



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**LOCALIZAÇÃO DE FALHAS VIA
OBSERVADORES DE ESTADO EM SISTEMAS
COM EXCITAÇÕES HARMÔNICAS
DESCONHECIDAS**

Davi Silveira de Abreu

1210001326



Ilha Solteira - SP

LOCALIZAÇÃO DE FALHAS VIA OBSERVADORES DE ESTADO EM SISTEMAS COM EXCITAÇÕES HARMÔNICAS DESCONHECIDAS

Davi Silveira de Abreu

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**.

Orientador: PROF. DR. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Ilha Solteira – SP, novembro de 2002.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da FEIS/UNESP

Abreu, Davi Silveira de
A162L Localização de falhas via observadores de estado em sistemas com excitações harmônicas desconhecidas / Davi Silveira de Abreu. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2002
vi, 137 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2002.

Orientador : Gilberto Pechoto de Melo
Bibliografia : p. 135-137

1. Vibração. 2. Análise harmônica. 3. Fourier, Séries de. 4. Identificação de força.



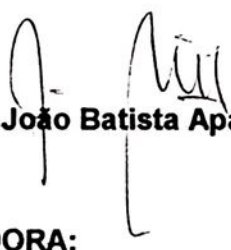
**"Localização de Falhas Via Observadores de Estado em
Sistemas com Excitações Harmônicas Desconhecidas"**

Davi Silveira de Abreu

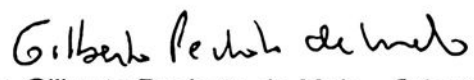
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO MECÂNICA DOS SÓLIDOS E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA


Prof. Dr. João Batista Aparecido – Vice-Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:


Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo - Orientador


Prof. Dr. Robson Pederiva


Prof. Dr. João Antonio Pereira

Proc. 071/2002 - URS 149/02

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCN. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMPO
02.12.02	31.12.02
RECEBIMENTO	TOMPO
Ailza	Tu. 1326
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Uso de Antes R#10.00	A162L

Ilha Solteira – SP, abril de 2002

1210001326



30500001
ENGA. MECÂNICA

sup - 183564
sup - 54665

BCpIS - FEIS - UNESP

Ao meu pai João de Abreu dos Santos, minha mãe
Maria de Lourdes Silveira de Abreu, e meus irmãos
João de Abreu Jr. e Marcos Silveira de Abreu.



AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Deus que tudo pode, em Quem tenho crido.

Agradeço a minha família.

Agradeço a Renata Butinholle de Souza Castro.

A FAPESP pelo apoio financeiro.

Ao Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo pela orientação e amizade.

A Banca Examinadora, pela participação e críticas construtivas.

A Jorge Henrique Marano, pelo enriquecimento espiritual obtido através da convivência.

Aos amigos Evandro, Marcus, Christian, Ricardo, Fabiano, Fabio, João Paulo e Filipe.



RESUMO

Abreu, D. S. de, "Localização de Falhas via Observadores de Estado em Sistemas com Excitações Harmônicas Desconhecidas", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil.

Um dos fatores de interesse no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas é a preocupação com a segurança de seus sistemas, havendo a necessidade de supervisão e monitoramento para o estabelecimento de uma manutenção preditiva adequada. No âmbito da dinâmica estrutural, o conhecimento preciso da distribuição e magnitude das forças externas é de primordial importância, podendo proporcionar maior confiança nas simulações numéricas de métodos de detecção de falhas baseados em modelos analíticos. Neste trabalho, são apresentadas duas técnicas para a determinação de excitações de natureza harmônica: O Método das Séries de Fourier e o Método Direto pelas Equações de Estado. Também é apresentado um estudo do Método dos Observadores de Estado, que possibilita a detecção e localização de falhas em sistemas dinâmicos, além de reconstrução de estados não medidos ou de difícil acesso. Além da análise teórica, realizou-se também neste trabalho uma análise experimental em laboratório para a validação das técnicas apresentadas.

Palavras chaves: Observadores de Estado, Excitações Harmônicas, Séries de Fourier, Identificação de Forças.



ABSTRACT

Abreu, D. S. de, "Fault Location via State Observers in Systems with Unknown Harmonic Excitations", Mastering Thesis, Engineering Colege of Ilha Solteira, Paulista State University (UNESP), Ilha Solteira, São Paulo, Brazil.

One interesting factor in the development of new techniques to detect and locate of faults is the concern about systems safety, that needs to supervise and monitoring the systems to establish a predictive maintenance. In the structural mechanics area, the accurate data of distribution and amplitude of external forces is very important, giving more confidence in numerical simulations of fault detection methods based in analytical models. This work presents two techniques to determine harmonic excitations: The Fourier Series Method and The Direct Method Using State Equations. The State Observers Method is presented too, that gives a fault detection and location in dynamic systems and also reconstructs the non-measured or inaccessible states. Besides theoretical analysis, this work presents an experimental laboratorial analysis to validate the techniques studied.

Keywords: State Observers, Harmonic Excitations, Fourier Series, Force Identification.



SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	9
1.1. Considerações Gerais	9
1.2. Revisão da Bibliografia Estudada	11
CAPÍTULO 2: IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO	17
2.1. Método das Séries de Fourier	17
2.1.1. Matriz Operacional de Integração	17
2.1.2. Sistemas com Um Grau de Liberdade (1GDL)	22
2.1.2.1. Formulação em Termos de Deslocamento	22
2.1.2.2. Formulação em Termos de Velocidade	24
2.1.2.3. Formulação em Termos de Aceleração	26
2.1.3. Sistemas com Vários Graus de Liberdade (NGDL)	27
2.1.3.1. Formulação em Termos de Deslocamento	28
2.1.3.2. Formulação em Termos de Velocidade	30
2.1.3.3. Formulação em Termos de Aceleração	31
2.2. Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado	32
2.2.1. Equacionamento do Método	32
CAPÍTULO 3: TEORIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO	35
3.1. Método dos Observadores de Estado	36
3.1.1. Controlabilidade e Observabilidade	36
3.1.2. Observadores do tipo Identidade	36
3.1.3. Observadores de Ordem Reduzida	37
3.2. Fluxograma completo para o cálculo dos Observadores de Estado	40
CAPÍTULO 4: SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO	45
Exemplo	45
PARTE A – Ausência de ruídos aleatórios	46
Método das Séries de Fourier	48
Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado	58
PARTE B – Presença de ruídos aleatórios	60



<i>Método das Séries de Fourier</i>	63
<i>Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado</i>	72
CAPÍTULO 5: SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA TEORIA DOS	77
OBSERVADORES DE ESTADO: USO DA IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS	
Exemplo	78
PARTE A – Ausência de ruídos aleatórios	79
<i>Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado</i>	81
<i>Método das Séries de Fourier</i>	83
PARTE B – Presença de ruídos aleatórios	90
<i>Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado</i>	92
<i>Método das Séries de Fourier</i>	94
CAPÍTULO 6: RESULTADOS EXPERIMENTAIS	103
6.1. Materiais Utilizados	104
6.2. Análise Experimental	105
6.2.1. <i>Modelo Matemático</i>	106
6.2.2. <i>Determinação dos Parâmetros Físicos do Sistema</i>	107
Mesa Inferior (m_1)	107
Mesa Intermediária (m_2)	109
Mesa Superior (m_3)	112
6.2.3. <i>Análise do Sistema Completo com Três Graus de Liberdade</i>	114
6.2.4. <i>Resultados Obtidos</i>	116
<i>Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado</i>	119
<i>Método das Séries de Fourier</i>	121
CAPÍTULO 7: DISCUSSÃO E CONCLUSÃO	131
7.1. Propostas de Trabalhos Futuros	133
CAPÍTULO 8: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	135



CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O crescente avanço tecnológico verificado nas últimas décadas exige das máquinas e estruturas mecânicas, cada vez maiores capacidades de trabalho e velocidade de operação, tornando-se necessário proceder à detalhada análise dinâmica. Para isso, um modelo matemático é estabelecido e faz-se um estudo do comportamento dinâmico do sistema, envolvendo tanto o regime transitório como o regime permanente.

Para o controle e manutenção de sistemas mecânicos, o conhecimento da distribuição e magnitude de forças de excitação é um assunto bastante estudado atualmente. A determinação correta das forças que excitam as estruturas pode prover uma confiança maior nas simulações numéricas baseadas em modelos analíticos. Em algumas situações as forças podem ser medidas diretamente utilizando transdutores, porém em muitos casos esse procedimento pode ser inviável ou até impossível de ser realizado.

1.1. Considerações Gerais

Durante os últimos anos, vários métodos têm sido propostos para resolver problemas de identificação, embora nenhum deles possa ser considerado como sendo universalmente adequado a quaisquer situações. Em relação a identificação de forças externas, utilizando-se modelos matemáticos e respostas dos sistemas, pode-se citar os estudos realizados por Basile, G. e Marro, G. (1969); Paraskevopoulos, P. N., Sparis, P. D. e Mouroutsos, S. G. (1984); Chang, R.-Y. e Wang, M.-L. (1985); Chung, H.-Y. (1987); D'azzo, J. J. e Houpis, C. H. (1988); Melo, G. P. de (1992); Chen, J. e Patton, R. J. (1996); Genaro, G. e Rade, D. A. (1997); Hou, M. e Patton, R. J. (1998); Park, S. H., et. al. (2000).

Um dos problemas encontrados freqüentemente nos métodos de identificação é a presença de ruído na resposta do sistema, ocasionando problemas de ordem numérica. Tendo em vista solucionar este problema, vários métodos têm surgido nos últimos anos, onde se podem citar os



estudos realizados por: Kudva, P., Viswanadham, N. e Ramakrishna, A. (1980); Chen, J. e Patton, R. J. (1996); Antoulas, A. C. e Anderson, B. D. O. (1999).

O desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos tem evoluído muito nos últimos anos em função da necessidade cada vez maior das indústrias em manter os equipamentos em funcionamento sem paradas abruptas. Para garantir este funcionamento com segurança os sistemas mecânicos têm que ser supervisionados, pois os distúrbios em operação normal causam uma deterioração da performance do sistema ou até mesmo levam a situações perigosas. Embora as ferramentas para análise teórica dos sistemas dinâmicos atuais sejam bastante satisfatórias, existem grandes dificuldades na predição do comportamento dinâmico de certos componentes estruturais e diagnose de falhas, seja pela inexatidão do modelo teórico ou mesmo pela dificuldade de medição de algumas variáveis do sistema.

A técnica de detecção de falhas utilizada neste trabalho é o Método dos Observadores de Estado, que consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída do observador com a saída medida. Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. A idéia é montar um banco de observadores para supervisionar o processo, onde cada observador é dedicado somente à detecção de possíveis falhas em um instrumento ou parâmetro físico deste sistema, podendo assim não apenas detectar, mas também localizar possíveis irregularidades.

Os parâmetros dos sistemas podem variar durante o processo devido a características específicas de alguns materiais ou ao próprio desgaste natural dos componentes. Isso pode ocasionar falsos alarmes, comprometendo o funcionamento de todo o sistema.

Na prática, os modelos matemáticos que representam o comportamento dos sistemas não estão livres de perturbações desconhecidas. Isso pode comprometer a resposta do observador de estado, fornecendo uma estimativa incorreta dos estados reconstruídos provocando erros de regime permanente, que levam a falsos alarmes na detecção e localização de falhas. Neste trabalho, desenvolve-se uma metodologia utilizando a técnica dos observadores de estado, onde são consideradas entradas harmônicas não medidas e perturbações aleatórias. A utilização de observadores de estado em sistemas com entradas desconhecidas têm recebido atenção especial na literatura onde se podem citar Hostetter, G. e Meditch, J. S. (1973); Kudva, P., Viswanadham, N. and Ramakrishna, A. (1980); Melo, G. P. de (1998) e Valcher, M. E. (1999).



1.2. Revisão da Bibliografia Estudada

Luenberger, D. G., (1964): O autor mostra que um vetor de estado de um sistema linear pode ser construído à partir de observadores na entrada e na saída. Além disso, demonstra a capacidade que o observador de estado possui de reconstruir o vetor de estado, o qual pode ser incorporado no sistema de controle.

Luenberger, D. G., (1966): Neste trabalho posterior de David G. Luenberger, é exposto que se um sistema é linear, seu vetor de estado pode ser construído por um observador. O vetor de estado de ordem “ n ” com “ m ” saídas independentes pode ser reconstruído com um observador de ordem “ $n-m$ ”, reconstruindo o restante dos estados a partir de equações diferenciais. Mostra também que o projeto de um observador para um sistema com “ m ” saídas pode ser reduzido a um projeto de “ m ” observadores, como se fossem subsistemas com saídas simples, reduzindo sua complexidade.

Basile, G. e Marro, G., (1969): Os autores consideraram um observador linear invariante no tempo de sistema dinâmicos em casos gerais, onde as funções de entrada são desconhecidas. Neste trabalho é discutida a propriedade de controlabilidade e invariância condicionada, utilizando subespaços chamados subespaços de observabilidade.

Luenberger, D. G., (1971): Uma metodologia para a reconstrução de estados através de observadores é apresentada. Discute ainda alguns tópicos a respeito de observadores do tipo Identidade, observadores de Ordem Reduzida e propriedades de estabilidade dos mesmos.

Hosteter, G. e Meditch, J. S., (1973): Os autores estendem resultados conhecidos sobre controladores para sistemas de retroalimentação lineares com distúrbios desconhecidos para casos onde o estado não é determinado diretamente por medidas. São apresentados, também, testes para a verificação da existência do controlador.

Ibrahim, S. R. e Mikulcik, E. C., (1973): É apresentada uma técnica usando a resposta livre do sistema para estabelecer um modelo matemático que proporcione a determinação dos parâmetros do sistema. Simulações comprovam que a técnica desenvolvida à partir de sistemas com os

parâmetros concentrados ou distribuídos, tanto na presença de frequências naturais próximas quanto com grandes amortecimentos, apresenta bons resultados.

Kudva, P., Viswanadham, N. e Ramakrishna, A., (1980): Neste trabalho apresentam uma solução construtiva para o problema de projetos de observadores de Luenberger de ordem reduzida em sistemas lineares sujeitos a entradas desconhecidas. Esta estrutura analisa também a estabilidade do sistema, preocupando-se com autovalores que devem conter parte real negativa.

Paraskevopoulos, P. N., Sparis, P. D. e Mouroutsos, S. G., (1984): É apresentada uma expressão geral, a qual é análoga às outras expressões desenvolvidas previamente para outros tipos de funções ortogonais, como as funções de Walsh, Block-pulse, Laguerre, Legendre e Chebyshev. Este trabalho se destina mais especificamente à resolução do problema de integração das séries de Fourier. Os autores desenvolvem uma matriz, denominada Matriz Operacional de Integração, que pode ser utilizada em casos de identificação de forças de excitação bem como na estimação de parâmetros. Devido as propriedades integrais das funções seno e co-seno, a metodologia usada apresenta melhores resultados para as séries de Fourier que para outros tipos de funções ortogonais.

Chang, R.-Y. e Wang, M.-L., (1985): Uma equação linear é resolvida e pode ser chamada de Método dos Polinômios de Legendre. O método é proposto para o problema de estimação dos parâmetros do sistema. A resposta do sistema é particionada em vários intervalos onde cada segmento é representado por uma série de polinômios de Legendre. Um algoritmo é proposto para a resolução do sistema de equações que contém os coeficientes polinomiais de Legendre. Um número pequeno de coeficientes, resultantes da expansão polinomial, é suficiente para alcançar resultados acurados, obtendo assim um ganho computacional.

Fritzen, C.-P., (1986): Um procedimento para o cálculo das matrizes de inércia, amortecimento e rigidez de sistemas mecânicos é apresentado a partir dos dados de entrada e saída do sistema. São estimados, como exemplo, os parâmetros físicos de um sistema vibratório com presença de ruídos. O método apresenta menos sensibilidade a ruídos que alguns outros métodos conhecidos.

Chung, H.-Y., (1987): Neste trabalho é apresentado um método de estimação de parâmetros baseado numa aproximação que resolve a integração das séries de Fourier. O algoritmo de

resolução é similar a outros utilizados para o mesmo problema em funções ortogonais. Desde que a maioria dos elementos da Matriz Operacional de Integração sejam nulos, há um ganho computacional considerável. Além disso, o método apresentado é mais simples que outros conhecidos.

Ge, W. e Fang, C.-Z., (1988): Os autores descreveram uma nova concepção para a detecção de componentes sujeitos a falhas via Observação Robusta. Dado um modelo matemático consistindo de “n” componentes no qual podem ser acoplados pelos estados não estimados, determinam o projeto de sistemas para monitorar a operação destes “n” componentes e detecção de falhas. Para um sistema observável, alguns componentes de primeira ordem ou ordem superior podem ser monitorados para diagnose sem informação sobre possíveis modos de falhas. Devido à robustez dos observadores, os autores analisam alguns fatores como erros de linearização, erros de medida, presença de ruídos, erros numéricos, etc.

Frank, P. M. e Selinger, R., (1991): É apresentada uma aproximação por redundância de modelos baseados na detecção e isolamento de falhas em processos dinâmicos. O trabalho também frisa os defeitos que podem levar a falsos alarmes, como falhas nos atuadores (e/ou em componentes da planta dinâmica e/ou em sensores), erros entre o sistema real e o modelo matemático ou perturbações nas medidas.

Melo, G. P. de, (1992): Apresenta um método para a identificação de parâmetros em sistemas mecânicos com vários graus de liberdade operando no domínio do tempo. O método baseia-se na expansão das funções de excitação e de resposta do sistema em termos de séries de Fourier e na transformação das equações diferenciais do movimento em equações algébricas por meio de integrações sucessivas, usando a Matriz Operacional de Integração. Cita a possibilidade de identificação de forças de excitação periódicas através do conhecimento dos parâmetros do sistema e da expansão das respostas. Realiza simulações computacionais e um experimento para a comprovação das teorias.

Wang, D. e Fellow, A. H., (1994): Os autores apresentam um procedimento para a estimação de parâmetros baseado num sistema de elementos finitos no domínio do tempo. Para isto, o método não requer o conhecimento das entradas do sistema, assim, as entradas podem ser de qualquer natureza. Foram considerados três exemplos onde se discute também a presença de ruídos.



Chen, J. e Patton, R. J., (1996): Estuda um filtro otimizado e robusto para problemas de diagnose de falhas em sistemas estocásticos com distúrbios desconhecidos. É apresentado um tipo de observador, o qual pode produzir variância mínima em sistemas com ruídos e distúrbios desconhecidos. Um teste estatístico é aplicado para examinar o resíduo na diagnose de falhas.

Cooper, J. E. e Desforges, M. J., (1996): Os autores estendem métodos de Autocorrelação para identificar parâmetros físicos do sistema, utilizando entradas aleatórias desconhecidas. Mostram como esta aproximação pode ser utilizada para identificar parâmetros em modelos não lineares.

Kuc, T.-Y. e Lee, J. S., (1996): Um esquema de controle é calculado para compreender sistemas lineares reais estritamente positivos. Pelo uso do lema para sistemas lineares reais, é mostrado que a convergência do sistema de estado está relacionado ao ganho do sistema de controle.

Wang, H. e Daley, S., (1996): Apresenta uma aproximação moderna para detecção de falhas em atuadores, em sistemas dinâmicos determinísticos conhecidos, usando uma técnica ajustada de observadores. São considerados sistemas com incertezas nos modelos e sistemas com perturbações aleatórias. Um algoritmo de diagnose ajustado é desenvolvido para a detecção das falhas.

Yu, D. e Shields, D. N., (1996): É proposto um observador para detecção de falhas em sistemas bidimensionais com entradas desconhecidas. O vetor residual no projeto do observador esta relacionado com as entradas desconhecidas e sob certas condições, torna-se sensível a todas as falhas. Uma aplicação a um sistema de direção hidráulica é mostrada.

Genaro, G. e Rade, D. A., (1997): O trabalho é destinado ao problema de reconstrução das forças de excitação a partir da resposta dinâmica de estruturas. Um método no domínio do tempo é proposto, o qual é baseado nas equações de movimento no espaço modal (Ewins, D. J., 1985). Após a formulação básica, aplicações numéricas são apresentadas considerando uma estrutura simples, onde são examinados alguns pontos pertinentes na estrutura.



Corless, M. e Tu, J., (1998): É considerado o problema de estimação dos estados e das forças para uma classe de sistemas indefinidos, que consiste de uma parte linear e outra não linear variante no tempo, a qual pode ser considerada dependente dos estados.

Hou, M. e Patton, R. J., (1998): O trabalho discute os problemas de observabilidade e reconstrução das entradas do sistema, sendo este linear e invariante no tempo. Uma aproximação simples para o projeto de reconstrução das entradas é apresentada.

Keller, J. Y. e Darouach, M., (1998): Neste trabalho é apresentado um filtro de Kalman de ordem reduzida otimizado para sistemas lineares dinâmicos discretos no tempo com entradas desconhecidas. A questão é estimar uma parte do vetor de estado onde nenhum dos observadores está livre de ruídos. São estabelecidas as condições necessárias e suficientes para a estabilidade e convergência do filtro.

Melo, G. P. de, (1998): Desenvolve uma metodologia para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos utilizando observadores de estado de ordem reduzida. Mostra como se pode realizar a reconstrução de estados não medidos. Através de observadores de estado robustos proporciona a localização de falhas, com um banco de vários observadores de estado robustos para cada parâmetro do sistema, prova que é possível quantificar a falha no sistema. Apresenta simulações computacionais e experiências laboratoriais para a validação das teorias apresentadas.

Shen, L.-C. e Hsu, P.-L., (1998): O projeto de diagnose robusta tem ganhado mais atenção em aplicações reais, é o que afirmam os autores. Além disso, o não conhecimento das entradas na detecção de falhas por observadores robustos (UIFDO) é de grande interesse. Apresentam uma experiência real realizada em um motor automotivo.

Antoulas, A. C. e Anderson, B. D. O., (1999): A tese de que identificação de ruídos tem ligação com o estudo da decomposição de matrizes perturbadas é estudada. Uma aproximação é estabelecida apropriadamente na qual identifica quais os dados ou os valores da matriz que são relevantes, de forma que possibilite identificar funções de entrada que permitem alcançar valor ótimo no ponto de vista de identificação robusta.



Keller, J. Y. e Darouach, M., (1999): Apresenta um filtro de Kalman de 2ª ordem para sistemas lineares discretos no tempo e afetados por entradas ou perturbações desconhecidas. A proposta deste estimador é baseada numa derivação alternada do estimador proposto por Darouach, M. e Zasadzinski, M., 1997.

Valcher, M. E., (1999): O projeto de um observador de estado de ordem completa para um sistema linear discreto no tempo com entradas desconhecidas é apresentado. São apresentadas as condições necessárias e suficientes para a existência de um observador assintótico além de alguns exemplos.

Park, S. H. et. al., (2000): Um filtro de resposta impulsiva finita (FIR) é aplicado a sistemas onde não há o conhecimento das entradas e com a atuação de ruídos. As entradas do sistema são modeladas e estimadas juntamente com os estados. Exemplos numéricos são apresentados no intuito de avaliar a performance desta técnica para a estimação e detecção das entradas.

Pezerat, C. e Guyader, J. L., (2000): O problema é a identificação da distribuição das forças em estruturas excitadas a partir do conhecimento da resposta em termos de deslocamento. A técnica, denominada Técnica de Análise de Forças (FAT), é baseada no resultado da distribuição de forças pela estrutura, a qual é discretizada em um modelo de diferenças finitas. Resultados experimentais são apresentados no intuito de validar a técnica e aplica-la a problemas industriais.

Silva, L. A da, (2000): Enfoca três métodos para a identificação das forças de excitação em sistemas dinâmicos, o Método das Coordenadas Modais, que utiliza um conjunto de auto-soluções (frequências naturais, massas generalizadas e autovetores); o Método Baseado na Deconvolução no Domínio do Tempo, que é constituído por um conjunto de respostas ao impulso; e o Método Baseado no Modelo Estrutural Inverso, que a partir das equações de estado intercambia vetores de entrada e saída.



CAPÍTULO 2

IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO

Pôde-se verificar na revisão bibliográfica, que o problema de se estimar o estado de alguns sistemas lineares cujas entradas não são possíveis de serem medidas, tem sido vastamente estudado e difundido na literatura. Ocorre com bastante frequência, casos em que há dificuldades na medição destas excitações, tanto devido a locais de difícil medição quanto ao aparecimento de perturbações aleatórias, como por exemplo os ruídos. Apresenta-se a seguir a metodologia baseada nas Séries de Fourier para a estimação das forças de excitações harmônicas e também uma metodologia direta pela manipulação das Equações de Estado.

2.1. Método das Séries de Fourier

2.1.1. Matriz Operacional de Integração

Seja $\{\phi(t)\}$, formada por funções linearmente independentes e ortogonais em um intervalo $[0, T]$ apresentada por Paraskevopoulos, P.N et al (1985):

$$\{\phi(t)\} = [\{\phi_0(t)\}, \{\phi_1(t)\}, \dots, \{\phi_r(t)\}, \{\phi_1^*(t)\}, \dots, \{\phi_r^*(t)\}] \quad (2.1)$$

$$\{\phi_n(t)\} = \cos(2n\pi t/T), n=0,1,2,3,\dots, r \quad (2.2)$$

e



$$\{\phi_n^*(t)\} = \text{sen}(2n\pi t/T), n=1,2,3,\dots, r \quad (2.3)$$

onde r é o número de termos em senos e co-senos retidos na Série de Fourier.

Em um sistema com vários graus de liberdade tem-se:

$$[M]_{n \times n} \left\{ \ddot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \left\{ \dot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \{x(t)\}_{n \times 1} = \{f(t)\}_{n \times 1} \quad (2.4)$$

onde $[M]_{n \times n}$, $[C]_{n \times n}$ e $[K]_{n \times n}$ são as matrizes de inércia, amortecimento e rigidez respectivamente.

A função $\{f(t)\}_{n \times 1}$ pode ser expandida como segue:

$$f(t) = a_0 \phi_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \phi_n(t) + b_n \phi_n^*(t)\} \quad (2.5)$$

Os coeficientes de Fourier a_0 , a_n e b_n são dados por:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos((2n\pi)t/T) dt, n=1,2,3,\dots \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}((2n\pi)t/T) dt, n=1,2,3,\dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

Se a equação (2.5) é truncada, retendo-se assim apenas $r_2 = (2r+1)$ termos, tem-se:

$$\{f(t)\} = a_0 \{\phi_0(t)\} + \sum_{n=1}^r \{a_n \phi_n(t) + b_n \phi_n^*(t)\} = \{\psi\}^T \{\phi(t)\} \quad (2.7)$$

onde

$$\{\psi\}_{1 \times r_2}^T = \{a_0, a_1, a_2, \dots, a_r, b_1, b_2, \dots, b_r\}$$

Consideram-se as seguintes integrais, de acordo com Paraskevopoulos, P. N. (1984):

$$\int_0^t \phi_0(\sigma) d\sigma = \int_0^t d\sigma = t \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \phi_n(\sigma) d\sigma &= \int_0^t \cos((2n\pi)\sigma / T) d\sigma = \frac{T}{2n\pi} \int_0^t d(\sin((2n\pi)\sigma / T)) = \\ &= \frac{T}{2n\pi} \sin((2n\pi)t / T) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \phi_n^*(\sigma) d\sigma &= \int_0^t \sin((2n\pi)\sigma / T) d\sigma = -\frac{T}{2n\pi} \int_0^t d(\cos((2n\pi)\sigma / T)) = \\ &= \frac{T}{2n\pi} - \frac{T}{2n\pi} \cos((2n\pi)t / T) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Das equações (2.9) e (2.10):

$$\begin{aligned} \int_0^t \phi_n(\sigma) d\sigma &= \frac{T}{2n\pi} \phi_n^*(t) & n \geq 1 \\ \int_0^t \phi_n^*(\sigma) d\sigma &= \frac{T}{2n\pi} \phi_0(t) - \frac{T}{2n\pi} \phi_n(t) & n \geq 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

sendo $\phi_0(t)$ obtido da equação (2.2).

Sumarizando os resultados acima, tem-se:

$$\int_0^T \phi_0(\sigma) d\sigma = \left[\frac{T}{2}, 0, \dots, 0, -\frac{T}{\pi}, \dots, -\frac{T}{r\pi} \right] \{\phi(t)\}$$

$$\int_0^T \phi_n(\sigma) d\sigma = \left[0, \dots, 0, \dots, \frac{T}{2n\pi}, 0, \dots, 0 \right] \{\phi(t)\}$$

onde o termo $\frac{T}{2n\pi}$ ocupa a $(r + n + 1)$ - ésima posição (2.12)

$$\int_0^T \phi_n^*(\sigma) d\sigma = \left[\frac{T}{2n\pi}, 0, \dots, 0, -\frac{T}{2n\pi}, 0, \dots, 0 \right] \{\phi(t)\}$$

onde o termo $-\frac{T}{2n\pi}$ ocupa a $(n + 1)$ - ésima posição

Das equações de (2.12) pode-se concluir, portanto, que:

$$\int_0^T \{\phi(\sigma)\} d\sigma \equiv [P] \{\phi(t)\}$$

E pela propriedade integral das séries ortogonais, onde $[P]$ é uma matriz operacional de integração, (Paraskevopoulos, P. N. (1983)):

$$\underbrace{\int_0^T \dots \int_0^T}_{n \text{ vezes}} \{\phi(\sigma)\} d\sigma^n = [P]^n \{\phi(t)\} \quad (2.13)$$

A matriz operacional de integração [P] é dada por:

$$[P]_{r2 \times r2} = \left[\begin{array}{c|cccc|cccc} \frac{T}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\frac{T}{\pi} & -\frac{T}{2\pi} & \dots & -\frac{T}{(r-1)\pi} & -\frac{T}{r\pi} \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{T}{2\pi} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{T}{2(r-1)\pi} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{T}{2r\pi} \\ \hline \frac{T}{2\pi} & -\frac{T}{2\pi} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{T}{4\pi} & 0 & -\frac{T}{4\pi} & \dots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{T}{2r\pi} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{T}{2r\pi} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2.14)$$

Melhorando a forma de apresentação desta matriz temos:

$$[P]_{r2 \times r2} = \left[\begin{array}{c|cc|c} \frac{T}{2} & \{0\}_{1 \times r} & & -\frac{T}{\pi} \left\{ \tilde{e} \right\}_{r \times 1}^T \\ \hline \{0\}_{r \times 1} & [0]_{r \times r} & & \frac{T}{\pi} \left[\tilde{I} \right]_{r \times r} \\ \hline \frac{T}{2\pi} \left\{ \tilde{e} \right\}_{r \times 1} & -\frac{T}{2\pi} \left[\tilde{I} \right]_{r \times r} & & [0]_{r \times r} \end{array} \right] \quad (2.15)$$

onde

$$\left\{ \tilde{e} \right\}_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ \vdots \\ 1/r \end{bmatrix} \quad , \quad \left[\tilde{I} \right]_{r \times r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.1.2. Sistemas com Um Grau de Liberdade (1GDL)

2.1.2.1. Formulação em Termos de Deslocamento

O movimento de um sistema mecânico linear e invariante no tempo, com um grau de liberdade e amortecimento viscoso é representado pela equação diferencial, para $t_0 \leq t \leq (t_0 + T)$, mostrado na equação 2.4, onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são respectivamente as matrizes de inércia, amortecimento e a rigidez.

Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_0 f(t) \quad (2.17)$$

onde

$$a_1 = 2\xi\omega_n; \quad a_0 = \omega_n^2; \quad b_0 = \frac{1}{m}; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}.$$

Fazendo $t_0=0$ e integrando (2.17) duas vezes, tem-se:

$$x(t) + a_1 \int_0^t x(\tau) d\tau + a_0 \int_0^t \int_0^\tau x^2(\tau) d\tau^2 = b_0 \int_0^t \int_0^\tau f^2(\tau) d\tau^2 + d_1 t + d_0 \quad (2.18)$$

onde

$$\begin{Bmatrix} d_0 \\ d_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Fazendo-se a expansão de $x(t)$ e $f(t)$ em $[0;T]$ pelas séries de Fourier, temos:

$$x(t) = x_0 + \sum_{n=1}^r (x_n \cos(\frac{2\pi nt}{T}) + x_n^* \sin(\frac{2\pi nt}{T})) = \{X\}^T \{\phi(t)\} \quad (2.20)$$

$$f(t) = f_0 + \sum_{n=1}^r (f_n \cos(\frac{2\pi nt}{T}) + f_n^* \sin(\frac{2\pi nt}{T})) = \{F\}^T \{\phi(t)\} \quad (2.21)$$

$$\{X\}^T = [x_0, x_1, \dots, x_r, x_1^*, \dots, x_r^*] \quad (2.22)$$

$$\{F\}^T = [f_0, f_1, \dots, f_r, f_1^*, \dots, f_r^*] \quad (2.23)$$

Seja agora a propriedade integral de $\{\phi(t)\}$ (2.12) e (2.13):

$$\int_0^t \dots \int_0^t \{\phi(t)\} dt^n = [P]^n \{\phi(t)\} \quad (2.24)$$

n vezes

onde $[P]^n$ é a matriz operacional de integração descrita no item anterior.

Substituindo (2.20), (2.21) e (2.24) em (2.18) temos:

$$\begin{aligned} \{X\}_{r2x1} = & -a_1 [P]_{r2xr2}^T \{X\}_{r2x1} - a_0 [P]_{r2xr2}^{2T} \{X\}_{r2x1} + b_0 [P]_{r2xr2}^{2T} \{F\}_{r2x1} \\ & + d_1 [P]_{r2xr2}^T \{e\}_{r2x1} + d_0 \{e\}_{r2x1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde $\{e\}^T = [1, 0, 0, \dots, 0]$ e as notações $[P]^T$ e $[P]^{2T}$ são, respectivamente, a transposta de $[P]$ e a transposta do produto de $[P] \cdot [P]$. E a notação $r2$ é o mesmo que $(2r+1)$ termos da Série de Fourier, sendo $r+1$ termos em co-senos e r termos em senos.

Esta equação pode ser utilizada para resolver problemas de identificação dos coeficientes a_0, a_1, b_0, d_0 e d_1 , que representam os valores dos parâmetros físicos e das condições iniciais ou para a identificação da excitação $\{F\}_{r2 \times 1}$ do sistema, caso sejam conhecidos os parâmetros físicos e as condições iniciais.

Para a identificação da excitação do sistema, a equação (2.25) pode ser reescrita como:

$$b_0 [P]_{r2 \times r2}^{2T} \{F\}_{r2 \times 1} = \{X\}_{r2 \times 1} + a_1 [P]_{r2 \times r2}^T + a_0 [P]_{r2 \times r2}^{2T} - d_1 [P]_{r2 \times r2}^T \{e\}_{r2 \times 1} - d_0 \{e\}_{r2 \times 1}$$

ou seja:

$$\{F\} = \frac{1}{b_0} \left(\left([P]_{r2 \times r2}^{-2T} + a_1 [P]_{r2 \times r2}^{-T} + a_0 [I]_{r2 \times r2} \right) \{X\}_{r2 \times 1} - \left(d_1 [P]_{r2 \times r2}^{-T} + d_0 [P]_{r2 \times r2}^{-2T} \right) \{e\}_{r2 \times 1} \right) \quad (2.26)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade e as notações $[P]^{-T}$ e $[P]^{-2T}$ são, respectivamente, a inversa de $[P]$ transposta e a inversa do produto de $[P] \cdot [P]$ transposta.

2.1.2.2. Formulação em Termos de Velocidade

Para um sistema mecânico (massa-mola-amortecedor) de um grau de liberdade, a equação do movimento pode ser escrita em termos da velocidade, $v(t)$, da seguinte forma:

$$\dot{v}(t) + a_1 v(t) + a_0 \int_0^t v(t) dt = b_0 f(t) - a_0 x(0) \quad (2.27)$$

onde $\ddot{v}(t)$ é a aceleração.

Integrando (2.27), temos:

$$v(t) + a_1 \int_0^t v(t) dt + a_0 \int_0^t \int_0^t v(t) dt^2 = b_0 \int_0^t f(t) dt - a_0 x(0)t + v(0) \quad (2.28)$$

Fazendo-se as expansões:

$$\{v(t)\} = \{\mathbf{V}\}_{r2 \times 1}^T \{\phi(t)\}_{r2 \times 1} \quad (2.29)$$

$$\{f(t)\} = \{\mathbf{F}\}_{r2 \times 1}^T \{\phi(t)\}_{r2 \times 1} \quad (2.30)$$

e utilizando a equação (2.24), a equação (2.28) torna-se:

$$\begin{aligned} \{V\} = & -a_1 [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^T \{V\}_{r2 \times 1} - a_0 ([\mathbf{P}]_{r2 \times 1}^2)^T \{V\}_{r2 \times 1} + b_0 [\mathbf{P}]_{r2 \times 1}^T \{F\}_{r2 \times 1} \\ & - a_0 x(0) [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^T \{e\}_{r2 \times 1} + v(0) \{e\}_{r2 \times 1} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Da equação (2.31) tem-se, resolvendo para $\{F\}_{r2 \times 1}$:

$$\begin{aligned} b_0 [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^T \{F\}_{r2 \times 1} = & \{V\}_{r2 \times 1} + a_1 [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^T \{V\}_{r2 \times 1} + a_0 [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^{2T} \{V\}_{r2 \times 1} \\ & + a_0 x(0) [\mathbf{P}]_{r2 \times r2}^T \{e\}_{r2 \times 1} - v(0) \{e\}_{r2 \times 1} \end{aligned}$$

ou seja:

$$\{F\}_{r2 \times 1} = \frac{1}{b_0} \left(\left([P]_{r2 \times r2}^{-T} + a_1 [I]_{r2 \times r2} + a_0 [P]_{r2 \times r2}^T \right) \{V\}_{r2 \times 1} + \left(a_0 x(0) - v(0) [P]_{r2 \times r2}^{-T} \right) \{e\}_{r2 \times 1} \right) \quad (2.32)$$

2.1.2.3. Formulação em Termos de Aceleração

Neste caso, parte-se diretamente da própria equação do movimento, onde a resposta do sistema é a aceleração ($a(t)$). Tem-se então:

$$a(t) + a_1 \int_0^t a(t) dt + a_0 \int_0^t \int_0^t a(t) dt^2 = b_0 f(t) - a_1 v(0) - a_0 x(0) - a_0 v(0) t \quad (2.33)$$

fazendo-se as expansões:

$$a(t) = \{A\}_{r2 \times 1}^T \{\phi(t)\}_{r2 \times 1} \quad (2.34)$$

$$f(t) = \{F\}_{r2 \times 1}^T \{\phi(t)\}_{r2 \times 1} \quad (2.35)$$

e utilizando a equação (2.24), a equação (2.33) torna-se:

$$\{A\}_{r2 \times 1} = -a_1 [P]_{r2 \times r2}^T \{A\}_{r2 \times 1} - a_0 ([P]_{r2 \times r2}^2)^T \{A\}_{r2 \times 1} + b_0 \{F\}_{r2 \times 1} - a_1 v(0) \{e\}_{r2 \times 1} - a_0 x(0) \{e\}_{r2 \times 1} - a_0 v(0) [P]_{r2 \times r2}^T \{e\}_{r2 \times 1} \quad (2.36)$$

Da equação (2.6) tem-se, analogamente:

$$b_0 \{F\}_{r2 \times 1} = \{A\}_{r2 \times 1} + a_1 [P]_{r2 \times r2}^T \{A\}_{r2 \times 1} + a_0 [P]_{r2 \times r2}^{2T} \{A\}_{r2 \times r2} + a_1 v(0) \{e\}_{r2 \times 1} + a_0 x(0) \{e\}_{r2 \times 1} + a_0 v(0) [P]_{r2 \times r2}^T \{e\}_{r2 \times 1} \quad (2.37)$$

ou seja:

$$\{F\}_{r2 \times 1} = \frac{1}{b_0} \left(\left([I]_{r2 \times r2} + a_1 [P]_{r2 \times r2}^T + a_0 [P]_{r2 \times r2}^{2T} \right) \{A\}_{r2 \times 1} + \left(a_1 v(0) + a_0 x(0) + a_0 v(0) [P]_{r2 \times r2}^T \right) \{e\}_{r2 \times 1} \right) \quad (2.38)$$

2.1.3. Sistemas com Vários Graus de Liberdade (NGDL)

O método apresentado inicialmente para sistemas de um grau de liberdade é agora estendido para sistemas mecânicos com vários graus de liberdade, cujo movimento pode ser representado pela equação matricial abaixo:

$$[M]_{n \times n} \left\{ \ddot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \left\{ \dot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \{x(t)\}_{n \times 1} = \{f(t)\}_{n \times 1} \quad (2.4)$$

onde $[M]_{n \times n}$, $[C]_{n \times n}$ e $[K]_{n \times n}$ são respectivamente as matrizes, inércia, de amortecimento e de rigidez;

$\{x(t)\}^T = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_N(t)\}$ é o vetor deslocamentos;

$\{f(t)\}^T = \{f_1(t), f_2(t), f_3(t), \dots, f_N(t)\}$ é o vetor das forças de excitação.

onde N é o número de graus de liberdade do sistema.

Pré-multiplicando a equação (2.4) por $[M]^{-1}$, temos:

$$\{\ddot{x}(t)\}_{n \times 1} + [M_c]_{n \times n} \{\dot{x}(t)\}_{n \times 1} + [M_k]_{n \times n} \{x(t)\}_{n \times 1} = [M]_{n \times n}^{-1} \{f(t)\}_{n \times 1} \quad (2.39a)$$

ou

$$\{a(t)\}_{nx1} + [M_c]_{nxn} \{v(t)\}_{nx1} + [M_k]_{nxn} \{x(t)\}_{nx1} = [M]_{nxn}^{-1} \{f(t)\}_{nx1} \quad (2.39b)$$

onde $[M_C]_{nxn} = [M]_{nxn} \cdot [C]_{nxn}$ e $[M_K]_{nxn} = [M]_{nxn} \cdot [K]_{nxn}$.

2.1.3.1. Formulação em Termos de Deslocamento

Integrando duas vezes (2.39a) para $t_0 = 0$ e $t_f = t$, temos:

$$\begin{aligned} \{x(t)\} + [M_c] \int_0^t \{x(t)\} dt + [M_k] \int_0^t \int_0^t \{x(t)\} dt^2 - \{x(0)\} - \{\dot{x}(0)\}t - [M_c] \{x(0)\}t = \\ [M]^{-1} \int_0^t \int_0^t \{f(t)\} d\tau^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Fazendo-se as expansões:

$$\{x(t)\}_{nx1} = [X]_{r2, xn}^T \{\phi(t)\}_{r2, x1} \quad (2.41)$$

$$\{f(t)\}_{nx1} = [F]_{r2, xn}^T \{\phi(t)\}_{r2, x1} \quad (2.42)$$

onde:

$$\begin{aligned} [X] &= [\{X_1\} \vdots \{X_2\} \vdots \dots \vdots \{X_N\}] \\ [F] &= [\{F_1\} \vdots \{F_2\} \vdots \dots \vdots \{F_N\}] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Utilizando a equação (2.26), a equação (2.40) torna-se:

$$\begin{aligned}
 [X]_{r2 \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [X]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^{2T} [X]_{r2 \times n} [M_k]_{n \times n} \\
 - [X_0]_{r2 \times n} - [P]_{2 \times r2}^T [\dot{X}_0]_{r2 \times n} \\
 - [P]_{2 \times r2}^T [X_0]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n} = [P]_{2 \times r2}^{2T} [F]_{r2 \times n} [M]_{n \times n}^I
 \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde

$$\begin{aligned}
 [X_0] &= [x_1(0)\{e\} \quad x_2(0)\{e\} \quad \dots \quad x_N(0)\{e\}], \\
 [\dot{X}_0] &= [\dot{x}_1(0)\{e\} \quad \dot{x}_2(0)\{e\} \quad \dots \quad \dot{x}_N(0)\{e\}]e \\
 \{e\}_{r2 \times 1}^T &= [1, 0, \dots, 0]
 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Dai:

$$\begin{aligned}
 [F]_{r2 \times n} [M]_{n \times n}^I &= [P]_{2 \times r2}^{-2T} [X]_{r2 \times n} + [P]_{2 \times r2}^T \\
 [X]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n} + [I]_{r2 \times r2} [X]_{r2 \times n} [M_k]_{n \times n} - [P]_{2 \times r2}^{2T} [X_0]_{r2 \times n} - \\
 [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} - [P]_{2 \times r2}^T [X_0]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n}^I
 \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$[F]_{r2 \times n} = \left[\begin{array}{l} [P]_{2 \times r2}^{-2T} [X]_{r2 \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [X]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n} \\ + [I]_{r2 \times r2} [X]_{r2 \times n} [M_k]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^{2T} [X_0]_{r2 \times n} \\ - [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} - [P]_{2 \times r2}^T [X_0]_{r2 \times n} [M_c]_{n \times n} \end{array} \right] \cdot [M]_{n \times n}^I \quad (2.47)$$

2.1.3.2. Formulação em Termos de Velocidade

A equação do movimento escrita em termos da velocidade, é dada da seguinte forma:

$$\{\dot{v}(t)\} + [M_c] \{v(t)\} + [M_k] \int_0^t \{v(t)\} dt = [M]^{-1} \{f(t)\} - [M_k] \{x(o)\} \quad (2.48)$$

Integrando (2.48), uma vez no tempo, temos:

$$\{v(t)\} + [M_c] \int_0^t \{v(t)\} dt + [M_k] \int_0^t \int_0^t \{v(t)\} dt^2 = [M]^{-1} \int_0^t \{f(t)\} dt - [M_k] \{x(o)\} t + \{v(0)\} \quad (2.49)$$

Expandindo-se $\{v(t)\}$, da equação (2.49), em termos de Séries de Fourier tem-se:

$$[F]_{r2 \times n} [M]_{n \times n}^{-1} = [P]_{2 \times r2}^T [V]_{r2 \times n} + [I]_{r2 \times r2} [V]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} + [M_K]_{n \times n} [P]_{2 \times r2}^T [V]_{r2 \times n} - [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} + [I]_{r2 \times r2} [X_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} \quad (2.50)$$

E então a excitação do sistema é dada por:

$$[F]_{r2 \times n} = \begin{bmatrix} [P]_{2 \times r2}^T [V]_{r2 \times n} + [V]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} \\ + [P]_{2 \times r2}^T [V]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} \\ - [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} + [X_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} \end{bmatrix} \cdot [M]_{n \times n} \quad (2.51)$$

2.1.3.3. Formulação em Termos de Aceleração

Neste caso a equação do movimento escrita em termos da aceleração, é dada da seguinte forma:

$$\{a(t)\} + [M_c] \int_0^t a(t) dt + [M_k] \int_0^t \int_0^t a(t) dt^2 = [M]^{-1} \{f(t)\} - [M_c] \{v(0)\} - [M_k] \{x(0)\} - [M_k] \{v(0)\} t \quad (4.52)$$

Expandindo-se $\{a(t)\}$, da equação (4.52), em termos de séries de Fourier tem-se:

$$[A]_{r2 \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [A]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^{2T} [A]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} = [F]_{r2 \times n} [M]_{n \times n}^{-1} - [V_0]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} - [X_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} - [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} \quad (4.53)$$

Daí:

$$[F]_{r2 \times n} [M]_{n \times n}^{-1} = [A]_{r2 \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [A]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^{2T} [A]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} + [V_0]_{r2 \times n} [M_C]_{n \times n} + [X_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [V_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n} \quad (4.54)$$

E então a identificação fica:

$$[F] = \begin{bmatrix} ([I]_{r2 \times r2} + [P]_{2 \times r2}^T [M_C]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^{2T} [M_K]_{n \times n}) [A]_{r2 \times n} + \\ ([M_C]_{n \times n} + [P]_{2 \times r2}^T [M_K]_{n \times n}) [V_0]_{r2 \times n} + ([X_0]_{r2 \times n} [M_K]_{n \times n}) \end{bmatrix} \cdot [M]_{n \times n} \quad (4.55)$$

2.2. Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

Um outro estudo para a identificação das forças de excitação foi realizado utilizando as equações de estado. A idéia da metodologia desenvolvida é isolar a força de excitação, calculando-a diretamente, desde que se tenha o conhecimento dos valores dos parâmetros físicos e das respostas em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Um condicionador adequado pode fazer estas integrações, partindo-se somente das medidas de acelerações.

2.2.1. Equacionamento do Método

Seja a equação de equilíbrio dinâmico de um sistema com vários graus de liberdade:

$$[M]_{n \times n} \left\{ \ddot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \left\{ \dot{x}(t) \right\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \left\{ x(t) \right\}_{n \times 1} = \left\{ f(t) \right\}_{n \times 1} \quad (2.4)$$

onde:

$$\begin{aligned} \left\{ x(t) \right\}_{n \times 1}^T &= \left\{ x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ \cdots \ x_n(t) \right\} \\ \left\{ \dot{x}(t) \right\}_{n \times 1}^T &= \left\{ \dot{x}_1(t) \ \dot{x}_2(t) \ \dot{x}_3(t) \ \cdots \ \dot{x}_n(t) \right\} \\ \left\{ \ddot{x}(t) \right\}_{n \times 1}^T &= \left\{ \ddot{x}_1(t) \ \ddot{x}_2(t) \ \ddot{x}_3(t) \ \cdots \ \ddot{x}_n(t) \right\} \\ \left\{ f(t) \right\}_{n \times 1}^T &= \left\{ f_1(t) \ f_2(t) \ f_3(t) \ \cdots \ f_n(t) \right\} \end{aligned} \quad (2.56)$$

As equações de estado podem ser expressas da seguinte forma para este sistema:

$$\left\{ \ddot{\chi}(t) \right\}_{2n \times 1} = [A]_{2n \times 2n} \left\{ \dot{\chi}(t) \right\}_{2n \times 1} + [B]_{2n \times n} \left\{ f(t) \right\}_{n \times 1} \quad (2.57)$$

onde:

$$\left\{ \ddot{\chi}(t) \right\}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} \left\{ \dot{x}(t) \right\} \\ \left\{ \ddot{x}(t) \right\} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \left\{ \dot{\chi}(t) \right\}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} \left\{ x(t) \right\} \\ \left\{ \dot{x}(t) \right\} \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (2.58)$$

Desta forma, pode-se escrever a equação de estado na forma:

$$\begin{bmatrix} \left\{ \dot{x}(t) \right\} \\ \left\{ \ddot{x}(t) \right\} \end{bmatrix}_{2n \times 1} - [A]_{2n \times 2n} \begin{bmatrix} \left\{ x(t) \right\} \\ \left\{ \dot{x}(t) \right\} \end{bmatrix}_{2n \times 1} = [B]_{2n \times n} \{f(t)\}_{n \times 1} \quad (2.59)$$

onde $[A]$ é a matriz dinâmica do sistema e dada por:

$$[A]_{2n \times 2n} = \left[\begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [I]_{n \times n} \\ \hline -[[M]^{-1}[K]]_{n \times n} & -[[M]^{-1}[C]]_{n \times n} \end{array} \right] \quad (2.60)$$

e $[B]$ uma matriz de zeros e da matriz de massa na seguinte forma:

$$[B]_{2n \times n} = \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} \\ [M]_{n \times n}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Considerando o produto de $[M]^{-1} [K] = [MK]$ e $[M]^{-1} [C] = [MC]$ escrevemos uma equação mais detalhada:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{x}_n(t) \end{Bmatrix}_{2n \times 1} - \left[\begin{array}{c|c} [0]_{n \times n} & [I]_{n \times n} \\ \hline -[MK]_{n \times n} & -[MC]_{n \times n} \end{array} \right]_{2n \times 2n} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{Bmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} [\text{Zeros}]_{n \times n} \\ [M]_{n \times n}^{-1} \end{bmatrix}_{2n \times n} \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{Bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.62)$$

Desta equação, pode-se determinar as forças de excitação, utilizando as respostas em termos de deslocamento, velocidade e aceleração.

CAPÍTULO 3

TEORIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO

A figura abaixo apresenta um esquema simplificado de um sistema funcionando com observadores de estado, onde se verificam a força de excitação $\{f(t)\}$, a resposta $\{y(t)\}$, os observadores dos parâmetros sujeitos a falhas $z_1 \dots z_n$ e uma unidade de decisão lógica.

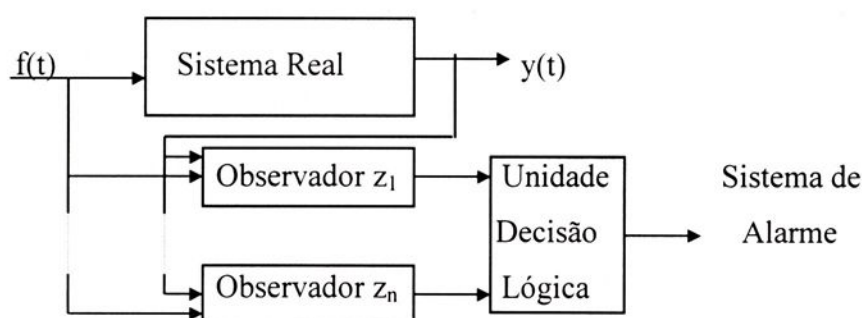


Figura 3.1: Sistema de detecção e localização de falhas.

Quando determinado componente de um sistema mecânico começa a falhar, a influência deste processo é rapidamente verificada pelo observador de estado, pois o mesmo apresenta a mesma resposta do sistema real, desde que este esteja funcionando adequadamente.

Para descrição do observador de estado, considera-se o seguinte sistema linear e invariante no tempo apresentado pela equação abaixo:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A] \{x(t)\} + [B] \{u(t)\}$$

e

$$\{y(t)\} = [C_{me}] \{x(t)\} + [D] \{u(t)\}$$

(3.1)

Onde $[A] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $[B] \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $[C_{me}] \in \mathbb{R}^{k \times n}$, $[D] \in \mathbb{R}^{k \times p}$, sendo n a ordem do sistema, p o número de entradas $\{u(t)\}$, e k o número de saídas $\{y(t)\}$.

3.1. Tipos de Observadores de Estado

3.1.1. Observadores Triviais

Para o problema de estimação do estado de um sistema, uma solução trivial é construir uma cópia do sistema original. Se por exemplo o sistema original é o mestrado nas equações (3.1):

O observador deveria ser:

$$\{\bar{\dot{x}}(t)\} = [A] \{\bar{x}(t)\} + [B] \{u(t)\} \quad (3.2)$$

Caso $\{x(0)\} = \{\bar{x}(0)\}$, o modelo seguirá exatamente o sistema original. O problema com esta técnica é que o erro não reduz rapidamente. Pode-se verificar que:

$$[\{\bar{\dot{x}}(t)\} - \{\dot{x}(t)\}] = [A][\{\bar{x}(t)\} - \{x(t)\}] \quad (3.3)$$

Através da equação (3.3), verifica-se que o erro somente tende a zero se o sistema original é assintoticamente estável e na velocidade determinada pelos autovalores do sistema original, limitando seriamente a metodologia empregada.

3.1.2. Observadores do Tipo Identidade

Considera-se, para descrição do observador identidade, o mesmo sistema linear e invariante no tempo apresentado pelas equações (3.1).

Um observador para tal sistema é dado por:

$$\{\bar{\dot{x}}(t)\} = [A]\{\bar{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L](\{y(t)\} - \{\bar{y}(t)\}) \quad (3.4)$$

e

$$\{\bar{y}(t)\} = [C_{me}]\{\bar{x}(t)\} \quad (3.5)$$

onde $[L]$ é a matriz do observador de estado.

O erro de estimação de estado fica:

$$\{e(t)\} = \{\bar{x}(t)\} - \{x(t)\} \quad (3.6)$$

e o erro de estimação na saída (resíduo):

$$\{\varepsilon(t)\} = \{\bar{y}(t)\} - \{y(t)\} \quad (3.7)$$

Agora, substituindo as equações (3.1), (3.3), (3.4) e (3.5) em (3.6) e (3.7), têm-se:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}])\{e(t)\} + [L][D]\{u(t)\} \quad (3.8)$$

e

$$\{\varepsilon(t)\} = [C_{me}]\{e(t)\} - [D]\{u(t)\} \quad (3.9)$$

onde $\{\dot{e}(t)\} = d\{e(t)\} / dt$ representa a evolução do erro do observador.

Os autovalores da matriz do observador $([A] - ([L] [C_{me}]))$ são escolhidos usualmente à esquerda dos autovalores da matriz dinâmica $[A]$ para garantir a estabilidade do sistema e rápida convergência.

3.1.3. Observadores de Ordem Reduzida

Verifica-se no observador descrito anteriormente que ele apresenta um certo grau de redundância. Ele reconstrói todas as n variáveis do sistema original, mesmo que algumas delas já sejam conhecidas. Então, o objetivo é construir um observador que tenha $(n-k)$ variáveis de estado, onde k é o número de medidas.

Considerando novamente um sistema totalmente observável dado pelas equações 3.1 e assumindo que a matriz de medidas $[C_{me}]$ de ordem $(n \times k)$ tem posto k , correspondendo à condição de que k medidas são linearmente independentes.

Seja V uma matriz de ordem $\{(n-k) \times (n)\}$, onde k é a dimensão de $\{y(t)\}$ onde

$$[PT] = \begin{bmatrix} [V] \\ [C_{me}] \end{bmatrix} \text{ é não singular.}$$

Introduzindo agora uma mudança de variáveis, têm-se:

$$\{\alpha(t)\} = [P][T]\{x(t)\} \quad (3.10)$$

Este novo vetor de estado $\{\alpha(t)\}$ pode ser subdividido como:

$$\{\alpha(t)\} = \begin{bmatrix} \{w(t)\} \\ \{y(t)\} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde $\{w(t)\}$ é de dimensão $(n-k)$ e $\{y(t)\}$ é o vetor de saída com dimensão (k) .

Após esta transformação de variável, o sistema de matrizes pode ser reescrito como:

$$\begin{bmatrix} \{\dot{w}(t)\} \\ \{\dot{y}(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \{w(t)\} \\ \{y(t)\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B]_1 \\ [B]_2 \end{bmatrix} \{u(t)\} \quad (3.12)$$

Do sistema acima, pode se extrair um subsistema de ordem $(n-k)$ que tem como entradas as quantidades conhecidas $\{u(t)\}$ e $\{y(t)\}$. Neste caso, um subsistema de características polinomiais pode ser selecionado, multiplicando-se a parte inferior da equação (3.12) por uma matriz arbitrária $[E]$ de ordem $[(n-k) \times k]$ e subtraindo da parte superior:

$$\begin{aligned} \{\dot{w}(t)\} - [E]\{\dot{y}(t)\} &= ([A_{11}] - [E][A_{21}])\{w(t)\} + \\ &+ ([A_{12}] - [E][A_{22}])\{y(t)\} + ([B]_1 - [E][B]_2)\{u(t)\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

A equação (3.14) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \{\dot{w}(t)\} - [E] \{\dot{y}(t)\} &= ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) (\{w(t)\} - [E] \{y(t)\}) + \\ &+ ([A_{11}] [E] - [E] [A_{21}] [E] + [A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + \\ &+ ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Chamando $\{g(t)\} = \{w(t)\} - [E] \{y(t)\}$, têm-se que:

$$\begin{aligned} \{\dot{g}(t)\} &= ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) \{g(t)\} + \\ &+ ([A_{11}] [E] - [E] [A_{21}] [E] + [A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + \\ &+ ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Na equação (3.16), $\{g(t)\}$ é desconhecido, enquanto $\{y(t)\}$ e $\{u(t)\}$ caracterizam as entradas conhecidas. O observador de estado de dimensão $(n-k)$ para a equação (3.13) é formado através da equação (3.16). Têm-se, portanto:

$$\begin{aligned} \{\dot{\bar{x}}(t)\} &= ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) \{\bar{x}(t)\} + \\ &+ ([A_{11}] [E] - [E] [A_{21}] [E] + [A_{12}] - [E] [A_{22}]) \{y(t)\} + \\ &+ ([B_1] - [E] [B_2]) \{u(t)\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Subtraindo a equação (3.15) de (3.16), têm-se:

$$\{\dot{\bar{x}}(t)\} - \{\dot{g}(t)\} = ([A_{11}] - [E] [A_{21}]) (\{\bar{x}(t)\} - \{g(t)\}) \quad (3.17)$$

O estado $\{\bar{x}(t)\}$ do observador tende a $\{g(t)\}$ na velocidade determinada pelos autovalores da matriz $[[A_{11}] - [E] [A_{21}]]$. A partir do vetor de estado $\{\bar{x}(t)\}$ do observador, o estado original da equação (3.12) é estimado por $\{\bar{w}(t)\}$ e $\{\bar{y}(t)\}$, determinados por:

$$\{\bar{w}(t)\} = \{g(t)\} + [E] \{y(t)\} \quad (3.18)$$

e

$$\{\bar{y}(t)\} = \{y(t)\} \quad (3.19)$$

O vetor de estado $\{g(t)\}$, juntamente com as medidas originais de $\{y(t)\}$, fornecem informações suficientes para construção de uma aproximação para o estado do sistema original.

3.2. Fluxograma completo para o cálculo dos Observadores de Estado

No fluxograma abaixo são mostradas as etapas do cálculo dos observadores de estado global e observadores de estado robustos aos parâmetros do sistema sujeitos a falhas:

- 1) - Inicialmente faz-se a aquisição de sinais na entrada (força de excitação) e na saída (deslocamento) no domínio do tempo.
- 2) - As matrizes de massa $[M]$, rigidez $[K]$ e amortecimento $[C]$ são identificadas através de análise modal experimental ou métodos de Identificação de Parâmetros.
- 3) - O modelo matemático é ajustado, comparando-se os resultados do modelo com os valores medidos.
- 4) - Este bloco analisa se as respostas do modelo ajustado estão de acordo com as respostas obtidas experimentalmente.
- 5) - Os observadores global e robustos aos parâmetros sujeitos a falhas são projetados com a utilização dos parâmetros identificados.
- 6) - Inicia-se o processo de aquisição de sinais.
- 7) - Com a primeira medida obtida, verifica-se se o posto da matriz de observabilidade tem a ordem do sistema reduzido, isto é, a ordem do sistema menos o número de medidas efetuadas.
- 8) - Se o sistema não for observável com o número de medidas efetuadas, deve-se utilizar de uma outra medida ou substituir alguma já existente.

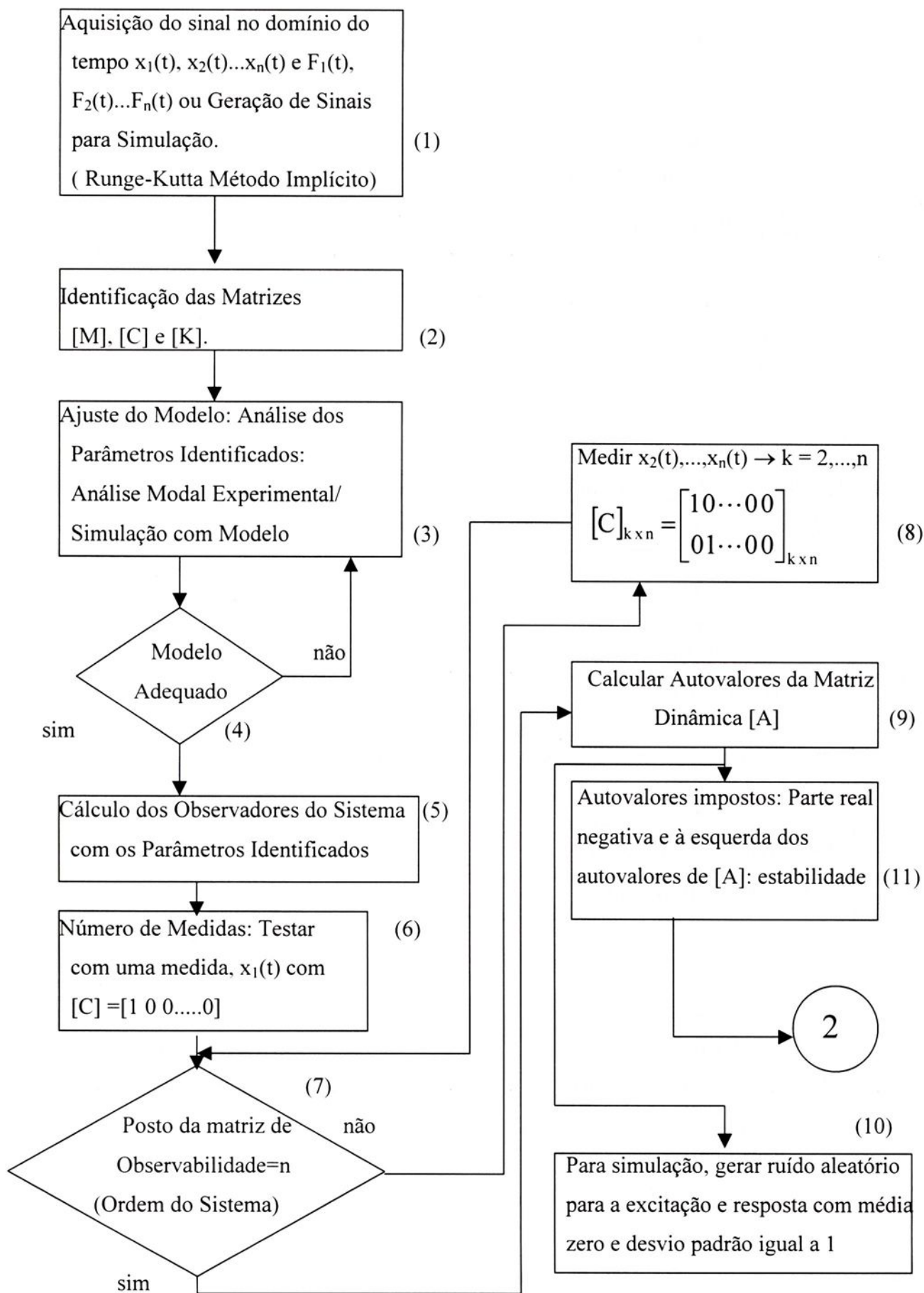


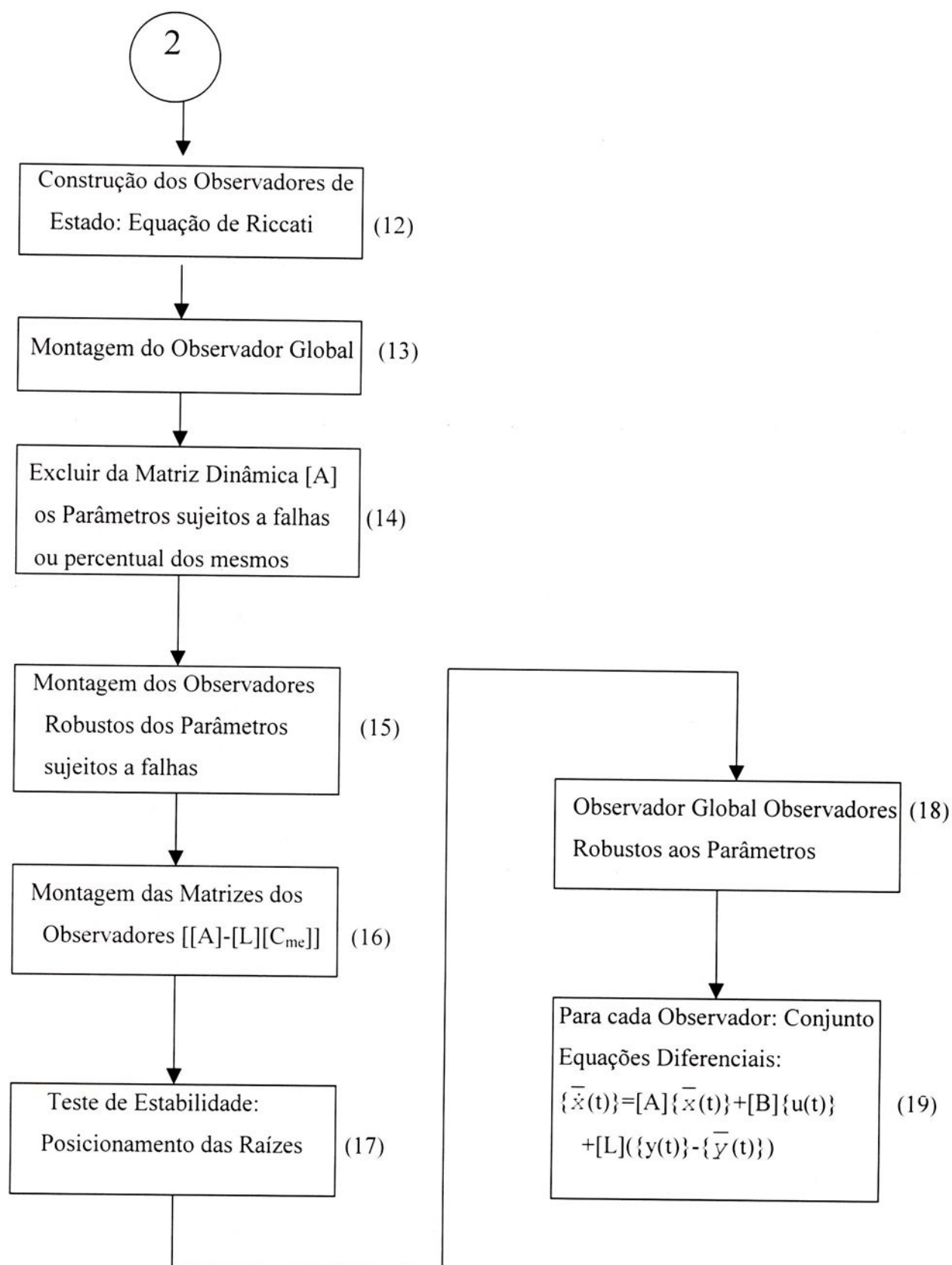
- 9) - Cálculo dos autovalores da matriz dinâmica $[A]$ do modelo do sistema.
- 10) - Para o caso de simulações computacionais é possível gerar ruídos aleatórios, estes devem ter média zero e desvio padrão um.
- 11) - Para o cálculo dos observadores de estado global e robustos aos parâmetros sujeitos a falhas, são impostos autovalores com parte real negativa e à esquerda dos autovalores de $[A]$ para garantir estabilidade e critérios de convergência. Para verificação dos autovalores a serem impostos, a análise foi feita utilizando-se como referência o autovalor de menor parte real negativa na matriz dinâmica $[A]$, selecionando os autovalores mais próximos à sua esquerda.
- 12) - O programa começa a construção dos observadores de estado utilizando-se as equações de Riccati.
- 13) - Inicialmente é construído o observador global que consegue detectar possíveis irregularidades ou falhas no sistema, mas não consegue localizá-las.
- 14) - Para a construção dos observadores robustos, são retirados da matriz dinâmica $[A]$, os parâmetros sujeitos a falhas ou percentual dos mesmos
- 15) - Nesta fase, o programa monta os observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falhas.
- 16) - São montadas as matrizes dos observadores $[[A] - [L][C_{mc}]]$.
- 17) - É feito um teste de estabilidade para os observadores de estado utilizando-se o método do posicionamento de raízes. Se ocorrer uma instabilidade, novos autovalores deverão ser impostos.
- 18) - Após a conclusão do teste de estabilidade, o programa fornece os observadores de estado global e robustos aos parâmetros sujeitos a falhas.



- 19) - Cada observador de estado é apresentado como um conjunto de equações diferenciais, que utiliza os valores medidos e é resolvido simultaneamente através do método de Runge-Kutta.







CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS DE EXCITAÇÃO

Como se pôde observar na revisão da bibliografia apresentada no Capítulo 1 deste trabalho, ao longo dos anos várias metodologias foram desenvolvidas para identificação de forças de excitação em sistemas mecânicos. Os dois métodos estudados e apresentados no Capítulo 2: Método das Séries de Fourier e Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado, são desenvolvidos para a identificação de forças de excitação periódicas e há a necessidade de um modelo matemático adequado.

Para que a identificação das forças de excitação seja possível, todos os parâmetros do sistema devem ser conhecidos previamente, juntamente com as respostas no tempo. Tanto na identificação pelo Método das Séries de Fourier como pelo Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado foram desenvolvidas rotinas para simulação computacional.

Os resultados que serão apresentados nesta seção foram simulados computacionalmente pela utilização da linguagem Fortran e do software MatLab.

Exemplo: Sistema massa-mola com três graus de liberdade e três forças de excitações. Todos os dados apresentados estão no Sistema Internacional de Unidades (SI).

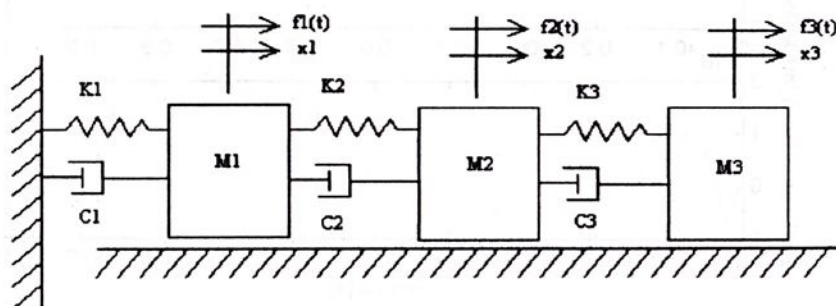


Figura 4.1: Sistema de três graus de liberdade utilizado para identificação das excitações presentes no sistema.

Tabela-4.1: Parâmetros do sistema para o exemplo.

Massa (kg)	Amortecimento (N.s/m)	Rigidez (N/m)	Forças de Excitação (Amplitudes em N)
$M_1=3$	$C_1=30$	$K_1=10000$	$F_1=5.\text{sen}(150.t)$
$M_2=2$	$C_2=20$	$K_2=4000$	$F_2=2.\text{sen}(100.t)$
$M_3=5$	$C_3=50$	$K_3=6000$	$F_3=3.\text{sen}(200.t)$

O tempo total de amostragem é de 1segundo e foram gerados 1024 pontos discretos através do método de Runge-Kutta de quarta ordem. Consideram-se a seguir duas análises, com e sem ruídos aleatórios.

PARTE – A: Ausência de ruídos aleatórios.

Os dados de deslocamento, velocidade e aceleração sem ruídos obtidos estão representados a seguir.

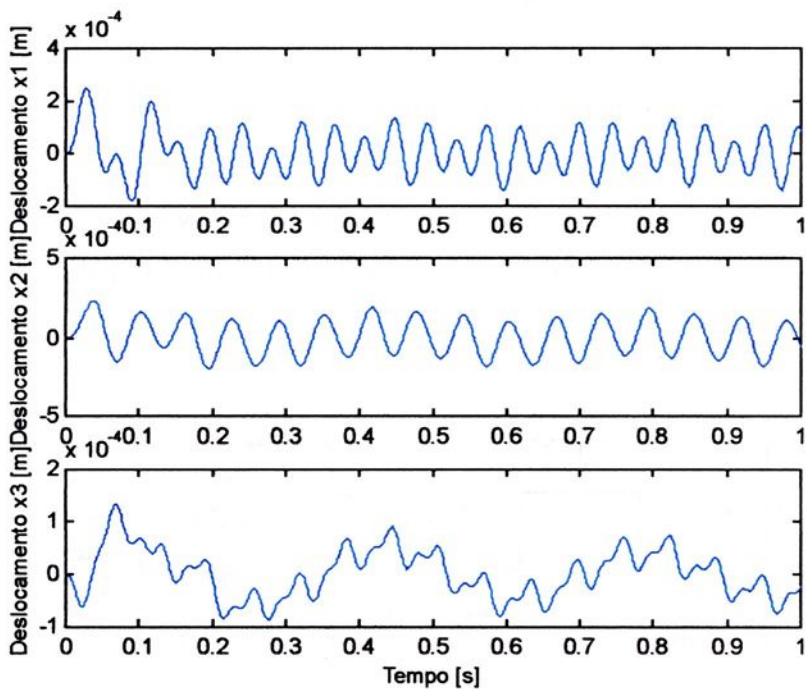


Figura 4.2: Dados de deslocamento para o sistema sem ruídos.

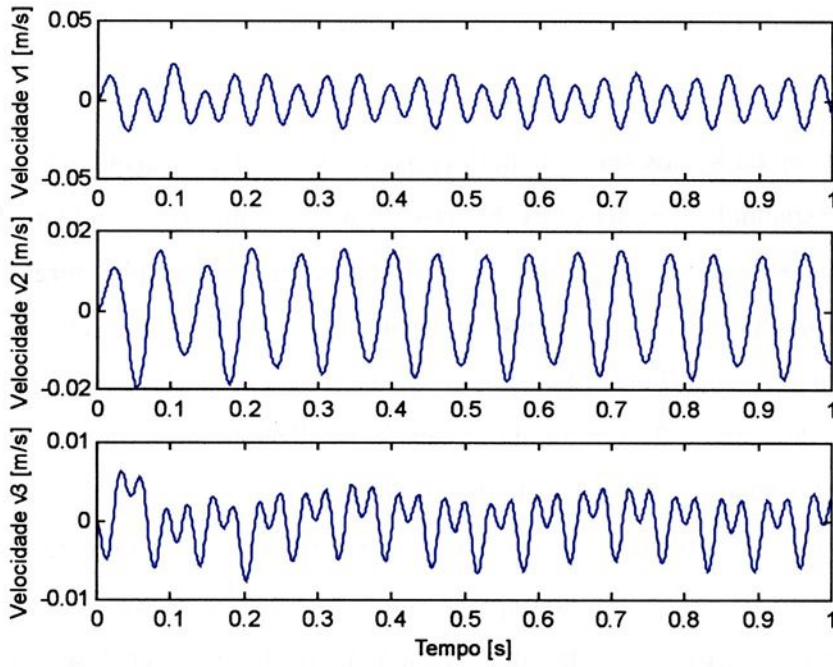


Figura 4.3: Dados de velocidade para o sistema sem ruídos.

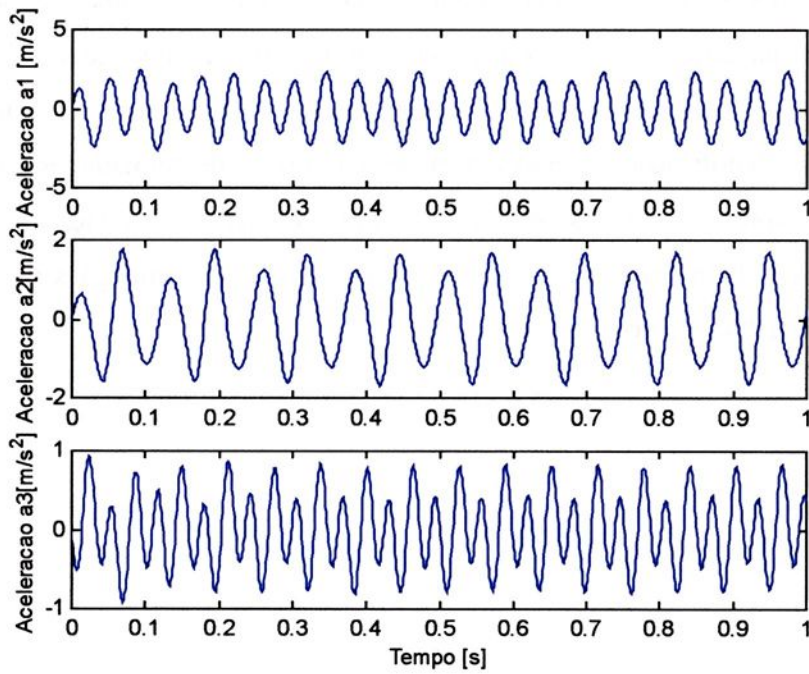


Figura 4.4: Dados de aceleração para o sistema sem ruídos.

Método das Séries de Fourier

Após a discretização dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração, estas respostas do sistema foram expandidas em séries de Fourier através de uma rotina adequada, que calcula os coeficientes em senos e co-senos. No caso deste primeiro exemplo apresentado, inicia-se a identificação com 20 termos das séries de Fourier ($r=20$). É importante salientar que os 20 termos citados geram uma função de senos e co-senos com $2r+1$ elementos, ou seja, geram-se no caso 20 termos de senos e 21 termos de co-senos, totalizando 41 termos no total. O tempo de amostragem é de 1 segundo, discretizado em 1024 pontos.

Neste trabalho são utilizados somente os sinais de deslocamento e velocidade. As respostas utilizando os sinais de aceleração não apresentaram resultados satisfatórios devido a problemas de ordem numérica, necessitando de uma análise mais profunda a ser desenvolvida em trabalhos futuros.

Inicialmente consideram-se os dados obtidos através das expansões das respostas em termos de deslocamentos, notando-se uma a melhora na identificação quando se aumenta o número de termos retidos na série, ou seja, com o acréscimo de termos de senos e de co-senos. Após um determinado valor do número de termos retidos r , não se consegue nenhuma melhora significativa na identificação. Para as expansões em termos de velocidades o mesmo ocorre.

A seguir, apresentam-se os resultados das identificações em relação ao valor do número de termos retidos r . Para cada valor de r são mostradas as identificações para cada expansão das respostas, em deslocamento e em velocidade.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=20$:

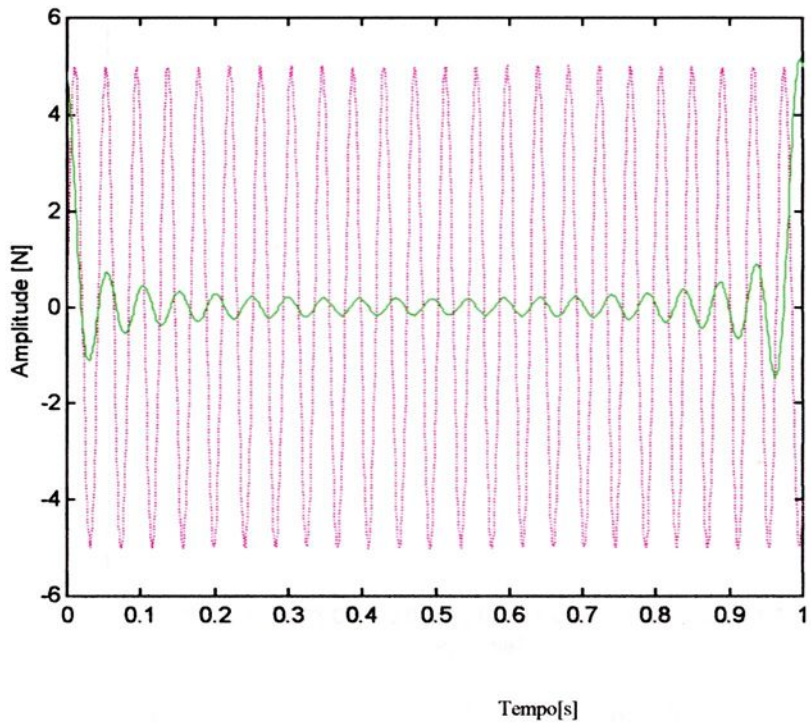


Figura 4.14: Identificação da força f_1 com $r=20$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

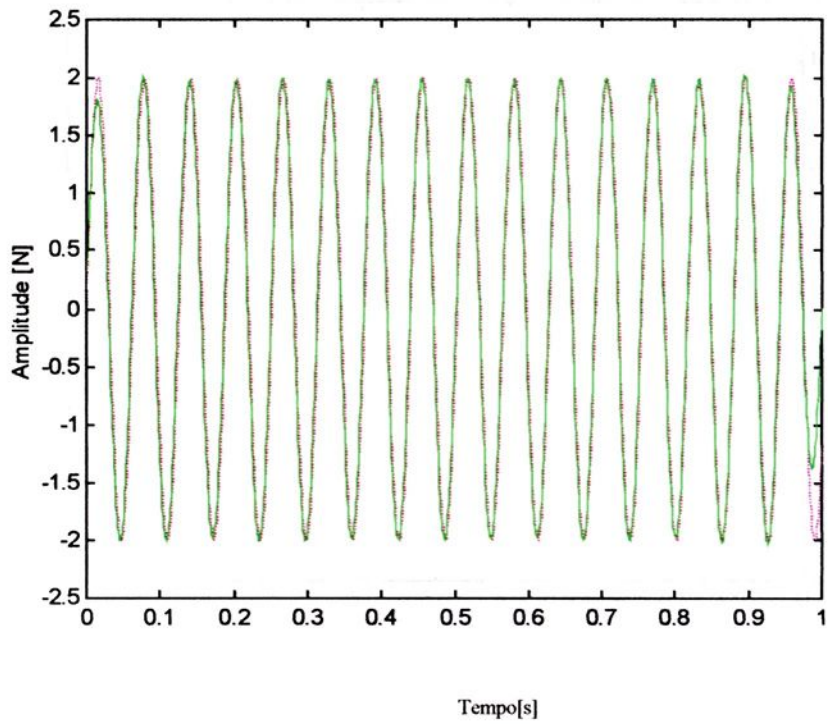


Figura 4.15: Identificação da força f_2 com $r=20$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

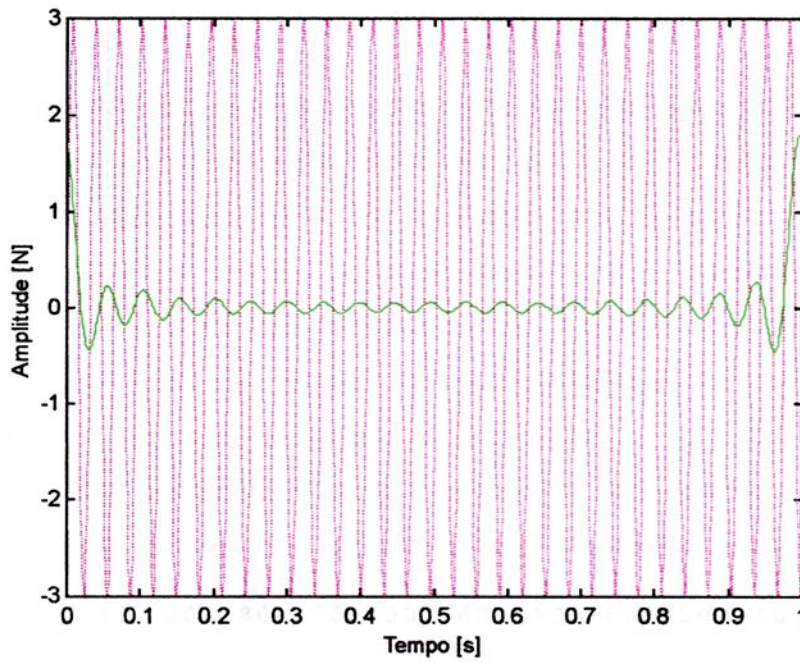


Figura 4.16: Identificação da força f_3 com $r=20$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=20$:

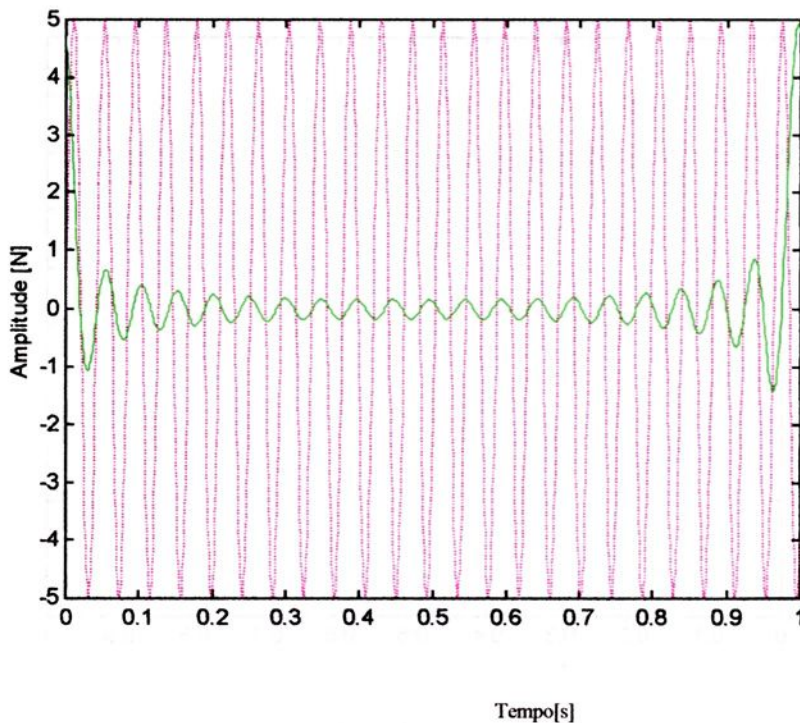


Figura 4.17: Identificação da força f_1 com $r=20$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

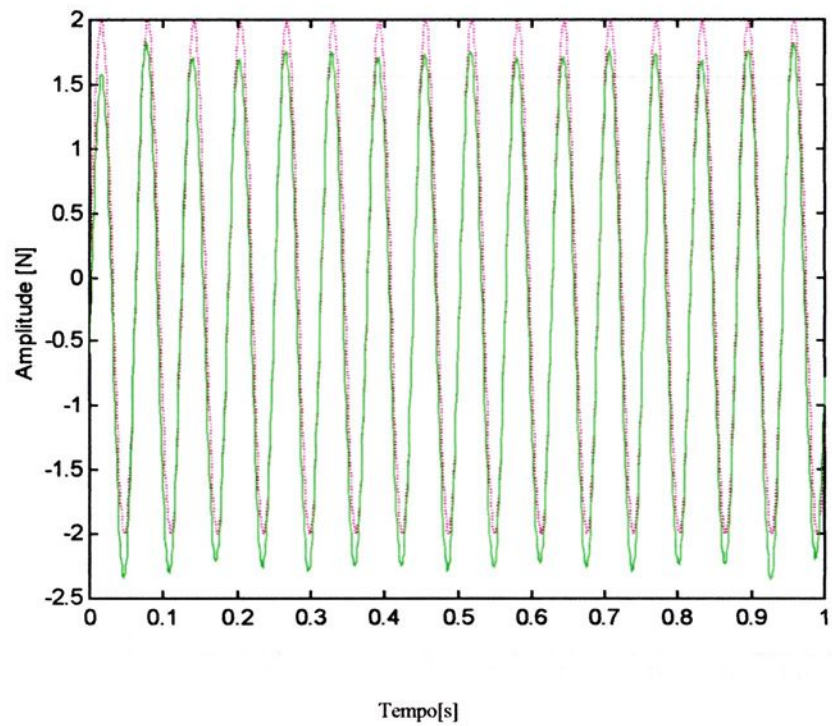


Figura 4.18: Identificação da força f_2 com $r=20$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

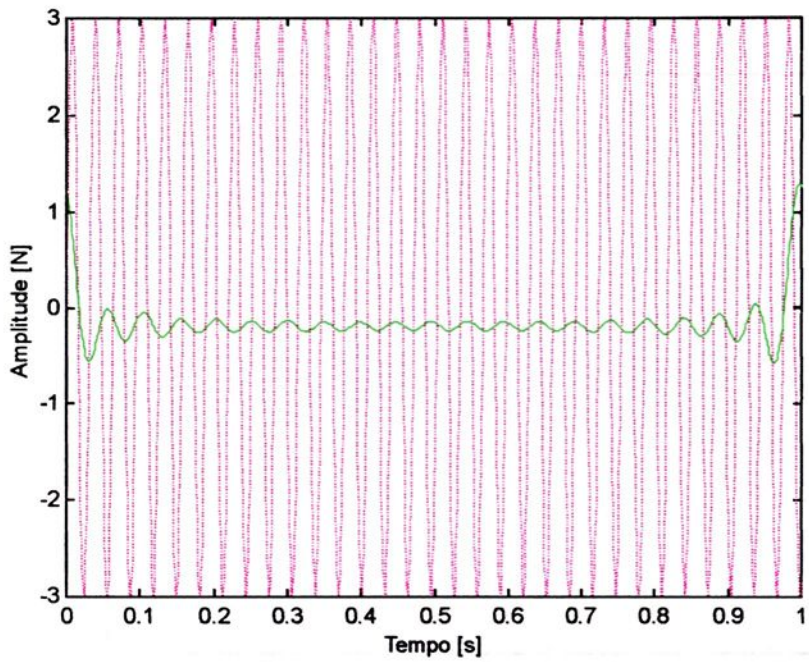


Figura 4.19: Identificação da força f_3 com $r=20$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=40$:

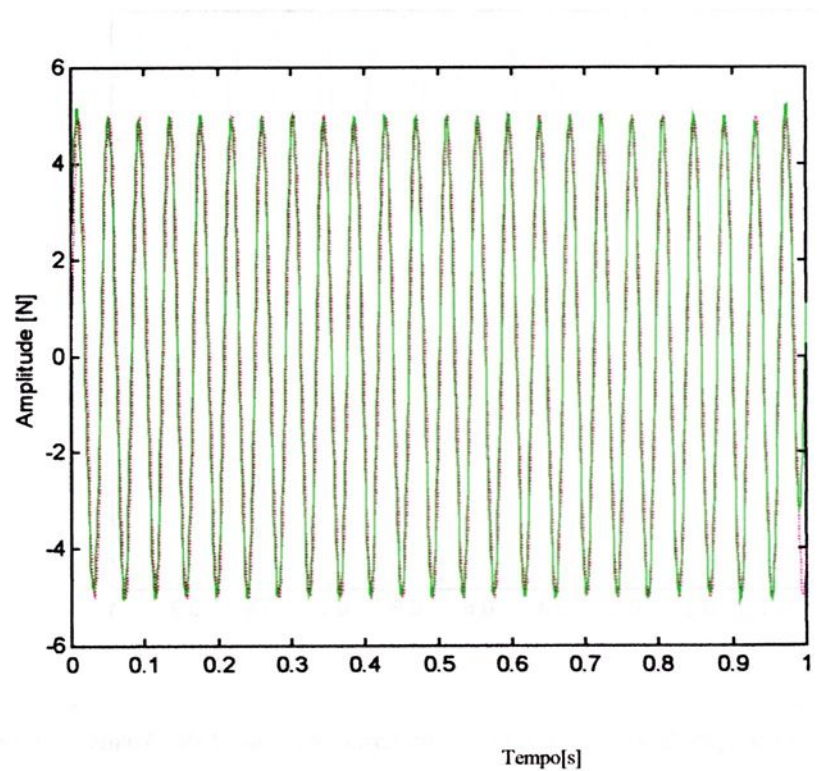


Figura 4.23: Identificação da força f_1 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

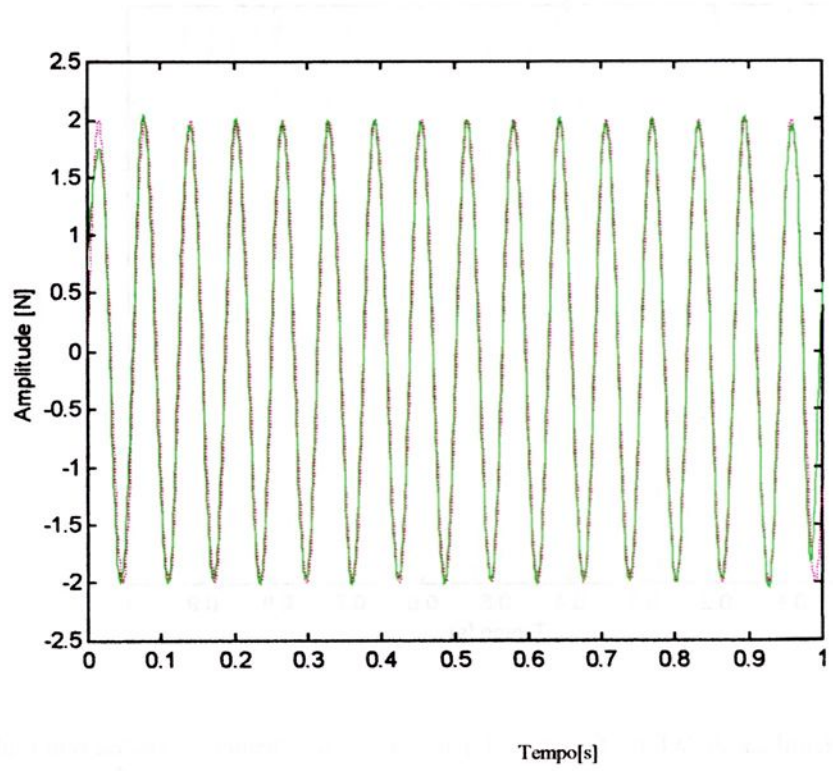


Figura 4.24: Identificação da força f_2 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

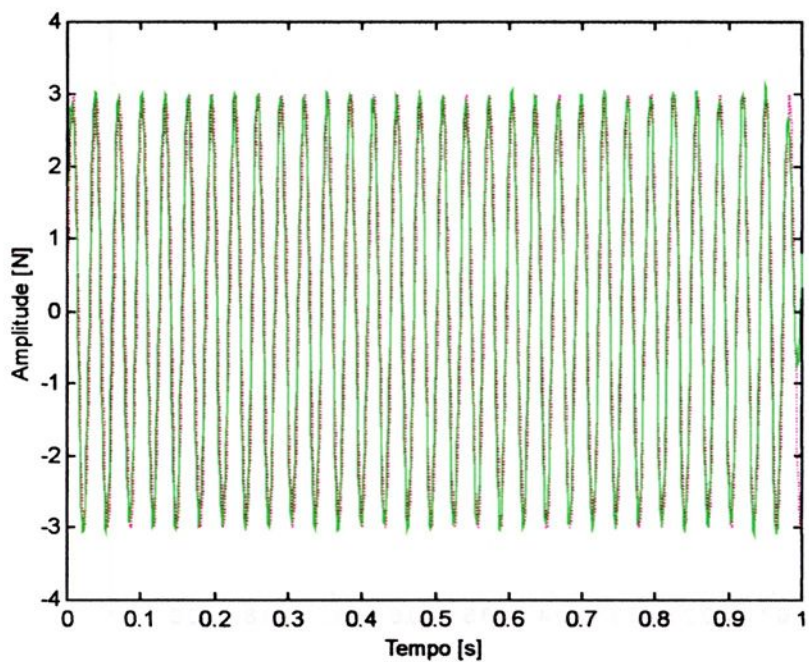


Figura 4.25: Identificação da força f_3 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=40$:

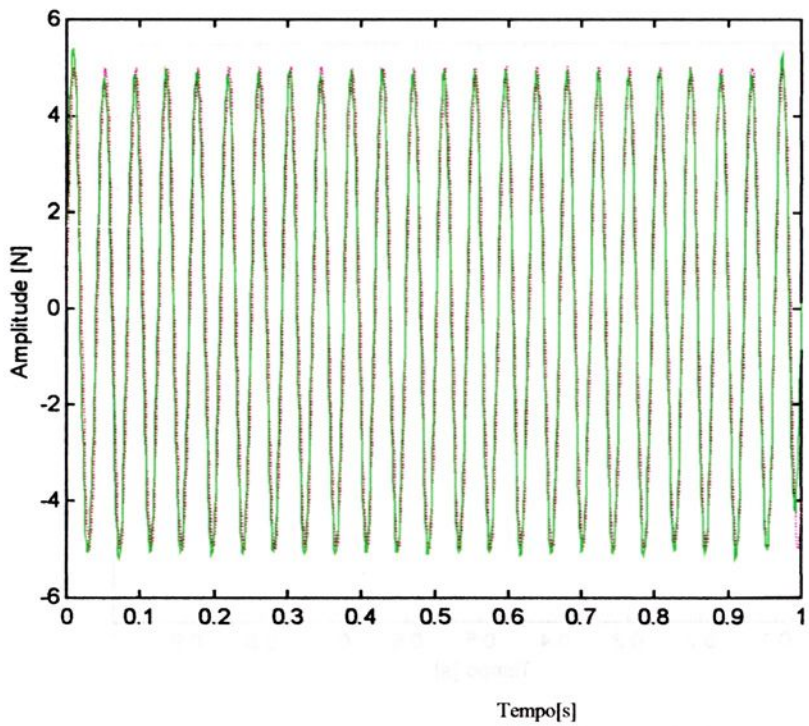


Figura 4.26: Identificação da força f_1 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

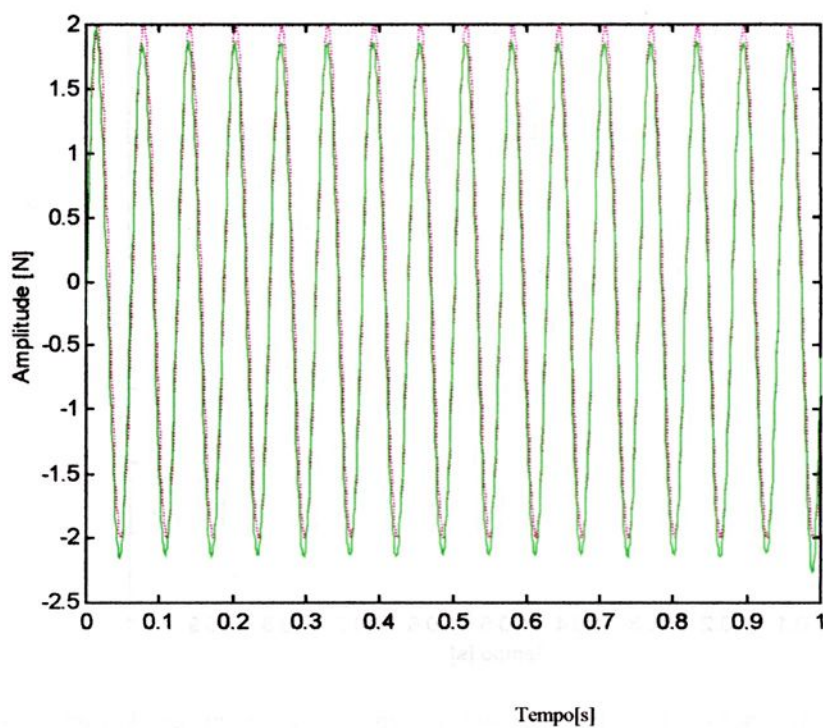


Figura 4.27: Identificação da força f_2 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

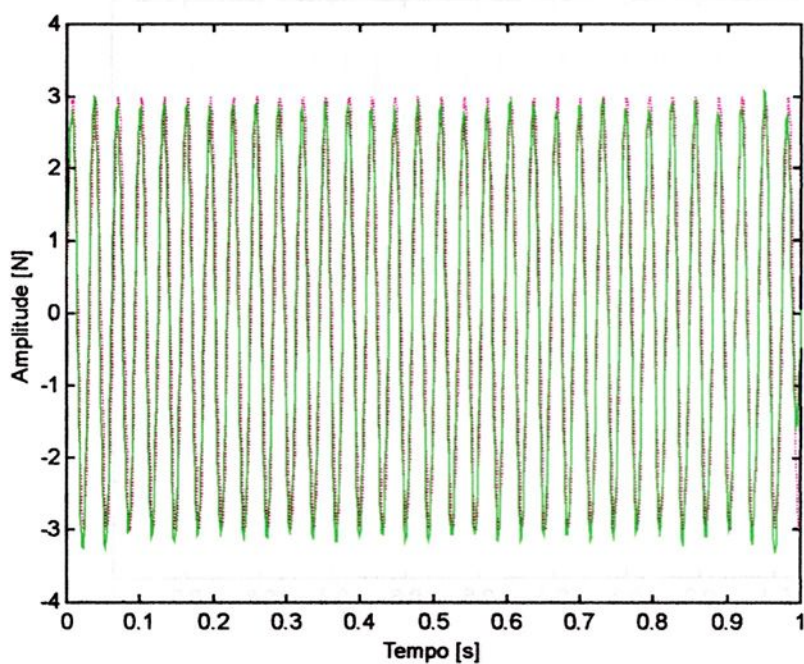


Figura 4.28: Identificação da força f_3 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=100$:

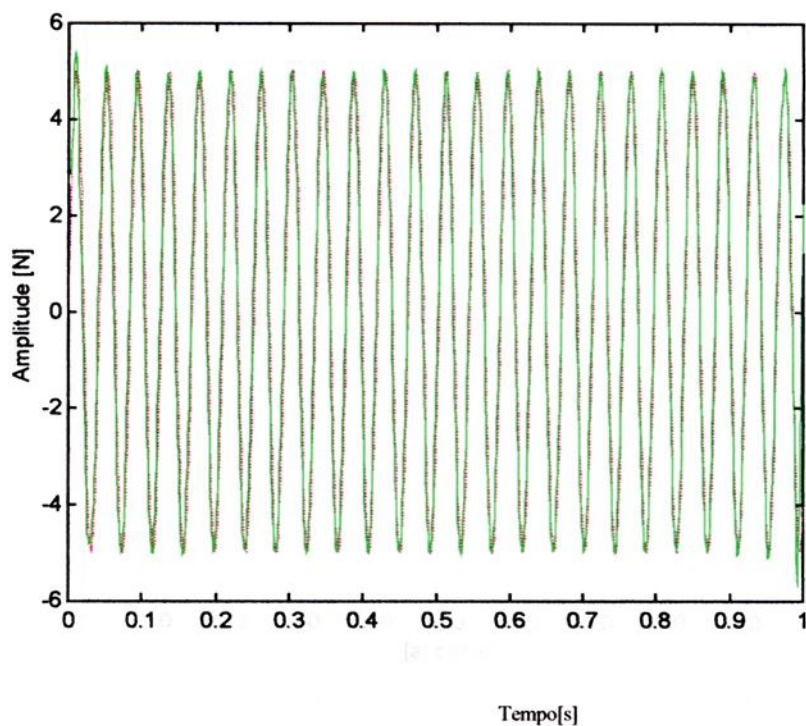


Figura 4.32: Identificação da força f_1 com $r=100$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

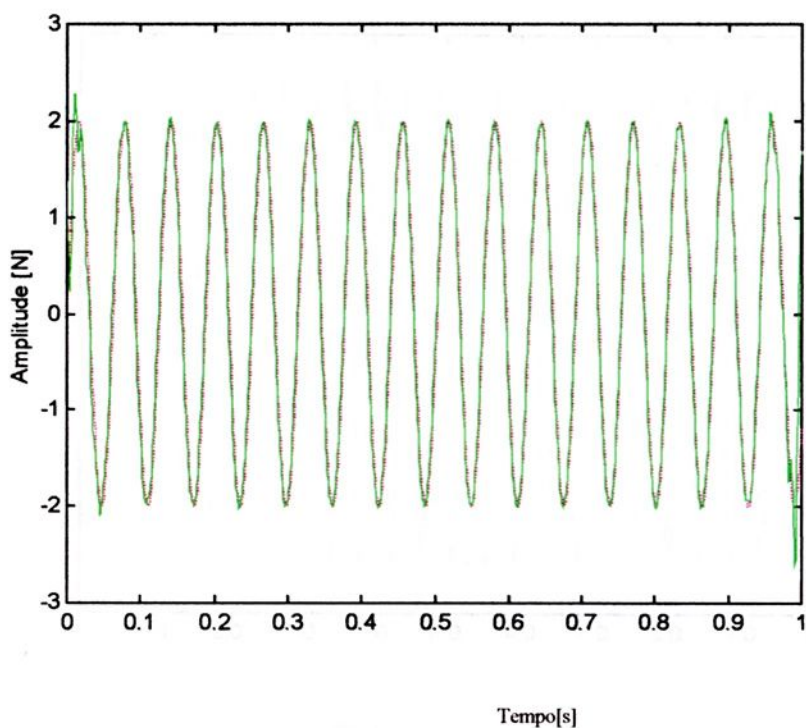


Figura 4.33: Identificação da força f_2 com $r=100$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

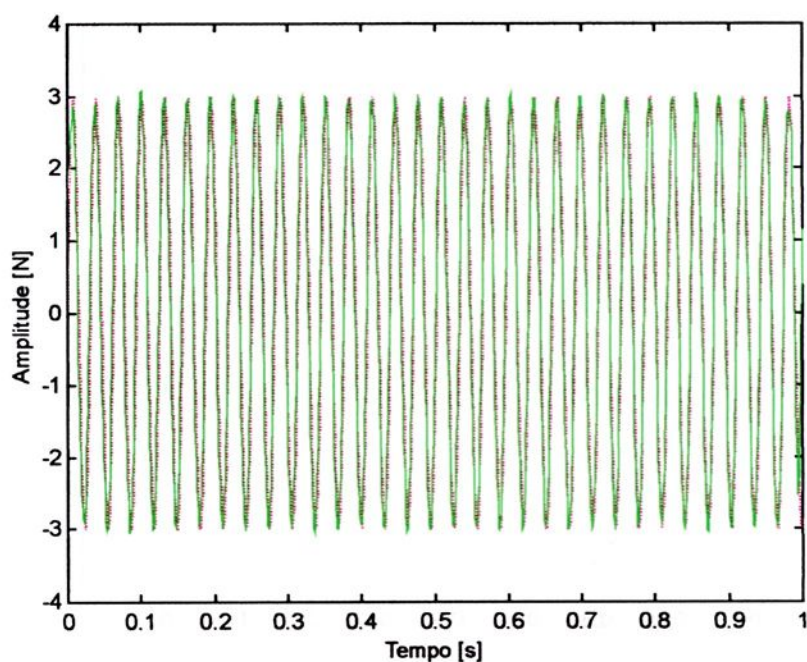


Figura 4.34: Identificação da força f_3 com $r=100$ para termos de deslocamento. Análise sem ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=100$:

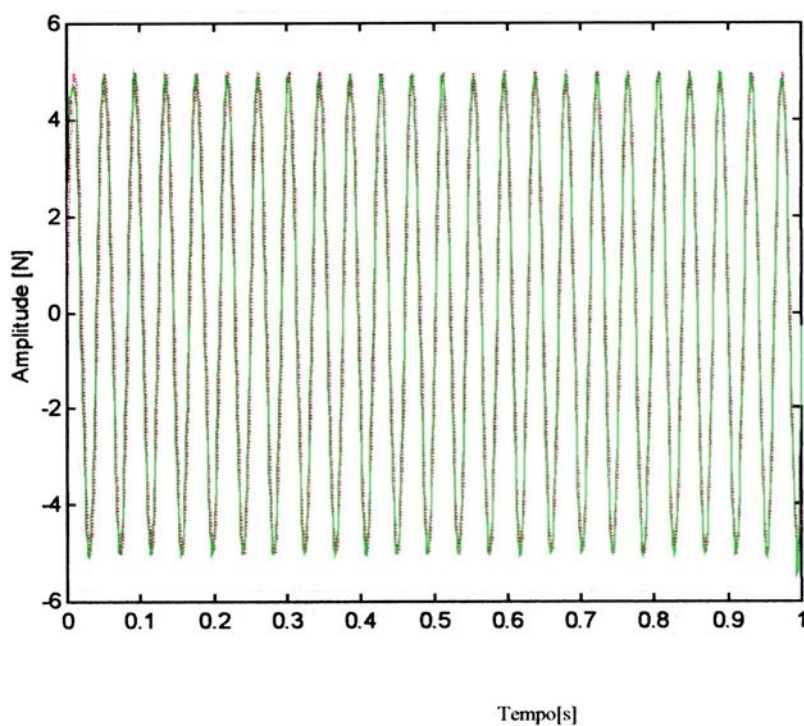


Figura 4.35: Identificação da força f_1 com $r=100$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

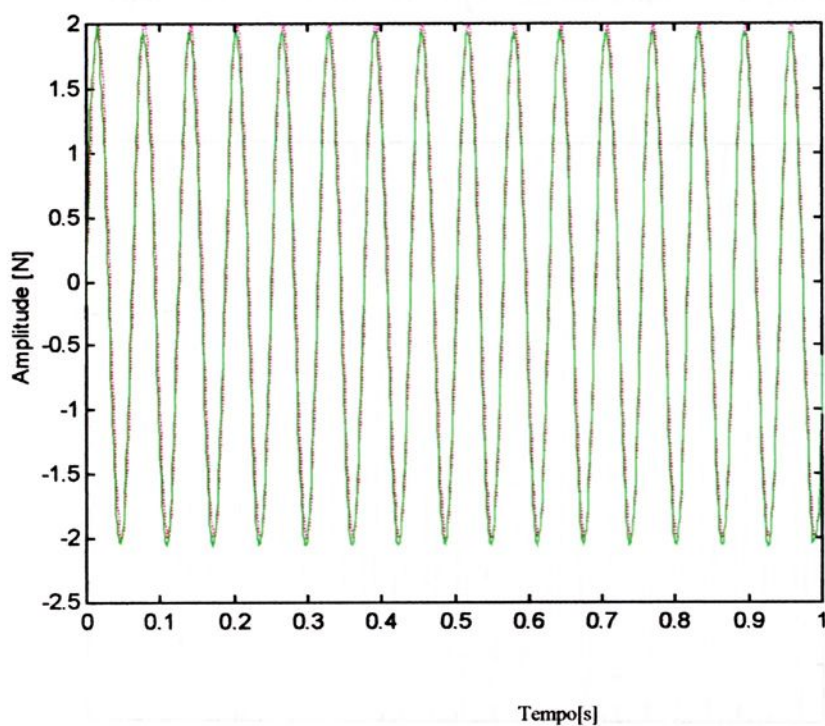


Figura 4.36: Identificação da força f_2 com $r=100$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

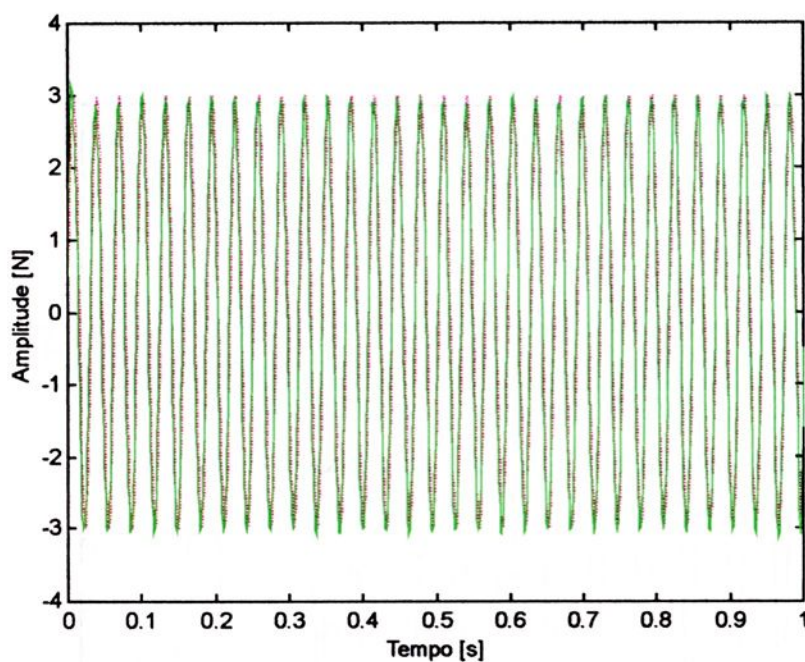


Figura 4.37: Identificação da força f_3 com $r=100$ para termos de velocidade. Análise sem ruídos.

Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

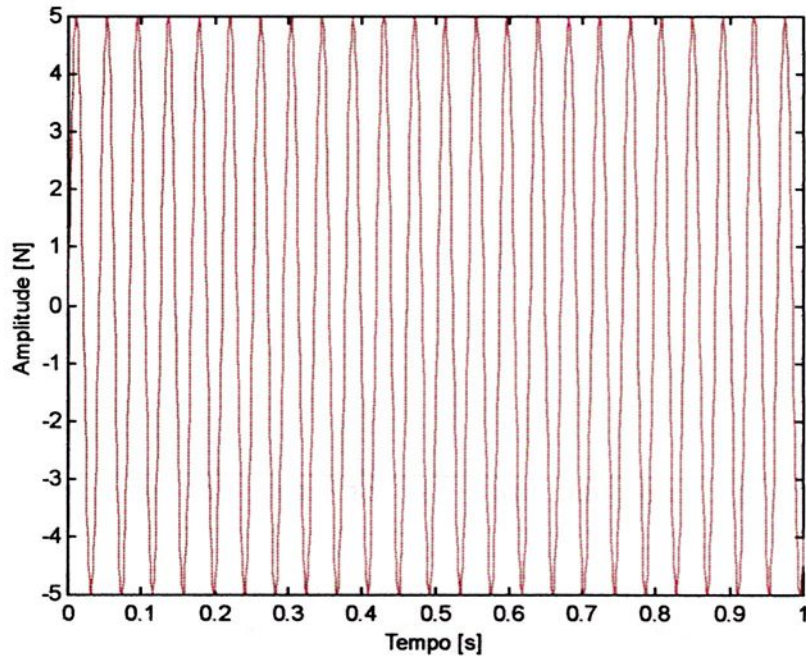


Figura 4.53: Identificação da força f_1 pelo Método Direto. Análise sem ruídos.

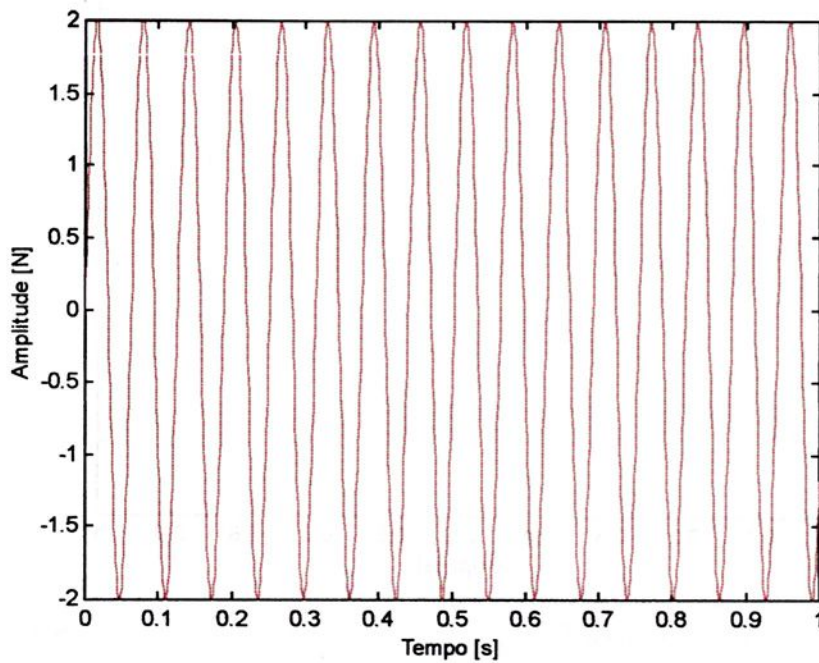


Figura 4.54: Identificação da força f_2 pelo Método Direto. Análise sem ruídos.

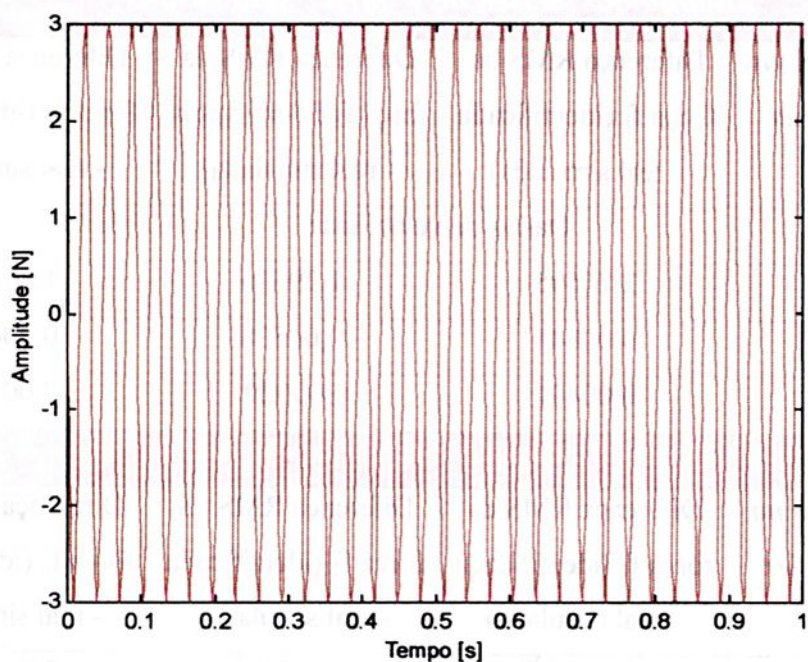


Figura 4.55: Identificação da força f_3 pelo Método Direto. Análise sem ruídos.

Pela utilização de ambos os métodos pôde-se identificar as forças envolvidas.

Tabela-4.2: Diferenças nos valores RMS das curvas das forças identificadas e reais simuladas sem ruídos.

Método das Séries de Fourier sem ruídos			
Termos retidos na série de Fourier (R)	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
Dados de deslocamento			
20	2,73161	0,02004	1,84114
40	0,02518	0,01219	0,01515
100	0,01280	0,00056	0,00879

Método das Séries de Fourier sem ruídos

<i>Termos retidos na série de Fourier (R)</i>	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
Dados de velocidade			
20	2,76505	-1,29436	1,84386
40	0,00848	-0,00508	0,00451
100	0,00491	0,00029	0,00140

Método Direto de Identificação sem ruídos

<i>Termos retidos na série de Fourier (R)</i>	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
—————	$-7,5 \times 10^{-10}$	$-3,6 \times 10^{-10}$	$-9,8 \times 10^{-10}$

PARTE – B: Presença de ruídos aleatórios.

Abaixo são apresentados os dados de deslocamento, velocidade e aceleração com ruídos aleatórios. As curvas na cor azul representam as respostas do sistema excitado nos três graus de liberdade. Dados de deslocamento e velocidade são apresentados com 15% de ruídos aleatórios.

Os ruídos foram gerados calculando-se os valores RMS das respostas e multiplicando 15% destes valores a um vetor de números aleatórios com média zero e desvio padrão um. As novas respostas simuladas influenciadas por ruídos $\{x_1r(t)\}_{1024 \times 1}$, $\{x_2r(t)\}_{1024 \times 1}$ e $\{x_3r(t)\}_{1024 \times 1}$ são confeccionadas somando-se as respostas sem ruídos aos vetores de números aleatórios ($\{aleat\}_{1024 \times 1}$), onde:

$$\begin{aligned}
 \{aleat1\}_{1024 \times 1} &= aleat(np,1) * 0,15 * RMS(x_1(t)) \\
 \{aleat2\}_{1024 \times 1} &= aleat(np,1) * 0,15 * RMS(x_2(t)) \\
 \{aleat3\}_{1024 \times 1} &= aleat(np,1) * 0,15 * RMS(x_3(t))
 \end{aligned}
 \quad , com \ np = 1, 2, 3, \dots, 1024 \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}
 \{x_1 r(t)\}_{1024 \times 1} &= \{x_1(t)\}_{1024 \times 1} + \{aleat1\}_{1024 \times 1} \\
 \{x_2 r(t)\}_{1024 \times 1} &= \{x_2(t)\}_{1024 \times 1} + \{aleat2\}_{1024 \times 1} \\
 \{x_3 r(t)\}_{1024 \times 1} &= \{x_3(t)\}_{1024 \times 1} + \{aleat3\}_{1024 \times 1}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

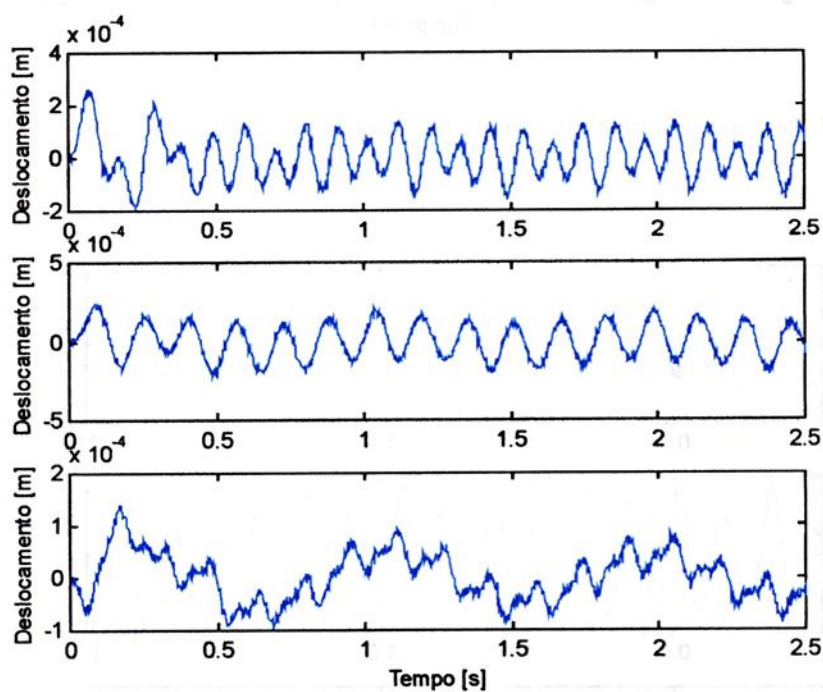


Figura 4.56: Respostas do sistema em termos de deslocamento com ruídos.

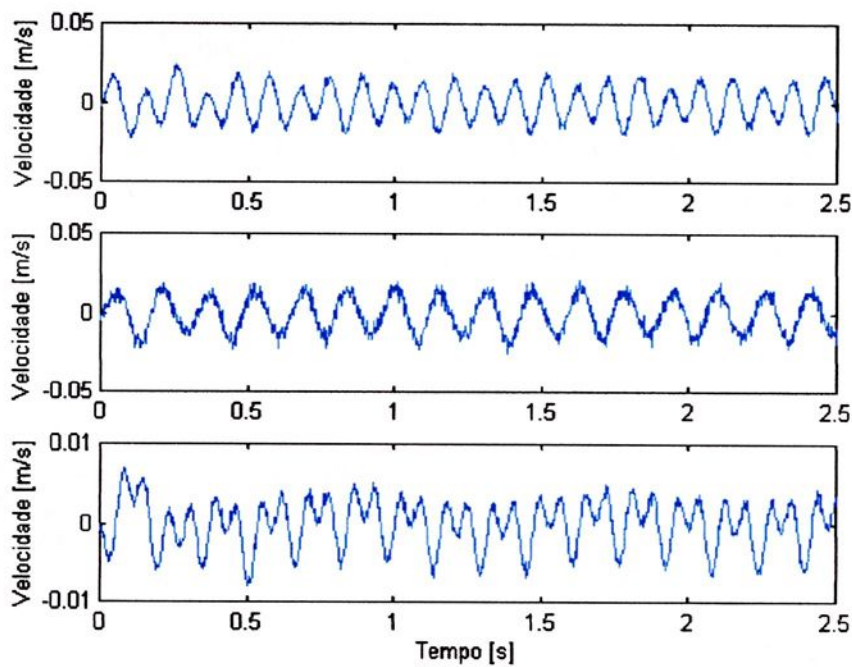


Figura 4.57: Respostas do sistema em termos de velocidade com ruídos.

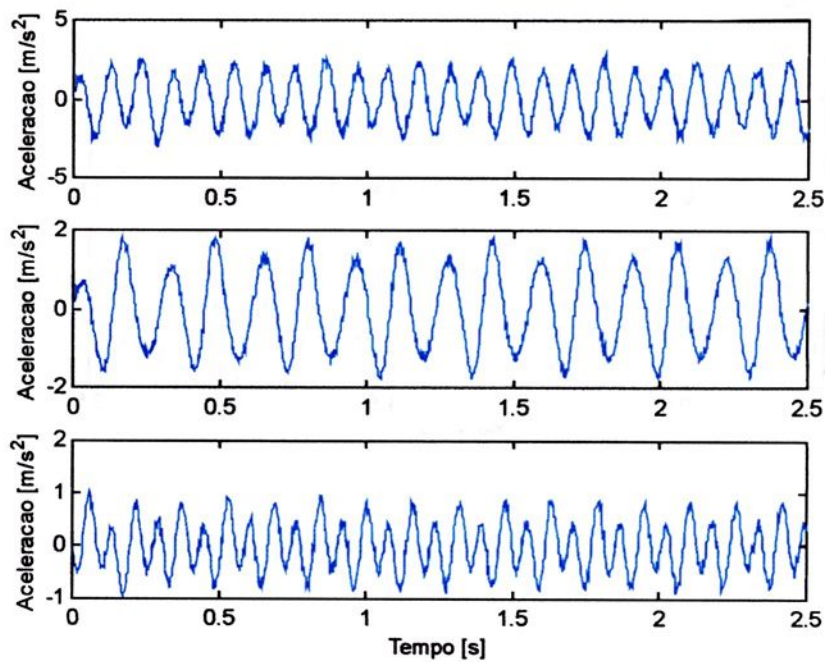


Figura 4.58: Respostas do sistema em termos de aceleração com ruídos.

Método das Séries de Fourier

Consideram-se as expansões das respostas em termos de séries de Fourier para o deslocamento e velocidade com perturbações aleatórias. Varia-se o valor do número de termos retidos na série (variável r) para as identificações das forças envolvidas.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=30$:

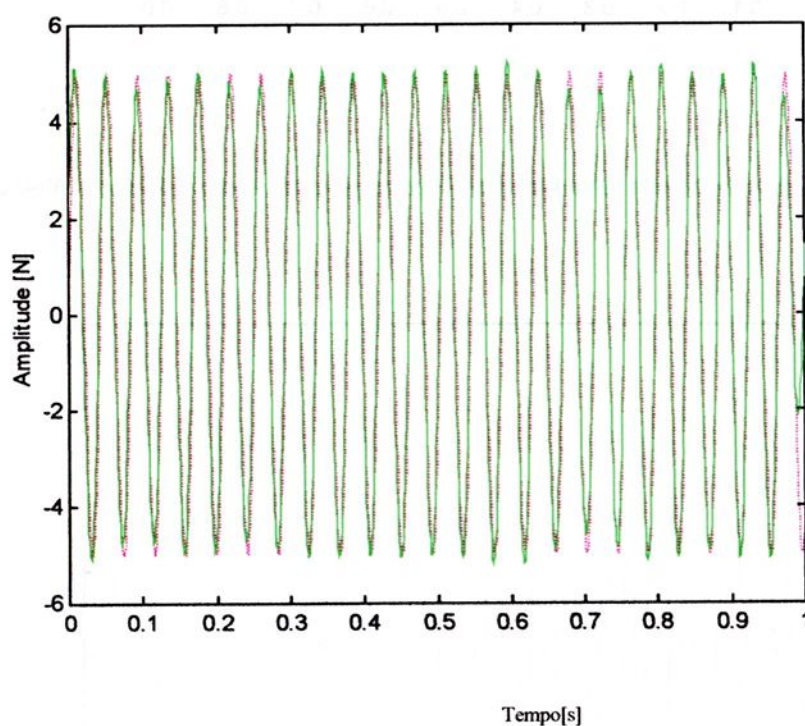


Figura 4.68: Identificação da força f_1 com $r=30$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

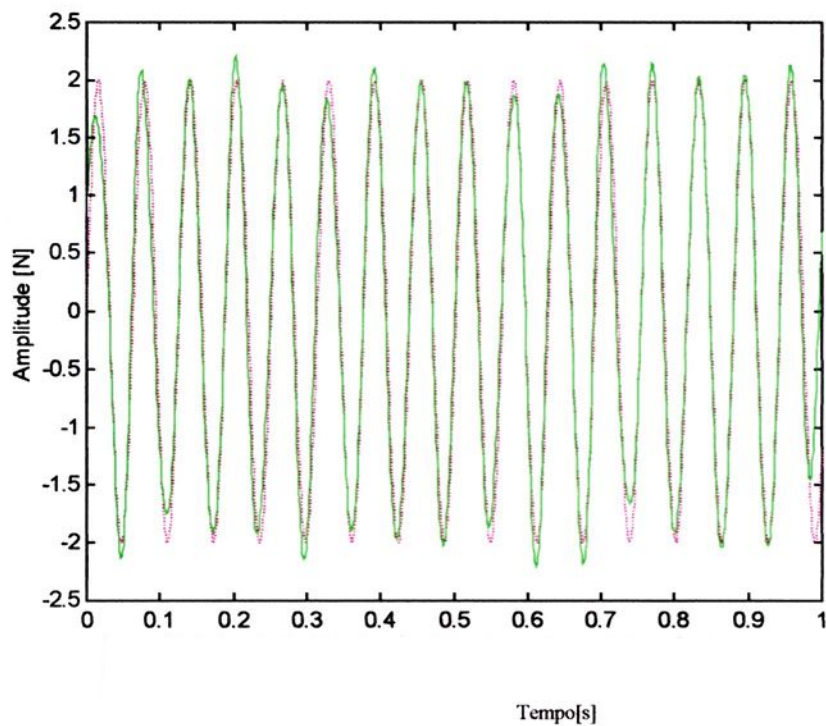


Figura 4.69: Identificação da força f_2 com $r=30$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

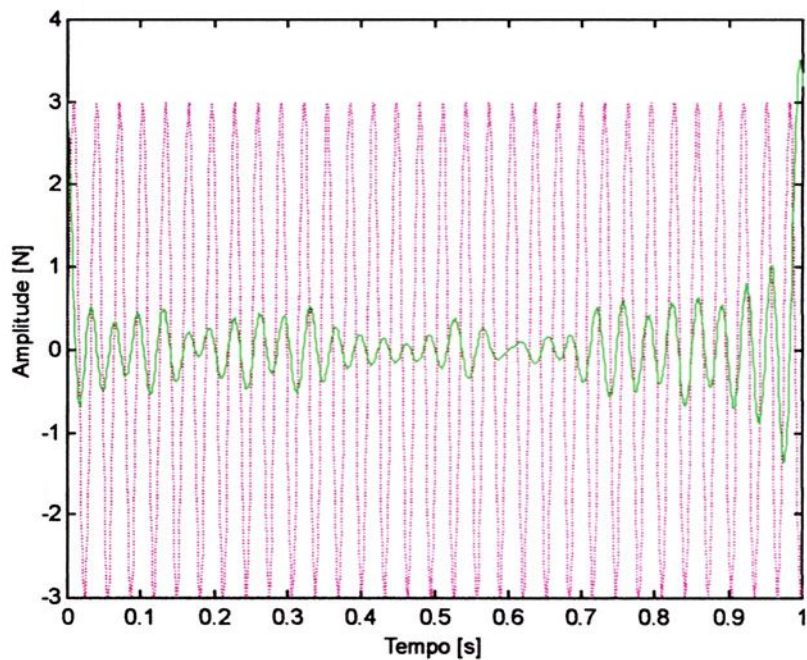


Figura 4.70: Identificação da força f_3 com $r=30$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=30$:

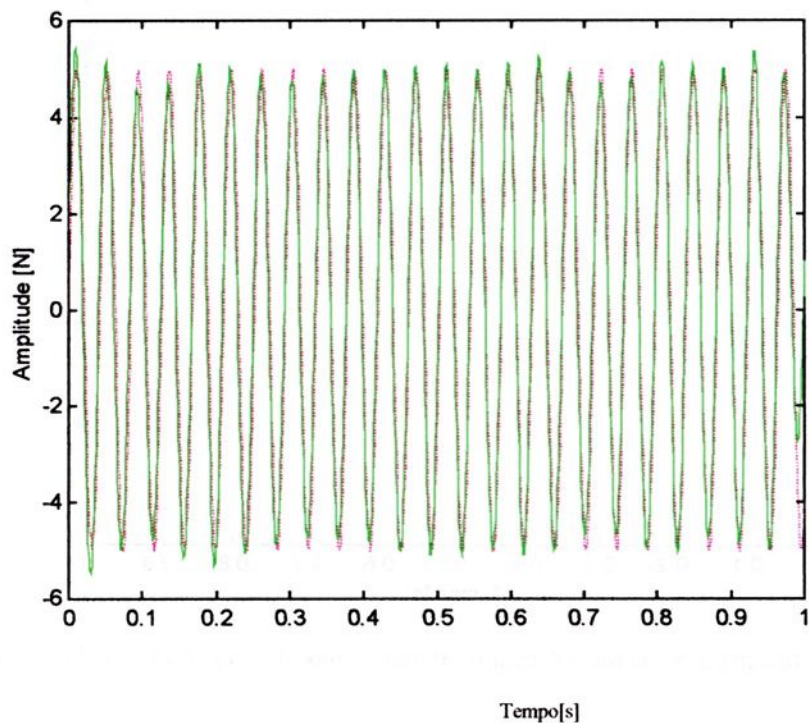


Figura 4.71: Identificação da força f_1 com $r=30$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

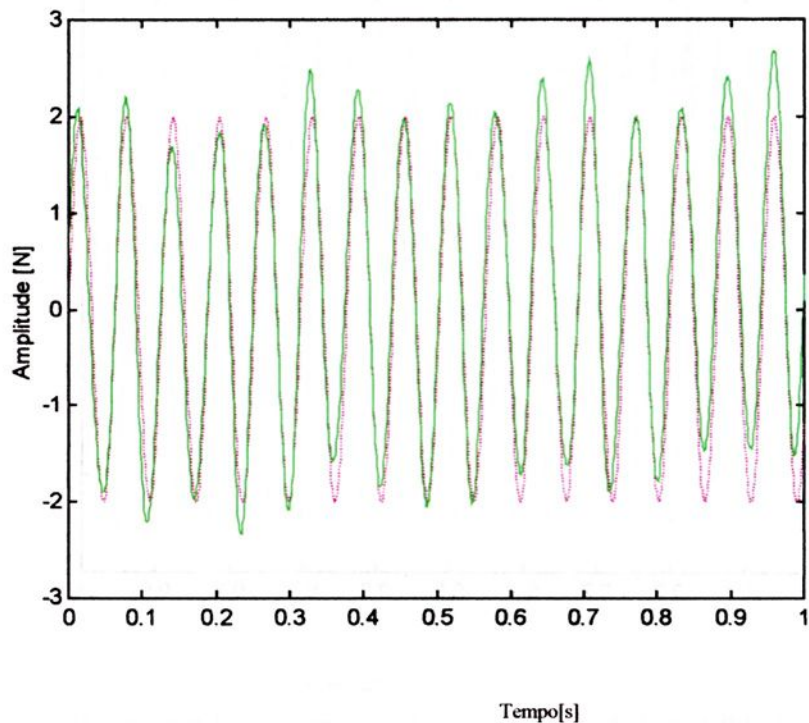


Figura 4.72: Identificação da força f_2 com $r=30$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

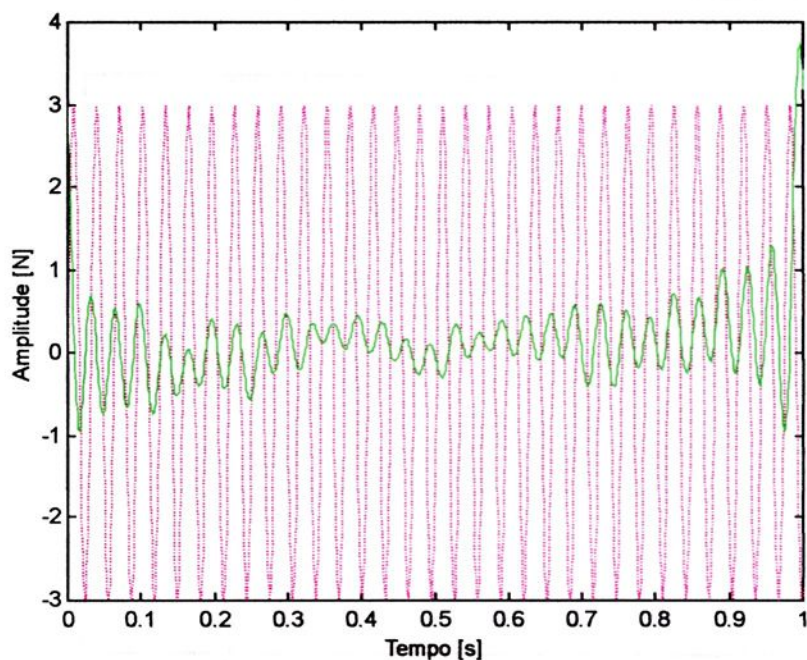


Figura 4.73: Identificação da força f_3 com $r=30$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=40$:

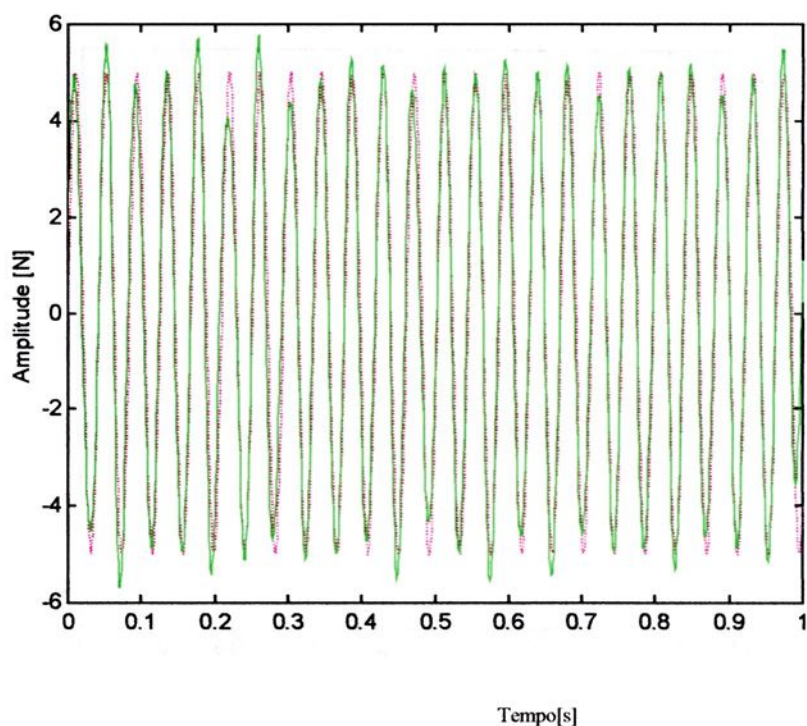


Figura 4.86: Identificação da força f_1 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

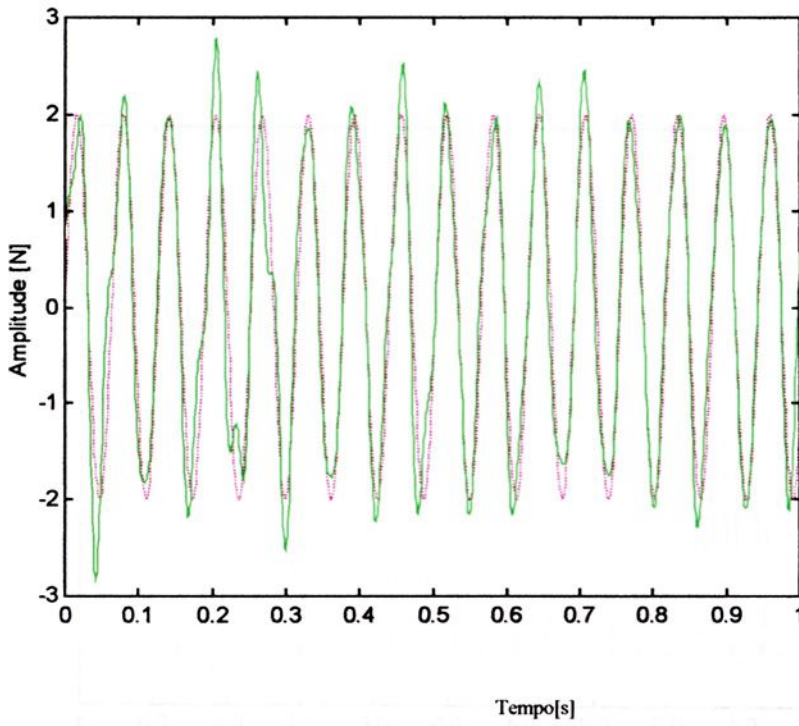


Figura 4.87: Identificação da força f_2 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

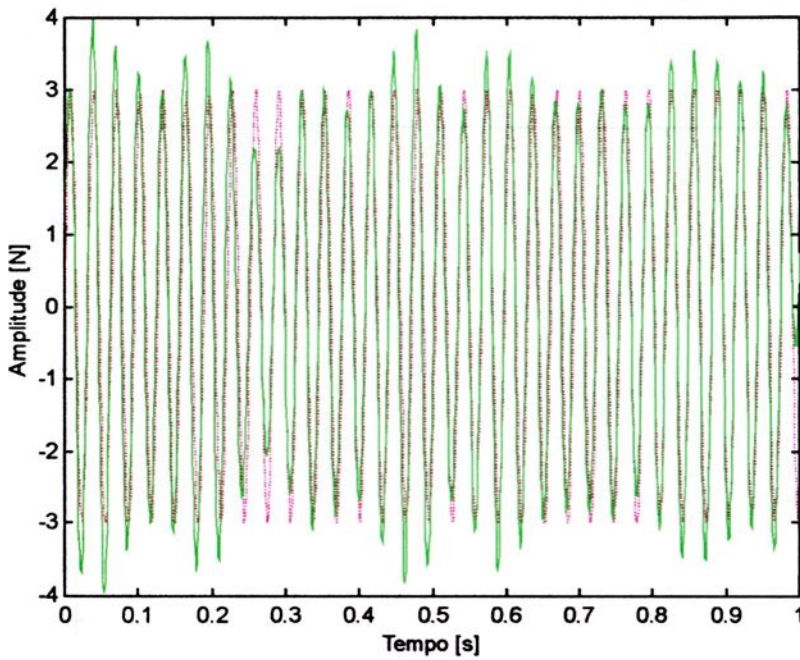


Figura 4.88: Identificação da força f_3 com $r=40$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=40$:

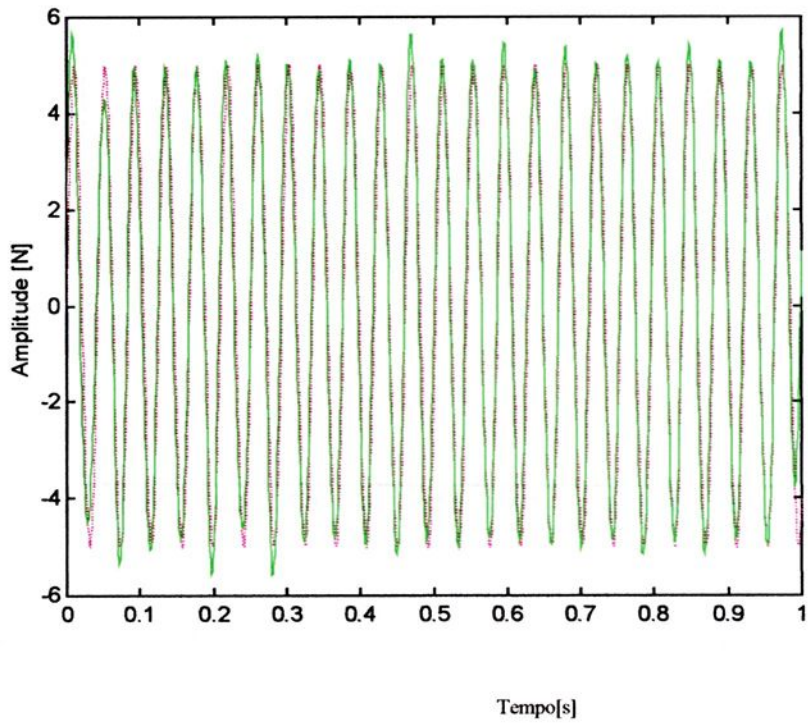


Figura 4.89: Identificação da força f_1 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

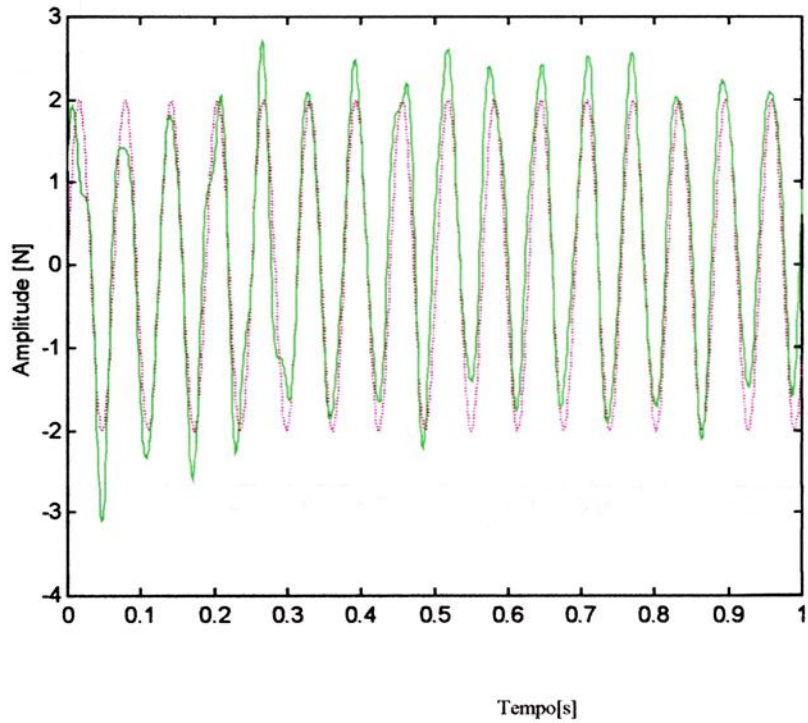


Figura 4.90: Identificação da força f_2 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

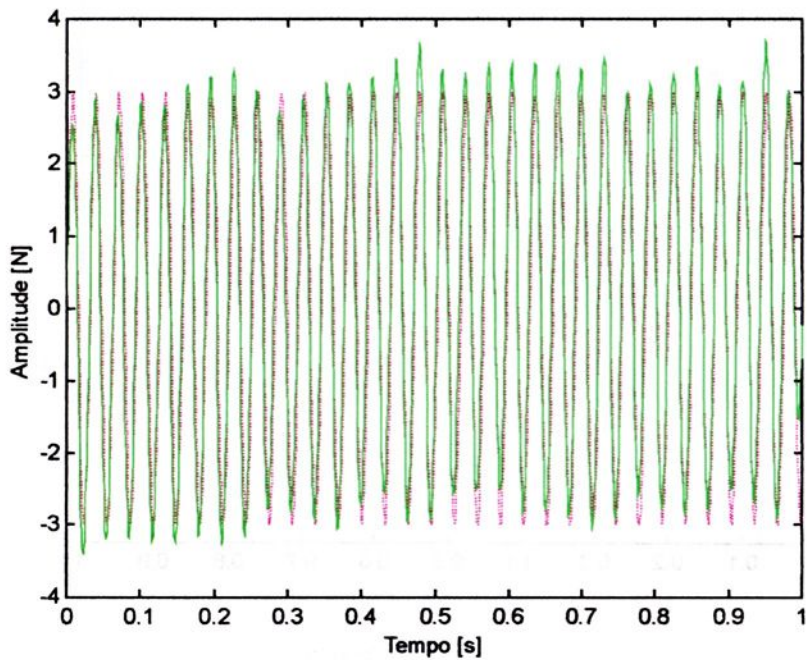


Figura 4.91: Identificação da força f_3 com $r=40$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

Identificações usando respostas em termos de deslocamento. Para $r=50$:

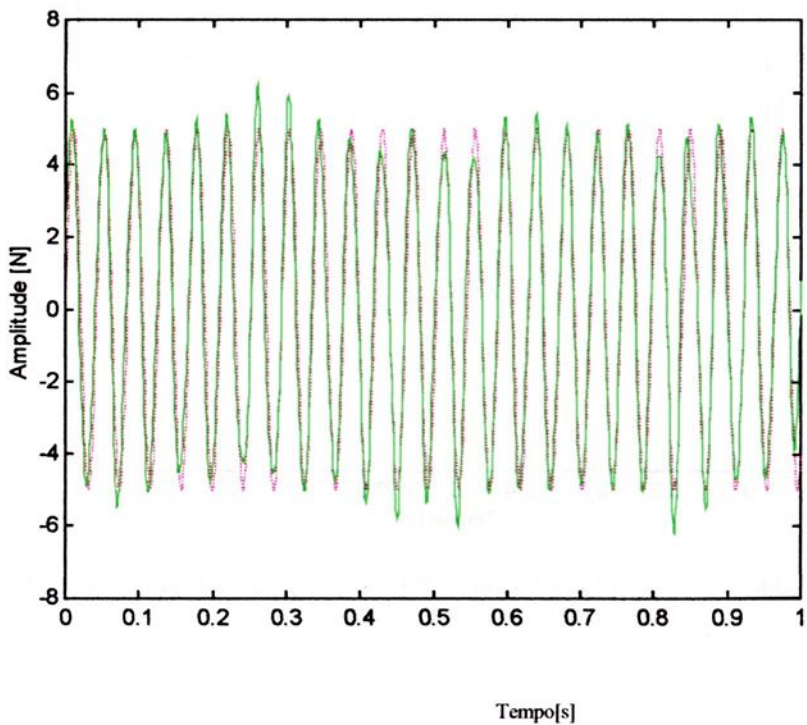


Figura 4.104: Identificação da força f_1 com $r=50$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

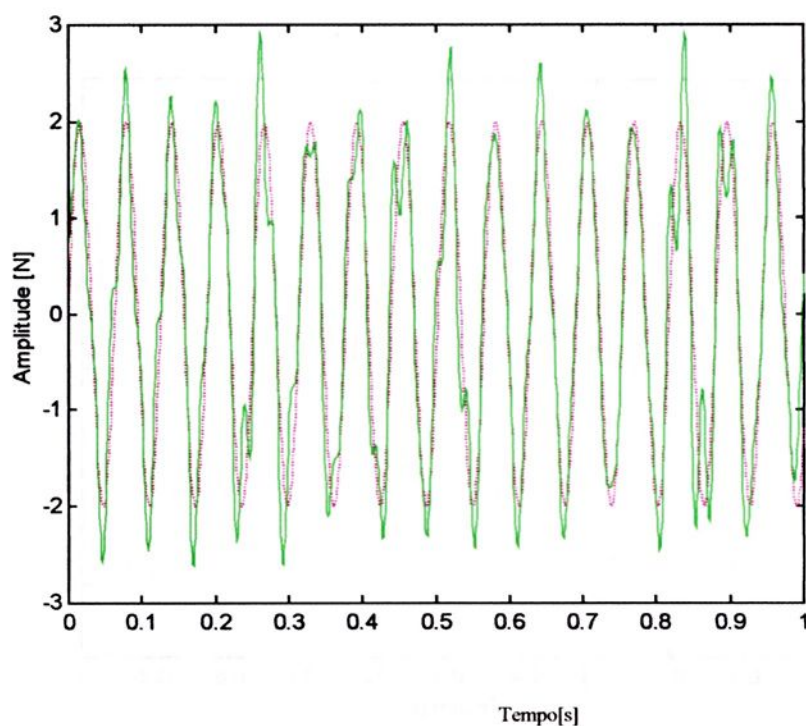


Figura 4.105: Identificação da força f_2 com $r=50$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

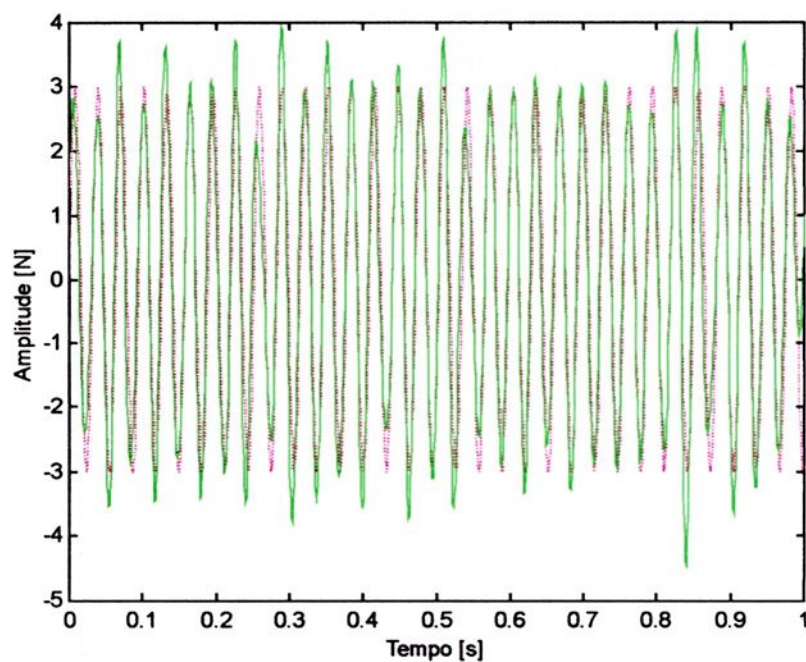


Figura 4.106: Identificação da força f_3 com $r=50$ para termos de deslocamento. Análise com ruídos.

Identificações usando respostas em termos de velocidade. Para $r=50$:

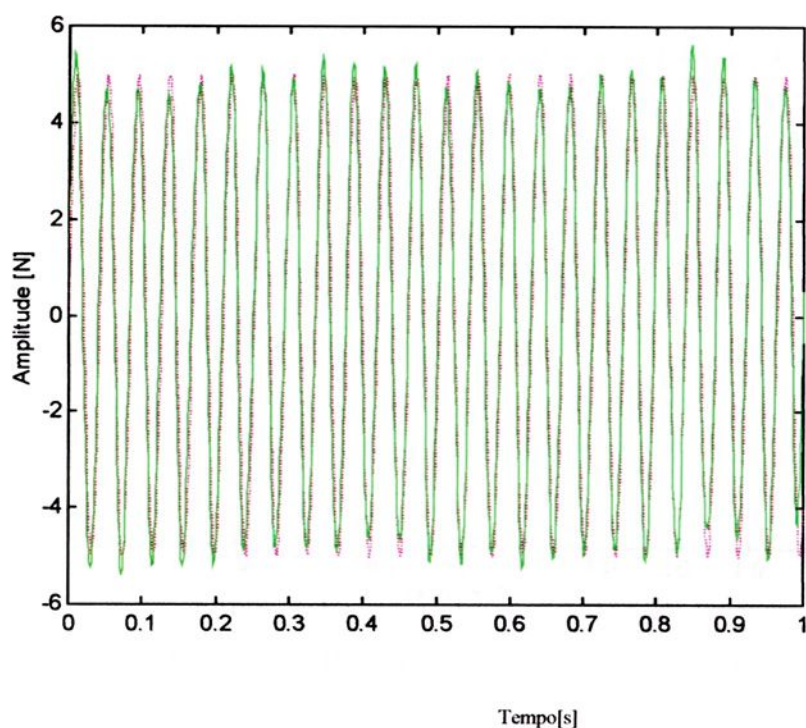


Figura 4.107: Identificação da força f_1 com $r=50$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

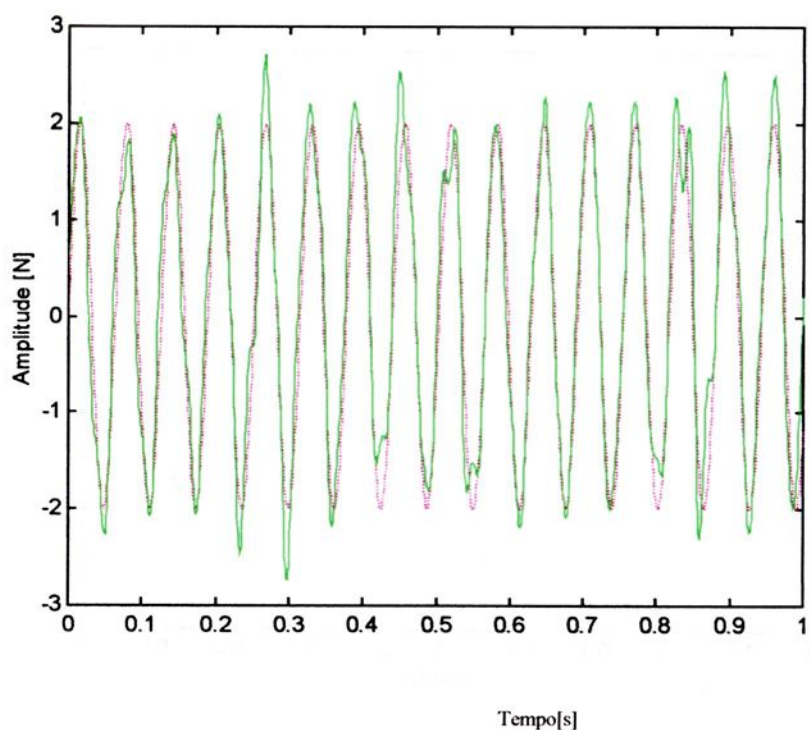


Figura 4.108: Identificação da força f_2 com $r=50$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

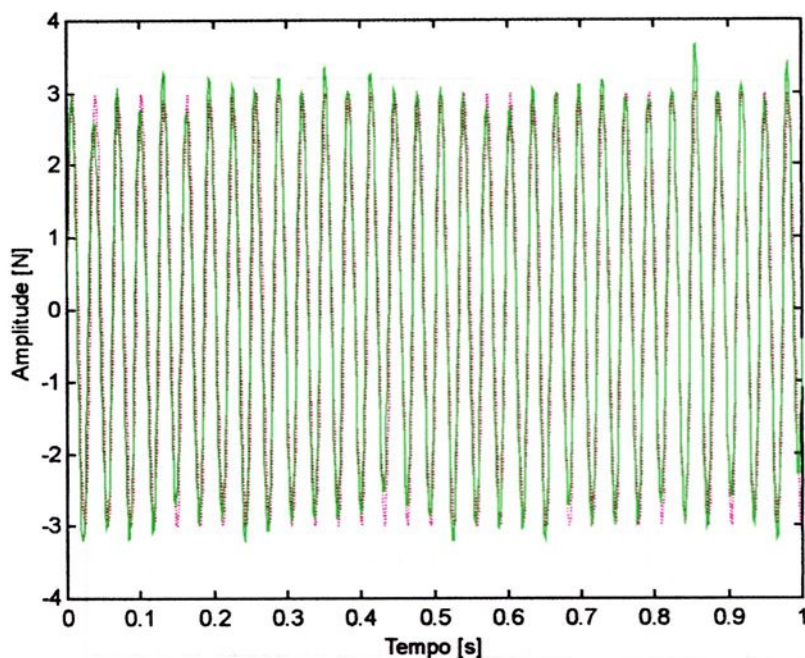


Figura 4.109: Identificação da força f_3 com $r=50$ para termos de velocidade. Análise com ruídos.

Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

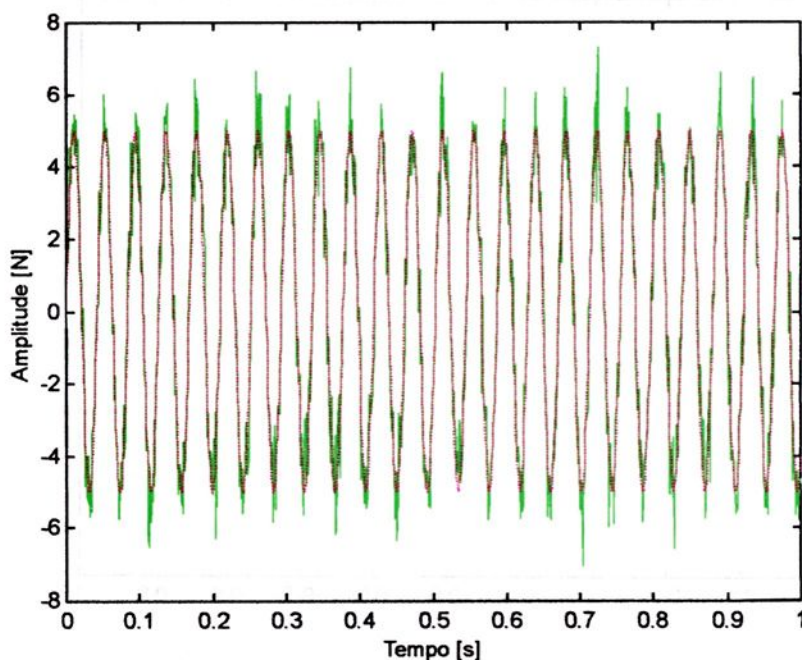


Figura 4.125: Identificação da força f_1 pelo Método Direto. Análise com ruídos.

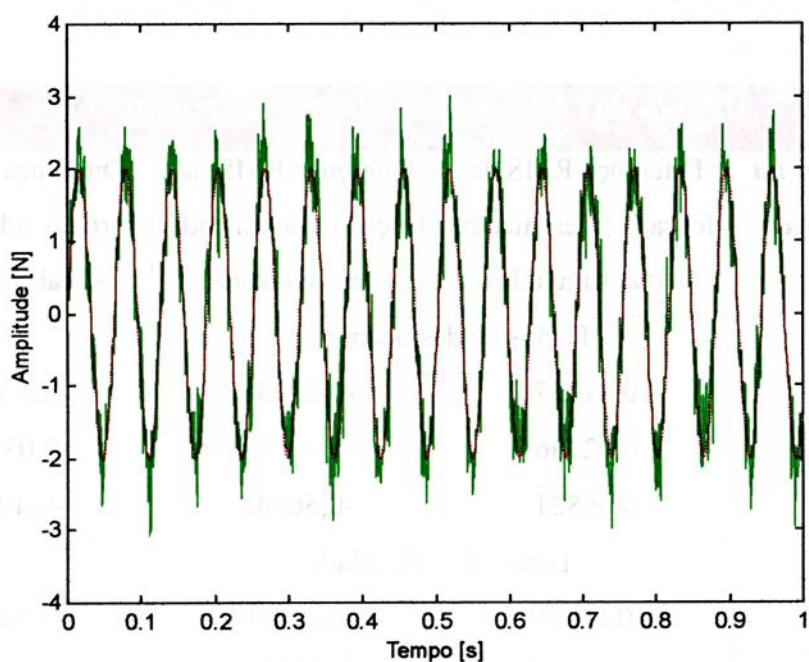


Figura 4.126: Identificação da força f_2 pelo Método Direto. Análise com ruídos.

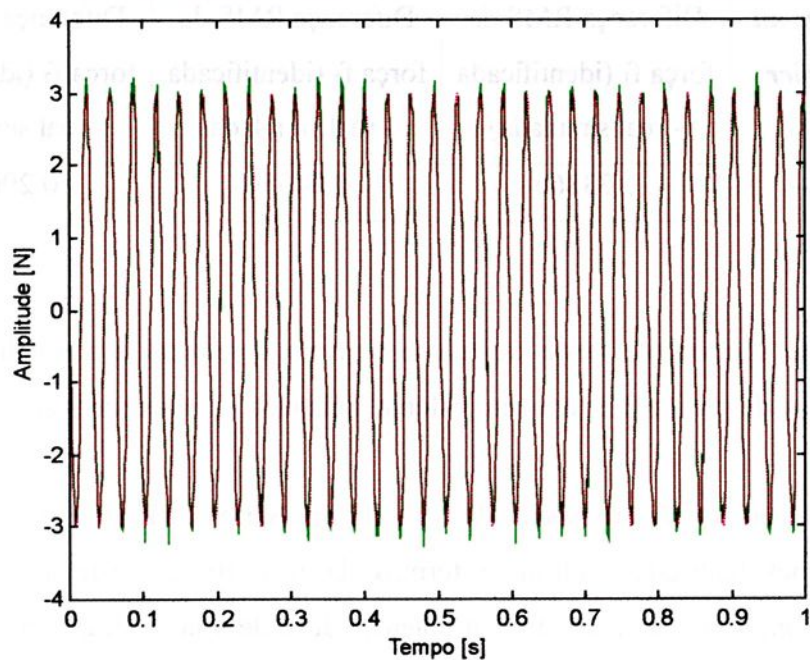


Figura 4.127.: Identificação da força f_3 pelo Método Direto. Análise com ruídos.

Tabela-4.3: Diferenças nos valores RMS das curvas das forças identificadas e reais simuladas com ruídos.

Método das Séries de Fourier com ruídos			
Termos retidos na série de Fourier (R)	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
Dados de deslocamento			
30	0,01257	-0,27238	-1,53752
40	0,02356	0,06532	0,03471
50	0,06821	-0,56942	-0,49213
Dados de velocidade			
30	-0,06179	-0,25570	-1,82096
40	-0,00737	0,14459	0,11305
50	-0,01229	0,11925	0,00148
Método Direto de Identificação com ruídos			
Termos retidos na série de Fourier (R)	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
-----	0,33866	0,84950	0,29661

No exemplo apresentado neste capítulo o objetivo é verificar a possibilidade de realização de identificações de excitações em um sistema dinâmico, conhecendo seus parâmetros e sua resposta.

A principal constatação a respeito do Método das Séries de Fourier é exatamente o fato de que as expansões realizadas utilizando termos da resposta do sistema em aceleração, não conduziram a bons resultados devido a problemas de ordem numérica, não sendo apresentados neste trabalho.

Nas expansões utilizando respostas em termos de velocidade e deslocamento foi possível uma identificação bastante satisfatória das forças de excitação, mesmo com a presença de ruídos aleatórios.

Quanto ao Método de Identificação pelas Equações de Estado, seu comportamento também é bastante interessante, apresentando bons resultados. É importante ressaltar que este método é equacionado utilizando a matriz dinâmica do sistema (que possui muitos zeros) que pode levar a resultados desfavoráveis de identificação de forças, pois neste caso as matrizes poderão ser mal condicionadas.





CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA TEORIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO: USO DA IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS

O primeiro passo para a utilização do Método dos Observadores de Estado é a identificação de um modelo matemático que contenha todas as informações pertinentes do mesmo. Em um sistema vibratório, por exemplo, deve-se desenvolver um modelo que contenha todas as informações sobre a massa, o amortecimento e a rigidez do sistema. Em determinados casos, é perfeitamente possível expressar o sistema real por meio de modelos matemáticos simples e bem conhecidos e todo o embasamento teórico necessário é facilmente encontrado em literaturas científicas.

Neste capítulo a intenção é verificar a validade da teoria dos Observadores de Estado, discutir sua qualidade para a detecção de falhas e localização das mesmas além da capacidade que o Método dos Observadores de Estado possuem de reconstruir estados não medidos. Para tanto, aplicam-se os dois métodos descritos para a identificação de forças de excitação em um exemplo de um sistema de três graus de liberdade, utilizando estes resultados na metodologia dos observadores de estado para detecção de falhas.

Os resultados que serão apresentados nesta seção foram simulados computacionalmente pela utilização da linguagem Fortran 90/95 e do software MatLab for Windows.



Exemplo: Um sistema de três graus de liberdade (como o mostrado na Figura 4.1) onde os parâmetros do sistema considerado para este exemplo estão mostrados na tabela abaixo. Os dados do sistema estão apresentados na tabela a seguir, considerando um tempo total de 1 segundo discretizando em 1024 pontos. Os dados apresentados estão de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI).

Tabela-5.1: Parâmetros do sistema para o exemplo.

<i>Massa (kg)</i>	<i>Amortecimento (N.s/m)</i>	<i>Rigidez (N/m)</i>	<i>Forças de Excitação (Amplitudes em N)</i>
$M_1=10$	$C_1=100$	$K_1=1000$	$f_1= 2 \text{ sen } (20.t)$
$M_2=8$	$C_2=80$	$K_2=800$	$f_2 = 0 \text{ (nula)}$
$M_3=7$	$C_3=70$	$K_3=700$	$f_3 = 0 \text{ (nula)}$

A intenção aqui é verificar a qualidade dos observadores de estado para a reconstrução de estados não medidos e para detecção e localização das falhas produzidas nos parâmetros de rigidez. Para análise se considera o parâmetro k_1 , mostrado na Figura 4.1, como um parâmetro sujeito a uma falha de 50% em perda de rigidez. Separa-se aqui o exemplo em duas partes pertinentes, uma em relação à simulação onde não existe a presença de ruídos aleatórios e outra considerando estes.

Inicialmente a idéia é identificar as forças de excitação conhecendo a resposta do sistema e os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento. Utilizam-se aqui as duas técnicas estudadas, o Método de identificação por Séries de Fourier e o Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado.

Posteriormente, com a identificação das forças de excitação do sistema realizada, se prossegue com a aplicação do Método dos Observadores de Estado para a reconstrução de estados não medidos, detecção da falha provocada e localização da falha no parâmetro K_1 .

PARTE – A: Ausência de ruídos aleatórios.

Respostas em deslocamento:

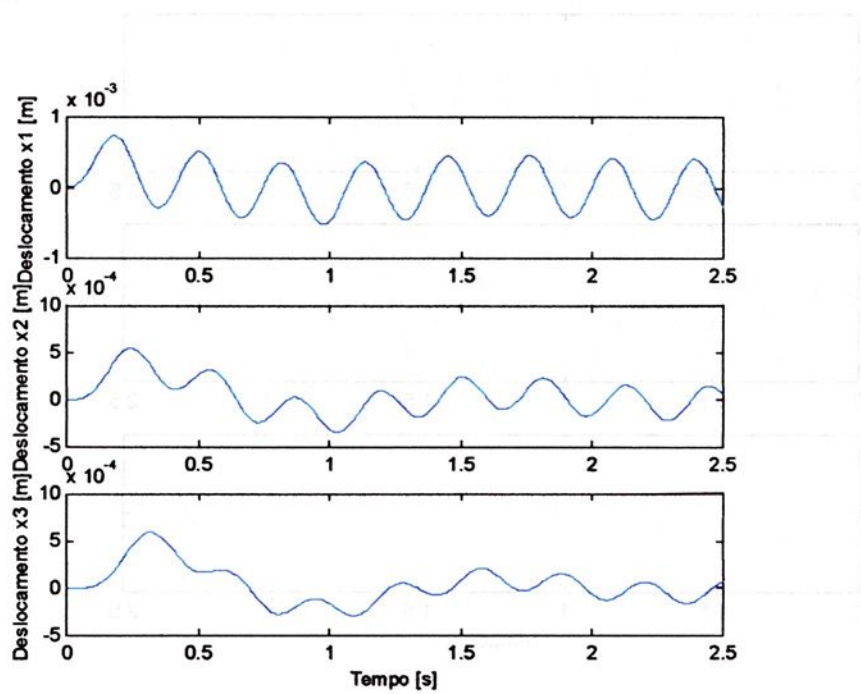


Figura 5.1: Respostas de deslocamento do sistema.

Respostas em velocidade:

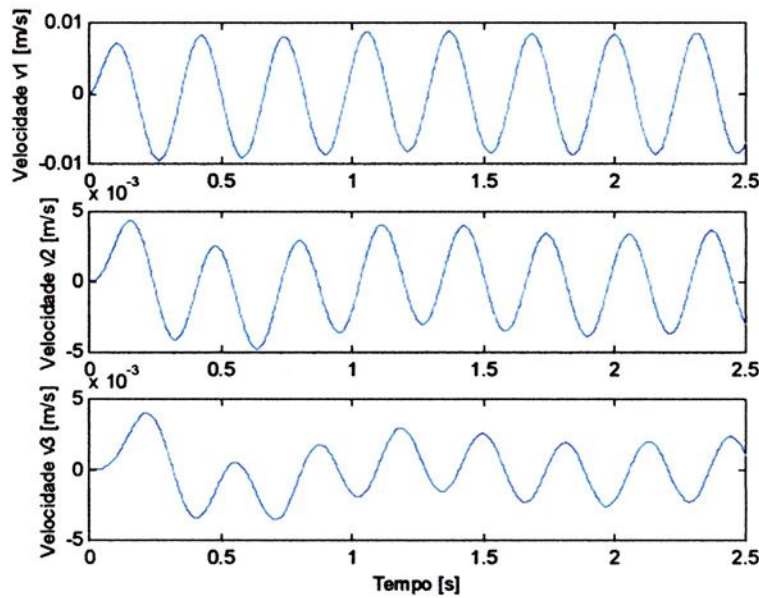


Figura 5.2: Respostas de velocidade do sistema.

Respostas em aceleração:

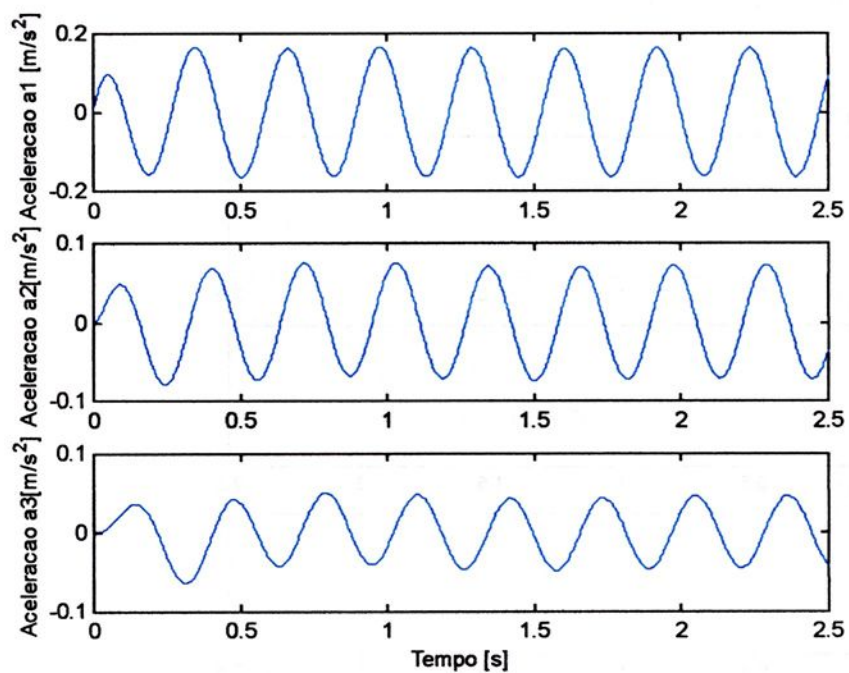


Figura 5.3: Respostas de aceleração do sistema.

Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

Identificam-se as três forças de excitação do sistema, onde a força f_1 apresenta magnitude de 2N, f_2 e f_3 são forças nulas.

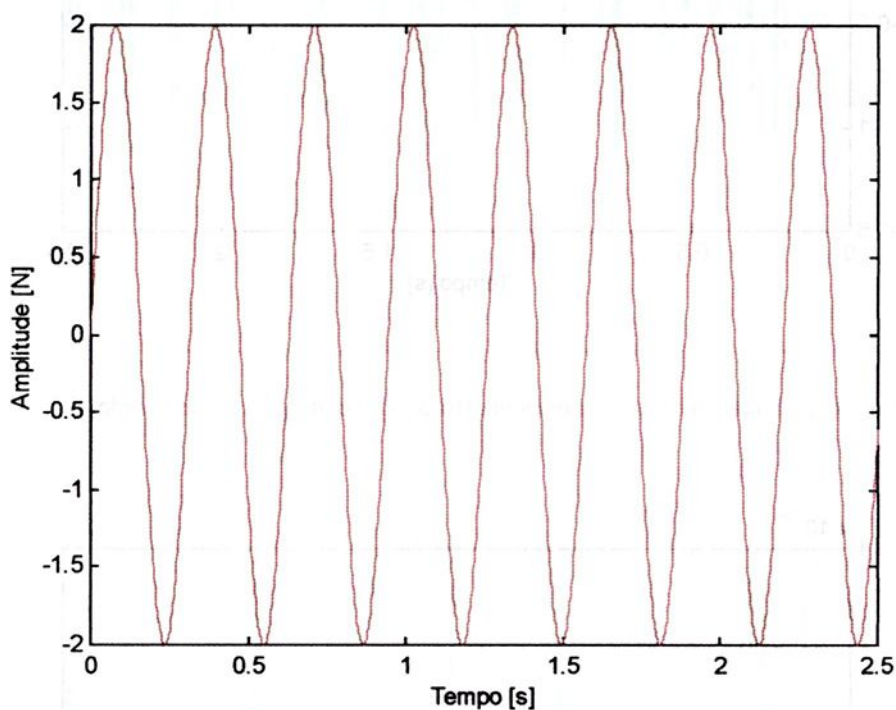


Figura 5.4: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

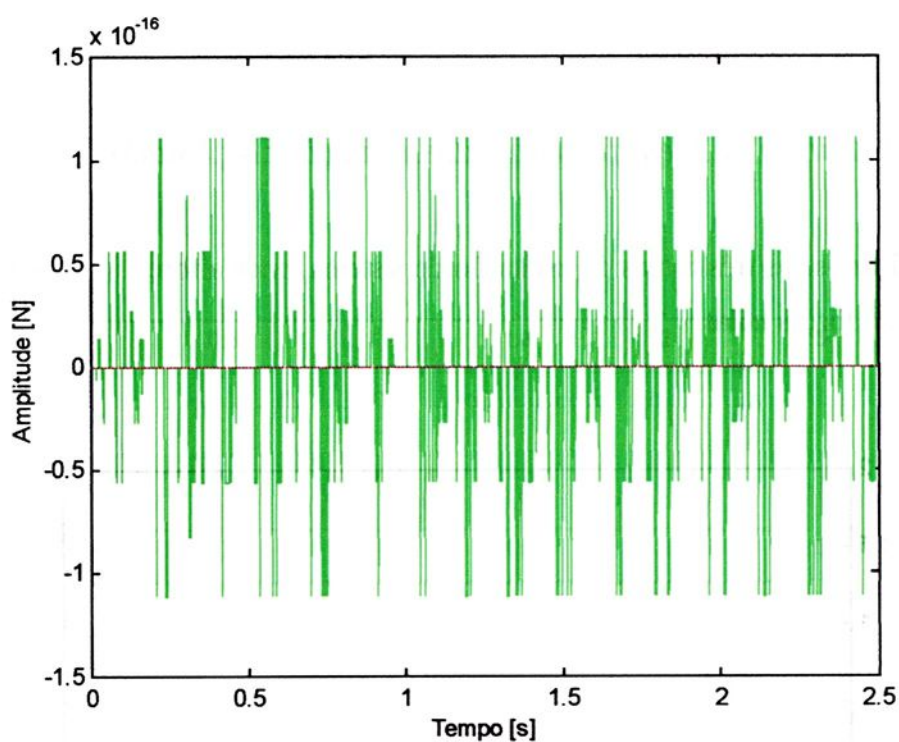


Figura 5.5: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

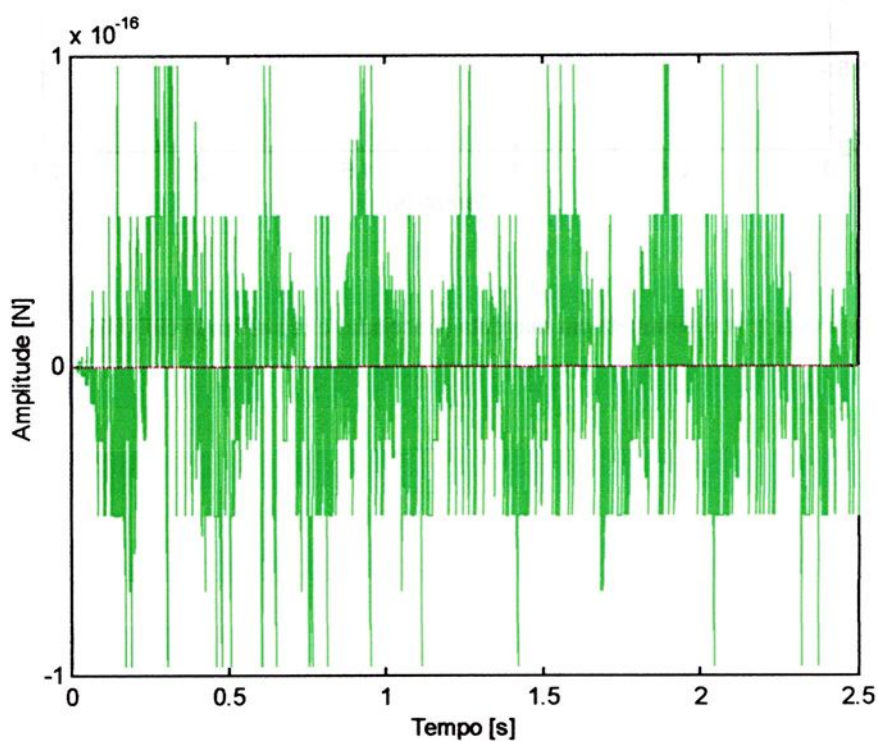


Figura 5.6: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

Pelo Método Direto é possível a identificação das forças de excitação do sistema excitado apenas pela força f_1 . A identificação pelo Método Direto para esta força de excitação periódica bem como para a identificação das forças nulas mostrou-se bastante satisfatória, produzindo resultados acurados.

Método das Séries de Fourier

Na identificação das forças pelo método das séries de Fourier, tanto com os dados de deslocamento como de velocidade, com $r=50$, obteve-se resultados bastante satisfatórios.

Expansão em termos de deslocamento com $r=50$:

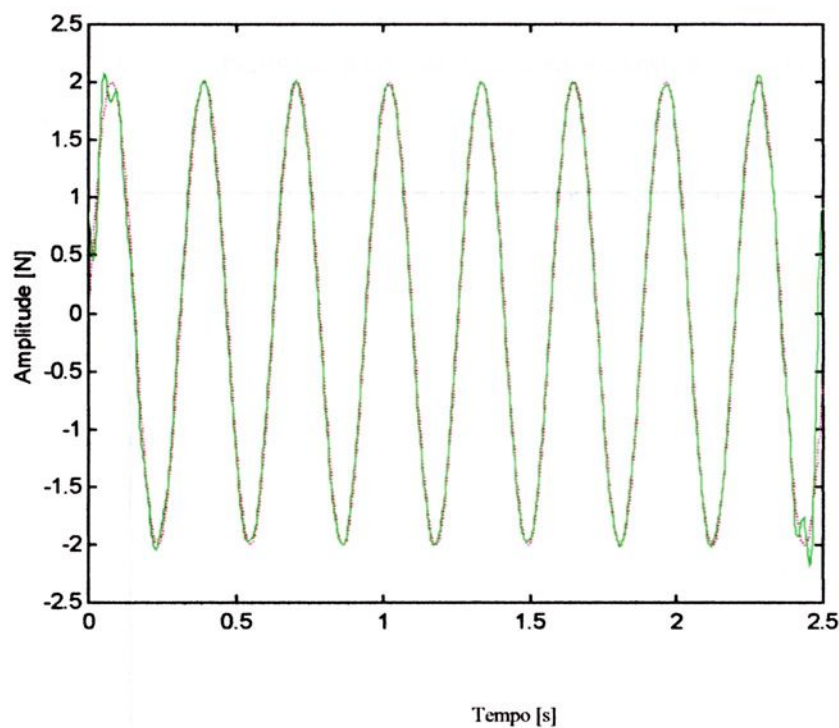


Figura 5.7: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

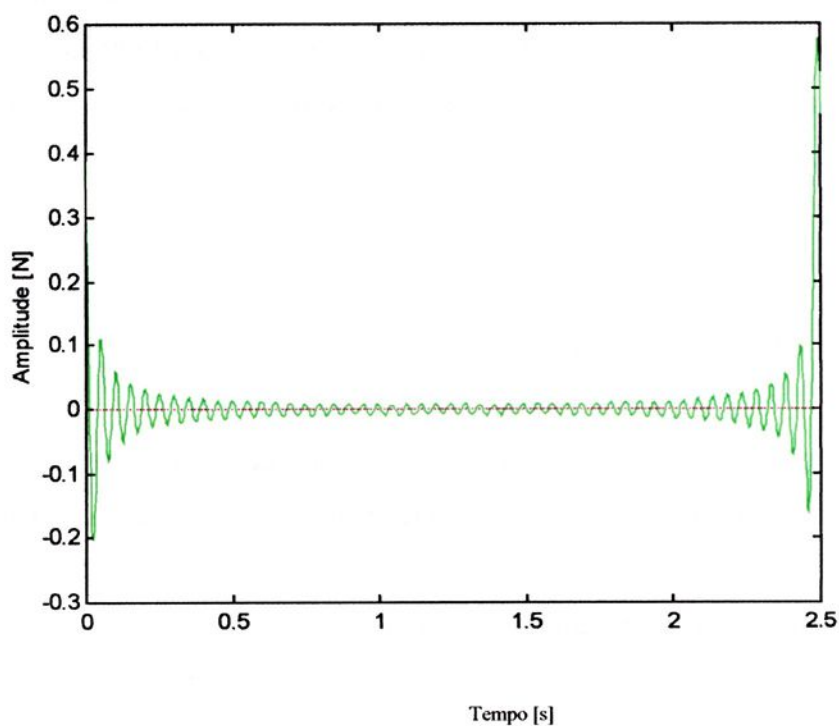


Figura 5.8: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

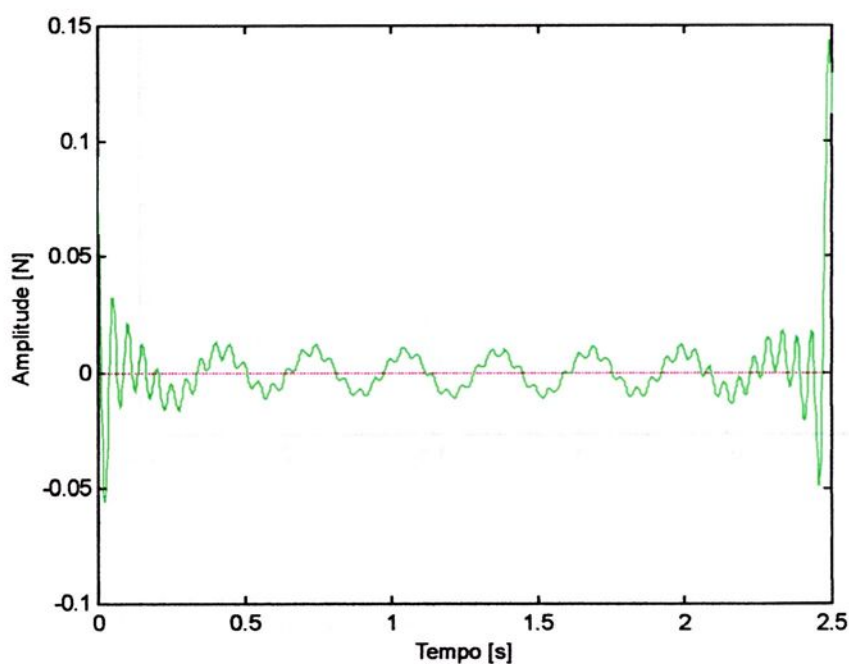


Figura 5.9: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

Expansão em termos de velocidade com $r=50$:

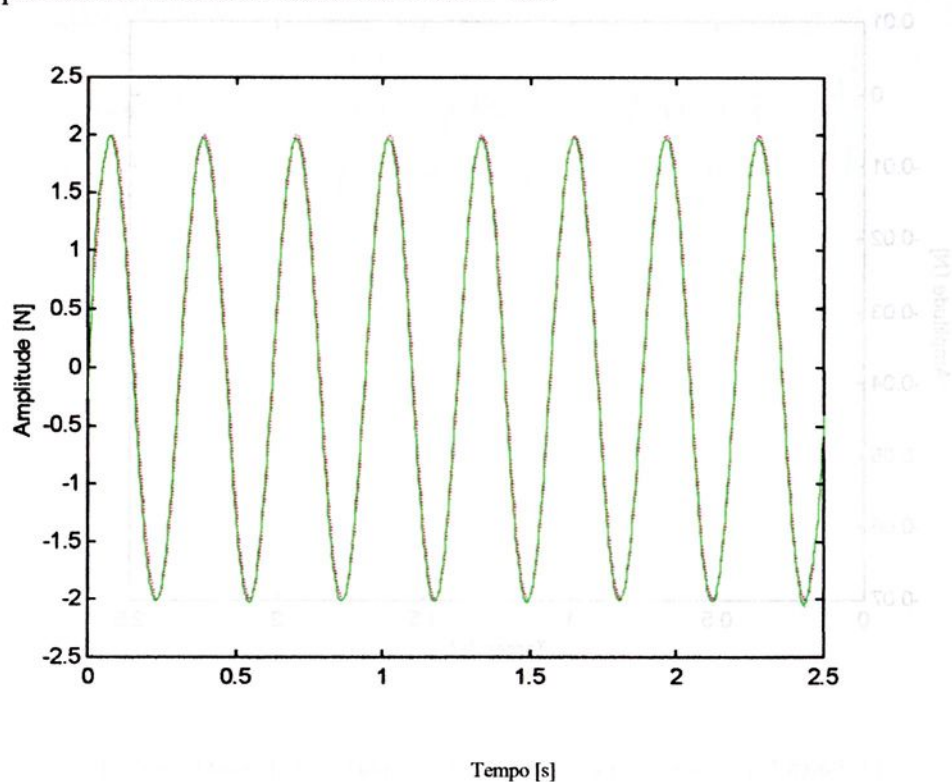


Figura 5.10: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

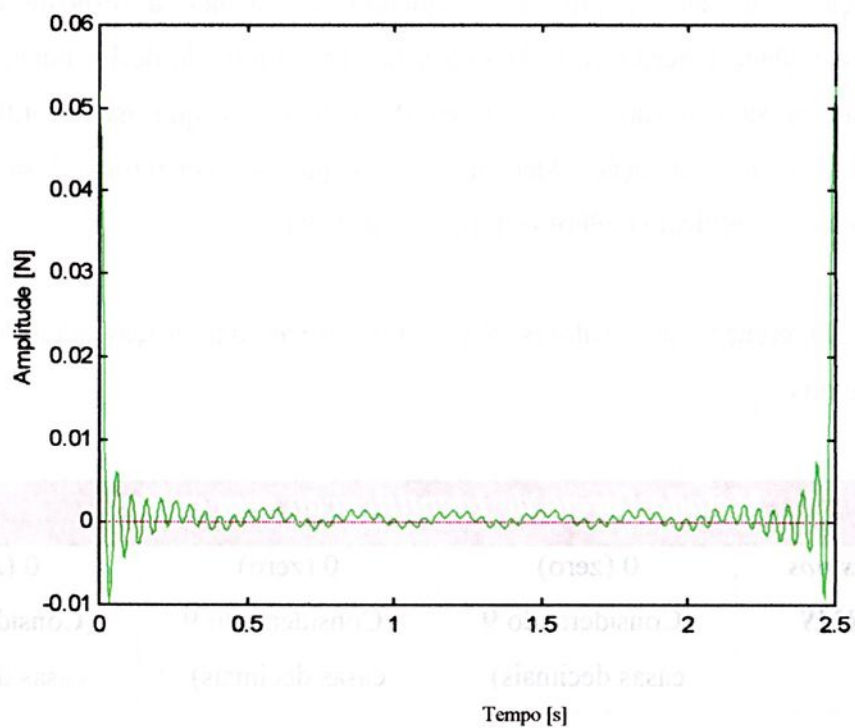


Figura 5.11: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

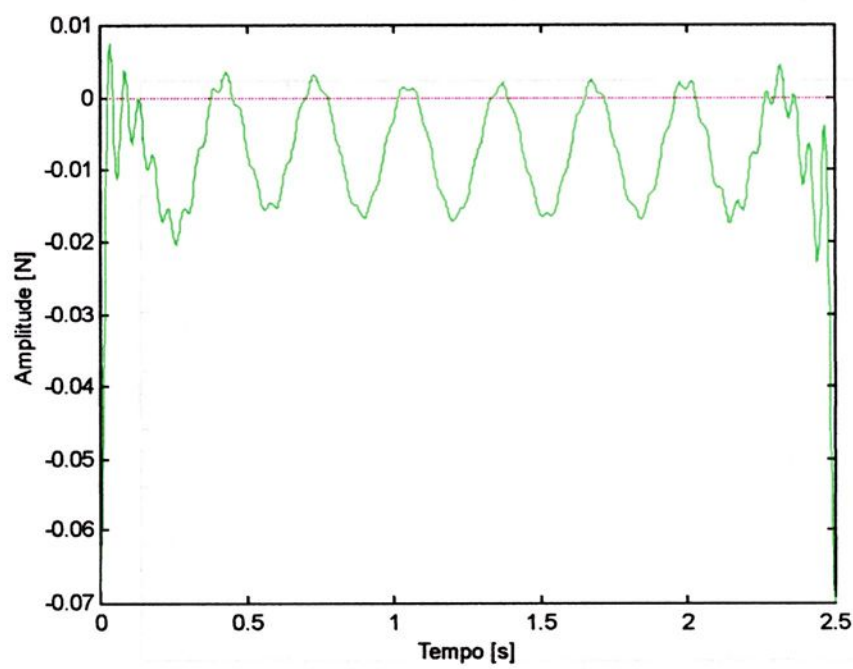


Figura 5.12: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde.

Para a força f_1 , a identificação ocorre quando se expande a resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração. As expansões em termos de deslocamento e velocidade geram identificações satisfatórias com valores de r menores que na identificação usando expansões em termos de aceleração. Além disso, as expansões em termos de deslocamento e em termos de velocidade identificam melhor as forças nulas f_2 e f_3 .

Tabela-5.2: Diferenças nos valores RMS das curvas das forças identificadas e reais simuladas sem ruídos.

Método Direto de Identificação sem ruídos			
Diferenças nos valores RMS	0 (zero) (Considerando 9 casas decimais)	0 (zero) (Considerando 9 casas decimais)	0 (zero) (Considerando 9 casas decimais)

Método das Séries de Fourier sem ruídos

<i>Termos retidos na série de Fourier (r)</i>	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
Dados de deslocamento			
50	0,000984	0,062159	0,021884
Dados de velocidade			
50	-0,000563	0,005020	0,017706
Dados de aceleração			
200	0,562755	0,104225	0,006105

Parte-se agora para a aplicação da técnica dos Observadores de Estado. Uma vez que os valores de deslocamento gerados pelos Observadores de Estado utilizam apenas os valores de x_1 (real simulado), verifica-se que os Observadores de Estado podem reconstruir os dois outros estados.

Considera-se o parâmetro K_1 sujeito a uma falha em 50% de perda na rigidez durante o desempenho do sistema e monta-se o observador robusto a 50% de perda desta rigidez. Assim, simula-se o sistema real sem falha e este gera resultados diferentes, pode-se detectar a existência de falha no sistema comparando as curvas dos deslocamentos sem falha e com falha de 50% em K_1 (como mostra a Figura 5.15).

Sabendo-se que as curvas dos deslocamentos calculadas pelo observador robusto a 50% de K_1 (significa que há perda de rigidez em K_1) é praticamente coincidente com as curvas dos deslocamentos reais simulados com esta mesma perda de rigidez. Pode-se comparar a curva do deslocamento x_1 observado com falha de 50% em perda de rigidez no parâmetro K_1 com as curvas dos observadores simulados considerando esta mesma falha para os demais parâmetros do sistema. A curva real simulada com perda de 50% em rigidez no parâmetro K_1 deve coincidir com a curva do observador robusto a 50% em perda de rigidez para o parâmetro K_1 , o que realmente ocorre (como mostra a Figura 5.16).

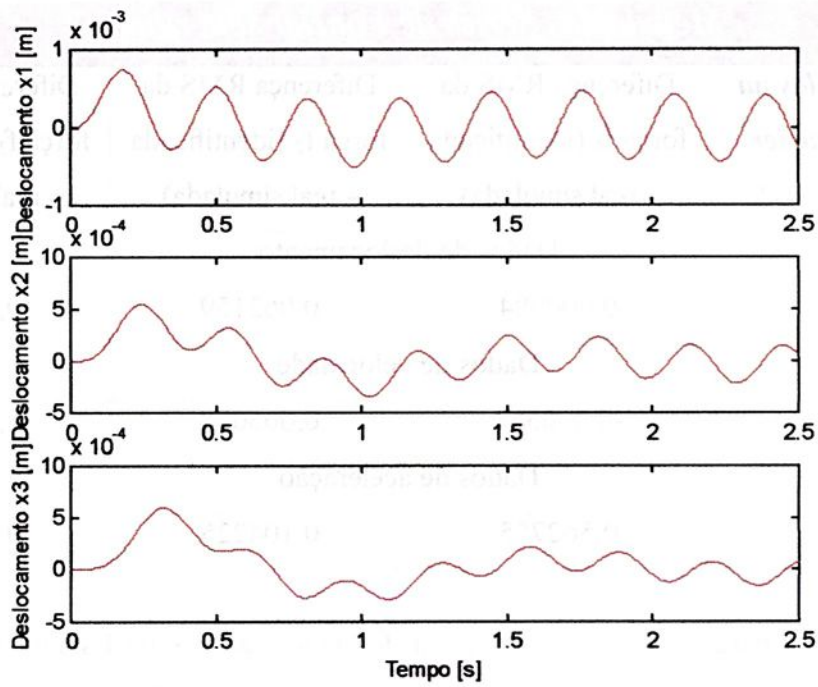


Figura 5.13: Reconstrução dos demais estados não medidos e comparação das curvas reais simuladas em magenta (tracejada) e reconstruídas pelo observador de estado em verde.

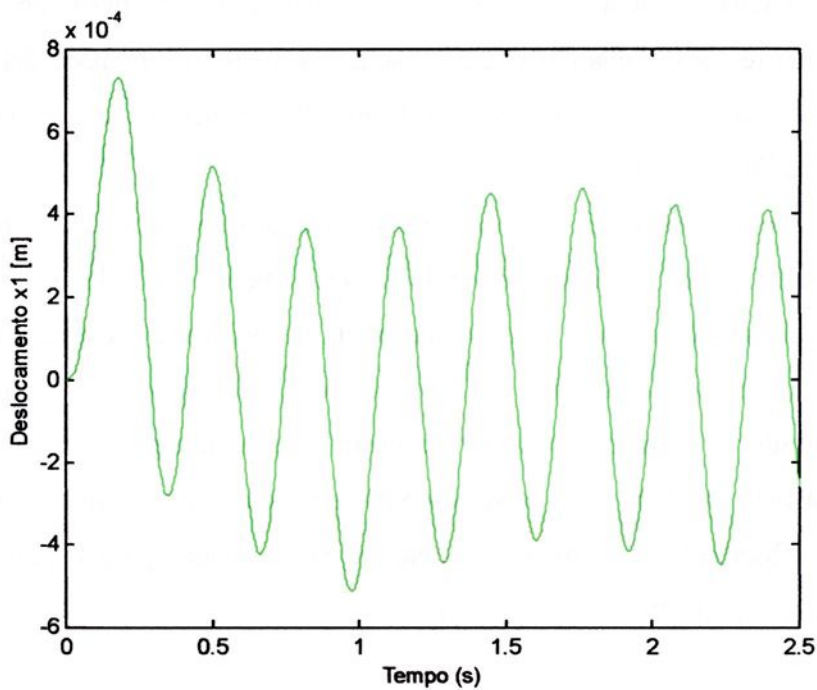


Figura 5.14: Sistema real simulado em magenta (tracejada) comparado com o observador global para o sistema em verde. Resposta x_1 do sistema.

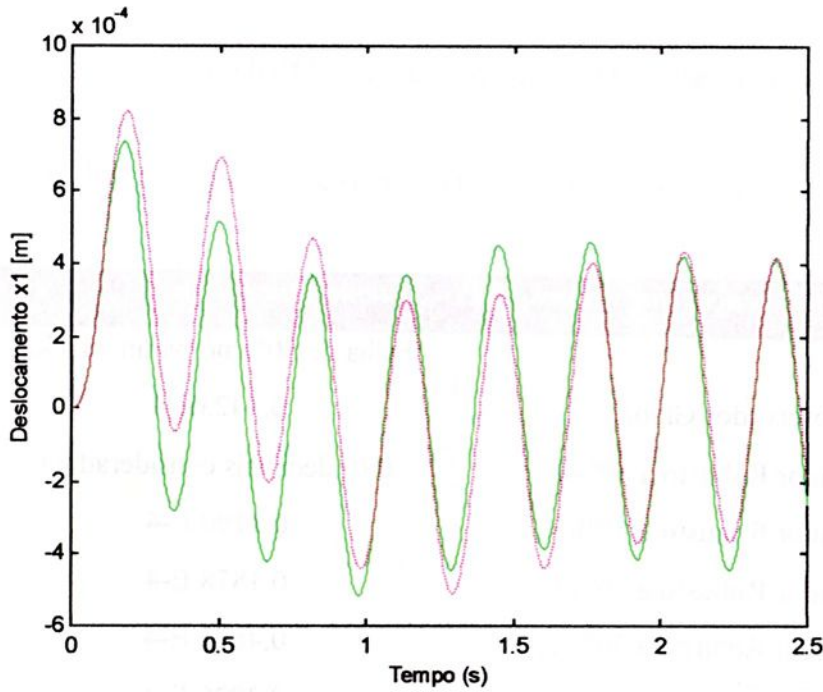


Figura 5.15: Observador global em verde comparado com o observador robusto a 50% de perda na rigidez do parâmetro k_1 em magenta (tracejada). Detecção da falha.

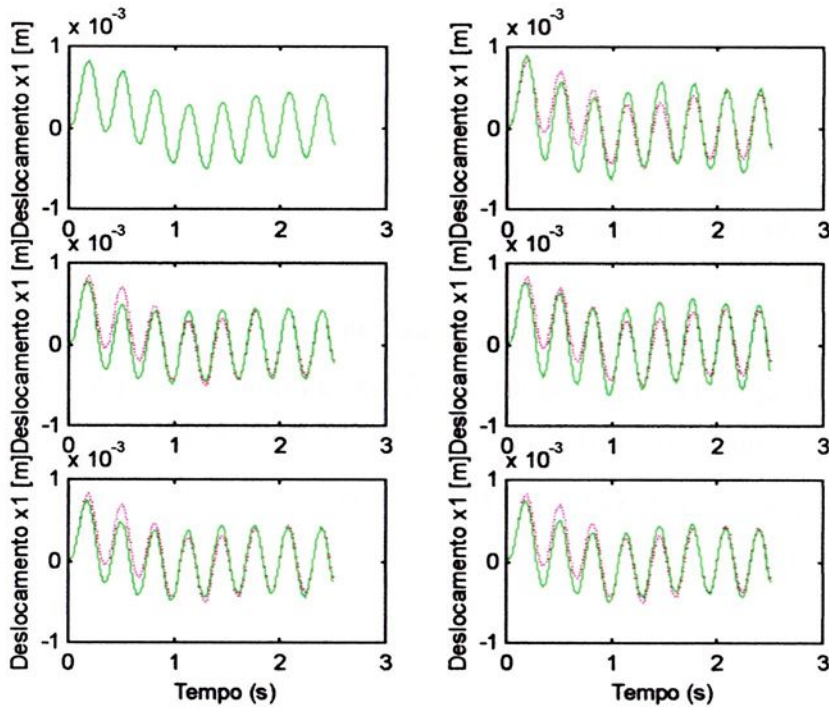


Figura 5.16: Observadores robustos a perdas de 50% em todos os parâmetros (na cor verde) comparados com o sistema real com falha de 50% em perda na rigidez de k_1 (na cor magenta tracejada). Localização da falha.

Na tabela abaixo notamos as diferenças dos valores RMS das curvas.

Tabela-5.3: Diferenças nos valores RMS das curvas dos observadores de estado.

<i>Diferenças dos valores RMS - Sistema sem ruídos</i>	
	Falha de 50% no parâmetro k_1
Observador Global	0,1423E-4
Observador Robusto a 50% k_1	0 (9 decimais consideradas)
Observador Robusto a 50% k_2	0,1190 E-4
Observador Robusto a 50% k_3	0,1878 E-4
Observador Robusto a 50% c_1	0,4802 E-4
Observador Robusto a 50% c_2	0,3928 E-4
Observador Robusto a 50% c_3	0,1765 E-4

PARTE – B: Presença de ruídos aleatórios.

Simula-se o exemplo introduzindo ruídos aleatórios nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração da mesma forma que foram introduzidas as perturbações aleatórias no capítulo anterior. Como será verificado, as identificações das forças são realizadas tanto pelo Método Direto quanto pelo Método das Séries de Fourier, porém sofrendo influência das perturbações aleatórias.

Respostas em deslocamento:

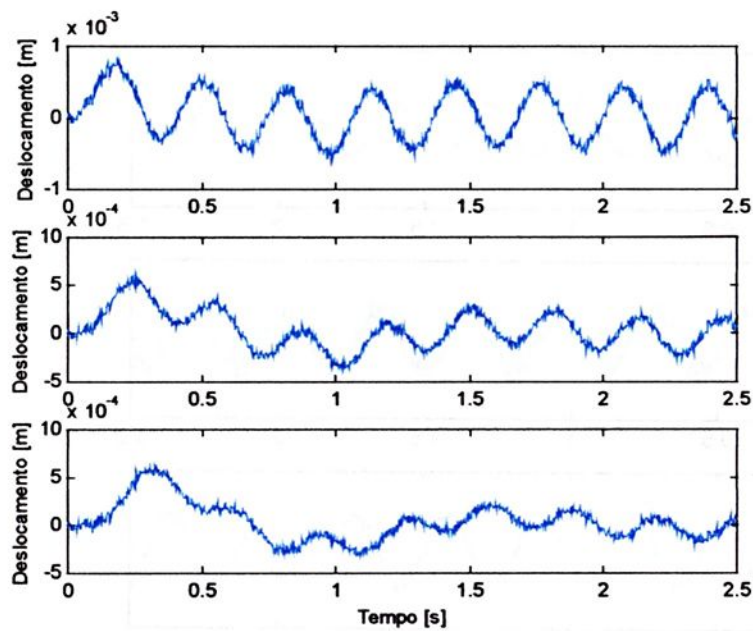


Figura 5.17: Respostas de deslocamento do sistema com ruídos.

Respostas em velocidade:

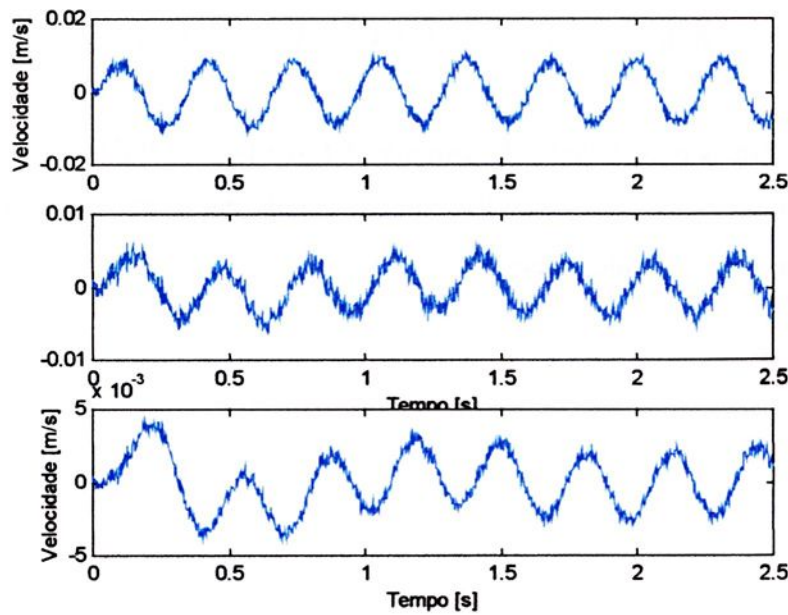


Figura 5.18 Respostas de velocidade do sistema com ruídos.

Respostas em aceleração:

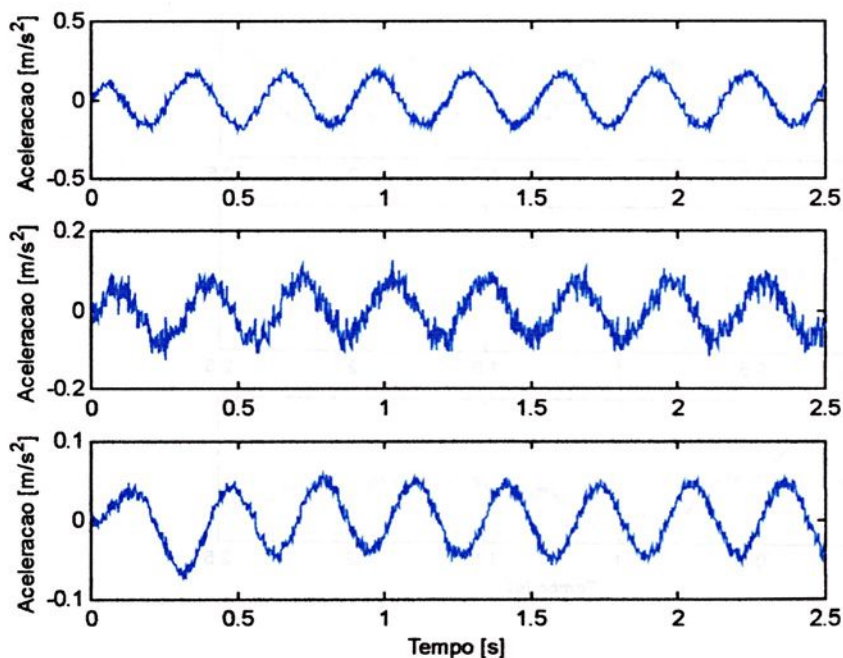


Figura 5.19: Respostas de aceleração do sistema com ruídos.

Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

Identificam-se as forças de excitação do sistema. A força f_1 é identificada com aparência de sinal com ruído, as forças f_2 e f_3 são identificadas com grande perda na qualidade em relação à identificação sem a presença de ruídos aleatórios.

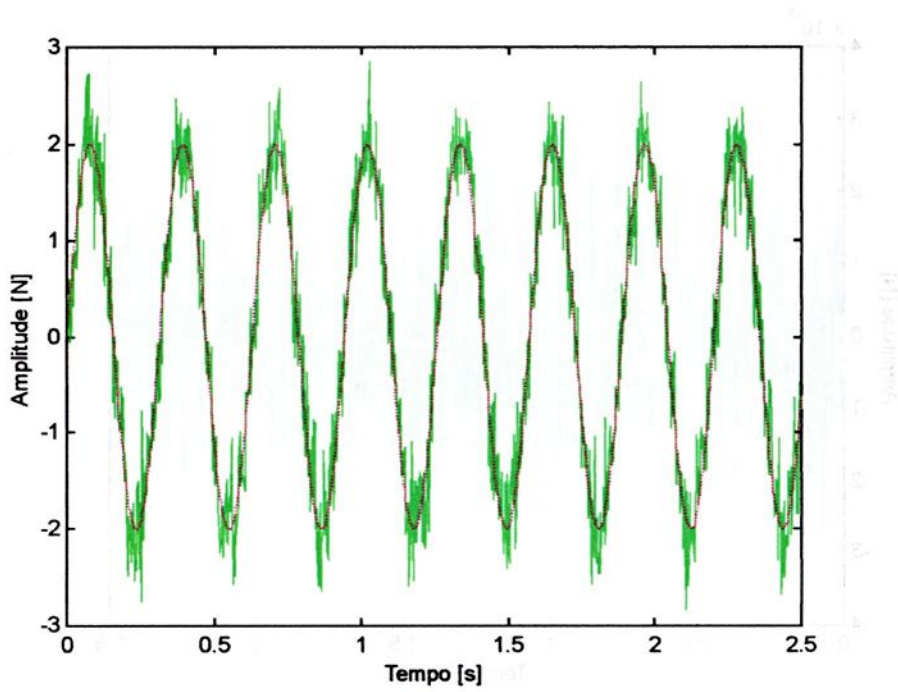


Figura 5.20: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

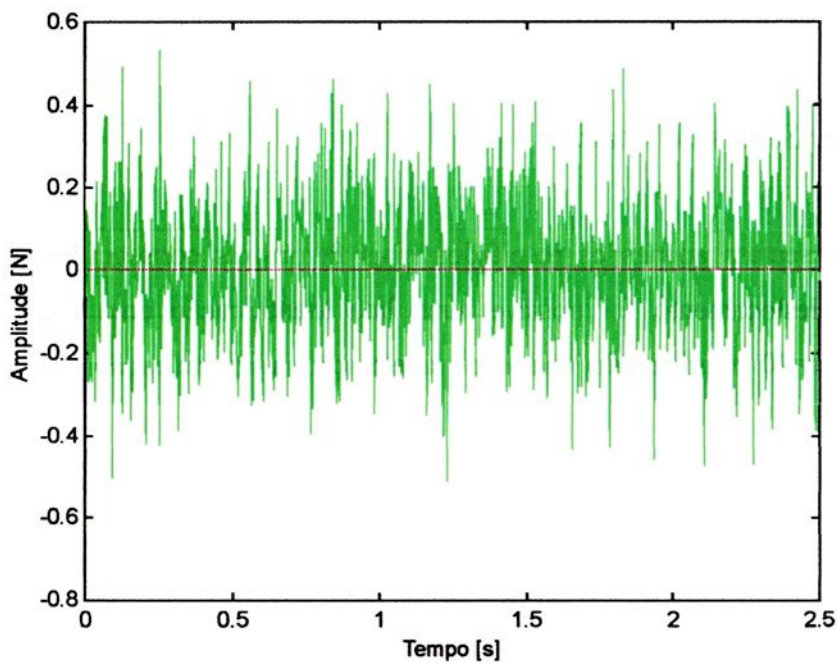


Figura 5.21: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

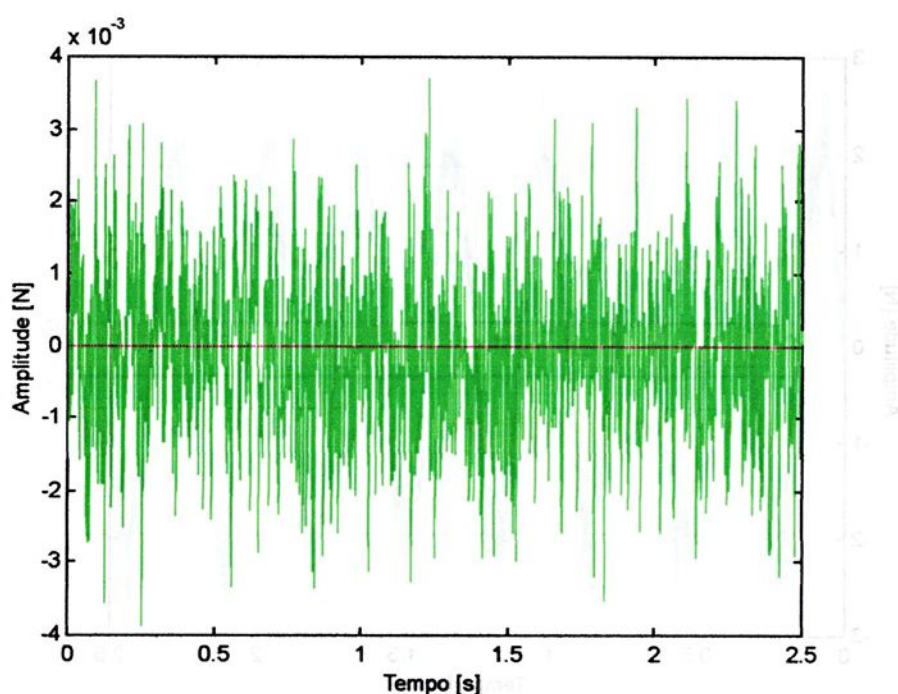


Figura 5.22: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

Método das Séries de Fourier

Aqui se apresentam apenas os resultados mais favoráveis conseguidos por este método. Com dados de deslocamento foi possível uma boa identificação com $r=25$, para dados de velocidade com $r=20$ e utilizando dados de aceleração a identificação somente ocorre com $r=350$.

Expansão em termos de deslocamento com $r=25$:

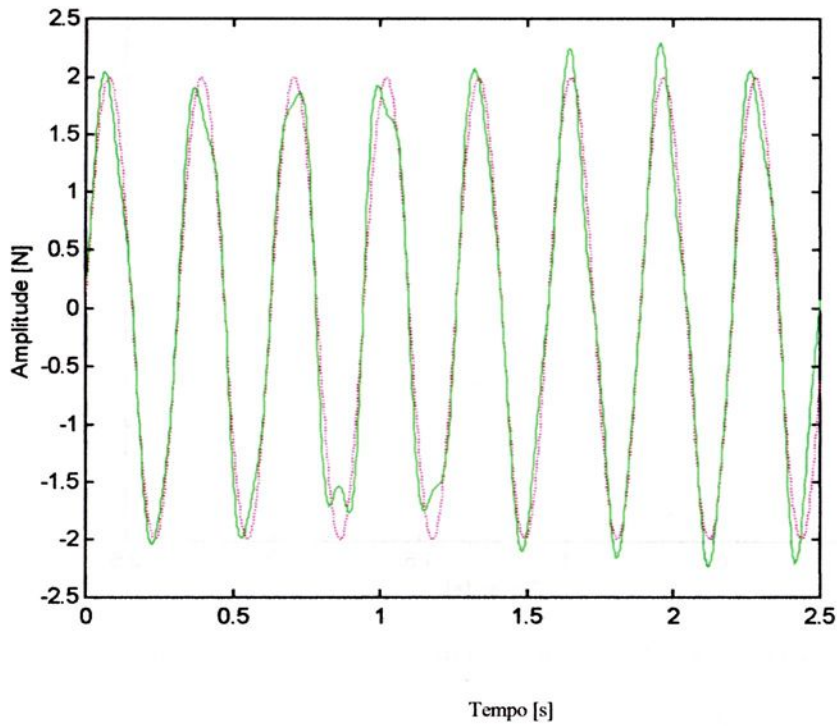


Figura 5.23: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

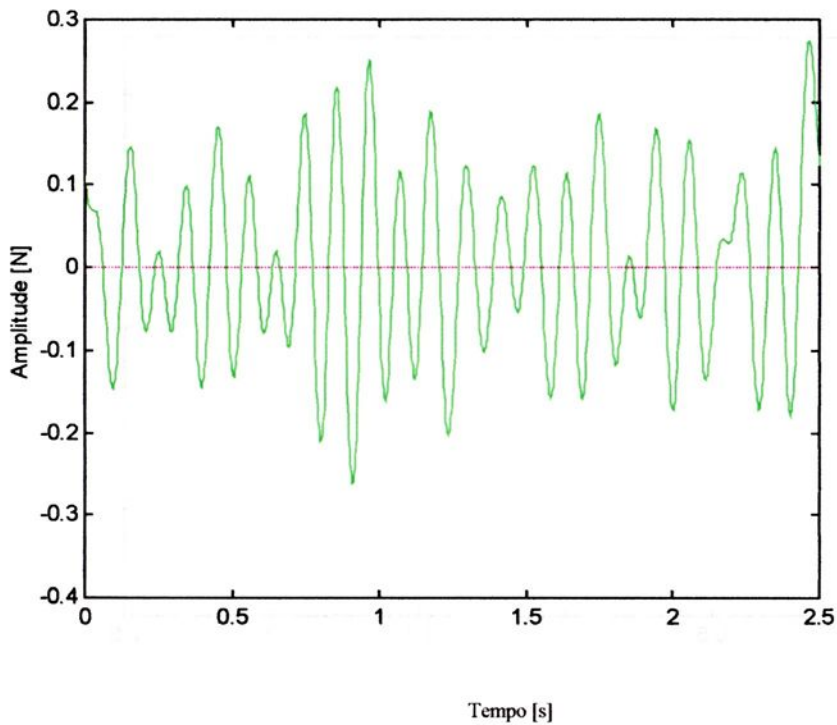


Figura 5.24: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

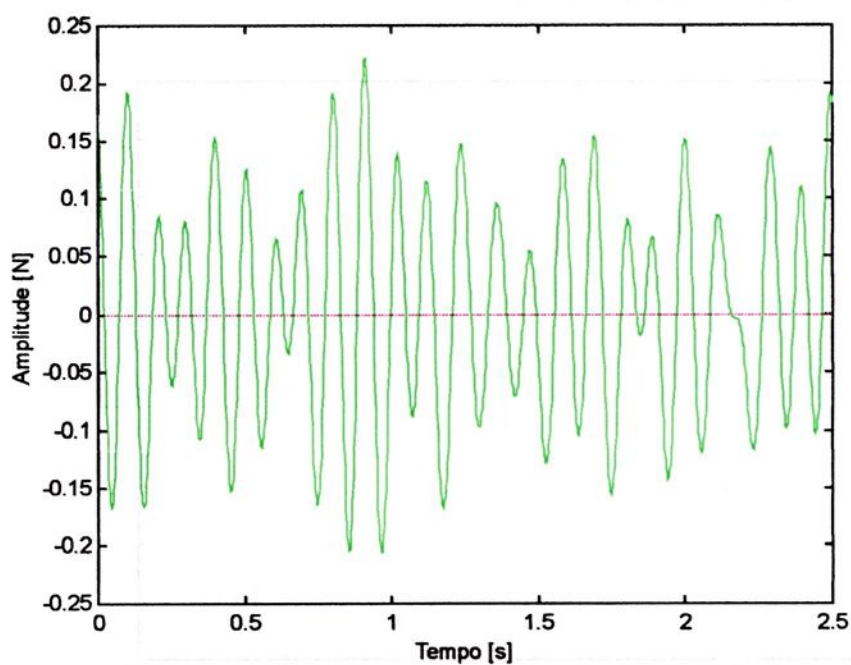


Figura 5.25: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

Expansão em termos de velocidade com $r=20$:

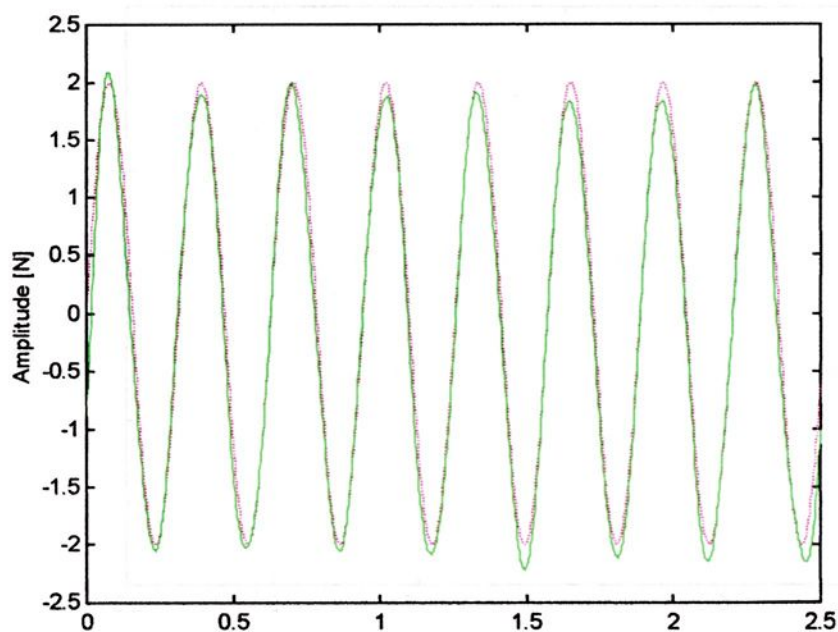


Figura 5.26: Força f_1 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

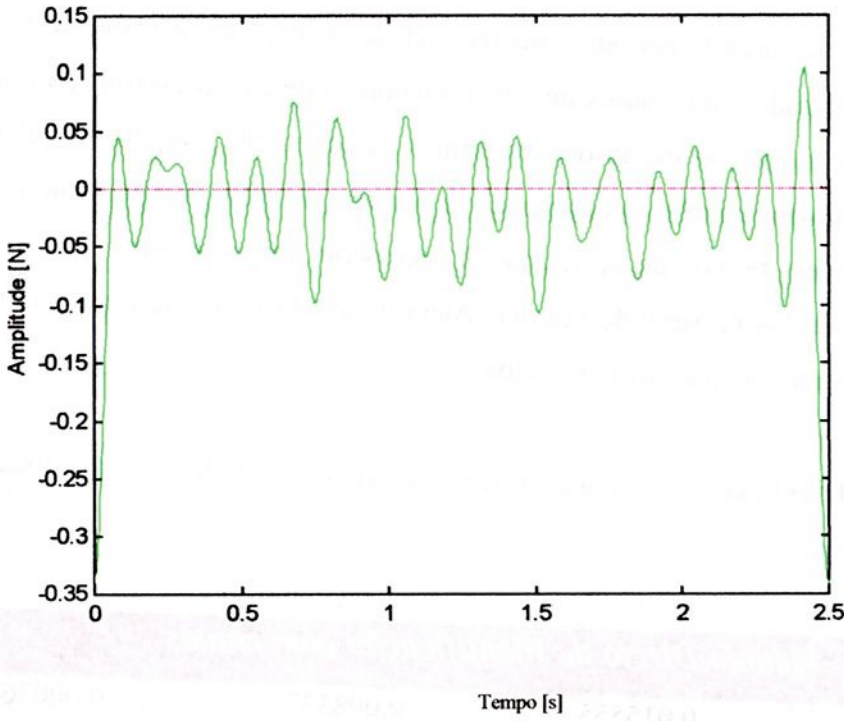


Figura 5.27: Força f_2 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

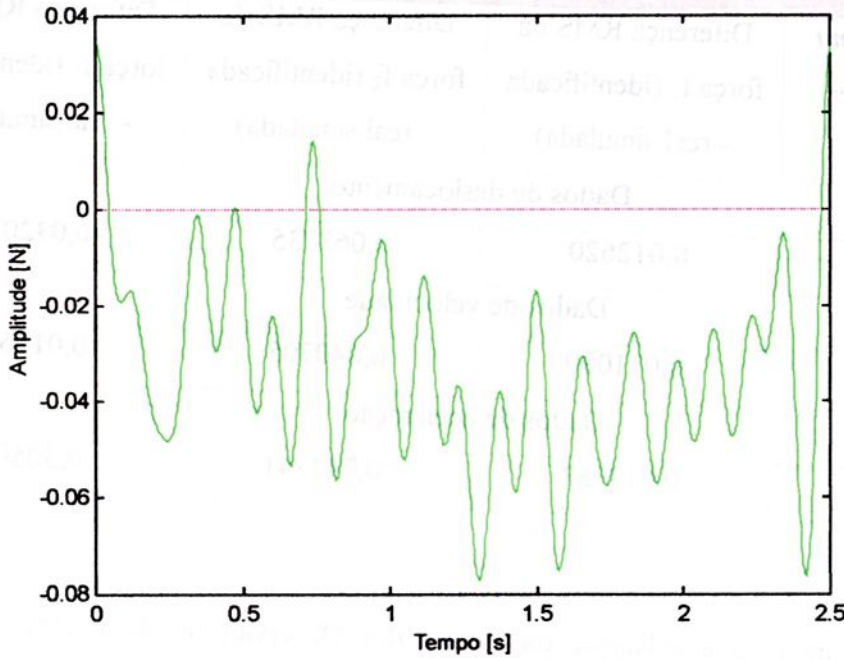


Figura 5.28: Força f_3 real simulada em magenta (tracejada) e identificada em verde. Sistema com ruídos.

A identificação da força f_1 periódica ocorre quando se expande a resposta em termos de deslocamento e velocidade com valores de r bem menores que os necessários para a realização da identificação utilizando-se as expansões em termos de aceleração. Na identificação das forças nulas, o método se mostra viável e a consideração a respeito do valor de r permanece, concluindo que para expansões em termos de aceleração é necessário um valor bem mais expressivo do número de termos retidos na série de Fourier. Além disso, torna-se claro que as identificações perdem qualidade quando na presença de ruídos.

Tabela-5.4: Diferenças nos valores RMS das curvas das forças identificadas e reais simuladas com ruídos.

<i>Método Direto de Identificação com ruídos</i>			
Diferenças nos valores RMS	-0,015555	0,008337	0,000762
<i>Método das Séries de Fourier com ruídos</i>			
Termos retidos na série de Fourier (R)	Diferença RMS da força f_1 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_2 (identificada - real simulada)	Diferença RMS da força f_3 (identificada - real simulada)
Dados de deslocamento			
25	0,012620	0,063735	0,032035
Dados de velocidade			
20	0,011089	0,040705	0,017642
Dados de aceleração			
350	0,013983	0,744341	0,305932

Parte-se agora para a aplicação da técnica dos Observadores de Estado. Nota-se a boa qualidade do Método dos Observadores de Estado para a reconstrução dos estados não medidos, mesmo com a presença de perturbações aleatórias. Os deslocamentos calculados pela utilização dos Observadores de Estado praticamente coincidem com os deslocamentos reais simulados (Figura 5.32). Uma vez que os pontos discretos de deslocamento gerados pelos Observadores de

Estado utilizam apenas os pontos discretos de x_1 , verifica-se que os Observadores de Estado podem reconstruir os dois outros estados com boa eficiência.

Considera-se o parâmetro K_1 sujeito a falha em 50% de perda na rigidez durante o desempenho do sistema e monta-se o Observador Robusto a 50% em perda desta rigidez. Assim, simula-se o sistema real sem falha e este gera resultados diferentes, pode-se detectar a existência de falha no sistema comparando as curvas dos deslocamentos sem falha e com falha de 50% em K_1 (Figura 5.34).

Sabendo-se que as curvas dos deslocamentos calculadas pelo observador robusto a 50% de K_1 (significa que há perda de rigidez em K_1) é praticamente coincidente com as curvas dos deslocamentos reais simulados com esta mesma perda de rigidez, pode-se comparar a curva do deslocamento x_1 observado com falha de 50% de perda na rigidez no parâmetro K_1 com as curvas dos observadores com falha de 50% de perda na rigidez e amortecimento para os demais parâmetros do sistema. A curva real simulada com perda de 50% na rigidez do parâmetro K_1 deve coincidir com a curva do observador robusto a 50% de perda nesta rigidez para o parâmetro K_1 , o que realmente ocorre (Figura 5.35).

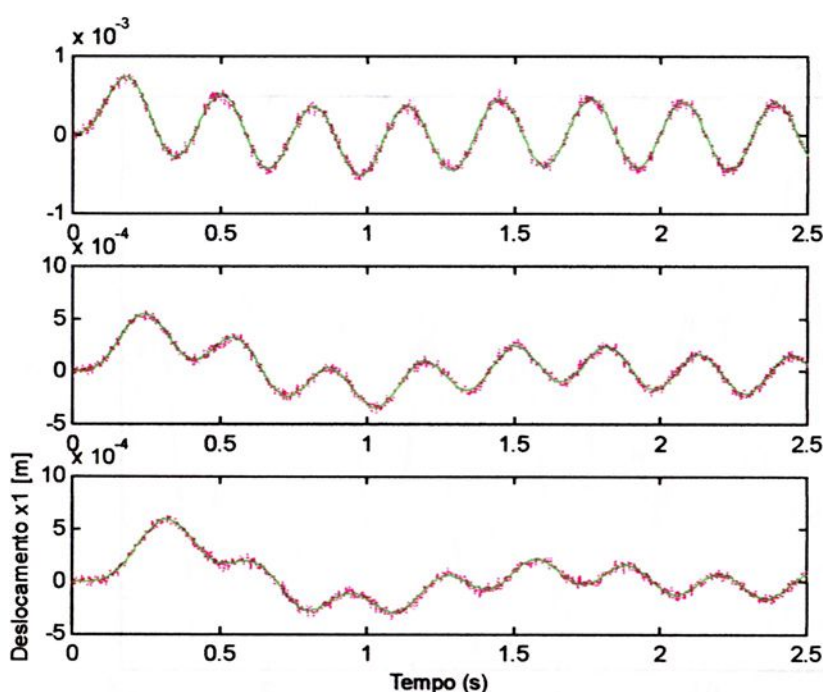


Figura 5.29: Reconstrução dos demais estados não medidos e comparação das curvas reais simuladas em magenta (tracejada) e reconstruídas pelo observador de estado em verde. Sistema na presença de ruídos.

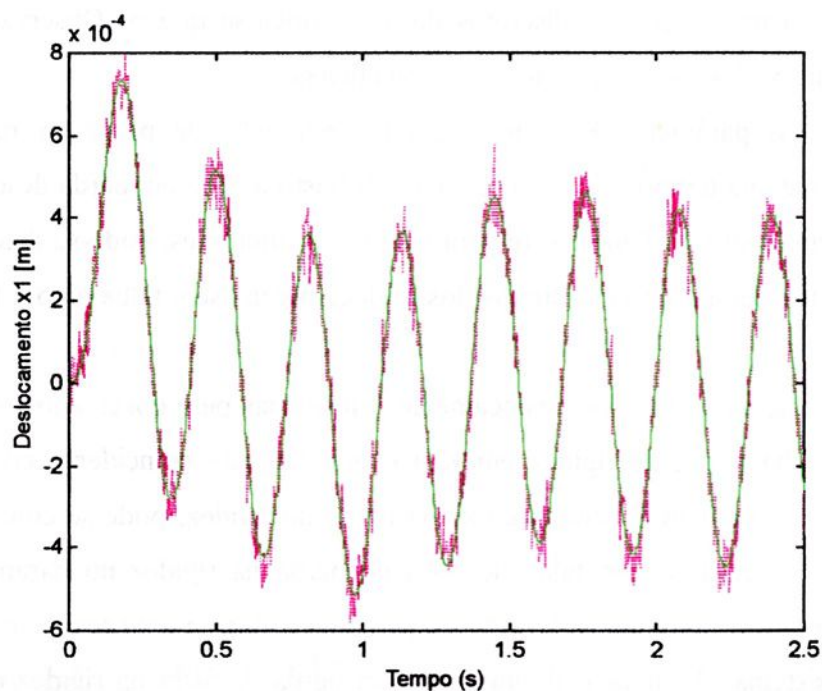


Figura 5.30: Sistema real simulado em magenta (tracejada) comparado com o observador global para o sistema em verde. Resposta x_1 do sistema com ruídos.

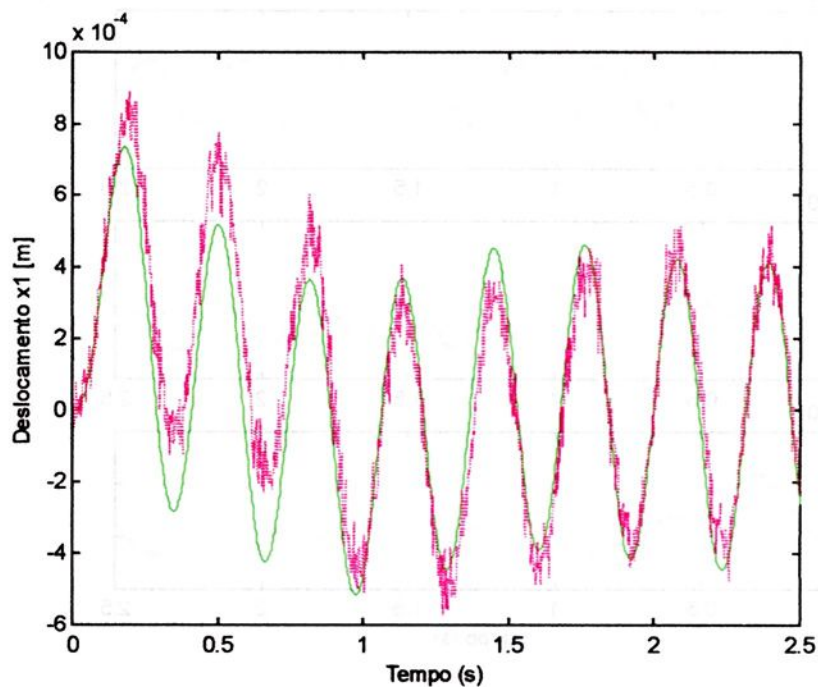


Figura 5.31: Observador global em verde comparado com o sistema real simulado com perda de 50% na rigidez do parâmetro k_1 em magenta (tracejada). Detecção da falha na presença de ruídos.

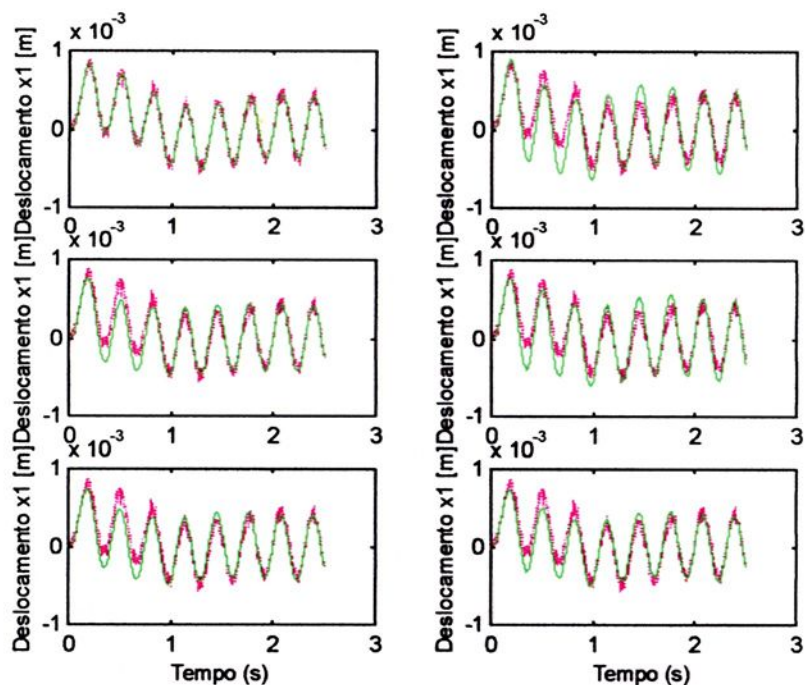


Figura 5.32: Observadores robustos a perdas de 50% em todos os parâmetros (na cor verde) comparados com o sistema real com falha de 50% em perda na rigidez de k_1 (na cor magenta tracejada). Localização da falha na presença de ruídos.

Na tabela abaixo notamos as diferenças dos valores RMS das curvas.

Tabela-5.5: Diferenças nos valores RMS das curvas das dos observadores de estado.

Diferenças dos valores RMS na presença de ruídos	
	Sistema Real com Falha (Perda de 50% na rigidez de k_1)
Observador Global	0,1186 E-4
Observador Robusto a 50% k_1	0 (9 decimais consideradas)
Observador Robusto a 50% k_2	0,0004 E-4
Observador Robusto a 50% k_3	0,0692 E-4
Observador Robusto a 50% c_1	0,5988 E-4
Observador Robusto a 50% c_2	0,5114 E-4
Observador Robusto a 50% c_3	0,0579 E-4



Observação: Os dados foram coletados em uma única sessão de observação, realizada em um ambiente controlado, com o objetivo de avaliar o desempenho dos participantes em diferentes condições de trabalho.

Observador	Observador
Observador 1	Observador 2
Observador 3	Observador 4
Observador 5	Observador 6
Observador 7	Observador 8
Observador 9	Observador 10
Observador 11	Observador 12
Observador 13	Observador 14
Observador 15	Observador 16
Observador 17	Observador 18
Observador 19	Observador 20
Observador 21	Observador 22
Observador 23	Observador 24
Observador 25	Observador 26
Observador 27	Observador 28
Observador 29	Observador 30
Observador 31	Observador 32
Observador 33	Observador 34
Observador 35	Observador 36
Observador 37	Observador 38
Observador 39	Observador 40
Observador 41	Observador 42
Observador 43	Observador 44
Observador 45	Observador 46
Observador 47	Observador 48
Observador 49	Observador 50
Observador 51	Observador 52
Observador 53	Observador 54
Observador 55	Observador 56
Observador 57	Observador 58
Observador 59	Observador 60
Observador 61	Observador 62
Observador 63	Observador 64
Observador 65	Observador 66
Observador 67	Observador 68
Observador 69	Observador 70
Observador 71	Observador 72
Observador 73	Observador 74
Observador 75	Observador 76
Observador 77	Observador 78
Observador 79	Observador 80
Observador 81	Observador 82
Observador 83	Observador 84
Observador 85	Observador 86
Observador 87	Observador 88
Observador 89	Observador 90
Observador 91	Observador 92
Observador 93	Observador 94
Observador 95	Observador 96
Observador 97	Observador 98
Observador 99	Observador 100

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Analisa-se neste capítulo a validade dos métodos estudados e apresentados anteriormente. A idéia aqui é excitar um sistema de três graus de liberdade em laboratório e aplicar neste sistema os métodos apresentados nos capítulos anteriores. Para tanto, é necessário o conhecimento prévio de todos os parâmetros deste sistema e também o conhecimento das respostas a determinadas excitações de natureza periódica, podendo assim identificar estas entradas envolvidas e aplicar o Método dos Observadores de Estado neste sistema.

O sistema confeccionado em laboratório e utilizado para a análise experimental consiste de três mesas — placas de liga de alumínio — onde por pesagem em balança eletrônica foi possível realizar a medição de suas respectivas massas, algumas lâminas — partes cortadas de réguas de aço inoxidável próprias para bancadas de oficinas — onde montadas adequadamente produzem o efeito de rigidez do sistema e por fim tiras de borracha — próprias para a utilização como forros em bancadas de oficinas — as quais produziram o efeito de amortecimento viscoso.

A Figura 6.1 abaixo mostra uma vista do sistema mecânico de três graus de liberdade montado para a realização da análise experimental. O sistema fora confeccionado de forma a evitar que alguma das mesas (placas) se mova em qualquer direção que não seja a desejada. As juntas de fixação das mesas têm suas massas incorporadas à das mesas adequadamente, salvo as juntas da base do sistema. As borrachas que simulam amortecimento viscoso estão propositalmente fixadas entre duas lâminas, para se conseguir o efeito desejado.





Figura 6.1: Sistema mecânico utilizado para a análise experimental. A seta mostra o sentido do movimento do conjunto das mesas.

6.1. Materiais Utilizados

Descrição dos materiais usados na bancada de testes:

- Base de sustentação da bancada de testes (evita certas perturbações externas);
- 3 placas de liga de alumínio de dimensões: (m_1) 35 cm x 35 cm x 1 cm; (m_2) 25 cm x 25 cm x 1 cm; (m_3) 16 cm x 16 cm x 1 cm;

- 20 lâminas de aço inoxidável de dimensões: 14 cm x 2,5 cm x 1 cm;
- 8 tiras de borrachas de dimensões: 14 cm x 2,5 cm x 2,4 cm na mesa m_2 e 14 cm x 2,5 cm x 1,5 cm na mesa m_3 ;
- Juntas com parafusos para a acoplagem das mesas, lâminas e borrachas;
- Placa de ferro fundido para auxiliar na extração dos parâmetros;

As mesas foram montadas como mostra a Figura 6.1 de forma que a mesa m_1 não possui nenhuma borracha que proporcione amortecimento, nas demais isto ocorre, porém, com borrachas de espessura maior na mesa m_2 e de espessura menor na mesa m_3 .

Para a aquisição de sinais provenientes do sistema mostrado, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Sistema de aquisição de dados *A/D Iotech DaqBook/112* utilizando o software de aquisição e análise de dados *DasyLab 4.0*;
- Condicionador/Amplificador de sinais *Nexus Conditioning Amplifier Z6 0400* da *Bruel & Kjaer* ;
- Acelerômetro *PCB Piezotronics* tipo *353B03 SN 75858* (10 [1,02] mV/g [mV/(m/s²)]);
- Acelerômetro *Brüel & Kjær* (0,1 mV/g);
- Martelo de impacto confeccionada em madeira com pontas de borracha (Figura 6.1);
- Transdutor de força da *Bruel & Kjaer* tipo 8200 (3.93 pC/N);
- Gerador de frequência *Politem PT-9300 All-in-one instrument*;
- Amplificador de sinal *MMF-LV103* (100VA 3Ω 3HZ.....20kHz).

6.2. Análise Experimental

O Software utilizado para a aquisição dos sinais provenientes da mesa vibratória confeccionada foi o *DASYLab 4.0* for Windows. Inicialmente é necessário o conhecimento dos parâmetros de rigidez e de amortecimento, uma vez que as massas são conhecidas. Para que estes parâmetros se tornem conhecidos é necessário excitar cada mesa separadamente com uma entrada impulsiva qualquer, sabendo que qualquer sistema em vibração livre vibra em sua(s) frequência(s) natural, com conhecimentos básicos de vibrações mecânicas obtêm-se os



parâmetros. O diagrama de blocos usado no Software está apresentado na Figura 6.2 abaixo e mostra através de um diagrama de comando o que foi realizado.

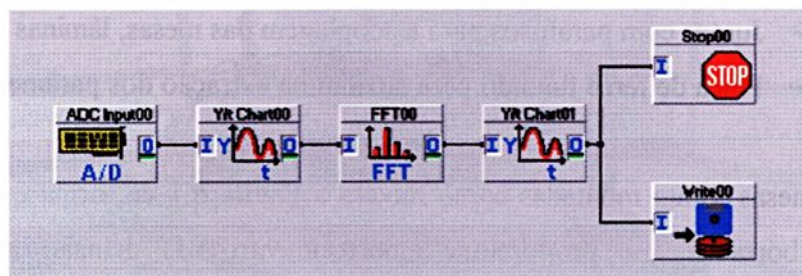


Figura 6.2: Fluxograma de comandos apresentado na forma de diagramas de blocos no Software utilizado para a obtenção dos parâmetros do sistema.

6.2.1. Modelo Matemático

O sistema mecânico apresentado na Figura 6.1 pode ser representado por um modelo matemático de um sistema vibratório de três graus de liberdade, como mostra a Figura 6.3 abaixo.

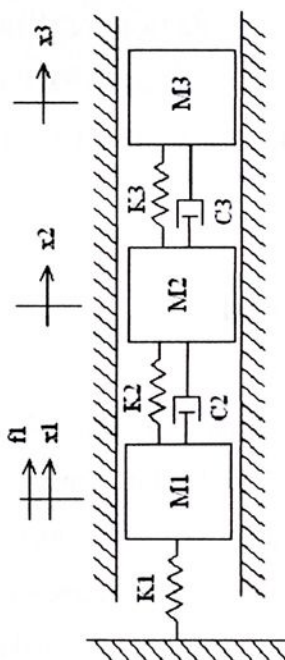


Figura 6.3: Modelo matemático para o sistema mecânico estudado sistema.

A partir deste sistema toda a metodologia apresentada pode ser aplicada, o objetivo aqui é utilizar os métodos estudados para a identificação de forças e localização de falhas em uma situação real.

O sistema de equações diferenciais na forma diferencial que descreve o movimento deste sistema dinâmico é dado pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

6.2.2. Determinação dos Parâmetros Físicos do Sistema

Mesa Inferior (m_1):

Inicialmente considera-se o sistema somente com a mesa m_1 , conforme mostrado na Figura-6.3. Assim, modela-se o sistema como um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade. Excitando o sistema com uma entrada impulsiva qualquer, este inicia movimento vibratório com uma frequência que é exatamente a frequência natural deste grau de liberdade. Então é possível calcular a partir da resposta deste sistema sua rigidez, uma vez que a mesa m_1 não está submetida a amortecimento.

O sistema da figura abaixo é composto de 4 lâminas metálicas e uma massa de liga de alumínio de 6.575 Kg, sendo fixado em cada extremidade pelas juntas de fixação. Excitando o sistema com uma força impulsiva, obteve-se uma frequência natural levemente amortecida pelas próprias características estruturais do sistema. Considera-se o sistema sem amortecimento, portanto é ignorado este efeito amortecedor e a frequência de vibração é considerada a frequência natural da mesa.

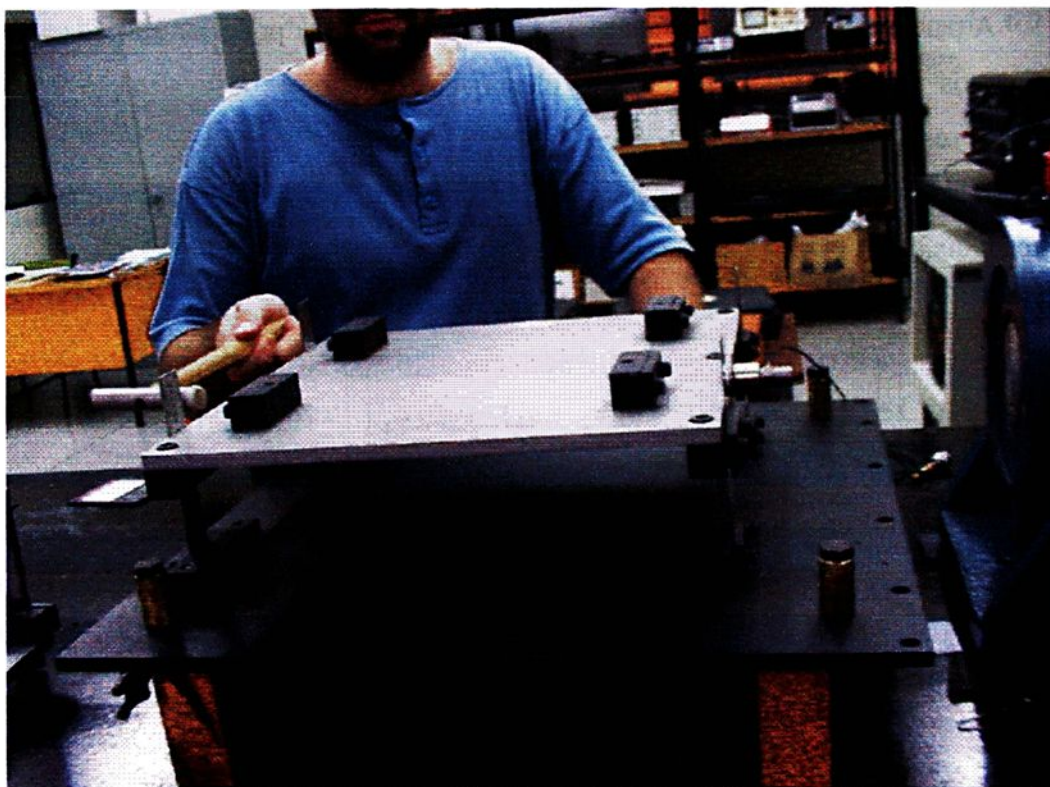


Figura 6.4: Obtenção da rigidez equivalente da mesa m_1 .

A partir daí obteve-se os seguintes resultados:

- Frequência Natural do sistema: $f_n = 22,46 \rightarrow \omega_n = 141,12 \text{ rad/s}$
- Rigidez equivalente: $k_{eq} = 130.940,80 \text{ N/m}$

A Figura 6.5 mostra os resultados obtidos.

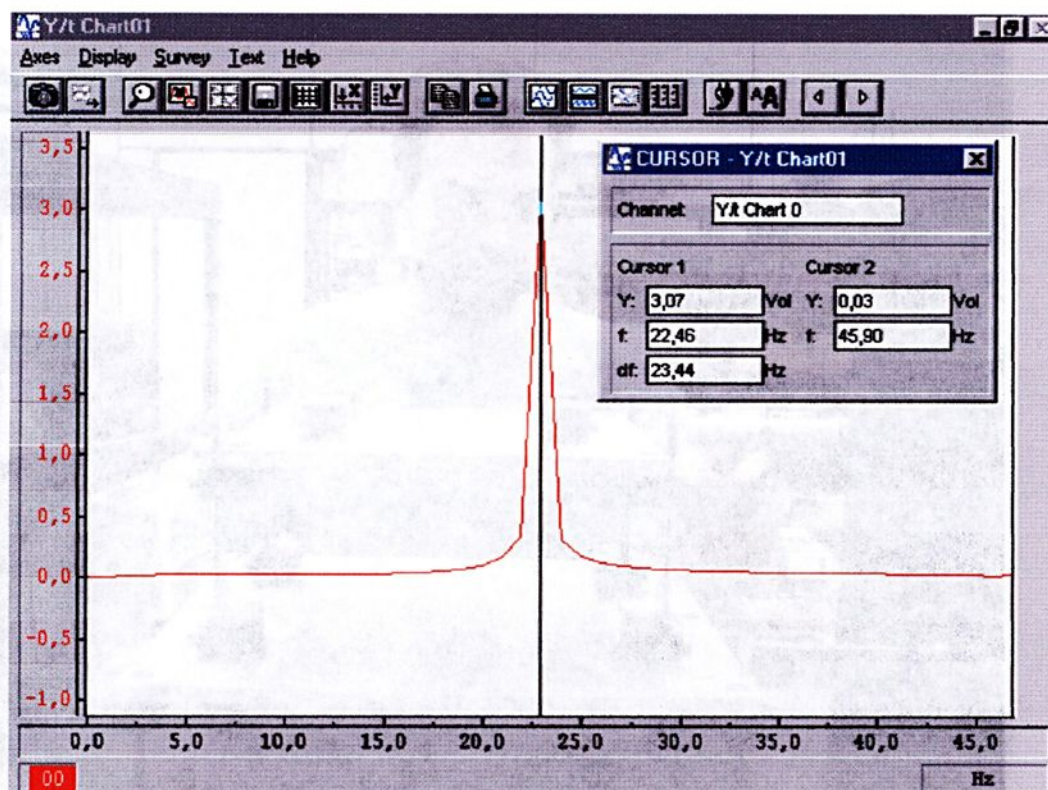


Figura 6.5: Resultados obtidos pelo Software DASYLab.

Mesa Intermediária (m_2):

Considera-se o sistema somente com a mesa m_2 livre, sendo a massa m_1 presa conforme mostrado na Figura 6.6 abaixo. Sendo assim, modela-se o sistema como um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade. O sistema da é composto de 8 lâminas metálicas, 4 borrachas e uma massa de liga de alumínio de 4.550 Kg, sendo fixado em cada extremidade 2 lâminas de aço e uma borracha de 2,4 mm de espessura.

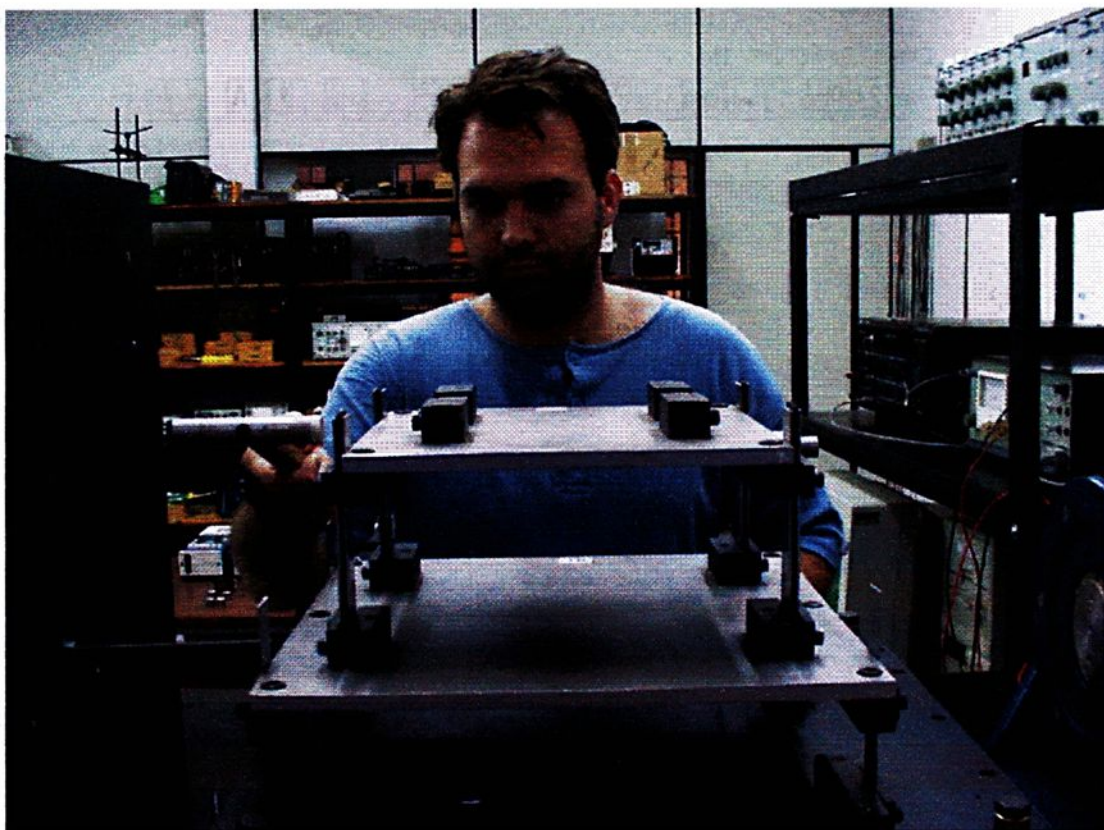


Figura 6.6: Obtenção de rigidez e amortecimento equivalentes da mesa m_2 , estando a mesa m_1 fixada em uma placa suporte de ferro fundido, presa à bancada.

Excitando o sistema com uma força impulsiva apresenta uma resposta amortecida pelas borrachas como pode ser verificado na Figura 6.7. A frequência natural amortecida do sistema é mostrada na Figura 6.8. Assim, usando as formulações para o amortecimento viscoso, obteve-se os seguintes resultados:

- Frequência natural amortecida: $f_a = 41,02 \text{ Hz} \rightarrow \omega_a = 257,74 \text{ rad/s}$
- Frequência natural: $f_n = 41,04 \text{ Hz} \rightarrow \omega_n = 257,89 \text{ rad/s}$
- Rigidez equivalente: $k_{eq} = 302.604,34 \text{ N/m}$
- Amortecimento equivalente: $c_{eq} = 80,61 \text{ N.s/m}$

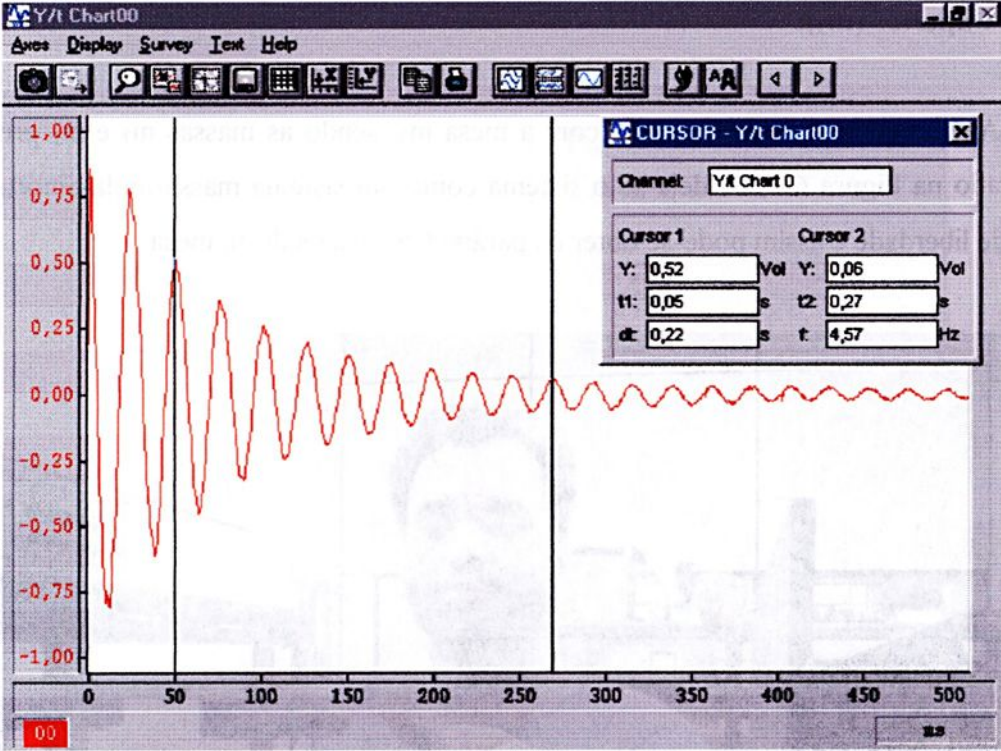


Figura 6.7: Resposta amortecida da mesa m_2 a uma entrada impulsiva qualquer.

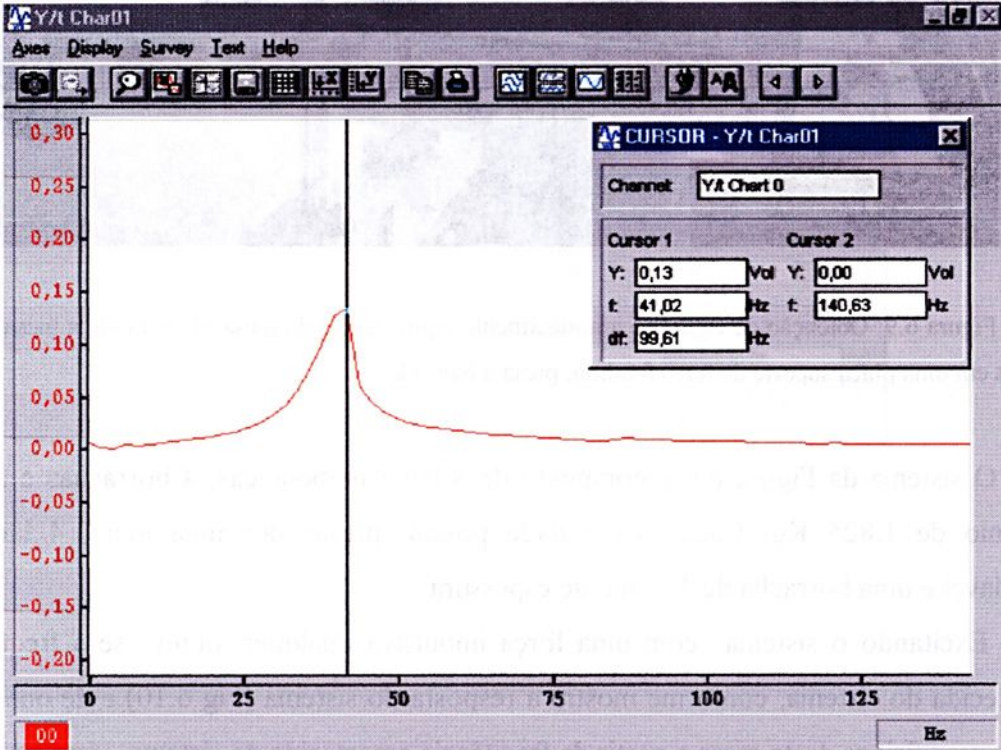


Figura 6.8: Frequência amortecida da mesa m_2 .

Mesa Superior (m_3):

Analisando o sistema somente com a mesa m_3 , sendo as massas m_1 e m_2 presas conforme mostrado na Figura 6.9, modela-se o sistema como um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade e assim pode-se obter os parâmetros físicos desta mesa.

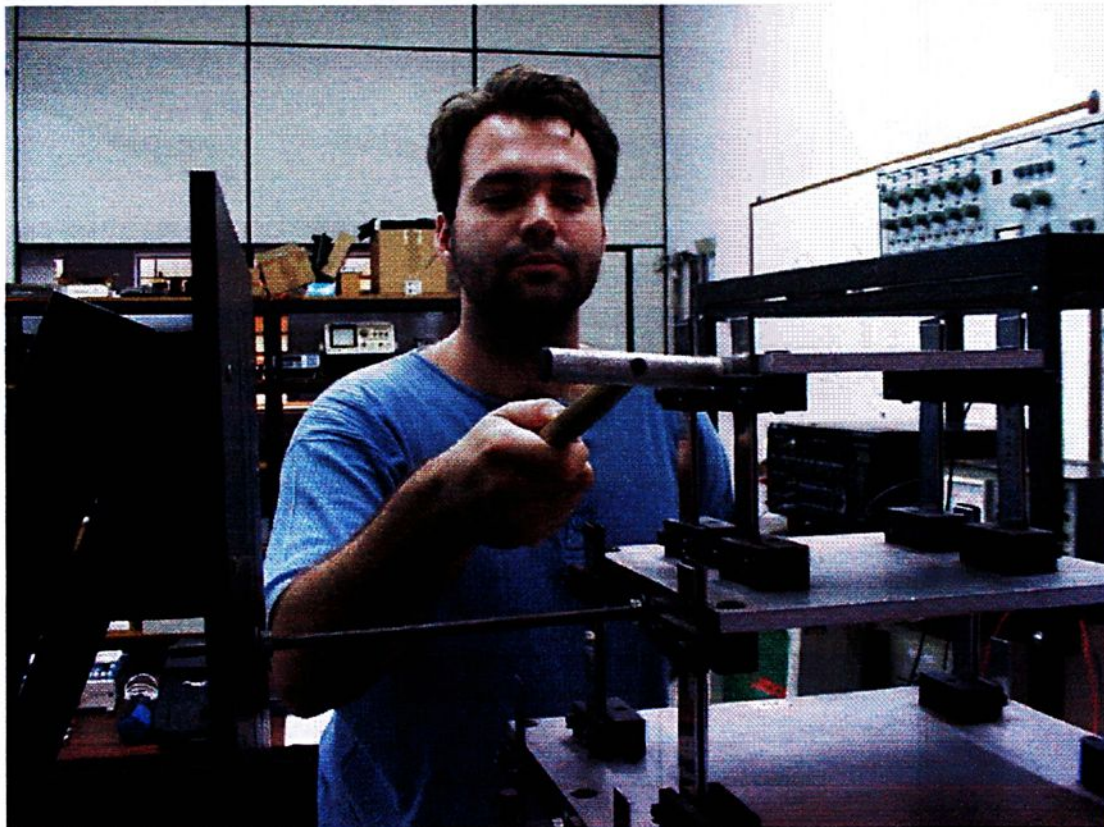


Figura 6.9: Obtenção de rigidez e amortecimento equivalentes da mesa m_3 , estando a mesa m_1 e a mesa m_2 fixadas em uma placa suporte de ferro fundido, presa à bancada.

O sistema da Figura 6.9 é composto de 8 lâminas metálicas, 4 borrachas e uma massa de alumínio de 1.825 Kg. Cada extremidade possui, presas por uma junta, 4 lâminas de aço inoxidável e uma borracha de 1,5 mm de espessura.

Excitando o sistema com uma força impulsiva qualquer, obteve-se a frequência natural amortecida do sistema, conforme mostra a resposta do sistema (Fig 6.10) e de onde se obtêm os parâmetros físicos desta mesa a partir da frequência amortecida do sistema, vista na Figura 6.11.

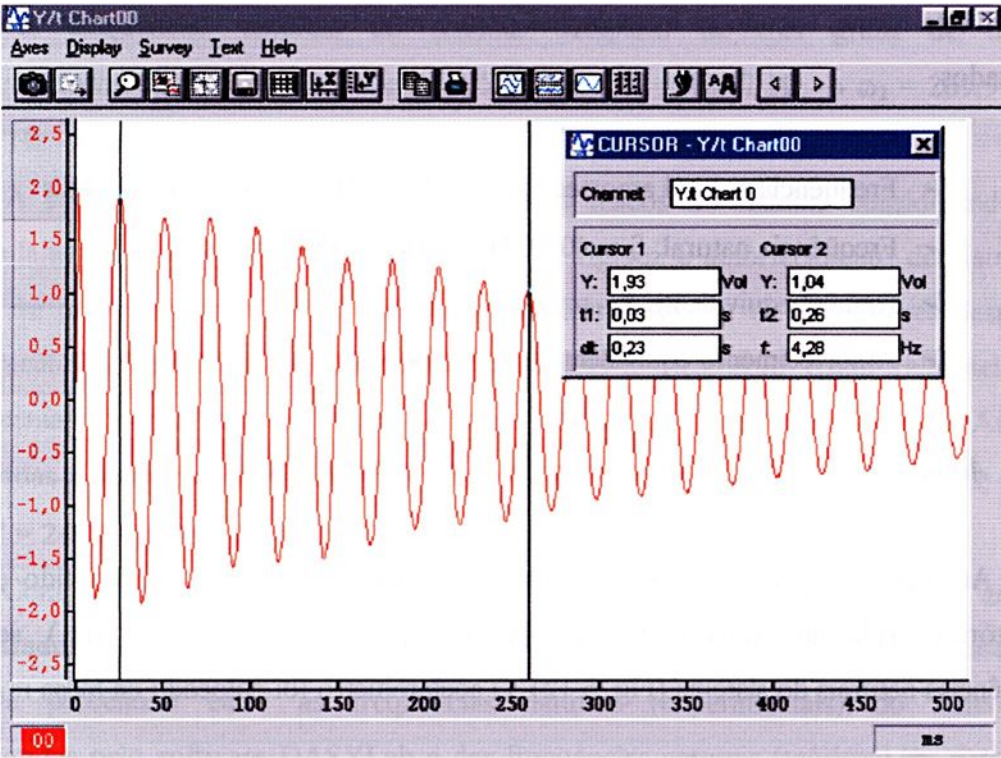


Figura 6.10: Resposta amortecida da mesa m_3 a uma entrada impulsiva qualquer.

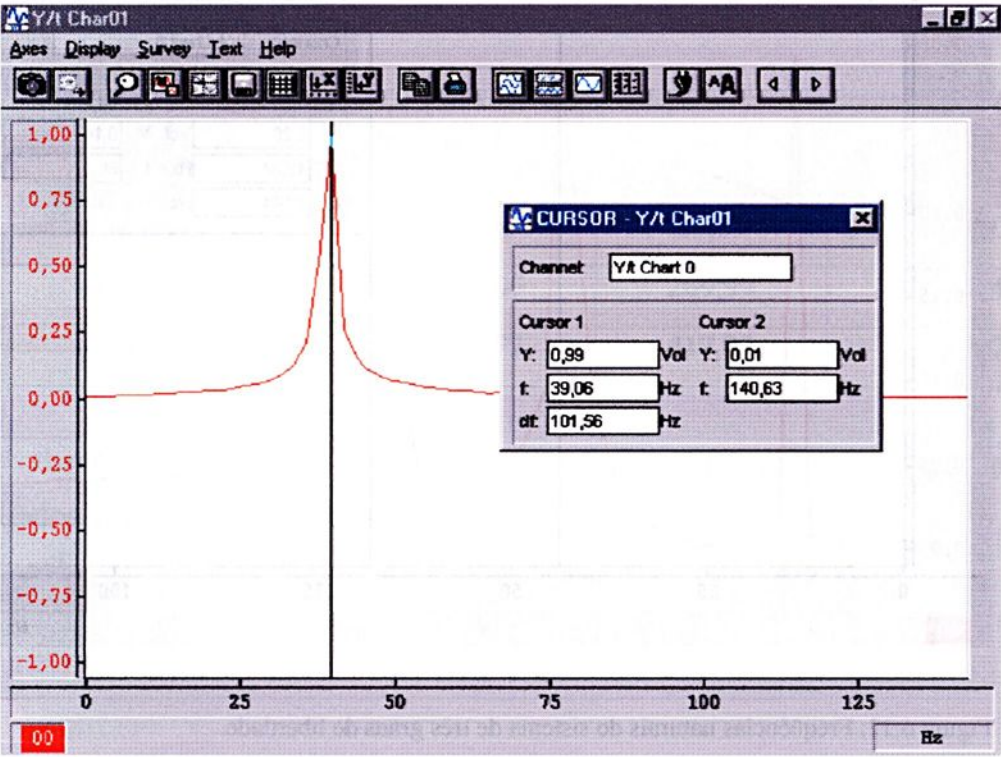


Figura 6.11: Freqüência amortecida da mesa m_3 .

Desta forma, usando as formulações para o amortecimento viscoso, obteve-se os seguintes resultados:

- Frequência natural amortecida: $f_a = 39,06 \text{ Hz} \rightarrow \omega_a = 245,42 \text{ rad/s}$
- Frequência natural: $f_n = 40,50 \text{ Hz} \rightarrow \omega_n = 255,44 \text{ rad/s}$
- Rigidez equivalente: $k_{eq} = 109.935,76 \text{ N/m}$
- Amortecimento equivalente: $c_{eq} = 9,79 \text{ N.s/m}$

6.2.3. Análise do Sistema Completo com Três Graus de Liberdade

Analisando o sistema completo com três graus de liberdade, constituído pelas 3 mesas vibratórias. Aplicando uma força impulsiva qualquer na mesa inferior (m_1), se obtêm as 3 frequências naturais do sistema (Fig. 6.12). O acelerômetro foi colocado na mesa m_1 .

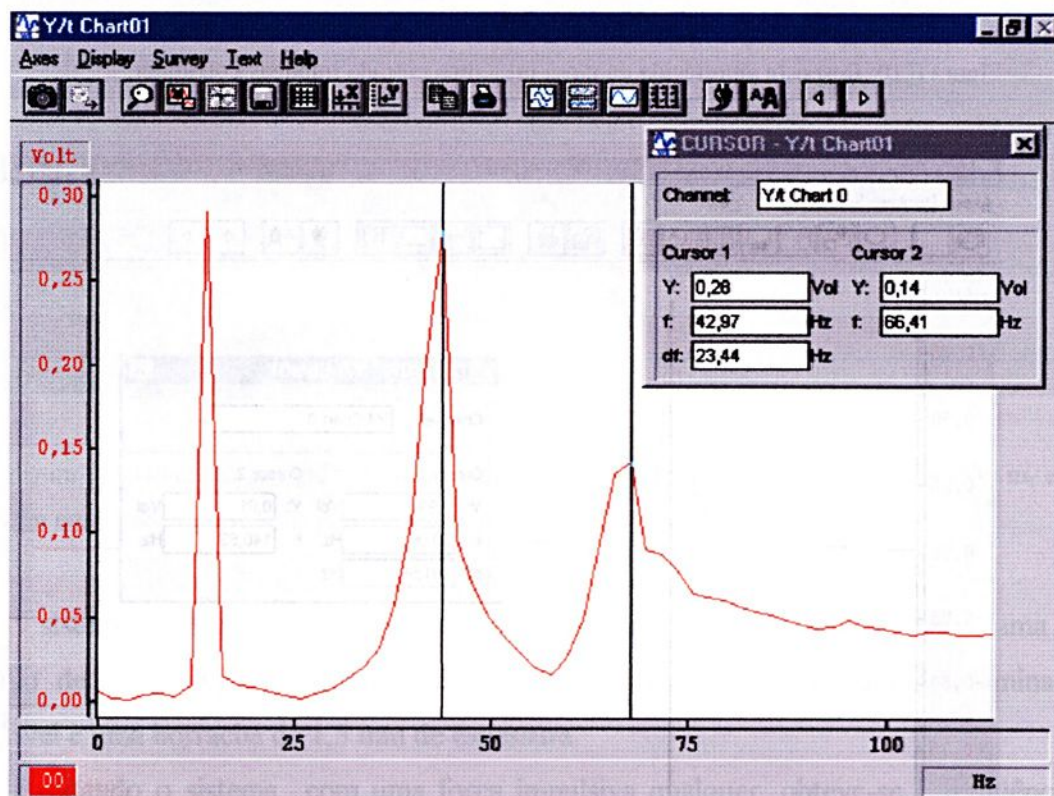


Figura 6.12: Frequências naturais do sistema de três graus de liberdade.

As frequências naturais do sistema completo de três graus de liberdade são respectivamente $f_1 = 13,67 \text{ Hz} \rightarrow \omega_1 = 85,89 \text{ rad/s}$, $f_2 = 42,97 \text{ Hz} \rightarrow \omega_2 = 269,99 \text{ rad/s}$ e $f_3 = 66,41 \text{ Hz} \rightarrow \omega_3 = 417,27 \text{ rad/s}$.

A partir da determinação dos parâmetros físicos do sistema considerando cada mesa separadamente, obteve-se todos os valores de rigidez e amortecimento do sistema. A partir disso, se pode montar a matriz dinâmica $[A]$ deste sistema, os autovalores desta matriz são exatamente as frequências naturais deste, calculadas teoricamente. Estas frequências devem ser as mesmas que as obtidas pelo Software DASYLab experimentalmente. As frequências calculadas a partir da matriz dinâmica foram $f_1' = 13,80 \text{ Hz} \rightarrow \omega_1' = 86,70 \text{ rad/s}$, $f_2' = 39,3 \text{ Hz} \rightarrow \omega_2' = 247,09 \text{ rad/s}$ e $f_3' = 60,59 \text{ Hz} \rightarrow \omega_3' = 380,73 \text{ rad/s}$.

Com o propósito de verificar a qualidade dos valores de rigidez e amortecimento encontrados a partir de resultados experimentais, monta-se na Tabela 6.1. Verifica-se a diferença relativa percentual entre as frequências naturais (experimentais) do sistema completo encontradas pelo software DASYLab e das frequências naturais (teóricas) do sistema completo calculando os autovalores a partir da matriz dinâmica do sistema.

Tabela 6.1: Diferenças percentuais nos valores das frequências naturais do sistema, reais (experimentais) e teóricas.

<i>Frequências Naturais do sistema completo</i>	<i>Teóricas</i>	<i>Experimentais</i>	<i>Diferença Percentual</i>
$\omega_1 \text{ (rad/s)}$	86,70	85,89	0,93 %
$\omega_2 \text{ (rad/s)}$	247,09	269,99	- 8,48 %
$\omega_3 \text{ (rad/s)}$	380,73	417,27	- 8,76 %

Portanto, considerando as diferenças obtidas como aceitáveis, pode-se dizer que os valores encontrados de rigidez e amortecimento são bastante satisfatórios.

6.2.4. Resultados Obtidos

Tabela 6.2: Parâmetros do sistema de três graus de liberdade analisado.

<i>Massa (kg)</i>	<i>Amortecimento (N.s/m)</i>	<i>Rigidez (N/m)</i>	<i>Forças de Excitação (Amplitudes em N)</i>
$M_1=6,57$	$C_1=0$	$K_1=142.508,35$	$f_1=16 \text{ sen } (251,33*t)$
$M_2=4,550$	$C_2=80,61$	$K_2=302.604,34$	$f_2=0$ (nula)
$M_3=1,825$	$C_3=9,79$	$K_3=109.935,76$	$f_3=0$ (nula)

O sistema foi submetido a uma excitação de 40 Hz, adotou-se um $\Delta t = 1,024$ s como sendo o tempo de amostragem. Realizando a discretização deste tempo em 1024 pontos, obtemos a resposta do sistema a esta excitação. A Figura 6.13 mostra o sistema submetido a esta excitação e monitorado por três acelerômetros.

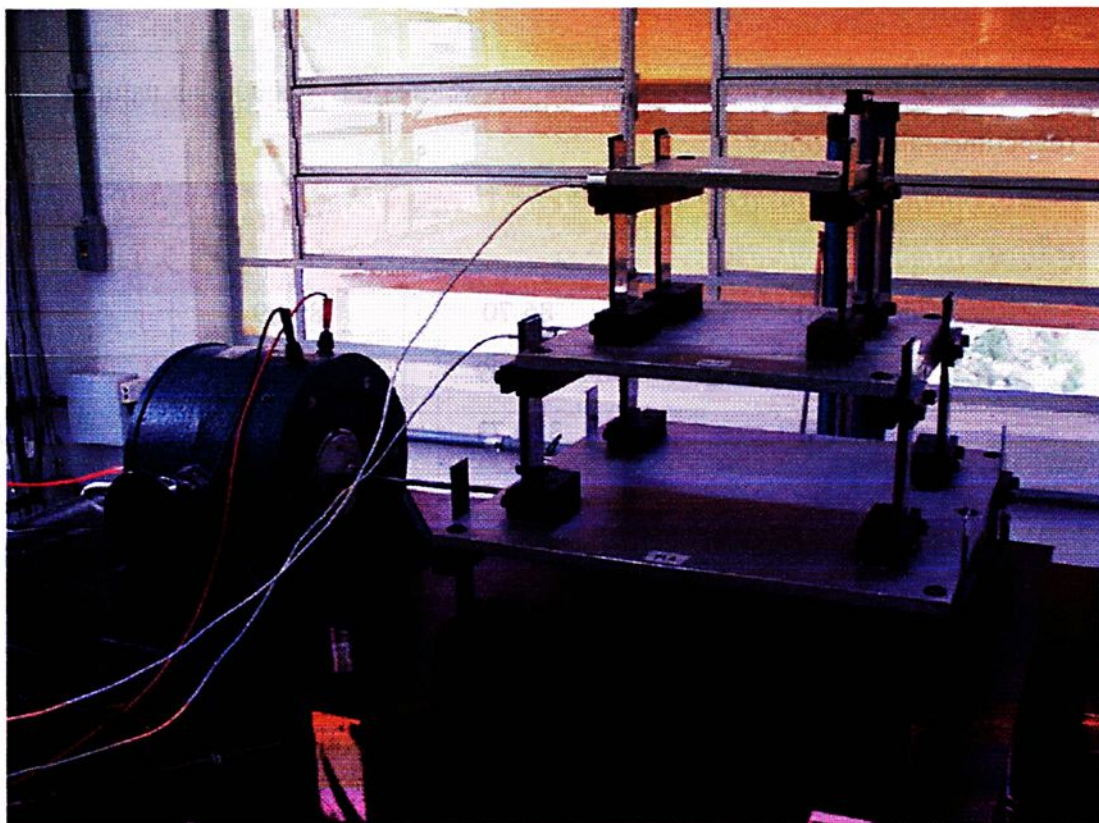


Figura 6.13: Sistema submetido a uma excitação de 40 Hz e monitorado por três acelerômetros.

O Software DASYLab permite que, com uma entrada de dados em aceleração, sejam calculadas por integração, as respostas do sistema em termos de velocidade e de deslocamento. Calculando os observadores de estado para o sistema, podemos comparar as respostas dos observadores com as respostas reais. As curvas devem ser muito próximas, o que realmente ocorre (Figs. 6.14, 6.15 e 6.16). Como usa-se apenas a resposta $x_1(t)$ para o cálculo dos observadores, é possível a reconstrução dos estados $x_2(t)$ e $x_3(t)$. O mesmo para as respostas em termos de velocidade e aceleração.

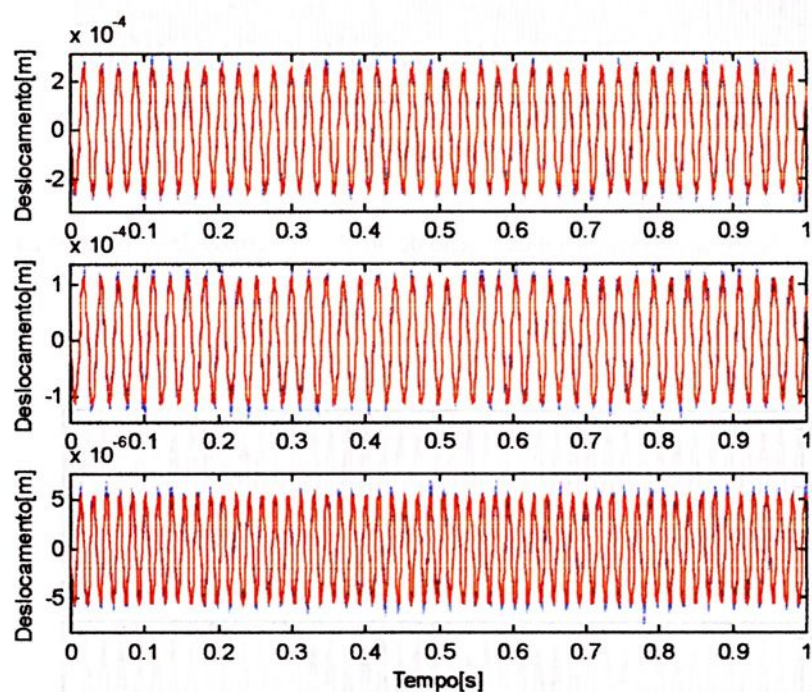


Figura 6.14: Respostas do sistema à excitação de 40 Hz em termos de deslocamento na cor azul e respostas dos observadores de estado na cor vermelha.

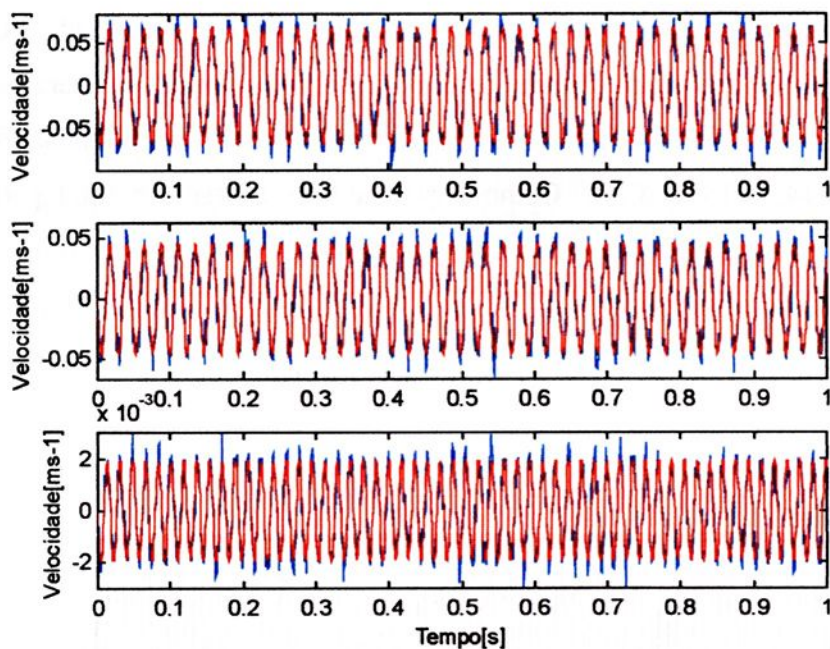


Figura 6.15: Respostas do sistema à excitação de 40 Hz em termos de velocidade na cor azul e respostas dos observadores de estado na cor vermelha.

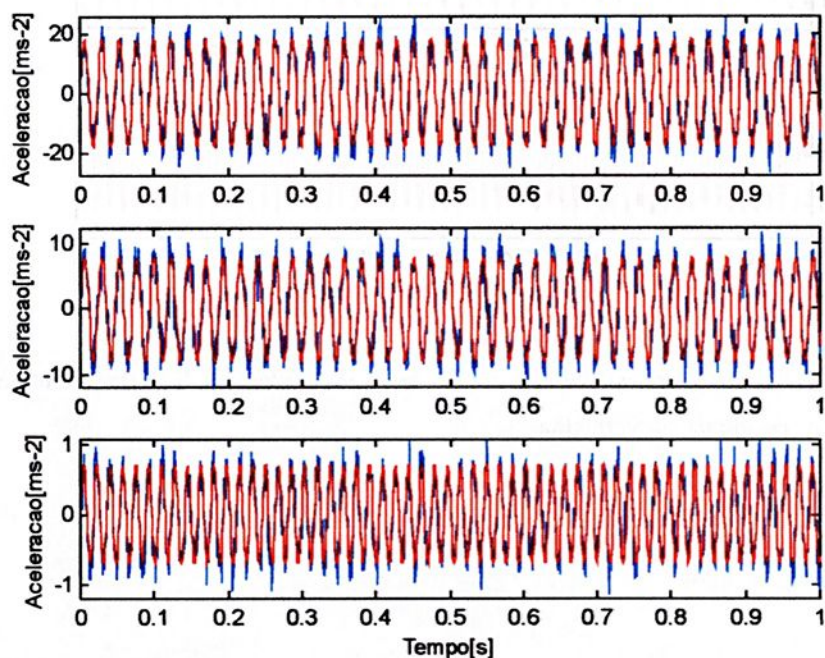


Figura 6.16: Respostas do sistema à excitação de 40 Hz em termos de aceleração na cor azul e respostas dos observadores de estado na cor vermelha.

Os observadores de estado realizaram a reconstrução dos estados das mesas m_2 e m_3 com sucesso, ou seja, com boa qualidade. Estas respostas dos observadores foram baseadas nos valores experimentais das forças de excitação, onde apenas há efetivamente uma excitação periódica atuando na mesa m_1 . O objetivo agora passa a ser a identificação das forças de excitação, conhecendo as respostas deste sistema e os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento encontrados. Utilizam-se aqui as duas técnicas estudadas, o Método de identificação por Séries de Fourier e o Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado.

Posteriormente se prossegue com a aplicação do Método dos Observadores de Estado para a detecção de uma falha provocada e a localização desta falha. Esta falha é forçada modificando a altura de fixação da mesa m_2 , diminuindo desta forma a rigidez do parâmetro K_2 . Neste capítulo, a referência a esta falha será dada com Observador Robusto a K_2 .

As figuras 6.17, 6.18 e 6.19 são representativas da identificação das forças de excitação utilizando o Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado. Em seguida são apresentadas as figuras que mostram as identificações das forças de excitação pelo Método das Séries de Fourier.

Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado

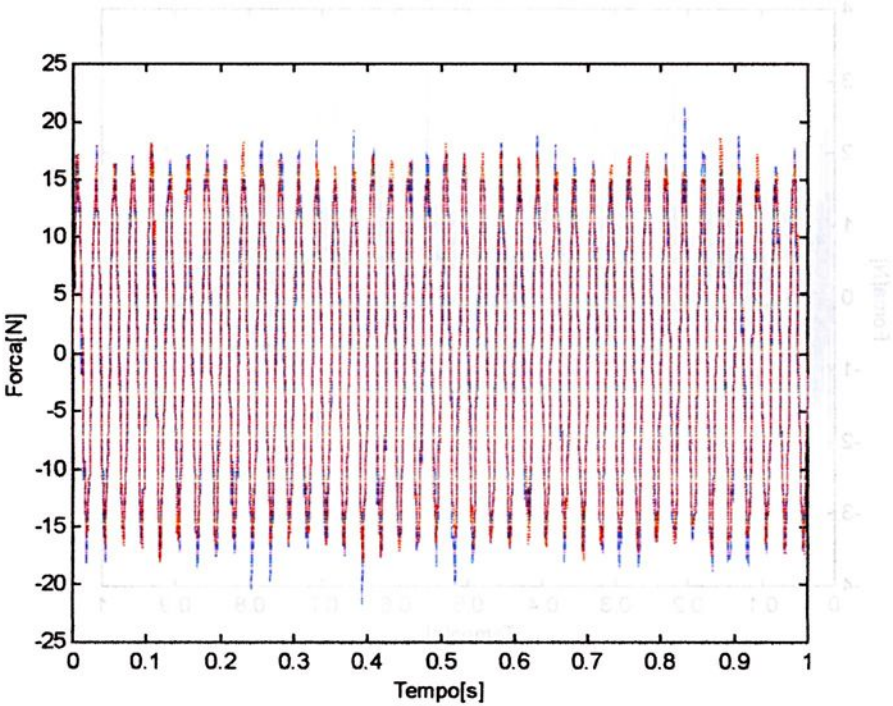


Figura 6.17: Identificação da força f_1 pelo Método Direto na cor azul e real experimental na cor vermelha.

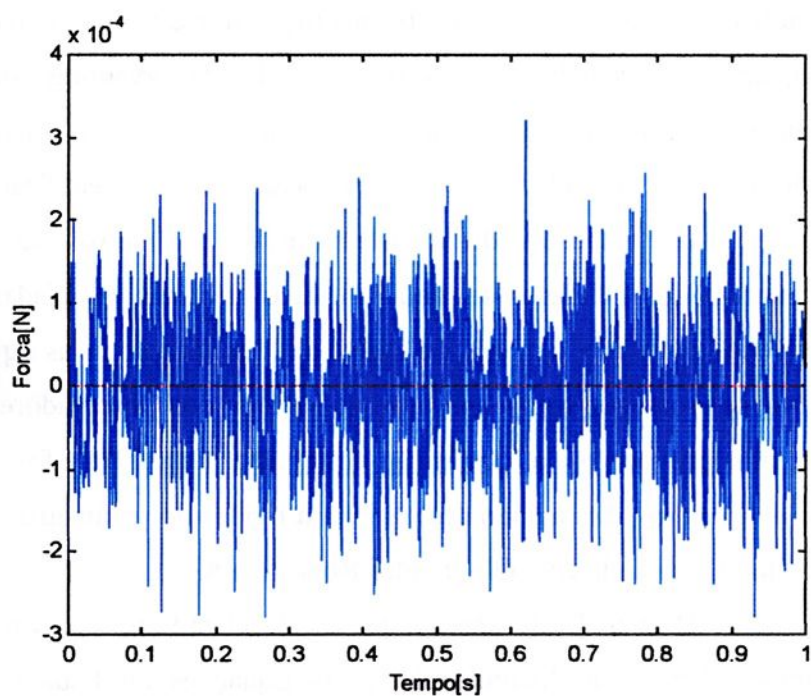


Figura 6.18: Identificação da força f_2 pelo Método Direto na cor azul e real experimental na cor vermelha.

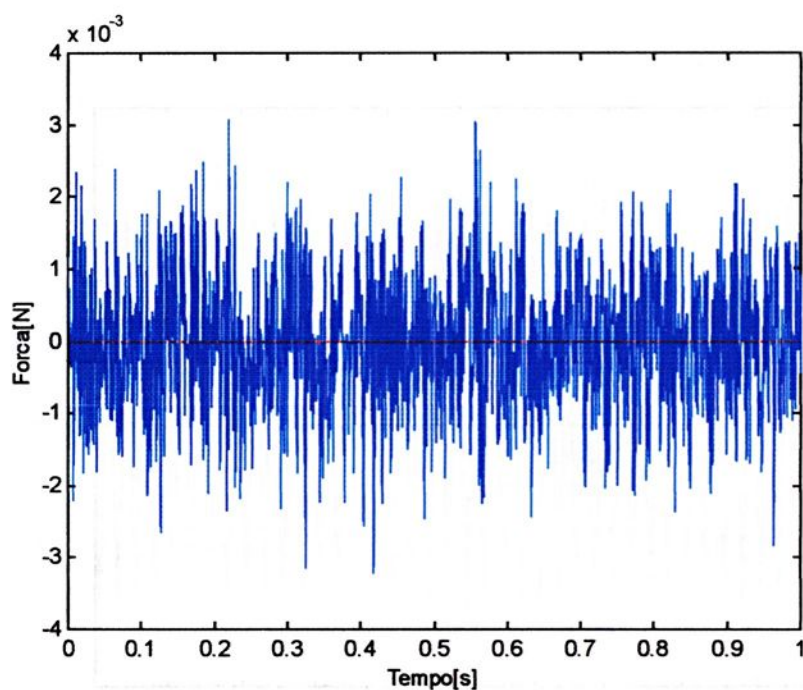


Figura 6.19: Identificação da força f_3 pelo Método Direto na cor azul e real experimental na cor vermelha.

Pelo Método Direto é possível a identificação das forças de excitação do sistema excitado apenas pela força f_1 . A identificação pelo Método Direto para esta força de excitação periódica bem como para a identificação das forças nulas mostrou-se bastante satisfatória, produzindo resultados acurados.

Método das Séries de Fourier

Aqui se apresentam apenas os resultados mais favoráveis conseguidos por este método. Com dados de deslocamento foi possível uma boa identificação com $r=60$, para as expansões em termos de velocidade uma boa identificação é possível com $r=45$. Como foi estudado e analisado nos dois capítulos anteriores, não foram realizadas tentativas de identificação das forças atuantes pelo Método das Séries de Fourier usando expansões em termos de aceleração, devido ao comportamento desfavorável.

Expansão em termos de deslocamento com $r=60$:

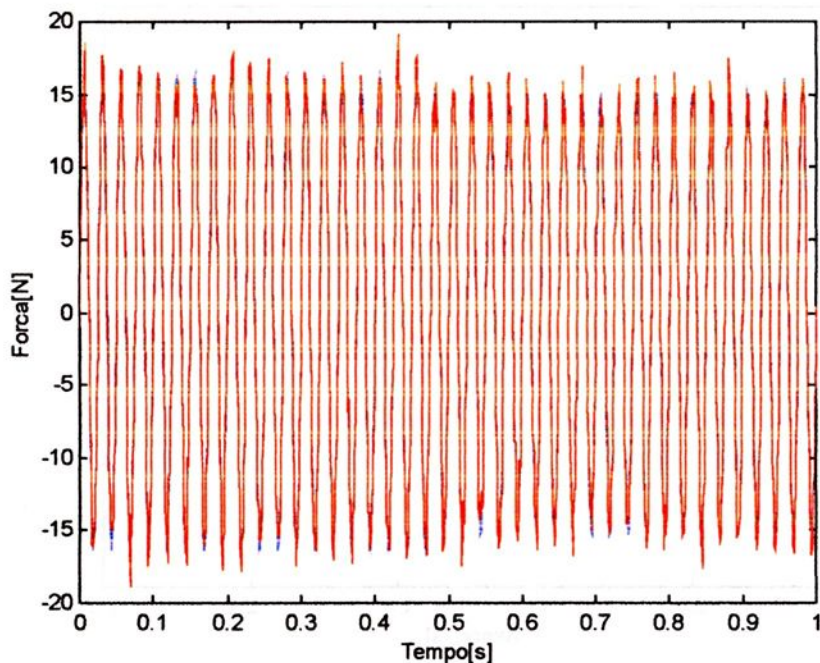


Figura 6.20: Identificação da força f_1 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de deslocamento na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

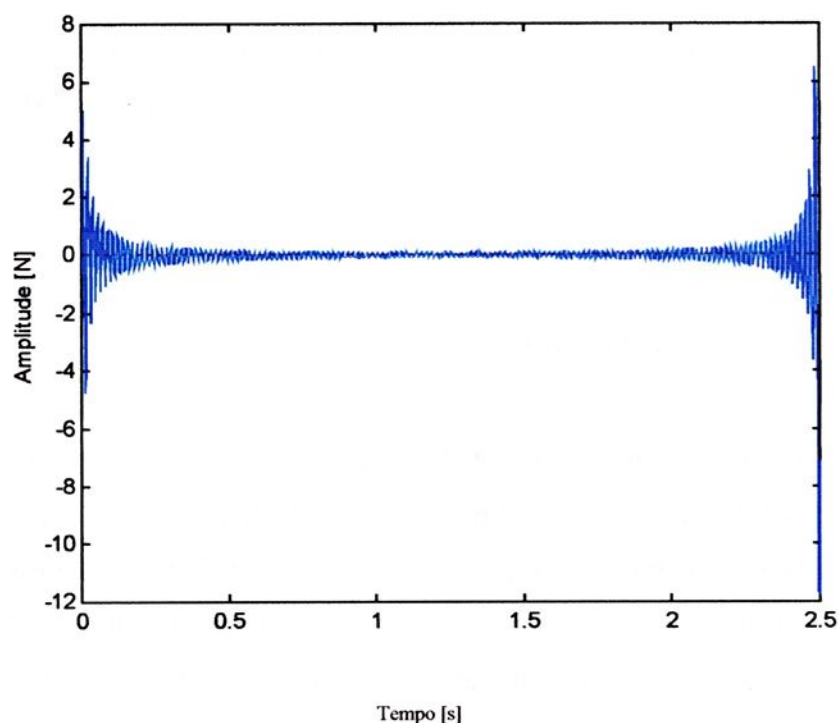


Figura 6.21: Identificação da força f_2 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de deslocamento na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

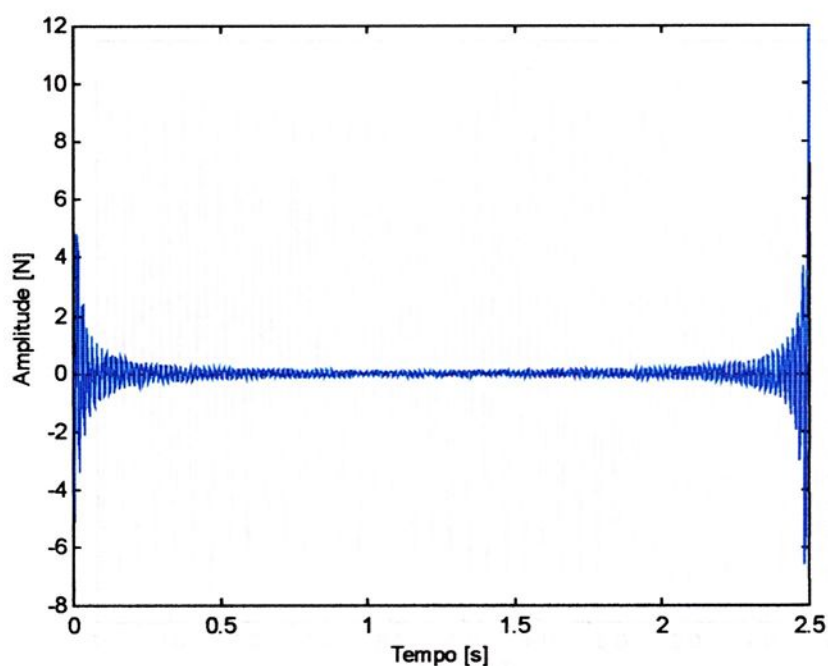


Figura 6.22: Identificação da força f_3 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de deslocamento na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

Expansão em termos de velocidade com $r=45$:

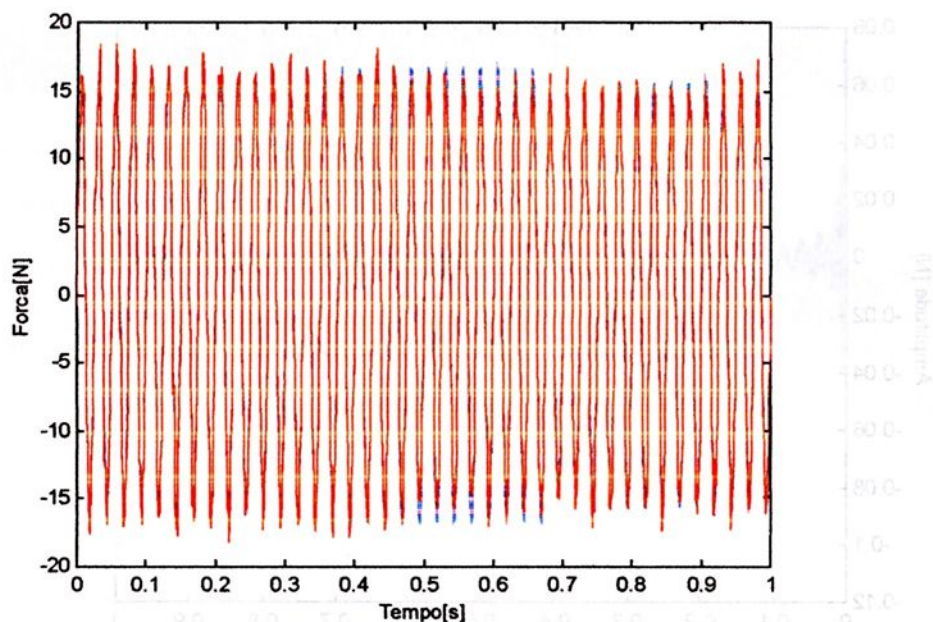


Figura 6.23: Identificação da força f_1 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de velocidade na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

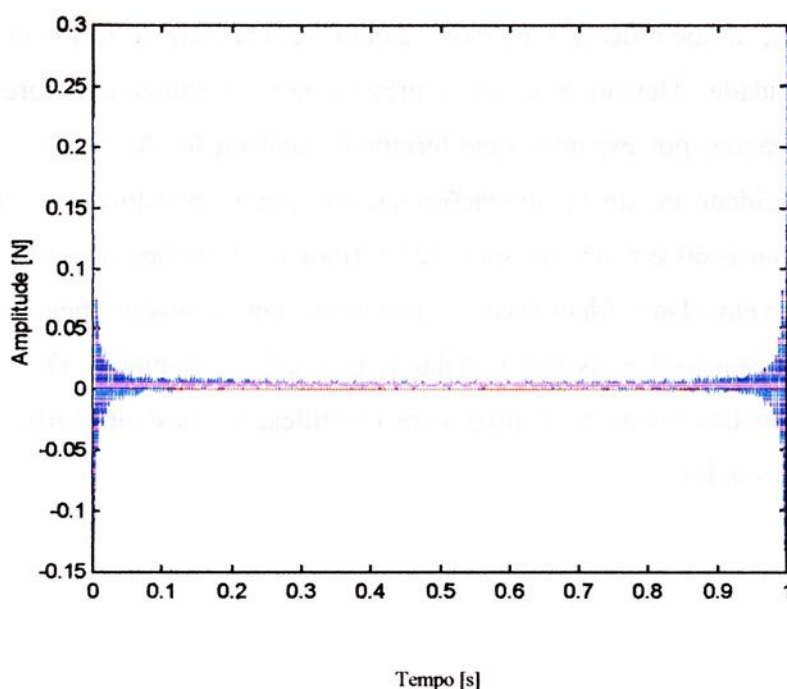


Figura 6.24: Identificação da força f_2 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de velocidade na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

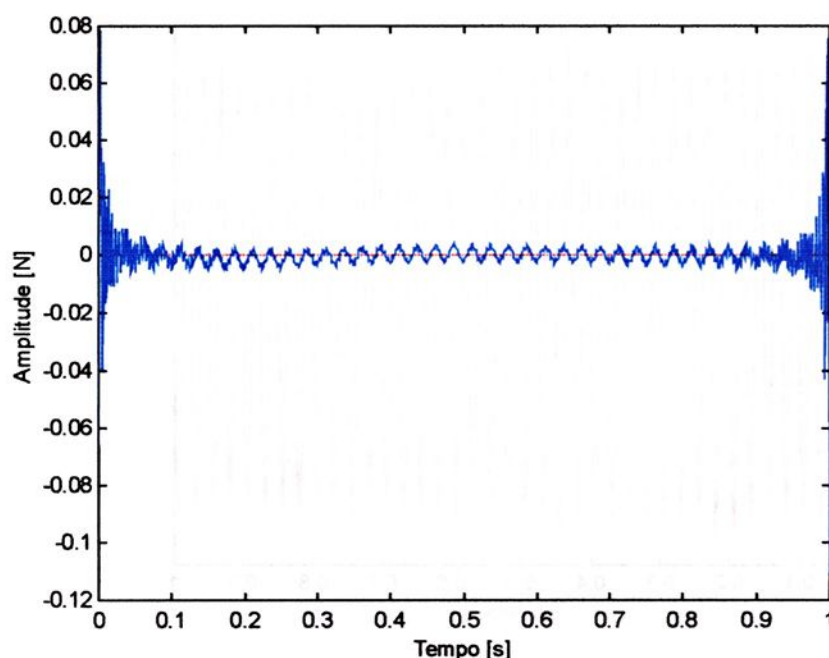


Figura 6.25: Identificação da força f_3 pelo Método das Séries de Fourier para expansões em termos de velocidade na cor azul e força real experimental na cor vermelha.

Para a força f_1 , a identificação ocorre quando se expande a resposta em termos de deslocamento, velocidade. Devido a estudos prévios nos capítulos anteriores descarta-se a utilização de identificações por expansões em termos de aceleração. As expansões em termos de deslocamento e velocidade geram identificações satisfatórias com valores de r entre 40 e 100, mas precisamente com $r=60$ e $r=45$, ou seja, 121 termos e 91 termos na série respectivamente para deslocamento e velocidade. Além disso, as expansões em termos de deslocamento e em termos de velocidade identificam melhor as forças nulas f_2 e f_3 satisfatoriamente. Desta forma pode-se afirmar que o Método das Séries de Fourier gera identificações bastante satisfatórias de forças harmônicas e de forças nulas.

Tabela 6.3: Diferenças nos valores RMS das curvas das forças identificadas e reais experimentais.

Método Direto de Identificação			
Diferenças nos valores RMS	0,25684	0 (zero) (Considerando 6 casas decimais)	0 (zero) (Considerando 6 casas decimais)
Método das Séries de Fourier			
Termos retidos na série de Fourier (r)	Diferença RMS da força f ₁ (identificada - real experimental)	Diferença RMS da força f ₂ (identificada - real experimental)	Diferença RMS da força f ₃ (identificada - real experimental)
Dados de deslocamento			
60	0,00732	0,05968	- 0,08801
Dados de velocidade			
45	- 0,00415	0,02167	- 0,03516

Parte-se agora para a aplicação da técnica dos Observadores de Estado para a detecção e localização da falha provocada no parâmetro K_2 . Considera-se para comparações pertinentes apenas a resposta $x_1(t)$ do sistema. Montando o Observador Global para o sistema, sua resposta praticamente coincide com a resposta real experimental do sistema, como se pode melhor observar na Figura 6.26. Com a falha provocada, a nova resposta do sistema torna-se diferente da resposta do Observador Global, que por sua vez é representativo do sistema real. Desta forma, é realizada a detecção da falha (Fig. 6.27).

Sabendo-se que a curva da resposta do sistema com falha deve ser coincidente com a resposta do observador robusto a K_2 , se compara a resposta do sistema experimental sujeito falha com as respostas dos Observadores Robustos a todos os parâmetros. Como já fora dito, o sistema real experimental sujeito à falha praticamente coincide com o Observador Robusto a K_2 . Realiza-se assim, a localização da falha provocada no parâmetro K_2 do sistema real experimental. Esta localização está representada pelas figuras 6.28, 6.29, 6.30, 6.31 e 6.32.



Observador Global do sistema em vermelho comparado com o sistema real experimental em azul:

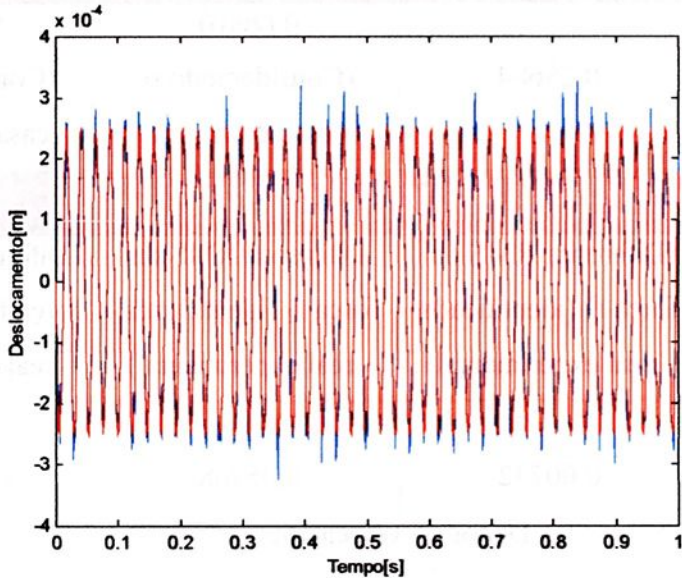


Figura 6.26: Observador Global em vermelho comparado com o sistema real experimental sem falha na cor azul.

Observador Global em vermelho verifica a ocorrência de falha, mostrada em azul:

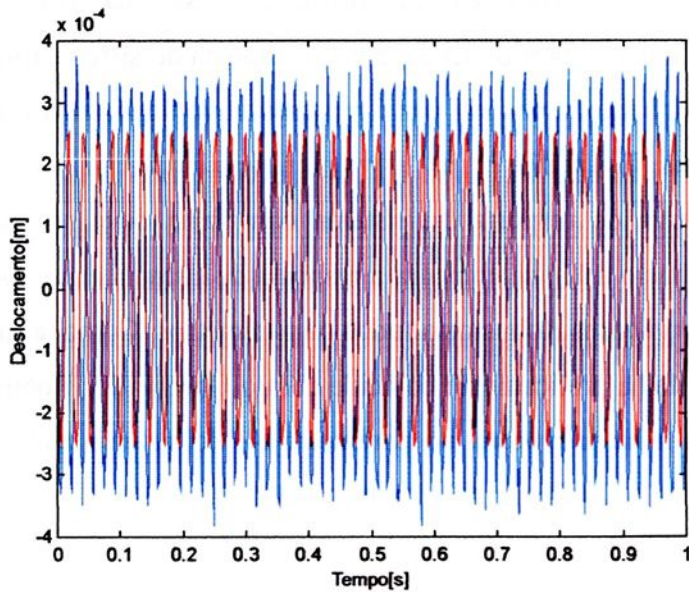


Figura 6.27: Observador Global em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

Para a localização da falha provocada no parâmetro K_2 , comparamos as curvas dos Observadores Robustos a K_1 , K_2 , K_3 , C_1 e C_2 respectivamente com a curva do sistema real experimental sujeito a falha no parâmetro K_2 :

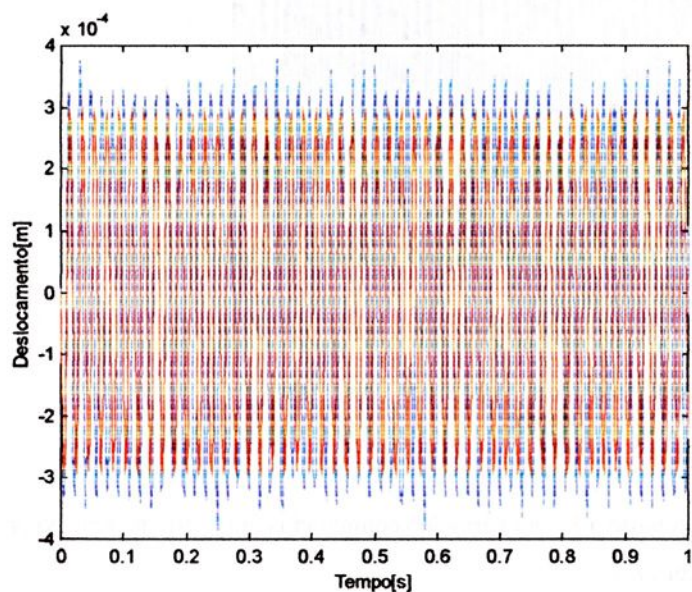


Figura 6.28: Observador Robusto a K_1 em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

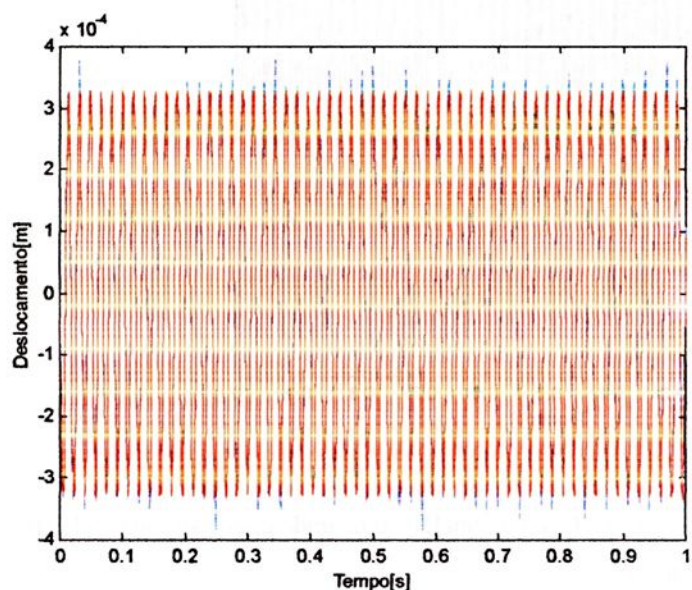


Figura 6.29: Observador Robusto a K_2 em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

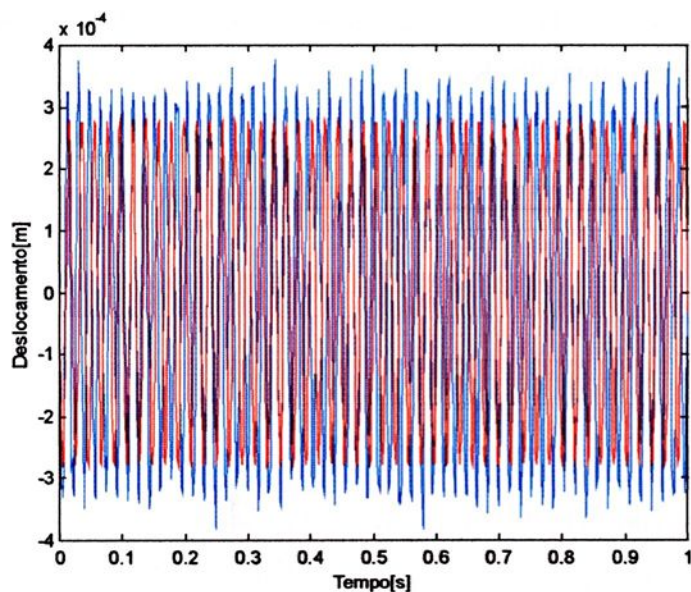


Figura 6.30: Observador Robusto a K_3 em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

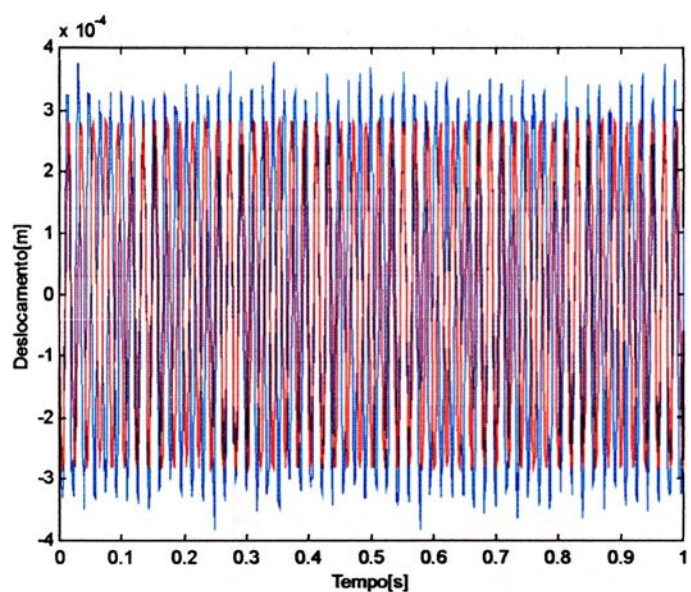


Figura 6.31: Observador Robusto a C_2 em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

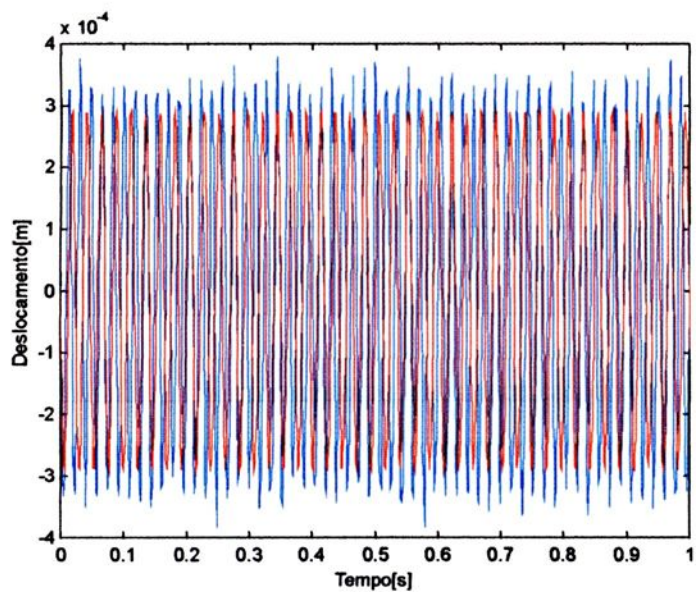


Figura 6.32: Observador Robusto a C_3 em vermelho comparado com o sistema real experimental com falha no parâmetro K_2 , apresentado na cor azul.

Tabela 6.4: Diferenças nos valores RMS das curvas dos Observadores de Estado.

<i>Diferenças dos valores RMS do sistema real experimental</i>	
	Falha no parâmetro K_2
Observador Global	0,58621E-04
Observador Robusto a K_1	0,28344E-04
Observador Robusto a K_2	0,00053E-04
Observador Robusto a K_3	0,36509E-04
Observador Robusto a C_2	0,32958E-04
Observador Robusto a C_3	0,28770E-04

O parâmetro K_2 com falha têm uma rigidez de aproximadamente 80% do valor de K_2 calculado experimentalmente sem a ocorrência de falha. Comprova-se aqui a possibilidade de utilização de Observadores de Estado para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos.

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mostly illegible due to fading and bleed-through.

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mostly illegible due to fading and bleed-through.

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is mostly illegible due to fading and bleed-through.

CAPÍTULO 7

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Neste trabalho, são apresentadas duas técnicas distintas para a identificação de excitações periódicas em sistemas dinâmicos. Além disso é mostrada a técnica de detecção e localização de falhas pela utilização do Método dos Observadores de Estado. No caso em que as entradas ou excitações do sistema são desconhecidas ou de difícil acesso, é possível calculá-las partindo do conhecimento de todos os parâmetros do sistema e da realização de uma medição de seu comportamento dinâmico em pleno funcionamento, ou seja, a saída ou resposta do sistema à excitação deve ser conhecida. É possível o cálculo das entradas do sistema estando sua resposta em termos de deslocamento ou velocidade, quando se faz o uso do Método das Séries de Fourier. Pelo Método Direto de identificação necessita-se do conhecimento das respostas em deslocamento, velocidade e aceleração para a aplicação do mesmo.

Inicialmente no Capítulo 4, utilizado para análise, partiu-se de uma resposta do sistema real simulado em termos de deslocamento, velocidade e aceleração. Nota-se o avanço na qualidade das curvas identificadas quando se manipula o valor da variável r , que representa os termos retidos na série de Fourier. Desta forma pode-se afirmar que o Método das Séries de Fourier gera identificações bastante satisfatórias de forças harmônicas nas expansões em termos de deslocamento e velocidade. O Método Direto utiliza os resultados das respostas em deslocamento, velocidade e aceleração, o qual leva a bons resultados, mesmo quando introduzimos ruídos aleatórios nas respostas.

Posteriormente no Capítulo 5, na identificação de forças periódicas, os métodos são sujeitos a um exemplo em que não existem forças atuando em todos os graus de liberdade do modelo estudado. As identificações são possíveis pelos dois métodos apresentados.

Apesar da qualidade das identificações tanto quando as respostas estão sob influência de ruídos aleatórios como livres destas influências, existem certas limitações nos métodos. Os métodos provaram eficiência para a identificação de forças harmônicas e de forças nulas ou inexistentes, porém com certas limitações de aplicação.



Pelo Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado, as identificações são de boa qualidade, porém, este método possui limitação provocada pela própria forma em que seu equacionamento se apresenta.

O Método dos Observadores de Estado, estudado e avaliado no Capítulo 5, é de grande interesse dos pesquisadores há algum tempo, com sua utilização no monitoramento de sistemas mecânicos. Os observadores de estado possuem uma boa qualidade na reconstrução dos estados não medidos, isto é de extrema utilidade quando os demais estados são de difícil acesso ou requerem equipamentos e métodos que possam tornar esta medição inviável.

A análise experimental mostrada no Capítulo 6 é simples, porém, comprova as teorias envolvidas. Numa situação real, não se possui um controle tão adequado quanto o conseguido em laboratório e um sistema de três graus de liberdade pode não ser o modelo matemático mais adequado para a representação do sistema. Mesmo apesar destas constatações os métodos proporcionaram bons resultados.

Baseado nos resultados do Capítulo 6, se pode afirmar que o fator limitante de uso para qualquer dos métodos apresentado é a confecção de um modelo matemático que represente adequadamente o sistema a ser analisado. Pesquisas no âmbito de modelos matemáticos para sistemas mecânicos são de grande importância, não apenas para a aplicação dos métodos apresentados neste trabalho bem como para a aplicação de várias outras técnicas tanto de identificação de forças como de detecção e localização de falhas.

O aspecto mais importante e que deve ficar bem claro quanto a este estudo realizado, é que os métodos de identificação de entradas do sistema foram aplicados para entradas periódicas ou nulas. Nada se pode afirmar a respeito da aplicação destes métodos em situações que estejam fora destas condições. Contribuições futuras a respeito são importantes, principalmente levando em consideração as questões de entradas não periódicas no sistema.



7.1. Propostas de Trabalhos Futuros

Algumas propostas para melhorar e prosseguir com este trabalho são:

- Identificação de entradas estritamente aleatórias pelo uso do Método Direto de Identificação pelas Equações de Estado;
- Resolução do problema de mau-condicionamento da matriz dinâmica em sistemas com vários graus de liberdade;
- Estudo de outras funções ortogonais para identificações de forças de excitação;
- Estudo de redes neurais para identificações de entradas e detecção de falhas; etc.





CAPÍTULO 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antoulas, A. C. and Anderson, B. D. O., 1999, "On the Choice of Inputs in Identification for Robust Control", *Automatica*, Vol. 35, pp. 1009-1031.
- Basile, G. and Marro, G., 1969, "On the Observability of Linear, Time-Invariant Systems with Unknown Inputs", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 3, No. 6, pp. 410-415.
- Chang, R.-Y. and Wang, M.-L., 1985, "The Application of Shifted Legendre Polynomials to Time-Delay Systems and Parameter Identification", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, pp. 79-85.
- Chen, J. and Patton, R. J., 1996, "Optimal Filtering and Robust Fault Diagnosis of Stochastic Systems with Unknown Disturbances", *IEE Process and Control: Theory and Application*, Vol. 143, No. 1, pp. 31-36.
- Chung, H.-Y., 1987, "System Identification via Fourier Series", *Discrete Time Nonlinear Systems, Systems & Control Letters*, Vol. 18, No. 6, pp. 1191-1194.
- Cooper, J. E. and Desforges, M. J., 1996, "Physical Parameter Identification Using an Unknown Random Input", *Tools for Noise and Vibration Analysis*, pp. 1123-1128.
- Corless, M. and Tu, J., 1998, "State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems", *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 757-764.
- Darouach, M. and Zasadzinski, M., 1997, "Unbiased Minimum Variance Estimator for Systems with Unknown Exogenous Inputs", *Automatica*, Vol. 33, No. 4, pp. 717-719.
- D'azzo, J. J. and Houpis, C. H., 1988, "Analysis and Design of Linear Control Systems (Portuguese)", Ed. McGraw-Hill, Inc., São Paulo, 660 p.
- Ewins, D. J., 1985, "Modal Testing", Research Studies Press, Letchworth, England, 267p.
- Frank, P. M. and Seliger, R., 1991, "Fault Detection and Isolation in Automatic Processes", *Control and Dynamic Systems*, Vol. 49, pp. 241-287.

- Fritzen, C.-P., 1986, "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 9-14.
- Ge, W. and Fang, C.-Z., 1988, "Detection of Fault Components via Robust Observation", *International Journal of Control*, Vol. 47, No. 2, pp.581-599.
- Genaro, G. and Rade, D. A., 1997, "A Time Domain Method for Input Force Reconstruction", 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Bauru, São Paulo, Brazil, No. 681, 8p.
- Hostetter, G. and Meditch, J. S., 1973, "Observing Systems with Unmeasurable Inputs", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 18, pp. 307-308.
- Hou, M. and Patton, R. J., 1998, "Input Observability and Input Reconstruction", *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 789-794.
- Ibrahim, S. R. and Mikulcik, E. C., 1973, "A Time Domain Modal Vibration Test Technique", *Shock and Vibration Bulletin*, No. 23, part 4, pp. 21-37.
- Inman, D. J., 2000, "Engineering Vibration", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 560p.
- Keller, J. Y. and Darouach, M., 1998, "Reduced-Order Kalman Filter with Unknown Inputs", *Automatica*, Vol. 34, No. 11, pp.1463-1468.
- Keller, J. Y. and Darouach, M., 1999, "Two-Stage Kalman Estimator with Unknown Exogenous Inputs", *Automatica*, Vol. 35, pp. 339-342.
- Kerwin, W. S. and Prince, J. L., 2000, "On the Optimality of Recursive Unbiased State Estimation with Unknown Inputs", *Automatica*, Vol. 36, pp. 1381-1383.
- Kuc, T.-Y. and Lee, J. S., 1996, "Learning Strictly Positive Real Linear Systems with Uncertain Parameters and Unknown Input Disturbances", *Automatica*, Vol. 32, No. 5, pp. 791-792.
- Kudva, P., Viswanadham, N. and Ramakrishna, A., 1980, "Observers for Linear Systems with Unknown Inputs", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 25, No. 1, pp. 113-115.
- Luenberger, D. G., 1964, "Observing the State of a Linear System", *IEEE Transactions on Military Electronics*, Vol. 8, pp. 74-80.
- Luenberger, D. G., 1966, "Observers for Multivariable Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 11, pp. 190-197.



- Luenberger, D. G., 1971, "An Introduction to Observers", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 16, No. 6, pp. 190-197.
- Meirovitch, L., 1979, "Methods of Analytical Dynamics", McGraw Hill Book Company, New York, USA, 525p.
- Melo, G. P. de, 1992, "Mechanics Systems Identification Using the Fourier Series Method – A Time Domain Method" (In Portuguese), Mastering Thesis, Federal University of Uberlândia (UFU), Uberlândia, Minas Gerais, Brazil, 115 p.
- Melo, G. P. de, 1998, "Fault Detection and Isolation via Reduced-Order State Observers" (In Portuguese), Professor Thesis, State University of Campinas (UNICAMP), Campinas, São Paulo, Brazil, 125 p.
- Newland, D. E., 1989, "An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis", McGraw Hill Book Company, New York, USA, 3rd Edition, 276p.
- Paraskevopoulos, P. N., Sparis, P. D. and Mouroutsos, S. G., 1984, "The Fourier Series Operational Matrix of Integration", International Journal Systems Science, Vol. 16, No. 2, pp. 171-176.
- Park, S. H., Kim, P. S., Kwon, O-K. and Kwon, W. H., 2000, "Estimation and Detection of Unknown Inputs Using Optimal FIR Filter", Automatica, Vol. 36, pp. 1481-1488.
- Pezerat, C. and Guyader, J. L., 2000, "Identification of Vibration Sources", Applied Acoustics Electronic Journal, Vol. 61, pp. 309-324.
- Shen, L.-C. and Hsu, P.-L., 1998, "Robust Design of Fault Isolation Observers", Automatica, Vol. 34, No. 11, pp. 1421-1429.
- Silva, L. A. da, 2000, "Time Domain Techniques for Force Identification", (In Portuguese), Professor Thesis, Federal University of Uberlândia (UFU), Uberlândia, Minas Gerais, Brazil, 223p.
- Valcher, M. E., 1999, "State Observers for Discrete-Time Linear Systems with Unknown Inputs", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No. 2, pp. 397-401.
- Wang, D. and Fellow, A. H., 1994, "Element-Level System Identification with Unknown Input", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 1, pp. 159-176.
- Wang, H. and Daley, S., 1996, "Actuator Fault Diagnosis: an Adaptive Observer-Based Technique", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, No. 7, pp. 1073-1078.
- Yu, D. and Shields, D. N., 1996, "A Bilinear Detection Observer", Automatica, Vol. 32, No. 11, pp. 1597-1602.





**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dem.feis.unesp.br**

