



MURILO CAMARGO

APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS DE
ACOPLAMENTO PARA A MODELAGEM
EXPLÍCITA DOS EFEITOS DE FRATURAS
NATURAIS EM ANÁLISES DE FLUXO EM MEIOS
POROSOS SATURADOS

Bauru

2021

MURILO CAMARGO

APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS DE
ACOPLAMENTO PARA A MODELAGEM
EXPLÍCITA DOS EFEITOS DE FRATURAS
NATURAIS EM ANÁLISES DE FLUXO EM MEIOS
POROSOS SATURADOS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários a obtenção de Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli

Coorientador: Dr. Pedro Rogério Cleto

Bauru

2021

C172a

Camargo, Murilo

Aplicação de elementos finitos de acoplamento para a modelagem explícita dos efeitos de fraturas naturais em análises de fluxo em meios porosos saturados / Murilo Camargo. -- Bauru, 2021

64 p. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Osvaldo Luís Manzoli

Coorientador: Pedro Rogério Cleto

1. Elementos finitos de acoplamento. 2. Acoplamento entre malhas. 3. Malhas não conformes. 4. Meios porosos saturados. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MURILO CAMARGO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 21 dias do mês de abril do ano de 2021, às 19:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MURILO CAMARGO, intitulada **APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS DE ACOPLAMENTO PARA A MODELAGEM EXPLÍCITA DOS EFEITOS DE FRATURAS NATURAIS EM ANÁLISES DE FLUXO EM MEIOS POROSOS SATURADOS** . A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. DANIEL DIAS DA COSTA (Participação Virtual) do(a) School of Civil Engineering / The University of Sydney, Prof. Dr. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Pernambuco. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. OSVALDO LUIS MANZOLI

Em memória de José Pereira de Camargo e Izaltina Zavan de Camargo

" A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original."

Albert Einstein

Agradecimentos

Gostaria de começar agradecendo a Deus, pois Ele que está comigo em todos os lugares e quem mostra quais caminhos devo traçar para alcançar minha felicidade.

Aos meus pais José Roberto de Camargo e Laudicéia Maria Polato de Camargo, além de meu irmão mais velho, Cássio Camargo, que me criaram com todo o amor desde o ventre materno e que hoje sempre me apoiam e auxiliam, buscando sempre meu bem. Agradeço a eles pelos investimentos em mim, pois um filho requer muitos sacrifícios. Sei que dão seu melhor para me proporcionar conforto durante meus estudos e que rezam todos os dias pela minha saúde e felicidade.

Agradeço a toda minha família e amigos próximos, que sempre se alegram com minhas conquistas e que também foram fundamentais para minha formação.

Reverencio todos os professores que passaram na minha vida, pois cada um deles foi fundamental para minha educação e ser quem eu sou hoje.

Também agradeço meus colegas do grupo de pesquisa Heber Agnelo Fabbri, Marcela Gimenes, Higor Biondo de Assis e José Henrique Ambiel, pela ótima convivência diária e que sempre me auxiliaram em momentos de dificuldades.

Agradeço também todos os ensinamentos e sugestões do Dr. Michael Andrade Maedo e do Dr. Eduardo Alexandre Rodrigues que foram extremamente importantes para meu desenvolvimento científico.

Gostaria de agradecer de maneira especial ao meu colega de laboratório e coordenador, Dr. Pedro Rogério Cleto, por disponibilizar grande parte de seu tempo para sanar várias dúvidas durante esses dois anos, sempre com muita paciência e didática. Hoje o considero um grande mentor e amigo.

Agradeço de forma especial ao Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli, meu orientador, por acreditar na minha capacidade mesmo sem me conhecer e me confiando este trabalho. Suas críticas e elogios foram de grande importância para meu crescimento profissional e humano.

Agradeço ao apoio financeiro obtido através do projeto de pesquisa financiado pela Petrobras No. 2018/00205-5 e o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

CAMARGO, M., APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS DE ACOPLAMENTO PARA A MODELAGEM EXPLÍCITA DOS EFEITOS DE FRATURAS NATURAIS EM ANÁLISES DE FLUXO EM MEIOS POROSOS SATURADOS, Bauru: Faculdade de Engenharia, UNESP - Universidade Estadual Paulista, 2021, 64 p., Dissertação (Mestrado).

Os diferentes níveis de escalas entre o reservatório (matriz porosa) e as fraturas (ou mesmo feições cársticas) constituem um problema bastante desafiador à indústria do petróleo. Com base nisso, este trabalho apresenta uma metodologia capaz de acoplar as malhas em elementos finitos da matriz porosa e das fraturas, geradas de maneira não conformes (independentes), baseada na utilização de elementos finitos de acoplamento e aplicadas em análises de fluxo em meios poroso saturados. Para consolidação da técnica, foram realizados casos 2D envolvendo fraturas condutoras (elevada permeabilidade), fraturas bloqueadoras (baixa permeabilidade), fraturas com comportamento anisotrópico e fraturas associadas à feições cársticas. Em todos os casos analisados, a resposta para malhas não conformes acopladas via elementos finitos de acoplamento foi comparada com a resposta para malhas conformes (convencionais). Além disso, para alguns casos, foi realizada uma comparação entre as respostas utilizando a metodologia deste trabalho com relação à algumas técnicas por matriz de fratura discreta que consideram as fraturas com dimensão reduzida com relação a matriz porosa. Com base nesses estudos, este trabalho pôde concluir que a abordagem por elementos finitos de acoplamento é capaz de garantir a continuidade dos campos de pressões ao longo de malhas não conformes, mostrando uma boa concordância com relação às respostas obtidas para malhas conformes, além de se mostrar mais precisa quando comparada à outras técnicas por matriz de fratura discreta. Dentre as principais vantagens da abordagem deste trabalho destaca-se que não se faz necessária uma formulação especial para adição dos elementos finitos de acoplamento, visto que eles utilizam as mesmas funções de forma de elementos finitos convencionais, além de não adicionar novos graus de liberdade ao sistema para manter a continuidade do campo de pressões. Além disso, ao discretizar as fraturas com mesma dimensão em relação a matriz, é possível representar o comportamento do fluxo quando as fraturas agem como barreiras a passagem de fluido.

Palavras-chave: Elementos finitos de acoplamento; Acoplamento entre malhas; Malhas não conformes; Meios porosos saturados.

Abstract

CAMARGO, M, APPLICATION OF COUPLING FINITE ELEMENTS FOR EXPLICIT MODELING OF THE EFFECTS OF NATURAL FRACTURES IN FLOW ANALYSES IN SATURATED POROUS MEDIA, Engineering College of Bauru, UNESP - São Paulo State University, 2021, 64 p., Dissertation (Master's degree).

The different levels of scales between the reservoir (porous matrix) and fractures (or even carstic features) are a very challenging problem for the oil industry. Based on this, this work presents a methodology capable of coupling the meshes in finite elements of the porous matrix and fractures, generated in a non-matching (independent) way, based on the use of coupling finite elements and applied in flow analyses in saturated porous media. To consolidate the technique, 2D cases involving conductive fractures (high permeability), blocking fractures (low permeability), fractures with anisotropic behavior and fractures associated with karst features were performed. In all cases analyzed, the response to non-matching meshes coupled via coupling finite elements was compared with the response to matching (conventional) meshes. In addition, for some cases, a comparison was made between the answers using the methodology of this study in relation to some techniques by discrete fracture matrix that consider fractures with reduced dimension in relation to the porous matrix. Based on these studies, this work was able to conclude that the coupling finite element approach is capable of ensuring the continuity of pressure fields along non-matching meshes, showing a good agreement with respect to the responses obtained for matching meshes, besides being more accurate when compared to other techniques by discrete fracture matrix. Among the main advantages of the approach of this work, it is noteworthy that a special formulation is not necessary for the addition of coupling finite elements, since they use the same shape functions as conventional finite elements, besides not adding new degrees of freedom to the system to maintain the continuity of the pressure field. In addition, by discretizing fractures with the same dimension in relation to the matrix, it is possible to represent the flow behavior when fractures act as barriers to fluid passage.

Keywords: Coupling finite elements; Mesh coupling; Non-matching meshes; Saturated porous media.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Esquema do experimento de Henry Darcy sobre fluxo de água através de filtro de areia. (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006)	7
2.2	Conservação de massa em um VER.	8
3.1	Elemento finito triangular convencional de três nós.	12
3.2	Método por EFA para acoplar malhas não conformes: (a) domínio com duas malhas não conformes; (b) identificação dos nós soltos que deverão ser acoplados. (c) criação e inserção dos EFA que irão permitir acoplar as malhas Ω^1 e Ω^2 ; (d) ilustração do EFA_5 , no qual possui três nós convencionais e mais um nó extra (nó de acoplamento) (Adaptado de Bitencourt Jr et al. (2015)).	15
4.1	Esquema representativo do procedimento de resolução dos problemas em elementos finitos.	19
4.2	Esquema representativo de entrada e saída do Simulador.	20
4.3	Interface gráfica do GiD [®] durante a fase de pré-processamento, onde (a) representa a geometria dos blocos e suas respectivas superfícies e (b) é a malha de elementos finitos.	20
4.4	Processo de criação de um EFA para uma geometria simples, onde (a) ilustra a configuração das malhas Ω_1 e Ω_2 não conformes, uma vez que o nó 6 (em amarelo não é coincidente com Ω_1 . Em (b) cria-se o EFA (em azul) com um nó extra (nó de acoplamento) para acoplar as malhas Ω_1 e Ω_2 . Em (c) é ilustrado as informações de entrada necessárias para a criação do EFA e o que o programa de compatibilização gera como saída.	22
4.5	Dados de entrada relativos a uma geometria simples.	22
5.1	Configuração de uma (a) malha conforme e (b) malhas não conformes.	25
5.2	Geometria e condições de contorno para (a) situação simétrica e (b) situação não simétrica para o caso de meia fratura.	26
5.3	Esquema representativo para a malha de referência conforme gerada de maneira convencional, isto é, Ω_1 e Ω_2 são automaticamente acoplados devido a elementos de transição entre as malhas.	26

5.4	Esquema representativo para a malha de referência não conforme, acoplados devido a técnica de EFA, onde (a) representa a malha da matriz porosa, (b) a malha da fratura, (c) EFA que acoplam Ω_1 e Ω_2 e (d) é a malha final não conforme acoplada.	27
5.5	Campos de pressões para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes parâmetros penalizadores, onde em (a) a penalização é igual a $c_* = 1 \times 10^0$, em (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$ quando o fluxo aplicado é simétrico.	28
5.6	Análise de convergência das pressões nodais obtidas entre a malha de referência conforme e as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é simétrico.	29
5.7	Curva de erro relativo entre as pressões nodais para a malha conforme usada como referência e as malhas não conformes acopladas via EFA para os valores de constantes de penalizações de $c_* = 1 \times 10^0$, $c_* = 1 \times 10^{+2}$, $c_* = 1 \times 10^{+4}$, $c_* = 1 \times 10^{+6}$ e $c_* = 1 \times 10^{+8}$ e $c_* = 1 \times 10^{+10}$ ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é simétrico.	30
5.8	Curva de <i>condition number</i> utilizado para avaliar o condicionamento da matriz de permeabilidades para diferentes parâmetros de penalização referentes às malhas não conformes, tendo como base um <i>condition number</i> de referência obtido para uma malha conforme, quando o fluxo é não simétrico.	30
5.9	Campos de pressões para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações, onde em (a) a penalização é igual a $c_* = 1 \times 10^0$, em (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$ quando o fluxo aplicado é assimétrico.	31
5.10	Análise de convergência das pressões nodais obtidas entre a malha de referência conforme e as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é assimétrico.	32
5.11	Curva de erro relativo entre as pressões nodais para a malha conforme usada como referência e as malhas não conformes acopladas via EFA para os valores de constantes de penalizações de $c_* = 1 \times 10^0$, $c_* = 1 \times 10^{+2}$, $c_* = 1 \times 10^{+4}$, $c_* = 1 \times 10^{+6}$, $c_* = 1 \times 10^{+8}$ e $c_* = 1 \times 10^{+10}$ ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é não simétrico.	32
5.12	Curva de <i>condition number</i> utilizado para avaliar o condicionamento da matriz de permeabilidades para diferentes parâmetros de penalização referentes às malhas não conformes, tendo como base um <i>condition number</i> de referência obtido para uma malha conforme, quando o fluxo é não simétrico.	33
5.13	Representação da geometria para o caso de fratura vertical.	34

5.14	Configuração das malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas via EFA que representam o domínio do caso de fratura vertical.	34
5.15	Condições de contorno segundo (a) teste de Dirichlet e (b) teste de Neumann. . .	34
5.16	Gradiente de pressão de acordo com as condições de contorno de Dirichlet para malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas quando o comportamento das fraturas é isotrópico.	35
5.17	Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com as condições de contorno de Dirichlet quando o comportamento das fraturas é isotrópico.	36
5.18	Gradiente de pressão de acordo com as condições de contorno de Neumann para malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas quando o comportamento das fraturas é isotrópico.	36
5.19	Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com as condições de contorno de Neumann quando o comportamento das fraturas é isotrópico.	37
5.20	Gradiente de pressão de acordo com Dirichlet para malhas (a) conforme e (b) não conformes quando o comportamento das fraturas é anisotrópico.	37
5.21	Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com Dirichlet quando o comportamento das fraturas é anisotrópico.	38
5.22	Esquema representativo para (a) geometria e condições de contorno do problema e (b) discretização para malha da rede de fraturas.	39
5.23	Configuração em elementos finitos que representam a matriz porosa para a: (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3.	39
5.24	Campos de pressões relativas ao caso de rede de fraturas regulares para malhas da matriz porosa com discretizações de (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3 quando a rede de fraturas que atua como caminho preferencial.	41
5.25	Análise de convergência entre os valores de pressões nodais em relação à: (a) três malhas não conformes acopladas via EFA com relação a referência dada por Flemisch et al. (2018) e (b) malha não conforme com melhor refinamento (Malha 3) com relação aos demais métodos abordados por Flemisch et al. (2018), quando a rede de fraturas atua como caminhos preferenciais.	41
5.26	Campos de pressões relativas ao caso de rede de fraturas regulares para malhas da matriz porosa com discretizações de (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3, quando a rede de fraturas que atua como bloqueadora à percolação de fluxo. . .	42

5.27	Análise de convergência entre os valores de pressões nodais em relação à: (a) três malhas não conformes acopladas via EFA com relação a referência dada por Flemisch et al. (2018) e (b) malha não conforme com melhor refinamento (Malha 3) com relação aos demais métodos abordados por Flemisch et al. (2018), quando a rede de fraturas atua como bloqueadora ao fluxo.	43
5.28	Esquema representativo do problema de rede de fraturas condutoras e bloqueadoras e suas condições de iniciais e de contorno aplicadas com gradiente de pressão imposto (a) na vertical e (b) na horizontal.	43
5.29	Discretização em elementos finitos para as malhas (a) conforme e (b) não conforme acopladas por EFA.	44
5.30	Campo de pressões nodais para a (a) malha conforme e (b) não conformes acopladas de acordo gradiente de pressão aplicado na direção vertical do domínio de rede de fraturas condutoras e bloqueadoras.	46
5.31	Gráfico que relaciona as pressões nodais ao longo da seção que liga as coordenadas (0,0.5) e (1,0.9) onde (a) compara as respostas para a malha não conforme acoplada via EFA com outros métodos descritos em Flemisch et al. (2018) e (b) compara novamente a malha não conforme com a solução de referência de Flemisch et al. (2018) e com a malha conforme convencional para um gradiente de pressão aplicado verticalmente ao domínio.	46
5.32	Campo de pressões nodais para a (a) malha conforme e (b) não conforme acoplada aplicada na direção horizontal do domínio de rede de fraturas condutoras e bloqueadoras.	47
5.33	Gráfico que relaciona as pressões nodais ao longo da seção que liga as coordenadas (0,0.5) e (1,0.9) onde (a) compara as respostas para a malha não conforme acoplada via EFA com outros métodos descritos em Flemisch et al. (2018) e (b) compara novamente a malha não conforme com a solução de referência de Flemisch et al. (2018) e com a malha conforme convencional para um gradiente de pressão aplicado horizontalmente ao domínio.	48
5.34	Representação da geometria e das condições de contorno do problema de falha geológica.	48
5.35	Configuração da malha conforme para o problema de falha geológica.	49
5.36	Etapas de construção das malhas não conformes acopladas, onde (a) representa o domínio da região capiadora superior e inferior, (b) representa o domínio do reservatório, (c) representa o domínio da falha, (d) são os EFA que acoplam os subdomínios anteriores e (e) representa as malhas não conformes acopladas via EFA.	49
5.37	Campos de pressões do reservatório para as malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas via EFA.	50

5.38	Análise de convergência das pressões nodais ao longo das seções: (a) S_1 , (b) S_2 e (c) S_3 entre as malhas conforme e não conformes acopladas via EFA. . . .	51
5.39	Imagens obtidas por drones do (a) afloramento Lajedo Arapuá e (b) detalhe do afloramento (zoom) que ilustra as microfraturas na região selecionada. (c) representa uma geometria simplificada do afloramento (LOPES et al., 2020). . .	52
5.40	(a) Geometria e (b) condições de contorno para o problema de afloramento fraturado e carstificado quando o gradiente de pressões é aplicado na direção vertical ao domínio.	53
5.41	Configuração de malhas referente ao problema de afloramento fraturado e carstificado, onde a malha (a) representa uma malha conforme entre Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 , (b) é conforme entre Ω_1 e Ω_3 e não conforme com relação a Ω_2 e (c) é uma malha onde Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 são não conformes entre si. EFA são responsáveis por acoplar as regiões não conformes.	54
5.42	Campos de pressões para diferentes intervalos de tempo para as malhas conforme (região esquerda), conforme entre matriz e carstes, mas não conforme em relação as fraturas (região central) e não conformes tanto para fraturas como para carstes (região direita) para o problema de afloramento fraturado e carstificado, quando as condições de contorno são aplicadas verticalmente ao domínio.	55
5.43	Análise de convergência entre as pressões nodais para (a) uma malha toda conforme com relação a uma malha conforme entre matriz e carstes e não conformes com relação a fraturas e (b) uma malha toda conforme comparada a malhas não conformes tanto para as fraturas, como para os carstes, em regime transiente para o problema de afloramento fraturados e carstificados, quando as condições de contorno são aplicadas verticalmente ao domínio.	56
7.1	Representação da porosidade do material poroso saturado.	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização do problema	1
1.2	Revisão Bibliográfica	1
1.3	Objetivos	4
1.4	Estrutura do trabalho	4
2	EQUAÇÕES GOVERNANTES	6
2.1	Lei de Darcy	6
2.2	Conservação de massa em uma matriz porosa	8
2.3	Forma forte da equação governante	10
3	MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	11
3.1	Formulação do método por elementos finitos	11
3.2	Resolução do sistema	14
3.3	Elementos Finitos de Acoplamento	15
4	PROCEDIMENTO DE UTILIZAÇÃO DO SIMULADOR	18
4.1	Arquivos de entrada e saída do Simulador	19
4.2	Interface de trabalho do GiD [®]	19
4.3	Criação dos EFA	21
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	24
5.1	Caso Sintético 1: Meia Fratura	25
5.1.1	Situação 1: Fluxo simétrico	25
5.1.2	Situação 2: Fluxo não simétrico	29
5.2	Caso Sintético 2: Fratura Vertical	33
5.2.1	Situação 1: Permeabilidades isotrópicas	34
5.2.2	Situação 2: Permeabilidades Anisotrópicas	36
5.3	Caso Sintético 3: Rede de fraturas regulares	38
5.3.1	Situação 1: Rede de fraturas condutoras	40
5.3.2	Situação 2: Rede de fraturas bloqueadoras	42

5.4	Caso Sintético 4: Rede de fraturas condutoras e bloqueadoras	42
5.4.1	Situação 1: Gradiente de pressão vertical	45
5.4.2	Situação 2: Gradiente de pressão horizontal	45
5.5	Caso de Aplicação 1: Falha em reservatório isolado	47
5.6	Caso de Aplicação 2: Afloramento Fraturado e Carstificado em regime transiente	51
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
6.1	Conclusões	57
6.2	Trabalhos Futuros	58
6.3	Produção científica	58
7	APÊNDICE	59

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

O estudo das formações rochosas fraturadas tem sido de grande importância nas aplicações dos reservatórios, como extração de energia geotérmica, armazenamento de resíduos nucleares, sequestro de CO₂ e extração de petróleo e gás (SCHÄDLE et al., 2019). Uma das maiores dificuldades para modelagem numérica e simulação de formações rochosas fraturadas é a complexidade das fraturas, barreiras e/ou formações de carstes, uma vez que sua presença pode afetar significativamente a permeabilidade efetiva do meio poroso. Um outro importante problema na modelagem numérica deste sistema é a falta de conhecimento sobre a posição exata das interfaces entre o meio poroso e feições geológicas (POPOV et al., 2009).

De acordo com Liang et al. (2016), mais de 40% dos reservatórios de petróleo e gás em todo o mundo são reservatórios naturalmente fraturados. A heterogeneidade do meio poroso tem grande influência no fluxo, uma vez que as fraturas podem ser caminhos preferenciais à passagem fluxo de fluidos ou em casos menos frequentes, podem atuar como barreiras à perda de fluidos quando estão preenchidas com algum material pouco permeável (ANTONIETTI et al., 2016).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para descrever o comportamento do fluxo de fluidos em meios porosos fraturados, cuja diferença entre a dimensão do domínio da matriz e o domínio da rede de fraturas pode se aproximar de dezenas de milhares de centímetros, a modelagem e simulações numéricas têm sido de grande importância de acordo com a constante evolução computacional. Há uma série de modelos numéricos que lidam com esse tipo de problema. Em geral, esses modelos podem ser divididos em três abordagens. Os primeiros são os modelos de dupla porosidade (*dual-porosity*) que assumem sistemas independentes para a matriz e fraturas, mas são conectados através de funções de transferência em equações de equilíbrio de fluidos (WARREN; ROOT et al., 1963;

KAZEMI et al., 1976; MOENCH, 1984). Os segundos são os modelos contínuos equivalentes (*equivalent continuum models*) que consideram o mesmo sistema para a matriz e fraturas (LONG et al., 1982; COATS et al., 1989). Ambos os métodos anteriores, no entanto, têm limitações para representar geometrias complexas de fratura (KARIMI-FARD; DURLOFSKY; AZIZ, 2004; MOINFAR et al., 2011; HUANG et al., 2019).

A terceira abordagem é baseada em modelos por fraturas discreta (*discrete fracture models - DFM*). Nos últimos anos, os modelos por DFM tem se tornado os mais populares e amplamente empregados, considerando que o fluxo do fluido ocorre tanto na matriz porosa quanto em sua rede de fraturas, onde as fraturas podem ser tratadas por duas abordagens. A primeira é uma abordagem equidimensional (*equi-dimensional discrete fracture matrix - DFM-E*), onde considera que as fraturas são discretizadas com elementos da mesma dimensão em relação à matriz (MATTHAI et al., 2007), enquanto a abordagem de menor dimensão (*lower-dimensional discrete fracture matrix - DFM-L*) considera que as fraturas são representadas por elementos de menor dimensão em relação à matriz porosa, ou seja, a dimensão da fratura é uma dimensão menor que a dimensão da matriz. As principais vantagens da abordagem por DFM-L quando comparada com a abordagem por DFM-E é a maior facilidade na geração de malha, além de exigir menor custo computacional, tornando a abordagem mais utilizada. No entanto, como desvantagem destaca-se sua dificuldade em lidar com problemas onde a rede de fraturas tem baixa permeabilidade quando comparada com as altas permeabilidades da matriz (TATOMIR, 2012).

No contexto do arranjo de malhas, dois tipos de abordagens são empregadas. A primeira considera que as malhas do meio poroso e do domínio fraturado são conformes entre si (HUANG et al., 2016; HYMAN et al., 2014; NGO; FOURNO; NOETINGER, 2017). Esta abordagem pode lidar com problemas de fratura única, mas tem limitações em problemas com múltiplas fraturas devido a exigência de malhas de transição na interface fratura-matriz. A segunda abordagem considera que as malhas relativas ao meio poroso e à fratura são geradas de forma independente e, em seguida, técnicas acoplamento de malhas não conformes são usadas para descrever a interação entre eles (FANG; CHENG; AYALA, 2017; YAN et al., 2016; ZENG et al., 2020). Técnicas para acoplamento de malhas não conformes podem ser, por exemplo, por Multiplicadores de Lagrange (DHIA; RATEAU, 2005; SCHÄDLE et al., 2019; WOHLMUTH, 2000), método de penalização (BŘEZINA; EXNER, 2017; DAMIRCHI et al., 2020), métodos Nitsche (ANNAVARAPU; HAUTEFEUILLE; DOLBOW, 2012; APOSTOLATOS et al., 2014; BECKER; HANSBO; STENBERG, 2003).

Métodos alternativos como XFEM (FORMAGGIA et al., 2014; FLEMISCH; FUMAGALLI; SCOTTI, 2016), EDFM (CHAI et al., 2018; WANG; RAN; WU, 2019; XU et al., 2020; RAO et al., 2020) e *Phase field* (ZENG et al., 2020) também são capazes de lidar com problemas de fluxo de fluidos em meios porosos fraturados. O método de elementos finitos estendidos (*extended finite element method - XFEM*) é uma extensão do método de elementos finitos convencionais. Nesta abordagem, são introduzidas funções básicas para enriquecer espaços de elementos

finitos nos elementos ao redor das fraturas. No entanto, devido à complexidade da geometria das redes de fratura em análises 3D, a implementação das funções de base é complicada, sendo aplicada quase exclusivamente em casos 2D (SCHÄDLE et al., 2019).

O modelo por fratura discreta incorporado (*embedded discrete fracture model* - EDFM) foi inicialmente introduzido por (LEE; LOUGH; JENSEN, 2001) e estendido por (MOINFAR, 2013) para simular fraturas longas nas quais permite incorporar virtualmente as fraturas de menor dimensão na malha matricial (WANG; RAN; WU, 2019). Wang, Ran e Wu (2019) estudaram o método por EDFM no qual o algoritmo geométrico é baseado no vértice em simulações hidráulicas em reservatórios não convencionais. Os autores concluem que o método por EDFM pode alcançar resultados aceitáveis em aplicações práticas de engenharia.

No modelo por Phase-field baseado no modelo por fratura discreta (*Phase-field discrete fracture model* - PFDFM), abordado por Zeng et al. (2020), a fratura é aproximada como uma fratura difusa por meio de uma variável de campo auxiliar e a integral na fratura pode ser traduzida para a integral no domínio. Além disso, como a fratura é vista como difusa, não requer uma malha conforme. A principal vantagem dessa abordagem de malhas não conformes em relação à outra é a facilidade de enfrentar problemas com várias fraturas cruzadas. Em seus estudos, Zeng et al. (2020) compararam esta nova abordagem com técnicas clássicas de DFM em vários casos para simulação de fluxo de fluidos em meios porosos fraturados. Seus resultados mostraram que essa técnica é capaz de resolver problemas de fluxo em meios fraturados dentro de um erro aceitável, além de ser capaz de lidar com fluxos multifásico em regiões com fraturas dispostas de forma complexa.

Bitencourt Jr et al. (2015) propuseram uma técnica de acoplamento de malhas não conformes usando elementos finitos de acoplamento (EFA). Entre suas principais características, destaca-se a inserção de EFA na fase de pré-processamento, a manutenção do tamanho do sistema de equações, além de não exigir formulação ou integração especial, uma vez que os EFA possuem as mesmas funções dos elementos finitos convencionais. Damirchi et al. (2020) utilizaram a abordagem por EFA para acoplar descontinuidades de dimensões inferiores incorporadas na malha de elementos finitos para problemas bidimensionais em meios porosos. Como vantagens, essa abordagem permite que as descontinuidades cruzem arbitrariamente os elementos da matriz, além de ter uma formulação versátil e computacionalmente eficiente. Como limitações, pode-se destacar que o trabalho não considera o cruzamento de fraturas, além de exigir que os nós de malha da fratura devam estar nas bordas dos elementos matriciais.

Este trabalho também aplica EFA para o acoplamento de malhas não conformes, mas ao contrário de Damirchi et al. (2020), as fraturas têm a mesma dimensão da matriz. Assim, é possível representar o comportamento das fraturas que atuam como barreiras à passagem de fluxo. A eficiência da técnica é demonstrada comparando casos bidimensionais (2D) de cruzamento de fraturas e até casos com feições cársticas associadas ao meio poroso fraturado com malhas de elementos finitos conformes e, em alguns casos, com técnicas por DFM de dimensão reduzida.

1.3 OBJETIVOS

Como objetivo geral deste trabalho, pretende-se aplicar a técnica por elementos finitos de acoplamento para acoplar as malhas da matriz e das fraturas, não conformes entre si, em problemas bidimensionais de fluxo em meios porosos. A técnica deve ser capaz de garantir a continuidade do campo de pressões entre malhas da matriz porosa e da rede de fraturas, não conformes, que representam domínios do problema com diferença de escala na ordem de dezenas de milhares.

De modo a cumprir com o objetivo geral deste trabalho, alguns objetivos específicos foram realizados, tais como:

- Realização de estudos que comparam malhas conformes (subdomínios dependentes entre si) com malhas não conformes (subdomínios independentes entre si) acopladas via técnica por EFA em casos estacionários e transientes, onde tanto o meio poroso quanto as fraturas são tratados como domínios bidimensionais.
- Realização de estudos que definem uma faixa de valores ideais de parâmetros penalizadores responsáveis diretamente por acoplar adequadamente as malhas não conformes de forma a manter a continuidade dos campos de pressões entre os domínios não conformes sem que problemas de mal condicionamento ocorram.
- Realização de estudos de comportamento das fraturas, sendo elas altamente permeáveis (condutora); altamente impermeáveis (bloqueadora) e fraturas com comportamento anisotrópico.
- Comparação de resultados com métodos por DFM com fratura com dimensão reduzida com relação à matriz, abordados em trabalhos disponíveis na literatura de modo a validar a técnica por EFA aplicadas em meios porosos fraturados.
- Avaliar o comportamento hidráulico em um afloramento fraturado e carstificado, onde a região carstificada é considerada um meio poroso de maior permeabilidade que a matriz porosa, de forma a verificar a eficiência da técnica em lidar com problemas de maior realidade e complexidade.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O segundo capítulo trata as principais equações que governam o problema de fluxo em meios porosos saturados de acordo com a lei de Darcy e a conservação de massa para problemas em duas dimensões e suas respectivas condições de contorno hidráulicas.

O capítulo três apresenta a formulação de elementos finitos para o problema de fluxo em meios porosos, apresentando as matrizes envolvidas na solução computacional.

O quarto capítulo descreve as etapas de pré-processamento, simulação do problema e pós-processamento em elementos finitos, dando detalhes de como funciona o programa de simulação e os dados de entrada necessários.

O quinto capítulo representa a parte dos resultados e discussões para quatro casos sintéticos e outros dois casos de aplicação em reservatórios fraturados. Neste capítulo, as respostas obtidas através da técnica por EFA para acoplar malhas não conformes são comparadas com malhas conformes convencionais e outros métodos já estabelecidos, com o propósito de verificar a eficiência e as vantagens da técnica.

O sexto capítulo apresenta as principais conclusões sobre os estudos realizados, algumas propostas para trabalhos futuros e a produção científica derivadas desta pesquisa.

CAPÍTULO 2

EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.1 LEI DE DARCY

O estudo do fluxo de líquidos em meios porosos se iniciou em 1856 com o engenheiro hidráulico Henry Darcy, a partir de seus estudos sobre purificação de água utilizando filtros de areia. Em seus experimentos, Darcy percebeu uma proporcionalidade entre a vazão através de um meio poroso, a área aberta ao fluxo e ao diferencial de pressão. Além disso, notou que esses parâmetros são inversamente proporcionais ao comprimento do meio pelo qual o fluido escoava e à viscosidade (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Desta forma, Darcy observou que os resultados de sua experiência com filtros de areia seguiam a seguinte relação:

$$Q = KAi \quad \rightarrow \quad q = KA \frac{h_1 - h_2}{L} \quad (2.1)$$

onde Q representa a vazão do fluido através do meio poroso, cuja área transversal e seu comprimento são representados por A e L , respectivamente, h_1 e h_2 são as alturas manométricas do fluido na entrada e saída do filtro, respectivamente, e K representa uma constante de proporcionalidade, também conhecida por condutividade hidráulica do meio poroso. A Figura 2.1 ilustra o experimento com filtro de areia de Darcy.

Uma vez que os estudos foram avançando, outros pesquisadores contribuíram para que a lei de Darcy fosse expressa como:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu}(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}) \quad (2.2)$$

onde \mathbf{q} representa o fluxo de Darcy (fluxo de água através de uma superfície), \mathbf{k} é o tensor de permeabilidade intrínseca da matriz porosa, μ representa a viscosidade dinâmica do fluido, p é a poro pressão, ρ_f é a massa específica do fluido e \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade.

Considerando que os problemas deste trabalho são todos para duas direções apenas, (x e y), e desprezando o vetor de aceleração da gravidade $\rho_f \mathbf{g}$ sem perda de generalização, é possível reduzir a Equação (2.2) à:

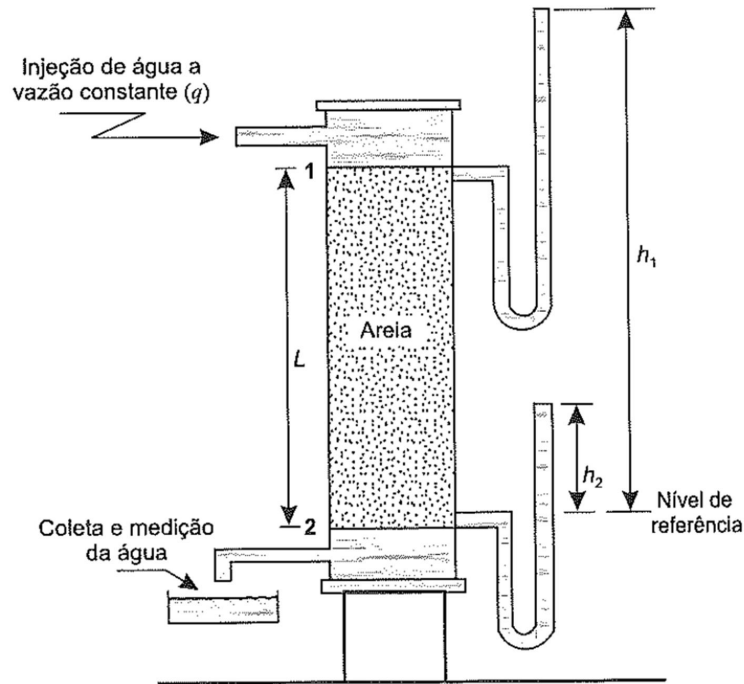


Figura 2.1: Esquema do experimento de Henry Darcy sobre fluxo de água através de filtro de areia. (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006)

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla p \quad (2.3)$$

Uma vez que as direções principais devam coincidir com os eixos adotados, o fluxo em cada direção pode ser expresso como:

$$q_x = -\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad q_y = -\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (2.4)$$

Para o caso em que o meio poroso tenha uma permeabilidade isotrópica, o tensor de permeabilidade intrínseca pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\mathbf{k} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = k\mathbf{I} \quad (2.5)$$

onde k representa a permeabilidade intrínseca do meio poroso (capacidade do meio a deixar-se atravessar por fluidos) (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006) e \mathbf{I} é o tensor identidade de segunda ordem para problemas em duas dimensões.

De acordo com Verruijt (2013), o fluxo de Darcy também pode ser representado em função das velocidades relativas do fluido e do sólido, multiplicados pela porosidade, isto é,

$$\mathbf{q} = n(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \quad (2.6)$$

onde, \mathbf{q} é o fluxo de Darcy, n é a porosidade efetiva, \mathbf{v} representa a velocidade relativa do fluido

e \mathbf{u} é a velocidade relativa do sólido.

2.2 CONSERVAÇÃO DE MASSA EM UMA MATRIZ POROSA

Para dar início ao equacionamento do problema, primeiramente, considerou-se um Volume Elementar Representativo (VER) preenchido por um fluido e representado em coordenadas Cartesianas x, y, z , com dimensões $\delta x, \delta y, \delta z$, como pode ser visto pela Figura 2.2. Uma vez que consideramos o meio como sendo anisotrópico, deve-se assumir que x, y e z são as direções principais. A velocidade média do fluido é representada por \mathbf{v} , enquanto que a velocidade média do sólido é denotada por \mathbf{u} . As densidades do fluido e do sólido são, respectivamente, ρ_f e ρ_s .

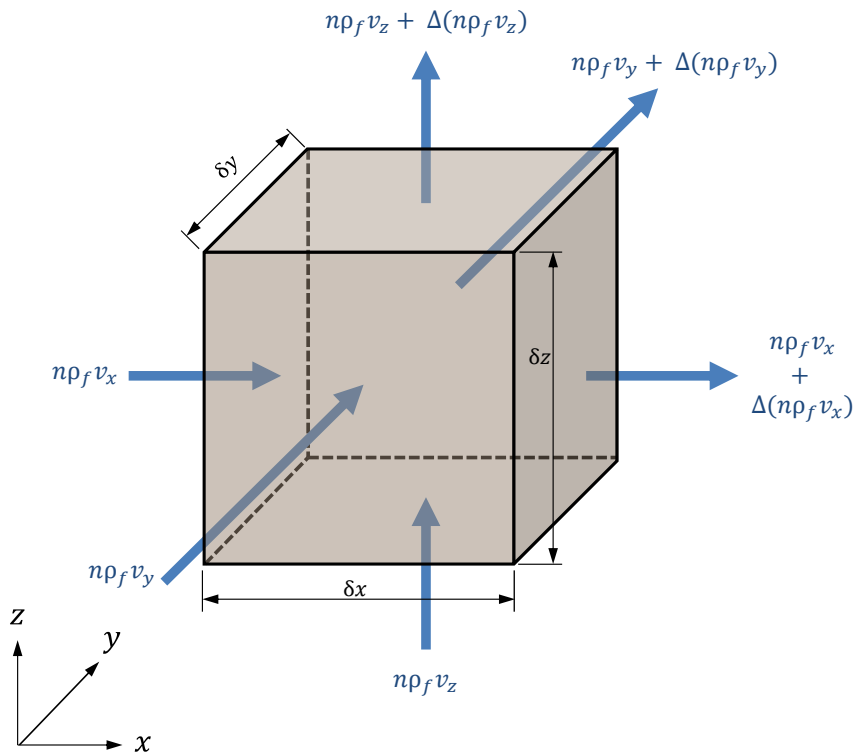


Figura 2.2: Conservação de massa em um VER.

Uma vez que não exista nenhuma fonte de produção espontânea de fluido no VER, a variação da massa em seu interior só pode mudar devido ao fluxo de fluido que entra e que sai de seu contorno, isto é:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Variação da quantidade de massa} \\ \text{por unidade de tempo no VER} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Massa que entra} \\ \text{no VER} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Massa que sai} \\ \text{do VER} \end{array} \right]$$

De acordo com Verruijt (2013), as equações de conservação de massa do fluido e do sólido podem ser escritas como:

$$\frac{\partial(n\rho_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (n\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial((1-n)\rho_s)}{\partial t} + \nabla \cdot ((1-n)\rho_s \mathbf{u}) = 0 \quad (2.8)$$

De acordo com a regra da derivada do produto, a equação de conservação de massa de fluido (Equação (2.7)) também pode ser escrita como:

$$\rho_f \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot (n\mathbf{v}) + (n\mathbf{v}) \cdot \nabla \rho_f = 0 \quad (2.9)$$

O segundo termo da Equação (2.9) pode ser escrito em termos de pressões, de acordo com a Equação (7.3):

$$n \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = n \rho_f C_f \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.10)$$

Para muitos problemas práticos, $(n\mathbf{v}) \cdot \nabla \rho_f \ll n \partial \rho / \partial t$, isto é, as variações espaciais em ρ são muito menores que em suas temporais locais, desta forma, o quarto termo da Equação (2.9) é desprezado, reduzindo-a à:

$$\rho_f \frac{\partial n}{\partial t} + n \rho_f C_f \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (2.11)$$

A partir da equação de conservação de massa do sólido (Equação (2.8)), e aplicando a regra da derivada do produto, tem-se:

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot [(1-n)\mathbf{u}] + [(1-n)\mathbf{u}] \cdot \nabla \rho_s = 0 \quad (2.12)$$

Segundo Verruijt (2013), a variação da densidade com relação ao tempo pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = \frac{\rho_s C_s}{1-n} \left(-\frac{\partial \sigma_m}{\partial t} - n \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (2.13)$$

onde o termo σ_m representa a tensão média (de compressão ou tração).

Assim como na conservação de massa de fluido, onde o termo $(n\mathbf{v}) \cdot \nabla \rho_f$ é desprezado por ser muito pequeno, o termo $[(1-n)\mathbf{u}] \cdot \nabla \rho_s$ na equação de conservação de massa do sólido também é desprezado, assim:

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + C_s \left(-\frac{\partial \sigma_m}{\partial t} - n \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \nabla \cdot [(1-n)\mathbf{u}] = 0 \quad (2.14)$$

Ao somar as Equações (2.11) e (2.14), obtém-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot [n(\mathbf{v} - \mathbf{u})] + n(C_f - C_s) \frac{\partial p}{\partial t} - C_s \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} = 0 \quad (2.15)$$

O primeiro termo da Equação (2.15) representa a velocidade da fase sólida e pode ser escrita em função do deslocamento e do tempo. Devido à propriedade comutativa entre o divergente e a derivada com relação ao tempo, e sabendo que $\epsilon_v = \partial \mathbf{u} / \partial x + \partial \mathbf{u} / \partial y + \partial \mathbf{u} / \partial z$, tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (2.16)$$

Já o segundo termo da Equação (2.15) pode ser escrito como $\nabla \cdot \mathbf{q}$, o qual representa o fluxo de Darcy, como visto em Equação (2.6).

Por fim, o último termo da Equação (2.15) representa a tensão média e a mesma pode ser reescrita como $\sigma_m = \sigma'_m - bp$, onde o termo σ'_m representa a tensão média efetiva e tem relação direta com a deformação volumétrica, isto é, $\sigma'_m = \epsilon_v / C_m$.

Ao realizar as devidas manipulações, a Equação (2.17), no qual envolve fenômenos mecânicos e hidráulicos, é simplificada para:

$$b \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} + \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (2.17)$$

onde, $b = 1 - C_s / C_m$ representa o coeficiente de Biot e $M = [nC_f + (b - n)C_s]^{-1}$ representa o módulo de Biot.

O trabalho em questão trata o meio poroso como um meio indeformável, além de tratar apenas de fenômenos hidráulicos, ou seja, considera que o meio poroso não sofre com cargas externas, apenas condições de fluxos e pressões. Desta forma, o primeiro termo da Equação (2.17) que representa a deformação volumétrica do meio ϵ_v é desconsiderado, simplificando-a para:

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (2.18)$$

2.3 FORMA FORTE DA EQUAÇÃO GOVERNANTE

A Equação diferencial de conservação de massa (Equação (2.18)) em conjunto com suas respectivas condições de contorno (essencial e natural) é conhecida como a forma forte do problema hidráulico, e é definida a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0, & \text{em } \Omega \\ p = \bar{p} & \text{em } \Gamma_p \\ \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \bar{q} & \text{em } \Gamma_q \end{array} \right. \quad (2.19)$$

onde Ω representa o domínio do problema, \mathbf{n} representa o vetor na direção normal à superfície Γ . Já os termos \bar{p} , \bar{q} são, respectivamente, as pressões e vazões prescritas no contorno Γ_p (condição essencial) e Γ_q (condição natural).

CAPÍTULO 3

MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO POR ELEMENTOS FINITOS

A conversão da equação de conservação em sua forma forte (Equação (2.19)) para a forma fraca, inicia-se ao multiplicar cada termo de sua equação por uma função peso, $\delta p(x, y)$ e então, integrando-a em todo o volume de controle, Ω , de modo que $p \in \mathbf{P}^p$. Tem-se, então, que:

$$\int_{\Omega} \delta p \left[\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} \right] d\Omega + \int_{\Omega} \delta p [\nabla \cdot \mathbf{q}] d\Omega = 0, \quad \forall \delta p \in \mathbf{P}_0^p \quad (3.1)$$

sendo

$$\mathbf{P}^p = \{p | p \in H^1, p = \bar{p} \text{ em } \Gamma_p\}$$

$$\mathbf{P}_0^p = \{\delta p | \delta p \in H^1, \delta p = 0 \text{ em } \Gamma_p\}$$

onde, δp representa uma função peso que também é conhecida como função arbitrária, e H^1 corresponde ao espaço de funções quadrado integráveis.

Ao aplicar a regra da derivada do produto no segundo termo da Equação (3.1), ela pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} \delta p \left[\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} \right] d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot [\delta p \mathbf{q}] d\Omega - \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot [\mathbf{q}] d\Omega = 0 \quad (3.2)$$

A segunda integral da Equação (3.2) pode ser escrita como uma integral de contorno equivalente ao aplicar-se o Teorema da Divergência, desta forma tem-se:

$$\int_{\Omega} \delta p \left[\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \delta p \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot [\mathbf{q}] d\Omega = 0 \quad (3.3)$$

A partir da equação de Darcy (Equação (2.2)), juntamente com a condição de contorno natural ao problema, $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \bar{q}$ em Γ_q , a Equação de conservação de massa escrita em sua forma

fraca é escrita como:

$$\int_{\Omega} \delta p \left[\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} \right] d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \left(\frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla p \right) d\Omega + \int_{\Gamma_q} \delta p \bar{q} d\Gamma_q = 0 \quad (3.4)$$

A variável temporal da pressão também pode ser representada pela expressão:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \dot{p} \quad (3.5)$$

Segundo Fish e Belytschko (2007) as pressões $p(x, y)$ e função peso $\delta p(x, y)$ em cada elemento, seguindo o método de Galerkin, podem ser expressos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} p(x, y) &\approx p^e(x, y) = \mathbf{N}^e(x, y) \mathbf{p}^e & (x, y) \in \Omega^e \\ \delta p(x, y) &\approx \delta p^e(x, y) = \mathbf{N}^e(x, y) \delta \mathbf{p}^e & (x, y) \in \Omega^e \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde $\mathbf{N}^e(x, y)$ e \mathbf{p}^e representam o vetor das funções de forma e as pressões nodais para cada elemento, respectivamente, enquanto que Ω^e representa o domínio de cada elemento.

Os elementos finitos base para resolução das análises numéricas deste trabalho são do tipo triangular de três nós, como ilustrado pela Figura 3.1. Desta forma, as pressões nodais por elemento e o vetor das funções de forma por elementos são definidos como:

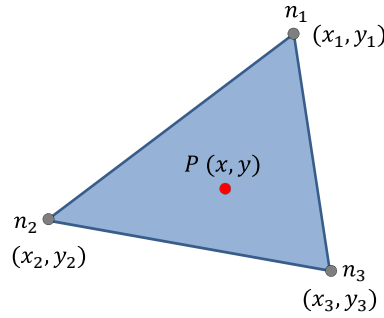


Figura 3.1: Elemento finito triangular convencional de três nós.

$$\mathbf{p}^e = [p_1 \quad p_2 \quad p_3]^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{N}^e = [N_1^e \quad N_2^e \quad N_3^e] \quad (3.8)$$

onde, p_1, p_2, p_3 são as pressões nodais de cada nó do elemento e N_1^e, N_2^e e N_3^e são as funções de forma. Segundo Fish e Belytschko (2007), as expressões para esses termos são:

$$\begin{aligned}
N_1^e &= \frac{1}{2A^e} (x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e + (y_2^e - y_3^e) x + (x_3^e - x_2^e) y) \\
N_2^e &= \frac{1}{2A^e} (x_3^e y_1^e - x_1^e y_3^e + (y_3^e - y_1^e) x + (x_1^e - x_3^e) y) \\
N_3^e &= \frac{1}{2A^e} (x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e + (y_1^e - y_2^e) x + (x_2^e - x_1^e) y) \\
2A^e &= (x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e) + (x_3^e y_1^e - x_1^e y_3^e) + (x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

onde, x_1^e e y_1^e são as coordenadas referentes ao nó 1 do elemento, x_2^e e y_2^e são as coordenadas referentes ao nó 2 do elemento, x_3^e e y_3^e são as coordenadas referentes ao nó 3 do elemento e A^e representa a área do elemento.

O gradiente de pressões ∇p e o gradiente de função de peso $\nabla \delta p$, podem ser escritos de seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\nabla p(x, y) &= \nabla \mathbf{N}^e \mathbf{p}^e = \mathbf{B}^e \mathbf{p}^e \\
\nabla \delta p(x, y) &= \nabla \mathbf{N}^e \delta \mathbf{p}^e = \mathbf{B}^e \delta \mathbf{p}^e
\end{aligned} \tag{3.10}$$

onde a matriz \mathbf{B}^e representa o gradiente das funções de forma. Assim, \mathbf{B}^e pode ser definido matricialmente como:

$$\mathbf{B}^e(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \frac{\partial N_3^e}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Considerando as Equações (3.5) e (3.6), é possível agora, iniciar o processo de discretização da forma fraca da equação de conservação de massa através do método por elementos finitos (MEF) da seguinte forma:

$$\Lambda_{e=1}^{nel} \left[\int_{\Omega^e} \delta \mathbf{p}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \frac{1}{M} \mathbf{N}^e \dot{\mathbf{p}}^e d\Omega + \int_{\Omega^e} \delta \mathbf{p}^{eT} \mathbf{B}^{eT} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \mathbf{B}^e \mathbf{p}^e d\Omega + \int_{\Gamma_q^e} \delta \mathbf{p}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \bar{q} d\Gamma \right] = 0 \tag{3.12}$$

onde $\Lambda_{e=1}^{nel}$ é o operador de montagem da matriz.

A forma fraca da Equação (3.12) escrita de maneira global é, portanto:

$$\mathbf{G} \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{E} \mathbf{p} = \mathbf{F}^{ext} \tag{3.13}$$

onde,

$$\begin{aligned}
\mathbf{G} &= \Lambda_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{\Omega^e} \mathbf{N}^{eT} \frac{1}{M} \mathbf{N}^e d\Omega \right] \\
\mathbf{E} &= \Lambda_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{\Omega^e} \mathbf{B}^{eT} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \mathbf{B}^e d\Omega \right] \\
\mathbf{F}^{ext} &= \Lambda_{e=1}^{n_{el}} \left[- \int_{\Gamma_q^e} \mathbf{N}^{eT} \bar{q} d\Gamma \right]
\end{aligned} \tag{3.14}$$

3.2 RESOLUÇÃO DO SISTEMA

No primeiro termo da Equação (3.13) aparece uma derivada temporal das pressões ($\dot{\mathbf{p}}$). Essa derivada temporal pode ser tratada de acordo com a formulação pelo Método das Diferenças Finitas, de modo a ser expresso como:

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \tag{3.15}$$

onde \mathbf{p} representa as pressões no passo de tempo atual, enquanto que $\mathbf{p}_{t-\Delta t}$ representa as pressões no passo de tempo anterior e Δt é o incremento de tempo por passo. Desta forma, a Equação (3.13) pode ser, agora, escrita utilizando a discretização em diferenças finitas, da seguinte forma:

$$\mathbf{G} \left[\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \right] + \mathbf{E}\mathbf{p} = \mathbf{F}^{ext} \tag{3.16}$$

Ainda é possível escrever a Equação (3.15) da seguinte forma:

$$\frac{\mathbf{G}}{\Delta t} \mathbf{p} + \mathbf{E}\mathbf{p} = \mathbf{F}^{ext} + \frac{\mathbf{G}}{\Delta t} \mathbf{p}_{t-\Delta t} \tag{3.17}$$

Uma vez que o termo $\mathbf{p}_{t-\Delta t}$ representa os valores de pressão do passo anterior, este termo é conhecido, por isso, este termo está, agora, alojado à direita da equação.

Novamente, é possível determinar novos termos com relação as termos anteriores da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} &= \frac{\mathbf{G}}{\Delta t} + \mathbf{E} \\
\mathbf{F}_*^{ext} &= \mathbf{F}^{ext} + \frac{\mathbf{G}}{\Delta t} \mathbf{p}_{t-\Delta t}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

A forma matricial do problema hidráulico, portanto, pode ser escrita da seguinte forma:

$$[\mathbf{H}] [\mathbf{p}] = [\mathbf{F}_*^{ext}] \tag{3.19}$$

3.3 ELEMENTOS FINITOS DE ACOPLAMENTO

A Figura 3.2 ilustra a técnica proposta por Bitencourt Jr et al. (2015), onde o domínio (Ω) é subdividido em outros dois subdomínios, Ω_1 e Ω_2 , discretizado com malhas não conformes, isto é, o subdomínio Ω_1 é totalmente independente com relação ao subdomínio Ω_2 . Como uma consequência, a interface $\Gamma_{12} = \Gamma_1 \cap \Gamma_2$ desses subdomínios também é uma interface não conforme, visto que ao longo de Γ_{12} os nós relativos a Ω_2 (pontos em vermelho representados na Figura 3.2 (b)) estão "soltos" com relação aos nós de Ω_1 .

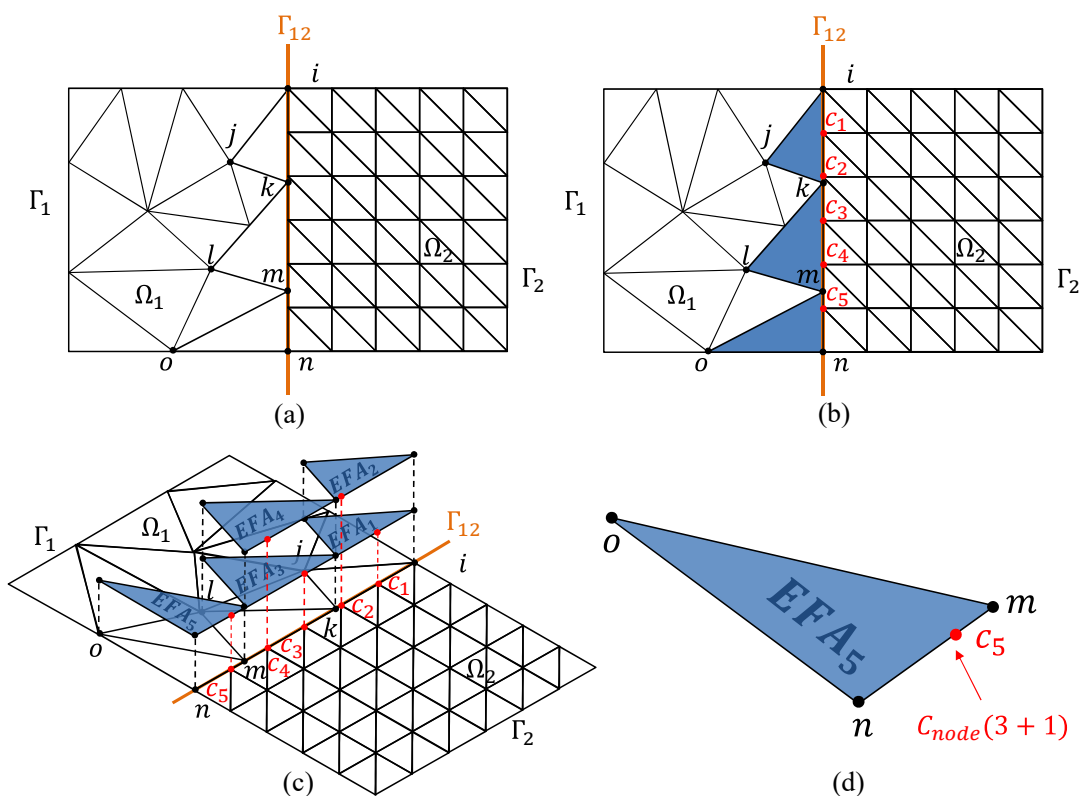


Figura 3.2: Método por EFA para acoplar malhas não conformes: (a) domínio com duas malhas não conformes; (b) identificação dos nós soltos que deverão ser acoplados. (c) criação e inserção dos EFA que irão permitir acoplar as malhas Ω^1 e Ω^2 ; (d) ilustração do EFA_5 , no qual possui três nós convencionais e mais um nó extra (nó de acoplamento) (Adaptado de Bitencourt Jr et al. (2015)).

O acoplamento entre as malhas não conformes é baseado na inserção de Elementos Finitos de Acoplamento (EFA), ilustrado em azul pela Figura 3.2 (b), (c) e (d). Os EFA são derivados de elementos finitos convencionais mas que possuem um nó extra, chamado de nó de acoplamento (em inglês, *coupling node* (C_{node})). Portanto, o número de nós de um EFA pode ser definido pelo número de nós do elemento base mais um, isto é, $(nn + 1)$. Como este trabalho trata apenas com elementos triangulares, o número de nós de cada EFA é então, definido por $(3 + 1)$.

Note pela Figura 3.2 (b) que cinco nós estão soltos, são eles, c_1, c_2, c_3, c_4 e c_5 . Após identificados os nós soltos entre as malhas de Ω^1 e Ω^2 , os EFA são criados. A Figura 3.2 (c) ilustra os cinco EFA (em azul) responsáveis por acoplar seu respectivo nó solto, isto é, $EFA_1 =$

$i, j, k, c_1, EFA_2 = i, j, k, c_2, EFA_3 = k, l, m, c_3, EFA_4 = k, l, m, c_4, EFA_5 = m, o, n, c_5$. Observe que, o último termo de cada CFE representa o nó de acoplamento, e este, deve possuir a coordenada de seus respectivos nós soltos. Vale notar também que EFA_1 e EFA_2 possuem o mesmo elemento finito de base no domínio Ω^1 , mas com nós soltos diferentes no domínio Ω^2 . O mesmo ocorre para EFA_3 e EFA_4 .

Desde que os elementos compartilham nós de ambas as malhas, nenhum grau de liberdade é adicionado ao problema. Um outra vantagem é que esta técnica pode ser facilmente incorporada no código de elementos finitos convencional, uma vez que a técnica não exige formulação especial.

FORMULAÇÃO DOS EFA

Na subseção 3.1 foi definido que a pressão em um ponto material $p(x, y)$, pode ser aproximada, de acordo com a Equação (3.6), isto é:

$$p^e(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_i^e(x, y)p_i^e \quad (3.20)$$

Porém, além do EFA possuir os mesmos nós de um elemento finito convencional, possui um nó extra, chamado de nó de acoplamento, situado em um ponto material $\mathbf{X}_c(x_c, y_c) \in \Omega^e$, desta forma, o número de nós de um EFA é escrito por $3 + 1$.

É importante agora, entender o conceito de pressão relativa, $\llbracket p \rrbracket$, que é definida pela diferença entre a pressão do nó de acoplamento C_{node} e a pressão do seu respectivo ponto material \mathbf{X}_c calculada pela Equação (3.20). A Equação (3.21) define matematicamente a pressão relativa através do uso das funções de forma:

$$\llbracket p \rrbracket = p_{3+1}^e - p^e(\mathbf{X}_c) = p_{3+1}^e - \sum_{i=1}^3 N_i^e(\mathbf{X}_c)p_i^e = \mathbf{B}_c^e \mathbf{p}_c^e \quad (3.21)$$

onde os termos \mathbf{B}_c^e e \mathbf{p}_c^e representam o vetor das funções de forma e o vetor das pressões nodais para cada EFA, respectivamente. Ambos são definidos a seguir:

$$\mathbf{B}_c^e = [-N_1^e(\mathbf{X}_c) \quad -N_2^e(\mathbf{X}_c) \quad -N_3^e(\mathbf{X}_c) \quad 1] \quad (3.22)$$

$$\mathbf{p}_c^e = [p_1^e \quad p_2^e \quad p_3^e \quad p_{3+1}^e]^T \quad (3.23)$$

onde o termo p_{3+1}^e da Equação (3.23) representa a pressão nodal no nó de acoplamento (C_{node}).

Assumindo, agora, uma relação linear entre fluxo de reação devido a pressão relativa ($F(\llbracket p \rrbracket)$) e a própria pressão relativa ($\llbracket p \rrbracket$), tem-se:

$$F(\llbracket p \rrbracket) = C \llbracket p \rrbracket = C \mathbf{B}_c^e \mathbf{p}_c^e \quad (3.24)$$

onde C corresponde a uma constante. Uma vez que as interações de fluxo devem ser conservadas e considerando um acoplamento rígido entre as malhas não conformes, isto é, $\llbracket p \rrbracket \rightarrow 0$, C , para os casos deste trabalho, deve assumir um alto valor que obedece a regra de fatores de penalização. O valor da constante de penalização pode ser obtido através da Equação (5.1).

$$C = \frac{k_*}{\mu} c_* r \quad (3.25)$$

onde $r = 1$ m aparece apenas para manter a unidade correta associada a C , μ é a viscosidade dinâmica apresentada do fluido, uma vez que o fluido seja monofásico e suas propriedades mantêm-se constantes, $k_* = \max[k_{x\Omega_1}, k_{y\Omega_1}, k_{x\Omega_2}, k_{y\Omega_2}]$ representa a maior permeabilidade intrínseca entre os dois subdomínios que serão acoplados e c_* corresponde ao parâmetro penalizador que permite um acoplamento rígido entre subdomínios não conformes.

Analisando a correspondência entre problemas mecânicos e hidráulicos ((SEGURA; CAROL, 2004) e (VAFAJOU et al., 2018)), o vetor de fluxo interno de cada EFA (\mathbf{F}_c^{eint}) pode ser expresso como (BITENCOURT JR et al., 2015):

$$\mathbf{F}_c^{eint} = \mathbf{B}_c^{eT} F(\llbracket p \rrbracket) \quad (3.26)$$

A partir da Equação (3.26) e considerando a Equação (3.24), o vetor de fluxo interno e a matriz de permeabilidade para cada EFA podem ser expressos, respectivamente, como:

$$\mathbf{F}_c^{eint} = \mathbf{B}_c^{eT} C \mathbf{B}_c^e \mathbf{p}_c^e \quad (3.27)$$

$$\mathbf{E}_{\Omega_c}^e = \mathbf{B}_c^{eT} C \mathbf{B}_c^e \quad (3.28)$$

Ao final de todo procedimento para adição dos EFA, a matriz de permeabilidades global pode ser escrita como:

$$\mathbf{E} = \Lambda_{e=1}^{n_{el\Omega_1}} [\mathbf{E}_{\Omega_1}^e] + \Lambda_{e=1}^{n_{el\Omega_2}} [\mathbf{E}_{\Omega_2}^e] + \Lambda_{e=1}^{n_{el\Omega_c}} [\mathbf{E}_{\Omega_c}^e] \quad (3.29)$$

onde os dois primeiros termos da equação estão relacionados aos subdomínios Ω_1 e Ω_2 , respectivamente, enquanto que o último termo está relacionado ao domínio dos EFA (Ω_c).

CAPÍTULO 4

PROCEDIMENTO DE UTILIZAÇÃO DO SIMULADOR

De acordo com Fish e Belytschko (2007), o método dos elementos finitos consiste em seguir cinco etapas básicas, são elas:

1. Pré-processamento: subdividir o domínio do problema em elementos finitos.
2. Formulação dos elementos: desenvolver equações para os elementos.
3. Montagem: obtenção das equações globais a partir de equações dos elementos.
4. Resolver as equações.
5. Pós-processamento: determinar quantidades de interesse e visualizações da resposta.

A Figura 4.1 ilustra um esquema de como foram obtidos os resultados com base nas descrições acima. O primeiro bloco (em azul claro) representa a etapa de pré-processamento. Para esta etapa, utilizou-se o programa chamado "GiD[®]", onde toda a geometria do problema é gerada, além da definição dos materiais; das condições de contorno e da geração das malhas de elementos. É também realizada nesta etapa, a criação de EFA quando duas ou mais malhas geradas pelo GiD[®] não são conformes (independentes). Para criações dos EFA um programa de compatibilização de malhas foi implementado em MATLAB[®]. Após realizada esta etapa, um arquivo é exportado com várias informações que servem de entrada para a próxima etapa. O segundo bloco representa as etapas 2, 3 e 4, onde toda a formulação governante foi implementada, em código programado em MATLAB[®], em elementos finitos e então resolvida de acordo com as informações obtidas da etapa 1. A última etapa descrita representa o pós-processamento, novamente realizado pelo programa "GiD[®]", onde é possível visualizar os campos de pressões e os vetores de fluxos e então, recolher informações para realização de gráficos que possibilitem concluir as respostas obtidas.

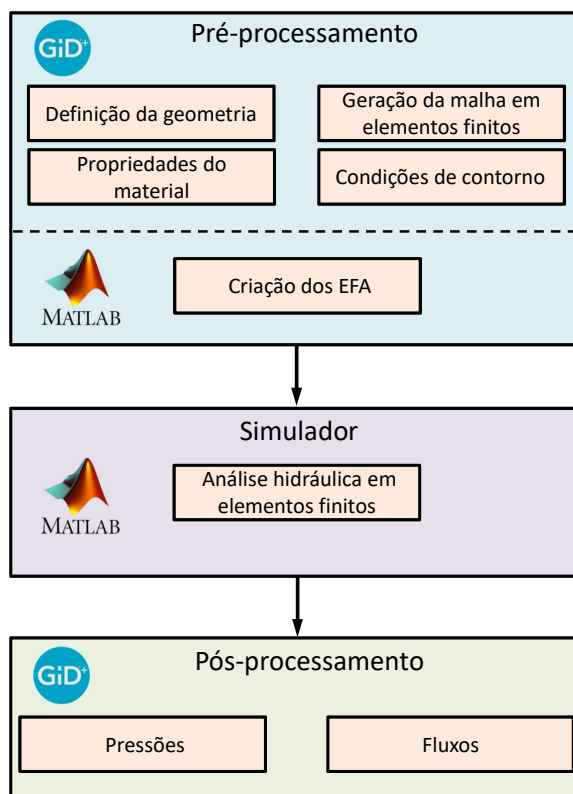


Figura 4.1: Esquema representativo do procedimento de resolução dos problemas em elementos finitos.

4.1 ARQUIVOS DE ENTRADA E SAÍDA DO SIMULADOR

Como descrito na seção anterior, após realizado todo o procedimento de criação de malhas com as respectivas condições de contorno e propriedades do material, um arquivo com essas informações é exportado para o MATLAB[®], onde os dados serão parâmetros de entrada para a resolução do problema. Este arquivo de entrada, com extensão ".mfl", contém informações referentes a geometria, materiais, condições de contorno e iniciais. Ainda neste capítulo será detalhado o arquivo de entrada.

A partir do arquivo de entrada, o Simulador em elementos finitos resolve o problema e produz como arquivo de saída dois arquivos, "Arquivo.msh" e "Arquivo.res", sendo que o primeiro armazena dados da malha de elementos finitos e o segundo armazena os resultados da análise. A Figura 4.2 ilustra um esquema relacionando os arquivos de entrada e saída do Simulador.

4.2 INTERFACE DE TRABALHO DO GiD[®]

O programa GiD[®] é um programa de pré e pós-processamento que oferece bons recursos e uma interface gráfica intuitiva, o que facilita o procedimento ao usuário.

A Figura 4.3 ilustra a interface do GiD[®] durante a etapa de pré-processamento, onde é possível construir toda a geometria com base em linhas ou figuras geométricas. De maneira re-

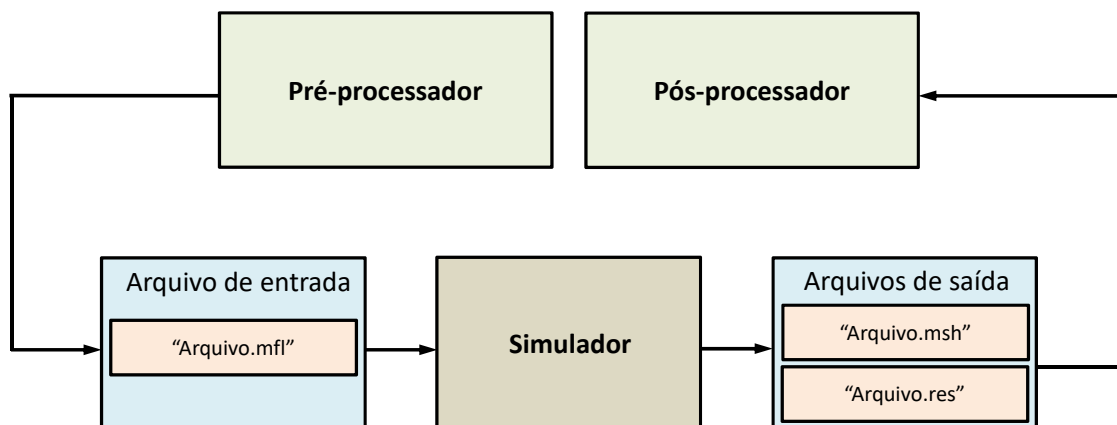


Figura 4.2: Esquema representativo de entrada e saída do Simulador.

sumida, após a modelagem da geometria do problema a ser estudado, é necessário identificar as respectivas superfícies e em casos com três dimensões, identificar os sólidos que o compõem. É com essas superfícies e sólidos que é possível prescrever suas respectivas propriedades segundo seus materiais. A criação das malhas também dependem das superfícies e sólidos, uma vez que ao seleccioná-los e definir o tamanho de seus elementos, a malha é criada. A prescrição das condições de contorno geralmente é feita após a geração da malha em casos que é necessária a prescrição em nós da malha. Por fim, as informações gerais do problema são exportadas para o arquivo de entrada. Note que, para construção de malhas em elementos finitos conformes (convencionais), este é o fim da etapa de pré-processamento. Porém, para malhas em elementos finitos não conformes (independentes) acopladas via EFA, mais uma etapa deve ser realizada e está descrita na próxima seção.

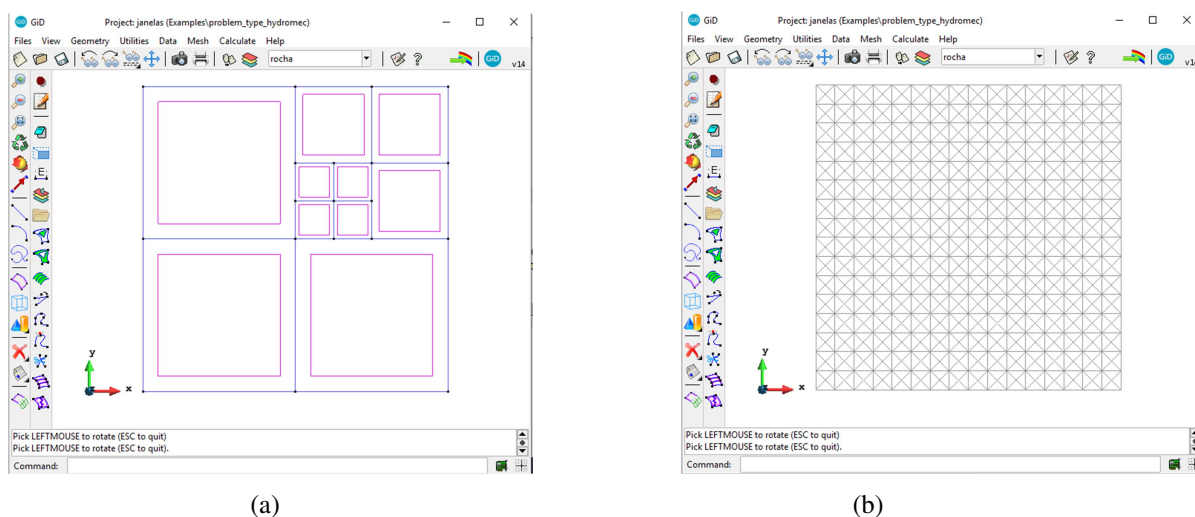


Figura 4.3: Interface gráfica do GiD[®] durante a fase de pré-processamento, onde (a) representa a geometria dos blocos e suas respectivas superfícies e (b) é a malha de elementos finitos.

4.3 CRIAÇÃO DOS EFA

Durante o pré-processamento realizado através do programa GiD[®] foram geradas em um único domínio, duas malhas independentes com diferentes discretizações. Como são independentes entre si, a interface entre as duas malhas é uma interface não conforme contendo nós soltos. Para que estes nós soltos sejam conectados, EFA são incorporados.

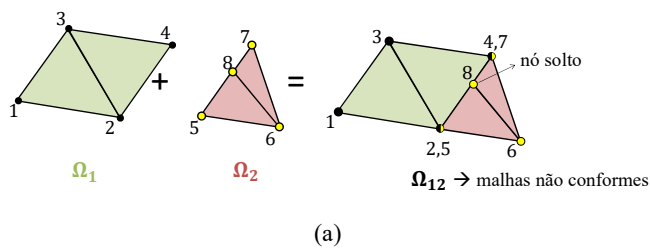
Para criação dos EFA, um programa foi implementado em MATLAB[®] para compatibilização entre as malhas não conformes. Basicamente, este programa precisa das informações das malhas não conformes separadas em três campos. O primeiro campo e segundo campo são referentes a malha mais grosseira e a malha mais refinada, respectivamente. O terceiro campo é referente as coordenadas (x,y) de todos os nós do domínio. Com estas informações, o programa é capaz de identificar quais nós estão soltos e então criar EFA para cada um deles. A Figura 4.4 ilustra o processo de criação do EFA para uma geometria simplificada, onde a Figura 4.4 (a) mostra a soma das duas malhas não conformes, uma vez que o nó 6 (em amarelo) não é coincidente em Ω_1 , a Figura 4.4 (b) ilustra a configuração das malhas não conformes acopladas por um EFA (em azul) o qual contém um nó extra (nó de acoplamento) capaz de se acoplar com o nó solto. Já a Figura 4.4 (c) ilustra os três "campos" necessários para a criação do EFA e a saída do programa de compatibilização, onde os termos "*elem*", "*mat*", "*n₁*", "*n₂*", "*n₃*" e "*n₄*" representam, respectivamente, o elemento, o material correspondente e a conectividade. Os dados de saída do programa são então, adicionados manualmente ao arquivo de entrada do simulador.

LEITURA DO ARQUIVO DE ENTRADA

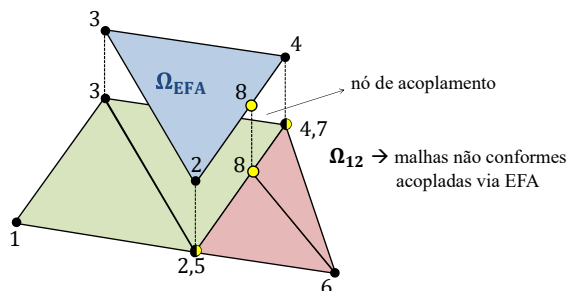
Como descrito anteriormente, o arquivo de entrada contém informações referentes a malha do problema, juntamente com as respectivas condições de contorno e propriedades dos materiais ("Arquivo.mfl"). Este arquivo é organizado em três áreas principais, são elas: geometria, materiais e condições de contorno e iniciais para um dado intervalo de tempo. A Figura 4.5 ilustra um exemplo de como é organizado a área de geometria do problema e quais são as informações que devem ser preenchidas para leitura dos dados. Os termos "*elem*", "*mat*", "*n₁*", "*n₂*", "*n₃*" e "*n₄*" representam, respectivamente, o elemento, o material correspondente e a conectividade, isto é, quais nós constituem o elemento. Nota-se que a ordem dos nós é importante e deve seguir o sentido anti-horário.

Após a leitura da geometria, são inseridas as informações relativas as propriedades de cada material. A Tabela 4.2 mostra as principais informações da malha de elementos, a Tabela 4.2 mostra quais são as informações por elemento e a Tabela 4.3 informa as principais propriedades dos materiais para solução de um problema hidráulico, como o caso deste trabalho.

Por fim, a última etapa é a etapa de prescrição das condições de contorno e iniciais de acordo com o tipo de análise a ser realizada, no qual é necessário informar a taxa de fluxo e as pressões iniciais e de contorno em cada nó prescrito. Quando a análise for do tipo estacionária, isto é,



(a)



(b)

Dados de Entrada – Compatibilizador

1) Dados da malha grosseira

elem	mat	n ₁	n ₂	n ₃
1	1	1	2	3
2	1	2	4	3

2) Dados da malha refinada

elem	mat	n ₁	n ₂	n ₃
3	2	5	6	8
4	2	6	7	8

3) Informações dos nós (x,y)

nós	x	y
1	0	0
2	1	0
3	0.5	1
4	1	1
5	1	0
6	1.8	0
7	1	1
8	1.2	0.7

Dados de saída – Compatibilizador

elem	mat	n ₁	n ₂	n ₃	n ₄
5	3	4	3	2	8

(c)

Figura 4.4: Processo de criação de um EFA para uma geometria simples, onde (a) ilustra a configuração das malhas Ω_1 e Ω_2 não conformes, uma vez que o nó 6 (em amarelo não é coincidente com Ω_1). Em (b) cria-se o EFA (em azul) com um nó extra (nó de acoplamento) para acoplar as malhas Ω_1 e Ω_2 . Em (c) é ilustrado as informações de entrada necessárias para a criação do EFA e o que o programa de compatibilização gera como saída.

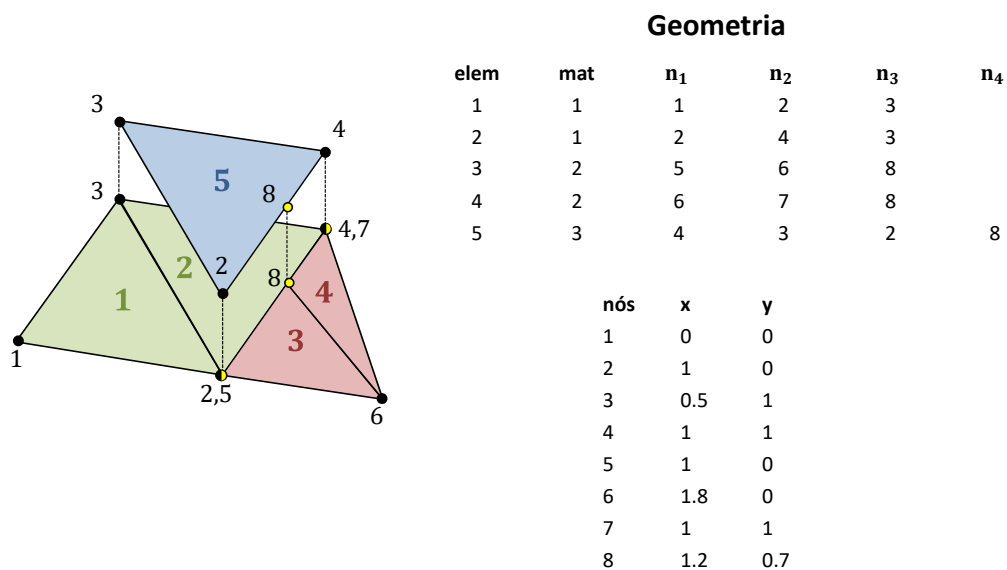


Figura 4.5: Dados de entrada relativos a uma geometria simples.

Tabela 4.1: Principais informações sobre a malha.

NPOIN	Número de pontos (nós) = 6
NELEM	Número de elementos = 5
NDPEL	Número de nós máximo por elemento = 4
NSETS	Número de materiais existentes = 3
NGAUS	Número de pontos de Gauss por elementos = 1

Tabela 4.2: Informações de entrada relativas aos elementos.

TYPE	Tipo de elemento
THICKNESS	Espessura do elemento
NGAUS	Número de pontos de Gauss do elemento
HYDR_MODEL	Modelo constitutivo hidráulico

Tabela 4.3: Principais propriedades de cada material.

MBIOT	Módulo de Biot (adimensional)
PERMx	Permeabilidade intrínseca na direção x (m^2)
PERMy	Permeabilidade intrínseca na direção y (m^2)
POROS	Porosidade (adimensional)

quando imediatamente à aplicação das condições de contorno o sistema entrar em equilíbrio (não dependente do tempo), apenas um intervalo de tempo é exigido para conclusão da análise. Porém, em casos transientes, isto é, casos em que o comportamento hidráulico do meio evolui com o tempo até que se equilibre, mais de um intervalo de tempo é requerido. Para esta segunda situação, no mínimo dois intervalos são necessários. O primeiro intervalo de tempo é usado para a prescrição das condições de contorno e iniciais do problema durante um tempo pequeno. Já o segundo intervalo deve ser longo o suficiente para que o sistema se equilibre e deve conter vários passos para estudar a evolução do comportamento do campo de pressão até o equilíbrio.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados quatro casos sintéticos e outros dois casos de aplicação que têm como principal propósito, verificar a habilidade da técnica de EFA em acoplar malhas não conformes sob condições iniciais e de contorno hidráulicas, em meios porosos fraturados, admitindo fluido incompressível. Dentre os casos analisados por este trabalho, estão:

- Rede de fraturas condutoras (fraturas mais permeáveis que o meio poroso)
- Rede de fraturas bloqueadoras (fraturas menos permeáveis que o meio poroso)
- Fraturas anisotrópicas
- Rede de fraturas complexas
- Meio fraturado e carstificado

A Figura 5.1 ilustra dois tipos de configuração de malhas amplamente utilizados ao longo deste capítulo. A Figura 5.1 (a) representa uma malha conforme, isto é, a configuração da malha de elementos do subdomínio Ω_1 é dependente da configuração da malha do subdomínio Ω_2 , ou seja, todos os nós na interface entre os subdomínios (Γ_{12}) relativos à Ω_1 são exatamente os mesmos nós nesta região referentes à Ω_2 , uma vez que elementos finitos de transição fazem a correlação entre os subdomínios. Já a Figura 5.1 (b) ilustra a configuração para malhas não conformes entre Ω_1 e Ω_2 , isto é, a configuração da malha de elementos de Ω_1 é totalmente independente da configuração de Ω_2 . Note que para este caso, alguns nós da interface Γ_{12} são coincidentes, mas apenas em sua posição, visto que esses nós são independentes entre si.

A princípio, vale destacar que o primeiro caso abordado neste trabalho estuda diferentes valores de parâmetros penalizadores (c^*) que são responsáveis em acoplar as malhas não conformes (acoplamento rígido), comparando-as com as respostas obtidas para uma malha conforme. Assim, o parâmetro penalizador mais adequado ao longo deste estudo se estende para os demais casos, exceto o último.

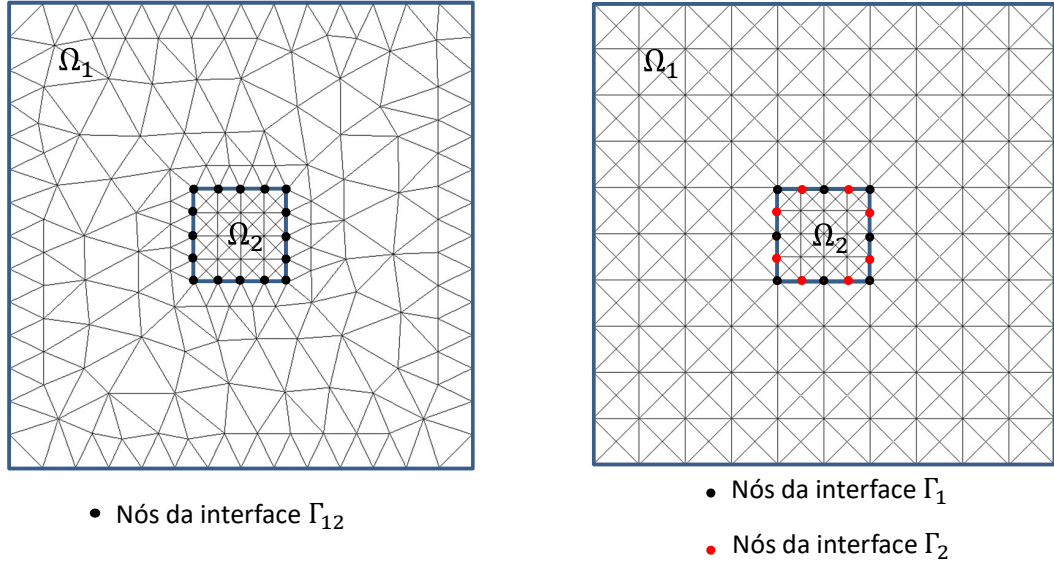


Figura 5.1: Configuração de uma (a) malha conforme e (b) malhas não conformes.

5.1 CASO SINTÉTICO 1: MEIA FRATURA

O primeiro caso resolvido é apresentado por Angot, Boyer e Hubert (2009), no qual considera um domínio quadrado Ω de comprimentos $L_x = L_y = 1.0$ m, subdividido pela matriz porosa (Ω_1) e uma meia fratura (Ω_2) de comprimento $L_{\Omega_2} = 0.5$ m e abertura $w = 1.0 \times 10^{-2}$ m, localizada em $x = 0.5$ m e $0.5 \text{ m} \leq y \leq 1$ m. A fratura tem uma alta anisotropia, uma vez que a permeabilidade intrínseca na direção x ($k_{x\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2$) é 10^{-6} menor que a permeabilidade intrínseca na direção y ($k_{y\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$). A permeabilidade intrínseca do meio poroso e a viscosidade dinâmica do fluido adotadas foram de $k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ e $\mu = 1.0 \times 10^{-9}$ MPa.s, respectivamente. Para este exemplo, $k_* = 1 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ (equivalente a $k_{y\Omega_2}$) e c_* varia de 10^0 a 10^{10} .

A Figura 5.2 (a) ilustra a geometria e as condições de contorno aplicadas simetricamente, enquanto que a Figura 5.2 (b) mostra a mesma geometria mas com condições de contorno aplicadas de modo não simétrico.

5.1.1 SITUAÇÃO 1: FLUXO SIMÉTRICO

A discretização da malha da matriz porosa (Ω_1) foi realizada de maneira não conforme, isto é, de modo totalmente independente com relação a malha da fratura (Ω_2), e então, foram acopladas via técnica de EFA. O campo de pressão obtido é, então, comparado com um campo de pressão referente a malha conforme usada de referência. A Figura 5.3 ilustra a malha de referência conforme (Ω_C), lembrando que, para este caso, a malha é gerada de maneira convencional, portanto os subdomínios Ω_1 e Ω_2 são conformes entre si.

Para verificar a capacidade da técnica de acoplamento empregada, primeiramente, realizou-se um desacoplamento manual da malha conforme, isto é, a partir da malha conforme, repre-

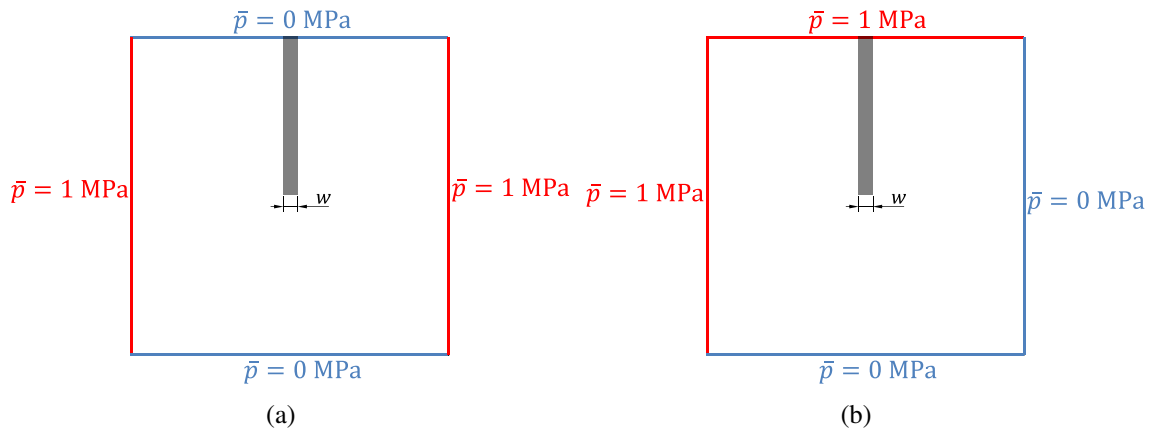


Figura 5.2: Geometria e condições de contorno para (a) situação simétrica e (b) situação não simétrica para o caso de meia fratura.

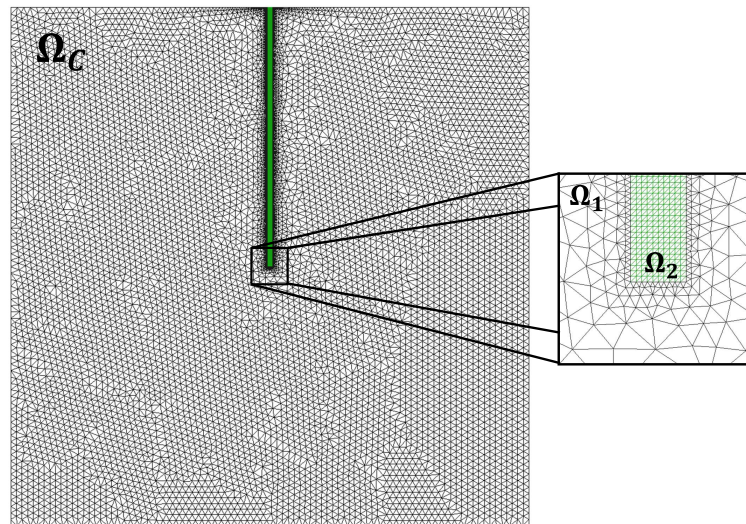


Figura 5.3: Esquema representativo para a malha de referência conforme gerada de maneira convencional, isto é, Ω_1 e Ω_2 são automaticamente acoplados devido a elementos de transição entre as malhas.

sentada pela Figura 5.3, onde a interface entre os subdomínios Ω_1 e Ω_2 (Γ_{12}) compartilham os mesmos nós, efetuou-se a duplicação dos nós de Γ_{12} de modo a vincular os nós duplicados ao subdomínio Ω_2 , tornando os subdomínios independentes entre si. A Figura 5.4 ilustra o procedimento de construção das malhas não conformes (Ω_{NC}), onde a Figura 5.4 (a) representa apenas a malha da matriz porosa, a Figura 5.4 (b) representa a malha da fratura, a Figura 5.4 (c) são os EFA que permitem acoplar Ω_1 e Ω_2 , e a Figura 5.4 (d) representa a malha de referência não conforme acoplada via EFA.

A Figura 5.5 ilustra os campos de pressões sob condições de contorno de um fluxo simétrico para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes parâmetros penalizadores, sendo que para a Figura 5.5 (a) utilizou um parâmetro penalizador igual à $c_* = 1 \times 10^0$, para Figura 5.5 (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, para Figura 5.5 (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e para a Figura 5.5 (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$.

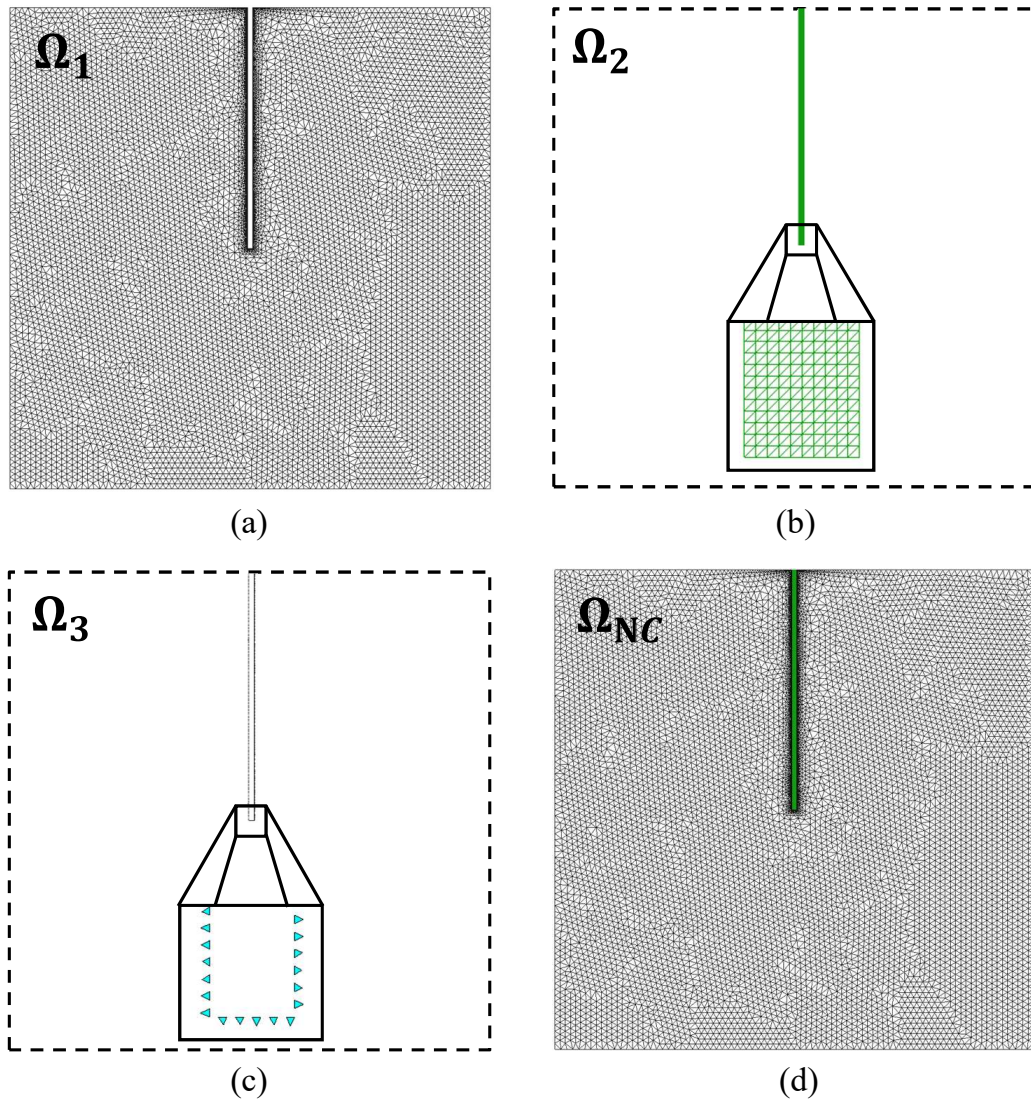


Figura 5.4: Esquema representativo para a malha de referência não conforme, acoplados devido a técnica de EFA, onde (a) representa a malha da matriz porosa, (b) a malha da fratura, (c) EFA que acoplam Ω_1 e Ω_2 e (d) é a malha final não conforme acoplada.

Apenas por visualizar os campos de pressões já é possível notar uma leve diferença para os campos com menores parâmetros penalizadores, porém ainda é insuficiente para concluir qual as malhas que foram capazes de acoplar adequadamente os domínios não conformes. Por isso, foi selecionado duas seções ao longo do domínio Ω para verificar os respectivos valores de pressões nodais para seis diferentes parâmetros penalizadores, e então, verificar quais malhas não conformes foram acopladas corretamente. A Figura 5.6 ilustra a análise de convergência entre a malha de referência conforme e as demais malhas de referência não conformes acopladas via EFA por diferentes parâmetros penalizadores ao longo das seções $y = 0.5625$ m (Fig. 5.6 (a)) e $y = 0.75$ m (Fig. 5.6 (b)). É interessante notar que na região da fratura há uma diminuição dos valores das pressões nodais conforme a linha de corte se aproxima de sua região central, caracterizando um comportamento abaulado. Isso ocorre justamente pelo fato da fratura ter comportamento anisotrópico, sendo condutora ao longo da direção y e bloqueadora ao longa da

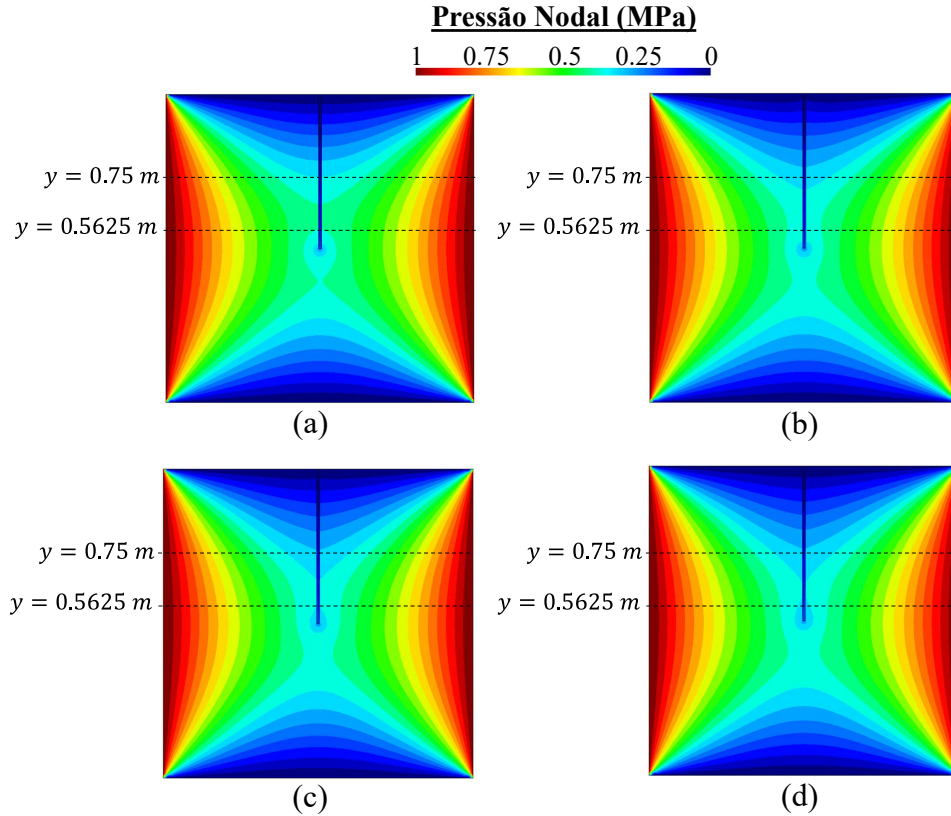


Figura 5.5: Campos de pressões para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes parâmetros penalizadores, onde em (a) a penalização é igual a $c_* = 1 \times 10^0$, em (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$ quando o fluxo aplicado é simétrico.

direção x . Nota-se também que, os valores das pressões nodais para o parâmetro penalizador igual à $c_* = 1 \times 10^{+6}$ é bem semelhante às pressões da malha conforme de referência.

Além da análise de convergência das pressões nodais para as diferentes malhas, realizou-se um estudo do erro relativo entre as pressões para seis diferentes malhas não conformes ao compara-las com a resposta obtida para a malha conforme de referência. A Figura 5.7 ilustra os erros relativos entre as pressões nodais obtidas para os seis diferentes parâmetros penalizadores ao longo das seções $y = 0.5625$ m (Fig. 5.7 (a)) e $y = 0.75$ m (Fig. 5.7 (b)), quando comparadas a malha conforme. Nela é possível notar que o erro relativo entre a malha conforme e as não conformes diminuem conforme aumenta-se o parâmetro penalizador c_* , sendo bem próximo a zero a partir de $c_* = 1 \times 10^{+6}$. Vale ressaltar que durante a abordagem por penalização, erros de mal condicionamento podem existir, desta forma, foi realizado o estudo do *condition number* para calcular a influência da constante de penalização C no condicionamento da matriz de permeabilidades \mathbf{E} . Os valores dos *conditions numbers* para cada parâmetro penalizador analisado foram determinados através da Equação (5.1):

$$\beta = \frac{\lambda_n}{\lambda_1} \quad (5.1)$$

onde λ_n representa o maior autovalor e λ_1 o menor autovalor obtido pela matriz de permeabili-

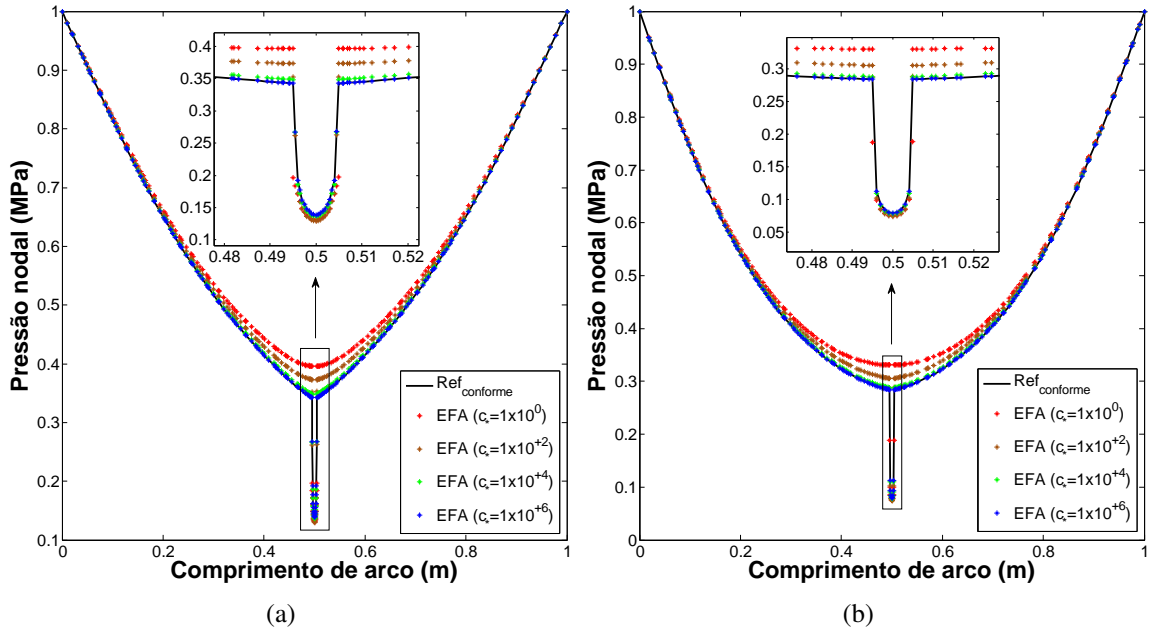


Figura 5.6: Análise de convergência das pressões nodais obtidas entre a malha de referência conforme e as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é simétrico.

dades E.

A Figura 5.8 ilustra graficamente, o valor do *condition number* para as seis diferentes malhas não conformes referentes aos parâmetros penalizadores $c_* = 1 \times 10^0$, $c_* = 1 \times 10^{+2}$, $c_* = 1 \times 10^{+4}$, $c_* = 1 \times 10^{+6}$, $c_* = 1 \times 10^{+8}$ e $c_* = 1 \times 10^{+10}$, comparados com o *condition number* obtido para a solução de um malha conforme (em vermelho), utilizada como referência. Note agora, que a semelhança entre os valores dos *conditions numbers* foram próximos à malha conforme apenas quando o parâmetro penalizador variou entre $10^{+2} \leq c_* \leq 10^{+6}$.

Sendo assim, com base na Figura 5.7 e na Figura 5.8, conclui-se, para o caso em questão, que o parâmetro penalizador adequado para acoplar malhas não conformes através da técnica por EFA deve ser de $c_* = 1 \times 10^{+6}$.

5.1.2 SITUAÇÃO 2: FLUXO NÃO SIMÉTRICO

Para esta situação, considera-se como condição de contorno um fluxo não simétrico, como mostrado pela Figura 5.2 (b). Analogamente a situação 1, primeiramente, um estudo de diferentes parâmetros penalizadores entre malhas não conformes foi realizado. A Figura 5.9 representa os campos de pressões sob condições de contorno de fluxo não simétrico para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes parâmetros penalizadores, onde a Figura 5.9 (a) utiliza um parâmetro de penalização igual à $c_* = 1 \times 10^0$, a Figura 5.9 (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, a Figura 5.9 (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e a Figura 5.9 (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$. Apenas por visualizar os quatro campos de pressões, nota-se uma pequena diferença entre em seus compor-

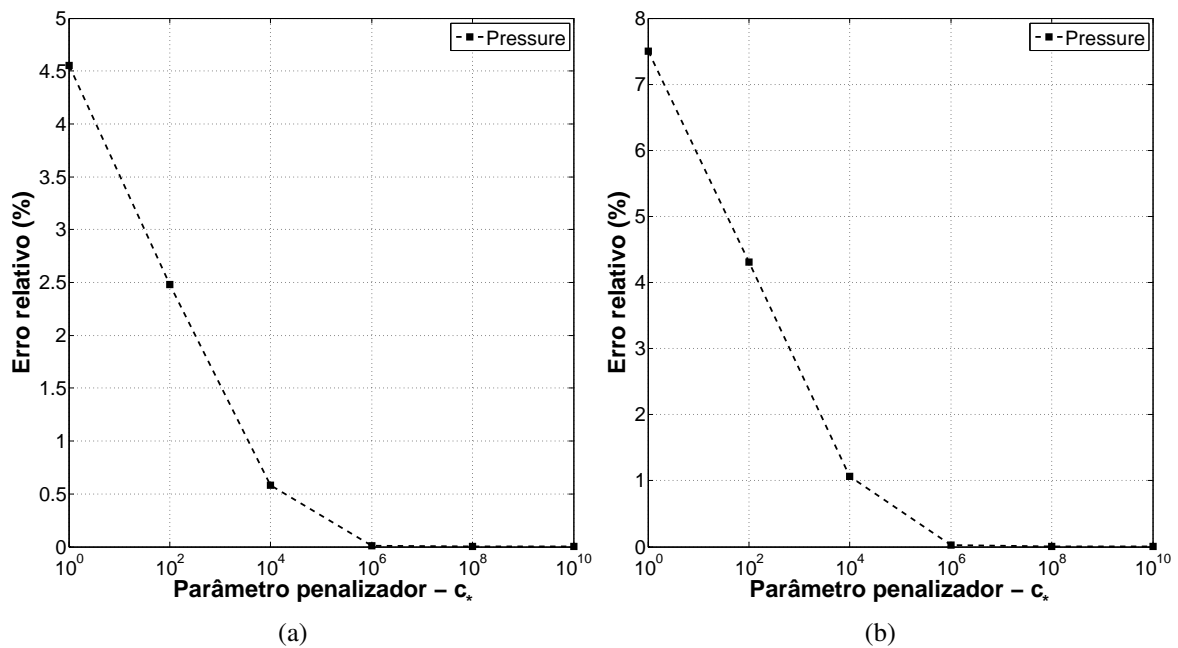


Figura 5.7: Curva de erro relativo entre as pressões nodais para a malha conforme usada como referência e as malhas não conformes acopladas via EFA para os valores de constantes de penalizações de $c_* = 1 \times 10^0$, $c_* = 1 \times 10^{+2}$, $c_* = 1 \times 10^{+4}$, $c_* = 1 \times 10^{+6}$ e $c_* = 1 \times 10^{+8}$ e $c_* = 1 \times 10^{+10}$ ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é simétrico.

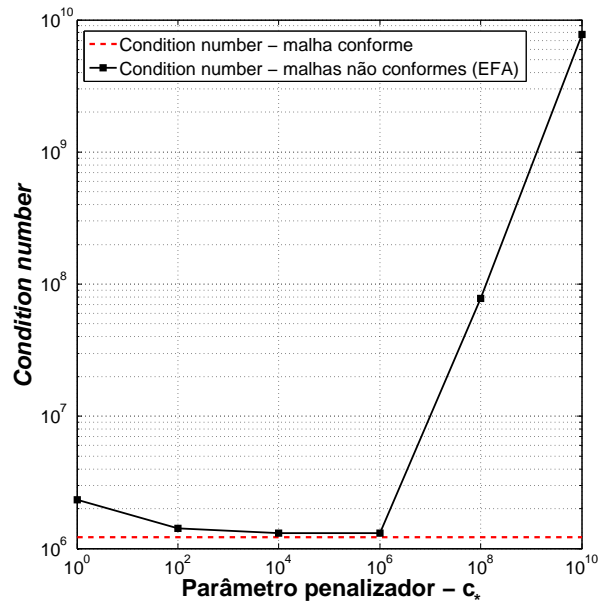


Figura 5.8: Curva de *condition number* utilizado para avaliar o condicionamento da matriz de permeabilidades para diferentes parâmetros de penalização referentes às malhas não conformes, tendo como base um *condition number* de referência obtido para uma malha conforme, quando o fluxo é não simétrico.

tamentos, principalmente das malhas de menores parâmetros penalizadores, destacando que as diferentes constantes de penalizações afetam os campos.

De forma a avaliar graficamente quais foram as malhas cujos parâmetros de penalização

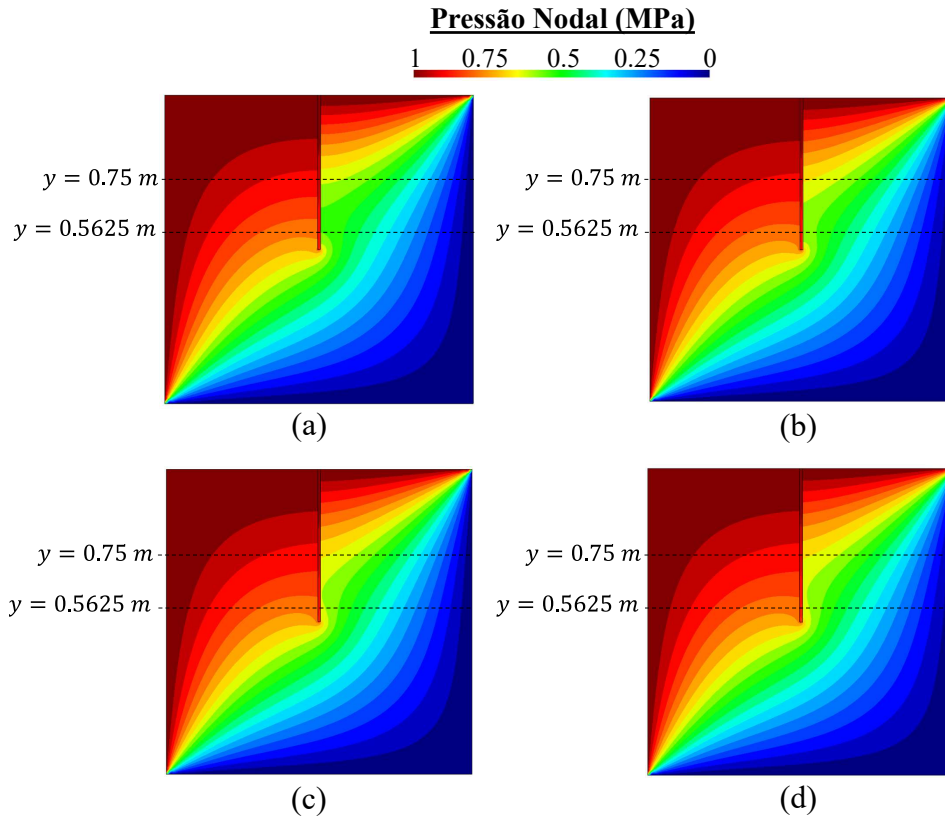


Figura 5.9: Campos de pressões para as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações, onde em (a) a penalização é igual a $c_* = 1 \times 10^0$, em (b) $c_* = 1 \times 10^{+2}$, (c) $c_* = 1 \times 10^{+4}$ e (d) $c_* = 1 \times 10^{+6}$ quando o fluxo aplicado é assimétrico.

foram suficientes para acoplar adequadamente as malhas não conformes, um estudo de convergência foi realizado ao comparar as pressões nodais ao longo de duas seções. A Figura 5.10 ilustra as análises, onde a Figura 5.10 (a) representa a seção $y = 0.5625$ m e a Figura 5.10 (b) $y = 0.75$ m. Nota-se que as pressões nodais para as malhas não conformes possuem comportamento similar a malha conforme quando o parâmetro penalizador é igual à $c_* = 1 \times 10^{+6}$.

Para verificar a similaridade entre as curvas da Figura 5.10, realizou-se um estudo do erro relativo entre os valores das pressões nodais obtidos para uma malha conforme comparadas com as demais malhas não conformes com diferentes fatores penalizadores. A Figura 5.11 ilustra a configuração do erro relativo ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m. A partir deste estudo, nota-se que o erro relativo entre as pressões nodais obtidas para a malha conforme e não conformes acopladas via EFA são próximas a zero a partir de um parâmetro de penalização igual a $c_* = 1 \times 10^{+6}$, demonstrando a similaridade entre as respostas.

Novamente, foi verificado o condicionamento da matriz de permeabilidades \mathbf{E} através do estudo do *condition number* para as malhas não conformes com os cinco diferentes parâmetros de penalização. A Figura 5.12 ilustra os *conditions numbers* obtidos para os seis diferentes parâmetros de penalização referentes as malhas não conformes comparadas ao *condition number* de referência referente a malha conforme. A partir deste estudo, nota-se que os *conditions numbers* foram similares quando o parâmetro penalizador foi de $10^{+2} \leq c_* \leq 10^{+6}$. Sendo assim,

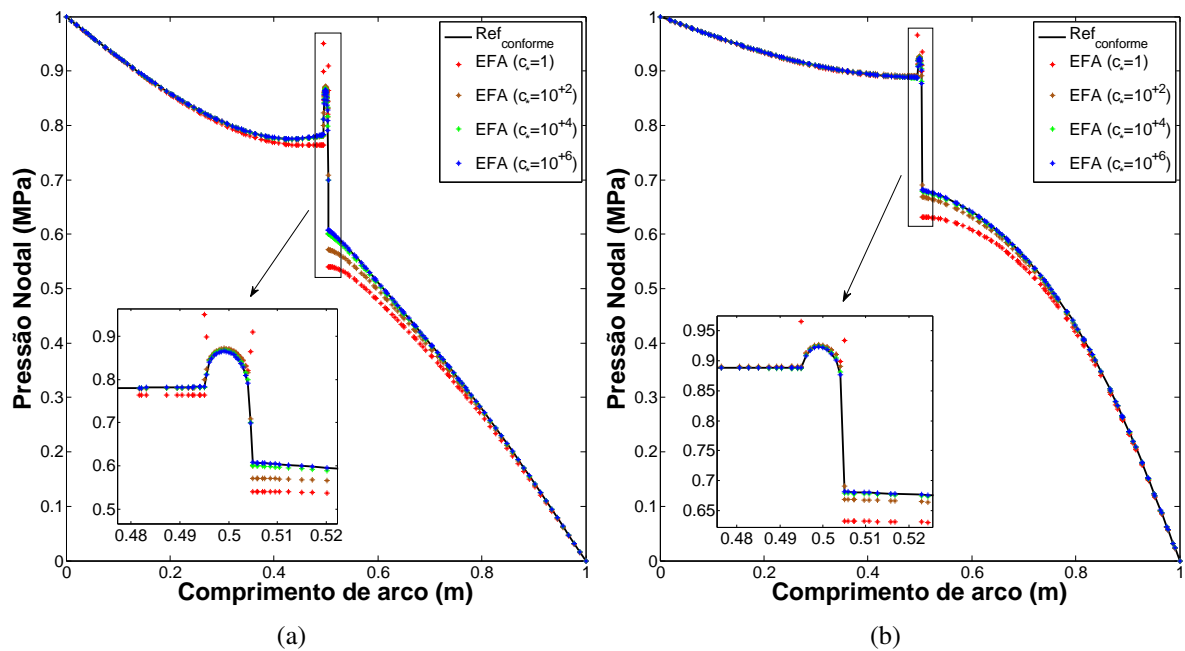


Figura 5.10: Análise de convergência das pressões nodais obtidas entre a malha de referência conforme e as malhas de referência não conformes acopladas via EFA com diferentes penalizações ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é assimétrico.

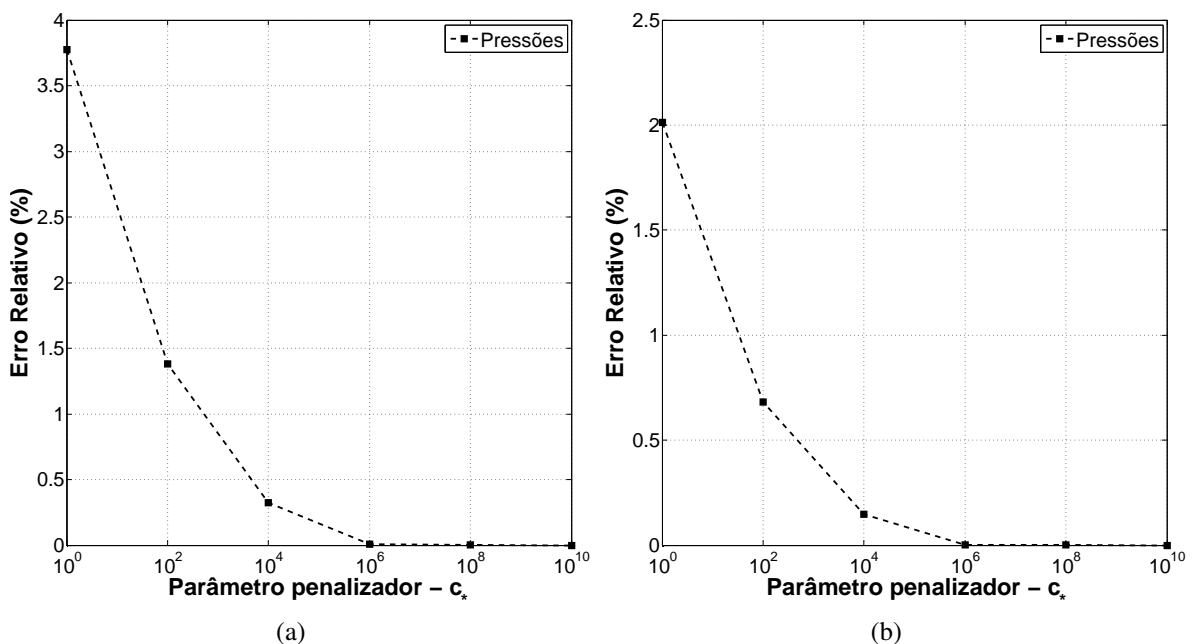


Figura 5.11: Curva de erro relativo entre as pressões nodais para a malha conforme usada como referência e as malhas não conformes acopladas via EFA para os valores de constantes de penalizações de $c_* = 1 \times 10^0$, $c_* = 1 \times 10^{+2}$, $c_* = 1 \times 10^{+4}$, $c_* = 1 \times 10^{+6}$, $c_* = 1 \times 10^{+8}$ e $c_* = 1 \times 10^{+10}$ ao longo das seções (a) $y = 0.5625$ m e (b) $y = 0.75$ m quando o fluxo aplicado é não simétrico.

novamente concluiu-se que o parâmetro penalizador adequado para acoplar adequadamente as malhas não conformes deve ser próxima à $c_* = 1 \times 10^{+6}$, e portanto, define-se este valor para

todos os outros casos.

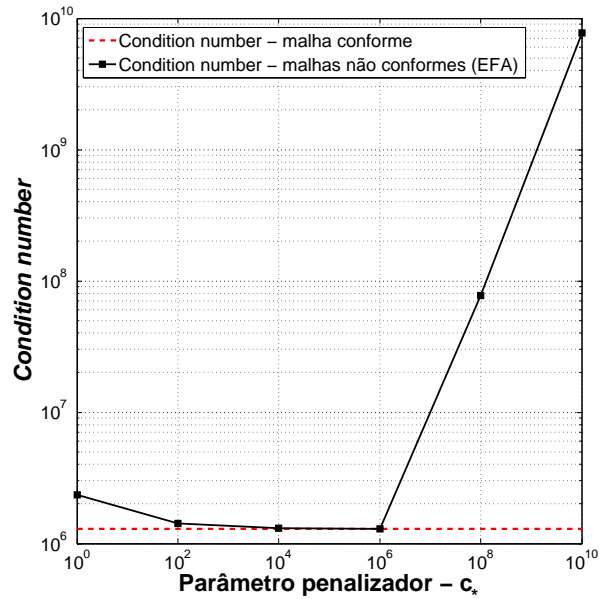


Figura 5.12: Curva de *condition number* utilizado para avaliar o condicionamento da matriz de permeabilidades para diferentes parâmetros de penalização referentes às malhas não conformes, tendo como base um *condition number* de referência obtido para uma malha conforme, quando o fluxo é não simétrico.

5.2 CASO SINTÉTICO 2: FRATURA VERTICAL

Este caso é apresentado por Martin, Jaffré e Roberts (2005), onde considera um meio poroso de domínio retangular Ω de dimensões $L_x = 2$ m e $L_y = 1$ m, no qual uma fratura o atravessa por inteiro. A Figura 5.13 ilustra o domínio Ω dividido por regiões, onde a fratura, localizada na parte central do domínio tem espessura de $w = 1.0 \times 10^{-2}$ m. As permeabilidades k_{Ω_1} , $k_{\Omega_{2,1}}$ e $k_{\Omega_{2,2}}$ são as permeabilidades da matriz porosa, da fratura superior/inferior e da fratura interna, respectivamente. As alturas das fraturas 1 e 2 são, respectivamente, $L_{y\Omega_{2,1}} = 0.25$ m e $L_{y\Omega_{2,2}} = 0.5$ m. A viscosidade adotada foi de $\mu = 1.0 \times 10^{-9}$ MPa.s.

Novamente, um estudo comparativo entre uma malha conforme (gerada de maneira convencional) e malhas não conformes acopladas via EFA, foi realizado a fim de verificar a eficiência da nova técnica ao lidar com problemas de fluxo de fluido estacionário. A Figura 5.14 ilustra a configuração das malhas conforme (Fig. 5.14 (a)) e não conformes acoplada via EFA (Fig. 5.14 (b)).

Para este caso duas situações foram abordadas. A primeira delas considera que as permeabilidades das fraturas $k_{\Omega_{2,1}}$ e $k_{\Omega_{2,2}}$ são isotrópicas, isto é, as permeabilidades na direção x e direção y são iguais, enquanto a segunda situação considera que as permeabilidades das fraturas $k_{\Omega_{2,1}}$ e $k_{\Omega_{2,2}}$ têm comportamento anisotrópico, isto é, as permeabilidades na direção x e direção y são diferentes.

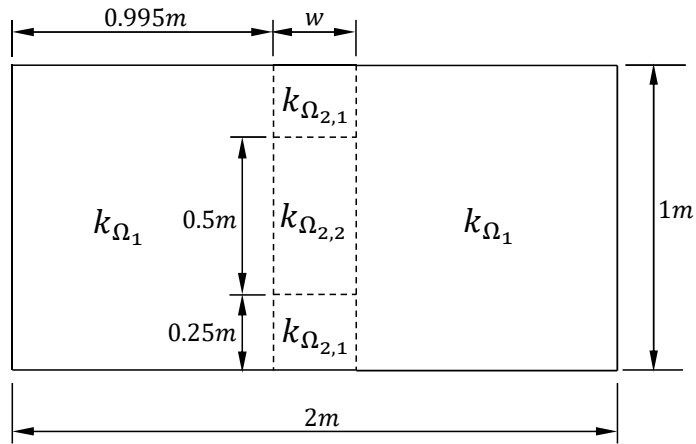


Figura 5.13: Representação da geometria para o caso de fratura vertical.

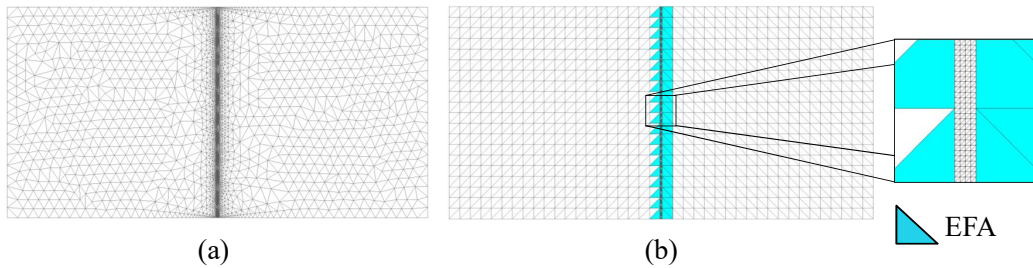


Figura 5.14: Configuração das malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas via EFA que representam o domínio do caso de fratura vertical.

5.2.1 SITUAÇÃO 1: PERMEABILIDADES ISOTRÓPICAS

Para esta primeira situação, a permeabilidade intrínseca da matriz porosa é dada por $k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, enquanto que a permeabilidade intrínseca de toda a fratura é dada por $k_{\Omega_{2,1}} = k_{\Omega_{2,2}} = 100k_{\Omega_1}$, indicando que toda a fratura é um caminho preferencial a passagem do fluido. Considerou-se então, duas condições de contorno distintas. A Figura 5.15 ilustra as condições de contorno aplicadas, onde a Figura 5.15 (a) ilustra as configurações de contorno, descrita por Martin, Jaffré e Roberts (2005) como teste de Dirichlet e a Figura 5.15 (b) representa as condições de contorno, citadas por Martin, Jaffré e Roberts (2005) por teste de Neumann.

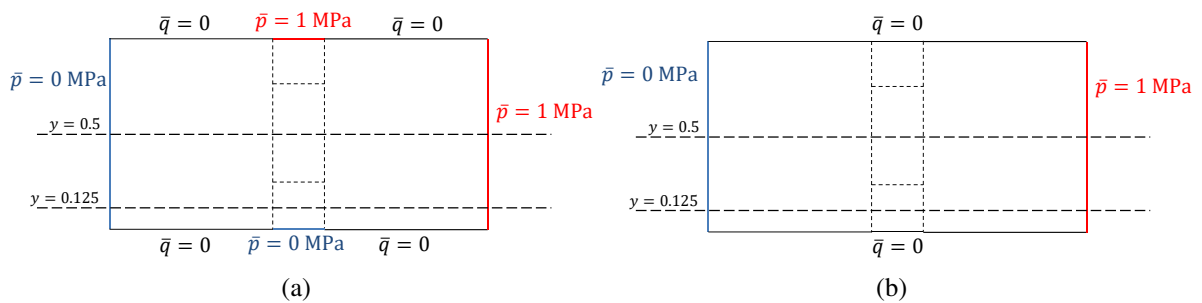


Figura 5.15: Condições de contorno segundo (a) teste de Dirichlet e (b) teste de Neumann.

A Figura 5.16 mostra o comportamento das pressões nodais com base nas condições de

contorno de Dirichlet para as malhas conforme (Fig. 5.16 (a)) e não conformes acopladas via EFA (Fig. 5.16 (b)) ao longo de sua largura e comprimento. Nota-se uma boa semelhança visual entre o comportamento das pressões nodais ao longo do domínio. É importante destacar que as pressões nodais para ambas as malhas foi obtida a partir de malhas em elementos finitos do tipo triangular, como mencionado ao longo do trabalho. A "malha" quadrilátera ao longo dos gráficos de superfícies que expressam os campos de pressões são apenas para melhor ilustrar a variação das pressões ao longo do domínio.

A fim de verificar melhor os resultados, comparou-se os valores de pressões nodais ao longo de duas seções do domínio para ambas as malhas. A Figura 5.16 ilustra a análise de convergência entre os valores das pressões nodais para as malhas conforme e não conformes acoplada via EFA ao longo das seções $y = 0.125$ m (Fig. 5.16 (a)) e $y = 0.5$ m (Fig. 5.16 (b)). Novamente, nota-se uma boa semelhança do comportamento das pressões nodais para ambas as malhas.

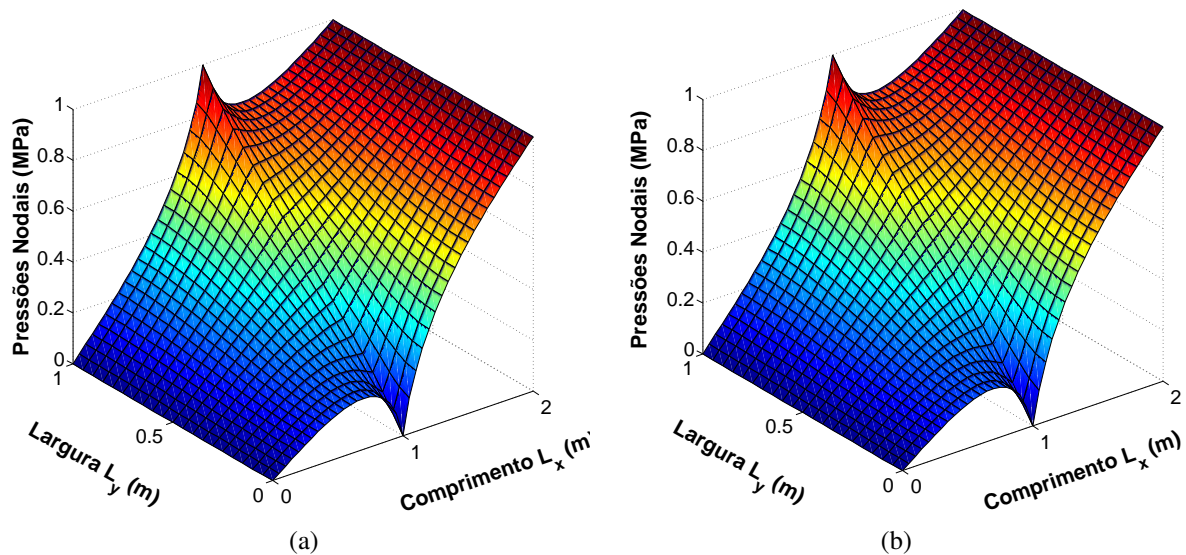


Figura 5.16: Gradiente de pressão de acordo com as condições de contorno de Dirichlet para malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas quando o comportamento das fraturas é isotrópico.

Analogamente à condição de contorno Dirichlet, foi realizada uma comparação entre as pressões nodais das malhas conforme e não conformes acoplada via EFA para a condição de contorno de Neumann. Porém, agora, considera-se que a permeabilidade intrínseca das extremidades da fratura seja igual a da matriz porosa, isto é, $k_{\Omega_{2,1}} = k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, enquanto que a parte central da fratura tem uma permeabilidade intrínseca menor, com $k_{\Omega_{2,2}} = 2.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$, representando uma barreira geológica. Desta forma a pressão é descontínua ao longo da fratura.

A Figura 5.16 ilustra o comportamento dos campos de pressões sob condição de contorno de Neumann para a malha conforme (Fig. 5.16 (a)) e não conformes acopladas via EFA (Fig. 5.16 (b)), enquanto que a Figura 5.17 ilustra o comportamento das pressões nodais ao longo das seções $y = 0.125$ m (Fig. 5.17 (a)) e $y = 0.5$ m (Fig. 5.17 (b)). Note que novamente houve uma boa concordância entre as respostas, indicando a eficiência da técnica via EFA para acoplar

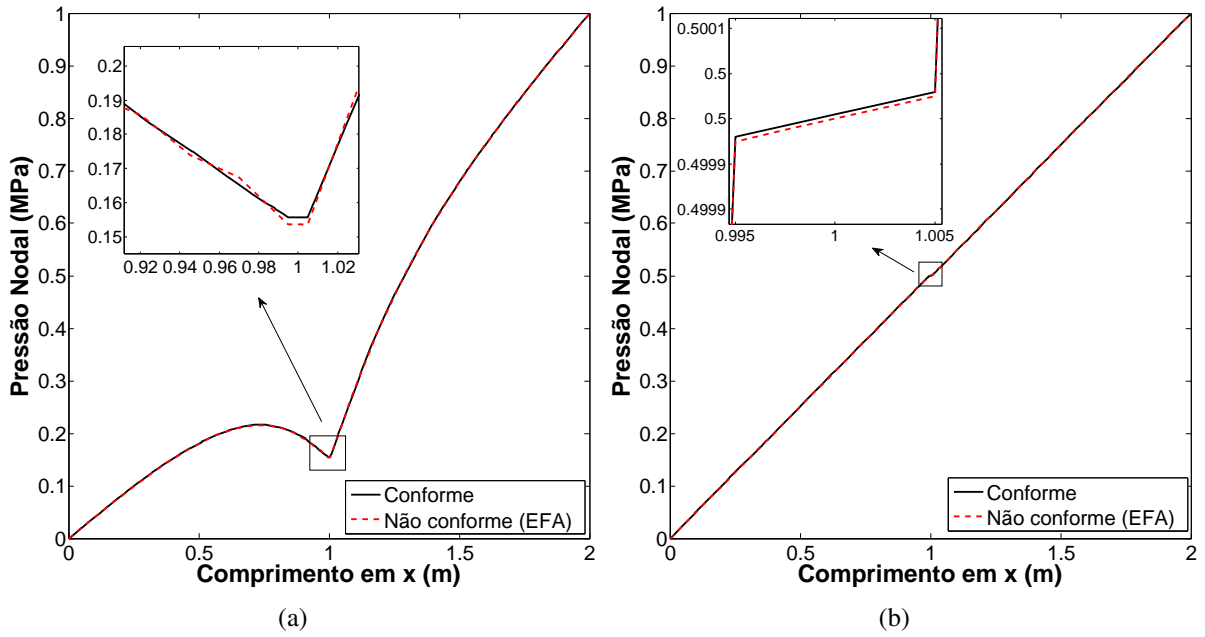


Figura 5.17: Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com as condições de contorno de Dirichlet quando o comportamento das fraturas é isotrópico.

malhas não conformes.

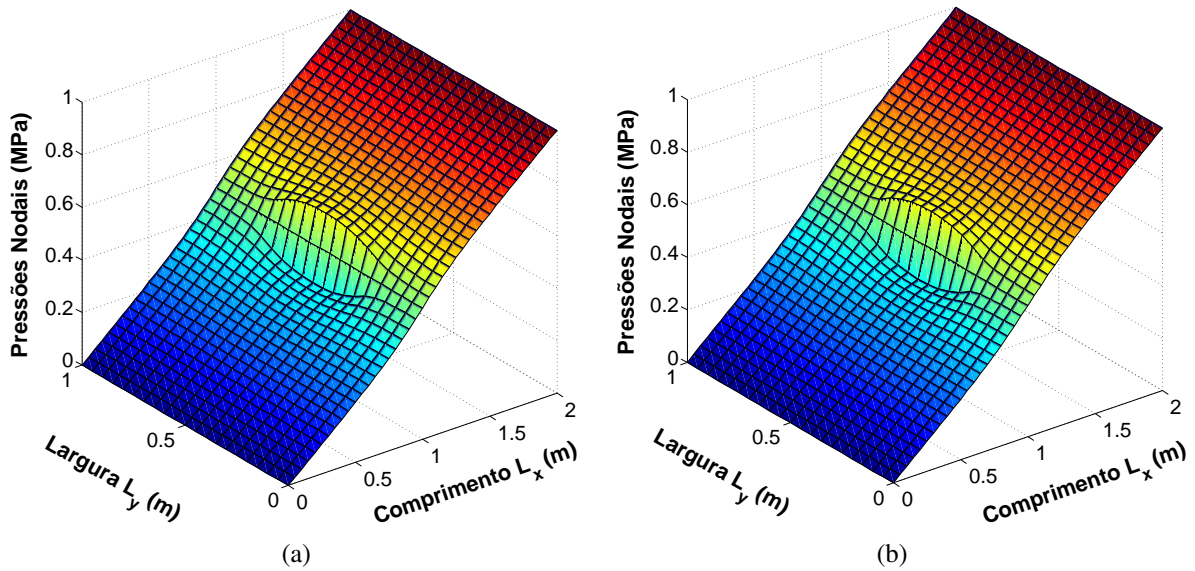


Figura 5.18: Gradiente de pressão de acordo com as condições de contorno de Neumann para malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas quando o comportamento das fraturas é isotrópico.

5.2.2 SITUAÇÃO 2: PERMEABILIDADES ANISOTRÓPICAS

Para esta situação, considera-se que agora, a permeabilidade da fratura tem comportamento anisotrópico, com $k_{x\Omega_{2,1}} = k_{y\Omega_{2,2}} = 5.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ e $k_{y\Omega_{2,1}} = k_{x\Omega_{2,2}} = 2.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$. A

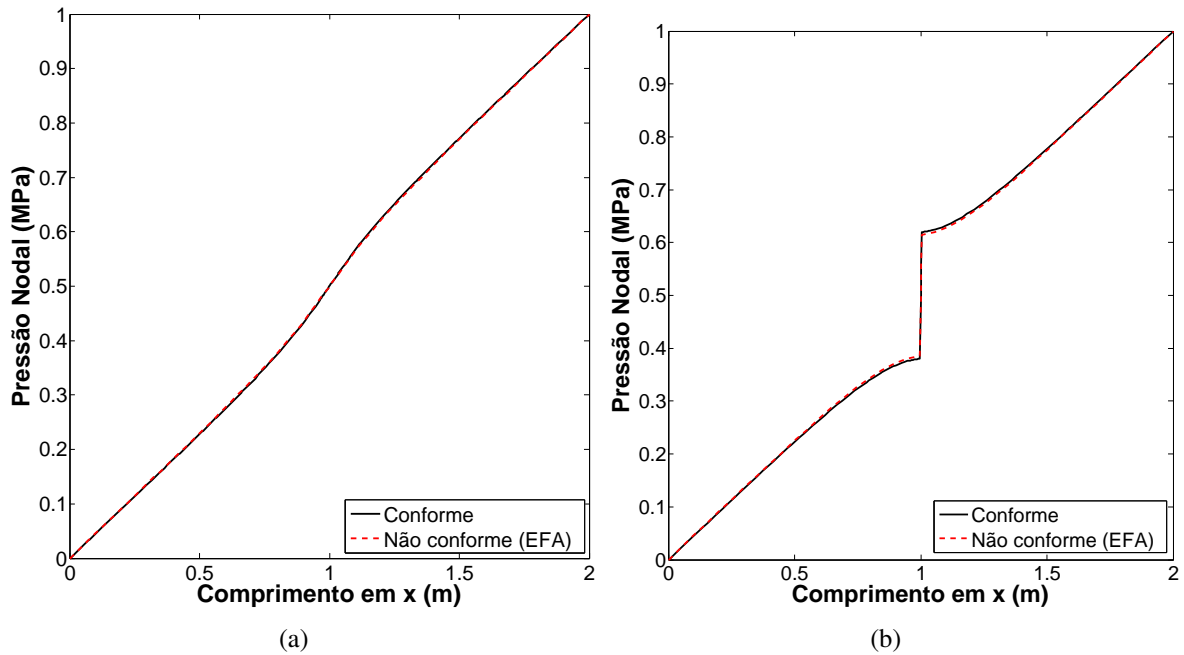


Figura 5.19: Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com as condições de contorno de Neumann quando o comportamento das fraturas é isotrópico.

Figura 5.20 mostra o comportamento dos campos de pressões para as malhas (a) conforme e (b) não conformes acoplada via EFA sob a condição de contorno de Dirichlet, enquanto que a Figura 5.21 ilustra as pressões nodais ao longo das seções $y = 0.125$ m (Fig. 5.21 (a)) e $y = 0.5$ m (Fig. 5.21 (b)) para ambas as malhas. Novamente foi obtida uma boa similaridade entre as respostas.

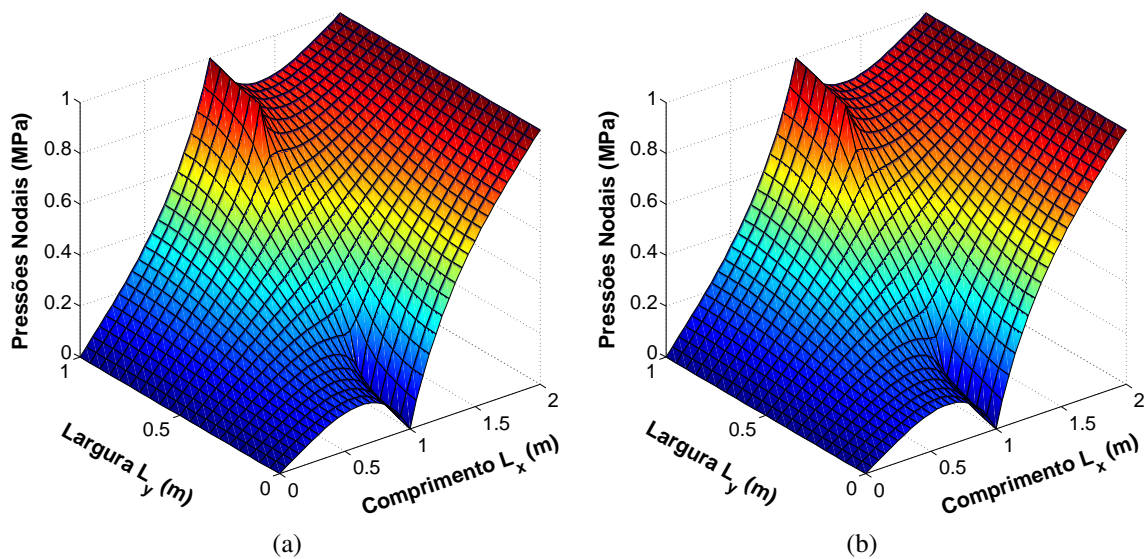


Figura 5.20: Gradiente de pressão de acordo com Dirichlet para malhas (a) conforme e (b) não conformes quando o comportamento das fraturas é anisotrópico.

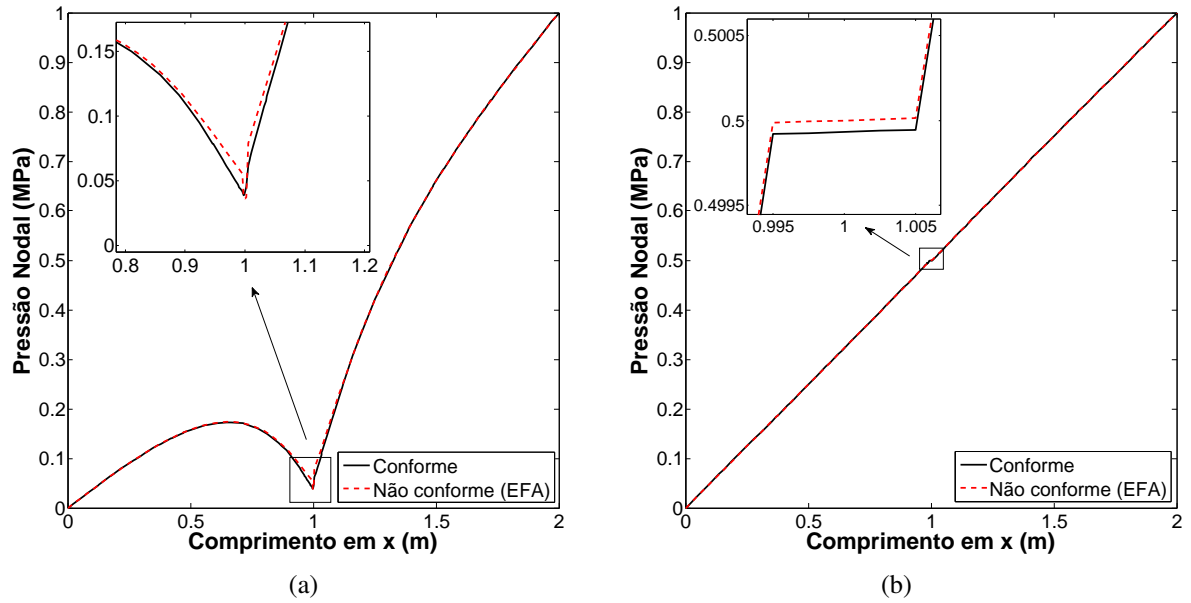


Figura 5.21: Análise de convergência entre as pressões nodais das malhas de referência conforme e não conformes acopladas para as seções (a) $y = 0.125$ m e (b) $y = 0.5$ m de acordo com Dirichlet quando o comportamento das fraturas é anisotrópico.

5.3 CASO SINTÉTICO 3: REDE DE FRATURAS REGULARES

Este caso é, primeiramente, proposto por Geiger et al. (2013) e estendido como *benchmark* por Flemisch et al. (2018). Trata-se de um domínio quadrado Ω de lados $L_x = L_y = 1$ m, composto por dois subdomínios, Ω_1 que representa a matriz porosa e Ω_2 que representa uma rede de fraturas. É importante destacar que a discretização da malha para a matriz porosa e para a rede de fraturas foram realizadas de maneiras independentes, e então, acopladas a partir da técnica por EFA. A Figura 5.22 (a) ilustra a geometria do domínio, bem como as condições de contorno aplicadas, enquanto que a Figura 5.22 (b) ilustra a discretização adotada para a rede de fraturas. Para este estudo, uma análise de convergência de malhas para a matriz porosa foi realizada na intenção de avaliar suas respostas.

A Figura 5.23 mostra a configuração das três malhas de Ω_1 , onde o número de elementos para a Malha 1 é de 46, 919 (Fig. 5.23 (a)), para a Malha 2 é de 47, 687 elementos (Fig. 5.23 (b)) e para a Malha 3 de 47, 687 elementos (Fig. 5.23 (c)).

A permeabilidade intrínseca adotada para a matriz porosa foi $k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-9}$ m² e a rede de fraturas possui abertura constante e igual a $w = 1.0 \times 10^{-4}$ m. Para a permeabilidade intrínseca da fratura, duas situações foram consideradas. A primeira considera uma rede de fraturas altamente condutoras, com permeabilidade igual à $k_{\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-5}$ m², enquanto que para a segunda situação, considera-se que a rede de fraturas atuam como barreira, com permeabilidade igual à $k_{\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-13}$ m². A viscosidade dinâmica adotada foi de $\mu = 1 \times 10^{-9}$ MPa.s.

Os resultados obtidos para acoplar as malhas da matriz porosa e da rede de fraturas geradas

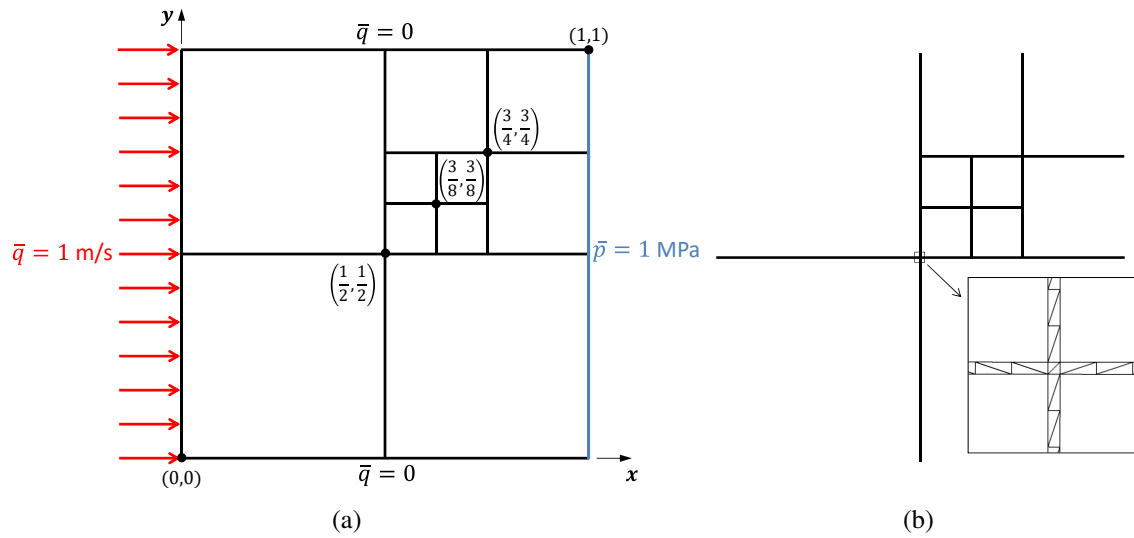


Figura 5.22: Esquema representativo para (a) geometria e condições de contorno do problema e (b) discretização para malha da rede de fraturas.

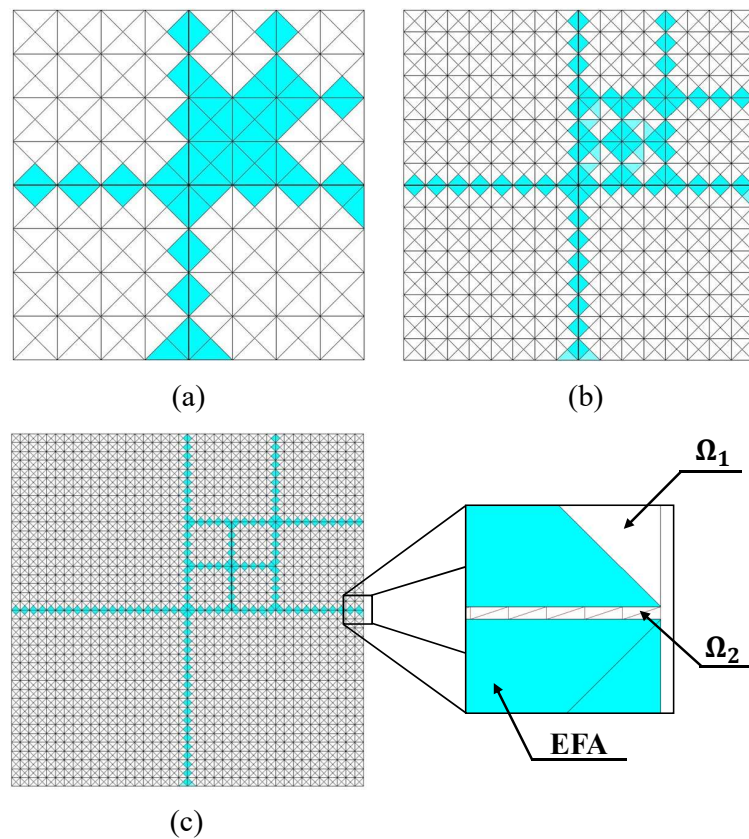


Figura 5.23: Configuração em elementos finitos que representam a matriz porosa para a: (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3.

de maneira independentes via técnica de EFA foram comparadas com os métodos abordados em Flemisch et al. (2018). A resposta de cada método esta disponível online. ¹

A Tabela 5.1 e Tabela 5.1 informam a quantidade do número de graus de liberdade, número

¹<<https://git.iws.uni-stuttgart.de/benchmarks/fracture-flow>>

Tabela 5.1: Dados das malhas relativos aos métodos descritos por Flemisch et al. (2018).

Método	Nº graus de liber.	Nº elem. matriz	Nº elem. fratura
<i>Box</i>	577	1078 (tria.)	74
TPFA	1481	1386 (tria.)	95
MPFA	1439	1348 (tria.)	91
EDFM	1501	1369 (tria.)	139
<i>Flux-Mortar</i>	3366	1280 (tria.)	75
P-XFEM	1650	1280 (tria.)	169
D-XFEM	4474	1250 (tria.)	126
MFD (Referência)	2352280	1136456 (quad.)	38600

Tabela 5.2: Dados relativos as três malhas não conformes acopladas via EFA apresentadas pela Figura 5.23.

Método	Nº graus de liber.	Nº elem. matriz	Nº elem. fratura
Malha 1 (EFA)	23510	256 (tria.)	46663
Malha 2 (EFA)	23938	1024 (tria.)	46663
Malha 3 (EFA)	26758	6400 (tria.)	46663

de elementos que constituem a matriz e número de elementos que constituem a rede de fraturas para os diferentes métodos adotados em Flemisch et al. (2018) e as três malhas não conformes adotadas nesta seção, respectivamente. É importante destacar que a solução de referência adotada por Flemisch et al. (2018) utiliza o método por diferenças finitas mimética (em inglês, *mimetic finite difference method* - MFD) para discretizar, de modo muito refinado, ambas as malhas do meio poroso e da rede de fraturas. Nota-se também que o número de elementos da fratura para o método por EFA é maior que para os demais métodos, uma vez que considera a fratura equidimensional à matriz porosa, enquanto os demais métodos (exceto MFD) adotam a fratura com dimensão reduzida com relação à matriz porosa.

5.3.1 SITUAÇÃO 1: REDE DE FRATURAS CONDUTORAS

A primeira situação discute os resultados para a rede de fraturas como sendo um caminho muito permeável, cuja permeabilidade é de $k_{\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2$. A Figura 5.24 ilustra os campos de pressões para três malhas não conformes acopladas via técnica de EFA, relativas às três discretizações adotadas para a formação da malha da matriz porosa (vide Figura 5.23). Nota-se uma boa semelhança entre os campos de pressões em todas elas, indicando que as malhas não conformes foram acopladas devidamente ao garantir a continuidade entre a matriz porosa e a rede de fraturas.

Uma vez que a diferença entre os campos de pressão é visualmente imperceptível, realizou-se então, uma análise de convergência entre as pressões nodais obtidas ao longo de uma altura de $y = 0.7 \text{ m}$. A Figura 5.25 (a) compara os resultados das pressões nodais para as três diferentes discretizações da matriz porosa com relação a solução de referência dada por Flemisch et al.

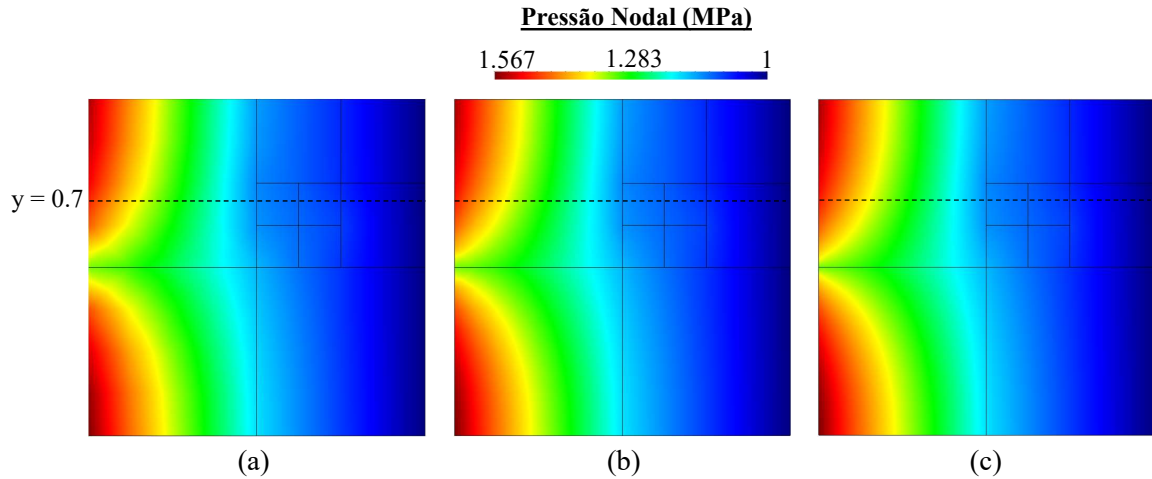


Figura 5.24: Campos de pressões relativas ao caso de rede de fraturas regulares para malhas da matriz porosa com discretizações de (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3 quando a rede de fraturas que atua como caminho preferencial.

(2018). Para este caso, é possível notar que quanto mais refinada é a malha da rocha, mais próxima é a resposta com relação à de referência. Já a Figura 5.25 (b) ilustra uma melhor resposta obtida pela técnica de EFA que acopla a malha da matriz porosa mais refinada (Malha 3) com a rede de fraturas com relação às demais técnicas descritas em Flemisch et al. (2018).

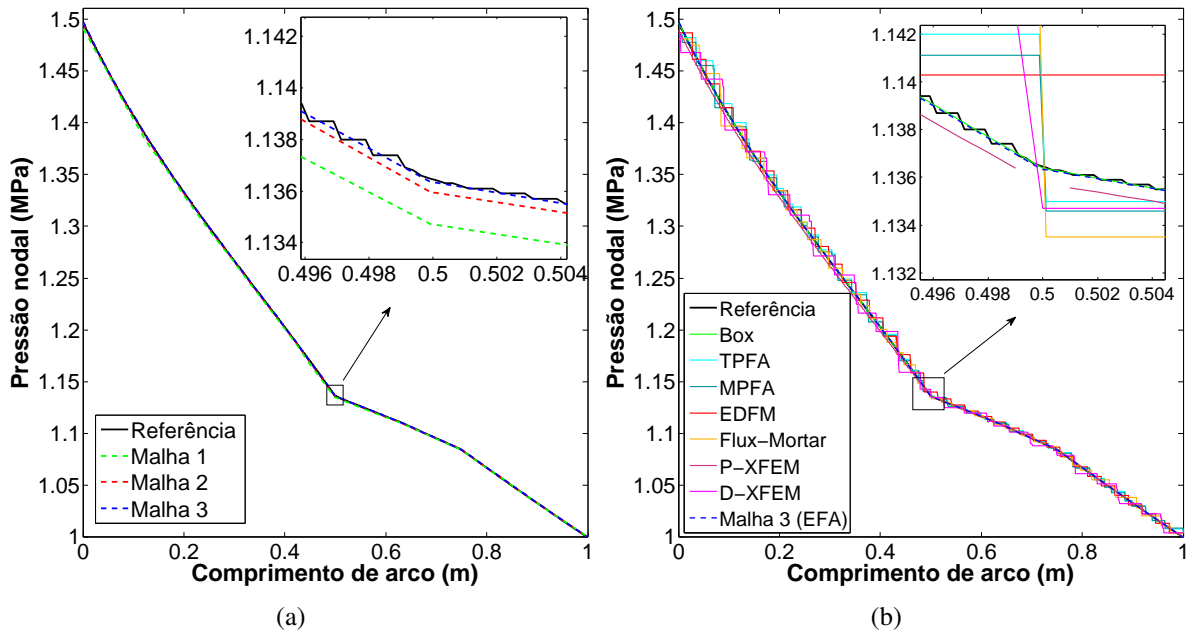


Figura 5.25: Análise de convergência entre os valores de pressões nodais em relação à: (a) três malhas não conformes acopladas via EFA com relação a referência dada por Flemisch et al. (2018) e (b) malha não conforme com melhor refinamento (Malha 3) com relação aos demais métodos abordados por Flemisch et al. (2018), quando a rede de fraturas atua como caminhos preferenciais.

5.3.2 SITUAÇÃO 2: REDE DE FRATURAS BLOQUEADORAS

Esta situação discute os resultados quando a rede de fraturas atua como uma barreira, cuja permeabilidade é de $k_{\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2$. A Figura 5.26 ilustra, novamente, os campos de pressões para três malhas não conformes acopladas via EFA, relativas as três discretizações adotadas para a malha da matriz porosa. Mais uma vez, nota-se uma grande semelhança entre o comportamento dos campos de pressões para ambas as malhas.

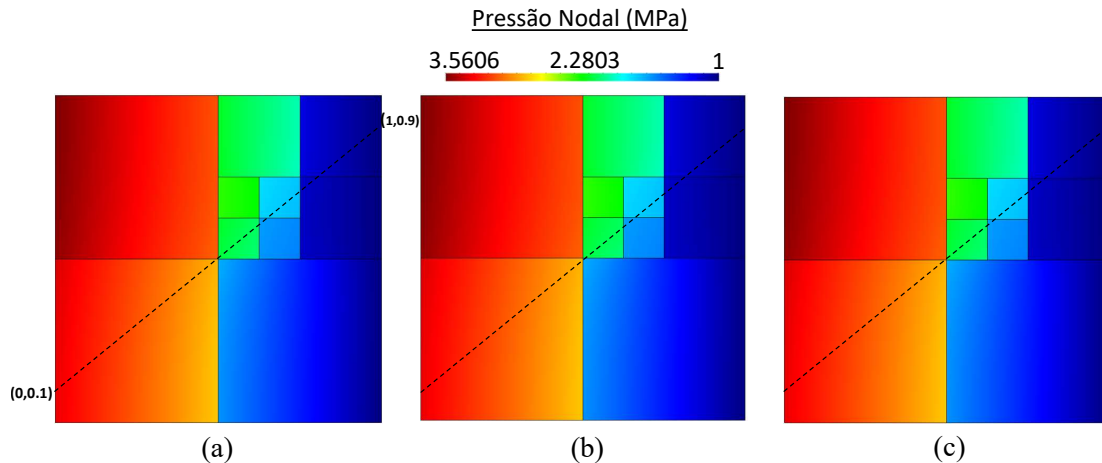


Figura 5.26: Campos de pressões relativas ao caso de rede de fraturas regulares para malhas da matriz porosa com discretizações de (a) Malha 1, (b) Malha 2 e (c) Malha 3, quando a rede de fraturas que atua como bloqueadora à percolação de fluxo.

De modo a melhor destacar a influência da rede de fraturas bloqueadoras no campo de pressão, uma análise de convergência entre as pressões nodais obtidas ao longo da seção que liga as coordenadas (0,0.1) e (1,0.9) foi realizada. A Figura 5.27 (a) compara os valores das pressões nodais para as três diferentes malhas da matriz porosa com relação a malha de referência dada por Flemisch et al. (2018). Nota-se que quanto melhor discretizada a malha da matriz porosa, melhor o resultado. Já a Figura 5.27 (b) mostra uma melhor resposta obtida pela técnica de EFA que acopla a matriz porosa mais discretizada (Malha 3) com a rede de fraturas com relação às demais técnicas descritas por Flemisch et al. (2018).

5.4 CASO SINTÉTICO 4: REDE DE FRATURAS CONDUTORAS E BLOQUEADORAS

O caso descrito a seguir consiste em um meio poroso saturado, no qual contém uma rede de fraturas complexas, que incluem fraturas permeáveis e fraturas bloqueadoras. A Figura 5.28 ilustra o domínio e as condições de contorno, sendo que para a Figura 5.28 (a) o gradiente de pressão é imposto na direção vertical do domínio, enquanto que para a Figura 5.28 (b) o gradiente é imposto na direção horizontal.

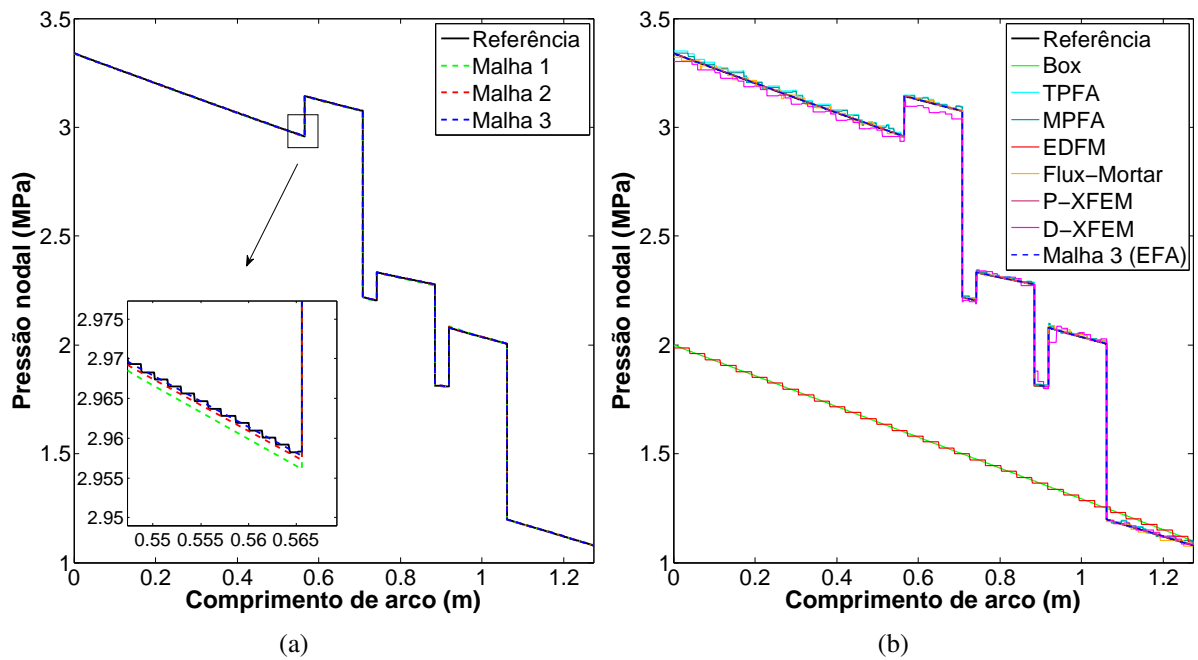


Figura 5.27: Análise de convergência entre os valores de pressões nodais em relação à: (a) três malhas não conformes acopladas via EFA com relação a referência dada por Flemisch et al. (2018) e (b) malha não conforme com melhor refinamento (Malha 3) com relação aos demais métodos abordados por Flemisch et al. (2018), quando a rede de fraturas atua como bloqueadora ao fluxo.

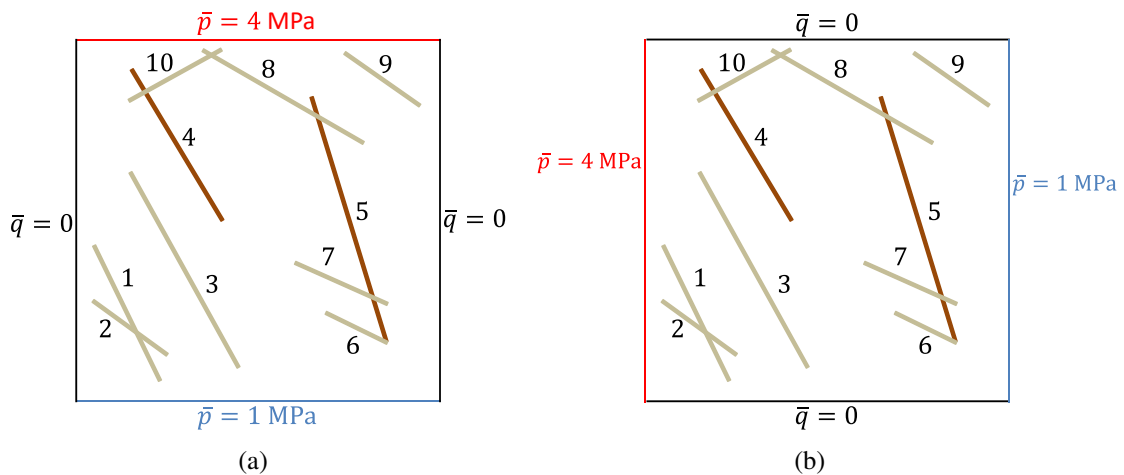


Figura 5.28: Esquema representativo do problema de rede de fraturas condutoras e bloqueadoras e suas condições de iniciais e de contorno aplicadas com gradiente de pressão imposto (a) na vertical e (b) na horizontal.

Todas as fraturas desta rede possuem uma abertura de $w = 1.0 \times 10^{-4}$ m e uma permeabilidade intrínseca de $k_{\Omega_2} = 1 \times 10^{-5}$ m², exceto as fraturas 4 e 5, que são fraturas bloqueadoras com permeabilidade $k_{\Omega_{2,4,5}} = 1 \times 10^{-13}$ m². Já a matriz porosa possui uma permeabilidade intrínseca de $k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-9}$ m². A viscosidade dinâmica adotada foi de $\mu = 1.0 \times 10^{-9}$ MPa.s e a disposição das fraturas esta descrita, em coordenadas cartesianas, pela Tabela 5.3.

Para as duas condições de contorno analisadas, duas malhas foram realizadas. Enquanto a

Tabela 5.3: Coordenadas cartesianas dos vértices de cada fratura do problema de rede de fraturas complexas.

Fratura	nó 1		nó 2		nó 3		nó 4	
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	0.22000	0.62400	0.22009	0.06244	0.05009	0.41604	0.05000	0.41600
2	0.25000	0.13500	0.25006	0.13508	0.05006	0.27508	0.05000	0.27500
3	0.45000	0.09000	0.45009	0.09005	0.15009	0.63005	0.15000	0.63000
4	0.40000	0.50000	0.40009	0.50005	0.15009	0.91675	0.15000	0.91670
5	0.84972	0.16762	0.84982	0.16765	0.65010	0.83333	0.65000	0.83330
6	0.84972	0.16762	0.84970	0.16771	0.70010	0.16771	0.70000	0.23500
7	0.85000	0.26750	0.85004	0.26759	0.60004	0.38009	0.60000	0.38000
8	0.80000	0.71430	0.80005	0.71439	0.35005	0.97149	0.35000	0.97140
9	0.95000	0.81550	0.95006	0.81558	0.75006	0.95748	0.75000	0.95740
10	0.40000	0.97270	0.39995	0.97279	0.14995	0.83639	0.15000	0.83630

Figura 5.29 (a) ilustra uma malha toda conforme, ou seja, gerada de maneira convencional, a Figura 5.29 (b) mostra que as fraturas foram geradas independentemente à malha da matriz, e então, foram acopladas via técnica de EFA.

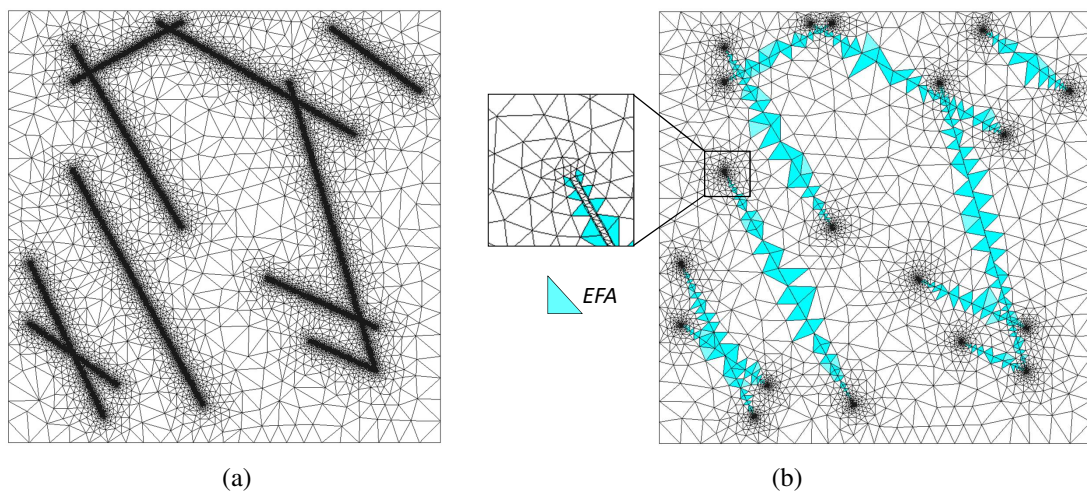


Figura 5.29: Discretização em elementos finitos para as malhas (a) conforme e (b) não conforme acopladas por EFA.

Os resultados obtidos através do uso da técnica de EFA para acoplar as malhas não conformes entre a matriz e a rede de fraturas são comparadas com os métodos abordados por Flemisch et al. (2018). Os resultados para a malha conforme (Figura 5.29 (a)) foram comparados com a malha de referência de Flemisch et al. (2018) e com as malhas não conformes acopladas por EFA, devido ao fato de também ser considerada uma malha de referência, quando utiliza-se a discretização convencional do MEF para resolução do sistema. A Tabela 5.4 e Tabela 5.5 informam o número de graus de liberdade, número de elemento que constituem a matriz e número de elementos que constituem as fraturas para os métodos abordados por Flemisch et al. (2018) e para as malhas conforme e não conformes acopladas via EFA para esta análise. Note que o

Tabela 5.4: Dados das malhas relativos aos métodos descritos por Flemisch et al. (2018).

Método	Nº graus de liber.	Nº elem. (matriz)	Nº elem. (fratura)
Box	1.373	2.664 (tria.)	152
TPFA	1.420	1.332 (tria.)	88
TPFA*	1.425	1.332 (tria.)	93
MPFA	1.500	1.332 (tria.)	88
EDFM	1.572	1.369 (tria.)	203
Flux-Mortar	3.349	1.230 (tria.)	89
D-XFEM	7.180	1.922 (tria.)	199
MFD (Referência)	3.471.040	2.260.352 (tria.)	52.608

Tabela 5.5: Dados relativos às malhas conforme e não conformes acopladas via EFA realizadas nesta seção.

Método	Nº graus de liber.	Nº elem. (matriz)	Nº elem. (fratura)
Conforme (MEF)	275.722	472.913 (tria.)	86.266
Não conforme (EFA)	83.401	9.017 (tria.)	86.266

método de EFA possui um número de graus de liberdade muito menor em relação a malha de referência e a própria malha conforme.

5.4.1 SITUAÇÃO 1: GRADIENTE DE PRESSÃO VERTICAL

De modo a melhor destacar a influência das fraturas bloqueadoras durante este estudo, um gradiente de pressão foi aplicado verticalmente ao domínio, onde uma pressão de 4 MPa é imposta na parte superior do domínio, enquanto que uma pressão de 1 MPa é imposta na parte inferior (vide Figura 5.28 (a)). A Figura 5.30 ilustra o comportamento do campo de pressões nodais para as malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas via EFA. Pode-se notar uma grande semelhança entre as respostas.

Além de visualizar os campos de pressões, uma análise de convergência entre as pressões nodais ao longo da semirreta que liga os pontos (0,0.5) e (1,0.9) foi realizada. A Figura 5.31 (a) relaciona as pressões nodais das malhas não conformes acopladas via EFA comparadas às demais técnicas descritas por Flemisch et al. (2018), enquanto que a Figura 5.31 (b) compara as pressões nodais das malhas não conformes acopladas via EFA com apenas a referência de Flemisch et al. (2018) e a malha conforme gerada convencionalmente. Nota-se, pela boa respostas obtidas, que os EFA foram capazes de acoplar corretamente as malhas não conformes, nos quais foram capazes de garantir a continuidade entre as pressão ao longo das malhas não conformes.

5.4.2 SITUAÇÃO 2: GRADIENTE DE PRESSÃO HORIZONTAL

Esta situação é análoga à anterior, porém com a inversão do sentido das condições de contorno aplicada. Agora, uma pressão de 4 MPa é aplicado na face esquerda do domínio, enquanto

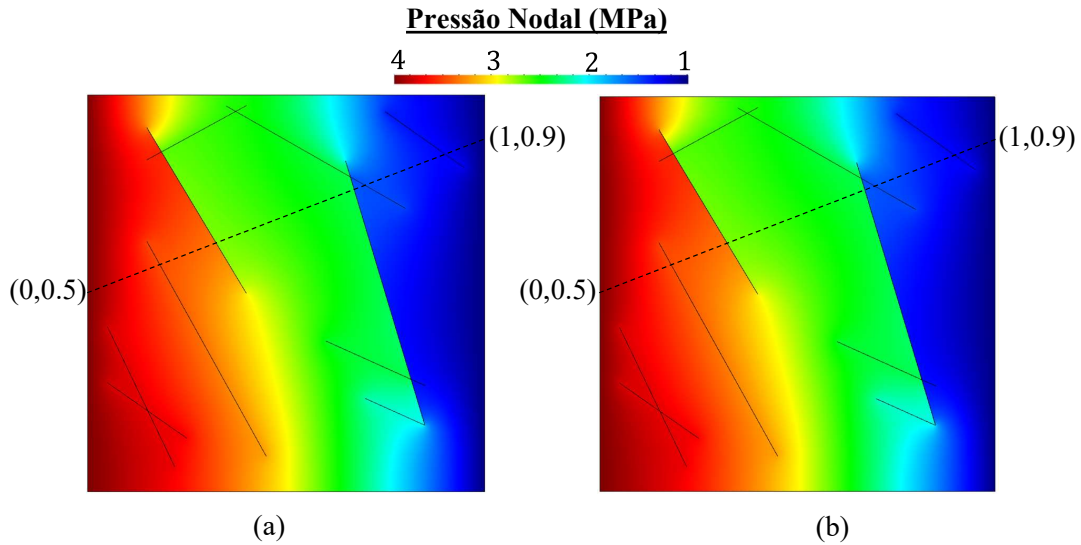


Figura 5.32: Campo de pressões nodais para a (a) malha conforme e (b) não conforme acoplada aplicada na direção horizontal do domínio de rede de fraturas condutoras e bloqueadoras.

nodais obtidas ao longo da seção que liga os pontos (0,0.5) e (1,0.9) foi realizada. A Figura 5.33 (a) compara as respostas obtidas para as malhas não conformes acopladas via EFA e os métodos abordados por Flemisch et al. (2018). Já a Figura 5.33 (b) compara apenas as malhas não conformes acopladas com a malha de referência dada em Flemisch et al. (2018) e mais a malha conforme gerada convencionalmente. Novamente é possível afirmar que a técnica para acoplar malhas não conformes garante a continuidade do campo de pressões entre a matriz porosa e as fraturas.

5.5 CASO DE APLICAÇÃO 1: FALHA EM RESERVATÓRIO ISOLADO

Este caso numérico considera um reservatório completamente saturado, seccionado com uma falha geológica e isolado por outras duas regiões (Capiadora Superior e Capiadora Inferior), onde a permeabilidade intrínseca da região capiadora (superior e inferior) é de $k_{\Omega_1} = 1.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$, a permeabilidade intrínseca do reservatório é de $k_{\Omega_2} = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^2$ e a permeabilidade intrínseca da falha geológica é de $k_{\Omega_3} = 1.0 \times 10^{-22} \text{ m}^2$. Dois poços (injetor e produtor) são posicionados dentro do reservatório e em lados opostos a falha, como mostrado pela Figura 5.34. O poço injetor opera a uma pressão constante igual a 4 MPa, enquanto o poço produtor opera a uma taxa constante igual a -4 MPa (Figura 5.34). A viscosidade adotada foi de $\mu = 1 \times 10^{-9} \text{ MPa.s}$.

De modo a verificar a eficiência da técnica de EFA em acoplar malhas não conformes, foi realizada uma análise em termos de campo de pressão. A Figura 5.35 ilustra a configuração da malha conforme obtida para o domínio todo, Ω_C . Já a Figura 5.36 mostra as etapas para a construção das malhas não conformes acopladas via EFA, uma vez que o domínio Ω_{NC} corresponde

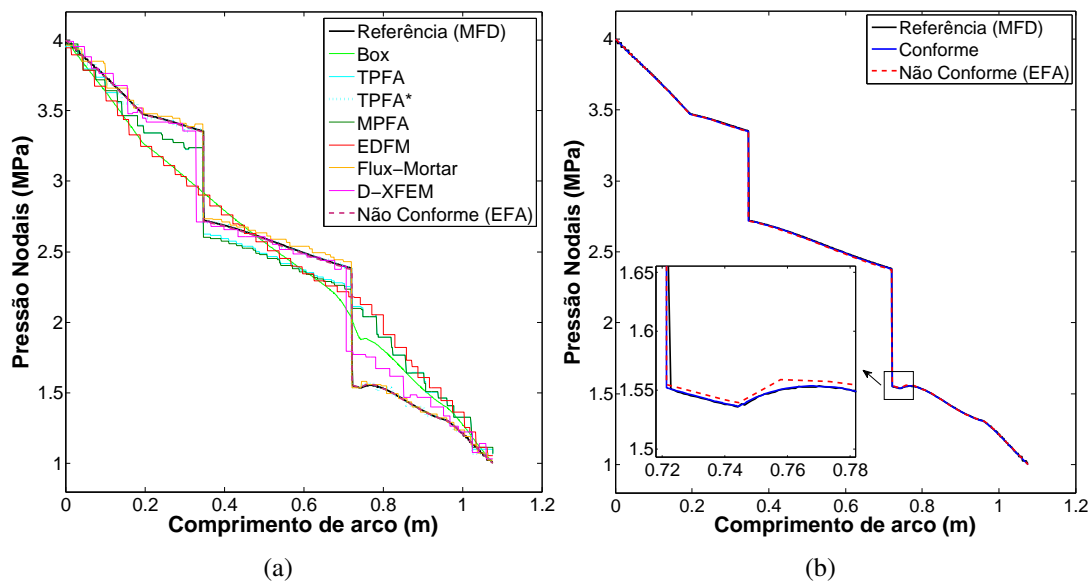


Figura 5.33: Gráfico que relaciona as pressões nodais ao longo da seção que liga as coordenadas (0,0.5) e (1,0.9) onde (a) compara as respostas para a malha não conforme acoplada via EFA com outros métodos descritos em Flemisch et al. (2018) e (b) compara novamente a malha não conforme com a solução de referência de Flemisch et al. (2018) e com a malha conforme convencional para um gradiente de pressão aplicado horizontalmente ao domínio.

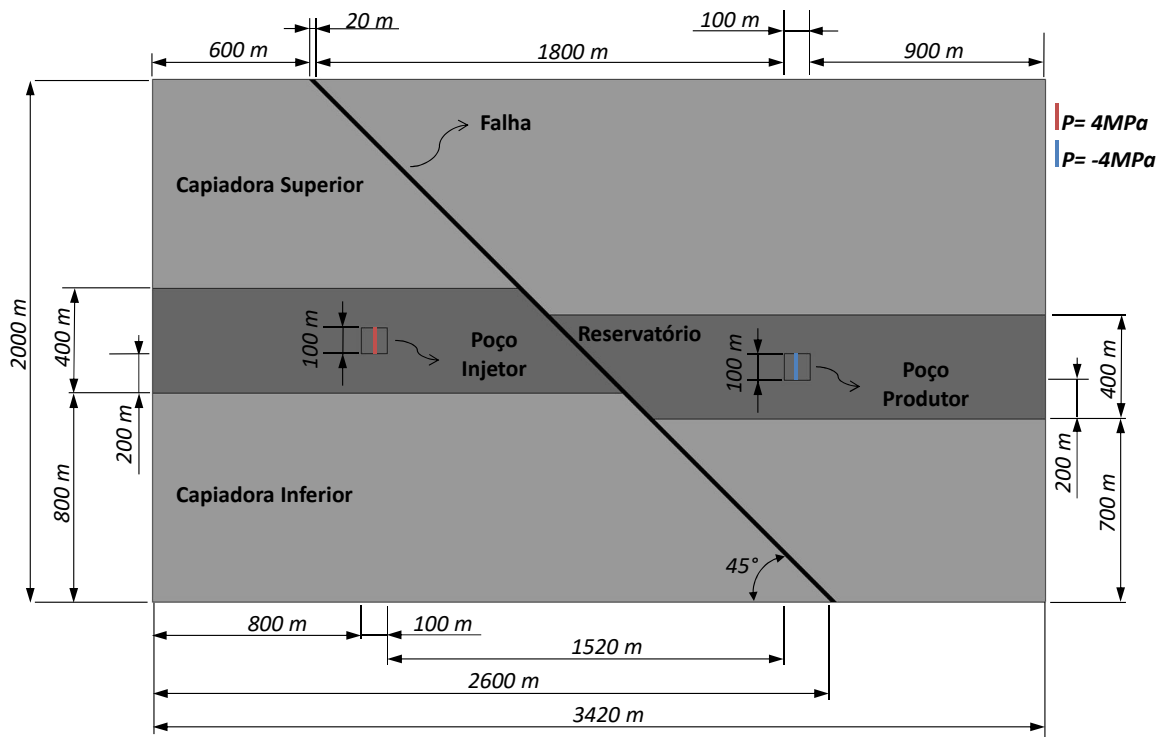


Figura 5.34: Representação da geometria e das condições de contorno do problema de falha geológica.

a união dos subdomínios $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ e Ω_4 (EFA). O número de elementos usados para a construção da malha conforme foi de 61.124, enquanto que para a malha não conforme foi de 46.402. Esta redução em números de elementos representa uma diminuição no esforço computacional,

uma vez que os graus de liberdade do problema também são reduzidos ao usar uma malha mais otimizada.

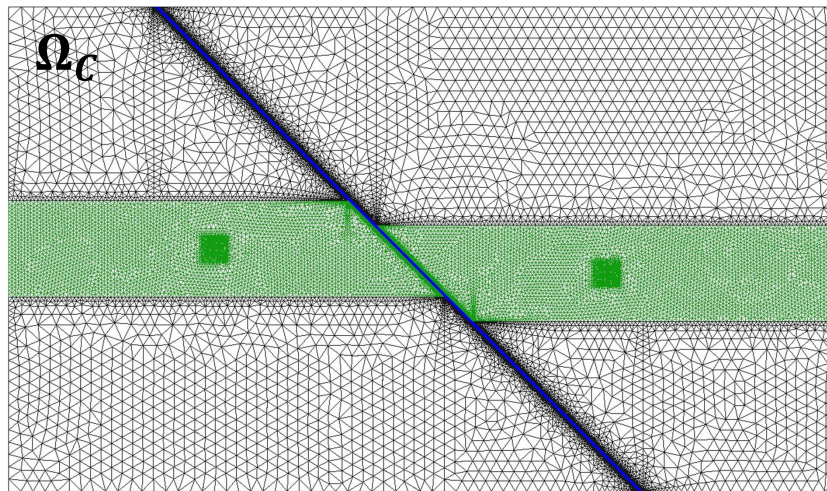


Figura 5.35: Configuração da malha conforme para o problema de falha geológica.

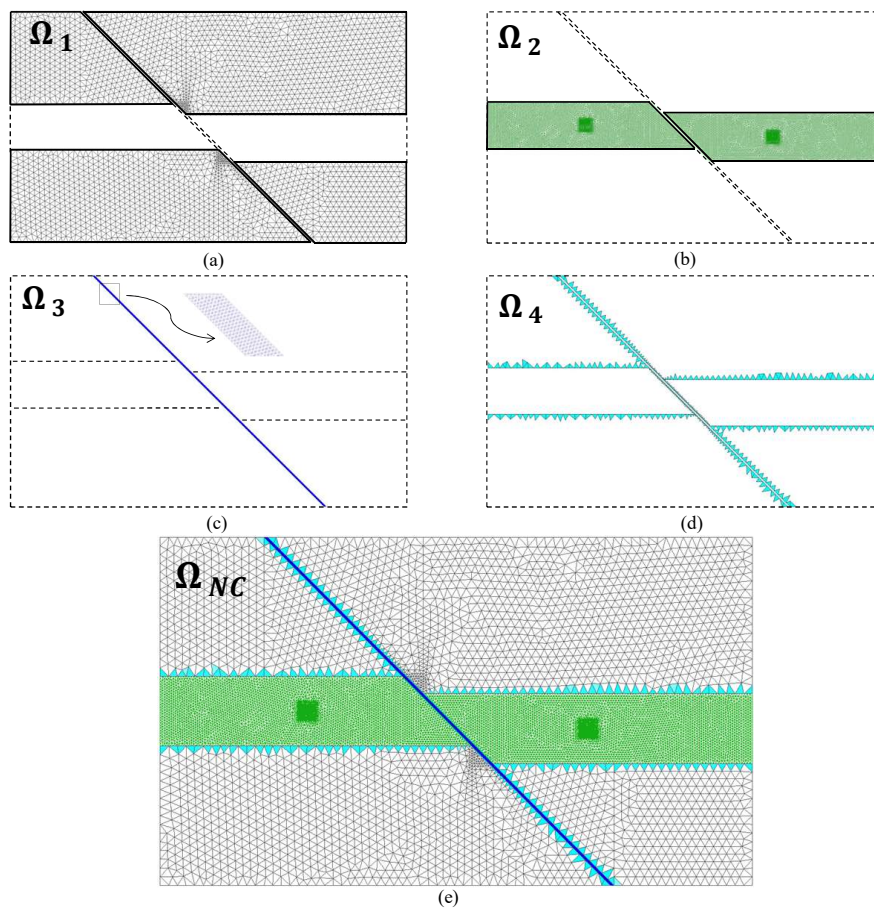


Figura 5.36: Etapas de construção das malhas não conformes acopladas, onde (a) representa o domínio da região capiadora superior e inferior, (b) representa o domínio do reservatório, (c) representa o domínio da falha, (d) são os EFA que acoplam os subdomínios anteriores e (e) representa as malhas não conformes acopladas via EFA.

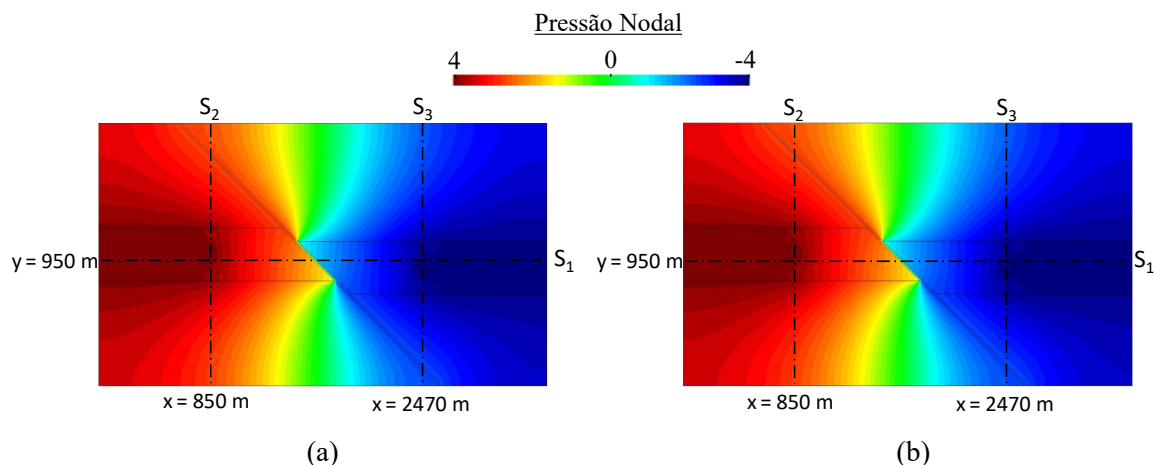


Figura 5.37: Campos de pressões do reservatório para as malhas (a) conforme e (b) não conformes acopladas via EFA.

A Figura 5.37 (a) e Figura 5.37 (b) mostram o campo de pressão para a malha conforme (Ω_C) e para as malhas não conformes acopladas via EFA (Ω_{NC}), respectivamente. Uma boa similaridade entre os campos de pressões pode ser observada.

A Figura 5.38 (a), Figura 5.38 (b) e Figura 5.38 (c) representam os valores das pressões nodais ao longo das seções S_1 , S_2 , S_3 , respectivamente. A Seção S_1 está localizada a uma altura de 950 m e esta contida em sua maioria no interior do reservatório, uma vez que, em sua parte central, a seção atravessa a falha. Já as seções S_2 e S_3 estão localizadas a uma distância de 850 m e 2470 m, respectivamente, e atravessam as quatro regiões (Capiadora Inferior, Reservatório, Capiadora Superior e Falha).

Observando a Figura 5.38 (a), nota-se duas regiões pontiagudas localizadas em $x = 850$ m e $x = 2470$ m, no qual representam a pressão prescrita em cada um dos poços. Nesta mesma figura é possível notar também uma queda brusca na região intermediária, representando a região no qual a seção S_1 atravessa a falha geológica. Este comportamento é devido a baixa permeabilidade da falha com relação ao reservatório, demonstrando resistência ao percolamento do fluido.

Ao observar a Figura 5.38 (b) e a Figura 5.38 (c), nota-se que ambas possuem uma região de pressão constante. Elas ocorrem exatamente quando as seções S_2 (Figura 5.38 (b)) e S_3 (5.38 (c)) atravessam o poço injetor (Figura 5.38 (b)) e o poço produtor (Figura 5.38 (c)), uma vez que os poços possuem pressão prescritas ao longo de seus eixos verticais (vide Figura 5.34). Ambas as figuras também destacam parte da curva que representam a região de transição entre as regiões capiadoras e a falha.

Nota-se que todas as três seções têm, ao menos, uma região de interface entre as malhas, no qual permite calcular os pontos críticos da técnica de EFA. Ao final desta análise, similarmente a malha conforme, as malhas não conformes acopladas também conseguem caracterizar a continuidade entre as regiões.

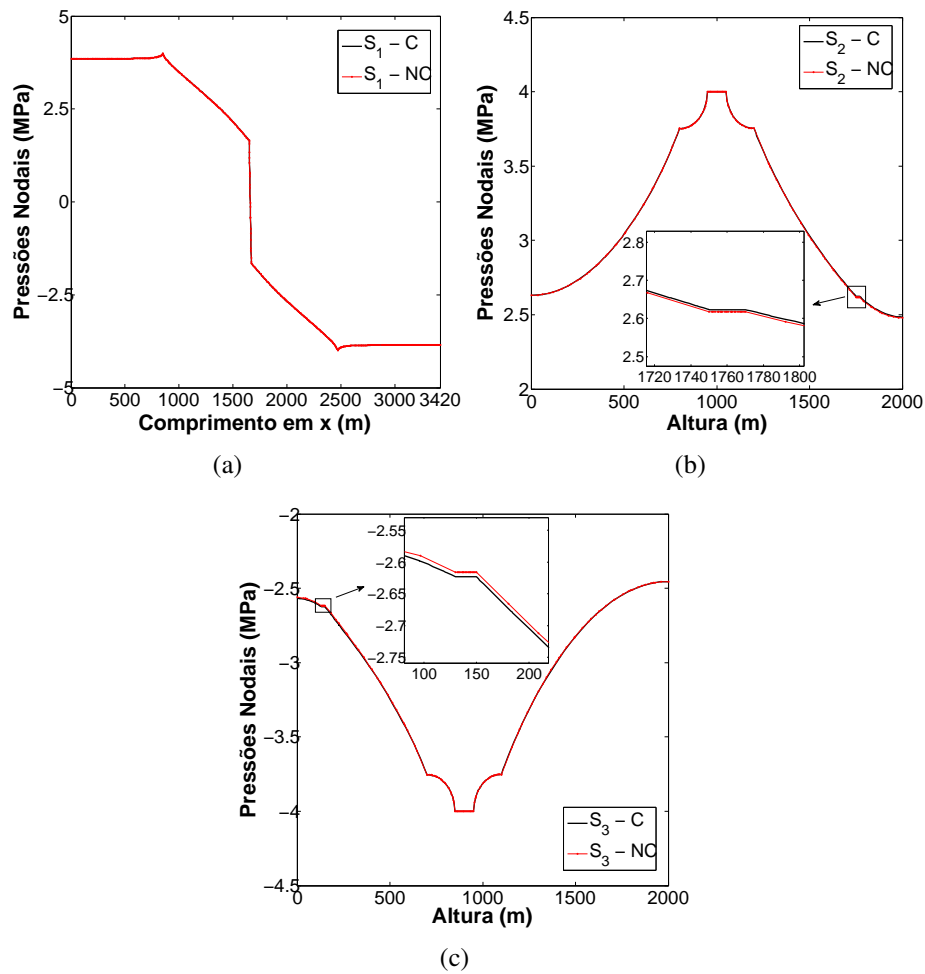
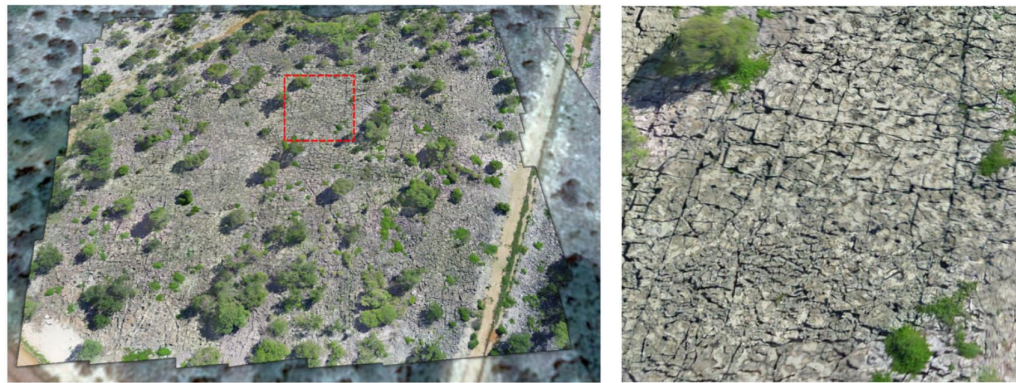


Figura 5.38: Análise de convergência das pressões nodais ao longo das seções: (a) S_1 , (b) S_2 e (c) S_3 entre as malhas conforme e não conformes acopladas via EFA.

5.6 CASO DE APLICAÇÃO 2: AFLORAMENTO FRATURADO E CARSTIFICADO EM REGIME TRANSIENTE

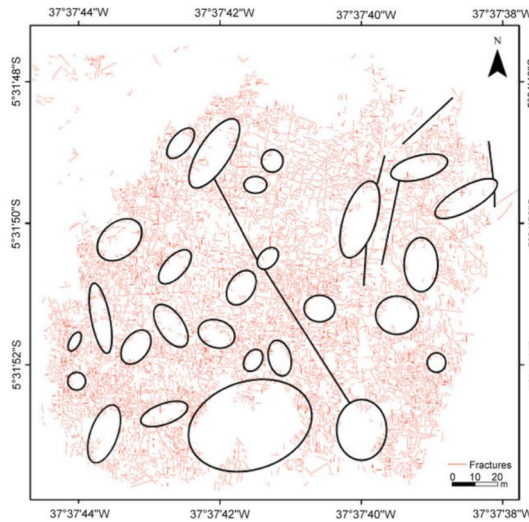
Este caso de aplicação, apresentado por Lopes et al. (2020), consiste em um afloramento, de dimensões 150×150 m, localizado no Lajedo Arapuá, Rio Grande do Norte, onde a caracterização das geometrias de suas fraturas e dolinas de colapso foi analisada por meio do mapeamento geológico de imagens realizadas através de drones. A Figura 5.39 (a) ilustra a imagem do afloramento, onde as áreas que possuem vegetação são interpretadas como dolinas de colapso, enquanto que a Figura 5.39 (b) representa a imagem expandida da região selecionada pela Figura 5.39 (a), detalhando a configuração de micro fraturas. A Figura 5.39 (c) interpreta as informações do afloramento, onde a região avermelhada representa as micro fraturas, as elipses são as dolinas de colapso e as linhas representam as macro fraturas.

A Figura 5.40 ilustra a geometria simplificada do meio geológico, onde o afloramento é composto por três subdomínios, matriz porosa (Ω_1), fraturas (Ω_2) e as feições cársticas (Ω_3) (vide Fig. 5.40 (a)), sob uma condições de contorno com gradiente de pressão aplicado verti-



(a)

(b)



(c)

Figura 5.39: Imagens obtidas por drones do (a) afloramento Lajedo Arapuá e (b) detalhe do afloramento (zoom) que ilustra as microfraturas na região selecionada. (c) representa uma geometria simplificada do afloramento (LOPES et al., 2020).

calmente ao domínio (vide Fig. 5.40 (b)). Vale destacar que as micro fraturas são consideradas por meio da permeabilidade equivalente da matriz porosa.

Para o cálculo do fluxo de fluido neste afloramento, assume-se que todas as feições cársticas são preenchidas por areia, tratando-as como meios porosos, viabilizando a utilização da lei de Darcy. As fraturas têm abertura $w = 1 \times 10^{-2}$ m e também são preenchidas. A viscosidade dinâmica para este caso foi de $\mu = 1 \times 10^{-8}$ MPa.s. A Tabela 5.6 contém as principais propriedades referentes ao presente problema.

Para este caso, abordou-se três tipos de malhas. A primeira malha, ilustrada pela Figura 5.41 (a) representa uma malha em elementos finitos gerada de maneira convencional (conforme), onde elementos de transição acoplam os subdomínios diferentemente discretizados. Já a Figura 5.41 (b) ilustra uma configuração de malha, na qual os subdomínios da região porosa (Ω_1) e dos carstes (Ω_3) são conformes entre si, mas não conformes com relação ao subdomínio das fraturas (Ω_2), e então, para acoplar as fraturas na malha de elementos, EFA são aplicados

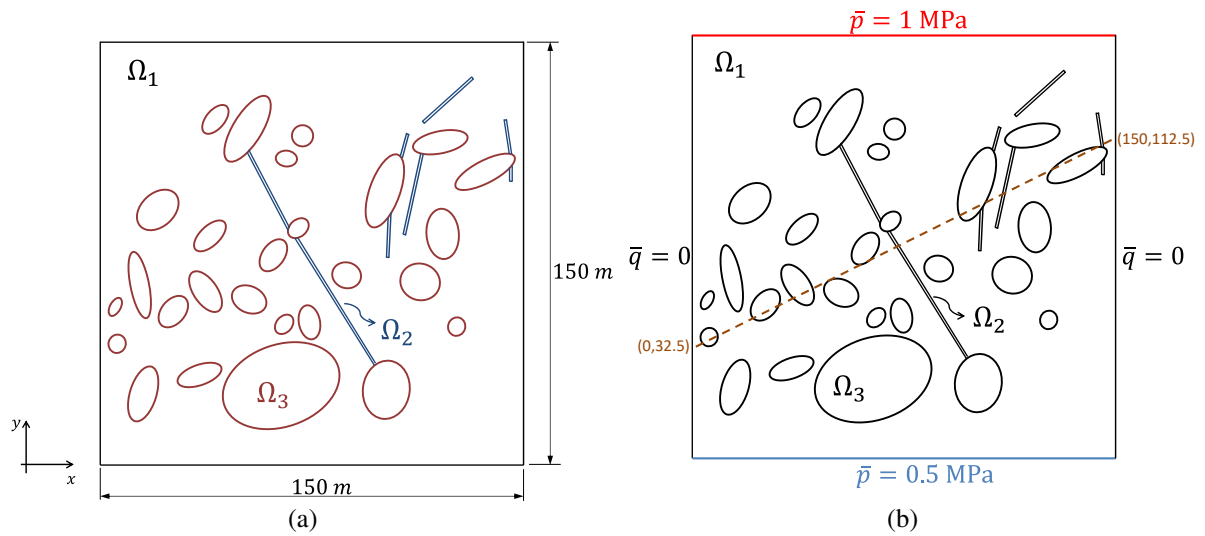


Figura 5.40: (a) Geometria e (b) condições de contorno para o problema de afloramento fraturado e carstificado quando o gradiente de pressões é aplicado na direção vertical ao domínio.

Tabela 5.6: Propriedades materiais adotadas para o afloramento fraturado e carstificado associado ao Lajedo Arapuá para estudo hidrodinâmico.

	Permeabilidade (m²)	Módulo de Biot (MPa⁻¹)
Rocha intacta	$k_{\Omega_1} = 1 \times 10^{-14}$	$M_{\Omega_1} = 5,95 \times 10^{+3}$
Fraturas	$k_{\Omega_2} = 1 \times 10^{-8}$	$M_{\Omega_2} = 4,16 \times 10^{+1}$
Carstes	$k_{\Omega_3} = 1 \times 10^{-12}$	$M_{\Omega_3} = 4,01 \times 10^{-1}$

(elementos em azul). Por último, a Figura 5.41 (c) ilustra uma configuração onde Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 são todos independentes entre si, portanto, aplica-se os EFA em todas as interfaces entre os três subdomínios não conformes. É importante notar uma redução significativa entre o número de graus de liberdades referentes aos três tipos de malhas. A Tabela 5.7 mostra o número de graus de liberdade de cada malha, bem como o número de elementos da matriz, número de elementos da fratura e número de elementos dos carstes.

Tabela 5.7: Informações sobre a configuração dos três tipos de malhas.

Malhas	Nº graus de liberdade	Nº elem. (matriz)	Nº elem. (fratura)	Nº elem. (carstes)
Conforme	145486	243861	43085	7967
Não conformes (fratura apenas)	52639	18536	38825	7818
Não conformes (fratura e carstes)	50055	13758	38825	6339

Desta vez, uma análise transiente é realizada entre os três tipos de malhas até que ambas alcancem o regime estacionário, de acordo com as propriedades da Tabela 5.6. A Figura 5.42 ilustra o comportamento dos campos de pressões para a malha conforme e as malhas não confor-

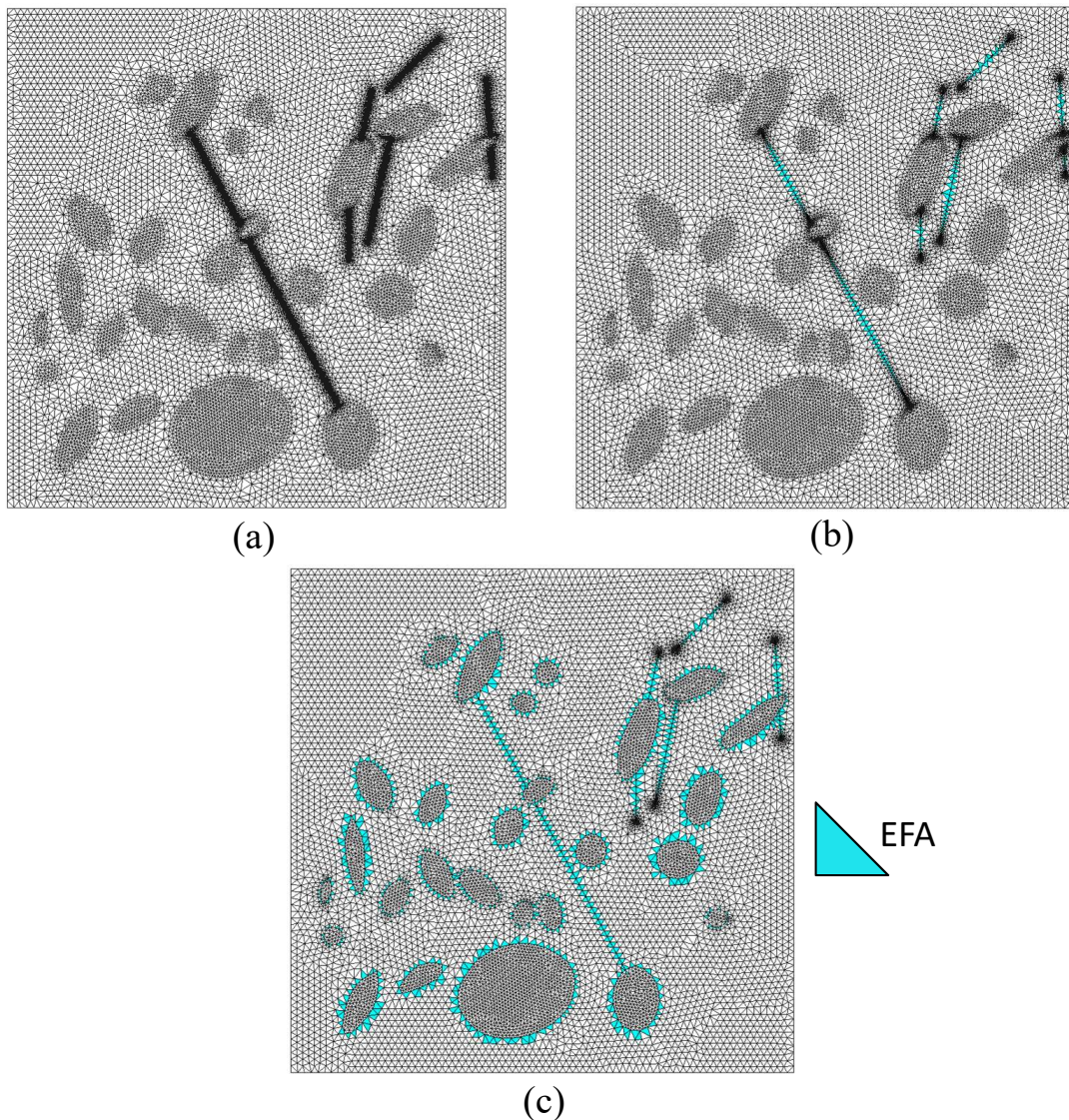


Figura 5.41: Configuração de malhas referente ao problema de afloramento fraturado e carsificado, onde a malha (a) representa uma malha conforme entre Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 , (b) é conforme entre Ω_1 e Ω_3 e não conforme com relação a Ω_2 e (c) é uma malha onde Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 são não conformes entre si. EFA são responsáveis por acoplar as regiões não conformes.

mes acopladas via EFA para três intervalos de tempo diferentes. Nota-se que ambas as malhas evoluem de maneira bem semelhante até atingirem o regime estacionário ($t = 5600$ dias), sendo que os campos de pressões são muito influenciados pelas duas fraturas super condutoras na região central do reservatório, unidas por um carste que também têm característica de um meio condutor em relação à matriz porosa.

De modo a melhor avaliar a semelhança entre as malhas, uma análise de convergência entre as pressões nodais obtidas ao longo da seção que liga os pontos (0,32.5) e (150,112.5) foi realizada para vários intervalos de tempo, até que os campos de pressões entrem em regime estacionário. A Figura 5.43 (a) ilustra o gráfico que realiza o estudo de convergência entre as pressões nodais para a malha toda conforme e para malha conforme entre matriz e carste e não

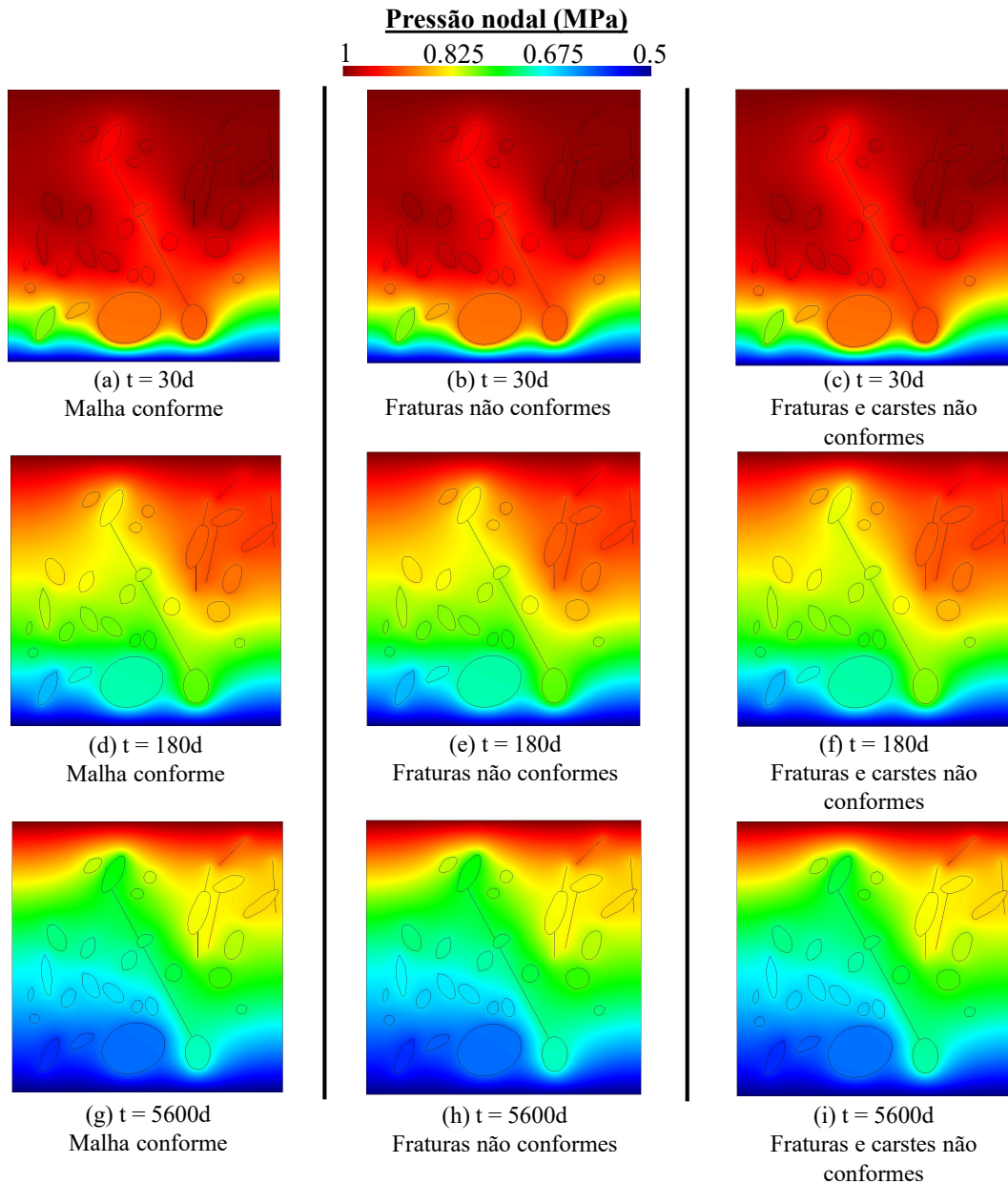


Figura 5.42: Campos de pressões para diferentes intervalos de tempo para as malhas conforme (região esquerda), conforme entre matriz e carstes, mas não conforme em relação as fraturas (região central) e não conformes tanto para fraturas como para carstes (região direita) para o problema de afloramento fraturado e carstificado, quando as condições de contorno são aplicadas verticalmente ao domínio.

conforme com relação as fraturas, para intervalos de tempos iguais a: 30, 60, 90, 120, 180, 240, 690, 1140 e 5600 dias. Já a Figura 5.43 (b) ilustra novamente, em forma de gráfico, uma análise de convergência entre as pressões nodais, mas comparando agora, as respostas para a malha toda conforme em relação as malhas não conformes entre matriz, carstes e fraturas.

Ao analisar as Figuras 5.43 (a) e (b), é possível notar uma boa semelhança em relação à distribuição das pressões para ambas as malhas, o que novamente demonstra a eficiência do método proposto.

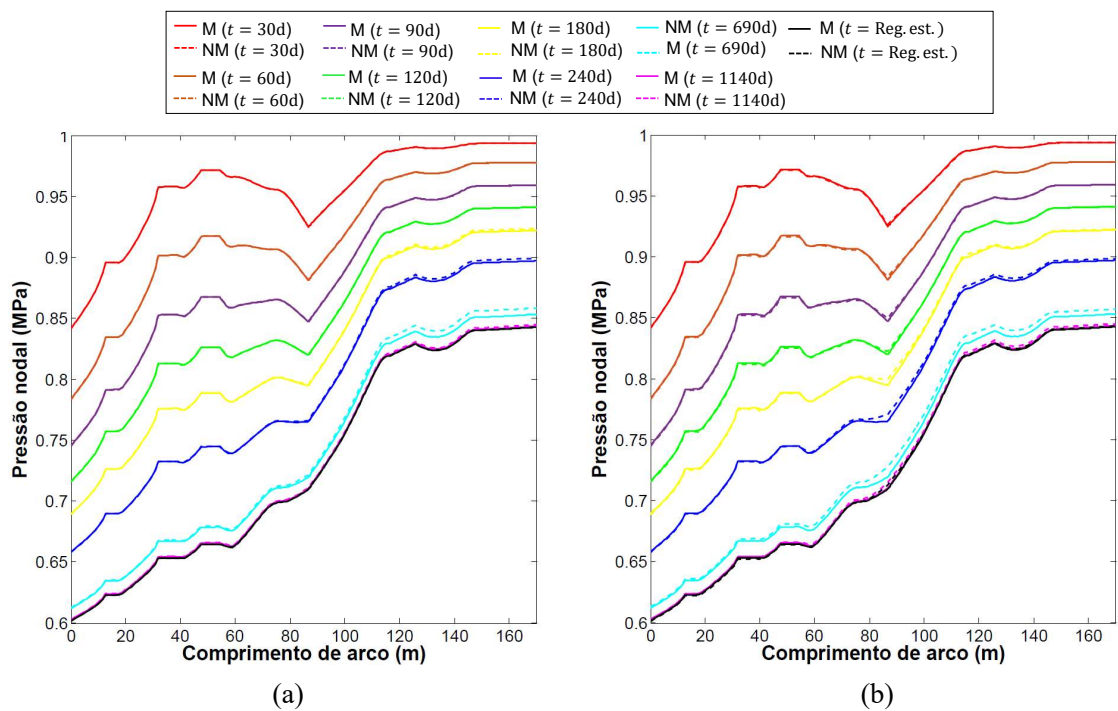


Figura 5.43: Análise de convergência entre as pressões nodais para (a) uma malha toda conforme com relação a uma malha conforme entre matriz e carstes e não conformes com relação a fraturas e (b) uma malha toda conforme comparada a malhas não conformes tanto para as fraturas, como para os carstes, em regime transiente para o problema de afloramento fraturados e carstificados, quando as condições de contorno são aplicadas verticalmente ao domínio.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÕES

Este trabalho propõe utilizar a técnica via EFA, proposta por Bitencourt Jr et al. (2015), para conectar malhas não conformes e, portanto, lidar com um problema muito oportuno encontrado na dinâmica dos fluidos em meio poroso: a diferença na dimensão de escala entre meios porosos e formações geológicas, como fraturas, barreiras e até carstes. Para avaliar a eficiência da metodologia proposta para acoplar malhas não conformes, foram realizadas seis simulações numéricas 2D.

O esquema de acoplamento foi validado simulando casos sintéticos disponíveis na literatura. A comparação dos resultados obtidos através do método proposto com os relatados na literatura indica que o comportamento do fluxo de fluidos do meio poroso pode ser devidamente modelado considerando EFA para conectar as malhas independentes da massa rochosa e formações geológicas. Nesse contexto, o modelo foi capaz de garantir a continuidade do campo de pressão entre as malhas não conformes para o caso de meios porosos fraturados e carstificados, além de ser capaz de capturar a descontinuidade induzida pelas barreiras. Além disso, a técnica via EFA foi capaz de lidar com malhas estruturadas e não estruturadas. Vale a pena mencionar que uma constante de penalização adequada é necessária para acoplar totalmente malhas não conformes.

Em termos de custo computacional e otimização, o número de graus de liberdade para malhas não conformes acopladas via EFA é significativamente menor do que para as malhas conformes, uma vez que a zona de transição entre a massa porosa e as formações geológicas requer um refinamento de malha nesta região devido à diferença de nível de escala. Além disso, a implementação dos EFA é fácil, de modo que as funções de interpolação desses elementos são as mesmas utilizadas para elementos finitos convencionais ao representar o campo de pressão. Portanto, não há necessidade de aprimorar a formulação com funções especiais ou algoritmos.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho demonstrou por análises 2D que os EFA são capazes de acoplar malhas não conformes entre a matriz e as fraturas, uma vez que é garantida a continuidade entre os campos de pressões em análises de fluxo em meios porosos saturados. De maneira a complementar este estudo, algumas considerações podem ser levadas em consideração, como:

- Realização de estudos em 3D, onde os EFA podem ser tratados como elementos tetraédricos. Assim, problemas que consideram reservatórios naturalmente fraturados de maiores complexidades podem ser modelados em sua forma original, obtendo resultados promissores para a indústria de petróleo.
- Otimizar a abordagem por EFA ao aplica-la em conjunto com a técnica por elementos de elevada razão de aspecto (*high aspect ratio* - HAR) aplicada por Manzoli et al. (2019) e Cleto et al. (2020), de modo a reduzir significativamente o número de elementos provenientes da fratura e conseqüentemente, reduzir o número de graus de liberdade no sistema de equações.
- Em conjunto com a técnica por HAR, a abordagem por EFA pode ser ampliada de modo a envolver fenômenos hidráulico e mecânicos em conjunto. A combinação das técnicas pode viabilizar resultados muito promissores para problemas de fraturamento hidráulico em reservatórios fraturados.
- Envolver a contribuição de fenômenos térmicos em combinação com fenômenos hidráulicos e mecânicos de modo avaliar casos de aplicação reais.

6.3 PRODUÇÃO CIENTÍFICA

Camargo, M; Cleto, P.R. ; Rodrigues, E. A. ; Fabbri, H. A. A; Manzoli, O. L.. Coupling finite elements applied to hydraulic analysis in saturated porous media. In: 25th International Congress of Mechanical Engineering, 2019, Uberlândia. Proceedings of the 25th International Congress of Mechanical Engineering, 2019.

Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, realizado em 28 de novembro de 2019, apresentando o trabalho intitulado: Elementos finitos de acoplamento aplicados em análises hidráulicas em meios porosos saturados, na categoria oral, Bauru / SP.

Seminário do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, realizado em 06 de dezembro de 2018, apresentando o trabalho intitulado: Elementos finitos de acoplamento aplicados à análises hidráulicas em reservatórios naturalmente fraturados, na categoria de pôster, Bauru / SP.

CAPÍTULO 7

APÊNDICE

CONCEITOS BÁSICOS

POROSIDADE

O meio poroso é constituído por uma porção sólida de material e por espaços vazios (poros). Quando seus poros são totalmente preenchidos por um ou mais fluidos em estado líquido, o meio poroso é dito como saturado. A Figura 7.1 esquematiza um volume de controle representativo para uma matriz porosa, no qual contêm grãos sólidos e grãos com poros ocultos, sendo que os poros interconectados são preenchidos por um fluido. Note que nos grãos com poros ocultos os vazios não estão preenchidos, pois estão confinados.

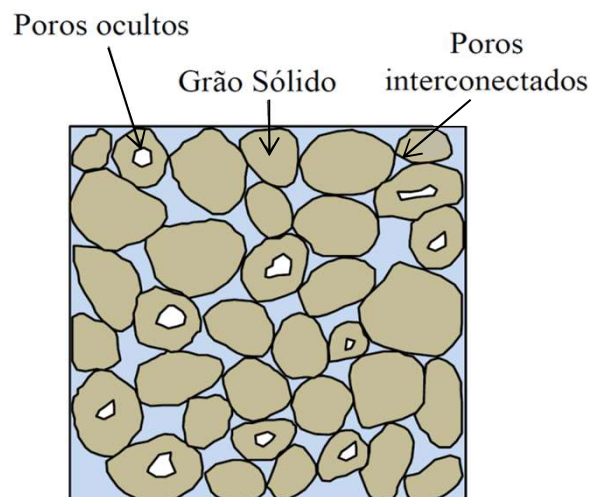


Figura 7.1: Representação da porosidade do material poroso saturado.

A porosidade de um meio poroso é caracterizada pela capacidade que o meio possui em armazenar fluido e segundo Bear (2013), pode ser definida pela relação entre o volume de vazios (poros) e o volume total do material de duas maneiras, as quais são descritas a seguir.

A porosidade absoluta, n_t , considera todos os poros, inclusive os poros ocultos, que não estão conectados com os demais poros. Desta forma, a razão entre o volume de vazios, V_p do

material e o volume total do meio, V , é dado por:

$$n_t = \frac{\text{volume de poros}}{\text{volume total}} = \frac{V_p}{V} \quad (7.1)$$

Porém, é mais viável contabilizar apenas o volume de poros interconectados, sem levar em consideração os poros ocultos, uma vez que, em seu interior, não há circulação de fluido. Desta forma, chama-se por porosidade efetiva, n , a razão entre o volume de poros conectados em relação ao volume total do meio, como dado pela Equação (7.2):

$$n = \frac{\text{volume de poros conectados}}{\text{volume total}} = \frac{V_{pe}}{V} \quad (7.2)$$

COEFICIENTE DE COMPRESSIBILIDADE DO FLUIDO

Segundo Bear (2013), a compressibilidade de um fluido (C_f) é a medida da mudança de volume quando um substância é sujeita a mudanças em pressões ou tensões normais. Em condições isotérmicas, é possível defini-la como:

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial p} \quad (7.3)$$

onde p é a pressão e ρ_f é a densidade do fluido.

COMPRESSIBILIDADE DA MATRIZ, DOS GRÃOS SÓLIDOS E DOS POROS

Além da compressibilidade do fluido, outras compressibilidades devem ser levadas em consideração, sendo elas:

a) Compressibilidade da matriz porosa: representa a variação do Volume Elementar Representativo com relação a tensão média (tração ou compressão).

b) Compressibilidade dos grãos sólidos: representa a variação do volume dos grãos sólidos com relação à variação das tensões (tração ou compressão).

c) Compressibilidade dos poros: representa a variação do volume de poros com relação à variação das tensões (tração ou compressão).

Sob condições isotérmicas, as compressibilidades descritas acima estão expressas, matematicamente, através da seguinte relação:

$$C_m = -\frac{1}{V_m} \frac{dV_m}{d\sigma}; \quad C_s = -\frac{1}{V_s} \frac{dV_s}{d\sigma}; \quad C_p = -\frac{1}{V_p} \frac{dV_p}{d\sigma} \quad (7.4)$$

onde C_m , C_s e C_p representam os coeficientes de compressibilidade da matriz porosa, dos grãos sólidos e dos poros, respectivamente. Os termos V_m , V_s e V_p representam os volumes da matriz porosa, dos grãos sólidos e dos poros, respectivamente. Já σ representa a tensão média.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGOT, P.; BOYER, F.; HUBERT, F. Asymptotic and numerical modelling of flows in fractured porous media. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, EDP Sciences, v. 43, n. 2, p. 239–275, 2009.

ANNAVARAPU, C.; HAUTEFEUILLE, M.; DOLBOW, J. E. A robust nitsche's formulation for interface problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 225, p. 44–54, 2012.

ANTONIETTI, P. F. et al. Mimetic finite difference approximation of flows in fractured porous media. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, EDP Sciences, v. 50, n. 3, p. 809–832, 2016.

APOSTOLATOS, A. et al. A nitsche-type formulation and comparison of the most common domain decomposition methods in isogeometric analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 97, n. 7, p. 473–504, 2014.

BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. [S.l.]: Courier Corporation, 2013.

BECKER, R.; HANSBO, P.; STENBERG, R. A finite element method for domain decomposition with non-matching grids. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis-Modélisation Mathématique et Analyse Numérique*, v. 37, n. 2, p. 209–225, 2003.

BITENCOURT JR, L. A. et al. A coupling technique for non-matching finite element meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 290, p. 19–44, 2015.

BŘEZINA, J.; EXNER, P. Fast algorithms for intersection of non-matching grids using plücker coordinates. *Computers & Mathematics with Applications*, Elsevier, v. 74, n. 1, p. 174–187, 2017.

CHAI, Z. et al. An efficient method for fractured shale reservoir history matching: The embedded discrete fracture multi-continuum approach. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 160, p. 170–181, 2018.

CLETO, P. R. et al. Hydro-mechanical coupled modeling of hydraulic fracturing using the mesh fragmentation technique. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, v. 124, p. 103591, 2020.

COATS, K. H. et al. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE symposium on reservoir simulation*. [S.l.], 1989.

DAMIRCHI, B. V. et al. Transverse and longitudinal fluid flow modelling in fractured porous media with non-matching meshes. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Wiley Online Library, 2020.

- DHIA, H. B.; RATEAU, G. The arlequin method as a flexible engineering design tool. *International journal for numerical methods in engineering*, Wiley Online Library, v. 62, n. 11, p. 1442–1462, 2005.
- FANG, S.; CHENG, L.; AYALA, L. F. A coupled boundary element and finite element method for the analysis of flow through fractured porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 152, p. 375–390, 2017.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A first course in finite elements*. [S.l.]: Wiley, 2007.
- FLEMISCH, B. et al. Benchmarks for single-phase flow in fractured porous media. *Advances in Water Resources*, Elsevier, v. 111, p. 239–258, 2018.
- FLEMISCH, B.; FUMAGALLI, A.; SCOTTI, A. A review of the xfem-based approximation of flow in fractured porous media. *Advances in Discretization Methods*, Springer, p. 47–76, 2016.
- FORMAGGIA, L. et al. A reduced model for darcy’s problem in networks of fractures. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, EDP Sciences, v. 48, n. 4, p. 1089–1116, 2014.
- GEIGER, S. et al. A novel multi-rate dual-porosity model for improved simulation of fractured and multiporosity reservoirs. *SPE journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 18, n. 04, p. 670–684, 2013.
- HUANG, N. et al. A numerical method for simulating fluid flow through 3-d fracture networks. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 33, p. 1271–1281, 2016.
- HUANG, N. et al. A novel three-dimensional discrete fracture network model for investigating the role of aperture heterogeneity on fluid flow through fractured rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, v. 116, p. 25–37, 2019.
- HYMAN, J. D. et al. Conforming delaunay triangulation of stochastically generated three dimensional discrete fracture networks: a feature rejection algorithm for meshing strategy. *SIAM Journal on Scientific Computing*, SIAM, v. 36, n. 4, p. A1871–A1894, 2014.
- KARIMI-FARD, M.; DURLOFSKY, L. J.; AZIZ, K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators. *SPE journal*, OnePetro, v. 9, n. 02, p. 227–236, 2004.
- KAZEMI, H. et al. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 16, n. 06, p. 317–326, 1976.
- LEE, S. H.; LOUGH, M.; JENSEN, C. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales. *Water resources research*, Wiley Online Library, v. 37, n. 3, p. 443–455, 2001.
- LIANG, B. et al. A systematic study of fracture parameters effect on fracture network permeability based on discrete-fracture model employing finite element analyses. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 28, p. 711–722, 2016.

- LONG, J. et al. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resources Research*, Wiley Online Library, v. 18, n. 3, p. 645–658, 1982.
- LOPES, T. V. et al. A new computational model for flow in karst-carbonates containing solution-collapse breccias. *Computational Geosciences*, Springer, v. 24, n. 1, p. 61–87, 2020.
- MANZOLI, O. L. et al. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 350, p. 57–80, 2019.
- MARTIN, V.; JAFFRÉ, J.; ROBERTS, J. E. Modeling fractures and barriers as interfaces for flow in porous media. *SIAM Journal on Scientific Computing*, SIAM, v. 26, n. 5, p. 1667–1691, 2005.
- MATTHAI, S. K. et al. Finite element-node-centered finite-volume two-phase-flow experiments with fractured rock represented by unstructured hybrid-element meshes. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Society of Petroleum Engineers, v. 10, n. 06, p. 740–756, 2007.
- MOENCH, A. F. Double-porosity models for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. *Water Resources Research*, Wiley Online Library, v. 20, n. 7, p. 831–846, 1984.
- MOINFAR, A. Development of an efficient embedded discrete fracture model for 3d compositional reservoir simulation in fractured reservoirs. 2013.
- MOINFAR, A. et al. Comparison of discrete-fracture and dual-permeability models for multiphase flow in naturally fractured reservoirs. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE reservoir simulation symposium*. [S.l.], 2011.
- NGO, T. D.; FOURNO, A.; NOETINGER, B. Modeling of transport processes through large-scale discrete fracture networks using conforming meshes and open-source software. *Journal of Hydrology*, Elsevier, v. 554, p. 66–79, 2017.
- POPOV, P. et al. Multiphysics and multiscale methods for modeling fluid flow through naturally fractured carbonate karst reservoirs. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Society of Petroleum Engineers, v. 12, n. 02, p. 218–231, 2009.
- RAO, X. et al. A modified projection-based embedded discrete fracture model (pedfm) for practical and accurate numerical simulation of fractured reservoir. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 187, p. 106852, 2020.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R. de S.; XAVIER, J. A. D. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. [S.l.]: Interciência, 2006.
- SCHÄDLE, P. et al. 3d non-conforming mesh model for flow in fractured porous media using lagrange multipliers. *Computers & Geosciences*, Elsevier, v. 132, p. 42–55, 2019.
- SEGURA, J.; CAROL, I. On zero-thickness interface elements for diffusion problems. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Wiley Online Library, v. 28, n. 9, p. 947–962, 2004.
- TATOMIR, A.-B. From discrete to continuum concepts of flow in fractured porous media. 2012.

VAFAJOU, B. et al. Coupling finite elements for modelling fluid flow in fractured porous media. *Coupling finite elements for modelling fluid flow in fractured porous media*, 2018.

VERRUIJT, A. Theory and problems of poroelasticity. *Delft University of Technology*, p. 71, 2013.

WANG, C.; RAN, Q.; WU, Y.-S. Robust implementations of the 3d-edfm algorithm for reservoir simulation with complicated hydraulic fractures. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 181, p. 106229, 2019.

WARREN, J.; ROOT, P. J. et al. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Society of Petroleum Engineers, v. 3, n. 03, p. 245–255, 1963.

WOHLMUTH, B. I. A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier. *SIAM journal on numerical analysis*, SIAM, v. 38, n. 3, p. 989–1012, 2000.

XU, Y. et al. Development of an embedded discrete fracture model for 2d and 3d unstructured grids using an element-based finite volume method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 195, p. 107725, 2020.

YAN, X. et al. An efficient embedded discrete fracture model based on mimetic finite difference method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 145, p. 11–21, 2016.

ZENG, Q. et al. A phase field based discrete fracture model (pfdm) for fluid flow in fractured porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, p. 107191, 2020.