UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de São José do Rio Preto

EDVALDO ANTÔNIO DOS SANTOS

CÁLCULO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO O JOGO DE POKER

SÃO JOSÉ DO RIO PRETO
2021

EDVALDO ANTÔNIO DOS SANTOS

CÁLCULO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO O JOGO DE POKER

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional, junto ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. Jéfferson Luiz Rocha Bastos

SÃO JOSÉ DO RIO PRETO
2021

S237c

Santos, Edvaldo Antônio dos

Cálculo de Probabilidade no Ensino Médio Utilizando o Jogo de Poker / Edvaldo Antônio dos Santos. -- São José do Rio Preto, 2021

86 f. : il., fotos

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto

Orientador: Jéfferson Luiz Rocha Bastos

1. Matemática. 2. Probabilidade. 3. Jogos. 4. Poker. 5. Texas Hold'em. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

EDVALDO ANTÔNIO DOS SANTOS

CÁLCULO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO O JOGO DE POKER

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional, junto ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Jéfferson Luiz Rocha Bastos
UNESP – Campus de São José do Rio Preto
Orientador

Prof. Dr. Marcus Augusto Bronzi
UFU – Uberlândia

Profª. Drª. Michelle Ferreira Zanchetta Morgado
UNESP – Campus de São José do Rio Preto

São José do Rio Preto
05 de março de 2021

À minha esposa Marcelle pelo apoio e compreensão nos 02(dois) anos em que abdiquei de alguns momentos em família para frequentar as aulas e estudar para as provas e ao meu filho Arthur que, mesmo tão jovem, compreendeu todo o meu esforço e dedicação aos estudos.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Arnaldo e Maria, por contribuírem para minha formação como pessoa e pela oportunidade de estudar e me tornar um profissional respeitado na sociedade.

Ao meu irmão, André, por não ter medido esforços para me ajudar financeiramente à época de minha graduação.

Aos amigos de sala Vanessa, Fabrício e Amarílis, por comigo compartilhar momentos de dificuldades, auxiliar no entendimento dos conteúdos apresentados pelos professores e me motivar durante todo o curso de mestrado do PROFMAT.

Ao Desembargador Dr. Manoel de Queiroz Pereira Calças, que à época de minha aprovação no Exame de Acesso ao PROFMAT, era Presidente do Tribunal de Justiça do Estado de São Paulo e autorizou minha matrícula e participação nas aulas do curso.

À Juíza de Direito Dra. Renata Carolina Nicodemos Andrade, a qual permitiu que me ausentasse de meu local de trabalho para assistir às aulas do curso todas as sextas-feiras.

Aos amigos de trabalho, Adriana, Ângelo e Amorim, pelo apoio e compreensão nos momentos que precisei.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Jéfferson Luiz Rocha Bastos, por aceitar o convite e conduzir-me nesse trabalho.

Apesar dos nossos defeitos, precisamos enxergar que somos pérolas únicas no teatro da vida e entender que não existem pessoas de sucesso ou pessoas fracassadas. O que existe são pessoas que lutam pelos seus sonhos ou desistem deles (AUGUSTO CURY, 2015, p154)

RESUMO

A presente dissertação traz uma proposta de ensino de uns dos mais importantes assuntos da Matemática no Ensino Médio, o cálculo de probabilidade, através do jogo de cartas denominado Poker em sua modalidade conhecida como Texas Hold'em. O objetivo principal é que, através das inferências praticadas no jogo de Poker, possam ser apresentados aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos no jogo e os métodos utilizados para efetuar o cálculo de probabilidade. Dentre os autores estudados, destacam-se Pascal, Laplace, Kishimoto e Murcia. A fim de atingir o resultado desejado, foi feita uma abordagem sobre as regras do jogo de Poker, em especial da modalidade Texas Hold'em, sendo calculadas algumas probabilidades e analisadas situações em que a tomada de decisão do jogador tem como principal fator o cálculo de probabilidade. No anseio de sistematizar e consolidar o tema estudado, foi apresentada uma proposta pedagógica a ser adotada pelo professor na sala de aula.

Palavras-chave: Matemática. Poker. Probabilidade. Ensino Médio. Educação.

ABSTRACT

This dissertation presents a proposal to teach one of the most important subjects of mathematics in high school, the calculation of probability, through a card game called Poker in its modality known as Texas Hold'in. The main objective is that, through the inferences practiced in the game of Poker, the mathematical concepts involved in the game and the methods used to perform the probability calculation can be presented to students. Among the authors studied, Pascal, Laplace, Kishimoto and Murcia stand out. In order to achieve the desired result, an approach was made about the rules of the game of Poker, especially the Texas Hold'in modality, with some probabilities being calculated and situations in which the player's decision-making has as its main factor the calculation of probability. In order to systematize and consolidate the studied theme, a pedagogical proposal was presented to be adopted by the teacher in the classroom.

Keywords: Mathematics. Poker. Probability. High School. Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 – Introdução

O presente trabalho se propõe, como objetivo geral, apresentar uma forma de ensinar probabilidade utilizando o jogo de Poker na modalidade *Texas Hold'em*. É notório que a utilização de recursos lúdicos na escola desperta curiosidade nos discentes tornando as aulas mais interessantes e proporcionando uma interação maior entre professor-aluno. Vale destacar que o uso dessa ferramenta exige total domínio das regras do jogo apresentado, bem como que todos saibam quais são os propósitos de um jogador ao longo da partida.

Considerando o objetivo maior da atividade proposta em sala de aula, o professor tem o dever de mostrar ao aluno a importância do uso dos conceitos matemáticos durante a prática do jogo. Com isso provoca no discente o interesse em aprender e dominar o conteúdo teórico a fim de conquistar melhores resultados nos jogos que praticar. Em se tratando do jogo de Poker é necessário que todos respeitem as regras da modalidade e conheçam a classificação das mãos de Poker (composições com cinco cartas do baralho). Uma partida de Poker na modalidade *Texas Hold'em* contém diversos experimentos aleatórios, os quais podem ser criteriosamente analisados pelo jogador a fim de instruir sua tomada de decisão.

Começamos esse trabalho fazendo um breve histórico sobre a Teoria da Probabilidade e o uso da matemática na prática de jogos de azar. Em seguida, apresentamos a origem e características do jogo de Poker, bem como detalhamos as regras da modalidade *Texas Hold'em* e comentamos sobre os principais torneios pelo mundo. Logo depois, trouxemos o referencial teórico composto por diversos resultados, propriedades e teoremas presentes em obras bibliográficas e livros de Ensino Médio e Superior. Na etapa final, simulamos situações de jogo de Poker nas quais utilizamos conceitos matemáticos para direcionar a ação do jogador durante o jogo.

O instrumento proposto nesse trabalho pode contribuir com a transmissão do conteúdo matemático previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs e também na Base Nacional Curricular Comum – BNCC provocando um desejo maior em aprender e desenvolvendo a criatividade de cada aluno. A aplicação de um conceito matemático para solucionar uma situação-problema vivida pelo aluno induz a sua busca direcionada pelo conhecimento. Isso, certamente, complementará a transmissão dos conteúdos teóricos do ensino médio usualmente apresentados em livros e apostilas.

2 – História da Probabilidade

2.1 O desenvolvimento da probabilidade na idade média

Neste capítulo vamos contar um pouco sobre o nascimento do estudo da probabilidade que, apesar de ter origem ainda na pré-história, veio a ser sistematizado pelas escolas europeias no período compreendido entre os séculos XV e XVIII.

2.1.1 Escola Italiana

Os cientistas italianos do século XV e XVI foram os pioneiros no estudo dos cálculos probabilísticos. Além da simples contagem das maneiras existentes para resolver problemas de frequências de ocorrências e ganhos em diversos jogos de azar, eles criaram estratégias para resolver outros problemas concretos. O frei e cientista Luca Pacioli (1445-1517) foi um pesquisador italiano reconhecido pela autoria de um trabalho que se destacou muito à época e contribuiu para o avanço do estudo da probabilidade. Seu trabalho denominado *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalità* foi publicado em Veneza em 1494. A publicação tratava de uma síntese da matemática apresentando conteúdos de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria. O pesquisador iniciou o estudo de uma das versões do problema dos pontos na divisão de apostas proposto por Antonio Gombaud (1607-1684), cujo título era Chevalier de Méré. O problema consistia no seguinte: “Dois jogadores disputavam um prêmio que seria dado a quem primeiro fizesse 6 pontos no jogo da balla (jogo de bola medieval). Quando o primeiro jogador tinha 5 pontos e o segundo 3 pontos, foi preciso interromper o jogo. Como dividir o prêmio?”. Posteriormente esse problema foi solucionado pelos matemáticos Pascal e Fermat formalizando o início da Teoria da Probabilidade.

O matemático Nicollo Fontana de Brescia (1500-1557), mais conhecido por Tartaglia, também trabalhou com o problema dos pontos. De acordo com Katz (2009), na obra intitulada *Tratado General de Números y Medidas,* publicada em 1556, Tartaglia afirmou que a solução apresentada por Pacioli para o problema dos pontos poderia estar incorreta. O matemático Tartaglia foi responsável por criar um método para resolução de equações do 3º grau.

Outro destaque italiano no estudo da probabilidade foi Girolamo Cardano (1501-1576) autor do livro *Liber de Ludo Aleae* (Livro de Jogos de Azar), que se tratava de um manual de jogos, publicado em 1663. Sua obra mais conhecida foi chamada de *Ars Magna*, cujo objetivo era oferecer métodos de solução de equações de 3º e 4º graus. Esse cientista foi o pioneiro no estudo do lançamento de dados, com base na hipótese de existir um princípio científico envolvido nas probabilidades de se obter determinadas faces. Ele também foi o primeiro a considerar a probabilidade de um evento como a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Com isso, criou técnicas de análise combinatória para efetuar o cálculo dos casos favoráveis, bem como dos casos possíveis de um determinado evento. Cardano trouxe a ideia de eventos independentes e a regra da multiplicação entre eles. O famoso cientista Galileo Galilei (1564-1642) também contribuiu nos estudos sobre a probabilidade produzindo o manual sobre jogos *Sopra le Scoperta dei Dadi*. O matemático colaborou com o estudo da distribuição estatística conhecida por curva normal, pois notou que os erros de observações astronômicas apresentavam um comportamento típico, pois variavam em torno de um resultado que, ao ser aumentado, provocava a diminuição da frequência.

2.1.2 Escola Francesa

Um dos destaques franceses no estudo da Teoria da Probabilidade foi Blaise Pascal (1623-1662) que era viciado em jogos. O matemático encontrou uma solução para o problema dos pontos em apostas proposto por Antonio Gombaud (1607-1684). Assim que resolveu o problema, comunicou a descoberta ao também francês Pierre de Fermat (1601-1665). Pascal foi autor da obra *Traité du Triangle Aritmétique* (Tratado do Triângulo Aritmético), parte da *De Alea Geometria* (Geometria do Acaso) onde ele publicou os resultados da correspondência que manteve com Fermat. Até o estudo realizado por Pascal, a contagem dos casos favoráveis de um evento aleatório era bastante simples e limitada a casos específicos. Já para resolver o problema dos pontos era preciso aplicar técnicas mais avançadas que envolviam grande número de possibilidades. Supondo que, no problema dos pontos, a partida prosseguisse, Pascal listou as probabilidades dos possíveis resultados a serem obtidos. Tais probabilidades determinariam a divisão do prêmio entre os competidores. O matemático também contou com a álgebra desenvolvida pelo famoso cientista e filósofo francês René Descartes (1596-1650) em sua obra *La Géometrie* de 1637. Pascal estudou um segundo problema: calcular a quantidade mínima de lançamentos de um par de dados equilibrados para que se tenha duas faces iguais a seis e com probabilidade superior a 50%. Ele acreditava que, se a probabilidade de se obter uma face seis ao jogarmos um dado é 1/6, jogando três vezes o mesmo dado a probabilidade seria de $3\times\frac{1}{6}=0{,}5=50\%$. Assim, se o dado fosse jogado pelo menos quatro vezes, a probabilidade de se obter um seis favoreceria o jogador. Usando esse raciocínio, o matemático pensou que ao lançar dois dados existem 36 possibilidades, isto é, seis vezes mais do que no lançamento de um único dado. Para vencer com um dado seriam necessários no mínimo quatro lançamentos e, então, com dois dados teríamos que fazer 24 lançamentos do par de dados. Na realidade, a probabilidade de obtermos ao menos um seis em quatro lançamentos de um dado é aproximadamente 52%, enquanto a probabilidade de obtermos um duplo seis em 24 lançamentos se aproxima de 49%. Esses dois problemas, (1) pontos e (2) dados, motivaram a correspondência entre Pascal e Fermat no verão de 1654 resultando em cinco cartas publicadas em 1679, em Toulouse. Em uma delas, os cientistas discutem um problema no qual dois jogadores disputam um jogo de três pontos, onde cada competidor apostou 32 *pistoles*. A aposta deve ser dividida se eles decidirem interromper o jogo antes do final. Pascal propõe analisar todas as possibilidades futuras no decorrer do jogo. Assim, ele supôs que o primeiro jogador tenha ganhado dois pontos e o primeiro apenas um. Eles agora precisam disputar um ponto nesta situação. Se o primeiro jogador vencer leva as 64 moedas e se o segundo vencer cada um terá então dois pontos. Se decidirem encerrar o jogo, cada um ficará com 32 moedas. Então se eles encerrarem o jogo nas condições acima, o primeiro jogador poderá argumentar: “eu já tenho garantidas 32 moedas mesmo que eu perca esta rodada, e das 32 que sobraram tenho chances iguais de ganhar ou perder, logo vamos reparti-las igualmente. Desse modo, receberei 32 moedas que tenho direito mais a metade das restantes totalizando 48 moedas, enquanto você receberá apenas 16 moedas”. Imagine agora, que o primeiro jogador tenha ganhado dois pontos e o segundo nenhum e há um ponto a ser disputado. Sendo assim, se o primeiro jogador vencer, ele leva todo o prêmio e se o segundo vencer ele estará na condição que foi discutida anteriormente. Portanto, se eles quiserem finalizar o jogo, o primeiro jogador poderá argumentar que se ele ganhar este ponto levará todas as moedas, mas se perder já tem garantidas 48 moedas. Logo, caberia a ele 48 moedas mais a metade das restantes, pois as chances de que cada um ganhe este ponto são iguais. Dessa maneira, o primeiro jogador ficaria com 56 moedas e o segundo com as 8 que sobram. A derradeira situação seria aquela em que o primeiro jogador tenha ganhado um ponto e o segundo não tenha pontuado. Se eles seguissem e o primeiro jogador vencesse, estariam na condição apresentada acima (56 para um e 8 para o outro). Se o segundo ganhar, teriam um ponto cada um e, consequentemente, 32 moedas cada. Se porventura não jogarem, o primeiro jogador poderá argumentar: "eu fico com as 32 moedas e vamos dividir as 56 – 32 = 24 moedas igualmente".

Os estudos de Pascal e Fermat acerca do problema dos pontos resultaram no conhecido Teorema dos Pontos, apresentado abaixo.

Teorema. Suponha que o jogo é interrompido no instante em que, para vencer a partida, o primeiro jogador precisa conquistar "r" jogos e o segundo necessita vencer "s" jogos, onde $r + s \geq 1$. Então, sendo $n = r + s - 1$ o número máximo de jogadas restantes, temos que o primeiro jogador deve receber:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} / 2^n$$

2.1.3 A disseminação do estudo na Europa

Após uma viagem a Paris, em 1655, o holandês Christiaan Huygens (1629-1695) se informou sobre o assunto que tinha motivado a troca de correspondências entre Fermat e Pascal e, em 1657, elaborou um pequeno trabalho sobre o cálculo de probabilidades, denominado *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, apresentando então a que seria a primeira obra impressa sobre o assunto.

Além dos problemas estudados por Fermat e Pascal, o holandês propôs uma coleção de problemas de probabilidade envolvendo a retirada de bolas coloridas de uma urna. O material foi usado até o século XVIII como um livro de introdução à teoria de probabilidade. Em outra contribuição importante, em 1669, Huygens construiu uma curva de mortalidade e definiu a noção de vida média e probabilidade de sobrevida que fundamenta cálculos atuariais. Seu trabalho interessou a vários matemáticos da época, entre estes Jacques Bernoulli (1654-1705), que iniciou o processo de sistematização da probabilidade deixando de lado os seguros e os jogos de azar. Por volta de 1689 ele publicou um estudo sobre séries, denominado *Lei dos Grandes Números*. Com essa pesquisa ficou provado que a frequência relativa de um evento tende para a probabilidade deste evento quando n (número de repetições do experimento) tende ao infinito. J. Bernoulli provou essa Lei usando coeficientes binomiais sem utilizar a aproximação de Stirling que veio a ser usada por De Moivre alguns anos depois.

O matemático e físico suíço Leonhard Euler (1707-1783) foi aluno de Johann Bernoulli, convivendo com a família Bernoulli em Basel onde se destacou por aplicar os conhecimentos sobre probabilidade na análise de loterias e em demografia e seguros. Logo após, em 1718, foi publicado pelo cientista inglês Abraham de Moivre (1667-1754) a obra *The Doctrine of Chance*, dedicada a seu amigo Isaac Newton e, um pouco mais tarde, 1730, escreveu *Miscellanea Analytica*. No primeiro trabalho do cientista De Moivre, além de problemas com dados e outros jogos, surge a definição de “independência”. Nesta obra ele investigou ainda taxas de mortalidade e os fundamentos da teoria das anuidades, propondo, de forma implícita, as técnicas de reduzir problemas de probabilidade a equações diferenciais e de usar funções geratrizes para solucioná-las. Tais equações mais tarde foram aperfeiçoadas pelo francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) que, em 1812, escreveu a obra *Théorie Analytique des Probabilités.*

Como resultado de um breve período em 1795 ministrando aulas em uma escola de formação de professores, Laplace publicou a obra *Essai Philosophique Sur les Probabilités* em 1814, na qual mostrou a aplicação da teoria das probabilidades nos jogos de azar, bem como nas decisões judiciais e nos cálculos relacionados à mortalidade. Quase um século depois, em 1912, a obra foi escrita em dois volumes. O primeiro faz uma abordagem de funções geratrizes e trabalha os conceitos de aproximações usadas na Teoria da Probabilidade. Laplace concordou com as conclusões de Thomas Bayes (1702-1761) autor da obra *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of chances*, na qual afirma que a chamada Regra de Bayes descreve a probabilidade de um evento, baseado em um conhecimento *a priori* que pode estar relacionado ao evento. O livro de Laplace apresenta ainda métodos de determinar probabilidades de eventos compostos quando as probabilidades dos eventos simples são conhecidas, uma discussão do método dos mínimos quadrados, a probabilidade inversa e o chamado problema da agulha de Buffon, cujo objetivo é calcular a probabilidade de uma agulha de comprimento l atravessar um feixe de paralelas, distantes entre si de $a > l$, quando lançada aleatoriamente. Edições posteriores do livro de Laplace apresentam suplementos voltados à astronomia com aplicações da probabilidade em erros de observações na massa dos planetas Júpiter, Saturno e Urano.

Até os trabalhos desenvolvidos por Laplace, a probabilidade estava essencialmente voltada aos jogos de azar. O pesquisador ampliou o campo de aplicação da Teoria da

Probabilidade para outras áreas como a matemática atuarial e a mecânica estatística. A pesquisa desenvolvida por Laplace serviu de alicerce para que outros cientistas continuassem desenvolvendo conceitos e aplicações na área de probabilidade. Podemos destacar Chebyshev, Markov, Richard Von Mises e Kolmogorov. O pesquisador russo Andrei Andreyevich Markov (1856-1922) aplicou à Teoria da Probabilidade o método das frações contínuas criado por seu professor Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821-1894). Markov pesquisou sequências de variáveis mutuamente independentes aguardando o estabelecimento das leis probabilísticas em formas mais gerais e provou o Teorema Central do Limite. Ele foi o mentor da teoria dos Processos Estocásticos. Já Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821-1894), fundador da escola de São Petersburgo, estabeleceu uma simples desigualdade que permitiu uma prova trivial da Lei dos Grandes Números.

O austríaco Richard von Mises (1883-1953) concluiu que a probabilidade não era simplesmente o valor limite da frequência relativa de um evento. Segundo Mises, a probabilidade de qualquer evento deve ser analisada observando o coletivo, ou seja, repetição ilimitada de dados que convergem para determinado valor. Suas pesquisas influenciaram a estatística moderna e contribuíram com a teoria axiomática da probabilidade (Apostol, 1969).

Por fim, vale destacar dois grandes matemáticos que contribuíram para a evolução dos estudos em probabilidade e estatística. O primeiro deles foi T. Simpson que foi o precursor no uso das distribuições de probabilidade contínuas e na sistematização de erros de medidas aleatórias influenciando a publicação de *Mechanique Analytique* por Joseph-Louis Lagrange (1736-1813). O segundo foi Siméon-Denis Poisson (1781-1840) que em seu trabalho *Recherches sur la Probabilité des Jugements,* publicado em 1837, defendeu que a Teoria da Probabilidade deveria ser aplicada na avaliação da correção de decisões judiciais. A conhecida Distribuição de Poisson expressava a probabilidade de uma série de eventos ocorrer num certo intervalo de tempo de determinada duração. A probabilidade de que existam exatamente *k* ocorrências (*k* sendo um inteiro não negativo) é $f(k,\lambda)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, onde:

- *e* é base do logaritmo natural (*e* = 2.71828...);
- *k*! é o fatorial de *k*;
- λ é um número real, igual ao número esperado de ocorrências que ocorrem num dado intervalo de tempo. Como função de *k*, esta é a função de probabilidade.

2.2 Período Moderno

No final do Século XIX iniciaram-se estudos rigorosos sobre processos estocásticos a fim de contribuir com o mercado e o Movimento Browniano, cuja primeira pessoa a descrever a matemática envolvida nesse movimento foi Thorvald N. Thiele que, em 1880, escreveu sobre o *método dos mínimos quadrados*. De maneira isolada, Louis Barchelier publicou em 1900 sua tese de PhD *A Teoria da Especulação*, fazendo uma análise estocástica dos mercados de ações e de opções. Um trecho de um artigo de Albert Einstein, publicado em 1905, descreve os fundamentos de um modelo estocástico:

> Claramente deve se assumir que cada partícula individual executa um movimento que é independente dos movimentos de todas as outras partículas, também deve se considerar que o movimento de uma mesma partícula em intervalos de tempo diferentes são processos independentes, contanto que esses intervalos de tempo escolhidos não sejam muito pequenos. Introduzimos um intervalo de tempo em consideração, que é muito pequeno comparado com os intervalos de tempo observáveis, mas, ainda assim, grande o suficiente para que em dois intervalos de tempos sucessivos, os movimentos executados pela partícula podem ser pensados como eventos que são independentes entre si (EINSTEIN, 1905).

O rigor matemático necessário para análise de processos estocásticos foi alcançado somente com a axiomatização proposta por Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987), que se destacou como um dos matemáticos mais importantes do século XX. Em 1925, publicou seu primeiro trabalho na área em parceria com Aleksandr Ya. Khintchine (1894-1959) trazendo o importante teorema das “três séries”, bem como resultados em inequações de somas parciais de variáveis aleatórias. Alguns anos depois, em 1929, Kolmogorov publica a obra *Teoria Geral de Medidas e Teoria de Probabilidade*. Em 1933 o matemático escreve *Foundations of the Calculus of Probability* (Fundamentos do Cálculo de Probabilidade) onde desenvolve a Teoria de Probabilidade de forma rigorosa a partir dos fundamentos axiomáticos baseados na Teoria de Medidas colaborando com a definição rigorosa da esperança condicional. A axiomatização de Kolmogorov marcou o início do desenvolvimento da teoria moderna de probabilidade, servindo como base para o desenvolvimento da Teoria de Martingale na qual, durante um jogo de apostas, o apostador dobra sua aposta a cada perda a fim de recuperar o que foi perdido. A Teoria de Martingale é uma das principais ferramentas da Teoria Moderna de Probabilidade no estudo de Processos Estocásticos, sendo usada na prova de resultados em convergência com probabilidade de sequências de variáveis aleatórias. Em 1938 o matemático escreveu mais um artigo na área da teoria probabilística que se tornou a base dos processos aleatórios de Markov.

2.3 Ensino de Probabilidade no Brasil

É muito importante entender os conceitos de probabilidade e estatística, uma vez que muitas das decisões que tomamos em nossas vidas são baseadas em estudos estatísticos de dados. Dessa forma, é certo que probabilidade e estatística são temas essenciais na educação e contribuem fortemente com a formação dos estudantes e com os avanços da ciência. Em alguns países as escolas começam a ensinar estatística e linguagens de programação ainda nas fases iniciais do aprendizado. No Brasil, esses conceitos passaram a ser trabalhados na educação básica após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) no ano de 1997.

O tema em questão também foi debatido na mesa redonda do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática no ano de 2004 cujo texto de nº 1, A Estatística e a Probabilidade no Currículo de Matemática da Escola Básica, reforça a importância do ensino de probabilidade e estatística na escola. Em uma parte do texto as autoras Celi Aparecida Espasandin Lopes e Ana Cristina Ferreira afirmam:

> Acreditamos que o ensino da Probabilidade e da Estatística na escola básica contribui para que os estudantes tenham uma formação que os permita uma leitura diversificada da realidade à medida que desenvolve a elaboração de questões para responder a uma investigação, que possibilita o fazer conjecturas, formular hipóteses, estabelecer relações, processos necessários à resolução de problemas. (LOPES e FERREIRA, 2004)

Os conceitos de probabilidade e estatística a serem transmitidos no ensino fundamental devem ser explorados na dimensão de procedimentos e atitudes, evidenciando a importância de seu uso na sociedade. É importante que as crianças conheçam a teoria e aprendam a aplicabilidade dos conceitos nos problemas enfrentados no cotidiano.

O ensino de probabilidade na educação básica, especificamente no ensino fundamental, constitui umas das recomendações que constam nos PCNs:

> Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

O ensino médio é o período estudantil que explora o uso da probabilidade e da estatística para explicar melhor a ocorrência de alguns fenômenos na química, física, biologia e também nas ciências humanas. Nesse período, é importante que o estudante seja capaz de analisar dados e fazer inferências estatísticas a fim de compreender melhor cada assunto trabalhado em sala de aula. Destacamos um texto extraído dos PCNs que torna bem claro o papel do ensino de probabilidade e estatística no ensino médio:

> As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas.

O uso de probabilidade e estatística no ensino superior está presente em diversas áreas de formação. Além de ser essencial na estrutura de cursos na área de engenharia e demais ciências exatas, percebemos presença marcante desses assuntos também na área da saúde e nas ciências humanas. É importante destacar que a bioestatística compõe a grade de disciplinas da maioria dos cursos na área das ciências biológicas, incluindo medicina. Aliado a isso, ao levarmos em consideração o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões. Um exemplo que está marcando o ano corrente é a Pandemia do Coronavírus, conhecido também por Covid-19. Os estudos estatísticos têm sido amplamente divulgados a fim de contribuir com a tomada de decisões das autoridades e também dos cidadãos, objetivando mitigar o número de mortes provocadas pelo vírus.

3 – O Poker

Neste capítulo vamos mostrar a evolução e importância dos jogos na educação. Eles estão presentes na vida das pessoas desde a Idade Antiga e, ao longo dos tempos, sofreram diversas transformações se amoldando aos anseios da sociedade. Será apresentado, minuciosamente, todo o caminho percorrido pelo jogo de Poker na história, descrevendo sua expansão pelo mundo e a influência da mídia em seu crescimento. Neste tópico serão reveladas as regras básicas do jogo de Poker na modalidade *Texas Hold'em* que é a mais praticada no mundo, tanto nas mesas físicas como nas virtuais.

3.1 O jogo e a ciência

Assim como a sociedade sofre transformações ao longo do tempo, os recursos didáticos também são modificados a fim de contribuir com o processo de ensino-aprendizagem. Com a evolução dos estudos psicopedagógicos, foi constatado que o jogo é essencial na construção do pensamento e no desenvolvimento da leitura, da escrita e do raciocínio lógico-matemático. O fato de um professor apresentar jogos em sala de aula não é apenas para levar entretenimento aos alunos. A aplicação do jogo é feita sempre observando uma base teórica que objetiva aumentar a interação dos alunos com o tema estudado e fortalecer o processo de aprendizagem.

Fica evidente a presença dos jogos no ensino desde a Idade Antiga e os benefícios trazidos à sociedade no texto abaixo:

> O jogo é um fenômeno antropológico que se deve considerar no estudo do ser humano. É uma constante em todas as civilizações, esteve sempre unido à cultura dos povos, a sua história, ao mágico, ao sagrado, ao amor, a arte, a língua, a literatura, aos costumes, a guerra. O jogo serviu de vínculo entre povos, sendo facilitador da comunicação entre seres humanos.(MURCIA, 2005)

De acordo com o pesquisador Volpato (2020), o filósofo Platão (427 – 347 a.C) entendia o valor e a importância de se aprender através de brincadeiras, pois isso repercute na formação da personalidade e, tal prática deveria ser supervisionada pelos adultos como forma de garantir a preservação das leis e das virtudes.

Já na Idade Média, período conhecido como idade das trevas, Kishimoto (2017) afirmou que a educação era disciplinadora, caracterizada por uma visão tradicionalista onde o aluno era passivo e o professor autoritário. Foi um período onde a escola pouco sabia sobre como a criança aprendia. Desse modo, foi impossível a expansão dos jogos na Idade Média, uma vez que eram vistos como práticas contrárias às leis da sociedade.

A Época do Renascimento, iniciada no século XVI, chega com novas propostas pedagógicas apresentando ideias que poderiam revolucionar a educação como um todo. As brincadeiras e os jogos foram adotados como uma forma de preservar a moralidade das crianças, que até então, não eram vistas como infantes e sim como pequenos adultos. Nesse período, conforme aborda Wajskop (1995), a importância dos jogos foi notada e esse tipo de atividade passou a ser realizada no cenário educacional, contanto, alguns jogos eram vetados em razão de serem considerados “maus jogos”.

Com a criação do Instituto dos Jesuítas surgiram os jogos educativos no sistema educacional dessa organização. Esses jogos visavam enriquecer a didática, através de atividades lúdicas, fazendo com que as crianças vivenciassem uma metodologia educacional diferente na qual era estabelecida uma relação entre o jogo e a educação.

No Século XVIII surgem novas tendências e movimentos educacionais. O grande e enigmático filósofo Rousseau (1727-1778) preconiza a valorização das características próprias das crianças, expandindo a concepção sobre a criança como um ser distinto do adulto. Assim, o jogo ganha espaço e valorização no processo de ensino-aprendizagem ajustando a educação à natureza dos infantes. Esse fator favoreceu o uso dos jogos como suporte pedagógico, iniciando a proposta de uma educação através de brinquedos, tendo como ponto central a recreação.

A partir dessa época, observa-se uma crescente valorização do uso dos jogos como recursos didáticos, sobretudo com a evolução dos estudos psicológicos e educacionais no desenvolvimento infantil.

No século XX destacam-se os trabalhos de Piaget e Vygotsky. De acordo com Piaget, a atividade direta do aluno sobre os objetos do conhecimento é o que ocasiona aprendizagem, fazendo com que o jogo assuma a característica de gerador da aprendizagem. Ao participar de brincadeiras o aluno entende a estrutura lógica do jogo e é capaz de assimilar a estrutura matemática presente na atividade lúdica. Para Vygotsky, o jogo é visto como um conhecimento produzido ou em produção, absorvido do conteúdo cultural que emana da própria atividade. Seu uso exige um planejamento que permite aliar a aprendizagem dos conceitos matemáticos e culturais. Ao passo que a brincadeira é realizada, observamos um movimento do aluno em direção à realização consciente de seus objetivos e, então, decide o jogo e justifica a atividade.

Para Antunes (1998) os jogos educacionais devem provocar uma aprendizagem considerável, motivar a construção de um novo conhecimento e despertar o desenvolvimento de uma aptidão que possibilite a compreensão e a intervenção do indivíduo nos fenômenos sociais e culturais, auxiliando na construção de conexões.

Assim, como já mencionado, o processo de ensino-aprendizagem é influenciado pelo contexto social, político e econômico no qual a escola está inserida. Dessa forma a proposta educacional é motivada pelo que acontece na sociedade, fazendo com que a escola seja vista como uma instituição conservadora, uma vez que apenas reflete a ordem social observada em determinado período. Portanto, podemos dizer que a escola é moldada pelo momento histórico vivido pela sociedade onde se encontra.

Com relação ao uso de jogos no ensino da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam que:

> Para crianças pequenas, os jogos são as ações que elas repetem sistematicamente, mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é, são fonte de significados e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema. Essa repetição funcional também deve estar presente na atividade escolar, pois é importante no sentido de ajudar a criança a perceber regularidades.

3.2 A evolução do jogo de Poker

3.2.1 A origem do Poker

Alguns pesquisadores afirmam que a origem do jogo de Poker se deu na Dinastia Sung (China) no século X. Porém uma das teorias mais aceitas foi abordada por Ferreira (2007) na obra "*Poker sem segredo*" onde afirma que o Poker derivou de antigos jogos de carta, como o *Az-Nas* da Pérsia no século XVI, o *Ganjifa* da Índia, o *Pochen* da Alemanha e o *Poche* da

França datado do século XVII. Há também indícios que o Poker tenha algumas características do jogo *Primeiro* da Espanha. Tais jogos se caracterizavam por apostas realizadas pelos jogadores a fim de demonstrarem força e segurança em suas cartas ou para realizarem o chamado blefe, que se resume no ato de iludir o adversário. Com isso, o principal objetivo de um jogador que participava desses jogos era eliminar os demais adversários.

O *Poche* acompanhou um grupo de colonizadores gauleses que fundaram a cidade de New Orleans nos Estados Unidos. No século XVIII, se disseminou nos barcos a vapor ao longo da rota do Rio Mississippi e, com a corrida pelo ouro durante o século XIX, a prática do jogo se espalhou pelos Estados Unidos, momento em que o país americano iniciou sua expansão até o oeste. Nesse período o jogo permitiu que fortunas passassem de uma para outra pessoa durante uma partida e, por isso, a história do Poker tem forte vínculo com o velho oeste americano. Esse cenário, por diversas vezes, costuma ser retratado em filmes de faroeste, músicas estilo country e também em jogos de videogame.

Figura 1 - Jogo de Poker no Mississipi no século XIX

Fonte: Página do site Poker Sem Depósito[1]

É importante destacar que o jogo de Poker praticado em New Orleans era disputado com aproximadamente metade das cartas de um baralho comum, uma vez que eram usadas apenas 20 cartas em cada partida. Já com a Guerra Civil Americana (1861-1865), o jogo que era praticado pelos soldados, chegou ao leste americano e depois a todo os EUA. Foi nessa época que passou a ser utilizado o baralho completo com 52 cartas, bem como foram criadas as categorias *Stud Poker* e *Draw Poker.* Foi também nesse período que surgiram as combinações de cartas conhecidas por *flush* e *straight.*

1 Disponível em: http://www.historiadoPoker.Pokersemdeposito.com. Acesso em: 13 jul. 2020.

Figura 2 - Partida de Poker durante a Guerra Civil dos Estados Unidos

Fonte: Página do site RedHistoria[2]

No final do século XIX, os americanos adicionaram o coringa ao jogo, além de criarem a modalidade *Split High-Low*. Quanto aos jogos de cartas chamados *comunitários*, precursores dos famosos Texas e Omaha, vieram a existir somente em 1925. Com a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) o Poker americano migrou novamente com os soldados chegando à Inglaterra, França e Ásia.

Ao longo dos anos surgiram diversas variações para o jogo de Poker, porém suas principais características sempre foram mantidas: *estratégia* e *ranking de cartas*. Existem três versões do jogo de Poker: Stud (de 5 ou 7 Cartas), Omaha (Hi-Low) e Texas Hold'em, que é a modalidade mais praticada em todo o mundo. O Texas Hold'em ganhou popularidade nos anos 70, quando foi o jogo principal da World Series of Poker (WSOP) e se difundiu por Cassinos e casas especializadas em jogos. Foi nesse período que Las Vegas se tornou a capital mundial do Poker e a crescente popularidade do Texas Hold'em atraiu a mídia e os canais de televisão começaram a transmitir torneios, nos quais muitas vezes participavam astros e vencedores do WSOP. Os jogadores mais famosos escreviam livros traçando estratégias e comportamentos durante os torneios de Poker. Ainda no século XX, outros fatos aumentaram a popularidade do Poker, como a legalização dos jogos de Poker na Califórnia em 1987 e a criação de cassinos em Atlantic City e Nova Jersey nos anos 90.

2 Disponível em: http://redhistoria.com/la-historia-del-Poker-texas-holdem. Acesso em: 13 jul. 2020.

Figura 3 - Mesa de Poker na WSOP de 1970

Fonte: Página do site Poker Free Bank Rolls [3]

Por fim, a chegada do Poker online colocou o esporte como um dos maiores entretenimentos e um dos mais famosos jogos de competição em todo o planeta. Com a abrangência cada vez maior da internet, a história do Poker sofreu uma revolução onde diversos sites e aplicativos de Poker começaram a surgir pelo mundo. Com isso, não apenas as pessoas podiam jogar Poker no conforto de suas casas, como também se tornou possível assistir aos jogos de seus ídolos em competições realizadas nos Estados Unidos. Com a criação dos jogos virtuais e salas de Poker online, jogadores profissionais e amadores de todo o mundo começaram a praticar o jogo sem precisar se deslocar até um cassino.

A partir do momento que alguns sites criaram *satélites* para torneios de Poker, nos quais com uma pequena quantia o competidor poderia garantir uma vaga nos famosos torneios que apresentam centenas ou milhares de dólares em prêmios, permitiu-se uma participação maior de amadores nos grandes torneios. Em um desses *satélites*, Chris Moneymaker, a partir de uma aposta de $40 dólares, superou 829 jogadores. Na mesa final do torneio, disputou com jogadores consagrados como Phil Ivey e Sam Farha, sendo que em sua última mão apresentou um *full house*, tornando-se campeão e recebendo um prêmio de 2,5 milhões de dólares. Além de sites, há diversos aplicativos utilizados para prática do jogo de Poker reunindo milhões de pessoas pelo mundo, as quais podem jogar dinheiro fictício ou real. Podemos citar, por exemplo, o Poker Stars (o maior site de Poker online do mundo) que, além de torneios valendo prêmios em dinheiro real, oferecem torneios gratuitos valendo ingressos para outras competições de nível profissional.

---

3 Disponível em: http://www.pokerfreebankrolls.com/en/poker-tournaments/wsop-history.html. Acesso em: 13 jul. 2020.

3.2.2 A história do Texas Hold'em

A modalidade conhecida por Texas Hold'em surgiu no início do século XX, em Robstown, no estado do Texas, Estados Unidos. Posteriormente, essa versão foi introduzida em Las Vegas por um grupo de apostadores e jogadores de cartas texanos. Como já foi dito, o Texas Hold'em começou a se destacar na Série Mundial de Poker (*World Series of Poker* – WSOP), o principal campeonato de Poker do mundo até hoje, criado pelo texano Benny Binion que foi comandar grandes cassinos em Las Vegas após a Segunda Guerra Mundial.

Desde sua criação o evento foi um dos principais responsáveis pelo desenvolvimento e prática do Texas Hold'em pelo mundo. Enquanto que em sua primeira edição participaram apenas 7 jogadores, na edição de 2006 o Evento Principal da WSOP alcançou dois recordes: o maior número de inscritos (8.773) e o maior prêmio em dinheiro (US$ 12 milhões).

O mais recente campeão do Evento Principal da WSOP é o iraniano Hossein Ensan, que se sagrou campeão na edição de 2019. O jogador, nascido no Irã e radicado na Alemanha, superou 8.569 entradas da 50ª edição da série. Além de conquistar o bracelete especial do torneio, o jogador faturou o prêmio principal correspondente a US$ 10 milhões. Esse foi o maior prêmio da carreira de Hossein, mas o jogador já possuía um currículo premiado tendo como destaque a vitória no Main Event do EPT Praga, em 2015.

Figura 4 - Hossein Ensan - Campeão Main Event - WSOP 2019

Fonte: Página do site Super Poker [4]

---

4 Disponível em: https://superPoker.com.br/Poker/hossein-ensan-campeao-main-event-wsop-2019. Acesso em: 02 ago. 2020.

No ano de 2020 a famosa World Series of Poker (WSOP) foi adiada devido à emergência de saúde pública envolvendo a Pandemia do Coronavírus (COVID-19). Diante disso, em 08 de junho de 2020, os organizadores anunciaram o "World Series of Poker Online", um festival de Poker online por dois meses. Definida como uma das maiores séries de torneios on-line de todos os tempos, o “WSOP Online” oferece aos jogadores grandes prêmios, cobertura sem precedentes da mídia e a chance de conquistar a glória de um bracelete de ouro.

3.2.3 O desenvolvimento do jogo no Brasil

No Brasil surgiu, em 2006, a *Brazilian Series of Poker* (BSOP) que é composta de uma série de torneios esportivos de Poker realizados em todo território nacional. Cada edição do evento é formada por dez etapas que acontecem no decorrer do ano (geralmente uma etapa por mês) e torna-se campeão brasileiro o jogador que estiver no topo do ranking ao final das etapas. De acordo com os organizadores, em 2019, o evento se consolidou como o maior da América Latina, alcançando impressionantes 3.315 entradas. Com isso, o torneio registrou recorde em relação ao número de participantes em um evento principal, se tornando o maior circuito de Poker do Hemisfério Sul, ficando abaixo apenas dos 3.472 jogadores da edição de 2015. Geralmente as etapas são realizadas em cidades turísticas e em algumas das capitais do país.

Figura 5 - BSOP Millions 2018

Fonte: Página do site Super Poker[5]

---

5 Disponível em: https://wp-superpoker.s3.amazonaws.com/wp-content/uploads/2019/11/BSOP-M-2018-Ballroom-Monti-1.jpg. Acesso em: 02 ago. 2020.

3.2.4 A influência da mídia

A televisão sempre foi um dos principais meios de comunicação usados na difusão das práticas esportivas e com o jogo de Poker não foi diferente. Desde meados da década de 70 a televisão americana apresentava documentários sobre a WSOP e nos últimos anos os torneios de Poker têm sido transmitidos em canais fechados e até mesmo em redes de televisão abertas em todo mundo.

> Não havia gráficos na tela, câmeras que mostrassem as mãos de cada jogador, comentários brilhantes, close-ups, monitores cardíacos, câmera KFC Snacker ou registro do momento de all-in. Tratava-se de uma visão muito crua de uma subcultura pouco conhecida – um pequeno olhar em um mundo de personagens excêntricos, apostadores de estrada, cowboys e os veteranos que haviam se tornado famosos. O foco era no espetáculo, pois a ideia de que alguém se sentasse para jogar cartas por $10.000 era um entretenimento suficiente. Como eles chegavam à vitória era quase irrelevante (HUTSON, 2008).

O primeiro programa mais parecido com os que temos hoje foi o *Late Night Poker* criado no Reino Unido. Originalmente ele foi transmitido durante seis temporadas, entre 1999 e 2002, e tornou famosos seus participantes. Nos dias atuais existem programas de televisão que transmitem torneios com narradores e até comentaristas. Além disso, é possível que o telespectador veja as cartas que os jogadores possuem através de câmeras posicionadas embaixo da mesa.

No Brasil os primeiros programas de Poker foram exibidos em canais fechados. No entanto, em 2006, surgiu o programa World Poker Tour no SBT e em 2014, a Rede Bandeirantes exibiu o programa Superpoker (Poker Night) nas suas madrugadas, tendo como apresentador o jornalista Otávio Mesquita. Existe também uma gama de sites que transmitem, ao vivo, campeonatos de Poker pela internet. Podemos mencionar, por exemplo, o site Superpoker que transmite torneios como BSOP, Campeonato Paulista, Masterminds e Latin American Poker Tour.

Além das emissoras de televisão e a programação da internet, as mesas de Poker tornaram-se o foco em diversas cenas do cinema. *Cartas na Mesa* (1998), *Cidade Negra* (1950), *Poker de Sangue* (1968), *Maverick* (1994), *Cartada de Risco* (2006) e *007 Casino Royale* (2006) são alguns exemplos de filmes épicos onde o Poker é retratado. Nos filmes é possível notar as habilidades estratégicas e os aspectos emocionais envolvidos em uma partida de Poker. Os jogos de videogames também são exemplos de mídias que ajudam na disseminação do jogo de Poker. Como exemplo, podemos citar o famoso jogo “Red Dead Redemption II” no qual o personagem Arthur Morgan participa de partidas de Poker em saloons durante suas missões no velho oeste americano.

Para difundir ainda mais a prática do Poker, os sites buscam atrelar a imagem do jogo a celebridades e atletas consagrados em outras modalidades esportivas, utilizando da fama vencedora destes para levar a noção de legalidade, e a ideia de que, assim como outros esportes, o Poker também exige preparo, habilidade, treinamento, concentração e esforço de todos os seus praticantes para melhorarem seus desempenhos (Oliveira, 2013). Temos o caso do brasileiro Ronaldo, ex-jogador de futebol, que após se aposentar dos gramados passou a dedicar-se ao jogo de Poker. Além de Ronaldo, há outras celebridades que praticam o esporte como, por exemplo, o jogador de futebol Neymar, o ator Matt Daymon e o campeão olímpico de natação Michael Phelps.

Figura 6 - Ronaldo jogando no *PokerStars Caribbean Adventure* em 2015

Fonte: Página do site Intelipoker[6]

---

6 Disponível em: https://www.intelipoker.com/articles/O-Brasil-no-PCA-2015. Acesso em: 02 ago. 2020.

Figura 7 - Neymar durante torneio High Roller em 2020 na cidade de São Paulo - SP

Fonte: Carlos Monti/Divulgação[7]

Figura 8 - Matt Damon - Ator de Cinema

Fonte: Página do site GEEKProject[8]

7 Disponível em: https://gazetaweb.globo.com. Acesso em: 02 ago. 2020.

8 Disponível em: https://www.geekproject.com.br. Acesso em: 02 ago. 2020.

Figura 9 - Michael Phelps - Campeão Olímpico de Natação

Fonte: Página do site Poker News[9]

No século XXI é comum dizer que jogador de Poker é uma profissão. Muitas pessoas abandonam seus empregos e passam a se dedicar exclusivamente à prática profissional do jogo. Dado que o Poker é oficialmente um esporte, se torna viável sua inserção no ambiente escolar. Cabe aos profissionais da educação fazer uma reflexão sobre essa possibilidade a fim de quebrar paradigmas em relação à prática desse jogo capaz de desenvolver muitas habilidades, dentre as quais podemos destacar: concentração, paciência, raciocínio lógico-matemático e controle emocional.

3.2.5 A legalidade do esporte

Por muito tempo, o Poker foi visto como um jogo de azar, mas a partir do momento que estudiosos e jogadores provaram que para vencer o jogo é mais importante raciocínio do que sorte, as coisas começaram a mudar. Em 2009 foi fundada a Confederação Brasileira de Texas Hold'em (CBTH), responsável pela regulamentação do Poker no Brasil e, no ano seguinte, durante o Congresso Anual da Associação Internacional de Esportes da Mente (International Mind Games Association – IMSA), em Dubai, o Poker foi reconhecido como um esporte da mente, assim como o xadrez, damas, bridge, entre outros. O presidente da Federação Internacional de Poker naquela época, Anthony Holden, comemorou a decisão acreditando que foi um marco importantíssimo para a aceitação do Poker em todo o mundo e, com isso, esperava que alguns governos cessassem as interferências e restrições absurdas ao esporte.

9 Disponível em: https://br.pokernews.com. Acesso em: 02 ago. 2020.

Em 2012, durante as Olimpíadas de Londres, a Grã-Bretanha sediou os Jogos Mundiais dos Esportes da Mente e o Poker fez parte da grade de torneios. Neste mesmo ano, a CBTH passou a ser uma entidade cadastrada no Ministério dos Esportes brasileiro evidenciando o início de uma nova fase para o Poker que tipicamente era rotulado como um dos "jogos de azar", os quais são proibidos em muitos países, inclusive no Brasil. Em um laudo pericial elaborado pelo Dr. Ricardo Molina à CBTH, o perito diz que "considerando que o *Texas Hold'em*, assim como outras modalidades de Poker, sempre são jogados em longa séries de partidas, podemos afirmar, com segurança, que a habilidade é decisiva para definir o vencedor." Os entusiastas almejam, inclusive, que o Poker se torne um esporte olímpico, sendo que o Comitê Olímpico Internacional (COI) exige que para ser considerado esporte, é necessário que um jogo seja praticado por homens em pelo menos 75 países em 5 continentes e por mulheres, em pelo menos 40 países em 3 continentes.

3.3 Texas Hold'em

3.3.1 Regras Básicas

O jogo de Poker possui diversas modalidades, porém todas dizem respeito a um jogo de cartas cujo objetivo de cada jogador é eliminar os adversários. Antes de adentrarmos nas regras básicas da modalidade Texas Hold'em, vamos explicar o significado do Poker utilizando a definição dada por Silva:

> O Poker é um jogo de cartas onde dois ou mais jogadores tomam lugar em uma mesa e participam das rodadas de apostas com fichas de valor monetário real ou fictício. Para ganhar as fichas acumuladas no pote, o jogador precisa apresentar a combinação de cartas mais forte, ou fazer os oponentes desistirem da mão. O jogo possui várias variantes, sendo o Texas Hold'em a mais conhecida atualmente. (SILVA, 2015)

Além dessa definição, é importante também considerar as palavras extraídas do trabalho acadêmico "Algoritmos para um jogador inteligente de Poker" publicado em 2008 por Vinícius Sousa Fazio:

> Poker é um jogo de risco ou blefe. O espírito do jogo é conseguir convencer o adversário que o seu jogo é mais forte que o dele e tentar adivinhar se o jogo dele é mais forte que o seu. O convencimento é através de apostas. Se você não apostar que seu jogo é melhor que o do seu adversário, o seu adversário vence sem precisar mostrar o jogo. (FAZIO, 2008)

O Poker é um nome genérico para vários jogos, mas cada qual possui características que o diferencia dos restantes. As chamadas variantes do Poker são divididas em três grandes grupos:

- Draw Poker: cada jogador recebe um grupo de cartas que apenas ele pode ver e tem a possibilidade de melhorar seu jogo trocando cartas;

- Stud Poker: cada jogador recebe uma combinação de cartas reveladas (as faces são mostradas a todos os participantes) e cartas privadas (cartas com faces vistas somente pelo jogador) em várias rodadas de apostas;

- Community Card Poker: cada jogador recebe uma quantidade variável de cartas ocultadas dos adversários, as quais se juntam às cartas comunitárias formando uma combinação de cartas. A modalidade de jogo de Poker mais popular na atualidade, o Texas Hold'em, pertence a este grupo.

No Texas Hold'em são mostradas 5(cinco) cartas comunitárias e cada jogador recebe duas cartas fechadas. É importante destacar que assim como todas as categorias do jogo de Poker, a modalidade Texas Hold'em possui as seguintes características:

- Os jogadores contribuem para o prêmio da mesa composta por fichas de brinquedo que podem representar dinheiro de verdade.

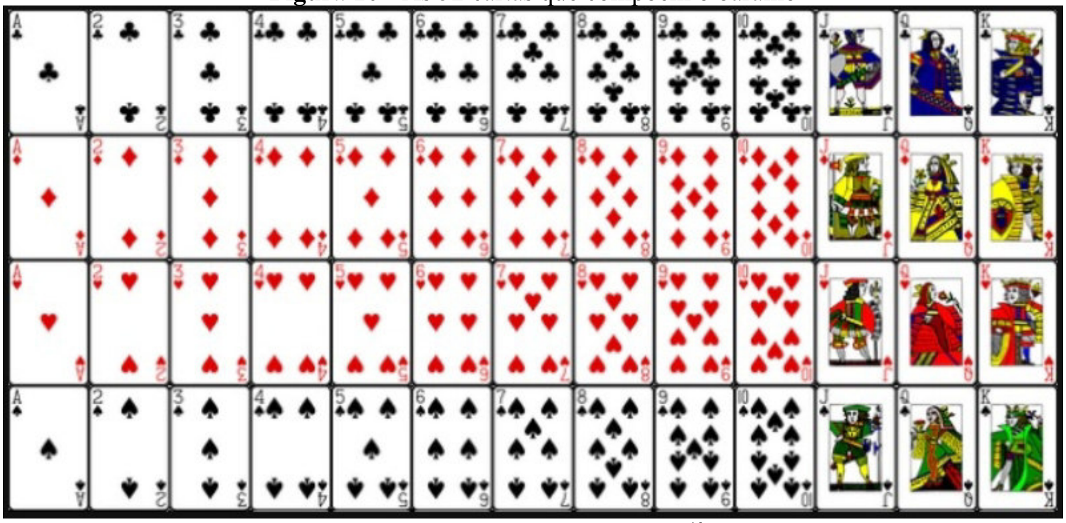
- As cartas são distribuídas a cada jogador de modo que algumas ou todas não possam ser vistas pelos outros jogadores.

- São feitas rodadas de apostas, com base na qualidade das cartas que os jogadores possuem nas mãos.

- Quando as rodadas de apostas acabam, o jogador com a melhor combinação de cartas, formada por cinco cartas ou o único a continuar no jogo depois dos adversários terem desistido será o vencedor.

Para participar de uma partida de Texas Hold'em é fundamental conhecer o baralho usado e compreender bem o ranking de mãos (combinações de cartas). Quanto ao baralho, utilizam-se as 52 cartas (figura 2.1), sendo 13 para cada naipe (figura 2.2), com valores 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J(valete), Q(dama), K(rei) e A(às). Os naipes têm todos o mesmo valor. É interessante comentar que o ás é a maior carta, porém quando compõe um Straight ou um Straight Flush, que começa no ás e vai até o 5 será a menor das cartas.

Figura 10 - As 52 cartas que compõem o baralho



Fonte: Página do site Vocação[10]

Figura 11 - Naipes das cartas de um baralho

Fonte: Página do site Canalhas do Poker[11]

No Texas Hold'em podem participar de 2 a 10 jogadores. Antes da distribuição das cartas, os jogadores precisam escolher quem será o jogador chamado *dealer* que será identificado por um botão posicionado a sua frente. Essa posição define quais os jogadores que deverão colocar as chamadas 'blinds' que são as apostas obrigatórias realizadas a fim de

10 Disponível em: https://www.vocacao.org.br/wp-content/uploads/2020/06/Probabilidade.pdf. Acesso em: 02 ago. 2020.

11 Disponível em: http://canalhasdopoker.blogspot.com/2009/12/historia-dos-naipes.html. Acesso em: 02 ago. 2020.

garantir que sempre haja fichas a serem ganhas no pote (prêmio total após as rodadas de apostas). Um jogador será responsável pela aposta chamada 'small blind', que corresponde à metade da aposta realizada pelo jogador à sua esquerda, o chamado 'big blind'. O *dealer* muda de posição a cada mão no sentido horário, o que muda também os jogadores que serão responsáveis pela small blind e big blind. Depois que as apostas obrigatórias são realizadas, cada um dos jogadores presentes na mesa recebe duas cartas com os naipes virados para baixo, ou seja, cartas fechadas. Essas cartas somente podem ser vistas e utilizadas pelo jogador que as recebeu. Em seguida são distribuídas cinco cartas comunitárias que ficam disponíveis para o uso de todos os jogadores. Vence quem fizer a melhor combinação de cinco cartas dentre as sete disponíveis. Em casas de jogos, geralmente, há um funcionário conhecido como "crupiê" que é responsável pela distribuição de cartas aos jogadores.

3.3.2 Apostas

Uma partida de Texas Hold'em é composta por 4 rodadas: *pré-flop, flop, turn e river.* O *pré-flop* é composto pela ação que ocorre antes das três primeiras cartas comunitárias (o '*flop*') serem mostradas na mesa. Após cada jogador observar suas duas cartas fechadas, cada um deles age pela primeira vez. O jogador sentado à esquerda do big blind é o primeiro a agir, seguido pelos demais jogadores à sua esquerda. Cada jogador pode optar por uma das seguintes ações:

- Desistir (Fold): O jogador não joga mais na mão, e deixa suas cartas de lado. Perde o direito de concorrer ao pote, mesmo que tenha pago um dos blinds.

- Pagar (Call): O jogador deseja jogar a mão igualando o tamanho da aposta atual. É importante mencionar que após o *flop*, o jogador terá a opção de passar (check), caso não tenha havido apostas antes dele.

- Aumentar (Raise): O jogador aumenta o tamanho da aposta atual.

O *flop* diz respeito ao momento em que são postas na mesa três cartas comunitárias. Assim que o *flop* é apresentado, tem início uma nova rodada de apostas, na qual cada jogador, seguindo a mesma ordem de jogadas da primeira rodada, pode desistir (*fold*), passar a vez (*check*), pagar (*call*) ou aumentar a aposta (*raise*). Assim que todas as apostas são feitas, inicia-se a próxima rodada.

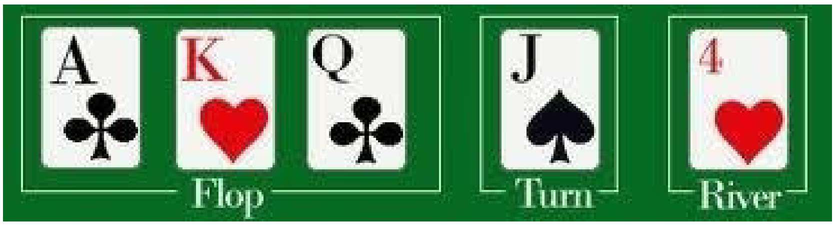
No *turn* é revelada mais uma carta comunitária e mais uma rodada de apostas é realizada. Após todas as apostas terem sido realizadas no turn, terá início a última rodada.

O *river* representa a quarta e última rodada de apostas. Nesse momento é revelada a quinta carta comunitária. E mais uma vez, como em todas as outras, a quarta rodada é iniciada pelo jogador à esquerda do Dealer.

Após as 4(quatro) rodadas de apostas temos o chamado s*howdown (abertura de cartas).* Nesse instante, cada jogador deve formar a melhor combinação possível de cinco cartas dentre suas duas cartas fechadas e as cinco cartas comunitárias. Todos os jogadores que desejam concorrer ao pote são obrigados a mostrar suas cartas. O competidor com a melhor combinação de cartas no *showdown* ganha o pote. Caso exista mais de um jogador com a mesma combinação vitoriosa, o pote será dividido.

Há situações em que o jogo não chega na quarta rodada. Isso ocorre quando apenas um jogador se mantém no jogo, pois todos os outros desistiram em algum momento.

Figura 12 - Flop, Turn e River



Fonte: Página do site Sanschaise Poker.[12]

Quanto à estrutura de apostas temos: *limit*, *pot-limit, no-limit e mixed.* Em relação aos jogos *limit*, existe um limite mínimo e máximo para cada aposta feita por um jogador. Num jogo *pot-limit*, aceita que o jogador aposte no máximo a quantidade de fichas colocadas na mesa até aquele momento. Nos jogos *no-limit*, não existem limites para as apostas, permitindo o chamado "all-in", ou seja, apostar todas as fichas que se tem. Por fim, no formato *mixed*, o jogo alterna entre rodadas de *limit* e *no-limit.*

12 Disponível em: https://sanschaisepoker.hebfree.org. Acesso em: 02 ago. 2020.

3.3.3 Ranking de combinações

Como dito acima, o objetivo em uma partida de *Poker* é construir a melhor combinação possível a partir das disposições de cinco cartas. Sob essa perspectiva, apresentamos as combinações, em ordem decrescente de valor:

1. *Royal Straight Flush:* combinação das cinco maiores cartas do mesmo naipe em sequência, ou seja, do dez ao ás;

Figura 13 - Royal Straight Flush

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

2. *Straight Flush:* ordenação de quaisquer cinco cartas do mesmo naipe, em sequência. Entre dois ou mais *straight flushes*, vence o que possuir a carta mais alta;

Figura 14 - Straight Flush

Fonte: Página do site ..https://www.jogatina.com

3. *Quadra:* conjunto de quatro cartas com o mesmo valor. Se houver duas ou mais quadras, a vencedora será a constituída pelas cartas mais altas;

Figura 15 - Quadra

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

4. *Full House:* combinação formada por três cartas iguais entre si juntadas a outras duas, também iguais entre si, ou seja, uma trinca e um par;

Figura 16 – Full House

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

5. *Flush:* grupo de cinco cartas do mesmo naipe que não constituem sequência. Em caso de dois ou mais *flushes*, o vencedor será o que possuir a carta mais alta. Se, por ventura, as cartas altas forem iguais, serão comparadas as cartas subsequentes. Pode ocorrer empate se as cinco cartas mostradas por dois jogadores tiverem os mesmos valores;

Figura 17 - Flush

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

6. *Straight:* combinação de cinco cartas em sequência hierárquica, com naipes diferentes. Caso haja empate, a sequência vencedora será a que possuir a carta mais alta. Se forem absolutamente idênticas, ocorrerá empate entre os apostadores;

Figura 18 - Straight

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

7. *Trinca:* união de três cartas do mesmo valor. A trinca mais alta é a vencedora, em caso de empate;

Figura 19 - Trinca

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

8. *Dois pares:* união de dois pares de cartas com valores diferentes. Caso ocorra empate, o par mais alto define o vencedor. Se, ainda assim, persistir o empate, a quinta carta mais alta *(kicker)* define a vitória. Caso a carta mais alta também tenha mesmo valor, ocorrerá empate;

Figura 20 – Dois Pares

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

9. *Um Par:* composição de duas cartas de mesmo valor. Caso ocorra empate, o par de cartas mais altas vence. No caso de novo empate, o ganhador é quem tiver a terceira, quarta ou quinta carta mais alta. Se ainda assim a disputa continuar empatada, o valor total das apostas é dividido entre os apostadores;

Figura 21 – Um Par

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

10. *Carta maior:* quando não houver qualquer das combinações mencionadas nos itens anteriores, a carta mais alta define o vencedor. Caso exista um empate, prevalece a segunda carta maior, e assim por diante. Em caso de empate absoluto, o pote será dividido entre os apostadores.

Figura 22 – Carta maior

Fonte: Página do site https://www.jogatina.com.

Figura 23 – Ranking de Mãos do Poker

Fonte: Página do site https://www.cardplayer.com.

4 – Referencial Teórico

Neste tópico serão apresentados os conceitos de análise combinatória e probabilidade que são necessários para o desenvolvimento do nosso trabalho. Tais conceitos, em sua maioria, foram extraídos do livro *Fundamentos de Matemática Elementar – Volume 5*, cujo autor é Samuel Hazzan.

4.1 Análise Combinatória

A análise combinatória é a área da matemática responsável pela "contagem", sob certas circunstâncias, de elementos pertencentes a conjuntos finitos. Através de sua aplicação são realizadas contagens numéricas que dificilmente seriam possíveis utilizando apenas os métodos comuns.

Embora tenha origem nos jogos de azar, a análise combinatória passou por grande evolução e seus métodos passaram a ser aplicados também em outras áreas como, por exemplo, probabilidade, estatística, programação linear, tecnologia da informação, biologia, economia, etc. De acordo com Merayo (2001) "A análise combinatória é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto".

Definição 4.1.1 *Se uma tarefa tem n etapas, independentes entre si, e cada etapa i tem n_i maneiras diferentes de ser realizada, então o número total de alternativas para realizar a tarefa é dado pelo produto $n_1 n_2 \ldots n_k$.*

Exemplo 4.1.2: *Maria vai a um evento e possui em seu closet 5 vestidos, 3 colares e 2 cintos. De quantas maneiras diferentes ela pode se produzir para o evento, sabendo que vai usar apenas um vestido, um colar e um cinto?*

Dividindo o evento em 3 etapas sucessivas, temos:

1ª Etapa: escolha do vestido *2ª Etapa: escolha do colar* *3ª Etapa: escolha do cinto*

Anotando o número de possibilidades de cada etapa:

nº de possibilidades da Etapa 1 = 5.

nº de possibilidades da Etapa 2 = 3.

nº de possibilidades da Etapa 3 = 2.

Daí, temos que Maria poderá se produzir de 5 x 3 x 2 = 30 maneiras diferentes.

Definição 4.1.3 *Considere que desejamos escolher p dentre n elementos. Se a ordem de escolha é importante, temos um arranjo de n elementos tomados p a p. Caso a ordem não importe, o agrupamento formado é a combinação de n elementos tomados p a p. O número de diferentes agrupamentos que podem ser formados é apresentado a seguir:*

$$Arranjo: A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \qquad Combinação: C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemplo 4.1.4:

Dado que 3 alunos de uma sala de aula serão escolhidos para representar a turma em uma competição e sabendo que a sala possui um total de 20 alunos, vamos calcular:

a) O número de maneiras de escolher os 3 alunos, considerando que cada um terá uma função diferente na equipe (líder, vice-líder, porta-voz)

Nesse caso, como a "ordem de escolha importa", teremos um arranjo e, então:

$$A_{20,3} = \frac{20!}{(20-3)!} = \frac{20.19.18.17!}{17!} = 6840 \text{ maneiras.}$$

O número de maneiras de escolher os 3 alunos, considerando que não há função específica para cada aluno na equipe, sendo denominados apenas por competidores.

Nessa situação a "ordem de escolha não importa". Logo, teremos uma combinação. Veja:

$$C_{20,3} = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20.19.18.17!}{3!17!} = 1140 \text{ maneiras.}$$

É importante destacarmos que quando desejamos escolher p elementos de um conjunto com n elementos, sendo p = n, considerando a ordem importante, temos um caso de permutação. Se trata de um caso particular de arranjo. Para encontrar o número de possibilidades em uma permutação fazemos $P_n = n!$

4.2 Probabilidade

A Probabilidade permite analisar ou calcular as chances de se obter determinado resultado diante de um experimento aleatório. Podemos citar, como exemplos clássicos, as chances de um número sair em um lançamento de dados ou a possibilidade de ganhar na loteria. Quando calculamos a probabilidade estamos associando um grau de confiança na ocorrência dos resultados possíveis de experimentos, cujos resultados não podem ser determinados antecipadamente em razão de serem imprevisíveis.

É importante mencionar que, muitas vezes, necessitamos utilizar os conhecimentos de análise combinatória para encontrarmos a probabilidade.

> A palavra probabilidade está presente sempre que estivermos perante um fenômeno aleatório, isto é, um fenômeno para o qual não sabemos de antemão o que vai acontecer, na próxima repetição, mas para o qual se admite uma certa regularidade a longo termo, ou seja, para um grande número de repetições do fenômeno (Martins, 2005)

Definição 4.2.1 *Experimento Determinístico é o experimento que quando repetido em condições semelhantes, conduz a resultados essencialmente idênticos. No caso dos jogos, são aqueles que seguem padrões e encontrando o padrão se ganha sempre.*

Definição 4.2.2 *Chamamos de experimentos aleatórios aqueles que, repetidos em idênticas condições, produzem resultados que não podem ser previstos com certeza. Embora não saibamos qual o resultado que ocorrerá num experimento, em geral conseguimos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis que podem ocorrer. As variações de resultados, de experimento para experimento, são devidas a uma multiplicidade de causas que não podemos controlar, as quais denominamos acaso.*

Definição 4.2.3 *Chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.*

Definição 4.2.4 *Consideremos um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω. Chamaremos de evento todo subconjunto de Ω. Em geral indicamos um evento por uma letra maiúscula do alfabeto: A, B, C, ..., X, Y, Z. Diremos que um evento A ocorre se, realizado o experimento, o resultado obtido for pertencente a A.*

Antes de apresentar a definição de probabilidade é importante entendermos o significado de frequência relativa. Em um experimento aleatório, apesar de não sabermos qual evento ocorrerá, somos cientes que alguns eventos ocorrem frequentemente e outros, raramente. Desejamos, então, associar aos eventos números que nos deem uma indicação quantitativa da sua ocorrência, quando o experimento é repetido muitas vezes, nas mesmas condições. Para isso, vamos definir o conceito de frequência relativa.

Definição 4.2.5 *Consideremos um experimento aleatório com espaço amostral Ω finito, isto é, $\Omega = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$. Suponhamos que o experimento seja repetido N vezes, nas mesmas condições. Seja n_i o número de vezes que ocorre o evento elementar a_i. Definimos frequência relativa do evento $\{a_i\}$ como sendo o número f_i, tal que:*

$$f_i = \frac{n_i}{N}, \forall\, i \in \{1,2,\ldots,k\}$$

A frequência relativa nos dá uma informação quantitativa da ocorrência de um evento, quando o experimento é realizado um grande número de vezes. A probabilidade do evento considerado será definida por um número associado a cada evento, de modo que ele tenha as mesmas características da frequência relativa.

Definição 4.2.6 *Consideremos um espaço amostral finito* $\Omega = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$. *A cada evento elementar* $\{a_i\}$ *vamos associar um número real, indicado por* $p(\{a_i\})$ *ou* p_i, *chamado probabilidade do evento* $\{a_i\}$, *satisfazendo as seguintes condições:*

(1) $0 \leqslant p_i \leqslant 1 \ \forall_i \in \{1, 2, ..., k\}$

(2) $\sum_{i=1}^{k} p_i = p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$

Dizemos que os números $p_1, p_2, ..., p_k$ *definem uma distribuição de probabilidades sobre* Ω. *Em seguida, seja A um evento qualquer de* Ω. *Definimos probabilidade do evento A (e indicamos por P(A)) da seguinte forma:*

a) Se $A = \emptyset$, $P(A) = 0$

b) Se $A \neq \emptyset$, $P(A) = \sum_{a_i \in A} p_i$

Isto é, a probabilidade de um evento constituído por um certo número de elementos é a soma das probabilidades dos resultados individuais que constituem o evento A.

4.3 Teoremas sobre probabilidades em espaço amostral finito

Nesta seção vamos apresentar os teoremas relacionados ao cálculo de probabilidade em espaços amostrais finitos. Como exemplos de espaços amostrais finitos podemos citar o lançamento de um dado, a retirada de uma bola colorida de uma urna, a extração de uma carta de um baralho, etc. Os conjuntos correspondentes a tais espaços amostrais apresentam uma quantidade finita de elementos. Para experimentos com espaços amostrais infinitos não enumeráveis, a construção da classe de eventos e da probabilidade definida sobre esta classe, requer conceitos da Teoria da Medida.

Teorema 4.3.1 *A probabilidade do evento certo é 1.*

Demonstração:

De fato, evento certo é representado pelo conjunto $\Omega = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$ *e, por definição, temos* $P(\Omega) = p_1 + p_2 + ... + p_k = 1$. □

Teorema 4.3.2 *Se* $A \subset B$*, então* $P(A) \leqslant P(B)$*.*

Demonstração:

1) Se $A = B$*, por definição* $P(A) = P(B)$ *e, portanto,* $P(A) \leqslant P(B)$*.*

2) Se $A \subset B$*. Sejam* $A = \{a_1, a_2, ..., a_r\}$ *e* $B = \{a_1, a_2, ..., a_r, a_{r+1}, ..., a_{r+q}\}$*.*

Então:

$P(A) = p_1 + p_2 + ... + p_r$. $P(B) = p_1 + p_2 + ... + p_r + p_{r+1} + ... + p_{r+q}$.

Como:

$p_1, p_2, ..., p_r, ..., p_{r+q}$ *são todos não negativos, decorre que* $P(A) \leqslant P(B)$*.*

No caso particular de $A = \emptyset$*, temos* $P(A) = 0$ *e* $P(B) \geqslant 0$ *e, portanto,* $P(A) \leqslant P(B)$*.* □

Teorema 4.3.3 *Se A é um evento, então* $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$*.*

Demonstração: $\emptyset \subset A \subset \Omega$

Logo, pelo teorema 4.3.2: $P(\emptyset) \leqslant P(A) \leqslant P(\Omega)$ *e, portanto,* $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$*.* □

Teorema 4.3.4 *Se A e B são eventos, então* $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$*.*

Demonstração:

$P(AUB) = \sum_{a_j \in AUB} p_j$.

Por outro lado, $P(A) = \sum_{a_j \in A} p_j$ *e* $P(B) = \sum_{a_j \in B} p_j$.

Ora, quando somamos $P(A) + P(B)$ *as probabilidades dos eventos elementares contidos em* $A \cap B$ *são computadas duas vezes (uma, por estarem em A e outra, por estarem em B).*

Portanto, $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ *é a soma das probabilidades dos eventos elementares contidos em* $A \cup B$*, logo* $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$*.* □

Teorema 4.3.5 *Se A é um evento, então* $P(A^C) = 1 - P(A)$.

Demonstração:

Como $A \cap A^C = \emptyset$ *e* $A \cup A^C = \Omega$ *decorre pelo Teorema 4.3.4 que* $P(A \cup A^C) = P(A) + P(A^C)$.

Logo: $1 = P(A) + P(A^C) \Rightarrow P(A^C) = 1 - P(A)$. □

4.4 Espaços amostrais equiprováveis

Um espaço amostral é chamado equiprovável quando todos os pontos amostrais dentro dele têm a mesma chance de ocorrer, ou seja, a probabilidade de ocorrência dos eventos elementares dentro do espaço amostral é a mesma. Isso ocorre, por exemplo, em lançamentos de dados ou moedas não viciados, retirada de bolas numeradas de tamanho e peso idênticos de uma urna, retirada de cartas de um baralho comum, etc.

Definição 4.4.1 *Seja* $\Omega = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$. *Diremos que uma distribuição de probabilidades sobre Ω é equiprovável, se* $p_1 = p_2 = ... = p_k$, *isto é, se todos os eventos elementares de Ω tiverem a mesma probabilidade. Em geral, as características do experimento é que nos leva a supor uma distribuição equiprovável.*

Dado $\Omega = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$ *uma distribuição equiprovável, temos que* $p_i = \frac{1}{k}, \forall i \in \{1,2,\ldots k\}$.

Considerando A um evento, tal que: $A = \{a_1, a_2, ..., a_r\}$.

$$P(A) = p_1 + p_2 + \ldots + p_r = \underbrace{\frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \ldots + \frac{1}{k}}_{r vezes}$$

$P(A) = \frac{r}{k}$ *, isto é, num espaço Ω, com distribuição equiprovável,* $P(A) = \frac{r}{k} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

Podemos enunciar a relação acima da seguinte forma:

$$P(A) = \frac{n^o decasosfavoráveis}{n^o decasospossíveis}$$

Entretanto, é importante observar que dado um conjunto com N elementos, escolher ao acaso n elementos desse conjunto significa que cada subconjunto (ordenado ou não) de n elementos tem a mesma probabilidade de ser escolhido.

4.5 Probabilidade Condicional

A probabilidade condicional é um conceito que envolve dois eventos de forma que estuda a probabilidade de o evento A ocorrer, sabendo que o evento B já ocorreu. Esse cálculo é conhecido por Teorema de Bayes, desenvolvido pelo matemático inglês Thomas Bayes (1701-1761) que forneceu uma equação que permitiria que novas evidências atualizassem a probabilidade de um evento a partir do conhecimento *a priori* (ou a crença inicial na ocorrência de um evento). Segundo o matemático britânico Sir Harold Jefrreys (1973, p.31), "o Teorema de Bayes é para a Teoria da Probabilidade o que o Teorema de Pitágoras é para a Geometria". O manuscrito não publicado de Bayes foi editado significativamente por Richard Price antes de ser lido postumamente na Royal Society, entretanto, esta interpretação foi contestada por Sharon McGrayne argumentando que a contribuição de Richard Price foi substancial:

> Por padrões modernos, devemos nos referir à regra Bayes–Price. Price descobriu o trabalho de Bayes, reconheceu sua importância, corrigiu–o, contribuiu para o artigo e encontrou um uso para ele. A convenção moderna de empregar apenas o nome de Bayes é injusta, mas tão arraigada que faz o resto não ter quase nenhum sentido. (MCGRAYNE, 2011)

Anos depois o teorema foi trabalhado substancialmente por Pierre-Simon Laplace que publicou em 1812 o livro Teoria Analítica de Probabilidade.

Considerando experimentos aleatórios com espaços amostrais finitos, vamos definir o conceito de probabilidade condicional e apresentar a denominada Regra do Produto.

Definição 4.5.1 *Seja Ω um espaço amostral e consideremos dois eventos, A e B. Com o símbolo $P(A|B)$ indicamos a probabilidade do evento A ocorrer, dado que o evento B ocorreu, isto é, $P(A|B)$ é a probabilidade condicional do evento A, uma vez que B tenha ocorrido. Quando calculamos $P(A|B)$, tudo se passa como se B fosse o novo espaço amostral "reduzido" dentro do qual queremos calcular a probabilidade de A.*

A fórmula para calcular a probabilidade condicional é: $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}, P(B)>0$

Regra do produto. A regra do produto permite expressar a probabilidade da ocorrência simultânea de diversos eventos a partir do valor de cada probabilidade condicional dados os eventos anteriores. Para isso basta aplicar a propriedade fundamental da proporção na relação anterior.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A\cap B)=P(B).P(A/B)$$

Teorema 4.5.2 *Dados* A_1, A_2, ..., A_n, *eventos (subconjuntos) de* Ω, *vale*

$$P(A_1\cap\ldots\cap A_n)=P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1\cap A_2)\ldots P(A_n/A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_{n-1})$$

Demonstração:

Vamos fazer pelo Princípio da Indução Infinita (PIF).

Para n=2, usando a definição 4.5.1, temos:

$$P(A_2/A_1)=\frac{P(A_1\cap A_2)}{P(A_1)} \quad \textit{e assim} \quad P(A_1\cap A_2)=P(A_1).P(A_2/A_1)$$

Supondo a fórmula verdadeira para n=k, k ϵ *N, isto é:*

$$P(A_1\cap\ldots\cap A_k)=P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1\cap A_2)\ldots P(A_k/A_1\cap A_2\ldots\cap A_{k-1})$$

Para n = k + 1, temos: $A_1\cap\ldots\cap A_k\cap A_{k+1}=B\cap A_{k+1}$ *, sendo* $B=A_1\cap\ldots\cap A_k$

Como a fórmula vale para n =2, temos: $P(B\cap A_{k+1})=P(B).P(A_{k+1}/B)$

Usando a hipótese de indução chegamos que:

$$P(A_1 \cap \ldots \cap A_k \cap A_{k+1}) = P(A_1).P(A_2/A_1)\ldots P(A_{k+1}/A_1 \cap A_2)\ldots P(A_k/A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{k-1})$$

$$P(A_1 \cap \ldots \cap A_k \cap A_{k+1}) = P(A_1).P(A_2/A_1)\ldots P(A_{k+1}/A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_K) \qquad \square$$

4.6 Esperança Matemática

A esperança, ou valor esperado de uma variável aleatória, é um conceito fundamental no estudo da Teoria das Probabilidades e, consequentemente, nos jogos de cartas. Junto com a variância, a esperança matemática é uma das medidas mais importantes em uma distribuição de probabilidades.

Podemos dizer que a esperança é a soma das probabilidades de cada evento dentro de um experimento aleatório multiplicada pelo valor do evento. Logo, representa o valor médio "esperado" de uma experiência se ela for repetida diversas vezes. Assim, a esperança pode ser compreendida intuitivamente como a “média aritmética ponderada” dos possíveis eventos de um experimento aleatório. Caso todos os eventos tenham igual probabilidade, o valor esperado é exatamente a média aritmética.

Inicialmente o conceito de esperança matemática foi trabalhado pelo filósofo e matemático Blaise Pascal. Ele acreditava que a existência de Deus era algo que a razão não poderia determinar.

> Assim, estudemos esse ponto e digamos: “Deus existe ou não existe”. Para que lado tendemos? A razão não o pode determinar: um caos infinito nos separa. Na extremidade dessa distância infinita, joga-se cara ou coroa. Em que apostareis? Pela razão, não podereis atingir nem uma nem outra; pela razão, não podereis defender uma ou outra. (PASCAL,1670 [1999], p.92).

Os matemáticos Huygens e Bernoulli, enunciaram o conceito da seguinte forma: se a probabilidade de ganhar as quantias a_1, a_2, …, a_k são, respectivamente, P_1, P_2, …, P_k, então a esperança matemática E é dada pelo produto $\mathbf{a_1.P_1 + a_2.P_2 + \ldots + a_k.P_k}$.

Definição 4.6.1 *Se X é uma variável aleatória discreta definida em um espaço amostral S, finito com n elementos, então o valor esperado de X é* $E[X]=\sum_{i=1}^{n} p(i).X(i)$

5 – Aplicação da Probabilidade no Jogo de Poker

Neste capítulo usaremos os conceitos de probabilidade para calcular a chance de formar cada uma das combinações de cinco cartas numa mão de *Poker* e também calcularemos a probabilidade de vitória de um jogador na rodada de apostas conhecida por *pós-turn*. Além do cálculo da probabilidade, abordaremos o conceito de esperança matemática aplicado na tomada de decisão de um jogador.

5.1 Composições de Cartas

Total de Jogos Possíveis

Cada jogo é formado por 5 das 52 cartas existentes no baralho. Logo, o número de maneiras de tomar 5 elementos de um conjunto com 52 elementos, sem considerar a ordem de escolha, é dado pela seguinte relação:

$$C_{52,5} = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52!}{5!(47)!} = 2598960 \text{ jogos possíveis.}$$

Royal Straight Flush

Existem apenas 4 sequências do 10 ao ás que formam o royal straight flush, sendo uma para cada naipe. Logo,

$$P\text{ (royal straight flush)} = \frac{4}{2598960} = 0{,}00000154 = 0{,}000154\%.$$

Straight Flush

São as sequências de cinco cartas do mesmo naipe, exceto os royals straights flushes. A menor carta pode ser ás, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Logo, há 9 straights flushes para cada naipe totalizando 9 x 4 = 36 sequências nesse formato. Assim,

$$P\text{ (straight flush)} = \frac{36}{2598960} = 0{,}0000139 = 0{,}00139\%.$$

Quadra

Para compor uma quadra, usa-se quatro cartas de um mesmo valor dentre os treze disponíveis (ás ao rei). Além disso, é necessário completar a mão com a quinta carta que é escolhida dentre 48 restantes no baralho. Existem, assim, 13 x 48 = 624 combinações de quadra possíveis. Logo,

$$P(\text{quadra}) = \frac{624}{2598960} = 0{,}00024 = 0{,}024\%.$$

Full House

O full house é composto por uma trinca e um par. Utilizando os conhecimentos sobre Princípio Fundamental da Contagem podemos separar a contagem em duas etapas sucessivas. Assim, na 1ª etapa constatamos que há treze valores disponíveis para a trinca e, consequentemente, na 2ª etapa existem doze valores restantes para formação do par. Dentre as cartas de mesmo valor, na 1ª etapa há $C_{4,3}$ = 4 maneiras de formar uma trinca, enquanto na 2ª etapa existem $C_{4,2}$ = 6 maneiras de montar um par. Portanto, existem 13 x 12 x 6 x 4 = 3744 formações possíveis desse tipo. Portanto,

$$P\ (\text{full house}) = \frac{3744}{2598960} = 0{,}00144 = 0{,}144\%.$$

Flush

O flush é formado por cinco cartas do mesmo naipe. É certo que há $C_{13,5}$ = 1287 combinações possíveis por naipe. No entanto, dez dessas combinações também formam um straight flush ou royal straight flush e, portanto, devem ficar de fora da nossa contagem: 1287 - 10 = 1277. Como são 4 naipes no baralho, temos 4 x 1277 = 5108 combinações possíveis para formar um flush. Então,

$$P(\text{flush}) = \frac{5108}{2598960} = 0{,}00197 = 0{,}197\%.$$

Straight

É uma sequência com cinco cartas, não pertencendo todas ao mesmo naipe. Logo, por naipe, dez cartas podem figurar como a mais baixa de um straight (ás ao 10). Desse modo, estendendo a contagem para todos os naipes, temos 10 x 4 = 40 modos. Além disso, há quatro possibilidades para cada uma das quatro cartas restantes: 40 x 4 x 4 x 4 x 4 = 10240. Excluindo as sequências de mesmo naipe (straight flush ou royal flush), obtemos 10240 - 40 = 10200 sequências *straight* possíveis. Assim,

$$P(\text{straight}) = \frac{10200}{2598960} = 0{,}00392 = 0{,}392\%.$$

Trinca

São três cartas de mesmo valor. Para formar uma trinca existem treze valores disponíveis de cada naipe. Logo, são $C_{4,3} = 4$ formas de montar uma trinca com cartas do mesmo valor. Como uma mão de Poker é formada por cinco cartas, toda trinca será acompanhada por duas cartas restantes, contanto, que não resulte em um full house. Logo, o número de possibilidades para as duas cartas restantes é dado por $C_{48,2}$ - 12 x $C_{4,2}$ que é igual 1056 combinações. Portanto, há 13 x 4 x 1056 = 54912 trincas possíveis. Logo,

$$P\ (\text{trinca}) = \frac{54912}{2598960} = 0{,}02113 = 2{,}113\%.$$

Dois Pares

São duas cartas de mesmo valor com mais outras duas também de mesmo valor, mas diferentes das primeiras duas. Para formar dois pares, há $C_{13,2} = 78$ conjuntos de dois valores dos pares e $C_{4,2} = 6$ formas de montar cada par, além de $11 \times 4 = 44$ opções para compor a quinta carta. Assim, existem 78 x 6 x 6 x 44 = 123552 possibilidades de formar dois pares. Logo,

$$P\ (\text{dois pares}) = \frac{123552}{2598960} = 0{,}04754 = 4{,}754\%.$$

Um Par

Nessa mão de Poker há apenas um par, sendo que as outras três cartas são diferentes do par e entre si. Há treze valores em cada naipe, sendo quatro naipes distintos. Logo, temos $C_{4,2} = 6$ maneiras distintas de formar um par. Para a terceira carta não coincidir com o par há

48 possibilidades. Para a quarta e a quinta cartas não coincidirem com as anteriores e entre si há, respectivamente, 44 e 40 possibilidades. Como a ordem das três últimas cartas não importa, temos que dividir o valor encontrado pela permutação das três cartas e, portanto, chegamos em 13 x 6 x $\frac{48.44.40}{3!}$ = 1098240 pares possíveis. Assim,

$$P\text{ (um par)} = \frac{1098240}{2598960} = 0{,}42257 = 42{,}257\%.$$

Carta Mais Alta

Em uma mão que não apresenta qualquer das combinações especificadas nos itens anteriores, considera-se apenas o valor da carta mais alta também chamada de *high card*. Desse modo, podemos usar o conceito de probabilidade de evento complementar $P(A^C) = 1 - P(A)$, onde $P(A)$ é a soma das probabilidades das composições anteriores e $P(A^C)$ é a probabilidade de vencer com carta mais alta.

Sendo assim,

$P(A) = 0{,}00000154 + 0{,}0000139 + 0{,}00024 + 0{,}00144 + 0{,}00197 + 0{,}00392 + 0{,}02113 + 0{,}04754 + 0{,}42257 = 0{,}49882544 = 49{,}882\%$

Daí,

$$P(A^C) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}49882544 = 0{,}50117456 = 50{,}117\%.$$

Portanto,

$$P\text{ (carta mais alta)} = 0{,}50117 = 50{,}117\%.$$

5.2 Cálculo de Probabilidade na Mesa de Poker

É fundamental que um competidor tenha conhecimento sobre Cálculo de Probabilidade ao participar de uma partida de Poker. O sucesso no jogo, considerado um esporte da mente, será alcançado pelo jogador que melhor usufruir desse conceito matemático durante a partida.

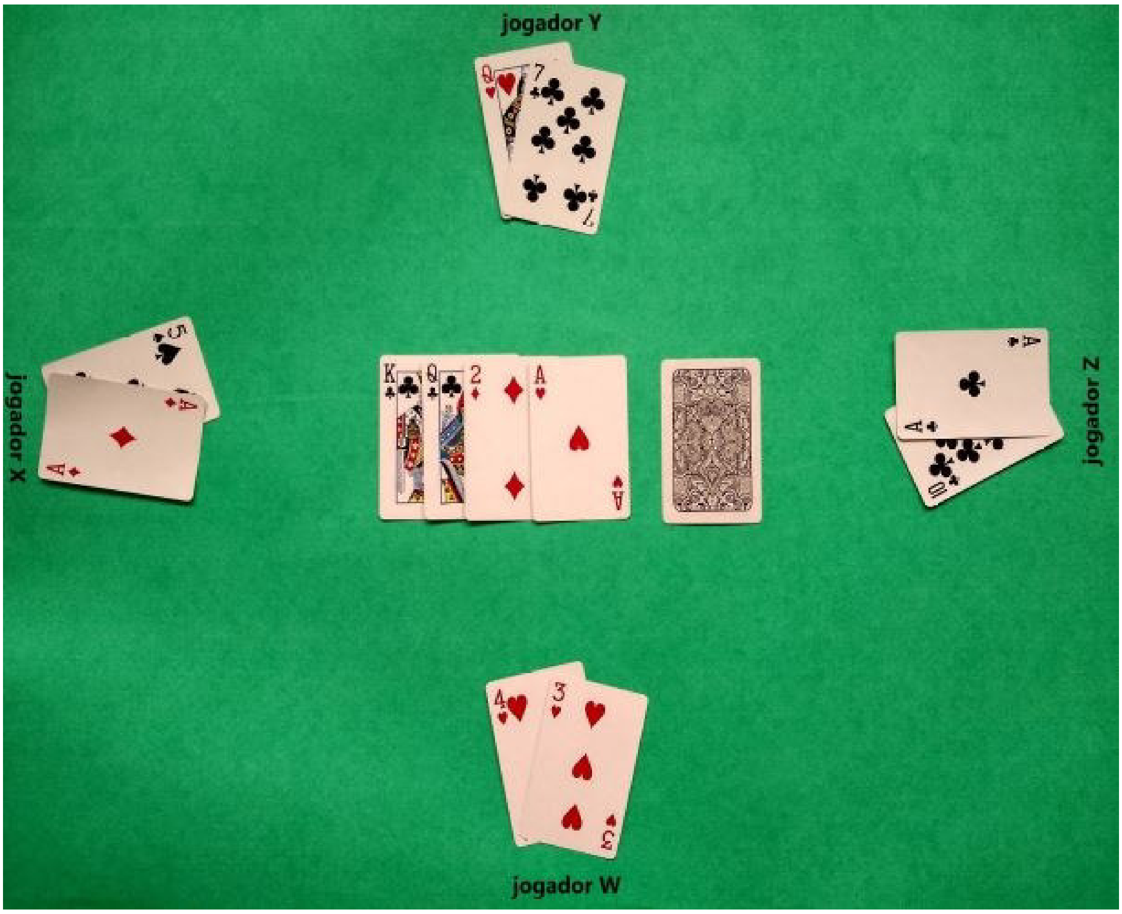
Vale destacar que no começo de uma partida de Poker a probabilidade não tem grande influência na tomada de decisão como nas etapas seguintes. No *pré-flop* há um grande número de cartas favoráveis a qualquer jogador ocasionando uma grande probabilidade de sucesso para todos e, consequentemente, se torna adequado que todos permaneçam na partida. Apesar do Cálculo de Probabilidade não ter muita utilidade no *pré-flop*, sua importância aumenta a cada rodada do jogo tendo em vista a revelação de mais cartas na mesa. Após todas as cartas comunitárias serem apresentadas, o Cálculo de Probabilidade passa a ser o fator mais relevante na tomada de decisão de um apostador.

Neste tópico, vamos simular uma situação de jogo e calcular a probabilidade de melhorar a combinação de cartas de um jogador presente na rodada *pós-turn*. É importante ressaltar que na situação a ser analisada não levaremos em conta a quantia acumulada no pote nem o valor mínimo a ser apostado por jogador na rodada.

Considerando uma mesa composta por quatro jogadores em uma mão de Poker, onde todos os competidores já visualizaram as três cartas apresentadas no *flop*, bem como a carta revelada no Turn, é certo que cada jogador em sua ação terá que tomar uma das seguintes decisões: pagar (call), aumentar (raise) ou desistir (fold) da aposta.

Supondo um cenário no qual as cartas sobre a mesa são: K(♣), Q(♣), 2(♦) e A(♥), analisaremos se vale a pena cada um dos jogadores X, Y, Z e W permanecer na partida tendo como base a probabilidade de formação das composições de cartas mais poderosas do jogo. É necessário que cada competidor saiba a ordem decrescente de valor das cartas e conheça o ranking de mãos de Poker. É importante mencionar que cada jogador conhece apenas suas cartas e as que foram reveladas no bordo. Logo, efetuará o Cálculo de Probabilidade considerando 46 cartas possíveis para o *river.*

Figura 24 – Situação Pós-Turn



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Jogador X – A(♦), 5(♠)

O jogador X já possui um par de ases e seu jogo pode ser melhorado para uma trinca se for revelado outro ás no *river*. Além dessa composição, poderá formar dois pares no caso de sair um 5 ou dobrar qualquer das cartas comunitárias. Ocorre que o par formado com as cartas comunitárias favorece todos os jogadores, logo não deve ser levado em consideração no Cálculo de Probabilidade. Desse modo, as probabilidades das composições mais poderosas do Poker para o jogador X são as seguintes:

- *Trinca de Ases:* 2/46 = 1/23 = 0,043 = 4,3%.
- *Dois Pares (ases e cincos):* 3/46 = 0,065 = 6,5%.
- *Par de Ases:* 46/46 = 1 = 100%.

Jogador Y - Q(♥), 7(♣)

O jogador Y já possui um par de damas e seu jogo pode ser melhorado para uma trinca se for revelada outra dama no *river*. Além dessa composição, poderá formar dois pares se por ventura sair um 7 ou dobrar qualquer das cartas comunitárias. Como já foi dito, o par formado com as cartas comunitárias favorece todos os jogadores, logo não deve ser levado em consideração no Cálculo de Probabilidade. Assim, as probabilidades de sucesso na composição de cartas desse jogador seguem anotadas abaixo:

- *Trinca de Damas:* 2/46 = 1/23 = 0,043 = 4,3%.
- *Dois Pares (damas e setes):* 3/46 = 0,065 = 6,5%.
- *Par de Damas:* 46/46 = 1 = 100%.

Jogador Z – A(♣), 10(♣)

O jogador Z já possui um par de ás e seu jogo pode ser melhorado para um straight, um flush ou até um royal straight flush. Junta-se a essas possibilidades, a formação de uma trinca no caso de ser revelado outro ás no *river*. Além dessas composições, esse jogador poderá formar dois pares se sair um 10 ou dobrar qualquer das cartas comunitárias. Lembrando que o par formado com as cartas comunitárias favorece todos os jogadores, logo não deve ser levado em consideração no Cálculo de Probabilidade. Elencamos abaixo as probabilidades de formação das principais composições do Poker para esse jogador.

- *Royal Straight Flush:* 1/46 = 0,0217 = 2,17%.
- *Flush:* 8/46 = 4/23 = 0,1723 = 17,23%.
- *Straight:* 4/46 = 2/23 = 0,087 = 8,7%.
- *Trinca de Ases:* 2/46 = 1/23 = 0,043 = 4,3%.
- *Dois Pares (ases e dez):* 3/46 = 0,065 = 6,5%.
- *Par de Ases:* 46/46 = 1 = 100%.

Jogador W – 3(♥), 4(♥)

O jogador W possui apenas uma composição com carta mais alta que se classifica como a mais fraca no ranking de mãos. No entanto, seu jogo pode ser melhorado para um straight com a revelação de um 5 no *river*. Além dessas composições, esse jogador poderá formar um par se, por ventura, sair um 4, um 3 ou dobrar qualquer das cartas comunitárias. Mais uma vez salientamos que o par formado com as cartas comunitárias favorece todos os jogadores, logo não deve ser levado em consideração no Cálculo de Probabilidade. Desse modo, as probabilidades de melhorar o jogo para esse competidor são as seguintes:

- *Straight: 4/46* = 2/23 = 0,087 = 8,7%.
- *Par de 4(quatro):* 3/46 = 0,065 = 6,5%.
- *Par de 3(três):* 3/46 = 0,065 = 6,5%.
- *Carta Alta:* 46/46 = 1 = 100%.

Veja que nesse cenário o jogador Z possui um número maior de composições possíveis e, além disso, é o único jogador que pode formar um flush ou um royal straight flush. Apesar desse jogador estar numa situação mais vantajosa que os demais, todos ainda têm chance de melhorar suas composições, bem como de vencer a mão de Poker.

É importante comentar que em alguns torneios de Poker transmitidos na televisão são posicionadas câmeras embaixo das cartas de cada competidor e, através de um programa de computador, é dada a probabilidade de vitória e empate de cada jogador, considerando todas as cartas reveladas na partida. Vamos simular o uso desse dispositivo em nosso exemplo, com a calculadora online disponível no endereço eletrônico https://www.cardplayer.com/poker-tools/odds-calculator/texas-holdem.

Figura 25 – Probabilidade Pós-Turn

Fonte: Página do site https://www.cardplayer.com.

Na figura 4.2 podemos ver a probabilidade de vitória de cada um dos jogadores, além da probabilidade da partida terminar empatada. Podemos também fazer esse cálculo, bastando para isso observar as cartas que ainda podem ser viradas. Temos então que:

- O jogador X não tem chance de vencer sozinho, mas pode conquistar a vitória junto com o jogador Z. Para isso, basta que a carta revelada no *river* seja ás, k ou 2 de espadas, K ou 2 de copas ou, então, um K de ouros. Assim a probabilidade de dividir o pote é 6/40, isto é 15%.

- O jogador Y vence o jogo se a última carta revelada for 7 ou Q de ouros, 7 ou Q de espadas ou 7 de copas. Assim sua probabilidade de vitória é 5/40, isto é 12,5%.

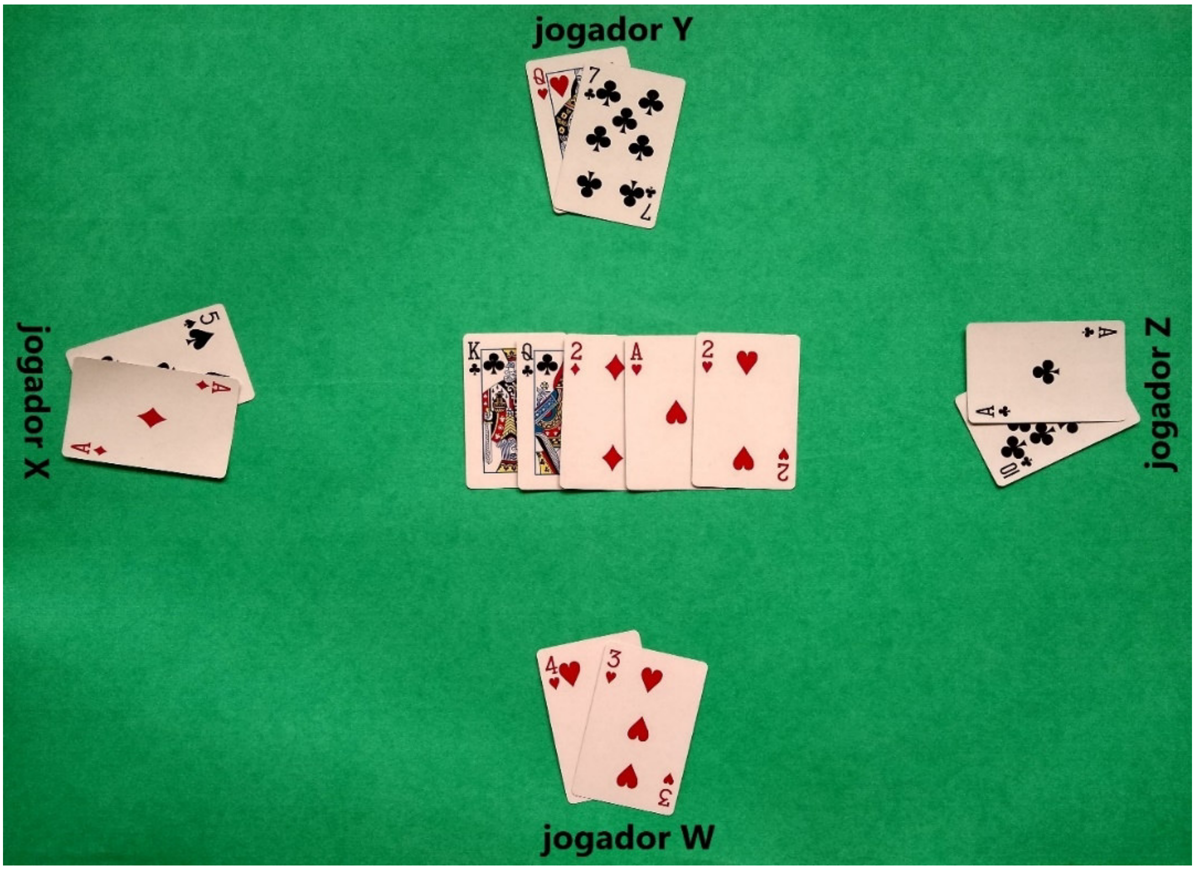
- O jogador Z, por sua vez, tem chance de vencer sozinho, mas também pode conquistar a vitória junto com o jogador X. O competidor será o único a vencer a mão de Poker se a derradeira carta revelada for: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 de paus; 6, 8, 9, 10 de copas; 3, 4, 6, 8, 9, 10 de espadas ou ouros; J de qualquer naipe. Já para conquistar o empate com o jogador X, basta que a carta revelada no *river* seja ás, k ou 2 de espadas, K ou 2 de copas ou, então, um K de ouros. Assim a probabilidade de vitória do jogador Z é 27/40, isto é 67,5%, enquanto a de empate é 6/40, isto é 15%.

- O jogador W conquista a vitória se a última carta apresentada no bordo for um 5 de copas ou de ouros. Assim sua probabilidade de vitória é 2/40, isto é 5%.

O cálculo da probabilidade de vitória de um jogador pode ser feito a qualquer instante do jogo, mas é bom ressaltar que com o avanço das rodadas esse cálculo se torna cada vez mais simples. É importante destacar também que os competidores não são capazes de efetuar o cálculo de probabilidade com exatidão conforme fizemos acima. Isso acontece em razão de não conhecerem as cartas fechadas de seus oponentes. Assim, para decidir se permanecem ou não na partida, os jogadores podem se basear em outras informações que trataremos mais adiante.

Agora imagine que todos os jogadores permaneçam nessa mão de Poker e ocorra mais uma rodada de apostas após a revelação da última carta do *bordo* denominada *river*. Nesse instante, o Cálculo de Probabilidade se torna ainda mais importante na tomada de decisão. Conhecidas as cartas fechadas e as comunitárias, o competidor sabe qual a melhor composição de cinco cartas formada por ele e, utilizando o Cálculo de Probabilidade, pode mensurar o risco de perder para seus oponentes. Vamos analisar a visão de cada jogador supondo que foi revelado um 2 de copas no *river*.

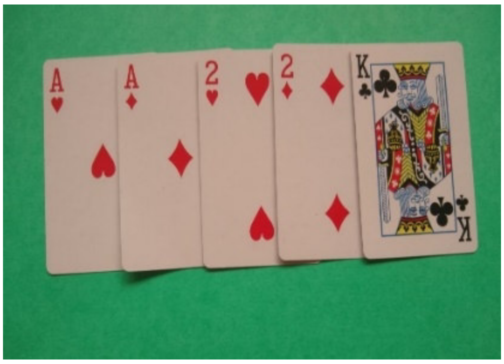
Figura 26 – Situação Pós-River



Fonte: Elaborada por Autor.

Jogador X: formou Dois Pares (ases, dois) usando o K(reis) como kicker. Com essa formação corre risco de perder para Dois Pares com cartas mais altas, Trinca, Straight, Full House e Quadra.

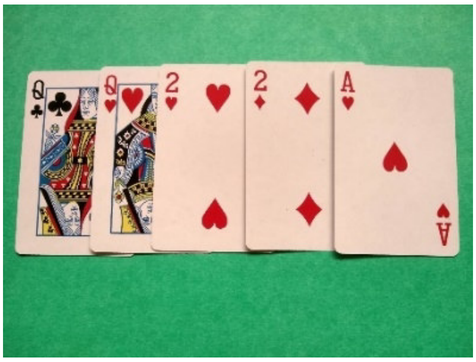
Figura 27- Composição do Jogador X



Fonte: Elaborada pelo Autor

Jogador Y: formou Dois Pares (damas, dois) usando o K(reis) como kicker. Com essa formação corre risco de perder para Dois Pares com cartas mais altas, Trinca, Straight, Full House e Quadra.

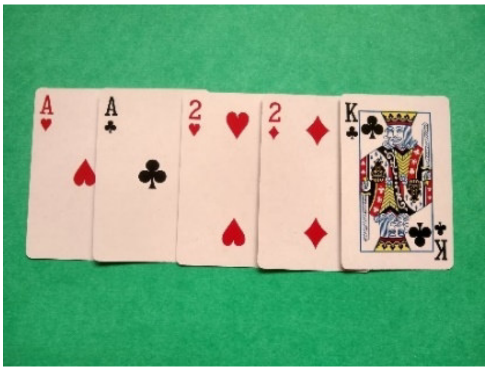
Figura 28- Composição do Jogador Y



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Jogador Z: formou Dois Pares (ases, dois) usando o K(reis) como Kicker. Com essa formação corre risco de perder para Dois Pares com cartas mais altas, Trinca, Straight, Full House e Quadra.

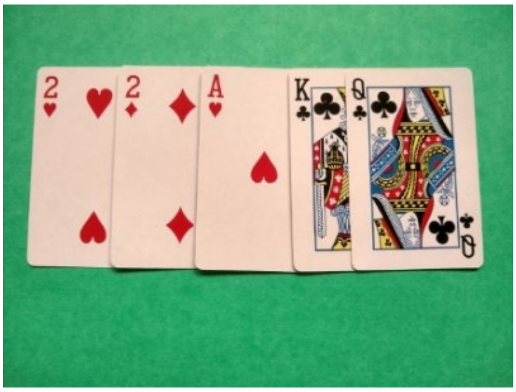
Figura 29- Composição do Jogador Z



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Jogador W: formou Um Par (dois) usando todo o bordo como sua melhor composição. Com essa formação corre risco de perder para Um Par com carta mais altas, Dois Pares, Trinca, Straight, Full House e Quadra.

Figura 30- Composição do Jogador W



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Por fim, considerando que os jogadores continuem na disputa e participem do *showdown* (apresentação de cartas), o prêmio será dividido entre os competidores X e Z que conseguiram formar Dois Pares (ases, dois), utilizando o K(reis) como kicker. É importante observar que o jogador Y também formou Dois Pares, no entanto, o Par de Q(damas) tem valor menor que o Par de A(ases).

Veja que após a exibição da última carta do bordo, cada jogador tem consciência de quão poderosa é sua composição de cartas, no entanto, continua desconhecendo as cartas de seus oponentes. Apesar disso, observando as cartas comunitárias, é possível imaginar as possíveis formações de cartas dos oponentes e, em alguns casos, o apostador terá certeza que a sua combinação de cartas é a mais poderosa possível na mão de Poker.

Figura 31 – Probabilidade Pós-River

Fonte: Página do site https://www.cardplayer.com.

Ainda que consigamos efetuar o cálculo da probabilidade de formação de cada uma das composições de cartas do jogo de Poker, há outros fatores que influenciam a tomada de decisão de um jogador no momento de sua ação. Diante disso, os apostadores podem se valer de ferramentas complementares para fundamentar sua atitude na mesa de jogo. Uma delas é a denominada Esperança Matemática que relaciona o valor a ser apostado pelo jogador e o valor acumulado no pote. Aqui vamos apresentar o conceito de Esperança Matemática de forma resumida, uma vez que não é o objetivo principal do nosso trabalho. Maiores detalhes sobre o uso dessa ferramenta em uma partida de Poker, podem ser encontrados em [27].

5.3 Aplicação da Esperança Matemática no Jogo de Poker

Nos jogos de cartas, entre eles o Poker, o conceito de esperança matemática pode nortear a tomada de decisões de um jogador que, a longo prazo, conquistará resultados positivos. Diante disso, vamos analisar situações prováveis numa partida de Poker, na modalidade *Texas Hold'em*. O cálculo da esperança matemática num cenário real do jogo considera o número de cartas favoráveis à vitória, a quantia acumulada no pote e o valor a ser apostado. Adaptando a definição de esperança matemática a uma mão no jogo de Poker, temos:

$$\mathbf{E(x) = P(x) \times q - [1 - P(x)] \times a}$$

Onde:

P(x): é a probabilidade de melhorar a mão;

q: é a quantia acumulada no pote;

[1 − P(x)]: a probabilidade de não melhorar a mão;

a: é o valor da sua aposta.

Para obter um resultado vantajoso a longo prazo é necessário que essa esperança matemática seja sempre positiva, isto é, $E(x) > 0$. Se o resultado for negativo, você ainda poderá ganhar a mão, mas quanto mais jogar, menor será a probabilidade de ganhar.

A fim de fortalecer o conceito acima apresentado, vamos analisar situações de jogo onde a esperança matemática costuma ser aplicada.

É importante comentar que no início de uma partida de Poker a esperança matemática não tem grande influência na tomada de decisão como nas etapas seguintes. No *pré-flop* há um grande número de cartas favoráveis a qualquer jogador o que torna a esperança quase sempre positiva para todos e, consequentemente, é adequado que todos permaneçam na partida.

Após a revelação da quinta carta comunitária conhecida por *river*, inicia-se a última rodada de apostas e, a partir desse momento, a esperança matemática deixa de ser usada uma vez que cada jogador tem acesso as sete cartas possíveis para formar sua melhor combinação de 5 cartas.

Embora o conceito de esperança matemática não seja aproveitado nas etapas supramencionadas, seu uso é fundamental na tomada de decisão nos períodos conhecidos por *pós-flop* e *pós-turn*.

5.3.1 Apostas Pós-Flop

Suponha que o jogador X está em uma mão de Poker com 5 oponentes e, assim como os outros jogadores, já visualizou as três cartas apresentadas no *flop*. Quando estiver na ação, o jogador X terá que tomar uma das seguintes decisões: pagar (call), aumentar (raise) ou desistir (fold) da aposta.

Considere que suas cartas sejam: Q(♥) e K(♣) e o *flop* apresentou as seguintes cartas: K(♥), 2(♥) e A(♥). Suponha ainda que o total acumulado no pote na primeira rodada seja R$ 18,00, uma vez que cada jogador apostou R$ 3,00. Além disso, é certo que todos os 3 jogadores à frente do jogador X na rodada de apostas *pós-flop* apostaram R$ 4,00 cada, totalizando um pote de R$ 30,00.

Figura 32 – Situação Pós-Flop

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Nesse momento, o jogador X necessita considerar que algum oponente pode estar com um ás e que sua mão precisa melhorar para ganhar. Seu jogo pode ser melhorado para uma trinca ou, mesmo uma quadra de reis. Há ainda, possibilidade de formar um Straight, um Flush ou até mesmo um Royal Straight Flush. Isso totaliza 17 cartas favoráveis (outs), conforme mostrado na tabela abaixo:

Combinação de Cartas	Cartas Faltantes	Número de Outs
Trinca ou Quadra	um ou dois reis	2
Flush ou Royal Straight Flush	uma ou duas cartas de copas	9
Straight	um valete e um dez	8 - 2 = 6

Agora, deve-se considerar que o jogador X conhece cinco cartas de um total de 52. Portanto, você tem 17 casos favoráveis de um total de 47 possíveis. O valor esperado (E), em função de sua aposta (x) será:

$$\mathbf{E(x) = P(x).\ q - [1-P(x)].\ a}$$

$$\mathbf{E(x) =}\ \frac{17}{47}.30-\left[1-\frac{17}{47}\right].a$$

$$\mathbf{E(x) =}\ \frac{510}{47}-\frac{30}{47}.a$$

Como a aposta será realizada para **E(x) > 0**, é possível encontrar o valor a ser apostado resolvendo a inequação anterior. Logo:

$$\frac{510}{47}-\frac{30}{47}.a>0\Rightarrow\frac{30}{47}.a<\frac{510}{47}\Rightarrow a<\frac{510}{30}\Rightarrow a<17$$

Veja que o jogador X pode não só pagar a aposta de R$ 4,00, mas também realizar um aumento (raise) respeitando o limite máximo de R$ 17,00.

Uma outra alternativa para tomada de decisão seria comparar *odd* com *pot odd*. Veja que o *odd* do jogador X é de 47:17 que corresponde à aproximadamente 2,76 e isso representa a razão do número de cartas desfavoráveis para o número de cartas favoráveis.

Note ainda, que o jogador X terá que investir no mínimo R$ 7,00 para concorrer a um prêmio de R$ 34,00 resultando em uma razão de 34:7 (*pot odd*) que é aproximadamente 4,85. Comparando os dois valores, constatamos um cenário no qual o risco da derrota (2,76) é menor que o risco do lucro (4,85). Logo, **vale a pena apostar.**

5.3.2 Apostas Pós-Turn

O jogador X está em uma mão de Poker com 4 oponentes e, assim como os outros jogadores, já visualizou as três cartas apresentadas no *flop*, bem como a carta revelada no *turn*. Quando estiver na ação, o jogador X terá que tomar uma das seguintes decisões: pagar (call), aumentar (raise) ou desistir (fold) da aposta.

Considere um cenário no qual as cartas do jogador X são: 2(♣) e 10(♦) e as cartas sobre a mesa são: K(♦), 2(♥), 4(♠) e J(♣). Suponha também que o total acumulado no pote até o momento seja R$ 42,00 dos quais R$ 8,00 foram investidos pelo jogador X. Por fim, saiba que todos os 3 jogadores à frente do jogador X na rodada de apostas *pós-turn* fizeram uma aposta de R$ 6,00, totalizando R$ 60,00 no pote.

Figura 33 – Situação Pós-Turn

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Nesse momento o jogador X necessita considerar que algum oponente já pode ter formado um par maior ou até mesmo uma trinca. Seu jogo pode ser melhorado somente para uma trinca de dois e, então, possui 2 cartas favoráveis (outs).

Agora, deve-se considerar que o jogador X conhece seis cartas de um total de 52. Portanto, tem 2 casos favoráveis de um total de 46 possíveis. O valor esperado (E), em função de sua aposta (x) será:

$$\mathbf{E(x) = P(x).\ q - [1-P(x)].\ a}$$

$$\mathbf{E(x) =}\ \frac{2}{46}.60-\left[1-\frac{2}{46}\right].a$$

$$\mathbf{E(x) =}\ \frac{120}{46}-\frac{44}{46}.a$$

Como a aposta será realizada para **E(x) > 0**, é possível encontrar o valor a ser apostado resolvendo a inequação anterior. Logo:

$$\frac{120}{46}-\frac{44}{46}.a>0\Rightarrow\frac{44}{46}.a<\frac{120}{46}\Rightarrow a<\frac{120}{44}\Rightarrow a<2{,}72$$

Veja que o jogador X não deve pagar a aposta de R$ 6,00, pois o valor máximo que poderia apostar é inferior a R$ 3,00. Logo, a melhor opção é desistir da aposta.

Assim como na situação anterior temos uma outra forma de analisar a tomada de decisão: comparação *odd* x *pot odd*. Veja que o *odd* do jogador X é de 46:2 que corresponde à 23 e isso representa a razão do número de cartas desfavoráveis para o número de cartas favoráveis. Note ainda, que o jogador X terá que investir no mínimo R$ 6,00 para concorrer a um prêmio de R$ 66,00 resultando em uma razão de 66:6 (*pot odd*) que é aproximadamente 11. Comparando os dois valores, constatamos um cenário no qual o risco da derrota (23) é maior que o risco do lucro (11). Logo, **não vale a pena apostar.**

6 – Proposta Pedagógica

6.1 Aula 1

6.1.1 Duração

2 horas/aula (1h30min)

6.1.2 Objetivos

Compreensão e aplicação do Cálculo de Probabilidade em um baralho comum com 52 cartas

6.1.3 Público-alvo

Alunos do 2º ano do Ensino Médio

6.1.4 Metodologia

- Revisão de todo conteúdo de Análise Combinatória;
- Definição e Cálculo de Probabilidade;
- Realização de atividade individual e em grupo para calcular a probabilidade de extrair cartas com determinadas caraterísticas de um baralho comum;
- Discussão dos resultados obtidos.

6.2 Aula 2

6.2.1 Duração

2 horas/aula (1h30min)

6.2.2 Objetivos

Compreensão das regras do jogo de Poker na modalidade Texas Hold'em e uso do cálculo de probabilidade para tomada de decisão

6.2.3 Público-alvo

Alunos do 2º ano do Ensino Médio

6.2.4 Metodologia

- Apresentação e discussão do ranking de mãos de Poker;
- Distribuição de tabelas com a classificação das principais mãos de Poker;
- Simulação de partidas envolvendo grupos com 6 alunos em cada mesa;
- Prática do jogo;
- Análise/Discussão do uso da probabilidade durante as partidas realizadas;
- Apresentação do conceito de Esperança Matemática.

7 – Considerações Finais

Por fim, o desenvolvimento desse projeto permitiu ao pesquisador adquirir maior domínio do tema e enxergar o jogo de Poker como uma nova ferramenta a ser usada na transmissão de conhecimento. É importante mencionar que esse trabalho consiste em apresentar uma nova maneira de transmitir um conhecimento matemático previsto no ensino médio a fim de estimular os alunos a aprender e compreender o tema estudado. Ademais, o presente trabalho pode instruir pesquisas semelhantes e auxiliar professores na preparação de suas aulas relacionadas à Teoria da Probabilidade.

REFERÊNCIAS

1. ANTUNES, C. *Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências*. 13ª edição. Petrópolis: Vozes, 1998. 312p.

2. CALABRIA, A. R.; CAVALARI, M.F. *Um passeio histórico pelo início da teoria das probabilidades*. Coleção História da Matemática para professores. Campinas: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2013.

3. CARD PLAYER MEDIA. *CardPlayer*, 2001-2020. Disponível em: https://www.cardplayer.com. Acesso em: 24 de janeiro de 2021.

4. CONFEDERAÇÃO BRASILEIRA DE TEXAS HOLD'EM. CBTH, 2020. Disponível em: https://www.cbth.org.br/texas-holdem. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

5. COUTINHO, C. Q. S. *Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?* Revista Eletrônica de Educação Matemática.V2.3, p.50-67, 2007. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12991/12092. Acesso em: 13 de setembro de 2020.

6. CURY, A. Nunca desista de seus sonhos. 1ª edição. Rio de Janeiro: Sextante, 2004. 154p.

7. CUSINATO, Rafael Tiecher. *A teoria da decisão sob incerteza e a hipótese da utilidade esperada: conceitos analíticos e paradoxos*. 2003. 181f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

8. EHLERT, S. J., *A Matemática no pôquer: explorando problemas de probabilidade*. 2014. 72f. Dissertação (Mestrado em Matemática Profissional) – Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande.

9. FAZIO, V. S., *Algoritmos para um jogador inteligente de Poker*. 2008. 111f. Monografia (Bacharelado em Ciência da Computação) - Departamento de Informática e Estatística da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

10. FERREIRA, Jeferson. *Poker sem segredo*. São Paulo: Digerati Books, 2007. 128p.

11. GLOSSÁRIO DE POKER. Poker Stars, 2020. Disponível em: https://www.Pokerstarsschool.online. Acesso em: 30 de dezembro de 2020.

12. GRUPO SUPERPOKER. *Superpoker*, 2020. Disponível em: https://superPoker.com.br. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

13. HAUWE, Ludwig Van Den. John Maynard Keynes and Ludwig von Mises on Probability. *Journal of Libertarian Studies*. Alabama, 2011, Volume 22, p. 471-507.

14. HAZZAN, Samuel. *Fundamentos de Matemática Elementar*. Volume 5. 8ª Edição. São Paulo: Atual, 2013. 204p.

15. HISTÓRIA DO POKER. Mendorato, 2020. Disponível em: https://www.mendorato.-com.br/dicas-e-diversao/historia-do-Poker. Acesso em: 13 de julho de 2020.

16. JEFFREYS, Harold. *Scientific Inference.* 3ª edição. [S.l.]: Cambridge University Press, 1973. p. 31.

17. KATZ, V. J. *A History of Mathematics: An Introduction*. 3ª edição. Boston: Addison Wesley, 2009. 976p.

18. KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. 14ª edição. São Paulo: Cortez, 2017. 208p.

19. LAPLACE, Pierre Simon. *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Tradução, Introdução e Notas: Pedro Leite de Santana. Contraponto Editora.

20. LIMA, Elon Lages *et.al*. *A matemática do ensino médio*. Volume 2. 7ª Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2016. 303p.

21. LOPES, Celi A. E., COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva, FERREIRA, Ana Cristina, CAZORLA, Irene M. *Estatística e a Probabilidade no Currículo de Matemática da Escola Básica*. In: VIII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática). Recife, 2004

22. MERAYO, Felix. *Matemática Discreta*. Madri: Editora Thomson Paraninfo S.A., 2001. 448p.

23. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. *Parâmetros curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

24. MISES, R. Von. *Probability, Statistics and Truth*. New York: Dover Publications, 1981. 244p.

25. MORGADO, Augusto César *et.al*. *Análise Combinatória e Probabilidade*. IMPA, 1991. 172p.

26. MURCIA, Juan Antonio Moreno (Org). *Aprendizagem através do jogo*. Porto Alegre: Artmed, 2005. 174p.

27. NASCIMENTO, J. R. A. *O Poker como ferramenta de ensino da matemática na educação básica*. 2014. 76f. Dissertação (Mestrado em Matemática Profissional) - Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

28. OLIVEIRA, R. N. G. *A legalidade do jogo de Poker: o Texas Hold'em como desporto no século XXI*. 2013.127f. Monografia (Bacharel em Direito) - Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro.

29. PASCAL, Blaise. (1670 [1999]). Pensées. Versão traduzida: Pensamentos. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

30. PIAGET, Jean. *A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. 4ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2010. 332p.

31. REGRAS COMO JOGAR POKER TEXAS HOLD'EM NL! Jogatina, 2020. Disponível em: https://www.jogatina.com/regras-como-jogar-Poker.html. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

32. SILVA, L.P. *Poker: origem e evolução histórica.* Revista Digital EFDeportes.com. Buenos Aires - Ano 20 - Nº 206 - Julho de 2015. Disponível em: https://www.efdeportes.com/efd206/Poker-origem-e-evolucao-historica.htm. Acesso em: 13 de julho de 2020.

33. STACK EVENTOS ESPORTIVOS S.A. *Brazilian Series of Poker*, 2020. Disponível em: https://www.bsop.com.br. Acesso em: 13 de julho de 2020.

34. VIALI, L. *Algumas considerações sobre a origem da Teoria da Probabilidade.* Revista Brasileira de História da Matemática – Volume 8 - Número 16 - pág.143-153. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177/163. Acesso em: 13 de julho de 2020.

35. VYGOTSKY, LS. *A formação social da mente*.7ª Edição. Martins Fontes: São Paulo, 2007. 224p.

36. WIKIPEDIA.org. *Série mundial de Poker, 2020.* Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A9rie_Mundial_de_P%C3%B4quer. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

37. WIKIPEDIA.org. *Texas Hold'em. 2020.* Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Texas_hold_%27em. Acesso em: 02 de agosto de 2020.

GLOSSÁRIO

Ação - A vez de um jogador agir na mesa.

Add-on - É uma compra adicional de fichas que o jogador ainda ativo pode fazer em um determinado momento do torneio, normalmente logo após o término do período de rebuy.

All in - É a ação de apostar todas as suas fichas em um determinado momento da mão.

Bad Beat - Uma bad beat ocorre quando você tem uma mão que é claramente a favorita e seus oponentes têm pouquíssimas chances de se recuperar, mas ainda assim eles acabam encontrando as cartas de que precisam para vencer.

Bankroll - Banca – Refere-se aos seus Fundos. Quantia de dinheiro que você tem disponível exclusivamente para jogar Poker.

Bet- Apostar – É uma das ações possíveis de um jogador na mesa e que apenas ocorre caso nenhum jogador tenha apostado antes dele.

Big Blind - Refere-se à maior aposta obrigatória que deve ser feita antes das cartas serem distribuídas, pelo jogador na segunda posição à esquerda do botão.

Blinds - Apostas obrigatórias que deve ser feita antes de cada mão. Os jogadores à esquerda do botão colocam o small blind e o big blind respectivamente. Via de regra, o big blind é de duas vezes o tamanho do small blind.

Bluff - Blefe – Ocorre quando um jogador aposta ou aumenta sem ter a melhor mão com o objetivo de fazer os seus oponentes desistirem de mãos mais fortes.

Board - Bordo – É uma das formas de chamar as cartas da mesa em jogos com flop (cartas comunitárias).

Bubble - Bolha – O período num torneio de Poker quando faltam apenas alguns jogadores a serem eliminados sem receber nenhuma premiação.

Button - Botão – Também conhecido como dealer button, é um pequeno disco redondo que se move de jogador em jogador no sentido horário, após cada mão, para indicar o último jogador a agir na mão.

Buy-in - A quantia de dinheiro que os jogadores precisam pagar para entrar num torneio. A maior parte desse dinheiro vai para o total de prêmios, exceto uma pequena taxa de inscrição retida pela mesa. A quantia mínima de dinheiro para um jogador entrar em uma mesa de cash games.

Call- Pagar – Igualar o valor de uma aposta feita por um oponente.

Cartas Comunitárias - As cinco cartas distribuídas com a face para cima no centro da mesa, que podem ser usadas por todos os jogadores.

Cash Game - Também chamado de "ring game". Jogo a dinheiro no qual as fichas representam o valor financeiro investido para adquiri-las. Os jogadores podem começar e parar de jogar a qualquer momento e o valor dos blinds é fixo.

Check - Passar – Se nenhuma aposta tiver sido feita, um jogador tem a opção de dar check permanecendo na mão sem investir mais fichas até o momento que alguém faça uma aposta. Esta ação também pode ser conhecida como "dar mesa".

Chipleader - Líder em fichas – É o nome dado para o jogador com mais fichas na mesa ou em um torneio.

Dealer - É o profissional que distribui as cartas em um jogo de Poker (Crupiê).

Draw - Pedida – Uma mão de Poker que precisa de cartas adicionais para melhorar ou ficar completa.

Equidade - É um conceito matemático do Poker que expressa a porcentagem de chance de vencer uma determinada mão em um determinado momento.

Expected Value - É o valor esperado de uma mão se fosse jogada da mesma forma diversas vezes (longo prazo). Abrev. "EV". Esse valor pode ser positivo ou negativo. Quando uma jogada é matematicamente lucrativa no longo prazo ela é chamada de +EV e quando ela irá acarretar em prejuízo é chamada de -EV.

Field - Nome dado para o grupo de jogadores participantes de um evento de Poker

Flop - Nas modalidades Texas Hold'em e Omaha, são as três primeiras cartas comunitárias a serem abertas na mesa.

Flush - Uma mão de Poker que combina cinco cartas do mesmo naipe.

Flush Draw - Pedida de Flush – Quando um jogador possui uma combinação de quatro cartas do mesmo naipe, faltando apenas mais uma carta deste naipe para completar o flush.

Fold - Desistir – Descartar suas cartas desistindo da mão. Um jogador que desiste não participa das próximas rodadas de apostas da mão e não pode ganhar nenhuma parte do pote.

Freeroll - É um torneio onde prêmios ou dinheiro são oferecidos, porém, seus participantes não precisam pagar uma entrada (buy-in) para participar da disputa.

Free Cards - Carta Grátis – É uma carta, no turn ou river, que o jogador terá a oportunidade de ver de graça pois não houve nenhuma aposta que ele precise pagar.

Full House - Uma mão do Poker que consiste de uma trinca e um par.

Gutshot - Também conhecido no Brasil como "broca", é uma pedida de sequência na qual a carta que falta está no meio das demais.

Heads-Up - É quando o jogo ocorre mano-a-mano, ou seja, apenas com dois jogadores envolvidos.

High card - Carta Alta – Quando um jogador não formou nenhum par em uma mão de Poker, a sua mão tem apenas uma High Card.

High Roller - Torneio de Poker com um valor de buy-in alto.

Hold´em - Termo que resume os jogos de Poker que usam cartas comunitárias, dos quais Texas Hold'em e Omaha são os mais conhecidos.

Hole Cards - Cartas da Mão – As cartas que cada jogador recebe viradas para baixo no início da mão e que serão combinadas com as cartas comunitárias para formar a melhor combinação possível com cinco cartas.

Kicker - Uma carta útil, mas que não pertence a melhor combinação de cartas possível.

MTT - É a abreviação de "Multi Table Tournaments" ou "Torneios Multimesas".

No Limit - Sem Limite – Versão do jogo de Poker onde os jogadores podem apostar todas as suas fichas a qualquer momento.

Nuts - A melhor mão possível numa determinada situação.

Odds - Uma forma de apresentar as probabilidades. A probabilidade de fazer uma mão é estabelecida em relação à probabilidade de não a fazer.

Omaha- Variante de Poker onde cada jogador recebe 4 cartas fechadas e para combiná-las com as cinco cartas comunitárias e formar a melhor mão de 5 cartas. Nesta variante o jogador é obrigado a usar duas cartas da sua mão e três da mesa.

Outs - É o nome dado para as cartas ainda no baralho e que podem melhorar a sua mão.

Pot Limit - Num jogo Pot-Limit, um jogador pode apostar apenas até o valor total do pote, quando for a sua vez.

Pré-Flop - Momento do jogo antes do flop ser aberto. É a primeira rodada de apostas de uma mão que acontece logo que os jogadores recebem suas cartas próprias.

Quadra - Uma mão de Poker que contém quatro cartas de mesmo valor.

Raise - Aumentar – Ação de aumentar o valor de uma aposta anterior.

Rebuy - Recompra – (1) É quando um jogador recompra fichas em um torneio de Poker. Normalmente esta ação pode ser feita por um tempo pré-determinado de tempo apenas. (2) Repor parcialmente ou integralmente a sua quantidade de fichas em jogos de cash game a qualquer momento do jogo desde que respeitado o valor máximo da mesa.

Ring Games - O mesmo que cash game. Jogo no qual as fichas representam dinheiro real.

River - É a quinta e última carta comunitária que é aberta com a face para cima. Ela também abre a última rodada de apostas da mão.

Royal Flush ou Royal Straight Flush - A melhor mão possível no Poker. É uma sequência máxima (de dez até ás) com todas as cartas sendo do mesmo naipe.

Satélite - Um torneio gratuito ou de valor pequeno e que tem como premiação principal uma ou mais vagas para um torneio de maior valor.

Set - Trinca – Se refere à mão de Poker com três cartas de igual valor, porém, sendo feita com um pocket pair mais uma das cartas comunitárias da mesa.

Showdown - A exibição das cartas após a última rodada de apostas. Todos os jogadores ativos viram suas cartas para cima, começando com o jogador à esquerda do dealer, a fim de determinar o vencedor. Se alguém aposta ou aumenta e ninguém pague, não há showdown.

Sit and Go - Torneios de Poker que não tem um horário fixo para seu início e começam quando um número pré determinado de jogadores se inscreve.

Small Blind - Uma das apostas obrigatórias feita pelo jogador à direita do big blind. O valor do small blind é metade do valor do big blind.

Split Pot - Um pote que é dividido entre dois ou mais jogadores que possuem mãos de mesmo valor.

Stack - Quantidade de fichas ou dinheiro que um jogador tem na mesa.

Straight - Sequência – Uma mão de Poker composta por cinco cartas com valores em sequência.

Straight Draw - Pedida de Sequência – Uma mão de Poker incompleta onde falta uma carta para completar uma sequência.

Straight Flush - Uma mão com cinco cartas em sequência e todas do mesmo naipe.

Street - Denominação de cada uma das rodadas de apostas do Poker. Ex. O turn é a terceira street.

Suck-Out - Quando uma mão vencedora se torna perdedora após a outra mão melhorar acertando seus outs.

Top Pair - Maior Par – Formar um par com a maior das cartas comunitárias.

Trinca - Mão de Poker composta por três cartas de igual valor podendo ser resultado da combinação de duas cartas iguais na mão e uma terceira na mesa (set) ou uma das cartas da mão com duas de igual valor na mesa (trips).

Turn - É o nome da quarta comunitária aberta com a face para cima na mesa e que abre a terceira rodada de apostas na mesa.