

Dinâmica e origem de asteroides de alta inclinação

James Freddy Luis Machuca

James Freddy Luis Machuca

Dinâmica e origem de asteroides de alta inclinação

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Valerio Carruba

GUARATINGUETÁ

2011

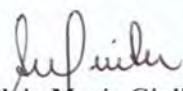
	Machuca, James Freddy Luis
M151d	Dinâmica e origem de asteroides de alta inclinação / James Freddy Luis Machuca – Guaratinguetá : [s.n], 2011. 121 f : il. Bibliografia: f. 88-91 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011. Orientador: Prof Dr Valerio Carruba 1. Asteróides 2. Mecânica celeste I. Título CDU 523.44(043)

JAMES FREDDY MACHUCA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

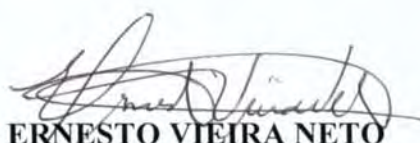
PROGRAMA: FÍSICA

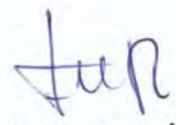
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr.ª Silvia Maria Giuliatti Winter
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. VALERIO CARRUBA
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
Unesp-Feg


Prof. Dr. FERNANDO VIRGÍLIO ROIG
Observatório Nacional / RJ

Outubro de 2011

DADOS CURRICULARES

JAMES FREDDY LUIS MACHUCA

NASCIMENTO 01.01.1987 – LIMA / PERU

FILIAÇÃO Freddy Alipio Luis Poma

Brigida Machuca Alegria

2003/2008 Curso de Graduação

Escola de Física - Universidad Nacional del Callao

2010/2011 Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Mestrado

na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da

Universidade Estadual Paulista

*Dedico este trabalho aos meus pais, Freddy e Brigida, e
aos minhas irmãs, Carol e Jennifer.*

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

A Deus por guiar-me em cada passo ao longo desta caminhada.

Aos meus pais Freddy e Brigida, aos minhas irmãs Carol e Jennifer pelo apoio e motivação.

A meu orientador Prof. Dr. Valerio Carruba pela dedicada orientação durante a realização deste trabalho.

Agradeço aos professores da pós-graduação em Física do campus de Guaratinguetá que participaram de minha formação com os quais aprendi muito durante os dois anos do curso.

Agradeço também aos funcionários da pós-graduação do campus de Guaratinguetá, por seu trabalho imprescindível para a manutenção do campus e execução desta dissertação.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de
Nível Superior - **CAPES**

“A educação tem raízes amargas, mas os frutos são doces.”

Aristóteles

MACHUCA, J. F. Dinâmica e origem de asteroides de alta inclinação. 2011. 121 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

Resumo

Asteroides de alta inclinação são objetos com $\sin(i) > 0.3$. Entre estes asteroides podemos distinguir objetos com inclinação menor que o centro da ressonância secular $\nu_6 = g - g_6$ e objetos com inclinação superior. Os atuais mecanismos de mobilidade dinâmica não podem aumentar facilmente inclinações menores do que do centro da ressonância ν_6 . A presença de objetos de alta inclinação pode, portanto, estar relacionada com fases iniciais do Sistema Solar.

Neste trabalho obtemos elementos próprios sintéticos para a região da família de Pallas, encontramos grupos dinâmicos e determinamos a significância estatística destes grupos. Estudamos a evolução dinâmica devida a perturbações planetárias e efeitos não gravitacionais das famílias e *clumps* identificados na região das famílias de Pallas e Hansa (Carruba 2010b). Estudamos regiões dinamicamente estáveis, que são surpreendentemente caracterizadas por um número muito baixo de asteroides, contrariamente a objetos de baixa inclinação que ocupam tudo a região dinamicamente viável. Identificamos duas áreas caracterizadas por tempos de permanência de 100 milhões de anos o mais, quando a força Yarkovsky é considerada, com baixa densidade de asteroides.

Obtemos elementos próprios sintéticos para 10865 objetos na região da família de Euphrosyne e identificamos famílias e *clumps* no domínio dos elementos próprios e frequências. Com relação a outros trabalhos sobre identificação de famílias na área, aqui nos investigamos o efeito que a rede local de ressonâncias seculares tem sobre a evolução dinâmica das famílias e *clumps*. Identificamos por primeira vez, novas populações de objetos em estados ressoantes de libração anti-alinhada de ν_6 e anti-alinhada e alinhada de ν_5 .

PALAVRAS-CHAVE: Planetas menores, asteroides - mecânica celeste.

MACHUCA, J. F. Dynamics and origin of asteroids of high inclination. 2011. 121 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

Abstract

Highly inclined asteroids are objects with $\sin(i) > 0.3$. Among these asteroids we can distinguish between objects with inclinations lower than the center of the secular resonance $\nu_6 = g - g_6$ and objects with higher inclinations. The current mechanisms of dynamical mobility cannot easily increase inclinations to value higher than that of the center of the ν_6 resonance. The presence of high inclination objects may therefore be related to early stages of the Solar System.

In this work we obtained synthetic proper elements for the region of the Pallas family, we found dynamical groups and determined the statistical significance of these groups. We studied the dynamic the dynamical evolution caused by planetary perturbations and non-gravitational effects of the families and *clumps* identified in the region of the Pallas and Hansa families (Carruba 2010b). We studied regions dynamically stable that on surprisingly characterized by a low number of asteroids, contrary to objects of lower inclinations that tend to occupy all the viable stable regions. We identified two areas characterized by permanence time of 100 Myr or more when the Yarkovsky force is considered, but with a small number density of bodies.

We obtained synthetic proper elements for 10865 objects in the region of the Euphrosyne families and identify families and *clumps* in the domain of proper elements and frequencies. With respect to other work on family identification in the area, here we investigated the role that the local web of secular resonances has had on the dynamical evolution of families and *clumps*. We identify for the first time, new populations of objects in ν_6 anti-aligned libration and ν_5 anti-aligned and aligned resonant states.

KEYWORDS: Minor planets, asteroids - celestial mechanics.

Lista de Figuras

2.1	Painel A: uma projeção em (a, e) de asteroides AstDyS na região da família de Pallas. Círculos amarelos mostram asteroides com desvio padrão em σ_a entre 0.0003 e 0.01, enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_a maior que 0.01. Painel B: uma projeção em $(a, \sin(i))$ dos mesmos asteroides.	11
3.1	O N_{min} e o máximo número $max(N_i)$ de asteroides como uma função da velocidade de <i>cut-off</i> para asteroides na região da família de Pallas. Painel B apresenta os mesmos números em função da frequência de <i>cut-off</i>	16
3.2	O número e número diferencial dos membros da família de Pallas como uma função da velocidade de <i>cut-off</i> (painel A). Painel B mostra um diagrama de estalactites para os elementos próprios dos grupos na região de Pallas. A linha horizontal vermelha mostra o valor da distância nominal da velocidade de <i>cut-off</i> . Painéis C e D apresentam o mesmo para os grupos dinâmicos no domínio $(n, g, g + s)$	17
4.1	O número de membros do <i>clump</i> (4203) (painel A), e do (40134) (painel B), em função do tempo.	24
4.2	O número de membros do <i>clump</i> de (36240) (painel A) e da família de frequência de (4203) (painel B), em função do tempo.	26

- 5.1 Painel A: uma projeção no plano (a, e) de asteroides AstDyS de alta inclinação. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_a entre 0.0003 e 0.01, enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_a maior que 0.01. Linhas verticais vermelhas mostram a localização de ressonâncias de movimento médio, enquanto as linhas azuis mostram a posição das ressonâncias seculares lineares. Painel B: mostra uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ dos mesmos asteroides. . . . 29
- 5.2 Painel A: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides AstDyS de alta inclinação. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_e entre 0.003 e 0.1, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_e maior que 0.1. As linhas azuis mostram a posição das ressonâncias seculares lineares. Painel B: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ dos mesmo asteroides, mas esta vez asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_i entre 0.001 e 0.03, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_i maior que 0.03. 30
- 5.3 Painel A: uma projeção no plano (a, g) de asteroides AstDyS de alta inclinação. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_g entre 1 e 10, enquanto os círculos vermelhos mostram os asteroides com σ_g maior que 10. Painel B: uma projeção no plano (a, s) dos mesmos asteroides, mas desta vez os símbolos refere-se a σ_s , o intervalo de valores para os erros é o mesmo. 31
- 5.4 Um mapa de densidade no plano $(a, \sin(i))$ em baixa excentricidade ($e < 0.175$, painel A) e alta excentricidade ($e > 0.175$, painel B). Caixas brancas identificam as áreas estável pouco povoadas, a caixa verde mostra a área estável de amostra. As outras linhas têm o mesmo significado como na figura 5.1 32
- 5.5 Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (183) Istria. Linhas verticais mostram ressonâncias de movimento médio, asteriscos azuis identificam objetos reais na região, pontos pretos são partículas que sobrevivem o tempo de integração, círculos vermelhos são associados com asteroides em ressonâncias seculares lineares, e os círculos verdes exibem corpos em ressonâncias seculares não lineares. 34
- 5.6 Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (705) Erminia. Círculos magenta estão associadas a corpos na ressonância secular ν_6 , os outros símbolos são os mesmos que na figura 5.5. 36

5.7	Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (31) Euphrosyne. Magenta círculos mostram corpos dentro da ressonância z_1 , círculos amarelos mostram asteroides dentro da ressonância z_2 , círculos ciano estão associados com os objetos dentro da ressonância z_3 . Os outros símbolos são os mesmos que na figura 5.5.	37
5.8	Máximo tempo de permanência das partículas na região do buraco 1 para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Pontos pretos mostram objetos com tempo de permanência inferior a 10 milhões de anos enquanto os círculos vermelhos cheios estão associados a partículas com o tempo de permanência de mais de 100 milhões de anos. Outros símbolos são os mesmos que na figura 5.1.	39
5.9	Máximo tempo de permanência das partículas na região do buraco 2 para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Todos os símbolos são os mesmos que na figura 5.8.	40
5.10	Máximo tempo de permanência das partículas na região de teste para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Todos os símbolos são os mesmos que na figura 5.8.	40
6.1	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano (a, e) . Linhas verticais vermelhas mostram a localização das principais ressonâncias de movimento médio, os diamantes azuis são associados com partículas de teste com tempos de Lyapunov de menos de 10000 anos. Pontos pretos são partículas que sobrevivem o tempo de integração, círculos vermelhos são partículas com frequências na faixa das ressonâncias seculares ν_5 e ν_{16} . Círculos Magenta estão associados com partículas perto da ressonância secular ν_6 . Círculos verdes, círculos amarelos e círculos ciano estão associados a asteroides dentro das ressonâncias seculares $\nu_5 - \nu_{16}$, $z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16}$ e $z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$, respectivamente. A linha inclinada na figura descreve a localização orbital da região para a qual o pericentro do asteroide é igual a apocentro do Marte.	45
6.2	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, \sin(i))$. Os símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.1.	46

6.3	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(e, \sin(i))$. Os símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.1.	47
6.4	Painel A: mostra a projeção no plano (a, e) de asteroides de alta inclinação na região de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_a entre 0.0003 e 0.01, enquanto círculo vermelho mostra asteroides com σ_a maior que 0.01. Painel B: mostra a projeção no plano $(a, \sin(i))$ dos mesmo asteroides.	49
6.5	Painel A: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides na região da família de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostrar asteroides com desvio padrão em σ_e entre 0.003 e 0.1, enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_e maior que 0.1. Painel B: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ dos mesmos asteroides, mas nesta vez asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_i entre 0.001 e 0.03, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_i maior que 0.03.	51
6.6	Painel A: uma projeção no plano (a, g) de asteroides na região da família de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostrar asteroides com desvio padrão em σ_g entre 1 e 10, enquanto os círculos vermelhos mostram os asteroides com σ_g maior que 10. Painel B: uma projeção no plano (a, s) dos mesmos asteroides.	52
6.7	Comportamento temporal do argumento da ressonância $\varpi - \varpi_5$ para asteroides em órbitas de circulação (painel A), em estados de libração alinhada (painel B), em estados de libração anti-alinhada (painel C), em órbitas que comutam estados de libração alinhada e circulação (painel D) e estados de libração anti-alinhada e circulação (painel E).	55
6.8	A projeção no plano $(a, \sin(i))$ de asteroides dentro de $0.8 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância secular ν_6 . Pontos pretos mostram as posições orbitais de asteroides em órbitas em circulação, pontos vermelhos cheios mostram asteroides em órbitas em estados de libração anti-alinhada e asteriscos verdes identificam asteroides em órbitas alternando circulação e libração.	57
6.9	A projeção no plano $(a, \sin(i))$ de asteroides dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância secular ν_5 . Pontos azuis identifica objetos em estados de libração alinhada, os outros símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.8.	60

6.10	Painel A: uma projeção osculadora no plano $(a, \sin(i))$ da evolução orbital de um clone de (1998 SD16), cada ponto mostra a posição orbital a cada 600 anos. Os outros símbolos são os mesmos que na figura 6.4. Painel B: a evolução temporal do argumento ressoante ν_6 ($\varpi - \varpi_6$) para a mesma partícula (pontos azuis). Painel C: a evolução temporal da excentricidade da partícula (pontos pretos); note o aumento da excentricidade da partícula quando deixa a configuração de libração anti-alinhada de ν_6	64
6.11	Evolução temporal do argumento de ressonância ν_6 de um clone de (239117) 2006 M94 (Painel A, capturado em um estado de ressonância anti-alinhada de ν_6) e de (209448) 2004 FO137 (Painel B, capturado em um estado de ressonância alinhada de ν_6).	66
6.12	O N_{min} e o número máximo $max(N_i)$ de asteroides em função da velocidade de <i>cut-off</i> , na região de Danae e Erminia (painel A) e de Euphrosyne, Alauda e Luthera (painel B).	67
6.13	Um diagrama de estalactites para objetos na região de Euphrosyne (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível da distância nominal <i>cut-off</i> e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), <i>clumps</i> (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).	70
6.14	Um diagrama de estalactites para objetos na região de Alauda (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal <i>cut-off</i> e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), <i>clumps</i> (asterisco) e asteroides de fundo na região (pontos pretos), (painel B).	73
6.15	Um diagrama de estalactites para objetos na região de Luthera (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal <i>cut-off</i> e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), <i>clumps</i> (asterisco) e asteroides de fundo na região (pontos pretos), (painel B).	75
6.16	Um diagrama de estalactites para objetos na região de Danae e Erminia (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível da distância nominal <i>cut-off</i> e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), <i>clumps</i> (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).	78

6.17	Um diagrama de stalactites para objetos na região de (69032) (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal <i>cut-off</i> e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), <i>clumps</i> (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).	81
------	---	----

Lista de Tabelas

3.1	Famílias e <i>clumps</i> na região da família de Pallas.	19
3.2	Sub-grupos na região da família de Pallas.	19
4.1	Tempos de observabilidade para grupos na região de Pallas.	22
4.2	Tempo de observabilidade para grupos clássicos na região de Pallas e Hansa	25
4.3	Tempo de observação para grupos de frequência na região de Pallas e Hansa	26
6.1	Ressonâncias secular principais na região de Euphrosyne, valor da frequência e número de asteroides ressoantes.	53
6.2	Identificação e configuração ressoante de asteroides numerados em ressonância secular linear de ν_6 na região de Euphrosyne.	58
6.3	Identificação e configuração ressoante de asteroides de múltipla opo- sição em ressonância secular linear de ν_6 na região de Euphrosyne. . .	59
6.4	Identificação e configuração ressoante de asteroides em ressonância secular linear de ν_5 na região de Euphrosyne.	61
6.5	Grupos dinâmicos identificados na região de Euphrosyne.	71
6.6	Grupos dinâmicos identificados na região de Alauda.	74
6.7	Grupos dinâmicos identificados na região de Luthera.	77
6.8	Grupos dinâmicos identificados na região de Danae.	80
6.9	Grupos dinâmicos identificados na região de (69032).	82

Conteúdo

Dados curriculares	iii
Agradecimentos	v
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvi
1 Introdução	1
2 Elementos próprios sintéticos	4
2.1 Análise de Fourier	5
2.2 Semi-eixo maior e Expoentes de Lyapunov	6
2.3 O sistema de informação em linha AstDyS	8
2.4 Elementos próprios sintéticos da família de Pallas	9
3 Determinação dos grupos dinâmicos	12
3.1 Método de Agrupamento Hierárquico Clássico	12
3.2 Método de Agrupamento Hierárquico de Frequências	14
3.3 Famílias dinâmicas e clumps da família de Pallas	15
4 Estabilidade a longo prazo de famílias menores e <i>clumps</i>	20
4.1 Observabilidade de <i>clumps</i> na região de Pallas	21
4.2 Estabilidade a longo prazo de famílias menores e <i>clumps</i> na região das famílias de Pallas e Hansa	23

4.2.1	Grupos clássicos na região das famílias de Pallas e Hansa	23
4.2.2	Grupos de frequência na região das famílias de Pallas e Hansa	25
5	Sobre a distribuição Emmenthal de asteroides de alta inclinação	27
5.1	Elementos próprios sintéticos para objetos de alta inclinação	28
5.2	Mapas de densidade	31
5.3	Mapas dinâmicos	33
5.4	Estabilidade a longo prazo	38
6	Dinâmica secular e identificação de famílias na região de Euphrosyne	41
6.1	Dinâmica na região da família de Euphrosyne	43
6.2	Elementos próprios sintéticos para asteroides na região de Euphrosyne	48
6.3	Ressonâncias seculares lineares na região de Euphrosyne	54
6.3.1	O papel da ressonância secular ν_6	56
6.3.2	O papel da ressonância secular ν_5	60
6.3.3	O papel da ressonância secular ν_{16}	62
6.3.4	Integrações com Yarkovsky	62
6.4	Famílias dinâmicas e <i>clumps</i> na região de Euphrosyne	66
6.4.1	A região de Euphrosyne	69
6.4.2	A região de Alauda	72
6.4.3	A região de Luthera	73
6.4.4	A região de Danae e Erminia	76
6.4.5	A região de (69032)	79
6.5	Famílias no espaço de elementos próprios da ressonância ν_6	82
7	Conclusões	85
	Referências bibliográficas	87

A	Resumo CBDO - Difusão de grupos dinâmicos na região das famílias de Pallas e Hansa	92
B	Resumo SAB - Dynamical group identification in the region of the Euphrosyne family	94
C	Artigo MNRAS - Dynamical erosion of asteroid group in the region of the Pallas family, 2011	96
D	Artigo MNRAS - On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids, 2011	108

Capítulo 1

Introdução

Famílias de asteroides são grupos no espaço dos elementos próprios $(a, e, \sin(i))$ (semi-eixo maior, excentricidade e seno da inclinação) ou das frequências próprias $(n, g, g + s)$ (frequência de movimento médio n , de precessão do argumento do pericentro g e da longitude do nodo s e outros espaços), que têm uma comum origem colisional. Os *clumps* são grupos menores com um número de objetos grande bastante para ser estatisticamente significativos, mas não grande bastante para ser considerados como famílias.

O fato de vários asteroides estarem próximos no espaço dos elementos próprios ou das frequências próprias não necessariamente garante que o grupo seja o resultado da quebra por colisão de um corpo maior. Os membros dos grupos são sujeitos a vários mecanismos de evolução orbital, como perturbações de outros planetas, efeitos não gravitacionais (Yarkovsky e YORP), encontros próximos com asteroides massivos, etc; que modificam os valores dos elementos e das frequências próprias com o passar do tempo. Estes efeitos dinâmicos podem causar a temporária aproximação desses corpos, especialmente em regiões caracterizadas pela presença de ressonâncias. Determinar se um asteroide pertence a uma família colisional é, por tanto, um trabalho que envolve o conhecimento de várias técnicas e métodos de integração.

Conforme discutido em Knežević e Milani (2000), embora não seja possível obter precisos elementos próprios analíticos para região de alta inclinação, no entanto, ter um conjunto de dados precisos de elementos próprios é essencial para obter famílias dinâmicas e grupos, e em geral, para investigar a dinâmica local. Neste trabalho primeiro obteremos elementos próprios sintéticos, não só para os asteroides numerados de alta inclinação, mas também para asteroides de múltipla oposição. Utilizaremos o método de transformada de Fourier modificada de

Šidlichovský e Nesvorný (1997) e o método descrito por Knežević e Milani (2000) e Carruba (2010b) para a obtenção de elementos próprios sintéticos e de frequências.

Os asteroides na região de Pallas são caracterizados por uma interessante dinâmica. A região de Pallas é delimitada pela área no semi-eixo maior entre as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ (o que corresponde à região entre 2.501 e 2.825 UA), e delimitada em baixa inclinação pela ressonância seculares ν_{16} (isto corresponde aproximadamente à inclinação superior a 30° , ou $\sin(i) > 0.5$).

Entre asteroides de alta inclinação a região externa do cinturão principal além da ressonância de movimento médio $5J : -2A$ com Júpiter é conhecida por acolher as famílias de Euphrosyne e Alauda. A região é confinada em semi-eixo maior entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $2J : -1A$ com Júpiter e é caracterizada pela presença das ressonâncias seculares lineares ν_6 , ν_5 e ν_{16} , assim como pelas ressonâncias secular não lineares z_1 , z_2 , z_3 e outros.

Como passo seguinte, identificamos famílias e *clumps* no espaço de elementos próprios e frequências próprias usando o método de Agrupamento Hierárquico Clássico e de Frequências (CHCM, *Classical Hierarchical Clustering Method* e FHCM, *Frequency Hierarchical Clustering Method*, respectivamente: Zappalà et. al. 1995; Carruba e Michtchenko 2007, 2009). Nós usamos os elementos próprios sintéticos da região de Pallas para obter famílias e *clumps* no domínio dos elementos próprios e frequências próprias. Além disso a partir dos elementos próprios sintéticos da região de Euphrosyne obtemos famílias e *clumps* no domínio dos elementos próprios e frequências próprias. Com relação a outros trabalhos sobre a identificação de famílias na área, nós enfocamos nossa investigação sobre o efeito que a complexa rede local de ressonâncias seculares tem sobre a evolução dinâmica das famílias e *clumps*. Detectamos todas as ressonâncias seculares lineares e não lineares principais, até o ordem seis, na região para identificar populações de objetos em estados ressoantes.

Muitos dos grupos identificados usando os métodos CHCM e FHCM têm um número limitado de membros, às vezes apenas suficiente grande para o grupo ser considerado um *clump*. Uma pergunta pode ser feita sobre a significância estatística desses grupos. Seriam esses conjuntos criados por colisões reais ou seriam apenas associações aleatórias de corpos que se encontraram em órbitas próximas por um período limitado de tempo? Portanto, investigaremos a estabilidade a longo prazo das famílias menores e *clumps* na região da família de Pallas quando

os efeitos gravitacionais não são considerados. Além disso investigaremos a estabilidade a longo prazo das famílias menores e *clumps* na região das famílias de Pallas e Hansa, identificados em Carruba (2010b).

Foi observado que várias regiões dinamicamente estáveis são caracterizadas por uma densidade muito baixa de objetos, ao contrário do caso de corpos de baixa inclinação que tendem a ocupar todas as regiões dinamicamente viáveis. A distribuição dos asteroides em alta inclinação no domínio de elementos próprios nas regiões dinamicamente estáveis mostram semelhança com a de um queijo Emmenthal, com regiões de densidade baixa perto de áreas altamente povoadas. Embora este fenômeno tem sido observado qualitativamente no passado, nenhum estudo quantitativo foi realizado até agora sobre a extensão e a estabilidade ao longo prazo destas regiões. Nós identificamos dois regiões dinamicamente estáveis caracterizadas por tempos de permanência de 100 milhões de anos ou mais quando a força Yarkovsky é considerada e valores de densidade muito baixa. A presença de regiões pouco povoadas dinamicamente estáveis pode indicar que a população primordial de asteroides pode não ter atingido todas as zonas disponíveis em alta inclinação, estabelecendo restrições sobre os cenários para as primeiras fases da história do Sistema Solar.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma. No segundo capítulo, conseguimos elementos próprios sintéticos para asteroides numerados e de múltipla oposição. No terceiro capítulo, identificamos usando técnicas de agrupamento hierárquico grupos dinâmicos no espaço de elementos próprios e frequências próprias. No quarto capítulo investigamos a estabilidade a longo prazo de famílias menores e *clumps*. No quinto capítulo, estudamos as regiões estáveis pouco povoadas de asteroides de alta inclinação. No sexto capítulo, investigamos a dinâmica secular e identificamos famílias na região de Euphrosyne. Finalmente, No sétimo capítulo apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Elementos próprios sintéticos

Os elementos próprios são quase integrais de movimento ou, em outras palavras, integrais de um sistema simplificado de equações de movimento. Desde que são libertados das mais importantes perturbações de curto e longo períodos, eles representam uma espécie de parâmetros “médios” de movimento durante períodos de tempo relativamente longos.

Elementos próprios podem ser definidos e calculados de diferentes maneiras, dependendo da dinâmica envolvida, mas para a maioria dos asteroides do cinturão principal são calculados por meio de uma teoria analítica, ou por meio de um processo puramente numérico (teoria sintética).

A teoria analítica envolve o cálculo dos elementos médios a partir de seus homólogos instantâneos osculadores por meio de uma transformação canônica para remover os efeitos perturbadores de curto período, e o cálculo subsequente dos elementos próprios, por meio de outra transformação canônica, para dar conta dos efeitos a longo período.

A teoria sintética, por outro lado, consiste em uma integração simultânea das órbitas dos asteroides e planetas, um filtragem em tempo real das perturbações de curto período. Na saída da integração é espectralmente resolvido, e os harmônicos principais (valores próprios) são extraídos da série temporal. Para cada asteroide, também se estima a precisão e a estabilidade no tempo dos elementos próprios e se calcula o valor máximo do Expoente Característico de Lyapunov (LCE, *Lyapunov Characteristic Exponents*) para monitorar os comportamentos caóticos.

Para muitos asteroides de alta inclinação ($\sin(i) > 0.3$), os elementos próprios atualmente disponíveis por meio de uma teoria analítica por Milani e Knežević (1994), não são bastante precisos, pelo menos quando estes elementos são utilizados para identificar famílias dinâmicas de asteroides e tentar compreender a estrutura dinâmica do cinturão de asteroides.

Para resolver o problema e para produzir elementos próprios mais precisos, mais estável e mais confiável no tempo, utilizamos um método diferente para calcular elementos próprios dos asteroides. Adotamos uma abordagem semelhante à usada para os planetas externos principais por Carpino et al. (1987). Através de técnicas puramente numéricas, são produzidos elementos próprios chamados “sintéticos” para uma grande amostra de asteroides. O procedimento consiste na integração simultânea das órbitas de asteroides para um período de tempo “suficientemente longo”, uma filtragem em linha das perturbações de curto período e cálculo dos Expoentes Característicos de Lyapunov (LCE) para monitorar o comportamento caótico. O resultado da integração é, então, espectralmente resolvido, e os harmônicos principais (valores próprios) extraídos da série temporal, juntamente com as frequências fundamentais associadas.

Para o cálculo de alta precisão de elementos próprios de asteroide os procedimentos de integração numérica também devem ser o mais confiável possível. Para o propósito de nosso projeto, nós integramos todos os asteroides por mais de 10 milhões de anos sob a influência de todos os planetas de Vênus a Netuno (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições iniciais do Sol) com um integrador *Burlisch-Stoer* do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan 1994) modificado por Brož (1999), de modo a incluir uma filtragem digital em linha para eliminar todas as frequências correspondentes a períodos de menos de 600 anos e obter elementos próprios e de frequências com seus respectivos erros.

2.1 Análise de Fourier

O procedimento para obter excentricidade e inclinação próprias, e as correspondentes frequências próprias, é uma forma modificada da análise de Fourier, que é uma adaptação do método da teoria sintética introduzida em Carpino et al. (1987) e melhorado por Milani (1993).

O processo inclui três etapas. Em primeiro lugar, as perturbações seculares forçadas, que têm frequências conhecidas, são retiradas da série temporal filtrada para os elementos equinociais

$$\begin{aligned}
k &= e \cos \varpi, & h &= e \sin \varpi, \\
q &= \tan(I/2) \cot \Omega, & p &= \tan(I/2) \sin \Omega.
\end{aligned}$$

Dadas as frequências fundamentais de precessão g_5, g_6, g_7 do perihélio de Júpiter, Saturno e Urano, respectivamente, nós removemos os componentes de Fourier com estas frequências de (k, h) . Dadas as frequências fundamentais s_6, s_7, s_8 de precessão dos nodos de Saturno, Urano e Netuno, respectivamente, nós removemos os componentes de Fourier com essas frequências de (q, p) .

Em segundo lugar, vamos calcular a série temporal dos argumentos livres ϖ_f, Ω_f da oscilação nos planos (k, h) e (q, p) , respectivamente. Isto é feito através do cálculo dos ângulos polares nestes dois planos, pela adição de 2π para obter uma função contínua. Finalmente, por um ajuste linear dos mínimos quadrados, obtemos uma estimativa da frequência própria g , da inclinação de ϖ_f e s , da inclinação de Ω_f .

Em terceiro lugar, realizamos a extração de Fourier do modo próprio. Isto pode ser feito de duas maneiras, conforme discutido no Milani (1993). Tanto o componente de Fourier com o período $2\pi/g$ é extraído da série de tempo $(k(t), h(t))$, ou o componente com período 2π é extraído a partir dos dados expressos como funções de ϖ_f , de $(k(\varpi_f), h(\varpi_f))$. Os resultados seriam idênticos, se a oscilação própria fosse linear, mas para a excentricidade os termos depreciables de ordem superior são importantes (Milani e Knežević, 1990) e o último algoritmo leva a elementos próprios mais estáveis; assim temos usado. O mesmo se aplica ao plano de inclinação relacionado, e nós usamos a extração do componente com o período 2π a partir de $(q(\Omega_f), p(\Omega_f))$. As amplitudes destes modos próprios são os elementos próprios e_p e $\tan(I_p/2)$, este último é então convertido para o mais comum, $\sin(I_p)$. Uma das principais vantagens do método de síntese é a disponibilidade de um teste de estabilidade para cada conjunto de elementos próprios calculados dessa forma.

2.2 Semi-eixo maior e Expoentes de Lyapunov

O outro elemento próprio é o semi-eixo maior próprio a_p , que a princípio, é obtido pela remoção das perturbações de curto período da série temporal do osculador a . Uma definição

rigorosa seria um pouco mais complicada do que apenas a média de $a(t)$, devido à perturbação de segunda ordem que contém a constante e termos de longo período (Milani et al., 1987). No entanto, as perturbações de segunda ordem são muito pequenas e, na prática, elas raramente são a principal fonte de variação no tempo do semi-eixo maior próprio: efeitos caóticos são dominantes na maioria dos casos. Por esta razão, nós não tentamos fazer correções de segunda ordem, e nós calculamos a_p como a média dos valores de $a(t)$ como ele saiu do filtro digital, ou seja, estamos tomando uma média já suavizada de dados. O desvio padrão σ dos elementos próprios (a, e, i) é uma medida de quanto os dados desviam-se de sua média, definido como:

$$\sigma_\varepsilon(t) = \sqrt{\frac{\sum_j [\varepsilon_j(t) - \varepsilon_j(0)]^2}{N - 1}}, \quad (2.1)$$

onde N é o número de objetos, e ε o elemento considerado (a, e, i) .

Há uma terceira frequência própria, f_p , que é a inclinação do ângulo $\lambda = l + \varpi$. Note que nosso código de integração numérica a saída para λ inclui o valor principal em $[0, 2\pi]$ e o número de rotações completas desde as condições iniciais, portanto, o valor de f_p pode ser obtida por um ajuste linear simple do filtrado λ ; o filtro também preserva o número de revoluções. Em princípio, podemos definir um “médio movimento médio” $n_p = f_p - g$ como a frequência própria da anomalia média l , no entanto, a frequência n_p não está relacionado ao a_p por a terceira lei de Kepler. A anomalia média não contém só perturbações atuando através de mudanças em a , mas também devido ao efeito acumulado das perturbações em a (este é o argumento de integração duplo clássico). Na prática, os grandes desvios de λ a partir de $f_p * t + \lambda_0$, digamos várias revoluções, são um forte indício de movimento caótico (Milani et al., 1997), em particular de saltos entre os diferentes estados caóticos correspondentes a diferentes valores de a_p . Por esta razão, nós também usamos, como indicador de movimento irregular, a raiz quadrada média e a diferença máxima dos resíduos de filtrado λ com relação ao ajuste linear.

Um indicador bem-conhecido de movimento caótico é o máximo LCE. Apesar da LCE estar rigorosamente definido como limite para $t \rightarrow \infty$, um indicador pode ser obtido por uma integração finita da equação de movimento e da equação variacional correspondente. Seguindo Milani e Nobili (1992), calculamos uma aproximação do LCE como o melhor ajuste da inclinação da função de tempo $\lambda(t) = \log[D(t)/D(0)]$, onde $D(t)$ é o comprimento de um vetor de variação (com condições iniciais selecionadas aleatoriamente). A normalização do vetor de

variações deve ser aplicada quando se torna muito grande, para evitar a instabilidade numérica e transbordamento. Este método geralmente permite detectar um LCE positivo após 7-8 tempos de Lyapunov T_L (T_L é o inverso do LCE). Os valores aproximados do LCE calculado desta forma são confiáveis como ordem de grandeza. A menos que uma transição do estado real entre as duas regiões caóticas ocorra, os valores exatos não são muito significativas, alterações em 20% quando o intervalo de tempo de integração é estendida são típicos.

2.3 O sistema de informação em linha AstDyS

Todos os catálogos de elementos próprios calculados por meio das teorias analítica e sintética estão disponíveis no serviço de informação em linha AstDyS ¹. Além de elementos próprios, o sistema AstDys fornece muitas outras informações sobre todos os asteroides numerados conhecidos e objetos de múltipla oposição, útil para os observadores e pesquisadores em geral - elementos orbitais osculadores, observações usadas para calcular as órbitas, as estatísticas do desempenho do observatório, etc.

Os elementos próprios dentro de AstDyS são fornecidos de duas formas - na forma de catálogos, e como uma entrada separada na página principal de objetos individuais.

Um total de 15 arquivos de catálogo estão disponíveis a partir do sistema AstDys, 6 deles contendo os dados computados por meio da teoria analítica e os outros 9 com os dados computados por meio da teoria sintética.

Os catálogos dos elementos próprios calculados analiticamente estão compostos por três arquivos cada. O primeiro arquivo contém semi-eixo maior próprio, excentricidade e seno da inclinação, juntamente com as frequências fundamentais (g - variação do perihélio e s - variação do nodo), código de ressonância secular (RFL), os códigos de qualidade para média (QCM) e elementos osculadores (QCO), e com a magnitude absoluta do asteroide. O segundo arquivo listas longitudes próprias do perihélio e do nodo, e alguns dados auxiliares. O terceiro arquivo contém elementos médios.

Dois catálogos de elementos analíticos próprios estão disponíveis, um para asteroides numerados e outro para asteroides de múltipla oposição de vários asteroides do cinturão principal.

¹<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>, Knežević e Milani 2003

Os elementos analíticos próprios são fornecidos para todos os asteroides numerados e de múltipla oposição para a qual foi possível calcular-los de forma fiável, dadas as limitações intrínsecas do método analítico em si (Milani e Knežević 1994).

Os catálogos da teoria sintética são novamente divididos em três arquivos. O arquivo principal contém os elementos próprios (semi-eixo maior próprio, excentricidade e seno da inclinação) e frequências (“médio” movimento médio, variação de perihélio e nodal), uma estimativa do máximo Expoente Característico de Lyapunov e o intervalo de tempo da integração numérica utilizado para calcular os dados (negativo se é integrada para trás no tempo), assim como a magnitude absoluta. Note-se que apenas três elementos próprios “como ação” são calculados. O segundo e terceiro arquivos contém os correspondentes RMS e valores de excursão máxima, com RMS e excursão máxima dos resíduos em relação ao ajuste linear da “média” longitude média na penúltima coluna, a última coluna repete a informação sobre a comprimento de integração.

Três catálogos de elementos próprios sintéticos estão disponíveis, um para asteroides numerados (MBA), uma para os asteroides de múltipla oposição (MBA), um para objetos transnetunianos (numerados e de múltipla oposição juntos). Os elementos sintéticos próprios atualmente são mantidos para os asteroides do cinturão principal com $2.0 < a < 4.0$ UA e com distâncias de perihélio inicial > 1.06 UA para os objetos com $a < 2.05$ UA, e com $q > 1.75$ UA para o resto. Para TNOs, elementos próprios sintéticos são computados para $35 < a < 100$ UA, $e < 0.3$, $i < 18^\circ$, e $q > 32$ UA.

Além disso, o sistema AstDys fornece informação sobre os elementos osculadores dos asteroides numerados e de múltipla oposição. Os catálogos dos elementos osculadores contem semi-eixo maior, excentricidade e inclinação, juntamente com a longitude do nodo, argumento do pericentro e anomalia média e alguns dados auxiliares.

2.4 Elementos próprios sintéticos da família de Pallas

Nesta seção usamos como exemplo deste capítulo o estudo dos elementos próprios sintéticos da família de Pallas. Como um primeiro passo em nossa análise da família de Pallas obtivemos elementos próprios sintéticos para asteroides numerados, de múltipla e única oposição na região de Pallas, utilizando a abordagem de Knežević e Milani (2000, 2003) para o semi-eixo maior próprio, excentricidade e inclinação, e de Carruba (2010b) para as frequências

próprias g e s . Nós definimos a região da família de Pallas como a área no semi-eixo maior entre as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ e delimitada em baixa inclinação pela ressonância seculares $\nu_{16} = s - s_6$ (isto corresponde aproximadamente à inclinação superior a 30° ou $\sin(i) > 0.5$).

Nós baixamos do catálogo de elementos osculadores para asteroides numerados e de múltipla oposição da página AstDyS em 31 de agosto de 2010 e identificamos 331 objetos numerados, 195 asteroides de múltipla oposição e 137 asteroides de única oposição na região estendida de Pallas e delimitada pelo ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ e $i > 25^\circ$, onde o menor valor da inclinação limite é justificada pelo fato de que nenhum elemento sintético próprio está disponível para asteroides de múltipla e única oposição e objetos com uma inclinação osculadora inferior a 30° podem realmente ter valores de inclinação própria maiores que isso.

Nós integramos todos esses asteroides por mais de 10 milhões de anos sob a influência de todos os planetas de Vênus a Netuno (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições inicial do Sol) com um integrador *BURLISCH-STOER* do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan 1994) modificado por Bröz (1999), de modo a incluir um filtragem digital em linha para eliminar todas as frequências correspondentes a períodos menores que 600 anos e obter elementos próprios e de frequências com seus respectivos erros. Nós não calculamos elementos sintéticos para os 38 asteroides que foram perdidos durante a simulação (ou porque colidiram com o Sol ou porque atingiram um semi-eixo maior de 100 UA ou mais) e verificamos quantos objetos de múltipla oposição tinham elementos próprios na região da família de Pallas previamente definido. No geral, obtivemos elementos próprios para 323 asteroides numerados, 190 de múltipla oposição e 112 asteroides de única oposição, dos quais 288 têm elementos próprios na região de Pallas.

A figura 2.1 apresenta as projeções em (a, e) (painel A) e $(a, \sin(i))$ (painel B) de 288 asteroides com elementos próprios na região. Círculos amarelos mostram asteroides com σ_a entre 0.0003 UA (o limite estabelecido por Knezević e Milani (2003) para elementos próprios sintéticos “estáveis”) e 0.01 UA (o limite para os casos patológicos), enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_a maior do que 0.01 UA. Linhas verticais vermelhas exibem a localização de alguns das mais importantes ressonâncias de movimento médio de dois e três corpos na região. Incluímos também a ressonância de movimento médio $1C' : -1A$ com (1) Ceres, porque Taylor

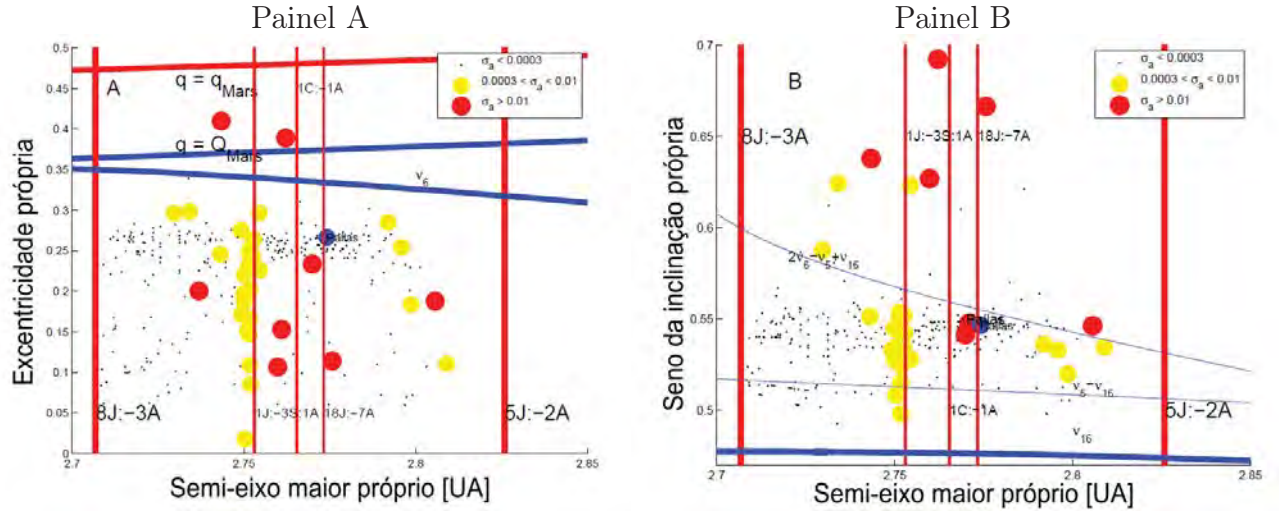


Figura 2.1: Painei A: uma projeção em (a, e) de asteroides AstDyS na região da família de Pallas. Círculos amarelos mostram asteroides com desvio padrão em σ_a entre 0.0003 e 0.01, enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_a maior que 0.01. Painei B: uma projeção em $(a, \sin(i))$ dos mesmos asteroides.

(1982) sugeriu que esta ressonância pode ter desempenhado um papel na evolução dinâmica de alguns membros da família de Pallas. As linhas azuis mostram a localização das principais ressonâncias seculares, calculadas usando a teoria de perturbação secular de segundo ordem e de quarto grau de Milani e Knežević (1992) e os valores de ângulos e de excentricidade de (2) Pallas, cuja localização orbital é apresentado como um grande ponto azul na figura. Conforme discutido em Carruba (2010b), as ressonâncias seculares principais na região da família de Pallas são a ressonância secular linear $s - s_6 = \nu_{16}$ e as não lineares $\nu_6 - \nu_{16}$ e $2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$. As linhas inclinadas na figura 2.1, painei A, descrevem a localização orbital na região para o qual o pericentro do asteroide é igual a apocentro de Marte e pericenter de Marte, respectivamente.

Os asteroides com valores instáveis e patológicos de semi-eixo maior próprio, na notação de Knežević e Milani (2003) estão associadas principalmente a ressonâncias de movimento médio na regiões de encontros próximos com Marte. Nós não incluímos (1) Ceres nas simulações feitas para a obtenção dos elementos próprios de asteroides, mas o leitor pode perceber que há um esgotamento do número de objetos próximos da ressonância de movimento médio $1C : -1A$ com (1) Ceres.

Capítulo 3

Determinação dos grupos dinâmicos

Agora que obtivemos um conjunto confiável de elementos próprios para asteroides numerados e de múltipla oposição, o próximo passo lógico é a obtenção de famílias dinâmicas e *clumps* na região.

Identificamos membros dos grupos dinâmicos utilizando o método de agrupamento hierárquico clássico (CHCM, *Classical Hierarchical Clustering Method*), ver Bendjoya e Zappalà 2002 e do método de agrupamento hierárquico de frequências (FHCM, *Frequency Hierarchical Clustering Method*), ver Carruba e Michtchenko 2007, 2009.

3.1 Método de Agrupamento Hierárquico Clássico

Na identificação de famílias de asteroides no espaço de elementos próprios, dois parâmetros são fundamentais: a distância *cut-off* em que os membros da família são definidos, d_0 , e o número mínimo de objetos N_{min} para um grupo ser considerado significativo. Beaugé e Roig (2001) definem uma distância nominal *cut-off* como a distância mínima média entre todos os asteroides vizinhos da mesma região do cinturão de asteroides. O valor de N_{min} é definida por Zappalà et al. (1995) como:

$$N_{min} = N_0 + 2\sqrt{N_0}, \quad (3.1)$$

onde N_0 é o número médio de órbitas dentro de uma esfera de raio d_0 em cada ponto do espaço de elementos próprios. Um grupo com um número de objetos maior que este valor crítico

é chamado um *clump*, enquanto que uma família é um grupo com um número de membros superior a $2.5 \cdot N_{min}$.

Após a abordagem de Zappalà et al. (1990), as famílias de asteroides são identificadas pelo seguinte procedimento: dado um asteroide individual a distância entre este objeto e outro é calculado. Se a distância for inferior a um determinado limite ($d_{cut-off}$), o novo objeto é adicionado à lista. O procedimento é repetido até que nenhum novo membro da família seja encontrado. Um ponto crítico neste procedimento está relacionado à escolha de uma métrica razoável no espaço de elementos tridimensionais. Em Zappalà et al. (1990), a distância é definida como:

$$d = na \sqrt{k_1 \left(\frac{\Delta a}{a} \right)^2 + k_2 (\Delta e)^2 + k_3 (\Delta \sin(i))^2}, \quad (3.2)$$

onde n é o movimento médio do asteroide; Δ é a diferença em próprio a , e e $\sin(i)$; e k_1 , k_2 , k_3 são fatores de ponderação, definidas como $k_1 = 5/4$, $k_2 = 2$ e $k_3 = 2$ em Zappalà et al. (1990). Outras escolhas dos fatores de ponderação são possíveis e produzem resultados semelhantes.

A razão para a escolha do valor dos fatores de ponderação reside na forma como Zappalà et al. (1990) modelaram a distância no espaço de elementos próprios. Sua idéia era, essencialmente, preservar o que na época acreditava-se ser o campo de velocidade pura de ejeção das famílias de asteroides. Ao lidar com as distâncias no espaço de frequências, nós acreditamos que uma abordagem semelhante à utilizada por Zappalà et al. (1990) já não podem ser usada: primeiro, porque agora sabemos que as órbitas dos atuais membros de famílias de asteroides não refletem o campo de velocidade inicial de ejeção, mas provavelmente têm sido modificadas por vários efeitos (efeito Yarkovsky e YORP, a difusão em movimento médio e ressonâncias seculares e os efeitos repetidos de encontros próximos com asteroides maciços, etc), especialmente para as famílias antigas. E segundo, contrariamente ao que se acreditava, em 1990, agora sabemos que o semi-eixo maior dos asteroides é uma das quantidades que sofreu a maior variação desde a formação das famílias. Outra abordagem têm de ser utilizada e será discutida na seção seguinte.

3.2 Método de Agrupamento Hierárquico de Frequências

O espaço de frequências próprias, n , g , s é o mais adequado para identificar ressonâncias seculares. Neste espaço a complicada estrutura tridimensional de ressonâncias seculares podem ser mais facilmente representadas no plano próprio $(g, g + s)$, onde ressonâncias seculares aparecem como linhas verticais (ressonâncias de pericentro), linhas horizontais (ressonâncias que contem a combinação de $(g + s)$), e as linhas inclinadas (ressonâncias do nodo e outras combinações lineares de pericentro e nodo). Portanto, para procurar por famílias de asteroides em tal espaço precisamos encontrar uma métrica apropriada no espaço de frequências, avaliando as distâncias típicas de frequências entre os vizinhos na região de conhecidas famílias de asteroides. Aplicamos o HCM clássica a diversos asteroides membros de grandes famílias de asteroides, como Vesta, Eunomia, Koronis, etc, e calculamos a diferença em elementos próprios e frequências próprias para seus vizinhos.

Uma vez que as diferenças de n , g , e $g + s$ próprios têm todos a mesma ordem de grandeza, podemos definir a métrica como

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(g + s))^2}, \quad (3.3)$$

onde h_0 é um fator de normalização de dimensão $1degree/arcseg$ e a opção mais simples para as ponderações h_i ($i = 1, 3$) é levá-los todos iguais a 1. A distância no espaço de frequência, em seguida, tem unidades de $arcseg/ano$. Outros valores dos coeficientes de h_i (na faixa de 0.5 – 5.0), obtendo resultados semelhantes.

Um problema que pode surgir da equação 3.3 é que se pode identificar grupos artificial perto de ressonâncias seculares. Estes *clumps* artificiais são formados porque a média $\simeq 2 - 10$ milhões de anos procedimento utilizado por Knežvić e Milani (2003), para determinar numericamente as frequências g , n e s é trazer todos os objetos para o centro (zero grau de libração) da ressonância e produzir artificialmente grupos densos. Qualquer novo *chump* ou família identificada com a abordagem de frequência deve ser testada usando o HCM clássico ou outros métodos e uma análise da dinâmica na região deve ser realizada, antes da nova família poder ser aceita como tal.

Outra limitação da métrica dada na equação 3.3 é que ela não reconhece como membros da família os objetos muito perto de ressonâncias poderosas de movimento médio, onde o comportamento de g em função de n diverge de um modelo linear. Na proximidade de tais ressonâncias, os asteroides que estão próximos no espaço de elementos próprios podem ser muito distantes no espaço das frequências. Uma maneira de contornar essa dificuldade, em parte, é introduzir uma métrica de elementos próprios e frequências. Essa métrica, pode conectar alguns dos asteroides críticos que uma métrica de frequência pura pode falhar ao conectar. Em alguns casos, porém, a mudança de g como função de n é tão íngreme que até esta métrica de cinco dimensões falha a conectar asteroides através de ressonâncias poderosas de movimento médio. Além disso, a métrica de cinco dimensões pode não reconhecer membros da família que andaram longe da família no espaço dos elementos próprios. Nós acreditamos que a perda de alguns objetos na periferia é um preço aceitável a pagar para obter as poderosas perspectivas sobre a evolução dinâmica das famílias que a métrica de frequência permite. Mas reconhecemos que este ainda é um problema a ser resolvido.

3.3 Famílias dinâmicas e clumps da família de Pallas

Uma vez encontrado os elementos próprios sintéticos para a região de Pallas (ver seção 2.4), o próximo passo é estudar as famílias e *clumps* no espaço dos elementos próprios e frequências próprias na região.

A distância nominal da velocidade de *cut-off* tal como definido no Beugé e Roig (2001) é de 125 m/s na região de Pallas (Carruba 2010b). A figura 3.1 apresenta o N_{min} e o máximo número $max(N_i)$ de asteroides como uma função da velocidade de *cut-off* (painel A) para os asteroides na região. O valor de N_{min} correspondente a $d_0 = 125$ m/s é 6 ¹. Como pode ser visto na figura 3.1, o fato de que $max(N_i)$ é muito maior do que N_{min} pode ser um indício de que os objetos de fundo são mais numerosos do que os da família, ao contrário do que acontece na região da família de Phocaea (Carruba 2009b), onde $max(N_i)$ é da ordem de N_{min} ².

¹Nesta região é necessário 6 asteroides para um grupo seja considerado um *clump* em uma distância *cut-off* de 125 m/s.

²Regiões onde os asteroides de fundo são mais numerosos do que os da família são caracterizadas por valores maiores de $max(N_i)$ em relação a N_{min} porque neste caso um único objeto pode estar associado a um dado valor de *cut-off* com um grande número de asteroides que não são membros de uma família.

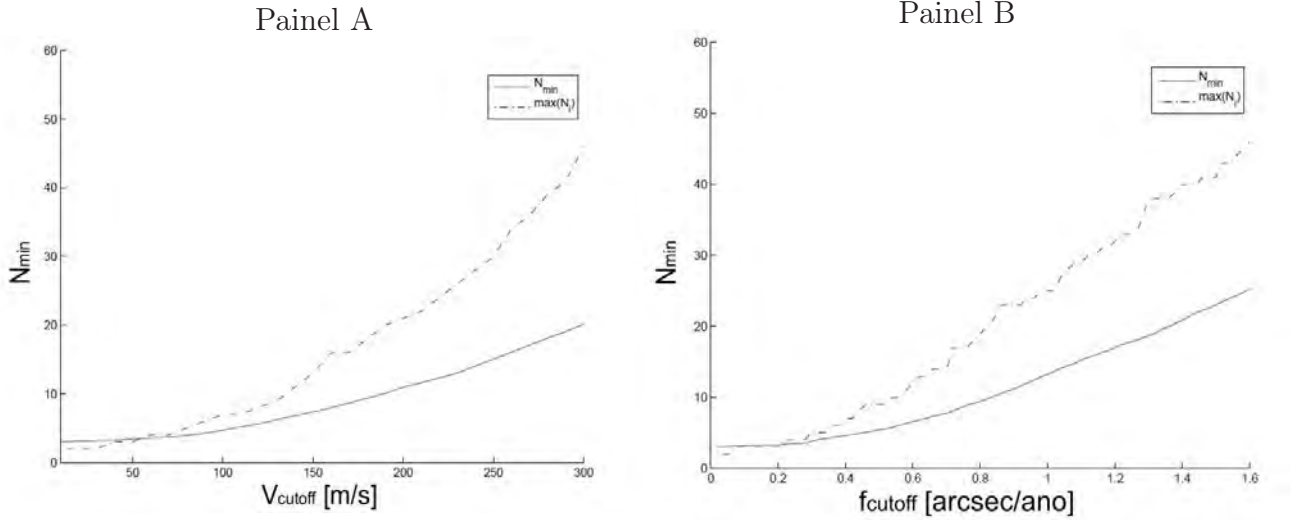


Figura 3.1: O N_{min} e o máximo número $max(N_i)$ de asteroides como uma função da velocidade de *cut-off* para asteroides na região da família de Pallas. Painei B apresenta os mesmos números em função da frequência de *cut-off*.

Para ter uma melhor compreensão da evolução dos asteroides nas ressonâncias seculares na região, nós também usaremos o métodos de agrupamento hierárquico no domínio das frequências próprias $(n, g, g + s)$. Tal método permite identificar de forma mais eficiente como asteroides membros de possíveis família que migraram em ressonâncias seculares por causa da força Yarkosvky e que não seriam recuperados usando o métodos de agrupamento no espaço de elementos próprios de asteroides. Além disso, geralmente, mas nem sempre, grupos estatísticos robustos tendem a ser visível no domínio de elementos próprios e domínios de frequências (Carruba 2009b).

Seguindo a abordagem de Carruba e Michtchenko (2007) determinou-se a família com uma métrica da forma da equação 3.3. Nós calculamos a frequência nominal de *cut-off* definido como a distância mínima média entre todos os asteroides vizinhos no domínio $(n, g, g + s)$ e encontramos um valor de $f_0 = 0.605 \text{ arcsec ano}^{-1}$ para todos os asteroides na região (Carruba 2010b). A figura 3.1, mostra o N_{min} e o máximo número $max(N_i)$ de asteroides como uma função da frequência de *cut-off* definida pela equação 3.3 para todos os objetos na região (painel B). O valor de N_{min} correspondente a $f_0 = 0.605 \text{ arcsec ano}^{-1}$ é 7³. Tal como observado para os valores de N_{min} e $max(N_i)$ obtidos no domínio de elementos próprios, no domínio das frequências nós ainda observamos um valor de $max(N_i)$ muito maior que N_{min} . Novamente,

³Nesta região é necessário 7 asteroides para um grupo seja considerado um *clump* em uma frequência de *cut-off* de $0.605 \text{ arcsec ano}^{-1}$.

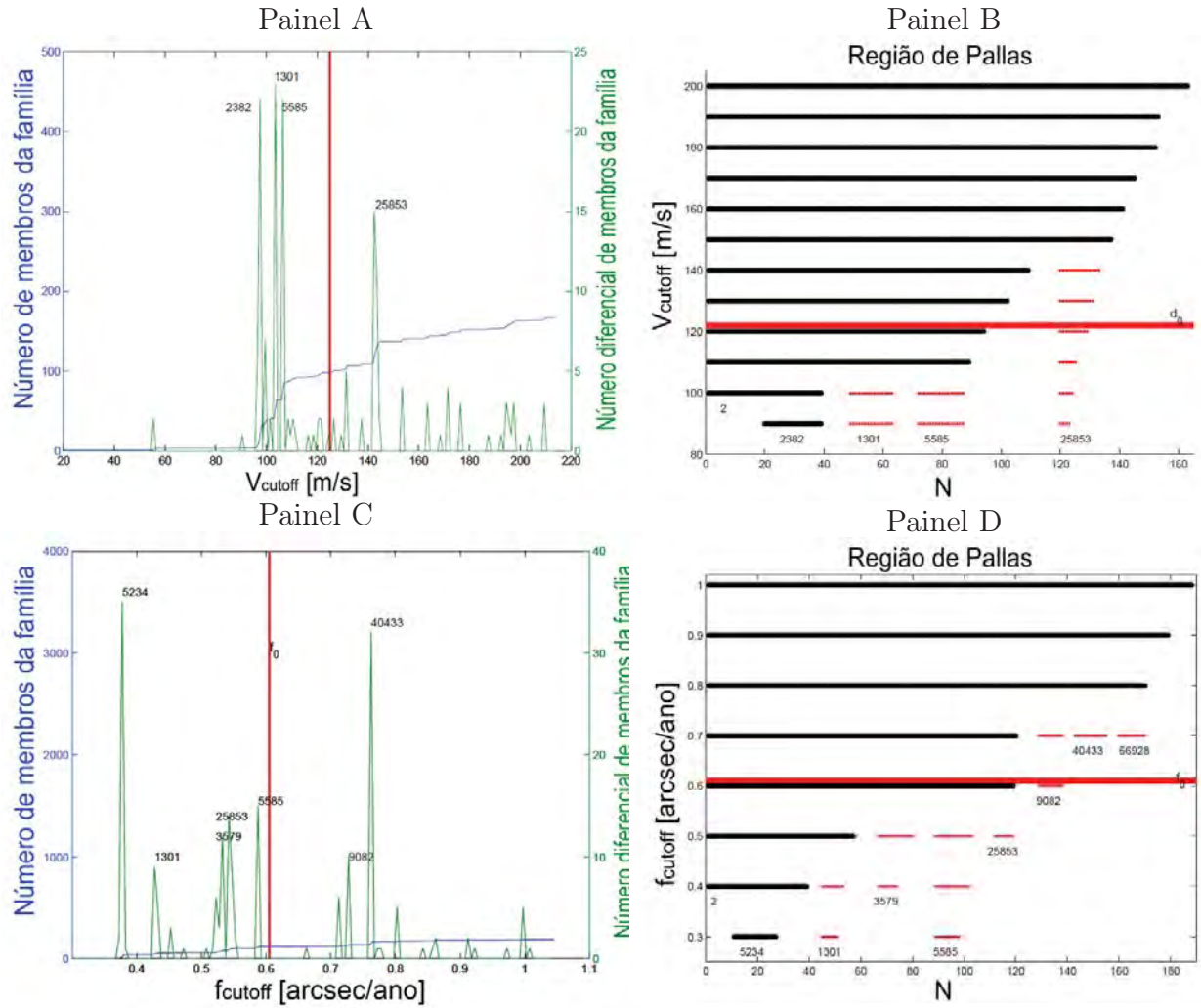


Figura 3.2: O número e número diferencial dos membros da família de Pallas como uma função da velocidade de *cut-off* (painel A). Painel B mostra um diagrama de estalactites para os elementos próprios dos grupos na região de Pallas. A linha horizontal vermelha mostra o valor da distância nominal da velocidade de *cut-off*. Painéis C e D apresentam o mesmo para os grupos dinâmicos no domínio $(n, g, g + s)$.

isso pode sugerir que o fundo local da família de Pallas é realmente dominado por objetos de fundo, em vez da família, ao contrário do caso da família de Phocaea (Carruba 2009b).

A figura 3.2 mostra o número de asteroides e número diferencial dos membros da família de Pallas como uma função da velocidade de *cut-off* (painel A), obtido no espaço de elementos próprios. Em um *cut-off* de 97 m/s, a família de Pallas engloba o *clump* em torno de (2382) Nonie, a 103 m/s, ele se funde com o *clump* de (1301) Yvonne, que já foi identificada como uma subestrutura da família de Pallas em Carruba (2010b), mas com (531) Zerlina como o menor membro numerado, que se funde com o *clump* em torno de (5585) Parks para um *cut-off* de 106 m/s e com o *clump* recentemente identificado em torno de (25853) (2000 ES151) em um *cut-off* de 143 m/s.

Para a reidentificação de famílias de asteroides, também foi construído um diagrama de estalactites no caminho tradicional, definida em Zappalà et al. (1990) e Brož e Vokrouhlický (2008): começamos com (2) Pallas como o primeiro corpo central e identificar todos os corpos associados a $d_{cut-off} = 200$ m/s, o valor para o qual nenhum grupo independente de outras asteroides foi encontrado. Em seguida, diminuimos o *cut-off* e identificadas as famílias e *clumps* entre os asteroides não associados a (2) Pallas. A figura 3.2, painel B exibe os resultados no intervalo de *cut-off* entre 100 e 200 m/s. Quadrados pretos são associados com as famílias na região e os pontos vermelhos são associados com os *clumps*. O *clump* de (25853) bem visível no diagrama de estalactites e satisfaz os critérios definidos em Carruba (2009b) para a detecção de um *clump*: os grupos devem ser observáveis para um *cut-off* igual ao d_0 e o “tamanho da estalactite” associado a família deve ser, no mínimo, 20% do d_0 , i.e. $\simeq 25$ m/s.

Em seguida, repetiu-se o mesmo procedimento utilizando o método de agrupamento hierárquico no espaço de frequências (FHCM) no domínio $(n, g, g+s)$. Os resultados são mostrados na figura 3.2, nos painéis C e D. Vários *clumps* são observáveis, mas o único que satisfaz os critérios em Carruba (2009b) é o *clump* em torno de (9082) Leonardmartin. O grupo baseado nos elementos próprios em torno de (25853) (2000 ES151) é observado como uma subestrutura da família de Pallas no domínio de frequências. Uma lista completa dos grupos dinâmicos é dada na Tabela 3.1. Na primeira coluna, relatamos que o grupo é uma família ou um *clump*, a letra c ou f identifica se a família foi encontrada no espaço de elementos próprios (c) ou frequências próprias (f). A segunda coluna informa o menor membro numerado do grupo, enquanto a terceira coluna mostra o número de objetos no grupo. A quarta coluna mostra o número de objetos de única oposição (N_{sop}) no grupo. Finalmente, a quinta e sexta colunas informa o número de membros do grupo para o qual tanto a informação espectral (N_{spec}) ou SDSS-MOC3 ($N_{SDSS-MOC3}$) ⁴ está disponível, respectivamente.

Como um subproduto do processo de determinação de famílias obtivemos alguns subgrupos dentro de algumas das famílias da região. A Tabela 3.2 apresenta a identificação do menor membro numerado no subgrupo, o nome do asteroide numerado mais baixo, o nome do espaço a que pertence (c identifica grupos baseados em elementos próprios, f nas frequência) e do *cut-off* para o qual se funde com a família. Foram identificados subgrupos para *cut-off* superior a 90

⁴Sloan Digital Sky Survey Moving Object Catalog, denotado SDSS-MOC3 (3 é o terceiro lançamento), lista de dados de astrometria e os dados de fotometria para asteroides observados pelo telescópio Sloan de 2.5-m localizado no Apache Point Observatory, no Sunspot, Novo México. Até à data (quarta versão), o estudo determinou posições, brilhos e fivecolour fotometria CCD de 471569 objetos em movimento.

Tabela 3.1: Famílias e *clumps* na região da família de Pallas.

Id	Nome	N	N_{sop}	N_{spec}	$N_{SDSS-MOC3}$
Família(c)	(2) Pallas	98	10	13	3
Clump(c)	(25853) (2000 ES151)	10	0	0	1
Família(f)	(2) Pallas	119	9	13	6
Clump(f)	(9082) Leonardmartin	10	2	0	0

Tabela 3.2: Sub-grupos na região da família de Pallas.

Id	Nome	Espaço	<i>Cut-off</i>
2382	Nonie	c	97 m/s
1301	Yvonne	c	103 m/s
5585	Parks	c	106 m/s
5234	Sechenov	f	$0.3775 \text{ arcsec ano}^{-1}$
1301	Yvonne	f	$0.4275 \text{ arcsec ano}^{-1}$
3579	Rocholt	f	$0.5325 \text{ arcsec ano}^{-1}$
25853	(2000 ES151)	f	$0.5425 \text{ arcsec ano}^{-1}$
5585	Parks	f	$0.5875 \text{ arcsec ano}^{-1}$

m/s no espaço de elementos próprios e maior que $0.300 \text{ arcsec ano}^{-1}$ em frequências. Eles aparecem como grupos ou famílias pequenas nos diagramas de estalactites no domínio elementos próprios e de frequências próprias (ver figura 3.2, painéis B e D) para valores de *cut-off* menor que a distância nominal *cut-off* (linha vermelha horizontal), e eles não devem ser confundidos como *clumps* e famílias independentes, que são visível em valores de *cut-off* mais elevados.

Para concluir, nesta seção, identificamos um novo *clump* baseado nos elementos próprios (o grupo (25853) (2000 ES151)) e um no espaço de frequências próprias (o grupo (9082) Leonardmartin).

Capítulo 4

Estabilidade a longo prazo de famílias menores e *clumps*

A fim de estimar a significância estatística e os tempos em que os grupos ainda estão vinculados nós planejamos o seguinte experimento numérico: criamos dois conjuntos de clones de membros dos grupos e integrados com o *SWIFT-RMVSy.f*, o integrador simplético de Brož (1999), que simula a versão diurna e sazonal do efeito Yarkovsky ¹. Usamos os valores típicos dos parâmetros do efeito Yarkovsky para asteroides reais:

- A família de tipo S supôs-se tem uma baixa condutividade térmica 0.001 W/m/K (a capacidade térmica é de 680 J/kg/K e a densidade de superfície é de 1500 kg/m^2). Estes valores correspondem razoavelmente bem aos da superfície da Lua (Rubincam, 1995) e são consistentes com as observações de pequenos asteroides pela ISO (Lagerros et al., 1999). Nós também escolhemos o albedo de Bond a ser 0.1, uma emissividade térmica de 0.95, e uma densidade volumétrica de 2500 kg/m^3 , típica de tipo S, que é consistente com as determinações de densidade média de asteroides de tipo S: 243 Ida , 433 Gaspra e 433 Eros de missões espaciais (Thomas et al., 1996).
- Para a família de tipo C assumiu-se que a condutividade de superfície foi de 0.01 W/m/K , essa opção um pouco maior pode resultar de componentes de gelo no regolito. Evidência

¹As formulas do efeito Yarkovsky não são acuradas para objetos de alta excentricidade com alguns dos asteroides integrados neste trabalho (Vokrouhlický, 1999). Nossa intenção neste trabalho não é acuradamente simular o efeito Yarkovsky, mas efetuar um estudo estatístico sobre a difusão de um grande numero de asteroides de alta inclinação. Sendo que o efeito Yarkovsky depende de muitos parâmetro pouco conhecidos, e o efeito YORP depende da forma do asteroide conhecido somente para algumas centenas de objetos, achamos que nossa aproximação é justificada neste caso. Métodos mais acurados serão testados no futuro.

observacional direta é praticamente inexistente no presente caso, com exceção dos modelos da atividade cometária. Podemos, portanto, admitir incertezas na modelagem um pouco maior do efeito Yarkovsky para as famílias de tipo C. Usamos um albedo de Bond de 0.05 e emissividade térmica de 0.95. O pressuposto de um menor valor da densidade volumétrica, 1300 kg/m^3 , deverá seguir a partir de componentes de gelo e alta porosidade.

Se deu a um conjunto de clones uma obliquidade do eixo de rotação de 0° , enquanto a segunda foi atribuído uma obliquidade de 180° . Reorientações não foram consideradas, de modo que o desvio provocado pelo efeito Yarkovsky foi o máximo possível.

Nós integramos os clones dos membros dos grupos clássicos e de frequência acima de 200 milhões de anos no futuro e 200 milhões de anos no passado ², e obtivemos elementos próprios sintéticos de acordo com a definição de Knežević e Milani (2000) para os clones a cada 2.5 milhões de anos. Então, foram obtidos famílias e *clumps* para o conjunto de elementos próprios sintéticos dos clones em cada passo de tempo, utilizando-se o baricentro dos grupos (Carruba 2009b, equação 7), como o primeiro corpo para a família. Uma vez que o grupo (obtidos para os valores da distância nominal da velocidade de *cut-off* e da frequência nominal de *cut-off*, como em Carruba 2009b) não atinge o número mínimo de objetos para ser considerado um *clump*, o grupo é considerado disperso e um limite mínimo para o tempo de dispersão é encontrado.

4.1 Observabilidade de *clumps* na região de Pallas

Na seção 3.3 dois *clumps* independentes e oito subestruturas da família de Pallas foram identificadas nessa região. Aqui para investigar a observabilidade desses grupos, nós efetuamos o experimento numérico, acima mencionado.

Assim que o grupo (obtidos para os valores da velocidade de *cut-off* de 122 m/s , e da frequência de *cut-off* de $0.605 \text{ arcsec ano}^{-1}$, como em Carruba 2010b) não atingiu o número mínimo de objetos N_{min} para ser considerado um *clump*, o grupo foi considerado disperso e um limite mínimo para o tempo de dispersão foi encontrado. Quanto maior o tempo de integração em que os *clumps* tiveram mais membros que N_{min} (tempo de observabilidade, a seguir), o mais

²No que se refere à integração, no passado, devemos alertar o leitor que as integrações com o efeito Yarkovsky não são conservativas, e portanto, tecnicamente falando o tempo não é reversível. Integrações para trás são, contudo, interessante do ponto de vista estatístico, já que permitem aumentar a nossa amostra de objetos integrados.

Tabela 4.1: Tempos de observabilidade para grupos na região de Pallas.

Identificação	Nome	$T_{obs}[10^6 \text{ anos}]$	(%)
<i>Clump(c)</i>	(25853)	127.80	63.90
<i>Clump(f)</i>	(9082)	24.60	12.30
subestructuras(c)	(2382)	200.00	100.00
subestructuras(c)	(1301)	200.00	100.00
subestructuras(c)	(5585)	2.46	1.23
subestructuras(f)	(5234)	194.20	97.10
subestructuras(f)	(1301)	181.90	90.95
subestructuras(f)	(3579)	39.30	19.65
subestructuras(f)	(25853)	200.00	100.00
subestructuras(f)	(5585)	2.46	1.23

provável que eles são grupos reais de colisão, em vez de flutuações estatísticas ³. Tempos de observabilidade T_{obs} para todos os grupos na região são apresentados na Tabela 4.1. A primeira coluna identifica se é um *clump* ou uma subestrutura de Pallas (a letra c refere-se a grupos no espaço de elementos próprios, a letra f para grupos no espaço de frequências próprias), a segunda coluna informa a identificação do menor objeto numerado no grupo, a terceira coluna mostra os tempos de detecção para os grupos simulados e a quarta coluna mostra o porcentagem de tempo que foi observado durante a integração.

Nossas simulações mostram que o *clump* em torno de (25853) tem um tempo de observabilidade de 127.80 milhões de anos e está pouco acima do limite de detecção de seis membros para a metade deste tempo, sugerindo que não é um grupo robusto. O *clump* de (9082) rapidamente se dispersa e tem um tempo de observabilidade de apenas 24.6 milhões de anos. Entre as subestruturas da família de Pallas, observamos que o grupo baseado em elementos próprios em torno de (5585) e os grupos de frequência em torno de (3579) e (5585) rapidamente se dispersam e não deve ser considerados estatisticamente significativos.

³Devemos alertar o leitor que o fato de um *clump* ou uma subestrutura sobreviva nosso teste não prova que é um produto de um evento de colisão. Um estudo dinâmico completo incluindo informações sobre parâmetros Yarkovsky e YORP de cada corpo, bem como informações sobre a taxonomia de cada membro seria necessário para provar a origem física comum. No entanto, grupos que não se dispersam rapidamente (grupos estatisticamente significativos, em nossa terminologia), podem ser considerados candidatos interessantes para estudos posteriores.

A subestrutura em torno de (1301), que inclui o asteroide (531) que foi anteriormente observado como o menor objeto numerado em uma subestrutura da família de Pallas em Carruba (2010b), é robusta e estatisticamente significativa no domínio dos elementos próprios e domínios de frequências, como são o grupo baseado em elementos próprios em torno de (2382) e o grupo de frequência em torno de (5234). Finalmente o grupo de frequência em torno de (25853), observado como um *clump* independente no domínio de elementos próprios, foi observado em toda a extensão da simulação, sugerindo que o *clump* associado pode ser possivelmente o produto de um evento de colisão.

4.2 Estabilidade a longo prazo de famílias menores e *clumps* na região das famílias de Pallas e Hansa

Em Carruba (2010b), vários grupos dinâmicos pequenos foram identificadas na região das famílias dinâmicas de Pallas e Hansa. Muitos destes grupos tinham um número limitado de membros, às vezes, apenas suficiente grande para o grupo ser considerado um *clump*. Uma pergunta sem resposta no trabalho anterior foi sobre a observabilidade desses grupos. Seriam esses conjuntos criados por colisões reais ou eram apenas associações aleatórias de corpos que se encontraram em órbitas próximas por um período limitado de tempo? A fim de estimar a observabilidade e os prazos em que esses grupos ainda estão vinculados nós planejamos o experimento numérico, acima mencionado.

Vamos começar por discutir os resultados para as famílias clássicas e *clumps* na próxima subseção.

4.2.1 Grupos clássicos na região das famílias de Pallas e Hansa

Em Carruba (2010b), oito *clumps* menores foram identificados no espaço de elementos próprios a uma velocidade de *cut-off* de 122 m/s: um *clump* em torno de (208080) 1999 VV180 na região de Barcelona; cinco *clumps* em torno de (4203) Brucato, (18511) 1996 SH4, (36240) 1999 VN44, (70280) 1999 RA111 e (75938) 2000 CO80 na região de Olympia; um *clump* em torno de (33969) 2000 NM13 na região de Hansa e um *clump* em torno de (40134) 1998 QO53

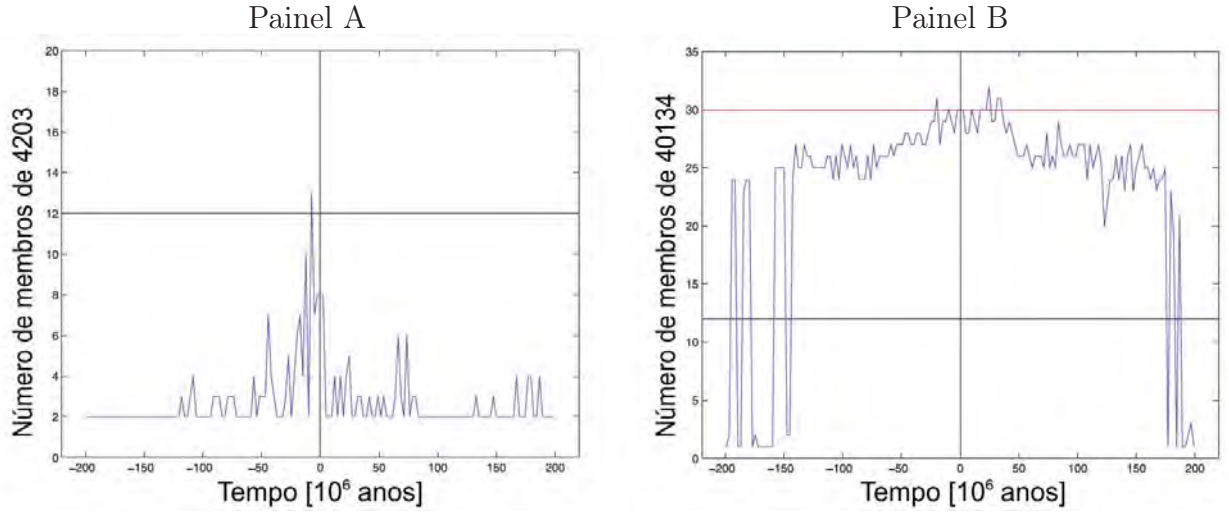


Figura 4.1: O número de membros do *clump* (4203) (painel A), e do (40134) (painel B), em função do tempo.

na região da família de Gallia. Para simplificar nesta seção e na seção seguinte, vamos nos referir aos grupos dinâmicos pelo seu número de primeiro corpo apenas, omitindo o nome.

A figura 4.1 mostra o número de membros da integração do *clump* de (4203) (painel A) e de (40134) (painel B), em função do tempo. A linha preta horizontal indica o limite ($N_{min} = 12$) para um grupo ser reconhecido como um *clump*, enquanto a linha horizontal vermelha no painel B mostra o limite para que um grupo possa ser classificado como uma família ($N_{fam} = 30$), em uma velocidade de *cut-off* de 122 m/s. A linha vertical separa as integrações para trás e para frente. Quanto maior o tempo de integração do *clump* pelo qual o número dos membros for maior que N_{min} , é mais provável que eles sejam verdadeiros grupos de colisão, em vez de flutuações estatísticas. Os *clumps* de (4203) e (40134) têm o menor e maior tempo de observabilidade com $N > N_{min}$ respectivamente, calculada como a média dos tempos de observabilidade durante a duração da integrações para frente e para trás. Tempos de observabilidade para todos os grupos clássicos na região são apresentados na Tabela 4.2.

Nenhum dos membros dos grupos na área parece estar atualmente interagindo com ressonâncias seculares não lineares (a família de Hansa interagem com a ressonância $\nu_6 - \nu_{16}$ e de Pallas com a $2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$). De todas os *clumps*, aqueles em torno de (40134), (75938), (33969), (208080) e (70280) têm os maiores tempos de observabilidade, e devem ser considerados candidatos razoáveis para grupos provenientes de eventos de colisão. Os outros três *clumps* têm tempos de observabilidade muito curtos e podem ser considerados flutuações estatísticas. O fato de que eles estão englobados por grandes grupos no domínio de frequência ($n, g, g + s$)

Tabela 4.2: Tempo de observabilidade para grupos clássicos na região de Pallas e Hansa

Nome	$T(N > 12)$ [10^6 anos]
(208080)	14.75
(4203)	1.25
(18511)	7.38
(36240)	2.46
(70280)	12.30
(75938)	51.61
(33969)	15.98
(40134)	173.26

(4203, 18511 e 70280 faz todos parte da família de frequência (4203) (família de Brucato), enquanto (75938) e (36240) que formam o maior *clump* de frequência em torno de (36240)) parece confirmar esta análise. Mais detalhes sobre este assunto serão dados na seção 4.2.2.

4.2.2 Grupos de frequência na região das famílias de Pallas e Hansa

No domínio $(n, g, g + s)$ dois *clumps* de frequências foram identificados em Carruba (2010b): um *clump* em torno de (36240) 1999 VN44 na região de Olympia e outro em torno de (82426) 2001 NB20 na região de Hansa. O grupo em torno de (4203) Brucato na região de Olympia é uma família no domínio das frequências. Estes grupos foram identificados com um *cut-off* de $0.605 \text{ arcsec ano}^{-1}$. Para este valor de *cut-off* um grupo deve ter pelo menos 22 membros para ser identificado como um *clump* e 55 membros para ser reconhecido como uma família.

O *clump* na região de Hansa em torno de (82426) dispersou rapidamente após 1.25 milhões de anos e não deve ser por tanto considerado estatisticamente significativo. Mais interessante foi o caso dos grupos de Olimpia. O *clump* de frequência (36240), que engloba os *clumps* clássicos de (75938) e (36240), foi observado como uma família para um longo intervalo de tempo (mas não em $T = 0$ anos, ver figura 4.2, painel A) e dispersou apenas para $T = 150$ milhões de anos. É observável no passado até -180 milhões de anos e tem um tempo de detecção $N > N_{min}$ (ver

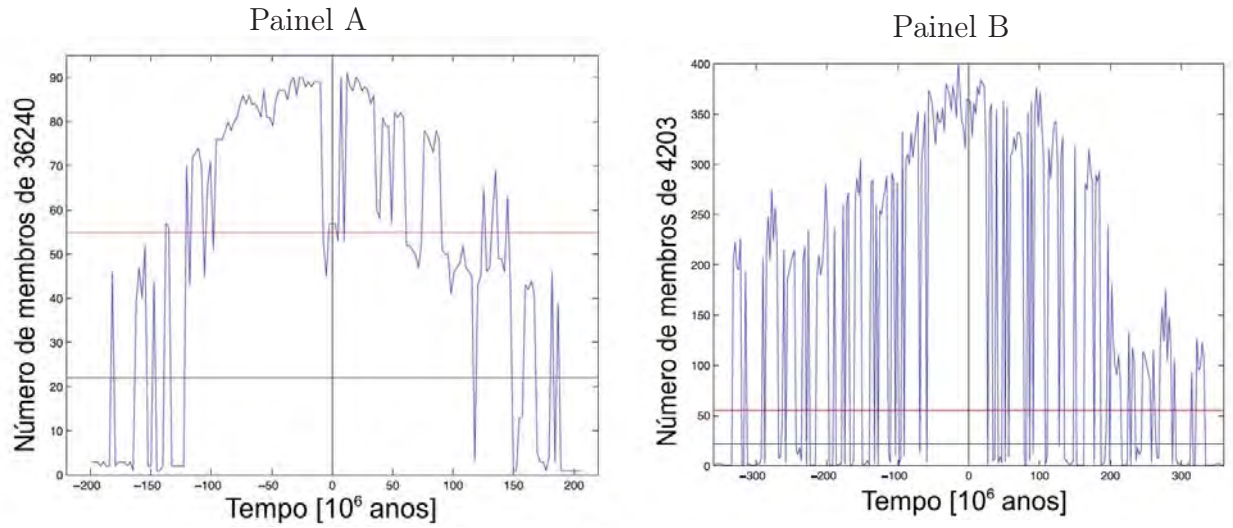


Figura 4.2: O número de membros do *clump* de (36240) (painel A) e da família de frequência de (4203) (painel B), em função do tempo.

Tabela 4.3: Tempo de observação para grupos de frequência na região de Pallas e Hansa

Nome	$T(N > 22)$ [10^6 anos]
(4203)	129.03
(36240)	149.92
(82426)	1.25

seção 4.2.1), de 149.92 milhões de anos. Por conseguinte, pode ser considerado como um grupo estatisticamente robusto.

A família de frequência (4203), que engloba os *clumps* clássicos de (4203), (18511) e (70280), finalmente dispersa para $T = \pm 330$ milhões de anos (figura 4.2, painel B) e tem um tempo de observabilidade sobre 200 milhões de anos de 129.03 milhões de anos. É o maior grupo dinâmico observado na região de Olympia e deveria ser considerado como uma confiável família dinâmica. Os resultados são resumidos na Tabela 4.3.

Capítulo 5

Sobre a distribuição Emmenthal de asteroides de alta inclinação

Asteroides de alta inclinação são caracterizados por uma distribuição não uniforme. Tem-se observado que várias regiões dinamicamente estáveis têm uma densidade muito baixa de objetos, ao contrário do caso de corpos de baixa inclinação que tendem a ocupar todas as regiões dinamicamente viáveis. Embora este fenômeno fora observado qualitativamente no passado (Michtchenko et al. 2010, Carruba 2009b, 2010b), nenhum estudo quantitativo foi realizado até agora sobre a extensão e a estabilidade a longo prazo destas regiões. Isto é importante porque pode fornecer informações sobre a origem da população de alta inclinação. Regiões dinamicamente estáveis não estão ocupadas, isso pode indicar que a população primordial não pode ter chegado a todas as zonas disponíveis em alta inclinação, estabelecendo restrições sobre os cenários para as primeiras fases da história de nosso Sistema Solar. As zonas de vazio na distribuição de asteroides (os buracos no queijo Emmenthal, em nossa analogia), bem como as regiões de maior densidade de asteroides, podem, portanto, ainda carregar a memória eventos associados com a fase primordial de migração planetária.

Neste capítulo nós investigamos a estabilidade a longo prazo de áreas pouco povoadas entre asteroides de alta inclinação usando mapas de elementos próprios sintéticos e simulações de objetos reais e fictícios de alta inclinação, que incluem a força Yarkovsky.

Este capítulo está assim dividido: Na seção 5.1 revisamos o conhecimento atual sobre elementos próprios sintéticos de asteroides de alta inclinação. Na seção 5.2 foram obtidas

distribuições de densidade (mapas de densidade) de tais objetos e identificamos potenciais regiões dinamicamente estáveis, com densidade baixa de objetos. Na seção 5.3 obtemos mapas de elementos próprios sintéticos para as áreas pouco povoadas identificadas na seção 5.2. Na seção 5.4, estudamos a estabilidade a longo prazo destas regiões quando a força Yarkovsky é considerado.

5.1 Elementos próprios sintéticos para objetos de alta inclinação

O primeiro passo para identificar regiões dinamicamente estáveis pouco povoadas é ter um conjunto confiável e atualizado de elementos próprios de asteroides. Começamos por rever os dados disponíveis na literatura.

O site AstDyS (<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>) acessado em 08 de dezembro de 2010, tem um conjunto de 240831 asteroides para o qual os elementos próprios sintéticos (e seus erros) obtidos com a abordagem de Knežević e Milani (2003) estão disponíveis. Nós selecionamos 10073 objetos de alta inclinação caracterizados por um semi-eixo maior na faixa de 2.0 e 3.4 UA e pelo $\sin(i) > 0.3$. Começamos por olhar para as projeções no plano (a, e) e $(a, \sin(i))$.

A figura 5.1 mostra a projeção no plano (a, e) (painel A) e no plano $(a, \sin(i))$ (painel B) dos elementos próprios AstDyS para os objetos de alta inclinação. De acordo com Gil-Hutton (2006), podemos dividir a população de asteroides de alta inclinação em três regiões: a região de Phocaea (zona A em Gil-Hutton 2006) entre as ressonância de movimento médio $7J : -2A$ e $3J : -1A$, a região de Pallas (zona B) entre as ressonâncias de movimento médio $3J : -1A$ e $5J : -2A$ e a região de Euphrosyne (zona C) entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $2J : -1A$. As linhas verticais grossas estão associadas com as principais ressonâncias de movimento meio com Júpiter, enquanto linhas finas mostram a localização de ressonâncias de movimento médio de ordem mais elevada. As linhas azuis mostram a localização do centro dos três principais ressonâncias seculares lineares ($\nu_6 = g - g_6$, $\nu_5 = g - g_5$ e $\nu_{16} = s - s_6$), calculado usando a teoria de perturbação secular de Milani e Knežević (1992, 1994) de segunda ordem e quarto grau. Ressonâncias seculares ocorrem quando há uma comensurabilidade entre a frequência de precessão do pericentro g ou nodo s de um asteroide e g_i , s_i de um planeta,

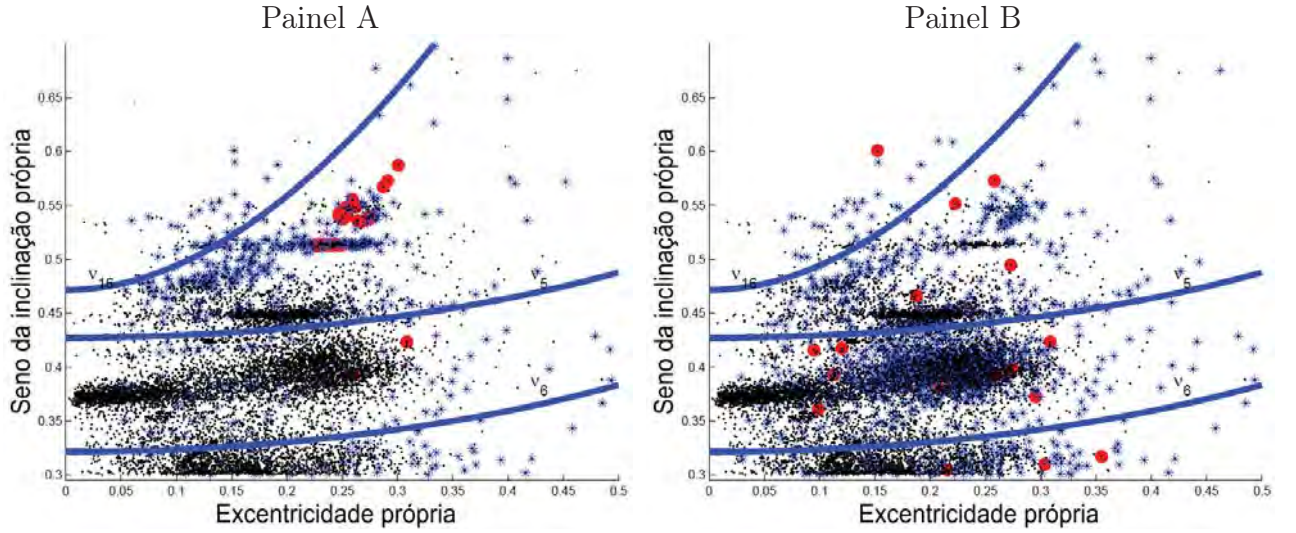


Figura 5.2: Painel A: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides AstDyS de alta inclinação. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_e entre 0.003 e 0.1, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_e maior que 0.1. As linhas azuis mostram a posição das ressonâncias seculares lineares. Painel B: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ dos mesmos asteroides, mas esta vez asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_i entre 0.001 e 0.03, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_i maior que 0.03.

ressonância (ver também Carruba 2010a e Carruba et al. 2011 para uma discussão mais profunda do mecanismo de diminuição de asteroides). Uma exceção a esse mecanismo é observado para asteroides em estado de libração anti-alinhada da ressonância ν_6 , como os da família de Tina (Carruba e Morbidelli 2011), cujos estados ressoantes os protegem de experimentar encontros planetários próximos. Além das regiões influenciadas pela ressonância ν_6 , pode-se notar uma região de densidade baixa de asteroides entre as ressonâncias ν_5 e ν_{16} no plano $(a, \sin(i))$ na região da família de Pallas (ver figura 5.1, Painel B, e Carruba 2010b) e mais notavelmente, uma região de baixa densidade de asteroides entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $7J : -3A$ que parece ser relativamente estável. Vamos investigar mais profundamente estes assuntos na seção 5.3.

Na figura 5.2 apresentamos uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides com os valores dos erros em e (painel A) e i (painel B) para elementos próprios “estáveis” (pontos pretos), “instáveis” (círculos amarelos) e “patológicos” (círculos vermelhos), de acordo com Knežević e Milani (2003). Como na figura 5.1, linhas azuis mostram a localização das ressonâncias secular principais na região. Como pode ser visto na figura, erros na excentricidade e inclinação são maiores para asteroides em alta inclinação, com muito pouco objetos com grandes erros em baixa excentricidade.

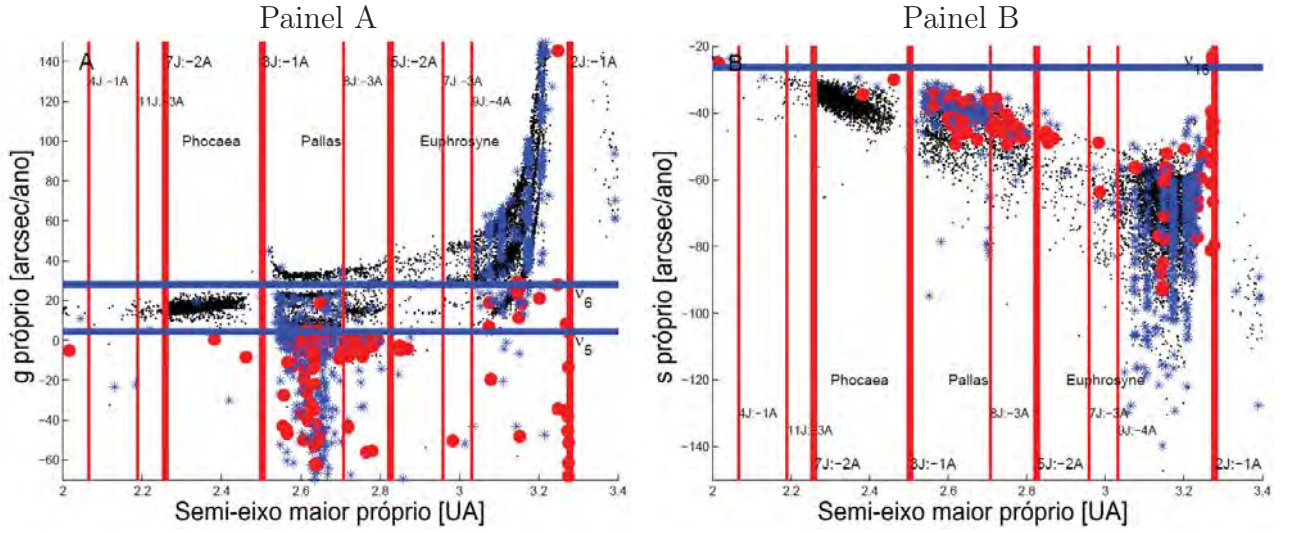


Figura 5.3: Painei A: uma projeção no plano (a, g) de asteroides AstDyS de alta inclinação. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_g entre 1 e 10, enquanto os círculos vermelhos mostram os asteroides com σ_g maior que 10. Painei B: uma projeção no plano (a, s) dos mesmos asteroides, mas desta vez os símbolos refere-se a σ_s , o intervalo de valores para os erros é o mesmo.

Finalmente, a figura 5.3 mostra uma projeção no plano (a, g) (painei A) e em (a, s) (painei B) de asteroides AstDyS de alta inclinação. Pode-se observar uma dependência linear para valores de g em função de a perto das ressonâncias de movimento médio $2J : -1A$ e $3J : -1A$, discutido em Carruba e Michtchenko (2009). Valores negativos de g perto da família de Hansa estão relacionadas com objetos com pequena excentricidade própria ($e < 0.0179$) e com o problema de determinar a frequência própria correta g para asteroides cujos elementos (k, h) passam por zero (Carruba 2010b). A “inclinada” dependência dos valores de s como uma função de a foi discutida em Carruba e Michtchenko (2007).

5.2 Mapas de densidade

Nesta seção gostaríamos de abordar a questão sobre as causas da dinâmica de áreas pouco povoadas e superpovoadas. São as regiões observadas pouco povoadas devido a algum mecanismo dinâmico?

Informações sobre a dinâmica de asteroides podem ser obtidas por uma análise das densidades de asteroides. A figura 5.4 mostra os gráficos de contorno de tais densidades (ver Carruba 2009b para uma descrição do procedimento utilizado para gerar tais gráficos, aqui nós usamos 70 passos de 0.02 UA em a e 30 passos de 0.04 em $\sin(i)$). Maior densidade de objetos são mostrados em tons brancos. Nós dividimos a população de objetos em corpos com pequena ex-

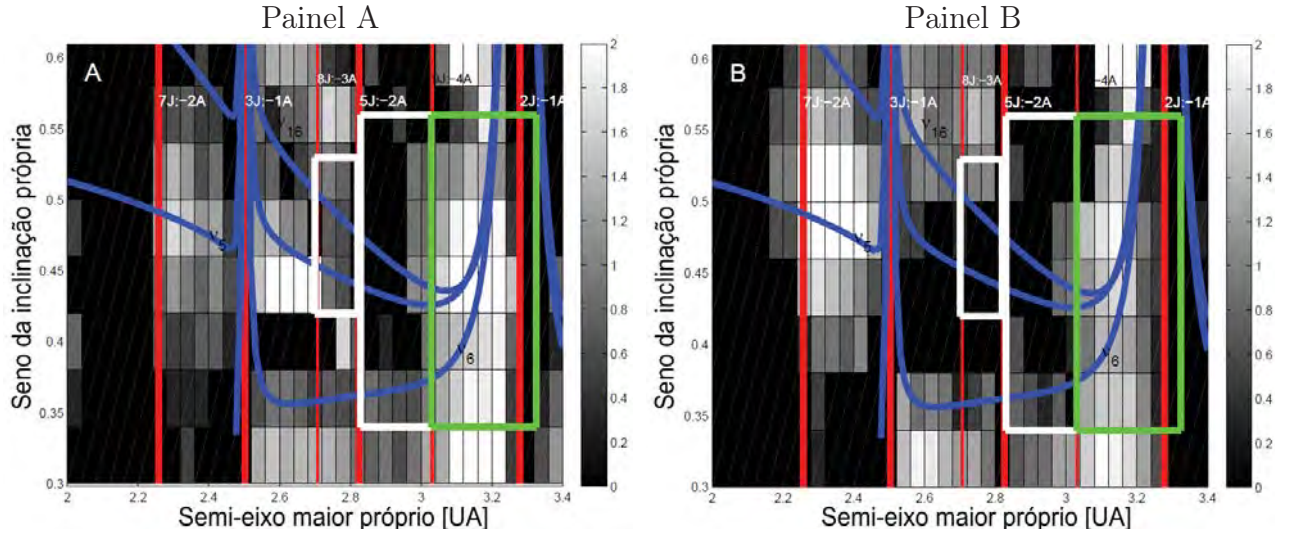


Figura 5.4: Um mapa de densidade no plano $(a, \sin(i))$ em baixa excentricidade ($e < 0.175$, painel A) e alta excentricidade ($e > 0.175$, painel B). Caixas brancas identificam as áreas estável pouco povoadas, a caixa verde mostra a área estável de amostra. As outras linhas têm o mesmo significado como na figura 5.1

centricidade ($e < 0.175$, figura 5.4, painel A), e de grande excentricidade ($e > 0.175$, figura 5.4, painel B).

Como pode ser visto na figura 5.4, painéis A e B, áreas pouco povoadas (em preto) na região Phocaea estão claramente associados com a fronteira da ressonância secular ν_6 , e portanto, compreensível no contexto da interação com a ressonância ν_6 , que faz aumentar a excentricidade do asteroide, e de encontros próximos planetários, que removem as partículas em curtos períodos de tempo (ver Carruba 2010a para uma descrição mais em detalhe desse mecanismo). Na área de Pallas pode-se identificar uma região pouco povoada, especialmente visível em alta excentricidade, entre as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ e as ressonâncias seculares ν_5 e ν_{16} (grosso modo, isso corresponde a valores de $\sin(i)$ entre 0.45 e 0.50). Esta área é delimitada por uma caixa branca na figura 5.4. A área pouco povoada da região entre 2.5 e 2.82 UA em a e 0.36 e 0.42 em $\sin(i)$ é causada pela presença da ressonância ν_6 , o efeito de desestabilização da ressonância em asteroides locais foi estudado em Carruba et al. (2011) e em Carruba e Morbidelli (2011). Finalmente, na área de Euphrosyne toda a região acima da ressonância ν_6 e entre as ressonância de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$ é caracterizada por uma notável baixa densidade de objetos. Para fins de comparação, também selecionamos uma região em uma área de alta população de asteroides na região de Euphrosyne. A região é identificada por uma caixa verde na figura 5.4.

Para investigar se essas regiões são dinamicamente estáveis ou não foi realizada uma análise numérica cujos resultados serão discutidos na próxima seção.

5.3 Mapas dinâmicos

Começamos a investigar a região entre as ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ previamente identificada na seção 5.2 como uma região estável, com uma baixa população de asteroides. Para isso, obtivemos elementos próprios sintéticos de 2160 partículas integradas com *SWIFT_MVSF*, o integrador do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan, 1994) modificado por Brož (1999) de modo a incluir o filtragem digital em linha para remover todas as frequências com período inferior a 600 anos e integramos os objetos por mais de 10 milhões de anos. Elementos próprios sintéticos foram obtidos com o procedimento descrito em Knežević e Milani (2003), exceto para as frequências próprias, que foram derivados com o método de Transformada de Fourier Modificado de Frequências (FMFT, *Frequency Modified Fourier Transform*) de Šidlichovský e Nesvorný, (1997) utilizando o seguinte procedimento: nós eliminamos o espectro da transformada de Fourier dos elementos equinociais de todas as frequências planetárias e, em seguida, designamos como frequência própria o maior valor dos espectros que ainda foram observáveis, em vez de colocar a série temporal das oscilações ϖ_f e Ω_f no plano (k, h) e (p, q) . As partículas de teste foram integradas sob a influência de todos os planetas de Vênus a Netuno (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições iniciais) e nós referimos a inclinação e os argumentos de pericentro e nodo ao plano invariável do Sistema Solar. As condições iniciais de planetas e as partículas foram computados para o primeiro de janeiro de 2000. Nossas partículas de teste cobrem um intervalo entre 2.7 e 2.83 UA e 23° e 31° , e definimos os valores da excentricidade inicial e outros ângulos iguais a os de (183) Istria, o real objeto na área com a menor identificação. Finalmente, foram utilizados 27 intervalos em a e 80 em i .

A figura 5.5 mostra a projeção no plano $(a, \sin(i))$ de elementos próprios sintéticos de nossas partículas de teste (pontos pretos). Regiões não afetadas por ressonâncias aparecem como alinhamentos verticais regulares de objetos nestes mapas, enquanto que as áreas afetadas por ressonâncias de movimento médio aparecem como regiões vazias de asteroides (veja a área perto da ressonância $5J : -2A$). Objetos em ressonâncias seculares parecem formar alinhamen-

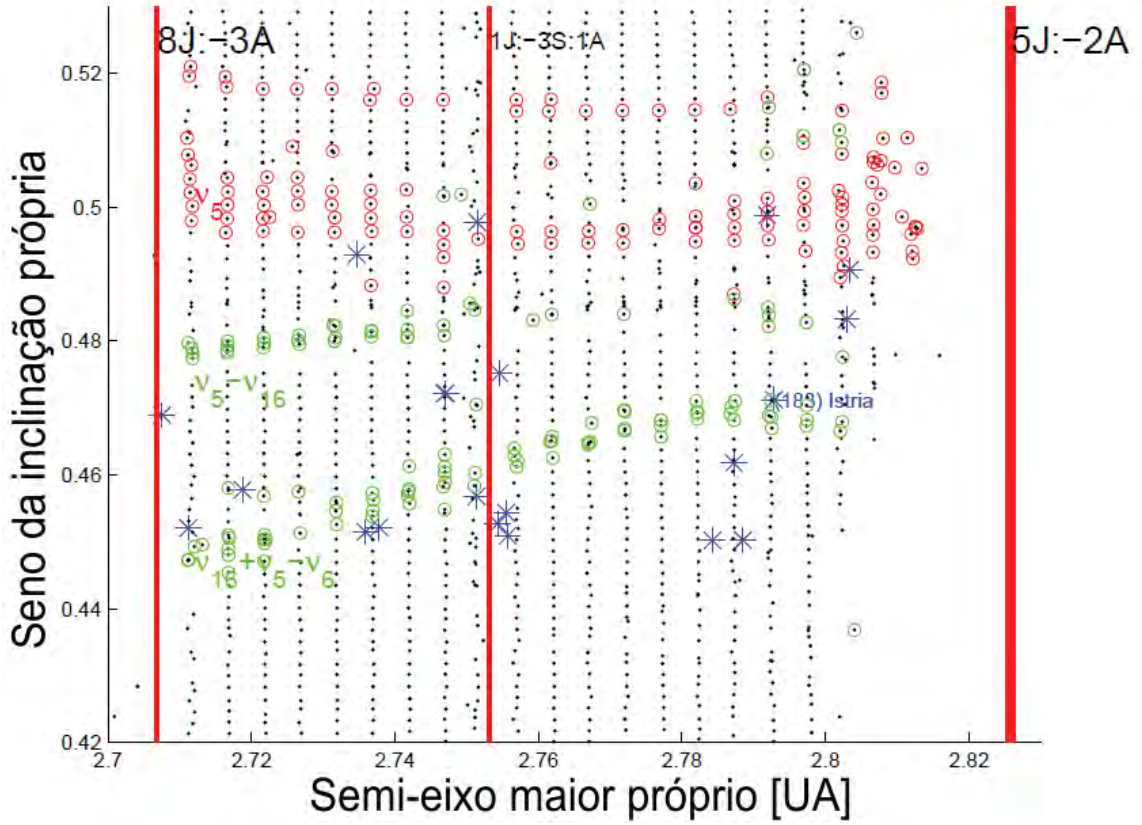


Figura 5.5: Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (183) Istria. Linhas verticais mostram ressonâncias de movimento médio, asteriscos azuis identificam objetos reais na região, pontos pretos são partículas que sobrevivem o tempo de integração, círculos vermelhos são associados com asteroides em ressonâncias seculares lineares, e os círculos verdes exibem corpos em ressonâncias seculares não lineares.

tos inclinados. Linhas verticais vermelhas mostram a localização das principais ressonâncias de movimento médio na região, conforme foi identificado em Carruba (2010b). Círculos vermelhos mostra os objetos dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância secular linear $\nu_5 = g - g_5$ na região. Círculos verdes mostram a localização das ressonâncias seculares não lineares na área, a $\nu_5 - \nu_{16} = g - g_5 - (s - s_6)$ e $\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6 = s - s_6 + (g - g_5) - (g - g_6)$. Por simplicidade, não mostramos as ressonâncias seculares que envolvem a frequência de Urano g_7 , como a ressonância ν_7 , porque estão próximas no espaço de elementos próprios para as ressonâncias que envolvam a frequência g_5 . Finalmente, asteroides reais são identificados por asteriscos azuis.

Como pode ser visto na figura, a região abaixo da ressonância ν_5 parece ser estável ao longo do comprimento da integração (o papel das ressonâncias seculares não lineares serão investigadas na seção 5.4, ainda o número de objetos reais observados é muito limitada). Entre

o $\sin(i)$ igual a 0.45 e 0.50 só observamos 21 objetos, 3 deles com magnitude absoluta inferior a 12.

Para verificar se nossos resultados são independentes da escolha das condições iniciais e do comprimento da integração também foram realizados dois experimentos numéricos: integramos 1530 partículas na região, com diferentes condições iniciais (os elementos orbitais dos planetas e das partículas de teste foram computados em primeiro de janeiro de 2010) e com as mesmas condições iniciais utilizadas anteriormente, mas para uma escala de tempo mais longa. Não encontramos nenhuma diferença significativa no que concerne a objetos perdidos e instáveis entre as três simulações, pequenas diferenças, sobre $\cong 30$ partículas em ressonâncias seculares que têm valores ligeiramente diferentes de frequências própria g e, em alguns casos, do próprio $\sin(i)$. Como nosso objetivo é estudar a estabilidade a longo prazo das partículas de teste e não focalizar sobre os detalhes da dinâmica secular, acreditamos que a nossa escolha de condições iniciais e comprimento de integração deveria ser razoável.

Agora voltamos nossa atenção para a área pouco povoada na região de Euphrosyne. Para investigar a estabilidade dinâmica desta região nós integramos 3000 partículas entre 2.83 e 3.03 UA (a grosso modo entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$) e inclinação entre 20° e 35° (o que corresponde a valores do $\sin(i)$ entre 0.20 e 0.55), nas mesmas condições da simulação anterior. As excentricidades iniciais e os outros ângulos das partículas de teste foram os de (705) Erminia, o asteroide menor numerado na região.

A figura 5.6 mostra o mapa de elementos próprios sintéticos para esta região. Pode-se notar a linha de asteroides em estado de libração anti-alinhada de ν_6 (em magenta) que são estáveis perto do centro na região instável causado pela ressonância ν_6 (ver Carruba e Morbidelli 2011 para uma descrição da dinâmica de asteroides em estado de libração anti-alinhada de ν_6). Tal como observado para a região em torno de (183) Istria, a região entre as ressonâncias ν_5 (asteroides neste ressonância são mostrados como círculos vermelhos) e ν_6 parece ser estável, mas está pouco povoada. Para esta região observamos o possível papel que as ressonâncias seculares não lineares $\nu_5 - \nu_{16}$, $\nu_6 - \nu_{16}$ e $\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$ podem desempenhar na evolução dinâmica de asteroides na região. O efeito a longo prazo destas ressonâncias quando forças não gravitacionais estão presentes serão discutidos na seção 5.4.

Finalmente, voltamos nossa atenção para a área densamente povoada (a “área de teste”) na região de Euphrosyne discutido na seção 5.2. Usando a mesma configuração que em in-

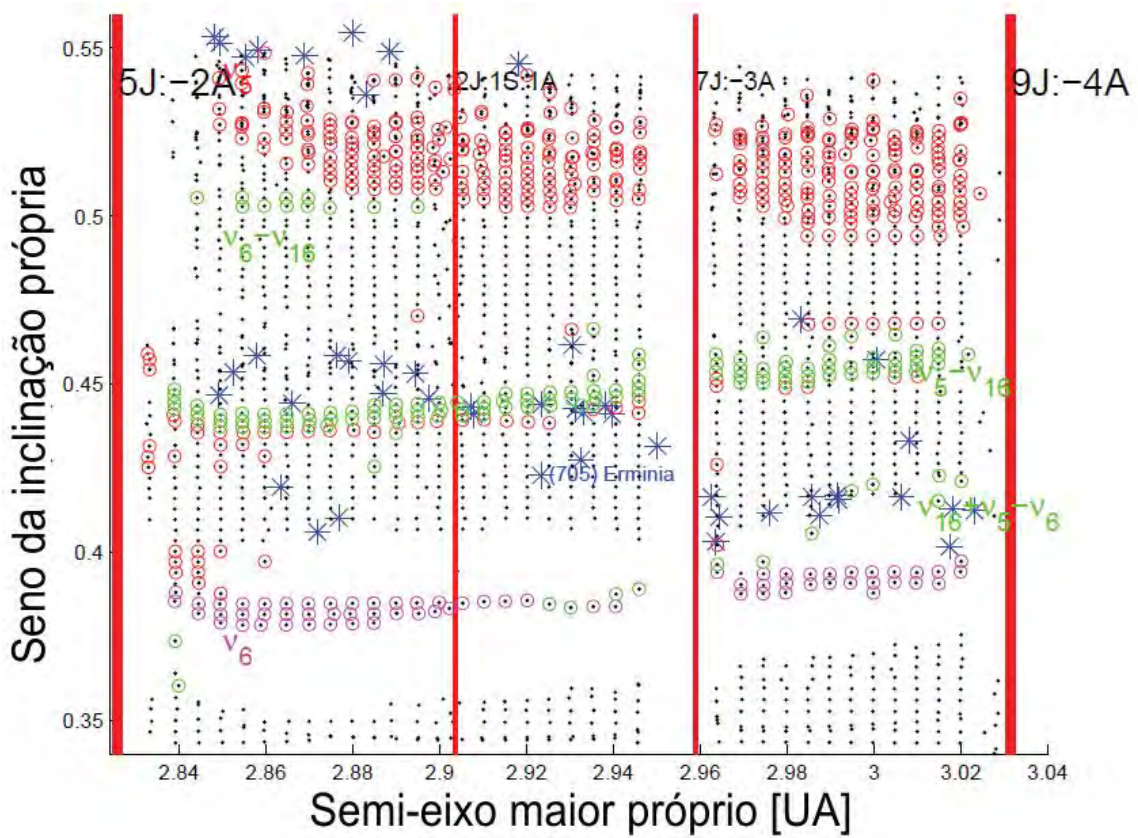


Figura 5.6: Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (705) Erminia. Círculos magenta estão associadas a corpos na ressonância secular ν_6 , os outros símbolos são os mesmos que na figura 5.5.

tegrações anteriores, integramos 4500 partículas entre 3.03 e 3.325 UA e entre 20° e 35° . As excentricidades iniciais e os outros ângulos das partículas de teste foram as de (31) Euphrosyne. A figura 5.7 mostra o mapa dos elementos próprios sintéticos para esta região. Partículas na ressonância ν_6 são mostrados como círculos magenta, aqueles na ν_5 são identificados por círculos vermelhos (o grande número de círculos vermelhos perto da ressonância de movimento médio $2J : -1A$ é um efeito da perturbação causada pela ressonância da frequência g no asteroide e não necessariamente indica que as partículas estejam em uma ressonância secular), e partículas na ressonância ν_{16} são indicados como círculos verdes. As duas principais áreas instáveis na região de Euphrosyne causada por ressonâncias seculares estão associadas as ressonâncias ν_6 e ν_{16} . Mostramos também partículas dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ da ressonância $z_1 = \nu_6 + \nu_{16}$ (círculos magenta), da ressonância $z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16}$ (círculos amarelos), da ressonância $z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$ (círculos ciano), e da ressonância $\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$ (círculos verdes). Outras ressonâncias seculares que são conhecidos por afetar as órbitas dos asteroides reais são as ressonâncias $\nu_5 + \nu_6$ e $2\nu_5 + \nu_6$, não mostrados por simplicidade. Observamos também o efeito das ressonâncias de

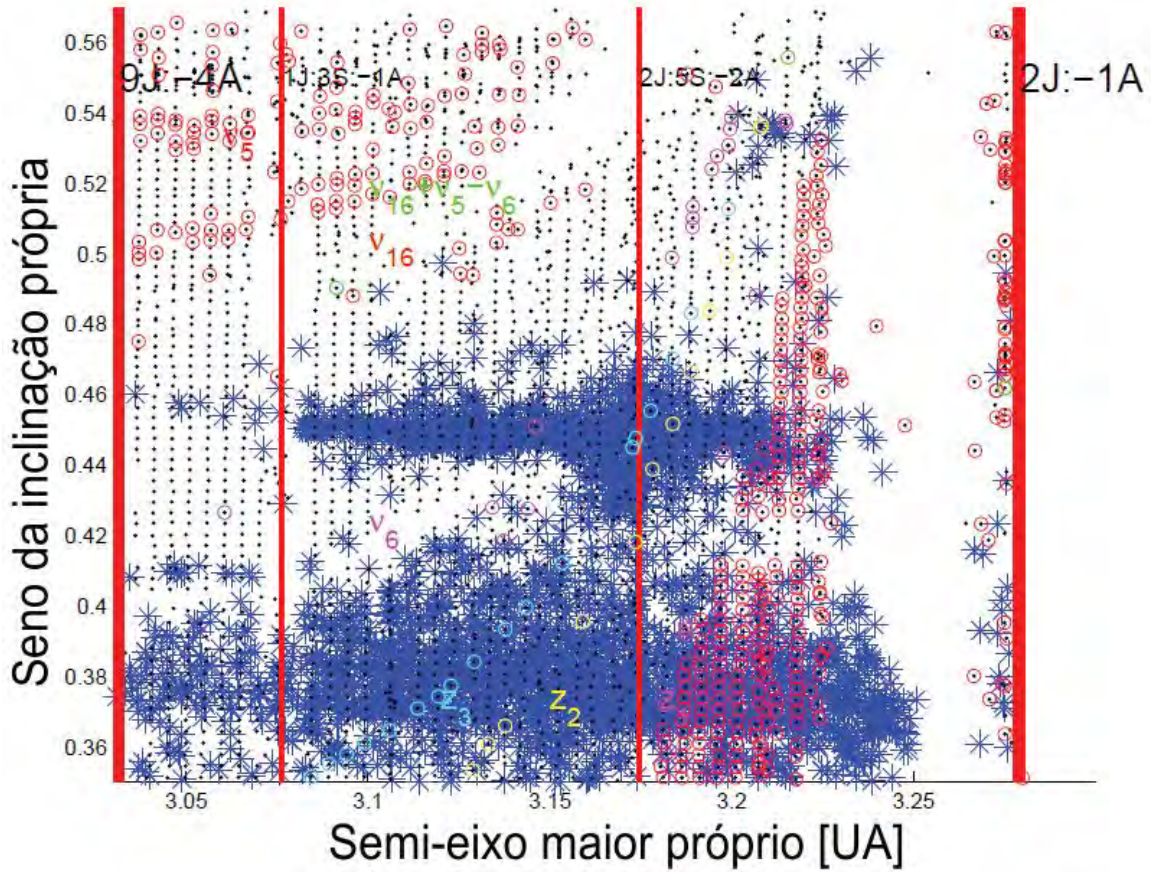


Figura 5.7: Mapa de elementos próprios sintéticos na região de (31) Euphrosyne. Magenta círculos mostram corpos dentro da ressonância z_1 , círculos amarelos mostram asteroides dentro da ressonância z_2 , círculos ciano estão associados com os objetos dentro da ressonância z_3 . Os outros símbolos são os mesmos que na figura 5.5.

movimento médio de três corpos $1J : 3S : -1A$ e $2J : 5S : -2A$. Finalmente, asteroides reais são identificados por asteriscos azuis.

Duas coisas podem ser observadas sobre a área de teste: primeiro, a região é significativamente afetada pela presença da ressonância de movimento médio $2J : -1A$, com exceção da população de asteroides perto do centro da ressonância (a população instável Griquas, Roig et al. 2002). No geral, a região é menos “estável” do que as duas regiões previamente estudadas, no entanto, abriga uma população de asteroides muito maior que encontrado em áreas anteriores. Em segundo lugar, muitos dos objetos encontrados na região estão em inclinação menor que o centro da ressonância ν_6 , que nos leva a pensar se a grande maioria da população com $\sin(i) > 0.3$ na região de Euphrosyne pode realmente ser considerada como de “alta inclinação”. Vamos continuar a investigar o efeito a longo prazo da rede local de ressonâncias quando forças não gravitacionais são consideradas na próxima seção.

5.4 Estabilidade a longo prazo

Para investigar a evolução orbital durante um longo período de tempo das partículas nas áreas discutidas nas seções anteriores, integramos numericamente as partículas teste com o método descrito no capítulo 4. Como os objetos no buraco na região de Pallas são em sua maioria de tipo S (Carruba 2010b), utilizaremos valores dos parâmetros Yarkovsky apropriados para tais corpos (Carruba et al. 2003). Foram utilizados dois conjuntos de obliquidade, um com uma obliquidade de 0° e uma com 180° e períodos obtidos assumindo que a frequência de rotação é inversamente proporcional ao raio do objeto, e que asteroides de 1 km têm um período de rotação de 5 horas (Farinella et al. 1998). Usamos partículas com um raio de 2 km, e re-orientações não foram considerados, de modo que a deriva causada pelo efeito Yarkovsky fora o máximo possível. Nós integramos as 2160 partículas de teste da primeira simulação por mais de 100 milhões de anos, a escala de tempo usado por Guillens et al. (2002) para estudar o efeito da proximidade com a ressonância de movimento médio $3J : -1A$, sob a influência gravitacional de sete planetas (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições iniciais).

A figura 5.8 mostra os tempos de permanência máxima para nossas partículas que permaneceram na região do buraco 1 como uma função dos elementos próprios sintéticos calculados na seção 5.3. Pontos pretos mostram objetos com tempo de permanência inferior a 10 milhões de anos enquanto os círculos cheios vermelhos estão associados a partículas com o tempo de permanência maior de 100 milhões de anos. Asteriscos azuis mostram a localização orbital de asteroides reais na região. O painel A é associado com asteroides com obliquidade inicial de 0° e painel B mostra o destino dos objetos com obliquidade inicial de 180° . Notamos que a maioria dos asteroides de quilômetros de tamanho não foram perdidas durante a integração. Objetos perdidos em tempos entre 10 e 100 milhões de anos eram partículas em sua maioria perto dos limites das ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $8J : -3A$. No geral, a região entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $8J : -3A$ parece ser bastante estável para objetos de quilômetros de tamanho em uma escala de tempo de 100 milhões de anos.

A figura 5.9 mostra os tempos de permanência máxima para nossas partículas que permaneceram na região do buraco 2 como uma função dos elementos próprios sintéticos calculados na seção 5.3. Os símbolos utilizados são os mesmos que na figura 5.8. Como na simulação

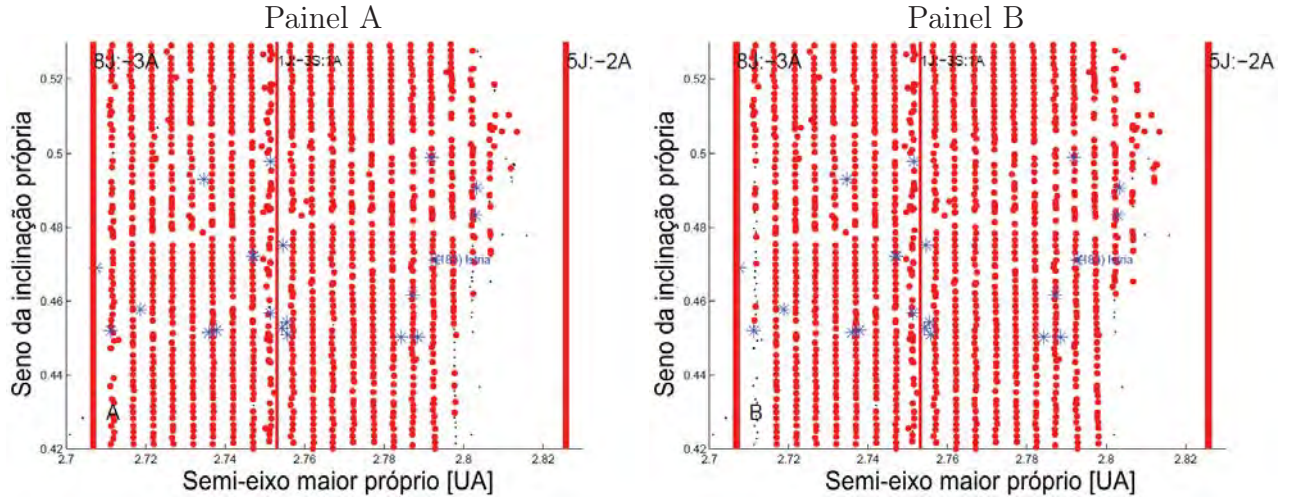


Figura 5.8: Máximo tempo de permanência das partículas na região do buraco 1 para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Pontos pretos mostram objetos com tempo de permanência inferior a 10 milhões de anos enquanto os círculos vermelhos cheios estão associados a partículas com o tempo de permanência de mais de 100 milhões de anos. Outros símbolos são os mesmos que na figura 5.1.

para o buraco de Pallas, observa-se que a camada de partículas com o tempo de permanência inferior a 10 milhões de anos é limitada às fronteiras das ressonâncias principais na região, as ressonância de movimento médio $5J : -2A$, $7J : -3A$, $9J : -4A$ e a ressonância secular ν_6 , mas que o resto da região é estável para objetos de quilômetros de tamanho em uma escala de tempo de 100 milhões de anos.

Por ultimo, voltamos nossa atenção para a área de ensaio definida na seção 5.2. A figura 5.10 mostra os tempos de permanência máxima para as mesmas 4500 partículas na área em função dos elementos próprios sintéticos calculados na seção 5.3, assumindo parâmetros Yarkovsky típicos de asteroides tipo C. Os símbolos utilizados são os mesmos da figura 5.8. Observamos que a região é em geral estável ao longo de uma escala de tempo de 100 milhões de anos, com as exceções de asteroides na ilha central de estabilidade de $2J : -1A$ e de alguns objetos, perto da fronteira das ressonâncias seculares ν_6 , ν_{16} e a ressonância de movimento médio $1J : 3S : -1A$.

Como nossa análise dinâmica mostra que as áreas pouco povoadas estudadas são dinamicamente estáveis mesmo quando os efeitos não gravitacionais são considerados, deve-se concluir que a baixa população de objetos nessas regiões é real. O baixo número de objetos observados nestas área pode ser uma indicação fóssil de um fenômeno que aconteceu na fase inicial da formação do Sistema Solar.

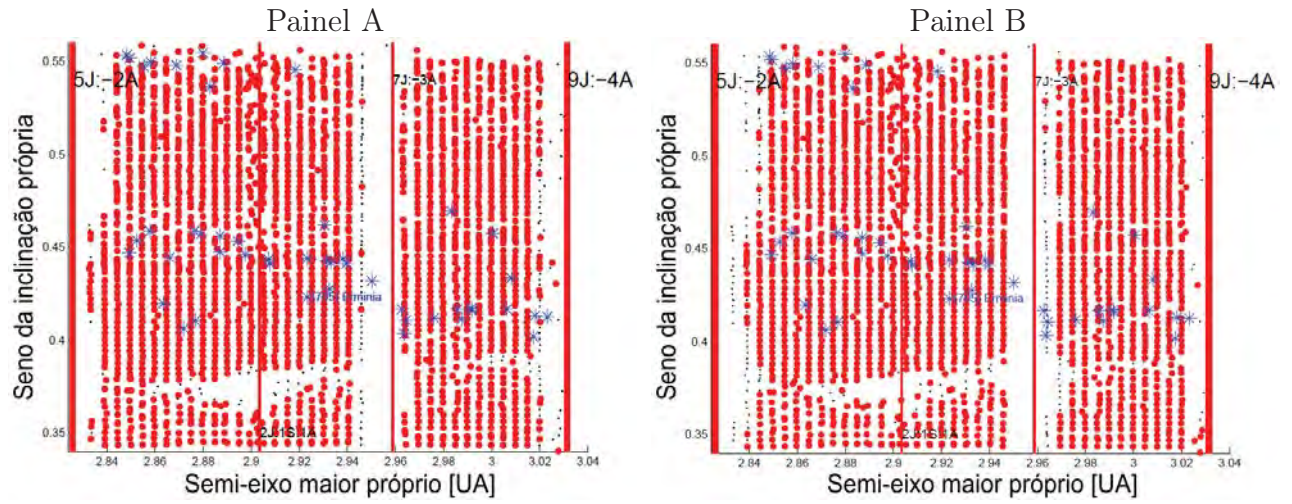


Figura 5.9: Máximo tempo de permanência das partículas na região do buraco 2 para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Todos os símbolos são os mesmos que na figura 5.8.

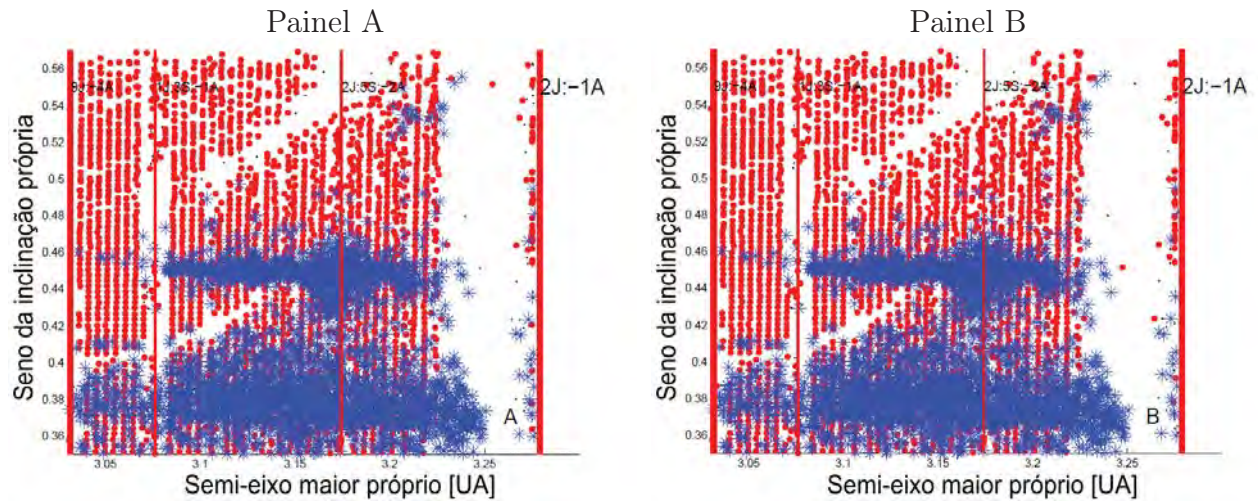


Figura 5.10: Máximo tempo de permanência das partículas na região de teste para asteroides com obliquidade inicial de 0° (painel A) e de 180° (painel B). Todos os símbolos são os mesmos que na figura 5.8.

Capítulo 6

Dinâmica secular e identificação de famílias na região de Euphrosyne

A região da família de Euphrosyne é contida em semi-eixo maior entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $2J : -1A$, e com o $\sin(i) > 0.3$. A região é muito interessante por causa da dinâmica secular. As três principais ressonâncias seculares lineares de nosso Sistema Solar, $\nu_6 = g - g_6$, $\nu_5 = g - g_5$ e $\nu_{16} = s - s_6$ cruzam a região. Devido à presença principalmente de $2J : -1A$ e de outras ressonância de movimento médio com Júpiter, o comportamento da frequência g como uma função do semi-eixo maior perto da separatriz $2J : -1A$ é altamente não linear. Como consequência, muitas ressonâncias seculares não lineares ¹ como a serie $z_k = k\nu_6 - \nu_{16}$, onde $k = 1, 2, 3$, e outros, são todas observadas na região. Isto tem um efeito profundo sobre a evolução dinâmica de grupos de asteroides na região, cuja distribuição no domínio de elementos próprios são moldadas pela intrincada rede local de ressonâncias. Asteroides podem ser presos em configurações ressoantes tais como os estados anti-alinhados da ressonância secular ν_6 , como foi observado para os membros da família de Tina no cinturão principal central (Carruba e Morbidelli 2011). Para tais asteroides, elementos próprios especiais ressoantes devem ser usados e isso afeta a identificação de famílias. Membros da família que foram capturados em ressonâncias seculares lineares ou não lineares por causa do efeito de forças não gravitacionais como o efeito Yarkovsky e YORP podem afastar-se do núcleo da família, e não mais ser reconhecidos como membros do grupo pelos métodos convencionais de

¹As ressonâncias seculares não lineares são ressonâncias secular de ordem superior a 2, muitas vezes obtidos como combinações de ressonâncias lineares.

identificação de famílias, como o método de agrupamento hierárquico no domínio dos elementos próprios (HCM) de Zappalá et al. (1995).

Usando um conjunto de elementos próprios de asteroides numerados disponíveis no site AstDyS ² na época, Gil-Hutton (2006) identificou sete famílias e treze *clumps* na região no domínio de elementos próprios ($a, e, \sin(i)$). Usando um conjunto de 9538 asteroides numerados e de múltipla oposição, Novaković et al. (2011) recentemente identificaram 17 famílias, 21 *clumps* e 4 grupos na região. Nenhum desses autores, contudo, estudou em detalhe os efeitos da dinâmica secular na identificação e evolução de famílias.

Neste trabalho foi utilizada uma amostra ampliada de 10875 objetos numerados e de múltipla oposição na área para identificar grupos dinâmicos usando o método padrão de agrupamento hierárquico no domínio de elementos próprios e o método de agrupamento hierárquico no espaço das frequências (FHCM, Carruba e Michtchenko 2007, 2009) em vários domínios de frequências próprias n (movimento médio), g e s . Mais que a reobtenção de grupos de famílias na área, no entanto, nosso foco é entender o efeito que a rede local de ressonâncias seculares e movimento médio têm sobre a povoação local de asteroides. Com relação a trabalhos semelhante pelo nosso e de outros grupos sobre a identificação de famílias de asteroides, neste trabalho iremos usar uma abordagem diferente: invés de obter primeiro elementos próprios e suas famílias e em seguida estudar o efeito da dinâmicas local dos grupos, vamos primeiro obter mapas dinâmicos da área e estudar o efeito que ressonâncias seculares lineares e não lineares têm sobre a população local, através da identificação de objetos em circulação, alinhados e anti-alinhados estados de libração das principais ressonâncias seculares lineares e não lineares. Uma vez que uma boa compreensão da dinâmica local é obtida, elementos próprios apropriados para cada objeto serão calculados e só então iremos sobre o problema da identificação de famílias. Novos métodos para estudar o problema da identificação dos membros da família nos estados de ressonância secular também serão apresentados neste trabalho.

Este capítulo é assim dividido: Na seção 6.1, estudaremos numericamente a dinâmica local utilizando mapas de elementos próprios sintéticos e os tempos de Lyapunov para asteroides fictícios na região. Na seção 6.2, obteremos elementos próprios sintéticos para asteroides numerados e de múltipla oposição na área. Na seção 6.3, identificaremos os asteroides em configurações ressoantes seculares lineares. Na seção 6.4 identificaremos as famílias e *clumps* na

²<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/>

região no domínios de elementos próprios e frequências. Finalmente, na seção 6.5, usaremos elementos próprios ressoantes da ressonância ν_6 para estudar grupos dinâmicos dentro ou perto da configuração orbital ν_6 .

6.1 Dinâmica na região da família de Euphrosyne

Embora muita informação possa ser obtida através do estudo de objetos reais, às vezes é útil voltar nossa atenção a corpos fictícios na região. Isto é especialmente importante para os asteroides de alta inclinação. Foi mostrado em (Carruba e Machuca 2011) que existem regiões dinamicamente estáveis caracterizadas por baixa densidade de asteroides e vice-versa. Para conhecer ainda melhor a distribuição de ressonâncias de movimento médio e seculares na região nós integramos 6100 partículas no espaço (a, e) , 11600 partículas no espaço $(a, \sin(i))$ e 6960 partículas no espaço $(e, \sin(i))$ sob a influência dos oito planetas e (1) Ceres usando o integrador simplético *SWIFT_MVFS* do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan, 1994), modificado por Brož (1999) de modo a incluir um filtragem digital em linha para remover todas as frequências com período menores de 600 anos. Nós usamos um passo em a de 0.005 UA, 0.01 em e e em i de 0.2° , e colocamos as partículas em uma grade igualmente espaçadas de 100 por 61 partículas no plano (a, e) , de 100 por 116 partículas no plano $(a, \sin(i))$ e de 60 por 116 partículas no plano $(e, \sin(i))$ ³. Os valores iniciais do $\sin(i)$, e , a (para as simulações no plano (a, e) , $(a, \sin(i))$ e $(e, \sin(i))$, respectivamente) e elementos angulares iniciais Ω , ω e λ das partículas de teste foram fixados como os de (31) Euphrosyne, o menor objeto numerado na região. Calculamos os elementos próprios sintéticos destas partículas de teste com o mesmo procedimento usado para objetos reais. Também obtivemos expoentes máximos de Lyapunov (MLE, *Maximum Lyapunov Exponents*) para todas as partículas de teste em nossas simulações. Os expoentes máximos de Lyapunov (MLE, Lyapunov 1907) é uma medida de alongamento exponencial das órbitas próximas. Os expoentes de Lyapunov são iguais a zero para órbitas regulares (que tendem a zero no tempo finito de cálculo), enquanto eles assumem valores positivos para órbitas caóticas. O inverso do expoente de Lyapunov é o tempo de Lyapunov (T_L). Menores valores de T_L indicam maior estocasticidade local. Tempos de Lyapunov foram calculados com os mesmos procedimentos discutidos em Carruba (2009b).

³Nossas partículas cobrem uma faixa entre 2.83 e 3.325 UA em a , 0 e 0.6 em e e 16° e 38° em i , respectivamente.

Começamos nossa análise olhando as partículas no plano (a, e) . A figura 6.1 mostra o mapa de elementos próprios sintéticos em tal plano. A linha inclinada na figura 6.1 descreve a localização orbital da região para a qual o pericentro do asteroide é igual a apocentro de Marte. A falta de objetos em excentricidades muito pequenas é um artefato do método utilizado para o cálculo de elementos próprios sintéticos para asteroides com $e_{free} < e_{forced}$ (ver Carruba 2010a), e do grande número aparente de objetos com frequências próximas a ν_5 nas imediações da ressonância de movimento médio $2J : -1A$ é causado pela presença da ressonância próxima que força o perihélio do asteroide para precessar com uma frequência próxima à de Júpiter. Pode-se notar também o papel da ressonância ν_6 que atravessa verticalmente a região da família de Euphrosyne, perto a $2J : 5S : -2A$. Com relação ao caso de objetos reais, encontramos um número mais limitado de ressonâncias de quatro corpos na região de Euphrosyne (eles aparecem como faixas verticais de baixos tempos de Lyapunov), fato que pode ser causada por um efeito de agrupamento de nossa grade de partículas de teste. Entre as numerosas ressonâncias de quatro e cinco corpos que podem estar causando o aparecimento de caos na região, foram identificadas a ressonância de quatro corpos $5J : -2S : -2U : 1A$ de ordem 1 em $a \cong 3.140847$ UA e da ressonância $-5J : -6S : 6U : -1M : 6A$ de ordem zero em $a \cong 3.1292997$ UA. Mas outras combinações podem ser possíveis na região, impulsionando uma dinâmica caótica não desestabilizadora.

Em seguida, voltamos nossa atenção para o plano representativo $(a, \sin(i))$. Como os atuais mecanismos de mobilidade dinâmica só podem modificar um pouco a inclinação das órbitas dos asteroides, famílias de asteroides tendem a aparecer neste plano como faixas horizontais. Identificamos uma região de órbitas relativamente estáveis entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$ que apresenta uma população relativamente baixa de asteroides. Como encontrado na região de Pallas, existem órbitas estáveis em estados anti-alinhados da ν_6 (identificados por pontos magenta na figura 6.2) que estão em configurações orbitais equivalentes a asteroides da família de Tina (Carruba e Morbidelli 2011). Pode-se também notar como a área de instabilidade associada com a ressonância ν_6 é um pouco mais limitada na região de Euphrosyne. O papel da ressonância secular ν_6 será investigado posteriormente nesta seção. Quanto ao mapa dinâmico no plano (a, e) , observamos também a influência de várias ressonâncias de movimento médio de quatro e cinco corpos na região de Euphrosyne, que aparecem como linhas azuis de baixo tempo de Lyapunov na figura. Finalmente, como consequência do compor-

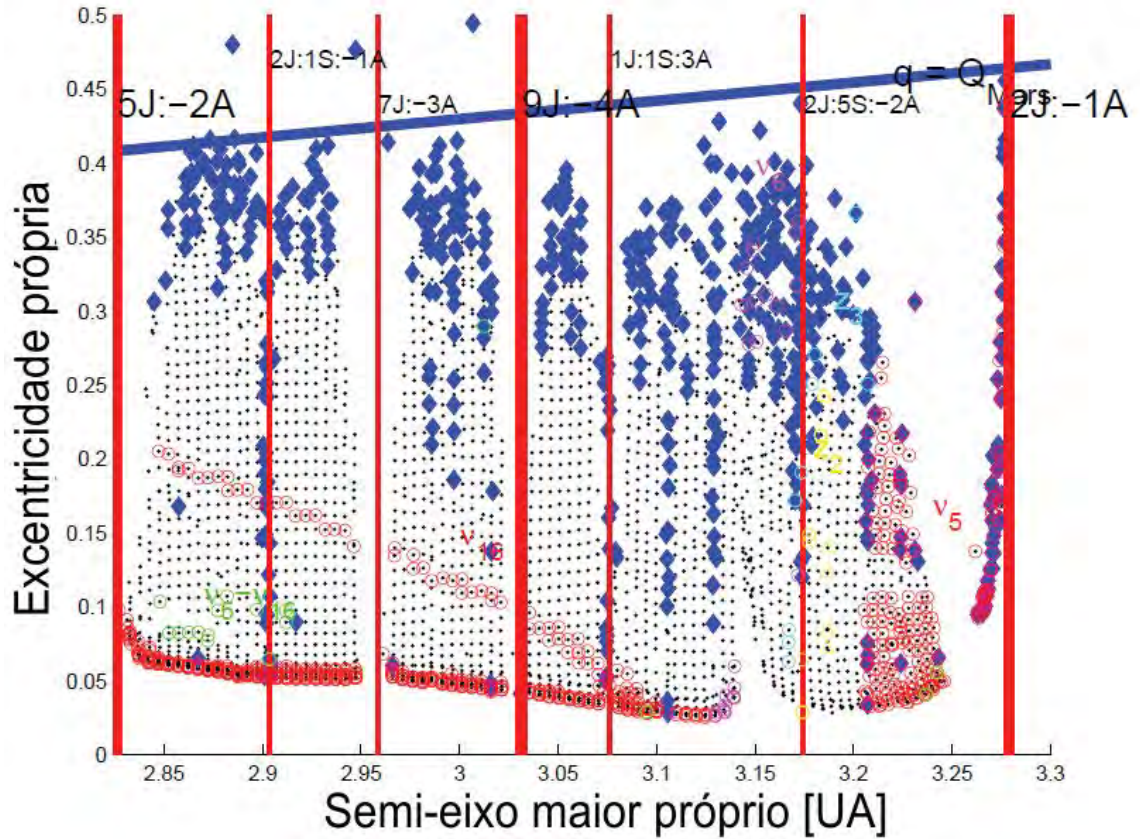


Figura 6.1: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano (a, e) . Linhas verticais vermelhas mostram a localização das principais ressonâncias de movimento médio, os diamantes azuis são associados com partículas de teste com tempos de Lyapunov de menos de 10000 anos. Pontos pretos são partículas que sobrevivem o tempo de integração, círculos vermelhos são partículas com frequências na faixa das ressonâncias seculares ν_5 e ν_{16} . Círculos Magenta estão associados com partículas perto da ressonância secular ν_6 . Círculos verdes, círculos amarelos e círculos ciano estão associados a asteroides dentro das ressonâncias seculares $\nu_5 - \nu_{16}$, $z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16}$ e $z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$, respectivamente. A linha inclinada na figura descreve a localização orbital da região para a qual o pericentro do asteroide é igual ao apocentro do Marte.

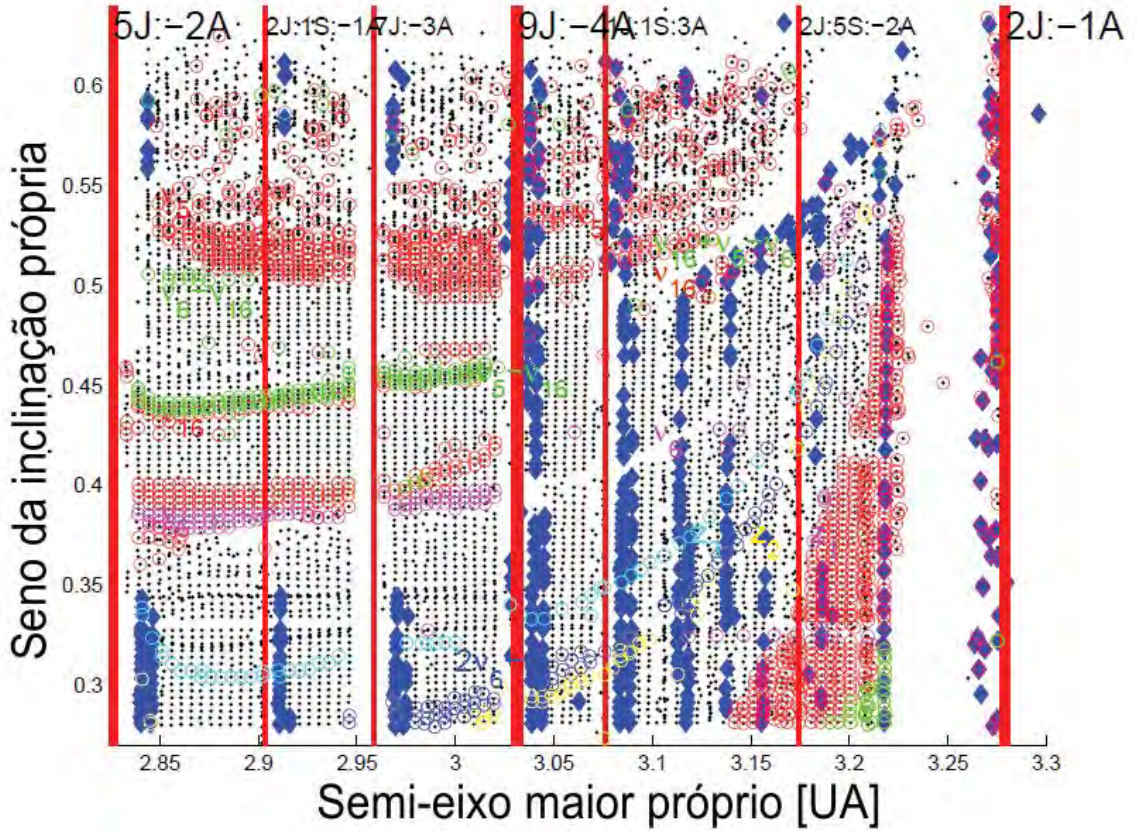


Figura 6.2: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, \sin(i))$. Os símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.1.

tamento não linear da frequência g em função de a perto da ressonância de movimento médio $2J : -1A$, (ver figura 6.6, o painel A) várias ressonâncias seculares envolvendo frequências de pericentro são comprimidas em uma área limitada na região de Euphrosyne: identificamos a z_1 (círculos magenta), z_2 (círculos amarelos), z_3 (círculos ciano), $\nu_5 - \nu_{16}$ (círculos verdes), $2\nu_6 - \nu_5$ (círculos azuis), entre outros. Vamos discutir mais detalhadamente o efeito dessas ressonâncias sobre a população local de asteroides quando analisemos a projeção de elementos orbitais de asteroides no plano $(g, g + s)$, o plano mais adequado para a análise da dinâmica secular (Carruba e Michtchenko 2007, 2009).

Também obtivemos o mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(e, \sin(i))$. A figura 6.3 mostra os elementos próprios sintéticos das partículas de teste neste plano, ressonâncias de movimento médio não são visíveis neste plano, de modo que o efeito da dinâmica secular é mais evidente. Pode-se facilmente notar o efeito desestabilizador da ressonância ν_5 e o efeito desestabilizador limitado da ressonância ν_6 . Como observado no plano (a, e) , a ressonância ν_{16} tende a alinhar asteroides perto de seu centro. Além disso, fazemos mais facilmente observar neste plano o efeito de ressonâncias de pericentro como a $2\nu_6 - \nu_5$ (círculos azuis), $3\nu_6 - 2\nu_5$

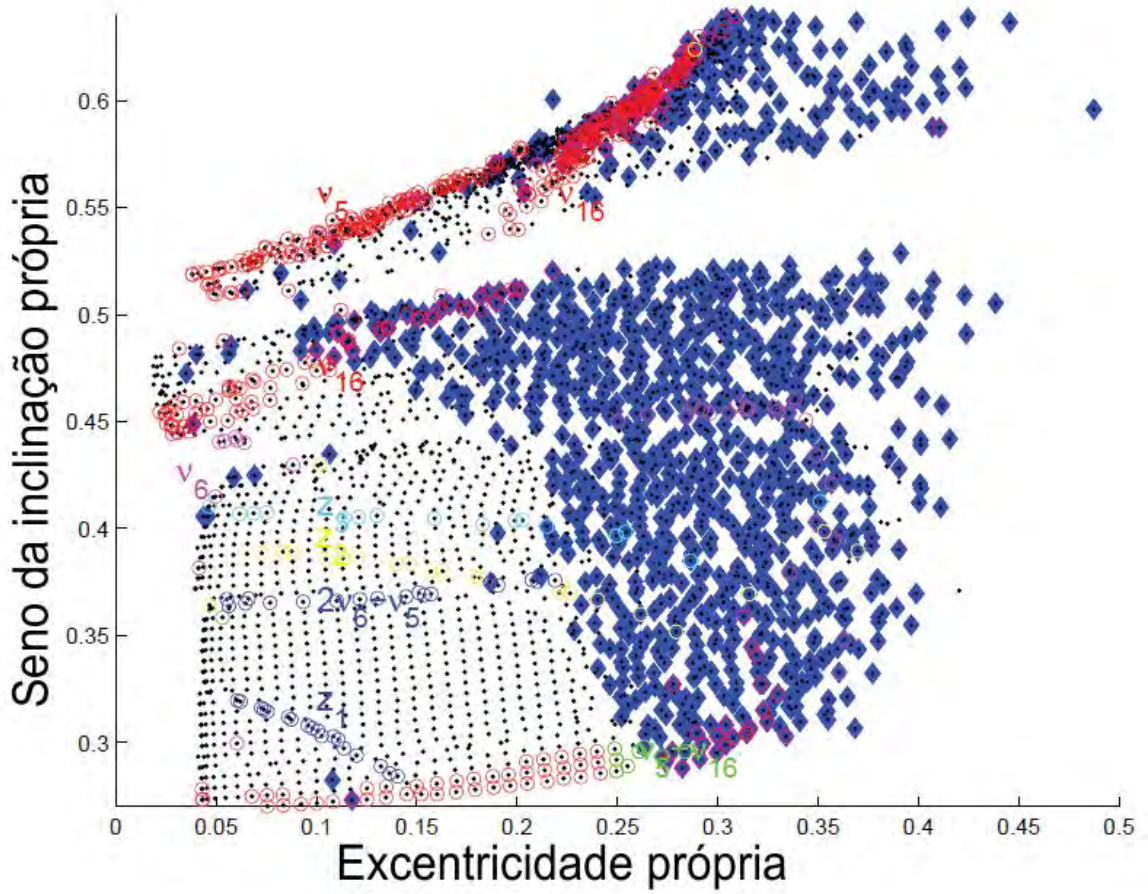


Figura 6.3: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(e, \sin(i))$. Os símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.1.

e $\nu_5 + \nu_6$, bem como de outras ressonâncias não lineares já discutidas nos mapas dinâmicos anteriores. Mais uma vez, a ausência de partículas em pequenos valores de excentricidade é um artefato do método utilizado para calcular elementos próprios sintéticos.

Nos mapas em todos os planos, (a, e) , $(a, \sin(i))$ e $(e, \sin(i))$, observou-se lacunas produzidas pelas principais ressonâncias seculares lineares ν_5 , ν_6 e ν_{16} . Quão eficiente são essas ressonâncias em esgotar a população local de asteroides na região de Euphrosyne? E quão eficaz é uma barreira como eles quando forças não gravitacionais são consideradas? Vamos tentar investigar estas questões na próxima seção.

6.2 Elementos próprios sintéticos para asteroides na região de Euphrosyne

Se queremos estudar a evolução dinâmica de grupos de asteroides na região de Euphrosyne uma etapa preliminar é ter um catálogo de elementos próprios de asteroides. Nós obtivemos elementos próprios sintéticos de acordo com o método descrito no capítulo 2 para asteroides numerados e de múltipla oposição na região de Euphrosyne, definida como a região entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $2J : -1A$ com Júpiter e os valores de $\sin(i) > 0.29$. Nesta fase de nossa investigação, ainda não nos preocupamos com a possibilidade de ter asteroides na configuração de ressonância secular, por isso ainda não calculamos elementos próprios ressoantes para objetos em tais configurações. Nós pré-selecionamos um conjunto de 9608 asteroides numerados e 6172 de múltipla oposição baixados do site AstDyS (<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>) em 25 de maio de 2011, que preenchiam os critérios de ter semi-eixo maior osculador entre os centros das duas ressonâncias ($2.8258 < a < 3.4$ UA) e inclinação osculadora maior que 16° ou $\sin(i) > 0.2756$, de modo a incluir objetos com pequena inclinação osculadora que podem ter valores de $\sin(i)$ próprio na região de Euphrosyne. Em seguida, esses objetos foram integrados por 20 milhões de anos sob a influência de todos os planetas de Vênus a Netuno (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições iniciais), com o integrador *BURLISCH-STOER* do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan, 1994) modificada por Brož (1999) de modo a incluir um filtragem digital em linha para remover todas as frequências com período inferior a 600 anos. Elementos próprios sintéticos foram obtidos com o mesmo processo discutido em Carruba (2010b). Dos corpos sobreviventes, 6841 asteroides numerados e 4034 de múltipla oposição foram encontrados com elementos próprios na região de Euphrosyne. Este é uma amostra de dados significativamente maior do que utilizado por Gil-Hutton (2006) e um pouco maior (9835 objetos contra os 9538 objetos com o $\sin(i) > 0.295$) do que for mais recentemente utilizado por Novaković et al. (2011) na região de Euphrosyne.

A figura 6.4 apresenta as projeções no plano (a, e) (painel A) e $(a, \sin(i))$ (painel B) dos elementos próprios obtidos para os asteroides numerados e de múltipla oposição na área. Asteriscos azuis mostrar asteroides com σ_a entre 0.0003 UA (o limite dado por Knežević e Milani (2003) para elementos próprios sintéticos “estáveis”) e 0.01 UA (o limite para os casos

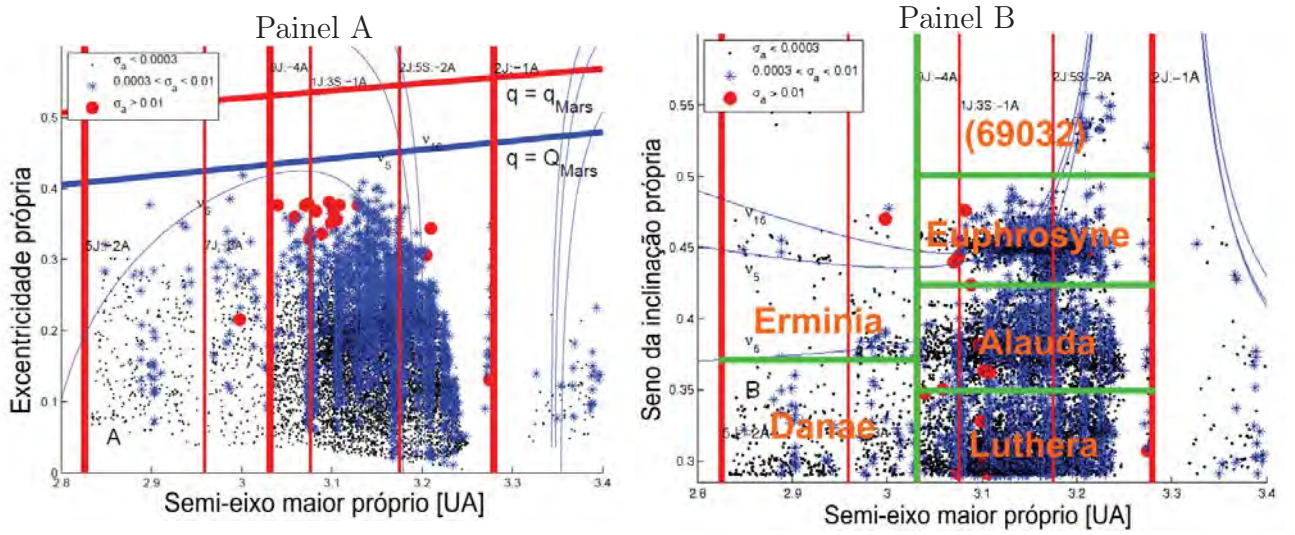


Figura 6.4: Painei A: mostra a projeção no plano (a, e) de asteroides de alta inclinação na região de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_a entre 0.0003 e 0.01, enquanto círculo vermelho mostra asteroides com σ_a maior que 0.01. Painei B: mostra a projeção no plano $(a, \sin(i))$ dos mesmo asteroides.

patológicos), enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_a maior que 0.01 UA. Como discutido em Milani e Knežević (1994), asteroides com grande desvio padrão em σ_a em semi-eixo maior próprio são geralmente associados a ressonâncias de movimento médio de dois, três ou quatro corpos. O grande desvio padrão em a é causado pela média necessária para produzir os elementos próprios para asteroides envolvidos na libração dentro de uma ressonância. Linhas verticais em vermelho mostram a localização de algumas das mais importantes ressonâncias de movimento médio de dois e três corpos na região, enquanto as linhas azuis mostram a localização das principais ressonâncias seculares lineares, usando a teoria de perturbação secular de segundo ordem e quarto grau de Milani e Knežević (1994) para calcular as frequências próprias g e s para a grade em (a, e) e $(a, \sin(i))$ dos valores mostrados na figura 6.4 e os valores de ângulos e excentricidade de (31) Euphrosyne. As ressonâncias seculares não lineares e ressonâncias de quatro corpos foram discutidas na seção 6.1. As linhas inclinadas na figura 6.4, painei A, descrevem a localização orbital da região para a qual o pericentro do asteroide é igual a apocentro de Marte e pericentro de Marte, respectivamente.

Como pode ser visto na figura pode-se facilmente notar que i) a maioria da população de asteroides esta concentrada na região entre as ressonâncias de movimento médio $9J : -4A$ e $2J : -1A$, ii) a população de asteroides em inclinações superiores que do centro da ressonância secular ν_6 é escassa, ao contrário do que observado no cinturão principal central (Carruba 2010b, Carruba e Machuca 2011) e iii) existe uma população de objetos dentro da ressonância

de movimento médio $2J : -1A$ (a população instável Griquas, Roig et al. 2002). Muitos asteroides com valores “instáveis” de próprio a são caracterizados pela interação com uma rede local de ressonâncias de quatro e possivelmente também de cinco corpos, que serão discutidas na seção 6.4. Nós também observamos que muitas famílias de asteroides na área parecem ser atravessadas pela ressonância secular ν_6 . O papel desta ressonância também vai ser investigado com mais detalhes na seção 6.4.

Uma análise na projeção $(a, \sin(i))$ mostra que a região de Euphrosyne pode ser dividido em duas áreas pela ressonância de movimento médio $9J : -4A$. A região entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$ tem uma densidade muito menor de asteroides que a região entre a $9J : -4A$ e $2J : -1A$. A ressonância secular ν_6 dividem esta região em duas áreas, uma associada com (61) Danae, o menor numerado na região, em inclinações inferiores ao centro da ν_6 e uma associada com (705) Erminia, com maior inclinação. Para o semi-eixo maior entre a $9J : -4A$ e $2J : -1A$, podemos distinguir quatro grandes grupos em inclinações crescente: de baixo para cima, os grupos associados com (1303) Luthera, (702) Alauda, (31) Euphrosyne e (69032) (2002 WG17). No geral, nós apresentamos seis nomes das regiões para descrever as áreas que foram identificadas nesta análise preliminar: Erminia, Danae, Luthera, Alauda, Euphrosyne e a região (2002 WG17).

A figura 6.5 apresentamos uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides com os valores dos erros em e (painel A) e em i (painel B) para elementos próprios “estáveis” (pontos pretos), “instáveis” (asteriscos azuis) e “patológicos” (círculos vermelhos). Como na figura 6.4, as linhas azuis mostram a localização das ressonâncias seculares principais da região. Pode-se observar as regiões de menor densidade de asteroides associadas ao pericentro das ressonâncias seculares lineares ν_5 e ν_6 , e como a densidade é menor, mas não nula, em regiões próximas à ressonância ν_6 . Além disso, como pode ser visto na figura, erros de excentricidade e inclinação são maiores em asteroides de alta inclinação, mas não desprezível para asteroides em baixa inclinação, ao contrário do que observado para objetos de alta inclinação na região da família de Pallas (Carruba 2010b).

Finalmente, a figura 6.6 mostra uma projeção de asteroides no plano (a, g) (painel A) e em (a, s) (painel B) na região da família de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostrar asteroides com desvio padrão em σ_g e σ_s entre 1 e 10, enquanto os círculos vermelhos mostram os asteroides com σ_g e σ_s maior que 10. Aqui decidimos mostrar g e s como funções de a em vez de n para permitir

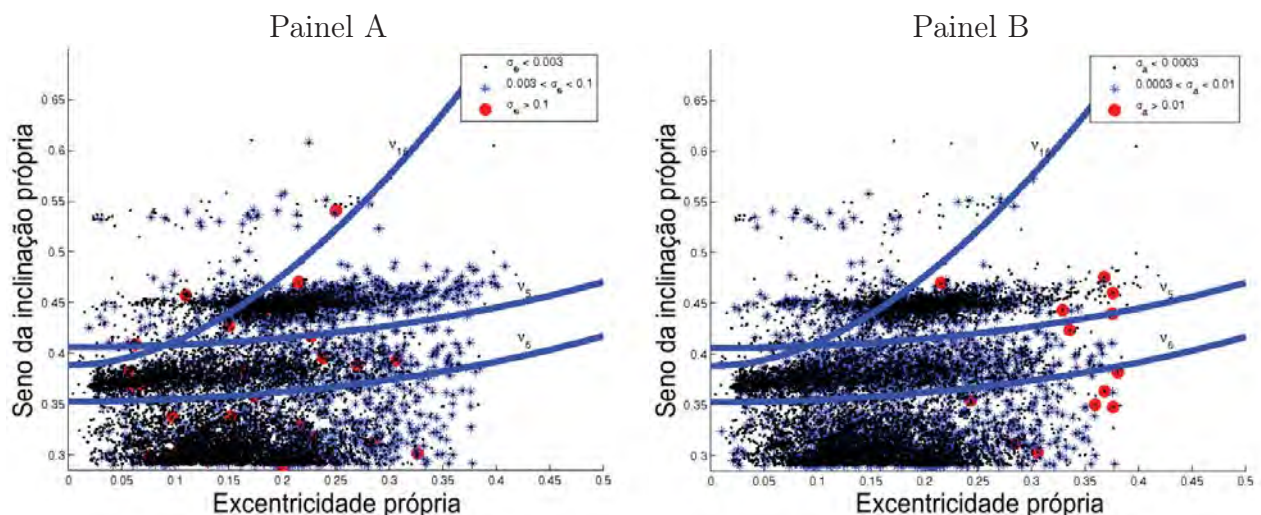


Figura 6.5: Painel A: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ de asteroides na região da família de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_e entre 0.003 e 0.1, enquanto círculo vermelho mostram asteroides com σ_e maior que 0.1. Painel B: uma projeção no plano $(e, \sin(i))$ dos mesmos asteroides, mas nesta vez asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_i entre 0.001 e 0.03, enquanto círculos vermelhos mostram asteroides com σ_i maior que 0.03.

uma comparação mais fácil destas figuras com a figura 6.4. Observe o efeito perturbador sobre os valores de g em função de a perto da ressonância de movimento médio $2J : -1A$ (painel A) também discutido em Carruba e Michtchenko (2009). Objetos com semi-eixo maior próximos a valores da separatriz de $2J : -1A$ têm valores de erros nas frequências g e s classificados como patológicos. Muitos objetos que parecem residir no interior das ressonâncias seculares ν_6 , ν_5 e ν_{16} têm valores de frequências próprias tão perturbados pela presença do $2J : -1A$ que seu estado de ressonância não é muito provavelmente real (com a possível exceção de uma pequena população de objetos de baixa a cujas frequências se encontram dentro da ressonância ν_6 , este estado será investigado na seção 6.5). Esta preocupação também se aplica a objetos dentro da ressonância $\nu_6 + 2\nu_7$. Este e outras ressonâncias seculares não lineares serão investigadas em mais detalhes na seção 6.4.

Para ter uma idéia preliminar da importância relativa do efeito de cada ressonância secular aqui começamos a verificar quantos objetos reais estão dentro de cada uma das ressonâncias seculares que envolvem as frequências de Júpiter e Saturno g_5 , g_6 e s_6 na região, até a ordem seis ⁴. Nós não incluímos nesta etapa ressonâncias envolvendo outros planetas. Pode-se notar no entanto que, devido à valores próximos de g_5 e g_7 a localização das ressonâncias de Urano estão próximos no espaço de elementos próprios a ressonância de pericentro envolvendo Júpi-

⁴Dada a sua importância (Carruba e Michtchenko 2009), também consideraremos a ressonância de ordem oito $z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$, há 33 objetos dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância.

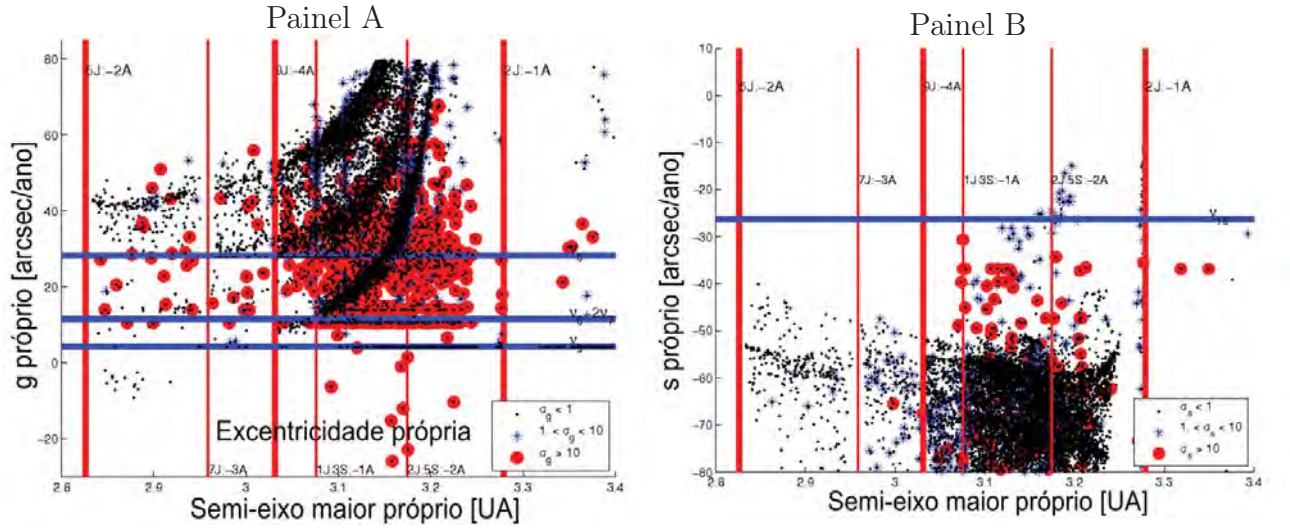


Figura 6.6: Painel A: uma projeção no plano (a, g) de asteroides na região da família de Euphrosyne. Asteriscos azuis mostram asteroides com desvio padrão em σ_g entre 1 e 10, enquanto os círculos vermelhos mostram os asteroides com σ_g maior que 10. Painel B: uma projeção no plano (a, s) dos mesmos asteroides.

ter. Dividimos ressonâncias de acordo com as frequências dos asteroides que estão envolvidos no argumento da ressonância. Assim, ressonâncias como a $\nu_6 = g - g_6$ são ressonância tipo g , ressonâncias, como a $z_1 = g - g_6 + s - s_6$ são ressonâncias $g + s$ e assim sucessivamente. Como critério preliminar justificado a partir de experiências passadas com ressonâncias seculares (Carruba 2009a), os asteroides foram considerados asteroides como mais probabilidade de estar dentro de uma ressonância secular, se a combinação de ressonâncias de suas frequências próprias estivesse dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ do centro de ressonância. Por exemplo, no caso da ressonância z_1 consideramos asteroides ressoantes candidatos com valores de $g + s$ para dentro de $\cong 0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, a partir da combinação de frequência planetária $g_6 + s_6$. Advertimos ao leitor que este é um método preliminar e que o comportamento efetivo orbital de asteroides deve ser verificado através da realização de simulações numéricas e verificando a dependência temporal do argumento de ressonância. Os resultados de nossa análise são listados na Tabela 6.1. O grande número aparente de asteroides na ressonância ν_5 é um artefato causado pelo efeito de proximidade da ressonância de movimento médio $2J : -1A$. Podemos observar o número relativamente grande de objetos em algumas ressonâncias de pericentro como a $3\nu_6 - \nu_5$ e surpreendentemente em uma ressonância $2g + s$ como a $2\nu_5 + \nu_{16}$. Iremos continuar a investigação destas e outras ressonâncias seculares nas próximas seções.

Tabela 6.1: Ressonâncias secular principais na região de Euphrosyne, valor da frequência e número de asteroides ressoantes.

Argumento de ressonância	Valor da frequência <i>arcsec ano</i> ⁻¹	Número de asteroides ressoantes
ressonância <i>g</i>		
ν_5	4.257	2445
ν_6	28.243	210
$2\nu_5 + \nu_6$	12.2523	7
$2\nu_6 + \nu_5$	20.2476	58
$2\nu_5 - \nu_6$	-19.729	0
$2\nu_6 - \nu_5$	52.229	66
$3\nu_5 - \nu_6$	-7.736	0
$3\nu_6 - \nu_5$	40.236	106
$3\nu_5 - 2\nu_6$	-43.715	0
$3\nu_6 - 2\nu_5$	76.215	39
ressonância <i>s</i>		
ν_{16}	-26.345	82
ressonância <i>g + s</i>		
$\nu_5 + \nu_{16}$	-22.088	0
$\nu_6 + \nu_{16}$	1.898	21
$2\nu_5 - \nu_6 + \nu_{16}$	-46.074	0
$2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$	25.884	1
ressonância <i>g + 2s</i>		
$\nu_5 + 2\nu_{16}$	-48.433	73
$\nu_6 + 2\nu_{16}$	-24.884	1
ressonância <i>g - s</i>		
$\nu_5 - \nu_{16}$	30.602	47
$\nu_6 - \nu_{16}$	54.588	1
$2\nu_5 - \nu_6 - \nu_{16}$	6.616	0
$2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$	78.574	78
ressonância <i>g - 2s</i>		
$\nu_5 - 2\nu_{16}$	56.947	70
$\nu_6 - 2\nu_{16}$	80.933	1
ressonância <i>2g + s</i>		
$2\nu_5 + \nu_{16}$	-17.813	138
$2\nu_6 + \nu_{16}$	30.141	45
$\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$	6.155	56
ressonância <i>2g - s</i>		
$2\nu_5 - \nu_{16}$	34.859	72
$2\nu_6 - \nu_{16}$	82.831	86
$\nu_5 + \nu_6 - \nu_{16}$	58.845	3

6.3 Ressonâncias seculares lineares na região de Euphrosyne

Para melhorar a nossa compreensão da dinâmica local, nesta seção vamos estudar o comportamento do argumento de ressonância de asteroides que encontramos que satisfazem o critério de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ para as ressonâncias seculares ν_5 e ν_{16} e o critério de $0.8 \text{ arcsec ano}^{-1}$ para a ressonância secular ν_6 . Quantos desses objetos estão atualmente em uma configuração de ressonância, e que tipo de configurações de ressonância são possíveis?

Asteroides em ou perto das ressonâncias seculares podem mostrar essencialmente cinco tipos de comportamento do argumento de ressonância em função do tempo. A figura 6.7 mostra um exemplo de cada um desses comportamentos para cinco asteroides próximos à ressonância ν_5 , o comportamento é qualitativamente o mesmo para as outras duas ressonâncias. Já que aqui estamos interessados em dar apenas uma discussão qualitativa dos possíveis regimes seculares, nós vamos mostrar na figura o comportamento no tempo do argumento osculador ressoante, sem que hajamos filtrado algum termo de curto período como em outros trabalhos.

Asteroides fora de uma ressonância secular estão em órbitas de circulação: o argumento de ressonância circula de 0° a 360° (figura 6.7, painel A), abrangendo todos os possíveis valores do ângulo ressoante ($\varpi - \varpi_5$, no caso da ressonância ν_5). Outra classe de órbitas são chamados estados de libração. Nestes estados o argumento da ressonância ou oscila em torno de 0° (figura 6.7, painel B), neste caso temos libração alinhada (para a ressonância ν_5 o pericentro do planeta e do asteroide estão alinhados), ou em torno de 180° (figura 6.7, painel C), e neste caso temos libração anti-alinhada, uma vez que o asteroide e o pericentro do planeta são separados por um ângulo de 180° . Finalmente, os asteroides com órbitas próximas à separatriz podem alternar fases de libração alinhada e circulação (figura 6.7, painel D), ou libração anti-alinhada e circulação (figura 6.7, painel E).

Cada um dos objetos dentro do critério de frequência ressoante foi integrado com o integrador *SWIFT_MVSF*, do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan, 1994) modificado por Brož (1999), mais de 20 milhões de anos sob a influência gravitacional de todos os planetas e (1) Ceres e seus argumentos de ressonâncias foram analisados. Objetos em órbitas em circulação serão indicados por pontos pretos nas seguintes figuras, asteroides em estados de libração alinhada serão mostrados por pontos azuis cheios, enquanto os objetos em órbitas que alternar entre circulação e libração (ou alinhada ou anti-alinhada) serão mostrados por asteriscos ver-

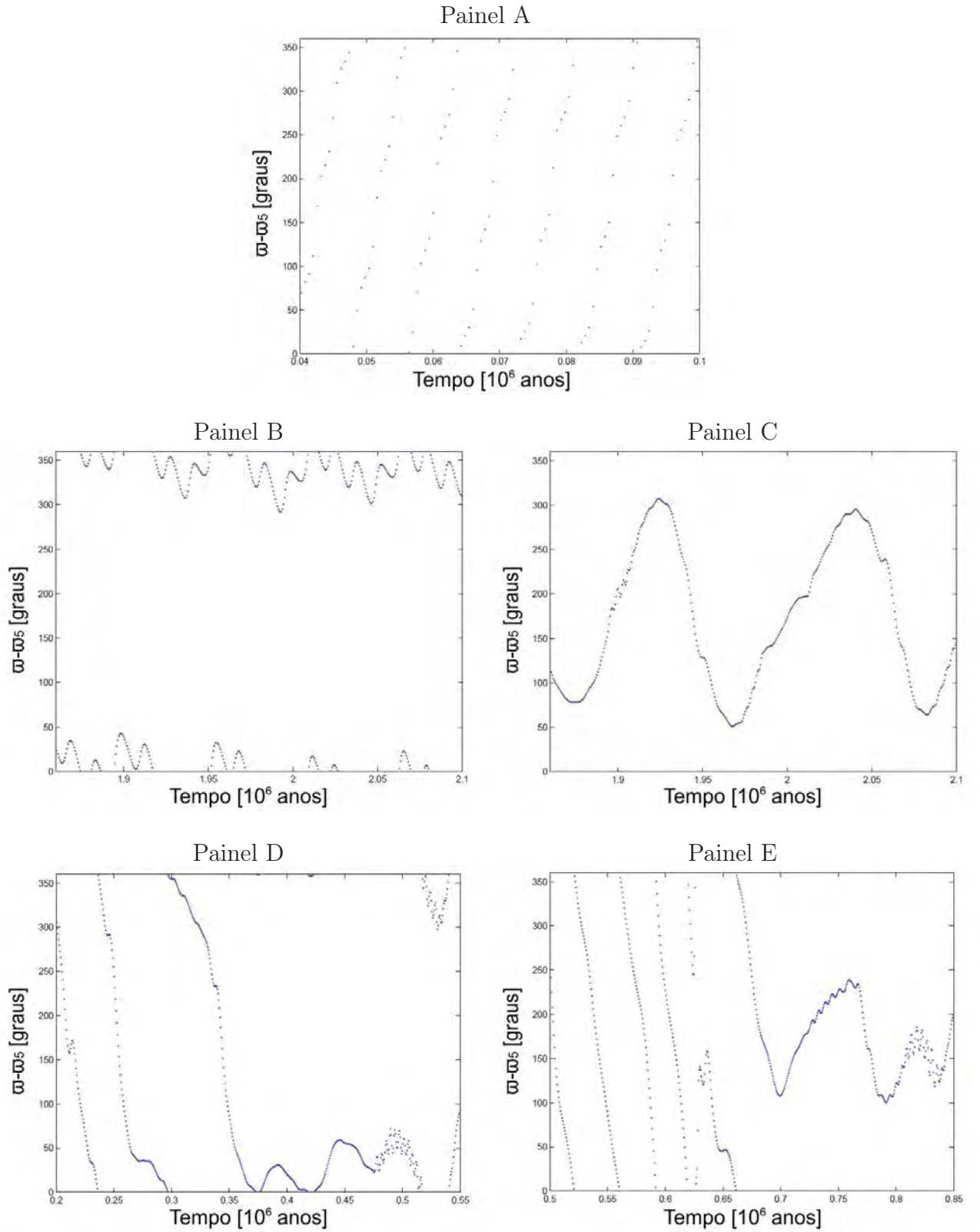


Figura 6.7: Comportamento temporal do argumento da ressonância $\varpi - \varpi_5$ para asteroides em órbitas de circulação (painel A), em estados de libração alinhada (painel B), em estados de libração anti-alinhada (painel C), em órbitas que comutam estados de libração alinhada e circulação (painel D) e estados de libração anti-alinhada e circulação (painel E).

des. Identificar asteroides em configurações de ressonância nos permitirá lidar melhor com o problema da identificação de famílias. Começaremos nossa análise com o caso da ressonância secular ν_6 .

6.3.1 O papel da ressonância secular ν_6

A ressonância secular ν_6 é a ressonância secular linear principal no cinturão de asteroides (Morbidelli e Henrard 1991) e é um conhecido mecanismo dinâmico para a produção de meteoritos na Terra (Bottke et al. 2006). Analisamos o comportamento do argumento de ressonância dos 210 asteroides que satisfazem o critério $\pm 0.8 \text{ arcsec ano}^{-1}$ descrito na seção 6.2. Encontramos 63 objetos em órbitas de circulação, identificados por pontos pretos na figura 6.8, e 30 asteroides alternando fases de circulação e libração (asteriscos verdes na figura 6.8, 7 delas com fases de libração alinhada e 23 deles mostrando as fases de libração anti-alinhada. Não é de surpreender que não identificamos asteroides em órbitas em libração alinhada, pois estes objetos são altamente instáveis (Carruba e Morbidelli 2011). O que foi surpreendente é o número elevado de asteroides anti-alinhados (pontos vermelhos cheios na figura 6.8): foram identificados 92 asteroides em configuração anti-alinhada da ressonância ν_6 (ver Tabelas 6.2, 6.3), que é um número maior de asteroides que na região da família de Tina recentemente identificados na mesma configuração orbital (91 corpos, Carruba e Morbidelli 2011). A grande presença de asteroides em libração anti-alinhada na região da família de Alauda, além de ser um resultado muito interessante na dinâmica em si mesmo, têm consequência para o que diz respeito à identificação da família: como existe uma grande população de asteroides em libração anti-alinhada de ν_6 na região, apropriados elementos próprios ressoantes devem ser calculados para esses corpos, seguindo uma das abordagens descritas no Carruba e Morbidelli (2011). Além disso, pode ser visto claramente que os asteroides anti-alinhados de ν_6 formam a fronteira da região de Alauda. Qual é a eficácia da ressonância secular ν_6 na formação de limites dinâmicos para a população local de asteroides, quando forças não gravitacionais estão presentes? Vamos investigar este assunto em uma seção posterior.

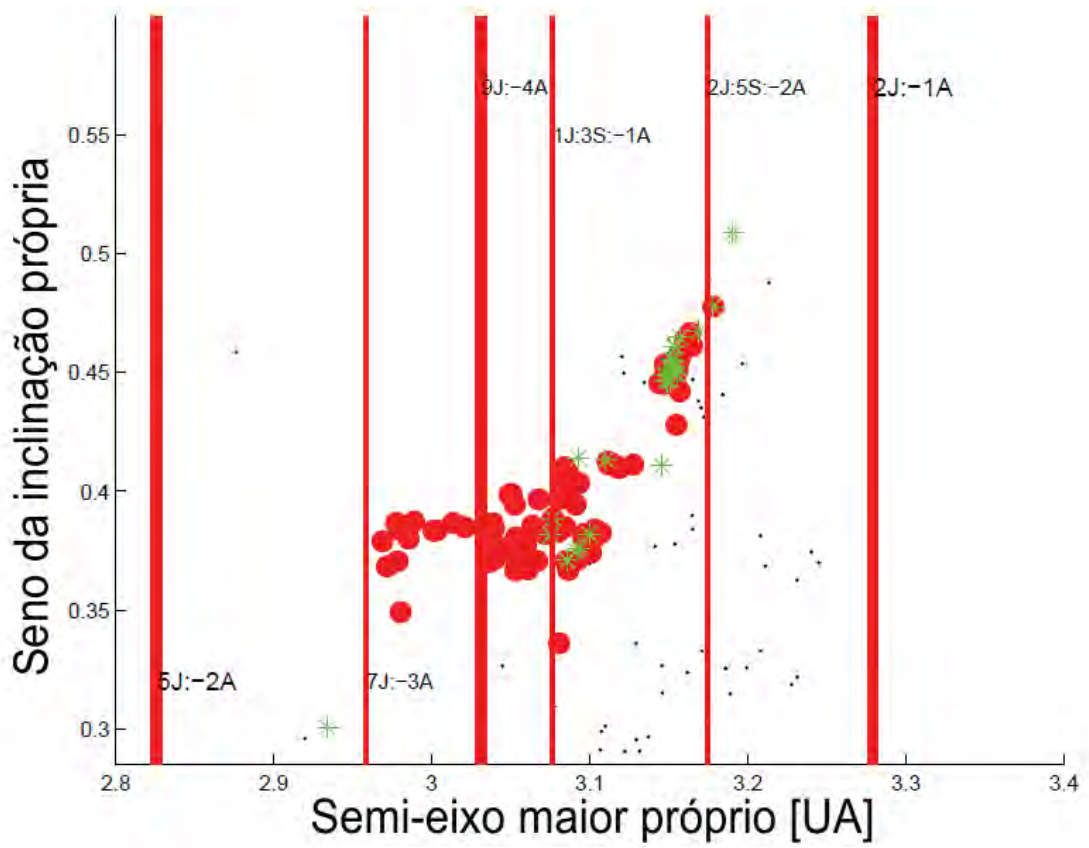


Figura 6.8: A projeção no plano $(a, \sin(i))$ de asteroides dentro de $0.8 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância secular ν_6 . Pontos pretos mostram as posições orbitais de asteroides em órbitas em circulação, pontos vermelhos cheios mostram asteroides em órbitas em estados de libração anti-alinhada e asteriscos verdes identificam asteroides em órbitas alternando circulação e libração.

Tabela 6.2: Identificação e configuração ressoante de asteroides numerados em ressonância secular linear de ν_6 na região de Euphrosyne.

Id. asteroide	Configuração ressoante	Grupo de asteroides, se houver
3939	anti-alinhado de ν_6	31
6613	anti-alinhado de ν_6	
8563	anti-alinhado de ν_6	
19565	anti-alinhado de ν_6	
30995	anti-alinhado de ν_6	
48193	anti-alinhado de ν_6	
66772	anti-alinhado de ν_6	
77426	anti-alinhado de ν_6	
78385	anti-alinhado de ν_6	
81888	anti-alinhado de ν_6	
92174	anti-alinhado de ν_6	
94213	anti-alinhado de ν_6	
94225	anti-alinhado de ν_6	
99010	anti-alinhado de ν_6	
106114	anti-alinhado de ν_6	31
106676	anti-alinhado de ν_6	
117433	anti-alinhado de ν_6	
127414	anti-alinhado de ν_6	
138605	anti-alinhado de ν_6	
140410	anti-alinhado de ν_6	76090
144673	anti-alinhado de ν_6	
157706	anti-alinhado de ν_6	
158591	anti-alinhado de ν_6	
160254	anti-alinhado de ν_6	
163632	anti-alinhado de ν_6	
165085	anti-alinhado de ν_6	
170037	anti-alinhado de ν_6	
172410	anti-alinhado de ν_6	
185714	anti-alinhado de ν_6	
188172	anti-alinhado de ν_6	31
189017	anti-alinhado de ν_6	
192580	anti-alinhado de ν_6	182817
199536	anti-alinhado de ν_6	
202346	anti-alinhado de ν_6	
202625	anti-alinhado de ν_6	31
217311	anti-alinhado de ν_6	
224545	anti-alinhado de ν_6	76090
232079	anti-alinhado de ν_6	31
242600	anti-alinhado de ν_6	31
242681	anti-alinhado de ν_6	
243427	anti-alinhado de ν_6	
243446	anti-alinhado de ν_6	
246676	anti-alinhado de ν_6	

Tabela 6.3: Identificação e configuração ressoante de asteroides de múltipla oposição em ressonância secular linear de ν_6 na região de Euphrosyne.

Id. asteroide	Configuração ressoante	Grupo de asteroides, se houver
1998 UZ5	anti-alinhado de ν_6	
2001 LR1	anti-alinhado de ν_6	
2001 SW87	anti-alinhado da ν_6	
2002 RM225	anti-alinhado de ν_6	31
2002 TL263	anti-alinhado de ν_6	182817
2002 VO10	anti-alinhado de ν_6	
2003 GL2	anti-alinhado da ν_6	
2004 RE207	anti-alinhado de ν_6	31
2005 JD49	anti-alinhado de ν_6	
2005 WQ20	anti-alinhado de ν_6	
2006 DZ190	anti-alinhado de ν_6	31
2006 QT22	anti-alinhado de ν_6	
2007 RQ24	anti-alinhado de ν_6	182817
2008 UN32	anti-alinhado de ν_6	
2000 TD33	anti-alinhado de ν_6	
2001 QP135	anti-alinhado de ν_6	
2002 CG139	anti-alinhado de ν_6	
2008 DU81	anti-alinhado de ν_6	
2008 HN66	anti-alinhado de ν_6	
2001 KV63	anti-alinhado de ν_6	
2003 AR62	anti-alinhado de ν_6	
2003 BP9	anti-alinhado de ν_6	
2005 SE178	anti-alinhado de ν_6	
2006 SD371	anti-alinhado de ν_6	31
2002 PL33	anti-alinhado de ν_6	
2002 RK175	anti-alinhado de ν_6	
2002 SD25	anti-alinhado de ν_6	
2003 QX76	anti-alinhado de ν_6	
2004 BY54	anti-alinhado de ν_6	182817
2004 CL20	anti-alinhado de ν_6	
2004 RE333	anti-alinhado de ν_6	31
2004 TD11	anti-alinhado de ν_6	
2004 TD279	anti-alinhado de ν_6	
2005 EJ25	anti-alinhado de ν_6	
2005 SR22	anti-alinhado de ν_6	
2005 WN37	anti-alinhado de ν_6	
2006 KH20	anti-alinhado de ν_6	
2006 PR19	anti-alinhado de ν_6	76090
2006 QH113	anti-alinhado de ν_6	
2007 RV38	anti-alinhado de ν_6	
2007 TK170	anti-alinhado de ν_6	
2008 CR50	anti-alinhado de ν_6	
2008 DZ52	anti-alinhado de ν_6	
2008 YT137	anti-alinhado de ν_6	
2009 CS56	anti-alinhado de ν_6	

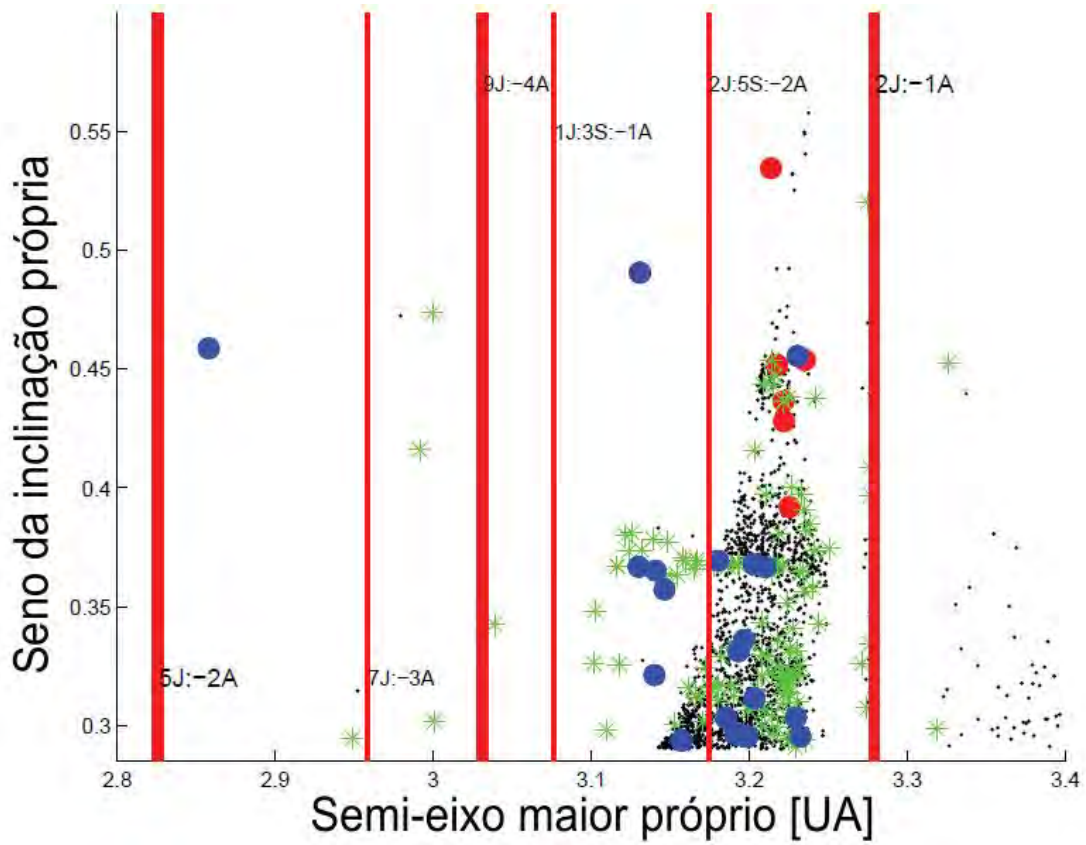


Figura 6.9: A projeção no plano $(a, \sin(i))$ de asteroides dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância secular ν_5 . Pontos azuis identifica objetos em estados de libração alinhada, os outros símbolos têm o mesmo significado que na figura 6.8.

6.3.2 O papel da ressonância secular ν_5

A outra ressonância secular linear principal envolvendo frequências do pericentro é a ressonância ν_5 . Um grande número de objetos (2445) satisfazem o critério $\pm 0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ na seção 6.2. A figura 6.9 apresenta uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ de objetos em circulação (2284 objetos, pontos pretos), em libração anti-alinhada (7 asteroides, pontos vermelhos cheios), em libração alinhada (20 objetos, pontos azuis cheios), e objetos em órbitas de comutação (133 corpos, asteriscos verdes). Notavelmente, identificamos pela primeira vez objetos em órbitas de libração alinhada e anti-alinhada na região. Objetos em estados anti-alinhados da ν_5 são encontrados principalmente em alta inclinação, nas regiões de (69032) 2002 WG17 e Euphrosyne, enquanto os objetos em libração alinhada são encontrados em todas as regiões, com exceção da área de (61) Danae. A lista de objetos em estados de libração da ν_5 é dada na Tabela 6.4.

Com relação à ressonância ν_6 , descobrimos que o número de objetos em estados de libração é limitado: há um total de 27 asteroides ressoantes contra os 94 asteroides em estados de

Tabela 6.4: Identificação e configuração ressoante de asteroides em ressonância secular linear de ν_5 na região de Euphrosyne.

Id. asteroide	Configuração ressoante	Grupo de asteroides, se houver
49606	anti-alinhado de ν_5	31
90551	anti-alinhado de ν_5	
138890	anti-alinhado de ν_5	
150652	anti-alinhado de ν_5	
157401	anti-alinhado de ν_5	
242435	anti-alinhado de ν_5	
2004 HT56	anti-alinhado de ν_5	
7215	alinhado de ν_5	31
13936	alinhado de ν_5	
38550	alinhado de ν_5	
40500	alinhado de ν_5	
48218	alinhado de ν_5	
51263	alinhado de ν_5	
68014	alinhado de ν_5	
97399	alinhado de ν_5	
102492	alinhado de ν_5	
106792	alinhado de ν_5	
115750	alinhado de ν_5	
139759	alinhado de ν_5	
160242	alinhado de ν_5	
212547	alinhado de ν_5	
2009 SZ96	alinhado de ν_5	
2005 GA10	alinhado de ν_5	
2006 TF68	alinhado de ν_5	
2007 TR398	alinhado de ν_5	
2009 UM88	alinhado de ν_5	
2009 UL136	alinhado de ν_5	

libração anti-alinhada de ν_6 . Isso é compreensível se considerarmos a maior largura no domínio $(a, e, \sin(i))$ da ressonância ν_6 com relação à ν_5 , previsto por modelos analíticos, tais como os descritos em Yoshikawa (1987) e Morbidelli e Henrard (1991). Não foi possível encontrar um critério mais rigoroso para a identificação de objetos ressoantes em base de sua frequência g . Objetos em estados alinhados e anti-alinhados têm valores de frequência no mesmo intervalo de objetos em estados de circulação. Só uma análise de seu comportamento no tempo do ângulo de ressonância é portanto capaz de identificar corretamente esses objetos, nesta fase de nossa pesquisa.

6.3.3 O papel da ressonância secular ν_{16}

Foram identificados um total de 74 asteroides (47 numerados e 27 de múltipla oposição) que satisfazem o nosso critério préselecionado de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ para a ressonância secular ν_{16} . Nenhum desses asteroides foi encontrado em um estado puro de libração de ν_{16} . Nós, no entanto, observamos um objeto que alterna fases de libração alinhada e circulação (145555) 2006 MQ12 e dois asteroides que alternam fases de libração anti-alinhada e circulação (165809) 2001 RK78 e (176579) 2004 BF73. Todos os três asteroides não sobreviveram ao tempo da integração, o que pode sugerir um efeito desestabilizador dessa ressonância na região. Vamos continuar a investigação do papel da ressonância ν_{16} na próxima subseção, onde o efeito Yarkovsky é considerado como um mecanismo de mobilidade dinâmica.

6.3.4 Integrações com Yarkovsky

Foi observado que a região entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$ e acima da ressonância ν_6 é dinamicamente estável (Carruba e Machuca 2011), mas ainda caracterizada por um baixo número de asteroides. Qual é a eficácia como barreiras dinâmicas das principais ressonâncias seculares e de movimento médio na região: ou seja, a ν_6 , ν_{16} e a $9J : -4A$? Pode a baixa densidade de asteroides entre as ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$ ser explicada pelo efeito dessas ressonâncias sobre a população de objetos migrantes para menores semi-eixo maior por causa do efeito Yarkovsky das regiões de Alauda, Euphrosyne e (69032)?

Para responder a esta pergunta, integramos numericamente os asteroides reais perto de ν_6 e ν_{16} que satisfazem o critério de frequência de proximidade com as ressonâncias seculares, com *SWIFT_RMVS*, o integrador simplético de Brož (1999) que simula a versão diurna e sazonal do efeito Yarkovsky, mais de 200 milhões de anos com a influência gravitacional de todos os planetas de Vênus a Netuno (Mercúrio foi contabilizado como uma correção baricêntrica das condições iniciais). Nós escolhemos esses asteroides próximos à dois ressonâncias seculares, porque a ressonância ν_6 marca a fronteira da região de Alauda e a ν_{16} na região Euphrosyne. Como os asteroides na região são em sua maioria do tipo C, foram utilizados os valores dos parâmetros de efeito Yarkovsky apropriados para tais corpos (Carruba et al. 2003). Nós usamos um conjunto de orientações do eixo de rotação com -90° com relação ao plano orbital, pois nosso objetivo é investigar a difusão de asteroides de Alauda, Euphrosyne e (69032) para as regiões inferiores de semi-eixo maior baixo, e para a orientação negativa do eixo de spin a deriva Yarkovsky reduz o a do asteroide. Assumimos períodos obtidos sob a aproximação que a frequência de rotação é inversamente proporcional ao raio do objeto, e que um asteroide de 1 km tivera um período de rotação de 5 horas (Farinella et al. 1998). Nenhuma reorientação foi considerada, de modo que a deriva causada pelo efeito Yarkovsky fosse a máxima possível. Nós integramos o conjunto de corpos com raio de 100 m de modo a obter informações sobre a ressonância que se cruzam em uma velocidade de deriva um pouco maior que para objetos de quilômetros de tamanho. Como nosso objetivo era obter informação sobre a possibilidade de asteroides possam chegar à região de Danae e Erminia de menor semi-eixo maior inicial, acreditamos que a nossa abordagem foi justificada.

Dos 122 clones de asteroides que tinham uma frequência inicial perto do centro da ressonância ν_6 , apenas sete partículas (5.7% do total) sobreviveram a passagem a três principais ressonâncias de movimento médio na região a $1J : -3S : -1A$, $9J : -4A$ e $7J : -3A$, o que pode explicar a baixa densidade de objetos nas regiões de Danae e Erminia. As outras partículas, em configurações de libração anti-alinhada ou em circulação de ν_6 , tinham aumentado suas excentricidades ao nível de cruzar a órbita de planetas terrestres por causa da passagem através de uma dessas ressonâncias e foram perdidos em escalas de tempo de alguns milhões de anos. 15 partículas foram perdidas na passagem da $1J : -3S : -1A$, 41 foram perdidas na passagem da $9J : -4A$ e 57 na passagem da $7J : -3A$ (2 partículas foram perdidos por causa da interação com outras ressonâncias menores como a $2J : -2S : -2A$). A figura 6.10, painel

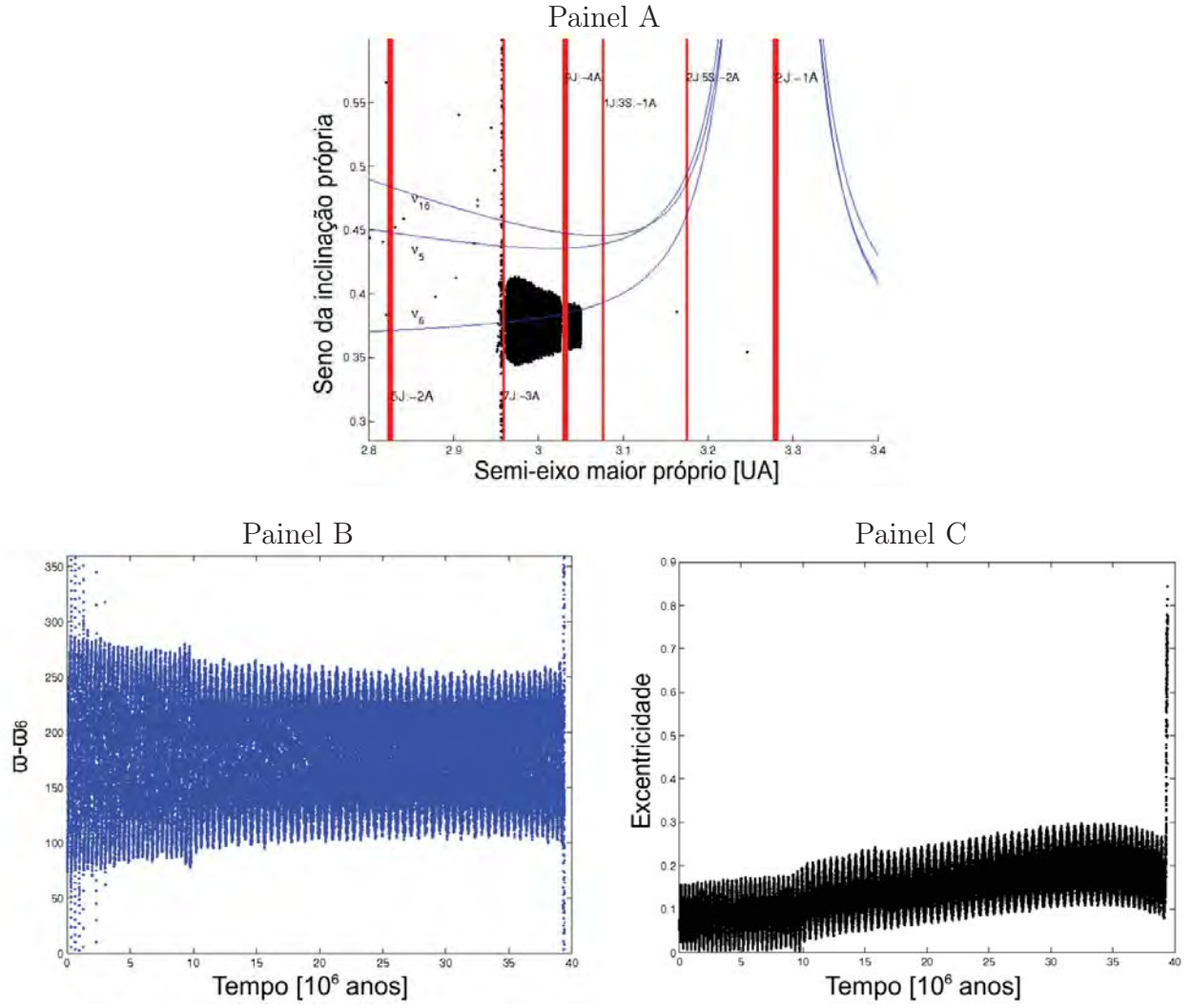


Figura 6.10: Painel A: uma projeção osculadora no plano $(a, \sin(i))$ da evolução orbital de um clone de (1998 SD16), cada ponto mostra a posição orbital a cada 600 anos. Os outros símbolos são os mesmos que na figura 6.4. Painel B: a evolução temporal do argumento ressoante ν_6 ($\varpi - \varpi_6$) para a mesma partícula (pontos azuis). Painel C: a evolução temporal da excentricidade da partícula (pontos pretos); note o aumento da excentricidade da partícula quando deixa a configuração de libração anti-alinhada de ν_6 .

A, mostra uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ da evolução orbital de um clone de (1998 SD16), um asteroide em uma configuração anti-alinhada de ν_6 , que tinha o comportamento típico demonstrado para muitos objetos em tal configuração orbital. O clone do asteroide sobreviveu à passagem pela ressonâncias $1J : -3S : -1A$ e $9J : -4A$, permanecendo em uma configuração de libração anti-alinhada de ν_6 (veja o argumento da ressonância na figura 6.10, painel B). Esta configuração impediu que o asteroide atingisse a valores da excentricidade de cruzamento planetário (ver Carruba e Morbidelli 2011 para uma descrição deste mecanismo de proteção) até que o asteroide atingiu à ressonância de movimento médio $7J : -3A$, escapou da configuração anti-alinhada, e sua excentricidade aumentou para níveis de cruzamento planetário e então ficou perdida em uma escala de tempo de alguns milhões de anos.

O mecanismo de cruzamento das três ressonâncias, consequente aumento na excentricidade da partícula e perda por causa de encontros com planetas aplicada a partículas em estados de circulação de ν_6 e também para os 71 partículas de teste perto da ressonância secular ν_{16} que nós integramos, dos quais apenas quatro (mais uma vez, cerca de 5.7% do total) atingiram à região de Danae e Erminia (nenhuma dessas partículas permaneceu em uma configuração de libração de ν_{16} durante a duração da simulação). No geral, a passagem pelas múltiplas barreiras (as três ressonâncias de movimento médio na região) pode explicar porque a densidade de objetos nas regiões de Danae e Erminia é relativamente baixa. Se apenas cerca de 6% dos asteroides com maior semi-eixo maior pode chegar a esta região, seria de esperar que a densidade de objetos deve ser uma função crescente do semi-eixo maior, ou seja, máximo para maior semi-eixo maior e mínimo no lado esquerdo da ressonância de movimento médio $7J : -3A$, que é o que observamos. Isso se nenhum objeto foi originalmente presente nas regiões de Danae e Erminia. O fato de que estas regiões são dinamicamente estáveis (Carruba e Machuca 2011) e ainda pouco povoadas pode, portanto, estar relacionado com os mecanismos que criou a população primordial de asteroides de alta inclinação.

Entre os objetos originalmente em estados de circulação de ν_6 , encontramos duas interessantes evoluções temporais. A figura 6.11, painel A, mostra a evolução temporal do argumento de ressonância ν_6 de um clone de (2006) 239117 HM94, um objeto que foi capturado em um estado de ressonância anti-alinhada de ν_6 . O fato de que a captura é possível, pode ter consequências interessantes para a origem da família de Tina, uma família de asteroides, cujos membros estão todos na configuração de tal ressonância (Carruba e Morbidelli 2011). Esta simulação pode indicar que asteroides anti-alinhados de ν_6 podem ser atualmente capturados dentro de tal configuração, e que (1222) Tina, o maior asteroide na família, pode não precisar ter sido capturado nas fases primordiais de nosso Sistema Solar. Mais trabalho é entanto necessário para concluir se capturas em um estado anti-alinhado de ν_6 por mobilidade Yarkovsky poderão aplicar-se à família Tina.

Finalmente, a figura 6.11, painel B, mostra o ângulo de ressonância de (209448) 2004 FO137, um objeto temporariamente capturado em um estado de ressonância alinhada de ν_6 . Foi o único objeto que encontramos em nossa integração que foi capturado em um estado tal que sobreviveu por um tempo bastante longo (cerca de 40 milhões de anos), sem experimentar encontros planetários.

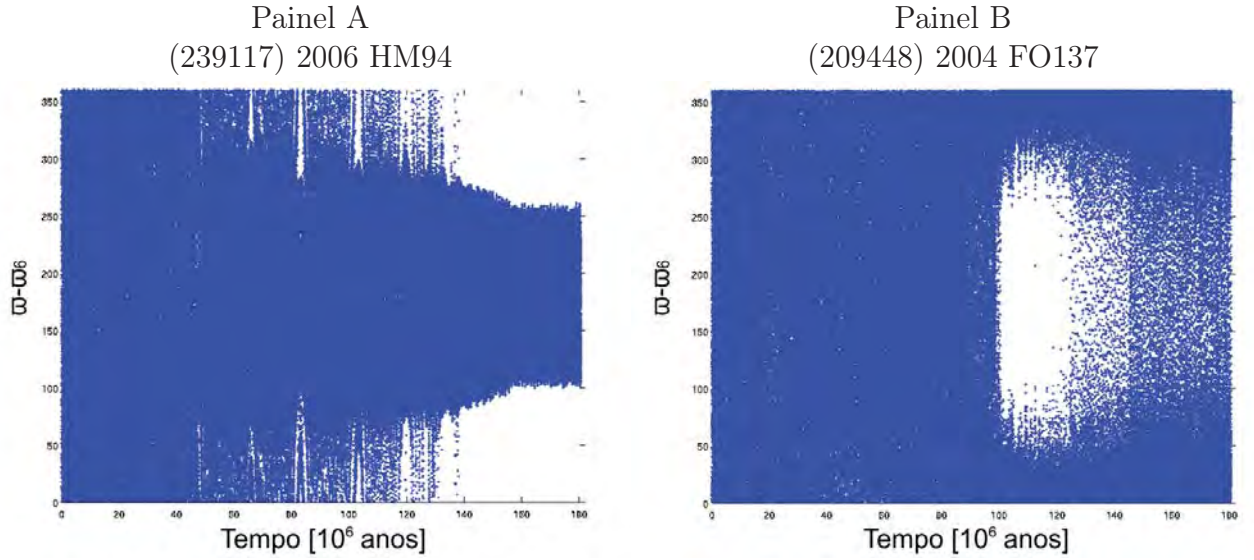


Figura 6.11: Evolução temporal do argumento de ressonância ν_6 de um clone de (239117) 2006 M94 (Painel A, capturado em um estado de ressonância anti-alinhada de ν_6) e de (209448) 2004 FO137 (Painel B, capturado em um estado de ressonância alinhada de ν_6).

6.4 Famílias dinâmicas e *clumps* na região de Euphrosyne

Agora que obtivemos um conjunto fiável de elementos próprios para asteroides numerados e de múltipla oposição na região da família de Euphrosyne, o próximo passo lógico é a obtenção de famílias dinâmicas e *clumps* na região. Começaremos nossa análise, considerando os grupos dinâmicos no espaço de elementos próprios usando o método descrito no capítulo 3.

A região da família de Euphrosyne é delimitado pelas ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $2J : -1A$ no próprio a . Para efeitos de identificação das famílias, podemos distinguir seis regiões, definidas na seção 6.2, pelo nome do asteroide com o menor número na região: Erminia, Danae, Luthera, Alauda, Euphrosyne e (69032) 2002 WG17. A ressonância de movimento médio $9J : -4A$ separa as regiões de Danae e Erminia das mais populosas áreas de Luthera, Alauda e Euphrosyne. A pequena região de alta inclinação em torno de (69032) é, finalmente, separada da área de Euphrosyne por um intervalo de inclinações e está ligado a esta região apenas para valores muito elevados do *cut-off* d_0 . Tendo em conta os limites dinâmicos na área, podemos calcular a distância nominal *cut-off* d_0 e N_{min} para três áreas: a região de Danae e Erminia, a área de Luthera, Alauda e Euphrosyne, e da pequena região (69032).

A figura 6.12 mostra o N_{min} e o máximo número $max(N_i)$ de asteroides em função da velocidade de *cut-off*, para a região de Danae e Erminia (painel A) e para a região de Luthera, Alauda e Euphrosyne (painel B). A distância nominal da velocidade de *cut-off*, tal como definido

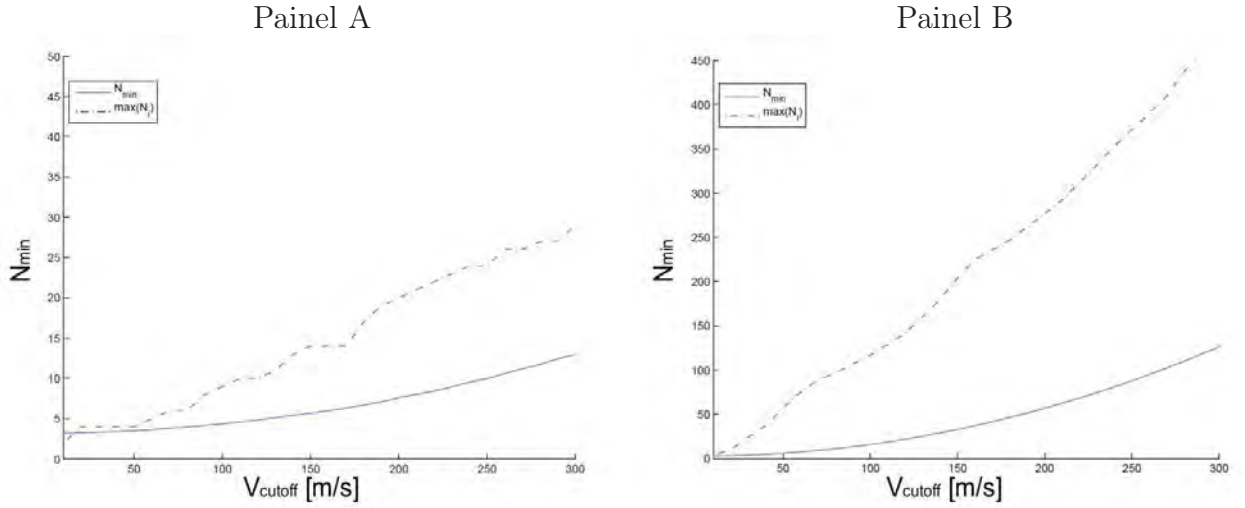


Figura 6.12: O N_{min} e o número máximo $max(N_i)$ de asteroides em função da velocidade de *cut-off*, na região de Danae e Erminia (painel A) e de Euphrosyne, Alauda e Luthera (painel B).

no Beaugé e Roig (2001) é de 164.05 m/s para asteroides nas primeiras áreas ⁵, e de 64.4 m/s para asteroides na segunda região, mais populosa. Nessas *cut-off*, os valores correspondentes de N_{min} são 6 e 9, respectivamente. Sobre a região de Luthera, Alauda e Euphrosyne, o fato de que $max(N_i)$ é muito maior (mais que o dobro) do que N_{min} pode ser um indício de que os objetos de fundo são mais numerosos que os da família, ao contrário do que acontece na região da família de Phocaea (Carruba 2009b) ⁶. Finalmente, a distância nominal da velocidade de *cut-off* d_0 para a região (69032) é 269 m/s e neste *cut-off* oito objetos são necessários para formar um *clump* e 20 para uma família.

Para identificar as famílias e *clumps* em uma região, um diagrama de estalactites é normalmente usado. Diagramas de estalactites exibem os grupos identificados em vários *cut-off* pelo código de cores. Se um asteroide em um *cut-off* dado é um membro de uma família dinâmica é identificado por um quadrado preto, se é um membro de um *clump* por um quadrado vermelho, e não é mostrado se não é um membro do grupo. O procedimento para criar um diagrama de estalactites é o seguinte: primeiro, identificamos o *cut-off* para o qual todos os asteroides dentro das barreiras dinâmicas da região são encontrados, por exemplo, no caso da região de (69032), a 550 m/s a família encontrada na região se funde com a família de Euphrosyne, então 550 m/s é o limite máximo para o qual a região é definida. O *cut-off* é então baixado e entre os

⁵Foram excluídos nessas áreas os poucos asteroides em inclinação superior a 0.5, que claramente não estavam ligados a toda a família e que iria aumentar significativamente a distância nominal da velocidade de *cut-off* se são incluídos.

⁶Regiões onde asteroides de fundo são mais numerosos que os da família são caracterizadas por valores maiores de $max(N_i)$ em relação a N_{min} porque neste caso um único objeto pode estar associado a um dado valor de *cut-off* com um grande número de asteroides que não são membros de uma família.

asteroides que não são mais membros dos grupos se olha para procurar outros possíveis grupos. O *cut-off* é então baixado novamente e repete-se o procedimento até que nenhum grupo seja encontrado na região ⁷. Agora que introduzimos as ferramentas para a determinação da família, estamos prontos para olhar as famílias e *clumps* na região. Vamos olhar primeiro para os grupos no espaço de elementos próprios e em seguida, considerar possíveis aglomerações no domínio das frequências próprias (Carruba e Michtchenko 2007, 2009). Asteroides perto no domínio de frequências podem ser tanto membros de um grupo de colisão que derivou de uma ressonância secular, ou objetos presos pela dinâmica local em uma região limitada. Neste trabalho nosso objetivo é investigar o efeito que a dinâmica secular tem sobre a população local de asteroides, vamos portanto concentrar nossos esforços em estudar os grupos no domínio de frequências dentro ou perto a ressonâncias seculares não lineares, usando métricas de distância apropriadas para cada caso de ressonância secular de interesse (Carruba e Michtchenko 2007, 2009). Em particular, para grupos nas ressonâncias $g + s$, $g + 2s$, $g - s$, $g - 2s$, $2g + s$ e $2g - s$, as seguintes métricas de distância podem ser usadas:

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(g + s))^2}, \quad (6.1)$$

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(g + 2s))^2}, \quad (6.2)$$

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(g - s))^2}, \quad (6.3)$$

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(g - 2s))^2}, \quad (6.4)$$

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(2g + s))^2}, \quad (6.5)$$

$$f = \sqrt{h_1 \left(\frac{\Delta n}{h_0} \right)^2 + h_2 (\Delta g)^2 + h_3 (\Delta(2g - s))^2}, \quad (6.6)$$

(onde $h_1 = h_2 = h_3 = 1$). Devemos ressaltar que o objetivo de procurar grupos no espaço de frequências não é tentar reconstruir o campo de velocidade inicial de ejeção, senão para procurar objetos que eram membros de uma família que derivou em uma ressonância secular não linear

⁷Usando o método de Beaugé e Roig para determinar N_0 , o número mínimo de objetos necessários para formar um *clump* ou uma família é uma função do *cut-off*.

ou para grupos de asteroides que estão dentro de tais ressonâncias. O método tradicional *HCM* no domínio de elementos próprios pode não reconhecer esses corpos como membros de uma família. Por exemplo, nas regiões das famílias Eos e Vesta ex-membros da família dos típicos tipos taxonômicos K e V derivavam em tais ressonâncias e não são mais reconhecidas como parte do grupo pelo *HCM* tradicional. É para resolver tais casos, vamos olhar para os grupos no adequado domínio de frequências próprias. Começamos nossa análise considerando a região de Euphrosyne.

6.4.1 A região de Euphrosyne

A região de Euphrosyne é limitada em semi-eixo maior pelas ressonâncias de movimento médio $9J : -4A$ e $2J : -1A$. É separada da região de (69032) por uma área de baixa densidade de asteroides em aproximadamente 0.5 no $\sin(i)$ e da região de Alauda por uma região de baixa densidade em $\sin(i) \cong 0.41$. Comunicações a região de Euphrosyne é possível através da mobilidade Yarkovsky impulsionada através da ressonância secular ν_5 , que conecta à região (69032) e a área de Erminia, a ressonância ν_6 (conecta à região de Erminia), e através da ressonância de movimento médio de três corpos $2J : -5S : -2A$ (e outras ressonâncias na área) que conectam a região à área de Alauda. A distância nominal da velocidade de *cut-off*, tal como definido no Beaugé e Roig (2001) é de 64.4 m/s para asteroides nesta área e N_{min} foi de 9 asteroides e 21 para uma família.

Foram identificadas quatro famílias e três *clumps* na área. A figura 6.13, painel A, mostra um diagrama de estalactites para a região. A 65 m/s a região de Euphrosyne é dividida em quatro famílias e três *clumps*, mas como todos esses grupos não são visíveis em baixos valores de *cut-off*, eles não satisfazem os critérios introduzidos em Carruba (2010b) para ter um grupo dinâmico robusto (a família deve ser visível em pelo menos 20% do *cut-off* utilizado, ou seja, cerca de 20 m/s), nós não os consideramos como possíveis grupos dinâmicos. O grupo (7605), identificado como uma família em Novakovic et al. (2011), não é observável como um grupo em 64.4 m/s, mas nós identificamos um novo *clump* separado em torno de (140072) não relatado em outros trabalhos. A figura 6.13, painel B, mostra uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ da família e o *clump* identificados neste trabalho. Muito interessante foi identificar na família de Euphrosyne 13 asteroides em estados de libração anti-alinhada de ν_6 , um em estado de libração anti-alinhada de ν_5 (242435), e um em estado de libração alinhada de ν_5 (2009 UL136). Como

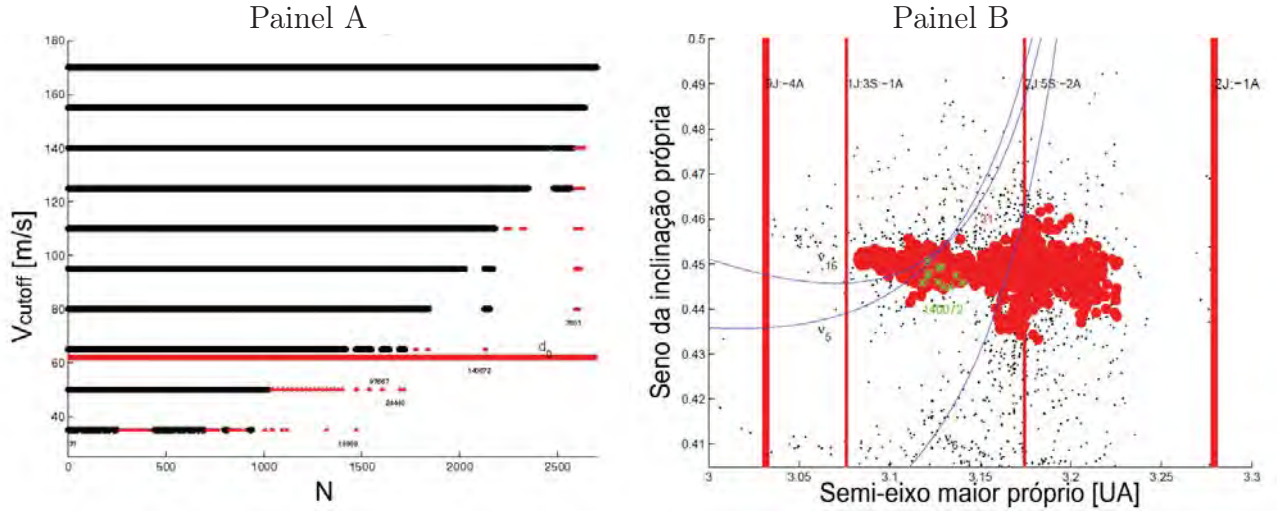


Figura 6.13: Um diagrama de estalactites para objetos na região de Euphrosyne (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível da distância nominal *cut-off* e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).

para objetos em configurações de ressonâncias seculares lineares a abordagem padrão para calcular as famílias de asteroides não é aplicável, deve-se concluir que na família de Euphrosyne os grupos devem ser procurados no espaço de mais apropriados elementos próprios ressoantes de ν_6 , conforme definido no Carruba e Morbidelli (2011). Uma discussão sobre este assunto serão dadas na seção 6.5.

Em seguida, analisamos utilizando o nosso critério preliminar de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, quantos asteroides em ressonâncias seculares não lineares estavam presentes na região de Euphrosyne. A região é atravessada por uma rede muito rica de ressonâncias seculares não lineares: no que concerne a ressonâncias tipo g , nós identificamos seis asteroides perto da ressonância $2\nu_5 + \nu_6$, sete perto da ressonância $2\nu_6 + \nu_5$, cinquenta perto da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$, três perto da ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$ e 27 perto da ressonância $3\nu_6 - \nu_5$. Seis objetos estavam perto da ressonância $\nu_6 + \nu_{16}$ de tipo $g + s$, 47 asteroides estavam perto a ressonância $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$ de tipo $g - s$, 17, 9 e 57 asteroides estavam perto das ressonâncias $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$, $2\nu_6 + \nu_{16}$ e $2\nu_5 + \nu_{16}$ de tipo $2g + s$ respectivamente e 11 perto da ressonância $2\nu_6 - \nu_{16}$ de tipo $2g - s$. No geral, encontramos asteroides próximos a ressonâncias seculares não lineares de tipo g , $g + s$, $g - s$, $2g + s$, $2g - s$, de modo que quatro métricas de distância dadas pelas equações 6.1, 6.3, 6.5 e 6.6 devem ser usadas para encontrar grupos dinâmicos em domínios de frequência na região. O *cut-off* de frequência nominal nestes domínios foi de $0.47 \text{ arcsec ano}^{-1}$, e neste *cut-off* um *clumps* precisava ter pelo menos 8 membros, uma família 20 asteroides. Nós não

Tabela 6.5: Grupos dinâmicos identificados na região de Euphrosyne.

Grupos Id	Número de membros	Ressonância	Número de objetos ressoantes
Famílias de elementos próprios			
31	1419	$\nu_6(12), \nu_5(2)$	14
<i>Clumps</i> de elementos próprios			
140072	8	$2\nu_5 + \nu_{16}$	3
Famílias de frequências			
18318	453	$2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$	26
73524	47	$2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$	6
34846	36	$\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$	2
16708	484	$2\nu_5 + \nu_{16}$	34
105597(140072)	15	$2\nu_5 + \nu_{16}$	12
101810	47	$2\nu_6 - \nu_{16}$	7

encontramos algum *clump* nos domínios de frequência investigado, mas nós identificamos seis famílias, duas associadas com ressonâncias $g - s$, três associadas com ressonâncias $2g + s$ e uma associada com a ressonância $2g - s$. As famílias em torno de (18318) e (16708) são partes da família de (31) Euphrosyne (que não contem a (31) Euphrosyne) ao longo das ressonâncias seculares $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$ e $\nu_{16} + 2\nu_5$. Encontramos quatro novas famílias ao longo das ressonâncias $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$ (73524, seis objetos perto à ressonância), $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$ (34846, 2 objetos perto à ressonância), $2\nu_5 + \nu_{16}$ (105597, 12 objetos perto à ressonância) e $2\nu_6 - \nu_{16}$ (101810, 7 objetos perto à ressonância). Um *clump* muito interessante perto de (105597), caracterizado por sua interação com a ressonância $2\nu_5 + \nu_{16}$, é o equivalente ao *clump* encontrado no domínio de elementos próprios perto de (140072). A lista completa das famílias e *clumps* identificados na região é dada na Tabela 6.5.

6.4.2 A região de Alauda

A região de Alauda está na mesma faixa de semi-eixo maior que a região de Euphrosyne, da qual é separada por uma região de baixa densidade em $\sin(i) \cong 0.41$. Ela é separada da região de Luthera por uma área de baixa densidade em $\sin(i) \cong 0.34$. Comunicação para a região de Danae é possível através de migração pela ressonância ν_6 , e a região está ligada à região de Euphrosyne e Luthera através da ressonância de movimento médio de três corpos $2J : -5S : -2A$ e outras ressonâncias de movimento médio mais fracas. A distância nominal da velocidade de *cut-off* e o valor de N_{min} são os mesmos que para a região de Euphrosyne (64.4 m/s e 9 asteroides, respectivamente).

Foram identificadas duas famílias e nove *clumps* na área. A figura 6.14, painel A, mostra um diagrama de estalactites para a região. Identificamos duas famílias em torno de (1101) e (18996), e nove *clumps* em torno de (702), (3025), (10654), (10813), (21224), (26324), (30995), (84404) e (182817). Como também encontrados por Novakovic et al. (2011), a família de (702) Alauda de Gil-Hutton (2006) é agora dividida em grupos menores, o *clump* de (702) e as famílias de (1101) e (18996). Recuperamos os *clumps* de (702) e (3025) de Novakovic et al. (2011), outros *clumps* menores encontrados neste trabalho são novos ou identificados por outros asteroides em Novakovic et al. (2011). O *clump* em torno de (26324) interage com a ressonância secular $3\nu_6 - \nu_5$ (três membros estão dentro de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ a partir do centro da ressonância), mas não encontramos qualquer outro *clump* interagindo com as ressonâncias secular não lineares. A figura 6.14, painel B, mostra uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias e dos *clumps* identificados neste trabalho. De interesse particular é um grupo em torno de (182817) de seis membros. Enquanto o grupo tem um número de membros não suficientemente grande para ser classificado como um *clump*, quatro de seus membros estão em configurações de libração anti-alinhada de ν_6 , tornando-o o terceiro grupo no cinturão principal em ser encontrado nesse tipo de órbita (Carruba e Morbidelli 2011). Continuaremos a investigação deste grupo na seção 6.5.

Em seguida analisamos, utilizando o nosso preliminar critério de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, quantos asteroides em ressonâncias seculares não lineares estavam presentes na região de Alauda. Encontramos três asteroides perto da ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$, 24 perto da $3\nu_6 - \nu_5$ e 15 perto da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$, todas as ressonâncias de tipo *g*. Nós também identificamos 11 asteroides perto da ressonância $\nu_6 + \nu_{16}$ de tipo *g + s* e 7 asteroides perto da ressonância $2\nu_6 + \nu_{16}$ e 7

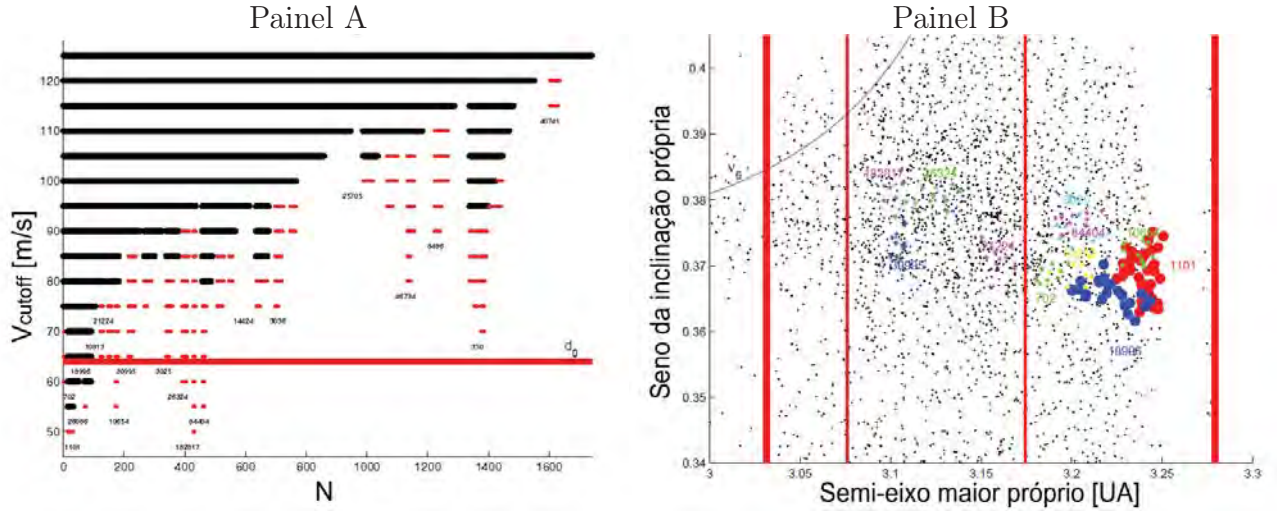


Figura 6.14: Um diagrama de estalactites para objetos na região de Alauda (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal *cut-off* e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo na região (pontos pretos), (painel B).

perto da $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$ de tipo $2g + s$. Outras ressonâncias seculares tinham populações de 2 asteroides ou menos. Em geral, encontramos asteroides próximos a ressonâncias seculares não lineares de tipo g , $g + s$ e $2g + s$, de modo que duas métricas de distância dadas pelas equações 6.1 e 6.5 devem ser usadas para obter grupos dinâmicos em domínios de frequências na região. A frequência nominal de *cut-off* nestes domínios foi de $0.44 \text{ arcsec ano}^{-1}$, e neste *cut-off* um *clump* precisava ter pelo menos 11 membros, uma família 28 asteroides. Nós não encontramos nenhum grupo associado com ressonâncias $g + s$, mas no domínio $(n, g, g + s)$ encontramos um *clump* de 16 membros perto de (276), associado com a ressonância secular $3\nu_6 - \nu_5$ (três membros em ressonância), e um grupo de 10 objetos (basta apenas mais um membro para formar um *clump*) próximo a (30575) novamente associada com a ressonância secular $3\nu_6 - \nu_5$ (seis membros em ressonância, é equivalente ao *clump* de (26324) no domínio de elementos próprios). Não conseguimos encontrar novos *clumps* no domínio $(n, g, 2g + s)$. A lista completa das famílias e *clumps* identificados na região é dada na Tabela 6.6.

6.4.3 A região de Luthera

A região de Luthera está na mesma faixa em semi-eixo maior que a região de Euphrosyne, e em um intervalo de seno da inclinação entre 0.29 e 0.34. A distância nominal e o valor de N_{min} são os mesmos que para a região de Euphrosyne.

Tabela 6.6: Grupos dinâmicos identificados na região de Alauda.

Grupos Id	Número de membros	Ressonância	Número de objetos ressoantes
Famílias de elementos próprios			
1101	42		
18996	24		
<i>Clumps</i> de elementos próprios			
702	10		
3025	11		
10654	11		
10813	10		
21224	10		
26324	18	$3\nu_6 - \nu_5$	3
30995	11		
84404	10		
182817	6	ν_6	4
Famílias de frequências			
276	16	$3\nu_6 - \nu_5$	3
30575	10	$3\nu_6 - \nu_5$	6

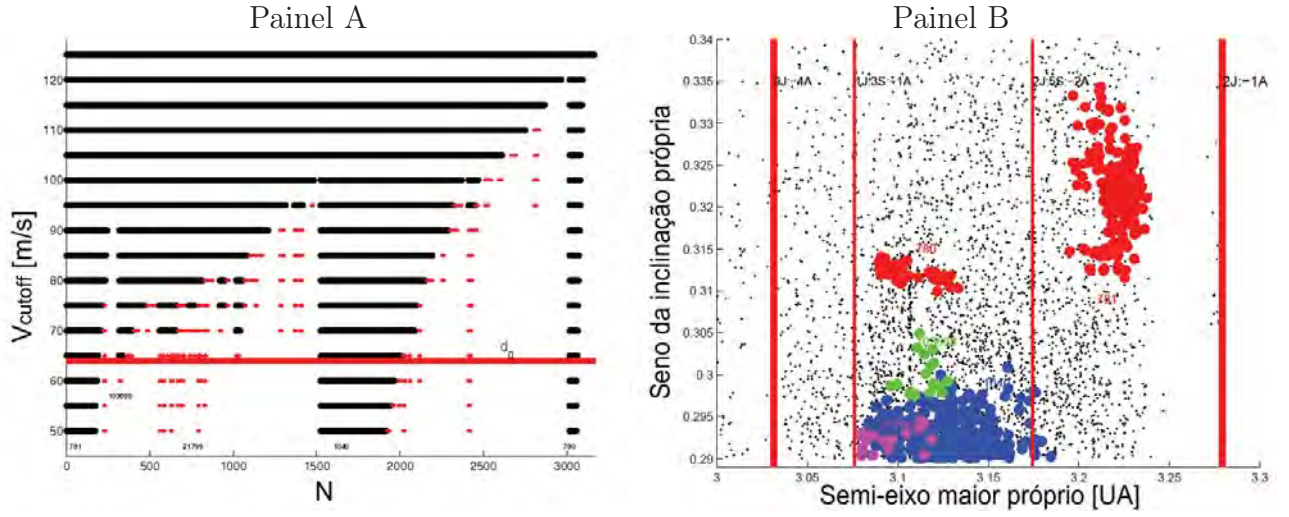


Figura 6.15: Um diagrama de estalactites para objetos na região de Luthera (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal *cut-off* e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo na região (pontos pretos), (painel B).

Foram identificadas cinco famílias em torno de (780), (781), (1040), (21799) e (103668) na região (veja o diagrama de estalactites na figura 6.15). Recuperamos as famílias de (780) e (781) e o *clump* de (5931) encontrados por Novakovic et al. 2011, e encontramos três novas famílias na região, dois dos quais no limite de detecção (21799) e (103668), com 21 membros cada. Dezoito *clumps* menores, principalmente em baixas inclinação, também foram identificados neste trabalho em torno de (285), (4152), (5931), (5959), (10606), (13684), (19078), (19696), (20409), (26558), (28904), (31762), (40218), (42386), (62633), (69559), (71335) e (87944). Tendo em vista o grande número de *clumps* na área, não mostramos sua projeção orbital no domínio $(a, \sin(i))$ na figura 6.15, painel B.

Em seguida analisamos, utilizando o nosso critério preliminar de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, quantos asteroides em ressonâncias seculares não lineares estavam presentes na região de Luthera. A região de Luthera é atravessada por uma rede muito rica de ressonâncias seculares não lineares, no que concerne a ressonâncias tipo *g* encontramos três objetos perto da ressonância $2\nu_6 + \nu_5$, cinco asteroides perto da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$, um na ressonância $3\nu_6 - \nu_5$ e 20 na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$. Nós identificamos 10 objetos próximos à ressonância $\nu_5 + 2\nu_{16}$ de tipo $s + 2g$, 10 e 52 asteroides perto das ressonâncias de tipo $g - s$ $\nu_5 - \nu_{16}$ e $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$ respectivamente, 10 objetos na proximidade da ressonância de tipo $g - 2s$ $\nu_5 - 2\nu_{16}$, 3 e 11 asteroides perto da ressonâncias de tipo $2g + s$ $2\nu_6 + \nu_{16}$ e $2\nu_5 + \nu_{16}$ e 10 e 52 objetos perto das ressonâncias de tipo $2g - s$ $2\nu_5 - \nu_{16}$ e $2\nu_6 - \nu_{16}$ cada. Em geral, encontramos asteroides próximos as

ressonâncias seculares não lineares de tipo g , $g + 2s$, $g - s$, $g - 2s$, $2g + s$ e $2g - s$, de modo que as métricas de distância dadas pelas equações 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 devem ser usadas para obter grupos dinâmicos no domínios de frequências na região. A frequência nominal de *cut-off* nestes domínios foi de $0.47 \text{ arcsec ano}^{-1}$, e neste *cut-off* um *clump* precisava ter pelo menos 12 membros, uma família 30 asteroides. Um grupo de 10 asteroides perto de (54571) foi de excepcional interesse por causa da interação de 8 de seus membros com as ressonâncias secular $\nu_5 + 2\nu_{16}$, $\nu_5 - \nu_{16}$, $\nu_5 - 2\nu_{16}$, $2\nu_5 + \nu_{16}$ e $2\nu_5 - \nu_{16}$. O *clump* no cruzamento destes cinco ressonâncias também foi observada no domínio de elementos próprios perto de (69559) e apresentam similaridades com o *clump* de (6246), perto da família de Phocaea (Carruba 2010a), que também estava no cruzamento de duas ressonâncias seculares ($\nu_5 + \nu_{16}$ e $\nu_{16} - 2\nu_6$, nesse caso). Tais grupos podem possivelmente ser formados por asteroides que derivavam na área por causa da dinâmica local em vez de ser grupos reais de colisão. Deve-se notar que é a primeira vez que um grupo de asteroides é encontrado no cruzamento de cinco ressonâncias secular não lineares. Nos domínios $(n, g, g - s)$ e $(n, g, 2g - s)$ também encontramos uma família perto de (781) com 572 membros, com 52 membros perto da $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$ e com 52 membros perto à ressonância secular $2\nu_6 - \nu_{16}$. Esta grande família de frequências corresponde a família baseado em elementos próprios de (781) e inclui também os *clumps* de (4152), (5959), (13684), (26558), (28904) e (87944). A lista completa das famílias e *clumps* identificados na região é dada na Tabela 6.7.

6.4.4 A região de Danae e Erminia

As regiões de Danae e Erminia são delimitados no semi-eixo maior pelas ressonâncias de movimento médio $5J : -2A$ e $9J : -4A$. A região de Danae é separada da região de Erminia pela ressonância secular ν_6 , e a região de Erminia é atravessada pelas ressonâncias seculares ν_5 e ν_{16} . A distância nominal da velocidade de *cut-off* é de 164.05 m/s para asteroides nessas áreas, e N_{min} foi de 6 asteroides.

Nós identificamos três famílias e seis *clumps* na região, nenhum dos quais foram relatados em trabalhos anteriores, que usaram uma pequena velocidade de *cut-off*, mais adequada para a região de Euphrosyne como um todo. A figura 6.16, painel A, mostra o diagrama de estalactites para a área, enquanto painel B da mesma figura mostra a localização orbital em $(a, \sin(i))$ de famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pre-

Tabela 6.7: Grupos dinâmicos identificados na região de Luthera.

Grupos Id	Número de membros	Ressonância	Número de objetos ressoantes		
Famílias de elementos próprios					
780	47	$2\nu_6 - \nu_{16}$	15		
781	189				
1040	475				
21799	21				
103668	21				
<i>Clumps</i> de elementos próprios					
285	19	$\nu_5 + \nu_{16}, \nu_5 \pm 2\nu_{16},$ $2\nu_5 \pm \nu_{16}$	10		
4152	9				
5931	19				
5959	16				
10606	12				
13684	12				
19078	13				
19696	15				
20409	15				
26558	10				
28904	13				
31762	14				
40218	17				
42386	10				
62633	10				
69559	16				
71335	9				
87944	9				
Famílias de frequências					
781	572			$2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}(52),$ $2\nu_6 - \nu_{16}(52)$	104
<i>Clumps</i> de frequências					
54571(69559)	10	$\nu_5 + \nu_{16}, \nu_5 \pm 2\nu_{16},$ $2\nu_5 \pm \nu_{16}$	10		

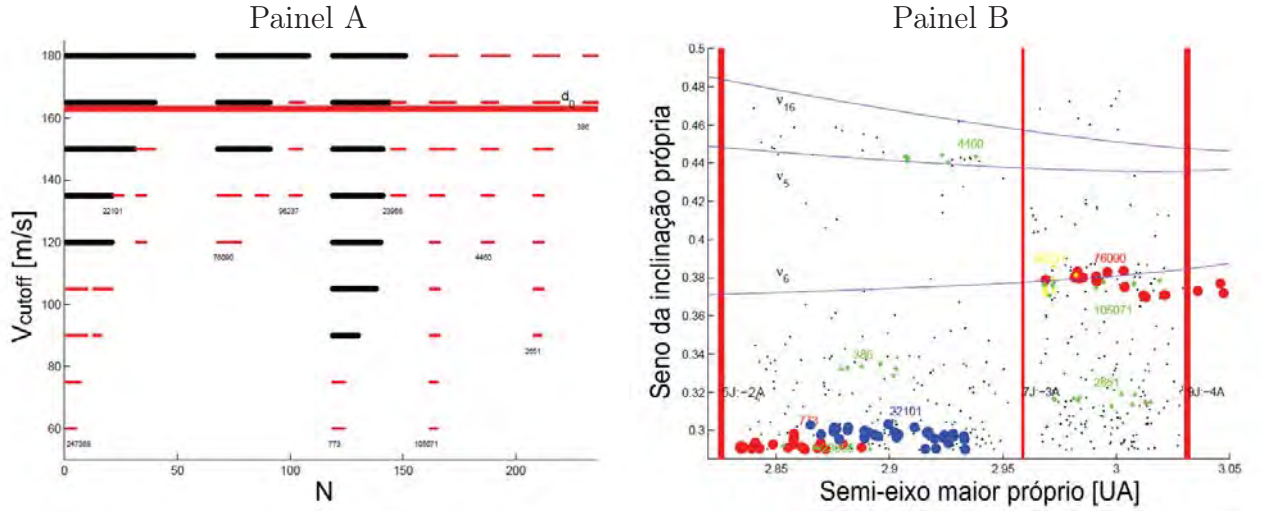


Figura 6.16: Um diagrama de estalactites para objetos na região de Danae e Erminia (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível da distância nominal *cut-off* e uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ das famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).

tos) na região. Duas de nossas famílias, uma em torno de (773) e (22101), estão localizados em valores relativamente baixos de inclinação e devem realmente ser consideradas famílias de “inclinação baixa”. Mais interessante é a família em torno de (76090): descobrimos que três de seus membros estão realmente em estados de libração anti-alinhada de ν_6 : (140410, 224545 e 2006 PR19). O fato de que esta família também é feita de libradores anti-alinhados de ν_6 implica que o uso de elementos próprios padrão não é adequada para esta região, elementos seculares de ν_6 definidos com um dos procedimentos descritos no Carruba e Morbidelli (2011) devem ser usados para esta área. Continuaremos a investigação deste tema na próxima seção. Finalmente dos seis *clumps* identificados neste trabalho, apenas um está na região de Erminia, em torno de (4460). Três *clumps* foram encontrados em semi-eixos maior maiores que o centro da $7J : -3A$ e dois em baixo semi-eixo maior na região de Danae. O baixo número de *clumps* encontrados em baixo semi-eixo maior é compatível com o nosso cenário em que asteroides de Danae são objetos que migraram de maior semi-eixos maior, como investigado na seção 6.3.4.

Em seguida analisamos, utilizando o nosso critério preliminar de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, quantos asteroides em ressonâncias seculares não lineares estavam presentes na região de Danae. Encontramos um asteroide em cada um desses três ressonâncias seculares não lineares: (2006 YQ7) dentro da ressonância $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$, (199575) no interior da ressonância $2\nu_5 + \nu_{16}$ e (2003 SM193) dentro da ressonância $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$. Oito asteroides foram encontrados na ressonância $2\nu_6 + \nu_{16}$ e cinco no interior da ressonâncias secular $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$ de tipo $2g + s$. Como a

maioria dos possíveis objetos ressoantes na área estão em ressonâncias de tipo g e $2g + s$, foi utilizada a métrica de distância no espaço $(n, g, g - s)$ definido pela equação 6.5 para obter grupos no domínio da frequência própria. A frequência nominal de *cut-off* neste domínio foi de $1.1 \text{ arcsec ano}^{-1}$ e neste *cut-off* um *clump* precisa ter pelo menos 17 membros, uma família 43 asteroides. Encontramos dois grupos perto das duas ressonâncias secular $2g + s$: um *clump* de 23 objetos próximos a (43522), três membros que satisfazem o critério de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ para a ressonância secular $\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$, e uma família em torno de (1191) de 105 membros, com seis possíveis membros em libração da $2\nu_6 + \nu_{16}$. A família de frequência de (1191) engloba as duas famílias encontradas no domínio de elementos próprios em torno de (773) e (22101), mas curiosamente não seus dois asteroides menor numerados nessas duas famílias. O *clump* de (43522) não inclui qualquer asteroide em estado de libração anti-alinhada de ν_6 . A lista completa das famílias e *clumps* identificados na região é dada na Tabela 6.8.

6.4.5 A região de (69032)

A região de (69032) é delimitada em semi-eixo maior pela ressonâncias de movimento médio $2J : 5S : -2A$ e $2J : -1A$ e na inclinação para os valores do $\sin(i) > 0.5$. A região é atravessada por todas as três principais ressonâncias secular lineares e tem uma população de 54 objetos. Nós obtivemos famílias e *clumps* no domínio $(a, e, \sin(i))$. A distância nominal da velocidade de *cut-off* d_0 para a região é 269 m/s. Neste *cut-off* oito objetos são necessários para formar um *clump* e 20 para uma família. O menor grupo de objetos numerados identificado neste *cut-off* é o *clump* em torno de (77899) (2001 TS117), com dez membros. Dois outros *clumps* são visíveis na região, um em torno de (101950) (1999 RB29) com 9 membros e um em torno de (101674) (1999 CU106) com 10 membros. Um *clump* em torno de (138756) (2000 SC273) que é visível em um *cut-off* superior não é distinguível em $d_0 = 270 \text{ m/s}$. No entanto, tem alguma importância tendo em vista a natureza ressoante de alguns de seus membros, que serão discutidos em mais detalhes mais tarde. Os resultados são resumidos na figura 6.17, no painel A, onde mostramos um diagrama de estalactites para a região. Novamente, nenhum desses grupos pode ser encontrada em trabalhos anteriores, devido ao menor *cut-off* na área usado por outros pesquisadores. No painel B, mostramos uma projeção no plano $(a, \sin(i))$ dos mesmos *clumps*. O fato de que esses grupos são bastante dispersos em inclinação pode sugerir

Tabela 6.8: Grupos dinâmicos identificados na região de Danae.

Grupos Id	Número de membros	Ressonância	Número de objetos ressoantes
Famílias de elementos próprios			
773	26	$2\nu_6 + \nu_{16}$	2
22101	40		
76090	24	ν_6	3
<i>Clumps</i> de elementos próprios			
386	7		
2651	12		
4460	8		
23956	7		
96237	7		
Famílias de frequências			
1191	105	$2\nu_6 + \nu_{16}$	6
<i>Clumps</i> de frequências			
43522	23	$\nu_5 + \nu_6 + \nu_{16}$	3

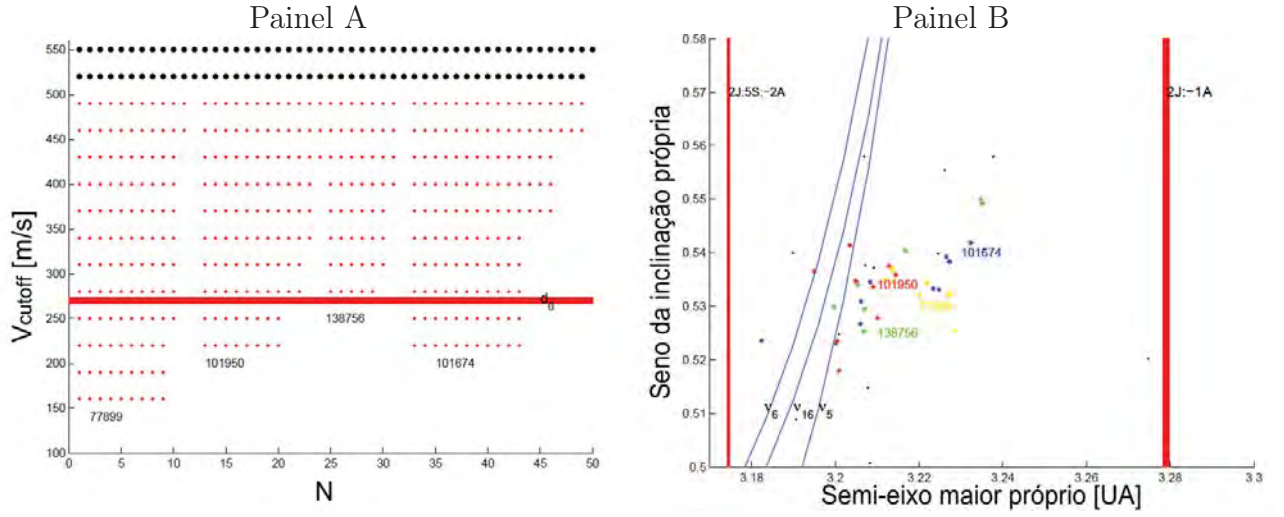


Figura 6.17: Um diagrama de estalactites para objetos na região de (69032) (painel A), a linha horizontal vermelha mostra o nível de distância nominal *cut-off* e uma projeção no plano ($a, \sin(i)$) das famílias (círculos cheios), *clumps* (asterisco) e asteroides de fundo (pontos pretos) na região, (painel B).

que eles são ou não provenientes de eventos de colisão ou que são grupos dispersos pela rede local de ressonâncias. Mais estudos seriam necessários para esclarecer este ponto.

Então, verificamos quantos asteroides em ressonâncias seculares estão presentes na região, de acordo ao critério $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$, definido na seção 6.2. Descobrimos que 11 asteroides estão perto da ressonância ν_5 e 3 objetos estão dentro da ressonância $2\nu_6 - \nu_5 - \nu_{16}$. Um objeto foi encontrado em cada um das seguintes ressonâncias: ν_6 , $2\nu_5 + \nu_6$, $2\nu_6 + \nu_5$, $3\nu_6 - \nu_5$, z_1 e $2\nu_5 - \nu_6$. Como a maioria dos objetos ressoantes estão em ressonâncias tipo g e $g - s$, foi utilizada a métrica de distância no espaço $(n, g, g - s)$ definido pela equação 6.3 para obter grupos no domínio das frequências próprias. O *cut-off* de frequência nominal neste domínio foi de $3.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$ e neste *cut-off* um *clump* precisava ter pelo menos 6 membros. Só encontramos um *clump* em torno de (90551) (2004 FR121), que correspondem ao *clump* em elementos próprios em torno de (138756) e cujos membros são perto do centro da ressonância ν_5 . Outro *clump* em torno de (111676) (2002 BJ21) não foi distinguível no *cut-off* de frequência nominal. Nós também verificamos o comportamento do ângulo de ressonância ν_5 de todos os 11 asteroides que satisfizessem nosso critério de $0.3 \text{ arcsec ano}^{-1}$. Enquanto a maioria dos membros estavam em estados de circulação, descobrimos que (90551) foi alternando estados de libração anti-alinhada com circulação e (116808) foi alternando entre os estados de libração alinhada e circulação. O papel da ressonância secular ν_5 como uma possível fonte de asteroides na região

Tabela 6.9: Grupos dinâmicos identificados na região de (69032).

Grupos Id	Número de membros	Ressonancia	Número de objetos ressoantes
<i>Clumps</i> de elementos próprios			
77899	10		
101674	10		
101950	9		
138756	7	ν_5	2
<i>Clumps</i> de frequências			
90551	6	ν_5	2

necessita, em nossa opinião, futura investigação. A lista completa dos grupos identificados nesta região é dada na Tabela 6.9.

6.5 Famílias no espaço de elementos próprios da ressonância ν_6

A região de Euphrosyne é caracterizada pela presença de vários asteroides em estados de libração anti-alinhada de ν_6 (e ν_5). Para estes objetos a abordagem padrão de Knezević e Milani (2003) para calcular elementos próprios sintéticos não se sustenta, e mais adequados elementos ressoantes devem ser calculados. Duas abordagens para este problema são possíveis (Carruba e Morbidelli 2011). Na primeira abordagem a excentricidade própria ressoante é tomada como a excentricidade máxima no ciclo de libração anti-alinhada quando $\sigma = \varpi - \varpi_6 = 180^\circ$ e $d\sigma/dt > 0$. Como no nível mais simples da teoria de perturbação a ressonância ν_6 é caracterizada pela conservação da quantidade:

$$k_2' = \sqrt{1 - e^2}(1 - \cos i), \quad (6.7)$$

a inclinação própria ressoante pode ser calculada a partir da excentricidade própria ressoante via equação 6.7. O semi-eixo maior próprio é calculado com a abordagem padrão para elementos próprios sintéticos de Knezević e Milani (2003). Na segunda abordagem semi-eixo maior e inclinação próprias são calculados com o método padrão de Knezević e Milani (2003). A excentricidade própria é calculada com o seguinte procedimento: calculamos os elementos equinociais ressoantes $e \cos(\varpi - \varpi_6)$, $e \sin(\varpi - \varpi_6)$ filtradas de forma a eliminar todas as frequências correspondentes a períodos de 300000 anos, e analisar o espectro de Fourier de essas novas quantidades. A segunda frequência de maior amplitude (a primeira está associada com a excentricidade forçada de asteroides Tina) é identificada com a nova frequência própria (g_σ), e a amplitude associada com esta frequência é identificada com a nova “excentricidade” própria (ou livre). Para órbitas em libração anti-alinhada g_σ é a frequência de libração e a excentricidade própria é a amplitude de libração. Mas em princípio, a excentricidade própria e g_σ podem ser definidos para qualquer órbita, mais seu significado geométrico é diferente. Erros no próprio e e frequência g_σ são calculados com o mesmo método utilizado para os elementos próprios sintéticos tradicionais.

Como a segunda abordagem pode ser estendida para órbitas não em estados de libração anti-alinhada de ressonâncias seculares não lineares e uma vez que nosso objetivo é ver como ressonâncias seculares lineares afetam o processo de determinação da família nesta única região do cinturão de asteroides, decidimos utilizar o segundo método de ressonância e calculamos elementos próprios para todos os asteroides na região. Descobrimos que para a região Euphrosyne a distância nominal da velocidade de *cut-off* é maior no domínio de elementos próprios ressoantes, sendo 71.3 m/s versus 64.4 m/s para os elementos próprios padrão. Neste *cut-off*, determinamos que a família de (31) Euphrosyne, que tinha 1419 membros no espaço de elementos próprios sintéticos, dos quais 12 estavam em libração anti-alinhada de ν_6 e um em libração anti-alinhada de ν_5 , tinha 1422 membros e apenas seis desses objetos estavam em libração anti-alinhada de ν_6 (nenhum em libração anti-alinhada de ν_5 foi encontrado na família).

O uso de elementos próprios ressoantes permitiu reduzir o número de objetos em libração anti-alinhada na família de Euphrosyne por um fator de 50%, e como esses objetos são claramente estados dinâmicos distintos que o resto dos membros da família, o uso de elementos próprios ressoantes leva uma identificação mais robusta da família, em nossa opinião. Um comportamento semelhante foi observado para a família na região de Danae próximo a (76090), que

continha três asteroides em libração anti-alinhada de ν_6 , nenhuma dos quais foi recuperado no espaço de elementos próprios ressoantes.

Pelo contrário, o *clump* na região de Alauda de seis objetos próximos de (182817), quatro dos quais estavam em libração anti-alinhada de ν_6 , apareceu como um *clump* de nove membros no espaço de elementos próprios ressoantes, cinco dos quais na configuração de libração anti-alinhada. No geral, o uso de elementos próprios ressoantes reduz o número de asteroides em libração anti-alinhada encontrados em famílias constituídas principalmente de circuladores, e aumenta o número de membros em grupos compostos principalmente de objetos em libração anti-alinhada. Não foi observada diferença significativa sobre as famílias feitas apenas de circuladores.

Capítulo 7

Conclusões

Neste trabalho obtivemos valores de elementos próprios sintéticos para 323 objetos numeradas, 190 asteroides de múltipla oposição e 112 de única oposição, na região estendida de Pallas, dos quais 288 têm elementos próprios na região de Pallas, Não calculamos elementos sintéticos para os 38 asteroides que foram perdidas durante a simulação. A maior amostra de elementos próprios obtidos por também considerar os objetos de múltipla e única oposição foi bastante útil para a determinação das famílias de asteroides.

Identificamos sub-estruturas e clumps na região da família de Pallas usando *CHCM* e *FHCM*. No espaço de elementos próprios um novo *clump* foi identificado em torno de (25853) (2000 ES151) (o clump aparece como uma sub-estrutura no domínio de frequência próprias), também forem encontradas três sub-estruturas na região. No espaço de frequência próprios um *clump* foi identificado em torno de (9082) Leonardmartin e também forem encontrados cinco sub-estruturas no espaço.

Investigamos a evolução dinâmica quando o efeito Yarkovsky é considerado de *clumps* menores e famílias identificados em Carruba (2010b) no domínio de elementos próprios e frequências. Aachamos que nenhum dos clumps menores obtidos em Carruba (2010b) está interagindo com as ressonâncias seculares não-lineares na região. Os clumps clássicos em torno de (40134) 1998 QO53, (75938) 2000 CO80, (33969) 2000 NM13, (208080) 1999 VV180, e (70280) 1999 RA111 têm tempos de observabilidade grande e poderia ser considerados candidatos razoáveis para grupos provenientes de eventos de colisão. Nós confirmamos a presença da família (4203) Brucato observável no espaço de frequências próprias $(n, g, g + s)$, que têm os maiores tempos de observabilidade de todos os grupos na região.

Sobre o estudo da distribuição Emmenthal de asteroides de alta inclinação:

- Revisamos o conhecimento sobre elementos próprios sintéticos de asteroides na região de alta inclinação $\sin(i) > 0.3$. Encontramos 10073 objetos numerados na página web de AstDyS entre 2.0 e 3.4 UA. Obtivemos mapas de elementos próprios sintéticos para as duas regiões candidatas e a região de teste de alta densidade de asteroides e identificamos todas as principais ressonâncias de movimento médio de duas, três e quatro corpos e ressonâncias seculares não lineares nas áreas.
- Obtivemos mapas de densidade da região e identificamos duas áreas caracterizadas por baixa densidade de objetos e uma área de teste de alta densidade de objetos. A primeira área estava na faixa central principal (o região de “Pallas”), enquanto a segunda estava no cinturão externo principal (o região de “Euphrosyne”). Nós simulamos a evolução dinâmica a longo prazo de partículas teste nessas regiões, quando a força Yarkovsky for considerada. Apesar da densidade baixa de objeto observados, as duas áreas de baixa densidade foram na sua maioria caracterizadas por uma ampla permanência de objetos no tempo, da ordem de 100 milhões de anos ou mais, e não mostraram diferenças qualitativas significativas com a área de teste altamente povoada.

Sobre o estudo da dinâmica secular da região de Euphrosyne

- Identificamos novas populações de asteroides na configuração de libração anti-alinhada de ν_6 e alinhada e anti-alinhada de ν_5 (Tabelas 6.2, 6.3 e 6.4). Uma nova população de 92 objetos em estados ressoantes anti-alinhados de ν_6 acrescenta à população anteriormente conhecida na área da família de Tina e próximo a Vinifera. Além disso, foram identificados sete asteroides na configurações de libração anti-alinhada de ν_5 e 22 asteroides em configurações de libração alinhada de ν_5 , até então desconhecido na literatura.
- Estudamos a possível migração de objetos para as regiões de Danae e Erminia de menor semi-eixos maior quando o efeito Yarkovsky é considerado. Apenas 5% dos objetos simulados atingiu as regiões de Danae e Erminia, enquanto o resto da população foi perdido por causa da interação com uma das ressonâncias de movimento médio $1J : 3S : -1A$, $9J : -4A$ ou $7J : -3A$, que aumentou as excentricidades das partículas de teste para níveis de encontros com planetas.

- Identificamos famílias e *clumps* no domínio dos elementos próprios e no domínio de frequências próprias mais apropriado para as ressonâncias seculares não lineares na região. Nós introduzimos uma nova abordagem para estudar a interação com grupos em ressonâncias seculares não lineares.
- Identificamos dois novos grupos em estados de libração anti-alinhada de ν_6 em torno de (76090) e (182817), que são respectivamente o segundo e terceiro grupo no Sistema Solar que são encontrados em nesta configuração, depois que a família de Tina (Carruba Morbidelli e 2011), e um *clump* perto de (54571), visível no domínio $(a, e, \sin(i))$ e em diferentes domínios de frequência, que é o primeiro grupo encontrado em cruzamento com cinco ressonâncias seculares não lineares, as ressonâncias seculares $\nu_5 + 2\nu_{16}$, $\nu_5 - \nu_{16}$, $\nu_5 - 2\nu_{16}$, $2\nu_5 + \nu_{16}$ e $2\nu_5 - \nu_{16}$.
- Estudamos grupos no domínio de elementos próprios das ressonâncias seculares lineares. Como a família em torno de (31) Euphrosyne e dois *clumps* que têm alguns membros em estados de libração anti-alinhada de ν_6 , verificamos que diferença em determinação da família seria encontrada se apropriados elementos próprios para as configurações de ressonância desses objetos foram usados. Nós descobrimos que o uso de elementos próprios de ressonância reduziu o número de asteroides em libração anti-alinhada encontrados em famílias constituídas principalmente de circuladores e aumentou o número de membros em grupos compostos principalmente de objetos em libração anti-alinhada. Não foi observada diferença significativa sobre famílias feitas apenas de circuladores.

Enquanto neste trabalho, nós respondemos perguntas sobre a identificação de família, muitas questões ainda precisam ser resolvidas. A análise taxonômica de asteroides na região, incluindo dados SDSS-MOC4 seria útil para detectar intrusos possível nas famílias que nós identificamos aqui (ver, por exemplo, o trabalho de Novakovic et al. 2011 para uma revisão mais recente de dados na área). Revisão das propriedades de colisão e de rotação também pode ser de ajuda para obter uma melhor compreensão dos processos na região de Euphrosyne. Enquanto estes são certamente dignos do campo de pesquisa, acreditamos que ultrapassam o propósito deste trabalho, cujo objetivo foi estudar o efeito que a rede local de ressonâncias seculares tinha e tem sobre o processo de identificação de famílias.

Referências bibliográficas

- BEAUGÉ, C.; ROIG, F. *A semi-analytical model for the motion of the Trojan asteroids: Proper elements and families* Icarus, v. 153, p. 391-415, 2001.
- BENDJOYA, P.; ZAPPALÀ V. *Asteroid Family Identification*. Asteroids III. Univ. Arizona Press, Tucson, p. 613-618, 2002.
- BOTTKE, W.; NESVORNÝ, D.; GRIMM, R. E.; MORBIDELLI, A.; O'BRIEN, D. P. *Iron meteorites as remnants of planetesimals formed in the terrestrial planet region*. Nature, v. 439, p. 821-824 2006
- BROŽ, M., *Orbital Evolution of Asteroid Fragments Due to Planet Gravitation and Thermal Effects* Thesis, Charles University, Prague, Czech Republic, 1999.
- BROŽ M., VOKROUHLICKÝ, D. *Asteroid families in the first-order resonances with Jupiter*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 390, p. 715-732, 2008.
- CARPINO, M.; MILANI, A.; NOBILI, A. M. *Long-term numerical integrations and synthetic theories for the motion of the outer planets* Astronomy & Astrophysics, v. 181, p. 182-194, 1987.
- CARRUBA, V. *The (not so) peculiar case of the Padua family* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 395 , p. 358-377, 2009a.
- CARRUBA, V. *An analysis of the region of the Phocaea dynamical family*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 398, p. 1512-1526, 2009b.
- CARRUBA V. *Dynamical erosion of asteroid groups in the region of the Phocaea family*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 403, p. 1834-1848, 2010a.
- CARRUBA, V. *The stable archipelago in the region of the Pallas and Hansa dynamical families*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 408, p. 580-600, 2010b.
- CARRUBA, V.; BURNS, J. A.; BOTTKE, W. NESVORNÝ, D. *Orbital evolution of the Gefion and Adeona asteroid families: close encounters with massive asteroids and the Yar-*

- kovsky effect*. Icarus, v. 162, p. 308-327, 2003
- CARRUBA, V.; MACHUCA, J. F. *On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, in press, 2011.
- CARRUBA, V.; MACHUCA, J. F.; GASPARINO, H. *Dynamical erosion of asteroid group in the region of the Pallas family*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 412, p. 2052-2062, 2011.
- CARRUBA, V.; MICHTCHENKO, T. A. *A frequency approach to identifying asteroid families*. Astronomy & Astrophysics, v. 475, p. 1145-1158, 2007.
- CARRUBA, V.; MICHTCHENKO, T. A. *A frequency approach to identifying asteroid families - II. Families interacting with nonlinear secular resonances and low-order mean-motion resonances*. Astronomy & Astrophysics, v. 493, p. 267-282, 2009.
- CARRUBA, V.; MORBIDELLI, A. *On the first ν_6 anti-aligned librating asteroid family of Tina*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 412, p. 2040-2051, 2011.
- FARINELLA, P.; VOKROUHLICKÝ, D.; HARTMANN, W. K. *Meteorite delivery via Yarkovsky effect*. Icarus, v. 132, p. 378-387, 1998.
- GIL-HUTTON, R. *Identification of families among highly inclined asteroids*. Icarus, v. 183, p. 93-100, 2006.
- GUILLENS, S. A.; VIEIRA MARTINS, R.; GOMES, R. *A global study of the 3:1 resonance neighborhood: a search for unstable asteroids*. The Astronomical Journal. v. 124, p. 2322- 2331, 2002.
- KNEŽEVIĆ, Z.; MILANI, A. *Synthetic proper elements for outer main belt asteroids*. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 78, p. 17-46, 2000.
- KNEŽEVIĆ, Z.; MILANI, A. *Proper element catalogs and asteroid families*. Astronomy & Astrophysics, v. 403, p. 1165-1173, 2003.
- LAGERROS, J. S. V.; Müller, T. G.; KLASS, U.; ERIKSON, A. *ISOPHOT polarization measurements of the asteroids (6) Hebe and (9) Metis at 2.5 μm* . Icarus v. 142, p. 454-463, 1999.
- LEVISON, H. F.; DUNCAN, M. J. *The Long-Term Dynamical Behavior of Short-Period Comets*. Icarus, v. 108, p. 18-36, 1994.
- LYAPUNOV, A. M. *The General Problem of the Stability of Motion*. Ann. Fac. Sci. Univ. Toulouse, v. 9, p. 203-474, 1907.
- MICHTCHENKO, T. A.; LAZZARO, D.; CARVANO, J. M.; FERRAZ-MELLO, S. *Dy-*

- dynamic picture of the inner asteroid belt: implications for the density, size and taxonomic distributions of real objects.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 401, p. 2499-2516, 2010.
- MILANI, A. *The trojan asteroid belt: proper elements, stability, chaos and families.* Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 57, p. 59-94, 1993.
- MILANI, A.; KNEŽEVIĆ, Z. *Secular perturbation theory and computation asteroid proper elements.* Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 49, p. 347-411, 1990.
- MILANI, A.; KNEŽEVIĆ, Z. *Asteroid proper elements and secular resonances.* Icarus, v. 98, p. 211-232, 1992.
- MILANI, A.; KNEŽEVIĆ, Z. *Asteroid Proper Elements and the Dynamical Structure of the Asteroid Main Belt.* Icarus, v. 107, p. 219-254, 1994.
- MILANI, A.; NOBILI, A. M. *An example of stable chaos in the solar system.* Nature, v. 357, p. 569-571, 1992.
- MILANI, A.; NOBILI, A. M.; CARPINO, M. *Secular variations of the semimajor axes: theory and experiments.* Astronomy & Astrophysics, v. 172, p. 265-279, 1987.
- MILANI, A.; NOBILI, A. M.; KNEŽEVIĆ, Z. *Stable chaos in the asteroid belt.* Icarus, v. 125, p. 13-31, 1997.
- MORBIDELLI, A.; HENRARD, J. *The main secular resonances ν_6 , ν_5 and ν_{16} in the asteroid belt.* Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 51, p. 169-197, 1991.
- NOVAKOVIĆ, B.; CELLINO, A.; KNEŽEVIĆ, Z. *Families among high-inclination asteroids.* Icarus, v. 216, p. 69-81, 2011.
- ROIG, F.; NESVORNÝ, D.; FERRAZ-MELLO, S. *Asteroids in the 2:1 resonance with Jupiter: dynamics and size distribution.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 335, p. 417-431, 2002.
- RUBINCAM, D. P. *Asteroid orbit evolution due to thermal drag.* J. Geophys. Res. v. 100, p. 1585-1594, 1995.
- ŠIDLICHOVSKÝ, M.; NESVORNÝ D. *Frequency modified fourier transform and its application to asteroids.* Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 65, p. 137-148, 1997.
- TAYLOR, D. B. *The secular motion of Pallas.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 199, p. 255-265, 1982.
- THOMAS, P. C.; BELTON, M. J.; CARCICH, S. B.; CHAPMAN, C. R.; DAVIES, M.

- E.;SULLIVAN, R.; VEVERKA, J. *The shape of Ida*. Icarus v. 120, p. 20-32, 1996.
- VOKROUHLICKÝ, D. *A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments*. Astronomy & Astrophysics, v. 344, p. 362-366, 1999.
- YOSHIKAWA, M. *A simple analytical model for the secular resonance ν_6 in the asteroidal belt*. Celestial Mechanics, v. 40, p. 233-272, 1987.
- ZAPPALÀ, V.; BENDJOYA, Ph.; CELLINO, A.; FARINELLA, P.; FROESCHLÉ, C. *Asteroid Families: Search of a 12,487-Asteroid Sample Using Two Different Clustering Techniques* Icarus, v. 116, p. 291-314, 1995.
- ZAPPALÀ, V.; CELLINO, A.; FARINELLA, P.; KNEŽEVIĆ, Z. *Asteroid families. I. Identification by hierarchical clustering and reliability assessment*. The Astronomical Journal. v. 100, n. 6, p. 2030-2045, 1990.

Apêndice A

Resumo CBDO - Difusão de grupos dinâmicos na região das famílias de Pallas e Hansa

Cópia da versão publicada do resumo *Difusão de grupos dinâmicos na região das famílias de Pallas e Hansa* publicado no XV Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, 2010.

DIFUSÃO DE GRUPOS DINÂMICOS NA REGIÃO DAS FAMÍLIAS DE PALLAS E HANSA

V. Carruba¹, J. F. Machuca¹, H. P. Gasparino¹

¹*FEG, UNESP, Brasil*

Famílias dinâmica de asteroides são grupos de objetos identificados nos espaços dos elementos próprios $(a, e, \sin(i))$ (semi-eixo maior, excentricidade, e seno da inclinação) ou das frequências próprias $(n, g, g + s)$ (frequência de movimento médio n , de precessão do argumento do pericentro g , e da longitude do nodo s). Clumps são grupos menores com um número de objetos grande bastante para ser estatisticamente significativos, mas não grande bastante para ser considerados como famílias. O fato de vários asteroides estarem próximos nos espaços dos elementos próprios ou das frequências próprias não necessariamente garante que o grupo seja o resultado da quebra por colisão de um corpo maior. Efeitos dinâmicos de migração como ressonâncias planetárias de movimento médio ou seculares ou os efeitos Yarkovsky e YORP podem ter causado a temporária aproximação desses corpos, especialmente em regiões caracterizadas pela presença de ressonâncias.

Neste trabalho estudaremos a evolução dinâmica devida a perturbações planetárias e efeitos não gravitacionais de membros de famílias e clumps recentemente identificados na região das famílias de Pallas e Hansa (Carruba 2010b). O estudo do número de objetos que são membros de um grupo em função do tempo no passado e no futuro deveria permitir estimar a significância estatística dos grupos identificados em Carruba (2010b), assim como foi feito para as famílias e clumps na região de Phocaea (Carruba 2010a).

Apêndice B

Resumo SAB - Dynamical group identification in the region of the Euphrosyne family

Cópia da versão publicada do resumo *Dynamical group identification in the region of the Euphrosyne family* publicado na XXXVI Reunião Anual da Sociedade Astronômica Brasileira, 2011.

DYNAMICAL GROUP IDENTIFICATION IN THE REGION OF THE EUPHROSYNE FAMILY

J. F. Machuca¹, V. Carruba¹

¹*FEG, UNESP, Brasil*

Among highly inclined asteroids the external region of the main belt beyond the $5J : -2A$ mean motion resonance with Jupiter has long been known to host the Euphrosyne and Alauda families. The region is confined in semimajor axis between the $5J : -2A$ and $2J : -1A$ mean-motion resonances with Jupiter, and is characterized by the presence of the ν_6 , ν_5 and ν_{16} linear secular resonances, as well as by the z_1 , z_2 , z_3 and other non-linear secular resonances. Using a set of proper elements available at the AstDyS at the time, Gil-Hutton (2006) identified seven families and thirteen clumps in the region. In this work we employed the Frequency Modified Fourier Transform method to obtain synthetic proper elements for 5446 numbered and 3479 multi-opposition objects in the region of the Euphrosyne family, and used this data to re-obtain families and clumps in the domain of proper elements $(a, e, \sin(i))$ and proper frequencies $(n, g, g + s)$. Preliminary results show that the region is dominated by the Euphrosyne, Alauda, (16708), and, possibly, Luthera, Gil-Hutton asteroid families, with the other groups either being minor families or clumps, or substructures of the larger families. Data on asteroid taxonomy, SDSSMOC3 data, cumulative size distributions, collisions timescales, rotation rates and synthetic proper elements dynamical maps of this region will also be presented in this work. More information on this subject can be found in Machuca, Carruba, and Gasparino 2011.

Apêndice C

Artigo MNRAS - Dynamical erosion of asteroid group in the region of the Pallas family, 2011

Cópia da versão publicada do artigo *Dynamical erosion of asteroid group in the region of the Pallas family*, publicado na revista Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 412, p. 2052-2062, 2011.



Dynamical erosion of asteroid groups in the region of the Pallas family

V. Carruba,^{*} J. F. Machuca and H. P. Gasparino

UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil

Accepted 2010 November 16. Received 2010 October 27; in original form 2010 September 15

ABSTRACT

In a previous paper, the current state of knowledge on the region of the Pallas dynamical family was revised. Here the dynamical evolution and possible origin of dynamical groups in the region are investigated. First, we study the case of asteroids at high eccentricity ($e > 0.31$). These objects are unstable because of encounters with Mars on time-scales of up to 340 Myr. Local background asteroids are currently the major source of high-eccentricity objects, but Barcelona family members will become the dominant source in about 250 Myr.

Next, attention is focused on the lack of chaotic dynamics near the ν_6 secular resonance border in the region. Contrary to the case of the Phocaea family region, very limited chaotic behaviour was observed for real and fictitious particles in the central main belt near the ν_6 resonance. Using analytical and numerical tools, we find that the limited amplitude of the inclination region near the ν_6 resonance in the Pallas family region for which close encounters with Mars are possible explains the lack of chaotic behaviour found in a previous paper by Carruba.

Finally, we investigate the long-term stability of the minor families and clumps identified in the previous paper, when non-gravitational effects are considered. We find that none of the minor clumps obtained by Carruba is currently interacting with non-linear secular resonances in the region. The classical clumps around (40134) 1998 QO53, (75938) 2000 CO80, (33969) 2000 NM13, (208080) 1999 VV180 and (70280) 1999 RA111 have large detectability times and could be considered reasonable candidates for groups originating from collisional events. We confirm the presence of the (4203) Brucato family observable in the space of proper frequencies ($n, g, g + s$) that has the largest detectability time of all groups in the region.

Key words: celestial mechanics – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

In Carruba (2010b), the current status of our knowledge regarding the Pallas family region was revised. In that paper, amongst other things, families and clumps in the space of proper elements and frequencies (Carruba & Michtchenko 2007) were obtained and the current knowledge of asteroid taxonomy was revised, along with the albedo and absolute magnitude distribution of objects in the area. Furthermore, the dynamics of asteroids were studied using dynamical maps and chaos indicators. Several interesting results, such as the identification of the frequency family around (4203) Brucato, of the new family of (1222) Tina and of several clumps were obtained in that paper.

Here we try to investigate the questions left unanswered by that work. Asteroids at high eccentricity, the orbits of which are characterized by very low values of Lyapunov time, may experience encounters with Mars that can quickly destabilize their orbits. Here

we study the long-term stability of these high-eccentricity objects and identify the orbital regions that may replenish this population.

Another question left unanswered by Carruba (2010b) concerns the lack of chaotic behaviour near the ν_6 secular resonance border, especially when the Pallas family region is compared with the much more chaotic Phocaea area (Carruba 2009b). Using analytical (Yoshikawa 1987) and numerical (Carruba et al. 2007) tools, here, we study the effect of the proximity of the ν_6 secular resonance on asteroid eccentricity and find a simple analytical criterion to identify the asteroids most likely to show chaotic behaviour.

Finally, we investigated the long-term stability of the minor families and clumps identified in the previous paper, when non-gravitational effects are considered, and studied the influence (or lack of) that non-linear secular resonances may have on asteroids in the region.

The layout of this paper is as follows. In Section 2, we review the preserving effect of the Lidov–Kozai resonance on highly inclined objects when planetary effects are considered. In Section 3, we investigate the mechanisms that could create the currently observed high-eccentricity population. In Section 4, we study the dynamics of orbits near the ν_6 resonance centre and why so little chaotic

^{*}E-mail: vcarruba@feg.unesp.br

behaviour was observed in the region in Carruba (2010b). In Section 5, we investigate the long-term stability of minor families and clumps in the region. Finally, in Section 6, we present our conclusions.

2 MARS-CROSSER ASTEROIDS IN THE REGION: NUMERICAL SIMULATIONS

As seen in Carruba (2010b), asteroids in the region of the Pallas dynamical family at high eccentricities are characterized by interactions with Mars. In order to understand the long-term stability of asteroids in the region, we turn our attention to the results of numerical simulations. We start by performing short-term simulations on selected asteroids in the region.

2.1 Short-term numerical simulations

In Carruba (2010a), we investigated the long-term stability of high-eccentricity asteroids in the region of the Phocaea family and saw that objects with $e > 0.31$ were unstable because of encounters with Mars on time-scales of up to 270 Myr. Here we start by repeating the same analysis. There are 105 asteroids in the region of the Pallas family (25 numbered ones) that have eccentricities larger than 0.31. Two of these objects belong to the Barcelona frequency family (Carruba 2010b) and a member of the Pallas frequency family with an eccentricity of 0.3077 is in the proximity of this region, but, overall, the great majority of high-eccentricity asteroids in the region do not belong to families.

For asteroids at high inclination, it is possible to use the Lidov–Kozai Hamiltonian approximation (Carruba 2010a). The conserved integral of the Lidov–Kozai Hamiltonian is (Thomas & Morbidelli 1996; Gronchi & Milani 1999; Carruba 2010a):

$$H = \sqrt{a(1-e^2)} \cos i, \quad (1)$$

where a , e and i are the semimajor axis, eccentricity and inclination (evaluated with respect to the invariable plane of the Solar system), respectively. At a given semimajor axis, the conservation of H implies that there are maximum allowed values of eccentricity and inclination (see Carruba 2010a). When the eccentricity is large enough, the nodal distance at ascending node

$$d_{\text{nod}}^+ = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \omega} - a' \quad (2)$$

and that at descending node

$$d_{\text{nod}}^- = \frac{a(1-e^2)}{1-e \cos \omega} - a' \quad (3)$$

between the ellipse of the asteroid orbit and the circular orbit (with radius a') of some perturbing planets can become zero. In this case, a node crossing is said to occur and a collision between the asteroid and the planet is possible. At $\omega = \pm 90^\circ$, $\cos \omega = 0$ and therefore the denominators in equations (2) and (3) become equal to 1. As a consequence, for the values of ω for which the eccentricity reaches its maximum value, the right-hand side in equations (2) and (3) reduces to its minimum value $a(1-e^2) - a'$. The fact that for the maximal value of the eccentricity the nodal distance is not minimal is called the ‘Lidov–Kozai protection mechanism’. For $\omega = 0^\circ$, equation (2) reduces to the first-order criterion $q = a'$, with q the asteroid pericentre distance, $q = a(1-e)$ (note that for $\omega = 0^\circ$ the value of the eccentricity is the minimum one).

In this section, we want to know what other information can be obtained by studying Lidov–Kozai conserved quantities in the region of the Pallas dynamical family. For this purpose, we focus our attention on the conserved values of the H integral.

Fig. 1 (panel A) shows the current distribution of proper inclination and eccentricities for asteroids in the region with $e > 0.31$. Superimposed, we plotted (e, I) values of the H integral in the range of H values for asteroids in the region. The minimum value of H is 0.8679, the maximum value is 1.4955 and the median value is 1.3152.

Fig. 1 (panel B) shows Mars node crossing lines for asteroids with semimajor axes equal to the median value of semimajor axes for $e > 0.31$ asteroids in the region ($a = 2.635$ au), obtained with equations (2) and (3), assuming Mars on a circular orbit of radius a' . As can be seen in the figure, with the exception of three asteroids, all objects in the region have nodal distances smaller than the value needed to collide with Mars. However, the long-term stability of these objects and the ability of the Lidov–Kozai mechanism to protect them from close encounters with Mars needs further research.

To start investigating the orbital behaviour of these objects, we integrated the 105 asteroids with SWIFT-SKEEL, the symplectic integrator of Levison & Duncan (2000) that is able to model close encounters between a massive planet and a massless particle, over 20 Myr and under the gravitational influence of all planets from

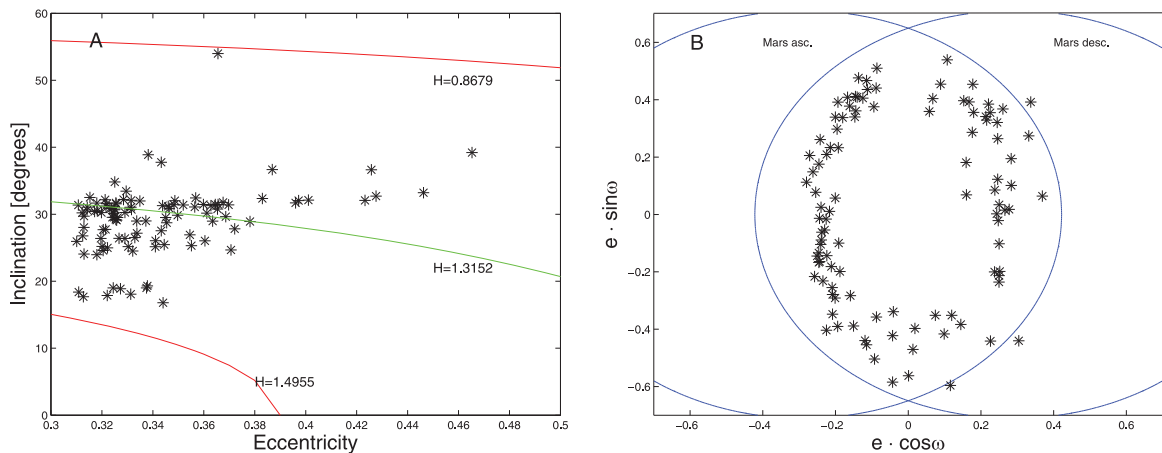


Figure 1. Panel A: (e, I) values of the H integrals for asteroids in the region of the Pallas family. Panel B: Mars node crossing lines for asteroids in the same region.

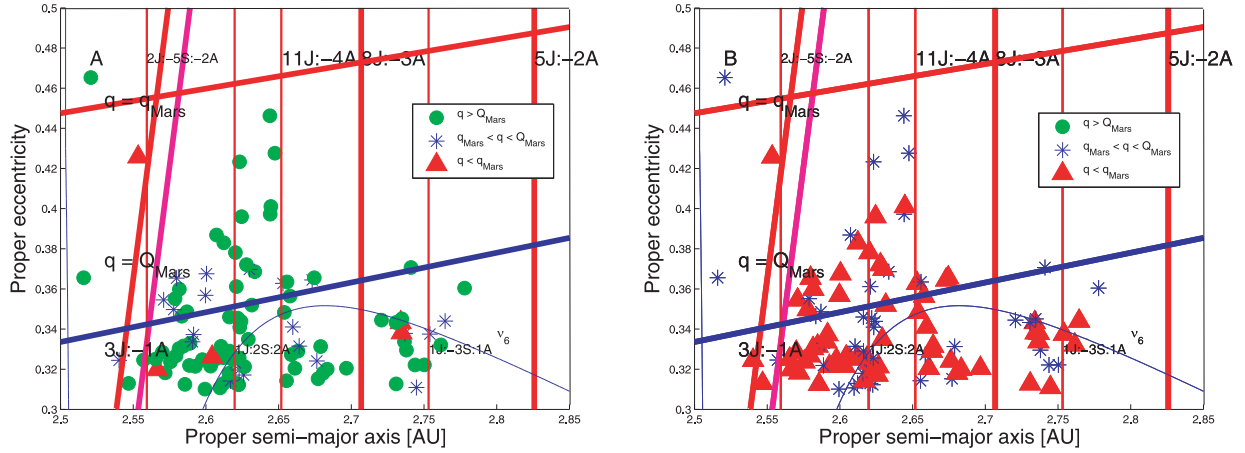


Figure 2. Panel A: an (a, e) projection of asteroids in the region of the Pallas family, for $e > 0.30$, with average values of pericentres. Panel B: the minimal values of pericentres of the same asteroids at the end of the 20-Myr integration.

Venus to Neptune (Mercury was accounted for as a barycentric correction in the initial condition of the system).

Fig. 2 (panel A) displays a proper (a, e) projection of the final fate of asteroids in the region. The red triangles are associated with asteroids whose mean pericentre was less than the pericentre of Mars, the blue asterisks are associated with asteroids whose mean pericentre was between the values of the pericentre and apocentre of Mars, and the green circles are associated with asteroids that had mean pericentres above the apocentre of Mars. The vertical red lines display the location of mean-motion resonances, the magenta lines display the location of the chaotic layer near the $3J: -1A$ mean-motion resonance as defined in Guillens, Vieira Martins & Gomes (2002) and the blue lines are associated with the secular resonances in the area. Inclined lines show the location of orbits with $q = Q_{\text{Mars}}$ (in blue) and $q = q_{\text{Mars}}$ (in red). Fig. 2 (panel B) shows the same, but for the minimum values of the pericentre that was reached by the particles during the simulation.

As can be seen in the figure, several asteroids near the v_6 separatrix attain values of the mean pericentre low enough to allow them to interact with Mars. All asteroids in the region with $e > 0.31$ had values of minimum pericentres during the integration, low enough to plunge into the orbit of Mars. To further investigate the stability of orbits in the region, we created a grid of test particles with initial osculating eccentricity between 0.20 and 0.40, in the range of the semimajor axis between those of the $3J: -1A$ and the $5J: -2A$ mean-motion resonances, and with the values of inclination determined by the constancy of the H integral. In particular, we used the median value of H for asteroids in the region ($H = 1.3152$). The initial values of Ω, ω and M were those at J2000 of 1999 VF87, an asteroid with the median H value. There was a total of 2601 particles in this simulation, integrated with SWIFT-SKEEL over 20 Myr.

Fig. 3 (panel A) shows an averaged (a, e) projection for test particles in the region of the Pallas family, for $e > 0.30$, with minimum values of pericentres. Here we used averaged elements rather than the proper ones, because many particles were lost before a time-span long enough to obtain reliable proper elements. The colour code for the test particles and the other symbols is the same as in Fig. 2 (panel B). Fig. 3 (panel B) does the same, but for the maximum survival times (see the figure legend for the description of the meaning of the particle colour codes).

As can be seen in the figures, essentially, all asteroids above the v_6 resonance had values of pericentres lower than Mars' apocentre and could therefore experience martian close encounters. Yet, only particles with $q < q_{\text{Mars}}$ were lost before the end of the integration (Fig. 3, panel B). This is further confirmed by the density maps of q_{min} (panel C) and t_{max} (panel D) values. Following the approach of Carruba & Michtchenko (2009), in these figures, we show the mean values of q_{max} and t_{max} in a grid covering the intervals (2.50–2.85) in a (we took 20 equally spaced intervals) and (0.3–0.5) in e (also 20 equally spaced intervals). Superimposed to the density maps, there is the orbital location of real asteroids in the region (black asterisks). The density map scale of the q_{min} values was scaled up to the value of Mars' apocentre.

During the length of the integration (20 Myr), some particles in the region with $q < Q_{\text{Mars}}$ achieved larger values of maximal eccentricity, but they were not lost. To further investigate the long-term stability of asteroids in the region, we performed simulations on longer time-scales for asteroids in these regions. The setup of the simulation and the results will be discussed in the next section.

2.2 Long-term numerical simulations

Fig. 2 (panel A) displays an (a, e) projection of the 105 asteroids in the region of the Pallas family. Of the objects with $e > 0.31$, (3712) Kraft is the only one for which a spectral classification is available (it is an S-type object in the Pallas family area). SDSS-MOC3 data are available for (123237) (2000 UH58) and suggest that this object, also in the Pallas family region, belongs to the C-complex. No information is available on the albedos of these 105 objects.

As can be seen in Fig. 2 (panel A), there are essentially seven mechanisms that can increase the asteroid eccentricity from the values observed in the region of the Pallas family to Mars-crossing values: interaction with the $3J: -1A$, $11J: -4A$, $8J: -3A$ and $5J: -2A$ two-body mean-motion resonances, and interaction with the $2J: -5S: 2A$, $1J: -2S: -2A$ and $1J: -3S: 1A$ three-body resonances. Of these mechanisms, the interaction of particles with the $3J: -1A$ mean-motion resonance is a proven very effective mechanism in raising the eccentricity of test particles to Mars-crossing levels. Secondary, the interplay of the Yarkovsky effect with higher order two- and three-body mean-motion resonances as a mechanism to

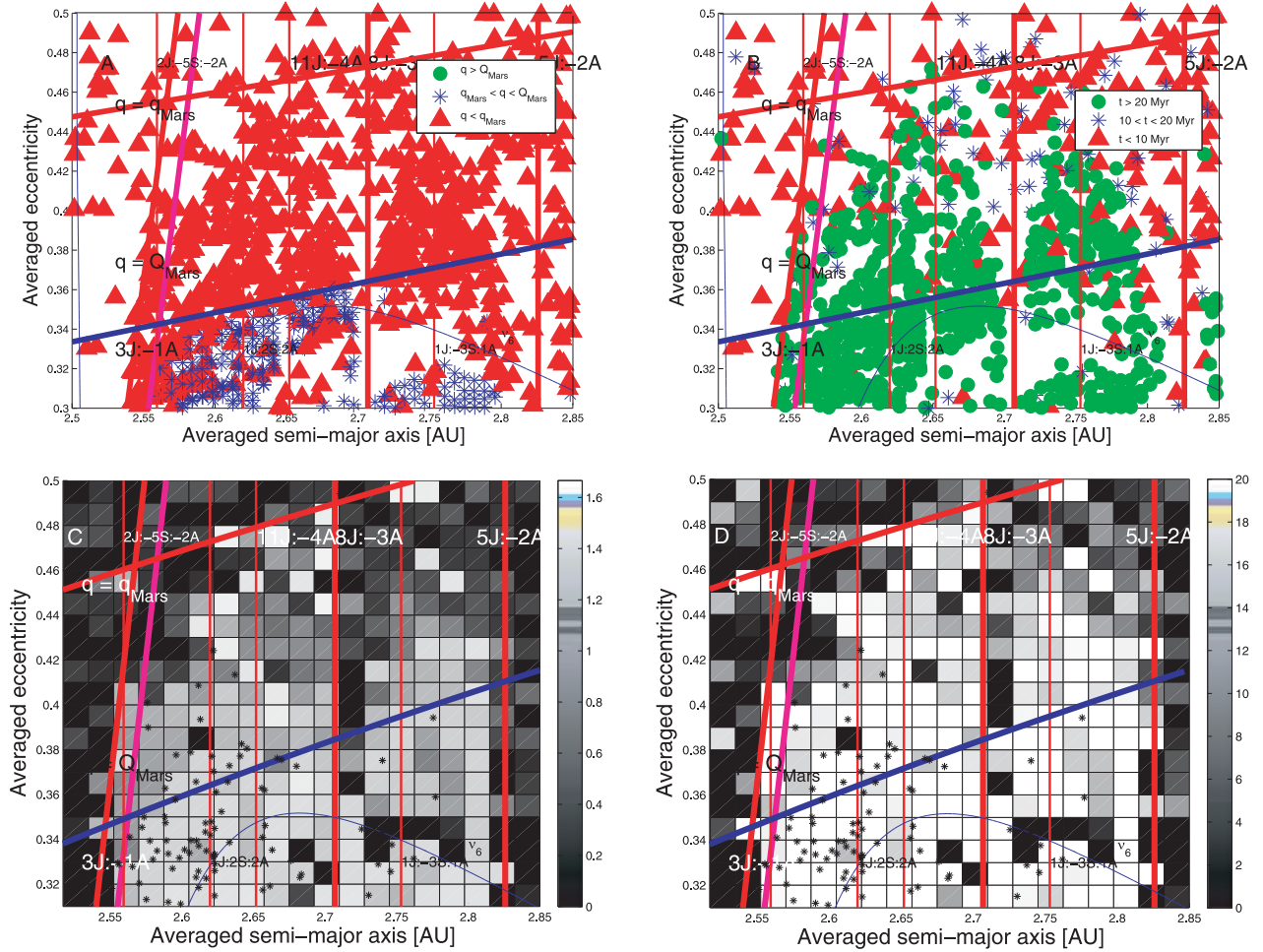


Figure 3. Panel A: an (a, e) projection of test particles in the region of the Pallas family, for $e > 0.30$, with minimum values of pericentres. Panel B: the maximum survival time of the same test particles at the end of the 20-Myr integration. Panels C and D display the position of real asteroids in the region, superimposed with density maps of minimum pericentre (in au) and survival time (in Myr).

increase asteroid eccentricities should also be investigated. More information on these mechanisms will be given in Section 3.

To further investigate the long-term stability of these 105 asteroids, we performed the following numerical experiments. First, we integrated the 105 asteroids with SWIFT-SKEEL over 300 Myr under the gravitational influence of all planets from Venus to Neptune (Mercury was accounted for as a barycentric correction to the Sun initial conditions). Following the approach of Nesvorný et al. (2008), we define a region of interest, which is between the $3J: -1A$ and the $5J: -2A$ mean-motion resonances, with $e > 0.31$ and $q < Q_{\text{Mars}}$. The last condition was set so as to investigate the asteroids with large eccentricity that could potentially be destabilized by close encounters with Mars. We then checked how many objects remained in the area as a function of time during the numerical integration.

Fig. 4 (panel A) shows this number as a function of time (blue-dashed line) and the number of objects initially in the area of interest that remained in the region as a function of time (black line). We should emphasize that the parameter that gives information on the stability of objects is the one related to the number of objects *initially* inside the area, that is, the black line. The fact that other objects originally not in the area may be temporarily displaced inside the

region of interest is per se not an indication of the stability of the initial asteroid population.

As can be seen in the figure, the number of objects with $q < Q_{\text{Mars}}$ rapidly drops and goes to zero after 140 Myr, if we consider the initial population. As a second numerical experiment, we integrated the same particles with SWIFT_CE, an integrator developed in Carruba et al. (2007) that simultaneously models the effect of close encounters between a massive planet and a massless particle, and the diurnal and seasonal versions of the Yarkovsky effect. We used typical values of Yarkovsky parameters for S-type asteroids (thermal conductivity $K = 0.001 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, thermal capacity $C = 680 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, surface density of 1500 kg m^{-3} , density of 2500 kg m^{-3} , bond albedo of 0.1, Carruba et al. 2003). The asteroid radius was computed using equation (1) in Carruba et al. (2003) and the average value of the geometric albedo of Phocaea members, $p_V = (0.24 \pm 0.12)$ (Carruba 2009b), and we gave to one set of objects an inclination of the spin axis of 90° , while to the second was assigned an obliquity of -90° . No re-orientations were considered, so that the drift caused by the Yarkovsky effect was the maximum possible. We integrated our test particles over 400 Myr.

Fig. 4 (panel B) displays the number of objects currently (blue-dashed line) and since the integration begun (black line) in the

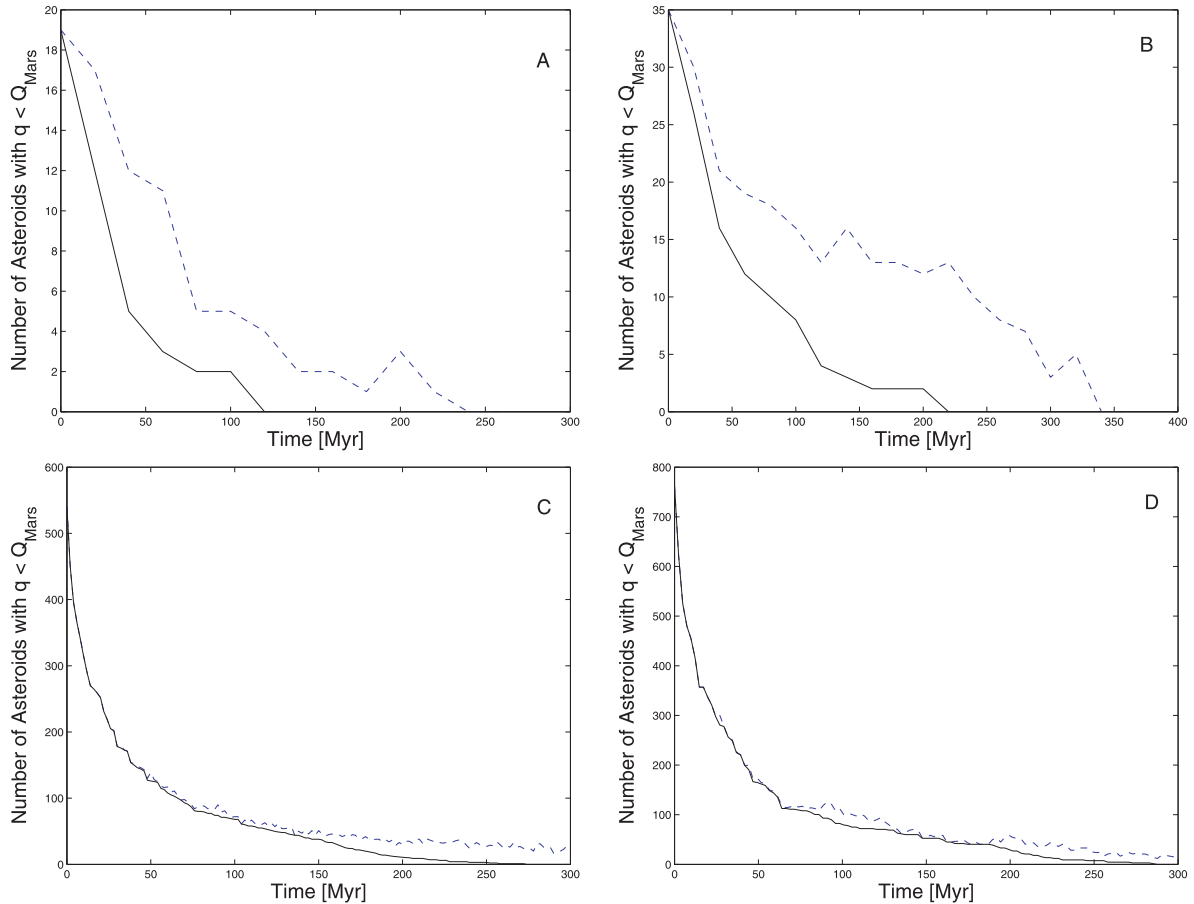


Figure 4. The number of objects (blue-dashed line) and of asteroids initially inside the $q < Q_{\text{Mars}}$ region defined in the text (black line), as a function of time. See text for a description of the different panels.

area of interest during the length of the simulation. As for the case without non-gravitational effects, the number of objects in the area still drops, but on a somewhat longer time-scale. The last particle originally in the area of interest was removed after 220 Myr and all particles left the region after 340 Myr. As observed for the high-eccentricity, Mars-crossing region in the Phocaea family area (Carruba 2010a), test particles in the simulation with non-gravitational effects tend to stick longer than the same particles in the conservative integration. This is due to the interplay of the Yarkovsky effect with some of the local non-linear secular resonances, such as the $2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$ resonance in the Pallas region, that forced a few particles to stick to the resonances (and to the high-eccentricity area for longer times). Overall, this phenomenon only delays the inevitable loss of the original high-eccentricity, $q < Q_{\text{Mars}}$ population, which is lost on time-scales of at most 220 Myr.

One possible objection to these data is the low number of objects currently present at high eccentricity. To obtain a statistically more robust estimate on the stability time, we integrated the same grid of 2600 high-eccentricity particles defined in Section 2.1 with SWIFT-SKEEL and SWIFT_CE over 300 Myr. Fig. 4 (panels C and D) shows the number of objects (blue-dashed line) and of asteroids originally inside the $q < Q_{\text{Mars}}$ region (black line) as a function of time.

As can be seen in the figure, the time-scales for survival of the high-eccentricity, $q < Q_{\text{Mars}}$ population are of 260 Myr for the

particles in the SWIFT-SKEEL simulation and of 280 Myr for the particles in the SWIFT_CE simulation, in agreement with what found in the previous run with real asteroids. In the next section, we will investigate the mechanisms that can create the observed high-eccentricity population.

3 CREATING THE HIGH-ECCENTRICITY ASTEROID POPULATION

Now that we have estimated the lifetime of high-eccentricity objects, one natural question that may arise is how to create and sustain such an unstable population of asteroids. Three natural possible sources of high-eccentricity objects are the local background asteroids and the two families in the region with largest eccentricities: the Barcelona and Pallas families.¹ In principle, the source of these asteroids could be distinguished based on the taxonomy: C-type asteroids would be more likely to come from the Pallas family and S-type asteroids should be associated with the Barcelona one. Unfortunately, taxonomical information is available for only

¹ The 208080 clump in the region of the Barcelona family is composed of low-eccentricity objects and could not possibly furnish members to the high-eccentricity region in short time-scales.

one high-eccentricity object, (3712) Kraft, which is an S-type asteroid. SDSS-MOC3 data are also only available for just one object, (123237) (2000 UH58), also belonging to the S-complex. At this stage of our knowledge, it seems therefore that only dynamics can provide some clues about the possible origin of these high-eccentricity objects.

To investigate the possible mechanisms to replenish the high-eccentricity region, as defined in Section 2.2, we simulated the evolution under the Yarkovsky effect of two sets of clones of local background asteroids [asteroids with $\sin i > 0.5$ that do not belong to the Barcelona, Pallas or 208080 dynamical groups], the Barcelona and Pallas families, one with a spin axis obliquity of 90° and the other with a spin axis obliquity of -90° , so as to maximize the speed of migration towards larger and smaller semimajor axes. The periods were obtained assuming that the rotation frequency was inversely proportional to the radius and that a 1-km asteroid had a rotation period of 5 h (Farinella, Vokrouhlický & Hartmann 1998). We used the set of Yarkovsky parameters typical of S-type objects for the Barcelona family members (thermal conductivity of $0.001 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, thermal capacity of $680 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, density of 2500 kg m^{-3} , surface density of 1500 kg m^{-3} , bond albedo of 0.1 and thermal emissivity of 0.95, Carruba et al. 2003) and typical of C-type objects for the Pallas family members (same as for S-type objects, but with a density of 1500 kg m^{-3}), and integrated the members of both classical and frequency families over 300 Myr. The radius of each test particle was estimated using the median value of the geometric albedo for the family as found in Carruba (2010a) ($p_V = 0.2416$ for the Barcelona family, $p_V = 0.1569$ for the Pallas one and $p_V = 0.2000$ for local background objects) and the absolute magnitude of each object, using the formula

$$D = \frac{D_0}{\sqrt{p_V}} 10^{-0.2H}. \quad (4)$$

Multi-opposition objects for which no absolute magnitude data were available were given a radius of 1000 m. At each time-step, we checked the number of objects that reached the high-eccentricity region, as defined in Section 2.2.

Fig. 5 shows the number of high-eccentricity objects that originated as a member of the Barcelona family (blue line), as a member

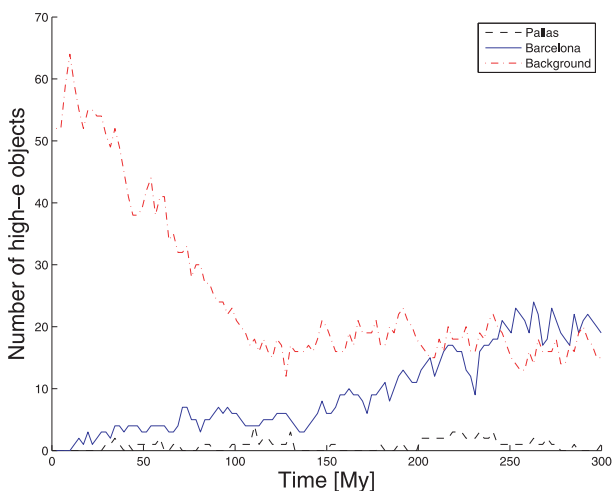


Figure 5. The number of high-eccentricity objects that originated as a member of the Barcelona family (blue line), as a member of the Pallas family (black dashed line) or as background object (red dashed line), as a function of time.

of the Pallas family (black dashed line) or as a background object (red dashed line), as a function of time, over the length of the integration (300 Myr). Among the mechanisms that can increase the eccentricity of asteroids, we found that powerful mean-motion resonances with Jupiter, such as the $3J: -1A$, $5J: -2A$ and $8J: -3A$ resonances, and the ν_6 secular resonance effectively increased the eccentricity of test particles on short time-scales, but also tended to create a population of objects on short time-scales (2 Myr or less). Three-body mean-motion resonances, such as the $1J: 2S: 2A$ and $1J: -3S: 1A$ resonances, increased the asteroid eccentricities on longer time-scales, but also produced a longer lived high-eccentricity population.

As can be seen in the figure, the current high-eccentricity population is dominated by background objects, with a secondary contribution from the Barcelona family and a very minor influx of Pallas objects. According to our simulations, Barcelona family members will become the dominant source of high-eccentricity asteroids 250 Myr into the future. The fact that background objects dominate the current high-eccentricity population in the region implies that, contrary to the case of the Phocaea family region (Carruba 2010a), it is not possible to set lower limits on the age of either the Barcelona or the Pallas family based on the time-scales needed to family members to reach the high-eccentricity region.

4 THE (ABSENCE OF) CHAOTIC DYNAMICS NEAR THE ν_6 SECULAR RESONANCE SEPARATRIX

One of the questions left unanswered in Carruba (2010b) was the absence of significant chaotic behaviour near the ν_6 secular resonance separatrix. In this section, we will investigate this problem with analytical and numerical tools.

4.1 Analytical model of the ν_6 resonance

Since the late 1980s, it is known that asteroids in the proximity of the ν_6 secular resonance have their eccentricity raised to planetary crossing values and are so destabilized on short time-scales (see, amongst others, Yoshikawa 1987). To more quantitatively estimate the effect of the proximity of the ν_6 secular resonance, here, we briefly revise the non-linear model for the ν_6 resonance of Yoshikawa (1987). In his model, Yoshikawa kept terms up to third degree in eccentricity and inclination for the secular part of the disturbing function and, under the hypothesis of proximity to the ν_6 resonance that $l_6 = \varpi - \varpi_6^*$ moves much slower than $l_5 = \varpi - \varpi_5^*$, where $\varpi_i^* = v_i t + \beta_i$, v_i and β_i being known constants (Bretagnon 1974), obtained the following expression for the Hamiltonian of the problem:

$$F_{\nu_6} = \frac{1}{2}(b - \nu_6)e^2 + \frac{1}{4}ce^4 - d_6e \cos(\varpi - \varpi_6^*), \quad (5)$$

where $\nu_6 = 26.217 \text{ arcsec yr}^{-1}$ is the value of the precession frequency of the pericentre of Saturn and b , c and d_6 are coefficients whose values can be found in Yoshikawa (1987) and Carruba (2010a) (b roughly corresponds to the g pericentre precession frequency).

In this paper, we are interested in investigating the dynamics of objects near the ν_6 resonance separatrix. Following Yoshikawa (1987), we introduce the k_6 parameter:

$$k_6 = b - \nu_6. \quad (6)$$

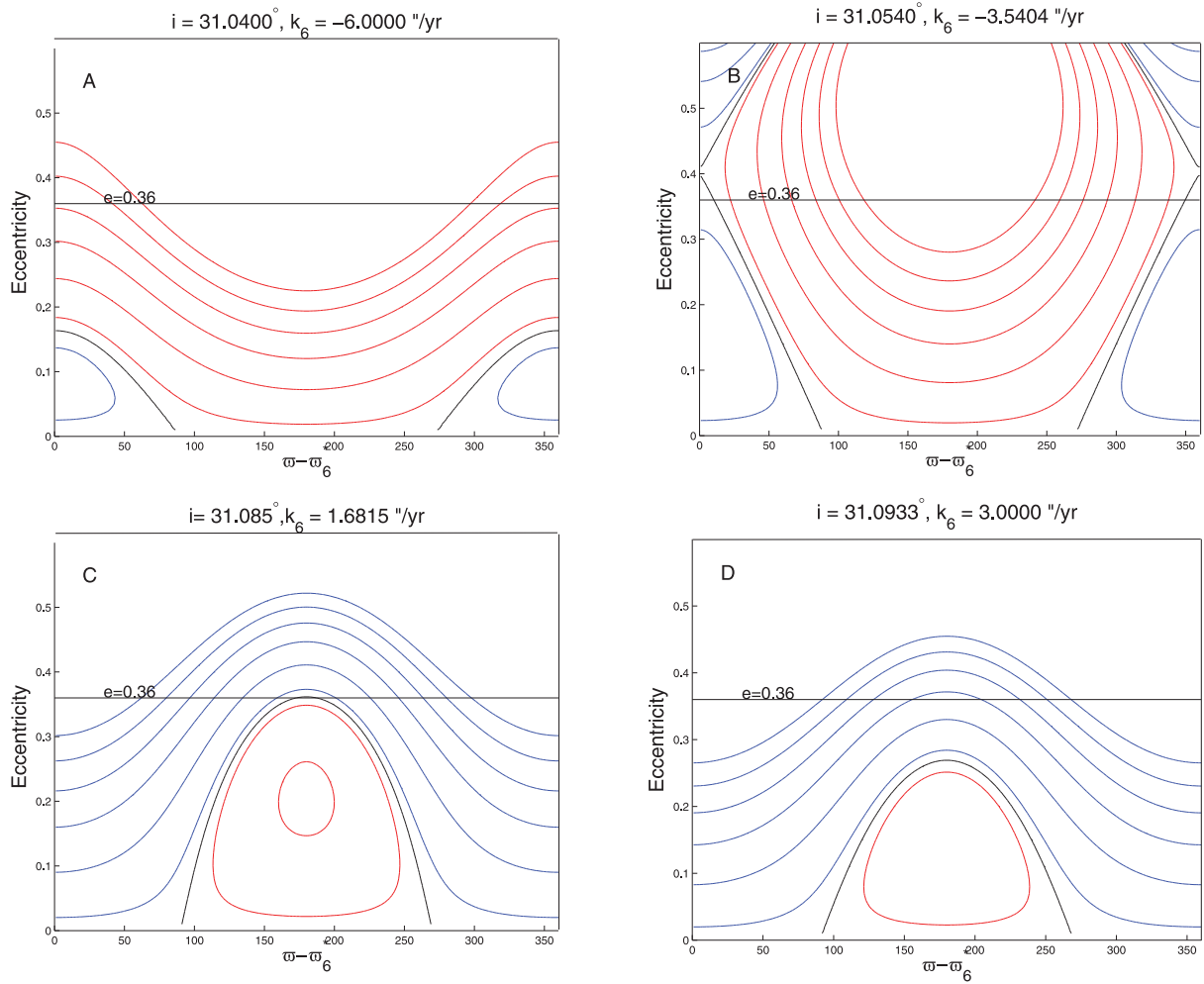


Figure 6. Diagrams of equi-Hamiltonian curves for $a = 2.6$ au and four values of inclinations and of the corresponding k_6 parameters.

For the $e > 0.31$ asteroids in the region of the Pallas family, values of k_6 in the range -120.5 to 10.3 arcsec yr $^{-1}$ are observed. Only five asteroids have values of $|k_6| < 6$ arcsec yr $^{-1}$ and are therefore close enough to the ν_6 resonance separatrix so that the approximations of the Yoshikawa model (i.e. we are in the proximity of the ν_6 resonance, so that the $l_6 = \varpi - \varpi_6$ variable moves much slower than the $l_5 = \varpi - \varpi_5$ one, Yoshikawa 1987) hold.

Following the approach of Yoshikawa (1987), we computed equi-Hamiltonian curves for two values of the semimajor axis [$a = 2.6$ au in the Barcelona area (Fig. 6) and $a = 2.8$ au in the Pallas region (Fig. 7)] and four different values of the inclination and of the corresponding value of k_6 .

Fig. 6 (panel A) displays equi-Hamiltonian curves for $k_6 = -6.000$ arcsec yr $^{-1}$ in the $(e, \varpi - \varpi_6^*)$ plane.² Since the Yoshikawa model is not accurate for eccentricities larger than 0.6, the plots display values of e in the range $(0, 0.6)$ only. The black line displays the level $F_{\nu_6} = 0$, red lines represent negative values of F_{ν_6} and blue lines represent positive values. The horizontal line shows the $e = 0.360$ level that corresponds to the eccentricity that an aster-

oid at $a = 2.6$ au should have in order to have its pericentre equal to the apocentre of Mars. For $k_6 = -6.000$ arcsec yr $^{-1}$, there is a libration island at $\varpi - \varpi_6^* = 0^\circ$, but overall this does not perturb significantly the circulating red orbits. Objects with eccentricities at $\varpi - \varpi_6^* = 0^\circ$ less than 0.360 are not pushed into a region of Martian close encounters and should present high values of Lyapunov times. For $k_6 = -3.5404$ arcsec yr $^{-1}$ (Fig. 6, panel B), circulating orbits of negative energies are now trapped in a libration island, while the former librating orbits of positive energies now become circulating ones. All asteroids in the libration island and several of the asteroids on circulation orbits are eventually forced to reach Mars-crossing eccentricities, and should be expected to present low Lyapunov times.

For $k_6 = 1.6815$ arcsec yr $^{-1}$ (Fig. 6, panel C), the curve of zero Hamiltonian has a maximum at $\varpi - \varpi_6^* = 90^\circ$ for $e = 0.360$. As a consequence, all circulating curves are forced to reach Mars-crossing values of eccentricities and should be rather chaotic. Finally, for $k_6 = 3.0000$ arcsec yr $^{-1}$ (Fig. 6, panel D), most of the low-eccentricity circulating orbits are unperturbed even at $\varpi - \varpi_6^* = 90^\circ$ and should have rather high Lyapunov times.

Overall, circulating orbits at $a = 2.6$ au in the k_6 range -3.5404 to 1.6815 arcsec yr $^{-1}$ are forced to reach Mars-crossing values of eccentricity and should be strongly perturbed by that planet. One

² See Yoshikawa (1987) for the definition of ϖ_6^* .

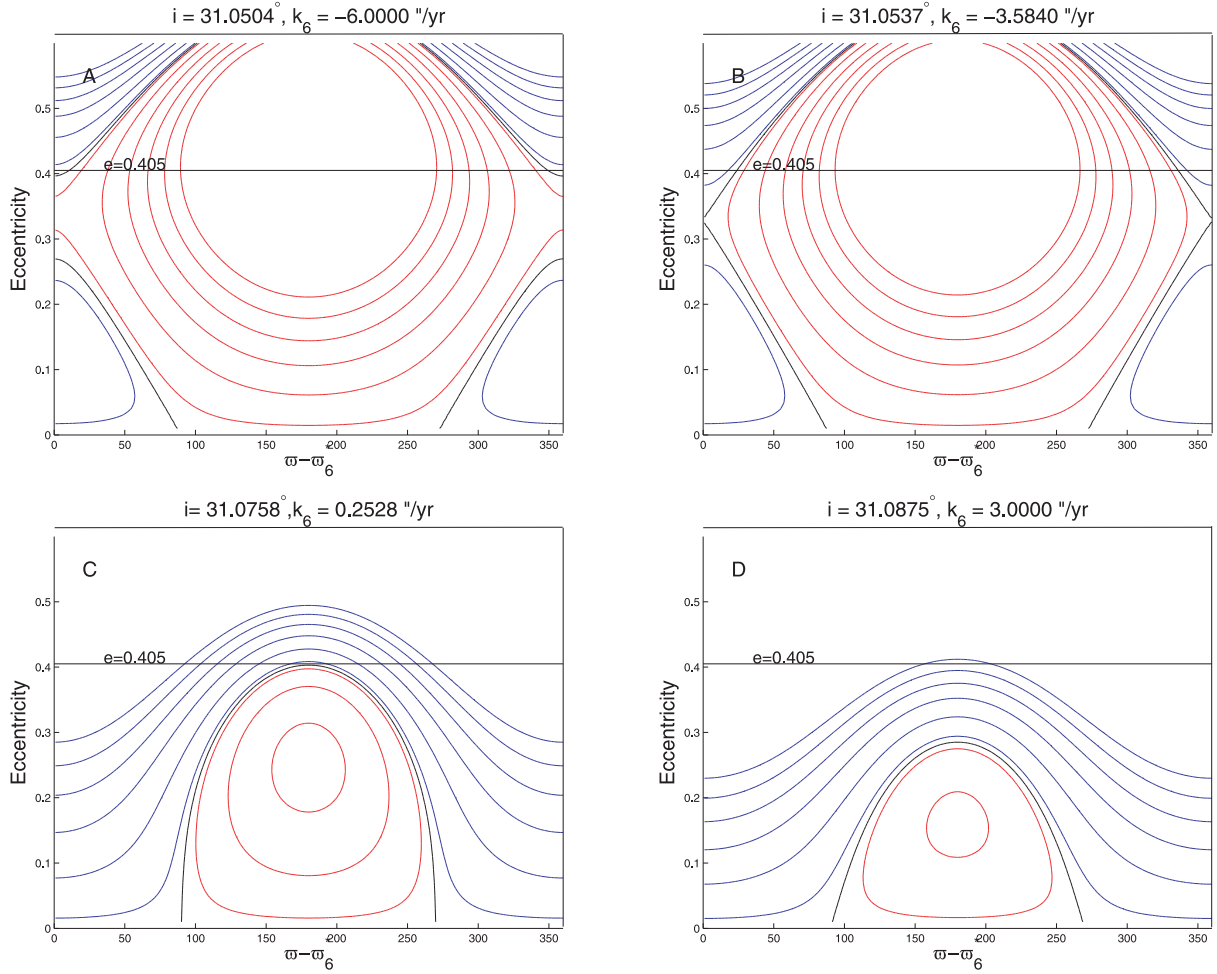


Figure 7. Diagrams of equi-Hamiltonian curves for $a = 2.8$ au and four values of inclinations and of the corresponding k_6 parameters.

may be expecting that chaotic orbits of low Lyapunov times could be found in this range of k_6 values. One may notice that the amplitude in inclination of this chaotic layer is quite limited: only $0^\circ.0313$. This, in principle, may be explaining the lack of significant chaotic dynamics found in Carruba (2010b). We will further investigate this hypothesis in Section 4.2.

The topology of the ν_6 resonance is different at larger semimajor axes, as is the minimum value of the eccentricity needed so that $q = Q_{\text{Mars}}$ (0.405 at $a = 2.8$ au, in the Pallas region). Fig. 7 (panel A) displays equi-Hamiltonian curves at $a = 2.8$ au, for $k_6 = -6.0000$ arcsec yr $^{-1}$. For this value of k_6 , there are two islands of libration for positive energy orbits at $\varpi - \varpi_6^* = 0^\circ$ and some of the circulating negative energy orbits are not pushed into the Mars-crossing region. Libration, positive energy orbits become circulating for $k_6 = -3.5840$ arcsec yr $^{-1}$ (Fig. 7, panel B) and the libration island of negative energy orbits has a maximum at $e = 0.405$ for $k_6 = 0.2528$ arcsec yr $^{-1}$ (Fig. 7, panel C). Fig. 7 (panel D) shows relatively unperturbed orbits at $k_6 = 3.0000$ arcsec yr $^{-1}$. In this case, the chaotic layer in the k_6 range -3.5840 to 0.2528 arcsec yr $^{-1}$ is even more limited in inclination than for $a = 2.6$ au, with a width of just $0^\circ.0221$. We will further investigate the implication of this fact for chaotic orbits in the next section.

4.2 Numerical results

In Carruba (2010b), very little chaotic behaviour was found for orbits near the ν_6 resonance separatrix in the region of the Pallas family, contrary to what observed for orbits near the ν_6 resonance in the Phocaea region. The causes of the absence of significant chaotic behaviour were left as an unanswered question. In the previous section, we saw that chaotic behaviour should be expected, according to the Yoshikawa (1987) model of the ν_6 resonance, for values of k_6 in the range -3.5404 to 1.6815 arcsec yr $^{-1}$ at 2.6 au and in the range -3.5840 to 0.2528 arcsec yr $^{-1}$ at 2.8 au. In both cases, the amplitude in inclination of the chaotic layer was of only $0^\circ.0313$ at 2.6 au and less at 2.8 au.

To further confirm that the chaotic behaviour of small-inclination asteroids is indeed caused by the ν_6 secular resonance, we computed values of k_6 for the test particles that we used for estimates of Lyapunov times in the $(a, \sin i)$ plane in Carruba (2010b). Fig. 8 (panel A) displays a blow-up of the low-inclination region of small Lyapunov times found in Carruba (2009b). Orbits with Lyapunov times of less than 20 000 yr are displayed as yellow dots. Fig. 8 (panel B) shows the orbital location of $-3.5404 < k_6 < 1.6815$ arcsec yr $^{-1}$ asteroids in the space of averaged $(a, \sin i)$ (red

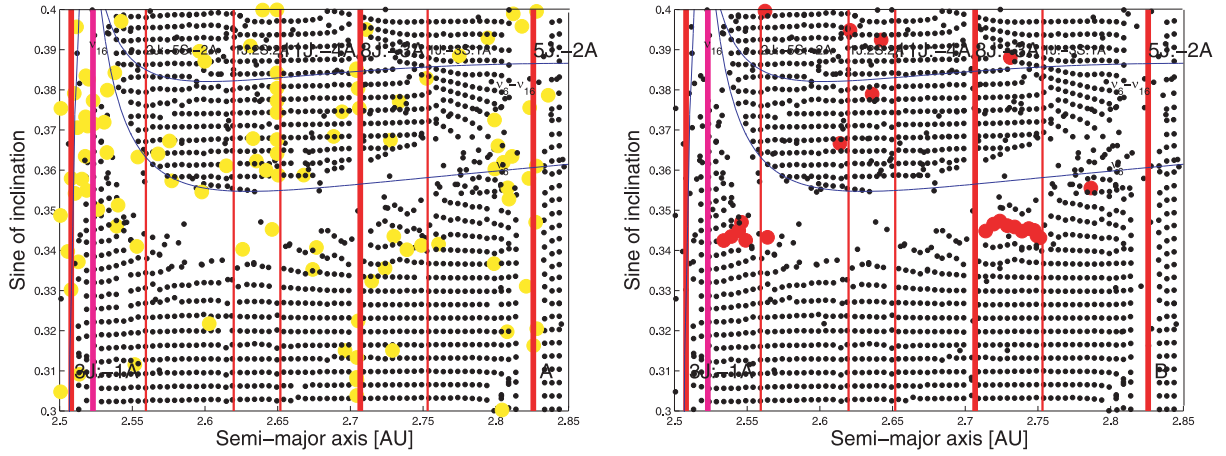


Figure 8. Panel A: Lyapunov times projected in the space of averaged $(a, \sin i)$ elements. Yellow circles display Lyapunov times smaller than 20000 yr, while black dots are associated with times larger than 20000 yr. Panel B: k_6 values in the same range of averaged $(a, \sin i)$ elements. Red full dots display values of k_6 in the range $-3.5404 < k_6 < 1.6815 \text{ arcsec yr}^{-1}$.

full dots). Here, we are using the wider 2.6-au criterion in order to maximize the amplitude of the chaotic layer in inclination.

As can be seen in the figure, there is a very good agreement between Lyapunov times near the ν_6 separatrix and results of the Yoshikawa model: only very few particles have values of k_6 in the right range and several of these were so much destabilized by Martian close encounters that they were lost during the length of the integration. The result is that only a few chaotic particles were visible and those match well the predictions of the Yoshikawa model. This result, in our opinion, should explain the absence of the chaotic behaviour near the ν_6 secular resonance separatrix found in Carruba (2010b).

5 LONG-TERM STABILITY OF MINOR FAMILIES AND CLUMPS IN THE REGION

In Carruba (2010b), several small dynamical groups were identified in the region of the Pallas dynamical family. Many of these groups had a limited number of members, sometimes just large enough for the group to be considered a clump. A question left unanswered by the previous work was about the statistical significance of these groups. Were these clusters created by real collisions or were they just random association of bodies that happened to be in nearby orbits for a limited period of time? In order to estimate the statistical significance and the time-scales over which these clusters are still bound, we devised the following numerical experiment: we created two sets of clones of members of the clusters and integrated them with SWIFT-RMVSy.f, the symplectic integrator of Brož (1999), which simulates the diurnal and seasonal versions of the Yarkovsky effect. Using typical values of the Yarkovsky parameters (Carruba et al. 2003), we gave to one set of objects an inclination of the spin axis of 90° , while to the second was assigned an obliquity of -90° . No re-orientations were considered, so that the drift caused by the Yarkovsky effect was the maximum possible.

We integrated the clones of members of the classical and frequency clusters over 200 Myr in the future and 200 Myr in the

past,³ and obtained synthetic proper elements according to the definition of Knežević & Milani (2000) for the clones every 2.4576 Myr. We then re-obtained families and clumps for the set of synthetic proper elements of the clones at each time-step, using the barycentre of the clusters (Carruba 2009b, equation 7) as the first body for the family. As soon as the cluster (obtained for the values of the velocity cut-off of 160 m s^{-1} and of the frequency cut-off of $0.605 \text{ arcsec yr}^{-1}$, Carruba 2009b) reached the minimum number of objects for being considered a clump, the cluster was considered dispersed and a minimum limit for the dispersion time was found.

We will start by discussing the results for the classical families and clumps in the next section.

5.1 Classical groups

In Carruba (2010b), eight minor clumps were identified in the space of proper elements at a velocity cut-off of 122 m s^{-1} : a clump around (208080) 1999 VV180 in the Barcelona area, five clumps around (4203) Brucato, (18511) 1996 SH4, (36240) 1999 VN44, (70280) 1999 RA111 and (75938) 2000 CO80 in the Olympia region, a clump around (33969) 2000 NM13 in the Hansa area and a clump around (40134) 1998 QO53 in the region of the Gallia family. For simplicity, in this section and in the next section, we will refer to the dynamical groups by their first body number only, omitting the name.

Fig. 9 displays the number of members of the integrated (4203) clump (panel A) and of the (40134) clump (panel B), as a function of time. The horizontal black line shows the limit ($N_{\min} = 12$) for a group to be recognized as a clump, while the horizontal red line in panel B shows the limit for a group to be classified as a family ($N_{\text{fam}} = 30$), at a velocity cut-off of 122 m s^{-1} . The vertical line separates the backward and forward integrations. The higher the time

³ Concerning the integration in the past, we should caution the reader that integrations with the Yarkovsky effect are not conservative and therefore technically speaking not time-reversible. Backward integrations are, however, interesting from a statistical point of view, since they allow to increase our sample of integrated objects.

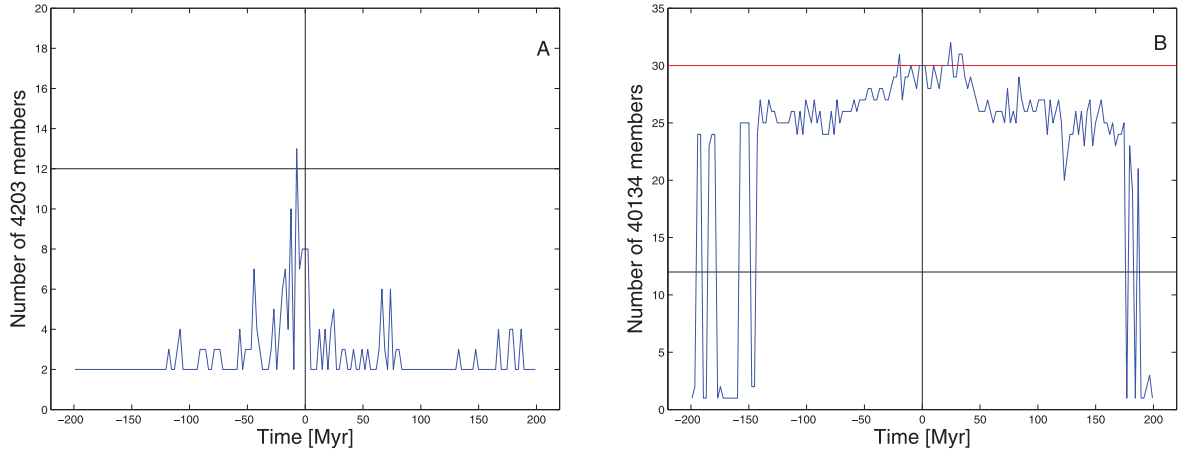


Figure 9. The number of members of the integrated (4203) clump (panel A) and of the (40134) clump (panel B), as a function of time.

Table 1. Detectability times over 400 Myr for classical groups in the Pallas region.

Name	$T (N > 12)$ (Myr)
(208080)	14.75
(4203)	1.25
(18511)	7.38
(36240)	2.46
(70280)	12.30
(75938)	51.61
(33969)	15.98
(40134)	173.26

the integrated clumps have more than $N_{\min}$ members (hereinafter detectability time), the more likely that they are real collisional groups rather than statistical flukes. The (4203) and (40134) groups have the lowest and highest detectability times with $N > N_{\min}$, respectively, taken as the average of the detectability times over the length of the forward and backward integrations. Detectability times for all the classical clumps in the region are given in Table 1.

None of the members of the clumps in the area seems to be currently interacting with non-linear secular resonances (the Hansa families interact with the $\nu_6 - \nu_{16}$ resonance and the Pallas ones with the $2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$ resonance). Of all the clumps, those around (40134), (75938), (33969), (208080) and (70280) have the largest detectability time and should be considered reasonable candidates for groups originating from collisional events. The three other clumps have very short detectability times and may be considered statistical flukes. The fact the they are englobed by larger groups in the $(n, g, g + s)$ frequency domain [(4203), (18511) and (70280) are all part of the frequency (4203) family (Brucato family), while (75938) and (36240) form the larger frequency clump around (36240)] seems to confirm this analysis. More details on this subject will be given in Section 5.2.

5.2 Frequency groups

In the $(n, g, g + s)$ domain, two frequency clumps were identified in Carruba (2010b): one around (36240) 1999 VN44 in the Olympia area and the other around (82426) 2001 NB20 in the Hansa area. The group around (4203) Brucato in the Olympia area was a family

in the frequency domain. These groups were identified with a cut-off of $0.605 \text{ arcsec yr}^{-1}$. At this cut-off, a group should have at least 22 members to be identified as a clump and 55 members to be recognized as a family.

The clump in the Hansa area around (82426) quickly dispersed after 1.25 Myr and should not be considered statistically significant. More interesting was the case of the Olympia groups. The (36240) frequency clump that englobes the (75938) and (36240) classical groups was observable as a family for a large interval of time [but not at $T = 0$ Myr, see Fig. 10 (panel A)] and only dispersed for $T = 150$ Myr. It is observable in the past for times up to -180 Myr and it has a detectability time, $N > N_{\min}$ (see Section 5.1), of 149.92 Myr. It should therefore be considered as a statistically robust group.

The (4203) frequency family that englobes the (4203), (18511) and (70280) classical clumps, finally disperses for $T = \pm 330$ Myr (Fig. 10, panel B), and it has a detectability time, over 200 Myr, of 129.03 Myr. It is the largest dynamical group observed in the Olympia region and it should be considered a reliable dynamical family. Results are summarized in Table 2.

6 CONCLUSIONS

In this work, we studied the dynamical evolution of asteroids in the region of the Pallas dynamical family. Amongst other things:

(i) We investigated the long-term stability of asteroids at high eccentricity ($e > 0.31$). These objects are unstable because of encounters with Mars on time-scales of up to 340 Myr. Local background asteroids are currently the major source of high-eccentricity objects, but Barcelona family members will become the dominant source in about 250 Myr;

(ii) We studied the problem of asteroids in the proximity of the ν_6 secular resonance separatrix with analytical (Yoshikawa 1987) and numerical tools. Asteroids with $-3.5404 < k_6 < 1.6815 \text{ arcsec yr}^{-1}$, where $k_6 = b - \nu_6$, b being a coefficient that roughly corresponds to the pericentre precession frequency g ,⁴ are forced to reach values of pericentres low enough to allow them to experience deep close encounters with Mars. The fact that this chaotic layer has a very limited amplitude in inclination (only 0.0313) explains why very

⁴ See Yoshikawa (1987) and Carruba (2010) for the exact definition of b .

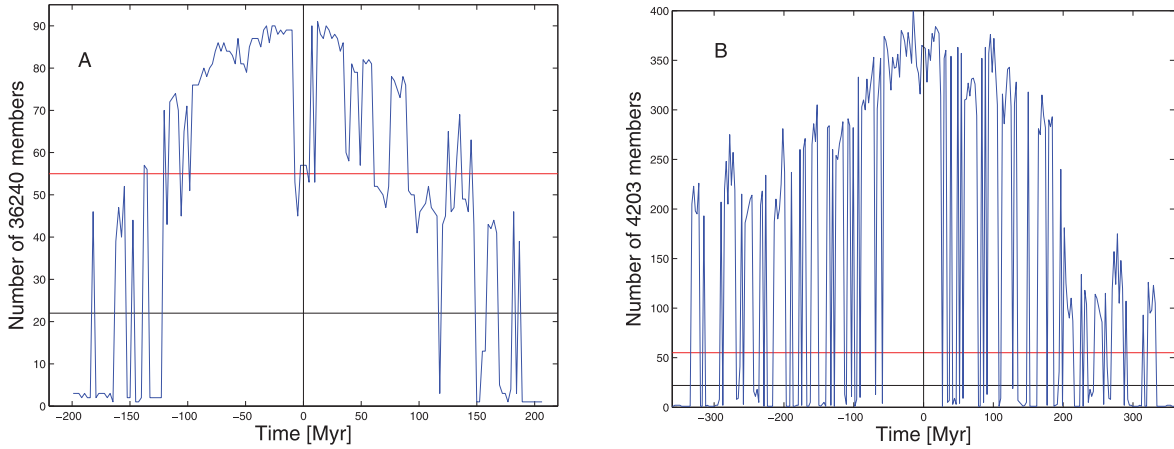


Figure 10. The number of members of the integrated (36240) clump (panel A) and of the (4203) frequency family (panel B), as a function of time.

Table 2. Detectability times over 400 Myr for frequency groups in the Pallas region.

Name	$T(N > 22)$ (Myr)
(4203)	129.03
(36240)	149.92
(82426)	1.25

limited chaotic behaviour was observed near the ν_6 separatrix in Carruba (2010b);

(iii) We investigated the dynamical evolution when the Yarkovsky effect is considered of minor clumps and families identified in Carruba (2010b) in the domains of proper elements and frequencies. We find that none of the minor clumps obtained in Carruba (2010b) is currently interacting with non-linear secular resonances in the region. The classical clumps around (40134) 1998 QO53, (75938) 2000 CO80, (33969) 2000 NM13, (208080) 1999 VV180 and (70280) 1999 RA111 have large detectability times and could be considered reasonable candidates for groups originating from collisional events. We confirm the presence of the (4203) Brucato family observable in the space of proper frequencies (n , g , $g + s$) that has the largest detectability time of all groups in the region.

We believe that this work should have answered some of the questions raised by Carruba (2010b), but as often in science, many other questions are left unanswered. For instance, what is the long-term effect that the $2\nu_6 - \nu_5 + \nu_{16}$ secular resonance and several quasi-resonances with Jupiter and Ceres have on the Pallas family members? Also, is the Brucato frequency family a real collisional group or, as suggested by the presence of asteroids belonging to both the C- and X-type complexes, just an agglomeration of nearby objects? Our current analysis suggests that the family is dynamically stable, so are some of the members of the Brucato family that belong

to the C- or X- complexes interlopers? No information is currently available to draw a final conclusion on these issues that remain, in our opinion, interesting subjects for future work.

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to the reviewer of this paper, Ricardo Gil-Hutton, for his careful revision and comments that significantly improved the quality of this paper. We would like to thank the São Paulo State Science Foundation (FAPESP) that supported this work via the grant 06/50005-5 and the Brazilian National Research Council (CNPq, grants 302183/2008-6 and 473345/2009-9).

REFERENCES

- Bretagnon P., 1974, *A&A*, 30, 141
- Brož M., 1999, Thesis, Charles Univ., Prague, Czech Republic
- Carruba V., 2009b, *MNRAS*, 398, 1512
- Carruba V., 2010a, *MNRAS*, 403, 1834
- Carruba V., 2010b, *MNRAS*, 408, 580
- Carruba V., Michtchenko T., 2007, *A&A*, 475, 1145
- Carruba V., Michtchenko T., 2009, *A&A*, 493, 267
- Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvorný D., 2003, *Icarus*, 162, 308
- Carruba V., Roig F., Michtchenko T., Ferraz-Mello S., Nesvorný D., 2007, *A&A*, 465, 315
- Farinella P., Vokrouhlický D., Hartmann W. K., 1998, *Icarus*, 132, 378
- Gronchi G. F., Milani A., 1999, *A&A*, 341, 928
- Guillens S. A., Vieira Martins R., Gomes R. S., 2002, *AJ*, 124, 2322
- Knežević Z., Milani A., 2000, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 78, 17
- Levison H. F., Duncan M. J., 2000, *AJ*, 120, 2117
- Nesvorný D., Roig F., Gladman B., Lazzaro D., Carruba V., Moth-Diniz T., 2008, *Icarus*, 183, 85
- Thomas F., Morbidelli A., 1996, *Celest. Mech.*, 64, 209
- Yoshikawa M., 1987, *Celest. Mech.*, 40, 233

This paper has been typeset from a $\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

Apêndice D

Artigo MNRAS - On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids, 2011

Cópia da versão publicada do artigo *On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids*, publicado na revista Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 418, p. 1002-1114, 2011.



On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids

V. Carruba[★] and J. F. Machuca

UNESP, Univ. Estadual Paulista, Grupo de dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá, SP, 12516-410, Brazil

Accepted 2011 August 1. Received 2011 July 11; in original form 2011 March 25

ABSTRACT

Highly inclined asteroids are objects with $\sin(i) > 0.3$. Among highly inclined asteroids, we can distinguish between objects with inclinations smaller than that of the centre of the $\nu_6 = g - g_6$ secular resonance and objects at higher inclinations. Using the current mechanisms of dynamical mobility, it is not easy to increase the values of an asteroid with an initial small inclination to values higher than that of the centre of the ν_6 resonance. The presence of highly inclined objects might therefore be related to the early phases of the Solar system.

It has been observed that several dynamically stable regions are characterized by a very low number density of objects, unlike low-inclined bodies that tend to occupy all the dynamically viable regions. The distribution of asteroids at a high inclination in the domain of proper elements in dynamically stable regions resembles an Emmenthal cheese, with regions of low number density close to highly populated areas. While this phenomenon has been observed qualitatively in the past, no quantitative study has yet been carried out on the extent and long-term stability of these regions.

In this paper, we identify two dynamically stable regions characterized by very low values of number density and permanence times of 100 Myr or more when the Yarkovsky force is considered. We show that the low number density of objects in these areas cannot be produced as a statistical fluctuation of any simple one-dimensional statistical distribution, such as the Poissonian, uniform and Gaussian distributions, or of a tri-dimensional distribution, such as the tri-variate normal distribution. The presence of unoccupied dynamically stable regions could indicate that the primordial asteroidal population might not have reached all available zones at high- i . This sets constraints on the scenarios for the early phases of the history of our Solar system.

Key words: celestial mechanics – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

Highly inclined asteroids are objects with $\sin(i) > 0.3$. For these bodies, the analytical theory used to obtain the proper elements is not very accurate. Highly inclined asteroids are also characterized by a non-uniform distribution. It has been observed that several dynamically stable regions are characterized by a very low number density of objects, unlike low-inclined bodies that tend to occupy all the dynamically viable regions. While this phenomenon has been observed qualitatively in the past (Carruba 2009b, 2010b; Michtchenko et al. 2010), no quantitative study has yet been carried out on the extent and long-term stability of these regions. This is important because it might provide information on the origin of the highly inclined population. If dynamically stable regions are not occupied, this could indicate that the primordial population might not have reached all available zones at high- i . This sets constraints

on the scenarios for the early phases of the history of our Solar system. The void zones in the asteroid distribution (in our analogy, the holes in the Emmenthal cheese), as well as the regions of higher asteroid number density, might therefore still carry the memory of events associated with the primordial phase of planetary migration.

In this paper, we investigate the long-term stability of underpopulated areas of highly inclined asteroids by using synthetic proper-element maps and simulations of highly inclined real and fictitious objects, which include the Yarkovsky force. We then determine the probability that an originally uniform distribution of asteroids, a population following Poissonian or uni- and tri-variate Gaussian statistical distributions, describes the currently observed asteroid distribution.

This paper is arranged as follows. Having introduced the problem of stable underpopulated and overpopulated areas among highly inclined objects in the introduction, we revise the current knowledge on asteroid synthetic proper elements for highly inclined asteroids in Section 2. In Section 3, we discuss the orbital distribution of large asteroids and in Section 4 we consider statistically the probability

[★]E-mail: vcarruba@feg.unesp.br

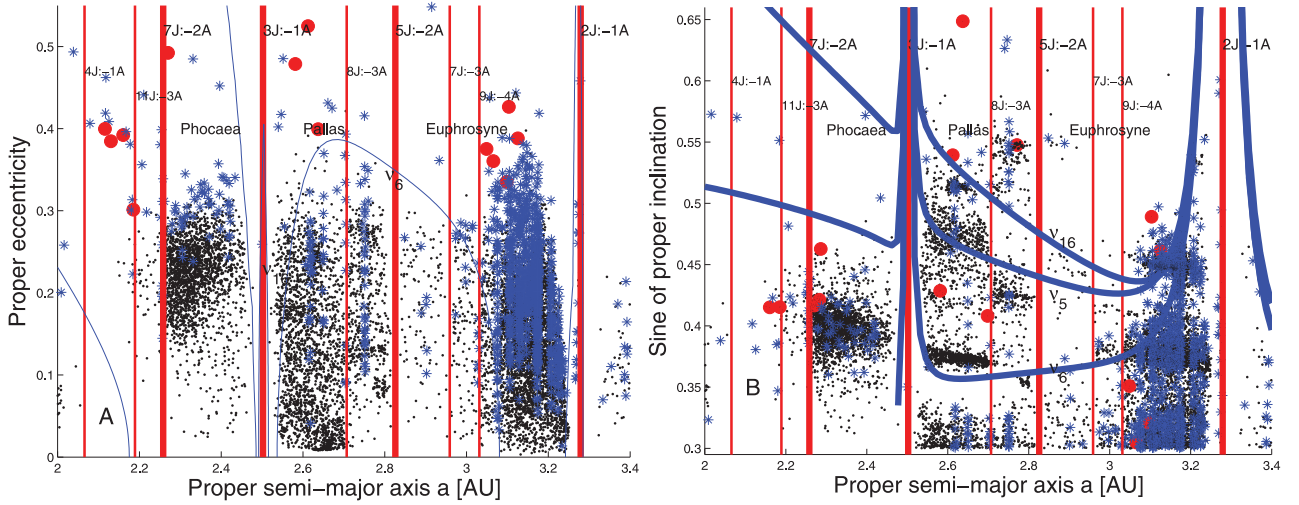


Figure 1. Panel A shows the (a, e) projection of highly inclined AstDyS asteroids. The blue asterisks display asteroids with a standard deviation on σ_a between 0.0003 and 0.01, while red circles show asteroids with σ_a larger than 0.01. The vertical red lines display the locations of mean-motion resonances, while the blue lines show the positions of linear secular resonances. Panel B shows the $[a, \sin(i)]$ projection of the same asteroids.

that various asteroid distributions might replicate the observed distribution. In Section 5, we obtain the number density distributions (density maps) of such objects for large ($H < 12$) and small objects, and we identify potential dynamically stable regions with a low number density of objects. In Section 6, we obtain synthetic proper-element maps for the underpopulated areas identified in Section 3. In Section 7, we study the long-term stability of these regions when the Yarkovsky force is considered. Finally, in Section 8, we present our conclusions.

2 SYNTHETIC PROPER ELEMENTS FOR HIGHLY INCLINED OBJECTS

The first step to identifying underpopulated dynamically stable regions is to have a reliable and updated set of asteroid proper elements. We start by revising the data available in the literature.

On 2010 December 8, the AstDyS site¹ listed a set of 240 831 asteroids for which the synthetic proper elements (and their errors) – obtained using the approach of Knežević & Milani (2003) – are available. We selected 10 073 objects of high inclination characterized by a semimajor axis in the range of 2.0–3.4 au and by $\sin(i) > 0.3$. We start by looking at projections in the (a, e) and $[a, \sin(i)]$ planes.

Fig. 1 displays (a, e) (panel A) and $[a, \sin(i)]$ (panel B) projections of the AstDyS proper elements for the highly inclined objects. Following Gil-Hutton (2006), we can divide the highly inclined population of asteroids into three regions: the Phocaea region (zone A in Gil-Hutton 2006) between the 7J:-2A and 3J:-1A mean-motion resonances, the Hansa and Pallas region (zone B) between the 3J:-1A and the 5J:-2A mean-motion resonances and the Euphrosyne region (zone C) between the 5J:-2A and the 2J:-1A mean-motion resonances. The thick vertical lines are associated with the main mean-motion resonances with Jupiter, while the thin lines show the location of higher-order mean-motion resonances. The blue lines show the location of the centre of the three main linear secular resonances ($\nu_6 = g - g_6$, $\nu_5 = g - g_5$ and $\nu_{16} = s - s_6$), computed using

the second-order and fourth-degree secular perturbation theory of Milani & Knežević (1992, 1994). Secular resonances occur when there is a commensurability between the precession frequency of an asteroid's pericentre g or node s and that of a planet g_i , s_i , where the suffix $i = 1, \dots, 8$ indicates the planet number as a function of the distance from the Sun (1 for Mercury, 2 for Venus, etc.). We warn the reader that the secular perturbation theory of Milani & Knežević (1992, 1994), which is based on an expansion in series of eccentricities and inclination of the perturbing function, loses accuracy at high inclination and close to mean-motion resonances. Thus, in Fig. 1 and in the subsequent figures, we report the location of the secular resonances given by this theory just as a qualitative indication, but we do not expect it to match the distribution of actual asteroids. The blue asterisks display asteroids with σ_a (the standard deviation of the values of the semimajor axis as computed with the approach of Knežević & Milani 2003) between 0.0003 au (the limit given by Knežević & Milani 2003 for 'stable' synthetic proper elements) and 0.01 au (the limit for pathological cases). The red circles show asteroids with σ_a larger than 0.01 au.² We remind the reader that objects at very high eccentricities (larger than about 0.4) are subject to close encounters with Mars and other planets, and are unstable on time-scales of a few Myr.

As can be seen in the figure, we can observe a region of low asteroid density near the ν_6 resonance border, which is caused by an increase in the eccentricity that asteroids on circulating and librating orbits experience because of the resonance topology (for a more in-depth discussion of the mechanism of asteroid depletion, see also Carruba 2010a; Carruba, Machuca & Gasparino 2011b). An exception to this mechanism is observed for asteroids in antialigned librating states of the ν_6 resonance, such as those of the Tina family (Carruba & Morbidelli 2011a), whose resonant states shield them from experiencing planetary close encounters. Besides the regions influenced by the ν_6 resonance, we can see a region of low asteroid

¹ Knežević & Milani (2003) <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys>

² Knežević & Milani define stable, unstable and pathological proper elements as elements having 'small', 'medium' and 'large' relative errors. The thresholds for the three cases with respect to each element are discussed in the text.

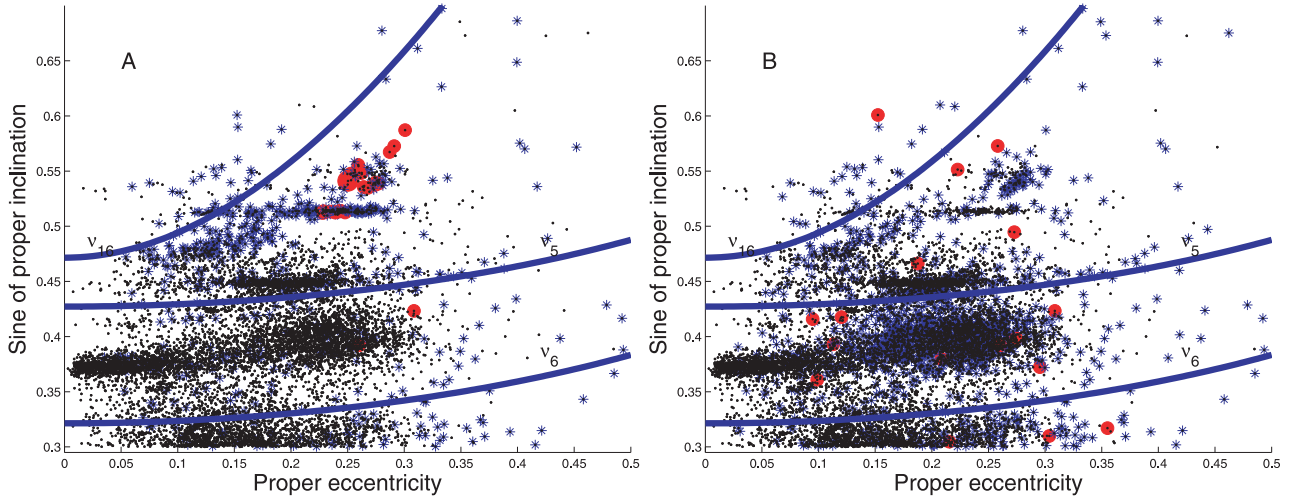


Figure 2. Panel A shows the $[e, \sin(i)]$ projection of highly inclined AstDyS asteroids. The blue asterisks display asteroids with a standard deviation on σ_e between 0.003 and 0.1, while red circle show asteroids with σ_e larger than 0.1. The blue lines show the positions of linear secular resonances. Panel B shows the $[e, \sin(i)]$ projection of the same asteroids, but this time the blue asterisks display asteroids with a standard deviation on σ_i between 0.001 and 0.03, while the red circles show asteroids with σ_i larger than 0.03.

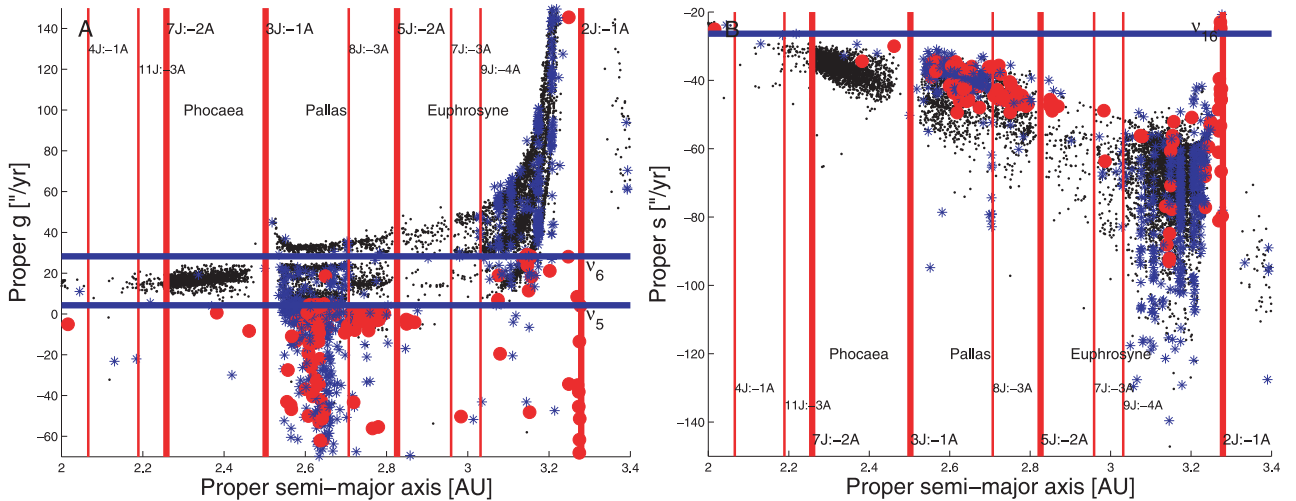


Figure 3. Panel A shows the (a, g) projection of highly inclined AstDyS asteroids. The blue asterisks display asteroids with a standard deviation on σ_g between 1 and 10, while the red circles show asteroids with σ_g larger than 10. Panel B shows the (a, s) projection of the same asteroids, but this time the symbols refer to σ_s (the range of values for the errors is the same).

density between the ν_5 and ν_{16} resonances in the $[a, \sin(i)]$ plane in the region of the Pallas family (see Fig. 1, panel B, and Carruba 2010b). More strikingly, there is a low-density region of asteroids between the 5J:-2A and 7J:-3A mean-motion resonances, which seems otherwise to be relatively stable. We investigate these subjects further in Sections 3 and 6.

In Fig. 2, we display $[e, \sin(i)]$ projections of asteroids with values of the errors in e (panel A) and i (panel B) for ‘stable’ (black dots), ‘unstable’ (blue circles) and ‘pathological’ (red circles) proper elements, according to Knežević & Milani (2003). As in Fig. 1, the blue lines display the locations of the main secular resonances in the region. As can be seen, the errors in eccentricity and inclination are larger for asteroids at high inclination, with very few objects having large errors at low eccentricities.

Finally, Fig. 3 displays (a, g) (panel A) and (a, s) (panel B) projections of highly inclined AstDyS asteroids. We can see the

departure from a linear dependence for g values as a function of a near the 2J:-1A and 3J:-1A mean-motion resonances, as discussed by Carruba & Michtchenko (2009). The negative values of g near the Hansa family are related to objects with small proper eccentricities ($e < 0.0179$), and to the problem of determining the correct proper frequency g for asteroids whose elements (k, h) pass through zero (Carruba 2010b). The ‘inclined’ dependence of s values as a function of a is discussed by Carruba & Michtchenko (2007).

3 ASTEROID ORBITAL DISTRIBUTION

When studying the current orbital distribution of objects, it is necessary to distinguish between ‘large’ and ‘small’ asteroids. Large objects have experienced very little orbital mobility, which is caused by the Yarkovsky effect, and it can be assumed that their current position is not far from the position they reached during the last stages

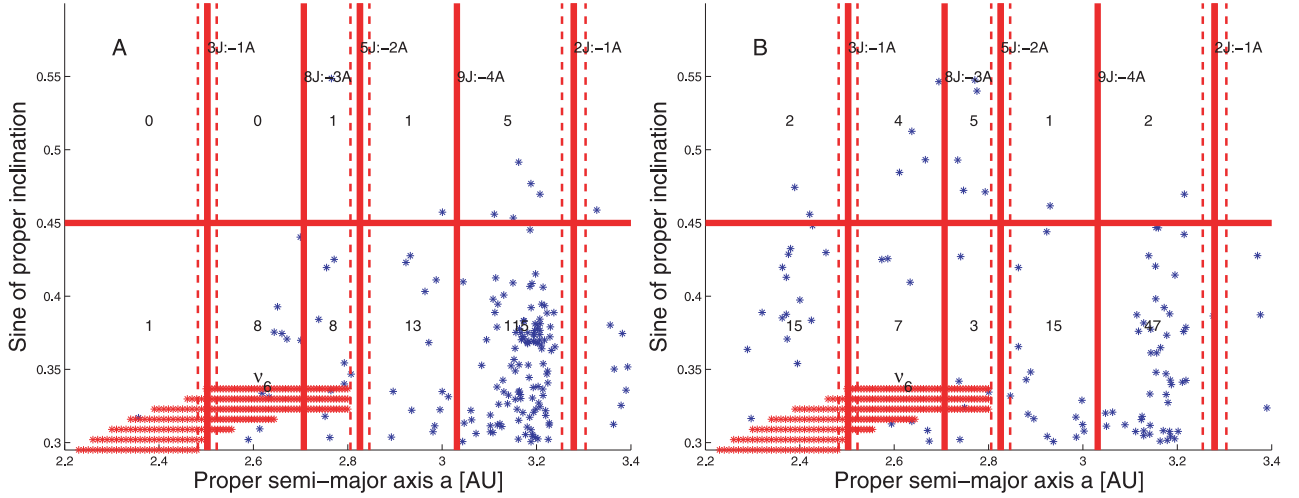


Figure 4. An $[a, \sin(i)]$ plot of low-eccentricity ($e < 0.175$) $H < 12$ asteroids (panel A) and high-eccentricity ($e > 0.175$) $H < 12$ asteroids (panel B). The red asterisks identify regions affected by the ν_6 resonance, according to the model of Yoshikawa (1987). The dashed vertical lines display regions partially depopulated of asteroids near the mean-motion resonances.

of planetary migration. However, small objects tend to be displaced by the Yarkovsky force and, as a result, by mean-motion and secular resonances. Their current distribution can provide hints about the dynamical stability of the regions: underpopulated areas might be associated with dynamical unstable regions (but not necessarily, as we see later in this paper).

We define a ‘large’ object as an asteroid with an absolute magnitude $H > 12$. We choose this criterion because asteroids with this absolute magnitude are not significantly affected by non-gravitational effects. If we estimate the asteroid diameter using the relationship (Carruba et al. 2003)

$$D = \frac{D_0}{\sqrt{p_v}} \times 10^{-0.2H}, \quad (1)$$

where $D_0 = 1329$ km, p_v is the geometric albedo and H is the asteroid’s absolute magnitude. Even for very large values of $p_v = 0.5$, an asteroid with $H = 12$ will have a diameter of 7.5 km. At this size, the YORP effect is negligible. Using an obliquity of the spin axis of $\pm 90^\circ$ and parameters typical of C-type asteroids (Carruba et al. 2003), the mobility caused by the Yarkovsky force is at most 0.1635 au over 4.5 Gyr. Therefore, we should not expect the current orbital locations of such bodies to have changed much since the formation of the Solar system.³

To investigate the locations of stable areas characterized by a low population of objects, we have obtained the distribution of the number density of asteroids in the $[a, \sin(i)]$ representative plane. We concentrate on the $[a, \sin(i)]$ plane because we are interested in areas that were originally depleted in asteroids, and eccentricities are more easily changed by mechanisms of dynamical mobility than by proper inclinations (semimajor axes are affected by the Yarkovsky force). Regions in the $[a, \sin(i)]$ plane with inclinations different

from those of the bodies originally injected in highly inclined orbits can therefore still be characterized by a relatively low number density of objects.

To identify regions that were originally underpopulated, we need to eliminate areas whose low number density is caused by the destabilizing effects of the local dynamics. Based on several previous studies of the dynamics of highly inclined objects (see, for instance, Carruba 2009a,b, 2010a,b; Carruba et al. 2011b), we can distinguish between destabilizing resonances (resonances that cause a change in the asteroid eccentricity that is large enough to bring its pericentre to regions of terrestrial planet encounters, causing the loss of at least 50 per cent of the bodies initially inside the resonance because of a collision with the Sun or other planets during time-scales of 10 Myr or less, in conservative simulations of the orbital evolution of an asteroid subjected to the influence of the Sun and all the planets) and diffusive resonances (resonances whose passage through causes a significant change in the asteroid proper elements, but not large enough to cause the loss of the body). We can safely assume that bodies in regions affected by or near destabilizing resonances will be lost on time-scales of up to 10 Myr, so that local low densities do not reflect a non-uniform primordial distribution. The destabilizing effect of the resonances discussed are also investigated in some detail later in this paper.

Among destabilizing mean-motion resonances, we can identify from previous works the 7J:-2A, 3J:-1A, 5J:-2A and 2J:-1A mean-motion resonances with Jupiter. Fig. 4 shows $[a, \sin(i)]$ projections of asteroids with absolute magnitude $H < 12$ in the highly inclined area. Following the example of Michtchenko et al. (2010), we divided the population of objects into low-eccentricity ($e < 0.175$; Fig. 4, panel A) and high-eccentricity ($e > 0.175$; Fig. 4, panel B) asteroids. Both panels show vertical band (red dashed lines) that are related to the boundaries of the unstable regions associated with the destabilizing mean-motion resonances. To estimate the sizes of these boundaries, we used the following procedure. First, we computed the size of the resonance in the (a, e) plane using the approach described in Morbidelli (2002). Then, we added 0.015 au, the size of the depopulated region near the borders of the 3J:-1A mean-motion resonance, as observed by Guillens, Vieira Martins & Gomes (2002), to the value of the size in the semimajor axis

³ Of course, the orbital mobility of an object depends on several other parameters than the absolute magnitude, such as the spin axis obliquity, the thermal inertia, the thermal conductivity, the surface density, the bond albedo, etc. Thus, this criterion is approximated at best. However, because many of these parameters are not known for large numbers of asteroids, it is helpful to have a simple criterion that can be used for statistical considerations.

Table 1. Cell identification, the limits in a , e and $\sin(i)$, and the number of real $H < 12$ objects.

Cell identification	Intervals in a	Intervals in e	Intervals in $\sin(i)$	No. of real $H < 12$ objects
1	$a < a_{31}$	$e < 0.175$	$0.3 < \sin i < 0.45$	1
2	$a < a_{31}$	$e < 0.175$	$\sin i > 0.45$	0
3	$a < a_{31}$	$0.175 < e < 0.6$	$0.3 < \sin i < 0.45$	15
4	$a < a_{31}$	$0.175 < e < 0.6$	$\sin i > 0.45$	2
5	$a_{31} < a < a_{83}$	$e < 0.175$	$0.3 < \sin i < 0.45$	8
6	$a_{31} < a < a_{83}$	$e < 0.175$	$\sin i > 0.45$	0
7	$a_{31} < a < a_{83}$	$0.175 < e < 0.6$	$0.3 < \sin i < 0.45$	7
8	$a_{31} < a < a_{83}$	$0.175 < e < 0.6$	$\sin i > 0.45$	4
9	$a_{83} < a < a_{52}$	$e < 0.175$	$0.3 < \sin i < 0.45$	8
10	$a_{83} < a < a_{52}$	$e < 0.175$	$\sin i > 0.45$	1
11	$a_{83} < a < a_{52}$	$0.175 < e < 0.6$	$0.3 < \sin i < 0.45$	3
12	$a_{83} < a < a_{52}$	$0.175 < e < 0.6$	$\sin i > 0.45$	5
13	$a_{52} < a < a_{94}$	$e < 0.175$	$0.3 < \sin i < 0.45$	13
14	$a_{52} < a < a_{94}$	$e < 0.175$	$\sin i > 0.45$	1
15	$a_{52} < a < a_{94}$	$0.175 < e < 0.6$	$0.3 < \sin i < 0.45$	15
16	$a_{52} < a < a_{94}$	$0.175 < e < 0.6$	$\sin i > 0.45$	1
17	$a_{94} < a < a_{21}$	$e < 0.175$	$0.3 < \sin i < 0.45$	115
18	$a_{94} < a < a_{21}$	$e < 0.175$	$\sin i > 0.45$	5
19	$a_{94} < a < a_{21}$	$0.175 < e < 0.6$	$0.3 < \sin i < 0.45$	47
20	$a_{94} < a < a_{21}$	$0.175 < e < 0.6$	$\sin i > 0.45$	2

calculated at $e = 0.25$, the mean value of the eccentricity of asteroids in the region. Asteroids in these areas can be destabilized by mean-motion resonances either directly or indirectly via migration caused by the Yarkovsky force.

Concerning secular resonances, we considered the effect of the ν_6 resonance, and we computed the unstable regions using the criterion described in Carruba (2010a) and Carruba et al. (2011b). We first computed the k_6 parameter, defined as

$$k_6 = b - \nu_6, \quad (2)$$

where $\nu_6 = 28.243 \text{ arcsec yr}^{-1}$ is the precession frequency of Saturn's pericentre and b is a frequency-like parameter computed using the Yoshikawa (1987) model of the ν_6 resonance. Asteroids with k_6 values in the interval to $-2.55 < k_6 < 2.55 \text{ arcsec yr}^{-1}$ in the internal main belt (values of a smaller than the centre of the 3J:-1A mean-motion resonance; Carruba 2010a) and in the interval $-3.5400 < k_6 < 1.6815 \text{ arcsec yr}^{-1}$ in the central main belt (between the 3J:-1A and 5J:-2A mean-motion resonances; Carruba et al. 2011b) are considered likely to have their eccentricity pushed to terrestrial planet-crossing levels and to be destabilized on time-scales of 10 Myr.⁴ In the external main belt, it is not possible to use the Yoshikawa approach because of the perturbing effect of the 2J:-1A mean-motion resonance, not accounted for in the model. However, the effect of the ν_6 resonance is more limited in this region of the asteroid belt than in the internal part (see Section 6).

In order to have a sample of objects as close as possible to the primordial population, we have eliminated from the list of 313 highly inclined $H < 12$ asteroids those objects that are members of the following families: Phocaea, Barcelona, Hansa, Gersuind, Pallas, Gallia, Tina, Euphrosyne, Alauda, Luthera and (16708) (1995 SP1); see Carruba (2009b, 2010b) for the determination of the family membership of highly inclined objects. This left us with a list

of 253 asteroids whose current orbits should not have been greatly modified since the formation of the asteroid belt.

Then, we divided the highly inclined asteroid regions into 20 areas according to these criteria. We have used the main mean-motion resonances with Jupiter as ‘natural dynamical boundaries’ and we have created five regions: $a < a_{31}$, $a_{31} < a < a_{83}$, $a_{83} < a < a_{52}$, $a_{52} < a < a_{94}$ and $a_{94} < a < a_{21}$.⁵ This division creates slightly unequal cells in the semimajor axis, but we believe that this inconvenience is more than compensated by the fact that such a division respects the local dynamics and does not tend to incorporate in the same cell objects belonging to different dynamical groups. We then divided the asteroids into two large eccentricity cells, one for objects with $e < 0.175$ and the other for objects with larger eccentricity. We assume that, as observed, no asteroid has an eccentricity larger than 0.6, so that the limits of the cells at high eccentricity are $0.175 < e < 0.6$. Finally, we also created two cells in inclination separated by the value $\sin(i) = 0.45$, which roughly corresponds to the inclination of the centre of the ν_5 resonance in the central main belt. Overall, we created 20 cells in the $[a, e, \sin(i)]$ domain. Fig. 4 shows $[a, \sin(i)]$ projections of low-eccentricity ($e < 0.175$; panel A) and high eccentricity ($e > 0.175$; panel B) objects. Real asteroids in the region, selected according to the criterion described earlier in this section, are identified as blue asterisks, and the numbers in each cell are related to the number of objects per cell. Table 1 displays the cell numbers (from 1 to 20), the intervals in a , e and $\sin i$ of each cell and the number of real objects in each cell.

From this preliminary analysis, we can see that the number of $H < 12$ objects above the ν_6 resonance is indeed limited, especially at low eccentricities. We have identified 23 objects at low eccentricities ($e < 0.175$) and 59 objects at high eccentricities [$e > 0.175$; (2) Pallas is one of these objects]. These are characterized as having values of proper g , the frequency of precession of the pericentre, lower than $28.243 \text{ arcsec yr}^{-1}$, a value that corresponds to the ν_6 resonance. The limited number of large objects above the ν_6 resonance

⁴ The exception is the Tina family members in the central main belt whose orbits have k_6 values in the range discussed in Carruba et al. (2011b), but whose eccentricities do not reach planet-crossing levels because of the protecting effect of the antialigned ν_6 resonant configuration, as discussed in Carruba & Morbidelli (2011a).

⁵ For the cell boundaries, we have used the centre of the resonance, and the suffixes (e.g. 21) refer to the mean-motion resonances.

when compared with the analogous population at lower inclinations could suggest that the original population of highly inclined objects was limited to begin with.

4 STATISTICAL CONSIDERATIONS

In the previous sections, we have seen that there are large variations in the orbital distribution of asteroids in highly inclined regions. In this section, we try to understand whether this phenomenon is compatible with normal statistical fluctuations of a uniformly spaced or Gaussian-spaced population or whether we need some further hypothesis on the mechanisms that formed the original highly inclined populations. In our statistical analysis, we use two approaches. First, we consider the one-dimensional probability distributions for the $H < 12$ asteroid population using the cells defined in Section 3, checking for possible correlations among cells. Secondly, we try to see if the $[a, e, \sin(i)]$ tri-dimensional distribution follows a tri-variate Gaussian distribution by performing a normality test. We start by looking at the one-dimensional probability distributions.

4.1 One-dimensional probability distributions

When looking at one-dimensional probability distributions, there are two possible approaches. We can look at the $H < 12$ asteroid population and verify whether it follows simple one-dimensional probability distributions, such as the Poissonian, uniform or Gaussian distributions, in each cell. We can also check if there are correlations among cells at same inclinations or in the same range of semimajor axes. We start our analysis by looking at the Poissonian statistical distribution.

Table 2 displays the cell identification, as given in Table 1, the number of real objects in each cell, the weighted mean number of objects per cell, the probability that this number is generated by Poissonian statistics, the number of objects that would be produced in each cell if we assume a uniform distribution of objects in $[a,$

$e, \sin(i)]$, which best fit the data, and the number of objects that would be produced if we assume a Gaussian distribution in $[a, e, \sin(i)]$, which best fit the data. We have found that the $H < 12$ asteroid population has mean values of a, e and $\sin(i)$ of 3.0270 au, 0.1516 and 0.3656, respectively. The variances in a, e and $\sin(i)$ are 0.0653 au, 0.0057 and 0.0030, respectively. We have estimated the probability that a number of objects are produced by the Poissonian distribution, assuming that the expected number of k occurrences in a given interval is given by

$$f(k, \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}. \quad (3)$$

Here, λ is a positive real number, equal to the expected number of occurrences in the given interval. For our purposes, we used for λ the mean values of objects per cell of real asteroids, weighted to account for the different volume occupied by each cell. This is given by

$$\lambda = N_{\text{ast}} \frac{V_{\text{cell}}}{V_{\text{Tot}}}, \quad (4)$$

where N_{ast} is the total number of objects with $H < 12$ in stable regions (253), V_{cell} is the volume in (a, e, i) space occupied by each cell – see Section 3 for the limits of the cell in the (a, e, i) domain – and V_{Tot} is the total volume in the region. Using standard statistical terminology, we define the null hypothesis as the possibility that the data are drawn from a given distribution. We can reject the null hypothesis if it is associated with a probability lower than a threshold that is usually of the order of 1 per cent or 0.01. Our results show that 13 cells have negligible probability that their numbers can be reproduced by a Poissonian distribution. The cells compatible with a Poissonian distribution (cells 5, 7, 8, 9, 11, 12 and 13) are those associated with the Hansa, Gallia and Brucato, Gersuind, Pallas and Danae regions. Other cells have an orbital distribution of highly inclined objects incompatible with a Poissonian distribution, either because they are underpopulated (cells 1, 2, 4, 6, 10, 14, 16, 18 and 20) or overpopulated (cells 3, 15, 17 and 19). Because 14 out of

Table 2. Number of real objects, the weighted mean number of objects per cell, the probability of real objects being a product of a Poissonian statistical distribution, the number of simulated objects with uniform and Gaussian distributions as a function of the cell in the $[a, e, \sin(i)]$ domain.

Cell identification	No. of real objects	Weighted mean number of objects per cell	Poissonian probability	Uniform distribution	Gaussian distribution
1	1	11.598	1.1×10^{-4}	15	2
2	0	18.761	7.1×10^{-9}	15	8
3	15	7.543	0.0058	41	51
4	2	18.320	1.8×10^{-6}	23	39
5	8	6.810	0.1264	4	1
6	0	16.548	6.5×10^{-8}	4	2
7	7	4.431	0.0792	18	31
8	4	10.760	0.0119	4	27
9	8	3.274	0.0123	7	2
10	1	7.950	0.0028	6	2
11	3	2.128	0.1913	8	11
12	5	5.170	0.1750	7	3
13	13	8.520	0.0400	6	5
14	1	20.692	2.1×10^{-8}	3	3
15	15	5.540	0.0004	19	10
16	1	13.457	1.9×10^{-5}	14	13
17	115	8.394	$< 10 \times 10^{-11}$	12	4
18	5	20.385	4.1×10^{-5}	6	3
19	47	5.459	$< 10 \times 10^{-11}$	20	14
20	2	13.257	1.5×10^{-4}	21	22

20 of the considered cells do not satisfy the null hypothesis for the Poissonian distribution, it seems unlikely that the observed changes in orbital distribution can be explained as simple fluctuations of a Poissonian distribution for the whole region.

We have checked whether the asteroid number distribution in areas in the same ranges of semimajor axes, eccentricities and inclinations can be approximated by a Poissonian distribution. We started by looking at asteroids in the same range of semimajor axes, with $a < a_{31}$ (Phocaea region), $a_{31} < a < a_{83}$ (Hansa region), $a_{83} < a < a_{52}$ (Pallas region), $a_{52} < a < a_{94}$ and $a_{94} < a < a_{21}$ (Euphrosyne region). Using equation (3), we computed the probability that the asteroid proper inclination followed the Poissonian distribution. Because the Poissonian distribution is only computed for integer values of k , we multiply values of $\sin(i)$ by a factor of 100 and take only the first two digits. We best-fitted the value of λ in equation (3) for the observed asteroids using the MATLAB routine `poissfit`. We generated a random population of asteroids following the Poissonian distribution using the MATLAB routine `poissrnd`. To check if the simulated distribution was compatible with the observed distribution, we performed a Pearson χ^2 test by computing a χ^2 -like variable, defined as

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_{\text{int}}} \frac{(q_i - p_i)^2}{q_i}. \quad (5)$$

Here, n_{int} is the number of intervals of our variables, corresponding to the number of asteroids in each region, q_i is the number of real objects in the i th interval and p_i is the number of simulated objects in the same interval. Values of χ^2 of the order of the number of intervals are consistent with a good fit. For each region of interest, we obtained 1000 random populations, and we computed the value of χ^2 for each simulated population. Then, using the standard χ^2 probability distribution (Press et al. 2001), we calculated the probability that the real population might be following a Poissonian distribution. The minimum value of χ^2 among the 1000 simulated populations gave the best likelihood estimation that such hypotheses were true.

The lowest χ^2 value (52.98) was observed for a set of 18 simulated bodies in the Phocaea region. This corresponds to a probability that the real distribution is Poissonian of just 8.2×10^{-9} . All the other regions have higher values of χ^2 and negligible probabilities that the observed orbital distributions are Poissonian. We also checked the distributions in the semimajor axes for low-inclined [$\sin(i) < 0.45$] and high-inclined [$\sin(i) > 0.45$] asteroids, and for low-eccentricity ($e < 0.175$) and high-eccentricity ($0.175 < e < 0.600$) objects. Once again, we did not find values of χ^2 compatible with a Poissonian distribution. With the possible exception of the Phocaea region, large asteroids in the area are not distributed according to Poissonian statistics.

We then tried a different approach by hypothesizing that fluctuations in a uniform distribution could explain the observed asteroid distribution. Using a random number generator (Press et al. 2001), we created a set of 253 fictitious bodies with a uniform distribution in the $[a, e, \sin(i)]$ domain. (If a body was in one of the unstable regions discussed in Section 3, we eliminated it from our database and created a new one. The procedure was repeated until we obtained a set of 253 bodies.) Using different seeds⁶ (from a value of -1

up to -1000 , the seed must be a negative number) for the random number generator, we produced 1000 sets of 253 fictitious asteroids with a uniform distribution in the given range of $[a, e, \sin(i)]$ values. The fifth column of Table 2 displays the number of objects per cell produced with a uniform distribution in the $[a, e, \sin(i)]$ domain that best fitted the results. To check if the observed distribution is compatible with the uniform distribution, we performed a one-dimensional Kolmogorov–Smirnov (KS) test. This is a test used to verify the validity of the hypothesis that a random deviate follows a continuous probability distribution. Given two cumulative distributions, $S_{N_1}(x)$ and $S_{N_2}(x)$, the KS statistics D is given by the maximum value of their absolute difference. For given values of D , we can obtain the probability of the null hypothesis that the two data sets are drawn from the same distribution (Press et al. 2001). For the uniform distribution, not even considering the cells with $a_{94} < a < a_{21}$, whose large asteroidal population could be caused by the larger inclination values of the ν_6 resonance in the region (more asteroids could come to these areas from low-inclinations regions compared to other cells), the KS test yields for the best-fitting case the low probability of 4.3×10^{-4} that the two data sets are drawn from the same distribution. This is enough to reject the null hypothesis.

We have also checked if the uniform distribution can approximate the number distribution of asteroids in the same range of a, e, i , as done for the Poissonian distribution. We generated 1000 sets of uniform deviates in inclination for the observed range of values of real asteroids in each of the regions in a used for the Poissonian analysis, and for low- and high-eccentricity and inclined objects, and we performed a KS test for each of the samples compared with the observed population. The highest probability results of the KS test were once again obtained for the Phocaea region, with a probability that the distribution follows a uniform deviate of 4.26×10^{-3} . The low value of this probability seems to infer that it is unlikely that asteroids in the Phocaea region follow a uniform deviate. Surprisingly, we obtained a probability of 1.5×10^{-3} that highly inclined asteroids are distributed according to uniform deviates. All other KS tests yielded lower probability results.

Finally, we also created 1000 sets of 253 synthetic objects that have a Gaussian distribution in (a, e, i) , using the same criteria used for the bodies created with the uniform distribution. Mean values and variances were computed from the observed sample of large asteroids. We did not account for possible correlations among the variables in this preliminary test. We discuss this point in more detail in Section 4.2. The sixth column in Table 2 displays the number of objects per cell produced with such a distribution. We then implemented our KS test for cells up to $a = a_{94}$ and for all cells, and we obtained best probability values of the two data set drawn from the same distribution of 4.3×10^{-4} and 4.1×10^{-4} , low enough to be able to safely reject the null hypothesis. In either case, it is unlikely that the current asteroid distribution is compatible with the simulated distribution.

Once again, we checked if the Gaussian distribution can approximate the number distribution of asteroids in the same range of a, e and i . We repeated the analysis as for the uniform distribution and we also used the MATLAB built-in routine `kstest.m` to check for normality. The results are in agreement with those found previously for the uniform distribution – there is a low probability (4.5×10^{-3}) that asteroids in the Phocaea region might follow a Gaussian distribution and a relatively high (when compared with other results) likelihood (1.7×10^{-3}) that highly inclined asteroids might be distributed normally. All other KS tests gave lower probabilities that the two distributions, real and fictitious, could both be Gaussian.

⁶ Random number generators are algorithms that can automatically create long runs of numbers with good random properties. The string of values generated by such algorithms is generally determined by a fixed number, called a seed.

Overall, it seems that current non-uniformities in the number distributions of asteroids cannot be explained as fluctuations of one-dimensional statistical distributions, such as the Poissonian, uniform and Gaussian distributions, except possibly for the Phocaea region, which is marginally compatible with a Poissonian distribution of the inclinations. In the following subsection, we investigate if a multi-variate Gaussian distribution could better approximate our sample of large asteroids.

4.2 Tri-variate Gaussian probability distributions

In Section 4.1, we checked if one-dimensional probability distributions can account for the observed fluctuations in the number of large ($H < 12$) asteroids. Here, we investigate if a multidimensional distribution in the $[a, e, \sin(i)]$ domain, which accounts for possible correlations among the different dimensions, could better explain the observed distribution.⁷

We assume that the distribution in the $[a, e, \sin(i)]$ domain has a tri-variate Gaussian probability density function, given by

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{|\Sigma|}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right]. \quad (6)$$

Here, $\mathbf{x}$ is the vector $[a, e, \sin(i)]$ and $\boldsymbol{\mu}$ is the vector with components equal to the mean values of a , e and $\sin i$ of the observed population (see Section 4.1). Σ is the covariance matrix, which can be estimated numerically having n $\mathbf{x}_j$ vectors using

$$\Sigma = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}) \cdot (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})^T. \quad (7)$$

The numerical elements of Σ for the 253 highly inclined asteroids in the region are equal to

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.0653 & -0.0066 & -0.0031 \\ -0.0066 & 0.0057 & 0.0007 \\ -0.0031 & 0.0007 & 0.0030 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$|\Sigma| = 9.2913 \times 10^{-7}$ au is the determinant of the covariance matrix. We first draw 253 random vectors from this tri-variate Gaussian distribution using the following procedure. Because Σ is positive defined, we use the Choleski decomposition to obtain a matrix $\mathbf{A}$ such that $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T = \Sigma$. The $\mathbf{A}$ matrix is a triangular matrix whose elements in the triangle below the main diagonal are all zero. We then generated 253 tri-dimensional vectors $\mathbf{Z}$, whose components are N independent standard normal variates, using standard MATLAB routines, such as `randn.m`, based on the Box–Muller transform. Finally, we obtained 1000 sets of 253 vectors in the $[a, e, \sin(i)]$ domain, following the given tri-variate Gaussian distribution, using

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{AZ}. \quad (9)$$

These vectors have the desired distribution because of the affine transformation property; see Press et al. (2001) for information on the Choleski decomposition and see the MATLAB support website for information on `randn.m`. To check if the current observed asteroidal

⁷ We limit our analysis to the $[a, e, \sin(i)]$ proper-element domain because the g and, to a lesser extent, s frequencies are strongly perturbed in the proximity of mean-motion resonances, such as 2J:-1A and 3J:-1A (see Fig. 3). While there are techniques to normalize the dependence of the g frequency as a function of the mean-motion resonance or of the semimajor axis (Carruba & Michtchenko 2009), such a normalization requires an in-depth study of local family membership, which we feel is beyond the purposes of this study.

population follows a tri-variate normal distribution, we performed two tests. First, we computed the number of generated fictitious asteroids per cell, using the cells defined in Section 3. Secondly, we performed a Pearson χ^2 test by computing a χ^2 -like variable defined by equation (5), where n_{int} is the number of intervals of our variables (20 in our case), q_i is the number of real objects in the i th interval and p_i is the number of simulated objects in the same interval. Once again, we remind the reader that values of χ^2 of the order of the number of intervals are consistent with a good fit. Even without considering the cells with $a_{94} < a < a_{21}$, whose large asteroidal population might be caused by the larger inclination values of the ν_6 resonance in the region (more asteroids could come to these areas from low-inclinations regions compared to other cells), we find that the lowest value of χ^2 for regions with $a < a_{94}$ is 73.22 for 16 intervals for a given set of the simulated 253 asteroids. Using the standard χ^2 probability distribution (Press et al. 2001), we find that the null hypothesis has a probability of just 5.3×10^{-10} , which is low enough for us to be able to reject it safely.

In order not to incur possible binning problems associated with our choice of cells, we also performed the Mardia test (Mardia 1970) on the multivariate normality for the whole 253 asteroid population.⁸ The Mardia test is based on multivariate extensions of skewness and kurtosis measures. For a sample $(x_1, \dots, x_n)$ of p -dimensional vectors, we can compute the A and B parameters given by

$$A = \frac{1}{6n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu})]^3 \quad (10)$$

and

$$B = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{8p(p+2)}} \times \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})]^2 - p(p+2) \right\}. \quad (11)$$

Here, Σ^{-1} is the inverse of the covariance matrix given by equation (7). Under the null hypothesis of multivariate normality, the statistic A will have approximately a χ^2 distribution with $(1/6)p(p+1)(p+2)$ degrees of freedom (10 for $p=3$) and B will be approximately standard normal with a zero mean and a standard deviation equal to 1. We computed A and B for our sample of 253 asteroids and we obtained $A = 166.98$ and $B = 7156.20$, which have probabilities lower than 10^{-6} of being associated with χ^2 and normal distributions. Once again, we can safely assume that, on the whole, large highly inclined asteroids do not follow a tri-variate Gaussian distribution.

What about smaller samples of asteroids? To check this hypothesis, we again looked at asteroids in the same range of a , e and $\sin(i)$ as used in Section 4.1. We found that all asteroid samples have values of the Mardia test B parameter that are too high to satisfy the null hypothesis. However, the value of the A parameter for asteroids in the regions of Phocaea, Hansa and Pallas was below 10. This yielded a non-negligible probability (33 per cent for the lowest values of A of 7.7 in the Hansa region) that asteroids in the regions can be fitted by a tri-variate normal distribution. We also found a relatively small value of A for asteroids at very large inclinations ($A = 12.8$). While the large values of the B parameters should favour

⁸ Other tests on multivariate normality, such as the tri-dimensional KS test (Fasano & Franceschini 1987), the Cox–Small test (Cox & Small 1978) and others, are also adequate choices for testing multivariate normality.

the exclusion of the null hypothesis, the fact that large asteroids in the same range of the semimajor axis are more likely to belong to tri-variate normal distributions could indicate that the mechanism that populated the highly inclined regions might have acted ‘vertically’ from lower values of inclinations to higher values, rather than ‘horizontally’, moving asteroids originally at the same inclinations to a different semimajor axis – with the possible exception of very highly inclined objects with $\sin(i) > 0.45$. Further studies on such a mechanism are needed before this hypothesis can be confirmed.

5 DENSITY MAPS

In Section 4, we analysed the statistical likelihood that fluctuations of the orbital distributions of asteroids at high inclination might be caused by fluctuations in the one- and three-dimensional statistical distributions. Here, we would like to address the dynamical causes of underpopulated and overpopulated areas by asking whether the observed underpopulated regions are caused by any dynamical mechanism.

Information on the dynamics of asteroids can be obtained by an analysis of the number densities of asteroids. Fig. 5 displays contour plots of such densities. See Carruba (2009b) for a description of the procedure used to generate such plots; here, we have used 70 steps of 0.02 au in a and 30 steps of 0.04 in $\sin(i)$. Higher number densities of objects are shown in whiter tones. Once again, we divided the population of objects into small-eccentricity bodies ($e < 0.175$; Fig. 5, panel A) and large-eccentricity bodies ($e > 0.175$; Fig. 5, panel B).

As can be seen in Fig. 5 (panels A and B), underpopulated areas (in black) in the Phocaea region are clearly associated with the border of the ν_6 secular resonance. Therefore, they can be understood within the framework of the interaction of the ν_6 resonance topology, which causes the asteroid eccentricity to increase, and of planetary close encounters, which remove such particles in short time-scales (see Carruba 2010a for an in-depth description of these mechanisms). In the Pallas area, we can identify an underpopulated area, especially visible at high eccentricities, between the 8J:-3A and 5J:-2A mean-motion resonances and the ν_5 and ν_{16} secular resonances (roughly, this corresponds to values of $\sin i$ between 0.45 and

0.50). This area is shown by white boxes in Fig. 5, and corresponds to cell 10 in Section 4, which has a low probability that the large asteroidal population follows a Poissonian distribution. The underpopulated area in the region between 2.5 and 2.82 au in a and 0.36 and 0.42 in $\sin(i)$ is caused by the presence of the ν_6 resonance. The destabilizing effect of this resonance on local asteroids has been studied in Carruba et al. (2011b) and in Carruba & Morbidelli (2011a). Finally, in the Euphrosyne area, the whole region above the ν_6 resonance and between the 5J:-2A and 9J:-4A mean-motion resonances is characterized by a remarkable low number density of objects. We have identified the underpopulated stable areas in Fig. 5 (panels A and B), corresponding to cells 14, 15 and 16 in Section 4, with white boxes. For comparison purposes, we also selected a region in a high asteroid population area in the Euphrosyne region. This region is identified by a green box in Fig. 5, and corresponds to the last four cells (17, 18, 19 and 20) in Section 4.

To investigate if these regions are dynamically stable or not, we performed a numerical analysis, the results of which are discussed in Section 6.

6 DYNAMICAL MAPS

We start by investigating the region between the 8J:-3A and 5J:-2A mean-motion resonances, previously identified in Section 3 as a stable region with a low asteroid population. For this purpose, we obtained the synthetic proper elements of 2160 test particles integrated with `swift_mvstf`, the integrator from the `SWIFT` package (Levison & Duncan 1994) modified by Brož (1999), so as to include on-line digital filtering in order to remove all frequencies with periods less than 600 yr. We integrated the objects over 10 Myr. The synthetic proper elements were obtained with the procedure described in Knežević & Milani (2003), except for the proper frequencies, which were derived with the frequency modified Fourier transform (FMFT) of Šidlichovský & Nesvorný (1997) using the following procedure. We eliminated from the spectra of the Fourier transform of the equinoctial elements all planetary frequencies and we then assigned as the proper frequency the largest value in the spectra that was still observable, rather than fitting the time series of ϖ_f and Ω_f of the oscillations in the (k, h) and (p, q) planes. The test particles were integrated under the influence of all planets from

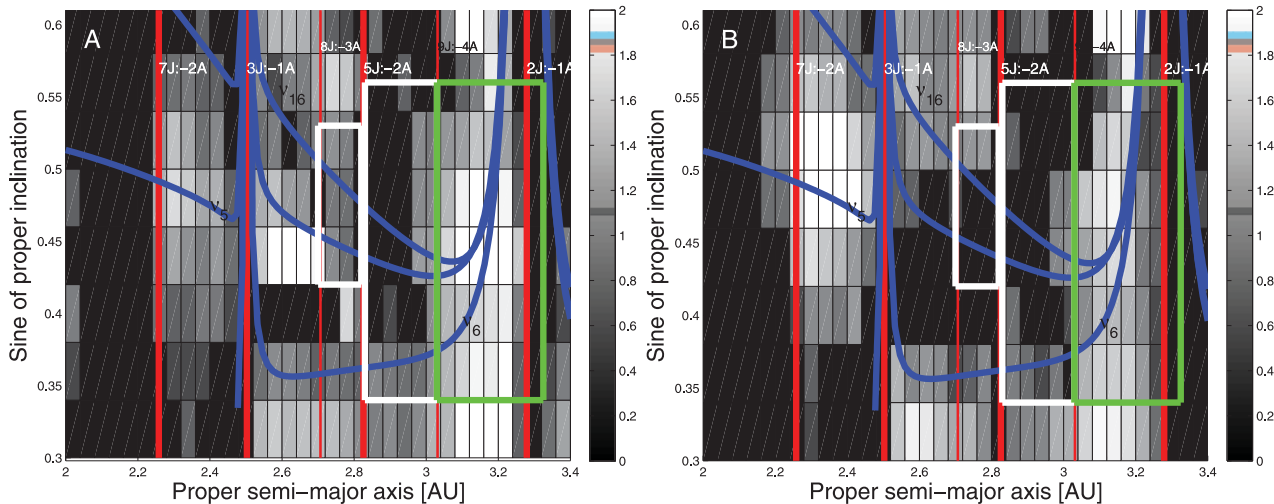


Figure 5. An $[a, \sin(i)]$ density map of low-eccentricity ($e < 0.175$, panel A) and high-eccentricity ($e > 0.175$, panel B) asteroids. The white boxes identify the underpopulated stable areas and the green box displays the stable sample area. The other lines have the same meanings as in Fig. 1.

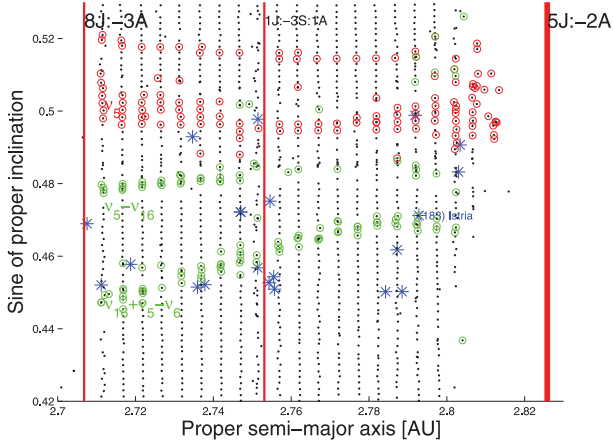


Figure 6. Synthetic proper-element map of the region of (183) Istria. The vertical lines display the mean-motion resonances, the blue asterisks identify real objects in the region, the red circles are associated with asteroids in linear secular resonances and the green circles display bodies in non-linear secular resonances.

Venus to Neptune (Mercury was accounted for as a barycentric correction of the initial conditions) and we referred the inclination and the arguments of pericentre and node to the invariable plane of the Solar system. The initial conditions of planets and particles were computed on 2000 January 1. Our test particles covered the interval between 2.7 and 2.83 au, and between 23° and 31° , and we set the values of initial eccentricity and other angles equal to those of (183) Istria, the real object in the area with the lowest identification. Finally, we used 27 intervals in a and 80 in i .

Fig. 6 shows the $[a, \sin(i)]$ projection of the synthetic proper elements of our test particles (black dots). Regions unaffected by resonances appear as regular vertical alignments of objects in this map, while areas affected by mean-motion resonances appear as void of asteroids (see the area near the 5J:-2A resonance). Objects in secular resonances appear to form inclined alignments. Vertical red lines show the locations of the main mean-motion resonances in the region, as identified in Carruba (2010b). Red circles show the objects to within $0.3 \text{ arcsec yr}^{-1}$ from the centre of the linear secular resonance in the region, $v_5 = g - g_5$. Green circles show the locations of the non-linear secular resonances in the area, $v_5 - v_{16} = g - g_5 - (s - s_6)$ and $v_{16} + v_5 - v_6 = s - s_6 + (g - g_5) - (g - g_6)$. For simplicity, we do not show secular resonances involving the Uranus frequency g_7 , such as the v_7 resonance, because these are close in proper-element space to the resonances involving the g_5 frequency. Finally, real asteroids are identified by blue asterisks.

As can be seen, the region below the v_5 resonance appears to be stable over the length of the integration (the role of non-linear secular resonances is investigated in Section 7, yet the number of real objects observed is very limited. Between $\sin(i)$ equal to 0.45 and 0.50, we only observe 21 objects, three of them with an absolute magnitude lower than 12.

To check if our results are independent of the choice of initial conditions and of the length of the integration, we also performed two numerical experiments. We integrated 1530 particles in the region with different initial conditions (the orbital elements of the planets and test particles were computed on 2010 January 1) and with the same initial conditions previously used, but for a longer time-scale. We find no significant difference concerning lost and unstable objects between the three simulations; however, there are

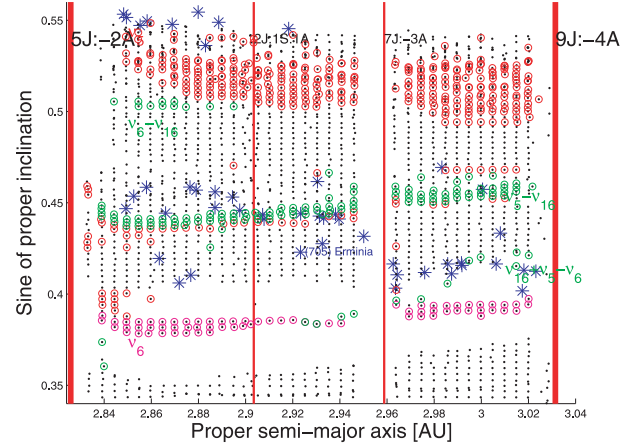


Figure 7. Synthetic proper-element map of the region of (705) Erminia. The magenta circles are associated with bodies in the v_6 secular resonance. The other symbols are the same as in Fig. 6.

small differences concerning ≈ 30 particles in secular resonances, which have slightly different values of proper frequencies g and, in some cases, of proper $\sin(i)$. Because our goal is to study the long-term stability of test particles and not to focus on the details of secular dynamics, we believe that our choice of initial conditions and integration length should be reasonable.

We now turn our attention to the underpopulated area in the Euphrosyne region. To investigate the dynamical stability of this region, we integrated 3000 particles between 2.83 and 3.03 au (roughly speaking, between the 5J:-2A and 9J:-4A mean-motion resonances) and between 20° and 35° in inclination (corresponding to values of $\sin(i)$ between 0.20 and 0.55), under the same conditions as the previous simulation. The initial eccentricities and the other angles of the test particles were those of (705) Erminia, the lowest numbered object in the region.

Fig. 7 shows the synthetic proper-element map for this region. We can see the line of asteroids in v_6 antialigned librating states (in magenta) that are stable near the centre of the unstable region as a result of the v_6 resonance (see Carruba & Morbidelli 2011a for a description of the dynamics of asteroids in v_6 antialigned librating states). As observed for the region around (183) Istria, the region between the v_5 resonance (asteroids in this resonance are shown as red circles) and the v_6 resonance appears to be stable, yet underpopulated. For this region, we observe the possible role that the $v_5 - v_{16}$, $v_6 - v_{16}$ and $v_{16} + v_5 - v_6$ non-linear secular resonances might play in the dynamical evolution of asteroids in the region. The long-term effect of these resonances when non-gravitational forces are present is discussed in Section 7.

Finally, we turn our attention to the highly populated area (the ‘test area’) in the Euphrosyne region discussed in Section 3. Using the same set-up as for the previous runs, we integrated 4500 particles between 3.03 and 3.325 au, and between 20° and 35° . The initial eccentricities and the other angles of the test particles were those of (31) Euphrosyne. Fig. 8 shows the synthetic proper-element map for this region. Particles in the v_6 resonance are shown as magenta circles, those in v_5 are identified by red circles⁹ and particles in the

⁹ The large number of red circles near the 2J:-1A mean-motion resonance is an effect of the perturbation caused by the resonance on the asteroid frequency g . This does not necessarily indicate that the particles are in a secular resonance.

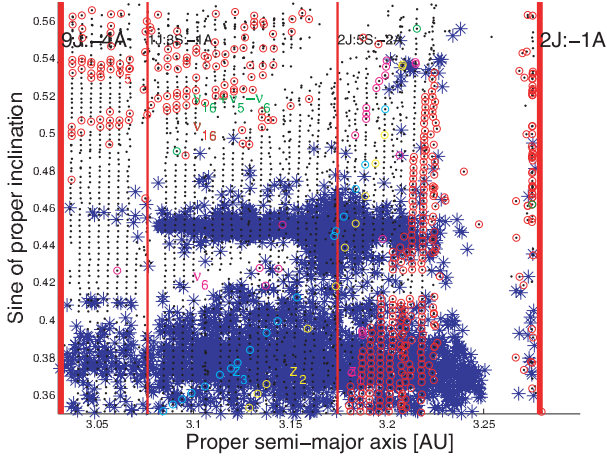


Figure 8. Synthetic proper-element map of the region of (31) Euphrosyne. The magenta circles show bodies inside the z_1 resonance, the yellow circles show asteroids inside the z_2 resonance and the cyan circles are associated with objects inside the z_3 resonance. The other symbols are the same as in Fig. 6.

ν_{16} resonance are indicated as green circles. The two main unstable areas in the Euphrosyne regions caused by secular resonances are associated with the ν_6 and ν_{16} resonances. We also show particles to within $0.3 \text{ arcsec yr}^{-1}$ of the $z_1 = \nu_6 + \nu_{16}$ resonance (magenta circles), of the $z_2 = 2\nu_6 + \nu_{16}$ resonance (yellow circles), of the $z_3 = 3\nu_6 + \nu_{16}$ resonance (cyan circles) and of the $\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$ resonance (green circles). Other secular resonances that are known to affect the orbits of real asteroids are the $\nu_5 + \nu_6$ and $2\nu_5 + \nu_6$ resonances (not shown for simplicity). We also observe the effects of the 1J:3S:-1A and 2J:5S:-2A three-body mean-motion resonances. Finally, real asteroids are identified by blue asterisks.

Two things can be noticed about the test area. First, the region is significantly affected by the presence of the 2J:-1A mean-motion resonance, which, with the exception of the population of asteroids near the resonance centre (the stable Zhongguos and the unstable Griquas populations; Roig, Nesvorný & Ferraz-Mello 2002), significantly destabilized objects near the resonance separatrix. Overall, the region is less ‘stable’ than the two regions previously studied,

yet it hosts a much larger asteroid population than that found in previous areas. Secondly, many of the objects found in the region are at an inclination lower than that of the ν_6 resonance centre. This leads us to wonder if the vast majority of the $\sin(i) > 0.3$ population in the Euphrosyne region might actually be considered as ‘highly’ inclined. In Section 7, we investigate further the long-term effect of the local web of resonances when non-gravitational forces are considered.

7 LONG-TERM STABILITY

To investigate the orbital evolution over a long time-span of particles in the areas discussed in the previous sections, we numerically integrated test particles with SWIFT-RMVSy, the symplectic integrator of Brož (1999), which simulates the diurnal and seasonal versions of the Yarkovsky effect. Because objects in the hole in the Pallas region are mostly of S-type (Carruba 2010b), we used values of the Yarkovsky parameters appropriate for such bodies (Carruba et al. 2003): a thermal conductivity $K = 0.001 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, a thermal capacity $C = 680 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, a surface density 1500 kg m^{-2} , a Bond albedo of 0.1, a thermal emissivity of 0.95 and a bulk density of 2500 kg m^{-3} . We used two sets of spin-axis orientations, one with an obliquity of $+90^\circ$ and one with -90° with respect to the orbital plane, and periods obtained by assuming that the rotation frequency is inversely proportional to the object’s radius, and that a 1-km asteroid had a rotation period of 5 h (Farinella, Vokrouhlický & Hartmann 1998). We used particles with a radius of 2 km, and no reorientations were considered, so that the drift caused by the Yarkovsky effect was the maximum possible. We integrated the 2160 test particles of the first simulation over 100 Myr, the time-scale used to study the effect of proximity to the 3J:-1A mean-motion resonance by Guillens et al. (2002), under the gravitational influence of seven planets (Mercury was accounted for as a barycentric correction of the initial conditions).

Fig. 9 shows the maximum permanence times for our particles that remained in the hole 1 region as a function of the synthetic proper elements computed in Section 6. The black dots show objects with permanence times of less than 10 Myr while the red full circles are associated with particles with permanence times longer than 100 Myr. Blue asterisks show the orbital location of real asteroids

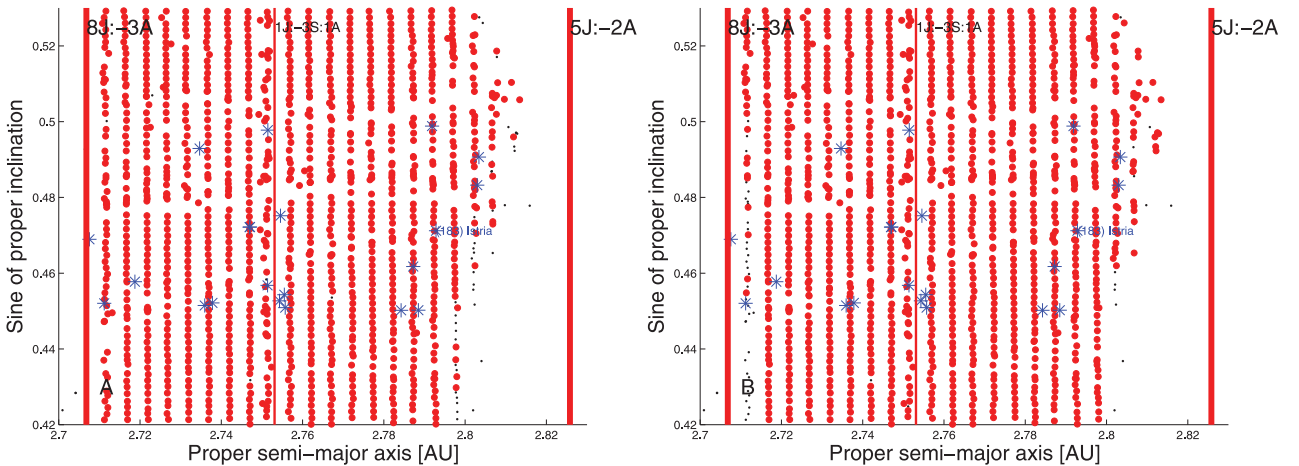


Figure 9. Maximum permanence times for particles in the hole 1 region for asteroids with an initial obliquity of $+90^\circ$ (panel A) and -90° (panel B). The black dots show objects with permanence times less than 10 Myr, while the red full circles are associated with particles with permanence times longer than 100 Myr. The other symbols are the same as in Fig. 1.

in the region. Panel A is associated with asteroids with an initial obliquity of $+90^\circ$ and panel B shows the fate of objects with initial obliquities of -90° . We note that most of the km-sized asteroid were not lost during the integration. Objects lost at times between 10 and 100 Myr were mostly particles close to the boundaries of the 5J:-2A and 8J:-3A mean-motion resonances. Overall, the region between the 5J:-2A and 8J:-3A mean-motion resonances seems to be quite stable for km-sized objects on a 100-Myr time-scale.

We then integrated the same 3000 test particles used for the dynamical map of the hole in the Euphrosyne region (see Section 6) over 100 Myr with *SWIFT-RMVS*. The set-up of the simulation was the same used for the particles in the Pallas hole, but here we used parameters for the Yarkovsky force typical of C-type asteroids, which are predominant in the Euphrosyne region (the same parameters as for an S-type asteroid, but with a bulk density of 1500 kg m^{-3} ; Carruba et al. 2003). See Gil-Hutton (2006) for a discussion of the spectral types of asteroids in the Euphrosyne region.

Fig. 10 shows the maximum permanence times for our particles that remained in the hole 2 region as a function of the synthetic proper elements computed in Section 6. The symbols used are the

same as for Fig. 9. Just as for the simulation for the Pallas hole, we observe that the layer of particles with permanence times of less than 10 Myr is limited to the boundaries of the main resonances in the region (5J:-2A, 7J:-3A, 9J:-4A and ν_6), but we observe that the rest of the region is stable for km-sized objects on a 100-Myr time-scale.

Finally, we turn our attention to the test area defined in Section 3. Fig. 11 shows maximum permanence times for the same 4500 particles in the area as a function of the synthetic proper elements computed in Section 6, assuming Yarkovsky parameters typical of C-type asteroids. The symbols used are the same as for Fig. 9. We observe that the region is overall stable over a 100-Myr time-scale, with the exceptions of asteroids in the 2J:-1A central island of stability and a few objects near the borders of the ν_6 , ν_{16} and 1J:3S:-1A resonances.

Because our dynamical analysis has shown that the studied underpopulated areas are dynamically stable, even when non-gravitational effects are considered, we have to conclude that the low population of objects in these regions is real, and is not caused by fluctuations in statistical distributions, as seen in Section 4. The

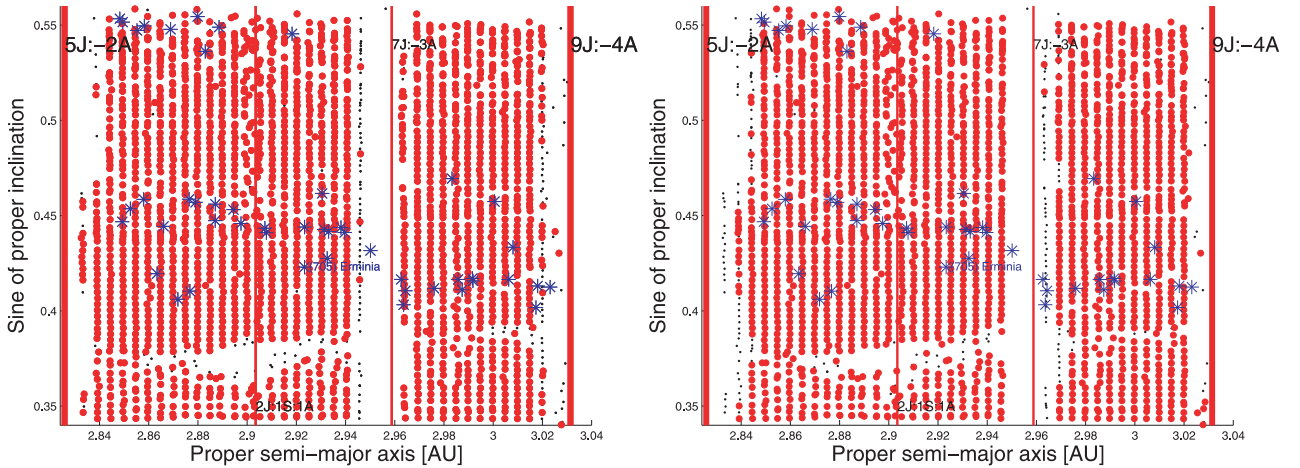


Figure 10. Maximum permanence times for particles in the hole 2 region for asteroids with an initial obliquity of $+90^\circ$ (panel A) and -90° (panel B). All symbols are the same as in Fig. 9.

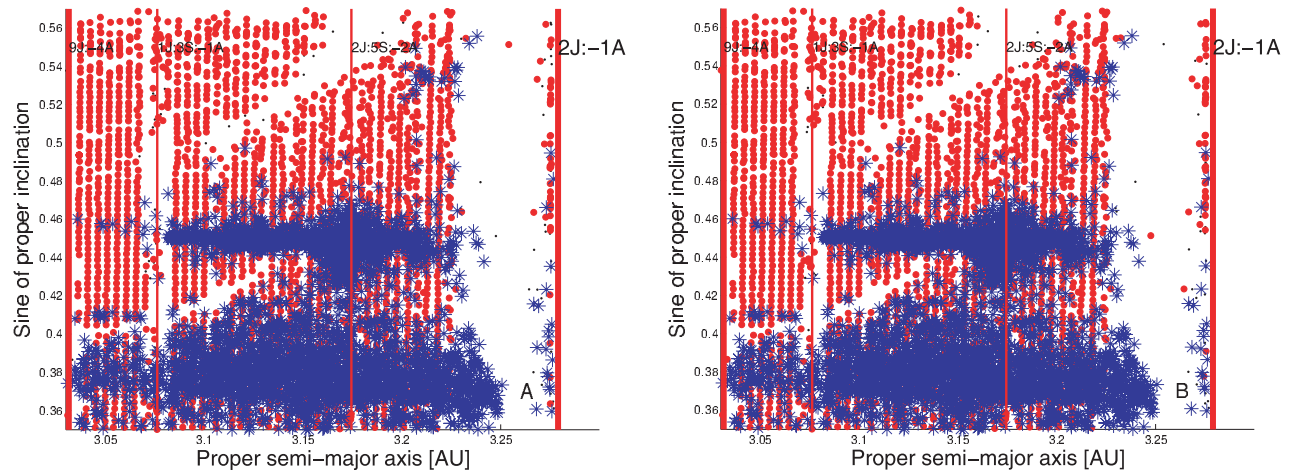


Figure 11. Maximum permanence times for particles in the test region for asteroids with an initial obliquity of $+90^\circ$ (panel A) and -90° (panel B). All symbols are the same as in Fig. 9.

low number of objects observed in these areas might therefore be a fossil indication of phenomena that occurred in the early phase of the formation of the Solar system.

8 CONCLUSIONS

(i) We have revised the knowledge of the synthetic proper elements of asteroids in the highly inclined region $\sin(i) > 0.3$. We have found 10 073 numbered objects from the AstDyS site between 2.0 and 3.4 au.

(ii) We have obtained synthetic proper-element maps for the two candidate regions and a test region with a high number density of asteroids. We have identified all the main two-, three- and four-body mean-motion and non-linear secular resonances in these areas.

(iii) We have verified the possibilities that dynamically stable regions can be explained as fluctuations of simple statistical one-dimensional distributions, such as Poissonian, uniform and Gaussian distributions. Our results show that, while asteroids in the Phocaea region might possibly follow a Poissonian distribution in inclinations, dynamically stable underpopulated regions cannot be explained as simple fluctuations of these statistical distributions. These must be caused either by disuniformities in the mechanism that populated the highly inclined regions or by some mechanism that depopulated the currently stable areas.

(iv) We verified the possibility that highly inclined asteroids might follow a tri-variate Gaussian probability distribution. Once again, we found that this is not likely. Multidimensional normality tests show that it is highly unlikely that highly inclined asteroids, as a whole, might follow a tri-variate normal distribution. Asteroids in the same range of semimajor axis in the Phocaea, Hansa and Pallas regions show a small but non-negligible probability of belonging to a tri-variate normal distribution. This could indicate that the mechanisms that populated the highly inclined regions might have acted ‘vertically’ from lower values of inclinations to higher, rather than ‘horizontally’ (i.e. moving asteroids originally at the same inclinations to different semimajor axes). The possible exception is very highly inclined objects with $\sin(i) > 0.45$. Further studies on such mechanisms are needed before this hypothesis can be confirmed.

(v) We have obtained density maps of the region and identified two areas that are characterized by low probabilities that the observed distributions of large asteroids might follow a Poissonian statistics. The first candidate area is in the central main belt (the Pallas region), while the second is in the outer main belt (the Euphrosyne region).

(vi) We have simulated the long-term dynamical evolution of test particles in these regions when the Yarkovsky force is considered. Despite the low number density of objects observed, the two areas with low number density were both mostly characterized by large permanence times, of the order of 100 Myr or more. These showed no significant qualitative differences from the highly populated test area.

Overall, our results show that the low number densities of asteroids in dynamically stable areas cannot be explained by simple fluctuations of Poissonian, uniform or Gaussian distributions. Some other mechanism has to be responsible for the observed non-uniformities. There are two hypotheses: (i) the current high-inclination population was created by a non-uniform mechanism; (ii) some as yet unknown dynamical effect depopulated the currently dynamically stable regions.

The first hypothesis could be coherent with what was observed by Ribeiro & Roig (2010) for the external main belt, where most of background objects seem to be associated with a family, suggesting that primordial bodies in the main belt are limited and scattered. The second hypothesis could justify the paucity of objects observed between the 5J:-2A and 9J:-4A mean-motion resonances, also noticeable in the main belt with a low inclination ($\sin(i) < 0.3$). However, there could be some difficulty explaining why the region of low asteroid density in the Pallas area is adjacent to a region of relatively high asteroidal populations at higher and lower inclinations. In any case, much more work is needed in order to understand the causes of the current ‘Emmenthal structure’ of the highly inclined asteroids.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank the referee, Hagai Perets, for hints and suggestions that significantly improved the quality of this work. We are grateful to A. Morbidelli for discussions in which this work was conceived. We would like to thank the São Paulo State Science Foundation (FAPESP), which supported this work via the grant 06/50005-5, and the Brazilian National Research Council (CNPq, grants 302183/2008-6 and 473345/2009-9). We are also grateful to the Department of Mathematics of FEG-UNESP for allowing us to use their facilities.

REFERENCES

- Brož M., 1999, Thesis, Charles Univ., Prague, Czech Republic
- Carruba V., 2009a, MNRAS, 395, 358
- Carruba V., 2009b, MNRAS, 398, 1512
- Carruba V., 2010a, MNRAS, 403, 1834
- Carruba V., 2010b, MNRAS, 408, 580
- Carruba V., Michtchenko T., 2007, A&A, 475, 1145
- Carruba V., Michtchenko T., 2009, A&A, 493, 267
- Carruba V., Morbidelli A., 2011, MNRAS, 412, 2040
- Carruba V., Burns J. A., Bottke W., Nesvorný D., 2003, Icarus, 162, 308
- Carruba V., Machuca F., Gasparino H., 2011, MNRAS, 412, 2052
- Cox D. R., Small N. J. H., 1978, Biometrika, 65, 263
- Farinella P., Vokrouhlický D., Hartmann W. K., 1998, Icarus, 132, 378
- Fasano G., Franceschini A., 1987, MNRAS, 225, 155
- Gil-Hutton R., 2006, Icarus, 183, 93
- Guillens S. A., Vieira Martins R., Gomes R. S., 2002, AJ, 124, 2322
- Knežević Z., Milani A., 2003, A&A, 403, 1165
- Levison H. F., Duncan M. J., 1994, Icarus, 108, 18
- Mardia K. V., 1970, Biometrika, 57, 519
- Michtchenko T. A., Lazzaro D., Carvano J. M., Ferraz-Mello S., 2010, MNRAS, 401, 2499
- Milani A., Knežević Z., 1992, Icarus, 98, 211
- Milani A., Knežević Z., 1994, Icarus, 107, 219
- Morbidelli A., 2002, Modern Celestial Mechanics. Taylor and Francis, London
- Press V. H., Teukolsky S. A., Vetterlink W. T., Flannery B. P., 2001, Numerical Recipes in Fortran 77. Cambridge Univ. Press, Cambridge
- Ribeiro A. O., Roig F., 2010, in Fernandez J. A., Lazzaro D., Pralnik D., Schulz R., eds, Proc. IAU Symp. 263, Icy Bodies of the Solar System. Kluwer, Dordrecht, p. 237
- Roig F., Nesvorný D., Ferraz-Mello S., 2002, MNRAS, 335, 417
- Šidlichovský M., Nesvorný D., 1997, Celest. Mech. Dyn. Astron., 65, 137
- Yoshikawa M., 1987, Celest. Mech., 40, 233

This paper has been typeset from a $\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.