

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

Tiago Bernardes Firme

**Desenvolvimento de Modelos de Falhas em
Redutores de Engrenagens para Diagnóstico via
Observadores de Estado**

Ilha Solteira
2014

Tiago Bernardes Firme

**Desenvolvimento de Modelos de Falhas em
Redutores de Engrenagens para Diagnóstico via
Observadores de Estado**

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira - UNESP –
Campus de Ilha Solteira, para obtenção do
título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Gilberto Pechoto de Melo

Orientador

Ilha Solteira
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Firme, Tiago Bernardes.
F524d Desenvolvimento de modelos de falhas em redutores de engrenagens para diagnóstico via observadores de estado / Tiago Bernardes Firme. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
90 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2014

Orientador: Gilberto Pechoto de Melo
Inclui bibliografia

1. Predição de falhas. 2. Elementos finitos. 3. Observadores de estado.
4. Sistemas rotativos. 5. Redutores de engrenagens.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Desenvolvimento de Modelos de Falhas em Redutores de Engrenagens para Diagnóstico via Observadores de Estado

AUTOR: TIAGO BERNARDES FIRME

ORIENTADOR: Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica ,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:

Gilberto Pechoto de Melo

Prof. Dr. GILBERTO PECHOTO DE MELO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Vicente Lopes Junior
Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Kátia Luchese Cavalcanti
Profa. Dra. KÁTIA LUCHESE CAVALCA DEDINI
Departamento de Projeto Mecânico / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 02 de junho de 2014.

Dedico este trabalho a minha família, meus amigos e a minha namorada pela imensa
motivação nesta etapa da minha vida.

Agradecimentos

A Deus

Aos meus pais

A minha namorada

Ao amigo e orientador, Gilberto Pechoto de Melo

Aos amigos e colegas que participaram direta e indiretamente dessa longa caminhada, não irei citar nenhum pois posso cometer a injustiça de esquecer alguém, mais de qualquer forma obrigado a todos os amigos que fiz e contribuíram de alguma forma para este trabalho.

A toda a equipe do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, e ao técnico Carlos José Santana.

A professora Kátia Lucchesi Cavalca Dedini

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)

Resumo

O aumento da competitividade entre as empresas têm exigido maiores velocidades de operação e períodos menores de manutenção dos equipamentos, por esse motivo é de suma importância poder estender a vida útil dos equipamentos por meio da predição das possíveis falhas. O objetivo deste projeto é desenvolver uma metodologia que possibilite prever falhas em componentes de sistemas rotativos. Na simulação numérica os danos são identificados através da variação no valor RMS do sinal de velocidade do sistema, e a quantificação do dano é feita a partir da minimização da norma do erro entre dados do observador robusto e medidos. Um redutor de engrenagens é projetado a fim de validar o método, foi construído o modelo e identificados os parâmetros desconhecidos, com a utilização dos observadores de estado todos os graus de liberdade foram estimados, e um banco de valores RMS foi desenvolvido para servir de base de comparação. A inclusão de um dano no sistema, através dos valores base, foi possível identificar o dano e com o uso do observador robusto quantificar e localizar o dano no sistema mesmo na presença de ruídos.

Palavras-chave: Predição de falhas. ; Elementos finitos. ; Observadores de estado. ; Sistemas rotativos. ; Redutores de engrenagens.

Abstract

The increased competition among companies have demanded higher operating speeds and shorter periods of maintenance of equipment, for this reason it is extremely important to be able to extend equipment life through the prediction of potential failures . The objective of this project is to develop a methodology that enables to predict component failures of rotating systems. In numerical simulation, failures are identified by varying the RMS value of the velocity signal system, and quantification of failure made from the minimization of the norm the error between the data measured and robust observer. A gear reducer is designed to validate the method, the model was constructed and identified the unknown parameters, with the use of state observers the degrees of freedom were estimated, and a database RMS values, without fail, was developed to serve as a basis for comparison. With the inclusion of damage to the system through the base values, it was possible to identify the damage and the use of robust observer to quantify and locate the damage in the system even in the presence of noise.

Keywords: Fault prediction. ; Finite element. ; Observers of state. ; Rotating systems. ; Gearboxes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplo de Redutor.....	21
Figura 2	Sistema de Coordenadas de um disco	28
Figura 3	Elemento Finito de Eixo.	30
Figura 4	Coordenadas inerciais e móveis do centro geométrico C e coordenadas móveis do ponto arbitrário no eixo	33
Figura 5	Modelo de rigidez e amortecimento em mancais.....	37
Figura 6	Modelo para obtenção de rigidez considerando o dente uma viga não uniforme	39
Figura 7	Massa de Desbalanceamento.	41
Figura 8	Esquema para montagem das matrizes globais.....	43
Figura 9	Esquema para montagem das matrizes globais nodais	46
Figura 10	Fluxograma do observador para dados experimentais.....	49
Figura 11	Fluxograma do Observador Robusto	51

Figura 12	Fluxograma para identificação de parâmetros.	52
Figura 13	Modelo Simulado.....	54
Figura 14	Sinais de Velocidade Simulados.....	56
Figura 15	Comparação dos Sinais de saída na direção z mancal 1.	58
Figura 16	Comparação dos Sinais de saída na direção z mancal 2.	59
Figura 17	Sinal estimado de velocidade no disco na direção z.....	59
Figura 18	Redutor Projetado para Validação.	63
Figura 19	Engrenagem Movida.....	65
Figura 20	Engrenagem Motora.....	65
Figura 21	Largura Engrenagem Motora.....	66
Figura 22	Largura Engrenagem Movida.	66

Figura 23	Modelo do redutor.....	68
Figura 24	Sinal medido de velocidade no eixo z mancal 2	71
Figura 25	Sinal de velocidade no eixo z mancal 2 representado no domínio da frequência....	72
Figura 26	Comparação entre sinal medido e estimado para o mancal 1.	72
Figura 27	Comparação entre sinal medido e estimado para o mancal 3.	73
Figura 28	Banco de Observadores Globais.	73
Figura 29	Variância dos Sinais de Velocidade do Redutor	74
Figura 30	Valores RMS médios nos pontos de interesse.	74
Figura 31	Desvio padrão das medias nos pontos.	75
Figura 32	Comparação dos valores processados no dia 2 com os limites estabelecidos	76
Figura 33	Dano provocado na engrenagem 2.....	77
Figura 34	Valores RMS Médio após o dano 1.	77

Figura 35	Comparação dos limites estabelecidos com os sinais depois da presença do dano.	78
Figura 36	Nível 2 de dano provocado no sistema.	79
Figura 37	Comparativo da norma l_2 para cada observador robusto.	81
Figura 38	Critério de Convergência do Observador Robusto.	82
Figura 39	Desvios Padrão dos valores RMS antes e após a inserção do dano.....	83
Figura 40	Normas dos sinais temporais estimados para o primeiro dia.....	84
Figura 41	Comparação das normas dos sinais temporais estimados para o primeiro dia com as normas para o caso de dano 1.	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros do sistema rotativo simulado.	55
Tabela 2	Norma H_2 do sistema em coordenadas modais.....	57
Tabela 3	Valores RMS dos sinais de velocidade no primeiro caso	60
Tabela 4	Valores RMS obtidos do observador de estados robustos para o primeiro caso com dano	61
Tabela 5	Valores RMS do sinais de velocidade para o segundo caso	62
Tabela 6	Valores RMS obtidos do observador de estados robustos para o segundo caso com dano.	62
Tabela 7	Parâmetros do Engrenamento	63
Tabela 8	Parâmetros do redutor	64
Tabela 9	Rigidez de Engrenamento calculada.....	67
Tabela 10	Dimensões discretizadas do eixo motor.....	68
Tabela 11	Dimensões discretizadas do eixo movido.	69

Tabela 12	Parâmetros do Algoritmo Genético.	69
Tabela 13	Parâmetros identificados do redutor.	70
Tabela 14	Valores encontrados pelo observador robusto.	80
Tabela 15	Valores encontrados pelo observador robusto para o caso de dano 2.	82

Lista de Símbolos

q	Vetor de coordenadas generalizadas
M	Matriz de massa
T	Função de energia cinética.
U	Função de energia potencial.
R	Função de dissipação de energia de Rayleigh.
F_q	Vetor de excitações generalizadas.
q_i	Vetor de coordenadas do i-ésimo ponto nodal do sistema
u	Deslocamento linear horizontal do ponto nodal do elemento de eixo
w	Deslocamento linear vertical do ponto nodal do elemento de eixo
θ	Deslocamento angular do ponto nodal do elemento de eixo em torno do eixo X
ψ	Deslocamento angular do ponto nodal do elemento de eixo em torno do eixo Z
ω_{R/R_0}	Velocidade angular do disco solidária ao sistema de coordenadas móvel
ω^R_{R/R_0}	Velocidade angular do disco solidária ao sistema de coordenadas inercial
ω_x	Velocidade angular do disco em relação ao eixo x
ω_y	Velocidade angular do disco em relação ao eixo y
ω_z	Velocidade angular do disco em relação ao eixo z
T_D	Energia cinética do disco
m_D	Massa do disco
I_{D_x}	Momento de inércia do disco em relação ao eixo x

I_{D_y}	Momento de inércia do disco em relação ao eixo y
I_{D_z}	Momento de inércia do disco em relação ao eixo z
I_R	Tensor de inércia do disco
M_D	Matriz de massa do disco
G_D	Matriz do efeito giroscópio do disco
T_E	Energia cinética do elemento de eixo
q_x	Vetor de coordenadas do sistema na direção x
q_z	Vetor de coordenadas do sistema na direção z
ρ	Densidade do material do elemento
S	Área da seção transversal do elemento
L	Comprimento do elemento de eixo
I	Momento de inércia da área da seção transversal do elemento em relação ao eixo neutro
N_1 e N_2	Funções de deslocamento entre os pontos nodais do elemento de eixo
M_E	Matriz de massa clássica do elemento de eixo
M_{SE}	Matriz do efeito secundário de inércia rotacional do elemento de eixo
G_E	Matriz do efeito giroscópio do elemento de eixo
u^*	Deslocamento horizontal do ponto nodal em relação ao sistema de coordenadas móvel
w^*	Deslocamento vertical do ponto nodal em relação ao sistema de coordenadas móvel
E	Módulo de elasticidade do material do elemento
U_1	Energia potencial de deformação elástica do elemento de eixo devida à Flexão

U_2	Energia potencial de deformação elástica do elemento de eixo devida à aplicação de força axial
F_0	Força axial aplicada no eixo
U_E	Energia potencial de deformação elástica combinada do elemento de eixo
K_{E1} e K_{E2}	Matrizes de rigidez clássicas do eixo
K_{E3} e K_{E4}	Matrizes de rigidez do eixo devido à aplicação de força axial
α_c	Coefficiente de cisalhamento
S_r	Área da seção transversal reduzida
G	Módulo de Cisalhamento
ν	Coefficiente de Poisson
K_g	Matriz de rigidez global do eixo
K_C	Matriz de rigidez clássica do elemento de eixo
K_F	Matriz de rigidez do elemento de eixo devido à aplicação de força axial
F_u	Componente da força horizontal atuante no mancal
F_w	Componente da força vertical atuante no mancal
k	rigidez equivalente do mancal em relação as coordenadas
c	amortecimento equivalente do mancal em relação as coordenadas
U_{bb}	Energia de flexão armazenada em um dente de engrenagem
U_{ss}	Energia de armazenada em um dente de engrenagem
U_{aa}	Energia axial armazenada em um dente de engrenagem
U_b	Energia potencial a deformação de flexão
U_s	Energia potencial a deformação de cisalhamento
U_a	Energia potencial a deformação axial
F	Força transmitida no engrenamento

K_b	Rigidez de flexão do engrenamento
K_s	Rigidez de cisalhamento do engrenamento
K_a	Rigidez a compressão axial do engrenamento
G	modulo de cisalhamento
h_x	Altura do dente em relação a sua linha central
I_x	Inercia do dente em relação a sua seção variável
A_x	Área transversal do dente em relação a sua seção variável
α_1	Ângulo de pressão dos dentes da engrenagem
q_0	profundidade da trinca
α_c	Ângulo da trinca em relação ao plano central do dente
δ_f	Deformação da base do dente
K_f	Rigidez de deformação da base do dente
K_h	Rigidez de contato Hertziano
K_e	Rigidez total equivalente de um par engrenado
K_{ET}	Matriz resultante de rigidez no engrenamento.
m_u	Massa desbalanceada do sistema rotativo
T_m	Energia cinética da massa desbalanceada um
d_u	Deslocamento da massa desbalanceada em relação ao centro geométrico do eixo
q_{tn}	Vetor de translação do ponto nodal do eixo
f_u	Componente horizontal da força de desbalanceamento
f_w	Componente vertical da força de desbalanceamento
α' e β'	Constantes escalares empíricas de proporcionalidade de amortecimento
C_a	Matriz de amortecimento
K	Matriz de rigidez

Ω	Rotação do eixo
$\ddot{q}(t)$	Vetor de aceleração nodais
$\dot{q}(t)$	Vetor de velocidades nodais
$q(t)$	Vetor de deslocamentos nodais
y_a	Vetor de saída para coordenadas nodais
B_0	Matriz de entradas do sistema em coordenadas generalizadas
C_{oq}	Matriz de saídas de deslocamento
C_{ov}	Matriz de saídas de velocidade
A_{mi}	Matriz dinâmica do sistema em coordenadas modais
B_{mi}	Matriz de entrada do sistema em coordenadas modais
C_{mi}	Matriz de saída em coordenadas modais
w_i	I-ésima frequência natural
ξ_i	I-ésima fator de amortecimento modal
b_{mi}	Matriz de entrada modal
C_{mqi}	Matriz de saída modal para o deslocamento
C_{mvi}	Matriz de saída modal para a velocidade
G_i	Função transferência da i-ésima frequência natural
G	Função transferência do modelo completo
G_r	Função transferência do modelo reduzido
e_2	Erro da redução H_2
$\hat{y}$	Sinal de saída estimado pelo observador
e	Erro da estimativa no estado do observador
ε	Erro da estimativa na saída do observador
J	Índice de desempenho quadrático
Q'	Matriz hermitiana positiva definida de ponderação da importância do erro de

estimação

R'	Matriz hermitiana positiva definida de ponderação da importância do dispêndio de energia dos sinais de controle
A	Matriz dinâmica do sistema em espaço de estados
B	Matriz de entradas do sistema em espaço de estados
n	Número de estados
C	Matriz de saídas do sistema em espaço de estados
D	Matriz de transmissão direta do sistema em espaço de estados
m	Número de entradas
p	Número de saídas
x	Vetor de estados
u	Vetor de entradas
y	Vetor de saídas
rms_e	Valor RMS do sinal obtido experimentalmente
rms_s	Valor RMS do sinal simulado

SUMARIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	FINITOS E OBSERVADORES DE ESTADO	23
2.2	REDUTORES ENGRENAGENS	24
2.3	AJUSTE DE MODELO	25
3	OBJETIVO DO TRABALHO	26
4	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	27
4.1	MODELOS DE SISTEMAS ROTATIVOS	27
4.1.1	Modelos de discos	28
4.1.2	Modelo do eixo	29
4.1.3	Modelo de mancais e rolamentos	36
4.1.4	Modelo de engrenamento	38
4.1.5	Massa desbalanceada	41
4.1.6	Modelo Global de Sistemas Rotativos	42
4.2	MODELO EM COORDENADAS NODAIS	43
4.3	MODELO EM COORDENADAS MODAIS	45
4.4	REDUÇÃO DE MODELOS H_2	46
4.5	OBSERVADORES DE ESTADO	47
4.5.1	Regulador linear quadrático	48
4.5.2	Observador global na detecção de falhas	48
4.5.3	Observadores robustos na detecção e localização de falhas	50
4.6	IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS E AJUSTE DE MODELO	51
4.6.1	Função objetivo	52
5	SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM EIXO COM 32 GDL	54
5.1	MODELO	54

5.2	REDUÇÃO DE MODELO.....	56
5.3	CONSTRUÇÃO DOS OBSERVADORES DE ESTADO	58
5.4	IDENTIFICAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS	60
5.4.1	Primeiro caso	60
5.4.2	Segundo caso	61
6	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA METODOLOGIA EM UM REDUTOR DE ENGRENAGEM	63
6.1	MODELO	64
6.1.1	Engrenamento	64
6.1.2	Determinação do perfil das engrenagens – Técnica de imagem	64
6.1.3	Calculo da rigidez de engrenamento	67
6.1.4	Eixos e demais componentes	67
6.1.5	Observador de estado global	71
6.1.6	Observador robusto	80
6.2	PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS NESTA AREA.....	84
7	CONCLUSÕES E DISCUSSÕES	86
8	REFERENCIAS	88

1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos e o aumento da competitividade entre as empresas verificados nos últimos anos têm exigido maiores velocidades de operação e períodos menores de manutenção dos equipamentos. Os aumentos de velocidades de operação implicam no surgimento de efeitos dinâmicos raramente observados nos equipamentos mais antigos, mas que agora são importantíssimos para o bom funcionamento dos diversos componentes de uma máquina (mancais, engrenagens, eixos e todos os outros). Menores períodos disponíveis para manutenção são uma consequência direta da necessidade do retorno do investimento na aquisição do equipamento e dos curtos prazos de entregas de pedidos, necessários para que as empresas mantenham-se competitivas.

Todos estes fatores resultam na problemática atual da manutenção. Para que um equipamento mantenha-se em condições de uso e sem o risco de paradas repentinas, o que gera grandes prejuízos, é necessário garantir a vida de cada um de seus componentes. A primeira solução encontrada foi a chamada Manutenção Preventiva, que se baseia em informações de projeto para fazer a troca periódica dos componentes, de maneira a eliminar a possibilidade de falhas inesperadas. No entanto, esse procedimento se torna oneroso à medida que muitas vezes a substituição de componentes se dá antes do fim de sua vida útil, visto que seria um risco deixar de substituir um componente identificado em bom estado após a dispendiosa parada do equipamento. Surgiu então a Manutenção Preditiva, que consiste em lançar mão de métodos capazes de prever a vida de um componente sem que seja necessária a interrupção do funcionamento do equipamento, de modo a fazer com que sua vida seja prolongada ao máximo e a substituição se dê em tempo oportuno.

O estudo de equipamentos da indústria vem crescendo devido a esta necessidade de se desenvolver metodologias para aplicação da Manutenção Preditiva, os redutores de engrenagens (vide Figura 1), têm diversas aplicações na indústria onde se faz necessário alterar a velocidade de rotação ou a força a ser transmitida entre dois equipamentos rotativos, e assim estão suscetíveis às mais variadas falhas. Esses apresentam os principais componentes empregados na maioria dos equipamentos existentes como mancais, engrenagens e eixo, por isso uma metodologia de prevenção de falha desenvolvida e aplicada neste tipo de equipamento pode ser extrapolada e utilizada em equipamentos que tenham os mesmos componentes constituintes.

Figura 1 - Exemplo de Redutor



Fonte: Renew Redutores (2012).

As diversas técnicas utilizadas para diagnósticos de falhas podem ser divididas em duas categorias, segundo Gertler (1988) citado por Fernandes Junior (2011), são eles: os métodos que não utilizam um modelo matemático da planta e os métodos que utilizam o modelo da planta. Estes métodos que utilizam um modelo de planta podem representar variados sistemas, esse processo de discretização tem sido extensamente utilizado principalmente em sistemas contínuos associados à análise de vibração para diagnósticos de falhas, um dos métodos mais utilizados é a técnica dos Elementos Finitos. Esta é uma técnica numérica desenvolvida em 1956 inicialmente para aplicações de análise estrutural de aviões, pode-se discretizar estruturas contínuas e fazer com que estas sejam representadas por equações diferenciais parciais. De fato, esta é uma técnica de aproximação numérica, segundo Alves Filho (2000) a estrutura que é um corpo contínuo é dividida em um número finito de partes (elementos) conectados por nós, e esses nós apresentam deslocamentos nodais que são as incógnitas do problema.

A técnica dos Observadores de Estado também tem sido utilizada na manutenção preditiva, Luenberger (1971) mostrou que os Observadores de Estado são capazes, desde que, cumpram requisitos de observabilidade e controlabilidade, de reconstruir estados desconhecidos a partir de estados medidos. Isto significa em termos práticos, que é possível observar o comportamento de uma estrutura em pontos não medidos a partir das informações medidas em outros pontos, desde que se tenha um modelo matemático que a represente de forma satisfatória. Associando então o método dos elementos finitos (modelo) com a técnica dos Observadores de Estado pode-se realizar a comparação dos valores simulados com os valores experimentais, esse Observador de Estado global estima todos os GDL que não podem ser medidos. Outra classe existente dos Observadores são os Observadores de Estado Robustos, estes são observadores que detectam e estimam variação nos parâmetros do modelo, por exemplo, massa, rigidez ou amortecimento.

Assim esse trabalho visa com a utilizando dos conceitos citados, criar uma metodologia para detecção de danos em redutores de engrenagens, primeiro analisando o comportamento dessa metodologia em sistemas numéricos simulados e posteriormente testando em sistemas reais.

A vantagens dessa metodologia é que ela é baseada em baixa frequência, frequência de rotação, assim os sistemas de aquisição são mais simples e baratos, pois o seu custo está associado a frequência de amostragem. Outra vantagem é a localização dos danos associando a algum componente do sistema, facilitando a programação e organização da manutenção preditiva.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 FINITOS E OBSERVADORES DE ESTADO

Diversos trabalhos têm sido realizados utilizando os conceitos de elementos finitos e dos observadores de estado. Estes são métodos cresceram com o avanço da informática e com o aumento da capacidade de processamento dos computadores.

Utilizando os Observadores de Estado, Melo (1998) desenvolve uma metodologia para Detecção e Localização de Falhas em Sistemas Mecânicos utilizando os Observadores de Estado de Ordem Reduzida, o método proposto por ele conseguiu estimar os estados medidos tanto nas simulações quanto nos resultados experimentais, estes foram feitos em um sistema de mesa vibratória com 3 graus de liberdade. O observador de estados foi otimizado para a análise do sistema com ruídos aleatórios.

Seguindo este mesmo enfoque Lemos (2004), utilizando a técnica dos elementos finitos juntamente com os observadores de estado, em sua dissertação de mestrado desenvolve uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas rotativos considerando as suas fundações.

Mais recente temos Fernandes Junior (2011) que em sua dissertação de mestrado utilizou um modelo para identificar trincas em eixos de sistemas rotativos com a utilização dos observadores de Estado.

Os trabalhos utilizando a técnica dos elementos finitos e dos observadores de estado cresceram com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, por esse motivo nota-se que os trabalhos vêm aumentando sua complexidade à medida que se consegue representar e resolver as equações dinâmicas para cada sistema. Por isso o sistema escolhido para essa metodologia foi o redutor de engrenagens, que representa um sistema complexo e situado no exato contexto de evolução dessa metodologia.

2.2 REDUTORES ENGRENAGENS

Devida à importância dos redutores de engrenagem muitos autores realizam estudos sobre esses equipamentos, um aspecto importante é conseguir modelar a relação existente na dinâmica desse mecanismo e o outro aspecto é prever danos em seus componentes.

Aquino (2004) explana detalhadamente uma técnica de monitoramento baseada na função densidade de probabilidade Beta que analisa o engrenamento dente a dente, onde a detecção da anomalia é feita através de um parâmetro estatístico extraído do sinal de vibração correspondente à interação de cada par de dentes e comparado com este mesmo parâmetro calculado para o engrenamento de todos os pares de dentes relativo a uma revolução completa da engrenagem, sua metodologia foi testada experimentalmente para um redutor de um par engrenado que acionava uma bomba hidráulica, os defeitos são gerados a partir de uma montagem inadequada do redutor, nesse caso o autor não obteve um modelo dinâmico do sistema para realizar a prevenção de danos.

Outros autores tratam de redutores principalmente do modelo de engrenamento, diversos modelos têm sido estudados e testados, Howard et al. (2001) estudam um modelo dinâmico de um engrenamento incluindo o efeito do atrito e de trincas, em seu modelo eles utilizam uma rigidez equivalente de flexão para o engrenamento sendo esta proporcional ao torque transmitido pelo par engrenado. Do mesmo modo que a técnica dos observadores de estado estes modelos de engrenamento crescem com o aumento da capacidade de processamento, assim modelos mais atuais devem ser buscados para representar o sistema do redutor.

Huang e Liu (2000) consideram o dente da engrenagem uma viga de Timoshenko com a secção transversal variável, em seu modelo ele buscou analisar a resposta transiente do engrenamento, entretanto, algumas rigidezes são consideradas não lineares para obter essa resposta.

Chen e Shao (2011) em suas pesquisas partindo da pesquisa de Huang e Liu (2000), propuseram um modelo analítico de rigidez de engrenamento onde os efeitos de flexão, cisalhamento e compressão axial são considerados, e estudaram ainda o seu comportamento na presença de trincas ao longo da largura do dente da engrenagem.

Esses trabalhos que tratam do engrenamento são recentes e todos propõem um modelo dinâmico para o engrenamento, o modelo escolhido a ser utilizado neste trabalho foi o de Chen e Shao (2011), devido ao seu estudo em alta rotação e o modelo de trincas ser o mais recente encontrado.

2.3 AJUSTE DE MODELO

Para a aplicação da técnica dos elementos finitos para a modelagem de sistemas mecânicos deve-se conhecer alguns parâmetros que são difíceis de medir, por exemplo a rigidez equivalente dos mancais, o amortecimento gerado no engrenamento, entre outros. Por isso utiliza-se uma técnica de ajuste de modelos junto com a identificação de parâmetros.

Jacon (2000) em sua dissertação de mestrado ele utiliza métodos de otimização irrestrita para a calibração de modelos matemáticos lineares. O sistema utilizado foi um rotor com um disco centrado, simétrico, bi apoiado. Foram monitorados os deslocamentos do eixo a fim de ajustar o modelo matemático aos dados experimentais.

Ccasa Infantes (2000) em seu trabalho apresenta dois métodos para ajuste de modelos através de identificação de parâmetros, o método da função objetivo e o método da variância mínima. Estes foram aplicados para uma estrutura do tipo viga. O método da função objetivo envolve a soma dos quadrados da diferença entre os valores medidos e estimados, segundo ele este método apresenta um melhor desempenho.

Campos (2002) utiliza ajustes de modelos com dados experimentais simulados, são apresentados as técnicas usuais de ajuste de modelos, aquelas baseadas no ajuste direto da matriz do modelo e métodos iterativos. Seu objetivo foi utilizar as funções e resposta em frequência para o ajuste, que segundo ele, são interessante devido à grande quantidade de informação que contém.

Muitas técnicas podem ser utilizadas para a identificação de parâmetros de um modelo real, neste trabalho utiliza-se o método da função objetivo que faz a identificação ser um problema de otimização de funções.

3 OBJETIVO DO TRABALHO

Como visto na secção anterior, a técnica dos elementos finitos para modelar sistemas contínuos e dos observadores de estado para diagnósticos de falhas tem sido largamente utilizadas, entretanto, essas aplicações têm sido mais laboratoriais como em mesas vibratórias, eixos e sistemas massa-mola; os modelos de engrenamento também são em sua maioria simulações numéricas ou modelos analíticos. Tendo em vista estes aspectos os principais objetivos deste trabalho são:

- Criação de uma metodologia utilizando a técnica dos elementos finitos e dos observadores de estado para diagnósticos de danos nos componentes de um redutor de engrenagens.

4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste tópico será apresentado os fundamentos teóricos que são utilizados nesse trabalho tendo por base a revisão bibliográfica realizada, os tópicos foram divididos em relação a cada componente do sistema para facilitar a identificação.

4.1 MODELOS DE SISTEMAS ROTATIVOS

Neste tópico é apresentado as equações básicas do movimento de sistemas rotativos segundo Lalanne e Ferraris (1990). Para a obtenção das equações gerais dos sistemas rotativos se deve seguir os seguintes passos:

- Calcular a energia cinética, potencial e o trabalho virtual para os elementos do sistema;
- Aplicação da equação de Euler-Lagrange;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(t)}{\partial \dot{q}(t)} \right) - \frac{\partial T(t)}{\partial q(t)} + \frac{\partial U(t)}{\partial q(t)} + \frac{\partial R(t)}{\partial \dot{q}(t)} = F_q(t) \quad (1)$$

sendo $T(t)$ a função de energia cinética, $U(t)$ a função de energia potencial, $R(t)$ a função de energia dissipada e $F_q(t)$ o vetor de forças externas que são impostas no sistema.

As equações resultantes são equações diferenciais apresentadas em coordenadas nodais, cada ponto nodal do sistema rotativo em questão contém dois graus de liberdade de translação (u e w) e dois graus de liberdade de rotação (θ e Ψ), baseada nos elementos de viga de timoskenko. O vetor de coordenadas e o vetor generalizado é dado por respectivamente:

$$q_i(t) = [u_i(t) \quad w_i(t) \quad \theta_i(t) \quad \psi_i(t)]^T \quad (2)$$

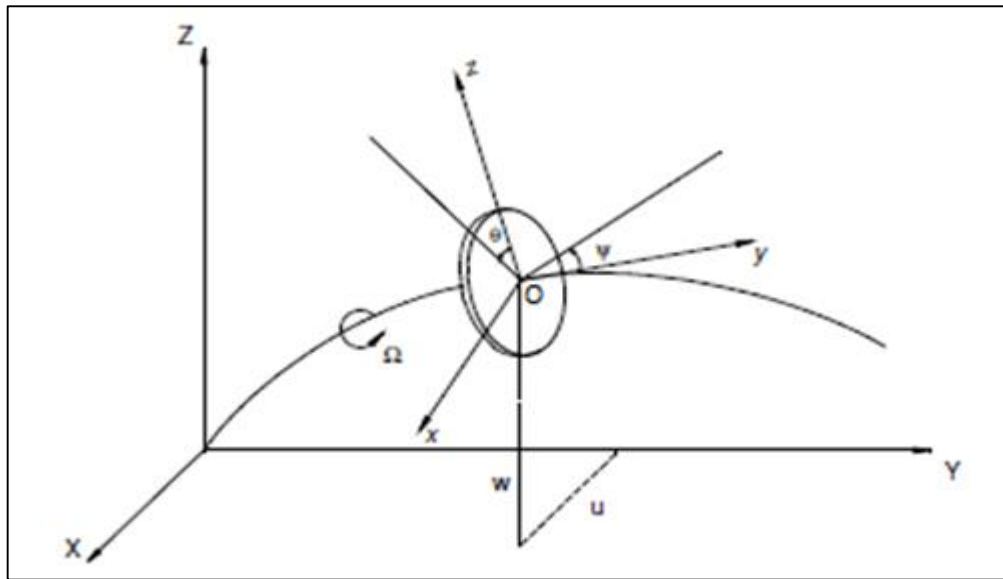
$$q(t) = [q_1(t) \quad q_2(t) \quad \cdots \quad q_n(t)]^T \quad (3)$$

onde $q_i(t)$ representa as coordenadas do i -ésimo ponto nodal e $q(t)$ é o vetor de coordenadas global.

4.1.1 Modelos de discos

O disco é assumido rígido, caracterizada apenas por sua energia cinética, o sistema de coordenadas $R_0 [X Y Z]$ é fixo, e o sistema $R [x y z]$ é móvel e solidário ao disco, ele possui movimentos de translação e 2 graus de liberdade de rotação, além da rotação em torno de seu próprio eixo longitudinal.

Figura 2 - Sistema de Coordenadas de um disco.



Fonte: Fernandes Junior (2012).

Seja Ψ deslocamento angular do disco em torno do eixo inercial Z , seguida pelo deslocamento angular θ em torno do eixo móvel x_1 e pelo deslocamento angular Φ em torno do eixo móvel y . A velocidade angular do disco é

$$\omega_{R/R_0} = \dot{\Psi}Z + \dot{\theta}x_1 + \dot{\Phi}y \quad (4)$$

Expressando todas as componentes da velocidade angular do disco no sistema de coordenadas inercial, tem-se

$$\omega_{R/R_0}^R = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\Psi} \cos(\theta) \sin(\phi) + \dot{\theta} \cos(\phi) \\ \dot{\Phi} + \dot{\Psi} \sin(\theta) \\ \dot{\Psi} \cos(\theta) \cos(\phi) + \dot{\theta} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (5)$$

O movimento de translação do disco é representado pelos deslocamentos u e w do centro do disco O em R_0 . Lalanne e Ferraris (1990) demonstram a expressão para a energia cinética do disco em função de seus deslocamentos e de suas rotações na base inercial

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) + \frac{1}{2} (I_{D_x} \omega_x^2 + I_{D_y} \omega_y^2 + I_{D_z} \omega_z^2) \quad (6)$$

Sendo m_D a massa do disco e I_{D_x} , I_{D_y} e I_{D_z} componentes do tensor de inércia e T_D a energia cinética do disco.

Por efeito de simplificação, algumas considerações são feitas. O disco é considerado simétrico ($I_{D_x} = I_{D_z}$), os ângulos θ e Ψ são pequenos e a velocidade angular é constante ($\dot{\phi} = \Omega$). Desta forma, 6 se torna

$$T_D(t) = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) + \frac{1}{2} I_{D_x} (\dot{\theta}^2(t) + \dot{\psi}^2(t)) + \frac{1}{2} I_{D_y} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\psi}(t)\theta(t)) \quad (7)$$

A aplicação da equação de Euler-Lagrange pode-se obter as matrizes de massa e giroscópica representadas pelas equações a seguir respectivamente.

$$M_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{D_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{D_x} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{D_y} \\ 0 & 0 & I_{D_y} & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

4.1.2 Modelo do eixo

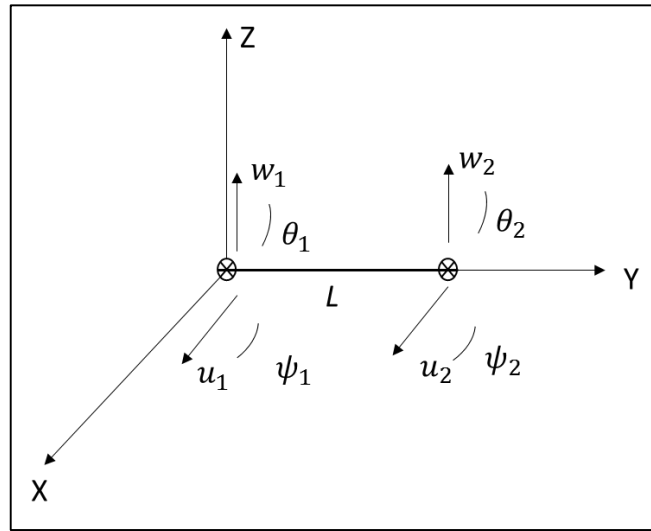
O eixo é representado como uma viga de secção circular, é caracterizado pelas energias cinética e potencial. A equação da energia cinética do eixo provem de uma extensão do disco (Equação 7), para um elemento de comprimento L temos que a energia cinética é dada por:

$$T_E(t) = \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t)) dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L (\dot{\theta}^2(t) + \dot{\psi}^2(t)) dy + \rho I L \Omega^2 + 2\rho I L \Omega \int_0^L \dot{\psi}(t)\theta(t) dy \quad (10)$$

onde ρ é a densidade do material do eixo, S é a área da seção transversal da viga e I o momento de inércia de área da seção transversal em relação ao eixo neutro.

O eixo é modelado como uma viga com secção circular constante. O elemento finito utiliza 2 nós, então as matrizes são de ordem quadradas 8 por 8, onde são incluídos os 4 deslocamentos (u_1, u_2, w_1 e w_2) e 4 deslocamentos angulares ($\theta_1, \theta_2, \psi_1$ e ψ_2).

Figura 3 - Elemento Finito de Eixo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A relação entre os deslocamentos e os deslocamentos angulares são:

$$\theta(t) = \frac{\partial w(t)}{\partial y(t)} \quad (11)$$

$$\psi(t) = -\frac{\partial u(t)}{\partial y(t)} \quad (12)$$

Os deslocamentos no interior do elemento finito são obtidos admitindo-se que estes ocorrem segundo funções de deslocamento polinomiais típicas de uma viga em flexão, dado por:

$$u(t) = N_1(y)q_x(t) \quad (13)$$

e

$$w(t) = N_2(y)q_z(t) \quad (14)$$

sendo N_1 e N_2 as funções de deslocamento entre os pontos nodais do elemento, nas formas

$$N_1(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$N_2(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & -y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A energia cinética da equação 10 pode ser reescrita utilizando uma forma compacta, utilizando as relações de 11 a 16 e integrando a equação resultante, temos que a energia cinética é dada por:

$$T_E = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta \dot{w} + \rho I L \Omega^2 \quad (17)$$

onde as matrizes M_1 e M_2 são as matrizes clássicas de massa, M_3 e M_4 são as matrizes de inercia e M_5 está relacionado com o efeito giroscópio. Aplicando a equação de Euler-Lagrange na equação 17 temos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_E(t)}{\partial \dot{q}_e(t)} \right) - \frac{\partial T_E(t)}{\partial q_e(t)} = [M_E + M_{SE}][\ddot{q}(t)] + \Omega [G_E][\dot{q}(t)] = \left(\begin{bmatrix} M_{E_1} & M_{E_2} \\ M_{E_2}^T & M_{E_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{SE_1} & M_{SE_2} \\ M_{SE_2}^T & M_{SE_3} \end{bmatrix} \right) [\ddot{q}(t)] + \Omega \begin{bmatrix} G_{E_1} & G_{E_2} \\ G_{E_2}^T & G_{E_3} \end{bmatrix} [\dot{q}(t)] \quad (18)$$

A primeira matriz do primeiro termo da equação 18 é a matriz de massa do elemento de eixo, sendo que M_{E_1} , M_{E_2} e M_{E_3} dados por:

$$M_{E_1} = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 156 & 22L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M_{E_2} = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -13L & 0 & 0 & -3L^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$M_{E_3} = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

A segunda matriz do primeiro termo da equação 18 representa a influência do efeito secundário de inércia rotacional do elemento de eixo, sendo que M_{SE_1} , M_{SE_2} e M_{SE_3} dados por:

$$M_{SE_1} = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$M_{SE_2} = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & -L^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$M_{SE_3} = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

O terceiro termo da equação 18 é o efeito giroscópio do elemento eixo, sendo que G_{E_1} , G_{E_2} e G_{E_3} são:

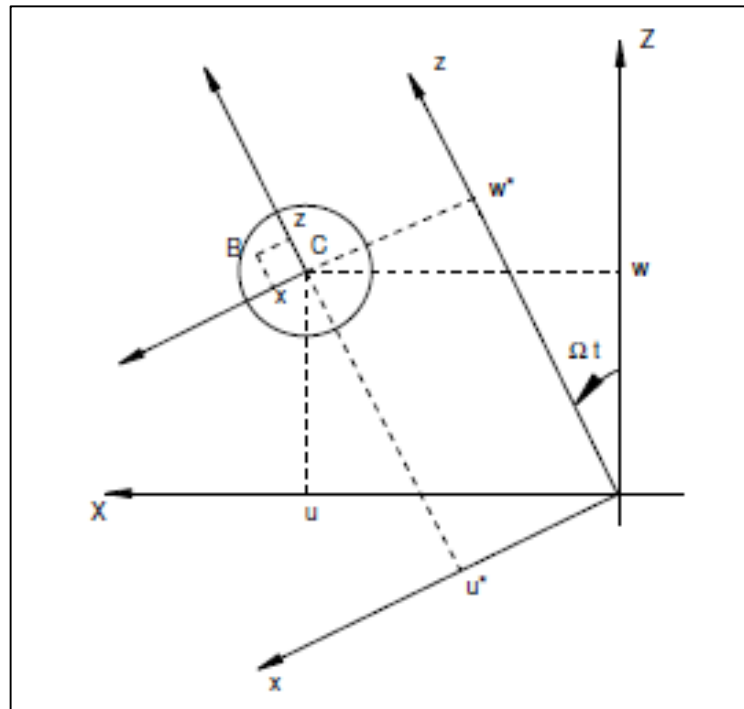
$$G_{E_1} = \frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$G_{E_2} = \frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & 36 & -3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & -3L \\ -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$G_{E_3} = \frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & 3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & 3L \\ -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

A figura a seguir mostra o deslocamento de um ponto arbitrário B da viga em relação ao centro geométrico C . Os pares (u, w) e (u^*, w^*) representam as coordenadas do centro geométrico em relação aos eixos inercial e móvel, respectivamente.

Figura 4 - Coordenadas inerciais e móveis do centro geométrico C e coordenadas móveis do ponto arbitrário no eixo.



Fonte: Fernandes Junior (2011).

Segundo Lalanne e Ferraris (1990), a deformação longitudinal do ponto B pode ser representada quando considerado os termos de segunda ordem por:

$$\varepsilon(t) = -x(t) \frac{\partial^2 u^*(t)}{\partial y^2(t)} - z(t) \frac{\partial^2 w^*(t)}{\partial y^2(t)} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*(t)}{\partial y(t)} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*(t)}{\partial y(t)} \right)^2 \quad (28)$$

ou

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_{nl} \quad (29)$$

onde ε_1 contém os termos lineares e ε_{nl} os termos não lineares. E energia de deformação do elemento de eixo devida à flexão pode ser calculada através seguinte equação:

$$U(t) = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^t(t) \sigma(t) d\tau = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^t(t) E \varepsilon(t) d\tau \quad (30)$$

onde ε é a deformação longitudinal específica devido à tensão aplicada σ , τ é o volume do elemento e E é o módulo de elasticidade do material.

Mantendo-se as simplificações geométricas consideradas anteriormente e desconsiderando os termos de segunda ordem, obtém-se:

$$U_1(t) = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*(t)}{\partial y^2(t)} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*(t)}{\partial y^2(t)} \right)^2 \right] dy(t) \quad (31)$$

sendo I_z e I_x os momentos de inércia da área da seção transversal em relação aos eixos z e x do sistema de coordenadas móvel, respectivamente.

A deformação elástica do eixo devido à aplicação de uma força axial F_0 adiciona uma segunda contribuição para a energia potencial, dada por

$$U_2(t) = \int_0^L \left[\frac{F_0}{S} \varepsilon \right] d\tau = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*(t)}{\partial y(t)} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*(t)}{\partial y(t)} \right)^2 \right] dy(t) \quad (32)$$

A energia combinada de deformação é:

$$U_s = U_1 + U_2 \quad (33)$$

É necessário expressar a energia de deformação como função de u e w como visto na energia cinética do eixo e nos outros elementos. Para isso utiliza-se uma matriz de transformação de coordenadas que realiza a mudança para a base R_0 (vide Figura 4).

$$\begin{bmatrix} u(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^*(t) \\ w^*(t) \end{bmatrix} \quad (34)$$

Finalmente a energia total de deformação pode ser expressa, simplificando os termos para um eixo simétrico ($I_x=I_z=I$), dado por:

$$\begin{aligned} U_E(t) = & \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u(t)}{\partial y^2(t)} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w(t)}{\partial y^2(t)} \right)^2 \right] dy(t) + \\ & + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u(t)}{\partial y(t)} \right)^2 + \left(\frac{\partial w(t)}{\partial y(t)} \right)^2 \right] dy(t) \end{aligned} \quad (35)$$

Substituindo as funções de deslocamento das equações 15 e 16 na equação 35 e após integração tem-se:

$$U_E(t) = \frac{1}{2} \left[\partial q_x^t(t) K_{E1} \partial q_x(t) + \partial q_z^t(t) K_{E2} \partial q_z(t) + \right. \\ \left. + \partial q_x^t(t) K_{E3} \partial q_x(t) + \partial q_z^t(t) K_{E4} \partial q_z(t) \right] \quad (36)$$

Expressando em coordenadas globais, dada pela equação 3, a equação 36 se torna:

$$U_E(t) = \frac{1}{2} \left[\partial q^t(t) (K_{E1} + K_{E2}) \partial q(t) + \partial q^t(t) (K_{E3} + K_{E4}) \partial q_e(t) \right] \quad (37)$$

As matrizes K_{E1} e K_{E2} são as matrizes de rigidez clássicas e K_{E3} e K_{E4} são as matrizes de rigidez devido à aplicação da força axial no eixo. Lalanne e Ferraris (1990) consideram o efeito de cisalhamento através do coeficiente α_c , dado por:

$$\alpha_c = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (38)$$

onde S_r é a área reduzida da seção transversal, que neste caso é considerada inalterada em relação à seção transversal S , e G o módulo de cisalhamento, dado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (39)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson do material. A matriz de rigidez clássica elementar K_C é obtida de K_{E1} e K_{E2} e a matriz de rigidez elementar devido à aplicação da força axial K_F é obtida de K_{E3} e K_{E4} .

Aplicando a Equação de Euler-Lagrange na equação 37 a matriz clássica de rigidez é expressa por:

$$K_C = \frac{EI}{(1+\alpha_c)L^3} \begin{bmatrix} K_{C_1} & K_{C_2} \\ K_{C_2}^T & K_{C_3} \end{bmatrix} \quad (40)$$

onde

$$K_{C_1} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+\alpha_c)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+\alpha_c)L^2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$K_{C_2} = \begin{bmatrix} -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & -6L & (2+\alpha_c)L^2 & 0 \\ 6L & 0 & 0 & (2+\alpha_c)L^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$K_{C_3} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & -6L & (4 + \alpha_c)L^2 & 0 \\ 6L & 0 & 0 & (4 + \alpha_c)L^2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Da mesma forma matriz K_F é expressa por

$$K_F = \frac{F_0}{30L} \begin{bmatrix} K_{F_1} & K_{F_2} \\ K_{F_2} & K_{F_3} \end{bmatrix} \quad (44)$$

onde

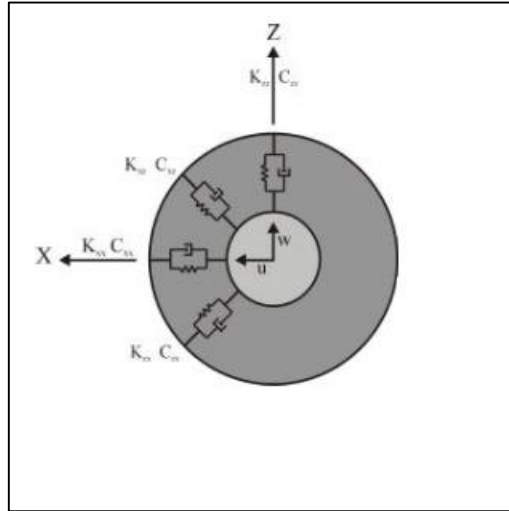
$$K_{11} = \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$K_{F_2} = \begin{bmatrix} -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & -L^2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$K_{F_3} = \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

4.1.3 Modelo de mancais e rolamentos

A rigidez e amortecimento de mancais e rolamentos são assumidos desconhecidos, e a influência da flexão pode ser negligenciada. A figura abaixo mostra o modelo usado para representar mancais ou rolamentos

Figura 5 - Modelo de rigidez e amortecimento em mancais.

Fonte: Lemos (2004).

O trabalho virtual das forças atuantes no eixo podem ser escritas a partir da energia potencial elástica como:

$$\begin{aligned} \delta W = & -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w \\ & -c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \end{aligned} \quad (48)$$

ou

$$\delta W = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (49)$$

sendo F_u a componente de força horizontal e F_w a componente de força vertical atuantes no mancal

A partir das equações 48 e 49 obtém-se a equação abaixo, onde o primeiro termo representa a matriz de rigidez e o segundo termo a matriz de amortecimento. Essas matrizes geralmente são assimétricas (k_{xz} é diferente de k_{zx}) e esses termos podem variar significativamente com a rotação do sistema.

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Em algumas aplicações pode-se ainda aplicar uma outra simplificação, fazendo com que os termos cruzados (k_{xz} por exemplo) sejam iguais a zero. Essa simplificação facilita a obtenção dos valores de rigidez e amortecimento, já que estes são desconhecidos a priori.

4.1.4 Modelo de engrenamento

O par engrenado é substituído por um modelo de rigidez e amortecimento equivalentes na direção de z (vide figura 3). O modelo de engrenamento utilizado foi baseado no apresentado por Chen e Shao (2011).

A energia de flexão, cisalhamento e compressão axial armazenada em um dente de engrenagem pode ser representado por Yang e Lin (2001), Tian (2004):

$$U_{bb} = \frac{F^2}{2K_b} \quad (51)$$

$$U_{ss} = \frac{F^2}{2K_s} \quad (52)$$

$$U_{aa} = \frac{F^2}{2K_a} \quad (53)$$

sendo K_b , K_s , K_a as rigidezes de flexão, cisalhamento e compressão axial respectivamente. A energia potencial armazenada em um engrenamento pode ser expressa segundo Tian (2004), Siyan et al. (2008), Yang e Lin (2001):

$$U_b = \int_0^d \frac{M^2}{2EI_x} dx \quad (54)$$

$$U_s = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (55)$$

$$U_a = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EI_x} dx \quad (56)$$

sendo U_b , U_s , U_a as energias potenciais a deformação de flexão, cisalhamento e axial, todas obtidas através da atuação da força transmitida no engrenamento F . A decomposição dessa força resulta em:

$$F_b = F \cos \alpha_1 \quad (57)$$

$$F_a = F \sin \alpha_1 \quad (58)$$

$$M = F_b x - F_a h \quad (59)$$

A partir das equações (51) a (59) pode obter que as rigidezes de engrenamento de flexão, cisalhamento e compressão axial que são respectivamente:

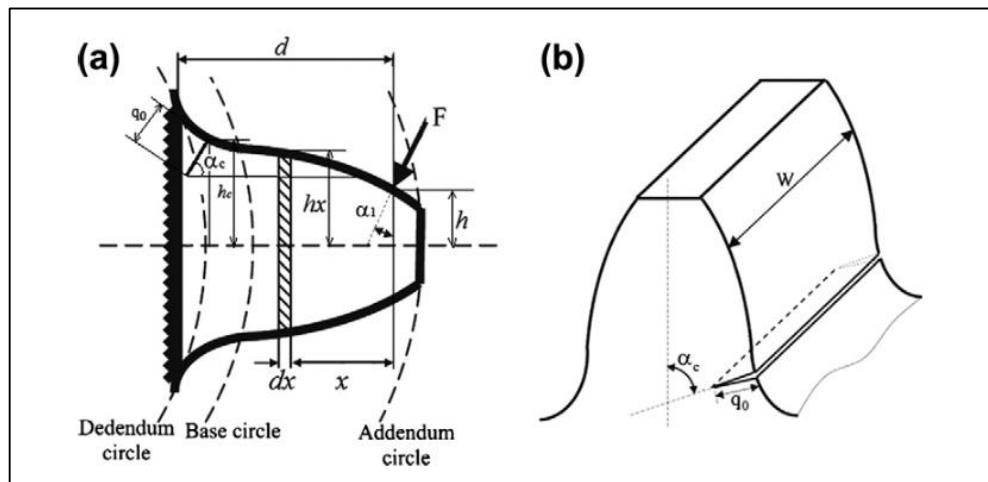
$$\frac{1}{K_b} = \int_0^d \frac{(x \cos \alpha_1 - h \sin \alpha_1)^2}{EI_x} dx \quad (60)$$

$$\frac{1}{K_s} = \int_0^d \frac{1.2 \cos^2 \alpha_1}{GA_x} dx \quad (61)$$

$$\frac{1}{K_a} = \int_0^d \frac{\sin^2 \alpha_1}{EA_x} dx \quad (62)$$

os parâmetros h , x , dx , α_1 podem ser vistos na Fig. 6a, G é o módulo de cisalhamento dado pela eq. 34.

Figura 6 - Modelo para obtenção de rigidez considerando o dente uma viga não uniforme.



Fonte: Chen e Shao (2011).

O momento de inércia I_x e a área A_x são funções de x como pode ser visto nas Figura 6a, e podem ser obtidos por:

$$I_x = \begin{cases} \frac{1}{12}(h_x + h_x)^3 W, h_x \leq h_q \\ \frac{1}{12}(h_x + h_q)^3 W, h_x > h_q \end{cases} \quad (63)$$

$$A_x = \begin{cases} (h_x + h_x)W, h_x \leq h_q \\ (h_x + h_q)W, h_x > h_q \end{cases} \quad (64)$$

$$h_q = h_c - q_0 \sin \alpha_c \quad (65)$$

Onde q_0 e α_c são a profundidade e o ângulo da trinca, respectivamente como pode ser visto na Figura 6b, h_x representa a distância entre um ponto e a linha central do dente, é neste ponto encontra-se na curva de perfil do dente que será discutido nos próximos tópicos

A rigidez de deformação da base do dente é calculada baseada na teoria de Muskhelishvili (1975) citado por Chen e Shao (2011), onde a rigidez é dada por:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{\delta_f}{F} \quad (66)$$

sendo F a força transmitida no engrenamento e δ_f e a deformação da base do dente.

A partir dos resultados de Yang Su (1984), a rigidez de contato Hertziano de um par de engrenagens é constante ao longo da linha de ação. A rigidez de contato Hertziano K_h é dada por:

$$\frac{1}{K_h} = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E W} \quad (67)$$

A rigidez total equivalente de um par engrenado é obtida por:

$$K_e = 1 / \left(\frac{1}{K_{b1}} + \frac{1}{K_{s1}} + \frac{1}{K_{a1}} + \frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{b2}} + \frac{1}{K_{s2}} + \frac{1}{K_{a2}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_h} \right) \quad (68)$$

Os índices 1 e 2 indicam os valores calculados para a engrenagem motora e movida respectivamente. A matriz resultante de rigidez de engrenamento é dado por:

$$K_{ET} = \begin{bmatrix} K_e & -K_e \\ -K_e & K_e \end{bmatrix} \quad (69)$$

As engrenagens então são modeladas como discos, suas matrizes de massa e giroscópica são respectivamente:

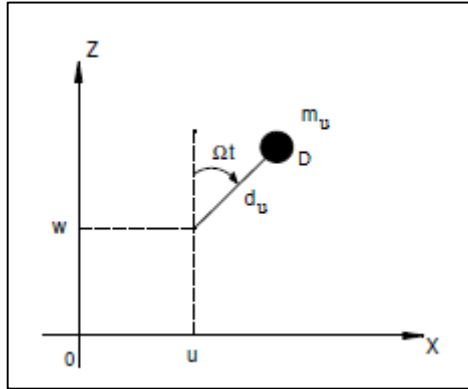
$$M_E = \begin{bmatrix} m_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{E_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{E_x} \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{E_y} \\ 0 & 0 & I_{E_y} & 0 \end{bmatrix} \quad (71)$$

4.1.5 Massa desbalanceada

As forças de desbalanceamento que agem em um sistema rotativo são produzidas por massas deslocadas do centro de rotação segundo Lalanne e Ferraris (1990). A Figura abaixo mostra uma massa m_u a uma distância d_u do centro geométrico do eixo, perpendicular ao eixo y e mantendo-se sua coordenada constante ao longo do mesmo.

Figura 7 – Massa de Desbalanceamento.



Fonte: Fernandes Junior (2011).

O deslocamento da massa m_u em R_0 é dado por

$$\overline{OD}_{R_0}(t) = \begin{bmatrix} u(t) + d_u \sin(\Omega t) \\ cte \\ w(t) + d_u \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (72)$$

Derivando a equação 72 em relação ao tempo, tem-se a velocidade da massa m em R_0 .

$$\frac{d\overline{OD}_{R_0}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u}(t) + d_u \Omega \cos(\Omega t) \\ 0 \\ \dot{w}(t) - d_u \Omega \sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (73)$$

Desta forma, a energia cinética da massa m é

$$T_m(t) = \frac{m_u}{2} \left(\dot{u}^2(t) + \dot{w}^2(t) + \Omega^2 d_u^2 + 2\Omega d_u \dot{u}(t) \cos(\Omega t) - 2\Omega d_u \dot{w}(t) \sin(\Omega t) \right) \quad (74)$$

A expressão 74 pode ser simplificada omitindo-se os termos invariantes no tempo e considerando que a massa m_u é muito menor que a massa do rotor. A expressão da energia cinética da massa desbalanceada é obtida a partir da equação resultante, com a aplicação da equação de Euler-Lagrange (Equação 1).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_m(t)}{\partial \dot{q}_{in}(t)} \right) - \frac{\partial T_m(t)}{\partial q_{in}(t)} = -m_u d_u \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (75)$$

sendo o vetor de translação do ponto nodal dado por

$$q_{in} = [u(t) \quad w(t)]^T \quad (76)$$

Para uma massa desbalanceada situada em uma posição angular α em $t=0s$, o vetor de excitações generalizadas do sistema é:

$$F_q = \begin{bmatrix} f_u(t) \\ f_w(t) \end{bmatrix} = -m_u d_u \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) + \alpha \\ \cos(\Omega t) + \alpha \end{bmatrix} \quad (77)$$

4.1.6 Modelo global de sistemas rotativos

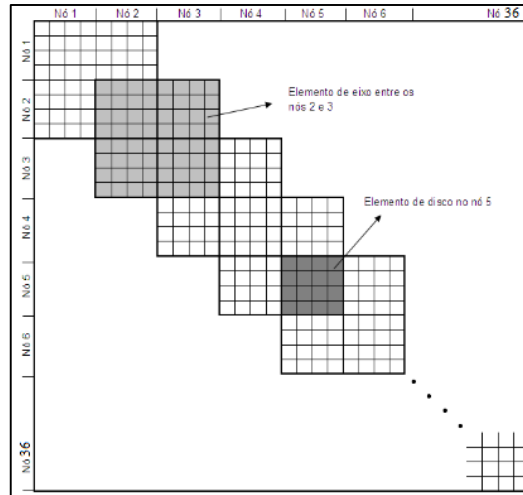
A partir do conhecimento das matrizes de massa e de rigidez de cada componente do sistema, pode-se determinar o modelo global. As matrizes de amortecimento estrutural do eixo são obtidas da seguinte forma:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (78)$$

sendo M , K as matrizes de massa e rigidez respectivamente, α , β são os coeficientes de amortecimento proporcional.

A montagem das matrizes de massa, inercia, rigidez, amortecimento e efeito giroscópico globais são feitas seguindo o esquema:

Figura 8 - Esquema para montagem das matrizes globais.



Fonte: Castro (2007).

Para o modelo global ainda somam –se as matrizes de inercia e massa, resultando em apenas uma única matriz, as matrizes de amortecimento e efeito giroscópico são somadas seguindo a equação:

$$C_a = C + \Omega G \quad (79)$$

onde C é a matriz de amortecimento global, Ω é a rotação do eixo e G a matriz de efeito giroscópio. Os componentes são adicionados somando-se suas contribuições nos nós que estes estão localizados, a matriz de massa da engrenagem, de rigidez e de amortecimento são somadas levando em consideração os nós a que pertencem, assim acontece para todos os componentes como mancais, discos etc.

4.2 MODELO EM COORDENADAS NODAIS

Coordenadas nodais são um meio de descrever sistemas em função do deslocamento, velocidade e aceleração dos pontos nodais. Em um sistema discretizado esses pontos nodais são representados pelos nós que conectam diferentes elementos. Assim o sistema contínuo é descrito como um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem. As equações resultantes do modelo global apresentam a seguinte forma:

$$M\ddot{q}(t) + C_a\dot{q}(t) + Kq(t) = B_0u(t) \quad (80)$$

$$y_a = C_{oq}q + C_{ov}\dot{q} \quad (81)$$

onde $\ddot{q}(t)$ representa o vetor de acelerações nodais, $\dot{q}(t)$ o vetor de velocidades nodais e $q(t)$ o vetor de deslocamentos nodais. A matriz M representa a massa global do sistema discretizado, desse mesmo modo a matriz K representa a rigidez global, ambas as matrizes são obtidas através da abordagem dos elementos finitos, C_a representa o amortecimento do sistema. As matrizes C_{oq} e C_{ov} representam as matrizes de saídas para deslocamentos e para velocidades, respectivamente.

Com uma mudança nas variáveis do problema pode se reescrever as equações 80 e 81 através da metodologia dos espaços de estado, onde uma equação ordinária de segunda ordem pode ser transformada em duas equações ordinárias de primeira ordem. Assim assumindo que:

$$x_1(t) = q(t) \quad (82)$$

$$x_2(t) = \dot{q}(t) \quad (83)$$

E a equação resultante dessa transformação é dada por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (84)$$

$$y = Cx(t) + Du \quad (85)$$

onde A representa a matriz dinâmica na representação do sistema no espaço de estado, a matriz B_0 é a matriz de entrada, C representa a matriz de saída e D a matriz de passagem direta entrada saída. Essas matrizes são obtidas através das equações 83 a 85.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_a \end{bmatrix} \quad (86)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_0 \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$C = [C_{oq} \quad C_{ov}] \quad (88)$$

$$D = [0]_{n \times m} \quad (89)$$

4.3 MODELO EM COORDENADAS MODAIS

Na abordagem em coordenadas nodais os estados são dependentes, ou seja, as equações são acopladas, e ainda este tipo de representação quando associado a técnica dos elementos finitos apresentam-se em sistemas de elevada ordem. A representação em coordenadas modais frequentemente é utilizada para a representação de sistemas mecânicos, nesse tipo de representação os estados são independentes, o que facilita a redução de modelos. As equações mostram uma representação em coordenadas modais apresentada por Gawronski (2003).

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} -\xi_i w_i & w_i \\ -w_i & -\xi_i w_i \end{bmatrix} \quad (90)$$

$$B_{mi} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{mi} \end{bmatrix} \quad (91)$$

$$C_{mi} = \begin{bmatrix} \frac{c_{mqi}}{w_i} - c_{mvi} \xi_i & c_{mvi} \end{bmatrix} \quad (92)$$

onde w_i , ξ_i representam a i -ésima frequência natural e o i -ésimo fator de amortecimento modal, b_{mi} , c_{mqi} , c_{mvi} são a matriz de entrada modal, matriz de saída modal para o deslocamento e matriz de saída modal para a velocidade respectivamente. As frequências naturais são obtidas a partir dos autovalores da matriz dinâmica A em coordenadas nodais, os fatores de amortecimento modais são obtidos a partir de uma transformação na base da matriz de amortecimento nodal feita através dos auto vetores da matriz A , resultando em uma matriz diagonal.

A montagem global das matrizes em coordenadas modais segue o esquema apresentado na figura abaixo. As montagem das matrizes B_m , C_m globais seguem o mesmo raciocínio.

Figura 9 - Esquema para montagem das matrizes globais modais

$$A_m = \text{diag}(A_{mi}) = \begin{bmatrix} \times & \times & | & 0 & 0 & | & \dots & \dots & | & 0 & 0 \\ \times & \times & | & 0 & 0 & | & \dots & \dots & | & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & | & \times & \times & | & \dots & \dots & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & | & \times & \times & | & \dots & \dots & | & 0 & 0 \\ \hline \dots & \dots & | & \dots & \dots & | & \dots & \dots & | & \dots & \dots \\ \dots & \dots & | & \dots & \dots & | & \dots & \dots & | & \dots & \dots \\ \hline 0 & 0 & | & 0 & 0 & | & \dots & \dots & | & \times & \times \\ 0 & 0 & | & 0 & 0 & | & \dots & \dots & | & \times & \times \end{bmatrix}$$

Fonte: Gawronski (2003).

As funções que fazem a conversão de coordenadas nodais para coordenadas modais foram feitas por Gawronski (2003), estas utilizam o modelo apresentado nas equações 90 a 92.

4.4 REDUÇÃO DE MODELOS H_2

Redução do modelo é uma parte da análise dinâmica, tipicamente, um modelo com um grande número de graus de liberdade, como um desenvolvido por elementos finitos, causa dificuldades numéricas em simulações dinâmicas, para não falar do alto custo computacional (Gawronski, 2003). Assim um modelo reduzido deve representar as características do sistema completo, uma das técnicas mais utilizadas é a redução modal.

Nesta técnica dado um sistema em coordenadas modais, pode-se computar a importância dos modos através de normas e assim desconsiderar os modos menos importantes reduzindo o sistema. É necessário levar em consideração a localização dos sensores de velocidade e aceleração do sistema, bem como atuadores.

A redução de modelos do presente trabalho utiliza a norma H_2 , esta norma é aproximadamente a soma RMS das normas modais (Gawronski, 2003).

$$\|G\|_2 \cong \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \|G_i\|_2^2}{n}} \quad (93)$$

sendo n o número de modos e $G_i = C_{mi}(j\omega I - A_{mi})^{-1}B_{mi}$.

O erro da redução H_2 pode ser calculado por:

$$e_2 = \|G - G_r\|_2 \quad (94)$$

sendo G e G_r função transferência do modelo completo e a função transferência do modelo reduzido respectivamente. As funções utilizadas para o cálculo da norma H_2 , também foram as feitas por (Gawronski, 2003).

4.5 OBSERVADORES DE ESTADO

É importante conhecer as variáveis de estado que representam um sistema, entretanto, algumas destas são não mensuráveis. Luenberger (1966) demonstrou que os estados de um sistema dinâmico determinístico podem ser estimados a partir do conhecimento das suas entradas e das suas saídas.

Segundo Ogata (2002) há observadores que observam todas as variáveis de um sistema, independente de estas possam ou não ser medidas, este observador é chamado observador de ordem plena ou observador global, qualquer observador que estima um número menor de variáveis de estado do que a dimensão do modelo é chamado de observador de ordem reduzida. Considerando o sistema em espaço de estados no domínio discreto de tempo:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (95)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (96)$$

deseja-se obter uma estimativa do vetor de estados deste sistema, através do modelo dinâmico discreto descrito na forma:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) + Bu(k) \quad (97)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (98)$$

onde L representa a matriz de ganho do observador, $\hat{y}$ é o sinal de saída estimado e y é o sinal de saída medido, $\hat{x}$ representa os estados estimados pelo observador.

Segue ainda que a estimativa para o erro do estado é:

$$\{e(k)\} = \{\hat{x}(k)\} - \{x(k)\} \quad (99)$$

E a estimativa do erro de saída (resíduo) é dada por:

$$\{\varepsilon(k)\} = \{\hat{y}(k)\} - \{y(k)\} \quad (100)$$

4.5.1 Regulador linear quadrático

A retroação através da matriz de ganho do observador L é um sinal de correção para o modelo do processo a estimar, levando em conta a imprecisão de conhecimento do processo. Para um modelo em espaço de estados discreto deve-se obter um ganho L , tal que $u[k] = -Lx[k]$ minimiza a equação:

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} (z(k)^T Q' z(k) + u(k)^T R' u(k)) \quad (101)$$

onde Q' e R' são matrizes hermitianas positiva definidas que determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia dos sinais de controle, respectivamente (Ogata, 2002).

4.5.2 Observador global na detecção de falhas

O Observador Global é uma cópia fiel do modelo do sistema original. Assim, é possível se realizar uma comparação entre os parâmetros coletados com os parâmetros obtidos com a construção do Observador Global. Essa comparação se dá através da comparação das curvas do

comportamento dinâmico da variável medida, se alguma diferença é encontrada entre as duas pode-se concluir que o sistema real possui algum ponto onde há variação dos seus parâmetros.

Para a comparação das curvas do comportamento dinâmico, tanto no observador global como robusto utiliza-se o valor RMS (root mean square) do sinal da variável a ser medida, a partir de um sinal de resposta vibratório se pode calcular o seu valor RMS da seguinte forma:

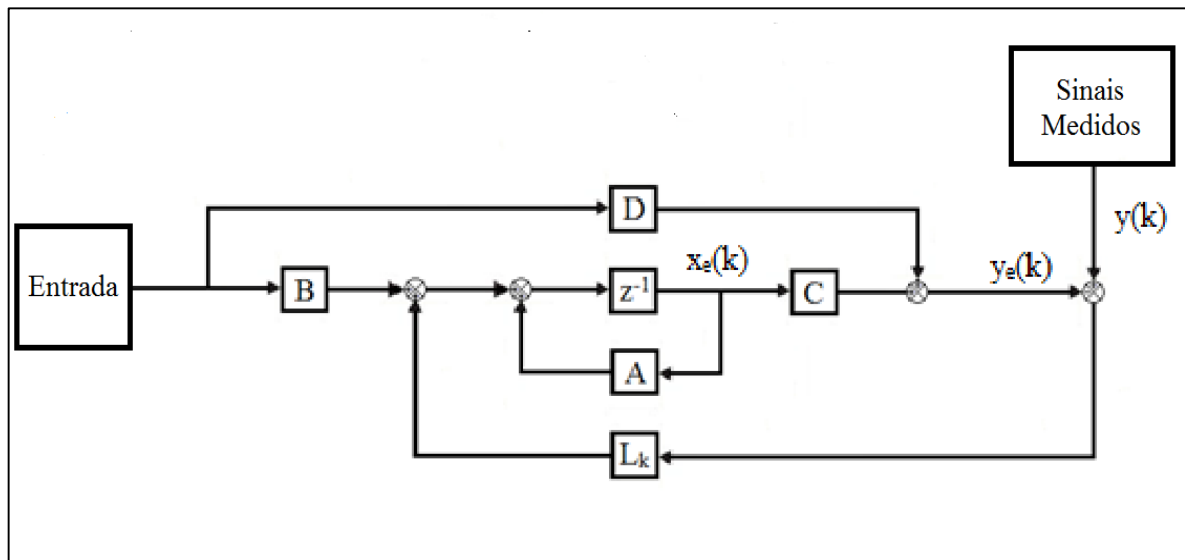
$$y_{rms} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N y_i^2} \quad (102)$$

onde y_i representa o i -ésimo termo do sinal y discreto, e N o número total de termos.

A comparação através do valor RMS do sinal leva vantagens em relação a comparação das curvas de comportamento dinâmico, pois através das curvas de comportamento é muito difícil detectar pequenas variações, e também facilita a criação de uma lógica de comparação e avaliação dos resultados.

No presente trabalho o observador global utiliza-se dos dados medidos experimentalmente para a estimação dos estados, a figura abaixo mostra o fluxograma do observador montado para a utilização dos dados experimentais.

Figura 10 – Fluxograma do observador para dados experimentais.



Fonte: Adaptado de Fernandes Junior (2011).

Com a utilização do observador de estados a comparação é feita de estado para estado em cada série de dados que foram coletados, os dados que são coletados para o sistema sem danos são utilizados para estimar os estados do sistema completo, esses estados são a base de comparação, assim as medidas subsequentes realizadas e após a passagem pelo observador,

onde se obtém novos estados, são comparados com os estados do sistema sem danos a vantagem de utilizar o observador e que não se consegue medir todos os pontos, assim com os observadores, pode-se comparar as medidas estimadas de pontos que não se conseguem medir.

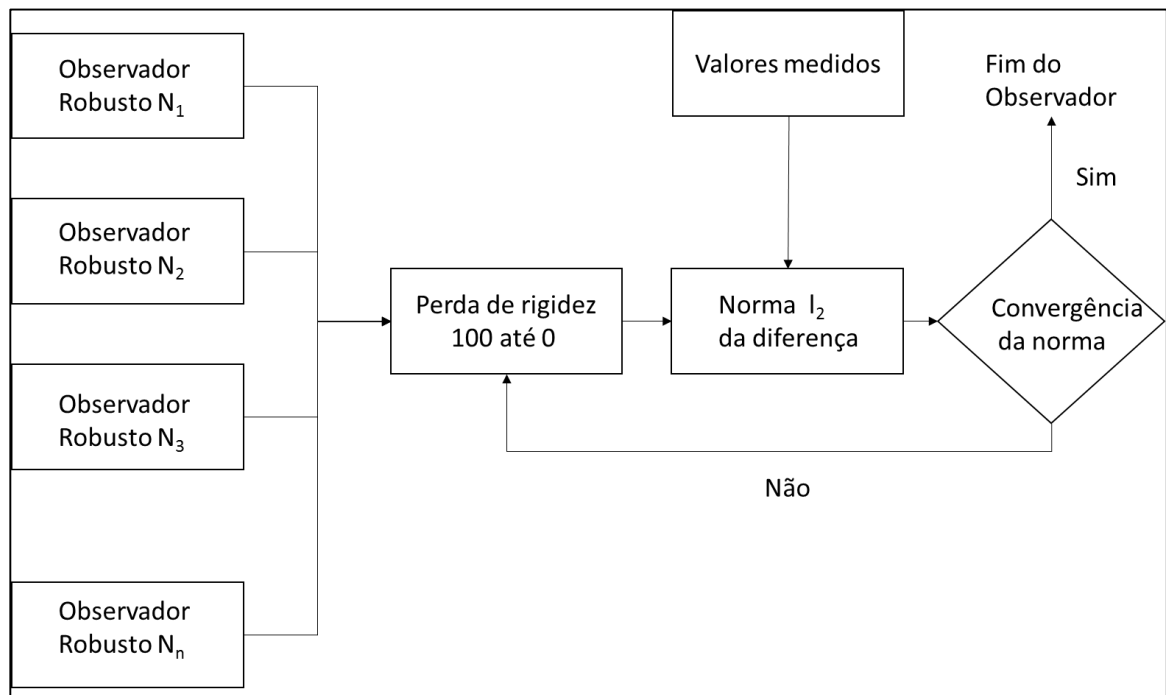
4.5.3 Observadores robustos na detecção e localização de falhas

O Observador Robusto é capaz de localizar e avaliar o parâmetro em falha, (Marano, 2002). Este provoca uma gradual variação na matriz dinâmica para cada parâmetro possível de falha (monitorado).

Assim o observador robusto varia as matrizes de massa e rigidez correspondente a cada estado do modelo encontrando uma perda de rigidez, esta perda é encontrada quando os valores RMS nas saídas do sistema apresentam-se menor que um norma de erro estipulada, quando são comparados aos valores medidos.

Para se fazer a comparação dos valores obtidos pelo observador robusto e dos sinais medidos utiliza-se uma norma l_2 da diferença dos valores RMS nos pontos onde é possível medição. Quando o observador de estado robusto acaba sua rotina analisam-se as normas obtidas para cada parâmetro em falha e determina-se a localização do dano onde a norma l_2 do erro se apresentar menor.

A busca da perda de rigidez ou massa é feita linearmente, a partir do sistema sem falha varia-se a rigidez através de um passo constante, calculando –se o valor atual RMS da saída do observador e a norma l_2 em relação aos sinais medidos. Essa busca da perda de rigidez também tem um critério implícito, onde o valor RMS atual do observador robusto for maior que o valor RMS medido a busca é encerrada, pois inicialmente está-se procurando perda de rigidez. A figura abaixo mostra um fluxograma simplificado da rotina do observador robusto.

Figura 11 - Fluxograma do Observador Robusto

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Como dito anteriormente a perda de rigidez imposta nas matrizes do sistema é feita linearmente, assim inicialmente se tem um passo de 1% de perda em rigidez para cada observador robusto.

Acompanhando –se a norma l_2 da diferença das curvas dinâmicas esta tem comportamento decrescente e a partir de um valor de perda de rigidez, esta norma volta a crescer, quando este fato acontece a rotina volta para a perda de rigidez anterior e reduz o passo em 10 vezes. Essa rotina continua até o valor da norma chegar no valor mínimo estabelecido ou se o número máximo de iterações seja alcançado.

4.6 IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS E AJUSTE DE MODELO

Quando se desenvolve uma modelagem de máquinas rotativas, o maior problema é ajustar alguns parâmetros físicos dos modelos adotados, obtendo-se assim uma maior correlação destes modelos com os dados práticos (Jacon, 2000).

No caso dos redutores em estudo, não se conhece as rigidezes e os amortecimentos dos mancais de rolamento, e ainda as forças, geradas no engrenamento e as forças de desbalanceamento residual. Os parâmetros são obtidos ajustando a partir de uma minimização

da função objetivo, o mesmo método utilizado por (Ccasa, 2000), está minimização é feita com o método híbrido utilizando um algoritmo genético e o método Quasi-Newton.

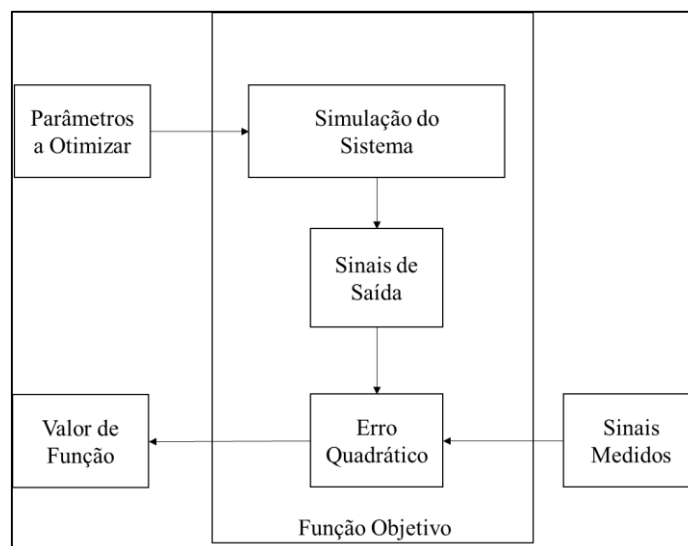
O algoritmo genético é utilizado inicialmente, assim este estima a região de mínimo da função objetivo, sem precisar de valores iniciais, os parâmetro do algoritmo genético são alterados em várias simulações para se obter os valores ótimos de população inicial, número de gerações etc. As várias simulações também atestam a convergência da função objetivo para um conjunto de valores, pois nas várias simulações a região identificada foi a mesma.

O método Quasi-Newton é utilizado para refinar a resposta, obtendo assim o melhor valor dos parâmetros a estimar.

4.6.1 Função objetivo

A função a ser minimizada, tem como entrada os parâmetros desconhecidos do sistema, suas saídas são sinais temporais simulados, estes são comparados com os valores medidos experimentalmente, são utilizados 12 pontos de medição a fim de comparar com os valores da função objetivo. A figura a seguir mostra o fluxograma da metodologia utilizada.

Figura 12 - Fluxograma para identificação de parâmetros.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O erro é calculado através da equação:

$$e_i = \sqrt{(rms_e - rms_s)^2} \quad (103)$$

onde rms_e , rms_s são os valores do sinal temporal experimental e do sinal simulado respectivamente, e e_i e o erro para um sinal medido. O valor da função objetivo é calculado pela soma de todos as parcelas de e_i .

5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM EIXO COM 32 GDL

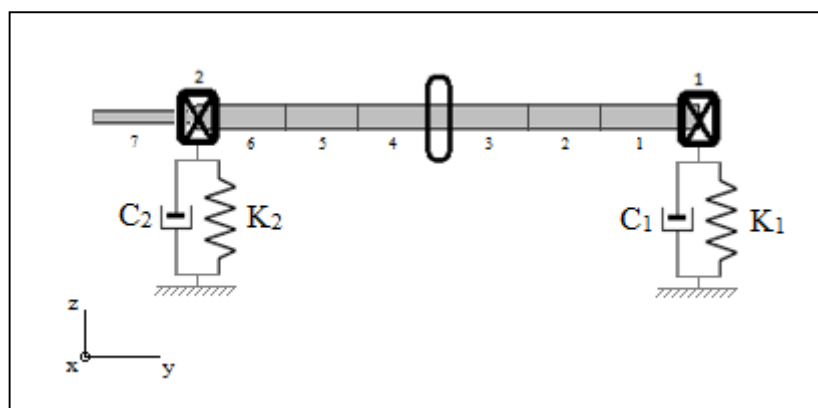
Este capítulo mostra uma aplicação numérica da metodologia para detecção de falhas, o sistema simulado é composto por um eixo, dois mancais de rolamento e um disco colocado no centro, que faz o desbalanceamento do sistema. Dois casos são simulados a fim de comprovar a eficiência da metodologia e identificar os possíveis problemas. O primeiro caso apresenta um dano no mancal 1 por meio de uma perda de rigidez de 20 % e no segundo caso apresenta um dano no mancal 2 por meio de uma perda de rigidez de 5%

Nestas simulações um dano identificado presente no sistema quando os valores estimados do observador global são diferentes dos valores coletados estimados em uma nova simulação, entretanto, deve-se considerar experimentalmente que há uma variação natural dos parâmetros, por isso vai ser utilizado para este caso experimental um abordagem estatística.

5.1 MODELO

O sistema mostrado na figura abaixo foi discretizado utilizando a técnica dos elementos finitos. Foram utilizados 7 elementos finitos totalizando 32 graus de liberdade.

Figura 13 - Modelo Simulado.



Fonte: Fernandes Junior (2011).

O modelo criado tem 4 graus de liberdade por nó, mais neste capítulo de simulação somente iremos discutir a dinâmica representada no eixo z (vide figura 13), considerando assim

que o modelo é simétrico nos eixos x e z . A tabela a seguir mostra os parâmetros utilizados para simulação.

Tabela 1 - Parâmetros do sistema rotativo simulado.

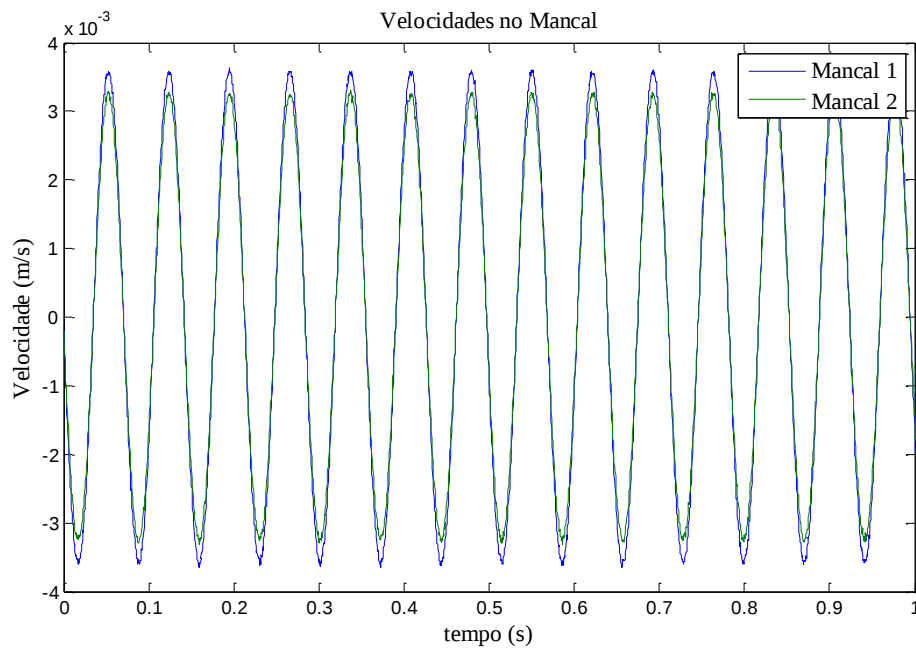
Densidade do material do eixo	$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$
Módulo de elasticidade	$E = 210 \text{ G Pa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.3$
Diâmetro dos elementos 1,2,3,4,5 e 6	$d_{1,2,3,4,5,6} = 0.0127 \text{ m}$
Diâmetro do elemento 7	$d_7 = 0.01 \text{ m}$
Comprimento dos elementos 1,2,3,4,5 e 6	$L_{1,2,3,4,5,6} = 0.0817 \text{ m}$
Comprimento do elemento 7	$L_7 = 0.116 \text{ m}$
Massa do mancal 1	$M_{m1} = 0.43 \text{ Kg}$
Massa do mancal 2	$M_{m2} = 0.4 \text{ Kg.m}^2$
Massa do disco	$M_d = 1.9 \text{ Kg.m}^2$
Momentos de inércia do disco	$I_y = 0.004843 \text{ Kg.m}^2$ $I_x = I_z = 0.002495 \text{ Kg.m}^2$
Constantes de proporcionalidade de amortecimento estrutural	$\alpha = 10^{-2}, \beta = 10^{-7}$
K1	39161.7 N/m
C1	4.5 Ns/m
K2	41540.6 N/m
C2	5.4 Ns/m

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O sistema simulado é o mesmo utilizado por Fernandes Junior (2011) experimentalmente. Com uma rotação de 820 rpm (aprox. 13.6 Hz), uma força de desbalanceamento é colocada no disco simulando uma massa de 5 gramas fora do eixo de simetria através da equação 77. São simulados dois sinais de velocidade pertencentes aos mancais 1 e 2 respectivamente, estes são

os sinais que seriam obtidos experimentalmente quando se fizer a análise experimental, são as saídas do sistema. Os sistemas simulados não apresentam ruídos, assim para uma maior veracidade do caso simulado um ruído gaussiano de ordem $1e-5$ foi inserido no sinal de velocidade dos mancais. A figura abaixo mostra os sinais de velocidade nos mancais para um regime permanente do sistema sem falha.

Figura 14 - Sinais de Velocidade Simulados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

5.2 REDUÇÃO DE MODELO

O modelo obtido através da técnica dos elementos finitos possui 32 graus de liberdade, quando faz-se a transformação desse modelo para espaços de estados (modelo nodal) o sistema apresenta 64 estados. Este sistema é considerado de ordem muito elevada, o que demanda um esforço computacional demasiado. A partir de uma segunda transformação de coordenadas, da base nodal para a base modal obtém-se um modelo semelhante onde os estados estão desacoplados uns dos outros. Fazendo -se a norma H2 considerando a posição dos sensores de velocidade que estão sobre os mancais, pode-se determinar quais modos são mais significativos. A tabela a seguir mostra os valores da norma H2 em relação ao modo de vibrar.

Tabela 2 - Norma H_2 do sistema em coordenadas modais.

Modo	Norma H_2	Modo	Norma H_2
Numero		Numero	
1	0.6577	17	0.0559
2	0.6761	18	0.6164
3	0.4706	19	0.4873
4	0.8877	20	0.2754
5	0.5875	21	0.1227
6	0.1677	22	0.4846
7	0.7050	23	0.4240
8	0.5211	24	0.3566
9	0.4918	25	0.2276
10	0.3970	26	0.4919
11	0.9312	27	0.3962
12	0.5135	28	0.4597
13	0.2638	29	0.6117
14	0.4628	30	0.5544
15	7.0554	31	0.0684
16	0.6678	32	0.2497

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com a utilização da norma H_2 reduzir-se a ordem do sistema, considerando apenas os modos que são mais representativos para os sensores de velocidade utilizados minimizando o erro do modelo reduzido. Ainda deve-se considerar aqueles modos que são representativos para os parâmetros que são passivos de falha, nesta simulação os nós relacionados ao disco central, aquele que produz o desbalanceamento. Assim onde se deseja prever falha adiciona-se um

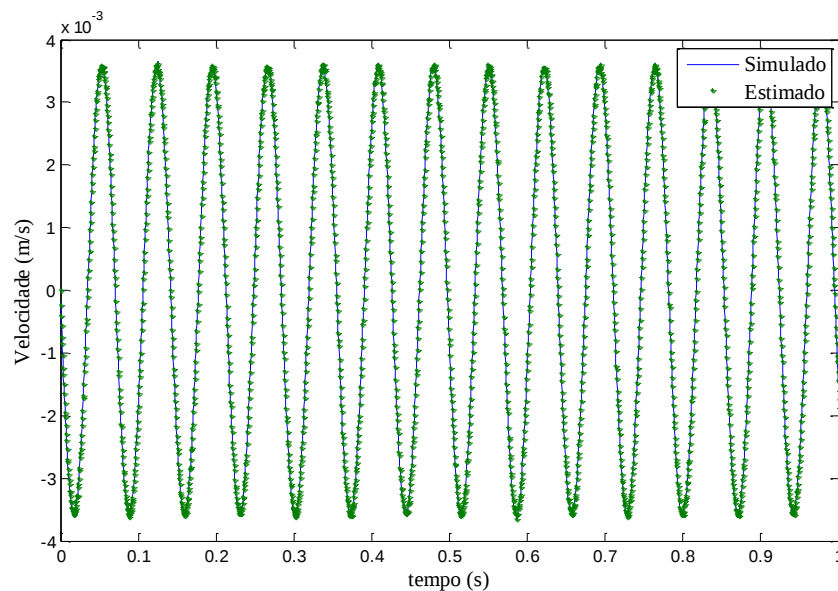
sensor de velocidade fictício para que na hora da reconstrução este seja um ponto reconstruído pelo observador com qualidade.

Após a análise da tabela 2 o sistema reduzido apresenta apenas 20 estados dos 64 que se tinha inicialmente, o que diminui o custo computacional e facilita a utilização do observador de estados. Foram selecionadas os 10 primeiros modos de vibrar para o modelo reduzido, pois com esses modos, e auxílio da tabela 2, o sistema resultante consegue representar o sistema inicial a fim de se construir o banco de observadores.

5.3 CONSTRUÇÃO DOS OBSERVADORES DE ESTADO

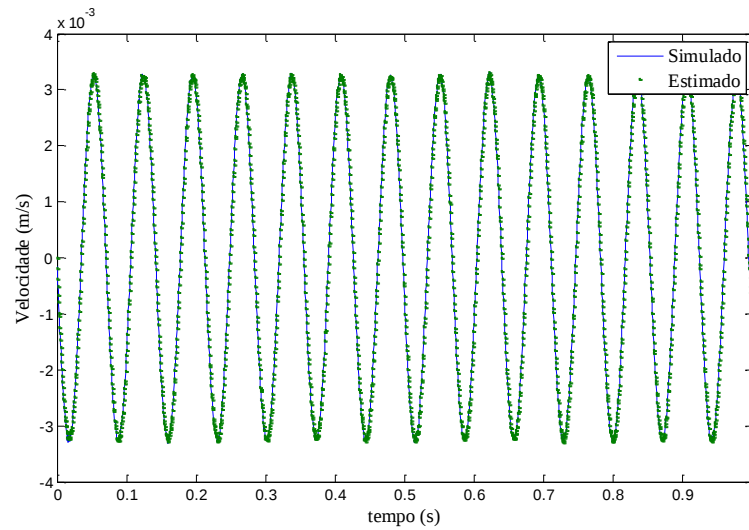
Com os sinais obtidos do modelo mostrados na figura 13 pode-se utilizar o observador de estados a fim de estimar todos os estados do sistemas (64 estados). As figuras a seguir mostram a comparação entre o sinal de saídas do sistema simulado (figura. 13) e o sinal de saídas estimado do observador de estados para os mancais 1 e 2 respectivamente.

Figura 15 - Comparação dos Sinais de saída na direção z (vertical) no mancal 1.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

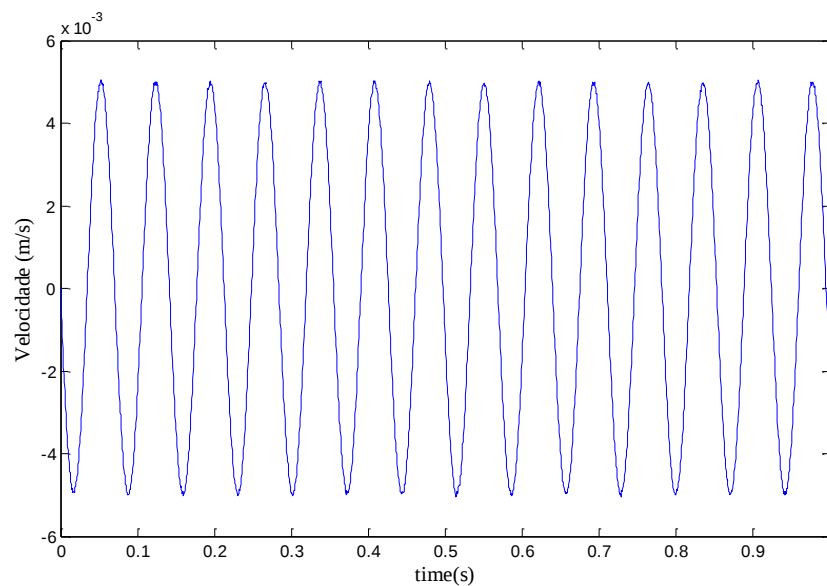
Figura 16 - Comparação dos Sinais de saída na direção z (vertical) no mancal 2.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os sinais de saída simulados são obtidos do modelo completo com 64 estados, estes sinais simulam os sinais que serão coletados experimentalmente, os sinais estimados do observador utiliza o modelo reduzido com apenas 20 estados, assim o observador é construído com coordenadas modais considerando apenas os modos escolhidos. Com o uso do observador pode estimar o valor da velocidade do disco central que é um ponto não mensurável do sistema. A figura abaixo mostra o sinal de velocidade do disco de desbalanceamento estimado pelo observador de estados.

Figura 17 - Sinal estimado de velocidade no disco na direção z.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

5.4 IDENTIFICAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS

5.4.1 Primeiro caso

Nesta simulação do sistema, é introduzido um dano no mancal 1, este mancal perde 20% de sua rigidez na direção z, os pontos de detecção de falhas são os mancais e o disco central do eixo. A tabela a seguir mostra os valores RMS do observador global e os sinais depois da introdução do dano.

Tabela 3 - Valores RMS dos sinais de velocidade no primeiro caso.

Valores RMS dos sinais de velocidade (m/s 1e-4)

Posição	Mancal 1	Disco	Mancal 2
Observador Global	25.2723182	35.2524124	22.9439613
Sem Dano			
Observador Global	33.3947852	40.94362147	24.99147476
Com Dano			
Sinais com dano	33.4107436	-	24.9803494

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir da Tabela 3 pode-se notar que há uma clara diferença entre os valores RMS nos mancais e no disco, sinalizando a presença de um dano no sistema.

O observador de estados robusto localiza e avalia o dano utilizando a metodologia criada, descrita na secção 4.5.3. A tabela abaixo mostra os valores simulados e os encontrados pelos observadores robustos a cada parâmetro.

Tabela 4 - Valores RMS obtidos do observador de estados robustos para o primeiro caso com dano.

Posição	Valores RMS (m/s 1e-4)					Norma l_2 1e-02
	Mancal 1	Disco	Mancal 2	Perda Rigidez (%)		
Robusto ao Mancal 1	33.40	38.13	23.16	21.86		1.82
Robusto ao Disco	27.50	47.11	24.97	13.28		5.90
Robusto ao Mancal 2	25.33	37.69	24.98	7.31		8.07
Sinal Medido	33.41	-	24.98	-		-

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com a análise dos dados obtidos pelo observador de estados robustos identifica-se que o parâmetro que apresenta o dano é o correspondente ao mancal 1 e sua perda foi de aproximadamente 22 %. Esta conclusão se baseia na norma l_2 apresentado pela tabela 4, esta norma é calculada a partir do vetor de erro, que é a diferença entre os valores RMS dos sinais medidos para os sinais de saída do observador robusto. A perda de rigidez é obtida variando-se a matriz dinâmica do sistema e feita linearmente como explicado anteriormente.

5.4.2 Segundo caso

O segundo caso trata do sistema que apresenta uma variação de rigidez no mancal 2, assim simula-se este mancal com uma perda de 5 % de sua rigidez, a fim de verificar se os observadores de estado são capazes de detectar o dano para valores de perda de rigidez menores.

A tabela a seguir apresenta os valores RMS dos sinais de saída do observador global do sistema sem dano e dos sinais com dano já inserida no sistema todos do eixo z (vide figura 13).

Tabela 5 - Valores RMS dos sinais de velocidade para o segundo caso.

Valores RMS dos sinais de velocidade (m/s 1e-4)			
Posição	Mancal 1	Disco	Mancal 2
Observador Global	25.27	35.25	22.94
Sinais com Dano	25.71		24.46

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Da mesma forma que no primeiro caso os valores são diferentes, assim indicando um dano no sistema, nesta simulação a maior diferença está no mancal 2. A tabela a seguir mostra os valores RMS para o observador de estados robustos.

Tabela 6 - Valores RMS obtidos do observador de estados robustos para o segundo caso com dano.

Valores RMS (m/s 1e-4)					
Posição	Mancal 1	Disco	Mancal 2	Perda Rigidez (%)	Norma l_2 1e-02
Robusto ao Mancal 1	25.71	37.57	22.96	1.53	1.50
Robusto ao Disco	25.71	39.44	23.35	3.14	1.1
Robusto ao Mancal 2	25.31	37.65	24.46	5.58	0.4
Sinal Medido	25.71		24.46	-	-

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O observador de estado robusto detectou o dano introduzida no mancal 2, mesmo está sendo proveniente de uma pequena variação de rigidez mostrando assim a sensibilidade do observador ao utilizar os valores RMS.

6 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA METODOLOGIA EM UM REDUTOR DE ENGRENAGEM

Neste tópico a metodologia proposta é aplicada em um sistema real. O sistema foi projetado para simular um redutor de engrenagens, afim de comprovar a eficiência do método de identificação e localização de falhas, e ainda identificar possíveis desvantagens e problemas na metodologia, o redutor projetado e fabricado pode ser visto na figura a seguir:

Figura 18 - Redutor Projetado para Validação.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As tabelas abaixo mostram os valores físicos para o engrenamento e para os outros componentes do redutor projetado respectivamente.

Tabela 7 - Parâmetros do Engrenamento.

	Engrenagem Motora	Engrenagem Movida
Módulo	1.75	1.75
Número Dentes	28	35
Largura [mm]	20	20
Anglo Pressão [°]	20	20
Modulo de Young [GPa]	200	200
Coeficiente de Poisson	0.29	0.29

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 8 - Parâmetros do redutor.

	Valores
Comprimento do eixo motor [m]	0.375
Comprimento do eixo movido [m]	0.305
Tipo de Mancais	P204
Motor	WEG 0,12 CV
Distância entre mancais do eixo motor [m]	0.230
Distância entre mancais do eixo movido [m]	0.142

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com as dimensões estabelecidas, e o redutor construído, o passo seguinte é a criação do modelo de engrenamento e o modelo dos outros componentes através da técnica dos elementos finitos.

6.1 MODELO

Do mesmo modo esta seção apresenta o modelo do redutor de engrenagem inicialmente para cada componente do sistema e depois faz a construção do modelo global.

6.1.1 Engrenamento

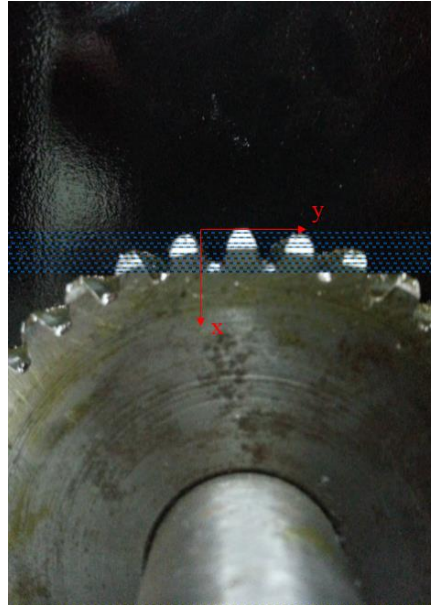
A construção do modelo de engrenamento foi obtida seguindo a metodologia da seção 4.1.4, a aplicação dessa metodologia necessita do perfil do dente no engrenamento (vide figura 6). A determinação desse perfil do dente foi obtido utilizando uma técnica de imagem.

6.1.2 Determinação do perfil das engrenagens – Técnica de imagem

Para a determinação do perfil dos dentes da engrenagem foi utilizado uma técnica de imagens, onde fotos foram tiradas das engrenagens e a partir de uma medida conhecida na imagem obtém-se a relação entre pixels e distancia real, tornando assim possível obter o perfil

do dente dado pela variável h_x . As figuras a seguir mostram as fotos utilizadas para a determinação do perfil do dente na engrenagens movida e motora, respectivamente.

Figura 19 - Engrenagem Movida.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 20 - Engrenagem Motora.

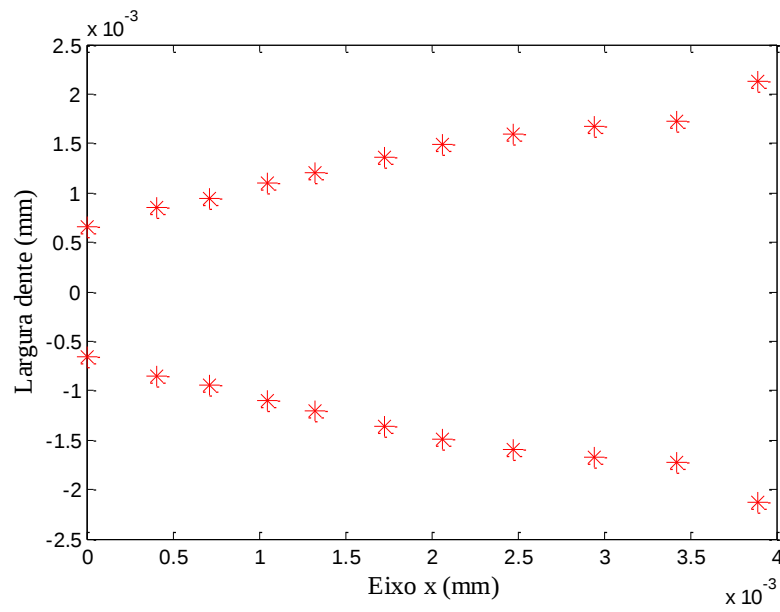


Fonte: Elaboração do próprio autor.

O software utilizado para a medida de pixels foi o Gimp[®], um *opensource*, a figura 19 mostra também a grade utilizada para a medição da largura do dente em relação ao eixo x (vide figura 6). Com os valores da largura foi possível obter o perfil h_x ; para a resolução das equações de 60 a 62 foi ajustado um curva do tipo polinomial de grau 9 aos pontos do perfil do dente

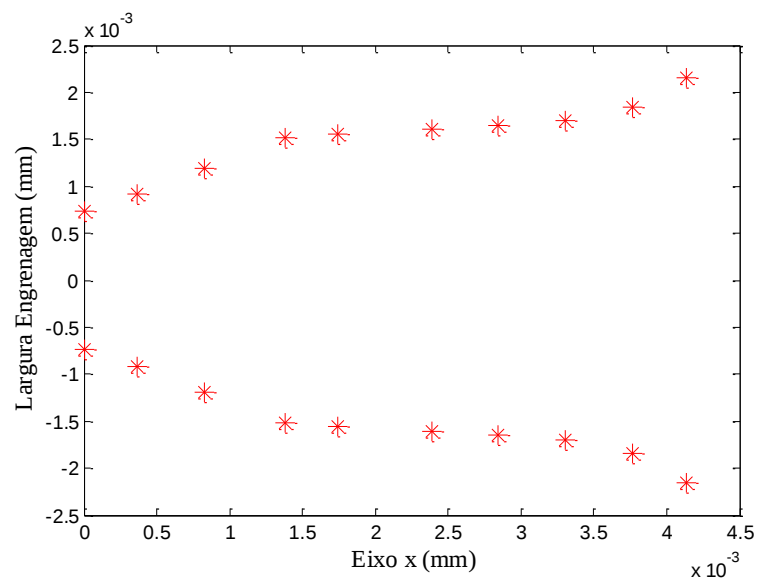
obtido, as equações são integradas numericamente utilizando as regra dos trapézios. As figuras a seguir mostram os pontos obtidos para cada engrenagem em relação ao eixo x (Vide Figura 19).

Figura 21 - Largura Engrenagem Motora.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 22 - Largura Engrenagem Movida.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

6.1.3 Cálculo da rigidez de engrenamento

A rigidez equivalente é calculada então utilizando a equação 68, a tabela a seguir mostra os valores de rigidezes encontrados para cada engrenagem, bem como a rigidez equivalente.

Tabela 9 - Rigidez de Engrenamento calculada.

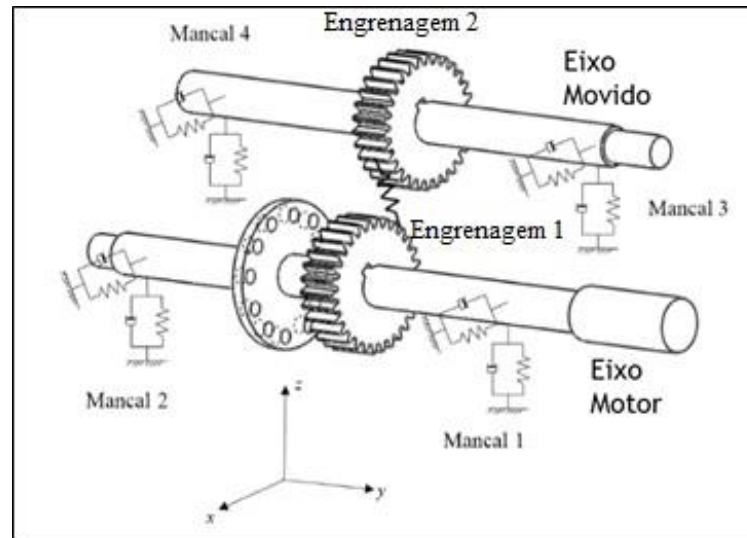
Tipo Rigidez (N/m)	Engrenagem Motora	Engrenagem Movida
Flexão K_b	$1.1227 \cdot 10^9$	$1.1023 \cdot 10^9$
Cisalhante K_s	$2.0823 \cdot 10^9$	$2.0624 \cdot 10^9$
Compressão Axial K_a	$4.9042 \cdot 10^{10}$	$4.8572 \cdot 10^{10}$
Deflexão da Raiz do Dente K_f	$3.6782 \cdot 10^8$	$2.7507 \cdot 10^8$
Contato Hertziana K_h		$3.4523 \cdot 10^9$
Equivalente Total K_e		$1.0584 \cdot 10^8$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A matriz de engrenamento é montada utilizando a rigidez equivalente, o amortecimento do engrenamento bem como os outros parâmetros que são desconhecidos são obtidos através do programa de ajuste de modelo.

6.1.4 Eixos e demais componentes

Cada eixo é discretizado utilizando a técnica de elementos finitos e estes são modelados com 11 elementos, as rigidezes e amortecimentos dos mancais são adicionados nos respectivos nós, bem como os pesos de todos os componentes, discos, mancais, engrenagens, a figura abaixo mostra o modelo equivalente do sistema real

Figura 23 - Modelo do redutor.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

As tabelas abaixo mostram os comprimentos de cada elemento finito bem como o diâmetro, de cada eixo do redutor, respectivamente.

Tabela 10 - Dimensões discretizadas do eixo motor.

Descrição	Valor (mm)
Comprimento Elemento ₁	60
Diâmetro Elemento ₁	25.56
Comprimento Elemento _{2,3}	20.5
Diâmetro Elemento _{2,3,4,5,6,7,8,9,10}	19
Comprimento Elemento _{4,5}	52.5
Comprimento Elemento _{6,7}	24
Comprimento Elemento _{8,9}	39
Comprimento Elemento ₁₀	27
Comprimento Elemento ₁₁	16.6
Diâmetro Elemento ₁₁	15

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Tabela 11 - Dimensões discretizadas do eixo movido.

Descrição	Valor (mm)
Comprimento Elemento _{1,2}	15
Diâmetro Elemento _{1,2}	15
Comprimento Elemento _{3,4}	37.5
Diâmetro Elemento _{3,4,5,6,7,8,9,10,11}	19
Comprimento Elemento _{5,6}	27.5
Comprimento Elemento _{7,8,9}	29
Comprimento Elemento _{10,11}	28.5

Fonte: Elaboração do próprio autor.

As rigidezes e amortecimento dos mancais, amortecimento do engrenamento, forças de atrito geradas no engrenamento bem como o desbalanceamento residual são obtidas através da metodologia descrita na seção 4.6, são estimados 15 parâmetros. O total de rigidezes estimadas é de 8, sendo duas por mancal.

Os amortecimentos são considerados iguais para cada eixo em determinada direção, sendo assim são 4 amortecimentos a serem estimados para os mancais, tem-se que estimar ainda o amortecimento existente no engrenamento. A tabela a seguir mostram os parâmetros utilizados no algoritmo genético na busca dos parâmetros.

Tabela 12 - Parâmetros do Algoritmo Genético.

Parâmetros	Valor
População Inicial	50
Número de Gerações	100
Elitismo	5
Crossover	0.8
Tolerância Função	10^{-09}

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Esses parâmetros foram os parâmetros ótimos obtidos a partir de teste de convergência e são os valores que mais se aproximam da região onde os parâmetros procurados estão. Foram feitas 10 simulações para garantir a convergência dos valores e obtenção dos parâmetros ótimos do algoritmo genético. A tabela a seguir mostra os valores obtidos para cada variável a ser estimada após o término do algoritmo Quasi-Newton.

Tabela 13 - Parâmetros identificados do redutor.

Parâmetro	Valor Identificado	Parâmetro	Valor Identificado
K_{1x}	$1.19 \cdot 10^{07} \text{ (N/m)}$	K_{3x}	$4.16 \cdot 10^{07} \text{ (N/m)}$
K_{1z}	$1.6 \cdot 10^{06} \text{ (N/m)}$	K_{3z}	$1.21 \cdot 10^{07} \text{ (N/m)}$
C_{1x}	$2.26 \cdot 10^{03} \text{ (N s/m)}$	C_{3x}	$3.29 \cdot 10^{03} \text{ (N s/m)}$
C_{1z}	$5.23 \cdot 10^{04} \text{ (N s/m)}$	C_{3z}	$1.68 \cdot 10^{04} \text{ (N s/m)}$
K_{2x}	$3.53 \cdot 10^{07} \text{ (N/m)}$	K_{4x}	$3.90 \cdot 10^{06} \text{ (N/m)}$
K_{2z}	$1.06 \cdot 10^{06} \text{ (N/m)}$	K_{4z}	$2.10 \cdot 10^{07} \text{ (N/m)}$
C_{2x}	$2.258 \cdot 10^{03} \text{ (N s/m)}$	C_{4x}	$3.29 \cdot 10^{03} \text{ (N s/m)}$
C_{2z}	$5.23 \cdot 10^{04} \text{ (N s/m)}$	C_{4z}	$1.68 \cdot 10^{04} \text{ (N s/m)}$
F_1	174.75 (N)	F_2	153.00 (N)
Amortecimento do Engrenamento		58.22 (N s/m)	

Fonte: Elaboração do próprio autor.

onde K_{1x} representa a rigidez do mancal 1 na direção x , K_{1z} representa a rigidez do mancal 1 na direção z e assim sucessivamente. $F_{1,2}$ é a força que atua em cada eixo.

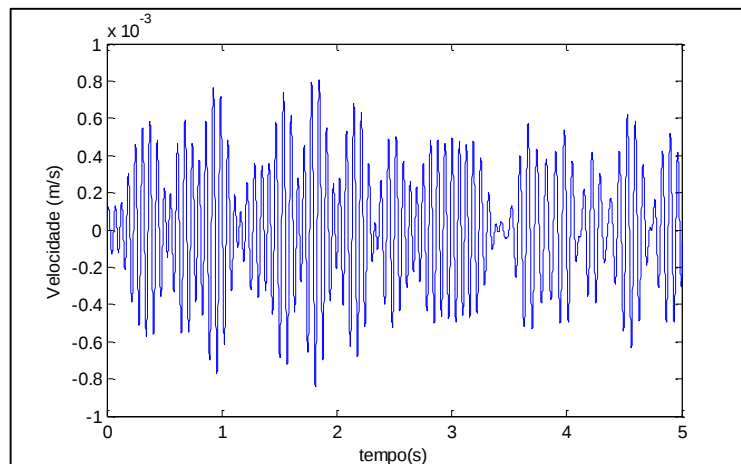
A vantagem de utilizar o algoritmo genético é porque esse método não necessita de uma estimativa inicial dos parâmetros, o que seria difícil na prática de obter, por se tratar de parâmetros de origens diferentes. O modelo é testado na construção dos observadores, entretanto, a partir dos valores pode ter algumas conclusões, o amortecimento no engrenamento utilizado por Chen e Shao (2011) foi de 67 (N s/m), muito próxima ao encontrado pelo algoritmo de busca, mesmo se tratando de pares engrenados diferentes. No eixo motor foi

colocado uma massa de 86.89 gramas a 20.1 milímetros do eixo de simetria para a realização dos experimentos, o que se pode notar na diferença das forças atuantes encontradas em cada eixo.

6.1.5 Observador de estado global

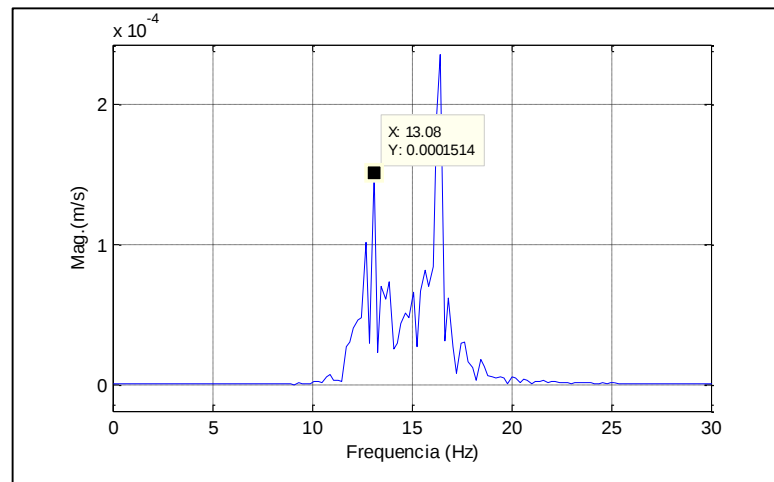
O eixo motor do redutor gira com frequência de aproximadamente 16.31 Hz (978 rpm) e os sinais de velocidade são medidos nos mancais, são coletados 4 sinais de velocidades, um para cada mancal na direção z (vide figura 23), os sinais na direção x não são utilizados, devido o modelo de rigidez de engrenamento ser apenas na direção z (vide figura 23). Esses sinais passam por um filtro com bandas de corte de 12 e 17 (Hz). Com os sinais e a construção do modelo é possível construir os observadores de estado para estimar os estados não medidos. Inicialmente foram feitas 10 series de medidas no redutor, a fim de construir o banco de observadores sem danos. As figuras abaixo mostram o sinal coletado para o mancal 2 na direção z (vide figura 23) e sua representação em frequência respectivamente para a medida número 10.

Figura 24 - Sinal medido de velocidade no eixo z para o mancal 2.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 25 - Sinal de velocidade no eixo z no mancal 2 representado no domínio da frequência.

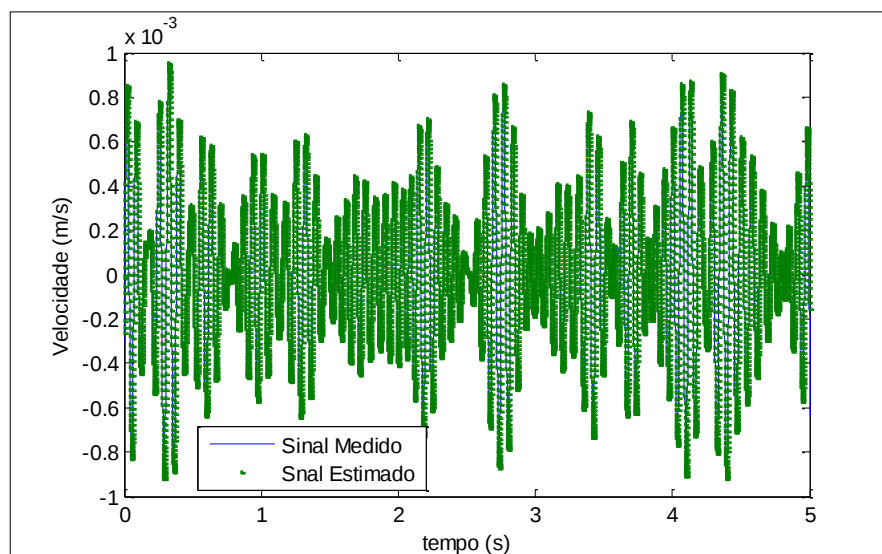


Fonte: Elaboração do próprio autor.

O sinal de velocidade medido no mancal 2 apresenta as componentes das forças atuantes nos dois eixos. O sinal mesmo filtrado apresenta ruídos, o que pode ser visto na figura 24, além das componentes de rotação de cada eixo (em destaque).

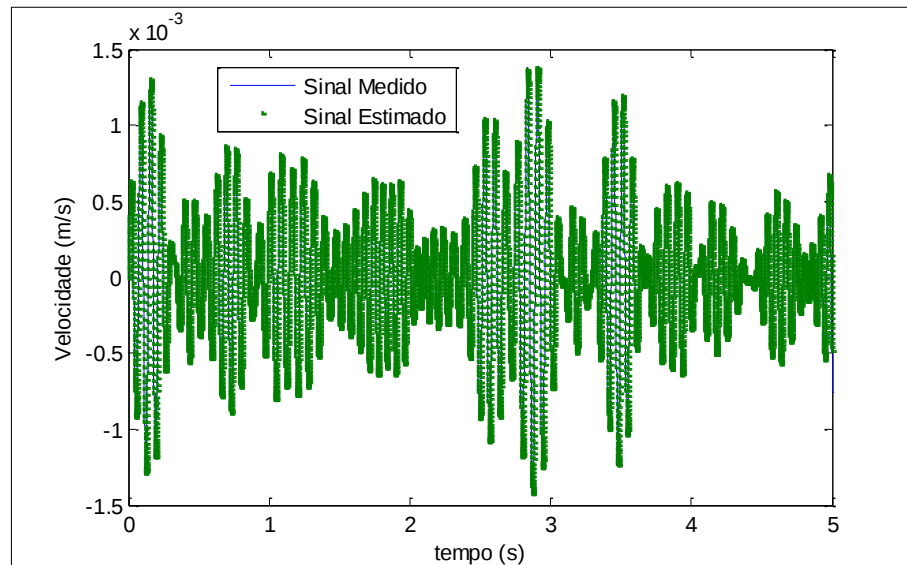
Os sinais estimados com o observador (estados), devem ser comparados com os medidos, a fim de comprovar que o observador está funcionando de acordo com o esperado, e validar o modelo construído. As figuras abaixo mostram a comparação dos estado estimado pelo observador com os valores medidos nos mancais 1 e 3 na direção z respectivamente, todos pra serie de medida número 10.

Figura 26 - Comparação entre sinal medido e estimado para o mancal 1.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

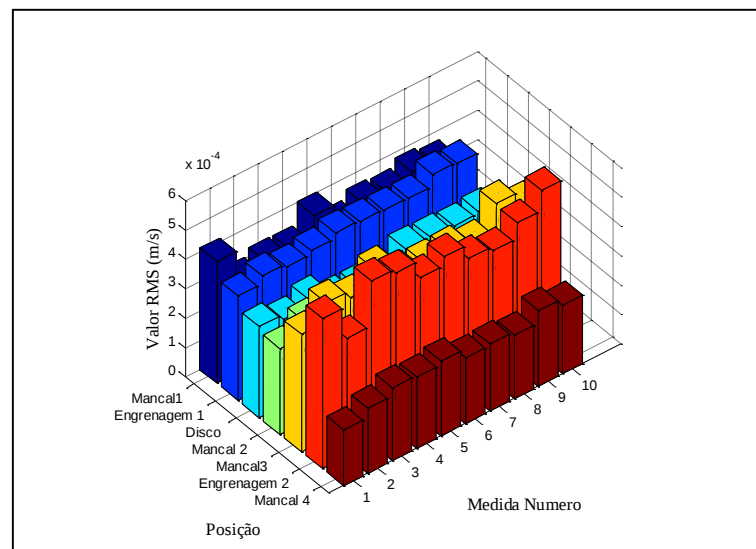
Figura 27 - Comparação entre sinal medido e estimado para o mancal 3.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir do processamento das 10 series de dados medidos, é possível obter-se os valores RMS nos pontos de interesse, sendo eles os mancais, disco e engrenagens; entretanto, o observador global estima todos os estados do sistema. A figura abaixo mostra os valores RMS em cada ponto de interesse para a série de medidas.

Figura 28 - Banco de Observadores Globais.

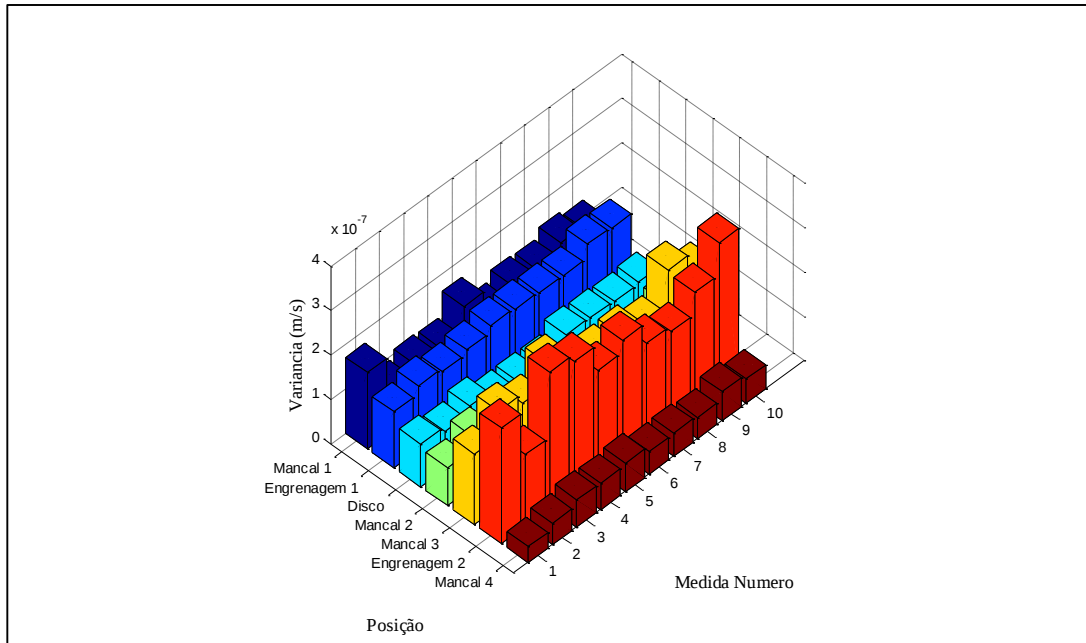


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Devido a principalmente a presença de ruídos e a variação natural dos parâmetros os valores RMS para cada componente do redutor apresenta uma variação como visto na figura

27. Essa variação dos parâmetros também pode ser vista utilizando outra métricas, como por exemplo a variância, a figura a seguir mostra a variância dos sinais de velocidade no redutor

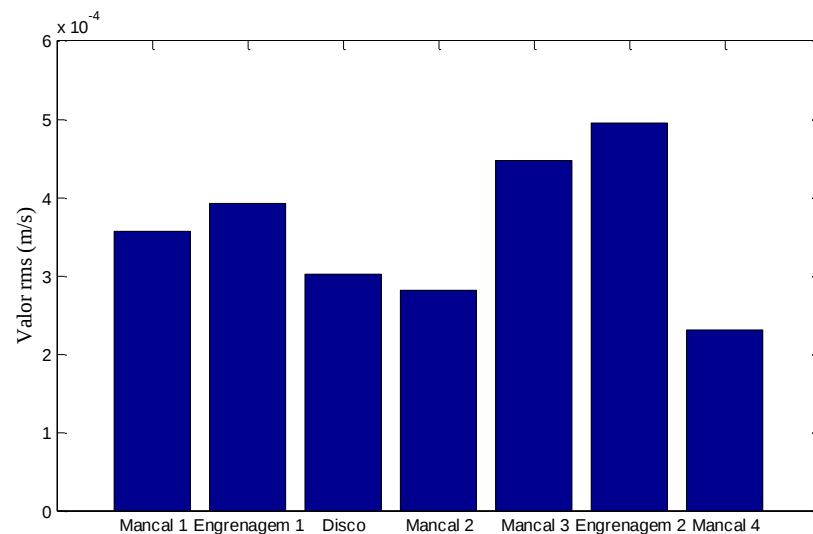
Figura 29 - Variância dos Sinais de Velocidade do Redutor



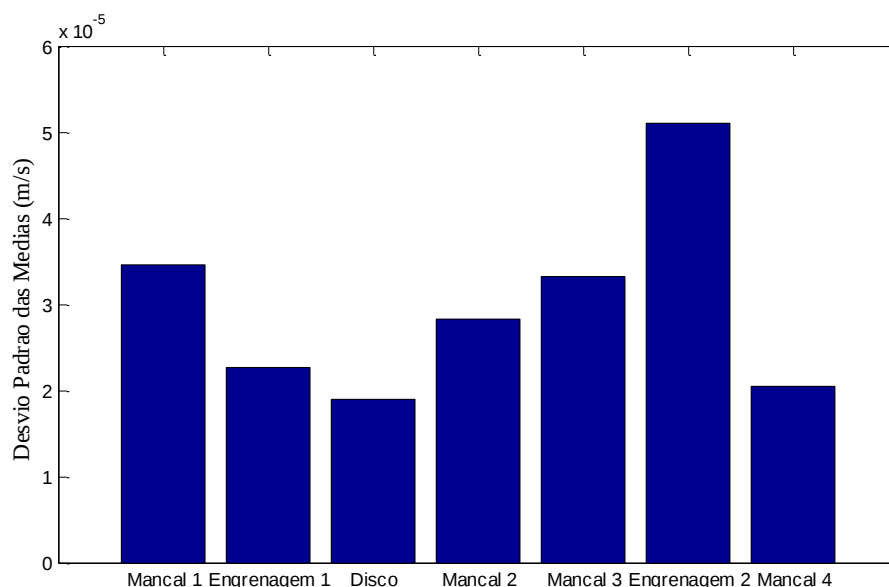
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para compensar a variação dos parâmetros do sistema e a presença de ruídos, na detecção de falhas, são utilizados as médias e seus respectivos desvios das 10 medidas coletadas para cada ponto de interesse. As figuras abaixo mostram os valores médios para cada ponto e o seus desvios respectivamente.

Figura 30 - Valores RMS médios nos pontos de interesse.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

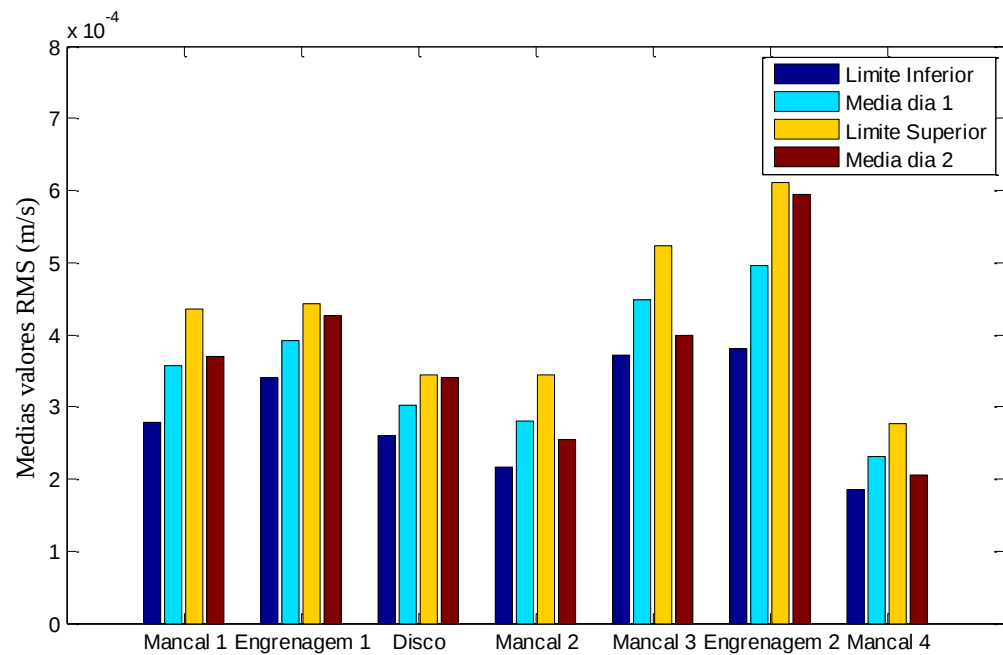
Figura 31 - Desvio padrão das medias nos pontos.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com a aplicação de uma distribuição t-student pode-se encontrar os limites que esses valores médios podem assumir sem que eles sejam associados a danos no sistema. Para uma distribuição com 10 medidas e um nível de confiança de 95%, o fator da tabela t-student é de 2,262 vezes os respectivos desvios.

Para validar essa metodologia um novo experimento foi realizado com o sistema sem a presença de dano e esses valores depois de processados e estimados pelo observador global como já explicado anteriormente são comparados com os valores do primeiro experimento. A figura abaixo mostra os limites estatísticos obtidos com primeiro experimento e os valores obtidos no segundo dia de testes.

Figura 32- Comparação dos valores processados no segundo teste com os limites estabelecidos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observando a figura 32 nota-se que nenhuma das médias encontradas no segundo dia de teste saiu fora da faixa estabelecida pela abordagem estatística. Assim esta metodologia pode ser utilizada na detecção de danos no sistema.

O próximo passo é inserir um dano no sistema e constatar se a metodologia criada consegue identificar a presença deste dano. Para isso uma trinca é provocada em um dente da engrenagem 2, a figura abaixo mostra a trinca na sua respectiva engrenagem.

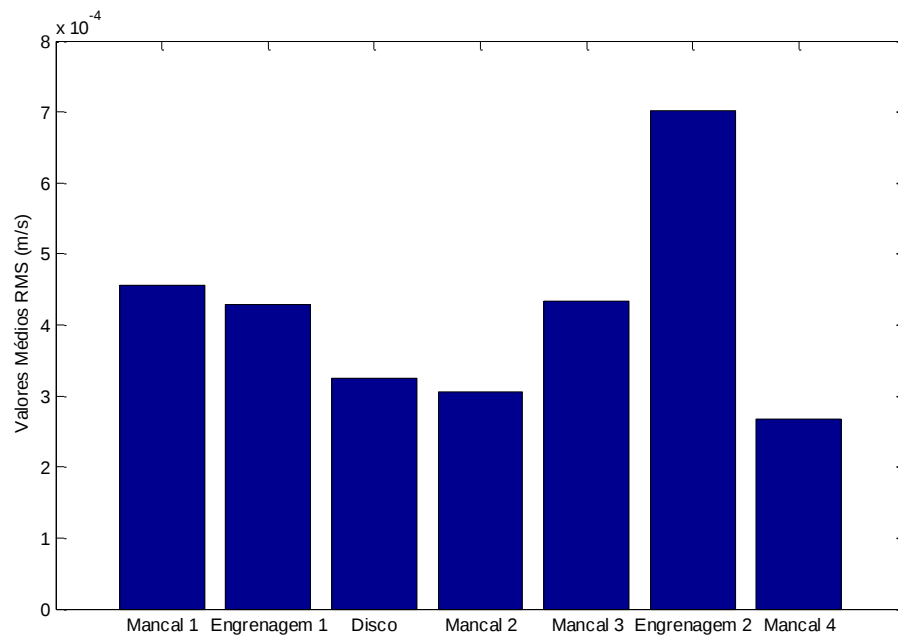
Figura 33- Dano provocado na engrenagem 2.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

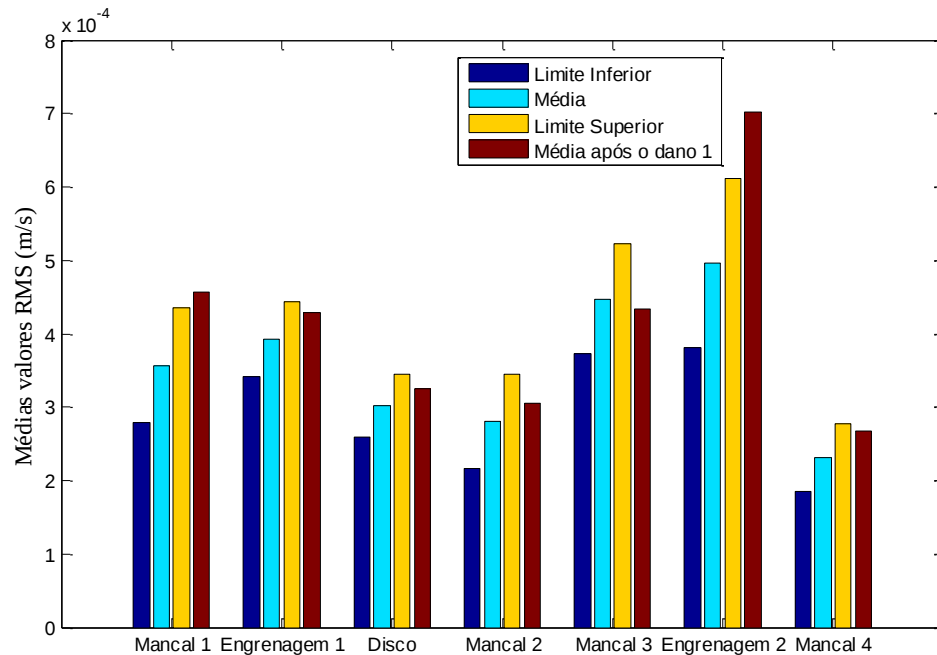
Com o sistema funcionando os sinais são coletados e passados através da metodologia para assim poder-se comparar com os dados coletados no dia 1, que são para esse estudo a nossa base de comparação. As figuras abaixo mostram os valores RMS médios encontrados pelo observador no sistema com dano e a comparação desses valores com nossa base sem falha respectivamente.

Figura 34 - Valores RMS Médio após o dano 1.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 35 - Comparação dos limites estatísticos estabelecidos com os sinais após dano.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O sistema estimado apresenta 2 pontos fora dos limites estatísticos estabelecidos com base no primeiro teste sem a presença de danos, a engrenagem 2 e no mancal 1. Assim o observador global que utiliza os dados experimentais com dano conseguiu estimar os sinais e a partir desses sinais foi possível identificar que os parâmetros do sistema se alteraram significativamente assim para esse caso indicando a presença de algum dano.

Os níveis de danos na engrenagem 2 foram aumentados a fim de estudar o comportamento do sistema no caso em que a trinca provocada aumentasse no sentido da largura da engrenagens. A figura abaixo mostram o outro nível de danos inserido na engrenagem 2.

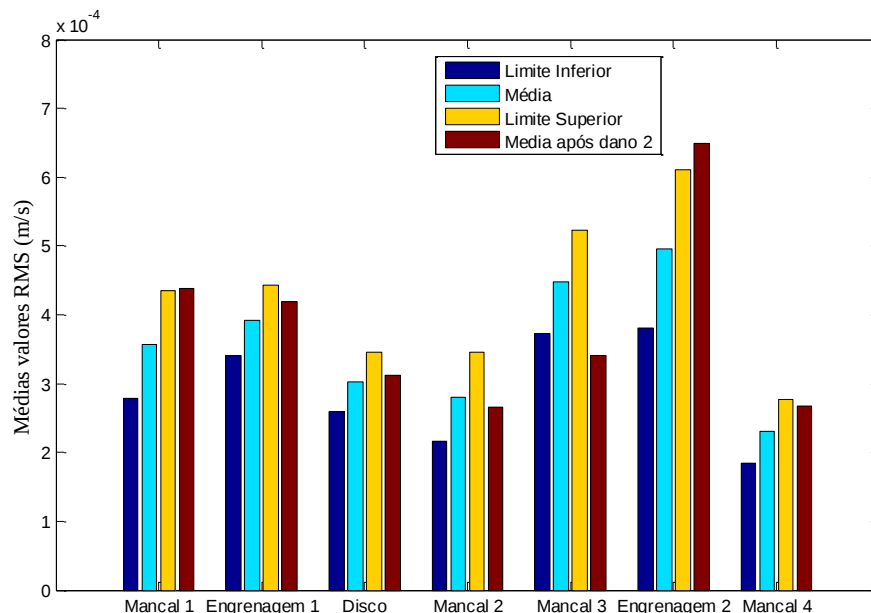
Figura 36- Nível 2 de dano provocado no sistema.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Do mesmo modo pra esse caso são coletados 10 sinais e passados pela metodologia já apresentada. As figuras abaixo mostram os danos processados pelo observador global para o novo nível de falha provocados.

Figura 36 - Comparação dos limites estabelecidos com os sinais após o dano 2.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com a interpretação dos dados é possível notar que os danos provocados realmente alteram os parâmetros do sistema, de modo que a abordagem estatística pode separar essa alteração da

variação natural dos parâmetros e do efeito do ruído. Entretanto não se pode afirmar com certeza onde está localizada a falha no sistema, pois como visto nas figuras 34 e 36 o efeito da trinca pode aparecer de maneiras variadas no sistema, e afetar diversas partes não somente onde a trinca está localizada.

6.1.6 Observador robusto

Com o dano já estabelecido a próxima etapa é localizar e quantificar os dados, ou seja, identificar o nó em que o dano está localizado ou o componente, e associar esse dano a um perda de rigidez. A tabela abaixo mostra os valores encontrados pelo observador robusto a cada parâmetro para o caso de dano 1.

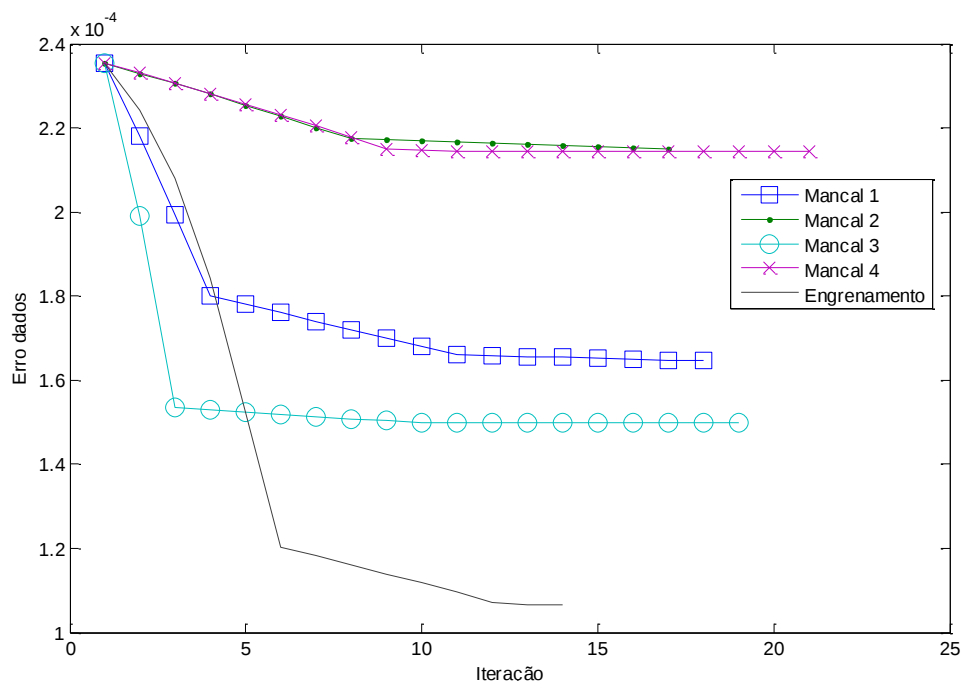
Tabela 14 - Valores encontrados pelo observador robusto.

Observador Robusto	Perda de Rigidez associada (%)	Norma l_2 do erro 10^{-4}
Mancal 1	38	1.64
Engrenamento	58	1.05
Mancal 2	8	2.15
Mancal 3	21	1.50
Mancal 4	8	2.14

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como pode-se notar pela norma de cada observador robusto, o dano está localizado no engrenamento onde esta norma do erro apresenta-se menor, e a perda de rigidez associada a esse dano é de 58 %. A figura abaixo mostra a evolução da norma l_2 para cada observador robusto em relação a iteração.

Figura 37 - Comparativo da norma l_2 para cada observador robusto.



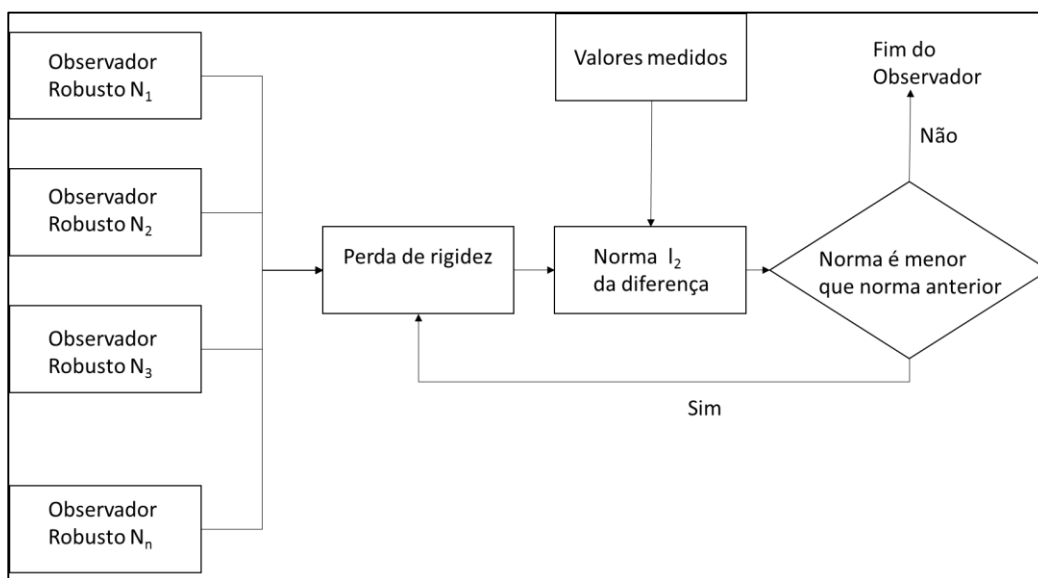
Fonte: Elaboração do próprio autor.

O acompanhamento da norma também indica que o observador que melhor faz com que as curvas de comportamento dinâmico se igualem é o observador robusto ao engrenamento, assim indicando que o dano está nesse componente.

Para o caso de dano 2 também foi utilizado o observador robusto, entretanto, nesse caso a distribuição das valores RMS médios se apresentaram menores que as médias sem dano em alguns pontos, muito disso é devido a presença do ruído intermitente, principalmente após a inserção da falha.

Assim a metodologia de convergência clássica do observador robusto, explicada na secção 4.5.3, não funcionará para esse caso. Uma variação dessa metodologia foi aplicada a fim de se testar a identificação do dano.

O observador robusto para o caso de dano 2 faz a variação da perda de rigidez a um passo constante de 5% e calcula a norma l_2 do erro, a norma do erro diminui à medida que a perda de rigidez aumenta até o valor de convergência, assim o valor de perda é encontrado quando o norma do erro deixa de diminuir e muda a direção, na metodologia anterior o passo de perda de rigidez é cortado em 10 vezes e a metodologia continua até o erro ficar menos que um valor estipulado. A figura abaixo mostra o fluxograma da metodologia nova criada.

Figura 38 - Critério de Convergência do Observador Robusto para o caso de dano 2.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A desvantagem desse método é que os valores de perda de rigidez associadas ao dano encontrado apresentam um desvio de 5%, assim não é tão preciso quanto o método utilizado anteriormente. A tabela abaixo mostra os valores encontrados pelo observador robusto para o caso de dano 2.

Tabela 15 - Valores encontrados pelo observador robusto para o caso de dano 2.

Observador Robusto	Perda de Rigidez associada (%)	Norma $l_2 \cdot 10^{-4}$
Mancal 1	65	2.44
Engrenamento	60	2.43
Mancal 2	10	3.42
Mancal 3	25	2.75
Mancal 4	30	2.75

Fonte: Elaboração do próprio autor.

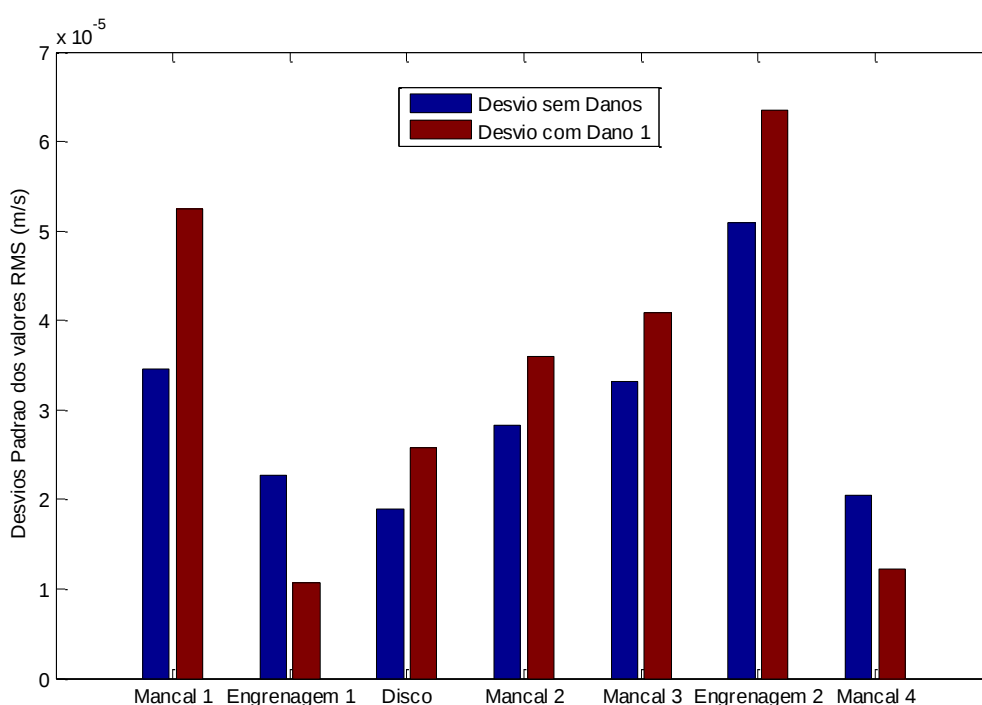
A variação da metodologia do observador foi capaz de identificar o ponto em que o dano estava presente, como pode-se ver na tabela 15. A diferença pequena das normas foi devido a

precisão de 5 % do observador, mais essa variação pode ser feita em qualquer passo, e que passos menores vão demandar um maior tempo para o processamento.

O aumento do dano no sentido longitudinal da largura não apresentou variações significativas para o modelo criado, para detectar essas variações é necessário um modelo mais complexo do engrenamento ou um sistema mais sensível a pequenas variações.

O nível de ruído do sistema após o dano aumentou, vamos observar os valores de desvios padrão das 10 medidas antes e depois da inserção do dano, a figura abaixo mostra esses valores.

Figura 39 - Desvios Padrão dos valores RMS antes e após a inserção do dano.



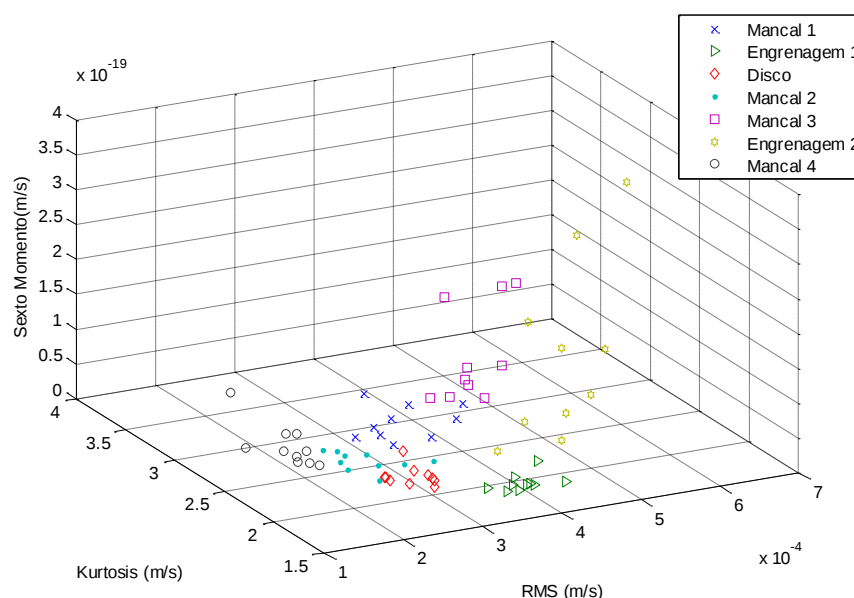
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Analisando a figura 39 vemos que após o dano ser inserido no sistema mecânico os valores de desvios se alteraram, o que pode ser indicio da mudança nos parâmetros do sistema, deslocando a média dos valores RMS para outro ponto, bem como essa variação no desvio pode ser devido ao aumento do ruído. O fato é que mesmo sendo um aumento do ruído, este pode indicar danos no sistema, não sendo somente danos mecânico, como trincas por exemplo, mais também falta de lubrificação, desgaste nos rolamentos etc.

6.2 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS NESTA AREA

Neste trabalho utiliza-se o valor RMS como métrica para a identificação de danos no sistema, entretanto, outras métricas podem ser aplicadas nos sinais temporais estimados pelo observador de estados a fim de realizar a mesma tarefa. A figura abaixo mostra uma composição de 3 normas, o valor RMS, o sexto momento estatístico e o valor kurtosis para os sinais estimados pelo observador no primeiro dia sem danos, essas outras normas foram escolhidas devido a utilização por outros autores em estudos de engrenamentos e análise de vibrações.

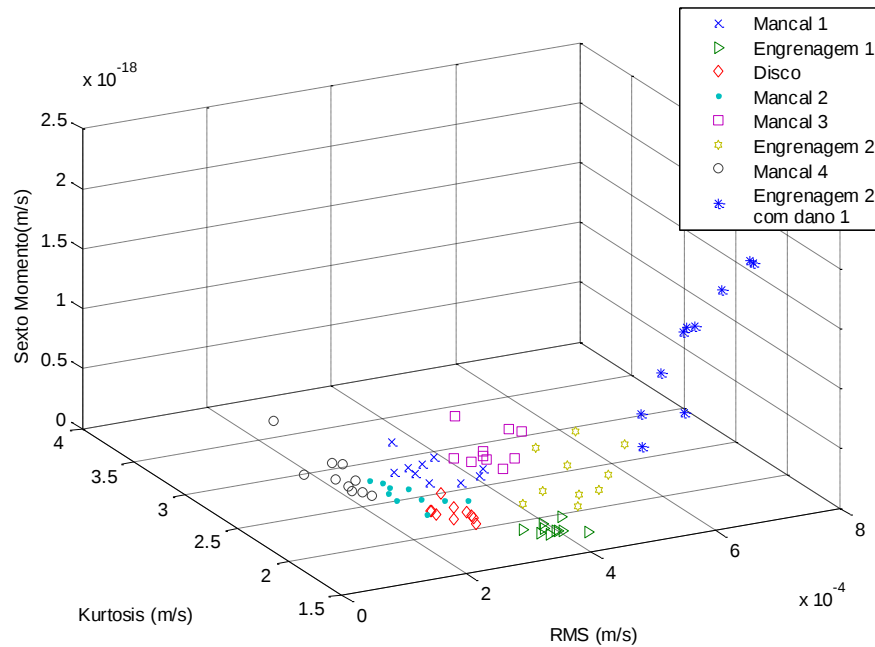
Figura 40 - Normas dos sinais temporais estimados para o primeiro dia.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Pode notar através da figura que mesmo os diferentes pontos de interesse apresentam um centro para a distribuição dos valores, este fato pode representar uma vantagem, sendo possível estabelecer esses limites em cada ponto de interesse, se houver alguma alteração associada ao dano é provável que esses pontos saiam dessa região. A figura abaixo mostra os valores das métricas na engrenagem 2 para o caso de dano 1.

Figura 41 – Comparação das normas dos sinais temporais estimados para o primeiro dia com as normas para o caso de dano 1.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Claramente é possível notar que os valores para a engrenagem 2 saíram da região em que se encontravam no caso sem dano (Vide figura 40), este fato é um forte indicio que com a utilização de mais normas também é possível separar e identificar os danos.

A utilização dos observadores de estado possibilitam diversas possibilidades pois esta técnica estima todos os estados no sistema dinâmico possibilitando assim a aplicação de diversas técnicas, não somente para a predição de eventos mais também para controle ativo por exemplo.

7 CONCLUSÕES E DISCUSSÕES

O presente trabalho teve como um dos objetivos tornar a metodologia dos observadores de estado mais prática, aproximando essa metodologia dos problemas enfrentados na indústria e principalmente no setor de manutenção preditiva. Como visto na revisão bibliográfica as aplicações da metodologia dos observadores de estado eram mais laboratoriais, com o aumento da capacidade de processamento essas aplicações podem ser mais específicas tratando de problemas do cotidiano, como por exemplo o trabalho mais recente de Fernandes Junior (2011).

Outro aspecto importante é a utilização de um modelo de elementos finitos de engrenamento, geralmente esses modelos teóricos foram poucos testados em aplicações dinâmicas específicas. O modelo escolhido se encaixou perfeitamente com a técnica dos elementos finitos e também com a de observadores de estado. Mesmo que para esse modelo necessita-se do perfil do dente, que a priori se apresentou como uma dificuldade, o método através da imagem se mostrou muito bom na determinação desse perfil, através do qual foi possível determinar a rigidez de engrenamento.

Inicialmente um sistema simulado foi utilizado, nas simulações a detecção de falha baseia-se na variação RMS do sinais temporais, e como se tratam de sinais gerados computacionalmente essa metodologia apresenta resultados satisfatórios, tanto na detecção tanto na localização. As variações impostas como falhas causam efeitos grandes na variação do valores RMS.

Na aplicação experimental com a presença de ruídos e variação dos parâmetros físicos, o modelo de engrenamento utilizado se mostrou bom já que conseguiu reproduzir o sistema dinâmico de modo que possibilitou a utilização da metodologia dos observadores de estado.

O valor RMS apresenta uma variação natural, tanto o medido como o estimado pelo observador de estados, já que eles são dependentes, como visto na Figura 27, assim com um simples acompanhamento do valor RMS não se pode garantir se o sistema está com danos ou não. Por isso uma abordagem estatística foi utilizada por meio de uma distribuição t-student para se configurar os limites (máximos e mínimos) para a variação do valor RMS.

Com a utilização da distribuição t-student para definir os limites dos valores RMS com um nível de confiança de 95 %, para o caso sem danos, foi possível reproduzir os resultados num outro dia de teste e como esperado o sistema sem danos apresentou os valores RMS dentro dos limites estabelecidos (Vide figura 32), já no caso em que apresentada um dano inserido

propositalmente os valores RMS saíram das faixas estabelecidas em diversos pontos de interesse o que viabilizou a utilização do observador robusto.

Para o primeiro caso de dano o observador robusto utilizado inicialmente se mostrou eficiente já que os valores RMS estimados para o caso com dano eram todos maiores que os valores estimados como base do sistema sem dano, assim foi possível identificar que o parâmetro que apresentava o dano era o engrenamento pelo acompanhamento da norma l_2 . No caso de dano 2, alguns valores RMS estimados se mostraram menores que os valores bases sem danos, assim a metodologia de convergência do observador robusto foi modificada, sacrificando um pouco a precisão da perda de rigidez associada foi possível identificar a falha no sistema também para esse caso.

De modo geral a metodologia dos observadores de estados foram bem eficientes na identificação de danos no sistema dinâmico e na localização desses danos também, juntamente com a abordagem estatística para suprimir os efeitos do ruído e da variação natural dos parâmetros.

Os danos foram identificados utilizando uma faixa de frequência baixa (faixa de rotação) o que ainda possibilita uma vantagem para o método pois pode-se utilizar sistema de medição com frequências de amostragem baixas, o que está diretamente ligado ao custo do sistema de aquisição tornando-os mais baratos.

Dadas às circunstâncias que se acercaram neste trabalho, alguns pontos surgem como sugestão para estudos futuros:

- Aplicação da metodologia proposta para a identificação de 2 danos em paralelo;
- Testar a metodologia para identificar danos em outros componentes mecânicos;
- Aplicação da metodologia com mais normas, não somente o valor RMS, para viabilizar a utilização de redes neurais para a identificação dos danos;
- Utilizar técnicas avançadas de controle como redes neurais e controladores fuzzy juntamente com os observadores de estado para identificar danos.

REFERENCIAS

- ALVES FILHO, A. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 4 ed.; São Paulo, Erica, 2000. p. 1-10.
- AQUINO, M. B. **Aplicação da função densidade de probabilidade beta no diagnóstico de defeitos de montagem em redutores de engrenagens**. 2004. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2004.
- CAMPOS, N. B. F. **Ajuste de modelos numéricos usando funções de resposta em frequência**. 2002. 98 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica); Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002.
- CASTRO, H. F. **Análise de mancais hidrodinâmicos em rotores sob instabilidade**. 2007. 176 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica); Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007.
- CCASA INFANTES, J. E. **Ajuste de modelos usando técnicas de estimação de parâmetros**. 2000. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica); Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000.
- CHEN, Z., SHAO, Y. Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth. **Engineering Failure Analysis**, China, v. 18, n. 8, p. 2149-2164, dez 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630711001816>>. Acesso em: 6 maio 2013.
- FERNANDES JÚNIOR, J. A. **Diagnóstico de trincas em sistemas rotativos, utilizando modelos de falha através da metodologia dos observadores de estado**. 2011. 142f. Tese (Mestrado em Mecânica dos Sólidos) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2011.
- GAWRONSKI, W. K. **Advanced structural dynamics and active control of structures**. New York: Springer, 2003. 419 f.
- GERTLER, J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. **IEEE Control Systems Magazine**, Piscataway, v. 8, p. 3-11, 1988.
- HOWARD, I.; JIA, S.; WANG, J. The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Austrália, v. 15, n. 5, p. 831-853, September 2001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327001914141>>. Acesso em: 10 ago 2013.
- HUANG, K. J.; LIU, T. S. Dynamic analysis of a spur gear by the dynamic stiffness method. **Journal of Sound and Vibration**, China, v. 234, n. 2, p. 311-329, July 2000. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X99928699>>. Acesso em: 8 maio 2012.
- JACON, F. T. P. **Ajustes de modelos lineares aplicado à máquinas rotativas**. 2000. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000.
- LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**; 2. ed.; New York: John Wiley & Sons, 1990. 198 f.

- LEMOS, G. F. **Detecção de falhas via observadores de estado em sistemas rotativos, considerando-se suas fundações**. 2004. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2004.
- LUENBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 190-197, 1966.
- LUENBERGER, D. G. An introduction to observers, **IEEE Transactions on Automatic Control**, Piscataway, v. AC16, n. 6, p. 596-602, 1971.
- MARANO, J. H. **Localização de falhas via observadores de estado em sistemas com variação de parâmetros**. 2002. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2002.
- MELO, G. P. **Detecção e localização de falhas via observadores de estado de ordem reduzida**. 1998. 125f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998.
- MUSKHELISHVILI, N. I. **Some basic problems of the mathematical theory of elasticity**. Groningen: Noordhoff, 1975, p. 63-355.
- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, , 2002 p. 1-50.
- RENEW redutores. Disponível em: <<http://www.renewredutores.com.br/reformaderedutores>>. Acesso em: 10 ago 2012.
- SIYAN, W.; Ming J. Z.; Parey A. Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth, **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 317, n. 3–5, p. 608-624, November 2008; Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08002757>>. Acesso em: 19 set 2013.
- TIAN, X. **Dynamic simulation for system response of gearbox including localized gear faults**. 2004. 97 f. Dissertação (Tese de Doutorado), University of Alberta Edmonton, Alberta, 2004.
- YANG, D. C. H., LIN, J. Y. Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics, **Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design**, Michigan, v. 109, n. 2, p.189-196, junho 2001. Disponível em: <<http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1452917>>. Acesso em: 19 set 2013.
- YANG D. C. H., SUN, Z. S. A rotary model for spur gear dynamics, **Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design**, Michigan, v. 107, n. 4, p. 529-535, december 1985, Disponível em: <<http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1452645>>. Acesso em: 10 set 2012.