



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
Campus de Ilha Solteira

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

“Um procedimento de estimação de parâmetros de linhas de transmissão baseado na teoria de decomposição modal”

**GISLAINE APARECIDA ASTI**

**Orientador:** Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

**Ilha Solteira – SP  
Outubro, 2010**



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
Campus de Ilha Solteira

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

“Um procedimento de estimação de parâmetros de linhas de transmissão baseado na teoria de decomposição modal”

**GISLAINE APARECIDA ASTI**

**Orientador:** Prof. Dr. Sérgio Kurokawa

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Sistemas Elétricos de Potência.

**Ilha Solteira – SP  
Outubro, 2010**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação  
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

A584p Asti, Gislaine Aparecida.  
Um procedimento de estimação de parâmetros de linhas de transmissão baseado na teoria de decomposição modal / Gislaine Aparecida Asti. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2010  
126 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Sistemas Elétricos de Potência, 2010

Orientador: Sérgio Kurokawa

1. Linhas de transmissão. 2. Estimação de parâmetros. 3. Decomposição modal.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

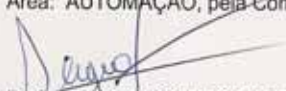
**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO:** Um procedimento de estimação de parâmetros de linhas de transmissão baseado na teoria de decomposição modal

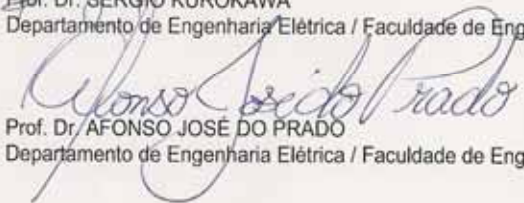
**AUTORA:** GISLAINE APARECIDA ASTI

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

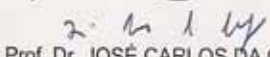
Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,  
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. AFONSO JOSÉ DO PRADO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

  
Prof. Dr. JOSÉ CARLOS DA COSTA CAMPOS

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Vicosa - - Viçosa/MG

Data da realização: 27 de outubro de 2010.

*Dedico esse trabalho aos meus pais, Max Asti e Benedita Aparecida R.C.Asti, ao meu irmão Max Asti Junior. Sou-lhes grata por toda paciência, carinho, apoio e compreensão.*

## *Agradecimentos*

Seu sonho é sua vida...

O sonho que se sonha sozinho é apenas um sonho;

Mas quando sonhamos juntos estamos á um passo da realidade assim dizia Dr. Helde Camara;

Por isso nunca deve dizer a uma criança que seus sonhos são bobagens, poucas coisas são tão humilhantes e seria uma tragédia se elas acreditassem nisso;

Tudo é possível quando se quer, seja um sonho pequeno ou até mesmo um sonho grande;

Nunca deixe de acreditar e tudo vai se realizar;

Seu sonho é sua vida, por isso não a destrua, senão você irá destruir seus sonhos;

Deseje com os olhos do coração e com o pensamento da alma e isso dará um novo sentido a sua vida. Então viva e sonhe a cada momento como se fosse o último minuto, pois, quando você acordar seus sonhos passam e se tornam real...

(Ruben Zevallos Jr.)

Especialmente quero agradecer e dedicar o resultado desse trabalho:

- ✓ A Deus que é nosso pai todo poderoso e a Nossa Senhora Aparecida que iluminaram o meu caminho para que eu pudesse seguir;
- ✓ Aos meus pais Max e Benedita, ao meu irmão Júnior, por todo o amor que dedicam a mim e pela paciência que tiveram nessa minha caminhada;
- ✓ A toda minha família, pelo incentivo, amor, carinho e tolerância nas horas mais difíceis, meus avós maternos Antônio (in memoriam) e Ana Maria e meus avós paternos Geraldo e Mafalda;
- ✓ Aos meus amigos de caminhada Newton Vieira, Carolina Goulart, Rodrigo Cleber, e todos aqueles que estão em meu coração que me apoiaram nessa caminhada.
- ✓ Ao meu orientador Prof. Dr. Sérgio Kurokawa, por sua paciência, atenção, dedicação e seriedade no desenvolvimento deste trabalho;
- ✓ Aos professores Afonso José do Prado, José Carlos da Costa Campos, Luis Fernando Bovolato pela disposição em participar da banca examinadora.
- ✓ Aos docentes que tive o prazer de trabalhar, funcionários e alunos do Departamento de Engenharia Elétrica.

*“Tudo posso naquele que me fortalece.”  
(Filipenses 4:13)*

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é mostrar uma metodologia para estimar os parâmetros de linhas de transmissão. O método é baseado na teoria de decomposição modal de linhas de transmissão e é desenvolvido a partir das medições das correntes e tensões nos terminais da linha. Conforme testes realizados por Kurokawa, et al., (2006), o método de estimação de parâmetros é exato se a matriz de decomposição modal é conhecida. Desse modo, neste trabalho, o método será aplicado em uma linha de transmissão trifásica de 440 kV não transposta, em uma frequência de 60 Hz, para vários comprimentos de linhas, onde será utilizada a matriz de Clarke como sendo uma matriz de decomposição modal.

**Palavras chaves:** Linhas de transmissão, Estimação de parâmetros, Decomposição modal.

## ABSTRACT

The objective of this work is to show a methodology to estimate the transmission lines parameters. The method is based the theory of modal decomposition of transmission lines and is developed from measurements of currents and voltages at the terminals of the line. According to tests realized by Kurokawa, et al. (2006), the method of parameter estimation is exact if the modal transformation matrix is known. Thus, in this work, the method will be applied in three phase transmission line of 440 kV non transposed, in a frequency of 60 Hz, for various lengths of lines, were the matrix will be used Clarke as a modal decomposition matrix.

**Keywords:** Transmission lines, Parameter estimation, Modal decomposition.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> – Sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnético.	<b>21</b>
<b>Figura 1.2</b> – Linha de transmissão interligando centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores.	<b>22</b>
<b>Figura 2.1</b> – Condutores $i$ e $k$ , sobre um solo ideal e suas respectivas imagens.	<b>24</b>
<b>Figura 2.2</b> – Campo magnético que envolve o condutor.	<b>25</b>
<b>Figura 2.3</b> – Capacitâncias em um sistema de $n$ condutores.	<b>33</b>
<b>Figura 3.1</b> – Linha de transmissão monofásica de comprimento $d$ .	<b>35</b>
<b>Figura 3.2</b> – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.	<b>36</b>
<b>Figura 3.3</b> – Representação das correntes e tensões nos terminais da linha.	<b>41</b>
<b>Figura 4.1</b> – Linha de $n$ fases.	<b>43</b>
<b>Figura 5.1</b> – Correntes e tensões no terminal A da linha.	<b>52</b>
<b>Figura 5.2</b> – Corrente e tensão no terminal A e B de um modo genérico da linha.	<b>54</b>
<b>Figura 5.3</b> – Linha de transmissão trifásica de 440 kV.	<b>58</b>
<b>Figura 5.4</b> – Simulação de medição de correntes e tensões na linha, considerando o receptor em aberto.	<b>59</b>
<b>Figura 5.5</b> – Simulação de medição de correntes e tensões na linha, considerando o receptor em curto-circuito.	<b>60</b>
<b>Figura 6.1</b> – Linha trifásica de 440 kV.	<b>67</b>
<b>Figura 7.1</b> – Sistema trifásico.	<b>78</b>
<b>Figura 7.2</b> – Correntes e tensões nos terminais A e B de um modo genérico da linha.	<b>81</b>
<b>Figura 7.3</b> – Linha de 440 kv.	<b>85</b>
<b>Figura 7.4</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>87</b>
<b>Figura 7.5</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>87</b>
<b>Figura 7.6</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>88</b>
<b>Figura 7.7</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>88</b>

<b>Figura 7.8</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>89</b>
<b>Figura 7.9</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>89</b>
<b>Figura 7.10</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>90</b>
<b>Figura 7.11</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>90</b>
<b>Figura 7.12</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>91</b>
<b>Figura 7.13</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>91</b>
<b>Figura 7.14</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>92</b>
<b>Figura 7.15</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>92</b>
<b>Figura 7.16</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>93</b>
<b>Figura 7.17</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>93</b>
<b>Figura 7.18</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.	<b>94</b>
<b>Figura 7.19</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.	<b>94</b>
<b>Figura 7.20</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.	<b>95</b>
<b>Figura 7.21</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.	<b>95</b>
<b>Figura 7.22</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.	<b>96</b>
<b>Figura 7.23</b> – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.	<b>96</b>
<b>Figura 7.24</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>97</b>

<b>Figura 7.25</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>98</b>
<b>Figura 7.26</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>99</b>
<b>Figura 7.27</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>99</b>
<b>Figura 7.28</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>100</b>
<b>Figura 7.29</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>100</b>
<b>Figura 7.30</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>101</b>
<b>Figura 7.31</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>101</b>
<b>Figura 7.32</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>102</b>
<b>Figura 7.33</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>102</b>
<b>Figura 7.34</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>103</b>
<b>Figura 7.35</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>103</b>
<b>Figura 7.36</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>104</b>
<b>Figura 7.37</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>104</b>
<b>Figura 7.38</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.	<b>105</b>
<b>Figura 7.39</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.	<b>105</b>
<b>Figura 7.40</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.	<b>106</b>
<b>Figura 7.41</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.	<b>106</b>

<b>Figura 7.42</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.	<b>107</b>
<b>Figura 7.43</b> – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.	<b>107</b>
<b>Figura 7.44</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>108</b>
<b>Figura 7.45</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.	<b>109</b>
<b>Figura 7.46</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>109</b>
<b>Figura 7.47</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.	<b>110</b>
<b>Figura 7.48</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>110</b>
<b>Figura 7.49</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.	<b>111</b>
<b>Figura 7.50</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>111</b>
<b>Figura 7.51</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.	<b>112</b>
<b>Figura 7.52</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>112</b>
<b>Figura 7.53</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.	<b>113</b>
<b>Figura 7.54</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>113</b>
<b>Figura 7.55</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.	<b>114</b>
<b>Figura 7.56</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>114</b>
<b>Figura 7.57</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.	<b>115</b>
<b>Figura 7.58</b> – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.	<b>115</b>

- Figura 7.59** – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km. **116**
- Figura 7.60** – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km. **116**
- Figura 7.61** – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km. **117**
- Figura 7.62** – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km. **117**
- Figura 7.63** – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km. **118**

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 6.1</b> – Erro na resistência longitudinal.	<b>72</b>
<b>Tabela 6.2</b> – Erro na indutância longitudinal.	<b>72</b>
<b>Tabela 6.3</b> – Erro na capacitância transversal.	<b>72</b>
<b>Tabela 6.4</b> – Erro cometido na estimação da resistência longitudinal.	<b>74</b>
<b>Tabela 6.5</b> – Erro cometido na estimação da indutância longitudinal.	<b>75</b>
<b>Tabela 6.6</b> – Erro cometido na estimação da capacitância transversal.	<b>75</b>
<b>Tabela 7.1</b> – Erro na resistência longitudinal para termos próprios e mútuos.	<b>119</b>
<b>Tabela 7.2</b> – Erro na indutância longitudinal para termos próprios.	<b>119</b>
<b>Tabela 7.3</b> – Erro na indutância longitudinal para termos mútuos.	<b>119</b>
<b>Tabela 7.4</b> – Erro na capacitância transversal para termos próprios.	<b>120</b>
<b>Tabela 7.5</b> – Erro na capacitância transversal para termos mútuos.	<b>120</b>

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
<b>Capítulo 1. LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA</b>	<b>21</b>
<b>1.1 – Linhas de transmissão.</b>	<b>21</b>
<b>Capítulo 2. PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA</b>	<b>23</b>
<b>2.1 – Introdução.</b>	<b>23</b>
<b>2.2 – Impedâncias longitudinais da linha.</b>	<b>23</b>
<b>2.2.1 – Impedância externa.</b>	<b>24</b>
<b>2.2.2 – Impedância interna.</b>	<b>27</b>
<b>2.2.3 – Impedância devido ao efeito solo.</b>	<b>29</b>
<b>2.3 – Admitância transversal da linha de transmissão.</b>	<b>30</b>
<b>2.4 – Conclusão.</b>	<b>34</b>
<b>Capítulo 3. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA E SOLUÇÃO DAS MESMAS</b>	<b>35</b>
<b>3.1 – Introdução.</b>	<b>35</b>
<b>3.2 – Equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica.</b>	<b>35</b>
<b>3.2.1 – Solução para o caso de linhas sem perdas.</b>	<b>38</b>
<b>3.2.2 – Solução das equações de propagação para o caso de linhas com perdas.</b>	<b>39</b>
<b>3.3 – Conclusão.</b>	<b>42</b>
<b>Capítulo 4. REPRESENTAÇÃO DE LINHAS POLIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL</b>	<b>43</b>
<b>4.1 – Introdução.</b>	<b>43</b>
<b>4.2 – Linhas polifásicas.</b>	<b>43</b>
<b>4.3 – Representação da linha no domínio modal.</b>	<b>45</b>
<b>4.4 – Matrizes de impedâncias e admitâncias no domínio modal.</b>	<b>48</b>
<b>4.5 – Conclusão.</b>	<b>50</b>

<b>Capítulo 5. CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DAS CORRENTES E TENSÕES DE FASE</b>	<b>51</b>
5.1 – Introdução.	51
5.2 – Descrição do método.	51
5.3 – Aplicação do método em uma linha trifásica de 440 kV.	57
5.3.1 – Correntes e tensões no terminal emissor da linha considerando o receptor em aberto ou em curto circuito.	59
5.3.2 – Cálculo dos parâmetros a partir das correntes e tensões de fase.	61
5.4 – Conclusão.	64
<b>Capítulo 6. CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DAS CORRENTES E TENSÕES DE FASE: SUBSTITUIÇÃO DA MATRIZ DE DECOMPOSIÇÃO MODAL PELA MATRIZ DE CLARKE</b>	<b>65</b>
6.1 – Introdução.	65
6.2 – Substituição da matriz $[T_1]$ pela matriz de Clarke.	66
6.3 – Aplicação em uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões trifásicas simétricas e equilibradas.	67
6.4 – Aplicação em uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões desequilibradas.	72
6.5 – Conclusão	75
<b>Capítulo 7. CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DA MEDIÇÃO DAS CORRENTES E TENSÕES NOS TERMINAIS DA LINHA</b>	<b>77</b>
7.1 – Introdução.	77
7.2 – Descrição do método proposto para a estimação dos parâmetros das linhas.	77
7.3 – Obtenção das correntes e tensões nos terminais da linha.	79
7.4 – Conversão das correntes e tensões para o domínio modal.	79
7.5 – Cálculo da função de propagação e da impedância característica.	81
7.6 – Observações a respeito do método proposto.	83
7.7 – Aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke.	84
7.7.1 – Resultados obtidos para o parâmetro Resistência a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke.	86
7.7.2 – Resultados obtidos para o parâmetro Indutância a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke.	97

<b>7.7.3 – Resultados obtidos para o parâmetro Capacitância a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke.</b>	<b>108</b>
<b>7.8 – Conclusão.</b>	<b>120</b>
<b>Capítulo 8. CONCLUSÕES</b>	<b>122</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>123</b>
<b>APÊNDICE</b>	<b>126</b>

## INTRODUÇÃO

Este trabalho apresentará um método de estimação dos parâmetros de linhas de transmissão trifásica baseado nas correntes e tensões obtidas nas fases da linha.

No capítulo 1, será feito um estudo sobre as linhas de transmissão. Neste estudo verificou-se que as linhas de transmissão operam com as tensões mais elevadas do sistema e que transportam a energia elétrica entre os centros geradores de energia e os centros consumidores. As linhas de transmissão terminam nas subestações abaixadoras regionais, onde a tensão é reduzida para os níveis de subtransmissão. Sabe-se que uma linha de transmissão é representada por resistências (R), indutâncias (I), condutâncias (G) e capacitâncias (C), onde estes parâmetros não estão concentrados em um único ponto da linha.

No capítulo 2, será feito um estudo sobre os parâmetros longitudinais e transversais de uma linha de transmissão. Será mostrado que os parâmetros longitudinais da linha de transmissão são variáveis em relação à frequência devido aos efeitos do solo e pelicular. Para calcular esses parâmetros será utilizadas as equações de Bessel e Carson.

No capítulo 3, serão mostradas as equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica e suas soluções. As equações diferenciais da linha foram, mostradas no domínio do tempo e da frequência. Assim, para o caso de linhas sem perdas, as equações diferenciais possuem uma solução analítica simples. Para o caso de linhas com perdas, as soluções das equações diferenciais configuram-se como um processo complexo.

No capítulo 4, será feito um estudo sobre a representação de linhas polifásicas no domínio modal. Será também mostrado o processo de decomposição modal de linhas de transmissão, onde a representação modal de linhas permite que uma linha de transmissão de  $n$  fases seja decomposta em seus  $n$  modos de propagação. A decomposição modal da linha em seus modos de propagação será feita por meio de uma transformação de similaridade, onde a matriz de transformação é uma matriz cujas colunas correspondem a um conjunto de auto-vetores do produto matricial  $[Z][Y]$ .

No capítulo 5, será feito um estudo sobre o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais da linha a partir das correntes e tensões de fase obtidas no início da linha. Esse método pode ser aplicado em qualquer tipo de linha de transmissão, desde que a matriz de transformação modal seja conhecida.

No capítulo 6, será feita uma adaptação do método de estimação de parâmetros estudado no capítulo 5 para que o mesmo possa ser utilizado em linhas de transmissão

trifásicas cujas matrizes de decomposição modal não sejam previamente conhecidas. Neste capítulo, a matriz de transformação modal utilizada será a matriz de Clarke em substituição da matriz de transformação modal  $[T_1]$ . Os resultados obtidos nesse capítulo mostrarão que quando se considera uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões equilibradas, o método apresenta um desempenho muito ruim. O provável motivo do método apresentar baixo desempenho quando a linha é alimentada por tensões equilibradas é o fato de que, nestas condições, um dos modos da linha (no caso o modo 3) é alimentado por uma tensão nula, resultando em correntes nulas nesse modo.

Se a linha mencionada é alimentada por tensões desequilibradas, verifica-se que o desempenho do método é melhor. Os melhores resultados foram obtidos quando se considera um desequilíbrio de tensão na fase 3 da linha. Nessas condições o parâmetro estimado com menor erro foi a indutância longitudinal, cuja estimação apresentou erros na faixa compreendida entre 0,4% e 4,9%.

No capítulo 7, será desenvolvido um método de estimação de parâmetros de linhas de transmissão que leva em conta o fato de que tais parâmetros são distribuídos ao longo do seu comprimento e baseia-se na hipótese de que é possível medir, no domínio da frequência, as correntes e tensões nos terminais da linha.

O método a ser desenvolvido é exato para linhas de transmissão que possuem como característica o fato de que exista e seja conhecida uma matriz de decomposição modal que seja independente dos parâmetros da linha. Será possível observar que para linhas trifásicas não transpostas (ou que não podem ser consideradas idealmente transpostas), para as quais não existe uma matriz de decomposição modal, é possível aplicar o método de estimação proposto. Nesse caso, será utilizada a matriz de Clarke em substituição à matriz de decomposição modal.

O método será aplicado para estimar os parâmetros de uma linha não transposta de 440 kV, e que em algumas situações, os parâmetros poderão ser estimados com uma boa precisão.

## LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

### 1.1 – Linhas de transmissão

Denominam-se linhas de transmissão os sistemas de transmissão que operam com as tensões mais elevadas do sistema e que transportam a energia elétrica entre os centros geradores de energia e os centros consumidores. Em geral, as linhas de transmissão terminam nas subestações abaixadoras regionais, onde a tensão é reduzida para os níveis de sub-transmissão.

Uma linha de transmissão pode ser definida como um sistema de condutores pelos quais transfere um fluxo de potência, entre dois ou mais terminais, por meio dos campos elétricos ( $\vec{E}$ ) e magnéticos ( $\vec{H}$ ) presentes no sistema.

A figura 1.1 mostra um sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnéticos.

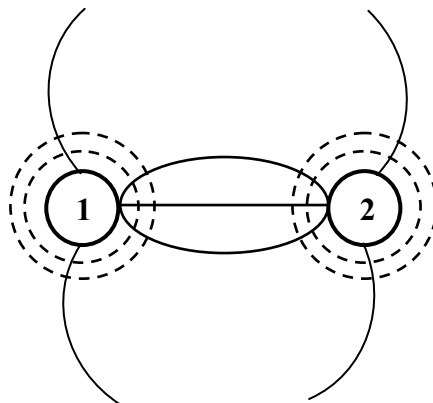


Figura 1.1 – Sistema de dois condutores com distribuição de campos elétricos e magnéticos.

O termo linha de transmissão aplica-se tanto a sistemas de transmissão de sinais (com potências da ordem de  $10^{-3}$  Watts) quanto a sistemas de transmissão de energia elétrica (potências na ordem de  $10^6$  Watts).

As linhas de transmissão de energia elétrica interligam os centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores conforme mostra a figura 1.2;

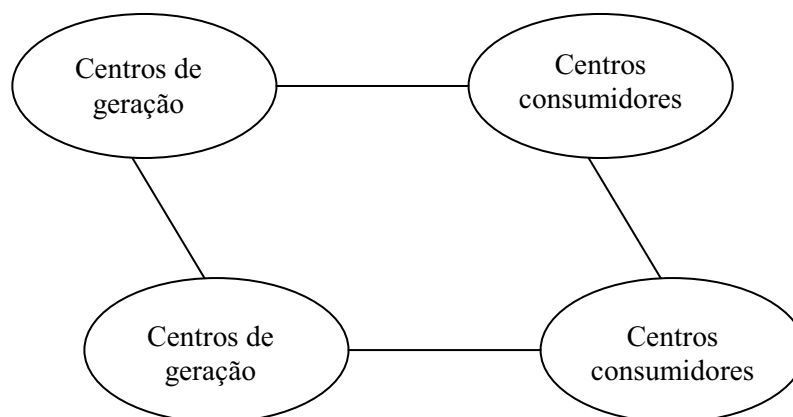


Figura 1.2 – Linha de transmissão interligando centros de geração de energia e as subestações de centros consumidores.

Uma vez que as linhas de transmissão interligam os sistemas elétricos, qualquer distúrbio que tenham origem nas mesmas, por exemplo, uma descarga atmosférica, resulta em sobretensões que propagam-se por todo o sistema.

Para garantir que as sobretensões não danifiquem os diversos componentes do sistema elétrico, é necessário conhecer os níveis dessas sobretensões para que se possa tomar as providências necessárias para reparação do sistema elétrico.

Desse modo, é possível dimensionar os equipamentos para que os mesmos não sejam totalmente danificados.

Considerando que as linhas são elementos responsáveis pela propagação de sobretensões, é importante que as mesmas sejam representadas por modelos adequados.

Uma linha de transmissão pode ser representada pela combinação dos seguintes elementos: resistores (R), indutores (L), condutâncias (G) e capacitâncias (C).

No entanto, existem alguns fatores que dificultam a representação da linha. Dentre esses fatores, podem ser citados:

- Os parâmetros R, L, G e C não estão concentrados em único ponto da linha. Os mesmos estão distribuídos ao longo do comprimento da mesma;
- Os parâmetros R e L são variáveis em relação à frequência (FUCHS, 1979).

# PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

## 2.1 – Introdução

Uma linha de transmissão de energia elétrica possui quatro parâmetros que influenciam o seu comportamento como componente de um sistema de potência, são eles: resistências, indutâncias, capacitâncias e condutâncias.

Um dos aspectos mais importantes na representação da linha consiste em considerar que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento e que são variáveis em relação à frequência (KUROKAWA et al, 2007).

## 2.2 – Impedâncias longitudinais da linha

Os parâmetros longitudinais são as resistências e as indutâncias, que variam em relação a frequência (KUROKAWA et al, 2007). A partir desses parâmetros, é possível obter a matriz de impedância longitudinal  $[Z]$  do conjunto de condutores.

Os parâmetros transversais são as condutâncias e as capacitâncias sendo que, no caso de condutores aéreos, as condutâncias são desconsideradas (MARTINEZ et al, 2005). A partir desses parâmetros é possível obter a matriz de admitância transversal  $[Y]$  do conjunto de condutores.

As impedâncias próprias e mutuas, inseridas nas equações de uma linha representada no domínio da frequência, podem ser obtidas por meio da solução das equações de Maxwell, levando em consideração as condições de contorno de três materiais que são: o condutor propriamente dito, o ar e o solo (HOFMANN, 2003). Considerando que esses três materiais podem ser caracterizados por uma resistência, por uma permeabilidade magnética e por uma permissividade dielétrica, pode-se mostrar que as impedâncias da linha podem ser escritas em função das propriedades físicas do sistema (condutor, ar e solo) e da frequência.

A impedância longitudinal de uma linha de transmissão pode ser dividida em três componentes que são elas:

- $Z_{\text{ext}}$  – Impedância externa;
- $Z_{\text{int}}$  – Impedância interna;
- $Z_{\text{solo}}$  – Impedância devido ao efeito do solo.

A matriz de impedância  $[Z]$  da linha corresponde a soma de três matrizes de impedâncias, e pode ser escrita como sendo (KUROKAWA, 2003):

$$[Z(\omega)] = [Z(\omega)]_{\text{ext}} + [Z(\omega)]_{\text{int}} + [Z(\omega)]_{\text{solo}} \quad (2.1)$$

### 2.2.1 – Impedância externa

Considere os condutores  $i$  e  $k$  genéricos de uma linha de transmissão genérica, dispostos sobre o solo, conforme mostra a figura 2.1 (FUCHS, 1979):

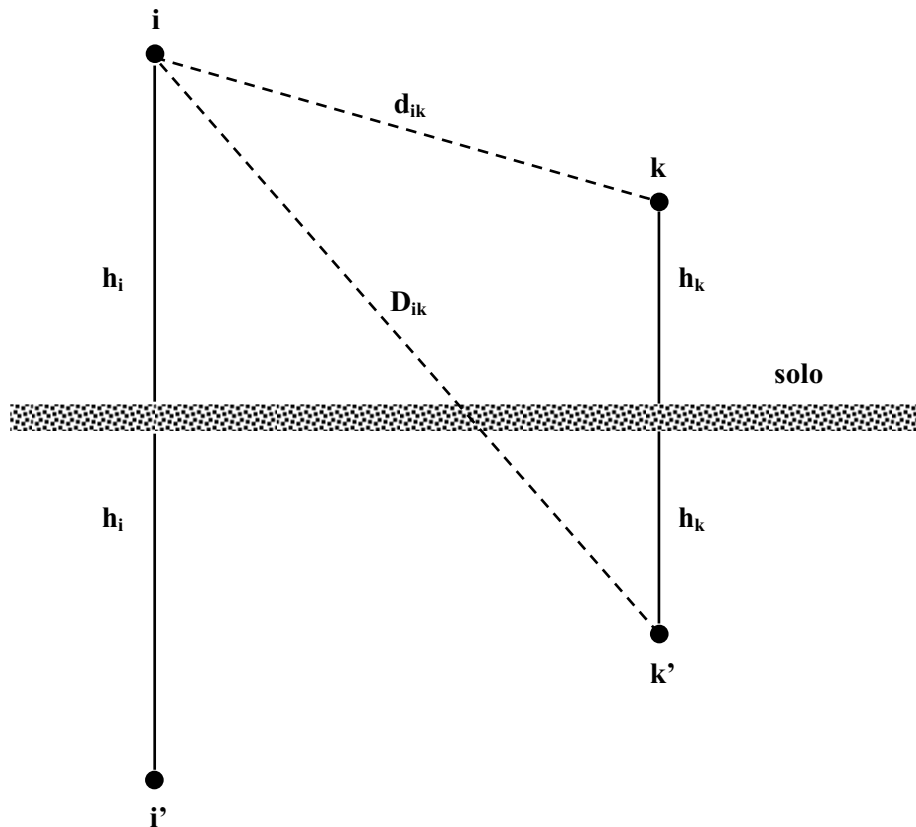


Figura 2.1 – Condutores  $i$  e  $k$  sobre solo ideal e suas respectivas imagens.

A impedância externa é devido ao campo magnético presente no ar, que envolve os condutores.

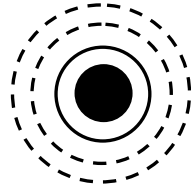


Figura 2.2 – Campo magnético que envolve o condutor.

A impedância externa é representada pela seguinte equação:

$$Z_{\text{ext}} = R_{\text{ext}} + j X_{\text{ext}} \quad (2.2)$$

Considerando  $R_{\text{ext}}$  como nula, as equações de impedâncias externas próprias dos condutores  $i$  e  $k$  são escritas como sendo (HOFMANN, 2003):

$$Z_{\text{ext}ii} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (2.3)$$

$$Z_{\text{ext}kk} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (2.4)$$

sendo:

$\mu_0$  – permeabilidade magnética do meio (ar);

$\omega = 2\pi f$ ; onde  $f$  é a frequência;

$r_i$  e  $r_k$  – respectivamente os raios dos condutores  $i$  e  $k$ ;

$h_i$  e  $h_k$  – respectivamente as alturas dos condutores  $i$  e  $k$ .

As impedâncias externas mútuas dos condutores  $i$  e  $k$  são escritas como sendo (HOFMANN, 2003):

$$Z_{\text{ext}ik} = Z_{\text{ext}ki} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (2.5)$$

sendo:

$D_{ik}$  – distância do condutor  $i$  a imagem do condutor  $k$ ;

$d_{ik}$  – distância do condutor  $i$  ao condutor  $k$ .

Das equações (2.3) e (2.4), pode-se obter as indutâncias externas próprias como sendo:

$$L_{\text{ext}ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (2.6)$$

$$L_{\text{ext}kk} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_k}{r_k}\right) \quad (2.7)$$

sendo:

$L_{\text{ext}ii}$  e  $L_{\text{ext}kk}$ , respectivamente, as indutâncias externas próprias dos condutores  $i$  e  $k$ .

Da equação (2.5), pode-se obter as indutâncias externas mútuas como sendo:

$$L_{\text{ext}ik} = L_{\text{ext}ki} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right) \quad (2.8)$$

sendo:

$L_{\text{ext}ik}$  e  $L_{\text{ext}ki}$ , respectivamente, as indutâncias externas mútuas dos condutores  $i$  e  $k$ .

Desse modo, para uma linha de  $n$  fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedâncias externas  $[Z_{\text{ext}}]$  como sendo:

$$[Z_{\text{ext}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{ext}(11)} & Z_{\text{ext}(12)} & \vdots & Z_{\text{ext}(1n)} \\ Z_{\text{ext}(21)} & Z_{\text{ext}(22)} & \vdots & Z_{\text{ext}(2n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\text{ext}(n1)} & Z_{\text{ext}(n2)} & \cdots & Z_{\text{ext}(nn)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A matriz de impedância  $[Z_{\text{ext}}]$  pode ser escrita como sendo:

$$[Z_{\text{ext}}] = j\omega [L_{\text{ext}}] \quad (2.10)$$

Na equação (2.10),  $[L_{\text{ext}}]$  é a matriz de indutâncias externas, que pode ser escrita como sendo:

$$[L_{\text{ext}}] = \begin{bmatrix} L_{\text{ext}(11)} & L_{\text{ext}(12)} & \vdots & L_{\text{ext}(1n)} \\ L_{\text{ext}(21)} & L_{\text{ext}(22)} & \vdots & L_{\text{ext}(2n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\text{ext}(n1)} & L_{\text{ext}(n1)} & \cdots & L_{\text{ext}(nn)} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A equação (2.11) mostra que a matriz de indutâncias externa da linha é função das características geométricas da linha, do meio em que a linha esta inserida e é independente da frequência.

### 2.2.2 – Impedância interna

A impedância interna está presente sempre que um condutor é excitado por uma corrente alternada. Essa excitação resulta em uma distribuição não uniforme de corrente elétrica na área da seção transversal do condutor, que causa um aumento na resistência do condutor e diminuição na indutância interna à medida que a frequência aumenta.

A impedância interna de um condutor genérico, pode ser calculada por meio das equações de Bessel. Desse modo, a impedância interna pode ser expressa como sendo (STEVESON, 1978):

$$Z(\omega)_{\text{int}} = \frac{j\omega\mu}{2\pi r m} \left[ \frac{\text{ber}(mr) + j\text{bei}(mr)}{\text{bei}'(mr) - j\text{ber}'(mr)} \right] \quad (2.12)$$

sendo:

$$m = \sqrt{j\omega\sigma\mu} \quad (2.13)$$

Os termos  $ber$  e  $bei$  são abreviações de “Bessel real” e “Bessel imaginário”, respectivamente.

Nesse caso:

$r$  – raio do condutor;

$\mu$  - permeabilidade magnética do material do condutor;

$\sigma$  – condutividade do material do condutor.

A permeabilidade magnética é definida por:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (2.14)$$

onde:

$\mu_0$  - permeabilidade magnética do vácuo;

$\mu_r$  - permeabilidade magnética relativa ao condutor.

Portanto, para uma linha de  $n$  fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedâncias internas  $[Z_{int}]$  como sendo:

$$[Z_{int}] = \begin{bmatrix} Z_{int(11)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{int(22)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{int(n,n)} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

A matriz de impedância interna  $[Z_{int}]$  mostrada na equação (2.15), pode ser decomposta em uma componente real e outra imaginária, podendo ser escrita como sendo:

$$[Z_{intii}] = [R_{intii}(\omega)] + j\omega[L_{intii}(\omega)] \quad (2.16)$$

Na equação (2.16),  $[R_{intii}(\omega)]$  é a matriz de resistência interna própria do condutor  $i$ , enquanto que  $[L_{intii}(\omega)]$  é a matriz de indutância interna própria do condutor  $i$ . As matrizes  $[R_{intii}(\omega)]$  e  $[L_{intii}(\omega)]$  são variáveis em relação a frequência.

### 2.2.3 – Impedância devido ao efeito solo

Os parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão são fortemente dependentes da frequência. Os efeitos do solo sobre os parâmetros longitudinais podem ser calculados por meio das equações de Carson e de Pollaczek. Ambas as equações podem ser aplicadas em linhas aéreas, mas as equações de Carson e Pollaczek são mais genérica, podendo ser aplicadas também em cabos (DOMMEL, 1986).

A impedância interna resulta do fato de que o solo sob a qual a linha foi construída não é ideal. A interação do campo magnético com o solo resulta em impedâncias próprias e mútuas constituídas de componentes reais e imaginárias.

Considerando os condutores  $i$  e  $k$  dispostos sobre um solo não ideal, conforme mostrou a figura 2.1, pode-se escrever as equações de impedâncias próprias devido ao efeito solo dos condutores  $i$  e  $k$  como sendo (HOFMANN, 2003):

$$Z_{soloii} = R_{soloii}(\omega) + j\omega L_{soloii}(\omega) \quad (2.17)$$

$$Z_{solokk} = R_{solokk}(\omega) + j\omega L_{solokk}(\omega) \quad (2.18)$$

sendo:

$[R_{soloii}(\omega)]$  e  $[R_{solokk}(\omega)]$ , as respectivas resistências próprias devido ao efeito solo dos condutores  $i$  e  $k$ ;

$[L_{soloii}(\omega)]$  e  $[L_{solokk}(\omega)]$ , as respectivas indutâncias próprias dos condutores  $i$  e  $k$ .

As impedâncias mútuas devido ao efeito solo dos condutores  $i$  e  $k$  são escritas como sendo (HOFMANN, 2003):

$$Z_{soloik} = R_{soloik}(\omega) + j\omega L_{soloik}(\omega) \quad (2.19)$$

sendo:

$[R_{\text{solo } ik}(\omega)]$  a resistência mútua devido ao efeito solo;

$[L_{\text{solo } ik}(\omega)]$  a indutância mútua devido ao efeito solo.

Portanto, para uma linha de  $n$  fases, considerando que cada fase é constituída de um único condutor, pode-se escrever a matriz de impedância devido ao efeito solo  $[Z_{\text{solo}}]$  como sendo:

$$[Z_{\text{solo}}] = \begin{bmatrix} Z_{\text{solo}(11)} & Z_{\text{solo}(12)} & \cdots & Z_{\text{solo}(1n)} \\ Z_{\text{solo}(21)} & Z_{\text{solo}(22)} & \cdots & Z_{\text{solo}(2n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\text{solo}(n1)} & Z_{\text{solo}(n2)} & \cdots & Z_{\text{solo}(nn)} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

A matriz de impedância devido ao efeito solo  $[Z_{\text{solo}}]$ , mostrada na equação (2.20), pode ser escrita como sendo:

$$[Z_{\text{solo}}(\omega)] = [R_{\text{solo}}(\omega)] + j\omega[L_{\text{solo}}(\omega)] \quad (2.21)$$

Onde os elementos das matrizes  $[R_{\text{solo}}(\omega)]$  e  $[L_{\text{solo}}(\omega)]$ , são variáveis em relação à frequência.

### 2.3 – Admitância transversal da linha de transmissão

A diferença de potencial entre os condutores de uma linha de transmissão faz com que se carreguem da mesma maneira que as placas de um capacitor quando entre elas existe uma diferença de potencial. A capacitância entre os condutores é a carga dos condutores pela diferença de potencial entre eles.

Considerando os condutores  $i$  e  $k$ , disposto sobre um solo não ideal, carregados com cargas  $q_i$  e  $q_k$ , respectivamente, conforme mostrou a figura 2.1, pode-se afirmar que os condutores  $i'$  e  $k'$  terão, respectivamente, cargas  $-q_i$  e  $-q_k$ .

A diferença de potencial do condutor  $i$  em relação ao solo é dada por (FUCHS, 1979):

$$V_i = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_i \cdot \ln \frac{2h_i}{r_i} + q_k \cdot \ln \left( \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \right] \quad (2.22)$$

E a diferença de potencial do condutor k em relação ao solo é dada por (FUCHS, 1979):

$$V_k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_k \cdot \ln \frac{2h_k}{r_k} + q_i \cdot \ln \left( \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \right] \quad (2.23)$$

Nas equações (2.22) e (2.23),  $r_i$  e  $r_k$  são os raios dos condutores i e k, respectivamente. O termo  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo e assume o valor  $\epsilon_0 = (1/36\pi) 10^{-6}$  F/Km.

Para um sistema de n condutores a diferença de potencial de um condutor em relação ao solo é dada por:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_1 \cdot \ln \frac{2h_1}{r_1} + q_2 \cdot \ln \left( \frac{D_{12}}{d_{12}} \right) + \dots + q_n \cdot \ln \left( \frac{D_{1n}}{d_{1n}} \right) \right] \quad (2.24)$$

Na equação (2.24),  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_n$  representam as cargas no primeiro, segundo e n-ésimo condutor. Esses condutores apresentam raios r com índices 1,2, ..., n para primeiro, segundo e n-ésimo condutor, respectivamente. De forma análoga, pode-se escrever as equações para os demais condutores.

$$V_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_1 \cdot \ln \frac{D_{12}}{d_{12}} + q_2 \cdot \ln \left( \frac{2h_2}{r_2} \right) + \dots + q_n \cdot \ln \left( \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \right) \right] \quad (2.25)$$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ q_1 \cdot \ln \frac{D_{1n}}{d_{1n}} + q_2 \cdot \ln \left( \frac{D_{2n}}{d_{2n}} \right) + \dots + q_n \cdot \ln \left( \frac{2h_n}{r_n} \right) \right] \quad (2.26)$$

Adotando notação matricial, tem-se:

$$[V] = [p] [q] \quad (2.27)$$

sendo:

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$[q] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$[p] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{2h_1}{r_1}\right) & \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) \\ \ln\left(\frac{D_{12}}{d_{12}}\right) & \ln\left(\frac{2h_2}{r_2}\right) & \dots & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\left(\frac{D_{1n}}{d_{1n}}\right) & \ln\left(\frac{D_{2n}}{d_{2n}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{2h_n}{r_n}\right) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Na equação (2.27), a matriz  $[p]$  é denominada matriz dos coeficientes de potencial ou matrizes dos coeficientes de campo elétrico.

A partir da definição de capacitância de um sistema de dois condutores, pode-se definir a seguinte relação matricial para uma linha de  $n$  condutores:

$$[q] = [C][V] \quad (2.31)$$

Na equação (2.31), a matriz  $[C]$  é a matriz de capacitâncias de um sistema de  $n$  condutores, a partir do qual foi também escrita a matriz  $[p]$ .

Desse modo, a partir das equações (2.27) e (2.31), pode-se escrever a matriz de capacitâncias como sendo:

$$[C] = [p]^{-1} \quad (2.32)$$

A matriz de capacitâncias da equação matricial (2.31) pode ser escrita como sendo:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

O significado dos elementos mostrados da matriz  $[C]$ , na expressão (2.33), pode ser visualizado na figura 2.3;

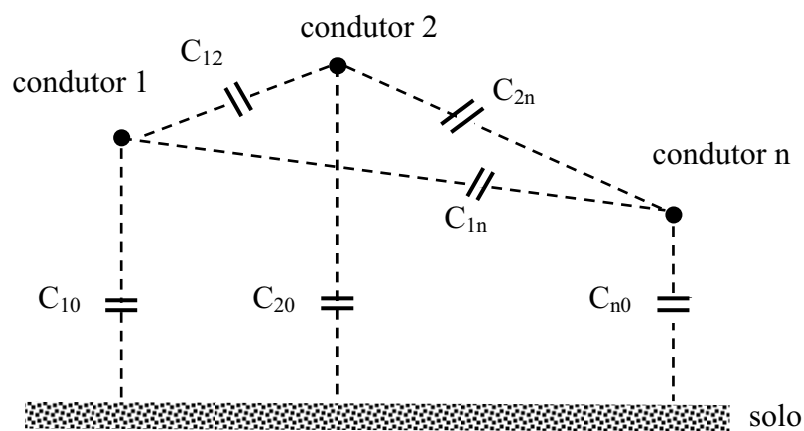


Figura 2.3 – Capacitâncias em um sistema de n condutores.

Considerando que na figura 2.3, os condutores 1, 2,..., n possuem, em relação ao solo, os potenciais  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , respectivamente. Deste modo, pode-se escrever as seguintes equações (FUCHS, 1979):

$$q_1 = C_{10} v_1 + C_{12} (v_1 - v_2) + \dots + C_{1n} (v_1 - v_n) \quad (2.34)$$

A equação (2.34) pode ser escrita como sendo:

$$q_1 = (C_{10} + C_{12} + \dots + C_{1n}) v_1 - C_{12} v_2 - \dots - C_{1n} v_n \quad (2.35)$$

De modo análogo, para os demais condutores, obtêm-se:

$$q_2 = -C_{12} v_1 + (C_{20} + C_{12} + \dots + C_{2n}) v_2 - \dots - C_{2n} v_n \quad (2.36)$$

$$q_n = -C_{1n} v_1 - C_{2n} v_2 \cdots + (C_{n0} + C_{1n} + C_{2n} + \cdots) v_n \quad (2.37)$$

As equações (2.35) a (2.37), podem ser escritas na forma matricial como sendo:

$$[C] = \begin{bmatrix} (C_{10} + C_{12} + \cdots + C_{1n}) & -C_{12} & \cdots & -C_{1n} \\ -C_{12} & (C_{20} + C_{21} + \cdots + C_{2n}) & \cdots & -C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{n1} & -C_{n2} & \cdots & (C_{n0} + C_{n1} + \cdots + C_{nn-1}) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Relacionando (2.33) e (2.38), pode-se concluir que os elementos com índice  $ii$ , ou seja,  $C_{ii}$  em (2.33), correspondem à soma das capacitâncias existentes entre o  $i$ ésimo condutor e os demais, além da capacitância existente entre esse condutor e o solo. Um elemento com índice  $ij$ , ou seja,  $C_{ij}$ , corresponde à capacitância entre os condutores  $i$  e  $j$ .

Portanto, conclui-se que a matriz de admitâncias transversais de uma linha de transmissão é dada por (FUCHS, 1979):

$$[Y] = j\omega[C] \quad (2.39)$$

Na equação (2.39),  $[C]$  é a matriz de capacitâncias obtida na equação (2.38).

## 2.4 – Conclusão

Neste capítulo foram estudados os parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão, sendo que os mesmos podem ser obtidos a partir do cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal respectivamente.

Os parâmetros longitudinais da linha de transmissão são variáveis em relação a frequência devido aos efeitos do solo e pelicular. Para calcular esses parâmetros podem ser utilizadas as equações de Bessel (para o efeito pelicular) e as equações de Carson (para o efeito solo).

## EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO MONOFÁSICA E SOLUÇÃO DAS MESMAS

### 3.1 – Introdução

As linhas de transmissão são caracterizadas por sua capacidade de conduzir a energia eletromagnética, limitando essa energia à proximidade da própria linha de transmissão. Uma análise rigorosa desse problema exigiria a aplicação das equações de Maxwell nos problemas de campo.

### 3.2 – Equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica

Considera-se que uma linha de transmissão é constituída por dois condutores metálicos, retilíneos e completamente isolados. Pela necessidade da existência de um circuito fechado, pode-se considerar o próprio solo como sendo o segundo condutor ou condutor de retorno. A figura 3.1 mostra uma representação de uma linha de transmissão monofásica de comprimento  $d$  (HEDMAN, 1983; FUCHS, 1979).

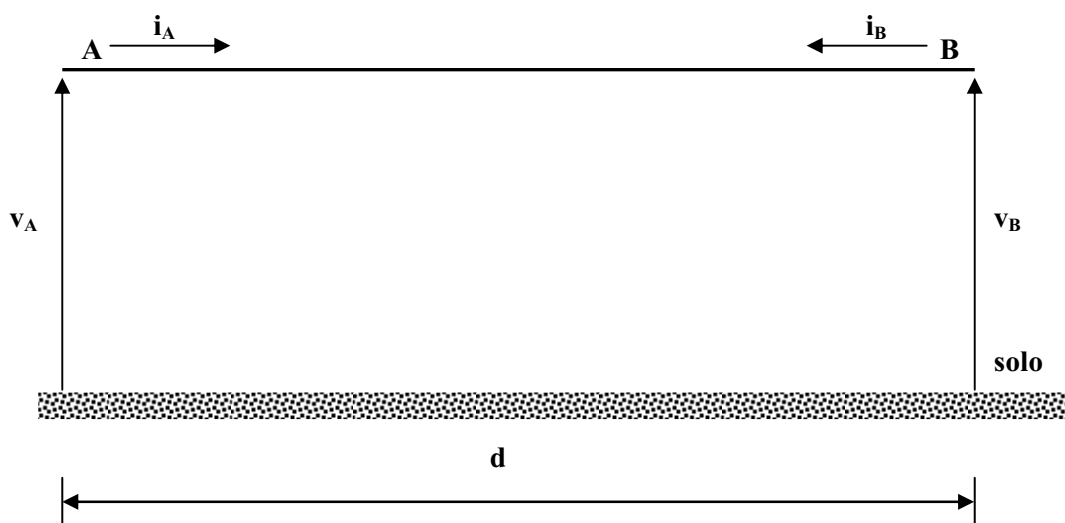


Figura 3.1 – Linha de transmissão monofásica de comprimento  $d$ .

Na figura 3.1,  $v_A$  e  $v_B$  são as tensões nos terminais A e B da linha, enquanto que  $i_A$  e  $i_B$  são as correntes nos respectivos terminais no domínio da frequência.

Sabendo que os parâmetros elétricos longitudinais e transversais de uma linha de transmissão são uniformemente distribuídos ao longo do seu comprimento, onde é possível representar um elemento infinitesimal dessa linha, como mostra a figura 3.2 (CHIPMAN, 1972; GREENWOOD, 1977).

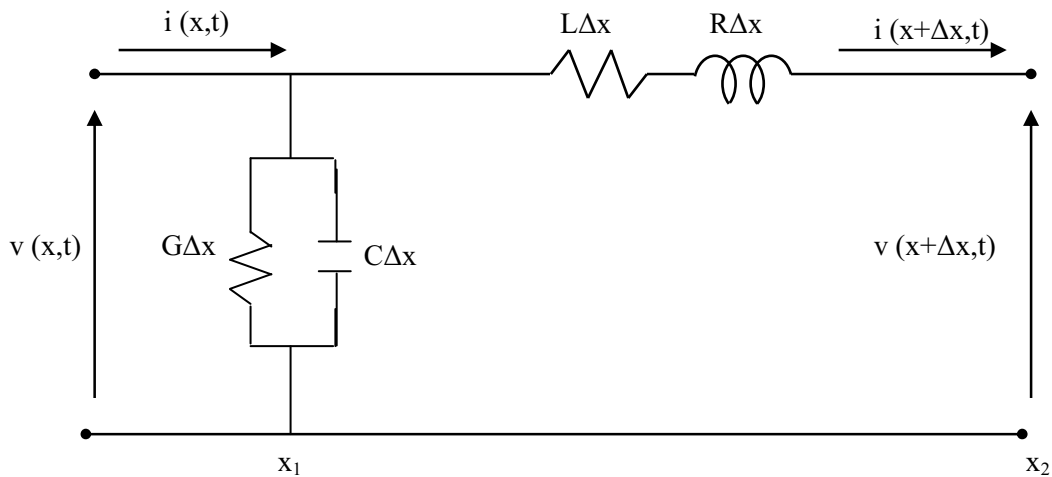


Figura 3.2 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha.

Na figura 3.2, tem-se um seguimento de comprimento infinitesimal  $\Delta x$  de uma linha de transmissão, cuja resistência possui um valor  $R$ , a indutância possui um valor  $L$ , a capacitância possui um valor  $C$  e a condutância possui um valor  $G$ , todos uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da linha.

Assim para o circuito da figura 3.2, a equação de corrente é:

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = G \Delta x v(x + \Delta x, t) + C \Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

A equação (3.1) pode ser escrita na forma:

$$i(x + \Delta x, t) - i(x, t) = -G \Delta x v(x + \Delta x, t) - C \Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

Dividindo a expressão (3.2) por  $\Delta x$ , tem-se:

$$\frac{i(x+\Delta x,t)-i(x,t)}{\Delta x} = -G v(x+\Delta x,t) - C \frac{\partial v(x+\Delta x,t)}{\partial t} \quad (3.3)$$

Calculando o limite da equação (3.2) para  $\Delta x$  tendendo a zero, obtém-se (SWOKOWSKI, 1994):

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{i(x+\Delta x,t)-i(x,t)}{\Delta x} \right) = -G v(x,t) - C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

O lado esquerdo da equação (3.4) é a derivada parcial de  $i(x,t)$  em relação à  $x$ . Portanto, a equação (3.4) será escrita como sendo (CHIPMAN, 1972):

$$\frac{di(x,t)}{dx} = -G v(x,t) - C \frac{dv(x,t)}{dt} \quad (3.5)$$

Para o circuito da figura 3.2, também há as seguintes relações de tensão:

$$v(x,t) - v(x+\Delta x,t) = R \Delta x i(x,t) + L \Delta x \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (3.6)$$

A equação (3.6) pode ser escrita na forma:

$$v(x+\Delta x,t) - v(x,t) = -R \Delta x i(x,t) - L \Delta x \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (3.7)$$

Dividindo a expressão (3.7) por  $\Delta x$ , tem-se:

$$\frac{v(x+\Delta x,t) - v(x,t)}{\Delta x} = -R i(x,t) - L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

Calculando o limite da equação (3.7) para  $\Delta x$  tendendo a zero, obtém-se (SWOKOWSKI, 1994):

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{v(x+\Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} \right) = -R i(x, t) - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (3.9)$$

O lado esquerdo da equação (3.9) é a derivada parcial de  $v(x, t)$  em relação à  $x$ . Portanto, a equação (3.8) será escrita como sendo (CHIPMAN, 1972):

$$\frac{dv(x, t)}{dx} = -R i(x, t) - L \frac{di(x, t)}{dt} \quad (3.10)$$

As equações (3.5) e (3.10) são as equações de corrente e tensão de uma linha monofásica.

A solução analítica das equações (3.5) e (3.10) somente é conhecida para o caso de linhas sem perdas ( $R=0$  e  $G=0$ ).

### 3.2.1 – Solução para o caso de linhas sem perdas

Denomina-se linhas sem perdas uma linha em que as resistências e as condutâncias são nulas.

Para esse caso, as equações (3.5) e (3.10) tornam-se:

$$\frac{di(x, t)}{dx} = -C \frac{dv(x, t)}{dt} \quad (3.11)$$

$$\frac{dv(x, t)}{dx} = -L \frac{di(x, t)}{dt} \quad (3.12)$$

Derivando a equação (3.11) em relação à  $x$ , obtém-se (NAIDU, 1985):

$$\frac{di^2(x, t)}{dx^2} = -C \frac{d}{dx} \left( \frac{dv(x, t)}{dt} \right) \quad (3.13)$$

$$\frac{di^2(x, t)}{dx^2} = -C \frac{d}{dt} \left( \frac{dv(x, t)}{dx} \right) \quad (3.14)$$

Substituindo a equação (3.12) na equação (3.14), obtêm-se:

$$\frac{di^2(x,t)}{dx^2} = C \frac{d}{dt} \left( \frac{-L di(x,t)}{dt} \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{di^2(x,t)}{dx^2} = LC \frac{d}{dt} \left( \frac{di^2(x,t)}{dt^2} \right) \quad (3.16)$$

Derivando a equação (3.12) em relação à x, obtém-se (NAIDU, 1985):

$$\frac{dv^2(x,t)}{dx^2} = -L \frac{d}{dx} \left( \frac{di(x,t)}{dt} \right) \quad (3.17)$$

Substituindo a equação (3.11) na equação (3.17), obtém-se:

$$\frac{dv^2(x,t)}{dx^2} = LC \left( \frac{dv^2(x,t)}{dt^2} \right) \quad (3.18)$$

As equações (3.16) e (3.18) mostram que, para o caso de uma linha sem perdas, a corrente e a tensão comportam-se como ondas.

### 3.2.2 – Solução das equações de propagação para o caso de linhas com perdas

Considerando uma linha de comprimento d, sabe-se que as equações diferenciais para a linha mostrada na figura 3.2 são:

$$\frac{dv(x,t)}{dx} = -R i(x,t) - L \frac{di(x,t)}{dt} \quad (3.19)$$

$$\frac{di(x,t)}{dx} = -G v(x,t) - C \frac{dv(x,t)}{dt} \quad (3.20)$$

Essas equações são de difícil solução no domínio do tempo, mas podem ser resolvidas no domínio da frequência.

Desse modo, aplicando a transformada de Laplace nas equações (3.19) e (3.20), obtêm-se:

$$\frac{dv(x,s)}{dx} = -Ri(x,s) - sLi(x,s) \quad (3.21)$$

$$\frac{di(x,s)}{dx} = -Gv(x,s) - Cs \frac{dv(x,s)}{dx} \quad (3.22)$$

Fazendo  $s = j\omega$ , as equações (3.21) e (3.22), tornam-se:

$$\frac{dv(x)}{dx} = -Zi(x) \quad (3.23)$$

$$\frac{di(x)}{dx} = -Yv(x) \quad (3.24)$$

Derivando as equações (3.23) e (3.24) em relação à  $x$ , têm-se:

$$\frac{dv^2(x)}{dx^2} = -Z \frac{di(x)}{dx} \quad (3.25)$$

$$\frac{di^2(x)}{dx^2} = -Y \frac{dv(x)}{dx} \quad (3.26)$$

Substituindo as equações (3.24) em (3.25) e (3.23) em (3.26), obtêm-se:

$$\frac{dv^2(x)}{dx^2} = ZYv(x) \quad (3.27)$$

$$\frac{di^2(x)}{dx^2} = ZYi(x) \quad (3.28)$$

Sabe-se que as soluções para as equações (3.27) e (3.28) são do tipo:

$$v(x) = a e^{-\gamma x} + b e^{\gamma x} \quad (3.29)$$

$$i(x) = \frac{1}{Z_C} a e^{+\gamma x} - \frac{1}{Z_C} b e^{-\gamma x} \quad (3.30)$$

Nas equações (3.29) e (3.30) (MARTI, 1982; CHIPMAN, 1976),  $\gamma = \sqrt{ZY}$  é a função de propagação e  $Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  é a impedância característica.

A figura 3.3, mostra as correntes e tensões nos terminais da linha.

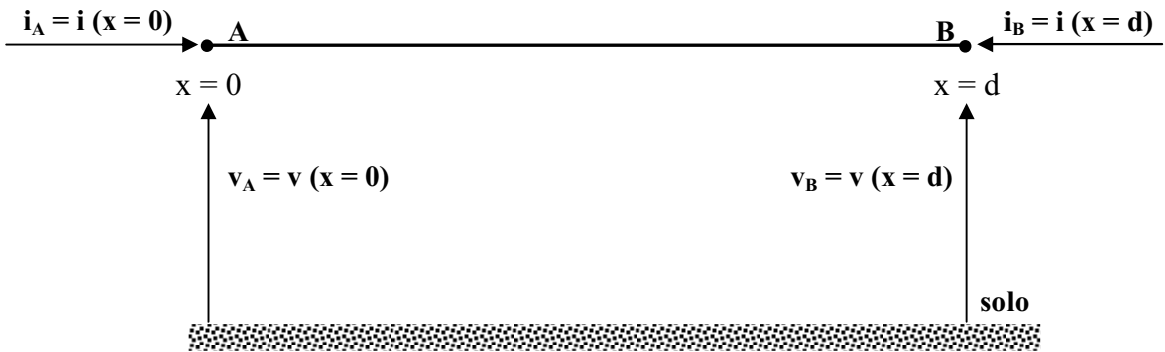


Figura 3.3 – Representação das correntes e tensões nos terminais da linha.

A partir da figura 3.3, mostrada acima, pode-se escrever as equações hiperbólicas da linha como sendo:

$$v_A = v_B \cosh(\gamma d) - i_B Z_C \operatorname{sen} h(\gamma d) \quad (3.31)$$

$$i_A = -i_B \cosh(\gamma d) + \frac{v_B}{Z_C} \operatorname{sen} h(\gamma d) \quad (3.32)$$

Obtêm-se:

$$\operatorname{sen} h(\gamma d) = \left( \frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (3.33)$$

$$\cosh(\gamma d) = \left( \frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (3.34)$$

### 3.3 – Conclusão

Neste capítulo, foram deduzidas as equações diferenciais que representam uma linha de transmissão cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha e dependentes da frequência.

Foram mostradas as equações diferenciais da linha no domínio do tempo e no domínio da frequência.

O caso mais simples é uma linha sem perdas, cujos parâmetros são independentes da frequência, sendo, provavelmente, a única situação em que as equações diferenciais possuem uma solução analítica simples.

Para o caso de linhas com perdas pode-se analisar que as soluções das equações é um processo bastante complexo.

## REPRESENTAÇÃO DE LINHAS POLIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL

### 4.1 – Introdução

As equações diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão polifásica são de difícil solução devido ao acoplamento entre as fases. Uma importante ferramenta de análise de sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases.

Dessa maneira, um sistema que possui  $n$  fases acopladas pode ser representado por  $n$  sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original.

Para um sistema polifásico genérico, a matriz com os autovetores do produto matricial  $[Z] [Y]$  desacopla as fases da linha. Existem, para um único produto  $[Z] [Y]$ , diversos conjuntos de autovetores que desacoplam a linha. Por outro lado, os autovalores são únicos.

### 4.2 – Linhas polifásicas

Considere uma linha com  $n$  fases, conforme mostra a figura 4.1;

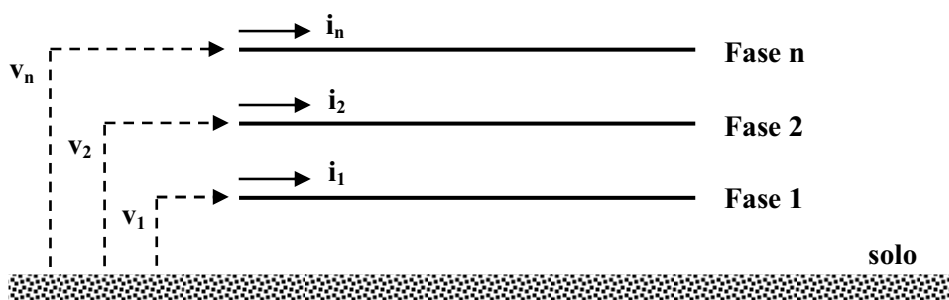


Figura 4.1 – Linha de  $n$  fases.

A matriz de impedância longitudinal  $[Z]$  e de admitância transversal  $[Y]$  da linha mostrada na figura 4.1, pode ser escrita como sendo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

As equações diferenciais de tensão e corrente para essa linha de transmissão com  $n$  fases são:

$$-\frac{d[V]}{dx} = [Z][I] \quad (4.3)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = [Y][V] \quad (4.4)$$

Nas equações (4.3) e (4.4),  $[V]$  e  $[I]$  são vetores com as tensões e correntes de fase, respectivamente.

Derivando as equações (4.3) e (4.4) em relação a  $x$ , têm-se:

$$-\frac{d^2[V]}{dx^2} = [Z]\frac{d[I]}{dx} \quad (4.5)$$

$$-\frac{d^2[I]}{dx^2} = [Y]\frac{d[V]}{dx} \quad (4.6)$$

Substituindo as equações (4.3) em (4.5) e (4.4) em (4.6), obtêm-se:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [Z] \cdot [Y] \cdot [V] \quad (4.7)$$

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [Y] \cdot [Z] \cdot [I] \quad (4.8)$$

As equações (4.7) e (4.8) estão no domínio das fases e são de difícil solução, uma vez que os produtos matriciais  $[Z] [Y]$  e  $[Y] [Z]$  são, de maneira genérica, distintos e as matrizes  $[Z]$  e  $[Y]$  não são matrizes diagonais.

Tais produtos podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização de uma transformação de similaridade (CHEN, 1984). Nesse caso, os produtos matriciais  $[Z] [Y]$  e  $[Y] [Z]$  resultarão em matrizes diagonais cujos elementos são os autovalores dos produtos matriciais.

### 4.3 – Representação da linha no domínio modal

As equações (4.7) e (4.8) podem ser escritas como sendo:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [S_v] [V] \quad (4.9)$$

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [S_i] [V] \quad (4.10)$$

Nas equações (4.9) e (4.10),  $[S_v]$  e  $[S_i]$  são escritas como sendo:

$$[S_v] = [Z][Y] \quad (4.11)$$

$$[S_i] = [Y][Z] \quad (4.12)$$

Os autovalores das matrizes  $[S_v]$  e  $[S_i]$  são iguais e podem ser escritos como sendo:

$$[\lambda_v] = [T_v]^{-1} [S_v] [T_v] \quad (4.13)$$

$$[\lambda_i] = [T_i]^{-1} [S_i] [T_i] \quad (4.14)$$

Na equação (4.13),  $[T_V]$  é a matriz cujas as colunas são autovetores associados a  $[S_V]$  e na equação (4.14),  $[T_I]$  é a matriz cujas as colunas são autovetores associados ao produto  $[S_I]$ .

As matrizes  $[\lambda_V]$  e  $[\lambda_I]$ , nas equações (4.13) e (4.14), são matrizes diagonais e podem ser escritas de um modo genérico como sendo:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A partir das equações (4.13) e (4.14), obtêm-se:

$$[S_V] = [T_V][\lambda_V][T_V]^{-1} \quad (4.16)$$

$$[S_I] = [T_I][\lambda_I][T_I]^{-1} \quad (4.17)$$

Substituindo as equações (4.16) em (4.7) e (4.17) em (4.8), obtêm-se:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [T_V][\lambda_V][T_V]^{-1}[V] \quad (4.18)$$

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [T_I][\lambda_I][T_I]^{-1}[I] \quad (4.19)$$

A partir das equações (4.18) e (4.19), é possível escrever:

$$\frac{d^2[T_V]^{-1}[V]}{dx^2} = [\lambda_V][T_V]^{-1}[V] \quad (4.20)$$

$$\frac{d^2[T_I]^{-1}[I]}{dx^2} = [\lambda_I][T_I]^{-1}[I] \quad (4.21)$$

Fazendo:

$$[V_m] = [T_V]^{-1}[V] \quad (4.22)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1}[I] \quad (4.23)$$

Têm-se:

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [\lambda_V][V_m] \quad (4.24)$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [\lambda_I][I_m] \quad (4.25)$$

Nesse caso,  $[V_m]$  e  $[I_m]$  são os vetores com as tensões e as correntes modais da linha.

Desenvolvendo as equações (4.24) e (4.25), obtêm-se:

$$\frac{d^2}{dx^2} \begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ \vdots \\ V_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ \vdots \\ V_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Das equações (4.26) e (4.27), têm-se os seguintes pares de equações:

$$\begin{cases} \frac{d^2 V_{m1}}{dx^2} = \lambda_1 V_{m1} \\ \frac{d^2 I_{m1}}{dx^2} = \lambda_1 I_{m1} \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 V_{m2}}{dx^2} = \lambda_2 V_{m2} \\ \frac{d^2 I_{m2}}{dx^2} = \lambda_2 I_{m2} \end{cases} \quad (4.29)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 V_{mn}}{dx^2} = \lambda_n V_{mn} \\ \frac{d^2 I_{mn}}{dx^2} = \lambda_n I_{mn} \end{cases} \quad (4.30)$$

Os pares de equações (4.28) à (4.30) descrevem os n modos de propagação da linha de n fases, sendo que cada um dos modos é independente dos demais e comporta-se como uma linha monofásica.

#### 4.4 – Matrizes de impedâncias e admitâncias no domínio modal (KUROKAWA, 2003).

As equações de uma linha de n fases são:

$$-\frac{d[V]}{dx} = [Z][I] \quad (4.31)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = [Y][V] \quad (4.32)$$

As relações entre as tensões e as correntes de fases com as correspondentes grandezas descritas no domínio modal são:

$$[V_m] = [T_V]^{-1} [V] \Rightarrow [V] = [T_V][V_m] \quad (4.33)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1} [I] \Rightarrow [I] = [T_I] [I_m] \quad (4.34)$$

Substituindo a equação (4.33) em (4.31) e a equação (4.34) em (4.32), obtêm-se:

$$-\frac{d[T_V][V_m]}{dx} = [Z][T_I][I_m] \quad (4.35)$$

$$-\frac{d[T_I][I_m]}{dx} = [Y][T_V][V_m] \quad (4.36)$$

Pré-multiplicando-se as equações (4.35) e (4.36) por  $[T_V]^{-1}$  e  $[T_I]^{-1}$ , respectivamente, obtêm-se:

$$-\frac{d[V_m]}{dx} = [T_V]^{-1} [Z] [T_I] [I_m] \quad (4.37)$$

$$-\frac{d[I_m]}{dx} = [T_I]^{-1} [Y] [T_V] [V_m] \quad (4.38)$$

As equações (4.37) e (4.38) podem ser escritas como sendo:

$$\frac{d[V_m]}{dx} = -[Z_m][I_m] \quad (4.39)$$

$$\frac{d[I_m]}{dx} = -[Y_m][V_m] \quad (4.40)$$

Nas equações (4.39) e (4.40),  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$  são respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais modais da linha. Essas matrizes são escritas como sendo:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1} [Z] [T_I] \quad (4.41)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1} [Y] [T_V] \quad (4.42)$$

As matrizes  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$  são matrizes diagonais do tipo:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Z_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$[Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Y_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Portanto, nas equações (4.43) e (4.44), têm-se as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha, respectivamente, representadas no domínio modal.

#### 4.5 – Conclusão

Nesse capítulo, mostrou-se o processo de decomposição modal de linhas de transmissão. A representação modal de linhas permite que uma linha de transmissão de  $n$  fases seja decomposta em seus  $n$  modos de propagação.

A vantagem de se representar a linha por meio de seus modos de propagação está no fato de que cada um dos modos comporta-se como uma linha monofásica. Desse modo, uma linha polifásica de  $n$  fases pode ser representada como sendo  $n$  linhas monofásicas independentes.

A decomposição da linha em seus modos de propagação é feita por meio de uma transformação de similaridade, onde a matriz de transformação é uma matriz cujas colunas correspondem a um conjunto de autovetores do produto matricial  $[Z][Y]$ .

Uma vez que as matrizes  $[Z]$  e  $[Y]$  da linha são variáveis em função da frequência, deve-se obter um conjunto de autovetores para cada frequência.

## **CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DAS CORRENTES E TENSÕES DE FASE**

### **5.1 – Introdução**

Na maior parte dos procedimentos habituais para avaliar os parâmetros de linhas de transmissão, usam-se hipóteses simplificadoras que resultam em algumas aproximações. Essas aproximações podem ser em relação a geometria e ao comportamento do campo eletromagnético. Tais simplificações consistem em assumir que a superfície do solo é plana, a linha é horizontal em relação ao solo, os cabos são paralelos entre si, a distância entre qualquer par de condutores é muito maior do que a soma de seus raios e o efeito do campo eletromagnético nas estruturas e isoladores é desconsiderado.

Por dificuldades de representação do solo, considere que o mesmo tenha permissividade dielétrica desprezível, bem como, condutividade constante e independente da frequência. Essas considerações podem resultar em modelos inadequados uma vez que, exceto para o caso de campos elétricos demasiadamente intensos, que causam a ionização do solo, o comportamento do solo na presença de campos eletromagnéticos é linear, mas sua condutividade e permissividade dielétrica são dependentes da frequência (KUROKAWA et al, 2006).

Uma maneira de se levar em conta os diversos efeitos que geralmente são desconsiderados, quando se calcula os parâmetros de uma linha de transmissão, seria obtê-los, em uma linha já construída, diretamente das correntes e tensões em seus terminais, conforme será mostrado neste capítulo. O método será aplicado para estimar os parâmetros, na frequência de 60 Hz, de uma linha trifásica de 440 kV, cujo comprimento é de 200 km.

### **5.2 – Descrição do método**

O método proposto neste capítulo consiste em calcular os parâmetros da linha a partir das correntes e tensões obtidas no terminal emissor da mesma, em duas situações. Na primeira

situação, considera-se a linha com o terminal receptor em aberto e, na segunda situação, com este terminal em curto-circuito.

Inicialmente, as correntes e tensões são, transformadas para o domínio dos modos onde, a partir das mesmas, calcula-se as funções de propagação e as impedâncias características de cada um dos modos da linha. Uma vez conhecidas as funções de propagação e as impedâncias características dos modos, é possível obter as matrizes de impedâncias e admitâncias modais. Em seguida, utilizando a matriz de transformação modal, obtêm-se as matrizes de impedâncias e de admitâncias da linha no domínio das fases e, conseqüentemente, os parâmetros das mesmas.

Considere então uma linha de transmissão trifásica, conforme mostra a figura 5.1;

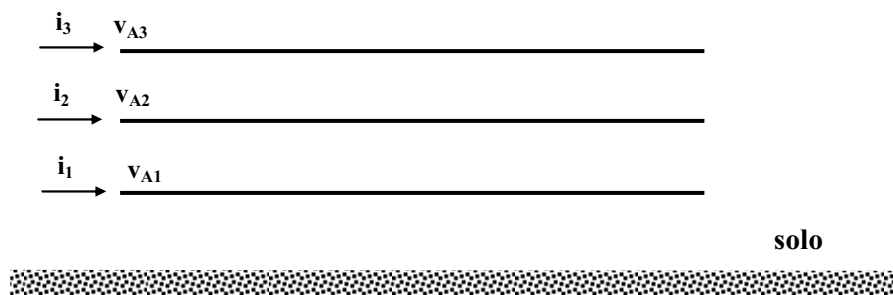


Figura 5.1 – Correntes e tensões no terminal A da linha.

Na figura 5.1,  $v_{A1}$ ,  $v_{A2}$  e  $v_{A3}$  são, respectivamente, as tensões nas fases 1, 2 e 3 no terminal A da linha enquanto que  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  são as correntes de fase nesse terminal.

O método a ser estudado parte da hipótese de que as correntes no terminal A da linha são conhecidas quando o outro terminal está em aberto ou em curto-circuito. Desse modo, é possível definir os vetores  $[I_{ab}]$  e  $[I_{cc}]$  como sendo:

$$[I_{ab}] = \begin{bmatrix} i_{ab1} \\ i_{ab2} \\ i_{ab3} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$[I_{cc}] = \begin{bmatrix} i_{cc1} \\ i_{cc2} \\ i_{cc3} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Na equação (5.1), o vetor  $[I_{ab}]$  corresponde aos valores das correntes nas fases 1, 2 e 3 no terminal A da linha quando o outro terminal está em aberto. Na equação (5.2), o vetor  $[I_{cc}]$

corresponde aos valores das correntes de fase no terminal A da linha quando o outro terminal está em curto-circuito.

Para a linha mostrada na figura 5.1, também é possível definir um vetor  $[V_A]$  com as tensões de fase no terminal A da linha como sendo:

$$[V_A] = \begin{bmatrix} v_{A1} \\ v_{A2} \\ v_{A3} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

As correntes e tensões mostradas nas equações (5.1) a (5.3) podem ser convertidas para o domínio modal por meio das seguintes relações:

$$[I_{ab \text{ modal}}] = [T_i]^{-1} [i_{ab}] \quad (5.4)$$

$$[I_{cc \text{ modal}}] = [T_i]^{-1} [i_{cc}] \quad (5.5)$$

$$[V_{\text{modal}}] = [T_i]^t [v_A] \quad (5.6)$$

Os vetores  $[I_{ab\text{modal}}]$  e  $[I_{cc\text{modal}}]$  contêm as correntes no terminal A da linha, no domínio modal, considerando o outro terminal em aberto ou em curto-circuito, respectivamente. O vetor  $[V_{\text{modal}}]$  é o vetor com as tensões no terminal A da linha, escritas no domínio modal. Esses vetores são escritos como sendo:

$$[I_{ab \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} i_{abm1} \\ i_{abm2} \\ i_{abm3} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$[I_{cc \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} i_{ccm1} \\ i_{ccm2} \\ i_{ccm3} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$[V_{\text{modal}}] = \begin{bmatrix} v_{m1} \\ v_{m2} \\ v_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Considere um modo genérico  $k$  da linha, conforme mostra a figura 5.2

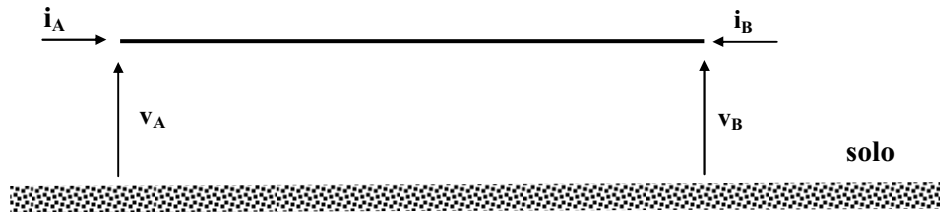


Figura 5.2 – Corrente e tensão nos terminais A e B de um modo genérico da linha.

Na figura 5.2,  $i_A$  e  $i_B$  são, respectivamente, as correntes nos terminais A e B do modo  $k$  enquanto que  $v_A$  e  $v_B$  são as tensões nesses terminais. Sabe-se que as correntes e tensões nos terminais A e B obedecem às seguintes relações (BUDNER, 1970):

$$v_A = v_B \cosh(\gamma d) - i_B Z_c \sinh(\gamma d) \quad (5.10)$$

$$i_A = -i_B \cosh(\gamma d) + \frac{v_B}{Z_c} \sinh(\gamma d) \quad (5.11)$$

Considerando que o  $k$ -ésimo modo da linha está com o terminal B em aberto, a partir das equações (5.10) e (5.11) obtêm-se:

$$v_A = v_B \cosh(\gamma d) \quad (5.12)$$

$$i_{Aab} = \frac{v_B}{Z_c} \sinh(\gamma d) \quad (5.13)$$

Na equação (5.13),  $i_{Aab}$  é a corrente no terminal A do  $k$ -ésimo modo da linha com o terminal B em aberto.

Considerando que o  $k$ -ésimo modo da linha está com o terminal B em curto-circuito, a partir das equações (5.10) e (5.11) obtêm-se:

$$v_A = i_B Z_C \sinh(\gamma d) \quad (5.14)$$

$$i_{Acc} = i_B \cosh(\gamma d) \quad (5.15)$$

Na equação (5.15),  $i_{Acc}$  é a corrente no terminal A do k-ésimo modo da linha com o terminal B em curto-circuito.

Em seu trabalho, Kurokawa (2006), mostrou que a partir das equações (5.12) a (5.15) é possível escrever a função de propagação  $\gamma_k$  e a impedância característica  $Z_{ck}$  do k-ésimo modo da linha em função das correntes  $i_{Aab}$  e  $i_{Acc}$  como sendo:

$$\gamma_k = \frac{1}{2d} (\ln(x) + j \cos^{-1} F) \quad (5.16)$$

$$Z_{ck} = v_A \frac{v_A}{\sqrt{i_{Aab} i_{Acc}}} \quad (5.17)$$

Fazendo – se :

$$C_1 + jC_2 = \sqrt{\frac{i_{Acc}}{i_{Aab}}} \quad (5.18)$$

Os termos x e F que aparecem na equação (5.16) são escritos como sendo:

$$x = \frac{(1 + C_1)^2 + (C_2)^2}{\sqrt{(1 - C_1^2 - C_2^2)^2 + 4C_2^2}} \quad (5.19)$$

$$F = -\frac{1 - (C_1^2 + C_2^2)}{\sqrt{(1 - C_1^2 - C_2^2)^2 + 4C_2^2}} \quad (5.20)$$

Portanto, utilizando as equações (5.16) e (5.17), é possível obter a função de propagação e a impedância característica dos modos da linha a partir das correntes e tensões obtidas no terminal A da mesma.

Sabe-se que a função de propagação e a impedância característica de um modo  $k$  da linha podem ser escritas como sendo (KUROKAWA, et al, 2006):

$$\gamma_k = \sqrt{Z_{mk} Y_{mk}} \quad (5.21)$$

$$Z_{ck} = \sqrt{\frac{Z_{mk}}{Y_{mk}}} \quad (5.22)$$

A partir das equações (5.21) e (5.22), obtêm-se:

$$Z_{mk} = \gamma_k Z_{ck} \quad (5.23)$$

$$Y_{mk} = \frac{\gamma_k}{Z_{ck}} \quad (5.24)$$

Substituindo as equações (5.16) e (5.17) nas equações (5.23) e (5.24) é possível obter a impedância longitudinal e a admitância transversal do  $k$ -ésimo modo da linha.

Repetindo o procedimento para os três modos da linha é possível obter as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha no domínio modal, que serão escritas sob a forma mostrada em seguida.

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$[Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Nas equações (5.25) e (5.26),  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$  são, respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha no domínio modal.

Uma vez conhecidas  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$ , é possível obter as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha que são escritas como sendo (WEDEPHOL, 1996):

$$[Z] = [T_i]^{-1} [Z_m] [T_i]^{-1} \quad (5.27)$$

$$[Y] = [T_i] [Y_m] [T_i]^t \quad (5.28)$$

Nas equações (5.27) e (5.28),  $[Z]$  e  $[Y]$  são as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha.

Uma vez obtidas as matrizes  $[Z]$  e  $[Y]$ , obtêm-se a partir dessas matrizes os parâmetros longitudinais e transversais da linha.

Observa-se que a utilização deste método de estimação de parâmetros parte da hipótese de que a matriz de transformação modal seja conhecida.

### **5.3 – Aplicação do método em uma linha trifásica de 440 kV**

Algumas considerações são feitas a respeito da aplicação do método de estimação dos parâmetros da linha.

O método parte da hipótese de que as correntes e tensões no emissor da linha são conhecidas, considerando o receptor da linha em aberto e em curto-circuito. Como não foi possível realizar medições das correntes na linha nestas condições, optou-se por obtê-las as mesmas por meio de modelos adequados conforme mostrado adiante. Neste trabalho optou-se por utilizar as técnicas de decomposição modal para representar a linha (ASTI, et al 2009).

Para a linha proposta, cujos parâmetros são supostamente conhecidos, calculou-se as correntes da linha considerando a mesma em curto-circuito e em aberto em uma frequência de 60 Hz.

Em seguida, aplicou-se o método e os parâmetros desta linha foram estimados permitindo assim a comparação entre os parâmetros supostamente conhecidos e os parâmetros estimados.

A figura 5.3, mostra uma linha trifásica de 440 kV com comprimento de 100km, constituída de 4 condutores do tipo *Grosbeak*. Sendo os cabos pára-raios representados pelos

condutores 4 e 5. A resistividade do solo foi considerada como sendo 1000  $\Omega\cdot\text{m}$ , numa frequência de 60 Hz.

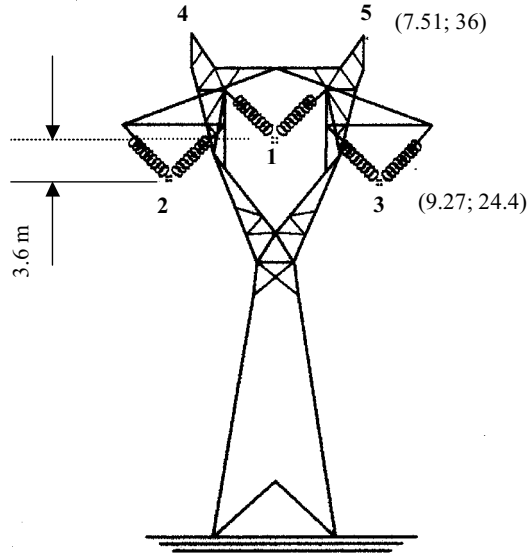


Figura 5.3 – Linha de transmissão trifásica de 440 kV.

Considerou-se que os parâmetros da linha mostrada na figura 5.3 são conhecidos para a frequência de 60 Hz e que os mesmos foram obtidos levando em conta o efeito da frequência (DOMMEL, 1986; MARTI, 1983). As matrizes  $[R]_{\text{linha}}$ ,  $[L]_{\text{linha}}$  e  $[C]_{\text{linha}}$  contém os parâmetros da linha.

$$[R]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 0,0603 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0604 & 0,0581 \\ 0,0580 & 0,0581 & 0,0604 \end{bmatrix} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (5.29)$$

$$[L]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 1,9394 & 1,1244 & 1,1244 \\ 1,1244 & 1,9394 & 0,9992 \\ 1,1244 & 0,9992 & 1,9394 \end{bmatrix} \quad [\text{mH}/\text{km}] \quad (5.30)$$

$$[C]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 11,2873754 & -2,8384554 & -2,8384554 \\ -2,8384554 & 10,93188287 & -1,163484347 \\ -2,8384554 & -1,163484347 & 10,93188287 \end{bmatrix} \quad [\eta\text{F}/\text{km}] \quad (5.31)$$

As matrizes  $[R]_{\text{linha}}$  e  $[L]_{\text{linha}}$  fornecem respectivamente os valores de resistências e indutâncias longitudinais da linha e  $[C]_{\text{linha}}$  fornece as capacitâncias transversais parciais da linha. Neste estudo, desconsiderou-se a presença da matriz de condutâncias transversais da linha.

### 5.3.1 – Correntes e tensões no terminal emissor da linha considerando o receptor em aberto ou em curto-circuito

Em uma situação real, as correntes no terminal emissor da linha seriam medidas. No entanto, como não foi possível realizar estas medições, tais grandezas foram calculadas com o modelo proposto no capítulo 4.

Os cálculo das correntes e tensões nas fases da linha foram realizados utilizando a teoria de decomposição modal. Inicialmente, considerou-se um vetor de tensões aplicado nas fases da linha, conforme mostram as figuras 5.4 e 5.5:

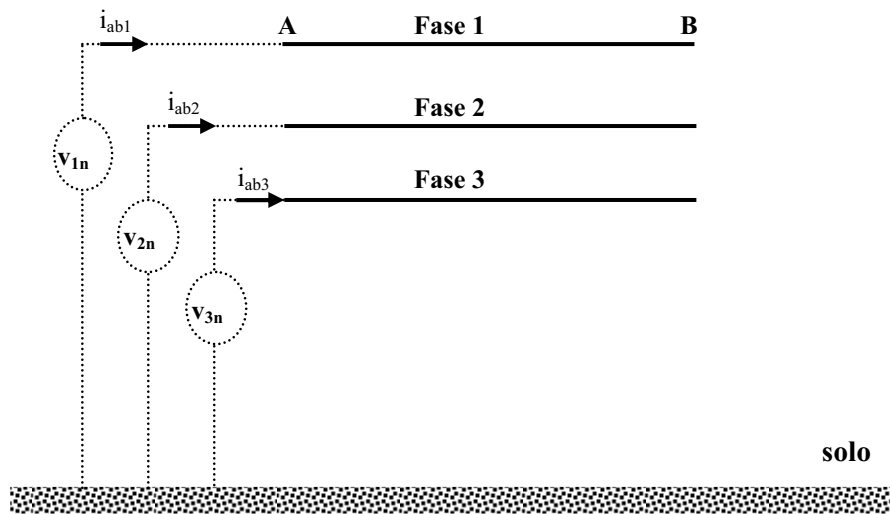


Figura 5.4 – Simulação de medição de correntes e tensões na linha, considerando o receptor em aberto.

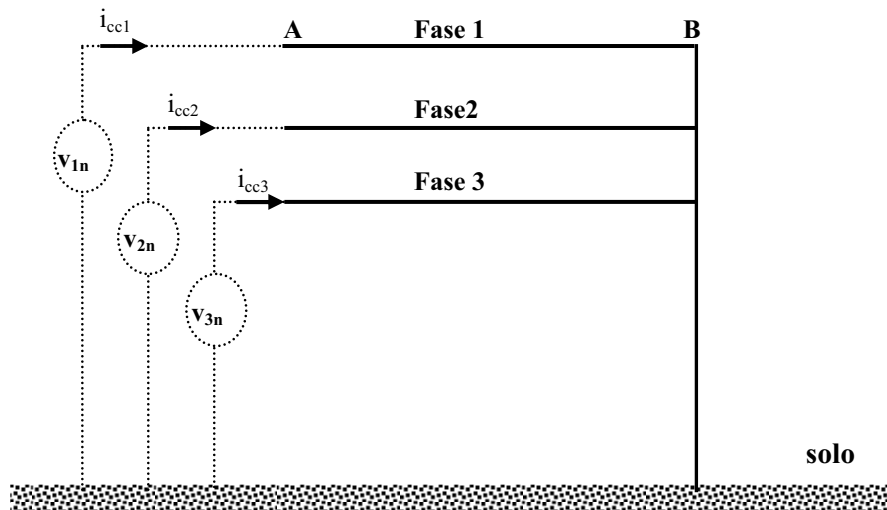


Figura 5.5 – Simulação de correntes e tensões na linha, considerando o receptor em curto-circuito.

As tensões de fase aplicadas no terminal A da linha, nas figuras 5.4 e 5.5 são:

$$[V] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

onde:

$$v_1 = 1 + j0 \quad (\text{V}) \quad (5.33)$$

$$v_2 = 1 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (5.34)$$

$$v_3 = 1 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (5.35)$$

Com base no modelo de linha proposto do capítulo 4, é possível obter as correntes de fase no terminal A da linha, para as situações descritas nas figuras 5.4 e 5.5.

Para a linha em aberto, obteve-se o vetor  $[I_{ab}]$  escrito como sendo:

$$[I_{ab}] = \begin{bmatrix} i_{ab1} \\ i_{ab2} \\ i_{ab3} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Para a linha em curto-circuito, obteve-se o vetor  $[I_{cc}]$  escrito como sendo:

$$[I_{cc}] = \begin{bmatrix} i_{cc1} \\ i_{cc2} \\ i_{cc3} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Aplicando o vetor de tensão  $[V]$  no terminal emissor da linha, obteve-se os seguintes vetores de corrente no terminal receptor:

$$[I_{ab}] = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.0000 + j0.5353 \\ -0.3971 + j0.2928 \\ 0.3970 + j0.2929 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (5.38)$$

$$[I_{cc}] = \begin{bmatrix} 0.0002 - j0.0338 \\ 0.0241 + j0.0176 \\ -0.0245 + j0.0173 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (5.39)$$

Uma vez conhecidas as correntes e tensões de fase no terminal emissor da linha, é possível aplicar o método de estimação de parâmetros que está sendo estudado.

### 5.3.2 – Cálculo dos parâmetros a partir das correntes e tensões de fase

Inicialmente as tensões e correntes de fase são convertidas para o domínio modal.

$$[V_{\text{modal}}] = [T_i]^T [V] \quad (5.40)$$

$$[\mathbf{I}_{abmodal}] = [\mathbf{T}_i]^{-1} \begin{bmatrix} i_{ab1} \\ i_{ab2} \\ i_{ab3} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$[\mathbf{I}_{ccmodal}] = [\mathbf{T}_i]^{-1} \begin{bmatrix} i_{cc1} \\ i_{cc2} \\ i_{cc3} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Foram obtidos os seguintes resultados:

$$[\mathbf{V}_{modal}] = \begin{bmatrix} -0,1335 - j0,0037 \\ -1,2146 + j0,0009 \\ 0,0157 - j1,2125 \end{bmatrix} \quad (\text{V}) \quad (5.43)$$

$$[\mathbf{I}_{abmodal}] = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0001 - j0,0335 \\ 0,0149 - j0,6669 \\ 0,5560 - j0,0073 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (5.44)$$

$$[\mathbf{I}_{ccmodal}] = \begin{bmatrix} -0,0001 + j0,0009 \\ -0,0013 + j0,0414 \\ -0,0340 - j0,0007 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (5.45)$$

Em seguida, substituindo os valores dos vetores  $[\mathbf{V}_{modal}]$ ,  $[\mathbf{I}_{abmodal}]$  e  $[\mathbf{I}_{ccmodal}]$  nas equações (5.16) a (5.20), é possível calcular as funções de propagação e as impedâncias características de cada um dos modos da linha. Escrevendo esses valores na forma de vetores tem-se:

$$[\boldsymbol{\gamma}_m] = \begin{bmatrix} 0,0000 + j0,0013 \\ 0,0001 + j0,0019 \\ 0,0000 + j0,0013 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

$$[Z_{cm}] = \begin{bmatrix} -2,3116 \times 10^{-2} + j1,1533 & & \\ 7,8638 \times 10^{-2} - j4,6620 \times 10^{-1} & & \\ -2,7869 \times 10^{-2} + j9,2424 \times 10^{-1} & & \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Substituindo os valores das funções de propagação e das impedâncias características, de cada um dos modos, nas equações (5.23) e (5.24) é possível calcular as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais dos modos da linha. Para o caso que está sendo estudado, obteve-se:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} 0,0026 + j0,2918 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1779 + j1,5262 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0023 + j0,3541 \end{bmatrix} \Omega/\text{Km} \quad (5.48)$$

$$[Y_m] = 10^{-5} \begin{bmatrix} -0,0005 + j0,5462 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0006 + j0,2476 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0000 + j0,4560 \end{bmatrix} \Omega/\text{Km} \quad (5.49)$$

As matrizes de impedâncias e de admitâncias modais são então convertidas para o domínio das fases, por meio das equações (5.27) e (5.28), obtendo-se assim as impedâncias e admitâncias no domínio das fases e, conseqüentemente, os parâmetros longitudinais e transversais da linha. Foram obtidos os seguintes resultados:

$$[R]_{\text{calculado}} = \begin{bmatrix} 0,0603 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0604 & 0,0581 \\ 0,0580 & 0,0581 & 0,0604 \end{bmatrix} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (5.50)$$

$$[L]_{\text{calculado}} = \begin{bmatrix} 1,9394 & 1,1244 & 1,1244 \\ 1,1244 & 1,9394 & 0,9992 \\ 1,1244 & 0,9992 & 1,9389 \end{bmatrix} \quad [\text{mH}/\text{km}] \quad (5.51)$$

$$[C]_{\text{calculado}} = \begin{bmatrix} 11,2873754 & -2,8384554 & -2,8384554 \\ -2,8384554 & 10,93188287 & -1,163484347 \\ -2,8384554 & -1,163484347 & 10,93188287 \end{bmatrix} \quad [\eta F / \text{km}] \quad (5.52)$$

Nas igualdades (5.50) a (5.52),  $[R]_{\text{calculado}}$  e  $[L]_{\text{calculado}}$  são respectivamente as matrizes de resistências e indutâncias longitudinais e  $[C]_{\text{calculado}}$  é a matriz de capacitâncias transversais. No caso, desconsiderou-se a presença da matriz de condutâncias transversais da linha. Assim, os parâmetros longitudinais e transversais da linha são idênticos aos parâmetros longitudinais e transversais calculados, comprovando que o método desenvolvido está correto.

#### 5.4 – Conclusão

Neste capítulo, foi mostrado um método que possibilita o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais da linha a partir das correntes e tensões de fase. O método pode ser aplicado em qualquer tipo de linha de transmissão, desde que a matriz de transformação modal da mesma seja conhecida. E para conhecê-la é preciso conhecer a matriz de  $[Z]$  e  $[Y]$ , sob investigação.

O método foi testado em uma linha trifásica de 440 kV, com 200 km de comprimento. Os parâmetros longitudinais e transversais dessa linha foram calculados a partir da equação desenvolvida e em seguida foram comparados com os parâmetros que foram calculados. Os resultados obtidos satisfazem as condições necessárias e suficientes para os cálculos dos parâmetros da linha a partir das correntes e tensões de fase, comprovando assim que o método desenvolvido está correto.

## **CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DAS CORRENTES E TENSÕES DE FASE: SUBSTITUIÇÃO DA MATRIZ DE DECOMPOSIÇÃO MODAL PELA MATRIZ DE CLARKE**

### **6.1 – Introdução**

O método de cálculo dos parâmetros da linha a partir das correntes e tensões de fase, que foi mostrado no capítulo 5, exige que a matriz de transformação modal  $[T_I]$  seja conhecida. No entanto, para a maioria das linhas, a matriz de decomposição modal é função dos parâmetros da linha, inviabilizando, assim, a aplicação do método descrito.

Porém, sabe-se que para o caso de linhas bifásicas que possuem plano de simetria vertical, a matriz  $[T_I]$  independe dos valores dos parâmetros da linha (BUDNER, 1970). O mesmo ocorre com as linhas trifásicas que são idealmente transpostas, que pode ser separadas em seus modos exatos por meio do uso da matriz de Clarke como sendo a matriz de transformação modal (LONG, 1982). Portanto, para as linhas mencionadas anteriormente, é possível aplicar o método proposto.

Para linhas trifásicas que não podem ser consideradas idealmente transpostas, mas que possuem um plano de simetria vertical, sabe-se que a matriz de Clarke pode ser utilizada, de forma aproximada, como sendo uma matriz de transformação modal (PISSOLATO; PORTELA; TAVARES, 1999).

Neste capítulo, o método mostrado no capítulo 5 será aplicado em uma linha trifásica com plano de simetria vertical, onde a matriz de Clarke será utilizada como sendo a matriz de transformação modal.

## 6.2 – Substituição da matriz $[T_i]$ pela matriz de Clarke

Para utilizar a matriz de Clarke como sendo a matriz de transformação modal, no método de estimação de parâmetros proposto, as correntes e tensões de fase devem ser convertidas para o domínio modal utilizando a matriz de Clarke. Desse modo, as equações (5.4) a (5.6) passam a ser escritas como sendo:

$$[i_{ab\text{modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [i_{ab}] \quad (6.1)$$

$$[i_{cc\text{modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [i_{cc}] \quad (6.2)$$

$$[v_{\text{modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^t [v_A] \quad (6.3)$$

Do mesmo modo, as equações (5.27) e (5.28) tornam-se:

$$[Z] \cong [T_{\text{clarke}}]^{-t} [Z_m] [T_{\text{clarke}}]^{-1} \quad (6.4)$$

$$[Y] \cong [T_{\text{clarke}}] [Y_m] [T_{\text{clarke}}]^t \quad (6.5)$$

Nas equações (6.1) a (6.5),  $[T_{\text{clarke}}]$  é a matriz de Clarke que é escrita como sendo (KUROKAWA, 2006):

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Então quando o método proposto no capítulo 5 for aplicado, as equações (5.4) a (5.6) devem ser substituídas pelas equações (6.1) a (6.3). Do mesmo modo, as equações (5.27) e (5.28) devem ser substituídas pelas equações (6.4) e (6.5).

Em seu trabalho, Kurokawa (2006) utilizou essas aproximações. As simulações foram feitas considerando a aplicação de uma tensão impulsiva no início de uma das fases, enquanto que, no início, as demais fases estavam aterradas no terminal inicial.

Neste capítulo, será mostrado o desempenho do método de estimação de parâmetros, utilizando a matriz de Clarke como sendo a matriz de decomposição modal, aplicado em uma linha trifásica que opera em regime permanente. Serão realizadas simulações considerando que a linha é alimentada por tensões equilibradas e por tensões desequilibradas.

### 6.3 – Aplicação em uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões trifásicas simétricas e equilibradas

O método será aplicado na linha trifásica de 440 kV mostrada na figura 6.1.

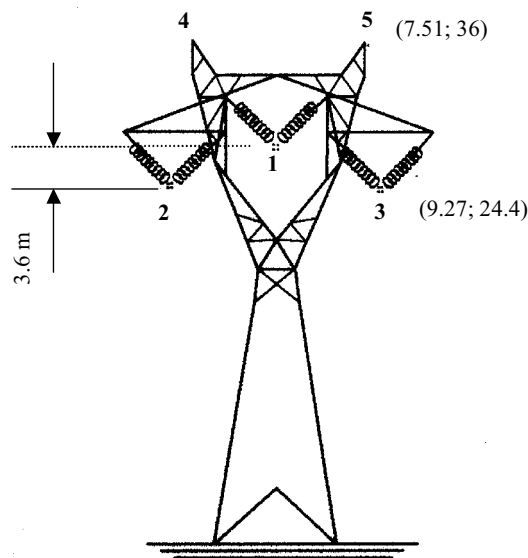


Figura 6.1 – Linha trifásica de 440 kV.

Considerou-se que os parâmetros da linha mostrada na figura 6.1 são conhecidos para a frequência de 60 Hz e que os mesmos foram obtidos levando em conta o efeito da frequência (DOMMEL, 1986; MARTI, 1983). As matrizes  $[R]_{\text{linha}}$ ,  $[L]_{\text{linha}}$  e  $[C]_{\text{linha}}$  contêm os parâmetros da linha.

$$[R]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 0,0603 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0604 & 0,0581 \\ 0,0580 & 0,0581 & 0,0604 \end{bmatrix} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (6.7)$$

$$[L]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 1,9394 & 1,1244 & 1,1244 \\ 1,1244 & 1,9394 & 0,9992 \\ 1,1244 & 0,9992 & 1,9394 \end{bmatrix} \quad [\text{mH}/\text{km}] \quad (6.8)$$

$$[C]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 11,2873754 & -2,8384554 & -2,8384554 \\ -2,8384554 & 10,93188287 & -1,163484347 \\ -2,8384554 & -1,163484347 & 10,93188287 \end{bmatrix} \quad [\eta\text{F}/\text{km}] \quad (6.9)$$

Nas igualdades (6.7) a (6.9),  $[R]_{\text{linha}}$  e  $[L]_{\text{linha}}$  são respectivamente as matrizes de resistências e indutâncias longitudinais da linha e  $[C]_{\text{linha}}$  é a matriz de capacitâncias transversais aparentes da linha. Neste estudo, desconsiderou-se a presença da matriz de condutâncias transversais da linha.

Em uma situação real, as correntes no terminal emissor da linha seriam medidas. No entanto, como não foi possível realizar estas medições, tais grandezas foram calculadas com o modelo proposto no capítulo 4.

Os cálculo das correntes e tensões nas fases da linha foram realizados utilizando a teoria de decomposição modal, considerando a linha com seus terminais abertos e em curto-circuito. Em ambas situações, a linha foi alimentada com uma tensão do tipo:

$$[V] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

onde:

$$v_1 = 1 + j0 \quad (\text{V}) \quad (6.11)$$

$$v_2 = 1 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.12)$$

$$v_3 = 1 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.13)$$

Aplicando o vetor de tensão [V] no terminal emissor da linha, obteve-se os seguintes vetores de corrente no terminal receptor:

$$[I_{ab}] = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,0000 + j0,5353 \\ -0,3971 + j0,2928 \\ 0,3970 + j0,2929 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (6.14)$$

$$[I_{cc}] = \begin{bmatrix} 0,0002 - j0,0338 \\ 0,0241 + j0,0176 \\ -0,0245 + j0,0173 \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (6.15)$$

Uma vez, conhecidas as correntes e tensões de fase no terminal emissor da linha, é possível aplicar o método de estimação de parâmetros que está sendo estudado.

Inicialmente, as tensões e correntes de fase são convertidas para o domínio modal utilizando as equações (6.1) a (6.3). Deste modo, obtêm-se:

$$[V_{\text{modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^t [v] \quad (6.16)$$

$$[I_{\text{ab modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} \begin{bmatrix} i_{\text{ab1}} \\ i_{\text{ab2}} \\ i_{\text{ab3}} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$[I_{\text{cc modal}}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} \begin{bmatrix} i_{\text{cc1}} \\ i_{\text{cc2}} \\ i_{\text{cc3}} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Foram obtidos os seguintes resultados:

$$[V_{\text{modal}}] = \begin{bmatrix} 1,2247 \\ j 1,2247 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V}) \quad (6.19)$$

$$[I_{\text{abmodal}}] = \begin{bmatrix} j 1,40 \times 10^{-3} \\ -1,10 \times 10^{-3} \\ -3,93 \times 10^{-7} - j 6,08 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (6.20)$$

$$[I_{\text{ccmodal}}] = \begin{bmatrix} 2,00 \times 10^{-4} + j 2,06 \times 10^{-2} \\ 1,69 \times 10^{-2} + j 1,00 \times 10^{-4} \\ -3,81 \times 10^{-5} + j 2,79 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \quad (6.21)$$

Em seguida, substituindo os valores dos vetores  $[V_{\text{modal}}]$ ,  $[I_{\text{abmodal}}]$  e  $[I_{\text{ccmodal}}]$  nas equações (5.16) a (5.20), é possível calcular as matrizes das funções de propagação e das impedâncias características da linha no domínio modal. Foram obtidos os seguintes resultados:

$$[\gamma_m] = \begin{bmatrix} j0,0013 & 0 & 0 \\ 0 & j0,0013 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0001 + j0,0019 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Onde o elemento (1,1) é a função de propagação do modo 1, o elemento (2,2) é a função de propagação do modo 2 e o elemento (3,3) é a função de propagação do modo 3.

$$[Z_{\text{cm}}] = \begin{bmatrix} -234,40 + j 8,5200 \times 10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 278,69 - j 9,2424 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 927,31 + j 5,1775 \times 10^1 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Onde o elemento (1,1) é a impedância característica do modo 1, o elemento (2,2) é a impedância característica do modo 2 e o elemento (3,3) é a impedância característica do modo 3.

Substituindo os valores das funções de propagação e das impedâncias características, de cada um dos modos, nas equações (5.23) e (5.24) é possível calcular as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais dos modos da linha. Para o caso que está sendo estudado, obteve-se:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} 0,0023 + j0,2919 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0023 + j0,3541 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1749 + j1,5265 \end{bmatrix} \Omega/\text{Km} \quad (6.24)$$

$$[Y_m] = 10^{-5} \begin{bmatrix} 0,0001 + j0,5462 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0000 + j0,4560 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0001 + j0,2476 \end{bmatrix} \Omega/\text{Km} \quad (6.25)$$

As matrizes de impedâncias e de admitâncias modais são então convertidas para o domínio das fases, por meio das equações (6.4) e (6.5), obtendo, assim, as impedâncias e admitâncias no domínio das fases e, conseqüentemente, os parâmetros longitudinais e transversais da linha. Foram obtidos os seguintes resultados:

$$[R]_{\text{calculado}} = \begin{bmatrix} 0,0016 & -0,0008 & -0,0008 \\ -0,0008 & 0,0016 & -0,0008 \\ -0,0008 & -0,0008 & 0,0016 \end{bmatrix} [\Omega/\text{km}] \quad (6.26)$$

$$[L]_{\text{calculado}} = \begin{bmatrix} 5,1486 & -2,5756 & -2,5756 \\ -2,5756 & 5,9842 & -3,4085 \\ -2,5756 & -3,4085 & 5,9842 \end{bmatrix} [\text{mH}/\text{km}] \quad (6.27)$$

$$[C]_{\text{calculado}} = 10^5 \begin{bmatrix} 9,8166 & 9,8166 & 9,8166 \\ 9,8166 & 9,8166 & 9,8166 \\ 9,8166 & 9,8166 & 9,8166 \end{bmatrix} [\eta\text{F}/\text{km}] \quad (6.28)$$

Nas igualdades (6.26) a (6.28),  $[R]_{\text{calculado}}$  e  $[L]_{\text{calculado}}$  são, respectivamente, as matrizes de resistências e indutâncias longitudinais e  $[C]_{\text{calculado}}$  é a matriz de capacitâncias

transversais. Como foi comentado, foi desconsiderada a matriz de condutâncias transversais da linha.

As tabelas 6.1 a 6.3 mostram o erro cometido na estimação dos parâmetros da linha alimentada por tensões equilibradas, quando a matriz de Clarke é utilizada como matriz de decomposição modal. Essas tabelas foram obtidas comparando-se os parâmetros estimados com os parâmetros tidos como exatos da linha.

Tabela 6.1 - Erro na resistência longitudinal

Elemento	$R_{11}$	$R_{22}$	$R_{33}$	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{23}$
Erro %	97,4	97,4	97,4	101,4	101,4	101,3

Tabela 6.2 - Erro na indutância longitudinal

Elemento	$L_{11}$	$L_{22}$	$L_{33}$	$L_{12}$	$L_{13}$	$L_{23}$
Erro %	73,4	69,1	69,1	122,9	122,9	134,1

Tabela 6.3 - Erro na capacitância transversal

Elemento	$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{23}$
Erro %	$87,0 \times 10^{14}$	$90,0 \times 10^{14}$	$89,8 \times 10^{14}$	$34,6 \times 10^{15}$	$34,6 \times 10^{15}$	$84,4 \times 10^{14}$

Pode-se observar que ao utilizar a matriz de Clarke em substituição da matriz  $[T_1]$ , os parâmetros longitudinais e transversais da linha calculados a partir das correntes e tensões de fase apresentam um erro de, no mínimo, 69% em relação aos parâmetros longitudinais e transversais que foram calculados a partir da geometria da torre.

Portanto, conclui-se que o método de estimação de parâmetros utilizando a matriz de Clarke não apresenta bom desempenho quando a linha opera com tensões equilibradas.

#### 6.4 – Aplicação em uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões desequilibradas

Neste item, os parâmetros da linha mostrada na figura 6.1 serão estimados considerando que as tensões que alimentam a linha são desequilibradas.

As simulações foram realizadas em três situações. Na primeira situação foi considerado um desequilíbrio na fase 1, na segunda situação foi considerado um desequilíbrio na fase 2 e na terceira situação foi considerado um desequilíbrio na fase 3.

Na primeira situação, a linha foi alimentada com o vetor de tensões mostrado nas equações (6.29) a (6.32).

$$[\mathbf{V}] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

onde:

$$v_1 = -1,01 + j0 \quad (\text{V}) \quad (6.30)$$

$$v_2 = 1 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.31)$$

$$v_3 = 1 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.32)$$

Na segunda situação, a linha foi alimentada com o vetor de tensões mostrado nas equações (6.33) a (6.36).

$$[\mathbf{V}] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

onde:

$$v_1 = 1 + j0 \quad (\text{V}) \quad (6.34)$$

$$v_2 = -1,01 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.35)$$

$$v_3 = 1 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.36)$$

Na terceira situação, a linha foi alimentada com o vetor de tensões mostrado nas equações (6.37) a (6.40).

$$[\text{V}] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

onde:

$$v_1 = 1 + j0 \quad (\text{V}) \quad (6.38)$$

$$v_2 = 1 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.39)$$

$$v_3 = -1,01 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (6.40)$$

As tabelas 6.4 a 6.6 mostram o erro cometido na estimação dos parâmetros da linha quando a mesma é alimentada com tensões desequilibradas.

Tabela 6.4 – Erro cometido na estimação da resistência longitudinal

Elemento	R <sub>11</sub>	R <sub>22</sub>	R <sub>33</sub>	R <sub>12</sub>	R <sub>13</sub>
Erro % com Desequilíbrio na fase 1	201,1	198,1	198,12	203,3	203,3
Erro % com Desequilíbrio na fase 2	47,2	60,2	60,2	67,8	67,8
Erro % com Desequilíbrio na fase 3	51,9	54,9	54,9	61,0	61,0

Tabela 6.5 – Erro cometido na estimação da indutância longitudinal

Elemento	$L_{11}$	$L_{22}$	$L_{33}$	$L_{12}$	$L_{13}$
Erro % com Desequilíbrio na fase 1	200,1	155,1	155,1	201,1	201,1
Erro % com Desequilíbrio na fase 2	3,8	47,9	47,9	2,7	2,7
Erro % com Desequilíbrio na fase 3	4,9	0,4	0,4	4,3	4,3

Tabela 6.6 – Erro cometido na estimação da capacitância transversal

Elemento	$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{12}$	$C_{13}$
Erro % com Desequilíbrio na fase 1	194,1	83,3	83,3	176,6	176,6
Erro % com Desequilíbrio na fase 2	6,4	112,8	112,8	4,7	4,7
Erro % com Desequilíbrio na fase 3	6,3	2,1	2,1	4,9	4,9

Com base nos resultados apresentados nas tabelas 6.4 a 6.6, conclui-se que o processo de estimação estudado apresenta o menor erro quando considera-se o desequilíbrio de tensão na fase 3. Nessas condições, o erro presente na estimação da resistência é de aproximadamente 60% enquanto que os erros presentes na estimação da indutância situam-se entre 0,4% e 4,9%. Quanto às capacitâncias, os erros situam-se entre 2,1% e 6,3%.

## 6.5 – Conclusão

Neste capítulo, o método de estimação de parâmetros estudado no capítulo 5 foi adaptado para que o mesmo possa ser utilizado em linhas trifásicas cujas matrizes de decomposição modal não são previamente conhecidas. Nessas condições, a matriz de decomposição modal foi substituída pela matriz de Clarke.

Os resultados obtidos mostraram que ao considerar uma linha trifásica de 440 kV alimentada por tensões equilibradas, o método apresenta um desempenho muito ruim. O provável motivo do método apresentar baixo desempenho quando a linha é alimentada por

tensões equilibradas é o fato de que, nessas condições, um dos modos da linha (no caso o modo 3) é alimentado por uma tensão nula, resultando em correntes nulas nesse modo.

Se a linha analisada é alimentada por tensões desequilibradas, verifica-se que o desempenho do método é melhor. Os melhores resultados foram obtidos quando se considera um desequilíbrio de tensão na fase 3 da linha. Nessas condições o parâmetro estimado com menor erro foi a indutância longitudinal, cuja estimação apresentou erros na faixa compreendida entre 0,4% e 4,9%.

# **CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE LINHAS A PARTIR DA MEDIÇÃO DAS CORRENTES E TENSÕES NOS TERMINAIS DA LINHA**

## **7.1 – Introdução**

Em situações em que os parâmetros da linha devem ser atualizados constantemente, é possível utilizar procedimentos que permitam a estimação desses parâmetros (KUROKAWA, et al., 2006; AKKE; BIRO, 2005).

Kurokawa et al., (2006) mostram que é possível obter parâmetros de uma linha genérica, a partir da medição de suas correntes e tensões de fase, se uma matriz de decomposição modal da linha é conhecida. O método proposto por Kurokawa et al., (2006) tem como limitação o fato de somente poder ser utilizado em linhas cuja matriz de decomposição modal é independente dos parâmetros da linha.

Akke e Biro (2005) mediram as correntes e tensões em uma linha monofásica experimental e, a partir desses dados, determinaram os parâmetros da linha.

Neste capítulo, será mostrado um método para estimar os parâmetros de linhas de transmissão trifásicas que possuem plano de simetria vertical. O método será desenvolvido com base no trabalho de Kurokawa et al., (2006) mas representa um avanço em relação ao trabalho mencionado, pois, baseia-se no uso de uma matriz que é independente dos parâmetros da linha. O método será aplicado para estimar os parâmetros de uma linha trifásica de 440 kV, em uma frequência de 60 Hz, para vários comprimentos de linha.

## **7.2 – Descrição do método proposto para a estimação dos parâmetros de linhas**

Considere um gerador trifásico simétrico e equilibrado que alimenta uma carga conectada em Y que também é trifásica, simétrica e equilibrada. A conexão entre o gerador e a carga dá-se por meio de uma linha trifásica não transposta, conforme mostra a figura 7.1.

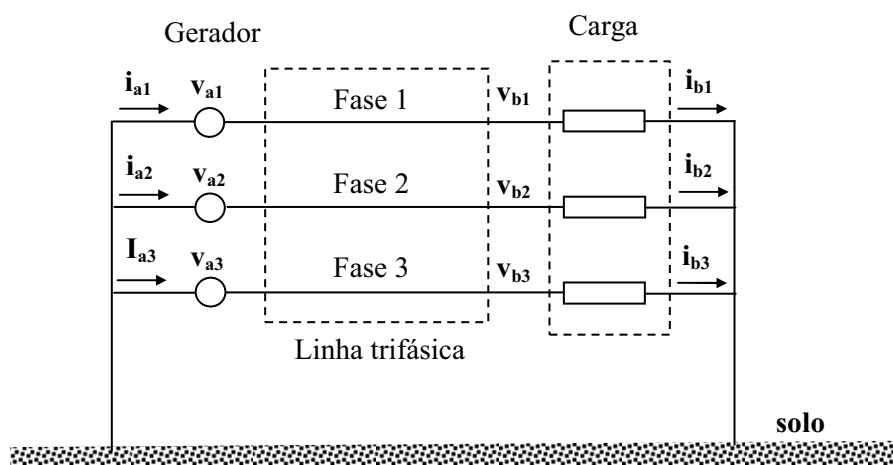


Figura 7.1 – Sistema trifásico.

Considere também que o sistema mostrado na figura acima opera em regime permanente com uma frequência de 60 Hz e que é possível medir as tensões e correntes nos dois terminais da linha. Aqui será possível estimar parâmetros da linha mostrada na figura 7.1 a partir das correntes e tensões obtidas nos terminais da linha. O método que será mostrado consiste em 6 etapas que serão descritas em seguida.

**Etapa 1** – Obter as correntes e tensões nos dois terminais da linha;

**Etapa 2** – Converter as correntes e tensões para o domínio modal;

**Etapa 3** – Obter, a partir das correntes e tensões convertidas no domínio modal, a função de propagação e a impedância característica de cada modo;

**Etapa 4** – Obter, a partir da função de propagação e da impedância característica de cada modo, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha no domínio modal;

**Etapa 5** – Converter as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais do domínio modal para o domínio das fases;

**Etapa 6** – Obter, a partir das matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais, os parâmetros da linha.

### 7.3 – Obtenção das correntes e tensões nos terminais da linha

O método de estimação de parâmetros parte da hipótese de que é possível medir as correntes e tensões nos dois terminais da linha. Desse modo, é possível definir os seguintes vetores:

$$[I_a] = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_{a3} \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

$$[I_b] = \begin{bmatrix} i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_{b3} \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

$$[V_a] = \begin{bmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{a3} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

$$[V_b] = \begin{bmatrix} v_{b1} \\ v_{b2} \\ v_{b3} \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Nas equações (7.1) e (7.2),  $[I_a]$  e  $[I_b]$  são os vetores com as correntes de fases medidas nos terminais A e B da linha, respectivamente enquanto que, nas equações (7.3) e (7.4),  $[V_a]$  e  $[V_b]$  são os vetores com as tensões de fases medidas nos terminais A e B da linha respectivamente.

### 7.4 – Conversão das correntes e tensões para o domínio modal

As correntes e tensões medidas nos terminais da linha estão no domínio das fases. A conversão destas correntes e tensões para o domínio modal é dada por:

$$[I_{a\text{ modal}}] = [T_i]^{-1}[i_a] \quad (7.5)$$

$$[I_{b \text{ modal}}] = [T_i]^{-1} [i_b] \quad (7.6)$$

$$[V_{a \text{ modal}}] = [T_i]^t [v_a] \quad (7.7)$$

$$[V_{b \text{ modal}}] = [T_i]^t [v_b] \quad (7.8)$$

Nas equações (7.5) e (7.6),  $[I_{a \text{ modal}}]$  e  $[I_{b \text{ modal}}]$  são os vetores com as correntes no domínio modal respectivamente, dos terminais A e B da linha, enquanto que nas equações (7.7) e (7.8),  $[V_{a \text{ modal}}]$  e  $[V_{b \text{ modal}}]$  são os vetores com as tensões no domínio modal respectivamente, dos terminais A e B da linha. Esses vetores são escritos como sendo:

$$[I_{a \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} i_{am1} \\ i_{am2} \\ i_{am3} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

$$[I_{b \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} i_{bm1} \\ i_{bm2} \\ i_{bm3} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

$$[V_{a \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} v_{am1} \\ v_{am2} \\ v_{am3} \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$[V_{b \text{ modal}}] = \begin{bmatrix} v_{bm1} \\ v_{bm2} \\ v_{bm3} \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

Nas equações (7.9) à (7.12), são mostrados os vetores com as correntes e com as tensões, respectivamente, no domínio modal.

## 7.5 – Cálculo da função de propagação e da impedância característica

Um modo genérico da linha pode ser representado por uma linha monofásica conforme mostra a figura 7.2.

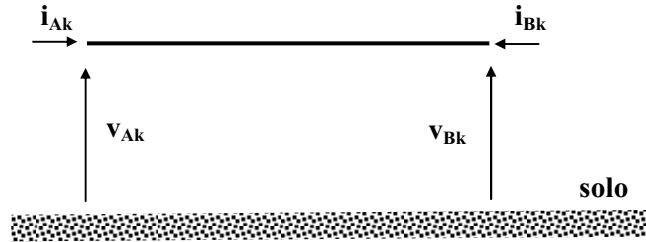


Figura 7.2 – Correntes e tensões nos terminais A e B de um modo genérico da linha.

Na figura 7.2,  $i_{Ak}$  e  $i_{Bk}$  são as respectivas correntes nos terminais A e B do k-ésimo modo da linha, enquanto que  $v_{Ak}$  e  $v_{Bk}$  são as respectivas tensões nos terminais A e B do k-ésimo modo da linha. Sabe-se que as correntes e tensões nos terminais A e B obedecem as seguintes relações (BUDNER, 1970):

$$v_{Ak} = v_{Bk} \cosh(\gamma_k d) - i_{Bk} Z_{ck} \sinh(\gamma_k d) \quad (7.13)$$

$$i_{Ak} = -i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + \frac{v_{Bk}}{Z_{ck}} \sinh(\gamma_k d) \quad (7.14)$$

Nas equações (7.13) e (7.14), os termos  $\gamma_k$  e  $Z_{ck}$  são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica do k-ésimo modo de propagação da linha (MARTI, 1982).

A partir das equações (7.13) e (7.14) é possível escrever a função de propagação e a impedância característica do k-ésimo modo de propagação da linha como sendo:

$$\gamma_k = \frac{1}{d} \operatorname{Arccosh} \left( \frac{v_{Ak} i_{Ak} - v_{Bk} i_{Bk}}{v_{Bk} i_{Ak} - v_{Ak} i_{Bk}} \right) \quad (7.15)$$

$$Z_{ck} = \frac{v_{Bk} \sinh(\gamma_k d)}{i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak}} \quad (7.16)$$

Nas equações (7.15) e (7.16),  $d$  é o comprimento da linha.

Utilizando as equações (7.15) e (7.16), é possível calcular a função de propagação e a impedância característica de todos os modos de propagação da linha.

Sabe-se que a função de propagação e a impedância característica do  $k$ -ésimo modo de propagação são escritas como sendo (MARTI, 1982):

$$\gamma_k = \sqrt{Z_{mk} Y_{mk}} \quad (7.17)$$

$$Z_{ck} = \sqrt{\frac{Z_{mk}}{Y_{mk}}} \quad (7.18)$$

Nas equações (7.17) e (7.18),  $Z_{mk}$  e  $Y_{mk}$  são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal da linha.

A partir das equações (7.17) e (7.18), obtêm-se:

$$Z_{mk} = \gamma_k Z_{ck} \quad (7.19)$$

$$Y_{mk} = \frac{\gamma_k}{Z_{ck}} \quad (7.20)$$

Utilizando as equações (7.19) e (7.20), é possível calcular a impedância longitudinal e a admitância transversal de todos os modos da linha. Assim, as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal são escritas como sendo:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

$$[Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

Nas equações (7.21) e (7.22),  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$  são, respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha escrita no domínio modal.

Uma vez conhecidas  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$ , é possível obter as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha no domínio das fases por meio das seguintes relações (WEDEPHOL, 1996):

$$[Z] = [T_1]^{-t} [Z_m] [T_1]^{-1} \quad (7.23)$$

$$[Y] = [T_1] [Y_m] [T_1]^t \quad (7.24)$$

Nas equações (7.23) e (7.24),  $[Z]$  e  $[Y]$  são as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais da linha.

A partir de (7.23) e (7.24), é possível obter as matrizes  $[R]$ ,  $[L]$ ,  $[G]$  e  $[C]$  como sendo:

$$[R] = \text{Re al}[Z] \quad (7.25)$$

$$[L] = \frac{1}{\omega} \text{Im ag}[Z] \quad (7.26)$$

$$[G] = \text{Re al}[Y] \quad (7.27)$$

$$[C] = \frac{1}{\omega} \text{Im ag}[Y] \quad (7.28)$$

Nas equações (7.25) e (7.26),  $[R]$  e  $[L]$  são as matrizes com as resistências e indutâncias longitudinais da linha, enquanto que, nas equações (7.27) e (7.28),  $[G]$  e  $[C]$  são as matrizes de admitâncias transversais da linha. O termo  $\text{Real}[Z]$  corresponde à parte real da matriz  $[Z]$ , enquanto que  $\text{Imag}[Z]$  corresponde à parte imaginária da matriz  $[Z]$ . O termo  $\text{Real}[Y]$  corresponde à parte real da matriz  $[Y]$ , enquanto que  $\text{Imag}[Y]$  corresponde à parte imaginária da matriz  $[Y]$ . O termo  $\omega$  é a frequência angular do sistema.

## 7.6 – Observações a respeito do método proposto

A metodologia de estimação de parâmetros parte da hipótese de que a matriz de decomposição modal da linha é conhecida.

Para o caso de linhas trifásicas que não podem ser consideradas idealmente transpostas, a obtenção de uma matriz de decomposição modal depende do conhecimento dos parâmetros da linha. Desse modo, o método não poderia ser utilizado para estimar parâmetros desse tipo de linha.

No entanto existem situações em que uma matriz de decomposição modal pode ser obtida sem o prévio conhecimento dos parâmetros da linha, sendo em função somente da geometria da mesma (CAMPOS, et al., 2008). Como exemplo de uma linha que possui essas características, pode-se citar linhas trifásicas idealmente transpostas em que a matriz de Clarke (KUROKAWA et al., 2009) é uma matriz de decomposição modal. Para o caso de linhas de transmissão trifásicas que não podem ser consideradas idealmente transpostas, mas que possuem um plano de simetria vertical, a matriz de Clarke pode, de maneira aproximada, ser utilizada como sendo a matriz de decomposição modal.

### 7.7– Aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke

Conforme testes realizados por Kurokawa et al., (2006), o método de estimação de parâmetros é exato se a matriz de decomposição modal  $[T_i]$  é conhecida. Deste modo, neste trabalho, o método será aplicado em uma linha de transmissão trifásica de 440 kV não transposta e será utilizada a matriz de Clarke como sendo a matriz de decomposição modal.

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (7.29)$$

O método será aplicado a uma linha de transmissão trifásica de 440 kV, constituída de 4 condutores do tipo *Grosbeak*. Sendo os cabos pára-raios representados pelos condutores 4 e 5. A resistividade do solo foi considerada como sendo 1000  $\Omega$ .m, em uma frequência de 60 Hz. Para a linha trabalhada levou-se em conta o fator de potência, a potência aparente e o comprimento da linha para a estimação de tais parâmetros. A figura 7.3, mostra uma linha trifásica de 440 kV.

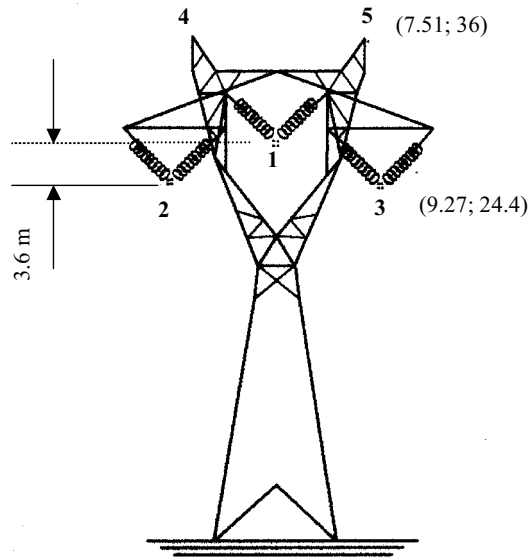


Figura 7.3 – Linha de 440 kV.

Os cálculos das correntes e tensões nas fases da linha foram realizados utilizando a teoria de decomposição modal. A linha foi alimentada com uma tensão do tipo:

$$[V] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

onde:

$$v_1 = 440 + j0 \quad (\text{V}) \quad (7.31)$$

$$v_2 = 440 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (7.32)$$

$$v_3 = 440 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{V}) \quad (7.33)$$

Devido ao fato de que não foi possível realizar medições de correntes e tensões em uma linha real, a estimação de parâmetros foi realizada a partir das correntes e tensões obtidas a partir de um modelo que represente adequadamente a linha.

Inicialmente, utilizando o procedimento descrito, os parâmetros da linha foram calculados. Em seguida, considerando algumas situações de cargas, foram obtidas as correntes e tensões nos terminais da linha. Uma vez obtidas as correntes e tensões, os parâmetros da linha foram estimados.

Considerou-se que os parâmetros da linha mostrada na figura 7.3 foram obtidos levando em conta o efeito da frequência (DOMMEL, 1986; MARTI, 1983). As matrizes  $[R]_{\text{linha}}$ ,  $[L]_{\text{linha}}$  e  $[C]_{\text{linha}}$  contêm os parâmetros da linha.

$$[R]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 0,0603 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0604 & 0,0581 \\ 0,0580 & 0,0581 & 0,0604 \end{bmatrix} \quad [\Omega/\text{km}] \quad (7.34)$$

$$[L]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 1,9394 & 1,1244 & 1,1244 \\ 1,1244 & 1,9394 & 0,9992 \\ 1,1244 & 0,9992 & 1,9394 \end{bmatrix} \quad [\text{mH}/\text{km}] \quad (7.35)$$

$$[C]_{\text{linha}} = \begin{bmatrix} 11,2873754 & -2,8384554 & -2,8384554 \\ -2,8384554 & 10,93188287 & -1,163484347 \\ -2,8384554 & -1,163484347 & 10,93188287 \end{bmatrix} \quad [\eta\text{F}/\text{km}] \quad (7.36)$$

Nas equações (7.34) a (7.36)  $[R]_{\text{linha}}$ ,  $[L]_{\text{linha}}$  e  $[C]_{\text{linha}}$  são respectivamente, as matrizes com as resistências, indutâncias e capacitâncias da linha. A condutância transversal foi desconsiderada.

#### 7.7.1 – Resultados obtidos para o parâmetro resistência a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke

As figuras a seguir mostram o desenvolvimento do método proposto aplicado para vários comprimentos de linha e também para vários fatores de potência, lembrando que os termos próprios e mútuos da resistência também são analisados.

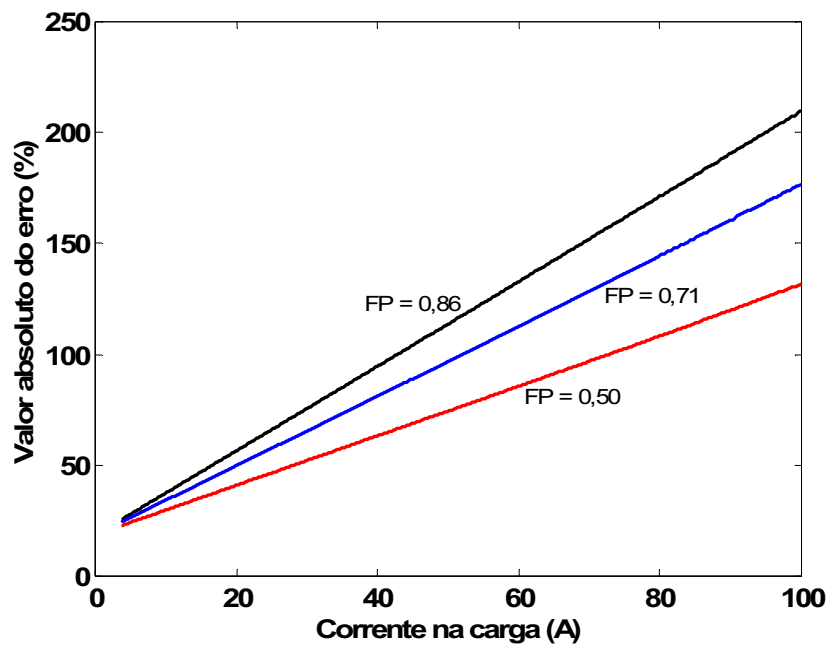


Figura 7.4 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

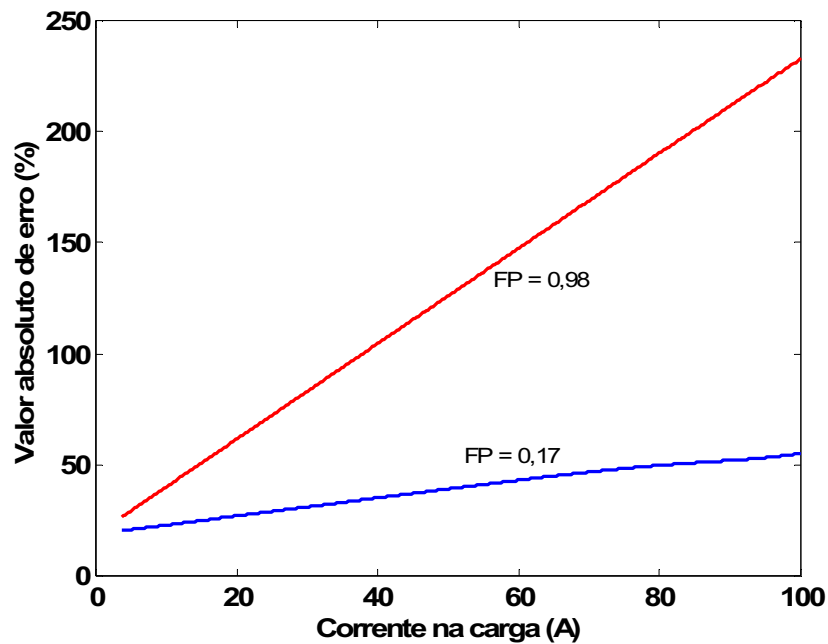


Figura 7.5 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.4 e 7.5, para termos próprios (1,1), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 100 km, obtém-se um erro em torno de 23 %.

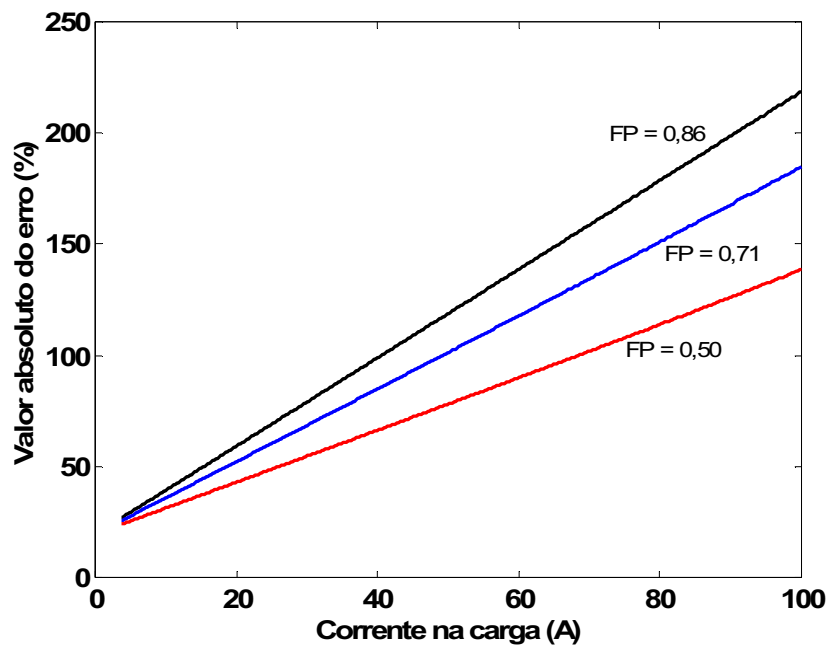


Figura 7.6 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

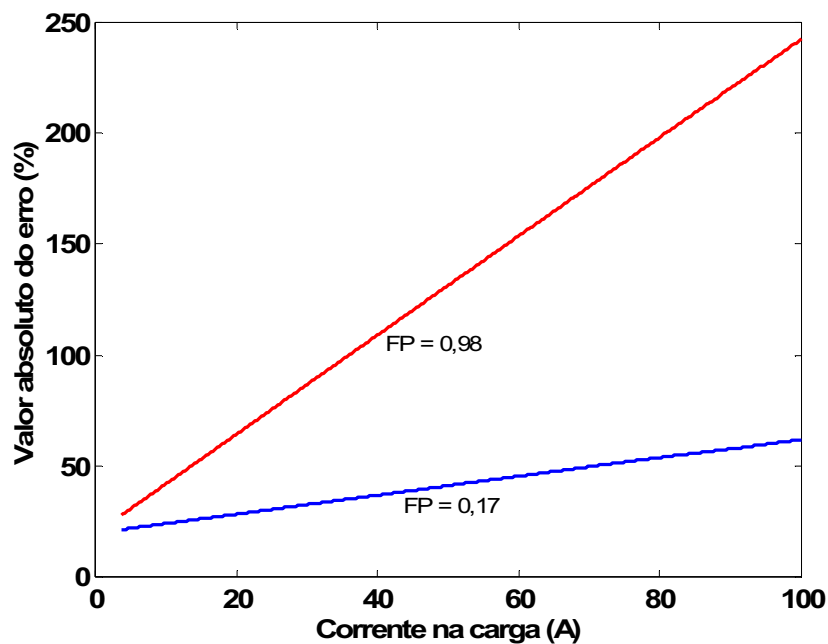


Figura 7.7 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.6 e 7.7, para termos mútuos (2,3), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 100 km, obtém-se um erro em torno de 23 %.

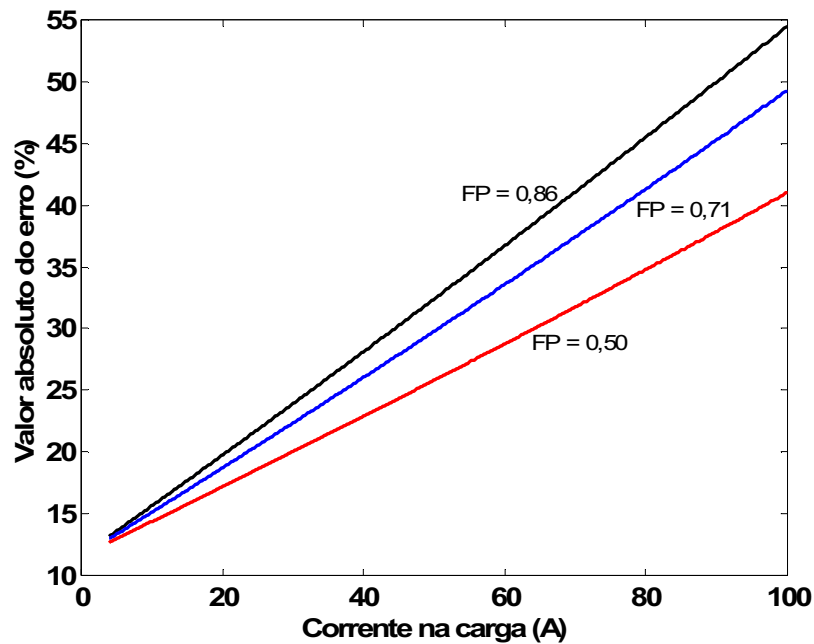


Figura 7.8 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

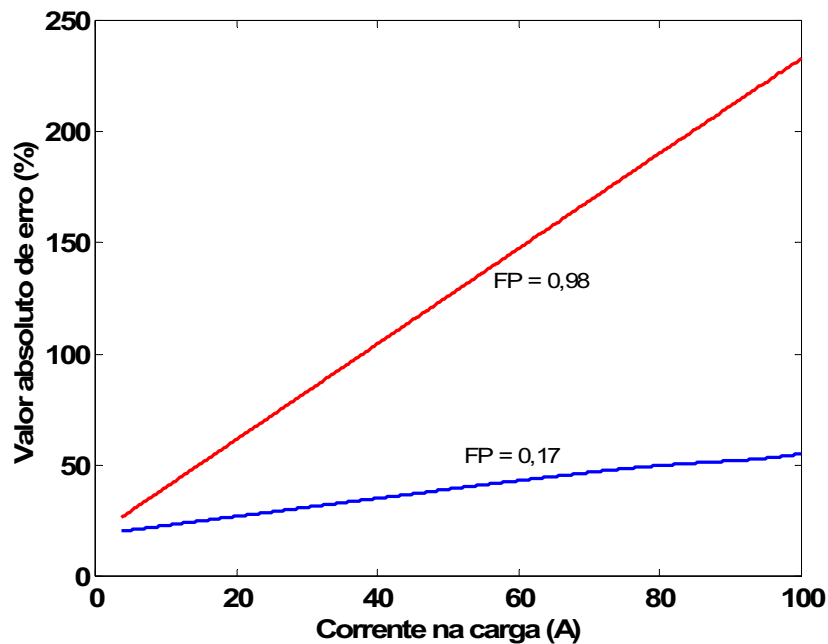


Figura 7.9 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.8 e 7.9, para termos próprios (1,1), mostram que, ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 300 km, obtém-se um erro em torno de 13%.

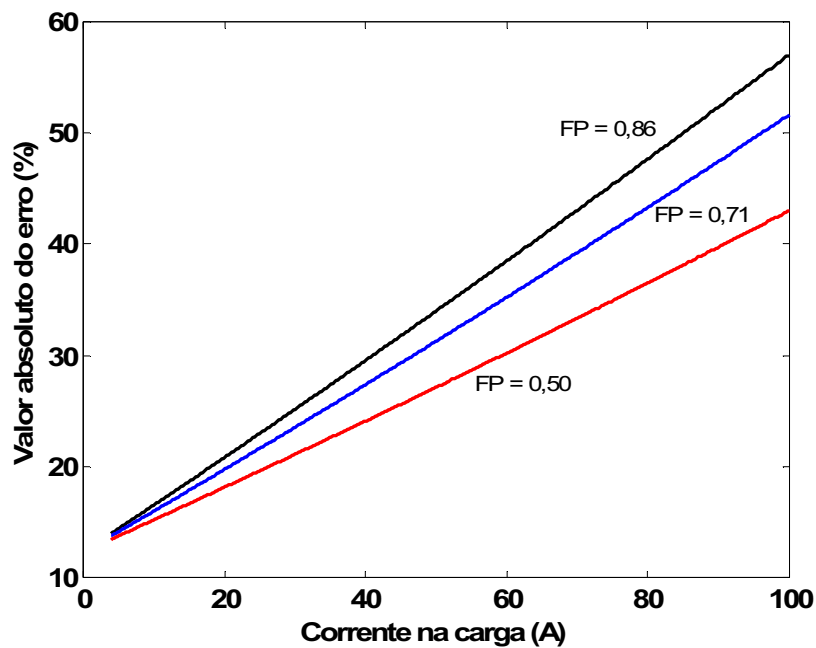


Figura 7.10 – Erro relativo na estimacão da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

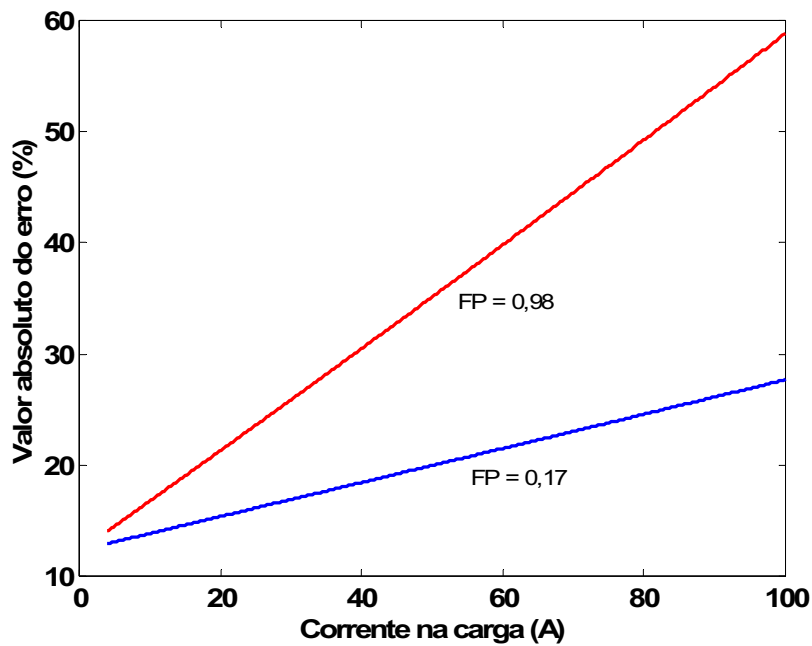


Figura 7.11 – Erro relativo na estimacão da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.10 e 7.11, para termos mútuos (2,3), mostram que, ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 300 km, obtm-se um erro em torno de 13%.

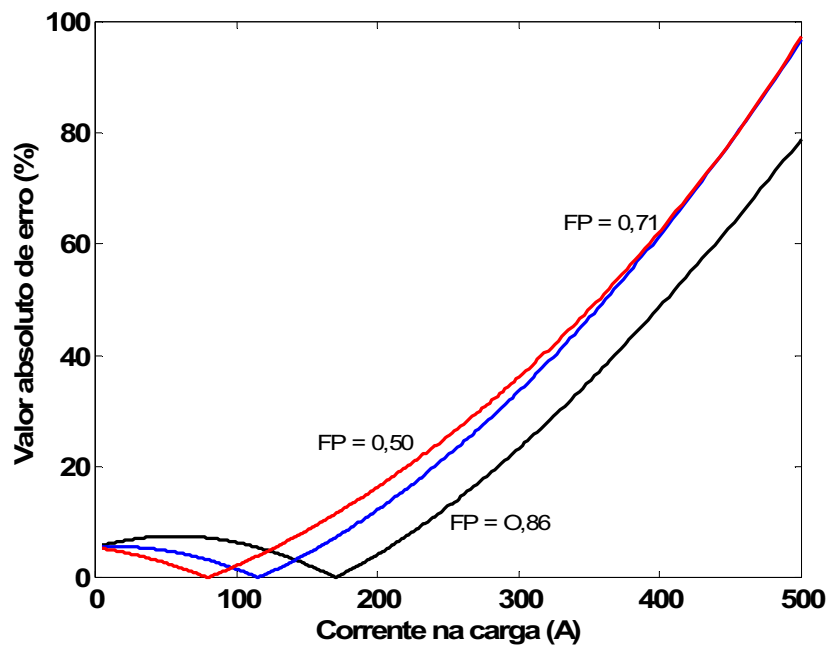


Figura 7.12 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

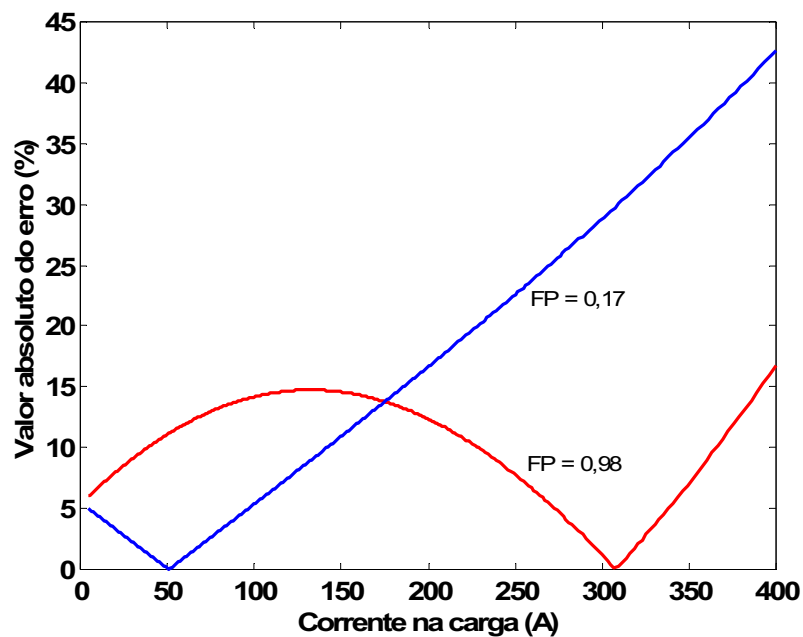


Figura 7.13 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.12 e 7.13, para termos próprios (1,1), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 500 km, o erro presente tem o

seu valor em torno de 5%. No entanto, pode-se observar que para as cargas com os fatores de potência aqui trabalhados, existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

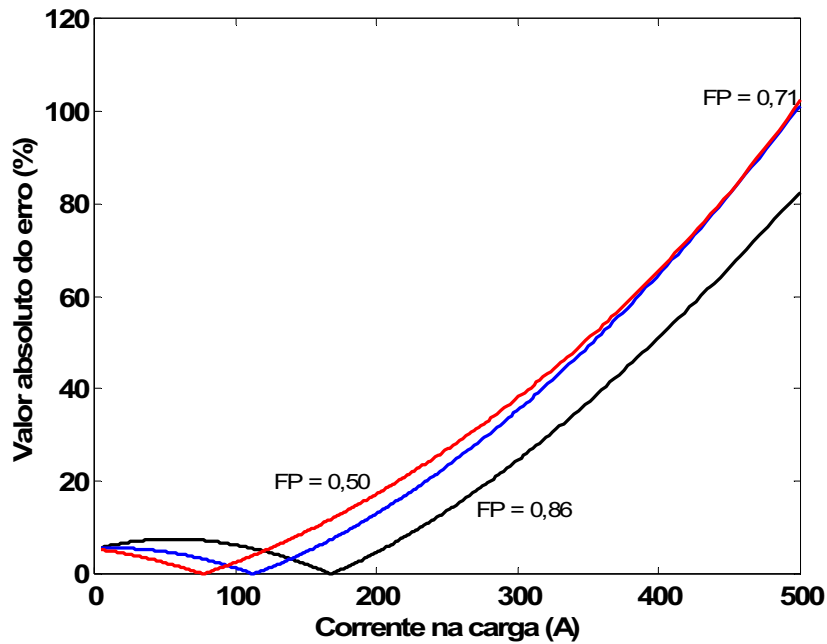


Figura 7.14 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

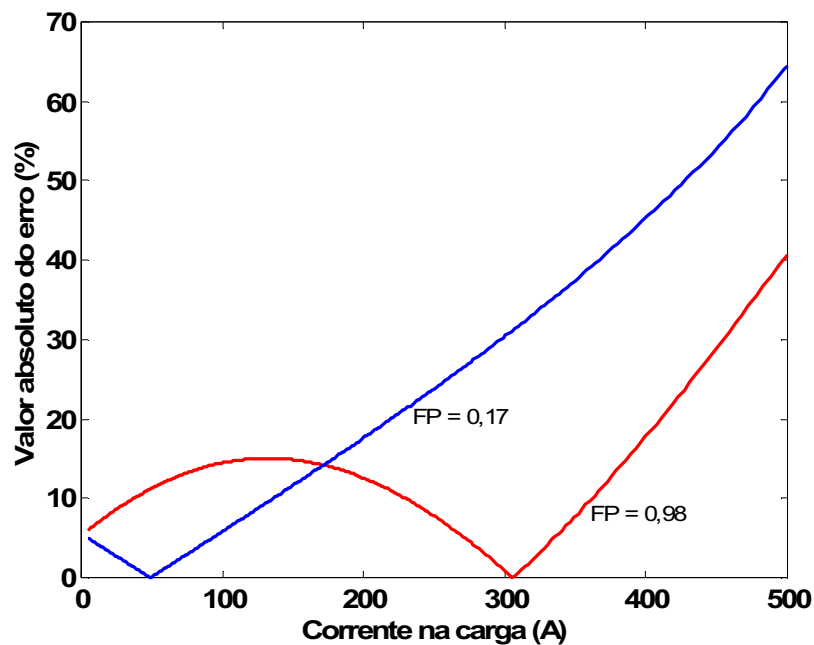


Figura 7.15 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.14 e 7.15 para termos próprios (2,3), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 500 km, o erro presente tem o seu valor em torno de 5%. No entanto, pode-se observar que para as cargas com os fatores de potência aqui trabalhados, existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

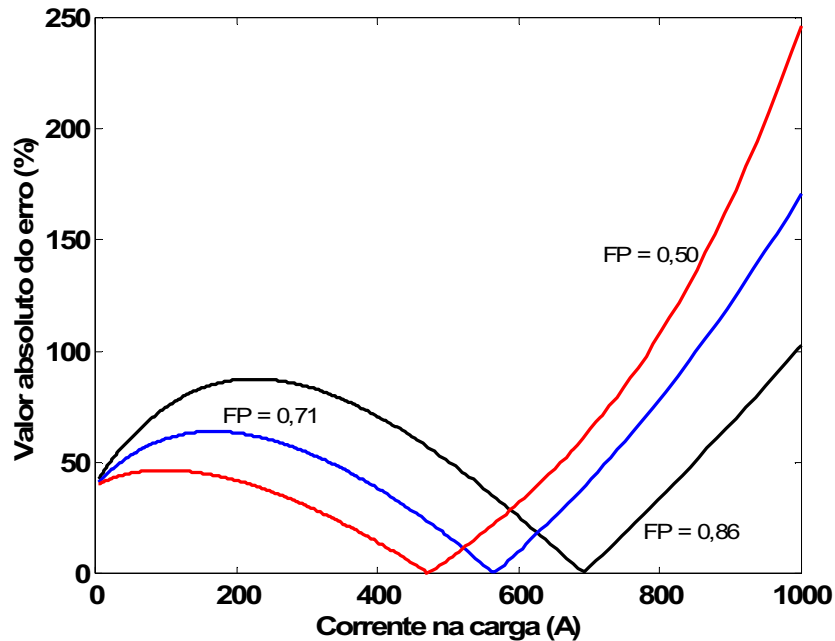


Figura 7.16 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

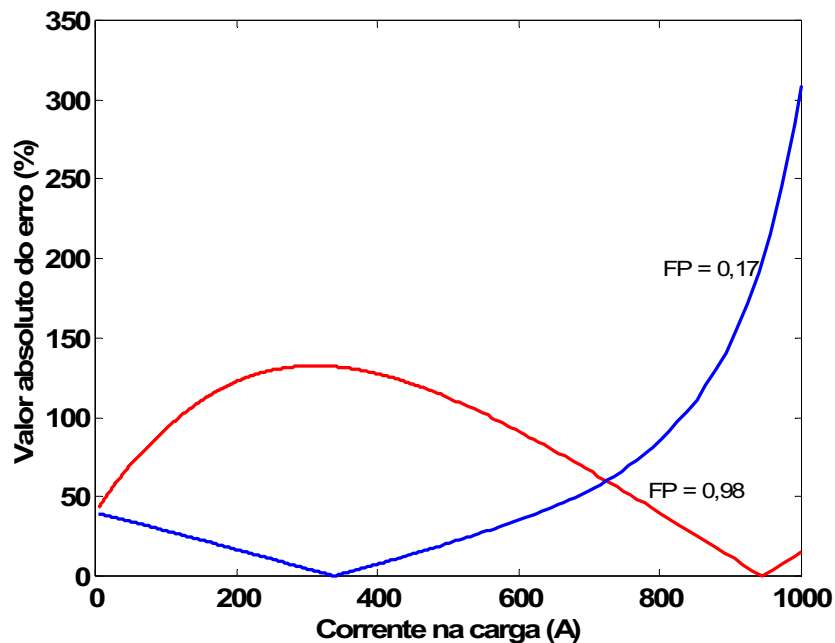


Figura 7.17 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.16 e 7.17, para termos próprios (1,1), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 700 km, o erro tem o seu valor em torno de 40%. No entanto, pode-se observar que para as cargas com os fatores de potência aqui trabalhados, existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

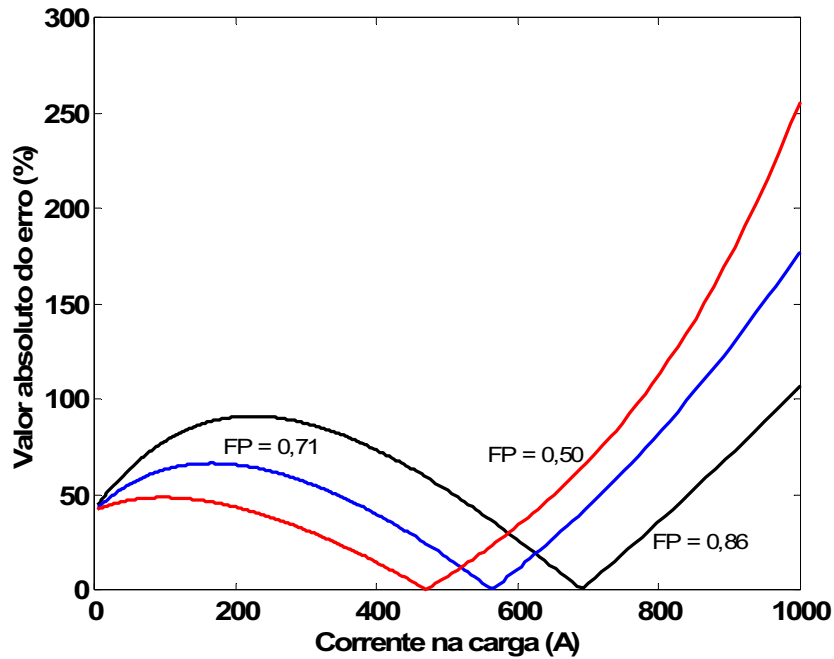


Figura 7.18 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

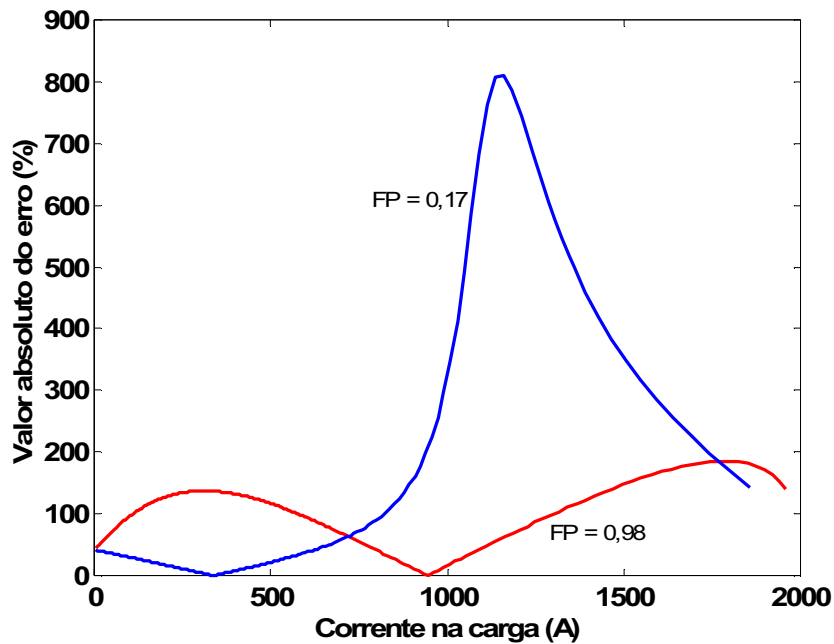


Figura 7.19 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.18 e 7.19, para termos mútuos (2,3), mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 700 km, o erro tem o seu valor em torno de 40%. No entanto, pode-se observar que para as cargas com os fatores de potência aqui trabalhados, existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

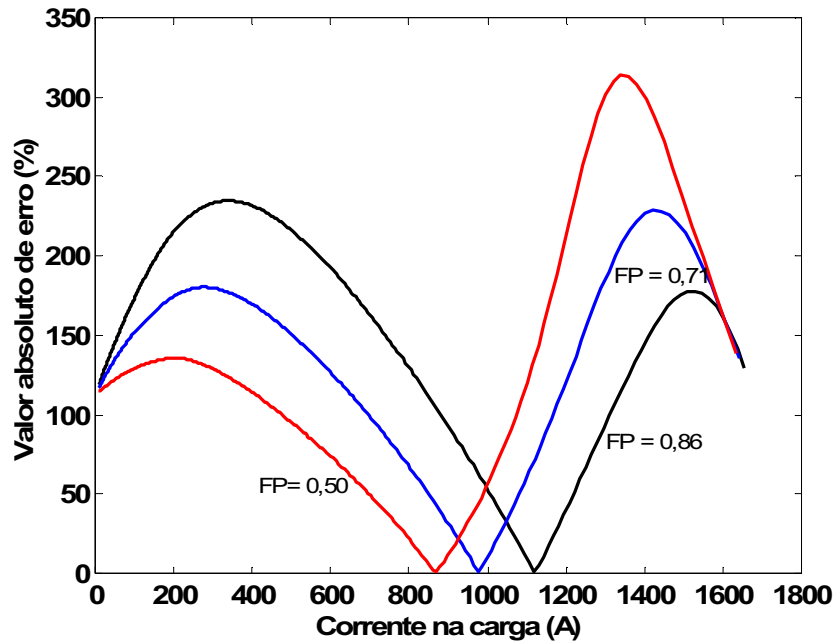


Figura 7.20 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

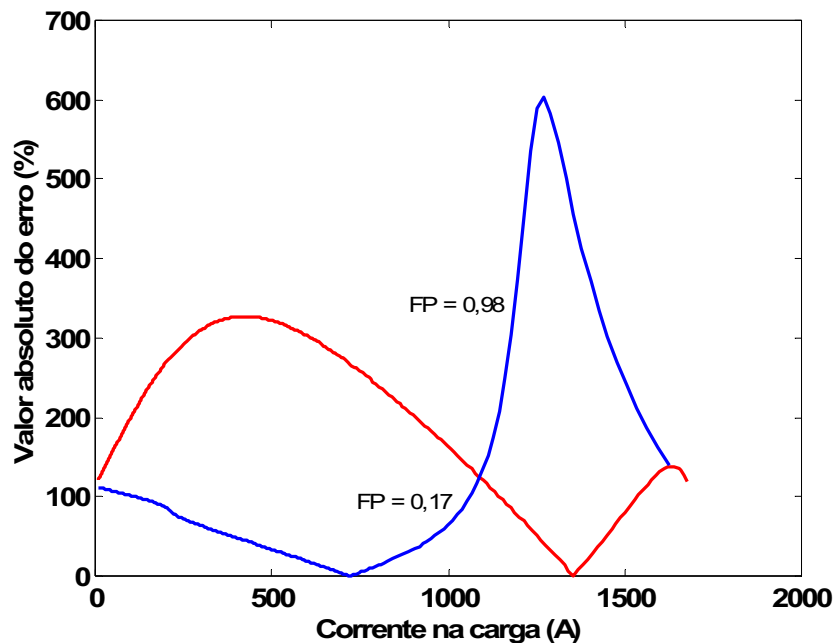


Figura 7.21 – Erro relativo na estimativa da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.20 e 7.21, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 900 km, o erro tem o seu valor próximo aos 120%. Erro alto para a resistência. Pode-se observar também existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

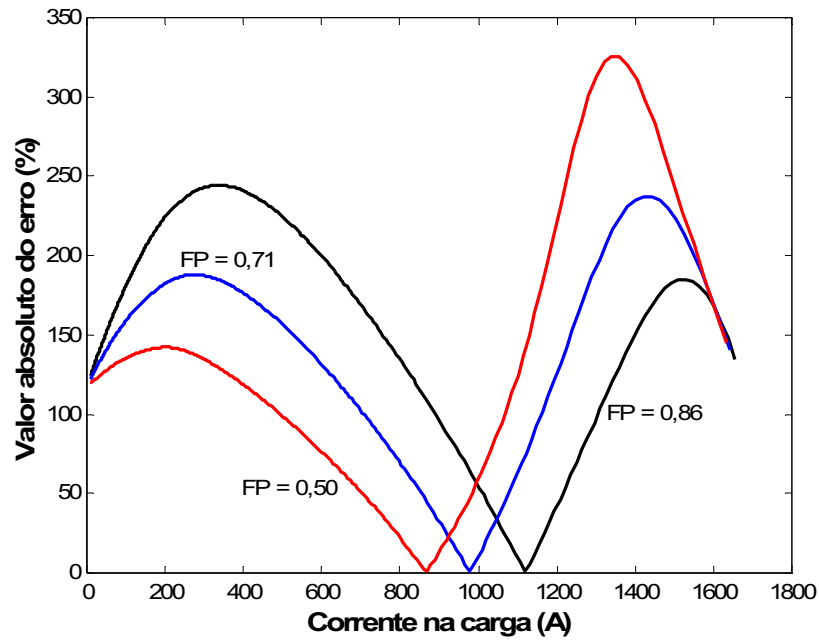


Figura 7.22 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

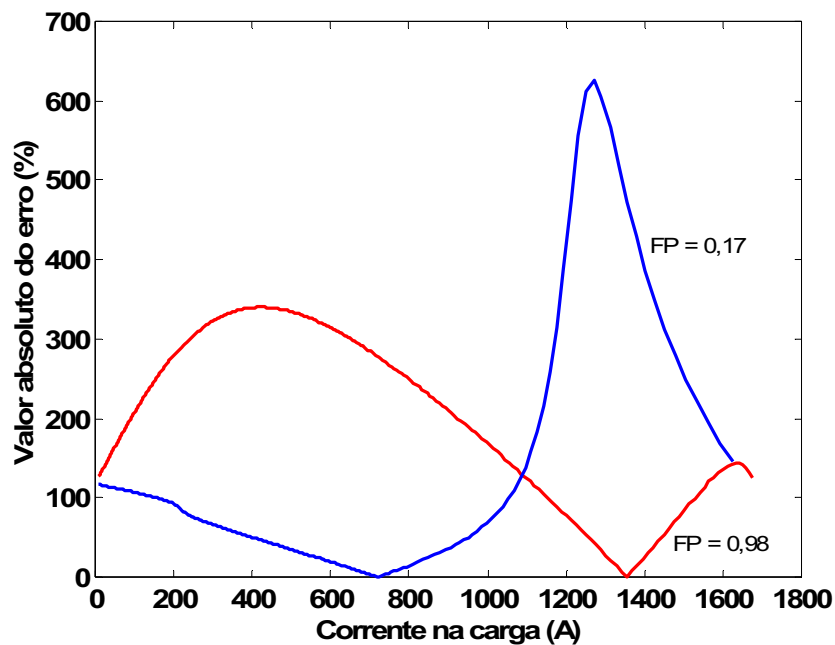


Figura 7.23 – Erro relativo na estimação da resistência, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.22 e 7.23, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a resistência longitudinal de uma linha de 900 km, o erro tem o seu valor próximo aos 120%. Erro alto para a resistência. Pode-se observar também existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

### 7.7.2 – Resultados obtidos para o parâmetro indutância a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke

As figuras a seguir mostram o desenvolvimento do método proposto aplicado para vários comprimentos de linha e também para vários fatores de potência, lembrando que os termos próprios e mútuos do parâmetro Indutância também são analisados.

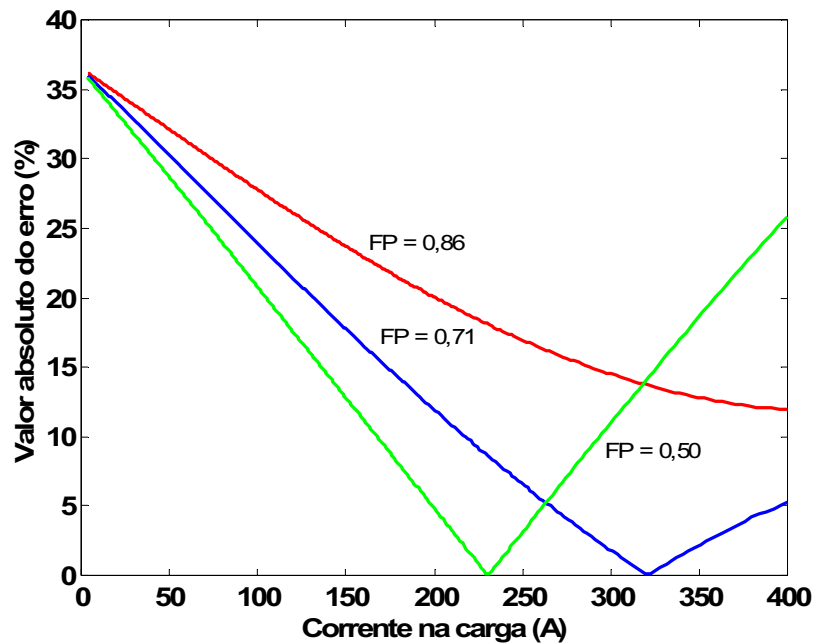


Figura 7.24 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

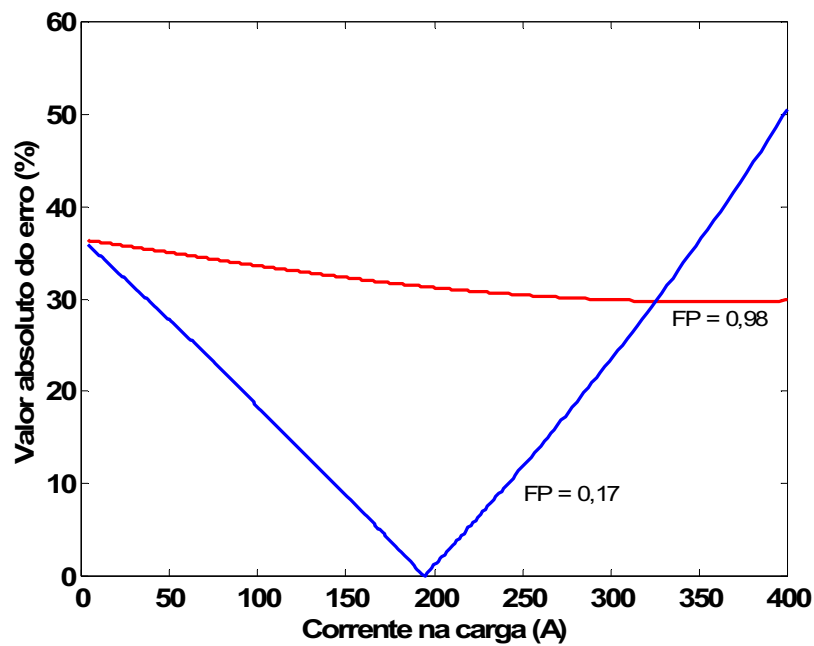


Figura 7.25 – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.24 e 7.25, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 100 km, o erro tem o seu valor próximo aos 35%. Pode-se observar que existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

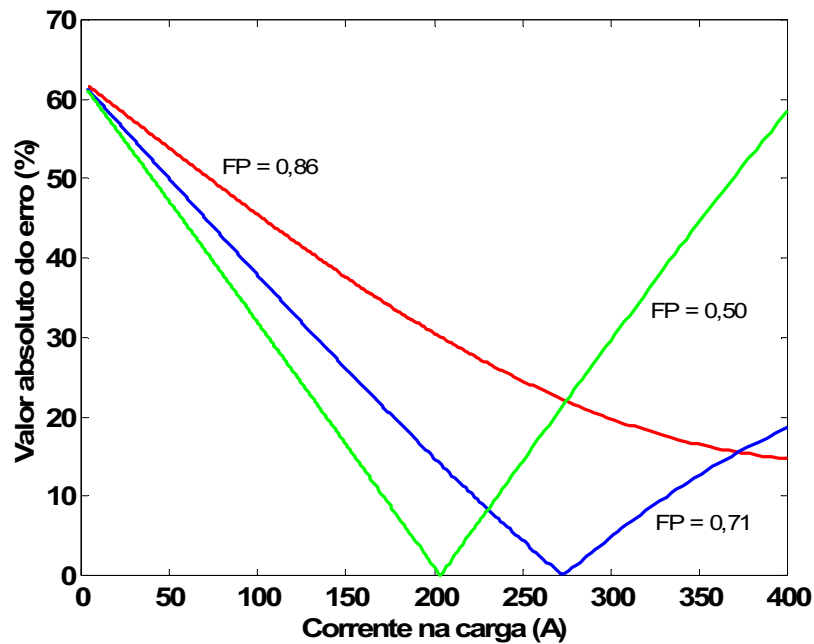


Figura 7.26 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

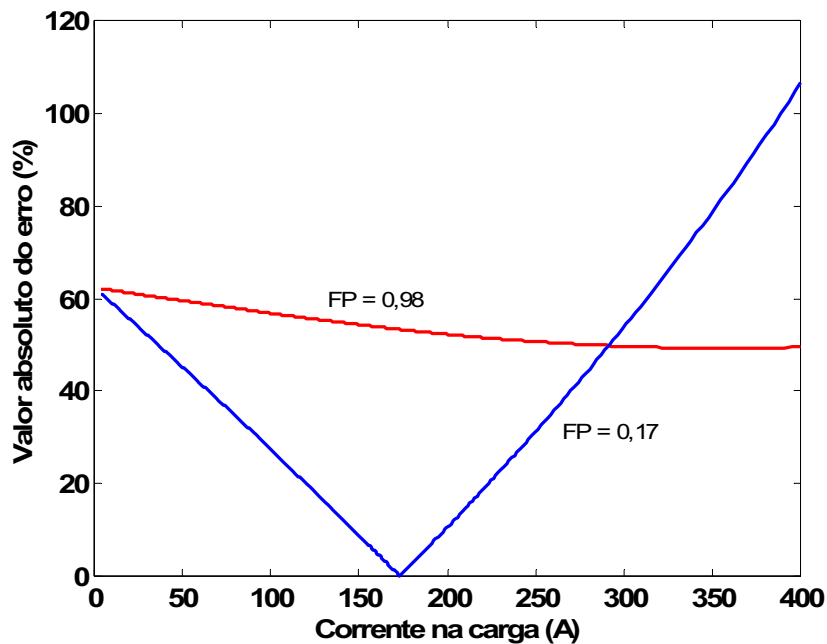


Figura 7.27 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.26 e 7.27, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 100 km, o erro tem o seu

valor próximo aos 60%. Também foi possível observar que existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

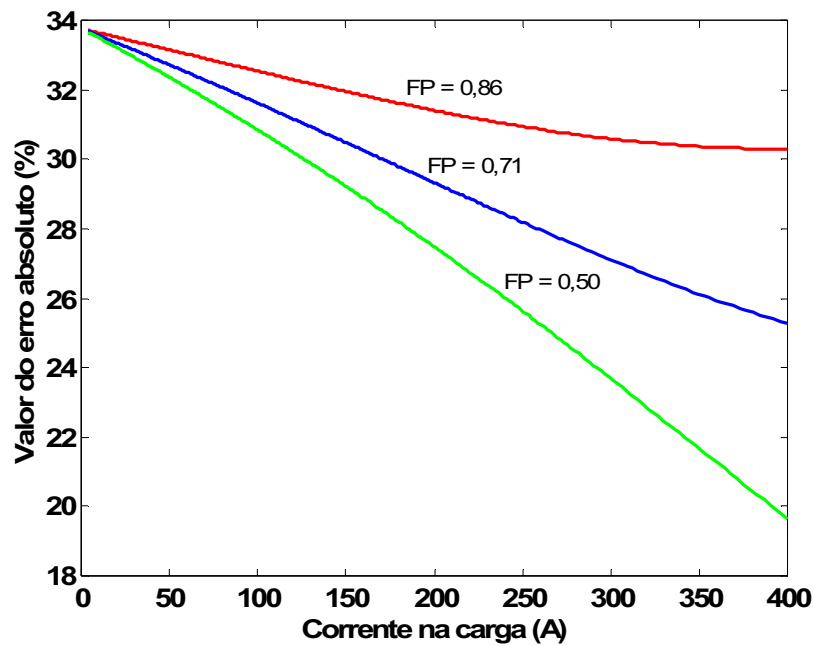


Figura 7.28 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

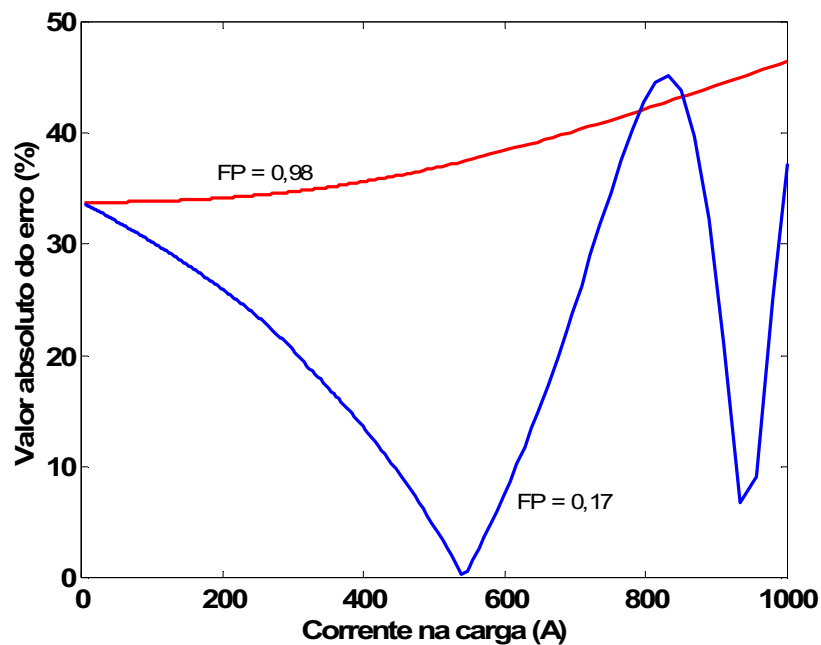


Figura 7.29 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.28 e 7.29, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 300 km, o erro tem o seu valor próximo aos 34%. Pode-se observar que existem valores de corrente onde o erro presente é quase nulo.

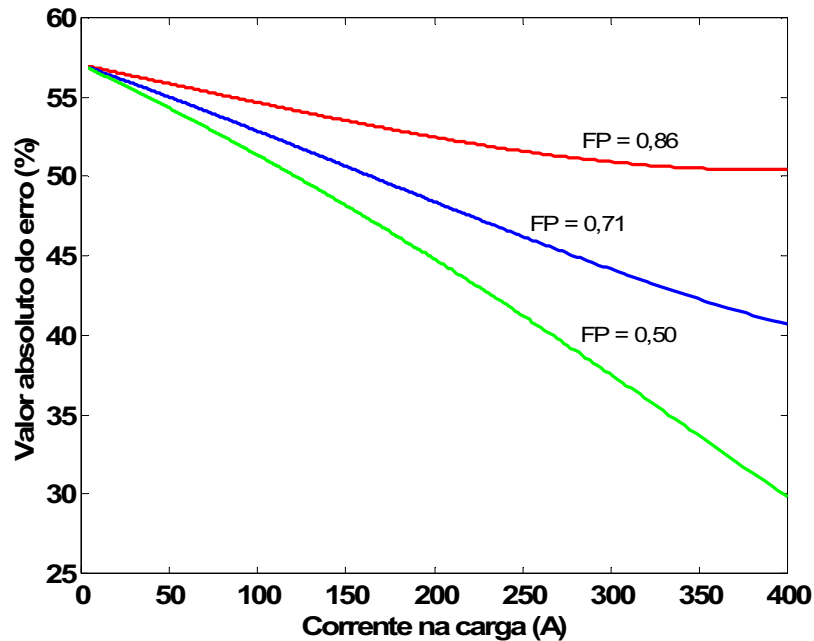


Figura 7.30 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

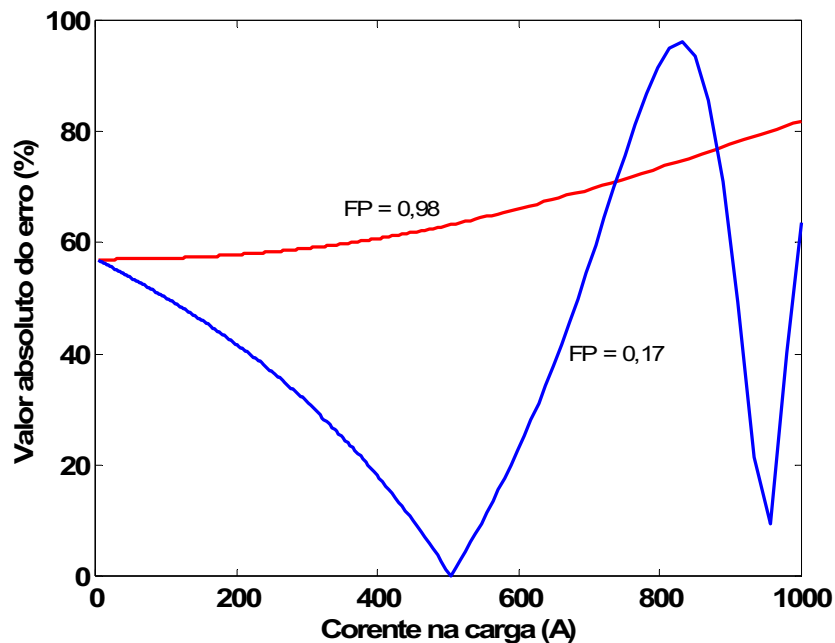


Figura 7.31 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.30 e 7.31, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 300 km, o erro tem o seu valor próximo aos 58%. Pode-se observar que existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

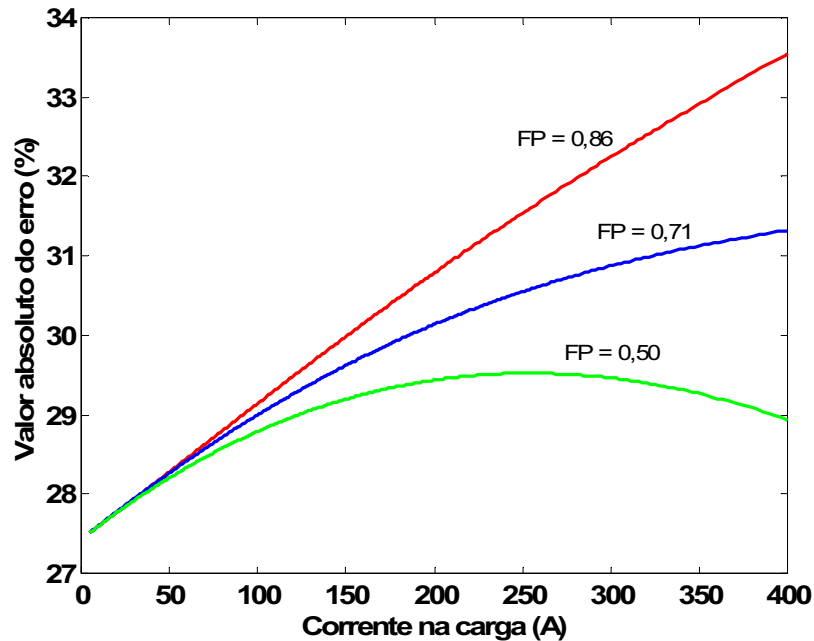


Figura 7.32 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

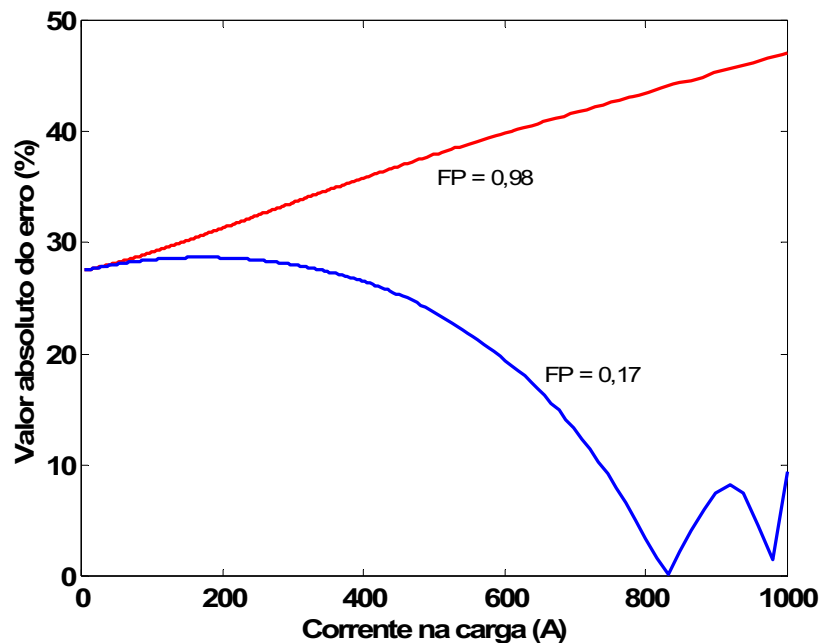


Figura 7.33 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.32 e 7.33, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 500 km, o erro tem o seu valor próximo aos 28%. Pode-se observar que existem valores de corrente onde o erro presente é nulo.

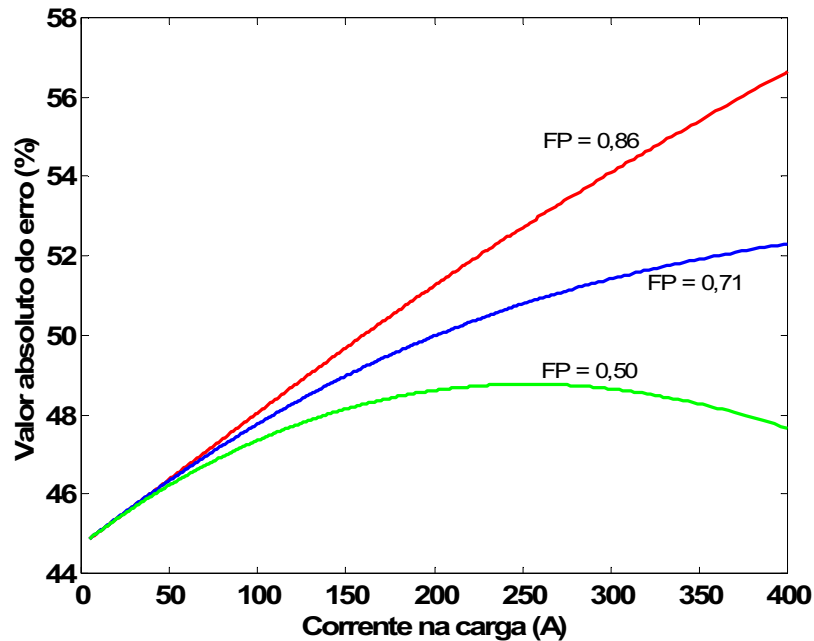


Figura 7.34 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

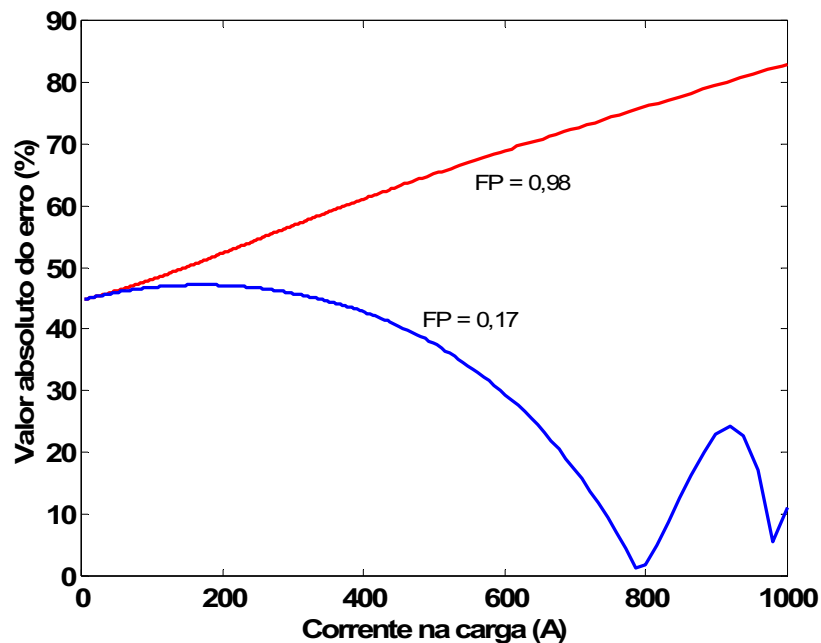


Figura 7.35 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.34 e 7.35, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 500 km, o erro tem o seu valor próximo aos 45%. Pode-se observar que existem valores de corrente onde o erro presente é quase nulo.

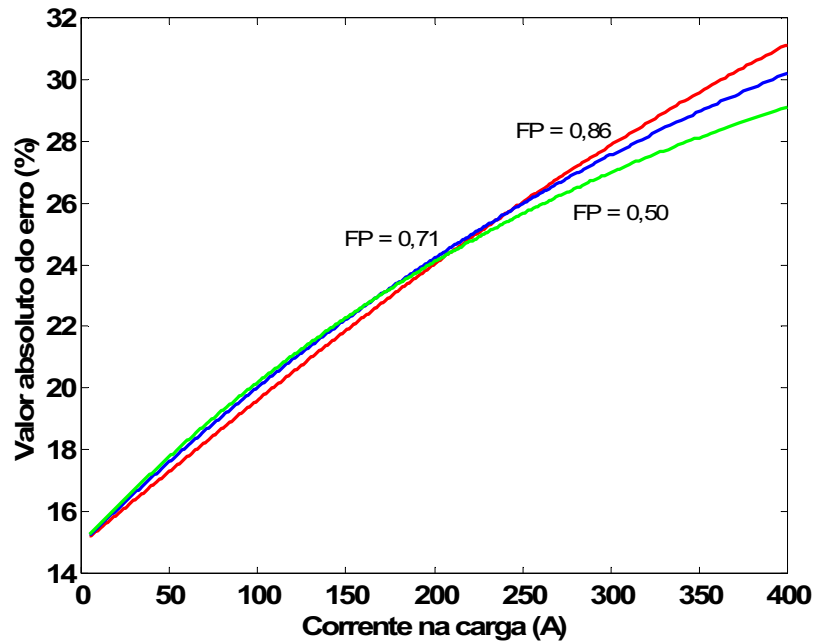


Figura 7.36 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

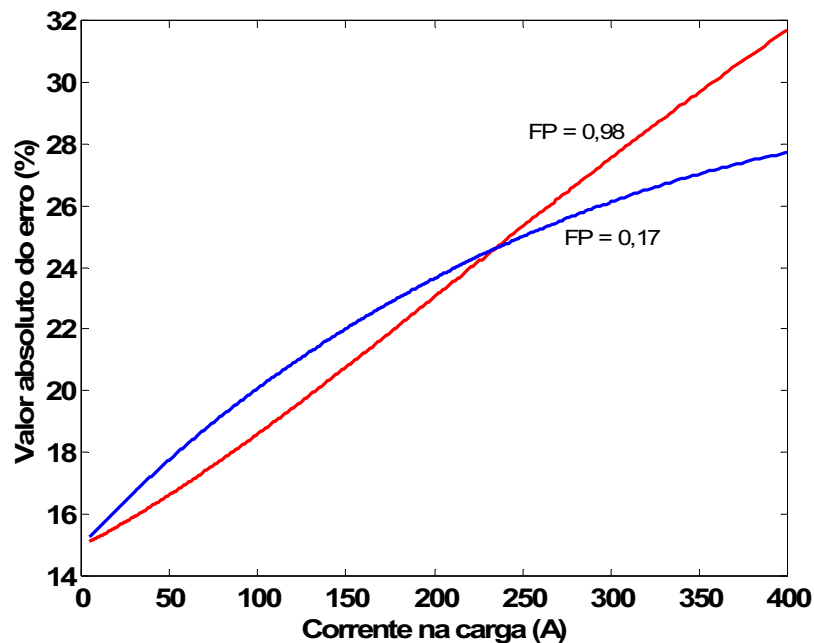


Figura 7.37 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.36 e 7.37, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 700 km, o erro tem o seu valor próximo aos 15%.

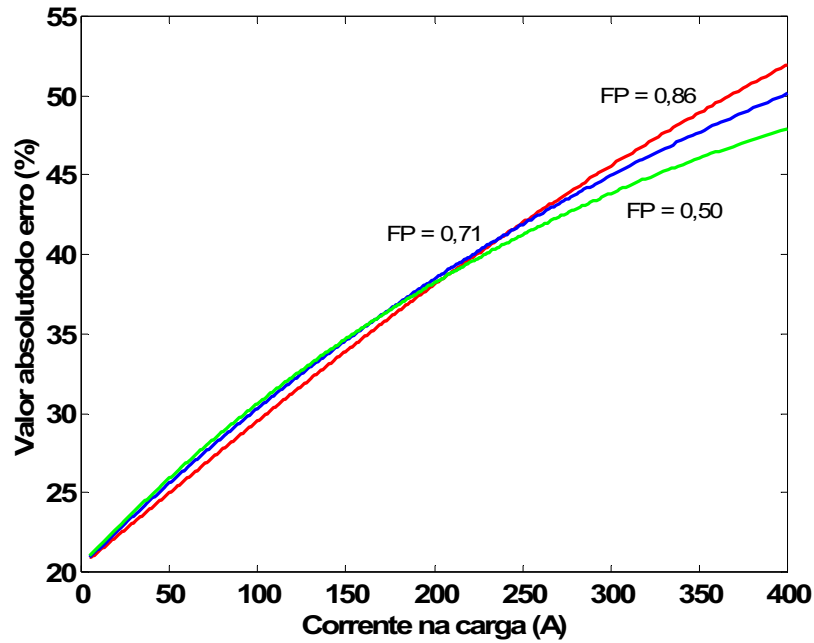


Figura 7.38 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

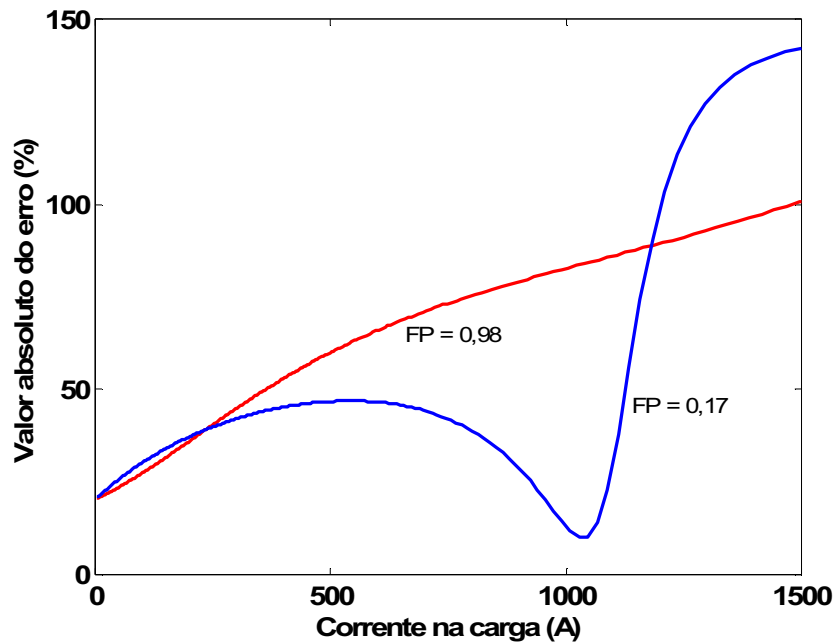


Figura 7.39 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.38 e 7.39, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 700 km, o erro tem o seu valor próximo aos 20%.

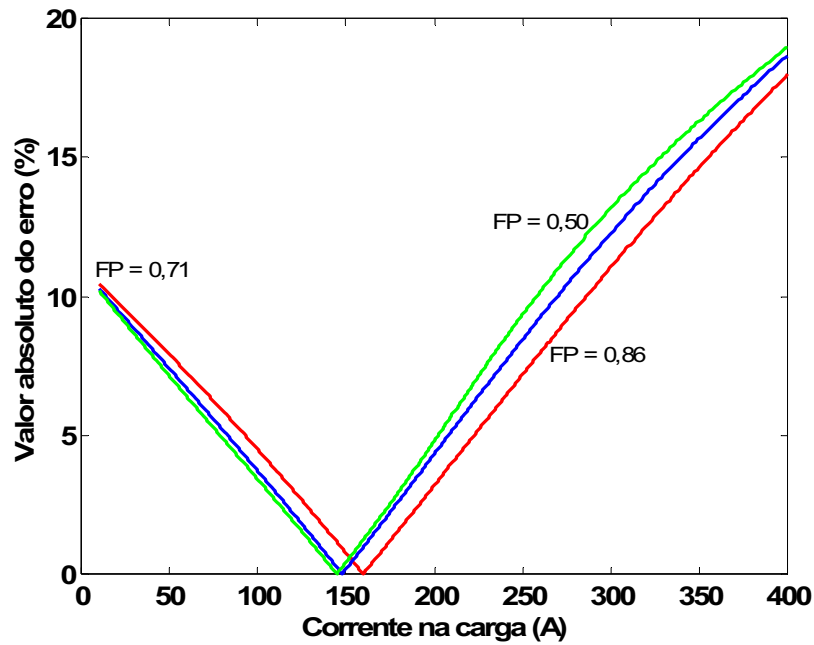


Figura 7.40 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

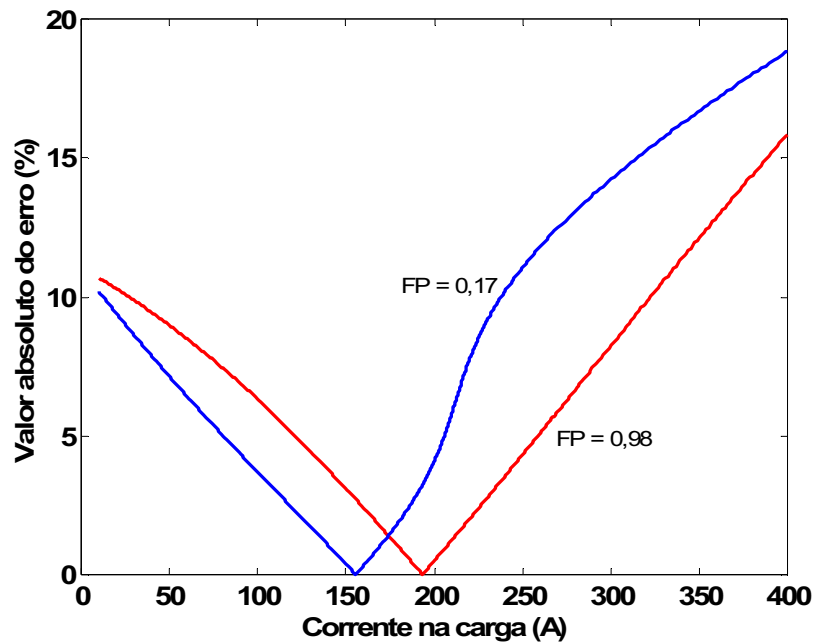


Figura 7.41 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.40 e 7.41, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 900 km, o erro tem o seu valor próximo aos 10%. Onde foi possível observar a existência de erro nulo para alguns valores de corrente.

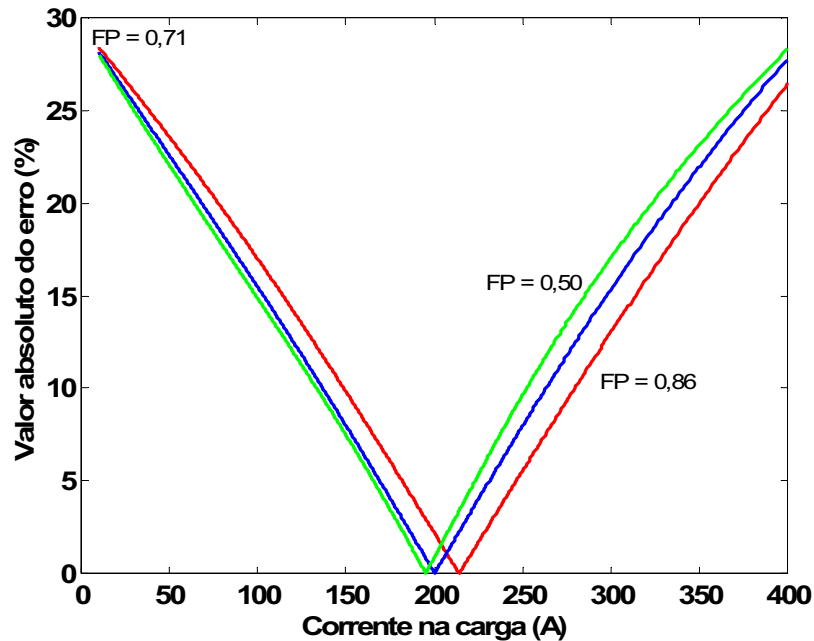


Figura 7.42 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

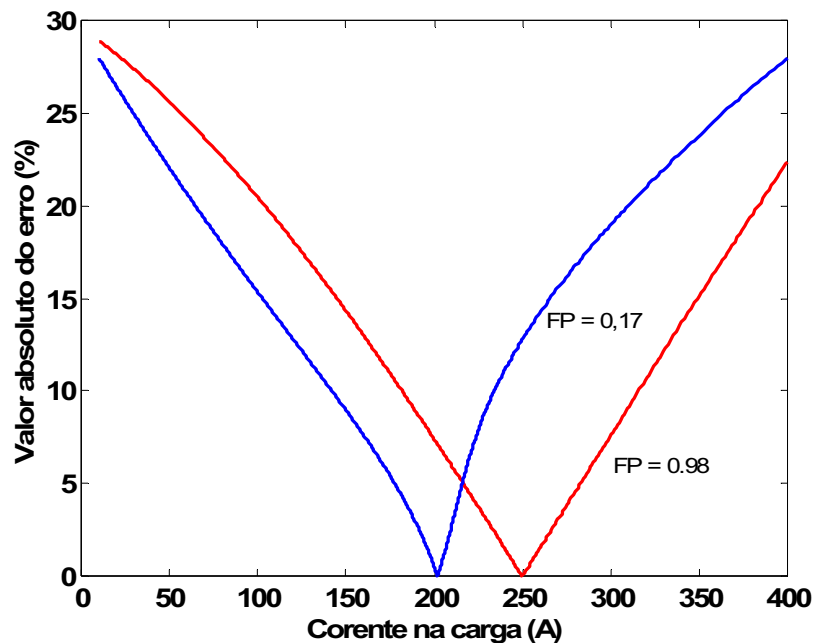


Figura 7.43 – Erro relativo na estimativa da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.42 e 7.43, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a impedância longitudinal de uma linha de 900 km, o erro tem o seu valor próximo aos 30%. Onde foi possível observar a existência de erro nulo para alguns valores de corrente.

### 7.7.3 – Resultados obtidos para o parâmetro capacitância a partir da aplicação do método proposto utilizando a matriz de Clarke

As figuras a seguir mostram o desenvolvimento do método proposto aplicado para vários comprimentos de linha e também para vários fatores de potência, lembrando que os termos próprios e mútuos do parâmetro Capacitância também são analisados.

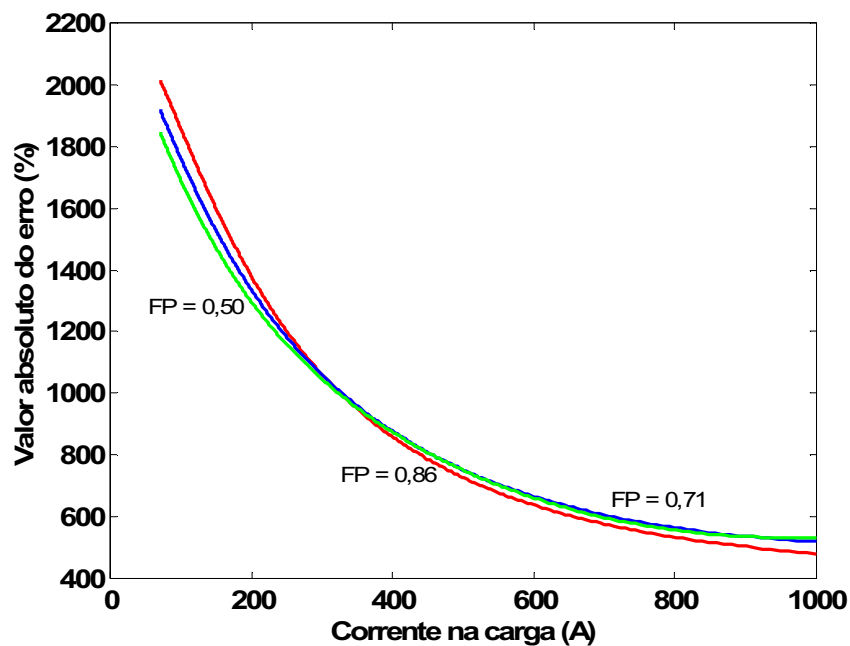


Figura 7.44 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

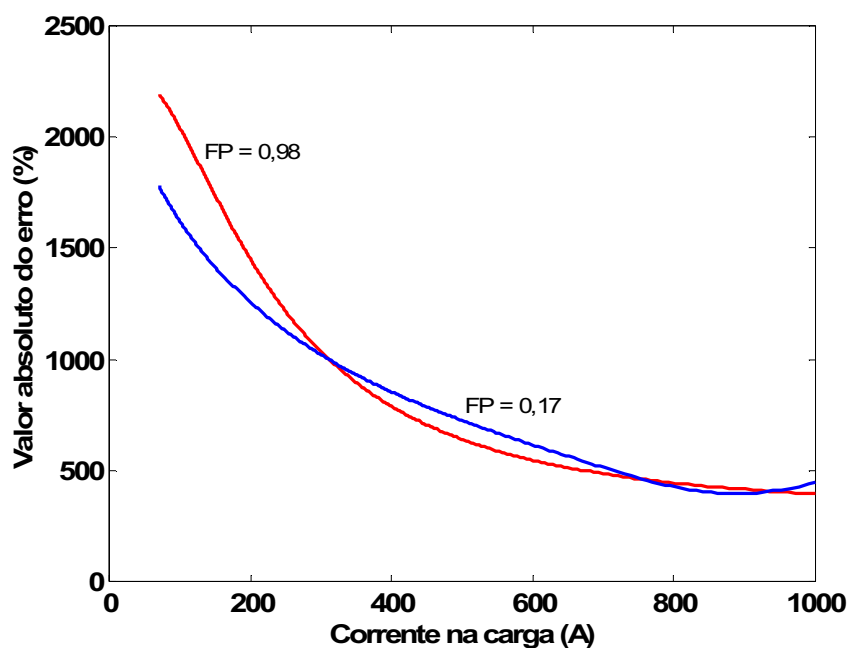


Figura 7.45 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.44 e 7.45, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 100 km, o erro tem um valor altíssimo próximo aos 2000%. Um valor desconsiderado para a capacitância.

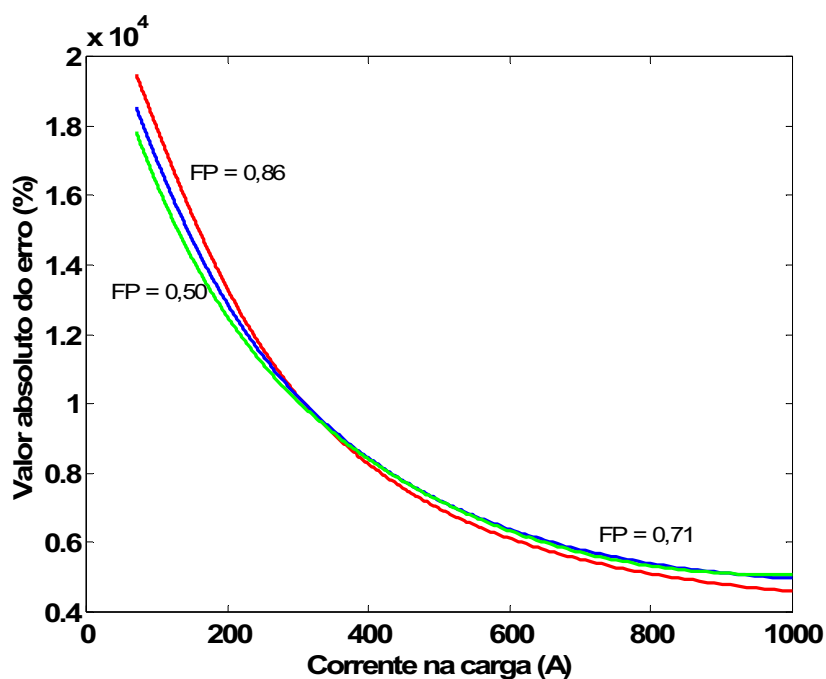


Figura 7.46 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

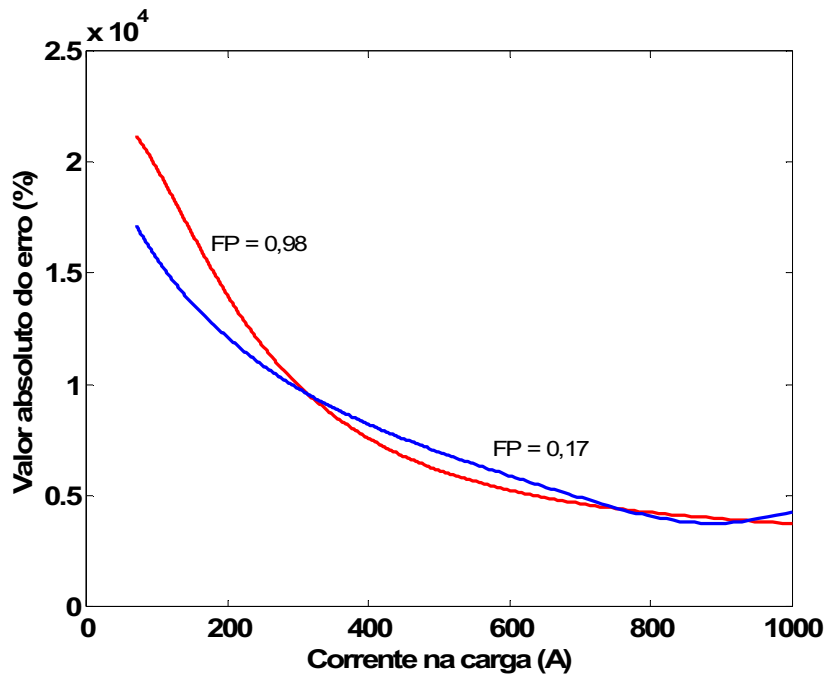


Figura 7.47 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 100 km.

As figuras 7.46 e 7.47, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 100 km, o erro tem um valor altíssimo próximo aos 2500%. Um valor desconsiderado para a capacitância.

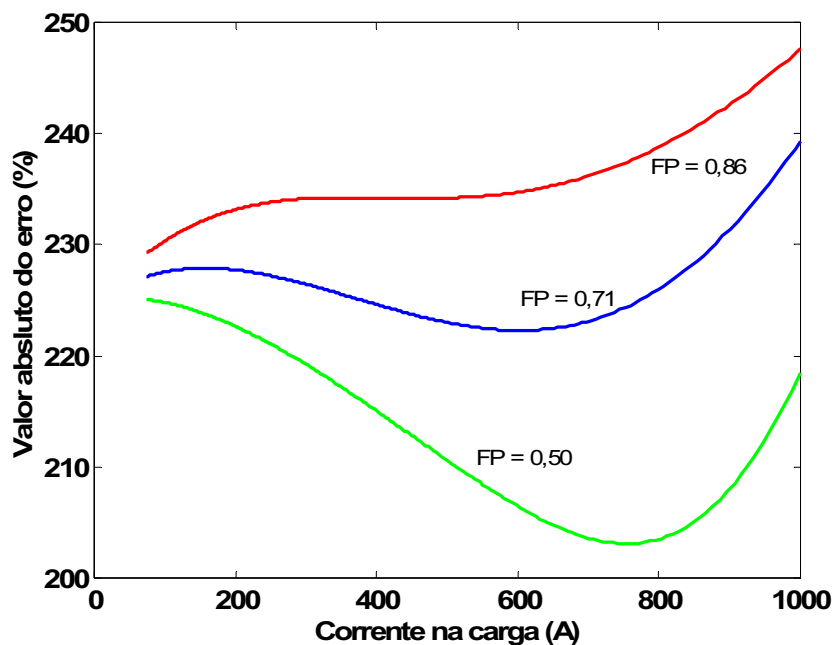


Figura 7.48 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

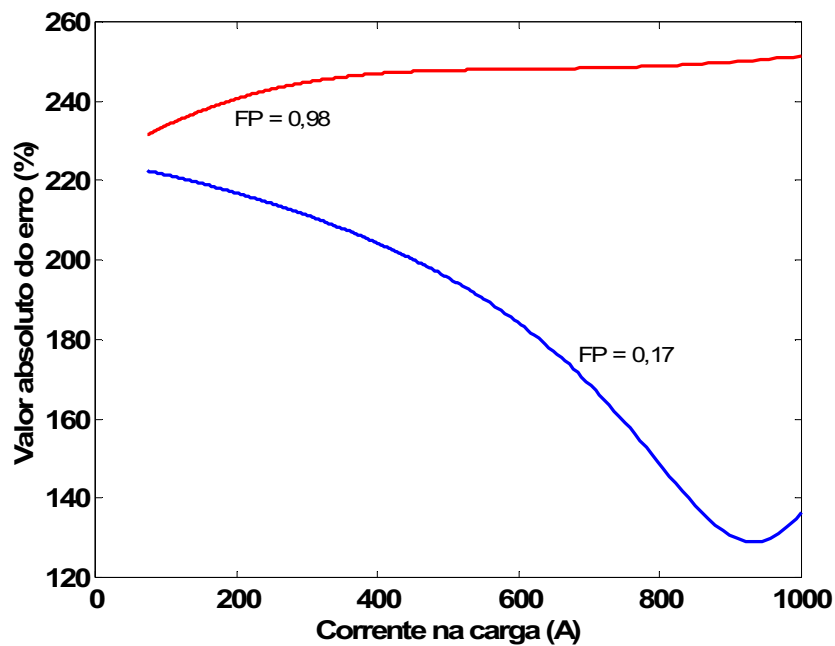


Figura 7.49 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.48 e 7.49, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 300 km, o erro tem um valor próximo aos 230%. Erro ainda alto para a capacitância.

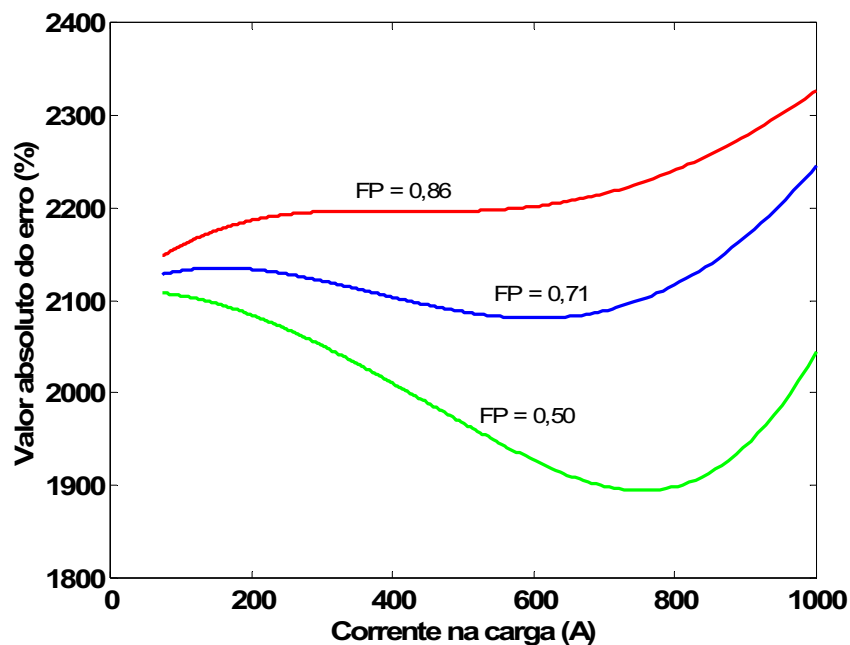


Figura 7.50 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

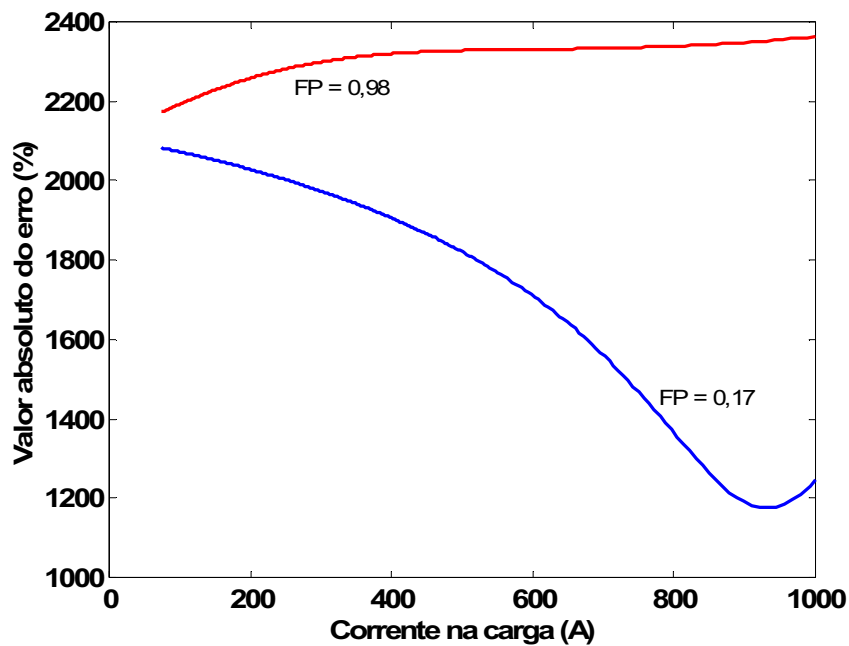


Figura 7.51 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 300 km.

As figuras 7.50 e 7.51, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 100 km, o erro tem um valor altíssimo próximo aos 2100%. Um valor desconsiderado para a capacitância.

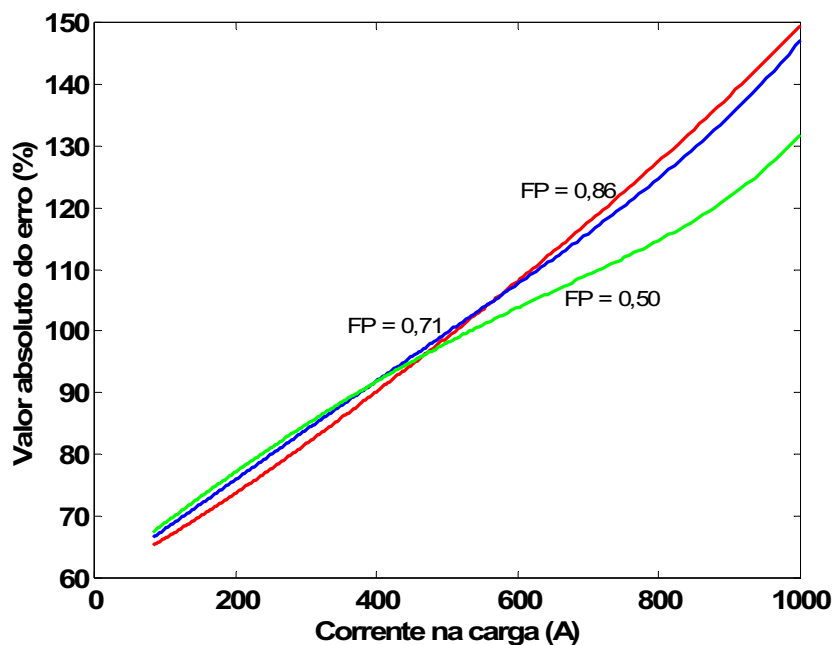


Figura 7.52 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

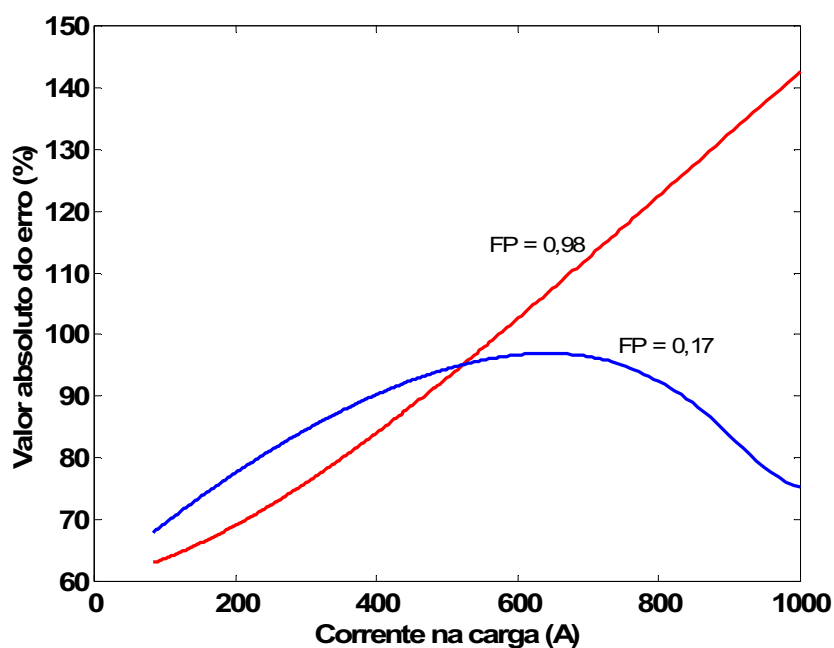


Figura 7.53 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.52 e 7.53, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto é utilizado para estimar a capacitância transversal de uma linha de 500 km, o erro diminuiu consideravelmente, próximo aos 60%.

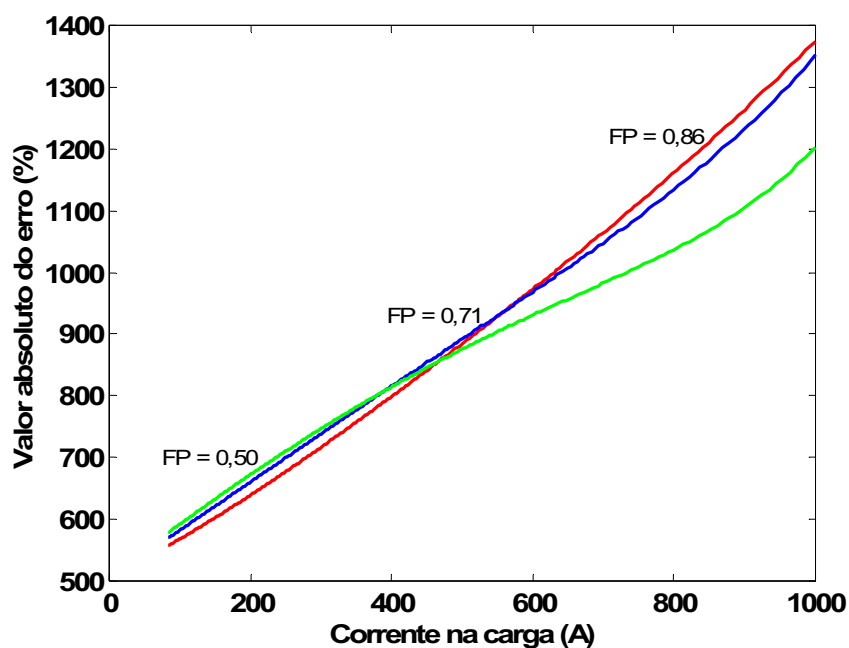


Figura 7.54 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

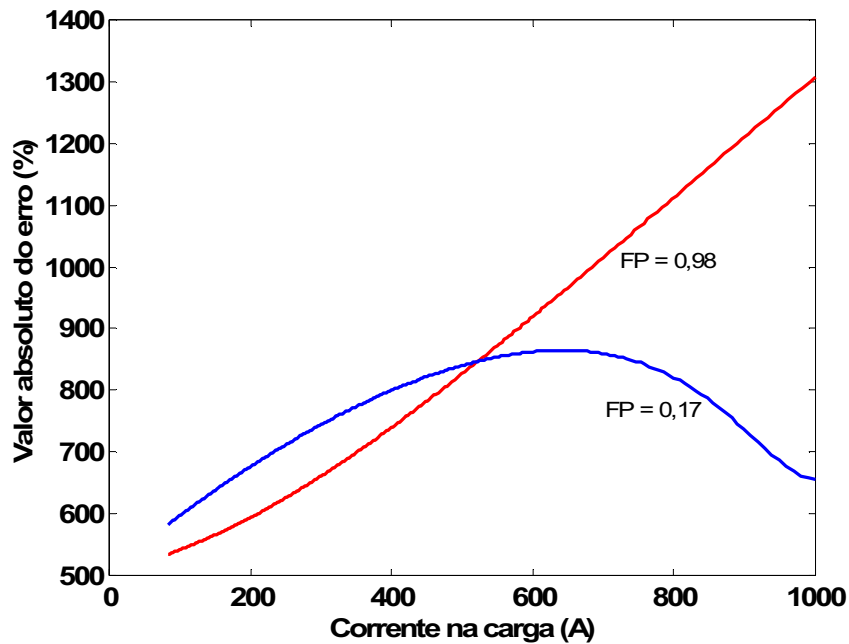


Figura 7.55 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 500 km.

As figuras 7.54 e 7.55, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 500 km, o erro permanece alto, próximo aos 500%.

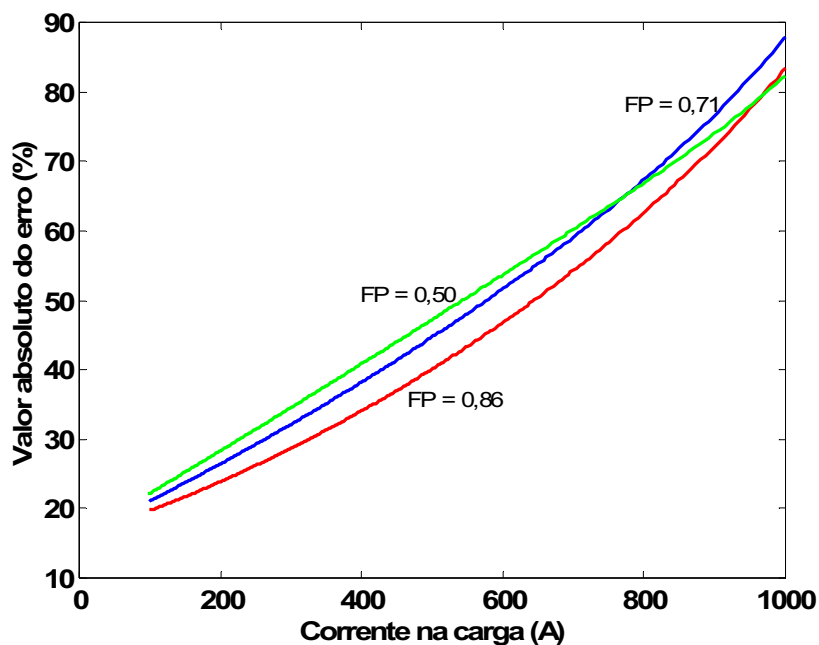


Figura 7.56 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

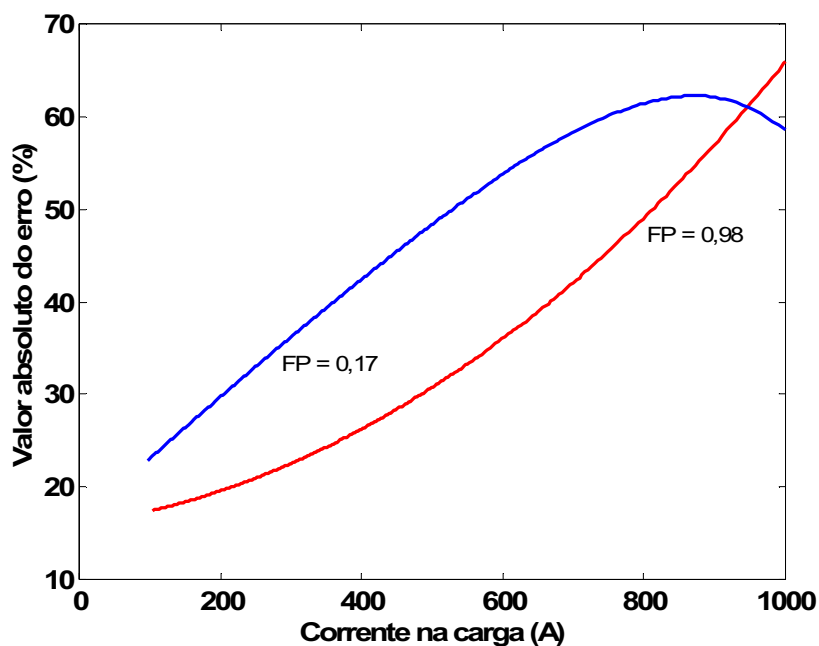


Figura 7.57 – Erro relativo na estimacão da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.56 e 7.57, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 700 km, o erro diminuiu e está próximo aos 20%.

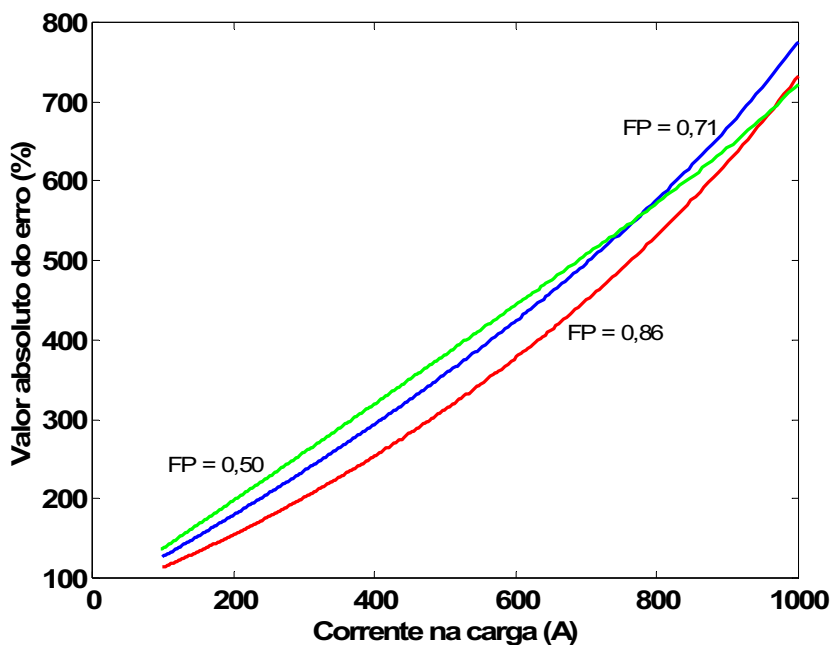


Figura 7.58 – Erro relativo na estimacão da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

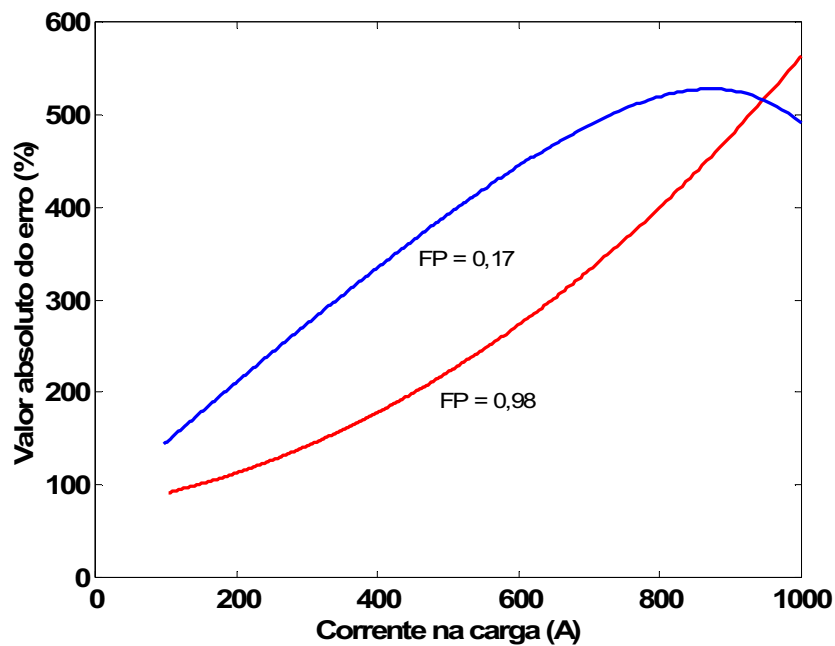


Figura 7.59 – Erro relativo na estimacão da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 700 km.

As figuras 7.58 e 7.59, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 700 km, o erro permanece próximo aos 100%.

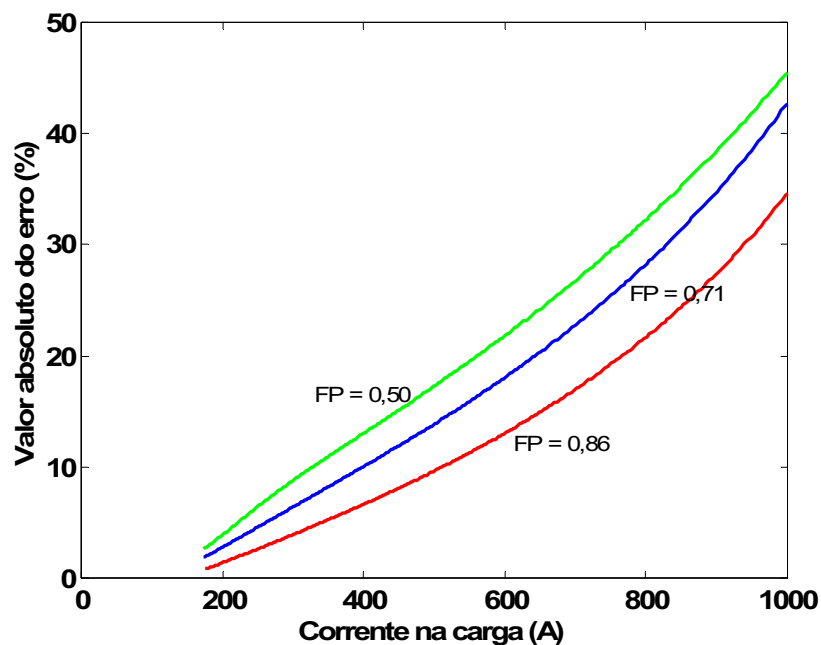


Figura 7.60 – Erro relativo na estimacão da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

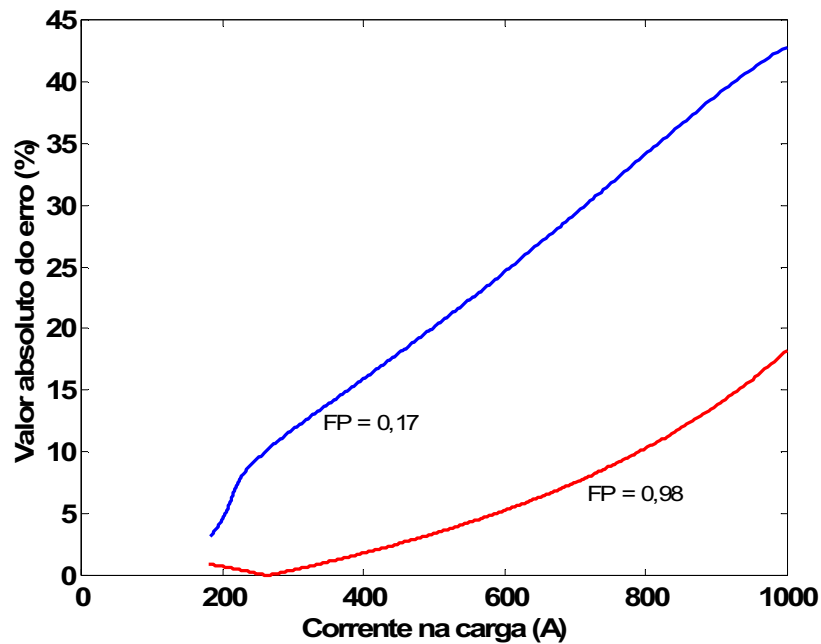


Figura 7.61 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos próprios (1,1), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.60 e 7.61, para termos próprios (1,1) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 900 km, o erro diminuiu chegando a ser nulo para alguns valores de correntes.

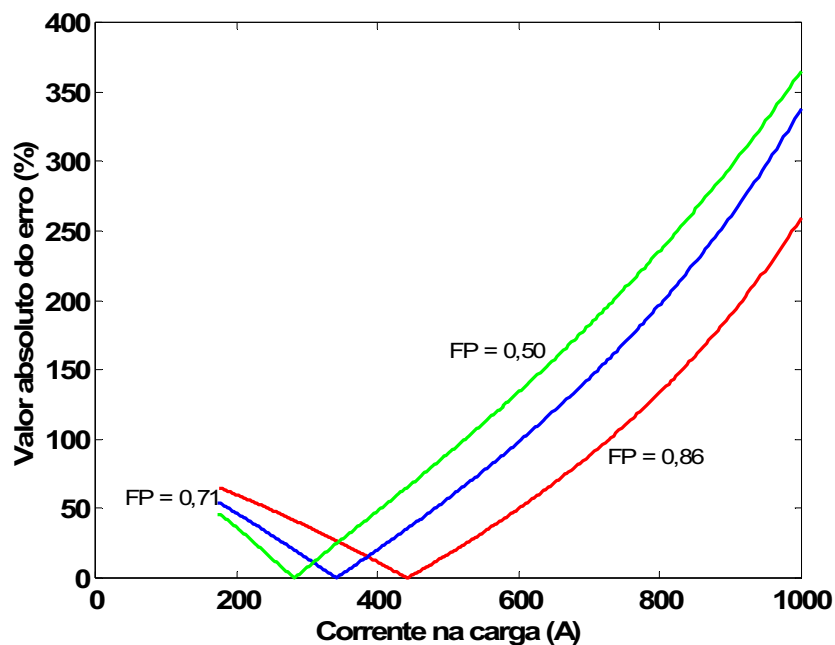


Figura 7.62 – Erro relativo na estimação da capacitância, para fatores de potência iguais a 0,50; 0,71 e 0,86 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

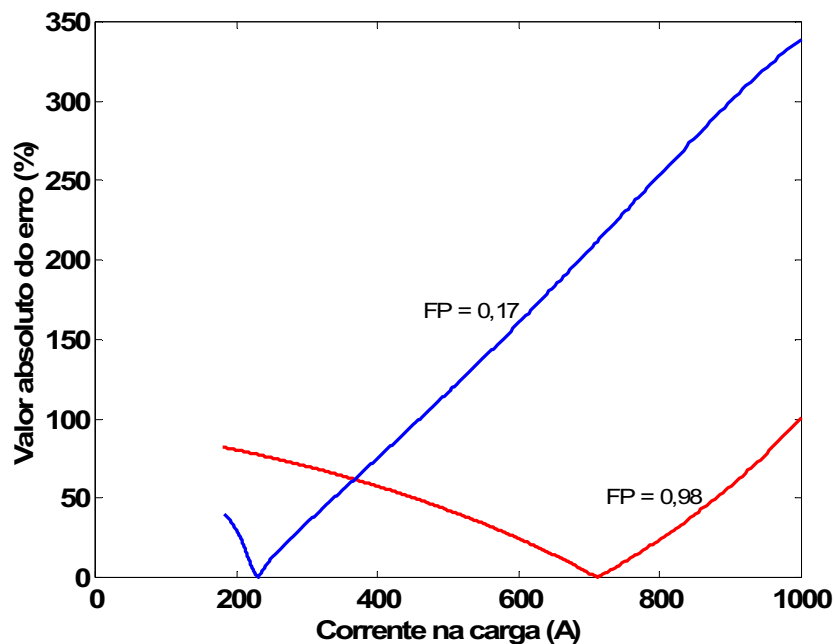


Figura 7.63 – Erro relativo na estimação da indutância, para fatores de potência iguais a 0,17 e 0,98 com termos mútuos (2,3), para uma linha de 900 km.

As figuras 7.62 e 7.63, para termos mútuos (2,3) mostram que ao utilizar o método proposto para estimar a capacitância transversal de uma linha de 900 km, o erro permanece próximo aos 50%. No entanto, é possível observar que para os fatores de potência aqui trabalhados, existem valores de corrente cujo erro é nulo.

De acordo com todas as figuras analisadas foi possível tirar as seguintes conclusões para os parâmetros:

Resistência: As figuras 7.4 a 7.23 mostram que ao utilizar o método proposto para estimar tal parâmetro da linha, obtém-se menor erro se o procedimento é realizado quando uma carga de baixo valor e baixo fator de potência (FP) conectada no terminal da linha. Analisando todas as figuras, foi possível observar que o erro diminuiu para as linhas com até 500 km. Para as linhas testadas com comprimento superior a 500 km, foi possível observar que o erro voltou a crescer, lembrando que também existem valores de corrente onde o erro é nulo. Portanto a resistência em algumas situações pode ser estimada com boa precisão, para termos próprios e mútuos.

Tabela 7.1 – Erro na resistência longitudinal para termos próprios e mútuos.

Comprimento da linha	100 km	300 km	500 km	700 km	900 km
Erro	23%	13%	5%	40%	120%

Indutância: As figuras 7.24 a 7.43, mostram os erros presentes no valor estimado do parâmetro em função da corrente na carga considerando (cargas indutivas). Fazendo análise para todas as figuras, foi possível observar que o erro diminuiu de acordo com o comprimento da linha. Inicialmente para a linha de 100 km, considerando os termos próprios do parâmetro, o erro se concentrou próximo dos 35%. Quando a linha atingiu o comprimento de 900 km o erro foi de 10%. Lembrando que foi possível observa a existência de valores de corrente onde o erro é nulo.

Tabela 7.2 – Erro na indutância longitudinal para termos próprios.

Comprimento da linha	100 km	300 km	500 km	700 km	900 km
Erro	35%	34%	28%	15%	10%

Analisando ainda as figuras 7.24 a 7.43 e considerando os termos mútuos do parâmetro, foi possível observar que a margem de erro diminuiu para as linhas testadas com até 700 km, onde o erro tem o seu valor próximo dos 20%. Já para a linha de 900 km, o erro voltou a crescer chegando próximo dos 30%. Também foi possível observar para as linhas testadas valores de corrente onde o erro chegou a ser nulo.

Tabela 7.3 – Erro na indutância longitudinal para termos mútuos.

Comprimento da linha	100 km	300 km	500 km	700 km	900 km
Erro	60%	58%	45%	20%	30%

Capacitância: As figuras 7.44 a 7.63, mostram os erros no valor estimado do parâmetro em função da corrente na carga considerando (cargas capacitivas). Foi possível observar que de maneira geral, o erro na estimação de tal parâmetro é muito grande, tanto para termos próprios, quanto para termos mútuos.

Tabela 7.4 – Erro na capacitância transversal para termos próprios.

Comprimento da linha	100 km	300 km	500 km	700 km	900 km
Erro	2000%	230%	60%	20%	0%

Tabela 7.5 – Erro na capacitância transversal para termos mútuos.

Comprimento da linha	100 km	300 km	500 km	700 km	900 km
Erro	2500%	2100%	500%	100%	50%

Analisando ainda as figuras 7.44 a 7.63, observou-se que a linha que obteve melhor resultado foi a com comprimento igual a 900 km, onde o erro se aproximou de 0%, para termos próprios. Para os termos mútuos, o erro se aproximou dos 50% para a linha de 900 km, onde, também foi possível observar para essa mesma linha valores de corrente onde o valor do erro é nulo.

## 7.8 – Conclusão

Neste capítulo, mostrou-se um método de estimação de parâmetros de linhas de transmissão que leva em conta o fato de que tais parâmetros são distribuídos ao longo do seu comprimento e baseia-se na hipótese de que é possível medir, no domínio da frequência, as correntes e tensões nos terminais da linha.

O método desenvolvido é exato para linhas de transmissão que possuem como característica o fato de que exista e seja conhecida uma matriz de decomposição modal independente dos parâmetros da linha. Foi possível observar que para linhas trifásicas não transpostas (ou que não podem ser consideradas idealmente transpostas), para as quais não

existe uma matriz de decomposição modal, é possível aplicar o método de estimação proposto. Neste caso, foi utilizada a matriz de Clarke em substituição à matriz de decomposição modal.

O método foi aplicado para estimar os parâmetros de uma linha não transposta de 440 kV. Os resultados mostraram que a precisão do método depende da natureza da carga e, que em algumas situações, os parâmetros podem ser estimados com uma boa precisão.

## CONCLUSÕES

O presente trabalho mostrou um método de estimação de parâmetros de linhas de transmissão que leva em conta o fato de que tais parâmetros são distribuídos ao longo de seu comprimento e baseia-se na hipótese de que é possível medir, no domínio da frequência, as correntes e tensões nos terminais da linha.

O método desenvolvido é exato para linhas de transmissão que possuem como característica o fato de que exista e seja conhecida uma matriz de decomposição modal que seja independente dos parâmetros da linha.

Mostrou-se também que para linhas trifásicas não transpostas (ou que não podem ser consideradas idealmente transpostas), para as quais não existe uma matriz de decomposição modal, é possível aplicar o método de estimação proposto. Neste caso, foi utilizada a matriz de Clarke em substituição à matriz de decomposição modal.

Os resultados mostraram que para algumas situações, os parâmetros podem ser estimados com uma boa precisão.

Para trabalhos futuros, a intenção é desenvolver um método de estimação de parâmetros, que possa ser utilizado em linhas trifásicas, que apresentem resultados tão precisos quanto os resultados obtidos com o uso da matriz de transformação modal  $[T_1]$  que foram mostrados no capítulo 5.

## REFERÊNCIAS

AKKE, M.; BIRO, T. Measurements of the frequency-dependent impedance of a thin wire with ground return. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v.20, n.2; p. 748- 1752, 2005.

ASTI, G.A.; SOUZA JUNIOR, N.; KUROKAWA, S.; PRADO, A.J; BOVOLATO, L. F.; Aplicação dos conceitos de autovetores e autovalores na representação de linhas de transmissão polifásicas. In: SIMPÓSIO REGIONAL DE MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES - SRMAIS, n.2, 2009, Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista, 2009.

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into as electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 89, n.1, p.88-97, 1970.

CAMPOS, J. C. C.; PISSOLATO, J.; PRADO, A. J., KUROKAWA, S. Single real transformation matrices applied to double three-phase transmission lines. **Electric Power Systems Research**, v.18 , n.10, p.1719-1725, 2008.

CHEN, C. T., Linear system theory and design. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984.

CHIPMAN, R. A. Teoria e problemas de linhas de transmissão. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1972.

CHIPMAN, R. A. Teoria e problemas de linhas de transmissão. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1976.

DOMMEL, H. W. Electromagnetic Transients Program Reference Manual. Vancouver: Department of Electrical Engineering, University of British Columbia,, 1986.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica** linhas aéreas: teoria das linhas em regime permanente. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

GREENWOOD, A. Electrical transients in power systems. New York: John Wiley & Sons, 1977.

HEDMAN, D. E. **Teorias das linhas de transmissão-II**. 2.ed. Santa Maria: UFSM,1983. v.2-3.

HOFMANN, L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. **IEEE Trans. on Power Delivery**, New York, v.18, n.2, p.664–570, 2003.

KUROKAWA, S. Parâmetros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase, 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; TAVARES,M.C.; PORTELA, C.M.; PRADO, A.J. A new produce to drive transmission-line parameters: applications and restrictions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v.21, n.1 p.492 – 498, 2006.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R; PRADO, A. J.; BOVOLATO, L. F.; PISSOLATO, J. (2007). Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais. SBA. Sociedade Brasileira de Automática, Lugar de Publicação, v.18, n.3, p.337-346.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R; PRADO, A. J.; PISSOLATO, J. Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line models: state space formulation. **Electric Power Systems Research**, v.79 , n.7, p.1155-1163, 2009.

LONG, R.W.; GELOPULOS, D. Component transformations eigenvalue analysis succinctly defines their relationships. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-101, n.10, p. 4055 - 4063, 1982.

MARTI, L. Low-order approximation of transmission line parameters for frequencydependent models. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, New York, v.PAS 102, n.11, p. 3582-3589, 1983.

MARTÍ, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-101, n.1, p.147-155, 1982.

MARTINEZ, J. A. B.; GUSTAVSEN, D. D. Parameters determination for modeling system transients – part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE Power & Energy Society, v.20, n°3, p.2038-2044, 2005.

NAIDU, S. R. Transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. Campina-Grande: Grafset, 1985.

STEVENSON, W. D. J. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw-Hill Book do Brasil, 1978.

SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Makron do Brasil, 1994.

TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C.M. Mode domain multiphase transmission line model - use in transient studies. **IEEE Transaction., on Power Delivery**, IEEE Power & Energy Society , v.14, n.4, p 1533 - 1544, 1999.

WEDEPHOL, L. M.; NGUYEN, H. V.; IRWIN, G. D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.11, n.3, p.1538-1546, 1996.

## APÊNDICE

### CÁLCULO DA FUNÇÃO DE PROPAGAÇÃO E DA IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA

#### 1.1 – Desenvolvimento das relações de corrente e tensão dos terminais da linha

Sabe-se que as correntes e tensões nos terminais A e B da linha obedecem as seguintes relações:

$$v_{Ak} = v_{Bk} \cosh(\gamma_k d) - i_{Bk} Z_{ck} \sinh(\gamma_k d) \quad (1.1)$$

$$i_{Ak} = -i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + \frac{v_{Bk}}{Z_{ck}} \sinh(\gamma_k d) \quad (1.2)$$

A partir das relações de corrente e tensão é possível escrever a função de propagação e a impedância característica do k-ésimo modo da linha.

#### 1.2 – Desenvolvimento da solução da impedância característica

A partir da equação (1.2), tem-se:

$$-\frac{v_{Bk}}{Z_{ck}} \sinh(\gamma_k d) = -i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) - i_{Ak} \quad (1.3)$$

Multiplicando a equação (1.3), por (-1), têm-se:

$$\frac{v_{Bk}}{Z_{ck}} \sinh(\gamma_k d) = i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak} \quad (1.4)$$

Então a equação (1.4), pode ser escrita da seguinte maneira:

$$v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d) = (i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak}) Z_{ck} \quad (1.5)$$

Isolando  $Z_{ck}$ , tem-se:

$$Z_{ck} (i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak}) = v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d) \quad (1.6)$$

Dessa forma obtemos então a impedância característica que pode ser escrita da seguinte maneira:

$$Z_{ck} = \frac{v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d)}{(i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak})} \quad (1.7)$$

Portanto utilizando a equação (1.7), podemos calcular a impedância característica de todos os modos de propagação da linha.

### 1.3 – Desenvolvimento da solução da função de propagação

Substituindo a equação (1.7) em (1.1), tem-se:

$$v_{Ak} = v_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) - i_{Bk} \left( \frac{v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d)}{(i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak})} \right) \operatorname{sen h} (\gamma_k d) \quad (1.8)$$

Isolando  $v_B$ , obtêm-se:

$$-v_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) = -i_{Bk} \left( \frac{v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d)}{(i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak})} \right) \operatorname{sen h} (\gamma_k d) - v_{Ak} \quad (1.9)$$

Multiplicando a equação (1.9), por (-1), tem-se:

$$v_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) = i_{Bk} \left( \frac{v_{Bk} \operatorname{sen h} (\gamma_k d)}{(i_{Bk} \operatorname{cosh} (\gamma_k d) + i_{Ak})} \right) \operatorname{sen h} (\gamma_k d) + v_{Ak} \quad (1.10)$$

Assim, podemos escrever a equação (1.10), da seguinte maneira:

$$v_{Bk} \cosh(\gamma_k d) = \frac{i_{Bk} v_{Bk} \sinh(\gamma_k d) \sinh(\gamma_k d) + v_{Ak} (i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak})}{i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak}} \quad (1.11)$$

Simplificando a equação (1.11), tem-se:

$$v_{Bk} \cosh(\gamma_k d) = \frac{i_{Bk} v_{Bk} \sinh^2(\gamma_k d) + v_{Ak} (i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak})}{i_{Bk} \cosh(\gamma_k d) + i_{Ak}} \quad (1.12)$$

A partir de (1.12), podemos isolar  $\cosh(\gamma_k d)$  e reescrever a equação da seguinte maneira:

$$\cosh(\gamma_k d) = \frac{v_{Ak} i_{Ak} - v_{Bk} i_{Bk}}{v_{Bk} i_{Ak} - v_{Ak} i_{Bk}} \quad (1.13)$$

Dessa forma obtemos então a função de propagação de propagação que pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\gamma_k = \frac{1}{d} \text{Arc cosh} = \frac{v_{Ak} i_{Ak} - v_{Bk} i_{Bk}}{v_{Bk} i_{Ak} - v_{Ak} i_{Bk}} \quad (1.14)$$

Portanto utilizando a equação (1.14), podemos calcular a função de propagação de todos os modos de propagação da linha.