

# Unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO**

**EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ENSINO E APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

## **A MATEMÁTICA NOS CURSOS PROFISSIONALIZANTES DE MECÂNICA**

Wagner José Bolzan

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO – SP  
2003

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Campus de Rio Claro

## **A MATEMÁTICA NOS CURSOS PROFISSIONALIZANTES DE MECÂNICA**

**Wagner José Bolzan**

**Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao  
Curso de Pós Graduação em Educação  
Matemática – Área de Concentração em  
Ensino e Aprendizagem da Matemática e  
seus Fundamentos Filosófico-Científicos,  
para a obtenção do Título de Mestre em  
Educação Matemática

Rio Claro – SP  
2003

**Comissão Examinadora:**

Lourdes de la Rosa Onuchic (Orientadora)

Geraldo Perez

Regina Maria Simões Puccinelli Tancredi

Wagner José Bolzan

Rio Claro, 2003

Resultado:\_\_\_\_\_

## **DEDICATÓRIA**

Dedico a Deus, à minha noiva Cleide,  
aos meus pais Adão e Dulce e aos meus  
sogros Nicola e Maria José.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Prof<sup>a</sup>. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic por ter acreditado sempre em meu trabalho, com a determinação e dedicação de uma orientadora e educadora que não mede esforços para fazer de nós, professores de matemática, verdadeiros profissionais da educação, sem esquecer da amizade com que pude sempre contar.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP-Rio Claro.

Ao prof. Dr. Geraldo Perez e a prof<sup>a</sup> Dra. Regina M. S. P. Tancredi por gentilmente terem aceito o convite para compor a banca examinadora.

À direção, coordenação, professores, instrutores, funcionários e alunos da Escola SENAI de São Carlos que gentilmente contribuíram para a realização deste trabalho.

A todos que, de alguma forma, colaboraram com todo esse processo, em especial agradeço aos meus tios José Augusto e Elizabeth e aos amigos João Carlos e Águida, Walter e Alice.

## SUMÁRIO

|                   |      |
|-------------------|------|
| Índice.....       | v    |
| Resumo.....       | vii  |
| Abstract.....     | viii |
|                   |      |
| Apresentação..... | 1    |
| Capítulo I.....   | 4    |
| Capítulo II.....  | 12   |
| Capítulo III..... | 45   |
| Capítulo IV.....  | 132  |
| Capítulo V.....   | 203  |

## ÍNDICE

|                                                                                                                                                                                                |               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>APRESENTAÇÃO.....</b>                                                                                                                                                                       | <b>1</b>      |
| <b>CAPÍTULO I – Metodologia de Pesquisa.....</b>                                                                                                                                               | <b>4</b>      |
| <b>I.1 – A Metodologia de Pesquisa de Thomas A. Romberg .....</b>                                                                                                                              | <b>5</b>      |
| <b>I.2 – Nossa pesquisa inserida na Metodologia de Romberg.....</b>                                                                                                                            | <b>7</b>      |
| <br><b>CAPÍTULO II – Iniciando a pesquisa – O primeiro bloco de Romberg.....</b>                                                                                                               | <br><b>12</b> |
| <b>II.1 – Nosso fenômeno de interesse .....</b>                                                                                                                                                | <b>13</b>     |
| <b>II.2 – Nosso modelo preliminar.....</b>                                                                                                                                                     | <b>25</b>     |
| <b>II.2.1 – O processo de Globalização.....</b>                                                                                                                                                | <b>25</b>     |
| <b>II.2.2 – A indústria e o comércio.....</b>                                                                                                                                                  | <b>27</b>     |
| <b>II.2.3 – Nosso modelo modificado.....</b>                                                                                                                                                   | <b>27</b>     |
| <b>II.2.3.1 – Identificação do fenômeno de interesse.....</b>                                                                                                                                  | <b>28</b>     |
| <b>II.2.3.2 – Identificação das instituições de ensino profissionalizante.....</b>                                                                                                             | <b>28</b>     |
| <b>II.2.3.3 – Visitas às instituições.....</b>                                                                                                                                                 | <b>28</b>     |
| <b>II.2.3.4 – Escolha da instituição onde será realizada nossa pesquisa.....</b>                                                                                                               | <b>29</b>     |
| <b>II.2.3.5 – Identificação dos problemas de ensino de matemática na instituição escolhida.....</b>                                                                                            | <b>29</b>     |
| <b>II.2.3.6 – Criação de um projeto para trabalhar, com a “Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas”, as dificuldades de ensino encontradas.....</b> | <b>30</b>     |
| <b>II.2.3.7 – Aplicação do projeto na instituição escolhida.....</b>                                                                                                                           | <b>30</b>     |
| <b>II.2.3.8 – Obtenção de resultados e sugestões de mudança no ensino de matemática baseados nesses resultados.....</b>                                                                        | <b>30</b>     |
| <b>II.3 – Relacionar com idéias de outros.....</b>                                                                                                                                             | <b>31</b>     |
| <b>II.3.1 – O trabalho de Patrícia Sândalo Pereira.....</b>                                                                                                                                    | <b>31</b>     |
| <b>II.3.2 – O trabalho de Eliane Portalone Crescente.....</b>                                                                                                                                  | <b>32</b>     |
| <b>II.3.3 – O trabalho de Flávia Sueli Fabiani.....</b>                                                                                                                                        | <b>33</b>     |
| <b>II.3.4 – O trabalho de Susan L. Forman e Lynn Arthur Steen.....</b>                                                                                                                         | <b>35</b>     |
| <b>II.3.5 – Outros documentos consultados.....</b>                                                                                                                                             | <b>39</b>     |
| <b>II.3.5.1 – O trabalho da professora Dra. Helena Gemignani Peterossi.....</b>                                                                                                                | <b>40</b>     |
| <b>II.3.5.2 – A pesquisa do professor Dr. José Pastore.....</b>                                                                                                                                | <b>40</b>     |
| <b>II.3.5.3 – A posição de alguns periódicos sobre o mundo do trabalho.....</b>                                                                                                                | <b>41</b>     |
| <b>II.3.5.4 – Publicações do sistema: FIESP, CIESP, SESI e SENAI.....</b>                                                                                                                      | <b>43</b>     |
| <b>II.4 – Nossa conjectura de pesquisa.....</b>                                                                                                                                                | <b>44</b>     |

|                                                                                                                           |                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <b>CAPÍTULO III – Continuando a pesquisa.....</b>                                                                         | <b>45</b>      |
| <b>III.1 – Breve histórico da Educação Profissional no Brasil.....</b>                                                    | <b>46</b>      |
| <b>III.2 – Selecionando estratégias e procedimentos - o segundo bloco de Romberg.....</b>                                 | <b>54</b>      |
| <b>III.2.1 – Estratégias selecionadas.....</b>                                                                            | <b>55</b>      |
| <b>III.2.2 – Procedimentos assumidos para a implementação das estratégias selecionadas.....</b>                           | <b>57</b>      |
| <b>III.3 – Procedimentos em ação.....</b>                                                                                 | <b>61</b>      |
| <b>III.3.1 – Busca de literatura especializada utilizada durante as aulas de Tecnologia Mecânica .....</b>                | <b>62</b>      |
| <b>III.3.2 – Atuar no papel de observador, durante as atividades desses alunos praticadas no ambiente de oficina.....</b> | <b>82</b>      |
| <b>III.3.3 – Atuar como observador nas aulas de matemática.....</b>                                                       | <b>88</b>      |
| <b>III.3.4 – Fazer entrevistas.....</b>                                                                                   | <b>93</b>      |
| <b>III.3.4.1 – Entrevista com a professora de matemática.....</b>                                                         | <b>93</b>      |
| <b>III.3.4.2 – Entrevista com os instrutores da prática de oficina.....</b>                                               | <b>97</b>      |
| <b>III.3.4.3 – Contato com o coordenador.....</b>                                                                         | <b>98</b>      |
| <b>III.3.5 – Entrevistas semi-estruturadas direcionadas a profissionais em atividade.....</b>                             | <b>99</b>      |
| <b>III.3.6 – Os conteúdos programáticos de matemática selecionados para nosso projeto pedagógico.....</b>                 | <b>108</b>     |
| <b>III.3.7 – Apresentação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.....</b>  | <b>111</b>     |
| <b>III.4 – O projeto idealizado.....</b>                                                                                  | <b>116</b>     |
| <br><b>CAPÍTULO IV – Aplicação do projeto.....</b>                                                                        | <br><b>132</b> |
| <br><b>CAPÍTULO V – Encerrando a pesquisa.....</b>                                                                        | <br><b>203</b> |
| <b>V.1 – Coletando evidências.....</b>                                                                                    | <b>204</b>     |
| <b>V.2 – Interpretando e relatando as evidências.....</b>                                                                 | <b>206</b>     |
| <b>V.3 – Antecipando a ação de outros.....</b>                                                                            | <b>212</b>     |
| <br><b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                                                               | <br><b>214</b> |

## RESUMO

É do conhecimento de todos nós que o mundo do trabalho tem passado por contínuas e profundas mudanças que refletem as mudanças na sociedade todos os dias. O sistema escolar acaba assumindo um papel fundamental na formação do educando e, em particular, quando se trata da escola profissionalizante.

Assumimos, como metodologia de pesquisa, a metodologia de Thomas A. Romberg.

Nossa pesquisa em Educação Matemática quer contribuir com a formação do profissional da Mecânica Industrial. Mais especificamente, esta pesquisa mostra um trabalho feito com alunos que, ao terminar a etapa do Ensino Fundamental, decidiram cursar, no SENAI, o Curso de Mecânica de Usinagem. Tendo em vista a importância da formação matemática para essa área do conhecimento queremos, como professor de matemática, que já atuou na área de Mecânica Industrial, poder colaborar com o educando na construção do conhecimento.

Constatado o fato de que esses alunos, em geral, não se apresentam bem preparados para saber fazer a ligação entre a matemática aprendida academicamente com a matemática de oficina e constatada a importância da matemática para esse profissional, oferecemos uma proposta de trabalho apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Acreditamos que ao adotar essa metodologia estaremos contribuindo significativamente para a formação do educando. O principal objetivo desta pesquisa está em fazer com que o aluno possa ligar a matemática aprendida academicamente com a matemática da prática de oficina.

**Palavras-chave:** 1. Educação matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Transferência de conhecimento. 4. Matemática funcional.

## ABSTRACT

It is a well known fact that the working world has been undergoing continual and profound changes that reflect the daily changes occurring in today's society. In this context, the educational system plays a fundamental role in the student's education, particularly insofar as trade school is concerned.

The research methodology adopted here is that of Thomas A. Romberg.

This research work in Mathematics Education proposes to contribute to the education of professionals in Industrial Mechanics. More specifically, this research shows work carried out with students who, upon concluding their Basic Education, decided to attend SENAI's course in Machining Mechanics. In view of the importance of mathematics in this specific field of knowledge and as a teacher of mathematics who has already worked in the field of Industrial Mechanics, I wish to collaborate with the student in the construction of this knowledge.

In view of the fact that these students are generally little prepared to make the link between mathematics learned academically and the mathematics of the workshop and due to the importance of mathematics for this professional, this paper describes a work proposal based on the Methodology of Teaching-Learning Mathematics through Problem Solving.

I believe that the adoption of this methodology will contribute significantly to the student's education. The main objective of this research is to enable the student to make a link between the mathematics s/he learns academically and the mathematics applied in workshop practices.

**Key words:** 1 – Mathematics education, 2 – Problem solving, 3 – Transfer of knowledge, 4 – Functional mathematics.

## APRESENTAÇÃO

Minhas atividades no magistério público estadual tiveram início no ano de 1995, lecionando matemática para o antigo 1º grau, hoje Ensino Fundamental. Esse era o meu último ano de faculdade. Durante esse primeiro ano de magistério, já sentia vontade de ensinar matemática de um modo diferente daquele em que fui ensinado. Essa vontade parte de uma necessidade pessoal que eu já tinha, antes de cursar a faculdade. Antes disso, eu era um profissional da área de mecânica industrial. E, para ocupar os cargos que ocupei nesta área do conhecimento, fiz vários cursos, entre eles o Curso de Mecânica Geral no SENAI (Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial) de São Carlos e o de Técnico em Mecânica, na antiga Escola Industrial, hoje ETE (Escola Técnica Estadual) “Paulino Botelho” de São Carlos. Esses cursos têm o principal objetivo de colocar o estudante do nível básico de ensino no mercado de trabalho.

Assim, posso classificar minha trajetória, como Técnico Mecânico, em dois momentos: enquanto estudante e mais tarde como profissional da área de mecânica industrial.

Foi nesses dois momentos de minha vida que, embora ainda não muito familiarizado com a cultura matemática, já sentia a força dela em minha vida profissional. E posso dizer que, mais do que saber fórmulas de aplicação sentia uma grande necessidade de entender o porquê da validade daquelas fórmulas. Já nesse tempo, queria poder ligar a matemática de sala de aula com as atividades que fazia na prática.

Mais tarde, durante todo o meu tempo de graduação, essa vontade de que falei continuava acesa em mim. Tanto é que, nos anos de 1993 e 1995, lecionei em escolas particulares de cursos profissionalizantes, numa tentativa de praticar essa idéia. Ao ensinar matemática, sentia grandes as possibilidades de contribuir para a inserção do aluno numa sociedade em profundas e constantes transformações. E, ao falar da inserção do aluno nesta sociedade, com a responsabilidade que cabe a cada cidadão, no que diz respeito ao conhecimento de seus direitos e deveres, quero destacar, no trabalho desta pesquisa, uma parte importante das características que faz de todo jovem um cidadão: a capacidade de inserir-se no mercado de trabalho. Mais do que isto, hoje se fala de empregabilidade, ou seja, a capacidade que o cidadão deve possuir para administrar sua própria vida profissional, tornando-se um indivíduo empregável durante sua vida ativa de trabalho.

Basicamente, o jovem estudante encontra duas opções logo após a etapa do Ensino Fundamental: continuar o Ensino Médio com o objetivo de preparar-se para o acesso à

universidade ou, juntamente com o Ensino Médio profissionalizar-se. Nesta pesquisa, especificamente, estou interessado em trabalhar com a segunda opção.

Ao querer educar através da matemática, tenho a convicção de que posso contribuir para a inserção do jovem no mundo do trabalho, sem me esquecer, é claro, de sua formação para a vida na sociedade como um todo. Esse meu desejo coloca-me diante de um compromisso ainda muito maior do que o de simplesmente ensinar matemática.

A escola coloca o aluno em contato com o mundo socialmente desenvolvido. Para que o jovem entre para uma vida produtiva, a escola básica o coloca em contato com diversas áreas do conhecimento. Esta pesquisa tem, como objetivo principal, o de contribuir para que o estudante, do curso de Mecânica de Usinagem do SENAI de São Carlos, possa ligar a matemática acadêmica, aprendida no Ensino Fundamental, com sua prática de oficina.

No capítulo I apresento a metodologia de pesquisa adotada para o trabalho e que se apóia no modelo de Romberg (1992)<sup>1</sup>. Nele são descritas dez atividades, dispostas em três blocos. O primeiro destinado à identificação do problema; o segundo, visando a criação e seleção de estratégias e procedimentos importantes para a condução do trabalho; e o terceiro é um bloco de ação que permite tirar evidências, interpretá-las e apresentar resultados. Em I.2.2 apresento meu modelo preliminar, que trata do processo de Globalização da Economia e suas conseqüências para o mercado de trabalho e o tipo de formação profissionalizante.

No capítulo II inicio o processo de pesquisa. Os itens desse capítulo coincidem com as quatro atividades que compõem o primeiro bloco do modelo de Romberg. Em II.1 apresento meu ‘Fenômeno de Interesse’: “O Ensino de Matemática na Escola Profissionalizante de Mecânica”. A partir daí, deixo evidente meu envolvimento com este fenômeno além de falar sobre a importância da formação matemática desses alunos. Em II.2.3, apresento, por razões da pesquisa, meu modelo modificado, mais condizente com as questões pesquisadas. Uma das principais atividades nela descrita trata da criação de um projeto pedagógico que seria aplicado em sala de aula. Em II.3 apresento pesquisas, artigos de jornais, de revistas, além de livros que tratam, de alguma forma, de assuntos ligados ao meu fenômeno de interesse e que contribuem para a comparação de minhas idéias com idéias de outros. Por fim, em II.4, apresento minha

---

<sup>1</sup> Essa metodologia encontra-se no artigo intitulado *Perspectivas sobre o Conhecimento e Métodos de Pesquisa, do Manual de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Matemática*, do Conselho Nacional dos Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM). (Tradução nossa).

conjectura de pesquisa. Conjecturamos que *“ao usar a Metodologia de Ensino – Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, poder-se-ia contribuir muito para tornar possível a ligação da matemática acadêmica com a matemática da prática em oficina”*.

No capítulo III apresento, em III.1, um breve histórico da Educação Profissional no Brasil, destacando os principais documentos legislativos que surgiram durante o século XX. Em III.1.1 falo sobre a relação entre a Educação Profissional e a Educação Matemática, onde coloco a opinião de pesquisadores que tratam, de alguma forma, desse tema. Ainda em III.1.1, apresento o que diz a Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei 9394/96, documento legislativo que vem disciplinar a educação escolar e, em particular, a educação profissionalizante. Em III.1.2 situo a Escola SENAI e sua história na cidade de São Carlos.

Em III.2, dou início às atividades do 2º bloco do modelo de Romberg onde, pelo fato de, no 1º bloco, já ter sido definido o problema da presente pesquisa, serão idealizadas as estratégias (o que fazer) e correspondentes procedimentos (como fazer). Neste ponto as atenções estão voltadas para o procedimento central que é a criação de um Projeto Pedagógico para ser trabalhado com alunos da Escola SENAI, caracterizado pelo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Em III.3, os procedimentos selecionados são colocados em ação, no sentido de coletarmos as evidências necessárias para a idealização do Projeto Pedagógico. Em III.3.6 são apresentados os conteúdos programáticos selecionados para este projeto e, em III.3.7, é apresentada a metodologia de ensino adotada nesta aplicação. Finalizando o capítulo III, em III.4 é apresentado o Projeto Pedagógico a ser trabalhado em sala de aula.

No capítulo IV é relatada a aplicação do Projeto Pedagógico, ou seja, é colocado em ação o procedimento central idealizado no capítulo anterior.

O capítulo V encerra a pesquisa, trabalhando o último bloco do modelo de Romberg. É neste capítulo que são coletadas, na aplicação do projeto, as informações mais evidentes para que sejam interpretadas e relatadas em termos da conjectura proposta e assim poder antecipar a ação de outros.

# **CAPÍTULO I**

## **Metodologia**

**de**

**Pesquisa**

## **I – METODOLOGIA DE PESQUISA**

Quando éramos ainda aluno especial, através da experiência de cursar disciplinas, tivemos a oportunidade de ir conhecendo melhor o Programa de Pós-Graduação da Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Rio Claro. Junto com esse processo, vinha crescendo a necessidade de elaborarmos um projeto de pesquisa e, junto com esse, definirmos que metodologia de pesquisa seria adotada. Já na primeira disciplina que fizemos - *Conteúdos e Metodologias do Ensino da Matemática (1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> graus)* - tivemos um primeiro contato com metodologias de pesquisa em educação, através do livro de Lüdke e André (1988). Mais tarde, ao entrarmos no Programa, como aluno regular, foi-nos apresentada, por nossa orientadora, uma metodologia de pesquisa que agradou bastante: a metodologia de Romberg (1992).

Nossa pesquisa estará apoiada nessa metodologia.

### **I.1 – A METODOLOGIA DE PESQUISA DE THOMAS A. ROMBERG**

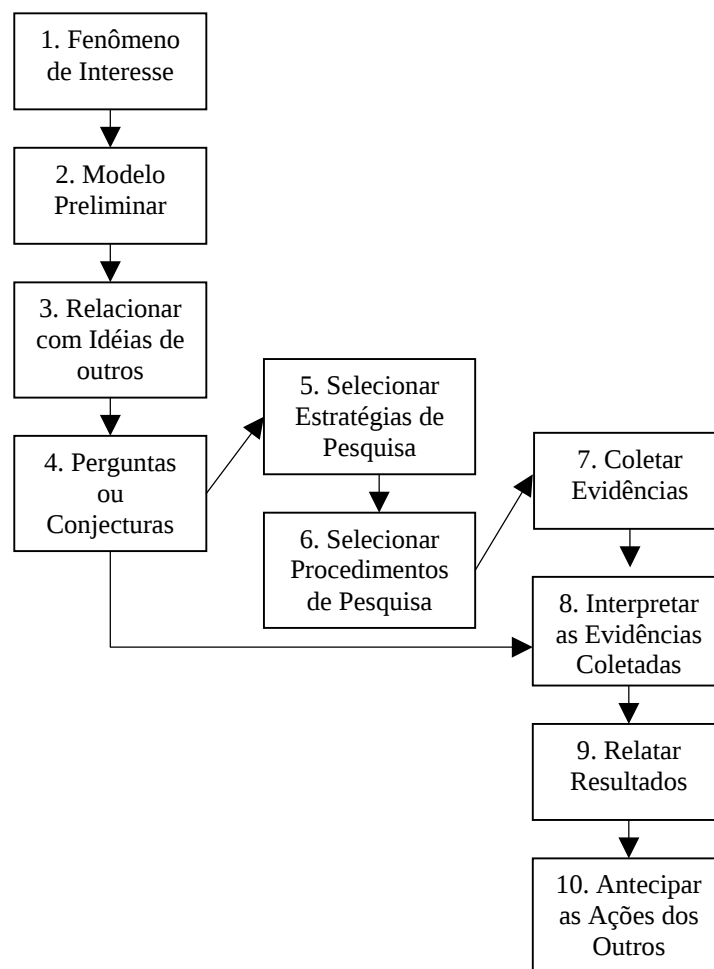
Segundo Romberg (1992, p. 51):

O termo pesquisa refere-se a processos - coisas que se faz, não a objetos que se pode tocar e ver. Fazer pesquisa não pode ser visto como algo mecânico ou um conjunto de atividades que indivíduos seguem de maneira prescrita ou predeterminada. As atividades envolvidas em fazer pesquisa incluem mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica. Como em todas as artes, há consenso sobre que procedimentos devem ser seguidos e o que é considerado trabalho aceitável.

O modelo de Romberg apresenta dez atividades distribuídas em três blocos: o primeiro, atividades 1, 2, 3 e 4, trata da identificação do problema; o segundo, atividades 5 e 6, é onde estratégias e procedimentos de trabalho são levantados e selecionados; e o terceiro e último bloco, atividades 7, 8, 9 e 10, refere-se à análise da aplicação dos procedimentos selecionados, onde, a partir dela, se constata e se analisa a evidência da validade de uma conjectura ou questão levantada. Estas dez atividades são colocadas por Romberg em seu modelo para esclarecer alguns problemas comuns que pessoas não familiarizadas com pesquisa enfrentam durante o

processo de pesquisa e para dar suporte à discussão das tendências assumidas por ela. Romberg observa que, apesar das atividades estarem apresentadas numa seqüência, elas não precisam ser, necessariamente, seguidas na ordem apresentada. A interação entre fatores como a intenção, as conjecturas, a disponibilidade de informações, os métodos próprios de cada pesquisador não podem, na prática, ser separados tão nitidamente.

### **Modelo de Thomas A. Romberg.**



**Figura 1** - As atividades de pesquisa e como elas são relacionadas.

## I.2 – NOSSA PESQUISA INSERIDA NA METODOLOGIA DE ROMBERG

Quando começamos a pensar em nosso projeto de pesquisa, com a intenção de ingressar num curso de pós-graduação, já tínhamos duas certezas: nosso objeto de estudo e o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, onde ele seria desenvolvido. A primeira dessas certezas vai ao encontro da curiosidade pessoal de um professor de matemática que já vivenciou uma experiência profissional numa outra área do conhecimento: a *Mecânica Industrial* e a segunda, por ser a UNESP – Rio Claro uma instituição que trabalha educação matemática.

Tão logo nos decidimos pela Metodologia de Pesquisa de Romberg passamos a estudar seu artigo. Estes momentos de estudo, que tinham como foco conhecer uma nova metodologia de pesquisa, foram muito importantes para nossa formação e, posteriormente, para definir os caminhos a serem trilhados pela pesquisa.

Tendo conhecimento desse artigo, começamos a imaginar como nossa pesquisa poderia ser conduzida no contexto desse modelo.

### I.2.1 – FENÔMENO DE INTERESSE

Um Fenômeno de Interesse numa pesquisa é o objeto escolhido para estudo. Como um professor de matemática que já havia trabalhado antes com a área de tecnologia mecânica, ao darmos os primeiros passos em direção à pesquisa, sem ainda termos noção do caminho que iríamos trilhar para sua realização percebemos que, para nós, o mais natural seria escolher um tema que investigasse “*a matemática envolvida nos cursos profissionalizantes de mecânica*”. Assim, esse tema escolhido seria nosso “*Fenômeno de Interesse*”.

As primeiras idéias sobre esse fenômeno de interesse levaram-nos a considerar diversas questões:

- O que é mecânica?
- O que é um mecânico industrial?
- O que é um técnico em mecânica?
- Qual a importância da formação matemática para esse profissional da mecânica?

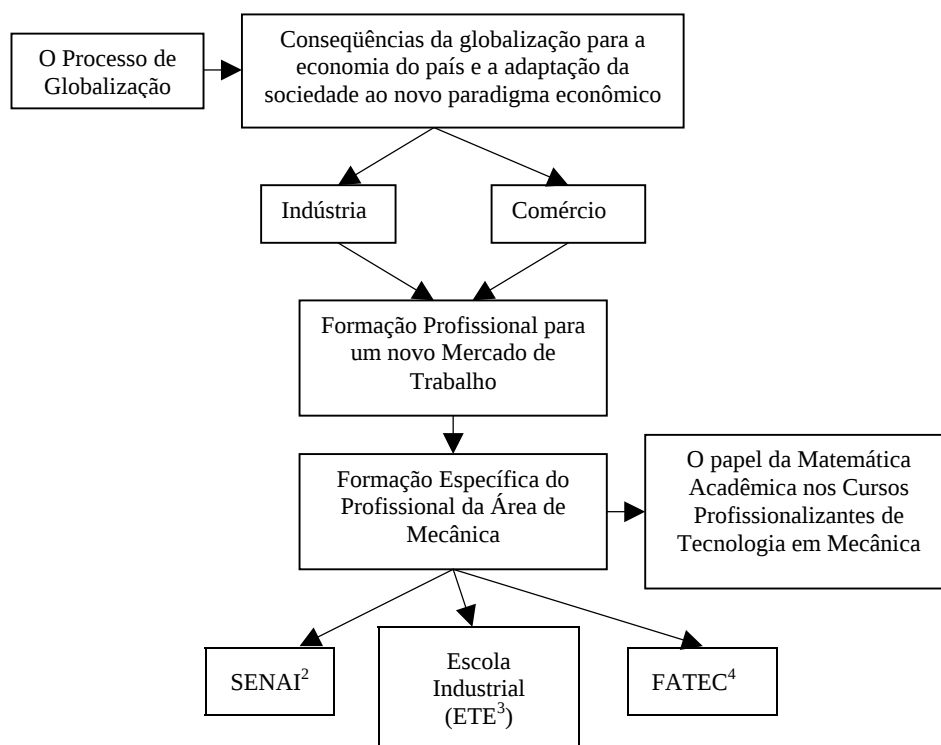
## I.2.2 – MODELO PRELIMINAR

Como nesse momento ainda não tínhamos uma visão clara daquilo que pretendíamos fazer e sentindo que apenas estávamos envolvidos com o fato de querer trabalhar com a matemática, nos cursos profissionalizantes de mecânica, não imaginávamos como poderia evoluir nossa pesquisa. Depois de muito pensar sobre as possíveis variáveis do processo foi possível apresentar um primeiro modelo daquilo que poderíamos fazer. Esse modelo é o que Romberg chama de *Modelo Preliminar*. Um modelo preliminar é um conjunto de descrições de variáveis-chave e as relações implícitas entre elas que antecedem os fatos.

Segundo Romberg (1992, p. 51):

Um pesquisador faz suposições sobre certos aspectos importantes como as variáveis do fenômeno de interesse e de como esses aspectos estão relacionados. Depois, os ilustra num modelo. [...] O modelo serve como um ponto de partida ou de orientação para a situação de interesse.

Porém é preciso esclarecer que, nem sempre, as atividades nele delineadas são as que realmente podemos tomar como atividades da pesquisa pretendida, uma vez que estávamos apenas buscando caminhos a serem seguidos. Nosso Modelo Preliminar se apresentou desta forma:



**Figura 2** – Modelo Preliminar

<sup>2</sup> SENAI: Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial.

<sup>3</sup> ETE: Escola Técnica Estadual.

<sup>4</sup> FATEC: Faculdade de Tecnologia.

### **I.2.3 – RELACIONAR COM IDÉIAS DE OUTROS**

A terceira atividade proposta no modelo de Romberg pede, depois de identificado o fenômeno de interesse e criado um modelo preliminar, que se entre em contato com trabalhos de outros pesquisadores na área. Por termos uma idéia, ainda muito vaga, sobre trabalhos e textos que tratavam, de alguma forma, sobre tecnologia mecânica, pensamos que seria importante analisar periódicos, livros e teses relacionados a assuntos ligados ao nosso fenômeno de interesse.

### **I.2.4 – CONJECTURA OU PERGUNTA**

A última atividade proposta por Romberg, nesse primeiro bloco, tem como objetivo determinar a pergunta ou a conjectura do trabalho. É importante saber para onde se está direcionando a pesquisa, o que se irá defender e o que, possivelmente, possa abrir caminhos para o trabalho pretendido. Considerado o processo de Globalização da Economia, vimo-nos, naquele momento, diante da seguinte situação: Os alunos de escolas profissionalizantes, futuros técnicos em mecânica, como reagirão frente a possíveis mudanças? Assim, nesse instante, o que nos interessava era buscar uma forma de poder harmonizar a matemática aprendida academicamente e a matemática necessária para o trabalho desenvolvido pelos alunos em sua prática.

### **I.2.5 – SELECIONAR ESTRATÉGIAS DE PESQUISA**

Se, por um lado, o primeiro bloco do modelo de Romberg nos conduz para aquilo que se pretende pesquisar, por outro lado, no segundo bloco, deve-se enfrentar um processo muito importante de uma pesquisa. É chegada a hora de pensar sobre o que se deve fazer. O que deve ser feito para que, mais tarde, se possa estar munido de resultados que, se tivermos uma pergunta, se possa respondê-la e, se tivermos uma conjectura, encontrar condições de defendê-la ou até mesmo de concluir ser ela uma conjectura não defensável.

Em momentos que antecederam o início desta pesquisa, víamos, como estratégias de trabalho, as seguintes ações:

- Atuar como pesquisador observador em sala de aula, assistindo aulas de matemática nas turmas de mecânica, além de observar, simultaneamente, suas aulas práticas;
- Observar o trabalho de alunos de escolas profissionalizantes, em especial turmas do SENAI que estagiavam no Laboratório de Máquinas e Ferramentas (LAMAPE) e no Núcleo de

Manufatura Avançada (NUMA), ambos laboratórios da Universidade de São Paulo (USP) – Campus de São Carlos;

- Acompanhar as aulas práticas dadas nas escolas: SENAI, ETE e FATEC, para poder observar a aplicação adequada da matemática aprendida academicamente nesses ambientes de trabalho;
- Acompanhar ex-alunos de escolas profissionalizantes em início de carreira na indústria.

### **I.2.6 – SELECIONAR PROCEDIMENTOS DE PESQUISA**

Segundo Romberg (1992, p. 52):

Para responder às questões específicas que tenham surgido, evidência deve ser coletada. É nesse passo que as técnicas usualmente ensinadas nos cursos de métodos de pesquisa são importantes: como selecionar uma amostra, como obter informações (entrevista, questionário, observação, teste), como organizar a informação quando ela é coletada, etc.. Há um grande número de procedimentos específicos que se pode seguir para diferentes tipos de questões. Precisa-se ter cuidado para selecionar procedimentos que ponham luz sobre as questões.

Para cada estratégia selecionada, haverá um correspondente procedimento.

### **I.2.7 – OBTER EVIDÊNCIAS ATRAVÉS DA COLETA DE INFORMAÇÕES**

Ao pôr em ação os procedimentos selecionados, teremos oportunidade de colher informações que possam construir argumentos importantes para as questões levantadas.

### **I.2.8 – INTERPRETAR AS EVIDÊNCIAS DAS INFORMAÇÕES COLETADAS**

Uma vez que as evidências tenham sido coletadas, passa-se a interpretar essas informações que podem ser analisadas segundo diferentes métodos. Alguns deles são chamados métodos quantitativos onde os pesquisadores coletam informações, as agrupam e as aplicam em testes estatísticos e se números não forem usados os métodos de análise são chamados qualitativos. Entretanto é importante notar que, em toda investigação, muito mais informação pode ser obtida do que aquela que realmente pode ser usada para responder as questões propostas e selecionar informações importantes entre todas é uma arte.

### **I.2.9 – RELATAR RESULTADOS**

Romberg (1992, p. 53) diz:

Como membros de uma comunidade de pesquisa reconhecemos que temos a responsabilidade de informar aos outros membros dessa comunidade sobre nossa investigação e ir em busca de seus comentários e críticas.

### **I.2.10 – ANTECIPAR AS AÇÕES DE OUTROS**

Após colocar em ação os procedimentos selecionados, fazer a coleta de evidências, a interpretação delas e relatar resultados esperamos contribuir de alguma forma para que as aulas de matemática, academicamente dadas aos alunos de escolas profissionalizantes, possam ajudar e contribuir efetivamente em seus trabalhos práticos.

## **CAPÍTULO II**

### **Iniciando a pesquisa**

### **O primeiro bloco de Romberg**

## II – INICIANDO A PESQUISA – O PRIMEIRO BLOCO DE ROMBERG

Como diz Romberg, no primeiro bloco deste modelo há quatro importantes atividades envolvidas com a colocação “das idéias que se tem sobre um particular problema, observando-se o trabalho de outros investigadores e decidindo-se o que se quer, de fato, investigar”.

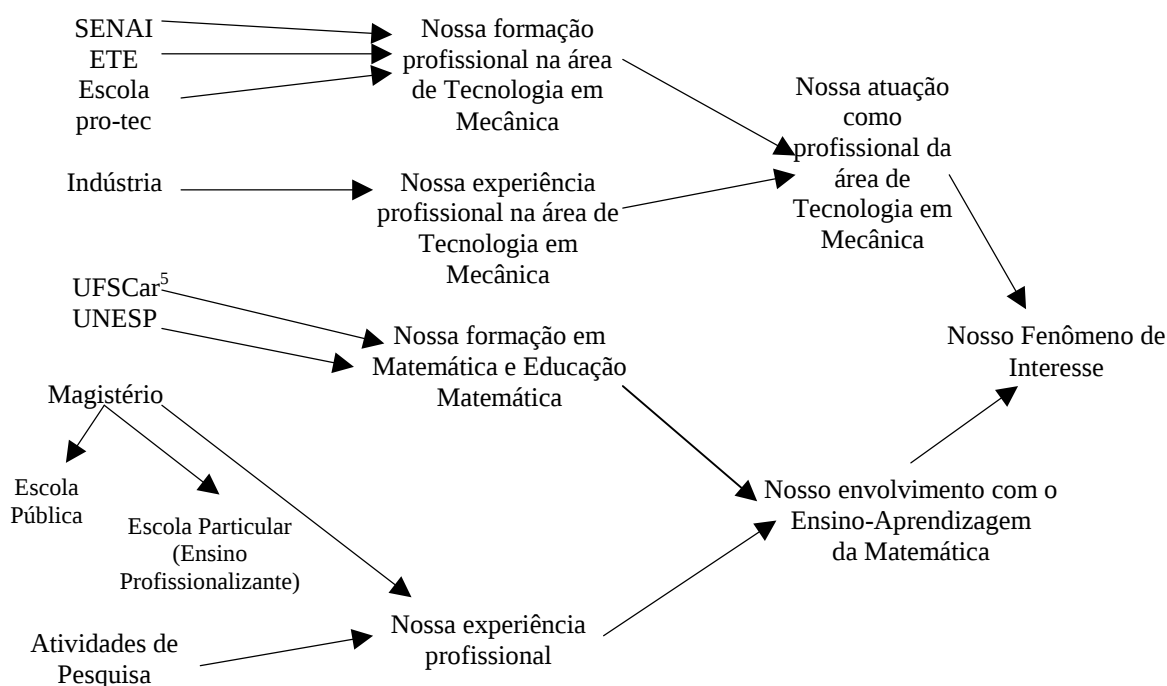
Assim, partindo do conhecimento do fenômeno de interesse, cria-se um modelo preliminar, vai-se em busca de literatura e de experiências apresentadas e vividas por outros pesquisadores sobre o assunto e, por fim, estabelece-se a conjectura do trabalho a ser defendida.

### II.1 – NOSSO FENÔMENO DE INTERESSE

Seguindo o modelo de Romberg, buscamos identificar com maiores detalhes nosso fenômeno de interesse. Romberg diz que o fenômeno de interesse de toda pesquisa começa com uma curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real. Nossa curiosidade já se mostrou no capítulo anterior. Cabe aqui aprofundarmo-nos em tudo o que foi apresentado, com a diferença de que, neste capítulo, já estamos iniciando, efetivamente, o processo de pesquisa.

Podemos dizer que nosso envolvimento com o fenômeno de interesse deu-se em duas fases:

- **Nossa atuação como profissional da área de Tecnologia Mecânica**
- **Nosso envolvimento com o ensino-aprendizagem de Matemática.**



**Figura 3** – Fenômeno de Interesse

<sup>5</sup> UFSCar: Universidade Federal de São Carlos.

Vamos descrever agora os passos apresentados no diagrama anterior.

### **II.1.1 – PRIMEIRA FASE: NOSSA ATUAÇÃO COMO PROFISSIONAL DA ÁREA DE TECNOLOGIA EM MECÂNICA**

Antes de completar 14 anos, numa conversa em família, decidimos entrar no SENAI que era tido como uma escola muito respeitada e onde o aluno tinha a oportunidade de terminar o curso do 1º grau em dois anos junto com uma profissão. A profissão do pai, mecânico, e a posição da mãe, que via o SENAI como uma forma de ajudar na educação geral do filho, por ser de período integral e levar a aprender uma profissão, acabaram influenciando na tomada dessa decisão. Ingressamos, então, no curso de Mecânica Geral.

Durante os dois anos que estudamos no SENAI, muitos momentos marcaram nossa vida. A começar pela organização e disciplina das atividades desenvolvidas por nós. O clima simulava o ambiente de indústria, sem perder o contato com o ambiente escolar, colocando-nos em situações diversas de teoria e de prática. Ali tivemos um primeiro contato com a matemática aplicada básica que, junto com desenho técnico, forneciam um apoio importante para nossa atuação na prática.

Logo depois de sair do SENAI, graças a um convênio que esta escola mantinha com a indústria, começamos, no ano de 1980, a trabalhar como *Mecânico de Manutenção Preventiva*. No primeiro ano de trabalho, seguimos o caminho natural na continuação de nossos estudos e matriculamo-nos no *Curso de Habilitação Profissional Plena de Mecânica*, na Escola Técnica Estadual de 2º Grau Paulino Botelho que naquela época era ligada à Delegacia de Ensino e hoje ao Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS). Durante esses quatro anos de formação técnica freqüentávamos, aos sábados, cursos extracurriculares de *Desenho de Máquinas*, *Projeto de Máquinas* e *Projeto de Ferramentas* na Escola pro-tec, em São Paulo. Em 1984, recebemos o título de *Técnico em Mecânica*. Esses cursos faziam a diferença pois, numa década de constantes crises do setor industrial, conseguimos ocupar vários cargos em várias indústrias, entre eles o cargo de *Desenhista Projetista*.

Podemos dizer que, a partir dessa primeira fase, a matemática foi assumindo significado em nossa vida. Ela “ressurgia” muitas vezes como uma ferramenta muito útil, importante para ser entendida e dominada. Mas, apesar de percebermos aplicações da matemática na resolução de problemas e para a compreensão de fenômenos oriundos da Tecnologia Mecânica, não era fácil, para nós e também para nossos colegas, perceber seus significados e nos apropriarmos dos

conceitos e conteúdos envolvidos. Essa situação só contribuía para que aumentasse nossa curiosidade em estudar matemática.

Nessa primeira fase, enquanto as escolas pelas quais passamos contribuíram para nossa formação profissional na área de tecnologia em mecânica, as indústrias nas quais trabalhamos contribuíram para nossa experiência profissional nessa área. Por fim, nossa atuação como profissional, na área de Tecnologia em Mecânica, ficou bem definida.

### **II.1.2 – SEGUNDA FASE: NOSSO ENVOLVIMENTO COM O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**

Depois de trabalhar onze anos na indústria, por vários motivos sentíamos voltar a vontade de continuar os estudos, porém, agora, visando o Ensino Superior. Assim, em 1991, ingressamos no Curso de Matemática da UFSCar. Não sabíamos ainda se, no futuro, iríamos trabalhar com ensino da matemática ou com pesquisa em matemática. Apenas tínhamos em mente a idéia de que queríamos uma formação na área de exatas. Nossa vida escolar, principalmente durante os cursos profissionalizantes pelos quais passamos, contribuiu diretamente para esta nossa escolha. Durante os cinco anos que ficamos na faculdade, fomos tendo contato com um mundo totalmente diferente daquele que estávamos acostumado, porém fascinante. No segundo ano, optamos por cursar a Licenciatura em Matemática e, no decorrer dos anos seguintes, ficou confirmado para nós que essa opção foi certa.

Antes que terminássemos a faculdade, no ano de 1995, já havíamos iniciado nossa carreira no magistério, na escola pública. Porém é importante acrescentar aqui que, em 1993, ministramos aulas de Desenho Técnico, Matemática e Metrologia em escolas particulares de Ensino Profissionalizante. Graças ao nosso envolvimento anterior com a área de Tecnologia em Mecânica é que pudemos nos aventurar como professor destes cursos.

Ao querer deixar claro quando, ao ir para a sala de aula e sentir como o trabalho com ensino-aprendizagem ocorre no ensino tradicional vigente, começaram nossas preocupações ao tentar vislumbrar um ensino de matemática diferente daquele em que havíamos sido ensinado. Ao terminar nossa licenciatura e dar continuidade à nossa carreira no magistério, os problemas citados na apresentação deste trabalho com relação ao ensino da matemática persistiam.

Com a esperança de encontrar respostas às questões relacionadas às atividades de um professor de matemática, procuramos conhecer melhor o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática de Rio Claro. Dois fatores foram decisivos para que escolhêssemos esse programa: o de nos proporcionar a oportunidade de conhecer uma outra universidade e por ele

tratar especificamente da educação em matemática. Aproveitamos para dizer que, antes de saber da existência deste Programa, não havíamos ouvido falar em *educação matemática*, mas, sim, em *ensino da matemática*.

No segundo semestre de 1996, nos matriculamos em nossa primeira disciplina como aluno especial do Programa. Consideramos este momento como o início de nossas primeiras atividades de pesquisa. Continuamos atuando como professor mas acabávamos reservando espaço para cursar outras disciplinas como aluno especial. Fomos percebendo, no decorrer desses anos, que nossa postura como professor começava a mudar. Foi assim que decidimos montar um projeto e prestar o exame de seleção para regularizar nossa situação como aluno. Em 2000 entramos definitivamente para o Programa.

Assim, nesta segunda fase, enquanto as instituições de ensino superior pelas quais passamos contribuíram (e ainda contribuem) com nossa formação em matemática e educação matemática, nosso tempo de magistério na escola pública e na escola profissionalizante e nossas atividades de pesquisa contribuíram para nossa experiência profissional, fechando, assim, todo o nosso envolvimento com o ensino-aprendizagem da matemática.

### II.1.3 – O FENÔMENO DE INTERESSE

Através de nossa atuação como profissional da área de tecnologia em mecânica junto a nosso envolvimento com o ensino-aprendizagem da matemática, foi possível reafirmar nosso fenômeno de interesse: **O Ensino de Matemática na Escola Profissionalizante de Mecânica**. Este nosso interesse vai ao encontro de duas realidades vivenciadas por nós:

- a necessidade de, como aluno de escola profissionalizante e depois profissional da área, dominar uma matemática importante para o exercício daquela atuação profissional;
- de, como professor de matemática, que já havia sido um técnico em mecânica, poder reconhecer muitos problemas práticos, do dia-a-dia dos alunos de escola profissionalizante, que mereciam ser mais explorados nas aulas de matemática e poder fazer as devidas ligações dessa matemática trabalhada com a prática de oficina.

Como já dito no capítulo I, em I.2.1, nossas idéias iniciais, sobre este fenômeno de interesse, nos levaram a considerar as questões:

- O que é mecânica?
- O que é um mecânico industrial?
- O que é um técnico em mecânica?

visto que esses conceitos, em geral, não fazem parte do vocabulário usual de professores e alunos de escolas acadêmicas.

Os alunos de escolas profissionalizantes de mecânica passam a ter contato com esses conceitos através dos seus instrutores nas oficinas de trabalho.

Outra questão que fez parte de nossas idéias iniciais foi:

- Qual a importância da formação matemática para esse profissional da mecânica?

Aqui, nós, como professor de matemática, nos manifestamos querendo conhecer o que de importante há no ensino da matemática que tenha reflexo na formação desses profissionais.

### II.1.3.1 - O QUE É *MECÂNICA*? POR QUE ESSE NOME?

Nosso fenômeno de interesse trata de uma área do conhecimento em que alguns esclarecimentos fazem-se necessários. Sabemos que Mecânica é o ramo da Física que estuda o movimento e suas causas. Cabe aqui esclarecer o significado da palavra *Mecânica* na presente pesquisa.

Mais próximo do que queremos tratar, em Monografia Profissional de Técnicos do 2º grau (FGV<sup>6</sup>, 1977, p.1) mecânica pode ser definida como “a prática dos princípios de cada Ciência ou Arte”. Ferreira (1986, p. 1108) define Mecânica como “a arte de construir uma máquina” e também diz que mecânica é “a atividade relacionada com máquinas, motores e mecanismos”. Nestas colocações é que procuramos dar significado para esta palavra em nossa pesquisa. Não é à toa que a área do conhecimento da qual estamos tratando chama-se *Mecânica Industrial*. Segundo Ferreira (1986, p. 940), uma das definições da palavra *Indústria* é: “conjugação do trabalho e do capital para transformar a matéria-prima em bens de produção e consumo”. A palavra indústria vem do adjetivo latino *industrius* que significa *laborioso*.

Para transformar a matéria-prima, a indústria se utiliza de tipos básicos de processos denominados mecânicos, ou seja, a combinação e o uso dos movimentos de máquinas e/ou ferramentas para produzir o desgaste desejado em uma determinada peça, como produto final.

Para exemplificar um processo mecânico, segundo Franco (1983, p. 3.01):

Usinagem é a operação mecânica que confere à peça a **forma** ou as **dimensões** ou o **acabamento** ou ainda a combinação destas, através de arranque de material por uma ferramenta cortante. Este material arrancado chama-se cavaco.

---

<sup>6</sup> FGV: Fundação Getúlio Vargas.

E, para que este cavaco seja arrancado, além da ferramenta cortante, é preciso que a peça, ou a ferramenta ou ambas estejam em *movimento*. Outros processos mecânicos são a abrasão e a erosão.

### II.1.3.2 – O MECÂNICO INDUSTRIAL

O mecânico é o profissional da Mecânica. Na indústria, esse profissional tem um vasto campo de atuação com diferentes especializações na mesma área do conhecimento. O *torneiro mecânico*, por exemplo, é aquele que se utiliza do *torno*, “máquina que permite conformar peças por meio da retirada de cavacos de sólidos brutos em rotação no próprio eixo. A operação denomina-se *Torneamento*” (FRANCO, 1983, p. 3.25). Segundo Franco, com o torneamento pode-se obter principalmente superfícies cilíndricas, planas, cônicas, esféricas, perfiladas e roscadas. Poderíamos falar também do *mecânico ferramenteiro*, do *mecânico de manutenção*, etc.. Todos aqui são chamados *mecânicos industriais*, ou seja, profissionais da mecânica especializados para trabalhar na indústria de transformação, diferentes do *mecânico de automóveis* que é especialista em consertar automóveis.

De acordo com Assis e Pastore (1977), é dito, já na década de 70, que para que o indivíduo se torne um profissional, em uma das áreas da Mecânica Industrial, é necessário que ele passe por um curso de treinamento profissional que envolve, para um programa de ensino de tornearia mecânica, o pleno domínio de 53 operações básicas. “Tais operações eram ensinadas e executadas por meio de tarefas específicas que, muitas vezes, incluíam combinações variadas daquelas operações” (1977, p. 12). Apesar de hoje em dia ainda existir esse tipo de formação, é importante observar que a formação de um profissional para a área de Mecânica Industrial vem mudando muito, na medida em que máquinas e equipamentos mais modernos vão chegando às indústrias.

### II.1.3.3 – O TÉCNICO EM MECÂNICA

De acordo com Ferreira (1986, p. 1656), Tecnologia é um “conjunto de conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo de atividade” e Tecnólogo é a “pessoa versada em tecnologia”.

Em Monografia Profissional de Técnicos do 2º grau (FGV, 1977, p.1) é dito que “Técnica é o conjunto de regras de uma Arte ou Ciência” e “Técnico é o indivíduo perito numa Arte ou Ciência”.

No SENAI de São Carlos existe um curso para formar o Mecânico de Usinagem e na Escola Técnica Estadual Paulino Botelho existe um curso para formar o Técnico em Mecânica. O que diferencia um profissional do outro?

O mecânico de usinagem, nas várias áreas da mecânica em que pode atuar, auxilia na execução de tarefas ou conjunto de tarefas, construindo peças através do processo designado usinagem. Quando ele se especializa num determinado tipo de ocupação que exige dele habilidades especiais em processos de usinagem, por exemplo ferramentaria, pode ser considerado como sendo um *escultor do aço*. Tem formação básica suficiente para ler e interpretar desenhos técnicos, para tomar decisões no que se refere a resolver problemas de sua prática como, por exemplo, decidir, entre vários tipos de operações de usinagem, qual é a melhor para a confecção de uma determinada peça.

O técnico em mecânica é um profissional, geralmente com nível médio de ensino (isso não é uma regra geral) que, além de dominar os conceitos básicos de usinagem, é possuidor de uma visão geral do que acontece numa oficina mecânica. É ele quem distribui as atividades para seus auxiliares (o torneiro mecânico, o ferramenteiro, etc.) para que seja construída uma máquina ou executada qualquer outra tarefa relacionada à mecânica industrial. Trata-se de um profissional importante, pois é um intermediário entre o engenheiro e o mecânico de usinagem. Em geral, como é citado na Monografia Profissional de Técnicos do 2º grau (FGV, 1977, p. 8), o técnico pode exercer funções de agente de produção, isto é, trabalhar independentemente, desenvolvendo tarefas de empresários e dirigentes de subalternos ou agentes de serviço, isto é, é habilitado num setor específico embora subordinado a superiores hierárquicos.

### II.1.3.4 – A IMPORTÂNCIA DA FORMAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROFISSIONAL DA MECÂNICA

Todo tipo de profissional vem sofrendo pressão constante no que diz respeito à sua formação para o trabalho. Nos últimos cinquenta anos, devido ao processo acelerado da industrialização do país, a preocupação com a formação de mão-de-obra especializada foi recebendo destaque cada vez maior. Porém, nenhum momento desse processo compara-se com o que aconteceu na década de 90.

São vários os textos, dos quais temos conhecimento, que são unânimes em dizer que o mundo do trabalho mudou. Em *O desafio do futuro: aprender sempre* (1999, p.14), lê-se:

A tendência é que o emprego – tal como é conhecido hoje – desapareça. Exigem-se novas habilidades e condutas do profissional que está chegando ao mercado. São constatações já bem assimiladas, mas é preciso estar atento para saber o rumo de tanta transformação. Professores, pesquisadores e profissionais tentam, se não dar o mapa da mina, pelo menos indicar alguns caminhos.

Ainda nesse artigo, na página 13, Pastore, especialista em Relações do Trabalho e professor da Faculdade de Economia da USP, diz:

São novas demandas que não substituem as antigas, mas somam-se a elas. [...] O mercado não quer só formação, mas uma conduta, traduzida na capacidade de aprender continuamente.

Nesse mesmo artigo, na página 17, está escrito que

Há 35 anos, o SENAI encomendou ao professor José Pastore uma pesquisa para saber o que os empresários levavam em conta na hora de contratar um profissional de produção. A resposta foi: ser um bom ferramenteiro. Agora, ele repetiu a mesma pesquisa. Resposta: em primeiro lugar, lógica de raciocínio; depois, saber transferir conhecimento de uma área para outra, saber se comunicar (e entender o que lhe é comunicado), trabalhar em equipe e, por último, ser um bom ferramenteiro.

A diferença entre como se concebia antes e como se concebe hoje esse profissional é um fator importante que pede resposta à questão: *qual a importância da formação matemática para o profissional da mecânica?* Como visto, Pastore falou de **lógica de raciocínio, transferência de conhecimento de uma área para outra, saber se comunicar (e entender o que lhe é comunicado) e trabalhar em equipe** (Grifo nosso). Estas idéias são de natureza matemática e

para que o aluno adquira todas essas competências e habilidades é necessário que lhe proporcionemos um ambiente favorável e desafiador.

Nosso principal objetivo é o de fazer uma ponte entre a matemática acadêmica e a matemática utilizada na prática. Não queremos defender a importância da matemática apenas por sua aplicabilidade. Entendemos que sua importância na formação desse profissional é muito mais do que isso. Segundo Ávila (1995, p. 4)

Certamente que o ensino da Matemática é justificado, em larga medida, pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exhibe, proporcionando ao educando excelentes oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais. Mas a razão mais importante para justificar o ensino da Matemática é o relevante papel que essa disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano.

Ávila (1995, p.6) diz também que “todo o conhecimento construído pelo homem está necessariamente marcado pelas limitações da própria intelectualidade. E é o próprio conhecimento humano que revela essas limitações.” Assim, um ensino de matemática com compreensão e significado pode, e muito, levar a resultados melhores através do exercício desse intelecto.

**Os Elementos Curriculares do SENAI para Matemática Aplicada – Educação Profissional Básica – Área Industrial – Mecânico de Usinagem - destacam:**

**• Objetivo geral apresentado pelo SENAI:**

Desenvolvimento da capacidade de empregar conceitos e fórmulas da Matemática na resolução de problemas referentes a dimensionamento, preparação e execução de atividades teóricas e práticas realizadas na aprendizagem industrial.

**• Objetivos específicos apresentados pelo SENAI:**

*✓ Adquirir conhecimentos e desenvolver a capacidade de compreensão de:*

- ampliação do campo numérico por meio das operações e propriedades dos números naturais, inteiros, racionais, reais e da reta real;
- representação de partes discretas e contínuas de quantidades a partir dos elementos dos conjuntos numéricos;
- correspondência entre as partes da reta real e os elementos dos conjuntos numéricos;
- dimensionamento de medidas existentes em figuras representativas de peças e objetos utilizando elementos da geometria plana e espacial;

- comparação de grandezas de mesma espécie e de espécies diferentes por meio de razões e proporções;
- estruturas de resolução de problemas envolvendo duas grandezas por meio da regra de três simples;
- estruturas de resolução de problemas envolvendo triângulo retângulo por meio de razões trigonométricas e ou relação de Pitágoras;
- planificação de sólidos em função da verdadeira grandeza de suas arestas;
- representação de grandezas, parâmetros, variáveis e dimensões desconhecidas em função de estruturas algébricas e suas operações;
- interpretação/construção de representações e gráficos estatísticos em função de conjuntos de dados apresentados;
- variáveis dependentes e independentes por meio da representação de funções reais e respectivos gráficos;
- determinação de constantes e parâmetros existentes em funções reais por meio da análise e cálculos em gráficos;
- fórmulas da análise combinatória em função do tipo de agrupamento de elementos de conjuntos.

✓ *Adquirir habilidades de:*

- efetuar operações e representação na reta real com números;
- identificar elementos de circunferências e círculos;
- calcular perímetros, áreas e volumes;
- calcular termos desconhecidos em proporções;
- identificar pares de grandezas direta e inversamente proporcionais;
- calcular cotas desconhecidas em triângulos retângulos;
- operar com seno, co-seno e tangente de ângulos;
- calcular a verdadeira grandeza de arestas de sólidos em planificação;
- operar com elementos algébricos;
- organizar dados estatísticos;
- transformar tabelas em gráficos e vice-versa;
- construir tabelas e gráficos;
- operar com número fatorial;
- aplicar fórmulas de análise combinatória.

✓ *Desenvolver hábitos de:*

- estudo e pesquisa;
- clareza, rigor e precisão na resolução de problemas;
- organização, ordem e limpeza.

**• Conteúdos programáticos:***✓ Conjuntos numéricos*

- Números naturais;
- Números inteiros;
- Números racionais;
- Números reais;
- Representação na reta real.

*✓ Elementos de geometria*

- Conceitos primitivos;
- Segmento de reta;
- Semi-reta: ângulos;
- Polígonos: regulares e irregulares;
- Circunferência e círculo;
- Sólidos;
- Medição de: perímetro, área, volume e capacidade.

*✓ Regra de três simples*

- Razão;
- Proporção: termo desconhecido e propriedade fundamental;
- Relação direta e inversa;
- Porcentagem;
- Teorema de Tales.

*✓ Triângulo retângulo*

- Elementos;
- Relação de Pitágoras;
- Razões trigonométricas: seno, co-seno e tangente;
- Cálculo de cotas desconhecidas em: triângulos e outras figuras;
- Planificação de sólidos: projeção ortogonal e verdadeira grandeza.

*✓ Elementos de Álgebra*

- Monômio e polinômio: representação e valor numérico;
- Igualdade algébrica;
- Relações algébricas: reflexiva e transitiva;
- Fatoração;
- Produtos notáveis.

*✓ Organização de dados numéricos*

- Ordenação;
- Agrupamento;
- Intervalos;
- Classificação;
- Construção de: tabelas, gráficos e curvas;
- Interpolação e extrapolação gráfica.

*✓ Função real*

- Notação algébrica;
- Tipos;
- Representação gráfica;
- Análise de gráficos.

*✓ Análise combinatória*

- Agrupamento de elementos;
- Árvore de possibilidades;
- Fatorial;
- Permutação simples;
- Arranjo simples;
- Combinação simples.

Ao analisarmos esses documentos curriculares do SENAI é fácil compreender a importância da formação matemática para o profissional de mecânica. Quanto de matemática seria necessário o profissional da mecânica conhecer para dominar seu campo de atividades!

## **II.2 – NOSSO MODELO PRELIMINAR**

Romberg (1992, p. 51), sobre as atividades de um pesquisador, diz que “um pesquisador faz suposições sobre certos aspectos importantes como as variáveis do fenômeno de interesse e de como estes aspectos estão relacionados para, depois, ilustrá-los num modelo”.

Seguindo as idéias de Romberg de como fazer pesquisa em educação e tendo em mente as primeiras idéias dos caminhos que poderíamos trilhar, pudemos criar nosso modelo preliminar, apresentado em I.2.2, na página 8.

### **II.2.1 – O PROCESSO DE GLOBALIZAÇÃO**

Entendemos por processo de globalização aquilo que é definido por Chiavenato (1999, p. 11) como “o processo geopolítico e econômico de reorganização mundial que vivemos hoje, caracterizado pela abertura das fronteiras econômicas.”

Ao elaborarmos nosso modelo preliminar, estávamos preocupados com o rumo que o fenômeno da globalização da economia iria dar (ou já estava dando) ao setor industrial, trazendo, como já foi citado em II.1.3.4, os novos modelos de comportamento para o mundo do trabalho, influenciando diretamente no tipo de formação profissional exigido pelo mercado e, em especial, para a área de tecnologia em mecânica.

Como parte das mudanças que ocorrem no Brasil e no mundo, o tema globalização da economia tem sido explorado inúmeras vezes por empresas, organizações internacionais, governos e, primordialmente, pelos meios de comunicação. Tem sido apresentado como uma Lei que se impõe, de forma categórica, desde a administração das economias nacionais até o cotidiano das pessoas, desde a administração das empresas até a organização político-cultural da sociedade.

Globalização da economia pode ser vista como

a integração econômica dos países, liderados pelas multinacionais, em busca de maior lucratividade através de: maior vantagem na relação “qualidade/preço”; manter custo de mão-de-obra; troca de tecnologia; abundância de matéria prima; maiores rendimentos pelos capitais aplicados.

[...] A globalização atual da economia se deve à tecnologia, ao aperfeiçoamento dos transportes e das comunicações. (GLOBALIZAÇÃO da economia, ...).

A defesa e a implementação de reformas no que concerne à globalização da economia tem sido clichê nos últimos tempos. As reformas são apresentadas, oficialmente, e por seus defensores, como uma necessidade e realidade às quais todos devemos nos adequar como consequência de transformações científico-tecnológicas e da globalização da economia, esta última considerada inevitável.

Dessa forma, ao conceito de reforma e suas implicações, busca-se conferir um estatuto de veracidade científica e fato histórico, atrelando à sua realização o consequente progresso e desenvolvimento.

As transformações científico-tecnológicas atingem diretamente os meios de produção. Estas transformações estão diretamente ligadas ao fenômeno da globalização e faz com que o sistema educacional, em particular, reexamine suas atribuições. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998, p. 34) lê-se:

[...] Essas características dominantes neste final de século imprimem novos sistemas organizacionais ao trabalho. Sistemas que exigem trabalhadores versáteis, dotados de iniciativa e autonomia, capazes de resolver problemas em equipe, de interpretar informações, de adaptar-se a novos ritmos e de comunicar-se fazendo uso de diferentes formas de representação.

Hoje, a necessidade de desenvolver essas novas competências muitas vezes libera o trabalhador de tarefas essencialmente rotineiras, tornando-o um gerenciador de sistemas complexos, em constante mudança, o que relaciona, de forma indissolúvel, conhecimento e trabalho.

Em O desafio do futuro: aprender sempre (1999, p. 18), lê-se:

Segundo o professor José Pastore, não se trata de discutir se o mercado globalizado é cruel ou ultra-exigente, mas sim de se preparar para o mundo do futuro, em que o tempo também adquire uma nova divisão: além de trabalho e lazer, aprendizagem.

Hoje é fato consumado que, mais do que o trabalhador crescer profissionalmente, no sentido de conseguir melhores salários e galgar novos postos, ele deve preocupar-se em manter-se empregável. Ainda no mesmo artigo, Pastore diz:

A oferta de trabalho também está se globalizando e você não vai querer convencer seu concorrente a ser menos criativo ou produtivo; além disso, a própria sociedade, os consumidores, se tornam mais exigentes, diminuindo o grau de tolerância com as ineficiências e é preciso, portanto, atender a isso, dar soluções aos problemas.

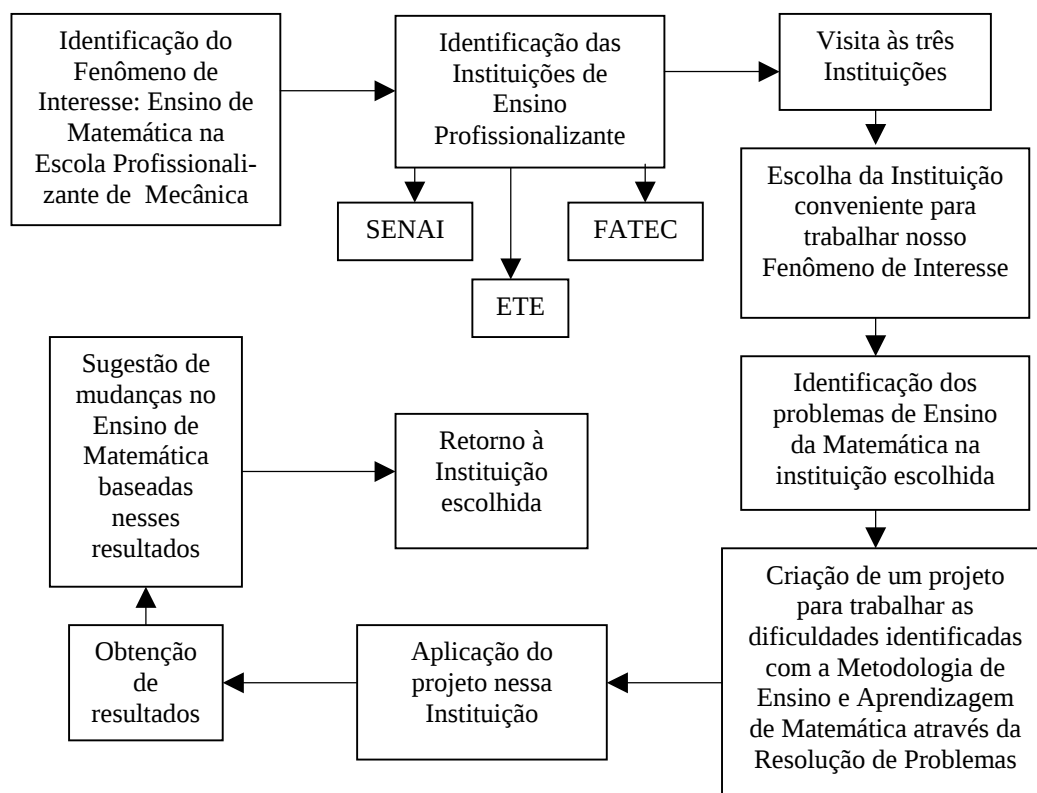
## II.2.2 – A INDÚSTRIA E O COMÉRCIO

Em resposta aos novos hábitos de vida, ditadas pelas mudanças sociais e políticas, a sociedade busca, cada vez mais, realizar-se dentro desse novo contexto. O consumismo toma conta do novo modelo de vida, sobretudo nos países desenvolvidos e em desenvolvimento. O comércio toma um impulso maior, no sentido de atender melhor o freguês, oferecer produtos de melhor qualidade, mais modernos e em grande escala. Tudo isto acelera os meios de produção e produz maior competitividade nos setores industrial e comercial. A mão-de-obra do trabalhador braçal cede lugar ao processo de automação da produção. A concepção de trabalho e a formação para o trabalho, tanto no comércio como na indústria, podem ser entendidas como parte de uma nova realidade.

Com a investigação feita sobre o processo de globalização, suas conseqüências e o comportamento da indústria e do comércio perante esse processo puderam fornecer dados importantes para uma pesquisa. Mas, percebemos que estávamos nos afastando de nosso fenômeno de interesse: o ensino de matemática na escola profissionalizante de mecânica.

Diante disso resolvemos modificar nosso modelo de trabalho, criando um modelo modificado que atendesse ao nosso fenômeno de interesse.

## II.2.3 – NOSSO MODELO MODIFICADO



**Figura 4** – Modelo Modificado

### II.2.3.1 – IDENTIFICAÇÃO DO FENÔMENO DE INTERESSE

A primeira atividade proposta por nós, nesse modelo modificado, coincide com a primeira atividade do modelo de pesquisa proposto por Romberg. Desta forma, este item já foi detalhado em II.1. Apenas lembramos aqui que nosso fenômeno de interesse é o *Ensino de Matemática na Escola Profissionalizante de Mecânica*.

### II.2.3.2 – IDENTIFICAÇÃO DAS INSTITUIÇÕES DE ENSINO PROFISSIONALIZANTE

Depois de identificar o fenômeno de interesse, tínhamos como intenção seguinte identificar instituições de ensino profissionalizante. Foi então que pensamos em escolas que, de alguma forma, já conhecíamos. Três instituições foram lembradas:

- SENAI “Antônio Adolpho Lobbe”, de São Carlos, onde fomos aluno de 1978 a 1980.
- Escola Técnica Estadual de 2º Grau “Paulino Botelho”, de São Carlos, antes ligada à Delegacia de Ensino de São Carlos, hoje ligada ao Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza. Fomos aluno desta escola de 1981 a 1984.
- Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC – SP. Esta faculdade, por algum tempo, fez parte de nossas intenções de estudos posteriores.

### II.2.3.3 – VISITAS ÀS INSTITUIÇÕES

Estas visitas às instituições, que pretendíamos fazer, acabaram, no decorrer da pesquisa, de alguma forma, contribuindo com nosso trabalho. Houve um momento em que, além de visitar e manter contatos com professores e dirigentes, acabamos acompanhando algumas aulas de matemática e de disciplinas técnicas para nos ajudar a elaborar um projeto. Esta foi uma forma que encontramos para nos inserir num ambiente necessário à nossa pesquisa.

No SENAI, nestas primeiras visitas, o professor Caio (que tinha sido nosso professor em nosso tempo de SENAI) recebeu-nos cordialmente. Foi possível, durante o período desta nossa primeira atividade nesta primeira instituição, perceber que a escola passava por profundas mudanças em sua estrutura como um todo. A começar pelo fato de a mesma, a partir do ano de 1996, desobrigar-se da formação do nível fundamental de ensino. Junto a isto, a nova LDB estava acabando de ser implantada. Este último fato acabou influenciando diretamente no tipo de formação profissional que se conhecia, o que irá ficar mais claro quando analisarmos, mais à frente, vários documentos da Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP).

Na ETE “Paulino Botelho” tivemos a idéia de estar acompanhando as disciplinas de Resistência dos Materiais e Mecânica Aplicada, por saber que estas disciplinas se apresentam como fortes obstáculos na formação do Técnico em Mecânica. Foi possível constatar, em conversas com professores e alunos, que o grande problema nesse caso estava quase sempre ligado à matemática envolvida. Da mesma maneira que no SENAI, a escola passava por grandes transformações em sua estrutura. Havia, entre outras, a grande necessidade de a escola adaptar-se às novas exigências do mercado de trabalho.

Nossa atividade na FATEC resumiu-se à troca de idéias com a então diretora daquela faculdade, sobre o que pretendíamos fazer em nosso trabalho. Contamos-lhe que o principal motivo que fez com que escolhêssemos o ensino profissionalizante para desenvolver nossa pesquisa foi o fato de já termos sido um profissional da área de tecnologia em mecânica. A partir dessa conversa, uma decisão importante foi tomada por nós: a de que nossa pesquisa deveria concentrar-se no nível básico de ensino, onde, segundo a diretora da FATEC, as dificuldades apresentam-se mais gritantes. Assim, deixamos de considerar a FATEC como instituição a ser pesquisada.

#### **II.2.3.4 – ESCOLHA DA INSTITUIÇÃO ONDE SERÁ REALIZADA NOSSA PESQUISA**

O passo seguinte seria o de escolher uma das outras duas instituições visitadas, aquela que fosse mais conveniente para trabalhar nossa conjectura. Esta escolha tinha por objetivo principal o fato de ganhar tempo, uma vez que, devido ao pequeno tempo destinado para um trabalho de mestrado, não haver tempo disponível para considerar as duas instituições simultaneamente. A instituição escolhida foi a *Escola SENAI “Antônio Adolpho Lobbe”*, de São Carlos.

#### **II.2.3.5 – IDENTIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA INSTITUIÇÃO ESCOLHIDA**

Após termos escolhido a instituição que iria servir para colocar em prática nosso trabalho, começaríamos identificando os conteúdos matemáticos mais relevantes a serem trabalhados nesta pesquisa. Mas isto, como veremos, já fará parte de outra importante atividade, sugerida por Romberg, que é a criação de estratégias de pesquisa.

### **II.2.3.6 – CRIAÇÃO DE UM PROJETO PARA TRABALHAR, COM A “METODOLOGIA DE ENSINO - APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS”, AS DIFICULDADES DE ENSINO ENCONTRADAS**

O principal objetivo desta pesquisa está diretamente relacionado ao que chamaremos, mais tarde, de principal *estratégia de pesquisa*. Trata-se de estar interessado em ensinar matemática, utilizando a *Metodologia de Ensino - Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* na criação de um projeto. Acreditamos que no SENAI, especificamente em seu Curso de Mecânica de Usinagem, podemos encontrar um ambiente natural e propício para aplicar essa metodologia de ensino e ensinar matemática com significado e compreensão para o aluno. Maiores informações sobre a escola, os cursos lá existentes e o curso específico aqui considerado serão dadas no capítulo III. Além disso, poderemos criar situações que farão dos alunos os protagonistas de seus próprios processos de aprendizagem. Para que tudo isto ocorra, surge aqui a necessidade de criar um projeto pedagógico, apoiado nessa metodologia e, em seguida, trabalhar as dificuldades identificadas. A criação deste projeto constitui, como veremos no capítulo III, nossa principal tarefa.

### **II.2.3.7 – APLICAÇÃO DO PROJETO NA INSTITUIÇÃO ESCOLHIDA**

Elaborado o projeto, o próximo passo seria aplicá-lo na instituição escolhida. Para isto, deveremos entrar em contato com dirigentes e professores da escola, a fim de verificar a possibilidade de assumirmos uma turma iniciante do curso de Mecânica de Usinagem.

### **II.2.3.8 – OBTENÇÃO DE RESULTADOS E SUGESTÕES DE MUDANÇA NO ENSINO DE MATEMÁTICA BASEADOS NESSES RESULTADOS**

Aplicado o projeto, pretendemos obter e analisar os resultados de forma detalhada. Através destes, poderemos sugerir mudanças no ensino de matemática na instituição escolhida e, futuramente, em outras instituições.

## II.3 – RELACIONAR COM IDÉIAS DE OUTROS

Idealizada uma seqüência de ações, precisamos relacionar nossas idéias com idéias de outros sobre nosso fenômeno de interesse e nosso modelo pois, segundo o que Romberg (1992, p. 51) diz “uma atividade importante é examinar o que outras pessoas pensam sobre um fenômeno e determinar se suas idéias podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar o modelo proposto”.

### II.3.1 – O TRABALHO DE PATRÍCIA SÂNDALO PEREIRA

Em sua dissertação de mestrado, Pereira (1997), como aluna do Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP - Rio Claro, pesquisou sobre problemas no ensino de matemática no Curso Técnico em Açúcar e Alcool da ETE “Prefeito Alberto Feres”, em Araras – SP, escola onde lecionava.

Depois de detectados os problemas e falhas nesse curso, a autora sugere uma nova postura para o mesmo, apresentando métodos diferentes do ensino tradicional. Ela desejava aliar a teoria e a prática, produzindo uma interdisciplinaridade com as disciplinas profissionalizantes, proporcionando ao aluno a capacidade de fazer uma integração entre escola-comunidade-empresa, parte comum - parte profissionalizante. O fato de a autora lecionar matemática nessa instituição, colocava-a diante de perguntas vindas de seus alunos como “*Por que eu estou aprendendo isso?*”. E, como professora, perguntava-se: “*Por que estamos ensinando isso?*”

Uma outra preocupação desta pesquisa estava relacionada com o mercado de trabalho. Ou seja, será que estes alunos, ao saírem formados do Curso Técnico em Açúcar e Alcool, estavam preparados para enfrentar os desafios do mundo do trabalho, a começar pela capacidade de se inserir num mercado de trabalho em constante mutação? A autora, diante desta e de outras questões relacionadas com a formação e preparação deste técnico para a vida produtiva, viu-se no desafio de, com sua pesquisa, colaborar para uma formação de qualidade. Diante de tudo exposto até aqui, ela coloca a seguinte questão:

*Se houver uma integração escola-empresa-comunidade, através da interdisciplinaridade, estaremos contribuindo para um melhor aperfeiçoamento desse técnico, e conseqüentemente, aprimorando sua formação?*

Assim, o problema central dessa pesquisa, segundo a autora, foi a busca de uma resposta para essa questão. O principal objetivo desse trabalho foi a elaboração de uma Proposta

Pedagógica voltada para o curso técnico, com a intenção de proporcionar a interdisciplinaridade junto a um real significado de cada disciplina.

A autora conclui, depois de realizada a pesquisa, que as condições daquele momento não permitiam afirmar que os técnicos estivessem saindo com uma boa formação para o mercado de trabalho. Havia falta de materiais para uso em laboratórios. Diante destes e outros fatos, como dificuldades econômicas da sociedade brasileira e a chegada do século XXI, a autora sugere uma reestruturação do Curso Técnico em Açúcar e Alcool, através de Proposta Pedagógica apoiada na Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Com isso foi possível formular um curso abrangente, que ampliasse o mercado de trabalho para este profissional, preparando-o para trabalhar não apenas nas usinas, mas também nas diversas indústrias alimentícias e de bebidas, entre outras situadas em Araras e região. Daí a necessidade de mudar o nome do curso. Além disso, fica clara nessa pesquisa a preocupação de permitir que o aluno seja atuante, criativo, interessado, consciente e competente em suas funções, dentro da indústria.

Por fim, em seu trabalho, conclui também que se faz necessária uma mudança de postura por parte do professor, dando-lhe oportunidade de ter conhecimento de novas metodologias, através de uma formação continuada.

### **II.3.2 – O TRABALHO DE ELIANE PORTALONE CRESCENTE**

Crescente (1999), enquanto aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar e professora de matemática na ETE “Paulino Botelho” de São Carlos, desenvolveu sua dissertação de mestrado sob um enfoque diferente do trabalho anterior. Seu objetivo era o de investigar o sentimento dos alunos frente à disciplina matemática.

Como os alunos dessa escola, em geral, não vinham se desempenhando bem na disciplina Matemática, a autora dessa pesquisa percebeu a necessidade (p. 12) *de discutir como é e como pode ser o ensino de matemática nas escolas técnicas do ensino médio*. Para isso, foi realizada uma pesquisa (p. 12) *sobre a visão que os alunos da ETE “Paulino Botelho” tinham sobre o papel que a matemática desempenha nos cursos que freqüentavam naquela escola, na sua vida e no trabalho; de como deveria ser o ensino de matemática nesta escola de forma a aprenderem satisfatoriamente a disciplina*.

As Escolas Técnicas Estaduais (ETEs) são unidades escolares do Centro Estadual de Educação Tecnológica “Paula Souza” (CEETEPS). Assim, a formação desses alunos está baseada na proposta educacional desta entidade. Porém, nesse momento, já estava em curso uma

reformulação do curso técnico, que reduzia os 4 anos de curso para 18 meses, dissociando assim o ensino médio do ensino profissionalizante. Desta forma fica (p. 220), nesta pesquisa, a dúvida: *como será que o CEETEPS e as ETEs devem se estruturar para oferecerem um ensino de qualidade, com sólido embasamento cultural e formação geral e específica de boa qualidade em apenas 18 meses?*

A autora concluiu que a matemática desempenha papel relevante nas grades curriculares dos cursos técnicos secundários. Observa (p. 225) que *se em todos os níveis de ensino fosse desenvolvido um trabalho pedagógico mais direcionado à aplicação e síntese dos conteúdos matemáticos e menos calcados na memorização, talvez tivéssemos alunos mais críticos, ativos e criativos, ao invés de alunos passivos, reprodutores de idéias e conceitos.*

Observa ainda, que o fato de o aluno gostar ou não gostar de matemática faz com que o mesmo venha a ter facilidade ou dificuldade em aprender os conteúdos matemáticos. Diante disto, conclui que (p. 226) *cabe à escola trabalhar mais no desenvolvimento do “gosto” do aluno por matemática, desmistificando sua exatidão e falta de aplicabilidade.* Daí, como a própria autora diz, a necessidade de um docente comprometido social e culturalmente com a educação técnico-profissionalizante e não simplesmente com a mera transmissão dos conteúdos visando a profissionalização.

### **II.3.3 – O TRABALHO DE FLÁVIA SUELI FABIANI**

Fabiani (1998), como aluna do Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro, em seu trabalho tem um objetivo bem diferente dos dois últimos. Sua pesquisa, sob o título *“Números Complexos via Resolução de Problemas”*, não visava investigar a matemática do curso profissionalizante como um todo mas, especificamente, estudar um ramo da matemática: os números complexos, conhecimento necessário e importante para os alunos da escola profissionalizante em que aplicou seu Projeto.

A autora teve como principais objetivos:

- Ensinar Números Complexos de uma maneira diferente, com compreensão e significado, contrapondo-se ao modo como são usualmente apresentados em livros didáticos e à forma como alguns professores os “ensinam”, visto que esses alunos usam esses números a partir da calculadora.
- Comparar o ensino dos Números Complexos nas escolas acadêmica e profissionalizante.

Para alcançar esses objetivos, a autora utilizou-se da metodologia de Ensino-Aprendizagem dos Números Complexos através da Resolução de Problemas, dos recursos da História da Matemática e do uso da calculadora gráfica como instrumento de ensino.

Porém, ao observar a viabilidade de aplicação da proposta em duas escolas, uma acadêmica e outra profissionalizante, a autora percebeu que não haveria tempo suficiente para duas diferentes aplicações, uma vez que o prazo para concluir o mestrado é limitado. Dois fatores foram decisivos para que ela escolhesse a escola profissionalizante:

- O fato de, na escola acadêmica, números complexos serem trabalhados no 3º ano do Ensino Médio se houver tempo. Já, no Ensino Profissionalizante, esse tópico é dado no 2º ano e, caso não haja tempo, é dado no início do 3º ano.
- O último fator que pesou em sua decisão foi o fato de ela já ter vivenciado, como aluna, o ensino dos números complexos na escola acadêmica e não saber como eram trabalhados estes números na escola profissionalizante.

O projeto foi aplicado na ETE “Philadelpho Gouvea Netto”, de São José do Rio Preto, numa turma do 2º ano de Telecomunicações.

Dentre as várias conclusões que a autora pôde tirar dessa sua intervenção, é interessante ressaltar aqui a constatação da diferença de enfoque dado ao ensino de números complexos nas escolas profissionalizantes e nas acadêmicas. Em seu trabalho, a autora buscou, em alunos que faziam uso das calculadoras dentro de disciplinas profissionalizantes, dar significado aos números complexos e às operações feitas sobre esses números. Com isso, ela acreditou ser possível mudar o quadro negativo encontrado no ensino e aprendizagem dos números complexos e assim contar tanto com um ensino quanto com um aprendizado voltados para o significado do conceito de número complexo e de seus muitos usos.

O que mais nos chamou atenção, na leitura dessas três pesquisas comentadas, foi o fato de nos colocarmos diante da importância de levar em consideração, na formação básica de nossos alunos, o papel da matemática funcional. Mesmo quando a escola é destituída do caráter profissionalizante, acreditamos que seu currículo não pode pautar-se apenas no caráter acadêmico. É fundamental, para a formação básica de nossos alunos que sejam estabelecidas conexões entre as várias áreas do conhecimento e as disciplinas puramente acadêmicas. Em nossa pesquisa, procuramos mostrar que o ensino da matemática pode oferecer grandes possibilidades para esta prática. O texto que iremos ver agora trata esta questão de forma bem interessante.

### **II.3.4 – O TRABALHO DE SUSAN L. FORMAN E LYNN ARTHUR STEEN**

Forman, S.L. e Steen, L.A. (2000), em seu artigo Depois da 8ª série – Matemática Funcional para a Vida e para o Trabalho (Beyond Eighth Grade – Functional Mathematics for Life and Work), apresentam uma visão de “matemática funcional” como um currículo para o século XXI.

Em seu artigo os autores oferecem uma visão de como o currículo pode ser moldado para ir ao encontro das demandas da cidadania e da técnica, com resolução de problemas vista como necessidade da força de trabalho no século XXI. Dizem também que a razão primeira para melhorar a matemática da escola não é a competição internacional mas a equidade. Eles propõem a matemática funcional como um meio onde tanto a equidade quanto a competitividade podem ser alcançadas.

Nesse artigo, os autores dizem que, na maior parte do século XX, as escolas foram organizadas para preparar alguns estudantes para a universidade e outros para o trabalho. Mas, o mundo do trabalho está mudando e muito desse mundo está requerendo um uso crescente de dados e computadores, medidas e gráficos. Dizem também que, no século XXI, a maioria dos cargos de trabalho e todas as carreiras pedirão alguma forma de educação pós-secundária. Assim, todos os estudantes, não importando os objetivos de carreira, serão beneficiados com um currículo que os prepare tanto para o trabalho quanto para a educação superior. Ao invés de um /outro, as escolas precisam enfocar ambos/e.

Numa nota de rodapé, nesse artigo, está escrito que começando em 1996, vários grupos industriais publicaram padrões de habilidade ocupacional para documentar as expectativas de nível de entrada em indústrias modernas de alto desempenho. Ao mesmo tempo, o Instituto de Educação e de Economia no Teachers College, Columbia University, organizou uma série de encontros para estimular discussões sobre padrões integrando habilidades industriais e acadêmicas. Um encontro, acontecido em novembro de 1997, enfocou a matemática. “Beyond Eighth Grade” é um resultado desse encontro, um sumário de publicações e uma interpretação de idéias que misturam desejos dos empregadores com as expectativas dos acadêmicos.

Neste artigo os autores propõem um programa de escola secundária com três anos da High School baseado em matemática funcional e que prepare os estudantes para a vida e para o trabalho.

Os autores dizem que as aplicações em sala de aula são programadas para servir à matemática, isto é, para oferecer contexto, para ilustrar seu uso, para motivar novos conceitos ou para integrar tópicos. Dizem que, na matemática funcional, as prioridades são outras. Ao invés das aplicações serem introduzidas para ajudar os estudantes a aprender um pré-definido corpo de conhecimento, os tópicos matemáticos são selecionados para preparar os estudantes a enfrentar, com sucesso, os problemas com que se deparam na vida e no trabalho.

Ainda, esses autores dizem que se a matemática funcional for cuidadosamente e rigorosamente desenvolvida, ela pode oferecer um conhecimento forte tanto para os estudantes que entram para a força de trabalho quanto para aqueles que se dirigem para a educação pós-secundária. Sem dúvida, para a maioria dos estudantes, a matemática funcional dará um melhor preparo do que o atual currículo da escola secundária. A matemática funcional, dizem eles, enfatiza em profundidade a compreensão de tópicos fundamentais que são dados, muito provavelmente, para serem usados por um número bastante grande de pessoas. Ao empregar ferramentas concretas em ambientes que são tanto complexos quanto realísticos, a matemática funcional empurra os estudantes para produzir a plena extensão da matemática. Em suma, enfocar sobre a matemática útil permite uma total aprendizagem.

### ***Emprego e educação.***

Nesse artigo, Forman e Steen (2000) dizem que a matemática é a chave para muitas das carreiras mais seguras e, financeiramente, mais gratificantes. O impacto dos computadores e da tecnologia da informação pode ser visto não só quando usados na engenharia e na ciência mas também em outras áreas como a manufatureira e a agricultura e até em cuidados de saúde.

Dizem ainda que para estarem preparados para carreiras em virtualmente qualquer indústria e, especialmente, para carreiras em mudança durante a vida, os estudantes de escolas secundárias precisam adquirir um núcleo substancial de matemática. Entretanto, este núcleo não se parece nem com a matemática abstrata da pré-engenharia do currículo acadêmico, nem com os poucos tópicos de uma “matemática vocacional” desacreditada. São necessárias novas abordagens para ir-se ao encontro dos desafios de hoje.

Uma pesquisa feita pela National Association of Manufacturers, em 1997, disponível em [www.nam.org/workforce/survey](http://www.nam.org/workforce/survey), com 4500 firmas da área de manufatura, revelou que, para 2 em cada 3 empregados atuais faltam as habilidades matemáticas requeridas para seu trabalho e que, para a metade, falta habilidade para interpretar tabelas, diagramas e fluxogramas relacionados ao seu trabalho. Outros relatórios citam uma maior deficiência de candidatos

qualificados para trabalhos nas indústrias de tecnologia de informação, assim como de técnicos e artesãos autorizados em prática comercial.

Continuando, o artigo diz que o que falta aos atuais e futuros empregados não é cálculo ou álgebra avançada, mas uma quantidade muito grande de habilidades quantitativas básicas que podem ser ensinadas na escola secundária mas não o são. Eles precisam de estatística e de geometria tridimensional, sistemas de pensamento e habilidades em estimar e avaliar. Mais importante ainda, eles precisam ter: disposição para pensar através de problemas que combinam dados quantitativos com informações orais, visuais e mecânicas; capacidade de interpretar e apresentar informações técnicas; e habilidade em tratar com certas situações quando alguma coisa der errado.

As atividades comerciais têm descoberto, e a pesquisa confirma, que diplomas e títulos não dizem muito sobre as atuais capacidades de desempenho dos estudantes. Dados de matrículas para cursos de matemática pós-secundária confirmam que três de cada quatro estudantes matriculados em cursos de matemática, no College, estão estudando matérias normalmente ensinadas na High School ou nos graus médios. Assim, claramente se vê que “cobrir” a matemática na escola não é garantia de domínio dela para usos posteriores, dizem os autores desse artigo.

Continua dizendo que entre a teoria e a aplicação está a prática profissional – a síntese do pensamento e da ação empregados pelos praticantes em todas as vocações. Muita gente tem argumentado que a prática, corretamente entendida, pode ser um objetivo legítimo e unificador da educação.

Os autores acreditam que, ao colocar um pouco de prática na matemática escolar, se possa evitar certas deficiências da aprendizagem teórica como, por exemplo,

- perda de aprendizagem (“eu esqueci isso”);
- ilusão de aprendizagem (“eu pensei que tivesse entendido”); e
- inutilidade da aprendizagem (“eu entendi mas não sei usar isso”).

Adultos que não são usuários profissionais de matemática poderão reconhecer essas deficiências em suas próprias experiências. Pouco do que muitos adultos aprenderam de matemática na escola é lembrado ou usado. Assim, a concepção de “aprender” matemática é freqüentemente uma ilusão. A matemática funcional, ligada à prática, pode evitar muitas dessas armadilhas ao enfatizar que o objetivo da educação matemática não é só teoria matemática e

problemas com palavras, mas uma prática matemática autêntica. A matemática funcional compreende **conteúdo, currículo, contexto e pedagogia**.

Forman e Steen (2000 – p. 135) apresentam, em seu artigo (apêndice B), um currículo de matemática para a escola secundária americana onde

por conteúdo entende-se a matemática que os alunos deveriam conhecer e serem capazes de fazer quando acabam os três primeiros anos de matemática na High School. Porque matemática é matemática – tradicional, reformada ou funcional – a maioria desses elementos não são surpreendentes. Embora alguns tópicos não sejam comuns (números indiciados, tolerâncias, geometria espacial, curva normal, tabelas de controle de qualidade, padrões de prova, matemática financeira, planilhas), a maioria deles é ensinada em qualquer programa de alta qualidade de matemática na High School. Para atingir seu objetivo de preparar os estudantes tanto para o trabalho quanto para uma educação posterior, a matemática funcional respeita as muitas partes do currículo tradicional que são amplamente úteis, mesmo quando reformulados os limites para refletir seus diferentes objetivos.

Muitos dos elementos da matemática funcional, apresentados no apêndice B desse artigo, são claramente idênticos aos da matemática que se encontra no currículo tradicional ou reformado. O núcleo central da matemática escolar é mais ou menos o mesmo, mesmo se visto ou ensinado de diferentes perspectivas. Porcentagens e razões; equações lineares e quadráticas; áreas, ângulos e volumes; crescimento exponencial e relações trigonométricas precisam ser incluídos em qualquer programa forte de matemática na High School. As diferenças entre o currículo tradicional ou reformado ou funcional não estão tanto no núcleo do conteúdo mas estão nos contextos, nas ênfases e na pedagogia empregados.

Os elementos da matemática funcional podem estar encaixados em muitos currículos diferentes – os passos que os estudantes seguem ao longo de sua educação. Embora algumas partes de matemática imponham uma ordem necessária no currículo (aritmética antes da álgebra, equações lineares antes das quadráticas), muitas partes da matemática podem ser abordadas a partir de muitas orientações diferentes. Análise de dados pode ser uma motivação para ou uma aplicação de gráficos e álgebra; a geometria pode ou preceder ou seguir a álgebra, e cada uma pode reforçar a outra. A ordem na qual os elementos são listados não tem nenhuma relação com a ordem na qual elas podem ser ensinadas durante um currículo de três anos.

As realizações dos alunos na matemática escolar dependem não somente do conteúdo de um currículo e das estratégias empregadas pelo professor, mas também do contexto onde a matemática se encontra. Os elementos da matemática funcional surgem de contextos comuns da vida e do trabalho – medir objetos, gerenciar dinheiro, esquematizar tempo, fazer escolhas e projetar tendências. Embora seja possível organizar um currículo ao redor de tais contextos, a matemática por si mesma pode permanecer basicamente escondida. Alternativamente, um currículo funcional pode ser organizado ao redor de temas matemáticos. Sem dúvida esta última forma ajusta melhor a experiência da maioria dos professores de matemática e, mais provavelmente, seja mais adaptável à maioria das instituições escolares.

Os autores dizem que a matemática funcional canaliza o muito criticado rio curricular do tipo “milha-largura, polegada-profundidade” em um córrego, mais estreito mas mais profundo, de idéias e procedimentos que se reforçam entre si enquanto os estudantes progredem através da escola e do college indo para a definição de suas carreiras. Ela, a matemática funcional, providencia uma rica fundamentação de experiência e exemplos sobre os quais os estudantes podem construir subseqüentes abstrações e generalizações. Sem dúvida, para preencher seus objetivos, um currículo funcional precisa deixar os estudantes bem preparados não somente para o trabalho mas também para posteriores cursos em matemática mais abstrata.

Os elementos da matemática funcional, apresentados no Apêndice B, esboçam aspectos de matemática que são importantes para todos os estudantes em sua vida e trabalho. Eles enfatizam tópicos realísticos e conclusões que surgem em situações comuns em notícias, esportes, finanças, trabalho e lazer. Estes elementos podem ser ensinados através de muitos currículos diferentes que ocorrem do tradicional ao reformado e do acadêmico ao vocacional. Estudantes que completam qualquer currículo que inclua estes elementos estarão bem preparados para entrar em uma ampla variedade de programas técnicos e acadêmicos.

### **II.3.5 - OUTROS DOCUMENTOS CONSULTADOS**

Neste item queremos apresentar textos que não estão necessariamente ligados ao ensino da matemática, mas que tratam, de uma forma mais geral, sobre cursos profissionalizantes.

### **II.3.5.1 – O TRABALHO DA PROF<sup>a</sup>. DRA. HELENA GEMIGNANI PETEROSS**

O primeiro livro que lemos sobre ensino profissionalizante foi o de Peterossi (1994) mostrando sua preocupação com a formação do professor para o ensino técnico, ao dizer

A preocupação de melhor compreender as condições de formação do professor levou-me a perceber cada vez mais que as deficiências de sua formação refletiam as deficiências do próprio ensino técnico. A fragilidade das diretrizes que nortearam as propostas de formação do docente relacionava-se com a própria fragilidade das políticas para o ensino técnico, ao longo dos anos.

[...] Questiono o ensino técnico a partir da preocupação em compreender a formação oferecida a seus professores [...].

[...] O ensino técnico se institucionaliza, no Brasil, com o objetivo de formar artífices, ou seja, trabalhadores que dominam um ofício manual e que, portanto, têm de estabelecer-se por conta própria, ou agrupar-se em pequenas oficinas de prestação de serviços. Esse tipo de atividade será objeto das escolas profissionais do início do século. A própria escola era uma oficina e seus docentes “mestres e oficiais” do mercado. O processo de industrialização vai trazer consigo a necessidade de contar-se com trabalhadores qualificados para as novas atividades ocupacionais, trazidas pela mecanização dos processos de trabalho. As escolas procuram adaptar-se a essa nova demanda de trabalhadores, que irão contribuir com a produção através de habilidades, sobretudo manuais, de operação de maquinário.

[...] Minha impressão é que a escola técnica de segundo grau, salvo raras exceções, ofereceu (e oferece) antes uma formação profissional do que um ensino técnico pela própria incapacidade inicial de atender o mercado e pela influência que passa, então, a receber do sistema de ensino paralelo de formação profissional que conseguiu, em pouco tempo, estruturar-se e ganhar uma respeitabilidade em nível nacional e internacional.

### **II.3.5.2 – A PESQUISA DO PROF. DR. JOSÉ PASTORE**

Em alguns pontos desta pesquisa já fizemos referências às contribuições importantes do Prof. Dr. José Pastore. Como já foi dito em II.1.3.4, Pastore é sociólogo, especialista em relações do trabalho e desenvolvimento institucional, professor aposentado da Faculdade de Economia e Administração e pesquisador da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas, ambas da Universidade de São Paulo - USP. Recebeu o título de *Professor Emérito em 2001*. Escreveu livros com enfoques muito importantes para nosso trabalho. O site [www.josepastore.com.br/livros/index.htm](http://www.josepastore.com.br/livros/index.htm) exibe uma coleção deles, dos quais destacamos:

- A evolução do trabalho humano;
- Trabalho, família e costumes;
- Tecnologia e emprego.

Pastore (5 fev. 2000) diz

Trabalhar depende de haver trabalho e capacidade [...]. Os postos de trabalho estão escassos [...] Mesmo assim, muitas vagas ficaram vazias em 1999. Isso mostra que, mesmo havendo postos de trabalho, a sociedade necessita de pessoas preparadas para preenchê-los.

Como foi dito em II.1.3.4, a concepção de trabalho e formação para o trabalho, neste momento de transformação da vida na sociedade, adquire uma nova forma. Pastore traduz de forma precisa este fenômeno quando se refere à pesquisa feita a pedido do SENAI, onde tratou exatamente esse tema, enfocando o tipo de profissional que estamos investigando, ao dizer

[...] Nos dias atuais, para contratar um ferramenteiro, por exemplo, os empresários estão à procura de uma pessoa que tenha: (1) lógica de raciocínio; (2) bom senso; (3) capacidade de apreender novos conhecimentos; (4) condições para ler e entender um manual de instruções em inglês; (5) habilidade para trabalhar em grupo; (6) bom entendimento do que lhe é comunicado; (7) capacidade de se comunicar; (8) e, finalmente, que seja um bom ferramenteiro.

Há 35 anos, as empresas buscavam apenas “o bom ferramenteiro”, ou seja, o profissional que lia e entendia desenhos e era capaz de transferir o que estava no projeto para o torno. Os demais pré-requisitos não eram sequer mencionados. O mercado de trabalho era outro. O modo de produzir era diferente. As exigências eram menores. Era um tempo em que bastava ser adestrado (p. 2/5).

### **II.3.5.3 – A POSIÇÃO DE ALGUNS PERIÓDICOS SOBRE O MUNDO DO TRABALHO**

A importância de estarmos entrando em contato com os periódicos apóia-se em dois pontos básicos: ter acesso ao que dizem textos atuais sobre o assunto e o fato de estes tratarem de literatura de alcance da população em massa, de onde saem os profissionais de diferentes níveis.

Pastore (1 maio 1998) alerta para os efeitos que a revolução tecnológica irá imprimir, principalmente para depois do ano 2010. Diz ainda que

Algumas profissões são pressionadas mais do que outras, mas quase todas estão requerendo aprendizagem contínua. No mercado do futuro, tenderão a declinar as

profissões que independem de contatos com outras pessoas, e a crescer as que envolvem interação entre profissionais e clientes. [...] Na indústria, prenuncia-se a redução das profissões que envolvem atividades repetitivas, que usam a força muscular, e um crescimento das que utilizam a força cerebral – engenheiros, administradores, financistas e técnicos. [...] Uma coisa é certa. O Brasil terá de escolher entre mais educação ou menos trabalho; alta competência ou baixos salários. Quanto mais educada estiver a população, menor será o nosso cinturão de pobreza.

E sobre o tema ‘*educação*’, num artigo posterior a este, intitulado *Educação e emprego*, Pastore (16 jun. 1999) analisa até que ponto a educação ajuda ou atrapalha quando diminui a oferta de emprego. Um fato que ele coloca é que “*a educação sozinha não gera emprego. Mas ela ajuda a manter as pessoas empregadas assim como facilita a mudança de emprego*” (p. 1 de 3). O mesmo artigo aponta que

As estatísticas comprovam que o desemprego atinge muito mais em cheio os menos educados. E para conseguir novo emprego, esta classe leva um tempo muito maior do que a classe trabalhadora que teve maior acesso à educação.

- Castro (2000, p. 197) escreve

Em poucas palavras. Nada mais simples: sem educação, nenhum país pode almejar o crescimento econômico sustentado e duradouro nas próximas décadas. O fato de países como o Brasil terem tido no passado episódios de crescimento milagroso sem um sistema educacional de qualidade levou muita gente à idéia enganosa de que talvez educação não seja lá tão fundamental. É.

- Ferraz (2001, p.74) diz que “quem prospera nas montadoras brasileiras são operários políglotas, com diploma universitário e estágios no exterior”.

- A Revista Você de fevereiro de 2000 – Ano III – nº 20 – p. 42, apresentou um artigo intitulado: “A Empresa do novo Milênio: O que Você Precisa Saber Hoje Sobre o Futuro”. Parte do texto, fala de tecnologia, globalização e desregulamentação e diz que a maior riqueza hoje é o conhecimento.

### **II.3.5.4 – PUBLICAÇÕES DO SISTEMA: FIESP, CIESP, SESI E SENAI.**

A Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP) e o Centro das Indústrias do Estado de São Paulo (CIESP) representam a indústria paulista nas gestões junto ao Ministério do Trabalho e a Secretaria de Segurança do Trabalho nas questões relacionadas com a legislação e normas do setor.

Cabe à FIESP as ações políticas junto aos órgãos oficiais e a estratégia global; ao SENAI a formação e treinamento dos trabalhadores e ao Serviço Social da Indústria (SESI) a parte institucional com as campanhas de divulgação da cultura prevencionista.

Segundo Peterossi (1994, p. 59) “as necessidades de formação de pessoal qualificado não são satisfeitas pelo sistema educacional formal”. E quando a indústria se mobiliza e cria o SENAI, sobre isto ela afirma:

Contou o SENAI desde o início com uma estrutura administrativa própria e com verbas provenientes de 1% da folha de pagamento das empresas, que lhe garantiram independência financeira para manter-se fora das normas, imperativos e valores que animavam a educação tradicional. Estava assim instituído um sistema paralelo de ensino, cujo objetivo era oferecer a formação profissional adequada para o desempenho de uma ocupação determinada no mercado de trabalho.

Esse Sistema FIESP/CIESP tem produzido muitas publicações relacionadas ao nosso fenômeno de interesse. Destacamos, entre outras, as seguintes:

- O livro intitulado: *O que Muda na Educação Brasileira com a Nova LDB?*, resultado de um seminário organizado pela FIESP e suas duas instituições: SENAI e SESI, realizado em junho de 1997. Seus autores afirmam na página 5, que “é extremamente importante e oportuno que as comunidades do SESI e do SENAI tomem iniciativas de estudo, de discussão, de interpretação e de aplicação criativa do novo ordenamento legal.
- O texto *SENAI: Ontem, Hoje e Amanhã – Educação para o Trabalho e a Cidadania* apresenta o processo de mudança que marca a instituição, principalmente em seu período recente.

## II.4 – NOSSA CONJECTURA DE PESQUISA

Identificado nosso fenômeno de interesse, frente a uma dinâmica de mudanças que afeta diretamente o sistema educacional brasileiro e, mais especificamente, o ensino da matemática dos cursos profissionalizantes, pudemos mostrar nosso modelo preliminar, seguido do que outros pensam sobre nosso fenômeno de interesse.

Para Romberg, à medida que alguém examina um fenômeno particular, muitas perguntas inevitavelmente aparecem. Decidir que questões examinar não é fácil.

A LDB<sup>7</sup> – Lei 9394/96, no Título II, artigo 2º, diz, dentre outras coisas, que “a educação tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”.

Uma questão que surgiu, desde que assumimos a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas para o trabalho em sala de aula, se expressava na pergunta: nossa pesquisa poderá contribuir para a formação do educando?

Frente a essa posição, o principal objetivo de nossa pesquisa é o de fazer com que o aluno possa ligar a matemática aprendida academicamente com a matemática da prática de oficina.

Assim passamos a nos questionar: os alunos que saem do Ensino Fundamental conseguirão transferir conceitos e conteúdos matemáticos aprendidos academicamente para as novas situações-problema que lhes serão freqüentes ao começarem uma etapa de formação profissionalizante?

Ao procurar estabelecer uma pergunta ou uma conjectura como nosso problema de pesquisa, considerando o processo de globalização da economia, vimo-nos, naquele momento, diante da seguinte situação: os alunos de escolas profissionalizantes, futuros técnicos em mecânica, como reagirão frente a possíveis mudanças?

A partir desses questionamentos e sabendo que, ao entrar no curso de Mecânica de Usinagem da Escola SENAI, o aluno terá, como parte do currículo, conteúdos programáticos trabalhados academicamente no Ensino Fundamental, queremos apresentar um projeto de trabalho que enfoque uma forma alternativa de ensino de matemática no curso em questão.

Conjecturamos, então que

***ao usar a Metodologia de Ensino – Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, poder-se-ia contribuir muito para tornar possível a ligação da matemática acadêmica com a matemática da prática em oficina.***

---

<sup>7</sup> LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

## **CAPÍTULO III**

### **Continuando a pesquisa**

#### **Selecionando Estratégias e Procedimentos**

#### **O segundo bloco de Romberg**

### **III – CONTINUANDO A PESQUISA**

Para formarmos um juízo crítico sobre algo de nosso interesse, devemos nos envolver diretamente com as variáveis do problema. Como sugerido no segundo bloco do modelo de Romberg, estratégias e procedimentos de ação devem ser selecionados para que se possa trabalhar sobre a conjectura levantada.

Um breve histórico, situando a Educação Profissional no Brasil, enfatiza o papel do SENAI como parte dessa história e, em particular, o SENAI e a cidade de São Carlos.

#### **III.1 – BREVE HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL NO BRASIL**

O mundo do trabalho é muito complexo. Verifica-se, em cada fase histórica da industrialização da sociedade brasileira, a necessidade de novos técnicos, novos cursos e novas escolas. Os setores econômico e produtivo de uma sociedade ficam, de alguma forma, marcados pelos momentos representados por necessidades de mudança. As escolas e sua legislação, ora tentando acompanhar ora tentando antecipar-se a esse processo complexo, procuram organizar e colocar em prática um ensino profissional que atenda às necessidades de formação para o trabalho.

Buffa (1998, p.61) diz que

No Brasil, essa organização é particularmente difícil devido à complexa estrutura político-administrativa do país: leis, decretos, decretos-lei, atos e portarias de âmbito federal e estadual superpõem-se nem sempre harmoniosamente.

Buffa aponta, como primeira tentativa de sistematização do ensino voltado para a profissionalização, o Decreto 7566, de 23 de setembro de 1909, que institui as “*Escolas de Aprendizes e Artífices*”. A bem da verdade houve tentativas anteriores, por parte de representantes da classe dominante, de preparar pessoas para o mundo do trabalho, mas isso ocorrendo sempre com caráter puramente assistencialista.

Com o Decreto 7566/1909, surge inicialmente um total de 19 escolas, espalhadas pela maioria dos estados brasileiros, com a principal intenção de atender a classe mais desfavorecida da sociedade. De lá para cá verifica-se, de fato, a existência de uma quantidade muito grande de documentos legislativos que se referem ao ensino profissional/industrial. Entre eles os mais significativos são:

- O Código de Educação do Estado de São Paulo de 1933, que estruturou o ensino de escolas profissionalizantes do estado;

- A Constituição de 1937, quando se instalou o Estado Novo que, em seus artigos 129/131, consagra oficialmente, na Carta Magna do país, o ensino profissional e oficializa, também, o dualismo no ensino brasileiro: de um lado, o ensino secundário, não-gratuito, propedêutico, voltado á preparação para o ensino superior; de outro, para o ensino profissional, terminal, dirigido às classes menos favorecidas (PETEROSSO – 1994, p. 37);

- A Lei Orgânica do Ensino Industrial, um Decreto-lei de âmbito federal de 1942, uma das várias leis orgânicas que surge, representando, segundo Peterossi, a primeira medida a objetivar, concretamente, a regulamentação e a integração das escolas de ensino industrial, no sistema nacional de ensino médio;

- A Lei 6052, de 3 de fevereiro de 1961, que dispôs sobre o sistema estadual de Ensino Industrial, Artes Aplicadas e Economia Doméstica;

- A Lei 4024 de dezembro de 1961, que fixou, pela primeira vez, as Diretrizes e Bases da Educação Nacional e que, segundo Peterossi (1994, p. 41-42),

vem consolidar para o ensino técnico as alterações em curso provenientes de leis anteriores (...). Elimina-se a diversificação de exames de aprovação entre cursos diferentes, instituindo-se maior flexibilidade quanto à transferência de um curso para outro;

- A Lei 5692, de dezembro de 1971, que tornou obrigatória a profissionalização do ensino de 2º grau em todo país;

- A Lei 7044/82 fazendo com que deixasse de existir a profissionalização compulsória.

Foi na década de 30, do século XX, que o processo de industrialização tomou força no país, favorecido pela política adotada por Getúlio Vargas durante seu governo, em particular no período conhecido como Estado Novo (1937-1945). Daí para frente, a indústria brasileira rumou para uma direção que faz hoje do Brasil um país industrializado.

Mas, para atender à exigência do processo de industrialização, os cursos profissionalizantes instituídos pelos decretos e leis acima citados não eram suficientes. A diversificação e a expansão deste processo no país contavam, no início da década de 40, com um sistema regular de ensino técnico que se destinava à formação de mão-de-obra especializada.

- Em 22 de janeiro de 1942, o Decreto-lei 4048 institui o SENAI, Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial, que consiste num sistema paralelo de ensino profissionalizante.

O SENAI é uma entidade jurídica de direito privado organizada e dirigida pela Confederação Nacional da Indústria (CNI) em âmbito nacional, e pelas Federações das Indústrias nos estados, no nosso caso em São Paulo, a Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP).

Peterossi (1994, p.59) diz que:

esse sistema foi consolidado através dos anos e ganhando um espaço definido de ação, ou seja, desenvolvendo a formação profissional mais vinculada ao mundo do trabalho do que à educação.

Apesar dos grandes esforços concentrados para a formação dos profissionais, principalmente no ramo industrial, não se contava muito com uma preocupação voltada para a idéia de se ganhar autonomia no processo de desenvolver uma tecnologia própria. O Brasil, neste momento de sua história, estava preocupado mais com a emergência na formação do trabalhador mais ligado à produção do que para o desenvolvimento de tecnologia. Tudo isto acabou contribuindo para um ensino técnico '*profissionalizador*', sem levar em conta uma educação técnica capaz de garantir autonomia no desenvolvimento de tecnologia. Era comum o operário fazer parte de um processo de produção sem ter conhecimento do todo.

É compreensível que uma sociedade em desenvolvimento econômico precise de mão-de-obra especializada. O que acaba sendo uma contradição é o fato de ignorar-se a formação do profissional no verdadeiro sentido da palavra, pregando-se apenas a informação. O SENAI, apesar de no decorrer desses anos todos de sua existência ter focalizado, em alguns momentos, o treino de técnicas na formação profissional, em comparação com a maioria das outras instituições formava, de fato, bons profissionais que atendiam às necessidades mais urgentes de profissionais para o mercado de trabalho. Porém, este tipo de formação ainda levou em conta, por muito tempo, apenas a capacidade manual e mecânica de produzir. E desta forma nos deparávamos às vezes com um profissional preparado para executar tarefas pré-definidas por seu superior hierárquico, nem sempre tendo condições de exercer um julgamento técnico nos processos de produção. Sabemos que ainda há postos de trabalho que pedem um profissional que apenas executa ordens, porém numa escala cada vez menor. A experiência que o Brasil trouxe no decorrer do século XX, em relação ao acesso à tecnologia, mostra que precisamos de uma nova postura para com o ensino técnico. Postura esta que pede por uma boa educação técnica.

### III.1.1 – EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Desde o início da década de 90 podemos perceber, por parte de pesquisadores, professores, sindicalistas ou responsáveis pelas políticas educacionais, um interesse por novas posturas para a educação dos trabalhadores. Com tudo visto até agora, podemos dizer que essa década marcou um período de transição muito importante mas complicado de se entender, quando se trata da formação para o trabalho. Isso por que, ao fazermos parte de uma sociedade em desenvolvimento, convivemos com, basicamente, dois problemas da classe trabalhadora. Principalmente depois do início da década de 90, mas também antes, as conseqüências de uma total mudança de paradigma provocada pelas transformações tecnológicas criaram, por um lado, o desemprego de uma grande massa de trabalhadores, pelo fato de serem substituídos por máquinas computadorizadas e, por outro lado, a falta de mão-de-obra especializada para atender a um novo mercado de trabalho. Assim, vivemos uma situação dicotômica, ora representada pela diminuição da oferta de empregos, ora representada pela abertura de novas possibilidades de trabalho, porém acompanhada pela falta de profissionais qualificados. E aqui cabe a pergunta: como deve ser esta qualificação, frente a essas duas realidades?

Sobre qualificação, Machado (1992, p.10) diz:

Qualificação não é um modo de reconhecimento e de codificação social das qualidades de trabalho, mas uma maneira de mobilizar, de reproduzir e de adicionar as diversas formas de trabalho.

[...] Estas diversas formas de trabalho, por sua vez, trazem sua história particular, não são puros atos mecânicos, mas saberes sobre os quais foram impressas subjetividades e consciências, definições e escolhas, que resultaram em intervenções no processo social real. Uma vez mobilizadas, reproduzidas, adicionadas e multiplicadas, estas **formas de trabalho** se modificam dando origem a **novas formas de trabalho**.

Voltamos então a falar daquela situação dicotômica da vida do trabalhador brasileiro. Devemos nós, educadores, nos dias de hoje, ao educarmos o cidadão para o trabalho, prepará-lo para apertar botões e executarem serviços repetitivos ou devemos prepará-lo para enfrentar problemas mais gerais ligados à sua prática que, para serem resolvidos, exigem um conjunto mais apurado de competências?

Drucker (1997, p. 10) diz:

Não é possível construir um projeto de ensino técnico, sem antes haver resolvido uma questão anterior: a sabedoria na apreensão da técnica. A aquisição dessa sabedoria

pressupõe uma atitude de abertura em relação ao conhecimento, abertura que propicia conceber a técnica não simplesmente no sentido de um adestramento unidirecional e estático, mas num movimento que se amplie em múltiplas e infinitas direções, que estimule a imaginação, a criação, o sentido estético, a beleza, enfim, a recuperação da técnica ao seu original sentido: techné.

E conclui que o cultivo da sabedoria requer que se invista na formação de formadores em direção oposta ao adestramento, além de uma formação generalista ou técnica.

Hoje, passados esses primeiros momentos que deram início a uma nova forma de se conceber formação para a vida e o trabalho, concordamos com Pastore (2000, p. 2/5) quando diz que “a educação não cria emprego, é claro. Mas ela é essencial para manter as pessoas empregadas e para se conquistar novos empregos”.

Os reflexos de uma sociedade em constantes transformações, decorrentes de seu processo histórico de desenvolvimento, atinge todo sistema educacional. Em particular, o quê e como se deve ensinar é sempre o principal ponto na pauta das discussões. Especialmente quando se trata do ensino da matemática. O fato é que a matemática sempre se mostrou como uma das disciplinas mais presentes nos currículos. Sua importância é sempre constatada. Já nos primeiros anos de escolaridade, junto com a língua materna, somos alfabetizados nesta outra linguagem: a linguagem matemática. Ela completa nossa possibilidade de ler e entender o mundo em que vivemos. Neste contexto, Onuchic (1999, p. 200) diz:

Ao passar de uma sociedade rural, onde ‘poucos precisavam conhecer matemática’, para uma sociedade industrial onde ‘mais gente precisava aprender matemática’ em razão da necessidade de técnicos especializados, daí para uma sociedade de informação onde a maioria das pessoas ‘precisa saber matemática’ e, agora, caminhando para uma sociedade do conhecimento que exige de todos ‘saber muita matemática’, é natural que o homem se tenha interessado em promover mudanças na forma de como se ensina e como se aprende matemática.

As discussões sobre uma das tendências em educação matemática serão feitas mais adiante. Focalizaremos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Queremos apenas realçar aqui um dos reflexos desta nova realidade do sistema educacional. Se falarmos de educação para a vida e para o trabalho, ora estamos preocupados com um sistema de ensino mais abrangente, ora estamos preocupados com um sistema de ensino mais direcionado para as aplicações no mundo do trabalho. Principalmente quando se fala do ensino da matemática. Mas é importante ressaltar que a educação profissional

pressupõe uma educação formal (Ensino Fundamental e Médio) que estabeleça relações com o mundo do trabalho.

Podemos agora citar um último documento legislativo que vem disciplinar a educação escolar em última instância:

- Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei 9394/96 que, segundo o que diz Berger Filho (1997, p. 60).

esta lei é um marco para a educação profissional no Brasil. As leis de diretrizes e bases anteriores, ou as leis orgânicas para os níveis e modalidades de ensino, sempre trataram parcialmente a educação profissional, normalmente legislando, apenas, sobre a vinculação da formação para o trabalho com determinados níveis de ensino, como educação formal. Esta Lei dedica um capítulo – o Capítulo III do Título V – Dos níveis e das modalidades de educação e ensino – à educação profissional, tratando-a na sua inteireza como parte do sistema educacional.

Sobre o processo educativo e o mundo do trabalho, Berger Filho (1997, p. 61) continua dizendo que, já em seus primeiros títulos, quando define o objeto de sua abrangência, a LDB faz referência à questão da educação profissional.

Na Lei nº 9394/96 p. 9 encontramos:

• **Título I – Da Educação**

**Artigo 1º** - A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.

**Parágrafo 2º** - A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social.

• **Título II – Dos princípios e finalidades da Educação Nacional**

**Artigo 2º** - A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

**Artigo 3º** - O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:

dos quais destacamos apenas o princípio XI

**XI** – vinculação entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais.

No Título V, podemos ler

• **Título V** – *Dos níveis e das modalidades de educação e ensino*

**Capítulo I** – *Da composição dos níveis escolares*

**Artigo 21** – A educação escolar compõe-se de:

I – educação básica, formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio;

II – educação superior.

Sobre esse capítulo, Berger Filho (1997, p. 62) diz que a Educação Básica configura o processo educativo considerado necessário para o pleno exercício da cidadania. Como já sabemos, fazem parte dela os níveis de ensino: o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

O Ensino Fundamental é o nível obrigatório, que tem como objetivos principais o desenvolvimento das capacidades de aprender através da leitura, da escrita e do cálculo. Preocupa-se com o fortalecimento na apreensão das regras básicas da vida em sociedade, levando em conta a capacidade de entender o meio sócio-cultural-político em que está inserido todo cidadão. Considera-se aqui a compreensão básica dos meios tecnológicos.

Ainda, segundo Berger Filho (1997, p.63), o Ensino Médio, considerado pela nova ordem a etapa final da educação básica, deve ser assegurado a todo cidadão, em caráter não obrigatório, mas, como diríamos, necessário para garantir que os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental sejam aprofundados, no sentido de, como é dito no Artigo 35 da nova Lei,

desenvolver a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

**Capítulo III** – *Da Educação Profissional*

**Artigo 39** - A educação profissional, integrada às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia, conduz ao permanente desenvolvimento de aptidões para a vida produtiva.

**Parágrafo único.** O aluno matriculado ou egresso do ensino fundamental, médio ou superior, contará com a possibilidade de acesso à educação profissional.

**Artigo 40** - A educação profissional será desenvolvida em articulação com o ensino regular ou por diferentes estratégias de educação continuada, em instituições especializadas ou no ambiente de trabalho.

**Artigo 41** - O conhecimento adquirido na educação profissional, inclusive no trabalho, poderá ser objeto de avaliação, reconhecimento e certificação para prosseguimento ou conclusão dos estudos.

*Parágrafo único.* Os diplomas de cursos de educação profissional de nível médio, quando registrados, terão validade nacional.

*Artigo 42* - As escolas técnicas e profissionais, além dos seus cursos regulares, oferecerão cursos especiais, abertos à comunidade, condicionada a matrícula à capacidade de aproveitamento e não necessariamente ao nível de escolaridade (BRAZIL, 1996).

Berger Filho (1997, p.66) acrescenta que “a educação profissional é entendida como um subsistema do sistema educacional, contemplando as formas de ensino que habilitam e que estão referidas a níveis da educação escolar, do conjunto da qualificação permanente para as atividades produtivas”.

### **III.1.2 – A ESCOLA SENAI E SUA HISTÓRIA NA CIDADE DE SÃO CARLOS**

Para conhecimento do local onde pretendemos trabalhar, fazemos uso de informações que apresentam características mais voltadas para um pouco da história da cidade de São Carlos e do SENAI dessa cidade.

A indústria faz-se presente, na cidade de São Carlos, desde a última década do século XIX, com a vinda de imigrantes para trabalhar nas fazendas de café e na cidade em que a própria economia cafeeira proporcionava outros tipos de atividades que atraíam esses imigrantes para a vida urbana.

Com o passar dos anos, o processo de industrialização chega ao interior paulista e a indústria são-carlense ganha novo impulso e novos rumos. Esse processo de industrialização representa diversos setores e, entre eles, a fabricação de lápis, de refrigeradores e de tratores, constituindo-se esses dois últimos em grandes empregadores do setor metalmeccânico, marcando, por volta de 1960, a hegemonia da indústria sobre os demais segmentos de atividade econômica local.

Em 1975 registrava-se a presença de 376 estabelecimentos industriais no município e a indústria mecânica assumia a liderança, seguida da metalúrgica e da têxtil.

Assim, historicamente, São Carlos assume uma posição importante no processo de industrialização do interior paulista. Isso justifica as razões que levaram à instalação da Escola SENAI em São Carlos. A cidade recebeu indicação do Departamento Regional de São Paulo para sediar a Escola SENAI, no ano de 1945, tendo-se iniciado oficialmente suas atividades em 15 de janeiro de 1951. Seu patrono é Antônio Adolpho Lobbe, natural de Rio Claro, nascido em 1897 e falecido em 1964. Por sua vida familiar, profissional e de homem público em São Carlos

e região, foi considerado exemplo a ser seguido na condição de professor, diretor de empresa, industrial e político. Por todos esses méritos teve recomendação para a indicação de seu nome como patrono da Escola SENAI de São Carlos.

Junto com a história de São Carlos e na constante busca de sintonia com o mercado de trabalho, o SENAI de São Carlos vem crescendo e adaptando-se a esse mercado. Da década de 50 para cá, os cursos oferecidos pela escola vão sofrendo várias alterações e novos cursos vão substituindo outros extintos.

Hoje esta escola oferece cursos para as seguintes áreas: *Mecânica, Automobilística, Eletroeletrônica, Metalurgia, Informática e Moveleira*.

Da área de Mecânica constam os programas de: Preparação Básica de Mecânica, Torneamento I (convencional), Usinagem I (convencional), Programa e Operação em Torno CNC (Controle Numérico Computadorizado), Programação e Operação em Centro de Usinagem CNC, Ferramentaria - estampo de corte e dobra, Ferramentaria – estampo de corte, dobra e molde de injeção, Hidráulica Industrial, Pneumática Industrial e Controle de Medidas.

### **III.2 – SELECIONANDO ESTRATÉGIAS E PROCEDIMENTOS - O SEGUNDO BLOCO DE ROMBERG**

Identificado nosso problema e estabelecida nossa conjectura: usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, tornar possível a ligação da matemática acadêmica com a matemática da prática em oficina e, seguindo o modelo de pesquisa de Romberg, passamos para o segundo bloco (atividades 5 e 6).

Nesse bloco, estratégias de trabalho (o que fazer?) e correspondentes procedimentos de ação (como fazer?) são idealizados. Como disse Romberg (1992, p.52), “a decisão sobre que métodos utilizar vem diretamente das questões escolhidas, da visão de mundo onde as questões estão situadas, do modelo preliminar que foi construído a partir do fenômeno de interesse e da conjectura que se faz a respeito da evidência desejada”.

### **III.2.1 – ESTRATÉGIAS SELECIONADAS**

Nossa estratégia central ( $E_c$ ) será a de criar um projeto de trabalho, apoiado na Metodologia de Ensino–Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, visando atender à nossa conjectura. Outras estratégias serão selecionadas com a finalidade de dar suporte à criação desse projeto.

#### **$E_1$ – FAZER LEVANTAMENTO DE LITERATURA ESPECIALIZADA ÚTIL À FORMAÇÃO DE PROFISSIONAIS DA ÁREA DE MECÂNICA INDUSTRIAL**

O objetivo desta estratégia é o de identificar a matemática envolvida no processo de formação desses profissionais da mecânica através de literatura especializada nessa área. É preciso estar consciente de que muitos conceitos e conteúdos matemáticos estão envolvidos na prática de oficina.

#### **$E_2$ - ACOMPANHAR OS ALUNOS EM ATIVIDADES DA PRÁTICA DE OFICINA**

Esta estratégia tem como um dos objetivos o de identificar problemas relevantes relacionados diretamente com as atividades da prática desses alunos, que podem ser abordados na sala de aula de matemática e, a partir deles, trabalhar os conteúdos matemáticos envolvidos, seguindo o caminho proposto por nossa metodologia de trabalho em sala de aula.

#### **$E_3$ – ACOMPANHAR OS ALUNOS EM ATIVIDADES NAS AULAS DE MATEMÁTICA MINISTRADAS PELO PROFESSOR DA ESCOLA**

Ao acompanharmos as aulas de matemática teremos oportunidade de estar em contato com a metodologia adotada em sala de aula pelo professor. O objetivo desta estratégia é o de, ao participar de um trabalho feito em sala de aula, poder pensar em uma outra forma de trabalhar a matemática do Ensino Fundamental, num ambiente novo de aprendizagem, levando o aluno a sentir sua importância ao resolver problemas da prática de oficina.

#### **$E_4$ – ENCONTROS DO PESQUISADOR COM PROFESSOR, INSTRUTORES E COORDENADOR DO SENAI.**

Esses encontros têm vários objetivos. Dentre eles podemos citar que, junto a outras estratégias, irão possibilitar nossa tomada de decisão sobre que conteúdos matemáticos, considerados importantes por eles, professor, instrutores e coordenador, deveremos abordar.

Além disso, estaremos identificando as principais dificuldades dos alunos, na opinião desses profissionais.

#### **E<sub>5</sub> – REALIZAR ENTREVISTAS COM PROFISSIONAIS EM ATIVIDADE**

Antes de entrar para o curso superior, já éramos formado e já tínhamos trabalhado na área de tecnologia mecânica. Esse é o principal motivo para estarmos pesquisando o ensino da matemática nesta área do conhecimento. Pretendemos investigar a opinião de outros profissionais da área, no que se refere à importância de sua formação matemática ao longo de sua vida profissional.

#### **E<sub>6</sub> – CONHECER O CURRÍCULO ESCOLAR DA INSTITUIÇÃO ESCOLHIDA – O SENAI**

Para defendermos nossa conjectura, chega o momento de decidir qual ou quais conteúdos de matemática pretendemos investigar, neste ambiente escolar. Numa análise do currículo escolar proposto pelo SENAI, estaremos verificando quais e como são tratados os conteúdos matemáticos nele envolvidos.

#### **E<sub>7</sub> – APRESENTAR A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

A maioria, se não todos os conceitos e procedimentos matemáticos podem ser melhor trabalhados a partir da resolução de problemas. Para realizar esse trabalho, a *metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas* é um caminho. O objetivo desta estratégia é o de apresentar essa metodologia.

#### **E<sub>c</sub> – CRIAR UM PROJETO DE TRABALHO**

Como já foi dito, a estratégia central desta pesquisa é criar um projeto pedagógico apoiado na metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

### **III.2.2 – PROCEDIMENTOS ASSUMIDOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS SELECIONADAS**

Para que as estratégias escolhidas contribuam para o bom andamento de nosso trabalho, devemos apresentar os métodos mais eficazes para implementá-las. Chegou o momento de colocar em prática o nosso plano, através da definição dos procedimentos. Para a realização das estratégias vistas em III.2.1, adotaremos os procedimentos abaixo listados. Romberg ainda alerta que é preciso tomar cuidado ao selecionar os procedimentos. Para responder a questões específicas que surjam durante a pesquisa, evidência deve ser obtida. É neste momento que técnicas ensinadas em cursos de métodos de pesquisa são importantes: como selecionar uma amostra, como obter informações (entrevistas, perguntas, observações e testes) e como organizar as informações que tenham sido coletadas.

#### **P<sub>1</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>1</sub>**

Iremos à busca de literatura especializada, junto à biblioteca do SENAI, em apostilas utilizadas por professores e instrutores, destinadas ao trabalho de sala de aula e de oficina mecânica. Através desse material travaremos contato com atividades práticas da oficina e com conceitos de tecnologia mecânica. Buscaremos relacionar a teoria matemática acadêmica com essa prática.

#### **P<sub>2</sub> - PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>2</sub>**

Atuaremos como observador direto durante as atividades dos alunos praticadas no ambiente de trabalho. Identificaremos, a partir de situações que possam surgir durante as atividades desses alunos, possíveis falhas no domínio do conhecimento de objetos matemáticos presentes na prática de oficina.

#### **P<sub>3</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>3</sub>**

Atuaremos como observador nas aulas de matemática ministradas pelo professor da turma. É nosso propósito saber se o professor estabelece ligação desse trabalho de sala de aula com as atividades práticas. Se sim, iremos verificar se este método está de acordo com aquilo que defendemos ser nosso caminho de trabalho em sala de aula, ou se, pelo menos, produz o resultado que pretendemos na formação matemática desse aluno. Se não, iremos verificar a possibilidade e o interesse da instituição na utilização desse novo método de trabalho em sala de aula.

**P<sub>4</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>4</sub>***a) Com o professor*

Para estabelecermos um contato com o professor de matemática da escola e identificar possíveis dificuldades dos alunos, realizaremos a entrevista semi-estruturada abaixo:

- 1 – Há tempo suficiente para se trabalhar todos os tópicos matemáticos relacionados no documento SENAI?<sup>7</sup>
- 2 – Quais as maiores dificuldades que você percebe em seus alunos?
- 3 – Você considera importante fazer uma revisão em conteúdos matemáticos já trabalhados com os alunos no Ensino Fundamental?
- 4 – Essa revisão pode levar a um progresso no conhecimento dos alunos?
- 5 – Seu curso é apostilado? É possível ter acesso a esse material?
- 6 – Como você desenvolve suas aulas?
- 7 – Você dispõe de tempo para tirar dúvidas dos alunos?
- 8 – Que processo de “recuperação” você utiliza com seus alunos?
- 9 – Como você avalia o desempenho de seus alunos? O que é avaliação para você?
- 10 – Como você planeja seu curso?

Essas questões foram selecionadas com o fim de:

- Verificar se o tempo é ou não é suficiente para o desenvolvimento do programa estabelecido, dada a grande quantidade de conteúdos matemáticos apresentados no currículo SENAI;
- Obter um diagnóstico do perfil do aluno ingressante no SENAI, através do professor dessa escola;
- Saber se essas primeiras 40 horas/aula destinadas à revisão da matemática contribuem para o crescimento do aluno;
- Identificar o método adotado pelo professor para o trabalho de revisão em sala de aula, de forma a não repetir, em nosso projeto, um trabalho que já possa estar em prática;

---

<sup>7</sup> Elementos Curriculares do SENAI para Matemática Aplicada – Educação Profissional Básica – Área Industrial – Mecânico de Usinagem.

- Entender como se dá o processo de recuperação e se com este o aluno consegue atingir os objetivos da escola;
- As questões sobre planejamento e avaliação do curso foram consideradas, para podermos comparar os resultados com as idéias contidas em nossa metodologia.

*b) Com os instrutores*

Com os instrutores os questionamentos serão abordados à medida em que as atividades práticas desses alunos se realizarem. Não será aplicado um questionário formal pois, com o procedimento correspondente à estratégia E<sub>2</sub>, estaremos diretamente em contato com as situações da prática em oficina, de onde sairão os possíveis questionamentos.

*c) Com o coordenador.*

Nosso encontro com o coordenador terá um caráter mais administrativo, no sentido de solicitar alguma forma de trabalho direto com os alunos, além de obter acesso a materiais didáticos utilizados no curso e demais documentos do SENAI.

### **P<sub>5</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>5</sub>**

As entrevistas semi-estruturadas com profissionais em atividade na área de tecnologia em mecânica serão realizadas a partir das questões apresentadas abaixo. Observamos que esses profissionais selecionados são indivíduos bem sucedidos em suas carreiras técnicas. Nossa principal intenção será a de pesquisar como se deu o relacionamento desses profissionais com a matemática.

As questões escolhidas para essas entrevistas são as seguintes:

- 1 – Que curso você fez? Quando?
- 2 - Trabalha na profissão em que se formou?
- 3 – Teve outros tipos de experiências profissionais não relacionadas à sua formação?
- 4 – Conte um pouco de sua experiência ao longo de sua vida profissional.
- 5 – Fez outros cursos complementando sua formação de técnico especializado?
- 6 – O que fez você se interessar pela profissão de mecânico? O que o levou à escolha dessa área?
- 7 – Como era sua relação com a matemática na época que você estudou?
- 8 – Achava, nessa época, importante a matemática para sua formação?
- 9 – Você utiliza (ou utilizou) a matemática aprendida naquele curso?

#### **P<sub>6</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>6</sub>**

Analisar o currículo SENAI apresentado para o Curso de Mecânica de Usinagem. Analisar, em particular, a matemática dentro desse currículo, para separar aqueles tópicos que mais se aproximam dos conteúdos e conceitos matemáticos apontados como mais relevantes pelos procedimentos anteriores, a fim de serem considerados em nosso projeto pedagógico. Esse currículo já foi apresentado em II.1.3.4, quando falávamos da importância da formação matemática para esse profissional.

#### **P<sub>7</sub> – PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>7</sub>**

Mais do que apresentarmos a metodologia adotada por nós para o trabalho em sala de aula queremos, através desse procedimento, mostrar como entendemos a maneira de abordar o ensino da matemática apoiando-nos nessa metodologia. Qual é a nossa linha de trabalho e como a entendemos é o que este procedimento pretende responder, começando por um breve relato da evolução do papel da resolução de problemas no ensino de matemática e terminando com a apresentação da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

#### **P<sub>c</sub> - PROCEDIMENTO CORRESPONDENTE À ESTRATÉGIA E<sub>c</sub>**

Criar um *Projeto Pedagógico apoiado na Metodologia de Ensino e Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* constitui a estratégia central desta pesquisa. Através das estratégias e procedimentos explicitados em III.2.1 e III.2.2, será possível escolher os conteúdos e conceitos matemáticos mais relevantes para esta pesquisa. O objetivo principal aqui é o de partir do que chamamos de um problema gerador e, daí, construirmos, juntamente com os alunos, os conteúdos e conceitos matemáticos desejados. O aluno deve ser um co-construtor de seu próprio conhecimento. O problema pode ser do dia-a-dia, da prática do aluno ou simplesmente uma curiosidade. Porém, daremos prioridade para problemas que partem da prática de nosso aluno. Daí a importância da estratégia E<sub>7</sub>: usar a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

Ao iniciar os estudantes em situações novas de aprendizagem relacionadas com a área da mecânica, o objetivo principal de nosso projeto será retomar criticamente, com os alunos, os conceitos matemáticos aprendidos no Ensino Fundamental. Nossa intenção será a de desenvolver atividades que, na maioria das vezes, envolvam a matemática não separada das atividades ligadas

à tecnologia e à prática em mecânica. Estes problemas terão um tratamento matemático conveniente para que eles possam entender aquilo que precisa ser feito. Assim, para encontrarem a solução de um dado problema do ambiente de oficina, estes estudantes deveriam tirar de seus conhecimentos, já trabalhados no Ensino Fundamental, as ferramentas matemáticas necessárias para sua interpretação. Isso não significa que estamos considerando a matemática apenas como uma ferramenta. Mas um de nossos objetivos é poder contribuir para que os alunos sintam-se seguros e desembaraçados diante da busca de solução de problemas da prática. Cabe ao professor de matemática não apenas fazer a revisão desses conteúdos mas, sempre que possível, elaborar bons problemas reprodutores de situações semelhantes àquela vivenciada na oficina. É importante que se estimule os estudantes a formular e resolver problemas complexos que permitam pensar e refletir sobre eles.

Veremos que em nossa abordagem metodológica levamos em conta o fato de que, por resolução de problemas em matemática, os estudantes podem seguir caminhos de pensamento, hábitos de persistência e curiosidade e confiança em situações pouco familiares. O curso de Mecânica do SENAI, no fundo, cobra estas habilidades e competências a fim de que os estudantes possam, no futuro, entrar com confiança para o mercado de trabalho. Mas, como veremos mais adiante, objetivamos mais do que aquilo que se encontra no documento SENAI. Gostaríamos que este profissional fosse capaz de pensar diante de um problema de dentro de sua área e que soubesse fazer uso da matemática trabalhada, com compreensão e significado.

### **III.3 – PROCEDIMENTOS EM AÇÃO**

Ao colocar em ação as estratégias e os procedimentos assumidos tínhamos, como meta, vários objetivos. Dentre eles, os principais eram:

- Identificar a matemática que está diretamente relacionada com a prática dos alunos;
- Fazer um levantamento de problemas dessa prática que possam ser utilizados para motivar o ensino da matemática, junto à possibilidade de se estabelecer conexões entre conteúdos aprendidos academicamente e a prática em mecânica industrial;
- Conhecer as principais dificuldades encontradas tanto no processo de aprendizagem da matemática pelos alunos quanto no processo de ensino utilizado pelo professor;

- Conhecer o currículo SENAI.

E, depois de todas as estratégias e os procedimentos serem testados, ter condições de elaborar nossa proposta pedagógica.

### **III.3.1 – BUSCA DE LITERATURA ESPECIALIZADA UTILIZADA DURANTE AS AULAS DE TECNOLOGIA MECÂNICA**

Na biblioteca da Escola SENAI encontramos fitas de vídeo que tratam de assuntos diversificados, material este utilizado pelos professores quando querem enfatizar algum assunto e disponível para qualquer aluno que queira aprofundar-se ou entender melhor uma teoria. Mas o que queremos destacar aqui é o fato de todo o curso de prática em oficina ser devidamente apostilado, dentro de seus propósitos. Uma das apostilas a que tivemos acesso tem como título *Tecnologia Mecânica – Básico – SENAI-SP*. Numa análise que fizemos desta apostila pudemos constatar que, para dar conta dos assuntos ali tratados, muitos conteúdos matemáticos aparecem direta ou indiretamente ligados a um problema. Se quisermos estabelecer conexões entre tópicos matemáticos e outras áreas do conhecimento, a partir de agora apresentaremos bons exemplos retirados da área de tecnologia mecânica. Nossa intenção é chamar a atenção para a existência de conceitos matemáticos envolvidos no processo mecânico considerado. Além disso, apresentaremos situações-problema ligadas à tecnologia mecânica.

No início da apostila são exibidas algumas tabelas, relativas às formas comerciais do aço. Em seu texto, páginas 3 e 4, lê-se:

#### **Aço – Formas Comerciais**

Para diferentes usos industriais, o aço se apresenta usualmente sob as formas de Vergalhões, Perfilados, Chapas, Fios e Tubos. Particularmente a denominação “Perfilados” se reserva aos vergalhões de aço de secções especiais como “L” (cantoneiras), “T”, “Duplo T”, “Z”, “U”, etc..

#### *Tabelas comerciais*

A título de exemplo, seguem-se tabelas parciais de Aços, com pesos unitários, para cálculos e orçamentos.

| AÇO CHATO EM VERGALHÕES     |        |       |       |       |       | ZZZZ  |       | COMPRIMENTO USUAL - 6m |       |       |       |        |        |
|-----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|-------|-------|-------|--------|--------|
| PESOS EM "QUILOS" POR METRO |        |       |       |       |       |       |       |                        |       |       |       |        |        |
| ESPESSURA                   |        | 1/8"  | 3/16" | 1/4"  | 5/16" | 3/8"  | 7/16" | 1/2"                   | 9/16" | 5/8"  | 3/4"  | 7/8"   | 1"     |
| LARGURA DO VERGALHÃO        | 1/2"   | 0,320 | 0,470 | 0,630 | 0,790 | 0,950 | 1,110 | 1,270                  | 1,430 |       |       |        |        |
|                             | 5/8"   | 0,400 | 0,590 | 0,790 | 0,990 | 1,190 | 1,380 | 1,580                  | 1,780 | 1,980 |       |        |        |
|                             | 3/4"   | 0,470 | 0,710 | 0,950 | 1,190 | 1,420 | 1,660 | 1,900                  | 2,130 | 2,370 |       |        |        |
|                             | 7/8"   | 0,550 | 0,830 | 1,110 | 1,390 | 1,660 | 1,940 | 2,210                  | 2,490 | 2,770 | 3,320 |        |        |
|                             | 1"     | 0,630 | 0,950 | 1,270 | 1,580 | 1,900 | 2,220 | 2,530                  | 2,850 | 3,160 | 3,790 | 4,430  |        |
|                             | 1 1/8" | 0,710 | 1,070 | 1,430 | 1,780 | 2,140 | 2,490 | 2,850                  | 3,210 | 3,560 | 4,270 | 4,980  | 5,690  |
|                             | 1 1/4" | 0,790 | 1,190 | 1,580 | 1,980 | 2,370 | 2,760 | 3,160                  | 3,550 | 3,950 | 4,740 | 5,530  | 6,320  |
|                             | 1 3/8" | 0,870 | 1,310 | 1,740 | 2,180 | 2,610 | 3,040 | 3,480                  | 3,910 | 4,350 | 5,220 | 6,090  | 6,960  |
|                             | 1 1/2" | 0,950 | 1,430 | 1,900 | 2,370 | 2,850 | 3,320 | 3,790                  | 4,270 | 4,740 | 5,690 | 6,640  | 7,590  |
|                             | 1 5/8" | 1,030 | 1,550 | 2,060 | 2,570 | 3,090 | 3,600 | 4,110                  | 4,630 | 5,140 | 6,170 | 7,200  | 8,220  |
|                             | 1 3/4" | 1,110 | 1,660 | 2,210 | 2,770 | 3,320 | 3,880 | 4,430                  | 4,990 | 5,540 | 6,640 | 7,750  | 8,860  |
|                             | 1 7/8" | 1,190 | 1,780 | 2,370 | 2,970 | 3,560 | 4,150 | 4,750                  | 5,340 | 5,940 | 7,120 | 8,300  | 9,490  |
|                             | 2"     | 1,270 | 1,900 | 2,530 | 3,170 | 3,800 | 4,430 | 5,060                  | 5,690 | 6,330 | 7,590 | 8,860  | 10,120 |
|                             | 2 1/8" | 1,350 | 2,020 | 2,690 | 3,360 | 4,040 | 4,710 | 5,380                  | 6,050 | 6,720 | 8,070 | 9,410  | 10,750 |
|                             | 2 1/4" | 1,420 | 2,130 | 2,850 | 3,570 | 4,270 | 4,880 | 5,690                  | 6,410 | 7,120 | 8,540 | 9,960  | 11,390 |
|                             | 2 3/8" | 1,500 | 2,250 | 3,000 | 3,760 | 4,500 | 5,260 | 6,010                  | 6,760 | 7,520 | 9,010 | 10,520 | 12,020 |
|                             | 2 1/2" | 1,580 | 2,370 | 3,160 | 3,950 | 4,740 | 5,530 | 6,330                  | 7,120 | 7,910 | 9,490 | 11,070 | 12,650 |

(continua)

| AÇOS QUADRADO, REDONDO, SEXTAVADO (VERGALHÕES: 6m - PESOS EM "QUILOS" POR METRO) |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |         |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |         |                                                                                       |                                                                                       |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| MEDIDA                                                                           |  |  |  | MEDIDA  |  |  |  | MEDIDA  |  |  |  |
| 1/4"                                                                             | 0,320                                                                               | 0,250                                                                               | 0,280                                                                               | 1 1/4"  | 7,910                                                                               | 6,210                                                                               | 6,850                                                                               | 2 1/4"  | 25,620                                                                                | 20,120                                                                                | 22,200                                                                                |
| 5/16"                                                                            | 0,490                                                                               | 0,390                                                                               | 0,430                                                                               | 1 5/16" | 8,720                                                                               | 6,850                                                                               | 7,560                                                                               | 2 5/16" | 27,060                                                                                | 21,250                                                                                | -                                                                                     |
| 3/8"                                                                             | 0,710                                                                               | 0,560                                                                               | 0,620                                                                               | 1 3/8"  | 9,570                                                                               | 7,510                                                                               | 8,290                                                                               | 2 3/8"  | 28,540                                                                                | 22,420                                                                                | 24,730                                                                                |
| 7/16"                                                                            | 0,970                                                                               | 0,760                                                                               | 0,840                                                                               | 1 7/16" | 10,460                                                                              | 8,210                                                                               | 9,060                                                                               | 2 7/16" | 30,060                                                                                | 23,610                                                                                | -                                                                                     |
| 1/2"                                                                             | 1,270                                                                               | 0,990                                                                               | 1,100                                                                               | 1 1/2"  | 11,390                                                                              | 8,940                                                                               | 9,900                                                                               | 2 1/2"  | 31,620                                                                                | 24,840                                                                                | 27,410                                                                                |
| 5/8"                                                                             | 1,980                                                                               | 1,550                                                                               | 1,720                                                                               | 1 5/8"  | 13,360                                                                              | 10,490                                                                              | 11,570                                                                              | 2 5/8"  | 34,870                                                                                | 27,380                                                                                | 30,220                                                                                |
| 3/4"                                                                             | 2,850                                                                               | 2,240                                                                               | 2,500                                                                               | 1 3/4"  | 15,500                                                                              | 12,170                                                                              | 13,400                                                                              | 2 3/4"  | 38,270                                                                                | 30,050                                                                                | 33,170                                                                                |
| 7/8"                                                                             | 3,870                                                                               | 3,040                                                                               | 3,400                                                                               | 1 7/8"  | 17,790                                                                              | 13,970                                                                              | 15,420                                                                              | 2 7/8"  | 41,820                                                                                | 32,850                                                                                | 36,250                                                                                |
| 1"                                                                               | 5,060                                                                               | 3,970                                                                               | 4,400                                                                               | 2"      | 20,240                                                                              | 15,900                                                                              | 17,500                                                                              | 3"      | 45,540                                                                                | 35,770                                                                                | 39,480                                                                                |

| CANTONEIRAS DE ABAS IGUAIS |       |                    |       | PERFILADOS "T" DE ABAS IGUAIS |       |                    |       |
|----------------------------|-------|--------------------|-------|-------------------------------|-------|--------------------|-------|
| ESPESSURA DE 1/8"          |       | ESPESSURA DE 3/16" |       | ESPESSURA DE 1/8"             |       | ESPESSURA DE 3/16" |       |
| ABAS                       | kg/m  | ABAS               | kg/m  | BASE x ALTURA                 | kg/m  | BASE x ALTURA      | kg/m  |
| 1/2"x 1/2"                 | 0,570 | 1"x1"              | 1,730 | 1/2"x 1/2"                    | 0,510 | 7/8"x 7/8"         | 1,540 |
| 3/4"x 3/4"                 | 0,860 | 1 1/8"x1 1/8"      | 1,960 | 5/8"x 5/8"                    | 0,740 | 1"x1"              | 1,790 |
| 7/8"x 7/8"                 | 1,040 | 1 1/4"x1 1/4"      | 2,190 | 3/4"x 3/4"                    | 0,910 | 1 1/8"x1 1/8"      | 2,040 |
| 1"x1"                      | 1,270 | 1 1/2"x1 1/2"      | 2,660 | 7/8"x 7/8"                    | 1,090 | 1 1/4"x1 1/4"      | 2,310 |
| 1 1/8"x1 1/8"              | 1,350 | 1 3/4"x1 3/4"      | 3,150 | 1"x1"                         | 1,260 | 1 1/2"x1 1/2"      | 2,830 |
| 1 1/4"x1 1/4"              | 1,520 | 2"x2"              | 3,630 | 1 1/8"x1 1/8"                 | 1,440 | 1 3/4"x1 3/4"      | 3,360 |
| 1 1/2"x1 1/2"              | 1,830 | 2 1/4"x2 1/4"      | 4,090 | 1 1/4"x1 1/4"                 | 1,620 |                    |       |
| 1 3/4"x1 3/4"              | 2,140 | 2 1/2"x2 1/2"      | 4,570 |                               |       |                    |       |
| 2"x2"                      | 2,460 | 2 3/4"x2 3/4"      | 5,040 |                               |       |                    |       |

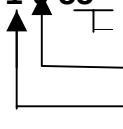
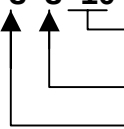
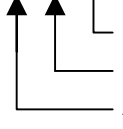
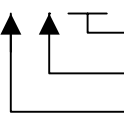
Como se pode ver nessas tabelas, os conceitos de fração e número decimal se destacam. Outras situações-problema geradoras de outros conceitos podem surgir ao longo da exploração dessas tabelas:

- Função, ao compararmos a variação de grandezas;
- Proporcionalidade, ao observarmos que os pesos, nas tabelas, são dados em  $\frac{kg}{m}$  de barra mas, em geral, essas barras são comercializadas com 6 metros de comprimento;
- Medidas de comprimento, área e volume;
- Formas geométricas.

O texto, na página 3, diz que

Os aços de baixo teor de carbono (até 0,30%) se apresentam em todas as formas anteriormente indicadas. Os *aços de têmpera*, isto é, de médio e alto teor de carbono (acima de 0,30%) se encontram, no comércio, mais comumente sob as formas de vergalhões (chatos, quadrados, redondos, sextavados), de chapas e de fios. São também comuns os aços chatos, de têmpera para molas.

Os aços são classificados de acordo com o teor de carbono que apresentam. A apostila diz que “segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), alguns tipos de aço podem ser classificados assim:”

|                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>ABNT 1 0 55</b></p>  <p>Porcentagem em carbono = 0,55%</p> <p>Aço comum</p> <p>Aço ao carbono</p>                         | <p><b>ABNT 3 3 10</b></p>  <p>Porcentagem em carbono = 0,10%</p> <p>Elemento predominante: níquel = 3%</p> <p>Aço-cromo-níquel</p> |
| <p><b>ABNT 2 3 45</b></p>  <p>Porcentagem em carbono = 0,45%</p> <p>Elemento predominante: níquel = 3%</p> <p>Aço ao níquel</p> | <p><b>ABNT 5 2 100</b></p>  <p>Porcentagem em carbono = 1,00%</p> <p>Elemento predominante: cromo = 2%</p> <p>Aço ao cromo</p>     |

Problemas que necessitam do conceito de razão e um assunto diretamente ligado a ele, o conceito de porcentagem, podem ser explorados ao considerarmos vários exemplos que envolvem o assunto *ligas metálicas*.

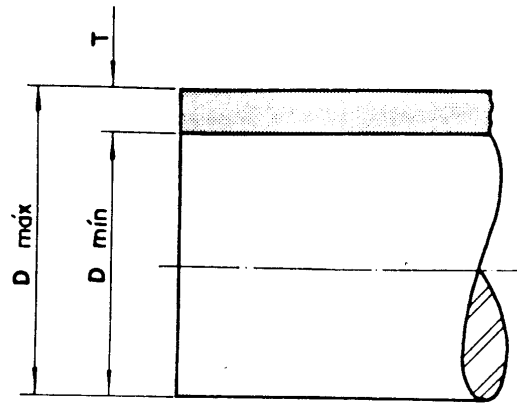
Na página 15 dessa apostila, encontramos um conceito fundamental que deve acompanhar para sempre a vida profissional desses alunos. Trata-se do ato de medir. Nas páginas de 15 a 18 e de 35 a 39 são apresentados os instrumentos mais comuns de medida de comprimento utilizados por esses profissionais. São eles: a régua graduada, o paquímetro e o micrômetro. Interessante é perceber que, nesta ordem, são considerados os instrumentos que apresentam menor, média e maior precisão. Todos eles podem se apresentar com o sistema métrico decimal e/ou o sistema inglês de medida de comprimento. Pode-se observar aqui, mais uma vez, a necessidade de se ocupar com o estudo dos conjuntos numéricos. Tanto o paquímetro como o micrômetro são instrumentos interessantes que foram inventados para possibilitar a subdivisão do milímetro e da polegada em partes não vistas a olho nu e conseguir uma leitura rápida dessas medidas. E, envolvendo o conceito de medida de comprimento na mecânica, é comum aparecerem situações nas quais faz-se necessário, por exemplo, encaixar ou deslizar uma peça na outra. Para que isto ocorra, existem diversos tipos de ajustes entre as peças envolvidas que devem ser respeitados, em função do tipo de aplicação mecânica que se deseja obter. Dado o conjunto furo/eixo, existem dois tipos básicos de ajustes: ajustes móveis e ajustes forçados. Dentro dos ajustes móveis, de acordo com informações da apostila SENAI, pode-se ainda conseguir três tipos de ajustes: deslizante, rotativo e rotativo leve. Da mesma forma, dentro dos ajustes forçados, pode-se ainda proporcionar, para o conjunto furo/eixo, o ajuste forçado leve, forçado médio, forçado apertado e forçado duro. Daí o conceito tecnológico de *Tolerância*. Para qualquer peça que passe por um processo de usinagem, deve-se levar em conta o fato de nunca ser possível chegar exatamente a uma medida desejável. Assim, são padronizados *campos de tolerância* que, se respeitados, o ajuste desejado fica dentro daquilo que se pretende. É interessante levar ao conhecimento do aluno o fato de que poucas casas decimais a mais ou a menos em um número, na mecânica, fazem muita diferença. Nas páginas seguintes, mostramos um pouco dessa teoria, junto de alguns exemplos que retiramos da apostila.

### **Tolerância**

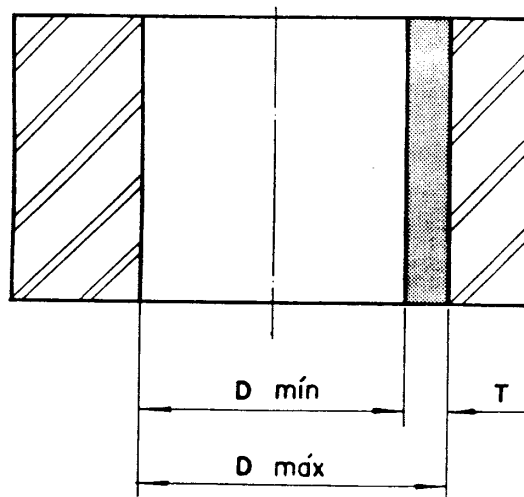
Na página 135 da apostila, é definido o importante conceito de tolerância, sendo mostrado um exemplo genérico do conjunto eixo/furo, com a indicação de suas dimensões máximas e

mínimas. A cota  $T = D_{\text{máx}} - D_{\text{mín}}$ <sup>8</sup> indica a tolerância que deve ser respeitada tanto na usinagem do eixo quanto na do furo. Assim, Tolerância é o valor da variação permitida na dimensão de uma peça. É, particularmente, a diferença tolerada entre as dimensões limites, isto é, máxima e mínima, de uma dimensão nominal<sup>9</sup>.

***T = Tolerância no eixo***



***T = Tolerância no furo***



<sup>8</sup>  $D_{\text{máx}}$  : Diâmetro máximo;  $D_{\text{mín}}$  : Diâmetro mínimo.

<sup>9</sup> Dimensão nominal: dimensão básica que fixa a origem dos afastamentos.

A Tolerância é aplicada na usinagem de peças em série e avulsas, possibilitando a intercambialidade das peças, isto é, a condição entre duas ou mais peças poderem ser trocadas entre si, sem prejuízo do funcionamento do conjunto.

O ajuste é a condição ideal para a fixação ou o funcionamento entre peças usinadas dentro de um limite.

A unidade de medida para a tolerância é o micrometro ( $\mu = 0,001\text{mm}$ ).

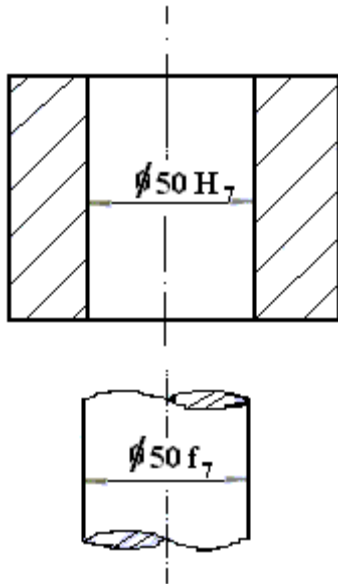
O sistema mais adotado internacionalmente é o ISO (International System Organization). O sistema consiste numa série de princípios, regras e tabelas que permitem a escolha racional de tolerâncias na produção de peças.

As tabelas são úteis para, com facilidade, obter-se os valores dos afastamentos que garantem um perfeito acoplamento entre o furo e o eixo. Apresentamos, a seguir, as tabelas de acoplamentos recomendados ISO.

Tabela

### Aplicações

Nas páginas 137 e 138 da Apostila SENAI aparecem alguns exemplos de como cotar as peças de acordo com o tipo de ajuste desejado. No primeiro exemplo é feito um ajuste que pede um furo  $H_7$  para um eixo  $f_7$ .



Consultando as tabelas de tolerâncias para furos e eixos (ver tabela p. 68) observamos que

*Para o furo:*

$50^{+25}_{-0}$  e o diâmetro real deve estar entre 50,025mm e 50,000mm.

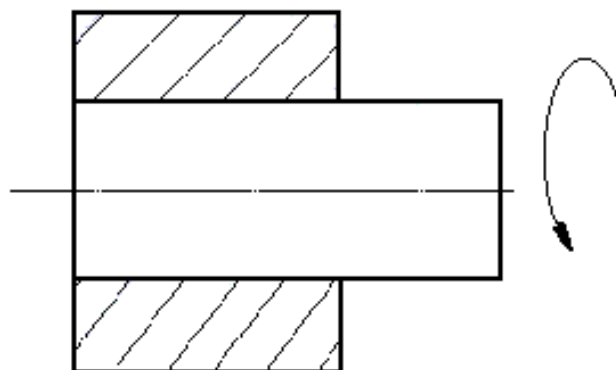
$$T = 50,025 - 50,000 = 0,025\text{mm.}$$

*Para o eixo:*

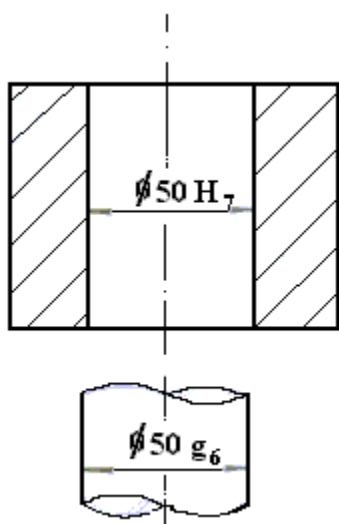
$50^{-25}_{-50}$  e o diâmetro real deve estar entre 49,975mm e 49,950mm.

$$T = 49,975 - 49,950 = 0,025\text{mm.}$$

Como é dito na apostila, disso resulta um ajuste rotativo, ou seja, a montagem é feita à mão podendo girar o eixo sem esforço.



Um outro exemplo de ajuste considerado será com o furo  $H_7$  e o eixo  $g_6$ .



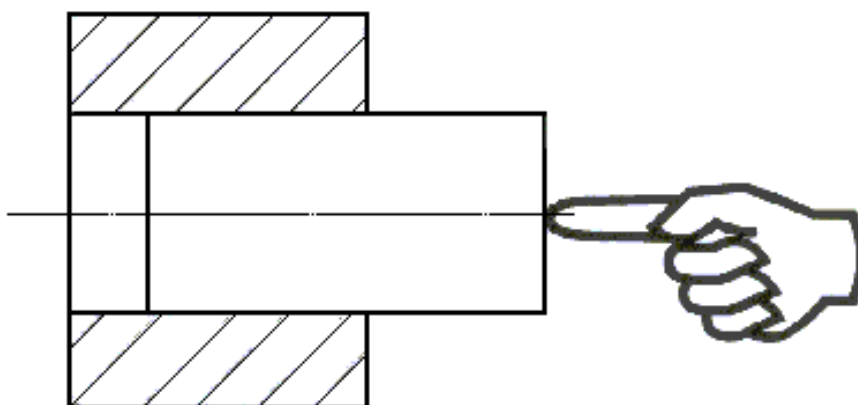
*Para o furo:*

O diâmetro do furo  $H_7$ , como já vimos, deve estar entre 50,025mm e 50,000mm  
 $T = 0,025\text{mm}$ .

*Para o eixo:*

$50_{-25}^{-9}$  e o diâmetro do furo deve estar entre 49,991mm e 49,975mm.  
 $T = 49,991 - 49,975 = 0,016\text{mm}$ .

Disso resulta um ajuste deslizante, ou seja, a montagem é feita à mão com leve pressão.

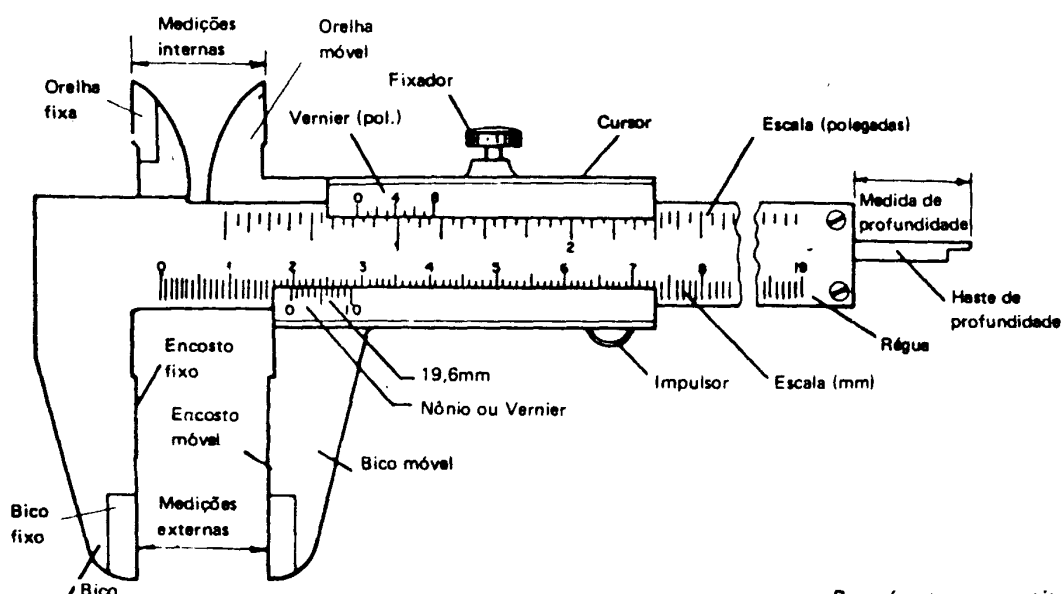


No ajuste deslizante (furo  $H_7$ , eixo  $g_6$ ), os afastamentos superior e inferior, apresentados para o eixo, conferem, a esse mesmo eixo, diâmetros que estão mais próximos do diâmetro nominal de 50mm, se compararmos com o que acontece com o ajuste rotativo (furo  $H_7$ , eixo  $f_7$ ). De fato, se observarmos, na tabela de Ajustes Recomendados (ISO), furo base  $H_7$ , a folga mínima apresentada para o ajuste deslizante (eixo  $g_6$ ) é de 0,009mm e a folga máxima<sup>10</sup> é de 0,050mm. Já, no ajuste rotativo (eixo  $f_7$ ), a folga mínima é de 0,025mm e a máxima é de 0,075mm (ver tabela p. 68).

<sup>10</sup> *Folga:* é a diferença positiva entre as dimensões do furo e do eixo, isto é, o diâmetro efetivo do eixo é menor que o diâmetro efetivo do furo.

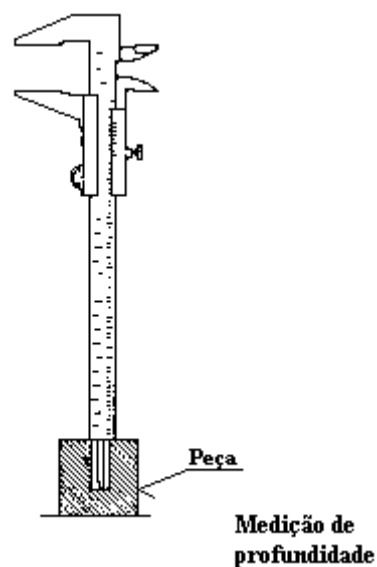
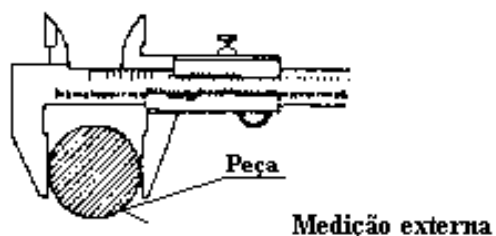
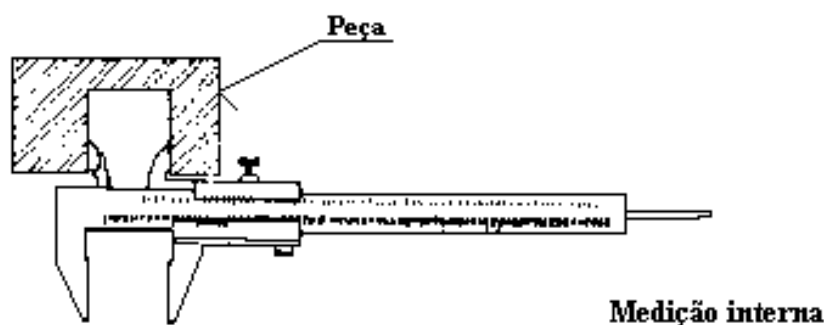
Apenas com esses dois exemplos dados, podemos perceber que para o uso eficaz de toda essa teoria, numa minuciosa interpretação dos conceitos de tolerância e ajuste para a usinagem de peças intercambiáveis, fica implícita e explícita uma importante conexão com a matemática: números racionais e operações com números racionais na forma decimal, intervalos numéricos, familiaridade com o uso de tabelas, etc. Mas queremos também destacar a possibilidade de explorar situações-problema que podem sair desse contexto para se introduzir diversos conceitos matemáticos. É preciso ter clareza sobre o objetivo da aula (números racionais, operações com números racionais na forma decimal, intervalos numéricos, etc.). O professor de matemática, em conjunto com os instrutores, deve elaborar essas situações-problema academicamente.

Para que no processo de usinagem sejam garantidos os campos de tolerância indicados para cada tipo de ajuste, voltamos a fazer referência aos instrumentos de medida citados nas páginas de 15 a 18 e de 35 a 39 da apostila. Sem o uso e o completo domínio desses instrumentos, aquelas tabelas não possuem significado algum. Começamos apresentando o paquímetro, instrumento de medida mais presente no dia-a-dia do mecânico. Trata-se de um instrumento preciso de medição de espessuras que permite leituras de frações do milímetro e da polegada, através de uma escala chamada “vernier” ou “nônio”.



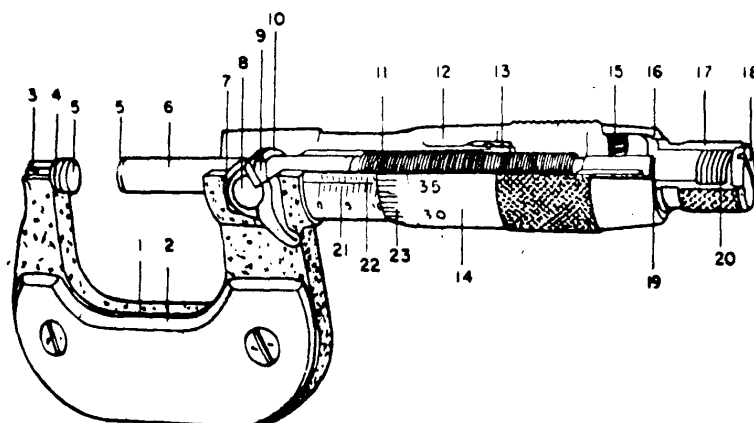
Com o paquímetro, além de se atingir um grau de precisão de até 0,02mm,  $\left(\frac{1}{128}\right)''$  no paquímetro usual ou 0,001" no paquímetro com nônio de 0,001", é possível executar a medição com rapidez.

Com esse paquímetro, denominado paquímetro universal, é possível fazer medições internas, externas e de profundidade.



Um dos objetivos da utilização do paquímetro na aula de matemática pode estar na necessidade de introduzir o conceito de fração. Pode-se também idealizar problemas ligados ao conceito de número racional na forma decimal. Outra coisa, ligada a proporcionalidade, está na transformação de polegada para milímetro e vice-versa.

Outro instrumento para medida de espessuras é o micrômetro.



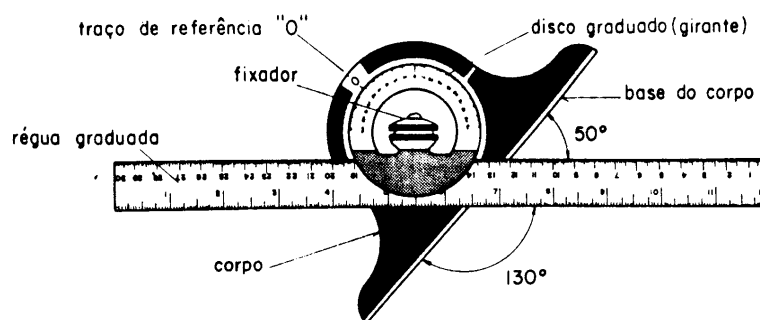
- |                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| 1 - Arco                   | 13 - Porca de regulação              |
| 2 - Plaqueta de isolamento | 14 - Tambor de medição               |
| 3 - Pino de fecho          | 15 - Parafuso de fixação e regulação |
| 4 - Haste fixa             | 16 - Tampa                           |
| 5 - Superfícies de medição | 17 - Capa de fricção                 |
| 6 - Haste móvel            | 18 - Parafuso de fricção             |
| 7 - Trava                  | 19 - Anel elástico                   |
| 8 - Parafuso da trava      | 20 - Mola de fricção                 |
| 9 - Mola da lâmina         | 21 - Escala em mm                    |
| 10 - Bucha da trava        | 22 - Escala 0,5mm                    |
| 11 - Parafuso micrométrico | 23 - Escala 0,01mm                   |
| 12 - Cilindro com escala   |                                      |

Apesar de não ser tão utilizado quanto o paquímetro, o micrômetro é um instrumento de alta precisão, podendo medir espessuras com aproximação até 0,001mm ou 0,0001".

Além de ser possível considerar situações-problema que envolvam os conceitos de medida, números racionais pequenos, a relação existente entre o número de divisões na escala centesimal com o deslocamento em milímetros da haste móvel fornece interessantes situações-problema para se abordar os temas de razão e proporcionalidade.

Por fim, ainda ligado a medida, encontramos nesta apostila o goniômetro. Trata-se de um instrumento que mede ou transfere ângulos, mediante um disco graduado em graus. Assemelha-se com o transferidor utilizado no Ensino Fundamental, quando os alunos já mediam ângulos.

O goniômetro compõe-se, geralmente, de régua móvel, fixador, corpo e disco graduado.



Nesse curso de Mecânica de Usinagem, tornam-se mais comuns situações em que os alunos precisam medir, calcular ou transferir medidas de ângulos. Existe ainda, o goniômetro com vernier, que possibilita a medida de inclinações menores que  $1^\circ$ .

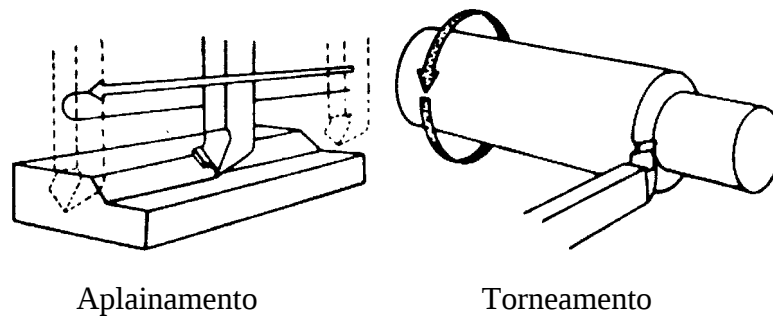
Além do conceito de medida de grandezas, com este instrumento pode-se trabalhar outros conceitos matemáticos, como submúltiplos do grau e a necessidade do trabalho com um sistema não decimal de numeração, o sexagesimal. Pode-se iniciar a aula com uma situação-problema trazida de um momento vivenciado pelo aluno na prática em oficina.

Outros assuntos, ligados à tecnologia mecânica e que fornecem boas possibilidades de se estabelecer conexões com a matemática, que poderíamos abordar aqui (e são tantos), aparecem em situações como:

- cálculo de cotas desconhecidas, através da aplicação direta das razões trigonométricas, dos conceitos de semelhança de triângulos e do Teorema de Pitágoras;
- cálculo da velocidade de corte na usinagem de peças, que leva em conta conceitos da física e da matemática. (p. 106 – 108 da apostila);
- na usinagem de engrenagens e outros tipos de elementos de máquinas que é necessário, de alguma forma, dividir a circunferência em um certo número de partes iguais, aparecem problemas muito interessantes ao se fazer uso de um dispositivo preciso e versátil denominado conjunto divisor ou conjunto universal.

### **Velocidade de corte (conceito, unidades, aplicações).**

Para que uma ferramenta corte um material, é necessário que um se movimente em relação ao outro com certa rapidez.



A medida usada para se comparar a rapidez do movimento do material ou da ferramenta no corte dos materiais é denominada velocidade de corte, representada pelo símbolo  $v$ .

#### Velocidade de corte

É o espaço percorrido por uma ferramenta para cortar certo material, em um tempo determinado.

Assim temos:

$$v = \frac{e}{t}, \text{ onde:}$$

$v$  = velocidade de corte

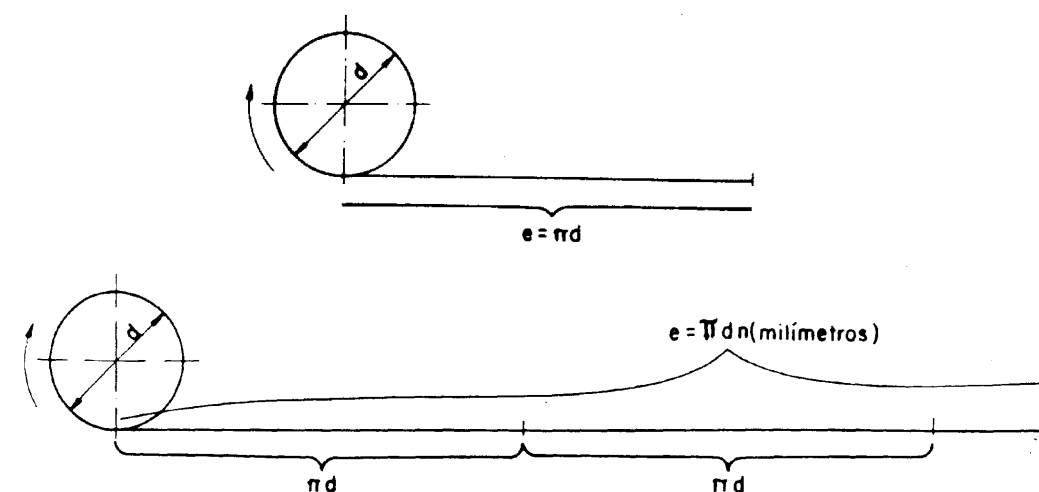
$e$  = espaço percorrido pela ferramenta

$t$  = tempo gasto

Há máquinas-ferramentas, como o torno, em que o material é submetido a um movimento circular. Nesse caso, a velocidade de corte é representada pela circunferência do material que será usinado ( $\pi d$ ), multiplicada pelo número de rotações ( $n$ ), por minuto com que o material está girando; isso porque:

$$v = \frac{e}{t} \therefore \text{em rotação: } v = \frac{\pi d}{t}$$

$$\text{em } n \text{ rotações: } v = \frac{\pi d n}{t}. \text{ Como } t = 1 \text{ min, } v = \pi d n.$$



O diâmetro do material é dado, geralmente, em milímetros. Então, para se obter a velocidade em metros por minuto, é necessário converter o diâmetro em metros.

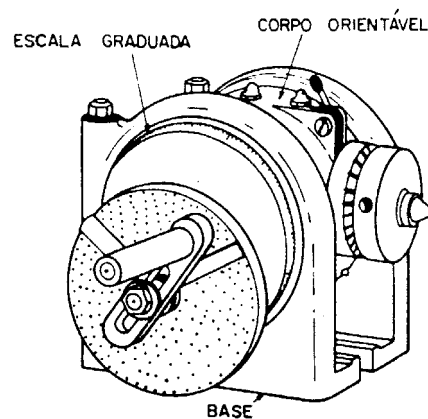
$$v = \frac{\pi d n}{1000} \text{ (m/min)}$$

Com esse breve relato sobre o conceito tecnológico de velocidade de corte, queremos destacar a presença dos conceitos fundamentais da Física, os quais os alunos irão aprofundar-se no Ensino Médio. Velocidade, espaço e tempo são conceitos muito importantes que, para assimilá-los, os alunos precisam dispor de um bom embasamento matemático. Dentre os vários temas matemáticos que podem surgir a partir dessa prática, citamos alguns abaixo que podem ser simulados através de situações-problema:

- álgebra no uso de fórmulas e dados de tabelas fornecidas por fabricantes;
- função, quando se estabelece relações entre variáveis;
- perímetro da circunferência, quando a peça a ser usinada é cilíndrica e assim tem-se um movimento circular;
- o número  $\pi$  como exemplo de número irracional;
- tipos de grandezas e suas unidades de medida.

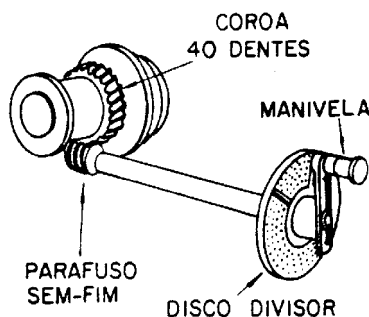
### **Conjunto divisor (Divisor universal)**

O divisor universal é um acessório muito importante, utilizado numa máquina denominada fresadora, que possibilita executar todas as formas possíveis de divisões. É muito preciso e versátil.



Entender e apropriar-se dos conceitos envolvidos para a plena utilização desse dispositivo é fundamental para o ferramenteiro, o que demanda um bom embasamento matemático. O próprio nome já nos remete ao conceito de divisão em partes iguais.

Basicamente esse acessório é constituído por uma coroa com 40 dentes, uma rosca denominada *rosca sem fim* de uma entrada, um disco divisor que pode ser trocado conforme o tipo de divisão a ser feita e a manivela.



O fato de a rosca sem fim ter uma entrada, estabelece a relação mais comum entre os divisores que é de  $\frac{1}{40}$ . Isto significa que para cada 40 voltas na manivela, a peça executa uma volta.

Sabemos que esse dispositivo também pode ser montado com engrenagens adicionais que aumentam consideravelmente a possibilidade de fresar, além de quadrados, hexágonos, rodas dentadas (engrenagens) e outros perfis que dificilmente poderiam ser obtidos de outra maneira. Retiramos da apostila, como exemplo, o seguinte problema:

Fazer três divisões eqüidistantes, em uma peça montada em um cabeçote divisor universal, cuja coroa tem 40 dentes.

*Desenvolvimento:*

$$\frac{K}{N} = F, \text{ onde:}$$

$K$  = número de dentes da coroa

$N$  = número de divisões a efetuar

$F$  = número de voltas da manivela

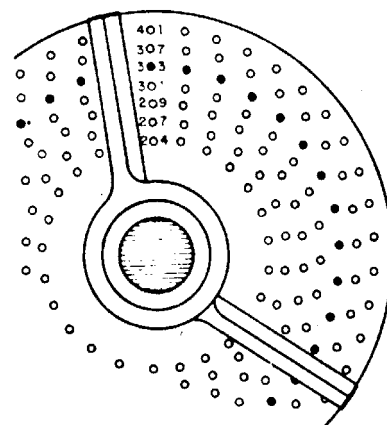
Assim

$$\frac{K}{N} = F \rightarrow F = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}$$

Assim, deve-se dar 13 voltas mais  $\frac{1}{3}$  de volta na manivela. As voltas completas se darão partindo de um furo qualquer do disco divisor e voltando ao mesmo furo; porém, para a fração de volta, necessita-se dispor de uma circunferência cujo número de furos seja múltiplo da fração, neste caso  $\frac{1}{3}$ . Multiplicam-se ambos os termos por um mesmo número para conseguir que o denominador coincida com uma série de furos disponíveis no disco divisor. *Exemplo:*

$$\frac{1}{3} \times \frac{11}{11} = \frac{11}{33}$$

Com este resultado, pode-se utilizar a circunferência de 33 furos: abrindo o setor em um arco que abranja 11 arcos dos 33 arcos em que está dividida a circunferência.



É fácil perceber, neste simples exemplo de divisão da circunferência, os termos matemáticos envolvidos na solução desse problema da prática: número de voltas, fração de volta, relação entre o número de voltas da manivela e da peça, etc.

Defendemos a idéia, mais uma vez, de que problemas desse tipo podem servir como situações-problema para motivar uma aula sobre conteúdos matemáticos.

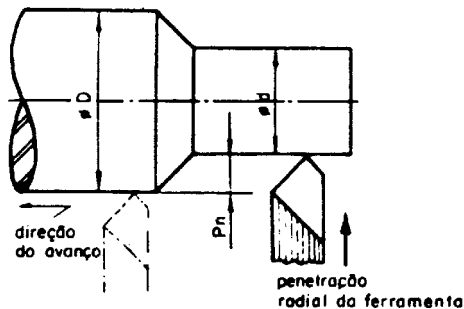
### Anéis graduados nas máquinas-ferramenta

Anéis graduados são elementos de forma circular, com divisões igualmente distanciadas, que as máquinas-ferramenta possuem. São construídos com graduações de acordo com os passos das roscas dos fusos onde se situam. Esses fusos comandam o movimento dos carros, ou das mesas das máquinas.

Para que a peça seja usinada, além do movimento de rotação impresso na placa do torno, onde a mesma está presa, é preciso que a ferramenta de corte penetre na direção transversal à peça (penetração radial da ferramenta).

$D$  = diâmetro da peça antes do passe

$d$  = diâmetro da peça depois do passe



Este avanço é medido através do anel graduado do carro transversal, ou seja, é possível relacionar um determinado número de divisões do anel com a penetração ( $P_n$ ) necessária para se efetuar o corte. Esta é uma relação matemática.

### Aplicação

Sabendo-se que

$A$  = avanço por divisão do anel

$N$  = número de divisões do anel graduado

$P_n$  = penetração

$P$  = passo da rosca no fuso de comando

$X$  = número de divisões por avançar

calcular quantas divisões devem ser avançadas em um anel graduado de 100 divisões, ao se desbastar um material de 60mm de diâmetro, para deixá-lo com 45mm. O passo do parafuso de comando é de 5mm.

### Cálculo

a) Penetração:

$$P_n = \frac{D - d}{2} \quad \therefore P_n = \frac{60 - 45}{2} \quad \therefore P_n = 7,5\text{mm}$$

b) Avanço por divisão do anel:

$$A = \frac{P}{N} \quad \therefore A = \frac{5mm}{100} \quad \therefore A = 0,05mm$$

c) Número de divisões por avançar:

$$X = \frac{P_n}{A} \quad \therefore X = \frac{7,5mm}{0,05mm} \quad \therefore X = 150 \text{ divisões (ou seja, uma volta e meia do anel).}$$

### Roscas

Na página 77 dessa apostila rosca é definida como saliência em forma helicoidal que se desenvolve externa ou internamente, ao redor de uma superfície cilíndrica ou cônica. Cada saliência é chamada de filete.

### Tipos de perfis e suas utilizações

#### *Perfil triangular*

É usado em parafusos de fixação, uniões e tubos.



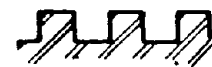
#### *Perfil trapezoidal*

É usado nos órgãos de comando das máquinas operatrizes (para transmissão de movimento suave e uniforme), nos fusos e nas prensas de estampar.



#### *Perfil quadrado*

Tipo em desuso, mas ainda aplicado em parafusos de peças sujeitas a choques e grandes esforços (*morsas*).



#### *Perfil dente-de-serra*

É usado quando o parafuso exerce grande esforço num só sentido, como nas *morsas* e nos *macacos*.



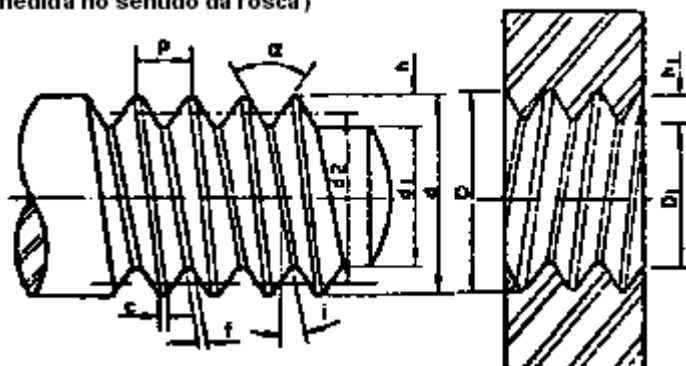
#### *Perfil redondo*

É usado em parafusos de grandes diâmetros e que devem suportar grandes esforços.



## Nomenclatura da rosca

- $p$  = passo (distância entre dois filetes medida no sentido da rosca)  
 $d$  = diâmetro externo  
 $d_1$  = diâmetro interno (núcleo)  
 $d_2$  = diâmetro do flanco  
 $\alpha$  = ângulo do filete  
 $f$  = fundo do filete  
 $i$  = ângulo da hélice  
 $e$  = crista  
 $D$  = diâmetro do fundo da porca  
 $D_1$  = diâmetro do furo da porca  
 $H_1$  = altura do filete da porca  
 $h$  = altura do filete do parafuso



É importante destacar que para uma completa familiarização com as roscas, os alunos devem saber interpretar dados de um grande número de tabelas padronizadas para cada tipo de rosca. Podem-se explorar, por exemplo, propriedades geométricas constantes em polígonos especiais, ao estudar os diferentes perfis dos filetes que os vários tipos de roscas podem apresentar. Para finalizar, devemos ressaltar a impossibilidade de esgotar tantos outros exemplos de conexões da matemática acadêmica com um grande número de conceitos tecnológicos encontrados nesta apostila.

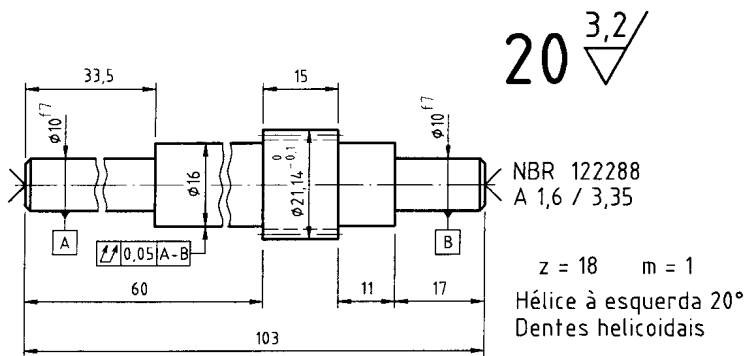
Algumas pequenas conclusões já foram sendo tiradas, à medida em que relatávamos o item III.3.1, em que já observávamos a importância da matemática na formação desse aluno. A principal conclusão que queremos tirar aqui é que, apesar do grande desafio que possa representar para o professor de matemática, este deve levar em conta uma pesquisa dessas apostilas de apoio nas aulas práticas, quando for elaborar o seu plano de aula ou de curso. Como vimos, não é muito difícil encontrar boas situações-problema que sirvam como geradoras dos conteúdos e conceitos matemáticos que se deseja trabalhar em sala de aula. Para que o professor de matemática adquira essas habilidades, é necessária uma atitude de cooperação constante entre ele e os instrutores. Isso ajudaria, também, na identificação de possíveis falhas na forma como esses alunos transferem conhecimentos de uma área para outra.

### **III.3.2 - ATUAR NO PAPEL DE OBSERVADOR, DURANTE AS ATIVIDADES DESSES ALUNOS PRATICADAS NO AMBIENTE DE OFICINA**

No primeiro semestre de 2001 nossas atividades no SENAI resumiram-se em consultar materiais na biblioteca e atuar como observador em aulas de matemática e prática de oficina. As aulas praticadas no ambiente de oficina são constituídas de atividades trabalhadas para desenvolver as habilidades básicas no processo de usinagem e demais processos utilizados na fabricação de peças e conjunto de peças.

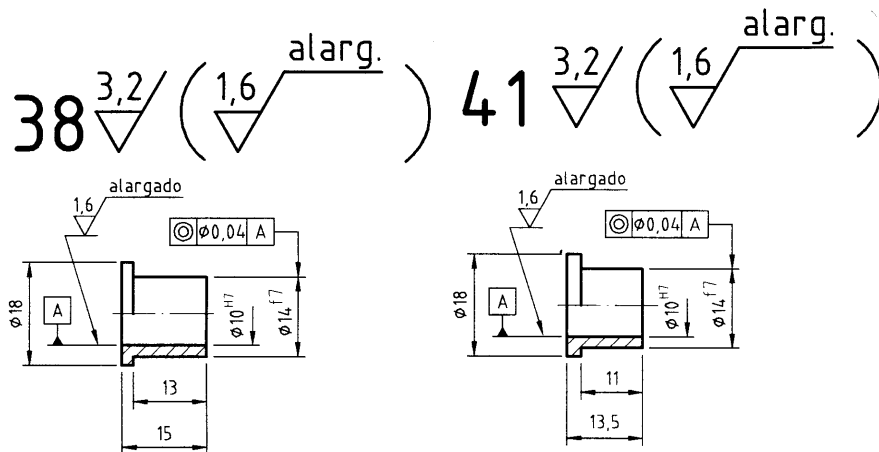
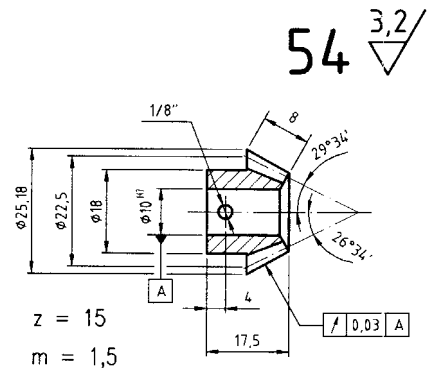
Ao acompanhar as aulas, foi possível constatar que, por dia, esses alunos devem absorver uma quantidade muito grande de informações e, dentre elas, informações sobre nomes de ferramentas, máquinas e os elementos que as constituem, além das demais informações que fazem parte do vocabulário técnico desses profissionais. Antes de se executar uma operação nova, são passadas as devidas informações teóricas e práticas, além das normas de segurança. Junto à parte teórica, aparecem os diversos tipos de cálculos e de objetos matemáticos que devem ser assimilados para que a prática se realize.

Um primeiro exemplo que conseguimos, ao atuar como observador durante as aulas práticas, foi obtido quando entramos em contato com o *Caderno de Tarefas – Caminhão Betoneira (cara chata)*. Para que os alunos adquirissem todas as habilidades básicas necessárias à formação de um Mecânico de Usinagem, eles deveriam aprender 77 tipos de operações distribuídas por 42 tarefas, todas detalhadas no *quadro analítico* (ver p. 84). Uma das aplicações que deveriam utilizar todas essas operações encontra-se na construção do caminhão betoneira (ver montagem, p. 84). Como exemplo vamos mostrar uma pequena parte das peças que compõem todo este conjunto, onde podem ser vistos alguns dos tipos de usinagem, ajustes e demais informações tecnológicas que já foram comentadas em III.3.1.



- Fresar dentes retos para engrenagens cilíndricas externas
- Fresar ranhuras e dentes helicoidais
- Calibrar furos com alargador no torno

tolerância não especificada  
NBR 6371 (f)



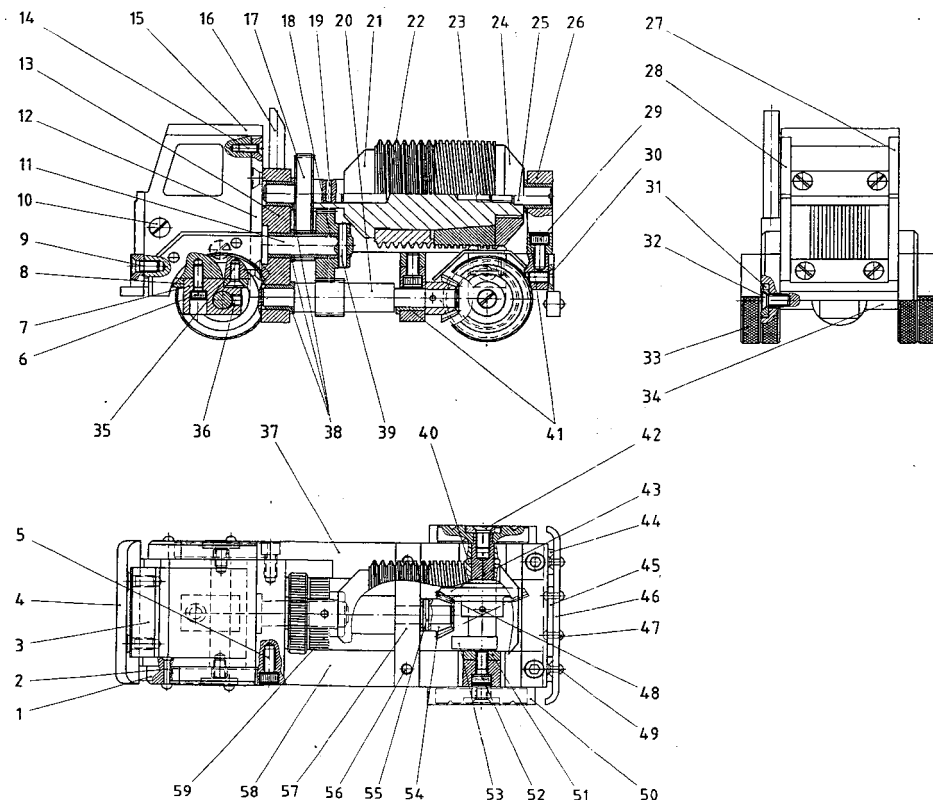
O que de matemática seria importante conhecer para ajudar na confecção das peças consideradas?

As operações mecânicas envolvidas na construção das peças n<sup>os</sup> 20, 38, 41 e 54 do caminhão betoneira são:

- Facear (operação 33) (ver quadro analítico p. 85);
- Fazer furo de centro (operação 34);
- Tornear superfície cilíndrica externa entre pontas (operação 36);
- Furar usando cabeçote móvel (operação 38);
- Calibrar furo com alargador no torno (operação 49);
- Fresar dentes retos para engrenagens cilíndricas externas (operação 50);
- Fresar ranhuras e dentes helicoidais (operação 51).

Para trabalhar essas atividades, os alunos devem conhecer as formas geométricas nelas contidas; devem saber trabalhar com medidas de precisão de comprimento e ângulo; com números naturais e decimais; com símbolos que expressam paralelismo e perpendicularismo; etc.

### Montagem do Caminhão Betoneira



A execução da tarefa 35 – Montagem do Caminhão Betoneira – solicitava especificamente três operações:

- Alargar e calibrar furo cônico;
- Embuchar;
- Calibrar furo com alargador cônico manualmente.

Para poder executar essa montagem, 34 tarefas foram realizadas antes, exigindo do aluno habilidade com 64 diferentes operações mecânicas.

O que de matemática é necessário nessa tarefa mecânica?

Mais uma vez ter noção de formas geométricas e saber trabalhar números e medida de forma precisa e dentro das tolerâncias indicadas.

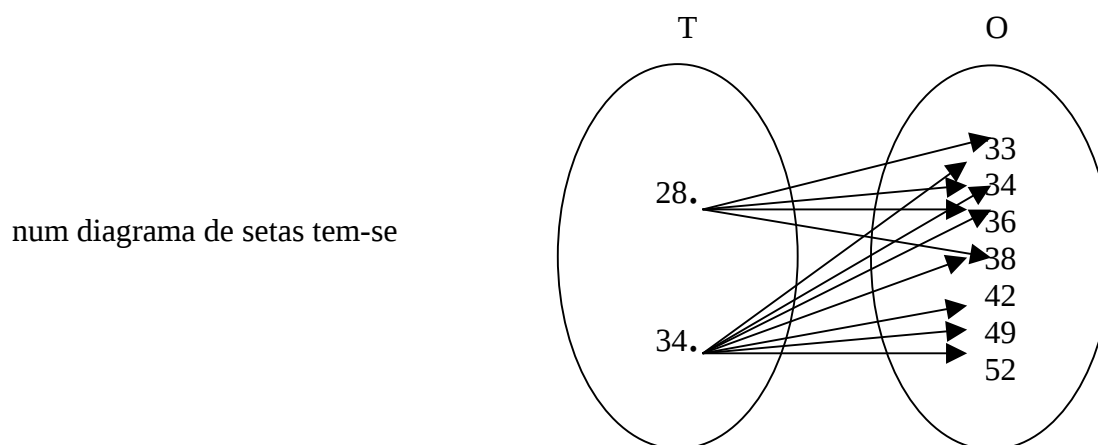
Quadro analítico – Caminhão Betoneira

QUADRO ANALÍTICO  
MECÂNICO DE USINAGEM

| TEMPO |        |       | TAREFAS                                                      |  | Nº de |       | OPERAÇÕES              |
|-------|--------|-------|--------------------------------------------------------------|--|-------|-------|------------------------|
| Prev. | Acum.  | Ordem |                                                              |  | Ordem |       |                        |
| h     | min    | h     |                                                              |  |       |       |                        |
| 05.00 | 05.00  | 01A   | Placa com furo lenda                                         |  | 01.00 | 01.00 | Limar superfície plana |
| 09.00 | 14.00  | 02A   | Placa lenda, trapezoidal e pontuado                          |  | 02.00 | 02.00 | Limar superfície plana |
| 06.00 | 20.00  | 03A   | Placa fresada e rebassada                                    |  | 03.00 | 03.00 | Limar superfície plana |
| 07.00 | 27.00  | 04A   | Fresado da cabeça                                            |  | 04.00 | 04.00 | Limar superfície plana |
| 04.00 | 31.00  | 05A   | Pisa-lama traseiro                                           |  | 05.00 | 05.00 | Limar superfície plana |
| 14.00 | 45.00  | 06A   | Linha da cabeça                                              |  | 06.00 | 06.00 | Limar superfície plana |
| 10.00 | 55.00  | 07A   | Furo                                                         |  | 07.00 | 07.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 63.00  | 08A   | Pisa-lama traseiro                                           |  | 08.00 | 08.00 | Limar superfície plana |
| 03.00 | 66.00  | 09A   | Ferramenta de debastar                                       |  | 09.00 | 09.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 74.00  | 10A   | Suporte de eixo traseiro                                     |  | 10.00 | 10.00 | Limar superfície plana |
| 01.00 | 75.00  | 11A   | Escapamento                                                  |  | 11.00 | 11.00 | Limar superfície plana |
| 04.00 | 79.00  | 12A   | Placa com rebolos                                            |  | 12.00 | 12.00 | Limar superfície plana |
| 10.00 | 89.00  | 13A   | Placa da betoneira e do eixo central                         |  | 13.00 | 13.00 | Limar superfície plana |
| 12.00 | 101.00 | 14A   | Assento e manual do eixo dianteiro                           |  | 14.00 | 14.00 | Limar superfície plana |
| 11.00 | 112.00 | 15A   | Feito da cabeça                                              |  | 15.00 | 15.00 | Limar superfície plana |
| 07.00 | 119.00 | 16A   | Pisa-lama dianteiro                                          |  | 16.00 | 16.00 | Limar superfície plana |
| 13.00 | 132.00 | 17A   | Chassi (barras e eixo)                                       |  | 17.00 | 17.00 | Limar superfície plana |
| 12.00 | 144.00 | 18A   | Placa com furos coordenados                                  |  | 18.00 | 18.00 | Limar superfície plana |
| 05.00 | 149.00 | 19A   | Eixo cilíndrico de 115 corpos                                |  | 19.00 | 19.00 | Limar superfície plana |
| 06.00 | 155.00 | 20A   | Eixo cilíndrico e chumbo com rebolos                         |  | 20.00 | 20.00 | Limar superfície plana |
| 04.00 | 159.00 | 21A   | Eixo cilíndrico cilíndrico                                   |  | 21.00 | 21.00 | Limar superfície plana |
| 06.00 | 165.00 | 22A   | Eixo cilíndrico cilíndrico                                   |  | 22.00 | 22.00 | Limar superfície plana |
| 09.00 | 174.00 | 23A   | Pisa-lama dianteiro                                          |  | 23.00 | 23.00 | Limar superfície plana |
| 03.00 | 177.00 | 24A   | Ferramenta de corte                                          |  | 24.00 | 24.00 | Limar superfície plana |
| 16.00 | 193.00 | 25A   | Roda dianteira / traseira                                    |  | 25.00 | 25.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 201.00 | 26A   | Eixo com roscas e perfil cilíndrico e conico                 |  | 26.00 | 26.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 209.00 | 27A   | Eixo perfilado com eixo cilíndrico                           |  | 27.00 | 27.00 | Limar superfície plana |
| 20.00 | 229.00 | 28A   | Eixo cilíndrico                                              |  | 28.00 | 28.00 | Limar superfície plana |
| 14.00 | 243.00 | 29A   | Eixo da betoneira                                            |  | 29.00 | 29.00 | Limar superfície plana |
| 10.00 | 253.00 | 30A   | Linha cilíndrica e perfil cilíndrico                         |  | 30.00 | 30.00 | Limar superfície plana |
| 12.00 | 265.00 | 31A   | Linha cilíndrica e perfil cilíndrico                         |  | 31.00 | 31.00 | Limar superfície plana |
| 10.00 | 275.00 | 32A   | Linha cilíndrica e perfil cilíndrico                         |  | 32.00 | 32.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 283.00 | 33A   | Eixo cilíndrico                                              |  | 33.00 | 33.00 | Limar superfície plana |
| 12.00 | 295.00 | 34A   | Eixo cilíndrico                                              |  | 34.00 | 34.00 | Limar superfície plana |
| 35.00 | 330.00 | 35A   | Montagem                                                     |  | 35.00 | 35.00 | Limar superfície plana |
| 05.00 | 335.00 | 36A   | Chapas com lenda de fusão - B                                |  | 36.00 | 36.00 | Limar superfície plana |
| 05.00 | 340.00 | 37A   | Chapas ponteadas pelo processo oxiaetilênico - IC            |  | 37.00 | 37.00 | Limar superfície plana |
| 03.00 | 343.00 | 38A   | Chapas soldadas em junta de quina s/ material de adição - ID |  | 38.00 | 38.00 | Limar superfície plana |
| 03.00 | 346.00 | 39A   | Chapas soldadas em junta de quina s/ material de adição - IE |  | 39.00 | 39.00 | Limar superfície plana |
| 08.00 | 354.00 | 40A   | Chapas soldadas com cordão pulso elétrico (TIG) - IV         |  | 40.00 | 40.00 | Limar superfície plana |
| 04.00 | 358.00 | 41A   | Chapas ponteadas pelo processo oxiaetilênico - H             |  | 41.00 | 41.00 | Limar superfície plana |
| 04.00 | 362.00 | 42A   | Chapas soldadas em junta em "T" - J                          |  | 42.00 | 42.00 | Limar superfície plana |

Para que o aluno possa orientar-se durante todo o processo de construção do caminhão betoneira, existe um quadro analítico que relaciona todas as tarefas e as operações correspondentes que devem ser executadas e aprendidas. Como exemplo, neste quadro, mostramos as tarefas 28T e 34T, com suas correspondentes operações. O aluno pode observar, através desse quadro, quais das operações são repetidas e quais delas são novas, na execução de cada tarefa.

Temos aqui um exemplo de relação entre dois conjuntos de ações – tarefas e operações – onde cada tarefa está associada a uma ou mais operações. No caso das tarefas 28 e 34, as operações indicadas são 33, 34, 36, 38, 42, 49, 52. Assim,



onde T é o conjunto das tarefas e O é o conjunto das operações.

$$T \times O = \{(28, 33), (28, 34), (28, 36), (28, 38), (34, 33), (34, 34), (34, 36), (34, 38), (34, 42), (34, 49), (34, 52)\}.$$

Como se pode perceber na montagem, as peças de itens 54, 41 e 38, *pinhões, buchas dos mancais e buchas da placa*, respectivamente, funcionam em conjunto com o item 20, a *engrenagem helicoidal motora*. O ajuste preciso entre essas quatro peças deve ser garantido para o perfeito funcionamento da transmissão do movimento das rodas traseiras para a betoneira. Para isto é necessário, por exemplo, que se respeite as tolerâncias indicadas. É o caso da bucha da placa (item 38), que deverá permitir o *movimento rotativo*, como visto em III.3.1 (p. 69), do eixo da engrenagem helicoidal (item 20) em seu furo com diâmetro de 10mm.

Dentre essas, outras informações tecnológicas que aparecem e outras operações que devem fazer parte do dia-a-dia do aluno, em grande parte das vezes exige-se desse futuro profissional afinidades com conteúdos matemáticos. Foi o que pudemos constatar durante outras situações interessantes que presenciamos neste primeiro contato com os alunos em aulas de tecnologia mecânica: a) classificação do aço a partir da porcentagem de carbono; b) cálculo do número de rotações por minuto ( $n$ ) para a placa de um torno em função da velocidade de corte ( $V_c$ ) desejada e do diâmetro ( $d$ ) da peça:  $n = \frac{\pi d}{V_c}$ . Dentre outras teorias, mesmo sem ainda terem passado pelo curso de desenho, esses alunos, ao estudarem cada passo na apostila, para mais tarde realizarem as operações de usinagem, já se deparam com a leitura e a interpretação de desenho técnico. As noções geométricas básicas de paralelismo, projeções ortogonais e visão tridimensional começam a fazer parte do dia-a-dia deles. Medir, utilizando-se dos instrumentos já citados no subitem III.3.1, é a ação mais freqüente neste processo. Uma colocação que queremos fazer tem a ver com o interesse que percebemos, por parte dos alunos, em começar logo as atividades de prática em oficina. Todas aquelas máquinas e a possibilidade de estarem construindo algo, deixa-os fascinados. Tudo é muito novo e curioso para eles. Acreditamos que este é um ambiente muito fértil de aprendizagem.

Paralelo ao que pudemos testemunhar e concluir no item III.3.1, quando estudávamos a apostila de apoio didático utilizada para as aulas práticas e teóricas, o item III.3.2 veio confirmar tudo aquilo, além de fornecer um pequeno diagnóstico de situações que levam os alunos a não desempenharem com eficiência e eficácia as atividades decorrentes do ambiente de oficina. Concluímos que a formação matemática desses alunos, muitas vezes compromete o bom desempenho deles mesmos em atitudes de leitura, interpretação e tomada de decisão na resolução de problemas da prática em oficina. O pensamento matemático está presente no dia-a-dia desses alunos e isto exige de nós, educadores matemáticos, uma postura diferente diante da formação matemática desses profissionais. É natural que, por estarem em um processo novo de aprendizagem e pelo fato de terem que absorver uma quantidade muito grande de informações num espaço curto de tempo, não seja fácil para eles apropriarem-se e executarem com sucesso todas aquelas atividades. Cometer erro na execução de tarefas faz parte de toda essa formação. O que não podemos aceitar é o fato de que oito anos de matemática na formação desses alunos possa contribuir tão pouco para estes enfrentarem esse processo.

Dentre as dificuldades referentes aos conceitos matemáticos, pudemos destacar que o aluno apresenta:

- ✓ uso incorreto do algoritmo da divisão, principalmente quando esta operação envolve habilidades com números decimais não inteiros;
- ✓ erros cometidos em leituras do paquímetro, por depender da habilidade com frações e números decimais e por não entender, com significado, como se dá o funcionamento do vernier desses instrumentos;
- ✓ descuido no manuseio dos anéis graduados das máquinas-ferramenta, por não entenderem a relação existente entre as divisões do anel com o correspondente avanço na ferramenta de corte e por não terem afinidade com números decimais.

### **III.3.3 - ATUAR COMO OBSERVADOR NAS AULAS DE MATEMÁTICA**

A estratégia E<sub>3</sub> diz ‘Acompanhar os alunos em atividades das aulas de matemática ministradas pelo professor da escola’. Como? O procedimento correspondente a essa estratégia diz ‘Atuaremos como observador nas aulas de matemática ministradas pelo professor da turma’.

É nosso propósito, com esse procedimento, saber se o professor estabelece ligação do trabalho de sala de aula com as atividades práticas e conhecer sua metodologia de trabalho.

Para pôr em ação esse procedimento, estabelecemos contato com o coordenador e com a professora pedindo permissão para assistir a algumas de suas aulas.

O semestre já estava em andamento quando recebemos a autorização para isso. Pudemos participar somente de três aulas duplas visto que, a partir do quarto encontro, a professora iria trabalhar um tópico de matemática que não constava de nosso projeto. Nossos encontros se realizaram nos dias 7, 14 e 28 de março de 2001.

Com o intuito de conhecer a metodologia adotada pela professora e poder sentir o tratamento dispensado à resolução de problemas, decidimos observar o que de comum poderia haver entre as duas formas de trabalho.

No dia 07 de março de 2001, primeiro encontro em que participamos, os alunos já haviam passado por uma prova que estava sendo analisada em classe depois de sua correção. Os exercícios discutidos não eram ligados a situações-problema. Tratava-se da construção do conceito de números decimais e revisão das operações sobre eles.

Quanto à atuação dos alunos, na resolução desses exercícios, podemos considerar as seguintes observações:

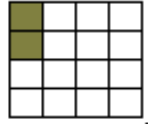
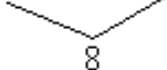


Durante a aula, mostrou-se a esse aluno, na lousa, que

$$8 \overline{) \frac{1}{2}} \rightarrow \frac{8}{\frac{1}{2}} \rightarrow 8 \div \frac{1}{2} = 8 \times \frac{2}{1} = \frac{16}{1} = 16$$

mas, poderíamos, usando a propriedade da divisão, mostrar que

$$8 \overline{) \frac{1}{2}} \therefore q \times \frac{1}{2} = 8 \text{ e resolvendo a equação } q = 2 \times 8 \therefore q = 16$$

ou, ainda, graficamente, sendo  = 1 então  cabe em  16 vezes  


No dia 14 de março assistimos outra aula com a mesma turma. Nesse dia, a professora separou os alunos em grupos de dois, para realizarem atividade que valia nota. A professora já considerava que os alunos tivessem estudado, através das listas de exercícios anteriores que resolveram durante as aulas e em casa, operações envolvendo frações. Com essa avaliação, que começou às 7h 45min e foi recolhida às 8h 30min, a professora considerou encerrado o assunto frações. Dentre as dificuldades que surgiram durante a atividade, podemos citar:

- ✓ Aluno confundindo, na resolução de um exercício,  $3\frac{1}{4}$  (três inteiros e um quarto) com  $3 \times \frac{1}{4}$  (três vezes um quarto);
- ✓ Ao efetuar a expressão  $\frac{1}{2} \div 4 + \frac{3}{4} \div 2$ , aluno realizou a adição  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$  e não soube o que fazer com os divisores 4 e 2 em cada parcela. Em alguns casos, confundiram a regra da adição com a regra da multiplicação de frações, ou seja, ao multiplicar duas frações com denominadores diferentes, calcularam o m.m.c, e tiveram um trabalho bem maior envolvendo fatoração e simplificação de frações;

- ✓ Os alunos que calcularam o m.m.c. para a adição de frações parece que realizaram mecanicamente essa ação. Pelo fato de aparecer adição de frações com denominadores diferentes, utilizaram-se dessa técnica sem perceber que o que está por trás deste cálculo é o fato de se ter que trabalhar com uma unidade comum, utilizando o conceito de frações equivalentes.

No dia 28 de março, a professora desenvolveu trabalhos em grupos envolvendo atividades extra-classe, que possibilitariam a introdução às aulas de Geometria. Foi utilizada uma dinâmica com os alunos que estavam separados em grupos, na qual parte dos integrantes de cada grupo deveria procurar, pelas dependências da escola, objetos que exemplificassem formas geométricas conhecidas. Depois, voltando para a sala, cada grupo deveria relatar o que viu, identificando as formas geométricas. O que foi possível constatar é que os alunos apresentavam dúvidas básicas nos conceitos de objetos geométricos. A própria professora relatou alguma tentativa dos alunos em utilizar, de forma errônea, conceitos primitivos da geometria, ao dizer ‘a lâmpada fluorescente’ é um exemplo de ‘reta cilíndrica’.

Como já dissemos, não demos continuidade às atividades de observador, pelo fato de, neste momento, a professora estar entrando num tópico matemático do que já sabíamos não constar de nosso projeto pedagógico. Nosso tempo estava curto demais e não justificava darmos continuidade à atividade de observador.

Vamos relatar as principais constatações que tivemos no decorrer das aulas e em encontros extra-classe com a professora:

- ✓ Em aulas eram utilizadas listas de exercícios para dar início a tópicos matemáticos do Ensino Fundamental;
- ✓ As listas de exercícios cobravam dos alunos habilidades operacionais, onde exercícios do tipo “*efetue as operações*” não eram ligados a situações-problema;
- ✓ Toda teoria abordada era apresentada para os alunos em apostilas bem preparadas pela professora, material este xerocado e distribuído aos alunos;
- ✓ Terminada esta etapa, a professora partia para aplicações;

- ✓ Ao terminar um tópico matemático, os alunos recebiam outras listas de exercícios para serem resolvidas em casa e trazidas na aula seguinte, para que dúvidas fossem esclarecidas;
- ✓ Após todo o trabalho com um determinado tópico uma prova era aplicada;
- ✓ As provas eram feitas individualmente e avaliadas pela professora, mas as demais atividades, tais como participação, iniciativa e atitudes no trabalho em grupo, também eram avaliadas;
- ✓ A professora comunicou aos alunos a possibilidade de fazer outra prova, para aquelas que não atingissem a média;
- ✓ A dinâmica em sala de aula incluiu atividades individuais e em grupos de alunos.

Pudemos perceber, com tudo até aqui, que a professora possui uma seqüência de atividades bem definida para o trabalho em sala de aula. Atividades que cobram dos alunos posturas com relação ao cumprimento de tarefas durante as aulas e em casa, além da participação, autonomia em atividades individuais e desembaraço nas atividades em grupos. A professora acompanha as atividades em classe tirando dúvidas, apontando caminhos sem dar a solução e fazendo um levantamento de dúvidas mais freqüentes. É com as dúvidas mais comuns que a professora vai à lousa e chama toda a classe de modo que todos possam participar.

Nesses três encontros, pudemos observar que o método de trabalho em sala de aula adotado pela professora não levou em conta o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. A ligação da matemática acadêmica do Ensino Fundamental com a prática de oficina foi feita em algum momento de aplicações, quando os alunos já tinham revisto o tópico de matemática. Além disso, numa de nossas conversas extra-classe, mostramos para a professora uma lista de problemas que sugeríamos fosse aplicada aos alunos. A professora disse ter gostado da lista, mas afirmou não acreditar ser possível sua aplicação, alegando que os alunos não teriam condições de resolvê-la, por virem despreparados do Ensino Fundamental.

Não pudemos, ainda, formar uma opinião mais precisa sobre a metodologia adotada pela professora. Sobre seu método apenas podemos concluir, baseados nessas aulas que assistimos e algumas colocações da professora, que este é diferente daquele que queremos propor.

Podemos concluir, também, que a professora dispõe de um tempo muito pequeno para dar conta de todo conteúdo programático estipulado, mesmo que, nessas primeiras 40 horas, haja o caráter de revisão. Os alunos chegam despreparados do Ensino Fundamental, não conseguindo se

apropriar de conceitos básicos importantes para um bom andamento das aulas, num novo ambiente de aprendizagem que exige deles muito mais do que a simples memorização de conceitos matemáticos.

### III.3.4 – FAZER ENTREVISTAS

Fazendo as entrevistas semi-estruturadas, visando poder intervir durante o processo, teremos a possibilidade de detectar, de uma forma objetiva, aquilo que queremos saber ou que achamos importante para a pesquisa.

#### III.3.4.1 – ENTREVISTA COM A PROFESSORA DE MATEMÁTICA

Realizamos entrevista semi-estruturada com a professora de matemática, seguindo as questões colocadas na **P<sub>4</sub>**.

1 – Há tempo suficiente para se trabalhar todos os tópicos matemáticos relacionados no Documento SENAI?

**Prof<sup>a</sup>:** Não... na minha opinião não há tempo suficiente, porque a quantidade de conteúdo cobrado, apesar dos alunos já estarem vindo com a oitava série feita, eles vêm com muita dificuldade. Então praticamente você tem que dar o conteúdo novamente. Isto exige muito tempo para você limpar os conteúdos que eles colocam... . Por exemplo: lá na grade eles trazem o curso de matemática que precisa ter tais tópicos, das várias áreas e com duas aulas semanais. É muito difícil você conseguir dar um andamento legal por que há, às vezes, alunos que têm dificuldade, você não pode deixar para trás esses alunos com essas dificuldades. Há alunos que são rápidos, eles já sabem, já tiveram um bom Ensino Fundamental. Isso contribui bastante, mas a maioria não tem... não teve... você observa que não teve um bom Ensino Fundamental, vem com dificuldades.

2 – Quais as maiores dificuldades que você percebe em seus alunos?

**Prof<sup>a</sup>:** O trabalho com os números decimais. Principalmente na divisão, na multiplicação, alguns na subtração e outros, até na soma. ... Colocar unidade embaixo de unidade; dezena... centena... vírgula embaixo de vírgula...

**Intervenção:** *E quanto à divisão especificamente?*

**Prof<sup>a</sup>:** *Na divisão é a questão dos decimais e a contagem das casas decimais, igualar as casas e a colocação da vírgula no quociente.*

3 – Você considera suficiente para os alunos a revisão feita?

**Prof<sup>a</sup>:** *Olha, eu... eu acho que é pouco; penso que seja pouco. Por que a revisão que a gente faz, dado o tempo de que nós dispomos, é... vejo assim como superficial e eu gostaria que os meus alunos desenvolvessem os exercícios autonomamente, sem aquela dependência, sem aquela insegurança que eles demonstram, mesmo depois da revisão que a gente faz.*

4 – Em seu entender, essa revisão pode levar a um progresso no conhecimento dos alunos?

**Prof<sup>a</sup>:** *Ah! Eu vejo assim, que sempre há crescimento. Os meninos, ao entrarem aqui, são de um jeito, e trazem um tipo de conhecimento. Uns com mais desenvoltura, com mais autonomia. Outros com menos. E, ao sair daqui, você percebe que eles adquiriram uma autonomia maior, um desenvolvimento maior, uma aquisição de conteúdo maior.*

5 – Seu curso é apostilado? É possível ter acesso a esse material?

**Prof<sup>a</sup>:** *Sim, é. As apostilas sou eu que acabo elaborando... porque nós tínhamos um conjunto de apostilas. Elas estão aí para serem usadas mas nem todos os conteúdos que elas trazem nós trabalhamos. E, às vezes, é uma apostila grande que você dá para o aluno, mas que você vai trabalhar só um tópico dela. Então, a gente faz cópia daquela parte e distribui para os alunos. Às vezes, eu acabo elaborando, pego um pouco de um, um pouco de outro, faço uma só e distribuo para os alunos. Lousa mesmo é para resolução de exercícios. Às vezes alguma observação mas tudo apostilado, eles não copiam nada da lousa.*

**Intervenção:** *Então você acrescenta coisas de outros livros didáticos? Que livros didáticos você usa?*

**Prof<sup>a</sup>:** *Costumo usar material de outros livros. Quando é conteúdo de Ensino Fundamental, eu costumo usar o ‘Matemática e Vida’, o ‘Conquista da Matemática’ e alguns paradidáticos para estar acrescentando algo para eles.*

6 – Como você desenvolve suas aulas?

**Prof<sup>a</sup>:** *Eu lanço listas de exercícios.*

**Intervenção:** *Exercícios de aplicação?*

**Prof<sup>a</sup>:** *Dos mais variados testes mecânicos, de conta, coisas básicas, sem entrar no mérito da resolução de problemas. Para observar o que é que eles traziam de conhecimento, o que eles sabiam fazer, as coisas básicas que nós vamos precisar. E aí eu constatei muitos erros.*

7 – Você dispõe de tempo para tirar dúvidas dos alunos?

**Prof<sup>a</sup>:** *Sim. Durante a aula mesmo, eles perguntam e nós tiramos todas as dúvidas. Eu procuro não deixar o aluno sem resposta.*

8 – Como se dá o processo de “recuperação” utilizado com seus alunos?

**Prof<sup>a</sup>:** *A recuperação é feita quando o aluno tira menos que 50 em 100. Então o rendimento dele foi abaixo de 50%. Também por que... você vê ... trabalhar sem ficar de recuperação ... . Então a gente dá suporte para esses meninos, para recuperação. Aí eu faço exercícios para casa, dou orientação para eles, voltando, re-estudando o conteúdo, onde eles têm mais dificuldade. Por exemplo, um caso que aconteceu agora no primeiro período da divisão, de trabalhar as operações com os números fracionários. Eu ia indicando... “olha, você precisa reforçar aqui, precisa reforçar ali”. É para isso também, que nós estamos com monitoria de matemática. Há uma aluna da universidade que está desenvolvendo o estágio dela aqui. Então tem os dias específicos que eles vêm para tirar suas dúvidas. Já faz algum tempo que nós estamos mantendo isso no SENAI. E aí, dentro da sala de aula, a gente faz exercícios ou alguma prova ou alguma atividade que possa estar substituindo a nota.*

9 – Como você avalia o desempenho de seus alunos? O que é avaliação para você?

**Prof<sup>a</sup>:** *As estratégias são: trabalhos em grupos; resolução de listas de exercícios; provas individuais e em grupos. A gente varia bastante. Eu não faço só um tipo de estratégia. Então, se eu dei uma avaliação individual, sem consulta, eu procuro dar outra em dupla, ou outra com consulta. Tem trabalhos feitos em grupos. Então eu procuro variar bastante as estratégias de avaliação.*

10 – Como você planeja seu curso?

**Prof<sup>a</sup>:** *A gente faz um planejamento, mas nós estamos estudando, preparando ainda um esquema próprio pra escola. Eu faço o planejamento tendo os objetivos, os conteúdos, as estratégias de ensino e as avaliações. Ainda um de nossos pontos de interrogação é a questão da avaliação. Quanto aos critérios de avaliação, nós estamos estudando, tentando montar uma coerência entre todos...*

**Intervenção:** *Qual é o critério adotado hoje para o planejamento e a avaliação?*

**Prof<sup>a</sup>:** *A gente trabalha sobre o PEARE (Planejamento de Ensino e Avaliação do Rendimento Escolar). Ele é um pouco assim... complexo ainda pra você colocar em prática e bem antigo no SENAI. Nós estamos querendo fazer uma revisão. Nós começamos os grupos de estudo, de leitura do próprio PEARE, para elaborar a nossa avaliação, a nossa estratégia de avaliação, os nossos critérios de avaliar. Como avaliar é ainda uma de nossas interrogações.*

Essa entrevista veio confirmar nossa crença de que o tempo disponível para o curso de matemática no SENAI não é suficiente para a quantidade de conteúdo a ser desenvolvido no programa. A professora também colocou um fato importante que trata da formação que esse aluno traz do Ensino Fundamental. Dessa forma, esse tempo que deveria servir para um aprofundamento ou até para adquirir novos conhecimentos matemáticos acaba servindo para cobrir pontos deficientes de formação.

Observamos que a professora não se utilizou, em sua revisão, de situações-problema geradoras de conceitos e conteúdos matemáticos.

Outro aspecto observado é que houve pouca ligação entre a matemática acadêmica e a prática de oficina.

### III.3.4.2 – ENTREVISTAS COM OS INSTRUTORES DA PRÁTICA EM OFICINA

Para os instrutores não foi preparado uma entrevista ou um questionário especificamente. Os questionamentos aconteceram nos momentos em que estávamos frente a alguma situação importante da prática desses alunos. Não nos limitamos apenas a um instrutor. Apresentamos aqui as opiniões de um total de cinco instrutores que trabalham em turnos diferentes.

Em geral, esses instrutores assumiram ter que ensinar partes da matemática básica que os alunos já deveriam saber e isto atrapalha o processo de aprendizagem de conceitos relacionados com tecnologia mecânica. Numa conversa sobre a falta de base dos alunos, um dos instrutores falou-nos sobre uma proposta do coordenador da escola. Basicamente a idéia dessa proposta era a de trabalhar noções iniciais da tecnologia mecânica, num período anterior ao início das aulas. A apresentação do paquímetro seria uma delas. Mas este instrutor lembrou que um reforço em matemática também deveria ser considerado. Citou como exemplo, que, para o uso do paquímetro, é preciso dominar os conceitos de frações e de números decimais para poder fazer suas leituras com eficiência e eficácia. O instrutor disse que esses alunos não sabem transferir os conceitos matemáticos que trazem do Ensino Fundamental (no caso o conceito de fração) para situações da prática. Daí a necessidade de se usar aquele momento de aula, que deveria ser usado para aprender coisas novas, para se ensinar frações.

Através dessas questões, colocadas em outras ocasiões em que estivemos com os instrutores, pudemos listar os conteúdos matemáticos deficientes mais apontados por eles: conceito de número fracionário, operações envolvendo números racionais na forma decimal e fracionária, trigonometria e razões trigonométricas e a utilização de fórmulas. Um dos instrutores mostrou preocupação com a técnica algorítmica da extração da raiz quadrada.

Pudemos observar que, segundo os instrutores, os momentos nos quais aparecem situações onde esses conteúdos matemáticos surgem são:

- ✓ Uso dos diversos tipos de instrumentos e formas de medir, incluindo os vários tipos de grandezas como comprimento, inclinação, temperatura, área, volume, massa, etc.
- ✓ Sistemas métricos decimal e inglês de medida de comprimento;
- ✓ Análise dimensional;
- ✓ Informações tecnológicas sobre classificações dos diversos tipos de metais;
- ✓ Cálculos relacionados com relações de transmissão, velocidade de corte e rotações por minuto;

- ✓ Técnicas para usar máquinas e ferramentas de trabalho, como é o caso do uso do anel graduado no torno ou em outras máquinas.

Ao chegarem os alunos ao quarto e último semestre do curso, eles deverão passar por noções básicas de preparação e execução de atividades em centros de usinagem denominados Comando Numérico Computadorizado (C.N.C.), onde pequenos programas de computador são criados a fim de possibilitar a usinagem de peças em alta produção.

Todos esses instrutores concordam com o fato de que, para essa faixa etária em que se encontram esses alunos, são dadas muitas informações em tempo muito curto para serem absorvidas. Para os instrutores, se não houvesse tanta deficiência em matemática esse processo evoluiria com mais facilidade e rapidez. As dúvidas básicas em matemática já citadas nas entrevistas com a professora desta disciplina são confirmadas na fala desses instrutores.

Concluímos, a partir das informações obtidas junto aos instrutores que, para se conseguir sucesso no trabalho de formação profissional de seus alunos, não basta ter-se todo maquinário, ferramentas e material de apoio didático à disposição. Eles precisam receber alunos melhor preparados em matemática para poder transferir conhecimentos da matemática acadêmica para o ambiente de oficina, com aptidão na resolução de problemas. No processo de familiarização com outra área do conhecimento, a Tecnologia Mecânica, a matemática deve servir não como obstáculo, mas como uma ferramenta capaz de auxiliar eficazmente na resolução dos problemas advindos dessa área.

### **III.3.4.3 – CONTATO COM O COORDENADOR**

Desde o primeiro momento que entramos em contato com o SENAI, por motivos internos da escola, sejam eles de aposentadoria ou transferência de cargos, conversamos com três coordenadores. Esses profissionais demonstravam a preocupação de melhorar as condições de aprendizagem dos alunos, visto que as reclamações vindas por parte de professores e instrutores, sobre sua falta de base era constante. Mas, foi com o segundo coordenador que fechamos o compromisso de assumir uma turma que iria iniciar suas atividades, antes do período regular. Este coordenador sugeriu a antecipação do início das aulas, para colocar em prática sua idéia de fazer uma revisão de tópicos importantes da matemática utilizada na prática desses alunos, além de iniciá-los em conceitos básicos relacionados com tecnologia e prática em mecânica. Esta sua preocupação fundamentava-se nas reclamações existentes, principalmente por parte dos

instrutores, que se deparam com alunos, na maioria das vezes, sem capacidade de transferir os conceitos matemáticos aprendidos no Ensino Fundamental para as situações da prática. Além disso, a quantidade de informações novas que esses alunos recebem, é muito grande para a faixa etária em que se encontram. Mas o coordenador confirmou que é comum os instrutores terem que interromper o andamento das aulas práticas e de tecnologia, para se lhes ensinar matemática básica.

### **III.3.5 - ENTREVISTAS SEMI-ESTRUTURADAS DIRECIONADAS A PROFISSIONAIS EM ATIVIDADE**

#### **III.3.5.1 - ENTREVISTA 1**

Quando nos formamos no SENAI, em outra turma de Mecânica Geral formava-se um rapaz, I., que, mais tarde, iríamos conhecer e com ele estabelecer um relacionamento de amizade que consideramos muito importante, do qual surgiram muitas conversas, principalmente sobre Mecânica. Depois desse curso, acabamos fazendo juntos o curso técnico, além de outros em São Paulo. Lembramo-nos aqui de seu interesse singular por tudo que se relacionasse com mecânica. Como também nos interessava tudo aquilo, gostávamos de ouvi-lo falar sobre suas experiências.

Após sairmos do SENAI, I. tornou-se um profissional com um currículo muito interessante, trabalhando durante 20 anos numa mesma empresa. Seu primeiro cargo foi de auxiliar de ferramentaria, cargo que ocupou por seis anos e meio, conseguindo várias promoções. Mais tarde, ocupou os cargos de projetista júnior até projetista sênior. Encerrou suas atividades na empresa, tendo ocupado o cargo de processista.

Ao conversar com I. durante a entrevista, pudemos obter dados importantes para esta pesquisa. Apresentamos agora a entrevista.

1 – Que curso você fez no SENAI? Quando?

*I.: Eu fiz o curso de Mecânica Geral e formei-me em 1979.*

2 - Trabalha na profissão em que se formou no SENAI?

*I.: Na atualidade não.*

3 – Teve outros tipos de experiências profissionais não relacionadas à sua formação?

**I.:** Não.

4 – Conte um pouco de sua experiência ao longo de sua vida profissional.

**I.:** *Tenho a experiência de vinte anos. Na profissão de Mecânico Geral, na qual me formei no SENAI, desses vinte anos eu tenho seis anos e meio de experiência. Minha experiência, nesse período de seis anos e meio, deve ser dividida em três partes. Esta experiência se constitui... que eu saí do SENAI e entrei na empresa e lá entrei como auxiliar de ferramenteiro. Ferramenteiro se trata em você confeccionar ferramentas, você fazer manutenção nas ferramentas, fabricar as ferramentas na parte de estamparia. Depois, também na parte de injeção de moldes plásticos, onde nós trabalhamos diretamente ligados lá. Então, durante esses seis anos e meio, foi dado assim um voto de confiança para gente. Então nós acabamos sendo envolvidos por esta oportunidade que nos foi dada e a gente então tinha acesso direto com a produção. O nosso objetivo era manter todas essas ferramentas no devido estado funcional. Não só nosso trabalho, mas nós acabamos sendo envolvidos com esse tipo de experiência na fábrica, que servia para enriquecer, dava uma certa estrutura pra gente poder executar o trabalho. Então, tem em torno de três anos e meio na parte de estamparia, cuidando de ferramentas, de prensas e depois três anos na parte de injeção de plásticos. Foi o meu tempo, a minha estadia na ferramentaria. Então, a gente tendo esse certo envolvimento com essas ferramentas, foi surgindo um desejo de desenvolver também esses projetos. Assim, tendo decidido ir para frente, comecei também a fazer o curso de projetos. Projeto de ferramentas que era a minha área e projeto também de moldes plásticos.*

**Intervenção:** Onde você fazia esses cursos?

**I.:** *Esses cursos eu fazia aos sábados, na Escola PROTEC em São Paulo.*

**Intervenção:** Como foi então sua passagem para outros cargos?

**I.:** *Não foi um tanto quanto fácil passar. Primeiramente nós fizemos o curso e depois nós fomos solicitados quanto aos conhecimentos. Foram dados pequenos trabalhos mas, enquanto isso eu permanecia lá na ferramentaria. (...) Fui tendo êxito, eles foram*

*confiando no meu trabalho e até que, após um ano, eu fui então efetivado no cargo de projetista júnior. (...). Como projetista, tive que galgar certas experiências (...). Fui fazendo projetos simples, depois médios e, depois, projetos complicados. A minha carreira no projeto durou dez anos.*

***Intervenção:*** Ocupou outros cargos?

*I.: Na empresa, após dez anos de projetos, você pega o jeito da coisa. Você começa e vai até que aquela profissão passa a lhe ser familiar. Aí brota um desejo novamente de você ter conhecimento de algo novo. Eu, nesse momento, já era projetista sênior. Então, não tinha mais campo no projeto, a não ser a supervisão. E como supervisor... não tinha esse desejo! Eu já gosto mais daquela parte operacional mesmo, de executar. Então surgiu a oportunidade de trabalhar no processo. O setor foi fragmentado devido a uma crise na empresa e nós fomos deslocados para esta área de processo. Mas pra mim foi muito boa essa área porque, desde a base que tive no SENAI, como também a base interna da empresa e, também na ferramentaria e no projeto, me deram assim um certo sustentáculo. Então, quando eu olhava num processo de fabricação, numa ferramenta que tinha que mudar, ou criar um dispositivo para eliminar uma operação manual, por exemplo, um esforço físico de um operador, então eu olhava, sabia o ponto onde precisava de um dispositivo e já não era mais dificuldade e problema para gerar esse dispositivo, gerar essa ferramenta, mudar quem sabe até mesmo o próprio processo, o jeito de executar aquela tarefa quando eu estava alicerçado numa boa base. Desde o SENAI até essa parte de ferramentaria e também o projeto, elaborar algo que não existia me agradava por que o projeto é isso. É você pensar em algo que não existe. É você dar vida a uma idéia que nasce na mente, em benefício de um operador ou de uma prensa, de uma máquina, de aumentar a produção e reduzir, principalmente, o esforço físico operacional, que é um dos objetivos principais das empresas hoje<sup>11</sup>. Como eu já fui projetista e ferramenteiro então, na minha linguagem como processista, eu estou elaborando um processo novo, estou vendendo uma idéia nova para o projetista. Então isto que eu proponho, já vai com uma*

---

<sup>11</sup> Obs: Todas essas atividades, quem desenvolve é o processista. O projetista executa o projeto, faz os cálculos e por fim, o projeto é mandado para a ferramentaria, onde o ferramenteiro executa a etapa final que consiste na construção da ferramenta desejada.

*certa gama de informação para o projetista, por eu ser projetista, então nós temos a mesma linguagem (...). O processista deve destacar pontos de melhoria. Passa a idéia para o projetista e ele vai fazer o trabalho que eu fazia quando projetista, dando vida para aquilo, calculando e elaborando o melhor funcional e que atenda às necessidades.*

5 – Fez outros cursos complementando sua formação de técnico especializado?

*I.: Além da PROTEC, fiz o curso de Técnico em Mecânica na Industrial (Escola Técnica Industrial “Paulino Botelho” – São Carlos).*

6 – O que fez você se interessar pela profissão de mecânico? O que o levou ao SENAI?

*I.: Como posso dizer isso? Eu tive vários outros trabalhos. Eu trabalhei em lanchonete, eu trabalhei em comércio, mas eu não encontrava uma coisa que me desse satisfação de fazer. É como se não tivesse tido contato com uma experiência qualquer a nível profissional, que abrisse, vamos dizer assim, a válvula que pudesse me dar a vazão com uma coisa que eu tinha prazer e satisfação em fazer. Então eu pegava um parafuso na mão, começava a olhar e perguntava: como será que se desenha isso? Como será que é feito isso? Coisas do dia-a-dia, observação, curiosidade. Então eu comecei a me envolver com isso, até que um dia, tendo lidado com essa experiência no comércio, na lanchonete, no lidar com as pessoas, eu fui convidado pra trabalhar numa oficina mecânica. Aí foi quando eu pus os pés na porta da oficina e abriu-se, então, o horizonte daquilo que eu gostava de fazer. Então eu me encontrei, eu tinha facilidade, eu me dedicava, então eu comecei a dar vazão aos meus sentimentos. Foi assim que eu escolhi esta profissão.*

*O SENAI foi assim pra mim. A gente tinha várias informações sobre o SENAI. O SENAI vendia para as pessoas a imagem de escola padrão tanto no nível de seriedade disciplinar, como também no nível técnico, isto é, você encontrava no SENAI todo quanto é tipo de máquinas e recursos que existiam numa empresa. O SENAI é uma extensão da empresa ao lado da formação profissional. Quer dizer, em vez de eu ir direto para a empresa, eu ia ao SENAI que era o mesmo ambiente da empresa. E o único recurso que eu tinha pra poder aperfeiçoar aquela vazão, que foi encontrada profissionalmente falando, era no ambiente do SENAI mesmo. Foi lá que consegui encontrar todo recurso necessário para o meu aperfeiçoamento profissional.*

7 – Como era sua relação com a matemática na época que você fazia SENAI? Você encontrava na matemática a possibilidade de entender melhor as atividades práticas de oficina?

*I.: Minha relação com a matemática? Bom... A matemática tem um princípio básico. A matemática é uma linguagem. A minha relação com a matemática era boa. Eu me sentia assim... não tinha dificuldade, eu gostava da matéria também. Por exemplo, eu tive contato com um campo da matemática, que não era simplesmente aquelas coisas que eu aprendi no colégio. Já era uma matemática um pouco direcionada. Era uma outra área da matemática ou era matemática, só que aplicada numa outra área que eu não tinha ainda visto, uma experiência que era da área da mecânica. Então eu aprendi a gostar, a ter contato com a matemática.*

8 – Achava, nessa época, importante a matemática para sua formação?

*I.: Olha, o SENAI conseguia vender ( ... ). Eu gostava dessa disciplina. Eu tinha uma matéria em que você trabalha com as relações ou as razões trigonométricas, por exemplo. Se você me perguntar, já faz bastante tempo que eu tive contato com isto, por exemplo Pitágoras e essas razões trigonométricas. No SENAI, tinham uma maneira pra poder vender essas idéias pra gente sobre trigonometria. Tinha lá um professor, o Seu Caio, um bom professor por sinal, que tinha em madeira, um quadro, um triângulo retângulo, com os ângulos marcados, tudo direitinho. Através desse material visual, ele pegava as peças, gesticulava e mexia com os ângulos. Essa ferramenta visual me ajudou a guardar as relações trigonométricas. Foi isto que me motivou a gostar da disciplina. Quer dizer, não me foi passado simplesmente fórmulas, ou seja, dizer razões, seno, co-seno, tangente é isso e dá a definição... Não, mas me levou a me envolver com aquilo, o saber o porquê dos ângulos, o porquê das relações trigonométricas entre ângulos, lados, essas coisas. Um outro exemplo, só pra você entender também o gosto pela disciplina, é que a gente era incentivado a gostar disso. Foi quando o Seu Caio uma vez desafiou os alunos pra ensinar sobre volume. Pra ele poder chamar atenção dos alunos, sobre a importância de volume, ele desafiou a classe, pegou um cubo dez por dez por dez, e disse pra nós que ali caberia um litro de algum líquido qualquer. E o líquido escolhido foi um refrigerante, uma coca-*

*cola. Então, ele pegou e desafiou. Pelo tamanho da caixa e da garrafa, toda a classe falou, numa única voz, que não caberia. E ele então pegou e falou, vamos fazer essa prova? Se por ventura couber, o Seu Caio toma o refrigerante. Se não couber, o Seu Caio paga um refrigerante de um litro para cada um. Então, para nossa surpresa, coube. E ele então pôde que saborear o refrigerante, na nossa frente. Pra você ver, Wagner, nessa entrevista que você tá fazendo sobre a importância, o gosto da disciplina, são coisas assim que ficaram marcadas, não têm como esquecer. Por que? Por que foi um recurso, uma criatividade visual e às vezes um desafio em que você é colocado ... e que nunca mais se esquece.*

#### 9 – Você utiliza (ou utilizou) a matemática aprendida naquele curso?

*I.: Olha Wagner. A matemática, como a gente já pode ver, é uma linguagem e ela consegue transmitir para nós uma idéia de valores. É como se alguém estivesse numa ilha, e você é um pontinho ali no meio do mar, naquela ilha. Mas você quer se libertar daquela ilha, você quer conhecer outro mundo, outro horizonte. Será que tem terra ali para frente? Se eu abandonar a ilha e for nadando até onde a minha vista alcança, será que por ventura vai ter terra? Então, é como se você ficasse isolado. Não saber matemática, é como você ficar isolado no meio de um oceano numa ilha. Se não tem idéia de dimensão, seus olhos vêem, mas você não tem uma escala de valores, para você entender. Eu utilizo hoje na minha vida, a nossa vida é fundamentada toda em matemática. Por exemplo, a matemática nos trás uma idéia de valores, como já foi falado, de distância, de tamanho, e o engraçado é que essas operações matemáticas somar, dividir, subtrair, multiplicar, você acaba trazendo para sua vida. Então a matemática para mim foi o b.a.ba desta linguagem, desta visão de dimensão, tamanho, de valores, de intensidade.*

*Esta profissão de processista tem como objetivo, como o próprio nome diz, estudar os processos. Então você tem algo funcionando na sua empresa. Eu tenho tudo registrado acerca desta operação que tá funcionando. Por exemplo, uma pessoa coloca uma peça numa caixinha. Então eu tenho no meu sistema de informática quantas peças essa pessoa faz por hora, quantas peças ela é capaz de colocar lá, quantas peças vão dentro da caixinha. Mas ela tá trabalhando manualmente. Em todo quanto é tipo de processo, eu devo ter um espírito crítico. Crítico assim: ela põe com a mão. E se eu colocasse automático? Para mim, sugerir uma proposta de um novo processo, um teste, deve ser*

*para empatar com a quantidade de peças por hora ou ser superior. Inferior nunca. Então deixa como tá. Então eu vivo constantemente fazendo questionamentos matemáticos, ganhos, tomando decisões. Antes de eu passar um processo para alguém, uma alteração no processo, tenho que convencê-los com números, às vezes com testes, amostras de que aquilo é viável. Então, constantemente, fico trabalhando numa balança matemática. Se eu fizer isso vai ser melhor, se eu fizer aquilo quanto eu vou ganhar. Eu vou perder nisso, eu vou perder naquilo. Então pra mim hoje ... nunca tive tanto contato com a matemática. Não com a matemática de números, de equações. Mas a mentalidade matemática. O raciocínio matemático, o ganho da aplicação da matemática.*

**Intervenção:** *E você precisou aprender mais matemática depois que saiu do SENAI? Você disse que fez outros cursos, ocupou outras posições em sua vida profissional. Para esses cursos, para essas suas novas posições você precisou de mais matemática?*

**I.:** *Olha, Wagner, como eu já disse e volto a reforçar, ver, no curso de projeto que fiz, qual é a relação da formação matemática do SENAI com a desse curso de projeto, me fez ver que a matemática é a mesma, ela só dá o enfoque a outra área, a da sua profissão. No meu caso eu precisei aprender mais e precisei buscar novos recursos como alguma fórmula que te é passada, por exemplo, na área de resistência de materiais. Na área de hidráulica, por exemplo, força é igual a pressão vezes a área. Eu tenho apenas essa fórmula. Mas às vezes eu não quero a força. Às vezes eu quero a pressão mas eu só tenho a fórmula da força. O que fazer com isso? Tenho que ver as incógnitas que tenho e a que eu não tenho e vou ter que manipular a fórmula para poder atingir o objetivo. Todo esse contato com a matemática era passado para o aluno, fórmulas mecânicas e pré-estabelecidas. Mas, nesse sentido, eu tive que aprender mais. Quer dizer, eu tive que buscar, vasculhar um pouco mais no campo matemático, me aprofundar um pouco mais e saber de onde surgiu aquilo, o porquê daquilo e o que é que eu posso fazer para decompor aquela fórmula.*

Para esta entrevista, as perguntas iniciais visavam identificar a formação profissional do entrevistado. Através de suas respostas pretendíamos avaliar a influência que essa formação teve em seu sucesso profissional. Além disso, pretendíamos também avaliar o que, no decorrer de sua experiência, levou-o a fazer outros cursos mais avançados.

Nessas respostas pudemos perceber que o fato de ter passado por outros cursos além do SENAI, a saber os cursos da Industrial e da PROTEC em São Paulo, não se deu apenas por que ele pleiteava promoções e melhores salários. Acima de tudo, vibrava com a possibilidade de poder criar, pensar e expressar-se com aquilo que mais gostava de fazer. Tudo isso mostrou-nos ter, esse profissional, uma qualidade inata, a de não se intimidar diante de situações-problema relacionadas com seu ambiente de trabalho.

Naturalmente, o entusiasmo demonstrado por esse profissional refletia-se no interesse pela matemática trabalhada em seu dia-a-dia. Embora, na maioria das vezes, em sua fala, não tenha mostrado aplicações imediatas de conteúdos matemáticos, I. deixou-nos claro que seu bom relacionamento com a matemática o ajudou sempre em situações nas quais precisava tomar decisões, ao criar algo novo, ao relacionar o pensar com o executar, ao comparar e ir avanti.

Mesmo que em sua fala não tenham aparecido essas aplicações, ao avaliarmos os cargos que I. ocupou em toda sua carreira, tendo iniciado como auxiliar de ferramentaria e chegando a cargos de projetista sênior e processista, sabemos que, como profissional, ele teve que dominar muitos conteúdos matemáticos (Aritmética Básica, Álgebra, Geometria, Trigonometria), que ele chamava quando já conhecia ou ia em busca de matemática nova para resolver os muitos problemas de sua prática, na criação de algo novo. Assim, podemos concluir que todo esse gosto pela matemática contribuiu decisivamente com suas conquistas.

### **III.3.5.2 – Entrevista 2**

Durante nossa formação de Técnico em Mecânica na Escola Técnica Estadual de 2º grau “Paulino Botelho” (antiga Escola Industrial), fizemos amizade com outros profissionais que hoje ocupam cargos relacionados com esta formação na indústria. Achamos interessante entrevistar um outro colega que não tivesse tido sua primeira formação no SENAI.

Para este profissional, que atua na área de mecânica industrial, ocupando cargos não ligados diretamente a projetos e ferramentaria, mas sim com a produção, resolvemos, por estarmos em outra fase de nossa pesquisa, aplicar, em lugar de uma entrevista, um questionário. O entrevistado respondeu ao questionário e entregou-nos o manuscrito. Logo após haver lido essas respostas ligamos para ele e, por telefone, conversamos mais um pouco. Apresentamos agora o resultado desse trabalho.

1 – Há quantos anos trabalha na área industrial?

*M.: 16 anos.*

2 – Quais os cargos que já ocupou nesta área? Qual o cargo que ocupa hoje?

*M.: Auxiliar de controle de qualidade, inspetor de qualidade, instrumentista e técnico de metrologia sênior atualmente.*

3 – Conte um pouco sobre sua experiência profissional.

*M.: Trabalhei um ano na Wirth Latina Máquinas de Perfuração de Petróleo. Comecei no C.Q. (Controle de Qualidade) como auxiliar e fui promovido para inspetor de linha de produção, medindo as peças antes de tirar da máquina. Depois fui para a Tecumseh do Brasil começando como instrumentista e trabalhando com calibradores, equipamentos de medição eletrônicos e pneumáticos, padrões, aferição em calibres de rosca, consertos em relógios apalpadores e comparadores, utilizando equipamentos que medem circularidade, rugosidade, projetor de perfil, desempenho com traçador de altura, mesa de seno, etc.. Trabalhei no controle de peças que saem das máquinas de ferramentaria. Atualmente minha especialidade é medição com máquinas tridimensionais. Alguns cursos: controle estatístico processo, inglês, m.m.c (máquina de medir coordenadas tridimensional), auto cad, Windows, Excell, G.D.T. (Tolerance, Geometric Dimensional).*

4 – Você usa algum conceito matemático naquilo que faz?

*M.: Sim. Cálculo de trigonometria.*

5 – Como é o seu envolvimento com a matemática de que precisa?

*M.: Tenho que saber resolver problemas de trigonometria e os programas de m.m.c. que são baseados em trigonometria e geometria e até derivada e integral.*

6 – Seu conhecimento em matemática o ajudou em sua carreira? Como?

*M.: Sim. Para começar, se não tivesse conhecimento em matemática não passaria nos testes feitos para troca de cargo. Também executo alguns cálculos matemáticos todos os dias.*

Quando M. nos apresentou as respostas a essas questões, elas nos chamaram a atenção, pelo fato de um profissional, com o nível médio de ensino, precisar conhecer conceitos básicos de matemática que geralmente são aprendidos no ensino superior. Para saber como era seu envolvimento e como lidava com esse assunto, resolvemos ligar para M. Ele demonstrou ter uma boa visão da aplicação de conceitos básicos relacionados com derivadas e integrais. Assumiu não dominar profundamente o conceito matemático envolvido, mas apresentou uma situação da sua prática que nos convenceu da necessidade do cálculo diferencial e integral. Ele disse que trabalha com uma máquina de medição tridimensional à base de apalpadores sensíveis que possibilita a medida de superfícies complexas. Nesse momento, começamos a conversar sobre funções e medição de área sob o gráfico de funções. Percebemos que este profissional foi capaz de falar conosco sobre o assunto, mostrando domínio do vocabulário técnico de seu ambiente de trabalho. Para isto, foi-lhe decisivo o fato de poder contar com as competências e habilidades em matemática que adquiriu em toda sua vida profissional. Sempre teve a sensibilidade de perceber que para conseguir promoções em sua carreira, deveria dar atenção especial à sua formação matemática.

### **III.3.6 – OS CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS DE MATEMÁTICA SELECIONADOS PARA NOSSO PROJETO PEDAGÓGICO**

O Procedimento P<sub>6</sub> propõe uma análise dos elementos curriculares do SENAI, uma análise da matemática nesse currículo e sugere uma delimitação de tópicos matemáticos considerados relevantes para o curso e que serão trabalhados em nosso projeto.

O objetivo geral apresentado pelo SENAI nos Elementos Curriculares para a Matemática Aplicada – Educação Profissional Básica – Área Industrial é:

Desenvolvimento da capacidade de empregar conceitos e fórmulas da Matemática na resolução de problemas referentes a dimensionamento, preparação e execução de atividades teóricas e práticas realizadas na aprendizagem industrial.

Os objetivos específicos apresentados pelo SENAI para a matemática são:

- ✓ Adquirir conhecimentos e desenvolver a capacidade de compreensão em: números e conjuntos numéricos; medidas; razões e proporções; resolução de problemas; noções trigonométricas; geometria; noções de estatística; funções e gráficos; e análise combinatória.
- ✓ Adquirir habilidades em: efetuar operações com números; identificar formas geométricas; calcular perímetros, áreas e volumes; proporções; grandezas direta e inversamente proporcionais; álgebra; construir tabelas e gráficos de funções; operar com número fatorial; e aplicar fórmulas de análise combinatória.
- ✓ Desenvolver hábitos de: estudo e pesquisa; clareza, rigor e precisão na resolução de problemas; organização, ordem e limpeza.

Os conteúdos programáticos, como vistos na página 23, são muitos embora estejam bem organizados.

Como já foi dito, ao analisar esses elementos curriculares do SENAI, pode-se perceber a importância dada pela Instituição à formação matemática do profissional da Mecânica. A ressalva que podemos fazer é sobre a quantidade de tempo destinado ao professor e aos alunos, que é pouco para se desenvolver um programa tão extenso.

Partindo dessa análise do currículo apresentado pelo SENAI e interpretando os objetivos geral e específicos da matemática, nos foi possível escolher, dentre seus conteúdos programáticos, alguns tópicos matemáticos que seriam trabalhados em nossa sala de aula, dentro da proposta por nós apresentada. Os conceitos de número racional e proporcionalidade são frequentes no dia-a-dia dos alunos de um Curso de Mecânica de Usinagem. O problema, para desenvolver esse trabalho, é que esses alunos apresentam, muitas vezes, dificuldades graves em seu conhecimento matemático.

Tínhamos uma pergunta: - Os alunos que saem do Ensino Fundamental conseguem transferir conceitos e conteúdos matemáticos aprendidos academicamente para as novas situações-problema que lhes serão frequentes ao começarem uma etapa de formação profissionalizante?

A partir das entrevistas feitas e das atividades de observador que realizamos, ficou claro para nós que a resposta a essa pergunta é “não” para grande parte de situações vivenciadas por esses alunos. Como exemplos, podemos citar o uso do paquímetro, os processos de conversão de unidades de medidas, os cálculos de relações de transmissão utilizados para construção e uso de máquinas, entre muitos outros problemas da prática desses alunos que pudemos observar nos contatos que tivemos com a professora e os instrutores da instituição SENAI.

Em nossa proposta podemos, seguindo o modelo SENAI, apresentar:

• **Objetivo geral da proposta:** Dentro da metodologia de ensino, que pretendemos usar em nosso trabalho de sala de aula, objetivamos um pouco mais do que foi colocado no currículo SENAI. Queremos colaborar com a formação de um profissional capaz de pensar diante de um problema dentro de sua área e que saiba fazer uso da matemática com compreensão e significado. A partir de uma situação-problema tirada dessa prática, queremos que esses alunos possam relacionar esse problema explorando-o e buscando sua solução. Ponto importante para nós seria conseguir fazer com que esses alunos pensassem diante do problema.

• **Objetivos específicos apresentados pela proposta:** Rever, de modo crítico, conhecimentos relevantes ao curso trazidos pelos alunos do Ensino Fundamental com compreensão e significado a partir da resolução de problemas em:

- ampliação do campo numérico por meio das operações e propriedades dos números naturais, inteiros, racionais, reais e da reta real;
- representação de partes discretas e contínuas de quantidades a partir dos elementos dos conjuntos numéricos;
- correspondência entre as partes da reta real e os elementos dos conjuntos numéricos.

Com este trabalho pretende-se obter habilidades com operações e representação de diferentes tipos de números na reta real.

- comparação de grandezas de mesma espécie e de espécies diferentes por meio de razões e proporções;
- estruturas de resolução de problemas envolvendo duas grandezas por meio da regra de três simples;
- estruturas de resolução de problemas envolvendo triângulo retângulo por meio de razões trigonométricas e/ou relação de Pitágoras.

Como apresentado nos Elementos Curriculares do SENAI, estes pontos pretendem fazer com que o aluno adquira habilidades em:

- efetuar operações e representações na reta real com números;
- calcular termos desconhecidos em proporções;
- identificar pares de grandezas direta e inversamente proporcionais;
- calcular cotas desconhecidas em triângulos retângulos;
- operar com seno, co-seno e tangente de ângulos.

### • Conteúdos programáticos:

Dentre os conteúdos programáticos apresentados nos Elementos Curriculares do SENAI, selecionamos:

#### *Conjuntos numéricos*

- Números naturais;
- Números inteiros;
- Números racionais;
- Números reais;
- Representação na reta real.

#### *Regra de três simples*

- Razão;
- Proporção: termo desconhecido, propriedade fundamental;
- Porcentagem.

#### *Triângulo retângulo*

- Teorema de Pitágoras;
- Razões trigonométricas: seno, co-seno, tangente;
- Cálculo de cotas desconhecidas em triângulos e outras figuras.

### **III.3.7 – APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Historicamente, o homem sempre se envolveu com problemas que, por algum motivo, estava interessado em resolver. Pela necessidade de entender ou de aperfeiçoar algo que pudesse melhorar o meio em que vivia, esclarecer fenômenos da natureza ou simplesmente para passar o tempo, técnicas de resolução de problemas, nas diversas áreas do conhecimento, foram surgindo. Mais especificamente, como dizem Kilpatrick e Stanic, 1998, nas páginas 1 - 4, problemas que envolviam o pensamento matemático ficaram registrados em documentos escritos por antigos egípcios, gregos, babilônios e chineses. Enquanto os egípcios desenvolviam uma matemática para resolver problemas diretamente ligados à prática, os gregos, na maioria das vezes, estavam interessados no puro prazer de fazer matemática mais do que com sua aplicação imediata na resolução de problemas ligados ao dia-a-dia. Apesar disso, nascido em 287 a.C., o grego Arquimedes de Siracusa mostrou-se um ‘engenheiro da Antigüidade’, tendo inventado várias

armas balísticas e desenvolvido o princípio da alavanca e da roldana múltipla. Seu espírito inventivo e gosto profundo pela matemática o eternizaram como um dos maiores gênios da Antigüidade.

O século XX ficou marcado por várias reformas sociais durante as quais o acesso ao conhecimento foi tomando dimensões diferentes. Em particular, o conhecimento matemático passou, gradativamente, a fazer parte da vida em sociedade. Assim, é natural que o homem tenha se interessado em promover mudanças na forma de como se ensina e como se aprende matemática. Hoje, nossa sociedade, caminhando para uma “sociedade do conhecimento”, exige de todos saber muita matemática.

É interessante lembrar que, em 1892, Felix Klein, um precursor da Educação Matemática, já demonstrava interesse pelo professor que deveria trabalhar matemática com seus alunos nas escolas. Klein já sentia preocupação por um ensino de matemática envolvendo a necessidade de professores melhor preparados, preocupação essa com as maneiras de se adequar o ensino e a aprendizagem da matemática às novas realidades do mundo.

A primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro *How to solve it*, de Polya, cuja primeira edição data de 1945.

Todas as reformas ocorridas até os anos 70, do século XX, não tiveram o sucesso esperado. Estariam essas reformas voltadas para a formação de um cidadão útil à sociedade em que vivia? Buscavam elas ensinar matemática de modo a preparar os alunos para um mundo de trabalho que exige conhecimento matemático?

As investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares têm início na década de 1970. A importância dada à resolução de problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização de Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínios de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental.

A Resolução de Problemas ganhou espaço no fim da década de 70 no mundo inteiro. Nessa época, resolver problemas foi visto como foco da matemática escolar para os anos 80, como enfatiza a publicação ‘Uma Agenda para Ação – NCTM’. Nesse documento também é enfocada a compreensão da relevância dos aspectos sociais, antropológicos e lingüísticos, além dos

cognitivos, na aprendizagem da matemática, imprimindo assim novos rumos às discussões curriculares.

Não havendo consenso entre pesquisadores em educação matemática sobre o significado de resolução de problemas ser o foco da matemática escolar para os anos 80, no final dessa década a resolução de problemas é questionada por pesquisadores do mundo inteiro. Schroeder & Lester (1989, p.31-34) apresentam três modos diferentes de abordar resolução de problemas: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas, como caminhos diferentes adotados nessa década por pesquisadores em resolução de problemas.

Acabando a década de 80, a resolução de problemas passa, então, a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. A resolução de problemas como uma metodologia de ensino passa a ser o lema das pesquisas e estudos de resolução de problemas para os anos 90. É essa metodologia de trabalho que foi adotada em nosso projeto: O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Essa metodologia se apresenta como um caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Estabelecemos que problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, que o problema passa a ser um ponto de partida e que, através de sua resolução, os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Ainda podemos dizer que o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória; que aproximações sucessivas ao conceito criado são construídas para resolver um certo tipo de problema e que, num outro momento, o aluno utiliza o que já aprendeu para resolver outros problemas; que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a aprendizagem.

Os Standards 2000 dizem que, através da resolução de problemas matemáticos, os estudantes podem adquirir caminhos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança em situações não familiares que bem lhes serviriam fora da sala de aula de matemática. Na vida

diária e no lugar de trabalho, ser um bom resolvidor de problemas pode ajudar e com grandes vantagens.

A resolução de problemas é a pedra angular da matemática escolar. Sem habilidade para resolver problemas, a utilização e o poder das idéias, conhecimentos e habilidades matemáticos são severamente limitados.

Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade.

Ao fazermos uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, em sala de aula, buscamos apresentar um roteiro de atividades que possa sugerir o trabalho, de professor e alunos, no transcorrer de uma aula<sup>12</sup>.

De acordo com a necessidade do momento e a criatividade do professor, esse roteiro não deverá, necessariamente, ser seguido à risca, podendo ser modificado.

***Uma aula onde um objeto matemático é trabalhado, visando seu ensino e sua aprendizagem, com compreensão e significado, através da resolução de problemas.***

**• Formar grupos – entregar uma atividade**

Lembrar que, no mundo real, aprender é muitas vezes um processo compartilhado. Progredir em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente. Os estudantes precisam experimentar este processo cooperativo e deve-se dar, a eles, oportunidade de aprender uns com os outros. Assim, devemos organizar os alunos em pequenos grupos e muito da aprendizagem, em sala de aula, será feita no contexto desses grupos.

**• O papel do professor**

Dentro desse trabalho, o papel do professor muda de “comunicador de conhecimento” para o de “observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador, incentivador da aprendizagem”. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns aos outros, para atravessar as dificuldades.

O professor faz a intermediação, leva os alunos a “pensar”, espera que eles “pensem”, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário,

---

<sup>12</sup> A criação desse roteiro aconteceu na aplicação do projeto – Inovações no Ensino Básico no programa PEC – UFSCar, 1998-1999 – no curso Ensinando Matemática através de Problemas.

problemas secundários (coisas que não sabem porque nunca viram ou que já se esqueceram).

- **Resultados na lousa**

Com o trabalho dos alunos terminado, o professor, na lousa, vai anotar os resultados obtidos pelos diferentes grupos. Anota resultados certos, errados, feito por diferentes caminhos, etc..

- **Plenária**

O professor chama todos os alunos, de todos os grupos, para uma assembléia plena.

Como todos trabalharam sobre o problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados e procuram participar.

- **Análise dos resultados**

Nesta fase, os nós, isto é, os pontos de dificuldade encontrados pelos alunos, são trabalhados. Nesse trabalho podem surgir, outra vez, problemas secundários que, se não são resolvidos, poderão impedir o “levar o trabalho à frente”. O aspecto exploração é bastante considerado nesta análise.

- **Consenso**

A partir da análise feita, com a devida retirada das dúvidas, busca-se consenso sobre a resolução do problema.

- **Formalização**

Agora, num trabalho conjunto, professor e alunos, com o professor na lousa, faz-se uma síntese daquilo que se objetivava “aprender” a partir do problema ou situação-problema dado e, formalmente, são colocadas as devidas definições, identificadas as propriedades, feitas as demonstrações, ...

### **III.4 – O PROJETO IDEALIZADO**

Este projeto se apresenta muito ambicioso. Mas, conforme os conteúdos programáticos colocados pelo SENAI e em face das várias atividades de oficina, exibidas neste trabalho, resolvemos colocar muito mais problemas do que acreditamos ser possível trabalhar em sala de aula no tempo que nos foi concedido. Estamos seguros de que na aplicação do projeto deixaremos de fazer alguns desses problemas. Escolhidos os tópicos matemáticos que iremos trabalhar neste projeto junto com a apresentação de nossa metodologia de trabalho em sala de aula, apresentamos nosso Projeto Pedagógico.

#### **III.4.1 - PROJETO A SER DESENVOLVIDO NA REVISÃO DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL COM ALUNOS DO SENAI QUE IRIAM COMPOR A TURMA DO CURSO DE MECÂNICA DE USINAGEM – 2º SEMESTRE DE 2001.**

##### ***Introdução***

Este projeto foi concebido para ser aplicado no 1º semestre de 2001, a futuros alunos da Escola SENAI “Antônio Adolpho Lobbe”, de São Carlos, no Curso de Mecânica de Usinagem.

O SENAI tem passado, nos últimos anos, por grandes modificações em sua estrutura de curso, incluindo mudanças no número de aulas de matemática. Enquanto que, antes dessas reformas, o SENAI fornecia, além da formação profissional, o término da formação fundamental (antigo primeiro grau), hoje esta escola trabalha apenas com a formação profissionalizante exigindo, como pré-requisito, que os alunos ingressantes neste curso já tenham terminado a 8ª série do Ensino Fundamental.

Como vimos na p. 21, o currículo de matemática, considerado necessário para a formação profissional do Mecânico de Usinagem, é bastante extenso. A carga horária total de matemática destinada ao desenvolvimento desse currículo é de 80 horas-aula. Dessas 80 horas-aula, metade (40 horas-aula) é destinada para o primeiro semestre do curso que deve fazer uma revisão de matemática do Ensino Fundamental. A outra metade é destinada para o semestre seguinte, onde há novos conteúdos relativos ao Ensino Médio. O fato de o SENAI considerar as primeiras quarenta horas para revisão da matemática do Ensino Fundamental nos faz concluir que é suposto que esses alunos saiam da 8ª série dominando apenas uma pequena quantidade desses conteúdos matemáticos.

Diante desse quadro, conforme dito na página 97, o coordenador do SENAI sugeriu a antecipação do trabalho com os alunos, fazendo uma revisão de tópicos matemáticos importantes para sua prática de oficina, além de dar início à construção de conceitos básicos da prática e do uso de tecnologia mecânica.

Para desenvolver nosso trabalho teremos 8 (oito) encontros e o trabalho de cada encontro será desenvolvido em duas aulas de cinquenta e cinco minutos. Os alunos trabalharão em grupos e receberão as atividades por escrito. Será dado tempo para pensar e chegar à solução das atividades propostas. As soluções deverão ser apresentadas nas folhas que lhes serão entregues. Os problemas deste projeto foram escolhidos não pelo “trabalho braçal” que possam proporcionar mas, mais do que isto, pelas idéias matemáticas que devem ser construídas e utilizadas no trabalho de oficina.

Os alunos trabalharão em grupos de, no máximo, quatro participantes.

O papel do professor na sala de aula será o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, avaliador, controlador e incentivador da aprendizagem.

### **1º ENCONTRO**

O objetivo geral deste encontro é o de mostrar a diferença entre três padrões de conteúdo trabalhados no Ensino Fundamental: Aritmética, Álgebra e Geometria, acompanhado de um pouco de História da Matemática.

Será entregue aos grupos uma folha de papel fazendo uma conexão histórica e apresentando o problema I.

#### **Curiosidade.**

***Diofanto de Alexandria foi um dos maiores matemáticos da civilização grega. Acredita-se que ele viveu no século III mas não se sabe ao certo. Diofanto é bastante conhecido por ter escrito um livro chamado “Aritmética”, no qual alguns símbolos algébricos foram usados pela primeira vez.***

***Pouco é conhecido sobre a vida de Diofanto, exceto por um problema escrito na lápide de seu túmulo. Embora este problema não tenha sido escrito por Diofanto, ele descreve em parte sua vida.***

**Problema I** (extraído do livro *algebra 1 – Application and Connections – Merrill – Glencoe – Mc Graw – Hill – USA – p. 125*)

*Diofanto passou um sexto de sua vida na infância, um doze avos na juventude e mais um sétimo ainda solteiro. Cinco anos depois de seu casamento nasceu um filho que morreu quatro anos antes de seu pai, com metade da idade final de seu pai. Com que idade Diofanto morreu?*

Nosso objetivo para o Problema I é:

1. fazer uma sua representação geométrica e, também, usando esse recurso, perceber o papel da aritmética e da álgebra como diferentes caminhos para a resolução do problema dado.

No caso deste problema I, queremos inicialmente observar o caminho escolhido pelo grupo para a busca de solução: aritmética ou algébrica. Assim, para fecharmos este primeiro encontro, contamos com a possibilidade de resgatar, junto aos alunos, as definições de Aritmética e Álgebra, conscientizando-os do importante papel que cada uma dessas áreas representa na matemática. Pretendemos, também, resgatar nos alunos suas habilidades na escolha de uma estratégia de solução e de organização dos dados de um problema proposto. Mais precisamente, pretendemos observar o comportamento dos alunos ao serem colocados diante de uma situação-problema que envolva conceitos matemáticos trabalhados durante os oito anos de Ensino Fundamental.

## **2º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro são:

1. iniciar uma revisão dos conjuntos numéricos,
2. rever o conceito de número natural,
3. trabalhar o Problema II com adição e subtração em  $\mathbb{N}$ ,
4. trabalhar o Problema III com adição e subtração em  $\mathbb{Z}$ ,
5. perceber, com compreensão e significado, a necessidade de ampliação de  $\mathbb{N}$  para  $\mathbb{Z}$ .

Serão entregues aos grupos os problemas II e III.

**Problema II** (extraído e adaptado do livro *Estudo Dirigido de Matemática no Ginásio* – Luis Alberto S. Brasil – p. 28)

A diretoria de um clube esportivo de uma escola querendo avaliar o patrimônio do clube fez a seguinte lista:

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| 3 dúzias de camisas.....         | R\$ 360,00  |
| 5 bolas de futebol.....          | R\$ 75,00   |
| 10 bolas de basquete.....        | R\$ 200,00  |
| 10 bolas de vôlei.....           | R\$ 130,00  |
| 2 dúzias de calções.....         | R\$ 168,00  |
| Móveis.....                      | R\$ 1500,00 |
| Dívidas com o Banco 1.....       | R\$ 880,00  |
| Empréstimo junto ao colégio..... | R\$ 300,00  |

Quanto vale hoje o patrimônio desse clube?

*Objetivo específico deste problema*

Com este problema queremos iniciar a revisão dos conjuntos numéricos a que nos propusemos. Assim, ao resolver este problema, os alunos trabalharão a adição e a subtração, dentro de situações que podem ser resolvidas no conjunto IN. Devemos chamar a atenção dos alunos de que a subtração nem sempre é possível em IN. Em IN a subtração vale somente se o minuendo for maior ou igual ao subtraendo.

### **Problema III**

Considere o **Problema II** com a seguinte modificação: Se a diretoria também contraísse uma dívida com o Banco 2 de R\$ 1200,00 e comprasse, na firma “Dois Irmãos”, materiais no valor de R\$ 700,00 qual ficaria o patrimônio do clube?

Os objetivos específicos deste problema são

1. fazer com que os alunos percebam que, nem sempre, dentro do conjunto IN, é possível realizar a subtração,
2. rever o conceito de oposto (inverso aditivo) de um número,

3. perceber, no problema, o número negativo como uma representação de prejuízo.

### **3º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro:

1. avaliar o comportamento dos alunos diante de um problema,
2. avaliar as estratégias adotadas pelos alunos na decisão de qual (ou quais) operação (ões) utilizar na resolução do problema.

Serão entregues aos grupos os problemas IV e V.

**Problema IV** (extraído do livro – Matemática – Imenes & Lellis – 5ª série, p. 78 - 1999).

*Uma empresa importou 600 toca-fitas, planejando revendê-los por R\$ 275,00 cada um. Alguns aparelhos tinham defeitos e não seria possível revendê-los. Para continuar recebendo a mesma quantia que esperava pela venda de todos os aparelhos, o dono da empresa resolveu aumentar o preço de cada um para R\$ 300,00. Descubra quantos toca-fitas estavam com defeito.*

O objetivo específico deste problema é o de avaliar o comportamento dos alunos diante de um problema mais elaborado embora exigindo apenas operações elementares em IN.

**Problema V** (extraído do livro – Matemática – Imenes & Lellis – 6ª série, p. 148 - 1999).

*Anualmente, o comércio e a indústria fazem um balanço do desempenho de suas vendas. Veja a seguir um balanço de uma fábrica de veículos automotores*

| Balanço – Ano 2000.        |              |              |              |              |
|----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Lucro em milhões de reais. |              |              |              |              |
| Setor                      | 1º Trimestre | 2º Trimestre | 3º Trimestre | 4º Trimestre |
| Automóveis                 | 60           | -20          | 10           | 45           |
| Ônibus                     | -15          | -7           | 8            | 12           |
| Caminhões                  | -30          | 45           | -5           | 32           |
| Tratores                   | -13          | -22          | 37           | -5           |

*onde os números negativos representam prejuízos. Pergunta-se:*

- a) *No final do ano, houve lucro ou prejuízo no setor de automóveis?*
- b) *E no setor de ônibus?*
- c) *E no setor de caminhões?*
- d) *E no setor de tratores?*
- e) *Considere, agora, todos os setores juntos. No final do ano, a fábrica teve lucro ou prejuízo? Qual o valor encontrado?*

#### *Objetivo específico deste problema*

Com este problema, queremos retomar a adição e a subtração de números inteiros. Obtida a solução deste problema, apresentaremos o conjunto  $\mathbb{Z}$  dos números inteiros.

### **4º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro são:

1. colocar os alunos diante de situações-problema nas quais é preciso relacionar conhecimentos trazidos da matemática acadêmica com atividades de sua prática,
2. rever o conceito de recíproco (inverso multiplicativo) de um número,
3. perceber a necessidade de ampliação do conjunto  $\mathbb{Z}$  dos números inteiros para o conjunto  $\mathbb{Q}$  dos números racionais,
4. identificar uma das personalidades do número racional – a fração – como uma relação da parte com o todo,
5. trabalhar medidas no sistema decimal e no sistema inglês.

Serão entregues aos grupos os problemas VI, VII, VIII e IX.

#### **Problema VI**

*No almoxarifado de uma oficina mecânica, foram empilhadas oito barras de aço de mesma espessura. A fim de controle de espaços livres, o almoxarife mediu a espessura total deste empilhamento encontrando sete polegadas (7"). Qual a espessura de cada barra?*

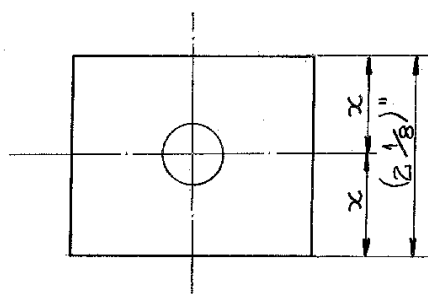
#### *Objetivo específico deste problema*

Através deste problema queremos, em primeiro lugar, fazer com que o aluno se depare com uma situação-problema que exige solução não inteira. Daí a necessidade de, mais uma vez,

se ampliar o conjunto numérico. Depois, fazer com que o aluno perceba que, nesse conjunto, a divisão fica sempre possível.

### **Problema VII**

Uma peça deverá ter um furo centralizado, como mostra o desenho. Qual será a medida da abertura do paquímetro, para que se possa marcar na peça a medida  $x$  desejada?

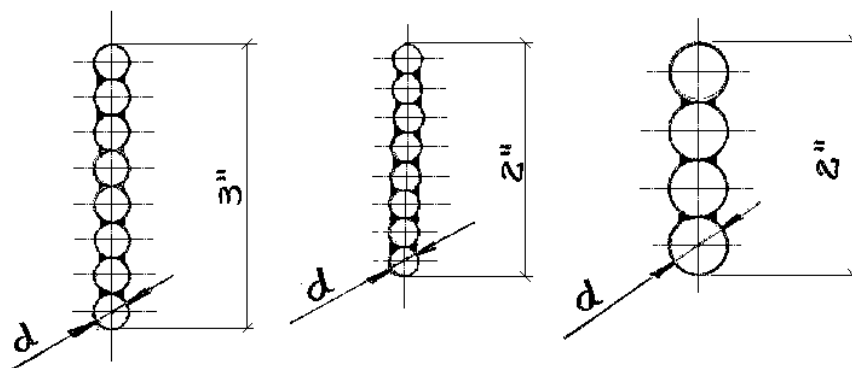


Os objetivos específicos deste problema são:

1. apresentar o paquímetro,
2. relacionar frações com atividades do paquímetro,
3. mostrar que no paquímetro as medidas das espessuras podem ser apresentadas tanto no sistema decimal quanto no sistema inglês.

### **Problema VIII**

Para que uma peça seja construída, deve-se soldar tubos, um acima do outro conforme as figuras abaixo. Em cada uma das três situações (peças diferentes), calcule o diâmetro de um tubo.

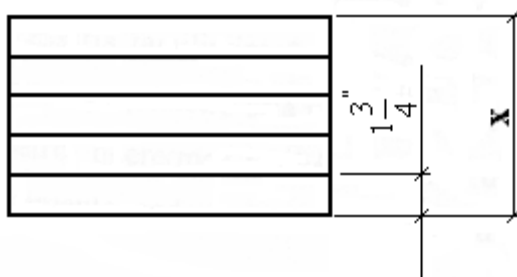


Os objetivos específicos deste problema são:

1. fazer uma aplicação das idéias matemáticas do problema VI na construção de peças,
2. considerar o problema em termos do conceito de diâmetro.

### **Problema IX**

*No almoxarifado de uma oficina mecânica, o almoxarife precisava empilhar chapas de aço com espessuras de  $\left(1\frac{3}{4}\right)$  cada uma, de forma que cada empilhamento ficasse, no máximo, com 5 chapas. Para controle de espaços livres, qual a altura máxima de cada empilhamento?*



#### *Objetivo específico deste problema*

Além de dar continuidade aos objetivos dos três problemas anteriores, este problema apresenta mais um objetivo, que é o de resgatar a multiplicação como adição de parcelas iguais e trabalhar a multiplicação de inteiros por fração.

### **5º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro são:

1. rever, aprofundar e aplicar o conceito de número racional com sua notação barra fracionária:  $\frac{a}{b}$  (a barra b), indicando uma fração, isto é, uma relação parte/todo, mostrando a diferença entre fração decimal e fração ordinária,
2. rever, aprofundar e aplicar o conceito de número racional na forma de número decimal, conceituando decimal exata e decimal não exata onde são identificadas dízima periódica simples e dízima periódica composta,

3. levar os alunos a perceber que os números decimais não constituem uma nova categoria de números, pois eles são as frações decimais escritas de outra maneira,
4. aplicar essas diferentes personalidades do número racional a problemas da prática.

Serão entregues os problemas X e XI.

Um objetivo comum a esses problemas é fazer com que os alunos percebam, com compreensão e significado, o uso do conceito de fração na utilização do paquímetro.

### **Problema X**

*O nônio ou vernier do paquímetro é o dispositivo que permite dividir a polegada em até 128 partes iguais, ou seja, cada parte vale  $\left(\frac{1}{128}\right)$ . Você consegue explicar porque, ao fazer coincidir o primeiro traço da escala móvel com o primeiro traço da escala fixa, consegue-se a abertura de  $\frac{1}{128}$  da polegada?*

Os objetivos específicos do problema X são:

1. dar continuidade ao assunto já exposto nos problemas VII e VIII, numa importante aplicação do conceito de fração, presente no dia-a-dia da prática desses alunos, que é uma necessária familiaridade com o paquímetro e o sistema inglês de medida,
2. mostrar que o paquímetro é um instrumento limitado à subdivisão da polegada.

### **Problema XI**

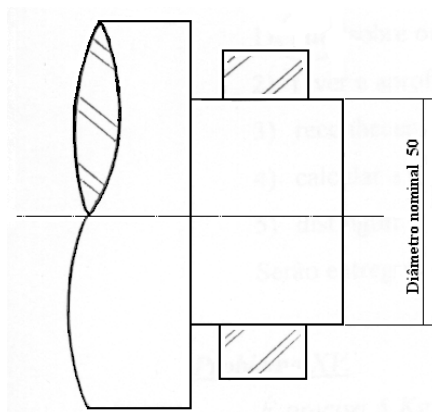
*Considere o paquímetro com vernier de 0,05 mm. Explique como se consegue a abertura de 0,05 mm na escala métrica decimal.*

O objetivo específico para este problema é fazer com que o aluno tenha familiaridade com o sistema métrico decimal.

Será entregue aos grupos o problema XII.

**Problema XII**

O torneiro mecânico de uma oficina precisa usinar um eixo e um furo que devem ser ajustados um no outro, de modo que a peça furada possa rotacionar em torno do eixo, como mostra o desenho abaixo



O diâmetro nominal do eixo e do furo é de 50 mm. Para que o ajuste fique na forma desejada, o diâmetro real do furo deve estar entre 50,025 mm e 50,000 mm. O diâmetro real do eixo deve estar entre 49,975 mm e 49,950 mm. Pergunta-se:

- a) Qual é a 'folga' máxima nesse ajuste?
- b) E a 'folga' mínima?

Os objetivos específicos deste problema são:

1. levar ao conhecimento do aluno termos da mecânica colocados no enunciado do problema: eixo, furo, diâmetro nominal, diâmetro real, folga máxima e mínima,
2. fazer uso dos números decimais para, num problema de oficina, poder atender as condições exigidas para um ajuste adequado de peças.

Será entregue o problema XIII.

**Problema XIII**

Suponhamos que, para usinar o conjunto do problema XII, o torneiro mecânico tenha chegado às seguintes dimensões:

1) Furo: diâmetro de 50,015 mm

Eixo: diâmetro de 49,985 mm.

2) Furo: diâmetro de 50,023 mm

Eixo: diâmetro de 49,942 mm.

Para cada um dos casos acima pergunta-se:

- a) O ajuste entre essas peças está dentro da tolerância permitida, indicada no problema XII?
- b) Ao montar as duas peças, qual é a “folga” total existente entre as peças?

O objetivo específico deste problema é trabalhar com números decimais, tomados como medidas de dimensões de peças mecânicas, para precisar o conceito de tolerância.

## **6º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro são:

- 1) identificar, a partir de problemas, outra personalidade do número racional - razão,
- 2) rever e aprofundar o conceito de razão como uma comparação multiplicativa entre duas grandezas,
- 3) calcular a razão entre duas grandezas,
- 4) distinguir razão de fração,
- 5) construir os conceitos de proporção e proporcionalidade.

Serão entregues aos grupos os problemas XIV, XV e XVI.

### **Problema XIV**

*É preciso 5 kg de alumínio e 2 kg de cobre para se fazer uma determinada liga metálica. Se preciso para meu trabalho de 42 kg dessa liga, quanto precisarei de alumínio e de cobre?*

### **Problema XV**

*Suponhamos que, no SENAI, a quantidade de meninas para a quantidade de meninos está na razão de 2 para 7 (escreve-se  $2 : 7$  ou  $\frac{2}{7}$ ). Suponhamos que o SENAI tenha, ao todo, 567 alunos matriculados. Quantos alunos são meninas? Quantos alunos são meninos?*

### **Problema XVI**

*Considere agora a mesma quantidade de alunos do exercício anterior (567 alunos).*

*Se  $\frac{2}{7}$  dos alunos são meninas, quantos alunos são meninas? Quantos são meninos?*

Os problemas XIV e XV têm como objetivos, além de entrar no conceito de razão entre duas grandezas, o de aplicar este conceito em dois contextos diferentes: o contexto da oficina e o de uma escola. A apresentação dos problemas XV e XVI tem como objetivo o de contrapor um

problema que pede o conceito de razão com outro que pede o conceito de fração porém aparecendo, em comum, a notação barra fracionária.

Após o trabalho com esses três problemas, serão entregues os problemas XVII e XVIII, que deverão ser trabalhados em casa para serem retomados no encontro seguinte.

### **Problema XVII**

*Paula e Júlia são atletas. Elas correm na pista de um clube na mesma velocidade. Paula chegou antes ao clube. Quando ela terminava a 9ª volta, Júlia terminava a 3ª. Quando Júlia terminou a 15ª volta, quantas voltas terá dado Paula?*

### **Problema XVIII**

*Se com US\$ 3,00 (três dólares) posso comprar £ 2,00 (2 libras), com 21 dólares quantas libras comprarei?*

O objetivo comum dos problemas XVII e XVIII está em mostrar a diferença da comparação aditiva e da comparação multiplicativa de duas grandezas. A comparação multiplicativa leva ao conceito de razão e, conseqüentemente, de proporção.

## **7º ENCONTRO**

Nossos objetivos para este encontro são:

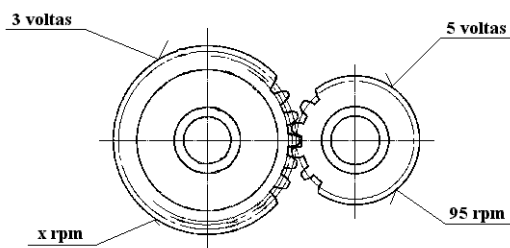
- 1) aplicar, na resolução de problemas que envolvem a comparação multiplicativa de grandezas, a propriedade fundamental das proporções,
- 2) reconhecer a regra de três como conseqüência da propriedade fundamental das proporções,
- 3) construir e aplicar, a partir de problemas, os conceitos de grandezas direta e indiretamente proporcionais.

Trabalhar os problemas XVII e XVIII com o objetivo de diferenciar o conceito de proporcionalidade e de não proporcionalidade.

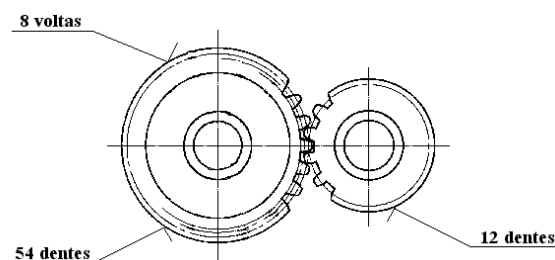
Serão entregues os problemas XIX, XX e XXI.

**Problema XIX**

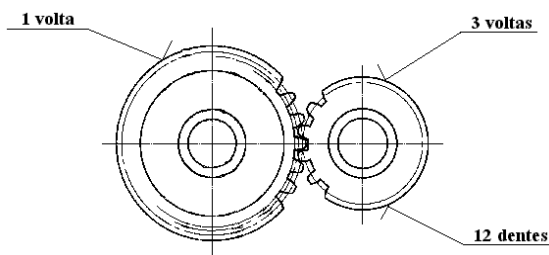
Duas rodas dentadas<sup>13</sup> estão engrenadas uma na outra (ver desenho). Para cada 3 voltas na engrenagem grande, a engrenagem pequena dá 5 voltas. Supondo que a engrenagem menor gira a 95 rotações por minuto (rpm), calcular o número de rpm da engrenagem maior.

**Problema XX**

Duas engrenagens têm, respectivamente, 12 e 54 dentes (ver desenho). Quantas voltas dará a menor enquanto a maior der 8 voltas?

**Problema XXI**

Considere duas engrenagens das quais a primeira tem 12 dentes. Quando a segunda completa uma volta, a primeira já terá completado três voltas. Quantos dentes tem a segunda engrenagem?



<sup>13</sup> A roda dentada é chamada também de “engrenagem”, embora engrenagem signifique jogo de rodas dentadas para transmissão de movimentos e força, nos maquinismos.

## 8º ENCONTRO

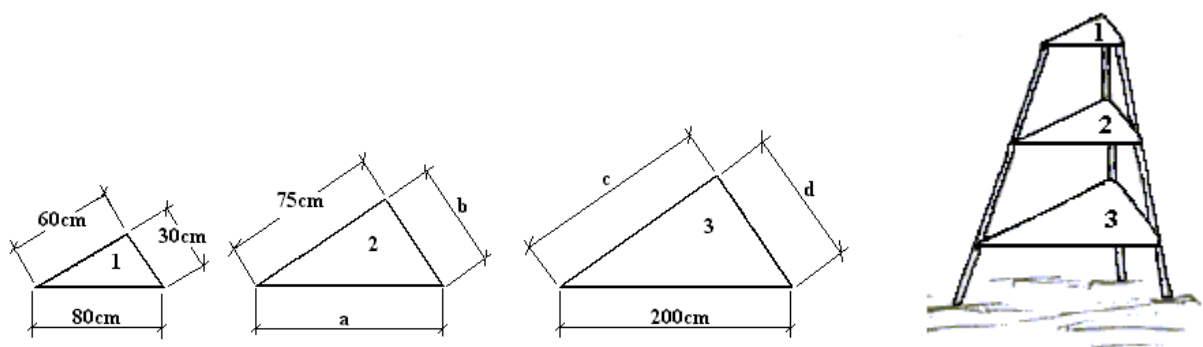
Nossos objetivos para este encontro são:

- 1) rever, aprofundar e aplicar o conceito de triângulos semelhantes,
- 2) reconhecer os elementos de um triângulo retângulo,
- 3) rever, aprofundar e aplicar razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Serão entregues os problemas XXII, XXIII, XXIV, XXV e XXVI.

### Problema XXII

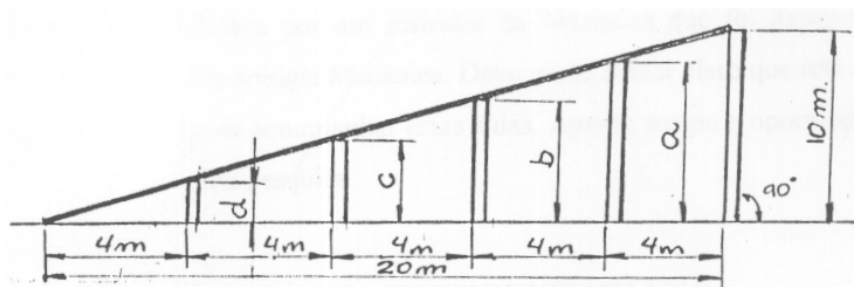
Suponha que, numa oficina mecânica, seja preciso construir uma estante de ferro, como no desenho. Calcule as dimensões desconhecidas, para que o serralheiro possa cortar as peças.



O objetivo específico deste problema é o de trabalhar o conceito de semelhança de triângulos, numa situação-problema que ilustra um caso de homotetia.

### Problema XXIII

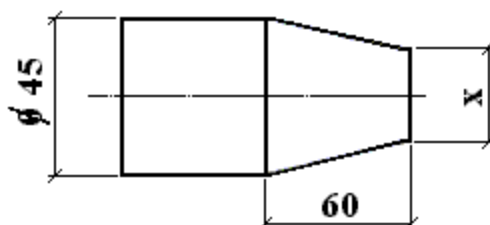
Uma rampa deve ser construída conforme o desenho. Sabendo-se que a cada 4 metros deve ser colocada uma coluna de sustentação e a altura da maior coluna deve ser 10 metros, calcule o comprimento que as demais colunas devem ter.



O objetivo do problema XXIII é o de continuar trabalhando o conceito de proporção. A novidade é que agora os alunos estarão comparando lados correspondentes de triângulos retângulos. Os nomes das razões envolvidas não serão considerados neste momento.

#### **Problema XXIV**

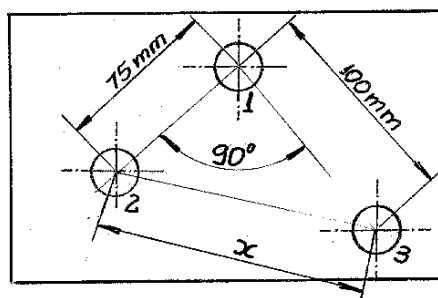
Numa peça, um cone deve ser usinado, conforme o desenho abaixo. Sabendo-se que a inclinação do cone está na razão de 1 : 4, ou seja, para cada 1 mm no raio, temos uma variação de 4 mm no comprimento do cone, quanto vale o diâmetro  $x$  ?



O problema XXIV além de dar continuidade ao trabalho com razão e proporcionalidade, têm o objetivo de familiarizar o aluno com uma notação muito comum, em desenho técnico, para a indicação de uma conicidade ou inclinação, que nada mais é que a tangente do ângulo formado.

#### **Problema XXV**

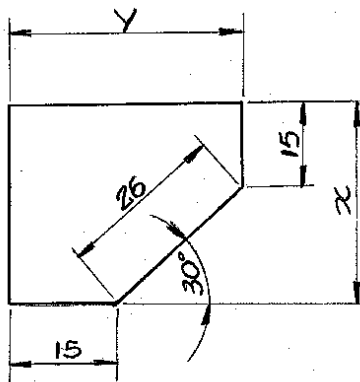
Para que o alinhamento dos furos 1 e 3 forme, com o alinhamento dos furos 1 e 2, um ângulo de  $90^\circ$ , qual deve ser a distância entre os centros dos furos 2 e 3, sabendo-se que as distâncias de 75mm e 100mm devem ser respeitadas?



O objetivo deste problema é chamar a atenção do Teorema de Pitágoras como um importante recurso de trabalho para triângulos retângulos.

**Problema XXVI**

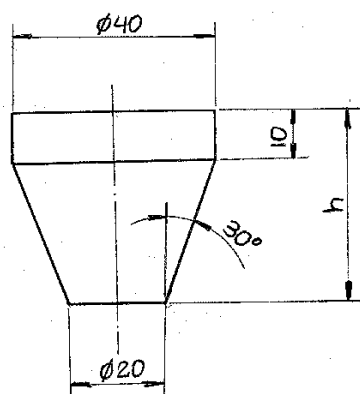
- a) Um mecânico ajustador recebeu o desenho de uma peça, como representado abaixo.



Por algum motivo, não foram indicadas as medidas da largura total e do comprimento dessa peça. É possível calculá-las? Estes valores calculados são exatos? Por que?

**Problema XXVII**

- b) Na peça abaixo, pede-se para determinar a altura do cone, sabendo-se que  $\text{tg } 30^\circ \approx 0,577$ .



O objetivo desse problema, em suas partes a e b, é o de trabalhar o conceito de razão na trigonometria, chegando aos conceitos de seno, co-seno e tangente.

## CAPÍTULO IV

### **A aplicação do projeto**

#### **IV – A APLICAÇÃO DO PROJETO**

No dia 02 de maio de 2001, assumimos nosso trabalho com alunos matriculados no curso de mecânica de usinagem do SENAI. Devemos informar que essa turma, na verdade, iria começar suas aulas regulares no 2º semestre desse ano. A oportunidade de aplicar nosso projeto de pesquisa deu-se ao fato de o coordenador do SENAI querer colocar em prática uma sua idéia de fazer uma revisão de tópicos importantes da matemática necessários para o trabalho em oficina desses alunos, além de iniciá-los na construção de conceitos básicos relacionados com tecnologia e prática em mecânica.

Quando assumimos, o coordenador que nos autorizara a dar essas aulas havia sido transferido, em cargo de diretor, para outra escola SENAI, de outra cidade. Porém, ele havia combinado com um dos futuros instrutores desses alunos que, no mesmo dia em que assumíssemos a turma, ele dividiria conosco as horas de aula, não para revisão, mas para a antecipação de trabalhos com conceitos básicos relacionados à tecnologia mecânica, visto que a maioria desses alunos nunca havia visto um paquímetro ou tido contato direto com máquinas operatrizes (torno, plaina, fresadora).

Apresentamo-nos à classe e explicamos aos alunos a maneira como iríamos trabalhar. Falamos sobre a importância do trabalho em grupo e que, na maioria das aulas, antes de começarmos um assunto, apresentaríamos um problema que deveriam resolver nos grupos ou, em alguns casos, sozinhos.

As aulas, tanto as de matemática como as de tecnologia mecânica, se realizariam às quartas feiras no período da tarde, sendo que a primeira aula aconteceria no dia 02 de maio. Trabalharíamos das 13h 10min até às 15h, totalizando duas aulas por semana de 55 minutos cada. Logo após, haveria um intervalo. Os alunos, das 15h 20min às 17h 10min iriam para a sala de desenho com o instrutor. A intenção de acompanharmos esse trabalho era a de poder sentir o quanto das atividades do instrutor iria requerer da matemática que pretendíamos trabalhar com os alunos e, assim, por exemplo, poder falar em paquímetro em nossas aplicações quando esses alunos já tivessem conhecido esse instrumento de medida.

A aplicação de um projeto quase sempre se dá de um modo bastante diferente daquele que planejamos. Quando criamos o projeto e escolhemos o conteúdo que seria trabalhado, dentro do programa SENAI, parecia razoável a sua execução.

A escolha das atividades, na maioria das vezes, foi feita visando a ligar a matemática escolar com a prática de oficina.

Faremos um relato de como ocorreram os encontros, dando particular atenção à forma como os alunos interpretaram os problemas dados e como os encaminharam na busca de uma solução.

A metodologia de trabalho a ser adotada na sala de aula será a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. O desenrolar das atividades seguirá, sempre que possível, o roteiro apresentado na página 114.

Enquanto estávamos planejando nossas atividades para a sala de aula, foi-nos comunicado que nossas aulas começariam na semana seguinte. Isso provocou um atropelo em nosso trabalho e, muitas vezes, não nos foi possível atingir todos os objetivos desejados e da maneira que desejávamos que acontecessem.

### **PRIMEIRO ENCONTRO: 02 DE MAIO DE 2001**

De acordo com nosso projeto e utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, formamos grupos com os alunos e lhes entregamos o

#### **Problema I**

*Diofanto passou um sexto de sua vida na infância, um doze avos na juventude e mais um sétimo ainda solteiro. Cinco anos depois de seu casamento nasceu um filho que morreu quatro anos antes de seu pai, com metade da idade final de seu pai. Com que idade Diofanto morreu?*

e deixamos que eles pensassem.

Nosso objetivo para este problema era o de

fazer uma sua representação geométrica e, também, usando esse recurso, perceber os papéis da aritmética e da álgebra como diferentes caminhos para a resolução do problema dado.

Como colocado no projeto apresentamos aos alunos, como curiosidade, um pouco da história de vida de Diofanto.

Durante todo tempo que demos aos alunos, fomos chamados, por eles, para que dúvidas envolvendo apenas aspectos operatórios fossem discutidas. Todos os grupos, apesar de não estarem no caminho certo da solução, mostravam-se envolvidos com o problema. Surgiu, com as tentativas de solução dos alunos, a necessidade de se operar com números racionais. Nosso principal objetivo era fazer com que os alunos pudessem sentir a diferença entre uma resolução aritmética e uma resolução algébrica para o mesmo problema. Mas, à medida em que iam aparecendo dúvidas, referentes ao conceito de fração e de operações com frações, estas iam sendo atendidas pelo professor, perdendo-se o objetivo pretendido. Os alunos montavam as expressões do jeito que imaginavam, sem discutir muito se era ou não esse o procedimento correto de resolução. Trabalhavam somente com os números que apareciam no enunciado havendo, assim, situações nas quais discutíamos os conceitos de fração, de adição de frações e de mínimo múltiplo comum. Então, uma aula preparada para cumprir um determinado objetivo, mudou seu curso pelo fato de serem atendidas outras solicitações dos alunos.

Pretendíamos, com os objetivos colocados, levar os alunos, de uma maneira crítica, a compreender conceitos e poder aplicá-los na prática com compreensão e segurança. Mas, os alunos mostravam-se muito mais preocupados com as técnicas operatórias do que com os diferentes caminhos de resolução pretendidos. Depois de os grupos terem explorado o problema e entregue por escrito suas soluções, foram colocadas na lousa as seguintes:

**Grupo I**

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{7}$$


---


$$43 + 5 = 48$$

$$\begin{array}{r|l} 6, 12, 7 & 6 \\ \hline 6, 7 & 6 \\ 1, 1, 7 & 7 \\ \hline 1, 1, 1 & 43 \end{array}$$

Ele morreu com 48 e seu filho  
morreu quando ele tinha 24

Considerando a maneira de organizar seus conhecimentos, neste primeiro problema, já podemos constatar grandes dificuldades por parte de alunos que haviam terminado o Ensino Fundamental. Nesta solução apresentada, a expressão aritmética montada ficou desprovida de sinais, além de se mostrar incompleta. Os alunos desse grupo tinham uma idéia vaga de que era preciso juntar as partes. Ao calcularem o mmc (6, 12, 7), cometeram vários deslizos: não começaram a fatoração pelos primos em sua seqüência natural; ao escolherem 6 como fator não fizeram a divisão dos múltiplos por ele, optando pela subtração (como se pode ver, na primeira operação onde, sob o 1, aparece o zero e, sob o 12, aparece 6); ao obterem os “fatores comuns” ao invés de multiplicá-los preferiram multiplicar os dois primeiros e adicionar o terceiro. Quantos “erros” numa só operação! Como isso pode ter acontecido? Depois, por que adicionaram 5 ao 43 que haviam obtido? Além disso, omitiram certos dados do problema e não usaram o mmc (6,12,7) encontrado para obter frações equivalentes e, conseqüentemente, a soma das frações. Mas um fato positivo é que tentaram ir em busca da solução. Deixaram de utilizar resultados obtidos na volta ao problema original. Esse grupo tentou uma solução aritmética. O

que, de fato, podemos observar é que eles queriam fazer “alguma coisa” com os números que o problema apresentava.

### Grupo 2

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{6} = \text{infância} \\
 \frac{1}{12} = \text{juventude} \\
 \frac{1}{7} = \text{solteiro} \\
 5 \text{ anos casado}
 \end{array}
 \quad
 \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + 5 + 4$$

$$\begin{array}{r}
 6, 12, 7 \quad | \quad 2 \\
 3, 6, 7 \quad | \quad 3 \\
 3, 3, 7 \quad | \quad 3 \\
 1, 1, 7 \quad | \quad 7 \\
 1, 1, 1 \quad | \quad 7
 \end{array}$$

$$\frac{14 + 7 + 12 + 5 + 4}{84} = 42 \text{ anos}$$

Este grupo trabalhou o problema aritmeticamente. Depois de calcular o mmc  $(6, 12, 7) = 84$ , apresentou uma sentença aritmética incorreta que não corresponde aos dados do problema.

Juntaram partes da vida de Diofanto com números de anos (dados absolutos). As frações  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{12}$

e  $\frac{1}{7}$  são informações de partes da vida de Diofanto que não estão expressas em anos. Os

números 4 e 5 também representam partes da vida de Diofanto, agora exprimindo quantidades de anos que não são expressas pelas frações que as representam. Esqueceram-se ou não souberam lidar com a informação da idade do filho, metade da idade do pai. Além disso, um outro erro comum, que muitos usualmente cometem, foi o fato de terem cancelado o denominador 84 pura e simplesmente para chegar à solução.

### Grupo 3

| Infância                                                                                                                                         | Juventude        | Solteiro      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------|
| $\frac{1}{6}$                                                                                                                                    | $\frac{1}{12}$   | $\frac{1}{7}$ |
| $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} = \frac{3}{84}$                                                                                        |                  |               |
| $  \begin{array}{r}  84 \overline{) 3} \\  28 \overline{) 6} \\  40 \overline{) 4,772} \\  4 \overline{) 4} \\  12  \end{array}  $               |                  |               |
| $  \begin{array}{r}  6 \ 12 \ 7 \   \ 2 \\  3 \ 6 \ 7 \   \ 3 \\  3 \ 3 \ 7 \   \ 3 \\  1 \ 1 \ 7 \   \ 7 \\  1 \ 7 \ 7 \   \ 84  \end{array}  $ |                  |               |
| Infância                                                                                                                                         | 4 anos e 7 meses |               |
| Juventude                                                                                                                                        | 2 anos e 3 meses |               |
| Solteiro                                                                                                                                         | 4 anos           |               |
| $  \begin{array}{r}  10 \ 10 \text{ meses} \\  5 \ 00 \\  15 \ 10 \text{ meses}  \end{array}  $                                                  |                  |               |
| A Idade de Diofanto                                                                                                                              |                  |               |

Percebe-se, pela resolução apresentada por este grupo que, além de aparecer uma adição de frações com resultado incorreto, a partir das operações feitas há uma falta de compreensão do enunciado do problema.

Mais uma vez percebemos que somente algumas idéias das operações com frações são retidas pelos alunos. Este grupo soube achar o mmc (6,12,7) corretamente. Tentaram escrever frações equivalentes às dadas pelo problema mas não souberam fazer a adição delas. Quando encontraram em suas “contas”  $\frac{3}{84}$ , apenas conseguiram interpretar essa fração como a divisão

de 84 por 3, encontrando 28. Depois buscaram frações equivalentes a  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{12}$  e  $\frac{1}{7}$  fazendo respectivamente  $28 \div 6 = 4,7$  e interpretando como 4 anos e 7 meses na infância;  $28 \div 12 = 2,3$  e, do mesmo modo, concluíram 2 anos e 3 meses na juventude;  $28 \div 7 = 4$  e, então, 4 anos ainda solteiro.

Não podemos deixar de reconhecer que este grupo trabalhou. Mas o que nos deixa preocupado é o mau uso que fazem de um conhecimento matemático que já foi trabalhado com eles.

Um grupo apresentou um outro caminho:

#### **Grupo 4**

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + 5 = \frac{1}{89} - 4 = 85$$

Como nos demais grupos, este parece que, para iniciar a adição de frações, vão em busca do mmc. Será que esta é a única condição que é retida pelos alunos quando se trata de adicionar frações? Chegaram, sem apresentar as contas, ao mmc  $(6,12,7) = 84$ . Daí adicionaram a 84 os cinco anos que Diofanto ficou casado sem ter filhos e escreveram 89. Como o filho morreu 4 anos antes de Diofanto, fizeram  $89 - 4 = 85$ . E tudo foi feito numa única seqüência, com muitos erros.

Onde ficou a informação dada sobre as idades do pai e do filho? Não aparece na resolução mas parece que, para eles, a idade final de Diofanto seria 85 anos.

Apareceram apenas duas tentativas semelhantes de resolver este problema algebricamente. Mostrando uma delas vemos que o grupo considerou  $x$  representando a idade de Diofanto e apresentou, ao buscar a solução, a seguinte sentença matemática

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{5}{1} - \frac{4}{1} = x$$

e, dentro de sua resolução, o grupo fez

$$\frac{14}{84} + \frac{7}{84} + \frac{12}{84} + 420 - 336 = 84x$$

$$21 + 12 + 420 - 336 = 84x$$

$$453 - 336 = 84x$$

$$117 = 84x$$

$$x = \frac{117}{84} = \frac{39}{28}$$

, chegando a um absurdo.

Calcularam no rascunho, de maneira certa, o mmc (6, 12, 7) = 84. Mas consideraram as frações como sendo números que expressam anos, de forma que estas frações fossem adicionadas ao número 5 que representa, realmente, uma quantidade de anos. Além disso, por que subtraíram o 4? E a informação sobre a idade do filho, onde ficou?

Na expressão matemática que, para eles, traduzia o problema vê-se que muitos dados se mesclaram. A partir de uma tradução errada, o problema foi levado a um resultado errado.

Dos oito grupos formados, seis usaram, mesmo que de forma não correta, a resolução aritmética. Apenas dois grupos de alunos tentaram a resolução algébrica. Damos início a uma discussão sobre a diferença nos procedimentos adotados. Começamos pedindo que dissessem o que entendiam por aritmética. E dissemos que, com certeza, durante os oito anos que passaram no Ensino Fundamental, haviam trabalhado bastante em aritmética e perguntamos novamente:

- Para vocês, o que é aritmética?

Num primeiro momento, não houve tentativas de respostas. Pedimos que olhassem para alguns resultados colocados na lousa, onde apareciam operações apenas com números. Algumas respostas, ainda muito vagas, começaram a aparecer: números, fazer contas, ...

Eram respostas que, embora fazendo parte da definição de aritmética, deixavam muito a desejar quando se pretendia definir esse ramo da matemática. Mas a importância de introduzir o curso com esse problema reside justamente no fato de estar favorecendo uma revisão de conceitos fundamentais de uma maneira diferente. Diferente porque pensamos numa ‘revisão’ que colocasse cada aluno diante de situações que pedem por coisas já aprendidas, com mais responsabilidade e tendo oportunidade de valorizar os conhecimentos adquiridos durante sua escolaridade.

O conceito de aritmética foi, então, colocado na lousa pelo professor assim:

— Aritmética é o ramo da matemática que trabalha com números, relacionando-os, definindo operações sobre eles, estabelecendo propriedades sobre elas e fazendo aplicações.

Finalizando essa aula, chamamos a atenção dos alunos para os dois tipos de resolução apresentados, quatro só trabalhando com números e uma outra usando a variável  $x$  para compor o problema.

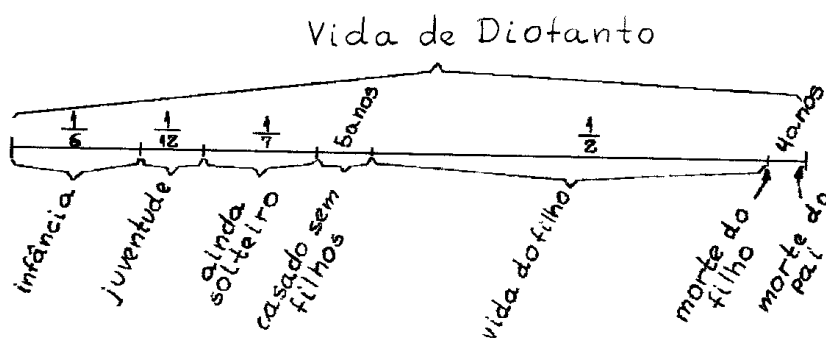
Pedimos aos alunos que procurassem verificar se os resultados apresentados, pelos cinco grupos envolvidos, satisfaziam as condições do problema, garantindo que, se assim o fizessem, no próximo encontro poderiam entender qual seria a solução correta.

**SEGUNDO ENCONTRO: 9 DE MAIO DE 2001**

Como já esperávamos, cada encontro poderia não ocorrer como havia sido idealizado e, como prometido, começamos este encontro voltando a colocar na lousa as quatro resoluções aritméticas e uma resolução algébrica do problema de Diofanto, apresentadas pelos alunos.

Trabalhamos dentro de uma plenária onde todos os alunos puderam participar. Analisamos cada uma das soluções aritméticas e pudemos mostrar que nenhuma delas atendia às condições do problema e, mais uma vez, falamos sobre o que se entende por aritmética. A solução algébrica também se mostrou incorreta.

Então, o professor, na lousa, chamando a atenção dos alunos, fez uma **representação geométrica** desse problema.



O professor, trabalhando **aritimeticamente**, mostrou

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{14 + 7 + 12 + 42}{84} = \frac{75}{84}$$

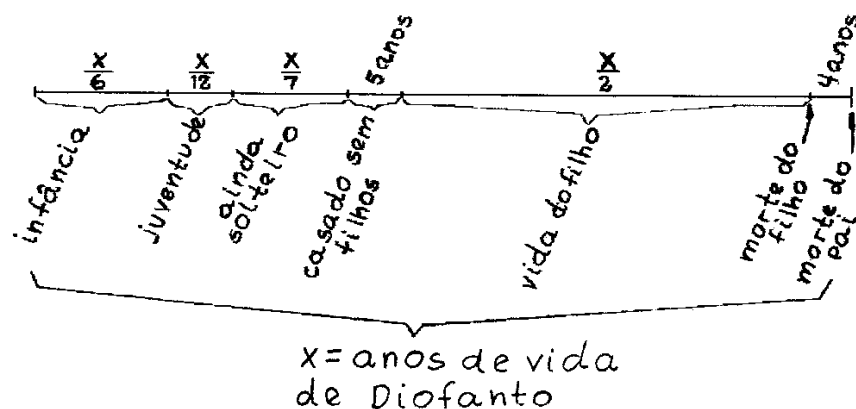
$$1 - \frac{75}{84} = \frac{84 - 75}{84} = \frac{9}{84}$$

$$\frac{9}{84} \Rightarrow 9 \text{ anos}$$

$$\frac{1}{84} \Rightarrow 1 \text{ ano}$$

$$1 = \frac{84}{84} \Rightarrow 84 \text{ anos que viveu Diofanto}$$

Depois, **algebricamente**, apelando novamente para a reta numérica,



o professor escreveu a equação

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$x - \frac{x}{6} - \frac{x}{12} - \frac{x}{7} - \frac{x}{2} = 9$$

$$\frac{84x - 14x - 7x - 12x - 42x}{84} = \frac{9 \times 84}{84} = \frac{756}{84} \rightarrow \frac{9x}{84} = \frac{756}{84}$$

e, dizendo que, se duas frações iguais têm o mesmo denominador, então, os numeradores são iguais

$$9x = 756 \rightarrow x = 84$$

o que garante que Diofanto viveu 84 anos.

Retomamos o Problema I, com a intenção de motivar os alunos a perceberem, a partir da representação geométrica, a diferença entre a resolução aritmética e a resolução algébrica.

A partir da solução algébrica, começamos a questionar sobre o uso da álgebra na busca da resolução do problema. Alguns alunos, ao analisarem os dois tipos de resolução, perceberam que em uma delas “aparecia letra” e tentaram definir álgebra, a partir dessa constatação, dizendo: “álgebra é quando aparece letra nas contas”. A maioria nem se manifestou, pois não conseguia fazer distinção entre as duas.

A definição dada acima, “boa” por sinal se compararmos com outras tentativas que surgiram, deixou na expressão dos alunos a surpresa de poderem perceber uma diferença entre essas duas áreas da matemática. Aqui está um exemplo da riqueza de se iniciar qualquer conteúdo matemático através de um problema, levando-se em conta as várias estratégias de resolução.

Procuramos formalizar a definição de álgebra, considerando que esses alunos, nesse momento, estavam motivados para isso. Para esse trabalho dissemos que álgebra é a parte da matemática que estuda equações e faz cálculos com variáveis e incógnitas, que são representadas por letras. Comentamos, também, que a álgebra é uma ferramenta matemática que, se bem usada, simplifica a resolução de muitos problemas da própria matemática.

Ainda, numa conversa em tom informal com os alunos, chamamos atenção para o fato de que, na álgebra, geralmente o mais difícil é equacionar o problema, ou seja, passar as informações do problema, dadas através da linguagem vernácula, para a linguagem simbólica, a linguagem matemática.

Podemos considerar que os objetivos do Encontro 1 foram atingidos pois, com o recurso de representações geométricas, pudemos resolver o problema aritmeticamente e algebricamente.

Para este segundo encontro, tínhamos como objetivos:

1. iniciar uma revisão dos conjuntos numéricos,
2. rever o conceito de número natural,
3. trabalhar o Problema II com adição e subtração em  $\mathbb{N}$ ,
4. trabalhar o Problema III com adição e subtração em  $\mathbb{Z}$ ,
5. perceber, com compreensão e significado, a necessidade de ampliação de  $\mathbb{N}$  para  $\mathbb{Z}$ .

Neste encontro, havia a intenção de iniciar uma revisão dos conjuntos numéricos. Pedimos a alguns alunos que pensassem em um número e depois dissessem o número que haviam pensado. Os primeiros números que surgiram foram os naturais mais próximos de 10. Alguns deles pensaram em números maiores, porém sempre inteiros positivos. Apenas um aluno disse (-5). Chamamos a atenção para este dado e perguntamos:

— Vocês não se lembram de terem visto outros tipos de números além dos naturais?

A partir daí começaram a surgir outros números, inclusive maiores que os primeiros, números negativos e até decimais. Porém, nenhum ainda na forma fracionária.

Apesar de, no Ensino Fundamental, esses alunos terem chegado até os números reais, é comum constatarmos um não reconhecimento de tipos diferentes de números. Parece que, quando “pensam” em números, os que sempre surgem são os naturais.

Foi entregue aos grupos o Problema II.

### **Problema II**

*A diretoria de um clube esportivo de uma escola querendo avaliar o patrimônio do clube fez a seguinte lista:*

|                                  |            |
|----------------------------------|------------|
| 3 dúzias de camisas.....         | R\$ 360,00 |
| 5 bolas de futebol.....          | R\$ 75,00  |
| 10 bolas de basquete.....        | R\$ 200,00 |
| 10 bolas de voley.....           | R\$ 130,00 |
| 2 dúzias de calções.....         | R\$ 168,00 |
| Móveis.....                      | R\$ 150,00 |
| Dívidas com o Banco 1.....       | R\$ 880,00 |
| Empréstimo junto ao colégio..... | R\$ 300,00 |

*Quanto vale hoje o patrimônio desse clube?*

### **Observação**

Apesar do objetivo deste problema ter sido o de trabalhar com adição e subtração em IN, por erro de digitação o valor de móveis apareceu como R\$ 150,00 em vez de R\$ 1500,00. Isso provocou um problema que envolve adição e subtração em Z.

Ao acompanhar as atividades na resolução desse problema, que envolve uma adição de números inteiros, percebemos que, em geral, os alunos procediam adicionando créditos e dívidas separadamente para, depois, obterem um resultado final através de uma subtração. Parece que esse era o caminho natural.

Logo após a resolução do problema II, começamos a debater com os alunos tentando aproximação com os objetivos da aula. Para isto, pedimos a alguns representantes de grupos distintos colocarem seus resultados na lousa.

Um dos grupos apresentou o seguinte:

| Patrimônio         | dívidas            | Patrimônio Real  |
|--------------------|--------------------|------------------|
| R\$ 360,00         | R\$ 880,00         | R\$ 1180,00      |
| R\$ 75,00          | R\$ 300,00         | R\$ 1083,00      |
| R\$ 200,00         | <u>R\$ 1180,00</u> | <u>R\$ 97,00</u> |
| R\$ 130,00         |                    |                  |
| R\$ 168,00         |                    |                  |
| R\$ 150,00         |                    |                  |
| <u>R\$ 1083,00</u> |                    |                  |

R.O. Patrimônio do clube hoje é de R\$ -97,00

Este grupo separou o patrimônio em duas partes: uma positiva como bens, embora a chamasse patrimônio, e outra negativa como dívidas.

Sua resolução, apesar da resposta quase certa, apresenta duas incorreções: ao tirar as dívidas dos bens onde a operação devia mostrar-se assim

|               |    |              |
|---------------|----|--------------|
| R\$ 1083,00   | ou | -R\$ 1180,00 |
| - R\$ 1180,00 |    | +R\$ 1083,00 |
| - R\$ 97,00   |    | - R\$ 97,00  |

O grupo simplesmente fez a diferença dívidas menos bens e viu que o patrimônio era de R\$ 97,00 e na resposta, ao invés de R\$ - 97,00, deveria aparecer -R\$ 97,00.

Outro grupo fez assim:

|                 |              |
|-----------------|--------------|
| 360,00          | 880          |
| 75,00           | + 300        |
| 200,00          | <u>11,80</u> |
| 130,00          |              |
| 168,00          |              |
| 130,00          |              |
| <u>1.083,00</u> | 1.083,00     |
| - 11,80         | <u>11,80</u> |
| <u>107,280</u>  | 107,280      |

Este grupo errou, provavelmente por falta de atenção, ao atribuir à adição  $880 + 300$  o resultado 11,80, possivelmente pensando em  $8,80 + 3,00$ . Acertaram no procedimento escolhido, mas erraram em todas as demais operações feitas. Nessa resolução ficou evidente a falta de hábito em verificar a razoabilidade do resultado obtido. Sem se preocupar em pensar na quantia R\$ 8,80 ser responsável por uma dívida bancária e um empréstimo de R\$ 3,00 para um clube, o grupo fez

|              |                                                                   |
|--------------|-------------------------------------------------------------------|
| 8,80         | e, na hora de tirar a dívida dos bens, cometeu erros de subtração |
| + 3,00       | com números decimais.                                             |
| <u>11,80</u> |                                                                   |

Esses erros surgem, muitas vezes, quando não se cuida de colocar as unidades devidas como referentes das quantidades envolvidas.

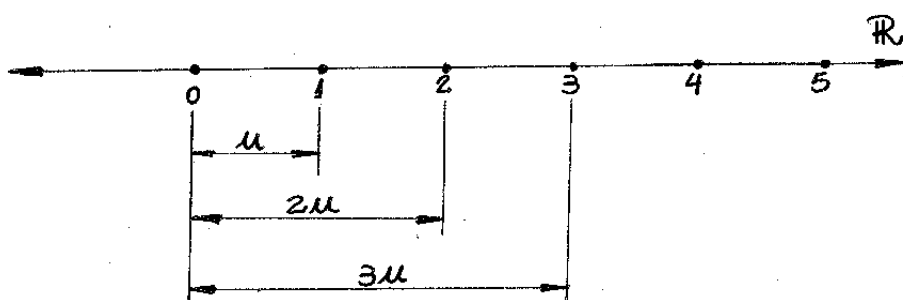
Como o objetivo principal desse problema era o de dar início, em nossa revisão, aos conjuntos numéricos, aproveitamos estas duas resoluções e perguntamos:

– Que tipos de números usamos até agora?

Eles responderam prontamente: – Números negativos e positivos.

Perguntamos se eles se lembravam de algum conjunto numérico que tem como elementos os números que aparecem nesta resolução. Mais uma vez eles disseram, prontamente: – Números naturais e números inteiros.

Com a ajuda deles, colocamos na lousa o conjunto  $\mathbb{N}$  dos números naturais expresso por seus elementos  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$  e representados na reta real por



Chamamos a atenção dos alunos para a existência de uma unidade de comprimento e, utilizando a reta real, o conjunto  $\mathbb{N}$  se mostrou como um conjunto infinito de pontos isolados, mantendo sempre a mesma distância entre dois pontos consecutivos.

Comentando sobre as conhecidas operações fundamentais em  $\mathbb{N}$ , lançamos aos alunos perguntas do tipo:

- A soma de dois números naturais produz sempre um número natural?
- A multiplicação de dois números naturais produz sempre um número natural?
- A subtração de dois números naturais produz sempre um número natural?
- A divisão de dois números naturais produz sempre um número natural?

Identificado o conjunto  $\mathbb{N}$ , os alunos perceberam que, para um número qualquer, mesmo não representado em nosso desenho feito na lousa, sempre haveria um outro número natural

maior do que ele que fosse soma ou produto de naturais, visto que  $\mathbb{IN}$  é um conjunto de infinitos elementos. Com essa constatação os alunos puderam responder as duas primeiras questões.

Tentamos chamar a atenção dos alunos para as propriedades das operações adição e multiplicação em  $\mathbb{IN}$  e seu uso nas técnicas operatórias. Percebemos que isso levaria muito tempo e, sabendo que iríamos precisar desse tempo para desenvolver nosso projeto, desistimos de falar em detalhes sobre elas.

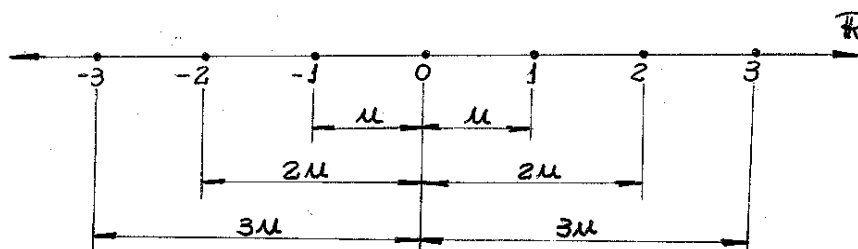
Alertamos os alunos sobre a necessidade de saber trabalhar as quatro operações fundamentais em  $\mathbb{IN}$ .

Chamamos a atenção para a subtração  $1083 - 1180$  que apareceu na resolução do problema II e perguntamos: - Existe resultado para esta “conta” em  $\mathbb{IN}$ ?

Os alunos, olhando para a representação do conjunto  $\mathbb{IN}$  na lousa, responderam: - Não!

Eles puderam perceber que a resposta a esta “conta” era um número diferente daqueles que pertenciam ao conjunto  $\mathbb{IN}$ .

Dissemos que como problemas desse tipo aparecem com frequência houve, para o homem, a necessidade de criar um outro conjunto numérico que seria uma ampliação de  $\mathbb{IN}$ . Esse conjunto é denotado por  $\mathbb{Z}$  e se escreve  $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... \}$ . Fizemos, também, uma sua representação na reta real.



Foi entregue aos grupos o

### **Problema III**

Considere o **Problema II** com a seguinte modificação: Se também contraíssem uma dívida com o Banco 2 de R\$ 1200,00 e comprassem na firma “Dois Irmãos” materiais no valor de R\$ 700,00, qual ficaria o patrimônio do clube?

O trabalho com esse problema levou a uma discussão de caráter social. Como colocado por um aluno, ele pode se tornar polêmico ao investigar se dívidas contraídas entram ou não no

patrimônio, visto que o material comprado poderia ser usado para melhorias que iriam ou não alterá-lo. Ainda, o dinheiro emprestado do banco serviria ou não para pagar dívidas existentes? Para atingir o objetivo da aula, o professor pediu que o problema fosse trabalhado considerando-se positivos os bens e negativos as dívidas. Esse problema, semelhante ao Problema II, confirmou a necessidade de se trabalhar com números inteiros positivos e negativos.

Vários grupos não resolveram este problema corretamente. Alguns aproveitaram o resultado errado do problema anterior e seguiram adiante, errando. Outros consideraram a dívida como sendo crédito. Ainda outros não conseguiram trabalhar sobre o problema.

Dois grupos chegaram ao resultado correto. Um deles aproveitou o resultado obtido no problema II, uma dívida de R\$ 97,00 e o adicionou às novas dívidas: R\$ 1200,00 e R\$ 700,00 chegando a uma dívida de R\$ 1997,00. O segundo grupo, fez adições parciais: juntou as dívidas do problema III, obtendo uma dívida de R\$ 1900,00. Depois juntou isso à dívida final do problema II, obtendo uma dívida de R\$ 1997,00. Seu deslize ocorreu quando respondeu dizendo que o patrimônio do clube era R\$ -1997,00.

Neste segundo encontro pudemos concluir que os alunos, em geral, não chegam do Ensino Fundamental preparados para fazer uso da aritmética e da álgebra com compreensão e significado, não sabendo distinguir esses dois ramos da matemática. A álgebra aparece, para eles, não como uma ferramenta importante para a resolução de problemas, mas como uma parte da matemática isolada, na qual aparecem letras.

Os alunos parecem ter pouca afinidade com os diferentes conjuntos numéricos que trabalharam no Ensino Fundamental, mostrando-se muitas vezes incapazes de reconhecer outros tipos de números que não os naturais.

Outra coisa notada é que, quando se encontram diante de um problema, muitos alunos se preocupam em ver os números que o problema apresenta e buscam a operação que, na opinião deles, melhor funcione com esses números.

Foram contemplados os objetivos 1, 2, 3 e 4 deste encontro. O objetivo 5 foi parcialmente atingido.

### TERCEIRO ENCONTRO: 16 DE MAIO DE 2001

Nos problemas trabalhados, durante a aula anterior, tínhamos situações envolvendo apenas operações de adição e subtração em  $\mathbb{Z}$ , o que os alunos já conheciam. Porém não foram considerados, no projeto, problemas que trabalhassem multiplicação e divisão de números inteiros, visto que não apareciam com muita frequência nas aplicações de oficina.

Apesar disso pensamos, ao preparar este encontro que, caso houvesse tempo, problemas como os abaixo poderiam ser trabalhados.

1. João assumiu uma dívida, a ser paga em três prestações de R\$ 150,00, num balanço anterior de R\$ 1200,00. Qual será a situação financeira atual?

Passando para a linguagem matemática, essa situação seria escrita

$$\text{R\$ } 1200,00 + 3 \times (-\text{R\$ } 150,00).$$

Calculando essa expressão faríamos primeiro

$$(+3) \times (-\text{R\$ } 150,00) = -\text{R\$ } 450,00$$

e, adicionando essa dívida aos R\$ 1200,00 do saldo anterior, ficaria

$$\text{R\$ } 1200,00 + (-\text{R\$ } 450,00) = \text{R\$ } 1200,00 - \text{R\$ } 450,00 = \text{R\$ } 750,00.$$

2. Ao fazer uma compra com nota fiscal no valor de R\$ 800,00, percebi que o valor de duas mercadorias não compradas, valendo cada uma R\$ 75,00, havia sido acrescentado a ela. Quanto, na verdade, deverei pagar por minha compra?

Esse problema traduzido para a linguagem matemática seria

$$\begin{aligned} &\text{R\$ } 800,00 - 2 \times (\text{R\$ } 75,00) = \\ &= \text{R\$ } 800,00 - \text{R\$ } 150,00 = \text{R\$ } 650,00. \end{aligned}$$

3. Retirar do saldo R\$ 3500,00, três prestações de R\$ 250,00 que ali apareciam como dívidas mas que já estavam pagas. Como mostrar isso matematicamente?

Com esta situação os alunos poderiam compreender que

$$\text{R\$ } 3500,00 - [3 \times (-\text{R\$ } 250,00)]$$

representaria um aumento de  $3 \times (\text{R\$ } 250,00)$  pois

$$\begin{aligned} &\text{R\$ } 3500,00 - [3 \times (-\text{R\$ } 250,00)] = \\ &= \text{R\$ } 3500,00 - (-\text{R\$ } 750,00) = \text{R\$ } 3500,00 + \text{R\$ } 750,00 = \text{R\$ } 4250,00, \end{aligned}$$

lembrando que  $\begin{cases} \text{se } a + (-a) = 0, \forall a \in \mathbb{Z} \\ \text{então } -(-a) = +a \text{ (propriedade do inverso aditivo)} \end{cases}$

Reconhecemos que trabalhar as regras de sinais em multiplicação e divisão de inteiros é sempre um ponto de nó e, se apresentássemos esses problemas, não conseguiríamos atingir os objetivos do terceiro encontro. Infelizmente eles não puderam ser trabalhados.

Para este terceiro encontro os objetivos eram:

1. avaliar o comportamento dos alunos diante de um problema,
2. avaliar as estratégias adotadas pelos alunos na decisão de qual (ou quais) operação (ões) utilizar na resolução do problema.

Os problemas IV e V foram entregues juntos a cada aluno visto que queríamos avaliar o trabalho individual.

**Problema IV** (extraído do livro – Matemática – Imenes & Lellis – 5ª série, p. 78 - 1999).

*Uma empresa importou 600 toca-fitas, planejando revendê-los por R\$ 275,00 cada um. Alguns aparelhos tinham defeitos e não seria possível revendê-los. Para continuar recebendo a mesma quantia que esperava pela venda de todos os aparelhos, o dono da empresa resolveu aumentar o preço de cada um para R\$ 300,00. Descubra quantos toca-fitas estavam com defeito.*

As operações adição, subtração, multiplicação e divisão em IN aparecem no problema IV, exigindo um pouco mais dos alunos. De início, boa parte dos alunos tinha dúvidas quanto ao tipo de operações matemáticas que deveriam usar para resolver esse problema. Trata-se de um problema elaborado e que demanda o “pensar” dos alunos.

Durante a resolução do problema IV, surgiram dúvidas concernentes à escolha de procedimentos a serem adotados na resolução do problema. Chamamos a atenção dos alunos para a nomenclatura dos elementos constituintes de cada operação, visando uniformizar o modo deles se referirem a cada um deles. Assim, falamos que

- na adição, os termos são chamados parcelas e soma,
- na subtração, minuendo (M), subtraendo (S) e resto, excesso ou diferença (R, E, D),
- na multiplicação, multiplicador, multiplicando e produto,

- na divisão, dividendo (D), divisor (d), quociente (q) e resto (r), sendo que a relação fundamental da divisão é dada por  $D = q \times d + r$ .

Ao perceber que a classe toda já havia terminado o problema IV, pedimos que fossem colocados alguns resultados na lousa.

Como já era esperado, a maioria dos alunos não conseguiu chegar na solução desse problema. A resolução abaixo foi a única que chegou à solução, depois de alguns deslizes no trabalho.

**Problema IV**

$$\begin{array}{r}
 275 \text{ — } 600 \\
 300 \text{ — } x
 \end{array}$$

165.000 → quantia que receberia da revenda de todos aparelhos

Resp. Estavam completos 550 aparelhos

Haviam 50 aparelhos com defeito

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 \times 275 \\
 \hline
 120000 \\
 100000 \\
 165000 \\
 \hline
 165000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 165000 \\
 \div 300 \\
 \hline
 550
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 165000 \\
 - 550 \\
 \hline
 160000
 \end{array}$$

Este aluno tentou aplicar o produto cruzado, sem analisar direito como comparar as grandezas envolvidas e, além disso, errou na multiplicação. Mas percebeu ter chegado num resultado não coerente, o que o fez escolher outro caminho, chegando assim na solução do problema. Ele verificou que se fossem vendidos 600 aparelhos a R\$ 275,00 cada, o empresário receberia R\$ 165000,00. Depois viu que se dividisse essa quantia por R\$ 300,00 acharia o número de aparelhos vendidos: 550. Assim percebeu que o número de aparelhos com defeito era  $600 - 550 = 50$ .

A resolução apresentada por outro aluno foi

$$\begin{array}{r}
 \text{Problema 4} \\
 43 \\
 \times 275 \\
 \hline
 165000 \\
 150000 \\
 \hline
 30 \quad 25 \\
 0 \\
 \hline
 25 \text{ aparelhos estão com defeito.}
 \end{array}$$

Este aluno começou sua resolução sabendo o que fazia. Reconheceu que a receita pretendida era R\$ 165000,00 e que, caso os 600 aparelhos fossem vendidos por R\$ 300,00 cada, a receita seria R\$ 180000,00. Assim, a diferença de R\$ 15000,00 seria responsável pelo número de aparelhos com defeito. Errou ao dividir essa diferença por 600, pois na realidade deveria ter feito  $R\$ 15000,00 \div R\$ 300,00$ , achando assim o número de aparelhos defeituosos.

O que esse aluno obteve ao dividir R\$ 15000,00 por 600 aparelhos foi a diferença acrescentada ao valor pretendido inicialmente para não haver perda e não o número de aparelhos defeituosos.

Apresentamos abaixo outro procedimento incorreto. Há novamente confusão entre unidade monetária e quantidade de toca-fitas. Por que a diferença entre os preços unitários (anterior e novo) deve representar a quantidade de toca-fitas?

$$\begin{array}{r}
 \text{Problema 4} \\
 600 \text{ toca Fitas} \\
 275,00 \text{ R\$} \\
 300,00 \text{ R\$} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 275 \\
 + 25 \\
 \hline
 300
 \end{array}$$

25 toca fitas estavam com problemas

Observamos que muitos alunos resolvem de qualquer jeito, por que foram ensinados a procurar sempre dar uma resposta, ou melhor, a não deixar em branco, a atender as expectativas dos professores.

Um outro aluno apresentou o procedimento abaixo mostrando que, primeiramente, queria comparar a diferença entre os montantes, descuidando-se das unidades utilizadas, e chamou a atenção para a diferença entre os preços antigo e novo de um toca-fitas.

PROBLEMA IV  
600 TOCA-FITAS  
 VENDIA-LOS R\$ 275,00 CADA UM  
 AUMENTOU 300,00 CADA UM

| MULTIPLICAÇÃO de TODOS OS TOCA-FITAS                               | MULTIPLICAÇÃO de TODOS OS TOCA-FITAS COM O VALOR AUMENTADO        | DIFERENÇA ENTRE OS VALORES DO TOCA-FITAS                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 275 \\ \times 600 \\ \hline 1650,00 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 500 \\ \times 600 \\ \hline 180000 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \times 300 \quad 18000 \\ \times 25 \quad -16500 \\ \hline 1500 \\ 600+ \\ \hline 7500 \end{array}$ |

R: ESTAVA COM defeito 25 TOCA-FITAS

Quando, durante a plenária, analisávamos os problemas colocados na lousa, levantou-se para essa resolução uma questão sobre o significado da multiplicação  $300 \times 25$ . Quando 300 e 25 são dados em reais (R\$), o produto 7500 representou o quê, para o aluno? Outra questão levantada foi por que o número 25 ora representa a diferença entre os valores inicial e final do toca-fitas, ora representa a quantidade de toca-fitas defeituosos? Durante a plenária, trabalhamos todos esses questionamentos e os alunos, em geral, ficavam sempre surpresos depois de entenderem o procedimento correto.

Há duas outras resoluções que queremos analisar aqui. A primeira

Problema IV

$$\begin{array}{r} 600 \quad 275 \\ 300 \quad x \end{array} = 600x = 300 \cdot 275 =$$

$$600x = 82500$$

$$x = 82500$$

$$x = 137,5$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times 300 \\ \hline 82500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82500 \\ 22 \quad 137,5 \\ 45 \\ 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

mostra que o aluno, ao considerar a igualdade de razões como uma proporção, comparou 600 toca-fitas com R\$ 300,00 e R\$ 275,00 com  $x$ , o número de toca-fitas não defeituosos. Baseado em quê este aluno fez essas comparações? Talvez ele tenha querido comparar nas duas razões

$\frac{\text{número de toca-fitas}}{\text{valor unitário de toca-fitas}}$ . Mas, na segunda razão da proporção, ele inverteu e

considerou  $\frac{\text{valor unitário de toca-fitas}}{\text{número de toca-fitas}}$ , daí nascendo seu erro.

Um outro aluno, apresentou o seguinte raciocínio:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{IV- R:} & 600 & \text{--- } 275,00 \\
 & x & \text{--- } 300,00 \\
 \hline
 275x = 165000 & & \\
 x = \frac{165000}{275} & & \\
 x = 600 & & 
 \end{array}$$

*x = 600, toca-fitas estavam com defeito, no entanto mais, 25 estavam com defeito.*

Neste caso o aluno, ao montar aquilo que chamou de igualdade de razões, considerou que o valor anterior de cada unidade está para o novo valor, ou seja,  $275 : 300$ . Mas, ao comparar o número de toca-fitas não percebeu que aumentando o número deles deve diminuir o valor de cada um para se obter o mesmo montante.

Então, sua proporção deveria se apresentar assim  $\frac{600}{x} = \frac{300,00}{275,00}$  pois, pelos dados do problema, o montante desejado é R\$ 165000,00 e, aumentando para R\$ 300,00 o valor de cada toca-fitas, o número de aparelhos deve diminuir para se obter o mesmo montante. Esse aluno não percebeu que as grandezas eram inversamente proporcionais.

Um aluno que dominasse a álgebra poderia ter feito assim

B = número de aparelhos bons

D = número de aparelhos defeituosos

De acordo com os dados do problema

$$\begin{cases} B + D = 600 \\ R\$300,00 \times B = R\$165000,00 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Se } B + D = 600 \\ \rightarrow R\$300,00 \times (B + D) = R\$180000,00 \end{cases} \quad \text{e como}$$

$$R\$ 300,00 \times (B + D) = R\$ 300,00 \times B + R\$ 300,00 \times D$$

$$R\$ 180000,00 = R\$ 165000,00 + R\$ 300,00 \times D$$

$$R\$ 15000,00 = R\$ 300,00 \times D$$

$$\therefore D = \frac{R\$15000,00}{R\$300,00} = 50.$$

Por falta de tempo, o problema V foi deixado para tarefa extraclasse.

Como os objetivos desse encontro eram o de avaliar o comportamento dos alunos diante de um problema e as estratégias assumidas por eles ao decidir que caminho seguir, acreditamos que estes foram alcançados mas, sentimos que os alunos não estão habituados com resolução de problemas, não estão preparados para pensar diante de uma situação-problema que exige uma solução.

#### **QUARTO ENCONTRO: 23 DE MAIO DE 2001**

Se fôssemos seguir o projeto, exatamente como foi planejado, os objetivos deste encontro seriam:

1. colocar os alunos diante de situações-problema nas quais é preciso relacionar conhecimentos trazidos da matemática acadêmica com atividades de sua prática,
2. rever o conceito de recíproco (inverso multiplicativo) de um número,
3. perceber a necessidade de ampliação do conjunto Z dos números inteiros para o conjunto Q dos números racionais,
4. identificar uma das personalidades do número racional – a fração – como uma relação da parte com o todo,
5. trabalhar medidas no sistema decimal e no sistema inglês.

Porém, não foi bem isto o que aconteceu neste encontro. O encontro anterior não tinha esgotado o assunto que pretendíamos e o Problema V foi deixado para casa. A resolução desse

problema, que trabalhava praticamente os mesmos objetivos do Encontro 3, foi o ponto inicial deste quarto encontro.

**Problema V** (extraído do livro – Matemática – Imenes & Lellis – 6ª série, p. 148 - 1999).

*Anualmente, o comércio e a indústria fazem um balanço do desempenho de suas vendas. Veja a seguir um balanço de uma fábrica de veículos automotores*

| Balanço – Ano 1999.        |              |              |              |              |
|----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Lucro em milhões de reais. |              |              |              |              |
| Setor                      | 1º Trimestre | 2º Trimestre | 3º Trimestre | 4º Trimestre |
| Automóveis                 | 60           | -20          | 10           | 45           |
| Ônibus                     | -15          | -7           | 8            | 12           |
| Caminhões                  | -30          | 45           | -5           | 32           |
| Tratores                   | -13          | -22          | 37           | -5           |

onde os números negativos representam prejuízos. Pergunta-se:

- No final do ano, houve lucro ou prejuízo no setor de automóveis?
- E no setor de ônibus?
- E no setor de caminhões?
- E no setor de tratores?
- Considere, agora, todos os setores juntos. No final do ano, a fábrica teve lucro ou prejuízo? Qual o valor encontrado?

Iniciamos o trabalho separando a classe em grupos e pedimos que cada grupo retomasse o problema e discutisse as soluções trabalhadas individualmente. Este problema envolve operações no conjunto dos números inteiros.

Colocamos na lousa as soluções que dois alunos haviam apresentado.

# Aluno 1

## Problemas V

a) 
$$\begin{array}{r} 60 \\ 20 \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ +10 \\ \hline 45 \\ 95 \end{array} \quad \text{O Setor de ultramar lucrou 95.}$$

b) 
$$\begin{array}{r} -15 \\ +7 \\ \hline -22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +12 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ -20 \\ \hline 02 \end{array} \quad \text{O Setor de ônibus teve prejuízo de 2.}$$

c) 
$$\begin{array}{r} 45 \\ -30 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ -5 \\ \hline 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ +15 \\ \hline 42 \end{array} \quad \text{O Setor de caminhões lucrou 42}$$

d) 
$$\begin{array}{r} -13 \\ +22 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ -5 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} -35 \\ -32 \\ \hline -67 \end{array} \quad \begin{array}{r} -3 \\ 03 \end{array} \quad \text{O Setor de tratores teve prejuízo de 3.}$$

e) 
$$\begin{array}{r} 95 \\ +2 \\ \hline 93 \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ -3 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} 93 \\ +39 \\ \hline 132 \end{array} \quad \text{A fábrica lucrou 132 juntando todos setores}$$

Podemos observar que a solução apresentada por este aluno mostrou que ele entendeu o que era pedido pelo problema: prejuízo soma-se com prejuízo e lucro com lucro. Depois adicionam-se esses resultados. O problema apresentou sempre lucro como quantidade positiva e prejuízo como quantidade negativa. Mas, as operações efetuadas por esse aluno não refletem sempre suas ações indicadas, pois as respostas dadas por ele não coincidem sempre com os resultados expressos nas “contas”, ou seja,

b)  $(-15) + (-7) = -22$

$(8) + (12) = 20$

e  $(-22) + (+20) = -2$ , que representa um prejuízo igual a 2.

d)  $(-13) + (-22) + (-5) = -40$

$(-40) + (37) = -3$ , que representa um prejuízo igual a 3.

## Aluno 2

$$\begin{array}{l}
 a) 60 + 10 + 45 = 115 - 20 = 95 \text{ milhões de reais} \\
 \text{lucro} \\
 b) 8 + 12 = 20 - 15 - 7 = -2 \text{ milhões de reais} \\
 \text{prejuízo} \\
 c) 45 + 32 = 77 - 35 = 42 \text{ milhões de reais} \\
 \text{lucro} \\
 d) 37 - 5 - 13 - 22 = -3 \text{ milhões de reais} \\
 \text{prejuízo} \\
 e) 95 + 42 - 2 - 3 = 132 \text{ milhões de reais} \\
 \text{No final do ano a fábrica terá lucro} \\
 \text{de 132 milhões de reais.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 95 \\
 + 42 \\
 \hline
 137 \\
 - 2 \\
 \hline
 135
 \end{array}$$

Este aluno montou as expressões aritméticas correspondentes a cada item. Aproveitamos esta solução para destacar, durante a plenária, um erro comum que acontece quando esses alunos tentam escrever matematicamente os dados postos num problema. O item b, por exemplo, apresenta a expressão  $8 + 12 = 20 - 15 - 7 = -2$ . Podemos observar que  $8 + 12 = 20$ , que é diferente de  $20 - 15 - 7 = -2$ . Este aluno sabia o que estava fazendo, mas expressou-se matematicamente de maneira incorreta. O correto seria ter feito  $8 + 12 = 20$  e  $20 - 15 - 7 = -2$ .

A maioria dos alunos resolveu esse problema sem grandes dificuldades, apesar de alguns poucos ainda apresentarem resoluções incorretas, como é o caso seguinte.

✱ - R.

$$a) 60 - 20 + 10 + 45 = 95$$

há um prejuízo de 20% que  
por conta o lucro passou para 95%

$$b) -15 - 7 + 8 + 12$$

$$-22 + 20$$

$$-2$$

há um prejuízo pois além de  
nos terem tido lucro ficaram com  
uma dívida de 2%.

$$c) -30 + 45 - 5 + 32$$

$$+15 - 5 + 32$$

$$10 + 32$$

42% foi o lucro do setor de  
comércio, no entanto perderam lucro  
também, pois deram -35%.

$$d) -13 - 22 + 37 - 5$$

$$-40 + 37$$

$$-3$$

eles deram -40% portan-  
to há um prejuízo de -3%.

$$e) +95 - 2 + 42 - 3$$

$$90 + 42$$

132 foi o lucro da indústria  
embora eles deram -5%

(Então nos foi um  
problema pois pareceu  
resolvê-lo com  
facilidade)

Este aluno fez as “contas” certas com os números inteiros dados. Mas não foi matematicamente correto ao deixar de igualar as passagens feitas até a obtenção do resultado final. Além disso, não dá para entender a relação que ele faz entre os resultados obtidos, que seriam lucro ou prejuízo em milhões de reais, com um dado percentual atribuído a eles. Mas... ele acreditava ter feito certo!

Sempre que propusemos problemas que envolviam operações com números inteiros, pudemos constatar uma dúvida comum aos alunos que estava relacionada aos símbolos (+) e (-), muito possivelmente por que eles não percebessem que esses sinais ora são sinais das operações adição e subtração respectivamente, ora representam sinais dos números. Numa determinada

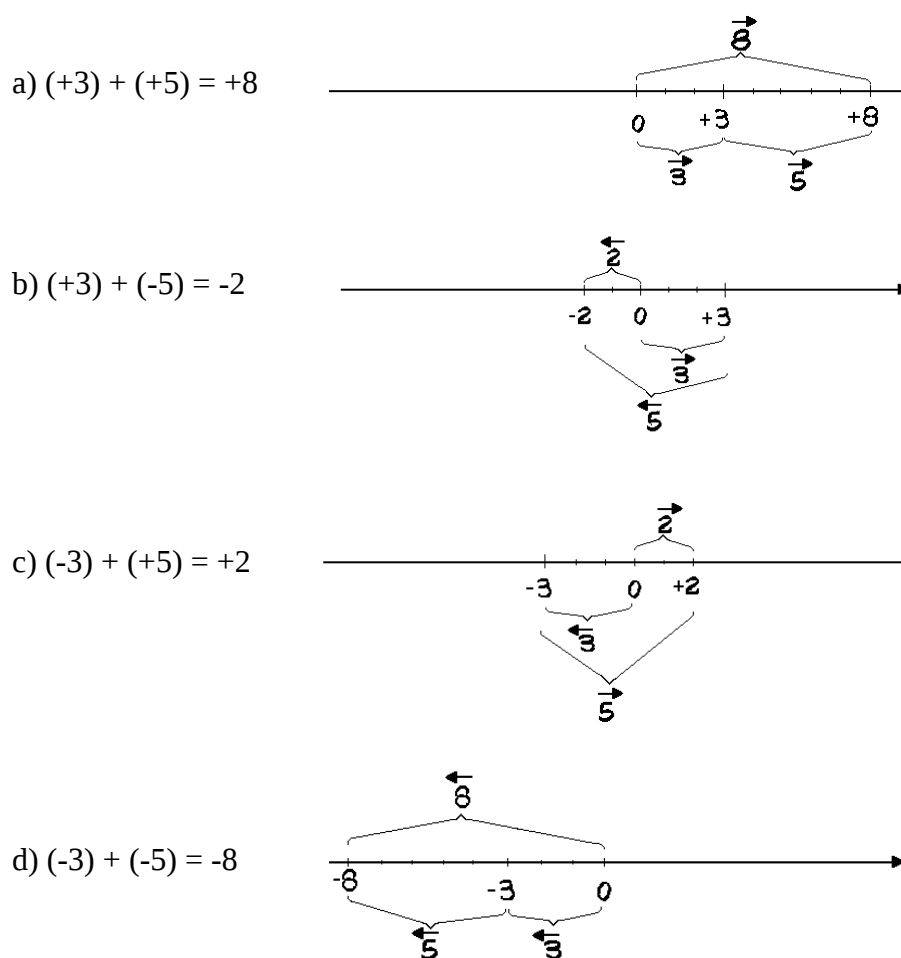
situação um aluno lembrou-se das tradicionais ‘regrinhas’ de sinais e, ao se referir à adição de dois números inteiros, disse que

- Se os sinais são iguais, adicionam-se os valores e dá-se o mesmo sinal;
- Se os sinais são diferentes, verifica-se, primeiro, se o maior é positivo ou negativo. Do maior tira-se o menor, prevalecendo o sinal do maior.

A explicação que ele deu, não nos deixou convencidos de que ele entendia aquilo que estava dizendo. Será que ele não repetia apenas o que havia memorizado?

Explorando mais casos de adição de números inteiros, foram colocados na lousa os seguintes exercícios com suas respectivas representações na reta numérica.

Convenções:  $\begin{array}{c} \rightarrow \\ + \\ \leftarrow \\ - \end{array}$



confirmando as “regras” colocadas pelo aluno.

Apesar de se tratar de exercícios simples, foi possível, através das representações na reta numérica, fazer o aluno perceber os ‘movimentos’ praticados para a localização dos números.

Como aplicações de números inteiros podemos falar em:

- **Temperatura:**

Se uma cidade está marcando uma temperatura de  $5^{\circ}\text{C}$  e, no mesmo momento, em outra cidade, os termômetros marcam  $(-10)^{\circ}\text{C}$ , é sabido que a temperatura na primeira cidade é mais elevada que a da segunda. Comparando os números  $(+5)$  e  $(-10)$ , dizemos que  $(+5)$  é maior que  $(-10)$  e escrevemos  $(+5) > (-10)$ .

- **Saldos bancários:**

Outra aplicação de números inteiros pode ser apresentada ao considerarmos os saldos de contas bancárias.

Ao perguntarmos aos alunos: - É melhor aparecer num saldo bancário a quantia indicada pelo número  $(+500)$  ou a quantia indicada pelo número  $(-100)$ ? Conhecendo as expressões “Estou no negativo” e “Estou no vermelho” os alunos responderam prontamente ser melhor o saldo bancário ser indicado pelo número  $(+500)$ .

Nova pergunta: - E se fosse  $(-500)$  e  $(+100)$ , o que seria melhor? Seria melhor ter  $(+100)$ , responderam.

Recapitulando, o professor chamou a atenção dos alunos para os seguintes pontos:

O número inteiro, além de expressar uma quantidade, é também dotado de sinal.

Em  $\mathbb{IN} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ , valem sempre as operações de adição e multiplicação pois, como vimos, a soma de dois naturais é sempre natural e o produto de dois naturais é sempre natural.

Em  $\mathbb{IN}$  não vale sempre a subtração. Essa operação em  $\mathbb{IN}$  vale somente quando  $M \geq S$ , onde  $M$  é o minuendo e  $S$  é o subtraendo.

Em  $\mathbb{IN}$  não vale sempre a divisão. Essa operação em  $\mathbb{IN}$  vale somente quando  $D = m(d)$ , isto é, quando o dividendo é múltiplo do divisor.

A reunião de  $\mathbb{IN}$  com o conjunto dos números inteiros negativos nos dá o conjunto  $\mathbb{Z}$  dos números inteiros. Assim,  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

Em  $\mathbb{Z}$  as operações adição, multiplicação e subtração valem sempre. A subtração em  $\mathbb{Z}$  é sempre válida devido à propriedade estrutural que diz: qualquer que seja o natural  $a$ , existe seu oposto  $(-a)$  tal que  $a + (-a) = (-a) + a = 0$ . Em  $\mathbb{Z}$  a divisão não vale sempre. Só vale se  $D = m(d)$ .

O conjunto  $\mathbb{IN}$  é um subconjunto de  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{IN} \subset \mathbb{Z}$ , isto é, todo natural é inteiro mas nem todo inteiro é natural.  $\mathbb{Z}$  é uma ampliação de  $\mathbb{IN}$ . Graficamente podemos dizer que



Neste encontro, com essa recapitulação atingimos o objetivo 5 do Encontro 2. O objetivo 1 do Encontro 4, que colocou os alunos diante de situações-problema da prática, foi parcialmente atingido.

### **QUINTO ENCONTRO: 30 DE MAIO DE 2001**

Os objetivos deste encontro eram:

1. rever, aprofundar e aplicar o conceito de número racional com sua notação barra fracionária:  $\frac{a}{b}$  (a barra b), indicando uma fração, isto é, uma relação parte/todo, mostrando a diferença entre fração decimal e fração ordinária,
2. rever, aprofundar e aplicar o conceito de número racional na forma de número decimal, conceituando decimal exata e decimal não exata onde são identificadas dízima periódica simples e dízima periódica composta,
3. levar os alunos a perceber que os números decimais não constituem uma nova categoria de números, pois eles são as frações decimais escritas de outra maneira,
4. aplicar essas diferentes personalidades do número racional a problemas da prática.

Mas, esses objetivos não puderam ser atingidos pois apenas o primeiro dos objetivos do 4º encontro havia sido parcialmente atingido. Os demais objetivos do 4º encontro precisariam ser trabalhados neste 5º encontro e todos eles referiam-se a números racionais.

Como nossa conjectura pretende fazer ligação da matemática acadêmica com a prática de oficina e como nossa metodologia de trabalho parte sempre de um problema buscamos atender a essas duas solicitações.

Após nosso 4º encontro, 23 de maio de 2001, os alunos, mais uma vez, tiveram atividades com o instrutor na sala de desenho. Nesse encontro o instrutor trabalhou com instrumentos de medida e, em particular, com o paquímetro. Nós, como professor de matemática dessa turma de revisão, estávamos, como combinado, presente nesta aula.

Enquanto os alunos mediam peças de plástico com o paquímetro utilizando o sistema inglês de medidas, um dos alunos nos fez uma pergunta que parecia ir além daquilo que o instrutor pretendia.

Dada a peça, na forma de um bloco retangular, os alunos deveriam medir com o paquímetro o comprimento  $a$ , a largura  $b$  e a altura  $c$  do bloco, em polegadas.

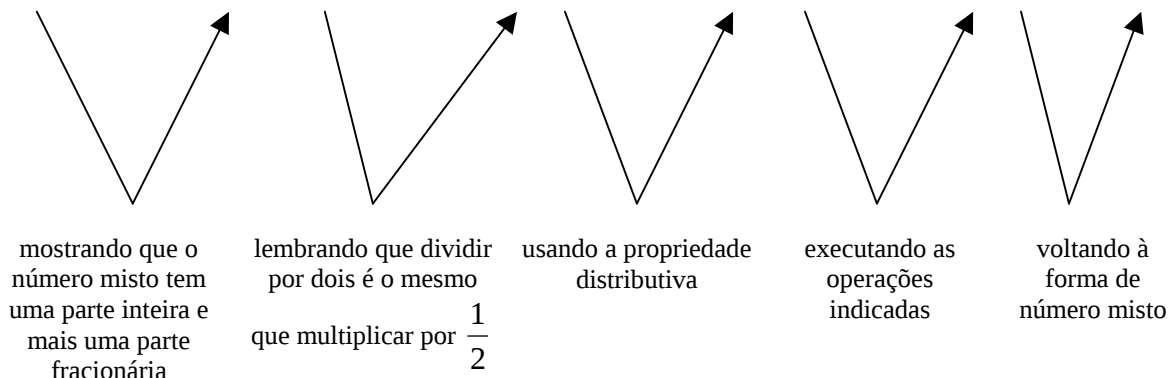
Ao encontrar a medida  $b = \left(2 \frac{121}{128}\right)$  esse aluno nos perguntou: qual deve ser a abertura do paquímetro em polegadas para conseguir a metade de  $b$ ?

A resposta a essa pergunta ele não sabia achar e parece que sentia que o paquímetro poderia não lhe dar. Então, resolveu perguntar ao professor de matemática que estava perto, como poderia fazer isso.

Começamos a responder com outra pergunta: — Se quer achar a metade de  $b$ , isso significa que você deve dividir  $b$  por quanto? Ele respondeu: — Por dois.

Como  $b$  é um número misto, ele disse que não sabia fazer essa “conta”. Visto que não podíamos deixar o aluno sem resposta, juntos começamos a trabalhar. O professor foi dizendo, buscando usar conhecimentos do aluno, que

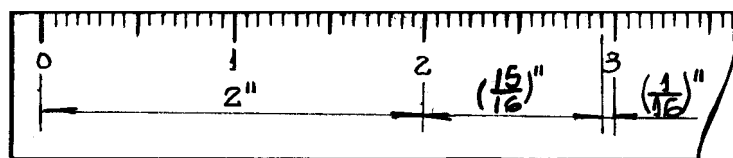
$$\left(2 \frac{121}{128}\right)'' \div 2 = \left(2 + \frac{121}{128}\right)'' \div 2 = \left(2 + \frac{121}{128}\right)'' \times \frac{1}{2} = \left(2 \times \frac{1}{2}\right)'' + \left(\frac{121}{128} \times \frac{1}{2}\right)'' = \left(1 + \frac{121}{256}\right)'' = \left(1 \frac{121}{256}\right)''$$



O professor perguntou: - Como abrir o paquímetro com essa medida se a parte fracionária corresponde exatamente à metade da menor divisão exibida no paquímetro? Aquilo que o aluno sentia confirmou-se então. Como medir com segurança essa fração se a escala não mostra subdivisões dessa parte? A resposta prática a essa questão é que, com esse paquímetro, não se consegue essa abertura com segurança.

Se o paquímetro não responde, diz o professor, vamos procurar na matemática da sala de aula a resposta.

A idéia matemática envolvida, para a abertura  $b = \left(2 \frac{121}{128}\right)''$ , é trabalhada ao observar a escala do paquímetro, onde cada polegada se apresenta dividida em 16 partes iguais.



Como

$$1'' = \left(\frac{16}{16}\right)'' = \left(\frac{15}{16}\right)'' + \left(\frac{1}{16}\right)'' = \left(\frac{15}{16}\right)'' + \left(\frac{8}{128}\right)''$$

temos que

$$\left(2 \frac{121}{128}\right)'' = 2'' + \left(\frac{120}{128}\right)'' + \left(\frac{1}{128}\right)'' = 2'' + \left(\frac{15}{16}\right)'' + \left(\frac{1}{128}\right)''$$

Olhando na escala vemos que para se atingir  $3''$  falta exatamente  $\left(\frac{1}{16}\right)''$ . Mas

$$\left(\frac{1}{128}\right)'' = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)'' \text{ e o "vernier" corre apenas } \frac{1}{8} \text{ de } \left(\frac{1}{16}\right)''.$$

Mas o problema levantado pelo aluno é o de se obter metade de  $\left(2\frac{121}{128}\right)''$ .

Com o paquímetro não foi possível abrir a metade de  $\left(2\frac{121}{128}\right)''$ , ou seja,  $\left(1\frac{121}{256}\right)''$ . A grande dificuldade seria achar a metade de  $\left(\frac{1}{128}\right)''$ .

O aluno ficou convencido de que, com o paquímetro, que é um instrumento limitado, não foi possível medir  $\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{121}{128}\right)''$ , mas que matematicamente é possível fazer isso e chegar a  $\left(1\frac{121}{256}\right)''$ .

Iniciamos o nosso 5º encontro, antes de considerar os problemas listados no 4º encontro do projeto, apresentando a situação-problema ocorrida nessa aula de Tecnologia Mecânica.

Apresentamos à classe a pergunta colocada por um dos alunos e mostramos que ela estabelecia uma conexão direta com a matemática ensinada academicamente. Acreditamos que esses alunos puderam perceber que a matemática está por trás de muitos problemas. Esta questão serviu-nos de “gancho” para introduzir o conceito de número racional.

Recordando, falamos sobre múltiplos e divisores de um número; o significado de ser divisível ou múltiplo; o significado de dividir ou ser divisor; sobre máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

Mostramos que há grandezas que podem ser divididas exatamente em um número qualquer de partes – grandezas contínuas – e grandezas que só podem ser divididas exatamente por seus divisores – grandezas discretas.

Ao dividirmos um comprimento qualquer em um certo número de partes iguais, os alunos, durante a discussão, foram percebendo que a divisão matemática poderia acontecer indefinidamente. A representação geométrica na lousa, apesar de limitada como o paquímetro,

ajudava a clarear esta constatação. Porém, como tínhamos discutido sobre o significado de ser divisível, um aluno fez a seguinte colocação: – Mas o que pode fazer a divisão  $1 \div 3$  ser exata? Se dividimos um por três temos a impressão de o resto ser sempre um.

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 3} \\ 1 \phantom{0} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 10 \overline{) 3} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 1 \phantom{0} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 100 \overline{) 3} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 10 \phantom{0} \\ \hline 1 \phantom{0} \\ \hline \end{array}$$

De fato  $1 = 0 \times 3 + 1$        $1 = 0,3 \times 3 + 0,1$        $1 = 0,33 \times 3 + 0,01$

O aluno continuou: – Para que esta divisão fosse “exata”, o resto não deveria ser zero?

Somente com a ajuda do professor é que os alunos chegaram a compreender que o número racional  $\frac{1}{3}$  é que seria o quociente procurado para se obter resto zero, pois  $\frac{1}{3}$  porque  $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ .

Aproveitando o trabalho do aluno, o professor disse que ao fazermos

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 3} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 10 \phantom{0} \\ \hline 10 \phantom{0} \\ \hline 1 \phantom{0} \\ \hline \end{array}$$

teremos  $0,333... \times 3 = 0,999... = \frac{9}{9} = 1$ . Mas se  $0,333... \times 3 = \frac{1}{3} \times 3 = 1$  então  $0,333... = \frac{1}{3}$  e, portanto,  $\frac{1}{3}$ .

Observamos então que, nos racionais, a divisão é sempre possível.

Como nossa intenção aqui era a de discutir que a grandeza contínua pode ser dividida em qualquer número de partes, sugerimos o seguinte exercício para casa.

– Encontrem pelo menos três números racionais que estejam entre  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ .

Mesmo pedindo que fizessem este exercício em casa, antes de dar continuidade à aula, alguns alunos já apresentavam suas respostas: 0,5; 0,4; 0,75, entre outras tentativas. Sempre na forma decimal. Apesar de algumas das tentativas pertencerem ao intervalo mencionado, não

sentíamos firmeza na maneira como surgiam as respostas que nos pareciam mais ‘chutes’. Mas o interessante é que estavam comparando números na forma decimal com números na forma fracionária, ou seja, já estavam associando frações a números.

Alguns alunos sugeriram outras soluções na forma de fração, também no ‘chute’. Duas delas foram  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{7}{16}$ , sendo que  $\frac{2}{3}$  não servia.

Consideramos a fração  $\frac{7}{16}$ . Comentamos sobre a necessidade de comparar esta fração com as dadas pelo problema e, assim, poderemos descobrir se  $\frac{7}{16}$  está ou não entre  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ . Perguntamos à classe: Como fazer isto? Ninguém disse nada. Nem sugeriram a divisão do numerador de cada fração por seus respectivos denominadores, para que se pudesse observar cada número racional em sua forma decimal. Neste momento, aproveitamos para recordar o conceito de frações equivalentes e para, posteriormente, estabelecer as devidas comparações.

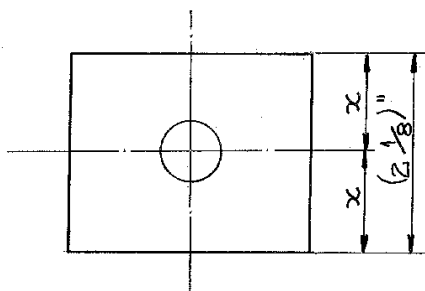
Distribuímos, para cada grupo, os problemas VI e VII.

### **Problema VI**

*No almoxarifado de uma oficina mecânica, foram empilhadas oito barras de aço de mesma espessura. A fim de controle de espaços livres, o almoxarife mediu a espessura total, encontrando 7". Qual a espessura de cada barra?*

### **Problema VII**

*Uma peça deverá ter um furo centralizado, como mostra o desenho. Qual será a medida da abertura do paquímetro, para que se possa marcar na peça a medida  $x$  desejada?*

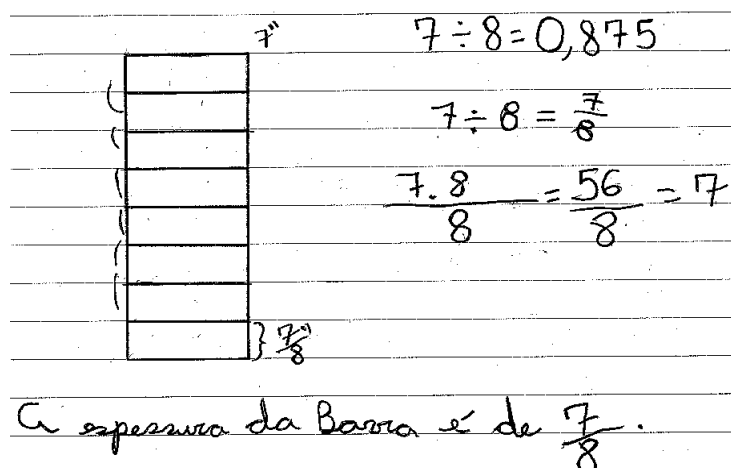


Lembramos que o objetivo do problema VI era fazer com que os grupos se deparassem com uma situação-problema que exigia solução não inteira. A novidade era que se trata de situação que pode ser vista no ambiente de oficina e, desta forma, o conteúdo matemático aprendido no Ensino Fundamental deve ser transferido para a prática.

Houve grupos que, de início, não conseguiram perceber que o problema envolvia simplesmente uma divisão da espessura total do empilhamento: 7" pelo número de barras empilhadas: 8. A partir de sugestões do professor, esses grupos conseguiram compreender que a operação exigida era a divisão. Depois desse trabalho feito, o professor precisou insistir com eles até que percebessem que  $\frac{7}{8}$  é um número que tem sua representação bem definida na reta numérica, chamando sua atenção para o fato de que o quociente dessa divisão não é um número inteiro.

Durante a resolução desse problema VI houve vários grupos que apresentaram soluções:

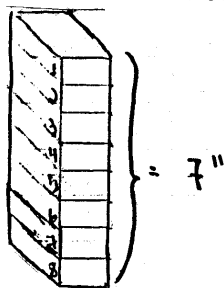
### Grupo 1



Este grupo apresentou uma solução resumida, mostrando a resposta com número decimal: 0,875 e em forma fracionária:  $\frac{7}{8}$ . Ainda, tirou a prova mostrando que  $8 \cdot \frac{7}{8} = 7$ , porém deixou de trabalhar com a unidade de medida indicada.

## Grupo 2

Problema VI



$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 8} \\ 60 \overline{) 0,875} \\ 40 \\ 00 \end{array} = 0,875'' = \frac{875''}{1000} = \frac{7}{8}''$$

## Grupo 3

Problema VI

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 8} \\ 60 \overline{) 0,875} \\ 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} 875 \div 5 = 175 \\ 1000 \div 5 = 200 \\ 200 \div 5 = 40 \\ 40 \div 5 = 8 \end{array} = \frac{175}{200} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$$

Os grupos 2 e 3 dividiram 7 por 8, dando inicialmente como resposta o número decimal 0,875.

Ao apresentarem essa resposta parecia não se sentirem muito convencidos com ela. O que significava 0,875"? Haveria algum outro modo que lhes permitisse ter uma visão mais clara disso?, perguntaram.

O professor pediu que tentassem ler e interpretar o resultado dessa divisão, passando do número decimal para a forma equivalente fracionária. Eles escreveram  $\frac{875}{1000}$ .

O professor, então, pediu a eles que buscassem uma fração mais simples equivalente a essa. Um dos grupos fez, não mostrando como calculou o mdc (875,1000),  $\frac{875}{1000} \xrightarrow{\div 125} = \frac{7}{8}$  e

o outro  $\frac{875}{1000} \xrightarrow{\div 5} = \frac{175}{200} \xrightarrow{\div 5} = \frac{35}{40} \xrightarrow{\div 5} = \frac{7}{8}$ .

A participação do professor foi responsável pela compreensão de que a representação fracionária, observada no paquímetro, é mais clara, isto é, mais fácil de visualizar. De fato, a

leitura de  $\left(\frac{7}{8}\right)''$  no paquímetro é feita diretamente, o que não ocorre com  $0,875''$ . Dar a resposta a este problema com um número decimal não faz sentido quando se trabalha em polegadas. O sistema inglês de medidas não é decimal. Assim, não lemos 875 milésimos da polegada, mas sim  $\frac{7}{8}$  da polegada.

Alguns alunos, após terem feito o processo de simplificação da fração  $\frac{875}{1000}$ , perceberam e comentaram conosco que a forma irredutível da fração nada mais é do que a fração na qual o numerador coincide com o dividendo e o denominador coincide com o divisor. Ficamos satisfeito, ao perceber que a situação criada através do problema, fez com que os alunos percebessem a fração  $\frac{7}{8}$  como sendo um número. Em geral, os alunos não estão habituados a fazer esta constatação.

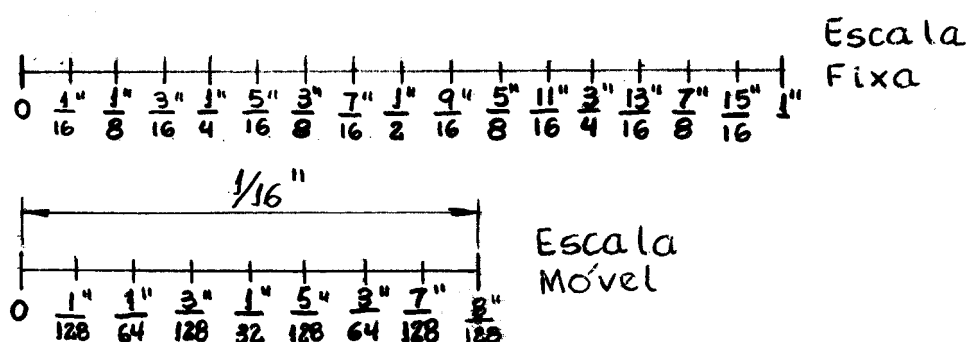
Lembramos aqui que o instrutor em suas aulas já havia dito aos alunos que o paquímetro é um instrumento de medição que permite leituras de fração de milímetros e de polegadas, através de uma escala chamada ‘vernier’ ou ‘nônio’. Num paquímetro com vernier de  $\left(\frac{1}{128}\right)''$ , cada divisão do vernier tem um comprimento de  $\left(\frac{7}{128}\right)''$  e cada divisão da escala fixa, como já vimos, tem um comprimento de  $\left(\frac{8}{128}\right)''$ . Isso significa que, ao fazer coincidir os traços do vernier com os traços da escala fixa, tem-se:

- uma divisão do vernier dá  $\left(\frac{1}{128}\right)''$  de aproximação;
- duas divisões dão  $\left(\frac{2}{128}\right)'' = \left(\frac{1}{64}\right)''$  de aproximação;
- quatro divisões dão  $\left(\frac{4}{128}\right)'' = \left(\frac{1}{32}\right)''$  de aproximação;
- seis divisões dão  $\left(\frac{6}{128}\right)'' = \left(\frac{3}{64}\right)''$  de aproximação.

Observamos que, com estas informações, o instrutor quis passar a seguinte regra, constante em livros técnicos:

- se coincidirem os primeiro, terceiro, quinto ou sétimo traços do vernier, a leitura é feita em ‘128 avos da polegada’;
- se coincidirem os segundo ou sexto traços do vernier, a leitura é feita em ‘64 avos da polegada’;
- se coincidir o quarto traço do vernier, a leitura é feita em ‘32 avos da polegada’.

Para facilitar a memorização desta regra, o instrutor sugeriu o seguinte esquema:



Com esses dados, o aluno entende o significado de cada divisão do vernier? O que significa fazer coincidir cada tracinho do vernier com cada tracinho da escala fixa? Memorizar esses dados pode levar o aluno à compreensão?

Difícilmente o aluno daria uma resposta positiva à primeira pergunta. Saber o que significa fazer coincidir cada tracinho do vernier com cada tracinho da escala fixa só seria entendido pelo aluno se ele tivesse o conceito de fração firmemente construído. Memorizar apenas esses dados não leva o aluno à compreensão e ele corre o risco de se esquecer. Assim, acreditamos que quando o aluno compreende e sabe dar sentido a essas partes fracionárias, da polegada, seu trabalho na oficina é muito mais seguro e significativo.

O problema VII foi apresentado para que os grupos fixassem as idéias trabalhadas no problema VI.

O desenho da peça, que é dado no Projeto, foi feito pelo professor na lousa.

Apesar do objetivo especificado para este problema ser apenas o de fixação, outros enganos foram cometidos comprometendo a busca da solução.

### Grupo 1

Problema VII

$$2x = 2.1$$

$$8x = 2.2 = x = 2.1 = 2$$

$$x = 2.1$$

$$8 \quad 1 \quad 8 \quad 2 \quad 16$$

$$8$$

$$2$$

Neste grupo os alunos fizeram a seguinte confusão: em vez de considerar o número misto  $2\frac{1}{8}$ , entenderam que se tratava da multiplicação  $2 \times \frac{1}{8}$ . Confundir número misto com multiplicação de número inteiro por fração é um erro comum por parte de muitos alunos. Isso já foi constatado por nós ao colocarmos em ação nossa estratégia vista em III.3.3 – p. 89).

A maioria dos grupos chegou à solução correta desse problema. Separamos aqui duas soluções que foram colocadas na lousa.

### Grupo 2

Problema VII

$$2 \frac{1}{8} \text{ L} = 1 \frac{1}{16} \text{ L}$$

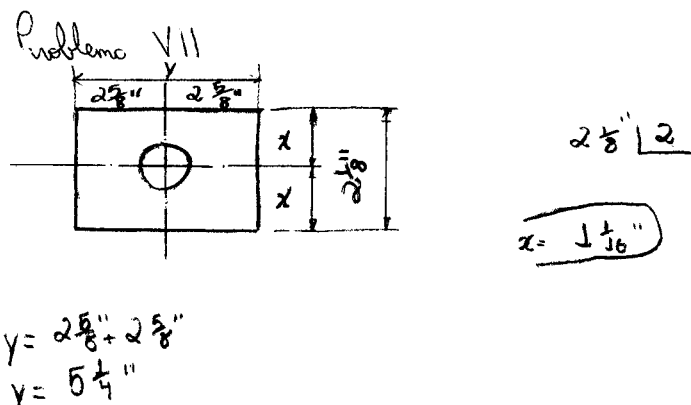
Esse grupo escolheu o algoritmo certo para resolver o problema e acertou a resposta. Com essa solução colocada na lousa, perguntamos aos alunos como haviam operado. O que um desses alunos disse foi que, junto com seus colegas de grupo, tiveram a idéia de observar a medida colocada pelo problema numa dessas régua de plástico que apresenta medidas em polegadas.

Localizaram  $\left(2\frac{1}{8}\right)''$ . Contaram 34 espaços até o zero. Dividiram esta quantidade por dois e

concluíram que, para achar a metade de  $\left(2\frac{1}{8}\right)''$ , deveriam contar, partindo do zero para a direita, dezessete espaços. Como em  $1''$  temos dezesseis espaços, bastou acrescentar mais um e conseguir  $\left(1\frac{1}{16}\right)''$ .

Boa parte dos grupos pensou em dividir  $\left(2\frac{1}{8}\right)''$  ao meio e deram a resposta  $\left(1\frac{1}{16}\right)''$  sem apresentar as operações efetuadas. Além disso, alguns grupos resolveram prolongar o problema indo em busca do valor do outro lado da peça, para obter o que haviam entendido por furo centralizado. Mas, o problema pedia apenas a dimensão  $x$ .

### Grupo 3



Este grupo, quando questionado com relação às contas feitas, mostrou-nos saber que, ao dividir a fração  $2\frac{1}{8}$  por dois, teria que dividir, separadamente, a parte inteira e a parte fracionária por dois. Na divisão da parte fracionária, ou seja,  $\frac{1}{8} \div 2$ , este grupo não teve problema algum em fazer  $\frac{1}{8} \div 2 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ .

Durante a plenária, um aluno lembrou e comentou que, ao abrir o paquímetro com a medida de  $\left(\frac{1}{8}\right)''$ , ele contava duas vezes  $\left(\frac{1}{16}\right)''$ . Dúvidas levantadas durante a plenária estavam relacionadas com a situação de operar com números mistos e foram bastante discutidas. Ficamos contente com o resultado do debate.

Neste quinto encontro os objetivos 4 e 5 do Encontro 4 foram atingidos e a necessidade de se trabalhar com outros números além dos inteiros ficou evidente. Também, os objetivos do 5º encontro foram atingidos.

**SEXTO ENCONTRO: 6 DE JUNHO DE 2001**

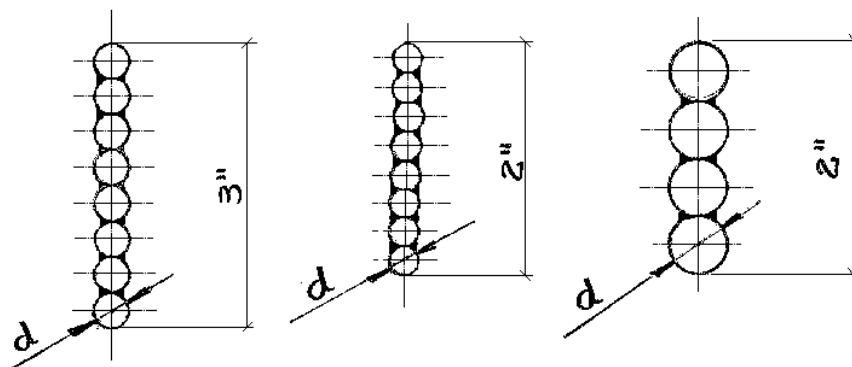
Se fôssemos dar continuidade ao que estava previsto no projeto, os objetivos deste encontro seriam:

1. identificar, a partir de problemas, outra personalidade do número racional – razão,
2. rever e aprofundar o conceito de razão como uma comparação multiplicativa entre duas grandezas,
3. calcular a razão entre duas grandezas,
4. distinguir razão de fração,
5. construir os conceitos de proporção e proporcionalidade.

No entanto, neste momento, ainda não tínhamos realizado todas as atividades de encontros anteriores. Sendo assim, começamos este encontro com o problema VIII.

**Problema VIII.**

*Para que uma peça seja construída, deve-se soldar tubos, um acima do outro conforme as figuras abaixo. Em cada uma das três situações (peças diferentes), calcule o diâmetro de um tubo.*



Os objetivos específicos desse problema são:

1. fazer uma aplicação das idéias matemáticas do problema VI na construção de peças,
2. considerar o problema em termos do conceito de diâmetro.

Como se tratava de solução semelhante à dos dois últimos problemas dados, pedimos que este fosse resolvido individualmente. Percebemos, logo de início, em alguns alunos, certas dúvidas que persistiam. Por exemplo, um dos alunos nos perguntou:

– Que “conta” tem que ser feita aqui?

Notamos que este aluno não se sentia capaz de tomar decisão diante de uma situação-problema e que, caso lhe dissessem que operação fazer, ele faria a “conta” e, com isso, consideraria ter resolvido o problema.

Frente à sua pergunta dissemos: – Você precisa ler o enunciado e entender o que se pede.

Um pouco inseguro ainda, ele disse: – É a divisão.

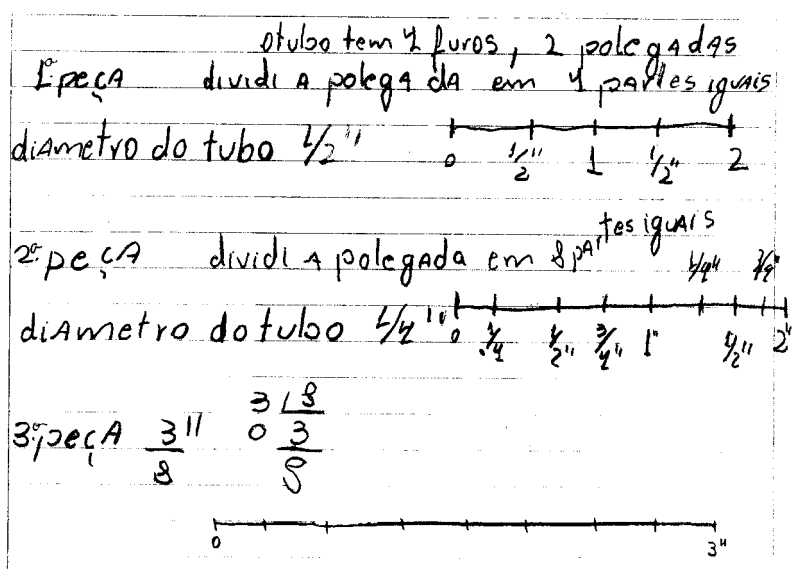
Mas não sabia dizer bem qual dos números envolvidos no problema era o divisor e qual era o dividendo. Queria usar o algoritmo da divisão, sem saber direito por que estava dividindo.

Perguntamos: – Não queremos, na terceira peça, dividir duas polegadas em quatro partes iguais? E ele então disse: – Tenho que fazer  $4 \div 2$ , sem conseguir ver que o todo ‘duas polegadas’ é que estava sendo dividido em quatro partes iguais.

Podemos constatar aqui um caso de total falta de compreensão dos significados que têm o dividendo e o divisor no algoritmo da divisão. Esse aluno quis dividir e apresentar resultado a qualquer custo! Ele parece ter vivido sua escolaridade sempre trabalhando com conceitos apenas memorizados, sem saber ligá-los às técnicas operatórias.

Um outro aluno apresentou uma solução que achamos interessante para motivar o início de uma plenária e pedimos que a colocasse na lousa.

### Aluno 1

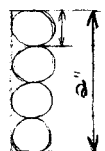
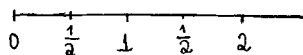


Este aluno compreendeu o problema, mas suas representações geométricas não correspondem ao que ele escreveu: “dividi a polegada em quatro partes iguais”. É interessante perceber a preocupação que ele teve em visualizar geometricamente na reta o problema. Devemos observar que, para a primeira peça, o aluno disse ter dividido a polegada em quatro partes iguais. Na verdade, ele dividiu duas polegadas em quatro partes iguais. Porém, esse fato não o impediu de chegar à solução do problema. Nos três casos, dividiu o todo pela quantidade de tubos. No primeiro item, ele percebeu que se em uma polegada cabem duas vezes meia polegada, em duas polegadas cabem quatro que é a quantidade de tubos neste caso. Daí concluiu que cada tubo teria que ter meia polegada de diâmetro. No terceiro caso, depois de ter percebido a relação entre dividendo e divisor, pôde expressar o diâmetro do tubo por uma fração onde o numerador é o número de polegadas e o denominador a quantidade de tubos, interpretando o quociente como um número.

Outra coisa que surgiu foi o fato de ora o todo valer 2", ora o todo valer 3", o que deu margem a dúvida por parte de outros alunos. Dois alunos estavam confundindo  $\frac{1}{4}$  de uma polegada com  $\frac{1}{4}$  de três polegadas. Entendemos que eles não estavam percebendo que os todos considerados eram diferentes, ou seja, dividir 1" em quatro partes iguais é diferente de dividir 3" em quatro partes iguais. É lógico que as partes, nesta última divisão, são maiores que as partes na primeira divisão. Chamamos a atenção, neste momento, para o fato de que o ‘todo’, a ser dividido, pode ser de tamanhos diferentes. E isto nos levou a desenhar na lousa, usando uma régua, um segmento de reta de comprimento 1 m. Depois, desenhamos, numa folha de papel, um segmento de comprimento 1". Por fim, marcamos  $\frac{1}{4}$  da polegada e  $\frac{1}{4}$  do metro. Sobrepondo a fração  $\frac{1}{4}$  de polegada sobre a fração  $\frac{1}{4}$  de metro, ficou bem clara para os alunos a diferença.

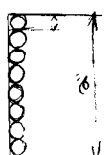
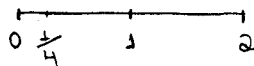
Apesar das dúvidas que surgiram, a maioria dos alunos conseguiu relacionar este problema com os problemas da aula anterior, montando o algoritmo da divisão. Resolviam cada divisão chegando primeiramente ao quociente em sua forma decimal e, depois, apresentando a fração correspondente. Isso pode ser observado na resolução apresentada a seguir.

Aluno 2

Resolução do Problema 2CADA TUBO TEM  $\frac{1''}{2}$ 

20 | 4

$$0 \quad 0,5 \Rightarrow \frac{5^{\circ}}{10^{\circ}} = \frac{1}{2}$$

CADA TUBO TEM  $\frac{1''}{4}$ 

20 | 8

$$40 \quad 0,25 \Rightarrow \frac{25^{\circ}}{100^{\circ}} = \frac{1}{4}$$

CADA TUBO CONTÉM  $\frac{3''}{8}$ 

3 | 8

$$0 \quad \frac{3}{8}$$

Este aluno percebeu, no último item, que para achar o quociente da divisão bastava colocar acima da barra fracionária o dividendo e, abaixo dela, o divisor. Ou seja, reconheceu que o número racional  $\frac{3}{8}$  nada mais é do que outra forma de representar a divisão  $3 \div 8$ . Isso

significa que  $\frac{3}{8}$  de  $1''$  é igual a  $\frac{1}{8}$  de  $3''$ , ou seja,  $\frac{3''}{8} \overline{) 8 \text{ tubos}}$ . Aproveitando a equivalência dessas duas notações, estes exercícios poderiam ser resolvidos assim:

$$2 \div 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad 2 \div 8 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; \quad 3 \div 8 = \frac{3}{8}.$$

Mais uma vez chamamos a atenção dos alunos sobre a necessidade de ampliar nosso conjunto numérico  $\mathbb{Z}$ . Sabemos que em  $\mathbb{Z}$ , a divisão só é possível se o dividendo for múltiplo do divisor. Para que a divisão seja sempre possível, é necessária mais uma propriedade estrutural: a existência do inverso multiplicativo.

Consideremos a divisão  $7 \div 8$ . O quociente dessa divisão está no conjunto  $\mathbb{Z}$ ?, perguntamos. A classe não demorou muito em dizer que não, e um aluno disse: – Neste conjunto não tem número com vírgula. Os alunos ao fazerem 7 dividido por 8, encontraram  $\frac{7}{8}$  e, também, 0,875. Então, com esses novos números mostramos que um novo conjunto numérico é criado.

Esse conjunto, chamado conjunto dos números racionais, é denotado por  $\mathbb{Q}$  e apresentado por meio de uma relação entre seus elementos:  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$ .

A nova propriedade estrutural que permitiu essa ampliação de  $\mathbb{Z}$  para  $\mathbb{Q}$  garante que para qualquer número inteiro  $n, n \neq 0$ , existe um número  $\frac{1}{n}$ , denominado inverso multiplicativo de  $n$ , ou recíproco de  $n$ , tal que  $n \times \frac{1}{n} = \frac{n}{n} = 1$ .

Verifica-se que  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ :



Com os alunos, através de exemplos, mostramos que frações e números decimais são números racionais.

Formalizando o professor se referiu às diferentes personalidades do número racional até aqui consideradas. Na verdade, esta formalização não pôde ser feita como está aqui descrita. Mas, a deixamos registrada por considerá-la importante e garantir que, se houvesse tempo, ela deveria ter sido colocada.

### 1. Divisão – em busca do quociente

$\frac{a}{b} = a \div b$ , pois  $\frac{a}{b} = \frac{a \div b}{b \div b} = \frac{a \div b}{1} = a \div b$ . Assim, o número racional  $\frac{a}{b}$  pode ser visto como o quociente de uma divisão.

Exemplo:  $\frac{3}{5} = 3 \div 5 \rightarrow \begin{array}{r} 3 \overline{) 5} \\ 0 \underline{3} \\ 5 \end{array}$  pois  $\frac{3}{5} \times 5 = 3$  e o quociente  $\frac{3}{5}$  é número racional.

## 2. Fração – uma relação parte/todo

Exemplo:  $\frac{3}{5}$   todo:  $1 = \frac{5}{5}$   
 parte:  $\frac{3}{5}$

Isto significa que o todo foi dividido em 5 partes iguais e foram tomadas 3 dessas partes. Assim, no número racional  $\frac{3}{5}$ , visto como fração, acima da barra fracionária fica o numerador: 3, e abaixo dela o denominador: 5. O denominador diz em quantas partes iguais o todo foi dividido (5) e dá nome à parte:  $\left(\frac{1}{5}\right)$ . O numerador diz quantas dessas partes iguais foram tomadas: (3). A fração portanto é a relação entre a parte:  $\frac{1}{5}$  e o todo:  $1 = \frac{5}{5}$ . Assim, foram tomadas três das cinco partes iguais em que o todo foi dividido, e a fração  $\frac{3}{5}$  é número racional.

As frações são classificadas em:

- fração ordinária – é do tipo  $\frac{a}{b}$  com  $b \neq 0$ , e diferente de potência de dez.

Exemplos:  $\frac{3}{5}, \frac{5}{12}, \frac{8}{7}, \frac{15}{4}$ .

- fração decimal – o denominador é uma potência de dez. Exemplos:

$\frac{3}{10}, \frac{5}{100}, \frac{8}{1000}$ .

## 3. Número decimal

É aquele que é escrito no sistema decimal, utilizando uma vírgula para separar a parte inteira da parte fracionária. Pode ser visto como uma extensão do número inteiro.

O número decimal pode ser:

- *decimal exata*.

Exemplos: 0,75; 0,5; 1,374; 0,23; 3,8563.

Os números decimais podem ser expressos como frações decimais.

Exemplos:  $0,75 = \frac{75}{100}$ ;  $1,374 = \frac{1374}{1000}$ .

- *decimal não exata* (com infinitas casas decimais depois da vírgula).

- formando uma dízima periódica simples.

Exemplos:

$$0,333... = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$1,444... = 1 + 0,444... = 1 + \frac{4}{9} = \frac{9+4}{9} = \frac{13}{9}$$

De fato

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 9} \\ 4 \quad 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 13 \overline{) 9} \\ 40 \quad 1,4 \\ 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 13 \overline{) 9} \\ 40 \quad 1,44 \dots \\ 40 \\ 4 \dots \end{array}$$

- formando uma dízima periódica composta.

Exemplos:

$$0,5222... = \frac{52-5}{90} = \frac{47}{90}$$

De fato

$$\begin{array}{r} 47 \overline{) 90} \\ 47 \quad 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 470 \overline{) 90} \\ 470 \quad 0,5 \\ 20 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 470 \overline{) 90} \\ 470 \quad 0,52 \\ 200 \\ 20 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 470 \overline{) 90} \\ 470 \quad 0,522 \dots \\ 200 \\ 200 \\ 20 \dots \end{array}$$

$$0,55333... = \frac{553-55}{900} = \frac{498}{900}$$

De fato

$$\begin{array}{r} 498 \overline{) 900} \\ 498 \quad 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 498 \overline{) 900} \\ 4980 \quad 0,5 \\ 480 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 498 \overline{) 900} \\ 4980 \quad 0,55 \\ 4800 \\ 300 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 498 \overline{) 900} \\ 4980 \quad 0,553 \dots \\ 4800 \\ 3000 \\ 300 \dots \end{array}$$

É importante saber que números decimais não constituem uma nova categoria de números, pois eles são as frações decimais escritas de outra forma.

Observamos que o problema IX deixou de ser dado por falta de tempo.

### **SÉTIMO ENCONTRO: 13 DE JUNHO DE 2001**

Os objetivos programados para este encontro eram:

1. aplicar, na resolução de problemas que envolvem uma comparação multiplicativa de grandezas, a propriedade fundamental das proporções,
2. reconhecer a regra de três como consequência da propriedade fundamental das proporções,
3. construir e aplicar, a partir de problemas, os conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais.

Se fôssemos seguir o roteiro exatamente como programado, teríamos não ser possível considerar uma outra parte de nossa proposta pedagógica, que mostra a necessidade de se trabalhar com o conceito de razão, que é uma outra personalidade do número racional. Há muitas situações que requerem o conceito de razão dentro do Curso de Mecânica de Usinagem. Sendo assim, neste sétimo encontro decidimos investir na construção desse conceito trabalhando os problemas XIV, XV e XVI. Para isso, deixamos de entregar os problemas IX, X, e XI para os alunos, visto que seus conteúdos: números inteiros, frações e o uso do paquímetro já haviam sido trabalhados nos 5º e 6º encontros. Os problemas XII e XIII foram deixados para o Encontro 8, destinado a fazer aplicações.

Distribuimos aos grupos, os problemas XIV, XV e XVI com o objetivo de construir o conceito de razão e mostrar a diferença entre os conceitos de razão e fração.

#### **Problema XIV**

*São necessários 5 kg de alumínio e 2kg de cobre para se fazer uma determinada liga de metal. Se preciso para meu trabalho de 42 kg dessa liga, quanto precisarei de alumínio e de cobre?*

#### **Problema XV**

*Suponhamos que, no SENAI, a quantidade de meninas para a quantidade de meninos está na razão de 2 para 7 (escreve-se  $2 : 7$  ou  $\frac{2}{7}$ ). Suponhamos que o SENAI tenha, ao todo, 567 alunos matriculados. Quantos alunos são meninas? Quantos alunos são meninos?*

### **Problema XVI**

*Considere agora a mesma quantidade de alunos do exercício anterior (567 alunos). Se  $\frac{2}{7}$  dos alunos são meninas, quantos alunos são meninas? Quantos são meninos?*

Como esses alunos deveriam iniciar seu curso no SENAI apenas no semestre seguinte e a palavra *liga*, no problema XIV, provavelmente ainda não pertencesse ao seu vocabulário, resolvemos apresentar um problema simples que pudesse ilustrar uma situação já vivida pela maioria. Assim colocamos oralmente o seguinte problema:

*“Um pedreiro, para fazer uma ‘massada’ de concreto, colocou três latas de areia para uma lata de cimento. Em outro momento, ele quis repetir o mesmo tipo de mistura, porém, agora, duplicando a quantidade de massa. Quantas latas de areia ele deve ter posto?”*

Através de várias perguntas, conseguimos que os alunos compreendessem que, ao misturar as três latas de areia com uma lata de cimento, se formasse uma mistura na quantidade de quatro latas. Fazendo outros questionamentos eles puderam perceber que se quiséssemos oito latas da mesma mistura deveríamos colocar seis latas de areia e duas de cimento.

A partir desta situação bem simples, conseguimos que os alunos percebessem que para se obter uma mistura igual à primeira era preciso que uma mesma ação feita sobre a quantidade de areia fosse feita sobre a quantidade de cimento pois, para resolver o problema, naturalmente eles responderam que bastava dobrar as quantidades de areia e de cimento e, então, teriam posto seis latas de areia e duas de cimento. O mesmo aconteceu quando lhes pedimos para triplicar a quantidade de massa.

O professor, querendo ganhar tempo, resolveu dizer que, se se comparasse as quantidades de areia, cimento e mistura, as coisas poderiam ser vistas assim

$$\frac{\text{areia}}{\text{cimento}} = \frac{3 \text{ latas}}{1 \text{ lata}} = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} \text{ e as correspondentes quantidades de mistura seriam } 4, 8$$

e 12, isto é, as somas  $3 + 1$ ,  $6 + 2$  e  $9 + 3$ .

Voltamos aos problemas propostos. O trabalho foi feito em grupos e, de uma forma geral, os alunos mostravam-se interessados em resolvê-los.

Para o problema XIV tivemos várias formas de solução.

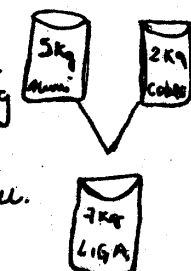
### Grupo 1

Problema XIV

$$\begin{array}{r} 42 \text{ kg} \\ \underline{6} \end{array} \quad \begin{array}{c} 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 6 \cdot \end{array}$$

Al:  $5+5+5+5+5+5 = 30 \text{ Kg}$   
 Cu:  $2+2+2+2+2+2 = 12 \text{ Kg}$   $> 42 \text{ Kg}$

Res: Vou precisar de 30 Kg de Al, e 12 Kg de Cu.



Foi criativa a idéia desse grupo em ir somando parcelas iguais em que, intuitivamente buscavam manter a característica multiplicativa do conceito de razão, até que a soma das partes atingisse os 42 kg desejados. Este grupo utilizou a “dica” do professor que havia dito: junte as quantidades das grandezas componentes, divida o total desejado por esse número e encontre o número que deve multiplicar as duas grandezas.

### Grupo 2

VIII

|    | alumínio | cobre   |         |
|----|----------|---------|---------|
| 6x | 5 Kg     | + 2 Kg  | = 7 Kg  |
|    | 10 Kg    | + 4 Kg  | = 14 Kg |
|    | 15 Kg    | + 6 Kg  | = 21 Kg |
|    | 20 Kg    | + 8 Kg  | = 28 Kg |
|    | 25 Kg    | + 10 Kg | = 35 Kg |
|    | 30 Kg    | + 12 Kg | = 42 Kg |

alumínio = 30 Kg  
 cobre = 12 Kg

Esta resolução é equivalente à do grupo 1. Mas apresenta um caminho diferente: adicionou as quantidades de alumínio e cobre necessárias para a liga e multiplicou seguidamente por 2, 3, 4, 5 e 6 até atingir a quantidade desejada de liga.

## Grupo 3

$$\begin{array}{r} \text{XIV} - ) \\ \hline 5 \text{ kg} \text{ Alumínio} \\ 2 \text{ kg} \text{ Cobre} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7.5 = 35 \\ 7.2 = \frac{14}{49} \end{array} \quad \times$$

$$\begin{array}{r} 6.5 = 30 \text{ kg de Alumínio} \\ 6.2 = \frac{12}{42} \text{ kg de Cobre} \end{array} \quad \checkmark$$

Este grupo quis fazer contas com os números dados, a partir de idéias passadas e não compreendidas das “dicas” dadas pelo professor.

Para o problema XV algumas soluções apresentadas são:

## Grupo 4

Problema XV

Solução Algebrica

Solução Aritmética

$$\begin{array}{r} 2x + 7y = 567 \\ 8xy = 567 \\ xy = \frac{567}{8} \end{array}$$

$$xy = 63$$

$$x = 63.2$$

$$x = 126$$

$$y = 63.7$$

$$y = 441$$

$$x = \text{Meninas}$$

$$y = \text{Meninos}$$

$$\begin{array}{r} 567 \overline{) 19} \\ 27 \quad 63 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 2 \\ \hline 126 \end{array}$$

meninas

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 7 \\ \hline 441 \end{array}$$

meninos.

Este é um problema que vê o número racional como razão, isto é, uma comparação multiplicativa entre duas grandezas. Neste grupo, motivados por uma das intenções que faziam parte da aplicação deste projeto pedagógico (lembrar que haviam trabalhado aritmética e álgebra) esses alunos apresentaram tentativas algébrica e aritmética para resolver o problema. Resolveram-no aritmeticamente, dividindo os 567 alunos em grupos de 9 alunos cada, encontrando 63 grupos. Cada grupo deveria ter duas meninas e sete meninos. Assim, em 63

grupos de duas meninas cada, totalizaram 126 meninas. Da mesma forma fizeram  $63 \times 7$  achando 441 meninos.

Apesar de terem resolvido este problema aritmeticamente, mostraram não saber resolvê-lo algebricamente.

Primeiramente, ao considerarem a equação  $2x + 7y = 567$ , com  $x$  e  $y$  representando as quantidades de meninas e meninos, respectivamente, não perceberam que o correto seria fazer  $x + y = 567$ . Outro erro grave está no fato de afirmarem que  $2x + 7y = 9xy$  e daí concluírem que  $9xy = 567$ , indo além ao dizer que  $xy = 567 \div 9$ . Continuaram forçando o resultado e, a partir da última expressão, quiseram concluir que  $x = 63 \times 2$  e  $y = 63 \times 7$ , que foi o que obtiveram ao resolver o problema aritmeticamente.

### Grupo 3

XV-)  $567 \overline{) 12}$

63.7 = 441 meninas  
63.2 = 126 meninos

Desta vez, sem justificar o procedimento adotado, o grupo chegou à conclusão correta.

### Grupo 6

XV  $7 \overline{) 12}$   $567 \overline{) 3,5}$

3,5 162

MENINAS 162  
MENINOS 405

Neste problema, o grupo dividiu 7 por 2, obtendo 3,5 e, depois, 567 por 3,5 obtendo 162 e dizendo ser esse o número de meninas. Tirando do total de alunos: 567 o número de meninas: 162, o grupo afirmou haver 405 meninos.

Essa resposta não está correta. O que esse grupo fez, na realidade, foi achar  $\frac{2}{7}$  de 567 que é o número de meninas encontrado por eles. Usaram a personalidade de fração quando, na verdade, o problema pedia por razão.

Usualmente para fazer essa operação,  $\frac{2}{7}$  de 567, faz-se  $\begin{array}{r} 567 \overline{) 7} \\ 07 \phantom{00} \\ \underline{0} \phantom{00} \end{array}$  e  $81 \times 2 = 162$  que é equivalente a dividir 567 por 3,5, ou seja,  $\frac{567}{3,5} = \frac{567}{\frac{7}{2}} = \frac{2}{7} \cdot 567$ .

Se os alunos dessa classe tivessem desembaraço com álgebra e tivessem o conceito de razão poderiam ter resolvido esse problema assim:

$$\text{Se } \begin{cases} x = \text{número de meninas} \\ y = \text{número de meninos} \\ \text{e o total de alunos é } 567 \end{cases} \quad \text{então } \begin{cases} x + y = 567 \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{7} \end{cases} \rightarrow 2y = 7x \rightarrow y = 3,5x$$

Substituindo  $x$  na outra equação vem:

$$3,5x + x = 567 \rightarrow 4,5x = 567$$

$$\text{e } \begin{array}{r} 5670 \overline{) 4,5} \\ 117 \phantom{00} \\ \underline{270} \phantom{00} \\ 00 \phantom{00} \end{array} \quad \text{e } x = 126. \text{ Logo } y = 567 - x = 567 - 126 = 441.$$

Um dos alunos, depois de ler o enunciado do problema XV perguntou:

– Professor, é verdade que o SENAI tem tanta menina assim?

Isto já deu uma indicação de que este aluno estava percebendo uma comparação entre os números 2 e 7: muito mais menino que menina. Respondemos com outra pergunta: – O que você acha?

O aluno respondeu: – Eu acho que tem muito menos.

Aproveitamos o fato de toda classe ter ouvido a conversa e lançamos a pergunta: – Vocês poderiam apresentar uma outra comparação entre o número de meninos e meninas no SENAI?

Um aluno disse: – No recreio eu vi só umas três meninas!, enquanto outro dizia: – Mas a quantidade de alunos do SENAI é esta mesma?

Respondemos: – Não! Inventamos essa quantidade!

Se essa conversa continuasse, o professor perderia a parada pois, na realidade, o número de meninas do SENAI é muito pequeno. Encerramos esse assunto.

O professor mais uma vez chamou a atenção para o tipo de comparação feita entre as grandezas areia e cimento, dizendo que foram necessárias três medidas de areia e uma de cimento para formar uma medida de massa. E disse que essa comparação é multiplicativa pois se multiplicarmos por 2 a quantidade de areia e por 2 a quantidade de cimento, a quantidade de massa dobra. Continuando disse que, na notação de número racional, isso aparece assim  $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3}$  e essa comparação multiplicativa entre as grandezas areia e cimento recebe o nome de razão.

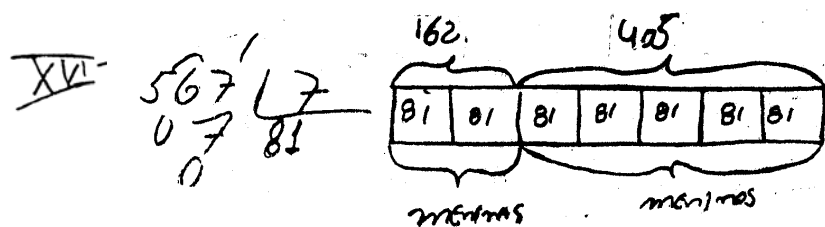
Apesar da notação de fração (relação parte/todo) e de razão (comparação multiplicativa entre duas grandezas) ser a mesma, estes dois conceitos são diferentes. Na razão lê-se o número racional  $\frac{a}{b}$  como  $a : b$ , isto é,  $a$  para  $b$ .

Embora nenhum grupo tenha apresentado a solução algébrica dos problemas XIV e XV corretamente, acreditamos que, em geral, os grupos haviam entendido a natureza dos problemas apresentados, quando os resolviam aritmeticamente. Ao explicarem aritmeticamente o porquê das soluções apresentadas, pareciam demonstrar estar seguros daquilo que estavam realizando. Pudemos perceber que a álgebra que a maioria traz do Ensino Fundamental é deficitária.

Passamos a trabalhar o problema XVI.

A partir de algumas resoluções apresentadas iniciamos a plenária, pedindo para colocarem na lousa algumas dessas resoluções.

### Grupo 5



**Grupo 3**

$$\begin{array}{l}
 567 \cancel{17} = \frac{3}{7} \text{ de } 567 \\
 0 \times 171 \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 81 + 81 = 162 = \frac{2}{7} \text{ de } 567 \\
 \begin{array}{r}
 567 \\
 - 162 \\
 \hline
 405
 \end{array}
 \end{array}$$

R: 162 meninos  
R: 405 meninos

A resolução do problema XVI não apresentou muita confusão. Os alunos, em sua maioria, usaram somente o conceito de fração.

Durante a resolução desses três problemas, ao acompanhar o trabalho dos alunos, percebemos que não tinham muita dificuldade e, aparentemente, estavam demonstrando saber o que faziam. Alguns grupos, inicialmente, estavam se confundindo no modo de interpretar os problemas XV e XVI. Os dois problemas, XV e XVI, apresentam o número racional  $\frac{2}{7}$ , no problema XV com significado de razão e, no problema XVI, com significado de fração, gerando então uma certa dificuldade na interpretação dos mesmos pelos alunos. Na maioria, os grupos resolveram esses problemas bem.

Confessamos que os resultados apresentados para esta primeira parte dos problemas que envolvem o conceito de razão deixou-nos muito surpreso e curioso.

Como alguns desses alunos conseguiram “acertar” esses problemas se o conceito de razão é mais elaborado do que o de fração? Atribuímos esses bons resultados ao fato de terem relacionado esses problemas ao problema do pedreiro trabalhado logo no início da aula e às “dicas” sugeridas pelo professor sobre a ação da razão.

Nossa intenção, ao dar esses problemas, era a de fazer com que os alunos compreendessem essas duas diferentes personalidades do número racional e deixamos duas questões para pensarem: O que é fração? O que é razão?

As respostas dadas pelos alunos não foram boas. Saber responder por escrito a essas duas questões exigia deles mais maturidade e mais conhecimento. Assim, não foram consideradas para avaliação.

Neste Encontro 7 foram atingidos os objetivos 1, 2, 3 e 4 do Encontro 6.

### **OITAVO ENCONTRO: 19 DE JUNHO DE 2001**

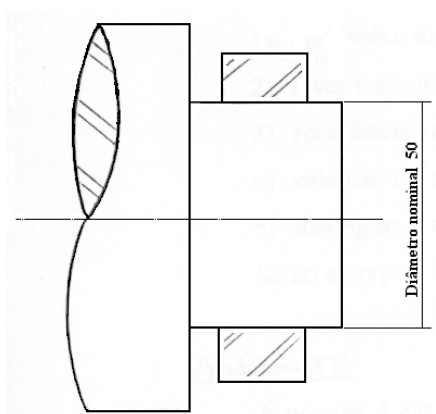
Este encontro foi de caráter extraordinário, pois pretendíamos cumprir o programa inicialmente proposto e, precisando de mais tempo, pedimos um encontro extra.

Todos os alunos foram consultados e, percebendo sua disponibilidade, os convocamos para o dia 19 de junho. Doze alunos (cerca de 40% da classe) não compareceram.

Foram entregues aos alunos os problemas XII e XIII, que buscam fazer aplicações da matemática de sala de aula na oficina de trabalho, com o objetivo de rever, aprofundar e aplicar o conceito de número racional na forma decimal.

#### **Problema XII**

*O torneiro mecânico de uma oficina precisa usinar um eixo e um furo que devem ser ajustados um no outro, de modo que a peça furada possa rotacionar em torno do eixo, como mostra o desenho abaixo*



O diâmetro nominal do eixo e do furo é de 50 mm. Para que o ajuste fique na forma desejada, o diâmetro real do furo deve estar entre 50,025 mm e 50,000 mm. O diâmetro real do eixo deve estar entre 49,975 mm e 49,950 mm. Pergunta-se:

- Qual é a 'folga' máxima nesse ajuste?
- E a 'folga' mínima?

### **Problema XIII**

*Suponhamos que, para usar o conjunto do problema XII, o torneiro mecânico tenha chegado às seguintes dimensões:*

*1) Furo: diâmetro de 50,015 mm*

*Eixo: diâmetro de 49,985 mm.*

*2) Furo: diâmetro de 50,023 mm*

*Eixo: diâmetro de 49,942 mm.*

*Para cada um dos casos acima pergunta-se:*

*a) O ajuste entre essas peças está dentro da tolerância permitida, indicada no problema XII?*

*b) Ao montar as duas peças, qual é a “folga” total existente entre as peças?*

Observamos que:

- A linguagem utilizada nos problemas XII e XIII faz parte do vocabulário usado na oficina.
- O conceito de tolerância é dado pelo valor da variação permitida na dimensão de uma peça, e é, particularmente, a diferença tolerada entre as dimensões limite, isto é, máxima e mínima de uma dimensão nominal.
- Como esta turma, experimental, ainda não havia travado contato com o conceito de tolerância na oficina, o professor de matemática precisou se referir a ele durante a aula.

Estes problemas partem de uma situação da prática desses alunos, que consideramos de extrema importância. Trata-se dos conceitos de *tolerância* e *ajustes*. Inicialmente apresentamos um *kit*, composto por um eixo escalonado em três diâmetros que partem de um diâmetro nominal de 25 mm, porém cada diâmetro com uma tolerância diferente, isto é, um para ajuste deslizante, outro para ajuste bem folgado e outro para ajuste forçado. O furo tem um diâmetro fixo, pois trata-se do furo de um rolamento. A intenção era fazer com que os alunos operassem com os números decimais e percebessem que, na mecânica, dependendo da precisão que se pretende conferir em uma peça, um erro na ordem de centésimos de milímetro pode vir a ser grosseiro.

Para apresentar o kit aos alunos pedimos, em dois instantes, que formassem uma roda em torno da mesa do professor, para que vissem nossa demonstração. Todos, manuseando as peças,

colocando os diferentes eixos no rolamento, puderam perceber a diferença de um diâmetro para o outro que, a olho nu, principalmente o do ajuste deslizante para o ajuste forçado era difícil de ser percebida. Mais uma vez, a necessidade de se conhecer números racionais na forma decimal foi cobrada na prática. Dissemos aos alunos que, quanto mais a tecnologia mecânica evolui, mais as máquinas e as ferramentas vão exigindo maior precisão. E cresce cada vez mais a necessidade de se trabalhar com números muito pequenos e com instrumentos especiais que permitem medir e quantificar estas grandezas.

O problema XII, como pudemos perceber ao olhar os grupos trabalhando, não ofereceu grandes dificuldades por envolver duas subtrações entre números decimais. Sendo assim, rapidamente pudemos pedir que colocassem alguns resultados na lousa.

Um dos grupos fez a seguinte representação:

Problema XII

Eixo

$$\begin{array}{r} 50,025 \text{ mm} \\ - 49,945 \text{ mm} \\ \hline 0,080 \end{array}$$

Folga mínima  $\rightarrow 0,025 \text{ mm}$

$$\begin{array}{r} 50,000 \\ - 49,975 \\ \hline 0,025 \end{array}$$

Eixo

$$\begin{array}{r} 49,945 \text{ mm} \\ - 49,950 \text{ mm} \\ \hline -0,005 \end{array}$$

Folga máxima  $\rightarrow 0,075 \text{ mm}$

$$\begin{array}{r} 50,025 \\ - 49,950 \\ \hline 0,075 \end{array}$$

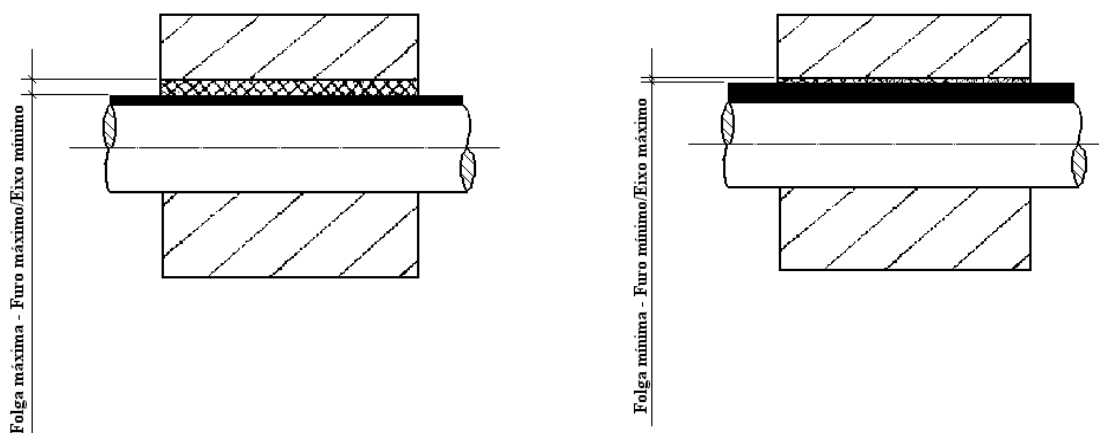
Aproveitamos para retomar, com a classe, a idéia de valor posicional do algarismo no nosso sistema decimal de numeração. Nossa preocupação, neste ponto, vem de uma das conversas que tivemos com os instrutores. Um deles relatou-nos o fato de que os alunos, ao utilizarem o anel graduado em uma máquina operatriz, erram no avanço a ser dado por confundirem, por exemplo, 0,5 mm com 0,05 mm. Outra confusão comum, está em afirmarem que 0,52 mm é maior que 0,7 mm ao comparar 52 centésimos e 7 décimos e afirmar que  $52 > 7$ .

O problema XIII acabou causando um pouco de confusão. Um aluno levantou uma dúvida ao dizer que, no problema XII, foi calculada a folga máxima permitida fazendo-se  $50,025 - 49,950 = 0,075 \text{ mm}$ . No problema XIII, item 1, ao comparar a folga obtida entre eixo e

furo com a folga máxima permitida, pode-se constatar que  $0,030 < 0,075$ , o que poderia levar a concluir que o ajuste entre as peças neste torneamento estivesse dentro da tolerância permitida. Porém, se olharmos o eixo isoladamente, veremos que o diâmetro de 49,985 mm não atingiu o diâmetro máximo permitido para este eixo, que é de 49,975 mm. Por este motivo, o aluno perguntou-nos:

— Professor, qual o ajuste que devo respeitar?

Uma explicação para esta questão está baseada no seguinte: se o diâmetro do eixo estiver acima da tolerância indicada para eixos, mas o suficiente para garantir uma folga no conjunto eixo/furo que esteja dentro do intervalo de 0,000 mm a 0,075 mm, como calculado anteriormente, será que este ajuste está dentro do padrão permitido? A resposta é não! Abaixo, um desenho que mostra a diferença entre folga mínima e folga máxima.



Neste momento, deixamos os alunos à vontade e pedimos, dentro da metodologia adotada, que procurassem resolver o problema do jeito que haviam entendido.

O grupo abaixo demonstrou ter entendido o que o problema realmente pedia ao fazer

$$\begin{aligned}
 1) & 50,015 - 49,985 = 0,030 \quad R: \text{O furo está o eixo não} \\
 2) & 50,023 - 49,942 = 0,081 \quad R: \text{O furo está mas o eixo não} \\
 1-b) & \text{folga} = 0,030 \\
 2-b) & \text{folga} = 0,081
 \end{aligned}$$

Pode-se perceber que os alunos não precisavam fazer essas contas, pois a solução deste problema não está no resultado delas, mas em observar se as medidas, dadas pelo problema, do furo e do eixo encontram-se dentro da tolerância admitida e mostrada na tabela “Acoplamentos Recomendados ISO”, capítulo III – p. 68. Este trabalho normalmente é feito com o instrutor. De fato, para responder o item (a), eles apenas deveriam ter percebido que, em 1,  $49,985 \text{ mm} > 49,975 \text{ mm}$  e que, portanto, ao tornear o eixo este deveria ser diminuído até atingir um valor entre  $49,950 \text{ mm}$  e  $49,975 \text{ mm}$ .

Quanto ao furo, este obedeceu aos dados do problema, isto é,  $50,000 \text{ mm} < 50,015 \text{ mm} < 50,025 \text{ mm}$ .

Outro grupo errou ao afirmar que a situação 1 está dentro da tolerância, fazendo

### Problema XIII

- a) O nº 1 está dentro da tolerância, o nº 2 não está dentro da tolerância, o eixo mínimo é  $49,942 \text{ mm}$ , sendo que a tolerância mínima é de  $49,950 \text{ mm}$
- b)  $50,023 \rightarrow$  Folga máxima =  $0,081 \text{ mm}$   
 $-49,942$   
 $0,081 \rightarrow$  Folga Total  
 $50,015 \rightarrow$  Folga mínima =  $0,030$   
 $49,985$   
 $00,030$

Este grupo errou quando disse que a situação 1 está dentro da tolerância admitida. De fato, para que isso ocorresse, o diâmetro do eixo deveria estar entre  $49,950 \text{ mm}$  e  $49,975 \text{ mm}$  mas, na verdade ele está fora dessa faixa pois vale  $49,985 \text{ mm}$ . No caso 2 o grupo acertou.

Podemos perceber quão rico é um problema desse tipo, quando se trata de motivar o aluno para o conceito matemático envolvido, ao fazer conexões com a área trabalhada. Foi possível estabelecer um debate importante.

Neste oitavo encontro atingimos os objetivos de ligar à prática conceitos trabalhados em encontros anteriores.

### NONO ENCONTRO: 20 DE JUNHO DE 2001

Pretendíamos, com este encontro, atender alguns objetivos do projeto, não atingidos em seu devido tempo.

Assim planejamos trabalhar as importantes idéias de proporção e proporcionalidade, a partir do conceito de razão. Além disso, recordar a propriedade fundamental das proporções (produto cruzado) e, se possível, apresentar, em aplicações envolvidas na prática, conceitos derivados da proporção: semelhança de triângulos, razões trigonométricas e divisão em partes direta e inversamente proporcionais.

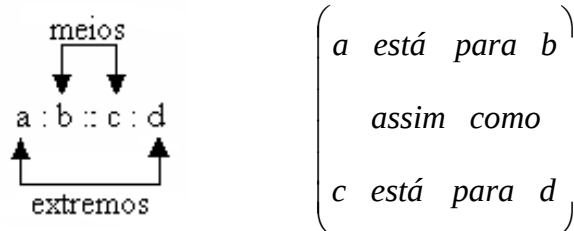
Porém, neste dia, surgiram alguns contratempos: cortaram a energia elétrica por motivos de manutenção; mudamos para outra sala que não foi um bom local para formação de grupos de trabalho; os alunos mostraram-se desmotivados; e nossa aula ficou prejudicada.

Começamos nosso trabalho dizendo que um conceito que antecede o estudo da proporcionalidade é o conceito de razão, que é uma das personalidades do número racional.

Recordando dissemos que “razão é uma comparação multiplicativa entre duas grandezas e que pode ser expressa nos seguintes modos  $\frac{a}{b}$  ou  $a : b$  ou  $a$  para  $b$ .”

Ainda recordando dissemos que “uma proporção é uma igualdade entre duas razões”.

Seja  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  uma proporção que pode ser lida assim:



então  $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd} \rightarrow ad = bc.$

Assim, a propriedade fundamental das proporções diz que “em toda proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos”.

Foram entregues os problemas XVII e XVIII.

**Problema XVII**

Paula e Júlia são atletas. Elas correm na pista de um clube na mesma velocidade. Paula chegou antes ao clube. Quando ela terminava a 9ª volta, Júlia terminava a 3ª. Quando Júlia terminou a 15ª volta, quantas voltas terá dado Paula?

**Problema XVIII**

Se com US\$ 3,00 (três dólares) posso comprar £ 2,00 (2 libras), com 21 dólares quantas libras comprarei?

Estes problemas foram entregues juntos, para serem resolvidos simultaneamente, visando mostrar a diferença entre uma comparação aditiva e uma comparação multiplicativa. Com esses dois problemas pretendíamos fixar o conceito de proporcionalidade.

Durante a resolução do problema XVII, um aluno perguntou: - Qual é o formato da pista? Respondemos com outra pergunta: - Qual formato você quer que ela tenha?

Outro aluno perguntou: - Em que velocidade as atletas estavam correndo?

Chamamos a atenção para o fato de que conhecer o formato da pista ou saber a que velocidade as atletas correm não são dados relevantes para este problema.

Como havíamos pedido que resolvessem os dois problemas ao mesmo tempo, a primeira vista nos pareceu que, por parte dos alunos, não houve dificuldade em resolvê-los. Um dos grupos apresentou assim:

**Grupo 1****Problema XVII**

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{cc} 3 & 9 \\ 15 & x \end{array} & \\
 \hline
 3x = 15,9 & \text{Paula deu 45 voltas} \\
 x = 135 & \\
 3 & \\
 \hline
 \begin{array}{cc} 15 & 9 \\ 15 & 45 \end{array} & x = 45
 \end{array}$$

**Problema XVIII**

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 21 & x \end{array} & \begin{array}{l} 3x = 21,2 \\ x = 42 = 14 \end{array} & \begin{array}{l} \text{Comprei com US\$ 21,00} \\ 14 \text{ libras} \end{array} \\
 \hline
 3 & &
 \end{array}$$

Outro grupo apresentou:

probleme XVII

$$\begin{array}{r} 9 \quad 3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ x \quad 15 \end{array}$$

$$3x = 9 \cdot 15$$

$$x = \frac{135}{3} = 45 \text{ voltas}$$
  

probleme XVIII

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 21 \quad x \end{array}$$

$$3x = 21 \cdot 2$$

$$x = 14 = 14 \text{ libras}$$

Estes grupos usaram em ambos os problemas o conceito de proporção já que eles conheciam três dados e um apenas para ser determinado. Ao trabalharem o problema XVII

montaram a “proporção”  $\begin{array}{cc} 3 & 9 \\ 15 & x \end{array}$  sem preocuparem em mostrar a igualdade entre “duas razões”.

Usaram o produto cruzado  $\begin{array}{cc} 3 & 1 \\ \diagdown & \diagup \\ 15 & x \end{array}$  e chegaram a 45 voltas para Paula.

Ao resolverem o problema XVIII, usando a mesma técnica chegaram a 14 libras.

Não houve preocupação em distinguir as ações ocorridas. Enquanto no primeiro o que se apresentava era a diferença de voltas entre as duas e, portanto uma situação aditiva, no segundo com o que havia era uma comparação multiplicativa entre as grandezas dólares e libras. Portanto acertaram o segundo por que se trata de um caso de proporcionalidade e erraram o primeiro por que não havendo uma comparação multiplicativa, deixa de haver proporcionalidade e, então, não vale o produto cruzado.

O que se configura é que esses grupos não têm o conceito de proporcionalidade por que se o tivessem não teriam errado o primeiro problema.

## Grupo 5

Problema XVII  
 Paula terminou a 9 volta quando Julia  
 a 3.  
 A diferença de voltas entre eles eram 6.  
 Se Julia deu 15 voltas.  
 Paula deu 21 voltas.

Problema XVIII

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times 7 \\ \hline 14 \end{array}$$

## Grupo 3

Problema XVII

$9-3=6$  vols de diferença e  $15-6=9$  vols a Paula comprou

Problema XVIII

$$\begin{array}{r} 2 \times 13 \\ 0 \quad 7 \\ \hline \end{array} \quad 7 \times 2 = 14 \text{ fibras}$$

O grupo 5 acertou os dois problemas e soube justificar o que fizeram no grupo.

O grupo 3 apresentou respostas corretas mas com caminhos duvidosos. No primeiro problema tirou 6 de 15 e obteve 21. No segundo problema não mostrou que a idéia fundamental era a de proporcionalidade entre as duas grandezas.

Outros grupos, dando a impressão de haver comunicação entre eles, apenas mostraram com operações isoladas os resultados corretos.

## Grupo 4

XVII

$$9 - 3 = 6 \quad 15 + 6 = 21$$

Quando Júlia chegar na 15ª volta Paula estará na 21ª

XVIII

$$21 \overline{) 13} \quad 7 \times 2 = 14$$

07 7

## Grupo 6

Problema XVII

$$\begin{array}{r} 9 \\ -3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ +6 \\ \hline 21 \end{array} \quad \text{R: Ela terminará a 21ª volta.}$$

Problema XVIII

$$3,00 = 200$$

$$\begin{array}{r} 3,00 / = 200 \\ \times 7 \\ \hline 21,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 7 \\ \hline 14,00 \end{array} \quad \text{libras}$$

dólares

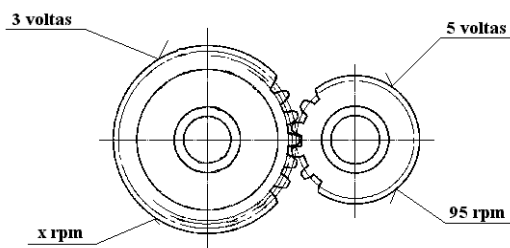
Chamamos a atenção, na plenária, para os seguintes pontos, que foram colocados na lousa:

- no problema XVII a comparação entre as grandezas, número de voltas de Júlia e número de voltas de Teresa, que correm à mesma velocidade é **aditiva** e, portanto não é proporcional.
- no problema XVIII a comparação entre as grandezas, quantidade de dólares e quantidade de libras, é **multiplicativa** e, portanto, é proporcional. E quando há proporcionalidade, vale o produto cruzado.

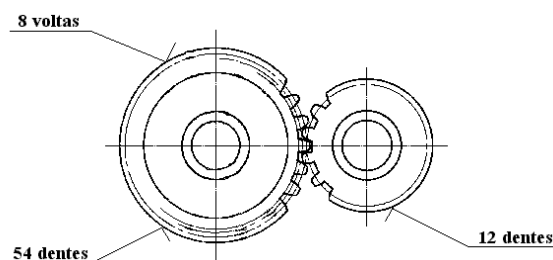
Querendo fazer aplicação de problemas envolvendo proporcionalidade junto à prática de oficina, resolvemos apresentar aos alunos situações reais que motivassem os problemas XIX, XX e XXI.

**Problema XIX**

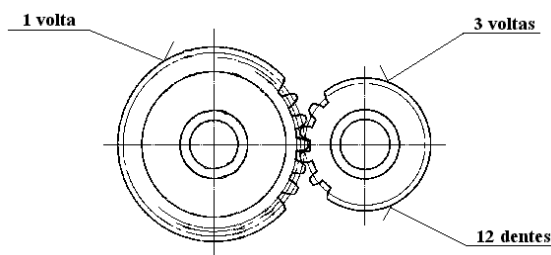
Duas rodas dentadas estão engrenadas uma na outra (ver desenho). Para cada 3 voltas na engrenagem grande, a engrenagem pequena dá 5 voltas. Supondo que a engrenagem menor gira a 95 rotações por minuto (rpm), calcular o número de rpm da engrenagem maior.

**Problema XX**

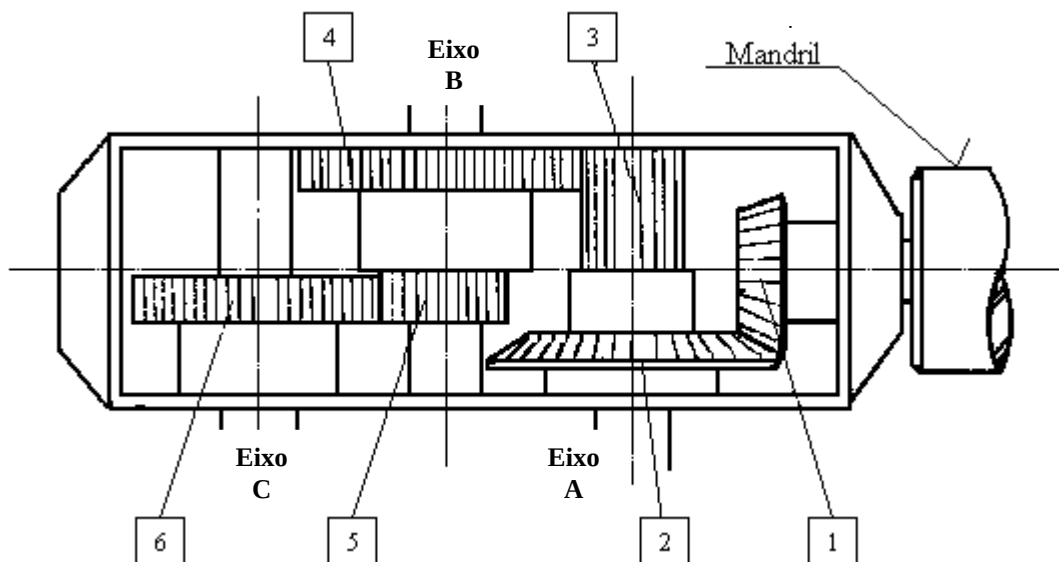
Duas engrenagens têm, respectivamente, 12 e 54 dentes. (ver desenho). Quantas voltas dará a menor enquanto a maior der 8 voltas?

**Problema XXI**

Considere duas engrenagens das quais a primeira tem 12 dentes. Quando a segunda completa uma volta, a primeira já terá completado três voltas. Quantos dentes tem a segunda engrenagem?



Para isso foi feito, inicialmente, uma exposição que pudesse ilustrar alguns procedimentos mecânicos, ao usar uma furadeira manual de três rotações diferentes.



Durante a exposição, simulamos várias situações, manipulando a furadeira e mostrando o que acontecia com o conjunto de engrenagens. Uma delas foi quando pedimos para alguns dos alunos tentarem parar o mandril, enquanto virávamos o manípulo em cada um dos três eixos. Os alunos percebiam que o maior **torque** estava quando se posicionava o manípulo no eixo A, perto do mandril. Porém, o eixo C possibilitava maior quantidade de voltas no mandril.

Temos aqui um exemplo do que chamamos de **trem de engrenagens**. Um trem de engrenagens é um sistema de rodas dentadas engrenadas entre si de modo que nenhuma delas possa se movimentar independentemente das outras. Um trem de engrenagens constitui um **reductor** ou um **multiplicador de velocidade**. O trem de engrenagens apresentado na figura acima é um multiplicador de velocidade. Ao analisar o que ocorria em cada situação foi possível estabelecer as seguintes relações:

| Uma volta no manípulo em | Nº de voltas no mandril | Engrenagens | Nº de dentes (respectivamente) | Relação de transmissão |
|--------------------------|-------------------------|-------------|--------------------------------|------------------------|
| A                        | 2                       | 2 e 1       | 30 e 15                        | $30:15 = 2:1$          |
| B                        | ~ 6                     | 4 e 3       | 43 e 15                        | $43:15 \sim 3:1$       |
| C                        | ~ 12                    | 6 e 5       | 36 e 18                        | $36:18 \sim 2:1$       |

Podemos ver que:

- em A, o número de rotações no mandril para cada volta no manípulo está na razão de 2:1, ou seja, para cada duas voltas no mandril, temos uma volta no manípulo. De fato, isto coincide com a relação de transmissão indicada.
- ao mudar o manípulo de A para B, o número de rotações no mandril para cada volta no manípulo praticamente triplica. De fato, a relação de transmissão passa a ser  $6:1 = 3:1 \times 2:1$  (6 voltas no mandril para 1 volta no manípulo).
- ao mudar o manípulo de B para C, o número de rotações no mandril para cada volta no manípulo praticamente dobra. De fato, a relação de transmissão passa a ser  $12:1 = 2:1 \times 6:1 = 2:1 \times 3:1 \times 2:1$  (12 voltas no mandril para 1 volta no manípulo).

Se invertêssemos a ordem das coisas, isto é, rotacionássemos os eixos A, B e C a partir da rotação do mandril, nosso trem de engrenagens passaria a ser um redutor de velocidade, como podemos observar na tabela abaixo:

| Mandril | Eixo                          | Engrenagens | Nº de dentes<br>(respectivamente) | Relação de<br>transmissão |
|---------|-------------------------------|-------------|-----------------------------------|---------------------------|
| 1 volta | A $\rightarrow$ 1/2 de volta  | 1 e 2       | 15 e 30                           | $15:30 = 1:2$             |
| 1 volta | B $\rightarrow$ 1/6 de volta  | 3 e 4       | 15 e 43                           | $15:43 \sim 1:3$          |
| 1 volta | C $\rightarrow$ 1/12 de volta | 5 e 6       | 18 e 36                           | $18:36 = 1:2$             |

Podemos observar que a redução conseguida em C é calculada através da multiplicação  $1:12 = 1:2 \times 1:3 \times 1:2$ . Para que se conseguisse essa mesma relação de transmissão, usando apenas um par de engrenagens, considerando a engrenagem menor com 15 dentes, precisaríamos que a engrenagem maior fosse feita com 180 dentes, o que faria com que seu diâmetro ficasse 12 vezes maior que a primeira, além do fato de a engrenagem menor ser formada por um número muito pequeno de dentes, em comparação com a maior. Sabe-se que esse tipo de jogo de engrenagens não é aconselhável para um bom funcionamento do conjunto. Daí a existência dos trens de engrenagens.

Contudo, é possível estabelecer as relações entre quantidade de voltas e número de dentes, engrenagem maior e engrenagem menor e trabalhar os conceitos de variação de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Após essa nossa intervenção com os alunos, pedimos para que retomassem os problemas dados.

Provavelmente esses alunos, ao se depararem com as grandezas quantidade de dentes e/ou quantidade de rotações das engrenagens, decidiram pelo produto cruzado, simplesmente pelo fato de terem aparecido, em cada problema, três grandezas conhecidas e a última desconhecida. Eles continuaram não nos deixando seguros quanto ao fato de serem ou não capazes de identificar se cada problema pede ou não pelo raciocínio proporcional e se isto ocorrer, quando se trata ou não de grandezas direta ou inversamente proporcionais.

### Grupo 1

$$\begin{array}{r} 3 \times x \\ 5 \times 95 \\ \hline 5x = 3 \cdot 95 \\ x = \frac{285}{5} = 57 \text{ (rpm)} \end{array}$$

### Grupo 2

Problema

$$\begin{array}{r} 5 \times 3 \\ 95 \times x \\ \hline 5x = 95 \cdot 3 \\ x = \frac{285}{5} = 57 \text{ rpm} \end{array}$$

### Grupo 3

problema

$$\begin{array}{r} \frac{3}{x} \times \frac{5}{95} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x = 285 \\ x = \frac{285}{5} \\ x = 57 \text{ voltas} \end{array}$$

Ao trabalhar esses problemas, principalmente os que se utilizam de situações da oficina, o professor procurou sempre mostrar a matemática que havia por trás de cada um. A partir dos novos conceitos construídos, o professor buscou formalizar os conteúdos gerados por eles.

## CAPÍTULO V

### **Encerrando a pesquisa**

### **O terceiro bloco de Romberg**

## **V – ENCERRANDO A PESQUISA – O TERCEIRO BLOCO DE ROMBERG**

No capítulo III, através daqueles sete procedimentos colocados em ação, pudemos idealizar nosso Projeto Pedagógico que constitui nosso Procedimento Central (P<sub>c</sub>).

No capítulo IV, mostramos a aplicação de nosso Projeto Pedagógico e evidências foram coletadas. No presente capítulo encerraremos nossa pesquisa, dando início às atividades correspondentes ao terceiro e último bloco do modelo de Romberg, onde se deve coletar as informações mais compatíveis à nossa conjectura, analisá-las, interpretá-las e relatar resultados que possam antecipar a ação de outros.

### **V.1 – COLETANDO EVIDÊNCIAS**

Para esta atividade, atividade 7 do modelo de Romberg, buscaremos o que ficou evidente depois de colocado em ação nosso procedimento central, a aplicação do projeto criado.

Sobre coletar evidências, Romberg diz que

Este passo pode ser dado diretamente, desde que se tenha decidido coletar informações para construir um argumento relativo às perguntas feitas.

Como evidências coletadas a partir da aplicação de nosso projeto temos:

- ✓ O trabalho em grupo em geral aconteceu num clima razoável de colaboração e integração entre os alunos.
- ✓ Apesar da evidência acima, houve situações nas quais parte dos integrantes de alguns grupos não participava, deixando para os demais o compromisso de executar as tarefas.
- ✓ Os alunos vêm mal preparados do Ensino Fundamental. Em geral, não estão habituados a enfrentar e resolver problemas.
- ✓ Os alunos demonstraram ter pouca iniciativa para fazer uma representação dos problemas dados.
- ✓ Os alunos não foram capazes de diferenciar aritmética de álgebra.
- ✓ Os alunos, em sua maioria, não sabem usar a linguagem da álgebra quando precisam equacionar um problema.

- ✓ Muitas vezes os alunos não foram capazes de relacionar os dados postos por um problema. Na verdade querem apenas fazer contas com os números envolvidos, sem analisar ou ponderar os resultados obtidos.
- ✓ Os alunos se preocupam muito mais com os processos operatórios do que com as condições relacionadas no problema.
- ✓ Muitas vezes os alunos não chegam a desconfiar dos resultados absurdos obtidos.
- ✓ Os alunos, ao operarem apenas com os números envolvidos no problema, por deixar de usar as devidas unidades de medida, não percebem possíveis erros cometidos.
- ✓ Os alunos, ao se depararem com problemas que envolvem quatro grandezas, sendo uma delas desconhecida, decidem, com frequência, pelo uso do produto cruzado, sem analisarem corretamente como as compararam.
- ✓ O estabelecimento de importantes conexões da matemática acadêmica com a prática de oficina surgiram quando:
  - Numa das aulas ministradas pelo instrutor, ao se introduzir o trabalho com o paquímetro, através de uma situação-problema levantada por um dos alunos pudemos não só tirar a dúvida do aluno, mas também usá-la para gerar uma importante discussão envolvendo, no uso do paquímetro, a aplicação do conceito de fração como uma das personalidades do número racional.
  - O fato de, ao ter apresentado um *kit* mecânico durante uma das aulas, ter proporcionado aos alunos a oportunidade de dar significado ao conceito de número decimal, quando se introduz na prática de oficina o conceito de tolerância. O trabalho com os sistemas métricos decimal e inglês, de medida de comprimento, oferece situações-problema interessantes para se dar início à construção de conceitos matemáticos.
  - O uso do conhecimento de uma liga metálica poder levar à construção dos conceitos de razão e proporcionalidade.
- ✓ A evidência de que, para se pôr em prática um projeto pedagógico, com sucesso, é importante que seu proceder sistemático seja feito desde o início de todo o processo de formação desses profissionais, ou seja, o projeto pedagógico deve estar preparado para atender os dois anos de curso.

- ✓ Não adianta fazer uma revisão, simplesmente repetindo aquilo que já se fez e como se fez nos oito anos anteriores de escolaridade. Essa revisão deve acontecer durante o trabalho de resolução de problemas que façam conexão com a prática. É imprescindível que se estabeleçam as devidas conexões da matemática de sala de aula com a matemática da prática de oficina.
- ✓ A evidência de que, com a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, podemos oferecer um importante caminho para dar oportunidade aos alunos de trabalhar em grupos e socializar seus conhecimentos.

## **V.2 – INTERPRETANDO E RELATANDO AS EVIDÊNCIAS**

O objetivo geral apresentado pelo SENAI, em seus elementos curriculares para Matemática Aplicada – Mecânico de Usinagem, é dado por

Desenvolvimento da capacidade de empregar conceitos construídos na sala de aula acadêmica e fórmulas da matemática na resolução de problemas referentes a dimensionamento, preparação e execução de atividades teóricas e práticas realizadas na aprendizagem industrial.

Como objetivos específicos o SENAI chama a atenção para:

- adquirir conhecimentos;
- adquirir habilidades;
- desenvolver hábitos de trabalho.

De posse das evidências coletadas passamos a apresentá-las de modo que cada evidência seja interpretada em termos da conjectura proposta por nós.

Segundo Romberg, as informações coletadas podem ser interpretadas através de métodos quantitativos, onde testes estatísticos apropriados são aplicados para validar ou não a conjectura proposta. Mas se os números não são usados, os métodos de análise devem ser qualitativos. Romberg diz que

É importante compreender, de qualquer modo, que em toda investigação muita informação é mais acumulada do que usada para responder a questão. Algumas dessas são relevantes, algumas são irrelevantes e algumas são incompreensíveis. Decidir quais informações são importantes, de todas as disponíveis, é uma arte em que umas pessoas são melhores do que outras.

Como foi possível constatar, a partir de todas as evidências coletadas, no SENAI o aluno se depara com uma área do conhecimento que exige dele um embasamento sólido em matemática. Uma vez que faz parte do currículo SENAI de matemática uma revisão dos conceitos básicos trabalhados no Ensino Fundamental, a possibilidade de retomá-los e de estabelecer conexões entre o conhecimento de matemática acadêmica e a matemática usada no ambiente de oficina é muito grande e viável.

A própria escola SENAI de São Carlos reconheceu a necessidade de se oferecer aos alunos um suporte matemático extra, no sentido de auxiliar os instrutores na tarefa de formar bem esses profissionais. Diante disso, lembramos aqui que, antes de formularmos nossa conjectura, nos questionávamos se, de fato, a formação matemática desses alunos, anterior à do SENAI, poderia contribuir para a transferência de seus conhecimentos matemáticos, aprendidos academicamente, para a prática de oficina.

De fato, a formação matemática desses alunos, muitas vezes compromete seu bom desempenho em condições de leitura, interpretação e tomada de decisão na resolução de problemas da prática em oficina. Em geral, esses alunos não chegam do Ensino Fundamental preparados para fazer uso da aritmética e da álgebra com compreensão e significado, não sabendo distinguir esses dois ramos da matemática. Sua pouca afinidade com os diferentes conjuntos numéricos parece, às vezes, torná-los incapazes de reconhecer outros tipos de números diferentes dos naturais. Quando se encontram diante de um problema, muitos alunos se preocupam em ver somente os números que ele apresenta e buscam a operação que na opinião deles, melhor se adapta a esses números. Trabalhar com diferentes unidades é outra dificuldade pois não estão habituados a fazer uma análise dimensional. Ao trabalhar com números racionais, mostram muitos pontos deficientes pois não chegam a perceber as diferentes personalidades que esses números apresentam.

O raciocínio matemático está presente no dia-a-dia desses alunos e isto exige de nós, educadores matemáticos, uma postura diferente diante da formação matemática desses profissionais. É natural que, por estarem em um processo novo de aprendizagem e pelo fato de terem que absorver uma quantidade muito grande de informações num espaço curto de tempo, não seja fácil para eles apropriarem-se e executarem com sucesso todas essas atividades. Cometer erro na execução de tarefas faz parte de toda essa formação. O que não podemos aceitar é o fato de que oito anos de matemática na formação desses alunos possa contribuir tão pouco no enfrentamento desse processo.

Há reclamações dos instrutores por terem que, em muitas vezes, interromper o processo de aprendizagem de novos conceitos da mecânica para ensinarem, eles mesmos, conteúdos matemáticos não dominados por esses alunos. Por razões de cumprir o programa proposto pelo SENAI acaba-se não tendo tempo suficiente para ajudar o aluno a reelaborar seus conhecimentos matemáticos e transferi-los para a prática, pois este programa conta com a formação matemática anterior desses alunos, o que nem sempre ocorre. Para agravar mais ainda a situação, durante os dois anos de curso, a quantidade de informações novas que os alunos devem administrar é muito grande. E se, além disso, precisam estudar e até trabalhar em outro período do dia, como é possível que absorvam tanta coisa e se tornem bons profissionais?

Acreditamos que para tentar corrigir esse impasse, não adianta fazer, no SENAI, uma revisão de matemática do Ensino Fundamental, repetindo simplesmente aquilo que já se fez nos oito anos de escolaridade.

Para o tipo de formação profissional que se pretende nos dias de hoje, Pastore fala sobre lógica de raciocínio, transferência de conhecimento de uma área para outra, saber se comunicar (e entender o que lhe é comunicado) e trabalhar em equipe.

Sendo essas idéias de natureza matemática, acreditamos que, para atingir esses objetivos, numa revisão de matemática do Ensino Fundamental, não podemos simplesmente repetir aquilo que já se fez e como se fez nos oito anos anteriores de escolaridade. Essa revisão, para nós, deve acontecer durante a exploração e a busca de solução de problemas dados que façam conexão com a prática.

Partimos do pressuposto de que fazer matemática está intimamente ligado a saber relacionar. Neste contexto, a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas apresenta-se como uma maneira eficiente de trabalhar com os alunos.

Acreditamos que, por meio da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, essa revisão possa ser trabalhada com mais eficácia, pois, através dela, damos oportunidade a cada aluno de:

- Trabalhar em grupos e socializar seus conhecimentos pois, como diz Pastore, é importante para o profissional de hoje saber trabalhar em equipe.
- Saber ler e interpretar enunciados de problemas. Muitas vezes os alunos, apesar de terem entendido o problema, não são capazes de resolvê-lo. Na resolução de problemas, escolhidos para trabalhar conceitos que queremos construir, surgem oportunidades de rever e aplicar conceitos e conteúdos já trabalhados mas que os

alunos não estão ainda dominando. Sem esse conhecimento, o problema proposto não poderá ser resolvido. Então aí aparece uma oportunidade de revisão, onde o professor trabalha com os alunos para recuperar esse conhecimento e levar o problema adiante.

- Explorar os dados do problema e criar um caminho que leve à busca da solução.
- Participar de uma plenária onde, com ajuda do professor, eles possam discutir sobre seus acertos, erros e formas de trabalho, socializando conhecimentos e tendo oportunidade de expressar idéias, verbalmente e por escrito, através da linguagem matemática.
- Chegar juntos, professor e alunos, a um consenso.
- Aprender, através da formalização da teoria colocada pelo professor e das suas várias aplicações, o conteúdo pretendido para o trabalho com o problema dado.

É verdade que se dispõe de um tempo muito pequeno para dar conta de todo conteúdo programático estipulado, uma vez que, nessas primeiras 40 horas, há o caráter de revisão. Os alunos chegam despreparados do Ensino Fundamental, não conseguindo se apropriar de conceitos básicos importantes para um bom andamento das aulas, num novo ambiente de aprendizagem que exige deles muito mais do que a simples memorização de conceitos matemáticos.

Para que os instrutores consigam sucesso no trabalho de formação profissional de seus alunos, não basta ter-se todo maquinário, ferramentas e material de apoio didático à disposição. Eles precisam receber alunos melhor preparados em matemática, para poder transferir conhecimentos da matemática acadêmica para o ambiente de oficina, com aptidão na resolução de problemas. No processo de familiarização com outra área do conhecimento, a Tecnologia Mecânica, a matemática deve servir não como obstáculo, mas como uma ferramenta capaz de auxiliar eficazmente na resolução dos problemas advindos dessa área.

Ouvimos do coordenador do SENAI que é comum os instrutores terem que interromper o andamento das aulas práticas e de tecnologia, para se ensinar matemática básica.

A idéia de entrevistar profissionais que estão há bastante tempo trabalhando na indústria, veio confirmar nossa crença sobre a importância da formação matemática para o profissional da mecânica. Os dois entrevistados são profissionais bem sucedidos que sempre demonstraram ter um bom desempenho em matemática. Embora não sejam profissionais da matemática, sentem a força da matemática em suas vidas, sobretudo na vida profissional. São ambos muito criativos e

resolvem problemas da prática, fazendo uso de raciocínios puramente matemáticos. O primeiro entrevistado afirmou, como se fosse um educador matemático, perceber a matemática como uma linguagem. As qualidades de um bom profissional da mecânica, encontradas nos entrevistados, são equivalentes às que Pastore colocou.

Para avaliar o impacto dessa experiência sobre os alunos decidimos aplicar a eles um questionário solicitando sua opinião. Suas respostas serão apresentadas a seguir encerrando este item.

Em agosto de 2001, no início das aulas, foi entregue à professora da classe um questionário a ser respondido pelos alunos que participaram da aplicação de nosso projeto pedagógico. O resultado da análise dessas respostas, feita através das justificativas dos alunos, pode ser visto abaixo:

- 1) Você gostou de revisar matemática através da Resolução de Problemas? Se gostou, explique porque. Se não, idem.

| 1ª questão |            |            |
|------------|------------|------------|
| Total      | Gostou     | Não gostou |
| 26         | 24 (92,3%) | 2 (7,7%)   |

Esta tabela mostra que a grande maioria dos alunos gostou de revisar matemática através de problemas, apesar dos percalços. Conseguimos despertar nos alunos a consciência da importância de enfrentar problemas. Alguns deles justificaram dizendo que foi importante, pelo fato de aparecerem problemas de aplicação. Outros, já são mais ousados, disseram que é importante para a vida, no sentido de colocá-los em situações que os fazem pensar e saber tomar decisões.

- 2) Esta revisão foi importante para você? Atendeu àquilo de que precisava? Explique.

| 2ª questão |          |     |          |
|------------|----------|-----|----------|
| Total      | Sim      | Não | Duvidoso |
| 25         | 21 (84%) | 0   | 4 (16%)  |

Esta tabela reforçou a evidência de que esses alunos, em geral, sentem-se despreparados quando são cobrados com relação a conceitos e conteúdos matemáticos já trabalhados no Ensino Fundamental.

3) Ao continuar seu curso, o que foi feito antes (no nosso trabalho) contribuiu com (assinale o item ou itens que concordar):

- a) As novas aulas de matemática com o outro professor(a)
- b) As aulas de prática em oficina
- c) As aulas de outra disciplina e/ou disciplina de outra escola.

Explique porque e dê sua justificativa.

| 3ª questão |          |        |        |         |        |         |         |
|------------|----------|--------|--------|---------|--------|---------|---------|
| Total      | Só a     | Só b   | Só c   | a, b    | a, c   | b, c    | a,b,c   |
| 25         | 10 (40%) | 2 (8%) | 1 (4%) | 3 (12%) | 2 (8%) | 3 (12%) | 4 (16%) |

Esta tabela mostra o fato anterior mais detalhadamente. Podemos ver que 19 alunos disseram que o trabalho feito por nós os está ajudando nas novas aulas de matemática; 12 alunos concordam que esse trabalho os ajudará na oficina; e 10 desses alunos disseram que houve ajuda para as aulas de outra disciplina e/ou de outra escola.

4) Você acha que faltou alguma coisa importante? O que?

| 4ª questão |           |            |          |
|------------|-----------|------------|----------|
| Total      | Sim       | Não        | Não sabe |
| 26         | 6 (23,1%) | 19 (73,1%) | 1 (3,8%) |

Esta tabela mostra que, na opinião da maioria dos alunos, não ficou faltando nada. Parece que não havia dúvidas. Não concordamos com esse dado. Além do fato de, ao idealizarmos nosso projeto, termos que enxugar consideravelmente o conteúdo programático, mesmo assim não nos foi possível aplicá-lo integralmente. Uma porcentagem não muito significativa de alunos (23,1% do total), mas que expressa o fato de nem todos se sentirem satisfeitos, merece ser analisada aqui. As duas principais justificativas que apareceram foram:

- Faltou maior esclarecimento em alguns pontos, pois não sobrava tempo para tirar dúvidas.
- Muitas vezes concentrávamos muito tempo das aulas em um único problema ou um só assunto.

Essas críticas, feitas pelos próprios alunos, confirmaram várias evidências coletadas por nós. De fato, se os alunos têm dúvidas em conceitos já trabalhados no Ensino Fundamental, eles mesmos assumem isso quando dizem não ter tido tempo para tirar dúvidas.

O fato de em alguns momentos termos concentrado, exageradamente, nossas atenções em alguns problemas, também foi lembrado por essa minoria de alunos. Entendemos que para esses alunos, algumas aulas tenham ficado desinteressante. De fato, isso aconteceu e o principal objetivo de nosso projeto, que era ligar a matemática acadêmica com a prática de oficina, algumas vezes deixou de seguir seu caminho natural. Este fato negativo acabou atrapalhando, às vezes, o bom andamento das aulas.

5) Para você é importante, sempre que possível, rever matemática através de problemas da prática?

| 5ª questão |            |          |
|------------|------------|----------|
| Total      | Sim        | Não      |
| 26         | 24 (92,3%) | 2 (7,7%) |

Esta tabela mostra que dos 26 que responderam, 24 (92,3%) disseram ter sido importante revisar a matemática já vista através de problemas da prática de oficina. Na verdade, podemos dizer que não tivemos tempo para ‘vender nosso peixe’. Tudo aconteceu de forma muito rápida e não suficientemente planejada, pois precisávamos aproveitar a única oportunidade que teríamos, naquele momento, para aplicar nosso projeto pedagógico. Pretendíamos muito mais do que pudemos fazer. Mas, levando-se em consideração os bons resultados obtidos em contraposição a tudo o que não nos foi favorável, estamos satisfeitos com o que conseguimos. Além de rever e reconstruir conceitos conhecidos, o trabalho era feito sobre situações reais da prática.

6) Os problemas que colocamos durante as aulas foram interessantes para você?  
 Você se lembra de algum que queira comentar?

| 6ª questão |          |        |                       |                      |                                |                  |
|------------|----------|--------|-----------------------|----------------------|--------------------------------|------------------|
| Total      | Sim      | Não    | Não diz qual problema | Problemas da prática | Problema I (idade de Diofanto) | Outros problemas |
| 25         | 23 (92%) | 2 (8%) | 9 (36%)               | 2:14 (14,3%)         | 10:14 (71,4%)                  | 2:14 (14,3%)     |

Esta tabela mostra que dos 25 alunos que responderam a essa questão, a grande maioria (92%) afirmou ter achado os problemas interessantes. Isso mostra que os alunos gostam de desafios e, possivelmente, gostam de pensar. Porém, de um total de 14 alunos que indicaram o(s) problema(s) mais interessante(s), 10 (71,4%) disseram ter gostado do problema I, o da idade de Diofanto. Foi exatamente este problema que acabou criando uma situação não esperada por nós durante a aplicação do projeto. Os alunos não se interessaram pelo propósito que tinha o problema, o de mostrar a diferença entre aritmética e álgebra, por que estavam mais preocupados com as técnicas operatórias.

Por outro lado, o problema I se apresentou como um desafio muito interessante e que, de certa forma, motivou os alunos, a ponto de ter sido levado para fora da sala de aula.

### V.3 – ANTECIPANDO A AÇÃO DOS OUTROS

Como resultados desta pesquisa, podemos dizer que as evidências coletadas na atividade 7 do modelo de Romberg confirmaram a necessidade de se adotar uma postura diferente com relação ao ensino da matemática na escola fundamental e, em especial, na maneira de se retomar conteúdos matemáticos presentes no currículo SENAI. Acreditamos que, cada conceito ou conteúdo matemático retomado pelo professor deve ser feito sob um enfoque diferente daquele que, em geral, foi feito no Ensino Fundamental. As oportunidades de usar e melhorar conhecimentos, vistos no Ensino Fundamental pelos alunos, ao estabelecer conexões com a prática em mecânica, devem ser muito bem aproveitadas. Queremos que o aluno tenha oportunidade de ver essa matemática para que possa aplicá-la, na prática, com segurança. O modo que estamos propondo fazer essa retomada de construção de conceitos e conteúdos matemáticos, no curso de Mecânica de Usinagem, adquire um caráter muito mais profundo. Deve-se tirar do aluno a idéia errada de que fazer matemática é apenas fazer contas.

A falta de hábito e a não facilidade que cada aluno possa apresentar diante de uma situação-problema dada só poderão ser corrigidas por meio da aplicação de várias situações-problema. Com o apoio do professor e sempre com objetivos bem definidos para cada problema,

o aluno será colocado diante de situações que o façam pensar, levando-o a superar cada barreira existente.

É imprescindível que se deixe tarefa extraclasse, a fim de que o aluno adquira hábitos de trabalho individual, importantes para a fixação da matemática desenvolvida.

O professor, procurando meios para trabalhar a auto-estima do aluno, deve valorizar os acertos, os caminhos escolhidos para a resolução de um problema, além de fazer do erro uma oportunidade de aprender.

Cada problema escolhido deve ser gerador de novos conceitos ou conteúdos e, sempre que possível, que seja tirado da prática desses alunos. Problemas da prática de oficina bem preparados cumprem esta função, pois são situações de interesse desses profissionais.

Várias situações-problema tiradas dessa prática podem e devem ser abordadas nas aulas de matemática, sendo uma motivação importante para a construção e reconstrução do conhecimento matemático necessário a esses estudantes. A oficina é um ambiente muito rico de problemas que servem bem para a aplicação de nossa metodologia de ensino-aprendizagem.

Um exemplo de que o trabalho colaborativo entre professor e instrutor dá certo, aconteceu num dia em que acompanhávamos os alunos, com os quais aplicamos o projeto, numa aula sobre o uso do paquímetro. Aquela situação criada por um aluno pôde desenvolver um trabalho coletivo, dentro de um objetivo colocado pelo professor.

Outro exemplo está na apresentação de um *kit* que utilizávamos quando queríamos, através do conceito de tolerância, trabalhar o conceito de número decimal. Foi muito significativo para os alunos, quando puderam perceber, concretamente, que poucas casas decimais depois da vírgula podem fazer uma grande diferença.

Essas ocasiões buscam levar cada aluno a perceber que, o que acontece na realização de todas essas coisas da mecânica, não é mágica, mas é a matemática tornando visível o invisível.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATTO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. A Resolução de problemas e o uso de computador na construção do conceito de Taxa Média de Variação. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 8, n. 8, p. 37 – 42, 2003.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. 1998. 325 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ASSIS, M.; PASTORE, J. **A Utilidade da formação profissional**. São Paulo: SENAI, 1997. Estudos Preliminares 1).

ÁVILA, G. O Ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 23, p. 1 - 7, 1993.

ÁVILA, G. Objetivos do Ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 27, p. 1 - 9, 1995.

BERGER FILHO, R. L. Educação Profissional. In: **Seminário - O que Muda na Educação Brasileira com a Nova Lei de Diretrizes e Bases?** São Paulo: FIESP; CIESP, 1997. P. 60 – 67.

BONJORNIO, R. A. **Física Fundamental: 2º grau**. São Paulo: FTD, 1993.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional: Considerações sobre Ensino-Aprendizagem**. 1997. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: Matemática** Brasília: Ministério da Educação, 1998.

\_\_\_\_\_, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Brasília, 1999.

BRAZIL, Ministério da Educação. **Lei 9.394 de dezembro de 1996** – Lei de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional, art.1º, 2º, 3º, 21, 35, 39, 40, 41 e 42 – Brasília, 1996.

BRASIL, L. A. S. **Estudo dirigido de matemática no ginásio**. São Paulo: Fundo de Cultura, 1964.

BUFFA, E.; NOSELLA, P. **A escola profissional de São Carlos**. São Carlos: Editora UFSCar; FAPESP, 1998.

CARNOY, M. **Razões para investir em educação básica**. UNICEF Brasil, 1992.

CARACTERÍSTICAS de um sistema de certificação profissional baseado em competências. São Paulo: SENAI, 1998.

CASTRO, C. M. A educação é o combustível do crescimento no Brasil. **Veja**. São Paulo, ano 33, n. 52, Edição Especial, p. 196 – 199, 27 dez. 2000.

CHIAVENATO, J. J. **Ética globalizada & sociedade de consumo**. São Paulo: Moderna, 1999.

CLARETO, S. M. Educação matemática e contemporaneidade: enfrentando discursos pós-modernos. **BOLEMA**, Rio Claro, n. 17, p. 20 – 39, 2002.

CRESCENTE, E.P. **A matemática em cursos profissionalizantes:** Opiniões dos Alunos sobre o Significado e a Importância do Ensino de Matemática nos Cursos Técnicos Secundários. 1999. 261 f. Dissertação (Mestrado em Educação do Centro de Educação e Ciências Humanas – Programa de Pós-Graduação em Educação), Universidade Federal de São Carlos. São Carlos.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática:** 1<sup>a</sup> a 5<sup>a</sup> séries – Para Estudantes do Curso de Magistério e Professores do 1<sup>o</sup> Grau. 10 ed. São Paulo: Ática, 1998.

DAVIS, P. J., HERSH, R. **O Sonho de Descartes.** Francisco Alves, 1988.

DEFFUNE, D.; DEPRESBITERES, L. **Competências, habilidades e currículos de educação profissional:** Crônicas e Reflexões. São Paulo: SENAC, 2000.

PROVENSA, F. **Desenhista de máquinas.** 4. ed. São Paulo: Pro-Tec, 1984.

DEVLIN, K. The Four Faces of Mathematics. In: BURKE, M. J.; CURCIO, F.R. **Learning mathematics for a new century.** Yearbook 2000. Reston: NCTM, 2000. p. 16 – 27.

DIMENSTEIN, G. **Aprendiz do futuro:** Cidadania hoje e amanhã. São Paulo: – Ática, 1998. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para a educação profissional de nível técnico:** Sessões de estudos – Sede APASE – APASE.

DISCURSOS Parlamentares. Brasília: Confederação Nacional da Indústria, 1996.

DRUCKER, P. F. **Sociedade pós - capitalista.** Tradução Nivaldo Montingelli Jr. 7. ed. São Paulo: Pioneira, 1997.

ENSINO Profissional e Apoio Social: O Papel das Classes Produtivas no Brasil: Coletânea

FABIANI, F. S. **Números complexos via resolução de problemas**. 1998. 210 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

FERRAZ, S. Educação. Doutor Metalúrgico. **Veja**, São Paulo, ano 34, n.1, p. 74 – 77, 10 jan. 2001.

FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário da língua portuguesa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

FÍSICA 1: Mecânica. São Paulo: EDUSP, 1990. 332 p.

FORMAN, S. L.; STEEN, L. A. Beyond Eighth Grade. Functional Mathematics for Life and Work. In: BURKE, M. J.; CURCIO, F. R. **Learning Mathematics for a New Century**. Yearbook 2000. Reston: NCTM, 2000. p. 127 -157.

FRANCO, A. G. J. **Conformação de Elementos de Máquinas**. São Paulo: Centro de Comunicação Gráfica Pro - Tec, 1983.

FREITAS, Z. R. **História do Ensino Profissional no Brasil**. São Paulo: 1954.

GLOBALIZAÇÃO da economia. Disponível em:  
<<http://sites.uol.com.br/sabiosam/globaliz.htm>.> Acesso em: 27/09/2002.

GUSTINELI, O. A. P. **Modelagem matemática e resolução de problemas**: uma visão global em educação matemática. 1990. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. K. K. S. **Física 1**. 4. ed. Cid JC Editora.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1998.

LEITE, M. P. **O futuro do trabalho**: Novas tecnologias e subjetividade operária. São Paulo: Página Aberta; FAPESP, 1994.

LIMA, E. L. **A matemática do ensino médio**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1998. (Coleção do Professor de Matemática).

LIMA, E. L. **Temas e problemas**. Rio de Janeiro: SBM, 2001. (Coleção do Professor de Matemática).

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação**: Abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. (Temas Básicos de Educação e Ensino).

MACHADO, L. R. S. Mudanças tecnológicas e a educação da classe trabalhadora. In: ADDAD, S. (Coord.). **Trabalho e educação**. Campinas: Papirus, CEDES; São Paulo, ANDE, ANPED, 1992. p. 9 – 23. (Coletânea CBE).

MANUAL de Hidráulica industrial. São Paulo: SENAI, 1979. (CBS).

MATERIAIS para construções mecânicas. – São Paulo: Centro de Comunicação Gráfica Pro - Tec, 1982.

MECÂNICA Aplicada II. São Paulo: Centro de Comunicação Gráfica PRO - TEC, 1985.

MENINO, F. S.; BARBOSA, R. M. Resolução de problemas: Estratégias, generalizações e analogias. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 8, nº 8, p. 43 – 49, 2003.

MONOGRAFIA Profissional de Técnicos do 2º grau: área industrial. Rio de Janeiro: FGV; ISOP; SENAI, 1977.

MOURÃO, E. **Das Técnicas Artesanais a Civilização Industrial:** a Trajetória do Ensino Profissional no Brasil. Rio de Janeiro: SENAI/DN, 1992.

O GIZ & A GRAXA: Meio século de educação para o trabalho. São Paulo: SENAI, 1998. Projeto Memória SENAI.

National Council of Teachers of Mathematics. NCTM. **Principles and standards for school mathematics.** Reston, 2000.

NUNCIO, R. R. C. A Geometria na oficina mecânica. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 24, p. 41 - 43, 1993.

O DESAFIO do futuro: aprender sempre. **Revista do Provão**, Brasília, n. 4, p. 13 – 19, 1999.

ONUCHIC, L. R.; BOTTA, L. S. Uma Nova Visão sobre o Ensino e a Aprendizagem dos Números Racionais. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 5, n. 3, p. 5, 1997.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: EDUNESP, 1999. p. 199 – 218.

ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática através de Resolução de Problemas.** Rio Claro: UNESP; Secretaria de Estado da Educação; São Carlos: USP, Projeto Inovações no Ensino Básico.

ONUCHIC, L. R. Um Problema Gerador de Novos Conceitos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 8, n. 8, p. 27 – 30, 2003.

OWENS, D. T. **Research Ideas for the Classroom:** Middle Grades Mathematics. NCTM, 1992.

PASTORE, J. Profissional vai precisar dominar sua área e muito mais. **Folha de São Paulo**, São Paulo, 01 de maio de 1998. Disponível em: <[www.josepastore.com.br/artigos/emprego/072.htm](http://www.josepastore.com.br/artigos/emprego/072.htm)>. Acesso em 12/06/2001.

PASTORE, J. Educação e Emprego. **O Jornal da Tarde**, São Paulo, 16 jun. 1999. Disponível em: <[www.josepastore.com.br/artigos/emprego/043.htm](http://www.josepastore.com.br/artigos/emprego/043.htm)>. Acesso em 12/06/2001.

PASTORE, J. Empregabilidade. **Jornal da Tarde**, São Paulo, 5 fev. 2000. Disponível em: <[www.josepastore.com.br/artigos/emprego/076.htm](http://www.josepastore.com.br/artigos/emprego/076.htm)>. Acesso em 12/06/2001.

PEREIRA, P. S. **Reestruturação do curso técnico em açúcar e álcool**: um Estudo de Caso. 1997. 2 v. Dissertação ( Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PETEROSSI, H. G. **Formação do Professor para o Ensino Técnico**. São Paulo: Loyola, 1994. (Coleção Educar, 15).

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PROVENSA, F. **Projetista de Máquinas**, 5. ed.. São Paulo: Pro - Tec, 1984.

REFERÊNCIAS do Mercado de Trabalho Projeto Reformulação do Modelo de Formação Profissional. São Paulo: FIESP; CIESP; SESI; SENAI; IRS, 1997.

RESISTÊNCIAS dos Materiais São Paulo: Pro - Tec, 1984.

RODRIGUES, V. **Resolução de problemas como estratégia para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos na prática educativa matemática**. 1992. T<sub>f</sub>. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ROMBERG, T. A. Perspectives on Scholarship and Reserch Methods. In: GROUWS, D. A. (Org.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Reston: NCTM, 1992. p. 49 – 64.

ROPÉ, F.; TANGUY, L. (Org.). **Saberes e Competências: O Uso de tais Noções na Escola e na Empresa**. Campinas: Papirus, 1997.

SANGIORGI, O. **Números reais. Estrutura de corpo**. In. \_\_\_\_\_ **Matemática: curso moderno para os ginásios**. 6. ed. São Paulo: Nacional, 1969. p. 5 – 35.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º grau**. 4 ed. São Paulo, 1992.

SENAI: Ontem, hoje e amanhã – Educação para o trabalho e para a cidadania. São Paulo: SENAI.

SHULMAN, L.S. **Disciplines of Inquiry in Education**. Washington, DC: American Educational Research Association.

SHOCKEY, T.L. Etnomatemática de uma Classe Profissional: Cirurgiões Cardiovasculares. Tradução: Chateaubriand Nunes Amâncio. **BOLEMA**, Rio Claro, nº 17, p. 1-19, 2002.