação discretizada

Para completar o processo de discretização, a Equação (2.9) deve ser trabalhada, a fim de incorporar os esquemas de transporte advectivo apresentados na seção anterior. A título de exemplo, a Equação (2.9), rearranjada após a aplicação do esquema Upwind, pode ser colocada na forma:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_F \phi_F + A_B \phi_B + B \quad (2.11)$$

na qual:

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_F + A_B + \frac{M_P}{\Delta t}$$

$$A_E = D_e + \left\| -F_e, 0 \right\|$$

$$A_W = D_w + \left\| F_w, 0 \right\|$$

$$A_N = D_n + \parallel -F_n, 0 \parallel$$

$$A_S = D_s + \parallel F_s, 0 \parallel$$

$$A_F = D_f + \parallel -F_f, 0 \parallel$$

$$A_B = D_b + \parallel -F_b, 0 \parallel$$

$$B = Sc \Delta V + \frac{M_P^0}{\Delta t} \phi_P^0$$

F é o fluxo nas interfaces do volume de controle elementar

2.7 Solução do sistema linear de equações

A Equação (2.11) gera um sistema de equações lineares, que se caracteriza por apresentar n equações com n incógnitas, podendo ser escrito na forma matricial, onde $\mathbf{A}$ é uma matriz heptadiagonal de ordem $n \times n$, $\mathbf{B}$ é o vetor dos termos independentes, de ordem n , e $\mathbf{X}$ é o vetor das incógnitas, também de ordem n . Os coeficientes A_p estão posicionados na diagonal principal, os coeficientes A_e na subdiagonal superior e os coeficientes A_w na subdiagonal inferior. Já os demais coeficientes (A_n , A_s , A_f e A_b) encontram-se em diagonais mais afastadas da diagonal principal, cuja localização exata dependerá da malha utilizada.

Para resolver esse sistema, há duas classes principais de métodos – os métodos diretos e os iterativos. Com os métodos diretos, a solução é obtida por intermédio de um número finito de operações aritméticas. Já com os métodos iterativos, a solução é obtida após uma seqüência de correções aplicadas a uma estimativa inicial x^{k-1} para obter uma solução x^k , até que $x^k = x$, quando o número de iterações k tende a infinito. Diz-se que a solução obtida por um método direto é a solução exata, enquanto, a obtida por intermédio de um método iterativo é a solução aproximada do sistema.

É fácil observar que, mesmo para um sistema pequeno, existe uma quantidade considerável de elementos nulos na matriz dos coeficientes. Isto acontece porque são considerados, nas discretizações, apenas os volumes que fazem fronteira com o volume principal. Se mais elementos fossem envolvidos no processo de interpolação da propriedade transportada, a matriz dos coeficientes tenderia a se tornar cada vez menos esparsa, até ser totalmente preenchida, no caso extremo em que todos os demais pontos nodais do domínio fossem empregados na avaliação do valor de uma propriedade nas faces do elemento principal P .

Maliska (1995), mostra que o índice de esparsidade da matriz dos coeficientes cresce substancialmente com a ordem do sistema linear, como apresentado na Tabela 2.1.



Tabela 2.1 – Índices de esparsidade na matriz de coeficientes

Malha	10×10	20×20	40×40
Número de elementos da matriz	10 ⁴	16.10 ⁴	256.10 ⁴
Não-zeros	5.10 ²	2.10 ³	8.10 ³
% Não-zeros	5%	1.25%	0.312%
Índice de esparsidade	0.95	0.9875	0.9968

O índice de esparsidade pode ser calculado por:

$$E = 1 - \frac{nnz}{N^2} \quad (2.12)$$

onde nnz é o número de não-zeros e N , o número de elementos na matriz.

O TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*), também conhecido como Algoritmo de Thomas (Patankar, 1980), enquadra-se dentro da classe dos métodos diretos, empregando a técnica de fatoração para obter a solução do sistema linear. Por ser de simples implementação e necessitar de pouco esforço computacional – o armazenamento é da ordem de N , ao contrário de N^2 , como ocorre no método de Gauss – que foi escolhido para utilização no presente trabalho. Porém, deve-se ressaltar que, para problemas bi e tridimensionais, as matrizes de coeficientes geradas não são tridiagonais, mas sim penta e heptadiagonais, respectivamente. Nestas condições, a solução pelo TDMA passa a ser iterativa e não mais direta.

Em problemas que envolvam uma metodologia numérica iterativa para resolver um sistema de equações, os dados obtidos são considerados solução, quando as mudanças que ocorrem de uma iteração para outra nas variáveis do problema são suficientemente pequenas, a ponto de se poder considerar que, para os fins a que se destinam, os resultados não mais se alteram. Sendo assim, uma forma de parada dos cálculos deve ser imposta, fixando-se o número de iterações a ser cumprida ou estabelecendo-se um outro critério de convergência. Neste trabalho, duas opções foram programadas, quais sejam: (a) a atribuição, pelo usuário, de um certo número de passagens pelo TDMA, ou (b) através do cálculo automático da variação relativa (resíduo) das variáveis de interesse a cada iteração, como sugerido por Boçon (1998). Por este último critério, a solução será encontrada quando:

$$\left| \frac{\varphi^{k+1} - \varphi^k}{\varphi_{\max}^{k+1} - \varphi_{\min}^{k+1}} \right| \leq \zeta \quad (2.13)$$

Após vários testes, o valor adotado para ξ nas diferentes simulações realizadas no âmbito do presente trabalho foi de 10^{-4}

2.8 O arranjo das variáveis no domínio

As variáveis podem ser armazenadas na malha computacional, fazendo-se uso do arranjo co-localizado ou deslocado.

No arranjo co-localizado, todas as variáveis de interesse são armazenadas no centro do volume de controle, o que facilita consideravelmente a manipulação das variáveis. Esta característica se torna relevante, sobretudo quando se deseja trabalhar com coordenadas generalizadas, onde os índices das equações de transformação podem ser manipulados sem maiores transtornos. No entanto, o emprego deste tipo de arranjo foi bastante limitado durante um longo tempo, pois, acreditava-se que o campo de velocidades pudesse ficar insensível à variações de pressão, sobretudo na presença de campos oscilatórios de pressão em malhas grosseiras.

Para maior compreensão, um exemplo bastante elucidativo é apresentado por Maliska (1995), Figura 2.4. Para determinar o valor da velocidade u no ponto P , u_P , por meio de diferenças centrais, a formulação resultará em $(p_E - p_W)/(\delta x_e + \delta x_w)$. É fácil notar que os valores de p_E e p_W são idênticos, o que implica num gradiente de pressão nulo, que, por si só, é incapaz de impulsionar o escoamento. Pode-se, assim, avaliar as dificuldades para a convergência da solução, quando este tipo de cálculo é realizado em todo domínio. Este argumento, hoje considerado impertinente, foi empregado por vários autores, durante vários anos, para justificar a incompatibilidade da utilização de arranjo co-localizado com o método dos volumes finitos.

Observa-se que as pressões localizadas junto com as velocidades não entram na equação do movimento para aquele volume. Portanto, parece coerente localizar as velocidades entre os pontos nodais, o que dá origem a uma malha desencontrada. E foi o que Harlow e Welch (1965) propuseram, ao desenvolverem o método MAC (Marker and Cell), alocando as variáveis escalares e vetoriais de maneira entrelaçada, localizando as velocidades nas interfaces dos volumes de controle das variáveis escalares, de maneira que o gradiente das pressões passa a ser a força motriz da velocidade armazenada entre dois pontos de pressão. Este sistema de posicionamento das variáveis sobre a malha computacional popularizou-se com o trabalho de Patankar (1980), tornando-se conhecido como arranjo deslocado (*staggered grid*). Se, por um

lado, este tipo de arranjo promove a estabilidade necessária para o acoplamento pressão-velocidade, por outro, adiciona maior complexidade à programação computacional, uma vez que dificulta o controle dos índices das variáveis. Ainda assim, este foi o sistema de alocação das variáveis no domínio de cálculo adotado no programa Fluids, preservado na presente versão tridimensional.

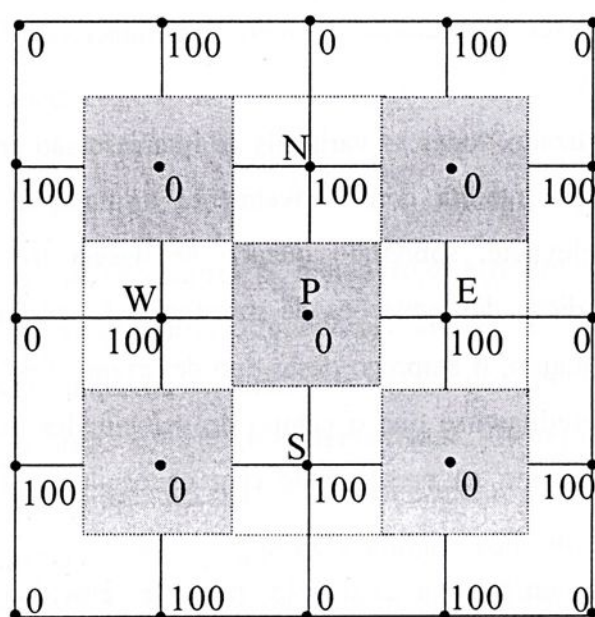


Figura 2.4 – Campo de pressões inconsistente (Maliska, 1995)

2.9 Condições de contorno

Ao se resolver qualquer sistema de equações diferenciais parciais, as condições de contorno, juntamente com as condições iniciais, determinarão a solução particular do problema que está sendo estudado. Na maioria dos problemas envolvendo o escoamento de fluidos e transferência de calor, as duas condições de contorno mais comumente empregadas são as de Dirichlet e de Neumann.

Por intermédio das condições de contorno de Dirichlet, um valor constante e conhecido para a variável – velocidade, pressão, temperatura, concentração, etc – em questão é imposto nas fronteiras do domínio. Com as condições de Neumann, a derivada da variável no contorno é prescrita, ou seja:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = C \quad (2.14)$$

onde n é a perpendicular à fronteira e C pode ser uma constante ou uma função conhecida. Neste último caso, apenas o gradiente normal de ϕ na fronteira é especificado. Desta forma, ϕ na fronteira também é uma incógnita que deve ser determinada como parte do processo de solução do problema.

2.9.1 Condições de contorno na entrada do domínio

A velocidade na entrada do domínio é uma condição de contorno considerada conhecida, na grande maioria dos problemas de mecânica dos fluidos computacional. No presente trabalho, perfis de velocidades uniformes ou não poderão ser impostos, em regiões pré-estabelecidas na entrada do domínio.

É importante salientar aqui que, ao inserir um perfil prescrito de velocidades na entrada e uma condição de derivada nula na saída do domínio, cria-se um fluxo de massa que atravessa a região de simulação. Caso seja imposta, adicionalmente, uma condição de pressão prescrita, a solução do problema pode ser seriamente prejudicada, pois, do ponto de vista físico, duas forças motrizes distintas estariam agindo sobre o escoamento. Para a família de acoplamento SIMPLE/SIMPLEC, em geral, não há a necessidade de se impor uma condição de contorno de primeiro tipo para a pressão, uma vez que o campo de pressão é deixado livre para se ajustar ao campo de velocidade.

2.9.2 Condições de contorno na saída do domínio

Para as equações de quantidade de movimento, a condição de Neumann na saída do domínio é mais adequada para ser empregada junto a uma fronteira onde não se conheçam, *a priori*, os valores da variável. A condição de Dirichlet, por sua vez, pode ser empregada em simulações de escoamentos internos, nos quais o valor da velocidade na saída é conhecido. É interessante notar que a imposição de condições de contorno incorretas na saída do domínio pode afetar todo o campo de escoamento.

2.9.3 Condições de contorno nas laterais do domínio

Nas faces superior, inferior, anterior e posterior do domínio, é possível assumir diferentes



combinações de condições de contorno, dependendo do problema que está sendo tratado. Pode-se atribuir, por exemplo, uma condição de Neumann para as velocidades nas faces laterais, liberando o domínio da restrição imposta por paredes.

A condição de Dirichlet, por sua vez, pode ser aplicada de duas formas distintas, sobre as laterais do domínio: impondo-se velocidade nula, fazendo as vezes de uma parede sólida, ou prescrevendo-se um valor positivo ou negativo para a velocidade, situação freqüentemente utilizada na simulação do escoamento em cavidades (*lid driven cavity*).

2.9.4 Obstáculos sólidos imersos no escoamento

Devido à dificuldade de se impor velocidade nula nas paredes de um obstáculo, sobretudo quando se empregam arranjos deslocados, a imposição de viscosidade infinita na região do domínio ocupada por corpos sólidos, foi adotada neste trabalho, como uma solução alternativa e não menos eficiente. É interessante observar que, adotando-se um valor muito alto para a viscosidade no interior da célula – algo como 10^{30} , por exemplo –, o coeficiente A_p torna-se, automaticamente, da mesma ordem de grandeza. Assim sendo, na Equação (2.13), ϕ_p irá tender a zero, uma vez que o valor de A_p tende a ∞ .

$$\phi_p = \frac{\sum A_{nb} \phi_{nb} + B}{A_p} \quad (2.15)$$

2.10 Acoplamento pressão-velocidade

Em praticamente todos os métodos de acoplamento, a seqüência de cálculo envolve dois passos distintos. No primeiro passo, as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da continuidade e, no segundo, as pressões são avançadas, para completar o ciclo iterativo.

De maneira geral, pode-se dizer que um método para resolver as equações de Navier-Stokes é, basicamente, uma forma de ir ajustando o campo velocidades, dentro de um tempo computacional qualquer, de forma que este campo satisfaça uma certa exigência, que pode vir a ser a própria equação da continuidade.

Os métodos SIMPLE e SIMPLEC funcionam desta forma e serão abordados neste trabalho.



2.10.1 Método SIMPLE

O algoritmo SIMPLE inicia-se com a substituição de um campo de pressão estimado, p^* , nas equações de Navier-Stokes, o que permite a obtenção do campo de velocidades. A partir daí, as pressões e as velocidades são corrigidas, para satisfazer a equação da continuidade.

Para se calcular o campo de velocidades, emprega-se a Equação (2.11), escrita como:

$$A_p u_p = A_e u_e + A_w u_w + A_n u_n + A_s u_s + A_f u_f + A_b u_b + B + (P_w - P_p) (\Delta V / \delta_w) \quad (2.16)$$

$$A_p v_p = A_e v_e + A_w v_w + A_n v_n + A_s v_s + A_f v_f + A_b v_b + B + (P_s - P_p) (\Delta V / \delta_s) \quad (2.17)$$

$$A_p w_p = A_e w_e + A_w w_w + A_n w_n + A_s w_s + A_f w_f + A_b w_b + B + (P_f - P_p) (\Delta V / \delta_f) \quad (2.18)$$

Esta equação só fornecerá resultados fisicamente consistentes se um campo correto de pressão for imposto, caso contrário, o campo de velocidade obtido não corresponderá à realidade. Então, para um campo estimado P^* qualquer, as Equações (2.16), (2.17) e (2.18) passarão a ser escritas como:

$$A_p u_p^* = A_e u_e^* + A_w u_w^* + A_n u_n^* + A_s u_s^* + A_f u_f^* + A_b u_b^* + B + (P_w^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_w) \quad (2.19)$$

$$A_p v_p^* = A_e v_e^* + A_w v_w^* + A_n v_n^* + A_s v_s^* + A_f v_f^* + A_b v_b^* + B + (P_s^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_s) \quad (2.20)$$

$$A_p w_p^* = A_e w_e^* + A_w w_w^* + A_n w_n^* + A_s w_s^* + A_f w_f^* + A_b w_b^* + B + (P_b^* - P_p^*) (\Delta V / \delta_b) \quad (2.21)$$

Definindo-se o campo correto de pressão como sendo a estimativa inicial P^* , mais uma correção P' , tem-se:

$$P = P^* + \alpha P' \quad (2.22)$$

onde α é um coeficiente de relaxação para a variável P .

Subtraindo a Equação (2.19) da Equação (2.16), e desprezando as diferenças entre os

termos vizinhos, tem-se para a direção x :

$$A_p(u_p - u_p^*) = [(P_w - P_w^*) - (P_p - P_p^*)](\Delta V / \delta_x) \quad (2.23)$$

$$\text{onde: } u' = u - u^* \quad (2.24)$$

Reescrevendo a Equação (2.23), tem-se:

$$A_p u_p' = (P_w' - P_p')(\Delta V / \delta_w) \quad (2.25)$$

e, finalmente,

$$u_p = u_p^* + d_p(P_w' - P_p') \quad (2.26)$$

Extrapolando-se o valor de u para a face leste do volume de controle, a Equação (2.27) pode ser escrita como:

$$u_e = u_e^* + d_e(P_p' - P_e') \quad (2.28)$$

$$\text{onde: } d_e = \frac{\Delta V / \delta_e}{A_e} \quad (2.29)$$

Similarmente, obtém-se para a velocidade na direção y e na direção z :

$$v_n = v_n^* + d_n(P_p' - P_n') \quad (2.30)$$

$$\text{onde: } d_n = \frac{\Delta V / \delta_n}{A_n} \quad (2.31)$$

$$w_f = w_f^* + d_f(P_p' - P_f') \quad (2.32)$$

onde: $d_f = \frac{\Delta V / \delta_f}{A_f}$ (2.33)

Na etapa seguinte, a equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (2.34)$$

é integrada sobre o volume de controle centrado em P , fornecendo:

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_p - \rho_p^0) \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y \Delta z + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x \Delta z + \\ [(\rho w)_f - (\rho w)_b] \Delta x \Delta y = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Substituindo-se os valores das velocidades nas faces e rearranjando-se os termos, vem:

$$A_p P_p' = A_E P_E' + A_W P_W' + A_N P_N' + A_S P_S' + A_F P_F' + A_B P_B' + B \quad (2.36)$$

onde:

$$A_E = \rho_e d_e \Delta y \Delta z; \quad A_W = \rho_w d_w \Delta y \Delta z;$$

$$A_N = \rho_n d_n \Delta x \Delta z; \quad A_S = \rho_s d_s \Delta x \Delta z;$$

$$A_F = \rho_f d_f \Delta x \Delta y; \quad A_B = \rho_b d_b \Delta x \Delta y;$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_F + A_B;$$

$$\begin{aligned} B = \frac{M_p^0}{\Delta t} - \frac{M_p}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y \Delta z + [(\rho v^*)_n - (\rho v^*)_s] \Delta x \Delta z + \\ [(\rho w^*)_f - (\rho w^*)_b] \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

O termo-fonte B representa o divergente do vetor velocidade no volume de controle, que deve tender a zero quando o campo de velocidades satisfaz a equação da continuidade. Assim, a equação discretizada de conservação da massa – Equação (2.36) – representa, na verdade, uma equação para a pressão, o que constitui a base do método SIMPLE.

2.10.2 Método SIMPLEX

O método SIMPLEX se diferencia do SIMPLE apenas pelo fato de que as diferenças entre as velocidades vizinhas não é mais desprezada. Neste caso, a expressão para a correção das velocidades também tem a forma:

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \quad (2.37)$$

porém, agora,

$$d_e = \frac{\Delta V / \delta_e}{A_e - \sum A_{nb}} \quad (2.38)$$

Pode-se, então, perceber que a única diferença entre as expressões que fornecem d_e , no método SIMPLE e no SIMPLEX, é o termo $\sum A_{nb}$, subtraído de A_e no denominador da Equação (2.33). Esta modificação, aparentemente pequena, tem profundas implicações nos cálculos. A mais importante delas é que, agora, não existe mais a necessidade de se usar coeficientes de relaxação muito fortes para a atualização de P' .

CAPÍTULO 3 – MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

3.1 Simulação de Grandes Escalas (LES)

No presente trabalho, a metodologia de simulação de grandes escalas foi implementada no programa Fluids 3D, para a representação de escoamentos turbulentos tridimensionais. Com o auxílio de um processo de filtragem, as maiores estruturas presentes no escoamento são separadas das menores e resolvidas diretamente, a partir da solução direta das equações do movimento. Um modelo sub-malha é, então, empregado, para representar apenas as menores estruturas, ou seja, aquelas cujas dimensões características são inferiores ao tamanho das grades computacionais.

Uma das primeiras aplicações da LES em engenharia foi realizada por Deardorff (1970), que investigou um escoamento turbulento no interior de um canal a altos números de Reynolds. Atualmente, esta ferramenta já vem sendo largamente utilizada no estudo de inúmeros problemas de interesse prático.

3.2 Processo de filtragem das equações governantes

A aplicação de um operador filtro às equações governantes decompõe as variáveis em uma componente representativa das grandes escalas e uma componente sub-malha. Maiores detalhes sobre o operador filtro, bem como sobre as propriedades associadas ao conceito de separação de escalas podem ser encontrados no Apêndice A.

Aplicando o processo de filtragem ao sistema de equações governantes (2.1) e (2.2) e observando que os operadores de diferenciação parcial e de filtragem são comutativos, obtém-se um novo sistema de equações, na seguinte forma:



$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_j}) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

Nota-se, então, que os termos advectivos da Equação (3.2) apresentam os produtos filtrados das variáveis, tornando impossível a solução deste sistema de equações. Assim sendo, faz-se necessário decompor as escalas:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.3)$$

De acordo com as propriedades do operador filtro, o produto filtrado resulta em:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{\bar{u}_j u'_i} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.4)$$

Definindo :

$$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad \text{Tensor de Reynolds sub-malha} \quad (3.5)$$

$$C_{ij} = \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} \quad \text{Tensor Cruzado} \quad (3.6)$$

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad \text{Tensor de Leonard} \quad (3.7)$$

o produto filtrado podem ser reescritos como segue:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.8)$$

Substituindo-se estes tensores e fluxos no sistema de equações (3.1) e (3.2), obtém-se, agora, as equações governantes filtradas, na seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \quad (3.10)$$

Este é um sistema com quatro equações e vinte e duas incógnitas, quais sejam, as quatro variáveis primitivas filtradas ($\bar{u}_i$ e $\bar{p}$) e os dezoito novos tensores (τ_{ij} , C_{ij} e L_{ij}). Trata-se, portanto, de um sistema de equações aberto, com mais incógnitas do que equações. Tal como ocorre na obtenção das clássicas Equações Médias de Reynolds, este problema tem sua origem no termo não linear das equações de Navier-Stokes e pode ser contornado com o uso de modelos de turbulência.

Muitos métodos paliativos de fechamento da turbulência foram propostos ao longo das últimas décadas, alguns dos quais são revistos por Silvestrini (2003). Nas próximas seções, uma abordagem da modelagem sub-malha para o cálculo da viscosidade turbulenta é apresentada, com ênfase no modelo de Smagorinsk (1963), utilizada no âmbito deste trabalho.

3.3 Modelagem sub-malha da turbulência

De acordo com Clark *et al.* (1979), a soma dos os tensores Cruzado e de Leonard pode ser expressa como uma expansão em série de Taylor do campo de velocidade filtrado. No entanto, Shaanan *et al.* (1975) concluem que, quando um esquema de transporte advectivo de até segunda ordem é utilizado, os tensores de Leonard e Cruzado podem ser desprezados. Por outro lado, quando se utilizam esquemas de ordens mais elevadas ou métodos espectrais, estes tensores devem ser considerados. Silveira-Neto *et al.* (1993), em experiências numéricas realizadas sobre uma expansão brusca, evidenciaram que, mesmo para esquemas de terceira ordem, estes dois tensores podem ser desconsiderados.

Considerando-se estas hipóteses simplificadoras, resta modelar o Tensor de Reynolds sub-malha, que, baseado na hipótese de Boussinesq (1877), pode ser colocado em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrado e da energia cinética turbulenta (k), como segue:

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.11)$$

onde ν_t representa a viscosidade turbulenta, que deve ser interpretada como uma propriedade do escoamento e não do fluido.

Substituindo-se a Equação (3.11) na Equação (3.10), tem-se o fechamento, via hipótese de viscosidade turbulenta:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (3.13)$$

Observa-se que o divergente do termo envolvendo a energia cinética turbulenta e o delta de Kronecker resulta no gradiente da energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) = \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (3.14)$$

Para esquemas onde o valor de k não é calculado explicitamente, a pressão modificada incorpora os efeitos provenientes da variação da energia cinética turbulenta sub-malha no campo de escoamento. Assim foi considerado no caso do presente trabalho.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.16)$$

É importante enfatizar que, quando se resolvem as equações da turbulência modeladas, o que se chama de pressão não é, na verdade, a pressão termodinâmica, e sim uma pressão modificada pela energia cinética turbulenta. Para recuperar o verdadeiro campo de pressão, torna-se necessário modelar também a energia cinética turbulenta, o que deve ser feito simultaneamente com o cálculo da viscosidade turbulenta.

Observa-se que o sistema de equações (3.15) e (3.16) é um sistema fechado, onde o número de equações é igual ao número de incógnitas. No entanto, resta ainda o problema maior da modelagem da turbulência, que é o cálculo da viscosidade turbulenta, que pode ser obtida com o auxílio de diferentes modelos.

Vale comentar que, nas últimas décadas, o termo $\overline{u_i u_j}$, vem sendo decomposto sem passar pelo conceito de separação de escalas de forma explícita, da seguinte forma (Silvestrini, 2003):

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \gamma_{ij} \quad (3.17)$$

onde o tensor de cisalhamento sub-malha γ_{ij} é modelado diretamente. Com este procedimento, no entanto, a necessidade de métodos para o cálculo da viscosidade turbulenta não é suprimida.

3.4 Modelo Sub-Malha de Smagorinsky

Sem dúvida, o mais importante modelo para obtenção da viscosidade turbulenta (ν_t) é o chamado modelo de Smagorinsky (1963), proposto pelo próprio meteorologista, para simular escoamentos atmosféricos. Este modelo se enraíza na hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, por intermédio do qual a produção de tensões turbulentas sub-malha ($\wp$) é considerada igual à taxa de dissipação (ε):

$$\wp = \varepsilon \quad (3.18)$$

A produção de tensões turbulentas, por sua vez, pode ser escrita em função da taxa de cisalhamento do campo de velocidade filtrado, como:

$$\wp = -\overline{u'_i u'_j} S_{ij} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (3.19)$$

e a taxa de dissipação, escrita em função da escala característica de velocidade e do comprimento sub-malha:



$$\varepsilon = -c_1 \overline{(u'_i u'_j)}^{3/2} / \ell \quad (3.20)$$

Supõe-se, ainda, que a viscosidade turbulenta sub-malha seja proporcional a estas duas escalas, conforme a seguinte equação:

$$\nu_t = c_I \ell \overline{(u'_i u'_j)} \quad (3.21)$$

Utilizando-se este conjunto de equações, por analogia ao conceito de comprimento de mistura de Prandtl, pode-se exprimir a viscosidade turbulenta em função da taxa de deformação e da escala de comprimento, através da expressão:

$$\nu_t = (C_S \ell)^2 |\bar{S}| \quad (3.22)$$

sendo C_S a constante de Smagorinsky, ℓ a escala de comprimento, calculada em função da malha de discretização, e $|\bar{S}|$ o módulo do tensor taxa de deformação, definido como:

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (3.23)$$

sendo:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.24)$$

A constante de Smagorinsky (C_S) tem um valor da ordem de 0,1. Para turbulência homogênea e isotrópica, Lilly (1967) determinou analiticamente um valor $C_S = 0,18$. Posteriormente, Deardorff em 1970, propôs um valor $C_S = 0,1$, estudando o escoamento no interior de um canal. Na verdade, o valor desta constante depende das características do código

computacional utilizado e, muito provavelmente, dependa, também, do tipo de malha utilizada na simulação, devendo ser ajustada antes da obtenção de resultados definitivos. É bem sabido que o modelo de Smagorinsky superestima a viscosidade turbulenta nas proximidades de paredes, onde localizam os maiores gradientes, fazendo-se necessário muitas vezes, a utilização de uma função de amortecimento nestas regiões. Apesar disso, este modelo alia simplicidade, facilidade de implementação, custo computacional razoavelmente baixo e uma boa performance geral. Em razão destas qualidades, ele tem sido largamente utilizado ao longo dos anos, em diferentes tipos de aplicação.



CAPÍTULO 4 – PROGRAMA COMPUTACIONAL

A grande maioria dos códigos comerciais para a solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor apresenta alto custo de aquisição, além do que, muitos deles exigem renovação periódica da licença de utilização. Entretanto, um dos maiores problemas no emprego de programas comerciais para uso científico está na impossibilidade de acesso ao programa fonte, o que, se não impede, ao menos dificulta a implementação de novos modelos. Sendo assim, o desenvolvimento de um programa de simulação sempre constitui uma opção interessante para os laboratórios de mecânica dos fluidos computacional.

Como discutido por Campregher (2002), a elaboração de um programa voltado para a investigação científica de escoamentos não é uma tarefa trivial, exigindo que várias decisões e cuidados sejam tomados em todas as fases de sua elaboração. Com efeito, depois de decidir sobre o método numérico a ser empregado, vários outros detalhes devem, ainda, serem ponderados. Na escolha da linguagem de programação, por exemplo, é conveniente não apenas levar-se em conta a sua popularidade no meio científico, mas, principalmente, a cultura existente no laboratório onde o programa está sendo desenvolvido e onde, certamente, será utilizado e aprimorado por outros pesquisadores. Além disso, é importante que o programa requeira o mínimo possível de recursos computacionais, permitindo que problemas mais complexos, que necessitem uma maior densidade de células, possam ser simulados. A clareza da organização do programa, com comentários explicativos que facilitem sua utilização e futuros desenvolvimentos, é, também, de extrema importância.

O programa de simulação aqui apresentado, escrito em linguagem Fortran 90, trata-se de uma extensão tridimensional do código Fluids 2D, com implementações adicionais nas condições de contorno, que o tornaram mais versátil. O Fluids 3D ainda não apresenta uma interface gráfica, de



maneira que as informações necessárias à execução do programa são inseridas através de arquivos de dados de entrada.

O presente capítulo tem por finalidade documentar as principais características e alterações efetuadas na versão original do programa Fluids, de maneira a facilitar a utilização do programa Fluids 3D, bem como auxiliar outros pesquisadores em futuras implementações. Muitos detalhes relativos à arquitetura do programa, entretanto, foram aqui omitidos, por se encontrarem devidamente contemplados no trabalho de Campregher (2002).

4.1 Organização do código computacional

O corpo principal do código computacional, denominado *Main*, se encarrega de gerenciar a leitura de todos os valores previamente ajustados para a montagem da malha, de monitorar a alocação de espaço para as matrizes e vetores, de controlar os passos iterativos durante a execução dos cálculos e de promover a liberação da memória reservada ao final da execução do programa.

Para melhor compreensão da estrutura lógica do programa, um fluxograma detalhado é apresentado na Figura B.1 do Apêndice B. Suas sub-rotinas, acompanhadas de uma breve descrição funcional, estão relacionadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 : Subrotinas empregadas na rotina principal *Main*.

Sub-rotina	Descrição
<i>Read_main</i>	Lê o arquivo <i>main.txt</i> , o qual informa os nomes e caminhos dos demais arquivos importantes do programa
<i>read_mesh</i>	Lê os dados das zonas numéricas: quantidades, número de grids, razão e direção de compressão.
<i>calc_values</i>	Calcula a quantidade total de grids nas direções horizontal, vertical e transversal
<i>Create_mesh_arrays</i>	Aloca espaço na memória para os vetores que armazenam as coordenadas da malha.
<i>Create_flow_arrays</i>	Aloca espaço na memória para as matrizes que armazenam as variáveis primitivas e escalares passivos do escoamento.

<i>Create_fluid_arrays</i>	Aloca espaço na memória para armazenar as propriedades do fluido.
<i>Create_solver_arrays</i>	Aloca espaço na memória para as matrizes que armazenam os termos da equação discretizada.
<i>Init_cond</i>	Fornece os dados iniciais para as variáveis.
<i>read_bound</i>	Lê o arquivo <i>bound.bnd</i> , onde estão armazenadas as condições de contorno (paredes do domínio, acoplamento, termos advectivos, passo de tempo, etc.).
<i>Startup</i>	Inicializa as variáveis do escoamento.
<i>calc_mesh</i>	Calcula todos os vetores com as coordenadas geométricas da malha.
<i>grid_faces</i>	Calcula as larguras e alturas dos volumes de controle.
<i>read_probe</i>	Lê informações nos arquivos <i>.prb</i> sobre configurações das sondas (coordenadas, variável a ser monitorada e frequência de aquisição).
<i>Probe</i>	Encontra os pontos nodais da malha mais próximos das coordenadas geométricas das sondas.
<i>solve_ns</i>	Monta os coeficientes e resolve as equações de Navier-Stokes e da Conservação da massa.
<i>write_probe</i>	Abre os arquivos e gerencia a gravação das sondas numéricas.
<i>Tecplotime</i>	Abre o arquivo e grava o campo das variáveis primitivas do escoamento em um formato padronizado.

4.1.1 A solução numérica das equações de Navier-Stokes.

A sub-rotina *solve_ns*, inserida no módulo *solver*, é responsável pelo cálculo dos coeficientes A_P , A_E , A_W , A_N , A_S , A_F , A_B e B das equações do movimento discretizadas. Este sistema de equações será resolvido por qualquer um dos *solvers* numéricos atualmente programados no módulo *abacus*, TDMA ou TDMA com correção em bloco, a critério do usuário. A descrição das sub-rotinas usadas no módulo *solve_ns* encontra-se detalhada na Tabela 4.2 e o fluxograma correspondente está



representado na Figura B.2 do Apêndice B.

Tabela 4.2 – Descrição das subrotinas empregadas no módulo *solve_ns*

Sub-rotina	Descrição
<i>input</i>	Aplica as condições de contorno no domínio.
<i>solve_u</i>	Calcula os coeficientes para a solução da velocidade <i>u</i> .
<i>solve_v</i>	Calcula os coeficientes para a velocidade <i>v</i> .
<i>solve_w</i>	Calcula os coeficientes para a velocidade <i>w</i> .
<i>solve_p</i>	Calcula os coeficientes para o cálculo da equação da correção da pressão.
<i>mi_turb</i>	Calcula o valor da viscosidade turbulenta segundo Smagorinsky.

Para maior clareza dos procedimentos adotados na solução das equações de Navier-Stokes pelos métodos SIMPLE/SIMPLEC, são descritos, a seguir, os principais passos que caracterizam a sub-rotina *solve_ns*:

- 1 Dado um campo de pressão p^* , resolvem-se as equações de quantidade de movimento - Equações (2.15), (2.16) e (2.17). Este passo é resolvido chamando as rotinas *solve_u*, *solve_v* e *solve_w*. O campo inicial é carregado na sub-rotina *input* com os valores lidos em *read_bound*.
- 2 Resolver a equação para pressão p' - Equação (2.31). A sub-rotina *solve_p* calcula os coeficientes da equação para pressão e chama o *solver* do sistema linear.
- 3 Calcular p pela Equação (2.18). O programa resolve a Equação (2.18) de acordo com a seguinte linha de código:

$$p(m,n,p) = p(m,n,p) + pc(m,n,p)*relax(4)$$

onde *relax(4)* é o coeficiente de relaxação para a variável p' (correção da pressão).

- 4 Atualizar as velocidades pelas Equações (2.23), (2.25) e (2.27). As velocidades são atualizadas com as instruções:

$$\text{If } (m/=2) \quad u(m,n,p) = u(m,n,p) + du(m,n,p)*(pc(m-1,n,p) - pc(m,n,p))$$

$$\text{If } (n \neq 2) \quad v(m, n, p) = v(m, n, p) + dv(m, n, p) * (pc(m, n-1, p) - pc(m, n, p))$$

$$\text{If } (p \neq 2) \quad w(m, n, p) = w(m, n, p) + dw(m, n, p) * (pc(m, n, p-1) - pc(m, n, p))$$

A restrição de que m , n e p sejam diferentes de 2 deve-se ao fato de que, nas fronteiras de entrada do domínio, as velocidades são especificadas, não necessitando serem calculadas.

- 5 Avançar até o instante de tempo seguinte, usando o valor calculado de p como a estimativa inicial para o próximo passo e reiniciar o passo 1. O ciclo deve, então, se repetir, até se atinja tempo de cálculo previamente estipulado.

Como é de interesse obter a variação temporal das propriedades do escoamento, as iterações só serão atualizadas para o novo instante de tempo quando a solução para o instante atual atingir convergência. Antes que isso ocorra, as iterações prosseguem no mesmo nível temporal.

4.2 Arquivo principal

As condições iniciais e de contorno, assim como as características da malha e outras informações necessárias à inicialização do programa são inseridas através de arquivos de entrada, cujo endereço, para localização, deve ser determinado no arquivo *main.txt*, da maneira ilustrada na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Arquivo *main.txt*, contendo informações necessárias à execução do programa

Linha

1	D:\Luciene\Fluids3D\mesh.msh
2	D:\Luciene\Fluids3D\bound.bnd
3	D:\Luciene\Fluids3D\probe.prb
4	D:\Luciene\Fluids3D\results\probe
5	D:\Luciene\Fluids3D\results\plot
6	.TRUE.
7	100

Comentários:

Linha 1: Caminho e nome do arquivo de configuração do domínio e das malhas.



- Linha 2:* Caminho e nome do arquivo de configuração das condições de contorno.
- Linha 3:* Caminho e nome do arquivo de configuração das sondas.
- Linha 4:* Caminho e nome do arquivo onde deverão gravar os resultados das sondas.
- Linha 5:* Caminho e nome do arquivo onde deverão ser salvos os campos das propriedades.
- Linha 6:* Se deseja (.TRUE.) ou não (.FALSE.) recuperar um campo de escoamento.
- Linha 5:* Tempo de cálculo, para reinicialização da simulação. No caso de FALSE., não fará sentido atribuir um tempo.

O programa permite recuperar um campo de escoamento já gravado, alimentar o domínio de cálculo com este campo e continuar a simulação, até que se atinja o tempo computacional desejado. Este recurso torna-se muito interessante, por exemplo, quando se deseja alterar, ao longo da simulação, o passo de tempo, o endereço de gravação dos campos calculados ou a frequência de coleta de dados das sondas numéricas. Além disso, esta facilidade permite recuperar resultados já gravados de cálculos que tenham sido interrompidos acidentalmente e prosseguir a simulação, a partir daquele instante.

4.3 Construção da malha

O programa é capaz de gerar malhas regulares e não uniformes, de modo a permitir um aumento da densidade da grade nas regiões do domínio de cálculo onde se verificam os maiores gradientes. Em cada sub-domínio, a malha pode ser uniforme ou não uniforme, com o fator de expansão ou contração imposto pelo usuário. Com isto, detalhes mais refinados do escoamento podem ser capturados, sem grande penalização do tempo de CPU.

As coordenadas da malha assim como, as dimensões do domínio de cálculo, a quantidade, a localização e o tamanho de cada obstáculo sólido – cilindros de base quadrada ou retangular – devem ser inseridas pelo usuário através de um arquivo com extensão “.msh”. É interessante observar que geometrias cartesianas bidimensionais mais complexas podem ser montadas compondo-se dois ou mais quadrados ou retângulos numa mesma malha.

Um modelo do arquivo .msh, está apresentado na Tabela 4.4.



Tabela 4.4 – Arquivo *.msh* contendo as informações para o domínio e malhas numéricas.

Linha	
1	2.50
2	1.50
3	0.50
4	3
5	3
6	1
7	2
8	1.00 0.75 0.25 0.05 0.05 0.05
9	1.50 0.75 0.25 0.05 0.05 0.05
10	1.00 20 7 +
11	1.50 20 0 -
12	2.50 20 7 -
13	0.50 10 7 +
14	1.00 15 0 -
15	1.50 10 7 -
16	0.50 30 7 +

Comentários:

Linhas 1,2 e 3: Tamanho do domínio (m) no eixo x (linha 1) , no eixo y (linha 2) e no eixo z (linha 3).

Linhas 4,5 e 6: Quantidade de Zonas numéricas na direção x (Zonas Verticais), na direção y (Zonas Horizontais) e na direção z (Zonas Transversais)

Linha 7: Quantidade de cilindros no domínio.

Linhas 8 e 9: Seis informações necessárias para a disposição dos cilindros no interior do domínio: localização do vértice inferior esquerdo nas coordenadas x, y e z, o comprimento A, a altura B e a largura C. Todas as unidades estão em metros. O programa usa uma linha para registrar os dados de cada cilindro .

Linhas 10 -12: Dados para a construção das 3 zonas numéricas verticais (definidas na linha 4): Posição na coordenada x (em metros) correspondente ao final da zona (a coordenada inicial é definida automaticamente), quantidade de grades que está subdividindo a zona (número inteiro), razão de compressão (em %) para o tamanho das grades (em caso de malhas uniformes, este valor será zero) e direção de compressão (no caso de zonas verticais, o sinal “+” indica compressão para a direita enquanto que o sinal “-” indica para a esquerda).

Linhas 13– 15: Contêm as mesmas informações das linhas 10-12, porém, para as zonas horizontais. A principal diferença é que o sinal de “+” significa direção de compressão para cima e o sinal de “-” indica compressão para baixo.



Linha 16: Idem às linha anteriores, porém, para as zonas transversais. A principal diferença é que o sinal "+" significa direção de compressão crescente e o sinal "-" indica compressão decrescente.

4.3.1 Compressibilidade da malha

Nas regiões ocupadas por malhas não uniformes, a razão de compressão (t_c) determina o quanto uma dada grade, de tamanho δ_{x+1} , deve ser maior ou menor que a sua vizinha, de tamanho δ_x . A Figura 4.1 ilustra, bidimensionalmente, regiões verticais e horizontais, onde o fator de compressão (f_c) atua. Para o caso tridimensional, o fator de compressão age da mesma forma, esclarecendo-se, no entanto, que o sinal positivo ($+t_c$) posiciona o vetor compressão para cima, para a direita e para frente, em zonas horizontais, verticais e transversais, respectivamente, enquanto que o negativo ($-t_c$) para baixo, para esquerda e para trás.

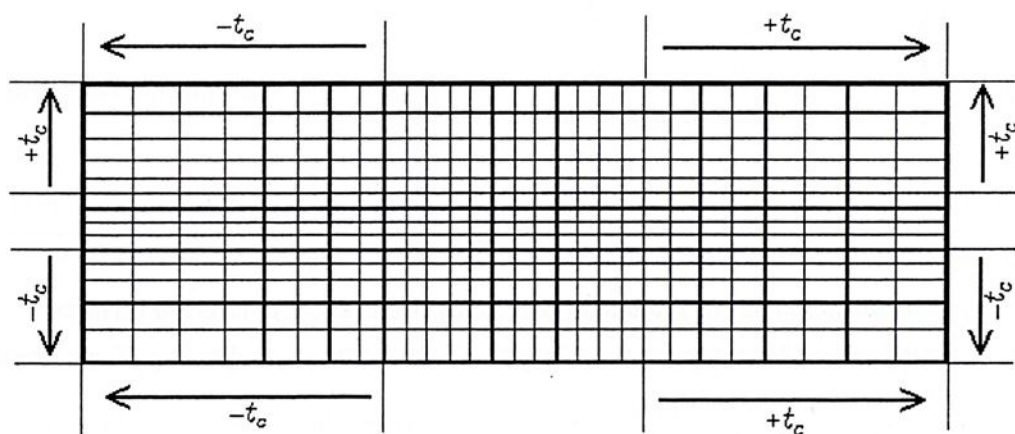


Figura 4.1 : Regiões verticais e horizontais sob ação do f_c

Para evitar problemas de ordem numérica na solução das equações de Navier-Stokes, preconiza-se que a variação entre duas grades adjacentes não ultrapasse 10%, em relação ao menor δ_x . Assim,

$$\delta_{x+1} = \delta_x f_c, \text{ onde } f_c = 1 + t_c \quad (4.1)$$

sendo conveniente que :

$$\frac{\delta_x - \delta_{x+1}}{\delta_x} \leq 0.1 \text{ se } \delta_x < \delta_{x+1} \quad (4.2)$$

$$\frac{\delta_x - \delta_{x+1}}{\delta_{x+1}} \leq 0.1 \text{ se } \delta_x > \delta_{x+1} \quad (4.3)$$

Para uma quantidade n de grades contidas no interior de uma zona numérica de tamanho Δx , sujeito ao fator de compressão f_c , deve ser calculado o tamanho δ_x de cada grade a ser introduzida na zona, sendo primordial, assim, definir δ_1 , partindo-se do fato que:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 + \delta_6 + \dots + \delta_n = \Delta x \quad (4.4)$$

O que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta_1 + \delta_1 f_c + \delta_1 f_c^2 + \delta_1 f_c^3 + \delta_1 f_c^4 + \delta_1 f_c^5 + \dots + \delta_1 f_c^{n-1} = \Delta x \quad (4.5)$$

Rearranjando os termos temos:

$$\delta_1 (1 + f_c + f_c^2 + f_c^3 + f_c^4 + f_c^5 + \dots + f_c^{n-1}) = \Delta x \quad (4.6)$$

Então,

$$\delta_1 = \frac{\Delta x}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} f_c^k} \quad \text{e} \quad \delta_x = \delta_1 f_c^{x-1}, \text{ para } x = [1, n] \quad (4.6)$$

Por medida de precaução, quando a variação do tamanho entre duas malhas adjacentes ultrapassar a porcentagem anteriormente estabelecida, o programa emite uma mensagem de alerta e, em seguida, interrompe o processo. As Figuras 4.2 apresenta duas das possíveis mensagens que

poderão ser emitidas na tela, durante a construção da malha.

```
Warning: verificar a distribuicao da malha na direcao X,
na interface entre as zonas      1 e      2
Stop - Program terminated.
Press any key to continue
```

```
Warning: verificar distribuicao da malha na direcao Z,
dentro da zona      2
Stop - Program terminated.
Press any key to continue_
```

Figura 4.2 : Aviso que as malhas não estão propriamente distribuídas

4.4 Condições de contorno

Na entrada do domínio, pode-se impor quaisquer valores para as componentes u , v e w da velocidade, que permanecerão constantes durante toda a simulação. No entanto, atuando-se diretamente no programa fonte, pode-se subdividir a entrada do domínio de cálculo em regiões com velocidades uniformes ou perfis de velocidade pré-estabelecidos. Esta opção viabiliza o estudo de diferentes tipos de problemas, como degraus, cavidades abertas, jatos e camadas de mistura, alguns dos quais foram estudados durante a realização do presente trabalho.

Nas paredes superior e inferior (*upwall* e *downwall*) pode-se impor velocidades nulas, velocidades positivas ou negativas ou, até mesmo, condição de simetria. Nas paredes laterais (*frontwall* e *backwall*), entretanto, apenas velocidades nulas (condição de não deslizamento) ou condição de simetria estão disponíveis.

Na saída do domínio, é automaticamente imposto pelo programa a condição de Neumann ($\partial u / \partial x = 0$), na simulação de escoamentos externos. No caso de escoamentos internos, como é o caso da cavidade com tampa deslizante (*lid-driven cavity*) a condição de Dirichlet deve ser introduzida mediante uma pequena alteração no programa fonte.

Todas as informações que estabelecem as condições de contorno nas fronteiras do domínio são inseridas num arquivo “*bnd*”, juntamente com o valor dos coeficientes de relaxação para as velocidades e para a pressão, o passo de tempo computacional a ser utilizado, o número máximo de iterações permitidas em cada passo de tempo e o tempo total de escoamento a ser simulado, assim

como, o tipo de acoplamento pressão-velocidade, a esquema de tratamento dos termos advectivos, dentre outras informações, como mostrado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Arquivo *.bnd*, condições de contorno, propriedades do fluido e ajustes do solver

Linha

1	0.15
2	0
3	0
4	1
5	1
6	3
7	3
8	5
9	2
10	2
11	.001
12	200
13	50
14	0.001
15	2
16	100
17	0.25
18	0.25
19	0.25
20	1
21	1
22	.00001
23	.TRUE.
24	0.18
25	.TRUE.
26	.TRUE.
27	.TRUE.
28	.TRUE.
29	.FALSE.

Comentários:

- Linhas 1-3:* Velocidade (em m/s) na entrada do domínio para a componente **u,v e w**, respectivamente.
- Linha 4:* Condição de contorno na parede superior do domínio (número inteiro): (1) condição de fronteira livre; (2) condição de velocidade imposta (neste caso deve ser seguido de um número – em m/s – do valor da velocidade); (3) condição de não-deslizamento (neste caso, a imposição de velocidade zero é feita automaticamente).
- Linha 5:* Condição de contorno para a parede inferior: segue as mesmas indicações para a parede superior.
- Linha 6:* Condição de contorno na parede lateral anterior do domínio (número inteiro): (1) condição de fronteira livre; (3) condição de não-deslizamento .
- Linha 7:* Condição de contorno para a parede lateral posterior: segue as mesmas indicações para a parede anterior.
- Linha 8:* Tratamento dos termo advectivos (número inteiro): (1) upwind; (2) diferenças centrais; (3) upwind de segunda ordem; (4) Power-Law; (5) QUICK.
- Linha 9:* Acoplamento pressão-velocidade (número inteiro): (1) SIMPLE; (2) SIMPLEC.
- Linha 10:* Condição de contorno na saída do domínio (número inteiro): (1) derivada segunda nula; (2) derivada primeira nula.
- Linha 11:* Passo de tempo Δt (em segundos).
- Linha 12:* Quantidade máxima de iterações por passo de tempo (número inteiro > 1).
- Linha 13:* Tempo máximo (em segundos) de simulação.
- Linha 14:* Critério de convergência para a Conservação da Massa em todo o domínio.
- Linha 15:* Quantidade de passos obrigatórios a serem executados no TDMA.
- Linha 16:* Intervalo para a gravação dos campos das propriedades (em passos de tempo – número inteiro > 0).
- Linhas 17 - 20:* Coeficientes de relaxação para **u, v, w e p** (respectivamente).
- Linhas 21 e 22:* Viscosidade (μ) e densidade (ρ) do fluido, respectivamente (em unidades do SI).
- Linhas 23 e 24:* Uso (.TRUE.) ou não (.FALSE.) da modelagem de turbulência (LES) e o valor da constante de Smagorinsky, respectivamente. No caso de .FALSE., não se deve colocar nenhum valor para a constante.
- Linhas 25:* Uso (.TRUE.) ou não (.FALSE.) do algoritmo de correção em bloco para o TDMA.
- Linhas 26:* Grava (.TRUE.) ou não (.FALSE.) o campo de propriedades na primeira convergência.
- Linhas 27:* Grava (.TRUE.) ou não (.FALSE.) o campo de propriedades na última convergência.
- Linhas 28:* As propriedades são (.TRUE.) ou não (.FALSE.) atualizadas a cada passo de tempo.
- Linhas 29:* Existe (.TRUE.) ou não (.FALSE.) transferência de calor na simulação.

4.5 Sondas numéricas

De maneira muito mais fácil que se faz experimentalmente, o programa permite ao usuário a inserção de um número quase ilimitado de sondas numéricas, para monitorar a evolução temporal das variáveis primitivas do escoamento – u , v , w ou p – numa dada frequência de aquisição, especificada em Hz , definida pelo próprio usuário. A inserção e a configuração das sondas numéricas são feitas em um arquivo de extensão “.prb” e os dados de pressão ou de velocidades coletados pelas sondas serão gravados no endereço determinado pelo usuário, registrado no arquivo “main.txt”, como comentado anteriormente.

Um exemplo de um arquivo contendo um conjunto de sondas previamente configuradas é apresentado na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Arquivo.prb com as configurações das sondas numéricas.

Linha	
1	3
2	1 1 1 0.01 0.01 0.01 2 100
3	1 1 1 0.01 0.01 0.02 2 100
4	1 1 1 0.01 0.01 0.02 2 100

Comentários:

Linhas 1: Quantidade de sondas presentes no domínio.

Linhas 2 - 4: Informações necessárias para o programa distribuir e configurar as sondas: Coordenadas i, j e k no domínio computacional (pode ser qualquer número inteiro, este valor será encontrado e preenchido automaticamente pelo programa, baseado nas informações das coordenadas reais das sondas); Coordenadas x, y e z (m) da posição da sonda no domínio; propriedade a ser monitorada: (1) velocidade u , (2) velocidade v , (3) velocidade w e (4) pressão p ; frequência (Hz) de coleta de dados da sonda (número inteiro > 0). Quantidade de linhas (no atual exemplo são três) corresponde à quantidade de sondas numéricas no domínio.

Como as coordenadas que definem o posicionamento das sondas são fornecidas em números reais e as variáveis monitoradas estão dispostas num domínio discreto, nem sempre a posição (x,y,z) definida pelo usuário, irá coincidir exatamente com um nó (i,j,k) de pressão ou de velocidades na malha computacional. Existe portanto, a necessidade de redefinição das coordenadas de posicionamento da sondas, localizando o ponto nodal mais próximo daquele definido pelo

usuário. Esta tarefa é realizada automaticamente pelo programa, através de um algoritmo criado e introduzido no código computacional para cumprir esta finalidade.

4.6 Execução dos cálculos

Depois de feitos todos os ajustes necessários à simulação, o programa irá buscar as informações contidas no arquivo *main.txt* e inicializará os cálculos, até que o tempo de simulação pré-estabelecido seja atingido. Caso seja detectado algum problema durante a execução do programa, tais como arquivos corrompidos, sinais de advertência serão emitidos.

Todos os dados calculados pelo programa são armazenados em arquivos com a extensão “.dat”, facilitando, assim, o pós-processamento dos resultados, que, no presente trabalho foi feito com o auxílio do programa Tecplot®, desenvolvido pela Amtec Inc. Para facilitar esta operação, o programa Fluids 3D gera, automaticamente, no arquivo contendo aos campos das propriedades calculadas, um cabeçalho padrão, contendo informações necessárias à utilização desse programa comercial.



CAPÍTULO 5 – RESULTADOS

Antes que os resultados de uma simulação possam ser empregados na análise física de problemas, é absolutamente imprescindível que o programa que lhes deu origem tenha sido submetido a um rigoroso processo de validação. O procedimento tipicamente adotado para cumprir este propósito consiste na realização de testes exaustivos, efetuados por intermédio da simulação de escoamentos para os quais se disponha de um bom volume de dados analíticos, numéricos e/ou experimentais confiáveis, que possam servir como elementos de comparação – são os chamados casos-teste (*benchmarks*). Este capítulo é dedicado à apresentação dos resultados decorrentes destes testes, que foram organizados em ordem crescente de complexidade. Uma análise fenomenológica dos escoamentos estudados é, também, realizada, durante esta apresentação.

5.1 Escoamento entre placas paralelas.

O escoamento laminar no interior de canais, com as mais variadas geometrias, constitui um problema clássico de mecânica dos fluidos, com grande interesse acadêmico e, também, industrial. A solução analítica deste problema, via equações de Navier-Stokes, também esbarra na forte não linearidade apresentada pelos termos advectivos. Para contornar esta dificuldade, várias técnicas de aproximações analíticas têm sido apresentadas na literatura, tais como os métodos de linearização destes termos, propostos por Targ (1951) e Sparrow *et al.* (1964).

Uma metodologia analítica bastante utilizada nos últimos anos na solução de uma grande classe de problemas difusivos e difusivo-convectivos é a Técnica da Transformada Integral (TTI) e a sua extensão analítico-numérica Técnica da Transformada Integral Generalizada (TTIG), que transformam a equação diferencial parcial em um sistema de equações diferenciais ordinárias acoplado. Alguns estudos envolvendo a aplicação de TTI e TTIG ao escoamento entre placas



paralelas e dutos são encontrados nos trabalhos de Campos Silva (1990) e Campos Silva *et al.*(1992), Aparecido e Cotta (1990), Carvalho *et al.*(1993), Perez Guerrero e Cotta (1995), Cotta e Pimentel (1998) e Figueira da Silva *et al.*(1999).

No trabalho de Nguyen (1991), o esquema QUICK foi utilizado para o tratamento dos termos advectivos, em conjunto com o Método ADI (*Alternating Direction Implicit*), para a solução do sistema linear. O autor investiga o comprimento de entrada simultâneo, hidrodinâmico e térmico, para uma faixa do número de Reynolds variando de 1 a 20.

Babier e Emerson (2001) estudaram a influência do número de Reynolds e do número de Knudsen no comprimento de desenvolvimento de entrada em micro-canais de tubos circulares e entre placas paralelas.

5.1.1 Placas paralelas 2D

Com o objetivo de efetuar uma primeira verificação das implementações efetuadas na versão original do programa Fluids, foram realizadas simulações quase-bidimensionais entre placas paralelas, utilizando-se o programa Fluids 3D. Para isto, foi construído um domínio de cálculo com apenas três volumes regulares na terceira dimensão espacial z . Como forma de constatar a coerência dos resultados obtidos, cálculos em idênticas condições foram executados nos planos xy e xz , como representado na Figura 5.1. Em ambas as situações, empregou-se uma malha regular, com 1500 volumes na direção principal do escoamento e 60×3 volumes nas direções perpendiculares.

A Figura 5.2 esquematiza o canal 2D entre placas planas paralelas, separadas por uma distância $H=2R$, com uma razão de aspecto (L/H) igual a 50. Para a simulação no plano xy , os planos $y=0$ e $y=1$ são submetidos à condição de não deslizamento, $u=v=w=0$, enquanto aos planos $z=0$ e $z=1$ são atribuídas condição de simetria. Na entrada do domínio, foi imposto um perfil de velocidade uniforme $u=U_0$, com $v=w=0$ e, em sua saída, empregou-se a condição de Neuman. Condições rigorosamente similares foram empregadas para as simulações no plano xz .

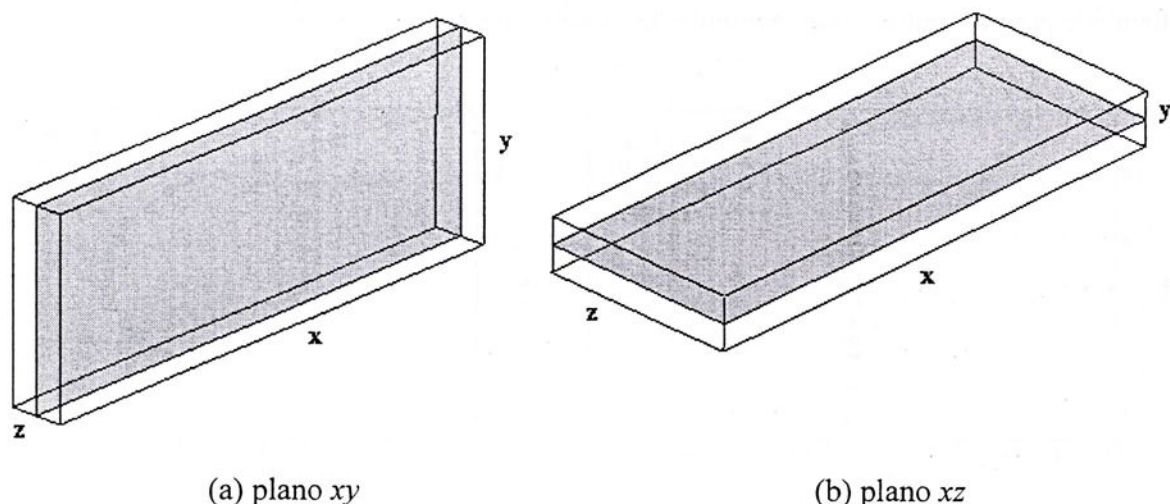


Figura 5.1 : Esquemas os cálculos efetuados para o escoamento entre placas paralelas

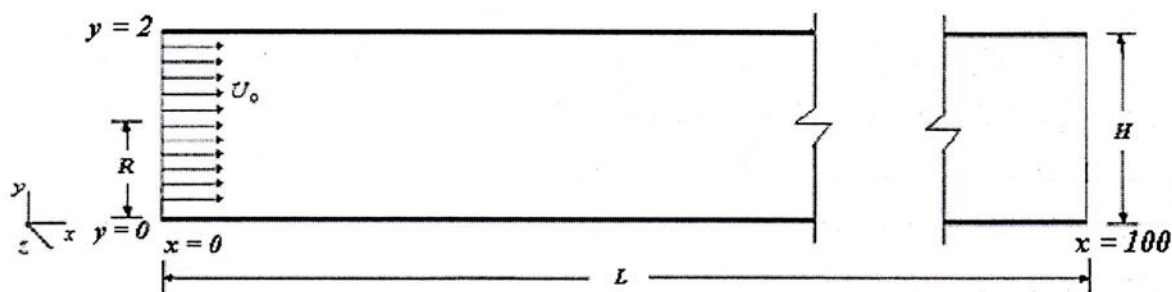


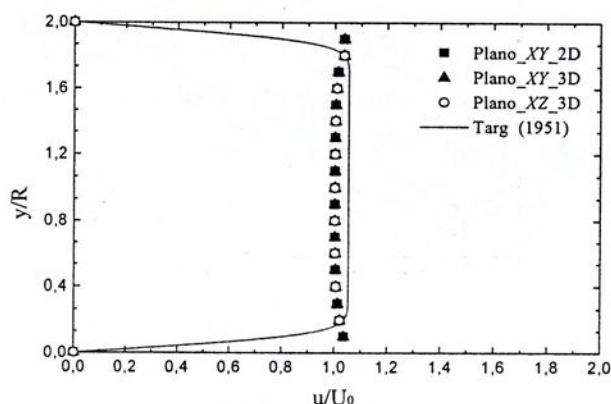
Figura 5.2 – Condições de contorno para o escoamento entre placas paralelas

Para o tratamento dos termos advectivos, foi utilizado o esquema Upwind. O esquema de Diferenças Centrais foi adotado para representação dos termos difusivos, e o método para acoplamento pressão-velocidade empregado foi o SIMPLEC.

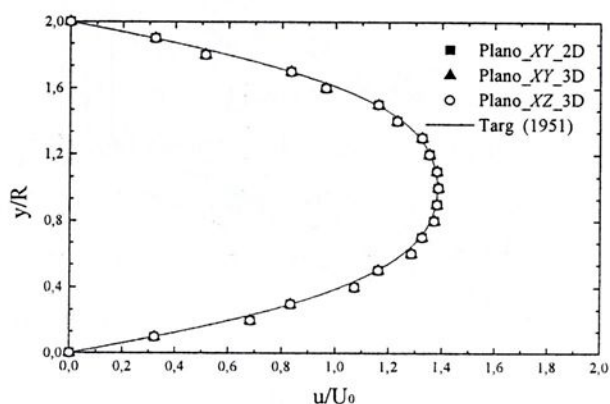
Os resultados obtidos para a fatia central do domínio de cálculo, indicada em cinza na Figura 5.1, foram confrontados com os resultados analíticos de Targ (1951), citado por Campos (1990), e com dados numéricos obtidos com a utilização do programa Fluids, em sua versão original.

A Figura 5.3 apresenta os perfis de velocidades em algumas estações em x – sempre no plano $z = 0,5$ – obtidos para o número de Reynolds igual a 10^2 , baseado na meia distância R entre as placas e na velocidade de entrada U_0 , com objetivo de acompanhar o desenvolvimento espacial do perfil. É fácil notar que as maiores diferenças em relação aos resultados de Targ (1951) ocorrem no início da entrada do canal, onde existe um déficit de velocidade no centro do canal, com uma conseqüente aceleração na região mais próxima à parede, para manter

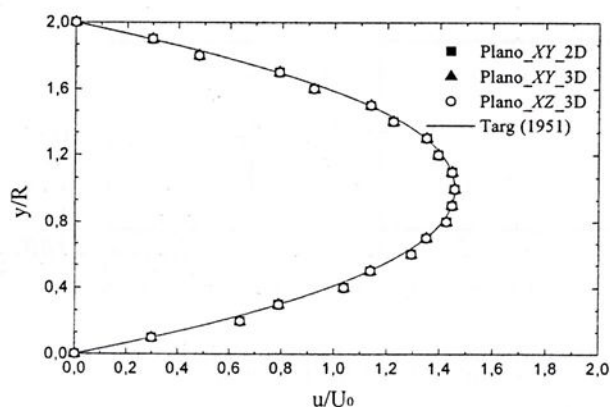
inalterado o fluxo de massa. Deve-se destacar, ainda, que na estação $x = 0,642.R.Re$, o perfil de velocidade já se encontra completamente desenvolvido.



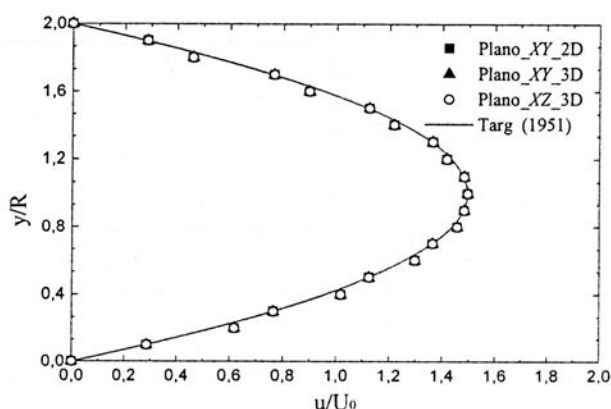
(a) $x = 0,002.R.Re$



(b) $x = 0,077.R.Re$



(c) $x = 0,1315.R.Re$



(d) $x = 0,642.R.Re$

Figura 5.3: Perfis da componente u da velocidades em estações de x

Embora os resultados tenham apresentado uma concordância bastante satisfatória, assegurando, em uma primeira instância, que as implementações tridimensionais foram bem sucedidas, diferentes malhas foram também testadas. Para a execução deste teste, aproveitou-se a simetria do problema, realizando-se as simulações apenas para a parte inferior do canal. A Figura 5.4 compara os resultados obtidos com três malhas distintas, para as mesmas estações apresentadas na Figura 5.3.

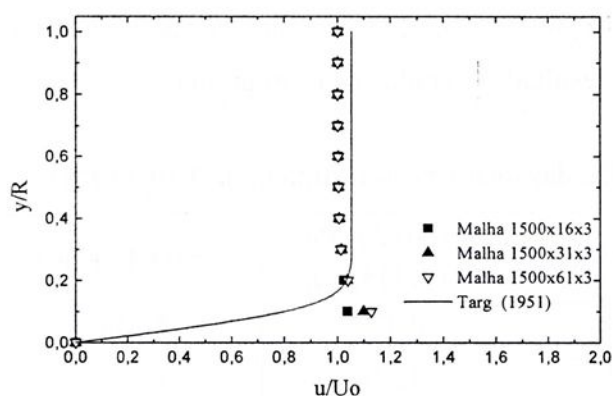
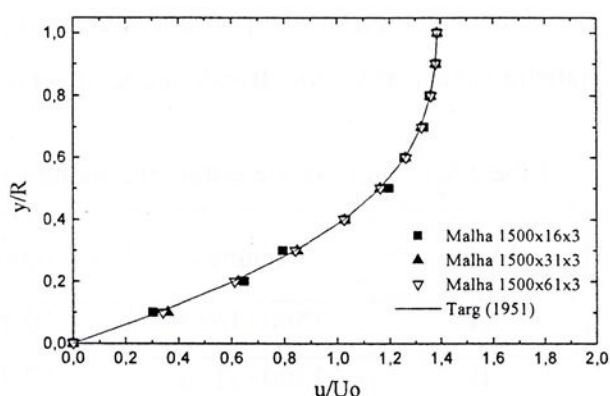
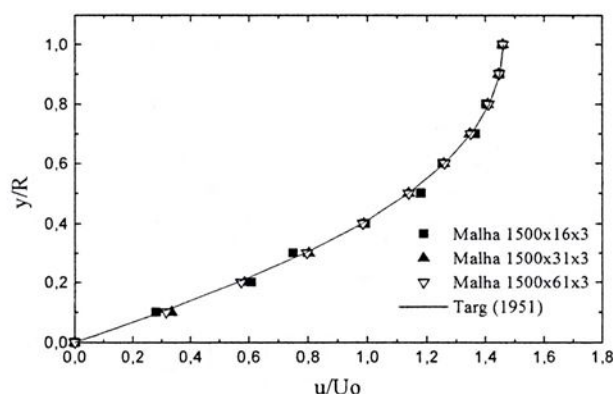
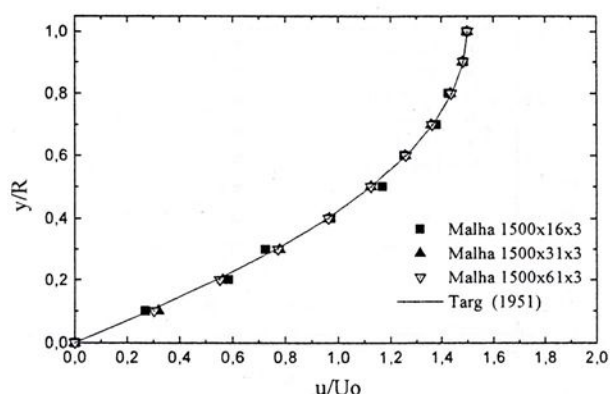
(a) $x = 0,002.R.Re$ (b) $x = 0,077.R.Re$ (c) $x = 0,1315.R.Re$ (d) $x = 0,642.R.Re$

Figura 5.4 : Teste de Malha

A Tabela 5.1 mostra os maiores desvios percentuais encontrados entre os resultados da presente simulação e os dados de Targ (1951), nestas diferentes estações. Em todos os casos, as maiores diferenças se localizam nas regiões próximas à parede, caracterizadas pela presença de fortes gradientes de velocidade.

Para a região plenamente desenvolvida, observa-se que o uso da malha C produz um desvio máximo de apenas 2,9%, que ocorre na região da parede. No entanto, os resultados obtidos com a malha B também se mostram bastante satisfatórios, mas com uma considerável redução no tempo de cálculo. Diante desses dados, esta malha foi empregada para testar os esquemas advectivos Upwind, SOU, Diferenças Centrais, Power Law e QUICK-C, em conjunto com os métodos de acoplamento pressão-velocidade SIMPLE e SIMPLEC.

A Figura 5.5 estabelece uma comparação entre os diferentes esquemas advectivos implementados no programa Fluids 3D, utilizando-se o método SIMPLEC para o acoplamento

pressão-velocidade. Nota-se que, por se tratar de uma geometria bastante simples e de um escoamento caracterizado por um número de Reynolds baixo, os resultados não diferem de maneira significativa, mostrando a coerência dos resultados gerados pelo programa.

Tabela 5.1 : Desvio percentual da malhas utilizadas relativas ao resultado de Targ (1951).

Malha	Volumes	$x = 0,002.R.Re$	$x = 0,077.R.Re$ $x = 0,1315.R.Re$	$x = 0,642.R.Re$
A	$1500 \times 16 \times 3$	10,85%	8,1%	8,3%
B	$1500 \times 31 \times 3$	17,39%	4,3%	4,3 %
C	$1500 \times 61 \times 3$	20,51%	4,5%	2,9%

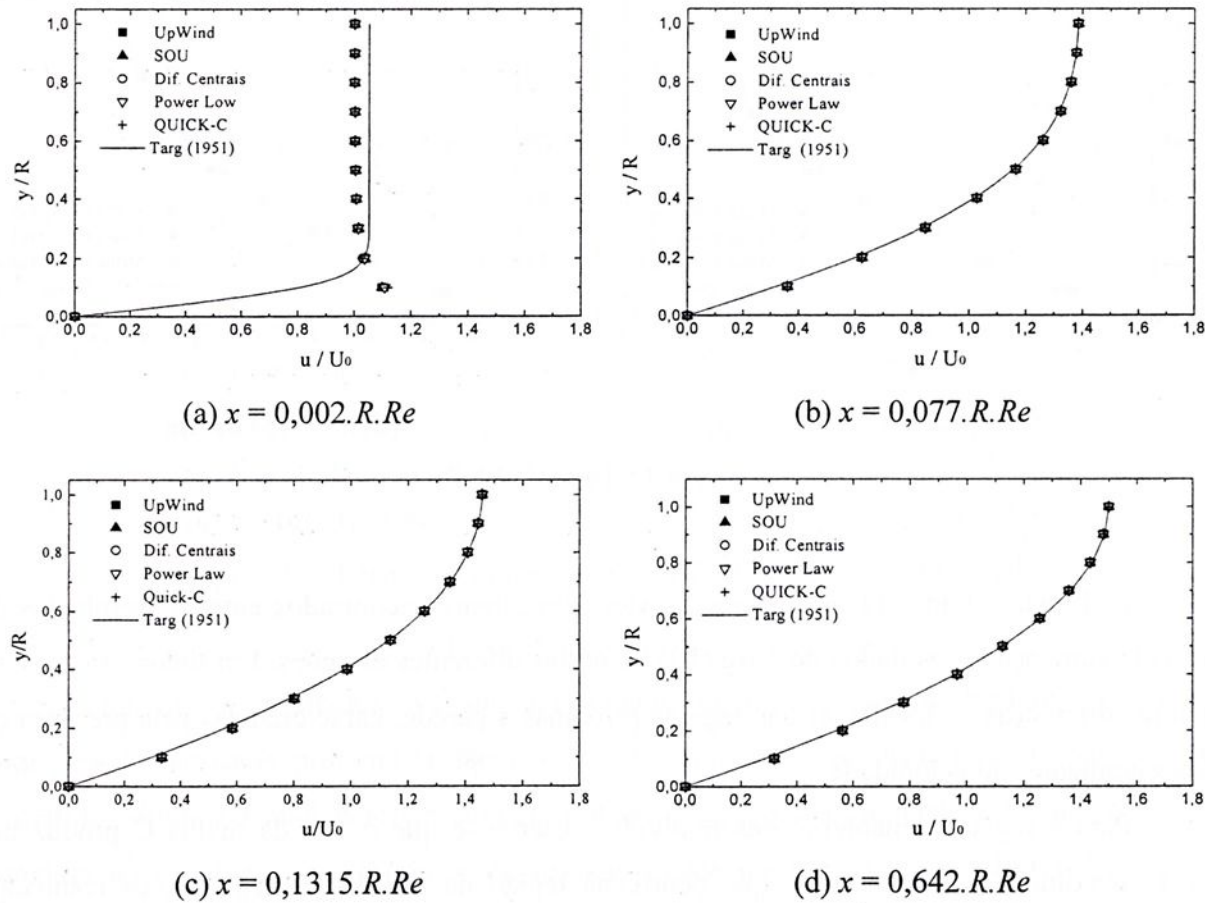


Figura 5.5 : Esquemas advectivos em conjunto com método SIMPLEC

A comparação entre os diferentes esquemas advectivos, agora com o uso do método SIMPLE é apresentada na Figura 5.6 e os resultados, também, não apresentam grandes diferenças entre si.

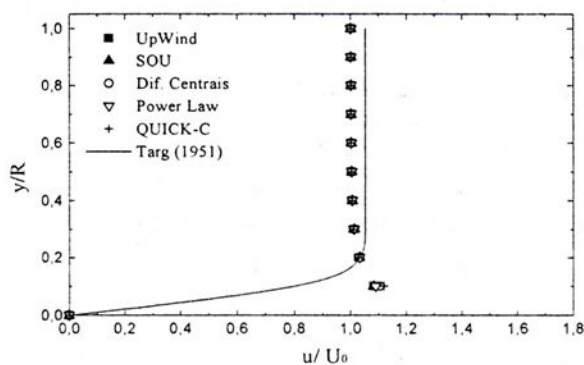
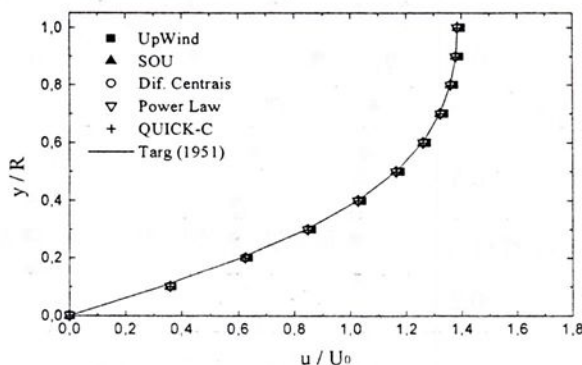
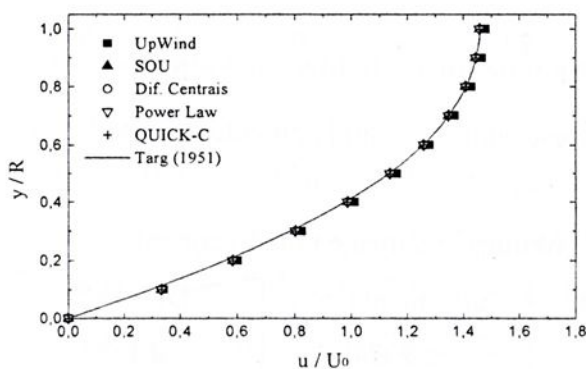
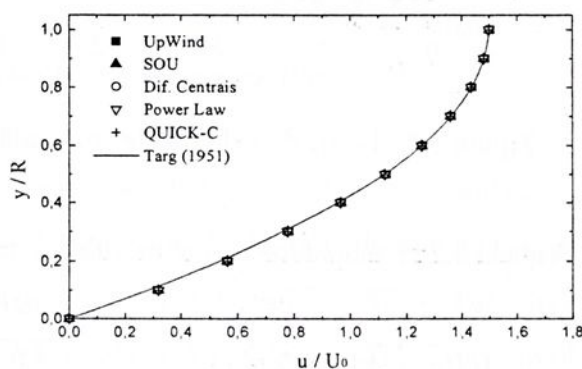
(a) $x = 0,002.R.Re$ (b) $x = 0,077.R.Re$ (c) $x = 0,1315.R.Re$ (d) $x = 0,642.R.Re$

Figura 5.6: Esquemas advectivos em conjunto com método SIMPLE

Perfis de velocidade para escoamentos laminares completamente desenvolvidos, entre placas paralelas, com número de Reynolds variando de 10^2 a 10^3 são traçados na Figura 5.7. Estes resultados, comparados com os dados de Arruda (2004), apresentam uma ótima concordância.

Para este caso, a velocidade máxima (u_{max}) no centro do canal pode ser calculada analiticamente, em função da velocidade média (U_o), através da expressão:

$$u_{max} = \frac{3 U_o}{2}$$

A Tabela 5.2. compara os valores de u_{max} oriundos desta simulação, com os obtidos analiticamente, mostrando excelente concordância.

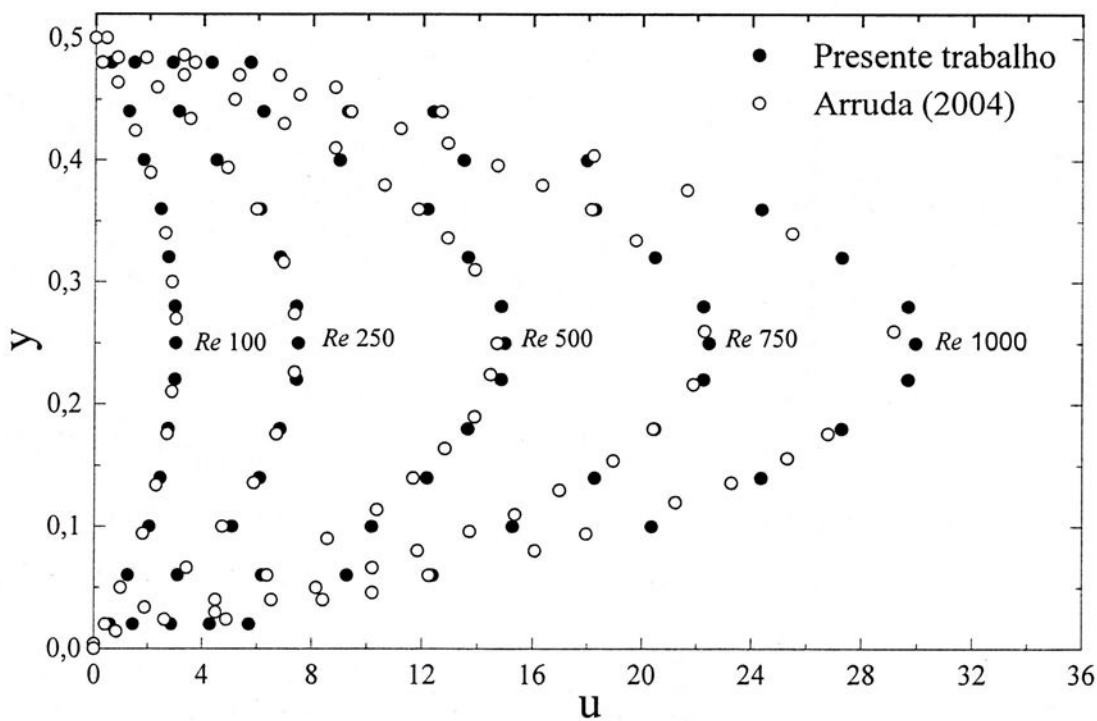


Figura 5.7 : Perfis de velocidades na região do escoamento completamente desenvolvido

Tabela 5.2 : Comparação entre os valores de u_{max} obtidos analítica e numericamente

Re	$\bar{u}$	u_{max} analítico	u_{max} numérico	Desvio %
100	2,0	3,0	2,9954	0,15%
250	5,0	7,5	7,4834	0,22%
500	10,0	15,0	14,9667	0,22%
750	15,0	22,5	22,4505	0,22%
1000	20,0	30,0	29,9328	0,22%

Uma análise do comprimento de entrada foi efetuada para as diferentes simulações, permitindo, também, uma comparação com dados da literatura. Como no final da região de entrada a camada limite cresce de maneira bastante suave, a estação onde o escoamento se torna plenamente estabelecido é de difícil localização. Neste trabalho, adotou-se como critério, o comprimento de entrada Le para o qual a velocidade u_{max} calculada atinge, no mínimo, 99% do valor analítico correspondente.

Para escoamentos laminares, Atkison *et al.*(1969) propõem uma correlação da forma:

$$\frac{Le}{D_h} = 0,3125 + 0,011 Re \quad (5.1)$$

para a determinação do comprimento de entrada. De maneira análoga, Chen (1973) preconiza o cálculo de Le , por intermédio da expressão:

$$\frac{Le}{D_h} = \frac{0,315}{0,0175 Re + 1} + 0,011 Re \quad (5.2)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico, definido com $2H$.

Ajustando-se uma equação para os dados provenientes das presentes simulações, tem-se a correlação:

$$\frac{Le}{D_h} = 0,293 + 0,011 Re \quad (5.3)$$

que fornece valores muito próximos àqueles obtidos com a correlação de Atkison et al.(1969).

5.2 Escoamento em cavidades com tampa deslizante (*lid-driven cavities*)

A cavidade com tampa deslizante, ou simplesmente cavidade induzida, como também é chamada, pode ser entendida como uma caixa hermética, repleta de fluido, munida de uma tampa capaz de deslocar-se com velocidade imposta, inferindo movimento no seio do fluido. Este tipo de escoamento é uma representação idealizada de algumas aplicações de engenharia, tais como o sistema de deposição contínua de película foto sensível sobre filmes e papéis fotográficos.

A solução deste tipo de problema também constitui um excelente teste para a validação de programas de simulação, pois, apesar de sua geometria bastante simples, o escoamento no interior da cavidade é relativamente complexo, apresentando uma grande zona de recirculação, que pode se fazer acompanhar de instabilidades secundárias, mesmo quando os números de Reynolds são relativamente baixos. Além disso, existe na literatura um considerável número de artigos que tratam deste tema, oferecendo farto material para a comparação de resultados.

Uma das investigações pioneiras concernentes ao problema da cavidade induzida bidimensional foi realizada por Burggraf (1966), que apresenta perfis analíticos e numéricos de velocidades sobre as linhas de centro da cavidade, para números de Reynolds compreendidos entre 0 e 4.10^2 . Nallasamy e Prasad (1977) também investigaram este tipo de escoamento, para $0 < Re < 5.10^4$, resolvendo as equações de Navier-Stokes através do método de diferenças finitas. Estes dois trabalhos são citados por Ghia *et al.*(1982), que apresentam soluções

numéricas para uma cavidade quadrada para números de Reynolds abaixo de 10^4 , e que se tornou referência para a maioria dos trabalhos desenvolvidos posteriormente

O escoamento no interior desta geometria foi investigado por Koseff e Street (1984a,b,c), para números de Reynolds compreendidos entre 10^3 e 10^4 . Nestes estudos, os autores identificaram a presença de estruturas turbilhonares longitudinais, do tipo Taylor-Göthler (TGL), que conferem ao escoamento um caráter tipicamente tridimensional.

Ku *et al* (1987) simularam este mesmo escoamento a números de Reynolds 10^2 , 4.10^2 e 10^3 , tanto para o caso bidimensional como para o tridimensional, a fim de testar o método pseudoespectral. No caso da cavidade 3D, a influência das paredes pôde ser claramente observada, por intermédio da análise dos perfis de velocidades.

A influência do número de Reynolds e da razão de aspecto na direção transversal ao escoamento em uma cavidade de seção quadrada foi analisada por Prasad e Koseff (1989), que realizaram medições de velocidade por anemometria a laser-Doppler (LDA).

Para validar a solução numérica das equações de Navier-Stokes, escritas em termos da vorticidade-velocidade, Guj e Stella (1993) obtiveram diversas soluções para a cavidade 3D, na faixa do número de Reynolds entre 4.10^2 e $3.2.10^3$. Os resultados obtidos foram comparados com os dados de Ku *et al.* (1987), apresentando uma concordância bastante satisfatória.

Babu e Korpela (1994) também usaram as cavidades 2D e 3D com tampa deslizante, para a validação de um programa voltado para o estudo do escoamento no interior desta geometria, com e sem transferência de calor. Jordan e Ragab (1994) enfocaram características turbulentas do problema, empregando simulação numérica direta e simulação de grandes escalas.

No trabalho de Franco *et al.* (2000), são comparados três diferentes métodos numéricos de acoplamento de pressão-velocidade – SIMPLE, SOLA e Vorticidade-Função Corrente – na solução dos problemas da cavidade hidrodinâmica e da cavidade térmica bidimensional. As simulações foram efetuadas para Reynolds 4.10^2 , 10^3 e $3.2.10^3$, no caso da cavidade hidrodinâmica, enquanto que para a cavidade térmica, foram obtidos resultados para Rayleigh $10^4, 10^5$ a 10^6 , com o número de Prandtl constante e igual a 0,71. Os perfis das componentes u e v da velocidade foram, mais uma vez, confrontados com os apresentados por Ghia *et al.* (1982), para o caso da cavidade hidrodinâmica, enquanto que os resultados de Davis (1983) serviram com o padrão de comparação para os cálculos relativos à cavidade térmica. Segundo os autores, todos os métodos foram capazes de oferecer bons resultados para este tipo de escoamento.

Shankar e Deshpande (2000) apresentaram uma interessante revisão de escoamentos



recirculantes internos, induzidos por uma ou mais paredes. Sheu e Tsai (2002), a partir de interpretações de caráter topológico, contribuíram para melhorar a compreensão dos mecanismos que dão origem às diferentes estruturas turbilhonares que se manifestam neste tipo de escoamento. As simulações foram efetuadas para um número de Reynolds igual a $4 \cdot 10^2$, com o auxílio do método dos elementos finitos Petrov-Galerkin. Pouco tempo depois, Peng *et al.* (2003), fazendo uso da simulação numérica direta, constataram que o processo de transição do escoamento laminar para o turbulento numa cavidade quadrada, se dá após uma seqüência sucessiva de bifurcações de Hopf.

No recente trabalho de Arruda (2004), resultados da simulação da cavidade com tampa deslizante são apresentados para Reynolds 10^2 , $4 \cdot 10^2$ e 10^3 , com o intuito de testar o método da Fronteira Imersa, em escoamentos internos forçados bidimensionais. A boa concordância com os resultados de Ghia *et al.* (1982) atribuíram inequívoca validade a esta metodologia.

5.2.1 Cavidades quadradas com tampa deslizante

De maneira análoga ao que foi feito para o caso do escoamento entre placas paralelas, num primeiro instante, uma cavidade bidimensional foi simulada, utilizando-se a versão tridimensional do programa Fluids. Para representar esta situação, foi construída uma malha com apenas três volumes na direção z , perpendicular ao plano da tampa deslizante. Como mostrado na Figura 5.8, os planos $x = 0$ e $x = 1$ e $y = 0$ foram submetidos à condição de não deslizamento, $u = v = w = 0$. Sobre o plano $y = 1$, a velocidade $u = U_0$ e $v = w = 0$ são impostas, enquanto que nos planos $z = 0$, e $z = 1$ foram atribuídas condições de simetria.

Nesta classe de problemas, é usual empregar a altura da cavidade (H) como dimensão característica para o cálculo do número de Reynolds, juntamente com a velocidade da tampa (U_0). Os resultados foram obtidos para $10^2 \leq Re \leq 10^4$. Para escoamentos com $Re \leq 10^3$, os cálculos foram efetuados utilizando-se malhas uniformes de $129 \times 129 \times 3$ volumes, e, para Re maiores, a malha utilizada foi de $257 \times 257 \times 3$ volumes, que reproduz a simulação bidimensional de Ghia *et al.* (1982), feita sobre uma malha computacional com 257×257 volumes.

Os isovalores das componentes horizontal (u) e vertical (v) do campo de velocidade são apresentados nas Figuras 5.9 a 5.13, para diferentes valores do número de Reynolds. As cores mais claras representam velocidades maiores e as escuras velocidades menores. Em todas as simulações, pode ser observadas a presença de regiões com velocidades positivas e negativas,

que caracterizam o movimento de rotação imposto ao fluido, em decorrência do movimento de translação da tampa da cavidade.

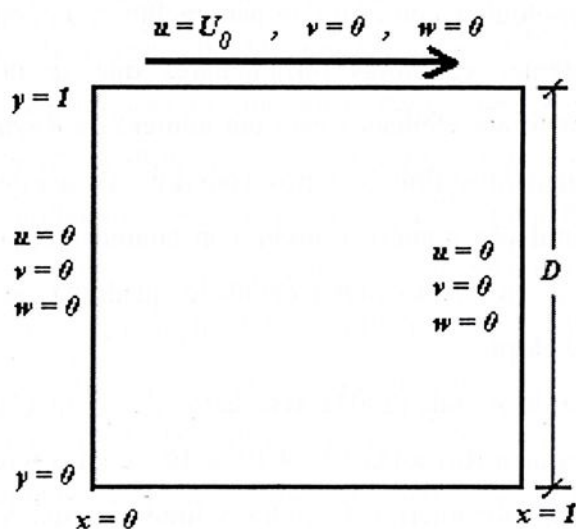
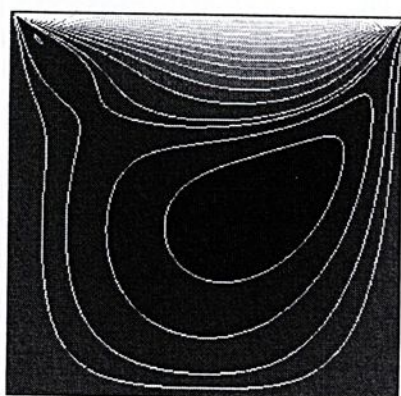
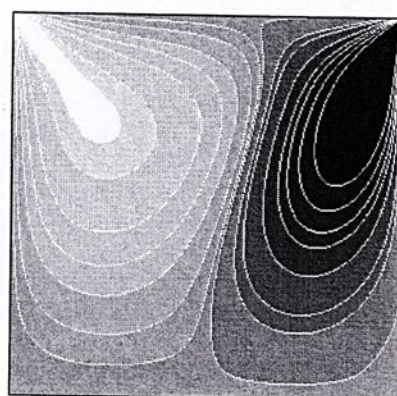
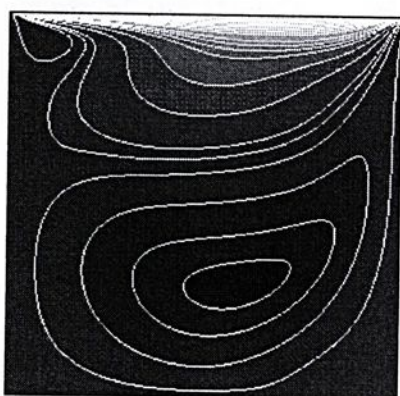
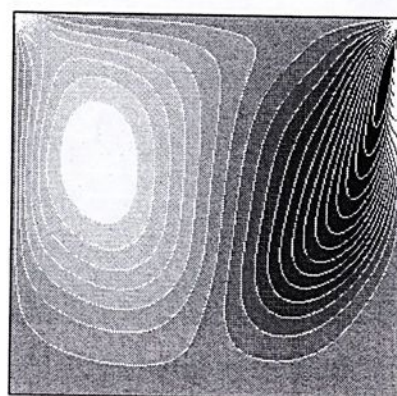
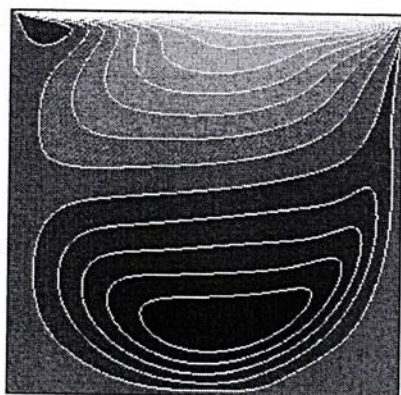
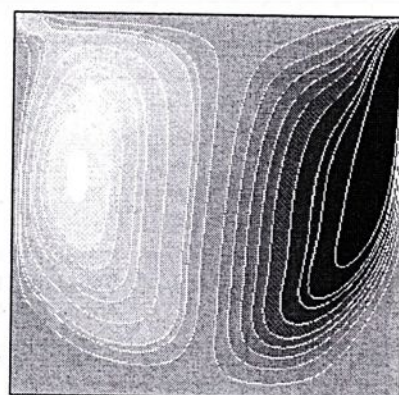
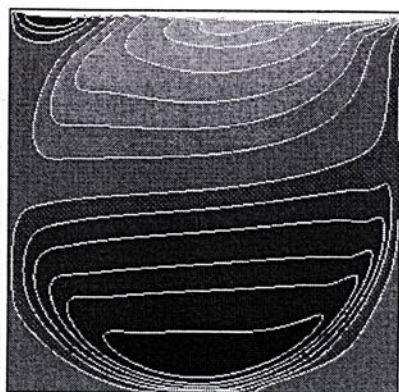
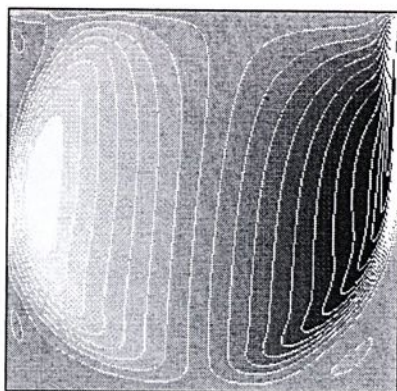
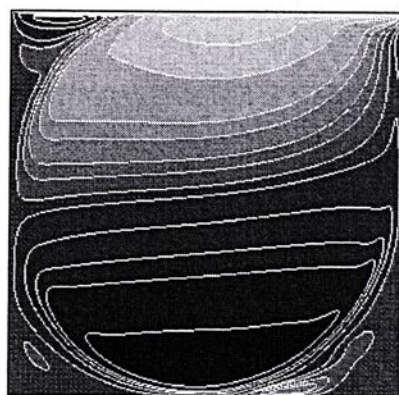
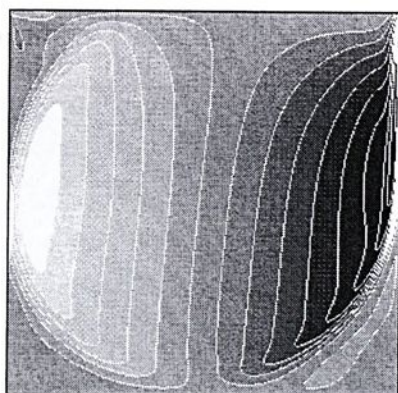
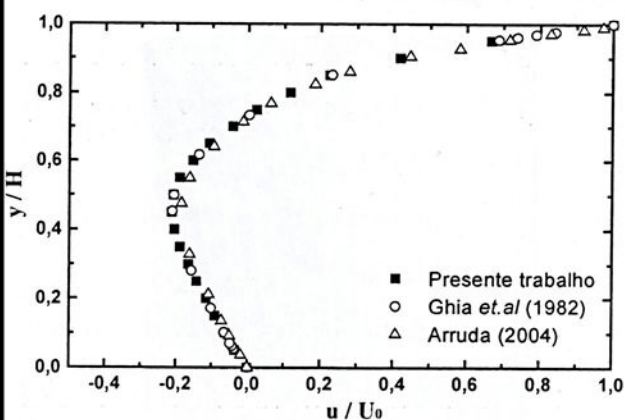
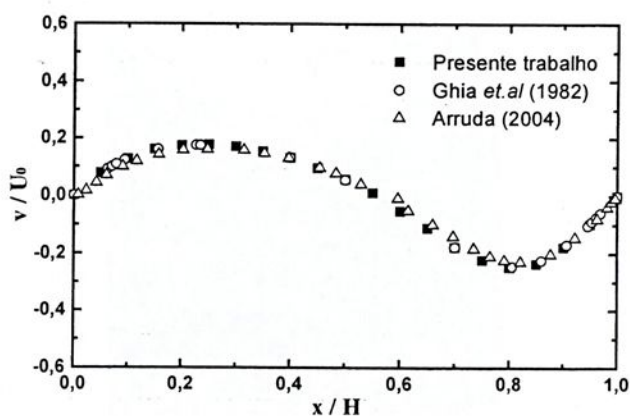


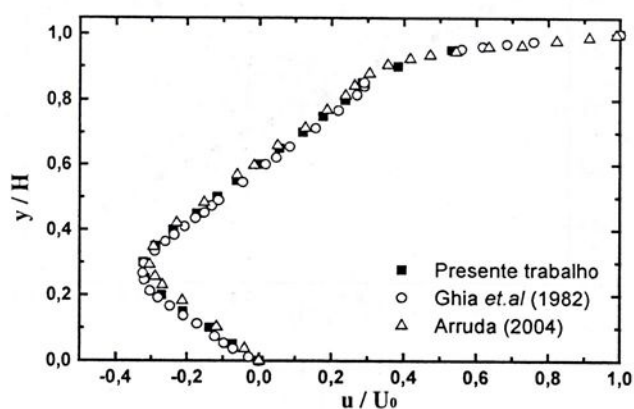
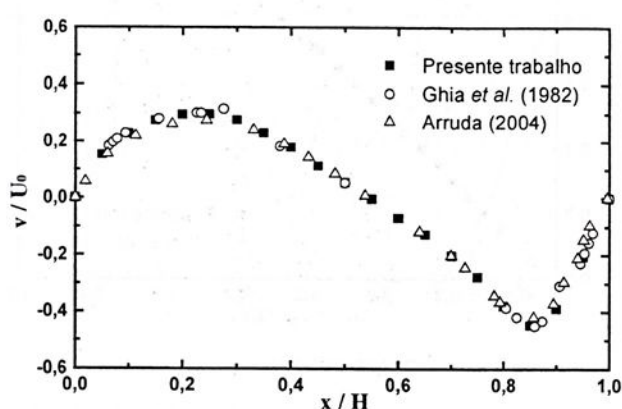
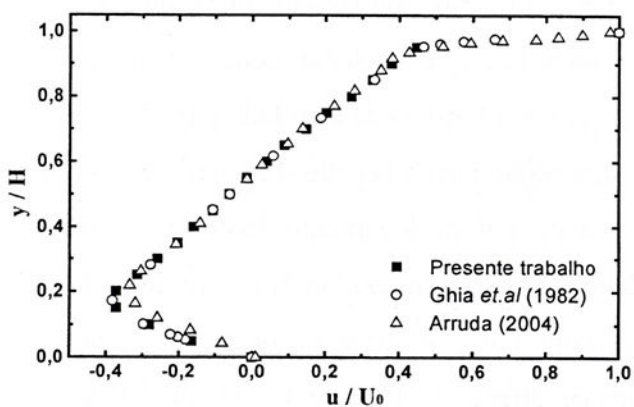
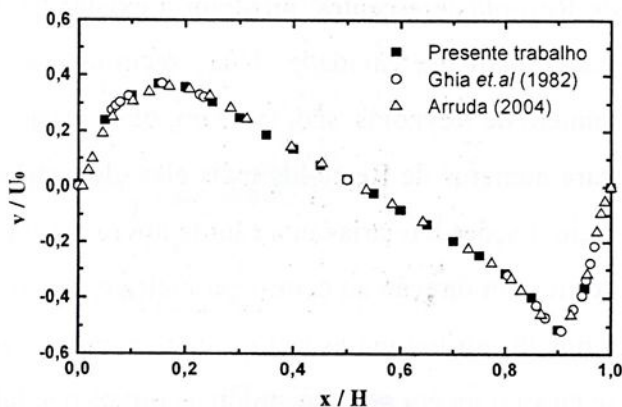
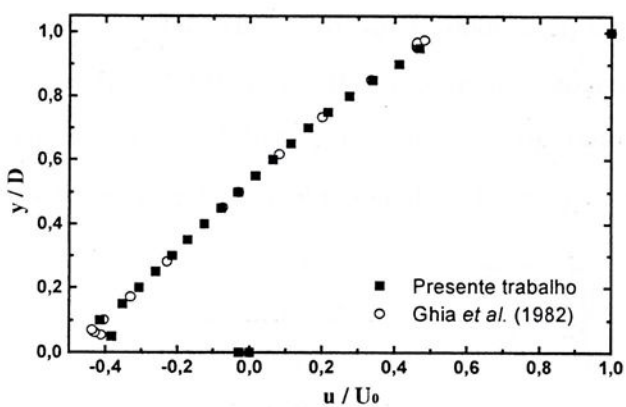
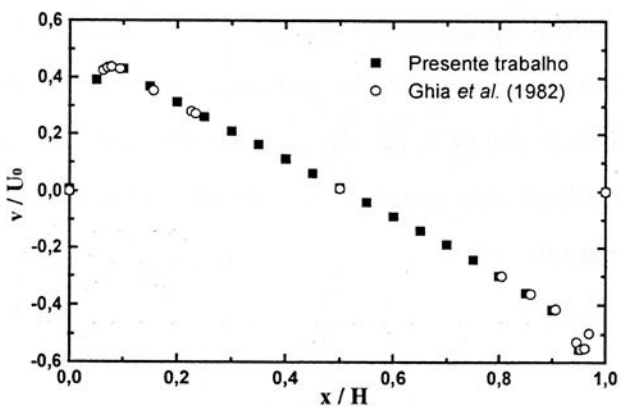
Figura 5.8: Esquema da cavidade 2D, $z = 0,5$

É interessante observar que, com o acréscimo do número de Reynolds, o tamanho da região com velocidades positivas aumenta, enquanto que a zona com velocidades negativas diminui, modificando substancialmente o padrão de escoamento. Nota-se, ainda, que a região negativa se aproxima do fundo da cavidade à medida que o número de Reynolds cresce. Tal fato se reflete nos perfis das componentes u e v da velocidade, tomados respectivamente, nos eixos vertical e horizontal que passam pelo centro geométrico da cavidade, no plano $z = 0,5$, apresentados nas Figuras 5.14 a 5.18.

Para escoamentos a baixos números de Reynolds, todos os perfis de velocidade formam curvas razoavelmente suaves, que se tornam mais abruptas com o aumento de Reynolds. A linearidade dos perfis de velocidade na região central da cavidade para Re mais elevados indica uma região de vorticidade uniforme. A concordância destes resultados com os apresentados por Ghia *et al.* (1982) e de Arruda (2004) é considerada excelente.

(a) Componente u (b) Componente v Figura 5.9: Mapas de isovelocidades para $Re = 10^2$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.10: Mapas de isovelocidades para $Re = 4 \cdot 10^2$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.11: Mapas de isovelocidades para $Re = 10^3$

(a) Componente u (b) Componente v Figura 5.12: Mapas de isovelocidades para $Re = 5.10^3$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.13: Mapas de isovelocidades para $Re = 10^4$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.14: Perfis de velocidades , para $Re = 10^2$

(a) Componente u (b) Componente v Figura 5.15: Perfis de velocidades, para $Re = 4.10^2$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.16: Perfis de velocidades, para $Re = 10^3$ (a) Componente u (b) Componente v Figura 5.17: Perfis de velocidades, para $Re = 5.10^3$

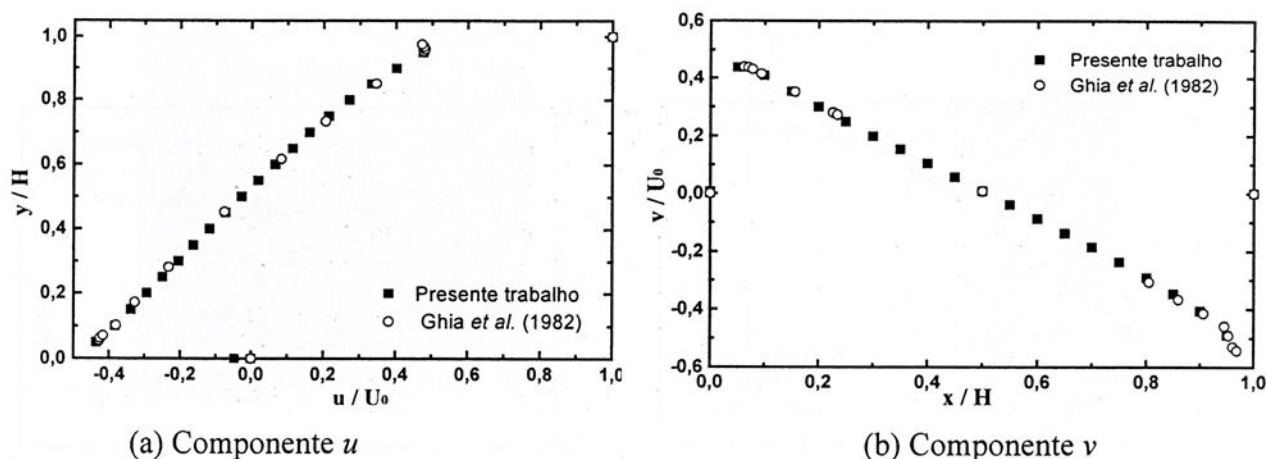


Figura 5.18: Perfis de velocidades, para $Re = 10^4$

Como era de se esperar, as linhas de corrente, representadas na Figura 5.19 para números de Reynolds crescentes, mostram a existência de uma grande recirculação central, que ocupa a maior parte da cavidade. Duas recirculações secundárias, que crescem com o aumento do número de Reynolds, são, também, observadas nos cantos inferiores da cavidade para $Re < 1000$. Para números de Reynolds mais elevados, surge uma recirculação no alto da parede esquerda e recirculações terciárias nos cantos inferiores da cavidade. Um deslocamento do centro do grande vórtice em direção ao centro geométrico da cavidade é, também, notado com o acréscimo de Re , o que lhe atribui um aspecto cada vez mais arredondado. Estas observações qualitativas também se encontram em perfeita sintonia com os resultados de Ghia *et al.* (1982) e de Arruda (2004).

Para finalizar, os mapas de vorticidade são, também, apresentados na Figura 5.20, para a mesma faixa de Reynolds, destacando a presença de um núcleo de maior vorticidade na região central da cavidade, que se torna bastante evidente para números de Reynolds mais elevados. Nas proximidades das paredes, onde os efeitos viscosos adquirem maior importância, pode-se observar a presença de camadas de forte cisalhamento, que se estreitam, à medida que o número de Reynolds aumenta. No entanto, a taxa com que ocorre este achatamento parece se estabilizar para $Re > 5 \cdot 10^3$.

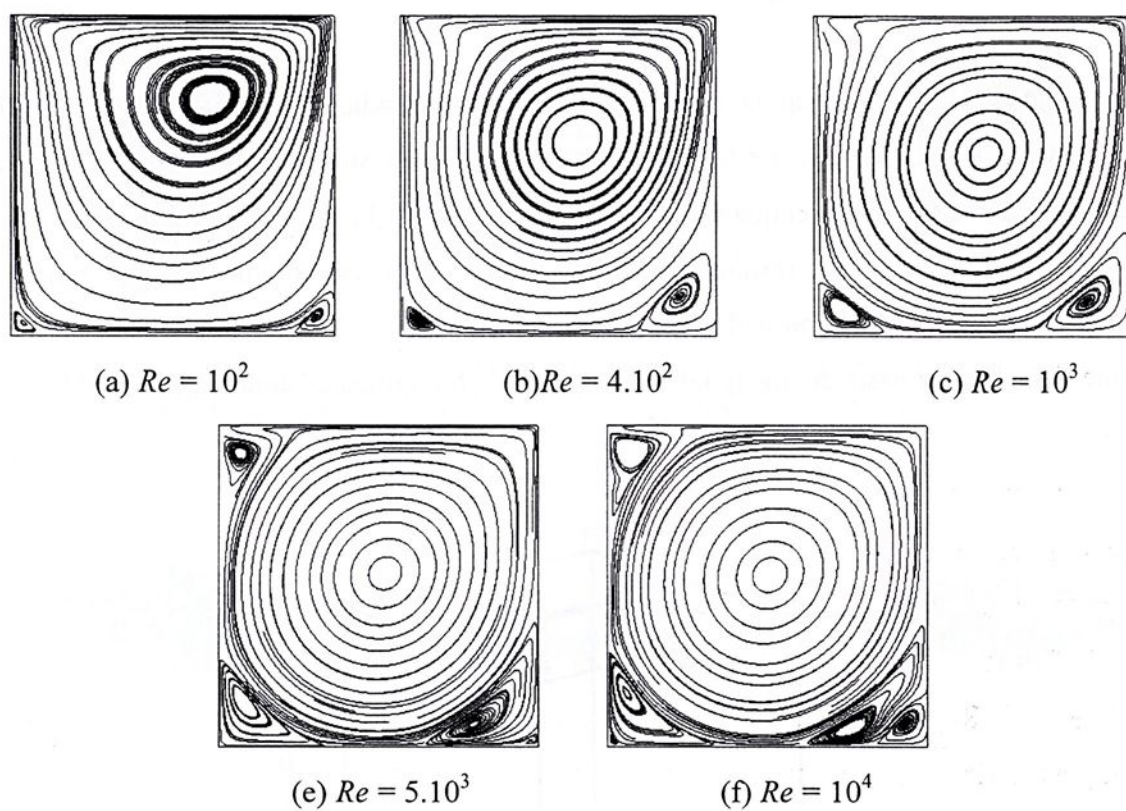


Figura 5.19: Mapas das linhas de corrente, para $z = 0,5$

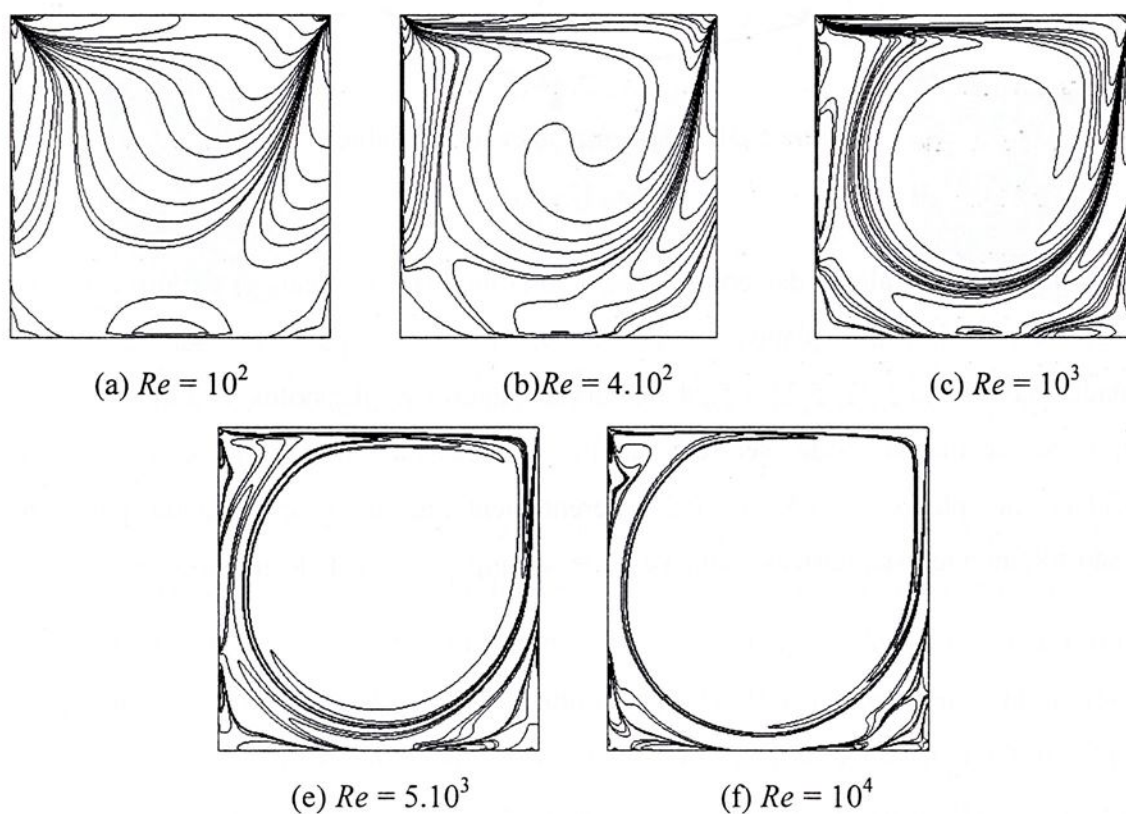


Figura 5.20 : Mapas das isovorticidades, para $z = 0,5$

5.2.2 Cavidades cúbicas com tampa deslizante

A Figura 5.21 esquematiza a cavidade cúbica simulada. Os planos ABCD, ADHE, BCGF, DCGH, ABFE, ($y=0$, $x=0$, $x=1$, $z=0$, $z=1$,) são submetidos à condição de não deslizamento, $u = v = w = 0$, enquanto no plano EFGH ($y=1$) as velocidades $u = U_0$, com $v = w = 0$, são impostas. Os resultados foram obtidos para escoamentos com número de Reynolds entre $4 \cdot 10^2$ e 10^4 , baseados na altura da cavidade, H , e na velocidade da tampa deslizante, U_0 . Para o caso de Re igual a $4 \cdot 10^2$ e 10^3 , foi utilizada uma malha de $51 \times 51 \times 51$ volumes.

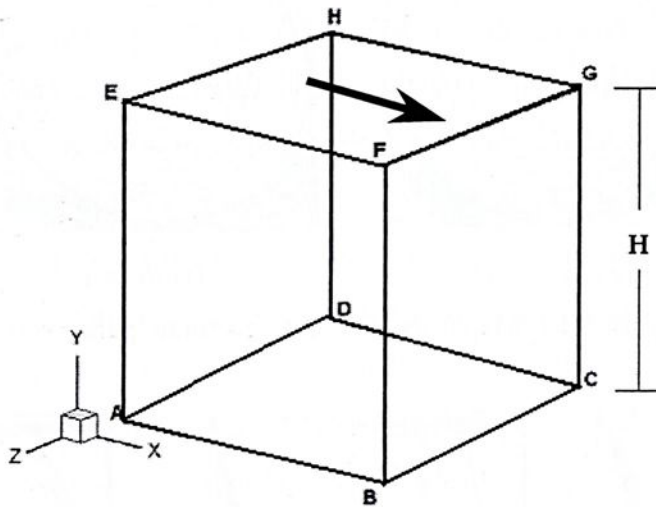
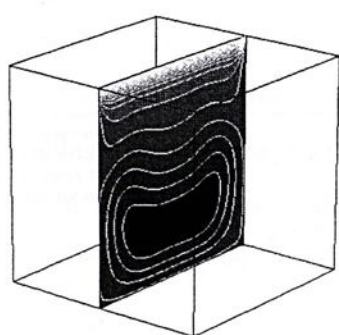
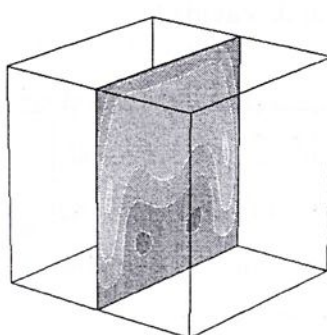
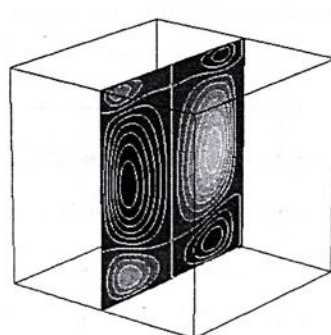
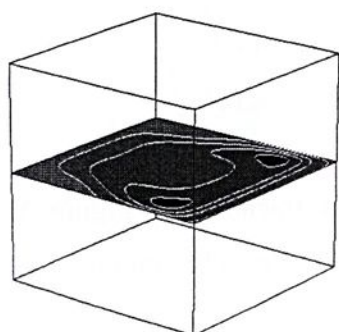
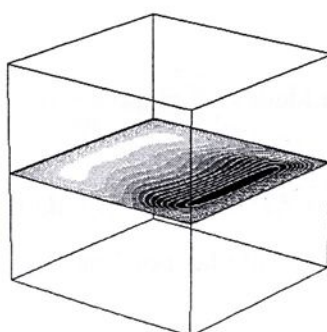
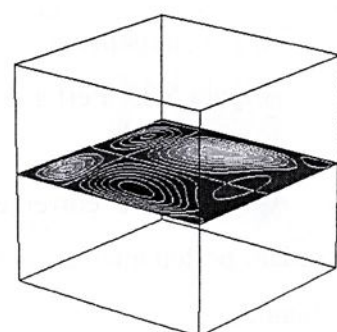
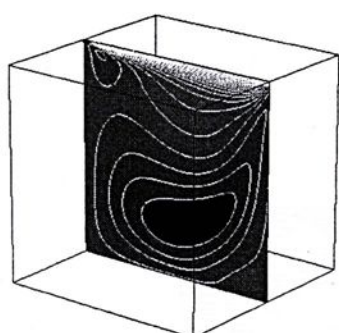
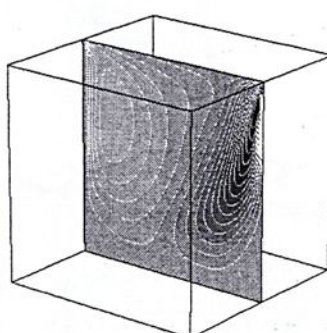
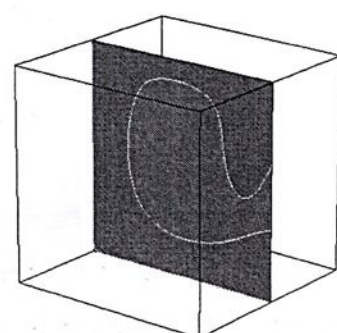


Figura 5.21 : Esquema da cavidade cúbica

Os mapas de isovalores das componentes horizontal (u), vertical (v) e transversal (w) do campo de velocidades, nos planos $z=0.5$, $y=0.5$ e $x=0.5$, para Re igual a $4 \cdot 10^2$, são apresentados nas Figura 5.22, 5.23 e 5.24. A baixos números de Reynolds, a simetria inerente a esse tipo de geometria pode ser claramente evidenciada, analisando-se os mapas de isovelocidades nos planos $y=0,5$ e $x=0,5$. Coerentemente, as curvas apresentadas para o plano $z=0,5$ são totalmente assimétricas, uma vez que a tampa da cavidade move-se na direção do eixo x .

(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w Figura 5.22: Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, para $Re = 4.10^2$ (a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w Figura 5.23: Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, para $Re = 4.10^2$ (a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w Figura 5.24: Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 4.10^2$

Na Figura 5.25, os perfis das componentes u e v da velocidade, para $Re = 4.10^2$, foram tomados, respectivamente, nos eixos vertical e horizontal que passam pelo centro geométrico da cavidade. Os resultados são comparados com os dados numéricos de Sheu e Tsai (2002), que utilizaram uma malha de $51 \times 51 \times 51$, e de Babu e Korpela (1987), que, com o intuito de poupar esforços computacionais, simularam apenas meia cavidade, com uma malha de $63 \times 63 \times 33$.

Para efeito de comparação, os resultados obtidos para o caso 2D foram, também, inseridos nos gráficos dos perfis de velocidades, permitindo evidenciar a influência que os

efeitos viscosos, decorrentes da presença das paredes laterais localizadas em $z = 0$ e $z = 1$, exerce sobre o escoamento na região central da cavidade.

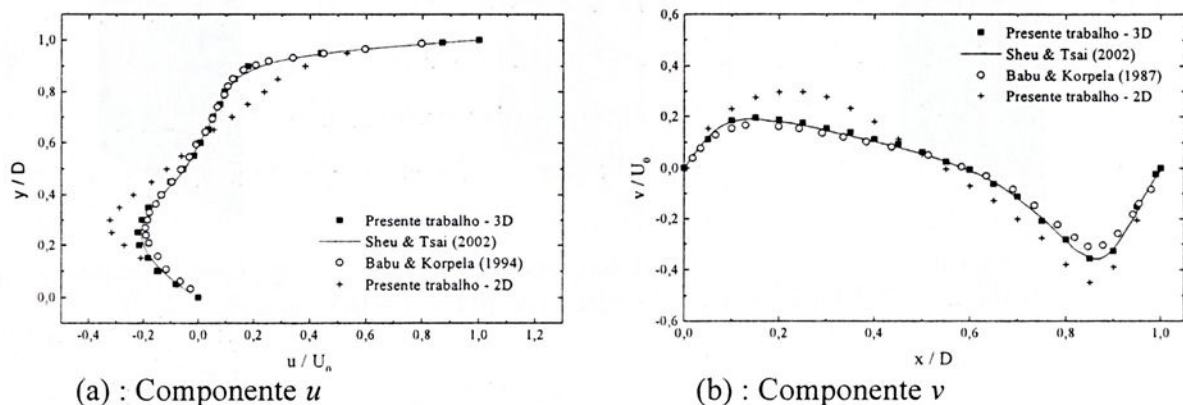


Figura 5.25: Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 4.10^2$

As linhas de corrente junto às faces da cavidade foram traçadas na Figura 5.26, e concordam perfeitamente com as apresentadas por Sheu e Tsai (2002), obtidas em circunstâncias semelhantes.

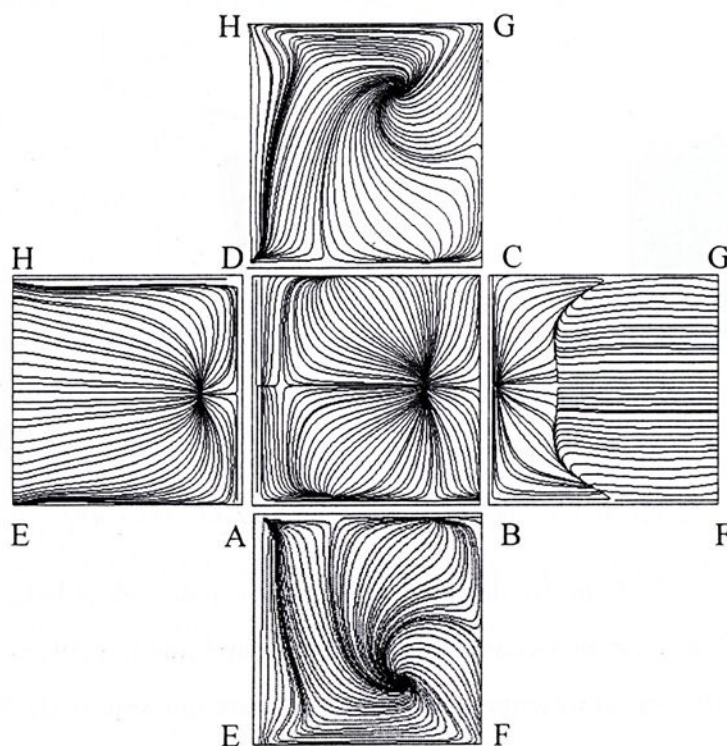


Figura 5.26: Linhas de corrente junto a faces da cavidade, $Re = 4.10^2$

Mapas de linhas de corrente e isovorticidade (ω_z), nos planos que passam pelo centro geométrico da cavidade e são perpendiculares aos eixos x , y e z respectivamente, estão representados na Figura 5.27 e 5.28. Mais uma vez, a simetria desse escoamento estritamente laminar é observada nos planos $x=0,5$ e $y=0,5$. Observa-se, também, que no plano $z=0,5$ aparecem recirculações primárias e secundárias, bastante semelhantes às observadas na cavidade 2D.

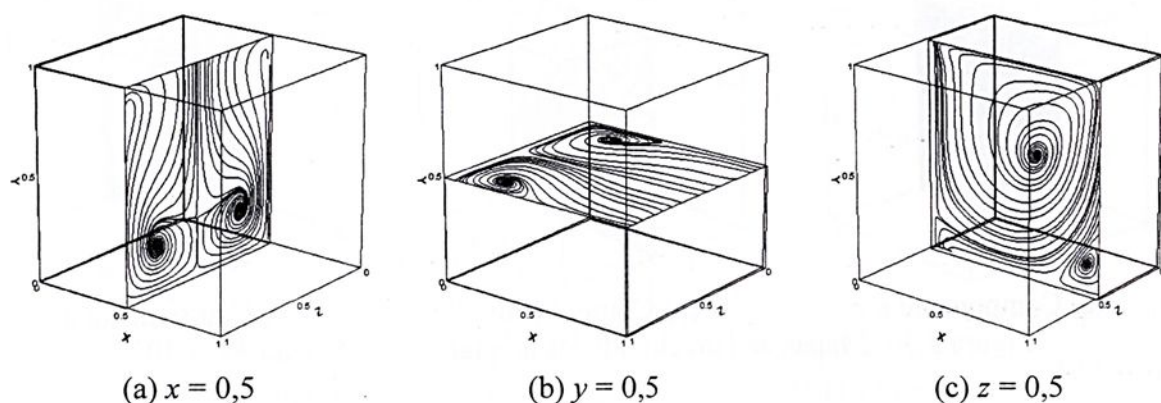


Figura 5.27: Mapas de linhas de corrente, $Re = 4.10^2$

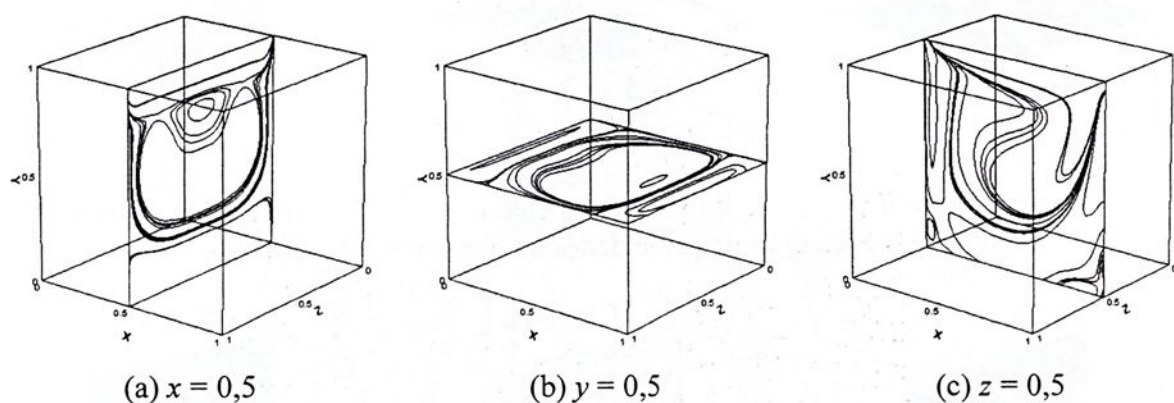


Figura 5.28: Mapas de isovorticidades, $Re = 4.10^2$

A Figura 5.29 apresenta as isosuperfícies da vorticidade na direção z , vista de diferentes ângulos. Como já era esperado, esta geometria mantém um escoamento bem comportado nesta faixa do número de Reynolds.

Os mapas de isovalores das componentes horizontal (u), vertical (v) e transversal (w) do campo de velocidades, nos planos $z = 0,5$, $y = 0,5$ e $x = 0,5$, para Re igual a 10^3 , são apresentados nas Figura 5.30, 5.31 e 5.32.

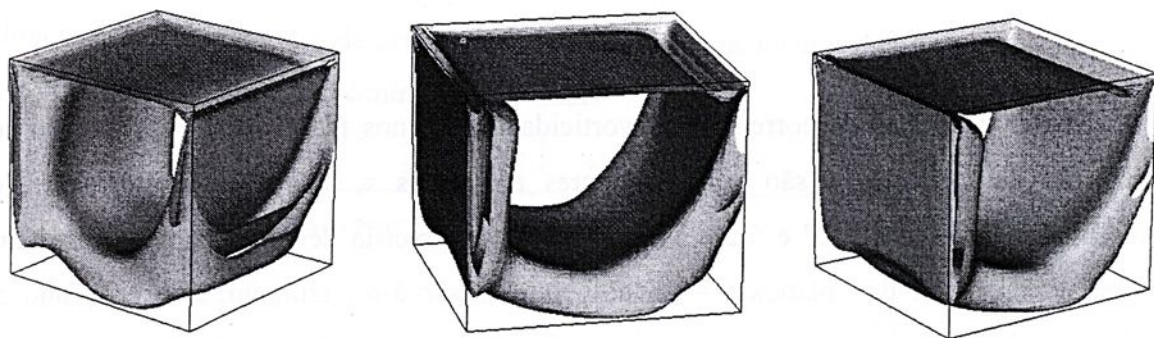
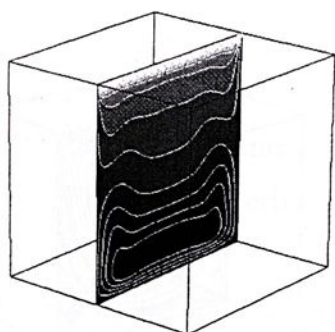
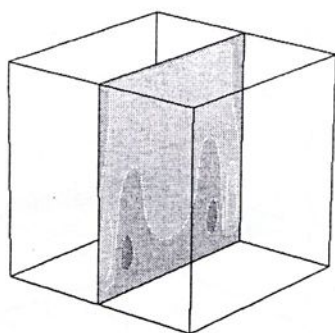


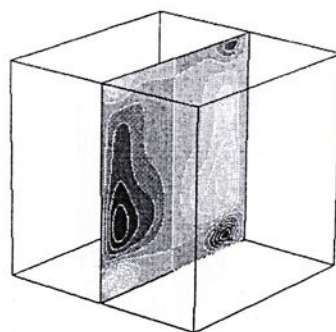
Figura 5.29: Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 4.10^2$



(a) Componente u

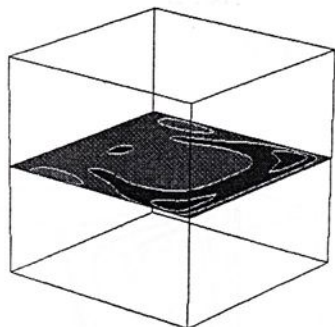


(b) Componente v

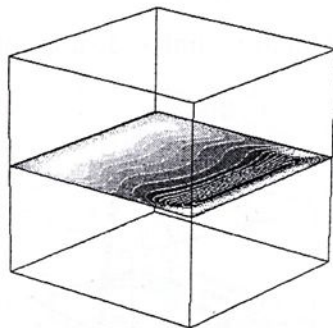


(c) Componente w

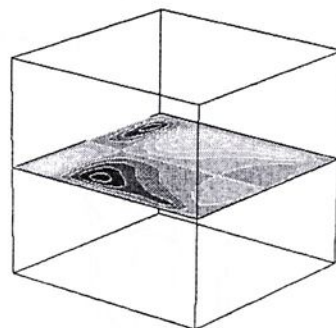
Figura 5.30: Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, para $Re = 10^3$



(a) Componente u

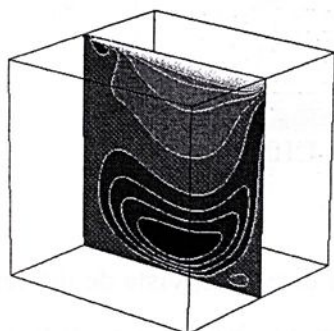


(b) Componente v

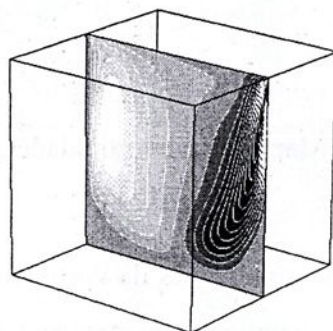


(c) Componente w

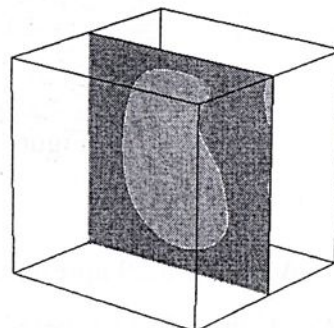
Figura 5.31: Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, para $Re = 10^3$



(a) Componente u



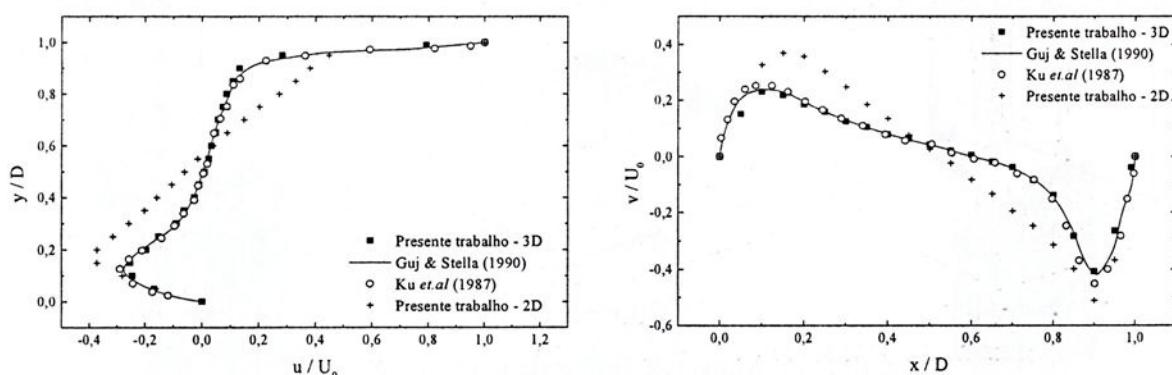
(b) Componente v



(c) Componente w

Figura 5.32 : Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^3$

A Figura 5.33 apresenta os perfis das componentes u e v da velocidade, para $Re = 10^3$, desta vez, confrontados com os resultados de Ku *et al.* (1987) e de Guj e Stella (1990), que utilizaram malhas $31 \times 31 \times 16$ e $101 \times 101 \times 41$, respectivamente. Apenas para servir de referência, foram introduzidas nestes gráficos as curvas correspondentes ao cálculo bidimensional. Da mesma forma que no caso anterior, os resultados aqui obtidos apresentaram uma ótima concordância com os dados da literatura. A título de ilustração, a Figura 5.34 mostra, para este caso, as linhas de corrente sobre as faces da cavidade.



(a) Componente u

(b) Componente v

Figura 5.33: Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^3$

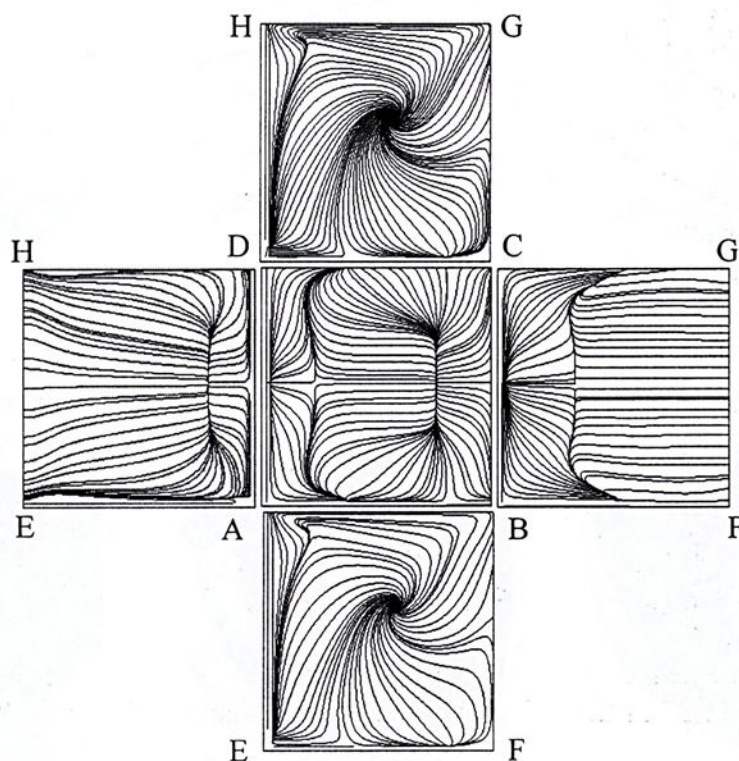


Figura 5.34 : Linhas de corrente junto a faces da cavidade, $Re = 10^3$

Mapas de linhas de corrente e isovorticidade (ω_z), nos planos que passam pelo centro geométrico da cavidade, perpendiculares ao eixo x , y e z , respectivamente, são apresentados nas Figuras 5.35 e 5.36. No plano $z = 0,5$, observa-se que o centro da recirculação primária se aproxima do centro geométrico da cavidade, assim como as recirculações secundárias, que de forma sutil, também caminham para esta direção. A Figura 5.37 mostra, de diferentes ângulos, as isosuperfícies da vorticidade (ω_x), que, aqui também, permanecem bastante estáveis.

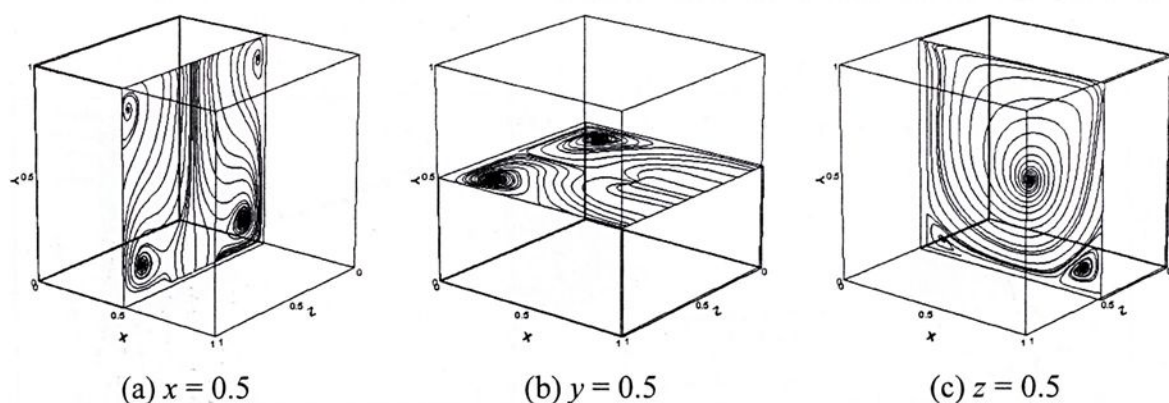


Figura 5.35: Mapas de linhas de corrente, $Re = 10^3$

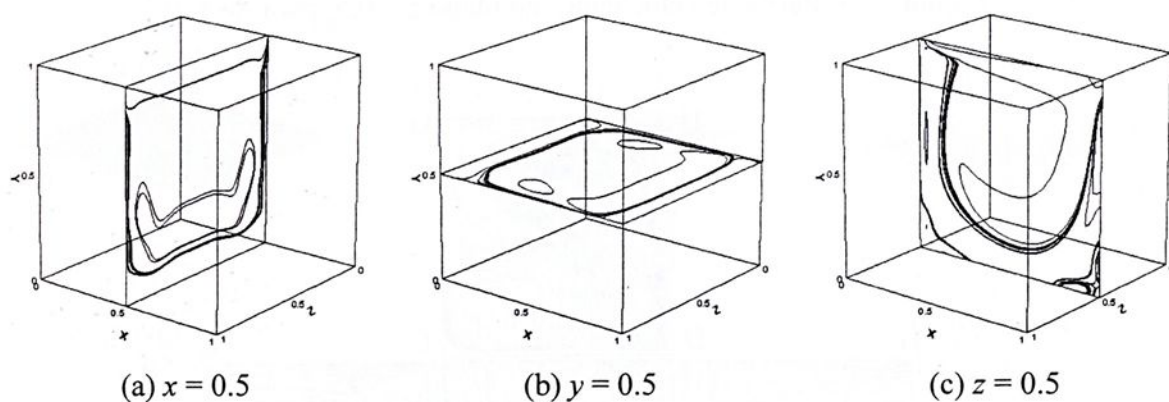


Figura 5.36: Mapas de isovorticidades, $Re = 10^3$

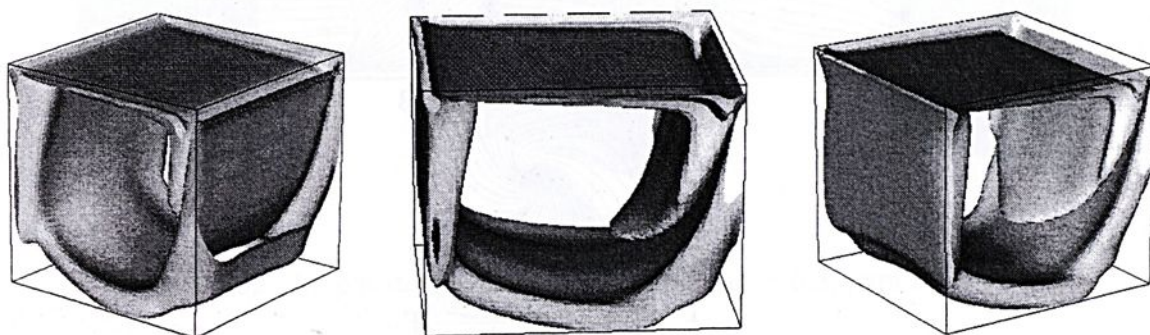


Figura 5.37: Isosuperfícies da vorticidade na direção x (ω_x), $Re = 10^3$

Como para qualquer outro escoamento 3D, com o aumento do número Reynolds, o escoamento na cavidade é conduzido à fase de transição, para, em seguida, evoluir em direção à turbulência. Segundo a literatura, para escoamentos a números de Reynolds moderados, na faixa de $2 \cdot 10^3$ a $6 \cdot 10^3$, o regime permanece laminar, mas apresenta características transientes. Este fato pode ser inicialmente constatado nos mapas dos isovalores das componentes horizontal (u), vertical (v) e transversal (w) do campo de velocidades, nos planos $z = 0,5$, $y = 0,5$ e $x = 0,5$, para $Re = 5 \cdot 10^3$, apresentados nas Figuras 5.38, 5.39 e 5.40, que já não mantêm a mesma simetria observada para números de Reynolds inferiores a 10^3 .

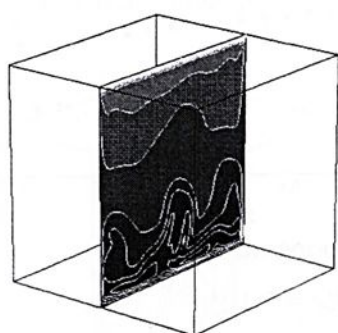
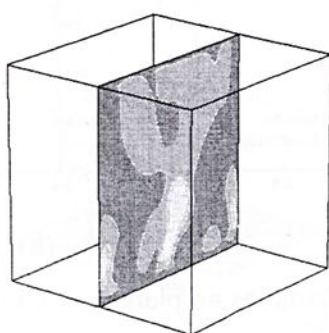
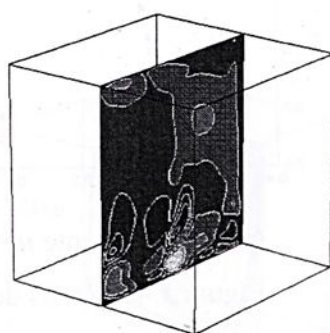
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.38: Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, para $Re = 5 \cdot 10^3$

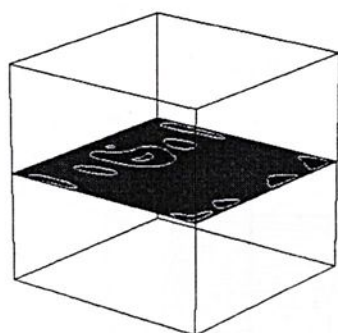
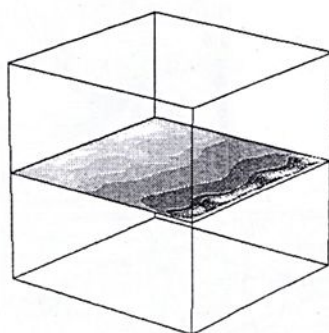
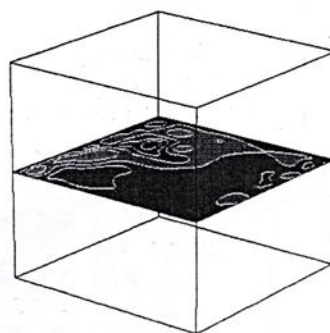
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.39: Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, para $Re = 5 \cdot 10^3$

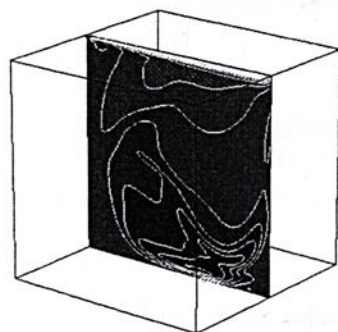
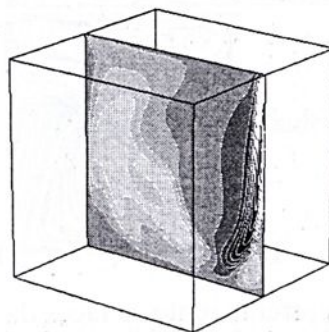
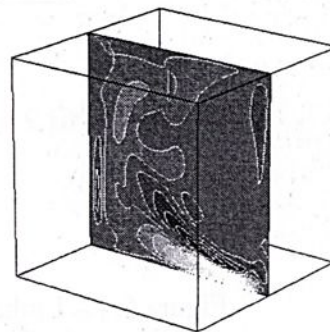
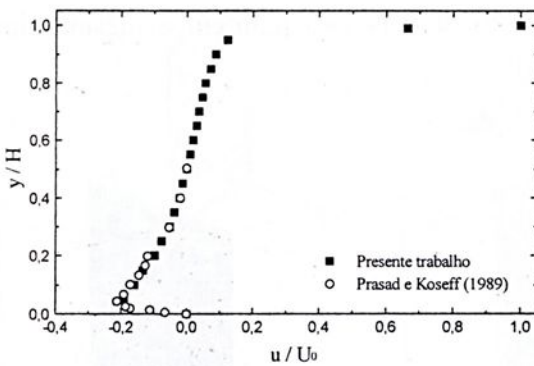
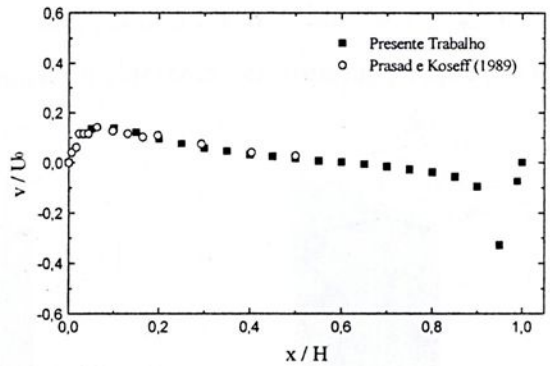
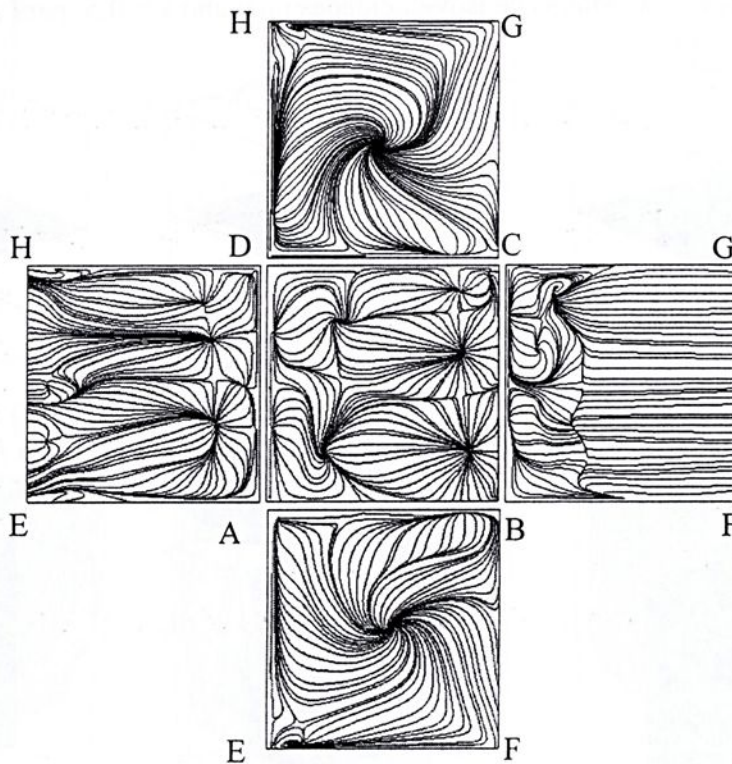
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.40: Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 5 \cdot 10^3$

Os cálculos, para $Re = 5.10^3$, foram efetuados utilizando uma malha de $71 \times 71 \times 71$ volumes. A Figura 5.41 apresenta os perfis das componentes u e v da velocidade, para $Re = 5.10^3$, com boa concordância com os resultados obtidos experimentalmente por Prasad e Koseff (1989), através de anemometria Laser-Doppler. As linhas de corrente junto às faces da cavidade foram traçadas na Figura 5.42 e, em concordância com os campos de velocidade apresentados anteriormente, mostra ausência de simetria em relação x .

(a) : Componente u (b) : Componente v Figura 5.41: Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 5.10^3$ Figura 5.42: Linhas de corrente junto às faces da cavidade, $Re = 5.10^3$

Nas Figuras 5.43 e 5.44 já se nota uma certa desorganização nos mapas das linhas de corrente e de isovorticidade (ω_z). Isto ocorre, em grande parte, devido ao surgimento de novos tipos de estruturas turbilhonares, que caracterizam os escoamentos a moderados números de Reynolds. São os chamados vórtices do tipo Taylor- Görtler (TGL).

Os vórtices TGL são estruturas longitudinais e contra-rotativas, que se justapõem na direção z . Tais estruturas, bastante visíveis na Figura 5.45, foram identificadas por Koseff e Street (1984a,b,c) e receberam este nome por se assemelharem aos vórtices longitudinais de Taylor-Görtler, que surgem em decorrência de instabilidades centrífugas, em escoamentos ao longo de paredes côncavas.

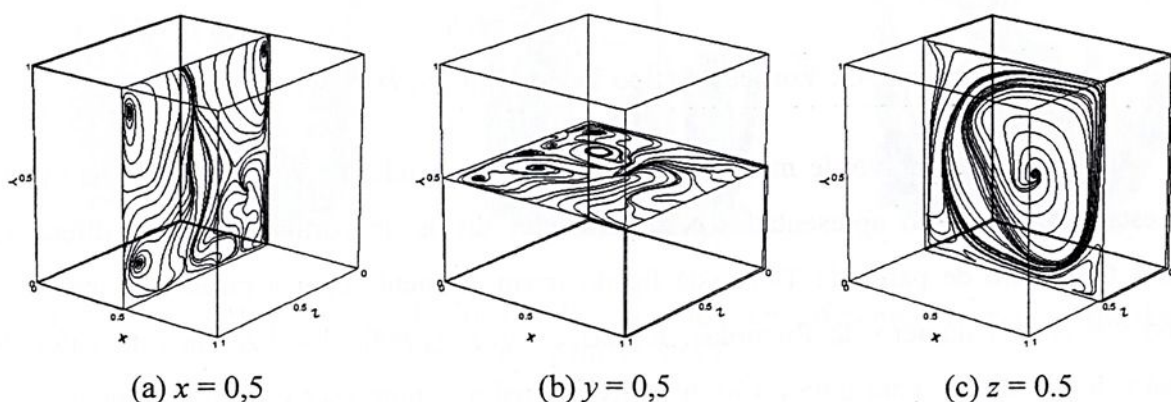


Figura 5.43: Mapas das linhas de corrente, $Re = 5.10^3$

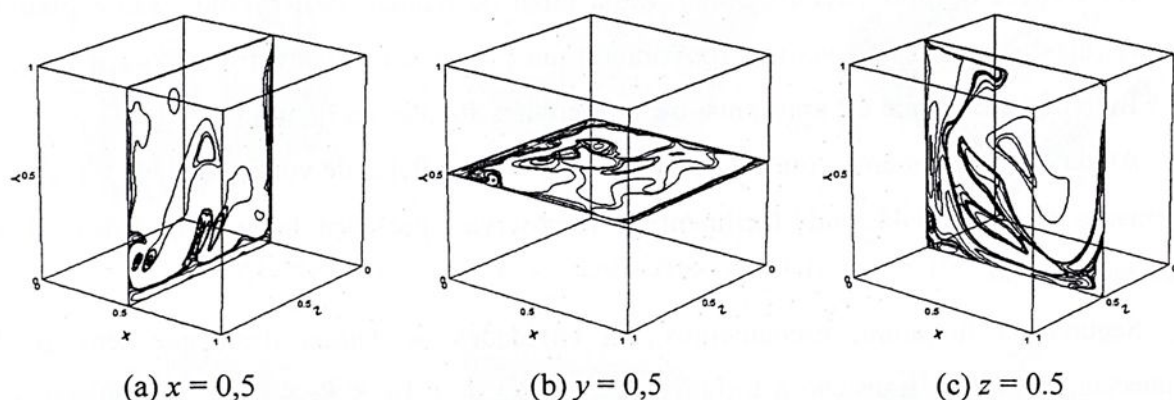


Figura 5.44: Mapas de isovorticidades, $Re = 5.10^3$

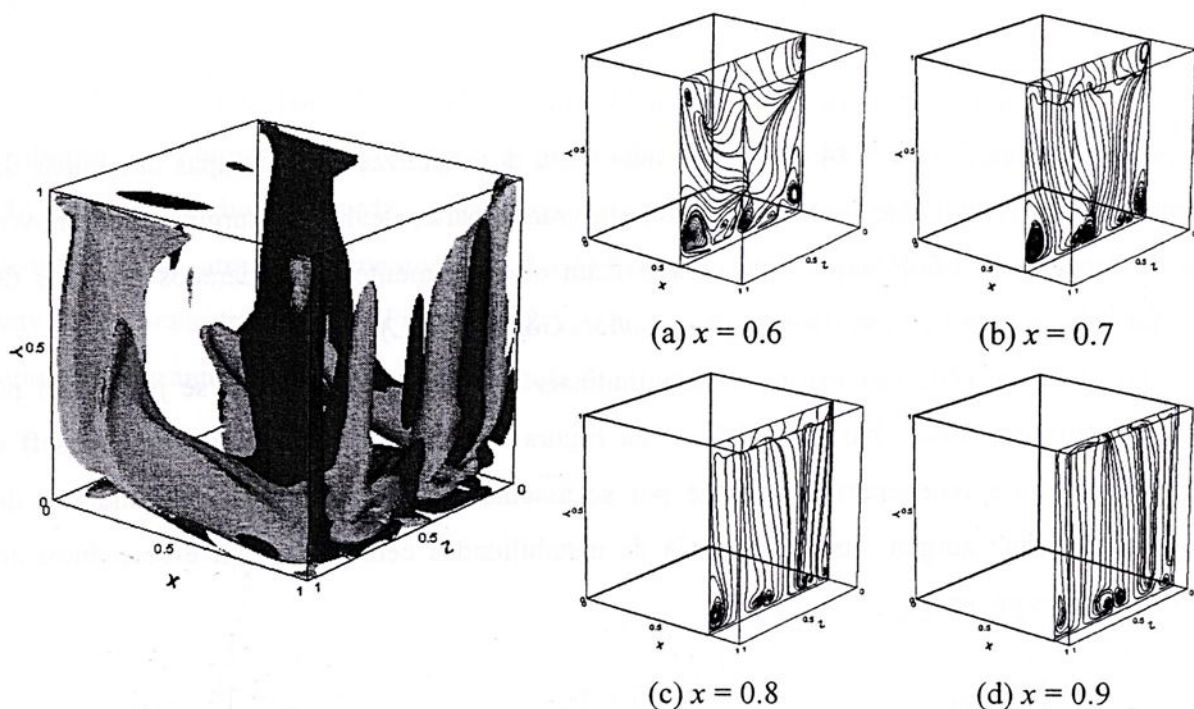


Figura 5.45: Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 5.10^3$

Ainda com o objetivo de melhor visualizar e compreender os vórtices TGL, na Figura 5.46, estas estruturas são apresentadas com diferentes níveis de vorticidade e em diferentes ângulos. O número de pares de TGL está ligado intrinsecamente com a razão de aspecto na direção z e com o número de Reynolds. Koseff e Street (1984a) localizaram oito pares de estruturas longitudinais, para uma razão de aspecto igual a 3, num escoamento com número de Reynolds igual a 3.10^3 , e onze pares num escoamento a Reynolds igual a 6.10^3 .

Os vórtices do tipo Taylor-Görtler, nesta faixa do número de Reynolds, são estruturas coerentes, mas não são estacionárias. Explorando um pouco mais essa estrutura, um corte em $y = 0,5$ foi feito na cavidade e é apresentado em diferentes ângulos na Figura 5.47.

Ainda para escoamento com Re igual a 5.10^3 , isosuperfícies de vorticidade em z (ω_z) são apresentadas na Figura 5.48, onde facilmente já se observa a presença das instabilidades 3D no seio do escoamento.

Segundo a literatura, escoamentos em cavidades de tampa deslizante, em geral, permanecem na fase de transição à turbulência na faixa de $6.10^3 < Re < 8.10^3$. Escoamentos a altos Reynolds ($> 10^4$) podem ser considerados turbulentos.

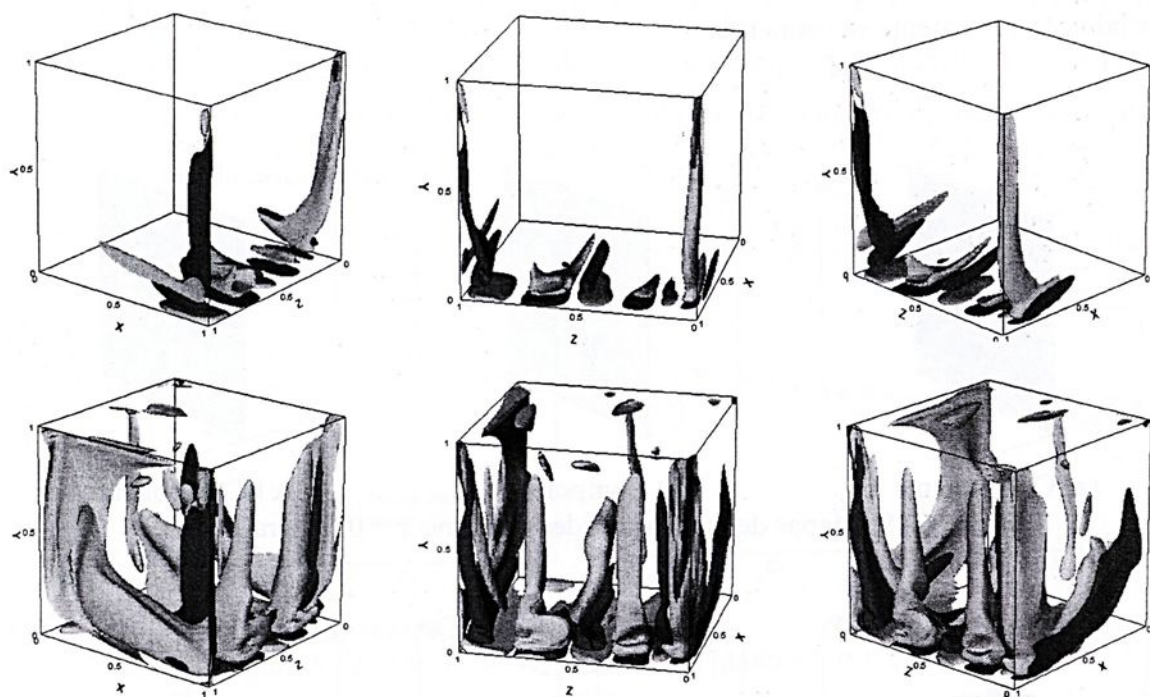


Figura 5.46: Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade e diferentes ângulos, para $Re = 5.10^3$

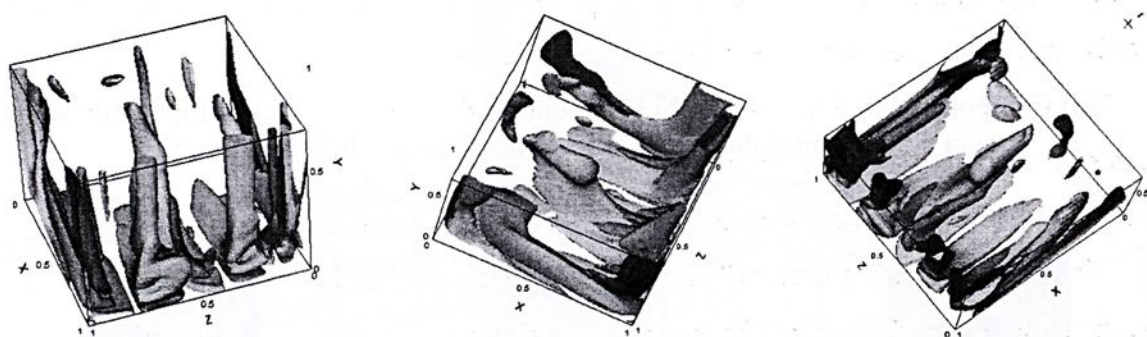


Figura 5.47 : Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 5.10^3$

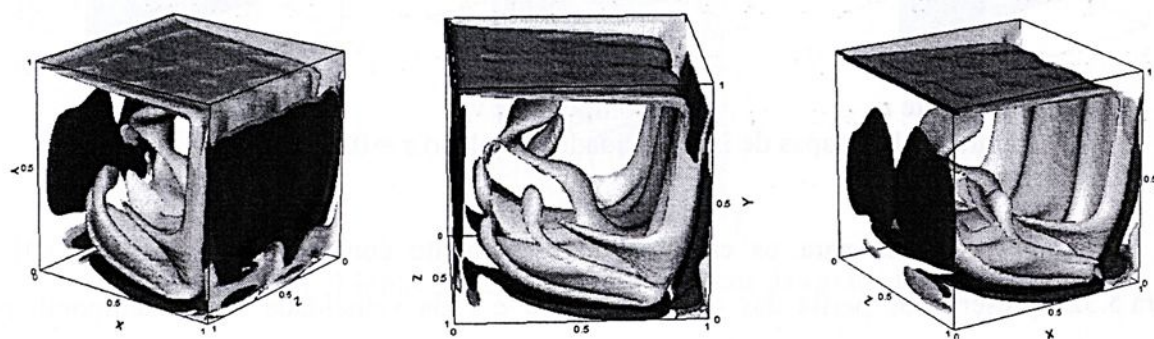


Figura 5.48. Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 5.10^3$

As Figuras 5.49, 5.50 e 5.51 apresentam os mapas de isovalores das componentes horizontal (u), vertical (v) e transversal (w) do campo de velocidades, nos planos $z = 0,5$, $y = 0,5$ e $x = 0,5$, para Re igual a 10^4 , mostrando que, nesta fase, o escoamento torna-se bastante instável, perdendo completamente sua simetria.

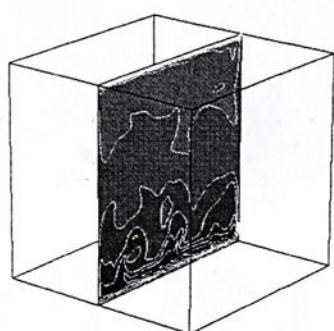
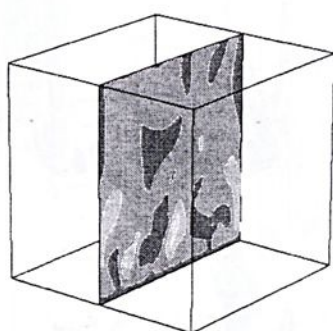
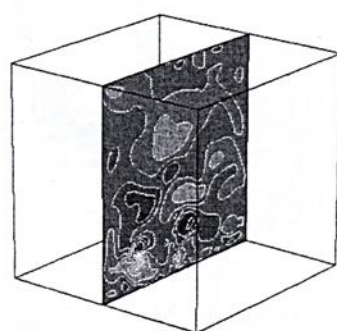
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.49: Mapas de isovelocidades no plano $x = 0,5$, para $Re = 10^4$

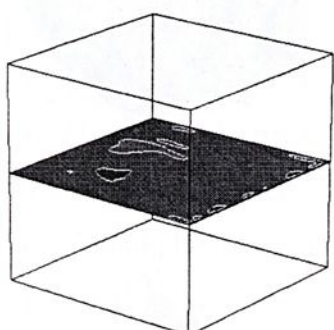
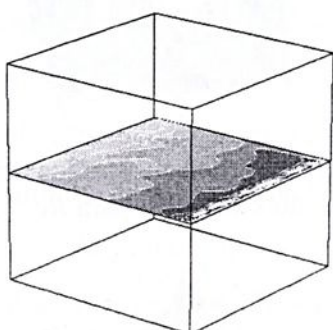
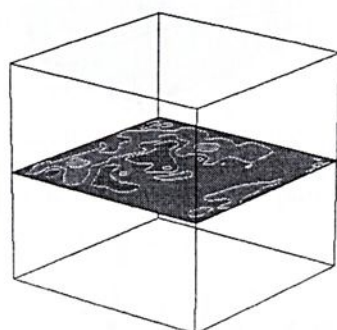
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.50 : Mapas de isovelocidades no plano $y = 0,5$, para $Re = 10^4$

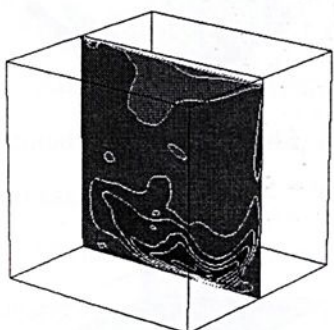
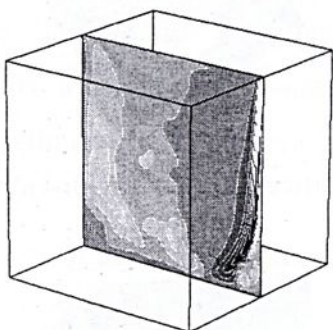
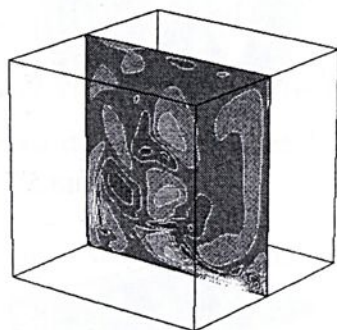
(a) Componente u (b) Componente v (c) Componente w

Figura 5.51 : Mapas de isovelocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^4$

A malha utilizada para os cálculos do escoamento com $Re = 10^4$ de $91 \times 91 \times 91$. A Figura 5.52 apresenta os perfis das componentes u e v da velocidade média temporal, para

$Re = 10^4$, com boa concordância em relação aos resultados experimentais de Prasad e Koseff (1989).

Para este mesmo escoamento, as linhas de corrente junto às faces da cavidade foram traçadas na Figura 5.53, onde a presença de novas estruturas turbilhonares são notadas. A influência dessas estruturas se reflete nos perfis médios de velocidade, que se tornam mais abruptos na região da camada limite.

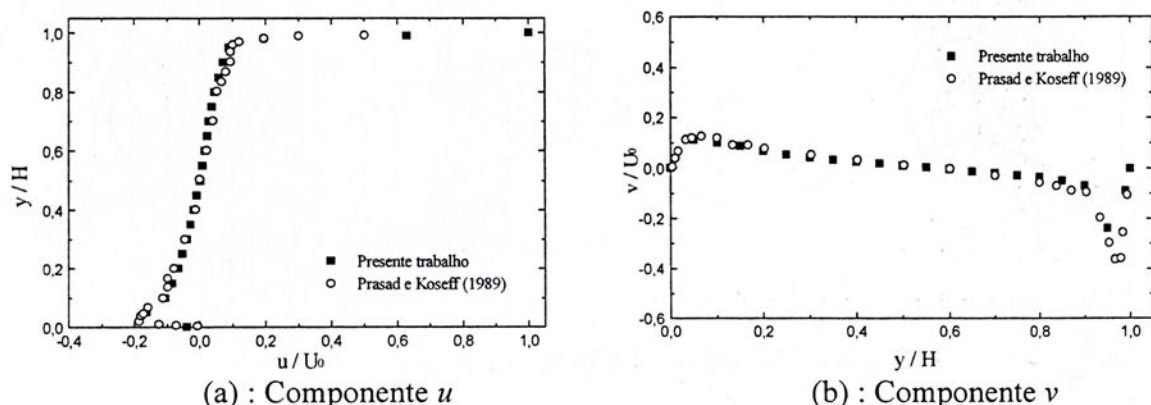


Figura 5.52 : Perfis de velocidades no plano $z = 0,5$, para $Re = 10^4$

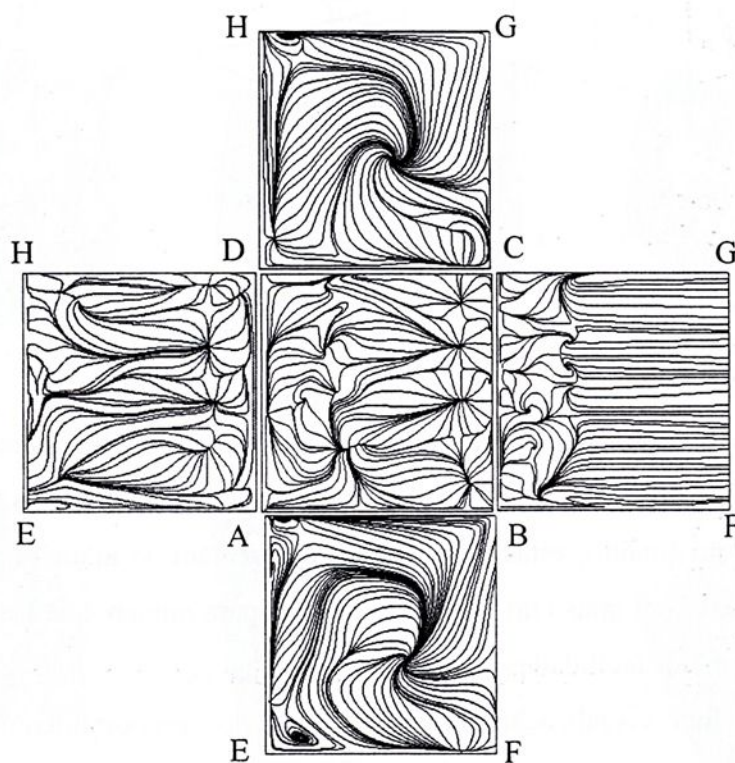


Figura 5.53 : Linhas de corrente junto às faces da cavidade, $Re = 10^4$

Escoamentos turbulentos em cavidades de tampa deslizante nem sempre são facilmente identificáveis, devido à possibilidade de coexistência, na mesma cavidade, de regiões turbulentas, transicionais e laminares. De uma certa forma, esta característica se reflete nos mapas das linhas de corrente e da isovorticidade (ω_z) das Figuras 5.54 e 5.55. A transição a turbulência inicia-se com instabilidades nas recirculações secundárias, que, gradualmente, são advectadas para as demais regiões, levando a um escoamento turbulento.

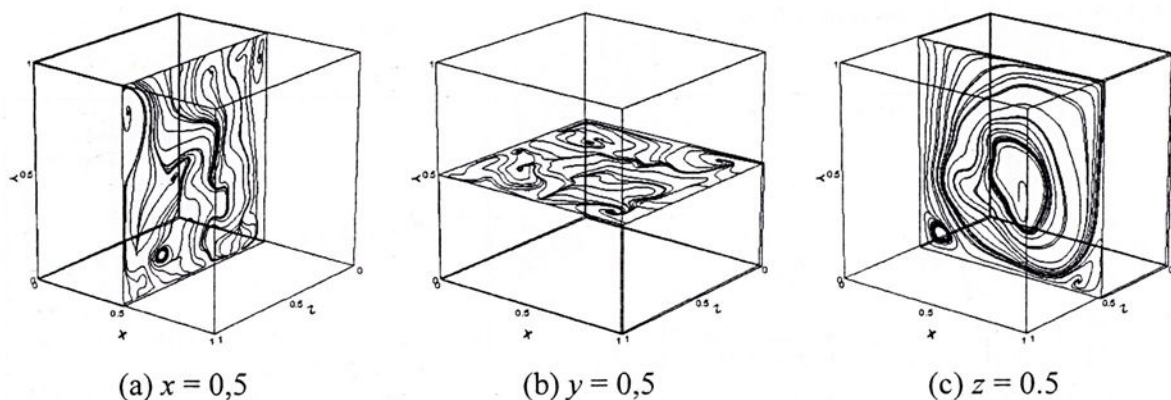


Figura 5.54 : Mapa das linhas de corrente, $Re = 10^4$

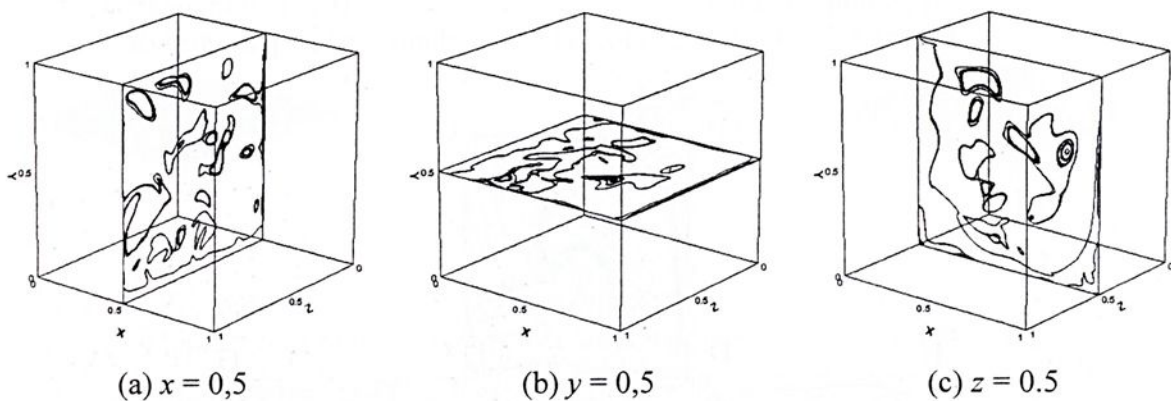


Figura 5.55 : Mapas de isovorticidade , $Re = 10^4$

Na Figura 5.56, as isosuperfícies da vorticidade em x (ω_x) são apresentadas, juntamente com alguns cortes, em diferentes posições ao longo de x . A presença dos vórtices TGL ainda pode ser observada, no entanto, estas estruturas se apresentam de maneira menos organizada e com um tempo de vida bem mais curto que o observado para números de Reynolds mais baixos, se degenerando com maior facilidade.

Para uma melhor visualização das estruturas e do comportamento das características turbulentas deste escoamento, as isosuperfícies (ω_x) foram apresentas em diferentes ângulos, na Figuras 5.57, e com um corte feito na altura de $y = 0,5$, na Figura 5.58.

As isosuperfícies da vorticidade em z (ω_z) são apresentadas na Figura 5.59. O grau de desorganização observado neste escoamento colocam em evidência seu comportamento turbulento.

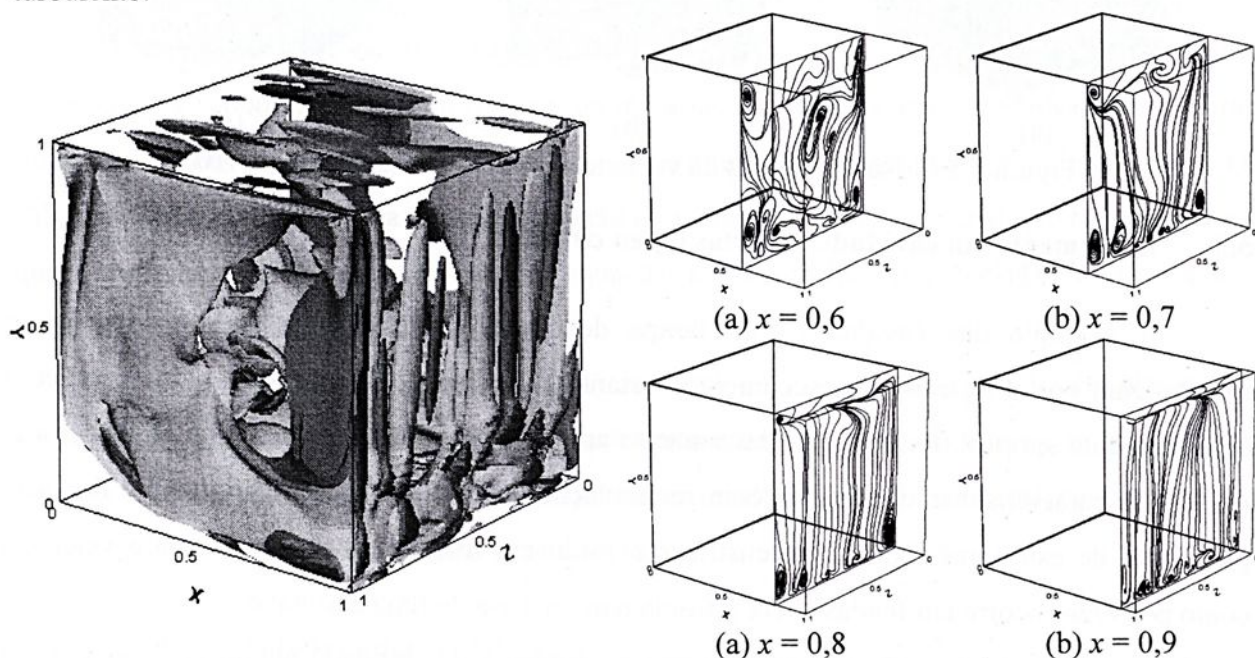


Figura 5.56 : Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$

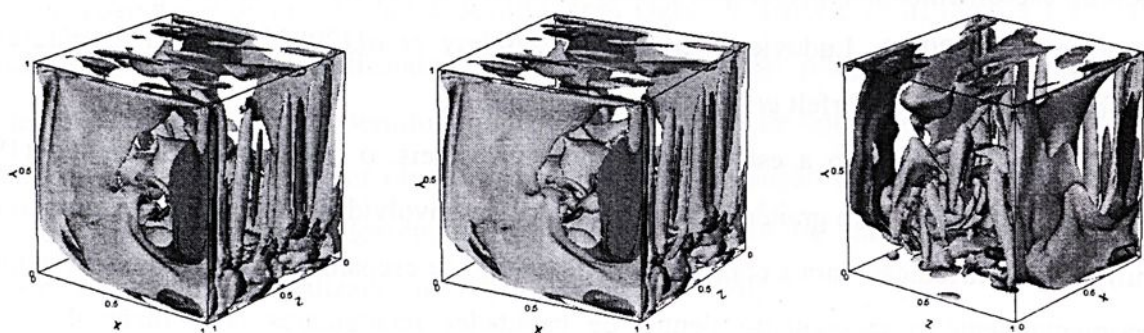


Figura 5.57 Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$

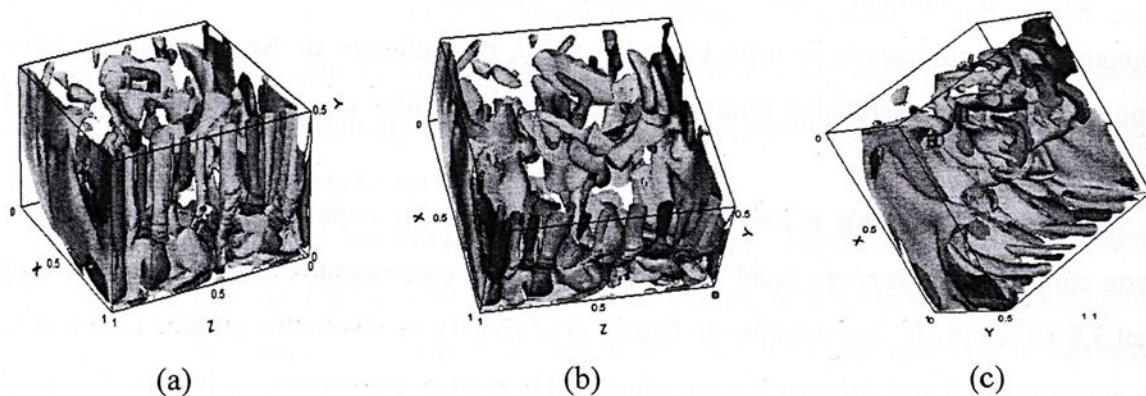


Figura 5.58 : Estruturas turbilhonares (TGL), $Re = 10^4$

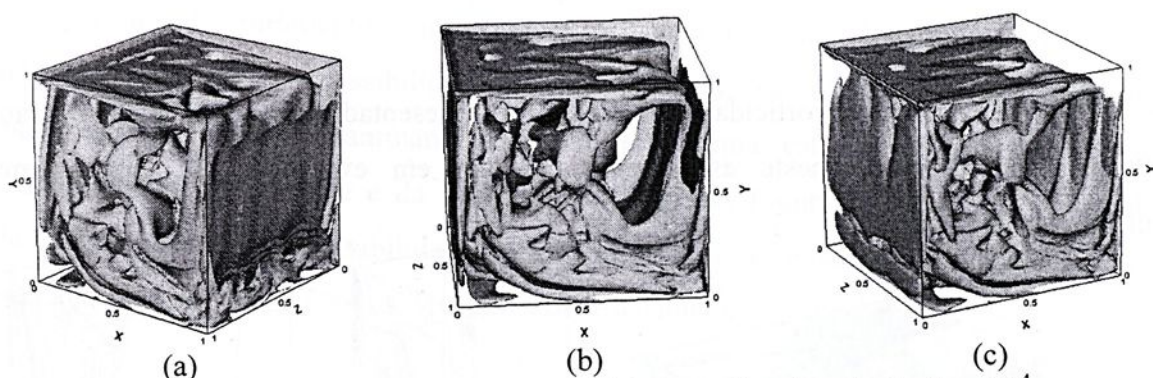


Figura 5.59 : Isosuperfícies da vorticidade na direção z (ω_z), $Re = 10^4$

5.3 Escoamento em cavidades abertas (*open cavities*)

A exemplo das cavidades com tampa deslizante, as cavidades abertas também se caracterizam por abrigarem um escoamento bastante complicado, no interior de uma geometria absolutamente simples. Este tipo de escoamento aparece mais frequentemente na engenharia e, pelas suas características dinâmicas, com recirculações periódicas, podem produzir o desgaste prematuro de estruturas fixas ou intensificar o ruído em máquinas, equipamentos e veículos, como por vezes ocorre em fendas sobre a fuselagem ou a asa de uma aeronave.

Grande parte dos artigos que abordam o problema da cavidade aberta concentra-se no estudo de escoamentos compressíveis. Dentre eles, podem ser citados Colonius *et al.* (1999a,b), Henderson *et al.* (2001), Ludovic *et al.* (2002), Samimy *et al.* (2003), Hamed *et al.* (2003) e Gloerfelt *et al.* (2002), Gloerfelt *et al.* (2003a,b).

No que diz respeito a escoamentos incompressíveis, o trabalho de Sinha *et al.* (1982), passou a ser referência para grande parte dos estudos desenvolvidos posteriormente, devido à sua significativa contribuição para a compreensão desse tipo de escoamento. Os autores investigaram experimentalmente o escoamento dentro de cavidades retangulares com razão de aspecto variando de 0,035 a 2,5, para números de Reynolds de 662, 1342 e 2648.

Shen e Floryan (1985) analisaram numericamente as cavidades retangulares bidimensionais, com razão de aspecto de 0,5 a 4,0, para número de Reynolds muito baixo, em torno de 0,01. Seus resultados foram confrontados com dados experimentais, apresentando boa concordância.

Esteve *et al.* (2000) e Reulet *et al.* (2002) estudaram experimentalmente uma cavidade aberta com razão de aspecto igual a 10, percorrida por escoamentos com números de Reynolds igual $3,8 \cdot 10^4$ e $6,4 \cdot 10^4$. No trabalho de Esteve *et al.* (2000), os resultados obtidos com o auxílio de um anemômetro Laser-Doppler foram comparados com o escoamento a jusante de um degrau

descendente, considerado como uma cavidade de razão de aspecto tendendo a infinito. Os autores observaram que, em cavidades rasas e com grande razão de aspecto, a parede vertical que delimita o fim da cavidade exerce pouca influência sobre o escoamento a montante.

Visando otimizar os processos de absorção de calor no interior de um coletor solar, Zdanski *et al.* (2000, 2001 e 2003) realizaram várias simulações em cavidades abertas, com diferentes razões de aspecto, considerando o escoamento incompressível e bidimensional. Os cálculos foram efetuados para uma ampla faixa do número de Reynolds, tanto no regime laminar quanto turbulento. Neste segundo caso, as equações médias de Reynolds foram resolvidas, com o auxílio de um modelo da família $k-\varepsilon$.

No recente trabalho de Arruda (2004), resultados da simulação de cavidades abertas são apresentados, com o intuito de testar a aplicação do método da Fronteira Imersa em escoamentos internos forçados bidimensionais. Para validar seus resultados, o autor estabelece uma série de comparações com os dados de Sinha *et al.* (1982).

5.3.1 Cavidades abertas 2D

Escoamentos dentro de cavidades 2D, com razão de aspecto (b/h) igual a 1 e 2, foram inicialmente investigados utilizando-se a versão original do programa Fluids, apenas com pequenas modificações, para permitir o ajuste das condições de contorno que caracterizam este problema. Este estudo teve por objetivo fundamental a aquisição de informações acerca deste tipo de escoamento, que pudessem contribuir para otimizar os cálculos tridimensionais no interior desta geometria, realizados na etapa seguinte do trabalho.

Para o tratamento dos termos advectivos, foi utilizado o esquema de diferenças centrais, por apresentar, segundo a literatura, bons resultados na solução deste tipo de escoamento. O método SIMPLEC foi adotado para o acoplamento pressão velocidade e, por fim, o modelo clássico de Smagorinsky (1963) foi utilizado para permitir a representação de escoamentos turbulentos, através da metodologia de simulação de grandes escalas (LES). O valor da constante de Smagorinsky (C_s) foi ajustado em 0,18.

Os casos analisados encontram-se discriminados na Tabela 5.3, com os parâmetros geométricos indicados na Figura 5.60. Todas as simulações foram efetuadas para número de Reynolds igual 2648, baseado na altura da cavidade (h) e na velocidade uniforme do escoamento no canal de entrada (U_o), exceto para o caso B, onde o perfil de velocidade imposto na entrada do canal foi o mesmo utilizado por Sinha *et al.* (1982), e o número de Reynolds foi calculado com



base na velocidade média do canal de entrada. Malhas não uniformes foram empregadas, com maior refinamento na região da cavidade. Em todas as faces da fronteira inferior, foram impostas condições de não deslizamento, com condição de simetria na fronteira superior e condição de Neuman na saída do domínio de cálculo.

Tabela 5.3: Definição dos domínios utilizados na simulação para as cavidades abertas

Caso	b	b_e	b_s	H	Malha
A	$1\ h$	$3\ h$	$6\ h$	$2\ h$	220x95
B	$1\ h$	$0,06\ h$	$6\ h$	$2\ h$	220x95
C	$1\ h$	$3\ h$	$6\ h$	$5\ h$	220x160
D	$1\ h$	$4\ h$	$6\ h$	$5\ h$	250x160
E	$2\ h$	$3\ h$	$5\ h$	$5\ h$	270x160

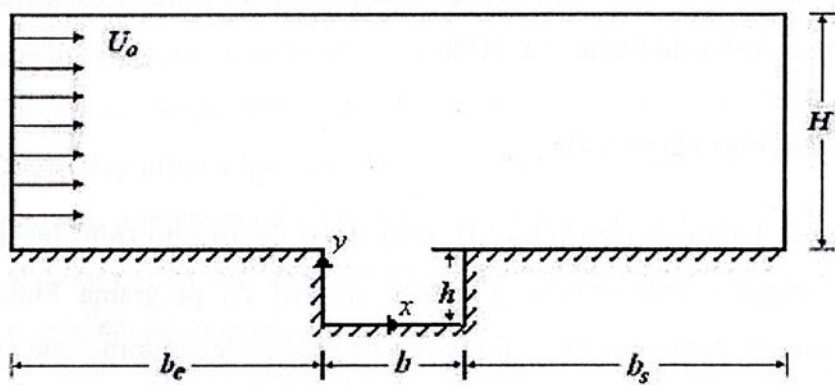


Figura 5.60. Definição de parâmetros geométricos para o problema da cavidade aberta.

Alguns perfis de velocidade para a cavidade aberta com razão de aspecto igual a 1, casos A e B, são apresentados na Figura 5.61. Estes resultados são confrontados com os dados numéricos de Arruda (2004) e com os dados experimentais de Sinha *et al.* (1982). A concordância entre resultados numéricos e experimentais é notável, sobretudo quando se considera que, tanto na investigação de Arruda (2004), quanto no presente trabalho, as simulações foram realizadas sem a imposição de turbulência residual, que se encontra embutida nos resultados de Sinha *et al.* (1982). Além disso, deve-se observar que os dados experimentais de Sinha *et al.* (1982), foram obtidos com o auxílio de uma sonda anemométrica de fio quente, via de regra incapaz de capturar dados confiáveis nas proximidades de paredes, justamente onde

as principais divergências com os resultados numéricos são observadas.

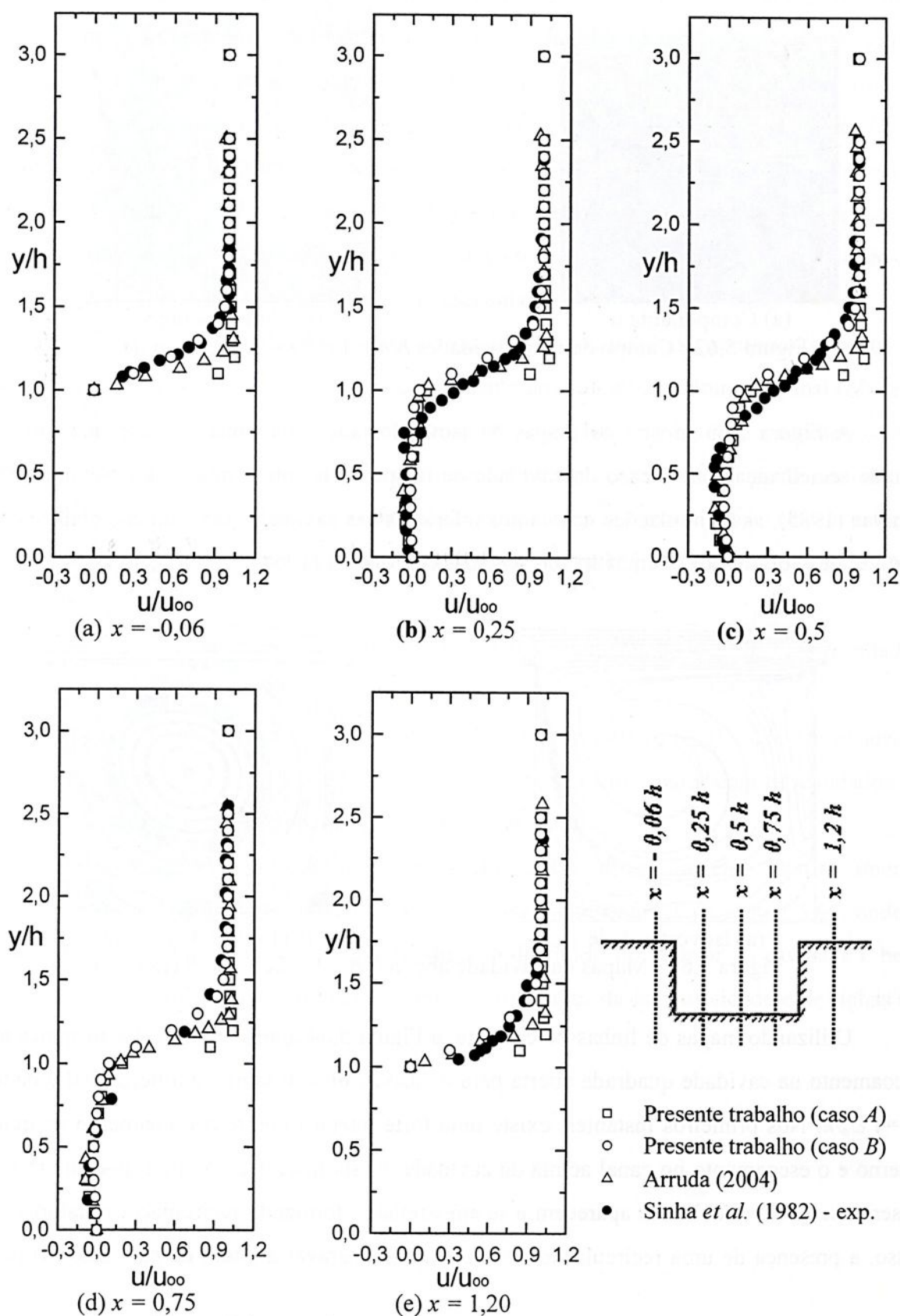


Figura 5.61 : Perfis de velocidade u , $b/h = 1$ e $Re = 2648$

Os campos de isovelocidades das componente u e v , para o escoamento estatisticamente permanente, são apresentados na Figura 5.62.

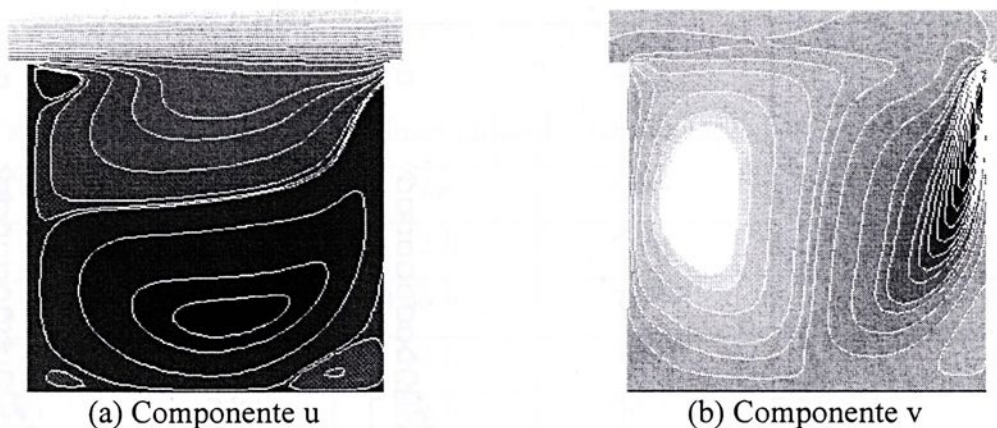


Figura 5.62 : Campo de isovelocidades $b/h = 1$ e $Re = 2648$ (caso A)

A Figura 5.63 mostra os mapas da isovorticidade e da linhas de corrente, onde uma grande semelhança com o caso da cavidade de tampa deslizante é observada. Segundo Shen e Floryan (1985), as recirculações nos cantos inferiores das cavidades também são conhecidas por vórtices de Moffatt, por terem sido apresentadas em Moffatt (1964).

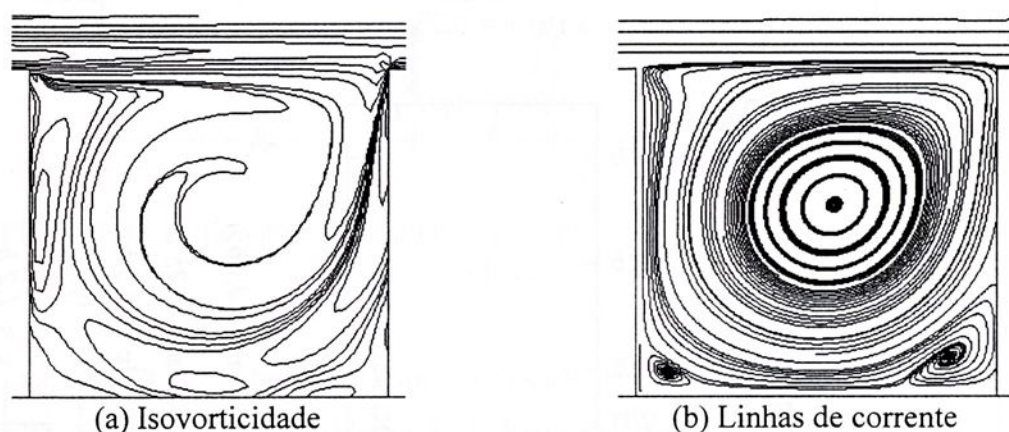


Figura 5.63 : Mapas da cavidade aberta $b/h = 1$ e $Re = 2648$ (caso A)

Utilizando mapas de linhas de corrente, a Figura 5.64 apresenta a evolução transiente do escoamento na cavidade quadrada aberta para o caso A, onde o tempo adimensional é dado por $t^* = t U_0/h$. Nos primeiros instantes, existe uma forte interação entre o escoamento recirculante interno e o escoamento no canal acima da cavidade. Nesta fase, que vai até o instante $t^* = 16,2$, observa-se que recirculações aparecem e se emparelham, formando recirculações maiores. Além disso, a presença de uma recirculação de tamanho comparável à altura da cavidade (h) já pode

ser notada. Esta recirculação aparece na região intermediária da cavidade e o canal, aos poucos se adentra, aproximando o seu centro ao centro geométrico da cavidade, até atingir o regime permanente, onde se mantêm estacionária, acompanhada de duas recirculações secundárias nos ângulos inferiores da geometria. O ângulo superior esquerdo apresenta sinais de uma provável recirculação tal como ocorre no caso da cavidade com tampa deslizante, para número de Reynolds superiores a 2.10^3 , que não pôde ser devidamente capturada. O regime permanente é atingido por volta de $t^* = 99,0$ e, a partir de então, o escoamento recirculante interno não é mais influenciado de maneira significativa pelo escoamento externo à cavidade, comportando-se, aparentemente, de forma bastante semelhante ao escoamento da cavidade induzida.

Segundo Zdanski *et al.*(2003), para evitar que a condição de contorno imposta na fronteira superior venha a influenciar significativamente nos cálculos, a altura do canal (H) deve ser de, no mínimo, $5h$. Diante disso, uma simulação para esta configuração geométrica foi realizada no caso *C*. No entanto, para a cavidade quadrada, com escoamento a número de Reynolds 2648, os resultados não sofreram grandes alterações e a maior dispersão em relação aos dados obtidos no caso *A*, onde $H = 2h$, foi de apenas 5%, na região da corrente livre, fora da cavidade.

No caso *D*, o comprimento de entrada do canal foi aumentado de $1h$, e os resultados também não apresentaram variações consideráveis.

Perfis de velocidade para a cavidade aberta de razão de aspecto igual a 2, correspondente ao caso *E*, são apresentados na Figura 5.65. Os resultados são confrontados com os resultados de Arruda (2004) e, mais uma vez, apresentam ótima concordância.

Os campos de isovelocidades das componente u e v , do escoamento estatisticamente permanente, para a cavidade com razão de aspecto 2, são apresentados na Figura 5.66, onde a influência do escoamento externo sobre o movimento do fluido no interior da cavidade é bem mais aparente. Essa influência se reflete claramente nos mapas da isovorticidade e de linhas de corrente, como mostra a Figura 5.67.

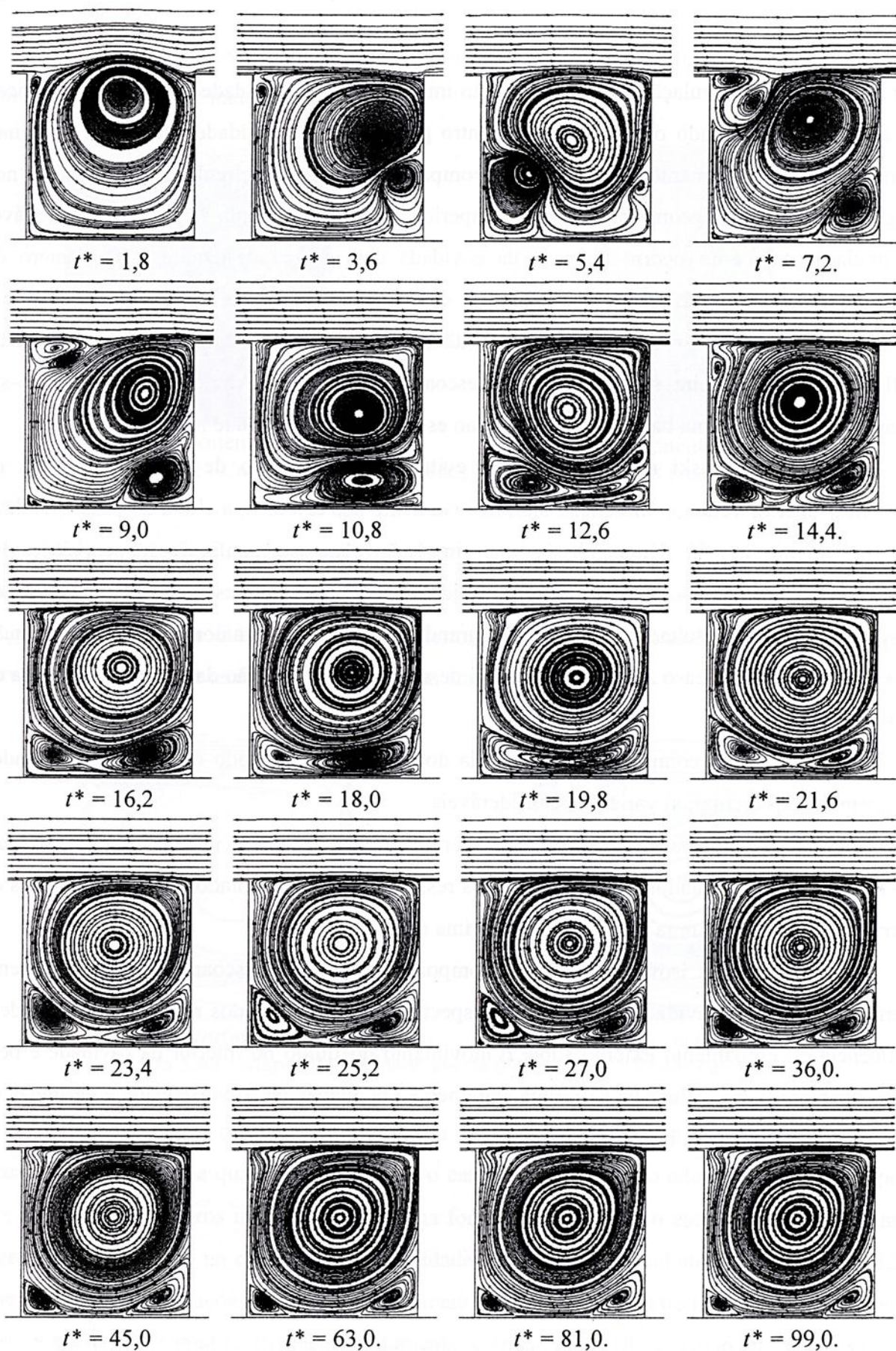
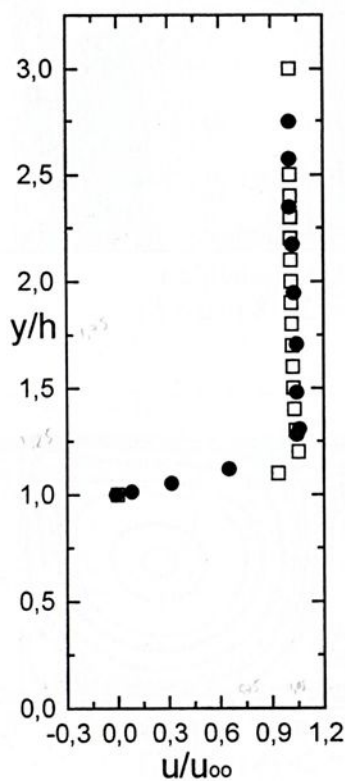
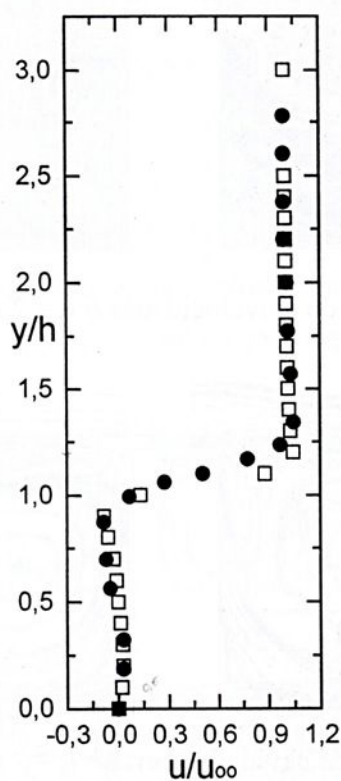
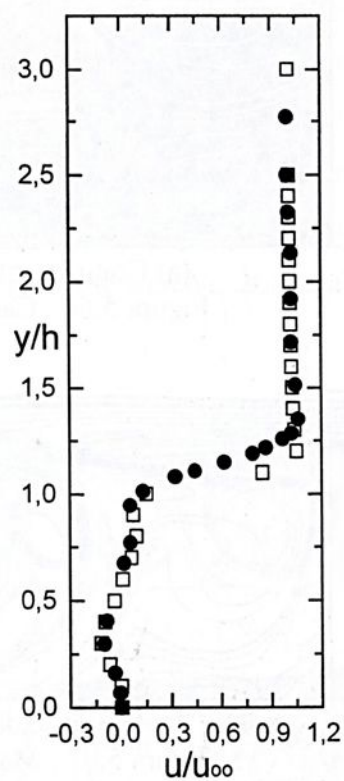
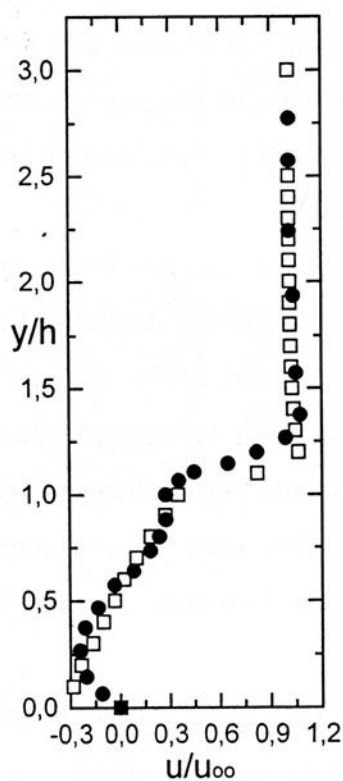
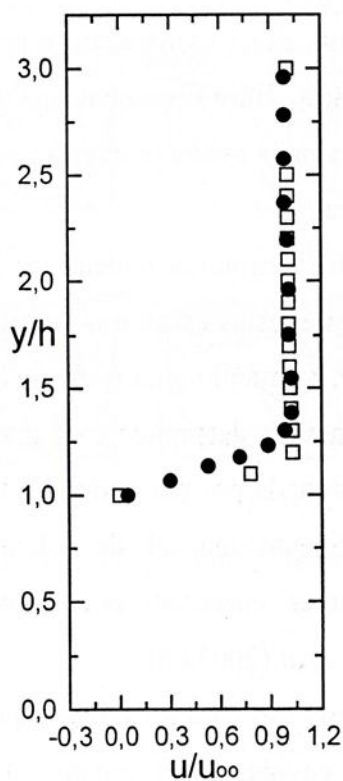
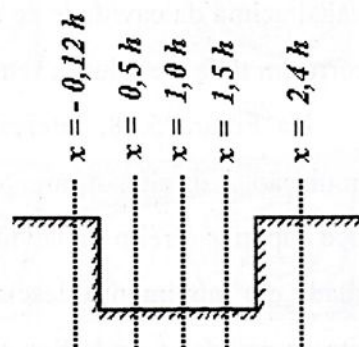
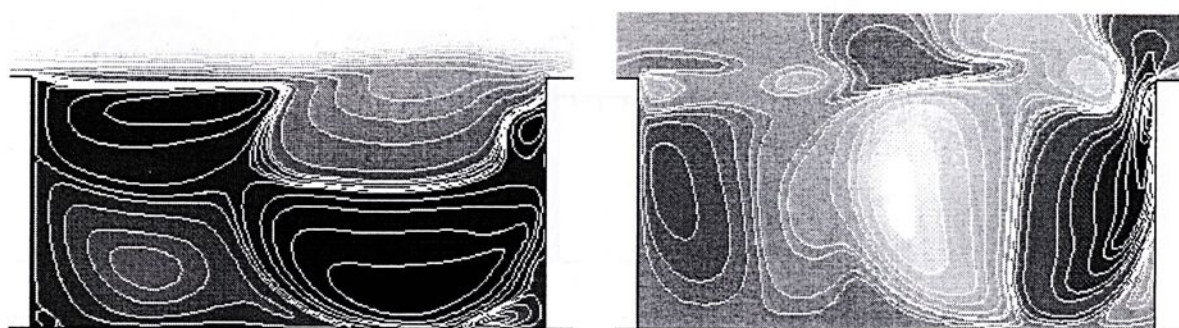


Figura 5.64 : Linhas de corrente em evolução temporal, $b/h = 1$ e $Re = 2648$

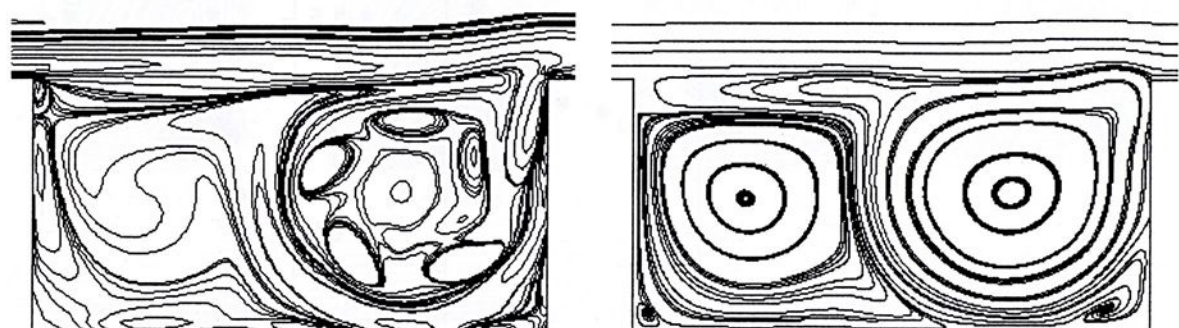
(a) $x = -0,12$ (b) $x = 0,5$ (c) $x = 1,0$ (d) $x = 1,5$ (e) $x = 2,2$ 

□ Presente trabalho
• Arruda (2004)

Figura 5.65 : Perfis de velocidade u , $b/h = 2$ e $Re = 2648$



(a) Componente u (b) Componente v
 Figura 5.66 : Campo de isovelocidades $b/h = 2$ e $Re = 2648$ (caso E)



(a) Isovorticidade (b) Linhas de corrente
 Figura 5.67 : Mapas da cavidade aberta $b/h = 2$ e $Re = 2648$ (caso E)

A fim de investigar o comportamento dinâmico das estruturas turbilhonares que aparecem na Figura 5.67, a evolução transiente deste escoamento é apresentada nas Figuras 5.78 e 5.79. Para esta razão de aspecto, a interação entre o escoamento recirculante interno e o escoamento no canal acima da cavidade se torna mais evidente quando comparada com a cavidade quadrada e ocorre em toda a evolução temporal.

Na Figura 5.68, interessantes estruturas podem ser identificadas no interior da maior recirculação, à direita. Aparentemente, estas estruturas se originam do choque do fluido com o vértice superior direito da cavidade, formando uma pequena bolha de recirculação, que invade a cavidade em movimento descendente, se desprende e se integra à grande recirculação do lado direito da cavidade, onde fica aprisionada por um período relativamente longo, atribuindo-lhe o aspecto de uma planetária ou de um mancal de rolamentos. No caso de escoamentos compressíveis, estruturas semelhantes aparecem nos trabalhos de Colonius *et al.*(1999a), Gloerfelt *et al.*(2002) e de Gloerfelt *et al.*(2003a,b).

Na Figura 5.69, como se observou para a cavidade quadrada, uma maior recirculação se apresenta localizada no alto da cavidade, no entanto a medida que se adentra, novas

recirculações aparecem e inicia-se um processo de emparelhamento e absorção de vórtices, surgindo duas recirculações contrarotativas de ordem h .

Ainda, na Figura 5.69, a partir de $t^* = 28,8$, quatro recirculações contrarotativas aparecem no fundo da cavidade. Estas recirculações são absorvidas pelas estruturas maiores e, em seguida, outras de tamanho equivalente tornam a aparecer na mesma posição, até desaparecerem por completo, por volta de $t^* = 108$. A partir de então, cinco estruturas se fazem presentes dentro da cavidade – duas maiores ao centro, uma em cada um dos cantos e mais uma no alto da cavidade, no lado esquerdo, interagindo diretamente com o escoamento no canal. Como pode ser observado entre os instantes $t^* = 180,0$ e $t^* = 185,4$.

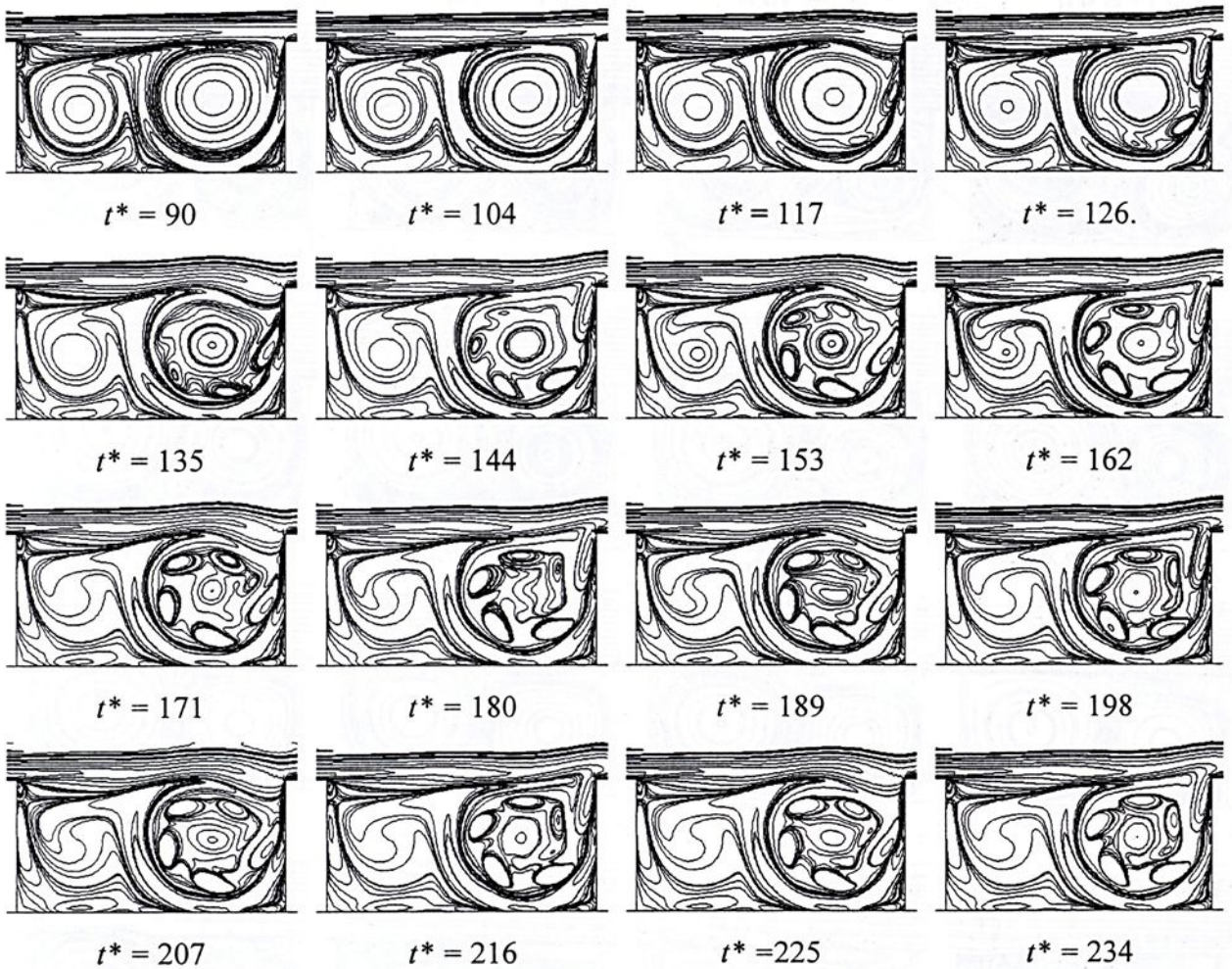


Figura 5.68 : Mapas de isovorticidades em evolução temporal, $b/h = 2$ e $Re = 2648$

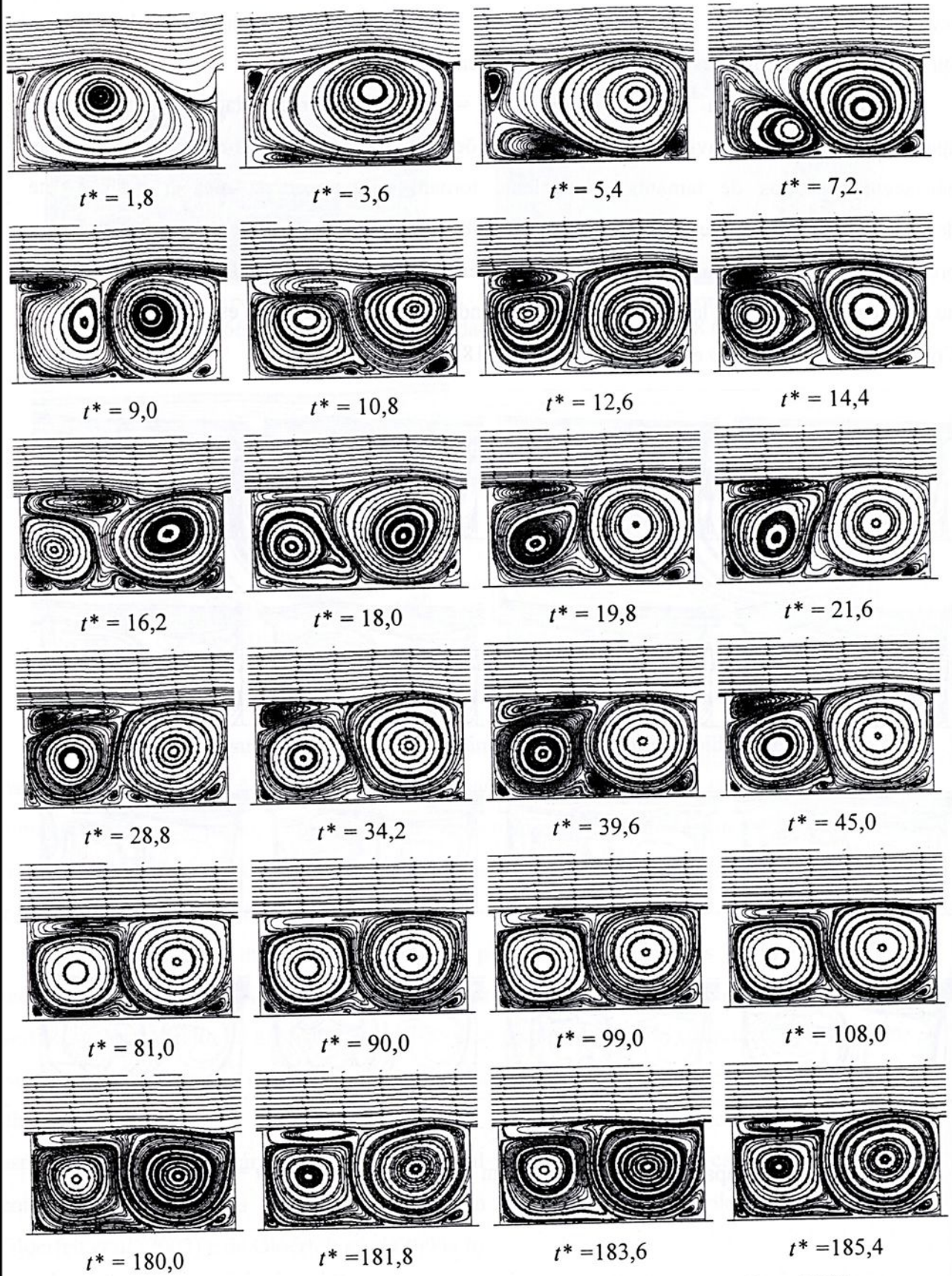


Figura 5.69 : Linhas de corrente em evolução temporal, $b/h = 2$ e $Re = 2648$

5.3.2 Cavidades abertas 3D

Cavidades abertas 3D, com a mesma razão de aspecto que as cavidades 2D, foram, também, simuladas. Os cálculos foram efetuados para número de Reynolds 2648, baseado na altura da cavidade (h) e na velocidade média do canal de entrada. A Figura 5.70 esquematiza os parâmetros geométricos adotados, enquanto que a Tabela 5.4 fornece outros detalhes relativos aos diferentes casos que foram objeto das presentes simulações computacionais.

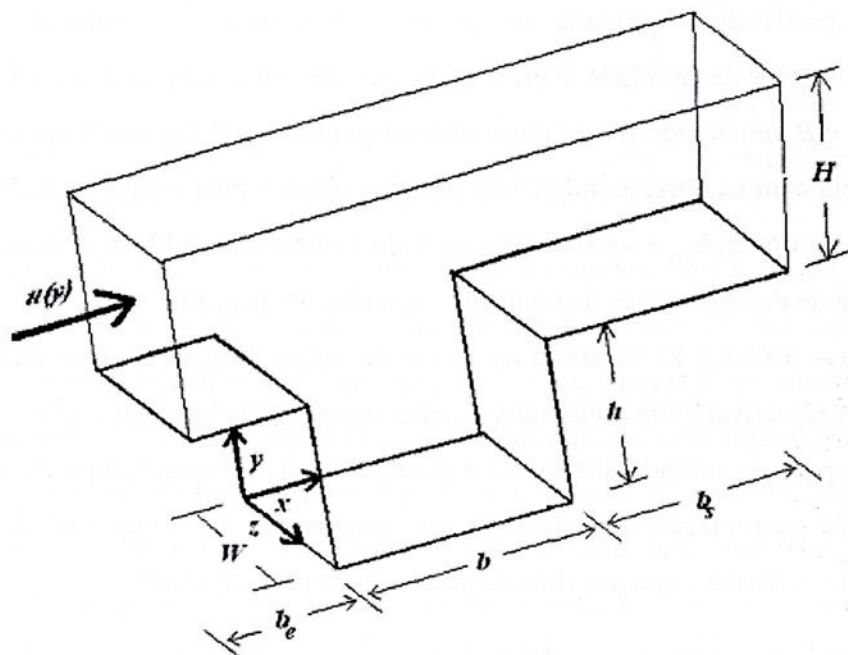


Figura 5.70: Definição de parâmetros geométricos para o problema da cavidade aberta 3D.

Tabela 5.4: Definição dos domínios de cálculo utilizados nas simulações das cavidades abertas 3D.

Caso	b	b_e	b_s	H	W	Malha
A	$1\ h$	$0,06\ h$	$3.h$	$2\ h$	$1\ h$	124x90x30
B	$1\ h$	$0,06\ h$	$3.h$	$2\ h$	$1\ h$	124x90x30
C	$2\ h$	$0,12\ h$	$3.h$	$2\ h$	$1\ h$	160x90x30
D	$2\ h$	$0,12\ h$	$3.h$	$2\ h$	$1\ h$	160x90x30

Em todos os planos que compõem a fronteira inferior do domínio de cálculo, foram impostas condições de não deslizamento, com condição de simetria na fronteira superior e

condição de Neuman na saída. Em ambas as fronteiras que delimitam o domínio de cálculo na direção z , foram utilizadas condição de simetria, para os casos A e C , e condição de não deslizamento, para os casos B e D . Nos casos A e B , o perfil de velocidade imposto na entrada do domínio é o mesmo encontrado experimentalmente por Sinha *et al* (1982), na estação localizada a uma distância de $0,06 h$ a montante do início da cavidade. Para os casos C e D , por sua vez, foi imposto o perfil de velocidade fornecido nos resultados numéricos de Arruda (2004), para uma estação localizada a $0,12 h$ a montante da cavidade. Quanto ao tratamento dos termos advectivos, foi utilizado o esquema de diferenças centrais, enquanto que o método SIMPLEC foi adotado para o acoplamento pressão velocidade.

Alguns perfis de velocidade no plano $z = 0,5$, para o escoamento estatisticamente permanente no interior da cavidade aberta, com razão de aspecto (b/h) igual a 1, foram traçados, para os casos A e B , mostrando muito pouca diferença entre si. Estes perfis também apresentaram boa concordância com os correspondentes resultados obtidos para a cavidade 2D, revelando que, nesta condição de operação, o escoamento na fatia central da cavidade é quase bidimensional, independentemente das condições de contorno ajustadas na direção z .

As Figuras 5.81 e 5.82 mostram os mapas de linhas de corrente e de isovorticidade, para os casos A e B , respectivamente. Qualitativamente, estes resultados muito se assemelham àqueles já apresentados para a cavidade aberta 2D e para as cavidades com tampa deslizante 2D e 3D, onde uma grande recirculação central se faz acompanhar por dois outros vórtices menores, que permanecem estacionários junto aos dois cantos inferiores da cavidade.

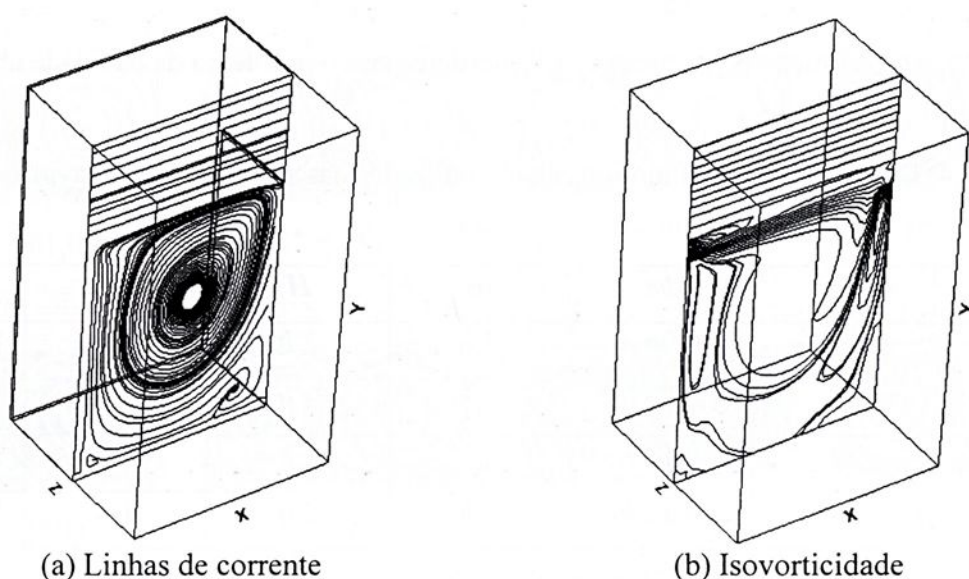
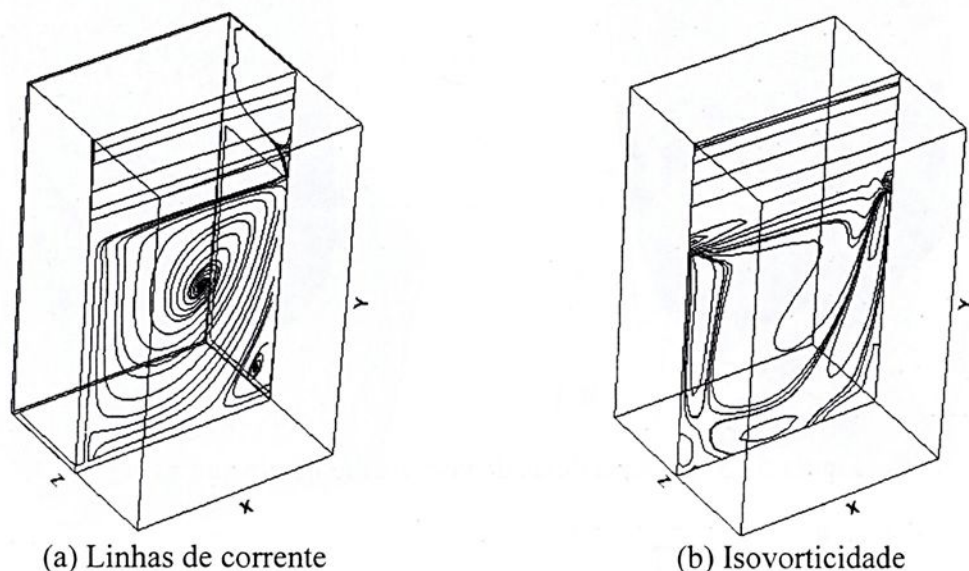


Figura 5.71: Mapas no plano, $z = 0,5$ para o Caso A



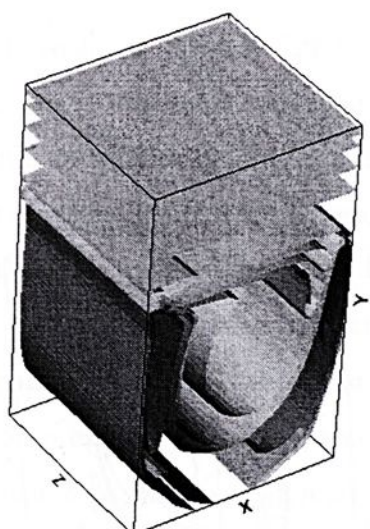
(a) Linhas de corrente

(b) Isovorticidade

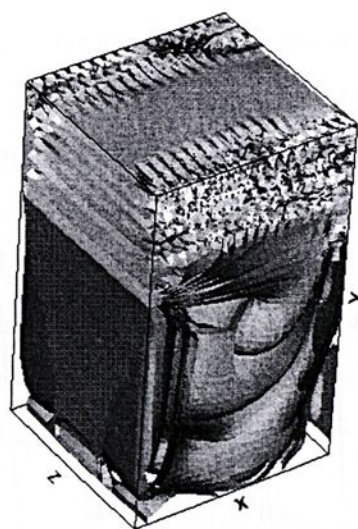
Figura 5.72: Mapas no plano, $z = 0,5$ para o Caso B

Uma comparação entre as isosuperfícies de vorticidade na direção z (ω_z), apresentadas na Figuras 5.83 para os casos A e B, permite observar a influência das paredes laterais da cavidade sobre o escoamento. Enquanto que, no caso A o escoamento se mostra praticamente bidimensional, com um vórtice cilíndrico muito bem definido, no caso B já se observa a presença de estruturas nitidamente tridimensionais dentro da cavidade, nas proximidades das paredes laterais. Na Figura 5.73(b), analisando-se o movimento do fluido no canal de alimentação, pode-se verificar que a presença das camadas limites laterais não perturbam o escoamento no plano de simetria, o que justifica a semelhança já comentada anteriormente, com os resultados correspondentes às outras cavidades simuladas.

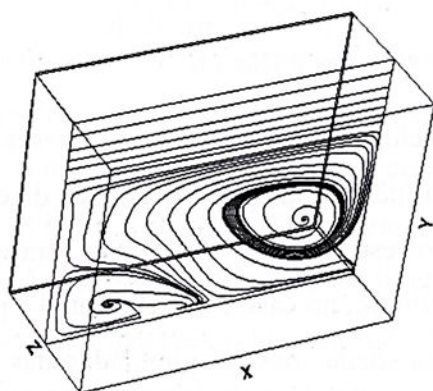
Nas Figuras 5.84 e 5.85 são apresentados os mapas de linhas de corrente e de isovorticidade, para os casos C e D, respectivamente. Quando confrontados com os correspondentes resultados 2D, percebe-se que, para um mesmo número Reynolds e uma mesma razão de aspecto, o escoamento no plano de simetria é pouco influenciado por eventuais efeitos tridimensionais. Os mapas de isovorticidade das Figuras 5.84(b) e 5.85(b) revelam, ainda, que, em ambos os casos, pequenas estruturas turbilhonares, geradas no choque do fluido do canal de alimentação com a parede vertical da cavidade, são absorvidas pela grande recirculação que ocupa mais da metade da cavidade.



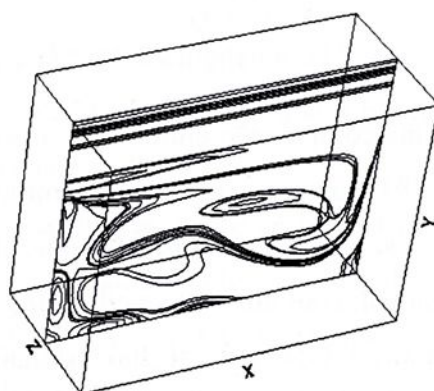
(a) Caso A



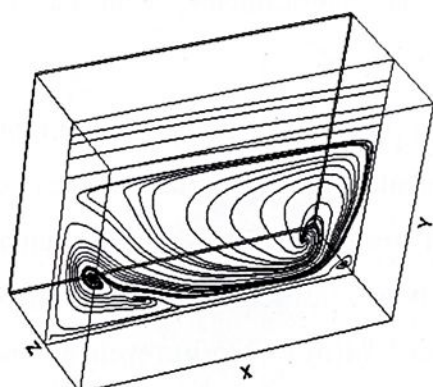
(b) Caso B

Figura 5.73: Isosuperfícies de vorticidade na direção z (ω_z).

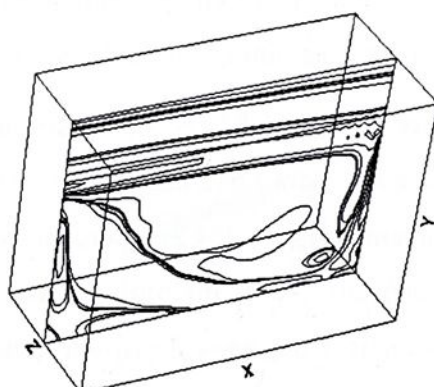
(a) Linhas de corrente



(b) Isovorticidade

Figura 5.74: Escoamento no plano de simetria da cavidade aberta ($z = 0,5$), para o caso C

(a) Linhas de corrente



(b) Isovorticidade

Figura 5.75: Escoamento no plano de simetria da cavidade aberta ($z = 0,5$), para o caso D

As Figuras 5.86 e 5.87 mostram as isosuperfícies da vorticidade nas direções z e x , para os casos C e D, respectivamente. Com estes resultados, observa-se claramente a presença de

instabilidades tridimensionais perto das paredes laterais da cavidade, mas que, também, parecem pouco influenciar o escoamento no plano de simetria.

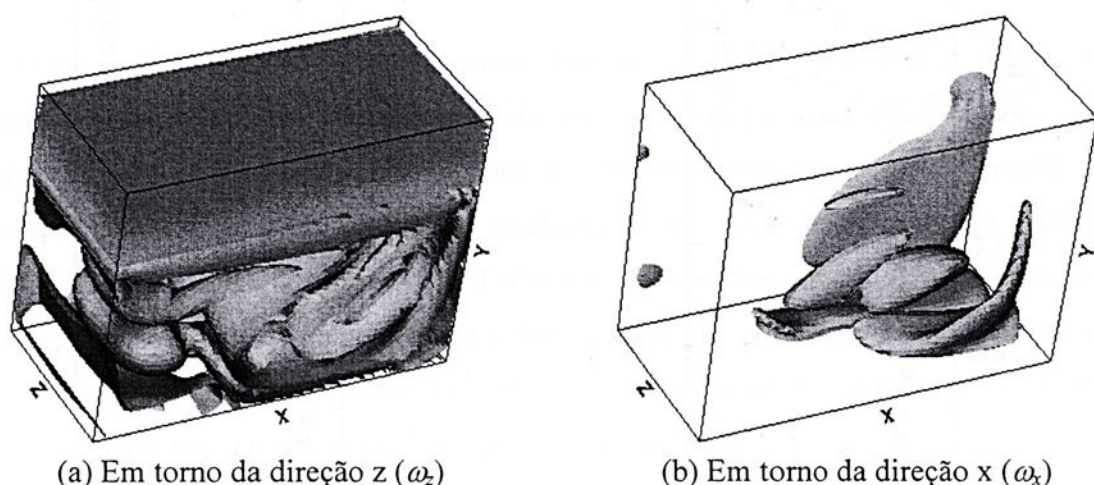


Figura 5.76: Isosuperfícies da vorticidade, caso *C*

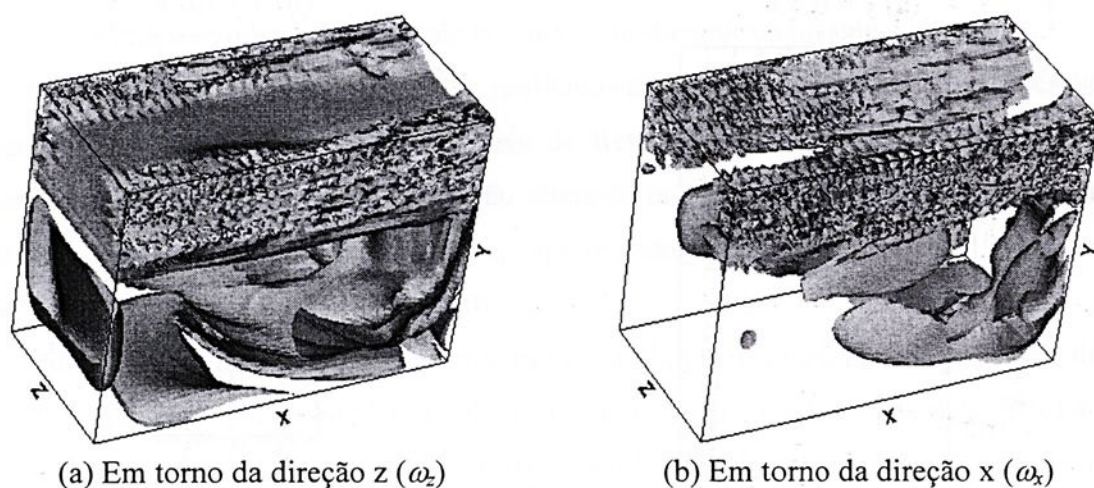
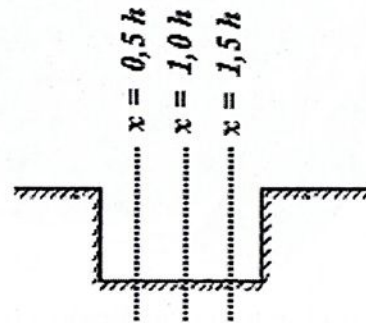
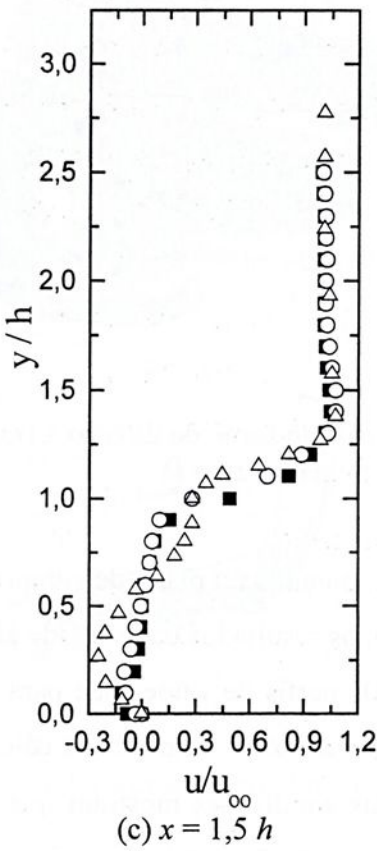
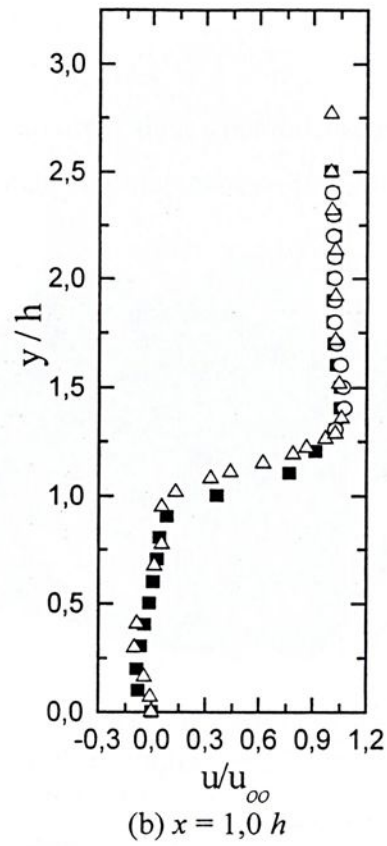
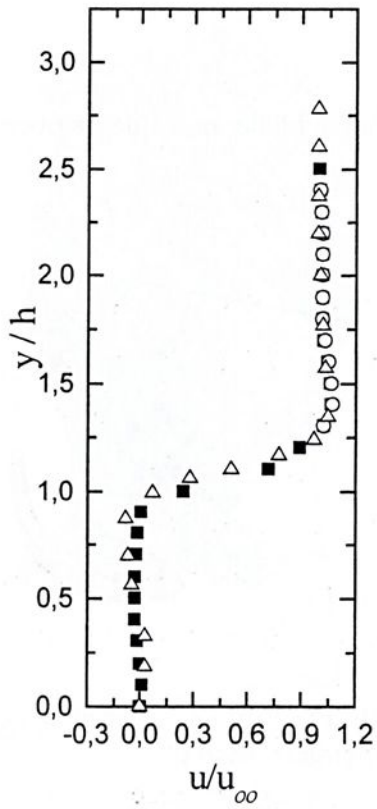


Figura 5.77: Isosuperfícies da vorticidade, caso *D*

Alguns perfis de velocidade para os casos *C* e *D*, tomados no plano de simetria ($z = 0,5$), são apresentados na Figura 5.78. A título de comparação, os resultados da cavidade aberta 2D de Arruda (2004) foram também introduzidos no gráfico. Os perfis de velocidade para as estações $x = 0,5h$ e $1,0h$ são pouco afetados pela tridimensionalização do domínio de cálculo e pelas condições de contorno em z . De maneira coerente, estas simulações mostram que os maiores desvios entre os resultados 2D e 3D são observados na estação $x = 1,5h$, onde os mapas de isovorticidade das Figuras 5.86 e 5.87 denunciaram a maior concentração de estruturas tridimensionais.



- Presente trabalho - Caso C
- ◇ Presente trabalho - Caso D
- △ Arruda (2004) - 2D

Figura 5.78: Perfis da componente de velocidade u , cavidade aberta b/h igual a 2, $z = 0,5$

5.4 Escoamento a jusante de degraus descendentes (*backward-facing step*)

O escoamento a jusante de uma expansão brusca, ou degrau descendente, tem sido objeto de inúmeros estudos numéricos e experimentais ao longo das últimas décadas. Neste tipo de escoamento observa-se a presença simultânea de camadas limite em desenvolvimento, zona de recirculação, regiões de descolamento e recolamento, e, ainda, a geração e o transporte de instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. Todos estes fenômenos, reunidos num só escoamento, tornam o problema particularmente adequado para a validação de códigos computacionais voltados para a simulação numérica de escoamentos turbulentos e em transição, a exemplo disso, os trabalhos de Kim e Choi (2000) e Diurno *et al.* (2001) podem ser citados.

O escoamento sobre uma expansão brusca foi investigado numérica e experimentalmente por Kim *et al.* (1978), que evidenciaram toda a complexidade inerente aos processos de descolamento, recolamento e redensolvimento da camada limite hidrodinâmica a jusante do degrau.

No trabalho de Armaly *et al.* (1983), resultados experimentais e numéricos para escoamentos laminares, transicionais e turbulentos, na faixa de Reynolds entre 70 e $8 \cdot 10^3$, são apresentados, mostrando que o comprimento de separação altera-se radicalmente com o número de Reynolds. Resultados experimentais foram, também, apresentados por Troutt *et al.* (1984), Fessler e Eaton (1999) e Scarano e Riethmuller (2000).

Uma análise numérica do escoamento turbulento bidimensional, para degraus com diferentes alturas, foi realizada por Silveira-Neto *et al.* (1991). Neste estudo, o número de Reynolds, baseado na altura do canal de entrada, foi variado de $6 \cdot 10^3$ a $9 \cdot 10^4$. Posteriormente, Silveira-Neto *et al.* (1993) retomaram este trabalho, voltando sua atenção para a análise minuciosa das estruturas turbulentas tridimensionais que se desenvolvem neste tipo de escoamento, utilizando como ferramentas a simulação numérica direta (SND) e a simulação de grandes escalas (LES). Estudos similares, voltados para a compreensão das estruturas turbilhonares que caracterizam os regimes turbulento e transicional dentro desta geometria foram, também, desenvolvidos por Kaiktsis *et al.* (1991), Le *et al.* (1997), Yanase e Kawahara (2002) e Barkley *et al.* (2002).

Friedrich e Arnal (1990) investigaram o escoamento a jusante do degrau descendente, para altos números de Reynolds, empregando um programa baseado no método dos volumes finitos, associado à metodologia de simulação de grandes escalas (LES). Os cálculos foram executados com



malha uniforme e os resultados, tratados estatisticamente, apresentaram uma boa coerência.

Akselvoll e Moin (1993) apresentaram resultados tridimensionais para o problema do degrau descendente, para um número de Reynolds igual a $5 \cdot 10^3$, baseado na altura do degrau e na velocidade de entrada. A metodologia de simulação de grandes escalas foi, novamente, empregada, desta vez, com o auxílio do modelo de localização dinâmica (Ghosal *et al.*, 1992). Os resultados obtidos foram comparados com dados oriundos de simulação numérica direta (DNS), de cálculos efetuados utilizando-se o modelo sub-malha dinâmico de Germano *et al.* (1991) e, ainda, com informações experimentais. Em todas as situações, os resultados dos cálculos foram considerados bastante satisfatórios.

5.4.1 Degraus descendentes 2D

As simulações 2D apresentadas nesta seção foram efetuadas para escoamentos com número de Reynolds $1,4 \cdot 10^4$ e $4,5 \cdot 10^4$, utilizando-se malhas uniformes de 400×60 e 720×60 , respectivamente. A versão original do programa Fluids foi empregada, introduzindo-se, apenas, uma pequena modificação no programa fonte, de maneira a permitir o ajuste das condições de contorno necessárias à simulação deste problema. O número de Reynolds foi baseado na altura do degrau e na velocidade uniforme do escoamento no canal entrada. Condições de não deslizamento foram impostas nas fronteiras superior e inferior, com condição de Neumann na saída do domínio de cálculo. O esquema QUICK-C foi utilizado para o tratamento dos termos advectivos, juntamente com o método SIMPLEC para o acoplamento pressão velocidade. Por fim, o modelo clássico de Smagorinsky (1963) foi empregado para a obtenção da viscosidade turbulenta, ajustando-se o valor da constante C_s em 0,18. A geometria do degrau descendente bidimensional simulado está representada na Figura 5.79.

A seqüência temporal do campo de isovorticidade, para $Re_h = 1,4 \cdot 10^4$, é representada na Figura 5.80, onde $X_e = 2 h$, $X_s = 16 h$, $r = h/H = 0,5$, enquanto o tempo adimensional é dado por: $t^* = t U_o/h$. De maneira similar, a Figura 5.81 mostra o campo de isovorticidade obtido para um escoamento com $Re_h = 4,5 \cdot 10^4$, onde $X_e = 4 h$, $X_s = 32 h$, $r = 0,5$.

Em ambos os casos, diferentes regiões podem ser identificadas ao longo do domínio de cálculo. Sobre o degrau, por exemplo, ocorre um escoamento do tipo camada limite, o qual, logo



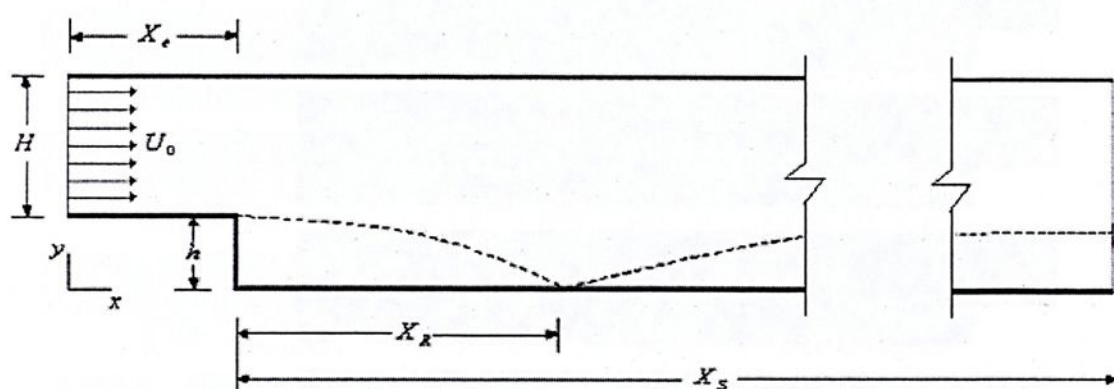


Figura 5.79 : Definição de parâmetros geométricos e operacionais para o problema do degrau descendente 2D (*backward-facing step*)

após a expansão, se desprende, gerando uma zona cisalhante, com a formação de instabilidades do tipo Kelvin-Helmoltz. Sob o efeito de confinamento, e devido à influência da região de recirculação nas proximidades da parede vertical do degrau, estas estruturas turbilhonares são transportadas em direção à região de recolamento da camada limite, onde se observa um alto grau de complexidade, produzido pelo choque de estruturas turbilhonares contra a parede inferior do canal. Em seguida, a camada limite se desenvolve novamente, mantendo uma interação com as estruturas turbilhonares que são transportadas para a saída do canal. Nota-se, ainda, a presença de uma região de escoamento mais estável, localizada entre a camada limite superior e as várias instabilidades presentes na parte inferior do canal.

Uma análise comparativa entre estas duas seqüências permite verificar que a complexidade do escoamento cresce com o número de Reynolds, como o esperado. É fácil observar, na Figura 5.81, a forte interação que os vórtices gerados a jusante do degrau mantêm entre si e com a camada limite em desenvolvimento sobre a parede inferior.

Na Figura 5.82, o perfil médio de velocidades obtido para $Re_h = 4,5 \cdot 10^4$, na estação $x = 2,77 h$, é comparado com dados de diferentes autores, mostrando uma boa concordância, sobretudo na região central do canal. Nas proximidades das paredes, todos os resultados dos cálculos se distanciam dos dados experimentais de Kim *et al.* (1978), o que pode ser atribuído à natureza bidimensional das simulações e à ausência de turbulência residual nas condições de cálculo.

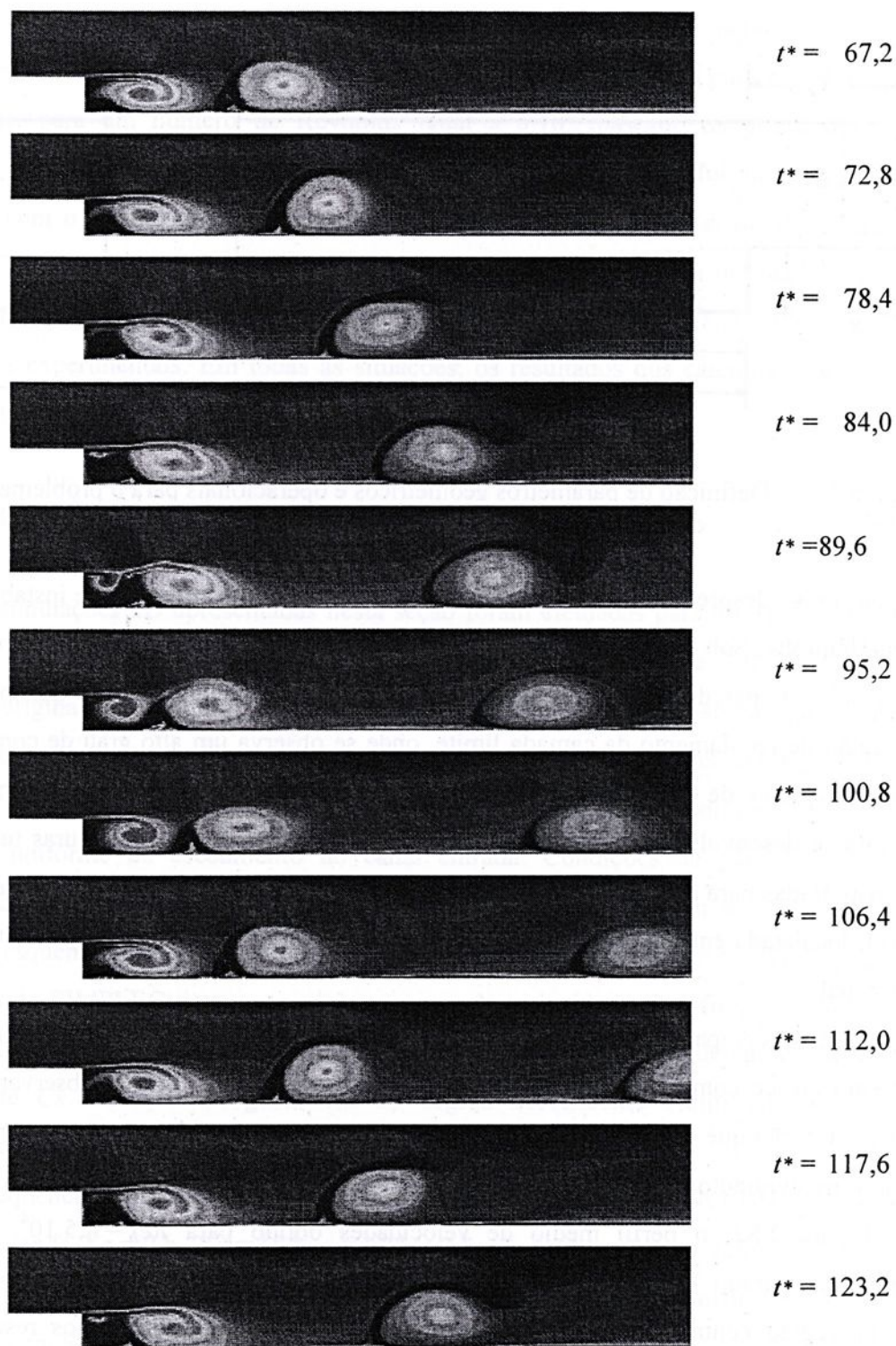


Figura 5.80 : Evolução temporal do campo de isovorticidade, $Re_h = 1,4 \times 10^4$

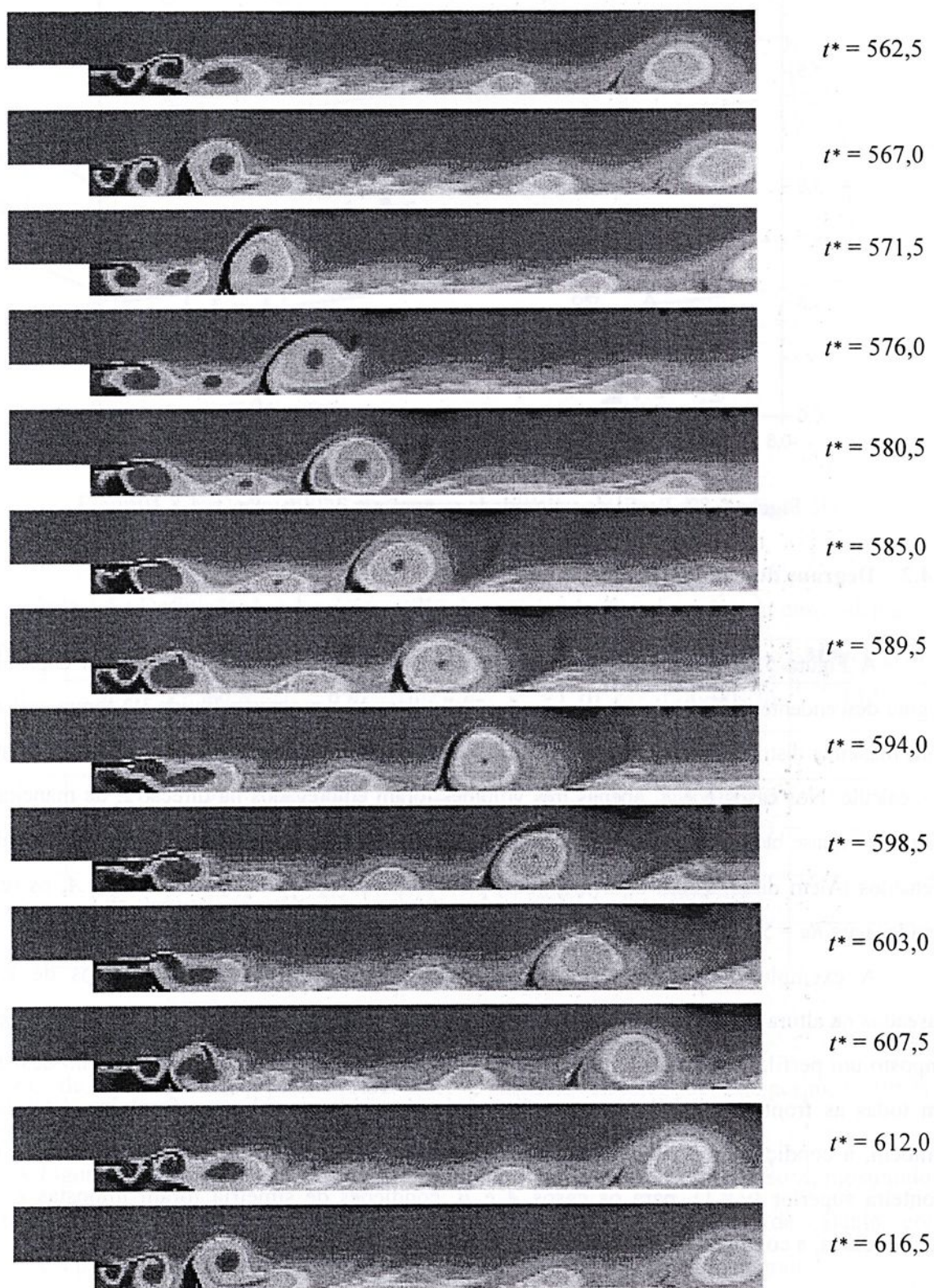


Figura 5.81 : Evolução temporal do campo de isovorticidade, $Re_h = 4,5 \times 10^4$

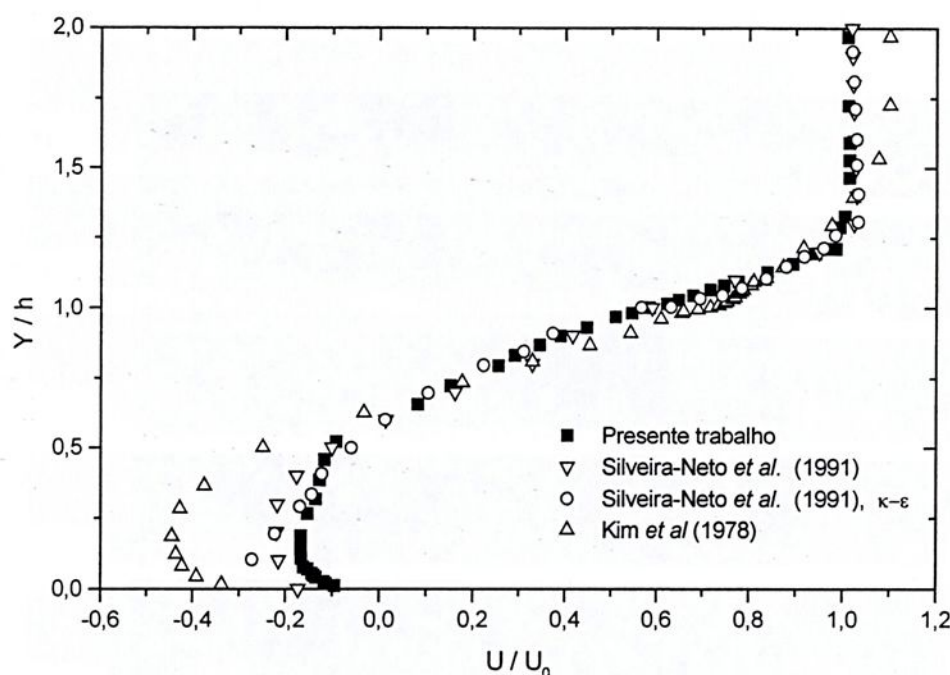


Figura 5.82: Perfil da velocidade u , para $x = 2,77 h$, $Re_h = 4,5 \cdot 10^4$.

5.4.2 Degraus descendentes 3D

A Figura 5.83 fornece os principais parâmetros geométricos que caracterizam o problema do degrau descendente tridimensional. As simulações utilizando o programa Fluids 3D foram realizadas de duas maneiras distintas, como mostra a Tabela 5.5, que apresenta detalhes sobre as condições utilizadas nos cálculos. Nos casos *E* e *F*, apenas três volumes foram empregados na direção z , de maneira a gerar resultados quase bidimensionais. Já nos casos *A*, *C* e *D*, cálculos verdadeiramente tridimensionais foram efetuados. Além disso, foram aqui incluídos, para efeito de comparação com o caso *A*, os resultados gerados para $Re = 5,1 \cdot 10^3$, empregando-se a versão 2D do programa Fluids – caso *B*.

A exemplo do caso anterior, os cálculos foram efetuados para números de Reynolds baseados na altura do degrau e na velocidade média do canal de entrada. Em todas as simulações, foi imposto um perfil de velocidade uniforme na entrada do canal, com condições de não deslizamento em todas as fronteiras inferiores e condições de simetria em ambas as fronteiras laterais. Aqui, também, a condição de Neuman foi imposta na saída do domínio de cálculo. Ao que se refere à fronteira superior ($y = 1$), para os casos *A* e *B*, condições de simetria foram impostas e, para os demais casos, a condição de não deslizamento foi atribuída.

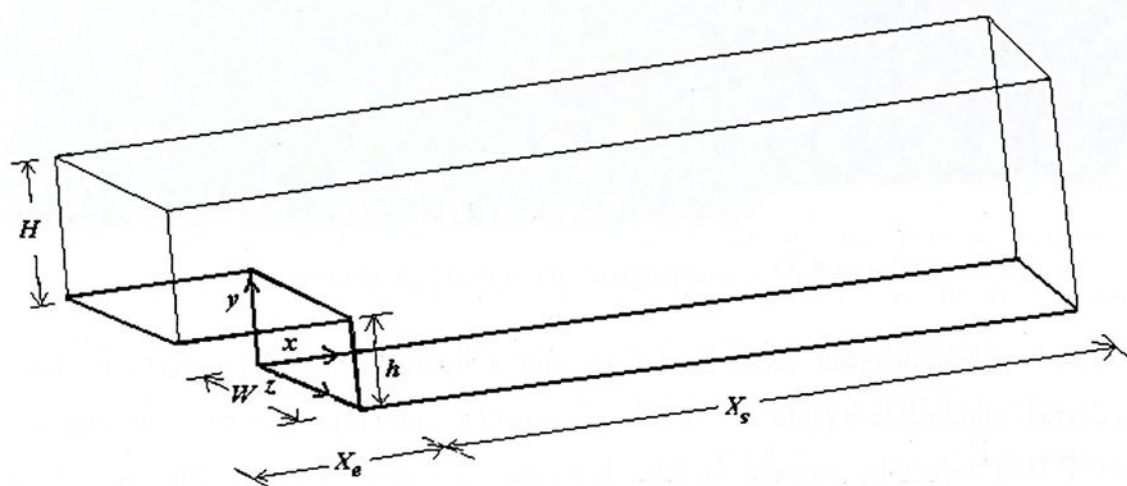


Figura 5.83 : Definição de parâmetros geométricos degrau descendente 3D

Tabela 5.5.: Definição dos domínios utilizados na simulação para o degrau descendente

Caso	X_e	X_s	H	W	Re	Malha	Modelagem
A	$10 h$	$20 h$	$6 h$	$4 h$	$5,1.10^3$	$124 \times 90 \times 30$	LES
B	$10 h$	$20 h$	$6 h$	—	$5,1.10^3$	124×90	LES
C	—	$30 h$	$2,5 h$	$2,5 h$	$3,8.10^4$	$160 \times 90 \times 30$	LES
D	—	$30 h$	$2,5 h$	$2,5 h$	$3,8.10^4$	$160 \times 90 \times 30$	S / modelagem
E	—	$30 h$	$2,5 h$	—	$3,8.10^4$	$160 \times 90 \times 3$	LES
F	—	$30 h$	$2,5 h$	—	$3,8.10^4$	$160 \times 90 \times 3$	S / modelagem

Para o tratamento dos termos advectivos, foi utilizado o esquema QUICK-C, com o método SIMPLEC de acoplamento pressão velocidade. O modelo clássico de Smagorinsky (1963) foi empregado, com o valor da constante de Smagorinsky (C_s) ajustado em 0,2.

A Figura 5.84 apresenta as isosuperfícies de vorticidade na direção z , caso A , mostrando um escoamento razoavelmente bem comportado na parte superior do domínio de cálculo, com a formação e a propagação instabilidades do tipo Kelvin-Helmoltz a jusante do degrau.

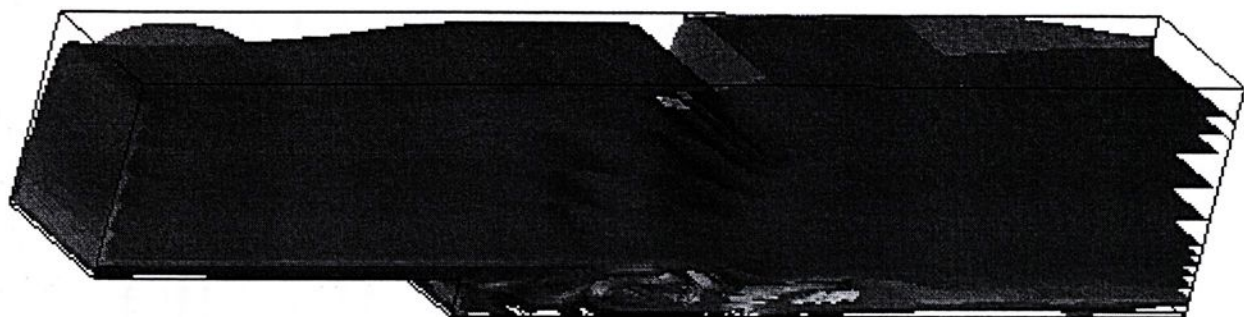


Figura 5.84 : Isosuperfícies da vorticidade (ω_z), caso *A*.

Para uma melhor visualização deste fenômeno, a Figura 5.85 amplia a região imediatamente após o degrau, eliminando a parte superior do escoamento, com cortes realizados em três diferentes alturas y . É fácil notar que, para este número de Reynolds, o escoamento nas imediações do degrau apresenta uma configuração praticamente bidimensional, onde rolos transversais de vórtices podem ser identificados. À medida que evoluem em direção à saída do domínio de cálculo, os efeitos tridimensionais começam a se fazer presentes, deformando os rolos de vórtices, como pode ser verificado nas Figuras 5.95(b) e (c).

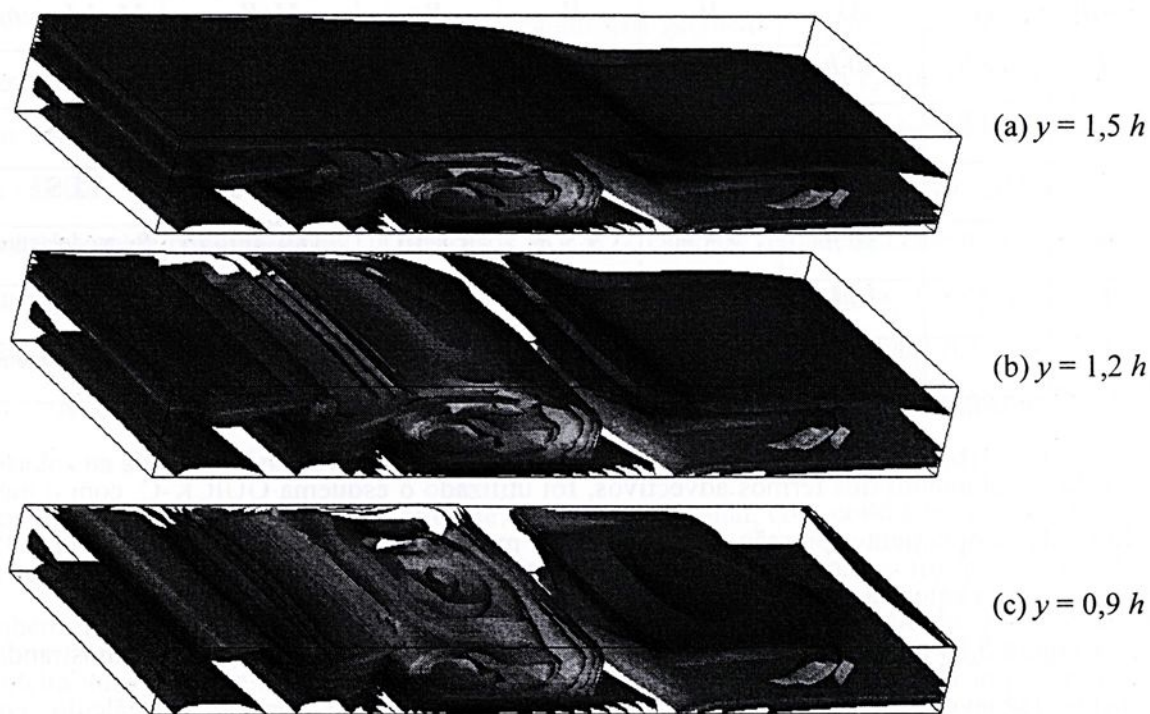


Figura 5.85 : Isosuperfícies da vorticidade (ω_z) na região a jusante do degrau, para o caso *A*, mostradas em diferentes cortes na altura y .

A seqüência temporal do campo de isovorticidade de um escoamento com $Re = 5,1 \cdot 10^3$ está apresentada na Figura 5.86. Como observado para os casos bidimensionais, as diferentes regiões que caracterizam este tipo de escoamento podem ser identificadas ao longo do domínio de cálculo. Logo após o degrau, a camada limite se desprende, gerando uma zona cisalhante, com a formação de instabilidades do tipo Kelvin-Helmoltz. Estas estruturas são transportadas pelo escoamento médio e se movimentam em direção à fronteira inferior, com a qual parecem se chocar. Em seguida, a camada limite se desenvolve novamente junto à parede inferior, mantendo uma interação permanente com as estruturas turbilhonares que são transportadas para a saída do canal.

Na Figura 5.87, os perfis médios de velocidade, obtidos para $Re = 5,1 \cdot 10^3$, nas estações $x = h$ e $x = 2h$, são comparados com os resultados de Askselvoll e Moin (1993). A concordância entre os resultados pode ser considerada muito boa, principalmente quando se considera que as simulações contidas naquele trabalho foram realizadas impondo-se uma taxa de turbulência residual ao escoamento. Deve-se observar, ainda, que os resultados da presente simulação, obtidos com e sem modelagem de turbulência são praticamente coincidentes. Esta constatação faz sentido, uma vez que o escoamento ainda não se dá em regime turbulento.

Aumentando-se o número de Reynolds para $3,8 \cdot 10^4$, estruturas turbilhonares de menores escalas surgem e se propagam pelo campo de escoamento, gerando um escoamento bem mais complexo, como pode ser observado, em dois diferentes ângulos, na Figura 5.88.

A evolução temporal do campo de isovorticidade correspondente a este mesmo escoamento é apresentada na Figura 5.89, revelando toda a complexidade das interações entre as múltiplas estruturas turbilhonares inerentes a um escoamento deste tipo.

Na Figura 5.90, os perfis médios de velocidade, obtidos para os casos C , D , E e F , nas estações $x = 4h$, $x = 6h$ e $x = 8h$, são apresentados e confrontados com os resultados numéricos de Silveira Neto *et al.* (1993) e os dados experimentais de Eaton e Johnston (1980). Em primeiro lugar, deve-se ressaltar a razoável concordância entre todos estes resultados. Em segundo lugar, é interessante observar que, contrariamente ao que havia sido observado no caso anterior, para $Re = 5,1 \cdot 10^3$, já existe uma diferença perceptível entre os resultados com e sem modelagem da turbulência.

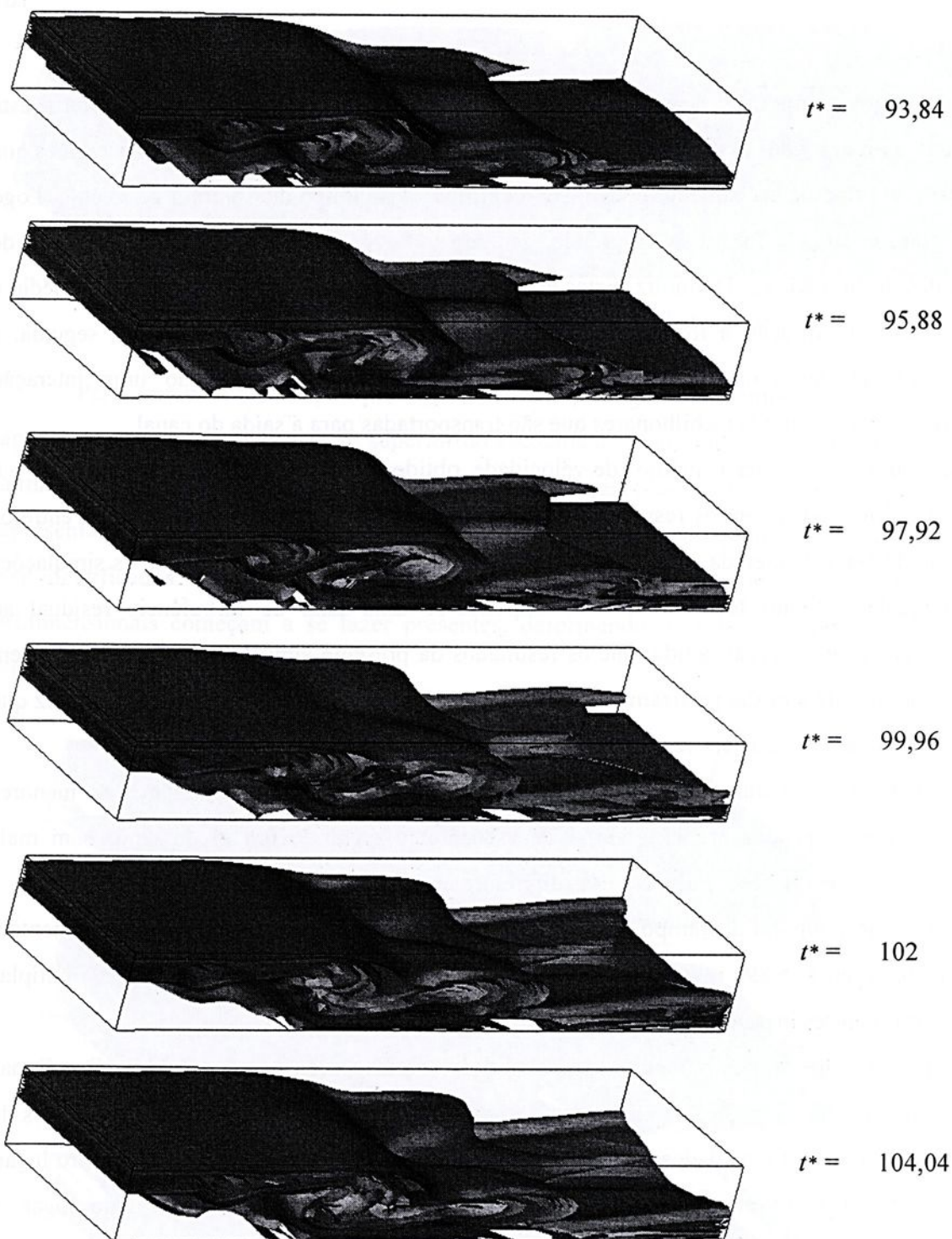


Figura 5.86 : Evolução temporal das isosuperfícies (ω_z), a jusante do degrau, caso A

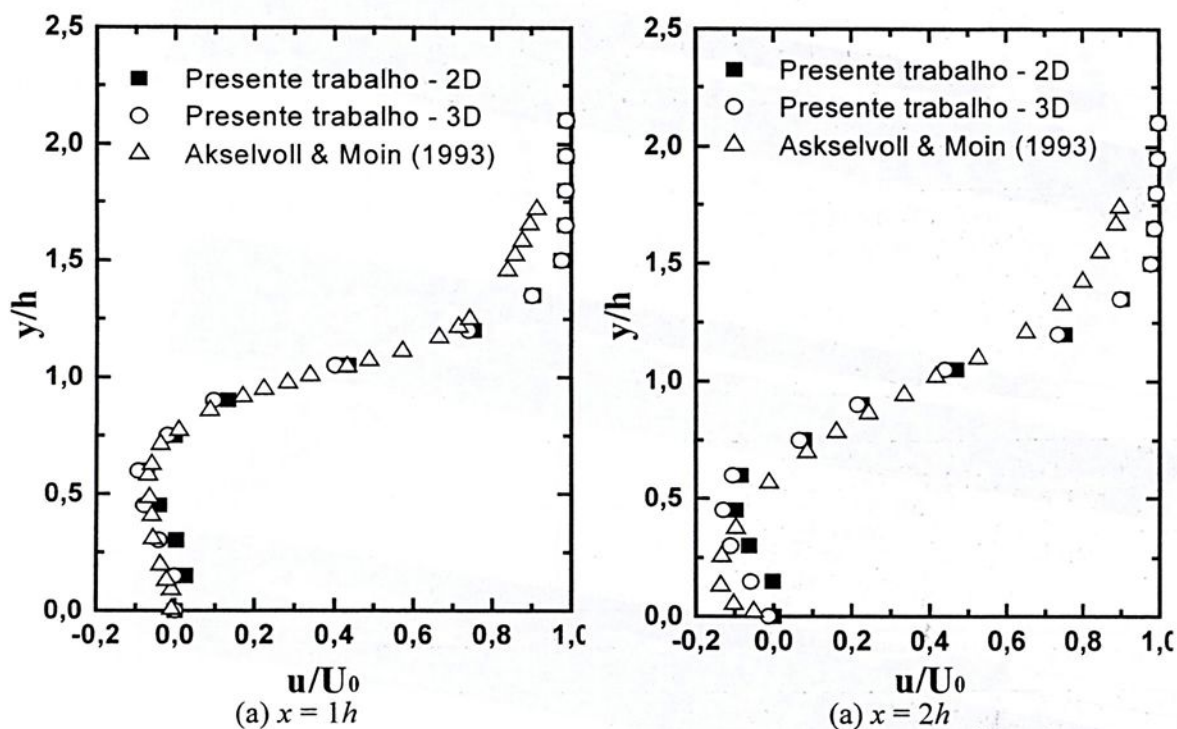


Figura 5.87: Perfil médio de velocidades (u), para $Re = 5,1.10^3$

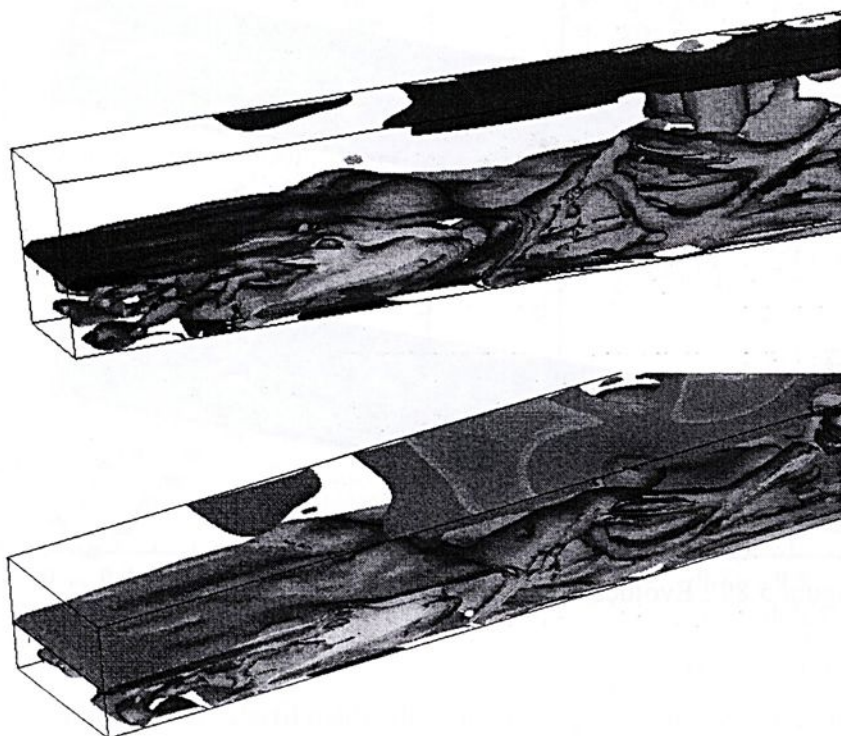


Figura 5.88 : Isosuperfícies da vorticidade (ω_z), caso C, a jusante do degrau, em diferentes ângulos

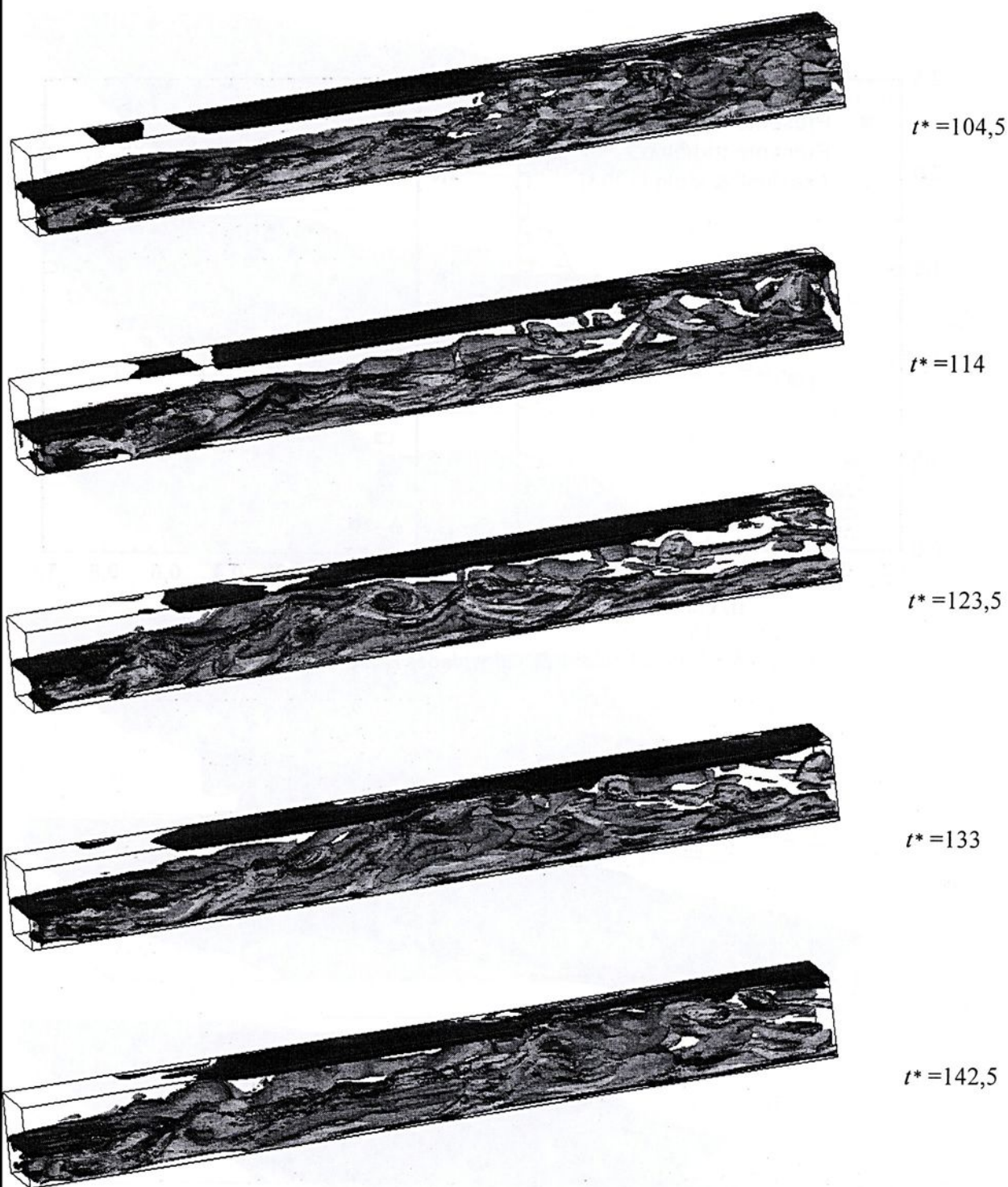
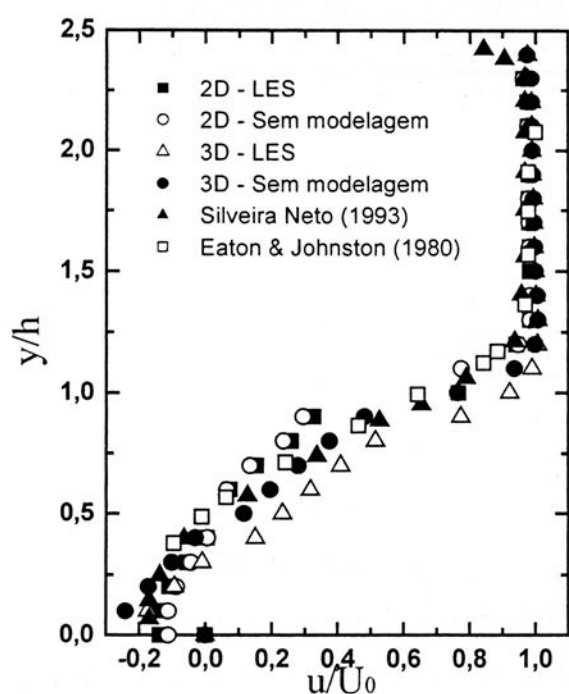
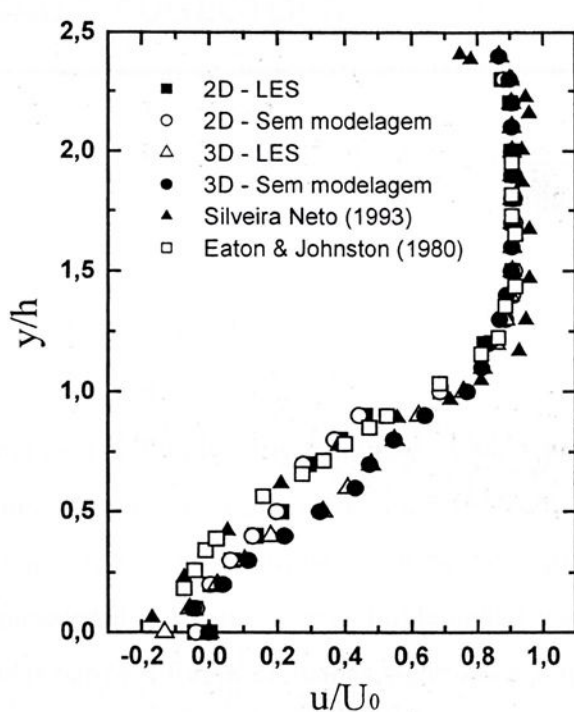
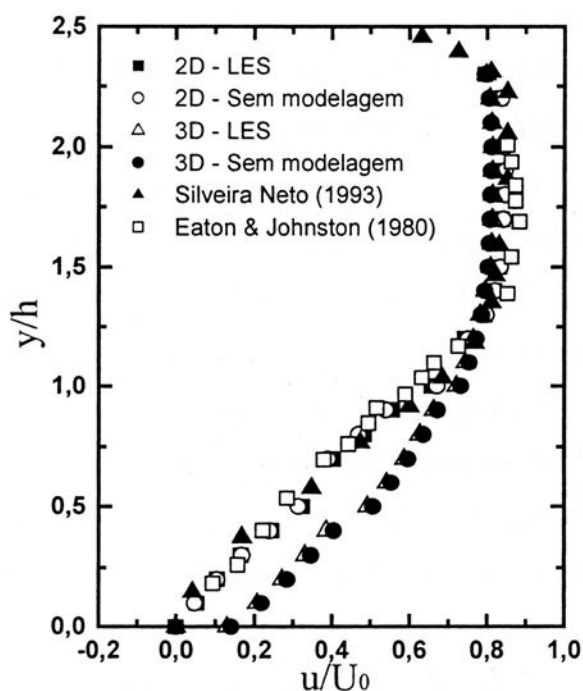
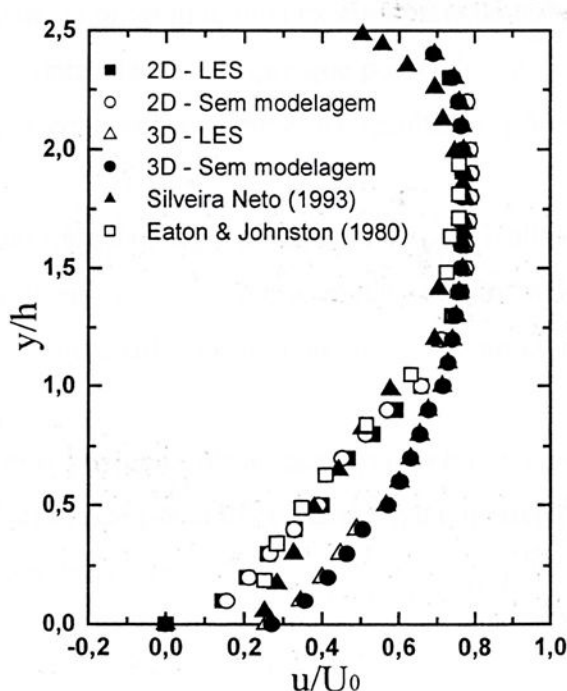


Figura 5.89 : Evolução temporal das isosuperfícies (ω_z), caso C

(a) $x = 4h$ (b) $x = 6h$ (c) $x = 8h$ (c) $x = 10h$ Figura 5.90 : Perfil médio de velocidades (u), para $Re = 3,8 \cdot 10^4$

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO E SUGESTÕES

No presente trabalho, o programa computacional Fluids, originalmente voltado para a simulação de escoamentos incompressíveis bidimensionais, foi tridimensionalizado. Com isto, escoamentos verdadeiramente turbulentos podem, agora, ser simulados, uma vez que, a turbulência é, por natureza, um fenômeno tridimensional. Algumas outras implementações nas rotinas onde as condições de contorno são definidas também foram efetuadas, de modo a ampliar a gama de escoamentos possíveis de serem tratados com esta ferramenta.

Com o objetivo de assegurar a confiabilidade do programa, uma extensa parte do trabalho foi dedicada à validação de resultados numéricos, confrontados, sempre que possível, com dados da literatura. Em todas as situações avaliadas, a concordância entre os resultados pôde ser considerada satisfatória.

Embora não fosse esta a ênfase principal do trabalho, algumas das simulações realizadas, permitiram, também, uma avaliação física do problema tratado numericamente, confirmando as potencialidades do programa como um instrumento de análise de escoamentos incompressíveis tridimensionais turbulentos e em transição.

A experiência adquirida durante o desenvolvimento desta pesquisa permite apontar limitações no programa e formular algumas sugestões que poderão contribuir para aperfeiçoar a ferramenta aqui desenvolvida. Dentre elas, merecem destaque:

- Implementação da equação da energia.

Trata-se de uma equação de transporte para um escalar, cuja inclusão no código computacional não deverá trazer grandes problemas. Por outro lado, aumentará, em muito, as potencialidades do programa, que estará habilitado a resolver escoamentos com transferência de calor, muito comuns nas aplicações de engenharia.



- Imposição de velocidades variáveis no tempo, na entrada do domínio.

Apesar do programa já permitir a imposição de perfis de velocidade não uniformes na entrada do domínio de cálculo, ainda não é possível a imposição de velocidades variáveis com o tempo. A implementação de rotinas para cumprir esta finalidade, abriria ao usuário um enorme leque de opções para a simulação mais realista de problemas de engenharia. Além disso, este poderia ser o primeiro para a implementação de modificações que permitam simular escoamentos com turbulência residual imposta.

- Implementação da modelagem dinâmica sub-malha da turbulência

Em sua atual versão, somente a modelagem sub-malha de Smagorinsky (1963) encontra-se disponível no programa. Apesar de oferecer resultados satisfatórios para uma grande variedade de escoamentos, esta modelagem apresenta o inconveniente de não ajustar corretamente o coeficiente da viscosidade turbulenta nas proximidades das paredes, onde os fortes gradientes levam à superestimativa desta variável, que deveria se anular junto a uma parede sólida. Para suprir esta deficiência, a implementação da modelagem sub-malha dinâmica, proposta por Germano *et al.* (1991), seria extremamente desejável.

- Implementação do método de fronteira imersa

O programa Fluids 3D, por utilizar uma malha cartesiana, está limitado a simular escoamento em geometrias razoavelmente simples e sem movimento de fronteira. A implementação do método de fronteira imersa, Peskin (1977), daria grande versatilidade ao programa, permitindo a simulação de escoamentos em variadas geometrias, com paredes fixas ou móveis, e sem a necessidade de remalhagem.

- Estudos de escoamento externo e escoamentos com velocidades oblíquas nas condições de contorno.

A presente versão do programa Fluids 3D já possibilita a simulação de escoamentos externos e de escoamentos com velocidades oblíquas na entrada do domínio de cálculo. Entretanto, nenhuma simulação neste sentido foi, até o momento, efetuada, a fim de testar o desempenho do código no tratamento destes dois tipos de problema.



- Introdução de subrotinas para o cálculo dos coeficientes de arrasto e sustentação.

Ainda que permita a simulação de escoamentos externos ao redor de corpos cilíndricos, ainda não foram criadas ferramentas para o cálculo dos coeficientes de arrasto e de sustentação. O desenvolvimento de rotinas para este fim seria, portanto, de grande utilidade prática.

Por último, é importante assinalar que, apesar de constituir uma excelente ferramenta para simulação de escoamentos, cálculos tridimensionais de escoamentos turbulentos são extremamente exigentes em termos de espaço de memória e tempo de CPU, superando, facilmente, a capacidade dos atuais microcomputadores. Sob este aspecto, o presente programa pode ser consideravelmente melhorado com a utilização de um solver de maior performance para a solução do sistema de equações – MSI, por exemplo – Além disso uma alternativa que, hoje, se torna técnica e economicamente bastante viável é a montagem de *clusters* de PCs, conferindo aos microcomputadores uma grande capacidade de cálculo. Assim, num passo futuro, seria muito interessante a implementação de uma versão paralelizada do programa Fluids, para aproveitar estas novas facilidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, O., Simulação numérica de grandes escalas do escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular, *dissertação de mestrado*, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, 2001.
- Aparecido, J. B., Cotta, R. M., “Thermally developing laminar flow inside rectangular ducts”, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol.33, p.341-347,1990.
- Armaly, B.F., Durst, F., Pereira, J.C., Schönung, B., “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow”, *J.Fluid Mech*, vol.127, p. 423-496,1983.
- Arruda, J. M., “Modelagem Matemática de Escoamentos Internos Forçados Utilizando o Método da Fronteira Imersa e o Modelo Físico Virtual”, *tese de doutorado*, Universidade Federal de Uberlândia – UFU, 2004.
- Askselvoll, K., Moin, P., “Application of the dynamic locatization model to large-eddy simulation of turbulent flow over a backward facing step“, *Engineering Applications of Large Eddy Simulations*, FED - vol.162, p.1-6,1993.
- Atkison, B., Brocklebank, M. P., Card, C. C. H., Smith, J. M., “ Low Reynolds number developing flows”, *A. I. Ch.E. Journal*, vol.15, p.548-553, 1969.
- Babu, V., Korpela, S.A., “ Numerical solution of the incompressible, three-dimensional Navier-Stokes equations”, *Computers Fluids*, vol.23, p.675-691, 1987.
- Barbier, R. W., Emerson, D. R., “A numerical investigation of low Reynolds number gaseous slip flow at the entrance of circular and parallel plate micro-channels”, *ECCOMAS Computational Fluid Dynaminics Conference*, 2001.
- Barkley, D., Gomes, M. G. M., Henderson, R., “ Three-dimensional instability in flow over a backward-facing step”, *J. Fluid Mech.*, vol.473, p.167-190, 2002.



- Boçon, F. T., "Modelagem matemática do escoamento e da dispersão de poluentes na microescala atmosférica", *tese de doutorado*, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1998.
- Boussinesq, J., Théorie de l'Écoulement Tourbillant, *Mem. Présentés par Divers Savants Acad. Sci. Inst. Fr.*, vol. 23, p.46-50, 1877.
- Burggarf. O., "Analytical and numerical studies of the structures of steady separated flows", *J. of Fluid Mechanics*, vol.24, p.113-151, 1966.
- Campos-Silva, J. B., "Técnica de transformada integral generalizada no desenvolvimento simultâneo dos perfis de velocidade e temperatura em escoamento laminar em dutos de geometrias simples, *tese de mestrado*, ITA, 1990.
- Campos-Silva, J. B., Cotta, R. M., Aparecido, J. B., "Analytical solution to simultaneously developing laminar flow inside parallel-plates channel", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol.35, p.887-895, 1992.
- Campregher, R., "Simulação Numérica de Escoamentos Transicionais e Turbulentos ao Redor de Geometrias Cartesianas", *dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira, 2002.
- Carvalho, T. M. B., Cotta, R. M., Mikhailov, M. D., "Flow development in entrance region of ducts", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol.9, p.503-509, 1993
- Chen, R. Y., "Flow in the entrance region at low Reynolds numbers", *Trans. ASME. J. Fluids Engineering*, vol.95, p.153-158, 1973.
- Clark, R. A., Ferziger, J. H., Reynolds, W. C., "Evaluation of subgrid-scale models using and accurately simulated turbulent flow", *J. Fluid Mech.*, vol. 91, pp. 1-6, 1979.
- Colonius, T., Basu, A. J., Rowley, C.W., "Numerical investigation of the flow past a cavity", in: *Proc. 5th AIAA/CEAS Aeroacustics Conference*, Greater Seattle, Washington, 1999a.
- Colonius, T., Basu, A. J., Rowley, C.W., "Computation of sound generation and flow/acoustic instabilities in the flow past an open cavity", in: *Proc. 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, San Francisco, California, 1999b.



- Cotta, R. M, Pimentel, L. C. G., "Developing turbulent duct flow-hybrid solution via integral transform and algebraic models", *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol.8, p.10-26, 1998.
- Davis, G.V., "Natural convection of air in a square cavity: a bench-mark numerical solution" *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol.3, p.249-264, 1983.
- Deardorff, J. W., "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number", *J. Fluids Mech.*, vol. 41, p.453-480, 1970.
- Diurno, G.V., Balaras E., Piomelli U., "Wall-layer models for LES of separated flows, Modern simulation strategies for turbulent flows", Cap.8, Geurts, B. (ed.) , pp.157-174, EDITORA, Edwards, 2001.
- Eaton, J.K., Johnston, J. P., "Turbulent flow re-attachment : an experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step", Stanford University, Rep. MD-39, 1980.
- Esteve, M. J, P., Reulet, P., Millan, P., " Flow field characterisation within a rectangular cavity", *10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisboa, Portugal, 2000.
- Fessler, J. R., Eaton, J., " Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow", *J. Fluids Mech.*, vol. 394, p.97-117, 1999.
- Figueira da Silva, E., Perez Guereiro, J.S., Cotta, R. M., " Integral transform solution of boundary layer equations in stream function-only formulation", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol.34, p.51-61, 1999.
- Fortuna, A.O., Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos, edusp, 2000
- Franco, A.T., Ramos, R.A.V., Ganzarolli, M.M., "Simple, Sola y Vorticidad-Función de Corriente: un test comparativo", *Infomación Tecnológica*, vol.11, p.53-60, 2000.
- Friedrich, R., Arnal, M., "Analysing turbulent backward facing step flow with the low passfiltered Navier Stokes equations", *J. Wind Engng Ind. Aerodyn*, vol.35, p.101-128, 1990.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model", *Phys. Fluids A*, vol. 3, p. 1760-1765, 1991.



- Ghia, V., Ghia. K. N., Shur, C. T., "High-re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method". *J. of Computational Physics*, vol.48, p.387-411, 1982.
- Ghosal, S., Lund, T.S., Moin, P., "A Local Dynamic Model for Large Eddy Simulation", Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University, Stanford.,1992
- Gloerfelt, X., Bailly, C., Juvé, D., "Simulation des grandes échelles du champ acoustique produit par un écoulement affleurant une cavité", *6ème Congrès Français d'Acoustique*, Lille, p.133-136, 2002.
- Gloerfelt, X., Bailly, C., Juvé, D., "Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods". *Journal of Sound and Vibration*, vol.266, p. 119-146, 2003a.
- Gloerfelt, X., Bogey, C., Bailly, C., "Numerical of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity", *International Journal of aeroacoustics*, vol.2, p.99-124, 2003b
- Guj, G., Stella, F., "A vorticity-velocity method for the numerical solution of 3D incompressible flows" *J. of Computational Physics*, vol.106, p.286-298, 1993.
- Hamed, A., Basu, D., Das, K., "Detached eddy simulations of supersonic flow over caviy", *AIAA Journal*, 2003
- Harlow, F.H., Welch, J.E., Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, vol.8, p.2182-2189, 1965.
- Hayase, T., Humphrey, J.A.C., Greif, R., A consistently formulated QUICK scheme for fast and stable convergence using finite-volume iterative calculation procedures, *Journal of Computational Physics*, vol. 98, p. 108-118, 1992.
- Henderson, J., Badcock, K. J., Richards, B. E., "Understanding subsonic and transonic cavity flows", *The Aeronautical Journal*, n.2601, p.77-84, 2001.



- Jordan, S. A., Ragab, S. A., "On the unsteady and turbulent characteristics of the three-dimensional shear-driven cavity flow", *Journal of Fluids Engineering*, vol. 116, p. 439-449, 1994.
- Kaiktsis, L., Karniadakis, G., Orszag, S.A., "Onset of three-dimensionality, equilibria, and early transition in flow over a backward-facing step", *J. Fluid Mech*, vol.231, p.501-528, 1991.
- Kim, D., Choi, H., " A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids", *Journal of Computational Physics*, vol.162, p.411-428, 2000.
- Kim, J., Kline, J., Johnston, J.P., "*Investigation of Separation and Reattachment of a Turbulent Shear Layer: Flow Over a Backward-Facing Step*", Report MD-37, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, 1978
- Koseff, J. R., Street, R. L., " Visualization studies of a shear driven three-dimensional recirculating flow", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 21-29, 1984a.
- Koseff, J. R., Street, R. L., " On end wall effects in a li-driven cavity flow", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 385-389, 1984b
- Koseff, J. R., Street, R. L., " The lid-driven cavity : A syntesis of qualitative e quantitative observations", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 390-398, 1984c.
- Ku, H. C., Hirsh, R. S., Taylor, T. D., "A pseudospectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations". *J. of Computational Physics*, vol.70, p.439-462, 1987.
- Le, H., Moin, P., Kim, J., " Direct numerical simulation of turbulent flow over bacward-facing step", *J. Fluid Mech.*, vol. 330, p.349-374, 1997.
- Lesieur, M., "La turbulence", Press Universitaires de Grenoble, France, 1994.
- Leonard, B.P., A stable and accurate convective modeling proceed based on quadratic upstream interpolation, *Comp. Meth. Applied Mech. Eng.* , vol. 19, p.59-97, 1979.



- Lilly, D. K., "The representation of small-scale turbulence in numerical experiments", *Proc. IBM Sci. Comput. Symp. Environ. Sci., IBM Data Process. Div., White Plains*, p. 195-210, 1967.
- Ludovic, B., Orkwis, P., Turner, M., " Modeling unsteady cavity flows with translating walls", *32nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, St. Louis, Missouri, 2002.
- Maliska, C.R., *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*, Rio de Janeiro, LTC Editora, 1995.
- Moffatt, H. K., " Viscous and resistive eddies near a sharp corner", *J. Fluids Mech.*, vol.18, 1964.
- Nallasamy, M., Krishna Prasad, K. " On cavity flow at high Reynolds numbers" *J. Fluid Mech.*, vol. 79, p. 391-414, 1977
- Nguyen, T.V., " Low Reynolds number simultaneously developing flows in the entrance region of parallel plates", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol.45, p.1219-1225, 1991.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Ed. Hemisphere, 1980.
- Peng, Y.F., Shiau, Y.H., Hwang, R. R., " Transition in a 2-D lid-driven cavity flow", *Computers & Fluids*, vol.32, p.337-352, 2003.
- Perez Guereiro, J. S., Cotta, R. M., "Integral transform solution of developing laminar duct flow in Navier-Stokes formulation", *International Journal for Numerical in Fluids*, vol.20, p. 1203-1213, 1995.
- Peskin, C.S. "Flow Patterns Around Heart Valves: A Numerical Method", *Journal of Computational Physics*, vol 10, p. 252-271, 1972.
- Prasad, A. K., Koseff, J. R., " Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow", *Phys. Fluids A.*, vol.1, p. 208-218, 1989.
- Reulet, P., Esteve, M. J., Millan, P., Riethmuller, M. L., " Caractérisation dynamique d'un écoulement de cavité transitionnelle", in : *8e Congrès Francophone de Velocimétrie Laser*, Mardi, 2002.
- Reynolds, O., "On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 186, p.122-164, 1894.



- Samimy, M., Debiiasi, M., Caraballo, E., Özbay, H., Efe, M. Ö., Yuan, X., DeBonis, J., Myatt, J. H., "Development of closed-loop control for cavity flows", *33rd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Orlando, Florida, 2003.
- Scarano F., M.L. Riethmuller; Temporal analysis of coherent structures in a turbulent BFS flow with PIV., in: *Proc. 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lissabon, 2000, p.14.3.1-14.3.9. CD-ROM.
- Shaanan, S., Ferziger, J. H. e Reynolds, W. C., "Numerical simulation of turbulence in presence of shear", Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering, Stanford University, 1975.
- Shankar, P. N., Deshpande, M. D., "Fluid Mechanics in the driven cavity". *Annu. Rev. Fluid Mech*, vol.32, p.93-136, 2000.
- Shen, C., Floryan, J. M., "Low Reynolds number flow over cavities", *Phys. Fluids*, vol 28, pp 3191 – 3202, 1985
- Sheu, T. W. H., Tsai, S. F., "Flow topology in a steady three-dimensional lid-driven cavity, *Computers & Fluids*, vol.31, p.911-934, 2002.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Lesieur, M., "Simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement turbulent stratifié derrière une marche", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.34, p.1999-2011, 1991.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Métais, O., Lesieur, M., "A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step", *J. Fluid Mechanics*, vol.256, p.1-25, 1993.
- Silveira Neto, A., "Turbulência nos fluidos aplicada", Apostila do curso de turbulência, Universidade Federal de Uberlândia, UFU, 2003.
- Silvestrini, J.H., "Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos", *Turbulência*, Coleção Cadernos de Turbulência, vol.2, Silveira-Neto, A., Mansur, S.S. (eds.), 465p., Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM, 2003.
- Sinha, S. N, Gupta, A. K., Oberai, M. M., "Laminar separating flow over backsteps and cavities Part II: Cavities", *AIAA Journal*, vol 20, pp.370 – 375, 1982.



- Smagorinsky, J., General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment, *Mon. Weather Rev.*, vol. 91, p.99-164, 1963.
- Sparrow, E. M., "Flow development in the hidrodynamic entrance region of tubes e dusts, *The Physics of Fluids* , vol.7, p.339-347, 1964.
- Targ, S.S., Fundamental problems of laminar flow theory, Goestekhizdat, Moscow, 1951.
- Troutt, T.R., Scheelke, B., Norman, T.R., "Organized structures in a reattaching separated flow field", *J. Fluid Mech.*, vol. 143, p.413-427, 1984.
- Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D. , Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, pp. 147-163, 1984.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W., An introduction to computational fluid dynamics, Harlow, Longman Scientific & Technical, 1995.
- Yanase, S., Kawahara, G.," Evolutionof three-dimensionality in a backward-facing step flow at moderate Reynolds numbers", *Computational Fluids Dynamics Journal*, vol.11, p.208-212, 2002.
- Zdanski, P. S. B., Ortega, M. A., Fico Jr, N.G.C.R., " Numerical simulation of laminar flow over shallow cavities", *In: ENCIT* , Porto Alegre, 2000.
- Zdanski, P. S. B., Ortega, M. A., Fico Jr, N.G.C.R., " Numerical simulations of turbulent flows over shallow cavities", *in: Proc. 2nd International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- Zdanski, P. S. B., Ortega, M. A., Fico Jr, N.G.C.R., " Numerical study of the flow over shallow cavities", *Computers & Fluids*, vol 32, pp. 953 – 974, 2003.



APÊNDICE A – PROCESSO DE FILTRAGEM

O processo de separação de escalas para a modelagem de um escoamento turbulento supõe o uso de uma operação de filtragem, que permite decompor sinal genérico $f(\vec{x}, t)$, qualquer, em uma parte filtrada, $\bar{f}(\vec{x}, t)$, e uma parte flutuante, $f'(\vec{x}, t)$, como se segue:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t) \quad (\text{A.1})$$

Do ponto de vista físico, a parte filtrada do sinal representa as menores frequências presentes no escoamento, que correspondem às maiores estruturas turbilhonares. As maiores frequências, por sua vez, correspondem às menores estruturas e são representadas, fisicamente, pelas flutuações (escalas sub-malhas) em relação a parte filtrada. Deve-se esclarecer que, neste processo, as grandes escalas são aquelas cujas dimensões são maiores que o tamanho característico do filtro, enquanto que as pequenas escalas correspondem àquelas menores que o tamanho característico do filtro.

Na Figura A.1 apresenta a divisão do espectro de energia em relação frequência característica das estruturas turbilhonares presentes em um escoamento turbulento (escalas), determinados pelo processo de filtragem.

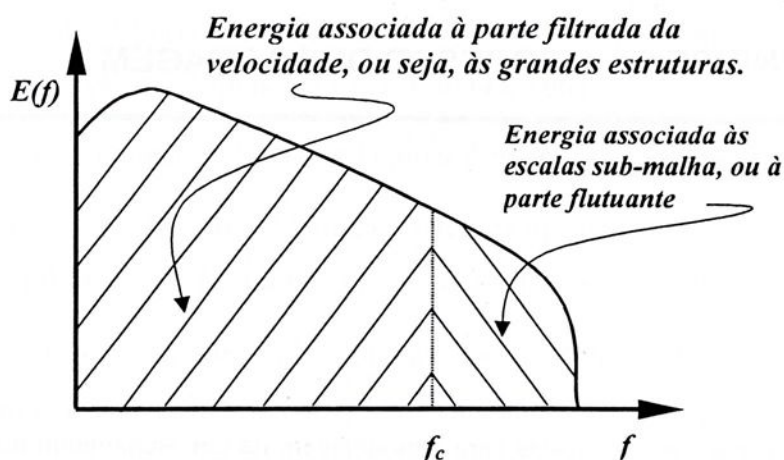


Figura A.1. Espectro e distribuição de energia (Silveira Neto, 2003).

Constata-se portanto, que as maiores escalas são portadoras de maiores quantidade de energia. Por outro lado, quanto maior a frequência, menores as dimensões das estruturas turbilhonares e menor a quantidade de energia transportada por elas.

A.1 Conceito de filtros

O processo de filtragem passa, necessariamente, pelo conceito de filtro, que exerce importante influência na caracterização da frequência de corte do espectro, ou seja, na classificação das pequenas e das grandes escalas.

Qualquer distribuição de uma função no tempo ou no espaço pode ser submetida a um processo de filtragem, seja por meio de um filtro temporal, seja por meio de um filtro espacial. No contexto da dedução das Equações de Reynolds Filtradas, utilizam-se somente filtros espaciais, uma vez que a solução das equações filtradas avança no tempo de forma parabólica. Em vista disso, a presente exposição limitar-se-á a comentar somente os filtros espaciais.

O processo de filtragem pode ser definido como sendo a integral de convolução envolvendo a função a ser filtrada e uma função filtro apropriada:

$$\bar{f}(\bar{x}, t) = \int_V G(\bar{x} - \bar{x}') f(\bar{x}', t) d\bar{x}' \quad (\text{A.2})$$

A função G pode ser definida, por exemplo, através da função filtro caixa (*top hat filter*), esquematizada na Figura A.2.

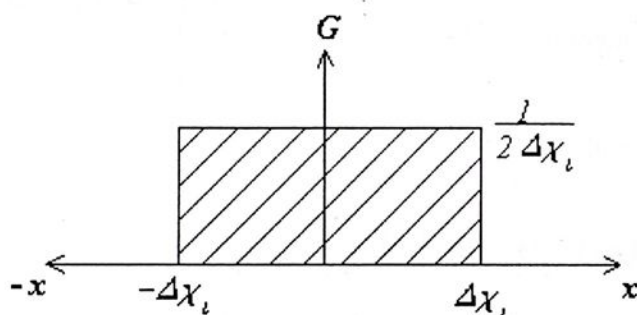


Figura A.2 : Função filtro por volume

Esta função filtro é definida como:

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x_i} & \text{se } \bar{x}_i - \bar{x}'_i \leq \Delta x_i \\ 0 & \text{se } \bar{x}_i - \bar{x}'_i > \Delta x_i \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

O filtro tem um comprimento característico Δx_i , o qual determina a frequência de corte f_c , que delimita quais frequências permanecem no sinal filtrado e quais são eliminadas, ou seja, no processo de simulação de grandes escalas, quais frequências serão calculadas e quais serão modeladas.

Quando o comprimento do filtro assume o tamanho do volume de controle, a aplicação deste filtro sobre uma função resulta em uma função filtrada, que assume um valor médio no interior do volume de integração, da seguinte forma:

$$\bar{f}(\bar{x}, t) = \frac{1}{V} \int_V f(\bar{x}, t) dV \quad (\text{A.4})$$

A.2 Propriedades associadas ao conceito de separação de escalas.

Com base na equação de decomposição, pode associar ao processo de separação de escalas as seguintes propriedades fundamentais:

- Uma flutuação filtrada não é nula

$$\begin{cases} f(\bar{x}, t) = \bar{f}(\bar{x}) + f'(\bar{x}, t) \Rightarrow f'(\bar{x}, t) = f(\bar{x}, t) - \bar{f}(\bar{x}) \Rightarrow \\ \bar{f}'(\bar{x}) = \bar{f}(\bar{x}) - \bar{\bar{f}}(\bar{x}) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Esta propriedade se deve ao fato que uma variável filtrada pela segunda vez não é, forçosamente, igual à mesma variável filtrada pela primeira vez, como ilustra a Figura A.3.

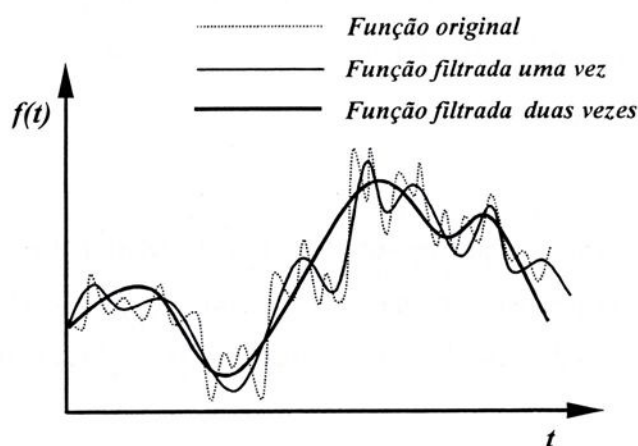


Figura A.3. Ilustração dos processos de filtragem de uma função qualquer (Silveira Neto, 2003)

- O produto filtrado de uma variável filtrada por sua flutuação é diferente de zero

$$\overline{\bar{f} f'} \neq \bar{\bar{f}} \bar{\bar{f}'} \neq 0 \quad (\text{A.6})$$

- O produto de duas variáveis filtradas, filtrado novamente, é diferente do produto das duas variáveis filtradas separadamente:

$$\overline{\bar{f} f'} \neq \bar{f} \bar{f'} \neq 0 \quad (\text{A.7})$$

APÊNDICE B – FLUXOGRAMAS

Neste apêndice são apresentados os fluxogramas das principais subrotinas encontradas no *solver* numérico, acompanhados de uma breve descrição.

O primeiro dos fluxogramas corresponde ao bloco principal do programa – *Main* – que se encontra representado na Figura B.1. Esta rotina é responsável, inicialmente, pelo gerenciamento das funções de leitura das condições iniciais do problema físico e do domínio computacional, bem como das configurações do *solver*. Em seguida, ela procede a chamada às subrotinas que resolvem as equações de Navier-Stokes, até que o tempo total de simulação seja atingido.

O fluxograma correspondente à subrotina *solve_ns*, que gerencia a solução das equações da quantidade de movimento e de conservação da massa, é representado na Figura B.2. Esta subrotina aciona a solução das equações da quantidade de movimento em u (*componente_u*), cujo fluxograma é ilustrado na Figura B.3, e da quantidade de movimento em v (*componente_v*) e w (*componente_w*), que, pela semelhança com a solução para a variável u , não estão sendo apresentado.

Na execução seguinte, o algoritmo invoca a solução da conservação da massa (*pressure*), conferindo, dentro do termo fonte, o resíduo da massa (divergente do campo de velocidades) em cada célula e o resíduo total em todo o domínio. O valor do resíduo total é o parâmetro adotado pelo programa para verificação do critério de convergência dentro de cada passo de tempo, sendo representado pelo fluxograma na Figura B.4.

Por fim, a estrutura do programa é apresentada, de maneira geral, na Figura B.5, resumindo as principais tarefas executadas por cada uma de suas rotinas, enquanto que a Tabela B.1 apresenta suas atribuições principais.

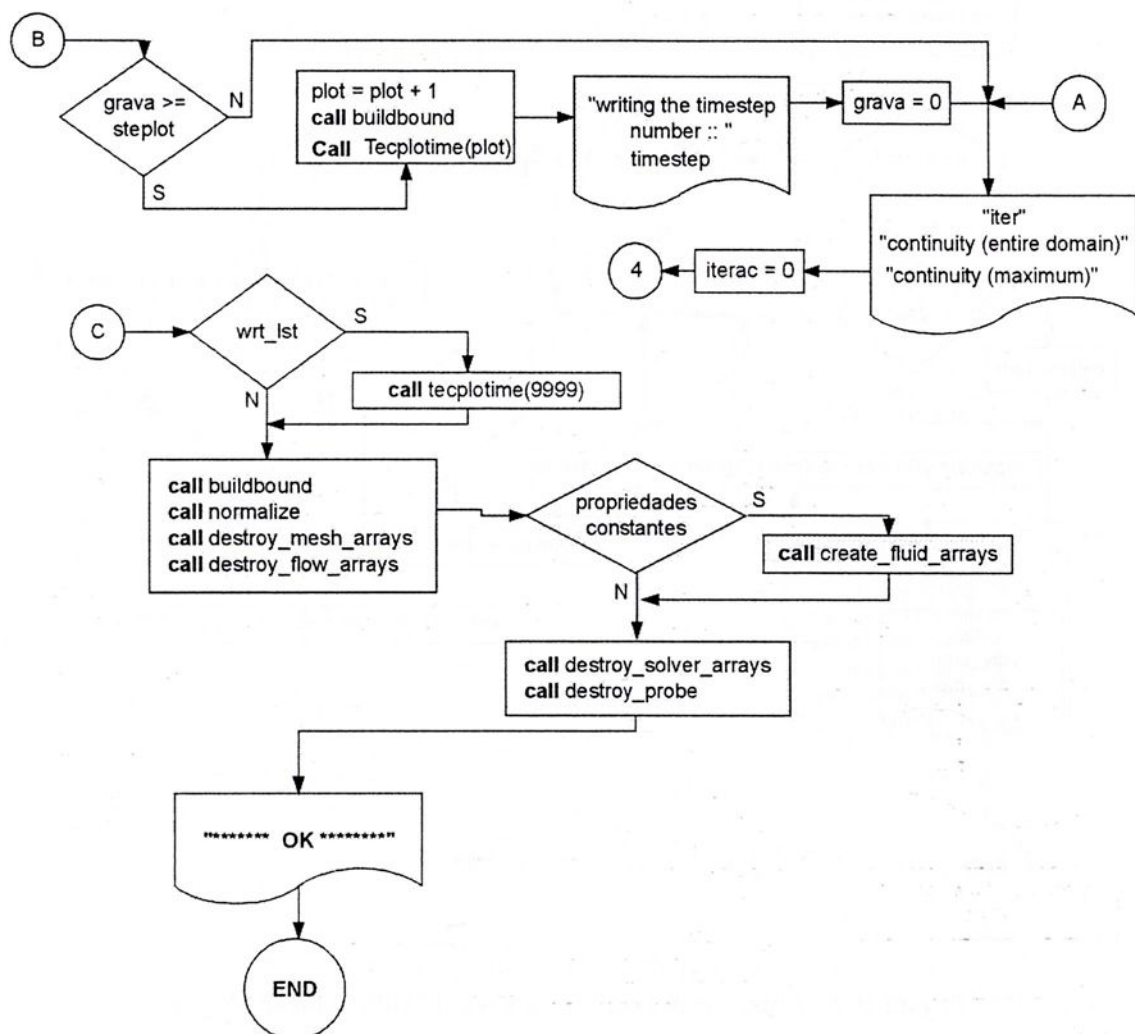


Figura B.1 : Fluxograma da estrutura *Main* (continuação).

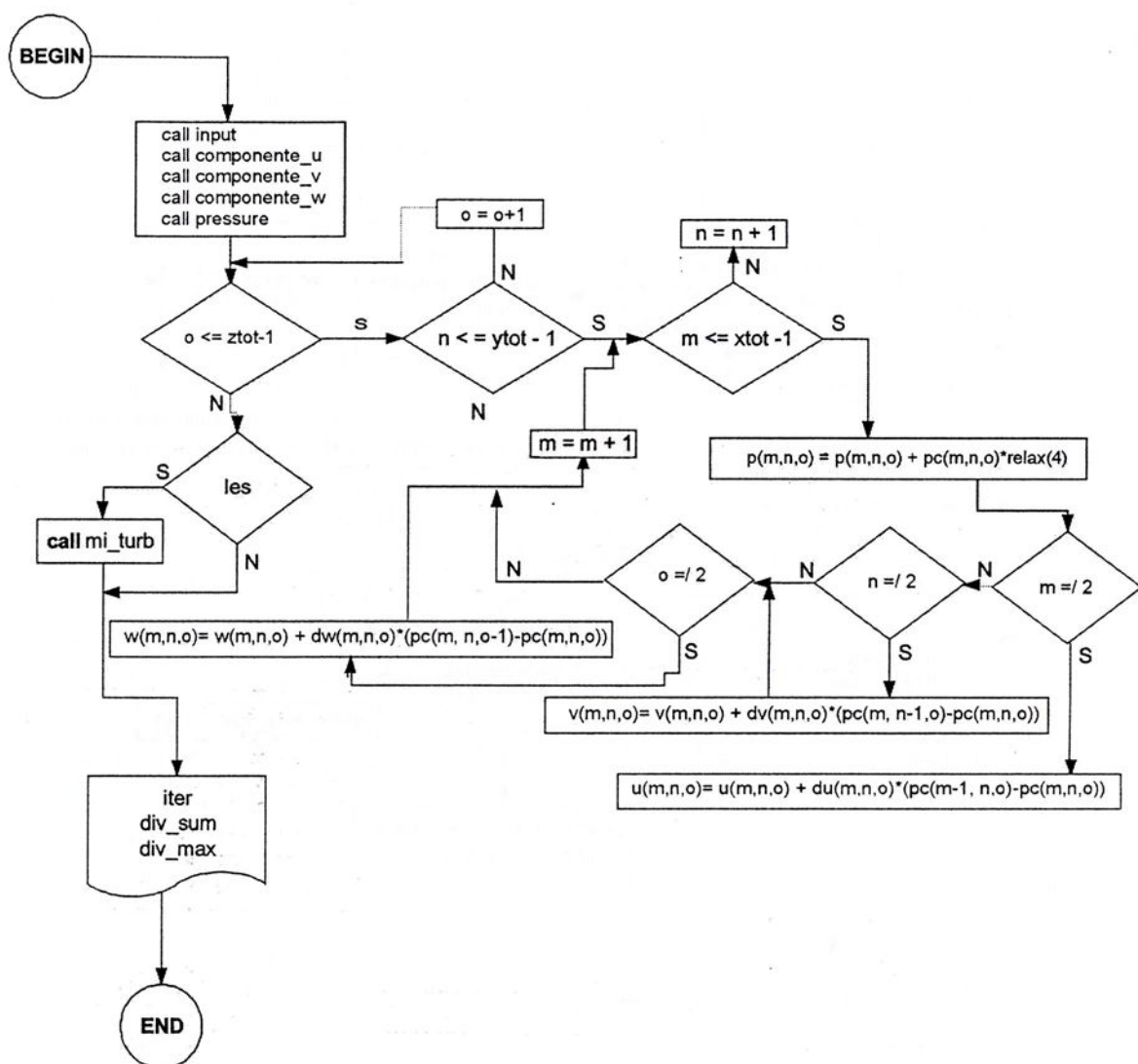


Figura B.2 : Fluxograma representativo da subrotina *solve_ns*.

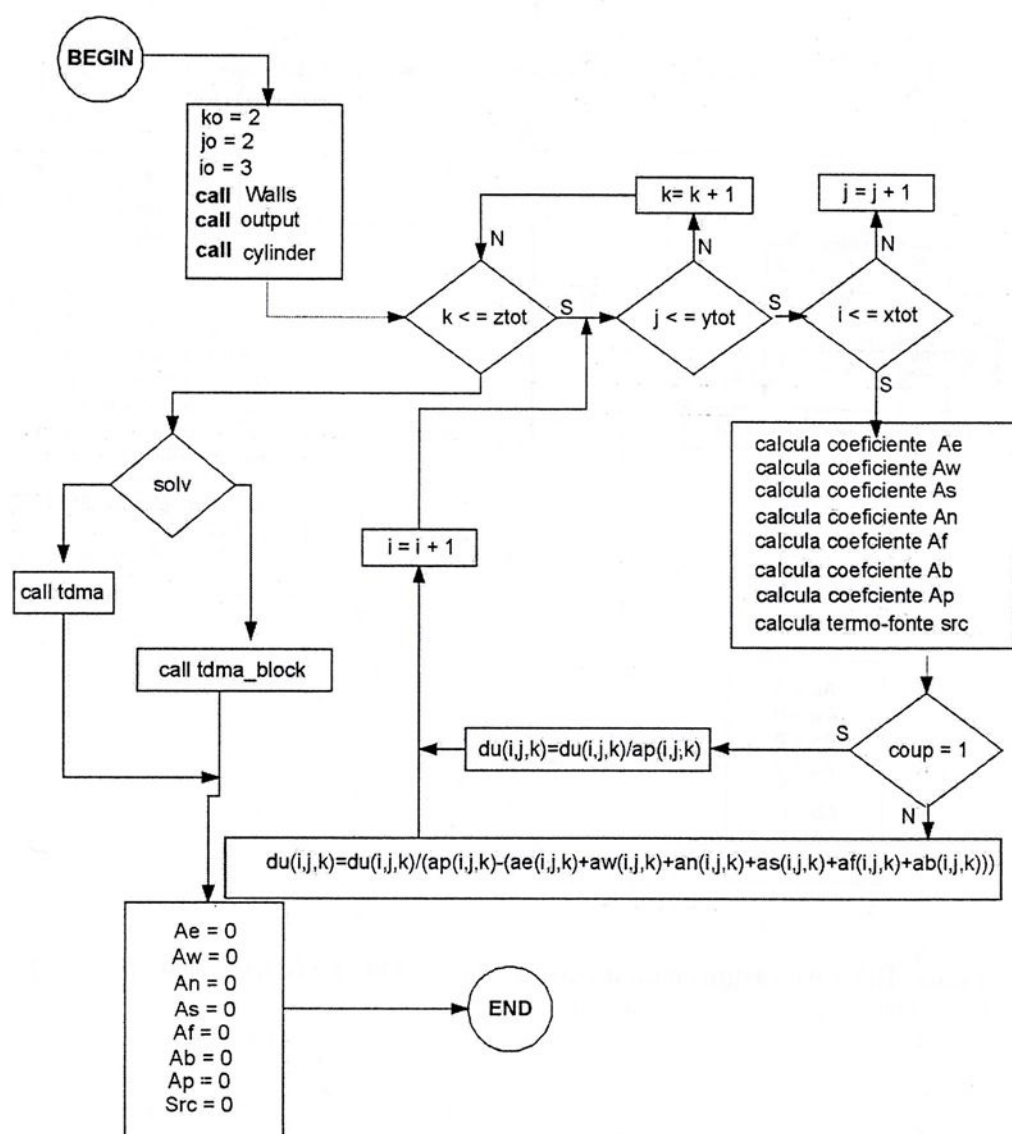


Figura B.3 : Algoritmo para solução das velocidades u , v e w .

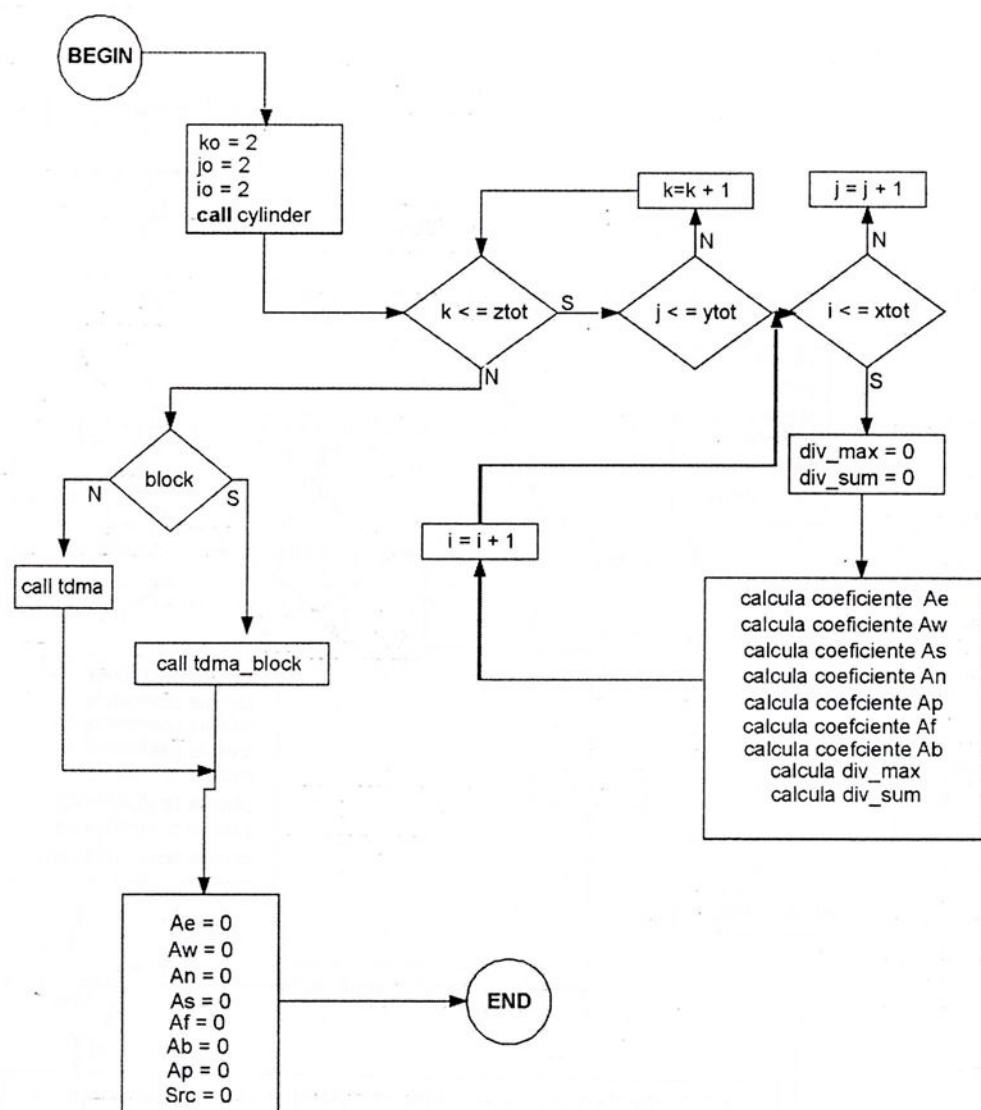


Figura B.4 : Algoritmo para a solução da variável pc (correção da pressão).

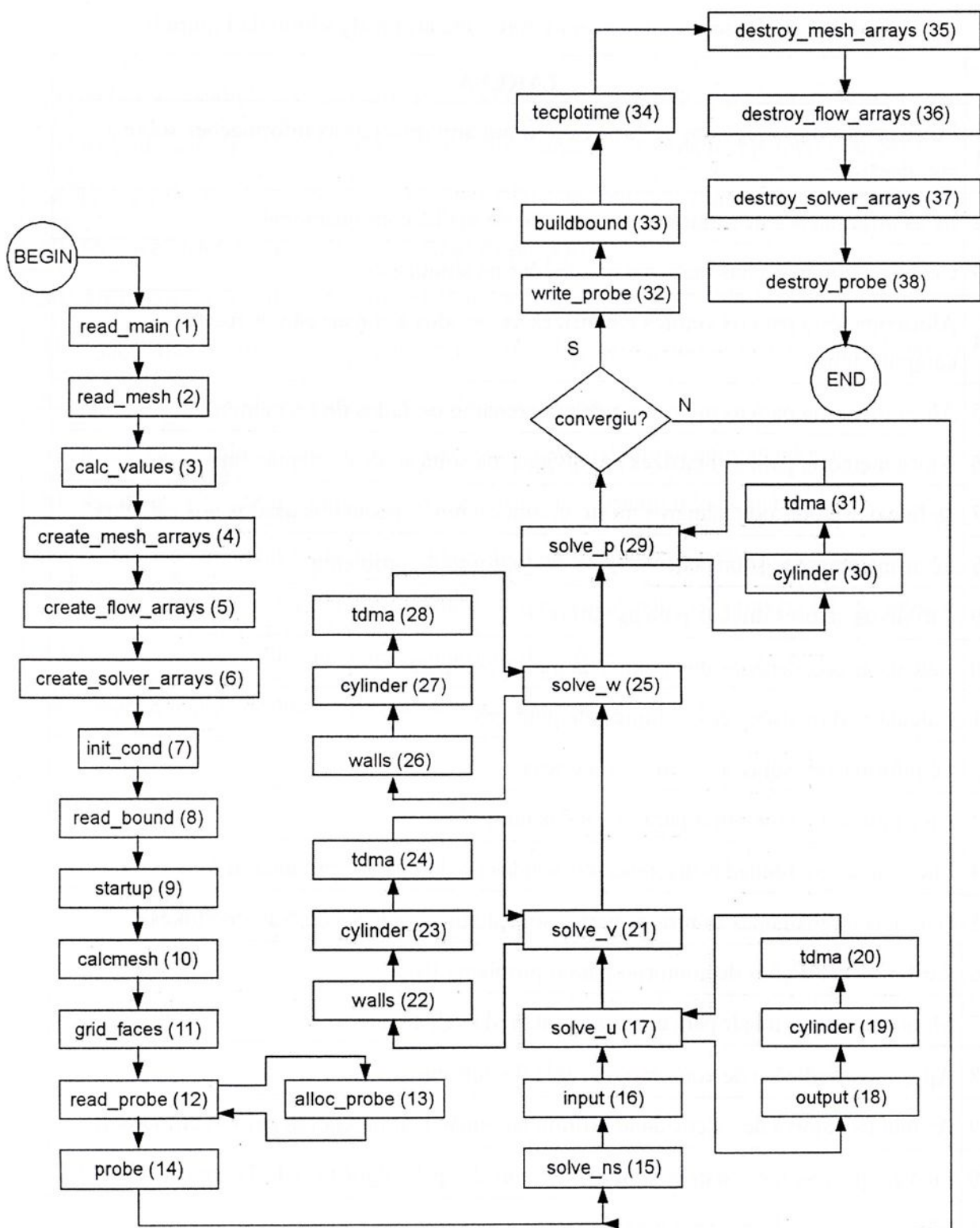


Figura B.5 : Algoritmo simplificado de funcionamento do programa

Tabela B.1 – Descrição das rotinas apresentadas no algoritmo da Figura B.5

	TAREFA
1	Lê os nomes dos endereços onde se encontram armazenadas as informações sobre a simulação.
2	Lê as informações necessárias à construção da malha computacional.
3	Calcula a dimensão das matrizes envolvidas na simulação.
4	Aloca memória para os vetores e matrizes associados à construção da malha computacional.
5	Aloca memória para as matrizes que armazenarão os dados do escoamento.
6	Aloca memória para as matrizes envolvidas na solução dos sistemas lineares.
7	Define os valores dos números muito grandes e muito pequenos usados nos cálculos.
8	Lê as informações sobre as condições de contorno do problema.
9	Atribui os valores iniciais para as variáveis.
10	Calcula as coordenadas dos pontos da malha computacional.
11	Calcula as dimensões dos volumes elementares.
12	Lê informações sobre as sondas numéricas.
13	Aloca espaço na memória para as sondas numéricas.
14	Encontra as coordenadas discretas das sondas no domínio computacional.
15	Gerencia as chamadas às rotinas para a solução das equações de Navier-Stokes.
16	Atribui as condições de contorno para o problema físico.
17	Monta o sistema linear para a componente u da velocidade.
18	Aplica as condições de contorno na saída do domínio.
19	Atribui os valores de viscosidade infinita na região compreendida pelo(s) cilindro(s).
20	Função que resolve o sistema linear da variável u pelo algoritmo de Thomas (TDMA).
21	Monta o sistema linear para a componente v da velocidade.
22	Aplica as condições de contorno para as paredes do domínio (caso haja alguma).
23	Atribui os valores de viscosidade infinita na região compreendida pelo(s) cilindro(s).
24	Função que resolve o sistema linear da variável v pelo algoritmo de Thomas (TDMA).
25	Monta o sistema linear para a componente w da velocidade.

26	Aplica as condições de contorno para as paredes do domínio (caso haja alguma).
27	Atribui os valores de viscosidade infinita na região compreendida pelo(s) cilindro(s).
28	Função que resolve o sistema linear da variável w pelo algoritmo de Thomas (TDMA).
29	Monta o sistema linear para a correção da pressão pc .
30	Atribui os valores de viscosidade infinita na região compreendida pelo(s) cilindro(s).
31	Função que resolve o sistema linear da variável pc pelo algoritmo de Thomas (TDMA).
32	Grava os dados monitorados pelas sondas numéricas.
33	Interpola os valores das variáveis nos contornos do domínio computacional.
34	Salva os valores dos campos das propriedades no formato lido pelo Tecplot.
35	Libera a memória alocada para os vetores e matrizes da malha computacional.
36	Libera a memória alocada para as matrizes que armazenam as variáveis do escoamento.
37	Libera a memória alocada para as matrizes do <i>solver</i> .
38	Libera a memória alocada para as sondas numéricas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Campus de Ilha Solteira
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica
Av. Brasil Centro, 56
CEP 15385-000 - Ilha Solteira - SP
www.dem.feis.unesp.br

